HAL
open science

Modélisation des tissus mous dans leur environnement pour l'aide aux gestes médico-chirurgicaux

Maud Marchal

To cite this version:

Maud Marchal. Modélisation des tissus mous dans leur environnement pour l'aide aux gestes médico-chirurgicaux. Autre [cs.OH]. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2006. Français. NNT : . tel-00129430

HAL Id: tel-00129430

https://theses.hal.science/tel-00129430v1

Submitted on 19 Feb 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ JOSEPH FOURIER

N° attribué par la bibliothèque

THÈSE

pour obtenir le grade de **DOCTEUR DE L'UJF**

Spécialité : « Modèles et Instruments en Médecine et en Biologie »

préparée au laboratoire Techniques de l'Imagerie, de la Modélisation et de la Cognition (TIMC) dans le cadre de **l'École Doctorale « Ingénierie pour la Santé, la Cognition et l'Environnement »**

préparée et soutenue publiquement par

Maud MARCHAL

le 4 décembre 2006

Titre :

Modélisation des tissus mous dans leur environnement pour l'aide aux gestes médico-chirurgicaux

sous la direction de Jocelyne TROCCAZ et Emmanuel PROMAYON

JURY

Behzad SHARIAT	Président
Hervé DELINGETTE	Rapporteur
Mathieu DESBRUN	Rapporteur
Septimiu SALCUDEAN	Examinateur
Jocelyne TROCCAZ	Directeur de thèse
Emmanuel PROMAYON	Co-directeur

Remerciements

Un tel travail ne peut débuter sans remercier tous ceux qui, plus ou moins directement, ont contribué à le rendre possible. Dans mon cas, c'est avec l'enthousiasme le plus vif et le plus sincère que je voudrais rendre mérite à tous ceux qui (plus ou moins récemment) m'ont aidée à leur manière à mener à bien cette thèse.

Je désire en tout premier lieu exprimer ma profonde gratitude à mes directeurs de thèse Jocelyne Troccaz et Emmanuel Promayon pour avoir accepté de me diriger et pour leur soutien constant pendant ces trois dernières années. Joce, je ne sais comment te remercier pour ta disponibilité et tes précieux conseils qui m'ont tant fait progresser scientifiquement et humainement ces quatre dernières années : la manière dont tu mènes ta vie de chercheur me laissera toujours admirative. Mahnu, un grand merci pour ton enthousiasme, ta disponibilité et nos innombrables discussions et partage d'idées qui à mes yeux rendent la recherche si captivante. Comme le disait Isaac Asimov :
« The most exciting phrase to hear in science, the one that heralds new discoveries, is not "Eureka" (I found it !) but rather "hmm... that's funny..." ».

Je tiens à remercier Hervé Delingette et Mathieu Desbrun pour m'avoir fait l'honneur d'être rapporteurs de ma thèse. J'éprouve un profond respect pour leur travail et leur parcours. Le regard critique, juste et avisé qu'ils ont porté sur mes travaux, leur lecture minutieuse de mon manuscrit -malgré la longueur- m'ont été très précieux.

Je remercie le professeur Tim Salcudean qui m'a honorée de sa présence à ma soutenance malgré la distance qui sépare Grenoble de Vancouver. Merci d'avoir accepté de faire le voyage et pour la recherche future et passée que nous allons faire ensemble.

Enfin, je remercie le professeur Behzad Shariat pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury et pour son regard éclairé sur les modèles discrets.

Une thèse est également le fruit de discussions et d'échanges au sein d'une équipe de recherche. Je remercie tous les chercheurs, enseignants et membres du personnel du laboratoire TIMC pour leur accueil et leur disponibilité pendant ces dernières années. Les « 8 à 9 » mensuels m'ont fait découvrir de nombreux rouages de ce milieu complexe qu'est celui de la recherche. Je remercie particulièrement Jacques Demongeot pour m'avoir accueillie au sein de son laboratoire. Je me souviendrai toujours de cette discussion d'un soir qui m'a fait me décider à rentrer dans le monde de la recherche et à commencer mon DEA au laboratoire TIMC. Je remercie également Céline Fontant pour son aide et son accueil au sein du laboratoire.

Au cours de ma thèse, j'ai plus particulièrement travaillé avec certaines personnes qui chacune à leur façon et selon leur compétence m'ont apporté leur aide.

Je tiens tout particulièrement à remercier Jacques Ohayon, qui a toujours été disponible pour répondre à mes questions -nombreuses- sur la biomécanique.

Je tiens à remercier Pierre Mozer pour son avis sur mon travail de recherche en tant que médecin et pour sa correction minutieuse du contexte médical de ma thèse qu'il me tenait à cœur de rédiger. Un merci spécial pour l'aide de dernière minute lors de ma soutenance pour que mes vidéos marchent... Je remercie également l'ensemble des médecins et personnels des services d'urologie de l'Hôpital de la Pitié-Salpétrière et du CHU de Grenoble ainsi que l'équipe de l'unité IRM du Pr. Le Bas du CHU de Grenoble pour leur contribution aux parties médicales de ma thèse. Je tiens en particulier à remercier Stéphane Bart et Jean-Alexandre Long avec qui j'ai pu discuter lors de leurs stages au sein du laboratoire TIMC.

Au cours de ma thèse, j'ai également eu l'occasion de faire un séjour d'avril à juin 2006 à Vancouver au Canada dans le « Robotics Lab ». Thank you very much to all the team for your welcome in the lab. I am looking forward to working with you again... Many thanks to Ehsan, Hani, Julian (his wife and their baby), Orcun, Reza, Sara, Simon, and Tim (and Jake and Hannah) and Xu.

I would also like to thank some persons at Saint John's College with whom I discovered Vancouver, a so beautiful town : Thank you to Amandine, David, Klemens, Muhannad, Sandra, Shaun, Tibi, Yohan. I have now some images of Cypress mountains, Grouse Mountain (in one hour !), Squamish, Lynn Canyon and Vancouver beaches.

Ma thèse a également été l'occasion d'autres collaborations avec des laboratoires, notamment grenoblois avec le projet MIDAS. Je tiens à remercier François Faure et Matthieu Nesme du projet EVASION du laboratoire GRAVIR ainsi que Matthieu Chabanas de l'ICP pour les discussions que nous avons eues et qui m'ont permis de partager mon travail.

Enfin, j'ai également cotoyé d'autres personnes du laboratoire TIMC, à l'occasion de mon mandat de représentant des étudiants mais également au cours de « repas » au RU. J'aimerai ainsi remercier les équipes TIMB et Dynacell avec lesquelles j'ai passé quelques bons moments ces dernières années.

Au cours de ma thèse, j'ai également eu la chance de pouvoir enseigner en tant que monitrice puis ATER à l'ENSIMAG. J'y ai consacré -avec plaisir- du temps et j'ai ainsi pu découvrir l'autre côté de la barrière en tant qu'enseignant après avoir passé trois années sur les bancs de l'école. A cette occasion, je voulais remercier les personnes avec qui j'ai travaillé et qui m'ont apporté un autre regard sur le métier d'enseignant-chercheur. Merci à Florence Maraninchi ma tutrice mais également à Sylvain Boulmé, Augustin Lux, Roger Mohr, David Nikolowski, Jean-Louis Roch. Merci également aux personnes que j'ai rencontrées lors des réunions de monitorat et notamment pour mon projet (Fabrice, Frederic et Peggy).

The last but not the least... J'ai eu la chance de faire partie de l'équipe GMCAO du laboratoire TIMC où la bonne humeur et le dynamisme vous donnent envie de venir travailler tous les jours. Je tiens à remercier les permanents Céline (dernière arrivée, tu as su m'apporter de précieux conseils pendant ma rédaction de thèse), Chantal (qui a du récupérer quelques uns de mes ordinateurs... sans disque dur), Laurent (toujours pressé mais aussi toujours prêt à discuter), Patrick (qui a rejoint l'esprit GMCAO), Yohan (qui m'a apporté des conseils éclairés sur les modèles continus). Je remercie également Guy pour sa disponibilité. Un merci tout particulier à Corinne dont les rouages de l'administration n'ont plus aucun secret pour elle : Corinne, merci pour ton aide et pour tout le travail que tu accomplis pour l'équipe.

« Faire une thèse » est une échappée solitaire au milieu de compagnons de fortune (ou d'infortune). On ne se rend pas toujours compte à quel point ils peuvent être importants dans le travail et dans la vie, jusqu'au jour où nos chemins se séparent. Je remercie donc toutes les personnes qui sont passées -qui sont parfois restées- ces dernières années dans l'équipe GMCAO : leur contribution aux GT, repas de Noël, pique-niques, repas du RU et autres activités de l'équipe apporte toute cette joie de vivre qui rend si agréable le travail. Un grand merci à : Alexandre C., Alexandre M., Anne, Antoine, Béatrice, Benoît, Catherine, Christophe, Claudio, Delphine D., Elise, Fabien, François, Franz, Ivan, Joe, Jonathan, Matthieu, Marek, Michael, Nabil, Olivier, Sandrine B., Sandrine V., Sébastien, Vincent D., Vincent L., Yannick, Ziad.

Avec un merci tout particulier avec mes co-bureaux Catherine puis Fabien pour m'avoir supportée (dans tous les sens du terme) ces dernières années : Catherine, qui m'a fait partager sa passion des orchidées, merci pour ta présence et ton soutien ; Fabien, chercheur de clés à ses heures perdues, merci pour ton entrain quotidien.

Une thèse, c'est aussi trois ans d'une vie passée avec des personnes qui vous entourent au quotidien, de près ou de loin.

Je voudrais remercier tous mes amis pour leurs encouragements ces trois dernières années. Je remercie en particulier ceux qui ont pu (merci aux RTT) venir à ma soutenance : merci à Delphine, Cédric, Laurent et Sylvain. Mille remerciements également à tous les autres qui m'ont soutenue à distance.

Un grand merci également à Marie-Pierre et Jean-Claude dont le déplacement pour ma soutenance m'a beaucoup touchée même si le voyage fut épique. Merci également à Sébastien, Floriane et leurs deux matelots Benjamin et Nathan pour ces bons moments passés sur la côté de granit rose où -jadis- j'ai débuté mes premiers enseignements (en voile :-)).

Je ne remercierai jamais assez mes parents pour tout ce qu'ils ont fait pour moi pendant ces trois dernières années mais également avant en étant toujours présents pour moi et derrière moi. Un immense merci donc... ainsi qu'à mes deux « petits » frères Vincent et Olivier pour votre présence à la soutenance. Je note : on dit bien LE tracteur et non l'attracteur (pour la compréhension de mes prochaines présentations de mon travail :-)). Le kouign-amann, le far et le cidre du producteur ont eu du succès... Je ne vous remercierai jamais assez pour tout ce que vous m'apportez, malgré les kilomètres qui nous séparent.

Enfin, j'aimerai finir par le plus fort de mes remerciements, celui pour Mathieu. Merci pour tout ce que tu m'as apporté ces dernières années, pour ton soutien et tes encouragements quotidiens. MERCI.

Une mention spéciale de remerciement à mes relecteurs passés et futurs... il y a quelques images...

Table des matières

0.1 Gestes médico-chirurgicaux assistés par ordinateur . . . 13
0.1.1 L'évolution de la médecine vers une chirurgie minimalement invasive . . 13
0.1.2 Développement des gestes médico-chirurgicaux assistés par ordinateur . 14
0.1.3 Modélisation et simulation de gestes médico-chirurgicaux . . . 15
0.1.4 Urologie assistée par ordinateur . . . 15
0.2 Contexte et enjeux médicaux et scientifiques de la thèse . . . 16
0.2.1 Contexte et enjeux scientifiques . . . 16
0.2.2 Contexte et enjeux médicaux . . . 17
0.3 Organisation de la thèse . . . 18

I Contexte médical et scientifique **21**

1 Contexte Médical **23**
1.1 Introduction . . . 23
1.2 Anatomie de la prostate . . . 24
1.2.1 Description générale de la prostate . . . 24
1.2.2 Relations anatomiques . . . 25
1.2.3 Anatomie interne de la prostate . . . 29
1.2.4 Conclusion sur l'environnement anatomique de la prostate . . . 32
1.3 Diagnostic et traitements du cancer de la prostate . . . 32
1.3.1 Epidémiologie . . . 32
1.3.2 Origine des cancers de la prostate . . . 33
1.3.3 Diagnostic du cancer de la prostate . . . 34
1.3.4 Traitements du cancer de la prostate . . . 37
1.3.5 Conclusion sur le traitement et le diagnostic du cancer . . . 43
1.4 Mouvements et déformations de la prostate . . . 44
1.4.1 Mesures des déplacements et déformations de la prostate . . . 44
1.4.2 Influence de la configuration anatomique . . . 45
1.4.3 Influence de l'environnement médical . . . 50
1.4.4 Conclusion sur l'influence de l'environnement anatomique et médical . . 53
1.5 Conclusion . . . 55

2 Contexte scientifique : modélisation des tissus mous **57**
2.1 Introduction . . . 57
2.2 Contexte scientifique de la modélisation des tissus mous . . . 58
2.2.1 Les différents objectifs des méthodes de modélisation des tissus mous . . . 58
2.2.2 Les objectifs de la modélisation dans cette thèse . . . 62
2.2.3 Les différentes catégories de méthodes de modélisation . . . 63
2.3 Modèles géométriques . . . 63
2.3.1 Applications à la modélisations des tissus mous . . . 64
2.3.2 Vers des modèles physiques . . . 65
2.4 Modèles continus . . . 67
2.4.1 Les premiers objets déformables . . . 67
2.4.2 Méthode des différences finies . . . 68
2.4.3 Méthode des éléments finis . . . 69
2.4.4 Méthode des volumes finis . . . 81
2.4.5 Méthode des éléments frontières . . . 83
2.4.6 Méthode des éléments longs . . . 85
2.4.7 Méthode des masses-tenseurs . . . 86
2.4.8 Modèles à déformations globales . . . 89
2.4.9 Conclusion sur les modèles continus . . . 91
2.5 Modèles discrets . . . 93
2.5.1 Introduction . . . 93
2.5.2 Principes des modèles discrets . . . 93
2.5.3 Applications à la modélisation des tissus mous . . . 96
2.5.4 Conclusion sur les modèles discrets . . . 105
2.6 Modèles sans maillage (ou meshless) . . . 106
2.6.1 Définition des méthodes « meshless » . . . 106
2.6.2 Les systèmes de particules . . . 107
2.6.3 Méthodes de modélisation « meshless » . . . 111
2.6.4 Conclusion sur les modèles « meshless » . . . 112
2.7 Modélisation de la prostate et de ses propriétés physiques . . . 112
2.7.1 Propriétés physiques de la prostate . . . 112
2.7.2 Modélisation d'applications médicales sur la prostate . . . 113
2.7.3 Conclusion sur les modélisations existantes de la prostate . . . 116
2.8 Conclusion . . . 117

II Approche proposée :un modèle physique discret **121**

3 Principes généraux du modèle **123**
3.1 Introduction . . . 123
3.2 Description générale du modèle . . . 124

3.2.1 Organisation générale . . . 124
3.2.2 Géométrie des objets . . . 125
3.2.3 Dynamique du modèle . . . 126
3.3 Les différentes régions . . . 129
3.3.1 Région élastique . . . 130
3.3.2 Région musculaire . . . 142
3.3.3 Région solide . . . 143
3.3.4 Conclusion . . . 147
3.4 Contraintes . . . 147
3.4.1 Résolution des contraintes . . . 147
3.4.2 Raccordement des régions . . . 150
3.4.3 Contrôle du volume . . . 154
3.5 Simulation . . . 158
3.5.1 Dynamique du système . . . 158
3.5.2 Implémentation . . . 159
3.6 Conclusion . . . 163

4 Modélisation des aiguilles 165
4.1 Introduction . . . 165
4.2 Etat de l'art . . . 166
4.2.1 Introduction . . . 166
4.2.2 Applications médicales et enjeux de la modélisation . . . 166
4.2.3 Identification et modélisation des paramètres . . . 169
4.2.4 Modélisation des aiguilles . . . 176
4.2.5 Simulations des interactions entre aiguilles et tissus mous . . . 182
4.3 Modélisation de l'insertion d'aiguilles . . . 185
4.3.1 Introduction . . . 185
4.3.2 Modélisation des paramètres . . . 185
4.3.3 Modélisation des aiguilles . . . 188
4.3.4 Simulation de l'interaction entre aiguilles et tissus mous . . . 189
4.3.5 Conclusion . . . 203
4.4 Conclusion . . . 206

III Expérimentations 207

5 Validation du modèle 209
5.1 Introduction . . . 209
5.2 Comparaisons de méthodes de modélisation de tissus mous . . . 211
5.2.1 Les différentes comparaisons proposées . . . 211
5.2.2 Mesures d'erreur . . . 212

5.3 Comparaison entre deux modèles discrets . . . 214
5.3.1 Comparaison formelle . . . 214
5.3.2 Exemple applicatif . . . 215
5.3.3 Comparaison avec simulation . . . 219
5.3.4 Conclusion . . . 221
5.4 Problème de la poutre encastrée . . . 221
5.4.1 Solution analytique du problème de la poutre encastrée . . . 222
5.4.2 Expériences davec notre méthode de modélisation . . . 223
5.4.3 Conclusion sur l'expérience de la poutre . . . 226
5.5 Expérience avec un cylindre . . . 226
5.5.1 Description de l'expérience . . . 227
5.5.2 Expérience en extension . . . 229
5.5.3 Expérience en compression . . . 230
5.5.4 Conclusion sur l'expérience avec le cylindre . . . 234
5.6 Expérience avec un cube . . . 235
5.6.1 Description des simulations . . . 235
5.6.2 Influence du nombre et du voisinage de chaque particule . . . 235
5.6.3 Influence du pas de temps . . . 236
5.6.4 Conclusion . . . 237
5.7 Expérience avec les données du Truth Cube . . . 237
5.7.1 Expérience "Truth Cube" . . . 237
5.7.2 Simulations à l'aide de la méthode des éléments finis . . . 239
5.7.3 Simulations à l'aide de notre méthode de modélisation . . . 244
5.7.4 Simulations avec les systèmes masses-ressorts . . . 245
5.7.5 Comparaison des méthodes . . . 246
5.7.6 Conclusion sur les simulations du Truth Cube . . . 246
5.8 Validation avec des données médicales . . . 248
5.8.1 Contexte médical des simulations . . . 248
5.8.2 Simulations réalisées et comparaisons . . . 248
5.8.3 Conclusion . . . 252
5.9 Conclusion . . . 253

6 Applications médicales **255**
6.1 Introduction . . . 255
6.2 Modélisation et simulation de l'environnement anatomique . . . 256
6.2.1 Expériences sur les mouvements et déformations de la prostate . . . 256
6.2.2 Modélisation d'un environnement anatomique de référence . . . 263
6.2.3 Simulations de l'environnement anatomique de la prostate . . . 269
6.2.4 Conclusion . . . 272
6.3 Modélisation et simulation de gestes médico-chirurgicaux . . . 273
6.3.1 Simulation avec une sonde échographique . . . 273

6.3.2 Validation des simulations avec des aiguilles . . . 276
6.3.3 Simulations de biopsie et de curiethérapie de la prostate . . . 284
6.4 Conclusion . . . 293

7 Conclusion **295**
7.1 Discussion . . . 295
7.1.1 Partie modélisation . . . 295
7.1.2 Partie applications médicales . . . 301
7.2 Conclusion et perspectives . . . 303

A Mécanique des milieux continus **307**
A.1 Notations . . . 307
A.2 Définition du tenseur des déformations . . . 308
A.3 Remarque sur les notations lagrangiennes et eulériennes . . . 309
A.4 Forces et définition du tenseur des contraintes . . . 310
A.5 Equations générales du mouvement . . . 311
A.5.1 Conservation de la masse . . . 311
A.5.2 Principe fondamental de la mécanique . . . 311
A.6 Définition du tenseur des contraintes en notations lagrangiennes . . . 312
A.7 Loi de comportement pour les matériaux élastiques linéaires isotropes . . . 313
A.8 Equation du mouvement pour les matériaux élastiques linéaires . . . 314
A.9 Définition de l'énergie de déformation ou énergie potentielle élastique . . . 314
A.10 Expression plus générale de l'élasticité : cas des matériaux hyperélastiques . . . 316
A.10.1 Modèle de Mooney-Rivlin . . . 317
A.10.2 Modèle de St Venant Kirchoff . . . 318

B Méthodes d'intégration **319**
B.1 Simulations dynamiques . . . 319
B.2 Méthodes d'intégration . . . 319
B.2.1 Méthodes d'intégration explicites . . . 321
B.2.2 Méthodes d'intégration implicites . . . 323

C Exemple d'utilisation du langage PML **325**

D Implémentation de la dynamique d'une région solide **327**
D.1 Calculs avant la simulation . . . 327
D.1.1 Calcul du centre des masses . . . 327
D.1.2 Calcul de la matrice d'inertie . . . 327
D.2 Calculs pendant la simulation . . . 328
D.2.1 Calcul du centre des masses . . . 328
D.2.2 Calcul des positions des particules . . . 329
D.3 Utilisation des quaternions . . . 330

D.3.1 Passage de la matrice de rotation au quaternion 330
D.3.2 Passage du quaternion à la matrice de rotation 332
D.3.3 Multiplication de quaternions 332

Introduction

La thèse décrite dans ce manuscrit porte sur la modélisation des tissus mous dans leur environnement pour l'aide aux gestes médico-chirurgicaux. Elle a été réalisée au sein de l'équipe Gestes Médico-Chirurgicaux Assistés par Ordinateur (GMCAO) du laboratoire Techniques pour l'Imagerie, la Modélisation et la Cognition (TIMC). Les travaux présentés sont appliqués à la modélisation et à la simulation de gestes médico-chirurgicaux sur la prostate. Ils s'inscrivent dans le contexte de la modélisation des tissus mous et l'application médicale choisie la fait rentrer plus particulièrement dans le cadre de l'urologie assistée par ordinateur. Les enjeux scientifiques et médicaux de la thèse sont fortement liés, de par les choix qui ont été effectués au cours de ce travail pour atteindre les objectifs d'une part du point de vue de la modélisation et d'autre part de celui des applications médicales choisies.

0.1 Gestes médico-chirurgicaux assistés par ordinateur

0.1.1 L'évolution de la médecine vers une chirurgie minimalement invasive

Depuis une vingtaine d'années, le développement de nouvelles technologies et en particulier celui de l'informatique a entraîné des évolutions importantes dans le domaine de l'imagerie médicale. Ainsi, le perfectionnement des moyens d'imagerie a permis d'observer l'intérieur du corps d'un patient sans avoir besoin de « l'ouvrir » . Les cliniciens ont maintenant à leur disposition des images de structures anatomiques du patient qu'ils peuvent obtenir indirectement sans traumatisme pour le patient (échographie, scanner, IRM par exemple) ou bien directement avec des moyens vidéos introduits dans le corps du patient (endoscopie par exemple). Ces évolutions technologiques ont modifié la pratique médicale et la chirurgie minimalement invasive a progressivement été introduite dans les procédures chirurgicales avec pour principal objectif de rendre les gestes chirurgicaux moins traumatisants pour le patient. Toutes les spécialités chirurgicales ne nécessitent néanmoins pas une telle chirurgie et ce n'est que progressivement que la chirurgie minimalement invasive a été introduite pour réduire les voies d'abord en neurochirurgie, puis en chirurgie digestive ou urologique (la première ablation de vésicule biliaire par cœlio-chirurgie a été pratiquée en 1987) ou bien en chirurgie cardiaque plus récemment.

L'introduction de nouvelles procédures chirurgicales minimalement invasives augmente la précision des gestes réalisés mais en même temps diminue les capacités de perception et d'ac-

tion du chirurgien. L'accès aux structures anatomiques par des trocarts ou par des voies naturelles réduit la perception visuelle ainsi que la perception tactile du chirurgien qui ne voit plus et ne touche plus directement les structures anatomiques qu'il opère. L'évolution des techniques de chirurgie moins invasives s'est donc accompagnée du développement depuis une vingtaine d'années d'une nouvelle discipline à la frontière entre sciences de l'information et médecine : la chirurgie assistée par ordinateur.

0.1.2 Développement des gestes médico-chirurgicaux assistés par ordinateur

Les gestes médico-chirurgicaux assistés par ordinateur (GMCAO) ont pour objectif d'aider les médecins et les chirurgiens à planifier et à réaliser des procédures médicales ou chirurgicales minimalement invasives. Une méthodologie a été introduite par Lavallée [Lav89] et repose sur une boucle répartie en trois parties : perception, décision et action, comme illustrée sur la figure 1. La réalisation d'un système GMCAO nécessite donc de pouvoir acquérir, traiter et fusionner les données multimodales provenant d'examens pré-opératoires, per-opératoires ou post-opératoires avec des données provenant d'atlas ou de modèles (biomécaniques ou statistiques par exemple).

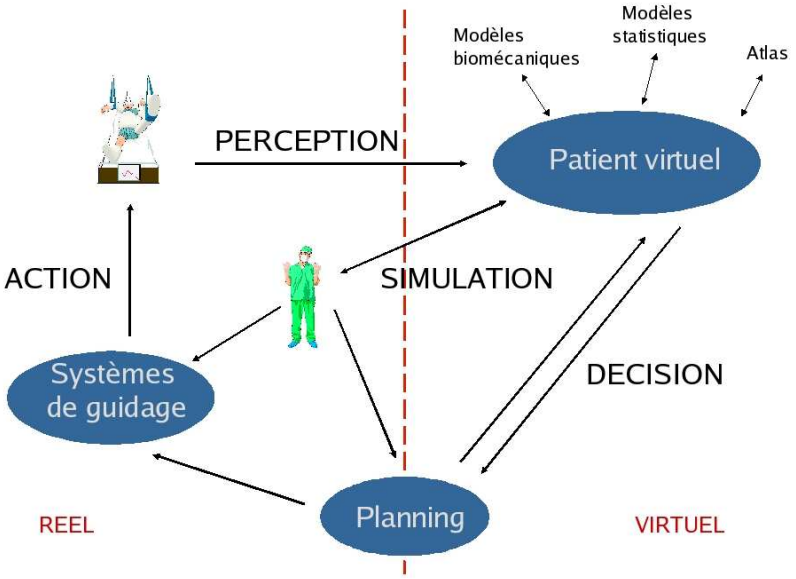


Fig. 1: *Méthodologie des GMCAO (http ://www.surgetics.org)*

Dans cette thèse, nous nous intéressons à la partie « décision » de la boucle décrivant la méthodologie des GMCAO. L'objectif principal de cette partie est d'aider le chirurgien à définir la stratégie optimale à partir des données relatives au patient, de sa connaissance et

de son expérience médicales. Pour cela, les GMCAO peuvent lui fournir un moyen de spécifier l'intervention avant sa réalisation en découpant les gestes réalisés en plusieurs étapes distinctes ou bien en anticipant les effets de ces mêmes gestes. Cette planification des opérations chirurgicales est actuellement en pleine expansion et le développement de simulateurs physiques de tissus biologiques, permettant de prévoir les conséquences de certaines opérations ou bien de planifier et optimiser une stratégie opératoire, s'est notamment accentué depuis une dizaine d'années.

0.1.3 Modélisation et simulation de gestes médico-chirurgicaux

Les premiers simulateurs médicaux sont apparus il y a un peu plus d'une dizaine d'années (Cover et al. [CEO*93] par exemple) et se sont progressivement dotés de caractéristiques supplémentaires au fil des années comme la possibilité de simuler des découpes ou le retour d'effort (Cotin et al. [CDA96]) puis des améliorations de leurs performances temporelles ou l'ajout d'autres instruments chirurgicaux (le simulateur LASSO [SBH*00], Karlsruhe Endoscopic Surgery Trainer [KCM00], le simulateur VIRGY [BGG*98] ou bien le simulateur SPIC [MDH*03] par exemple).

Deux catégories de modèles peuvent être distinguées :

- **Modèles pour la simulation :** A la demande des médecins, les caractéristiques principales requises pour un simulateur sont actuellement son interactivité et son réalisme. Deux principales raisons expliquent cette demande. Premièrement, les cliniciens souhaiteraient disposer de simulateurs rapides pour effectuer des « replanifications » en cours d'opération, dans les cas fréquents où la mise en œuvre *in situ* des gestes prévus n'est pas possible. Deuxièmement, des simulateurs interactifs permettraient de faciliter, de compléter, voire d'améliorer la formation aux gestes chirurgicaux des praticiens, et à plus long terme de limiter l'apprentissage sur animal ou sur pièces anatomiques.
- **Modèles pour les GMCAO :** Les modèles fournissent dans ce cas des connaissances à priori utilisables par exemple pour la détection de structures dans des images ou pour leur suivi. Ces modèles sont particulièrement intéressants dans le contexte de gestes médico-chirurgicaux réalisés sur des tissus mous.

Le travail réalisé dans cette thèse se place dans cette thématique entre simulation et GMCAO et tente de faire un compromis entre interactivité et précision des simulations effectuées. Nous nous intéressons en particulier à une spécialité de la médecine où des premiers modèles sont apparus ces dernières années : l'urologie.

0.1.4 Urologie assistée par ordinateur

Les travaux présentés dans ce manuscrit sont appliqués à la modélisation de la prostate et de son environnement anatomique. Deux gestes médico-chirurgicaux précis nous intéressent plus particulièrement : la biopsie et la curiethérapie de la prostate. Le travail réalisé dans cette thèse vise à explorer la voie d'une modélisation et d'une simulation de la prostate lors de ces deux gestes.

L'objectif principal du point de vue GMCAO est d'améliorer la qualité de vie du patient en réalisant un geste médical plus précis et moins invasif, en aidant le clinicien à la planification d'une procédure optimale et à la réalisation des gestes urologiques effectués sur ses patients. La prostate est une structure anatomique d'intérêt dans ce contexte puisque de nombreuses interventions médicales la concernent, le cancer de la prostate étant notamment un des cancers les plus répandus dans la population des pays développés. La thèse présentée dans ce manuscrit décrit les différentes caractéristiques anatomiques de la prostate et de son environnement et précise en quoi la modélisation et la simulation peuvent constituer une aide au médecin pour le planning et la réalisation de ses gestes.

0.2 Contexte et enjeux médicaux et scientifiques de la thèse

Dans cette partie, nous présentons les différents enjeux autour de cette thèse d'un point de vue scientifique au niveau de la modélisation à réaliser et d'un point de vue médical. Dans les travaux présentés dans la suite de ce manuscrit, nous nous attachons le plus possible à concilier ces différents enjeux.

0.2.1 Contexte et enjeux scientifiques

La réalisation de cette thèse s'effectue avec pour objectif d'être capable de simuler avec précision et réalisme les déformations de structures complexes, tout en conservant une complexité compatible avec une utilisation interactive. Cet objectif principal comporte plusieurs verrous scientifiques que nous aborderons au cours de ce manuscrit.

- **Modélisation des tissus mous :**
  Les premiers modèles réalisés pour des applications médicales sont apparus il y a une dizaine d'années. Ils trouvaient principalement leur inspiration dans les modèles créés pour l'animation d'objets déformables. Parmi les différentes méthodes de modélisation présentées, la modélisation des tissus mous est un sujet de recherche actuel, de par la complexité des phénomènes physiques modélisés [Del98, GM97, DA04]. Un des enjeux dans lequel s'inscrit cette thèse est donc de modéliser de manière physique et réaliste les tissus dont le comportement sera ensuite simulé.
- **Modélisation des interactions :**
  Un organe ne peut être modélisé de manière isolée mais doit être plongé dans son environnement anatomique. La difficulté d'une telle modélisation est surtout liée à la complexité des interactions anatomiques mises en jeu. A ces interactions « internes » s'ajoutent les interactions « extérieures » provenant des instruments chirurgicaux qui sont également des éléments indispensables de la simulation d'un geste médical. Dans ce manuscrit, un des enjeux est donc de modéliser et de simuler ces différentes interactions afin que le comportement des structures anatomiques modélisées soit physiquement réaliste.

- **Validation de la modélisation et utilisation médicale :**
  Dans le contexte des GMCA0, la modélisation effectuée doit répondre à des critères précis qui diffèrent des applications qui ne sont pas médicales. En vue d'être utilisée par des cliniciens, les simulations réalisées devront être validées afin de répondre aux critères d'une utilisation future en clinique. La complexité du comportement des tissus mous rend une validation délicate mais cruciale dans le contexte d'une modélisation appliquée à une procédure médicale. Dans cette thèse, nous nous sommes donc efforcés de valider les performances de notre modélisation dans l'optique d'une utilisation par les chirurgiens.

Ces différents verrous scientifiques sont abordés et discutés dans les différents chapitres de ce manuscrit : ils motivent les différents choix de modélisation effectués au cours de cette thèse.

0.2.2 Contexte et enjeux médicaux

Comme nous l'avons introduit au début de ce chapitre, les gestes médico-chirurgicaux sur la prostate constituent la partie médicale de notre travail. Les raisons du choix d'une telle application à notre travail de modélisation ont plusieurs motivations.

- **Enjeux dans la santé :**
  La prostate est un organe où les gestes médicaux et chirurgicaux sont nombreux. Le cancer de la prostate est en effet aujourd'hui le premier cancer chez l'homme et touche aujourd'hui environ un quart des hommes dans les pays industrialisés. L'enjeu représenté par la réalisation des gestes sur cette structure anatomique est donc potentiellement important du point de vue de la santé publique. Il existe plusieurs procédures médicales effectuées par les cliniciens autour de la prostate. L'amélioration notamment en terme de précision est possible pour plusieurs gestes urologiques et c'est pourquoi les GMCAO ont été introduits dans certains de ces gestes ces dernières années [Ler04]. Un de nos objectifs sera d'explorer ce que peut apporter la modélisation de tels gestes sur la réalisation de procédures urologiques.
- **Enjeux de la modélisation de la prostate :**
  La prostate est un organe mou : elle est donc susceptible d'une part de bouger et d'autre part de se déformer. Ces mouvements et déformations ont pour origine :
  - le contexte anatomique de la prostate (influences internes), c'est à dire les structures anatomiques environnantes,
  - le contexte médical de la prostate (influences externes), c'est à dire les instruments utilisés lors de la réalisation des gestes sur la prostate.

  Une modélisation précise et réaliste de procédures médicales telles que la biopsie ou la curiethérapie passe donc par une modélisation de la prostate incorporant ces deux types d'influences. Un des objectifs de cette thèse sera de mettre en évidence de manière qualitative et quantitative ces différentes influences et d'explorer l'apport d'une modélisation de la prostate couplée à ces deux contextes.

- **Enjeux de la simulation de la biopsie et de la curiethérapie de la prostate :** Les deux gestes auxquels nous nous sommes intéressés dans cette thèse ont en commun d'être réalisés sous échographie endorectale et de nécessiter la manipulation d'aiguilles. Le principal objectif des deux procédures est d'insérer une aiguille dans la prostate avec comme principal critère de performances et de réussite la précision du geste. Le but à atteindre du point de vue des GMCAO est d'améliorer la précision de ces deux procédures en aidant le médecin à réaliser son geste. L'enjeu concernant le travail réalisé dans cette thèse est de pouvoir modéliser et simuler ces deux gestes particuliers, en superposant au travail générique de modélisation de la prostate dans son environnement, la modélisation spécifique du déroulement des deux procédures médicales.

0.3 Organisation de la thèse

Cette thèse est décomposée en six chapitres répartis en trois grandes parties :

1. **Contexte médical et scientifique :**
   La première partie de ce manuscrit introduit le contexte de cette thèse. Elle permet de présenter les notions importantes qui motivent les choix effectués dans la suite du manuscrit. Un premier chapitre est consacré au contexte médical, décrivant l'anatomie de la prostate et de son environnement ainsi que les motivations médicales de la thèse. Nous détaillons notamment les deux gestes médico-chirurgicaux qui nous intéressent plus particulièrement : la biopsie et la curiethérapie de la prostate. Nous nous intéressons également à la configuration anatomique de la prostate ainsi qu'aux différents mouvements et déformations créés lors de la réalisation de ces gestes. Nous essayons notamment d'identifier de quelle manière une modélisation et une simulation de ces deux gestes peuvent améliorer leur réalisation, en particulier en terme de précision et donc de réussite d'un point de vue médical.

   Le deuxième chapitre de cette partie concerne le contexte scientifique de la thèse, la modélisation des tissus mous. Les différentes méthodes existantes permettant de modéliser des tissus mous ainsi que les propriétés caractéristiques de chacune d'entre elles y sont exposées. Ce chapitre est également l'occasion de définir les critères nécessaires à la réalisation de l'application médicale choisie, à la lumière des besoins mis en évidence dans le premier chapitre. Nous identifions notamment les propriétés qui nous intéressent et nous pourrons ainsi proposer un classement des différentes méthodes de modélisation présentées.

2. **Approche proposée : un modèle physique discret :**
   La deuxième partie présente l'approche de modélisation développée au cours de cette thèse. Un premier chapitre décrit la méthode de modélisation permettant de représenter la prostate ainsi que les organes environnants de manière simple, réaliste et précise. Nous proposons en particulier la formulation de l'élasticité développée au cours de cette thèse à partir d'un principe de mémoire de forme pour les différents objets constituant nos mo-

dèles. Les propriétés de notre méthode nécessaires à la modélisation des tissus mous sont notamment détaillées, ainsi que celles nécessaires à la modélisation d'un environnement anatomique complexe.

La modélisation des aiguilles est une étape importante de la simulation des deux gestes médicaux qui nous intéressent puisque les aiguilles y sont des instruments indispensables à la réalisation des deux gestes. Le second chapitre de cette partie est donc consacré uniquement à la modélisation des aiguilles, de par la particularité et la complexité de cette dernière. Certaines propriétés spécifiques à notre méthode seront notamment utilisées.

3. **Expérimentations :**
   La troisième partie de ce manuscrit est dédiée à la description des simulations effectuées à l'aide de notre méthode de modélisation. Pour cela, un premier chapitre présente des expériences de validation des performances de notre méthode notamment en terme de précision, propriété importante dans le contexte de la modélisation des tissus mous. Dans chaque expérience, les données de référence utilisées varient. Nous utiliserons en effet des données de nature différentes, avec d'une part des solutions analytiques à des problèmes précis et d'autre part des données réelles d'origine expérimentale ou bien médicale.

   Le second chapitre de cette partie présente quant à lui les simulations réalisées au cours de cette thèse pour les deux procédures médicales qui nous intéressent. Nous détaillons la mise en œuvre de nos simulations. Nous décrivons la réalisation d'expériences ainsi que celle d'un modèle anatomique utilisé pour l'ensemble des simulations. Les simulations présentées décrivent différentes possibilités que notre méthode de modélisation nous permet de réaliser.

Après la présentation de ces trois parties divisées en deux chapitres à chaque fois, nous finirons ce manuscrit par une discussion sur les différents points abordés au cours de cette thèse et proposerons des perspectives à la suite de ce travail.

Première partie

Contexte médical et scientifique

Chapitre 1

Contexte Médical

Sommaire

1.1 Introduction 23
1.2 Anatomie de la prostate 24
1.3 Diagnostic et traitements du cancer de la prostate 32
1.4 Mouvements et déformations de la prostate 44
1.5 Conclusion 55

1.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons le contexte médical dans lequel s'inscrit cette thèse. L'application médicale principale concerne les procédures médico-chirurgicales sur la prostate. Nous nous intéressons à deux gestes particuliers : la biopsie effectuée pour le diagnostic du cancer de la prostate et la curiethérapie réalisée pour son traitement.

Le cancer de la prostate est le plus fréquent des cancers de l'homme de plus de 50 ans et touche aujourd'hui environ un quart des hommes dans les pays développés. C'est la deuxième cause de mortalité par cancer après 50 ans chez l'homme et il représente 10% de la mortalité par cancer. Comme dans les autres pays industrialisés, son incidence a augmenté très significativement en France cette dernière décennie. L'accroissement de la précision des gestes diagnostiques et thérapeutiques possède donc un gros potentiel afin d'améliorer le niveau de survie et la qualité de vie du patient. Les techniques existantes de diagnostic et de traitement sont confrontées à la difficulté de localisation per-opératoire de la prostate. De plus en plus d'études démontrent en effet depuis une dizaine d'années une mobilité et des déformations

significatives de la prostate nécessitant une prise en compte de celles-ci. Les deux gestes étudiés dans cette thèse sont directement concernés par ce problème de précision et par le gain potentiel non négligeable de l'amélioration de leur efficacité en terme de repérage précis de la prostate.

L'objectif de cette thèse est de développer des modèles et outils permettant à terme de réaliser une simulation précise et réaliste de ces deux gestes d'une part dans un but de planning chirurgical et d'autre part dans un but de simulation pour l'apprentissage du chirurgien. Dans les deux cas, l'objectif principal pour les deux gestes considérés est d'aider le chirurgien à appréhender les mouvements et les déformations de la prostate liés d'une part à l'environnement anatomique de l'organe et d'autre part à l'environnement chirurgical afin d'améliorer l'efficacité diagnostique et thérapeutique des cancers de la prostate.

Dans ce chapitre, nous introduisons donc les principales informations médicales que nous utiliserons afin d'atteindre notre objectif. La première partie de ce chapitre (partie 1.2) concerne une description de l'anatomie de l'environnement de la prostate. Elle permet notamment de mettre en avant les relations anatomiques qui lient la prostate à son environnement et décrit ainsi les principaux points d'intérêt nécessaires à la réalisation d'une modélisation anatomique correcte. La deuxième partie (partie 1.3) est consacrée à des informations relatives aux deux procédures médicales auxquelles nous nous intéressons tout particulièrement dans cette thèse, à savoir la biopsie et la curiethérapie de la prostate. Pour cela, nous présentons dans un premier temps succintement les différentes méthodes actuelles de diagnostic et de traitement du cancer de la prostate. Nous détaillons ensuite le déroulement de la biopsie et de la curiethérapie, notamment d'un point de vue anatomique pour repérer les différents organes influant sur la prostate et d'un point de vue chirurgical pour définir les instruments chirurgicaux utilisés dans de telles procédures. La troisième partie de ce chapitre (partie 1.4) pointe les différents « acteurs » à l'origine des mouvements et déformations autour de la prostate. Nous revenons sur les différentes études menées ces dernières années afin de mettre en évidence la mobilité et la déformabilité de la prostate.

1.2 Anatomie de la prostate

Dans la première partie de ce chapitre, nous présentons l'anatomie de la prostate. Le paragraphe 1.2.1 donne quelques généralités sur les caractéristiques principales de la prostate [Cor93, VD93]. Les relations anatomiques de la prostate avec les organes environnants sont détaillées dans le paragraphe 1.2.2 et l'anatomie interne dans le paragraphe 1.2.3.

1.2.1 Description générale de la prostate

La prostate est un organe génital masculin situé à un carrefour stratégique entre la voie urinaire et la voie génitale. C'est une glande exocrine située dans le pelvis, en avant du rectum, juste sous la vessie. Elle a classiquement la forme d'une châtaigne et mesure 3 à 4 cm de long, 3 à 5 cm de large et 2 cm de haut en moyenne chez l'adulte, sa taille variant beaucoup d'un

individu à l'autre. Son axe principal est oblique et dirigé vers le bas et en avant. Ainsi, sa base adhère à la base de la vessie, au niveau du col vésical, alors que l'apex est fixé au diaphragme urogénital. La figure 1.1 illustre l'anatomie générale de l'environnement de la prostate. La prostate est très petite à la naissance et prend du volume lors de la puberté. A l'âge adulte, elle pèse entre 15 et 25 g. Elle subit une seconde période de croissance après l'âge de 60 ans.

La prostate a deux fonctions distinctes : un rôle génital et une fonction urinaire. Concernant sa fonction génitale, la prostate secrète le liquide séminal qui entre dans la composition du sperme. C'est également dans l'urètre au niveau de la prostate que vont se mélanger les différentes sécrétions entrant dans la composition du sperme lors de la première phase de l'éjaculation. Concernant la fonction urinaire, la prostate n'a aucun rôle et la pathologie urinaire due à la prostate n'est liée qu'à sa position anatomique. En effet, la prostate entoure la partie proximale de l'urètre par où passe l'urine pendant les mictions. En cas d'adénome de la prostate notamment, le volume prostatique peut sensiblement augmenter et entraîner des troubles urinaires.

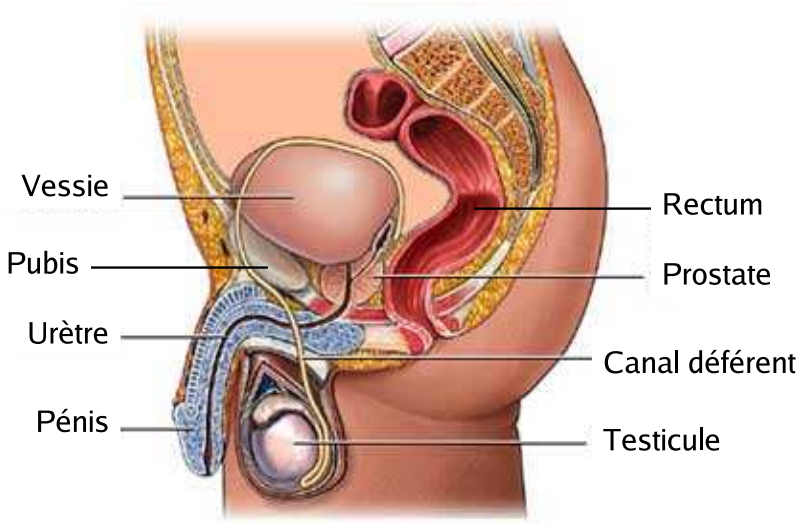


Fig. 1.1: *Schéma anatomique général de l'environnement de la prostate.*

1.2.2 Relations anatomiques

1.2.2.1 Localisation anatomique des organes environnants

La prostate est un organe situé juste sous la vessie, en avant du rectum et en arrière de la symphyse pubienne, à laquelle elle est reliée par les ligaments pubo-prostatiques. Elle entoure sur 3 à 4 cm l'urètre, canal par lequel les urines sont évacuées de la vessie. Latéralement, elle est en rapport avec les muscles releveurs de l'anus. La prostate est contenue dans un tissu conjonctif de soutien, le fascia hypogastrique, qui entoure tous les viscères pelviens et qui est constitué en arrière par la membrane prostato-péritonéale ou aponévrose de Denonvilliers et

en avant et latéralement par le fascia pelvien antéro-latéral. L'aponévrose de Denonvilliers, située en arrière de la glande, sépare la prostate et les vésicules séminales de la face antérieure du rectum. Le fascia pelvien latéral et antéro-latéral contient la veine dorsale de la verge ainsi que le plexus veineux de Santorini. De chaque côté, au niveau de la zone de jonction entre l'aponévrose de Denonvilliers et le fascia pelvien latéral, le fascia hypogastrique contient les pédicules vasculo-nerveux destinés à la prostate, aux vésicules séminales et au col vésical.

1.2.2.2 Les principales structures anatomiques autour de la prostate

Les principales structures anatomiques appartenant à l'environnement de la prostate sont détaillées dans ce paragraphe et leurs localisations sont représentées sur les figures 1.1 et 1.2.

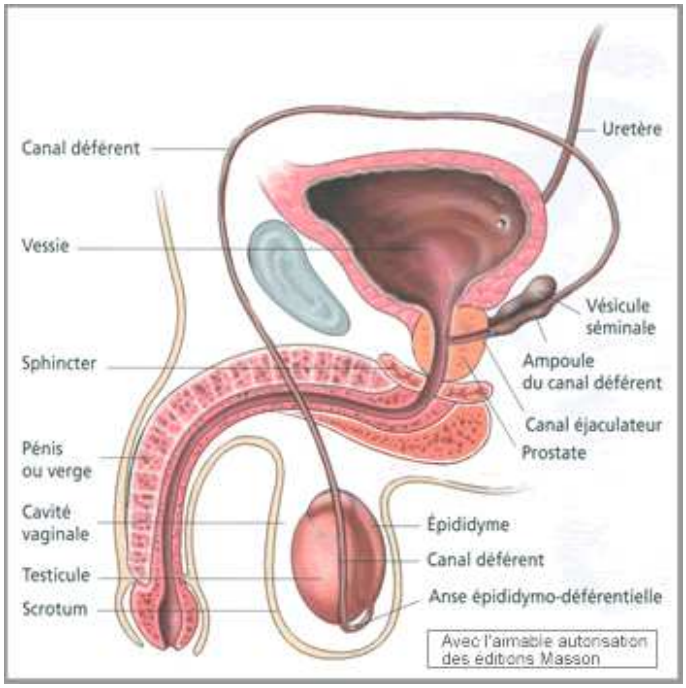


Fig. 1.2: *Schéma anatomique de l'appareil génital masculin et localisation des différentes structures anatomiques autour de la prostate.*

Rectum :
Le rectum est situé en arrière de la prostate. Pour des gestes tels que la biopsie et la curiethérapie, une sonde échographique y est introduite afin de réaliser un examen échographique. Le rectum est séparé de la prostate par l'aponévrose de Denonvilliers. La paroi relativement fine entre la prostate et le rectum permet ainsi d'obtenir des images échographiques de la prostate en utilisant une sonde échographique endorectale.

Vessie :
La vessie se situe au-dessus de la prostate. Elle stocke l'urine qui est ensuite évacuée par l'urètre prostatique. Sa contenance moyenne est de 350 à 400 ml mais elle peut aller jusqu'à 1 litre en cas de pathologie, notamment au niveau de l'urètre.

Urètre :
La prostate entoure la partie initiale de l'urètre, le canal par où l'urine s'évacue de la vessie et qui se termine au bout de la verge. Sur le plancher de l'urètre prostatique s'étend une arête longitudinale, la crête urétrale, qui comprend une petite excroissance, le verumontanum, le long duquel les canaux éjaculateurs gagnent l'urètre. Cette liaison partage l'urètre prostatique en deux parties : une partie proximale, s'étendant du col vésical au verumontanum, et une partie distale, du verumontanum à l'apex. Ces deux portions mesurent chacune environ 15 mm, et sont séparées par un angle de 35° en temps normal.

Sphincters :
La prostate est étroitement intriquée avec deux sphincters qui assurent une bonne continence urinaire. Le sphincter musculaire lisse se situe au niveau du col vésical (côté vessie). Le sphincter strié, seul accessible à la commande volontaire, se situe en aval, sur l'urètre, juste sous la prostate.

Vésicules séminales :
Les vésicules séminales sont des organes pairs à surface bosselée et irrégulière, de forme allongée. Elles mesurent généralement de 4 à 6 cm de long et sont situées en arrière de la prostate, en dehors des canaux déférents, entre la face postérieure de la vessie et la face antérieure du rectum. Elles sont contenues dans une loge correspondant à un dédoublement de l'aponévrose prostato-peritonérale. A partir du canal principal, qui est double dans 10% des cas, naissent six à huit canaux de premier ordre, puis de nombreux canaux de second ordre.

Canaux déférents :
Les canaux déférents (un de chaque côté également) mesure environ 40 cm de long. Ils commencent à la queue de l'épididyme et se terminent à l'abouchement des vésicules séminales pour donner naissance aux canaux éjaculateurs. Leur diamètre est de 2 mm, sauf sur leurs 5 derniers centimètres à l'approche des vésicules séminales où leur diamètre augmente jusqu'à 6 à 8 mm, formant les ampoules déférentielles. Ce sont la prostate et les vésicules séminales qui produisent le liquide séminal. Les canaux déférents vont quant à eux amener dans la prostate les spermatozoïdes qui sont mélangés au liquide séminal pour former le sperme, celui-ci passant ensuite dans l'urètre au moment de l'éjaculation.

Canaux éjaculateurs :
Les canaux éjaculateurs mesurent 2 cm de long. Ils sont compris dans la prostate et naissent de l'union des vésicules séminales et des canaux déférents. C'est au milieu de la prostate que ces canaux éjaculateurs vont s'aboucher dans l'urètre. Cette liaison entre l'appareil génital et l'appareil urologique est appélée *carrefour uro-génital*.

1.2.2.3 Autres propriétés

Nous décrivons dans ce paragraphe les propriétés de vascularisation et d'innervation de la prostate. Au cours de cette thèse, nous n'avons pas pris en compte dans notre modèle de la prostate et de son environnement l'influence anatomique de telles propriétés car elles ne sont pas primordiales pour des gestes tels que la biopsie et la curiethérapie. Leur prise en compte serait néanmoins intéressante pour affiner un modèle anatomique pouvant s'avérer utile à la simulation de gestes chirurgicaux sur la prostate ou son voisinage immédiat.

Vascularisation :
Les artères prostatiques viennent des artères vésico-prostatiques et des artères rectales moyennes. Les veines constituent le plexus latéro-vésico-prostatique. Elles se drainent en avant dans le plexus veineux de Santorini et en arrière dans les veines hypogastriques. Les lymphatiques de la prostate se drainent latéralement dans les ganglions iliaques externes sous veineux (situés entre le bord inférieur de la veine iliaque externe et le bord supérieur du nerf obturateur), au niveau de l'angle entre l'artère iliaque externe et l'artère iliaque interne, sur la face interne de l'artère iliaque interne sous l'artère ombilicale.

Innervation :
Les nerfs de la prostate, qui sont très nombreux, innervent les différents lobes de la prostate, les muscles lisses péri-prostatiques et péri-urétraux. Ils proviennent du plexus pelvien. Ce dernier est formé de fibres sympathiques provenant des centres dorsaux et lombaires (D11-L2), et de fibres parasympathiques viscérales préganglionnaires sacrées. Du plexus pelvien naissent deux pédicules. Le pédicule supérieur, situé à la base de la prostate, pénètre la capsule sur une zone étendue ; une fois la capsule franchie, les branches s'arborisent et innervent 80% de la glande. Le pédicule inférieur, de plus petite taille, chemine au-dessus du muscle recto-urétral et pénètre la capsule au niveau de la face postérieure de l'apex. Enfin, nous pouvons noter la présence des bandelettes vasculo-nerveuses dans l'environnement anatomique proche de la prostate. Elles n'ont pas un rôle sur le système nerveux de la prostate mais dans le mécanisme de l'appareil génital masculin, et représentent donc une structure anatomique importante lorsque des gestes chirurgicaux sont pratiqués sur la prostate.

1.2.2.4 Conclusion sur les relations anatomiques de la prostate

Les tissus et organes entourant la prostate constituent un environnement anatomique relativement complexe, avec des tissus aux propriétés physiques différentes et variables au cours

du temps. Afin de réaliser une modélisation de l'environnement de la prostate correcte d'un point de vue anatomique, la prise en compte de l'ensemble de ces paramètres apparaît comme la meilleure méthode pour obtenir des résultats performants. Nous verrons dans le cadre de la description des gestes que nous étudions dans cette thèse que les différents éléments entourant la prostate n'ont pas la même importance en terme d'influence sur sa position et sa forme.

1.2.3 Anatomie interne de la prostate

Dans ce paragraphe, nous nous attachons à détailler les différentes parties composant la prostate. Les connaissances concernant l'anatomie prostatique ou la subdivision prostatique en régions glandulaires et fibromusculaires distinctes reposent sur les études publiées successivement pas Gil-Vernet [GV53] et McNeal [McN68, McN83]. L'anatomie décrite par McNeal s'est révélée être la plus juste au cours du temps. Ses dernières études datent des années 1990 [MRFS88, MVR*90a, MVR*90b]. Le modèle anatomique de McNeal concerne une prostate normale, d'un poids moyen de 20g chez l'homme jeune, après la croissance pubertaire et avant l'apparition des déformations liées à l'hypertrophie bénigne.

La face postérieure ou dorsale de la prostate est parcourue par un sillon médian séparant 2 lobes (qui donne la forme de châtaigne de la prostate). La partie supérieure ou base de la prostate est située contre la vessie et la partie inférieure ou apex est reliée au sphincter. L'essentiel de la prostate est constitué de glandes et elle est entourée par une capsule fibro-élastique. L'intégrité ou non de cette capsule prostatique est un élément capital à prendre en compte dans le cancer de la prostate. Les cancers qui ne dépassent pas cette capsule sont dits localisés (à la glande prostatique), et ceux dont les cellules cancéreuses ont dépassé cette capsule sont au moins localement avancés.

McNeal décrit la prostate en régions glandulaires et fibromusculaires distinctes. Dans les deux prochains paragraphes, nous décrivons ces deux types de régions. L'urètre représente la structure clé autour de laquelle s'arborisent les canaux de chaque région glandulaire.

1.2.3.1 Tissu glandulaire

Le tissu glandulaire occupe environ deux tiers de la prostate. Il existe différentes zones glandulaires qui se drainent chacune par l'intermédiaire d'un système canalaire distinct dans une portion spécifique de l'urètre prostatique. Trois de ces zones : la zone périphérique, la zone de transition et la zone des glandes péri-urétrales ont des origines histologique et embryologique identiques, alors que la quatrième zone, la zone centrale, diffère histologiquement et embryologiquement. La localisation des ces zones est donnée sur la figure 1.3.

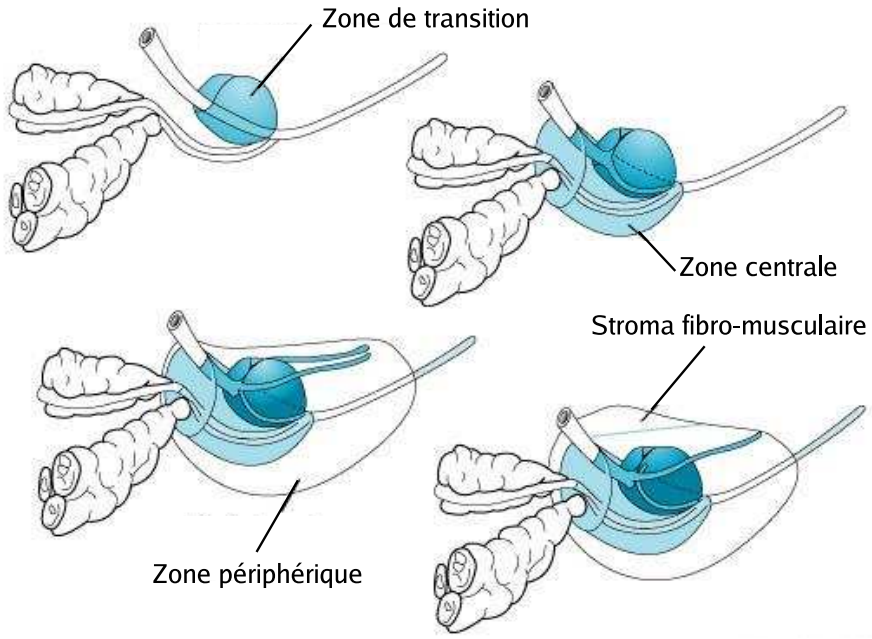


Fig. 1.3: *Schéma anatomique des différentes zones de la prostate.*

Zone de transition :
Chez l'homme jeune, la zone transitionnelle occupe environ 5 à 10% du tissu glandulaire, sous forme de deux lobules situés de chaque côté de l'urètre proximal, juste en dehors du sphincter péri-prostatique. Les canaux de la zone transitionnelle se jettent pour la plupart au niveau de l'urètre proximal. Le tissu glandulaire est dans cette zone identique à celui de la zone périphérique, contrairement au stroma (paragraphe 1.2.3.2) qui est plus compact. La zone transitionnelle est le siège de 20% des adénocarcinomes [MRFS88].

Zone centrale :
La zone centrale occupe environ 25% de la masse glandulaire dans la prostate normale. Elle entoure les canaux éjaculateurs dans leur trajet intra-prostatique. Les acinus (cavité épithèliale arrondie bordée par des cellules secrétrices qui débouche dans le canal excréteur de la prostate) de la zone centrale sont de grande taille, irréguliers, et partiellement divisés par un système de crêtes intraluminales intriquées. Le stroma est composé de fibres musculaires longues, elles aussi très intriquées et s'étalant autour des acinus dont elles suivent de près les contours. La distinction anatomique entre les zones centrale et périphérique est importante sur le plan carcinologique : les cancers naissant dans la zone centrale sont effectivement assez rares (10%) [MRFS88]. Les fonctions biologiques de ces deux zones diffèrent également, puisque certaines enzymes du liquide séminal ne sont produites que par des cellules épithéliales de la zone centrale.

Zone périphérique :
La zone périphérique occupe à peu près 70% du tissu glandulaire de la prostate normale. Elle entoure l'urètre au niveau du verumontanum et un peu plus en aval. Ses canaux se drainent dans le segment distal de l'urètre, entre le verumontanum et l'apex. Les acinus de la zone périphérique sont petits, ronds et à paroi régulière. Le stroma de cette zone contient des fibres musculaires lâchement entremêlées et anarchiquement orientées. On retrouve la même architecture des glandes et du stroma dans la zone transitionnelle et dans les glandes péri-urétrales. La zone périphérique est le point de départ privilégié des cancers (aux environs de 70%).

1.2.3.2 Structures fibro-musculaires

Les structures fibromusculaires constituent un tiers de la masse prostatique. Nous distinguons dans ce paragraphe les principales structures fibro-musculaires de la prostate : le stroma fibro-musculaire antérieur, la capsule prostatique et le sphincter pré-prostatique.

Stroma fibro-musculaire antérieur :
Le stroma fibro-musculaire antérieur est composé surtout de fibres musculaires lisses qui sont en continuité avec les fibres de la face antérieure de la vessie. Ces fibres s'étalent ensuite latéralement à partir du nouveau du col vésical et couvrent la surface antéro-latérale de la prostate. Au milieu de la glande, le stroma fibromusculaire s'amincit progressivement vers l'apex. Son épaisseur maximale est de 0,5 cm à 1 cm. Au croisement avec le segment urétral, il s'entremêle avec les bandes de fibres musculaires striées qui entourent le segment urétral distal, constituant le sphincter post-prostatique (ou sphincter strié). Le stroma fibro-musculaire antérieur est représenté sur la figure 1.3.

Capsule prostatique :
C'est une bande de tissu fibro-musculaire recouvrant la surface de l'organe, plus épaisse en avant qu'en arrière. Elle présente des zones de faiblesse à l'apex, au col vésical et autour du confluent vésiculo-déférentiel, où elle s'amincit pour devenir inexistante.

Sphincter pré-prostatique :
Le sphincter pré-prostatique, qui entoure le segment urétral proximal du col vésical au verumontanum, est formé d'anneaux de fibres musculaires lisses dont l'arrangement compact et serré forme une bande étroite, surtout le long des parois latérales et postérieures de l'urètre. En avant, ses fibres s'entremêlent avec les éléments du stroma fibromusculaire antérieur. Ce sphincter est innervé, contrairement aux autres fibres musculaires associées à la prostate et possède donc des propriétés physiques différentes. Nous pouvons également noter que les composants fibromusculaires de la prostate ne sont habituellement à l'origine d'aucune pathologie prostatique.

1.2.3.3 Conclusion sur l'anatomie interne de la prostate

Nous avons décrit dans ce paragraphe l'anatomie interne de la prostate. Nous nous sommes attachés à décrire géométriquement les différentes zones qui composent la prostate et les différences de propriétés physiques qui existent entre ces zones. Une modélisation complète de l'environnement de la prostate nécessite effectivement de prendre en compte les détails anatomiques qui constituent l'organe lui-même.

1.2.4 Conclusion sur l'environnement anatomique de la prostate

Dans cette partie consacrée à l'environnement anatomique de la prostate, nous avons répertorié les différents éléments anatomiques liés physiquement à la prostate et à son fonctionnement. Les principaux organes autour de la prostate ont été identifiés et la structure interne de l'organe a été introduite. Dans la suite de ce manuscrit, nous utiliserons ces informations pour décrire la construction d'un modèle de la prostate le plus réaliste possible et prenant en compte les organes environnants afin de simuler correctement leurs interactions pendant la biopsie et la curiethérapie. Le prochain paragraphe est consacré à la description de ces deux gestes et va permettre de mettre en évidence l'implication de chacun des éléments de l'environnement anatomique dans la réalisation de procédures médicales autour de la prostate.

1.3 Diagnostic et traitements du cancer de la prostate

La deuxième partie de ce chapitre concerne une description du diagnostic et du traitement du cancer de la prostate. Elle va notamment nous permettre de détailler les deux gestes médico-chirurgicaux qui nous intéressent dans cette thèse ainsi que d'identifier les instruments chirurgicaux utilisés lors de leur réalisation. Le premier paragraphe (paragraphe 1.3.1) résume succintement quelques données d'épidémiologie du cancer de la prostate. Le paragraphe suivant (paragraphe 1.3.2) resitue anatomiquement les différentes origines du cancer de la prostate. Le paragraphe 1.3.3 présente les différentes possibilités permettant le diagnostic du cancer. Le dernier paragraphe (paragraphe 1.3.4) donne une description des différents traitements existants en fonction de la classification donnée au cancer détecté.

1.3.1 Epidémiologie

Le cancer de la prostate est le premier cancer chez l'homme et touche aujourd'hui environ un quart des hommes dans les pays industrialisés. Son incidence augmente avec l'âge et varie selon l'origine ethnique et le site géographique. Elle est élevée aux Etats-Unis, intermédiaire en Europe et faible en Asie. Ainsi, l'incidence standardisée annuelle du cancer de la prostate était de 75,3 (pour 100000 personnes) en 2000 [ANA03]. C'est la deuxième cause de mortalié par cancer chez l'homme de plus de 50 ans et il représente 10% de la mortalité par cancer (10004 décès dénombrés en 2000 en France). Comme dans les autres pays industrialisés, son incidence a augmenté très significativement les vingt dernières années (incidence de 45,3 en

1990 et de 75,3 en 2000). Les statistiques de l'incidence et de la mortalité du cancer de la prostate en France de 1980 à 2000 sont données dans le tableau 1.1.

Année	1980	1985	1990	1995	2000
Nombre de cas	10356	14132	19499	27513	40303
Mortalité	6979	7832	8790	9575	10004

Tab. 1.1: *Nombres estimés de cas de cancer de la prostate et de décès en France de 1980 à 2000 [RBV*03].*

Plusieurs éléments expliquent cette évolution : le vieillissement de la population, l'utilisation de méthodes diagnostiques plus sensibles (comme l'utilisation du dosage sanguin du PSA (Prostate Specific Antigen)), les découvertes nombreuses de cancers lors de résections d'adénomes prostatiques et une meilleure déclaration des cas. Une forte proportion des patients lorsqu'ils sont âgés, meurent néanmoins « avec plutôt que de » leur cancer de la prostate. L'évolution parfois lente de la maladie, l'âge lors du diagnostic et l'espérance de vie des patients sont les principales raisons de cette observation. En effet, contrairement aux tumeurs peu différenciées dont l'évolution est rapide, les tumeurs bien différenciées comme celles lors d'un cancer de la prostate qui débute ont en général une évolution plus lente. Le recours préventif au dosage du PSA entraîne un accroissement plus précoce de la prise en charge des cancers et donc du nombre de gestes pratiqués. Ces gestes réalisés sur des cancers qui ne menacent pas encore nécessairement la vie du patient doivent donc être réalisés avec précision afin d'une part d'obtenir une stadification précise de la maladie et d'autre part de proposer un traitement qui permet au patient de garder une bonne qualité de vie. Dans ce cadre, des gestes tels que la biopsie et la curiethérapie prennent tout leur intérêt, d'une part afin d'obtenir un diagnostic fiable et d'autre part en proposant un traitement alternatif aux traitements traditionnels du cancer de la prostate.

1.3.2 Origine des cancers de la prostate

Selon les travaux de McNeal [MRFS88], 70% des adénocarcinomes prostatiques sont développés à partir des glandes de la zone périphérique, 20% des cancers sont issus de la zone de transition et 10% proviennent de la zone centrale. Les adénocarcinomes de la zone transitionnelle sont le plus souvent diagnostiqués incidemment, à partir de résections transurétrales ou d'adénomectomies effectuées pour une hyperplasie prostatique bénigne. Le développement du cancer de la prostate est très lent et reste la plupart du temps localisé au début (il ne dépasse pas la capsule qui entoure la prostate). Quand le cancer évolue, il peut s'étendre en dehors de la prostate, au-delà de la capsule, par envahissement direct des tissus et des organes situés près de la prostate. Il peut également essaimer dans d'autres organes à distance (os, ganglions,...). Dans le cadre de la modélisation de la prostate, nous nous attachons surtout à pouvoir différencier différentes propriétés matérielles à l'intérieur de la prostate, les tumeurs de la prostate étant généralement bien délimitées par rapport au tissu sain.

1.3.3 Diagnostic du cancer de la prostate

Dans ce paragraphe, nous présentons les différentes méthodes de diagnostic du cancer de la prostate [ANA01, RV02]. Dans le cadre de la thèse, nous nous attardons notamment sur la description de la réalisation d'une biopsie prostatique.

1.3.3.1 Biopsie de la prostate

L'objectif de la biopsie prostatique est de réaliser des prélèvements de la prostate pour en faire une analyse microscopique. Les biopsies de la prostate sont généralement réalisées sous échographie endorectale. L'échographie endorectale consiste à introduire une sonde échographique par l'anus. Comme il n'y a que l'épaisseur de la paroi du rectum qui sépare la prostate de la sonde, les images de la prostate ainsi obtenues permettent au médecin de guider une aiguille pour faire des prélèvements de tissus prostatiques à un endroit déterminé de la prostate.

Indication

La biopsie prostatique est considérée comme étant la référence en matière de confirmation du diagnostic et elle est la méthode recommandée pour diagnostiquer le cancer de la prostate en France [ANA01]. Environ 100000 séries de biopsies sont effectuées par an en France et près d'un million aux Etats-Unis. Les biopsies prostatiques échoguidées sont indiquées dans 85% des cas devant une anomalie au toucher rectal ou une élévation du PSA, dans une situation de dépistage. Dans 15% des cas, des symptômes du bas appareil urinaire tels que des rétentions d'urine ainsi que des symptômes liés à une extension locale ou métastasique sont révélateurs d'un cancer de prostate.

Il est également parfois nécessaire de réaliser des biopsies itératives dans les cas suivants : histologie douteuse lors de la première série biopsique, cancer de petite taille défini par une seule biopsie positive, forte suspicion d'adénocarcinome prostatique (PSA élevé) avec une première série biopsique négative, réévaluation carcinologique après un traitement curateur.

Réalisation des biopsies

La méthode recommandée pour la réalisation des biopsies prostatiques est la ponction transrectale échoguidée. L'examen est fait en soins externes, après une anesthésie locale et ne nécessite ni hospitalisation, ni anesthésie générale. L'urologue introduit par l'anus la sonde échographique protégée, lubrifiée et équipée d'un système de visée. L'aiguille est montée sur un pistolet de tir à déclenchement automatique solidaire de la sonde échographique. L'image échographique est généralement bidimensionnelle et la prostate est repérée en coupe transversale ou en coupe sagittale. Le trajet de la ponction est visualisé sur l'écran et le tir n'est déclenché que quand le médecin juge l'angle de prélèvement optimal. La vitesse d'insertion de l'aiguille est très rapide et l'aiguille a donc une trajectoire rectiligne. La réalisation d'une biopsie de la prostate est schématisée sur la figure 1.4.

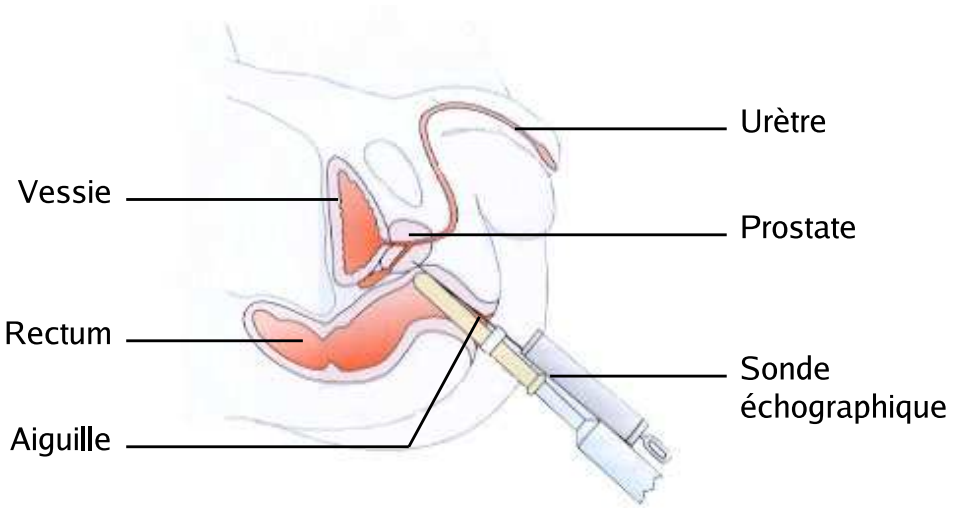


Fig. 1.4: *Réalisation d'une biopsie de la prostate par échographie endorectale. Les échantillons de tissus prostatiques sont prélevés à l'aide de l'aiguille montée sur la sonde échographique.*

La modalité standard recommandée consiste à pratiquer au minimum six biopsies systématisées, en sextant, une au niveau de la base, une au milieu et une au niveau de l'apex de chaque lobe de la glande. Au CHU de Grenoble, 12 biopsies sont réalisées mais certains protocoles vont jusqu'à 18 ou 24 biopsies. L'image échographique n'est pas utilisée pour guider les biopsies vers une zone pathologique mais simplement pour repérer les différentes zones de la prostate, les zones tumorales ne pouvant pas être repérées sur les images. Le protocole de biopsies systématisées a pour but de détecter des tumeurs de stage T1c (non palpables et non visibles) et de donner des renseignements sur le pronostic. Le volume tumoral est estimé de façon semi-quantitative par la longueur en *mm* ou le pourcentage de cancer sur l'ensemble des carottes de tissus prostatique étudiées et par le nombre de biopsies tumorales par rapport au nombre total de biopsies. La situation du cancer dans les parties supérieure, moyenne ou inférieure, dans les parties antérieure, postérieure ou latérale, et enfin dans un ou deux lobes de la prostate est précisée par le médecin anatomopathologiste selon le système du score de Gleason.

Apport des biopsies

Le résultat des biopsies permet de préciser le caractère uni-ou bilatéral du cancer selon qu'il affecte un ou les deux côtés de la prostate, le nombre de biopsies positives, le pourcentage de cancer sur chacune des biopsies, le score de Gleason et l'éventuelle extension extraprostatique, visible sur les biopsies. Les biopsies ont donc une importance primordiale pour déterminer le pronostic de la maladie quand elle est détectée.

Le manque de précision de la localisation des biopsies, lié en grande partie au système de localisation qui est la plupart du temps simplement en 2D, introduit des erreurs importantes qui sont confirmées par la faible corrélation entre les cartographies des biopsies et l'analyse des pièces opératoires après résection de la prostate pour les patients opérés. Ainsi, seuls trois quart des cancers sont diagnostiqués lors de la première série de biopsies. S'il y a une suspicion clinique ou biologique, la biopsie doit alors être renouvelée. La deuxième série de biopsie détecte 91% des cancers, la troisième 97% et la quatrième 99%. L'optimisation de la localisation des zones à biopsier en appréhendant les mouvements et déformations de la prostate liés à son environnement pourrait peut-être permettre d'améliorer la sensibilité et la précision des biopsies.

D'autres méthodes de diagnostic du cancer de la prostate existent néanmoins. Nous les présentons dans le prochain paragraphe ainsi que leurs rôles par rapport à celui de la biopsie.

1.3.3.2 Autres élements du diagnostic du cancer de la prostate

Interrogatoire et antécédents

L'interrogatoire du patient permet de renseigner le médecin sur l'existence de symptômes urinaires ou autres, sur les autres maladies éventuelles (hypertension, diabète...), sur les facteurs de risque (familiaux...) et sur les traitements en cours.

Toucher rectal

Comme la prostate est située juste en avant du rectum, elle peut être palpée par un doigt introduit dans l'anus (toucher rectal). Le médecin peut alors apprécier le volume de la prostate, la régularité des contours et la consistence de la glande. Comme la plupart des cancers se développent dans la zone périphérique postérieure de la prostate, ils peuvent donc être accessibles au toucher rectal. La prostate normale est souple. En cas de cancer, le toucher rectal peut montrer une induration, localisée ou étendue, respectant ou non les contours de la prostate.

PSA (Prostate Specific Antigen)

L'antigène spécifique prostatique (PSA) est un marqueur tumoral utilisé pour la détection du cancer de la prostate. Le PSA est spécifique de la prostate et non du cancer. La taux de PSA dans le sang est exprimé en nanogramme par millilitre (ng/ml) et le résultat est habituellement considéré comme normal si le taux est inférieur à 4ng/ml. Il existe différentes possibilités d'une élévation du taux de PSA : adénome de la prostate, prostatite, rapport

sexuel, toucher rectal, échographie endorectale, et un taux élevé n'est pas nécessairement lié à un cancer de la prostate.

Un taux supérieur à 4 ng/ml est considéré comme limite ou suspect selon l'âge du patient et le volume de la prostate. Dans certains cas, le médecin choisit de surveiller l'évolution dans le temps du taux de PSA sans nécessairement effectuer de traitement. La plupart du temps, une biopsie de la prostate sous contrôle échographique est effectuée. Le taux de PSA est également utilisé pour suivre l'efficacité des traitements. L'augmentation du taux de PSA après traitement (chirurgie, radiothérapie ou traitement hormonal) est habituellement le signe d'une récidive ou d'une inefficacité du traitement.

Bilan d'extension du cancer

Le toucher rectal, l'échographie et la ponction de biopsie de prostate donnent des renseignements sur l'extension locale. Il existe également d'autres méthodes de diagnostic, moins fréquemment utilisées. Ainsi, la scintigraphie osseuse recherche des métastases. Le scanner recherche une atteinte ganglionnaire lombo-aortique ou iliaque externe. Il est habituellement considéré comme peu performant au niveau prostatique car il ne montre pas la capsule de la glande. L'IRM permet de préciser l'état des ganglions et de la capsule prostatique.

1.3.3.3 Conclusion sur les méthodes de diagnostic du cancer de la prostate

Dans ce paragraphe, nous avons vu les différentes méthodes permettant de diagnostiquer le cancer de la prostate. Ces méthodes sont généralement complémentaires. La biopsie permet de déterminer réellement la présence de cellules cancéreuses dans la prostate lorsque un cancer est suspecté. Sa précision et sa réussite sont déterminantes dans le diagnostic du cancer. Une amélioration d'une telle procédure permettrait de fiabiliser encore plus la détection du cancer et d'améliorer la qualite de vie du patient. Cette amélioration est surtout liée à la précision de la localisation des biopsies réalisées dans la prostate. Nous verrons dans la partie 1.4 quelles sont les principales sources de mouvements et déformations dans l'environnement anatomique et chirurgical lors d'une biopsie.

1.3.4 Traitements du cancer de la prostate

Nous détaillons dans ce paragraphe les principaux traitements possibles pour le cancer de la prostate : la chirurgie, la radiothérapie, la curiethérapie et les traitements hormonaux [ANA01]. Les traitements majoritairement choisis sont la chirurgie et la radiothérapie. D'autres traitements alternatifs sont proposés : nous nous attarderons tout particulièrement à la description de la curiethérapie (paragraphe 1.3.4.1), méthode utilisée en France depuis une dizaine d'années et qui présente une alternative intéressante pour la qualité de vie par rapport aux méthodes de traitement traditionnelles. La curiethérapie est notamment pratiquée au CHU de Grenoble et nous avons ainsi pu établir des échanges à ce sujet avec les urologues à propos de cette thèse.

1.3.4.1 Curiethérapie de la prostate

La curiethérapie est actuellement une alternative aux traitements standard que sont la prostatectomie radicale et la radiothérapie externe dans les formes localisées de cancer de prostate. Les critiques apportées à ces traitements standard proviennent d'études qui montrent une morbidité significative mais différente selon le traitement retenu (complications essentiellement rectales et urinaires après radiothérapie et essentiellement sexuelles et urinaires après chirurgie). Au cours de ces dernières années, le renouveau des techniques de curiethérapie prostatique est lié à l'apport de l'échographie endorectale et aux nouvelles générations de logiciel de calculs de dosimétrie. Les équipes pionnières (principalement américaines) utilisant ces techniques publient les premiers résultats à long terme (une dizaine d'années). Ceux-ci semblent équivalents en terme de contrôle tumoral aux résultats rapportés après chirurgie dans les mêmes indications. Le recul de la curiethérapie en France est inférieur à 5 ans. La faible morbidité à long terme de la curiethérapie représente son intérêt majeur et est à l'origine de la forte attraction de ce traitement de la part des patients. De plus, elle est pratiquée le plus souvent dans le cadre d'une courte hospitalisation ou en ambulatoire. Elle est indiquée pour les tumeurs de prostate localisées à faible risque.

Principe de la curiethérapie :
La curiethérapie consiste à introduire des grains radioactifs dans un organe ciblé afin de délivrer une irridiation précise, homogène et efficace. Pour la curiethérapie de la prostate, les limites de cette cible comprennent la capsule prostatique, une zone de 5 mm au-dessus de la base et de 5 mm au-dessous de l'apex. Au-delà de ces limites, l'irradiation décroît très rapidement et la dose prescrite n'est plus délivrée, ce qui permet de limiter l'irradiation des organes sains du voisinage (base vésicale, face antérieure du rectum et urètre prostatique). Techniquement, la mise en place précise des sources radioactives est indispensable pour réaliser une couverture optimale et homogène de la cible. Du fait de la faible énergie des grains radioactifs, la pénétration tissulaire est limitée (les grains radioactifs utilisés sont des grains d'iode 125 : leur énergie moyenne est de 30 keV). Ceci est un avantage en terme de protection des organes sains et de radioprotection pour la manipulation des sources mais un inconvénient en terme de placement des sources qui ne peut être approximatif sous peine d'obtenir une répartition inhomogène de la dose prescrite.

L'indication idéale doit tenir compte de plusieurs facteurs fondamentaux :

1. La tumeur doit être strictement intra-glandulaire.
   L'indication idéale pour une curiethérapie est une tumeur avec un risque d'extension extraprostatique minime. Ceci implique un volume tumoral faible, un taux de PSA inférieur ou égal à 10 ng/ml et pour la mesure histologique du grade du cancer, un score de Gleason inférieur ou égal à 6.
2. Le placement des sources doit être techniquement faisable.
   Un volume prostatique supérieur à 50 cc pose des problèmes lors de l'implantation des grains, du fait du risque fréquent d'interférence avec la symphyse pubienne pour la mise

en place des aiguilles dans les zones prostatiques antéro-latérales et du nombre trop important d'implants nécessaires. En cas de volume prostatique supérieur à 50 cc, le médecin choisit généralement une autre option thérapeutique ou opte parfois selon les patients pour un traitement hormonal d'au moins 3 mois pour faire diminuer le volume.

3. Le risque de complication attendu doit être limité. Il existe des facteurs prédictifs de complications après curiethérapie, notamment les antécédents de résection endoscopique ou d'adénomectomie et l'existence de troubles mictionnels initiaux.

Protocole :
Généralement, le programme de curiethérapie prostatique comprend un urologue, un radiothérapeute, un physicien ainsi que le personnel infirmier (protocole effectif au CHU de Grenoble). Une étude volumétrique échographique est réalisée en ambulatoire environ 1 mois avant l'intervention afin de pouvoir préparer le nombre de grains radioactifs nécessaires pour le jour de l'intervention. L'implantation est réalisée sous anesthésie générale. Le patient est positionné en position gynécologique. Le médecin introduit une sonde échographique dans le rectum du patient. Celle-ci est fixée sur un support à crémaillère qui l'immobilise et permet de la bouger mécaniquement sur l'axe antéro-postérieur de 5 mm en 5 mm. Les coupes échographiques transversales espacées de 5 mm sont réalisées de la base à l'apex prostatique. Les images enregistrées sont transférées sur l'ordinateur du physicien où elles sont traitées à l'aide d'un logiciel de dosimétrie spécifique. Les limites de la prostate, de la face antérieure du rectum, de l'urètre et de la vessie sont segmentées sur chaque coupe par l'urologue. L'étude dosimétrique réalisée par le physicien et le radiothérapeute doit, en fonction de la position intra-prostatique d'implants radioactifs (qui tient compte de la situation de l'urètre, de la vessie et du rectum), délivrer une dose homogène à l'ensemble du volume délimité pour l'irridiation. La dose de prescription est de 144 grays pour l'iode 125, avec une contrainte sur la dose reçue par chaque structure anatomique (prostate, urètre et rectum principalement). Un plan d'implantation est donné par le physicien à l'issue de la volumétrie précisant la situation des implants dans la glande prostatique, le nombre d'aiguilles vectrices nécessaires avec les coordonnées orthonormées et le nombre d'implants par aiguille.

Les aiguilles sont implantées les unes après les autres par l'urologue, du plan de base jusqu'à l'apex. Pour déterminer leur point d'insertion, une grille de repérage est utilisée. Le contrôle échographique de l'implantation permet de positionner chaque aiguille sur les coordonnées prédéfinies dans le plan sagittal et longitudinal. La vitesse d'insertion de chaque aiguille est donc assez lente pour que l'urologue puisse contrôler la position de l'aiguille pendant son insertion. Par ailleurs, l'urologue peut être amené à courber l'aiguille pour éviter des parties sensibles ou un obstacle comme la symphyse pubienne par exemple. Les grains radioactifs sont ensuite implantés par le radiothérapeute en fonction du plan d'implantation. Dans le protocole réalisé à Grenoble, toutes les aiguilles périphériques et les grains qu'elles contiennent sont tout d'abord implantées, puis les aiguilles centrales. Le schéma de la figure 1.5 montre la configuration autour du patient lors d'une curiethérapie de prostate.

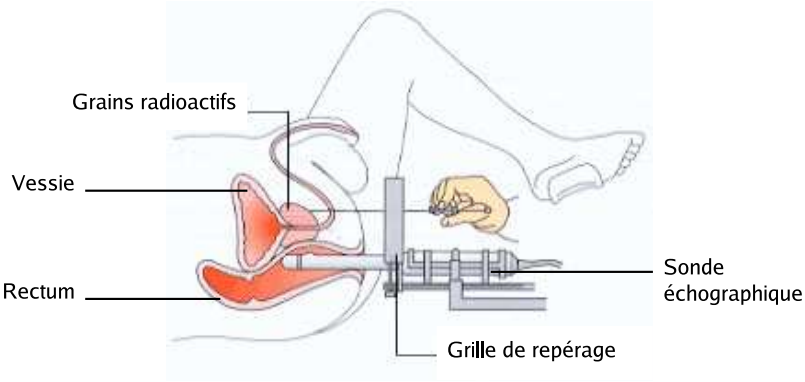


Fig. 1.5: *Réalisation d'une curiethérapie de la prostate par échographie endo-rectale. Les grains radioactifs sont implantés dans la prostate à l'aide d'aiguilles. La localisation d'insertion des aiguilles s'effectue à l'aide d'une grille de repérage attachée à la sonde échographique.*

La figure 1.6 illustre le déroulement de la procédure.

En fin d'implantation, un contrôle radiologique par amplificateur de brillance permet de vérifier l'homogénéité de répartition des implants et de compléter si nécessaire par la mise en place d'implants supplémentaires dans les zones insuffisamment couvertes. Le patient reste hospitalisé 48 heures et la sonde vésicale est enlevée au bout de 24 heures. Un mois après l'implantation, un scanner prostatique est réalisé pour contrôler la dosimétrie.

Résultats et apports de la curiethérapie :
De nombreux critères ont été utilisés pour apprécier l'efficacité du traitement, qu'il s'agisse de la survie globale avec ou sans métastase, ou encore du contrôle local analysé cliniquement, par biopsie ou dosage du PSA. Actuellement, l'accord se fait pour penser que le meilleur critère est représenté par le dosage du PSA en retenant comme échec trois élévations succesives du taux de ce marqueur. Les principales complications de la curiethérapie prostatique sont d'un point de vue urinaire.

La curiethérapie prostatique est une modalité thérapeutique efficace dans des indications sélectionnées, bien tolérée avec une faible morbidité. Elle est indiquée en alternative à la chirurgie et à l'irridiation externe dans les tumeurs de bon pronostic. Le recul sur les résultats de cette méthode de traitement reste néanmoins plus faible qu'avec les traitements standard.

La technique actuelle de curiethérapie en France nécessite de réaliser la planification sur des images échographiques dont la résolution est encore faible. Il existe ainsi une incertitude sur la définition du volume cible, volume calculé à l'aide de la segmentation de l'urologue sur les images acquises en début de curiethérapie. Les déformations subies par la prostate ne sont pas prises en compte par l'urologue pour réaliser ses segmentations. La patient est

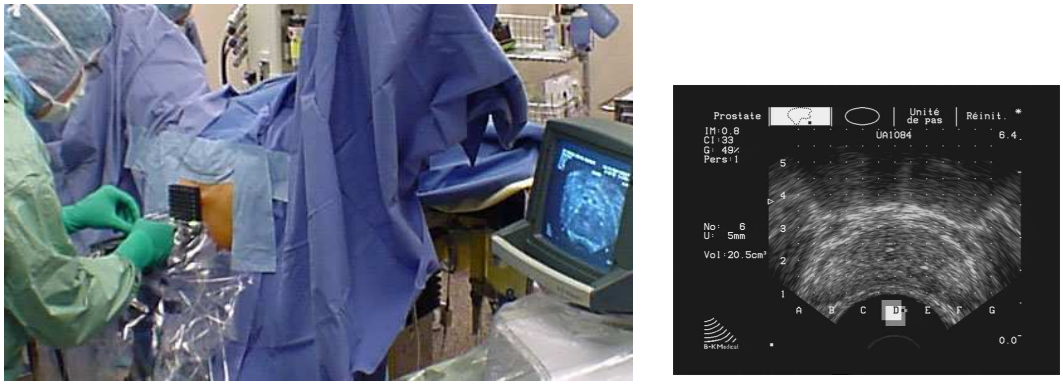


Fig. 1.6: *Réalisation d'une curiethérapie de la prostate par échographie endorectale. La photo de gauche est prise au bloc opératoire lors d'une curiethérapie réalisée sous échographie endorectale, la photo de droite représentant une image échographique endorectale de la prostate.*

supposé immobile durant l'opération. Par ailleurs, il existe d'autres sources d'incertitudes sur la localisation correcte des grains radioactifs, incertitudes liées en particulier aux déplacements et aux déformations de la prostate lors de l'introduction des aiguilles servant à introduire et positionner les grains d'iode.

Nous reviendrons sur les différentes sources à l'origine du déplacement et des déformations de la prostate lors d'une curiethérapie dans la partie 1.4 et sur l'apport qu'une simulation pré ou per-opératoire de cette mobilité et déformabilité peut fournir à la précision du geste. Auparavant, nous décrivons brièvement les autres traitements du cancer de la prostate, traitements qui peuvent également être concernés, mais de manière indirecte, par la modélisation et les simulations réalisées dans cette thèse mais qui sont moins sujets à des modifications de la position et de la forme de la prostate au cours du temps.

1.3.4.2 Autres traitements du cancer de la prostate

Les autres traitements du cancer de la prostate sont principalement la chirurgie et la radiothérapie, traitements qui sont encore aujourd'hui des traitements standards pour ce type de cancer.

Chirurgie

Résection trans-urétrale de la prostate :

Cette intervention est habituellement faite en cas d'adénome bénin de la prostate. En cas de cancer, elle représente alors un traitement palliatif des troubles urinaires liés à l'obstruction due à une évolution locale de la maladie. La résection permet la reprise ou l'amélioration des mictions mais doit être associée à un traitement approprié du cancer.

Prostatectomie radicale :

Cette opération enlève toute la prostate et les vésicules séminales. L'intervention n'est faite que si le médecin pense, après le bilan d'extension, que le cancer ne dépasse pas les limites de la prostate. La chirurgie se passe sous anesthésie générale ou sous anesthésie péridurale. Depuis une dizaine d'années, une nouvelle approche utilisant la laparoscopie a également été développée, et plus récemment, une approche robotisée. L'hospitalisation dure habituellement de 3 à 15 jours selon les cas. Le taux d'impuissance est de 60-90% à 1 an après l'intervention (30-40% chez les sujets jeunes ayant une lésion très localisée). Le taux d'incontinence complète post-opératoire est inférieur à 5-10%. La mortalité de la prostatectomie totale est inférieure à 1%. La survie à long terme sans récidive tumorale est l'objectif poursuivi par une opération comme la prostatectomie radicale. Le pourcentage de survie à 15 ans des tumeurs de stade localisé est dans l'ensemble comparable à celui de la survie d'une population du même âge n'ayant pas de cancer de la prostate.

Radiothérapie externe

La radiothérapie utilise des rayons à haute énergie et des particules (électrons, protons) pour détruire les cellules cancéreuses. La radiothérapie est utilisée pour les cancers qui sont localisés à la prostate, ou qui ont atteint les tissus voisins. Si la lésion est plus évoluée (métastasique), la radiothérapie peut être utilisée pour diminuer le volume de la tumeur ou éviter des complications locales (rétention urinaire, compression...).

Le rayonnement produit par une source externe est focalisé sur la prostate après que celle-ci ait été précisémment localisée. Selon les cas, le volume à irradier peut être soit limité à la prostate, soit étendu aux ganglions régionaux, soit aux ganglions lombo-aortiques. La nécessité de délivrer des doses importantes pour stériliser la tumeur impose des techniques d'irradiation extrêmement minutieuses. L'association d'une hormonothérapie, avant et quelques mois après la radiothérapie, peut améliorer les résultats.

Le traitement est indolore et nécessite une séance par jour 5 jours par semaine pendant 7 à 8 semaines, chaque séance durant quelques minutes. La fréquence des effets secondaires précoces et des complications de l'irradiation dépend de la technique et de la qualité de l'irradiation. Les complications peuvent être rectales, éventuellement urinaires. Le taux d'impuissance après radiothérapie externe varie de 10 à 50%. Un perfectionnement récent de la radiothérapie externe, la radiothérapie conformationnelle, améliore l'efficacité du traitement tout en diminuant les effets secondaires grâce à un système sophistiqué qui permet d'adapter la forme du rayon à la forme de la prostate quelque soit l'incidence du rayon lors du traitement. Cette technique n'est pour l'instant utilisée que dans quelques centres en France.

Traitements hormonaux

Le traitement hormonal est utilisé chez les patients dont le cancer s'étend au-delà des limites de la prostate ou a récidivé après un traitement initial. Il peut cependant être également utilisé dans certains cas de cancers localisés à la prostate, pour diminuer le volume de la prostate

avant ou pendant un autre mode de traitement (avant radiothérapie ou curiethérapie), ou à titre palliatif chez des patients très âgés.

Le but du traitement hormonal est de diminuer le taux des hormones mâles (androgènes). La testostérone est l'hormone principale. Elle est produite par les testicules et stimule la prolifération des cellules prostatiques cancéreuses. La testostérone est synthétisée sous l'influence de la LH (Luteinizing Hormone), hormone produite par l'hypophyse et elle-même induite par la LR-RH (Luteinizing Hormone-Releasing Hormone) produite par l'hypothalamus. L'objectif du traitement hormonal est de s'opposer à l'action des hormones mâles qui stimulent la prostate, soit par castration chirurgicale, soit par l'administration d'agonistes de la LH-RH, ou par le recours à un anti-androgène dans le cadre palliatif (par administration d'œstrogènes).

La diminution du taux de testostérone, obtenue par le traitement hormonal, bloque donc la prolifération des cellules cancéreuses et diminue le volume de la prostate. Cependant, le traitement hormonal n'a qu'un effet transitoire, d'une durée variable, et bloque la prolifération du cancer sans le guérir.

Choix des traitements

Le stade du cancer est l'un des principaux facteurs pour choisir le type de traitement, mais la décision est prise individuellement, pour chaque patient, en fonction de son âge, de son état de santé, de ses objectifs et de son sentiment vis à vis des effets secondaires éventuels. Les patients les plus âgés ou ceux ayant une autre affection grave peuvent choisir un traitement qui va simplement éviter les symptômes et les complications, et choisir la surveillance ou le traitement hormonal. La radiothérapie permet d'obtenir des résultats équivalents à la prostatectomie totale à 5 ou 10 ans. La chirurgie est souvent plus indiquée pour les patients plus jeines qui doivent envisager les résultats du traitement à 10 ou 20 ans.

1.3.5 Conclusion sur les méthodes de diagnostic et de traitement du cancer de la prostate

Dans cette partie, nous avons décrit les différentes méthodes actuelles de diagnostic et de traitement du cancer de la prostate. Nous avons notamment détaillé les deux gestes auxquels nous allons particulièrement nous intéresser dans la suite de ce manuscrit : la biopsie et la curiethérapie de prostate. La description des ces gestes nous a permis de répertorier les organes et instruments appartenant à l'environnement de la prostate. Dans la prochaine partie, nous allons quantifier l'influence de chacun de ces éléments sur les mouvements et les déformations de la prostate.

1.4 Mouvements et déformations de la prostate dans son environnement anatomique et chirurgical

Dans cette partie, nous décrivons les différentes sources à l'origine des mouvements et déformations de la prostate. Concernant le rôle de l'environnement anatomique de la prostate, la littérature sur le sujet a essentiellement été réalisée lors de traitements de patients par radiothérapie. Les mouvements et déformations de la prostate ont été analysés et quantifiés principalement afin d'améliorer la définition des zones irradiées. Le positionnement du patient pour une séance de radiothérapie est effectivement quasi-exclusivement basé sur une localisation indirecte via les structures osseuses du pelvis et il s'agissait donc de quantifier les mouvements de la prostate par rapport à ces structures osseuses visibles sur des radiographies.

Dans le paragraphe 1.4.2, nous revenons sur le rôle des organes situés autour de la prostate. Dans le paragraphe suivant (paragraphe 1.4.3), nous nous intéressons aux mouvements et déformations liés aux instruments principalement utilisés en biopsie et en curiethérapie : la sonde échographique et les aiguilles. Avant de quantifier et de localiser les sources de modifications de l'environnement de la prostate, nous revenons dans un premier paragraphe sur les différentes méthodes utilisées pour analyser les déplacements et déformations de la prostate.

1.4.1 Mesures des déplacements et déformations de la prostate

Différentes méthodes de mesure ont été proposées afin de quantifier les mouvements et les déformations de la prostate. Leurs précisions sont différentes et sont fortement liées à la difficulté de leur mise en œuvre : plus une méthode est compliquée à mettre en place, meilleure sera sa précision. La majorité des études réalisées sur les mesures des déplacements et des déformations de la prostate empruntent néanmoins un protocole similaire, ce qui permet d'obtenir des résultats généralisables. Les données exploitées sont principalement des radiographies ou des images scanner. Quelques études s'intéressant à la dynamique des mouvements ont utilisé des images IRM.

1.4.1.1 Les différentes méthodes de mesure

Deux méthodes principales de mesure sont utilisées pour quantifier les mouvements de la prostate :

- Mesure des variations de la position du barycentre de la prostate relativement à l'anatomie des os,
- Mesure des positions de marqueurs ou des frontières de la prostate relativement aux os également.

La première mesure donne une estimation d'un mouvement global de la prostate par rapport à un barycentre défini arbitrairement lors des expériences. La plupart du temps, les études utilisant ce type de mesures concluent que la prostate varie en position mais ne change pas de forme, ce qui a pourtant été démontré à l'aide d'études physiologiques par exemple par [FMH*93].

Les méthodes mesurant les variations sur les frontières de la prostate (à l'aide de marqueurs ou bien par segmentation sur les images médicales) sont souvent plus représentatives des déformations et déplacements qui ont effectivement lieu lors des expériences mais elles sont généralement plus difficiles à mettre en oeuvre car il faut pouvoir suivre les repères anatomiques au cours du temps.

Dans la suite de cette partie, nous ne préciserons pas la méthode de mesure utilisée mais nous distinguerons les expériences portant sur les *déplacements* de la prostate et celles portant sur ses *déformations*.

Concernant les déformations de la prostate, quelques études ont été publiées ces dernières années sur le sujet. Nous pouvons surtout noter que l'utilisation d'images IRM dynamiques a été un facteur technologique déterminant afin de repérer les déformations au cours du temps [PKS*99, MCKS00, MFM*02, KON*02, GJS*05].

1.4.1.2 Les déplacements mesurés

Les déplacements de la prostate sont généralement mesurés dans trois directions distinctes :

- Antéro-Postérieur (du ventre vers le dos) : AP,
- Supérieur-Inférieur (de la tête vers les pieds) : SI,
- Latérales (Gauche-Droite) : GD.

Nous verrons dans la suite de cette partie que les déplacements mesurés dans la direction GD sont majoritairement moins importants que ceux mesurés dans les directions AP et SI, indépendamment de l'immobilisation ou non du patient. La partie supérieure de la prostate et les vésicules séminales ont tendance à bouger plus librement dans la direction AP que le reste de la prostate [MMF*97].

1.4.2 Mouvements et déformations de la prostate liés à la configuration anatomique

1.4.2.1 Etat de l'art des études portant sur les déplacements et déformations de la prostate

L'influence des structures anatomiques environnantes sur la position et les déformations de la prostate a été répertoriée depuis une quinzaine d'années dans de nombreuses études. Des études motivées par une amélioration de la localisation de la prostate pour la radiothérapie montrent principalement l'influence de la forme et du volume du rectum et de la vessie, organes les plus proches de la prostate (paragraphe 1.4.2.2). Nous notons également les influences de la position du sujet, de l'orientation des jambes et de la respiration (paragraphes 1.4.2.3 et 1.4.2.4).

1.4.2.2 Influence du remplissage du rectum et de la vessie

Comme nous l'avons vu au début de ce chapitre, le rectum et la vessie sont les deux principales structures anatomiques au contact de la prostate. De nombreuses études se sont

intéressées à l'influence de leur remplissage sur la position mais également sur la déformation de la prostate [LJ01, Boo02, PAG*06]. Dans le tableau 1.2, nous répertorions les différentes expériences portant sur la corrélation entre le remplissage du rectum et/ou de la vessie et les mouvements de la prostate.

A la lecture du tableau, nous pouvons distinguer plusieurs informations. Concernant le rectum, il a notamment été montré l'influence de son volume et de sa forme sur le mouvement de la prostate [HFH*91, SCB93, vHBK*95, RFM*95, BKB*96, TMC*98, ARC*98, DMFM98, SdBHV99, ZCM99, PKS*99, KON*02, GJS*05, KBA*06] ainsi que sur ses déformations [MFM*02, GJS*05, WLY06, KBA*06]. Les variations du rectum peuvent être naturelles (présence de gaz) [BKB*96, GSvH*02] ou bien artificielles (ajout d'air ou de liquide) [MMF*97, ZCM99, KON*02] : leurs origines influent sur le type de déformation [KBA*06]. Une augmentation du volume et/ou du diamètre [RFM*95, BKB*96, SdBHV99, KON*02] du rectum sont les principales sources qui entraînent des déplacements de la prostate. Les déplacements sont principalement orientés dans la direction antérieure et/ou postérieure [HFH*91, SCB93, vHBK*95, RFM*95, MMF*97, TMC*98, DMFM98, ZCM99, PKS*99]. La rotation de la prostate due au rectum a également été étudiée [vHBK*95] et est la plus forte dans la direction latérale. Les déplacements moyens dans la direction antéro-postérieure sont d'environ 5 mm avec un maximum pouvant aller jusqu'à 2 cm (pour une prostate mesurant 4 à 5 cm). Dans la direction supéro-inférieure (ou cranio-caudale) les déplacements sont légèrement plus faibles (3 mm) et dans les directions latérales quasi-inexistants (1 mm).

Concernant la vessie, l'influence de son volume sur les déplacements de la prostate a également été étudiée [SCB93, MMF*97, SKK*99, SdBHV99, FHH*04, PAG*06, WLY06, KBA*06] ainsi que l'influence sur les déformations de la prostate [LRvH*04, KBA*06]. Les déplacements dus à la vessie sont principalement orientés dans la direction antéro-postérieure [SCB93, MMF*97] mais également dans la direction supérieure-inférieure [MMF*97]. Une vessie vide semble entraîner moins de mouvements et de déformations de la prostate qu'une vessie pleine [ZCM99, MMF*97] mais [PAG*06] par exemple recommandent d'effectuer les traitements autour de la prostate (en radiothérapie notamment) avec une vessie pleine. Globalement, la vessie semble moins influer sur la position de la prostate que le rectum. Mais cette influence dépend beaucoup de la position du patient, comme nous le verrons au paragraphe suivant.

Premier auteur de l'étude	Nombre de patients	Rectum	Vessie	Déplacement (mm) et directions	Déplacement maximal (mm)
Ten Haken [HFH*91]	50	+30-50 cc	-	AP,SP : 62% > 5 mm	20
Schild [SCB93]	18 11	60 → 180 cc -	- 60 → 180 cc	AP : 17% > 5 mm AP : 9% > 5 mm	17 8
van Herk [vHBK*95]	11	Corrélation	Pleine	AP : 2,7 (SD) / 1,3° GD : 0,9 (SD) / 4,0° SI : 1,7 (SD) / 2,1°	- - -
Roeske [RFM*95]	10	Corrélation	Pleine	AP : 0,4 (SD = 3,9) GD : 0,6 (SD = 0,7) SI : 0,6 (SD = 0,7)	5,3 6,3
Beard [BKB*96]	30	Corrélation	Vide	AP : 3 GD : 1 SI : 1	13 5 8
Melian [MMF*97]	13	Injection d'air Corrélation AP, SI	Vide Corrélation AP	AP : 0,7 SD = 4,0 GD : 0,3 SD = 1,2 SI : 0,4 SD = 3,1	- - -
Tinger [TMC*98]	8	Corrélation avec le volume (AP)	Pleine	AP : -0,5 (SD = 2,6) GD : 0 (SD = 0,9) SI : -1,5 (SD = 3,9)	AP : 2,3 GD : -1,4 SI : 7,8
Antolak [ARC*98]	17	Corrélation avec le volume	Pleine	AP : 3,6 (SD) GD : 0,7 (SD) SI : 3,6 (SD)	- - -
Dawson [DMFM98]	6	Corrélation	Vide (AP)	- -	7,1 9,3
Stroom [SKK*99]	15	Corrélation	Vide ajout 1 l	AP : 2,8 (SD) SI : 2,8 (SD)	- -
Stroom [SdBHV99]	15	Corrélation	Corrélation	AP : 2,1 (SD) SI : 1,7 (SD)	- -
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Premier auteur de l'étude	Nombre de patients	Rectum	Vessie	Déplacement (mm) et directions	Déplacement maximal (mm)
Zelefsky [ZCM99]	50	Injection d'air 10 cm^3 Corrélation	Vide	AP : -1,2 (SD = 2,9) GD : -0,6 (SD = 0,8) SI : -0,5 (SD = 3,3)	- - -
Padhani [PKS*99]	55	Corrélation (AP)	-	6 > 10 mm 7 entre 5 mm et 10 mm 20 < 5 mm AP : -3	14
Komiyama [KON*02]	10	Correlation (diamètre AP) direction SI	-	AP : 2,6 (SD = 1,9) GD : 1,0 (SD = 0,8) SI : 1,6 (SD = 1,4)	A : 8,1
Ghilezan [GSvH*02, GJS*05]	6 6	Vide Plein	- -	0,98 / 1,72 0,68 / 1,04	1,72 1,04
Pinkawa [PAG*06]	30	-	Pleine Vide	AP : -1,2 (SD = 3,5) GD : 0,1 (SD = 0,9) SI : 0.0 (SD = 2,4) AP : -1,1 (SD = 4,1) GD : 0,2 (SD = 1,1) SI : -0.8 (SD = 3,4)	
Keros [KBA*06]	1 cadavre	0 → 150 cc -	- 20 cc → 290 cc	AP : 8 AP : 8 mm SI : 4 mm	

Tab. 1.2: *Résumé des différentes expériences portant sur l'étude du mouvement de la prostate.*

[ZCM99] montrent également que la combinaison d'un volume du rectum supérieur à 60 cc et d'un volume de la vessie supérieur à 40 cc conduit quasiment systématiquement à des déplacements de la prostate supérieurs à 3 mm. [KBA*06] observent des déformations pour des extensions simultanées de la vessie et du rectum : la prostate se rétracte dans sa partie antéro-postérieure de 3 mm et s'étire dans la direction inférieure de 2 mm.

Quelques études s'intéressent aussi aux variations du volume de la prostate au cours du temps, notamment afin d'améliorer la précision des traitements par radiothérapie (et ne pas irradier des zones non ciblées). Ainsi, [RFM*95] observent que le volume de la prostate peut varier entre -20% et +20%. [IFAM97] trouvent une variation moyenne de 14% (avec un maximum à 28%). [TMC*98] mesurent des volumes variant entre 3% et 11%. Cette variation de volume peut néanmoins être liée au traitement de radiothérapie lui-même. Dans le cas de biopsie et surtout de curiethérapie où l'intervention est longue, la variation du volume de la prostate est souvent observée à cause de l'hématome créé par les aiguilles. En plus de ces modifications volumiques au cours du temps, [ARC*98] font remarquer que les volumes de prostate peuvent varier du simple au double d'un patient à l'autre.

Mis à part le rectum et la vessie, d'autres éléments de l'environnement anatomique influencent la position et la forme de la prostate. Dans les deux prochains paragraphes, nous décrivons l'influence de la position du patient et de sa respiration, qui, s'ils sont moins influants que le rectum et la vessie, ont des effets non négligeables.

1.4.2.3 Influence de la position du patient

La position du patient influe également sur les mouvements et déformations de la prostate. Quelques études corrèlent notamment la position du patient et l'influence du rectum et de la vessie. L'influence de la vessie semble quasiment inexistante lorsque le patient est sur le dos [vHBK*95, BKB*96, ARC*98]. Néanmoins elle est plus importante que lorsque le patient est sur le ventre [MMF*97, ZCM99, KON*02]. Quant au rectum, son influence est plus prononcée lorsque le patient est sur le ventre [KON*02, KSS*02]. Nous pouvons noter ici que ces observations concernent la position de la prostate. Concernant les déformations, la gravité joue un rôle important sur la forme de la prostate, selon le poids des organes qui sont situés au-dessus d'elle. Enfin, nous pouvons également noter l'article de [BMMA00] qui étudie l'influence de la pression due à la table sur laquelle le patient est positionné. La table semble ainsi influer sur la position relative des organes les uns par rapport aux autres et son effet doit être directement lié avec celui de la gravité et de la position du patient.

Quelques études [MKL*93, vHBK*95] évoquent également le rôle de la position des jambes par rapport aux patients et étudient la corrélation entre la position des os et celle de la prostate. Les déplacements enregistrés montrent bien une influence mais celle-ci reste peu significative.

1.4.2.4 Influence de la respiration

Avec l'utilisation de séquences IRM dynamiques, quelques études se sont intéressées à l'influence de la respiration sur les mouvements de la prostate [MCKS00, KON*02, KSS*02].

Malone et al. [MCKS00] ont suggéré que la respiration pouvait avoir une influence sur les mouvements de la prostate. Les résultats qu'ils trouvent donnent un déplacement de la prostate dans la direction antéro-postérieure égale à 1,6 mm (SD = 1,1) et un déplacement dans la direction supéro-inférieure de 2,9 mm (SD = 1,7), en corrélation avec la direction du mouvement du diaphragme.

[KON*02] se sont également intéressés à l'influence de la respiration sur les mouvements de la prostate. Leurs mesures donnent des déplacements dans la direction supéro-inférieure de 18 mm (SD = 10). L'influence de la respiration semble plus importante lorsque le patient est positionné sur le dos [KON*02, KSS*02].

Enfin, [KBA*06] étudient l'influence des volumes du poumon sur la position de la prostate. Pour cela, ils ont gonflé les poumons d'un cadavre avec 520 cc d'air. Ils observent des déplacements de 5 mm dans la partie supérieure de la prostate et de 5 mm également dans la direction antéro-postérieure. Les auteurs notent également que la vessie et les poumons ont un effet similaire sur le déplacement de la prostate mais qu'ils vont à l'encontre de l'influence du rectum.

1.4.2.5 Conclusion sur l'influence de l'environnement anatomique

Dans ce paragraphe, nous avons décrit l'influence de l'environnement anatomique de la prostate sur sa position et sa forme. Les influences du rectum et de la vessie sont plus marquées mais d'autres paramètres rentrent en jeu, notamment la respiration. Les déplacements et déformations mesurés sont significatifs puisqu'ils représentent en moyenne entre 10 et 20% de la taille de la prostate. Nous pouvons noter que les influences mesurées se combinent dans la plupart des cas et l'influence d'un seul élément ne peut être considérée sans prendre en compte celles des autres éléments [KBA*06]. Le rectum influe ainsi le plus sur la position et la forme de la prostate mais il est lui-même influencé par la vessie et plus en amont les poumons. Des variations occurant sur la forme du rectum et de la vessie au cours d'une biopsie ou d'une curiethérapie sont dans la plupart des cas probables et doivent donc être prises en compte dans la réalisation des gestes. Dans la suite de cette thèse, nous nous attacherons à modéliser les déformations au cours des interactions entre les organes, couplées avec celles des instruments, que nous présentons dans le prochain paragraphe.

1.4.3 Mouvements et déformations de la prostate liés à son environnement médical

Deux instruments chirurgicaux sont principalement utilisés pour réaliser la biopsie et la curiethérapie : une sonde échographique et des aiguilles. Nous répertorions dans ce paragraphe les différentes études qui ont relevé et/ou quantifié l'influence de ces deux instruments sur la position et la forme de la prostate. Dans le paragraphe 1.4.3.1, nous décrirons les études s'intéressant à l'influence d'une sonde endorectale. Dans le paragraphe 1.4.3.1, nous détaillerons les études mesurant l'influence des aiguilles sur les mouvements et déplacements de de la prostate.

1.4.3.1 Influence de la sonde échographique

Quelques études se sont intéréssées à l'influence d'une sonde échographique sur les positions et déformations des organes [TE03, ASL*04, PAG*06]. [ASL*04] étudient ainsi l'influence de la pression d'une sonde positionnée sur l'abdomen du patient. Ils ont enfoncé la sonde verticalement dans l'abdomen du patient avec un déplacement maximal compris entre 3 et 6 cm. Avec 3 cm d'enfoncement, la prostate avait bougé de plus de 5 mm chez les 11 patients de l'étude. Ils en concluent que pour que les images soient de bonne qualité, la sonde ne peut pas se déplacer de plus de 1,2 cm, ce qui entraîne en moyenne une déformation de 3,1 mm de la prostate, données confirmées par [PAG*06].

Dans les biopsies et les curiethérapies, c'est une sonde endorectale qui est utilisée. Elle est donc introduite dans le rectum du patient afin de réaliser les images échographiques nécessaires à la précision du geste de l'urologue. Comme nous l'avons vu au paragraphe précédent, la forme et le volume du rectum influent sur la position et les déformations de la prostate. A notre connaissance, aucune étude n'a pour l'instant été publiée sur l'influence d'une sonde échographique endorectale. Au cours d'une étude réalisée au sein de l'équipe GMCAO [Fou03], des mesures ont été effectuées indirectement sur l'influence de la sonde échographique en observant les déformations et les mouvements de la prostate lorsque le volume du rectum augmente. Les résultats indiquent une translation dans la direction antéro-postérieure principalement d'environ 5 mm. Les déformations de la prostate observées lors de cette expérience sont très faibles et pas quantifiables. Il semblerait que l'importance des déformations est liée à la taille de la prostate, une prostate de taille importante se déformant plus qu'une prostate de petite taille.

L'étude de cette influence lors de la réalisation de biopsies et de curiethérapies est effectivement difficile sans l'utilisation d'un autre moyen d'imagerie. Il n'est pas facile de mesurer les déformations sur des images qui proviennent du moyen d'imagerie lui-même. Des études ont néamoins été effectuées en plus grand nombre pour des antennes endorectales IRM. Ainsi [KNP*04] montrent qu'une antenne endorectale rigide compresse la prostate dans la direction antéro-postérieure de 1,2 mm en moyenne (alors qu'une antenne en forme de ballon la compresse de 4,7 mm). Dans les directions latérales, les déplacements sont de 1,5 mm et 6,1 mm respectivement pour l'antenne rigide et celle en forme de ballon. Enfin la rotation de la prostate dans la direction antérieure est en moyenne de 19°.

[RHDG01] observent qu'une antenne endorectale « ballon » est gonflée d'environ 100 cc pour réaliser les IRM et localiser la tumeur alors que lors de la curiethérapie, la sonde endorectale échographique n'a pas la même forme et ne déforme donc pas de la même manière la prostate, compliquant la localisation de tumeurs pendant une curiethérapie. Les auteurs essaient de quantifier les déplacements dus à l'augmentation du volume de l'antenne et donnent des valeurs moyennes d'environ 6 à 7 mm sur chaque côté de la prostate. [vLvdVW*05] proposent également une étude comparative et retrouvent des déplacements similaires à [RHDG01] (AP : 4,7 mm, GD : 3,1 mm et SI : 2,6 mm). Enfin, ces observations sont reprises par [BMHJ06] qui proposent un modèle biomécanique de la prostate afin d'analyser les déformations dues au rectum et pouvoir les utiliser dans un modèle déformable pour recaler les images. [AGP*06]

proposent également un modèle biomécanique et une méthode de recalage des images pour compenser les déformations induites par la sonde échographique pendant la curiethérapie. Nous pouvons également citer les travaux de [BHH*01, HBh*02] sur le recalage d'images IRM.

Les études portant sur l'influence de la sonde échographique sont encore peu nombreuses. L'introduction d'une sonde échographique endorectale entraîne une augmentation du diamètre et du volume du rectum. Comme nous l'avons vu au paragraphe 1.4.2.2, la forme du rectum influe sur les mouvements et déformations de la prostate. L'influence de la sonde échographique via la déformation du rectum représente donc une source de mouvements et de déformations de la prostate. Lors de la biopsie, l'inclinaison forte de la sonde pour réaliser une biopsie déforme directement la prostate. Lors d'une curiethérapie, la sonde est insérée dès le début de la procédure et parallèlement à la paroi du rectum : son influence varie peu au cours du temps mais la présence de la sonde dans le rectum entraîne une augmentation du volume de celui-ci et donc influe sur la forme de la prostate. Dans le prochain paragraphe, nous allons voir comment cette influence est combinée avec celle des aiguilles lors d'une biopsie ou d'une curiethérapie.

1.4.3.2 Influence de l'aiguille

L'autre instrument principalement utilisé lors de biopsie ou curiethérapie est une aiguille. L'étude de son influence reste encore très complexe à réaliser. Les moyens d'imagerie actuels ne permettent pas encore de localiser en temps réel et avec précision les déformations de la prostate liées à l'insertion d'une aiguille.

Les mouvements de la prostate après l'insertion d'aiguilles peuvent néanmoins être mesurés. Ainsi, [RSH*01] étudient l'influence de l'insertion d'aiguilles sur le mouvement, la distortion et la déformation de la prostate sur 19 patients pendant une curiethérapie. Ils observent tout d'abord une augmentation du volume de la prostate de 47 cc (21,5 à 68,7 cc) à 48,1 cc (19,4 à 80,3 cc) après le placement des aiguilles périphériques (en moyenne 16 aiguilles sont implantées). La base de la prostate a bougé en moyenne de 1,5 cm (entre 0 et 3 cm). Pour les déformations selon chaque coupe transversale, une moyenne de 6,8 mm dans le sens horizontal et une moyenne de 3,6 mm dans le sens vertical sont trouvées.

Les déformations induites par l'insertion d'une aiguille dans un organe comme la prostate sont maintenant connues par la communauté médicale. Elles dépendent principalement :

- du type de geste effectué :
  - en curiethérapie, l'aiguille est insérée à la main par l'urologue et est guidée par une grille de repérage : la localisation de l'aiguille est importante et l'insertion est lente. Une augmentation du volume prostastique liée à l'hématome causé par les aiguilles est une donnée à prendre en compte. Le nombre d'aiguilles insérées en même temps dans la prostate de même que leur disposition peuvent également jouer sur la mobilité de la prostate.

  - en biopsie, l'aiguille est insérée à l'aide d'un pistolet monté sur la sonde échographique : le geste est transrectal et rapide. L'interaction entre l'aiguille et les tissus est courte mais met en jeu des forces importantes. A cause de sa vitesse élevée, l'aiguille se courbe très peu, au contraire de la curiethérapie où l'urologue joue sur la flexibilité de l'aiguille pour la positionner correctement.
- du type d'aiguille utilisé :
  - en curiethérapie, plusieurs types d'aiguilles peuvent être employés selon le protocole utilisé. Les aiguilles permettent néanmoins toutes de délivrer les grains radioactifs.
  - en biopsie, l'aiguille permet de prélever un échantillon de tissu prostatique. L'embout est donc spécialement adapté à ce geste et possède une forme particulière.
  - comme nous le verrons au chapitre 4 sur la modélisation des aiguilles, la forme géométrique de l'extrémité de l'aiguille influe sur le type de déformations engendrées sur le tissu.
- de la localisation de l'insertion ainsi que l'orientation de l'aiguille : selon l'épaisseur de tissus à transpercer et l'orientation d'insertion de l'aiguille, l'impact de celle-ci sur la forme et la position de la prostate ne sera pas le même :
  - en biopsie, l'insertion de l'aiguille s'effectue par la paroi du rectum, avec une orientation parallèle à celle de la sonde échographique.
  - en curiethérapie, l'insertion de l'aiguille s'effectue par le périnée et l'ensemble des aiguilles ainsi que la sonde échographique ont globalement la même direction.

Concernant les articles portant sur la prédiction de ces déformations dans le cas de la prostate, nous pouvons citer le modèle 3D basé sur une méthode des éléments finis proposé par [KYO04] afin de prédire les déformations de la prostate dues à une aiguille pendant une curiethérapie. D'autres méthodes de modélisation de l'insertion de l'aiguille dans des tissus mous seront développées au chapitre 4. Ces modèles ne s'intéressent néanmoins pas directement à la modélisation des déformations de la prostate lors de l'insertion d'aiguilles.

1.4.4 Conclusion sur l'influence de l'environnement anatomique et médical

Nous avons vu dans cette partie les différentes sources dans l'environnement anatomique et médical de la prostate à l'origine de ses déplacements et déformations. Concernant l'environnement anatomique, nous retiendrons que les deux organes les plus proches de la prostate, à savoir le rectum et la vessie, sont ceux qui participent le plus directement à ses modifications anatomiques. Les déplacements mesurés sont d'environ 5 mm en moyenne avec des maxima pouvant dépasser le centimètre. Ils sont prépondérants dans la direction antéro-postérieure. A moindre échelle, la position du patient, les autres organes et la respiration influent également sur la mobilité et la forme de la prostate.

Concernant l'environnement médical lors de biopsies et curiethérapies, le rôle de la sonde échographique et des aiguilles sur la position et la forme de la prostate au cours des procédures médicales est non négligeable. La sonde échographique étant endorectale, elle modifie la forme et le volume du rectum et se pose donc comme un moyen indirect mais important de déforma-

tions et de mobilité de la prostate. Nous pouvons ici remarquer que ces mêmes déformations et mouvements modifient également les images échographiques qui servent à réaliser les gestes médico-chirurgicaux. La prise en compte dans la réalisation des gestes par le médecin de l'influence de la sonde échographique pourrait permettre de corriger les modifications apportés à la forme anatomique de la prostate. Quant aux aiguilles, nous avons vu que leur insertion dans la prostate modifie sensiblement le volume, la position et la forme de celle-ci. Leur influence sur le volume irradié pendant une curiethérapie [MSP*04] ou bien la localisation de la biopsie effectuée doit donc également être pris en compte pour améliorer les gestes réalisés.

Connaître la position des organes comme une fonction du temps et des éléments extérieurs permettrait d'appréhender les gestes à réaliser et en améliorer leur efficacité.

1.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le contexte médical de la thèse. Nous nous intéressons à la modélisation et à la simulation de deux gestes pratiqués sur la prostate : la biopsie et la curiethérapie. Ces deux procédures médicales sont utilisées pour respectivement diagnostiquer et traiter le cancer de la prostate. Nous avons vu que l'impact de leur réussite est important, que ce soit en terme de qualité de vie ou de survie du patient.

La première partie de ce chapitre nous a permis de décrire l'environnement anatomique de la prostate et d'identifier les différents éléments liés physiquement et fonctionnellement à celle-ci. La prostate se présente ainsi comme un organe mou possédant un environnement aux propriétés physiques variées (os, muscles, tissus mous). La seconde partie a concerné la présentation des deux gestes médico-chirurgicaux étudiés et leur place parmi les différentes méthodes actuelles de diagnostic et de traitement du cancer de la prostate. Au cours de cette partie, nous avons notamment pu appréhender la configuration anatomique des deux gestes et les éléments influant directement sur la forme et la position de la prostate au cours du temps. La troisième partie nous a permis d'identifier et de quantifier l'influence anatomique et l'influence externe de l'environnement de la prostate pendant la réalisation des deux gestes étudiés. Les modifications de la position et de la forme de la prostate sont tout d'abord liées à son voisinage anatomique : principalement le rectum et la vessie. Elles sont ensuite dues à l'influence d'éléments extérieurs : principalement la sonde et les aiguilles pour les gestes considérés.

La compréhension et la simulation des déplacements et déformations de la prostate pendant une biopsie ou une curiethérapie sont des éléments importants pour tenter d'améliorer la précision des deux procédures médicales. La modélisation de la prostate lors de ces deux gestes passent par :

- Une modélisation précise et réaliste de son environnement anatomique et des liens physiques entre la prostate et les organes situés autour d'elles,
- Une modélisation précise et réaliste des instruments tels que une sonde échographique ou des aiguilles lorsqu'ils sont utilisés pour une biopsie ou une curiethérapie,
- Une modélisation quantifiée et réaliste de l'influence de la position et de la forme des organes environnants sur la mobilité et la déformabilité de la prostate,
- Une simulation performante et complète de l'environnement de la prostate, que ce soit son environnement anatomique ou médical.

C'est la combinaison de l'ensemble de ces propriétés qui motive la réalisation de cette thèse. Dans le prochain chapitre, nous nous attacherons à présenter les différentes méthodes existantes de modélisation de tissus mous et les éléments de réponse qu'elles apportent afin de vérifier l'ensemble de ces propriétés.

Chapitre 2

Contexte scientifique : modélisation des tissus mous

Sommaire

2.1 Introduction 57
2.2 Contexte scientifique de la modélisation des tissus mous 58
2.3 Modèles géométriques 63
2.4 Modèles continus 67
2.5 Modèles discrets 93
2.6 Modèles sans maillage (ou meshless) 106
2.7 Modélisation de la prostate et de ses propriétés physiques 112
2.8 Conclusion 117

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous répertorions les différentes méthodes de modélisation apparues ces vingt dernières années pour modéliser les objets déformables ainsi que la manière avec laquelle elles ont été adaptées pour la modélisation des tissus mous.

Classiquement, les méthodes de modélisation d'objets déformables sont classées dans deux catégories distinctes selon les équations qui régissent leur comportement. Une première partie concerne ainsi les « modèles non-physiques » (ou modèles géométriques) alors que l'autre concerne les « modèles physiques » . La différenciation entre ces deux catégories de méthodes se base essentiellement sur les lois qui gouvernent leur comportement. Il se trouve néanmoins

que cette différence est aussi historique puisque la première catégorie de modèles a été la première à se développer pour la modélisation de tissus mous.

Dans la catégorie des modèles physiques, une autre distinction est effectuée selon la manière dont est réalisée la discrétisation du modèle afin d'effectuer les simulations. Nous distinguerons principalement les modèles dits « continus » des modèles « discrets » .

Ce chapitre commence par une introduction du contexte scientifique de la modélisation des tissus mous et notamment des spécificités des objets modélisés (partie 2.2). Dans la suite du chapitre, nous décrirons les différentes méthodes existantes de modélisation des objets déformables et comment leurs propriétés vérifient -ou non- les critères nécessaires à la modélisation des tissus mous. Nous commencerons par les modèles géométriques ou non physiques (partie 2.3) avant de décrire les différents types de modèles physiques (parties 2.4 à 2.6). Nous finirons par les modèles appliqués à la prostate (partie 2.7).

2.2 Contexte scientifique de la modélisation des tissus mous

Dans cette partie, nous revenons sur les différentes spécificités de la modélisation des tissus mous. Les méthodes de modélisation que nous décrirons dans les parties suivantes de ce chapitre ont généralement été proposées pour des objets déformables sans application spécifique. Nous tentons dans cette partie de répertorier les différents critères propres à la modélisation et à la simulation d'applications médicales et notre description des différentes méthodes de modélisation se reportera à ces critères pour évaluer leurs performances.

Dans le premier paragraphe de ce chapitre, nous décrivons les particularités des méthodes de modélisation des tissus mous avant de répertorier dans un deuxième paragraphe les objectifs en terme de modélisation des tissus mous dans le cadre de cette thèse.

2.2.1 Les différents objectifs des méthodes de modélisation des tissus mous

2.2.1.1 Spécificités de la modélisation des tissus mous

La modélisation des tissus mous possède plusieurs spécificités : *l'incorporation des propriétés physiques* spécifiques au tissu modélisé, la prise en compte de *l'influence de l'environnement* du tissu modélisé et la nécessité de *valider* les simulations réalisées. Nous détaillons ces spécificités dans ce paragraphe.

- **Propriétés physiques des tissus mous :** Dans le corps humain, les tissus mous sont tout d'abord des tissus *vivants*. Leurs propriétés physiques sont donc amenées à se modifier au cours du temps, que ce soit de manière naturelle (modification au niveau cellulaire par exemple) ou bien par le biais d'influences extérieures (hémorragie, infections, cancer). En plus de la modification temporelle des propriétés pour un patient donné, les différences des propriétés physiques entre les patients pour un organe donné sont également significatives. La modélisation des tissus mous, quelle que soit la méthode employée, est donc aujourd'hui très dépendante de ces différences intra et inter-patients

des propriétés physiques des tissus. Nous verrons dans la suite de ce manuscrit que la détermination de ces valeurs est un problème actuel dont les solutions sont encore peu nombreuses. Une simplification des propriétés matérielles des tissus modélisés est donc fréquemment réalisée.

- **Influence de l'environnement :** L'environnement anatomique d'un organe modélisé a une influence continue sur sa forme et sa position : l'évolution spatiale et temporelle d'un organe donné dépend des propriétés physiques des organes environnants (os, autres tissus mous, muscles, etc) et de l'évolution de la forme et de la position de ceux-ci. Des facteurs tels que la position, les mouvements du patient, sa respiration sont autant de propriétés à inclure dans une modélisation donnée afin qu'elle soit réaliste. L'influence peut de plus être naturelle (les organes environnants) ou bien artificielle (influence d'instruments chirurgicaux par exemple).
- **Validation :** Au contraire des méthodes plus générales de modélisation d'objets déformables, une méthode de modélisation des tissus mous doit être validée vis-à-vis de l'application médicale choisie. Comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, les critères de validation vont varier selon l'objectif de la modélisation : précision, réalisme, temps-réel, robustesse. La validation par rapport à des données médicales est l'objectif premier. Cette validation est néanmois rarement atteinte de par les difficultés rencontrées par la majorité des scientifiques quant aux critères et aux méthodes de comparaisons d'une part, et quant aux variations des propriétés physiques des tissus modélisés d'autre part.

Ces spécificités sont des paramètres importants dans le développement de nouvelles méthodes et motivent les choix effectués dans les différentes étapes de modélisation. Elles sont plus ou moins accentuées selon les objectifs que doivent atteindre les modèles réalisés. Dans le prochain paragraphe, nous présentons les différents objectifs à l'origine des travaux de modélisation des tissus mous.

2.2.1.2 Les différents objectifs de la modélisation des tissus mous

Dans les différentes méthodes de modélisation de tissus mous proposées et décrites dans les parties suivantes de ce chapitre, deux principaux objectifs - distincts - motivent les auteurs pour proposer de nouveaux travaux : d'une part un objectif de *simulation* pour l'aide à l'apprentissage du médecin ou pour l'aide au pilotage de robots en interaction avec des tissus mous et d'autre part un objectif de *prédiction* pour l'aide à la décision et au diagnostic du médecin. Nous détaillons ci-dessous ces deux principaux objectifs pour la modélisation de tissus mous.

- **Simulation :** Le premier objectif est un objectif de simulation du comportement des tissus mous dans le cadre de l'aide à l'apprentissage du médecin principalement. L'expérience du médecin ou du chirurgien pour la réalisation d'un geste conditionne fortement la réussite de la procédure médicale et le niveau de qualité de vie du patient après son opération. L'apprentissage du médecin se réalise le plus souvent sur fantômes ou bien sur pièces anatomiques. Les premiers sont anatomiquement peu réalistes vis-à-vis de la

complexité du corps humain. Les seconds ne représentent pas exactement les propriétés physiques des organes manipulés, les propriétés physiques d'un tissu mou variant par exemple en fonction de son irrigation. L'aide à l'apprentissage du médecin via un simulateur motive le développement de nombreuses méthodes de modélisation afin d'améliorer la réalisation de gestes médico-chirurgicaux. L'objectif de simulation semble être celui le plus souvent avancé lors du développement de nouveaux modèles.

- **Planning chirurgical :** L'autre principal objectif du développement de méthodes de modélisation de tissus mous est l'aide apportée au médecin avant et pendant le geste médico-chirurgical. Deux apports principaux de la modélisation au planning chirurgical peuvent être répertoriés. Le premier apport est dans le cas d'interventions chirurgicales très complexes. La simulation peut être le seul moyen efficace de faire un planning pour anticiper les conséquences de l'intervention aux niveaux fonctionnel, esthétique, etc. Un exemple est le cas de la chirurgie maxillo-faciale où une simulation des gestes chirurgicaux qui vont être réalisés permet de prédire l'aspect du visage du patient après l'opération. Nous pouvons également imaginer une aide de la modélisation au diagnostic si elle peut déterminer quels traitements ou interventions seraient les plus efficaces après la simulation de différentes hypothèses opératoires. Le deuxième apport est dans le cas d'interventions chirurgicales sur des tissus mous nécessitant un suivi. Une modélisation et une simulation des différentes parties anatomiques entrant en jeu peuvent permettre l'injection de connaissances a priori facilitant le suivi pendant la réalisation du geste chirurgical. Dans ce deuxième apport entrent également les modèles pouvant être utilisés en per-opératoire. Dans les deux cas, c'est une aide au médecin qui est visée via une modélisation précise, réaliste et spécifique du patient.

Les deux objectifs à l'origine du développement de nouvelles méthodes de modélisation de tissus mous sont rarement associés car leurs critères de performances diffèrent sensiblement et sont les raisons de choix de modélisation particuliers.

2.2.1.3 Les critères de performances

Les méthodes de modélisation des tissus mous sont la plupart du temps adaptées de méthodes utilisées plus généralement pour modéliser des objets déformables. Dans ce paragraphe, nous détaillons les critères spécifiques de performances que les méthodes de modélisation doivent vérifier lorsqu'elles sont utilisées pour modéliser des tissus mous. Les critères sont les suivants : *précision* de la modélisation, *robustesse* des différentes simulations, *réalisme* de la modélisation et de la simulation associée et *performances temporelles ou interactivité* des simulations réalisées.

- **Précision :** La précision d'une modélisation est un critère important, que ce soit pour la simulation pour l'apprentissage ou bien l'aide au planning chirurgical ou au diagnostic. Elle se définit par une reproduction fidèle à la réalité du comportement des organes modélisés, notamment du point de vue de la position et de la forme des organes. Dans le cadre de la simulation pour l'apprentissage, la précision de la modélisation n'est pas

primordiale bien que les impressions du médecin soient meilleures pendant son apprentissage avec une simulation précise. Pour l'aide au planning chirurgical, la précision de la modélisation est primordiale puisque les simulations sont un véritable outil d'aide à la décision pour le médecin. L'utilisation de valeurs réelles pour les propriétés physiques des organes modélisés est fortement liée aux performances en terme de précision de la méthode de modélisation : en effet, plus les valeurs des propriétés physiques seront proches de la réalité, meilleure sera la précision des simulations.

- **Robustesse :** Le critère de robustesse dans lequel rentre la notion de stabilité de la simulation est un critère essentiel pour l'aide au planning chirurgical puisque les simulations doivent pouvoir être effectuées quels que soient l'anatomie ou les paramètres spécifiques à un patient. Concernant l'aide à l'apprentissage, le critère de robustesse est nécessaire afin de modéliser correctement différentes situations médicales, notamment lorsque les gestes simulés sont amples et rapides. Il n'est néanmoins pas absolument indispensable car une simulation peut être effectuée plusieurs fois avec une durée non limitée pour les différents essais, sans conséquence médicale pour un patient par exemple.
- **Réalisme :** Le critère de réalisme d'une simulation est fortement lié à celui de précision de la modélisation. Il est néanmoins plus défini comme un critère de rendu visuel plutôt que de localisation précise des organes modélisés. Le réalisme est un critère qui prime davantage que le critère de précision pour la simulation pour l'apprentissage du médecin. Des simulations réalistes permettent au médecin en cours d'apprentissage de mieux visualiser la configuration anatomique et médicale d'une situation donnée. Concernant l'aide à la réalisation d'un geste chirurgical, la modélisation d'une configuration anatomique propre à un patient ainsi que d'un type d'interventions précis implique un rendu visuel réaliste. Une simplification du réalisme anatomique des modèles est néanmoins souvent réalisée, notamment pour atteindre le dernier critère sur les performances temporelles des simulations.
- **Performances temporelles et interactivité :** Les performances temporelles sont un critère significatif pour les deux objectifs répertoriés mais pas à la même échelle. Concernant l'apprentissage du geste, les simulations ont un objectif de temps réel afin de modéliser correctement et interactivement les réactions d'un organe donné aux gestes effectués par le médecin, notamment lorsqu'un retour haptique est ajouté au simulateur. Un compromis entre le critère de précision et ce critère « temps réel » est donc le plus souvent effectué afin d'obtenir une simulation dynamique. Concernant l'aide au planning ou au diagnostic, les performances temps réel ne sont pas indispensables : une simulation rapide est néanmoins nécessaire car la simulation est un outil d'aide à la décision du médecin et celle-ci doit le plus souvent être effectuée dans des temps raisonnables (de l'ordre de la minute).

Dans le tableau 2.1, nous répertorions l'importance relative des différents critères énoncés ci-dessus en fonction de deux principaux objectifs à l'origine du développement de méthodes de modélisation de tissus mous. Nous rajoutons un troisième objectif correspondant à l'utilisation

d'un modèle en per-opératoire, sachant que les propriétés de l'ensemble des modèles existants ne satisfont pas encore à cet objectif.

	Simulation	**Prédiction/Diagnostic**	**Aide au geste en per-opératoire**
Précision	++	+++	+++
Robustesse	+	+++	+++
Réalisme	+++	++	+++
Interactivité	+++	+	+++

Tab. 2.1: *Importance des différents critères de performances d'une modélisation de tissus mous en fonction de ses objectifs. +++ indique une importance maximum et + indique une faible importance.*

Dans le prochain paragraphe, nous nous concentrons sur les objectifs à atteindre pour la modélisation réalisée dans le cadre de cette thèse.

2.2.2 Les objectifs de la modélisation dans cette thèse

Dans le chapitre précédent, nous avons introduit le contexte médical de la thèse. Nous avons identifié les différentes sources de déplacements et de déformations de la prostate, que ce soit parmi les organes environnants (vessie, rectum) ou bien les instruments utilisés dans le cadre des gestes étudiés (aiguilles, sonde échographique).

Dans le cadre des gestes médico-chirurgicaux assistés par ordinateur, notre objectif est d'obtenir une modélisation précise et réaliste afin de simuler correctement les mouvements et les déformations de la prostate. Nous souhaitons prédire et simuler le plus fidèlement possible l'influence de l'environnement de la prostate sur sa position et sa forme afin d'aider à la décision du médecin. Par rapport aux critères cités précédemment, nos objectifs sont les suivants :

- **Modélisation précise et réaliste de l'anatomie :** Le premier objectif est d'obtenir des simulations précises du comportement de la prostate dans son environnement. Un tel objectif passe par une modélisation réaliste de la prostate et de son environnement anatomique du point de vue de leur forme et de leur structure.
- **Modélisation précise et réaliste des interactions :** La modélisation de la prostate dans son environnement suppose de représenter les interactions entre la prostate et les organes qui l'entourent ainsi que les interactions avec les instruments utilisés dans le contexte de la modélisation de la biopsie et de la curiethérapie de prostate.
- **Modélisation précise et réaliste du comportement des tissus mous :** La modélisation désirée est celle d'objets déformables et plus particulièrement celle de tissus mous du corps humain. Les propriétés d'élasticité et du contrôle du volume des organes modélisés sont notamment les principaux critères que doit vérifier le modèle développé. La

validation de la modélisation à l'aide des données cliniques constitue le premier critère de performances pour la modélisation des propriétés physiques réelles.

Dans la suite de ce chapitre, nous allons décrire les principales méthodes de modélisation d'objets déformables et l'adaptation de certaines d'entre elles à la modélisation des tissus mous. Les différents objectifs que nous venons de lister constitueront nos principaux points de critère pour évaluer les performances des méthodes dans le contexte médical de cette thèse.

Les méthodes de modélisation sont répertoriées dans plusieurs états de l'art sur la modélisation des objets déformables [GM97, NMK*05] et de la simulation chirurgicale [Del98, GFG*98, LTCK03, DA04] ainsi que dans de nombreux manuscrits de thèses portant sur la modélisation d'objets déformables ou plus particulièrement de tissus mous [BN97, Cot97, Des97, Jou97, Mau98, Jai99, Deb00, Mor01, Pic01, Sch01, Amr02, Cha02, Bou03, Bro03, For03, Men03, Nie03, Sch03, Ser03, Sun04, Len05, Bau06]. Nous ne prétendons pas à une description exhaustive de toutes les méthodes de modélisation. Nous essayerons plutôt de classer les méthodes en fonction de leurs caractéristiques, ce qui nous permettra de mettre en avant celles qui nous intéressent en fonction des objectifs que nous nous sommes fixés.

2.2.3 Les différentes catégories de méthodes de modélisation

Nous décomposons notre description des différentes méthodes de modélisation en plusieurs catégories. Comme nous l'avons annoncé en introduction, la première décomposition s'effectue au niveau des équations des lois de comportement des modèles : la partie 2.3 évoquera ainsi succinctement les modèles dont les équations ne s'appuient pas sur des lois physiques et que nous qualifierons de *modèles géométriques* alors que les parties 2.4 à 2.6 décriront des *modèles physiques*. Les modèles physiques peuvent être eux-mêmes décomposés en différentes catégories selon la manière dont est effectuée la discrétisation de l'objet modélisé. Nous distinguerons les modèles selon les catégories suivantes :

- les modèles possédant un maillage : nous séparons ce type de modèles en deux sous-catégories :
  - modèles continus (partie 2.4),
  - modèles discrets (partie 2.5).
- les modèles sans maillage (couramment appelés modèles « meshless ») (partie 2.6).

2.3 Modèles géométriques

Jusqu'à la fin des années 1980, les modèles géométriques étaient très utilisés en animation graphique et en simulation, notamment car ils permettaient d'obtenir une apparence assez réaliste de nombreuses situations du monde réel. En modélisation et en simulation biomédicale, quelques modèles géométriques ont été réalisés avec succès, démontrant la possibilité de modéliser des comportements de matériaux complexes à partir de modèles purement mathématiques.

2.3.1 Applications à la modélisations des tissus mous

Quelques modèles avec déformations géométriques de la surface ont tout d'abord été proposés. Des simulations à l'aide de « metaballs » ont ainsi été présentées pour la modélisation des déformations du corps humain [BPW93]. Thalmann et al. [ST95] ont par exemple utilisé des « metaballs » pour construire et animer des corps humains de manière très réaliste, avec notamment la simulation des os, des muscles et de la graisse. Thalmann et al. [MTK95] ont également réalisé une hiérarchie de « metaballs » connectés entre les différentes articulations du squelette dans leur simulateur « Bodybuilder » .

Mahvash et al. [MH03] ont présenté une méthode permettant le rendu haptique en temps réel du contact d'un outil sur un corps déformable dont les propriétés sont élastiques et physiquement non-linéaires.

Nous pouvons également citer les travaux de [BGG*98] sur le simulateur « Virgy » dédié à l'ablation de la vésicule biliaire. Le modèle de déformation utilisé est assez simple (surface convoluée avec une fonction donnant le profil de déformation) et est couplé avec un algorithme de découpes.

Les déformations de forme libre (FFD) ont aussi été utilisées afin de modéliser les tissus mous. Yamashita et al. [YYFS94] ont utilisé l'adaptation de Hsu (DFFD) [HHK92] dans leur environnement virtuel nommé « ViSurf » afin de modéliser les interactions entre un outil manipulé par l'utilisateur et une surface déformable. Le retour de force était également inclus dans leurs simulations.

Cover et al. [CEO*93] ont implémenté une combinaison de FFD et de surfaces actives pour leur simulateur de chirurgie de la vésicule biliaire. Ils ont utilisé la méthode développée par Hsu [HHK92] afin de manipuler directement leurs objets mais ils ont conclu qu'elle était trop lente pour réaliser des interactions en temps réel.

Basdogan et al. [BHS*98] ont également développé un simulateur pour la chirugie abdominale en laparoscopie. Dans leur modèle, la déformation locale due à l'instrument est calculée à partir d'une quadrique et les déformations globales sont des déformations de forme libre. La découpe, le saignement ainsi que le retour d'effort sont aussi implémentés dans leur simulateur.

Moccozet et al. [MMT97] ont employé un modèle FFD généralisé pour l'animation de la main humaine. Ils ont utilisé une adaptation des déformations de forme libre introduite par Farin [Far90] qui définit une paramétrisation continue à l'aide des coordonnées de Sibson. Ils ont ainsi pu modéliser interactivement différents mouvements de la main ainsi que les variations morphologiques entre différentes mains.

Sela et al. [SSE04] ont présenté un modèle basé sur les DFFD afin d'effectuer des simulations chirurgicales temps réel et notamment la simulation de coupures. Leur méthode pour simuler les incisions dans la peau peut être appliquée sur des modèles surfaciques ou bien volumiques.

Deux modèles géométriques ont également été développés pour la modélisation des tissus mous. Le premier modèle correspond au concept de *cubes actifs* introduit par Bro-Nielsen [BN95]. La méthode a été introduite comme une extension en 3D des surfaces actives et était

destinée à la chirurgie cranio-faciale. Le but est de prévoir les déformations de la forme du visage après une intervention sur les structures osseuses du crâne. Le cube actif est construit en discrétisant l'objet à modéliser en un ensemble volumique de points, et en définissant une fonction d'énergie qui permet de contrôler les interactions et les déformations de l'ensemble. Pour l'application chirurgicale visée, un modèle des structures osseuses du patient est tout d'abord construit à partir des images scanner ou IRM. On lui superpose ensuite un maillage déformable simulant les tissus mous du visage. La fonction d'énergie contrôlant les interactions est définie à partir des valeurs en intensité des images ayant servies à définir le modèle osseux. Outre la chirurgie cranio-faciale, ce modèle a aussi été utilisé en neurochirurgie : Warfield et al. [WTT*02] ont présenté un système calculant les déformations de tissus cérébraux dans une opération à l'aide de surfaces actives, qui permet de guider le chirurgien dans la localisation des structures à opérer.

Le deuxième modèle est le modèle appelé « ChainMail » et proposé par Gibson et al. [Gib97] afin de simuler interactivement les déformations d'un objet élastique. Son principe peut se comparer à celui d'une chaîne constituée de mailles : l'objet modélisé est décomposé en nœuds. Chaque nœud est associé à un élément de la chaîne : chaque élément est rigide mais est capable de se déplacer par rapport à ses voisins en satisfaisant à des contraintes de distances minimales et maximales. Lorsqu'un nœud de la structure est déplacé, les contraintes de distance sont testées par rapport à ses voisins immédiats. Si un lien est étiré ou comprimé au-delà de sa limite, l'élément est placé dans la position la plus proche satisfaisant aux contraintes imposées et le déplacement restant est transféré à l'élément voisin. La valeur des bornes des distances autorisées entre éléments voisins permet de simuler des objets plus ou moins rigides. L'approche « ChainMail » est intéressante car elle permet de simuler à partir d'un modèle très simple différentes lois mécaniques en jouant sur les contraintes de distance et la relaxation. Certaines caractéristiques obtenues se rapprochent ainsi de celles des tissus mous biologiques. Le modèle a été utilisé pour construire des simulations de chirurgie arthroscopique du genou [GSM*97] et de l'humeur vitreuse de l'oeil [SGBM98]. Cependant, l'impossibilité de rattacher les paramètres du modèle à des caractéristiques physiques mesurables nécessite de procéder empiriquement les comportements obtenus ne sont parfois pas physiquement réalistes.

2.3.2 Vers des modèles physiques

Nous avons présenté quelques exemples de modèles géométriques appliqués à la modélisation des tissus mous, montrant qu'il est tout à fait possible de modéliser des comportements physiques à partir de méthodes purement géométriques ou mathématiques.

Le principal défaut des modèles non-physiques est qu'ils ne sont généralement pas reproductibles et ne peuvent pas être généralisés car ils ne sont pas basés sur des lois physiques. Un autre inconvénient des modèles géométriques est la représentation physique des interactions entre différents objets. En supposant les lois physiques des interactions connues, le manque de liens des modèles géométriques avec des lois physiques entraîne une imprécision sur la nature exacte des interactions modélisées. Enfin, la majorité des modèles géométriques proposés

ont pour objectif l'animation de tissus mous et n'ont donc pas été validés avec des données cliniques.

Dans la suite de ce chapitre, nous présentons des modèles qui rentrent tous dans la catégorie des *modèles physiques*. Dans le cadre de la modélisation des tissus mous, l'utilisation d'une méthode reproductible et modélisant correctement les interactions est nécessaire afin de répondre aux objectifs médicaux que nous nous sommes fixés. Deux grandes approches se distiguent parmi les méthodes existantes de modélisation pour représenter un objet déformable et en étudier sa dynamique :

- **Approche eulérienne :** les propriétés d'un modèle et sa dynamique sont étudiées pour un ensemble de particules stationnaires. Cette approche ne permet pas de suivre l'évolution d'une particule en particulier et n'est donc pas adaptée à la modélisation des tissus mous. C'est une approche souvent utilisée pour modéliser des fluides.
- **Approche lagrangienne :** le modèle est considéré comme un ensemble de particules possédant chacune des propriétés permettant son évolution individuelle.

Dans la suite de ce chapitre, nous distinguons différentes catégories de modèles qui sont toutes basées sur le formalisme de Lagrange. Ces catégories de modèles se différencient par le choix du formalisme physique effectué et donc des propriétés particulières proposées pour le comportement mécanique.

La simulation de ces modèles physiques s'effectue par un processeur réalisant des calculs discrets. Tous les modèles passent donc par une phase de discrétisation. Selon le moment où intervient cette phase, nous distinguons deux types de modèles :

- les modèles continus : ce sont les modèles dont les équations sont basées sur la mécanique des milieux continus. Les équations décrivant le comportement des modèles sont discrétisées avant d'effectuer la simulation.
- les modèles discrets : les modèles sont décrits sous la forme d'un ensemble de particules. La matière de l'objet lui-même est discrétisée et les équations décrivant le comportement sont discrétisées dès la conception de la modélisation de l'objet.

Dans ces deux types de modèles, la discrétisation de l'objet forme un maillage, définissant ainsi une connectivité fixe entre les différents éléments du modèle au cours de la simulation. Nous distinguerons une catégorie supplémentaire pour les méthodes où la connectivité entre les éléments n'est pas fixée au cours de la simulation.

En résumé, dans la suite de ce chapitre, nous décrirons les modèles selon les catégories suivantes :

- les modèles utilisant un maillage : nous séparons ce type de modèles en deux sous-catégories :
  - modèles continus (partie 2.4),
  - modèles discrets (partie 2.5).
- les modèles sans maillage (couramment appelés modèles « meshless ») (partie 2.6).

2.4 Modèles continus

Dans cette partie, nous décrivons les différentes méthodes de modélisation appartenant à la catégorie des modèles continus. Les modèles présentés se basent sur les équations de la mécanique des milieux continus et permettent de considérer tout le volume de l'objet lors de l'étude de ses déformations (au contraire de certains modèles non-géométriques). Les modèles continus sont notamment très utilisés en mécanique des matériaux afin d'étudier leurs propriétés physiques.

La discrétisation d'un objet modélisé par un modèle continu s'effectue sur les équations avant la phase de simulation. Nous pouvons distinguer deux types de discrétisation :

- une discrétisation spatiale : chaque objet modélisé est décomposé en éléments possédant une réalité géométrique et physique.
- une discrétisation nodale : chaque objet est décrit sous forme de nœuds possédant chacun un certain nombre de degrés de liberté et une description mathématique de leur comportement.

Dans cette partie, nous décrivons dans un premier temps les modèles continus qui sont discrétisés spatialement avant de décrire ceux qui sont discrétisés de manière globale. Un grand nombre de méthodes proposées pour modéliser les tissus mous ont une discrétisation spatiale de leurs équations. Nous commencerons par décrire la méthode des différences finies (paragraphe 2.4.2) qui permet ensuite d'introduire la méthode des éléments finis (paragraphe 2.4.3). Cette méthode est la plus utilisée actuellement pour la modélisation des tissus mous mais d'autres méthodes ont également été proposées : méthode des volumes finis (paragraphe 2.4.4), méthode des éléments frontières (paragraphe 2.4.5), méthode des éléments longs (paragraphe 2.4.6) et méthode des masses-tenseurs (paragraphe 2.4.7). Nous finirons par les méthodes dont la discrétisation des équations n'est pas réalisée spatialement (paragraphe 2.4.8).

Avant de décrire l'ensemble de ces méthodes et leurs avantages et inconvénients par rapport à notre objectif de modélisation des tissus mous dans le contexte médical, nous revenons dans le prochain paragraphe sur les premiers modèles continus proposés dans la littérature et sur lesquels un grand nombre de méthodes reposent.

2.4.1 Les premiers objets déformables

Terzopoulos a été l'un des premiers à voir l'intérêt de concevoir des modèles de déformation basés sur des lois physiques, universelles, qui puissent être appliqués à un ensemble de situations réelles le plus large possible. Il a réussi à établir le lien entre le monde de la mécanique et celui de l'animation graphique en empruntant les théories et les méthodes de l'ingénierie mécanique pour les appliquer à la simulation d'objets déformables [TPBF87].

Le formalisme proposé par Terzopoulos était de déformer une courbe, une surface ou un objet 3D en minimisant leur énergie de déformation, celle-ci étant mesurée comme la norme d'une matrice appelée *tenseur métrique* et qui en pratique correspond au tenseur des

déformations de Green-Lagrange de la mécanique des milieux continus que nous développons en annexe A.

Les objets déformables du premier modèle de Terzopoulos étaient représentés en utilisant la formulation lagrangienne de la théorie de l'élasticité et sa discrétisation en éléments finis. Cette première formulation était très générale et non-linéaire, ce qui en rendait la stabilité assez incertaine et obligeait à utiliser des pas d'intégration très petits et donc des calculs longs.

Le modèle fut amélioré en divisant la représentation des objets en deux composantes [TW88] : une composante rigide dite de référence, qui représente la configuration de l'objet au repos et se déplace dans l'espace selon les lois de la mécanique des corps rigides, et une composante déformable qui évolue selon les lois de l'élasticité linéaire et qui est attachée à la composante de référence. Cette formulation a permis d'accroître sensiblement la rapidité et la stabilité des calculs numériques, notamment en simplifiant l'expression de l'énergie potentielle qui n'a plus à prendre en compte les transformations rigides. Cette décomposition est devenue une référence pour toute une classe de modèles ultérieurs. Grâce à ce modèle à deux composantes, il est devenu possible de représenter certaines classes de déformations inélastiques. Pour cela, il suffit de mettre à jour la composante rigide du modèle en fonction des déformations ou des forces appliquées, selon une relation définie spécifiquement pour chaque type de comportement. Terzopoulos et Fleischer ont ainsi présenté des animations d'objets intégrant des comportements visco-élastiques, plastiques, ou des fractures [TF88].

Les modèles développés par Terzopoulos ne visaient pas à réaliser des applications en temps réel mais ont ouvert la voie à toute une série de travaux visant à trouver des algorithmes et des techniques de calcul appropriés à la simulation des déformations d'objets mous en temps réel.

2.4.2 Méthode des différences finies

Dans ce paragraphe, nous décrivons la première méthode appartenant à la catégorie des modèles continus et passant par une discrétisation spatiale des objets modélisés. Lorsqu'un objet est discrétisé selon une grille régulière, les équations du mouvement de l'objet peuvent être discrétisées en utilisant les différences finies. La méthode permet en effet d'approximer la variation locale d'une fonction à l'aide d'une discrétisation de celle-ci.

Terzopoulos et al. [TPBF87] proposent de discrétiser les équations physiques locales à l'aide de la méthode des différences finies afin de simuler ces modèles. Chaque intersection de la grille régulière découpant son modèle permet de définir des nœuds. Les propriétés physiques et les équations du mouvement sont rattachées à chacun de ces nœuds. L'énergie de déformation rattachée à chaque nœud est ainsi discrétisée.

La discrétisation des équations peut également s'effectuer selon une dimension temporelle et non uniquement spatiale. Ce type de discrétisation est utilisée par Qin et al. [QT96] mais les équations sont obtenues par la formulation lagrangienne présentée au paragraphe précédent et non par la méthode des différences finies.

La méthode des différences finies est plus facile à implémenter que la méthode des éléments

finis. Pourtant, elle présente des inconvénients. Il est en effet souvent plus difficile d'approximer les frontières d'un objet avec un maillage régulier. De plus, les adaptations locales du maillage afin d'obtenir plus de précision ne sont possibles qu'avec un maillage irrégulier. Dans le prochain paragraphe, nous présentons la méthode des éléments finis qui permet de résoudre des équations différentielles partielles pour un maillage irrégulier.

2.4.3 Méthode des éléments finis

Dans ce paragraphe, nous détaillons tout d'abord le principe de la méthode des éléments finis avant de présenter son application à la modélisation des tissus mous. La méthode a été employée dans une grande majorité des travaux menés dans le domaine de la biomécanique ces dernières années. L'objet modélisé est considéré comme un volume continu discrétisé avec un maillage plus ou moins régulier. Les équations différentielles partielles à résoudre proviennent de la mécanique des milieux continus.

2.4.3.1 Principe de la méthode des éléments finis

Le principe de la méthode des éléments finis est de discrétiser l'objet modélisé en un ensemble d'éléments de formes relativement simples afin de pouvoir calculer la solution des équations écrites dans le cadre de la mécanique des milieux continus. La solution globale est ensuite interpolée de manière continue afin d'évaluer les contraintes et les déformations en tout point de l'objet modélisé.

Discrétisation en éléments

Dans une modélisation par éléments finis, l'objet modélisé est décomposé en surfaces élémentaires comme des triangles par exemple ou bien en volumes élémentaires comme des tétrahèdres ou des hexahèdres le plus souvent. Ces entités sont appelées *éléments*. Les paramètres de la déformation sont des points remarquables de l'entité géométrique choisie. On les appelle généralement *nœuds*. Dans les cas les plus simples, ce sont les sommets mais si on veut augmenter le nombre de degrés de liberté, on peut aussi prendre les milieux des arêtes, les centres des faces, le centre de gravité, etc... Des éléments voisins ont des nœuds en commun. La déformation est définie sur chaque élément du maillage par des fonctions d'interpolation polynomiales. Ces fonctions permettent de trouver le déplacement en tout point de l'élément en fonction des déplacements nodaux. Elles sont souvent linéaires ou quadratiques et leur ordre détermine la continuité de la solution entre les éléments. Ces fonctions polynomiales sont aussi appelées fonctions de forme.

Résolution du problème

La plupart du temps, les inconnues du problème à résoudre sont les déplacements nodaux. Les étapes de résolution sont alors : l'écriture des équations pour chaque élément de l'objet discrétisé, l'assemblage de l'ensemble des équations puis la résolution.

Ecriture des équations sur chaque élément :

La première étape de résolution consiste à écrire les équations de la mécanique des milieux continus localement pour chaque élément. La loi de comportement est définie pour chaque élément et il est ainsi possible de donner des paramètres rhéologiques différents suivant les éléments, par exemple pour traduire une rigidité variable dans l'objet modélisé. Les contraintes sont traduites sous forme de forces appliquées aux nœuds des éléments. Cette traduction est effectuée de manière à être égale mécaniquement au chargement réel. Il est à noter que dans le cas statique ou quasi-statique, si le déplacement est connu en un nœud donné (par exemple dans le cas de déplacement nul ou imposé), c'est alors la contrainte appliquée en ce nœud qui devient l'inconnue. Au final, différentes équations sont établies pour chaque élément de l'objet, avec pour inconnues les déplacements des nœuds de l'élément considéré. Leur nombre et leur complexité dépend du type de fonction d'interpolation choisi pour chaque élément.

Assemblage :

Dans l'étape d'assemblage, l'ensemble des équations établies sur chaque élément est regroupé. La résolution du système global permet de connaître les valeurs des inconnues en chaque nœud du maillage. La solution continue est ensuite calculée à l'aide des fonctions d'interpolation.

Calcul de la solution :

Dans ce paragraphe, nous détaillons plus en détail la résolution pour le cas des petites déformations. Avec l'hypothèse des petites déformations, le problème peut s'écrire pour chaque élément e de l'objet sous la forme matricielle suivante :

$$K_e \mathbf{U}_e = \mathbf{F}_e \tag{2.1}$$

où K_e est la matrice de raideur de l'élément e, $\mathbf{U}_e$ et $\mathbf{F}_e$ sont respectivement les déplacements et les forces externes appliquées aux nœuds de l'élément. La matrice K_e reflète la loi de comportement du matériau modélisé et contient notamment les paramètres rhéologiques ainsi que la fonction de forme. En assemblant les différents systèmes matriciels obtenus pour chaque élément, on peut écrire le problème global de la façon suivante :

$$K\mathbf{U} = \mathbf{F} \tag{2.2}$$

où K est la matrice de raideur de l'objet, $\mathbf{U}$ et $\mathbf{F}$ représentent respectivement l'ensemble des déplacements nodaux et les forces externes appliquées en chacun des nœuds.

Résolution statique ou dynamique

Plus généralement, quelle que soit la loi de comportement choisie ou les hypothèses effectuées, la résolution par la méthode des éléments finis peut être soit statique, soit dynamique.

Résolution statique :

La résolution d'un système est dite statique lorsque les effets dus notamment à l'inertie ou à la viscoélasticité peuvent être négligés. Le système est alors caractérisé par un système matriciel de la forme suivante :

$$K(\mathbf{U})\mathbf{U} = \mathbf{F} \tag{2.3}$$

où $K(\mathbf{U})$ est la matrice de raideur de l'objet modélisé (caractérisant les propriétés physiques du matériau), $\mathbf{U}$ le vecteur déplacement de l'ensemble des nœuds composant l'objet modélisé et $\mathbf{F}$ le vecteur représentant l'ensemble des forces s'exerçant sur le système. La résolution statique d'un système recherche l'état d'équilibre de celui-ci.

La matrice de raideur K dépend du vecteur déplacement $\mathbf{U}$ lorsque la relation entre les déformations et les déplacements du système n'est pas linéaire. Lorsque la relation est linéaire, alors la matrice K est indépendante du vecteur déplacement. Cette relation de dépendance détermine le type de résolution employée.

- **Déformations non-linéaires :** La matrice de rigidité K dépend du vecteur déplacement $\mathbf{U}$. Le système matriciel est cette fois-ci non-linéaire et peut être résolu avec des méthodes itératives comme la méthode de Newton-Raphson par exemple.
- **Déformations linéaires :** La loi de comportement choisie et les hypothèses effectuées entraînent que la matrice de rigidité K est indépendante du vecteur déplacement $\mathbf{U}$. Nous avons alors un système linéaire de la forme :

$$K\mathbf{U} = \mathbf{F} \tag{2.4}$$

  Deux types de méthodes peuvent être utilisées pour résoudre ce système :
  - *Méthodes directes* : Les méthodes directes résolvent le système par inversion de la matrice K, par décomposition LU (Low-Up) ou QR (ou QU) ou par factorisation de Cholesky.
  - *Méthodes itératives* : Deux techniques sont principalement utilisées : la technique de relaxation (Jacobi ou Gauss-Seidel) ou la technique de projection (Gradient conjugué).

Résolution dynamique :

Les lois de la dynamique sont utilisées dans les simulations afin de calculer les nouvelles positions des nœuds de l'objet discrétisé. Un système résolu dynamiquement se formule sous la forme suivante :

$$M\ddot{\mathbf{U}} + D\dot{\mathbf{U}} + K(\mathbf{U})\mathbf{U} = \mathbf{F} \tag{2.5}$$

où M est la matrice des masses, D la matrice d'amortissement et $\ddot{\mathbf{U}}$ et $\dot{\mathbf{U}}$ les dérivées du vecteur déplacement par rapport au temps. Le système d'équations est ensuite résolu à l'aide d'un des schémas d'intégration présentés en annexe B.

Conclusion sur le principe de la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis s'appuie sur la mécanique des milieux continus pour définir les équations décrivant le comportement d'un objet. La discrétisation est effectuée spatialement en découpant l'objet en éléments, permettant ainsi de garder la notion de continuité de la matière discrétisée. Les méthodes de résolution employées une fois les équations discrétisées dépendent fortement des hypothèses effectuées concernant la modélisation des propriétés physiques des matériaux. Ces hypothèses sont elles-mêmes liées au type de tissus à modéliser et aux critères de performances à privilégier pour la simulation. Le prochain paragraphe nous permet de répertorier quels sont les inconvénients de la méthode des éléments finis en fonction des hypothèses effectuées et quelles sont les solutions apportées à ces inconvénients dans le cadre de la modélisation des tissus mous.

2.4.3.2 Extensions et améliorations de la méthode des éléments finis

Introduction

La méthode des éléments finis a comme avantage de reposer sur la mécanique des milieux continus, ce qui permet d'approcher avec précision les comportements physiques - si les propriétés rhéologiques sont connues - des matériaux. Le principal inconvénient de la méthode des éléments finis concerne les temps de calcul : ceux-ci peuvent devenir importants selon la taille du système d'équations à résoudre. Dans la suite de ce paragraphe, nous allons présenter les techniques qui ont été proposées pour pallier cet inconvénient. Nous présenterons également les techniques employées pour simuler des comportements non-linéaires dans le cadre de la modélisation des tissus mous, toujours en essayant d'obtenir des temps de calcul raisonnables.

Pré-calculs

Dans le contexte de la modélisation des tissus mous, Cotin et al. [CDA96] utilisent la méthode des éléments finis avec une résolution statique pour un simulateur chirurgical. Les auteurs font l'hypothèse de déformations linéaires et proposent d'effectuer des pré-calculs avant la simulation des déformations de chaque nœud pour un déplacement élémentaire. Pour cela, les auteurs séparent les nœuds surfaciques des nœuds volumiques et proposent de pré-calculer la matrice de raideur liée aux nœuds surfaciques. Ils stockent leurs résultats dans des tenseurs 3×3 et calculent par combinaison linéaire au cours de la simulation les déformations effectives des nœuds à l'aide de ces tenseurs.

Méthode de condensation

Bro-Nielsen et al. [BNC96] introduisent des innovations dans la méthode des éléments finis qui conduisent à un modèle élastique linéaire pré-calculé et quasi-statique dans le cadre d'un simulateur chirurgical. Le concept est d'inverser partiellement la matrice de raideur dans une phase de pré-calculs avant la simulation et ainsi de limiter le nombre de calculs liés à l'inversion de la matrice pendant la simulation.

Partant du principe que seuls les nœuds de surface jouent un rôle dans la visualisation de l'objet déformé et dans le retour des forces, les auteurs ont proposé d'extraire les nœuds de la surface de l'objet modélisé dans le système. En séparant le système entre nœuds surfaciques (indice s) et nœuds intérieurs (indice i), le système s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} K_{ss} & K_{si} \\ K_{is} & K_{ii} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_s \\ U_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_s \\ F_i \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

En remplaçant la valeur de U_i :

$$\mathbf{U}_i = K_{ii}^{-1}(\mathbf{F}_i - K_{is}\mathbf{U}_s) \tag{2.7}$$

trouvée avec la seconde équation matricielle dans la première équation matricielle, on obtient l'équation suivante :

$$(K_{ss} - K_{si}K_{ii}^{-1}K_{is})\mathbf{U}_s = \mathbf{F}_s - K_{si}K_{ii}^{-1}\mathbf{F}_i \tag{2.8}$$

Cette équation permet alors d'obtenir le déplacement des nœuds situés à la surface de l'objet modélisé. Les déplacements des nœuds situés à l'intérieur peuvent également être retrouvés à l'aide de l'expression de $\mathbf{U}_i$ donnée ci-dessus.

Le comportement obtenu à partir de ces calculs est un comportement quasi-statique car le système a été supposé à l'équilibre. Une alternative aux calculs présentés ci-dessus est proposée afin que la simulation puisse reproduire des propriétés dynamiques. Pour cela, les équations concernant la résolution dynamique et présentées au paragraphe précédent sont utilisées. Cette équation peut également être condensée puis les matrices peuvent être inversées de manière à obtenir également les déplacements comme précedemment. La simulation sera bien dynamique. Par contre, le vecteur F_s est dense car il contient des termes provenant de la discrétisation temporelle des vitesses et des accélérations, les calculs seront donc plus complexes.

Avec les innovations présentées par Bro-Nielsen et al., la méthode des éléments finis a pu être appliquée à des modélisations temps réel. Ainsi, des modèles de foie ont pu être proposés avec un maillage de 250 nœuds pour une résolution dynamique et 1500 nœuds pour une résolution quasi-statique [CDA99, BN98]. D'autres travaux ont utilisé cette méthode par la suite. On peut notamment citer les travaux sur le simulateur présenté dans le paragraphe des modèles masses-ressorts [KCM00] : l'utilisation de la technique de condensation en supplément de leur modèle masses-ressorts leur a permis d'effectuer des mises à jour beaucoup plus rapides. Berkley et al. [BTB*04] ont utilisé la condensation dans la phase de pré-calculs pour leur simulateur de sutures de peau.

Enfin, Wu et al. [WH04] utilisent également cette technique mais en choisissant de ne pas séparer les nœuds surfaciques des nœuds internes mais plutôt les nœuds appartenant à des zones d'intérêt pour la simulation par rapport aux autres nœuds. Dans le cadre de la simulation chirurgicale, leur objectif est par exemple de détailler une partie d'un organe. Dans la méthode proposée, les nœuds sont séparés en trois catégories : les nœuds de la zone d'intérêt, les nœuds en dehors de la zone et les nœuds à la frontière. La technique de condensation est employée deux fois : une première fois pour calculer les nœuds dans la zone d'intérêt ou à la frontière

et une deuxième fois pour les nœuds en dehors de la zone mais situés à la surface de l'objet modélisé.

La technique de condensation ne modifie en rien les résultats mais permet de calculer uniquement les variables nécessaires. Les limitations des techniques proposées résident principalement dans le fait qu'elles empêchent tout changement de topologie du modèle. En effet, un changement de topologie entraîne nécessairement des modifications de la matrice de raideur et celle-ci ne peut pas être inversée explicitement de manière rapide afin de garder une application temps réel. De plus, les interactions avec les tissus environnants ou bien les instruments chirurgicaux sont traduits uniquement par les conditions aux limites sur les nœuds surfaciques et non sur les nœuds internes à l'objet.

Méthode des éléments finis explicites

Dans le cadre de l'amélioration de la méthode des éléments finis, quelques articles ont proposé une méthode de modélisation appelée *méthode des éléments finis explicites* [OH01, DDCB01, MDM*02]. Dans cette méthode, les masses et les forces internes et externes sont regroupées sur chaque nœud. Les nœuds du maillage sont considérés comme des masses dans les réseaux masses-ressorts (paragraphe 2.5) tandis que les éléments forment un maillage de ressorts reliant les différentes nœuds. Les forces élastiques sont calculées pour chaque élément comme des dérivées de l'énergie de déformation. Les matrices de raideur obtenues pour chaque élément sont ensuite assemblées dans une matrice de raideur générale et le système d'équation est résolu dynamiquement. Les matrices des masses et des amortissements sont souvent diagonales (technique du *mass lumping*). Dans ce cas, la matrice des masses contient les masses des différents nœuds sur sa diagonale.

L'utilisation de la méthode des éléments finis explicites est utilisée notamment pour modéliser des objets où les déformations sont non-linéaires ou bien pour les changements de topologie [OH01, ML03].

Multi-résolution de la méthode des éléments finis

Debunne et al. [DDBC99, DDCB00, DDCB01] ont développé un algorithme local de calcul de déformations à base d'éléments finis explicites, qui est assez semblable à l'algorithme des masses-tenseurs (paragraphe 2.4.7). Ils utilisent un maillage adaptatif qui permet de raffiner la résolution dans les zones subissant de fortes déformations. Une hiérarchie de maillages de résolution différente est pré-calculée pour le même objet afin de ne pas avoir à remailler les zones de fortes déformations en temps réel. L'hypothèse d'une relation linéaire entre contraintes et déformations est effectuée mais un tenseur de déformations non-linéaire est utilisé (non-linéarité géométrique). La différence entre les termes linéaires et quadratiques du champ des déplacements est utilisée pour évaluer la grandeur des déformations : lorsqu'un certain seuil est dépassé, l'algorithme bascule vers un maillage de résolution plus fine autour de la région en question. Ce procédé permet de concentrer la charge de calcul dans les zones où les déformations sont maximales. Une composante de force de viscosité a en outre été introduite dans

ce modèle. Pour augmenter la stabilité, le schéma d'intégration est semi-implicite.

Jerabkova et al. [JKWP04] présentent également un modèle multi-résolution utilisant la méthode des éléments finis. Ils proposent une méthode basée sur des octree permettant de définir la structure topologique des éléments finis. Les éléments choisis sont des cubes et lorsqu'un élément a besoin d'être raffiné, il est décomposé en 8 éléments. L'application médicale choisie est la chirurgie plastique.

Un modèle multi-résolution est également décrit dans [WDGT01] : la méthode des éléments finis y est utilisée avec des déformations non-linéaires. Dans le prochain paragraphe, nous décrivons les améliorations effectuées pour résoudre les systèmes d'équations lorsque la linéarité géométrie et/ou physique n'est plus vérifiée.

Non-linéarité physique

Dans les deux prochains paragraphes, nous nous intéressons aux solutions proposées pour utiliser la méthode des éléments finis avec des hypothèses de non-linéarité. Dans un modèle élastique linéaire, l'hypothèse de linéarité est faite deux fois. Une première approximation consiste à linéariser le tenseur des déformations. Lorsqu'il est calculé de façon rigoureuse, celui-ci possède en effet des termes quadratiques. L'omission de ces termes pour ne garder que les termes linéaires revient à effectuer implicitement l'hypothèse que les déformations sont faibles. Les vecteurs de forces intérieures dues aux déformations deviennent alors proportionnels aux vecteurs de déplacements et on parle de linéarité géométrique. Une deuxième hypothèse consiste à supposer que le tenseur des contraintes dépend linéairement de celui des déformations, on parle alors de linéarité physique. Dans ce paragraphe, nous développons les méthodes proposées pour la non-linéarité physique tandis que la non-linéarité géométrique est développée au paragraphe suivant.

Cotin et al. [CDA99] ont proposé une façon d'introduire des éléments de non-linéarité physique dans leur modèle d'éléments finis quasi-statique. Cette méthode consistait à résoudre d'abord les équations du système comme s'il était élastique linéaire puis à ajouter des termes correctifs aux forces et aux déplacements. Ils se sont placés dans une configuration de compression uni-axiale : il est alors possible d'exprimer les termes correctifs à appliquer aux forces et aux déplacements radiaux en fonction du déplacement axial, de façon à reproduire le comportement observé expérimentalement. Les courbes expérimentales ont été approximées par des fonctions polynomiales. Le coût additionnel en temps de calcul par rapport au modèle linéaire pur est faible car la partie essentielle de l'algorithme reste élastique linéaire, d'où le nom de déformations élastiques quasi non-linéaires donné par les auteurs. Les simulations effectuées ont permis de reproduire avec une bonne précision le comportement observé expérimentalement.

Le simulateur de chirurgie laparoscopique LaSSo [SBH*00] met en œuvre des modèles déformables d'organes utilisant la loi d'élasticité non-linéaire de Mooney-Rivlin et la méthode des éléments finis sur un maillage hexahédrique. Leurs applications médicales sont principalement les chirurgies abdominale et gynécologique, comme illustrées sur la figure 2.1. Les nombreux calculs dus à la non-linéarité du modèle ainsi qu'à l'utilisation d'un schéma d'intégration explicite sont gérés par une architecture parallèle.

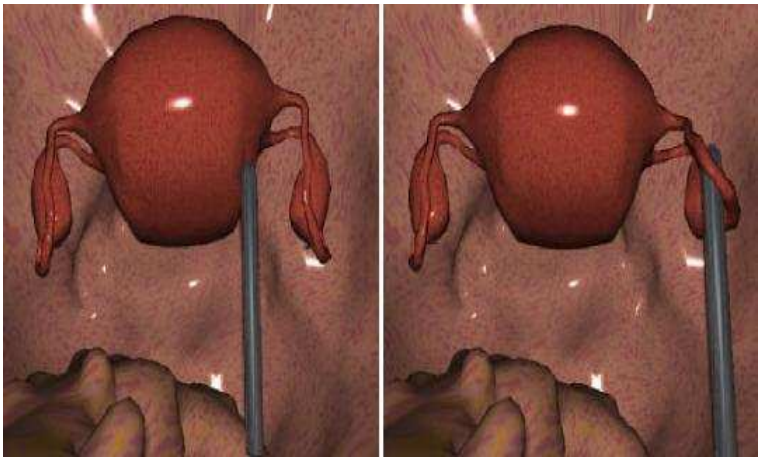


Fig. 2.1: *Simulation d'actes chirurgicaux sur l'utérus par [SBH*00] avec le simulateur de chirurgie laparoscopique LaSSo utilisant une loi d'élasticité non-linéaire.*

Non-linéarité géométrique

Zhuang et Canny [ZC00] ont présenté une méthode de calcul rapide de déformations et de forces à base d'éléments finis intégrant la non-linéarité géométrique, ce qui rend leur modèle valide pour de fortes déformations. Un tenseur de déformations non-linéaire de Green-Lagrange a été utilisé, par contre l'hypothèse de linéarité géométrique est effectuée.

Mendoza et al. [ML03] ont développé un algorithme de découpe de tissus mous en temps réel utilisant un modèle de tissus à base d'éléments finis explicites intégrant la non-linéarité géométrique. Cet algorithme fait intervenir des critères physiques dans la détermination des coupures et consiste à éliminer des liens entre éléments plutôt que d'en supprimer ou que de les découper en éléments plus petits. Il inclut un calcul précis du retour de forces et un retour haptique a été implanté. Ce travail démontre la possibilité d'effectuer des simulations incluant à la fois un modèle de déformation non-linéaire et des changements de topologie.

O'Brien et Hodgins [OH01] ont présenté une méthode à base d'éléments finis explicites permettant de simuler des cassures d'objets. Elle utilise un tenseur de déformations non-linéaire de Green-Lagrange et consiste à calculer séparément en chaque nœud du maillage les forces de tension et les forces de compression exercées par les éléments adjacents. Lorsque l'écart entre les composantes de tension et de compression devient trop important, une fracture est créée. Les matériaux utilisés sont isotropes et homogènes et l'hypothèse des larges déformations est effectuée. Ce modèle a été amélioré ultérieurement pour inclure une phase de déformation plastique précédant la cassure [OBH02]. Les applications visées sont surtout du domaine de l'animation et les simulations obtenues avec les deux méthodes possèdent une apparence très réaliste. Le temps réel n'est cependant pas recherché. Le schéma d'intégration utilisé est un schéma explicite.

Dans ces applications, lorsque l'hypothèse des petites déformations ne peut plus être effectuée, le tenseur des déformations de Green-Lagrange est utilisé. Tant que les équations (résolues dynamiquement) sont intégrées explicitement, la non-linéarité du tenseur des déformations ne pose pas de problème. L'utilisation d'un schéma d'intégration implicite est avantageuse afin de choisir des pas de temps plus importants sans avoir de problèmes de stabilité. Le problème de l'utilisation d'un tel schéma en combinaison avec l'hypothèse de grandes déformations est la linéarisation correcte du système d'équations afin de réaliser le schéma d'intégration implicite. Des larges déformations en rotation notamment ne permettent pas l'utilisation d'un schéma implicite. Müller et al [MG04] ont proposé une solution afin d'intégrer correctement ces grandes déformations en rotation. Pour cela, les auteurs différencient dans la déformation de chaque élément fini la partie due à la rotation. Ils calculent dans un premier temps les forces dans un repère sans avoir pris en compte la rotation. L'équation pour les forces élastiques d'un élément devient :

$$\mathbf{f}_e = RK(R^T\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) \tag{2.9}$$

où R représente la matrice de rotation contenant les trois rotations de l'élément par rapport à chacun des axes. Le vecteur $\mathbf{x}$ contient les positions actuelles des nœuds de l'élément (tétrahèdre dans l'article) et $\mathbf{x}_0$ les positions de repos de ces nœuds. La rotation contenue dans la matrice R est calculée en effectuant une décomposition polaire de la matrice décrivant la transformation du tétrahèdre de sa position de repos à sa position actuelle. Les résultats obtenus par [MG04] sont stables, rapides et réalistes. Dans une approche plus ancienne [MDM*02], les auteurs ont également proposé d'extraire la partie due à la rotation non pas au niveau de chaque élément mais au niveau de chaque nœud. Il n'était alors plus nécessaire d'assembler la matrice de raideur globale à chaque pas de temps mais des forces « fantôme » apparaissaient. Des travaux similaires sur la décomposition des déformations en une partie rigide et une partie correspondant aux déformations ont également été effectués par [EKS03, HS04, ITF04, NPF05].

Une autre solution à ce problème a été proposée par Capell et al. [CGC*02] : chaque région du maillage éléments finis est associée à un squelette et linéarisée localement. Les résultats obtenus sont rapides et peu différents d'une solution non-linéaire.

2.4.3.3 Applications de la méthode des éléments finis à la modélisation des tissus mous

Des approches très variées de la méthode des éléments finis ont été proposées pour modéliser les tissus mous. La méthode est le plus souvent utilisée en statique et une simulation consiste alors en une série d'états à l'équilibre. De plus, les hypothèses de linéarité géométrique et physique sont généralement effectuées.

Dès 1986, Larrabee propose un modèle éléments finis pour la déformation de la peau [Lar96]. La peau est alors modélisée comme une membrane linéaire attachée aux couches sous-cutanées par des ressorts linéaires. Par la suite, Gourret et al. [GMTT89] ont proposé une

application de simulation d'une main attrapant et pressant une balle à l'aide de la méthode des éléments finis. Leur approche est dynamique et ils utilisent des élements 3D avec des fonctions d'interpolation linéaires. Le matériau choisi est isotropique et obéit à la loi de Hooke. Pour prendre en compte les non-linéarités géométriques, le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchoff ainsi que le tenseur des déformations de Green-Lagrange sont utilisés. La méthode des éléments finis classique est donc utilisée rigoureusement mais est par conséquent très consommatrice en temps. Les autres travaux précurseurs furent ceux de Chen et al. [CZ92] sur un modèle de muscle et de Sagar et al. [SBMH94] sur un modèle de la cornée.

Une approche hybride fut aussi proposée par Celniker et al. [CG91] pour la construction de surfaces de forme libre avec la méthode des éléments finis. Dans leur méthode, l'utilisateur peut contrôler la forme de l'objet en appliquant des forces extérieures sur la surface. Les éléments utilisés sont des éléments triangulaires 2D et les fonctions d'interpolation sont des polynômes de Hermite. Koch et al. [KGC*96] ont eux aussi proposé une méthode combinant les éléments finis et les masses-ressorts (paragraphe 2.5) pour la prédiction d'une chirurgie cranio-faciale. La méthode fut améliorée en 2002 [KRG*02] avec l'utilisation d'éléments prismatiques 3D et de paramètres physiques provenant de données scanner.

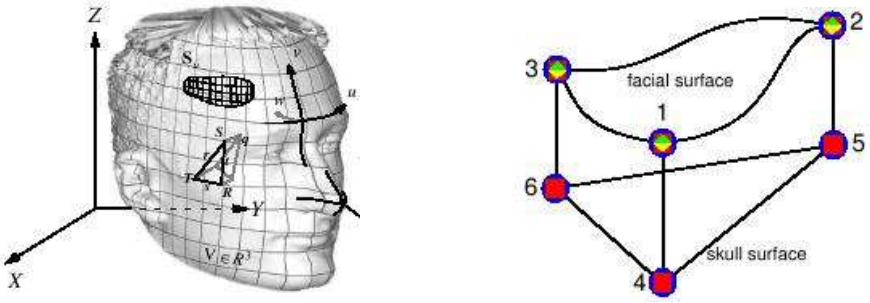


Fig. 2.2: *Exemple de maillage du visage avec des éléments prismatiques dans le modèle de [KRG*02].*

Toujours pour la simulation cranio-faciale, Keeve et al. ont proposé une comparaison entre l'approche masses-ressorts et l'approche éléments finis [KGG96, KGPG96]. Dans leur approche éléments finis, des élements prismatiques sont utilisés et les tissus adipeux sont modélisés par une loi linéaire. L'étude conclut que la simulation cranio-faciale est plus précise avec la méthode des éléments finis. Les résultats donnés par les masses-ressorts se sont néanmoins révélés assez précis pour la majorité des cas pour le planning pré-opératoire et surtout ont permis d'avoir des temps de simulation interactifs. Concernant la chirurgie cranio-faciale, nous pouvons également citer le modèle éléments finis proposé par [GzDH01] pour prédire l'apparence du visage après une chirurgie ou bien celui de [CLP03].

D'autres parties du corps humain ont également été simulées. Ainsi, Cotin et al. [CDA96] proposent un simulateur pour la chirurgie du foie. De nombreuses améliorations à la méthode des éléments finis ont été proposées à cette occasion et nous les présentons dans les paragraphes suivants. Azar et al. [AMS00] proposent une application intéressante de modèles déformables du sein afin de localiser les tumeurs sur différents examens au cours desquels le sein se déforme en fonction de la position de la patiente et des conditions d'acquisition des images. Le maillage utilisé est composé d'hexahèdres et est relié à une surface triangulée. Le comportement physique est approximé par une loi d'élasticité linéaire par morceaux : la pente de la loi linéaire est réévaluée à chaque itération à partir d'un courbe expérimentale donnant une relation non-linéaire entre les contraintes et les déformations.

Les efforts de modélisation se sont aussi beaucoup portés sur le comportement biomécanique du cerveau. Dans [HLL*00] une analyse par éléments finis est ainsi effectuée pour prédire l'importance des contusions dans le cerveau lors d'un impact direct. Les rotations de la tête autour des vertèbres cervicales peuvent être simulées. La pression intra-craniale ainsi que les déformations sont calculées. Enfin, un modèle éléments finis 3D relativement complexe a été créé pour simuler l'inertie de la tête et le comportement des structures internes. Le tissu dans ce modèle est supposé homogène, isotropique et viscoélastique linéaire. [TSBM94] a proposé aussi un modèle 2D d'un seul hémisphère cérébral pour la modélisation de la distortion et de la distribution des déformations lors d'une hémorragie. [PWP99] ont réalisé également un modèle à 2 phases pour tenir compte des interactions fluide et structure. Hartmann [Har99] ont proposé un modèle 3D du cerveau avec une bonne résolution afin d'étudier l'influence de la croissance des tumeurs dans le cerveau. Enfin, un modèle 3D à deux phases a été proposé par [MPK*99]. Pour le recalage non-rigide d'images IRM, [FMW00] et [Dav97] ont également proposé des modèles élastiques linéaires du cerveau.

Enfin, il convient de citer également les quelques modèles linéaires élastiques anisotropes qui ont été développés pour permettre de modéliser les structures anatomiques dont les matériaux possèdent une direction privilégiée (fibres, muscles, vaisseaux par exemple). Hatfield [Hat96, Hat97] a présenté une étude intéressante des lois de conservation pour les matériaux anisotropes.

Plusieurs exemples d'utilisation de ce type d'élasticité pour modéliser les organes du corps humain ont été proposés. Parmi eux, nous pouvons citer celui de Kaiss et al. [KT96] pour calculer les déformations de l'oeil lors d'interventions chirurgicales. Humphrey et al. [HSY90] proposent un modèle assez complexe du cœur tenant compte des fibres et dont les paramètres rhéologiques sont déterminés à partir de mesures expérimentales. Des travaux sur un modèle biomécanique du coeur ont également été effectués par Sermesant et al. [Ser03]. Rodrigues et al. [RGC01] et Chouly et al. [CHL*06] présentent un modèle des voies aériennes supérieures. Luboz et al. [LPB*02] proposent un modèle afin de simuler les procédures d'exophtalmie. Enfin, quelques travaux ont été effectués sur les ligaments du genou [WMG96] et sur les fibres [MJZM97].

Nienhuys et al. [NvdS01] ont proposé une autre approche avec pour objectif la découpe de tissus mous. Leur idée est de ne couper que le long des faces du maillage. Les coupures sont réalisées en trois étapes : les faces les plus proches de l'outil sont d'abord sélectionnées puis les nœuds de ces faces sont déplacés afin d'être confondus avec la trajectoire de l'outil, et ceci avant de séparer les nœuds pour réaliser la coupure. Cette méthode, illustrée sur la figure 2.3, permet ainsi d'obtenir des contours irréguliers tout en conservant la taille du maillage et donc en n'augmentant pas les temps de calcul. Elle présente l'inconvénient d'entraîner des dégénerescences dans le maillage pour certains cas particuliers.

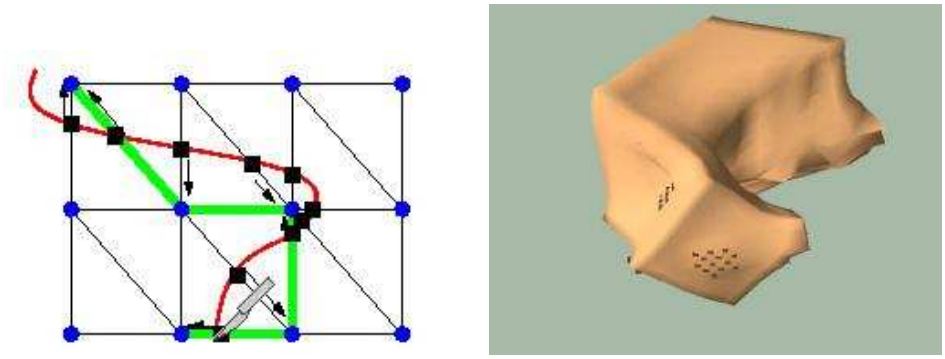


Fig. 2.3: *Principe de la méthode de découpe de [NvdS01] et exemple de simulation de coupures.*

Dans la suite de ce paragraphe, nous nous intéressons à la modélisation des tissus mous dans le cadre de simulation de propriétés non-linéaires. Les exemples d'algorithmes de simulation de tissus biologiques qui ne soient pas purement élastiques linéaires sont encore peu nombreux. Le sujet suscite un intérêt croissant, notamment pour un rendu plus réaliste de la modélisation des tissus. Certains des modèles non-linéaires présentés dans la fin de ce paragraphe conservent néanmoins l'une ou l'autre des hypothèses de linéarité.

Roth et al. [RGTC98] ont présenté une approche de simulation de déformations non-linéaires à base d'éléments finis pour la chirurgie maxillo-faciale, mais sans se préoccuper de la rapidité des calculs. Ils ont conservé un tenseur de déformations linéarisé mais modélisent le module de Young par une fonction exponentielle croissante des déformations, et ajoutent une condition d'incompressibilité des tissus à cause de leur forte teneur en eau. D'autre part pour l'interpolation sur les éléments finis, ils utilisent des fonctions non-linéaires quadratiques ou cubiques à base de fonctions de Bézier. La méthode est appliquée à la simulation d'une intervention chirurgicale sur la mâchoire inférieure du « Visible Human » . Les résultats sont comparés à ceux obtenus par un modèle élastique linéaire simple et semblent a priori plus réalistes, mais aucune comparaison avec des données expérimentales n'a été effectuée.

Pathmanathan et al. [PGW*04] ont présenté un modèle du sein afin de simuler les déformations lors de la réalisations de mammographies et d'images IRM, notamment car le

changement de position lors de l'acquisition des images est différente. La géométrie de leur modèle est construite à l'aide d'images IRM et les propriétés physiques des différents éléments sont attribuées à l'aide de la segmentation des images. Se basant sur le fait que les déformations sur le sein sont très différentes lors d'une IRM et lors d'une mammographie, l'objectif du modèle est de pouvoir localiser les tumeurs sur un des deux moyens d'imagerie, connaissant la localisation sur l'autre.

Enfin, Maurel et al. ont présenté des modèles biomécaniques à la fois géométriquement et physiquement non-linéaires pour la simulation de tissus mous [MWMTT98]. Ces modèles ont pour principales applications les simulations d'articulations du bras et de l'épaule [MT00], avec plus particulièrement la simulation de muscles et de tendons. Mais le temps réel n'était pas visé par ces applications. Ces modèles ont eux aussi été construits à partir de la base de données du « Visible Human » .

2.4.3.4 Conclusion sur la méthode des éléments finis

La méthode des éléments finis est utilisée depuis de nombreuses années pour la résolution de problèmes, notamment en mécanique des structures ou bien en dynamique des fluides [ZT00, DTL05]. Elle est particulièrement bien adaptée à la résolution des équations aux dérivées partielles. Le choix du maillage du domaine est assez souple, ce qui est une caractéristique importante pour modéliser des structures anatomiques qui possèdent la plupart du temps une géométrie très complexe. Le choix des fonctions d'interpolation peut ainsi permettre de modifier la précision des calculs tout en conservant le même maillage. L'introduction des propriétés physiques des tissus modélisés et la précision des simulations qui en découle sont le principal atout de la méthode des éléments finis pour modéliser les tissus mous. Les interactions entre différents tissus peuvent être définies par des critères physiques mais restent parfois difficiles à mettre en œuvre.

La méthode des éléments finis reste très coûteuse en temps de calcul. C'est essentiellement pour cette raison que de nombreuses extensions de la méthode comme celles présentées dans ce paragraphe ont été développées afin d'améliorer les performances de la méthode et pouvoir ainsi modéliser des comportements de plus en plus complexes de tissus vivants. D'autres méthodes, que nous allons présenter dans la suite de cette partie consacrée aux modèles continus, ont également été proposées afin de pallier les inconvénients de la méthode des éléments finis. Elles font référence à une modélisation de comportement différente mais appartiennent toujours à la catégorie des modèles continus.

2.4.4 Méthode des volumes finis

2.4.4.1 Principe

La méthode des volumes finis, développé par [TBHF03], est, comme pour la méthode des éléments finis, une méthode où la discrétisation est réalisée spatialement sur l'objet modélisé. Dans la méthode des éléments finis, les forces agissant sur chaque nœud du maillage sont

calculées comme des dérivées de l'énergie de déformation. Avec la méthode des volumes finis, les forces appliquées sur chaque nœud d'un élément sont calculées différemment. Le tenseur des contraintes σ est utilisé pour calculer une force interne $\mathbf{F}$ par unité d'aire selon un plan donné :

$$\mathbf{F} = \sigma \mathbf{n} \tag{2.10}$$

où $\mathbf{n}$ est la normale au plan considéré. La force totale appliquée à une facette d'aire A d'un élement fini a pour expression :

$$\mathbf{F}_A = \int_A \sigma d\mathbf{A} \tag{2.11}$$

Si les fonctions de forme utilisées sont linéaires, le tenseur des contraintes est constant dans un élément et pour une facette d'un élément planaire, l'intégrale est alors égale à :

$$\mathbf{F}_A = A\sigma \mathbf{n} \tag{2.12}$$

où A est l'aire de la facette et $\mathbf{n}$ sa normale. Pour obtenir les forces sur chaque nœud, la force sur chaque facette de chaque élément est calculée et les forces sont ensuite sommées sur chaque nœud en prenant les forces obtenues sur les facettes adjacentes à un nœud donné. Les auteurs interprètent les contraintes à l'intérieur d'un tétrahèdre comme une « force multidimensionnelle » poussant sur chaque face.

2.4.4.2 Application à la modélisation des tissus mous

La méthode des volumes finis est utilisée pour modéliser des matériaux soumis à de grandes déformations mais est très peu appliquée à la modélisation des tissus mous. Teran et al. [TBHF03] ont proposé d'utiliser cette méthode pour simuler les déformations des muscles. Le modèle développé par Teran et al. est un modèle quasi-incompressible, transversalement isotrope et hyperélastique : il leur permet de simuler la contraction de tissus musculaires. Des B-splines sont utilisées pour modéliser les directions des fibres.

Les avantages de cette méthode sont ses bases géométriques qui sont relativement intuitives et le calcul des forces qui est aussi simple que dans les modèles masses-ressorts (paragraphe 2.5), tout en ayant toujours les avantages des modèles continus. Les propriétés physiques et une loi de comportement non-linéaire (en l'occurence hyper-élastique pour la simulation proposée par Teran et al.) peuvent donc être utilisées. Une telle méthode suppose néanmoins des hypothèses fortes, principalement sur la géométrie des éléments et les fonctions d'interpolation utilisées. Des informations concernant la possibilité de modéliser une géométrie complexe ou bien des interactions entre plusieurs objets ne sont pas précisées par les auteurs, de même que les simulations effectuées n'ont pas été validées avec des données médicales ou comparées à d'autres méthodes.

2.4.5 Méthode des éléments frontières

Une autre alternative à la méthode des éléments finis a été proposée par James et al. [JP99] : la méthode des éléments frontières ou « Boundary Element Method » (notée BEM). Dans cette méthode, tous les calculs du comportement d'un objet élastique sont effectués à la surface de celui-ci au lieu de concerner tout le volume.

2.4.5.1 Principe

Dans la méthode des éléments frontières, les équations du mouvement utilisées dans la méthode des éléments finis ne sont exprimées que sur la surface de l'objet modélisé. Pour cela, le théorème de Gauss est utilisé afin de transformer l'intégration des équations sur le volume en une intégration sur la surface.

Il est possible d'utiliser une formulation intégrale des équations dans le cadre de la théorie de l'élasticité pour les matériaux élastiques linéaires, isotropes et non soumis à des forces volumiques. L'équation de Navier obtenue en intégrant l'équation de conservation de l'énergie combinée avec les équations constitutives d'un matériau continu, isotrope et élastique linéaire est présentée sous la forme suivante :

$$(N\mathbf{u})(\mathbf{x}) + b(\mathbf{x}) = 0 \tag{2.13}$$

où $\mathbf{x}$ sont les coordonnées cartésiennes du milieu, N est un opérateur linéaire différentiel du second ordre, b est le champ des forces appliquées au système, $\mathbf{u}$ est le champ des déplacements.

La frontière de l'objet modélisé est découpée en éléments disjoints, à l'intérieur desquels le champ des déplacements est interpolé linéairement en fonction des déplacements des nœuds. L'équation exprimée précédemment est appliquée à tous les nœuds de l'objet et est intégrée sur chaque élément. Si n est le nombre de nœuds de l'objet, un système linéaire de $3n$ équations à $3n$ inconnues à résoudre est obtenu (comprenant les $3n$ déplacements nodaux et les $3n$ tractions des nœuds). Les conditions aux limites sont alors fixées : le système peut être résolu et les valeurs des nœuds de la surface peuvent être obtenues.

2.4.5.2 Applications à la modélisation des tissus mous

James et al. [JP99] ont présenté les premières simulations effectuées à l'aide des éléments frontières dans un système nommé ArtDefo. Une de leurs applications avec quelques exemples de déformations d'objets déformables est présentée sur la figure 2.4. Montserrat et al. [MMA*01] ont présenté une application de la méthode pour la simulation de déformations mécaniques du foie de porc. Pour leur application, ils n'ont pas réussi à obtenir un modèle de tissu élastique linéaire réaliste pour des déformations supérieures à 3 mm et des vitesses de déformations supérieures à 0,4 mm/s. James et al. [JP03] ont proposé une extension de la méthode avec une approche multi-résolution de l'objet pour une application sur la modélisation des différents types de tissus recouvrant les doigts de la main. Ils ont pour cela exploité la linéarité du système en pré-calculant un ensemble de réponses élémentaires appelées fonctions de Green. Ces fonctions peuvent ensuite être combinées et ceci en temps réel.

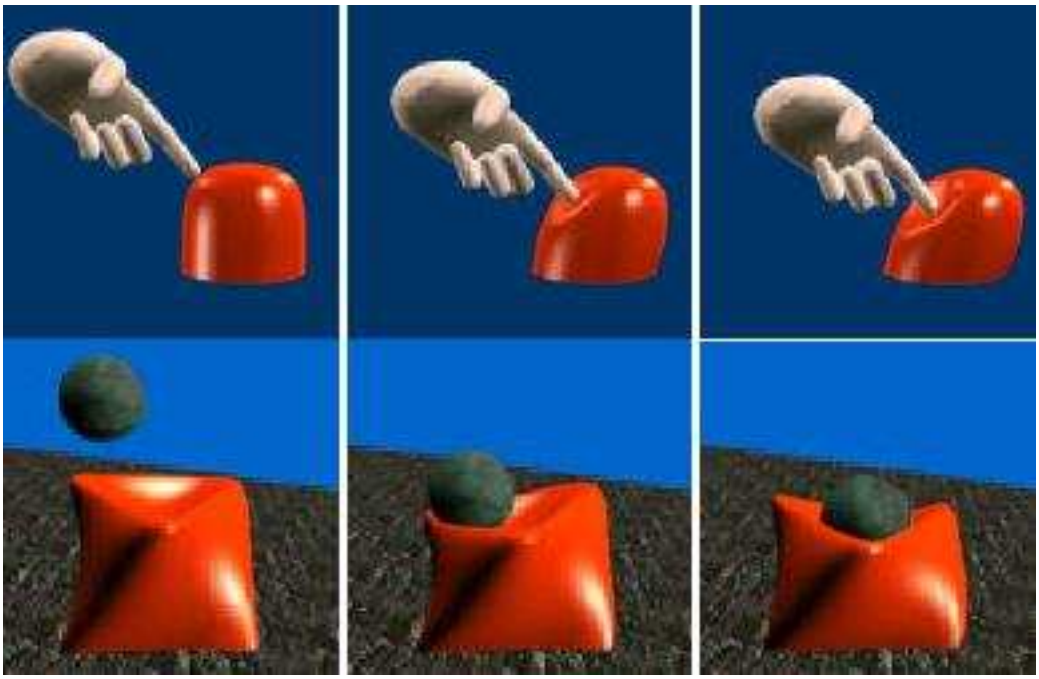


Fig. 2.4: *Animation de [JP99] avec la méthode des éléments frontières.*

2.4.5.3 Conclusion sur la méthode des éléments frontières

Le principal avantage de la méthode des éléments frontières est qu'elle ne requiert pas un maillage volumique mais uniquement un maillage surfacique. Le contrôle du nombre de sommets de l'objet modélisé est ainsi plus aisé que pour la méthode des éléments finis et le nombre d'équations est diminué, ce que favorise une amélioration des temps de calcul par rapport à la méthode des éléments finis pour un même objet. Bien que le nombre d'équations soit proportionnel au nombre de nœuds de la surface, la structure volumique est correctement prise en compte dans les calculs, ce qui fait tout l'intérêt de la méthode car les objets sont bien représentés par un continuum volumique.

La méthode des éléments frontières présente néanmoins des inconvénients. En premier lieu, elle émet une hypothèse assez forte sur la nature élastique du matériel : seuls des matériaux linéaires homogènes et isotropiques peuvent être modélisés. Il semble donc difficile d'adapter cette méthode pour des lois de comportement complexes et en particulier non-linéaires ou bien des objets aux propriétés physiques inhomogènes. En second lieu, le calcul de la matrice de raideur est difficile à implémenter et la qualité du maillage surfacique peut influencer la stabilité des calculs. En troisième lieu, cette méthode ne peut pas calculer les déplacements de nœuds à l'intérieur de l'objet modélisé, ce qui peut être un facteur limitant dans la modélisation, en particulier des tissus mous. Enfin, les changements de topologie sont également plus difficiles à mettre en œuvre que dans la méthode des éléments finis par exemple.

Pour conclure, la méthode des éléments frontières ne peut fonctionner que pour un seul type de matériau et ne permet pas les changements de toplogie. Elle est néanmoins une très bonne solution lorqu'on ne possède pas le maillage volumique d'un objet mais uniquement un maillage surfacique ou bien lorsque l'on veut améliorer les temps de calculs des simulations.

2.4.6 Méthode des éléments longs

2.4.6.1 Principe

Costa et al. [CB01, Bal01] ont décrit une nouvelle méthode appelée « Long Elements Method » afin de déformer de manière interactive des objets remplis de fluides. L'objet modélisé y est décomposé en parallépipèdes (ou éléments longs), comme décrit sur la figure 2.5. Les tissus modélisés sont considérés comme des objets élastiques non-linéaires incompressibles composés essentiellement de liquide. Les déformations ne s'effectuent que selon une seule direction, celle de la longueur des éléments. L'équation d'équilibre statique est formée en considérant les différentes pressions s'exerçant sur les éléments et leurs conséquences sur l'élongation des éléments.

Le principe de Pascal est utilisé pour caractériser l'objet : « dans un fluide incompressible en équilibre, les pressions se transmettent intégralement » . L'incompressibilité du fluide implique que la conservation du volume doit être garantie lorsque l'objet est en interaction avec un autre objet et qu'il est déformé. Des équations statiques pour l'objet élastique sont ajoutées à ce principe de Pascal.

Fig. 2.5: *Méthode des éléments longs : (a) description d'un élément (b) description d'un cylindre avec des éléments longs (c) description de la surface d'un cylindre.*

2.4.6.2 Application à la modélisation des tissus mous

Le modèle simule des déformations globales assez réalistes pour des tissus considérés comme non-homogènes. Un avantage de cette méthode est que le nombre d'éléments est moindre que

dans une discrétisation avec des éléments cubiques ou tétrahédraux. Une utilisation de cette méthode est effectuée dans le cadre d'un simulateur chirurgical par [SML02].

Quelques autres méthodes basées sur la méthode des éléments longs ont été également proposées. Balaniuk et al. [Bal03] ont formulé une autre méthode nommée « Radial Elements Method » . Cette méthode permet de modéliser des déformations d'objets de forme particulière de manière très rapide et en détectant les collisions.

Sundaraj et al. [Sun04] ont proposé la méthode de distribution de volume, inspirée de la méthode des éléments longs. Le principe est de définir les équations d'équilibre d'un objet volumique rempli d'un fluide incompressible. Ces équations sont établies également à l'aide du principe de Pascal et de la conservation de volume. Par contre, la méthode n'utilise pas une discrétisation de l'objet en éléments longs mais le maillage surfacique triangulaire de l'objet. Les pressions ne sont plus définies par rapport à une élongation mais à des variations de volume, celui-ci étant distribué sur les différents nœuds constituant le maillage. La méthode de distribution de volume a été utilisée dans le cadre du développement de simulateurs médicaux avec comme exemple la chirurgie arthroscopique du genou [Sun04]. A notre connaissance, aucune des applications à la modélisation des tissus mous n'a été validée ou bien comparée à d'autres méthodes en terme de précision notamment.

2.4.7 Méthode des masses-tenseurs

Face aux problèmes de modifications de topologie de la méthode des éléments finis et de certaines de ses extensions, Delingette et al. [DCA99] ont proposé une alternative à la méthode des éléments finis pour résoudre ces problèmes. Le principe de leur amélioration est de résoudre le système d'équations de la méthode des éléments finis de manière locale et itérative.

2.4.7.1 Principe

L'objet modélisé avec la méthode des masses-tenseurs est discrétisé en tétrahèdres et l'ensemble de la masse de l'objet est concentré sur les nœuds du maillage (technique du *mass lumping*). L'équation dynamique du mouvement peut donc être formulée sur chaque nœud i du maillage :

$$M\ddot{\mathbf{U}}_i + D\dot{\mathbf{U}}_i + K\mathbf{U}_i = F_i \tag{2.14}$$

Cette équation différentielle du second ordre couple les mouvements du tissu sous l'influence de l'inertie M, de la viscoélasticité D, de l'élasticité K et des forces externes F. Le vecteur $\mathbf{U}_i$ représente le vecteur déplacement du nœud i. Nous verrons dans la partie 2.5 qu'une telle équation est identique à celle d'un système masses-ressorts.

D'après la théorie des éléments finis, les matrices M et D sont creuses et dépendent des propriétés des éléments choisis. Dans le modèle masses-tenseurs, ces matrices sont considérées comme diagonales, c'est à dire que la masse et les effets d'amortissement sont concentrés sur les sommets du maillage. Cette simplification découple les mouvements de chacun des

nœuds et permet d'écrire l'équation ci-dessus comme un ensemble d'équations différentielles indépendantes, une pour chaque sommet.

La méthode des masses-tenseurs diffèrent de celle des masses-ressorts par la formulation de la force élastique. L'énergie de déformation dans la méthode des masses-tenseurs est définie par rapport à la configuration locale et continue du maillage. La force élastique exercée sur chacun des nœuds i s'exprime ainsi sous la forme :

$$f_i = K_{ii}u_i + \sum_{\text{j voisins de i}} K_{ij}u_j \tag{2.15}$$

où K_{ii} représente la somme des contributions du nœud i pour tous les éléments auxquels il appartient et K_{ij} représentent les sommes des contributions des autres nœuds j voisins de i. K_{ii} et K_{ij} sont des tenseurs qui peuvent être pré-calculés avant la simulation car ils ne dépendent que de la géométrie du maillage au repos et des propriétés mécaniques.

La force élastique calculée sur chaque nœud est ensuite introduite dans l'équation dynamique locale pour calculer le champ des déplacements à l'instant suivant.

2.4.7.2 Apports et applications des masses-tenseurs

Delingette et al. [DCA99] ont proposé la méthode des masses-tenseurs afin de gérer les changements de topologie dans la méthode des éléments finis. Dans la méthode des masses-tenseurs, les opérations sont effectivement toutes des opérations locales puisqu'effectuées sur chaque nœud. C'est cette propriété de la méthode qui permet de procéder à des changements de topologie. Pour cela, il suffit à chaque instant de mettre à jour les adjacences entre les éléments voisins ainsi que les tenseurs correspondants à ces adjacences. Pour simuler une déchirure par exemple, le taux de déformation d'un tétrahèdre est observé et dès qu'il atteint un certain seuil, il est retiré du modèle.

L'application proposée par [DCA99] est un simulateur chirurgical principalement dédié à la chirurgie du foie. Des exemples de simulations sont proposés sur la figure 2.6.

Picinbono et al. [PDA01, PDA03] ont présenté une extension du modèle des masses-tenseurs basée sur le modèle d'élasticité de St. Venant-Kirchhoff, qui intègre la non-linéarité géométrique et correspond à une classe de matériaux hyper-élastiques, comme nous l'avons présentée dans l'annexe A sur la théorie de l'élasticité. Les auteurs effectuent une discrétisation de l'expression généralisée de l'énergie mécanique dérivée du modèle de St Venant-Kirchhoff de la même façon que pour la méthode des masses-tenseurs linéaire. L'expression de la force résultante est plus générale et inclut des termes quadratiques et cubiques, ce qui permet d'éliminer certains artefacts inhérents au modèle linéaire pour de fortes déformations, notamment lorsqu'une partie du système subit une rotation.

Une contrainte externe d'incompressibilité a été introduite dans ce modèle sous la forme d'une force pénalisant les changements de volume, car la condition d'incompressibilité est difficile à définir explicitement dans un modèle d'élasticité. Les temps de calcul obtenus avec cet algorithme sont cinq fois supérieur à celui de l'algorithme des masses-tenseurs linéaire mais

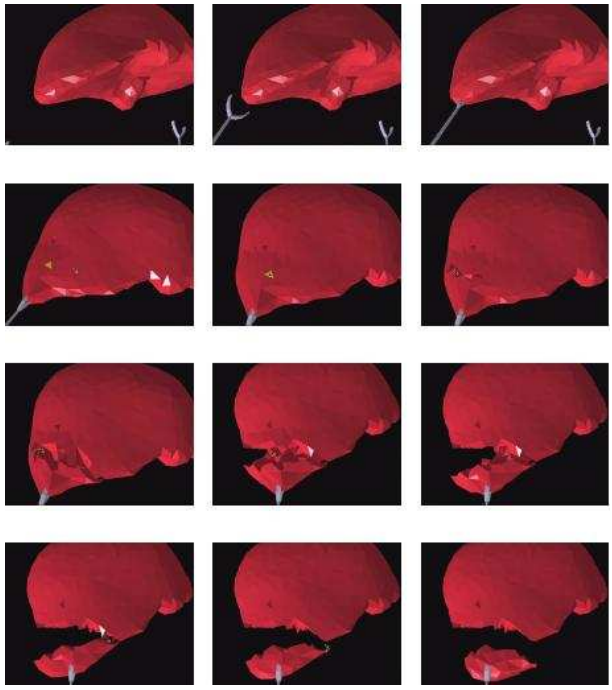


Fig. 2.6: *Exemple de simulations sur le foie réalisées par [DCA99].*

permettent néanmoins des simulations en temps réel sur des objets relativement complexes (de l'ordre de 2000 tétrahèdres).

Picinbono et al. [PLDA00] ont par ailleurs présenté une variante de la méthode des masses-tenseurs traitant le cas d'un matériau non-isotrope. Le cas traité est celui de matériaux dont les propriétés sont différentes pour une seule direction donnée, qui sont appelés transversalement isotropes.

Enfin, nous pouvons également citer les travaux sur la face de Mollemans [MSVCS03] qui propose une simulation avec la méthode des masses-tenseurs sur un modèle composé de tétrahèdres. Il ont récemment essayé d'optimiser les paramètres biomécaniques de leur modèle à l'aide de données expérimentales [Mol06].

2.4.7.3 Modèles hybrides

L'algorithme présenté par Delingette et al. [DCA99] est très intéressant pour les modèles qui changent de topologie mais les temps de calculs sont plus importants que pour la méthode quasi-statique globale présentée par [Cot97]. Cotin et al. [CDA00] ont proposé de combiner les deux méthodes dans un seul système hybride afin de réduire les temps de calcul. Les modifications de topologie sont en effet souvent restreintes à une petite partie du modèle et la méthode des masses-tenseurs n'est appliquée qu'à cette partie. Le reste du modèle est, quant à lui, décrit par la méthode quasi-statique globale. Comme les deux méthodes reposent sur la

même représentation physique, le couplage des deux méthodes ne modifie pas le comportement du système, équivalent à celui d'un système élastique linéaire unique. Un exemple de modèle hybride pour un foie est représenté sur la figure 2.7.

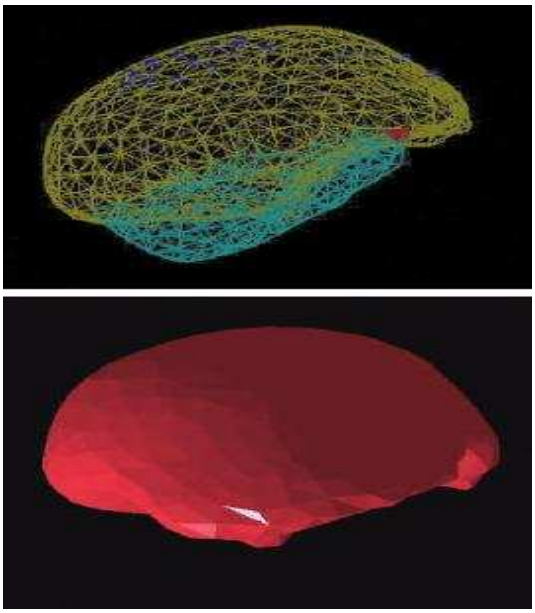


Fig. 2.7: *Exemple de modèle hybride de foie réalisé par [CDA00]. La zone du foie où ont lieu les changements de topologie utilise la méthode des masses-tenseurs alors qu'une méthode éléments finis quasi-statique est appliquée au reste de l'organe.*

2.4.8 Modèles à déformations globales

Les modèles présentés dans ce paragraphe sont des modèles continus qui subissent des déformations globales. Les lois qui gouvernent leurs mouvements sont celles de la théorie de l'élasticité mais la discrétisation n'est pas une discrétisation spatiale de l'objet modélisé.

2.4.8.1 Principe

Les modèles continus dont la discrétisation n'est pas réalisée spatialement sur l'objet avant simulation peuvent se grouper dans la catégorie des « Reduced Deformation Models » [JP04]. La formulation de tels modèles est expliquée dans l'article de James et al. [JP04]. Les modèles permettent d'approximer la position de N points de l'espace en effectuant une combinaison linéaire de différents champs de déplacements. Si les positions des N points déformés s'écrivent $\mathbf{P} = [\mathbf{p}_1, \cdots, \mathbf{p}_N]$, les positions déformées contenues dans $\mathbf{P}'$ ont une expression qui dépend du champ de déplacement U et Q l'amplitude du champ de déplacement :

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P} + \mathbf{UQ} \tag{2.16}$$

Un exemple de calcul issu de [JP04] est illustré sur la figure 2.8.

La méthode de modélisation qui permet de calculer le champ de déplacement **U** est considérée comme une boîte noire et n'intervient pas dans la résolution. **U** peut ainsi être calculé à l'aide d'une méthode d'interpolation, d'une méthode de modélisation multi-résolution ou bien d'une analyse modale linéaire ou non-linéaire, comme nous allons le détailler dans le paragraphe suivant.

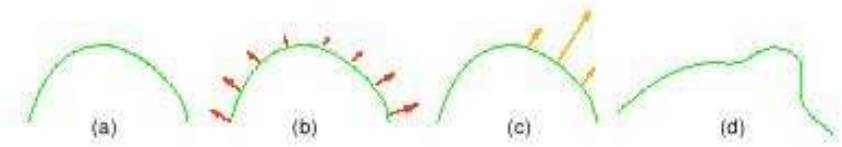


Fig. 2.8: *Exemple de calcul d'une nouvelle forme d'un objet à l'aide d'un modèle de type « Reduced Deformation Model » [JP04] : (a) forme de référence, (b) premier champ de déplacement, (c) deuxième champ de déplacement, (d) une forme déformée possible, calculée comme une combinaison linéaire des deux champs de déplacement.*

2.4.8.2 Analyse modale

L'utilisation de modèles appartenant à la catégorie des « Reduced Deformation Models » a commencé avec la présentation de l'analyse modale par Pentland et al. [PW89], résumée de manière plus générale dans [SHGO02]. Leur algorithme tire partie de l'analyse des modes vibratoires de l'objet. Lorsqu'une déformation est appliquée sur l'objet, les fréquences auxquelles elle correspond peuvent être déterminées. L'objet peut alors être déformé en le faisant vibrer aux bonnes fréquences. La déformation est cette fois-ci globale. Une résolution dynamique du système est utilisée en effectuant l'hypothèse des petites déformations.

L'objectif de la méthode est de découpler l'équation dynamique du système en $3n$ équations différentielles ordinaires, n étant le nombre de nœuds du modèle. Le but est d'exprimer le système dynamique selon ses degrés de liberté, indépendants les uns des autres et correspondants aux différentes fréquences de vibration du matériau. Pour cela, un changement de base est effectué en déterminant les valeurs et les vecteurs propres du système d'équations. Les vecteurs propres vont représenter les différents modes de vibration du système et les déplacements vont pouvoir s'exprimer comme une combinaison linéaire des différents modes, selon le formalisme de la catégorie des « Reduced Deformation Models » .

En 3D, le mouvement rigide est représenté par 6 degrés de liberté (trois translations et trois rotations). Les modes additionnels correspondent aux déformations linéaires, quadratiques ainsi que celles d'ordre supérieur. Chacun de ces modes a une fréquence donnée et la simplification consiste à ne garder que les plus basses fréquences qui participent le plus au

mouvement. En enlevant les plus hautes fréquences qui nécessitent un pas de temps petit, l'animation devient beaucoup plus stable numériquement [GSM*97].

Il est à noter que l'approche par analyse modale proposée par Pentland et al. [PW89] permet de modéliser des matériaux anisotropiques car l'anisotropie peut être décrite dans la matrice de raideur. Les auteurs affirment également la possibilité de modéliser des objets non-linéaires.

Quelques travaux utilisent l'approche modale pour leur modèle, notamment afin d'améliorer les performances de calcul dans le cadre d'une analyse éléments finis. Ainsi, Essa et al. [ESP93] ont suggéré une méthode de superposition des modes. Ils utilisent un modèle éléments finis pour le traitement des images et en particulier la détection de mouvement. Leur modèle est composé de matériaux linéaires viscoélastiques incompressibles. Chen et al. [CZ92] ont également utilisé une approche par décomposition de modes pour leur modèle de muscles pour l'animation du visage. James et al. [JP02] combinent l'approche modale avec une animation d'objets rigides pour simuler les déformations de la peau sur les os. La peau, fixée aux os, s'anime dès qu'un os se déplace et provoque des vibrations.

2.4.8.3 Conclusion sur les modèles à déformations globales

[JP04] ont utilisé la notion de « Reduced Deformation Models » afin de réaliser une gestion performante des collisions entre différents objets élastiques. Leur principal critère est d'obtenir des simulations interactives des interactions entre différents objets. Le critère de performances temporelles est celui qui prime pour l'utilisation de tels types de modèles. Le calcul de l'élasticité des modèles se base sur la mécanique des milieux continus mais l'hypothèse d'un tenseur des déformations linéaire est effectuée. Récemment, [CK05] a proposé une alternative afin de résoudre les problèmes qui se posent lorsque les déformations sont plus importantes.

De tels modèles n'ont néanmoins pas été adapatés à la modélisation des tissus mous dont les propriétés physiques sont complexes. Des validations des résultats des simulations n'ont également pas été effectuées à notre connaissance.

2.4.9 Conclusion sur les modèles continus

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différentes méthodes de modélisation d'objets déformables appartenant à la catégorie des modèles continus et leurs applications à la modélisation des tissus mous.

Deux approches différentes se distinguent dans les différentes applications des modèles continus aux tissus mous, correspondant aux deux objectifs que nous avons identifiés en introduction de ce chapitre. D'un côté, il existe des approches biomécaniques qui cherchent à caractériser de façon précise les lois du comportement de certains tissus biologiques, mais sans se préoccuper du temps de calcul nécessaire à ces modèles. Les différents modèles cherchant à modéliser des lois de comportement complexes entrent dans cette catégorie. De l'autre côté, des simulateurs d'objets déformables pour des applications biomédicales sont développés. Des modèles mécaniques très simples sont la plupart du temps choisis (en général des modèles

élastiques linéaires) et peu de comparaisons avec des données médicales sont réalisées. La réunion des deux approches donne depuis récemment le jour à des modèles de tissus mous assez réalistes bien qu'encore restreints à des applications médicales bien précises. La combinaison d'un environnement anatomique précis et d'un environnement chirurgical complet reste pour l'instant au stade d'objectif à atteindre par la prochaine génération de méthodes de modélisation.

Parmi les différents modèles continus existants que nous avons présentés, la méthode des éléments finis se révèle être la méthode majoritairement employée, de par la précision obtenue dans les simulations, liée à l'incorporation des propriétés physiques des objets dans leur modélisation. Les performances de la méthode en temps de calcul relativement faibles ont motivé le développement de méthodes alternatives palliant les inconvénients inhérant aux principes de la méthode. Des améliorations de la méthode des éléments finis permettent ainsi de modéliser plus efficacement des comportements non-linéaires ou bien d'obtenir des simulations interactives par exemple. Des méthodes dont les équations sont basées également sur la mécanique des milieux continus ont été développées comme alternative à la méthode des éléments finis. Leurs différents critères de choix sont résumés dans le tableau 2.2.

Le développement de méthodes alternatives à la méthode des éléments finis, classiquement utilisée dans la modélisation des tissus mous, montre que cette dernière peut avoir des lacunes notamment pour modéliser efficacement des interactions entre objets déformables. Dans la prochaine partie, nous allons décrire une autre catégorie de modèles appelés *modèles discrets* et voir comment ils peuvent répondre à ce problème et quels sont leurs avantages et leurs inconvénients en comparaison des *modèles continus*.

	Méthode des éléments finis	**Méthode des volumes finis**	**Méthode des éléments frontières**	**Méthode des éléments longs**	**Méthode des masses-tenseurs**	**Analyse Modale**
Précision	+ + +	++	++	+	++	+
Robustesse	+ + +	++	+	+	++	++
Réalisme	++	++	++	++	++	++
Interactivité	+	+ + +	++	+ + +	+ + +	+ + +

Tab. 2.2: *Performances des différents types de modèles continus en fonction des critères définis dans la première partie de ce chapitre. + + + indique une importance maximum et + indique une faible importance.*

2.5 Modèles discrets

2.5.1 Introduction

Dans cette partie, nous présentons les modèles appartenant à la catégorie des *modèles discrets*. Les méthodes décrites rentrent toutes dans la catégorie des *modèles physiques* car leurs équations reposent sur les lois de la physique. Elles se distinguent des modèles continus de part leur discrétisation. Les lois décrivant le comportement des modèles sont en effet également discrétisées, en plus de la discrétisation spatiale des modèles continus : les appellations de *modèles discrets* et *modèles continus* proviennent de cette différence de discrétisation.

Les modèles les plus connus et les plus utilisés dans les modèles discrets sont les *modèles masses-ressorts*. Nous décrirons dans le paragraphe 2.5.2 leurs principes ainsi que leurs extensions à la catégorie des *systèmes de particules*, catégorie dans laquelle entrent, entre autres, les modèles masses-ressorts mais qui regroupent plus généralement l'ensemble des modèles discrets. Dans le paragraphe 2.5.3, nous décrirons les différentes applications des modèles discrets à la modélisation des tissus mous et les extensions ou améliorations aux principes de base présentés au paragraphe 2.5.2 pour une meilleure simulation des tissus mous.

2.5.2 Principes des modèles discrets

2.5.2.1 Principes des systèmes masses-ressorts

Lorsque l'on s'attache à représenter un objet mou, un des modèles discrets les plus simples mais aussi des plus intuitifs est le réseau masses-ressorts. Avec l'émergence des besoins de simulation dans le domaine biomédical, c'est un des premiers modèles à avoir été utilisé. Il consiste à modéliser l'objet par un ensemble de points reliés entre eux par des segments. L'objet peut être discrétisé en un maillage surfacique ou bien volumique. Les points (ou nœuds) représentent des masses considérées comme ponctuelles et les segments sont considérés comme des ressorts. Les interactions entre nœuds voisins sont ainsi modélisées par des liens élastiques, le plus souvent linéaires mais parfois plus élaborés. A chaque itération, on calcule les forces exercées par chaque ressort sur les deux masses situées à ses extrémités. Ces forces s'expriment en fonction de la variation de longueur et de la raideur du ressort. Les nouvelles positions des masses peuvent ensuite être calculées en intégrant les équations du système dynamique.

Les équations assurant la dynamique d'un système masses-ressorts utilisent le principe fondamental de la dynamique. Pour chaque masse ponctuelle i du système, nous avons ainsi :

$$m_i \ddot{\mathbf{X}}_i = \sum_{j=1}^{n_j} \mathbf{F}_i^j \tag{2.17}$$

où $\ddot{\mathbf{X}}_i$ représente l'accélération du point considéré (de position $\mathbf{X_i}$), m_i sa masse et les $\mathbf{F}_i^j$ les forces appliquées sur la masse i par les n_j voisins.

Dans le bilan des forces appliquées sur chaque masse i, deux types de forces sont généralement distingués : les forces usuelles liées à la gravité, la viscosité ou bien les interactions avec l'utilisateur par exemple et les forces élastiques dues aux ressorts liés à la particule. Chaque ressort du système masses-ressorts vérifie le principe d'action-réaction et la somme des forces qu'il induit doit donc être nulle. Ainsi, lorsque le ressort est relié à une masse à chacune de ses extrémités, les deux forces s'appliquant chacune sur une masse ont la même intensité et des directions opposées.

Différents types de ressorts peuvent être modélisés. Le plus utilisé est celui qui génère une force qui est fonction de son étirement par rapport à sa position de repos. La force élastique appliquée à la masse i reliée par un ressort à une masse j est alors :

$$\mathbf{F}_i = k_r(\|\mathbf{X}_{ij}\| - l_{ij}) \cdot \frac{\mathbf{X}_{ij}}{\|\mathbf{X}_{ij}\|} \tag{2.18}$$

où k_r est la constante de raideur du ressort, l_{ij} la longueur au repos du ressort entre les deux masses et $\mathbf{X}_{ij}$ le vecteur de la masse i à la masse j.

Les objets modélisés ne sont généralement pas parfaitement élastiques et de l'énergie est dissipée lors de leurs déformations. Des ressorts visco-élastiques sont donc souvent utilisés afin de modéliser l'amortissement du mouvement. En plus de la force élastique dont nous venons de décrire l'équation, chaque ressort génère une force visqueuse souvent modélisée par l'expression suivante :

$$\mathbf{F}_i = k_a \dot{\mathbf{X}}_{ij} \tag{2.19}$$

où k_a est le coefficient d'amortissement et $\dot{\mathbf{X}}_j$ et $\dot{\mathbf{X}}_i$ sont les vitesses des deux masses situées à chaque extrémité du ressort. Une telle expression génère parfois des artéfacts, notamment en amortissant la rotation de la transformation rigide de l'objet considéré. Une autre expression est donc également utilisée afin d'avoir une force uniquement dans la direction du vecteur $\mathbf{X}_{ij}$. L'expression précédente est projetée selon la direction du vecteur et s'écrit :

$$\mathbf{F}_i = k_a(\frac{\dot{\mathbf{X}}_{ij}^T \mathbf{X}_{ij}}{\mathbf{X}_{ij}^T \mathbf{X}_{ij}})\mathbf{X}_{ij} \tag{2.20}$$

Un autre type de ressorts utilisé est celui des ressorts angulaires. La force provenant d'un tel type de ressorts est définie à l'aide de la différence d'angle entre deux vecteurs formés par un ensemble de trois masses. Ce type de ressorts est notamment utilisé afin de modéliser les déformations de cisaillement dans un objet.

Les équations du système entier correspondent à la mise en commun des équations du mouvement de chaque masse. Pour un système à n masses, si $\mathbf{X}$ est un vecteur colonne $3n \times 1$ représentant la position de chaque point, nous obtenons :

$$M\ddot{\mathbf{X}} + D\dot{\mathbf{X}} + K\mathbf{X} = \mathbf{F} \tag{2.21}$$

avec M, D et K des matrices $3n \times 3n$ représentant respectivement la matrice rassemblant les masses de chaque point, celle des coefficients d'amortissement et celle des coefficients de

raideur des différents ressorts du système. M et D sont des matrices diagonales. Le vecteur $\mathbf{F}$ est un vecteur colonne $3n \times 1$ représentant les forces extérieures appliquées sur les différentes masses du système.

L'équation ci-dessus peut être réexprimée pour obtenir un système différentiel du premier ordre :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{V}} &= M^{-1}(-D\mathbf{V} - K\mathbf{X} + \mathbf{F}) \\ \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{V} \end{cases} \tag{2.22}$$

où $\mathbf{V}$ est le vecteur vitesse du système de masses. De nombreuses techniques d'intégrations numériques sont ensuite utilisables pour calculer la position des masses. Elles sont détaillées en annexe B.

Le modèle masses-ressorts peut être considéré comme n'étant pas un véritable modèle physique 3D au sens où il ne représente pas la matière sous forme continue mais est plutôt une extension en 3D d'un modèle physique unidimensionnel. C'est néanmois un modèle très efficace car ses calculs sont simples. L'utilisation de plusieurs types de ressorts avec un maillage bien défini peut permettre de simuler une scène complexe.

2.5.2.2 Réseaux de particules

Dans la littérature, le concept de modèle masses-ressorts est souvent plus général que les équations présentées au paragraphe précédent. Les modèles discrets sont toujours représentés par des masses ponctuelles avec une connectivité fixée mais la notion de ressort peut être généralisée. L'appellation *réseaux de particules* est souvent utilisée pour regrouper les différents types de modèles discrets.

Dans un contexte plus général de réseaux de particules, des énergies de déformation sont définies, comme dans [Pro97, BW98, THMG04] afin de modéliser les forces élastiques. Elles sont souvent tirées de contraintes exprimées pour modéliser le caractère élastique d'un objet. Pour une contrainte C de la forme $C(\mathbf{x}) = 0$, une énergie lui est associée et définie par $E = \frac{k_r}{2} C^T(\mathbf{x}) C(\mathbf{x})$. Une telle énergie est minimale dans la position de repos de l'objet modélisé et est définie à chaque fois qu'il faut préserver le volume, les aires ou bien des distances entre les particules. Les forces exercées sur les particules sont calculées comme des dérivées par rapport aux positions des particules des énergies provenant des contraintes :

$$\mathbf{F}_i = -\frac{\partial E}{\partial \mathbf{X}_i} \tag{2.23}$$

Pour les contraintes liées aux distances, nous nous retrouvons avec le type d'équations que nous avons décrit pour les modèles masses-ressorts. Dans les autres cas, les forces trouvées correspondent à une sorte de généralisation des ressorts pour un calcul de volume ou d'aire par exemple.

Enfin, Promayon et al. [PBP96] utilisent un maillage surfacique et proposent de modéliser l'élasticité par une mémoire de forme. L'application médicale est la simulation de la respiration. L'objectif est donc de simuler le comportement des différents organes impliqués dans

la respiration. Les auteurs proposent d'utiliser un autre formalisme pour définir l'élasticité, non plus basée sur une énergie de déformation mais sur une mémoire de forme permettant à chaque particule du modèle de revenir dans sa position de repos une fois déformée. Nous reviendrons plus en détail sur ce type de modélisation dans le prochain chapitre.

2.5.3 Applications à la modélisation des tissus mous

2.5.3.1 Application des réseaux de particules à la simulation de tissus mous

Les premiers auteurs à utiliser les modèles masses-ressorts pour des objets déformables ont été Platt et al. [PB81, Wat87] pour l'animation du visage. Dans [PB81], les particules du visage sont connectées entre elles avec des ressorts linéaires et les particules de la peau sont reliées aux os par des ressorts également. Leur modèle ne comporte pas de coefficient d'amortissement et est résolu uniquement statiquement. Waters et al. [Wat87] ont amélioré le modèle en introduisant des ressorts suivant les directions des muscles faciaux. Ils ont ainsi pu modéliser des zones d'influence particulières à l'intérieur du modèle ainsi que des directions privilégiées pour les ressorts, tout en gardant un modèle statique.

Par la suite, des modèles avec une résolution statique ont été proposés [CHP89, TW90, WT91]. Chadwick et al.[CHP89] ont proposé d'animer le visage de personnages en utilisant un réseau de ressorts pour simuler le maillage déformant d'une déformation de formes libres (FFD). Son modèle est composé de trois couches : squelette, muscle et graisse, et peau. Le squelette est articulé hiérarchiquement et contrôle les mouvements du personnage. Les muscles et la graisse sont décrits par des sommets de FFD attachés au squelette. Les déformations subies, exprimées sous forme de contraintes, sont ensuite répercutées géométriquement sur la peau. Les contraintes dynamiques consistent en particulier à faire correspondre au quadrillage FFD un réseau masses-ressorts, ce qui permet de les calculer.

Toujours sur l'animation du visage mais cette fois-ci avec un modèle dynamique, Terzopoulos et al.[TW90] ont utilisé des ressorts de raideurs différentes pour modéliser les différentes couches de la peau (épiderme, derme, muscles). Dans ce modèle, les raideurs des ressorts décrivant les muscles sont par ailleurs modifiées au cours du temps, ce qui rend ceux-ci « actifs » . Les valeurs données aux raideurs correspondent à des paramètres physiques réels. Des contraintes sont également ajoutées sous la forme de forces additionnelles afin de préserver le volume des objets. Une variante du modèle comprenant deux couches pour la peau fut développée par Waters et al. [WT91]. Dans ce modèle, la face simulée n'est plus générique mais correspond à celle du patient grâce aux données récupérées par un laser. Le modèle de Terzopoulos fut amélioré par Lee [LTW95] pour s'adapter à des visages réels en s'aidant d'images médicales. La peau est ainsi représentée par plusieurs couches de surfaces triangulées (jusqu'à cinq couches) dont les particules sont reliées au crâne par des liens élastiques représentant les muscles du visage. Par ailleurs, la position des masses est optimisée en fonction des caractéristiques du visage. Les résultats de [LTW95] sont illustrés sur la figure 2.9.

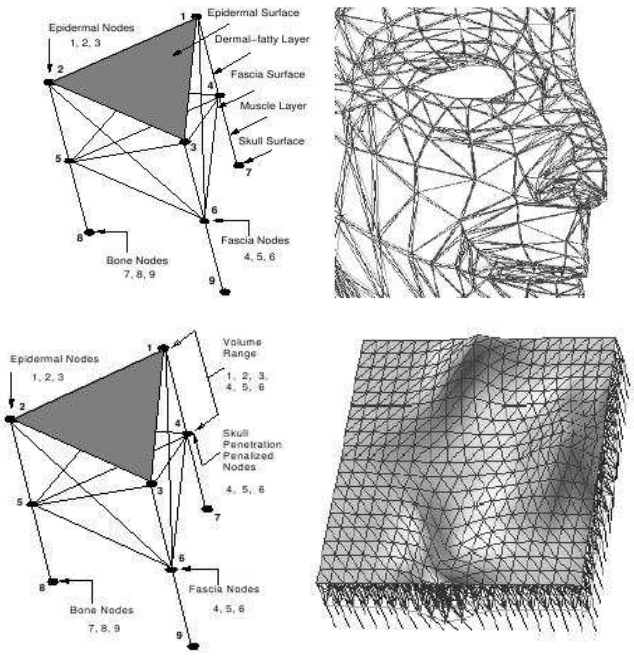


Fig. 2.9: *Résultats de Lee et al. [LTW95] : En haut, les élements prismatiques triangulés représentent la peau dans une vue de la face ; la préservation du volume ainsi que les autres contraintes sont représentées en bas sous forme de multiples forces sur les muscles*

Peu après, Koch et al.[KGC*96] ont développé une simulation de chirurgie du visage en utilisant le même type de modèle. Dans cette application, la raideur des ressorts est calculée en fonction des types de tissus rencontrés (peau, muscle, graisse...) tels qu'identifiés par imagerie tomographique, ce qui permet d'adapter le modèle de façon précise à chaque patient. L'application visée est la chirurgie esthétique du visage, par conséquent la plus grande fidélité possible par rapport à la géométrie réelle du patient est recherchée.

D'autres applications que la modélisation du visage sont aussi visées. Cover et al. [CEO*93] ont utilisé un modèle masses-ressorts pour créer une simulation de chirurgie de la vésicule biliaire. D'autres comme Nedel et al. modélisent les muscles d'un humain virtuel avec des réseaux de masses-ressorts surfaciques [NT98a, NT98b]. Une autre application particulièrement avancée utilisant des modèles de masses-ressorts est le « Karlsruhe Endoscopic Surgery Trainer » , un simulateur de chirurgie laparoscopique (endoscopie à travers l'abdomen) adapté notamment à la résection de la vésicule biliaire et à des opérations gynécologiques [KKH*97, KCM00]. Ce simulateur produit une vue virtuelle telle que la produirait en réalité la caméra endoscopique et offre au chirurgien un ensemble d'outils identiques à ceux dont il dispose au cours d'une opération réelle, lui permettant de saisir, couper ou coudre des organes. Les organes ont été modélisés par des maillages surfaciques ou volumiques de masses-ressorts et se comportent comme des matériaux élastiques linéaires. Quelques exemples de simulations sont représentés sur la figure 2.10.

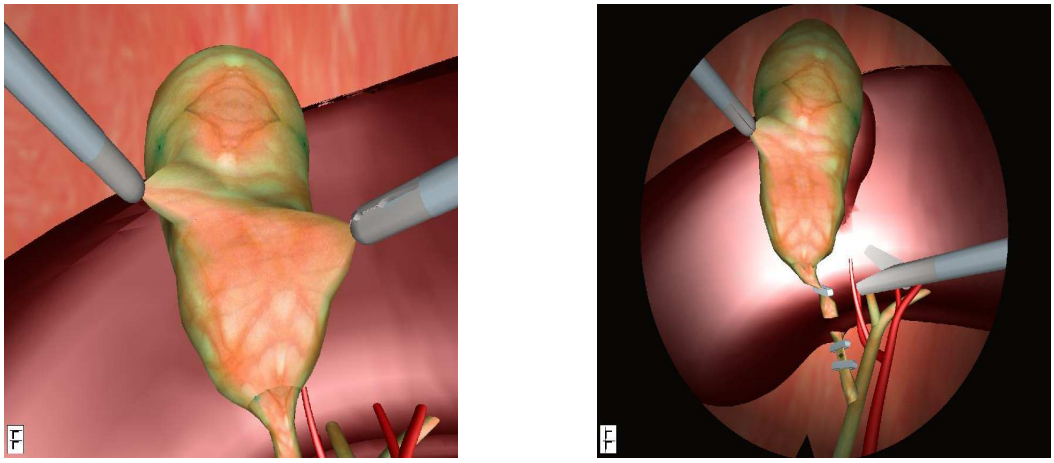


Fig. 2.10: *Exemples de simulations avec le Karlsruhe Endoscopic Surgery Trainer [KKH*97, KCM00].*

Basdogan et al. [BHS01] présentent un simulateur chirurgical de la procédure de cholangiographie pendant une cholecystectomie laparoscopique afin d'explorer les calculs dans le canal biliaire. Ils utilisent pour cela une approche hybride où l'environnement anatomique est modélisé à l'aide d'un modèle éléments finis et les instruments par des systèmes de particules.

2.5.3.2 Extensions et améliorations des modèles discrets pour la modélisation des tissus mous

Si les modèles discrets sont des modèles intuitifs et simples à mettre en œuvre et relativement bien adaptés à la simulation de déformations élastiques en temps réel, ils possèdent néanmois certains inconvénients dont le principal est le plus souvent leur manque de précision. En effet, la plupart des systèmes ne sont pas convergents : le comportement d'un modèle discret est fortement dépendant de la résolution et de la topologie du maillage. Dans le contexte de la modélisation des tissus mous, le manque de précision est un critère déterminant pour ne pas utiliser directement un modèle discret. Dans ce paragraphe, nous détaillons donc quelles sont les améliorations apportées aux modèles discrets pour corriger leurs défauts intrinsèques dans le cadre de la modélisation des tissus mous.

Non-linéarité des modèles

S'inspirant des nombreuses extensions des modèles masses-ressorts générées par la simulation de vêtements, Provot [Pro95] a amélioré la méthode classique en incluant les cas où les matériaux simulés ont des propriétés non-linéaires. L'utilisation de ressorts linéaires dans des petites régions soumises à des contraintes importantes entraînent en effet des déformations non-réalistes. Une solution est alors d'augmenter la raideur des ressorts mais cela a pour conséquence d'augmenter les temps de calcul de la solution. Provot a choisi d'imposer une distance maximale d'élongation pour les ressorts trop étirés et peut ainsi simuler des comportements non-linéaires.

D'autres modèles non-linéaires et non homogènes peuvent être construits en modifiant le comportement des ressorts et leurs raideurs. Il est ainsi par exemple possible d'introduire une relation non-linéaire entre forces et déplacements dans un modèle masses-ressorts. D'Aulignac et al. [DBL00] ont développé un modèle de la cuisse humaine constitué d'une couche surfacique de masses-ressorts linéaires, chacune des masses étant reliée à un support par un ressort non-linéaire orthogonal à la surface. Cette application a pu atteindre une fréquence de calcul de 100 Hz, permettant ainsi de connecter une interface haptique au système.

Chen et al. proposent quant à eux un réseau masses-ressorts relativement sophistiqué comprenant différents types de ressorts (ressorts structurels, ressorts de cisaillement et ressorts de flexion) afin de simuler un muscle lors de sa contraction [CZK98].

Si certaines extensions des modèles discrets s'intéressent à la modélisation de matériaux non-linéaires, d'autres cherchent à modéliser l'anisotropie des modèles, toujours en modifiant le comportement des ressorts. Nous détaillons ces dernières méthodes dans le paragraphe suivant.

Anisotropie des modèles

Un des défauts des modèles discrets est de privilégier certaines directions pour les forces à l'intérieur du matériau. Les forces sont en effet dirigées selon les arêtes du maillage de l'objet. Le comportement de l'objet simulé va donc dépendre de la géométrie du maillage et des

directions des arêtes. Même si l'on ne peut donc pas parler réellement de modèles discrets possédant *une* direction privilégiée, des améliorations ont été proposées pour modifier cette anisotropie intrinsèque et non contrôlée du modèle masses-ressorts.

Boux de Casson et al. [BDC00, BDCL00] ont ainsi placé des ressorts dans certaines directions privilégiées pour contrôler l'anisotropie de l'objet modélisé. Ils proposent également des combinaisons de ressorts de natures différentes (ressorts linéaires, ressorts amortis) afin de simuler des organes hétérogènes comme le foie dont la capsule n'a pas les mêmes propriétés physiques. Ils ont également proposé de casser certaines des liaisons entre les particules de leur modèle en fonction des contraintes exercées et ont ainsi simulé les déchirures d'un tissu. Radetzky et al. [RNP00] privilégient quant à eux une direction dans la géométrie du maillage. Bourguignon et al. [BC00b] ont également proposé un modèle masses-ressorts anisotrope pour la simulation des intestins en ajoutant des ressorts représentant les fibres. Les résultats obtenus sont indépendants de l'orientation du maillage pour des tétrahèdres et des hexahèdres. Dans leur système, les ressorts sont placés entre le barycentre de chaque tétrahèdre/hexahèdre et les faces des « éléments » . Les forces appliquées sur chaque particule sont calculées par interpolation. Ng-Thow-Hing et al. [NTHF97] ont également ajouté des ressorts pour représenter les muscles. Enfin, Teschner et al. [THMG04] utilisent des ressorts généralisés pour préserver les distances, les aires et les surfaces sur des maillages tétrahédriques et triangulaires.

Il est à noter que ces modèles ont l'avantage d'effectuer des simulations proches du temps réel, au contraire d'autres modèles proposés pour simuler l'anisotropie notamment avec la méthode des éléments finis.

En dehors des améliorations liées au comportement physique des objets modélisés, d'autres méthodes se sont intéressées à la modélisation des changements de topologie dans un modèle discret. Nous décrivons ces approches dans le paragraphe suivant.

Approches pour les changements de topologie

Les changements de topologie correspondent à des modifications des connectivités entre les particules du système. Dans le contexte de la modélisation des tissus mous, cette situation se présente dans la plupart des opérations chirurgicales. C'est pourquoi quelques modèles discrets ont intégré et simulé des modifications de topologie.

Pour changer la topologie d'un modèle discret, les connexions entre les particules qui doivent être séparées sont la plupart du temps retirées. Un des désavantages de ce procédé est qu'on obtient des contours irréguliers dans les zones modifiées : le maillage préexistant reste et la topologie de l'objet obtenu après modifications suit ce maillage.

Hutchinson et al. [HPH96] ont présenté une solution pour raffiner le maillage d'un modèle masses-ressorts localement afin d'avoir un rendu visuel plus réaliste et ceci à un coût peu élevé. La détection des imprécisions du maillage est effectuée à l'aide d'un critère d'angles entre les ressorts joignant des masses dans des directions opposées. En réponse à cette détection, des masses et des ressorts sont ajoutés autour de la région dans laquelle a été détectée la discontinuité : les masses gardent la même valeur et les raideurs des ressorts sont doublées

afin de préserver un comportement réaliste malgré l'augmentation de la masse de la région traitée. Cette approche ne peut néanmoins être utilisée que pour des maillages hexahédral et quadrilateral.

Bielser et al [BG00] ont également proposé une méthode pour obtenir des contours réguliers avec un modèle masses-ressorts. Pour cela, ils procèdent aussi à un raffinage du maillage aux endroits où a lieu le changement de topologie. Pour les deux derniers modèles présentés, le raffinage du maillage suit des règles topologiques bien précises mais présente l'inconvénient d'augmenter la taille du maillage.

Meseure et al. [MDH*03] ont suivi le principe de décomposition en deux composantes de l'objet à modéliser initié par [TW88]. Une première composante donne la partie rigide de l'objet et l'autre composante est celle qui est déformable. Leur objectif est de modéliser des organes pour un simulateur. La composante rigide du modèle est qualifiée de virtuelle dans la mesure où elle n'interagit pas dans l'environnement. La composante déformable prend la forme d'un maillage surfacique de ressorts amortis. Les deux composantes sont reliées par des ressorts de longueur à vide nulle. Ainsi, lorsqu'aucune action externe n'est appliquée sur l'objet ou que celui-ci est sous l'action de la gravité seulement, les deux composantes sont confondues. Par contre lors des collisions, le maillage se déforme pour prendre en compte ces interactions puis retrouve progressivement sa forme lorsque l'interaction cesse d'exister, la composante rigide servant de mémoire de forme. Leur modèle est incorporé dans un simulateur de coelioscopie gynécologique et est couplé à un algorithme de détection de collisions ainsi qu'à un retour d'effort. Un exemple de simulation d'un geste chirurgical sur un ovaire est représenté sur la figure 2.11.

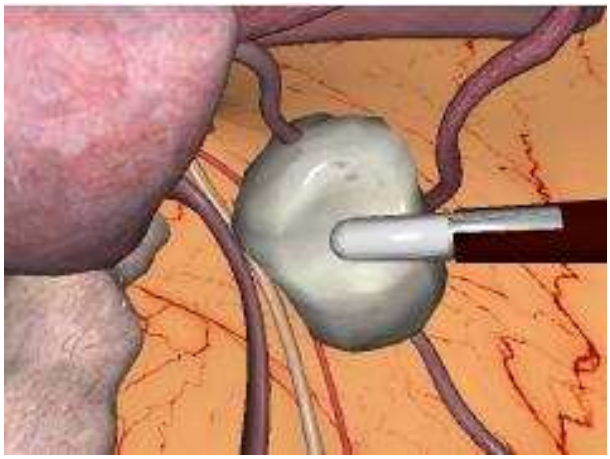


Fig. 2.11: *Simulation d'actes chirurgicaux sur l'ovaire par [MDH*03].*

D'autres modèles masses-ressorts ont été developpés avec des changements de topologie pour des applications médicales très précises. Nous pouvons notamment citer celui réalisé par Neumann [Neu98] pour la chirurgie de l'oeil. Le comportement biomécanique du modèle est

régi par plusieurs couches de réseaux masses-ressorts volumique et surfacique. Des localisateurs magnétiques permettent d'inter-agir avec le modèle et de simuler plusieurs gestes chirurgicaux. Le modèle a par ailleurs été validé en milieu hospitalier.

Le modèle masses-ressorts développé par Radetsky et al. [RNP00] que nous avons également introduit dans le paragraphe de ce manuscrit sur l'anisotropie des modèles discrets utilise les systèmes flous et les réseaux de neurones et a également été incorporé dans un simulateur chirurgical par ses auteurs. Teschner [Tes01] a aussi présenté un simulateur pour la chirurgie cranio-faciale où il utilise un modèle masses-ressorts non-linéaire permettant la découpe des tissus.

Enfin, nous pouvons noter les travaux réalisés par [KKH*97] pour le « Karlsruhe Endoscopic Surgery Trainer » . Initialement conçu pour la chirurgie laparoscopique abdominale, il a ensuite été étendu pour la chirurgie gynécologique [KCM00] et les modèles déformables ne sont plus simplement des modèles masses-ressorts mais également des modèles élastiques linéaires formulés dans une approche similaire à celle de [CDA99].

Réglage des paramètres des modèles

Le réglage des paramètres d'un modèle discret reste une de ses faiblesses, de par l'absence de liaison directe entre les paramètres du modèle et les propriétés physiques des objets modélisés. Ces dernières années, quelques articles ont proposé des méthodes afin d'effectuer une identification de ces paramètres, notamment pour des réseaux masses-ressorts. Deux principales approches se dégagent dans les différentes méthodes proposées.

Première approche :

La première approche se focalise sur la détermination de relations mathématiques entre les paramètres des réseaux masses-ressorts et des valeurs connues (les paramètres de modèles utilisant la méthode des éléments finis le plus souvent). Van Gelder [vG98] a ainsi calculé des relations entre les valeurs des ressorts d'un réseau triangulaire d'une part et le module d'Young et l'aire du triangle d'autre part, dans le cadre de petites déformations. Ces valeurs ont été en particulier reprises dans des simulateurs chirurgicaux [Pic01, Pal03]. Différentes méthodes génériques ont également été suggérées par [MBT03] pour des systèmes de particules. Une méthode permet d'obtenir des valeurs pour les raideurs des ressorts sur des structures rectangulaires en fonction des angles entre les ressorts diagonaux. Une autre méthode calcule les constantes de raideur en fonction du nombre de connexions entre une masse et ses voisines. Une formulation générale et non-heuristique n'existe pas pour relier de manière mathématique les paramètres de différentes méthodes de modélisation. Baudet [Bau06] montre dans sa thèse les erreurs effectuées par Van Gelder dans son article [vG98] et propose une autre méthode basée sur une approche lagrangienne pour trouver une équivalence entre les raideurs des ressorts et les paramètres rhéologiques (module d'Young et coefficient de Poisson).

Deuxième approche :

La deuxième approche est basée sur un processus d'optimisation du comportement du réseau masses-ressorts par rapport à un comportement de référence. Deussen et al.[DKT95] ont présenté une méthode d'identification des constantes de raideur des ressorts. Ils utilisent un algorithme itératif basé sur un diagramme de Voronoi afin de trouver la position des masses ainsi que leur distribution. Les ressorts à utiliser pour relier les masses sont trouvés en effectuant une triangulation de Delaunay à l'aide des positions des masses. Les raideurs sont déterminées en comparant le comportement du système masses-ressorts avec plusieurs simulations de référence où la solution analytique est connue. Un algorithme de recuit-simulé est utilisé comme méthode d'optimisation. Des réseaux de neurones sont utilisés par Nürnberger et al.[NRK98] afin de simuler des réseaux masses-ressorts dynamiques. Enfin, des méthodes basées sur des algorithmes génétiques ont été proposées par Joukhadar et al. [JGL97] ou Louchet et al. [LPC95]. Toutes ces méthodes se basent sur des réseaux où la topologie est prédéfinie, comme des structures tétrahédriques ou hexahédriques par exemple. Bianchi et al. [BHS03, BSSH04] ont également présenté une identification 3D des paramètres d'un réseau masses-ressorts basée sur des algorithmes génétiques. En plus des valeurs des paramètres des masses et des ressorts, les auteurs ont également étudié la topologie du maillage. Pour les obtenir, ils ont comparé la déformation d'un modèle de référence (en l'occurence un modèle éléments finis) avec le réseau masses-ressorts sur différentes expériences (traction, compression, cisaillement). Au cours de leur étude, ils ont notamment montré qu'un matériau élastique linéaire ne pouvait pas être approximé par un réseau masses-ressorts où les paramètres étaient homogènes. Enfin, nous pouvons citer l'approche originale proposée par Radetsky et al. [ARW*99, RNP00]. Ils utilisent un système de logique floue pour trouver les propriétés élastiques et mécaniques qui permettront d'adapter le comportement du tissu virtuel à celui d'un tissu réel. Les règles régissant le système de logique floue et permettant d'obtenir le bon comportement physique sont obtenues en interrogeant des experts. Il est à noter que Radetzky et al. ne résolvent pas le système d'équations différentielles classique d'un modèle masses-ressorts. La simulation est effectuée à l'aide d'une fonction de propagation d'un réseau de neurones.

Schéma d'intégration

Une fois le modèle de forces choisi, les nouvelles positions des particules sont calculées à l'aide d'un schéma d'intégration. Nous avons présenté les principaux schémas d'intégration utilisés en annexe B de ce manuscrit. Des améliorations ont également été proposées dans le domaine de l'intégration numérique des modèles discrets.

Joukhadar a présenté une méthode de modification du pas de temps d'intégration pour optimiser celui-ci en évitant les divergences [Jou96]. Lorsqu'une trop grande variation d'énergie du système est détectée (synonyme de problèmes d'intégration), le pas de temps est diminué, et à l'inverse il est augmenté lorsque cela est possible.

Baraff et al. [BW98] ont proposé un schéma d'intégration implicite permettant notamment

de simuler des ressorts de très forte raideur. Leur méthode permet notamment de choisir des pas de temps élevés tout en ayant un système qui reste stable. Il a été prouvé que la méthode proposée était robuste et efficace pour résoudre le problème d'utilisation de constantes de raideur importantes avec des pas de temps élevés. Baraff et al. proposent un schéma d'intégration implicite d'Euler (appelé « Backward Euler scheme ») de la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \Delta\mathbf{X} \\ \mathbf{V} \end{bmatrix} = \Delta t \begin{bmatrix} \mathbf{V}_n + \Delta\mathbf{V} \\ M^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{X}_n + \Delta\mathbf{X}, \mathbf{V}_n + \Delta\mathbf{V}) \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

où $\mathbf{X}_n = \mathbf{X}(t)$ et $\mathbf{V}_n = \mathbf{V}(t)$. L'équation obtenue est non-linéaire et les auteurs linéarisent l'équation en utilisant un développement de Taylor au premier ordre de $\mathbf{F}$:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}_n + \Delta\mathbf{X}, \mathbf{V}_n + \Delta\mathbf{V}) = \mathbf{F}_n + \frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{X}}\Delta\mathbf{X} + \frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{V}}\Delta\mathbf{V} \tag{2.25}$$

où $\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{X}}$ et $\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{V}}$ sont les matrices jacobiennes des forces appliquées sur les particules. Baraff et al. dérivent les différentes forces internes de leur modèle et obtiennent la plupart du temps des matrices creuses grâce à la connectivité relativement localisée de leur maillage. A chaque pas de temps, les auteurs résolvent ensuite le système :

$$A\Delta\mathbf{V} = \mathbf{B} \tag{2.26}$$

où A et $\mathbf{B}$ ont pour valeur (approximée) :

$$A \equiv (I - \Delta t M^{-1}\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{V}} - \Delta t^2 M^{-1}\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{X}}) \tag{2.27}$$

$$\mathbf{B} = \Delta t M^{-1}(\mathbf{F}_n + \Delta t\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{X}}\mathbf{V}_n \tag{2.28}$$

La résolution du système augmente le temps de calcul de chaque itération mais permet d'utiliser des pas de temps plus élevés. Desbrun et al. [DG99] ont néanmoins montré que plus le pas de temps était grand, plus un amortissement artificiel était ajouté au système, entrainant la nécessité de corriger le système de temps en temps.

Quelques articles se sont attachés à améliorer la méthode de [BW98]. Desbrun et al. [DSB99] ont pré-calculé la partie linéaire de A afin d'obtenir un schéma inconditionnellement stable. D'autres techniques d'amélioration ont été proposées dont celle de Choi et al. [CK02] qui utilisent un schéma d'intégration où les approximations sont effectuées à l'ordre deux.

D'autres solutions ont été proposées, notamment pour la simulation de vêtements où les modélisations discrètes sont bien appropriées. Différentes méthodes sont résumées dans [Par01, HES03] par exemple.

2.5.4 Conclusion sur les modèles discrets

Les modèles discrets sont majoritairement des modèles physiques simples à mettre en place et relativement bien adaptés à la simulation de déformations élastiques en temps réel, ce qui n'est pas possible avec certains modèles continus. La mise en place de calculs parallèles est également assez facile à réaliser avec les modèles discrets [ZFV02]. Toutefois les résultats obtenus en terme de comportement mécanique sont assez peu réalistes, notamment si l'on se limite à un maillage surfacique. La relation entre les paramètres physiques des objets modélisés et les coefficients de raideur des ressorts n'est pas toujours facile à réaliser et reste le plus souvent très approximative. De plus, certaines contraintes ne sont pas exprimées dans la plupart des modèles, comme l'incompressibilité par exemple. Une solution est de rajouter des ressorts supplémentaires pour compenser les contraintes manquantes mais de telles techniques mènent dans la plupart des cas à une augmentation du temps de calcul ainsi qu'à l'introduction d'instabilité supplémentaire dans le modèle. Le raffinement du maillage et donc l'introduction de nouveaux ressorts représentent de nouveaux calculs beaucoup plus lourds pour la résolution du système d'équations différentielles. À cela il faut ajouter que le comportement des modèles masses-ressort dépend fortement de la topologie du maillage et notamment du nombre de ressorts existant entre les différentes particules du maillage, ce qui crée une anisotropie intrinsèque et non unique.

Nous résumons dans le tableau 2.3 les critères de performances des modèles discrets dans le cadre des objectifs de modélisation que nous nous sommes fixés dans la première partie de ce chapitre.

	Masses-ressorts	**Réseaux de particules**	**Modèles discrets avec améliorations**
Précision	++	++	++ (+++)
Robustesse	+	++	++
Réalisme	++	++	++ (+++)
Interactivité	+++	++	+++

Tab. 2.3: *Performances des modèles discrets en fonction des critères définis dans la première partie de ce chapitre. +++ indique une importance maximum et + indique une faible importance. Les valeurs entre parenthèses correspondent aux performances obtenues avec les modèles proposés pour répondre à un des critères de manière spécifique.*

2.6 Modèles sans maillage (ou meshless)

Dans cette partie, nous décrivons des modèles physiques qui se distinguent des deux catégories des modèles continus et discrets présentées jusqu'ici par des propriétés sur leurs maillages. Alors que la connectivité est fixe au cours de la simulation entre les différents éléments des modèles continus et discrets que nous avons présentés, les modèles appartenant à cette dernière catégorie de modèles physiques ont la caractéristique de, certes avoir une connectivité entre les éléments, mais qui n'est pas fixée entre les éléments au cours de la simulation. Nous gardons leur appellation en anglais de « modèles meshless (ou meshfree) » .

Les modèles présentés dans cette partie sont des modèles physiques, les plus connus étant les systèmes de particules. Une distinction doit néanmoins être effectuée avec les réseaux de particules décrits dans la partie précédente sur les modèles discrets : la connectivité des différentes particules décrivant les modèles présentés dans cette partie n'est pas identique à chaque instant de la simulation, au contraire des modèles comme les masses-ressorts que nous avons présentés précédemment.

Nous distinguerons dans ce chapitre les systèmes de particules (paragraphe 2.6.2) des autres méthodes « meshless » (paragraphe 2.6.3). Auparavant, nous rappelons brièvement la définition des méthodes « meshless » .

2.6.1 Définition des méthodes « meshless »

L'idée de méthodes « meshless » pour l'analyse numérique d'équations différentielles partielles est devenue populaire cette dernière décennie. Ce développement est fortement lié au problème de maillage rencontré par les modèles discrets et continus, et notamment à la génération d'un maillage correct dans des temps raisonnables.

Les méthodes « meshless » ont besoin de définir à chaque itération une connectivité entre les différents nœuds ou particules des modèles afin d'interpoler les calculs entre les nœuds et de calculer les fonctions de forme. La précision d'une méthode « meshless » dépend fortement de la définition de cette connectivité et une mauvaise définition fait perdre à la méthode « meshless » toute son attractivité par rapport à une méthode avec un maillage.

La définition d'une méthode « meshless » prend souvent en compte les deux propriétés suivantes [FM03, IOCP03] :

- La définition des fonctions de forme dépend uniquement des positions des nœuds/particules.
- Le calcul de la connectivité des nœuds entre eux est un problème fini dans le temps et dépend exclusivement du nombre total de nœuds/particules du modèle considéré.

Dans la suite de cette partie consacrée aux méthodes « meshless » , nous décrivons les méthodes ayant été appliquées à la modélisation d'objets déformables proches des tissus mous. Les autres méthodes « meshless » n'ont pour l'instant pas d'application à la modélisation d'objets déformables bien que certaines possèdent des propriétés qui leur permettraient de modéliser ce type d'objets.

2.6.2 Les systèmes de particules

2.6.2.1 Concept

En 1983, Reeves [Ree83] introduit le premier système de particules pour la synthèse d'images dans le film « Star Strek II » . L'objectif était alors de proposer un modèle d'objets sans contours bien définis et qui supportent les changements dynamiques de forme et d'apparence afin de modéliser du feu et des explosions.

L'objet modélisé est représenté par un système composé d'un ensemble de particules. Celles-ci sont créées dans le système par un processus stochastique, se transforment puis meurent. Pour modéliser l'accroissement ou la diminution de l'objet, leur nombre peut varier, de même que pour contrôler le niveau de détails. Chaque particule possède un certain nombre d'attributs (les principaux sont sa position, sa vitesse, sa température, sa forme, son age, sa durée de vie). Ces attributs définissent le comportement dynamique des particules au cours du temps et leur valeurs peuvent changer au cours du temps par des processus stochastiques.

Un avantage des systèmes de particules est leur simplicité d'implémentation, ce qui permet de traiter un grand nombre de particules en même temps. C'est principalement pour cette raison qu'ils ont été utilisés pour l'animation de phénomènes naturels tels que le feu, l'eau ou bien les végétaux. Dans ce type d'animation, aucune interaction n'est utilisée entre les particules.

Dans le contexte de la modélisation d'objets déformables, des systèmes de particules possédant des interactions entre les particules ont été proposés et sont souvent caractérisés comme des systèmes de particules spatialement couplées [Ton92]. L'ajout d'interactions entre particules permet notamment de modéliser des géométries plus complexes ainsi que des changements de topologie dans les objets. Les équations proposées pour les interactions sont de plusieurs sortes :

- Miller et al. [MP89] ont proposé une formulation de la force d'interaction entre deux particules comportant un terme d'attraction/répulsion et un terme d'amortissement, pour l'animation de fluide uniquement.
- Terzopoulos et al. [Ter89] exploitent la notion de température pour modéliser des objets déformables capables de conduire la chaleur. Les mouvements dynamiques de leur système sont régis par les équations de Lagrange et les transferts thermiques sont modélisés à l'aide des équations de la chaleur.
- Tonnensen [Ton91] utilise également le même concept et présente un modèle des comportements de solides et de liquides en fonction de la température. Chaque particule a une énergie potentielle fonction des énergies potentielles des interactions avec les particules voisines. Tonnensen propose de modifier l'équation générale de Lennard-Jones, principalement utilisée en dynamique moléculaire, pour modéliser l'interaction entre deux atomes. Le principe est ainsi de mimer le comportement de la matière à l'échelle atomique. Les particules sont des masses ponctuelles qui interagissent entre elles par l'intermédiaire d'un champ d'attraction-répulsion (répulsion à courte portée et attrac-

tion à longue portée).

2.6.2.2 Améliorations des systèmes de particules et applications à la modélisation d'objets élastiques

Différentes améliorations du principe de base des systèmes de particules ont été proposées, notamment afin de modéliser des objets déformables. Nous décrivons dans la suite de ce paragraphe les améliorations qui se rapprochent de la modélisation d'objets élastiques.

Systèmes de particules en couche

Un des problèmes des systèmes de particules peut être le temps de calcul, fonction du nombre de particules et de la recherche du voisinage pour une particule donnée. La réduction du nombre de particules et des interactions entre les différentes particules sans perte de précision et de réalisme a été proposée sous la forme de systèmes en couche. Ainsi Jimenez et al. [Jim93] a proposé un modèle composé de plusieurs couches, chacune d'elles possédant des particules spécifiques.

Systèmes de particules orientées

Un autre problème des systèmes de particules est que la surface de l'objet modélisé n'est pas définie explicitement. Pour résoudre ce problème, Blinn [Bli82] a proposé le concept de *blob*.

Szeliski et al. [ST92] introduisent la notion de particules orientées. Ils définissent les particules par un élément de surface (appelé surfel) et une normale, ceci afin d'empêcher que les particules s'agglutinent pour former un solide plutôt qu'une surface.

Lombardo [Lom96] a proposé de nouvelles interactions afin de modéliser des objets déformables et dynamiques à partir de la notion de particules orientées proposées par Szeliski et al. [ST92]. Il a ainsi modifié le comportement statique des particules présentées par [ST92] en ajoutant un potentiel permettant d'obtenir une position de repos. Cette définition permet la modélisation d'objets à mémoire de forme. Le modèle est utilisé pour la modélisation de muscles qui se contractent.

Systèmes hybrides

Pour résoudre les problèmes de représentation de la surface, Desbrun et al. [DG95] proposent un modèle hybride afin de modéliser des objets déformables. L'objet y est modélisé avec un système de particules comme décrit précédemment. La différence est que ce système est enveloppé dans une couche définie implicitement pour représenter la surface. Les particules sont utilisées comme squelettes pour générer la surface implicite. Les propriétés élastiques de la couche surfacique permettent la modélisation des contacts et des déformations propres aux objets élastiques. Les changements de topologie peuvent également être modélisés car les surfaces implicites peuvent modifier leur topologie en séparant leur squelette en plusieurs composantes. Desbrun et al. [DG99] ont également proposé un modèle adaptatif pour résoudre le problème du nombre élevé de particules. Les particules sont ainsi subdivisées aux endroits

où une modélisation détaillée est nécessaire. Dans ces modèles, le volume est contrôlé : il est approximé à l'aide de la définition d'un territoire pour chaque particule. Les collisisons sont quant à elles gérées à l'aide d'un graphe d'influences.

Smoothed Particules Hydrodynamics

Desbrun et al. ont également défini un nouveau type de particules inspirées des « Smoothed Particules Hydrodynamics (SPH) » utilisées en astrophysique [Mon92] et qui leur permet de modéliser aussi bien des solides que des liquides [DG96, Des97]. Par rapport aux systèmes de particules, ce modèle a l'avantage de proposer une véritable équation d'état du matériau, conduisant à un comportement indépendant de la résolution. Les SPH sont toutefois beaucoup plus adaptées à la simulation de phénomènes gazeux qu'à celle de matériaux élastiques. L'augmentation de la cohésion interne d'un tel système entraîne en effet un coût en temps de calcul important.

La différence avec les modèles masses-ressorts réside dans le fait que les masses sont autorisées à interagir avec un ensemble donné de masses qui peut être modifié au cours du temps. Chaque masse peut donc potentiellement rentrer en interaction avec n'importe quelle autre masse de l'objet. Toutefois, le rayon d'interaction de chaque particule est limité la plupart du temps afin de ne pas avoir une quantité trop importante de calculs à traiter. Les objets modélisés par un système de particules sont souvent représentés par des surfaces implicites (surfaces équipotentielles d'une fonction qui, dans ce cas, sera la fonction représentant le champ d'interaction entre les particules). Un système de particules n'utilise pas forcément un modèle géométrique structuré. Il est plus souple qu'un système masses-ressorts et permet notamment de simuler des fluides.

Applications pour la modélisation des tissus mous

Wu et al. [WTMT95] ont implémenté un modèle utilisant un système de particules et démontré son fonctionnement à travers de nombreux exemples de simulation : la déformation de la tête, une animation des rides de la peau du visage par exemple.

Jaillet [JSV97] a également utilisé un système de particules pour représenter des objets déformables. Ses travaux ont porté sur l'imagerie médicale et en particulier sur la reconstruction d'objets volumiques à partir des données sous forme de coupes. Il a ensuite modélisé les déformations des objets reconstruits à l'aide de systèmes de particules. Nous pouvons aussi citer les travaux de Amrani et al. [AS00, AFS00], avec notamment une application à la modélisation d'un ensemble prostate, rectum et vessie.

2.6.2.3 Méthode des Sphères finies

La méthode des sphères finies (Finite Sphere Method) est une méthode qui s'affranchit complétemment du maillage de l'objet. Elle a été développée par De et al. [DB00] dans le but d'éviter le problème de remaillage dans les méthodes telles que la méthode des éléments finis. La méthode utilise un ensemble de points à la place du maillage pour résoudre les équations

régissant l'équilibre de l'objet modélisé. Elle a de plus été étendue aux objets déformables, notamment dans le but d'être utilisé pour un simulateur médical. Ainsi, quand un outil chirurgical touche le tissu mou virtuel, un ensemble de points est créé localement autour de la pointe et une sphère avec un rayon fini est construite autour de chacun de ces points. Comme dans la méthode des éléments finis, des fonctions de forme sont utilisées afin d'interpoler les champs de déformation. La différence entre les méthodes réside dans le fait que les fonctions utilisées sont des fonctions rationnelles au lieu de polynômes, notamment dans un but d'efficacité de temps de calcul.

Kim et al. [KDS03] affirment que la méthode permet de produire des déformations locales réalistes. Le remplacement des fonctions de forme par rapport à celles de la méthode des éléments finis conduit néanmoins à des calculs coûteux dans la partie d'intégration de la résolution du système, notamment car la méthode des sphères finies accroît le nombre de particules du système. Concernant la modélisation des tissus mous, à notre connaissance, aucune validation de cette méthode n'a pour l'instant été présentée.

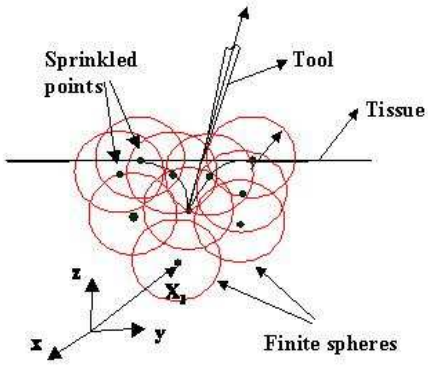


Fig. 2.12: *Principe de la méthode des sphères finies.*

2.6.2.4 Conclusion sur les systèmes de particules

Dans ce paragraphe, nous venons de décrire le principe des systèmes de particules ainsi que les améliorations proposées pour modéliser des objets déformables. Les applications à la modélisation des tissus mous sont peu nombreuses, notamment car la méthode est plus orientée vers l'animation d'objets quelconques et de fluides et n'est pas particulièrement adaptée à l'animation d'objets élastiques. Quelques applications existent néanmoins mais n'ont pas été validées en terme de précision et ne permettent pas l'incorporation de propriétés physiques des matériaux.

Dans le prochain paragraphe, nous décrivons les méthodes de modélisation « meshless » en général et plus particulièrement les dernières méthodes proposées afin de modéliser des objets dont le comportement est plus proche de celui des tissus mous.

2.6.3 Méthodes de modélisation « meshless »

2.6.3.1 Principe

Une nouvelle catégorie de méthodes « meshless » est apparue récemment pour calculer la solution d'équations différentielles partielles. Une classification des différentes méthodes est disponible dans [FM03]. Dans la suite de ce paragraphe, nous présentons les méthodes utilisées pour modéliser des objets élastiques.

2.6.3.2 Déformations sans maillage (« Meshless Deformations »)

Une nouvelle méthode basée sur la mécanique des milieux continus a récemment été introduite par Müller et al. [MKN*04]. Elle est le résultat d'une combinaison entre les méthodes physiques s'affranchissant du maillage et les surfaces discrétisées à l'aide de points [PZvBG00, AGP*04] et peut être inclue dans la catégorie des animations à l'aide de points [pba04].

Dans [MKN*04], la force élastique s'exerçant sur chaque particule est calculée comme le gradient de l'énergie de déformation selon les directions du déplacement de la particule. Ainsi, pour une particule i, sa force élastique $\mathbf{f}_i$ est égale à :

$$\mathbf{f}_i = -\nabla_{\mathbf{u}_i} U \tag{2.29}$$

avec U l'énergie de déformation de la particule i.
Le champ de déplacement de la particule est calculé à l'aide des déplacements des particules voisines. Son approximation est réalisée au premier ordre à l'aide d'une méthode des moindres carrés. Cette méthode permet de modéliser des matériaux aux propriétés physiques variées. Il est effectivement possible d'utiliser le tenseur des déformations non-linéaires pour calculer l'energie de déformation. Par contre, l'hypothèse d'un matériel néo-hookéen est effectuée, ce qui implique uniquement la modélisation de matériaux aux lois de comportement linéaires. La représentation surfacique de leur objet est réalisée implicitement, sur le même principe que celle de [DG95].

Enfin, nous pouvons noter la méthode « meshless » proposée par Müller et al. [MHTG05] pour animer des objets déformables. L'objet modélisé est représenté par un ensemble de nœuds possédant une masse et considérés comme un ensemble de particules. A chaque itération, la position de repos de l'ensemble des particules est transformée au sens des moindres carrés pour correspondre aux positions actuelles des particules. Des techniques pour faire correspondre les formes de deux nuages de particules sont utilisées. La position de repos transformée de chaque particule devient la position à atteindre par la particule. La vitesse de chaque particule est calculée en divisant le déplacement par le pas de temps. Müller et al. montrent que leur schéma d'intégration, bien qu'étant explicite, est inconditionnellement stable.

2.6.4 Conclusion sur les modèles « meshless »

Dans cette partie, nous avons présenté le principe des modèles « meshless » et leurs quelques applications à la modélisation d'objets déformables, voire de tissus mous. Cette catégorie de modèles est encore marginale par rapport aux catégories des modèles discrets et continus pour modéliser les tissus mous mais l'apparition de nouvelles méthodes appartenant à cette catégorie s'est accentuée ces dernières années. Des modèles « meshless » répondent au problème récurrent du maillage dans les modèles discrets et continus et sont une solution possible aux problèmes de dépendance au maillage rencontrés, notamment pour les modèles discrets. Les objectifs de développement des méthodes « meshless » ne sont pour l'instant pas orientés vers la modélisation des tissus mous et ils ne répondent donc pas pleinement aux critères de performance définis dans la première partie de ce chapitre. Ils possèdent néanmoins des caractéristiques intéressantes pour répondre à certains problèmes de modélisation, notamment pour la simulation de gestes médicaux et les changements de topologie associés.

2.7 Modélisation de la prostate et de ses propriétés physiques

Dans cette partie, nous présentons les travaux existants sur la modélisation et la simulation de la prostate. Le paragraphe 2.7.1 est consacré à une description des différents travaux qui ont porté sur la détermination des propriétés physiques de la prostate, propriétés qui pourront ensuite être introduites dans les différentes méthodes de modélisation. Le paragraphe 2.7.2 présente les différentes applications médicales qui ont été modélisées pour des gestes sur la prostate.

2.7.1 Propriétés physiques de la prostate

La mesure des propriétés physiques des tissus vivants du corps humain représente un des défis actuels de la recherche sur les tissus mous. Les valeurs des paramètres physiques des matériaux modélisés ou bien juste observés par les médecins permettraient notamment de distinguer les zones tumorales des zones saines dans un organe donné. Seulement quelques valeurs ont été répertoriées [Fun93] et c'est uniquement depuis une dizaine d'années que de nouvelles méthodes sont proposées afin de mesurer les propriétés spécifiques des tissus mous.

Des tests des propriétés rhéologiques des tissus peuvent notamment être réalisés à l'aide de méthodes d'indentation [ZZM97]. Ottensmeyer et al. [OKHD04] ont ainsi conçu un dispositif permettant d'effectuer des mesures directement sur des tissus mous. Aucune mesure sur la prostate n'a pour l'instant été réalisée avec un tel dispositif. D'autres dispositifs de mesures ont également été créés, comme des mesures par aspiration [KVD*02, NMK*03, HNV*06] par exemple.

Depuis une dizaine d'années, des méthodes basées sur l'imagerie médicale se développent afin d'effectuer des mesures non-invasives des tissus vivants. La méthode d'élastographie (du nom introduit par Ophir en 1993) se base sur des mesures des principales propriétés des tissus à l'aide de moyens d'imagerie médicale comme l'échographie ou l'imagerie par résonnance

magnétique. L'objectif est d'obtenir une image de la distribution physique d'un paramètre (comme le module d'Young par exemple) en fonction des propriétés physiques des tissus observés. Les paramètres physiques mesurés sont le module de cisaillement ou le module élastique (module d'Young), le coefficient de Poisson ou tout autre paramètre de déformation obtenu en réponse à l'application d'une charge sur les tissus. Un état de l'art des méthodes actuelles d'élastographie peut être trouvé dans [OAG*02, GFI03].

Concernant les mesures des propriétés physiques de la prostate, plusieurs travaux ont été présentés. Ophir et al. présentent les premiers travaux sur des prostates de chien [OAG*99]. Krouskop et al. [KWK*98] fournissent des premières mesures du module d'Young de la prostate, valeurs qui sont encore très fréquemment référencées aujourd'hui. Ils distinguent notamment les zones tumorales et les zones saines de la prostate, les tumeurs augmentant la raideur du tissu. Les mesures sont effectuées par compression des tissus et les tissus sont supposés quasi-incompressibles. Les valeurs qu'ils obtiennent varient de 60 kPa pour des tissus sains jusqu'à 100 à 200 kPa pour des tissus tumoraux, selon le taux de compression.

Parker et al. [PHL*93] présentent des premières mesures de la prostate avec une méthode d'élastographie. Les valeurs du module d'Young trouvées varient entre 1 et 6 kPa. Rubens et al. [RHA*95] montrent que l'élastographie est capable de détecter le cancer in vitro. Kallel et al. [KPKO99] montrent sur une prostate de chien des différences de raideur entre la partie interne et la capsule de la prostate, ainsi qu'entre l'urètre, le verumontanum et le tissu prostatique normal. La faisabilité de l'élastographie de la prostate in vivo et en temps réel a été démontrée par Lorenz et al. [LSGS*99] en utilisant une sonde endorectale standard pour manuellement comprimer la prostate. Enfin, Souchon [Sou04] a réalisé une thèse sur la détection du cancer de la prostate en utilisant l'élastographie. Il a développé un système d'imagerie de la prostate par élastographie ultrasonore utilisable afin d'obtenir des images in vivo. Le système permet ainsi de détecter le cancer et de visualiser les effets de la thérapie par ultrasons focalisés à haute intensité in vivo.

2.7.2 Modélisation d'applications médicales sur la prostate

Différents gestes médico-chirurgicaux ont été simulés avec les méthodes de modélisation existantes. Les principaux modèles existants sont basés sur la méthode des éléments finis [MDT02, CPCZ03, KNK*03] ou bien des modèles discrets de type masses-ressorts [CC04].

Burdea et al. [BPPW99] ainsi que Kuroda et al. [KNK*03] se sont intéressés à la simulation du toucher rectal. Dans les deux applications réalisées, l'objectif est l'apprentissage du geste du chirurgien. Le rendu haptique est le principal intérêt et les performances temporelles des modèles sont donc étudiées. La figure 2.13 montre un exemple de chacun des deux simulateurs.

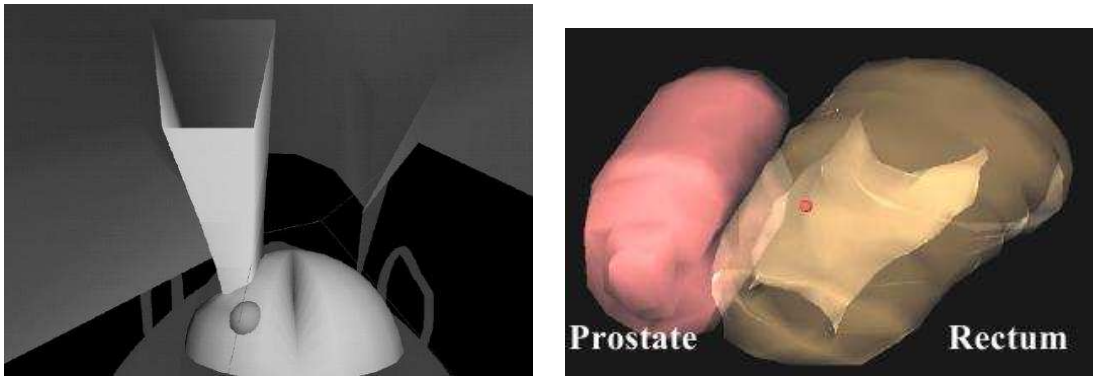


Fig. 2.13: *Simulateurs de toucher rectal réalisés par [BPPW99] sur la figure de gauche et [KNK*03] sur celle de droite.*

Padilla et al. [CC04] proposent un simulateur pour la résection de la prostate afin d'aider à l'apprentissage du chirurgien. Le modèle géométrique de la prostate est construit à partir d'images échographiques. Le modèle biomécanique est, quant à lui, réalisé avec un système masses-ressorts, permettant la simulation en temps réel des découpes du chirurgien et des déformations de la prostate. La figure 2.14 montre un exemple de simulation de résection de la prostate.

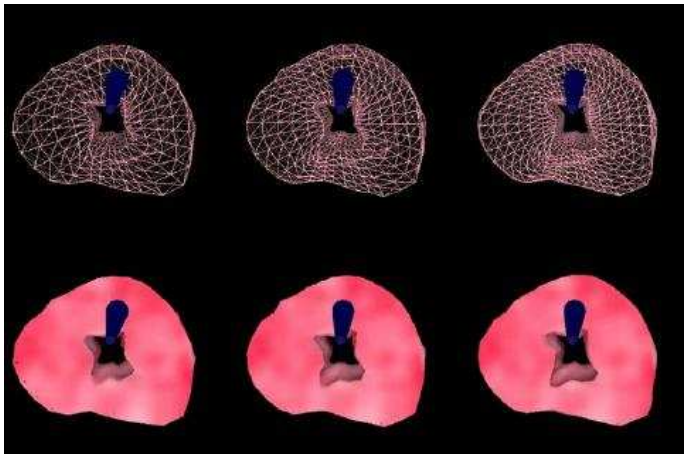


Fig. 2.14: *Simulateur de résections de la prostate réalisé par [CC04].*

Concernant la biopsie et la curiethérapie de la prostate, quelques modèles ont été proposés. Pour la biopsie, Zeng et al. [ZKB*98] ont proposé un simulateur afin d'optimiser les procédures de biopsie en construisant une carte représentant la répartition spatiale du cancer dans la prostate. Le système de simulation permet aux auteurs d'évaluer les performances de différents protocoles de biopsie. La sonde échographique et la prostate sont modélisées et le médecin

peut utiliser une réplique d'une sonde équipée d'un localisateur afin de manipuler la sonde virtuelle sur l'écran et ainsi réaliser la procédure de biopsie. Des modèles déformables de la prostate ont également été utilisés pour le traitement d'images, notamment pour des méthodes de recalages d'images médicales de la prostate [BHH*01, WTT*02, CPCZ03]. Crouch et al. [CPCZ03] proposent ainsi d'utiliser un modèle biomécanique basé sur la méthode des éléments finis afin de recaler des images IRM et échographiques de la prostate. Leur modèle dont la géométrie est obtenue à partir d'un fantôme est représenté sur la figure 2.15 et est élastique linéaire. Les auteurs n'ont néanmoins pas validés leurs résultats à cause de la faible qualité de leurs images.

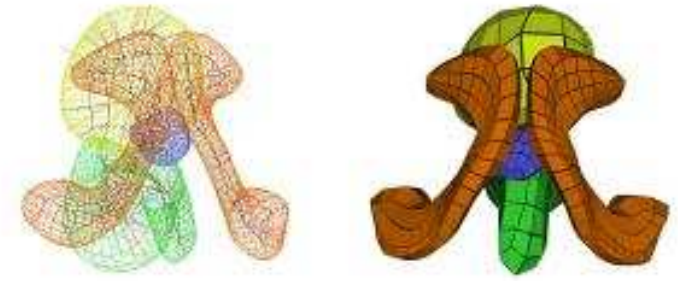


Fig. 2.15: *Modèle du pelvis masculin incluant la symphyse pubienne, le rectum, la vessie et la prostate [CPCZ03].*

Pour la curiethérapie, nous pouvons citer les travaux de Mohamed et al. [MDT02] et Wachowiak et al. [WWFP04]. [MDT02] proposent un modèle de l'environnement de la prostate et étudient l'influence de la sonde échographique sur les performances de la curiethérapie. Leur modèle est une combinaison d'un modèle statistique et d'un modèle biomécanique de la prostate afin de déterminer les déformations de celle-ci lors de l'insertion d'une sonde échographique endorectale. Le modèle biomécanique de la prostate est réalisé à partir des images d'un fantôme de l'environnement de la prostate comprenant la prostate, le rectum, la symphyse pubienne et le sacrum, comme représentés sur la figure 2.16. Les os servent de conditions aux limites pour la simulation. Le modèle est maillé à l'aide de tétrahèdres. Les principaux modes de déformations de la prostate sont obtenus à l'aide d'une analyse aux composantes principales. Les simulations biomécaniques sont réalisées à l'aide des ces modes de déformation. L'objectif d'un tel modèle est de pouvoir suivre en temps réel les déformations de la prostate liées à la sonde échographique endorectale. A notre connaissance, c'est un des seuls modèles prenant en compte l'environnement anatomique de la prostate. Le nombre de données traitées est faible et les modes de déformation sont encore peu nombreux. [WWFP04] présentent quant à eux un modèle temps-réel de la prostate et de ses déformations lors d'une curiethérapie. Les performances temporelles sont le principal objectif du modèle présenté et aucune validation n'a été proposée.

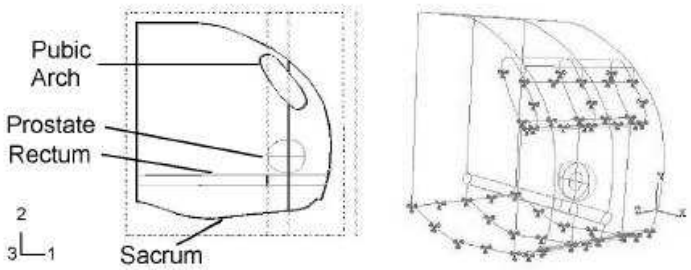


Fig. 2.16: *Le modèle biomécanique de l'environnement de la prostate de [MDT02] est réalisé à l'aide d'un fantôme comprenant la prostate, le rectum et les principaux os autour de la prostate : le sacrum et la symphyse pubienne, qui servent de conditions aux limites.*

2.7.3 Conclusion sur les modélisations existantes de la prostate

Dans cette partie 2.7, nous avons présenté succintement les différents travaux réalisés d'une part pour déterminer les valeurs des propriétés physiques de la prostate et d'autre part pour modéliser et simuler des gestes médico-chirurgicaux autour de la prostate. Les mesures des propriétés rhéologiques des tissus de la prostate se sont développées ces dernières années, tout comme celles des tissus mous. Les principales raisons sont la possibilité d'aider au diagnostic du médecin en différenciant les zones tumorales d'un tissu, et l'incorporation de ces données dans des méthodes de modélisation afin d'obtenir des simulations précises des tissus. Les résultats obtenus sont certes prometteurs mais pas nécessairement utilisables, notamment à cause d'une part de la difficulté d'effectuer des mesures in vivo sur les tissus et d'autre part de la grande variabilité des valeurs des propriétés rhéologiques entre différentes personnes.

Quelques modèles ont été développés autour de procédures médicales sur la prostate mais laissent encore de nombreux points à résoudre concernant la simulation réaliste d'un environnement anatomique complexe. La combinaison d'une modélisation des interactions internes dues à l'anatomie et des interactions externes dues aux instruments chirurgicaux n'a pas encore été proposée, notamment de par sa complexité de réalisation et la nécessité de modéliser un environnement anatomique précis.

2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons tout d'abord présenté les différentes spécificités de la modélisation des tissus mous avant de décrire les méthodes existantes.

Des caractéristiques spécifiques sont requises pour développer une méthode de modélisation afin de simuler le comportement de tissus mous. Ces caractéristiques sont fortement dépendantes des propriétés physiques des tissus qui sont tout d'abord des tissus vivants. La phase de validation des performances d'une méthode de modélisation est essentielle pour caractériser les performances de la méthode : la comparaison avec des données réelles reste le meilleur indicatif.

Dans le premier chapitre de ce manuscrit, nous avons défini le cadre médical de notre modélisation. L'application médicale choisie est celle de la prostate et de deux procédures la touchant : la biopsie et la curiethérapie. Ces deux gestes médico-chirurgicaux mettent en jeu des interactions entre la prostate et deux principaux outils : la sonde échographique et les aiguilles. Nous avons vu que dans ce cadre applicatif la prostate ne pouvait pas être considérée comme un organe isolé : la prostate est sujette à des déplacements et des déformations liés à son environnement anatomique. Les deux principaux acteurs de ces interactions avec la prostate sont les deux organes les plus proches : la rectum et la vessie. Les propriétés que devra vérifier notre méthode de modélisation afin d'atteindre son objectif médical sont donc principalement :

- une modélisation précise des organes et de leurs déformations
- une modélisation réaliste des interactions entre la prostate et son environnement anatomique et médical.

La première propriété sera vérifiée par le biais de comparaisons de la méthode avec d'autres méthodes de modélisation ou bien avec des données réelles. La seconde sera validée par l'obtention de simulations réalistes par rapport aux observations réelles du comportement de la prostate.

Une modélisation précise des organes et de leurs déformations

En décrivant les différentes méthodes de modélisation des tissus mous dans ce chapitre, nous avons vu que le critère de précision est principalement lié d'une part à la possibilité d'incorporer des propriétés physiques réalistes dans le modèle et d'autre part à la capacité à modéliser et à simuler une géométrie complexe. Si nous reprenons les différentes catégories de modèles que nous avons distinguées, nous pouvons alors observer :

- *Modèles géométriques* : les modèles géométriques n'incorporent pas directement dans leurs paramètres les propriétés physiques des objets dont ils simulent le comportement. Les applications aux tissus mous des méthodes de modélisation géométriques ne sont pas validées en terme de précision. Concernant la simulation d'une géométrie complexe, les quelques modèles présentés restent relativement simples et aucun environnement anatomique complexe n'a été modélisé.

- *Modèles continus* : le fait que les modèles continus basent leurs équations sur la mécanique des milieux continus entraîne un lien direct entre les paramètres des modèles et les propriétés physiques des matériaux modélisés. En effectuant l'hypothèse que les propriétés physiques sont connues, les modèles continus ont pour avantage de permettre une représentation précise des organes et de leurs déformations. La méthode des éléments finis est largement utilisée pour cette raison dans la modélisation des tissus mous. Concernant la simulation de formes complexes, peu d'applications ont été présentées car le principal objectif du développement de modèles continus reste pour l'instant la simulation pour l'aide à l'apprentissage du médecin. Peu de modèles de tissus mous ont effectivement été développés pour l'aide au planning chirurgical et donc très peu de modèles ont été validés et comparés avec des données réelles.
- *Modèles discrets* : les modèles discrets ont des paramètres qui ne sont pas directement liés aux propriétés physiques des objets qu'ils modélisent. Nous avons vu que quelques méthodes existent néanmoins afin de faire le lien entre les paramètres propres à la méthode de modélisation et les propriétés physiques réelles. Peu de modèles discrets sont donc validés en terme de précision. Concernant la simulation d'environnements anatomiques complexes, nous avons vu que les modèles discrets ont l'avantage d'être plus faciles à mettre en œuvre que les modèles continus, notamment lorsque plusieurs objets sont assemblés. Comme pour les modèles continus, il existe néanmoins peu d'applications où la géométrie est réaliste par rapport aux données réelles.
- *Modèles « meshless »* : les modèles « meshless » sont des modèles où les propriétés physiques ne sont généralement pas incorporées directement, selon les lois physiques sur lesquelles repose la définition de l'élasticité notamment. Dans les quelques applications à la modélisation des tissus mous, aucune n'a été validée selon un critère de précision. Les modèles « meshless » possédent néanmoins l'avantage de s'affranchir des problèmes de maillage inhérants aux modèles continus et discrets. Cette propriété peut être intéressante afin de modéliser des géométries complexes où la génération de maillage représente une des difficultés, à condition que la gestion de la connectivité dans le maillage soit réalisable dans des temps raisonnables.

Une modélisation réaliste des interactions entre la prostate et son environnement

Une modélisation réaliste des interactions autour de la prostate est nécessaire afin de prendre en compte les différentes sources de mouvements et de déformations de la prostate lors de biopsies ou de curiethérapies. Les différentes méthodes de modélisations que nous avons décrites dans ce chapitre répondent plus ou moins bien à ce critère.

- *Modèles géométriques* : les modèles géométriques sont facilement manipulables et sont utilisés pour cette raison en animation graphique. La modélisation d'interactions entre objets est possible mais n'a pas le degré de précision que peuvent avoir les modèles physiques, notamment si les forces mises en jeu lors des interactions n'ont pas une signification physique.
- *Modèles continus* : les modèles continus principalement utilisés sont ceux basés sur la méthode des éléments finis. Nous avons vu que les interactions ne sont pas faciles à mettre en oeuvre dans la méthode des éléments finis mais que des améliorations ont été proposées pour pallier cet inconvénient. Les interactions dans un environnement anatomique complexe n'ont néanmoins pour l'instant pas été présentées.
- *Modèles discrets* : les modèles discrets sont notamment développés car les interactions entre les différentes composantes d'un modèle y sont facilement implémentables. L'inconvénient est que le contrôle de la stabilité d'un système où de nombreuses interactions rentrent en jeu n'est pas assuré, du moins avec un modèle masses-ressorts classique.
- *Modèles « meshless »* : les modèles « meshless » peuvent, au même titre que les autres catégories de modèles, modéliser les interactions entre plusieurs objets. Le peu d'applications de ce type de modèles à la modélisation des tissus mous fait que la précision de ces interactions n'a pour l'instant pas été vérifiée. Les performances temporelles des modèles existants sont néanmoins intéressantes pour réaliser des interactions réalistes dans des temps raisonnables.

Dans la suite de ce manuscrit, nous nous attacherons à vérifier les deux principales propriétés que nous venons d'énoncer. Pour cela, nous utiliserons la facilité de modélisation d'interactions que possèdent les modèles discrets tout en utilisant quelques propriétés des modèles meshless. Notre principal objectif sera d'obtenir une simulation précise, robuste et réaliste des environnements anatomiques que nous modéliserons dans un temps raisonnable pour un planning chirurgical.

Deuxième partie

Approche proposée : un modèle physique discret

Chapitre 3

Principes généraux du modèle

Sommaire

3.1 Introduction 123
3.2 Description générale du modèle 124
3.3 Les différentes régions 129
3.4 Contraintes 147
3.5 Simulation 158
3.6 Conclusion 163

3.1 Introduction

Ce chapitre est consacré à la description de la méthode de modélisation développée au cours de cette thèse. L'approche proposée est basée, à l'origine, sur les principes utilisés dans le moteur de simulation développé lors de la thèse d'Emmanuel Promayon [Pro97]. La nouvelle méthode de modélisation présentée a pour objectif d'une part de permettre la modélisation des tissus mous et d'autre part de modéliser des environnements anatomiques complexes dans le cadre de la simulation médicale pour les gestes médico-chirurgicaux assistés par ordinateur. Dans la suite de ce chapitre, nous nous attarderons principalement à décrire les aspects de notre méthode qui permettent de répondre à ces deux objectifs.

Le chapitre est décomposé comme suit : une première partie décrit l'organisation générale du modèle des points de vue géométrique et physique. La modélisation discrète des objets et l'architecture des modèles est dans un premier temps détaillée (paragraphes 3.2.1 et 3.2.2) avant d'expliciter les différents éléments mis en oeuvre pour réaliser la dynamique du système

(paragraphe 3.2.3). Une deuxième partie présente les différents types de propriétés physiques présentes dans notre méthode de modélisation ainsi que leurs caractéristiques propres. Nous nous attardons notamment dans cette partie sur la formulation de l'élasticité dans notre modèle, propriété nécessaire à la modélisation des tissus mous. La troisième partie est consacrée à la description des contraintes et de leurs résolutions. C'est de la formulation de certaines propriétés sous forme de contraintes que notre modèle tire ses avantages, notamment avec une description relativement simple des raccordements entre les différentes régions (paragraphe 3.4.2) et avec un algorithme de préservation de volume indispensable à la modélisation de tissus vivants (paragraphe 3.4.3). Enfin la dernière partie de ce chapitre résume les algorithmes et implémentations mis en place pour réaliser les simulations présentées dans cette thèse.

3.2 Description générale du modèle

La première partie de ce chapitre est consacrée à la description des différents élements définissant notre modèle, du point de vue de leur organisation géométrique puis de celui de leur organisation physique.

3.2.1 Organisation générale

La méthode de modélisation que nous avons choisie appartient à la catégorie des modèles discrets. Différents environnements anatomiques ont été modélisés, chacun étant composé de différents organes aux propriétés physiques variées : os, muscles, graisse par exemple. Chaque *modèle* construit est discrétisé en un ensemble de *particules* qui possèdent chacune une position définie en 3D ainsi qu'une masse et qui sont assemblées en *régions* pour former différents *objets* correspondants aux différents organes modélisés.

Une région peut être de différents types selon ses propriétés physiques : élastique, musculaire ou solide. Nous détaillerons les propriétés propres à ces régions dans la partie 3.3. Les régions musculaires sont des régions élastiques avec des propriétés spécifiques. Un quatrième type de régions sera défini dans le chapitre suivant : le type « aiguille » . Un diagramme de classe simplifié représentant les différentes régions est représenté sur la figure 3.1.

Les différentes particules composant un modèle donné appartiennent chacune à au moins une région. Nous verrons dans la partie 3.4 que les particules situées à la frontière entre deux régions peuvent appartenir à plusieurs régions. Chaque particule possède des propriétés, celles-ci pouvant être globalisées au niveau de la région à laquelle les particules appartiennent ou bien au modèle tout entier (une masse identique pour toutes les particules du modèle par exemple). Les particules possèdent au moins les propriétés suivantes : une masse, une position, un type (élastique, musculaire ou solide). Les propriétés spécifiques sont par exemple le coefficient d'élasticité pour les particules élastiques ou bien le coefficient d'activation musculaire pour les particules musculaires. Par ailleurs, la connectivité entre les différentes particules est définie sous la forme d'un voisinage pour chaque particule. Ce voisinage est généralement fixe au cours de la simulation, sauf dans le cadre de changement de topologie. Le nombre de voisins

pour chaque particule peut être quelconque. Un nombre minimal de trois voisins est nécessaire pour les régions élastiques, comme nous le verrons dans le paragraphe 3.3.1.

Pour réaliser la dynamique du système, les différentes particules interagissent entre elles sous la forme de forces et de contraintes. La fin de cette partie 3.2 présente globalement les différents types de forces et de contraintes existantes, celles-ci étant détaillées dans les parties suivantes.

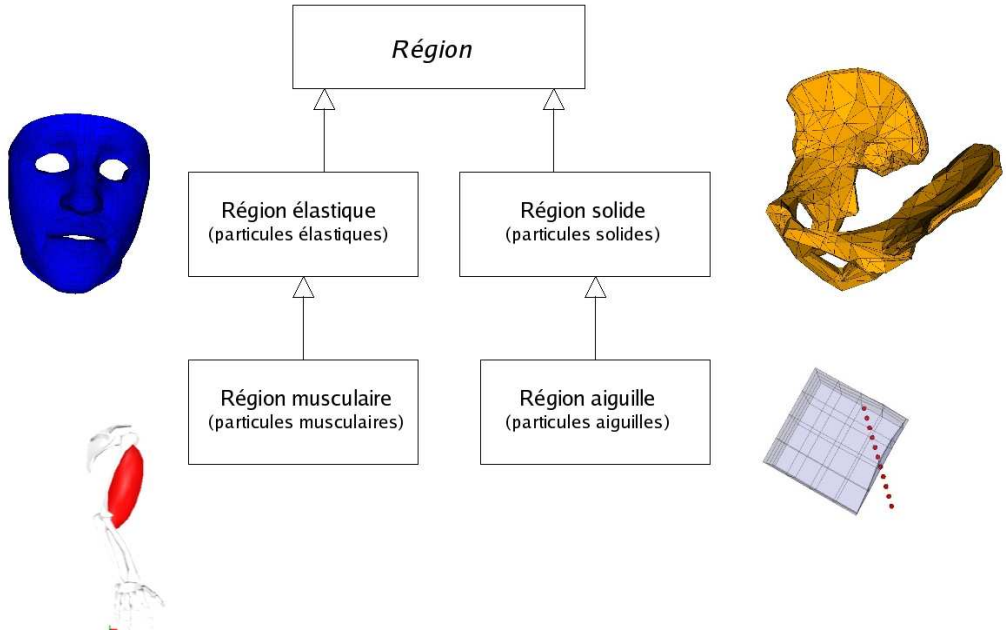


Fig. 3.1: *Diagramme de classe simplifié des différents types de régions. Une région possède différentes propriétés globales. Les régions élastiques et solides héritent directement des propriétés de la classe abstraite « région » alors que la région musculaire hérite de celles de la région élastique. La région aiguille hérite des propriétés de la région solide pour la modélisation des aiguilles non flexibles.*

3.2.2 Géométrie des objets

Lors de la création du modèle de E. Promayon [Pro97], un objet était décrit uniquement par sa surface. Les particules composant l'objet étaient alors disposées à la surface de l'objet et en réprésentait la limite spatiale. Cette construction d'un réseau surfacique, c'est à dire la définition de voisinages explicites entre les particules composant la frontière géométrique des objets, provient d'une représentation très utilisée pour l'animation d'objets ou pour les logiciels de Conception Assistée par Ordinateur.

Pour modéliser les tissus mous et notamment les interactions entre objets, des particules à l'intérieur des objets sont nécessaires pour obtenir la précision requise dans le cadre de la

simulation de gestes chirurgicaux. Dans la méthode de modélisation présentée dans cette thèse, les modèles sont donc définis à l'aide d'un réseau volumique de particules : un de nos objectifs a été d'en définir les lois d'évolution en n'utilisant, non plus uniquement des particules à la surface de l'objet, mais également à l'intérieur de l'objet.

Il est à noter qu'il est possible dans notre méthode de modélisation de coupler des objets possédant une représentation volumique et des objets limités à une représentation surfacique. Nous verrons dans les applications médicales présentées dans cette thèse l'utilité de ce couplage de représentation pour modéliser des organes aux propriétés physiques se prêtant plus à une représentation plutôt qu'une autre.

Par ailleurs, les particules étaient auparavant reliées à travers un réseau de facettes triangulaires. Elles peuvent maintenant être reliées à travers des relations géométriques quelconques. Ce changement est notamment intéressant pour comparer des modèles provenant de méthodes de modélisation différentes ou bien issus de différents algorithmes de maillage. La description géométrique d'un modèle ne devient alors plus un obstacle pour pouvoir tester différentes méthodes et les simulations associées.

Enfin, chaque particule de l'objet est indexée de manière unique. Cette propriété permet d'identifier la particule dans le modèle à tout instant. Chaque particule gère également la liste de ses voisins, celle-ci pouvant varier dans le cas des changements de topologies.

3.2.3 Dynamique du modèle

Dans ce paragraphe, nous décrivons l'algorithme général d'évolution de notre méthode de modélisation et nous détaillons notamment les forces et les contraintes définissant les interactions entre les différentes particules. Ces interactions vont générer des déplacements et des déformations des objetes et vont ainsi modifier leur évolution au cours de la simulation. Comme les objets sont représentés par un ensemble de particules, l'approche choisie consiste à engendrer les forces au niveau de chaque particule.

3.2.3.1 Forces

Les forces appliquées aux différentes particules dans notre méthode de modélisation sont de trois types différents :

- **Champs de force** : Les forces modélisées proviennent d'un champ de forces. Les valeurs des forces sont connues explicitement à chaque instant pour chaque particule, elles sont définies en fonction des propriétés de la particule considérée (sa masse par exemple pour la force gravitationnelle).

- **Force locale** : Les forces modélisées sont d'une part celles induites par une autre particule par le biais d'une interaction, par exemple dans le cadre de la modélisation de plusieurs organes et d'autre part les forces générées à partir d'un outil manipulé par l'utilisateur. Le module et la direction de la force exercée sur une particule sont connus explicitement à chaque instant.
- **Force interne** : Une des caractéristiques de notre méthode de modélisation est l'utilisation d'un principe de mémoire de forme pour modéliser des caractéristiques physiques internes à un objet. Ainsi, les forces élastiques sont modélisées à l'aide de ce principe. Dans notre méthode, une force interne est définie lorsque qu'une particule doit atteindre une position idéale minimisant une certaine fonction ou pour satisfaire un critère donné. La direction de la force est matérialisée par la droite définie à partir de la position de la particule à l'instant courant et la position idéale (ou attracteur). La position de l'attracteur correspond en quelque sorte à une position idéale minimisant de manière discrète une certaine énergie à un instant donné. La force $\mathbf{F}^*$ peut ainsi s'exprimer comme une fonction de la distance entre la position $\mathbf{P}$ de la particule et celle de son attracteur $\mathbf{P}^*$:

$$\mathbf{F}^* = k|\mathbf{P} - \mathbf{P}^*| \tag{3.1}$$

  k représentant le poids de la force. Ce sont les forces internes qui vont permettre de formuler les forces les plus intéressantes pour modéliser les tissus mous (la force d'élasticité par exemple). Ce type de forces est également utilisé pour modéliser l'activité musculaire (modélisation de l'activité de fibres). Nous pouvons caractériser cette force entre $\mathbf{P}$ et $\mathbf{P}^*$ comme un actionneur linéaire pouvant s'assimiler à un ressort linéaire entre $\mathbf{P}$ et $\mathbf{P}^*$ de coefficient de raideur k. Nous pourrions par ailleurs envisager d'autres types d'actionneurs (non linéaires, avec amortissement, etc...). Remarquons ici que le principe d'action-réaction doit être respecté pour l'ensemble des forces internes. Nous reviendrons sur ce point au paragraphe 3.5.1.1.

Nous verrons dans la prochaine partie consacrée à la description de chaque type de régions définies dans notre méthode de modélisation quelles sont les formulations utilisées pour modéliser des comportements précis, notamment la propriété d'élasticité des objets.

3.2.3.2 Contraintes

Si certaines propriétés sont modélisées directement dans notre méthode de modélisation sous forme de forces, d'autres sont formulées sous forme de contraintes, notamment pour modéliser les raccordements entre les différentes régions d'un modèle ou bien l'incompressibilité d'un objet. Dans notre méthode de modélisation, deux types de contraintes sont distingués : les contraintes globales et les contraintes locales.

Contraintes locales

Les contraintes locales sont celles appliquées à une particule isolée. Elles peuvent être de deux types : fixes ou dynamiques.

- Position fixe : une particule doit rester à une même position à chaque instant (contrainte fixe).
- Translation imposée : la valeur du déplacement d'une particule est imposée (contrainte fixe).
- Glissements : une particule peut avoir certains de ses degrés de liberté libres (contrainte fixe).
- Région forcée : une particule donnée doit toujours se trouver à l'intérieur d'une région donnée (contrainte fixe).
- Région impénétrable : des régions de l'espace sont définies comme impénétrables. Si une particule viole cet espace, elle est déplacée à la périphérie (contrainte dynamique).

Contraintes globales

Une contrainte globale concerne un ensemble de particules. Cet ensemble de particules et leurs propriétés rentrent en considération pour calculer l'expression de la contrainte. La contrainte de préservation du volume est par exemple une contrainte globale.

Nous définirons dans la partie 3.4 la méthode de résolution utilisée ainsi que les détails de calcul dans le cas de la préservation de volume et le raccordement de différentes régions.

3.2.3.3 Algorithme général d'évolution

Le principe d'évolution appliqué quand le système n'est pas contraint est issu directement de la discrétisation de la loi fondamentale de la dynamique. Nous résumons les différentes étapes de cet algorithme ci-dessous pour une itération. Les conditions aux limites sont tout d'abord appliquées sur chaque particule du système considéré. Le calcul des forces est ensuite effectué sur chaque particule, d'une part avec l'application des forces générales à tout le système et d'autre part les forces propres à chaque type de régions du système. Une redistribution des forces internes est réalisée afin de respecter le principe d'action-réaction. Une fois la somme des forces sur chaque particule connue, le calcul de leurs nouvelles positions est effectué à l'aide d'un schéma d'intégration. Les contraintes, comme celles de préservation de volume par exemple, sont ensuite appliquées sur ces particules avec leur nouvelle position afin de calculer leurs positions définitives. Les vitesses sont recalculées avec ces nouvelles positions, notamment si elles doivent être utilisées pour le calcul d'une force (comme celle de viscosité par exemple) à l'itération suivante.

Algorithme 1 : Algorithme général d'évolution

```
pour chaque région du modèle faire
    pour chaque particule de la région faire
        calculConditionsAuxLimites();
    fin
fin
pour chaque région du modèle faire
    pour chaque particule de la région faire
        calculForces();
        redistributionForcesInternes();
    fin
fin
pour chaque région du modèle faire
    pour chaque particule de la région faire
        sommeForces();
        calculNouvellePosition();
        /*en utilisant un schéma d'intégration*/
        calculContraintes();
        calculVitesseReelle();
    fin
fin
```

3.3 Les différentes régions

Dans cette partie, nous nous attachons à décrire les différents types de régions existants dans notre méthode de modélisation et leurs propriétés respectives. Trois grands types de régions peuvent être distingués :

- région élastique (paragraphe 3.3.1),
- région musculaire (paragraphe 3.3.2),
- région solide (paragraphe 3.3.3).

Nous aborderons le cas particulier de la modélisation des aiguilles (et du type de région qui leur est associé) au chapitre suivant.

3.3.1 Région élastique

Dans ce paragraphe, la formulation de l'élasticité dans notre méthode de modélisation est explicitée. Dans un premier temps, nous revenons sur l'expression choisie dans la méthode de modélisation surfacique de [Pro97] avant d'expliquer pourquoi elle ne peut pas être appliquée à notre méthode de modélisation volumique. Nous ferons alors un bref état de l'art sur les méthodes existantes et ce qu'il leur manque pour répondre à notre problème. Nous présenterons alors la formulation choisie pour exprimer l'élasticité dans la version volumique présentée dans cette thèse.

3.3.1.1 Modélisation de l'élasticité

L'élasticité d'un objet est sa capacité à revenir à sa forme initiale une fois déformé. Dans la littérature, cette propriété d'élasticité a été formulée de différentes façons dépendantes de la méthode de modélisation choisie.

Comme nous l'avons vu dans le chapitre sur les différentes méthodes de modélisation des tissus mous existantes, la formulation de l'élasticité la plus utilisée est celle provenant de la mécanique des milieux continus. Le tenseur des déformations de Green-Lagrange donne une bonne indication de la mesure locale de la déformation d'un objet. C'est notamment ce tenseur qui est utilisé dans la méthode des éléments finis, méthode majoritairement utilisée pour modéliser les tissus mous.

Concernant les modèles discrets, l'élasticité est formulée à l'aide de relations entre les différents éléments constituant chaque objet élastique. Ainsi par exemple pour les systèmes masses-ressorts, c'est la combinaison de plusieurs ressorts possédant des coefficients de raideur appropriés qui permet de modéliser l'élasticité. Mais cette approche, bien que facile à mettre en place, rend souvent le contrôle du système difficile.

Les principaux objectifs concernant l'élasticité que nous désirons obtenir avec notre méthode de modélisation sont :

- **Expression d'une forme locale à partir d'un ensemble de particules** : le choix d'une méthode de modélisation discrète implique que la formulation d'élasticité soit applicable sur chaque particule du modèle et traduise les déformations autour de celle-ci.
- **Déformations réalistes** : dans le contexte de la modélisation des tissus mous, notre méthode doit être la plus précise possible, notamment si nous envisageons d'utiliser la méthode dans le cadre de plannings chirurgicaux.
- **Stabilité numérique** : dans le cadre de la modélisation des tissus mous, le modèle doit pouvoir retourner à sa forme d'origine une fois déformé (nous ne pouvons pas avoir un retour partiel des objets modélisés à leur forme initiale ou bien un système oscillant autour de la forme initiale).
- **Temps de calculs peu élevés** : nous ne pouvons pas avoir une formulation de l'élasticité complexe à implémenter et coûteuse en temps de calcul. Les performances temporelles doivent pouvoir être raisonnables afin d'utiliser la méthode pour modéliser des

environnements anatomiques complexes.

La méthode de modélisation que nous avons choisie est une méthode discrète. Nous définissons une connectivité entre chaque particule et ses voisines : le nombre de particules participant à la connectivité de chaque particule n'est pas fixe et peut varier d'une particule à l'autre. Dans les paragraphes suivants, nous expliquons comment nous essayons de définir de manière discrète la déformation d'un objet en utilisant les informations que nous possédons, i.e. la géométrie des particules (ou positions des particules) et la définition du voisinage de chaque particule (ou positions relatives).

3.3.1.2 Principe de la mémoire de forme

La formulation de l'élasticité dans notre méthode de modélisation est basée sur l'expression d'une forme locale. La notion d'une force à mémoire de forme est introduite pour chaque particule élastique afin de modéliser la propriété d'élasticité. Chaque particule élastique d'un modèle possède ainsi un *attracteur*. La position $\mathbf{P}^*$ de cet attracteur est définie à l'aide d'une fonction de forme dont les paramètres sont les positions $\mathbf{N}_1, \cdots, \mathbf{N}_n$ des n voisins de la particule considérée. Nous noterons f cette fonction de forme et nous avons :

$$\mathbf{P}^* = f(\mathbf{N}_1, \cdots, \mathbf{N}_n) \tag{3.2}$$

La fonction de forme f est définie lorsque l'ensemble des particules sont dans leurs configurations de repos. Dans la position de repos $\mathbf{P}_0$ d'une particule donnée, lorsqu'aucune déformation est appliquée sur celle-ci, f est définie de telle manière que l'attracteur de la particule et la particule elle-même ont la même position. Ainsi, si nous notons $\mathbf{P}$ la position de la particule, $\mathbf{P}$ et $\mathbf{P}^*$ ont les mêmes coordonnées au repos.

Si un ou plusieurs voisins de la particule bougent au cours de la simulation, alors la position $\mathbf{P}^*$ va être modifiée. La nouvelle position dépend de la fonction de forme f. Une force à mémoire de forme notée $\mathbf{F}^*$ est alors générée entre la position actuelle de la particule et la position de son attracteur. Si la particule et son attracteur sont à la même position, cette force est nulle. Un exemple est donné sur la figure 3.2 pour illustrer une configuration en 3D.

La force à mémoire de forme est définie à tout instant comme un vecteur entre la position actuelle de la particule et la position actuelle de son attracteur, multiplié par un coefficient d'élasticité k_e :

$$\mathbf{F}^* = k^e(\mathbf{P}^* - \mathbf{P}) \tag{3.3}$$

Chaque particule i de chaque région élastique du modèle peut posséder une élasticité différente k_i^e, permettant ainsi de modéliser des différences locales d'élasticité. Le coefficient k^e peut être un simple scalaire (la force a une expression de type ressort) ou bien peut être plus complexe, par exemple pour modéliser l'amortissement. Afin de respecter la seconde loi de Newton, la force opposée à la force à mémoire de forme est redistribuée aux voisins de la particule en fonction de f.

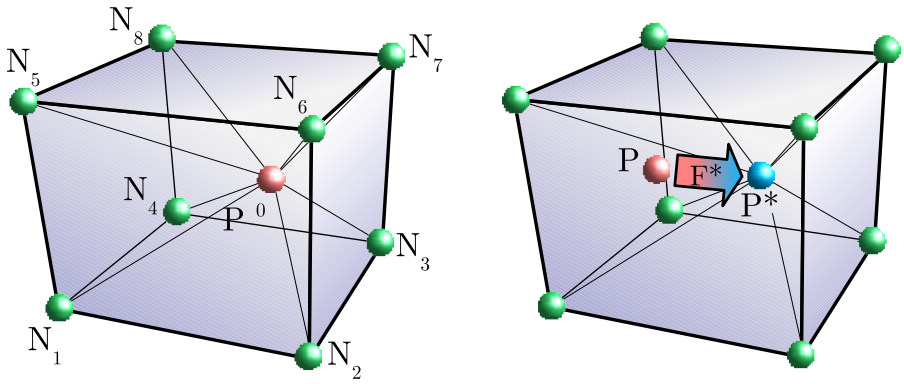


Fig. 3.2: *Dans la configuration de repos, la particule et son attracteur ont la même position :* $\mathbf{P}^* = \mathbf{P}^0$ *(gauche). Au cours de la simulation, la position* $\mathbf{P}$ *de la particule est modifiée (droite). Une force à mémoire de force* $\mathbf{F}^*$ *est appliquée à la particule afin de « l'attirer » vers la position de son attracteur* $\mathbf{P}^*$*. Si nous considérons le cas simple où les voisins de la particule n'ont pas bougé au cours de la simulation par exemple, l'attracteur se trouve alors toujours dans la position* $\mathbf{P}^* = \mathbf{P}^0$*.*

En résumé, nous avons deux problèmes à résoudre pour la modélisation de l'élasticité avec le principe de la mémoire de forme :

1. La définition de la fonction de forme f permettant de définir la position de l'attracteur d'une particule en fonction de ses voisines.
2. La redistribution de la totalité de la force à mémoire de forme sur l'ensemble des particules voisines afin de respecter l'équilibre des forces internes.

3.3.1.3 Expression de l'élasticité dans la méthode surfacique

Dans la méthode de modélisation de [Pro97], les objets sont uniquement représentés par des particules situées à la surface des objets. Les surfaces sont triangulées et la formulation de l'élasticité est totalement basée sur l'utilisation de cette description. Nous allons voir dans ce paragraphe qu'une telle formulation ne peut plus être utilisée dans le cadre de modèles décrits à l'aide de particules situées non seulement à la surface mais également à l'intérieur des objets.

Formulation précédente de l'élasticité

La formulation de l'élasticité dans la méthode de modélisation surfacique [Pro97] est également basée sur l'expression d'une forme locale. Elle consiste à définir la position $\mathbf{P}_i$ de chaque particule i par rapport à un repère local basé sur les voisins de cette particule. Ce repère est recalculé à chaque itération à l'aide de trois paramètres de forme (deux en 2D) propres à chaque particule.

En notant $\mathbf{G}_i$ l'isobarycentre des voisins de la particule et $\mathbf{n}_i$ la moyenne des normales des facettes concourantes à la particule i, la position $\mathbf{P}_i$ de chaque particule peut être caractérisée par trois paramètres :

- l'angle α_i entre $\mathbf{n}_i$ et le vecteur $\mathbf{G}_i\mathbf{P}_i$,
- l'angle β_i entre le vecteur $\mathbf{u}_i = \mathbf{n}_i \times \mathbf{G}_i\mathbf{P}_i$ et le vecteur $\mathbf{v}_i$ normal à $\mathbf{n}_i$ ($\mathbf{v}_i = (n_{i,y}, -n_{i,x}, 0)$,
- γ_i la distance entre l'isobarycentre $\mathbf{G}_i$ et $\mathbf{P}_i$.

La particule i est alors repérée par rapport à ses voisins en utilisant le triplet de trois scalaires (α_i, β_i, γ_i) comme illustré sur la figure 3.3. Ce système de coordonnées légèrement différent du système de coordonnées sphériques est basé sur la position des voisins et permet donc de modéliser les déformations localement.

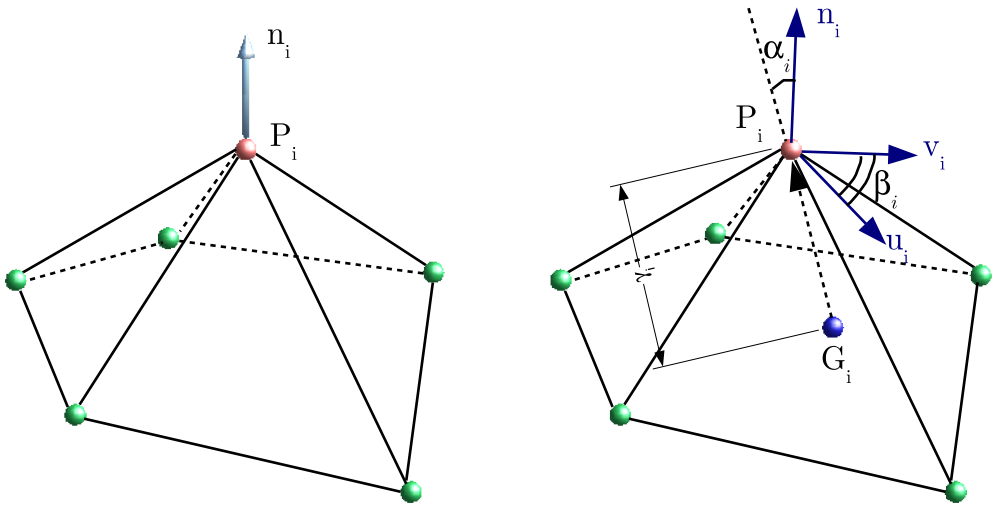


Fig. 3.3: *Calcul du repère local et des paramètres de forme dans la méthode de modélisation surfacique de [Pro97].*

Les différentes étapes du calcul de la force à mémoire de forme d'une particule dont la position est $\mathbf{P}_i$ et celle de son attracteur $\mathbf{P}_i^*$ sont les suivantes :

- Objet au repos : mémorisation pour chaque particule des paramètres de forme α_i, β_i et γ_i. Ils sont notés : α_i^0, β_i^0 et γ_i^0.
- A chaque itération de la simulation : calcul pour chaque particule de la position de son attracteur à l'aide de la position de ses voisins et de ses paramètres de forme au repos :
  - Calcul de $\mathbf{G}_i$, $\mathbf{n}_i$ et $\mathbf{v}_i$.
  - Calcul de $\mathbf{u}_i$ par rotation autour de $\mathbf{n}_i$ d'un angle $-\beta_i^0$.
  - Calcul de la direction $\mathbf{G}_i\mathbf{P}_i$ par rotation autour de $\mathbf{u}_i$ d'un angle $-\alpha_i^0$.
  - Multiplication du vecteur $\mathbf{G}_i\mathbf{P}_i$ par γ_i^0 : la position de l'attracteur est alors trouvée.
- Calcul d'une force à mémoire de forme entre $\mathbf{P}_i$ et$\mathbf{P}_\mathbf{i}^*$ en modélisant un ressort entre les deux positions : $F_i^* = k_i^e(\mathbf{P}_i^* - \mathbf{P}_i)$ avec k_i^e le coefficient d'élasticité de la particule i.

Limites de cette formulation de l'élasticité

L'impossibilité d'étendre cette formulation de l'élasticité à un modèle 3D comportant des particules internes à l'objet provient de deux raisons particulières :

- Le calcul de la normale $\mathbf{n}_i$,
- La gestion des cas particuliers pour la définition des paramètres de forme.

Le calcul du vecteur $\mathbf{n}_i$

La « normale » en un point de position $\mathbf{P}_i$ d'une surface triangulée peut être approximée de plusieurs manières dont les deux suivantes :

- Moyenne des normales des facettes concourantes en $\mathbf{P}_i$.
- Moyenne des produits vectoriels deux à deux des vecteurs $\mathbf{P}_i\mathbf{N}_i^j$ où $\mathbf{N}_i^j$ est la position du $j^{ème}$ voisin de la particule de position $\mathbf{P}_i$.

C'est cette dernière méthode qui est utilisée dans la méthode de modélisation surfacique.

Dans notre méthode de modélisation volumique, nous n'avons plus de facettes triangulaires qui définissent la surface de l'objet modélisé et des particules sont situées à l'intérieur de celui-ci. De plus, dans la méthode de modélisation surfacique, l'ordre dans lequel était défini l'ensemble des particules voisines à une particule était primordial afin d'obtenir un calcul correct du vecteur $\mathbf{n}_i$. Dans notre méthode volumique, nous nous affranchissons de cette contrainte fastidieuse d'ordre de définition des voisins d'une particule. Avec l'ajout de particules à l'intérieur de l'objet modélisé, le calcul du vecteur $\mathbf{n}_i$ ne peut donc plus s'effectuer de la même manière car la définition du vecteur $\mathbf{n}_i$ dépend de l'ordre dans lequel sont choisis les voisins.

Les cas particuliers dans la définition du repère

Dans le calcul du repère lié à la particule présenté au paragraphe précédent, il existe deux cas particuliers :

- lorsque $\mathbf{n}_i = (0, 0, 1)$. Dans ce cas, on ne peut pas prendre le même $\mathbf{v}_i$. Dans la version surfacique, il est choisi de prendre $\mathbf{v}_i = (1, 0, 0)$.
- lorsque $\alpha_i = \Pi/2$ ou $-\Pi/2$: alors P_i est dans le plan de $\mathbf{G}_i\mathbf{u}_i$. Dans la version surfacique, uniquement l'angle β_i et la distance γ_i sont considérés.

Les cas particuliers dans la version volumique de notre méthode sont plus nombreux. Notamment, le premier cas particulier cité ci-dessus est assez fréquent dans un modèle volumique, par exemple dans le cas d'un cube composé d'hexahèdres. De plus, d'autres situations viennent s'ajouter à ce premier cas, notamment lorsque la norme de la normale est nulle. Dans ce cas, nous sommes obligés de définir arbitrairement une normale. Lorsque les voisins bougent dès la première itération, l'orientation de la normale peut varier de façon importante, créant des « discontinuités » dans la définition de la normale.

Le deuxième cas particulier est fortement lié au premier cas expliqué ci-dessus. Le plan défini par les vecteurs $\mathbf{u}_i$ et $\mathbf{v}_i$ n'a plus une définition aussi intuitive qu'auparavant lorsque uniquement des points de la surface étaient pris en compte pour le calcul du repère. La

définition du vecteur $\mathbf{v}_i$ fortement liée à celle de la normale entraîne des cas particuliers. Ainsi, le repère local ne peut plus être utilisé pour obtenir une localisation de la particule et de son attracteur qui soit physiquement réaliste.

Les différents cas particuliers exposés ci-dessus ont donc pour conséquence que la formulation de la mémoire de forme, valable pour la méthode de modélisation surfacique proposée par [Pro97], ne peut plus être utilisée dans le cadre de notre méthode de modélisation volumique. Nous présentons dans les paragraphes suivants les nouvelles propriétés que la formulation de la mémoire de forme doit vérifier ainsi que la nouvelle expression proposée.

3.3.1.4 Etat de l'art sur les méthodes existantes

Exprimer un point comme une combinaison pondérée d'autres points localisés autour de lui est un problème de géométrie qui a donné lieu à de nombreuses propositions dans la littérature. Le problème se retrouve par exemple dans la paramétrisation de maillage ([FH05] par exemple) ou bien pour des applications où des propriétés définies sur des nœuds d'un objet doivent être interpolées à l'intérieur de celui-ci [JSW05]. Dans ce paragraphe, nous allons tout d'abord énoncer les propriétés que doit vérifier la fonction de forme dans notre méthode avant de répertorier les formulations existantes et leurs avantages et inconvénients.

Les propriétés nécessaires pour calculer l'élasticité dans notre modèle

Dans notre méthode de modélisation volumique, chaque particule de position $\mathbf{P}$ possède n particules voisines de positions $\mathbf{N}_1 \cdots \mathbf{N}_n$, le nombre n n'étant pas fixe pour chaque particule. Ces n particules forment un nuage de points dans l'espace. L'objectif est de calculer la position $\mathbf{P}^*$ de l'attracteur de la particule à partir des positions de ces n particules à tout instant de la simulation :

$$\mathbf{P}^* = f(\mathbf{N}_1 \cdots \mathbf{N}_n) \tag{3.4}$$

La fonction de forme f doit vérifier les propriétés suivantes :

1. Lorsque les n particules sont à leurs configurations de repos, la position de l'attracteur est identique à la position au repos de la particule considérée : $\mathbf{P}^* = \mathbf{P}^0$.
2. La formulation doit prendre en compte les n positions des particules voisines à la particule considérée.
3. La fonction doit permettre de donner la position exacte de l'attracteur quel que soit l'ordonnancement des n particules dans l'espace. En particulier, la formulation doit être correcte lorsque les n particules voisines ne forment pas une enveloppe convexe autour de la particule considérée.
4. La formulation doit permettre de calculer la position de l'attracteur quelle que soit la position de la particule au repos, c'est à dire même quand la particule est située à la surface du polyèdre formé par ses n voisines.

Les méthodes existantes

Toutes les méthodes existantes se basent sur des polytopes, c'est à dire un nuage de points dans l'espace et des relations entre ces points par l'intermédiaire de segments et de facettes. La plupart du temps, le problème général de trouver une formulation pour la fonction de forme à l'intérieur d'un polytope se réduit au cas d'un polytope convexe avec n sommets $N_1, \cdots, N_n$ (de positions $\mathbf{N}_1, \cdots, \mathbf{N}_n$) dont on cherche à écrire la position $\mathbf{P}$ d'un point intérieur comme une combinaison convexe des positions des sommets :

$$\mathbf{P} = \sum_{j=1}^{n} \alpha_j(\mathbf{P})\mathbf{N}_j \text{ avec } \alpha_j(\mathbf{P}) \geq 0 \text{ et } \sum_{j=1}^{n} \alpha_j(\mathbf{P}) = 1 \tag{3.5}$$

Les poids $\alpha_j(\mathbf{P})$ sont souvent appelés « coordonnées barycentriques » du point de position $\mathbf{P}$ pour le polytope considéré. Cette appellation fut donnée par Möbius en 1827. Le calcul de ces poids a donné lieu à plusieurs propositions dans la littérature.

Si le polytope considéré est un triangle en 2D ou bien un tétrahèdre en 3D, les coordonnées barycentriques peuvent être facilement calculées. Elles sont définies en 3D pour un tétrahèdre comme le rapport du volume formé par le point $\mathbf{P}$ et la face opposée sur le volume total du tétrahèdre. Mais cette définition ne peut pas être étendue à un polyèdre à plus de 4 sommets car la notion de « face opposée » n'est plus correctement définie.

Wachspress [Wac75] fut le premier à proposer une extension pour les polygones convexes. Il était alors intéressé à appliquer sa formulation pour la méthode des éléments finis. Ces *coordonnées de Wachspress* valables pour des polygones convexes uniquement s'expriment sous forme de polynômes rationnels et ont été généralisées à des polytopes convexes par Warren [War96] qui montra également qu'elles étaient de degré minimal [War03].
Posons :

$$\alpha_j(\mathbf{P}) = \frac{w_j(\mathbf{P})}{\sum_{i=1}^{n} w_i(\mathbf{P})} \tag{3.6}$$

Dans les coordonnées de Wachspress, les fonctions de poids $w_i(\mathbf{X})$ ont pour expression en 2D :

$$w_j(\mathbf{P}) = \frac{A(N_i, N_j, N_k)}{A(N_i, N_j, P)A(P, N_j, N_k)} = 2\left(\frac{\cot\varphi_j + \cot\psi_j}{\|\mathbf{P} - \mathbf{N}_j\|^2}\right) \tag{3.7}$$

où $A(N_i, N_j, N_k)$ est l'aire définie par les points N_i, N_j et N_k. Les paramètres de cette expression sont illustrés sur la figure 3.4.

Les coordonnées sont bien définies à l'intérieur de polygones et possèdent une interprétation géométrique en 2D assez intuitive en tant que ratios d'aires. Leur généralisation 3D [WSHD04] est néanmoins plus complexe à interpréter géométriquement. De plus, les coordonnées de Wachspress ne peuvent pas être utilisées sur des polytopes non convexes.

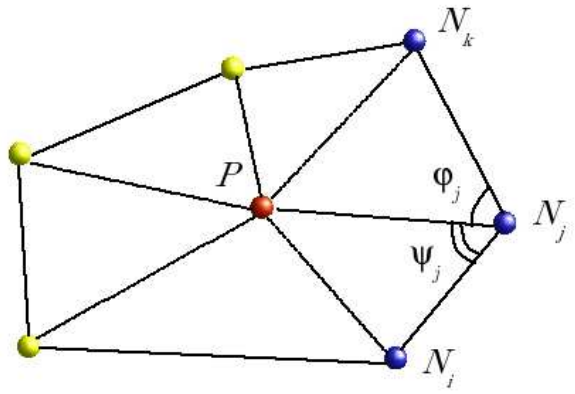


Fig. 3.4: *Coordonnées barycentriques : coordonnées de Wachspress [Wac75].*

D'autres chercheurs ont proposé des formulations alternatives aux coordonnées barycentriques, formulations qui permettent d'exprimer un point à l'intérieur d'un polytope non-convexe en 2D [Flo03, Hor04, MD05] et en 3D [FH05, JSW05]. Dans le contexte de la paramétrisation de maillage triangulaire, [PP99] ont présenté des coordonnées appelées *discrete harmonic* et [Flo03] des coordonnées appelées *mean value coordinates*. Ces coordonnées ont la propriété d'être positives à l'intérieur d'un polygone convexe. Floater a par ailleurs étendu ces coordonnées en 3D [FKR05]. La formulation des coordonnées en 2D est la suivante :

$$w_j(\mathbf{P}) = 2\left(\frac{\tan(\alpha_i/2) + \tan(\alpha_j/2)}{\|\mathbf{P} - \mathbf{N}_j\|}\right) \tag{3.8}$$

où les angles α_i et α_j sont représentés sur la figure 3.5.

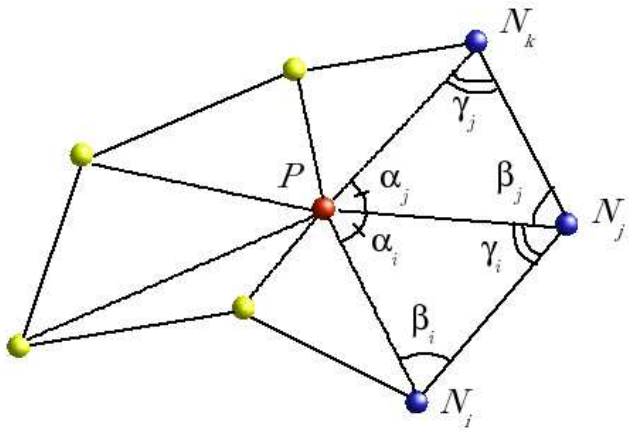


Fig. 3.5: *Coordonnées barycentriques : mean value coordinates [FKR05].*

Les coordonnées de Floater sont bien définies sur les arêtes du polygone lorsqu'il est convexe mais pas lorsqu'il est concave (la fonction de forme est uniquement définie pour les polygones étoilés). Nous ne pouvons donc pas utiliser de telles coordonnées dans notre méthode où la fonction de forme doit être également définie à la frontière du polyèdre considéré.

Concernant les polygones non-convexes, une approche couramment utilisée est de trianguler le domaine et d'appliquer les coordonnées barycentriques standard sur chaque triangle. Mais le résultat dépend fortement de la triangulation choisie et est, la plupart du temps, uniquement de continuité C^0 sur les arêtes du triangle. L'article de [MD05] est le seul à proposer des coordonnées (*metric coordinates*) pour des polygones non-convexes. Leur formulation est définie sur tout le polygone, même sur les côtés de celui-ci en choisissant une valeur heuristique dans ce cas particulier. A notre connaissance, leur formulation est pour l'instant uniquement utilisée en 2D.

D'autres formulations ne reposant plus sur les propriétés des coordonnées barycentriques existent également. Ainsi, le concept de *voisins naturels* a été proposé par Sibson [Sib80]. Il utilise pour définir ses coordonnées le diagramme de Voronoi d'un ensemble de points du plan (i.e. les n nœuds qui forment le polygone). Il insère ensuite le point P. Les voisins naturels de ce point sont définis comme les voisins au sens de Delaunay après l'insertion du point P. Ainsi, si le point P est situé à l'intérieur du cercle circonscrit d'un triangle issu de la triangulation de Delaunay, les points qui définissent ce triangle sont des voisins naturels de P. Deux métriques couramment utilisées en interpolation proviennent de cette définition : les coordoonnées de Sibson [Sib80] et l'interpolation de Laplace [HS99, BIK*97].

La fonction de forme de Laplace s'écrit ainsi :

$$w_j(\mathbf{P}) = \frac{s_j(\mathbf{P})}{h_j(\mathbf{P})} \tag{3.9}$$

où $s_j(\mathbf{P})$ est la longueur de l'arête commune aux cellules de Voronoi de $\mathbf{P}$ et $\mathbf{N}_j$ et $h_j(\mathbf{P}) = \|\mathbf{P} - \mathbf{N}_j\|$ représente la distance entre les points P et N_j, comme illustrés sur la figure 3.6.

Les fonctions de forme de Wachspress et Laplace sont identiques pour des polygones réguliers. Pour des polygones où tous les sommets sont sur un même cercle, les fonctions de forme de Sibson, Laplace et Wachspress sont identiques. La fonction de forme présentée par [PP99] sous le nom de *discrete harmonic* est identique à celle de Laplace. La fonction de forme de Laplace, devient coûteuse en temps de calcul en 3D (notamment à cause du calcul du diagramme de Voronoi), c'est pourquoi nous n'avons pas gardé cette solution. Elle est néanmoins très intéressante et pourrait être implémentée dans notre méthode de modélisation, notamment car elle est assez intuitive pour comprendre le *poids* que chaque particule voisine possède pour définir la position de l'attracteur de la particule considérée.

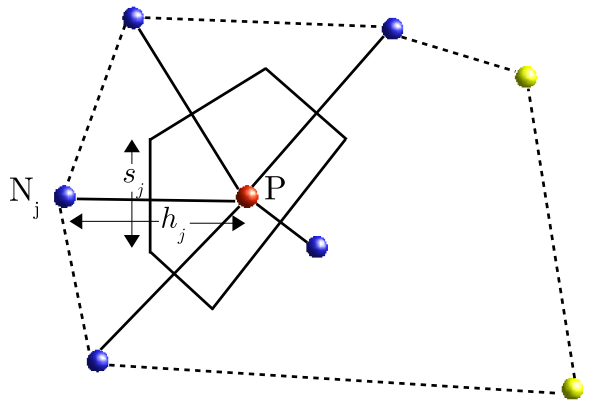


Fig. 3.6: *Cellule de Voronoi du point P et ses voisins naturels représentés en bleu. La cellule de Voronoi et les distances entre le point P et ses voisins naturels sont représentées en traits pleins. Les autres points ne rentrent pas dans le calcul des coordonnées.*

Enfin, nous pouvons également noter l'existence de fonctions de forme basées sur un calcul de l'entropie [AO06]. La fonction de forme du point P est vue comme une probabilité d'influence du point N_i sur P. Elle est ainsi solution d'un problème d'optimisation sous contraintes, la solution du problème pouvant être trouvée à l'aide de multiplicateurs de Lagrange. Cette approche, récemment publiée, n'a pas été explorée dans cette thèse et est pour l'instant appliquée uniquement en 2D.

Conclusion

Au cours du résumé succinct effectué au paragraphe précédent des différentes approches possibles pour exprimer un point situé à l'intérieur d'un polyèdre en fonction des sommets de celui-ci, nous n'avons pas trouvé de méthode qui réponde à tous les critères que nous nous sommes fixés. Les différentes formulations présentées s'efforcent de donner une combinaison linéaire des différentes positions des sommets. Afin de pouvoir répondre à notre problème, nous ne vérifierons pas cette condition dans notre formulation.

Le prochain paragraphe décrit la nouvelle formulation que nous proposons dans cette thèse pour calculer la position de l'attracteur de chaque particule d'un objet modélisé.

3.3.1.5 Méthode de modélisation de l'élasticité

Soit $\mathbf{P}$ la position d'une particule donnée. Soit $\mathbf{N}_i$, $i \in [1 \cdots n]$ les positions des n voisins de cette particule. Nous proposons une formulation de la fonction de forme qui permet d'exprimer la position $\mathbf{P}^*$ de l'attracteur de la particule de position $\mathbf{P}$ en fonction de la position des n voisins.

Nous nous intéressons à tous les triplets pris parmi les n voisins de la particule considérée. Chaque triplet $\langle \mathbf{N}_i, \mathbf{N}_j, \mathbf{N}_k \rangle$ avec $i \neq j \neq k$ et $i, j, k \in [1 \cdots n]$ forme un triangle Δ dont la normale est notée $\mathbf{n}_\Delta$.

Nous pouvons définir $\mathbf{P}$ relativement au triplet $\langle \mathbf{N}_i, \mathbf{N}_j, \mathbf{N}_k \rangle$. Nous notons cette position $\mathbf{P}_\Delta$ et nous avons l'expression suivante :

$$\mathbf{P}_\Delta = \mathbf{Q}_\Delta + \beta_\Delta \frac{\mathbf{n}_\Delta}{\|\mathbf{n}_\Delta\|} \tag{3.10}$$

où $\mathbf{Q}_\Delta$ est la projection de $\mathbf{P}$ sur $\langle \mathbf{N}_i, \mathbf{N}_j, \mathbf{N}_k \rangle$ selon la normale $\mathbf{n}_\Delta$, avec β_Δ représentant la distance entre $\mathbf{Q}_\Delta$ et $\mathbf{P}$ (illustration sur la figure 3.8). La figure 3.7 illustre les différents triplets et la projection d'une particule P sur chacun d'entre eux pour un voisinage composé de 4 particules.

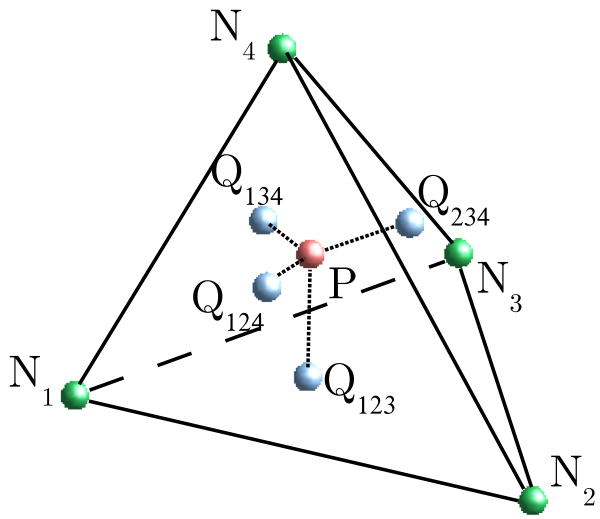


Fig. 3.7: *Pour une particule P possédant 4 particules voisines, il existe 4 différents triplets possibles. Q_{123}, Q_{124},Q_{134} et Q_{234} représentent les projections de P sur chacun des triangles.*

$\mathbf{Q}_\Delta$ peut être définie en utilisant la formulation suivante :

$$\mathbf{Q}_\Delta = \alpha^i_\Delta \cdot \mathbf{N}_i + \alpha^j_\Delta \cdot \mathbf{N}_j + \alpha^k_\Delta \cdot \mathbf{N}_k \tag{3.11}$$

avec $\alpha^i_\Delta + \alpha^j_\Delta + \alpha^k_\Delta = 1$. $\mathbf{Q}_\Delta$ est calculée même si elle est située sur une arête du triangle ou bien à l'extérieur. A chaque itération, $\mathbf{P}_\Delta$ peut être considérée comme une mesure de la « déformation discrète » du triangle Δ.

Ainsi, nous pouvons définir l'attracteur $\mathbf{P}^*$ comme l'isobarycentre de toutes les positions $\mathbf{P}_\Delta$ résultant des m triplets valides formés par l'ensemble des voisins de la particule considérée :

$$\mathbf{P}^* = \frac{1}{m} \sum_{\Delta=1}^{m} \left(\mathbf{Q}_\Delta + \beta_t \frac{\mathbf{n}_\Delta}{\|\mathbf{n}_\Delta\|} \right) \tag{3.12}$$

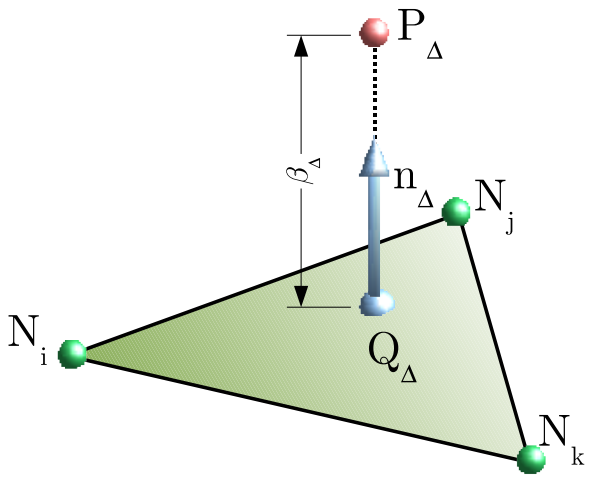


Fig. 3.8: *$\mathbf{P}$ peut être défini relativement au triplet $\langle \mathbf{N}_i, \mathbf{N}_j, \mathbf{N}_k \rangle$ par sa projection $\mathbf{Q}_\Delta$ selon la normale $\mathbf{n}_\Delta$.*

où Δ est l'index d'un triplet valide $\langle \mathbf{N}_i, \mathbf{N}_j, \mathbf{N}_k \rangle$. $\mathbf{P}^*$ est appelée « coordonnée des déformations discrétisées » car elle donne la position de l'attracteur de la particule en prenant en compte les déformations de son environnement (i.e. les particules voisines).

Nous pouvons préciser que si C_n^3 triplets (avec C le coefficient binomial) sont potentiellement valides, le nombre total m de triplets considérés est inférieur ($m < C_n^3$), les triplets formés par trois particules alignées étant rejetés.

A chaque itération, la normale de chaque triplet ayant $\beta_\Delta \neq 0$ est recalculée. Nous pouvons ainsi obtenir la nouvelle position de l'attracteur.

3.3.1.6 Choix des triplets

Dans la méthode proposée ci-dessus, il est choisi de prendre toutes les combinaisons de trois particules possibles parmi les n particules voisines à la particule considérée. Il existe néanmoins d'autres possibilités pour choisir les triplets à utiliser pour le calcul de l'attracteur. Nous les exposons ci-dessous.

Les différents choix que nous avons testés pour l'ensemble des triplets à choisir sont :

- ensemble des combinaisons de 3 particules prises parmi les n particules voisines.
- ensemble des triplets décrivant l'enveloppe convexe triangulée du polyèdre des voisins. Si des particules ne rentrent pas en compte dans cette enveloppe convexe (le polyèdre formé par *tous* les voisins n'est pas convexe), celle-ci est modifiée et la particule est rajoutée à l'enveloppe au niveau de la facette triangulaire la plus proche (par projection orthogonale) : nous obtenons alors 3 triplets au lieu d'un.
- ensemble des triplets de l'enveloppe convexe ainsi que les triplets formés en découpant le volume des voisins (dont la surface est triangulée) en tétrahèdres composés d'une facette de l'enveloppe et comme quatrième point le barycentre des voisins.

- triplets les plus proches des directions principales d'un nuage de particules (trois triplets si on prend uniquement les directions principales xx, yy et zz ; six triplets si on choisit de rajouter les directions « croisées » xy, xz et yz ; etc...). Le but étant d'obtenir l'approximation la plus fine possible de la déformation locale (que l'on peut voir comme une approximation du tenseur des déformations) tout en gardant un temps de calcul raisonnable. Nous pouvons également envisager une déformation multi-directionnelle et de ne considérer qu'un des termes à un instant donné, fonction de l'intensité de la déformation de l'objet par exemple.

Ces différentes solutions n'ont pas été utilisées dans la suite de ce manuscrit car les tests préliminaires en terme de précision notamment n'étaient pas concluants.

3.3.1.7 Redistribution de la force à mémoire de forme

La redistribution de la force à mémoire de forme $\mathbf{F}^*$ s'effectue sur chacune des particules voisines participant au calcul de la position de l'attracteur. Une redistribution de force idéale sur une particule voisine $\mathbf{N}_i$ devrait prendre en compte tous les termes de l'expression de l'attracteur $\mathbf{P}^*$ contenant la position de la particule N_i. L'idéal serait de redistribuer selon $\frac{\partial \mathbf{F}^*}{\partial \mathbf{N}_i}$ mais ce calcul présente le désavantage d'être complexe à réaliser à chaque itération avec l'expression de la force à mémoire de forme que nous avons obtenue. Dans le cadre de cette thèse, nous avons donc choisi de n'utiliser que la partie linéaire de la fonction à mémoire de forme pour calculer le poids de la force à redistribuer sur les particules voisines. Ainsi, la particule voisine $\mathbf{N}_i$ recevra la proportion $\frac{\alpha_i}{\sum_{j=1}^{n} \alpha_j}$ de la force à mémoire de forme. La direction de la force appliquée sur cette particule sera opposée à celle de la mémoire de forme. Avec ce choix de redistribution, nous perdons l'information contenue dans la deuxième partie de l'expression de l'attracteur. Nous rediscuterons de ce choix dans le chapitre 7.

3.3.1.8 Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté la modélisation de l'élasticité dans notre méthode. La formulation proposée s'appuie sur un principe de mémoire de forme et utilise les positions des particules voisines pour définir la position de l'attracteur d'une particule donnée. Nous verrons dans les prochains chapitres que les coordonnées des déformations discrétisées donnent globalement une bonne évaluation de la déformation locale discrétisée autour d'une particule, uniquement en utilisant les positions des voisins de cette particule.

3.3.2 Région musculaire

Les régions musculaires représentent un cas particulier des régions élastiques. Ces régions sont nécessaires afin de modéliser le comportement de plusieurs objets reliés entre eux notamment par des tissus de types musculaires. Elles ont la capacité de se contracter sous l'action d'une force et de revenir à leur configuration initiale lorsque cette force est annulée. L'origine de la formulation du comportement des régions musculaires est détaillée dans la thèse de E.

Promayon [Pro97]. Nous rappelons ci-après uniquement les principes de fonctionnement de ces régions.

Les caractéristiques d'un muscle sont ces attachements anatomiques, les fibres qui le constituent, ses propriétés mécaniques et électriques. Un muscle a pour caractéristique fondamentale que lors de la contraction, la longueur de ses fibres diminue. Un attracteur est créé dans le sens des fibres du muscle modélisé pour induire ce comportement contractile dans un tissu élastique. Le principe de force engendrée par un attracteur est donc également utilisé ici. Dans notre modèle, les directions de contractions sont définies localement pour chaque particule afin de simplifier la formulation. Chaque particule voisine se trouvant dans la direction dans laquelle la contraction doit avoir lieu est définie comme un attracteur. Cette méthode permet ainsi de déterminer correctement les directions des forces mises en jeu par rapport aux directions de contraction à tout moment de la contraction. La pondération de la force musculaire permet de modéliser les différentes phases du mouvement d'un muscle (phase d'activation, de contraction et de décontraction). Elle varie au cours du temps et est propre à chaque particule. Si la pondération est négative, nous modélisons une contraction active. Si la pondération est nulle, le retour à la configuration d'origine est garanti par la propriété d'élasticité de la région (car la région musculaire possède les propriétés d'une région élastique et notamment son élasticité).

Nous pouvons ici noter deux propriétés interessantes des forces musculaires. La première est que la force musculaire vérifie directement le principe d'action-réaction, au contraire de la force d'élasticité par exemple. Chaque force musculaire générée par une particule sur un de ses voisins attracteurs est ainsi automatiquement répercutée sur ce dernier (en inversant le signe du vecteur force). Le deuxième point à souligner est qu'un muscle se déforme à volume constant et que la propriété d'incompressibilité doit donc être modélisée.

3.3.3 Région solide

Une région solide est définie comme une région dans laquelle les distances entre les particules la composant ne varient pas au cours de la simulation. Les algorithmes classiques de simulation d'objets solides sont utilisés dans [Bar97]. A l'instant initial, nous définissons à partir des particules composant la région : une orientation, une position de l'objet par rapport au repère global, la matrice d'inertie des particules ainsi que leurs coordonnées dans le repère propre à la région. Le barycentre de la région représente le centre du repère tandis que les directions principales d'inertie représentent les axes. Lors de la simulation, l'ensemble des forces appliquées sur les particules est pris en compte et la nouvelle orientation et la nouvelle position du solide sont calculées. La position des particules connues par rapport au barycentre du solide est alors déduite. Dans la suite de ce paragraphe, les étapes de calcul sont détaillées. Les principes expliqués dans cette partie seront utilisés dans la modélisation des aiguilles rigides présentée dans le chapitre suivant.

3.3.3.1 Positions des particules dans une région solide

Notations

Une région solide à n particules possède une forme qu'elle va garder durant toute la simulation car elle n'est sujette qu'à des rotations et des translations. Pour repérer une particule appartenant à une région solide, nous utilisons : un vecteur $\mathbf{X}(t)$ décrivant la translation de la région dans l'espace à chaque instant, une matrice 3×3 de rotation $R(t)$ décrivant la rotation de la région. Un repère local $\mathcal{R}^{\mathcal{L}}$ est attaché à la région solide, centré sur son centre des masses. Une particule i de position $\mathbf{P_i^0}$ dans le repère lié à la région solide aura pour position $\mathbf{P}_i(t)$ dans le repère global $\mathcal{R}^{\mathcal{G}}$ (d'origine $(0,0,0)$) :

$$\mathbf{P}_i(t) = R(t)\mathbf{P_i^0} + \mathbf{X}(t) \tag{3.13}$$

Cette configuration est illustrée sur la figure 3.9.

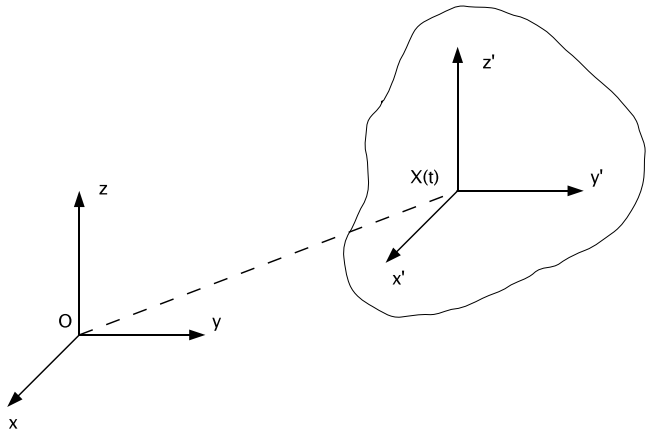


Fig. 3.9: *Systèmes de coordonnées : le repère global $(0, x, y, z)$ et le repère attaché au solide dont la position du centre est $\mathbf{X}$ et les axes sont nommés x', y' et z'. La position d'une particule $\mathbf{P}_i(t)$ dans le repère global, sachant que sa position dans le repère local est $\mathbf{P_i^0}$ est : $\mathbf{P}_i(t) = R(t)\mathbf{P_i^0} + \mathbf{X}(t)$ avec $R(t)$ la matrice de passage du repère local au repère global à l'instant t (ou matrice de rotation de la région) et $\mathbf{X}(t)$ la position du centre du repère local dans le repère global.*

La région solide possède également une vitesse linéaire $\dot{\mathbf{X}}(t)$ ainsi qu'une vitesse angulaire $\mathbf{W}(t)$ permettant de transcrire les rotations de la région.

La position du centre de masse de la région solide est définie comme :

$$\mathbf{X_g} = \frac{m_i \mathbf{P}_i(t)}{M} \tag{3.14}$$

où M est la somme des masses m_i des particules de la région.

Notations sur les forces et les moments

Toutes les définitions données dans ce paragraphe sont exprimées dans le repère global, sauf précision du cas contraire.

En notant $\mathbf{F}_i(t)$ le total des forces externes s'appliquant sur la particule i de la région solide et $\boldsymbol{\tau}_i(t)$ le moment correspondant, nous pouvons définir la force totale $\mathbf{F}(t)$ appliquée à la région solide :

$$\mathbf{F}(t) = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{F}_i(t) \tag{3.15}$$

ainsi que le moment total défini par :

$$\boldsymbol{\tau}(t) = \sum_{i=1}^{n} \boldsymbol{\tau}_i(t) = \sum_{i=1}^{n} (\mathbf{P}_i(t) - \mathbf{X}(t)) \times \mathbf{F}_i(t) \tag{3.16}$$

A partir de ces deux définitions, nous pouvons introduire les moments linéaire et angulaire de la région solide.

Le moment linéaire $\mathbf{L}(t)$:

$$\mathbf{L}(t) = M\dot{\mathbf{X}}(t) \tag{3.17}$$

$$\dot{\mathbf{L}}(t) = \mathbf{F}(t) \tag{3.18}$$

Cette dernière relation nous permettant d'obtenir une version pour l'accélération de la région :

$$\ddot{\mathbf{X}}(t) = \frac{\mathbf{F}(t)}{M} \tag{3.19}$$

Concernant le moment angulaire $\mathbf{A}(t)$, nous avons l'expression suivante :

$$\mathbf{A}(t) = I(t)\mathbf{W}(t) \tag{3.20}$$

$$\dot{\mathbf{A}}(t) = \boldsymbol{\tau}(t) \tag{3.21}$$

où I(t) est la matrice inertie du solide. Son expression contient la masse et la position de chaque particule i de la région. En notant $\mathbf{P}'_i(t) = \mathbf{P}_i(t) - \mathbf{X}(t)$, la matrice d'inertie est définie comme :

$$I(t) = \sum_i \begin{pmatrix} m_i(\mathbf{P}'^2_{i_y}(t) + \mathbf{P}'^2_{i_z}(t)) & -m_i\mathbf{P}'_{i_x}(t)\mathbf{P}'_{i_y}(t) & -m_i\mathbf{P}'_{i_x}(t)\mathbf{P}'_{i_z}(t) \\ -m_i\mathbf{P}'_{i_y}(t)\mathbf{P}'_{i_x}(t) & m_i(\mathbf{P}'^2_{i_x}(t) + \mathbf{P}'^2_{i_z}(t)) & -m_i\mathbf{P}'_{i_y}(t)\mathbf{P}'_{i_z}(t) \\ -m_i\mathbf{P}'_{i_z}(t)\mathbf{P}'_{i_x}(t) & -m_i\mathbf{P}'_{i_z}(t)\mathbf{P}'_{i_y}(t) & m_i(\mathbf{P}'^2_{i_x}(t) + \mathbf{P}'^2_{i_y}(t)) \end{pmatrix} \tag{3.22}$$

Avec une telle définition, la matrice d'inertie de la région doit être recalculée à chaque itération lorsque la matrice $R(t)$ est modifiée. Pour éviter ces calculs, la matrice d'inertie est exprimée

dans le repère local $\mathcal{R}^{\mathcal{L}}$ à l'initialisation puis calculée à chaque itération par l'expression suivante :

$$I^{\mathcal{R}^{\mathcal{G}}} = I(t) = R(t) I^{\mathcal{R}^{\mathcal{L}}} R(t)^{-1} \tag{3.23}$$

Le calcul de la matrice $I^{\mathcal{R}^{\mathcal{L}}}$ s'effectue à l'initialisation en effectuant une décomposition par valeurs propres de la matrice de passage entre le repère global et local.
Enfin, nous pouvons noter que la matrice $R(t)$ étant une matrice de rotation, nous avons : $R(t)^{-1} = R(t)^T$.

3.3.3.2 Résolution du mouvement d'une région solide

La méthode pour calculer la nouvelle position de chaque particule de la région solide à chaque itération est la suivante :

1. Calculer la position $\mathbf{X_g}$ du centre des masses de la région à l'aide des forces appliquées sur celle-ci.
2. Déduire les positions de chaque particule par rapport à la position du centre des masses, la position de chaque particule dans le repère local à la région étant inchangée au cours du temps (la région est indéformable).

Calcul de la nouvelle position du centre des masses
Nous avons défini au paragraphe précedent les deux éléments du torseur dynamique : $\mathbf{L}(t)$ et $\mathbf{A}(t)$ que nous pouvons calculer à chaque instant de la simulation. $\mathbf{L}(t)$ va nous permettre de calculer l'accélération linéaire de la région solide. Quant à $\mathbf{A}(t)$, nous avons :

$$\boldsymbol{\tau}(t) = \dot{\mathbf{A}}(t) = \frac{dI(t)\mathbf{W}(t)}{dt} = \frac{dI(t)}{dt}\mathbf{W}(t) + I(t)\dot{\mathbf{W}}(t) \tag{3.24}$$

$$\boldsymbol{\tau}(t) = -I(t)\mathbf{W}(t) \times \mathbf{W}(t) + I(t)\dot{\mathbf{W}}(t) \tag{3.25}$$

Nous pouvons déduire de cette dernière relation l'accélération angulaire de la région solide :

$$\dot{\mathbf{W}}(t) = I(t)^{-1}(\boldsymbol{\tau}(t) + I(t)\mathbf{W}(t) \times \mathbf{W}(t)) \tag{3.26}$$

Nous utiliserons pour calculer la matrice d'inertie les relations exposées au paragraphe précédent. Les quaternions sont également utilisés au lieu de la matrice de rotation pour les calculs.

Au final, nous avons donc l'accélération linéaire et angulaire de la région solide. A l'aide d'un schéma d'intégration, nous pouvons en déduire la position et les vitesses linéaire et angulaire exprimées au centre des masses du solide.

Calcul des positions des particules de la région
Les positions et les vitesses dans le repère global des différentes particules de la région se trouvent par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_i(t) &= \mathbf{X_G} + R(t)\mathbf{P}_i^0(t) \\ \dot{\mathbf{P}}_i(t) &= \dot{\mathbf{X}}_\mathbf{G} + \mathbf{W}(t) \times (R(t)\mathbf{P}_i^0(t)) \end{aligned} \tag{3.27}$$

A chaque instant, les positions de toutes les particules de la région solide peuvent être calculées, de même que les vitesses. L'ensemble des calculs de ce paragraphe 3.3.3 est détaillé dans l'annexe D.

3.3.4 Conclusion

Dans cette partie, nous avons décrit les différents types de régions possibles dans notre méthode de modélisation ainsi que leurs propriétés spécifiques. Nous avons notamment présenté une nouvelle formulation de la propriété d'élasticité d'un objet, basée sur le principe de la mémoire de forme. Dans la prochaine partie, nous détaillons comment sont résolues les contraintes dans notre méthode.

3.4 Contraintes

Dans cette partie, nous présentons les différentes contraintes incorporées dans notre méthode de modélisation afin de simuler des comportements supplémentaires à ceux provenant de la formulation des forces. Dans un premier paragraphe (paragraphe 3.4.1), nous présentons la méthode de résolution des contraintes. Nous détaillons ensuite deux contraintes particulières : les contraintes permettant de modéliser les raccordements entre les différents types de régions (paragraphe 3.4.2) et les contraintes permettant de modéliser la préservation du volume d'une ou plusieurs régions données (paragraphe 3.4.3).

3.4.1 Résolution des contraintes

3.4.1.1 Formulation dynamique de la résolution de contrainte

Nous résumons dans ce paragraphe le principe général de la formulation dynamique de la résolution de contrainte. Les détails pourront être retrouvés dans [Pro97, Wit97].

Détermination de la contrainte

Soit un objet de masse m et de position $\mathbf{X}$ soumis à un ensemble de forces $\mathbf{F}$. La loi d'évolution de l'objet est discrétisée afin d'obtenir ses positions successives à chaque itération. Soit C une contrainte sur l'objet considéré, qui doit être vérifiée à chaque instant de la simulation. Nous pouvons exprimer implicitement cette contrainte sous la forme mathématique $C(\mathbf{X}) = 0$. Dans la relation fondamentale de la dynamique, nous pouvons séparer les forces dues aux contraintes $\mathbf{F_c}$ des autres forces $\mathbf{F_d}$:

$$m\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{F_d} + \mathbf{F_c} \tag{3.28}$$

L'objectif est maintenant de formuler la force $\mathbf{F_c}$ due aux contraintes à chaque instant de la simulation. La vérification de la contrainte entraîne :

$$\forall t, C(\mathbf{X}^t) = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{rcl} C(\mathbf{X^{t_0}}) & = & 0 \\ \dot{C}(\mathbf{X^t}) & = & 0 \end{array} \right. \tag{3.29}$$

La force due à la contrainte n'ajoute ni n'enlève d'énergie au système. L'énergie cinétique de celui-ci est :

$$E_c = \frac{1}{2} m \dot{\mathbf{X}}^{\mathbf{2}} \tag{3.30}$$

La dérivée de l'énergie cinétique par rapport au temps est :

$$E_c = m\ddot{\mathbf{X}} \cdot \dot{\mathbf{X}} = m\mathbf{F_d} \cdot \dot{\mathbf{X}} + m\mathbf{F_c} \cdot \dot{\mathbf{X}} \tag{3.31}$$

Cette dernière équation correspond au travail des forces $\mathbf{F_d}$ et $\mathbf{F_c}$. Comme la contrainte ne modifie pas l'énergie du système, le dernier terme de cette équation doit donc être nul :

$$m\mathbf{F_c} \cdot \dot{\mathbf{X}} = 0 \tag{3.32}$$

et nous avons également la contrainte qui doit toujours être vérifiée :

$$\forall t, \dot{C}(\mathbf{X^t}) = 0 \Rightarrow \frac{\partial C}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial C}{\partial \mathbf{X}} \cdot \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} = 0 \tag{3.33}$$

Finalement, nous obtenons la condition suivante :

$$\forall t, \mathbf{F_c} \cdot \dot{\mathbf{X}} = 0 \text{ tel que } \frac{\partial C}{\partial \mathbf{X}} \cdot \frac{\partial \mathbf{X}}{\partial t} = 0 \tag{3.34}$$

Cette condition signifie que $\mathbf{F_c}$ et $\frac{\partial C}{\partial \mathbf{X}}$ ont la même direction :

$$\mathbf{F_c} = \lambda \frac{\partial C}{\partial \mathbf{X}} \tag{3.35}$$

où λ est un scalaire. Les forces dues à la contrainte sont donc colinéaires au gradient de l'expression C de la contrainte. A chaque itération, afin de résoudre cette dernière équation, une nouvelle valeur devra être trouvée pour λ. Il est à noter que cette démonstration peut également être effectuée sur le même principe dans le cas où plusieurs contraintes sont appliquées [Wit97].

Résolution

Dans notre méthode, le choix est fait de ne pas calculer les forces dues aux contraintes mais de calculer directement les déplacements résultants pour chaque particule (contrainte cinématique). Avec la formulation de la dynamique que nous utilisons, le déplacement déduit des forces sera dans la même direction que celles-ci, soit d'après le paragraphe précédent, colinéaire à la direction du gradient de la contrainte C.

Si nous reprenons l'objet dont les positions sont stockées dans le vecteur $\mathbf{X}^t$ à l'instant t (de dimension $3n$ si l'objet contient n particules) et les positions intermédiaires dans le vecteur $\hat{\mathbf{X}}^{t+dt}$ à l'instant $t + dt$ lorsque le déplacement du aux contraintes n'a pas encore été appliqué (la position des particules de l'objet est celle calculée à partir des forces qui leur sont appliquées), alors le problème de calcul des contraintes devient :

$$\begin{cases} \mathbf{X}^{t+dt} & = & \hat{\mathbf{X}}^{t+dt} + \delta_c \\ C(\mathbf{X}^{t+dt}) & = & 0 \end{cases} \tag{3.36}$$

où δ_c est un vecteur correspondant au déplacement dû aux contraintes de la particule.

En posant $\delta_c = \lambda \nabla C(\hat{\mathbf{X}}^{t+dt})$, nous avons alors la formulation suivante :

$$\begin{cases} \mathbf{X}^{t+dt} & = & \hat{\mathbf{X}}^{t+dt} + \lambda \nabla C(\hat{\mathbf{X}}^{t+dt}) \\ C(\mathbf{X}^{t+dt}) & = & 0 \end{cases} \tag{3.37}$$

avec $\nabla C(\mathbf{X})$ le gradient de la fonction de contrainte en $\mathbf{X}$ et λ le coefficient multiplicateur. Le système obtenu est un système de $3n+1$ équations à $3n+1$ inconnues : $\mathbf{X}^{t+dt}$ et λ. Pour résoudre un tel système, deux approches sont possibles : des méthodes classiques de résolution ou bien la recherche en premier lieu de la valeur de λ en trouvant la solution du polynôme suivant :

$$C(\hat{\mathbf{X}}^{t+dt} + \lambda \nabla C(\hat{\mathbf{X}}^{t+dt})) = 0 \tag{3.38}$$

Cette deuxième approche est avantageuse car elle permet de calculer λ de manière directe et donc d'obtenir le déplacement dû aux contraintes en une seule passe. Elle est notamment facile à mettre en oeuvre quand le degré de l'expression de la contrainte est peu élevé. La position $\mathbf{X}^{t+dt}$ correspond en fait à l'intersection entre la droite de direction $\nabla C(\hat{\mathbf{X}}^{t+dt})$ et le sous-espace défini par la contrainte $C(\mathbf{X}) = 0$.

3.4.1.2 Algorithme de résolution

Nous décrivons ci-dessous l'algorithme de résolution du mouvement des différentes particules d'un objet soumis à des contraintes. La différence avec la résolution sans contraintes est essentiellement due au fait que les positions des différentes particules de l'objet doivent être modifiées après le calcul de leur déplacement dû uniquement aux forces appliquées à l'objet. L'état cinétique va donc également devoir être modifié.

Algorithme 2 : Algorithme général de résolution des contraintes

```
/*A chaque instant de la simulation*/
pour chaque particule faire
  | calculForces();
fin
pour chaque particule faire
  | calculPositionIntermédiaire();
  | /*Cette position peut violer les contraintes*/
fin
pour chaque particule faire
  | calculDeplacementDuAuxContraintes();
  | calculNouvellePosition();
  | calculVitesseReelle();
  | /*L'état cinétique a été modifié : calcul de la vitesse réelle à partir de la nouvelle
  | position*/
fin
```

Dans les paragraphes 3.4.2 et 3.4.3, nous détaillons deux applications de la résolution des contraintes dans notre méthode de modélisation.

3.4.2 Raccordement des régions

Après avoir étudié les différentes régions du modèle ainsi que leurs propriétés, nous décrivons ici comment raccorder des régions de natures différentes. Cette propriété est primordiale dans l'optique de modéliser des environnements anatomiques avec plusieurs organes. Trois types de raccordements sont possibles : le raccordement entre deux régions élastiques (paragraphe 3.4.2.1), celui entre deux régions solides (paragraphe 3.4.2.2) et celui entre une région élastique et une région solide (paragraphe 3.4.2.3).

3.4.2.1 Raccordement entre deux régions élastiques

Nous détaillons ici le raccordement entre deux régions élastiques de notre modèle. Il est à noter que ce raccordement concerne également les régions musculaires qui sont aussi des régions élastiques. Ce type de raccordement peut être utile notamment lorsque deux organes mous sont en contact.

Le raccordement entre deux régions élastiques s'effectue en faisant coïncider les particules communes aux deux objets. Ces particules communes appartiennent à une des deux régions que nous appelerons R_1^e. Elles ont donc les coefficients d'élasticité d'une des deux régions mais un coefficient « intermédiaire » peut être utilisé. Dans l'autre région R_2^e, ces mêmes particules sont considérées comme des voisines des particules appartenant à cette deuxième région. De même, dans la région R_1^e, les particules en commun avec l'autre région ont, entre autres, pour voisines des particules de la région R_2^e. La figure 3.10 illustre le raccordement entre deux régions élastiques. La relation de voisinage entre deux régions élastiques va permettre de calculer et transférer l'élasticité entre les particules des deux régions.

3.4.2.2 Raccordement entre deux régions solides

Le raccordement entre deux régions solides correspond à trouver une manière d'articuler deux solides l'un par rapport à l'autre. Dans le cadre d'une utilisation de notre méthode pour la modélisation anatomique du corps humain, les régions solides représentent les os principalement. La liaison entre différents os du squelette s'effectue par du cartilage, que nous pouvons considérer comme un objet déformable.

Le choix du raccordement entre deux régions solides s'est donc porté sur l'existence d'un lien déformable. Nous n'avons pas par exemple choisi de modéliser le lien par une contrainte de liaison entre les deux objets pour le cas des organes [1].

[1] nous verrons un peu plus loin dans ce manuscrit que la modélisation est différente pour les aiguilles.

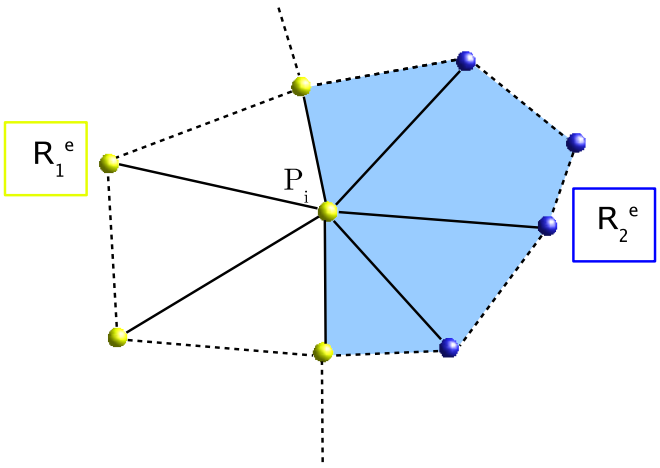


Fig. 3.10: *Raccordement entre deux régions élastiques R_1^e et R_2^e. La particule $\mathbf{P}_i$ appartient à la région R_1^e mais a des voisins dans la région R_2^e.*

Deux possibilités sont envisageables pour modéliser le lien déformable entre deux régions solides :

- soit le lien est représenté par une région élastique (contact entre les deux régions importants),
- soit le lien est représenté par un simple ressort entre deux particules appartenant chacune à une région solide à raccorder.

La figure 3.11 montre les deux possibilités pour le raccordement entre deux régions solides. Le choix d'une méthode plutôt qu'une autre est effectué en fonction de la configuration géométrique de la modélisation, la deuxième possibilité représentant plus une solution « ponctuelle » pour raccorder deux régions.

3.4.2.3 Raccordement entre une région élastique et une région solide

Dans un contexte médical, un exemple classique de raccordement entre une région élastique et une région solide est une liaison entre un os et un ligament par exemple. Lors du raccordement entre ces deux types de régions, les particules communes aux deux régions doivent être contraintes à avoir la même position pendant toute la simulation. Une contrainte doit être appliquée sur le mouvement des particules à la frontière. La contrainte étant difficilement appliquable aux particules appartenant à la région solide, c'est le mouvement des particules élastiques qui est contraint.

La méthode que nous avons choisie et qui était déjà utilisée dans la version surfacique [Pro97] consiste à maintenir liée une région élastique R^e et une région solide R^s. Les particules à la frontière entre les deux régions sont doublées (chaque région garde toutes ses particules).

Considérons deux particules contraintes à être à la même position : la $i^{ème}$ particule $\mathbf{P_i^s}$

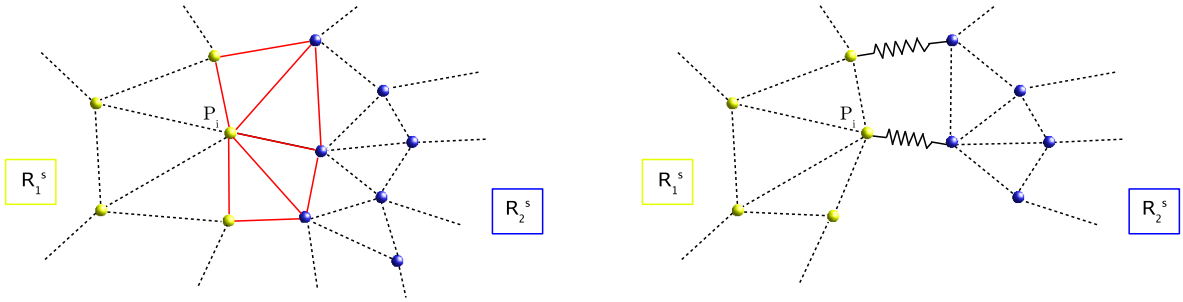


Fig. 3.11: *Raccordement entre deux régions solides R_1^s et R_2^s, soit avec une région élastique (gauche) ou bien des ressorts entre deux particules (droite).*

appartenant à la région solide R^s et la $j^{ème}$ particule $\mathbf{P_j^e}$ appartenant à la région élastique R^e. A chaque itération, $\mathbf{P_i^s}$ reçoit les forces exercées sur $\mathbf{P_j^e}$. La région R^s prend en compte les forces exercées sur $\mathbf{P_i^s}$ pour calculer sa nouvelle orientation et sa nouvelle position. $\mathbf{P_j^e}$ est contrainte à chaque itération à rester à la même position que $\mathbf{P_i^s}$ (la position de celle-ci étant calculé à partir du barycentre du solide).

L'algorithme de cette méthode de raccordement est détaillé ci-dessous et la méthode est illustrée sur la figure 3.12.

Algorithme 3 : Algorithme de résolution

pour chaque *Region* **faire**
  calculForces();
fin
calculMouvementRegionSolide();
calculMouvementRegionElastique();
pour chaque *particule élastique à la frontière* **faire**
  */*Contraindre sa position à être identique à la position de la particule solide correspondante*/*
fin

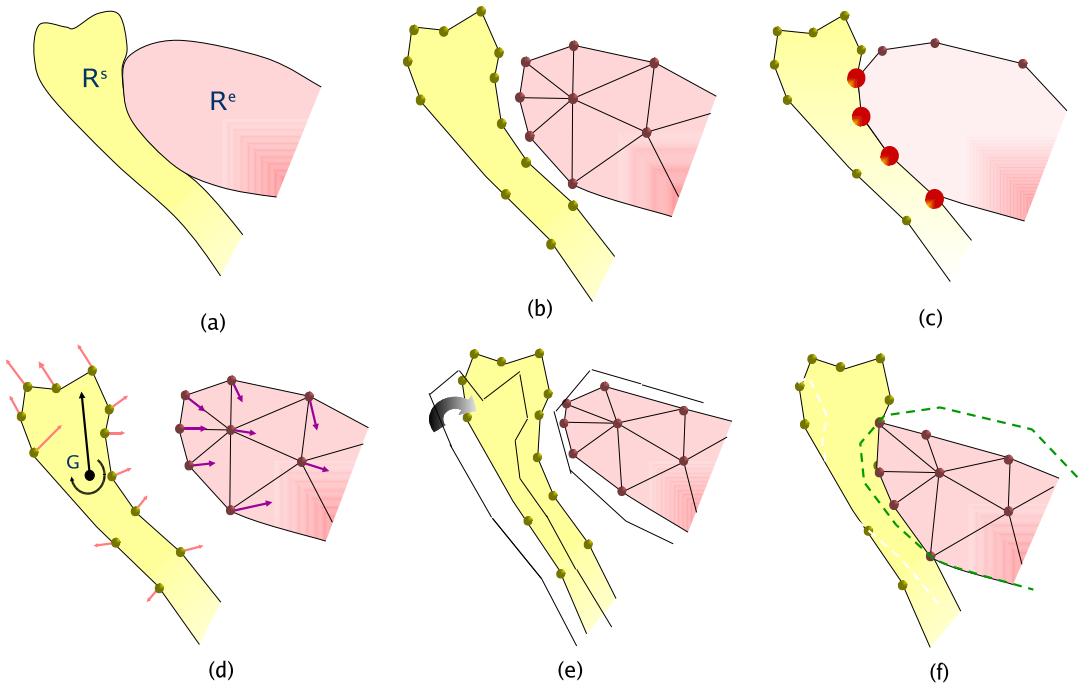


Fig. 3.12: *Raccordement entre une région élastique R^e et une région solide R^s. (a) géométrie initiale, (b) discrétisation des deux régions, (c) contrainte de raccordement des deux régions : les particules de la région élastique sont contraintes à être à la même position que celles de la région solide qui leur correspondent, (d) calcul séparé des forces, (e) calcul des déplacements dus aux forces pour les deux régions, (f) application de la contrainte sur les particules de la région élastique.*

3.4.3 Contrôle du volume

3.4.3.1 Etat de l'art

Comme nous l'avons vu dans l'état de l'art des méthodes existantes pour modéliser les tissus mous, un certain nombre de modèles discrets ont été proposés, notamment des réseaux masses-ressorts. Un des inconvénients d'utiliser des modèles discrets pour modéliser les tissus vivants concerne la difficulté à préserver le volume des objets modélisés (notamment afin de traduire l'incompressibilité des tissus). Dans quelques modèles, des méthodes ont été proposées pour résoudre ce problème. Ainsi Nedel et al.[NT98c] ont proposé des ressorts additionnels pour garder la forme des muscles dans leur modélisation mais leur calcul de volume est approximatif seulement. Bourguignon et al. [BC00a] rajoutent également des ressorts mais cette fois-ci au barycentre des éléments tétrahédriques de leur modèle. Leur méthode ne garantit néanmoins pas le volume constant durant la simulation et l'ajout de ressorts peut causer des instabilités numériques. Zordan et al. [ZCCD04] simulent le mouvement respiratoire et calculent le volume de leur objet en additionnant des éléments pyramidaux (les pyramides étant composées d'un triangle décrivant la surface de l'objet et du centre de masse). [THMG04] proposent également une formulation pour la contrainte sur le volume de leur modèle, cette contrainte étant appliquée sur des tétrahèdres. Ces méthodes au niveau des éléments permettent de maintenir le volume global de l'objet modélisé en appliquant les contraintes directement sur chaque élément. Elles sont néanmoins coûteuses en temps de calcul et peuvent causer des singularités sur certains nœuds du modèle où plusieurs contraintes avec des directions différentes sont appliquées en même temps. Jung et al. [JHC05] proposent, similairement à la méthode employée dans notre modèle, une méthode globale basée sur le théorème de la divergence. Leur méthode est formulée sous la forme d'une contrainte appliquée à l'objet et celle-ci est résolue à l'aide d'une méthode implicite [HCJ*05]. Ils appliquent leur méthode pour des simulations de pressions sur un estomac.

Concernant plus généralement le calcul de la contrainte de volume sans application à la modélisation des tissus mous, quelques articles proposent des solutions. [PB88] utilisent un multiplicateur de Lagrange, tout comme [RSB96]. [PB88] formulent notamment leur contrainte comme une fonction de la différence entre le volume de référence et le volume courant. [AB97] proposent une méthode itérative de projection sur un modèle FFD. Enfin, [vG95] présentent une expression du volume d'un polyèdre que nous utilisons dans nos calculs.

3.4.3.2 Méthode de préservation du volume

Dans ce paragraphe, nous détaillons la méthode de préservation de volume utilisée. Cette méthode peut s'appliquer sur chaque région d'un modèle, séparément, ou bien sur plusieurs régions voisines comme la résolution d'une contrainte. Seules les particules appartenant à la surface de la région considérée sont concernées pour le calcul du volume.

Notations

Soit Ω la surface d'un objet en 3D, représentée comme un polyèdre comportant N sommets dont les positions sont $\mathbf{P}_1, \cdots, \mathbf{P}_N$ et m faces appelées $F_1, \cdots, F_m$. Chaque face F_j est composée de n_j sommets notés $\mathbf{p}_{j,1}, \cdots, \mathbf{p}_{j,n_j}$.
Soit $\mathbf{X}^t$ le vecteur de taille $3N$ composé des positions de tous les sommets du polyèdre à l'instant t : $\mathbf{X}^t = (\mathbf{P}_1^t, \cdots, \mathbf{P}_N^t)$. $\mathbf{X}^t$ est le vecteur d'état du polyèdre Ω^t. Nous introduisons $V^t = V(\mathbf{X}^t)$ le volume du polyèdre à l'instant t, $V(\mathbf{X})$ définissant le volume du polyèdre défini par le vecteur $\mathbf{X}$. L'objet considéré est déformé au cours du temps, entrainant une nouvelle valeur pour le vecteur d'état de Ω : $\mathbf{X}^{t'}$ avec $t < t' < t + dt$.

Principe de la méthode

La méthode de préservation de volume utilisée dans notre modèle permet de trouver rapidement le polyèdre de vecteur d'état $\mathbf{X}^{t+dt}$, « similaire » au polyèdre déformé $\hat{\Omega}^{t+dt}$ (de vecteur d'état $\hat{\mathbf{X}}^{t+dt}$) mais avec le même volume que Ω^t. Pour cela, nous calculons une transformation sur tous les sommets de la surface de l'objet modélisé. Nous cherchons les déplacements à appliquer sur chaque sommet en résolvant le système suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{X}^{t+dt} &= \hat{\mathbf{X}}^{t+dt} + \lambda \nabla V(\hat{\mathbf{X}}^{t+dt}) \\ V(\mathbf{X}^{t+dt}) &= V^t \end{cases} \tag{3.39}$$

où $\nabla V(\mathbf{X})$ est le gradient du volume défini par le vecteur d'état $\mathbf{X}$ et λ est un scalaire.
En revenant à une écriture avec les déplacements des sommets directement, l'équation 3.39 donne pour un sommet P_i :

$$\mathbf{P}_i^{t+dt} = \hat{\mathbf{P}}_i^{t+dt} + \lambda \nabla_i \tag{3.40}$$

où ∇_i est la part de $\nabla V(\hat{\mathbf{X}}^{t+dt})$ qui concerne $\mathbf{P}_i$:

$$\nabla_i = \frac{\partial \nabla V(\hat{\mathbf{P}}_i^{t+dt})}{\partial \hat{\mathbf{P}}_i^{t+dt}} \tag{3.41}$$

Le système 3.39 est donc équivalent au système suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{P}_i^{t+dt} &= \hat{\mathbf{P}}_i^{t+dt} + \lambda \nabla_i, \forall i \in [1 \cdots N] \\ V(\mathbf{X}^{t+dt}) &= V^t \end{cases} \tag{3.42}$$

Calcul du volume du polyèdre

[vG95] suggère une formulation du volume d'un polyèdre en utilisant un seul des nœuds par face ainsi que le vecteur d'aire de surface, et fait remarquer que le calcul peut être effectué en prenant n'importe quel nœud de la face. Au lieu d'utiliser les sommets pour calculer le volume du polyèdre, nous avons choisi l'isobarycentre de chacune des m faces. Le volume est alors exprimé comme une somme sur toutes les faces du produit scalaire du barycentre G_j par le vecteur d'aire A_j pour chaque facette F_j :

$$V(\mathbf{X}) = \frac{1}{3} \sum_{j=1}^{m} \mathbf{G}_j \cdot \mathbf{A}_j \tag{3.43}$$

Le vecteur d'aire de chaque face $\mathbf{A}_j$ est défini dans [vG95] par l'expression suivante :

$$\mathbf{A}_j = \frac{1}{2}\sum_{k=1}^{n_j} \mathbf{p}_{j,k} \times \mathbf{p}_{j,k\oplus 1} \tag{3.44}$$

où $\oplus$ représente le signe modulo (modulo n_j dans cette expression).
Si on considère l'ensemble S_i contenant toutes les faces du polyèdre auxquelles appartient le sommet $\mathbf{P}_i$, nous pouvons alors exprimer le volume avec l'expression suivante :

$$V(\mathbf{X}) = \frac{1}{3}\sum_{i=1}^{N} \mathbf{P}_j \cdot (\sum_{F_j \in S_i} \frac{1}{n_j}\mathbf{A}_j) \tag{3.45}$$

Ainsi, nous pouvons définir un algorithme rapide pour résoudre le système 3.39. Par exemple, pour un polyèdre où toutes les faces ont le même nombre de sommets n, on peut écrire $V(\mathbf{X})$ comme suit :

$$V(\mathbf{X}) = \frac{1}{3n}\sum_{i=1}^{N} \mathbf{P}_i \cdot \mathbf{A}_i \tag{3.46}$$

avec $\mathbf{A_i} = \sum_{F_j \in S_i} \mathbf{A}_j$. Nous pouvons alors définir pour chaque sommet $\mathbf{P}_i$ sa part V_i dans le volume total $V(\mathbf{X})$:

$$V_i = \frac{1}{3n}\mathbf{P}_i \cdot \mathbf{A}_i \tag{3.47}$$

Le système 3.39 devient alors :

$$\begin{cases} \mathbf{P}_i^{t+dt} & = & \hat{\mathbf{P}}_i^{t+dt} + \lambda\nabla_i, \forall i \in [1 \cdots N] \\ \sum_i V_i^{t+dt} & = & V^t \end{cases} \tag{3.48}$$

Dans ce système, le gradient du volume peut alors s'écrire comme suit :

$$\nabla_i = \frac{1}{3n}\mathbf{A}_i \tag{3.49}$$

Une remarque importante pour la résolution du système concerne $\mathbf{A}_i$. Ce vecteur est en effet colinéaire à la normale de chaque face F_i (il peut être vu comme une approximation de la normale à la surface sur le sommet). Par suite, le gradient du volume ∇_i est également colinéaire à la normale de chaque sommet. La résolution du système de départ 3.39 va correspondre à trouver les déplacements de chaque sommet selon sa normale. Une analogie peut ici être effectuée avec une force de pression.

Résolution du système

Résoudre le système 3.48 est équivalent à résoudre une équation d'inconnue λ et ensuite utiliser la valeur de λ trouvée pour appliquer le déplacement aux particules du polyèdre considéré, comme expliqué dans le premier paragraphe de cette partie sur la résolution générale des contraintes dans notre méthode de modélisation.

L'équation obtenue est une équation du troisième degré d'inconnue λ :

$$\lambda^3 \sum_{i=1}^{N} a_i + \lambda^2 \sum_{i=1}^{N} b_i + \lambda \sum_{i=1}^{N} c_i + \sum_{i=1}^{N} d_i - V^0 = 0 \tag{3.50}$$

En posant :

$$\mathbf{u}_i = \sum_{F_j \in S_i} \sum_{k=1}^{n_j} \nabla_{j,k} \times \nabla_{j,k\oplus 1} \tag{3.51}$$

$$\mathbf{v}_i = \sum_{F_j \in S_i} \sum_{k=1}^{n_j} (\mathbf{p}_{j,k} \times \nabla_{j,k\oplus 1} - \mathbf{p}_{j,k\oplus 1} \times \nabla_{j,k}) \tag{3.52}$$

nous avons comme expression pour les coefficients de l'équation :

$$\begin{array}{rcl} a_i & = & \sum_{i=1}^{N} \nabla_i \cdot \mathbf{u}_i \\ b_i & = & \sum_{i=1}^{N} (\mathbf{P}_i \cdot \mathbf{u}_i + \nabla_i \cdot \mathbf{v}_i) \\ c_i & = & \sum_{i=1}^{N} (\mathbf{P}_i \cdot \mathbf{v}_i + 6n\nabla_i^2) \\ d_i & = & \sum_{i=1}^{N} \mathbf{P}_i \cdot \nabla_i \end{array} \tag{3.53}$$

L'algorithme pour résoudre cette équation du troisième degré est en O(N). La méthode utilisée est également valable lorsque des particules de la région considérée sont fixées. Nous posons alors $\nabla_i = 0$ et une compensation est automatiquement reportée sur les particules qui sont libres.

Conclusion

La méthode présentée ci-dessus permet de résoudre le problème de la préservation de volume d'un polyèdre, quelque soit la façon dont sa surface est maillée. Dans le cas d'une représentation non-polyhédrique, la méthode peut également être utilisée si le calcul du volume et de son gradient est possible. La méthode consiste alors à résoudre un système de $3N+1$ équations avec comme inconnues : $\mathbf{X}^{t+dt}$ et λ. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle ne peut pas être appliquée lorsque la représentation surfacique de l'objet considéré ne permet pas de calculer une expression du volume et de son gradient analytiquement.

Pour finir, cette méthode peut également contrôler le volume (et non uniquement le préserver), propriété très intéressante dans le contexte de la modélisation des tissus mous. Le système 3.39 peut être modifié pour devenir le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{rcl} \mathbf{X}^{t+dt} & = & \hat{\mathbf{X}}^{t+dt} + \lambda \nabla V(\hat{\mathbf{X}}^{t+dt}) \\ V(\mathbf{X}^{t+dt}) & = & kV^t \end{array} \right. \tag{3.54}$$

où k est un scalaire permettant de contrôler la compressibilité du volume considéré.

Enfin, une amélioration du calcul est en cours d'implémentation afin d'appliquer la contrainte de volume sur chaque particule en fonction de la déformation de cette particule à chaque instant. La contrainte de contrôle de volume est en effet pour l'instant appliquer uniformément sur les différentes particules de la surface de l'objet considéré. Une amélioration consisterait donc à faire dépendre λ de la déformation de chaque particule afin de respecter la forme de l'objet lorsqu'il est déformé.

3.5 Simulation

Dans ce paragraphe, nous détaillons dans un premier temps les propriétés dynamiques du système (paragraphe 3.5.1) avant de nous concentrer sur les détails d'implémentation de notre moteur de simulation et la description des modèles (paragraphe 3.5.2).

3.5.1 Dynamique du système

Dans ce paragraphe, nous complétons le paragraphe 3.2.3 sur la dynamique de notre méthode de modélisation. Nous avons notamment décrit différents types de forces et de contraintes applicables sur les objets modélisés. Parmi les forces décrites, les forces internes permettent de modéliser certaines des propriétés physiques des objets comme l'élasticité ou les fonctions musculaires par exemple. L'ensemble de ces forces internes sont formulées afin de respecter le principe d'action-réaction. Nous détaillons ce principe dans le paragraphe 3.5.1.1. Afin de calculer les nouvelles positions des particules des modèles réalisés, nous utilisons un schéma d'intégration pour une résolution dynamique du système à partir des différentes forces appliquées sur les particules. Nous détaillons ce schéma dans le paragraphe 3.5.1.2.

3.5.1.1 Principe action-réaction

Le principe d'action-réaction énonce que la somme des forces internes d'un système donné est toujours nulle. Lorsque deux éléments sont en interaction, la force d'interaction agissant sur l'un est inverse de celle agissant sur l'autre. Ainsi, les forces internes d'un système ne peuvent pas déplacer son centre de gravité.

A chaque fois qu'une force interne est générée dans notre méthode de modélisation, une force de réaction lui correspondant est calculée. Lors du cas d'une force élastique engendrée par un attracteur prenant en compte plusieurs éléments par exemple, la répartition de l'opposé de la force élastique doit être effectuée entre les différents éléments participants.

L'ensemble des forces internes générées pour modéliser les propriétés physiques des différents objets de nos modèles vérifient bien le principe d'action-réaction.

3.5.1.2 Méthode d'intégration

Une fois que les différentes forces et contraintes appliquées à chaque particule du système modélisé sont connues, nous pouvons résoudre dynamiquement le système d'équations à l'aide du principe fondamental de la dynamique. Les nouvelles positions de chaque particule sont connues à l'aide d'un schéma d'intégration. Le schéma d'intégration utilisé pour notre méthode de modélisation est le suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{V}^{t+dt} &= \mathbf{V}^t + \mathbf{F}(\mathbf{V}^t, \mathbf{X}^t, t)dt \\ \mathbf{X}^{t+dt} &= \mathbf{X}^t + \mathbf{V}^{t+dt}dt \end{cases} \tag{3.55}$$

avec $\mathbf{V}^{t+dt}$ et $\mathbf{V}^t$ la vitesse des particules respectivement aux instants t et $t+dt$, $\mathbf{X}^{t+dt}$ et $\mathbf{X}^t$ les positions et dt le pas de temps de la simulation.

Un bref descriptif des différentes schémas d'intégration possibles pour résoudre un système est proposé en annexe B de ce manuscrit. De meilleurs schémas d'intégration sont envisageables, notamment pour améliorer les performances temporelles de nos simulations. Une des perspectives du travail présenté dans ce manuscrit serait de tester ces différents schémas.

3.5.2 Implémentation

Dans ce paragraphe, nous détaillons l'implémentation de notre méthode de modélisation (paragraphe 3.5.2.1) avant de revenir sur la description des données (paragraphe 3.5.2.2).

3.5.2.1 Détails d'implémentation

Notre méthode de modélisation a été développée entièrement en $C++$. L'interface graphique, développée également en $C++$, utilise les librairies VTK pour la visualisation et QT pour l'interface homme-machine. L'implémentation de notre méthode utilise une bibliothèque d'algèbre linéaire en $C++$ développée au laboratoire et nommée « Alp ». L'architecture du moteur de simulation suit l'approche générale présentée au début de ce chapitre. Elle est détaillée sur la figure 3.13 sous forme d'un diagramme de classe UML.

Un objet contient l'ensemble des régions. Les régions peuvent être de différents types selon les propriétés physiques des objets, les particules (ou éléments) composent les régions et forment l'objet global. Les régions élastiques et solides héritent directement des propriétés globales à toutes les régions alors que les régions musculaires et aiguille héritent respectivement des régions élastiques et solides.

3.5.2.2 Description des modèles à l'aide du langage PML

La description volumique des différents objets modélisés avec notre méthode s'effectue à l'aide du langage PML (Physical Model Markup Language) [CP04]. Chaque modèle présenté dans cette thèse est ainsi décrit dans ce langage. Concrètement, le format utilisé pour décrire les objets est un document XML. Une librairie a été développée autour du langage en utilisant des techniques orientées objet. Nous avons rajouté des méthodes à notre moteur de simulation afin d'effectuer les échanges entre les modèles décrits en PML et le moteur de simulation. Dans les deux prochains paragraphes, nous détaillons la description géométrique et la description des chargements sur les modèles.

Description géométrique des objets

La géométrie de nos modèles est décrite en PML à l'aide de deux types de structures : des atomes et des cellules. Les atomes permettent de lister les différentes particules d'un modèle donné, ainsi que leur position et des propriétés propres à chaque particule (masse, paramètre d'élasticité par exemple). Les cellules permettent quant à elles de décrire les différentes régions d'un modèle donné, avec leurs propriétés et l'ensemble des particules qui leur appartiennent.

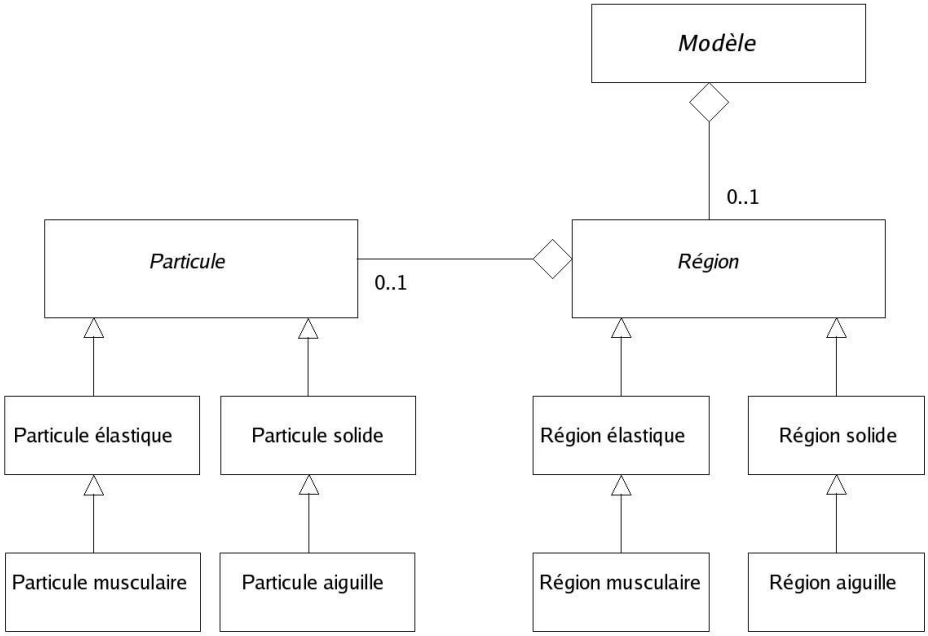


Fig. 3.13: *Diagramme de classe UML du moteur de simulation.*

Les différentes structures dans un fichier PML sont ensuite regroupées dans des composantes. Ainsi une composante structurelle (« structural component ») comprend un ensemble de structures (cellules ou atomes). Une composante multi-niveau (« multi-level component ») comprend quant à elle plusieurs composantes. Un fichier PML décrivant un modèle physique pour notre moteur de simulation se présente donc sous la forme :

- d'une liste d'atomes comportant l'ensemble des informations sur les particules du modèle (avec nécessairement l'index et la position de chaque particule). Cette liste d'atomes est englobée dans une composante structurelle.
- d'une composante multi-niveau appelée « exclusive component » composée de plusieurs composantes structurelles nécessaires au moteur de simulation. Deux composantes doivent obligatoirement être décrites :
  - une composante « Regions » contenant la description des différentes régions (sous forme de cellules),
  - une composante « Neighborhoods » contenant la description du voisinage de chaque particule du modèle.
- d'une composante multi-niveau appelée « informative component » décrivant les informations complémentaires et non essentielles au moteur de simulation. Elle peut également se décomposer en différentes composantes ou structures.

Par ailleurs, chacune des composantes du fichier PML peut également posséder des propriétés, celles-ci permettant par exemple de définir des propriétés communes à plusieurs régions (masse identique pour chaque particule, même coefficient d'élasticité). Dans ces propriétés sont également décrites les informations pour la représentation graphique de chaque partie du modèle (couleur, forme de l'objet par exemple).

Enfin, notons que nous avons développé de nombreuses passerelles pour traduire un document PML utilisable dans notre moteur de simulation vers d'autres logiciels, notamment le logiciel éléments finis Ansys (ANSYS 8.0 software, Ansys Inc., Cannonsburg, PA) et SOFA (Simulation Open Framework Architecture) [2]. L'utilisation de PML a facilité les comparaisons entre différentes méthodes de modélisation, comparaisons que nous présentons dans le chapitre 5.

Description des chargements

Afin de définir les contraintes et les chargements à appliquer sur le modèle décrit en PML, un autre langage XML est défini en plus de PML : LML (physical model Loads Markup Language) [CP04]. Chaque chargement est défini dans un fichier XML par :

- une cible comportant l'index de la structure ou de la composante concernée,
- un type permettant de définir le type de chargement : force, pression, translation, rotation,

[2] http ://sofa-framework.org/

- une direction de chargement décrite sous la forme d'un vecteur 3D (cette direction peut être contrainte, complètemment fixée, interdisant à l'objet un déplacement dans cette direction, ou bien libre, et ceci selon les trois directions de l'espace indépendamment les unes des autres),
- une ou plusieurs valeurs temporelles permettant de définir l'intervalle temporel pendant lequel le chargement va s'appliquer et avec quelle intensité (possibilité de chargement progressif par exemple)
- une unité donnée pour le chargement choisi.

Nous utilisons pour l'instant deux types de chargement dans notre moteur de simulation : des translations (permettant également de fixer des particules ou des objets) et des forces.

Un exemple de description d'un modèle et des chargements associés est présenté en annexe C.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons décrit les principes de notre méthode de modélisation. Dans un premier temps, nous sommes revenus sur les caractéristiques générales de notre méthode. Notre modélisation appartient à la catégorie des modèles discrets et peut être considérée comme une méthode « meshless » . La description des modèles est réalisée avec un ensemble de particules divisé en régions correspondant aux différents éléments de l'environnement anatomique simulé. Différents types de régions sont possibles, correspondant aux différentes propriétés physiques que nous pouvons rencontrer lors de la modélisation biomédicale : propriétés d'un solide (os par exemple), propriétés élastiques (tissus mous) ou bien propriétés musculaires (muscles ou ligaments). La dynamique du système modélisé est réalisée à l'aide de forces et de contraintes appliquées sur chaque particule.

Dans un second temps, nous avons détaillé les propriétés propres à chaque type de régions. Un des principaux objectifs de cette thèse a été de trouver une formulation de l'élasticité des matériaux modélisés. Cet objectif est lié à de nombreux travaux actuels sur la formulation d'une combinaison de positions d'un point dans l'espace en fonction d'un ensemble d'autres points. Nous avons également décrit comment sont résolues les contraintes dans notre modèle et nous avons détaillé deux contraintes particulières nécessaires afin de répondre aux objectifs que nous nous sommes fixés : la préservation du volume et les interactions entre des régions de différents types.

Enfin, nous avons fini ce chapitre par des informations concernant l'implémentation de notre moteur de simulation ainsi que sur la description des objets à l'aide d'un langage utilisable pour différentes méthodes de modélisation. Un lien a notamment été effectué avec la plate-forme de simulation Sofa dont le but est de pouvoir rassembler et comparer les différentes méthodes existantes de modélisation d'objets déformables.

Notre méthode de modélisation a été formulée pour répondre aux objectifs que nous nous sommes fixés à la fin du chapitre précédent :

- **Modélisation des tissus mous :** Notre méthode propose une formulation afin de modéliser les tissus mous : les propriétés élastiques des matériaux ainsi que le contrôle de leur volume sont en particulier modélisés. Nous comparerons dans le chapitre 5 les performances de notre méthode en terme de précision notamment par rapport à d'autres méthodes de modélisation des tissus mous.
- **Modélisation des interactions :** Notre méthode de modélisation propose une solution afin de modéliser les interactions entre différentes régions, qu'elles aient les mêmes propriétés physiques ou non. Le raccordement entre différentes régions est formulé sous forme de contraintes et est facile à implémenter. La modélisation des interactions est donc aisée à mettre en œuvre et à combiner lorsque de nombreuses interactions rentrent en jeu. La modélisation des interactions avec des objets extérieurs à l'ensemble de particules initiales peut se formuler ou bien sous forme de chargements ou bien sous la forme d'interactions entre des régions, comme nous le verrons au chapitre suivant avec le cas

particulier de la modélisation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus élastiques.

- **Modélisation de géométries complexes :** La formulation géométrique de l'ensemble des particules est un avantage afin de modéliser des environnements anatomiques où les objets ont des géométries complexes. Notre méthode permet notamment de modifier le voisinage d'une particule donnée afin d'obtenir un comportement plus réaliste, en particulier pour des particules élastiques. Cette propriété, facile à implémenter, nous permet d'envisager la modélisation et la simulation de plusieurs organes et de leurs interactions.

La formulation de notre méthode en fonction de ces différentes propriétés a été réalisée. Il nous faut maintenant valider les performances des simulations afin notamment de vérifier le critère de précision, critère essentiel à la modélisation de biopsie et de curiethérapie de manière réaliste, précise, robuste et dans des temps raisonnables. Auparavant, nous revenons dans le chapitre suivant sur le cas particulier de la modélisation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous.

Chapitre 4

Modélisation des aiguilles

Sommaire

4.1 Introduction 165
4.2 Etat de l'art 166
4.3 Modélisation de l'insertion d'aiguilles 185
4.4 Conclusion 206

4.1 Introduction

L'insertion d'aiguilles dans des tissus mous est actuellement un des gestes médicaux les plus fréquemment réalisés. Les aiguilles sont des instruments utilisés pour pratiquement toutes les parties du corps humain et représentent aujourd'hui un des mécanismes les moins invasifs pour les traitements ou les diagnostics médicaux (biopsies, ponctions, anesthésie, curiethérapie...).

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la modélisation du geste d'insertion de l'aiguille dans des tissus mous. Cette modélisation est motivée par le fait que pour les deux procédures médicales que nous étudions, la biopsie et la curiethérapie de la prostate, les aiguilles sont les instruments clés de la réalisation du geste médical. La modélisation de la prostate et de son environnement anatomique doit donc être complétée par la modélisation des aiguilles, modélisation particulière de part la complexité des interactions qui rentrent en jeu.

Ce chapitre est composé de deux parties. La première partie propose un état de l'art sur la modélisation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous. La deuxième partie concerne l'incorporation de la simulation d'insertion des aiguilles dans notre méthode de modélisation.

4.2 Etat de l'art de la modélisation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous

4.2.1 Introduction

Une source importante d'erreur des gestes médicaux nécessitant l'insertion d'une aiguille (curiethérapie, biopsie, injection de médicaments) est liée à la déformation des tissus mous engendrée par le passage de l'aiguille dans les tissus et à la déformation de l'aiguille elle-même. Ainsi, la précision apportée par un planning pré-opératoire de la localisation des aiguilles est limitée par la déformation des tissus environnants de l'aiguille lors du geste lui-même : il existe une différence non négligeable entre la localisation de la cible de l'aiguille choisie lors du planning pré-opératoire et la localisation per-opératoire de cette même cible lorsque les tissus autour de la cible sont déformés via les forces liées à l'insertion de l'aiguille.

Des mesures des erreurs de placement des aiguilles dues aux déformations des tissus ont été effectuées pour la biopsie du sein [DGKM01] ou pour la curiethérapie de la prostate (mesure des erreurs de placement des grains radioactifs)[RNMa97, NCY*00]. Il en ressort que si la déformation causée par l'insertion de l'aiguille pouvait être prédite avec précision et si le placement de l'aiguille pouvait être contrôlé également avec précision, alors les gestes médicaux utilisant des aiguilles pourraient être améliorés de manière significative.

Partant de ce constat, de plus en plus nombreux sont les articles consacrés à l'étude du comportement des aiguilles dans des tissus mous, et ceci pour différentes applications médicales. Dans cette partie, nous proposons un état de l'art des différentes études et méthodes présentées dans ce contexte. Le premier paragraphe de cette partie (paragraphe 4.2.2) résume les différentes applications médicales utilisant des aiguilles et répertorie les différents enjeux de la modélisation des aiguilles en général et également les enjeux médicaux et scientifiques propres à chaque application. Le deuxième paragraphe (paragraphe 4.2.3) identifie les différents paramètres à incorporer afin de modéliser l'insertion d'une aiguille dans des tissus mous. Les différentes études s'intéressant aux valeurs de ces paramètres ainsi qu'à leur modélisation sont résumées. Le paragraphe suivant (paragraphe 4.2.4) permet de répertorier les différentes méthodes existantes de modélisation des aiguilles. Enfin, le dernier paragraphe (paragraphe 4.2.5) présente les articles combinant modélisation des tissus mous et modélisation des aiguilles afin de simuler l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous.

4.2.2 Applications médicales et enjeux de la modélisation

4.2.2.1 Applications médicales utilisant des aiguilles

Dans cette thèse, nous nous intéressons à des procédures médicales sur la prostate. D'autres gestes médicaux utilisant des aiguilles ont néanmoins été étudiés. Nous donnons dans ce paragraphe quelques exemples de procédures médicales où les aiguilles sont des outils chirurgicaux fréquemment utilisés.

Pour ce qui concerne la biopsie et la curiethérapie de la prostate, l'insertion des aiguilles dans des cibles précises et pré-définies est le principal objectif à réaliser, tout en prenant en compte les mouvements et déformations de l'organe au cours de l'opération. Des erreurs significatives de placements des grains radioactifs pour la curiethérapie par exemple peuvent avoir lieu quand l'aiguille est tangente à la capsule prostatique lors de l'insertion [WBD01]. La capacité à placer l'aiguille correctement en compensant les déformations des organes, voire à courber l'aiguille afin d'atteindre la cible est donc particulèrement importante.

D'autres organes sont également concernés par des problèmes similaires de placements des aiguilles. Par exemple, les tumeurs du foie inférieures à 5-6 cm de diamètre sont souvent traitées par ablation thermique administrée à l'extrémité d'une aiguille. L'aiguille est insérée à travers la peau et sa trajectoire est suivie par échographie. Comme les tumeurs du foie possèdent souvent des propriétés mécaniques différentes des tissus environnants, elles peuvent se comporter comme si elles étaient une nouvelle structure anatomique encapsulée dans le foie. Dernièrement, il a également été montré que la capsule du foie ne possédait pas les mêmes propriétés physiques que les tissus intérieurs [HNV*06]. Le placement correct des aiguilles dans la tumeur améliore la précision du geste et ses conséquences médicales, tout comme l'était pour la prostate la localisation correcte de la biopsie ou le placement précis des grains radioactifs en curiethérapie.

Un autre organe où les aiguilles sont fréquemment utilisées est le cerveau. Des aiguilles flexibles peuvent ainsi être utilisées afin de stopper l'afflux de sang provenant d'une hémorragie intra-cranienne et enlever les caillots résultants par injections ciblées de médicaments. La plupart du temps, de tels gestes sont réalisés en urgence et le trou créé pour insérer le dispositif d'injection est rarement aligné avec la cible désirée. Pour compenser ce non-alignenement, le trou possède souvent un plus gros diamètre, ce qui peut entraîner des complications après l'opération. L'aide au placement correct des aiguilles flexibles pourrait par exemple compenser l'erreur initiale d'alignement.

D'autres structures anatomiques sont concernées par l'utilisation d'aiguille (rein, sein, vaisseaux sanguins par exemple). Les problématiques apportées par les différentes procédures médicales varient selon les organes et les objectifs choisis, mais ont néanmoins comme point commun un manque de précision et de sensibilité dans la réalisation des gestes. L'apport d'une modélisation de l'aiguille permettrait dans les différents cas d'améliorer la réalisation de ces gestes.

4.2.2.2 Les différents types d'aiguilles utilisés

Nous venons de voir dans le paragraphe précédent que des gestes médicaux très variés utilisent une aiguille. Pour chaque geste, l'aiguille utilisée possède des caractéristiques géométriques qui lui sont propres. Les différences entre les aiguilles se font généralement : sur le diamètre, sur la longueur et sur la forme de l'extrémité insérée dans le tissu. Cette forme peut ainsi être : symétrique (pointe en forme de prisme ou bien pointe droite) ou asymétrique (pointe en biseau généralement). Nous verrons dans la suite de ce chapitre que ces caractéris-

tiques géométriques influent sur le comportement des aiguilles lors de leur insertion dans des tissus mous. Une autre caractéristique importante correspond également au mode d'insertion et notamment à la vitesse : ainsi, l'insertion est lente lors d'une curiethérapie et rapide lors d'une biopsie. L'ensemble de ces caractéristiques devront donc être prises en compte lors de l'étape de modélisation.

Dans ce paragraphe, nous montrons la forme géométrique des aiguilles pour les deux gestes qui nous intéressent, à savoir la biopsie et la curiethérapie de la prostate. Les figures 4.1 et 4.2 présentent les aiguilles utilisées pour ces deux gestes.

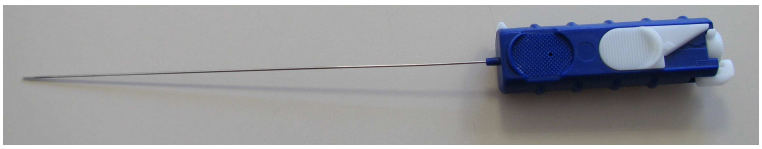


Fig. 4.1: *Aiguille de biopsie : la partie bleue sur la droite permet au médecin de déclencher le prélèvement d'un échantillon de tissu. L'extrémité de l'aiguille est alors modifiée afin d'effectuer le prélèvement.*

Fig. 4.2: *Aiguille de curiethérapie. Sur la figure de gauche, l'aiguille de curiethérapie est représentée dans sa totalité : elle comporte deux parties, la partie striée encapsulant l'autre partie qui correspond à l'aiguille. Sur la figure de droite, uniquement l'extrémité de l'aiguille qui est insérée dans les tissus est représentée. Des grains radioactifs sont également montrés sur cette dernière figure.*

4.2.2.3 Enjeux médicaux et enjeux scientifiques de la modélisation des aiguilles

Après avoir présenté quelques exemples d'utilisation d'aiguilles pour des procédures médicales, nous présentons dans ce paragraphe les enjeux médicaux et scientifiques communs à tous les gestes médicaux réalisés à l'aide d'une ou plusieurs aiguilles.

Enjeux médicaux :
Les principaux enjeux médicaux de la modélisation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous sont les suivants :

- Mise en évidence et prise en compte des déplacements et déformations de l'organe lors de l'insertion d'une aiguille.
- Amélioration de la localisation des aiguilles dans des tissus mous avec pour objectif d'atteindre des cibles prédéfinies.
- Aide à la simulation pour l'apprentissage du geste et apport supplémentaire au planning chirurgical et au geste per-opératoire.

Enjeux scientifiques :
Les principaux enjeux scientifiques de la modélisation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous sont quant à eux :

- Identification **et** modélisation des paramètres nécessaires à la simulation : type d'aiguilles et leurs propriétés physiques, forces mises en jeu, propriétés physiques des tissus percés.
- Modélisation du comportement des aiguilles.
- Combinaison de la modélisation des aiguilles et de la modélisation des tissus mous pour obtenir une simulation précise et réaliste.

Dans la suite de cette partie consacrée au recensement des différentes méthodes existantes pour déterminer les paramètres entrant dans l'interaction « aiguilles-tissus mous » ainsi que pour modéliser cette interaction, nous reviendrons sur ces différents enjeux et nous tenterons d'expliciter dans quelle mesure les travaux existants y répondent.

4.2.3 Identification et modélisation des paramètres de l'interaction entre aiguille et tissus mous

Dans ce paragraphe, nous présentons les différents paramètres participant à l'interaction entre aiguilles et tissus mous. Dans un premier temps, nous identifierons ces différents paramètres. Puis, nous reviendrons sur les différentes études qui ont proposé de mesurer et de quantifier ces paramètres. Enfin, nous résumerons les articles ayant proposé une modélisation de ces paramètres et de leurs variations au cours de l'insertion de l'aiguille.

4.2.3.1 Identification des différentes forces et de leurs paramètres

Afin de réaliser une simulation réaliste de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous, nous devons différencier les paramètres participant à l'interaction entre une aiguille et un tissu mou donnés. Ces paramètres d'interaction peuvent être caractérisés sous forme de forces agissant sur l'aiguille et résultant des échanges entre l'aiguille et les tissus dans lesquels elle s'insère.

Différentes forces appliquées sur une aiguille lors de son insertion dans un tissu peuvent être distinguées. La différenciation proposée par [KWAM01] est celle la plus souvent reprise car la plus exhaustive. Les auteurs se basent sur le principe que, d'une part, l'aiguille interagit avec le tissu sur toute sa surface sous forme d'une « résistance », et d'autre part, que l'extrémité

de l'aiguille coupe le tissu. En se basant sur ce principe, ils distinguent deux types de forces agissant sur l'aiguille (ces forces sont répertoriées sur la figure 4.3) :

- forces agissant sur l'extrémité de l'aiguille,
- forces agissant sur toute la surface de l'aiguille.

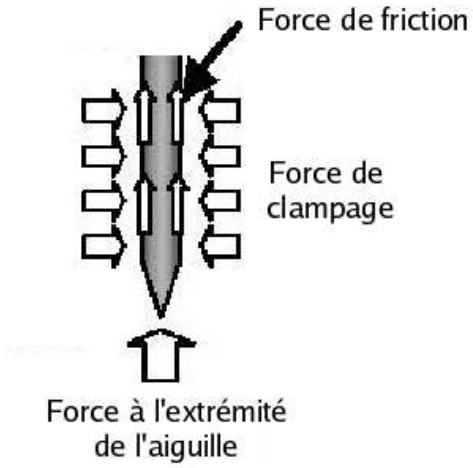


Fig. 4.3: *Les différentes forces s'appliquant sur l'aiguille d'après [KWAM01]. La distinction est effectuée entre les forces agissant sur toute la surface de l'aiguille en contact avec le tissu et les forces appliquées uniquement sur l'extrémité de l'aiguille.*

Forces agissant sur l'extrémité de l'aiguille :
Les forces agissant sur l'extremité de l'aiguille ont une direction parallèle à l'axe de l'aiguille. Deux types de forces peuvent être distingués : la force de ponction et la force de découpe [1]. La force de découpe est celle qui permet de découper le tissu lorsque l'aiguille est à l'intérieur de celui-ci. La force de ponction est celle exercée pour pénétrer le tissu. Comme nous le verrons par la suite, leur intensité est directement liée à la géométrie de l'extrémité de l'aiguille ainsi qu'aux propriétés physiques du tissu transpercé.

Forces agissant sur toute la surface de l'aiguille :
Deux types de forces agissant sur la surface entière de l'aiguille peuvent également être différenciées : la force de friction et la force de « clampage », représentées sur la figure 4.3.

[1] les noms donnés aux forces sont traduits des noms en anglais : « puncture force » et « cutting force »

La force de friction agit sur la surface de l'aiguille en contact avec le tissu et est parallèle à l'axe de l'aiguille. Avec la force exercée sur l'extrémité de l'aiguille, elle forme la force axiale totale appliquée sur l'aiguille. Comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, c'est cette force totale qui est le plus souvent mesurée. La force de friction comprend notamment la force de friction de Coulomb définie comme le produit scalaire de la force normale agissant sur la surface de l'aiguille par un coefficient de friction, l'adhésion des tissus et la friction visqueuse définie comme le produit d'un coefficient d'amortissement par la vitesse relative entre les deux matériaux considérés.

La force de « clampage » agit également sur la surface de l'aiguille en contact avec le tissu et a une direction perpendiculaire à l'axe de l'aiguille. Lorsque l'aiguille est à l'intérieur du tissu, la force de « clampage » augmente avec l'aire de la surface de l'aiguille en contact avec le tissu. Cette force correspond à la résistance du tissu compressé lors du passage de l'aiguille. Dans le cas de l'aiguille, la force normale (utilisée pour calculer la force de friction de Coulomb) est déterminée comme la somme totale des forces de « clampage ».

4.2.3.2 Etudes et mesures des différents paramètres

Dans ce paragraphe, nous présentons les différents articles s'intéressant à la mesure des forces évoquées au paragraphe précédent. Avant de détailler les différentes études sur le sujet, nous resituons le contexte scientifique dans lequel se placent les mesures.

Contexte des mesures effectuées

Les premières mesures des forces liées à l'aiguille et celles réalisées actuellement sont majoritairement effectuées sur l'extrémité de l'aiguille uniquement. L'acquisition des données à partir des tissus biologiques et le développement des modèles appropriés à ces données restent en effet encore un problème difficile, notamment à cause des déformations des tissus, à leur inhomogénéité ainsi qu'à leur opacité à certains moyens d'imagerie mais également à cause des multiples sources des forces qui s'appliquent sur l'objet étudié (forces de découpe, de friction et de ponction par exemple).

Les données concernant des mesures de force dans la perforation d'un tissu par un objet, notamment si celui-ci est de fin diamètre comme une aiguille à biopsie, sont donc encore peu nombreuses.

Les mesures des forces lors de l'insertion d'une aiguille dans un tissu ont été réalisées sur différents matériaux comme par exemple : de la gelatine [HSS98], des porcs [MBB*04] et des morceaux de bœufs [BHTC97, SO02]. Nous pouvons ainsi classer les différentes expériences en 2 catégories : les mesures sur fantômes comme [DS02c] et celles sur animaux comme [SO02]. Dans la première catégorie, les auteurs sont le plus souvent intéressés par des mesures sur les relations entre forces et déformations des tissus dans l'optique de construire un simulateur d'insertion d'aiguilles, ce que nous détaillerons dans le paragraphe 4.2.5. Dans la deuxième catégorie, les expériences effectuées ont une valeur clinique plus intéressante car elles permettent d'étudier les propriétés de tissus réels. Ces expériences sont néanmoins généralement

effectuées avec des tissus morts qui, même s'ils sont bien conservés, ont leurs propriétés rhéologiques quelque peu altérées, d'autant plus qu'il s'agit d'organes très vascularisés (foie, rein, prostate). Très peu d'expériences sont effectuées sur des tissus in vivo [BUB*01, BRK*03].

Frick et al. [FMC*01] ont réalisé des mesures de forces sur des aiguilles à suture au cours de sutures de tendons ou de peaux de moutons et ont présenté des courbes détaillées sur la relation forces-déplacements. Brouwer et al.[BUB*01] ont réalisé plusieurs types de mesures, dont certaines en utilisant des aiguilles, sur des parois abdominales et intestinales de porc et prévoient de constituer une base de données détaillée dans l'avenir, incluant des mesures in vivo et ex vivo. Enfin, Heverly et al. [HDT05] se sont intéressés à l'influence de la vitesse d'insertion sur les déformations des tissus et ont observé que les déformations étaient moins importantes lors de l'augmentation de la vitesse de l'aiguille.

Les différentes études et mesures des paramètres d'interaction

La force axiale totale est souvent définie comme la somme des forces de découpe et de friction. Certains articles rapportent des mesures de cette force axiale : [HSS98, WUSC94] ont détecté la phase de ponction en isolant le pic qui a lieu dans la mesure de la force axiale lors de la pénétration. Brett et al.[BHT00] ont mesuré et modélisé la force axiale totale afin d'identifier les différents types de tissus traversés lors d'une anesthésie au niveau de la colonne vertébrale. Bien que Brett parle dans son modèle d'une force de friction, très peu de personnes dissocient forces de friction et forces de découpe dans la force axiale.

Simone et al.[SO02] ont essayé d'isoler les forces de raideur (ou de résistance des tissus) des forces de friction et des forces de découpe dans les forces motrices mesurées lors de l'insertion des aiguilles dans des tissus ex vivo du foie d'un boeuf. Leurs données sont collectées à l'aide d'un robot à 1 degré de liberté équipé d'une cellule de mesure de forces attachée à l'aiguille. La segmentation des aiguilles a été effectuée à partir d'images scanner à différentes phases de l'insertion de l'aiguille, mettant en évidence différentes relations entre vitesse de l'aiguille et déformations des tissus. Les données recueillies ont été modélisées en trois parties : raideur de la capsule (ou force de ponction), force de friction et force de découpe (constante pour un tissu donné). Leurs résultats varient beaucoup d'une insertion à l'autre, notamment à cause du caractère inhomogène des tissus du foie. Les différentes composantes des forces d'insertion ne peuvent donc pas être aisément isolées avec une seule insertion.

De même, Kataoka et al. [KWAM01, KWC*02] ont également essayé de quantifier indépendamment les forces de découpe des forces de friction. Ils ont pour cela inséré des aiguilles dans des prostates de cadavres de chien et ont ainsi pu distinguer le mécanisme de génération des forces de découpe et de friction à l'aide des données expérimentales obtenues. Ils se sont notamment intéressés à la flexion de l'aiguille lors d'une insertion linéaire dans un muscle ex vivo. À l'aide d'une cellule de mesures de force à 7 axes spécialement conçue dans ce but, ils ont pu mesurer séparément la force axiale exercée sur la pointe de l'aiguille et les forces de frottement (parallèles et perpendiculaires) exercées le long de l'aiguille (ces forces correspondent à la soustraction entre la force axiale totale et la force de découpe mesurée à

l'aide du dispositif mis en place). Les résultats indiquent que la force axiale augmente de façon non-linéaire jusqu'à la perforation de la prostate et reste relativement stable ensuite, tandis que les forces de frottement augmentent linéairement à partir de la perforation. Les courbes obtenues sont représentées sur la figure 4.4.

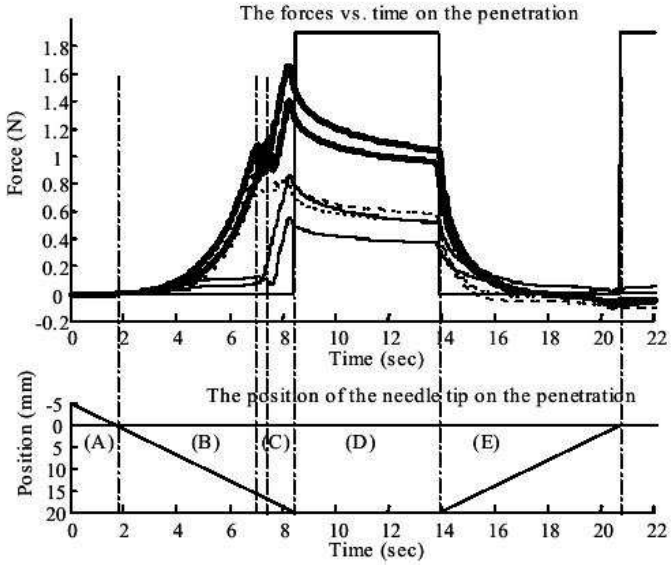


Fig. 4.4: *Résultats obtenus par [KWC*02] pour les mesures de la force axiale totale (forces de découpe et de friction). La ligne épaisse correspond à la force axiale totale, la ligne en pointillé à la force sur l'extrémité de l'aiguille et la ligne avec une faible épaisseur à la force de friction. La position de l'aiguille au cours du temps est représentée sur la figure du bas. L'aiguille est tout d'abord insérée pendant 8 secondes puis ne bouge plus pendant 6 secondes environ avant d'être retirée. Deux mesures différentes sont montrées sur la figure du haut.*

Deux pics sont observés dans la mesure de la force axiale. Un premier pic correspond à la perforation de la surface du tissu. A ce moment, les forces de friction sont faibles et la force axiale est principalement composée de la force de ponction. L'aiguille est ensuite insérée dans le tissu. La force axiale totale diminue un peu avant d'augmenter de nouveau de façon exponentielle. La diminution de la force axiale totale correspond au fait que la force nécessaire pour perforer le tissu est plus importante que celle pour découper le tissu lors de l'insertion. Entre le premier et le deuxième pic, les forces de friction augmentent de façon importante, traduisant la présence de l'aiguille à l'intérieur du tissu. Le deuxième pic correspond à l'arrêt de l'insertion de l'aiguille. Une phase de stabilisation où l'aiguille ne bouge pas est alors observée avant de retirer l'aiguille. Durant cette phase, la force de découpe est pratiquement inexistante. Les forces mesurées sont principalement dues à la réaction des tissus compressés

par la présence de l'aiguille. Lors du retrait de l'aiguille, l'ensemble des forces appliquées sur l'aiguille diminue. Deux insertions dans la prostate de chien ont été présentées. Les forces lors du retrait de l'aiguille ont également été mesurées. Par contre, aucun modèle n'a été créé à partir des données obtenues.

Maurin et al.[MBB*04] ont proposé des mesures pour des gestes percutanés sur le foie ainsi que sur le rein et le pancréas d'un cochon afin de développer un système robotisé d'insertion d'aiguille avec un mécanisme de retour d'effort. Leurs expériences ont porté sur différentes conditions d'insertion (insertions manuelle ou robotisée) ainsi que sur deux « catégories » d'organes : insertion à travers la peau ou en accès direct à l'organe. L'évolution de la force axiale lors de l'insertion d'une aiguille dans un foie avec accès direct est détaillée sur la figure 4.5 et est similaire à celle obtenue par [KWC*02]. Nous y notons un premier pic après une augmentation exponentielle de la force lorsque la capsule est percée, puis une très courte phase d'insertion où la force diminue juste avant d'atteindre son maximum. La deuxième partie de la courbe représente la phase de relaxation alors que la dernière partie concerne la phase où l'aiguille est retirée du tissu.

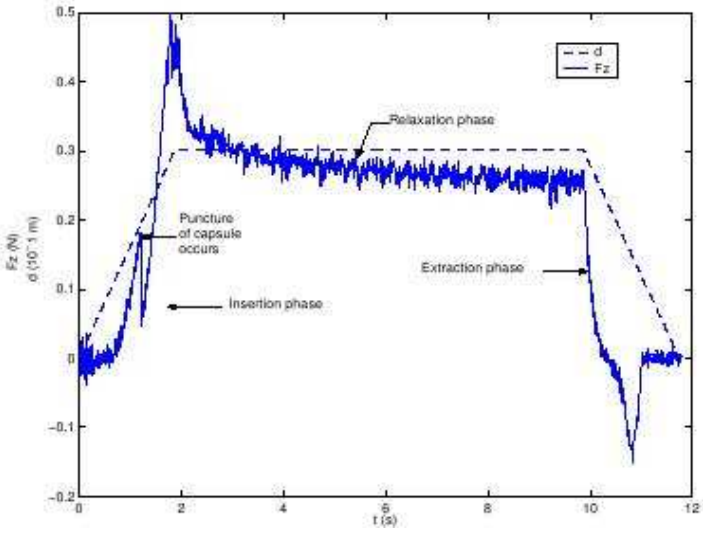


Fig. 4.5: *Evolution de la force longitudinale lors de l'insertion d'une aiguille dans un foie [MBB*04]. La force axiale est représentée en trait plein alors que le déplacement est représenté en pointillé. L'expérience est divisée en trois phases : une phase d'insertion de l'aiguille, une phase de relaxation où l'aiguille est dans le tissu mais ne bouge plus et une phase de retrait.*

Pour finir, Hing et al.[HBD05] ont récemment présenté un travail de mesures des forces dans le cadre de la curiethérapie de la prostate. Après avoir introduit des grains « marqueurs » dans les tissus mous de la prostate, ils ont mesuré les mouvements de ces grains lors du geste de ponction à l'aide de deux C-Arm fluoroscopes. Ils ont ainsi pu estimer les différentes forces mises en jeu sur l'aiguille et les tissus environnants. Ils ont notamment pu dissocier les forces de découpe des forces de friction en soustrayant à leur mesure de la force totale la force mesurée lors de la période de retrait de l'aiguille (où normalement les forces de découpe sont absentes). Notamment grâce à leurs 2 C-Arm, ils ont pu obtenir une estimation de la trajectoire de l'aiguille en 3D ainsi que des mouvements des grains et des tissus, notamment lors de la période de retrait de l'aiguille. Ils ont ainsi pu extraire les paramètres nécessaires à la construction d'un modèle 3D éléments finis de l'insertion de l'aiguille. Les mouvements internes des grains ont pu être utilisés pour vérifier les prédictions du modèle éléments finis. Ils ont également montré qu'en utilisant leurs données sur les forces et les déplacements mis en jeu, il était possible de quantifier localement la résistance du tissu à une ponction grâce au calcul d'un « module de Young » local.

Dans le paragraphe suivant, nous nous intéressons aux différentes expériences proposant un modèle pour caractériser les variations des différentes forces s'appliquant sur l'aiguille.

4.2.3.3 Modélisation des différents paramètres

Okamura et al. [OSO04] résument les travaux présentés dans [SO02] et proposent des équations qui sont fonctions de la profondeur d'insertion dans le tissu pour trois forces différentes : force de ponction (appelée « stiffness force » dans l'article), force de friction et force de découpe.

- La force de ponction est modélisée par l'expression suivante :

$$f_{\text{ponction}} = \begin{cases} 0, & z_{tip} < z_1 \\ a_1 z + a_2 z^2, & z_1 \leq z_{tip} \leq z_2 \\ 0, & z_{tip} > z_3 \end{cases} \tag{4.1}$$

  avec z_{tip} la coordonnée de l'extrémité de l'aiguille et de la surface du tissu selon l'axe d'insertion de l'extrémité de l'aiguille relativement à un repère fixe. z_1 est la position de la surface du tissu non déformé, z_2 est la position où la surface du tissu est déformée au maximum avant l'entrée de l'aiguille dans le tissu et z_3 est la position de la surface du tissu après la ponction (phénomène de relaxation du tissu). Ces positions ainsi que les constantes a_1 et a_2 sont dépendantes du tissu étudié.
- Les forces de friction sont modélisées par un modèle de Karnopp modifié qui prend en compte les frictions statique et dynamique et permet d'avoir des valeurs asymétriques ainsi que des vitesses positives ou négatives et un paramètre de viscosité. Les paramètres du modèle ont été déterminés en distinguant les différents mouvements de l'aiguille et notamment en prenant en compte les vitesses relatives de l'aiguille. Lorsque l'aiguille a une vitesse inférieure à un certain seuil, la force de friction correspond au terme de friction statique, sinon, un coefficient de friction dynamique est utilisée.

- La force de découpe a pour expression :

$$f_{\text{découpe}} = \begin{cases} 0, & z_{tip} \leq z_2 \quad t < t_p \\ a_3 & z_{tip} \geq z_3 \quad t \geq t_p \end{cases} \tag{4.2}$$

  où z_{tip}, z_2 et z_3 ont la même signification que pour la force de ponction, t est le temps et t_p l'instant où l'aiguille est entrée dans le tissu. a_3 est une constante dépendante du tissu.

Pour modéliser l'aiguille lors de son insertion dans un tissu mou, Maurin et al.[MBB*04] ont utilisé deux modèles [OSO04, SO02]. Ils ont isolé les forces de friction et de ponction uniquement (pas de forces de découpe). La force de ponction s'applique lors de la phase d'insertion avant que la capsule ne soit percée. Un polynôme du second ordre qui exprime la force en fonction de la profondeur est utilisé pour modéliser cette force. Dans [OSO04], un comportement similaire est trouvé avec une force de friction modélisée par un modèle de Karnopp.

Enfin, nous pouvons également noter les travaux de Maurel [Mau99], précurseurs à ceux de [KWAM01]. Ils se basent sur les travaux de Fung [Fun93] pour déterminer un modèle d'aiguille. L'insertion est découpée en 2 phases : avant que la capsule soit percée et après perforation. Dans chaque phase, la force est modélisée par une fonction exponentielle (fonction de la profondeur). Les coefficients dynamiques de friction sont considérés comme nuls (force proportionnelle à la distance).

4.2.3.4 Conclusion sur l'identification, la quantification et la modélisation des différents paramètres

Dans ce paragraphe, nous avons identifié les différentes forces participant à l'interaction entre les aiguilles et les tissus mous : les forces de découpe, de ponction et de friction. Nous avons présenté les différentes études de la littérature mesurant et quantifiant ces forces. La difficulté à différencier les forces représente le problème majeur des expériences. Les approches de mesures sont diverses et donnent des résultats qui sont dépendants des propriétés physiques des tissus traversés et de l'inhomogénéité de ceux-ci mais également du type d'aiguilles utilisé ainsi que de la vitesse et l'orientation d'insertion dans les tissus. Nous avons résumé les quelques modèles qui essaient d'exprimer les variations de ces forces comme des fonctions de ces dépendances. Dans le prochain chapitre, nous présentons les dépendances liées au type d'aiguille utilisé et les modèles proposés pour simuler le comportement des aiguilles en complément des modèles présentés dans ce paragraphe pour les forces agissant sur les aiguilles.

4.2.4 Modélisation des aiguilles

Dans ce paragraphe, nous présentons les différents modèles proposés pour simuler le comportement d'une aiguille lors de son insertion dans des tissus mous. A l'image des mesures de forces résumées dans le paragraphe précédent, nous répertorions les différentes mesures effectuées sur les aiguilles afin de quantifier le rôle de la géométrie de l'aiguille, celle-ci étant

principalement fonction de l'application médicale. A partir de la présentation de ces expériences, nous distinguons les modèles simulant une aiguille rigide des modèles simulant une aiguille flexible.

4.2.4.1 Rôle de la géométrie de l'aiguille

Très peu de groupes de recherche ont modélisé et mesuré les forces lors de l'insertion d'une aiguille dans un tissu mou et encore moins de personnes se sont intéressées à la géométrie de l'aiguille (notamment sa courbure) lors de l'insertion dans des tissus homogènes [KWC*02, OSW*03]. La courbure de l'aiguille est pourtant observée dans de nombreux gestes chirurgicaux. Ainsi, Cormack et al.[CTD00] ont montré que pendant une curiethérapie de la prostate une aiguille pouvait se fléchir avec un décalage par rapport à la trajectoire rectiligne de plus de 10mm.

Les travaux réalisés par [SO02] et présentés précédemment s'intéressent également aux effets dus au diamètre de l'aiguille ainsi qu'au type de l'extrémité de l'aiguille (biseauté ou symétrique par exemple). Ainsi, une aiguille biseautée a tendance à plus se courber et est plus sensible aux variations de densité des tissus, en comparaison à une aiguille à bout triangulaire ou en forme de diamant (extrémité de l'aiguille symétrique). Les forces de friction et de découpe sont plus importantes pour des aiguilles à large diamètre.

O'Leary et al.[OSW*03] ont également présenté des expériences visant à déterminer les effets de la friction et de la géométrie de l'aiguille pendant l'insertion robotisée d'une aiguille dans des tissus mous. Leur première expérience vise à caractériser les forces de friction le long de l'aiguille lors de son insertion dans un foie de bœuf sous imagerie fluoroscopique. Comme la vitesse relative de l'aiguille par rapport aux tissus affecte la friction de Coulomb et la viscosité, la procédure d'insertion de l'aiguille a été segmentée en plusieurs phases selon l'état du mouvement relatif : pas de mouvement, mouvement partiel et mouvement total. Il a ainsi été montré que lors de la phase de mouvement total, c'est la friction de Coulomb qui représente la grande majorité des forces de friction appliquées à l'aiguille. Leur deuxième expérience concerne la mesure des forces parallèles et perpendiculaires à l'aiguille lors de l'insertion de celle-ci dans un fantôme en silicone (avec une consistence similaire à celle du foie de boeuf). Les effets du diamètre ainsi que de la forme de la pointe de l'aiguille (biseautée, triangulaire ou conique) ont été observés : ils ont ainsi montré qu'une aiguille possédant une extrémité biseautée se courbe plus et est plus affectée par les variations de densité des tissus.

Enfin, Okamura et al. [OSO04] ont également étudié les effets de la géométrie de l'aiguille. Ils ont ainsi observé l'influence du diamètre de l'aiguille : plus celui est important, plus grandes sont les forces de friction. Concernant la forme de l'extrémité de l'aiguille, les auteurs ont observé que les aiguilles symétriques et triangulaires conduisent aux plus faibles forces de découpe. Les extrémités biseautées ont des forces intermédiaires tandis que les extrémités coniques produisent les plus grandes forces. Ils ont également décrit la flexion de l'aiguille : un diamètre d'aiguille plus important entraîne une flexion de l'aiguille plus faible. Des extrémités biseautées entraînent une flexion plus importante que des extrémités symétriques (comme

les extrémités coniques ou en forme de pyramide triangulaire). Concernant cette dernière observation, il est à noter que ce sont néanmoins les aiguilles biseautées qui sont le plus couramment utilisées en médecine car le médecin peut plus facilement tourner l'aiguille et perçoit moins de résistance lors de l'insertion de l'aiguille dans un tissu.

En conclusion de ce résumé des études existantes sur le rôle de la géométrie des aiguilles, nous pouvons tout d'abord noter l'influence de la géométrie sur les valeurs des forces mises en jeu lors de l'interaction entre aiguilles et tissus mous. Les principaux paramètres à retenir sont : la géométrie de l'extrémité de l'aiguille et le diamètre de celle-ci. Dans les deux prochains paragraphes, nous allons présenter les différents modèles proposés à la suite de ces observations. Nous pouvons déjà remarquer que la modélisation complète de l'ensemble des paramètres présentés jusqu'ici dans ce chapitre n'a pas encore été réalisée et que les modélisations proposées actuellement sont très simplifiées mais obtiennent pourtant des résultats intéressants.

4.2.4.2 Modélisation du comportement d'aiguilles rigides

De part leurs propriétés physiques, les aiguilles rigides et épaisses arrivent plus facilement à la cible souhaitée mais leur manipulation entraîne des pressions significatives sur les tissus, ce qui n'est pas recommandé pour la plupart des gestes médicaux utilisant des aiguilles. De plus, les aiguilles rigides ne peuvent pas être utilisées pour effectuer des chemins non rectilignes ou par exemple pour éviter des obstacles. L'utilisation d'aiguilles souples et fines est donc le plus souvent mieux appropriée pour les gestes médicaux, d'autant plus que les aiguilles plus fines sont généralement moins invasives pour le patient.

Des modèles d'aiguilles rigides ont néanmois été proposés comme une première version d'une modélisation plus complexe. Nous pouvons notamment citer les modèles que nous présenterons dans le paragraphe suivant et qui ont tout d'abord été proposés dans une version rigide : [APT*03, DS02a]. De tels modèles sont notamment valables pour les procédures médicales où le trajet de l'aiguille dans les tissus est court ou bien la vitesse d'insertion dans les tissus est rapide.

4.2.4.3 Modélisation du comportement d'aiguilles flexibles

Les médecins utilisant des aiguilles flexibles avec des extrémités biseautées savent que les aiguilles peuvent se déformer notamment à cause de l'asymétrie de l'extrémité. L'angle du biseau génère des forces à l'interface du tissu et de l'aiguille qui poussent l'aiguille à dévier de sa trajectoire initiale lorsqu'elle est insérée dans le tissu. Les déformations connues des aiguilles sont compensées en pratique en utilisant des aiguilles possédant une raideur importante. Néanmoins, le biseau de l'aiguille (parmi d'autres facteurs) entraine encore des erreurs significatives de placement, notamment lorsque les trajets des aiguilles dans les tissus sont longs. Certains médecins ont incorporé dans leurs gestes ces erreurs induites par le biseau de l'aiguille en combinant à la translation de l'aiguille une rotation autour de son axe pendant l'insertion. Une telle technique requiert néanmoins des capacités de raisonnement 3D, une

expérience importante ainsi qu'une réactivité en temps réel par rapport aux images afin de limiter les déformations des aiguilles. L'ajout de modèles d'aiguilles flexibles à l'aide au planning des gestes utilisant des aiguilles représente donc un objectif intéressant dans l'optique d'aider le chirurgien à apprendre à compenser les déformations de l'aiguille elle-même.

La simulation d'aiguilles non-rigides a été réalisée en premier par DiMaio et al. [DS02a, DS02c] afin d'obtenir un simulateur de l'insertion d'aiguilles. Pour résoudre la cinématique inverse de leur aiguille, ils utilisent une méthode itérative de calcul du jacobien de l'aiguille flexible. Les calculs impliquent notamment la résolution d'un modèle éléments finis 2D pour les tissus ainsi que la flexion non-linéaire d'une poutre pour simuler l'aiguille. La complexité de leurs calculs ne leur permettent pas d'envisager une simulation temps réel.

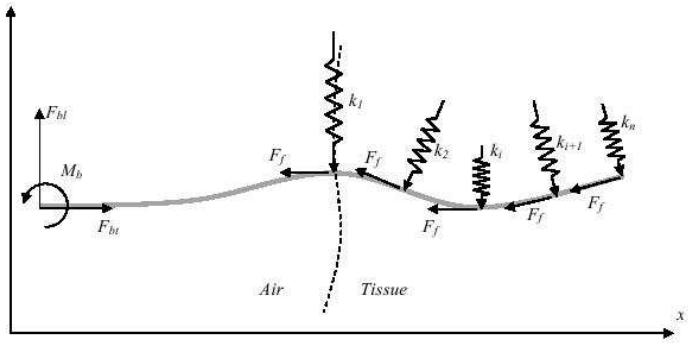


Fig. 4.6: *Modèle à ressorts virtuels [GS04] : la réaction des tissus est modélisée par la distribution de ressorts virtuels sur l'aiguille. Chaque ressort possède une raideur k_i et une force F_i correspondante est appliquée au niveau de la jonction entre chaque ressort et l'aiguille.*

Glozman et al.[GS04] ont présenté un modèle simple d'aiguille permettant le planning et la localisation en temps réel des procédures d'insertion d'aiguilles. Leur modèle s'appuie sur la notion de « ressorts virtuels » (Virtual Springs Model). L'aiguille est modélisée comme une poutre linéaire attachée à des ressorts virtuels représentant les forces exercées sur elle. Elle est insérée dans des tissus viscoélastiques modélisés à travers les ressorts dont les coefficients sont modifiés en fonction du module de Young à un endroit donné du tissu. L'élasticité des tissus modélisés est considérée comme linéaire, en s'appuyant sur les mesures effectuées par Simone et al.[SO02]. La figure 4.6 détaille le concept de « ressorts virtuels ».

Lorsque l'aiguille change de forme, la position et l'orientation des ressorts virtuels sont modifiées. La longueur des ressorts n'a pas d'importance, c'est uniquement la constante de raideur qui traduit la force du tissu sur l'aiguille exprimée comme une fonction du déplacement localisé du ressort. Les constantes de raideur sont déterminées expérimentalement ou bien en utilisant des images pré-opératoires (avec l'hypothèse que des propriétés de certains tissus sont connues).

L'avantage d'un tel modèle est la possibilité de résoudre le système d'équations obtenues en une itération. La figure 4.7 montre le résultat d'un planning de mouvement d'une aiguille flexible (flexions relativement petites) qui est capable d'éviter les obstacles et d'atteindre une cible.

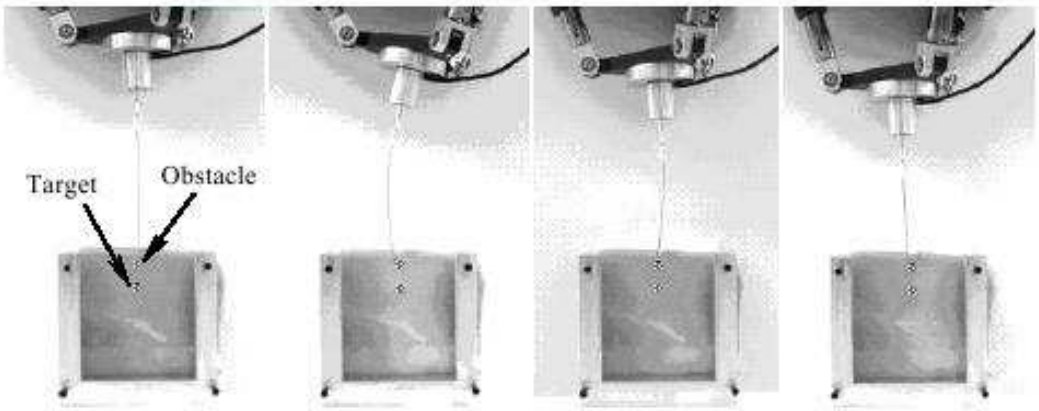


Fig. 4.7: *Modèle à ressorts virtuels [GS04] : insertion robotisée d'une aiguille à différentes itérations de la simulation.*

Webster et al. [IKC*06] ont présenté dernièrement un nouveau modèle d'aiguilles très flexibles avec une extrémité biseautée. Ils ont utilisé un robot afin de contrôler les degrés de liberté de l'aiguille. Pour effectuer ce contrôle, ils ont proposé que le modèle d'aiguille soit considéré comme un système non-holonomique avec des contraintes de flexion. L'aiguille ne peut effectivement pas se déplacer dans toutes les directions lorsqu'elle est enfoncée dans le tissu. Ils mettent en parallèle cette contrainte sur l'aiguille avec les roues d'un vélo. Pour aller dans une direction donnée, un vélo doit parfois combiner différents mouvements. Cette combinaison est analogue pour une aiguille que l'on doit retirer d'une certaine distance avant de ré-orienter son extremité et l'insérer dans la nouvelle direction désirée. Webster et al. s'appuient sur les résutats sur les systèmes non-holonomiques de [MLS94]. De tels systèmes ont été largement étudiés dans le planning de mouvement et en robotique. Le parallèle effectué par les auteurs leur permet de conduire avec leur robot l'aiguille le long de trajets complexes afin d'atteindre des cibles potentiellement inaccessibles avec des trajectoires rectilignes.

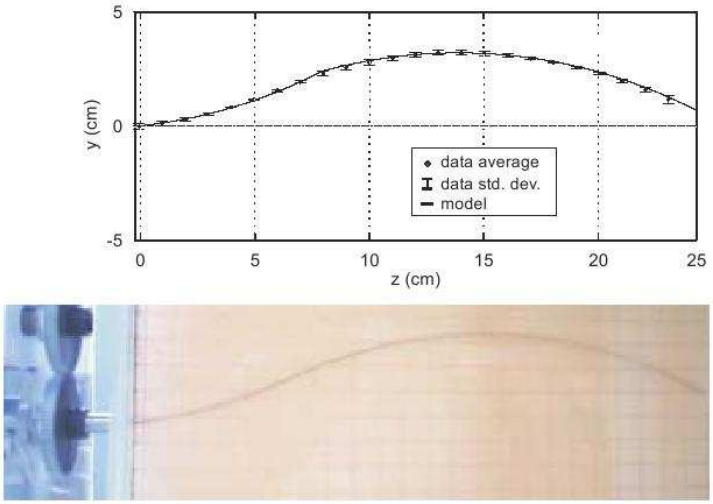


Fig. 4.8: *Simulation d'aiguilles flexibles réalisées par [IKC*06]. L'image du haut représente la simulation réalisée à l'aide d'un modèle non-holonomique d'un vélo. L'image en bas représente l'aiguille guidée par un robot.*

Park et al.[PKZ*05] ont récemment présenté comment construire le planning du mouvement d'une aiguille flexible basé sur la diffusion. Le problème d'insertion d'une aiguille fine et flexible dans un tissu est considéré comme un problème cinématique non-holonomique. Le tissu est supposé isotrope et aucun obstacle n'est représenté. Le bout biseauté de l'aiguille est considéré comme une contrainte non-holonomique. Un modèle déterministe de l'aiguille est utilisé comme point de départ. Des méthodes cinématiques inverses basées sur la probabilité de densité d'information sont ensuite appliquées pour trouver le chemin de l'aiguille.

Enfin, très récemment, Dehghan et al. [DGS06] ont publié une étude sur différents modèles d'aiguilles flexibles avec notamment une comparaison entre des modèles d'aiguilles basés sur des éléments finis (modèle linéaire et hyperélastique) et des modèles discrets composés de masses-ressorts. Il en ressort sur les expériences effectuées que le modèle discret simule mieux le comportement des aiguilles qu'un modèle éléments finis.

4.2.4.4 Conclusion sur la modélisation du comportement d'une aiguille

Dans ce paragraphe, nous avons présenté les différentes méthodes proposées pour simuler le comportement d'une aiguille en fonction de sa géométrie et de ses propriétés matérielles. Nous avons ainsi distingué les aiguilles rigides des aiguilles flexibles. Ces dernières ont notamment été modélisées afin de construire des planifications du mouvement des aiguilles face à des obstacles ou bien des inhomogénéités des propriétés physiques des matériaux traversés.

Les deux derniers paragraphes nous ont permis de répertorier les différentes données à prendre en considération pour la modélisation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous.

Nous avons dans un premier temps présenté les paramètres propres aux tissus mous et à leur interaction avec une aiguille avant de nous intéresser dans un second temps aux paramètres propres aux aiguilles elles-mêmes. Dans les deux cas, nous avons également résumé les différents modèles proposés. Dans le paragraphe qui suit, nous allons présenter les méthodes de modélisation proposant de combiner à la fois les propriétés des tissus mous et celles des aiguilles afin de simuler de manière précise et réaliste l'insertion d'une aiguille dans des tissus mous.

4.2.5 Simulations des interactions entre aiguilles et tissus mous

Les travaux concernant la modélisation et la simulation du mécanisme physique de l'insertion d'une aiguille sont encore peu nombreux. Les premiers articles sur le sujet concernent surtout des gestes autour de la colonne vertébrale car les tissus n'y sont pas trop mous et le mouvement se réalise suivant un seul axe, ce qui simplifie la modélisation. Nous pouvons citer comme exemples les simulations d'insertion d'aiguilles dans les ligaments de la colonne pour une ponction épidurale dorsale [HSS98, BHT00] ou bien une biopsie de la colonne [MAA*04], une simulation d'insertion de catheter [GTZZ00], un système télé-commandé pour l'assistance à l'insertion dans des tissus mous [YHD96].

La plupart des travaux s'appuient sur des modèles heuristiques. Xuan et al. [XWS*98], Gorman et al. [GKW*00] ou bien Zeng et al. [ZKB*98] ont ainsi présenté des simulateurs comportant l'insertion d'aiguilles sans avoir effectué des mesures expérimentales des déformations des tissus dues à l'insertion de l'aiguille. Certains travaux utilisent des tables pour déterminer les forces de réaction sur l'aiguille en fonction de la profondeur de celle-ci, le tout pour des interactions à 1 degré de liberté uniquement. D'autres utilisent des modèles élastiques, visqueux ou visco-élastiques pour approximer la résistance exercée sur l'aiguille dans la direction axiale lors de son insertion. Les interactions avec les tissus mous, leur déformations et la flexibilité de l'aiguille n'ont pas été considérées dans ces modèles. Pourtant, la simulation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous nécessite comme paramètres d'entrée à la fois les propriétés de l'aiguille et les propriétés des tissus dans lesquels elle est insérée. Comme nous l'avons vu dans les paragraphes précédents, la principale difficulté réside en fait dans la réalisation des expériences permettant de mesurer les réponses des tissus (vivants ou non) qui rentrent en interaction avec une aiguille. Les causes de cette difficulté de mesures expérimentales sont notamment la limitation de la vitesse d'acquisition des modalités d'imagerie 3D existantes ainsi que la difficulté d'extraire avec précision les déplacements des points dans les images des tissus mous. Quelques articles ont néanmoins récemment été publiés sur ce problème. Nous effectuons leur description dans la suite de ce paragraphe.

DiMaio et Salcudean [DS02a, DS02c, DS02b] ont présenté un travail pionnier sur la simulation en 2D de l'insertion d'une aiguille dans un tissu mou. Ils ont conçu un montage expérimental leur permettant de mesurer les déformations et les forces exercées pendant l'insertion d'une aiguille à biopsie dans un fantôme en silicone. Ils ont utilisé un robot muni d'un capteur de force pour insérer une aiguille dans le fantôme. Les déformations du fantôme ont

été filmées par une caméra puis traitées. Les résultats de ces mesures ont été utilisés pour ajuster les paramètres d'un modèle éléments finis quasi-statique à deux dimensions utilisant une loi mécanique élastique linéaire. Les déformations et les forces ont pu être reproduites avec une bonne précision (erreur de 1,4 mm pour un nœud pour une profondeur d'insertion de 70 mm) et un taux de calcul de 500 Hz (mise à jour pour le rendu haptique) a été atteint. Le modèle présenté dans [DS03b, DS03a] concerne uniquement les aiguilles rigides.

Alterovitz et al. [APT*03] se sont intéressés à un problème similaire dans le cadre d'une simulation de curiethérapie de la prostate. Les auteurs ont développé un modèle éléments finis linéaire élastique en 2D permettant de simuler l'insertion de l'aiguille et les déformations des tissus. Ils utilisent un schéma d'intégration explicite pour résoudre leurs équations dynamiquement. Ils se sont notamment intéressés aux erreurs de positionnement des grains relativement à la profondeur d'enfoncement de l'aiguille, à sa vitesse, à la rigidité du tissu par exemple. Les paramètres du modèle sont ceux utilisés par Simone et al. [SO02]. Une comparaison qualitative entre la simulation et une opération réelle observée par ultrasons a donné des résultats concluants. La flexion de l'aiguille n'a pas été envisagée dans cet article.

Généraliser les approches de DiMaio et Alterovitz à des modèles 3D augmente de façon conséquente la taille du problème à résoudre et des maillages uniformes ne sont généralement plus utilisables. Dans des discrétisations 3D des modèles, les forces comme la friction sont en effet appliquées sur des surfaces. L'aiguille doit en particulier être représentée dans le maillage comme une surface 3D. Pour construire cette surface correctement, le maillage doit inclure des éléments ayant une taille comparable à celle du diamètre de l'aiguille. Nienhuys [Nie03] montre que pour un maillage 10 cm $\times$ 10 cm $\times$ 10 cm avec des éléments ayant une taille de 1mm, une matrice de raideur (utilisable avec la méthode de condensation) aura 3.10^6 degrés de liberté. De plus, la méthode de condensation des nœuds internes au maillage requiert de stocker l'inverse de la matrice de raideur, ce qui occupe 67 teraoctets en mémoire. Avec ce constat, Nienhuys a donc proposé une méthode de simulation de l'insertion des aiguilles basée sur des algorithmes itératifs, ce qui ne nécessite pas des structures pré-calculées et permet donc des changements de topologie en temps réel. Sa méthode représente donc une extension des modèles présentés ci-dessus à des modèles néo-hookéens 3D, réalisables grâce à l'utilisation d'algorithmes itératifs. Par ailleurs, il utilise une approche de subdivision des éléments basée sur la bissectrice des côtés traversés afin d'améliorer l'augmentation de la complexité des algorithmes jusqu'alors employés par DiMaio ou Alterovitz. Le maillage est redéfini de façon adaptative le long du trajet de l'aiguille. La « frontière » formée par la surface de l'aiguille n'est pas représentée explicitement dans le maillage, ce qui permet de maintenir la qualité du maillage de départ. La géométrie de l'aiguille est néanmoins bien prise en compte dans le calcul des forces de friction. Les aiguilles dans le modèle de Nienhuys sont par contre rigides et homogènes.

Crouch et al.[CSWO05] ont présenté un modèle de la réponse des tissus mous à l'insertion de l'aiguille de manière dynamique. Un dispositif expérimental est utilisé afin de mesurer les déformations qui ont lieu lors de l'insertion d'aiguilles dans un fantôme à base de tissus mous (la

composition de leur fantôme est basée sur celle du Truth Cube [KCO*03]). A partir de l'analyse des données recueillies, ils démontrent la dépendance des déformations des tissus par rapport au temps et par rapport à la vitesse d'insertion de l'aiguille. Le modèle utilisé est un modèle éléments finis élastique linéaire : les forces associées à l'aiguille sont modélisées de manière dynamique avec une dépendance par rapport à la vitesse. La précision du modèle mis en oeuvre est limitée à la période de mouvement de l'aiguille, montrant qu'un modèle viscoélastique des tissus serait plus approprié afin de décrire correctement la relaxation des tissus lorsque l'aiguille ne bouge plus. Leurs mesures des déplacements sur le fantôme présentent l'avantage d'être effectuée de manière volumique et non à la surface comme par exemple celles effectuées par DiMaio et al. [DS02b].

Goksel et al. [GSD*05] ont étendu récemment les travaux de DiMaio [DS03a] à une version 3D. Leur modèle est appliqué à la simulation de l'insertion d'une aiguille dans la prostate. Leur objectif est de réaliser un simulateur de curiethérapie. Les changements effectués par rapport au modèle 2D correspondent aux calculs de remaillage du tissu lors de l'insertion d'aiguilles ainsi qu'à l'utilisation d'un modèle d'aiguille un peu plus évolué. Une simulation à l'aide de leur modèle est représentée sur la figure 4.9. Nous reviendrons sur ce modèle dans le chapitre 6.

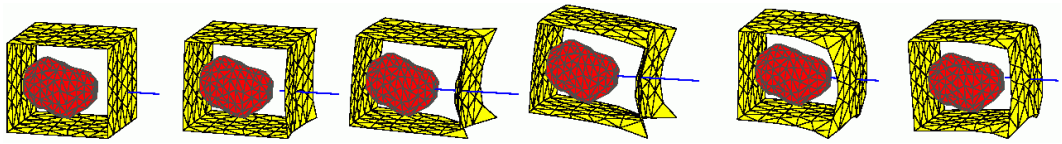


Fig. 4.9: *Simulation 3D de l'insertion d'une aiguille [GSD*05].*

Il a été montré expérimentalement que les aiguilles flexibles et biseautées insérées dans des tissus mous suivent un chemin avec une courbure unique fixée par l'orientation du biseau de l'aiguille. En contrôlant les deux degrés de liberté que possède la base de l'aiguille (orientation du biseau et profondeur d'insertion), on peut diriger une aiguille parmi des obstacles pour atteindre des cibles inatteignables avec des aiguilles rigides [AGO05, IKC*06]. Le planning du mouvement de telles aiguilles est difficile, notamment à cause des contraintes non-holonomiques et en particulier de l'incertitude autour du mouvement due à la grande variabilité biologique entre les humains (différences de propriétés des tissus mous traversés), la mécanique de l'aiguille qui n'est pas totalement connue, de même que les forces d'interaction. Alterovitz et al. [AGCO05] ont présenté récemment un algorithme de planning de mouvement d'une aiguille biseautée basé sur de la programmation dynamique où le chemin est non-déterministe. L'algorithme calcule une séquence discrète de contrôle des insertions et des changements de direction de l'aiguille pour qu'elle atteigne une cible dans le plan de l'image fixé. Un calcul de coût minimal est effectué sur la distance d'insertion, les changements de directions et les collisions avec les obstacles. Le planning de mouvement est formulé comme

un processus de décision markovien et utilise la programmation dynamique pour calculer la séquence de contrôle optimale.

4.2.5.1 Conclusion sur les simulations de l'insertion d'une aiguille dans des tissus mous

Dans ce paragraphe, nous avons résumé les méthodes de modélisation proposées afin de simuler l'insertion d'une aiguille dans des tissus mous. Ces méthodes possèdent à la fois une modélisation de l'aiguille et une modélisation des tissus mous. Les travaux présentés montrent une manière de combiner les deux modélisations afin d'obtenir une simulation réaliste et précise. Certains simulateurs ([DS03a] par exemple) obtiennent des performances temporelles permettant d'ajouter un retour haptique. D'autres se concentrent sur la précision et le planning de mouvement ([AGCO05] par exemple).

Dans la partie suivante de ce manuscrit, nous présentons notre méthode de modélisation de l'insertion d'une aiguille dans des tissus mous. L'objectif est d'utiliser les caractéristiques de notre méthode de modélisation afin d'obtenir une simulation similaire à celles présentées dans ce paragraphe, avec les propriétés de précision et de performances temporelles suffisantes pour les deux gestes médico-chirurgicaux étudiés.

4.3 Modélisation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous à l'aide d'un modèle à mémoire de forme

4.3.1 Introduction

Dans cette partie du chapitre, nous présentons notre méthode de modélisation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous. Notre modélisation reprend les principes généraux du modèle présenté au chapitre 3. Un chapitre est consacré à la modélisation des aiguilles car les hypothèses de modélisation sont nombreuses et indépendantes de celles présentées au chapitre 3. Dans un premier temps, nous reviendrons au paragraphe 4.3.2 sur les choix que nous avons effectués pour la modélisation des différents paramètres nécessaires à notre méthode. Dans le paragraphe 4.3.3, nous détaillerons la modélisation des aiguilles. Enfin, dans le paragraphe 4.3.4, nous reviendrons sur la simulation de l'interaction entre aiguilles et tissus mous, combinaison de la modélisation des aiguilles présentée dans le paragraphe 4.3.3 et de celle des tissus mous présentée au chapitre précédent.

4.3.2 Modélisation des paramètres de l'interaction entre tissus mous et aiguilles

4.3.2.1 Les différentes forces modélisées

Selon la méthode de modélisation des tissus mous adoptée dans un simulateur, les forces rentrant en jeu lors des interactions entre les aiguilles et les tissus sont formulées différemment.

Un point commun à toutes les méthodes de modélisation est la distinction qui est effectuée entre différents types de forces appliquées à l'aiguille. La majorité des modèles existants (par exemple [DS03a] ou bien [AGO05]) distinguent ainsi :

- la force de ponction qui s'applique sur l'extrémité de l'aiguille et qui n'existe que lorsque le tissu n'a pas encore été percé par l'aiguille,
- les forces de friction qui s'appliquent sur la surface de l'aiguille en contact avec les tissus,
- la force de découpe qui s'applique uniquement sur l'extrémité de l'aiguille s'enfonçant dans le tissu.

Nous avons incorporé ces trois différentes forces dans notre modèle d'interactions entre tissus mous et aiguilles. La suite de ce paragraphe est consacrée à la définition de la modélisation de ces forces dans notre méthode.

4.3.2.2 Incorporation des paramètres

Paramètres rattachés aux particules du tissu :
Afin de calculer les trois différentes forces dans notre modélisation, il est nécessaire de connaître les paramètres d'interaction entre le tissu traversé et l'aiguille choisie. Ces paramètres de friction, de découpe et de ponction possèdent des valeurs différentes selon les propriétés physiques du tissu traversé et le type d'aiguille choisie. La vitesse de l'aiguille rentre également en compte dans les valeurs de ces paramètres.

Ces trois paramètres sont des propriétés rattachées à « l'objet » aiguille. Comme nous l'avons vu dans la partie précédente concernant les mesures effectuées sur les forces appliquées à l'aiguille (paragraphe 4.2.3), des courbes sont obtenues pour caractériser ces forces ; courbes dont l'allure dépend du type d'aiguille, de la vitesse de l'aiguille, de l'orientation et de la pronfondeur de l'aiguille ainsi que des tissus traversés. Rattacher une telle courbe à l'aiguille sous-entend de la changer dès que l'orientation ou la profondeur d'insertion sont modifiées ou bien que les propriétés physiques du tissu traversé diffèrent (notamment dans le cas d'un tissu inhomogène).

Au lieu de relier les paramètres à l'aiguille, nous avons donc choisi de rattacher ces paramètres aux particules représentant le tissu. Cette solution laisse plus de liberté quant à l'orientation et la profondeur de l'aiguille choisie par l'utilisateur dans le cadre de simulations en série. De nouveaux paramètres ne sont effectivement pas nécessaires car ils sont définis directement lorsque le tissu est traversé. De même lorsque le tissu est inhomogène (traversée d'une tumeur par exemple), les paramètres permettant de calculer les différentes forces s'appliquant sur l'aiguille sont directement disponibles puisqu'ils sont liés aux particules du tissu situées autour de l'aiguille. Seuls le type d'aiguille et sa vitesse sont associés directement au modèle de l'aiguille. Pour une procédure médicale donnée (biopsie ou curiethérapie dans notre cas), le type d'aiguille est défini et ne change pas. Pour simuler une nouvelle application médicale, les paramètres rattachés à chaque particule des tissus mous modélisés doivent être modifiés.

Techniquement, deux paramètres sont rattachés à chaque particule du tissu : un paramètre de friction et un paramètre de découpe. Le paramètre de ponction n'est pas défini directement : il est en fait compris dans le paramètre de découpe des particules situées à la surface du tissu. Les particules à la surface du tissu auront ainsi un paramètre de découpe supérieur à celui des particules situées à l'intérieur du tissu (pour un tissu homogène). Le fait de choisir de rattacher les paramètres d'interactions directement au tissu permet donc :

- de ne pas modifier les paramètres pour chaque simulation pour une même procédure médicale,
- de laisser l'utilisateur libre de l'orientation et de la profondeur d'insertion d'une aiguille,
- de modéliser plus facilement des inhomogénéités à l'intérieur du tissu pour la découpe ou bien pour la friction,
- de modéliser explicitement la capsule d'un organe et ses inhomogonéités.

Détermination des valeurs des paramètres :
La détermination des valeurs des paramètres de friction et de découpe à rattacher aux tissus modélisés est longue et dépendante à la fois de la procédure médicale et du type de tissus traversés. Pour un geste donné, les paramètres sont à la fois dépendants du patient mais également du clinicien réalisant le geste. Aucune des modélisations publiées et présentées dans la partie précédente ne prend en compte des données provenant de patients, de part la difficulté de leur détermination non-invasive.

Le modèle de DiMaio et al. [DS03a] est l'un des seuls à utiliser des valeurs expérimentales pour les paramètres de friction, de découpe et de ponction. Ces valeurs expérimentales proviennent de l'expérience réalisée sur un fantôme avec une aiguille de curiethérapie. Les autres modèles présentés précedemment dans ce chapitre se contentent d'approcher le comportement de leurs modèles de comportement réel, comme par exemple [APT*03] qui utilisent des images échographiques comme référence pour trouver les paramètres de son modèle.

Concernant notre modèle, nous avons repris les données expérimentales de DiMaio et al. [DS02b] afin de déterminer les paramètres de notre modèle. L'expérience a été réalisée à l'université de Colombie Britannique à Vancouver dans le laboratoire du Professeur Salcudean. Les valeurs obtenues sont valables uniquement pour le fantôme en silicone utilisé dans l'expérience. Pour des simulations d'organes, des expériences restent donc à effectuer afin de récupérer les valeurs correspondantes aux différents tissus traversés (prostate, rectum, vessie, graisse, muscles par exemple). Idéalement, pour obtenir des paramètres corrects, les expériences devront de plus être réalisées in vivo. La piste de l'élastographie pour réaliser de telles mesures sera abordée au chapitre 6.

4.3.3 Modélisation des aiguilles

Dans ce paragraphe, nous présentons notre méthode de modélisation des aiguilles. Nous détaillons dans un premier temps la modélisation des aiguilles. Puis, nous nous intéressons à la modélisation de plusieurs aiguilles en simultané, modélisation nécessaire dans le cas de la simulation de curiethérapie selon le protocole français, comme nous l'avons décrit dans le chapitre 1.

4.3.3.1 Modélisation des aiguilles rigides et flexibles

Dans ce manuscrit, nous présentons principalement la modélisation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous avec l'hypothèse d'aiguilles rigides. Les aiguilles sont modélisées comme une région solide dans notre méthode de modélisation. Nous avons créé une classe spécialement pour les aiguilles, classe qui hérite de la classe des régions solides présentée dans le chapitre 3 et qui possède donc les mêmes algorithmes pour les calculs de mouvement. Les aiguilles possèdent néanmoins des propriétés supplémentaires par rapport aux régions solides. Dans un premier temps, nous avons ainsi ajouté la vitesse de l'aiguille (fixe pour une application médicale donnée), la taille de l'aiguille et son diamètre, et l'index de la particule représentant l'extrémité de l'aiguille insérée dans le tissu.

Dans le paragraphe 4.3.4, nous présenterons les différentes méthodes de la classe aiguille permettant l'interaction avec les tissus mous. Une aiguille telle qu'elle est représentée dans notre méthode est visualisée sur la figure 4.10.

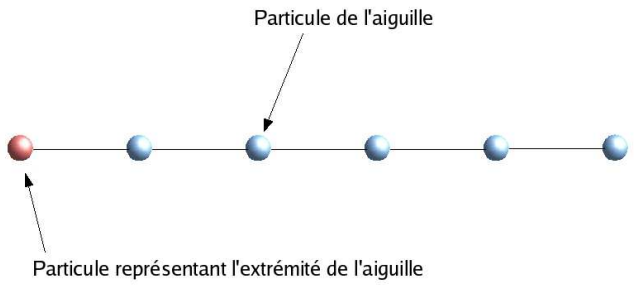


Fig. 4.10: *Représentation d'une aiguille dans notre méthode de modélisation : une aiguille est composée d'un ensemble de particules. Chaque particule a deux particules voisines, sauf pour les deux extrémités. L'extrémité de l'aiguille qui sera insérée en premier dans le tissu est déterminée lors de la simulation selon le point d'insertion fixé : la particule la plus proche de ce point est choisie.*

La modélisation des aiguilles flexibles n'a pas été testée et validée lors de la rédaction de ce manuscrit. L'apport d'une telle modélisation est surtout valorisé pour la simulation de curiethérapie. Même si l'aiguille est guidée dans une grille sur une longueur d'environ 2 cm et est donc contrainte, elle peut se courber si elle rencontre des obstacles (symphyse pubienne notamment) ou bien des zones où le tissu change de propriétés physiques, notamment du point de vue de l'élasticité. La modélisation d'aiguilles flexibles est donc motivée afin de rendre la simulation de l'insertion plus réaliste et précise dans le cadre des deux procédures médicales étudiées dans cette thèse.

4.3.3.2 Modélisation de plusieurs aiguilles

A notre connaissance, la simulation de l'insertion de plusieurs aiguilles dans des tissus mous n'a pas été réalisée pour l'instant. Les deux principales raisons sont :

- scientifique : les principaux modèles réalisés jusqu'ici sont des modèles basés sur la méthode aux éléments finis. La simulation de l'insertion d'une aiguille alors que plusieurs autres aiguilles sont déjà insérées nécessite de nouvelles manipulations sur les inversions de matrice, augmentant les temps de calcul. De plus, les modèles proposés pour le planning de mouvement doivent également incorporer dans leurs paramètres les différentes aiguilles déjà présentes dans le tissu, ce qui les complexifient (notamment pour les modèles utilisant des gradients et des notions d'attracteurs pour modéliser les obstacles).
- médicale : lors d'une biopsie, une seule aiguille est insérée à la fois dans la prostate. Le dispositif (où le trocart portant l'aiguille est monté sur la sonde échographique) ne permet pas l'insertion de plusieurs aiguilles en même temps. Concernant la curiethérapie, les modèles proposés proviennent d'équipes la plupart du temps américaines ou canadiennes : le protocole de curiethérapie réalisé y est différent de celui effectué en France. En France, toutes les aiguilles sont placées puis les grains radioactifs sont insérés. Aux Etats-Unis ou au Canada, les aiguilles sont placées une par une et les grains sont insérés directement à l'aide de l'aiguille insérée dans la prostate. Une autre aiguille est insérée lorsque celle qui vient de servir est enlevée.

Dans notre méthode, nous avons incorporé la possibilité d'insérer plusieurs aiguilles dans un même organe. Dans un premier temps, nous ne nous sommes pas préoccupés de la gestion des collisions, partant du principe que la grille de répérage utilisée en curiethérapie contraint les aiguilles à ne pas rentrer en contact, hypothèse vérifiée la plupart du temps. En omettant la gestion des collisions, nous gagnons ainsi en performance de temps de calcul. L'unique désavantage est que pour la modélisation des aiguilles flexibles, le cas de collisions peut s'avérer plus fréquent.

4.3.4 Simulation de l'interaction entre aiguilles et tissus mous

Dans ce paragraphe, nous présentons la simulation de l'interaction entre aiguilles et tissus mous. Avant de proposer l'algorithme de simulation (paragraphe 4.3.4.4), nous allons montrer comment sont calculées les différentes forces modélisant « les échanges » entre des tissus mous

et une aiguille au cours de son insertion. Pour cela, nous expliquerons dans un premier temps comment les caractéristiques de notre méthode sont utilisées pour modéliser les forces mises en jeu (paragraphes 4.3.4.1 et 4.3.4.3) ainsi que le calcul des forces (paragraphe 4.3.4.2).

4.3.4.1 Maillage et zones d'influence

Existence de zones d'influence :
Lorsqu'une aiguille se trouve dans un tissu mou, l'objectif est, dans un premier temps, de trouver la zone de tissu concernée par la présence de l'aiguille. La question est alors de savoir quelles sont les particules du tissu qui participent au calcul des forces appliquées sur l'aiguille. Les différentes méthodes de modélisation existantes prennent majoritairement comme « zone d'influence » les particules du tissu dont la position coïncide avec celle de l'aiguille. Les modèles éléments finis ont en effet pour contraintes de faire coïncider les nœuds du tissu avec les nœuds de l'aiguille afin de pouvoir réaliser l'échange forces/déplacements entre les deux objets par la suite après le calcul des forces effectué. Des techniques de remaillage ou bien de déplacements des nœuds du tissu sont le plus souvent utilisées afin de respecter cette contrainte. L'avantage des modèles discrets est que les particules constituant le tissu mou ne doivent pas nécessairement coïncider avec l'aiguille mais peuvent se trouver à une distance non nulle de l'aiguille tout en ayant une influence dans le calcul des forces. Comme notre méthode ne comporte pas de maillage, nous ne sommes pas contraints par la définition d'éléments par exemple entre les différentes particules du tissu modélisé.

L'idée développée dans notre méthode est donc de créer des zones d'influence autour de l'aiguille pour définir les particules du tissu concernées par le calcul des forces mises en jeu. Ces zones d'influence sont des régions de l'espace 3D soumises aux forces provenant de l'interaction entre tissus mous et aiguille. Chaque particule de l'aiguille possède une zone d'influence dont nous définirons la géométrie dans le prochaine paragraphe. Chaque zone d'influence inclut un certain nombre de particules du tissu et permet ainsi de définir un voisinage qui est modifié en fonction de la position de l'aiguille dans le tissu. L'argument en faveur de l'existence de telles zones d'influence est la définition d'une « quantité » de tissu rentrant en jeu lors des interactions avec une aiguille (à mettre en parallèle de l'existence d'éléments dans la méthode des éléments finis). Cette « quantité » de tissu n'a pas encore été déterminée expérimentalement à l'heure actuelle. La possibilité d'avoir des zones plus ou moins importantes autour de l'aiguille est fortement liée aux propriétés de l'aiguille. Une remarque importante dans ce paragraphe est que nous différencions néanmoins bien le calcul de l'élasticité du tissu du calcul des paramètres de friction et de découpe associés aux particules du tissu et provenant de l'interaction entre aiguilles et tissus mous.

Calcul des paramètres réels sur l'aiguille :
Deux forces différentes sont concernées par les zones d'influence : les forces de découpe et les forces de friction. Nous détaillons dans ce paragraphe la géométrie des zones d'influence pour ces deux forces. Le calcul de ces zones d'influence va ainsi permettre de définir le paramètre réel de friction et de découpe s'appliquant sur chaque particule de l'aiguille.

Paramètre de découpe :

Les forces de découpe s'appliquent uniquement sur la particule représentant l'extrémité de l'aiguille qui est insérée dans le tissu. Les zones d'influence de la force de découpe ne sont plus calculées lorsque l'aiguille est retirée du tissu : le « chemin » dans le tissu est déjà créé, nous supposons alors que les forces de découpes n'entrent plus en jeu.

Les particules du tissu concernées par le calcul du paramètre de découpe seront celles situées dans la demi-sphère délimitée par le plan orthogonal à l'aiguille et passant par la particule définissant l'extrémité de l'aiguille. La figure 4.11 illustre la géométrie de cette zone. Les particules réprésentées en rouge sont celles du tissu. Les particules représentées en blanc sont celles de l'aiguille. Les particules concernées par le calcul du paramètre de découpe à chaque itération sont celles situées dans la zone d'influence.

La valeur par défaut du rayon de la zone d'influence est la taille du maillage de l'aiguille. Le choix d'une demi-sphère comme forme de la zone d'influence est à relier à l'hypothèse d'une aiguille dont l'extrémité est symétrique. Pour les procédures médicales étudiées, les aiguilles ont la plupart du temps une extrémité asymétrique : l'orientation 3D de la zone d'influence peut être modifiée dans notre méthode afin de modéliser la pente de l'extrémité de l'aiguille modélisée.

Paramètre de friction :

Les forces de friction s'appliquent sur toutes les particules de l'aiguille situées dans le tissu. Une zone d'influence pour une particule de l'aiguille a la forme d'un cylindre centré autour de la particule et dont l'orientation est parallèle à l'aiguille. La longueur par défaut du cylindre est celle du maillage. La valeur du rayon est pré-définie comme une propriété du modèle qui dépend de l'aiguille et du tissu choisis. La figure 4.12 illustre la géométrie de la zone d'influence pour le calcul du paramètre de friction pour une particule de l'aiguille. Concernant l'extrémité de l'aiguille, seul un demi-cylindre est défini, l'autre demi-cylindre étant remplacé par la zone d'influence du paramètre de découpe. Quant à la dernière particule de l'aiguille qui est entrée dans le tissu, sa zone d'influence s'arrête à la limite de l'objet dans lequel elle vient d'entrer.

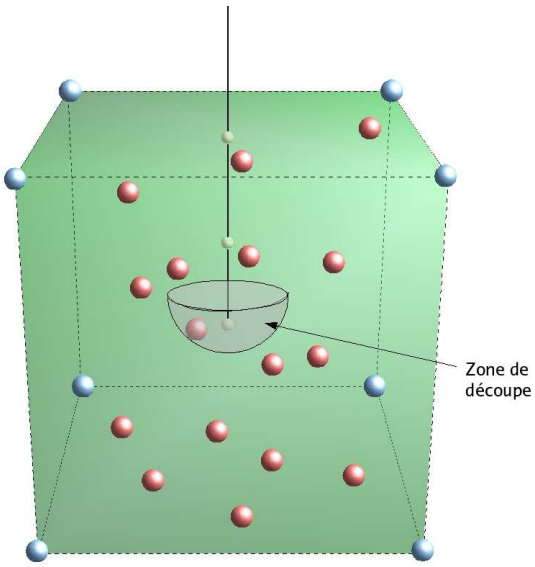


Fig. 4.11: *Zone d'influence pour le calcul du paramètre de découpe. Les particules de l'aiguille correspondent aux petites particules blanches. Les particules rouges et de plus grand diamètre représentent celles du tissu. Les particules bleues délimitent le tissu. La zone d'influence pour le calcul de la force de découpe correspond à la demi-sphère représentée sur la figure et qui a pour centre la particule située à l'extrémité de l'aiguille.*

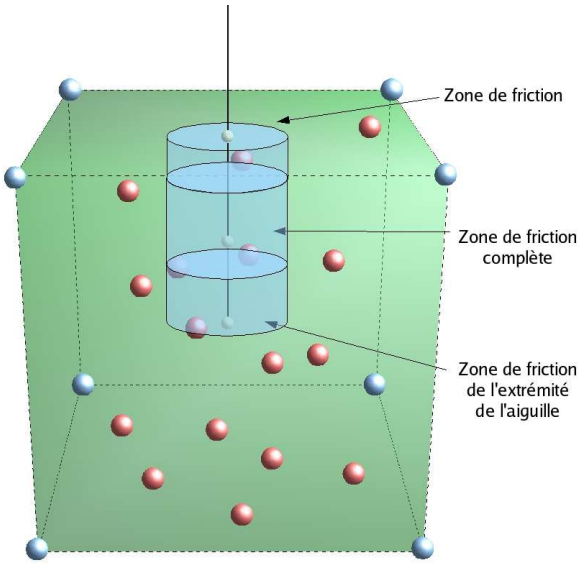


Fig. 4.12: *Zones d'influence pour le calcul des paramètres de friction des particules de l'aiguille (représentés en blanc avec un petit diamètre sur la figure). La zone de friction de l'extrémité de l'aiguille correspond à un demi-cylindre. Une zone de friction complète est définie pour une particule de l'aiguille qui n'est pas à l'extrémité et qui modélise une partie de l'aiguille complètement dans le tissu. Enfin, pour la dernière particule de l'aiguille entrée dans le tissu, la zone de friction s'arrête avec les frontières du tissu.*

Calcul des valeurs des paramètres :

Les paramètres de friction et de découpe ont des valeurs qui dépendent des propriétés physiques des tissus ainsi que des caractéristiques des aiguilles. DiMaio et al. [DS03a] ont déterminé expérimentalement ces paramètres pour une expérience d'insertion dans un fantôme en plastique dont les propriétés étaient connues. Les valeurs expérimentales nous ont été fournies par l'équipe de DiMaio lors d'un séjour à Vancouver. Nous avons donc également pu calculer les valeurs des paramètres à introduire dans notre méthode afin d'obtenir des simulations proches des expériences effectuées sur fantôme.

Le principal problème d'une détermination des paramètres avec une telle expérience est que les valeurs obtenues ne sont valables que pour l'aiguille et le tissu utilisés lors de l'expérience. Ces paramètres devront être déterminés de nouveau lors de l'insertion dans un autre matériau (des tissus prostatiques par exemple) avec un autre type d'aiguille (aiguille de biopsie par exemple).

Calcul des zones d'influence

Le calcul des particules du tissu entrant dans les zones d'influence de chaque particule de l'aiguille a été optimisé afin de ne pas avoir à rechercher les particules concernées dans toutes les particules du tissu à chaque itération.

Instant initial :

La position initiale du point d'insertion est connue lors de la première itération : elle fait partie des paramètres à donner pour la simulation. Il est à noter que la position du point d'insertion est mise à jour à chaque itération en fonction des déformations affectant le tissu.

La recherche des particules du tissu concernées par le calcul du paramètre de découpe s'effectue en parcourant toutes les particules de « l'objet » mou concerné. Cette étape est effectuée avant le début de la simulation car la position du point d'insertion est connue. Le temps de parcours de toutes les particules du modèle à cette étape n'a donc pas d'importance pour les temps de calcul de la simulation. Aucune zone d'influence pour les paramètres n'est calculée à l'instant initial car l'aiguille n'est pas dans le tissu. Ce calcul effectué avant le début de la simulation est particulièrement intéressant dans le cadre de l'utilisation de plusieurs aiguilles : le calcul de la zone d'influence de découpe est effectué pour toutes les aiguilles avant la première itération.

A chaque itération :

La mise à jour des zones d'influence de friction et de découpe de chaque particule de l'aiguille s'effectue à chaque itération en utilisant le voisinage explicite des particules du tissu des zones d'influence actuelles pour trouver les nouvelles particules du tissu appartenant aux nouvelles zones d'influence. Les particules de l'aiguille situées en aval de l'insertion utilisent les zones d'influence des particules qui les précèdent pour calculer les particules rentrant dans leur propre zone d'influence.

Conclusion sur les zones d'influence

Dans ce paragraphe 4.3.4.1, nous avons présenté comment nous calculons les paramètres de friction et de découpe propres à chaque particule de l'aiguille lorsqu'elle est insérée dans un tissu mou donné. Comme notre méthode n'utilise que la notion de voisinage direct, nous pouvons nous affranchir des problèmes de maillage souvent longuement discutés dans les méthodes de modélisation que nous avons résumées dans la première partie de ce chapitre. Afin de trouver les paramètres « réels » de friction et de découpe que nous allons utiliser pour le calcul de la force de friction pour une particule donnée de l'aiguille, nous définissons une zone d'influence autour de chaque particule localisée à l'intérieur du tissu afin de prendre en compte les paramètres de friction et de découpe d'un certain nombre de particules pour calculer nos paramètres « réels ». Dans le paragraphe suivant, nous décrivons comment nous calculons ces paramètres à l'aide des valeurs rattachées aux particules du tissu situées dans les zones d'influence. Nous pouvons alors en déduire l'intensité des forces de découpe et de friction s'exerçant sur l'aiguille.

4.3.4.2 Calculs des forces s'exerçant sur les aiguilles

A chaque itération, une fois que les nouvelles zones d'influence de chaque particule de l'aiguille sont déterminées, les valeurs des forces s'exerçant sur les particules de l'aiguille peuvent également être calculées. Dans la suite de ce paragraphe, nous détaillons le calcul de chaque force (friction, découpe et ponction) sur chaque particule de l'aiguille.

Calcul de la force de friction

Soit une particule q de l'aiguille et l'ensemble S_p des particules p_i du tissu incluses dans la zone de friction de q. Nous utilisons les paramètres de friction k_i^f de chaque particule p_i afin de calculer la force de friction sur la particule q de l'aiguille. La figure 4.13 illustre les notations introduites.

La direction de la force de friction s'appliquant sur chacune des particules de l'aiguille est parallèle à l'aiguille dans le sens opposé au mouvement, comme dans les autres méthodes de modélisation présentées dans la première partie de ce chapitre.

En notant d_i la distance entre la particule de l'aiguille q étudiée et la particule p_i du tissu appartenant à la zone d'influence et k_i^f le paramètre de friction associé à cette particule, l'intensité F de la force de friction s'appliquant sur la particule de l'aiguille a une expression qui est fonction des n particules de la zone d'influence :

$$F = \frac{\sum_{i=1}^{n} k_i^f {d_i}^{-1}}{\sum_{j=1}^{n} {d_j}^{-1}} \tag{4.3}$$

Nous notons ici que l'interpolation utilisée pour calculer la force de friction sur la particule de l'aiguille est linéaire : le « poids » du paramètre de friction de chaque particule du tissu est inversement proportionnel à la distance. Si la particule de l'aiguille est confondue avec une particule du tissu, nous prenons uniquement le paramètre de friction de cette particule (l'interpolation n'est plus nécessaire).

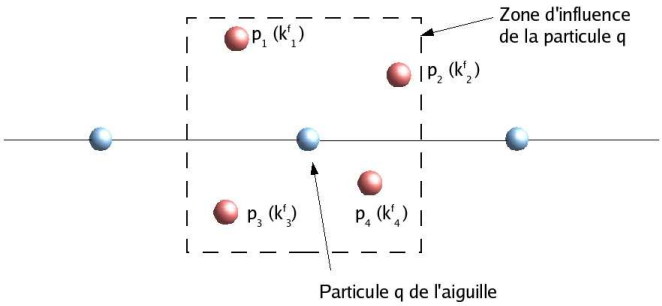


Fig. 4.13: *Notations pour le calcul de la force de friction : la particule q a une zone d'influence pour la friction qui englobe quatre particules du tissu p_1, p_2, p_3 et p_4, chacune possédant un coefficient de friction.*

L'interpolation utilisée est simple et uniquement reliée à la distance. L'interpolation utilisée dans les autres modèles ([GSD*05] par exemple) pour calculer l'intensité de la force de friction est également linéaire même si pour les modèles utilisant des éléments finis, seules les particules du tissu situées sur le parcours de l'aiguille sont utilisées. Une interpolation plus complexe pourrait être utilisée : nous en discuterons dans le chapitre 7.

Afin de vérifier la seconde loi de Newton, la force de friction appliquée sur la particule de l'aiguille est redistribuée sur les particules du tissu. La force de friction $F_i^{redistribution}$ appliquée sur chaque particule i du tissu concernée ayant un coefficient de friction k_i^f a pour intensité :

$$F_i^{redistribution} = \frac{k_i^f \, {d_i}^{-1}}{\sum_{j=1}^{n} {d_j}^{-1}} \tag{4.4}$$

Un des avantages de l'utilisation de zones d'influence est que l'on peut incorporer dans la modélisation des différences de friction à l'intérieur d'un même objet ou organe dans le cadre de la simulation médicale. La figure 4.14 montre la différence de valeurs de la force de friction sur une particule de l'aiguille dans une région homogène et une région inhomogène (au sens où les paramètre de friction ne sont pas les mêmes sur toutes les particules du tissu).

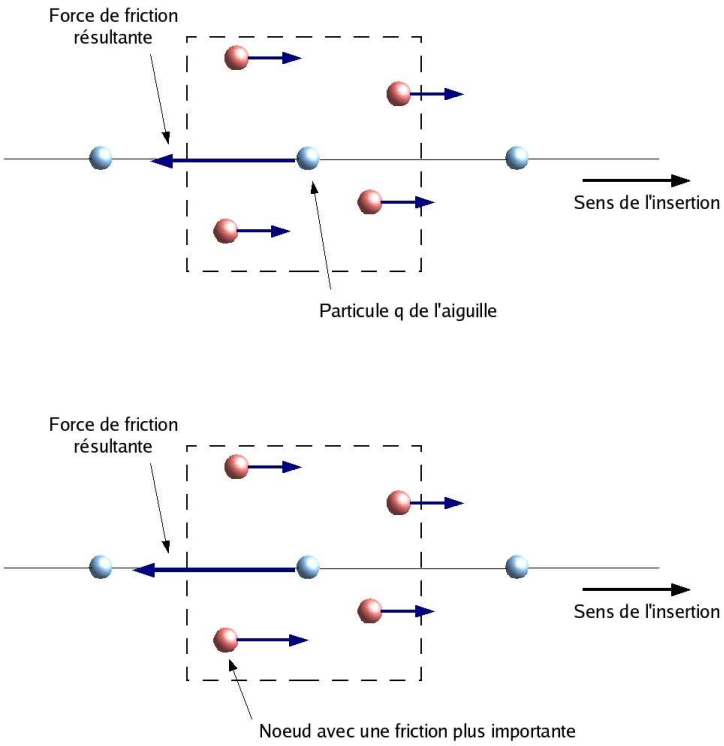


Fig. 4.14: *Différences dans le calcul de la force de friction lorsque tous les paramètres de friction sur les particules du tissu sont identiques ou non. Sur l'image du dessous, l'une des particules du tissu située dans la zone d'influence de la particule de l'aiguille a un paramètre de friction plus important. La force de friction résultante est alors plus élevée que dans le cas où les paramètres de friction sont homogènes (figure du dessus).*

Calcul de la force de découpe

La force de découpe est calculée uniquement pour la particule située à l'extrémité de l'aiguille découpant le tissu. Elle est calculée uniquement si l'aiguille est dans le tissu et si elle n'est pas en train d'être retirée. L'expression de l'intensité de la force de découpe sur la particule située à l'extrémité de l'aiguille a la même forme que celle pour la force de friction. Les mêmes remarques peuvent être faites concernant le type d'interpolation utilisée et l'inhomogénéité des paramètres de découpe des particules.

La direction de la force est parallèle à l'aiguille. Nous utilisons la particule représentant l'extrémité de l'aiguille ainsi que la particule voisine afin de définir cette direction. Pour le choix de cette direction, nous nous sommes reportés aux travaux de mesures que nous avons présentés dans la première partie de ce chapitre.

En notant d_i la distance entre la particule de l'aiguille étudiée et la particule i du tissu appartenant à la zone d'influence, et k_i^c le paramètre de découpe associé à cette particule, l'intensité C de la force de découpe s'appliquant sur la particule de l'aiguille a une expression qui est fonction des n particules de la zones d'influence :

$$C = \frac{\sum_{i=1}^{n} k_i^c {d_i}^{-1}}{\sum_{j=1}^{n} {d_j}^{-1}} \tag{4.5}$$

De même que pour la force de friction, la force de découpe est redistribuée sur les particules du tissu. La force de découpe $C_i^{redistribution}$ appliquée sur chaque particule i du tissu concernée ayant un coefficient de découpe k_i^c a pour intensité :

$$C_i^{redistribution} = \frac{k_i^c {d_i}^{-1}}{\sum_{j=1}^{n} {d_j}^{-1}} \tag{4.6}$$

Calcul de la force de ponction La force de ponction n'est pas calculée directement mais par l'intermédiaire de la force de découpe. Cependant, comme nous l'avons vu dans la première partie de ce chapitre, l'intensité de la force de ponction est plus importante que celle de découpe, bien que calculée identiquement. Pour modéliser cette différence d'intensité, nous avons choisi d'attribuer aux particules situées à la surface de l'objet modélisé des paramètres de découpe du tissu plus importants que pour les particules situées à l'intérieur de l'objet. Ce choix est principalement algorithmique afin de n'avoir que deux variables (friction et découpe) sur chaque particule du tissu. L'intensité de la force de découpe sera ainsi plus importante lorsque l'aiguille n'est pas encore entrée dans le tissu, traduisant ainsi la force de ponction nécessaire pour découper le tissu.

4.3.4.3 Modélisation de la friction : concept « d'attracteur virtuel »

Principes de la modélisation de la friction

Nous avons décrit au paragraphe précédent la force de friction comme étant une force parallèle à l'aiguille et dont l'intensité dépend du tissu environnant. La friction est habituellement définie comme une force opposée au mouvement relatif de deux surfaces qui sont en contact. Lorsque

les deux surfaces en contact sont en mouvement relatif l'une par rapport à l'autre, la friction entre les deux objets considérés se traduit par une conversion de l'energie cinétique en chaleur. L'approximation classique de la force de friction est connue sous le nom de friction de Coulomb et son intensité a pour expression $\mathbf{F}_f = \mu\mathbf{N}$ où μ est le coefficient de friction et N l'intensité de la force normale à la surface de contact. La force de friction F_f est exercée dans la direction opposée au mouvement de l'objet. C'est pour cela que dans notre modélisation, l'orientation de la force de friction est parallèle à l'aiguille et de sens contraire au mouvement.

Dans la modélisation physique d'objets, plusieurs types de friction sont différenciés. Baraff et al. [Bar97] ont effectué un travail pionnier dans la modélisation de ces différents types de friction entre deux objets. On distingue généralement la friction statique et la friction dynamique :

- La friction statique correspond à l'état où deux objets ne bougent pas l'un par rapport à l'autre. La force nécessaire pour faire bouger un objet est souvent dénommée force de friction statique.
- La friction dynamique correspond à l'état où les deux objets considérés bougent l'un par rapport à l'autre. Un exemple de friction dynamique qui nous intéresse dans le cadre des aiguilles est la friction de glissement entre les deux objets.

La friction entre l'aiguille et le tissu peut se résumer à deux états : friction statique ou friction dynamique. Lorsque la friction est statique, le tissu est « collé » à l'aiguille alors que lorsque la friction est dynamique, l'aiguille « glisse » par rapport au tissu. Dans les modèles d'interactions entre aiguilles et tissus mous existants ([GSD*05, AGO05] par exemple qui sont tous les deux des modèles MEF), la friction est modélisée par un automate. La force de friction est calculée par interpolation comme dans notre modèle à partir des nœuds du tissu positionnés sur l'aiguille. Lorsque la force élastique calculée sur chaque nœud de l'aiguille à partir des nœuds du tissu est inférieure à une valeur donnée, la force de friction étant interpolée comme dans notre modèle, les nœuds du tissu situés sur le chemin de l'aiguille sont « collés » à l'aiguille : un déplacement est imposé sur ces nœuds. Lorsque la force élastique calculée est supérieure au seuil fixé, les nœuds situés sur le chemin de l'aiguille peuvent glisser : on leur impose alors une force égale à la force de friction.

Les méthodes proposant une telle modélisation de la friction sont toutes basées sur la méthode des éléments finis. Les auteurs effectuent des opérations de remaillage ou bien de changement de position des nœuds du tissu afin que l'aiguille passe toujours par des nœuds du tissu. Dans notre modèle discret ne contenant pas de maillage, nous ne contraignons par l'aiguille à passer par des particules du tissu. Il ne nous est donc pas possible d'appliquer le même genre d'automate car nous ne pouvons pas imposer un déplacement donné « par interpolation » sur les particules du tissu appartenant à la zone d'influence dans le cas de la friction statique. L'idée est alors d'utiliser à nouveau le principe d'attracteur défini dans le chapitre 3 afin de faire en sorte qu'il y ait des particules « virtuelles « du tissu sur le chemin de l'aiguille.

Principe de l'attracteur virtuel

Nous utilisons le principe d'attracteur développé au chapitre précédent afin de pallier l'absence d'une particule du tissu située sur le chemin de l'aiguille. Nous attachons à chaque particule de l'aiguille un *attracteur virtuel*. Cette particule élastique virtuelle va nous permettre de calculer la valeur de la force élastique dont nous avons besoin pour déterminer si l'aiguille est dans un état de friction statique ou dynamique.

A chaque itération, l'attracteur virtuel de chaque particule de l'aiguille située dans le tissu est calculé à l'aide des particules du tissu appartenant à la zone d'influence de friction. A l'itération suivante, les particules du tissu et de l'aiguille ont bougé et la zone d'influence a été modifiée. Nous recalculons alors la position de l'attracteur à l'aide des particules de la zone d'influence de l'itération précédente. Le vecteur entre la position actuelle de la particule de l'aiguille et son attracteur sert à définir l'orientation d'une force dont l'intensité est calculée en interpolant les paramètres d'élasticité de chacune des particules du tissu appartenant à la zone d'influence de l'itération précédente. Les calculs de l'attracteur et de la force élastique virtuels sont illustrés sur la figure 4.15. Si cette force élastique « virtuelle » est inférieure à la force de friction calculée selon le schéma décrit au paragraphe précédent, alors l'aiguille est dans un état de friction statique : nous appliquons à la particule de l'aiguille cette force élastique et nous répartissons son opposée sur les particules du tissu de la zone d'influence de l'itération précédente avec comme coefficient les « poids » ayant servi à calculer l'attracteur. Nous utilisons de ce fait le même schéma de redistribution des forces que dans le calcul de la force élastique. Lorsque la force élastique calculée est supérieure à la force de friction, nous n'appliquons aucune force supplémentaire à la force de friction sur le modèle.

Enfin, nous modélisons également le cas où la différence des vitesses de deux objets en contact est importante (l'aiguille est dans un état de friction dynamique). Dans ce cas, une force dissipative est ajoutée à la force de friction. Cette force est orthogonale à l'aiguille et son intensité est constante puisque nous supposons que l'aiguille est homogène. Nous fixons un seuil de vitesse relative de l'aiguille par rapport au tissu : quand ce seuil est atteint, une force dissipative est ajoutée à la force de friction. L'état de friction dynamique est ainsi correctement modélisé.

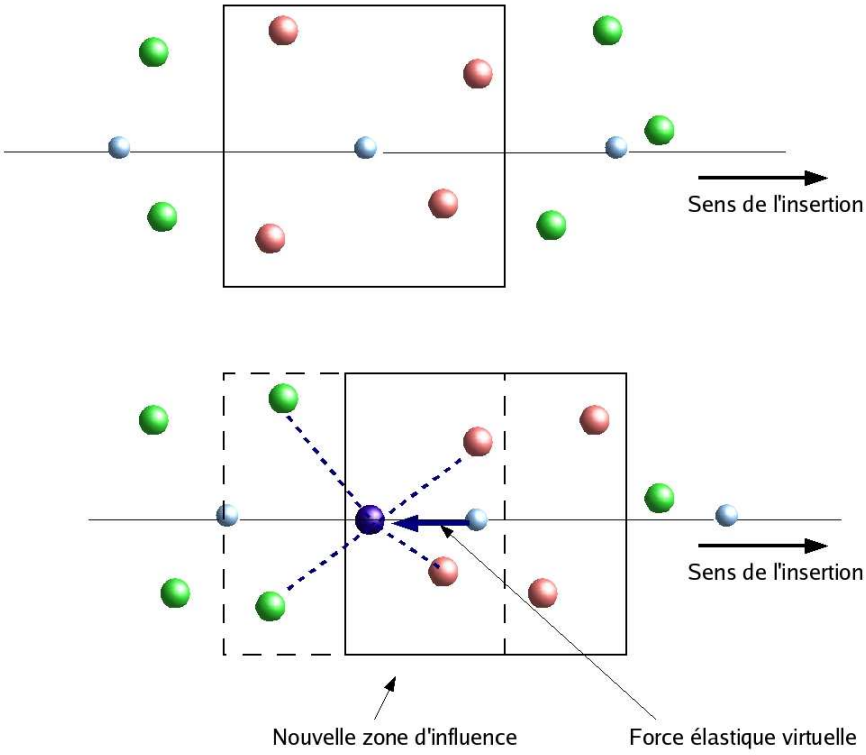


Fig. 4.15: *Calcul de l'attracteur et de la force élastique virtuels. L'image du haut représente une itération et l'image du bas la suivante. Dans la première itération, la particule de l'aiguille considérée (en blanc et de petit diamètre) a une zone d'influence pour la friction, cette zone comportant 4 particules du tissu (représentées en rouge pour les distinguer de celles n'appartenant pas à la zone d'influence considéré). A l'itération suivante, les particules de l'aiguille et du tissu ont bougé. La particule de l'aiguille a une nouvelle aire d'influence comportant 4 particules du tissu (deux particules appartenaient déjà à la zone d'influence précédente). L'attracteur virtuel (en bleu foncé) est calculée à partir de la position des particules de la zone d'influence précédente, avec les coefficients calculés lors de l'itération précédente. Une force élastique virtuelle est calculée entre cet attracteur virtuel et la position actuelle de la particule de l'aiguille. L'intensité de cette force est testée par rapport à celle de la force de friction afin de déterminer si on applique une friction statique ou bien dynamique.*

Algorithme 4 : Calcul de la friction pour une particule de l'aiguille

```
// Liste des particules du tissu appartenant à la zone d'influence de
friction // de la particule étudiée
Données : ListeParticulesTissu
// Liste des particules du tissu appartenant à la zone d'influence de
friction  // de la particule étudiée pour l'itération précédente
Données : ListeParticulesTissuPrec
// Calcul de l'attracteur virtuel de la particule de l'aiguille à l'aide
de // ListeParticulesTissuPrec
calculAttracteurVirtuel() ;
// Calcul de la force élastique virtuelle :
// F_VirtuelleElas = elast_interpole × XX*
calculForceElastiqueVirtuelle() ;
// Calcul de la force de friction à l'aide de ListeParticulesTissu :
F_Friction
calculForceFriction();
ajoutForceFriction();
si ||F_VirtuelleElas|| < ||F_Friction|| alors
    // Friction statique : nous ajoutons la force élastique virtuelle à la
     // particule de l'aiguille et nous répartissons son opposé sur les
    // particules du tissu
    ajoutForceElastique();
    redistributionForceElastiqueSurTissu();
sinon
    si l'aiguille n'a pas changé de mouvement alors
        // Friction dynamique
        si La vitesse relative de l'aiguille par rapport au tissu dépasse un certain seuil
        alors
            // Nous ajoutons une force dissipative
            ajoutForceDissipative();
        fin
    fin
fin
```

4.3.4.4 Algorithme de simulation

Nous avons décrit la manière utilisée pour incorporer les différents paramètres propres à l'interaction entre aiguilles et tissus ainsi que la géométrie de l'aiguille à l'aide de zones d'influence dans notre modèle. Nous avons également détaillé le calcul de l'intensité et la direction des différentes forces s'appliquant sur les aiguilles et les tissus mous. L'algorithme ci-après

donne le schéma d'évolution général du mouvement d'une aiguille lors de son insertion dans des tissus mous.

Algorithme 5 : Algorithme d'une itération pour l'insertion d'une aiguille dans des tissus mous

```
pour chaque particule de l'aiguille faire
    calculForcesTissu();
    // Forces de ponction, de découpe et de friction
    calculForceElastiqueVirtuelle();
    si ( || virtuelleElastiqueForce || < || frictionForce || ) alors
        // Friction Statique
        redistributionForcesTissu();
        redistributionForceElastiqueVirtuelle();
    sinon
        // Friction Dynamique
        redistributionForcesTissu();
    fin
    applicationForcesTissuSurAiguille() ;
fin
sommeForces();
calculMouvementAiguille();
ajustementVitesseAiguille();
```

Après le calcul du mouvement de l'aiguille, sa vitesse est ajustée si nécessaire afin qu'elle ait toujours la même intensité pendant toute la simulation. Un exemple de simulation est représenté sur la figure 4.16. La validation de notre méthode de modélisation sera étudiée au chapitre 6.

4.3.5 Conclusion

Dans la deuxième partie de ce chapitre portant sur la modélisation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous, nous avons décrit notre méthode de modélisation et de simulation. Dans le paragraphe 4.3.2, nous avons présenté les choix que nous avons effectués concernant la modélisation des paramètres nécessaires à la simulation de l'interaction entre aiguilles et tissus mous. Nous avons notamment choisi de rattacher les paramètres aux particules du tissu et non à l'aiguille elle-même, engendrant ainsi une plus grande facilité pour modifier des simulations effectuées de manière répétitive pour une application médicale donnée. Ce choix permet également de modéliser des inhomogénéités des tissus que ce soit pour le paramètre de découpe ou celui de friction.

Dans le paragraphe 4.3.3, nous avons proposé la modélisation des aiguilles pour notre méthode. Les simulations présentées dans ce manuscrit sont pour l'essentiel réalisées avec des

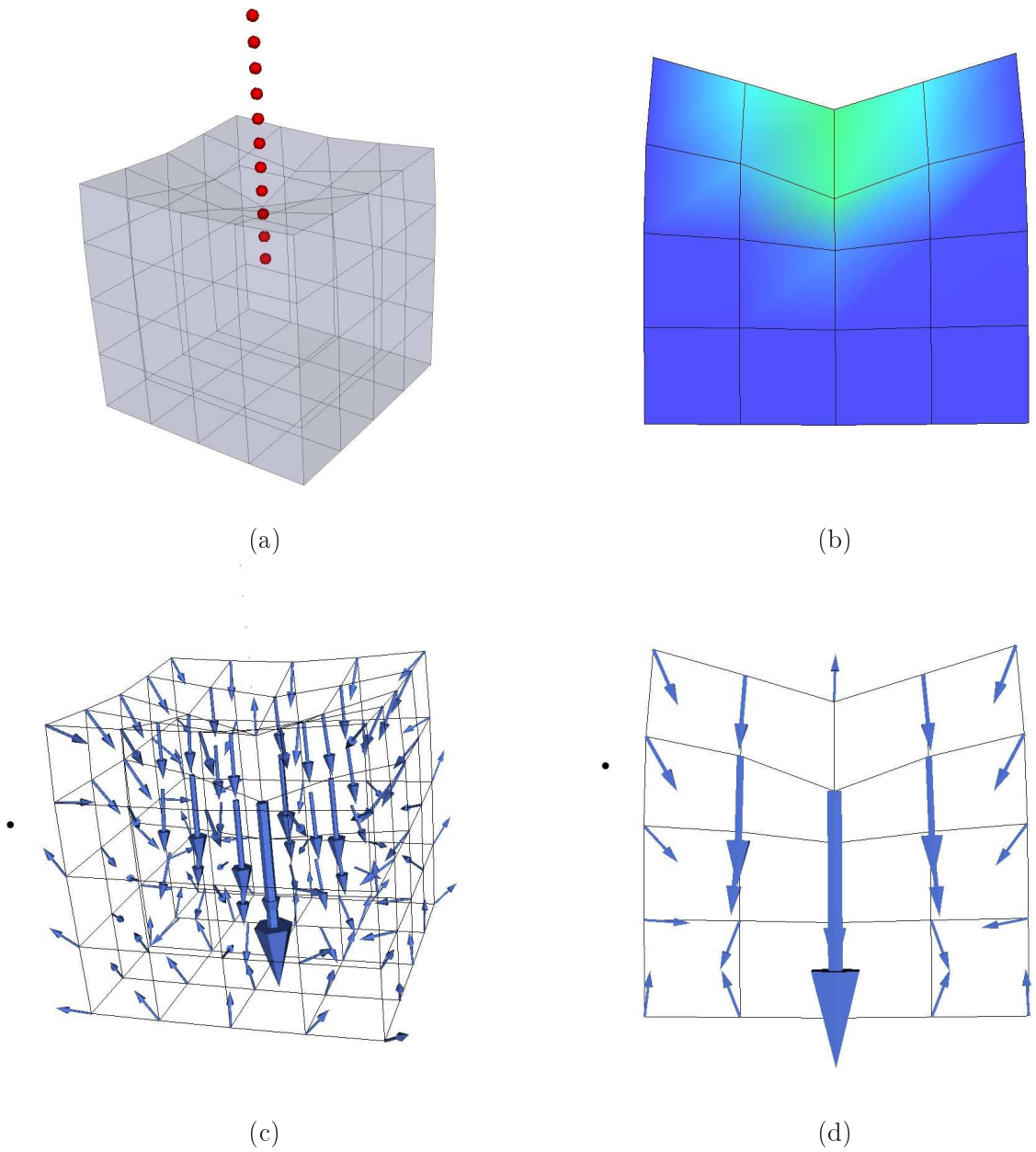


Fig. 4.16: *Simulation de l'insertion d'une aiguille dans un objet élastique : (a) vue globale par transparence, (b) déplacements dans le tissu (les déplacements les plus importants sont représentés en clair), (c) forces appliquées sur les particules du tissu, (d) détails de la somme des forces appliquées sur les particules du tissu pour une tranche du cube située au milieu de celui-ci.*

aiguilles rigides. Une méthode de modélisation d'aiguilles flexibles apporterait un meilleur réalisme dans le cadre de la curiethérapie ou la biopsie de la prostate. Nous avons également noté dans ce paragraphe la possibilité d'insérer plusieurs aiguilles dans un même objet, ce qui n'a pas été montré avec les autres méthodes existantes de modélisation des aiguilles.

Enfin, dans le paragraphe 4.3.4, nous avons décrit la simulation proprement dite de l'interaction entre aiguilles et tissus mous. C'est essentiellement dans cette partie que les propriétés spécifiques à notre méthode de modélisation ont été utilisées. Ainsi, afin de modéliser la géométrie de l'aiguille et son incidence sur les tissus, nous avons tout d'abord défini des *zones d'influence* pour chaque particule composant l'aiguille afin de calculer les paramètres de friction et de découpe nécessaires aux calculs des forces du même nom. Ces zones d'influence peuvent être modifiées en fonction de la géométrie de l'aiguille (son diamètre par exemple ou bien la géométrie de son extrémité). Notre méthode de modélisation permet de se passer du maillage et de définir des « zones d'influence dynamiques » permettant de calculer les forces appliquées sur l'aiguille. Dans un deuxième temps, nous avons abordé le calcul des forces de friction, de découpe et de ponction, et notamment la manière dont nous avons utilisé les paramètres liés aux particules du tissu situées dans les zones d'influence pour calculer l'intensité des forces. Enfin, dans un troisième temps, nous avons introduit l'utilisation de la notion d'attracteur définie au chapitre précédent afin de résoudre le comportement du tissu mou traversé par l'aiguille et de déterminer si les particules du tissu doivent suivre l'aiguille ou bien glisser par rapport à elle. Nous avons ainsi défini le concept d'un *attracteur virtuel* pour pouvoir calculer une force élastique exacte (mais virtuelle) sur chaque particule de l'aiguille et ainsi pouvoir déterminer l'état de celle-ci concernant la friction.

Dans notre modélisation, des améliorations peuvent être envisagées à plusieurs points de vue :

- d'un point de vue expérimental : les paramètres de friction, de découpe et de ponction n'ont pour l'instant aucune valeur physique justifiée par rapport aux véritables propriétés des tissus traversés. Des expériences pourraient donc être envisagées afin de déterminer ces valeurs en fonction du type d'aiguille utilisé, de la géométrie de l'aiguille, de sa vitesse par exemple.
- d'un point de vue modélisation : la simulation d'aiguilles flexibles permettrait de modéliser un comportement encore plus réaliste, afin de quantifier la courbure des aiguilles pour les deux gestes médicaux étudiés.
- d'un point de vue simulation : la gestion des collisions permettrait d'ajouter un retour haptique intéressant à notre moteur de simulation dans l'optique d'aider les médecins à appréhender les déformations et déplacements des structures anatomiques lors de l'insertion d'une aiguille, et notamment la rencontre d'une aiguille avec des os comme la symphyse pubienne par exemple.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la modélisation et à la simulation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous. Des travaux concernant ce sujet sont apparus depuis une dizaine d'années avec pour objectif de modéliser les interactions entre l'aiguille et les tissus mous traversés afin d'améliorer des procédures médicales, notamment du point de vue de la précision.

La modélisation des aiguilles et de leur insertion dans des tissus mous passe en premier lieu par la détermination et la quantification des paramètres entrant en jeu dans l'interaction. L'identification des différents paramètres est la première étape. Quelques paramètres ont été proposés dans la littérature, notamment en fonction du moment de l'insertion. Le travail de mesures expérimentales est une étape obligatoire avant de passer à celle de la modélisation proprement dite. Ce travail résumé dans de plus en plus d'articles est aussi un facteur limitant de la modélisation car les paramètres sont très dépendants de l'application médicale choisie pour effectuer les simulations. En particulier, le manque de données dans certains cas, notamment des données in vivo, n'a pas encore été résolu. Dans le travail réalisé au cours de cette thèse, nous ne nous sommes pas intéressés directement à cette partie de mesures expérimentales. Le séjour effectué à Vancouver au Canada dans l'équipe du Professeur Salcudean nous a permis d'utiliser des données existantes et de fabriquer de nouvelles données. Nous exposerons ces expériences dans le chapitre 6.

Concernant la partie modélisation proprement dite, quelques travaux ont été présentés, pour la plupart basés sur la méthode des éléments finis. Nous avons proposé dans ce chapitre une méthode de modélisation discrète avec l'utilisation d'un principe à mémoire de forme pour traduire l'élasticité des objets modélisés. Cette méthode permet de modéliser l'insertion d'une aiguille rigide dans un objet élastique et notamment les différentes interactions entre l'aiguille et les tissus élastiques environnants. Dans cette méthode, l'aiguille peut être insérée avec une orientation quelconque dans un tissu mou et les propriétés de notre méthode permettent notamment de ne pas avoir des problèmes de maillage, comme ceux existants dans d'autres méthodes de modélisation. Enfin, nous pouvons modéliser l'insertion de plusieurs aiguilles dans un même objet, ce qui va nous permettre de modéliser la curiethérapie telle qu'elle est réalisée dans le protocole du CHU de Grenoble. L'insertion d'aiguilles flexibles est en cours d'implémentation et nous permettra de compléter la méthode de modélisation existante.

Troisième partie

Expérimentations

Chapitre 5

Validation du modèle

Sommaire

5.1 Introduction 209
5.2 Comparaisons de méthodes de modélisation de tissus mous . . . 211
5.3 Comparaison entre deux modèles discrets 214
5.4 Problème de la poutre encastrée 221
5.5 Expérience avec un cylindre 226
5.6 Expérience avec un cube 235
5.7 Expérience avec les données du Truth Cube 237
5.8 Validation avec des données médicales 248
5.9 Conclusion 253

5.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons différentes expériences de validation de notre méthode de modélisation afin d'en vérifier ses performances, en particulier du point de vue des critères définis à la fin du chapitre 2.

Les motivations de ce chapitre concernent principalement les performances intrinsèques de notre méthode de modélisation avec les propriétés qui la caractérisent. L'objectif à long terme est de pouvoir obtenir des simulations de structures anatomiques spécifiques à chaque patient et ainsi prédire les déformations qui auront lieu lors de la réalisation du geste médico-chirurgical par le clinicien. Pour arriver à ce résultat, les paramètres rhéologiques propres au patient doivent être utilisés. Utiliser de telles valeurs requiert des méthodes de mesures

rhéologiques qui sont aujourd'hui encore à un stade expérimental d'une part car l'accès minimalement invasif aux tissus *in vivo* représente une barrière technologique non résolue (cas de dispositifs mesurant la relation entre force imposée et déplacement obtenu comme le TeMPeST [OKHD04] ou bien les mesures par aspiration [KVD*02, NMK*03]), et d'autre part car les moyens d'imagerie sont encore en pleine évolution et les résultats encore peu nombreux (cas des méthodes d'élastographie permettant d'obtenir des déplacements à l'intérieur d'un tissu à l'aide d'images échographiques [OAG*02]).

Dans les deux types de dispositifs permettant de récupérer des propriétés rhéologiques des tissus propres à chaque patient, une méthode inverse est de toutes les façons nécessaire afin de retrouver les valeurs des paramètres à incorporer dans les modèles, indépendamment de la méthode de modélisation utilisée. L'objectif de ce chapitre n'est pas de réaliser de telles manipulations, qui sont aujourd'hui un problème commun à tous les modèles proposés pour simuler des gestes médicaux.

Dans ce chapitre, notre démarche est de valider le comportement de notre méthode vis-à-vis d'une part de données de référence et d'autre part d'autres méthodes de modélisation de tissus mous fréquemment utilisées. La validation effectuée cherchera surtout à montrer si le comportement de notre méthode de modélisation est similaire à celui observé pour des données réelles ou simulées à l'aide d'autres méthodes. Deux types de références seront distinguées : des solutions analytiques dans un premier temps et des données réelles dans un second temps. Nous comparerons principalement notre méthode avec la méthode des éléments finis, très fréquemment utilisée pour modéliser les tissus mous et dont les fondements théoriques sont bien cernés.

Les premières expériences de ce chapitre concernent des validations de problèmes comportant des solutions analytiques, notamment afin de trouver des équivalences entre les différents paramètres des méthodes de modélisation comparées. Différents problèmes ont été abordés. Nous décrirons dans un premier temps une comparaison entre notre méthode et un système masses-ressorts sur un exemple simple afin d'étudier la stabilité de notre méthode notamment. Nous parlerons ensuite de l'expérience d'une poutre encastrée soumise à la gravité (partie 5.4), ce qui nous permettra notamment d'étudier le comportement du paramètre d'élasticité de notre méthode. Puis nous exposerons dans la partie 5.5 l'expérience d'un cylindre étiré ou compressé dans le sens de sa hauteur. Cette expérience fournit des comparaisons sur les formes obtenues des objets après déformations. Enfin, nous présenterons quelques expériences sur un cube (partie 5.6) afin d'étudier l'influence des paramètres de notre méthode de modélisation non testée dans les expériences précédentes.

Les expériences suivantes correspondent plus à une phase de validation proprement dite sous la forme de comparaisons avec des données réelles provenant de fantômes ou bien d'images médicales. Nous présenterons tout d'abord les comparaisons que nous avons effectuées entre différentes méthodes de modélisation à partir des données provenant de l'expérience du Truth Cube [KCO*03] (partie 5.7). Dans un second temps, nous nous intéresserons à des comparaisons avec des données médicales en relation avec la chirurgie maxillo-faciale (partie 5.8).

Avant de présenter les différentes expériences réalisées, un état de l'art sur les différents expériences déjà proposées dans la littérature est présenté dans le paragraphe 5.2.

5.2 Comparaisons de méthodes de modélisation de tissus mous

Dans cette partie, nous décrivons brièvement les différentes méthodes de comparaisons existantes pour analyser les performances d'une méthode de modélisation donnée. Dans le paragraphe 5.2.1, nous reviendrons sur les différents articles proposant une comparaison. Puis, nous présenterons les mesures existantes pour effectuer la comparaison des méthodes de modélisation dans le paragraphe 5.2.2.

5.2.1 Les différentes comparaisons proposées

Les comparaisons entre les différentes méthodes de modélisation des tissus mous existantes sont peu nombreuses. Alterovitz et al. [AG02] proposent de comparer différentes approches mais uniquement dans le cadre de la méthode des éléments finis. Dans la littérature des éléments finis, un certain nombre d'articles mesure l'erreur *a-posteriori* [ZT00, ATO97], c'est à dire l'erreur produite par une analyse par éléments finis particulière. Les articles utilisent comme métrique l'erreur relative sur la norme de l'énergie des modèles étudiés. Les mesures effectuées visent principalement à analyser l'impact du maillage ou bien des fonctions de forme sur les simulations et non la précision visuelle ou géométrique des déformations réalisées. Alterovitz et al. proposent d'autres métriques pour comparer les modèles et se focalisent plus particulièrement sur les résultats des simulations en terme de précision.

Parmi les tests proposés, nous pouvons citer l'exemple de la poutre encastrée utilisé par [AG02, PDA03] que nous reprendrons dans la partie 5.4. Les comparaisons avec des données réelles restent également très rares. Dans cette catégorie de comparaisons, des fantômes ou bien des données médicales peuvent être utilisés comme référence des déformations des tissus mous. Dans le premier cas, les déformations appliquées sur le fantôme sont suivies à l'aide d'un moyen d'imagerie et fournissent la référence pour les comparaisons entre les différentes méthodes. Nous pouvons tout particulièrement citer l'exemple du « Truth Cube » développé par Kerdok et al. [KCO*03], expérience dont nous utiliserons les données dans la partie 5.7 de ce chapitre.

Dans le cas des comparaisons avec des données médicales, le protocole pour valider les simulations réalisées est d'utiliser les données pré-opératoires et post-opératoires et ainsi d'avoir les déformations réelles. La comparaison des données post-opératoires réelles avec celles simulées à partir des données pré-opératoires est alors possible. Quelques exemples de validation des méthodes de modélisation avec des données médicales ont été proposées. Nous pouvons citer par exemple [CLP03] dans le cadre de la chirurgie maxillo-faciale.

Enfin, nous pouvons noter que la rareté des exemples de comparaisons entre des données simulées et des données réelles est à relier avec le peu d'expériences effectuées pour déterminer les propriétés physiques des tissus simulés. En effet, afin d'avoir des simulations réalistes des

objets physiques modélisés, les paramètres incorporés aux méthodes de modélisation doivent avoir un sens physique. Or les mesures des propriétés des tissus sont encore peu nombreuses dans la littérature, ce qui fait que peu de comparaisons ont été effectuées et celles qui existent concernent la plupart du temps différentes méthodes mais non des données réelles.

5.2.2 Mesures d'erreur

Afin de comparer les performances de différentes méthodes de modélisation entre elles ou bien avec des données réelles, des métriques d'erreur doivent être définies. Dans ce paragraphe, nous allons dans un premier temps répertorier les mesures existantes avant de présenter les mesures utilisées dans la suite de ce chapitre pour nos différentes expériences de validation. L'ensemble de ces mesures est effectué à la fin des simulations.

5.2.2.1 Les mesures d'erreur existantes

Dans son algorithme de recuit-simulé, [DKT95] utilise comme critère de qualité la déviation standard notée G entre les déplacements des n nœuds de référence $\mathbf{u}_i$ et les déplacements résultats de la simulation $\hat{\mathbf{u}}_i$.

$$G = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (\mathbf{u}_i - \hat{\mathbf{u}}_i)^2} \tag{5.1}$$

G est utilisée pour chaque carré (en 2D) du maillage masse-ressort dont il veut trouver les valeurs des paramètres.

[AG02] introduit trois différentes mesures d'erreur : erreurs sur l'énergie, la surface et l'intérieur de l'objet modélisé. La norme de l'énergie relative est classiquement utilisée dans la littérature portant sur la méthode des éléments finis, notamment dans le cadre d'étude sur la précision du maillage [ZT00]. En notant $\mathbf{u}$ le vecteur déplacement de chaque nœud de référence à l'instant t et $\hat{\mathbf{u}}$ le vecteur déplacement de chaque nœud dont la position est simulée, la norme de l'énergie $\mathbf{e}$ peut s'écrire :

$$\|\mathbf{e}\| = \sqrt{(\hat{\mathbf{u}} - \mathbf{u})^T (\hat{\mathbf{u}} - \mathbf{u})} \tag{5.2}$$

La norme de l'énergie du déplacement d'un nœud est donnée par :

$$\|\mathbf{u}\| = \sqrt{\mathbf{u}^T \mathbf{u}} \tag{5.3}$$

L'erreur relative sur la norme de l'énergie, notée η est ainsi définie par :

$$\eta = \frac{\|\mathbf{e}\|}{\|\mathbf{u}\|} \tag{5.4}$$

Cette erreur est assez simple à calculer mais n'est pas facile à visualiser d'un point de vue géométrique.

[AG02] introduit deux autres mesures d'erreur liées entre elles : l'erreur sur la surface et l'erreur intérieure. L'erreur sur la surface calcule l'erreur effectuée lors de la simulation en comparant la surface de l'objet référence et celle de l'objet simulation. Graphiquement, si on

a un objet M de référence et un objet M' simulé, alors l'erreur sur la surface est la différence d'aires entre les deux objets en 2D (la différence de volumes en 3D) (illustration sur la figure 5.1).

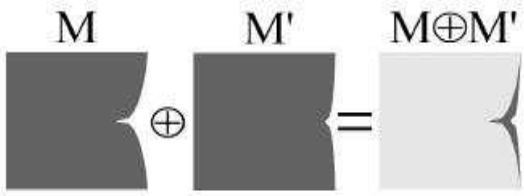


Fig. 5.1: *L'erreur sur la surface correspond à la différence d'aires entre les deux objets (l'opérateur logique utilisé pour calculer cette différence est l'opérateur xor).*

La mesure d'erreur intérieure permet de calculer l'erreur sur les déplacements de chaque point(nœud) qui compose l'objet considéré. Au contraire de l'erreur relative de la norme de l'énergie qui somme une erreur sur chaque degré de liberté indépendamment, l'erreur interne somme l'erreur sur le déplacement de chaque point globalement.

5.2.2.2 Mesures d'erreur choisies dans la suite de ce chapitre

Soient $\mathbf{p_0}$ la position initiale d'une particule (nœud) de l'objet considéré, $\mathbf{p}$ la position de ce même point après déformation dans l'objet de référence et $\hat{\mathbf{p}}$ la position dans l'objet simulé. Les positions sont illustrées sur la figure 5.2.

Dans la suite de chapitre, nous utiliserons les mesures suivantes, selon les comparaisons à effectuer :

- le déplacement des positions simulées : $\|\hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p_0}\|$.
- la distance entre la position simulée $\hat{\mathbf{p}}$ et la position réelle $\mathbf{p}$: $\|\mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}}\|$.
- le pourcentage du déplacement simulé par rapport au déplacement réel, ce qui correspond à : $100 \times \|\hat{\mathbf{p}} - \mathbf{p_0}\| / \|\mathbf{p} - \mathbf{p_0}\|$.

Nous avons ensuite choisi d'utiliser l'erreur relative sur la norme d'énergie comme critère d'erreur pour nos différentes comparaisons, notamment pour les comparaisons avec des données réelles et plusieurs méthodes de modélisation. Nous la noterons par la suite η et elle sera définie comme :

$$\eta = \frac{\|\mathbf{p} - \hat{\mathbf{p}}\|}{\|\mathbf{p} - \mathbf{p_0}\|} \tag{5.5}$$

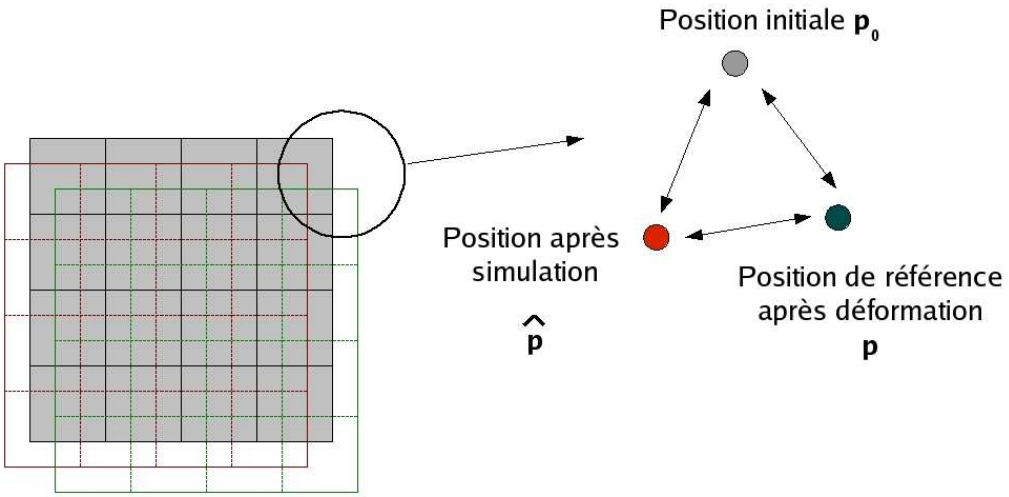


Fig. 5.2: *Mesure de distances.*

5.3 Comparaison entre un système masses-ressorts et un système avec mémoire de forme

Dans le chapitre 3, nous avons présenté les propriétés élastiques de notre méthode, propriétés basées sur un principe à mémoire de forme. Dans cette thèse, la preuve théorique de l'existence d'une solution convergente d'un tel système lorsqu'il est déformé puis relaxé n'a pas été étudiée. Afin d'étudier la convergence, nous avons donc choisi de comparer le comportement du système avec un autre système discret : un système masses-ressorts. Chaque relation de voisinage du système à mémoire de forme est remplacée par un ressort dans le système masses-ressorts.

5.3.1 Comparaison formelle

Dans ce paragraphe est décrit la méthode que nous allons employer pour étudier la convergence des deux systèmes qui ne diffèrent que par leur formulation de l'élasticité.

5.3.1.1 Critère de stabilité

Soit un système discret représenté par un vecteur d'état $\mathbf{X}^t$ à l'instant t. La fonction d'évolution globale du système est posée comme étant :

$$\mathbf{Y}^{t+dt} = f(\mathbf{Y}^t) \text{ avec } \mathbf{Y}^t = \begin{pmatrix} \mathbf{X}^t \\ \dot{\mathbf{X}}^t \end{pmatrix} \tag{5.6}$$

La stabilité d'un tel système peut être étudiée au voisinage de $\mathbf{Y}^t$ par sa matrice jacobienne définie par :

$$J^{(i,j)} = \frac{\partial f_i(\mathbf{Y}^t)}{\partial \mathbf{Y}_j} \tag{5.7}$$

L'élément (i, j) de la matrice jacobienne est la dérivée partielle de la $i^{ème}$ composante de la fonction d'évolution f par rapport à la $j^{ème}$ composante du vecteur d'état. L'étude de la matrice jacobienne nous renseigne sur la variation de la fonction d'évolulion en fonction de l'état du système. Dans le cas d'un système discret, le système est stable lorsque :

$$\begin{array}{ll} \forall i, & \text{si } \lambda_i \text{ est réelle alors } |\lambda_i| < 1, \\ & \text{si } \lambda_i \text{ est complexe alors } |\lambda_i| < 1 \text{ et } Re(\lambda_i) \neq 0 \end{array} \tag{5.8}$$

où λ_i est la $i^{ème}$ valeur propre de la matrice jacobienne et $Re(\lambda_i)$ sa partie réelle.

5.3.1.2 Fonction d'évolution

Nous étudions deux systèmes discrets (dans l'espace et dans le temps) à n particules. Soit $\mathbf{X}$ le vecteur de taille $3n$ contenant les positions des n particules, chacune possédant une masse m.

Deux forces sont modélisées dans notre étude :

- la force d'élasticité $\mathbf{F^e}$ dont la formulation est différente dans les deux systèmes étudiés.
- la force de viscosité du milieu $\mathbf{F^v}$ qui est identique pour les deux modèles : $\mathbf{F^v} = -k_v \dot{\mathbf{X}}^t$.

La loi fondamentale de la dynamique s'ecrit pour les deux systèmes :

$$m\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{F^e} + \mathbf{F^v} \tag{5.9}$$

En utilisant le schéma d'Euler explicite pour exprimer le nouvel état du système, nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \mathbf{X}^{t+dt} & = & \mathbf{X}^t + dt\dot{\mathbf{X}}^t \\ \dot{\mathbf{X}}^{t+dt} & = & \dot{\mathbf{X}}^t + dt(\frac{F^e(\mathbf{X}^t)+F^v(\dot{\mathbf{X}}^t)}{m}) \end{array} \right. \tag{5.10}$$

Dans le paragraphe suivant, nous allons expliciter la force d'élasticité pour les deux systèmes dans un cas particulier.

5.3.2 Exemple applicatif

L'exemple choisi est celui d'un tétrahèdre régulier $ABCD$ dont les côtés ont pour longueur l_0 et dont la base BCD est située dans le plan $z = 0$. Les particules B, C et D sont fixées et nous étudions la stabilité de la particule A autour de son point d'équilibre. La figure 5.3 illustre la configuration spatiale de notre exemple. Le repère est centré sur le centre de gravité de la base BCD du tétrahèdre et a son axe x le long de la hauteur du tétrahèdre passant par A.

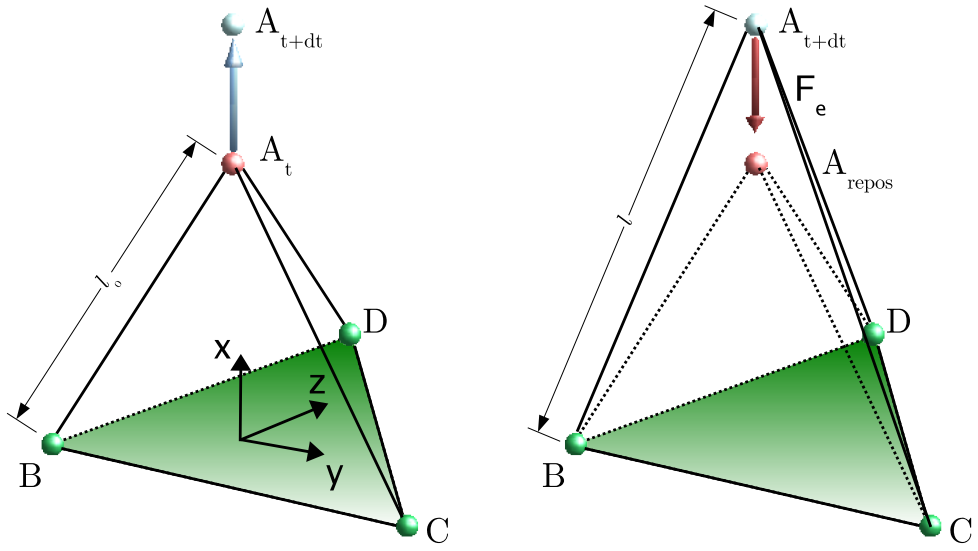


Fig. 5.3: *Exemple pour la comparaison entre notre méthode de modélisation et un système masses-ressorts. La base du tétrahèdre BCD est fixée et la particule A est déplacée à l'instant t. Nous recherchons l'expression de la force d'élasticité F_e à l'instant $t + dt$ permettant à la particule A de revenir à sa position de repos.*

5.3.2.1 Forces élastiques

La force élastique $\mathbf{F^e}$ possède une formulation différente dans les deux méthodes de modélisation étudiées. Les particules B, C et D étant fixées, nous nous intéressons à l'expression de la force sur la particule A.

- **Système masses-ressorts** : Trois ressorts rentrent en compte dans l'expression de la force élastique : celui entre A et B, celui entre A et C et celui entre A et D. Les ressorts entre B et C, C et D, et D et B ne sont pas modélisés (les particules sont fixes et les ressorts ne génèrent donc aucune force élastique). Les ressorts choisis sont des ressorts simples, linéaires, sans amortisseur. La force élastique en A a pour expression :

$$\mathbf{F^e} = k_1(1 - \frac{l_0}{\|\mathbf{AB}^{t+dt}\|})\mathbf{AB}^{t+dt} + k_1(1 - \frac{l_0}{\|\mathbf{AC}^{t+dt}\|})\mathbf{AC}^{t+dt} + k_1(1 - \frac{l_0}{\|\mathbf{AD}^{t+dt}\|})\mathbf{AD}^{t+dt} \tag{5.11}$$

avec $\mathbf{AB^{t+dt}}$ le vecteur $\overrightarrow{AB}$ à l'instant $t + dt$. k_1 est le coefficient de la force élastique pour le système masses-ressorts et l_0 la longueur de repos des ressorts.

- **Système à mémoire de forme** : Un unique ressort est présent entre la particule A et son attracteur A^*. Comme les voisins B, C et D de la particule sont fixes, la position de l'attracteur est celle de la particule A au repos. L'expression de la force élastique est donc :

$$\mathbf{F^e} = k_2(\mathbf{A}^* - \mathbf{A}^{t+dt}) \tag{5.12}$$

avec k_2 le coefficient de la force élastique dans le cadre du système à mémoire de forme.

5.3.2.2 Equivalence entre les coefficients d'élasticité

Afin de comparer les deux systèmes, nous avons besoin de trouver une relation entre les coefficients d'élasticité présents dans les équations de la force d'élasticité des deux types de modélisation. Nous nous plaçons dans le cas où la particule A est déplacée selon l'axe x, comme illustré sur la figure 5.3. Les forces d'élasticité des deux systèmes ont la même direction, comme représenté sur la figure 5.4, parallèles à l'axe x. Soit d le déplacement de la particule A entre

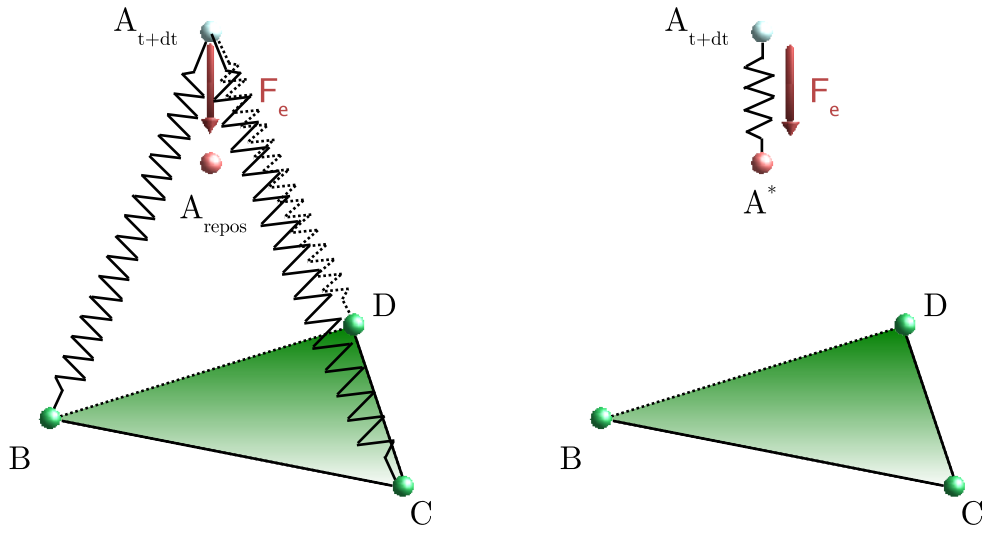


Fig. 5.4: *Comparaison entre le système masses-ressorts (à gauche) et le système à mémoire de forme (à droite). Dans le système masses-ressorts, il y a 3 ressorts selon les 3 arêtes du tétrahèdre dont l'une des extrémités est la particule A. Dans le système à mémoire de forme, la position de l'attracteur A^* ainsi que le ressort entre A et A^* doivent être calculés.*

l'instant t et $t + dt$. En nous plaçant dans le cadre des petites déformations (d petit), nous recherchons une relation de proportionalité entre les coefficients k_2 et k_1 : $k_2 = \alpha(d)k_1$. Pour trouver α en fonction de d, comparons les modules des deux forces d'élasticité :

$$\alpha(d)k_1 d = 3k_1 \frac{(l - l0)}{l}(d + \sqrt{\frac{2}{3}}l_0) \tag{5.13}$$

avec $l = \sqrt{l_0^2 + d^2 + 2\sqrt{\frac{2}{3}} l_0 d}$ la longueur des ressorts à l'instant $t + dt$. Nous obtenons comme équation pour d :

$$\alpha(d) = \frac{(l - l0)}{ld}(3d + \sqrt{6} l_0) \tag{5.14}$$

Nous pouvons alors étudier la limite $\alpha(d)$ lorsque $d \to 0$ (petits déplacements) :

$$\lim_{d \to 0} \alpha(d) = 2 \tag{5.15}$$

5.3.2.3 Matrice jacobienne

Nous pouvons maintenant expliciter la matrice jacobienne du système décrit précédemment. La matrice jacobienne J n'est ici explicitée que pour les lignes et les colonnes concernant la particule A.

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dt & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & dt & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & dt \\ \frac{dt}{m}\frac{\partial F_x^e}{\partial x} & \frac{dt}{m}\frac{\partial F_x^e}{\partial y} & \frac{dt}{m}\frac{\partial F_x^e}{\partial z} & 1 - \frac{dtk}{m} & 0 & 0 \\ \frac{dt}{m}\frac{\partial F_y^e}{\partial x} & \frac{dt}{m}\frac{\partial F_y^e}{\partial y} & \frac{dt}{m}\frac{\partial F_y^e}{\partial z} & 0 & 1 - \frac{dtk}{m} & 0 \\ \frac{dt}{m}\frac{\partial F_z^e}{\partial x} & \frac{dt}{m}\frac{\partial F_z^e}{\partial y} & \frac{dt}{m}\frac{\partial F_z^e}{\partial z} & 0 & 0 & 1 - \frac{dtk}{m} \end{bmatrix} \tag{5.16}$$

Nous obtenons alors pour le système masses-ressorts la matrice suivante :

$$J_{MR} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dt & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & dt & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & dt \\ -\frac{2kdt}{m} & -\frac{\sqrt{6}kdt}{3m} & -\frac{2\sqrt{2}kdt}{3m} & 1 - \frac{dtk}{m} & 0 & 0 \\ -\frac{\sqrt{6}kdt}{3m} & -\frac{kdt}{2m} & -\frac{\sqrt{3}kdt}{6m} & 0 & 1 - \frac{dtk}{m} & 0 \\ -\frac{2\sqrt{2}kdt}{3m} & -\frac{\sqrt{3}kdt}{6m} & -\frac{kdt}{2m} & 0 & 0 & 1 - \frac{dtk}{m} \end{bmatrix} \tag{5.17}$$

et pour le système à mémoire de forme :

$$J_{MF} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dt & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & dt & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & dt \\ -kdt/m & 0 & 0 & 1 - \frac{dtk}{m} & 0 & 0 \\ 0 & -kdt/m & 0 & 0 & 1 - \frac{dtk}{m} & 0 \\ 0 & 0 & -kdt/m & 0 & 0 & 1 - \frac{dtk}{m} \end{bmatrix} \tag{5.18}$$

Les valeurs propres des matrices jacobiennes sont alors :

- **pour le système masses-ressorts :** $\{1, 1 - \frac{k_v dt}{m}, 1 - \frac{k_v \pm \sqrt{9k_v^2 - 27mk + 3\sqrt{59}mk}}{2m} dt\}$
- **pour le système à mémoire de forme :** $\{1, 1 - \frac{k_v \pm \sqrt{k_v^2 - 4mk}}{2m} dt\}$

Nous pouvons alors rechercher les valeurs limites du pas de temps dt et de k telles que les valeurs propres respectent la convergence. Les valeurs trouvées sont résumées dans le tableau 5.1.

	Système masses-ressorts	Système à mémoire de forme
Valeurs limites du pas de temps	$\frac{2m}{k_v}$	$\frac{2m}{k_v}$
Valeurs limites de la constante k	$\frac{3k_v^2}{m(9+\sqrt{59})}$	$\frac{k_v^2}{4m}$

Tab. 5.1: *Tableau regroupant les valeurs limites des pas de temps et des coefficients de raideur des deux systèmes étudiés.*

Le système à mémoire de forme supporte des pas de temps deux fois supérieurs à ceux du système masses-ressorts (le même rapport existe pour un système en 2D). D'autre part, la constante de raideur a un seuil plus petit pour les systèmes masses-ressorts que pour les systèmes à mémoire de forme. Nous pouvons ainsi utiliser des valeurs d'élasticité plus élevées avec un système à mémoire de forme sans que celui-ci ne diverge.

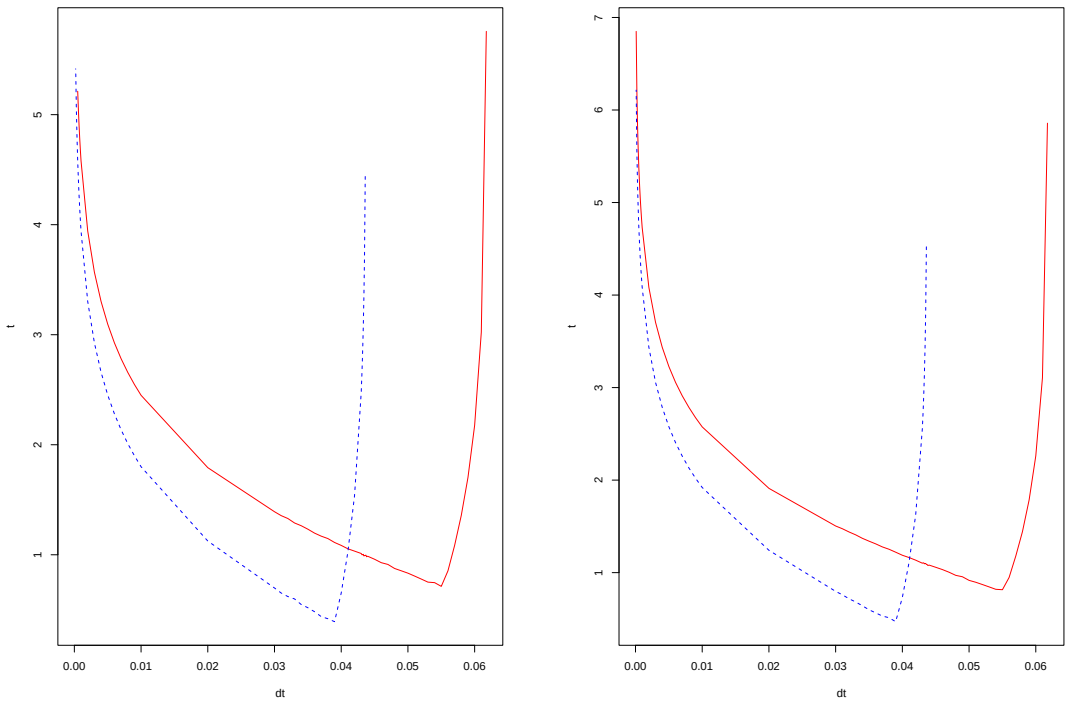
Nous pouvons également ici faire une remarque sur l'exemple choisi. Le fait de fixer les particules facilite beaucoup les calculs car nous n'avons pas à calculer la matrice jacobienne en entier. Il serait néanmoins intéressant d'étudier la stabilité du système à mémoire de forme sur un exemple où les particules sont complètement libres, notamment afin d'étudier plus en détail la formulation de la mémoire de forme.

5.3.3 Comparaison avec simulation

La comparaison formelle effectuée dans le paragraphe précédent reprend un exemple 3D simple où certaines particules sont fixées. Dans ce paragraphe, nous proposons d'effectuer les comparaisons directement sur des simulations sur un objet 3D à la géométrie un peu plus complexe qu'un tétrahèdre : un icosaèdre (12 particules). L'objet est déformé par rapport à sa position de repos et nous nous intéressons au retour à la forme de repos, en particulier au temps nécessaire pour que l'icosaèdre soit stable. Nous étudions les valeurs limites de pas de temps au-delà desquelles l'icosaèdre n'arrive pas à revenir à son état d'équilibre pour les deux méthodes. Pour les simulations, nous fixons un seuil temporel maximum au-delà duquel nous considérons que le système ne revient pas à son état d'équilibre. Nous prenons comme valeur pour les constantes de raideur du système masses-ressorts la moitié de celle de notre paramètre d'élasticité, en accord avec la relation trouvée précedemment.

Nous considérons deux types de perturbations sur le système : des petites perturbations correspondant à un déplacement de 5% de la longueur initiale d'une arête de l'icosaèdre pour chaque particule et des grandes perturbations correspondant à des déplacements 30 % de la longueur intiale d'une arête. Les directions des déplacements sont aléatoires selon les trois axes.

Les courbes représentant le temps avant stabilisation en fonction du pas de temps pour les deux types de perturbations sont données sur la figure 5.5. Nous considérons les deux systèmes à l'équilibre lorsque la vitesse de chaque particules est inférieure à $10^{-6}m$. L'ensemble des simulations présentées dans cette thèse est compilé avec gcc(GCC) 4.1.1-O2, un processeur Intel(R) Pentium(R) M à 2.26GHz, avec Linux 2.6.17.



(a) (b)

Fig. 5.5: *Simulation d'un icosaèdre déformé de sa configuration d'équilibre dans le cas (a) de faibles perturbations et dans le cas de (b) fortes perturbations. Les simulations réalisées à l'aide de notre méthode de modélisation sont représentées en rouge (trait pointillé) et celles à l'aide d'un système masses-ressorts en bleu (trait plein) : elles donnent pour chaque valeur de pas de temps, le temps nécessaire (en secondes) pour que l'icosaèdre revienne à sa forme au repos.*

Les courbes ont sensiblement la même allure pour les deux types de perturbations, le système masses-ressorts possédant des valeurs limites du pas de temps plus importantes. Pour les deux perturbations, notre méthode de modélisation a néanmoins besoin de moins de temps pour arriver à l'équilibre par rapport au système masses-ressorts. Les simulations sur un icosaèdre nous indiquent que le système masses-ressorts a des valeurs limites du pas de temps supérieures à celles de notre méthode. Cette différence peut en partie s'expliquer par le

choix des valeurs des constantes de raideur. Nous avons en effet choisi un rapport 2 entre les constantes des deux systèmes, en accord avec la valeur trouvée sur l'exemple du tétrahèdre. Comme nous l'avons déjà fait remarquer, cet exemple est très simple et il faudrait reproduire le même principe sur une géométrie plus complexe (comme un icosaèdre) pour confirmer cette relation.

5.3.4 Conclusion

Dans cette partie, nous avons étudié sur un exemple applicatif la stabilité de notre méthode en la comparant avec celle des masses-ressorts. Nous avons tout d'abord utilisé un exemple analytique pour trouver des valeurs limites pour le pas de temps avant d'effectuer des simulations avec un autre exemple. Les simulations nous indiquent que notre méthode converge plus vite vers sa position d'équilibre mais a des valeurs limites de pas de temps plus petites que celles des masses-ressorts. Ce premier exemple permet principalement d'étudier la stabilité de notre méthode par rapport à un autre modèle discret très utilisé et ainsi de vérifier les performances en terme de convergence de notre méthode.

5.4 Problème de la poutre encastrée

L'expérience présentée dans cette partie est celle d'une poutre fixée à l'une de ses extrémités et soumise à la gravité. La poutre est considérée comme un objet élastique uniforme. La figure 5.6 illustre la configuration du problème. Cette expérience a été précedemment réalisée par

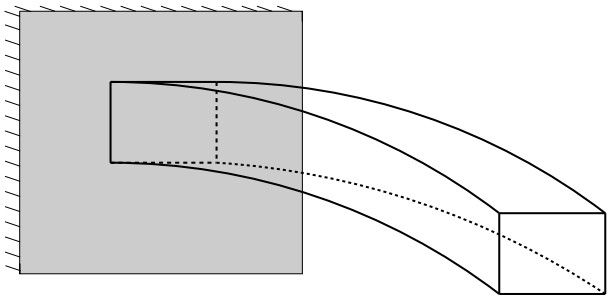


Fig. 5.6: *Problème de la poutre encastrée soumise à la gravité.*

[AG02, PDA03] pour des méthodes de modélisation basées sur la méthode des éléments finis. Le paragraphe 5.4.1 expose la solution analytique de l'expérience de la poutre encastrée. Puis, nous présenterons les simulations réalisées à l'aide de notre méthode de modélisation. Cette expérience a pour principal objectif d'observer le comportement du paramètre d'élasticité qui entre dans la formule de la force à mémoire de forme. Comme nous connaissons la position de la poutre après déformation, nous pouvons ajuster notre paramètre d'élasticité afin d'obtenir la même position. Nous exposons dans le paragraphe 5.4.2 les simulations effectuées.

5.4.1 Solution analytique du problème de la poutre encastrée

Dans ce paragraphe, la solution analytique de la mécanique des milieux continus du problème de la poutre encastrée est détaillée. La poutre étudiée ainsi que les notations employées sont représentées sur la figure 5.7. On note L sa longueur, h sa hauteur et l son épaisseur. Sa masse volumique est ρ et la gravité est notée g.

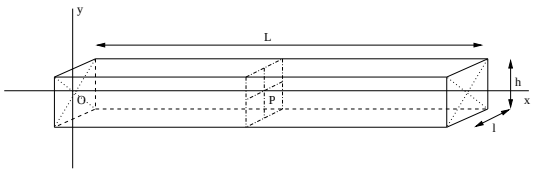


Fig. 5.7: *Paramètres de la poutre encastrée soumise à la gravité.*

Nous nous intéressons dans un premier temps à la résolution 1D du problème. Les positions des points dont nous trouverons la solution analytique seront donc au milieu de la poutre. Nous cherchons à déterminer la déformation verticale d'une poutre horizontale de section et de densité uniformes. En 1D, nous recherchons la trajectoire du point P(x,y) dans le repère (xOy) tel qu'il est indiqué sur la figure 5.8.

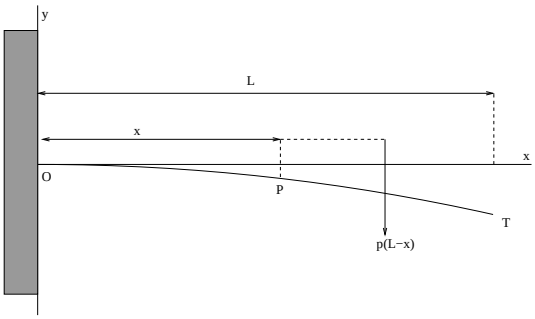


Fig. 5.8: *Problème de la poutre encastrée soumise à la gravité en 1D.*

Le fait que la poutre soit encastrée se traduit dans l'analyse de la situation par la disparition de la réaction du point d'appui et seule la force de densité de charge p apparaît. La répartion linéique de la charge (correspondant à la gravité dans notre problème) est égale à :

$$p = \frac{Poids}{Longueur} = \rho glh \tag{5.19}$$

La force à considérer au point P est la masse de la partie de poutre restant jusqu'à l'extrémité libre T de la poutre. Nous considérons qu'elle s'applique au centre de gravité du segment $[PT]$ de coordonnée $\frac{(L-x)}{2}$ et elle vaut $p(L-x)$ (elle est opposée à la direction de l'axe (Oy)).

L'ensemble des forces agissant sur le segment $[PT]$ équivaut à un couple de "fléchissement" dont le moment M, perpendiculaire au plan de coupe de la figure 5.8 est :

$$M = -\frac{1}{2}(L-x) \times (p(L-x)) = -\frac{1}{2}p(L^2 - 2xL + x^2) \tag{5.20}$$

D'après le principe fondamental de la dynamique, on a l'équation suivante :

$$M = EI\ddot{y} \tag{5.21}$$

où E est le module d'élasticité de la poutre et I son moment d'inertie, $I = \frac{lh^3}{12}$.
$\ddot{y}$ représente la dérivée seconde (ou accélération) de la position de P selon l'axe (Oy).

L'équation à résoudre est donc :

$$\ddot{y} = -\frac{\rho glh}{2EI}(L^2 - 2xL + x^2) \tag{5.22}$$

En intégrant une première fois (selon x), on obtient :

$$\dot{y} = -\frac{\rho glh}{2EI}(L^2x - x^2L + \frac{1}{3}x^3) + K_1 \tag{5.23}$$

avec K_1 constante, puis en intégrant une seconde fois :

$$y = -\frac{\rho glh}{2EI}(\frac{1}{2}L^2x^2 - \frac{1}{3}Lx^3 + \frac{1}{12}x^4) + K_1x + K_2 \tag{5.24}$$

où K_2 est une deuxième constante.
Pour déterminer les deux constantes K_1 et K_2, nous utilisons tout d'abord le fait qu'à l'origine O, la tangente à la courbe est horinzontale donc $\dot{y}(0) = 0$, ce qui donne $K_1 = 0$. Dans un second temps, nous utilisons le fait qu'à l'origine, on a également $y(0) = 0$, ce qui donne $K_2 = 0$. Nous obtenons donc finalement l'équation suivante :

$$y = \frac{\rho glh}{24EI}(4Lx^3 - 6L^2x^2 - x^4) \tag{5.25}$$

La flèche maximum est en $x = L$ et vaut $y_{max} = -\frac{\rho glhL^4}{8EI} = -\frac{3\rho gL^4}{2Eh^2}$.

5.4.2 Expériences davec notre méthode de modélisation

Dans ce paragraphe, nous présentons les simulations de l'expérience de la poutre réalisées avec notre méthode de modélisation (figure 5.11). L'objectif est d'étudier le comportement du paramètre d'élasticité de notre méthode, qui conditionne l'intensité de la force à mémoire de forme. Pour cela, nous utilisons la solution théorique de la poutre : pour plusieurs expériences avec un module d'Young différent, nous enregistrons les positions à différents endroits de la poutre. La courbe donnant le déplacement de la flèche de la poutre selon l'axe y en fonction du module d'Young est donnée sur la figure 5.10 pour les valeurs du module d'Young et des paramètres de la poutre indiquées dans le tableau 5.2. Nous avons également effectué les simulations avec notre méthode de modélisation pour différents paramètres d'élasticité et nous avons sauvegardé à chaque fois les déplacements de plusieurs particules. Nous avons

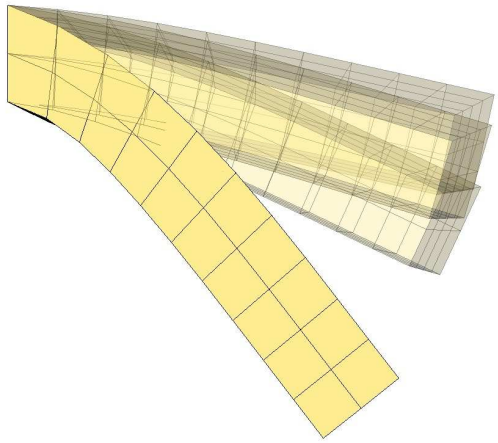


Fig. 5.9: *Simulations de la poutre encastrée à l'aide de notre méthode de modélisation.*

Longueur L	$10cm$
Largeur l	$4cm$
Hauteur h	$2cm$
Masse volumique ρ	$1000kg/m^3$
Module d'Young E	$50000 - 200000Pa$

Tab. 5.2: *Valeurs des paramètres utilisés pour l'expérience de la poutre encastrée.*

déterminé la valeur optimale du paramètre d'élasticité de notre méthode afin d'obtenir le même déplacement que la solution analytique pour la flèche de la poutre (ligne centrale de la poutre) pour un module d'Young donné. Pour cette mesure, nous ne nous sommes pas préoccupés des autres particules constituant la poutre. La figure 5.10 donne le déplacement de la particule située à l'extrémité de la poutre en fonction du paramètre d'élasticité de notre méthode. Nous observons que les deux courbes obtenues ont une allure similaire, montrant que notre paramètre d'élasticité est lié à la mesure d'élasticité contenue dans le module d'Young. Le nombre d'itérations par seconde est de 2210 pour un pas de temps de 0,01.

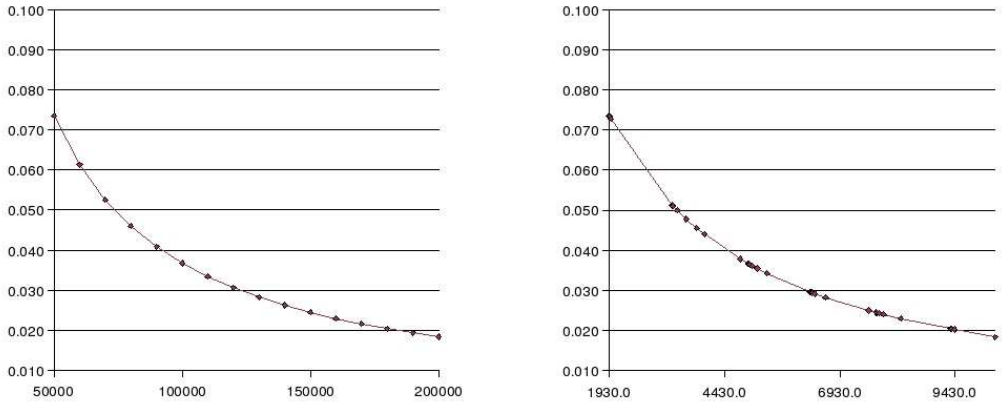


Fig. 5.10: *Déplacement de la flèche de la poutre en fonction du paramètre d'élasticité : sur la figure de gauche : solution analytique, le module d'Young varie entre 50 kPa et 200 kPa ; sur la figure de droite : valeurs avec notre méthode de modélisation, le paramètre d'élasticité variant entre 1930 et 9340.*

La figure 5.11 donne les positions des particules constituant la ligne centrale de la poutre après déformations pour la solution analytique et notre méthode de modélisation. Nous ne donnons la courbe que pour un module d'Young égal à 50 kPa, les courbes pour les autres valeurs du module d'Young étant similaires. Nous précisons également l'erreur induite par notre méthode par rapport à une solution analytique, sachant que nous avons « recalé » le paramètre d'élasticité de notre méthode sur la solution de la flèche de la poutre. Nous observons principalement que la courbure de la poutre obtenue avec notre méthode est relativement proche de celle de la solution analytique. Une procédure plus approfondie comme celle proposée par [BSSH04] permettant de recaler notre paramètre d'élasticité sur d'autres particules de la poutre que celle de l'extrémité est envisageable afin d'obtenir de meilleurs résultats. Une autre voie qu'il serait intéressant d'explorer est celle proposée par Baudet dans [Bau06] où il propose une approche analytique permettant de trouver une équivalence entre les valeurs de constantes de raideur pour un système masses-ressorts et le module d'Young et le coefficient de Poisson, dans le cadre de petites déformations. En nous plaçant sous cette hypothèse, nous pourrions envisager d'utiliser le même type d'approche.

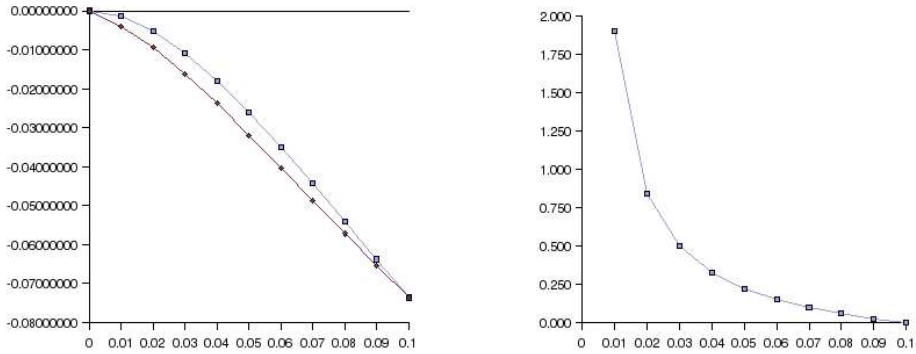


Fig. 5.11: *Position de la poutre après déformation pour un module d'Young égal à $50kPa$. Le paramètre d'élasticité utilisé dans notre méthode est celui qui permet d'obtenir la même flèche que la solution théorique. Sur la figure de gauche sont représentées les positions des particules du milieu de la poutre après déformation (en bleu avec des points carrés notre méthode de modélisation, en rouge la solution analytique), alors que la figure de droite indique l'erreur relative sur la norme d'energie de notre méthode par rapport à la solution analytique.*

5.4.3 Conclusion sur l'expérience de la poutre

L'expérience de la poutre encastrée possède une solution analytique que nous avons exploitée dans cette partie afin d'étudier le comportement du paramètre d'élasticité de notre méthode de modélisation. Avec un tel type d'expérience, nous pouvons utiliser le résultat connu pour étudier l'évolution du paramètre d'élasticité. Les résultats présentés montrent que notre paramètre d'élasticité est lié à la notion d'élasticité du module d'Young. De plus amples expériences sont néanmoins nécessaires afin d'obtenir une relation entre le module d'Young et notre paramètre d'élasticité, notamment en utilisant d'autres formes d'objet et d'autres conditions d'expériences.

5.5 Expérience avec un cylindre

Dans ce paragraphe, nous présentons des comparaisons entre une solution analytique et les simulations provenant de notre méthode de modélisation ainsi que de la méthode des éléments finis pour un cylindre. Nous reprenons le principe d'expérience proposé par Miller [Mil01, Mil05] pour tester le comportement de tissus mous sur un cylindre en compression et en extension. Dans le paragraphe 5.5.1, nous présentons les différentes caractéristiques des expériences avant de comparer les différentes méthodes de modélisation avec la solution analytique proposée par Miller tout d'abord pour l'extension d'un cylindre (paragraphe 5.5.2)

puis pour la compression (paragraphe 5.5.3). L'objectif des expériences présentées dans ce paragraphe est de comparer les formes des objets simulés en plus de la position moyenne des différentes particules par rapport à une solution analytique.

5.5.1 Description de l'expérience

5.5.1.1 Description des expériences de Miller

Contexte des expériences

L'intérêt pour la biomécanique des tissus mous s'est développé en même temps que celui pour les gestes médico-chirurgicaux assistés par ordinateur. La connaissance du comportement physique de tissus mous passe entre autres par des tests concernant les propriétés physiques des tissus constituant le corps humain. Les tissus mous sont habituellement testés à l'aide d'une méthode d'indentation en les compressant dans des conditions expérimentales très précises, souvent difficiles à réaliser. Dans ce contexte, Miller propose une alternative à ces tests d'indentation en choisissant d'effectuer les expériences sur des pièces de tissus cylindriques. Dans ses articles [Mil01, Mil05], il propose une relation permettant d'obtenir la déformation du cylindre en fonction de sa hauteur lorsque celui-ci est étiré ou compressé dans le sens de sa hauteur. Pour des déformations n'excédant pas 30%, il montre que la forme du cylindre déformé est indépendante de la loi de comportement du matériau choisi et propose une formulation de la courbure du cylindre en fonction de la hauteur de celui-ci après étirement ou compression.

Présentation des expériences

Un échantillon de tissus mous de forme cylindrique est utilisé pour les expériences. L'échantillon est placé entre deux plaques et est étiré ou bien compressé dans le sens de la longueur, comme représenté sur la figure 5.12. L'échantillon est collé à ses deux extrémités afin d'empêcher toute friction.

Miller propose une analyse théorique de cette situation. Pour cela, il considère un cylindre de rayon R et de hauteur $2H$ lorsqu'il est dans son état non déformé et de hauteur $2h$ lorsqu'il est déformé. Le rayon reste identique aux deux extrémités collées du cylindre et est modifié ailleurs. Le matériau utilisé est supposé incompressible, isotrope et soumis à des petites déformations (inférieures à 30%). Le cylindre est étiré dans la direction perpendiculaire aux plaques.

Miller propose tout d'abord une relation entre le changement de hauteur h/H en fonction de l'étirement λ_z. Il montre par la suite que cette relation est indépendante de l'énergie de déformation utilisée. Il choisit deux lois de comportement : un matériau néo-hookéen et un matériau hyperélastique avec une loi de Mooney. Nous détaillons les relations trouvées pour l'extension et pour la compression du cylindre respectivement dans les paragraphes 5.5.2 et 5.5.3.

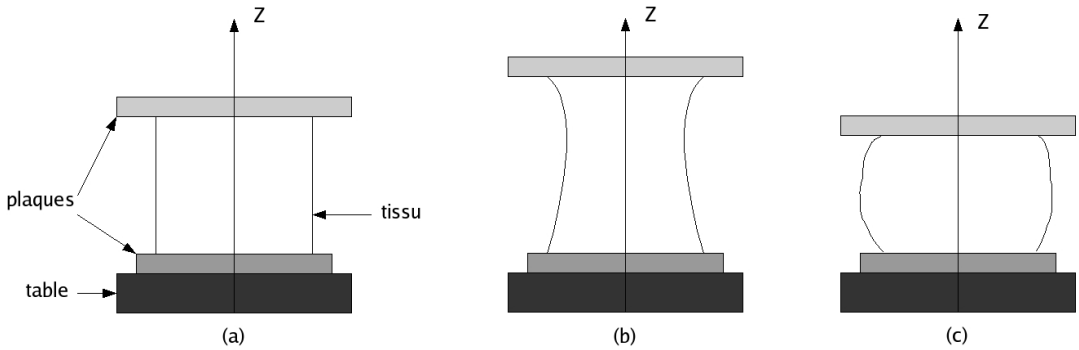


Fig. 5.12: *Expériences de Miller [Mil01, Mil05] : (a) un échantillon de tissus mous de forme cylindrique est placé entre deux plaques et est étiré (b) ou bien compressé (c). La courbure du cylindre déformé est recherchée.*

5.5.1.2 Principe et description de nos expériences

Nous avons choisi cette expérience sur un cylindre car elle nous permet d'une part de comparer les performances de notre méthode de modélisation sur un objet aux formes non cubiques et d'autre part de comparer les *formes et contours* des objets simulés avec une solution analytique.

Nous comparons la solution analytique de la courbure du cylindre donnée par Miller [Mil01, Mil05] avec les simulations effectuées à l'aide de notre méthode de modélisation et celle effectuée à l'aide de la méthode des éléments finis avec le logiciel Ansys (ANSYS 8.0 software, Ansys Inc., Cannonsburg, PA).

Un cylindre de hauteur H = 0,28 m et de rayon R = 0,05m est maillé régulièrement à l'aide d'hexaèdres pour sa partie extérieure et de prismes à base triangulaire pour sa partie intérieure, comme détaillé sur la figure 5.13. Le voisinage de notre méthode de modélisation est celui défini par les élements, ceci afin de comparer les performances avec le même maillage que la méthode des éléments finis. Un module d'Young de $15kPa$ est choisi ainsi qu'un coefficient de Poisson de 0.4999 afin d'avoir un matériau incompressible, comme supposé dans la solution analytique proposée par Miller. Un maillage tétraédrique régulier ne peut pas être utilisé avec le logiciel Ansys dans le cas de l'utilisation de lois de comportement hyperélastiques et de matériaux incompressibles car il ne permet pas à l'algorithme de résolution de converger. Le cylindre comporte en tout 275 particules/nœuds et 240 éléments. Pour les simulations réalisées à l'aide de notre méthode de modélisation, le nombre d'itérations par seconde pour un pas de temps de 0,01 est 1230.

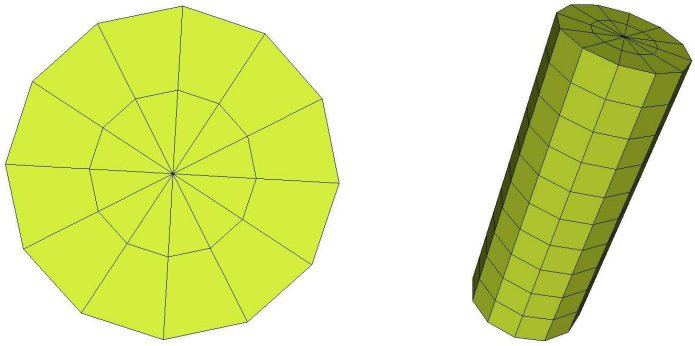


Fig. 5.13: *Maillage du cylindre utilisé pour les simulations à l'aide de la méthode des éléments finis et de notre méthode.*

5.5.2 Expérience en extension

5.5.2.1 Solution Analytique

Miller propose des relations entre la hauteur du cylindre et sa courbure pour deux types de matériaux. Il donne tout d'abord une relation entre le changement de hauteur h/H et l'étirement λ_z. La valeur de λ_z peut être déduite de cette équation pour une hauteur finale donnée. Une formulation de la fonction f donnant la courbure du cylindre (ou la valeur du rayon du cylindre) pour une hauteur Z donnée est également proposée et la valeur de λ_z y est introduite pour obtenir la formulation de f pour une hauteur finale donnée.

Matériau néo-hookéen :
Pour un matériau néo-hookéen, la relation entre la modification de hauteur h/H et l'étirement λ_z est la suivante :

$$\frac{h}{H} = \frac{\sqrt{1-\lambda_z^{-1}}}{\lambda_z^{-1}\,\mathrm{asech}(\lambda_z^{-1/2})} \tag{5.26}$$

Les différentes hauteurs finales $2h$ des expériences sont connues : nous trouvons à chaque fois une valeur pour λ_z pour un ratio h/H donné. Nous pouvons utiliser cette valeur afin de trouver la fonction f en fonction de la hauteur Z :

$$f(Z) = \lambda_z^{-1/2}\cosh\left(\frac{\mathrm{asech}(\lambda_z^{-1/2})}{H}Z\right) \tag{5.27}$$

Matériau hyperélastique : loi de comportement de Mooney :
De même pour un matériau hyperélastique, nous avons la relation suivante entre h/H et λ_z :

$$\frac{h}{H} = \frac{\mathrm{acos}(\lambda_z^{-1/2})}{\lambda_z^{-1/2}\sqrt{1-\lambda_z^{-1}}} \tag{5.28}$$

et pour la fonction $f(Z)$:

$$f(Z) = \lambda_z^{-1/2} \left[1 + \left(\frac{\sqrt{1-\lambda_z^{-1}} Z}{H \lambda_z^{-1/2}} \right)^2 \right]^{1/2} \tag{5.29}$$

5.5.2.2 Comparaisons des différentes méthodes de modélisation

Nous avons choisi de comparer la solution analytique avec notre méthode de modélisation et la méthode des éléments finis pour trois ratios d'extension h/H : 1,1 , 1,2 et 1,3. La figure 5.14 représente les courbes du changement de largeur du cylindre en fonction de la hauteur normalisée après déformation pour les trois solutions à comparer. Les courbes sont très similaires et l'erreur réalisée par la méthode des éléments finis ou bien notre méthode de modélisation est petite. Nous représentons sur la figure 5.15 l'erreur en valeur absolue de Ansys et de notre méthode par rapport à la solution analytique. Les erreurs évoluent similairement pour les trois ratios de hauteur ainsi que pour les deux méthodes comparées.

5.5.3 Expérience en compression

Nous effectuons le même type d'expériences pour le cylindre en compression. La solution analytique est donnée dans le prochain paragraphe, sur le même principe que pour le cylindre en extension.

5.5.3.1 Solution Analytique

Les solutions analytiques proposées par Miller [Mil05] sont données ci-dessous.

Matériau néo-hookéen :

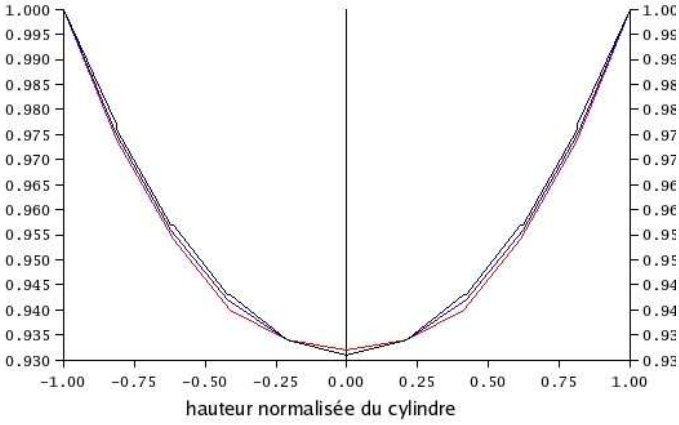
$$\frac{h}{H} = \frac{\sqrt{-1+\lambda_z^2}}{\lambda_z^2 \operatorname{asec}(\lambda_z)} \tag{5.30}$$

$$f(Z) = \lambda_z \cos\left(\frac{\operatorname{asec}(\lambda_z)}{H} Z \right) \tag{5.31}$$

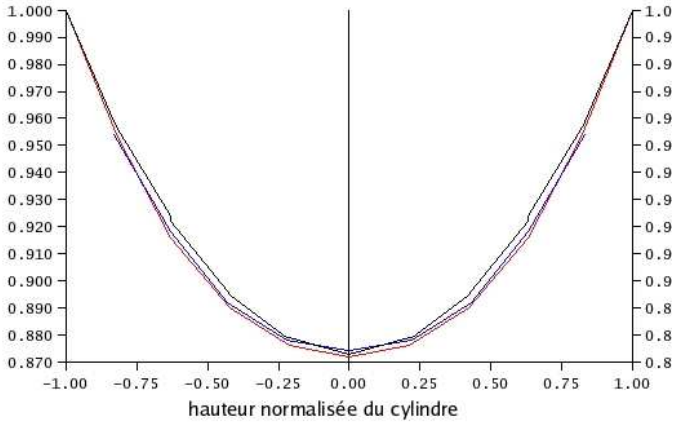
Matériau hyperélastique : loi de comportement de Mooney :

$$\frac{h}{H} = \frac{\operatorname{acosh}(\lambda_z)}{\lambda_z \sqrt{-1+\lambda_z^2}} \tag{5.32}$$

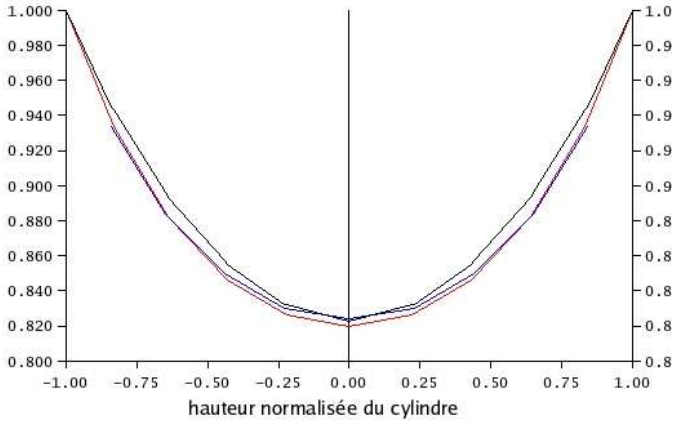
$$f(Z) = \lambda_z \sqrt{1 - \frac{(-1+\lambda_z^2) Z^2}{H^2 \lambda_z^2}} \tag{5.33}$$



(a)



(b)



(c)

Fig. 5.14: *Résultats des simulations du cylindre : les courbes donnent le changement de largeur du cylindre en fonction de la hauteur normalisée après déformation. La solution théorique (loi néo-hookéenne) est représentée en noire, Ansys en bleu et notre méthode en rouge pour trois ratios d'extension différents : (a) 1,1 ; (b) 1,2 ; (c) 1,3.*

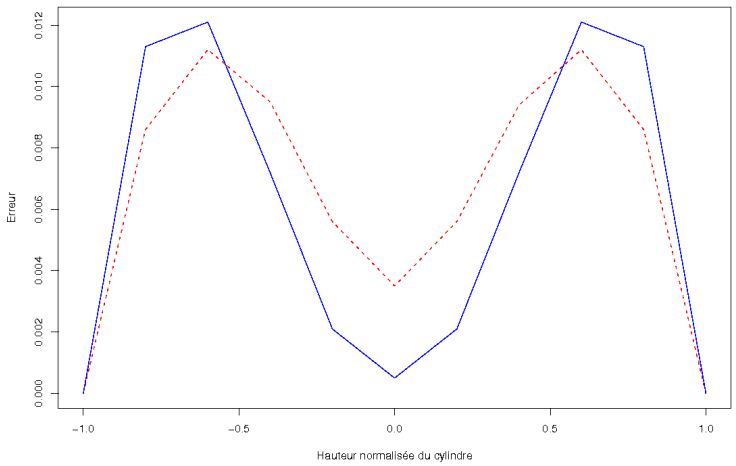
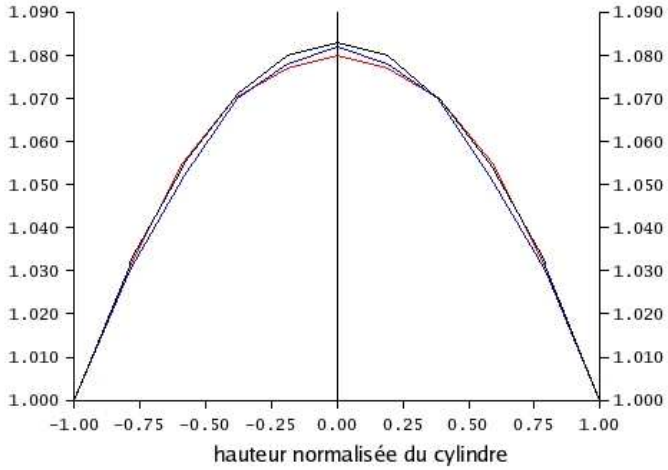


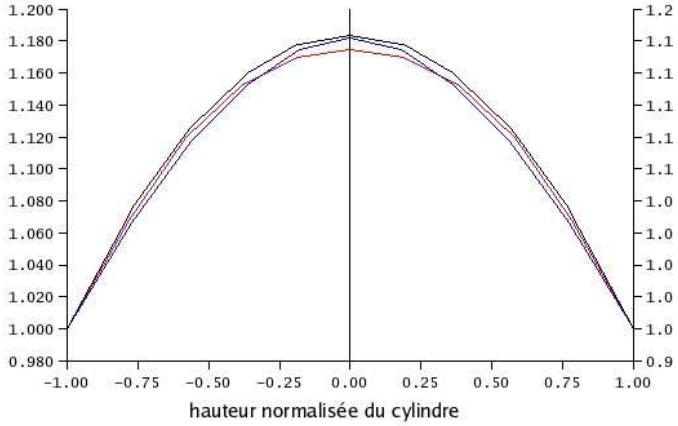
Fig. 5.15: *Erreur en valeur absolue sur la largeur du cylindre par rapport à la fonction théorique en fonction de la hauteur normalisée du cylindre pour l'extension avec un ratio égal à 1,3. Notre méthode de modélisation est représentée en pointillé en rouge, Ansys en bleu.*

5.5.3.2 Comparaison des différentes méthodes de modélisation

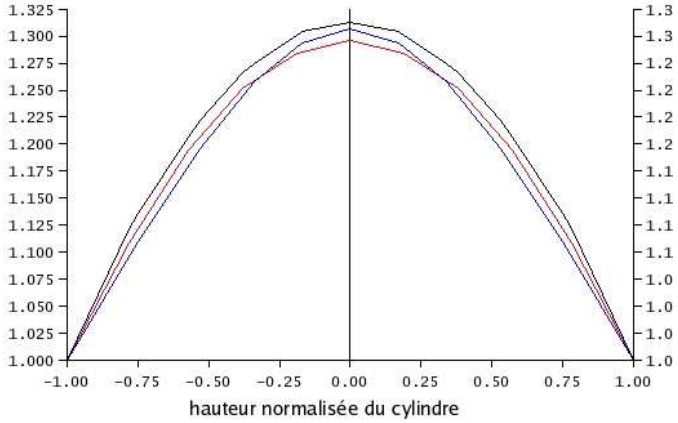
Concernant l'expérience du cylindre en compression, nous avons choisi trois ratios h/H également : 0,9 , 0,8 et 0,7. La figure 5.16 représente les courbes du changement de largeur du cylindre en fonction de la hauteur normalisée après compression du cylindre pour les trois solutions à comparer. Les courbes sont également très similaires et l'erreur réalisée par la méthode des éléments finis ou bien notre méthode de modélisation est très petite. Nous représentons sur la figure 5.17 l'erreur en valeur absolue de Ansys et de notre méthode par rapport à la solution analytique. Les erreurs ont une courbe similaire pour les trois ratios de hauteur. Nous observons que l'erreur du point de vue de la forme du cylindre est plus importante pour Ansys vers les extrémités du cylindre alors que notre méthode a une erreur presque constante quelle que soit la hauteur.



(a)



(b)



(c)

Fig. 5.16: *Résultats des simulations du cylindre en compression : les courbes donnent le changement de largeur du cylindre en fonction de la hauteur normalisée après déformation. La solution théorique est représentée en noire, Ansys en bleu et notre méthode en rouge pour trois ratios de compression différents : (a) 0,9 ; (b) 0,8 ; (c) 0,7.*

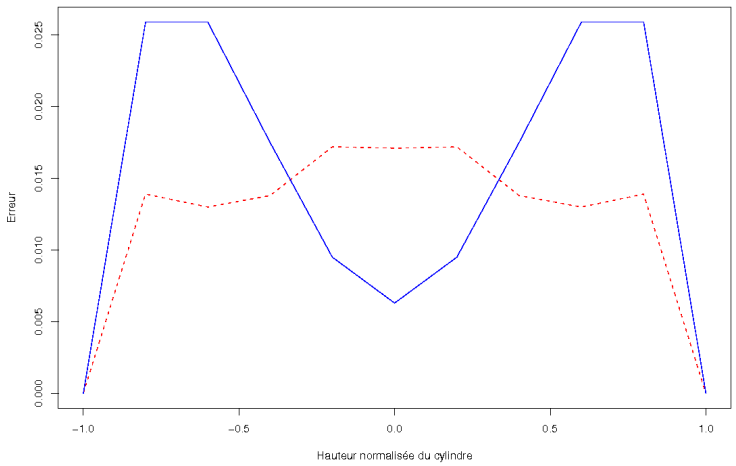


Fig. 5.17: *Erreur en valeur absolue sur la largeur du cylindre par rapport à la fonction théorique en fonction de la hauteur normalisée du cylindre pour la compression avec un ratio égal à 0,7. Notre méthode de modélisation est représentée en pointillé en rouge, Ansys en bleu.*

5.5.4 Conclusion sur l'expérience avec le cylindre

Dans cette partie, nous avons comparé notre méthode de modélisation avec la solution analytique proposée par [Mil01] sur une expérience d'un cylindre en compression ou en extension dans le sens de la hauteur. Pour différents taux de compression et d'extension, nous avons observé que notre méthode de modélisation, de même que la méthode des éléments finis ont des résultats assez proches de la courbe théorique concernant la forme du cylindre après déformation. Cette expérience du cylindre nous a surtout permis de vérifier que nous obtenons des objets déformés aux formes et contours similaires à ceux d'une part de la solution analytique et d'autre part de la méthode des éléments finis.

5.6 Expérience avec un cube

Dans cette partie, nous décrivons des simulations réalisées sur un cube maillé régulièrement avec des hexahèdres et soumis à un déplacement imposé sur sa face supérieure tandis que sa face inférieure est fixée. Les simulations présentées dans cette partie complètent les précédentes simulations afin d'étudier les derniers paramètres de notre méthode de modélisation. Nous étudierons ainsi l'influence de la définition du voisinage de chaque particule sur les résultats d'une simulation, l'influence du nombre de particules (paragraphe 5.6.2) ainsi que l'influence de la valeur du pas de temps (paragraphe 5.6.3).

5.6.1 Description des simulations

Les simulations sont réalisées sur un cube divisé en 64 hexahèdres réguliers. Le voisinage de chaque particule est défini à l'aide de ces hexahèdres, toutes les arêtes des hexahèdres correspondant à une relation de voisinage. Le cube est déformé en appliquant une compression de 10% sur les particules situées sur la face supérieure tandis que les particules situées sur la face inférieure sont fixées au cours de la simulation, comme illustré sur la figure 5.18. Les arêtes du cube mesurent 0,1 m. Pour l'ensemble des simulations sur le cube, le nombre d'itérations par seconde pour un pas de temps de 0,01 est 2844.

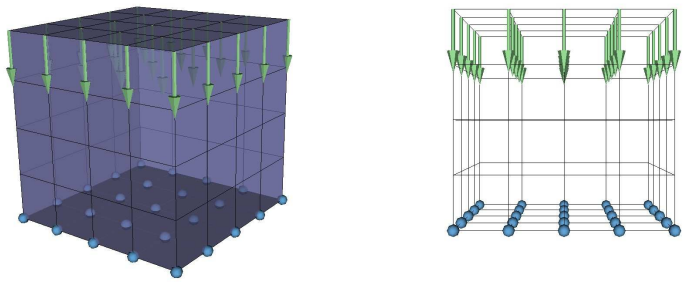


Fig. 5.18: *Simulations sur un cube soumis à une compression sur sa partie supérieure tandis que sa partie inférieure est fixée.*

5.6.2 Influence du nombre et du voisinage de chaque particule

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à l'influence du maillage ainsi qu'à celle de la définition du voisinage de chaque particule sur le résultat des simulations. Pour cela, nous allons dans un premier temps observer les conséquences de l'ajout de particules au cube. Dans un second temps, nous nous intéresserons, pour un nombre de particules donné, à la définition du voisinage entre les particules en comparant les résultats pour différentes relations.

5.6.2.1 Influence de nombre de particules

Nous avons étudié l'influence du nombre de particules en ajoutant des particules supplémentaires sur chaque arête du cube. Nous obtenons 729 particules au lieu de 125. Nous avons effectué des simulations en utilisant le même pas de temps et les mêmes paramètres pour les deux cubes, notamment le même paramètre d'élasticité. Nous avons mesuré l'erreur relative sur la norme d'énergie pour les deux cubes, en prenant comme référence le cube avec 125 particules. Nous obtenons une erreur moyenne de $2,18.10^{-2}$ avec un maximum à $9,92.10^{-2}$. La même erreur est obtenue en doublant le pas de temps. Nous pouvons en conclure que, sur cet exemple, l'ajout de particules n'influe pas sur le résultat. Cet exemple a néanmoins une géométrie très simple et notammment un maillage régulier, facilitant le calcul de l'attracteur (qui est au barycentre des particules voisines).

5.6.2.2 Influence de la définition du voisinage des particules

Afin de définir la propriété d'élasticité d'un objet donné, chaque particule appartenant à cet objet possède un attracteur dont la définition est définie à l'aide des particules voisines. Le nombre de particules voisines n'est pas fixe mais un nombre minimal de particules voisines de 3 est requis pour le calcul de la position de l'attracteur (au moins un triplet de voisins est nécessaire). Nous testons ici de quelle manière la définition du voisinage influe sur le résultat des simulations pour un objet donné.

Nous définissons deux types de voisinage :

- le voisinage de von Neumann : les particules voisines sont choisies si elles sont situées à une distance euclidienne inférieure à une valeur donnée. Ce sont les particules situées dans une sphère centrée sur la particule considérée et de rayon donné. Ce voisinage correspond à celui défini par des hexahèdres dans un cube régulier.
- le voisinage de Moore : les particules voisines sont celles dont la différence entre les coordonnées selon un des trois axes et celle de la particule considérée est inférieure à une certaine valeur. Nous avons choisi d'ajouter aux particules du voisinage de von Neumann les particules situées sur les diagonales des hexaèdres.

De même que pour l'étude de l'influence du nombre de particules, nous observons aucune différence significative entre ces deux définitions de voisinage. (L'erreur relative sur la norme d'énergie est inférieure à 10^{-3}. La définition du voisinage n'a donc pas d'influence, du moins sur cet exemple du cube. Nous avons également appliqué un déplacement imposé asymétrique sur le cube (déplacement d'un des sommets) et nous observons une erreur du même ordre que pour la compression de 10%.

5.6.3 Influence du pas de temps

Dans cette partie consacrée à des expériences sur un cube régulier, nous avons également voulu vérifier l'influence du pas de temps sur les résultats des simulations. Nous avons pris comme référence un pas de temps égal à 0,01 que nous avons ensuite fait varier. Pour un

pas de temps égal à 0,02, nous observons une erreur relative sur la norme d'énergie égale à $1,23.10^{-4}$. Pour un pas de temps égal à 0,001 (10 fois plus faible), nous obtenons une erreur de $6,31.10^{-4}$ et pour un pas de temps de 0,0001 (100 fois plus faible), nous obtenons une erreur de $6,66.10^{-3}$. Nous observons donc sur cet exemple que le pas de temps a peu d'influence sur les résultats des simulations.

5.6.4 Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté une expérience sur un cube régulier avec d'étudier sur un exemple l'influence du nombre de particules, de la définition du voisinage et de la valeur du pas de temps sur les résultats des simulations. Sur cet exemple à la géométrie relativement simple, nous n'observons pas de différence significative en faisant varier ces différents paramètres.

Les expériences présentées dans la suite de ce chapitre sont des expériences où les références sont des données réelles. Nous étudierons également les influences des paramètres présentées dans cette partie sur les résultats des simulations. Dans un premier temps, nous présentons une expérience avec un fantôme puis, une expérience avec des données médicales.

5.7 Expérience avec les données du Truth Cube

5.7.1 Expérience "Truth Cube"

L'expérience du "Truth Cube" a été proposée en 2003 par Kerdok et al. [KCO*03]. Elle vise à donner des moyens de validation des modèles de tissus mous en comparant les résultats d'expériences menées sur un cube avec des simulations réalisées avec différentes méthodes de modélisation.

5.7.1.1 Description du Truth Cube

Les expériences menées par Kerdok et al. ont été réalisées sur un cube en silicone dont les propriétés rhéologiques sont proches de celles des tissus mous [Ott01]. Le matériau utilisé pour construire le cube a un comportement linéaire jusqu'à 30% de déformations en théorie. Pour permettre le suivi des déformations appliquées sur le cube, Kerdok et al. ont inséré à intervalles réguliers des petites billes en Teflon.

Les côtés du cube construit font 10 cm et les billes ont été placées à l'intérieur du cube avec 1cm d'écart entre chaque bille, comme décrit sur la figure 5.19. Le nombre total de billes est donc de 343 et le diamètre de chacune est de 1,58 mm. Le cube a été réalisé par ajout de couches successives de 1 cm pour permettre l'insertion des billes. Nous verrons dans la discussion de ce paragraphe que cette construction est une source d'erreur pour les différentes mesures effectuées sur le cube.

Différents tests ont été réalisés après la construction du cube afin de déterminer les propriétés rhéologiques réelles du cube. Les résultats indiquent un module d'Young de 15 kPa et un coefficient de Poisson proche de 0,5.

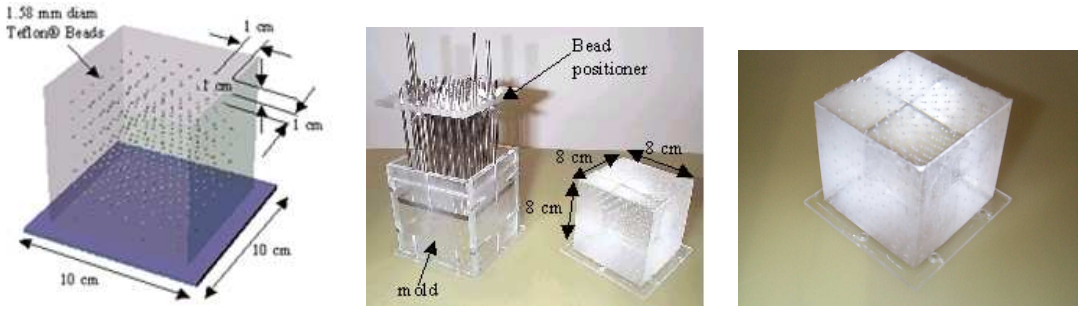
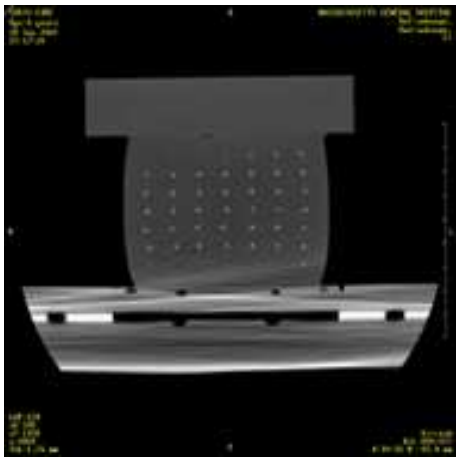


Fig. 5.19: *Expérience du Truth Cube : des billets en Téflon ont été insérées dans le cube afin de mesurer les déformations du cube [KCO*03]. Les côtés du cube mesurent 8 cm et les billes sont positionnées tous les centimètres.*

Kerdok et al. ont réalisé des images scanner des différentes expériences sur le cube afin de suivre les déformations subies par le cube. Les coupes ont une épaisseur de 1,25 mm. Deux types d'expériences ont été menés : le premier type d'expériences consiste en une compression du cube du haut vers le bas (la figure 5.20.a représente une image scanner de l'expérience), le deuxième type d'expériences à une indentation à l'aide d'une sphère sur la partie supérieure du cube (le principe est représenté sur la figure 5.20.b). Nous nous intéressons principalement au premier type d'expérience. Le cube est disposé entre deux plaques : le cube est fixé sur sa partie inférieure et une plaque appuie sur sa face supérieure pour le compresser.

Pour chaque type d'expérience, différents déplacements ont été testés. A chaque fois, des images scanner des résultats ont été prises afin de connaître la position finale des billes. Ainsi, pour la compression du cube, trois déplacements correspondant à 5%, 12.5% et 18.25% de la taille du cube ont été réalisés. Une segmentation des billes sur les images scanner avant et après compression a été effectuée. Les données issues de cette segmentation sont disponibles sur Internet [1] et permettent ainsi d'avoir les déplacements réels des billes pour les différentes expériences.

[1] http ://www.truthcube.org



(a)
Image scanner de l'expérience de compression du cube

(b)
Principe de l'expérience d'indentation sur le cube à l'aide d'une sphère

Fig. 5.20: *Expériences réalisées sur le Truth Cube [KCO*03].*

5.7.1.2 Principe de validation à l'aide des expériences autour du Truth Cube

Le principe de validation des méthodes de modélisation à l'aide de l'expérience du Truth Cube est le suivant :

1. Mesures des déplacements des billes sur le Truth Cube.
2. Simulations avec les différentes méthodes de modélisation du cube avec les mêmes chargements avec comme données de départ les données réelles avant déformation (les billes ne sont pas exactement disposées régulièrement).
3. Comparaisons des données réelles après déformations et des données simulées.

Dans la suite de cette partie, nous présentons les simulations que nous avons réalisées, d'une part avec la méthode des éléments finis (paragraphe 5.7.2) et d'autre part avec notre méthode de modélisation (paragraphe 5.7.3). Nous effectuons ensuite une comparaison des résultats obtenus (paragraphe 5.7.5).

5.7.2 Simulations à l'aide de la méthode des éléments finis

Dans ce paragraphe, nous décrivons les simulations réalisées à l'aide des données du Truth Cube avec la méthode des éléments finis. Dans un premier temps, nous revenons sur les choix d'implémentation avant d'effectuer des comparaisons des résultats obtenus avec différentes hypothèses de modélisation.

5.7.2.1 Paramètres et choix d'implémentation

Les simulations des données Truth Cube avec la méthode des éléments finis ont été réalisées avec le logiciel Ansys (ANSYS 8.0 software, Ansys Inc., Cannonsburg, PA). Les éléments sont des hexahèdres (élement SOLID45). Les billes représentent les nœuds intérieurs du cube. Les nœuds à la surface du cube correspondent à un maillage régulier pour obtenir un cube à 10 cm de côté avec des nœuds tous les centimètres. Le nombre total de nœuds est de 729 et il y a 512 éléments.

Les comparaisons seront effectuées entre les données simulées et les données réelles après déformations du Truth Cube pour trois compressions différentes : 5%, 12,5% et 18,25%.

5.7.2.2 Simulations linéaire et non-linéaire

Différentes hypothèses de modélisation peuvent être effectuées concernant le choix des lois et des simplicifications effectuées dans les équations provenant de la mécanique des milieux continus. Nous distinguerons l'hypothèse de non-linéarité géométrique (correspondant à une simplication du tenseur des déformations) et l'hypothèse de non-linéarité physique (correspondant au choix de la loi de comportement utilisée).

Linéarité et non-linéarité géométrique

Le tableau 5.3 présente les résultats des comparaisons entre les simulations effectuées avec l'hypothèse de linéarité géométrique ou non. Le tableau 5.4 donne quant à lui l'erreur relative sur la norme d'énergie pour les deux types de simulations. Nous pouvons noter que les résultats des simulations effectuées avec l'hypothèse de non-linéarité géométrique sont meilleurs que celles effectuées avec l'hypothèse de linéarité géométrique. Les différences observées sont significatives pour la compression la plus importante. Ainsi, l'erreur relative sur la norme d'energie (en pourcentage) pour cette compression est de 18,95 % avec l'hypothèse de non-linéarité géométrique et 16,75 % avec l'hypothèse de linéarité géométrique. Cette observation confirme que plus les déformations sont importantes, moins la simplification du tenseur des déformations est possible pour obtenir des résultats qui se rapprochent des données réelles. Nous pouvons également noter que pour toutes les simulations effectuées, les déplacements obtenus sont plus faibles que ceux obtenus dans la réalité.

Linéarité et non-linéarité matérielle

Nous avons également étudié l'influence de l'utilisation d'une loi de comportement linéaire ou non-linéaire dans les simulations. Avec un maillage imposé et un matériau incompressible, l'algorithme de résolution utilisé dans le logiciel Ansys ne peut pas converger pour des déplacements imposés élevés. Nous pouvons remarquer qu'un maillage symétrique sans imposer la position les nœuds aurait pu résoudre le problème de compression. Nous aurions alors pu retrouver les positions des billes par interpolation. Néanmoins, dans le contexte des GMCAO, les nœuds provenant d'images médicales la plupart du temps, tout comme tout autre type de données réelles, ont des positions quelconques. Nous respectons donc dans cette partie et

plus généralement dans les différentes expériences de comparaisons avec des données réelles la répartition du maillage initial et nous comparons les différentes méthodes à partir de celui-ci.

		Linéaire	Non-linéaire
Compression 5%	Moyenne	85,97% (SD=15,02)	87,36% (SD=15,46)
	Min-Max	[42,42 ;188,46]	[45,15 ;194,73]
Compression 12,5%	Moyenne	90,22% (SD=7,9)	93,32% (SD=7,8)
	Min-Max	[62,5 ;126,36]	[68,58 ;138,79]
Compression 18,25%	Moyenne	87,57% (SD=6,8)	91,14% (SD=4,9)
	Min-Max	[64,7 ;97,6]	[73,18 ;107,31]

Tab. 5.3: *Influence de l'hypothèse de non-linéarité géométrique : Pourcentage de déplacement par rapport aux données réelles pour les trois compressions.*

5.7.2.3 Simulations avec ou sans friction

Outre les hypothèses de modélisation des matériaux, des hypothèses sur les conditions aux limites peuvent également être effectuées. Nous avons en particulier étudié l'hypothèse de friction sur le haut du cube lorsqu'il est compressé. L'hypothèse de ne pas avoir de friction entre la plaque qui compresse le cube et le cube lui-même se traduit sur les degrés de liberté des nœuds situés sur la face supérieure du cube en contact avec la plaque. Sans friction, les déplacements des nœuds dans le plan de la face sont laissés libres et un déplacement est imposé uniquement selon la verticale du cube. Avec friction, les déplacements des nœuds dans le plan de la face sont imposés comme nuls.

Nous avons étudié l'influence de l'hypothèse de friction lors des simulations, en combinaison avec (ou sans) l'hypothèse de non-linéarité géométrique. Les résultats obtenus montrent que la friction influe sur les résultats et les améliore de façon significative. Dans le tableau 5.5, nous voyons notamment que l'hypothèse de non-linarité géométrique combinée à celle de la friction sur les nœuds de la face supérieure du cube donne les positions des billes les plus proches de celles des billes réelles après compression et, ceci, quel que soit le niveau de compression.

5.7.2.4 Influence du maillage

Dans les simulations présentées dans ce paragraphe, nous effectuons l'hypothèse de non-linéarité géométrique et de la friction sur les nœuds de la face supérieure du cube. Nous reprenons le maillage étudié jusqu'ici et défini à l'aide des positions des billes à l'intérieur du cube. Nous raffinons ce maillage en divisant chaque élément en 8 hexahèdres. Nous gardons les nœuds initiaux afin de pouvoir récupérer les positions des billes après déformations.

		Linéaire	Non-linéaire
Compression 5%	Moyenne	**33,93**	**33,79**
	Min	4,62	4,86
	Max	192,93	192,93
	SD	16,80	17,08
Compression 12,5%	Moyenne	**20,67**	**20,17**
	Min	3,51	2,57
	Max	82,93	89,53
	SD	8,41	8,36
Compression 18,25%	Moyenne	**18,95**	**16,75**
	Min	6,28	5,02
	Max	48,72	45,52
	SD	6,98	5,75

Tab. 5.4: *Influence de l'hypothèse de non-linéarité géométrique : erreur relative (en pourcentage) sur la norme de l'énergie pour les trois taux de compression.*

		Linéaire sans friction	Non-linéaire sans friction	Linéaire avec friction	Non-linéaire avec friction
Compression 5%	Moyenne	38,48	38,04	33,93	**33,79**
	Min	10,1	10,1	4,62	4,86
	Max	162,66	168,33	192,93	192,93
	SD	13,8	14,14	16,80	17,08
Compression 12,5%	Moyenne	27,65	25,9	20,67	**20,17**
	Min	12,54	11,03	3,51	2,57
	Max	76,71	78,84	82,93	89,53
	SD	7,77	7,43	8,41	8,36
Compression 18,25%	Moyenne	27,97	24,7	18,95	**16,75**
	Min	14,98	13,96	6,28	5,02
	Max	56,08	53,4	48,72	45,52
	SD	7,16	6,06	6,98	5,75

Tab. 5.5: *Etude de l'influence de la friction : erreur relative (en pourcentage) sur la norme de l'énergie pour les trois compressions.*

Dans le tableau 5.6, nous avons reporté l'erreur relative de la norme d'énergie pour les trois compressions, pour un maillage simple et un maillage où les arêtes de chaque élément ont été décomposées en deux. Comme nous pouvions le prévoir, nous obtenons de meilleurs résultats avec un maillage plus fin, même si les nœuds ne sont pas disposés uniformément dans le cube.

		Maillage simple	Maillage double
Compression 5%	Moyenne	33,79	**33,59**
	Min	4,86	5,84
	Max	192,93	186,53
	SD	17,08	17,25
Compression 12,5%	Moyenne	20,17	**19,67**
	Min	2,57	1,35
	Max	89,53	91,63
	SD	8,36	8,55
Compression 18,25%	Moyenne	16,75	**16,31**
	Min	5,02	3,67
	Max	45,52	46,05
	SD	5,75	5,54

Tab. 5.6: *Etude de l'influence du maillage : erreur relative (en pourcentage) sur la norme de l'énergie pour trois compressions différentes du Truth Cube (5%, 12,5% et 18,25%).*

5.7.2.5 Conclusion sur les simulations Truthcube avec la méthode des éléments finis

Dans ce paragraphe 5.7.2, nous avons présenté les simulations réalisées à l'aide de la méthode des éléments finis à partir des données du Truth Cube. Nous avons notamment étudié différentes hypothèses de modélisation. Ainsi, il semble que l'hypothèse de la non-linéarité géométrique est indispensable pour le taux de compression à 18,25% et qu'elle peut être gardée pour les deux autres taux de compression, les résultats étant similaires à ceux obtenus avec la linéarité géométrique. L'hypothèse de friction sur les nœuds de la face inférieure et supérieure est elle aussi nécessaire : l'hypothèse de non friction peut rarement être effectuée avec des données réelles. L'étude portant sur l'influence du maillage montre que plus le maillage est précis, meilleurs sont les résultats avec la méthode des éléments finis. Une remarque importante doit néanmoins être effectuée à propos de ce maillage. Pour exploiter au maximum les possibilités de la méthode des éléments finis, un meilleur maillage aurait pu être choisi : en prenant un maillage régulier et en interpolant les positions des billes à l'intérieur de ce maillage au lieu de les utiliser comme des nœuds du maillage, nous aurions pu obtenir de meilleurs

résultats, comme pour toute méthode utilisant un maillage. Le choix d'un maillage régulier nous aurait ainsi permis d'effectuer des simulations correctes avec une loi de comportement non-linéaire. Nous nous plaçons néanmoins ici dans le cadre de modélisation et de simulation à partir de données réelles médicales. Le choix d'un maillage spécifique au patient ne correspond pas au maillage idéal pour que la méthode des éléments finis donne les meilleurs résultats. Dans les comparaisons que nous effectuons dans ce chapitre, nous comparons uniquement les performances des méthodes de modélisation pour un maillage donné.

5.7.3 Simulations à l'aide de notre méthode de modélisation

Dans ce paragraphe 5.7.3, nous présentons les résultats des simulations réalisées avec notre méthode de modélisation à l'aide des données du Truth Cube. Dans un premier temps, nous donnons les résultats pour les trois compressions étudiées puis nous décrivons les simulations effectuées en faisant varier différents paramètres de la modélisation.

5.7.3.1 Simulation avec les données du Truth Cube

Dans le tableau 5.7, nous donnons les résultats obtenus pour les simulations réalisées avec notre méthode de modélisation. Le tableau 5.8 donne quant à lui l'erreur relative sur la norme d'énergie. Pour un pas de temps de 0,01, le nombre d'itérations par seconde de nos simulations est de 360.

		Compression 5%	Compression 12,5%	Compression 18,25%
Déplacement (mm)	Moyenne	2,3	5,82	8,62
	Min	0,32	0,82	1,24
	Max	3,81	9,48	13,80
	SD	1,09	2,67	3,84
Distances aux données réelles (mm)	Moyenne	0,86	1,25	1,54
	Min	0,04	0,08	0,06
	Max	2,38	3,56	4,21
	SD	0,5	0,71	0,87
% déplacement données réelles	Moyenne	91,82	98,02	95,81
	Min	61,82	73,06	75,95
	Max	268	164	132,47
	SD	20,27	11,16	7,74

Tab. 5.7: *Résultats des simulations avec notre méthode de modélisation pour les trois niveaux de compression (5%, 12,5% et 18,25%).*

	Compression 5%	Compression 12,5%	Compression 18,25%
Moyenne	**35,24**	**21,28**	**16,66**
Min	4,51	4,57	2,79
Max	262,73	83,61	41,31
SD	20,17	9,21	5,76

Tab. 5.8: *Simulations réalisées avec notre méthode de modélisation : erreur relative (en pourcentage) sur la norme de l'énergie pour les trois compressions.*

5.7.3.2 Etude de différents paramètres

Tout comme pour l'expérience sur le cube, nous avons étudié l'influence du nombre de particules, en lien avec l'étude effectuée au paragraphe précédent sur l'influence du maillage sur les résultats de la méthode des éléments finis. Nous avons rajouté une particule entre chaque couple de particules du cube utilisé jusqu'ici et nous avons défini comme maillage le même que pour la méthode des éléments finis (maillage hexahédrique). Nous observons néanmoins des résultats moins bons que ceux obtenus avec 729 particules (erreur relative sur la norme d'energie de l'ordre de 10^{-1}).

De même, nous avons étudié l'influence de la définition du voisinage de chaque particule sur les résultats des simulations du Truth Cube. Pour cela, nous avons comparé deux définitions du voisinage de chaque particule : le voisinage de von Neumann et le voisinage de Moore. Les résultats sont répertoriés dans le tableau 5.9. Nous observons que le voisinage de von Neumann donne de meilleurs résultats. Le découpage du voisinage qui « suit » celui des hexahèdres, utilisé dans la méthode des éléments finis par exemple, semble plus performant. L'augmentation du nombre de particules appartenant au voisinage d'une particule donnée n'entraine donc pas nécessairement une amélioration des performances de notre méthode de modélisation sur cet exemple.

5.7.4 Simulations avec les systèmes masses-ressorts

Dans cette partie consacrée aux simulations à l'aide des données du Truth Cube, nous avons essayé de comparer les résultats obtenus avec la méthode des éléments finis, notre méthode de modélisation et une méthode masses-ressorts. Pour un maillage identique à celui utilisé dans les simulations éléments finis, les simulations masses-ressorts ne permettent pas de trouver un résultat (pas de convergence). Afin d'obtenir un résultat, des ressorts doivent être ajoutés au maillage initial. Nous avons donc ajoutés des ressorts sur toutes les diagonales de chaque hexahèdre, ce qui fait 4 ressorts supplémentaires pour chaque hexahèdre du cube. Les résultats obtenus pour la méthode des masses-ressorts sont donnés pour l'erreur relative sur la norme de l'énergie dans le paragraphe 5.7.5.

		Voisinage de von Neumann	Voisinage de Moore
Compression 5%	Moyenne	**35,24**	36,15
	Min	4,51	7,23
	Max	262,73	204,47
	SD	20,17	16,78
Compression 12,5%	Moyenne	**21,28**	22,61
	Min	4,57	4,01
	Max	83,61	83,61
	SD	9,21	8,76
Compression 18,25%	Moyenne	**16,66**	19,3
	Min	2,79	3,99
	Max	41,31	49,07
	SD	5,76	6,81

Tab. 5.9: *Erreur relative (en pourcentage) sur la norme de l'énergie pour deux voisinages différents.*

5.7.5 Comparaison des méthodes

Dans ce paragraphe, nous comparons trois différentes méthodes de modélisation : notre méthode basée sur le principe de mémoire de forme, la méthode des éléments finis et un système masses-ressorts. Les résultats sont comparés dans le tableau 5.10. Nous observons que les meilleurs résultats sont obtenus avec la méthode des éléments finis mais que notre méthode donne des résultats similaires, notamment lorsque le taux de compression augmente. Les résultats obtenus avec la méthode des masses-ressorts sont moins bons mais ne sont pas trop éloignés des deux autres méthodes, bien que le maillage ait été modifié afin que les simulations puissent converger.

5.7.6 Conclusion sur les simulations du Truth Cube

Dans cette partie, nous avons présenté des comparaisons effectuées entre les simulations obtenues avec différentes méthodes de modélisation et des données réelles obtenues à partir d'expériences sur un fantôme dont les propriétés se rapprochent de celles des tissus mous. Les comparaisons réalisées dans cette partie permettent de vérifier directement les performances des différentes méthodes pour modéliser le comportement des tissus mous.

Les résultats obtenus montrent que notre méthode de modélisation a un comportement similaire à celui de la méthode des éléments finis pour les différentes simulations. En observant de plus près les différences obtenues entre les différentes simulations et les données réelles, nous remarquons effectivement que les différentes méthodes de modélisation montrent les

		Notre méthode	MEF (Ansys)	Masses-Ressorts
Compression 5%	Moyenne	**35,24**	**33,79**	**37,87**
	Min	4,51	4,62	5,23
	Max	262,73	192,93	286,38
	SD	20,17	16,80	20,35
Compression 12,5%	Moyenne	**21,28**	**20,17**	**24,74**
	Min	4,57	2,57	3,23
	Max	83,61	89,53	144,17
	SD	9,21	8,36	12,66
Compression 18,25%	Moyenne	**16,66**	**16,75**	**21,79**
	Min	2,79	5,02	4,97
	Max	41,31	45,52	92,23
	SD	5,76	5,75	10,95

Tab. 5.10: *Comparaison des différentes méthodes de modélisation : erreur relative (en pourcentage) sur la norme de l'énergie pour les trois compressions.*

mêmes erreurs au niveau des déplacements des billes : si nous considérons le déplacement entre les données réelles avant déformation et les données simulées comme un vecteur 3D, nous observons que pour les différentes méthodes, les vecteurs ont globalement la même direction.

La différence entre les données réelles après déformations et les données simulées peut s'expliquer en partie par la nature des données utilisées. En effet, si la démarche effectuée dans cette partie pour comparer les simulations avec des données réelles aux propriétés proches des tissus mous est intéressante, elle introduit néanmoins des imprécisions liées à la construction des données. Ici par exemple, les billes dont nous suivons les déplacements ont été disposées par couches successives lors de la fabrication, avec un intervalle de temps non négligeable entre la réalisation de chaque couche. L'hypothèse d'un matériau homogène n'est donc pas totalement vérifiée : la valeur de l'élasticité du tissu mesurée est une valeur moyenne mais elle est différente entre les couches du cube. Une possibilité pour compenser cette construction en couches aurait pu être de modéliser différentes couches de matériau avec des élasticités différentes dans chacune d'entre elles. Il est néanmoins difficile de mesurer la valeur exacte de l'élasticité de chaque couche dans le contexte du Truth Cube. Une autre source d'erreur provient de la segmentation des positions des billes dans les images scanner. La procédure introduit en effet une erreur supplémentaire sur les billes. Ce type d'erreurs est commun à toutes les expériences effectuées à l'aide de marqueurs dont on veut suivre la position afin de connaître les déplacements des tissus dans lesquels ils sont insérés.

Dans la prochaine partie, nous présentons également une comparaison avec des données

réelles mais avec une nature différente puisque nous utilisons des données médicales obtenues après une opération chirurgicale pour effectuer les comparaisons avec nos données simulées.

5.8 Validation avec des données médicales : un exemple avec la chirurgie maxillo-faciale

5.8.1 Contexte médical des simulations

Les résultats proposés dans cette partie s'appuient sur les travaux déjà réalisés dans l'équipe GMCAO dans le contexte de la chirurgie maxillo-faciale [Cha02, CPM*04]. Un projet de chirurgie maxillo-faciale assistée par ordinateur est développé depuis plusieurs années entre l'équipe GMCAO et l'hôpital Purpan de Toulouse. Au cours de ce projet, un modèle éléments finis des tissus mous de la face a été réalisé afin de simuler les modifications morphologiques des tissus de la face résultant de repositionnement des os pendant la chirurgie. Pour cela, un maillage générique de la face a été construit et organisé en deux couches correspondant au derme et à l'hypoderme des tissus constituant la peau de la face. Le principe développé dans [CLP03] est ensuite d'adapter ce maillage générique à la morphologie de chaque patient. La méthode utilisée est une méthode de recalage élastique permettant de repositionner les nœuds du maillage générique sur les surfaces de la peau et du squelette reconstruites à partir des images scanner pré-opératoires.

Une fois le maillage spécifique au patient obtenu, un modèle biomécanique doit être choisi pour reproduire au mieux les déformations des tissus mous de la face en fonction des déplacements des os. L'objectif final est de pouvoir visualiser la morphologie de la face du patient après la chirurgie. Différents types de modèles biomécaniques basés uniquement sur la méthode des éléments finis ont déjà été proposés et comparés [CPM*04].

Dans le cadre de la chirurgie maxillo-faciale, les performances en terme de précision des différents modèles choisis peuvent être comparées car nous avons à notre disposition les données scanner pré-opératoires et post-opératoires des patients étudiés. Habituellement, une telle comparaison ne peut s'effectuer car les données post-opératoires ne peuvent pas être obtenues facilement. Dans cette partie du chapitre, nous utilisons donc ces données médicales à notre disposition afin de mesurer les performances de notre méthode de modélisation pour reproduire les déformations des tissus mous de la face lors d'une correction de la position de la mandibule, comme détaillée sur la figure 5.21.

5.8.2 Simulations réalisées et comparaisons

5.8.2.1 Déroulement des simulations

Les simulations sont réalisées à partir du maillage générique qui a été recalé sur les données scanner pré-opératoires du patient, comme détaillées sur la figure 5.22.

Une fois le maillage spécifique au patient obtenu, il faut trouver les déplacements à appliquer au maillage avant de commencer les simulations. Dans le cas de la chirurgie étudiée

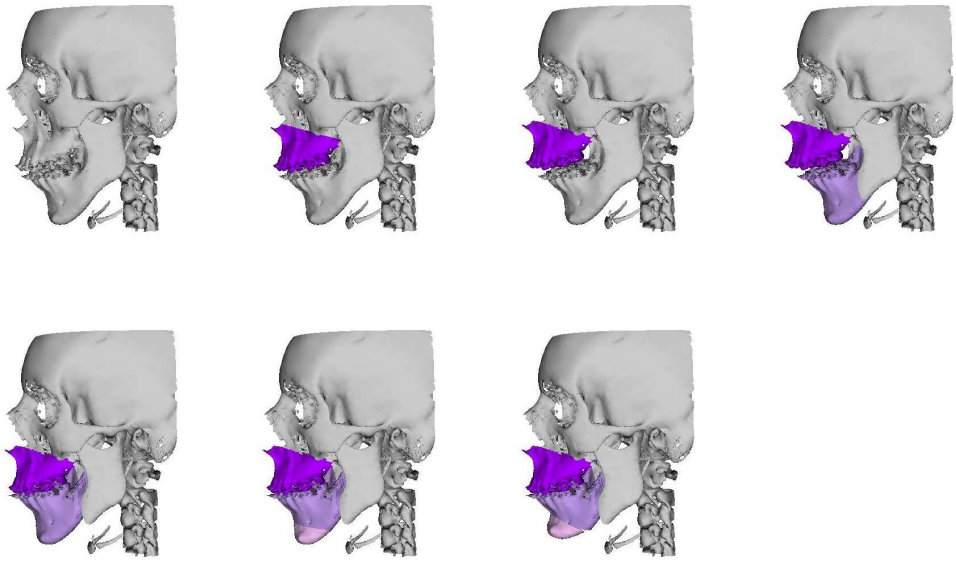
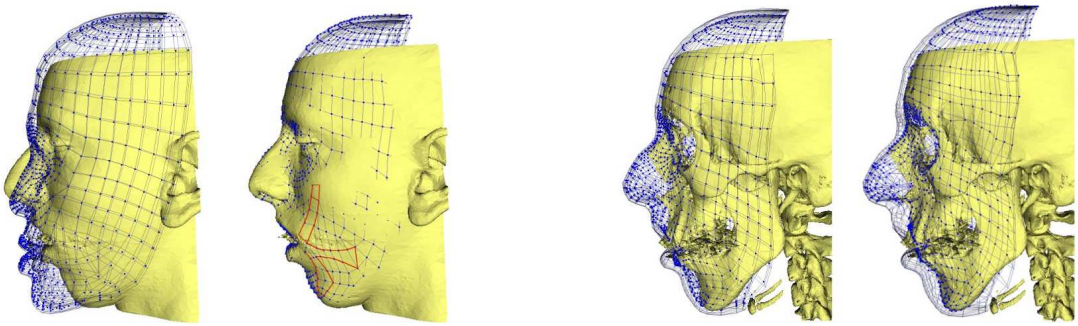


Fig. 5.21: *Chirurgie maxillo-faciale : correction de la position de la mandibule (trois parties osseuses différentes sont modifiées).*

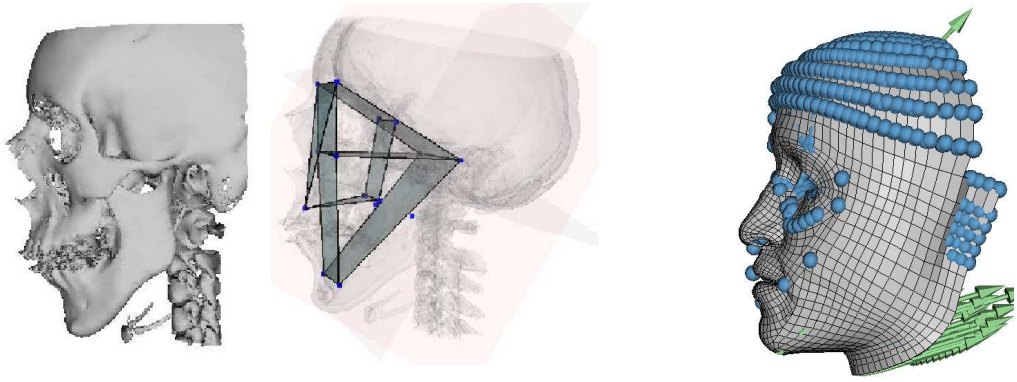
.



(a) (b)

Fig. 5.22: *Recalage élastique du maillage générique (en bleu) avec les surfaces construites à partir des données scanner pré-opératoires du patient (en jaune). (a) Recalage avec la surface de la peau. (b) Recalage avec le squelette.*

.



(a) (b)

Fig. 5.23: *(a) Mesures des déplacements des os effectués par le chirurgien par céphalométrie 3D [CMPB02]. (b) Chargements appliqués au modèle (des forces supplémentaires sont appliquées sur le cou afin de compenser une inclinaison différente du cou lors de la réalisation des données scanner pré-opératoires et post-opératoires).*

ici, les valeurs à trouver correspondent aux repositionnements des os effectués par le chirurgien. Ces déplacements ont été mesurés précédemment lors d'un projet de céphalométrie 3D [CMPB02]. Les mesures sont illustrées sur la figure 5.23.a. Les valeurs trouvées peuvent ensuite être appliquées au maillage (figure 5.23.b).

5.8.2.2 Comparaisons entre les données réelles et les données simulées

Pour la méthode des éléments finis, trois différentes hypothèses de modélisation ont été faites [CPM*04] : modèle élastique linéaire avec petites déformations, modèle élastique linéaire avec grandes déformations (non-linéarité géométrique) et modèle hyperélastique. Les simulations ont été effectuées à l'aide du logiciel Ansys. Les résultats obtenus concluent que c'est le modèle linéaire élastique avec l'hypothèse des petites déformations qui permet d'obtenir les résultats les plus proches des données post-opératoires (figure 5.24). Les comparaisons entre les données simulées et les données réelles sont effectuées en calculant les distances entre les deux surfaces à l'aide du logiciel MESH [ASCE02]. Nous utilisons dans cette partie des mesures utilisées pour la chirurgie maxillo-faciale et non les mesures utilisées dans les parties précédentes de ce chapitre.

Les résultats obtenus à l'aide de notre méthode de modélisation sont représentés sur la figure 5.25. Nous observons notamment que la distance entre la surface construite à partir des données post-opératoires et celle obtenue avec nos simulations est plus importante pour notre méthode de modélisation (10 mm comme erreur maximale au niveau du cou) que pour les modèles basés sur la méthode des éléments finis.

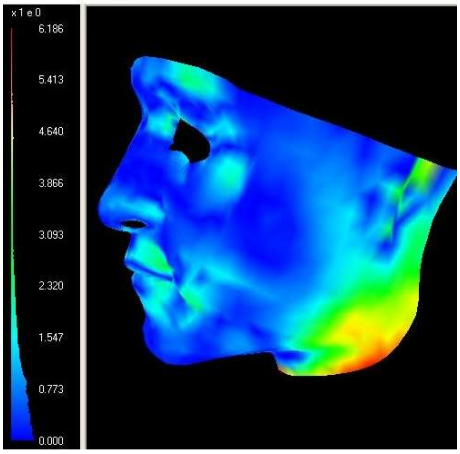


Fig. 5.24: *Résultats des comparaisons entre le modèle élastique linéaire sous l'hypothèse des petites déformations et les données post-opératoires.*

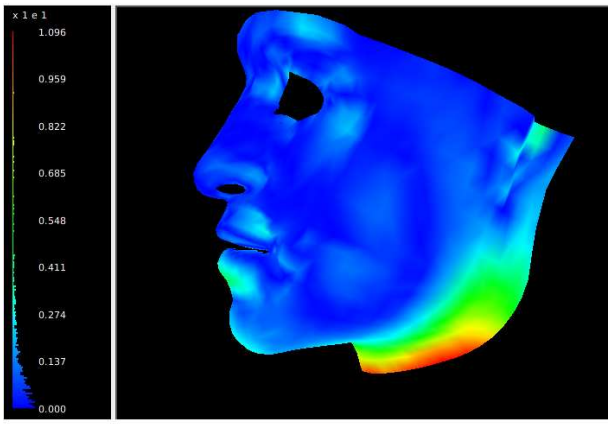


Fig. 5.25: *Résultats des comparaisons entre notre méthode de modélisation et les données post-opératoires. Nous attirons l'attention du lecteur sur le fait que les échelles données par le logiciel qui mesure les distances entre les surfaces des données réelles et simulées sont différentes et que les couleurs ne sont donc pas significatives et ne peuvent pas être comparées directement entre les deux méthodes de modélisation. Les échelles sont exprimées en millimètres.*

Plusieurs remarques peuvent être effectuées sur ces résultats :

- Concernant la mesure des distances entre les données simulées et les données réelles : la mesure euclidienne 3D entre deux distances n'est pas complètemment adaptée pour quantifier les erreurs effectuées par les simulations : en effet, la distance mesurée est la distance la plus petite entre les deux courbes. La distance entre deux positions identiques de la face (avant et après l'opération) pourrait mieux refléter les erreurs effectuées.
- Concernant le maillage utilisé : le maillage générique utilisé dans cette partie présente à certains endroits des discontinuités entre les éléments. Ces discontinuités ont deux principales conséquences. Pour les simulations à l'aide de la méthode des éléments finis, ces discontinuités dans le maillage peuvent être une des causes des performances moins bonnes du modèle hyperélastique par rapport au modèle élastique linéaire, notamment parce que le logiciel Ansys est sensible à ces discontinuités lorsque la loi de comportement utilisée est hyperélastique. Pour les simulations à l'aide de notre méthode de modélisation, ces discontinuités empêchent le calcul du volume (et notamment sa conservation) car un polyhèdre ne peut être défini. L'ensemble des simulations effectuées à l'aide de notre méthode ne préserve donc pas le volume, ce qui est une des principales causes des performances plus faibles de notre méthode. Une amélioration du maillage est prévue et permettra de refaire les simulations et ainsi de comparer de nouveau les résultats obtenus.

5.8.3 Conclusion

Dans cette partie, nous avons présenté une expérience de validation à l'aide de données réelles. Sur une procédure médicale précise de la chirurgie maxillo-faciale, nous avons pu avoir à notre disposition les données réelles du patient avant et après l'opération. De telles données nous ont permis d'effectuer des simulations à partir des données réelles pré-opératoires et de pouvoir les comparer avec les données post-opératoires réelles. Les résultats obtenus montrent que les différentes méthodes de modélisation donnent des résultats intéressants pour les parties du visage les plus significatives du point du vue du geste effectué (les distances maximales étant principalement localisées sur le cou). Les remarques effectuées précédemment encouragent à améliorer le maillage utilisé afin d'obtenir de meilleurs résultats.

5.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté quelques unes des expériences réalisées au cours de cette thèse pour étudier le comportement de notre méthode de modélisation. Les comparaisons avec des solutions analytiques nous ont permis d'observer l'influence du paramètre d'élasticité, de la définition du voisinage ou bien des formes des objets obtenus. Les comparaisons avec des données réelles nous ont quant à elles permis d'observer un comportement pour notre méthode similaire à celui de la méthode des éléments finis.

Nous pouvons particulièrement noter à ce stade du manuscrit la démarche effectuée pour valider une méthode de modélisation à l'aide de données médicales réelles. De telles démarches sont encore peu nombreuses dans la littérature bien qu'elles représentent un pallier important de la validation d'un modèle qui a pour vocation d'être appliqué à la simulation de gestes médicaux. Les raisons sont entre autres les problèmes liés au maillage de données réelles, maillage qui conditionne les résultats des simulations, ou bien les erreurs introduites par les procédures de mesures des données réelles.

Dans le cadre de modèles destinés à de la simulation pour l'aide au diagnostic ou au planning du clinicien, des validations avec des données médicales réelles représentent néanmoins une étape incontournable avant de pouvoir utiliser ces modèles en clinique.

Chapitre 6

Applications médicales

Sommaire

6.1 Introduction 255
6.2 Modélisation et simulation de l'environnement anatomique . . . 256
6.3 Modélisation et simulation de gestes médico-chirurgicaux 273
6.4 Conclusion 293

6.1 Introduction

Dans le précédent chapitre, nous avons présenté différentes expériences afin de valider les performances de notre méthode de modélisation. Dans ce chapitre, nous décrivons les simulations des applications médicales présentées au début de ce manuscrit.

La première partie de ce chapitre est consacrée à la modélisation et à la simulation de l'environnement anatomique de la prostate, sans ajout d'instruments médicaux. Cette partie concerne la mise en place des différents éléments permettant de réaliser les simulations d'applications médicales, et notamment la construction d'un modèle géométrique de l'anatomie de l'environnement de la prostate. Dans cette partie, nous présenterons également l'expérience que nous avons réalisée afin de mettre en évidence l'influence des organes que nous voulons étudier.

La deuxième partie de ce chapitre concerne la modélisation et la simulation de l'environnement de la prostate avec l'ajout d'instruments tels que la sonde échographique ou les aiguilles. Nous présenterons dans un premier temps l'influence de chaque instrument sur les mouvements et déformations de la prostate avant de terminer par une simulation des applications médicales que sont la biopsie et la curiethérapie de la prostate.

6.2 Modélisation et simulation de l'environnement anatomique de la prostate

Cette partie est consacrée à la simulation de l'environnement anatomique de la prostate avec notre méthode de modélisation. Les travaux existants pour modéliser la prostate et déterminer ses propriétés physiques ont été présentés dans le chapitre 2. Le paragraphe 6.2.1 nous permet de décrire les expériences réalisées au cours de cette thèse pour mettre en évidence et mesurer les diverses sources de mouvements et de déformations de la prostate. Ces deux premiers paragraphes montrent qu'une prise en compte de l'environnement anatomique de la prostate est indispensable afin de simuler le comportement de celle-ci. Le paragraphe 6.2.2 est consacré à une description de la réalisation d'un modèle anatomique de l'environnement de la prostate. Quelques exemples de simulations réalisées avec ce modèle et notre méthode de modélisation sont présentés dans le paragraphe 6.2.3.

6.2.1 Expériences sur les mouvements et déformations de la prostate

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, les études tentant de montrer l'influence des différents organes appartenant à l'environnement de la prostate sont peu nombreuses, notamment lorsqu'il s'agit de mesurer des influences couplées.

Au cours de cette thèse, nous avons réalisé des expériences afin d'obtenir des mesures sur les différentes sources d'influence que nous voulions étudier : le rectum, la vessie et la respiration. Nous avons mis en place un protocole expérimental afin d'observer l'influence de ces différents paramètres. Pour celà, nous avons utilisé l'IRM 1,5 Tesla du CHU de Grenoble, localisée dans l'unité du Professeur Lebas. Dans ce paragraphe, nous détaillons tout d'abord le protocole expérimental avant de nous intéresser aux résultats obtenus.

6.2.1.1 Protocole expérimental

Un sujet volontaire, dont nous avons recueilli le consentement éclairé, a participé à notre expérience qui a principalement consisté à mettre en évidence les déformations et mouvements de la prostate dus à la vessie et à la respiration.

Influence de la vessie (Acquisition multi-coupes)
Le sujet a commencé l'expérience avec une vessie vide. Le protocole consiste à lui faire boire un litre d'eau au début de l'expérience et de voir l'évolution au cours du temps de la forme de la prostate en fonction de celle de la vessie. Au bout d'une trentaine de minutes, la vessie est pleine. A intervalle régulier, des images IRM sont prises selon deux plans de coupe (sagittale et coronale) afin d'avoir la forme et la position des différents organes. Lorsque ces images sont prises, le sujet est en apnée afin d'éviter tout artefact de bougé dû à la respiration. Pour acquérir un volume de 12 images par coupe pendant le temps limité par l'apnée de 30 secondes, la taille maximale pour les images IRM est 512×512 pixels et une épaisseur de coupe de 6 mm. Une antenne Synergy Body a également été utilisée afin d'obtenir une meilleure résolution

(antenne située au niveau du pelvis). Il fut d'abord testé des séquences T1 avant finalement de choisir des séquences T2 qui donnent un meilleur contraste. Les coupes axiales n'ont pas été effectuées afin de gagner du temps et de la précision pour l'acquisition des autres coupes, l'apnée du volontaire durant moins de 30 secondes.

Influence de la respiration (Acquisition dynamique mono-coupes)
Afin de tester l'influence de la respiration sur les mouvements et déformations de la prostate, des séquences dynamiques ont également été réalisées selon les coupes coronales et sagittales, chacune pendant une période d'une minute : respiration normale pendant 30 secondes puis respiration à capacité maximale pendant les dernières 30 secondes. L'épaisseur des coupes pour de telles séquences peut être au mieux de 6 mm. La taille des images est 256×256.

Les séquences ont également été effectuées à l'aide de l'antenne Synergy Body. Elles ont été réalisées à deux instants : au début de l'expérience lorsque la vessie du sujet était vide et à la fin de l'expérience lorsque la vessie était pleine. Nous avons ainsi pu observer l'influence combinée de la vessie et de la respiration sur les déformations de la prostate.

Chronologie du protocole

- **t = 0 min :** Préparation du volontaire avec vessie vide. Acquisition dynamique mono-coupe : 2 fois une minute (respiration vessie vide)
- **t = 5 min :** Acquisition multi-coupes en apnée, puis ingestion par le sujet d'1 litre d'eau (86 cl mesurés lors l'expérience réalisée)
- **t = 15 min :** Acquisition multi-coupes en apnée
- **t = 25 min :** Acquisition multi-coupes en apnée
- **t = 35 min :** Acquisition multi-coupes en apnée
- **t = 40 min :** Acquisition monocoupe : 2 fois une minute (respiration vessie pleine)
- **t = 45 min :** Acquisition multi-coupes en apnée

6.2.1.2 Résultats obtenus

Les images IRM obtenues nous ont fourni des indications sur les mouvements et déformations de la prostate sous l'influence du volume de la vessie et de la respiration. Comme l'expérience a été réalisée sur un seul volontaire, les mesures présentées dans la suite de ce paragraphe ne fournissent des valeurs des mouvements et déformations qu'à titre indicatif. Avant de détailler les résultats, la figure 6.1 montre la localisation des principaux organes qui nous intéressent sur une coupe sagittale et une coupe coronale.

Influence de la vessie
Dans ce paragraphe, nous montrons l'évolution de l'environnement anatomique de la prostate avec une augmentation du volume de la vessie pour un intervalle temporel de 45 minutes. Deux séries sont représentées sur les figures 6.2 et 6.3, montrant chacune l'évolution au cours du temps, respectivement selon le plan sagittal et le plan coronal.

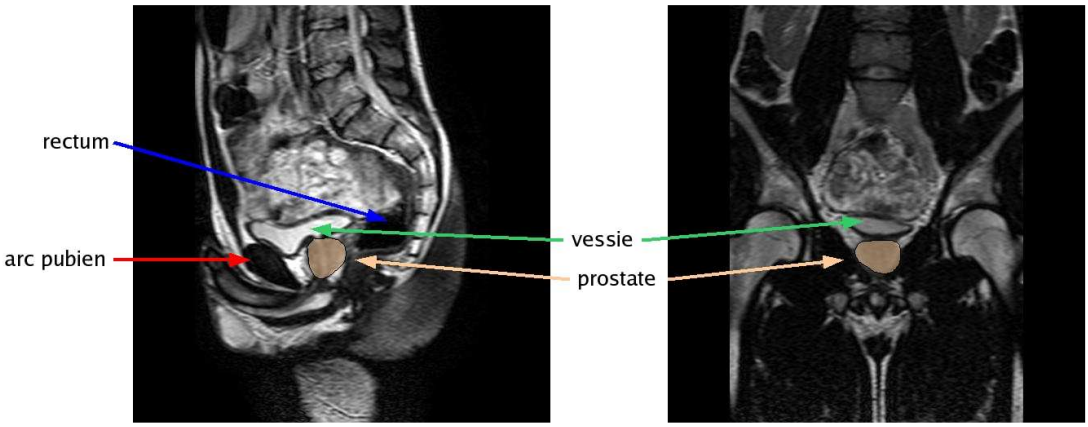


Fig. 6.1: *Localisation de la prostate ainsi que des principaux organes environnants sur une coupe sagittale (à gauche) et coronale (à droite).*

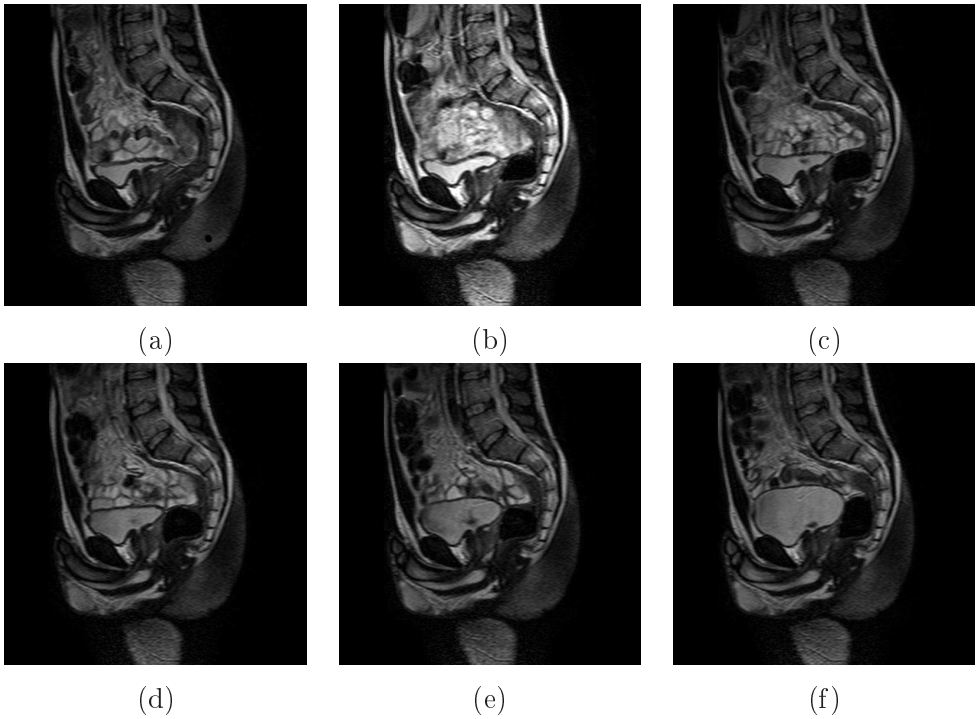


Fig. 6.2: *Etude de l'influence de la vessie sur 45 minutes : coupes sagittales. (a) t=0 min, (b) t=5 min, (c) t=15 min, (d) t=25 min, (e) t=35 min, (f) t=45 min.*

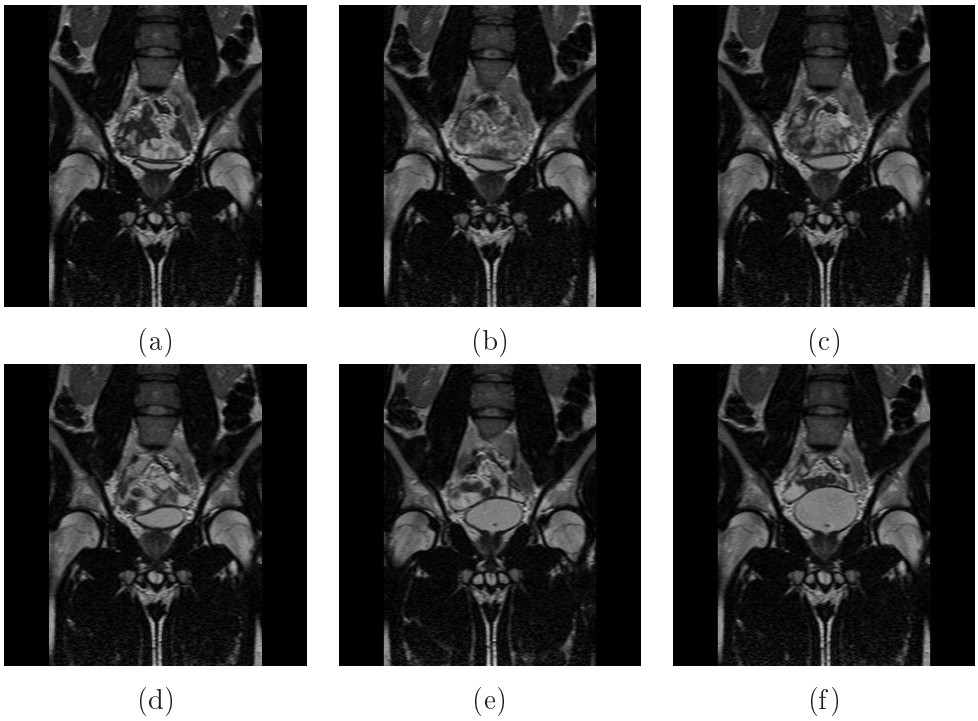


Fig. 6.3: *Etude de l'influence de la vessie sur 45 minutes : coupes coronales. (a) t=0 min, (b) t=5 min, (c) t=15 min, (d) t=25 min, (e) t=35 min, (f) t=45 min.*

Nous avons effectué des mesures sur les déplacements et déformations de la prostate. Nous avons tout d'abord mesuré les déplacements du barycentre de la prostate dans chacune des deux coupes. La prostate a été segmentée manuellement sur les différentes images IRM à l'aide du logiciel Analyze[1]. Les résultats sur le barycentre de la prostate nous informent sur ses déplacements au cours des simulations. Concernant les déformations, nous avons choisi trois points d'intérêt situés à la surface de la prostate et dont nous avons mesuré les déplacements au cours de la simulation :

- point A : jonction entre la prostate et la vessie au niveau de l'urètre (partie supérieure de la prostate),
- point B : jonction entre la prostate et le sphincter strié au niveau de l'urètre (partie inférieure de la prostate),
- point C : jonction entre la prostate et les vésicules séminales (partie postérieure de la prostate).

Les positions de ces points sont illustrées sur la figure 6.4.

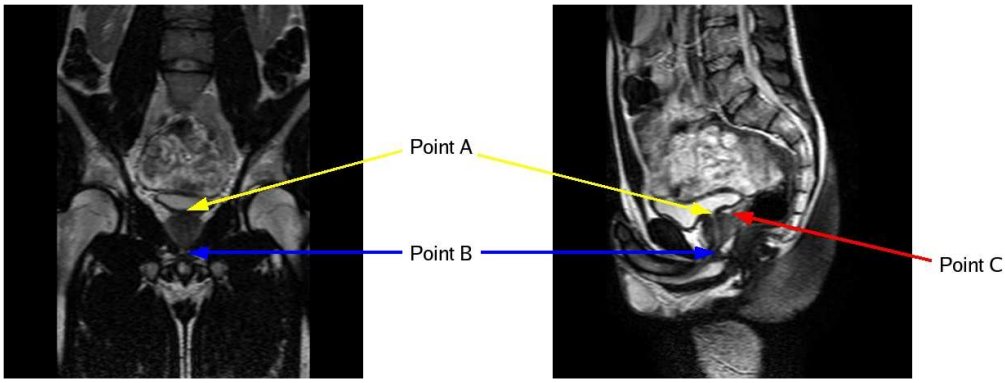


Fig. 6.4: *Position des différents points d'intérêt dont les déplacements sont mesurés, sur une coupe coronale (à gauche) et sur une coupe sagittale (à droite). Le point A est situé au niveau de l'urètre à l'intersection entre le bas de la vessie et la prostate. Le point B est situé au niveau de l'urètre mais sur la partie inférieure de la prostate. Ces deux points sont repérables sur les deux coupes. Le point C est quant à lui visible uniquement sur la coupe sagitale et est localisé au niveau des vésicules séminales.*

[1] http ://www.mayo.edu/bir/Software/Analyze/Analyze1NEW.html

Les résultats des déplacements de la prostate pour ces différents points d'intérêt entre les instants t=0 et t=45 min sont donnés dans le tableau 6.2. Nous voyons que la prostate se déplace principalement selon les axes supéro-inférieur et antéro-postérieur avec des déplacements aux alentours de 3 mm. Les déformations sont les plus importantes au niveau de la partie supérieure de la prostate, en contact direct avec la vessie.

	Direction		
	antéro-postérieure	supéro-inférieure	latérale
Déplacement du barycentre (mm)	1	3,1	0
Déplacement du point A (mm)	3,5	2,7	1,4
Déplacement du point B (mm)	-0,7	0	-1,5
Déplacement du point C (mm)	-2	4,1	0

Tab. 6.1: *Déplacements sous forme d'un vecteur des différents points d'intérêt pour observer l'influence de la vessie sur la prostate. Les déplacements sont donnés les trois directions. Le point C n'a pas de valeur selon la direction gauche-droite car il n'est pas visible sur la coupe coronale choisie.*

Influence de la respiration

Dans ce paragraphe, nous montrons l'influence de la respiration sur l'environnement anatomique de la prostate selon le volume de la vessie. Les quatre premières images de la figure 6.5 montrent l'environnement anatomique de la prostate pour une vessie vide alors que les quatres suivantes montrent le même environnement avec une vessie pleine. Les images 6.5.a, 6.5.c, 6.5.e et 6.5.g sont prises au moment de la phase d'expiration maximale, les quatres autres images lors de l'instant d'inspiration maximale. Les images 6.5.a, 6.5.b, 6.5.e et 6.5.f sont acquises lors d'une respiration normale, les quatres autres images étant acquises avec une respiration à capacité maximale.

Les résultats des déplacements de la prostate pour ces différents points d'intérêt entre les instants t=0 (vessie vide) et t=45 min (vessie pleine) sont donnés dans le tableau 6.2. Nous voyons que lors de la respiration à capacité maximale, les déformations et déplacements des organes sont plus importants, notamment au niveau de la vessie. Lorsqu'elle est pleine, la vessie joue en quelque sorte le rôle « d'amortisseur » sur les déplacements et déformations de la prostate.

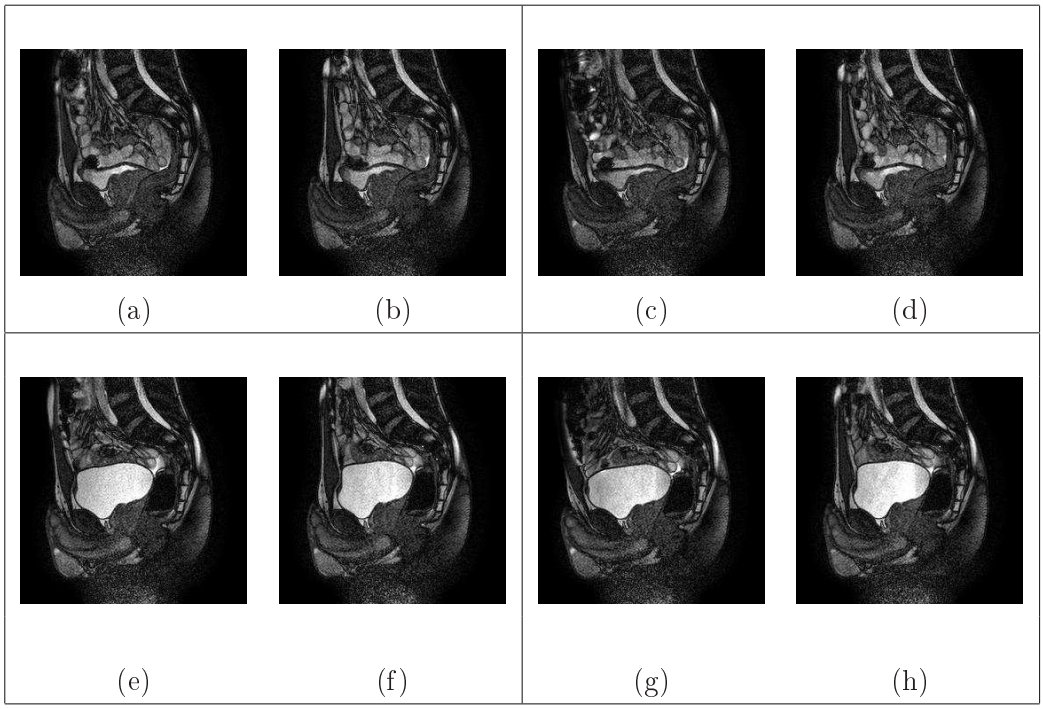


Fig. 6.5: *Etude de l'influence de la respiration sur la position et la forme de la prostate. Les quatre premières images ((a) à (d)) sont prises à t=5 min avec une vessie vide, les 4 suivantes à t=40 min avec une vessie pleine. (a), (b), (e) et (f) : respiration normale ; (c), (d), (f) et (g) : respiration forte. (a), (c), (e) et (g) : phase d'expiration et (b), (d), (f) et (h) : phase d'inspiration.*

		Respiration de repos		Respiration à capacité maximale	
		Vessie vide	Vessie pleine	Vessie vide	Vessie pleine
Déplacement barycentre (mm)	AP	3	2,4	-1,2	-0,2
	SI	-0,6	-0,8	-0,3	-0,2
Déplacement point A (mm)	AP	0	1,2	0	2,3
	SI	2,3	1,2	-3,5	-2,3
Déplacement point B (mm)	AP	1,1	0	3,5	1,1
	SI	-3,5	3,8	0	-2,3
Déplacement point C (mm)	AP	9,4	4,8	-1,3	-3,5
	SI	0	-3,5	0	-2,2

Tab. 6.2: *Déplacements des différents points d'intérêt pour observer l'influence de la respiration sur la prostate avec une vessie pleine ou bien une vessie vide (AP = direction antéro-postérieure, SI= direction supéro-inférieure).*

6.2.1.3 Conclusion

Dans ce paragraphe, nous avons présenté l'expérience réalisée au cours de cette thèse afin d'observer principalement l'influence de la vessie et de la respiration sur les déplacements et les déformations de la prostate. Cette expérience complète l'état de l'art existant et présenté au chapitre 1 et confirme avec des valeurs similaires l'influence des organes environnants la prostate. La combinaison d'influences d'origines différentes (rectum, vessie, respiration) est le principal point à noter car même si cette combinaison a été peu étudiée ([KBA*06] par exemple), elle commence à être prise en compte par les médecins et doit donc être également intégrée pour une modélisation réaliste de l'environnement anatomique de la prostate.

6.2.2 Modélisation d'un environnement anatomique de référence

6.2.2.1 Contexte scientifique

Après la réalisation d'expériences mettant en évidence les mouvements et déformations de la prostate, nous avions besoin pour notre modélisation d'un modèle géométrique réaliste de la prostate et de son environnement. Dans un premier temps, nous avons envisagé la possibilité de segmenter les images IRM obtenues lors de l'expérience décrite au paragraphe 6.2.1. Ces segmentations se sont révélées particulièrement fastidieuses car réalisées la plupart du temps manuellement. La même opération a été effectuée avec les données du projet Visible Human[2] mais le résultat a été également peu probant. Les formes des organes obtenues sont apparues trop imprécises pour ensuite obtenir une modélisation 3D réaliste et utilisable pour

[2] http ://www.nlm.nih.gov/research/visible/visible_human.html

des simulations. Nous avons donc mis de côté cette première piste et cherché une solution permettant d'obtenir des objets 3D de référence pour effectuer nos simulations.

Dans le cadre du projet MIDAS (Modèles Interactifs Déformables pour l'Aide à la Surgétique), l'Institut de la Communication Parlée et les équipes EVASION du laboratoire GRAVIR et GMCAO du laboratoire TIMC ont mis leurs ressources en commun afin de comparer les différentes méthodes de modélisation développées dans les deux équipes. Dans ce contexte, nous avons travaillé avec le logiciel MAYA en collaboration avec Christine Depraz, l'infographiste de l'équipe EVASION, afin de réaliser la géométrie de l'environnement de la prostate.

6.2.2.2 Réalisation d'un modèle anatomique de l'environnement de la prostate

Réalisation du modèle

L'objectif était de créer un modèle anatomique 3D réaliste de l'environnement anatomique de la prostate à l'aide d'objets surfaciques. Ce modèle sera générique et nous l'utiliserons dans l'ensemble de nos simulations. Nous l'avons réalisé en nous aidant tout particulièrement de planches anatomiques et d'images médicales de la prostate et de ses organes environnants.

Le modèle final réalisé est représenté sur la figure 6.6. Le modèle composé d'objets surfaciques a été maillé uniquement en triangles. Nous avons ensuite repris chacun des objets à l'aide du mailleur « GHS3D » [3] afin d'obtenir un maillage tétrahédrique et ainsi avoir les différentes particules composant le modèle. Les interstices entre les différents organes ont été comblés au cas par cas à l'aide des méthodes de raccordement entre différentes régions (ici représentant chacune une structure anatomique ou un tissu) décrites au chapitre 3. Dans le suite de ce paragraphe, nous détaillons la réalisation de chaque organe de l'environnement anatomique. Nous précisons notamment le nombre de particules utilisées pour la représentation surfacique (triangles) et la représentation volumique (tetrahèdres) de chaque structure anatomique modélisée par un objet déformable dans nos simulations. En ce qui nous concerne, la majorité des structures anatomiques du modèle 3D sera utilisée afin de fixer les conditions aux limites de nos simulations, notamment les déplacements nuls.

[3] http ://www-c.inria.fr/gamma/ghs3d/ghs.html

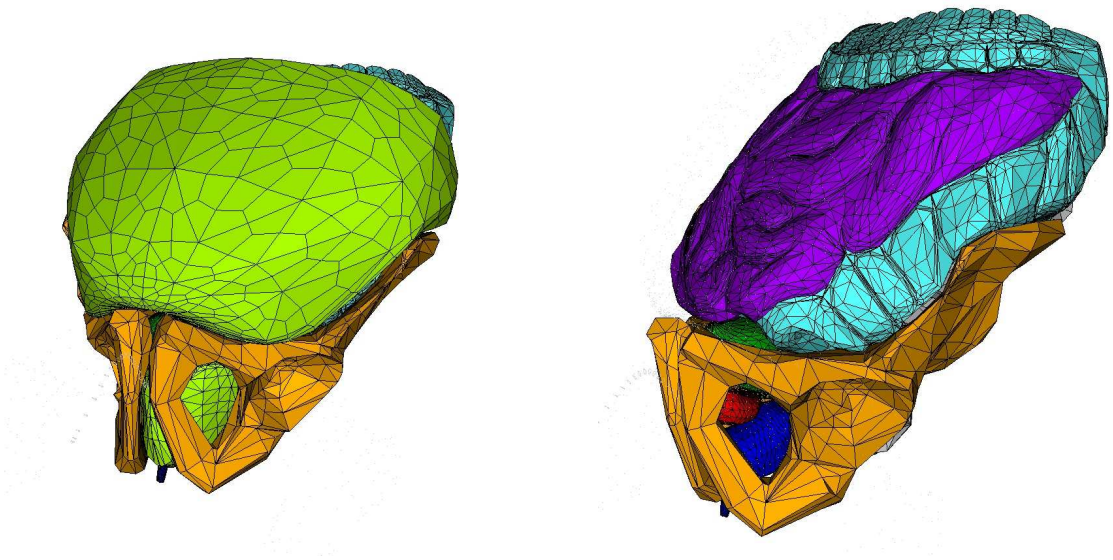


Fig. 6.6: *Modèle géométrique de l'environnement anatomique de la prostate réalisé au cours de cette thèse. La figure de gauche illustre l'environnement anatomique avec la représentation de tous les objets et celle de droite représente le modèle sans les muscles abdominaux et pelviens (représentés en vert clair sur la figure de gauche).*

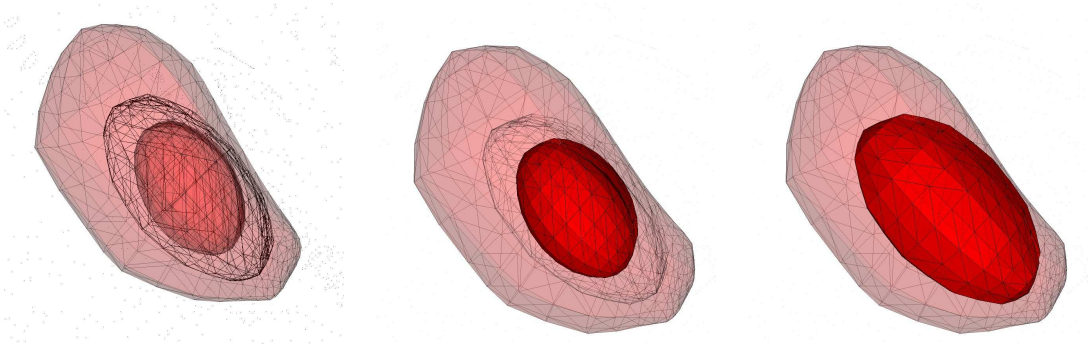
Détails des différentes structures anatomiques composant le modèle

Modélisation de la prostate et de ses différentes zones

Nous avons commencé le modèle par la représentation de la prostate. Nous avons décomposé la prostate selon les différentes zones que nous avons décrites lors de la description anatomique de la prostate dans le chapitre 1. La figure 6.7 montre les différentes zones que nous avons incluses dans notre modèle : la zone de transition, la zone centrale et la zone périphérique. Dans les simulations que nous présentons dans la suite de ce chapitre, uniquement la zone périphérique a été utilisée car elle représente la forme extérieure de la prostate. Nous incorporerons néanmoins les zones internes dans des simulations ultérieures, notamment afin de modéliser les variations d'élasticité. La prostate comporte au total 425 particules avec une représentation volumique, 259 avec une représentation surfacique et 1681 tétrahèdres après maillage.

Modélisation des structures anatomiques juxtaposées à la prostate

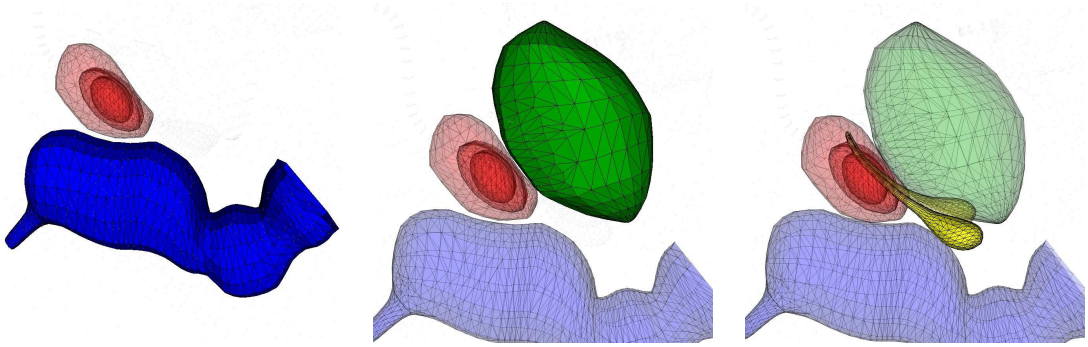
Les structures anatomiques les plus proches de la prostate sont le rectum, la vessie et les vésicules séminales. Ce sont celles qui nous intéresserons le plus au cours de nos simulations. La forme du rectum dépend de la position des os de la colonne vertébrale et des intestins,



(a) (b) (c)

Fig. 6.7: *(a) Modèle géométrique de la prostate et des différentes zones la composant : (b) la zone centrale de la prostate et (c) la zone de transition. La zone périphérique correspond à la surface extérieure.*

parties de l'environnement anatomique que nous avons également représentées dans notre modèle. La forme de la vessie correspond à une vessie à moitié remplie. Le nombre de particules de la vessie dans sa représentation volumique est de 845 et 462 particules dans sa représentation surfacique, le nombre de tétrahèdres étant de 3560. Le rectum comporte quant à lui 825 particules dans sa représentation surfacique, sachant que nous ne l'utiliserons pas avec une représentation volumique. Les vésicules séminales comportent chacune 353 particules pour leur surface. Ces différentes structures anatomiques sont illustrées sur la figure 6.8.



(a) (b) (c)

Fig. 6.8: *Modélisation géométrique des structures anatomiques les plus proches de la prostate : (a) le rectum (en bleu), (b) la vessie (en vert) et (c) les vésicules séminales (en jaune).*

Modélisation des intestins

Nous avons rajouté à notre modèle géométrique de l'environnement anatomique de la prostate les intestins comprenant l'intestin grêle et le gros intestin (ou côlon). Ces organes nous ont principalement été utiles dans nos simulations afin de fixer des conditions aux limites sur la partie supérieure de notre modèle (partie supérieure de la vessie et du rectum notamment). Les intestins sont représentés sur la figure 6.9 et se logent dans les os du bassin que nous décrivons dans le prochain sous-paragraphe. La description géométrique des intestins provient en partie d'un précédent travail réalisé sur la simulation des intestins [FLA*05].

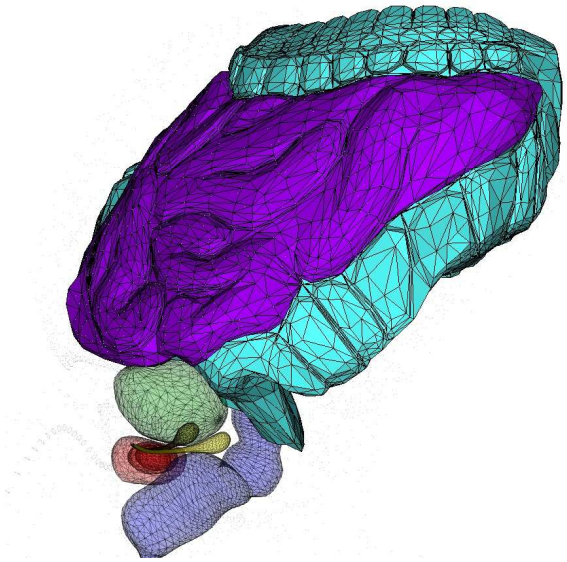


Fig. 6.9: *Modèle géométrique de l'environnement anatomique de la prostate avec l'ajout des intestins : l'intestin grêle (en violet) et le gros intestin (en bleu).*

Modélisation des os : bassin, colonne vertébrale et fémurs

Les os situés dans l'environnement proche de la prostate constituent des éléments importants car ils permettent notamment de déterminer des conditions aux limites dans les simulations. Dans notre modèle, nous avons représenté les os dont on connaît l'influence sur la position de la prostate (cf chapitre 1) : le bassin, la colonne vertébrale et les fémurs. Concernant le bassin, nous nous sommes appliqués à le positionner correctement par rapport aux organes mous environnants : le rectum et les intestins notamment. Pour les fémurs, nous n'avons représenté que leurs parties supérieures et les têtes de fémurs, qui apparaissent en particulier dans les images IRM que nous avons montrées au début de ce chapitre. La position et la forme de la colonne vertébrale conditionnent particulièrement celle du rectum. La position de la colonne dépend également de celle du bassin. La figure 6.10 montre l'ajout des différentes parties osseuses.

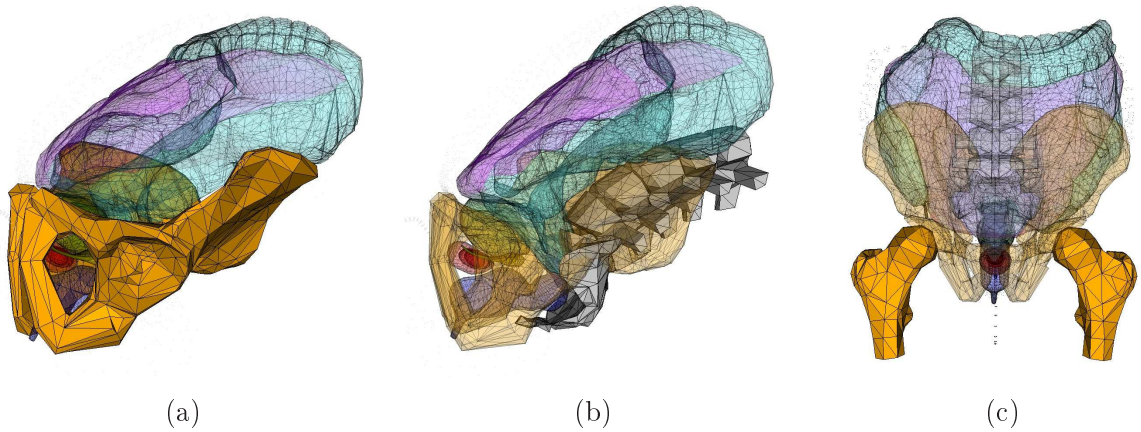


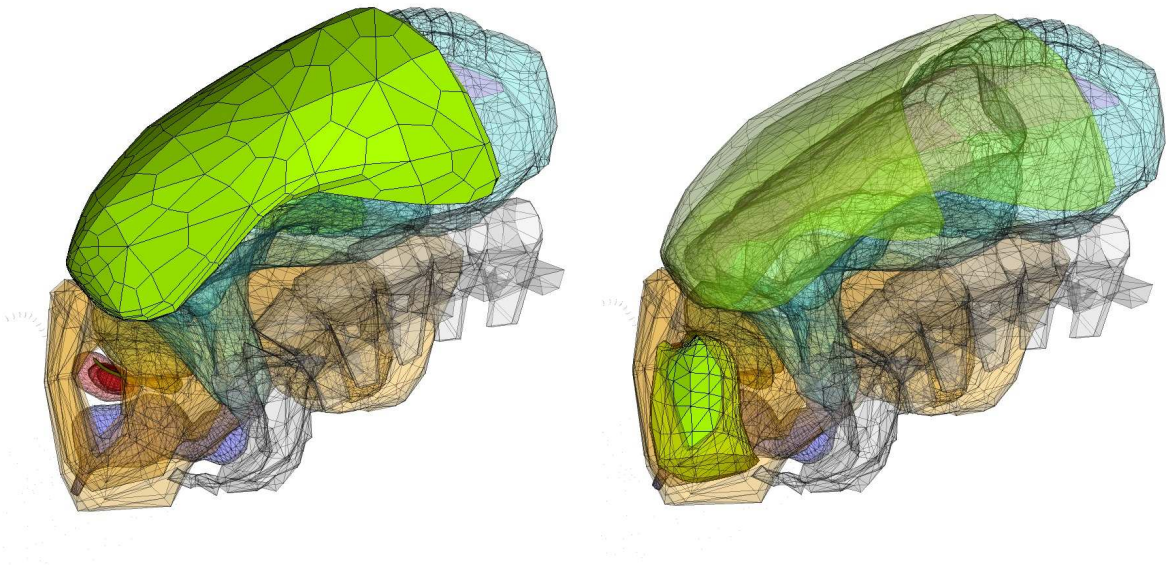
Fig. 6.10: *Modélisation géométrique des parties osseuses appartenant à l'environnement de la prostate (en orange) : (a) le bassin, (b) le bas de la colonne vertébrale et (c) la partie supérieure des fémurs.*

Modélisation des muscles abdominaux et pelviens

Nous avons complété notre modèle géométrique par l'ajout des principaux muscles appartement à l'environnement anatomique de la prostate : les muscles abdominaeux et les muscles pelviens. Nous avons représenté chacun de ces muscles par un seul objet. Cette simplification nous est surtout utile pour nos simulations où les muscles représentent des conditions aux limites pour la prostate et la vessie dans la partie antérieure du modèle avec les muscles abdominaux et pour la prostate et le rectum dans la partie inférieure du modèle avec les muscles pelviens. La figure 6.11 illustre ces deux types de muscles.

6.2.2.3 Conclusion sur la modélisation de l'environnement anatomique de la prostate

Dans ce paragraphe 6.2.2, nous avons présenté le modèle géométrique de l'environnement anatomique de la prostate réalisé au cours de cette thèse. Notre objectif de simulation des mouvements et des déformations de la prostate lors de biopsies et de curiethérapies passe par une modélisation réaliste de l'anatomie. Le modèle a été réalisé avec un maillage surfacique assez précis pour que le modèle soit réaliste tout en ne possédant pas un nombre de particules trop important, ce qui pourrait être un inconvénient pour les simulations. Certaines parties du modèle pourront être simplifiées si leur rôle est peu important dans la simulation et le nombre de particules pourra donc être diminué afin d'améliorer les performances en temps de calcul de notre méthode. Le modèle créé est un modèle générique que nous utiliserons dans toutes nos simulations. Il n'est pas propre à un patient mais des méthodes de recalage à partir d'images médicales pourront être utilisées par la suite afin de le faire correspondre à l'anatomie d'un patient donné.



(a) (b)

Fig. 6.11: *Modélisation géométrique des parties musculaires appartenant à l'environnement de la prostate (en vert clair) : (a) les muscles abdominaux et (b) les muscles pelviens.*

6.2.3 Simulations de l'environnement anatomique de la prostate

Dans ce paragraphe, nous présentons les différentes simulations réalisées à l'aide du modèle anatomique décrit dans le paragraphe précédent afin de montrer l'influence des organes localisés dans l'environnement de la prostate sur les mouvements et les déformations de celle-ci. Nous montrerons principalement l'influence de la vessie (paragraphe 6.2.3.1). Dans cette partie, seule la prostate possède une représentation volumique. Les autres organes ne sont modélisés qu'avec des particules à leur surface. Un tel choix s'explique par plusieurs raisons : (a) seules les déformations internes de la prostate nous intéressent, (b) pour la vessie, seul le contrôle du volume nous préoccupe, (c) notre modèle permet la combinaison de représentations surfaciques et volumiques : les représentations surfaciques permettent d'accélérer les temps de calcul.

6.2.3.1 Influence de la vessie

Dans ce paragraphe, nous présentons quelques exemples de simulations montrant l'influence du volume de la vessie dans l'environnement anatomique de la prostate. Pour cela, nous envisageons un patient en position allongée. Deux conditions aux limites fortes apparaissent si nous nous intéressons à l'ensemble « prostate-vessie » : la vessie est bloquée dans sa partie antéro-inférieure par l'arc pubien, et la prostate est contrainte dans ses mouvements

et déformations dans sa partie inférieure par le sphincter. Les deux principales conditions aux limites que nous imposons à notre modèle sont illustrées sur la figure 6.12.

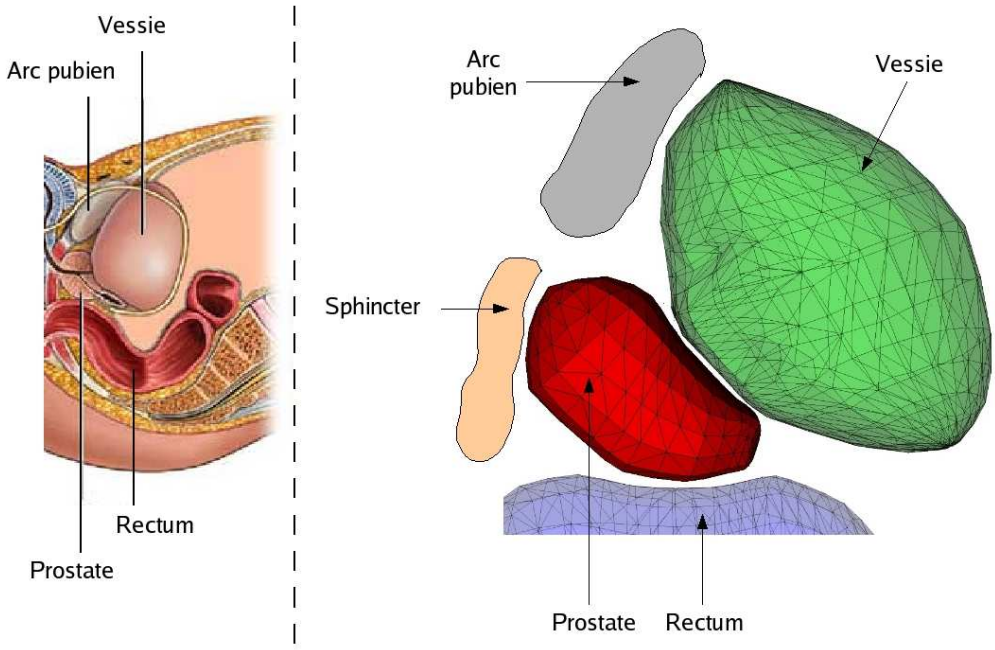


Fig. 6.12: *Anatomie de l'environnement de la prostate lors de l'étude de l'influence du volume de la vessie : la prostate est stoppée dans sa partie inférieure par le sphincter, la vessie dans sa partie antéro-inférieure par l'arc pubien. La figure de gauche représente un schéma de l'anatomie de l'environnement de la prostate alors que celle de droite représente notre modèle avec la prostate, la vessie et le rectum.*

Dans notre modèle, nous augmentons progressivement le volume de la vessie à l'aide de la méthode de contrôle du volume que nous avons présentée précédemment (chapitre 3). Nous observons la manière dont la prostate bouge ou se déforme lorsque le volume de la vessie varie. Nous appliquons les conditions aux limites sur la prostate et la vessie, comme représentées sur la figure 6.13.a. De la graisse sépare les différentes structures anatomiques (régions élastiques), modélisant le contact entre les deux organes. La région correspondant à la graisse n'a pas un volume fixe et transmet les déformations de la vessie à la prostate. La figure 6.13.b montre deux volumes différents de la vessie. Nous observons des déplacements des particules de la partie supérieure de la prostate compris entre 1 et 3 mm dans la direction antéro-postérieure. Ces particules sont localisées au niveau du point A défini dans le paragraphe 6.2.1.2 et les valeurs observées lors des simulations sont du même ordre de grandeur que celles mesurées. Les déformations les plus grandes sont celles au niveau de l'urètre et donc l'endroit où la vessie

et la prostate sont les plus proches. Dans les autres parties de la prostate, les déplacements sont inférieurs au millimètre.

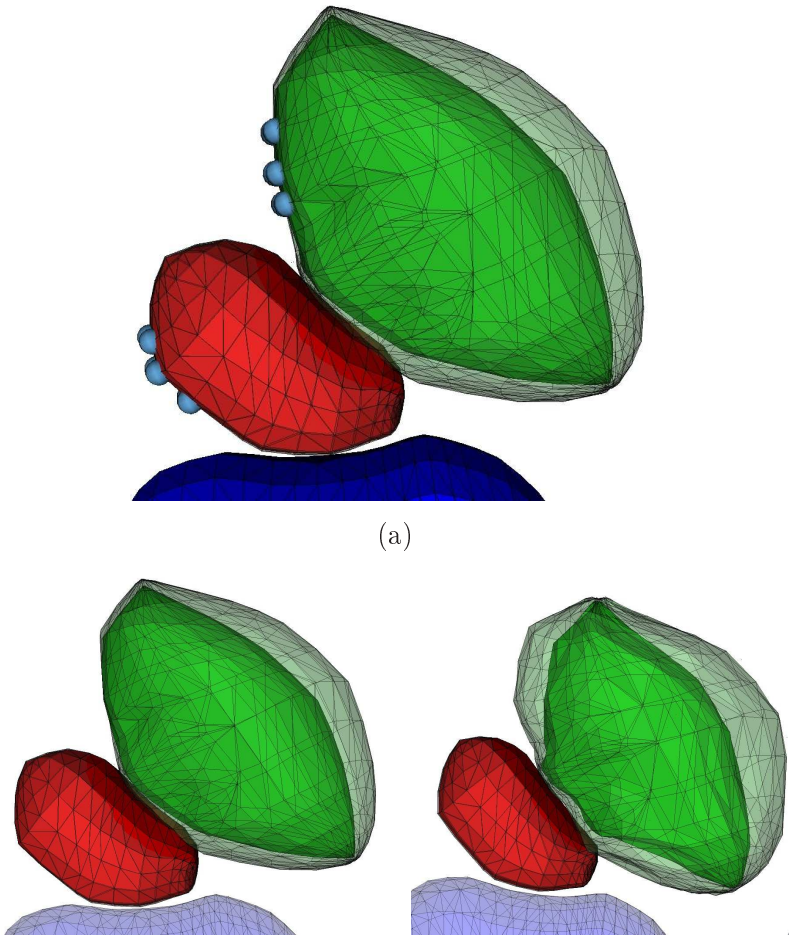


Fig. 6.13: *Modélisation d'une augmentation du volume de la vessie et de son influence sur l'environnement de la prostate : (a) les sphères représentent les particules fixées lors de la simulation, (b) et (c) deux exemples de simulations de modification du volume de la vessie (en vert).*

6.2.3.2 Influence du rectum

Tout comme la vessie, nous avons également effectué des simulations de la prostate en fonction du volume et de la forme du rectum. Nous reviendrons sur ces simulations dans la partie suivante, au paragraphe 6.3.1, lorsque nous étudierons l'influence de la sonde échographique sur l'environnement anatomique de la prostate, cet instrument entrainant principalement des

mouvements et des déformations du rectum.

6.2.4 Conclusion sur la modélisation et la simulation de la prostate et de son environnement

Dans cette première partie, nous avons décrit les différents travaux réalisés au cours de cette thèse sur la modélisation et la simulation de l'environnement anatomique de la prostate. Nous avons tout d'abord présenté l'expérience réalisée afin de mettre en évidence l'influence combinée des différents organes voisins de la prostate sur les mouvements et déformations de celle-ci. En se basant sur cette observation, la modélisation de la prostate doit donc prendre en compte l'anatomie des organes environnants. La construction d'un modèle anatomique de référence a ensuite été décrite. C'est ce modèle qui est utilisé dans les différentes simulations présentées dans ce manuscrit. Enfin, nous avons présenté des simulations réalisées à l'aide du modèle afin d'illustrer l'influence du volume de la vessie sur la prostate. De même que pour les données réelles obtenues avec l'expérience IRM, nous observons également des déformations de la prostate en fonction du volume de vessie.

6.3 Modélisation et simulation de gestes médico-chirurgicaux autour de la prostate

Dans cette partie, nous présentons la modélisation et la simulation de gestes médico-chirurgicaux concernant la prostate. Dans un premier temps, nous décrirons les simulations avec l'ajout d'instruments tels que la sonde échographique (paragraphe 6.3.1) ou les aiguilles (paragraphe 6.3.2) à l'environnement anatomique présenté dans la partie précédente. Puis, nous décrirons les gestes médico-chirurgicaux que nous avons présentés dans le chapitre 1 relatif au contexte médical de cette thèse : la biopsie et la curiethérapie de la prostate.

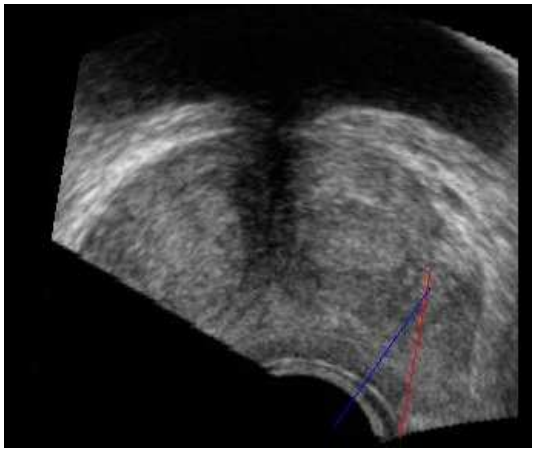
6.3.1 Simulation de l'environnement de la prostate avec une sonde échographique

Dans ce paragraphe, nous présentons des simulations de l'environnement anatomique de la prostate lorsqu'une sonde échographique est introduite dans le rectum. Nous distinguons deux procédures médicales où la position de la sonde est différente : le cas de la biopsie et le cas de la curiethérapie.

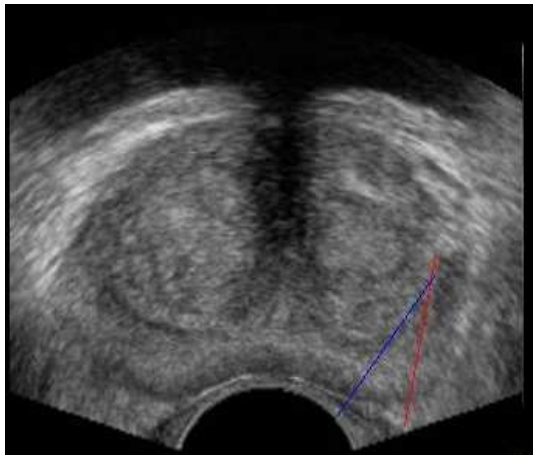
6.3.1.1 Cas de la biopsie

Lors de la réalisation d'une biopsie, le médecin oriente la sonde échographique de manière à pouvoir prélever des échantillons de tissu prostatique dans l'axe de la sonde (l'aiguille s'enfonce dans la prostate dans la direction de la sonde car le pistolet permettant de déclencher le prélévement est monté sur la sonde). Les mouvements effectués par le médecin sont donc très amples avec des orientations très variées. Sur les figures 6.14.a et 6.14.b sont représentées deux images échographiques au cours de la réalisation de deux biopsies de la prostate. La figure 6.14.c montre un recalage rigide entre les deux images : la sonde échographique a déformé la prostate dans les deux cas, notamment pour la deuxième biopsie où la sonde est orientée sur un des deux lobes de la prostate.

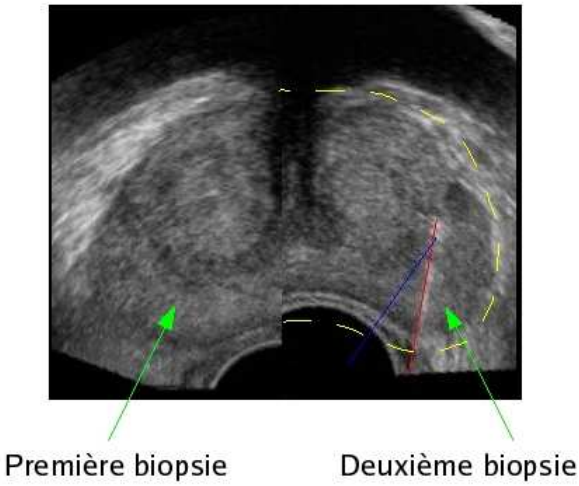
Nous avons effectué plusieurs simulations avec différentes orientations de la sonde échographique. Trois exemples d'orientation sont illustrés sur la figure 6.15. Nous observons bien une déformation de la prostate plus marquée (environ cinq millimètres) lorsque la sonde est positionnée de manière à voir la partie inférieure de la prostate (troisième simulation sur la figure 6.15).



(a)



(b)



(c)

Fig. 6.14: *Influence de la sonde échographique lors de la réalisation d'une biopsie. (c) Recalage rigide des deux images : la première biopsie (aiguille rouge) est représentée sur la partie gauche, la deuxième biopsie (aiguille bleue) est représentée sur la partie droite : la sonde échographique dans la deuxième biopsie a entrainé une déformation d'un des deux lobes de la prostate.*

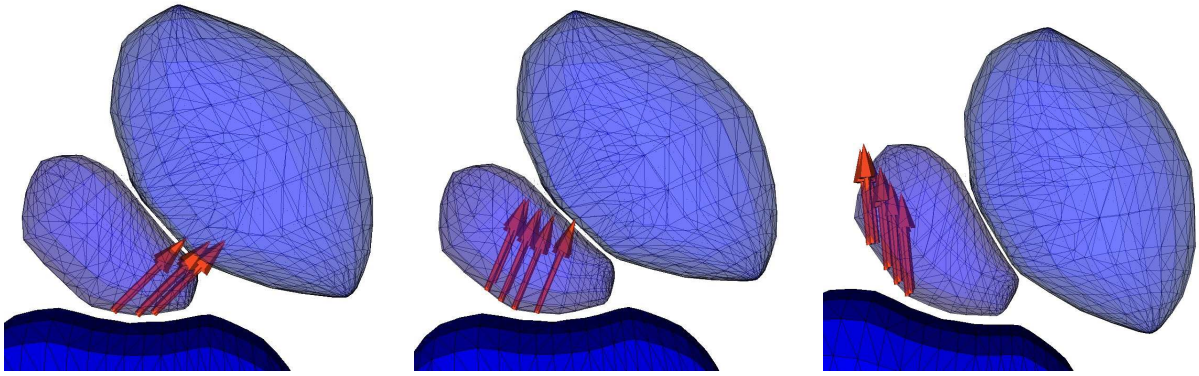


Fig. 6.15: *Simulations de l'environnement anatomique de la prostate avec une sonde échographique. Différentes orientations de la sonde sont simulées selon les différents angles choisis par le médecin pour prélever des échantillons de tissus dans toute la prostate. Les forces appliquées à la prostate sont représentées en rouge. La vessie et le rectum sont également représentées sur les trois figures. Les conditions aux limites appliquées sont identiques à celles des paragraphes précédents, c'est à dire sur l'arc pubien pour la vessie et le sphincter pour la prostate.*

6.3.1.2 Cas de la curiethérapie

Lors de la curiethérapie, uniquement la sonde échographique est introduite dans le rectum. Les aiguilles sont insérées dans la prostate par le périnée. La sonde sert juste de moyen d'imagerie et ne déforme pas autant le rectum que lors d'une biopsie car elle est positionnée parallèlement aux paroies de celui-ci. Les forces appliquées sur la prostate via le rectum sont donc perpendiculaires à la sonde, comme illustrées sur la figure 6.16. Les déformations observées au cours des simulations sont peu importantes (déplacements inférieurs au millimètre). Nous montrerons dans le paragraphe 6.3.3 la combinaison de l'influence de la sonde échographique avec les autres sources de mouvements et de déformations de la prostate afin de simuler une curiethérapie de la prostate.

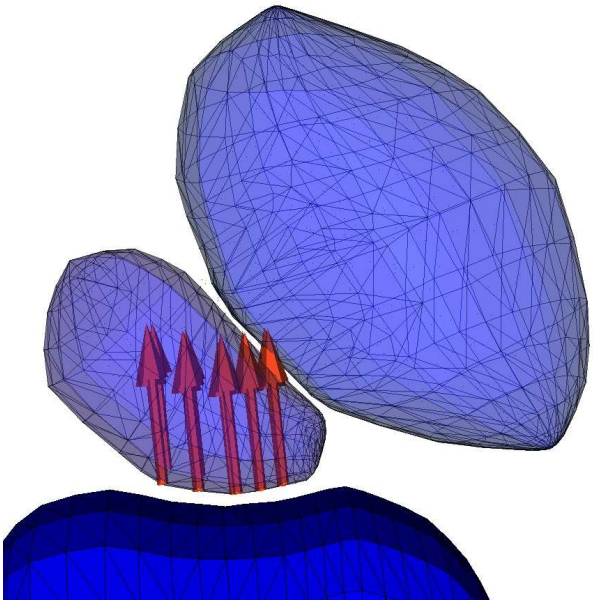


Fig. 6.16: *Simulations de l'environnement anatomique de la prostate avec une sonde échographique : orientation des forces exercées sur la prostate lors de la réalisation d'une curiethérapie.*

6.3.2 Validation des simulations avec des aiguilles

Dans ce paragraphe, nous décrivons l'expérience réalisée au cours de cette thèse afin de valider notre méthode de modélisation. Cette expérience comprend notamment la construction d'un fantôme et la comparaison des données réelles obtenues avec les simulations provenant de différentes méthodes de modélisation.

6.3.2.1 Contexte de la validation

Afin de valider les performances de la simulation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous avec notre méthode de modélisation, une comparaison avec des données réelles représente la meilleure référence. Obtenir des informations précises des déformations et mouvements de la prostate au cours d'une biopsie ou d'une curiethérapie nécessite de mettre en place un protocole complexe, notamment du point de vue des expérimentations réalisées en milieu hospitalier. Dans un premier temps, la validation de notre modélisation des aiguilles à l'aide de données provenant d'un fantôme a donc été envisagée. Au cours d'un séjour (avril-juin 2006) à l'université de Colombie Britannique (UBC) à Vancouver au Canada dans l'équipe du Professeur Salcudean, un fantôme de la prostate et de son environnement a été conçu afin de valider la méthode de modélisation développée dans cette équipe [DS03a, GSD*05] ainsi que notre propre méthode.

L'équipe du professeur Salcudean a effectué un travail pionnier dans la modélisation de l'in-

sertion des aiguilles dans des tissus mous. Leur méthode fonctionne en 3D et le comportement d'aiguilles flexibles a également été modélisé. Aucune simulation médicale n'a pour l'instant été proposée mais leur principal objectif médical est la curiethérapie de la prostate. Dans ce contexte, d'autres voies de recherche sont également empruntées par cette équipe pour l'aide à la réalisation du geste de curiethérapie. En dehors de la modélisation et la simulation de tissus mous, des travaux d'élastographie sont en cours de réalisation sur des images de la prostate et sur l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous. Le travail de réalisation d'un fantôme de la prostate et de l'insertion d'aiguilles a été réalisé en mettant en commun les différents travaux en cours sur le sujet.

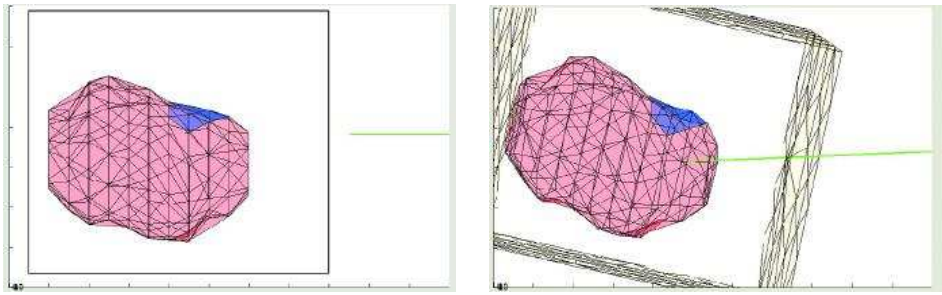
6.3.2.2 Protocole expérimental réalisé

Le principe de l'expérience mise en place est :

1. de réaliser un fantôme représentant la prostate et son environnement anatomique,
2. d'insérer des aiguilles de curiethérapie dans le fantôme avec des déplacements connus et maîtrisés,
3. de mesurer précisément les déplacements et déformations des tissus lors de l'insertion de l'aiguille.

La description des différentes étapes de réalisation de cette expérience est détaillée dans les paragraphes suivants.

1. Réalisation d'un fantôme de la prostate et de son environnement
Le fantôme réalisé doit mimer les mouvements de la prostate lors de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous. Dans les simulations réalisées au sein de l'équipe du Professeur Salcudean, la prostate est attachée dans sa partie supérieure à l'arc pubien et effectue un mouvement de rotation lors de l'insertion d'une aiguille, comme illustré sur la figure 6.17.



(a) (b)

Fig. 6.17: *Simulation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous par Goksel et al. [GSD*05]*

Nous avons décidé de créer un fantôme représentant une prostate attachée sur un de ses côtés à une structure plus dure représentant l'arc pubien et plongée dans un matériau plus mou représentant la graisse située autour de la prostate. Le schéma du fantôme réalisé est représenté sur la figure 6.18. L'ensemble des matériaux composant le fantôme a tout d'abord été

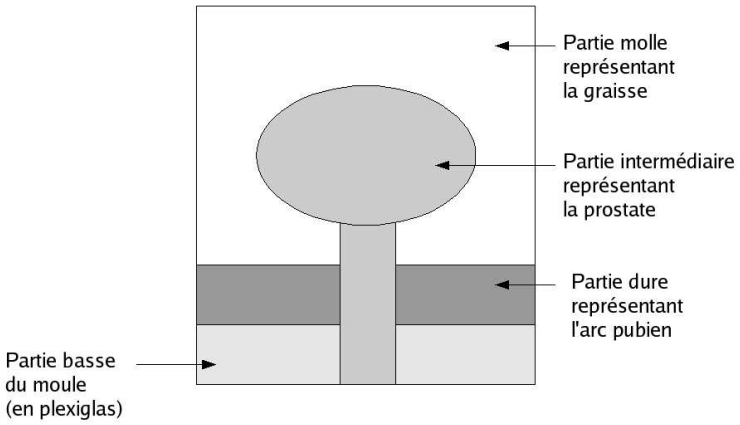


Fig. 6.18: *Schéma du fantôme réalisé à Vancouver : la prostate avec une forme d'ellipsoide est rattachée à une partie plus dure sur un de ses côtés et est plongée dans un matériau plus élastique.*

composé de gelatine à des concentrations différentes selon la rigidité voulue des objets modélisés. La prostate a tout d'abord été réalisée dans un moule spécifique représentée sur la figure 6.19.a. Après démoulage, elle a été introduite dans un moule représentant l'environnement. Une première couche avec une forte concentration en gelatine a été versée afin de modéliser l'arc pubien (figure 6.19.b). Après séchage de cette première couche, le reste du moule a été rempli avec un mélange où la gelatine était en plus faible concentration que la prostate et l'arc pubien (figure 6.19.c).

Le fantôme à base de gelatine s'est très peu déformé lors des premiers tests d'insertion d'aiguilles. Nous avons donc changé de matériau et choisi de réaliser un fantôme en plastique à base de PVA (alcool polyvinylique), comme illustré sur la figure 6.19.d où la partie dure du fantôme est en plastique.

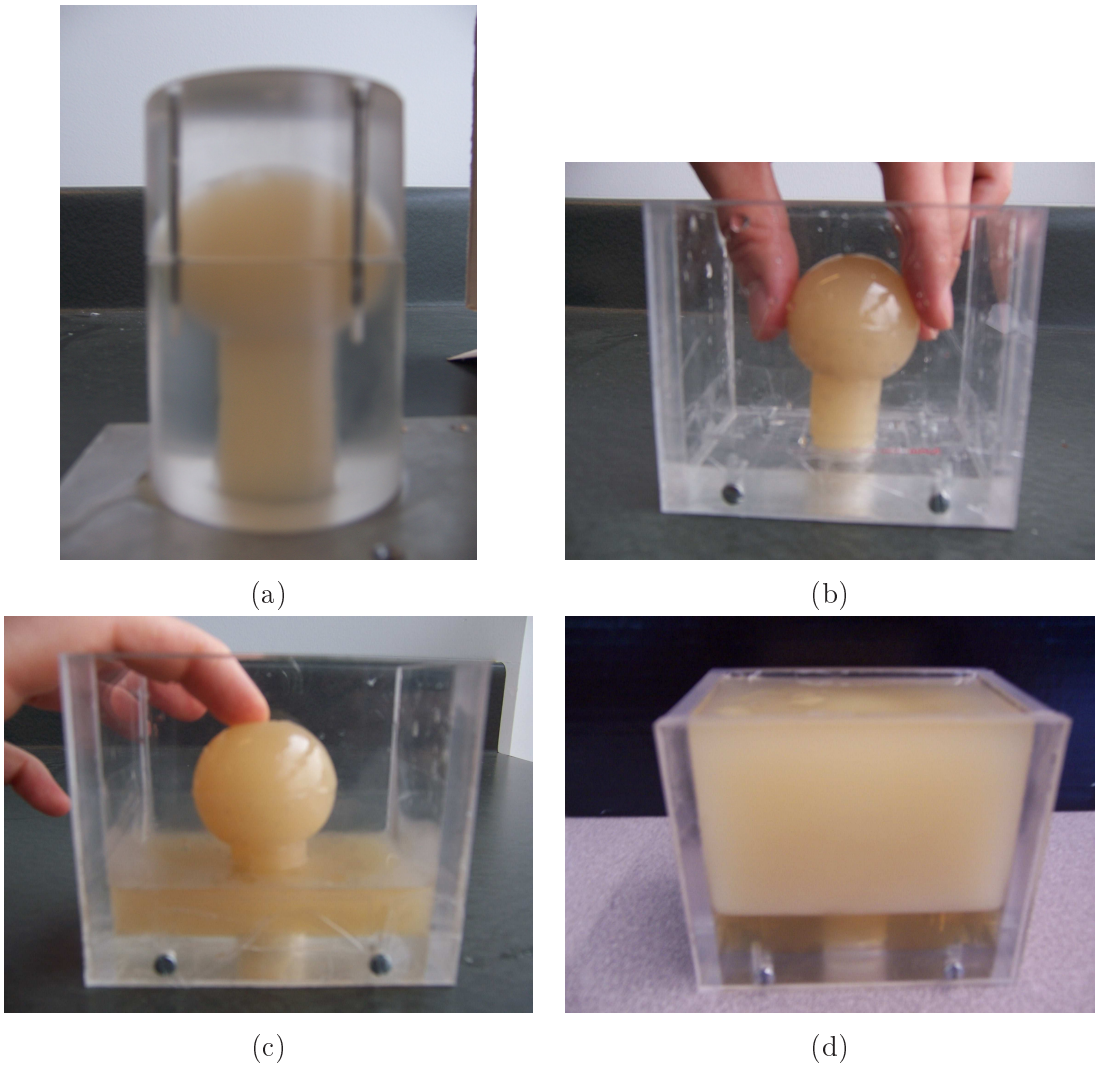


Fig. 6.19: *Réalisation du fantôme de la prostate et de son environnement : (a) réalisation de la prostate ici représentée dans son moule, (b) le fantôme de la prostate est inséré dans le moule représentant son environnement, (c) la partie inférieure est remplie avec un matériau plus dur permettant de représenter la relation entre la prostate et l'arc pubien, (d) le reste du moule est rempli avec un matériau très mou (plusieurs composants ont été essayés : ici, de l'agar pour la partie supérieure et du PVA pour la partie inférieure).*

2. Insertion précise d'aiguilles dans le fantôme

Après avoir créé ce fantôme de la prostate, il nous a fallu mettre en place un protocole permettant d'insérer des aiguilles dans le fantôme en :

- mesurant le déplacement de l'aiguille à l'intérieur du fantôme,
- contrôlant l'orientation de l'aiguille,
- mesurant les forces exercées lors de l'insertion de l'aiguille.

Afin de contrôler les déplacements de l'aiguille dans l'espace, nous avons utilisé un Pantograph. Le Pantograph est un dispositif permettant de manipuler un objet attaché à son extrémité selon trois degrés de liberté (deux directions du plan dans lequel se déroulent les expériences et la rotation selon l'axe perpendiculaire à ce plan). Un Pantograph auquel a été fixée une aiguille de curiethérapie à l'aide d'un dispositif spécialement conçu pour notre expérience est représenté sur la figure 6.20.a. Afin de mesurer les forces exercées sur l'aiguille lors de son insertion dans le fantôme, un capteur de force à 6 degrés de libertés a été inséré entre le Pantograph et l'aiguille. Les forces de l'aiguille sont donc mesurées à sa base. Nous expliquerons dans le prochain paragraphe comment sont effectués les calculs.

Le Pantograph et le capteur de forces sont contrôlés via des adaptateurs avec le logiciel Simulink. Les déplacements de l'aiguille par l'intermédiaire du Pantograph sont donc programmés. La figure 6.20 illustre la mise en place de l'expérience avec le fantôme et l'aiguille contrôlée par le Pantograph et dont les déplacements sont mesurés à l'aide d'un capteur de forces.

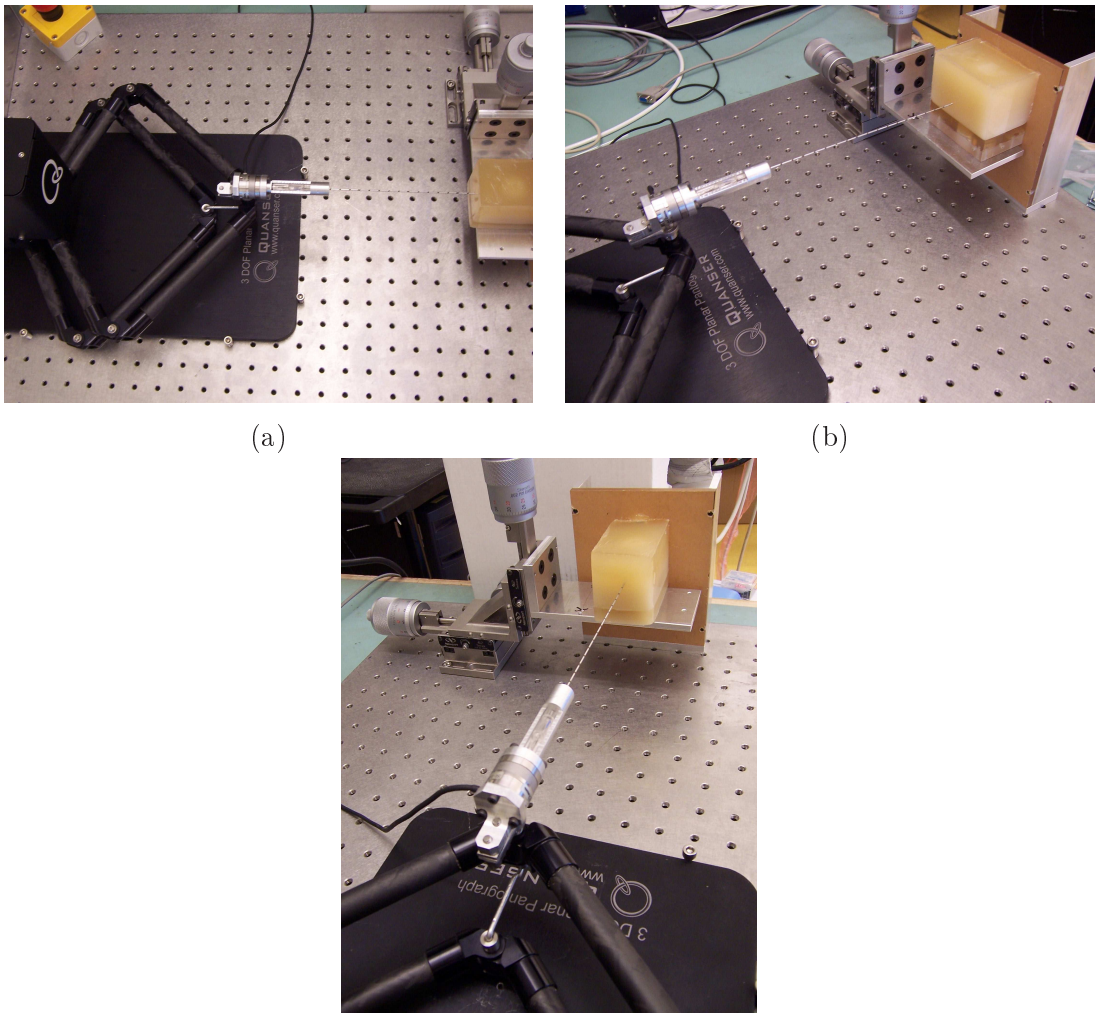
3. Mesures des déplacements et déformations

Afin d'obtenir des données réelles permettant d'effectuer des comparaisons avec les simulations provenant des différentes méthodes de modélisation, nous avons mis en place un protocole permettant de mesurer de manière précise les déformations du tissu à chaque instant de l'insertion des aiguilles. Pour mesurer les déplacements du tissu dus à l'aiguille, nous avons utilisé la méthode d'élastographie développé au sein de l'équipe du professeur Salcudean [SFB*06, ZAS06]. Nous avons placé une sonde échographique dans le plan d'insertion de l'aiguille dans le fantôme, comme illustré sur les figures 6.21.a et 6.21.b . Cette sonde recueille des données envoyées à l'échographe (figure 6.21.c) et ensuite traitées afin d'obtenir des images d'élastographie.

Afin de mesurer correctement les déformations du fantôme, deux points particuliers doivent être vérifiés :

1. l'alignement du plan échographique et du plan d'insertion de l'aiguille,
2. la synchronisation des déplacements de l'aiguille avec l'enregistrement des données échographiques afin de pouvoir reconstruire les déformations du fantôme en fonction de la position de l'aiguille.

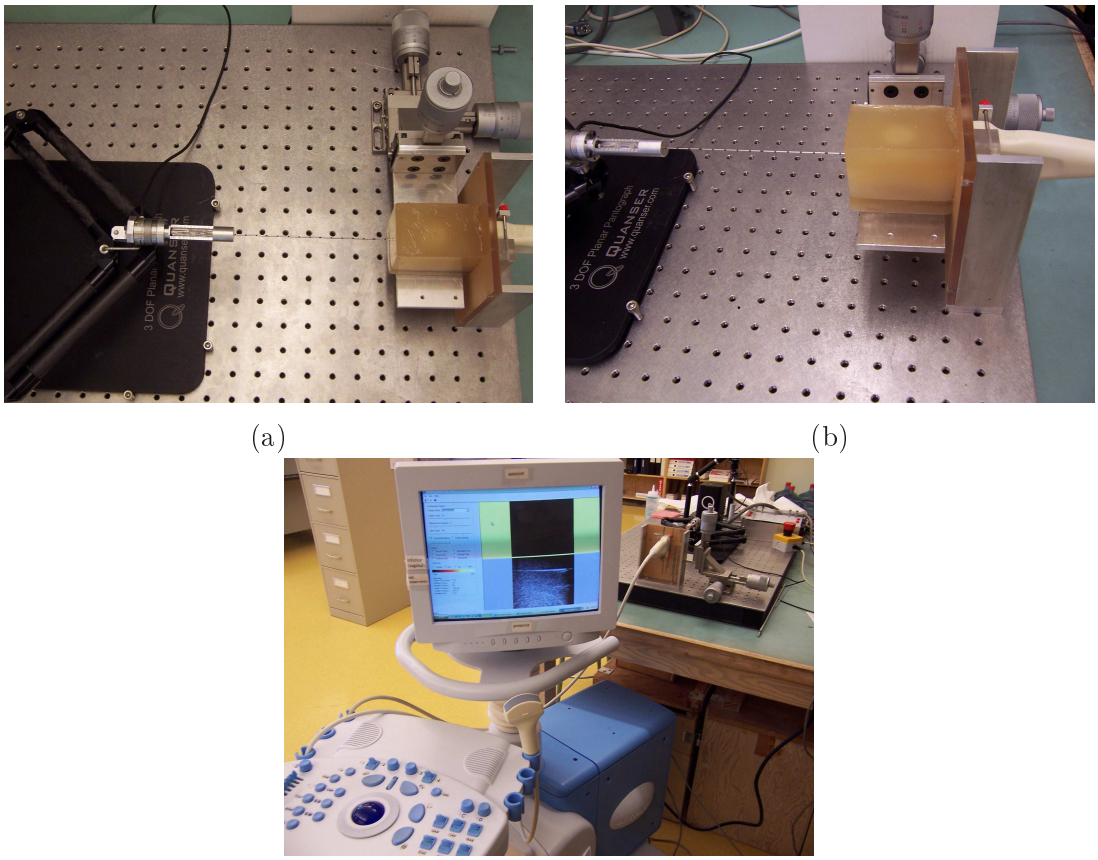
Pour résoudre le premier point, nous avons effectué un calibrage afin de faire coïncider les plans échographiques et plans d'insertion de l'aiguille. Pour résoudre le deuxième point, nous avons dans un premier temps synchronisé l'enregistrement des commandes envoyées vers le Pantograph avec les mesures effectuées par le capteur de forces. Ces mesures sont synchronisées



(a) (b)

(c)

Fig. 6.20: *Insertion des aiguilles de curiethérapie dans le fantôme : (a) le Pantograph piloté avec le logiciel Simulink contrôle l'insertion d'aiguille et le capteur de forces monté à l'extrémité de l'aiguille mesure les forces résultantes lors de l'insertion, (b) l'aiguille est insérée dans le fantôme, (c) celui-ci pouvant être positionné de plusieurs manières.*



(a) (b)

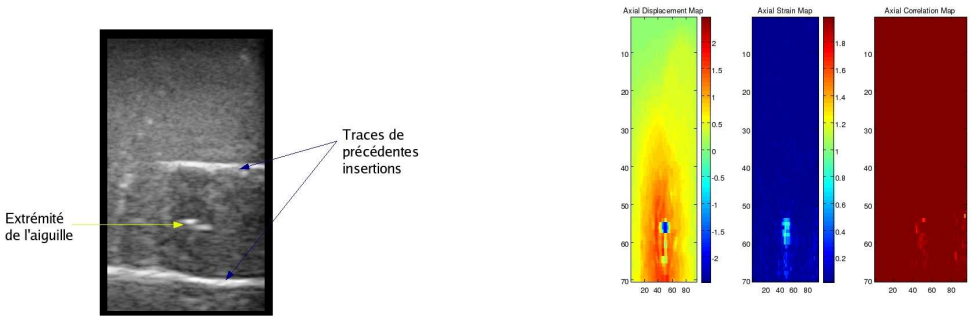
(c)

Fig. 6.21: *Mesures des déplacements et déformations des tissus lors de l'insertion de l'aiguille : une sonde échographique est placée à l'opposé de l'aiguille par rapport au fantôme afin de mesurer les déformations des tissus (a) vue du dessus, (b) vue de côté, (c) la sonde échographique reliée à l'échographe permet d'obtenir des images échographiques qui peuvent ensuite être transformées par élastographie afin de mesurer les déplacements relatifs des matériaux du fantôme.*

sur le même ordinateur. Nous avons ensuite synchronisé ces données avec l'enregistrement des données sur l'échographe avec un protocole UDP.

6.3.2.3 Résultats obtenus

Dans un premier temps, nous avons programmé le Pantograph afin qu'il guide l'aiguille dans une trajectoire rectiligne lors de son insertion dans le fantôme. La mesure des forces à l'aide du capteur nous permet de récupérer leurs intensités, valeurs que nous allons ensuite incorporer dans notre méthode de modélisation. L'enregistrement de ces forces est synchronisé avec celui des données provenant de la sonde échographique. La figure 6.22.a montre un exemple d'image échographique obtenue lors de l'insertion d'une aiguille dans le fantôme. A l'aide de la méthode de vibro-élastographie, nous avons recupéré les déplacements et déformations relatifs des « tissus » du fantôme. De la cellulose a été ajoutée à la gelatine afin d'obtenir de meilleures images échographiques pour le traitement par élastographie. Un exemple de résultat obtenu est présenté sur la figure 6.22.b. Nous voyons que c'est principalement l'extrémité de l'aiguille qui est visible. Les résultats présentés ont été réalisés avec un fantôme en gelatine. Les déformations mesurées sont très petites et c'est pourquoi nous avons décidé de choisir de réaliser un fantôme en PVA afin d'obtenir une échelle des déformations plus grande.



(a) (b)

Fig. 6.22: *Images obtenues lors de l'insertion d'une aiguille dans le fantôme : (a) image échographique, mode B, (b) après traitements à l'aide d'une méthode d'élastographie, image des déplacements et des déformations relatifs des matériaux du fantôme.*

Les premiers résultats avec le nouveau fantôme sont présentés sur la figure 6.23 et montrent la somme cumulée des déplacements à l'intérieur du fantôme lorsque l'aiguille est insérée puis retirée. D'autres résultats sont en cours de traitement et devraient à court terme permettre d'obtenir les données réelles de référence permettant la comparaison avec les données simulées. En parallèle du traitement des données, nous avons réalisé le maillage du fantôme afin de réaliser nos simulations lorsque les valeurs des forces exercées sur l'aiguille seront disponibles.

Nous avons incorporé dans le modèle les coefficients de friction, de découpe et de ponction réels et correspondants aux matériaux du fantôme après les avoir mesurés à l'aide du capteur de forces. Les premiers résultats de comparaisons des simulations avec les données réelles devraient être disponibles prochainement.

6.3.3 Simulations de biopsie et de curiethérapie de la prostate

Dans ce paragraphe, nous présentons les simulations de la biopsie et de la curiethérapie de la prostate avec notre méthode de modélisation.

6.3.3.1 Simulation de biopsies de la prostate

Une simulation se décompose en deux parties :

- Une première partie de positionnement de la sonde échographique : le médecin dispose la sonde de manière à voir la zone qu'il désire biopsier.
- Une deuxième partie qui correspond à l'insertion de l'aiguille proprement dite. Cette insertion est réalisée parallèlement à la direction dans laquelle la sonde est orientée.

Lors de la réalisation d'une biopsie, des conditions aux limites doivent également être imposées. Elles correspondent notamment à l'arc pubien qui bloque la vessie principalement et aux muscles du sphincter qui retiennent la prostate dans sa partie inférieure. Ces conditions aux limites ainsi que les chargements appliqués durant la simulation sont résumés sur la figure 6.24. Les différentes structures anatomiques appartenant à l'environnement de la prostate sont quant à elles représentées sur la figure 6.25.

Dans la première partie de la simulation correspondant au positionnement de la sonde échographique, l'aiguille suit les mouvements de la sonde. Puis, dans la seconde partie, elle est insérée à la position initialement planifiée. Il faut cependant noter que l'introduction de la sonde ayant déplacé et déformé la prostate, la position atteinte ne sera pas nécessairement la position planifiée. Les différentes positions de l'aiguille sont représentées sur la figure 6.26.

Les déformations de la prostate lors d'une biopsie ont deux origines : la première correspond à l'influence de la position de la sonde échographie dans le rectum, la seconde correspond à l'insertion de l'aiguille pour réaliser le prélèvement de tissus prostatiques. Ces différentes déformations sont représentées sur la figure 6.27. Les déformations de la prostate dépassent 5 millimètres avec certaines orientations de la sonde. Le déplacement de la prostate dû à la combinaison des forces liées à la sonde et à l'aiguille est de l'ordre du millimètre sur nos simulations, ce qui correspond à l'ordre de grandeur des déplacements mesurés lors de biopsies.

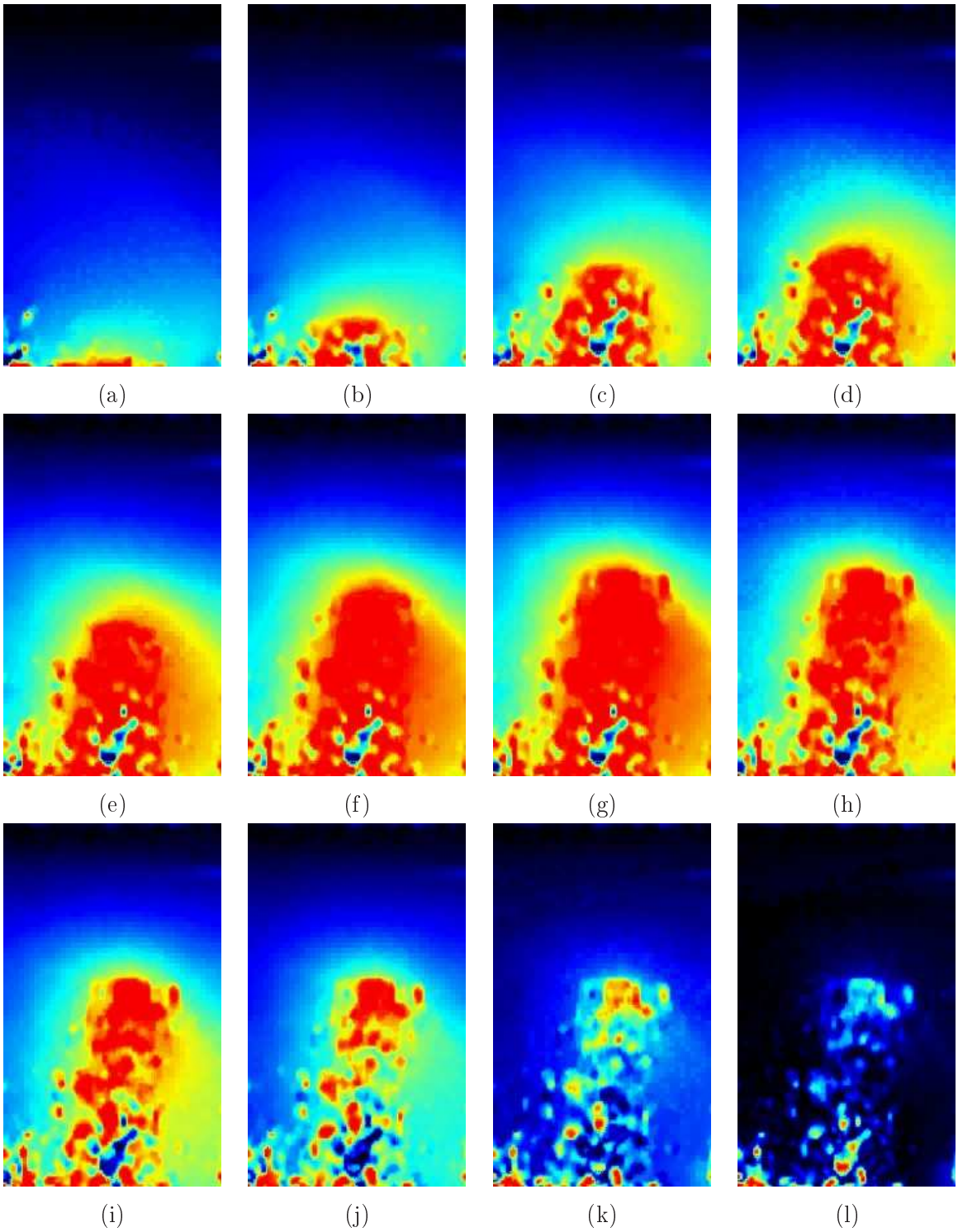


Fig. 6.23: *Images obtenues lors de l'insertion d'une aiguille dans le fantôme : somme cumulée des déplacements à l'intérieur du fantôme. La couleur bleue foncée correspond à un déplacement nul alors que le rouge correspond aux plus forts déplacements (légèrement inférieurs à 4 mm). Les images (a) à (g) représentent l'insertion tandis que les images (h) à (l) représentent les déplacements lorsque l'aiguille est retirée.*

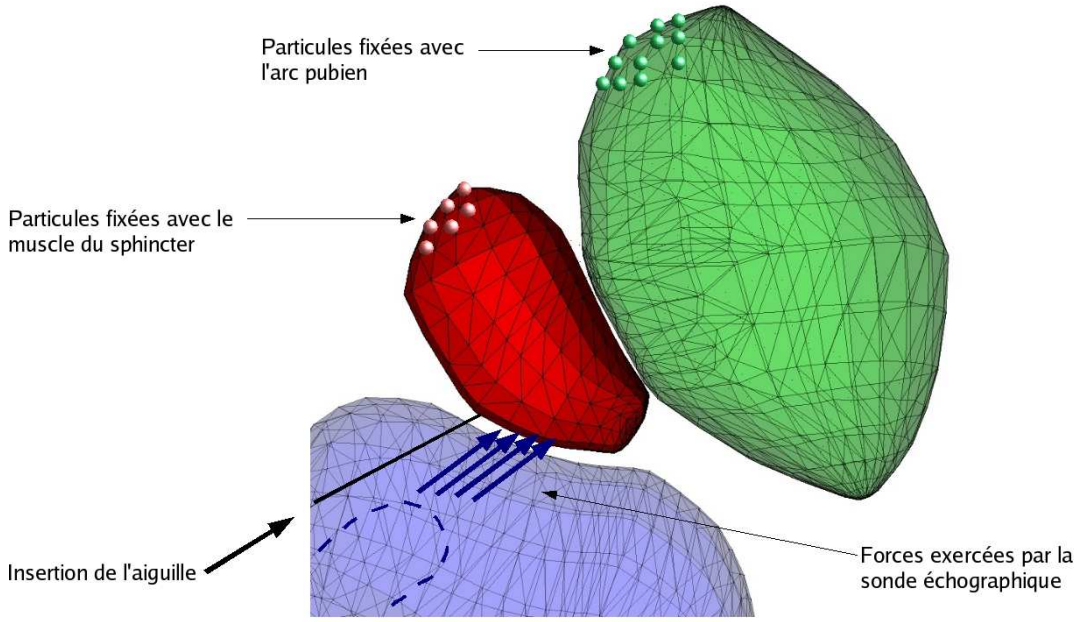
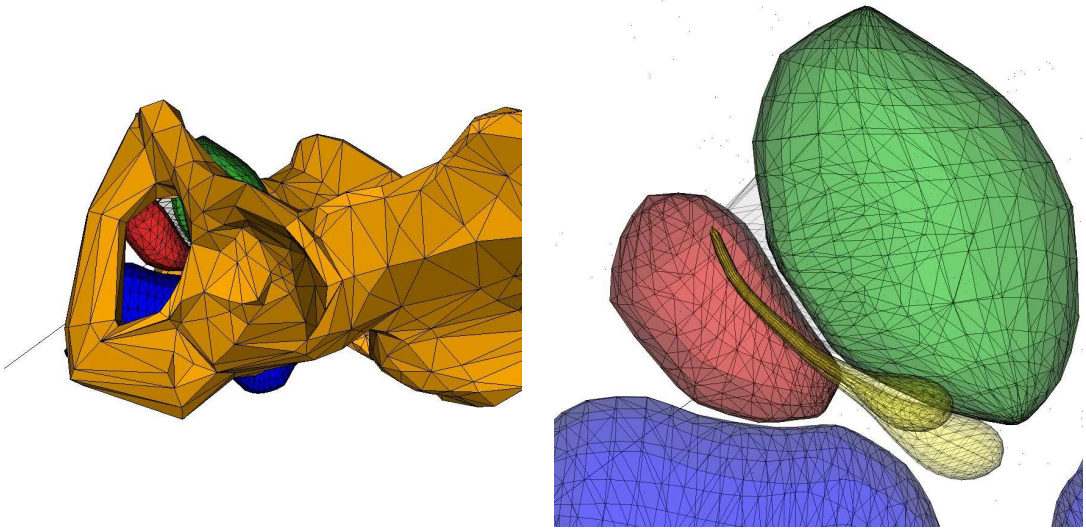
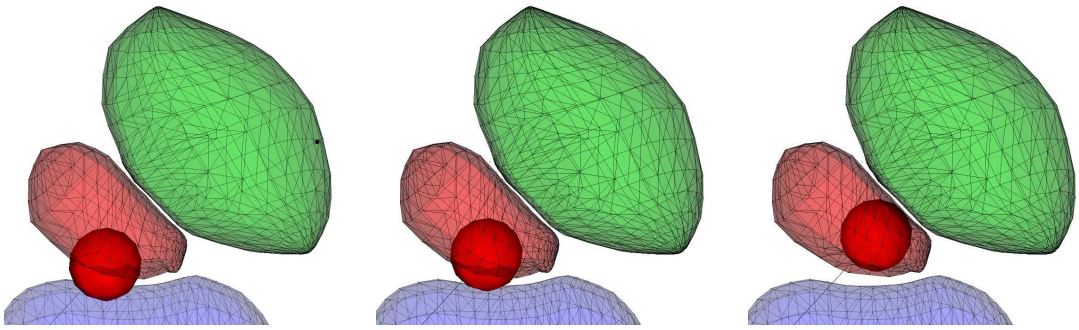


Fig. 6.24: *Détails des conditions aux limites et chargements appliqués sur la prostate et les organes voisins. Certaines particules de la prostate et de la vessie sont fixées, dû à la présence de l'arc pubien pour la vessie et des muscles du sphincter pour la prostate. Entre chaque organe (notamment la prostate et la vessie), une région représentant de la graisse est définie. Au cours de la simulation, des forces sont tout d'abord exercées sur la partie postérieure de la prostate, représentant le positionnement de la sonde échographique. Puis, l'aiguille est insérée dans la prostate avec une direction dans le prolongement de celle de la sonde échographique.*



(a) (b)

Fig. 6.25: *Représentation des différentes structures anatomiques entourant la prostate (en rouge) lors de la simulation d'une biopsie : (a) les os du bassin sont représentés, (b) les os ont été enlevés et les organes environnants sont la vessie (en vert), les vésicules séminales (en jaune) et le rectum (en bleu).*



(a) (b) (c)

Fig. 6.26: *Représentation des différentes positions de l'aiguille lors de la simulation de la biopsie. L'extrémité de l'aiguille est localisée avec une sphère rouge. (a) initialisation de la simulation. (b) après le positionnement de la sonde échographique (la prostate est déjà déformée). (c) après l'insertion de l'aiguille dans la prostate.*

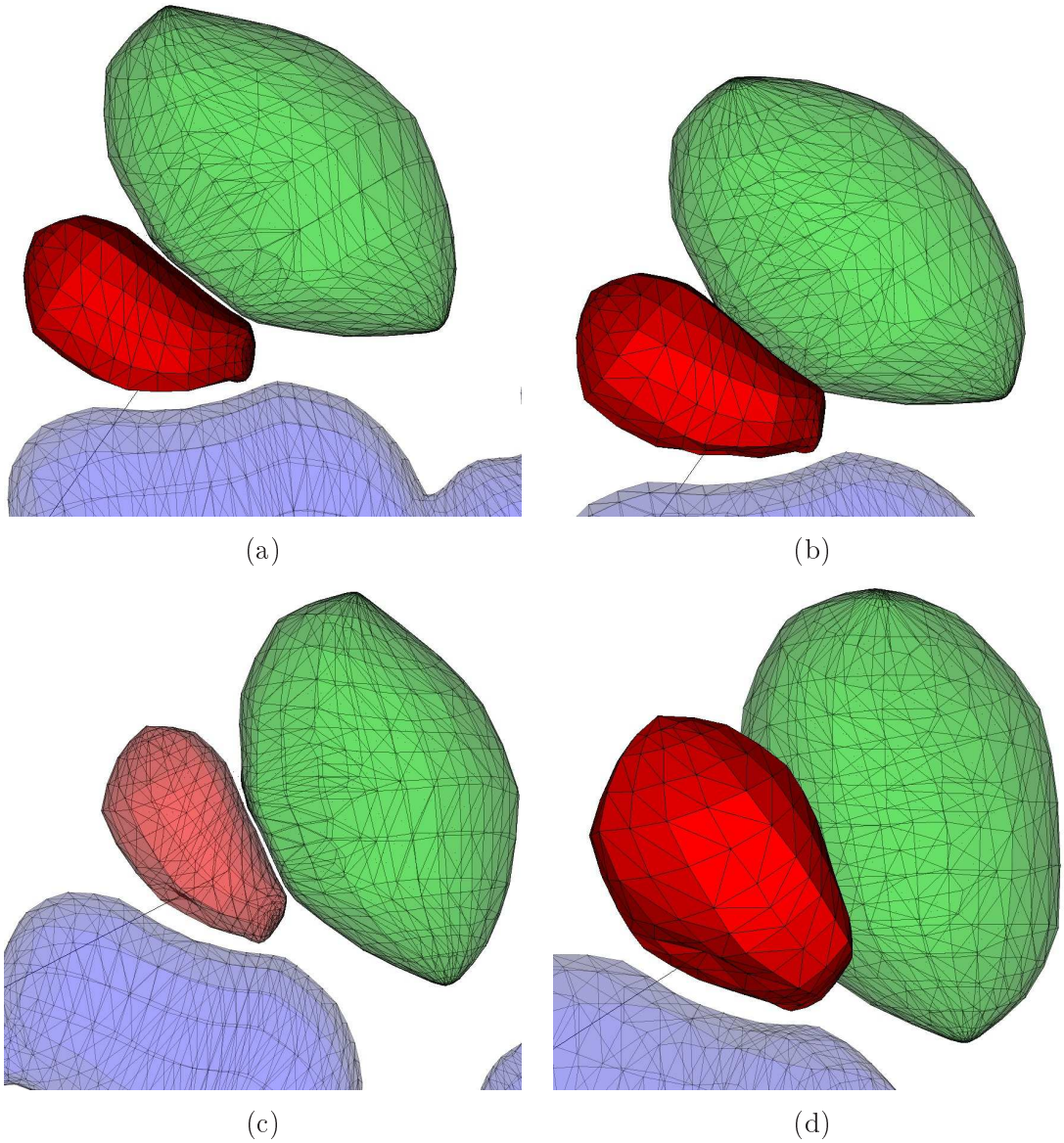


Fig. 6.27: *Evolution de la forme de la prostate au cours de la simulation de la biospie. Les images (a) et (b) représentent la prostate après le positionnement de la sonde échographique tandis que les images (c) et (d) représentent la prostate après l'insertion de l'aiguille.*

6.3.3.2 Simulation de curiethérapies de la prostate

Dans ce paragraphe, nous présentons un exemple de simulation de curiethérapie réalisée avec notre méthode de modélisation avec 5 aiguilles. Nous utilisons des conditions aux limites similaires à celles utilisées pour les simulations de biopsie. Nous les résumons sur la figure 6.28 et montrons l'environnement anatomique de la prostate lors d'une simulation sur la figure 6.29.

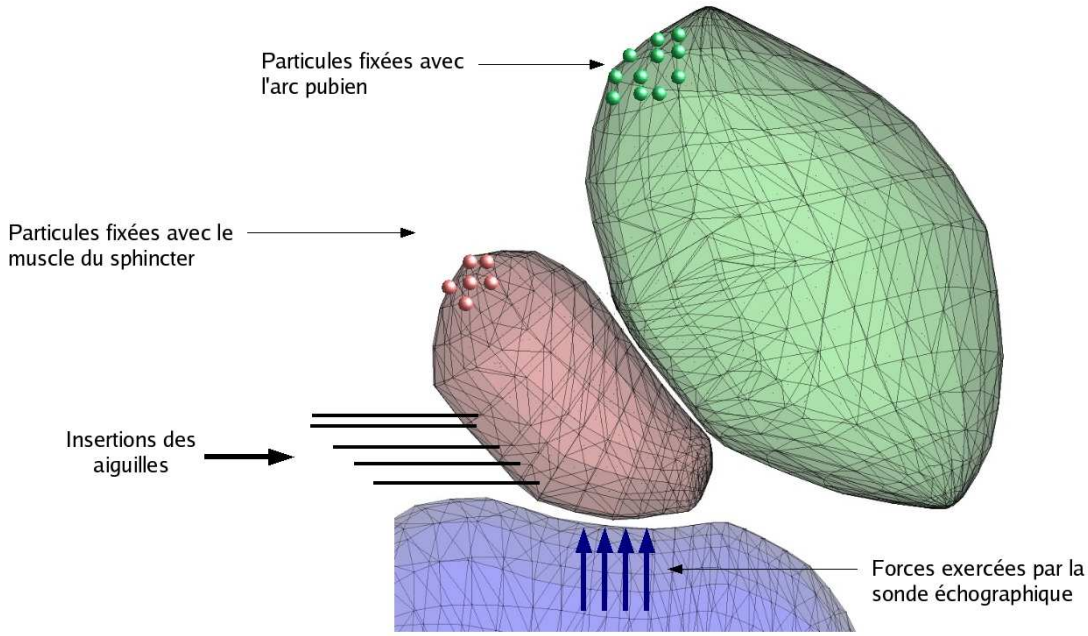


Fig. 6.28: *Conditions aux limites et chargements sur la prostate (représentée en rouge) au cours de la simulation d'une curiethérapie de la prostate. La vessie est représentée en vert et le rectum en bleu. La sonde échographique est dans un premier temps insérée dans le rectum et exerce une force perpendiculaire à la paroi de celui-ci. Dans un second temps, les aiguilles sont insérées une à une. Les particules fixées sont celles qui sont liées au sphincter et à l'arc pubien.*

La sonde est dans un premier temps insérée dans le rectum et exerce une force perpendiculaire à sa paroi. Puis, les aiguilles sont insérées les unes après les autres. La vitesse initiale de l'aiguille est plus faible que celle des aiguilles pour les simulations de biopsie. Nous observons principalement que la prostate se déforme lors de l'insertion des aiguilles (notamment lorsque l'aiguille n'est pas encore à l'intérieur du tissu). Un déplacement de la prostate vers la vessie est également observé : ce déplacement est dépendant du volume de la vessie. Nous pouvons noter que l'ordre dans lequel les aiguilles sont insérées joue un rôle sur la position finale de la prostate. Un exemple de simulation est représenté sur la figure 6.30. Pour les simulations concernant la biopsie et le curiethérapie, le nombre d'itérations par seconde est compris entre 5 et 10 pour un pas de temps de 0,01.

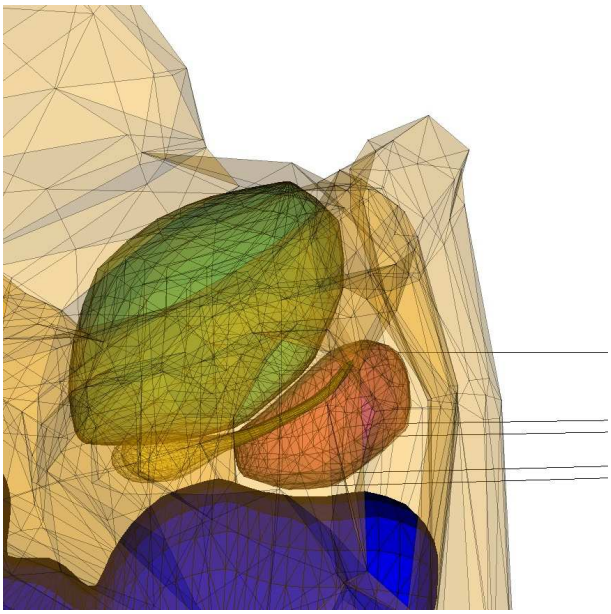
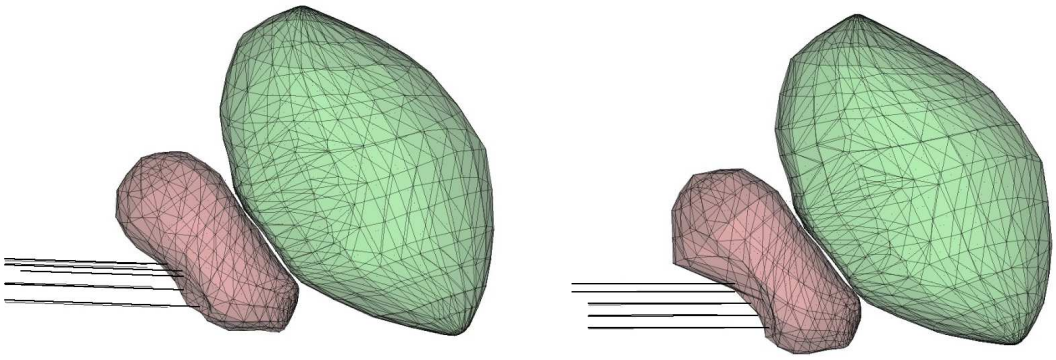


Fig. 6.29: *Environnement anatomique de la prostate lors d'une simulation de curiethérapie. Les os sont représentés en orange, la vessie en vert, le rectum en bleu et les vésicules séminales en jaune. La prostate est quant à elle représentée en rouge.*



(a) (b)

Fig. 6.30: *Exemples de simulations de curiethérapie de la prostate. Uniquement la prostate et la vessie sont représentées sur les figures. (a) La prostate est déformée après le positionnement de la sonde échographique et le début de l'insertion des aiguilles. (b) La déformation obtenue après l'insertion des différentes aiguilles peut être importante.*

6.3.3.3 Conclusion sur les simulations de biopsie et curiethérapie de la prostate

Dans ce paragraphe 6.3.3, nous avons présenté quelques exemples de simulations de curiethérapie et de biopsie de la prostate. Les simulations obtenues donnent des résultats préliminaires sur les déformations et les déplacements de la prostate, les valeurs étant similaires à celles mesurées dans la littérature. La prochaine étape consistera à valider médicalement ces simulations à l'aide de comparaisons avec des données réelles. Les résultats obtenus avec les simulations pourront alors être significatifs et utilisables par un médecin.

6.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les résultats obtenus concernant l'application médicale choisie pour notre méthode de modélisation. Après avoir brièvement rappelé les travaux existants sur la modélisation et la simulation de la prostate, nous avons présenté les simulations que nous avons réalisées.

Dans un premier temps, nous avons détaillé l'expérience IRM réalisée afin de mettre en évidence les déplacements et déformations de la prostate dus aux organes environnants. Cette expérience qui montre l'influence combinée des organes les plus proches de la prostate nous a permis d'obtenir des premières valeurs des déformations et des déplacements et ainsi d'avoir une première référence pour effectuer des comparaisons avec les données simulées. Dans une prochaine étape, il serait intéressant de pouvoir réaliser ces expériences sur un plus grand nombre de personnes afin d'obtenir d'autres valeurs de l'influence des différentes parties anatomiques de l'environnement de la prostate.

Dans un second temps, nous avons présenté le modèle anatomique que nous avons réalisé. Ce modèle est générique et se veut le plus réaliste possible quant aux positions et aux formes des organes représentés. C'est à partir de ce modèle que nous avons réalisé l'ensemble des simulations. Nous envisageons par la suite d'effectuer des modèles spécifiques au patient à partir des données médicales que nous pourrons traiter.

Enfin, dans un troisième temps, nous avons présenté des exemples de simulations réalisables avec notre méthode de modélisation. Nous avons d'abord détaillé les simulations réalisées uniquement avec les organes autour de la prostate, puis nous avons ajouté des instruments chirurgicaux. Les résultats obtenus montrent la faisabilité de simulations concernant la biopsie et la curiethérapie de la prostate. La validation des données simulées avec des données réelles, amorcée par exemple pour la modélisation des aiguilles, est la prochaine étape de notre travail appliqué à la modélisation de procédures médicales sur la prostate. A plus long terme, les simulations obtenues pourront constituer pour le médecin un outil d'aide à la réalisation de gestes chirurgicaux sur la prostate.

En conclusion, nous avons réalisé un modèle générique de l'environnement de la prostate permettant d'effectuer de nombreuses simulations en faisant varier les différents paramètres jouant un rôle direct ou indirect sur la position et les formes de la prostate. L'ajout d'influences extérieures telles qu'une sonde échographique ou des aiguilles permet également de simuler des gestes médico-chirurgicaux tels que ceux auxquels nous nous sommes intéressés dans notre manuscrit. Le modèle anatomique pourra à l'avenir être utilisé pour d'autres simulations d'applications médicales, portant par exemple sur d'autres organes appartenant à l'environnement de la prostate.

Chapitre 7

Conclusion

Sommaire

7.1 Discussion **295**
7.2 Conclusion et perspectives **303**

7.1 Discussion

Avant de conclure, nous revenons dans cette première partie sur les différents thèmes abordés dans ce manuscrit afin d'en résumer les principales idées. Nous discutons notamment des différentes voies non approfondies au cours de cette thèse et nous proposons des perspectives envisageables à plus ou moins long terme pour explorer d'autres pistes à partir du travail réalisé au cours de cette thèse. Dans une première partie, nous reviendrons sur le travail de modélisation réalisé (paragraphe 7.1.1), puis nous discuterons de la partie concernant les applications médicales (paragraphe 7.1.2).

7.1.1 Partie modélisation

7.1.1.1 Modélisation des tissus mous à l'aide d'un modèle discret

Dans le chapitre 3, nous avons décrit la méthode de modélisation que nous avons développée au cours de cette thèse afin de simuler le comportement de tissus mous. Le modèle présenté est un modèle discret composé de particules reliées entre elles par des lois physiques permettant de simuler le comportement de régions solides, élastiques ou bien musculaires. Les interactions entre différents objets sont implémentées sous une forme facile à mettre en œuvre et les

propriétés qui caractérisent les modèles discrets sont applicables au modèle présenté et le rendent aisément manipulable.

La méthode de modélisation possède par ailleurs une formulation originale de l'élasticité utilisant un principe de mémoire de forme. Sa principale caractéristique se situe au niveau du calcul de la nouvelle position de chaque particule du modèle pour chaque itération des simulations, celui-ci s'effectuant uniquement à partir de la position des voisins de la particule considérée.

Dans la suite de ce paragraphe, nous exposons plusieurs remarques et perspectives concernant la partie modélisation de cette thèse.

Formulation de l'attracteur de chaque particule

Dans ce manuscrit, nous avons proposé une méthode de calcul des nouvelles positions de chaque particule à l'aide de la notion d'attracteur. Le calcul de la position d'un attracteur d'une particule, à un instant donné d'une simulation, s'effectue à l'aide de la position des particules voisines. Notre méthode utilise l'ensemble des triplets parmi tous les voisins d'une particule pour calculer la position d'un attracteur mais nous pourrions envisager une autre formulation, à condition d'obtenir les mêmes performances que celles obtenues lors du chapitre consacrée à la validation. Les différentes formulations que nous avons essayées et présentées dans le chapitre 3 donnent pour l'instant des résultats moins bons que la formulation choisie. Une autre possibilité concernant la formulation de la force à mémoire de forme serait d'utiliser une relation non-linéaire entre la position de la particule et son attrateur, par exemple en formulant une force de la forme d'un ressort amorti.

Dans le chapitre 3, nous avons également présenté d'autres possibilités afin d'exprimer la position d'un point en 3D en fonction des coordonnées de ses voisins. Le concept des « voisins naturels » [Sib80] est notamment très intéressant et semble pouvoir s'appliquer au calcul de l'attracteur. Par ailleurs dans notre méthode, une approximation est effectuée lors de la redistribution de la force à mémoire de forme : nous ne prenons pas en compte la deuxième partie de l'expression de l'attracteur pour la redistribution de la force sur les voisins (la partie correspondant à la distance entre la particule et sa projection sur le triangle n'entre pas dans le calcul des forces de redistribution). La solution des voisins naturels semble également intéressante de ce point de vue car son expression permet de redistribuer directement la force à mémoire de forme sur les particules voisines.

Dynamique du modèle

La dynamique de notre modèle est relativement simple, ce qui nous permet notamment d'effectuer une équivalence entre les paramètres de notre méthode et les paramètres physiques des objets modélisés (cf chapitre 5). Nous pourrions envisager d'utiliser un schéma d'intégration implicite mais l'expression de la force d'élasticité dans sa version actuelle comporte des termes qui rendent l'extrapolation de la force à l'instant suivant complexe.

Une des perspectives du travail relaté dans ce manuscrit serait de prouver sous une forme analytique la stabilité de la méthode développée. Appartenant à la catégorie des modèles discrets, notre méthode possède en effet également certains des défauts attribués aux systèmes de particules. Les simulations que nous avons présentées, notamment dans le chapitre sur la validation, montrent néanmoins que notre méthode obtient de meilleures performances, notamment du point de vue de la stabilité, par rapport à d'autres modèles discrets, et en particulier les systèmes masses-ressorts, modèle discret le plus répandu.

Une dernière perspective concernant la dynamique de notre méthode de modélisation concerne ses performances temporelles. Notre méthode possède l'avantage, comme d'autres modèles discrets, d'effectuer des simulations proches du temps réel. Une amélioration de ces performances pourrait être envisagée en migrant certains des calculs effectués par le CPU sur la carte graphique. De nombreux calculs effectués par notre méthode (calcul des triangles par exemple) pourraient en effet être transposés et effectués par le GPU.

Intégration d'autres propriétés physiques

Dans notre méthode, nous avons incorporé différentes propriétés pour les objets modélisés : élastique, solide, musculaire. Nous avons également défini les interactions entre ces différentes régions. Nous pourrions envisager par la suite d'ajouter des propriétés différentes, comme par exemple la plasticité, ou bien des propriétés intermédiaires combinant différents comportements comme la viscoélasticité par exemple.

Enfin, l'incorporation de propriétés physiques réelles correspondant aux structures anatomiques modélisées et spécifiques de chaque patient est un objectif idéal. Ce problème est commun à toutes les méthodes de modélisation actuelles qui proposent de simuler le comportement de tissus mous.

7.1.1.2 Modélisation des aiguilles

Dans ce manuscrit, nous avons consacré le chapitre 4 à la modélisation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous. La simulation de biopsies et de curiethérapies de la prostate nécessite en effet d'inclure une modélisation des aiguilles. Nous avons présenté une modélisation basée sur les principes généraux de notre méthode de modélisation avec notamment l'introduction de la notion d'attracteur virtuel, permettant de modéliser les interactions entre des tissus et une aiguille avec un système de particules. Nous présentons dans la fin de ce paragraphe les améliorations envisagées ainsi que les perspectives vis-à-vis de la méthode proposée.

Modélisation des aiguilles et de leurs propriétés

La modélisation des aiguilles que nous avons présentée concerne uniquement les aiguilles rigides. Dans les deux gestes médicaux étudiés, l'aiguille possède en théorie une trajectoire rectiligne. En pratique, l'aiguille a un diamètre assez petit et est donc flexible. Les forces appliquées à sa base par le clinicien, notamment lors d'une curiethérapie afin d'éviter des

structures anatomiques telle que la symphyse pubienne, entraînent généralement une courbure de l'aiguille. L'ajout de la modélisation d'aiguilles flexibles à notre méthode est une prochaine étape indispensable afin de rendre les simulations existantes encore plus réalistes. Par ailleurs, nous avons vu dans le chapitre 4 que notre méthode permet d'introduire des propriétés spécifiques de l'aiguille telles que son diamètre ou bien la géométrie de son extrémité. Une autre perspective des simulations concernant la modélisation des aiguilles serait donc de combiner toutes ces propriétés et d'effectuer une comparaison approfondie des comportements par exemple par rapport à des aiguilles réelles.

Interaction entre aiguilles et tissus mous

Dans le chapitre 4, nous avons introduit des algorithmes permettant de modéliser l'interaction entre les tissus mous et les aiguilles. Nous avons tout d'abord proposé de modéliser les paramètres de l'interaction (paramètres de friction, découpe et ponction) par des zones appelées zones d'influence. Afin de déterminer l'état de friction dans lequel se trouve l'aiguille par rapport aux tissus environnants, nous avons également introduit le concept d'attracteur virtuel, qui se base sur les propriétés spécifiques de l'élasticité de notre méthode de modélisation et notamment le principe de mémoire de forme. Quelques simulations ont été présentées afin de montrer le comportement modélisé. D'autres concepts pourraient néanmoins être introduits pour modéliser avec plus de précision les différents paramètres caractérisant l'interaction entre tissus mous et aiguilles. En particulier, d'autres géométries pourraient être envisagées pour les zones d'influence. De même que nous avons présenté au début de cette discussion d'autres possibilités pour calculer la position d'un attracteur, nous pourrions imaginer de délimiter les zones où sont définies la friction par exemple avec des géométries plus évoluées ou bien où la friction n'est pas définie de manière uniforme.

Incorporation de données réelles

Dans le chapitre 4, nous avons utilisé une méthode permettant d'incorporer les données réelles en se basant sur les travaux de S. DiMaio [DS03a]. Les expériences menées par DiMaio sur un fantôme lui ont permis de récupérer les paramètres de friction, de découpe et de ponction de l'interaction entre l'aiguille utilisée et le fantôme. Les données fournies par l'équipe du Pr. Salcudean nous ont permis d'incorporer dans notre propre modèle des valeurs provenant de mesures sur des données réelles.

Il serait maintenant intéressant de pouvoir récupérer des mesures sur l'interaction entre les aiguilles utilisées en curiethérapie ou en biopsie et les tissus concernés. Dans le résumé des différentes mesures effectuées sur des tissus biologiques en début du chapitre 4, nous avons noté que ces mesures étaient néanmoins très difficiles à mettre en œuvre et donc difficiles à obtenir à l'heure actuelle. L'expérience de validation du comportement des aiguilles présentée au chapitre 6 est un premier pas vers des mesures plus proches des applications médicales simulées. Une telle approche, encore pionnière actuellement, sera développée à la suite de cette thèse afin d'une part de valider les différentes méthodes existantes pour la modélisation

de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous et d'autre part de comparer ces mêmes méthodes entre elles, voire de les combiner.

7.1.1.3 Validation de la méthode de modélisation

Dans le chapitre 5, nous avons présenté quelques unes des simulations effectuées au cours de cette thèse pour mesurer les performances de notre méthode de modélisation pour simuler le comportement de tissus mous biologiques et les comparer avec d'autres méthodes. L'objectif à long terme est de pouvoir obtenir des simulations de structures anatomiques spécifiques à chaque patient et de pouvoir prédire les déformations causées par des gestes médico-chirurgicaux. Les mesures des performances de méthodes de modélisation sont peu nombreuses, d'une part par le manque de données de référence et d'autre part par la difficulté à comparer des méthodes aux fonctionnements très différents. Les exemples présentés dans le chapitre 5 prennent deux types de références : des solutions analytiques à des problèmes bien spécifiés et des données réelles. Dans les deux cas, les simulations présentées montrent globalement que le comportement de notre méthode est similaire à celui d'autres méthodes pour simuler les tissus mous. Nous présentons dans la fin de ce paragraphe les remarques et perspectives concernant cette démarche de validation de notre méthode de modélisation.

Comparaison entre solutions analytiques et différentes méthodes de modélisation

Nous avons présenté plusieurs problèmes : le tétrahèdre étiré, la poutre encastrée, le cylindre étiré ou compressé et le cube compressé ou étiré de manière asymétrique. Pour chaque cas, nous avons effectué des comparaisons entre la solution analytique considérée comme « référence » et différentes méthodes de modélisation. Chaque problème présenté nous a permis de tester des aspects différents de la modélisation. Ainsi, l'expérience sur le tétrahèdre nous a permis d'étudier la stabilité de notre méthode et de la comparer à celle d'un système masses-ressorts. L'expérience de la poutre nous a permis d'étudier le comportement du paramètre d'élasticité utilisé dans notre méthode et d'observer une évolution similaire au module d'Young. Une méthode plus générale permettant de régler le paramètre d'élasticité pour chaque particule de l'objet considéré est une des prochaines pistes à explorer afin d'étudier plus en profondeur la modélisation de l'élasticité avec notre méthode. Les expériences avec le cylindre et le cube sont des expériences où les déplacements sont imposés. L'expérience sur le cylindre nous a permis d'observer que la forme obtenue avec notre méthode après simulations des objets modélisés est similaire d'une part à une solution analytique et d'autre part à une simulation réalisée avec la méthode des éléments finis. Enfin, l'expérience sur le cube nous a permis de mesurer l'influence du nombre de particules ou bien de la définition du voisinage.

Des expériences complémentaires avec des objets et des conditions expérimentales différentes sont des perspectives qui permettraient de compléter ces premières expériences. Il serait notamment intéressant de pouvoir comparer les comportements des différentes méthodes de modélisation proposées ces dernières années. Un ensemble de « problèmes-types » avec une

référence accessible permettrait notamment de distinguer le comportement de méthodes et de choisir celle qui semblerait la plus adéquate pour une situation donnée. Le projet SOFA (Simulation Open Framework Architecture) [1] a été en partie motivé par cet objectif.

Validation avec des données réelles

Dans la seconde partie du chapitre 5, nous avons présenté des comparaisons entre des données réelles et des simulations de notre méthode de modélisation. Deux types de données ont été utilisés : des données issues d'expériences sur des fantômes et des données médicales. Pour les comparaisons avec un fantôme, nous avons utilisé les données du Truth Cube. L'accès libre et gratuit de telles données est très intéressant car il permet de comparer des simulations avec des données possédant des propriétés physiques très proches de celles des tissus mous. La comparaison avec ces données nous a permis d'observer le comportement similaire de notre méthode avec les autres méthodes existantes pour modéliser les déformations des tissus. L'expérience avec des fantômes, plus facile à mettre en œuvre que des expériences sur des tissus biologiques, représente une étape importante pour valider les résultats de simulations, notamment dans le contexte des GMCAO dans lequel nous nous insérons.

Dans ce cadre, la validation de notre méthode avec des données médicales est indispensable. Dans l'optique -à long terme- d'aider au planning chirurgical ou bien d'introduire des simulations dans le bloc opératoire, une méthode de modélisation doit nécessairement être validée avec des données réelles d'origine médicale. Les résultats de nos comparaisons comportement des fluctuations induites par les erreurs sur les données réelles introduites lors de l'expérimentation, au contraire des données provenant de solutions analytiques. La construction d'un maillage correct a ainsi été notre principal problème et explique quelques unes des erreurs rencontrées dans les simulations.

Au delà des problèmes techniques liés à la nature des données manipulées, c'est surtout la démarche de validation que nous avons voulu présenter dans cette thèse. Dans le contexte des GMCAO et avec l'objectif à long terme d'utiliser les modèles à un stade clinique, la manipulation de données expérimentales permet d'éprouver le comportement d'une méthode de modélisation. Concernant notre méthode de modélisation et l'application médicale choisie, une démarche de validation similaire à celle présentée avec la chirurgie maxillo-faciale est difficilement envisageable car les déformations ont lieu essentiellement pendant la réalisation du geste et de manière dynamique, rendant la sauvegarde de données peu réalisables.

7.1.1.4 Conclusion sur la modélisation réalisée

Dans ce manuscrit, nous avons présenté une méthode de modélisation d'environnements anatomiques comportant des structures avec des propriétés différentes et notamment des tissus mous. Nous nous sommes attachés d'une part à rendre les interactions entre structures anatomiques possibles et d'autre part à modéliser le comportement de tissus mous. Le premier objectif se traduit par le choix que nous avons effectué de développer un modèle discret avec

[1] http ://sofa-framework.org/

une définition permettant la modélisation d'interactions entre différents objets. Pour réaliser le deuxième objectif, nous avons proposé une formulation de l'élasticité basée sur un principe de mémoire de forme. Pour vérifier le comportement des objets obtenus par simulations, nous avons proposé différentes expériences qui nous ont permis de valider un comportement similaire à d'autres méthodes de modélisation et se rapprochant de données de référence.

7.1.2 Partie applications médicales

L'application médicale choisie pour cette thèse concerne la modélisation et la simulation de l'environnement anatomique de la prostate dans le cadre de deux gestes médico-chirurgicaux particuliers : la biopsie et la curiethérapie de la prostate. Dans ce paragraphe 7.1.2, nous discutons des choix de modélisation effectués au cours de cette thèse concernant les applications médicales choisies, et nous proposons des perspectives aux travaux présentés dans ce manuscrit.

7.1.2.1 Simulations d'applications médicales

Dans le chapitre 6, nous avons présenté des simulations des deux gestes médico-chirurgicaux auxquels nous nous intéressons. Plusieurs étapes ont été réalisées pour obtenir ces simulations.

Mesures des déformations

Nous avons décrit une expérience réalisée à partir d'images IRM afin de quantifier les déformations et déplacements de la prostate liés à son environnement anatomique. Cette expérience nous a permis de mettre en évidence les influences des principales structures anatomiques autour de la prostate, influences que nous avions par ailleurs résumées dans le chapitre 1. Les déformations et déplacements de la prostate liés aux instruments chirurgicaux n'ont pas donné lieu à une étude dans cette thèse mais ont été observés sur les images échographiques et IRM. Il serait intéressant de pouvoir renouveler l'expérience IRM présentée. L'extension de cette expérience pour montrer l'influence des instruments chirurgicaux semble néanmoins peu envisageable puisqu'elle impose d'effectuer des mesures sur des patients en cours de traitements.

Modèle de la prostate dans son environnement

Dans le chapitre 6, nous avons décrit le modèle géométrique réalisé au cours de cette thèse pour effectuer les simulations. Ce modèle a été réalisé afin d'avoir à notre disposition une géométrie précise et réaliste des structures anatomiques du pelvis masculin, les segmentations réalisées à partir d'images médicales ne donnant pas un modèle géométrique précis et représentatif de l'environnement de la prostate. Les simulations proposées ne prennent pas en compte tous les organes représentés dans le modèle mais une perpective de ce travail serait d'incorporer ces structures anatomiques, plus éloignées de la prostate, dans nos simulations et d'évaluer la pertinence de cette prise en compte.

Validation des simulations
Les simulations présentées dans ce manuscrit illustrent quelques configurations médicales qu'il est possible de réaliser avec notre méthode de modélisation. La validation des capacités de ces simulations à reproduire les déplacements et déformations réels lors d'une biopsie ou d'une curiethérapie représente la prochaine étape de notre travail et correspond à une perspective à court terme de cette thèse.

Modélisation spécifique à un patient
La validation des simulations évoquée précedemment comporte une étape indispensable afin de comparer les simulations avec des données réelles : l'utilisation d'un modèle spécifique aux données du patient. Une perspective à ce travail correspond donc à l'adaptation du modèle générique réalisé à chaque patient dont on désire simuler l'anatomie pelvienne.

7.1.2.2 Spécificités des simulations présentées et perspectives

Dans ce dernier paragraphe de la discussion, nous proposons les propriétés spécifiques de la méthode de modélisation présentée et de son application médicale, puis nous envisagerons les applications médicales auxquelles le travail présenté peut être appliqué.

Caractéristiques des simulations présentées
Le travail réalisé dans cette thèse propose de simuler deux procédures médicales représentant d'une part la partie diagnostique et d'autre part la partie thérapeutique du cancer de la prostate. L'utilisation d'un modèle spécifique au patient pour la simulation de l'un des deux gestes peut donc être transposée à la simulation de l'autre geste. Par ailleurs, les gestes médico-chirurgicaux choisis ont en commun d'utiliser un environnement médical très proche, notamment la sonde échographique et les aiguilles qui représentent les instruments indispensables à la réalisation des gestes. Au cours de cette thèse, nous nous sommes concentrés sur la modélisation de ces interactions précisément et nous avons été particulièrement attentifs à la prise en compte des structures anatomiques les plus proches et à leur contribution dans l'évolution de la forme et de la position de la prostate au cours des simulations. A partir des interactions modélisées, la simulation d'autres procédures médicales peut également être envisagée.

Elargissement à d'autres applications
L'élargissement de la modélisation présentée dans ce manuscrit à d'autres applications médicales peut tout d'abord s'effectuer sur d'autres procédures médicales touchant à la prostate. Une application proche est celle de la cryochirurgie où les instruments utilisés se rapprochent de ceux de la curiethérapie d'un point de vue géométrique. Des gestes sur les organes proches comme la vessie sont également envisageables.

La simulation de la respiration, dont l'influence a été étudiée dans l'expérience IRM, pourrait également être couplée à nos simulations.

Nous avons également présenté une application de notre méthode à la chirurgie maxillo-faciale, montrant la possibilité d'utiliser le modèle développé pour des applications médicales très variées.

Enfin, dans le contexte des GMCAO, nous pourrions envisager d'utiliser notre modélisation comme un outil pour le traitement d'images par exemple, notamment pour aider le clinicien à visualiser les structures anatomiques de la prostate sur des images échographiques, images principalement utilisées pour la biopsie et la curiethérapie. Notre méthode pourrait également être intégrée dans une procédure de recalage d'images afin de sélectionner des transformations physiquement plausibles.

7.2 Conclusion et perspectives

Dans cette thèse, nous avons proposé une nouvelle méthode de modélisation permettant de simuler différentes structures anatomiques composées notamment de tissus mous. Le modèle présenté est un modèle discret possédant notamment une formulation originale de l'élasticité basée sur un principe de mémoire de forme. La modélisation proposée inclut les interactions, d'une part entre différentes structures anatomiques, et d'autre part entre des structures anatomiques et des instruments chirurgicaux. L'application médicale choisie concerne deux procédures médicales sur la prostate : la biopsie et la curiethérapie. Des validations du modèle ainsi que des simulations des applications médicales considérées ont été présentées.

Différentes perspectives à ce travail de thèse ont été évoquées. Nous résumons dans ce paragraphe les perspectives qui peuvent être envisagées à plus ou moins long terme. A court terme, les perspectives du travail présenté dans ce manuscrit sont :

- Amélioration du calcul de l'élasticité en utilisant une formulation permettant notamment la redistribution précise sur les voisins.
- Validation des performances de la méthode de modélisation sur d'autres données réelles, à partir d'expériences sur des fantômes puis sur des expériences médicales.
- Validation de la modélisation des aiguilles et élargissement des simulations à des aiguilles flexibles et spécifiques à la procédure médicale modélisée.
- Utilisation de modèles spécifiques au patient, permettant notamment d'envisager une validation des applications médicales simulées.

A long terme, les objectifs qui s'appliquent plus généralement aux thèmes abordés au cours de cette thèse peuvent être les suivants :

- **Mesures et utilisation des propriétés physiques des tissus biologiques** : quelle que soit la méthode de modélisation utilisée, la simulation de gestes médico-chirurgicaux se heurte aujourd'hui à l'obstacle des mesures des propriétés physiques des tissus modélisés. Quelques méthodes ont été développées récemment pour répondre à ce besoin et leur utilisation dans les années à venir va se poser comme une étape indispensable à une modélisation précise et réaliste des tissus biologiques.

- **Vers un modèle interactif per-opératoire** : un travail de modélisation destiné à des simulations d'applications médicales a deux principales vocations :
  - Simulation pour l'aide à l'apprentissage.
  - Aide au diagnostic et au planning.

  Pour chacun de ces objectifs, les simulations obtenues doivent répondre à certains critères que nous avons identifiés dans ce manuscrit. Un troisième objectif qui n'a pas encore été réalisé par les méthodes de modélisation existantes et qui réunirait tous ces critères serait de développer un modèle et les simulations associées pour une utilisation en per-opératoire en interaction directe avec le chirurgien. Un tel modèle devra ainsi associer des performances en précision, robustesse, réalisme et temps de calcul afin d'obtenir une modélisation précise et réaliste des déformations de structures anatomiques en interaction, créant ainsi un deuxième patient, virtuel, dans le bloc opératoire.

Ces travaux de thèse ont donné lieu aux publications suivantes :

- Simulating Complex Organ Interactions : Evaluation of a Soft Tissue Discrete Model. Maud Marchal, Emmanuel Promayon and Jocelyne Troccaz. Proceedings of International Symposium on Visual Computing. Lecture Notes in Computer Science (3804). Ed. George Bebis et al. pp.175-182. Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2005. 5-7 Décembre 2005.
- A Discrete Soft Tissue Model for Complex Anatomical Environment Simulations. Maud Marchal, Emmanuel Promayon and Jocelyne Troccaz. Proceedings of Medicine Meets Virtual Reality 14. Ed. J. Westwood. IOS Press. Studies in Health Technology and Informatics series. 24-27 Janvier 2006.
- Comparison of Different Soft Tissue Modelling Methods With Post-Operative CT Scan In Maxillofacial Surgery. M. Marchal. M. Chabanas. Y. Payan. C. Marécaux. P. Swider. F. Boutault. E. Promayon. J. Troccaz . Proceedings of 7th International Symposium on Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering. 22-25 Mars 2006.
- Simulation Prostate Surgical Procedures with a Discrete Soft Tissue Model. Maud Marchal, Emmanuel Promayon, Jocelyne Troccaz. Proceedings of Third Workshop in Virtual Reality, Interactions and Physical Simulation. 6-7 Novembre 2006.
- Physically Realistic Interactive Simulation for Biological Soft Tissues. Matthieu Nesme, Maud Marchal, Emmanuel Promayon, Matthieu Chabanas, Yohan Payan, François Faure. Recent Research Developments in Biomechanics, Transworld Research Network, Vol.2. ISBN 81-7895-177-0. 2005.

Annexe A

Mécanique des milieux continus

La modélisation des tissus mous à l'aide de méthodes continues efficaces suppose d'effectuer des hypothèses sur la nature physique des tissus modélisés. Les modèles les plus utilisés pour calculer la déformation d'un tissu mou à l'aide de modèles continus sont les modèles élastiques. C'est pourquoi nous rappelons ici les bases de la mécanique des milieux continus pour les matériaux élastiques.

La principale caractéristique des modèles élastiques est une relation déterministe entre contraintes et déformations. Plusieurs classes de matériaux peuvent être différenciées parmi les matériaux élastiques : matériaux élastiques linéaires, matériaux hyperélastiques, matériaux viscoélastiques. Ce sont les relations entre contraintes et déformations, forces et déplacements qui vont différencier les lois de comportement de ces matériaux. L'hypothèse la plus classique et la plus utilisée est de considérer le matériau modélisé comme élastique linéaire. La relation linéaire entre les déplacements des noeuds du modèle et les forces appliquées conduit en effet à des algorithmes très efficaces. De plus, l'hypothèse de l'élasticité linéaire reste assez réaliste dans de nombreux cas. Ainsi, tous les matériaux hyperélastiques peuvent être approximés par des matériaux élastiques linéaires quand ils subissent seulement des petites déformations [Fun93, Mau98]. Dans le paragraphe qui suit, nous décrirons la théorie de l'élasticité linéaire en trois dimensions. Puis, nous élargirons notre description de l'élasticité à un cadre plus général, lorsque les hypothèses effectuées pour considérer l'élasticité comme linéaire ne sont plus valables.

A.1 Notations

Pour les définitions qui vont suivre, nous considérons un objet en trois dimensions défini dans l'espace tridimensionnel euclidien $\mathbb{R}^3$. L'objet au repos est noté M_{repos} et sa géométrie est décrite en utilisant les coordonnées cartésiennes définies sur un domaine de l'espace appelé

Ω. Chaque point a pour coordonnées (x, y, z) que nous rassemblons dans un vecteur noté $\mathbf{X} = (x, y, z)^T$. L'objet est déformé sous certaines conditions et est noté M_{def}. On note $\mathbf{\Phi}(x, y, z)$ la fonction de déformation associée à chaque point matériel $\mathbf{X}$ de l'objet dans sa forme au repos. La nouvelle position $\mathbf{\Phi}(\mathbf{X}, t)$ de chaque point matériel de l'objet après déformation sera alors :

$$\mathbf{\Phi} : (\Omega \subset \mathbb{R}^3) \times \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbf{\Phi}(\Omega, \mathbb{R}^+) \tag{A.1}$$

$$(\mathbf{X}, t) \longmapsto \mathbf{\Phi}(\mathbf{X}, t) = \mathbf{X} + \mathbf{U}(\mathbf{X}, t) = \begin{cases} \phi(x, y, z, t) \\ \chi(x, y, z, t) \\ \psi(x, y, z, t) \end{cases} \tag{A.2}$$

Le vecteur déplacement $\mathbf{U}(\mathbf{X}, t)$ représente la variation de position de chaque point matériel entre la position de repos et la position déformée.

A.2 Définition du tenseur des déformations

Les déformations auxquelles l'objet a été soumis peuvent être caractérisées et quantifiées en analysant les dérivées spatiales de la fonction de déformation $\mathbf{\Phi}(\mathbf{X}, t)$. Le gradient des déformations $\nabla\mathbf{\Phi}$ est défini par rapport au gradient des déplacements $\nabla\mathbf{U}$:

$$\nabla\mathbf{\Phi} = I_3 + \nabla\mathbf{U} \tag{A.3}$$

avec I_3 la matrice identité 3×3. Le tenseur des déformations de Cauchy-Green permet de caractériser les déformations : il est calculé à partir du gradient des déformations . Ce tenseur noté C est une matrice symétrique définie positive 3×3 et est défini par :

$$C = \nabla\mathbf{\Phi}^T \nabla\mathbf{\Phi} \tag{A.4}$$

Le tenseur des déformations est supposé mesurer uniquement les déformations de l'objet, indépendamment des transformations rigides. Dans le cas de transformations uniquement rigides de l'objet, on a :

$$C = I_3 \tag{A.5}$$

Le tenseur des déformations de Green-Lagrange noté $E(\mathbf{X})$ permet d'analyser les déformations de l'objet en retirant du tenseur de Cauchy-Green le mouvement rigide :

$$E(\mathbf{X}) = \frac{1}{2}(C - I_3) = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{\Phi} + \nabla\mathbf{\Phi}^T + \nabla\mathbf{\Phi}^T\nabla\mathbf{\Phi}) \tag{A.6}$$

Dans le cadre de l'élasticité linéaire, les déformations sont considérées comme très petites et le tenseur de Green-Lagrange peut être linéarisé. L'hypothèse des petites déformations suppose que toutes les dérivées partielles du vecteur déplacement, c'est à dire les composantes du gradient des déformations $\nabla\mathbf{\Phi}$ sont petites. On peut alors négliger le terme non-linéaire $\nabla\mathbf{\Phi}^T\nabla\mathbf{\Phi}$ dans la définition du tenseur des déformations de Green-Lagrange. On note ce nouveau tenseur linéaire des petites déformations $\varepsilon(\mathbf{X})$ et il est défini sous forme d'une matrice

symétrique 3×3 ;

$$\varepsilon(\mathbf{X}) = [\varepsilon_{ij}] = \frac{1}{2}(\nabla\mathbf{\Phi} + \nabla\mathbf{\Phi}^T) = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} & \varepsilon_{yz} & \varepsilon_{zz} \end{bmatrix} \tag{A.7}$$

Les éléments diagonaux de la matrice ainsi décrite représentent l'élongation relative de l'objet dans les trois directions. Les éléments non-diagonaux correspondent quant à eux au cisaillement.

Dans les paragraphes suivants, nous introduirons les tenseurs des déformations et des contraintes dans un cadre plus général de la théorie de l'élasticité.

A.3 Remarque sur les notations lagrangiennes et eulériennes

Dans le cadre général de l'élasticité, les objets étudiés peuvent subir des grandes déformations. Des formulations distinctes doivent alors être considérées selon le système de coordonnées auquel on se refère pour définir les tenseurs. Il existe deux systèmes de coordonnées qui sont liés à deux repères différents : le repère global, fixe, dans lequel les positions des points sont mesurées (notations lagrangiennes), et le repère local et lié au matériau, défini par la position de repos de l'objet (notations eulériennes). La description d'Euler est surtout utilisée dans le cadre de la mécanique des fluides où l'expression des variables par rapport à la position de repos de l'objet est plus lisible. En respectant les notations eulériennes, les variables sont appelées tenseur des déformations de Euler-Almansi et tenseur des contraintes de Cauchy. Avec les notations lagrangiennes, nous utiliserons le tenseur des déformations de Green-Lagrange et le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchoff. Ces variables sont toutes des tenseurs symétriques d'ordre deux et mesurent les mêmes déformations et contraintes mais dans des bases différentes. Dans le cadre de l'hypothèse des petites déformations, les configurations eulériennes et lagrangiennes sont très proches et les tenseurs des déformations et des contraintes ne peuvent généralement plus être distingués.
Ainsi, si l'on prend comme notations pour le système de coordonnées eulérien des variables avec un tilde $\tilde{}$, un point $\mathbf{X}$ se déplaçant de $\mathbf{U}$ peut alors s'exprimer comme :

$$\tilde{\mathbf{X}} = \mathbf{X} + \mathbf{U} \tag{A.8}$$

On a pour alternative d'écrire en notations eulériennes :

$$\mathbf{X} = \tilde{\mathbf{\Phi}}(\tilde{\mathbf{X}}, t) = \mathbf{\Phi}(\tilde{\mathbf{X}}, t)^{-1} = \tilde{\mathbf{X}} - \tilde{\mathbf{U}}(\tilde{\mathbf{X}}, t) \tag{A.9}$$

Dans ce cas, le déplacement est exprimé en fonction de la variable déformée $\tilde{\mathbf{X}}$. Les déplacements et les vitesses s'expriment néanmoins indépendamment du référentiel choisi :

$$\mathbf{U}(\mathbf{X}, t) = \tilde{\mathbf{U}}(\tilde{\mathbf{X}}, t) \tag{A.10}$$

$$\mathbf{V}(\mathbf{X}, t) = \tilde{\mathbf{V}}(\tilde{\mathbf{X}}, t) \tag{A.11}$$

Dans le référentiel lagrangien, les vitesses sont calculées directement. En notant $\mathbf{V}$ la vitesse en notations lagrangiennes, on a :

$$\mathbf{V}(\mathbf{X},t) = \frac{\partial \mathbf{\Phi}(\mathbf{X},t)}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{U}(\mathbf{X},t)}{\partial t} \tag{A.12}$$

mais par contre dans le référentiel eulérien, le système de coordonnées dépend du temps et une dérivée totale doit être effectuée :

$$\tilde{\mathbf{V}}(\tilde{\mathbf{X}},t) = \frac{d}{dt}\tilde{\mathbf{U}}(\tilde{\mathbf{X}},t) \tag{A.13}$$

A.4 Forces et définition du tenseur des contraintes

Les déformations d'un objet tridimensionnel sont le résultat de forces extérieures exercées sur l'objet. Ces forces peuvent être de plusieurs natures : soit ce sont des forces appliquées sur tout l'objet comme la gravité par exemple (forces extérieures à distance), soit ce sont des forces extérieures de contact comme des forces surfaciques (une pression par exemple) ou bien des forces localisées (celles exercées par un utilisateur par exemple). En réaction à ces forces extérieures, des forces internes sont créées à l'intérieur de l'objet élastique.

Pour traduire les efforts intérieurs à l'objet, on définit la notion de contrainte. La contrainte en un point M d'un milieu continu ne dépend que du point M et de la normale $n(M)$ de la frontière du milieu. Autrement dit, si on considère un point M quelconque dans un milieu continu et un élément d'aire dS autour de ce point orienté par la direction de normale unitaire $n(M)$, la contrainte (forces de contact par unité de surface) exercée par l'extérieur sur l'élément d'aire ne dépend que de la position $\mathbf{X}$ et de $\mathbf{n}$. Il existe donc une application t définie par :

$$t : (\mathbf{X}, n) \longrightarrow C = t(\mathbf{X}, \mathbf{n}) \tag{A.14}$$

On peut donc définir en tout point M de coordonnée $\mathbf{X}$ d'un milieu continu, un tenseur du second ordre appelé tenseur des contraintes de Cauchy T tel que la contrainte t exercée par l'extérieur sur un élément d'aire dS de centre M et de normale n est donnée par :

$$t(\mathbf{X}, n) = T(\mathbf{X}).\mathbf{n} \tag{A.15}$$

T est un tenseur symétrique 3×3 défini en notations eulériennes et qui peut être écrit sous la forme suivante :

$$\tilde{T}(\tilde{\mathbf{X}}) = [\tilde{t}_{ij}] = \begin{bmatrix} \tilde{t}_{xx} & \tilde{t}_{xy} & \tilde{t}_{xz} \\ \tilde{t}_{xy} & \tilde{t}_{yy} & \tilde{t}_{yz} \\ \tilde{t}_{xz} & \tilde{t}_{yz} & \tilde{t}_{zz} \end{bmatrix} \tag{A.16}$$

A.5 Equations générales du mouvement

La mécanique des milieux continus est fondée sur quatre principes fondamentaux :

- le principe de la conservation de la masse,
- le principe fondamental de la mécanique (ou conservation de la quantité de mouvement),
- le premier principe de la thermodynamique (ou conservation de l'énergie),
- Le second principe de la thermodynamique.

Dans le cadre de l'étude des modèles élastiques, nous allons formuler plus en détail les deux premiers principes qui vont notamment nous permettre de définir les équations générales du mouvement. Les équations de ce paragraphe sont écrites pour des champs décrits en notations eulériennes. Nous verrons un peu plus loin l'expression en notations lagrangiennes.

A.5.1 Conservation de la masse

La conservation de la masse signifie que la masse totale de l'objet considéré est constante. Cela implique pour un volume arbitraire $\tilde{Vol} \subset M_{def}$, on peut écrire :

$$\frac{d}{dt}\int_{\tilde{Vol}} \tilde{\rho}(\tilde{\mathbf{X}}, t) d\tilde{v} = 0 \tag{A.17}$$

avec $\tilde{\rho}$ la densité dans la configuration déformée (ou masse volumique en notation eulérienne). Après dérivation de l'équation et utilisation du théorème de la divergence, on obtient :

$$\int_{\tilde{Vol}} (\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \mathrm{div}(\tilde{\rho}\tilde{\mathbf{V}})) d\tilde{v} = 0 \tag{A.18}$$

Cette égalité est vraie quelque soit $\tilde{Vol}$ et on arrive à l'expression locale de la conservation de la masse :

$$\frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial t} + \mathrm{div}(\tilde{\rho}\tilde{\mathbf{V}}) = 0 \tag{A.19}$$

A.5.2 Principe fondamental de la mécanique

Au paragraphe précédent, nous avons défini deux sortes d'actions extérieures pouvant s'appliquer sur un domaine matériel dans un milieu continu :

- les actions extérieures à distance s'exerçant sur les particules M du domaine matériel $\tilde{Vol}$ étudié : nous les modélisons par un champ de forces massiques $\tilde{f}(\tilde{\mathbf{X}}, t)$.
- les actions extérieures de contact (contraintes) exercées sur la frontière de $\tilde{\mathbf{V}ol}$, modélisées par un champ de forces surfaciques $s(\mathbf{X}', t)$ avec $\tilde{\mathbf{X}}'$ appartenant à $\partial\tilde{\mathbf{V}ol}$.
  Avec $\tilde{T}(\tilde{\mathbf{X}}, t)$ le tenseur des contraintes de Cauchy, la condition aux limites sur la frontière $\partial\tilde{Vol}$ s'écrit :
  $$s(\tilde{\mathbf{X}}', t) = \tilde{T}(\tilde{\mathbf{X}}).\tilde{\mathbf{n}}(\tilde{\mathbf{X}}, t) \tag{A.20}$$
  où $\tilde{\mathbf{n}}(\tilde{\mathbf{X}}, t)$ est la normale extérieure en $\tilde{\mathbf{X}}'$ à la frontière (non fixe) $\partial\tilde{Vol}$.

Le principe fondamental de la mécanique s'énonce alors comme suit :
Dans un référentiel galiléen, pour tout domaine matériel $\mathbf{V}ol$*, le torseur dynamique est égal à*

la somme des torseurs des actions extérieures au système. Le principe fondamental de la mécanique est une égalité de torseurs (il s'exprime donc en fonction de deux égalités vectorielles : l'égalité des résultantes et l'égalité des moments). L'égalité des résultantes peut s'écrire :

$$\frac{d}{dt}\int_{\tilde{Vol}} \tilde{\rho}\tilde{\mathbf{V}} d\tilde{v} = \int_{\tilde{Vol}} \tilde{\rho}\tilde{f}(\tilde{\mathbf{X}}) d\tilde{v} + \int_{\partial\tilde{Vol}} \tilde{t}(\tilde{\mathbf{X}}, \tilde{n}) d\tilde{s} \tag{A.21}$$

Comme pour la conservation de la masse, pour obtenir une équation locale, on utilise le théorème de la divergence de Gauss :

$$\int_{\tilde{Vol}} \tilde{\rho}\frac{D\tilde{\mathbf{V}}}{Dt} d\tilde{v} = \int_{\tilde{Vol}} \tilde{\rho}\tilde{f} d\tilde{v} + \int_{\tilde{Vol}} \mathrm{div}\tilde{T} d\tilde{v} \tag{A.22}$$

où D représente la dérivée particulaire.
Cette égalité étant vraie pour n'importe quel volume, on obtient l'égalité vectorielle :

$$\tilde{\rho}\frac{D\tilde{\mathbf{V}}}{Dt} = \tilde{\rho}\tilde{f} + \mathrm{div}\tilde{T} \tag{A.23}$$

Cette équation est appelée équation locale du mouvement.

A.6 Définition du tenseur des contraintes en notations lagrangiennes

Il existe également une définition du tenseur des contraintes en notations lagrangiennes. La dernière équation du paragraphe précédent peut s'écrire en associant au tenseur des contraintes $\tilde{T}$ le premier tenseur des contraintes de Piola-Kirchoff T :

$$T(\mathbf{X}) = |\nabla\mathbf{\Phi}(\mathbf{X})|\tilde{T}(\tilde{\mathbf{X}})(\nabla\mathbf{\Phi}(\mathbf{X}))^{-T} = \tilde{T}(\tilde{\mathbf{X}})\mathrm{Cof}_{\mathbf{\Phi}}(\mathbf{X}) \tag{A.24}$$

où $\mathrm{Cof}_{\mathbf{\Phi}}(\mathbf{X}) = |\nabla\mathbf{\Phi}(\mathbf{X})|(\nabla\mathbf{\Phi}(\mathbf{X}))^{-T}$ est la matrice des cofacteurs de la matrice $\nabla\mathbf{\Phi}(\mathbf{X})$. Le principal avantage de cette écriture est que l'on peut relier facilement les divergences des deux tenseurs :

$$\mathrm{div}(T(\mathbf{X})) = |\nabla\mathbf{\Phi}(\mathbf{X})|\mathrm{div}(\tilde{T}(\tilde{\mathbf{X}})) \tag{A.25}$$

On peut ainsi réécrire l'équation du mouvement dans le référentiel lagrangien :

$$|\nabla\mathbf{\Phi}(\mathbf{X})|\tilde{\rho}\frac{\partial\tilde{\mathbf{V}}}{\partial t} = \rho\frac{d^2\mathbf{U}}{dt^2} = f(\mathbf{X}) + \mathrm{div}(T(\mathbf{X})) \tag{A.26}$$

On peut également redéfinir le vecteur des contraintes de Cauchy de la même manière que précedemment en notations eulériennes :

$$t(\mathbf{X}, n) = T(\mathbf{X})\mathbf{n} \tag{A.27}$$

mais cette fois-ci, $\mathbf{n}$ est la normale dans le cas non-déformé.

Le premier tenseur des contraintes de Piola-Kirchoff est un tenseur non-symétrique alors que le tenseur de Cauchy l'était. Comme il est préférable de considérer un tenseur des contraintes

qui soit symétrique, en particulier pour avoir des équations sous une forme plus simple, on définit généralement le second tenseur des contraintes de Piola-Kirchoff Σ :

$$\Sigma(\mathbf{X}) = \nabla\mathbf{\Phi}(\mathbf{X})^{-1}T(\mathbf{X}) \tag{A.28}$$

Ce tenseur est utilisé dans la configuration de référence (notations lagrangiennes) et évite l'utilisation du tenseur des contraintes de Cauchy pour les matériaux soumis à des grandes déformations quand la configuration déformée est inconnue. Le second tenseur de Piola-Kirchoff a très peu de sens physique et est surtout utilisé pour calculer le tenseur des contraintes de Cauchy. Par contre, si le tenseur des déformations de Cauchy est utilisé sans que l'hypothèse des petites déformations soit respectée, des résultats incorrects seront obtenus car ils ne prendront pas en compte les effets de rotation du corps rigide.

A.7 Loi de comportement pour les matériaux élastiques linéaires isotropes

Un matériau élastique est caratérisé par une relation entre contraintes et déformations qui est indépendante des événements passés. Pour un matériau élastique linéaire isotrope, on a la relation linéaire suivante, connue sous le nom de loi de Hooke :

$$T = \lambda(tr(\varepsilon))I_3 + 2\mu\varepsilon \tag{A.29}$$

où I_3 est la matrice identité.
La loi de Hooke est une loi linéaire provenant à l'origine d'un cas à une dimension avec des ressorts mais qui a été étendue à 3 dimensions et qui établit la proportionalité entre les contraintes et les déformations. Les coefficients λ et μ sont les constantes élastiques de Lamé (homogènes à des pressions) décrivant les propriétés physiques du matériau considéré. En pratique, deux autres constantes déterminées par des mesures rhéologiques sont plus couramment utilisées : le module d'Young qui donne une mesure de la rigidité du matériel et le coefficient de Poisson qui donne une mesure de l'incompressibilité du matériau (les définitions de ces constantes sont données en annexe).
Si E est le module d'Young (homogène à une pression) et ν le coefficient de Poisson (sans dimension), la relation entre les 4 constantes élastiques est donnée par :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \qquad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{A.30}$$

ν varie avec l'incompressibilité du matériau entre 0 et 0,5 (matériau incompressible) et E peut être infini si le matériau est complètemment incompressible.

La conservation du volume est réalisée en introduisant dans la loi de Hooke une variable supplémentaire sous la forme d'un terme lagrangien. Lorsque les matériaux sont complètemment incompressibles, on a en fait :

$$\lim_{\nu\to\frac{1}{2}} \lambda = \infty \qquad et \lim_{\nu\to\frac{1}{2}} \varepsilon_{kk} = 0 \tag{A.31}$$

La loi de Hooke devient alors :

$$\sigma_{ij} = P\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij} \tag{A.32}$$

avec $P = \lambda\varepsilon_{kk}$ l'expression du lagrangien. La plupart du temps, le matériau est supposé incompressible lorsque $\lambda > 100\mu$ et on n'introduit peu souvent le lagrangien. Il est toutefois à noter que l'augmentation importante de λ entraîne des instabilités numériques.

L'anisotropie peut également être introduite sous des formes différentes en fonction des directions que l'on veut privilégier en rajoutant une variable ou en modifiant la loi de Hooke initiale.

A.8 Equation du mouvement pour les matériaux élastiques linéaires : Equation de Navier

L'hypothèse des petites déformations introduite précédemment nous a permis de linéariser le tenseur des déformations de Green-Lagrange E. L'introduction d'une hypothèse supplémentaire : l'hypothèse des petits déplacements, permet d'effectuer des approximations. L'hypothèse des petits déplacements permet de supposer que le déplacement effectué ne perturbe pas trop les équations d'équilibre. En particulier, les conditions aux limites normalement écrites sur la configuration déformée peuvent être écrites sur la configuration initiale qui est connue. On peut alors confondre les notations eulériennes et lagrangiennes et l'équation du mouvement exprimée précedemment en notations eulériennes peut s'écrire identiquement en notations lagrangiennes :

$$\rho\frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \rho f + \mathrm{div}(T) \tag{A.33}$$

La loi de comportement utilisée est la loi de Hooke.
Pour une déformation élastique statique, l'équation de mouvement devient l'équation d'équilibre dans l'état d'équilibre final :

$$0 = f_v + \mathrm{div}(T) \tag{A.34}$$

où $f_v = \rho f$ est le champ des forces volumiques extérieures s'exerçant sur l'état final et T le tenseur des contraintes à l'état final.

En utilisant la loi de comportement puis la définition du tenseur des déformations linéarisé, l'équation d'équilibre devient l'équation de Navier :

$$0 = \mu\ \mathrm{div}(\nabla\mathbf{U}) + (\mu + \lambda)\nabla(\mathrm{div}\mathbf{U}) + f_v \tag{A.35}$$

A.9 Définition de l'énergie de déformation ou énergie potentielle élastique

Nous nous plaçons toujours dans le cadre des petites déformations et des petits déplacements.

Le théorème de la puissance cinétique s'énonce comme suit : *la dérivée par rapport au temps de l'énergie cinétique est égale à la somme de la puissance mécanique des efforts intérieurs et de la puissance mécanique des efforts extérieurs.*

$$\frac{DE_c}{Dt} = P_{mecext} + P_{mecint} \tag{A.36}$$

Comme dans le cadre de la statique, on ne s'intéresse qu'à l'état final t_0 et à l'état final t, le théorème devient celui de l'énergie cinétique :

$$E_c - E_{c0} = [W_{ext}]_{t0}^{t} + [W_{mecint}]_{t0}^{t} \tag{A.37}$$

où E_c et E_{c0} sont les énergies cinétiques finale et iniale, $[W_{ext}]_{t0}^{t}$ le travail des efforts extérieurs entre t et t_0 et $[W_{mecint}]_{t0}^{t}$ le travail des efforts intérieurs.
Les états initial et final étant des états d'équilibre, leurs énergies cinétiques sont nulles et on obtient finalement :

$$0 = [W_{ext}]_{t0}^{t} + [W_{mecint}]_{t0}^{t} \tag{A.38}$$

Cela traduit le fait que la somme du travail des forces intérieures et du travail des forces extérieures est nulle (dans le cadre de la statique).
Le travail des efforts intérieurs a pour expression sous l'hypothèse des petites déformations et petits déplacements :

$$[W_{mecint}]_{t0}^{t} = \int_{\mathbf{V}ol} -\frac{1}{2}\mathrm{tr}(\varepsilon T)dv \tag{A.39}$$

Le premier principe de la thermodynamique postule la conservation de l'énergie. Pour une transformation infinitésimale d'un domaine élastique fini, elle s'écrit :

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dE_c}{dt} + \frac{d\mathbf{U}}{dt} = P_{mecext} + P_{calext} \tag{A.40}$$

Pour une transformation finie entre deux états d'équilibre, les énergies cinétiques sont nulles et il ne reste que les énergies internes :

$$\mathbf{U}_t - \mathbf{U}_{t0} = [W_{ext}]_{t0}^{t} + [Q_{ext}]_{t0}^{t} \tag{A.41}$$

où $[Q_{ext}]_{t0}^{t}$ est la chaleur reçue de l'extérieur pendant la transformation.
En utilisant le théorème de l'énergie cinétique explicité dans ce paragraphe et dans le cas d'un évolution isotherme $Q_{calext} = 0$, on a :

$$\mathbf{U}_t - \mathbf{U}_{t0} = -[W_{mecint}]_{t0}^{t} + [Q_{ext}]_{t0}^{t} \tag{A.42}$$

Dans ce cas, l'énergie interne $\mathbf{U}$ change de nom : on l'appelle énergie potentielle élastique ou énergie de déformation. Souvent, l'énergie interne à l'état initial est définie comme nulle et on a :

$$\mathbf{U} = [W_{ext}]_{t0}^{t} = -[W_{mecint}]_{t0}^{t} = \int_{\mathbf{V}ol} \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\varepsilon T)dv \tag{A.43}$$

et on définit l'énergie de déformation par unité de volume :

$$w = \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\varepsilon T) \tag{A.44}$$

Par ailleurs, on peut également noter que le tenseur des contraintes de Cauchy T et le tenseur des déformations ε sont des variables conjuguées et on a les relations suivantes :

$$\sigma_{ij} = \frac{\partial w}{\partial \varepsilon_{ij}} \tag{A.45}$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\partial w}{\partial \sigma_{ij}} \tag{A.46}$$

où w représente l'énergie de déformation par unité de volume. w est en fait une fonction quadratique des deux premiers invariants du tenseur des déformations linéarisé ε :

$$w(\mathbf{X}) = \frac{\lambda}{2}(tr(\varepsilon))^2 + \mu tr(\varepsilon^2) \tag{A.47}$$

A.10 Expression plus générale de l'élasticité : cas des matériaux hyperélastiques

Le comportement physique des tissus mous peut être considéré comme linéaire uniquement dans le cas de petits déplacements et de petites déformations. Physiquement, l'hypothèse des petits déplacements impose que les déplacements soient de moins de 10% de la taille du maillage. Dans le contexte de la simulation chirurgicale, cette hypothèse n'est souvent pas valable. Il convient donc de ne plus prendre une expression linéaire de l'élasticité pour décrire le comportement des matériaux simulés.

Ainsi, par exemple, le tenseur des déformations ne peut plus être linéarisé lorsque l'objet subit de grandes rotations sous l'effet de la gravité ou bien de l'interaction avec un instrument chirurgical par exemple. L'énergie élastique augmente en effet lors de cette transformation, menant à une variation non négligeable du volume.

L'expression du tenseur des contraintes linéarisé :

$$\varepsilon(\mathbf{X}) = \frac{1}{2}(\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T) \tag{A.48}$$

n'est plus valable car le tenseur n'est pas invariant. Une rotation R de l'objet modélisé entraîne $\nabla \mathbf{U} = R - I_3$ et $\varepsilon(\mathbf{X}) = \frac{1}{2}(R + R^T) - I_3 \neq [0]$. Les deux invariants $(tr(\varepsilon))^2$ et $(tr\varepsilon)^2$ de l'énergie élastique augmentent sous l'effet de la rotation et font également augmenter l'énergie élastique.

Dans le cas où l'hypothèse des petites déformations n'est pas vérifiée, on utilise les notations lagrangiennes pour définir les lois de comportement qui gouvernent les matériaux modélisés. Les matériaux hyperélastiques peuvent être défini par rapport à leur énergie de déformation par unité de volume. Ils vérifient les égalités suivantes :

$$\Sigma(\mathbf{X}, \mathbf{\Phi}) = \nabla \mathbf{\Phi}(\mathbf{X})^{-1} T(\mathbf{X}) = \frac{\partial w}{\partial E}(\mathbf{X}, \mathbf{\Phi}) \tag{A.49}$$

où E est le tenseur des déformations de Green-Lagrange.

Les matériaux hyperélastiques ne sont pas la seule classe de matériaux élastiques mais ils sont utilisés pratiquement dans tous les modèles actuels pour modéliser les tissus mous. Pour

les matériaux isotropes et homogènes, l'énergie élastique est caractérisée entièrement par les invariants principaux du tenseur des déformations de Cauchy C. Ces invariants apparaissent en fait comme les coefficients du polynôme caractéristique $|C - \lambda I|$. Ils s'expriment donc en fonction de C :

$$a_1 = \text{tr } C = 3 + 2\text{tr } E \tag{A.50}$$

$$a_2 = \frac{1}{2}(\frac{(\text{tr } C)^2}{\text{tr } C^2} = 3 + 4\text{tr } E + 2((\text{tr } 2)^2 - \text{tr } E^2) \tag{A.51}$$

$$a_3 = |C| = |2E + I| \tag{A.52}$$

En utilisant ces invariants, on peut exprimer l'énergie élastique :

$$w = \sum_{r,s,t=0}^{\infty} C_{rst}(a_1 - 3)^r(a_2 - 3)^s(a_3 - 1)^t, C_{000} = 0 \tag{A.53}$$

On peut ici noter que le troisième invariant mesure en fait le changement de volume de l'élément considéré. Pour les matériaux incompressibles, cet invariant est donc égal à 1. Souvent, on introduit donc un lagrangien P dans l'équation qui joue le rôle d'une pression interne pour garder le volume constant.

$$w = \sum_{r,s=0}^{\infty} C_{rs}(a_1 - 3)^r(a_2 - 3)^s + P(a_3 - 1), C^i_{00} = 0 \tag{A.54}$$

Dans la fin de ce paragraphe, nous introduisons deux modèles qui sont parmi les plus utilisés pour caractériser les matériaux hyperélastiques.

A.10.1 Modèle de Mooney-Rivlin

Le modèle de Mooney-Rivlin est un modèle complétemment non-linéaire, que ce soit pour la relation entre contraintes et déformations ou bien la relation entre déplacements et déformations.

Le modèle de Mooney-Rivlin pour les matériaux compressibles est décrit par l'expression de l'énergie potentielle élastique approximée suivante :

$$w = C_{100}(a_1 - 3) + C_{010}(a_2 - 3) + \Gamma(\sqrt{(|a_3|)}) \tag{A.55}$$

$$\Gamma(\delta) = c\delta^2 - d\log\delta, c, d > 0 \tag{A.56}$$

La fonction Γ assure que les modifications de volume importantes sont acccompagnées de contraintes infinies.

La version incompressible du modèle de Mooney-Rivlin ignore le troisième élément de l'équation :

$$w = c_{100}(a_1 - 3) + C_{010}(a_2 - 3), |a_3| = 1 \tag{A.57}$$

Le modèle de Mooyney-Rivlin a par exemple été utilisé pour la modélisation proposée par [SBMH94, SBH*00].

A.10.2 Modèle de St Venant Kirchoff

Le modèle de St Venant Kirchoff est linéaire pour la relation entre contraintes et déformations mais par contre non-linéaire pour la relation entre déplacements et déformations. Comme c'est le modèle hyperélastique le plus simple, c'est aussi le plus utilisé pour modéliser les tissus mous. La loi de Hooke que l'on utilise lorsqu'on se place dans le cas de petits déplacements (élasticité linéaire) est en fait la version linéarisée du modèle de St Venant Kirchoff.

Le modèle de St Venant Kirchoff correspond au cas où $C_{rst} = 0$ sauf :

$$C_{100} = \mu \quad C_{200} = \tfrac{\lambda+2\mu}{8} \quad C_{010} = -\frac{\mu}{3} \tag{A.58}$$

avec λ et μ les coefficients de Lamé.
L'énergie élastique s'exprime comme précédemment citée pour le développement de la loi de Hooke :

$$w = \frac{\lambda}{2}(\text{tr } E)^2 + \mu \text{tr } E^2 \tag{A.59}$$

On retrouve bien la relation linéaire entre contraintes et déformations :

$$\Sigma = \frac{\partial w}{\partial E} = \lambda(\text{tr } E)I + 2\mu E \tag{A.60}$$

et la mesure des modifications de volume effectuée par a_3 ne joue plus aucune rôle ici.

Annexe B

Méthodes d'intégration

B.1 Simulations dynamiques

Les lois de la dynamique sont classiquement utilisées dans les simulations biomédicales afin de calculer les nouvelles positions des objets modélisés. Des facteurs comme l'inertie ou la viscoélasticité ne peuvent pas être négligés la plupart du temps pour modéliser des tissus physiques. Cela implique la résolution d'équations différentielles. Pour calculer la position ou la vitesse des objets modélisés, on utilise différentes techniques d'intégration afin de trouver une solution numérique aux équations.

Toutes les méthodes d'intégration demandent d'adapter le pas de temps d'intégration à la valeur des accélérations. Si le pas de temps choisi est trop petit, les temps de calcul pour la simulation seront trop grands ; si le pas de temps choisi est trop important, le système divergera. La difficulté de trouver la bonne méthode d'intégration dépend tout particulièrement de l'amplitude et de la direction de l'accélération. Pour trouver la nouvelle position $\mathbf{X}$ d'une particule d'un objet après un pas de temps dt, on peut utiliser un développement de Taylor :

$$\mathbf{X}^{t+dt} = \mathbf{X}^t + \dot{\mathbf{X}}dt + \ddot{\mathbf{X}}dt^2 + O(dt^3) \tag{B.1}$$

La valeur des dérivées successives de $\mathbf{X}$ est liée à l'expression des équations à résoudre. Les différents schémas d'intégration utilisent généralement une partie de ce développement pour trouver les nouvelles positions des particules.

B.2 Méthodes d'intégration

Les systèmes d'équations à résoudre pour simuler le comportement de tissus mous se présentent généralement sous la forme d'une équation différentielle ordinaire :

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}) \tag{B.2}$$

où $\mathbf{F}$ est une fonction connue, $\mathbf{X}$ est l'état du système (fonction du temps t) et $\dot{\mathbf{X}}$ est sa dérivée par rapport au temps. Parfois, une solution analytique peut être trouvée à ce type d'équation. Par exemple, l'équation différentielle : $\dot{\mathbf{X}} = -k\mathbf{X}$ a comme solution $\mathbf{X} = e^{-kt}$. Mais la plupart du temps, trouver une solution analytique est difficile.

Nous nous intéressons ici aux solutions numériques des équations différentielles. A partir de la valeur initiale de $\mathbf{X}$, notée $\mathbf{X}^0$, on cherche un pas de temps discret pour obtenir une variation de $\mathbf{X}$ sur un intervalle de temps dt. On pourra ensuite incrémenter cette variation $\Delta\mathbf{X}$ à la valeur précédente de $\mathbf{X}$ pour obtenir une nouvelle valeur de l'état du système.
Pour simuler le comportement d'un système, nous avons donc besoin de l'ensemble discret des valeurs de $\mathbf{X}$ pour les différents pas de temps : $\mathbf{X}^t$, $\mathbf{X}^{t+dt}$,...
Pour obtenir ces valeurs, nous nous intéressons à la résolution (intégration) numérique des équations. Deux schémas d'intégration sont alors possibles :

- Schéma d'intégration explicite :
  Avec un schéma explicite, la future valeur de la variable d'état du système $\mathbf{X}^{t+dt}$ est obtenue en appliquant la fonction $\mathbf{F}$ estimée à l'instant t. La dérivée par rapport au temps est remplacée par une différence finie : $\dot{\mathbf{X}} = \frac{\mathbf{X}^{t+dt}+\mathbf{X}^t}{dt}$. En substituant cette expression dans l'expression générale, on otient alors :
  $$\mathbf{X}^{t+dt} = \mathbf{X}^t + dt\mathbf{F}(\mathbf{X}^t) \tag{B.3}$$
- Schéma d'intégration implicite :
  Avec un schéma implicite ou parfois semi-implicite, la future valeur de la variable d'état du système $\mathbf{X}^{t+dt}$ est obtenue en appliquant la fonction $\mathbf{F}$ estimée à l'instant $t + dt$. Dans l'expression générale, on substitue cette fois-ci les quantités estimées à l'instant $t + dt$ des deux côtés de l'équation :
  $$\mathbf{X}^{t+dt} = \mathbf{X}^t + dt\mathbf{F}(\mathbf{X}^{t+dt}) \tag{B.4}$$

Nous allons décrire ces deux types de méthodes dans la suite de ce paragraphe.
Auparavant, il faut noter que l'on utilise dans les problèmes dynamiques la plupart du temps des équations différentielles ordinaires du second ordre (loi de Newton) de la forme :

$$\ddot{\mathbf{X}} = \mathbf{F}(\mathbf{X}, \dot{\mathbf{X}}) \tag{B.5}$$

Ce système peut se réécrire sous la forme d'un système d'équations différentielles du premier ordre en introduisant $\mathbf{V} = \dot{\mathbf{X}}$:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{V} \\ \dot{\mathbf{V}} &= \mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{V}) \end{aligned}$$

Les schémas d'intégration deviennent alors :

- Pour le schéma explicite :
  $$\begin{aligned} \mathbf{X}^{t+dt} &= \mathbf{X}^t + dt\mathbf{V}^t \\ \mathbf{V}^{t+dt} &= \mathbf{V}^t + dt\mathbf{F}(\mathbf{V}^t, \mathbf{X}^t) \end{aligned}$$

- Pour le schéma implicite :

$$\begin{aligned}\mathbf{X}^{t+dt} &= \mathbf{X}^t + dt\mathbf{V}^{t+dt} \\ \mathbf{V}^{t+dt} &= \mathbf{V}^t + dt\mathbf{F}(\mathbf{V}^{t+dt}, \mathbf{X}^{t+dt})\end{aligned}$$

Nous pouvons également noter qu'il existe des schémas semi-implicites dont l'expression est la suivante :

$$\begin{aligned}\mathbf{X}^{t+dt} &= \mathbf{X}^t + dt\mathbf{V}^t \\ \mathbf{V}^{t+dt} &= \mathbf{V}^t + dt\mathbf{F}(\mathbf{V}^{t+dt}, \mathbf{X}^{t+dt})\end{aligned}$$

B.2.1 Méthodes d'intégration explicites

Les méthodes explicites sont celles les plus rencontrées dans la modélisation des tissus mous, que ce soit pour des modèles masses-ressorts [KCM00], des modèles masses-tenseurs [CDA00] ou bien l'algorithme Chain-Mail [GSM*97]. Les méthodes explicites sont particulièrement bien adaptées pour simuler les changements de topologie. Par contre, elles possèdent un temps de relaxation élevé qui entraîne parfois des comportements dynamiques peu réalistes. Ce temps de relaxation élevé est à relier avec un manque de synchronisation entre le pas de temps utilisé dans la discrétisation du schéma d'intégration explicite et le temps de calcul. Nous présentons ci-dessous quelques méthodes utilisées pour la modélisation des tissus mous.

Méthode d'Euler :

La méthode d'intégration explicite la plus simple à mettre en oeuvre et donc souvent utilisée est la méthode d'Euler. Elle n'utilise que des développements limités d'ordre 1. Le schéma d'intégration s'écrit :

$$\begin{aligned}\mathbf{X}^{t+dt} &= \mathbf{X}^t + dt\mathbf{V}^t \\ \mathbf{V}^{t+dt} &= \mathbf{V}^t + dt\mathbf{F}(\mathbf{V}^t, \mathbf{X}^t)\end{aligned}$$

Comme toutes les méthodes d'intégration explicites, la méthode d'Euler n'est pas inconditionnellement stable. Le pas d'intégration ne peut pas dépasser un certain seuil. Ainsi, si le pas de temps est trop grand, la position d'équilibre peut être « dépassée » à un instant donné, entraînant l'instabilité du système. Le seuil du pas de temps peut parfois être déterminé [MHTG05]. Une simple amélioration à la stabilité du schéma d'Euler est d'utiliser un schéma d'Euler modifié :

$$\begin{aligned}\mathbf{X}^{t+dt} &= \mathbf{X}^t + dt\mathbf{V}^{t+dt} \\ \mathbf{V}^{t+dt} &= \mathbf{V}^t + dt\mathbf{F}(\mathbf{V}^t, \mathbf{X}^t)\end{aligned}$$

On peut noter que cette méthode est toujours explicite car $\mathbf{V}$ est toujours évaluée à l'instant t. Stern et al. [SD06] ont récemment décrit ce schéma comme étant un schéma symplectique.

Quand il n'existe pas de forces dissipatives dans le modèle physique (c'est à dire des forces indépendantes de la vitesse), ce schéma se réduit à une schéma du second-ordre de Stoermer-Verlet, précis même pour des fortes raideurs. On peut écrire alors le schéma d'intégration sous la forme :

$$\begin{aligned}\mathbf{X}^{t+dt} &= \mathbf{X}^t + B^t \\ B^{t+dt} &= B^t + dt^2\mathbf{F}(\mathbf{X}^t)\end{aligned}$$

où B est un vecteur servant d'accumulateur initialisé à 0 au départ.

Newton-Cotes

Parfois, la méthode de Newton-Cotes est préférée à celle d'Euler modifié, notamment car elle présente l'avantage d'intégrer correctement les accélérations constantes (la gravité par exemple) :

$$\begin{aligned}\mathbf{X}^{t+dt} &= \mathbf{X}^t + (\mathbf{V}^t + \mathbf{V}^{t+dt})\frac{dt}{2} \\ \mathbf{V}^{t+dt} &= \mathbf{V}^t + dt\mathbf{F}(\mathbf{V}^t, \mathbf{X}^t)\end{aligned}$$

ce qui donne pour $\mathbf{X}$:

$$\mathbf{X}^{t+dt} = \mathbf{X}^t + dt\mathbf{V}^t + dt^2\frac{\mathbf{F}(\mathbf{V}^t, \mathbf{X}^t)}{2} \tag{B.6}$$

Une autre méthode parfois utilisée est celle du point milieu.

Méthodes de Runge-Kutta

Il existe des méthodes d'ordre plus élevé qui sont plus précises mais nécessitent en contrepartie le calcul de la force pour des positions intermédiaires entre t et $t + dt$. L'ordre de ces méthodes dépend du nombre de calculs de forces supplémentaires à effectuer. Les plus utilisées sont les méthodes de Runge-Kutta d'ordre 2 et 4. Elles sont parfois mal appropriées pour les simulations dynamiques faisant apparaître des collisions et ayant des discontinuités dans le mouvement.

La formulation la plus classique des méthodes de Runge-Kutta est celle d'ordre 4. La formule d'ordre 2 est plus simple et présente l'avantage de ne pas être trop couteuse en calculs tout en étant plus précise que la méthode d'Euler.

B.2.2 Méthodes d'intégration implicites

Avec un schéma implicite ou parfois semi-implicite, la position future du modèle $\mathbf{X}_{t+dt}$ est obtenue en appliquant les forces internes estimées à l'instant $t + dt$. Pour réaliser cette méthode, un système d'équations doit être résolu entièrement ou bien partiellement [BW98]. Pour rappel, le schéma implicite est de la forme :

$$\mathbf{X}^{t+dt} = \mathbf{X}^t + dt\mathbf{F}(\mathbf{X}^{t+dt}) \tag{B.7}$$

En général, on ne peut pas trouver directement la valeur de $\mathbf{X}^{t+dt}$, à moins que f soit une fonction linéaire. Pour résoudre l'équation, on utilise donc un développement limité à l'ordre 1 de $\mathbf{F}(\mathbf{X}^{t+dt})$ (développement de Taylor).
En notant $\Delta\mathbf{X} = \mathbf{X}^{t+dt} - \mathbf{X}^t$, on peut réécrire l'équation du schéma implicite :

$$\mathbf{X}^t + \Delta\mathbf{X} = \mathbf{X}^t + dt\mathbf{F}(\mathbf{X}^t + \Delta\mathbf{X}) \tag{B.8}$$

ce qui donne :

$$\Delta\mathbf{X} = dt\mathbf{F}(\mathbf{X}^t + \Delta\mathbf{X}) \tag{B.9}$$

En écrivant le développement limité de $\mathbf{F}(\mathbf{X}^t + \Delta\mathbf{X})$:

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}^t) + F'(\mathbf{X}^t)\Delta\mathbf{X} \tag{B.10}$$

on peut obtenir une approximation de $\Delta\mathbf{X}$:

$$\Delta\mathbf{X} = (\frac{1}{h}I - \mathbf{F}'(\mathbf{X}^t))^{-1}\mathbf{F}(\mathbf{X}^t) \tag{B.11}$$

où I est la matrice identité. Nous pouvons ainsi trouver la valeur de $\mathbf{X}^{t+dt}$.
Une méthode d'intégration implicite demande ainsi plus de travail qu'une méthode explicite. Si la matrice $\mathbf{F}'$ est creuse, le système peut être résolu plus rapidement. L'équation permettant de trouver $\mathbf{X}^{t+dt}$ peut ainsi être résolue en temps linéaire (dimension du vecteur $\mathbf{X}$).

Si l'on revient maintenant à l'équation du second ordre dont la transformation en un système du premier ordre a été donnée en début du paragraphe :

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}} &= \mathbf{V} \\ \dot{\mathbf{V}} &= \mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{V}) \end{aligned}$$

on peut également donner une expression de la solution de ce système. En notant $\Delta\mathbf{X} = \mathbf{X}^{t+dt} - \mathbf{X}^t$ et $\Delta\mathbf{V} = \mathbf{V}^{t+dt} - \mathbf{V}^t$, on peut écrire :

$$\begin{aligned} \Delta\mathbf{X} &= dt(\mathbf{V}^t + \Delta\mathbf{V}) \\ \Delta\mathbf{V} &= dt(\mathbf{F}(\mathbf{X}^t + \Delta\mathbf{X}, \mathbf{V}^t + \Delta\mathbf{V})) \end{aligned}$$

Si on développe $\mathbf{F}$ par une série de Taylor (deux dimensions) :

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}^t + \Delta\mathbf{X}, \mathbf{V}^t + \Delta\mathbf{V}) = \mathbf{F}^t + \frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{X}}\Delta\mathbf{X} + \frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{V}}\Delta\mathbf{V} \tag{B.12}$$

on obtient alors :

$$\begin{aligned}\Delta\mathbf{X} &= dt(\mathbf{V}^t + \Delta\mathbf{V}) \\ \Delta\mathbf{V} &= dt(\mathbf{F}^t + \frac{\partial\mathbf{F}}{\partial x}\Delta\mathbf{X} + \frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{V}}\Delta\mathbf{V}))\end{aligned}$$

On peut ainsi obtenir une solution pour $\Delta\mathbf{V}$ et obtenir $\Delta\mathbf{X} = dt(\mathbf{V}^t + \Delta\mathbf{V})$.

Si $\mathbf{F}$ dépend en plus du temps (par exemple des forces externes dépendantes du temps), il faut alors rajouter un terme additionnel à l'équation ci-dessus :

$$(I - dt\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{V}} - dt^2\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{X}})\Delta\mathbf{V} = dt(\mathbf{F}^t + dt\frac{\partial\mathbf{F}}{\partial\mathbf{X}}\mathbf{V}^t + \frac{\partial\mathbf{F}}{\partial t}) \tag{B.13}$$

Quelques schémas implicites ont été proposés ces dernières années, notamment en proposant différentes solutions pour approximer $\mathbf{F}$ à l'instant suivant ou bien plus récemment le schéma d'intégration de Newmark. Les méthodes itératives implicites présentent l'avantage de pouvoir accroître le pas de temps du schéma d'intégration de manière beaucoup plus importante que pour les méthodes explicites. Cela permet notamment d'obtenir un comportement dynamique beaucoup plus satisfaisant. Par contre, le temps de calcul est plus élevé que pour les méthodes explicites, notamment à cause de la résolution du système linéaire d'équations qui doit être effectué à chaque itération.

Annexe C

Exemple d'utilisation du langage PML

```
<!-- Example of a PML file that represents a phymulob -->
<physicalModel name="total cube" ...>
<!-- list of atoms-->
<atoms>
    <structuralComponent name="element list">
        <atom>
            <!-- index of the element 0 and its properties -->
            <atomproperties index="0" x="1" y="1" z="0= externW="8.0" .../>
        </atom>
        <atom>
            <!-- index of the element 1 and its properties -->
            <atomproperties index="1" x="0" y="1" z="0= viscosityW="8.0" .../>
        </atom>
            ...
    </structuralComponent>
</atoms>
<!--list of exclusive components-->
<exclusiveComponents>
    <multiComponent name="Exclusive Components">
        <!-- Définition des propriétés globales -->
        <structuralComponent name="Regions" externW="9.81" viscosity="1.">
            <!-- Définition de chaque région-->
            <cell>
                <cellproperties name=" cube 1"
                                type="POLY_VERTEX" materialType="solid" mass="10.0"/>
                <color r="0.8" g="0.8" b="0.2" a="1" >
                <atomRef index="0" />
                <atomRef index="1" />
                <atomRef index="2" />
                <atomRef index="3" />
             </cell>
             <cell>
                <cellproperties name="cube 2"
                                materialType="elastic" shapeW="11.0"
                                incompressibility="true"
              <color r="0.8" g="0.8" b="0.2" a="1"/>
                ...
              </cell>
                ...

         </structuralComponent>

         <structuralComponent name="Neighborhoods">
              <color r="0.8" g="0.8" b="0.2" a="1" >
             <!-- Définition du voisinage de chaque particule-->
             <cell>
                 <cellproperties name="Atom#1 "/>
                 <atomRef index="2" />
                 <atomRef index="3" />
                 <atomRef index="4" />
             </cell>
                 ...
         </structuralComponent>
    </multiComponent>
</exclusiveComponents>
```

Fig. C.1: *Exemple de description d'un objet à l'aide du langage PML [CP04]. Le modèle est composé de particules définies sous forme d'atomes et possédant un indice ainsi que des coordonnées. Le modèle est décomposé en différentes régions décrites dans une « Structural Component » . La description du voisinage est effectuée pour chaque particule.*

Annexe D

Implémentation de la dynamique d'une région solide

Cette annexe reprend les détails d'implémentation de la dynamique d'une région solide dans notre méthode de modélisation.

D.1 Calculs avant la simulation

Certaines valeurs peuvent être calculées avant la simulation et ne seront pas modifiées pendant la simulation. Il s'agit :

- du centre des masses
- de la matrice d'inertie dans le repère lié à la région solide et de son inverse

D.1.1 Calcul du centre des masses

Le calcul de la position $\mathbf{G}$ du centre des masses utilise les masses m_i et les positions $\mathbf{P}_i$ des n particules composant la région.

$$\mathbf{G} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \mathbf{P}_i}{\sum_{j=1}^{n} m_j} \tag{D.1}$$

D.1.2 Calcul de la matrice d'inertie

La matrice d'inertie I s'exprime dans le repère global à l'aide des masses m_i des n particules ainsi que leur position dans le repère global $\mathbf{P}_i = (x_i, y_i, z_i)$. On a l'expression suivante (qui provient de la discrétisation de la formule continue) :

$$I = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n} m_i(y_i^2 + z_i^2) & -\sum_{i=1}^{n} m_i x_i y_i & -\sum_{i=1}^{n} m_i x_i z_i \\ -\sum_{i=1}^{n} m_i x_i y_i & \sum_{i=1}^{n} m_i(x_i^2 + z_i^2) & -\sum_{i=1}^{n} m_i y_i z_i \\ -\sum_{i=1}^{n} m_i x_i z_i & -\sum_{i=1}^{n} m_i y_i z_i & \sum_{i=1}^{n} m_i(x_i^2 + y_i^2) \end{pmatrix} \tag{D.2}$$

Cette matrice doit ensuite prendre en compte la translation au centre des masses $\mathbf{G} = (G_x, G_y, G_z)$ de la région :

$$I^{\mathcal{R}^{\mathcal{G}}} = I + \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{n} m_j(G_y^2 + G_z^2) & -\sum_{i=1}^{n} m_i G_x G_y & -\sum_{i=1}^{n} m_i G_x G_z \\ -\sum_{i=1}^{n} m_i G_x G_y & \sum_{i=1}^{n} m_i(G_x^2 + G_z^2) & -\sum_{i=1}^{n} m_i G_y G_z \\ -\sum_{i=1}^{n} m_i G_x G_z & -\sum_{i=1}^{n} m_i G_y G_z & \sum_{i=1}^{n} m_i(G_x^2 + G_y^2) \end{pmatrix} \tag{D.3}$$

Cette matrice d'inertie est différente dès que l'objet effectue un déplacement. Plutôt que de calculer la nouvelle valeur à chaque itération, on utilise l'expression de la matrice dans le repère local où elle est diagonale. La matrice d'inertie exprimée dans le repère local $I^{\mathcal{R}^{\mathcal{L}}}$ est constante durant toute la simulation. Nous pouvons calculer le passage d'une matrice à une autre à l'aide de la matrice de rotation R qui fait passer du repère local au repère global et que nous calculons en utilisant une décomposition en valeurs propres. L'expression nous permettant de trouver la matrice d'inertie dans les repères gloable et local est la suivante :

$$I^{\mathcal{R}^{\mathcal{G}}} = R I^{\mathcal{R}^{\mathcal{L}}} R^{-1} \tag{D.4}$$

A l'aide de la matrice de rotation R précédemment calculée, nous pouvons calculer les positions des différentes particules de la région dans le repère local. Comme R est une matrice de rotation, on a $R^T = R^{-1}$. La position $\mathbf{P}_i$ de chaque particule dans le repère local se calcule avec l'expression suivante :

$$\mathbf{P}_i^{\mathcal{R}^{\mathcal{L}}} = R^T(\mathbf{P}_i^{\mathcal{R}^{\mathcal{G}}} - \mathbf{G}) \tag{D.5}$$

D.2 Calculs pendant la simulation

A chaque itération, nous devons calculer les nouvelles positions et vitesses des différentes particules composant la région solide. Pour cela, on calcule tout d'abord la nouvelle position du centre des masses puis les positions des différentes particules de la région.

D.2.1 Calcul du centre des masses

Nous utilisons les nouvelles valeurs des deux éléments du torseur dynamique pour calculer la position du centre des masses, comme nous l'avons détaillé dans le chapitre **??**. Le calcul de la matrice d'inertie dans le repère global étant assez lourd, nous utilisons la matrice d'inertie exprimée dans le repère local pour obtenir la matrice d'inertie dans le repère global. L'algorithme est le suivant :

Algorithme 6 : Calcul des valeurs du centre des masses à l'itération suivante

```
// Calcul de l'accélération linéaire AccL
```
pour *i de 1 à n* **faire**
  $\mathbf{AccL} += \mathbf{F}_i$;
  $M += m_i$;
fin
$\mathbf{AccL} /= M$;
`// Calcul de la matrice d'inertie dans le repère global` $I^{\mathcal{R}^{\mathcal{G}}} = RI^{\mathcal{R}^{\mathcal{L}}}R^{-1}$;
$I^{\mathcal{R}^{\mathcal{G}}}_{inverse} = RI^{\mathcal{R}^{\mathcal{L}}}_{inverse}R^{-1}$;
`// Calcul de l'accélération angulaire` **AccW** `à l'aide de la // précédente vitesse angulaire` Wg
pour *i de 1 à n* **faire**
  `// Calcul du moment au centre d'inertie` $\mathbf{Mo} += (\mathbf{P}_i - \mathbf{G}) \times \mathbf{F}_i$;
fin
$\mathbf{AccW} = I^{\mathcal{R}^{\mathcal{G}}}_{inverse}(\mathbf{Mo} + ((I^{\mathcal{R}^{\mathcal{G}}}\mathbf{Wg}) \times \mathbf{Wg}))$

A partir de ces deux accélérations, on peut calculer la nouvelle position, la nouvelle vitesse et la nouvelle vitesse angulaire du centre des masses avec un schéma d'intégration. Ainsi, avec le schéma d'intégration d'Euler, nous avons :

$$\begin{aligned}
{\mathbf{V_G}}^{t+dt} &= {\mathbf{V_G}}^{t} + \mathbf{AccL}dt \\
\mathbf{G}^{t+dt} &= \mathbf{G}^{t} + {\mathbf{V_G}}^{t+dt}dt \\
\mathbf{Wg}^{t+dt} &= \mathbf{Wg}^{t} + \mathbf{AccW}dt
\end{aligned}$$

La nouvelle orientation du solide peut se calculer à l'aide des quaternions. On a ainsi la relation :

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2}(0, \mathbf{Wg}) * \mathbf{q} \tag{D.6}$$

où $\mathbf{q}$ est le quaternion représentant l'orientation de l'objet, $(0, \mathbf{Wg})$ le quaternion obtenu en plongeant Wg dans l'espace des quaternions (partie réelle nulle) et $*$ l'opérateur de multiplication des quaternions (détaillé au paragraphe D.3). Après le calcul de l'accélération angulaire, nous rajoutons donc le calcul de $\dot{\mathbf{q}}$ qui va nous permettre de trouver le nouveau quaternion $\mathbf{q}$ (utilisé dans le paragraphe suivant).

D.2.2 Calcul des positions des particules

A partir de la nouvelle position du centre des masses et de la nouvelle orientation, on peut calculer la position de l'ensemble des particules. On utilise la matrice de rotation, plus économique dans la multiplication de vecteurs, pour passer du repère local au repère global.

Algorithme 7 : Calcul des nouvelles positions et vitesses des particules

```
// Calcul de nouvelle matrice de rotation à partir du quaternion
QuaternionVersMatriceRotation(R,q) ;
// Calcul des nouvelles positions et vitesses
pour i de 1 à n faire
    P_i^{R^G} = R(P_i^{R^L} + G) ;
    V_i^{R^G} = Wg × R(P_i^{R^L} + V_G) ;
fin
```

D.3 Utilisation des quaternions

Nous présentons dans ce paragraphe les algorithmes courants de manipulation des quaternions. Ces algorithmes sont basés sur ceux détaillés dans [Pro97]. Le quaternion a été introduit afin de répondre au problème du passage d'une base à une autre en 3D, passage qui peut se faire avec deux rotations différentes d'un point de vue géométrique. Le quaternion va représenter cette transformation géométrique et est défini avec la notation suivante :

$$\mathbf{q} = (\cos\frac{\theta}{2}, \mathbf{v}\sin\frac{\theta}{2}) = (\cos\frac{\theta}{2}, a\sin\frac{\theta}{2}, b\sin\frac{\theta}{2}, c\sin\frac{\theta}{2}) \tag{D.7}$$

où $\mathbf{v} = (a, b, c)$ est l'axe unitaire de la rotation d'angle θ.

D.3.1 Passage de la matrice de rotation au quaternion

L'algèbre des quaternions est le sous-espace vectoriel de l'ensemble des matrices carrées d'ordre 4 engendré par la base $(\mathbf{e}, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$.

On peut noter ces quatre éléments particuliers : $\mathbf{e} = (1, 0, 0, 0), \mathbf{i} = (0, 1, 0, 0), \mathbf{j} = (0, 0, 1, 0)$ et $\mathbf{k} = (0, 0, 0, 1)$. Un quaternion est donc noté sous forme complexe dans la base canonique $(\mathbf{e}, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k})$ sous la forme d'un vecteur de dimension 4. On peut noter le quaternion $\mathbf{q} = (q_0, q_1, q_2, q_3)$. On a $q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 = 1$ et on a :

$$\mathbf{q} = q_0\mathbf{e} + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k} \tag{D.8}$$

Nous détaillons dans l'algorithme 8 le calcul des 4 composantes d'un quaternion, étant donné une matrice de rotation R et un quaternion $\mathbf{q}$.

Algorithme 8 : MatriceRotationVersQuaternion

double $u[4]$;
double max, val;
int imax, i ; $u[0] = 1 + R[0,0] + R[1,1] + R[2,2]$;
$u[1] = 1 + R[0,0] - R[1,1] - R[2,2]$;
$u[2] = 1 - R[0,0] + R[1,1] - R[2,2]$;
$u[3] = 1 - R[0,0] - R[1,1] + R[2,2]$;
`// Calcul de la plus grande composante de q` max = $|u[0]|$;
imax = 0;
pour *i de 1 à 3* **faire**
  si $/ u[i] / > max$ **alors**
    max = $| u[i] |$;
    imax = i;
  fin
fin
$q[imax]$ = sqrt $(u[imax] \times 0,25)$;
val = $4 \times q[imax]$;
suivant *imax* **faire**
  cas où $imax = 0$
    $q[1] = (R[2,1] - R[1,2])/val$;
    $q[2] = (R[0,2] - R[2,0])/val$;
    $q[3] = (R[1,0] - R[0,1])/val$;
  fin
  cas où *imax = 1*
    $q[0] = (R[2,1] - R[1,2])/val$;
    $q[2] = (R[1,0] + R[0,1])/val$;
    $q[3] = (R[0,2] + R[2,0])/val$;
  fin
  cas où *imax = 2*
    $q[0] = (R[0,2] - R[2,0])/val$;
    $q[1] = (R[1,0] + R[0,1])/val$;
    $q[3] = (R[2,1] + R[1,2])/val$;
  fin
  cas où *imax = 3*
    $q[0] = (R[1,0] - R[0,1])/val$;
    $q[1] = (R[0,2] + R[2,0])/val$;
    $q[2] = (R[2,1] + R[1,2])/val$;
  fin
fin
Normaliser(q);

D.3.2 Passage du quaternion à la matrice de rotation

La matrice de rotation peut s'exprimer en fonction des composantes du quaternion :

$$R = \begin{bmatrix} 1-2q_2^2-2q_3^2 & 2q_1q_2+2q_0q_3 & 2q_1q_3-2q_0q_2 \\ 2q_1q_2-2q_0q_3 & 1-2q_1^2-2q_3^2 & 2q_2q_3+2q_0q_1 \\ 2q_1q_3+2q_0q_2 & 2q_2q_3-2q_0q_1 & 1-2q_1^2-2q_2^2 \end{bmatrix} \tag{D.9}$$

D.3.3 Multiplication de quaternions

A partir des propriétés des quaternions, on peut effectuer leur multiplication. Si on a deux quaternions $\mathbf{q} = (q_0, q_1, q_2, q_3)$ et $\mathbf{p} = (p_0, p_1, p_2, p_3)$, alors :

$$\begin{aligned} \mathbf{q} * \mathbf{p} \quad = \quad & (p_0q_0 - p_1q_1 - p_2q_2 - p_3q_3)\mathbf{e} \\ & +(p_0q_1 + p_1q_0 + p_2q_3 - p_3q_2)\mathbf{i} \\ & +(p_0q_2 + p_2q_0 - p_1q_3 - p_3q_1)\mathbf{j} \\ & +(p_0q_3 + p_3q_0 + p_1q_2 - p_2q_1)\mathbf{k} \end{aligned} \tag{D.10}$$

Bibliographie

[AB97] Aubert F., Benchmann D. : Volume-preserving space deformation. *Computer & Graphics 21*, 5 (1997), 625–639. 154

[AFS00] Amrani M., F.Jaillet, Shariat B. : Deformable organ modeling and animation : Application to organs' interactions simulation. *Journal for Geometry and Graphics* (2000), 181–188. 109

[AG02] Alterovitz R., Goldberg K. : *Comparing Algorithms for Soft Tissue Deformation : Accuracy Metrics and Benchmarks.* Tech. rep., UC Berkeley, 2002. 211, 212, 221

[AGCO05] Alterovitz R., Goldberg K., Chirikijan G., Okamura A. : Steering flexible needles under markov motion uncertainty. In *Proceedings of IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems* (2005), pp. 120–125. 184, 185

[AGO05] Alterovitz R., Goldberg K., Okamura A. : Planning for steerable bevel-tip needle insertion through 2d soft tissue with obstacles. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation* (2005), pp. 1652–1657. 184, 186, 199

[AGP*04] Alexa M., Gross M., Pauly M., Pfister H., Stamminger M., Zwicker M. : *Point-Based Computer Graphics.* Tech. rep., SIGGRAPH 2004 Course Notes, 2004. 111

[AGP*06] Alterovitz R., Goldberg K., Pouliot J., Hsu I. J., Kim Y., Kurhanewicz S. M. J. : Registration of mr prostate images with biomechanical modeling and nonlinear parameter estimation. *Medical Physics 33*, 2 (2006), 446–454. 51

[Amr02] Amrani M. : *Modélisation et simulation d'objets déformables.* Thèse, Université Claude Bernard, Lyon, 2002. 63

[AMS00] Azar F., Metaxas D., Schnall M. : A finite element model of the breast for predicting mechanical deformations during biopsy procedures. In *Proceedings of IEEE Workshop on Mathematical Methods in Biomedical Image Analysis, South Carolina* (2000), pp. 38–45. 79

[ANA01] ANAES : *Standards, Options et Recommandations pour la prise en charge des patients atteins de cancer de la prostate non métastatique*. Tech. rep., Association Française d'Urologie et Fédération Nationale des Centres de Luttre Contre le Cancer, 2001. 34, 37

[ANA03] ANAES : *Rapport de la commission d'orientation sur le cancer*. Tech. rep., Commission d'orientation sur le cancer, 2003. 32

[AO06] Arroyo M., Ortiz M. : Local max-ent approximation schemes : A seamless bridge between finite elements and meshfree methods. *International Journal for Numerical Methods in Engineering 65* (2006), 2167–2202. 139

[APT*03] Alterovitz R., Pouliot J., Taschereau R., Hsu I.-C., Goldberg K. : Simulating needle insertion and radioactive seed implantation for prostate brachytherapy. In *Proceedings of Medicine Meets Virtual Reality* (2003), pp. 19–25. 178, 183, 187

[ARC*98] Antolak J., Rosen I., Childress C., Zagars G., Pollack A. : Prostate target volume variations duringa course of radiotherapy. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 42*, 3 (1998), 661–672. 46, 47, 49

[ARW*99] Auer L., Radetzky A., Wimmer C., Kleinszig G., Schroecker F., Auer D., Delingette H., Davies B., Pretschner D. : Visualization for planning and simulation of minimal invasive neurosurgical procedures. In *Proceedings of MICCAI* (1999), pp. 1199–1209. 103

[AS00] Amrani M., Shariat B. : Deformable organ modeling with multi-layer particle systems. In *Proceedings of IV'2000* (2000), pp. 351–356. 109

[ASCE02] Aspert N., Santa-Cruz D., Ebrahimi T. : Mesh : Measuring error between surfaces using the hausdorff distance. In *Proceedings of IEEE International Conference on Multimedia and Expo* (2002), pp. 705–708. 250

[ASL*04] Artignan X., Smitsmans M., Lebesque J., Jaffray D., van Her M., Bartelink H. : Online ultrasound image guidance for radiotherapy of prostate cancer : impact of image acquisition on prostate displacement. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 59*, 2 (2004), 595–601. 51

[ATO97] Ainsworth M., Tinsley Oden J. : A posteriori error estimation in finite element analysis. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 142* (1997), 1–88. 211

[Bal01] Balaniuk R. : Lem - an approach for real-time physically-based soft tissue simulation. In *Proceedings of ICRA* (2001), pp. 2337–2343. 85

[Bal03] Balaniuk R. : Soft tissue simulation using the radial elements method. In *Proceedings of the International Symposium on Surgery Simulation and Sof-Tissue Modeling* (2003), pp. 48–58. 86

[Bar97] Baraff D. : *An Introduction to Physically Based Modeling : Rigid Body Simulation I-Unconstrained Rigid Body Dynamics*. Tech. rep., SIGGRAPH'97 Course Notes, 1997. 143, 199

[Bau06] Baudet V. : *Modélisation et simulation paramétrable d'objets déformables. Application aux traitements des cancers pulmonaires*. Thèse, Université Claude Bernard, Lyon, 2006. 63, 102, 225

[BC00a] Bourguignon D., Cani M. : Controlling anisotropy in mass-spring systems. In *Proceedings of Computer Animation and Simulation* (2000), pp. 113–123. 154

[BC00b] Bourguignon D., Cani M.-P. : Controlling anisotropy in mass-spring systems. In *Proceedings of the 11th Eurographics Workshop on Animation and Simulation* (2000), pp. 113–123. 100

[BDC00] Boux De Casson F. : *Simulation dynamique de corps biologiques et changements de topologies interactifs*. Thèse, Université de Savoie, 2000. 100

[BDCL00] Boux De Casson F., Laugier C. : Simulating 2d tearing phenomena for interactive medical surgery simulators. In *Proceedings of Computer Animation* (2000), p. 9. 100

[BG00] Bielser D., Gross M. : Interactive simulation of surgical cuts. In *Proceedings of Pacific Graphics 2000* (2000), Press I. C. S., (Ed.), pp. 116–125. 101

[BGG*98] Baur C., Guzzoni D., Georg O., Strendney D., Westwood J., Hoffman H., Weghorst S. : A virtual reality and force feedback based endoscopic surgery simulator. In *Proceedings of Medecine Meets Virtual Reality* (1998), pp. 110–116. 15, 64

[BHH*01] Bharatha A., Hirose M., Hata N., Warfield S., ferrant M., Zou K., Suarez-Santana E., Ruiz-Alzola J., D'Amico A., Cormack R., Kikinis R., Jolesz F., Tempany C. : Evaluation of three-dimensional finite element-based deformable registration of pre- and intraoperative prostate imaging. *Medical Physics 28*, 12 (2001), 2551–2560. 52, 115

[BHS*98] Basdogan C., Ho C., Srinivasan M., Small S., Dawson S. : Force interaction in laparoscopic simulation : Haptic rendering soft tissues. In *Proceedings of Medecine Meets Virtual Reality* (1998), pp. 28–31. 64

[BHS01] Basdogan C., Ho C., Srinivasan M. : Virtual environments for medical training : graphical and haptic simulation of laparoscopic common bile duct exploration. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics 6*, 3 (2001), 269–285. 98

[BHS03] Bianchi G., Harders M., Székely G. : Mesh topology identification for mass-spring models. In *Proceedings of MICCAI* (2003), pp. 50–58. 103

[BHT00] Brett P., Harrison A., Thomas T. : Schemes for the identification of tissue types and boundaries at the tool point for surgical needles. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine 4*, 1 (2000), 30–36. 172, 182

[BHTC97] Brett P., Harrison A., Thomas T., Carr A. : Simulation of resistance forces acting on surgical needles. In *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* (1997), vol. 211 (H4), pp. 335–347. 171

[BIK*97] Belikov V., Ivanov V., Kontorovich V., Korytnik S., Semenov A. : The non-sibsonian interpolation : A new method for interpolation of the values of a function on an arbitrary set of points. *Computational Mathematics and Mathematical Physics 37*, 1 (1997), 9–15. 138

[BKB*96] Beard C., Kijewski P., Bussière M., Gelman R., Gladstone D., Schaffer K., Plunkett M., Costello P., Coleman C. N. : Analysis of prostate and seminal vesicle motion : Implications for treatment planning. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 34*, 2 (1996), 451–458. 46, 47, 49

[Bli82] Blinn J. : A generalization of algebreaic surface drawing. *ACM Transactions on Graphics 1*, 3 (1982), 235–256. 108

[BMHJ06] Brock K., Ménard C., Hensel J., Jaffray D. : A multi-organ biomechanical model to analyze prostate deformation due to large deformation of the rectum. In *Proceedings of SPIE'06* (2006), pp. 360–369. 51

[BMMA00] Bentel G., Munley M., Marks L., Anscher M. : The effect of pressure from the table top and patient position on pelvic organ location in patients with prostate cancer. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 47*, 1 (2000), 247–253. 49

[BN95] Bro-Nielsen M. : Modelling elasticity in solids using active cubes - application to simulated operations. In *Proceedings of Computer Vision, Virtual Reality and Robotics in Medicine* (1995), pp. 535–541. 64

[BN97] Bro-Nielsen M. : *Medical Image Registration and Surgery Simulation*. Thèse, Technical University of Denmark, 1997. 63

[BN98] Bro-Nielsen M. : Finite element modeling in surgery simulation. *IEEE 86*, 3 (1998), 490–503. 73

[BNC96] Bro-Nielsen M., Cotin S. : Real-time volumetric deformable models for surgery simulation using finite elements and condensation. In *Proceedings of EUROGRAPHICS* (1996), pp. 57–66. 72

[Boo02] Booth J. : *Modelling the impact of treatment uncertainties in radiotherapy*. PhD thesis, University of Adelaide, 2002. 46

[Bou03] Bourguignon D. : *Interactive Animation and Modeling by Drawing, Pedagogical Applications in Medicine.* Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2003. 63

[BPPW99] Burdea G., Patounakis G., Popescu V., Weiss R. : Virtual reality-based training for the diagnosis of prostate cancer. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering 46*, 10 (1999), 1253–1260. 113, 114

[BPW93] Badler N., Phillips C., Webber B. : *Simulating Humans : Computer Graphics Animation and Control.* Oxford University Press, 1993. 64

[BRK*03] Brown J., Rosen J., Kim Y., Chang L., Sinanan M., Hannaford B. : In-vivo and in-situ compressive properties of porcine abdominal soft tissues. In *Proceedings of Medicine Meets Virtual Reality* (2003), pp. 26–32. 172

[Bro03] Brown J. : *Real-time Soft Tissue and Suture Simulation.* Thèse, Stanford University, 2003. 63

[BSSH04] Bianchi G., Solenthaler B., Székely G., Harders M. : Simultaneous topology and stiffness identification for mass-spring models based on fem reference deformations. In *Proceedings of MICCAI* (2004), pp. 293–301. 103, 225

[BTB*04] Berkley J., Turkiyyah G., Berg D., Ganter M., Weghorst S. : Real-time finite element modeling for surgery simulation : An application to virtual suturing. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics 10*, 3 (2004), 1–12. 73

[BUB*01] Brouwer I., Ustin J., Bentley L., Sherman A., Dhruv N., Tendick F. : Measuring in vivo animal soft tissue properties for haptic modeling in surgical simulation. In *Proceedings of Medicine Meets Virtual Reality* (2001), pp. 69–74. 172

[BW98] Baraff D., Witkin A. : Large steps in cloth simulation. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1998), pp. 43–54. 95, 103, 104, 323

[CB01] Costa I., Balaniuk R. : Static solution for real time deformable objects with fluid inside. *Journal Article, In ERCIM News 44* (2001), 44–45. 85

[CC04] Castaneda M. P., Cosio F. A. : Deformable model of the prostate for turp surgery simulation. *Computers & Graphics 28* (2004), 767–777. 113, 114

[CDA96] Cotin S., Delingette H., Ayache N. : Real time volumetric deformable models for surgery simulation. In *Proceedings of Visualization in Biomedical Computing* (1996), pp. 535–540. 15, 72, 79

[CDA99] Cotin S., Delingette H., Ayache N. : Real-time elastic deformations of soft tissues for surgery simulation. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics 5*, 1 (1999), 62–73. 73, 75, 102

[CDA00] Cotin S., Delingette H., Ayache N. : A hybrid elastic model for real-time cutting, deformations, and force feedback for surgery training and simulation. *The Visual Computer 16*, 8 (2000), 437–452. 88, 89, 321

[CEO*93] Cover S., Ezquerra N., O'Brien J., Rowe R., Gadacz T., Palm E. : Interactively deformable models for surgery simulation. *IEEE Computer Graphics and Applications 13*, 6 (1993), 68–75. 15, 64, 98

[CG91] Celniker G., Gossard D. : Deformable curve and surface finite-elements for free-form shape design. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1991), pp. 257–266. 78

[CGC*02] Capell S., Green S., Curless S., Duchamp T., Popovic Z. : Interactive skeleton-driven dynamic deformations. In *Proceedings of SIGGRAPH* (2002), pp. 586–593. 77

[Cha02] Chabanas M. : *Modélisation des tissus mous de la face pour la chirurgie orthognatique assistée par ordinateur.* Thèse, Université Joseph Fourier, 2002. 63, 248

[CHL*06] Chouly F., Hirtum A. V., Lagrée P.-Y., Paoli J.-P., Pelorson X., Payan Y. : Simulation of the retroglossal fluid-structure interaction during obstructive sleep apnea. In *Proceedings of International Symposium on Biomedical Simulation* (2006), pp. 48–57. 79

[CHP89] Chadwick J., Haumann D., Parent R. : Layered construction for deformable animated characters. *Computer Graphics 23*, 3 (1989), 243–252. 96

[CK02] Choi K.-J., Ko H.-S. : Stable but responsive cloth. In *Proceedings of SIGGRAPH* (2002), pp. 604–611. 104

[CK05] Choi M., Ko S. : Modal warping : Real-time simulation of large rotational deformation and manipulation. *IEEE Transacions on Visualization and Computer Graphics 11*, 1 (2005), 91–101. 91

[CLP03] Chabanas M., Luboz V., Payan Y. : Patient specific finite element model of the face soft tissue for computer-assisted maxillofacial surgery. *Medical Image Analysis 7*, 2 (2003), 131–151. 78, 211, 248

[CMPB02] Chabanas M., Marecaux C., Payan Y., Boutault F. : Models for planning and simulation in computer assisted orthognatic surgery. In *Proceedings of MICCAI* (2002), pp. 315–322. 250

[Cor93] Cornud F. : *Imagerie de la prostate.* Ed. Medecine-Sciences Flammarion, 1993. 24

[Cot97] Cotin S. : *Modèles anatomiques déformables en temps-réel.* Thèse, Université de Nice Sophia Antipolis, 1997. 63, 88

[CP04] Chabanas M., Promayon E. : Physical model language : Towards a unified representation for continuous and discrete models. In *Proceedings of International Symposium on Medical Simulation* (2004), pp. 256–266. 159, 161, 326

[CPCZ03] Crouch J., Pizer S., Chaney E., Zaider M. : Medially based meshing with finite element analysis of prostate deformation. In *Proceedings of MICCAI* (2003), pp. 108–115. 113, 115

[CPM*04] Chabanas M., Payan Y., Marécaux C., Swider P., Boutault F. : Comparison of linear and non-linear soft tissue models with post-operative ct scan in maxillofacial surgery. In *Proceedings of International Symposium on Medical Simulation* (2004), pp. 19–27. 248, 250

[CSWO05] Crouch J., Schneider C., Wainer J., Okamura A. : A velocity-dependent model for needle insertion in soft tissue. In *Proceedings of MICCAI* (2005), pp. 624–632. 183

[CTD00] Cormack R., Tempany C., D'Amico A. : Optimizing target coverage by dosimetric feedback during prostate brachytherapy. *International Journal of Radiation Oncology Biology and Physics 48* (2000), 1245–1249. 177

[CZ92] Chen D., Zeltzer D. : Pump it up : Computer animation of a biomechanically based model of muscle using the finite element method. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1992), pp. 89–98. 78, 91

[CZK98] Chen Y., Zhu Q., Kaufman A. : Physically-based animation of volumetric objects. In *Proceedings of Computer Animation* (1998), pp. 154–160. 99

[DA04] Delingette H., Ayache N. : *Soft Tissue Modeling for Surgery Simulation*. Computational Models for the Human Body, Handbook of Numerical Analysis, 2004. 16, 63

[Dav97] Davatzikos C. : Spatial transformation and registration of brain images using elastically deformable models. *Computer Vision and Image Understanding, Special Issue on Medical Imaging 66*, 2 (1997), 207–222. 79

[DB00] De S., Bathe K. : The method of finite spheres. *Computational Mechanics 25* (2000), 329–345. 109

[DBL00] D'Aulignac D., Balaniuk R., Laugier C. : A haptic interface for a virtual exam of the human thigh. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation* (2000), vol. 3, pp. 2452–2457. 99

[DCA99] Delingette H., Cotin S., Ayache N. : Efficient linear elastic models of soft tissues for real-time surgery simulation. In *Proceedings of Medicine Meets Virtual Reality* (1999), pp. 139–151. 86, 87, 88

[DDBC99] Debunne G., Desbrun M., Barr A., Cani M.-P. : Interactive multiresolution animation of deformable models. In *Proceedings of Eurographics Workshop on Computer Animation and Simulation* (1999), pp. 133–144. 74

[DDCB00] Debunne G., Desbrun M., Cani M.-P., Barr A. : Adaptive simulation of soft bodies in real-time. In *Proceedings of Computer Animation* (2000), pp. 15–20. 74

[DDCB01] Debunne G., Desbrun M., Cani M.-P., Barr A. : Dynamic real-time deformations using space and time adaptative sampling. In *Proceedings of SIGGRAPH* (2001), pp. 31–36. 74

[Deb00] Debunne G. : *Animation multi-résolution d'objets déformables en temps réel.* Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2000. 63

[Del98] Delingette H. : Towards realistic soft tissue modeling in medical simulation. *Proceedings of the IEEE 86*, 3 (1998), 512–523. 16, 63

[Des97] Desbrun M. : *Modélisation et animation d'objets hautement déformables à l'aide de surfaces implicites.* Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1997. 63, 109

[DG95] Desbrun M., Gascuel M.-P. : Animating soft substances with implicit surfaces. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1995), pp. 287–290. 108, 111

[DG96] Desbrun M., Gascuel M.-P. : Smoothed particles : A new paradigm for animating highly deformable bodies. In *Proceedings of 6th Eurographics Workshop on Animation and Simulation* (1996), pp. 61–76. 109

[DG99] Desbrun M., Gascuel M.-P. : *Space-Time Adaptative Simulation of Highly Deformable Substances.* Tech. rep., INRIA, 1999. 104, 108

[DGKM01] Deurloo E., Gilhuijs K., Kool L. S., Muller S. : Displacement of breast tissue and needle deviations during stereostatic procedures. *Investigative Radiology 36*, 6 (2001), 347–353. 166

[DGS06] Dehghan E., Goksel O., Salcudean S. : A comparison of needle bending models. In *Proceedings of MICCAI* (2006), pp. 305–312. 181

[DKT95] Deussen O., Kobbelt L., Tucke P. : Using simulated annealing to obtain good nodal approximations of deformable objects. In *Proceedings of the Sixth Eurographics Workshop on Computer Animation and Simulation* (1995), pp. 30–43. 103, 212

[DMFM98] Dawson L., Mah K., Franssen E., Morton G. : Target position variability throughout prostate radiotherapy. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 42*, 5 (1998), 1155–1161. 46, 47

[DS02a] DiMaio S., Salcudean S. : Needle insertion modeling and simulation. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation* (2002), pp. 2098–2105. 178, 179, 182

[DS02b] DiMaio S., Salcudean S. : Needle insertion modelling for the interactive simulation of percutaneous procedures. In *Proceedings of MICCAI* (2002), pp. 253–260. 182, 184, 187

[DS02c] DiMaio S., Salcudean S. : Simulated interactive needle insertion. In *Proceedings of 10th Symposium Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems* (2002), pp. 344–351. 171, 179, 182

[DS03a] DiMaio S., Salcudean S. : Needle insertion modeling and simulation. *IEEE Transactions on Robotics and Automation 19*, 5 (2003), 864–875. 183, 184, 185, 186, 187, 194, 276, 298

[DS03b] DiMaio S., Salcudean S. : Needle steering and model-based trajectory planning. In *Proceedings of MICCAI* (2003), pp. 33–40. 183

[DSB99] Desbrun M., Schröder P., Barr A. : Interactive animation of structured deformable objets. In *Proceedings of Graphics Interface* (1999), pp. 1–8. 104

[DTL05] Dhatt G., Touzot G., Lefrançois E. : *Méthode des éléments finis*. Hermes, 2005. 81

[EKS03] Etzmuss O., Keckeisen M., Strasser W. : A fast finite element solution for cloth modelling. In *Proceedings of Pacific Graphics* (2003), p. 244. 77

[ESP93] Essa I., Sclaro S., Pentland A. : *Directions in Geometric Computing, chapter Physically-based Modeling for Graphics and Vision*. Information Geometers, Winchester, UK, 1993. 91

[Far90] Farin G. : Surface over dirichlet tesselations. *Computer Aided Geometric Design, NorthHolland 7* (1990), 281–292. 64

[FH05] Floater M., Hormann K. : Surface parametrization : a tutorial and survey. *Advances in Multiresolution for Geometric Modelling* (2005), 157–186. 135, 137

[FHH*04] Fokdal L., Honoré H., Hoyer M., Meldgaard P., Fode K., von der Maase H. : Impact of changes in bladder and rectal filling volume on organ motion and dose distribution of the bladder in radiotherapy for urinary bladder cancer. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 59*, 2 (2004), 436–444. 46

[FKR05] Floater M., Kos G., Reimers M. : Mean value coordinates in 3d. *Computer Aided Geometric Design 22* (2005), 623–631. 137

[FLA*05] France L., Lenoir J., Angelidis A., Meseure P., Cani M.-P., Faure F., Chaillou C. : A layered model of a virtual human intestine for surgery simulation. *Medical Image Analysis 9*, 2 (2005), 123–132. 267

[Flo03] Floater M. : Mean value coordinates. *Computer Aided Geometric Design 20*, 1 (2003), 19–27. 137

[FM03] Fries T.-P., Matthies H. : *Classification and Overview of Meshfree Methods*. Tech. rep., TU Brunswick, Germany, 2003. 106, 111

[FMC*01] Frick T., Marucci D., Cartmill J., Martin C., Walsh W. : Resistance forces acting on suture needles. *Journal of Biomechanics 34*, 10 (2001), 1335–1340. 172

[FMH*93] Forman J., Mesina C., He T., Devi S., Ben-Josef E., Pelizarri C., Vijayakumar C. : Evaluation of changes in the location and shape of the

prostate and rectum during a seven week course of conformal radiotherapy. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 27*, 1 (1993), 222. 44

[FMW00] Ferrant M., Macq B., Warfield S. : Deformable modeling for characterizing biomedical shape changes. In *Proceedings of Discrete Geometry for Computer Imagery Conference* (2000), pp. 235–238. 79

[For03] Forest C. : *Simulation de chirurgie par cœlioscopie : contributions à l'étude de la découpe volumique, au retour d'effort et à la modélisatuib des vaisseaux sanguins.* Thèse, Ecole Polytechnique de Paris, 2003. 63

[Fou03] Fourneret P. : *Curiethérapie de prostate assistée par ordinateur : évaluation de l'apport d'un logiciel de fusion d'images IRM/échographie endorectale.* Dea, Université Joseph Fourier, 2003. 51

[Fun93] Fung Y.-C. : *Biomechanics : Mechanical Properties of Living Tissues.* 2nd Edition, Springer-Verlag, New-York, 1993. 112, 176, 307

[GFG*98] Gibson S., Fyock C., Grimson E., Kanade T., Kikinis R., Lauer H., McKenzie N., Mor A., Nakajima S., Ohkami H., Osborne R., Samosky J., Sawada A. : *Volumetric Object Modeling for Surgical Simulation.* Tech. rep., Mitsubishi Electric Research Laboratory, 1998. 63

[GFI03] Greenleaf J., Fatemi M., Insana M. : Selected methods for imaging elastic properties of biological tissues. *Annual Review on Biomedical Engineering 5* (2003), 57–78. 113

[Gib97] Gibson S. : 3d chainmail : a fast algorithm for deforming volumetric objects. In *Proceedings of Symposium on Interactive 3D Graphics* (1997), pp. 149–154. 65

[GJS*05] Guilezan M., Jaffray D., Siewerdsen J., van Herk M., Shety A., Sharpe M., Jafri S., Vicini F., Matter R., Brabbins D., Martinez A. : Prostate gland motion assessed with cine-magnetic resonance imaging (cine-mri). *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 61*, 2 (2005), 406–417. 45, 46, 48

[GKW*00] Gorman P., Krummel T., Webster R., Smith M., Hutchens D. : A prototype haptic lumbar puncture simulator. In *Proceedings of Medicine Meets Virtual Reality* (2000), pp. 106–109. 182

[GM97] Gibson S., Mirtich B. : *A Survey of Deformable Modeling in Computer Graphics.* Tech. rep., Mitsubishi Electric Research Laboratory, 1997. 16, 63

[GMTT89] Gourret J., Magnenat-Thalmann N., Thalmann D. : Simulation of object and human skin deformations in a grasping task. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1989), pp. 21–30. 77

[GS04] Glozman D., Shoham M. : Flexible needle steering and optimal trajectory planning for percutaneous therapies. In *Proceedings of MICCAI* (2004), pp. 137–144. 179, 180

[GSD*05] Goksel O., Salcudean S., DiMaio S., Rohling R., Morris J. : 3d needle-tissue interaction simulation for prostate brachytherapy. In *Proceedings of MICCAI* (2005), pp. 827–834. 184, 196, 199, 276, 277

[GSM*97] Gibson S., Samosky J., Mor A., Fyock C., Grimson E., Kanade T., Kikinis R., Lauer H., McKenzie M., Nakajima S., Ohkami H., Osborne R., Sawada A. : Simulating arthroscopic knee surgery using volumetric object representation, real-time volume rendering and haptic feedback. In *Proceedings of Computer Vision, Virtual Reality and Robotics in Medicine and Medical Robotics and Computer-Assisted Surgery* (1997), pp. 369–378. 65, 91, 321

[GSvH*02] Guilezan M., Siewerdsen J., van Herk M., Martinez A., Jaffray D. : Assessment of prostate and seminal vesicles motion/deformation using sagittal cinemri for margin determination in on-line image-guided radiation therapy for prostate cancer. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 54*, 2 (2002), 182. 46, 48

[GTZZ00] Gobetti E., Tuveri M., Zanetti G., Zorcolo A. : Catheter insertion simulation with co-registered direct volume rendering and haptic feedback. In *Proceedings of Medicine Meets Virtual Reality* (2000), pp. 96–98. 182

[GV53] Gil-Vernet S. : *Pathologia Urogenital : Biologia y pathologia de la prostata, T.1.* Editorial Paz-Montalvo, Madrid, 1953. 29

[GzDH01] Gladilin E., zachow S., Deufhard P., Hege H. : A biomechanical model for soft tissue simulation in cranio-facial surgery. In *Proceedings of the International Workshop on Medical Imaging and Augmented Reality* (2001), pp. 137–141. 78

[Har99] Hartmann U. : *Ein mechanisches Finite-Element Modell des menschliche Kopfes.* Thèse, Universität Leipzig, 1999. 79

[Hat96] Hatfield G. : Conservation laws and canonical forms in the stroh formalism of anisotropic elasticity. *Quaterly of Applied Mathematics 54* (1996), 739–756. 79

[Hat97] Hatfield G. : Conservation laws in transverslay isotropic linear elastic materials. *Proceedings of the Royal Society of London A. 453* (1997), 1005–1017. 79

[HBD05] Hing J., Brooks A., Desai J. : Reality-based estimation of needle and soft-tissue interaction for accurate haptic feedback in prostate brachytherapy simulation. In *Proceedings of International Symposium of robotics Research* (2005). 175

[HBh*02] Hirose M., Bharatha A., hata N., Zou K., Warfield S., Cormack R., D'Amico A., Kikinis R., Jolesz A., Tempany C. : Quantitative mr imaging assessment of prostate gland deformation before and during mr imaging-guided brachytherapy. *Acad Radiol 9* (2002), 906–912. 52

[HCJ*05] Hong M., Choi M., Jung S., Welch S., Trapp J. : Effective constrained dynamic simulation using implicit constraint enforcement. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation* (2005), pp. 4520–4525. 154

[HDT05] Heverly M., Dupont P., Triedman J. : Trajectory optimization for dynamic needle insertion. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation* (2005), pp. 1658–1663. 172

[HES03] Hauth M., Etzmuss O., Strasser W. : Analysis of numerical methods for the simulation of deformable models. *The Visual Computer 19*, 7-8 (2003), 581–600. 104

[HFH*91] Haken R. T., Forman J., Heimburger D., Gerhardsson A., McShan D., Perez-Tamayo C., Schoeppel C., Lichter S. : Treatment planning issues related to prostate movement in response to differential filling of the rectum and bladder. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 20*, 6 (1991), 1317–1324. 46, 47

[HHK92] Hsu W., Hughes J., Kaufmann H. : Direct manipulation of free-form deformations. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1992), pp. 177–184. 64

[HLL*00] Huang H., Lee M., Lee S., Chiu W., Pan L., Chen C. : Finite element analysis of brain contusion : an indirect impact study. *Medical & Biological Engineering & Computing 38* (2000), 253–259. 79

[HNV*06] Hollenstein M., Nava A., Valltorta D., Snedeker J., Mazza E. : Mechanical characterization of the liver capsule and parenchyma. In *Proceedings of Third International Symposium on Biomedical Simulation, Zurich* (2006), pp. 150–158. 112, 167

[Hor04] Hormann K. : *Barycentric Coordinates for arbitrary polygons in the plane.* Tech. rep., Technical report, Clausthal University of Technology, 2004. 137

[HPH96] Hutchinson D., Preston M., Hewitt T. : Adaptative refinement for mass/spring simulations. In *Proceedings of the Eurographics Workshop on Computer Animation* (1996), pp. 31–45. 100

[HS99] Hiyoshi H., Sugihara K. : Two generalizations of an interpolant based on voronoi diagrams. *International Journal of Shape Modeling 5*, 2 (1999), 219–231. 138

[HS04] Hauth M., Strasser W. : Corotational simulation of deformable solids. In *Proceedings of International Conference on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision* (2004), pp. 137–145. 77

[HSS98] Hiemenz L., Stredney D., Schmalbrock P. : Development of the force-feedback model for an epidural needle insertion simulator. In *Proceedings of Medicine Meets Virtual Reality* (1998), pp. 272–277. 171, 172, 182

[HSY90] Humphrey J., Strumpf R., Yin F. : Determination of a constitutive relation for passive myocardium : I. a new functional form. *ASME Journal of Biomechanical Engineering 112* (1990), 333–339. 79

[IFAM97] III M. R., Faillace-Akazawa P., Malfatti P. : Prostate volumes and organ movement defined by serial computerized tomographic scans during three-dimensional conformal radiotherapy. *Radiatioon Oncol. Invest 5*, 4 (1997), 187–194. 49

[IKC*06] III R. W., Kim J., Cowan N., Chirikjian G., Okamura A. : Nonholonomic modeling of needle steering. *The International Journal of Robotics Research 25*, 5-6 (2006), 509–525. 180, 181, 184

[IOCP03] Idelsohn S., Onate E., Calvo N., Pin F. : The meshless finite element method. *International Journal of Numerical Methods Engineering 58* (2003), 893–912. 106

[ITF04] Irving G., Teran J., Fedkiw R. : Invertible finite elements for robust simulation of large deformation. In *Proceedings of Eurographics Symposium on Computer Animation* (2004), pp. 131–140. 77

[Jai99] Jaillet F. : *Contribution à la reconstruction et à l'animation d'objets déformables définis à partir de données structurées en sections.* Thèse, Université Claude Bernard, Lyon, 1999. 63

[JGL97] Joukhadar A., Garat F., Laugier C. : Parameter identification for dynamic simulation. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation* (1997), pp. 1928–1933. 103

[JHC05] Jung S., Hong M., Choi M. : Modeling volume-preserved human organs for surgical simulation. In *Proceedings of Central European Multimedia and Virtual Reality Conference* (2005), pp. 4531–4536. 154

[Jim93] Jimenez S. : *Modélisation et simulation physique d'objets volumiques déformables complexes.* Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1993. 108

[JKWP04] Jerabkova L., Kuhlen T., Wolter T., Pallua N. : A voxel based multi-resolution technique for soft tissue deformation. In *Proceedings of Symposium on Virtual Reality Software and Technology* (2004), pp. 158–161. 75

[Jou96] Joukhadar A. : Adaptative time step for fast converging dynamic solution system. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems* (1996), vol. 2, pp. 418–424. 103

[Jou97] Joukhadar A. : *Simulation dynamique et applications robotiques.* Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1997. 63

[JP99] James D., Pai D. : Accurate real-time deformable objects. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1999), pp. 65–72. 83, 84

[JP02] James D., Pai D. : Dyrt : Dynamic response textures for real time deformation simulation with graphics hardware. In *Proceedings of SIGGRAPH* (2002), pp. 582–585. 91

[JP03] James D., Pai D. : Multiresolution green's function methods for interactive simulation of large-scale elastostatic objects. In *Proceedings of SIGGRAPH* (2003), pp. 47–82. 83

[JP04] James D., Pai D. : Bd-tree : Output-sensitive collision detection for reduced deformable models. In *Proceedings of SIGGRAPH* (2004), pp. 393–398. 89, 90, 91

[JSV97] Jaillet F., Shariat B., Vandorpe D. : Deformable volume object modeling with a particle based system for medical applications. In *Proceedings of International Conference on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision* (1997), pp. 192–201. 109

[JSW05] Ju T., Schaefer S., Warren J. : Mean value coordinates for closed triangular meshes. In *Proceedings of SIGGRAPH* (2005), pp. 561–566. 135, 137

[KBA*06] Keros L., Bernier V., Aletti P., Marchesi V., Wolf D., Noel A. : Qualitative estimation of pelvic organ interactions and their consequences on prostate motion : Study on a deceased person. *Medical Physics 33*, 6 (2006), 1902–1910. 46, 48, 49, 50, 263

[KCM00] Kühnapfel U., Cakmak H., Maass H. : Endoscopic surgery training using virtual reality and deformable tissue simulation. *Computer & Graphics 24*, 5 (2000), 671–682. 15, 73, 98, 102, 321

[KCO*03] Kerdok A., Cotin S., Ottensmeyer M., Galea A., Howe R., Dawson S. : Truthcube : Establishing physical standards for real time soft tissue simulation. *Medical Image Analysis 7* (2003), 283–291. 184, 210, 211, 237, 238, 239

[KDS03] Kim J., De S., Srinivasan M. : Physically-based hybrid approach in real time surgical simulation with force feedback. In *Proceedings of Medicine Meets Virtual Reality* (2003), pp. 158–164. 110

[KGC*96] Koch R., Gross M., Carls F., von Büren D., Fankhauser G., Parish Y. : Simulating facial surgery using finite element models. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1996), pp. 421–428. 78, 98

[KGG96] Keeve E., Girod S., Girod B. : Craniofacial surgery simulation. In *Proceedings of the 4th International Conference on Visualisation in Biomedical Computing* (1996), pp. 541–546. 78

[KGPG96] Keeve E., Girod S., Pfeifle P., Girod B. : Anatomy-based facial tissue modeling using the finite element method. In *Proceedings of IEEE Conference on Visualization* (1996), pp. 21–28. 78

[KKH*97] Kühnapfel U., Kuhn C., Hübner M., Krumm H.-G., Maass H., Neisius B. : The karlsruhe endoscopic surgery trainer as an example for virtual reality in medical education. *Minimally Invasive Therapy and Allied Technologies 6* (1997), 122–125. 98, 102

[KNK*03] Kuroda Y., Nakao M., Kuroda T., Oyama H., Komori M., Matsuda T. : Interaction model between elastic objects for accurate haptic display. In *Proceedings of International Conference on Artificial Reality and Telexistence* (2003), pp. 148–153. 113, 114

[KNP*04] Kim Y., Noworolski S., Pouliot J., Hsu I., Kurhanewicz J. : Analysis of prostate deformation due to different mri/mrs endorectal coils for image fusion and brachytherapy treatment planning. *Medical Physics 31*, 6 (2004), 1728. 51

[KON*02] Komiyama T., Onishi H., Nagata M., Hori M., Kuriyama K., Tanaka S., Sano M., Araki T., Sano N., Tateda Y. : Documentary of inter and intra-fractional prostate motion using self-moving ct scanner combined with linear accelerator, and cine-mri : What moves the prostate. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 54*, 2 (2002), 261. 45, 46, 48, 49, 50

[KPKO99] Kallel F., Price R., Konofagou E., Ophir J. : Elastographic imaging of the normal canine prostate in vitro. *Ultrasound Imaging 21* (1999), 201–205. 113

[KRG*02] Koch R., Roth S., Gross M., Zimmermann A., Sailer H. : A framework for facial surgery simulation. In *Proceedings of the 18th Spring Conference on Computer Graphics* (2002), pp. 33–42. 78

[KSS*02] Kitamura K., Shirato H., Seppenwoolde Y., Onimaru R., Oda M., Fujita K., Shimizu S., Shinohara N., Harabayashi T., Miyasaka K. : Three-dimensional intrafractional movement of prostate measured during real-time tumor-tracking radiotherapy in supine and prone treatment positions. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 53*, 5 (2002), 1117–1123. 49, 50

[KT96] Kaiss M., Tallec P. : La modélisation numérique du contact oeil-trépan. *Revue européenne des éléments finis 5*, 3 (1996), 375–408. 79

[KVD*02] Kauer M., Vuskovic V., Dual J., Szekely G., Bajka M. : Inverse finite element characterization of soft tissues. *Medical Image Analysis 6*, 3 (2002), 275–287. 112, 210

[KWAM01] Kataoka H., Washio T., Audette M., Mizuhara K. : A model for relations between needle deflection, force and thickness on needle penetration. In *Proceedings of MICCAI* (2001), pp. 966–974. 169, 170, 172, 176

[KWC*02] Kataoka H., Washio T., Chinzei K., Mizuhara K., Simone C., Okamura A. : Measurement of tip and friction force acting on a needle during penetration. In *Proceedings of MICCAI* (2002), pp. 216–223. 172, 173, 174, 177

[KWK*98] Krouskop T., Wheeler T., Kallel F., Garra B., Hall T. : Elastic moduli of breast and prostate tissues under compression. *Ultrasonic Imaging 20* (1998), 260–274. 113

[KYO04] Krishnan A., Yu Y., O'Dell W. : 3d fem of the prostate to predict deformation during brachytherapy needle insertion. *Medical Physics 31*, 6 (2004), 1734. 53

[Lar96] Larrabee W. : A finite element model of skin deformation. *Laryngoscope* (1996), 399–412. 77

[Lav89] Lavallée S. : *Gestes Médico-Chirurgicaux Assistés par Ordinateur : Application à la neurochirurgie stéréotaxique.* Thèse, Université Joseph Fourier, Grenoble, 1989. 14

[Len05] Lenoir J. : *Modèle déformable 1D pour la simulation phsique temps réel.* Thèse, Université des Sciences et Technologies de Lille, 2005. 63

[Ler04] Leroy A. : *Méthodes de recalage scanner/échographie. Application à la navigation chirurgical des ponctions rénales.* Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2004. 17

[LJ01] Langen K., Jones D. : Organ motion and its management. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 50*, 1 (2001), 265–278. 46

[Lom96] Lombardo J.-C. : *Modélisation d'objets déformables avec un système de particules orientées.* Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, 1996. 108

[LPB*02] Luboz V., Pedrono A., Boutault F., Swider P., Payan Y. : Simulation of the exophthalmia reduction using a finite element model of the orbital soft tissues. In *Proceedings of MICCAI* (2002), pp. 323–330. 79

[LPC95] Louchet J., Provot X., Crochemore D. : Evolutionary identification of cloth animation models. In *Proceedings of the Sixth Eurographics Workshop on Animation and Simulation* (1995), pp. 44–54. 103

[LRvH*04] Lotz H., Remeijer P., van Herk M., Lebesque J., de Bois J., Zijp L., Moonen L. : A model to predict bladder shapes from changes in bladder and rectal filling. *Medical Physics 31*, 6 (2004), 1415–1423. 46

[LSGS*99] Lorenz A., Sommerfeld H., Garcia-Schurmann M., Philippu S., Senge T., Ermert H. : A new system for the acquisition of ultrasonic multi-compression strain images of the human prostate in vivo. *IEEE Transactions on Ultrasound Ferroelectrical Frequency Control 46*, 5 (1999), 1147–1153. 113

[LTCK03] Liu A., Tendick F., Cleary K., Kaufmann C. : A survey of surgical simulation : Applications, technology and education. *Presence 12*, 6 (2003). 63

[LTW95] Lee Y., Terzopoulos D., Waters K. : Realistic modeling for facial animation. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1995), pp. 55–62. 96, 97

[MAA*04] Magill J., Anderson B., Anderson G., Hess P., Pratt S. : Multi-axis mechanical simulator for epidural needle insertion. In *Proceedings of International Symposium on Medical Simulation, Boston* (2004), pp. 267–276. 182

[Mau98] Maurel W. : *3D Modeling of the Human Upper Limb inclunding the Biomechanics of Joints, Muscles and Soft Tissues.* Thèse, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1998. 63, 307

[Mau99] Maurel W. : *3D Modeling of the Human Upper Limb Including the Biomechanics of Joints, Muscles and Soft Tissues.* Thèse, Laboratoire d'INforgraphie- Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1999. 176

[MBB*04] Maurin B., Barbé L., Bayle B., Zanne P., Gangloff J., de Mathelin M., Gangi A., Soler L., Forgione A. : In vivo study of forces during needle insertions. In *Proceedings of Medical Robotics Navigation and Visualisation Scientific Workshop* (2004), pp. 415–422. 171, 174, 176

[MBT03] Maciel A., Boulic R., Thalmann D. : Deformable tissue parametrized by properties of real biological tissue. In *Proceedings of International Symposium for Tissue Modeling* (2003), pp. 74–87. 102

[MCKS00] Malone S., Crook J., Kendal W., Szanto J. : Respiratory-induced prostate motion : Quantification and characterization. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 48*, 1 (2000), 105–109. 45, 49, 50

[McN68] McNeal J. : Regional morphology and pathology of the prostate. *American Journal of Clinical Pathology 49* (1968), 347–357. 29

[McN83] McNeal J. : The prostate gland : morphology and pathology. *Monogr. Urol. 4*, 1 (1983). 29

[MD05] Malsch E., Dasgupta G. : Algebraic construction of smooth interpolants on polygonal domains. *Mathematica Journal 9*, 3 (2005), 641–658. 137, 138

[MDH*03] Meseure P., Davanne J., Hilde L., Lenoir J., France L., Triquet F., Chaillou C. : A physically-based virtual environment dedicated to surgical simulation. In *Proceedings of the International Symposium on Surgery Simulation and Soft-Tissue Modeling* (2003), pp. 38–47. 15, 101

[MDM*02] Müller M., Dorsey J., McMillan L., Jagnow R., Cutler B. : Stable real-time deformations. In *Proceedings of Symposium on Computer Animation* (2002), pp. 49–54. 74, 77

[MDT02] Mohamed A., Davatzikos C., Taylor R. : A combined statistical and biomechanical model for estimation of intra-operative prostate deformation. In *Proceedings of MICCAI* (2002), pp. 452–460. 113, 115, 116

[Men03] Mendoza C. : *Interactions en Temps Réel de Tissu Mou avec Découpe 3D et Retour d'Effort.* Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2003. 63

[MFM*02] Mah D., Freedman G., Milestone B., Hanlon A., Palacio E., Richardson T., Movsas B., Mitra R., Horwitz E., Hanks G. : Measurement of intrafractional prostate motion using magnetic resonance imaging. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 54*, 2 (2002), 568–575. 45, 46

[MG04] Müller M., Gross M. : Interactive virtual materials. In *Proceedings of Graphics Interface* (2004), pp. 239–246. 77

[MH03] Mahvash M., Hayward V. : Haptic simulation of a tool in contact with a nonlinear deformable body. In *Proceedings of the International Symposium on Surgery Simulation and Soft-Tissue Modeling* (2003), pp. 311–320. 64

[MHTG05] Müller M., Heidelberger B., Teschner M., Gross M. : Meshless deformations based on shape matching. In *Proceedings of SIGGRAPH* (2005), pp. 471–478. 111, 321

[Mil01] Miller K. : How to test very soft biological tissues in extension ? *Journal of Biomechanics 34* (2001), 651–657. 226, 227, 228, 234

[Mil05] Miller K. : Method of testing very soft biological tissues in compression. *Journal of Biomechanics 38* (2005), 153–158. 226, 227, 228, 230

[MJZM97] Martelli S., Joukhadar A., Zaffagnini S., Marcacci M. : Development and validation of a fiber-based acl model for surgical simulations. In *Proceedings of Computer Vision, Virtual Reality and Robotics in Medicine and Medical Robotics and Computer-Assisted Surgery* (1997), pp. 644–652. 79

[MKL*93] Melian E., Kutcher G., Leibel S., m. Zelefsky, Baldwin B., Fuks S. : Variation in prostate motion : Quantification and implications for three-dimensional conformal radiation therapy. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 27*, 1 (1993), 137. 49

[MKN*04] Müller M., Keiser R., Nealen A., Pauly M., Gross M., Alexa M. : Point based animation of elastic, plastic and melting objects. In *Proceedings of Eurographics Symposium on Computer Animation* (2004), pp. 141–151. 111

[ML03] Mendoza C., Laugier C. : Tissue cutting using finite elements and force feedback. In *Proceedings of the International Symposium on Surgery Simulation and Soft-Tissue Modeling* (2003), pp. 175–182. 74, 76

[MLS94] Murray R., Li Z., Sastry S. : *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press, Ann Arbor MI, 1994. 180

[MMA*01] Monserrat C., Meier U., Alcaniz M., Chinesta F., Juan M. : A new approach for the real-time simulation of tissue deformations in surgery simulation. *Computer Methods and Programs in Biomedicine 64*, 2 (2001), 77–85. 83

[MMF*97] Melian E., Mageras G., Fuks Z., Leibel S., Nichaus A., Lorant H., Zelefsky M., Baldwin B., Kutcher G. : Variation in prostate position quantification and implications for three-dimensional conformal treatment planning. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 38*, 1 (1997), 73–81. 45, 46, 47, 49

[MMT97] Moccozet L., Magnenat-Thalmann N. : Dirichlet free-form deformations and their application to hand simulation. In *Proceedings of Computer Animation* (1997), pp. 93–102. 64

[Mol06] Mollemans W. : Parameter optimisation of a linear tetrahedral mass tensor model for a maxillofacial soft tissue simulator. In *Proceedings of the International Symposium on Biomedical Simulation* (2006), pp. 159–168. 88

[Mon92] Monaghan J. : Smoothed particle hydrodynamics. *Annual Review on Astronomy and Astrophysics 543*, 30 (1992), 543–574. 109

[Mor01] Mor A. : *Progessive Cutting with Minimal New Element Creation of Soft Tissue Models for Interactive Surgical Simulation*. Thèse, Carnegie Mellon University, 2001. 63

[MP89] Miller G., Pearce A. : Globular dynamics : a connected particle system for animating viscous fluids. *Computer & Graphics 13*, 3 (1989), 305–309. 107

[MPK*99] Miga M., Paulsen K., Kennedy F., Hartov A., Roberts D. : Model-updated image-guided neurosurgery using the finite element method : Incorporation of the falx cerebri. In *Proceedings of MICCAI* (1999), pp. 900–909. 79

[MRFS88] McNeal J., Redwine E., Freiha F., Stamey T. : Zonal distribution of prostatic adenocarcinoma ; correlation with histologic pattern and direction of spread. *American Journal of Surgical Pathology 12* (1988), 897–906. 29, 30, 33

[MSP*04] McNeely L., Stone N., Presser J., Chircus J., Stock R. : Influence of prostate volume on dosimetry results in real-time i 125 seed implantation. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 58*, 1 (2004), 292–299. 54

[MSVCS03] Mollemans W., Schutyser F., Van Cleynenbreugel J., Suetens P. : Tetrahedral mass spring model for fast soft tissue deformation. In *Proceedings of the International Symposium on Surgery Simulation and Soft-Tissue Modeling* (2003), pp. 145–154. 88

[MT00] Maurel W., Thalmann D. : Human shoulder modeling including scapulo-thoracic constraint and joint sinus cones. *Computer and Graphics 24*, 2 (2000), 203–218. 81

[MTK95] Magnenat-Thalmann N., Kalra P. : *The simulation of a virtual tv presentor*. Tech. rep., MIRALab, University of Geneva, 1995. 64

[MVR*90a] McNeal J., Villers A., Redwine E., Freiha F., Stamey T. : Capsular penetration in prostate cancer : significance for natural history and treatment. *American Journal of Surgical Pathology 14*, 3 (1990), 240–247. 29

[MVR*90b] McNeal J., Villers A., Redwine E., Freiha F., Stamey T. : Histologic differentiation, cancer volume, and pelvic node metastasis in adenocarcinoma of the prostate. *Cancer 66* (1990), 1225–1233. 29

[MWMTT98] Maurel W., Wu Y., Magnenat-Thalmann N., Thalmann D. : *Biomechanics Models for Soft Tissue Simulation*. ESPRIT Basic Research Series, Springer Verlag, 1998. 81

[NCY*00] Nath S., Chen Z., Yue N., Trumpore S., Peschel R. : Dosimetric effects of needle divergence in prostate seed implant using 125i and 103pd radioactive seeds. *Medical Physics* (2000), 1058–1066. 166

[Neu98] Neumann P. : Virtual reality vitrectomy simulator. In *Proceedings of MICCAI* (1998), pp. 910–917. 101

[Nie03] Nienhuys H.-W. : *Cutting in deformable objects*. Thèse, Universiteit Utrecht, 2003. 63, 183

[NMK*03] Nava A., Mazza E., Kleinermann F., Avis N., McClure J. : Determination of the mechanical properties of soft human tissues through aspiration experiments. In *MICCAI 2003* (2003), pp. 468–473. 112, 210

[NMK*05] Nealen A., Müller M., Keiser R., Boxerman E., Carlson M. : Physically based deformable models in computer graphics. *State of the Art Report - Eurographics* (2005). 63

[NPF05] Nesme M., Payan Y., Faure F. : Efficient, physically plausible finite elements. In *Proceedings of Eurographics* (2005), pp. 77–80. 77

[NRK98] Nürnberger A., Radetzky A., Kruse R. : A problem specific recurrent neural network for the description and simulation of dynamic springs models. In *IEEE World Congress on Computational Intelligence* (1998), pp. 468–473. 103

[NT98a] Nedel L., Thalmann D. : Modeling and deformation of human body using an anatomy-based approach. In *Proceedings of Computer Animation'98* (1998), pp. 34–40. 98

[NT98b] Nedel L., Thalmann D. : Real time muscle deformations using mass-spring systems. In *Proceedings of the Computer Graphics International* (1998), p. 156. 98

[NT98c] Nedel L., Thalmann D. : Real time muscle deformations using mass-spring systems. In *Proceedings of the Computer Graphics International* (1998), p. 156. 154

[NTHF97] Ng-Thow-Hing W., Fiume E. : Interactive display and animation of b-spline solids as muscle shape primitives. In *Proceedings of the 8th Eurographics Workshop on Computer Animation and Simulation* (1997), pp. 81–97. 100

[NvdS01] Nienhuys H.-W., van der Stappen F. : A surgery simulation supporting cuts and finite element deformation. In *Proceedings of MICCAI* (2001), pp. 145–152. 80

[OAG*99] Ophir J., Alam S., Garra B., Kallel F., Konofagou E., Krouskop T., Varghese T. : Elastography : ultrasonic estimation and imaging of the elastic properties of tissues. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 219* (1999), 203–233. 113

[OAG*02] Ophir J., Alam S., Garra B., Kallel F., Konofagou E., Krouskop T., Merritt C., Righetti R., Souchon R., Srinivasan S., Varghese T. : Elastography : Imaging the elastic properties of soft tissues with ultrasound. *Journal of Medical Ultrasonics 29* (2002), 155–171. 113, 210

[OBH02] O'Brien J., Bargteil A., Hodgins J. : Graphical modeling and animation of ductile fracture. In *Proceedings of SIGGRAPH* (2002), pp. 291–294. 76

[OH01] O'Brien J., Hodgins J. : Graphical modeling and animation of brittle fracture. In *Proceedings of MICCAI* (2001), pp. 137–146. 74, 76

[OKHD04] Ottensmeyer M., Kerdok A., Howe R., Dawson S. : The effects of testing environment on the viscoelastic properties of soft tissues. In *Proceedings of International Symposium on Medical Simulation* (2004), pp. 9–18. 112, 210

[OSO04] Okamura A., Simone C., O'Leary M. : Force modeling for needle insertion into soft tissue. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering 51*, 10 (2004), 1707–1716. 175, 176, 177

[OSW*03] O'Leary M., Simone C., Washio T., Yoshinaka K., Okamura A. : Robotic needle insertion : Effects of friction and needle geometry. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation* (2003), pp. 1774–1780. 177

[Ott01] Ottensmeyer M. : *Minimally invasive instrument for in vivo measurement of solid organ mechanical impedance.* These, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, 2001. 237

[PAG*06] Pinkawa M., Asadpour B., Gagel B., Piroth M., Holy R., Eble M. : Prostate position variability and dose-volume histogramss in radiotherapy for prostate cancer with full and empty bladder. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 64*, 3 (2006), 856–861. 46, 48, 51

[Pal03] Paloc C. : *Adaptative Deformable Model (allowing Topological Modifications) for Surgical Simulation).* Thèse, University of London, 2003. 102

[Par01] Parent R. : *Computer Animation : Algorithms and Techniques.* Series in Computer Graphics, Morgan Kaufmann, 2001. 104

[PB81] Platt S., Badler N. : Animating facial expressions. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1981), pp. 245–252. 96

[PB88] Platt J., Barr A. : Constraint methods for flexible models. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1988), pp. 279–288. 154

[pba04] Point based animation : Ressource collection on the world wide web, http ://www.pointbasedanimation.org, 2004. 111

[PBP96] Promayon E., Baconnier P., Puech C. : Physically-based deformations constrained in displacements and volume. *Computer Graphics Forum, Eurographics 15*, 3 (1996), 155–164. 95

[PDA01] Picinbono G., Delingette H., Ayache N. : Non-linear and anisotropic elastic soft tissue models for medical simulation. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation* (2001), pp. 1370–1375. 87

[PDA03] Picinbono G., Delingette H., Ayache N. : Non-linear anisotropic elasticity for real-time surgery simulation. *Graphical Models 65*, 5 (2003), 305–321. 87, 211, 221

[PGW*04] Pathmanathan P., Gavaghan D., Whiteley J., Brady M., Nash M., Nielsen P., Rajagopal V. : Predicting tumour location by simulating large deformations of the breast using a 3d finite element model and nonlinear elasticity. In *Proceedings of MICCAI* (2004), pp. 217–224. 80

[PHL*93] Parker K., Huang S., Lerner R., Lee F., Rubens D., Roach D. : Elastic and ultrasonic properties of the prostate. In *Ultrasonics symposium* (1993), pp. 1035–1038. 113

[Pic01] Picinbono G. : *Modèles géométriques et physiques pour la simulation d'interventions chirurgicales.* Thèse, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2001. 63, 102

[PKS*99] Padhani A., Khoo V., Suckling J., Husband J., Leach M., Dearnaley D. : Evaluating the effect of rectal distension and rectal movement on prostate gland position using cine mri. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 44*, 3 (1999), 525–533. 45, 46, 48

[PKZ*05] Park W., Kim J., Zhou Y., Cowan N., Okamura A., Chirikjian G. : Diffusion-based motion planning for a nonholonomic flexible needle model. In *Proceedings of the IEEE INternational Conference on Robotics and Automation* (2005), pp. 4611–4616. 181

[PLDA00] Picinbono G., Lombardo J.-C., Delingette H., Ayache N. : Anisotropic elasticity and force extrapolation to improve realism of surgery simulation. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation* (2000), pp. 596–602. 88

[PP99] Pinkall U., Polthier K. : Computing discrete minimal surfaces and their conjugates. *Experimental Mathematics 2*, 1 (1999), 15–36. 137, 138

[Pro95] Provot X. : Deformation constraints in a mass-spring model to describe rigid cloth behavior. In *Proceedings of Graphics Interface* (1995), pp. 147–154. 99

[Pro97] Promayon E. : *Modélisation et Simulation de la respiration.* Thèse, Université Joseph Fourier, 1997. 95, 123, 125, 130, 132, 133, 135, 143, 147, 151, 330

[PW89] Pentland A., Williams J. : Good vibrations : Modal dynamics for graphics and animation. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1989), pp. 215–222. 90, 91

[PWP99] Pena A., Whitehouse M. B. H., Pickard J. : Effects of brain ventricular shape on periventricular biomechanics : A finite-element analysis. *Neurosurgery 45*, 1 (1999), 107–118. 79

[PZvBG00] Pfister H., Zwicker L., van Baar J., Gross M. : Surfels : Surface elements as rendering primitives. In *Proceedings of SIGGRAPH* (2000), pp. 335–342. 111

[QT96] Qin H., Terzopoulos D. : D-nurbs : A physics-based framework for geometric design. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics 2*, 1 (1996), 85–96. 68

[RBV*03] Remontet L., Bueni A., Velten M., Joula E., Esteve J. : *Evolution de l'incidence et de la mortalité en France de 1978 à 2000.* Tech. rep., Institut de Veille Sanitaire, 2003. 33

[Ree83] Reeves W. : Particles systems : a technique for modeling a class of fuzzy objects. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1983), pp. 359–376. 107

[RFM*95] Roeske J., Forman J., Mesina C., He T., Pelizzari C., Fontenla E., Vijayakumar S., Chen G. : Evaluation of changes in the size and location of the prostate, seminal vesicles, bladder and rectum during a course of external

beam radiation therapy. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 33*, 5 (1995), 1321–1329. 46, 47, 49

[RGC01] Rodrigues M., Gilles D., Charter P. : A biomechanical model of the upper airways for simulating laryngoscopy. *Computer Methods in Biomechanics and Biomedical Engineering 4* (2001), 127–148. 79

[RGTC98] Roth S., Gross M., Turello S., Carls F. : A bernstein-bézier based approach to soft tissue simulation. In *Proceedings of EUROGRAPHICS* (1998), pp. 285–294. 80

[RHA*95] Rubens D., Hadley M., Alam S., Gao L., Mayer R., Parker K. : Sonoelasticity imaging of prostate cancer : in vitro results. *Radiology 195* (1995), 379–383. 113

[RHDG01] Read K., Hosseinzadeh K., DiBiase S., Gullapalli R. : Characterization of prostate deformation during mr examination using endorectal coil for accurate localization of tumor during brachytherapy. In *Proceedings of Internation Society Mag. Reason. Med* (2001), vol. 9, p. 2340. 51

[RNMa97] Roberson P., Narayana V., McShan D., al. : Source placement error for permanent implant of the prostate. *Medical Physics 24* (1997), 251–257. 166

[RNP00] Radetzky A., Nurnberger A., Pretschner D. : Elastodynamic shape modeler : A tool for defining the deformation behavior of virtual tissues. *RadioGraphics 20* (2000), 865–881. 100, 102, 103

[RSB96] Rappoport A., Sheffer A., Bercovier M. : Volume-preserving free-form solids. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics 2*, 1 (1996), 19–27. 154

[RSH*01] Roy J., Stone N., Hong S., Lo Y., Stock R. : Prostate gland motion, deformation and distortion during needle placement in patients undergoing permanent seed implantation : Implications for pre-planning. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 51*, 3 (2001), 322. 52

[RV02] Rebillard X., Villers A. : Le cancer de la prostate. *Progrès en urologie 12*, 5 (2002). 34

[SBH*00] Szekely G., Brechbuehler C., Hutter R., Rhomberg A., Schmid P. : Modeling of soft tissue deformation for laparoscopic surgery simulation. *Medical Image Analysis 4* (2000), 57–66. 15, 75, 76, 317

[SBMH94] Sagar M., Bullivant D., Mallinson G., Hunter P. : A virtual environment and model of the eye for surgical simulation. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1994), pp. 205–212. 78, 317

[SCB93] Schild S., Casale H., Bellefontaine L. : Movements of the prostate due to rectal and bladder distension : Implication for radiotherapy. *Med Dosim 18* (1993), 13–15. 46, 47

[Sch01] Schill M. : *Biomechanical Soft Tissue Modeling - Techniques, Implementation and Applications*. Thèse, Universität Mannheim, 2001. 63

[Sch03] Schwartz J.-M. : *Calcul rapide de forces et de déformations mécaniques non-linéaires et visco-élastiques pour la simulation de chirurgie*. Thèse, Université Laval, Québec, 2003. 63

[SD06] Stern A., Desbrun M. : Discrete geometric mechanics for variational time integrators. *Chapter in ACM SIGGRAPH'06, Course Notes in Discrete Diffential Geometry* (2006). 322

[SdBHV99] Stroom J., de Boer H., Huizenga H., Visser A. : Inclusion of geometrical uncertainties in radiotherapy treatment planning by means of coverage probability. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 43*, 4 (1999), 905–919. 46, 47

[Ser03] Sermesant M. : *Modèle électromécanique du cœur pour l'analyse d'image et la simulation*. Thèse, Université de Nice Sophia-Antipolis, 2003. 63, 79

[SFB*06] Salcudean S., French D., Bachmann S., Zahiri-Azar R., Wen X., Morris J. : Viscoelasticity modelling of the prostate region using vibro-elastography. In *Proceedings of MICCAI* (2006). 280

[SGBM98] Schill M., Gibson S., Bender H.-J., Manner R. : Biomechanical simulation of the vitreous humor in the eye using an enhanced chainmail algorithm. In *Proceedings of MICCAI* (1998), pp. 679–687. 65

[SHGO02] Shen C., Hauser K., Gatchalian C., O'Brien J. : *Modal analysis for real-time viscoelastic deformation*. Tech. rep., Technical Sketch in SIGGRAPH, 2002. 90

[Sib80] Sibson R. : A vector identity for the dirichlet tesselation. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society 87* (1980), 151–155. 138, 296

[SKK*99] Stroom J., Koper P., Korevaar G., van Os M., Janssen M., de Boer H., Levendag P., Heijmen B. : Internal organ motion in prostate cancer patients treated in prone and supine treatment position. *Radiotherapy and Oncology 51*, 3 (1999), 237–248. 46, 47

[SML02] Sundaraj K., Mendoza C., Laugier C. : A fast method to simulate virtual deformable objects with force feedback. In *Proceedings of IEEE International Conference on Automation, Robotics, Control and Vision* (2002), pp. 413–418. 86

[SO02] Simone C., Okamura A. : Modeling of needle insertion forces for robot-assisted percutaneous therapy. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation* (2002), pp. 2085–2091. 171, 172, 175, 176, 177, 179, 183

[Sou04] Souchon R. : *Prostate cancer detection and HIFU therapy monitoring using elastography*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2004. 113

[SSE04] Sela G., Schein S., Elber G. : Real-time incision simulation using discontinuous free form deformation. In *Proceedings of International Symposium on Medical Simulation* (2004), pp. 114–123. 64

[ST92] Szeliski R., Tonnesen D. : Surface modeling with oriented particle systems. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1992), pp. 185–194. 108

[ST95] Shen J., Thalmann D. : Interactive shape design using metaballs and splines. In *Proceedings of Implicit Surfaces* (1995), pp. 187–196. 64

[Sun04] Sundaraj K. : *Real-Time Dynamic Simulation and 3D Interaction of Biological Tissue : Application to Medical Simulators*. Thèse, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2004. 63, 86

[TBHF03] Teran J., Blemker S., Hing V. N. T., Fedwick R. : Finite volume methods for the simulation of skeletal muscle. In *Proceedings of Eurographics/SIGGRAPH Symposium on Computer Animation* (2003), pp. 68–74. 81, 82

[TE03] Trichter F., Ennis R. : Prostate localization using transabdominal ultrasound imaging. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 56*, 5 (2003), 1225–1233. 51

[Ter89] Terzopoulos D. : Heating and melting deformable models (from goop to glop). In *Proceedings of Graphics Interface* (1989), pp. 219–226. 107

[Tes01] Teschner M. : *Direct Computation of Soft-Tissue Deformation in Craniofacial Surgery Simulation*. Thèse, Shaker Verlag, Aachen, Germany, 2001. 102

[TF88] Terzopoulos D., Fleischer K. : Modeling inelastic deformation : viscoelasticity, plasticity, fracture. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1988), pp. 269–278. 68

[THMG04] Teschner M., Heidelberger B., Müller M., Gross M. : A versatile and robust model for geometrically complex deformable solids. In *Proceedings of Computer Graphics International* (2004), pp. 312–319. 95, 100, 154

[TMC*98] Tinger A., Michalski J., Cheng A., Low D., Zhu R., Bosch W., Purdy J., Perez C. : A critical evaluation of the planning target volume for 3d conformal radiotherapy of prostate cancer. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 42*, 1 (1998), 213–221. 46, 47, 49

[Ton91] Tonnesen D. : Modeling liquids and solids using thermal particles. In *Proceedings of Graphics Interface* (1991), pp. 255–262. 107

[Ton92] TONNESEN D. : *Modeling liquids and solids using thermal particles.* Tech. rep., ACM SIGGRAPH'92 Courses Notes : Particles system modeling, animation and physically based techniques, 1992. 107

[TPBF87] TERZOPOULOS D., PLATT J., BARR A., FLEISCHER K. : Elastically deformable models. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1987), pp. 205–214. 67, 68

[TSBM94] TAKIZAWA H., SUGIURA K., BABA M., MILLER J. : Analysis of intracerebral hematoma shapes by numerical computer simulation using the finite element method. *Neurologia Medico-chirurgica (Tokyo) 34* (1994), 65–69. 79

[TW88] TERZOPOULOS D., WITKIN A. : Physically based models with rigid and deformable components. *IEEE Computer Graphics and Applications 8*, 6 (1988), 41–51. 68, 101

[TW90] TERZOPOULOS D., WATERS K. : Physically based facial modeling analysis and animation. *Journal of Visualization and Computer Animation* (1990), 73–80. 96

[VD93] VILLERS A., DENOVEC M. : *Traité d'urologie : Anatomie de la prostate.* Editions Scientifiques et Médicales Elsevier, 1993. 24

[vG95] VAN GELDER A. : Efficient computation of polygon area and polyhedron volume. *Graphics Gems V* (1995), 35–41. 154, 155, 156

[vG98] VAN GELDER A. : Approximate simulation of elastic membranes by triangulated spring meshes. *Journal of Graphics Tools 3*, 2 (1998), 21–41. 102

[vHBK*95] VAN HERK M., BRUCE A., KROES A. G., SHOURAN T., TOW A., LEBESQUE J. : Quantification of organ motion during conformal radiotherapy of the prostate by three dimensional image registration. *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 33*, 5 (1995), 1311–1320. 46, 47, 49

[vLvdVW*05] VAN LI E., VAN DER VIGHT L., WITJES J., HUISMAN H., LEER J. W., VISSER A. : The effect of an endorectal balloon and off-line correction on the interfraction systematic and random prostate position variations : A comparative study ? *International Journal of Radiation Oncology Biology Physics 61*, 1 (2005), 278–288. 51

[Wac75] WACHSPRESS E. : *A Rational Finite Element Basis.* Academic Press, New York, N.Y., 1975. 136, 137

[War96] WARREN J. : Barycentric coordinates for convex polytopes. *Advances in Computational Mathematics 6*, 1 (1996), 97–108. 136

[War03] WARREN J. : On the uniqueness of barycentric coordinates. In *Contemporary Mathematics, Proceedings of AGGM'02* (2003), pp. 93–99. 136

[Wat87] WATERS K. : A muscle model for animating three-dimensional facial expressions. In *Proceedings of SIGGRAPH* (1987), pp. 17–24. 96

[WBD01] Wallner K., Blasko J., Dattoli M. : *Prostate Brachytherapy Made Complicated*. SmartMedicine Press, Seattle, Washington, 2001. 167

[WDGT01] Wu X., Downes M., Goktekin T., Tendick F. : Adaptive nonlinear finite elements for deformable body simulation using dynamic progressive meshes. In *Proceedings of Eurographics* (2001), pp. 349–358. 75

[WH04] Wu W., Heng P. A. : A hybrid condensed finite element model with gpu acceleration for interactive 3d soft tissue cutting. *Computer Animation and Virtual Worlds 15*, 3-4 (2004), 219–227. 73

[Wit97] Witkins A. : *Physically Based Modeling : Principles and Practice - Constrained Dynamics*. Tech. rep., SIGGRAPH'97 Course Notes, 1997. 147, 148

[WLY06] Wu Q., Liang J., Yan D. : Application of dose compensation in image-guided radiotherapy of prostate cancer. *Physics in Medicine and Biology 51* (2006), 1405–1419. 46

[WMG96] Weiss J., Maker B., Govindjee S. : Finite element implementation of incompressible, transversaly isotropic hyper-elasticity. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, UC Berkeley Report 135* (1996), 107–128. 79

[WSHD04] Warren J., Schaefer S., Hirani A., Desbrun M. : *Barycentric Coordinates for Convex Sets*. Tech. rep., Technical report, Rice University, 2004. 136

[WT91] Waters K., Terzopoulos D. : Modeling and animating faces using scanned data. *Journal of Visualization and Animation 2*, 4 (1991), 123–128. 96

[WTMT95] Wu Y., Thalmann D., Magnenat-Thalmann N. : Deformable surfaces using physically-based particle systems. In *Proceedings of Computer Graphics Interface* (1995), pp. 205–215. 109

[WTT*02] Warfield S., Talos F., Tei A., Bharatha A., Nabavi A., Ferrant M., Black P., Jolesz F., Kikinis R. : Real-time registration of volumetric brain mri by biomechanical simulation of deformation during image guided neurosurgery. *Computing and Visualization in Science 5*, 1 (2002), 3–11. 65, 115

[WUSC94] Westbrook J., Uncles D., Sitzman B., Carrie L. : Comparison of the force required for dural puncture with different spinal needles and subsequent leakage of cerebrospinal fluid. *Anesthesia Analgesia 79* (1994), 769–772. 172

[WWFP04] Wachowiak M., Wang X., Fenster A., Peters T. : Compact support radial basis functions for soft tissue deformation. In *Proceedings of International Symposium on Biomedical Imaging* (2004), pp. 1259–1262. 115

[XWS*98] Xuan J., Wang Y., Sesterhenn I., Moul J., Mun S. : 3-d model supported prostate biopsy simulation and evaluation. In *Proceedings of MICCAI* (1998), pp. 358–367. 182

[YHD96] Yen P., Hibberd R., Davies B. : A telemanipulator system as an assistant and training tool for penetrating soft tissue. *Mechatronics 6*, 4 (1996), 423–436. 182

[YYFS94] Yamashita J., Yokoi H., Fukoi Y., Shimojo M. : A virtual surface modeler for direct and regional free form manipulation. In *Proceedings of the Fourth International Conference on Artificial Reality and Tele-Existence* (1994), pp. 35–42. 64

[ZAS06] Zahiri-Azar R., Salcudean S. : Motion estimation in ultrasound images using time domain cross correlation with prior estimates. *IEEE Transactions on Biomedical Imaging 23*, 10 (2006), 1990–2000. 280

[ZC00] Zhuang Y., Canny J. : Haptic interactions with global deformations. In *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation* (2000), vol. 3, pp. 2428–2433. 76

[ZCCD04] Zordan V., Celly B., Chiu B., Dilorenzo P. : Breathe easy : Model and control of simulated respiration for animation. In *Proceedings of Eurographics/ACM SIGGRAPH Symposium* (2004), pp. 29–37. 154

[ZCM99] Zelefsky M., Crean D., Mageras G. : Quantification and predictors of prostate position variability in 50 patients evaluated with multiple ct scans during conformal radiotherapy. *Radiother Oncol 50* (1999), 225–234. 46, 48, 49

[ZFV02] Zara F., Faure F., Vincent J.-M. : Physical cloth simulation on a pc cluster. In *Proceedings of Eurographics Workshop on Parallel Graphics and Visualization* (2002), pp. 105–112. 105

[ZKB*98] Zeng J., Kaplan C., Bauer J., Xuan J., Sesterhenn I., Freedman J. L. M., Mun S. : Optimizing prostate needle biopsy through 3-d simulation. In *Proceedings of SPIE Medical Imaging* (1998), pp. 488–497. 114, 182

[ZT00] Zienkiewicz O., Taylor R. : *The Finite Element Method*. Fifth Edition. Butterworth-Heinemann, 2000. 81, 211, 212

[ZZM97] Zhang M., Zheng Y., Mak A. : Estimating the effective young's modulus of soft tissues from indentation tests - nonlinear finite element analysis of effects of friction and large deformations. *Medical Enginnering & Physics 19*, 6 (1997), 512–517. 112

Résumé :

Dans le cadre de procédures médicales ou chirurgicales minimalement invasives, l'assistance aux cliniciens pour la planification et la réalisation de leurs gestes joue un rôle important dans la réussite des interventions. Cette thèse s'inscrit dans ce contexte des gestes médico-chirurgicaux assistés par ordinateur et s'intéresse plus particulièrement à la modélisation et à la simulation de structures anatomiques de manière précise et réaliste. Une méthode de modélisation est proposée afin d'obtenir des simulations qui prennent en compte à la fois l'environnement naturel d'un organe donné et l'influence des instruments chirugicaux. Le travail de modélisation est appliqué à la simulation de procédures médicales pour le diagnostic et le traitement du cancer de la prostate (biopsies et curiethérapies).

Le modèle développé est un modèle physique discret qui permet notamment de simuler le comportement de tissus mous en interaction avec d'autres structures anatomiques. Une formulation basée sur un principe de mémoire de forme locale est proposée et permet de modéliser l'élasticité d'un matériau grâce à une mesure géométrique de la déformation locale. Une modélisation de l'insertion d'aiguilles dans des tissus mous complète le modèle de l'environnement anatomique.

Afin de valider le comportement de la méthode de modélisation développée, une démarche expérimentale est proposée pour comparer les simulations obtenues avec d'une part différentes méthodes de modélisation des tissus mous telles que la méthode des éléments finis ou la méthode des masses-ressorts et d'autre part des données réelles provenant de fantômes et d'images médicales. La méthode a ensuite été appliquée à la simulation des deux procédures médicales étudiées afin de modéliser dynamiquement le comportement de la prostate dans son environnement anatomique et médical.

Abstract :

This thesis concerns soft tissue modeling for computer-assisted medical interventions. The main objective is to take into account complex anatomical configurations combined with the influence of surgical instruments for a given medical intervention. Two particular medical procedures are studied : biopsy for prostate cancer diagnosis and brachytherapy for treatment. The aim is to give displacement and deformation information to the physician.

In this thesis, a fully-discrete model is presented to simulate both anatomical and medical environnements. The elasticity function is based on a shape memory principle, allowing to simulate both rigid and elastic transformations. Needle insertion modeling is also included in the model. Experiments are proposed to assess the behaviour and accuracy of the modeling method. Comparisons of the modeling method with other soft tissue modeling methods such as the Finite Element Method and with real data are developed in order to validate the simulations. Simulations of the two targeted surgical gestures are finally detailled.