



**HAL**  
open science

# Détection acoustique sous-marine de neutrinos de ultra haute énergie dans le cadre de l'expérience ANTARES

Valentin Niess

► **To cite this version:**

Valentin Niess. Détection acoustique sous-marine de neutrinos de ultra haute énergie dans le cadre de l'expérience ANTARES. Cosmologie et astrophysique extra-galactique [astro-ph.CO]. Université de la Méditerranée - Aix-Marseille II, 2005. Français. NNT : . tel-00132273

**HAL Id: tel-00132273**

**<https://theses.hal.science/tel-00132273v1>**

Submitted on 20 Feb 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITE DE LA  
MEDITERRANEE, AIX-  
MARSEILLE II  
U.F.R DE PHYSIQUE



CENTRE DE PHYSIQUE  
DES PARTICULES DE  
MARSEILLE

THESE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DE LA MEDITERRANEE

Discipline : Physique et sciences de la matière

Présentée et soutenue publiquement

par

NIESS Valentin

le 21 septembre 2005

Titre :

DETECTION ACOUSTIQUE SOUS-MARINE DE NEUTRINOS DE ULTRA  
HAUTE ENERGIE DANS LE CADRE DE L'EXPERIENCE ANTARES

Directeur de thèse :

CARR John

JURY

M. ALEKSAN Roy	, Président
Mme. ANTON Gisela,	,
M. AUBERT Jean-Jacques,	,
M. BERTIN Vincent	,
M. CARR John	, Directeur
M. GRATTA Giorgio,	, Rapporteur
Mme. LEES-ROSIER Sylvie,	, Rapporteur



## Avant-propos et remerciements

C'est dans une salle de l'université d'Orsay, où je faisais alors mon DEA, que cette histoire longue de 3 ans a commencée. On me présentait un sujet de thèse où il était question de neutrinos, de ultra hautes énergies et d'acoustique sous marine. Mes premières pensées devaient ressembler un peu à ça : 'Terrible !, c'est de la science-fiction'. Parce que j'aime particulièrement ces deux aspects, la 'science' et la 'fiction', et parce que j'aime à croire qu'ils ne sont pas nécessairement incompatibles, je me suis engagé dans cette aventure. Aventure qui m'a amenée, entre autre, à 'fouler' la glace du lac Baïkal, en Sibérie, et à 'tendre' une oreille, quoi que un peu malentendante, dans les abysses de la Mer Méditerranée.

A cette aventure, de nombreuses personnes ont participées. Je commencerai par citer mes plus proches collègues, au CPPM, à savoir l'équipe 'Acoustique' composée de Pascale Keller, Auguste Le Van Suu et coordonnée par Vincent Bertin. Je les remercie pour ces trois ans passés ensemble, pour leur aide, leur soutien, l'intérêt manifesté pour ce travail. Le projet 'Espion' n'aurait pu voir le jour sans le travail de Gregory Chiron, qui a rejoint l'équipe pour une durée de 1 an, ainsi que sans le soutien des électroniciens du CPPM, en particulier Kevin Arnaud et Bernard Dinkespiler. Je les remercie pour leur investissement et leur aide. Je remercie également les membres de la société OSEAN, anciennement GENISEA, pour leur contribution au projet 'Espion', et plus particulièrement Olivier Philippe pour m'avoir, il y a maintenant plus de 4 ans, introduit au domaine de l'acoustique sous-marine et de l'instrumentation grand fond.

Parce que l'acoustique sous-marine est tout autant une affaire de 'terrain' que d'équations, nous avons été amené à faire plusieurs expériences en bassin à l'IFREMER. Je remercie Philippe Lagier pour son assistance lors de ces expériences, ainsi que nos collègues de l'IFREMER, en particulier Pierrette Dufortmentelle pour avoir été la médiateur lors de ces initiatives.

Il est une personne au CPPM qu'il est difficile de dissocier de tout ce que touche de près ou de loin à l'algorithmique. Ceci est également vrai pour les travaux présentés au sein de cet exposé. Je remercie Patrice Payre pour ses précieux conseils. Dans un autre domaine, mais sur le même registre, je remercie également Larry Sulak pour son aide quant à de nombreux éléments de bibliographie que l'on pourra trouver au sein de cet exposé.

Plus loin de chez nous, de nombreux collègues, également impliqués dans des projets de 'détection acoustique', ont eu une incidence importante sur les travaux exposés ici. Je cite, entre autre, nos collègues Russes qui piègent des hydrophones sous la glace du Baïkal, en particulier Vladimir Lyashuk que je remercie pour les multiples et fructueux échanges. Les échanges avec l'Institut de Physique d'Erlangen ont également été très riches, comme on pourra s'en rendre compte au sein de cet exposé. Je les remercie également pour leur hospitalité. Par ailleurs, je remercie Léonide Dedenko pour les discussions et les conseils qui ont conduit aux simulations de cascades LPM.

Enfin, je remercie bien évidemment mon directeur de thèse John Carr, pour avoir accepté d'assumer cette fonction, les membres du Jury, qui ont acceptés de participer au dénouement de cette aventure, les directeurs du CPPM, Elie Aslanides puis Roy Aleksan, pour m'avoir 'hébergé', ainsi qu'une deuxième fois, Vincent Bertin pour m'avoir guidé tout le long de ce chemin.





INTRODUCTION ET MOTIVATIONS .....	9
1 LE SIGNAL PHYSIQUE.....	13
1.1 DU NEUTRINO A L'ONDE DE PRESSION .....	15
1.1.1 Des neutrinos et de l'eau.....	15
1.1.2 Section efficace de diffusion sur l'eau.....	18
1.1.3 La résonance de Glashow .....	20
1.1.4 Opacité de la Terre .....	21
1.1.5 Saveurs de neutrinos et devenir .....	23
1.1.6 Des cascades sous-marines.....	24
1.1.7 Quand l'école Russe s'en mêle.....	28
1.1.8 Le modèle thermo-acoustique .....	33
1.1.9 Des mers et des océans comme milieu de détection.....	37
1.2 SIMULATIONS DE CASCADES.....	43
1.2.1 Simulations avec GEANT4.....	43
1.2.2 Densité longitudinale des cascades GEANT4.....	48
1.2.3 Distribution latérale des cascades GEANT4 .....	56
1.2.4 Cascades électromagnétiques en régime LPM .....	65
1.2.5 Dépôt d'énergie pour un neutrino de UHE.....	73
1.3 L'ONDE DE PRESSION ET SA PROPAGATION .....	77
1.3.1 Caractéristiques du signal acoustique .....	77
1.3.2 Pertes dissipatives, absorption par l'eau de mer.....	81
1.3.3 Réfraction et modèle des rayons acoustiques .....	87
1.3.4 Décomposition du signal acoustique en symétrie de révolution .....	93
1.4 APPLICATION AU CALCUL DE SIGNAUX THERMO-ACOUSTIQUES .....	95
1.4.1 Caractérisation des champs de pression.....	95
1.4.2 Signaux thermo-acoustiques issus d'un laser .....	96
1.4.3 Signaux thermo-acoustiques issus de cascades .....	100
1.4.4 Propagation à grande distance : réflexions et inhomogénéités.....	120
2 TRANSDUCTION ET BRUIT .....	123
2.1 RECHERCHE D'HYDROPHONES.....	125
2.1.1 Vue d'ensemble .....	125
2.1.2 La céramique piézoélectrique et ses propriétés .....	126
2.1.3 Schéma électrique équivalent et fonction de transfert .....	128
2.1.4 Caractéristiques de transduction d'un hydrophone.....	130
2.1.5 Etude de marché.....	133
2.2 LES HYDROPHONES ITEP .....	135
2.2.1 Structure mécanique.....	135
2.2.2 La céramique.....	136
2.2.3 Le préamplificateur .....	138
2.2.4 Les tests en caisson hyperbare .....	141
2.2.5 Caractérisation des hydrophones à l'IFREMER .....	142
2.2.6 Mesures de bruit propre .....	142
2.3 REPONSE IMPULSIONNELLE A ERLANGEN.....	147
2.3.1 Mesures avec le laser .....	147
2.3.2 Mesures en aquarium .....	155
2.4 MESURES DE BRUIT DE MER.....	157
2.4.1 Le bruit ambiant.....	157

2.4.2	<i>Mesures au TREMAIL</i> .....	159
2.4.3	<i>Un hydrophone Espion pour la MILOM</i> .....	163
2.4.4	<i>Bruits de mer enregistrés par l'hydrophone Espion</i> .....	171
3	DETECTION ET RECONSTRUCTION.....	179
3.1	EFFICACITE GEOMETRIQUE DE DETECTION : APPROCHE ANALYTIQUE.....	181
3.1.1	<i>Volume efficace de détection et efficacité</i> .....	182
3.1.2	<i>Répartition des événements détectés par un hydrophone unique</i> .....	184
3.1.3	<i>Limitations par le milieu</i> .....	186
3.1.4	<i>Coïncidences entre deux hydrophones</i> .....	189
3.1.5	<i>Hydrophones multiples et coïncidences</i> .....	193
3.2	ALGORITHMES DE RECONSTRUCTION PAR DIFFERENCES DE TEMPS D'ARRIVEE.....	195
3.2.1	<i>Reconstruction d'une onde plane par quatre hydrophones</i> .....	195
3.2.2	<i>Reconstruction d'une onde plane par plus de quatre hydrophones</i> .....	197
3.2.3	<i>Direction d'incidence avec moins de quatre hydrophones</i> .....	197
3.2.4	<i>Localisation d'une source ponctuelle isotrope</i> .....	200
3.2.5	<i>Reconstruction d'une source sonore linéique à symétrie cylindrique</i> .....	202
3.2.6	<i>Reconstruction d'une source ponctuelle à partir de deux directions</i> .....	205
3.2.7	<i>Reconstruction d'une source linéique à partir de deux directions</i> .....	206
3.3	ETUDE DE QUELQUES GEOMETRIES.....	209
3.3.1	<i>Deux hydrophones solidaires d'une même ligne</i> .....	209
3.3.2	<i>Trois hydrophones sur une ligne</i> .....	213
3.3.3	<i>Quatre hydrophones en antenne</i> .....	216
3.3.4	<i>Cinq hydrophones en coïncidence repartis entre quatre lignes</i> .....	219
3.3.5	<i>Sept hydrophones en antenne</i> .....	222
3.3.6	<i>Huit hydrophones sur quatre lignes</i> .....	227
3.3.7	<i>Deux antennes de quatre hydrophones</i> .....	229
3.3.8	<i>Comparaison et bilan sur les structures compactes</i> .....	232
3.4	VERS UN DETECTEUR ASTROPHYSIQUE.....	235
3.4.1	<i>Taux d'événements et scénarii de secours</i> .....	235
3.4.2	<i>Méthodes statistiques pour la recherché de sources astrophysiques</i> .....	242
	CONCLUSION ET PERSPECTIVES.....	245
4	ANNEXES A L'EXPOSE DE THESE.....	249
	<i>Annexe A : Effet LPM à UHE et suppression diélectrique dans l'eau</i> .....	251
	<i>Annexe B : Discussion sur les sections efficaces proposées par Migdal</i> .....	255
	<i>Annexe C : Calcul de la distribution latérale des cascades GEANT4</i> .....	263
	<i>Annexe D : Simulations GEANT4 dédiées à la résolution du cœur de la cascade</i> .....	265
	<i>Annexe E : Simulation de cascades électromagnétiques LPM</i> .....	267
	<i>Annexe F : Modélisation de la réponse impulsionnelle d'absorption</i> .....	273
	<i>Annexe G : Réfraction pour une source cohérente étendue, cas de la cascade</i> .....	277
	<i>Annexe H : Calcul du champ de pression pour une source impulsionnelle étendue à symétrie de révolution</i> .....	281
	<i>Annexe I : Calcul du champs de pression thermo-acoustique issu d'un laser</i> .....	291
	<i>Annexe J : Calcul du champs de pression thermo-acoustique issu d'une cascade</i> .....	293
	<i>Annexe K : Fonction de détection pour un hydrophone</i> .....	297
	<i>Annexe L : Fonction de détection et limitations fond-surface</i> .....	301
	<i>Annexe M : Fonction de détection à deux hydrophones</i> .....	305
	<i>Annexe N : Propagation d'erreur pour la direction d'incidence</i> .....	311
	<i>Annexe O : Localisation par pointé à partir de directions d'incidences</i> .....	317

<i>Annexe P : Algorithme de génération des cascades pour les études Monte-Carlo</i> .....	321
<i>Annexe Q : Caractérisation des performances de la reconstruction</i> .....	327
<i>Annexe R : Estimateur aléatoire et coupures</i> .....	331
<i>Annexe S : Ombre acoustique à grande portée</i> .....	335
<i>Annexe T : Estimateur pour les méthodes statistiques</i> .....	339
BIBLIOGRAPHIE .....	343



## Introduction et motivations

Nous devons notre connaissance du cosmos, pour la plus grande part, à l'observation de la lumière portée par les photons, et par ailleurs à l'impact fortuit de corps 'extra-terrestres'. Plus récemment, avec l'avènement de l'Ere spatiale nous avons pu rendre 'actives' nos méthodes d'observation, en nous rapprochant de certains de ces corps célestes qui tapissent notre ciel la nuit. Cependant, la relativité d'Einstein nous apprend que la plus grande partie des objets célestes, observables ou non, resteront probablement à jamais hors de notre portée. Dès lors, pour sonder les confins du cosmos, il semble bien qu'il faille se contenter de ce que celui-ci veut bien amener jusqu'à nous.

### Des particules avec des énergies extrêmes

Parmi les objets célestes qui nous entourent certains semblent mettre en jeu des énergies considérables. La preuve la plus marquante vient sans doute de l'observation des rayons cosmiques. La Terre est continuellement bombardée d'un flux de particules issues du cosmos, identifiées pour la plupart comme des protons ou noyaux atomiques. Ces particules interagissent dans les hautes couches de l'atmosphère et donnent naissance à une pluie, ou cascade, de particules secondaires détectables à partir du sol. Depuis les premières observations systématiques par Pierre Auger en 1916 on a pu mesurer des énergies individuelles, pour ces rayons cosmiques, qui dépasseraient les  $10^{20}$  eV. Soit on a des constituants atomiques qui sont dotés d'une énergie macroscopique, de plusieurs Joules. Pas d'inquiétude cependant, car ces événements sont d'autant plus rares que leur énergie est grande. Ainsi à  $10^{20}$  eV le flux des rayons cosmiques est de l'ordre de 1 particule par  $\text{km}^2$  et par siècle. Il est donc peu probable de voir sa vie prendre fin prématurément sous l'effet d'un de ces 'super rayons'. Les objets célestes mis en jeu dans la production ou l'accélération de particules à ces ultra hautes énergies restent mystérieux, en particulier par manque d'information. En effet, à haute énergie l'univers devient opaque à la plupart des particules, et en particulier aux photons. D'ailleurs, l'observations de rayons cosmiques aux énergies extrêmes est particulièrement surprenante, et sujet à débat.

### L'astronomie Neutrino et la collaboration ANTARES

Les neutrinos sont des particules élémentaires produites sur Terre par la radioactivité, naturelle ou non, ainsi qu'aux cœurs des étoiles par des réactions de fusion. La mort d'une étoile, sous forme de supernova, peut également s'accompagner d'une émission de neutrinos, sous la forme d'un bref, mais intense, 'soupir', lors de la 'cassure' des noyaux lourds constituants du cœur. Ainsi on recense l'observation 'en neutrino' de la supernova 1987A par les détecteurs Kamiokande et IMB. Par ailleurs, les mécanismes d'interaction et d'accélération mettant en jeu de la matière baryonique, telle que des protons, sont générateurs de neutrinos secondaires. Du fait que les neutrinos, une fois produits, interagissent très faiblement avec leur environnement ils sont capables de

‘colporter’ l’information relative à leur naissance sur des distances ‘astronomiques’. En particulier, aux énergies extrêmes, l’univers n’est pas opaque aux neutrinos. Aussi, l’observation de neutrinos cosmiques serait une source précieuse d’information, sur l’origine et les mécanismes mis en jeu dans les phénomènes les plus violents de l’univers. Cependant, de par leur faible interaction, ces particules sont également difficiles à détecter sur Terre.

C’est le défi qui a été relevé, entre autre, par la Collaboration ANTARES. La collaboration ANTARES regroupe près de deux cents ingénieurs, techniciens et physiciens, répartis parmi une vingtaine d’instituts en Europe et en Russie, ayant pour but commun la réalisation d’un télescope sous-marin à neutrinos. L’eau de mer et les roches environnantes constituent une cible dense pour la détection des neutrinos ainsi qu’un écran contre les rayonnements parasites venant de l’atmosphère. Les neutrinos sont observés indirectement par une matrice tri-dimensionnelle de photomultiplicateurs installée en Mer Méditerranée à 2500 m de fond, à 40 km au large de Toulon. A haute énergie, les muons secondaires résultant d’une interaction inélastique d’un neutrino avec une molécule d’eau, sont relativistes. Aussi ils traversent l’eau accompagnés par une ‘traînée lumineuse’, un cône de lumière Tcherenkov qui est observée par les photomultiplicateurs. La collaboration commence le déploiement d’un réseau de 12 lignes, de 500 m de haut, supportant un total de 900 photomultiplicateurs. Le détecteur complet est prévu pour fin 2007. Ces lignes engloberont un volume d’eau de l’ordre de la centaine de milliers de m<sup>3</sup> couvrant ainsi une surface effective pour la détection de muons de 0.1 km<sup>2</sup>. Il s’agit là d’une première étape vers la réalisation d’un détecteur géant, km<sup>3</sup>.

La lumière se propage relativement mal dans l’eau, avec une longueur d’atténuation de l’ordre de 60 m, rendant les profondeurs abyssales particulièrement sombres. En conséquence, pour observer et reconstruire un cône de lumière Tcherenkov en coïncidence sur plusieurs photomultiplicateurs il faut que ceux soient suffisamment proches les uns des autres, à des distances de l’ordre de 100 m. Or, aux ultra hautes énergies, les flux deviennent très faibles, demandant de surveiller des volumes d’eau de plusieurs dizaines de km<sup>3</sup> pour avoir une chance de détecter quelques rares événements. Pour un espacement caractéristique de 100 m entre les différents éléments sensibles du détecteur, l’instrumentation de volumes d’eau aussi importants semble difficilement réalisable. Aussi, pour détecter des neutrinos aux énergies extrêmes il faut envisager d’autres méthodes.

## **De l’eau, des sons et des neutrinos ?**

Avec des longueurs d’atténuation pouvant varier de la centaine de km au km, les sons et les ultra-sons sont un moyen de communication et d’investigation privilégié dans l’eau de mer. Ils sont abondamment exploités par les mammifères marins, tel que les cétacés. Les ondes acoustiques trouvent aussi de nombreuses applications dans le domaine nautique, et le sous-marin. On cite par exemple des systèmes de positionnement sur des distances kilométriques, des écho-sondeurs pour la pêche ou l’écoute active dans le cadre de la guerre sous-marine. Par ailleurs, les grands fond marins sont des zones opaques au rayonnement électromagnétique. Aussi les connaissances que nous en avons sont relativement réduites. On a recours à des sondeurs acoustiques pour les explorer

depuis la surface, et dans des situations plus ‘fortunées’ à des missions sous-marines avec des engins ‘de pointe’, capables de tenir la pression par grand fond.

Ceci nous amène au vif du sujet dont il est question dans cet exposé de thèse. On sait depuis les années 60 que l’interaction d’un neutrino de haute énergie avec la matière peut s’accompagner d’une onde de pression. Cette onde est certes peu intense, mais son amplitude augmente en loi d’échelle avec l’énergie du neutrino. Le son se propageant particulièrement bien dans l’eau on peut envisager de surveiller des portions d’eau kilométriques avec une instrumentation réduite. Par conséquent, ce mécanisme offre des perspectives intéressantes quant à la possibilité d’observer des neutrinos aux ultra hautes énergies par leur signature acoustique. Plus spécifiquement l’objet de cette thèse était d’étudier la possibilité de compléter le détecteur ANTARES par des méthodes d’acoustique sous-marine afin d’étendre sa gamme d’observation aux neutrinos de ultra haute énergie.

### **Organisation de l’exposé de thèse**

Les mécanismes par lesquels un neutrino donne naissance à une onde de pression, ainsi que la propagation de celle-ci dans un milieu marin, font l’objet du premier chapitre de cet exposé. Le Chapitre 2 est consacré à l’instrumentation permettant ‘l’écoute’ de neutrinos, ainsi qu’aux bruits, facteur limitant. On ne dévoilera pas particulièrement le sujet en indiquant que puisque le son se propage bien dans l’eau on a également un bruit ambiant important. Enfin, le Chapitre 3 traite de détection et de reconstruction en utilisant plusieurs éléments détecteurs en coïncidence. Soit, de la façon d’extraire de l’information sur l’énergie et la direction du neutrino à partir de l’observation de l’onde de pression générée.

De part la nature du sujet abordé on sera au cours de cet exposé de thèse en grande partie confronté à des questions d’acoustique sous-marine. Cette discipline ne s’inscrivant pas de façon native au sein d’un laboratoire de physique des particules, tel que le CPPM, où s’est déroulée cette thèse, nous avons plus particulièrement détaillé ces aspects. Certains points paraîtront évidents, voire naïfs, à un habitué de l’acoustique sous-marine. Il en résulte un exposé de thèse long pour la discipline. Aussi, afin de faciliter la lecture, les détails des calculs, ainsi que les procédures d’analyse et de simulation, ont été en majorité reportés sous forme d’annexes à la fin de l’exposé.





# 1 Le signal physique

Il semble difficile de commencer cet exposé autrement que par une description du phénomène que nous cherchons à observer. Du fait de l'importance que peut avoir une connaissance précise des caractéristiques de notre signal physique, et parce qu'il nous est nécessaire d'introduire un certain nombre de notions utiles à la compréhension des travaux présentés par la suite, ce premier chapitre constitue la plus grande partie du présent rapport.

Nous commençons par une description générale des mécanismes mis en jeu, depuis l'interaction d'un neutrino cosmique au sein de la mer jusqu'à la génération d'une onde acoustique de pression. Les parties qui suivent reprennent plus en détail certains aspects intervenant dans la formation du signal acoustique, puis dans sa propagation. Nous concluons ce chapitre par une description de champs de pressions générés par différents modèles pour des interactions de neutrinos à ultra haute énergie (UHE,  $E \geq 10^{18}$  eV).

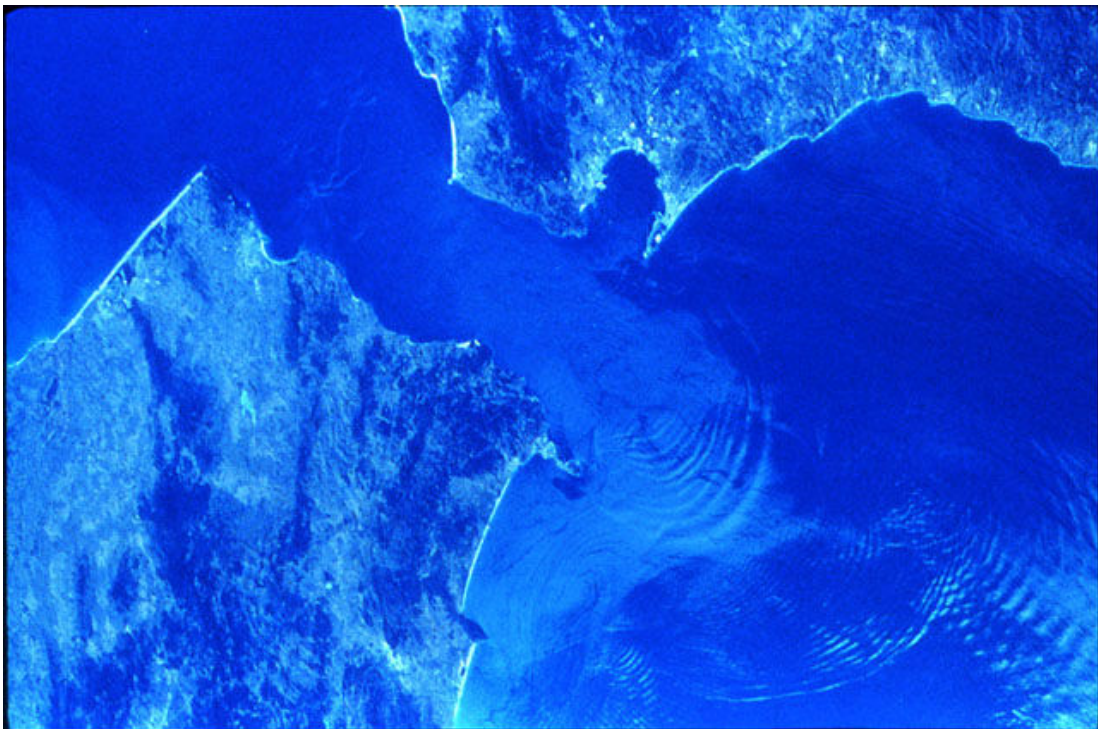


Figure 1-1 : Image de solitons à l'embouchure du détroit de Gibraltar, prise en Octobre 1984 par la 6<sup>ème</sup> mission Challenger. Des ondes internes sont générés à une profondeur de 60 à 80 m, sous l'effet des marées, à la rencontre entre les eaux plus 'douces' est légères de l'Océan Atlantique et les eaux plus denses et salées de la Mer Méditerranée. La partie émergée de l'onde fait au plus une dizaine de centimètres d'amplitude. Par contre, en profondeur l'amplitude peut atteindre plusieurs dizaines de mètres. La distance séparant deux trains successifs est de 60 km, leur périodicité de 24 h.



## 1.1 Du neutrino à l'onde de pression

La génération d'une onde de pression par un neutrino interagissant dans un milieu dense, tel que l'eau de mer, met en jeu plusieurs mécanismes physiques. Tout d'abord, au plus bas de l'échelle, l'interaction du neutrino avec les atomes du milieu est décrite par la physique des interactions faibles dans le cadre plus générale de la physique des particules élémentaires. Cependant, notre neutrino 'ne pèse pas bien lourd'. Pour qu'il puisse générer un signal ultra-sonore détectable sur des distances kilométriques il faut qu'il ait une énergie bien supérieure, de l'ordre de  $\sim 1$  EeV ( $10^{18}$  eV), aux énergies atteignables au près des grands accélérateurs ( $\sim 10$  TeV). En extrapolant depuis le comportement connue aux plus basses énergies on s'attend à ce qu'une interaction 'catastrophique' du neutrino avec les molécules de l'eau de mer conduise au développement d'une gerbe ou cascade de particules secondaires. Le volume d'eau occupé par la cascade est ionisé et il en résulte un échauffement local avec génération d'une onde ultra-sonore par dilatation-compression. Selon l'idée formulée initialement par le physicien Moscovite Gurchen Ashotovich Askariyan, la formation de cette onde de pression ultra-sonore est décrite de façons satisfaisante à une échelle mésoscopique par une approche thermodynamique. La propagation de la sur-pression locale résultante obéit ensuite aux équations de l'acoustique linéaire.

Dans les parties qui suivent nous passons en revue les différentes étapes conduisant à la génération de notre signal ultra-sonore. Chemin faisant nous introduisons et rappellerons les notions qui seront discutées plus en détail dans les chapitres suivants.

### 1.1.1 Des neutrinos et de l'eau

Parmi les particules élémentaires décrites dans le cadre du Modèle Standard de la physique des particules les neutrinos sont les plus insaisissables de toutes. Des observations expérimentales menées sur plus d'une 50<sup>aine</sup> d'années montrent que des trois interaction fondamentales de la physique des particules, seule l'interaction faible lui semble connue. Cette propriété de 'faible interaction' peut constituer un atout de taille pour l'astrophysique. Au contraire des autres particules le neutrino est capable de s'échapper de structures stellaires denses tel que les cœurs d'étoiles ou les amas de galaxies, régions qui aux énergies du TeV sont opaques même aux photons. D'autre part sa propagation au sein du milieu interstellaire est balistique, sans déflexion magnétique et avec une très faible absorption. En revanche, pour les mêmes raisons c'est un inconvénient pour sa détection sur Terre. C'est pourquoi les physiciens sont partis à la recherche de 'niches' naturelles qui seraient susceptibles d'être exploitées pour l'observation de nos 'fantômes cosmiques'. Or, parmi les candidats possibles il apparaît que l'eau de mer est une matière relativement dense, comparée à l'atmosphère, et dont nous disposons en abondance sur notre planète bleue. Ce sont ces différents éléments, entre autres, qui ont motivés une expérience comme ANTARES [1], dans le cadre de laquelle ce travail de thèse s'inscrit.

Pour la quasi totalité de cet exposé nous admettons que la physique des particules élémentaires, depuis l'interaction primaire du neutrino jusqu'au développement complet de la cascade, reste bien décrite dans le cadre du Modèle Standard, mêmes aux énergies extrêmes (EHE), pour des neutrinos de plus de  $10^{20}$  eV. Les implications possibles, pour

la méthode de détection acoustique, de quelques classes de modèles de nouvelle physique seront brièvement discutées dans la partie 3.4 en fin de cet exposé. Mais bien avant d'aller chercher de la nouvelle physique, du fait que notre discipline, les neutrinos de ultra haute énergie, explore un domaine de la physique des particules non contraint expérimentalement, nous verrons que de multiples incertitudes théoriques subsistent.

Dans le cadre du Modèle Standard l'interaction des neutrinos avec les atomes de la matière terrestre ne peut se faire que selon deux processus : par courant neutre (CN) par l'intermédiaire du boson  $Z^0$  ou par courant chargé (CC) par l'intermédiaire des bosons  $W^+$  ou  $W^-$ . Ces interactions se font avec les nucléons constitutifs des noyaux, protons ou neutrons et les électrons du cortège électronique. Pour l'interaction avec un nucléon ( $N = n, p$ ) les processus de diffusion inélastique, avec un transfert significatif d'énergie vers le nucléon cible, sont dominants. Ces processus sont au nombre de quatre, décrits par les réactions suivantes :

$$(1-1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu_L + N \rightarrow L^- + X \quad (CC) \\ \nu_L + N \rightarrow \nu_L + X \quad (CN) \\ \bar{\nu}_L + N \rightarrow L^+ + X \quad (CC) \\ \bar{\nu}_L + N \rightarrow \bar{\nu}_L + X \quad (CN) \end{array} \right.$$

où  $L = e, \mu, \tau$  désigne l'une des trois familles de lepton. Le produit  $X$  de l'interaction est de nature hadronique. Il résulte de la fragmentation des débris du nucléon cible en un ou plusieurs jets de hadrons et sa composition est le plus souvent le résultat d'un complexe mélange statistique. Par analogie avec les expériences d'annihilation  $e^+e^-$  sur accélérateur on s'attend à ce que ces débris hadroniques soient principalement composés de pions avec une forte multiplicité  $m \approx 20$  aux UHE [2][3]. Soit, en négligeant les contributions des autres résonances baryoniques le produit  $X$  est schématiquement de la forme suivante :

$$(1-2) \quad X \cong (m - p)\pi^0 + p(\pi^+ + \pi^-)$$

Afin de situer la problématique de façons plus quantitative posons nous la question suivante : 'Dans le référentiel du centre de masse, quelle est l'énergie maximale  $\sqrt{s}$  que peut transférer un neutrino de UHE lorsqu'il interagit avec un nucléon du milieu ?' Un 'petit calcul' de cinématique relativiste à deux corps nous donne l'estimation suivante :

$$(1-3) \quad \sqrt{s} = \sqrt{2ME_\nu} \quad \text{soit} \quad \sqrt{s} = (43.3 \text{ TeV}) \sqrt{\frac{E_\nu}{1 \text{ EeV}}}$$

où  $E_\nu$  est l'énergie du neutrino dans le référentiel terrestre et  $M$  la masse du nucléon cible. On voit que bien que la collision est peu efficace, car se faisant sur une cible fixe, les énergies mises en jeu sont néanmoins de 1 à 2 ordres de grandeurs supérieurs à ce que l'on atteint sur les plus grands accélérateurs en fonctionnement. Par conséquent il est délicat d'extrapoler sur la composition des fragments après l'interaction du neutrino. Mais inversement l'observation de tel événements peut se montrer une précieuse source d'informations sur la physique des particules élémentaires au delà de la dizaine de TeV.

Poussons notre calcul de cinématique relativiste un peu plus loin afin d'évaluer la directivité de la réaction. Le référentiel du centre de masse, pour le système de deux corps : neutrino, nucléon est doté d'un 'boost'  $\gamma_f \approx \sqrt{E_\nu / 2M}$  par rapport au référentiel du laboratoire. Par suite, en supposant que après interactions les particules filles ont une énergie dans le référentiel du centre de masse de l'ordre de  $k\sqrt{s} \gg M$ ,  $k \in [0;1]$  pour une particule fille les impulsion transverse à la direction d'incidence du neutrino  $p_\perp$  et longitudinal  $p_L$  sont données dans le référentiel du laboratoire par :

$$(1-4) \quad p_L \approx \gamma_f k \sqrt{s} (1 + \cos(\theta^*)) \quad \text{et} \quad p_\perp \approx k \sqrt{s} \sin(\theta^*)$$

où  $\theta^*$  est l'angle que font ces mêmes impulsion avec la direction du neutrino dans le référentiel du centre de masse. L'angle  $\theta$  que fait la particule fille avec la direction du neutrino incident est alors donné par :

$$(1-5) \quad \tan(\theta) = \frac{1}{\gamma_f} \tan\left(\frac{\theta^*}{2}\right)$$

Par intégration, on en déduit l'angle moyen  $\sqrt{\langle \theta^2 \rangle}$  pour une distribution isotrope des impulsions dans le référentiel du centre de masse comme :

$$(1-6) \quad \langle \theta^2 \rangle \approx \langle \sin^2(\theta) \rangle \Rightarrow \sqrt{\langle \theta^2 \rangle} \approx \sqrt{(2 \ln(\gamma_f) - 1)} / \gamma_f$$

Cette expression approximative sur-estime par un facteur 2 à 3 les résultats des simulations Monte-Carlo obtenue pour ANTARES à plus basse énergie [4]. En effet l'hypothèse d'une distribution isotrope des directions de vol des produits dans le référentiel du centre de masse est trop simpliste. On peut par exemple s'attendre à ce que les événements à grand transfert d'impulsion, donc plus intéressant pour la détection, soient plus fortement focalisés selon la direction de vol du neutrino. Numériquement aux UHE on trouve :

$$(1-7) \quad \sqrt{\langle \theta^2 \rangle} = 63 \mu\text{rad} \sqrt{\frac{E_\nu}{1 \text{ EeV}}} = 3.6 \cdot 10^{-3} \circ \sqrt{\frac{E_\nu}{1 \text{ EeV}}}$$

Par conséquent on pourra raisonnablement admettre que les particules filles issues de la diffusion inélastique à UHE seront parfaitement focalisées avec la direction d'incidence du neutrino même après des distances de vol de l'ordre du km, en l'absence d'interactions. Soit dit autrement, aux UHE l'énergie moyenne des produits est considérable en comparaison de leurs masses aussi dans le référentiel terrestre, les particules filles du neutrino *conservent la mémoire*, le 'boost' relativiste, de son impulsion et donc de sa direction.

### 1.1.2 Section efficace de diffusion sur l'eau

Pour quantifier la probabilité d'observer un neutrino il nous faut estimer les sections efficaces de ses possibles modes d'interactions avec la matière. Plus à titre d'illustration pour la suite de l'exposé, que en vue de conduire un calcul par ailleurs délicat, nous donnons une possible expression de la section efficace différentielle d'interaction pour le processus de diffusion d'un neutrino par courant chargé. Dans un modèle de partons, et avec les notations de Bjorken cette section efficace est donnée par :

$$(1-8) \quad \frac{d_2\sigma}{dxdy} = \frac{2G_F^2 M E_\nu}{\pi} \left( \frac{M_W^2}{Q^2 + M_W^2} \right) [xq(x, Q^2) + x\bar{q}(x, Q^2)(1-y)_2]$$

Les sections efficaces des trois autres processus sont obtenues par des expressions analogues. Les grandeurs  $M_W$ ,  $Q^2$ , et  $G_F$  sont la masse du boson intermédiaire W, la quadri-impulsion transférée par le neutrino et la constante de Fermi de l'interaction faible. Les paramètres  $x$  et  $y$  sont les variables réduites de Bjorken dont les expressions sont  $x = Q^2 / 2M(E_\nu - E_L)$  et  $y = 1 - E_L / E_\nu$ ,  $E_L$  étant l'énergie du lepton chargé créé. Dans le modèle de partons la variable  $x$  représente la fraction de la quadri-impulsion du nucléon portée par le quark cible. La variable  $y$  est la fraction de l'énergie cédée par le neutrino vers les produits hadronique  $X$  dans le référentiel terrestre. Elle représente donc l'inélasticité de la réaction de diffusion. Les fonctions  $q$  et  $\bar{q}$  caractérisent la composition en quarks du nucléon cible. Une connaissance précise de ces fonctions de structure en terme des paramètres  $x$  et  $Q$  est requise pour déterminer la section efficace de l'interaction. Ces fonctions sont paramétrées numériquement d'après les mesures expérimentales obtenues sur des collisionneurs de particules tel que HERA. Cependant aux énergies d'intérêt pour nous, soit à petit  $x \leq 10^{-4}$  est grand  $Q^2 \geq 1 \text{ TeV}^2$  les fonctions de structure des nucléon ne sont pas connues précisément. D'autre part pour une fonction de structure donnée la résolution mathématique exacte n'est pas connue non plus. On est dans le domaine de l'électrodynamique quantique et la résolution se fait par des calculs perturbatifs à des ordres successifs d'approximation. Or les méthodes d'approximation usuelles (DGLAP, BFKL) sont misent en défaut dans notre cas de

figure, à grand  $Q^2$  et petit  $x$ . Dès lors il existe différentes approches théoriques pour extrapoler les paramétrisations des fonctions de structure au domaine d'intérêt ainsi que pour conduire le calcul des différents ordres d'approximation. Une synthèse récente sur le sujet a été faite par Reno, lors de la conférence Neutrino-2004 à Paris [5]. La plupart des exemples cités sont issues de cette présentation. On pourra par exemple trouver le calcul de la section efficace d'interaction neutrino-nucléon effectué par différentes méthodes dans les références suivantes [6]-[11].

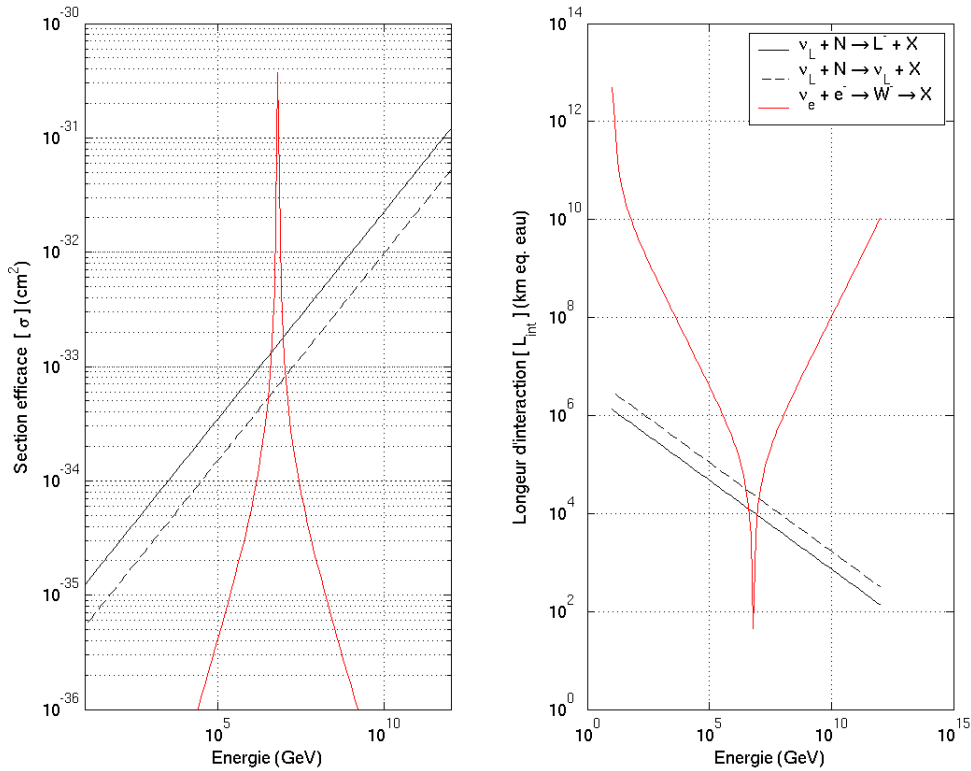


Figure 1-2 : Sections efficace et longueurs d'interaction des neutrinos aux UHE (d'après Gandhi et al. [6])

Si les différentes approches théoriques conduisent à des estimations de la section efficace d'interaction pouvant varier d'un facteur 2 aux UHE on retrouve cependant un certain nombre de caractéristiques communes. Tout d'abord au delà de  $E_\nu = 1$  PeV la section efficace d'interaction par courants neutre ou chargé ne dépend quasiment plus de la nature  $\nu$  ou  $\bar{\nu}$  du neutrino. D'autre part à partir de 100 PeV la fraction moyenne de l'énergie  $y$  transférée vers la composante hadronique  $X$  est quasi constante, peu dépendante de l'énergie et du processus de diffusion considéré. Elle est de l'ordre de 21%. Pour les quatre processus considérés au delà du PeV la section efficace  $\sigma_{\nu N}$  varie peu. Elle suit une loi de puissance en  $\sigma_{\nu N} \propto E_\nu^a$  avec l'énergie du neutrino avec un exposant  $a$  qui est de l'ordre de  $a = 0.36 \mp 0.05$  [6]-[9]. Aux UHE la section efficace d'interactions sur nucléon est d'environ  $\sigma_{\nu N} \approx 10^{-32} \text{ cm}^2$ . Enfin, comme on peut le voir



sur la Figure 1-2 réalisée à partir des résultats des calculs de Gandhi *et al.* [6] les processus par courant chargé sont 2 à 3 fois plus probables que les processus par courant neutre. Ceci est favorable pour la détection acoustique car pour avoir une émission ultrasonore intense il faut qu'un maximum de l'énergie initiale du neutrino soit transférée vers des cascades, électromagnétiques ou hadroniques. Or une interaction par courant neutre ne transfère en moyenne que 21% de l'énergie du neutrino vers une cascade hadronique. Pour une interaction par courant chargé la conversion peut être totale.

On notera que des auteurs tel que Gazizov ainsi que Fiore *et al.* envisagent un possible renforcement d'un facteur  $\sim 2$  de la section efficace d'interaction en conduisant le calcul par des modèles de Pomeron [10][11]. Cet effet devient sensible seulement aux énergies du EeV et au delà. Inversement Kwiecinski et Kulak [9] prévoient un écrantage avec diminution d'un facteur  $\sim 2$  de la section efficace résultant de la forte densité de quarks à petit  $x$ . Enfin, toujours sans sortir du cadre du Modèle Standard à grand  $Q^2$  des processus non conservatifs, non prévisibles par des méthodes perturbatives, peuvent intervenir [12]. Ces processus autorisent la violation des nombres leptoniques et barioniques avec création de multiples bosons  $W$  et  $Z^0$ , voir de Higgs par l'intermédiaire d'états 'tunnels' dits 'instantons' ou 'sphalérons' [13]. Ces états qui sont exponentiellement défavorisés aux énergies usuelles pourraient se manifester pour des énergies dans le centre de masse de l'ordre de la centaine de TeV. La conséquence serait un renforcement soudain, pouvant atteindre jusqu'à 5 ordres de grandeur, de la section efficace d'interaction des neutrinos avec les nucléons aux UHE. Bien que cette physique des instantons ne sorte pas du cadre du Modèle Standard elle ne semble pas avoir eu de conséquences observables flagrante au jour d'aujourd'hui [13]. Elle nous apparaît donc comme une conséquence mathématique du Modèle Standard, dans le cadre de la théorie quantique des champs, mais non contrainte pour l'instant. De plus les prévisions théoriques sur l'importance que ces instantons peuvent avoir pour la diffusion électrofaible sur les nucléons sont mitigées [12][14]. Par conséquent nous reléguons ce sujet à la fin du chapitre 3 avec l'étude des implications possibles, pour la détection acoustique, de modèles de nouvelle physique.

### 1.1.3 La résonance de Glashow

Du fait, notamment, de la faible masse des électrons en comparaison de la masse des nucléons (2000 fois moins), l'interaction des neutrinos avec les électrons des atomes est en générale négligeable devant les quatre processus de diffusion vues précédemment. Il existe cependant une exception : l'annihilation par courant chargé d'un anti-neutrino électronique sur un électron atomique avec échange d'un boson intermédiaire  $W^-$  dans la voie  $s$ . Cette interaction est résonante pour une énergie dans le centre de masse égale à l'énergie de masse  $M_W$  du boson  $W^-$ . Dans le référentiel terrestre ceci correspond à une énergie du neutrino incident de  $E_\nu = M_W^2 / 2m_e c^2 = 6.3 \text{ PeV}$ , où  $m_e$  est la masse de l'électron. Le boson  $W^-$  ainsi formé se désintègre majoritairement en hadrons avec un rapport de branchement de l'ordre de 68%. La section efficace de ce processus est représentée en trait rouge sur la Figure 1-2. Les autres modes envisageables sont la désintégration vers un lepton avec émission d'un anti-neutrino (11% pour chaque famille de lepton). A la résonance la section efficace d'interaction  $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow W^-$  sur un électron

est de l'ordre de grandeur de la section efficace d'interaction sur nucléons pour une énergie de neutrino de  $E_\nu = 10^{21}$  eV. Cependant cette résonance est fine, d'environ 1 PeV ( $10^{15}$  eV) et surtout, on le verra par la suite, pour une énergie de 6.3 PeV l'onde de pression résultante est trop faible pour être détectée à plus de quelques dizaines de mètres de distance du lieu d'interaction. Etant donné qu'un photo-multiplicateur est capable de détecter la lumière Tcherenkov issue d'un tel événement jusqu'à des distances caractéristiques de 60 m l'utilisation de capteurs acoustique ne semble pas particulièrement adaptée dans ce cas de figure.

#### 1.1.4 Opacité de la Terre

Une autre façon de caractériser la probabilité d'interaction d'un processus est d'introduire une longueur d'interaction  $L_{\text{int}}$  définie comme :

$$(1-9) \quad L_{\text{int}} = \frac{1}{n\sigma} \approx \frac{1}{18N_A[\rho_{H_2O}/M(H_2O)]\sigma}$$

où  $n$  est la densité volumique de particules cibles. Pour de l'eau, en négligeant la contribution des ions dissous on a  $n \approx 18N_A[\rho_{H_2O}/M(H_2O)]$ , avec  $N_A$  le nombre d'Avogadro et  $M(H_2O)$  la masse molaire de l'eau. Dans un milieu isotrope homogène la densité de probabilité d'interaction  $p_I$  d'une particule incidente, pour un processus donné, suit une loi exponentielle selon :

$$(1-10) \quad p_I(r) = \frac{1}{L_{\text{int}}} \exp\left(-\frac{r}{L_{\text{int}}}\right)$$

où  $r$  est la distance parcourut par la particule au sein du milieu cible. En particulier on en déduit la probabilité de survie  $P_S$  d'une particule incidente ayant parcourut la distance  $r$  comme :

$$(1-11) \quad P_S = \exp\left(-\frac{r}{L_{\text{int}}}\right)$$

expression qui va nous servir par la suite afin d'estimer le devenir de nos neutrinos. Sur la partie droite de la Figure 1-2 sont représentées les longueurs d'interaction par courant neutre et chargé pour une densité de nucléons équivalente à celle de l'eau. On peut voir qu'aux UHE la longueur d'interaction reste grande, de l'ordre de quelques centaines de kilomètres. Soit pour une épaisseur d'eau effective de l'ordre  $\Delta e = 3$  km, tel que c'est le cas sur le site de l'expérience ANTARES, seuls quelques pourcents de nos voyageurs cosmiques de UHE prendront la peine de s'arrêter dans l'eau.

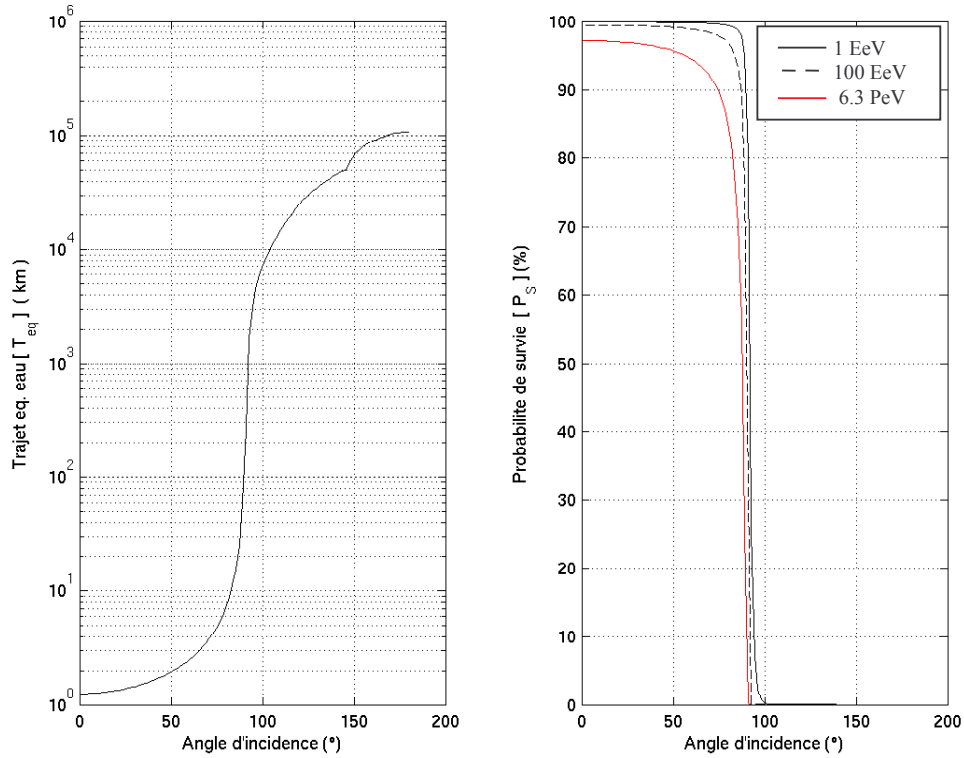


Figure 1-3 : Opacité de la Terre. Les figures ont été calculées d'après les données de Gandhi *et al.* [6]. Pour des neutrinos venant de l'hémisphère supérieure, même aux UHE, la probabilité de survivre à la traversée de la Mer Méditerranée est proche de 100%. Par contre la terre est quant à elle opaque aux neutrinos de UHE.

Il est possible d'estimer de façons plus rigoureuse la quantité de matière rencontrée par un neutrino lors de son parcours de la Terre. Celle ci peut se paramétrer par une intégrale curviligne en fonction de la densité  $\rho_T$  de la Terre selon :

$$(1-12) \quad T_{eq} = \frac{1}{\rho_{H2O}} \int_0^{s_{\max}(\theta)} \rho_T(s) ds$$

où  $T_{eq}$  est la distance équivalente que doit parcourir le neutrino dans l'eau pour rencontrer la même quantité de nucléons. Une description quantitative de la densité de la Terre, depuis le noyau jusqu'au manteau puis aux océans est donnée par Gandhi *et al.* [6]. Connaissant la distance équivalente  $T_{eq}$  on peut alors par le biais de l'équation (1-11) estimer la probabilité de survie d'un neutrino sur un trajet donné. La partie gauche de la Figure 1-3 montre le trajet équivalent calculé pour différents angles d'incidence du neutrino avec la verticale. On a considéré une profondeur d'eau de 2500 m avec un neutrino interagissant à mi-hauteur du fond. Cette situation est compatible avec la

géométrie du détecteur ANTARES. L'angle  $\theta = 0$  correspond à un neutrino venant du zénith, c'est à dire de la surface. On constate que pour des angles inférieurs à  $90^\circ$  le trajet moyen est faible devant les longueurs d'interaction des neutrinos. Il est également intéressant de noter que l'atmosphère ne participe que faiblement à arrêter les neutrinos. Même pour un angle d'incidence de  $90^\circ$  la colonne de matière rencontrée par un neutrino en traversant la totalité de l'atmosphère ne représente que 360 m d'eau [6].

Sur la partie de droite de la même figure on a représenté la probabilité de survie du neutrino pour les différents processus et à plusieurs énergies. Tant que l'angle d'incidence  $\theta$  reste confiné dans l'hémisphère supérieure, soit pour un neutrino venant de la surface, la probabilité de survie est proche de 100%. Ceci reste vrai à  $10^{20}$  eV ou pour l'interaction résonante des  $\nu_e$  à 6.3 PeV avec les électrons du milieu. Par contre dès que  $\theta$  approche  $90^\circ$  on a une brusque transition avec une probabilité quasi certaine que notre neutrino ait interagi au sein de la Terre avant d'atteindre l'eau. On peut donc considérer que la Terre est opaque aux neutrinos de UHE. Le cas du neutrino  $\tau$  est un peu particulier cependant. Il sera discuté par la suite.

### 1.1.5 Saveurs de neutrinos et devenir

Si par bonheur notre neutrino daigne interagir avec l'une des molécules de notre Mer Méditerranée la partie est loin d'être gagnée pour autant ... Aux énergies considérées ici, dans environ 70% des cas de figures, on aura une interaction par courant chargé avec production d'un lepton qui conserve en moyenne 79% de l'énergie de son géniteur. Suivant la saveur du neutrino ( $\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$ ) différents scénarios peuvent alors se produire.

Pour un neutrino électronique, le lepton produit, un électron, va 'nager', à la vitesse de la lumière toutefois, suivant la direction du neutrino incident. Notre électron va ainsi continuer son chemin jusqu'à donner une première interaction catastrophique par Bremsstrahlung au voisinage d'une autre molécule d'eau. Cette interaction catastrophique sera le début de la fin de l'aventure pour le fils de notre voyageur d'outre espace. Elle conduira à la génération d'une cascade électromagnétique, mais nous y reviendrons dans la partie suivante.

Si notre neutrino est de nature muonique, le lepton  $\mu$  produit par courant chargé a de fortes chances de quitter l'eau sans faire le moindre bruit. En effet, aux UHE les pertes d'énergie pour le muon sont principalement radiatives. Les interactions concurrentiels à plus basse énergie ( $\sim$ GeV) : les pertes par ionisation ou par des processus d'interaction photonucléaire sont alors négligeables par deux ordres de grandeurs d'après le PDG [2] Malgré tout le muon a encore une longueur d'interaction totale de l'ordre de 15 km avec la matière eau. Pour une épaisseur d'eau effective de l'ordre de  $\Delta e = 3$  km il y a fort à parier (81% des cas) que notre muon va continuer son voyage vers le centre de la Terre sans donner lieu à une interaction catastrophique en mesure de générer une cascade électromagnétique conséquente.

On notera néanmoins que le muon produit voyage plus vite que la lumière dans l'eau. Aussi chemin faisant il va perdre de l'énergie par radiation Tcherenkov. Cette émission se fait majoritairement dans le proche UV et ne permet pas la génération d'une cascade électromagnétique. Toutefois, cette lumière pourra être observée par le détecteur ANTARES à l'aide de photomultiplicateurs fonctionnant dans le domaine visible, proche

du bleu. La densité spectrale d'énergie irradiée par lumière Tcherenkov dépend notamment de l'indice de réfraction  $n$  du milieu. Elle est donnée par la relation suivante:

$$(1-13) \quad \frac{d^2E}{d\lambda dx} = \frac{2\pi\alpha hc}{\lambda^3} \left( 1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\lambda)} \right)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde des photons émis. Par intégration de la relation précédente et pour une longueur d'onde effective de  $\lambda_0 = 400$  nm on obtient un ordre de grandeur de l'énergie irradiée par effet Tcherenkov sur une distance  $\Delta e$  selon :

$$(1-14) \quad \Delta E \approx \Delta e \frac{4\pi\alpha hc}{\lambda_0^2} \left( 1 - \frac{1}{\beta^2 n^2(\lambda_0)} \right) \approx 100 \text{ GeV}$$

où l'on a considéré la distance  $\Delta e = 3$  km comme précédemment. Comparée aux énergies d'intérêts cette perte est complètement négligeable.

Le cas du neutrino tau est plus ambigu. Le temps de vie propre moyen du lepton  $\tau$  produit est de  $\tau_0 = 290$  fs. Cependant pour un observateur dans le référentiel terrestre cela correspond à un temps de plusieurs centaines de micro-secondes aux UHE. Pendant ce temps le tau peut parcourir une centaine de kilomètres. D'autre part les pertes radiatives restent faibles du fait de sa grande masse même à UHE. Elles commencent à dominer la probabilité de désintégration vers  $10^{19}$  eV [15]. Mais la longueur d'interaction totale reste supérieure à la centaine de km aux UHE considérées, lui permettant ainsi de s'échapper de l'eau. Par contre, dans le cas d'un neutrino  $\tau$  venant du nadir, le faible temps de vie du lepton  $\tau$  conduit à une situation plus complexe. En se désintégrant le lepton  $\tau$  produit un nouveau neutrino  $\tau$  et dans 35% des cas des  $\nu_e$  ou  $\nu_\mu$ . Ainsi il y a régénération de neutrinos. Par ce processus, un neutrino  $\tau$  peut engendrer des neutrinos secondaires capables de traverser la Terre. Néanmoins des études quantitatives [16] ont montré que le nombre moyen de neutrinos survivant à la traversée est inférieur à 1 et que leur spectre en énergie est dégradé, résultant en un faible flux, en comparaison des flux directes aux énergies équivalentes. Aussi nous négligeront cet effet par la suite.

Par ailleurs, Dans tous les cas de figure, que l'interaction ait lieu par courant neutre ou chargé et quel que soit la saveur du neutrino, il y a fragmentation du nucléon 'percuté' avec production de multiples baryons. Les fragments baryoniques emportent en moyenne 21% de l'énergie du neutrino géniteur, énergie qui est principalement répartie entre des pions qui seront à l'origine de sous cascades hadroniques et électromagnétiques.

### 1.1.6 Des cascades sous-marines

A haute énergie, pour une énergie  $E$  supérieure à une énergie  $E_c$  dite critique les électrons interagissent majoritairement avec la matière par Bremsstrahlung selon le bilan suivant :

$$(1-15) \quad e^{\pm} \rightarrow e^{\pm} + \gamma$$

où le photon émit avec une énergie  $k$  emporte une fraction  $x = k/E$  de l'énergie initiale  $E$  de l'électron, contribuant ainsi à le freiner. Pour l'eau l'énergie critique donnée par le PDG, pour un numéro atomique équivalent  $Z = 10$  est de  $E_c = 54.27$  MeV. Ce rayonnement de freinage se fait sous l'influence des champs électriques atomiques vues par l'électron alors qu'il traverse le milieu. La section efficace de ce processus a été calculée et mesurée par différents auteurs dont notamment Bethe et Heitler. Une étude systématique plus récente est donnée par Tsai [17]. Elle inclut des facteurs de forme élastique et inélastique pour décrire la diffusion sur les champs électriques des atomes du milieu ainsi que sur leur cortège électronique. La section efficace différentielle de Bremsstrahlung selon Tsai a pour expression approximative, à 3% près :

$$(1-16) \quad \frac{d\sigma_B}{dx} = \frac{A}{3X_0\rho(H_2O)N_A k} [x^2 + 2(1 + (1-x)^2)]$$

où  $A$  est la masse molaire des molécules composant le milieu. On notera que cette section efficace différentielle est divergente en  $1/k$ . Par conséquent l'émission de photons de basse énergie est privilégiée, à tel point que l'on a une situation de catastrophe infrarouge avec une section efficace totale qui est divergente. On verra par la suite que l'expression de Migdal [18] pour la section efficace de Bremsstrahlung permet de remédier à ce problème.

La grandeur  $X_0$  est appelée longueur de radiation. C'est la longueur caractéristique sur laquelle l'électron perd la fraction  $1/e$  de son énergie initiale, par l'émission de un ou plusieurs photons.  $X_0$  ne dépend pas de l'énergie de l'électron, mais par contre elle dépend notamment de la nature des atomes composant le milieu et de leur densité. Les longueurs de radiation pour différents éléments ont été tabulées par Tsai. Puisque l'émission de Bremsstrahlung se fait sous l'influence de la matière environnant l'électron la longueur de radiation croit proportionnellement à la densité. Aussi elle est souvent exprimée en  $g/cm^2$  pour une densité unité. Pour de l'eau de mer dans les conditions de température et de pression moyenne observée en Mer Méditerranée à la localisation de l'expérience ANTARES la longueur de radiation est de  $X_0 = 35$  cm [19]. Du fait des rapports de densité selon un facteur 1000 entre l'air et l'eau, dans l'air la longueur de radiation est environ 1000 fois plus forte. Une valeur typique dans l'air est de  $X_0 = 310$  m au niveau de la mer [20].

De la même façon, pour des énergies  $k > E_c$  les photons interagissent avec la matière quasi exclusivement par création de paires électron-positron selon le bilan suivant :

$$(1-17) \quad \gamma \rightarrow e^+ + e^-$$

La section efficace différentielle de ce processus, toujours selon Tsai, est donnée approximativement par :

$$(1-18) \quad \frac{d\sigma_p}{dx} = \frac{A}{3X_0\rho(H_2O)N_A k} [1 + 2(y^2 + (1-y)^2)]$$

où  $y = E/k$  est la fraction de l'impulsion du photon qui est transmise à l'électron. On notera que cette expression est symétrique en  $y$  et  $(1-y)$ , c'est à dire que dans la limite des hautes énergies l'électron et le positron jouent des rôles équivalents. La longueur moyenne sur laquelle le photon perd la fraction  $1/e$  de son énergie initiale est de  $9/7X_0$ ,  $X_0$  étant toujours la longueur de radiation définie précédemment pour le Bremsstrahlung. Aussi on constate que ces deux processus de dégradation de l'énergie, Bremsstrahlung et création de paires  $e^+e^-$  opèrent sur des longueurs caractéristiques équivalentes.

### Cascades électromagnétiques

La combinaison des processus de Bremsstrahlung et de création de paires  $e^+e^-$  conduit à une amplification du nombre d'électrons et positrons libres du milieu selon un processus d'avalanche ou cascade. En effet, en partant d'un électron par exemple, on va avoir formation d'un photon par Bremsstrahlung qui va lui même former une paire  $e^+e^-$ . Chaque lepton de la paire, ainsi que l'électron initial vont de nouveau rayonner des photons par Bremsstrahlung si leur énergie est de l'ordre de  $E_c$  ou plus. Ainsi de génération en génération on a amplification du nombre de leptons libres avec développement d'une cascade électromagnétique de particules. Si l'énergie des leptons descend en dessous de  $E_c$  des processus de pertes d'énergie concurrents entrent en jeu dont principalement les pertes par ionisation du milieu. Ce processus engendre une perte d'énergie locale continue et ne 'nourrit' plus la cascade en particules libres susceptibles de se propager loin de leur lieu d'activation. Ainsi lorsque l'énergie de toutes les particules  $e^+$ ,  $e^-$  et  $\gamma$  a été dégradée en dessous de  $E_c$  la cascade s'éteint progressivement.

Une description analytique du développement longitudinal d'une cascade électromagnétique dans l'atmosphère est donnée notamment par Rossi et Greisen [21]. Ces études prévoient que la cascade passe par un maximum de densité de leptons  $L_{\max}$  dépendant logarithmiquement de l'énergie  $E_0$  de la particule primaire tel que :

$$(1-19) \quad L_{\max} \approx X_0 \ln\left(\frac{E_0}{E_c}\right), \quad \text{soit} \quad L_{\max} \approx 0.35 \ln\left(\frac{E}{1 \text{ PeV}}\right) + 5.85 \text{ (m) dans l'eau}$$



Aussi la longueur de radiation nous donne l'ordre de grandeur sur lequel notre cascade électromagnétique va se développer, soit environ dix mètres seulement dans l'eau. En comparaison une cascade atmosphérique initiée dans les hautes couches de l'atmosphère s'étend sur une dizaine de kilomètres !

La distribution latérale  $\rho_e$  de leptons au sein de la cascade a été évaluée analytiquement par différents auteurs dont en particulier Nishimura et Kamata [22]. L'élargissement latérale de la cascade est principalement le fait de la diffusion multiple Coulombienne des électrons et positrons libres. Au voisinage du maximum de densité la distribution latérale est divergente en  $1/r$ ,  $r$  étant la distance à l'axe de la cascade. Greisen en donne une expression simplifiée selon :

$$(1-20) \quad \rho_e(r) \propto \frac{1}{r} \frac{1}{(r + r_m)^{7/2}}$$

Ainsi on a un cœur extrêmement dense avec une transition vers une périphérie plus diluée pour un rayon  $r_m$  appelée rayon de Molière, caractérisant les effets de diffusion multiple. On réfère souvent au rayon de Molière comme étant représentatif de l'extension latérale des cascades électromagnétiques. Pour de l'eau en utilisant la relation donnée par le PDG et les longueurs de radiation tabulées par Tsai nous avons obtenu la valeur de  $r_m = 10.4$  cm. En comparaison, dans l'air, au niveau de la mer le rayon de Molière est de  $r_m = 78$  m. Nous reviendrons plus en détail sur les caractéristiques des cascades sous-marines dans la partie 1.2 consacrée à des études Monte-Carlo de cascades. L'impact de la densité radiale de leptons, plus ou moins fine, au cœur de la cascade sera discuté dans la partie 1.3 dédiée à la génération et à la propagation du signal acoustique.

### Cascades hadroniques

Les fragments hadroniques résultant de l'interaction inélastique du neutrino vont également contribuer au développement d'une cascade de particules. Ces fragments se composent d'une grande multiplicité de pions, de l'ordre de plusieurs dizaines aux énergies de la centaine de GeV dans le centre de masse, d'après les données du PDG. L'énergie des pions neutres va être convertie en photons selon le processus de désintégration :

$$(1-21) \quad \pi^0 \rightarrow 2\gamma$$

ou par interaction forte des pions chargés avec la matière environnante. Ces interactions fortes engendrent à leur tour de nouveaux fragments hadroniques en grande partie, de l'ordre de 80%, composés de pions. Il y a ainsi développement d'une cascade hadronique. La désintégration des pions neutres en deux photons  $\gamma$ , par contre, initie des sous cascades électromagnétiques mettant progressivement fin au développement de la cascade hadronique. Un autre processus concurrentiel pour le développement de la



cascade hadronique est la désintégration des pions chargés vers des muons, avec un rapport de branchement de quasiment 100%, selon :

$$(1-22) \quad \pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu (\bar{\nu}_\mu)$$

L'énergie transférée vers les leptons  $\mu$  produits est perdue pour la génération de notre signal acoustique. En effet comme il a été discuté précédemment le muon a de fortes chances de quitter l'eau sans donner de nouvelle cascade. D'autre part il est déjà peu probable qu'un neutrino interagissent une fois au sein de notre Mer Méditerranée, mais alors qu'il le fasse deux fois de suite ... Néanmoins du fait de la forte densité du milieu alors que l'énergie des pions chargés atteint le PeV l'interaction avec la matière devient quasi exclusive par rapport à la désintégration. Aussi, comme on le verra dans la partie 1.2, à ces énergies quasiment toute l'énergie des pions chargés se transfère vers des cascades électromagnétiques secondaires.

### 1.1.7 Quand l'école Russe s'en mêle

De façon générale les processus électromagnétiques de Bremsstrahlung et de création de paires peuvent être perturbés par les processus concurrentiels affectant les particules 'acteurs'  $e^+$ ,  $e^-$  et  $\gamma$  mises en jeu. Ces processus concurrentiels peuvent être par exemple la diffusion multiple Coulombienne des leptons 'acteurs' dans les champs électriques atomiques ou l'interaction Compton du photon avec un électron atomique 'spectateur'. Pour de faibles transferts d'impulsion  $x$  ou  $y$ , le principe d'Heisenberg nous apprend que le processus mis en jeu, Bremsstrahlung ou création de paires, doit intervenir sur une grande longueur de formation. Dès lors il est fort probable que ce processus puisse être perturbé et par suite supprimé. Cette suppression, nommée effet LPM, a été stipulée pour la première fois par Landau et Pomeranchuk en 1953 pour le cas de la diffusion multiple. Elle a été re-formalisée peu après par Migdal [18] en incorporant la suppression diélectrique stipulée en 1954 par Ter-Mikaelean. Des études expérimentales récentes ont été réalisées respectivement au SLAC par Anthony *et al* [23] en 1995 et au CERN par Hansen *et al* [24] en 2003. Ces études confortent les expressions analytiques dérivées par Migdal pour la section efficace différentielle de Bremsstrahlung. Les contraintes expérimentales imposées par ces deux expériences sur les facteurs de suppression sont discutées en Annexe A. Aux énergies usuelles rencontrées sur les grands accélérateurs ( $\sim 100$  GeV) la suppression par diffusion multiple n'affecte qu'une faible fraction des particules de basse énergie proche ou en dessous de l'énergie critique  $E_c$ . Par suite elle ne perturbe pas grandement le développement des cascades électromagnétiques. C'est sans doute la raison pour laquelle les vérifications expérimentales systématiques de cet effet ont été assez tardives. Par contre dans notre cas de figure on verra dans la partie 1.2 que la suppression LPM a une incidence cruciale sur le développement de la cascade pouvant conduire à son étalement dans l'eau sur des distances de plusieurs centaines de mètres aux UHE.

## Expressions pour les sections efficaces de Bremsstrahlung et de création de paires

En reprenant la formulation de Anthony *et al.* qui intègre les corrections de Tsai à la section efficace de Bethe-Heitler ainsi que l'expression de Migdal les sections efficaces différentielles de Bremsstrahlung et de création de paires sont données par :

$$(1-23) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{d\sigma_B}{dx} = \frac{A\xi(s)}{3X_0\rho(H_2O)N_A} \frac{1}{x} \left[ x^2 \frac{G(\gamma_0 s / \sqrt{\xi(s)})}{\gamma_0^2} + 2(1+(1-x)^2) \frac{\phi(\gamma_0 s / \sqrt{\xi(s)})}{\gamma_0} \right] \\ \frac{d\sigma_P}{dy} = \frac{A\xi(s)}{3X_0\rho(H_2O)N_A} \left[ \frac{G(\gamma_0 s / \sqrt{\xi(s)})}{\gamma_0^2} + 2(y^2 + (1-y)^2) \frac{\phi(\gamma_0 s / \sqrt{\xi(s)})}{\gamma_0} \right] \end{array} \right.$$

$G$ ,  $\phi$  et  $\xi$  sont des fonctions dérivées par Migdal qui tendent vers 1 en l'absence de suppression ( $\gamma_0 s \geq 1$ ). Les fonctions  $G$  et  $\phi$  rendent compte de la mise en place progressive de la suppression par diffusion Coulombienne alors que le transfert d'impulsion longitudinale décroît. Elles n'admettent pas d'expression analytique triviale mais peuvent s'exprimer par l'intermédiaire de la dérivée logarithmique de la fonction  $\Gamma$  ou sous la forme de développements en séries entières. Leur expression est donnée en Annexe B. La fonction  $\xi$  est de l'ordre de l'unité. Il s'agit d'un terme 'correctif' introduit par Migdal. Les paramètres  $s$  et  $\gamma_0$  caractérisent l'échelle de grandeur des suppressions LPM due respectivement à la diffusion multiple et à la polarisation diélectrique du milieu. Nous adoptons ici les expressions suivantes :

$$(1-24) \quad \left\{ \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{kE^*}{E|E-k|}}, \quad E^* = \frac{\alpha(mc^2)^2 X_0}{8\pi\hbar c} \\ \gamma_0 = 1 + 2 \left( \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_r(k)}} - 1 \right) E|E-k| \end{array} \right.$$

ou  $\varepsilon_r$  est la permittivité diélectrique relative du milieu,  $\alpha$  la constante de structure fine et  $m$  la masse de l'électron.

La suppression par diffusion multiple devient sensible lorsque  $s < 1$ . Elle est quasi systématique si l'énergie de la particule primaire est supérieures de 3 à 4 ordres de grande à l'énergie seuil  $E^*$ . Dans l'eau on trouve  $E^* \approx 3$  TeV. En comparaison le seuil LPM est 1000 fois plus élevé dans l'air. Cependant, pour des fortes valeurs du paramètre  $s$ , correspondant à nos cascades de UHE, les expressions de section efficace de Migdal ne sont pas contraintes expérimentalement. La validité de ces expression aux UHE, notamment pour le facteur  $\xi$ , est discutée plus en détail en Annexe B. Le comportement asymptotique en  $1/s$ , en forte suppression Coulombienne, nous semble fiable car dérivé par de nombreux auteurs, dont Landau, en utilisant des arguments différents. Le pré-

facteur numérique est par contre discutable. En utilisant les expressions de Migdal, nous pensons utiliser ici une valeur forte pour la suppression, susceptible d'être fautive d'un facteur  $\sqrt{2}$ .

La suppression diélectrique est sensible pour  $\gamma_0 > 1$ . Son importance est brièvement discutée en Annexe A. Elle se fait sentir à plus basse énergie que la suppression due à la diffusion multiple, mais ces deux effets étant en compétition elle est 'gommée' par cette dernière à plus haute énergie. Soit elle est négligeable pour la partie de UHE de la cascade.

### Sections efficaces et longueur de radiation en régime LPM

La Figure 1-4 montre les sections efficaces différentielles calculées à partir de l'équation (1-23) pour différentes énergies de la particule primaire. La courbe hachurée rouge est le résultat obtenu sans tenir compte des corrections de Migdal. Les courbes noires correspondent à des énergies variant de  $10^{13}$  eV à  $10^{20}$  eV par multiples de 10. On constate que la suppression LPM se manifeste à plus basse énergie, par deux ordres de grandeurs, pour le Bremsstrahlung que pour la création de paires. Pour le Bremsstrahlung la suppression due à la diffusion multiple conduit à une section efficace différentielle qui ne diverge plus que selon  $\propto 1/\sqrt{k}$ . On évite ainsi la catastrophe infrarouge évoquée précédemment. D'autre part, à encore plus basse énergie, les corrections diélectriques dominent. La section efficace varie alors en  $\propto k$ . Cet effet n'est pas visible sur la figure aux énergies considérées. Dans le cas de la création de paires l'effet LPM affecte principalement la portion centrale de la section efficace qui correspond à la formation d'une paire  $e^+e^-$  se partageant équitablement l'énergie du photon primaire ( $x = 0.5$ ). Soit la formation d'une paire déséquilibrée où l'un des deux leptons emporte quasiment toute l'énergie du photon est plus favorable. A UHE l'effet LPM au sein d'une cascade électromagnétique tend donc à s'auto entretenir car l'un des deux leptons fils tend à rester de UHE.

La section efficace totale pour les deux processus est montrée sur la Figure 1-5 en fonction de l'énergie du primaire. Au delà du PeV lorsque l'effet LPM est actif la section efficace totale chute en  $1/\sqrt{E}$  pour le Bremsstrahlung ou  $1/\sqrt{k}$  pour la création de paires. On remarquera également que la section efficace de création de paires est plus faible que la section efficace de Bremsstrahlung par un ordre de grandeur. Pourtant ces deux processus ont des longueurs de radiation similaires. Ceci est attribué au fait que bien que le Bremsstrahlung soit plus probable il s'accompagne préférentiellement de l'émission de photons de basse énergie, ne prenant qu'une faible fraction de l'énergie du lepton primaire. En contrepartie lorsqu'il y a création d'une paire  $e^+e^-$  le photon cède toute son énergie. Par suite, une grandeur plus significative, rendant également bien compte de l'activation de l'effet LPM est la longueur de radiation effective  $X_B$  ou  $X_P$  définie comme :

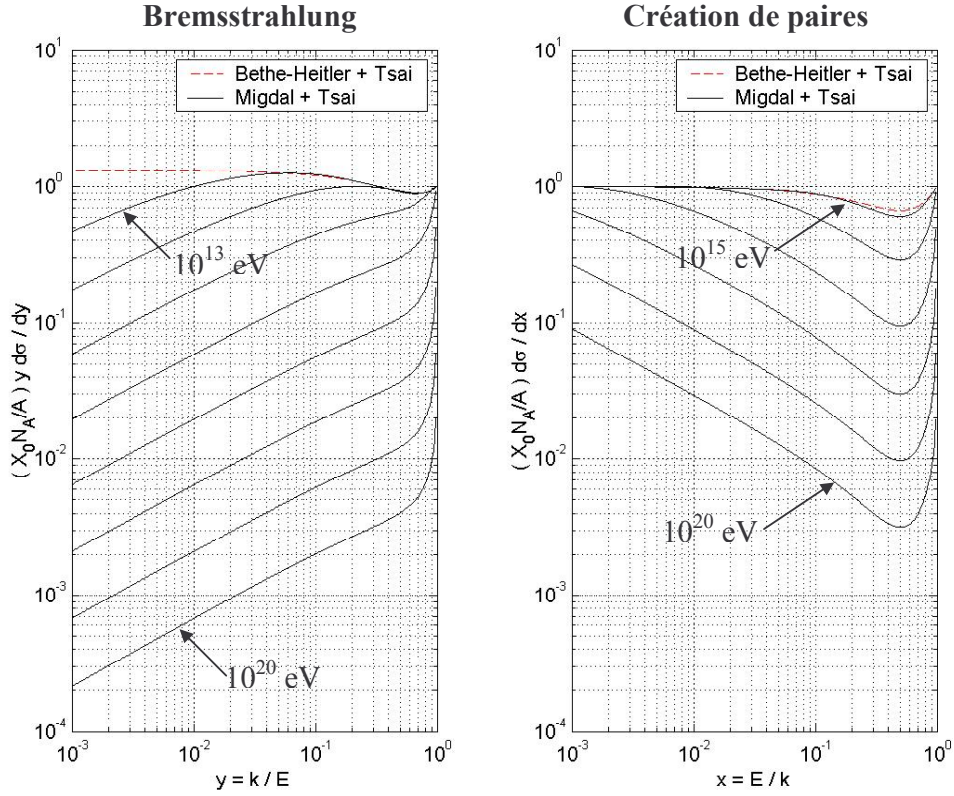


Figure 1-4 : Sections efficaces différentielles de Bremsstrahlung et de création de paires. La courbe en pointillé rouge indique la section efficace ‘classique’, sans tenir compte de l’effet de suppression LPM. Les courbes noires en train plein correspondent à des énergies de la particule mère croissantes par des facteurs multiplicatifs de 10.

$$(1-25) \quad \begin{cases} \frac{1}{X_B} = \frac{N_A \rho(H_2O)}{A} \int_{x=0}^1 x \frac{d\sigma_B}{dx} dx \\ \frac{1}{X_P} = \frac{N_A \rho(H_2O)}{A} \int_{y=0}^1 \frac{d\sigma_P}{dy} dy \end{cases}$$

Les longueurs de radiation effectives pour les deux processus sont représentées sur la Figure 1-6. A ‘basse’ énergie, vers le TeV elles tendent vers la valeurs  $X_0$  pour le Bremsstrahlung et  $9/7X_0$  pour la création de paire. Lorsqu’il y a activation de l’effet LPM, vers 100 TeV, la longueur effective de radiation se met a diverger selon  $\propto E, k$ . Il en résulte une élongation de la cascade électromagnétique avec des effets stochastiques marqués.

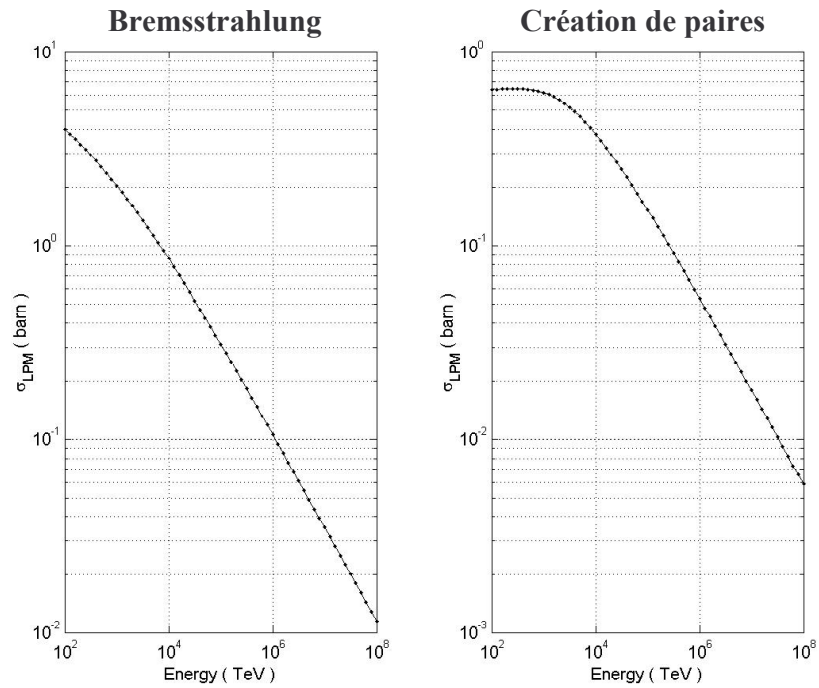


Figure 1-5 : Sections efficace totales de Bremsstrahlung et de création de paire. La suppression LPM se manifeste par une décroissance en  $1/\sqrt{E}$  des sections efficaces.

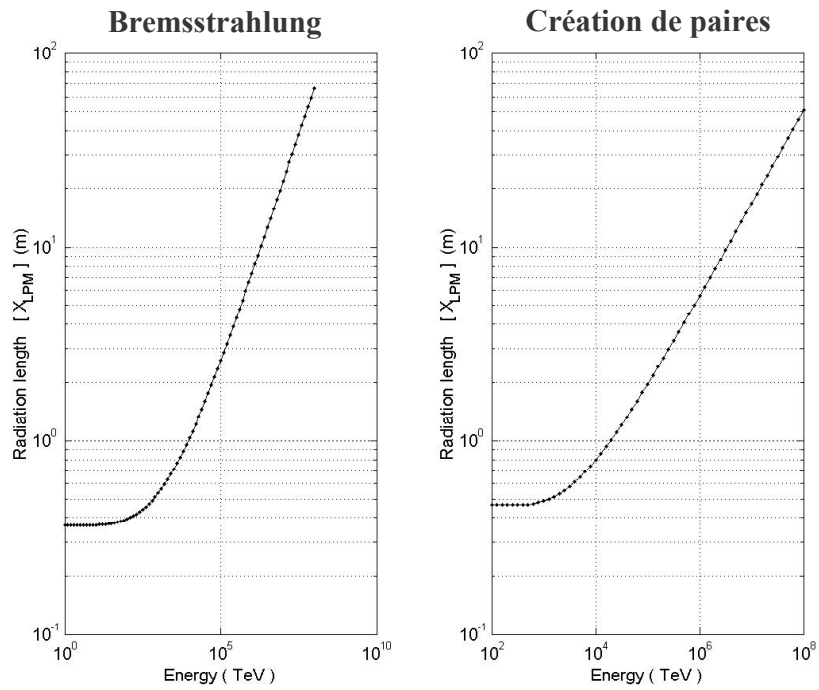


Figure 1-6 : Longueurs de radiation effective à UHE pour le Bremsstrahlung et la création de paires. La divergence en  $\sqrt{E}$  des longueurs de radiation se traduit par une extension analogue des cascades électromagnétiques.

### 1.1.8 Le modèle thermo-acoustique

L'idée selon laquelle une cascade de particules s'accompagne d'une onde de pression revient à un théoricien Moscovite d'origine Arménienne : Gurgen Ashotovich Askariyan (1928-1997) [25]. Sa première publication sur le sujet remonte à 1957 dans le journal soviétique *Atomnaya Energiya* [26]. Dans les mêmes années Askariyan remarquera qu'une cascade développe un déséquilibre entre le trajet moyen des charges électriques électroniques et positroniques résultant en un courant macroscopique et une émission électromagnétique dans le domaine radio [27].

Dans la suite de cet exposé, en partant des équations de la mécanique des milieux continus, nous allons suivre un développement standard de l'acoustique linéaire pour voir comment le terme source formulé par Askariyan s'introduit. Nous discuterons ensuite le domaine de validité de ce modèle. Mais avant d'aller plus loin il nous semble intéressant de faire remarquer que les phénomènes décrits ici sont en analogie rigoureuse avec une branche plus large de la physique appelé opto-acoustique. Cette appellation regroupe l'étude de l'ensemble des couplages entre une radiation optique est la génération d'une onde acoustique. La découverte de ces phénomènes remonte à 1880 par A. G. Bell. Cependant c'est principalement avec la conception de lasers de plus en plus puissants que cette discipline à pu se développer. Une revue récente sur le sujet est donnée par Tam [28].

### Equations de l'acoustique linéaire

Pour un fluide parfait, en l'absence de pertes visqueuses, les équations de la mécanique des milieux continus s'expriment sous la forme :

$$(1-26) \quad \begin{cases} \frac{D_v \rho}{D_v t} + \text{div}(\rho \vec{v}) = 0 \\ \frac{D_v \vec{v}}{D_v t} + \overrightarrow{\text{grad}}(p) = \rho \vec{g} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \frac{D_v f}{D_v t} = \frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(f)$$

où  $\rho, \vec{v}$  et  $p$  sont les champs de masse volumique, de vitesse et de pression et  $\vec{g}$  le champ de pesanteur. Pour une faible perturbation relative du milieu la linéarisation au premier ordre d'approximation selon les grandeurs  $\rho, \vec{v}$  et  $p$  conduit à :

$$(1-27) \quad \begin{cases} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \rho_0 \text{div}(\vec{v}_1) = 0 \\ \rho_0 \frac{\partial \vec{v}_1}{\partial t} + \overrightarrow{\text{grad}}(p_1) = \rho_1 \vec{g} \end{cases}$$

$X_i$  désigne l'ordre d'approximation  $i$  de la grandeur  $X$ . D'autre part la masse volumique est reliée à la température  $T$  et à la pression du fluide par une équation d'état thermodynamique. Soit toujours au premier ordre d'approximation cette équation d'état se traduit par la relation suivante :

$$(1-28) \quad \rho_1 = \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{\rho_0} T_1 + \left( \frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_{T_0} p_1 = -\alpha \rho_0 T_1 + \frac{1}{c_s^2} p_1$$

avec  $\alpha(T, p, \rho)$  le coefficient de dilatation thermique du fluide et  $c_s(T, p, \rho)$  la vitesse adiabatique du son. Des relations (1-27) et (1-28) précédentes on déduit une quasi-équation d'onde avec un terme source d'origine thermique, tel que :

$$(1-29) \quad \Delta p_1 - \frac{1}{c_s^2} \frac{D_g^2 p_1}{D_g t^2} = -\alpha \rho_0 \frac{D_g^2 T_1}{D_g t^2} \quad \text{avec} \quad \frac{D_g^2 f}{D_g^2 t} = \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + \vec{g} \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(f)$$

On peut voir que, puisque le développement précédent fait l'hypothèse d'une faible perturbation du milieu, en particulier on doit avoir  $\alpha T_1 \ll 1$ . Pour de l'eau pure à pression atmosphérique et température ambiante cela nous donne  $T_1 \ll 5000$  °C. On s'attend donc à ce que cette condition ne soit jamais mise en défaut dans de l'eau car en pratique des transitions de phase, évaporation, et des non linéarités de compressibilité interviendront à plus basse température.

Considérons maintenant le cas de notre cascade de particules qui dépose une densité d'énergie macroscopique  $q(\vec{r}, t)$ . Cette énergie provoque un échauffement local 'instantané' du milieu dont la relaxation est régie par l'équation de diffusion. Au premier ordre d'approximation on a :

$$(1-30) \quad D \Delta T_1 - \frac{\partial T_1}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0 C_p} \frac{\partial}{\partial t} q_1$$

$D$  est le coefficient de diffusion thermique du milieu et  $C_p$  la capacité spécifique. Une décomposition en fréquences spatiales et temporelles des différents champs nous permet de relier le dépôt d'énergie à l'onde de pression résultante selon :

$$(1-31) \quad \frac{\tilde{p}_1}{\tilde{q}_1} = \frac{\alpha}{C_p} \left( \frac{\omega^2 + i\vec{g} \cdot \vec{q}}{\omega^2 + i\vec{g} \cdot \vec{q} - c_s^2 \vec{q}^2} \right) \left( \frac{i\omega}{i\omega + D\vec{q}^2} \right) = \frac{\alpha}{C_p} H_c(\vec{q}, \omega) H_D(\vec{q}, \omega)$$

où la composante de Fourier  $\tilde{f}$  de la grandeur  $f$  est définie par la relation conjuguée selon :



$$(1-32) \quad f(\vec{r}, t) = \frac{1}{(2\pi)^4} \int \tilde{f}(\vec{q}, \omega) e^{i(\omega t - \vec{q} \cdot \vec{r})} d^3\vec{q} d\omega$$

et avec

$$(1-33) \quad \begin{cases} H_c(\vec{q}, \omega) = \frac{\omega^2}{\omega^2 - c_s^2 \vec{q}^2 / (1 + i\vec{g} \cdot \vec{q} / \omega^2)} \\ H_D(\vec{q}, \omega) = \frac{i\omega}{i\omega + D\vec{q}^2} \end{cases}$$

L'équation (1-31) peut s'interpréter en terme de fonctions de transfert de la façon suivante. Le champ de pression résultant du dépôt d'énergie est le produit d'un filtre  $H_c$  résonant pour la vitesse du son dans le milieu en l'absence de champ de pesanteur et d'un filtre passe bas spatial  $H_D$  résultant de la diffusion.

Pour une onde de pression dont la vitesse de groupe est proche de la vitesse du son dans le milieu, ce qui comme on le verra à posteriori est le cas de notre signal ultrasonore, on peut approximer  $\vec{q}^2$  par  $\vec{q}^2 \approx \omega^2 / c_s^2$  dans le terme de diffusion. De même pour le terme de pesanteur on approxime  $\vec{g} \cdot \vec{q}$  par  $\vec{g} \cdot \vec{u}(\omega / c_s)$  de telle sorte que :

$$(1-34) \quad \begin{cases} H_c(\vec{q}, \omega) \approx \frac{\omega^2}{\omega^2 - c_s^2 \vec{q}^2 / (1 + j\vec{g} \cdot \vec{u} / (c_s \omega))} \\ H_D(\vec{q}, \omega) \approx \frac{1}{1 - j\omega D / c_s^2} \end{cases}$$

On fait ainsi apparaître deux fréquences de coupure. Une passe haut pour les effets de pesanteur  $\omega_g = g / c_s$  et l'autre passe bas  $\omega_D = c_s^2 / D$  pour la diffusion. Pour de l'eau pure sous pression atmosphérique on a  $\omega_g = 6.5 \cdot 10^{-3}$  Hz et  $\omega_D = 1.6 \cdot 10^{13}$  Hz. Or on verra par la suite que notre signal acoustique est dominé par des fréquences ultra-sonores du fait de la rapidité du dépôt d'énergie au sein de la cascade et de l'étroitesse de la densité du cœur. D'autre part les pertes dissipatives dans l'eau se comportent également comme un milieu passe bas et de façon bien plus contraignante que la diffusion. La longueur d'absorption correspondante à la pulsation  $\omega_D$  dans l'eau serait de l'ordre du femto-mètre. Par conséquent on peut sans aucun remord négliger la contribution de la diffusion thermique et de la pesanteur à la génération de notre onde de pression ultrasonore. On en déduit alors l'équation d'onde avec le terme source thermo-acoustique tel que stipulé par Askariyan [29] sous la forme :

$$(1-35) \quad \Delta p_1 - \frac{1}{c_s^2} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = -\frac{\alpha}{C_p} \frac{\partial^2 q_1}{\partial t^2}$$



Cette équation d'évolution est analogue à celle donnée par Tam pour les couplages opto-acoustiques par expansion thermique. Le terme source  $q$  étant relié à l'intensité du faisceau laser 'tiré' dans l'eau dans ce dernier cas, ou notre cascade de particule est 'remplacée' par un faisceau laser.

### Domaine de validité du modèle thermo-acoustique

Ainsi que l'a prédit Askariyan et que l'on confirmé plusieurs expériences sur accélérateur ( [30]-[32] pour n'en citer que quelques unes ) le mécanisme thermo-acoustique est dominant pour la génération de l'onde ultra-sonore. Par contre ce sont les autres effets qui vont permettre la relaxation lente du volume d'eau sous la cascade. En effet notre onde acoustique est une brève impulsion, de l'ordre de quelques micro-secondes suite à quoi pression et densité reviennent à leurs valeurs d'équilibre thermodynamique tel que spécifiées par l'équation d'état (1-28). Néanmoins l'excès de température subsiste. C'est alors la diffusion et la convection qui vont permettre la re-homogénéisation de la densité du milieu.

On s'attend à ce que le mécanisme thermo-acoustique soit mis en défaut dans au moins deux cas de figure. Tout d'abord lorsque le coefficient de dilatation du milieu devient nul. Pour de l'eau pure cela se produit au point de maximum de densité de l'eau soit à la température de 4°C. Dans de l'eau de mer cette situation n'est jamais rencontrée car le maximum de densité se situe en-dessous de la température de congélation de l'eau 'salée' qui est d'environ -1.9 °C. Proche de la température de densité maximale il semble que d'autres mécanismes de génération de sons deviennent prépondérant sur le mécanisme thermo-acoustique [33][34]. Notamment dans son article de 1979 Askariyan fait référence à l'électrostriction du volume d'eau sous l'effet des champs électriques développés par les charges des particules ionisantes. Par des considérations d'ordres de grandeur il en déduit que cet effet est négligeable pour des eaux 'chaudes'. Il est intéressant de noter que de façon plus générale l'électrostriction est également connue dans le domaine de l'opto-acoustique comme une source peu efficace de génération d'onde acoustique. La variation de volume étant lié à la striction sous l'effet du champ électrique développé par le faisceau laser.

D'autre part, le mécanisme thermo-acoustique est mis en défaut lorsque la densité d'énergie est suffisamment grande pour permettre une transition de phase avec évaporation du milieu. Pour de l'eau pure sous pression atmosphérique la densité d'énergie  $q_{vap}$  requise est de l'ordre de  $q_{vap} = C_p(T_{vap} - T_0) + L_{vap} \approx 2.6 \text{ J/mm}^3$ . Pour atteindre de tels densités d'énergie au sein d'une cascade il faudrait une énergie de l'ordre de  $10^{23-25}$  eV pour la particule initiale. L'incertitude vient de l'estimation de l'étroitesse de la densité latérale du cœur ainsi que de l'estimation de la compacité longitudinale de la cascade. Cependant des expériences utilisant des laser UV de plusieurs Joules avec des impulsions nano-seconde [35] ont montré que des phénomènes d'ablation, d'éjection de matière qui pourraient être favorisés par de la cavitation apparaissent à des densités d'énergie dix fois plus faibles, soit à quelques degrés seulement au delà de la température ambiante. Dans la majeure partie de cet exposé nous considérerons au plus des cascades ayant des énergies de l'ordre de  $10^{20}$  eV pour lesquelles le modèle thermo-acoustique

reste valide. Il faudra prendre garde à ne pas extrapoler abusivement les résultats obtenus à des énergies extrêmes (EHE,  $10^{21+}$ ). Vers  $10^{22-24}$  eV des phénomènes non linéaires pourraient avoir lieu avec des variations locales de densité de plusieurs ordres de grandeur supérieures à celles prédites par le modèle thermo-acoustique.

Une estimation grossière de l'ordre de grandeur de la densité de matière  $\Delta\rho$  'déplacée' par le mécanisme thermo-acoustique est donnée comme :

$$(1-36) \quad \Delta\rho = \frac{\alpha}{C_p} q_0 \approx 3 \text{ g/m}^3 \cdot \frac{E}{1 \text{ EeV}}$$

où la densité d'énergie type  $q_0$  est estimée à partir des simulations de la partie 1.2. En comparaison, pour un mécanisme d'ablation nous estimons la variation de densité de l'ordre de  $\rho_0 \approx 10^3 \text{ kg/m}^3$ . Par extrapolation des résultats présentés par la suite, en 1.4.3, on en déduit que l'amplitude du signal, si il y a rupture, serait de la centaine de Pa à une distance de 1 km. Néanmoins dans ces conditions l'émission ultra-sonore pourrait également devenir turbulente perturbant le développement de la cascade. Quoiqu'il en soit, à ces énergies là ( $10^{23+}$  eV), quelque que soit le mécanisme d'émission du signal il est vraisemblable que la limitation vienne bien d'avantage de la difficulté à reconnaître le signal après des distances de propagation de plusieurs dizaines de kilomètres, et à en extraire de l'information sur la cascade à la source, plus que de son amplitude relative au bruit.

### 1.1.9 Des mers et des océans comme milieu de détection

Les mers et les océans sont des milieux 'stratifiés' verticalement, dont les propriétés thermodynamiques varient sensiblement avec la profondeur. Un exemple bien connu est l'augmentation de la pression hydrostatique, d'environ 1 bar, par 'tranche' de 10 m de profondeur. A grande échelle les mers et les océans apparaissent comme une 'fine couche' d'eau, aussi les interfaces jouent un rôle prépondérant pour leurs caractéristiques 'climatiques', et réciproquement mers et océans agissent comme des régulateurs pour leur entourage. La température moyenne de l'eau de mer varie principalement avec la profondeur, soit la distance à la surface. En surface l'eau est en interaction avec l'atmosphère par le biais d'un brassage continu sous l'effet des vents. Sur cette 'fine' épaisseur de quelques dizaines de mètres les variations de température sont les plus fortes. Elles dépendent notamment de la latitude et des saisons. En deçà la température est stable au cours de l'année mais décroît régulièrement avec la profondeur jusqu'à se stabiliser pour une profondeur limite correspondant aux couches d'eau appelées thermocline. La profondeur de la thermocline dépend des mers ou océans, et de la saison de l'année. Pour les océans elle se situe environ entre 500 m et 1 km de la surface. En Mer Méditerranée elle peut varier de 100 m de profondeur en été jusqu'à disparaître en surface en hiver. En dessous de la thermocline la température de fond des mers et océans est stable. Elle est de l'ordre de quelques degrés Celsius au fond des océans et de la plupart des mers du globe. Cependant, là encore la Mer Méditerranée se distingue particulièrement avec une température du fond de 13.2°C. Ces caractéristiques

particulières sont dues au fait que la Méditerranée est une mer dite fermée. Elle communique avec les océans uniquement par un fin ‘goulot’ qui est le détroit de Gibraltar. Au contraire les trois grands océans du globe sont en interaction par les zones polaires.

Les concentrations ioniques des mers et océans dépendent également de la profondeur. L’eau de mer est principalement composée de sels de chlorure de sodium ( NaCl ), à 78 % en fraction massique, et de chlorure de magnésium ( MgCl<sub>2</sub>, 10.9 %). On a pour habitude de décrire la concentration en ion d’une eau de mer sous la forme d’un indice unique appelé salinité, exprimée en ‘Practical Salinity Units’ ou ‘psu’. Une définition très approximative est que 1 psu correspond à une concentration massique en NaCl de 1 g/l. Pour une définition précise on pourra se reporter aux documents suivants de l’UNESCO [36]. La salinité moyenne varie selon les mers et les océans, mais la répartition massique entre les différents constituants est relativement stable. La salinité est de l’ordre de 35 psu dans 90 % des cas. La salinité moyenne résulte d’un compromis, plus ou moins équilibré, entre les apports d’eau douce par les zones côtières, et l’évaporation. D’autre part la circulation océanique tend à uniformiser celle-ci. La salinité peut varier sensiblement en surface ou proche des zones côtières fluviales. Elle décroît avec la profondeur jusqu’à se stabiliser vers environ 1 km de fond. Dans une mer ‘jeune’, en formation, la salinité moyenne peut être très basse. Elle atteint 13 psu par exemple en mer Caspienne où les apports d’eau douce sont importants. En Méditerranée par contre elle est forte avec des valeurs typiques de 38 à 39 psu.

### Conséquences pour la détection acoustique de neutrinos

Les caractéristiques thermodynamiques des océans, par exemple la densité de l’eau ou la vitesse du son, sont bien décrites en fonction des trois variables d’état que sont la température de l’eau  $T$ , la pression hydrostatique  $P$ , et la salinité  $S$ . Localement, ces trois variables d’état sont elles même des fonctions plus ou moins complexes de la seule profondeur. Ces variations vont avoir deux principales conséquences pour la détection des signaux acoustiques issus de cascades. Tout d’abord puisque notre émission ultrasonore résulte d’un mécanisme impliquant un couplage thermo-acoustique, le facteur de conversion de l’énergie de la cascade vers le signal acoustique dépend des caractéristiques thermodynamiques du milieu. Donc en particulier l’intensité du signal à la source dépend de la profondeur à laquelle la cascade se développe. L’efficacité du mécanisme de conversion thermo-acoustique peut se synthétiser sous la forme d’un terme sans dimension appelé facteur de Grüneisen  $\gamma_G$  qui a pour expression :

$$(1-37) \quad \gamma_G = \frac{\alpha c_s^2}{C_p}$$

Le facteur de Grüneisen  $\gamma_G$  peut s’interpréter comme le rapport de la pression générée à la densité d’énergie déposée à la source. Il apparaît donc comme une indice de rendement pour la génération d’une onde de pression selon le mécanisme thermo-acoustique. La contribution du facteur  $\alpha/C_p$  au signal est évidente lorsqu’on considère

l'expression du terme source d'Askariyan. La dépendance avec la vitesse du son est moins triviale et sera illustrée ultérieurement en 1.4.2. En attendant on pourra admettre la justification qualitative suivante : pour une épaisseur de la source donnée la cohérence du signal peut se faire à d'autant plus haute fréquence que la vitesse du son est grande. Par suite, pour une épaisseur finie l'amplitude du signal augmente avec la vitesse du son. D'autre part ce facteur est adapté par une analyse dimensionnelle.

Les variations des différents paramètres thermodynamiques discutés précédemment sont représentées pour quelques mers ou océans type sur la Figure 1-7. Pour la Mer Méditerranée les valeurs de température et de salinité sont issues de mesures réalisées sur le site ANTARES en mai 1999. Pour les autres situations nous avons utilisé les valeurs indiquées par la référence suivante [37]. Les variations de la vitesse du son, et du facteur de Grüneisen ont été calculées aux différentes immersions en utilisant la librairie 'Seawater' pour Matlab, qui est une implémentation des relations données par l'UNESCO.

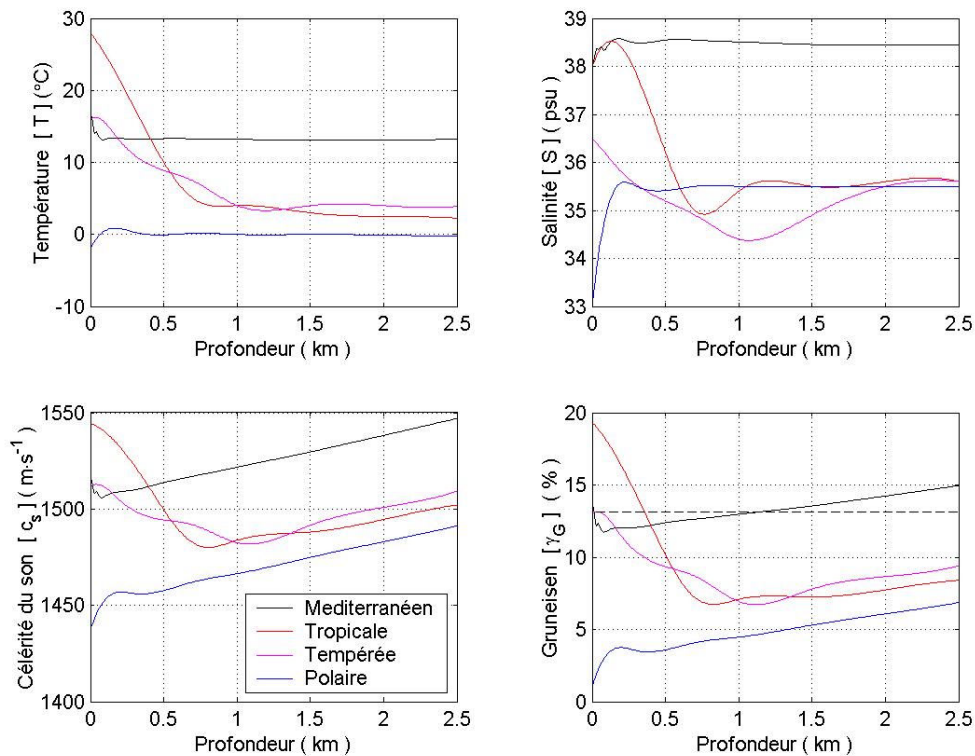


Figure 1-7 : Caractéristiques thermodynamiques de quelques mers et océans type. La Mer Méditerranée se distingue des océans par une température du fond chaude, quasi constante après une centaine de mètres de profondeur. Elle est de 13.2°C sur le site ANTARES.

Le cadran inférieur droit de la Figure 1-7 montre l'évolution du rendement en fonction de la profondeur. La courbe en pointillé correspond à la valeur nominale utilisée par Askariyan, et dans la plupart des publications. Soit elle correspond aux valeurs

$\alpha = 2.1 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$ ,  $C_p = 3.6 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  et  $c_s = 1500 \text{ m/s}$ , ce qui donne un rendement de  $\gamma_G = 130 \text{ mPa}/(\text{J} \cdot \text{m}^{-3})$ . Dans un océan ‘classique’ cette situation est atteinte uniquement pour une interaction ayant lieu vers 4000 m de fond. Par contre en Mer Méditerranée c’est la valeur moyenne pour une immersion variant entre 0 et 2.5 km. En comparaison, pour une mer tempérée la valeur moyenne sur la même hauteur d’eau est seulement de  $\gamma_G = 87 \text{ mPa}/(\text{J} \cdot \text{m}^{-3})$  soit plus faible d’un facteur 2/3. Aussi, du fait de la forte température de ses eaux, et ceci quasiment sur l’intégralité d’une colonne d’eau, la Méditerranée apparaît comme un milieu particulièrement favorable à la conversion thermo-acoustique de l’énergie ionisante d’une cascade de particules en une onde de pression.

Par ailleurs l’eau de mer est un milieu salin contenant de multiples espèces ioniques en équilibre de dissolution. Comme nous le verrons plus en détail dans la partie 1.3.2, relative à l’absorption, certains de ces équilibres, notamment ceux du sulfate de magnésium  $\text{MgSO}_4$  et de l’acide borique  $\text{B}(\text{OH})_3$ , sont connus pour être particulièrement sensibles aux variations de pression et de température. Soit dit autrement la dissociation de ces espèces s’accompagne d’importantes variations de volume spécifique du fait de phénomènes d’électrostriction. Inversement le développement de la cascade pourrait ‘perturber’ ces équilibres, notamment par le spectre de photons de basse énergie l’accompagnant, résultant en un déplacement de matière. D’après Tam des modifications photochimiques du milieu peuvent se montrer un mécanisme de génération acoustique plus efficace, par plusieurs ordres de grandeur, au mécanisme thermo-acoustique. Une estimation de l’importance potentielle de ces effets est donnée par les variations de densité avec la salinité de l’eau de mer. Une variation relative de 0.1 % de la concentration ionique de l’eau de mer autour de sa valeur nominale conduit à une variation de densité de  $3 \text{ g/m}^3$ , soit comparable à l’effet thermo-acoustique à 1 EeV. Néanmoins l’efficacité de conversion photochimique de la cascade est inconnue.

## Mers, Océans et niveaux sonores

Du fait de la grande dynamique en amplitude des ondes sonores les amplitudes des ondes acoustiques sont généralement données en dB acoustiques. En acoustique sous-marine on utilise pour référence le niveau de  $1 \mu\text{Pa}$ . Soit, une onde de pression d’amplitude  $p$  a un niveau acoustique  $N_a$  qui est donné par :

$$(1-38) \quad N_a \text{ (dB)} = 20 \log_{10} \left( \frac{p}{1 \mu\text{Pa}} \right)$$

Cette définition diffère légèrement de celle utilisée dans l’air où la référence est la limite de sensibilité de l’oreille humaine, soit  $20 \mu\text{Pa}$  à une fréquence de 1 kHz. Néanmoins, l’oreille humaine n’est pas un ‘instrument’ adapté à l’écoute dans un milieu aqueux, du fait de l’importante différence d’impédance acoustique entre air et eau. Par ailleurs nous verrons dans le chapitre 2 que la mer est un milieu ‘bruyant’, ne serait ce

que du fait de l'agitation de surface due aux vagues, et qu'un niveau de bruit ambiant très bas serait plutôt de l'ordre du mPa (60 dB acoustiques). A ce bruit vient également s'ajouter le bruit propre des céramiques piézoélectriques utilisées pour la transduction du signal acoustique dans un milieu dense, tel que l'eau. Pour nos applications ultra-sonores, ce dernier n'est pas négligeable pour un transducteur standard du commerce.



## 1.2 Simulations de cascades

Puisque notre signal acoustique résulte de l'échauffement par l'ionisation du volume d'eau localisé sous la cascade, une description quantitative du terme source, la densité macroscopique d'énergie déposée  $q$ , est requise. Par suite il nous faut modéliser le comportement de cascades de UHE se développant dans de l'eau. Pour cela nous commencerons par une étude Monte-Carlo de cascades sous-marines aux plus basses énergies en utilisant le code GEANT4. Les résultats de ces simulations sont comparés aux données expérimentales et numériques que l'on peut trouver dans la littérature sur le sujet. Ensuite nous étudions l'ionisation résultante de cascades électromagnétiques de UHE par des méthodes de Monte-Carlo dédiées, en extrapolant à partir de l'expression de Migdal pour les sections efficaces de Bremsstrahlung et de création de paire. Nous concluons ces études par une modélisation de la densité de dépôt d'énergie pour des cascades initiées par des neutrinos de UHE.

### 1.2.1 Simulations avec GEANT4

La famille des codes GEANT est couramment utilisée au sein de la communauté de la Physique des Particules pour simuler diverses expériences sur collisionneurs. On pourra trouver une liste d'études et de comparaisons de la dernière version en date, le code C/C++ GEANT4, à des codes antérieurs ou à l'expérience, sur le réseau [38]. Une description complète de la mécanique de GEANT4 prendrait trop de temps au sein de cet exposé. Aussi, si le lecteur n'est pas familier avec l'utilisation de cet outil et qu'il souhaite en apprendre d'avantage nous l'invitons à consulter la documentation en ligne. Néanmoins dans la suite nous rappelons quelques caractéristiques qui nous paraissent fondamentales pour la simulation de cascades.

### Simulations GEANT4 et stratégie générale

Les codes GEANT permettent de simuler un grand nombre de processus d'interactions de particules 'libres', non rattachées à un atome, avec la matière environnante. Il sont donc particulièrement bien adaptés à la simulation de cascades. Cependant, il nous paraît intéressant pour la suite de souligner que l'algorithme n'envisage pas l'interaction de particules libres entre elles. En effet, aux énergies du TeV la concentration de leptons libres au cœur d'une cascade électromagnétique est de l'ordre de  $C(e^+e^-) \approx 10^{5-7} \text{ m}^{-3}$ . La concentration des molécules d'eau en comparaison est de  $C(H_2O) \approx 3 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$ . Par conséquent, en admettant que pour un processus donné la section efficace d'interaction moyenne sur les particules libres est du même ordre de grandeur que la section efficace d'interaction avec un atome du milieu, la probabilité d'interaction d'une particule libre sur une autre particule libre est complètement négligeable. Aux UHE, même en extrapolant la densité de particules au cœur linéairement avec l'énergie, ce qui sur-évalue celle-ci car la cascade tend à s'étaler, la densité de particules libres reste négligeable.

Par suite les différentes particules au sein de notre cascade, passé le stade de la génération, sont complètement indépendantes les unes des autres. Une conséquence



importante est que notre cascade est gouvernée par une structure d'échelle. Pour des gammes d'énergie grandes devant l'énergie critique les processus de Bremsstrahlung et de création de paires sont dominants. Pour des énergies inférieures au seuil de déclenchement de la suppression LPM ces processus ont des longueurs caractéristiques indépendantes de l'énergie de l'ordre de la longueur de radiation  $X_0$ . Aussi à ces échelles intermédiaires la cascade à une structure auto-similaire.

En pratique cela signifie que l'on ne fait aucune approximation supplémentaire si l'on décide d'arrêter le développement de la cascade, la simulation, à un stade donné puis de confier les particules filles ainsi générées à de nouveaux simulateurs. Ceci permet de sérialiser la simulation de la cascade sur différents ordinateurs ou d'utiliser des paramétrisations prédéfinies lorsque la structure des cascades filles est jugée stable statistiquement. Dans cette partie nous nous attachons à développer une paramétrisation pour des cascades initiées par des particules aux énergies du TeV à la centaine de TeV. A partir de la dizaine de TeV la densité de particules devient suffisamment grande pour que les fluctuations statistiques locales au sein de la cascade soient négligeables mêmes sur des échelles millimétriques. D'autre part les fluctuations de la forme générale de la cascade, liées aux premières interactions, restent modérées. Ceci n'est plus vraie à UHE par contre du fait de l'extension LPM des cascades. Cette paramétrisation sera utilisée pour la simulation de cascades de UHE.

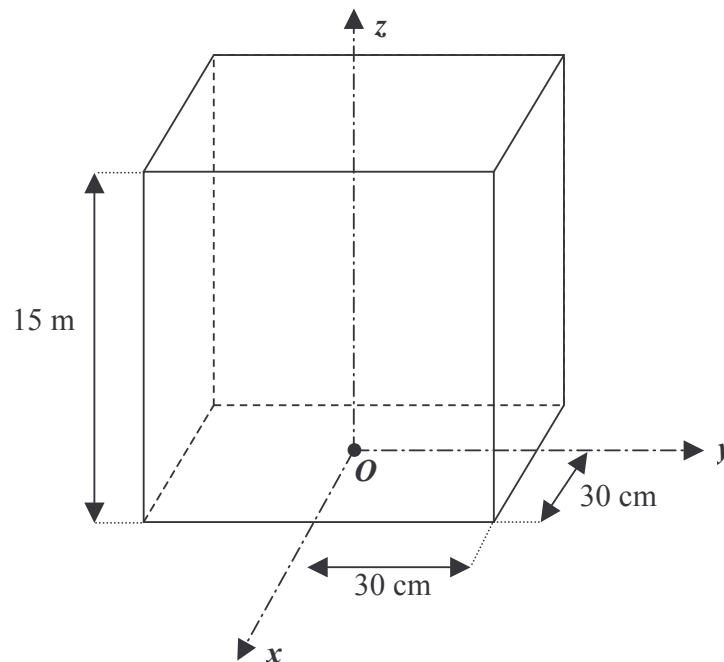


Figure 1-8 : Vue schématique du volume de développement de la cascade. La boîte est rectangulaire, de 60 cm par 60 cm de base et 15 m de hauteur. Elle est remplie d'eau. La particule primaire est émise depuis le fond de la boîte, avec une impulsion dirigée selon la direction ( $Oz$ ).

## Mode opératoire pour les simulations GEANT4

Pour la simulation des cascades hadroniques et électromagnétiques nous avons choisi la librairie de processus physiques QGSP utilisée pour la calorimétrie de haute énergie sur collisionneur. Cette librairie inclut la plupart des baryons et mésons connus ainsi que des particules plus ‘ordinaires’ tel que les leptons et le photon. Les interactions hadroniques sont extrapolées par un modèle de cordes de couleurs de quarks et de gluons. La coupure haute en énergie, en ‘dur’ dans le code, est de 100 TeV. Néanmoins au delà de 20 TeV nous avons pu observer que le modèle QGSP échoue à paramétriser les sections efficaces d’interaction hadroniques pour quelques unes des simulations. Ces accidents sont vraisemblablement dues au fait que la cascade met en jeu des paramètres cinématiques non contraints lors des expériences sur collisionneurs. En effet le transfert d’impulsion est principalement longitudinal dans une cascade alors que sur une expérience de collision, du fait de la géométrie, on est dominé par une statistique d’événements à transfert transverse. Les simulations affectées ont été écartées de la statistique. Ces ‘accidents’ deviennent plus fréquents alors que l’énergie augmente. Ils affectent de 2% des simulations à 20 TeV, jusqu’à 25% à 100 TeV. Cet effet est suspecté de biaiser le comportement statistique simulé pour les cascades hadroniques à haute énergie.

Malheureusement il n’a pas été trouvé de librairie GEANT4 pour extrapoler des interactions hadroniques avec la matière à encore plus haute énergie. Par contre il existe plusieurs codes dédiés à la simulations de cascades atmosphériques, initiées par des baryons de UHE. On pourra par exemple se référer à la revue de Nagano et Watson [39]. Alvarez-Muniz et Zas [3] ont adapté l’un de ces codes à la simulations de cascades hadroniques de UHE dans la glace. Ces résultats nous serviront pour comparer puis extrapoler nos simulations GEANT4.

Nous avons sélectionné trois types de particules pour initier nos cascades : des électrons et des photons pour les cascades électromagnétiques et des pions chargés pour initier des cascades hadroniques. Le volume de développement de la cascade est représenté sur la Figure 1-8. Il s’agit d’une boîte rectangulaire de 60 cm par 60 cm de base et de 15 m de hauteur. Cette boîte est remplie d’eau ‘douce’ sous 100 bars avec une température de 13.2°C et une densité de 1.025 g/cm<sup>3</sup>. Ces conditions correspondent à une interaction ayant lieu à approximativement 1000 m de profondeur en Mer Méditerranée. Notre boîte est subdivisée en 20 millions de segments rectangulaires de même axe que la boîte principale et de dimensions 3 mm par 3 mm par 3 cm. Au cours du développement de la cascade l’énergie déposée dans chacun des segments est enregistrée sur le disque. On obtient ainsi un échantillonnage en 3-dimensions de notre densité  $q$  d’énergie déposée. Les dimensions de la boîte et des segments ont été choisis en fonction des critères suivants : La boîte est suffisamment grande pour qu’une cascade électromagnétique dépose la quasi totalité de l’énergie initiale de la particule primaire au sein de celle-ci. D’autre part, les segments sont suffisamment fins pour permettre de générer des fréquences ultra-sonores jusqu’à 250 kHz. En adéquation le pas des simulations GEANT4 est fixé à 0.7 mm. La particule initiale est émise depuis le centre de la face inférieure de la boîte avec une impulsion dirigée selon l’axe  $Oz$  de la boîte, vers la face supérieure.

L'énergie de la particule primaire a été variée entre 1 TeV et 500 TeV dans le cas des cascades électromagnétiques et entre 100 GeV et 100 TeV pour les cascades hadroniques. Le pas en énergie est approximativement logarithmique. Nous avons sélectionné les valeurs 1, 3 et 5 au sein d'une décade, pour l'énergie du primaire. Soit 1 TeV, 3 TeV et 5 TeV par exemple. Dans le cas des cascades hadroniques initiées par un pion chargé, pour augmenter la signification à haute énergie, nous avons également effectué des simulations aux valeurs d'énergie de 20 TeV et 80 TeV. Pour chaque valeur de l'énergie 50 réalisations de cascades ont été simulées de façons à évaluer l'importance des fluctuations. Les principales limitations étaient : d'une part le temps de calcul, de l'ordre de 8 h pour une simulation à 500 TeV sur un Pentium III (1.4 GHz, 2 Go RAM) de la ferme du centre de calcul de l'IN2P3 à Lyon [40], d'autre part l'espace mémoire. L'ensemble des simulations représente environ 200 Go (50 Go après compression) de données stockés sur bande à Lyon via le service HPSS.

Les simulations ont été effectuées avec la version GEANT4-04-02-ref03 pour 50% des cascades avec un électron ou un pion comme particule primaire, puis avec la version GEANT4-06-02-ref03 pour les autres simulations, suite à la migration sous 'scientific Linux 3' du centre de calcul. Il nous semble également important de souligner le rôle que joue le générateur pseudo aléatoire utilisé pour les simulations de cascades. Nous avons choisi le moteur aléatoire de la librairie CLHEP. Afin d'initialiser chaque simulation nous avons tout d'abord eu recours à une méthode classique qui consiste à utiliser l'horloge locale de la machine, au sein de la ferme de calcul, sur laquelle la simulation est exécutée. Cependant, dans ces conditions il arrivait systématiquement que plusieurs simulations conduisaient à des résultats rigoureusement identiques. Aussi, par la suite les générateurs ont été initialisés 'manuellement'. Pour cela nous avons utilisé une suite croissante, mais de façons non monotone, de nombres choisis arbitrairement, mis à part les critères précédemment cités.

### **Caractéristiques générales des simulations GEANT4**

Il a pu être vérifié que dans le cas des cascades électromagnétiques le temps de calcul augmente sensiblement linéairement avec l'énergie de la particule primaire comme il a été observé précédemment par Brunner [19]. Ceci est attribué à une augmentation approximativement linéaire avec l'énergie du nombre de particules libres au sein de la simulation. L'espace mémoire ne dépend pas de l'énergie de la particule primaire avant compression, le format de notre boîte étant constant. Le stockage sur bande via HPSS permettrait de stocker d'avantage de données, aussi il s'agit d'une limitation 'mineure' en comparaison du temps de calcul à partir de plusieurs centaines de TeV.

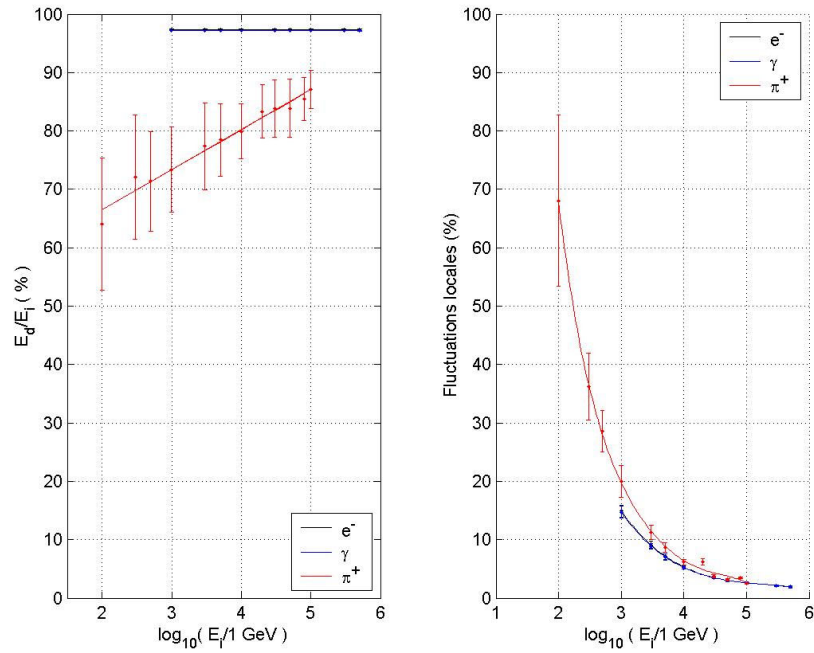


Figure 1-9 : Energie déposée ‘dans la boîte’ et fluctuations locales. Les fluctuations locales sont définies plus loin dans le texte. Elle caractérisent les variations de densité sur la limite de résolution de 3 des segments.

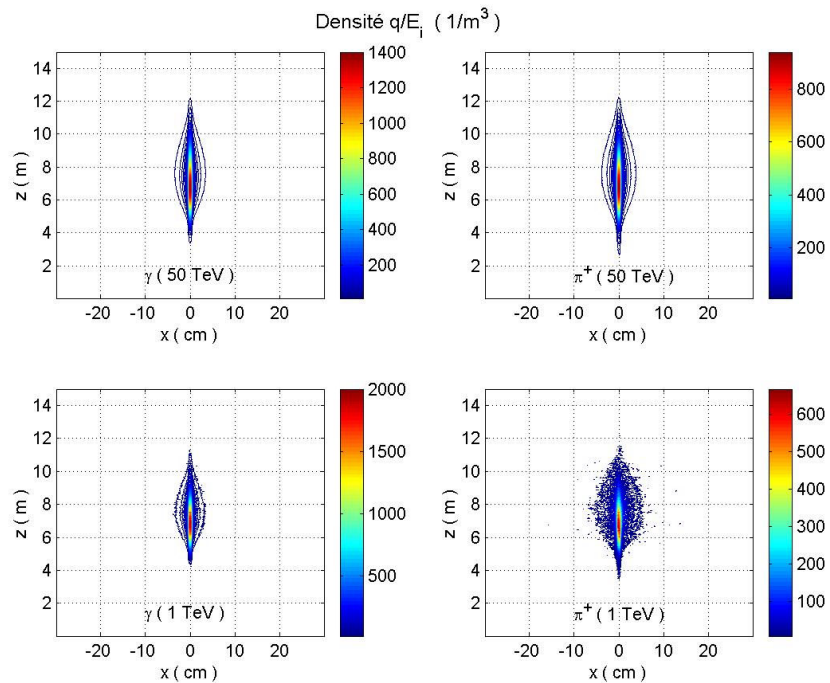


Figure 1-10 : Vue en coupe de quelques densités moyennes d’énergie  $q$  déposée au sein de cascades GEANT4. La résolution des segments est de 3 mm.

La Figure 1-9 montre la fraction moyenne de l'énergie totale  $E_d$  déposée dans la boîte rapportée à l'énergie  $E_i$  de la particule primaire. Les barres d'erreur indiquent l'écart type sur  $E_d$ . Pour une cascade électromagnétique (courbes bleu et noire) cette fraction est stable à la valeur 97.5%, et elle ne dépend pas de l'énergie de la particule primaire dans la gamme de 1 TeV à 500 TeV explorée. Dans le cas d'une cascade hadronique (courbe rouge) une fraction de l'énergie initiale s'échappe sous forme de neutrinos et muons secondaires par le biais de la désintégration des pions chargés. Cette fraction est fortement fluctuante d'une cascade à l'autre pour une même énergie du primaire. Elle est de l'ordre de 30% au énergies du TeV mais peut varier de quelques dizaines de pourcents. Néanmoins elle tend à se réduire alors que l'énergie du primaire augmente. En effet, alors que l'énergie du pion primaire augmente, l'énergie et donc le temps de vie, dans le référentiel du laboratoire, des pions secondaires augmentent également. Par suite la fraction de pions chargés interagissant avec la matière avant de se désintégrer devient de plus en plus importante. Dans ces conditions, la réaction prédominante, qui va nourrir la cascade en particules ionisantes, est la désintégration en deux photons gamma des pions neutres issus des interactions des pions chargés avec la matière. La cascade hadronique ressemble alors à une superposition de cascades électromagnétiques initiées par des photons de plus basse énergie que le pion primaire. En conséquence les fluctuations locales de densité se réduisent, comme montré sur la partie droite de la Figure 1-9. La Figure 1-10 illustre la transition des cascades hadroniques vers un régime de type 'cascades électromagnétiques'. Elle montre des vues en coupe de la densité d'énergie déposée par des cascades électromagnétiques et hadroniques aux énergies limite investiguées. Par extrapolation, en l'absence de nouvelle physique, on s'attend donc à ce que aux énergies du PeV les cascades hadroniques soient fortement semblables à des cascades électromagnétiques.

### 1.2.2 Densité longitudinale des cascades GEANT4

Du fait de l'absence d'orientation privilégiée par rotation autour de la direction d'incidence ( $Oz$ ) de la particule primaire il est commode de paramétrer la densité d'énergie  $q$  en coordonnées cylindriques  $(\rho, \varphi, z)$  d'axe ( $Oz$ ). De façon générale on peut décomposer  $q$  en deux termes, tel que :

$$(1-39) \quad q(\vec{r}, t) = f(z, t)g(\vec{r}, z, t) \quad \text{avec} \quad f(z, t) = \iint q(\vec{r}, t) \rho d\rho d\varphi$$

La fonction  $f$  caractérise le développement de la densité longitudinale d'énergie déposée au sein de la cascade. Aux énergies du TeV au PeV le développement longitudinal de la cascade est principalement le fait des électrons et photons 'libres' avec des énergies grandes devant l'énergie critique  $E_c \approx 54.27$  MeV. A ces énergies l'électron est largement relativiste et le photon interagit principalement par création de paire. Aussi, tous deux voyagent avec une vitesse effective qui est quasiment la vitesse  $c_0$  de la lumière dans le vide. De plus, comme on le verra par la suite, leur direction est fortement

collimée avec la direction d'incidence ( $Oz$ ). Aussi, la densité longitudinale peut en bonne approximation se décomposer de la façon suivante :

$$(1-40) \quad f(z,t) \approx f_z(z)H(t-z/c_0) \quad \text{avec} \quad f_z(z) = \lim_{t \rightarrow +\infty} f(z,t)$$

où  $H$  est la fonction échelon de Heaviside.

### Paramétrisation de la densité longitudinale

Nous avons pu vérifier que dans le cas de cascades électromagnétiques non LPM, comme indiqué par le PDG [2] la densité longitudinale  $f_z$  est bien représentée par une distribution normalisée par la fonction  $\Gamma$  avec deux paramètres  $a$  et  $b$  tel que :

$$(1-41) \quad f_z^{th}(z, a, b) = \frac{E_0}{X_0} b \frac{(bz')^{a-1} \exp(-bz')}{\Gamma(a)}, \quad z' = \frac{z}{X_0} \quad \text{et} \quad E_0 = \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(z) dz$$

Il est possible d'estimer les valeurs des paramètres  $a$  et  $b$  pour chaque cascade par le biais d'un ajustement aux données des simulations. Cependant cet ajustement est non linéaire ce qui pose des difficultés numériques. C'est pourquoi nous avons choisit de réécrire la densité longitudinale sous la forme suivante, équivalente analytiquement :

$$(1-42) \quad f_u^{th}(u, a) = \frac{f_z^{th}(z', a, b)}{f_z^{th}(z'_{\max}, a, b)} = u^{a-1} \exp(-(a-1)(u-1)), \quad u = \frac{z'}{z'_{\max}}$$

où  $z'_{\max} = (a-1)/b$  est la position du maximum de densité longitudinale. Numériquement l'ajustement de la fonction  $f_u = f_z / \max_z(f_z)$  est plus stable que l'ajustement de  $f_z$  car il n'y plus qu'un seul paramètre libre :  $a$ . Une valeur effective du paramètre  $b$  peut se déduire de  $a$  en adoptant la définition suivante :  $b = (a-1)/z'_{\max}$ . L'énergie  $E_0$  est quant à elle estimée par l'énergie totale déposée au sein de la boîte utilisée pour la simulation.

Pour chaque type de particule initiale, pour chaque valeur de l'énergie et pour chacune des 50 réalisations, nous avons effectué un ajustement de la densité longitudinale obtenue par les simulations GEANT4 selon la loi donnée par l'équation (1-42) précédente. L'ajustement est non linéaire. Il a été effectué sous Matlab [41] en utilisant l'algorithme de recherche de minima donné par la fonction '*fminsearch*'. Le critère  $\chi$  utilisé pour la minimisation est le suivant :

$$(1-43) \quad \chi^2(f_u, a) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} |f_u(u) - f_u^{th}(u, a)|^2 du}{\int_{-\infty}^{+\infty} |f_u(u)|^2 du}$$

Pour les cascades électromagnétiques, sur la gamme d'énergie explorée, entre 1 TeV et 500 TeV la densité longitudinale réduite  $f_u$  obéit à la loi donnée par l'équation (1-42) avec un écart à zéro moyen sur l'estimateur des résidus  $\chi$  qui est de 10%. L'écart tend à diminuer alors que l'énergie déposée augmente. Il est de l'ordre de 5% aux énergies de 500 TeV. Ceci est attribué à une réduction de l'importance des fluctuations locales alors que l'énergie du primaire augmente.

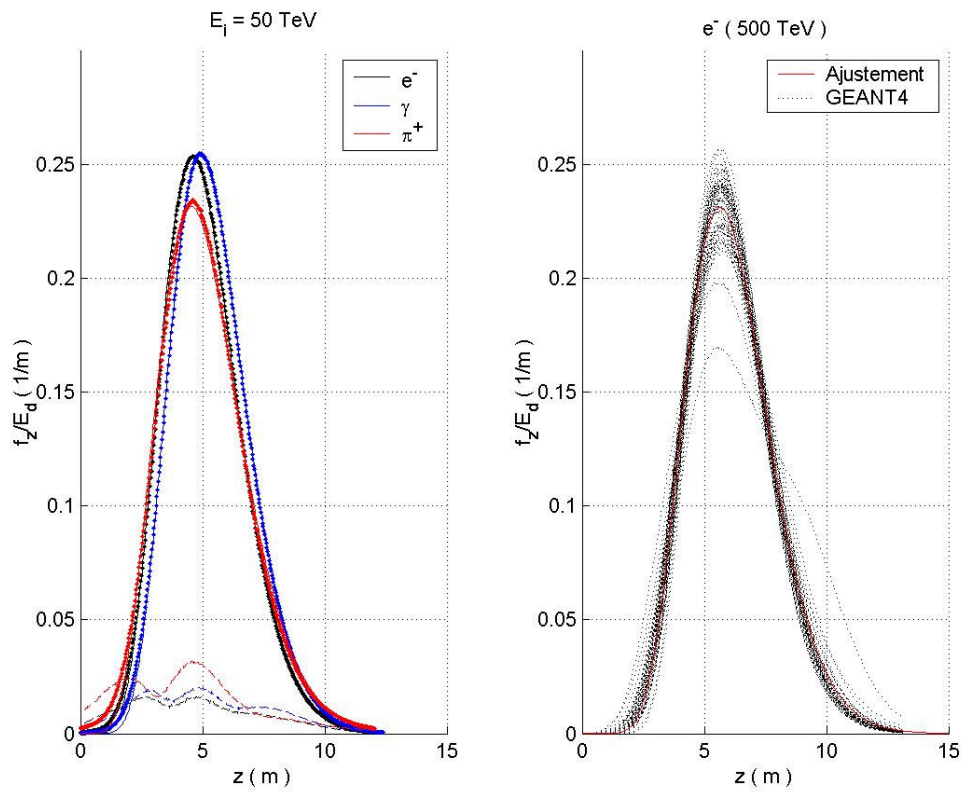


Figure 1-11 : Densité longitudinale des cascades GEANT4 et fluctuations. Les densités longitudinales sont normalisées par l'énergie totale  $E_d$  déposée dans la cascade. Les courbes en trait plein sur la figure de gauche correspondent à la valeur moyenne et les courbes en pointillés l'écart type sur une série de 50 r réalisations.

Pour les cascades hadroniques initiées par un pion chargé on obtient également un accord moyen de l'ordre de 10% lorsque l'énergie déposée atteint la dizaine de TeV. Aux énergies de la centaine de GeV le modèle n'est pas satisfaisant, les résidus atteignant des valeurs supérieures à 30%. A titre d'illustration, sur la partie gauche de la Figure 1-11 on



peut voir le résultat des ajustements, symbolisé par les courbes en trait plein, pour les trois type de particules initiales, et pour une énergie initiale de 50 TeV. Les points représentent la densité moyenne donnée par les simulations GEANT4 alors que les courbes en pointillés indiquent l'écart type sur la densité longitudinale. On observe un bon accord du modèle avec les simulations.

### Fluctuations de la densité longitudinale

La partie droite de la Figure 1-11 montre la dispersion des profils longitudinaux des cascades dans un cas particulier : celui d'un électron de 500 TeV comme particule primaire. Les courbes noires en pointillés sont les 50 réalisations GEANT4 alors que la courbe rouge en trait plein est le résultat obtenue en utilisant les valeurs moyennes de  $a$  et  $b$  issues de l'ajustement. On peut voir que l'une des cascades présente un 'déshanchement' dont on ne peut pas rendre compte avec le modèle donné par l'équation (1-41). De tels accidents ont été observés à différentes énergies et pour différents types de particule initiale. Néanmoins ces accidents restent relativement rares. Ils sont attribués à des fluctuations quantiques 'rares' des premières interactions. Ils affectent 26 des 1500 cascades simulées, soit moins de 2% des cas. Ces accidents touchent principalement les cascades initiées par des pions (46%) ou des électrons (38%). Une statistique plus importante est requise pour établir une éventuelle corrélation avec l'énergie de la particule incidente. Les événements observés ici semblaient toutefois distribués de façon homogène avec l'énergie.

D'autre part, on remarquera que mise à part ces accidents, aux énergies de la centaine de TeV et au delà, les fluctuations statistiques sur la densité longitudinale sont fortement corrélées selon la direction  $Oz$ . En effet les profils individuels des cascades deviennent alors 'réguliers' à la résolution longitudinale de 3 cm qui a été utilisée. Dès lors les fluctuations sont principalement le fait d'une 'compacité' variable de la cascade, liée aux fluctuations quantiques des premières interactions, plus que le fait de fluctuations statistiques locales, comme on peut observer à plus basse énergie. Une façon de caractériser ces fluctuations locale est d'étudier la variation locale discrète  $\delta f_z$  définie comme la quantité suivante :

$$(1-44) \quad \delta f_z^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^{N-1} \delta_n^2(\Delta z), \quad \text{avec} \quad \delta_n(\Delta z) = \frac{f_z(z_n + \Delta z) - f_z(z_n)}{1/N \sum_{k=1}^N f_z(z_k)}$$

où  $\Delta z = 3$  cm est le pas d'échantillonnage des distributions longitudinales et  $z_n$  repère l'altitude des segments. La sommation se fait sur le support de la distribution c'est à dire l'ensemble des  $N$  points pour lesquels la distribution discrète  $f_z$  est non nulle. Pour un échantillonnage vertical suffisamment fin en comparaison de l'échelle caractéristique de variation de la densité longitudinale, soit la longueur de radiation  $X_0 \approx 35$  cm, les variations de densité longitudinale d'un segment à son voisin rendent compte des fluctuations locales de densité. Les fluctuations locales moyennes, observées pour les



différentes cascades sont représentés sur la Figure 1-9, vue précédemment. Aux énergies de la centaine de TeV ces fluctuations sont négligeables, de l'ordre de quelques pourcents de la densité longitudinale moyenne. Par contre, à plus basse énergie, vers la centaine de GeV et en dessous, ces fluctuations peuvent être du même ordre de grandeur que la densité moyenne.

### Evolution des paramètres $a$ et $b$ avec l'énergie du primaire

Les résultats de l'ajustement des paramètres  $a$  et  $b$  sont représentés sur la partie gauche de la Figure 1-12. Les points symbolisent la valeur moyenne du paramètre considéré sur une série d'environ 50 réalisations. Les barres d'erreur indiquent l'écart type sur l'estimation de la moyenne, en faisant l'hypothèse de distributions gaussiennes. Dans le cas des cascades électromagnétiques le paramètre effectif  $b$  est de valeur moyenne sensiblement constante. Par les cascades hadroniques initiées par un pion chargé le paramètre  $b$  semble atteindre une valeur asymptotique à haute énergie. Les valeurs moyennes sont données par :

$$(1-45) \quad \begin{cases} b(e^\pm) = 0.69 \pm 0.05 \\ b(\gamma) = 0.74 \pm 0.06 \\ b(\pi^\pm) = 0.56 \pm 0.06, \quad E_i \geq 10 \text{ TeV} \end{cases}$$

Ces valeurs sont représentées par des traits pleins sur la Figure 1-12. Pour l'électron la valeur obtenue est en accord avec la valeur de  $b = 0.64$  donnée par Brunner [19], dans la marge d'erreur liée aux fluctuations, soit environ 10%. Pour le photon le paramètre  $b$  est légèrement plus grand que celui de l'électron. En effet, bien que la différence soit dans la marge d'erreur statistique, le biais semble systématique, mais paraît diminuer avec l'énergie. Des simulations à plus haute énergie seraient requises pour confirmer cette tendance. D'autre part la valeur de  $b$  sensiblement plus faible au delà de la dizaine de TeV pour les cascades hadroniques que pour les cascades électromagnétiques indique un profil de densité d'énergie avec une 'queue' qui devient plus étendue.

### Taux d'accroissement des cascades GEANT4

La position moyenne du maximum de densité est représentée par des points dans le cadran supérieur droit de la Figure 1-12. L'étude analytique des cascades électromagnétiques [20], ainsi que les données expérimentales [39] et numériques [2] indiquent que ce paramètre varie linéairement avec le logarithme népérien de l'énergie totale  $E_0$  dans la cascade, tel que :

$$(1-46) \quad z'_{\max} = D_j \ln(E_0 / E_c) + C_j, \quad j = e, \gamma, \pi$$

Pour des cascades électromagnétiques le taux d'accroissement est de  $D_{e,\gamma} = 1$ . Nous avons effectué un ajustement des données GEANT4 à la loi précédente en utilisant cette valeur de  $D$ . La constante  $C_j$  est le paramètre à ajuster pour chacune des particules incidente, soit l'électron ou le photon. L'énergie totale est assimilée à l'énergie déposée dans la boîte. Les résultats des ajustements sont représentés par les lignes en trait plein sur la même Figure 1-12.

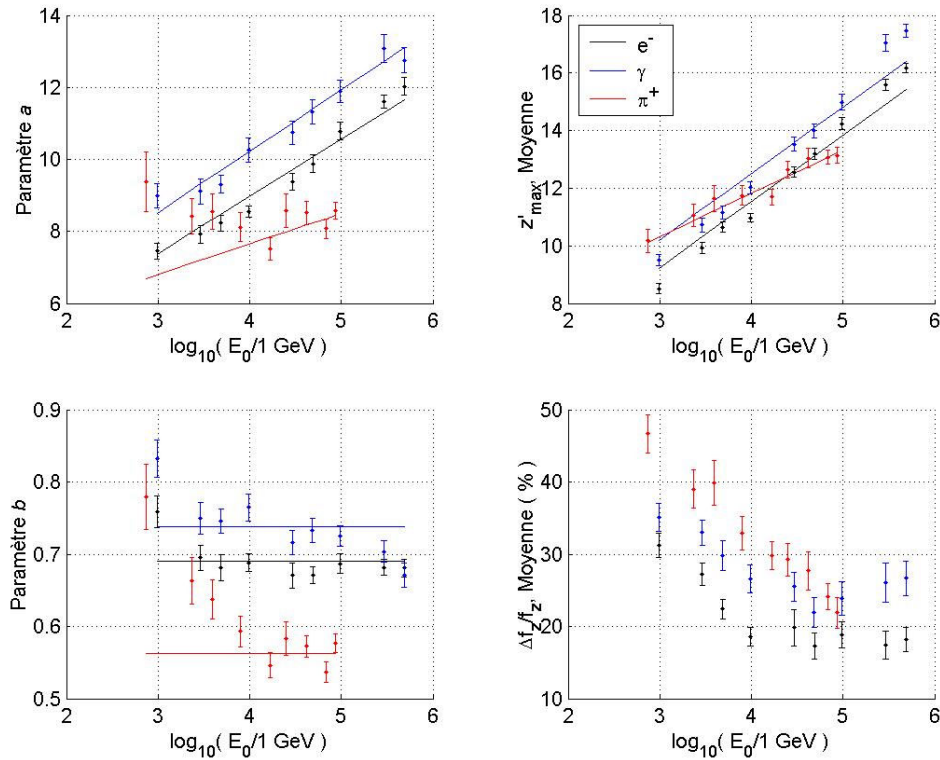


Figure 1-12 : Paramétrisation longitudinale des cascades GEANT4. Les courbes en trait plein sont le résultat des ajustements explicité dans le texte. Les points correspondent aux données moyennes Monte-Carlo avec l'écart type sur la moyenne d'une série de 50 réalisations indiqué par une barre d'erreur. Les différentes couleurs correspondent à différents type de particule primaire. En noir : un électron, en bleu un gamma et en rouge un pion chargé.

Les valeurs de  $\chi^2$  pour les différents ajustements sont de l'ordre de 9. Comme on peut le voir sur la figure, l'accord n'est pas particulièrement satisfaisant compte tenu de l'estimation de l'erreur due à la statistique. Il semble soit qu'il y ait un biais sur le taux d'accroissement soit que les fluctuations statistique soient sous-estimées. Un ajustement linéaire indique qu'une pente de l'ordre de  $D_{e,\gamma} = 1.3$  au lieu de 1 serait plus appropriée pour décrire les données GEANT4. De plus, il semble que la pente devient d'autant plus importantes que l'énergie du primaire augmente. Ceci pourrait donc être due à des effets de suppression LPM ou diélectrique. D'après le manuel GEANT4 décrivant les différents

processus physiques simulés [38] l'effet LPM est inclus dans le processus de Bremsstrahlung. Par contre, il n'y est pas fait référence dans la partie traitant de la création de paires. Néanmoins, comme nous avons pu le voir précédemment, dans la partie 1.1.7, la suppression LPM se manifeste plus tardivement pour ce second effet.

Les valeurs numériques obtenues pour les constantes  $C_j$  sont les suivantes :

$$(1-47) \quad C_e = -0.57 \pm 0.52 \quad \text{et} \quad C_\gamma = 0.38 \pm 0.69$$

Les estimations d'erreur correspondent à l'écart type à la loi nominale (1-46) sur la série de simulations. Compte tenu des fortes fluctuations ces résultats sont compatibles avec  $C = 0$ . A titre de comparaison pour des énergies de primaire comprises entre 1 et 100 GeV le PDG donne les valeurs suivantes  $C_e = -0.5$  et  $C_\gamma = 0.5$ .

Pour les cascades hadroniques initiées par un pion chargé nous observons une diminution du taux  $D$  pour des énergies supérieures à la dizaine de TeV. Pour des cascades atmosphériques, initiées par des hadrons, Nagano et Watson [39] donnent pour le taux d'accroissement une valeur variant entre 0.6 et 0.7. Les écarts étant dus à différents codes de simulation et modèles d'interactions. Ce taux d'accroissement est sensiblement en accord, à 10 % près, avec les observations de rayons cosmiques effectuées dans la gamme d'énergie allant de 1 PeV à 10 EeV. Le désaccord étant interprété comme un changement de la composition moyenne des rayons cosmiques avec l'énergie. En utilisant une valeur moyenne de  $D_\pi = 0.65$  pour le taux d'accroissement, et pour des énergies supérieures à 10 TeV l'ajustement du coefficient  $C_j$  donne la valeur :

$$(1-48) \quad C_\pi = 3.93 \pm 0.68$$

La valeur  $\chi^2$  correspondante est de 4 indiquant un accord raisonnable avec le taux d'accroissement choisi. A une énergie de 100 TeV ces valeurs de paramètres donne une profondeur relative de  $z'_{\max}(100 \text{ TeV}) = 13.3$ . D'après la revue de Nagano et Watson [39], cette valeur est en étonnant accord, à mieux de 5%, avec les valeurs obtenues par les codes SIBYLL et QGSJET pour des cascades atmosphériques initiées par un proton. D'après Zas [3] les cascades hadroniques initiées par des protons et des pions chargés sont très similaires à haute énergie.

### Validation du modèle

Sur le cadran supérieur gauche de la Figure 1-12 les courbes en trait plein représentent les valeurs du paramètre  $a$  en utilisant les paramétrisations de l'équation (1-45) pour le paramètre  $b$  et l'équation (1-46) précédente pour  $z'_{\max}$ . Pour des cascades électromagnétiques on constate que ces paramétrisations sont en accord avec les données GEANT4 compte tenu des fluctuations. Pour des cascades hadroniques il y a

accord pour des énergies supérieures à la dizaine de TeV. Afin de comparer plus quantitativement les résultats de cette paramétrisation aux données GEANT4 nous étudions les fluctuations relatives des écarts des simulations à notre modèle. Pour cela nous introduisons le rapport des normes suivantes :

$$(1-49) \quad \frac{|\Delta f_z|}{|f_z|} = \frac{\max(|f_z - f_z^{par}|)}{\max(|f_z|)}$$

où  $\Delta f_z = f_z - f_z^{par}$  est l'écart entre la densité longitudinale d'une simulation et celle donnée par notre paramétrisation (courbes en trait plein). Les résultats obtenus sont représentés sur le cadran inférieur droit de la Figure 1-12. A haute énergie l'accord moyen varie entre 20 et 30% selon le type de particule. Les écarts plus importants à basse énergie sont attribués aux fluctuations locales. De plus si l'on utilise les valeurs du PDG pour les constantes  $C_i$  et la valeur du paramètre  $b$  donnée par Brunner au lieu de celles estimées ici les écarts moyens sont quasi inchangés. Par conséquent il nous semble que les écarts observés ne sont pas le fait d'une éventuelle mauvaise estimation des paramètres  $a$  et  $b$ , mais plutôt liés à une dispersion inhérente aux fluctuations des premières interactions.

#### **Bilan sur la densité longitudinale des cascades GEANT4**

En conclusion, au delà du TeV le modèle de la distribution  $\Gamma$  donné par le PDG ou par le biais de l'équation (1-41) apparaît comme une bonne représentation de la répartition de la densité longitudinale d'énergie déposée au sein d'une cascade électromagnétique. A ces énergies la densité de particules est suffisamment grande pour que les fluctuations statistiques locales soient négligeables. Il subsiste toutefois une fluctuation globale de la forme de la cascade lié à l'indéterminisme quantique des toutes premières interactions. Les simulations GEANT4 réalisées ici indiquent que les erreurs sur la densité d'énergie résultantes de l'utilisation d'une paramétrisation moyenne pour la densité sont de l'ordre de quelques dizaines de pourcents. D'autre part dans quelques rares cas de figure, 2 à 3% des cas, des fluctuations extraordinaires peuvent avoir lieu. La cascade peut alors se démultiplier ce qui résulte en une forme plus complexe. A UHE, du fait de l'effet LPM ces fluctuations extraordinaires deviennent quasi systématiques, comme on le verra par la suite. Puisque la cascade LPM met en jeu de multiples sous-cascades des plus basses énergies il nous semble que la paramétrisation moyenne de ces sous éléments est une approximation satisfaisante. Les fluctuations sont alors dominées par la partie de plus haute énergie affectée par la suppression LPM.

En ce qui concerne les cascades hadroniques, alors que l'énergie du primaire augmente celles ci tendent à se comporter comme un superposition de cascades électromagnétiques de plus basse énergie. En ce qui concerne l'évolution de la profondeur du maximum de densité, les simulations réalisées avec la librairie QGSP de GEANT4 sont en bon accord avec les simulations dédiées aux cascades atmosphériques. Les simulations GEANT4-QGSP indiquent que le profil global du dépôt d'énergie au

sein de la cascade est alors très similaire à celui d'une cascade purement électromagnétique, avec cependant des valeurs des paramètres  $a$  et  $b$  différentes. Notamment la queue de la distribution longitudinale devient plus étendue, alors que l'accroissement du maximum de densité semble s'infléchir vers la dizaine de TeV.

### 1.2.3 Distribution latérale des cascades GEANT4

La répartition latérale de la densité d'énergie déposée au sein d'une cascade est caractérisée par la fonction  $g$  définie implicitement par l'équation (1-39). D'autre part, en utilisant pour  $f$  la dépendance temporelle donnée par l'équation (1-40) et par prolongement analytique la fonction  $g$  peut se réécrire sous la forme suivante :

$$(1-50) \quad g(\vec{r}, t) = \begin{cases} \frac{q(\vec{r}, t)}{f_z(z)} H\left(t - \frac{z}{c_0}\right) & \text{si } f_z(z) \neq 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Dans cette partie nous allons nous intéresser principalement à établir une modélisation simplifiée du cœur de la cascade responsable de l'émission acoustique. Cette modélisation se fait dans la limite des hautes énergies où la densité de particules est grande de sorte que les fluctuations locales de densité d'énergie déposée sont négligeables. Dans ces conditions nous admettons que la fonction  $g$  est de symétrie par rotation autour de l'axe ( $Oz$ ) de la cascade.

L'élargissement latérale des cascades électromagnétiques est principalement le fait des processus de diffusion multiple Coulombienne mettant en jeu des électrons et positrons secondaires dont l'énergie est proche de l'énergie critique  $E_c$ . Ces particules se déplacent à des vitesses effectives proches de celle de la lumière dans le vide sur des distances de l'ordre du rayon de Molière  $r_m$ . Les particules dérivent donc d'une distance  $\Delta\rho$  en un temps caractéristique  $\tau_\perp$  qui est de  $\tau_\perp = r_m / c_0 = 0.3$  ns. En comparaison des fréquences acoustiques d'intérêt, au plus de quelques centaines de kHz, cet effet est négligeable. Aussi on considérera par la suite que le dépôt d'énergie du cœur de la cascade s'établit instantanément à partir du temps  $t_0 = z / c_0$ . Soit nous adoptons pour la fonction  $g$  la forme suivante :

$$(1-51) \quad g(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} g_z(\rho, z) H\left(t - \frac{z}{c_0}\right) \quad \text{avec} \quad g_z(\rho, z) = \lim_{t \rightarrow +\infty} g(\vec{r}, t)$$

Les caractéristiques de la distribution latérale  $g_z$  ont été étudiées à partir des résultats des simulations GEANT4. La méthode utilisée est explicitée en Annexe C. Nous notons que du fait de notre segmentation rectangulaire, pour le dépôt d'énergie tridimensionnel, la dépendance latérale est peu fiable aux faibles rayons  $\rho$  de moins de 1 cm, soit à 2-3 segments de distance de l'axe.

## Caractéristiques générales des distributions latérales

Nous avons constaté que les variations de la densité latérale  $g_z$  sont bien représentées par segment, par des lois de puissance en  $1/\rho^n$  avec des exposants  $n$  de valeurs variables selon la profondeur  $z$  le long de la cascade. Ceci est qualitativement compatible avec la modélisation de Nishimura-Kamata-Greisen (NKG) [21] ainsi que avec les observations de cascades atmosphériques [39],[42]. Les auteurs précédents, NKG, donnent pour la densité d'électrons, assimilée à la fonction  $g_z$  pour un grand nombre de particules, la forme analytique suivante :

$$(1-52) \quad g_z(\rho, z) = \frac{1}{r_m^2} \frac{\Gamma(9/2 - s)}{\Gamma(s)\Gamma(9/2 - 2s)} x^{s-2} (1+x)^{s-9/2}, \quad x = \frac{\rho}{r_m}$$

Le paramètre  $s$  est introduit lors de la modélisation analytique du développement des cascades électromagnétiques. Il est appelé paramètre d'âge de la cascade et est en générale une fonction a priori complexe de l'altitude  $z$  et de l'énergie du primaire.

La Figure 1-13 montre l'allure de la fonction  $g_z$  issue des simulations GEANT4, dans plusieurs situations. Les courbes représentées correspondent à des profils moyen sur 50 réalisations de cascades. Pour les cascades électromagnétiques, comme il est illustré sur le quadrant droit de la figure, autour du maximum de densité ( $0.5z_{\max} \leq z \leq 1.5z_{\max}$ ) la fonction  $g_z$  ne dépend plus de l'énergie ni de la particule primaire, aux fluctuations locales près. Au delà de 10 TeV ces fluctuations deviennent négligeables si l'on considère un profil moyen. Pour les cascades hadroniques, aux plus hautes énergies investiguées, soit 100 TeV, la fonction  $g_z$  se confond avec celle des cascades électromagnétiques. Ceci n'est plus vrai lorsque l'énergie décroît. La distribution latérale tend alors à être plus étalée que celle d'une cascade électromagnétique. Sur la partie de gauche on peut voir de façon qualitative l'évolution de fonction  $g_z$  avec l'altitude  $z$ . De façon générale la distribution latérale présente une inflexion remarquable vers un rayon de l'ordre de 4 cm. De part et d'autre  $g_z$  se comporte en loi de puissance. La distribution latérale tend à s'étaler alors que l'altitude  $z$  le long de la cascade augmente. Soit le dépôt est angulairement divergent. Au faibles valeurs de  $z$  on observe une seconde inflexion proche du cœur de la cascade. Cependant, à ces faibles distances radiales la densité radiale est peu fiable, du fait de notre choix de segmentation rectangulaire. Autre propriété remarquable, au point d'inflexion, vers 4 cm de distance latérale, les densités latérales sont confondues.



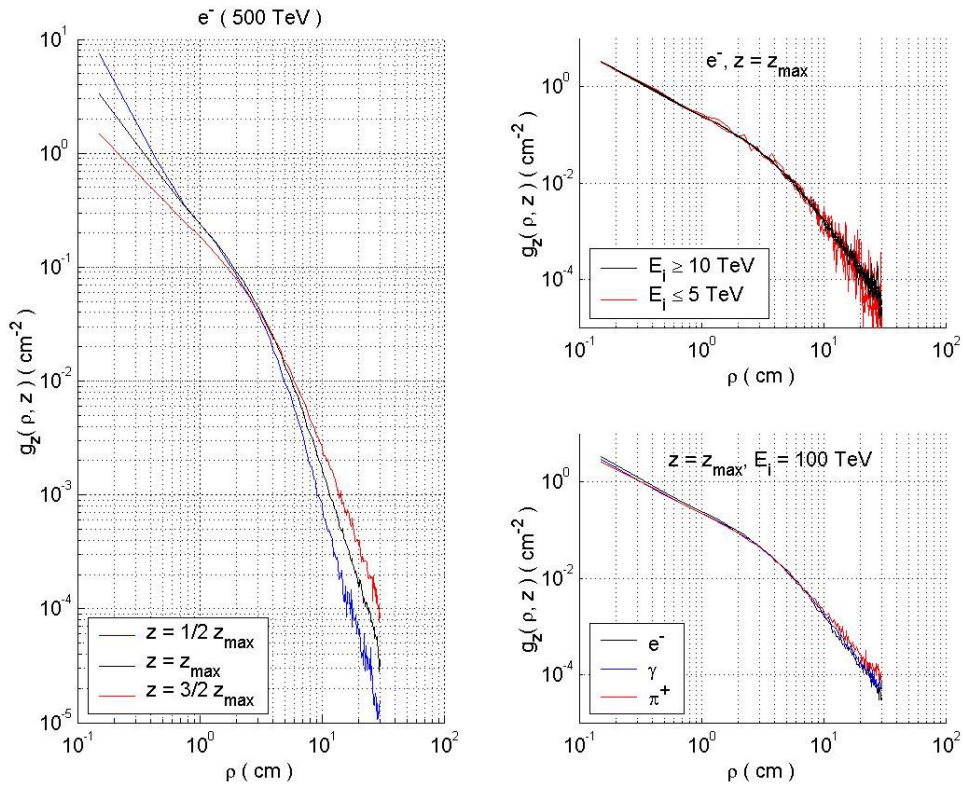


Figure 1-13 : Profil latéral des cascades GEANT4. Après normalisation par la densité longitudinale les profils latéraux ne dépendent quasiment plus de l'énergie du primaire et de sa nature. Par contre, ils varient avec la profondeur  $z$  le long de la cascade.

Soit, en résumé il apparaît que à haute énergie, vers 100 TeV, lorsque la densité des particules ionisantes est grande, la densité latérale moyenne d'énergie déposée ne dépend quasiment plus de la nature de la particule primaire ni de son énergie. Par contre elle dépend de la profondeur  $z$  le long de la cascade. Quelle que soit la profondeur on observe au moins deux régions caractéristiques : un cœur avec une densité fortement divergente, et une périphérie où la densité chute plus brusquement. La transition entre les deux zones ne semble pas dépendre fortement de la profondeur. Ces résultats sont qualitativement compatibles avec la paramétrisation NKG. Néanmoins la transition s'observe pour un rayon caractéristique  $\rho_t$  de l'ordre de 4 cm au lieu des 10.4 cm que l'on pourrait attendre pour le rayon de Molière. Une comparaison plus quantitative à la paramétrisation NKG est présentée dans la suite.

Mais, avant d'aller plus loin il nous semble intéressant de souligner le paradoxe suivant. Bien que la densité latérale d'énergie déposée est extrêmement 'piquée', voir divergente, comme on peut le constater sur la Figure 1-14, le cœur de la cascade ne contient qu'une petite fraction de l'énergie totale du primaire. Sur la partie gauche de la Figure 1-14 est représentée la fraction de l'énergie du primaire contenu dans un cylindre de rayon  $\rho$ . Pour une cascade électromagnétique, on constate que à la distance de transition  $\rho_t$  environ 70% de l'énergie totale du primaire est contenue dans le cylindre.

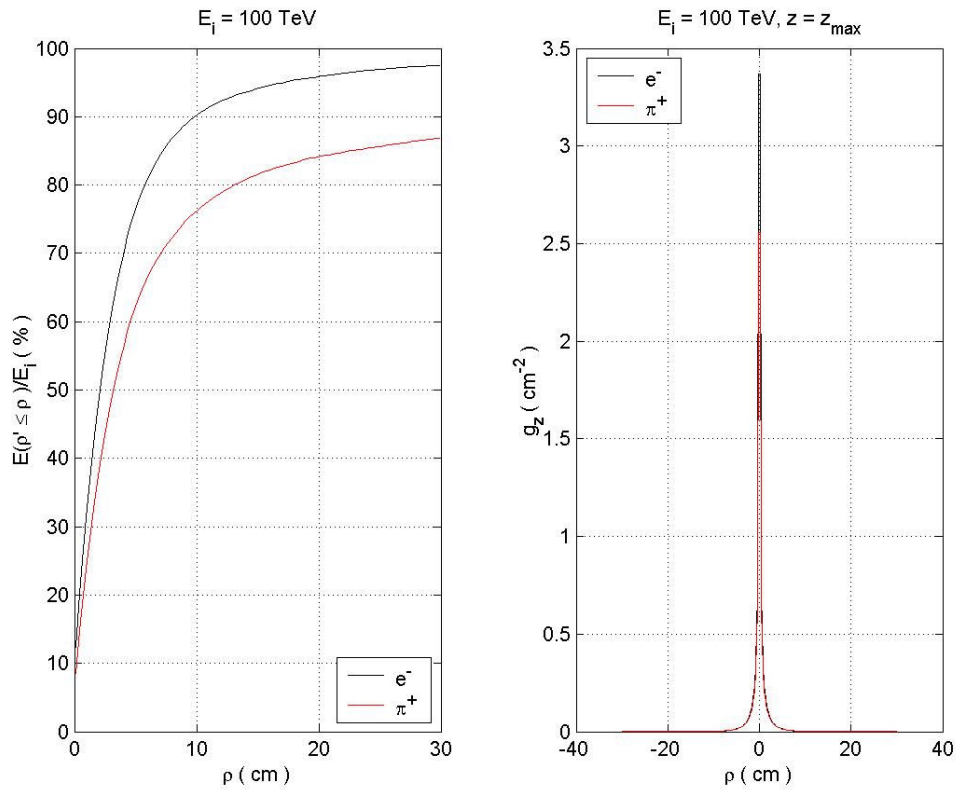


Figure 1-14 : Densité latérale et énergie déposée. La densité latérale est extrêmement piquée, possiblement divergente jusqu'à des rayons du millimètre ou moins. Cependant ce cœur dense ne contient qu'une faible fraction de l'énergie totale de la cascade. Par un effet de volume, celle-ci est distribuée plus largement sur des distances du cm.

### Paramétrisation de la distribution latérale

Afin de caractériser de façon plus quantitative les variations de la fonction  $g_z$  nous avons estimé par une régression linéaire les valeurs des exposants  $n_i$  caractérisant la décroissance radiale de  $g_z$ . Ceci a été réalisé dans les deux zones de part et d'autre de la transition au rayon  $\rho_i$ . On définit ainsi deux exposants  $n_1$  et  $n_2$  tel que asymptotiquement le comportement de  $g_z$  est donné par :

$$(1-53) \quad \frac{g_z}{g_0} = \begin{cases} \rho_i^{n_1} / \rho^{n_1} & \text{si } \rho \leq \rho_i \\ \rho_i^{n_2} / \rho^{n_2} & \text{sinon} \end{cases}, \quad g_0 = \frac{1}{\rho_i^2} \frac{(2-n_1)(n_2-2)}{n_2-n_1} \quad \text{avec } n_1 < 2 \text{ et } n_2 > 2$$

où  $g_0$  est une constante de normalisation définie par la condition :



$$(1-54) \quad \int_0^{+\infty} g_z(\rho, z) \rho d\rho = 1$$

Les valeurs des exposants sont estimées pour  $1 \leq \rho \leq 2$  cm dans le cas de  $n_1$  et  $6 \leq \rho \leq 20$  cm pour  $n_2$ .

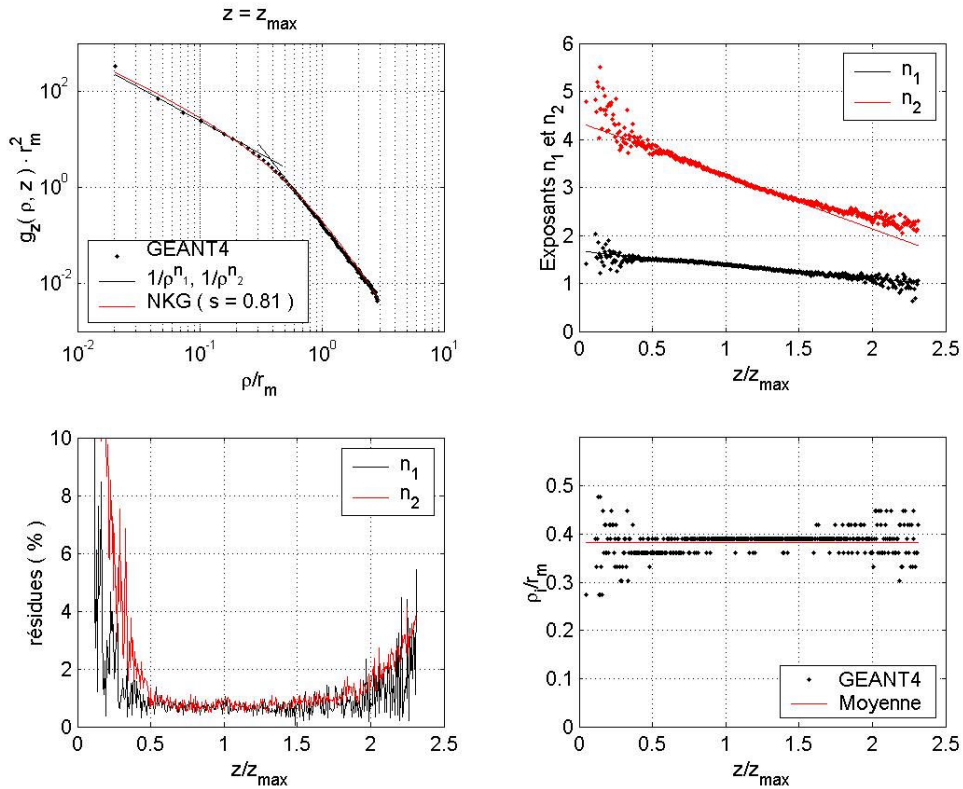


Figure 1-15: Exposants latéraux de la distribution  $g_z$ . Les variations des exposants latéraux se paramétrisent bien en fonction de la profondeur normalisée par la profondeur  $z_{\max}$  du maximum de densité.

Les résultats obtenus dans le cas des cascades électromagnétiques initiées par un électron de 500 TeV sont représentés sur la Figure 1-15. Dans le cadran supérieur gauche on compare la modélisation donnée par l'équation (1-53) précédente aux données de simulations GEANT4. Le cadran inférieur gauche montre l'écart entre la paramétrisation et les données lors de l'ajustement des deux exposants. Au voisinage du maximum de densité la déviation atteint au plus 2 % de la valeur moyenne de  $g_z$  sur la plage de l'ajustement. Le rayon  $\rho_t$  de la transition est estimé en considérant l'abscisse du point d'intersection des deux asymptotes données par l'équation (1-53). Les valeurs obtenues sont représentées sur la cadran inférieur droit. La zone de transition ne semble pas se déplacer de façon significative tant que l'on reste au voisinage du maximum de densité. D'autre part, comme on peut le voir sur le cadran supérieur droit, au voisinage

du maximum de densité les exposants  $n_1$  et  $n_2$  suivent sensiblement une loi affine avec l'altitude  $z$ .

Une comparaison plus systématique des variations des exposants  $n_1$  et  $n_2$  ainsi que de l'inflexion  $\rho_1$  est montrée sur la Figure 1-16 ci dessous. Sur celle ci sont superposées l'ensemble des variations des paramètres radiaux pour des énergies de primaire supérieures à 50 TeV. A haute énergie, et au voisinage du maximum de densité il apparaît que les exposants  $n_1$  et  $n_2$  suivent une loi 'universelle' avec l'altitude réduite  $z/z_{\max}$  comme on peut le voir sur la partie gauche de la figure. Au cœur, le profil latérale ne dépend plus de la nature de la particule primaire. En périphérie ceci n'est plus vrai.

Pour des cascades initiées par des pions on observe une décroissance moins marquée de la densité avec la distance radiale alors que l'on se rapproche du point de première interaction. La zone d'inflexion se déplace également vers les plus faibles rayons. Pour les cascades électromagnétiques la zone d'inflexion est stable si l'on considère l'altitude réduite. De plus la valeur de l'exposant  $n_2$  pour les cascades hadroniques se distingue des autres cas de figure. Elle pourrait dépendre de l'énergie de la particule primaire, même à haute énergie, mais la statistique utilisée est trop faible pour conclure.

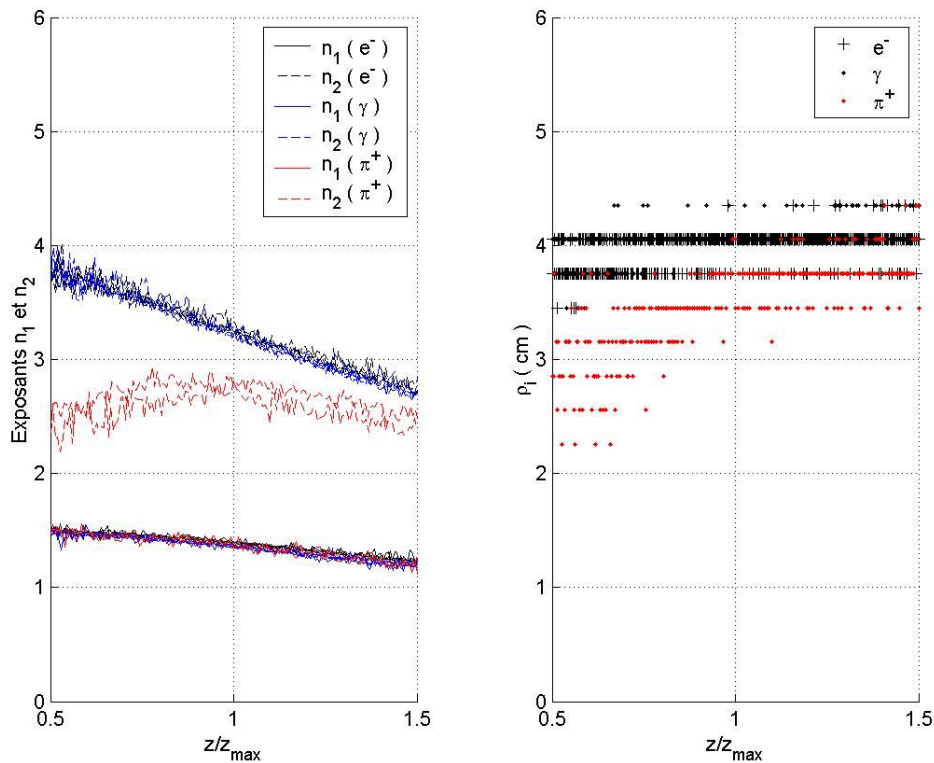


Figure 1-16 : Comparaison des exposants latéraux. Les variations normalisées de l'exposant de cœur  $n_1$  ne dépendent plus de l'énergie du primaire et de sa nature.

Une paramétrisation des exposants  $n_1$  et  $n_2$  au voisinage de la profondeur du maximum de densité est donnée par la moyenne des simulations GEANT4 à haute énergie,  $E_i \geq 50$  TeV, comme :

$$(1-55) \quad \begin{cases} n_1(e^\pm, \gamma, \pi^\pm) = -(0.29 \pm 0.02)z / z_{\max} + 1.66 \pm 0.02 \\ n_2(e^\pm, \gamma) = -(1.10 \pm 0.04)z / z_{\max} + 4.35 \pm 0.05 \\ n_2(\pi^\pm) = 2.7 \pm 0.1 \end{cases}$$

Une estimation de la valeur moyenne de  $\rho_i$  est de :

$$(1-56) \quad \begin{cases} \rho_i(e^\pm, \gamma) = 4.0 \pm 0.1 \text{ cm} \\ \rho_i(\pi^\pm) = 3.5 \pm 0.1 \text{ cm} \end{cases}$$

Dans le cas des cascades électromagnétiques les résultats obtenus pour les exposants  $n_1$  et  $n_2$  sont grossièrement en accord avec le modèle de NKG. Au maximum de densité, soit pour un paramètre d'âge de 1, par le biais de l'équation (1-41), NKG donne pour valeurs d'exposants  $n_1 = 1$  et  $n_2 = 4.5$ . Notre modélisation donne  $n_1 = 1.37 \pm 0.04$  et  $n_2 = 3.25 \pm 0.09$ . Les fluctuations ne sont pas suffisantes pour justifier les écarts de 30% observés. D'autre part le modèle NKG ne permet pas de rendre compte de la brusque transition observée pour  $\rho \approx \rho_i$  comme on peut le voir sur la Figure 1-15. L'ajustement du modèle NKG au données GEANT4 ne peut se faire simultanément sur la zone de transition et sur les régions de part et d'autre. Notamment la valeur obtenue pour le paramètre d'âge  $s$  dépend sensiblement de la plage sur laquelle se fait l'ajustement. C'est pourquoi nous avons adopté ce modèle 'par morceaux' pour la densité radiale. On notera que au voisinage de la transition notre modèle simplifié conduit à une erreur de l'ordre de 50% sur la densité relative. Néanmoins il nous a parut plus important de restituer correctement le comportement asymptotique de la distribution latérale, en particulier vers les petits rayons.

### Comparaison aux données expérimentales

Une comparaison des exposants radiaux mesurés par différentes expériences d'observation de cascades atmosphériques est donnée dans le Tableau 1 qui suit. Ces expériences utilisent des matrices de scintillateurs répartis au sol. Lorsqu'une cascade vient 'balayer' le détecteur on échantillonne la densité de particules au niveau du sol. Les valeurs expérimentales des exposants  $n_1$  et  $n_2$  ont été estimées à partir des données de Nagano et Watson. Dans le cas le cas de l'expérience de Yakutsk il s'agit d'une estimation grossière les auteurs ne donnant pas la dépendance explicite. Pour la profondeur moyenne du maximum des cascades atmosphériques nous avons utilisé la

valeur  $z_{\max} \approx 750 \text{ g/cm}^2$ , indiquée par Nagano et Watson. L'expérience KASCADE explore des gammes d'énergie plus basse que les trois autres expériences, allant de 500 TeV à 100 PeV. Aussi cette valeur de  $z_{\max}$  est susceptible de ne pas être représentative.

Tableau 1. Comparaison des exposants latéraux GEANT4 à différentes expériences d'observation de cascades atmosphériques.

Expérience	$n_1 (\Delta n_1 / n_1)$	$n_2 (\Delta n_2 / n_2)$	$\rho/r_m$	$z/z_{\max}$
KASCADE	0.38* (-70%)	3.26 (+14%)	0.17-2.6	1.36
Volcano ranch	1.23 (-9%)	3.88 (+23%)	4-30	1.11
Yakutsk	1.3 (-3%)	3.54* (+24%)	1-40	1.36
AGASA	1.2 (-8%)	3.97 (+32%)	5-33	1.23

Dans chaque cas de figure nous avons comparé les valeurs expérimentales des exposants à la valeur moyenne issue des simulations GEANT4 pour des cascades électromagnétiques. Les écarts sont indiqués en pour cent dans le Tableau 1. L'exposant  $n_1$  est en bon accord avec les expériences de UHE à grande surface : soit Volcano Ranch, Yakutsk et AGASA. Cependant nous nous interrogeons quand à la sensibilité que ces expériences peuvent avoir pour mesurer l'exposant de cœur  $n_1$  puisque le pas entre les éléments du détecteur au sol est supérieur au rayon de Molière. Le flux d'événements étant faible à UHE on a recours à des matrices espacées pour couvrir une plus grande surface au sol.

L'expérience KASCADE quant à elle trouve une valeur en fort désaccord avec les simulations GEANT4, et les données des autres expériences. Cependant, nous avons ajusté la valeur de  $n_1$  sur une gamme de distances comprises entre 0.1-0.2 rayons de Molière, soit en limite de résolution du détecteur KASCADE. L'ajustement effectué par la collaboration porte lui sur une fonction NKG avec un paramètre d'exposant unique, le paramètre d'age  $s$ , et un rayon de Molière effectif. Aussi cette méthode est peu sensible à  $n_1$  qui se trouve en limite des données observables. Par contre nous retenons que l'expérience n'observe pas d'inflexion au rayon de Molière puisqu'elle obtient un rayon de Molière effectif de  $0.38 r_m$ , soit comparable à 5% près à notre rayon d'inflexion, pour des cascades électromagnétiques.

En ce qui concerne l'exposant  $n_2$  on a un accord raisonnable entre les simulations GEANT4 de cascades électromagnétiques et les résultats de l'expérience KASCADE. Par contre il y a une divergence sensible de 20-30% pour les trois autres expériences. Il est également intéressant que les résultats des simulations GEANT4 pour des cascades hadroniques initiées par des pions sont en désaccord allant de 20 à 50% avec les données expérimentales pour des cascades atmosphériques. Les rayons cosmiques de UHE étant attribués à des baryons ce résultat est surprenant. Ceci pourrait être dû à une dépendance avec l'énergie du primaire de la distribution latérale à 'grande' distance de l'axe.

D'autre part, afin de rendre compte des divergences du modèle NKG aux données expérimentales pour des cascades atmosphériques observées à de grandes distances latérales de nouvelles fonctions de distribution ont été proposées. Ainsi Cohen et Capdevielle [43] introduisent une fonction à trois exposants et deux rayons d'inflexion. Il

est intéressant de noter que Cohen parvient à ajuster cette fonction aux données des simulations CORSIKA, dans les conditions de l'expérience AUGER, pour des distances latérales variant de  $10^{-4} r_m$  à  $10^2 r_m$ . Les valeurs obtenues pour les exposants, au maximum de densité, sont :  $n_1 = 0.89$  (-35%) et  $n_2 = 3.66$  (+14%). La première inflexion se situe à  $0.39 r_m$  et la seconde à  $10^2 r_m$ . Ces résultats sont qualitativement en accord avec les données GEANT4, notamment en ce qui concerne le point de première inflexion.

Les données expérimentales relatives aux distributions latérales de cascades en milieu dense sont plus rares. La plupart portent sur des mesures de cascades électromagnétiques se développant dans des feuilles de plomb. Parmi les expériences 'récentes' des mesures effectuées par un groupe Japonais [44] à Fermilab, en 1980, nous ont paru plus particulièrement intéressantes. Les auteurs ont utilisés un feuilletage de plaques de plomb et de chambres à émulsion, des laboratoires Fuji, comme cible pour un faisceau d'électrons ayant des énergies de 50 à 300 GeV. Après développement des émulsions, une observation au microscope des différentes traces permet une estimation de la densité latérale d'électrons au sein d'une cascade. La méthode est estimée fiable par les auteurs jusqu'à des distances radiales de 10  $\mu\text{m}$ . La limitation vient d'un biais sur l'estimation de la position du centre de la cascade. Avec cette précision le groupe Japonais observe une divergence en loi de puissance de la densité latérale pour des fractions allant de  $5 \cdot 10^{-4} r_m$  à  $5 \cdot 10^{-3} r_m$  et ceci sur des profondeurs de cascades comprises entre  $0.3 \leq z/z_{\text{max}} \leq 1.7$ . Les auteurs observent un bon accord avec les calculs de Nishimura et Kidd, malheureusement ils ne donnent pas de détails plus quantitatifs. Une estimation grossière à partir des figures semble indiquer un exposant de cœur  $n_1 \approx 1$  au maximum de densité et qui décroît avec la profondeur le long de la cascade.

On notera que le PDG propose d'autres modèles d'ajustement de la densité latérale qui prévoient notamment une saturation aux faibles valeurs de la distance  $\rho$ . De tels effets n'ont pas été observés ici et les modèles proposés par le PDG conduisent à des valeurs d'exposants incompatibles avec nos résultats. Les densités latérales obtenues par GEANT4 semblent divergentes en  $\rho \rightarrow 0$ . Mathématiquement ce résultat n'est pas incohérent, tant que l'exposant  $n_1$  reste strictement inférieur à 2. Cependant, par ailleurs, une expérience menée en 1996 au CERN, par Chang *et al.* [45], mesure des distributions latérales en accord avec les indications du PDG, c'est à dire ajustables par une somme de distributions gaussiennes. Cette expérience utilise également des plaques de plomb comme cible avec des détecteurs au silicium pour échantillonner le dépôt d'énergie des cascades. La résolution des cellules est de 50  $\mu\text{m}$ , et la distribution latérale semble atteindre un plateau vers la centaine de  $\mu\text{m}$  ( $5 \cdot 10^{-3} r_m$ ). Néanmoins la quantité que les auteurs appellent 'spectre latérale' de la cascade n'est pas explicite. Nous pensons qu'il s'agit de la quantité  $\rho g_z(\rho)$  et non de la densité  $g_z$  à laquelle il a été fait référence jusqu'ici. Ceci pourrait expliquer les différences observées, ainsi que la modélisation en désaccord apparent avec les résultats de cascades atmosphériques, proposée par le PDG.

## Conclusion sur les distributions latérales des cascades GEANT4

Des simulations dédiées ont été réalisées afin de résoudre la structure du cœur de la cascade en réduisant le pas latéral des segments à la distance de 100  $\mu\text{m}$ . Les résultats obtenus sont présentés en Annexe D. Le comportement est sensiblement similaire à ce qui a été observé précédemment, notamment la variation en loi de puissance reste valable jusqu'à ces courtes distances. Aussi, rien ici ne semble permettre de justifier l'utilisation d'une distribution latérale non divergente au cœur. Il en résulte un signal dominé à la source par les ultra-hautes fréquences acoustiques. Nous nous attendons néanmoins à ce qu'aux très faibles rayons l'hypothèse d'instantanéité du dépôt d'énergie ne soit plus valide, introduisant une nouvelle limitation quant aux ultra-hautes fréquences susceptibles d'être générées pour le signal thermo-acoustique. Par ailleurs aux très faibles rayons, inférieurs au  $\mu\text{m}$ , la notion de volume mésoscopique à la base de la description thermodynamique, est à remettre en question. Quoi qu'il en soit, la nature divergente du dépôt latéral de la cascade pourrait conduire à des surprises quant aux mécanismes mis en jeu pour la génération du signal acoustique issu du cœur.

Enfin, pour conclure sur ce sujet on notera que dans son article de 1979 Askariyan [26] présente des profils latéraux de densité d'énergie déposée, issus de simulations de cascades électromagnétiques dans de l'eau. Ceux ci paraissent également divergents en loi de puissance jusqu'à la limite de 1 mm du pas de résolution de la simulation. Cependant, il choisira de modéliser la densité du cœur par une fonction exponentielle. Nous pensons que ce choix était fortement motivé par le fait qu'il permet une simplification analytique, et donc une réduction du temps de calcul lors de l'intégration numérique du signal acoustique généré par la cascade.

### 1.2.4 Cascades électromagnétiques en régime LPM

Comme nous l'avons vu précédemment dans la partie 1.2.1, aux énergies du PeV la densité d'énergie déposée au sein d'une cascade est localement stable. Le nombre de particules misent en jeu est suffisamment grand pour que la sommation des distributions statistiques individuelles tendent vers leur valeur moyenne. D'autre part les fluctuations globales dues aux premières interactions restent modérées. Néanmoins, à UHE lorsque l'on rentre en régime de forte suppression les longueurs de radiation effectives s'envolent selon une loi de puissance avec un exposant 1/2. Aussi les particules filles d'une cascade électromagnétique de UHE sont distribuées à de grandes distances les unes des autres, grandes devant la longueur caractéristique d'une cascade de plus basse énergie. Or chacun de ces nouveaux centres constitue le point de départ d'une cascade de plus basse énergie. Ainsi on se retrouve avec une collection disparate de cascades de 'basse énergie' fortement dispersées dans l'espace. La dispersion de ces sous cascades, et donc la densité d'énergie totale résultante, est par conséquent fortement stochastique.

Nous avons vu dans la partie 1.1.1, par un argument cinématique, que les particules filles de UHE sont fortement collimées avec la direction d'incidence de la particule mère. On retrouve ce résultat dans la modélisation par Migdal des impulsions transverses après émission d'un photon de Bremsstrahlung. Pour évaluer l'importance de la dispersion angulaire des particules filles nous utilisons une expression dérivée du PDG pour l'angle caractéristique  $\theta_c$  de déflexion sous l'effet de la diffusion multiple, soit :



$$(1-57) \quad \theta_c \approx \frac{13.6 \text{ MeV}}{E} \sqrt{z/X_0} = 7.3 \cdot 10^{-10} \text{ rad} \frac{1 \text{ EeV}}{E} \sqrt{\frac{z}{1 \text{ km}}}$$

On notera que puisque le ‘boost’  $\gamma_f$  varie en  $\gamma_f \propto E$  au lieu de  $\gamma_f \propto \sqrt{E}$  pour la diffusion inélastique, à UHE les produits du Bremsstrahlung ou de la création de paires sont encore plus fortement collimés que les fragments de la diffusion inélastique. Numériquement, on constate que même après 1 km de propagation la déflexion caractéristique des particules par rapport à la direction de la particule mère serait de l’ordre de 1  $\mu\text{m}$  à UHE. De plus l’expression utilisée ici surestime probablement l’angle de diffusion car la longueur de radiation effective tend à augmenter ‘ralentissant’ le développement de la diffusion. Aussi la partie électromagnétique de UHE de la cascade ne contribue pas de façon sensible à l’élargissement de la densité radiale d’énergie déposée. A titre de comparaison, à la valeur de l’énergie critique  $E = E_c \approx 54 \text{ MeV}$ , l’angle caractéristique  $\theta_c$  sur une longueur de radiation est de  $\theta_c = 0.25 \text{ rad}$ , ce qui représente une déflexion d’environ 9 cm sur une longueur de radiation, soit approximativement la valeur du rayon de Molière. Aussi à plus basse énergie la diffusion multiple est le terme dominant dans l’extension latérale de la cascade.

### Algorithme dédié à la simulation de cascades LPM

A partir des considérations physiques précédentes nous avons construit un algorithme dédié pour simuler le développement de cascades électromagnétiques en fort régime de suppression LPM. Cet algorithme est basé sur une simulation Monte-Carlo de la partie de UHE. L’énergie de la particule primaire est dégradée parmi les particules filles jusqu’à ce que celles ci atteignent une énergie inférieure à une énergie seuil donné appelée  $E_{death}$ . Le développement est stoppé lorsque toutes les particules filles ont passée l’énergie seuil  $E_{death}$ . La cascade LPM est ensuite reconstruite en sommant les sous-cascades amorcées par les particules filles aux énergies inférieures à  $E_{death}$ . Pour les sous-cascades nous utilisons la paraméterisation issue des simulations GEANT4 pour les photons et les électrons, donnée précédemment en 1.2.2 et 1.2.3, ou plus exactement une extrapolation de cette paraméterisation. Par conséquent il convient de choisir l’énergie  $E_{death}$  de façon à ce que la paraméterisation reste valide jusqu’à cette limite. Les détails de l’algorithme de suivit du développement de la cascade sont expliqués en Annexe E. Notamment la méthode est validée en comparant ses résultats à ‘basse énergie’ aux données des simulations GEANT4. On notera qu’il nous a semblé dangereux de confier cette étape préliminaire à GEANT4 car, après lecture du manuel, il semblerait que la suppression LPM n’est pas implémentée pour le processus de création de paires. D’autre part il n’est pas non plus clairement apparut la façon dont sont traités les effets LPM en ce qui concerne la section efficace différentielle de Bremsstrahlung. Soit plus précisément, la modification de la loi statistique de répartition de l’énergie entre

l'électron et le photon secondaire. Il semblerait que l'effet LPM n'est pris en compte que pour la section efficace totale de Bremsstrahlung, par un facteur global de suppression; ce qui sous-estime son importance pour le développement des cascades. C'est pourquoi nous avons écrit notre propre algorithme. Le code a été développé sous Matlab puis compilé en langage C pour gagner en vitesse d'exécution. Le programme ainsi compilé est soumis à la ferme de calcul de l'IN2P3 à Lyon.

### Paramétrisation pour des énergies de primaire allant de 1 à 100 PeV

Pour des énergies allant de 1 PeV à 100 PeV le profil longitudinal des cascades électromagnétiques reste bien représenté par des fonctions  $\Gamma$ , mais avec des valeurs des paramètres qui divergent de la loi linéaire-logarithmique à plus basse énergie. La Figure 1-18 montre les résultats des ajustements selon la méthode explicitée précédemment dans la partie 1.2.2 pour les cascades GEANT4. Vers 1 PeV la cascade acquiert une élongation plus importante que ce que donnerait une extrapolation depuis les plus basses énergies, représentée par les courbes en pointillés. Les valeurs moyennes obtenues pour l'extension des cascades sont similaires aux résultats de Stanev *et al.* [46] dans la gamme d'énergie allant de 1 PeV à 100 PeV. Parallèlement la queue de la cascade devient plus diffuse avec un exposant  $b$  qui chute. Vers 100 PeV nous avons constaté que le modèle de fonction  $\Gamma$  commence à être mis en échec, même en l'absence de fluctuations extraordinaires des premières interactions. Ceci est visible sur la Figure 1-17 et partiellement sur le cadran inférieur droit de la Figure 1-18. On constate que le modèle devient de moins en moins fiable alors que l'énergie augmente. On notera également que aux énergies du PeV nos cascades sont moins 'fluctuantes' que les cascades GEANT4 avec des fluctuations relatives de l'ordre de 5% au lieu de 15% pour ces dernières. Cet écart est attribué à l'utilisation d'une paramétrisation moyenne pour représenter les sous cascades.

Par contre, le profil latéral au voisinage du maximum de densité n'est pas affecté par cette élongation des cascades, comme on peut le voir sur la Figure 1-17. Il continue de se comporter selon la même loi d'échelle qu'à plus basse énergie avec des exposants radiaux variants selon l'altitude réduite  $z/z_{\max}$ . Ce résultat n'est pas en accord avec ceux de Stanev *et al.* D'après les auteurs précédents du fait que l'effet LPM modifie le spectre en énergie des particules secondaires il affecte également la distribution latérale, l'importance de la diffusion multiple étant dépendante de l'énergie considérée. Un tel effet ne peut pas être reproduit avec notre Monte-Carlo uni-dimensionnel. Cependant, on notera qu'avec les valeurs de paramètres choisies, aux énergies de 1 PeV les particules secondaires 'simulées' ont au moins une énergie de 1 TeV. Soit d'après l'équation (1-57) elles sont défléchies au plus de 5  $\mu\text{m}$  sur une longueur de radiation. Par conséquent il nous semble que les résultats observés par Stanev *et al.* ne peuvent pas être expliqués par la diffusion multiple, mais plutôt par des événements rares, en queue de distribution, de diffusion simple de Rutherford. D'après Greisen [21] seule une faible fraction des particules secondaires est affectée par cette diffusion et leur contribution à la distribution latérale est négligeable.



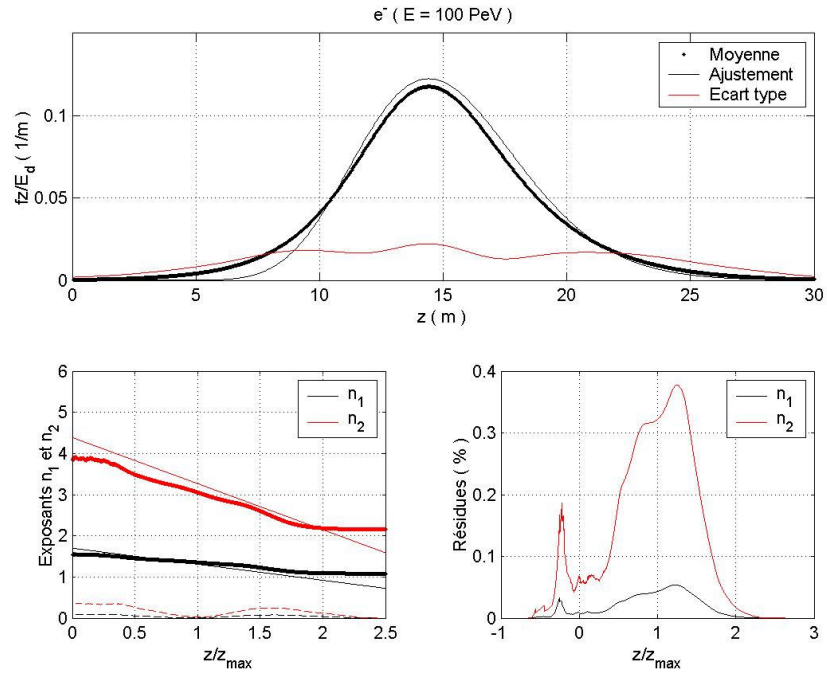


Figure 1-17 : Caractéristiques des cascades électromagnétiques LPM à 100 PeV. Le profil longitudinal moyen commence à diverger de la forme caractéristique en distribution  $\Gamma$  observée à plus basse énergie.

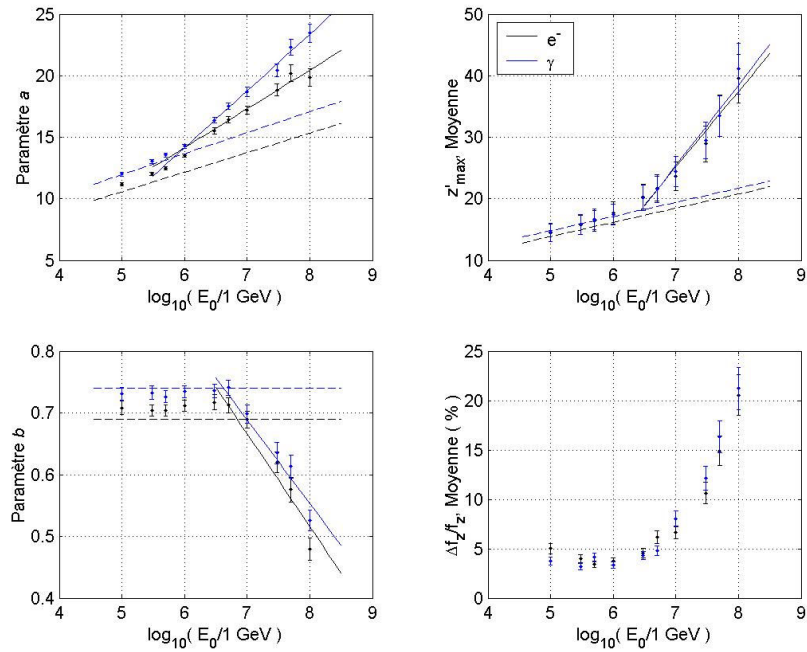


Figure 1-18 : Paramétrisation longitudinale des cascades électromagnétiques pour des énergies allant du PeV au EeV.

Pour des énergies supérieures au PeV les valeurs moyennes des paramètres  $a$  et  $b$  ont été ajustées par des lois linéaires selon le logarithme de l'énergie. Les résultats obtenus sont représentés en trait plein sur la Figure 1-18. On prolonge ainsi la paramétrisation des sous-cascades jusqu'à la valeur d'énergie de 100 PeV selon le modèle suivant :

$$(1-58) \quad \begin{aligned} a(e^\pm) &= \begin{cases} 1 + 0.69 \cdot \left( \ln\left(\frac{E}{54.3 \text{ MeV}}\right) - 0.57 \right) & \text{si } E \leq 52.5 \text{ TeV} \\ 1.37 \cdot \ln\left(\frac{E}{1 \text{ GeV}}\right) - 4.76 & \text{sinon} \end{cases} \\ b(e^\pm) &= \begin{cases} 0.69 & \text{si } E \leq 6.92 \text{ PeV} \\ 1.72 - 0.0653 \cdot \ln\left(\frac{E}{1 \text{ GeV}}\right) & \text{sinon} \end{cases} \\ a(\gamma) &= \begin{cases} 1 + 0.74 \cdot \left( \ln\left(\frac{E}{54.3 \text{ MeV}}\right) + 0.38 \right) & \text{si } E \leq 676 \text{ TeV} \\ 2.00 \cdot \ln\left(\frac{E}{1 \text{ GeV}}\right) - 13.5 & \text{sinon} \end{cases} \\ b(\gamma) &= \begin{cases} 0.74 & \text{si } E \leq 4.17 \text{ PeV} \\ 1.64 - 0.0588 \cdot \ln\left(\frac{E}{1 \text{ GeV}}\right) & \text{sinon} \end{cases} \end{aligned}$$

Cette paramétrisation est utilisée pour modéliser les cascades secondaires lors du développement des cascades électromagnétiques LPM à UHE.

### Cascades LPM en régime de forte suppression

Au delà de  $10^{17}$  eV, du fait de l'extension LPM de la longueur de radiation effective, les fluctuations quantiques des premières interactions deviennent prépondérantes. Comme on peut le voir sur la Figure 1-19 la loi de comportement en fonction  $\Gamma$  n'est plus représentative de la densité longitudinale. La cascade peut atteindre des extensions de l'ordre de la centaine de mètres à  $10^{20}$  eV. Ces résultats sont qualitativement en accord avec ceux de Dendenko [47]. La Figure 1-20 et la Figure 1-21 montrent les profils longitudinaux moyens recentrés sur le maximum de densité, pour des électrons comme particule primaire. On constate que ceux ci deviennent plus piqués. C'est à dire qu'en moyenne il y a une 'zone chaude' pour laquelle on va majoritairement avoir déposition de l'énergie, mais en-dehors de cette zone les fluctuations de densité sont prédominantes.

Sur ces mêmes figures on peut voir l'évolution de la densité latérale. L'accord avec une double loi de puissance reste bon. Cependant, alors qu'il y a transition vers le régime de forte suppression LPM, les valeurs des exposants  $n_1$  et  $n_2$  tendent vers une valeur constante, indépendante de la profondeur  $z$ . Les exposants tendent vers la valeur obtenue au maximum de densité à plus basse énergie, soit  $n_{i,LPM} \rightarrow n_i(z/z_{\max} = 1)$ . Les

courbes en trait plein sur le quadrant inférieure gauche de la Figure 1-20 ou de la Figure 1-21 symbolisent cette limite. La transition affecte d'abord l'exposant  $n_1$  de cœur. Elle est quasi complète à  $10^{18}$  eV. L'exposant  $n_2$  a une transition plus lente qui s'achève vers  $10^{19}$  eV. D'autre part la transition commence par les régions de faible profondeur, proches du point de formation de la cascade.

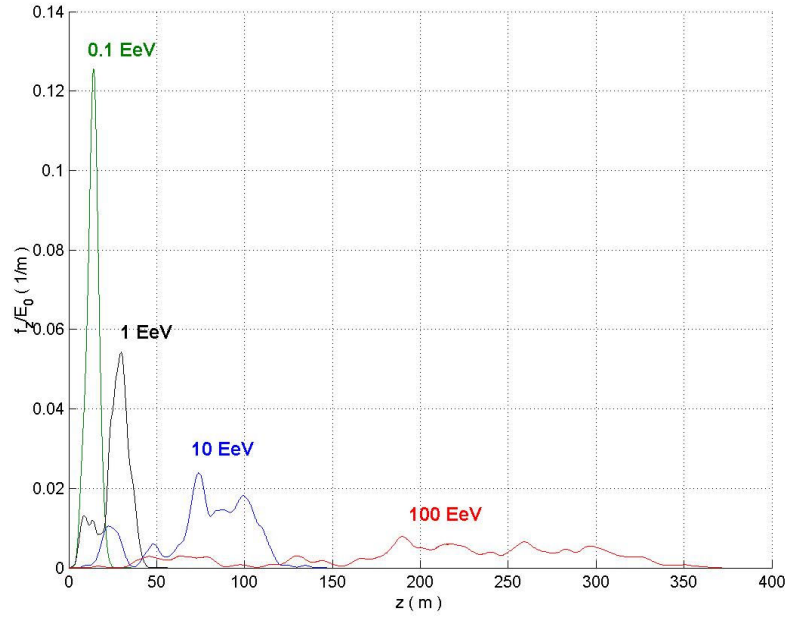


Figure 1-19 : Comparaison des profils longitudinaux de cascades LPM initiées par des électrons. Alors que l'on rentre en régime de forte suppression LPM le développement de la cascade devient profondément stochastique.

En fort régime de suppression LPM les caractéristiques moyennes des cascades obéissent à des lois d'échelles avec l'énergie du primaire. Ainsi la profondeur moyenne du maximum de densité longitudinale et sa valeur moyenne sont données par des lois de puissance selon :

$$(1-59) \quad \frac{\langle z_{\max} \rangle}{X_0} = 74.48 \left( \frac{E}{1 \text{ EeV}} \right)^{0.47}, \quad X_0 \frac{\langle \max(f_z) \rangle}{E_0} = 22.91 \cdot 10^{-3} \left( \frac{E}{1 \text{ EeV}} \right)^{-0.43}$$

où les valeurs moyennes sont des moyennes d'ensemble sur les 100 cascades simulées. Les asymptotes correspondantes sont représentées en traits plein sur les parties gauche et centrale de la Figure 1-22. Les points représentent les valeurs moyennes issues des simulations et les barres d'erreur sont l'écart type sur l'estimation de la moyenne en faisant l'hypothèse d'une distribution gaussienne. Pour une distribution longitudinale à support finie, prenant des valeurs non nulles entre les profondeurs  $z_1$  et  $z_2$ , avec  $z_1 \leq z_2$ , une estimation de la densité longitudinale moyenne est donnée en combinant moyenne d'ensemble et valeur moyenne de la densité au sein d'une réalisation de cascade selon :

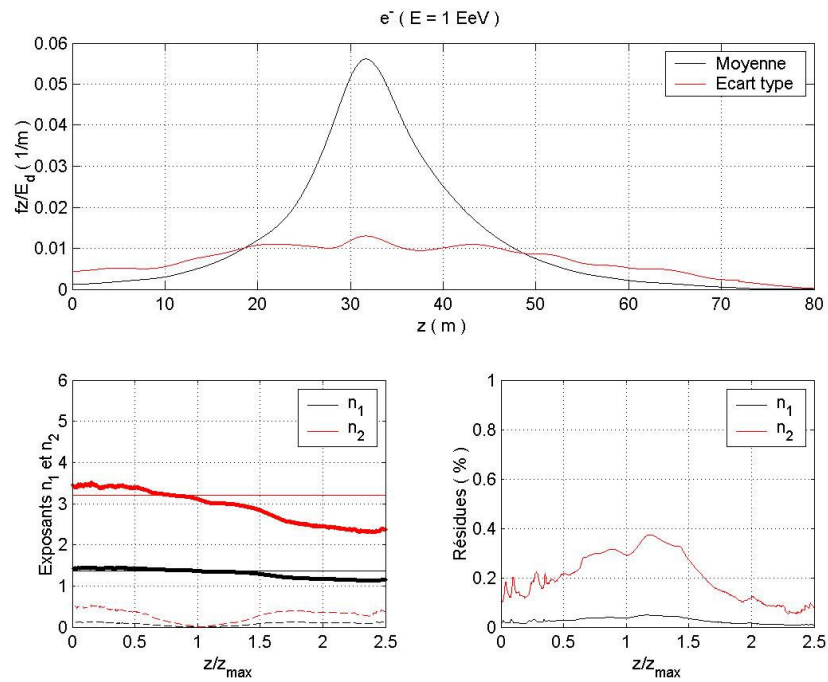


Figure 1-20 : Caractéristiques des cascades ‘LPM’ à 1 EeV. L’exposant de cœur est quasi constant proche de la profondeur du maximum de densité.

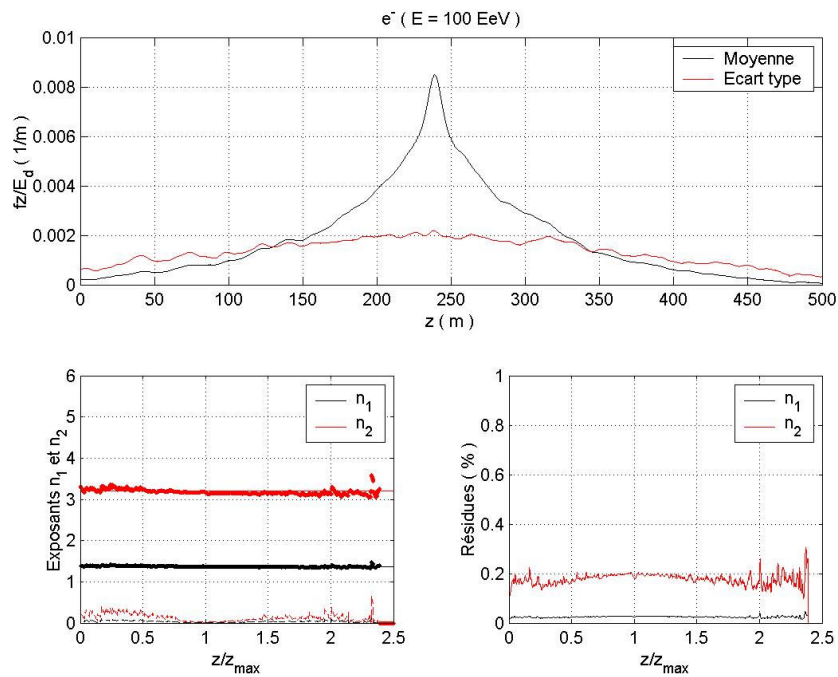


Figure 1-21 : Caractéristiques des cascades ‘LPM’ à 100 EeV. Les exposants latéraux sont constants sur l’ensemble de la cascade. On observe une zone chaude, profondeur à laquelle l’énergie est préférentiellement déposée.

$$(1-60) \quad X_0 \frac{\langle \bar{f}_z \rangle}{E_0} = \left\langle \frac{X_0}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} \frac{f_z(z)}{E_0} dz \right\rangle = 4.922 \cdot 10^{-3} \left( \frac{E}{1 \text{ EeV}} \right)^{-0.50}$$

Soit asymptotiquement la densité longitudinale typique décroît en  $1/\sqrt{E}$ . Ce résultat semble cohérent avec le fait que la longueur de radiation effective croît en  $\sqrt{E}$  en régime de forte suppression LPM. Sur la partie droite de la Figure 1-22 l'asymptote est symbolisée en trait plein. Les barres d'erreurs indiquent l'écart type moyen sur la densité, soit la moyenne d'ensemble sur l'écart type au sein d'une réalisation de cascade.

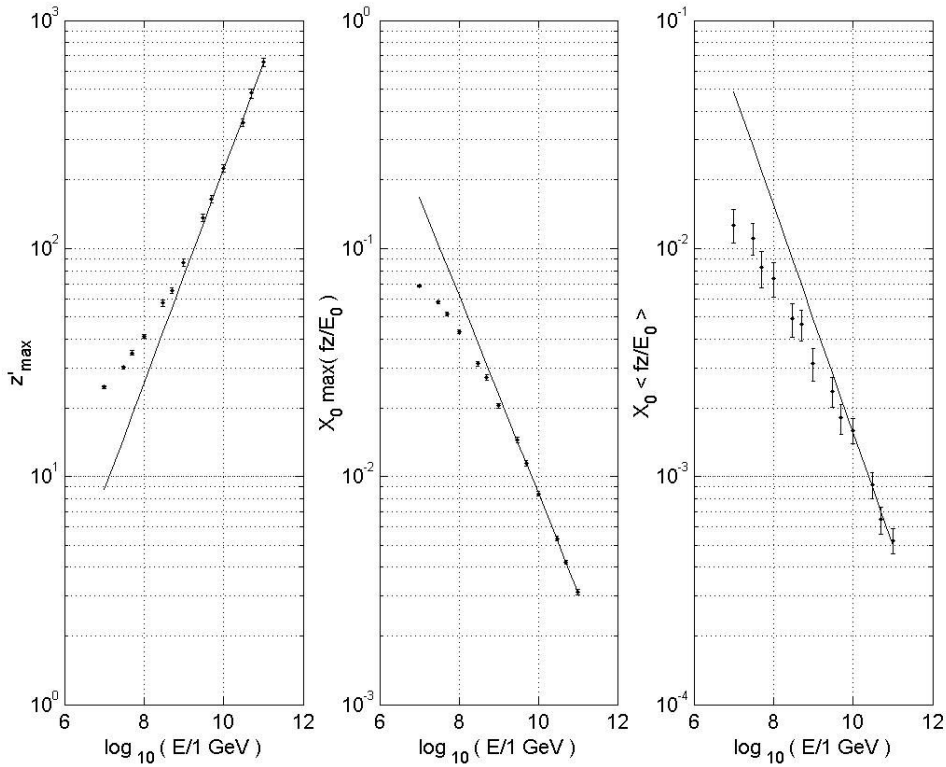


Figure 1-22 : Comportement asymptotique du profil longitudinal des cascades LPM initiées par des électrons. En régime de forte suppression on observe des comportements en loi de puissance selon l'énergie du primaire avec un exposant proche de 0.5.

Alvarez-Muniz et Zas [3] observent également une divergence en loi de puissance de l'extension des cascades LPM vers des énergies de primaire de 100 PeV. Les simulations ont été réalisées dans la glace avec une méthode hybride analogue à celle présentée ici, mais utilisant la paramétrisation NKG à 'basse' énergie. Ils donnent une valeur d'exposant de  $1/3$ , soit plus faible de 35% à nos résultats. Dedenko [47] donne lui une valeur d'exposant de 0.4, plus proche de notre valeur de 0.47 pour l'exposant

caractérisant la profondeur du maximum de densité. Il utilise également un schéma de simulation hybride, avec une étape intermédiaire supplémentaire basé sur les équations de transport de la théorie analytique des cascades. Nous pensons que les écarts observés peuvent être en grande partie attribués à des définitions différentes pour la longueur de la cascade, grandeur qui n'est pas explicite, les profils étant stochastiques.

### 1.2.5 Dépôt d'énergie pour un neutrino de UHE

En résumé l'interaction d'un neutrino avec les molécules d'eau peut conduire au développement de cascades électromagnétiques et hadroniques. Le dépôt d'énergie total  $q$  résultant est la somme des dépôts d'énergie  $q_{EM}$  et  $q_H$  de ces deux composantes. La cascade électromagnétique est amorcée par un électron ou positron, lorsqu'il y a interaction par courant chargé d'un neutrino électronique, ou dans des rares cas ( 11% ) lorsqu'il y a formation résonante d'un boson W avec désintégration en électron et neutrino. Nous négligerons ce deuxième cas de figure car c'est un cas rare, peu favorable, et comme on le verra par la suite, le processus résonant est de trop basse énergie pour être intéressant pour la détection acoustique.

Les cascades hadroniques se développent à partir des débris hadroniques, principalement des pions. Cette composante est présente dans tous les cas de figure, mais devient minoritaire ( 20% ) aux UHE qui nous intéressent.

Par suite nous considérerons uniquement les trois cas de figure suivants : l'interaction par courant chargé (CC) ou résonante avec formation de hadrons (WH) d'un neutrino ou anti-neutrino électronique et l'interaction par courant neutre (CN). Les densités d'énergie moyennes résultantes sont estimées selon :

$$(1-61) \quad \begin{cases} q_{CC}(E_\nu) = q_{EM}(E_\nu(1 - y_{CC}(E_\nu))) + q_H(E_\nu y_{CC}(E_\nu)) \\ q_{CN}(E_\nu) = q_H(E_\nu y_{CN}(E_\nu)) \\ q_{WH}(E_\nu) = q_H(E_\nu) \end{cases}$$

où  $y$  désigne le paramètre d'inélasticité du processus de diffusion, soit la fraction d'énergie du neutrino qui est cédée aux hadrons. Elle dépend notamment de l'énergie du neutrino. Nous utilisons les valeurs moyennes indiquées par Gandhi *et al.* pour la modéliser. De plus à UHE elle est sensiblement identique pour une interaction par courant neutre ou courant chargé. Par suite l'interaction par courant neutre, à UHE, donne un dépôt équivalent à une interaction par courant chargé d'un neutrino muonique ou tauique si on admet par ailleurs que le lepton produit ne donne pas de cascade détectable dans le volume d'eau. Pour des énergies de l'électron inférieures à  $10^{17}$  eV la densité d'énergie issue des cascades électromagnétiques est simulée en utilisant une fonction  $\Gamma$  avec des valeurs moyennes des paramètres  $a$  et  $b$  issues des simulations hybrides données par l'équation (1-58). A plus haute énergie nous utilisons une réalisation de cascade LPM simulée par Monte-Carlo.

On notera cependant que du fait de la suppression LPM les sections efficaces totales des processus de Bremsstrahlung et de création de paires tendent vers des valeurs de plus en plus faibles. Elles sont de l'ordre de 10 mbarn à  $10^{20}$  eV. Aussi aux énergies

extrêmes d'autres processus d'interaction sont susceptibles de prendre le pas sur ces derniers mettant à mal l'extension LPM de la cascade. La photo-production de hadrons par l'interaction d'un photon de haute énergie sur un proton ou neutron par exemple. D'après les données du PDG nous estimons que la section efficace de ce processus est d'environ 0.1 mbarn pour des énergies dans le référentiel du laboratoire de l'ordre  $10^{18}$  eV. Mais il s'agit là de données issues de prédictions théoriques non contraintes. Les processus concernés mettent en jeu des énergies dans le centre de masse de plusieurs dizaines de TeV. Fletcher *et al.* [48], par exemple, indiquent des possibles valeurs de l'ordre du mbarn, voir plus. D'autre part c'est sans compter sur l'ouverture possible de processus de nouvelle physique ... Aussi, il nous semble que les valeurs obtenues ici pour l'extension LPM des cascades électromagnétiques sont à considérer comme une fourchette haute. Nous rappelons également que pour le terme de suppression nous avons inclut le terme 'correctif' de Migdal, qui est susceptible de surestimer les longueurs de radiations effectives à UHE.

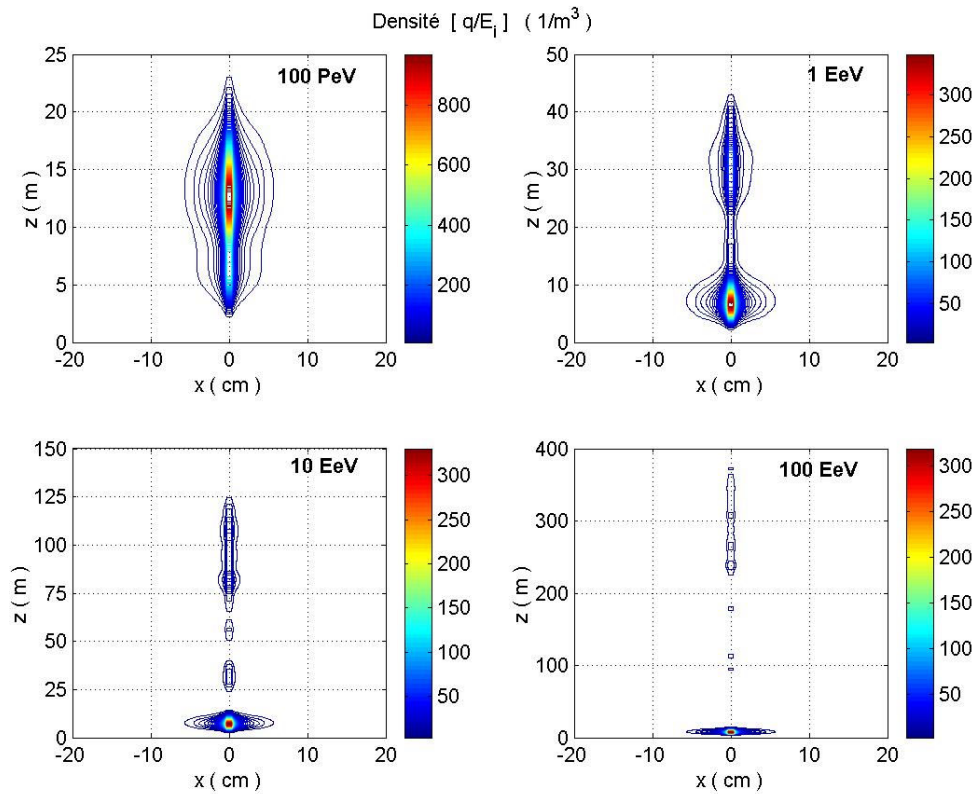


Figure 1-23 : Vue en coupe de densités d'énergie déposée suite à l'interaction par courant chargé d'un neutrino électronique. L'énergie du neutrino primaire est indiquée en haut à droite pour chaque figure. Alors que l'énergie augmente, du fait de la suppression LPM, on observe la séparation de la composante électromagnétique initié par l'électron secondaire et de la composante issu des fragments hadroniques de la diffusion inélastique. Cette dernière forme un dépôt dense, compact, mais n'emportant en moyenne que 20% environ de l'énergie totale du neutrino. Les 80% restants sont 'dilués' sur plusieurs dizaines à des centaines de mètres aux UHE.



N'ayant pas étudié plus en détail des modèles de cascades hadroniques à UHE nous utilisons un schéma très simplifié. Pour cela nous nous inspirons des résultats des simulations d'Alvarez-Muniz et de Zas [3] ainsi que des observations expérimentales de cascades atmosphériques [39]. D'après Zas la partie hadronique des cascades LPM initiées par des neutrinos est peu sensible à l'effet LPM et ceci pour deux raisons. Tout d'abord le neutrino ne cède qu'une modeste partie, 20% de son énergie aux fragments. D'autre part cette énergie est partagée entre une multiplicité de plusieurs dizaines de particules dont principalement des pions. Aussi on a superposition d'un ensemble de sous-cascades initiées par des particules d'énergie d'environ deux ordres de grandeur inférieurs à celle du neutrino incident. Ceci semble justifié par l'observation de cascades atmosphériques pour lesquels on observe un taux d'accroissement logarithmique  $D$  sensiblement constant sur la gamme d'énergie allant de 100 TeV à plus de 10 EeV.

Par conséquent nous nous contentons ici d'utiliser une extrapolation des simulations GEANT4 selon une distribution  $\Gamma$ . Nous utilisons les valeurs des coefficients  $a$  et  $b$  déterminées précédemment pour un pion comme particule initiale. C'est à dire que les débris hadroniques et leurs interactions ne sont pas simulés, mais remplacés par un dépôt 'moyen' dont le profil longitudinal correspond à celui d'une cascade initiée par un pion unique. Les conséquences précises pour l'extension de la cascade résultante sont peu triviales. Dans un cas plus réaliste les différentes sous cascades électromagnétiques initiées par les hadrons secondaires sont vraisemblablement amorcées à des distances variables du point de première interaction ce qui peut compenser la perte de l'extension des cascades individuelles due à la réduction de leur énergie. Quoiqu'il en soit ces effets sont supposés faibles, moins de cinq pourcents, les taux d'accroissement étant logarithmique avec l'énergie. Alvarez-Muniz et Zas indiquent également qu'à partir des UHE certaines cascades hadroniques peuvent malgré tout présenter de longues traînes LPM. Néanmoins ces traînes n'emportent qu'une faible fraction de l'énergie totale, quelques pourcents, et seront donc 'noyées' dans la partie électromagnétique fortement LPM. De plus cette approximation pour les cascades hadroniques nous semble intéressante en cela qu'elle permet de comparer deux cas de figures extrêmes : celui d'un dépôt LPM étendu sur des centaines de mètres à celui d'un dépôt compact de l'ordre de la dizaine de mètres. Pour la distribution latérale des cascades hadroniques nous utilisons la distribution déduite des cascades électromagnétiques. Elles ont montré le meilleur accord avec les observations de cascades atmosphériques.

La Figure 1-23 est un récapitulatif pour notre modélisation du dépôt d'énergie suite à l'interaction d'un neutrino avec une molécule d'eau de mer. Elle montre des vues en coupe de l'énergie totale déposée par les différentes cascades résultantes d'une interaction par courant chargé d'un neutrino électronique, et ceci pour différentes valeurs de l'énergie initiale du neutrino. A 100 PeV les composantes hadroniques et électromagnétiques donnent des dépôt d'énergie qui se superposent. A plus haute énergie, du fait de l'extension LPM de la composante électromagnétique on observe la séparation des composantes du dépôt.



### 1.3 L'onde de pression et sa propagation

La génération puis la propagation de notre signal ultra sonore est gouvernée par l'équation d'onde avec le terme source stipulé par Askariyan. Bien que la physique et les mathématiques relatives à ces phénomènes, l'acoustique linéaire, ne sont pas particulièrement nouveaux nous nous trouvons dans un cas de figure qui sort des 'cas d'école'. En effet, nous disposons d'une source sonore cohérente, étendue et *quasi filiforme*. De plus du fait de la perturbation *quasi instantannée* du milieu par la cascade, nous avons un signal sonore impulsionnel, soit large bande dans le domaine fréquentiel. Dès lors les approximations usuelles de champs lointain ne sont plus nécessairement valides sur les portées utiles d'observation. Du fait de l'asymétrie du terme source, le dépôt d'énergie, et de sa cohérence l'émission ultra-sonore est concentrée dans les directions orthogonales à l'axe de la cascade. Aux distances d'intérêt pour l'observateur, à savoir le kilomètre, il est nécessaire de conduire un calcul exact à partir du potentiel de Green de l'équation d'onde afin d'estimer correctement l'émission du cœur de la cascade. Ce calcul est délicat numériquement et les résultats sont dépendants de l'étalement du cœur de la cascade, qui n'est pas précisément connue. Il est alors important de tenir compte des propriétés physiques 'régulatrices' du milieu de propagation, à savoir les pertes dissipatives ainsi que de la réponse temporelle limitée du détecteur.

Dans les parties qui suivent nous commencerons par introduire un développement simplifié de l'équation d'Askariyan, en partant de l'équation de Helmholtz afin de dégager les principales caractéristiques du signal ultra-sonore dans la limite de la diffraction à l'infinie, ou diffraction de Fraunhofer. Ceci nous permettra de discuter les limites de validité de l'approximation de champ lointain et de motiver le recours à un développement analytique plus rigoureux et qui plus est dans le domaine temporel. Dans une seconde partie nous présentons les résultats d'un ensemble de transformations permettant d'affiner le calcul numérique du champ de pression, 'en temporel', dans des conditions de champ proche et pour une source à symétrie de révolution, à savoir la cascade. L'importance des pertes dissipatives par absorption ainsi que des variations des caractéristiques physiques du milieu de propagation, soit le gradient de vitesse du son avec ses effets de réfraction, et le gradient de pression, sont également discutés.

#### 1.3.1 Caractéristiques du signal acoustique

Dans cette partie nous suivons un développement en grande partie similaire à celui d'Askariyan dans son article de 1979 [26]. Pour commencer, conformément au modèle de cascades qui a été discuté précédemment en 1.2 nous faisons l'hypothèse qu'au moins en ce qui concerne le cœur de la cascade, localement, l'énergie est déposée instantanément. Soit nous adoptons pour la densité d'énergie la dépendance temporelle donnée par l'équation (1-50), à savoir :

$$(1-62) \quad q(\vec{r}, t) = q(\vec{r})H(t - \vec{r} \cdot \vec{u} / c_0),$$

où  $\vec{u}$  est un vecteur unitaire orienté selon la direction de développement de la cascade. Dans ces conditions l'équation d'onde (1-35) avec son terme source thermo-acoustique conduit à une équation de Helmholtz par transformation de Fourier, selon :

$$(1-63) \quad \Delta \tilde{p}(\vec{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c_s^2} \tilde{p}(\vec{r}, \omega) = -i\omega \frac{\alpha}{C_p} q(\vec{r}) \exp(i\omega(\vec{r} \cdot \vec{u} / c_0))$$

où  $\tilde{X}$  désigne la transformée de Fourier de la grandeur  $X$ . La solution physique, causale, à l'équation de Helmholtz est donnée par un produit de convolution spatial du terme source et du potentiel de Green selon :

$$(1-64) \quad \tilde{p}(\vec{r}, \omega) = -i\omega \frac{\alpha}{4\pi C_p} \int \frac{\exp(i\omega[|\vec{r} - \vec{r}'|/c_s + \vec{r}' \cdot \vec{u} / c_0])}{|\vec{r} - \vec{r}'|} q(\vec{r}') d^3\vec{r}'$$

Par suite, sous cette forme, la résolution exacte de l'équation d'onde avec terme source thermo-acoustique fait intervenir une intégration tri-dimensionnelle sur la densité d'énergie déposée, et ceci pour plusieurs fréquences. Cette solution est coûteuse numériquement et conduit à des temps de calcul excessifs, avec de plus des difficultés de convergence liées à l'étroitesse de dépôt latéral. En effet il est nécessaire d'échantillonner 'suffisamment' finement le dépôt d'énergie latéral sans quoi on limite arbitrairement le spectre des fréquences pouvant être générées. Or, le dépôt latéral semblant être divergent au centre la notion de 'suffisamment' est plutôt floue à ce stade. Moyennant des hypothèses simplificatrices sur le dépôt d'énergie, à savoir une symétrie de révolution et un dépôt latéral exponentiel, Askariyan a pu réduire l'intégrale précédente à une intégration sur la seule coordonnée d'espace  $z$ . L'intégration numérique devient alors abordable. Néanmoins l'hypothèse de densité latérale exponentielle est jugée dangereuse ici, car susceptible de sous-estimer l'importance de la contribution du cœur de la cascade au signal acoustique. C'est pourquoi nous avons développé une méthode alternative, consistant également à réduire l'intégration sur une coordonnée unique, mais pouvant être appliquée de façon plus générale à différents modèles de distribution latérale.

### Antenne linéique : le cas d'école

Avant de présenter plus en détail les calculs qui suivent nous nous proposons d'étudier le cas limite, mais plus pédagogique, d'une distribution parfaitement linéique, soit une distribution dont la densité d'énergie déposée est donnée en coordonnées cylindriques d'axe  $\vec{u}$  par :

$$(1-65) \quad q(\vec{r}) = \frac{\delta(\rho)}{\pi\rho} f_z(z)$$

Dans ces conditions la composante de Fourier  $\tilde{p}(\vec{r}, \omega)$  se réduit de façon immédiate à une intégrale unique sur la coordonnée d'espace  $z'$  selon :

$$(1-66) \quad \tilde{p}_L(\rho, z, \omega) = -i\omega \frac{\alpha}{4\pi C_p} \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(z') \frac{\exp(i\omega[\sqrt{\rho^2 + (z - z')^2} / c_s + z' / c_0])}{\sqrt{\rho^2 + (z - z')^2}} dz'$$

Dans le cas où l'observation a lieu à une distance grande devant l'extension caractéristique finie  $L$  de la cascade le terme de phase quadratique en  $z - z'$  peut se simplifier selon :

$$(1-67) \quad r = \sqrt{\rho^2 + z^2} \succ r^* = \frac{L^2}{2\lambda} \Rightarrow \sqrt{\rho^2 + (z - z')^2} \approx r - \frac{zz'}{r}$$

où  $\lambda = 2\pi c_s / \omega$  est la longueur d'onde acoustique. On fait ainsi apparaître une distance  $r^*$  caractérisant la transition entre des conditions d'observation dites de champ proche,  $r \leq r^*$  et des conditions dites de champ lointain,  $r \succ r^*$ . Dans l'eau, pour une longueur d'onde caractéristique  $\lambda \approx 5$  cm la distance  $r^*$  caractérisant le champ lointain peut varier entre quelques centaines de mètres ( $L \approx 6$  m) à la centaine de kilomètres pour des cascades en régime LPM ( $L \approx 100$  m). On notera cependant que pour une observation selon une direction orthogonale à l'axe de la cascade, soit pour  $z = 0$  l'approximation précédente, de champ lointain, n'est plus nécessairement valable. Le terme quadratique, d'ordre 2, n'est alors plus négligeable.

Lorsque l'observation se fait depuis l'infini, on retrouve des conditions de diffraction de Fraunhofer, avec une composante de Fourier du champ de pression donnée par :

$$(1-68) \quad \tilde{p}_L^\infty(\rho, z, \lambda) = -ic_s \frac{\alpha}{C_p} \frac{\exp(2ir\pi/\lambda)}{2\lambda r} \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(z') \exp(-2i\pi[\sin(\theta) - \frac{c_s}{c_0}] \frac{z'}{\lambda}) dz', \quad \sin(\theta) = \frac{z}{r}$$

Aussi à une fréquence pure le champ de pression en l'infini est donné comme la figure de diffraction du profil longitudinal  $f_z$  modulée par un terme de phase qui dépend des rapports de la vitesse du son à la vitesse de la lumière dans le vide. Notamment si l'on considère le cas d'école d'un dépôt d'énergie selon une fonction créneau tel que :

$$(1-69) \quad f_z(z) = \frac{E}{L} [H(z + L/2) - H(z - L/2)]$$

on obtient la figure de diffraction classique donnée par la fonction sinus cardinal :  $\text{sinc} : x \rightarrow \sin(x)/x$ , tel que :

$$(1-70) \quad \tilde{p}_L^\infty(r, \theta, \lambda) = -ic_s \frac{\alpha E}{C_p} \frac{\exp(2ir\pi/\lambda)}{2\lambda r} \text{sinc}\left(\pi \frac{L}{\lambda} \left[\sin(\theta) - \frac{c_s}{c_0}\right]\right)$$

Dans ce cas particulier l'émission acoustique de la 'cascade' admet un maximum selon la direction  $\theta_0 = \text{asin}(c_s/c_0) \approx c_s/c_0 = 5 \mu\text{rad}$  par rapport à la perpendiculaire à la cascade, et ceci indépendamment de la longueur d'onde considérée. L'amplitude de ce maximum croît proportionnellement à la fréquence acoustique  $f$ . La largeur angulaire  $\Delta\theta$  du lobe principal de diffraction décroît en  $1/f$  selon  $\Delta\theta \approx 2\lambda/L = L/r^*$ . Pour  $r^* = 1$  km et  $L = 10$  m on trouve l'ordre de grandeur suivant  $\Delta\theta \approx 0.6^\circ$ .

Dans l'approximation de champ lointain, la composante de Fourier à la fréquence  $f$  se propage à la vitesse du son dans le milieu, qui est non dispersive, soit indépendante de la longueur d'onde. Or le signal acoustique résultant de la cascade est large bande en fréquence soit localisé temporellement. Dit autrement, il est la somme continue de composantes de Fourier. Cette superposition est cohérente uniquement au sein du lobe central de diffraction et dans une fenêtre temporelle étroite proche du temps d'arrivée du son au point d'observation. Soit il apparaît que l'émission est dominée par les hautes fréquences acoustiques, qu'elle est directive, quasi orthogonale à l'axe de la cascade et localisée temporellement, impulsionnelle plus précisément. Néanmoins, on verra par la suite que la largeur latérale du dépôt d'énergie, les pertes dissipatives par absorption par le milieu ainsi que la bande passante des récepteurs, limitent la cohérence possible pour le signal. Une autre propriété intéressante, que l'on retrouvera, pour des cascades non étendues LPM, est que l'amplitude du signal croît proportionnellement à l'énergie totale  $E$  déposée.

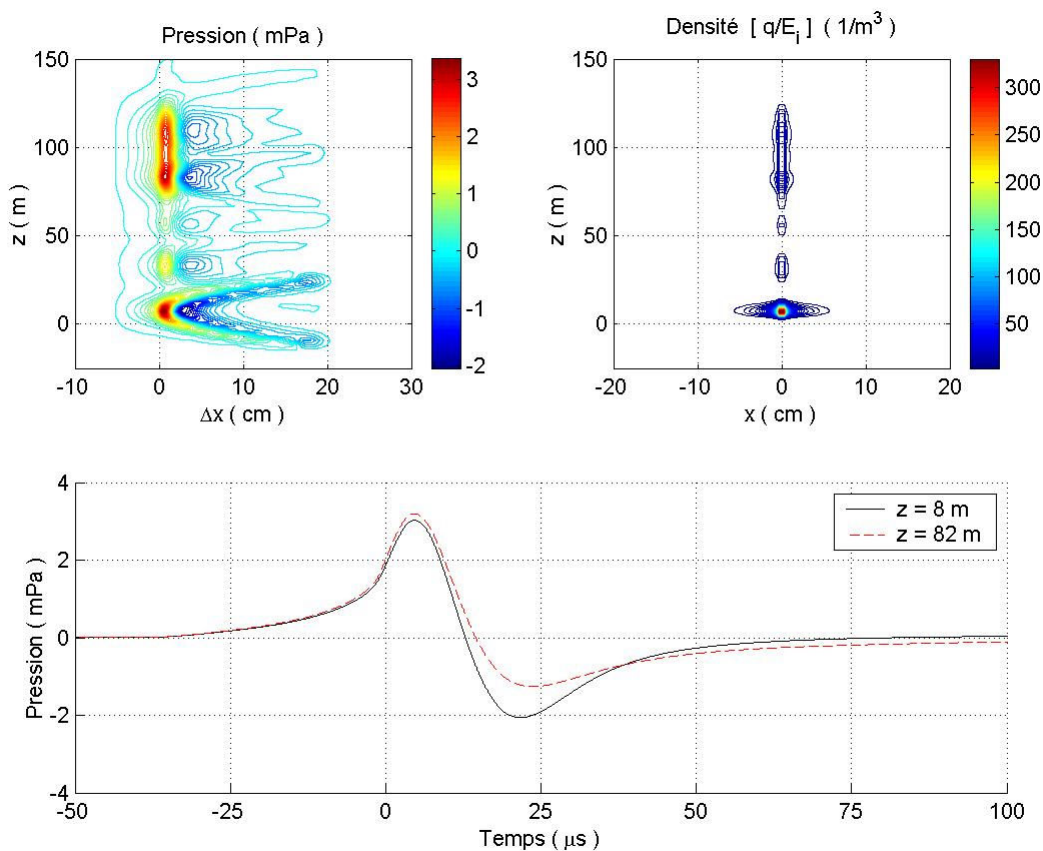


Figure 1-24 : Allure du signal de pression observé à 1 km de distance de l'axe des cascades, pour une interaction par courant chargé d'un neutrino électronique de 10 EeV. Les figures du haut montrent le dépôt d'énergie (droite) et un instantané du champ de pression (gauche) à 1 km de l'axe. La figure du bas montre l'allure temporelle du signal à deux profondeurs le long de l'axe  $z$  des cascades.

Quoi qu'il en soit, dans tous les cas de figure : signal ultra haute fréquence, extension LPM des cascades, à des distances jugées 'raisonnables' pour la détection c'est à dire de l'ordre du kilomètre, il apparaît que l'approximation de champs lointain n'est pas valable pour décrire rigoureusement le signal acoustique issu des cascades de UHE. Il est nécessaire de résoudre l'équation d'onde avec le terme source d'Askariyan de façon exacte. Néanmoins les caractéristiques générales du signal déduites dans l'approximation de champ lointain restent valides. A savoir: l'émission acoustique est directive, le signal est de type impulsionnel,

dominé par des hautes fréquences acoustique et il se propage quasiment à la vitesse du son dans le milieu, orthogonalement à l'axe de la cascade. A titre d'illustration, nous anticipons sur les résultats présentés par la suite en montrant l'allure des signaux de pression issus de cascades sur la Figure 1-24. Sur la partie du bas on peut voir la forme temporelle, de bi-impulsion, qui sera caractéristique de tous nos signaux thermo-acoustiques. Sur le figures du haut, on peut voir à droite le dépôt d'énergie, pour une interaction par courant chargé d'un neutrino électronique de 10 EeV, et à gauche un instantané du champs de pression à 1 km de distance de l'axe ( $Oz$ ) orienté par la direction d'incidence du neutrino. On constate que la propagation est quasi orthogonale à cet axe.

### 1.3.2 Pertes dissipatives, absorption par l'eau de mer

L'équation d'onde telle qu'elle a été écrite jusqu'ici, est conservative, c'est à dire que l'énergie associée à notre onde de pression est constante au cours du temps égale à l'énergie transférée, 'instantanément' par la cascade. Ceci peut se traduire par une équation de conservation selon :

$$(1-71) \quad \frac{\partial \varepsilon_a}{\partial t} + \text{div}(\vec{J}_E) = \frac{p}{\rho_0} \frac{\alpha}{C_p} \frac{\partial q}{\partial t}$$

où  $\vec{J}_E = p_1 \vec{v}$  est le flux d'énergie acoustique de module  $|\vec{J}_E| = p_1^2 / \rho_0 c_s$  et  $\varepsilon_a$  sa densité volumique.

### Densité spectrale d'énergie et efficacité

Dans des conditions de champ lointain la densité spectrale d'énergie acoustique  $E_a$  par unité d'angle solide est constante. Par application du théorème de Perceval elle a pour expression :

$$(1-72) \quad \frac{\partial^2 E_a}{\partial \Omega \partial f} = \frac{r^2 |\tilde{p}_1|^2}{\rho_0 c_s}$$

Dans le cas particulier d'un dépôt d'énergie créneau, à partir de l'expression de l'équation (1-70) pour le champ de pression en champ lointain, en négligeant le terme de propagation du dépôt en  $c_s / c_0$ , on obtient pour expression de la densité spectrale d'énergie acoustique :

$$(1-73) \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_a^\infty}{\partial f} = \left( \frac{\alpha E}{C_p} \right)^2 \frac{c_s}{\rho_0 \lambda^2} \pi \phi\left(\frac{L}{\lambda}\right) \\ \phi(x) = \int_0^1 \text{sinc}^2(\pi x u) du \end{array} \right.$$



La fonction  $\phi$  est à valeurs dans  $[0;1]$ . Elle décrit l'efficacité angulaire de la source. L'efficacité est maximale à la valeur de 100% pour une source ponctuelle, lorsque  $L/\lambda \rightarrow 0$ . Aux grandes valeurs de  $L/\lambda$  l'efficacité angulaire décroît comme  $\phi(x) \rightarrow 1/(2x)$ ,  $x \gg 1$ . Néanmoins l'efficacité reste maximale aux hautes fréquences. Soit, dans le cas de cascades où l'observation se fait à des longueurs d'ondes faibles en comparaison de l'extension caractéristique de la source la densité spectrale d'énergie acoustique  $E_a^\infty$  en champ lointain est donnée par :

$$(1-74) \quad \frac{\partial E_a^\infty}{\partial f} = \left( \frac{\alpha E}{C_p} \right)^2 \frac{\pi f}{2\rho_0 L}$$

On note plusieurs propriétés remarquables. Tout d'abord l'énergie acoustique ré-émise par la cascade sous forme d'onde de pression varie en  $E^2$ . Des dépendances similaires sont données par Tam [28] et Learned. [50]. Aussi l'énergie ré-émise semble pouvoir dépasser l'énergie totale  $E$  déposée au sein de la cascade. En particulier en l'absence de coupure sur les hautes fréquences cette divergence est flagrante. Ceci est dû au fait que les équations de l'acoustique linéaire ne sont plus valables aux hautes fréquences, fortes pressions, notamment en ce qui concerne le terme source. Nous rappelons que le terme source d'Askariyan est dérivé d'une linéarisation au premier ordre à partir du coefficient de dilatation. Or extrapolée de façon abusive cette linéarisation conduit à des densités d'eau négatives, soit à de la 'création' de matière.

Dans la limite des faibles amplitudes de signaux, l'énergie acoustique croît selon le carré de l'énergie déposée  $E$ . Aussi la conversion thermo-acoustique est d'autant plus efficace que l'énergie de la cascade est importante. Elle est d'autant plus efficace qu'elle peut se faire à haute fréquence et que la cascade est compacte. Cependant ce dernier point est à pondérer par le fait que les signaux ultra-sonores en provenance de cascades seront observés au sein d'un milieu d'extension finie avec de plus des termes de pertes.

### Coefficient d'absorption complexe et réponse impulsionnelle

Dans un milieu réel une partie de l'énergie acoustique est transférée vers le milieu lors de la propagation de l'onde de pression. Ces pertes de l'énergie acoustique deviennent d'autant plus importantes que la propagation se fait sur de grandes distances. Les mécanismes mis en jeu sont multiples. On pourra en trouver un historique dans l'ouvrage d'acoustique sous-marine de Urlick [49]. De façon générale, dans le domaine fréquentiel, pour une onde de pression plane d'amplitude complexe  $\tilde{a}$ , les pertes dissipatives tendent à augmenter proportionnellement à la distance parcourue  $r$  et à la densité d'énergie acoustique de l'onde de pression. Soit localement la variation d'énergie du fait des pertes dissipatives s'exprime sous la forme d'un coefficient d'absorption  $\tilde{\alpha}$ , à priori complexe. En le supposant isotrope, et invariant par translation de l'expérience dans l'espace et le temps il a pour expression :

$$(1-75) \quad \tilde{\alpha}(i\omega) = -\frac{1}{\tilde{a}} \frac{\partial \tilde{a}}{\partial r}$$

où  $\omega$  est la pulsation de l'onde plane. Il résulte de l'équation (1-75) que l'énergie et l'amplitude de l'onde de pression à une fréquence pure décroissent exponentiellement avec la distance  $r$  à la source tel que :

$$(1-76) \quad \begin{cases} a(\vec{r}, t, \vec{k}, \omega) = \tilde{a}(i\omega, r) \exp(i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})) \\ \tilde{a}(j\omega, r) = \exp(-\tilde{\alpha}(i\omega)r) \end{cases}$$

avec  $\vec{k} = \vec{n}\omega/c_s$  le vecteur d'onde de l'onde plane. Néanmoins cette atténuation exponentielle de l'amplitude n'est plus vraie dans le cas d'un signal large bande. Pour illustrer ceci nous allons considérer par la suite le cas de figure simplifié d'un signal résultant d'une superposition d'ondes planes, de mêmes directions, issues d'un même plan source. Le champ de pression résultant  $p_a$  est donné par la formule de Rayleigh-Sommerfeld pour la diffraction, en 'corrigeant' des effets d'absorption, soit par transformée de Fourier inverse selon :

$$(1-77) \quad p_a(r, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{p}(\omega) \tilde{a}(i\omega, r) \exp(i\omega(t - r/c_s)) d\omega$$

Par suite, dans le domaine temporel, le champs de pression 'absorbé'  $p_a$  peut s'exprimer à partir du théorème de convolution selon :

$$(1-78) \quad p_a(r, t) = I_a(r, t) \otimes_t p(t - r/c_s)$$

avec :

$$(1-79) \quad p_0(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{p}(\omega) \exp(i\omega t) d\omega \quad \text{et} \quad I_a(r, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{a}(i\omega, r) \exp(i\omega t) d\omega$$

On fait ainsi apparaître la réponse impulsionnelle du milieu absorbant, notée  $I_a(r, t)$  et le champs de pression  $p_0(t)$  à la source.

### Pertes par frottements visqueux

Une première cause de perte d'énergie acoustique dans l'eau est le fait des frottement visqueux et de la diffusion thermique de l'onde de température accompagnant l'onde de pression. Bien que la viscosité de l'eau soit relativement faible en comparaison d'autres liquides les pertes visqueuses augmentent avec la fréquence de l'onde de pression. Elles conduisent à un coefficient d'absorption qui varie en  $\tilde{\alpha} \propto -(i\omega)^2$ . Ces pertes deviennent donc importantes dans le domaine des ultra-sons. Une façons de rendre compte des effets de viscosité est d'introduire un terme de frottements visqueux dans les équations mécaniques dont la linéarisation conduit à l'équation d'onde constitutive de l'acoustique linéaire. Un

exemple est donné dans l'article de Learned, de 1979, relatif à la propagation de signaux d'origines thermo-acoustiques [50]. Un développement du potentiel de Green, 'avec viscosité', au deuxième ordre d'approximation en  $\omega$  donne une 'petite correction' à l'équation d'onde sous la forme exprimée par les équations (1-76) et (1-77).

Dans le domaine temporel la dépendance en  $\omega^2$  du coefficient d'absorption se traduit par une équation de diffusion tel que :

$$(1-80) \quad \tilde{\alpha} = -\frac{1}{D}(i\omega)^2 \Leftrightarrow \left[ \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{D} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] I_{a,v}(r,t) = 0$$

Le coefficient de diffusion  $D$  s'exprime plus généralement à partir d'une pulsation  $\omega_0$  et de la vitesse du son selon :  $D = \omega_0 c_s$ . Dans l'eau la pulsation  $\omega_0$  est de l'ordre de  $\omega_0 \approx 10^{12} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ . La pulsation  $\omega_0$  caractérise le domaine de fréquence pour lequel les corrections à l'équation d'onde, du fait de la viscosité, peuvent être traitées par un modèle d'absorption gaussien. Le modèle proposé est valide uniquement pour des pulsations faibles devant  $\omega_0$ , soit en pratique, dans tous les cas de figure pour l'acoustique sous-marine. La réponse impulsionnelle liée aux pertes visqueuses prend alors la forme familière d'une distribution Gaussienne selon :

$$(1-81) \quad I_{a,v}(r,t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi r / (\omega_0 c_s)}} \exp\left(-\frac{\omega_0 c_s t^2}{2r}\right)$$

C'est à dire que sous l'effet de l'absorption une impulsion 'sonore' parfaite a une amplitude qui décroît seulement en  $1/\sqrt{r}$ . La durée caractéristique de l'impulsion augmente en  $\sqrt{r}$  selon  $\Delta t = \sqrt{r / \omega_0 c_s} \approx 30 \text{ ns} \sqrt{r / 1 \text{ m}}$ . Une conséquence intrigante qui résulte de l'utilisation d'un terme d'absorption réel symétrique est que la réponse impulsionnelle associée aux pertes visqueuses est également réelle symétrique, soit non causale. C'est à dire que sous l'effet de la viscosité une partie de l'onde voyage en avance, plus vite que la vitesse adiabatique du son. Nous ne savons pas si il s'agit là d'une conséquence physique réelle ou d'une limitation liée au modèle adopté.

### **Pertes par couplage chimique**

Les mers et les océans sont des milieux salins présentant d'importantes concentrations de différentes espèces ioniques en équilibre de dissolution. La perturbation locale résultante de l'onde de pression et de température peut déplacer l'équilibre de ces réactions de dissociation chimique prélevant ainsi une partie de l'énergie acoustique du signal. Une étude formelle de ces couplages chimeo-acoustiques a été réalisée par Libermann [51] en 1949. Pour un équilibre chimique de dissociation de la forme  $AB \leftrightarrow A + B$ , dans la limite des petites perturbations acoustiques, on pourra vérifier en développant l'équation (13) dans l'article de Lieberman que le coefficient d'absorption complexe associé prend la forme :

$$(1-82) \quad \tilde{\alpha}_{AB}(\omega) = \frac{1}{\lambda_{AB}} \frac{i\omega}{\omega_{AB} + i\omega}$$

La pulsation  $\omega_{AB}$  caractérise la cinétique ‘dynamique’ de l’équilibre de dissociation considéré, tel qu’introduite par Liebermann. La longueur  $\lambda_{AB}$  rend compte de la distance sur laquelle les effets de l’absorption deviennent sensibles. Ces deux paramètres dépendent des caractéristiques thermo-chimiques de l’équilibre considéré. Notamment de sa susceptibilité aux variations de pression et de température.

D’autre part, toujours dans la limite des faibles perturbations acoustiques les contributions à l’absorption des différents effets sont additives. L’additivité des coefficients d’absorption se traduit par une multiplication des termes de pertes dans le domaine de Fourier ou par le produit de convolution des réponse impulsionnelles individuelles dans le domaine temporel.

Dans l’eau de mer principalement deux équilibres de dissociation contribuent à l’absorption. Il s’agit de l’acide borique  $B(OH)_3$  constituant minoritaire, présent seulement à 5 mg/l dans l’eau de mer, et du sulfate de magnésium  $MgSO_4$ , présent à 4.7 % en fraction massique. Bien que ces espèces sont minoritaires dans l’eau de mer leur équilibre de dissociation sont fortement sensibles aux variations de pression et de température, aussi elles contribuent de façon importantes à l’absorption. Pour notre signal ultra sonore le sulfate de magnésium est la principale cause de perte d’énergie. Comparé aux pertes visqueuses, le sulfate de magnésium conduit à un renforcement de quasiment deux ordres de grandeur du coefficient d’absorption pour des fréquences inférieures à la centaine de kHz. L’acide borique contribue uniquement pour des fréquences inférieures aux kHz.

Les pertes liées aux équilibres de dissociation chimique sont fortement dépendantes des concentrations ioniques au sein du milieu. Aussi elles peuvent varier d’un facteur deux d’une mer à l’autre. Notamment l’équilibre de dissociation de l’acide borique est très sensible au pH du milieu et celui de  $MgSO_4$  à la salinité  $S$ . Les conditions de température  $T$  et la pression hydrostatique  $P$  modifient également le coefficient d’absorption. Ainsi, sur une colonne d’eau de 2.5 km de hauteur on peut observer des variations de quelques 10%.

## Réponse globale d’absorption

Le coefficient d’absorption a été modélisé à partir des équations de François et Garrison [52]. La partie complexe du coefficient, du aux contributions chimiques et non connue expérimentalement, a été ‘prolongée’ sous la forme proposée par Liebermann. Les détails de la modélisation sont donnés en Annexe F. La partie réelle du coefficient d’absorption est représentée en trait plein noir sur la Figure 1-25. A titre de comparaison la courbe rouge montre le résultat obtenu avec la formule semi-empirique de Leroy [53] utilisée en Mer Méditerranée. On observe un bon accord pour des fréquences inférieures à la centaine de kHz. La courbe en pointillé correspond à l’absorption attendue si on ne tient compte que des effets visqueux. Pour des fréquences inférieures à 100 kHz les contributions chimiques sont prédominantes pour l’absorption, par un à deux ordres de grandeur. La partie droite de la figure montre les longueurs d’absorption correspondantes. On pourra retenir l’ordre de grandeur suivant : à 30 kHz la longueur d’absorption du son dans l’eau de mer est de l’ordre de 1 km.

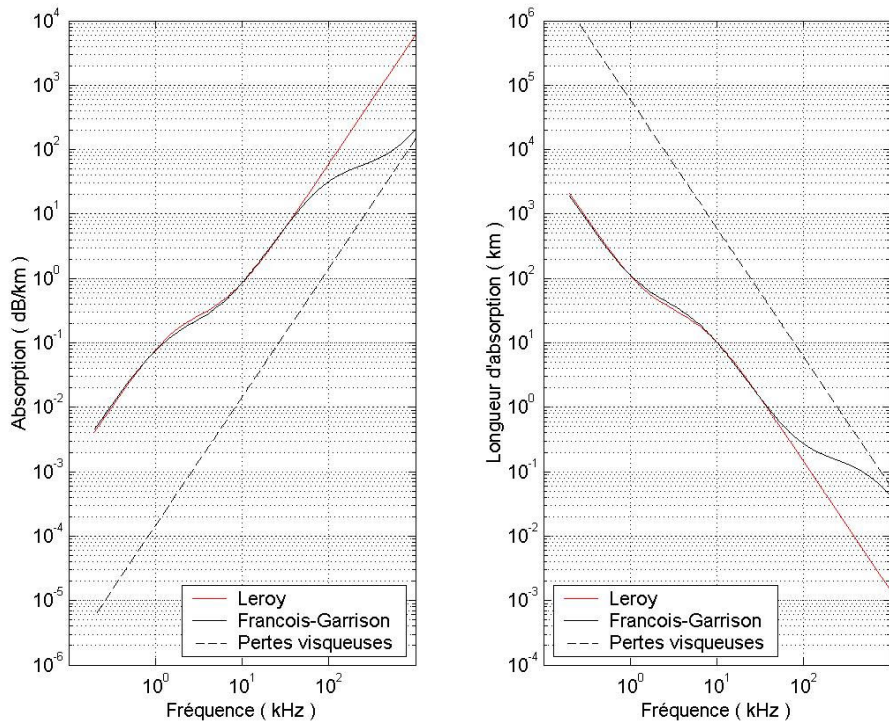


Figure 1-25 : Atténuation et longueur d'absorption. La courbe en pointillés correspondrait à de l'eau pure. La présence de constituants chimiques en équilibre de dissociation renforce fortement l'absorption dans de l'eau de mer.

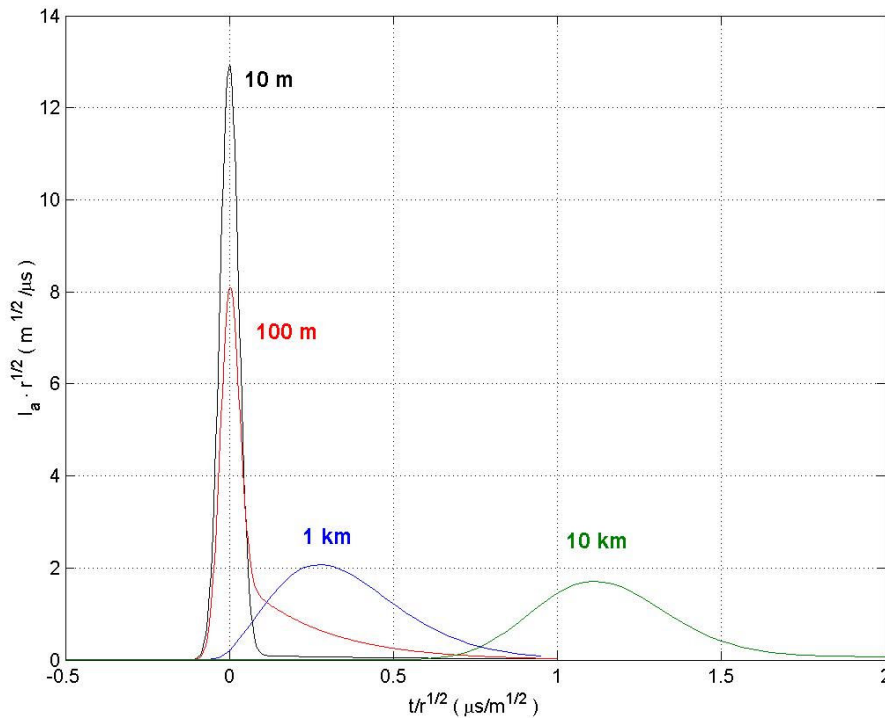


Figure 1-26 : Réponse impulsionnelle d'absorption à différentes distances  $r$  de propagation. Les échelles de temps est l'amplitude des réponses ont été normalisées par un facteur  $\sqrt{r}$  pour permettre une meilleur comparaison.

La réponse impulsionnelle d'absorption est calculée par transformée de Fourier de l'absorption complexe selon l'équation (1-79). Les détails du calcul sont donnés en Annexe F. Les résultats obtenus pour différentes distances sont représentés sur la Figure 1-26. Les échelles de temps et l'amplitude de la réponse sont re-dimensionnées par un facteur  $\sqrt{r}$  pour une meilleure comparaison.

Pour des distances de la dizaine de mètres et moins la réponse est dominée par les pertes visqueuses. On retrouve la forme gaussienne avec une réponse qui tend vers la réponse impulsionnelle d'absorption visqueuse. Vers 100 m de propagation on observe l'amorce d'une transition alors que les pertes par la voie  $MgSO_4$  commencent à entrer en action. La réponse impulsionnelle devient dissymétrique avec une longue traîne retard, et l'amplitude du pic 'gaussien' décroît sensiblement. On observe 40% de perte d'amplitude à 100 m. A 1km de distance la transition est quasiment finie. La réponse à une amplitude 'normée' quasiment 10 fois plus faible qu'à courte portée et une durée caractéristique 10 fois plus grande. A plusieurs km de distance on retrouve une forme gaussienne sensiblement symétrique. De plus on pourra remarquer que la réponse présente un retard de propagation. En effet conformément à ce qui a été observé par Liebermann les pertes par voies chimiques modifient l'indice de réfraction du son par un biais constant à grande distance. Soit pour des distances de l'ordre du km à plusieurs dizaines de km, lorsque les pertes par  $MgSO_4$  sont prédominantes la vitesse de propagation est réduite par un facteur  $\Delta c_s$  tel que :

$$(1-83) \quad \Delta c_s = \frac{c_s^2}{\lambda_2 \omega_2} \approx 4 \text{ cm/s}$$

où la longueur  $\lambda_2 = 132 \text{ m}$  et la pulsation  $\omega_2 / 2\pi = 91.2 \text{ kHz}$  caractérisent les pertes chimiques par  $MgSO_4$ . On pourra se reporter en Annexe F pour une justification des valeurs numériques. Ce biais sur la vitesse du son est de l'ordre de grandeur de la précision à laquelle on peut calibrer un célérimètre, aussi il peut être négligé en pratique. Le biais introduit par l'acide borique, après des centaines de kilomètres de propagation, est encore plus faible.

### 1.3.3 Réfraction et modèle des rayons acoustiques

Afin de rendre compte des variations des propriétés acoustiques du milieu de propagation il est nécessaire de revenir sur l'établissement de l'équation d'onde. Pour des grandeurs moyennes, masse volumique et vitesse du son variant 'lentement' avec les coordonnées d'espace le développement de l'acoustique linéaire conduit à une équation analogue à l'équation d'onde selon :

$$(1-84) \quad \rho_0(\vec{r}) \operatorname{div} \left( \frac{1}{\rho_0(\vec{r})} \overrightarrow{\operatorname{grad}}(p_1) \right) - \frac{1}{c_s^2(\vec{r})} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = 0$$

Nous admettrons par la suite que 'localement', c'est à dire sur des échelles de l'ordre du km à la dizaine de km, les variations de la vitesse adiabatique du son et de la densité moyenne dépendent uniquement de l'immersion notée  $z$ . Soit en coordonnées cylindriques d'axe ( $Oz$ ) et avec pour variables  $\rho, \varphi, z$ , l'équation précédente se développe selon :

$$(1-85) \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[ \rho \frac{\partial p_1}{\partial \rho} \right] + \rho_0(z) \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{\rho_0(z)} \frac{\partial p_1}{\partial z} \right] - \frac{1}{c_s^2(z)} \frac{\partial^2 p_1}{\partial t^2} = 0$$

### Développement harmonique de la fonction de Green réfractée

Dans cette partie nous formulons une approximation de la fonction de Green, ici notée  $g$ , associée à l'équation d'onde 'stratifiée' précédente. Cette approximation conduit, entre autre, à l'équation des rayons. Pour cela nous allons considérer un développement harmonique. Soit dans l'espace réciproque de Fourier la transformée de Fourier  $\tilde{g}$  de  $g$  est solution de l'équation de Helmholtz qui suit :

$$(1-86) \quad \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[ \rho \frac{\partial \tilde{g}}{\partial \rho} \right] + \rho_0(z) \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{\rho_0(z)} \frac{\partial \tilde{g}}{\partial z} \right] + \frac{\omega^2}{c_s^2(z)} \tilde{g} = -\frac{1}{\pi \rho} \delta(\rho) \delta(\varphi) \delta(z)$$

Par analogie avec l'équation d'onde nous chercherons notre fonction de Green sous la forme :

$$(1-87) \quad \tilde{g}(\omega, \rho, z) = f(\rho, z) \exp(i\omega\tau(\rho, z))$$

où  $\tau$  représente un retard de propagation. En regroupant les différents termes selon les puissances croissantes de la pulsation  $\omega$  on pourra vérifier que la fonction proposée dans l'équation (1-86) est solution de (1-87) si et seulement si elle satisfait aux conditions suivantes :

$$(1-88) \quad \begin{cases} \Pi(f) = -\frac{1}{\pi \rho} \delta(\rho) \delta(\varphi) \delta(z) & (1) \\ f \Pi(\tau) + 2 \overrightarrow{\text{grad}}(f) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(\tau) = 0 & (\omega) \\ \left[ \overrightarrow{\text{grad}}(\tau) \right]^2 = 1/c_s^2 & (\omega^2) \end{cases}$$

où l'opérateur  $\Pi$  est définie en coordonnées cylindriques comme :

$$(1-89) \quad \Pi = \Delta + \rho_0 \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \right] = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[ \rho \frac{\partial \tilde{g}}{\partial \rho} \right] + \rho_0 \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial z} \right]$$

La condition en  $\omega^2$  dans l'ensemble d'équations (1-88) est dominante à haute fréquence. Elle correspond à l'équation de l'Eikonal ou au modèle des rayons. En particulier, on peut en déduire la loi de la réfraction de Descartes.



## Modélisation de la vitesse adiabatique du son

En Mer Méditerranée , passé la thermocline, soit après au plus 100 m de profondeur, la vitesse du son augmente linéairement avec l'immersion selon :

$$(1-90) \quad c_s(z) = c_{s,0} - k_c z = c_{s,0} \left(1 - \frac{z}{R_c}\right)$$
$$c_{s,0} \approx 1500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}, k_c \approx 1.6 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{m}^{-1} \text{ et } R_c = \frac{c_{s,0}}{k_c} \approx 90 \text{ km}$$

Ces variations sont dues aux seules variations de densité, ou de la pression statique, la température étant constante. Par conséquent la détermination du retard de propagation  $\tau$  correspond à un cas d'école. On pourra vérifier en particulier que les rayons acoustiques correspondants suivent des trajectoires circulaires dans le plan contenant l'axe ( $Oz$ ) et la direction initiale du rayon et qu'ils sont défléchis vers la surface.

Dans un océan ou une mer plus standard que la Méditerranée la vitesse du son admet un minimum vers 1 km de profondeur. Ce minimum résulte des contributions antagonistes de la compression de l'eau et de son refroidissement alors que la distance à la surface augmente. Dès lors si la source est localisée au dessus de ce minimum les rayons acoustiques sont défléchis vers le fond, alors que si la source est localisée en dessous les rayons sont défléchis vers la surface. Il en résulte que pour des rayons faisant un angle 'faible' avec l'horizontale on a une propagation guidée, autour du minimum de célérité. C'est le cas de figure le plus souvent étudié en acoustique sous-marine lorsqu'on s'intéresse à la propagation du son sur de grandes distances. En effet la propagation étant guidée on minimise les pertes par réflexion aux interfaces. D'autre part la dispersion géométrique du signal est également réduite. C'est donc une situation privilégiée lorsqu'on cherche à détecter des signaux acoustiques générés à de très grandes distances. Des expériences récentes [54][55] ont montré qu'il est ainsi possible de localiser des signaux acoustiques de la centaine de Hz jusqu'à des distances de l'ordre Mega-mètre. Cependant, ces propriétés remarquables de propagation du son ne semblent pas encore bien comprises aujourd'hui sur le plan théorique [56][57]. Quoi qu'il en soit, nous n'étudierons pas ce cas de figure ici puisqu'il ne correspond pas à la situation de la Mer Méditerranée ou se construit le détecteur ANTARES. D'autre part notre signal acoustique est dominé par les hautes fréquences pour lesquelles l'absorption limite sensiblement la portée. Néanmoins, nous verrons au chapitre 3 que c'est aux énergies extrêmes, pour des propagations sur de grandes distances que la méthode acoustique peut se montrer véritablement efficace.

Par ailleurs la forte directivité de notre source sonore fait qu'il est également possible, dans la majorité des cas, de négliger la contribution du fond de la mer à la conduction du signal acoustique. Il s'agit là aussi d'une situation particulière. Pour une source omnidirectionnelle, sur des longueurs de propagation de l'ordre de grandeur de la profondeur de la mer, soit le km ici, la composition du sol influence la propagation du son. Celui ci se propage plus vite parmi les roches et sédiments composant le fond de la mer.

## Conséquences pour le signal Thermo-acoustique

Dans les conditions où les variations de la vitesse du son sont dominées par un gradient de célérité linéaire on peut pour des distances faibles devant le rayon de courbure  $R_c$

négliger les contributions des termes d'ordre 0 et 1 en  $\omega$  au potentiel de Green  $\tilde{g}$ . Soit celui ci est de la forme suivante :

$$(1-91) \quad \tilde{g}(\omega, \rho, z) = \frac{1}{4\pi r} \exp(i\omega\tau(\rho, z))$$

le temps de propagation  $\tau$  étant donné par l'équation des rayons. Une justification de cette approximation est donnée en Annexe F. On fait ainsi une erreur sur l'amplitude du signal qui est de quelques pourcents à une distance de 10 km. Néanmoins cette erreur tend à diverger en  $(r/R_c)^2$  ce qui limite la validité de l'approximation à plus grande portée.

Il en résulte que la directivité du champ de pression rayonné par la cascade obéit à un modèle de rayons acoustiques avec un rayon de courbure effectif  $R_1 = R_c / \cos(\theta)$  qui dépend de l'angle  $\theta$  que fait l'axe de la cascade avec la direction du gradient de vitesse, soit la verticale ici. Des justifications sont données en Annexe F et en Annexe H dans l'approximation de champ lointain, puis par un calcul en champ proche. Les caractéristiques du champ de pression réfracté d'une cascade sont présentées en détail dans la partie 1.4.2 par la suite.

### Modèle des rayons acoustiques

Puisque le modèle des rayons correspond au terme dominant pour notre signal haute fréquence, il est intéressant de considérer plus en détail quelques ordres de grandeur quant à la propagation du son dans le cadre de ce modèle. Pour simplifier les notations par la suite nous introduisons les coordonnées réduites  $x = \rho/R_c$  et  $y = 1 - z/R_c$ . D'autre part nous définissons la distance directe  $r_1$  et la distance 'miroir'  $r_2$  selon :

$$(1-92) \quad r_1 = \sqrt{x^2 + (1-y)^2} \quad \text{et} \quad r_2 = \sqrt{x^2 + (1+y)^2}$$

On pourra vérifier que  $r_1$  correspond simplement à la distance d'un point à l'origine.  $r_2$  est la distance de ce même point au symétrique de l'origine par rapport au plan de cote  $z = R_c$ .

Dans le cas d'un gradient de vitesse du son constant tel qu'exprimé par le biais de l'équation (1-90), un rayon émis depuis l'origine  $O$  du référentiel et passant par le point  $M$  de coordonnées  $(\rho, \varphi, z)$ , suit une trajectoire circulaire de rayon  $R_0$  centrée sur le point  $\Omega$ , tel que :

$$(1-93) \quad \left\{ \begin{array}{l} \tan(i_0) = \frac{2x}{1 - (x^2 + y^2)} \\ \frac{R_0}{R_c} = 1/\sin(i_0) = \frac{r_1 r_2}{2x} \\ \Omega : (x_\Omega = -\frac{1 - (x^2 + y^2)}{2x}; y_\Omega = 0) \end{array} \right.$$

où  $i_0$  est l'angle d'émission du rayon avec la verticale. Le temps de propagation retard  $\tau$  correspondant, solution du terme en  $\omega^2$  dans l'ensemble d'équations (1-88) a alors pour expression :

$$(1-94) \quad \tau = \frac{1}{k_c} \ln \left[ y \frac{1 - r_1 r_2 - x^2 - y^2}{1 - r_1 r_2 + x^2 - y^2} \right]$$

Ce calcul ne pose pas de difficultés techniques particulières hormis qu'il est fastidieux. C'est pourquoi nous nous contentons ici d'en donner les résultats principaux. On pourra par exemple se reporter à la note suivante [58] pour un calcul plus détaillé conduisant à l'établissement des différentes expressions relatives à la réfraction présentées dans cette partie.

### Avance de propagation et déflexion

Dans le cadre du modèle de rayons acoustiques la réfraction a deux conséquences notables pour la propagation du son. D'une part elle défléchit les rayons acoustiques de leur trajectoire initiale, vers la surface. D'autre part le temps de parcours du son entre deux points A et B est plus court que celui qui serait obtenu pour une trajectoire purement rectiligne. Plus précisément, conformément au principe de Fermat, il réalise la valeur minimale possible compte tenu des positions respectives de A et B et de la vitesse du son. Aussi la structure de notre potentiel retard va s'en trouver affectée. Afin d'estimer quantitativement ces deux effets nous définissons la déflexion  $\Delta D$  et l'avance de propagation  $\Delta T$  comme les quantités suivantes :

$$(1-95) \quad \begin{cases} \Delta D^2 = \overline{AB}^2 - (\overline{AB} \cdot \vec{u}_0)^2 \\ \Delta T = \tau_d(A, B) - \tau_r(A, B) \end{cases}$$

où  $\tau_\Gamma(A, B)$  est le temps du parcours du son entre A et B en suivant la trajectoire  $\Gamma(A, B)$  correspondant respectivement au trajet courbe réfracté (indice  $r$ ) ou à la ligne droite (indice  $d$ ). Soit  $\tau_\Gamma(A, B)$  est donné par une intégrale curviligne tel que :

$$(1-96) \quad \tau_\Gamma(A, B) = \int_{\Gamma(A, B)} \frac{ds}{c_s(s)}$$

Le calcul de la déflexion  $\Delta D$  dans le cas d'un profil de célérité linéaire, tel que donné par l'équation (1-90), est quasi immédiat en utilisant des équations paramétriques pour la trajectoire circulaire. On obtient :

$$(1-97) \quad \Delta D = 2R_0 \sin^2\left(\frac{s}{2R_0}\right) \approx \frac{s^2}{2R_0}$$

$s$  étant l'abscisse curviligne. Le cas de l'avance  $\Delta T$  est également aisé étant donné l'expression du temps  $\tau$  de la réfraction. Soit le temps de propagation  $\tau_r$  entre A et B, le long d'un rayon réfracté, est donné par l'équation (1-94) en substituant  $x \leftrightarrow x_A - x_B$  et  $y \leftrightarrow y_A - y_B$ . Ensuite, le calcul du temps de parcourt direct ne pose pas de difficulté notable. On pourra se référer à la note [58] pour un détail de ce calcul.

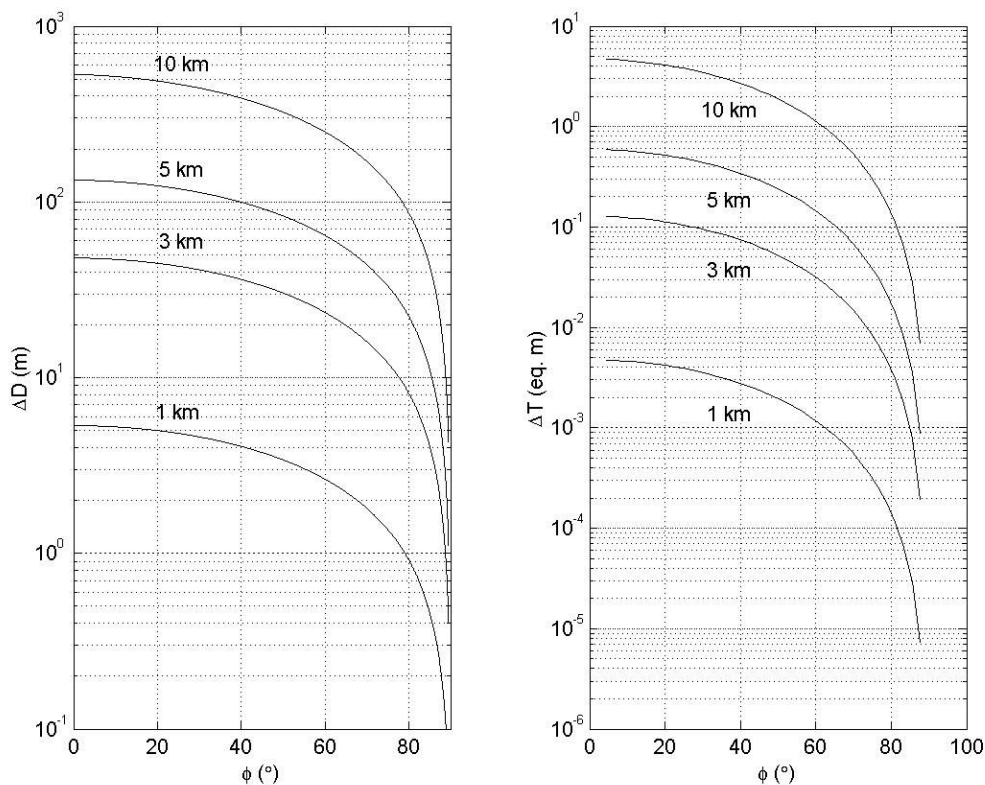


Figure 1-27 : Déflexion et avance de propagation dus à la réfraction. Les rayons sont émis avec un angle  $\phi$  par rapport à l'horizontale. L'avance de propagation est exprimée en équivalent de distance en utilisant une vitesse du son de 1500 m/s.

Les résultats obtenus pour différentes distances de propagation sont représentés en fonction de l'angle  $\phi$  que fait la direction AB avec l'horizontale sur la Figure 1-27. On observe un effet maximum pour des rayons horizontaux et nul pour des rayons verticaux. C'est à dire que à la verticale la propagation est rigoureusement rectiligne, conformément au principe de Fermat. L'avance de propagation  $\Delta T$  est exprimée en équivalent de distance en utilisant une célérité du son nominale de  $c_s = 1500$  m/s. L'effet de la déflexion est important, pouvant atteindre la centaine de mètres pour des distances de propagation de 5 km. En revanche l'avance de propagation est modérée. Notamment pour une distance de propagation de 1 km la correction à un modèle de propagation en ligne droite est seulement de 5 mm alors que en comparaison la déflexion est de l'ordre de 5 m. Aussi, en ce qui concerne le temps de propagation du son et pour des distances inférieures au km on peut en bonne approximation

considérer que les rayons se propagent en ligne droite dans un profil de célérité linéaire. Attention toutefois, ceci ne veut pas dire qu'il ne faut pas tenir compte de la variation de la vitesse du son avec la profondeur. Par exemple, dans le cas extrême d'un rayon se propageant verticalement, on fait une erreur relative de l'ordre de 1% pour une propagation sur 1 km, soit l'équivalent de 10 m d'erreur sur le temps d'arrivée du signal. On remarquera par ailleurs que les deux effets, la déflexion aussi bien que l'avance de propagation, tendent à s'amplifier en  $s^2$  avec la distance curviligne  $s$  joignant  $A$  à  $B$ .

### 1.3.4 Décomposition du signal acoustique en symétrie de révolution

Dans des conditions de champ proche il est nécessaire de conduire un calcul complet afin d'établir l'expression du champ de pression. Néanmoins l'intégration tri-dimensionnelle sur le terme source est coûteuse en temps de calcul. D'autre part nous avons vu précédemment que notre signal acoustique est de type impulsionnel. Par conséquent il nous a semblé préférable, numériquement, de conduire le calcul du champ de pression directement dans le domaine temporel. Si l'on ne prend pas garde, les transformées de Fourier numérique sont susceptibles de générer des effets de 'bords finis' non causaux, donc dommageables pour une description précise de la forme de notre signal. On pourra se reporter au NR [59] par exemple, pour une transposition des différents théorèmes d'analyse spectrale au cas d'un signal discret. Dans cette partie nous donnons une expression 'uni-dimensionnelle' du champ de pression résultant d'un ensemble de transformations analytiques explicitées en Annexe H. Ces transformations exploitent la symétrie de révolution du terme source afin de faciliter l'intégration numérique.

Dans le domaine temporel l'expression (1-64) pour le champ de pression se traduit par une intégrale de Kirchhoff selon :

$$(1-98) \quad p(\vec{r}, t) = \frac{\alpha}{4\pi C_p} \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{\delta(t - \tau(\vec{r}, \vec{r}'))}{|\vec{r} - \vec{r}'|} q(\vec{r}') d^3 \vec{r}'$$

où  $\tau$  est le temps d'arrivée du signal se propageant entre le point source  $\vec{r}'$  et le point d'observation  $\vec{r}$ . Il est par exemple donné par  $\tau = |\vec{r} - \vec{r}'|/c_s$  en l'absence de réfraction et de retard lié au développement longitudinal de la cascade. En exploitant la propriété de causalité exprimée par la fonction  $\delta$  dans l'intégrale précédente, ainsi que la symétrie par rotation autour de l'axe de la cascade, on peut montrer que le champ de pression peut s'exprimer par une intégrale unidimensionnelle sous la forme suivante :

$$(1-99) \quad p(\rho, z, t) = \frac{\alpha}{4\pi C_p} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \sum_{i=1}^2 \int_0^{\pi/2} f_z(z_i(\beta(t), u)) G_z(\rho - \rho_0(\beta(t), u), z_i(\beta(t), u)) du \right]$$

où la fonction  $G_z$  est une transformation de la distribution latérale  $g_z$  d'énergie déposée. Elle admet une expression analytique dans le cas d'un faisceau laser et peut se paramétrer pour une cascade. Nous y reviendrons dans la partie 1.4 qui suit. Le détail des transformations permettant l'établissement de l'expression (1-99), ainsi qu'une interprétation détaillée, sont donnés en Annexe H. Les paramètres  $\beta$ ,  $\rho_0$  et  $z_i$  dépendent du modèle de propagation utilisé pour le temps  $\tau$ . En l'absence de réfraction et en négligeant le temps retard lié au développement de la cascade ils ont pour expression :

$$(1-100) \quad \beta(t) = c_s t, \quad \rho_0(\beta, u) = \beta \sin(u) \quad \text{et} \quad z_i(\beta, u) = z + \varepsilon_i \beta \cos(u), \quad \varepsilon_i = \pm 1$$

Ainsi la partie intense du signal acoustique est obtenue pour  $u \rightarrow \pi/2$ , correspondant à l'émission par la portion du cœur de la cascade en vis à vis de l'observateur, soit à la distance  $\rho_0$ . Les portions de la cascade de cotes  $z_i \neq z$ , localisées de part et d'autre de la cote du point d'observation, contribuent en retard. Des expressions analogues, mais sensiblement plus complexes, sont données en Annexe H en incluant les effets de la réfraction dans un profil de célérité variant linéairement avec l'immersion. Par ailleurs nous montrons dans cette même annexe que l'effet de l'absorption pour une source linéique étendue, mais impulsionnelle est rendu par un simple produit de convolution du champs de pression  $p$ , par la réponse impulsionnelle d'absorption  $I_a$ , vue précédemment en partie 1.3.2, selon :

$$(1-101) \quad p_a(\rho, z, t) = p(\rho, z, t) \otimes I_a(t, \rho)$$

Enfin, le retard d'émission lié au développement de la cascade se traduit par une arrivée en retard du signal acoustique au point d'observation, avec un temps retard qui dépend de la profondeur  $z$  le long de l'axe de la cascade, selon :

$$(1-102) \quad p_{c_0}(\rho, z, t) = p(\rho, z, t - z/c_0)$$

En pratique cet effet de retard est négligeable pour l'ensemble des cas de figure étudiés par la suite.

## 1.4 Application au calcul de signaux thermo-acoustiques

Les résultats présentés dans la partie précédente sont appliqués au calcul des champs de pression générés par un laser ainsi qu'à différents modèles de cascades de UHE. Nous validons dans le Chapitre 2, en partie tout du moins, nos calculs numériques par une comparaison aux mesures du champ de pression thermo-acoustique généré par un laser proche-infrarouge 'tiré' dans une cuve remplie d'eau.

### 1.4.1 Caractérisation des champs de pression

L'ensemble des signaux que nous allons étudier par la suite ont schématiquement la même allure. Ils se composent d'un premier pic de compression suivi ou non d'un pic de raréfaction, ou relaxation. Aussi, nous allons préalablement définir quelques grandeurs, 'observables' qui vont nous servir à comparer nos différents signaux.

Nous choisissons de caractériser l'amplitude d'une double impulsion comme la demie-amplitude pic à pic. Soit si  $p_{\max}$  et  $p_{\min}$  désignent le maximum et le minimum de l'onde de pression l'amplitude  $A_p$  du signal est définie comme :

$$(1-103) \quad A_p = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{2}$$

Dans le cas d'une mono-impulsion cette définition se généralise avec  $p_{\min} = 0$ . D'autre part afin de rendre compte de l'asymétrie entre compression et raréfaction nous introduisons le ratio de raréfaction sur compression  $R/C$  définie comme :

$$(1-104) \quad R/C = \left| \frac{p_{\min}}{p_{\max}} \right|$$

Pour les signaux qui nous intéressent ce ratio est généralement inférieur à 1. En ce qui concerne les caractéristiques temporelles nous notons  $t_{\max}$  le temps auquel se fait l'observation du maximum du pic de compression et  $t_{\min}$  le temps d'observation du minimum du pic de raréfaction. On définit alors la durée  $\Delta t$  du signal et son temps d'arrivée  $t_a$  au point d'observation comme :

$$(1-105) \quad \Delta t = t_{\min} - t_{\max} \quad \text{et} \quad t_a = \frac{t_{\min} + t_{\max}}{2}$$

Dans des conditions usuelles d'observation la durée ainsi définie est une grandeur positive. Pour un pic mono-polaire la durée est définie comme la largeur à mi hauteur et le temps d'arrivée au temps  $t_{\max}$ . La durée est choisie positive si la mono-impulsion est



une compression, négative sinon. D'autre part de façon générale l'origine des temps correspond généralement au temps  $t_0 = \rho/c_s$  précédant l'entrée du faisceau laser dans la cuve ou la naissance de la cascade. Soit en l'absence d'absorption et pour une source linéique la première impulsion de compression a lieu à  $t = 0$  au point d'observation.

Les quatre grandeurs définies précédemment sont représentées sur la Figure 1-28. Elles peuvent sembler un peu trop 'simple' de premier abord pour caractériser un système à priori complexe. Cependant nous verrons qu'il s'agit d'observables pertinentes, comme l'expérience a pu le montrer. On pourrait aussi envisager de discriminer la durée du pic de compression et celle du pic de raréfaction. Néanmoins il existe généralement une relation entre l'asymétrie temporelle, ou fréquentielle, et l'asymétrie sur les amplitudes dont le ratio R/C rend déjà compte.

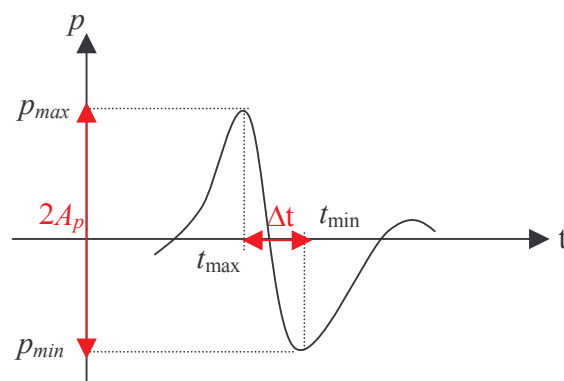


Figure 1-28 : Vue schématique d'une double impulsion type. Les quatre grandeurs utilisées pour caractériser nos impulsions sont explicitées dans le texte.

#### 1.4.2 Signaux thermo-acoustiques issus d'un laser

Dans cette partie nous utilisons le formalisme présenté précédemment en 1.3.4 pour calculer le champ de pression généré par un faisceau laser 'tiré' dans une cuve. Les résultats obtenus seront comparés aux données d'une expérience dans la partie 2.3.1 du chapitre suivant. Nous verrons en particulier dans cette seconde partie que la connaissance de la réponse du détecteur est importante pour interpréter les résultats expérimentaux. D'autre part, comme nous l'avons déjà évoqué précédemment, ce cas de figure est en forte analogie avec l'émission acoustique par une cascade de particules. Aussi les résultats obtenus pour le faisceau laser pourront servir à interpréter le cas plus complexe des cascades. Mais avant d'aborder les résultats des calculs il convient de préciser les conditions particulières dans lesquelles se font l'observation du signal. Tout d'abord le faisceau est composé d'une succession d'impulsions laser de 10 ns de durées. Le temps caractéristique associé à l'extension transverse  $\sigma$  du faisceau est donné par  $\tau_r = \sigma/c_s$ . Il est de l'ordre de la micro-seconde pour des extensions latérales de quelques millimètres. Aussi on peut à juste titre faire l'approximation que le dépôt d'énergie par le laser est instantané. D'autre part l'observation se fait à une profondeur le long du faisceau

pouvant atteindre plusieurs longueurs d'atténuations de la lumière. Soit on est dans des conditions de forte absorption. Les deux situations évoquées précédemment ne semblent pas correspondre aux conditions classiquement étudiées en opto-acoustique d'après la revue de Tam [28]. Par contre elle sont représentatives des conditions d'observation d'une cascade de particules. Par ailleurs, nous verrons par la suite, en 2.3.1, que le temps de réponse du détecteur utilisé pour l'observation du signal acoustique du laser, est de  $\tau_d \approx 20 \mu s$ . Par conséquent, en pratique, les propriétés du détecteur seront déterminantes pour la forme du signal observé. Ce point sera abordé par la suite. Nous nous intéressons ici qu'à la forme du champ de pression.

### Dépendance des paramètres du signal

Le calcul du champs de pression thermo acoustique généré par notre faisceau laser est réalisé en Annexe I. Pour ce calcul nous faisons l'hypothèse d'un profil latéral gaussien du faisceau, et la densité longitudinale est donnée par une loi d'absorption exponentielle de Beer-Lambert. Néanmoins, les expressions (4-95) et (4-96) obtenues en annexe pour le champ de pression ne donnent pas une forme analytique explicite pour notre signal. Aussi, afin de caractériser son évolution en fonction des conditions d'observation il est utile de dériver des paramétrisations pour les différentes grandeurs caractéristiques introduites précédemment, à savoir l'amplitude  $A_p$ , la durée  $\Delta t$  et le temps d'arrivée  $t_a$  du signal. Pour cela il on peut remarquer que le champ de pression peut se ré-écrire sous la forme :

$$(1-106) \quad p(\vec{r}, t) = \frac{\alpha}{4\pi C_p} E c_s^2 \rho_{eq}(\vec{r}, t)$$

où  $\rho_{eq}(\vec{r}, t)$  est une densité équivalente qui est homogène à l'inverse d'un volume. Cette densité ne dépend pas des paramètres thermodynamiques  $\alpha$  et  $C_p$ . De plus dans le cadre de notre modèle, puisque la densité d'énergie est d'échelle avec l'énergie totale  $E$  de l'impulsion laser,  $\rho_{eq}(\vec{r}, t)$  ne dépend pas non plus de  $E$ . Etablir une paramétrisation pour  $p$  revient à établir une paramétrisation pour  $\rho_{eq}$ . Or les quantités  $A_p$ ,  $\Delta t$  et  $t_a$  sont indépendantes du temps. Par suite en considérant les dimensions physiques de ces paramètres on en déduit qu'ils sont nécessairement de la forme suivante :

$$(1-107) \quad \left\{ \begin{array}{l} t_a = f(\rho, z, \sigma, \lambda) / c_s \\ \Delta t = g(\rho, z, \sigma, \lambda) / c_s \\ A_p = \frac{\alpha}{4\pi C_p} E c_s^2 h(\rho, z, \sigma, \lambda) \end{array} \right.$$

où  $f$ ,  $g$  et  $h$  sont des fonctions à déterminer à partir de l'expression de la densité  $\rho_{eq}$ . Notamment sous cette forme on peut voir que l'amplitude du signal de pression, toute chose égales par ailleurs, est directement proportionnelle au facteur  $\gamma_G = \alpha c_s^2 / C_p$  dit de Grüneisen.

### Caractéristiques du signal acoustique calculé

Le signal acoustique a été *calculé* à différentes positions le long de l'axe du faisceau laser et à différentes distances. Les valeurs des paramètres choisis correspondent aux conditions de l'expérience décrite en 2.3.1. Soit des distances de l'ordre de la dizaine de cm avec une longueur d'absorption d'environ 6 cm et un faisceau laser de quelques millimètres de rayon. On pourra se reporter à la Figure 2-12 de cette même partie pour une description plus détaillée de la géométrie de l'expérience. Sur la Figure 1-29 sont représentés quelques signaux calculés à différentes distances de l'axe, mais à profondeur constante. On distingue deux impulsions : une première issue du faisceau, avec un faible ratio R/C puis une seconde mono-impulsion de raréfaction en provenance du point d'entrée  $A$  du faisceau. Entre ces deux impulsions on peut voir un trainée lente de compression qui est due à la contribution des parties du faisceau laser en amont, proche de l'entrée, dont l'amplitude est exponentiellement plus forte que pour la partie en vis à vis de l'observateur. L'impulsion issue du point d'arrêt en  $B$  du faisceau n'est pas visible car ce dernier se situe à plusieurs longueurs d'absorptions en aval du point d'observation.

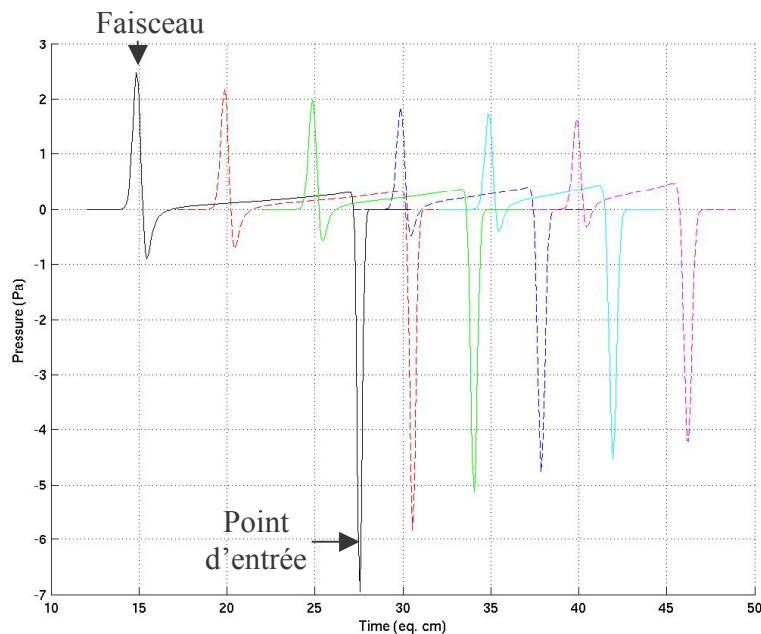


Figure 1-29 : Allure des signaux acoustiques issus d'un laser, calculés à différentes distances du faisceau. La profondeur est maintenue constante à la valeur de  $z = 24.5$  cm.

La dépendance des caractéristiques de ces deux impulsions avec les paramètres  $\rho, z, \sigma$  et  $\lambda$  a été étudiée *numériquement*. Pour cela nous avons varié la coordonnée  $\rho \in [15;40]$  cm, par pas de 5 cm, et  $z \in [14.5;24.5]$  cm, par pas de 2.5 cm. Les calculs ont été réalisés pour plusieurs largeurs de faisceau  $\sigma \in [1;7]$  mm. D'autre part afin de séparer les deux impulsions nous avons appliqué une coupure ne conservant que les géométries pour lesquelles les temps d'arrivée de chacune étaient séparés de plus de  $10\sigma$ . La longueur d'atténuation était maintenue constante de valeur  $\lambda = 6.36$  cm correspondant à la mesure expérimentale. Cependant, on notera qu'il n'est pas nécessaire de faire varier simultanément les trois paramètres. Etant donné la dépendance selon trois des paramètres  $\rho, z, \sigma$  ou  $\lambda$  la dépendance avec le quatrième paramètre se déduit par des considérations aux dimensions.

Dans les conditions de l'étude l'impulsion issue du faisceau se propage orthogonalement à celui ci. Elle arrive au temps  $t_{a,l}$  indépendant de la profondeur, pour  $z_A \leq z \leq z_B$  tel que :

$$(1-108) \quad c_s t_{a,l} = (1 + n_l) \rho + \sigma / \sqrt{2}, \quad n_l = 0.0109 \pm 0.0001$$

Les incertitudes données étant l'écart type à la loi nominale, sur l'ensemble des signaux calculés. On constate que l'impulsion à une vitesse de groupe proche de la vitesse du son à 1% près. Le biais observé selon la largeur du faisceau est dépendant de la définition adoptée pour le temps d'arrivée. Néanmoins ce point illustre le résultat intuitif selon lequel l'impulsion sera d'autant mieux 'localisée' que le faisceau est étroit. Son amplitude est donnée par:

$$(1-109) \quad A_{p,l}(\rho, z) = f_l \frac{\alpha}{4\pi C_p} c_s^2 \frac{E}{\lambda \sigma^2} \left( \frac{\sigma}{\rho} \right)^\alpha \exp(-(z - z_a) / \lambda), \quad \text{avec} \quad \alpha = 1/2 + \sigma / \lambda - \frac{13}{4} (\sigma / \lambda)^2$$

et  $f_l = 0.47 \pm 0.02$ , la dispersion étant de nouveau l'écart type sur la série de signaux calculés. Cette relation s'est montrée fiable à mieux de 3% en écart type. Le plus grand écart observé était de 12% à la plus grande largeur de faisceau de  $\sigma = 7$  mm. Un point important dans cette expression est que l'amplitude chute exponentiellement avec la profondeur le long de l'axe du faisceau. C'est à dire que l'émission est locale, depuis un point en vis à vis. La zone de cohérence pour l'émission a un volume de l'ordre de  $v = \sigma^2 \lambda / f_l$ . Le signal est d'autant plus intense que ce volume est faible. D'autre part pour de faibles diamètres de faisceau en comparaison de la longueur d'absorption le champ de pression décroît en  $1/\sqrt{\rho}$ . Ce résultat est compatible avec l'image d'une émission perpendiculairement à l'axe du laser. A plus grandes valeurs du diamètre du faisceau on observe des pertes géométriques plus importantes.

La durée de l'impulsion issue du faisceau ne dépend que de la largeur de celui ci. Elle est donnée par :

$$(1-110) \quad \Delta t_i = k_i \frac{\sigma}{c_s}, \quad k_i = 2.27 \pm 0.10$$

Le plus grand écart à cette loi est de 10% pour la plus petite largeur de faisceau de  $\sigma = 2$  mm. Cet écart est attribué à des problèmes de résolution numérique.

La seconde impulsion se propage depuis le point d'entrée en  $A$ . Elle arrive au temps  $t_{a,i}$  tel que :

$$(1-111) \quad c_s t_{a,i} = (1 + n_i) r_A, \quad n_i = 0.0116 \pm 0.0001$$

où  $r_A = \sqrt{\rho^2 + (z - z_A)^2}$  est la distance géométrique euclidienne de l'entrée au point d'observation. De nouveau on a une vitesse de groupe proche de la vitesse du son à 1% près. L'amplitude et la durée de l'impulsion issue du point d'entrée dépendent de la direction d'observation. L'amplitude est donnée par :

$$(1-112) \quad A_{p,i}(\rho, z) = f_i \frac{\alpha}{4\pi C_p} c_s^2 \frac{E}{r_A \sin(2\theta) \lambda \sigma} \quad \text{avec} \quad \tan(\theta) = \frac{z - z_A}{\rho}$$

avec  $f_i = -0.27 \pm 0.01$ . L'émission admet un minimum d'intensité à  $45^\circ$  d'angle d'observation. Les incertitudes sont de 3% en écart type également avec un maximum de 12% pour des faisceaux larges. La zone de cohérence a un volume variable cette fois ci selon la position de l'observateur. Il est de l'ordre de  $\nu = r_A \sin(2\theta) \sigma \lambda / f_i$ . Enfin la durée de l'impulsion vérifie :

$$(1-113) \quad \Delta t_i = k_i \frac{\sigma}{c_s} \cos(\theta), \quad k_i = -2.13 \pm 0.15$$

Soit à une profondeur fixe la durée décroît alors que l'on se rapproche de l'axe du faisceau laser.

### 1.4.3 Signaux thermo-acoustiques issus de cascades

Dans cette partie nous appliquons les résultats établis précédemment au cas du dépôt d'énergie généré par un neutrino. Les détails des calculs sont donnés en Annexe J. Nous utilisons une paramétrisation pour le potentiel radial  $G_z$ . Les incertitudes liées à une non connaissance précise du dépôt d'énergie sont discutées dans cette même annexe. Elles peuvent atteindre un facteur 2 sur l'amplitude des signaux, pour une observation proche de la cascade. A des distances de plusieurs km les pertes par absorption

'brouillent' l'image acoustique que l'on obtient de la cascade, rendant les incertitudes sur la distribution de la source moins critiques.

Le modèle obtenu pour notre signal acoustique est utilisé pour calculer les champs de pression à différentes distances et profondeurs autour des cascades, et ceci pour différentes énergies de neutrino. Les principales caractéristiques des signaux acoustiques obtenus sont présentées ici. Par ailleurs, du fait de la grande dynamique pour les valeurs de la distance  $\rho$  à la cascade qui ont été étudiées, nous avons utilisé des échelles logarithmique pour la majorité des grandeurs décrites. Elles sont représentées en dB avec pour référence 1 m pour les distances, 1  $\mu$ s pour les temps et 1  $\mu$ Pa pour les amplitudes. Soit par exemple la distance  $\rho$  est exprimée en dB tel que :

$$(1-114) \quad \rho \text{ (dB)} = 20 \log_{10} (\rho / 1 \text{ m})$$

Ainsi 40 dB correspondent à une distance de 100 m, 60 à une distance de 1 km.

### **Champ proche, champ lointain et imagerie de la cascade**

Le champ de pression généré par différentes interactions de neutrinos a été calculé à plusieurs distances d'observation. Dans un premier temps nous nous intéressons aux variations de l'amplitude du signal avec la profondeur le long de la cascade. Nous avons considéré des neutrinos électroniques, avec des énergies allant de 3 PeV à 100 PeV, interagissant soit par courant chargé (CC) soit par résonance de Glashow (WH) avec formation d'une cascade hadronique. Des exemples sont représentés sur les figures 1-30 à 1-33.

On constate que proche de la cascade le profil longitudinal de l'amplitude du champ de pression est une image nette de la densité longitudinale d'énergie déposée. Cette situation de champ proche est analogue à ce qui a été vue précédemment pour la faisceau laser, c'est à dire que l'émission est locale, depuis un point de la cascade en vis à vis de l'observateur. Pour des distances de plusieurs centaines de mètres, dans le cas d'un dépôt compact, l'image commence à se 'brouiller'. Elle présente une divergence angulaire de champ lointain et le front d'onde prend une forme courbe. Ces effets résultent du renforcement de l'absorption par voie chimique, par l'équilibre de dissociation de  $\text{MgSO}_4$ . En l'absence d'absorption on conserve des conditions de champ proche jusqu'au plus grandes distances de 10 km étudiées ici. Pour des cascades LPM étendues, même avec absorption, on conserve des conditions de champ proche sur des distances de plusieurs km. A  $10^{20}$  eV les dépôts d'énergie associés à la partie hadronique et à la partie électromagnétique sont séparés. On peut voir sur la Figure 1-33 le champ de pression résultant. Il se présente comme la superposition d'un champ de pression 'courbe' issu de la partie hadronique, et d'un champ de pression plus 'torturé' résultant de la partie électromagnétique LPM étendue.

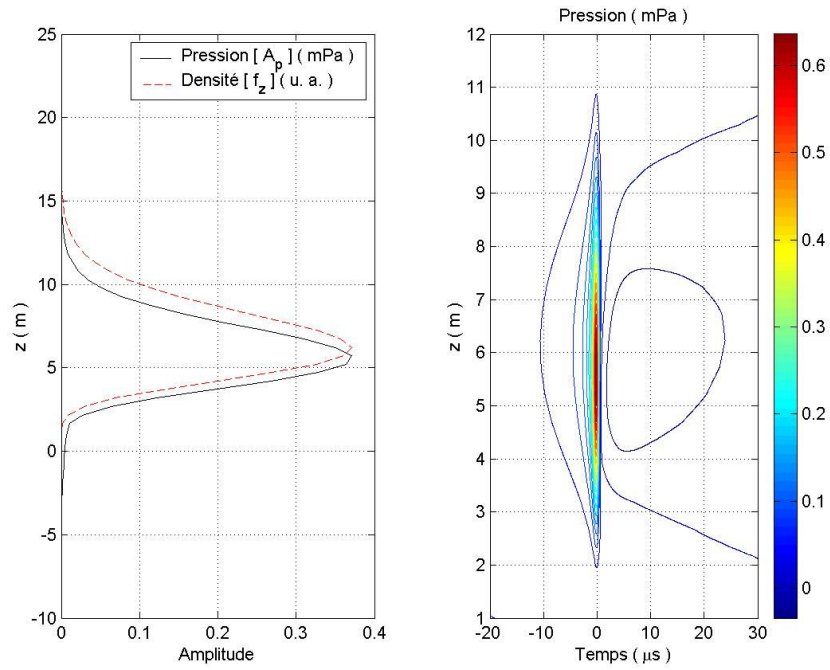


Figure 1-30 : Champ de pression à 100 m de l'axe d'une cascade générée par l'interaction résonante  $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow X$  d'un neutrino électronique de 10 PeV

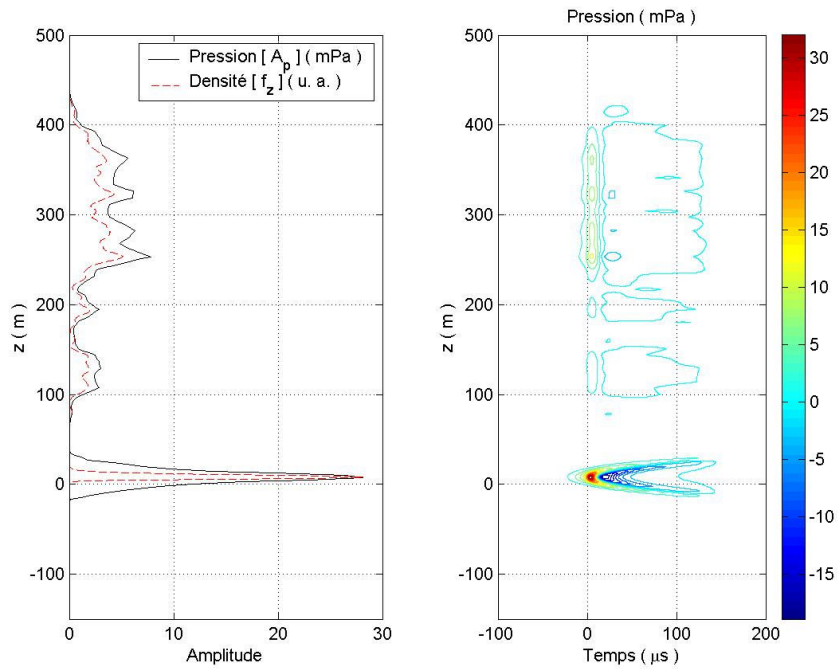


Figure 1-31 : Champ de pression à 1 km de l'axe d'une cascade générée par l'interaction CC  $\nu_e + N \rightarrow e^- + X$  d'une neutrino électronique de 125 EeV



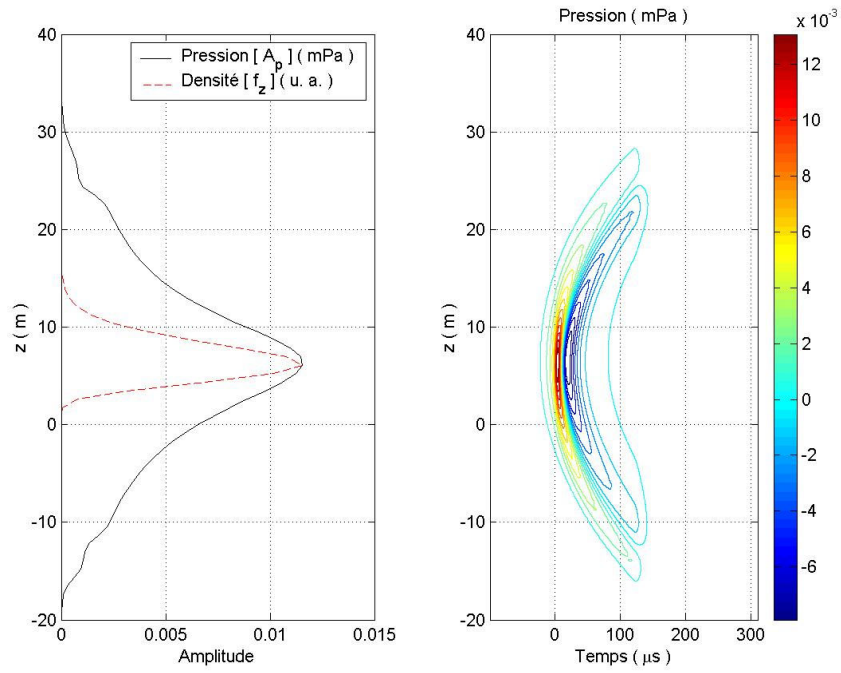


Figure 1-32 : Champ de pression à 1 km de l'axe d'une cascade générée par l'interaction résonante  $\bar{\nu}_e + e^- \rightarrow X$  d'une neutrino électronique de 10 PeV

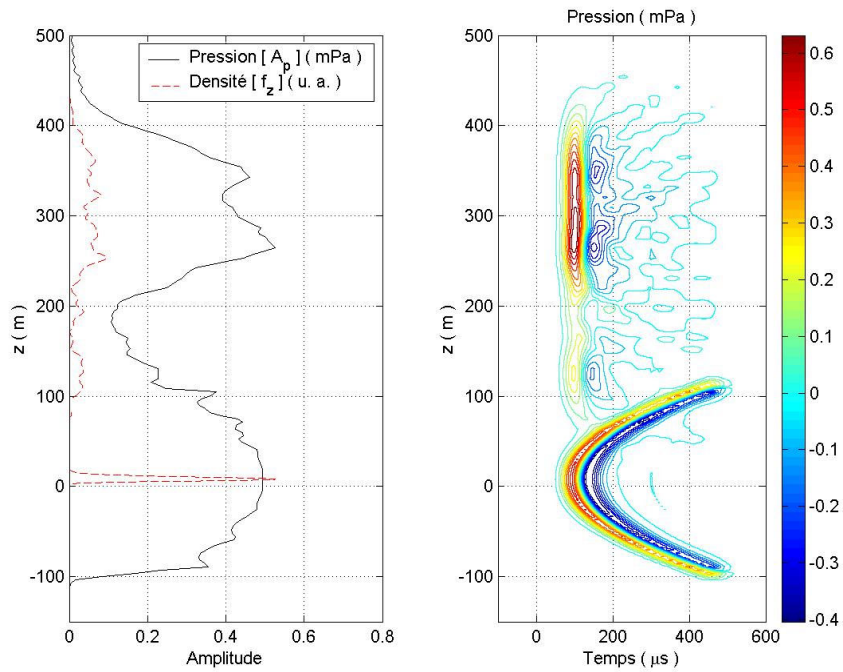


Figure 1-33 : Champ de pression à 10 km de l'axe d'une cascade générée par l'interaction CC  $\nu_e + N \rightarrow e^- + X$  d'une neutrino électronique de 125 EeV

Une façon de quantifier la transition entre champ proche et champ lointain, pour les cascades compactes, est d'étudier l'extension à  $-3$  dB de l'amplitude maximale pour le champ de pression. Nous la notons  $\Delta z$ . Si  $A_{p,\max}(\rho)$  est le maximum d'amplitude du signal acoustique à la distance d'observation  $\rho$  alors  $\Delta z(\rho)$  est définie comme la longueur de l'intervalle de profondeur  $z$  sur lequel l'amplitude du signal acoustique dépasse  $A_{p,\max}(\rho)/\sqrt{2}$ . La partie de gauche de la Figure 1-34 montre les résultats obtenus pour différents modèles de cascades compactes et à différentes énergies. Pour des distances inférieures au km on a une longueur caractéristique de l'ordre de 3 m, ne dépendant pas de la distance d'observation. Vers le km et au delà l'extension longitudinale du champ de pression se met à diverger avec la distance. Le cadran de droite de la même figure montre l'angle de divergence  $\Delta\theta_z$  défini comme :

$$(1-115) \quad \sin(\Delta\theta_z) \approx \Delta\theta_z = \frac{\Delta z}{2\rho}$$

On constate que au delà du km l'angle de divergence croit jusqu'à atteindre une valeur asymptotique de l'ordre de  $0.55^\circ$  pour des distances de 7-10 km. On est alors dans des conditions de champ lointain, c'est à dire que les caractéristiques du signal, son amplitude notamment, ne dépendent plus que de l'angle sous lequel se fait l'observation et de la distance.

Dans le cas de cascades LPM il est plus délicat de définir un critère de longueur par cette méthode du fait de la présence de multiples maxima locaux.

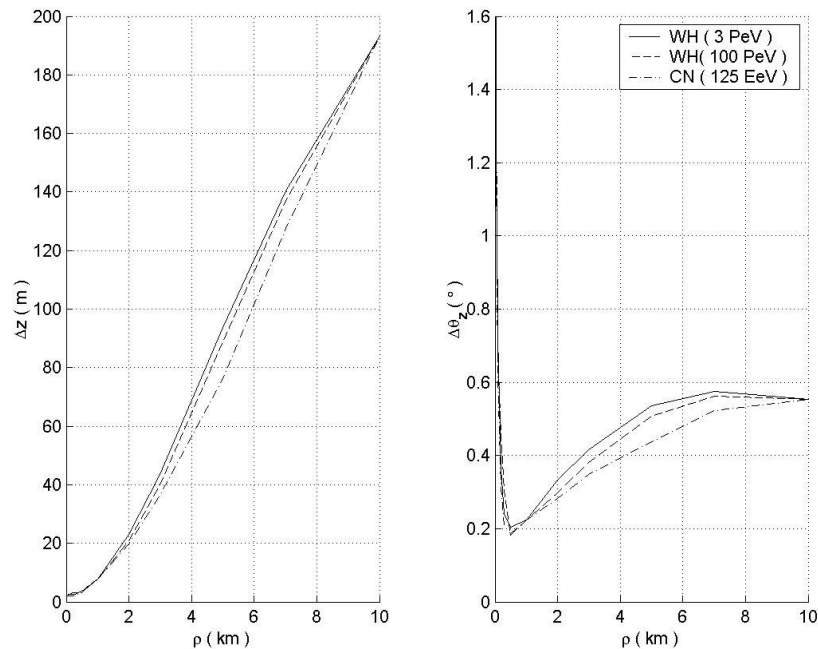


Figure 1-34 : Extension du signal à  $-3$  dB pour des modèles de cascades compactes à différentes énergies

## Evolution de l'amplitude avec la distance

Afin d'illustrer les variations de l'amplitude avec la distance d'observation du signal nous avons représenté deux cas particuliers sur la Figure 1-35. L'observation se fait à la profondeur du maximum de densité de dépôt qui correspond également à l'amplitude maximale du signal. Les courbes bleues correspondent au signal acoustique généré par l'interaction résonante d'un neutrino électronique de 10 PeV. Les courbes noires et rouges correspondent à la partie leptonique LPM et hadronique pour un neutrino électronique de 125 eV interagissant par CC. Les courbes en trait plein représentent le signal en tenant compte de l'absorption et les tirets lorsqu'on omet cette dernière. En l'absence d'absorption le signal décroît en  $1/\sqrt{\rho}$  jusque sur des distances de 10 km. On est dans un parfait schéma de source linéique observée dans des conditions de champ proche. Lorsque l'on tient compte de l'absorption l'amplitude se met à tomber plus vite, mais toujours selon des lois de puissance. Pour une source compacte et régulière, comme c'est le cas pour nos dépôts 'basse' énergie ou hadroniques, l'amplitude décroît sensiblement en  $1/\rho$  vers des distances de la centaine de mètres. Au delà elle tombe plus vite jusqu'à tendre vers un exposant de l'ordre de  $1/\rho^2$  vers 10 km. Cette valeur d'exposant à grande distance est compatible avec celle obtenue par Learned [50].

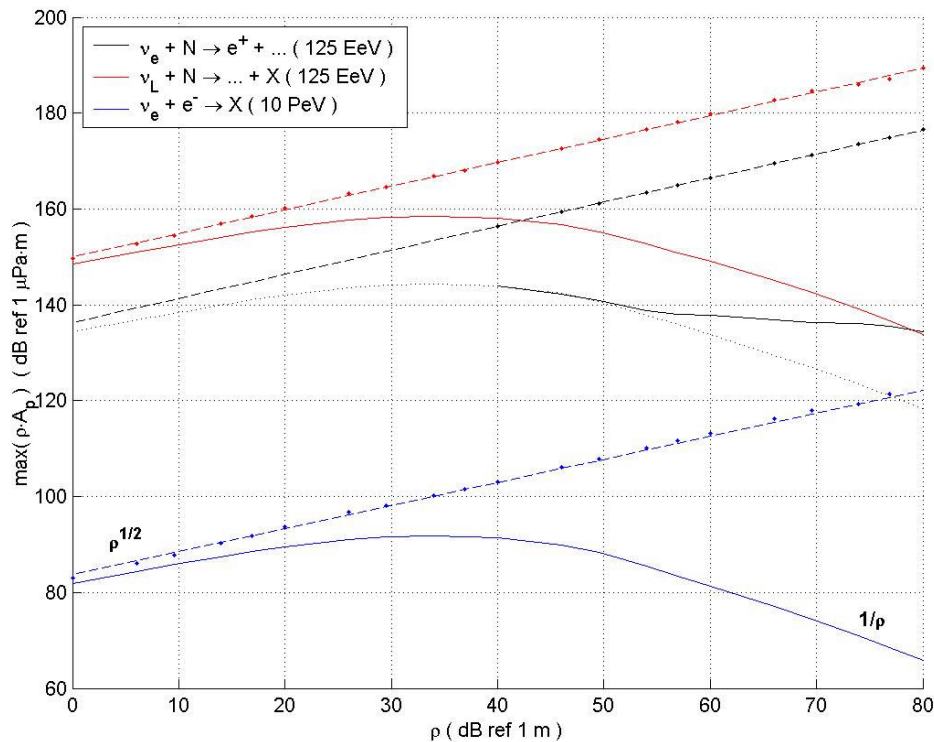


Figure 1-35 : Amplitude maximale du signal selon la distance d'observation, effet de l'absorption et de l'extension de la cascade. L'amplitude, en ordonnée a été multipliée par la distance d'observation  $\rho$  pour une meilleure comparaison.

Dans le cas de la cascade étendue LPM on observe un comportement similaire jusqu'à des distances de plusieurs centaines de mètres. A titre de comparaison, la courbe en pointillés montre une extrapolation obtenue à partir du profil compact à 10 PeV. Vers 300 m l'amplitude décroît moins vite avec de nouveau un exposant de l'ordre de  $1/\rho$ . Ce comportement peut s'interpréter en terme de zone de cohérence. Aux petites distances la zone de cohérence pour le signal est de faible extension et on explore le maximum absolu du dépôt LPM qui, localement, a une allure similaire à une cascade plus compacte. Lorsque la zone de cohérence s'étend, du fait de l'absorption, elle commence à englober des maxima secondaires conduisant à un 're-gain' d'amplitude. On remarquera d'autre part que vers de distances de plusieurs km la partie étendue LPM de la cascade peut avoir une portée plus grande que le cœur compact du dépôt hadronique.

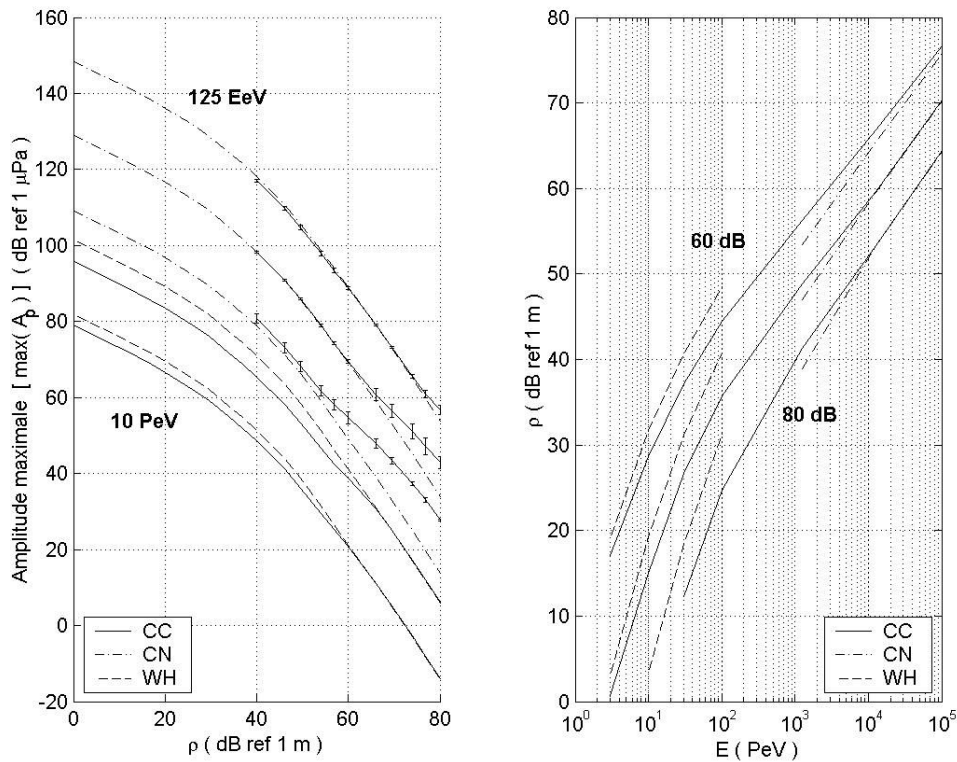


Figure 1-36 : Amplitude maximale du signal acoustique pour différentes interactions de neutrinos. Les variations de l'amplitude sont représentées en fonction de la distance d'observation et de l'énergie du neutrino. Sur la figure de gauche, du bas vers le haut, les courbes correspondent à des énergies de neutrino croissantes selon 10 PeV, 100 PeV, 1.25 EeV, 12.5 EeV et 125 EeV. Sur la figure de droite les courbes correspondent à des amplitudes des signaux décroissantes selon 80, 70 et 60 dB acoustiques.

Une étude systématique des variations de l'amplitude maximale pour différents processus et énergies est représentée sur la Figure 1-36. Sur la cadran de gauche on peut voir la dépendance avec la distance à l'axe de la cascade. Pour la partie électromagnétique des cascades de UHE les points correspondent à une valeur moyenne

sur 20 réalisations et les barres d'erreur à l'écart type. On peut remarquer plusieurs choses. A grande distance, au delà de 1 km, les amplitudes maximales des signaux par CC ou résonance WH sont les mêmes. A plus courte distance l'interaction par WH a une plus grande portée. Ceci se comprend bien en terme de zone de cohérence. Le dépôt d'énergie pour une interaction par WH est plus compact, aussi à courte distance, lorsque l'émission se fait depuis une portion localisée de la source, l'amplitude est plus importante. A grande distance la zone de cohérence englobe les dépôts d'énergie et l'amplitude du signal ne dépend plus que de l'énergie totale déposée, et de la sa distribution latérale.

La situation à UHE est plus complexe. Pour des énergies de l'ordre de  $10^{18}$  eV l'extension LPM reste mitigée. Aussi les parties hadroniques et électromagnétiques ne sont pas résolues. Il en résulte que les densités d'énergie par CC sont plus importantes que pour une seule interaction CN. Par suite la portée est plus grande par CC. A plus haute énergie les deux dépôts se séparent. On retrouve le schéma vu précédemment. La portée est dominée par le dépôt hadronique plus intense au plus 'courtes' distances. Ensuite les pertes géométriques deviennent trop importantes et c'est la partie électromagnétique qui devient prédominante. La transition se fait à d'autant plus grande distance que l'énergie du primaire est grande. Elle a lieu pour des distances de l'ordre du km pour les gammes d'énergies de  $10^{18}$  à  $10^{20}$  eV investiguées.

Sur le cadran de droite de la même figure nous avons représenté l'évolution de la portée maximale en fonction de l'énergie et ceci pour différents niveaux de signal. Les valeurs considérées sont de 60 dB, 70 dB et 80 dB acoustiques. Nous verrons dans la partie 2.4.1 que ces valeurs sont représentatives de ce que l'on attend du bruit acoustique ambiant par grand fond. On retrouve les résultats précédents. En particulier on remarque que la portée du signal croît de moins en moins vite avec l'énergie. Elle augmente sensiblement en  $\propto E$  aux énergies du PeV et tend vers une variation en  $\propto E^{1/2}$  à UHE. Pour de faibles niveaux du signal, soit 60 dB acoustiques, lorsque la portée est dominée par la partie LPM de la cascade, cette variation avec l'énergie est compatible avec le fait que l'amplitude moyenne de la densité longitudinale LPM ne croît plus que en  $\propto E^{1/2}$ . Au plus forts niveaux de signal cette variation en  $\propto E^{1/2}$  est attribuée à la dispersion géométrique qui renforce l'atténuation du signal.

### Variations de la forme des signaux

Bien que la forme des signaux acoustique issus de cascades change avec la distance d'observation et la profondeur le long de la cascade l'allure générale reste sensiblement la même. On a un pic de compression rapide suivi d'une raréfaction plus lente avec une amplitude plus faible.

A courte portée les caractéristiques du signal, sa durée et son ratio R/C changent significativement avec la profondeur d'observation. Des exemples de variations sont représentés sur la Figure 1-37, dans le cas d'une cascade compacte de 10 PeV. Pour une meilleure comparaison la profondeur a été normalisée par l'extension  $\Delta z$  de la cascade, vue précédemment et l'observation est centrée sur la profondeur  $z_{\max}$  du maximum de densité. On retrouve la transition vue précédemment pour l'amplitude, pour des distances entre 100 m et 1 km. Pour des distances de 100 m ou moins la forme du signal est

sensible à la forme de la distribution latérale d'énergie au sein de la cascade. Notamment la durée minimale du signal tend à se déplacer vers le début de la cascade, là où la distribution latérale est la plus piquée. D'autre part l'asymétrie est la plus faible proche du maximum de densité. A ces courtes distances les variations relatives des caractéristiques du signal sont les plus fortes, pouvant atteindre 30% pour déplacement de 1 m le long de l'axe.

Pour des distances du km ou plus les caractéristiques du signal sont fortement dépendantes de la réponse d'absorption du milieu. La durée du signal tend à être minimale au voisinage du maximum de densité. Son asymétrie est la plus forte à ces profondeurs et en amont. Elle diminue à plus grande profondeur. Les variations relatives avec la profondeur sont plus modérées et tendent à diminuer avec la distance d'observation. Ainsi la durée du signal peut varier de 30% sur une profondeur de 20 m et à une distance d'observation de 3 km.

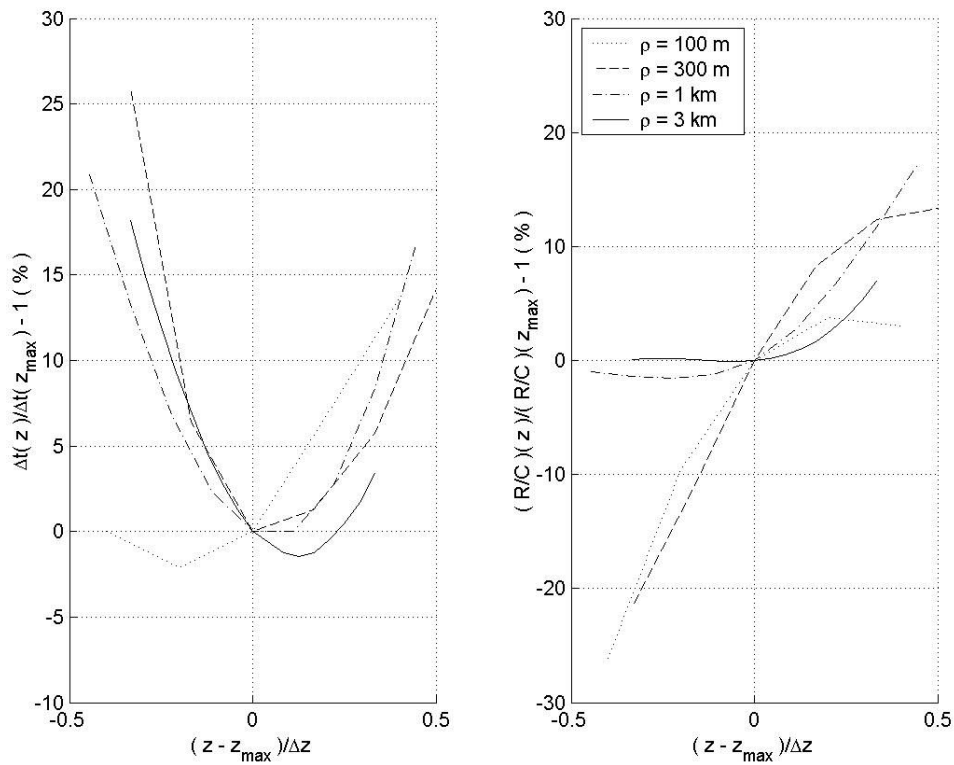


Figure 1-37 : Variations avec la profondeur de la forme du signal acoustique généré par l'interaction résonante  $\bar{\nu}_e + e \rightarrow X$  d'un neutrino de 10 PeV

Dans la cas de cascades étendues LPM la situation est plus complexe du fait de la contribution progressive de maxima locaux. Cependant, dans la zone chaude, au voisinage du maximum de densité, les variations restent modérées. Une étude comparative des variations des caractéristiques des signaux avec la distance a été menée pour différents modèles de cascades observées au voisinage de leur maximum de densité.



Les résultats sont représentés sur la Figure 1-38. La courbe en pointillé sur la partie de gauche montre la durée à mi hauteur pour le pic principale de compression de la réponse impulsionnelle d'absorption, représenté sur la Figure 1-26 de la partie 1.3.2. Globalement la durée tend à augmenter avec la distance. Pour des distances de plusieurs km elle est sensiblement égale à la durée de la réponse d'absorption. Soit la durée  $\Delta t$  du signal augmente en  $\sqrt{\rho}$ . Entre 100 m et 1 km on retrouve la transition liée à l'absorption, mais en avance par rapport à la transition observée pour le pic de compression. Ceci est due au fait que l'entrée en jeu des pertes par MgSO<sub>4</sub> se manifeste tout d'abord par une traîne retard, visible sur la Figure 1-26, dont notre estimateur de durée à mi hauteur ne rend pas compte ici. A plus courte distance la durée du signal est significativement plus grande que celle de la réponse d'absorption. La forme du signal est dominée par la distribution latérale.

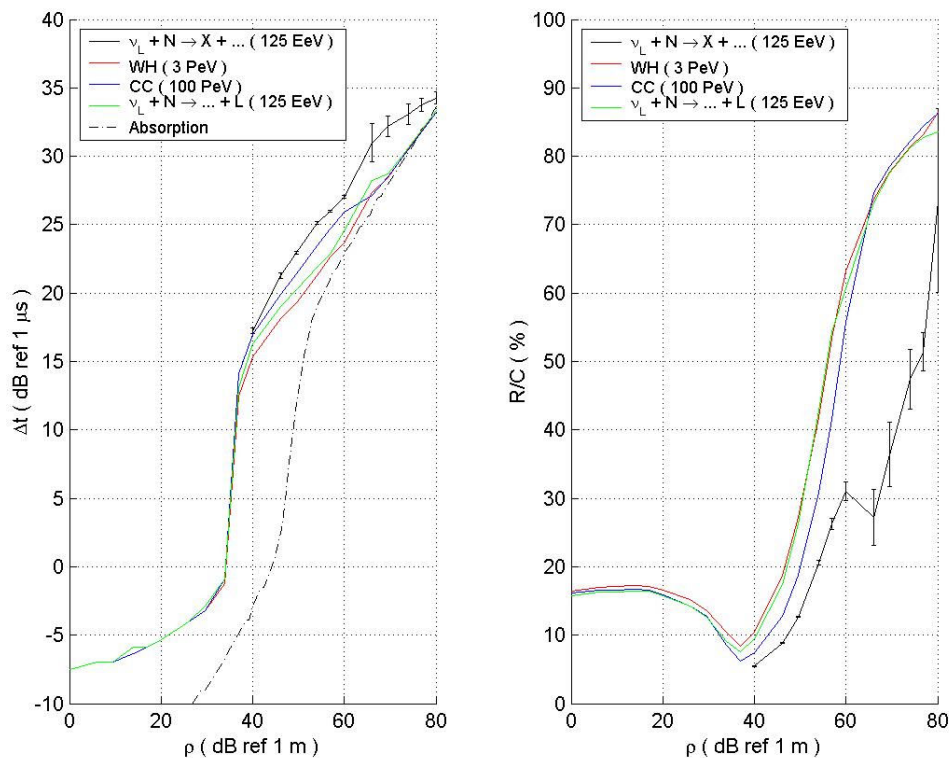


Figure 1-38 : Variations des caractéristiques des signaux avec la distance pour différents modèles de cascades et à différentes énergies

L'asymétrie du signal tend à diminuer avec la distance. A des distances de plusieurs km elle est quasi nulle. Ceci est dû au fait que le pic de compression a un contenu plus haute fréquence que celui de raréfaction. Par suite la propagation tend à symétriser la forme du signal. A courte distance l'asymétrie est sensiblement constante, au voisinage du maximum de densité, avec un ratio R/C de l'ordre de 16%. L'absorption n'intervient pas. Vers 100 m de distance on observe une chute du rapport R/C de l'ordre



de 10%. Dans cette zone la réponse impulsionnelle d'absorption commence à jouer et elle est également asymétrique renforçant ainsi l'asymétrie totale du signal.

D'autre part on peut observer des variations des caractéristiques des signaux selon le modèle de cascade et l'énergie. Ces variations deviennent sensibles au delà de la centaine de mètres lorsque l'absorption commence à jouer. Elles se réduisent en forte absorption pour des distances de 10 km et plus. En ce qui concerne la durée du signal on constate qu'elle tend à augmenter avec la longueur de la cascade. Cependant les variations restent modérées, quelques dB. Pour des cascades LPM on peut observer des fluctuations de plusieurs dB selon les réalisations. Ces fluctuations sont représentées par des barres d'erreur symbolisant l'écart type, sur la Figure 1-38. La courbe en trait plein indique la valeur moyenne. Les fluctuations deviennent particulièrement importantes alors que plusieurs maxima locaux de densité commencent à contribuer au signal au point d'observation. Aussi elles augmentent avec la distance d'observation jusqu'à s'uniformiser en forte absorption. Ces fluctuations sont donc associées à des variations des caractéristiques du signal avec la profondeur.

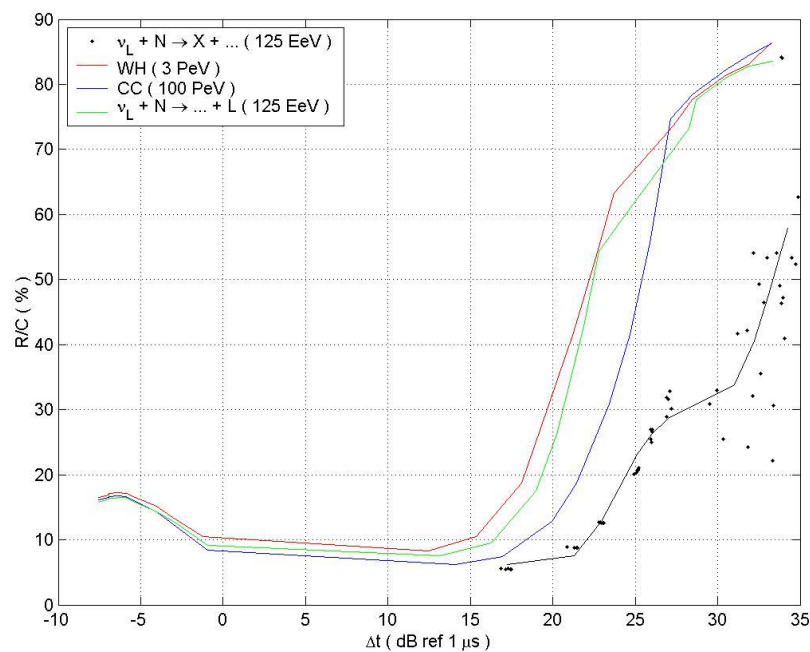


Figure 1-39 : Caractérisation de différents modèles de cascades. Le signal acoustique décrit une courbe dont l'allure dépend de la longueur caractéristique de la cascade à la source.

L'asymétrie du signal tend quant à elle à augmenter avec la longueur de la cascade. De nouveau en très forte absorption la situation tend à s'uniformiser. Pour des cascades non LPM on observe des variations de l'ordre de 10% du ratio R/C selon le modèle et l'énergie. Pour des cascades LPM de 125 EeV on observe un palier vers une distance de 1 km avec un écart de 50% sur la valeur du ratio R/C en comparaison des cascades compactes. Les fluctuations deviennent alors importantes. La transition reprend ensuite entre 3 et 10 km. La première transition, avant 1 km est attribuée à la mise en

place de l'absorption par MgSO<sub>4</sub>. La seconde à l'extension de la zone de cohérence avec un effet de champ lointain plus tardif du fait de l'extension de la cascade.

Par comparaison des parties droite et gauche de la Figure 1-38 il apparaît que, contrairement à ce qui a été proposé par Askariyan dans son article de 1979 [29], utilisé seul le ratio R/C est un mauvais estimateur de la distance de la cascade. Il a des transitions rapides dont la localisation est fortement dépendante de l'extension de la cascade, non connue a priori. D'autre part nous verrons dans le Chapitre 2, consacré aux détecteurs, que ce ratio est sensible à la réponse en phase du transducteur. La durée du signal permet, par contre, une estimation grossière de la distance. Pour des distances de quelques centaines de mètres à quelques km on doit pouvoir atteindre des précisions de l'ordre d'un facteur 2 sur la distance. A grande distance, 10 km et plus la précision semble s'améliorer, car la durée est alors peu dépendante du modèle de cascade.

La combinaison de la durée du signal et du ratio R/C peut permettre de caractériser la nature de la cascade à la source. Sur la Figure 1-39 nous avons tracé les diagrammes temps-R/C pour différents modèles de cascades. Les points correspondent à des réalisations de cascades LPM. La ligne noire est une interpolation des valeurs moyennes des paramètres. Pour une observation de signal, la localisation sur ce diagramme peut donner une idée sur le type de cascade et par suite permettre d'affiner l'estimation de la distance. De façon plus systématique on peut construire un estimateur de la distance ou de l'énergie en intégrant ces différentes caractéristiques.

### Temps d'arrivée du signal et courbure du front d'onde

La structure des temps d'arrivée  $t_a$  du signal acoustique permet de décrire des iso-surfaces dans l'espace, ou front d'onde. Nous définissons ici, de façon étendue, le front d'onde à l'instant  $t$  comme l'ensemble des points de l'espace où le temps d'arrivée  $t_a$  du signal est égal au temps  $t$ . En l'absence de réfraction, notre milieu de propagation est invariant par rotation autour de l'axe ( $Oz$ ) de la cascade. Par suite, pour une source également symétrique par rotation autour de ce même axe, il en résulte que le front d'onde est également invariant par rotation. Aussi il est suffisant de caractériser le front d'onde dans un plan contenant l'axe ( $Oz$ ), le plan ( $xOz$ ) par exemple. A l'instant  $t$ , le front d'onde décrit une courbe dans ce plan. Son rayon de courbure  $R_z$  à la profondeur  $z_{\max}$  du maximum de densité d'énergie déposée est donné au premier ordre d'approximation par :

$$(1-116) \quad \frac{1}{R_z} = c_s \frac{\partial^2 t_a}{\partial^2 z}$$

où l'observation se fait au temps  $t_0 = \rho / c_s \approx t_a$ . Dans le cas de cascades compactes, pour des distances d'observation de 100 m ou moins, le front d'onde a une structure cylindrique au voisinage du maximum de densité  $z_{\max}$ . De façon analogue à l'expérience du laser, le temps d'arrivée  $t_a$  du signal est donné par la distance  $\rho$  à l'axe de la cascade selon :

$$(1-117) \quad t_a = \rho / c_s + \Delta t$$

où  $\Delta t$  est un biais qui dépend de la définition du temps d'arrivé, de la structure latérale du dépôt d'énergie. Il est de l'ordre de la  $\mu s$ . Pour des distances du km, après la transition d'absorption, le front d'onde est sphérique pour des profondeurs au voisinage du maximum de densité. Le temps d'arrivé est donné par un modèle de source ponctuelle avec un retard dû à l'absorption chimique, selon :

$$(1-118) \quad t_a = \left( \frac{1}{c_s} + \frac{1}{\lambda_2 \omega_2} \right) r + \Delta t, \quad r = \sqrt{\rho^2 + (z - z_{\max})^2}$$

où les paramètres  $\lambda_2$  et  $\omega_2$  ont été introduit précédemment dans la partie 1.3, et sont détaillés en Annexe F. La distance  $r$  correspond à la distance radiale entre le maximum de densité de la cascade et le point d'observation. L'accord avec cette loi a été vérifié numériquement avec une précision de l'ordre de la  $\mu s$  pour des distances supérieures au km.

Le rayon de courbure au voisinage du maximum de densité est représenté sur le cadran supérieur gauche de la Figure 1-40. On voit nettement la transition entre un régime cylindrique, avec une courbure quasi nulle selon ( $Oz$ ) et une courbure maximale, égale à  $\rho$ , pour des distances du km et plus. Le cadran droit de cette même figure montre les variations de la dérivée première du temps d'arrivée selon la profondeur  $z$ , et ceci pour deux distances d'observation. A la distance de 3 km on constate que ces variations sont linéaires sur la quasi totalité de la profondeur utile, pour le signal. Soit le front d'onde est courbé selon ( $Oz$ ). Ceci n'est pas vraie à la distance de 300 m. La transition vers une structure courbe s'opère environ vers la distance de 500 m, mais le front d'onde ne devient vraiment sphérique que pour des distances du km et plus.

Le cas des cascades étendues LPM est plus complexe. A courtes distances la structure du front d'onde est cylindrique, pour des profondeurs d'observations proches de maxima locaux. A plus grande distance, le km, et au delà la partie étendue LPM ne semble pas manifester de structure définie. Les effets stochastiques sont par ailleurs importants. Par conséquent nous avons adopté une description statistique pour la répartition des temps d'arrivée du signal. Pour cela nous étudions l'écart type sur les temps d'arrivé parmi les signaux dont l'amplitude dépasse  $\frac{1}{4}$  de l'amplitude maximale. Les résultats obtenus sont représentés sur le bas de la Figure 1-40. Les résultats sont dépendants de notre critère de 'détection', soit  $\frac{1}{4}$  de l'amplitude maximale ici. Néanmoins l'allure générale n'est pas profondément modifiée si l'on fait varier modérément ce dernier critère. On constate que pour des cascades LPM étendues, vers 100 EeV, les fluctuations sur le temps d'arrivé sont inférieures à la dizaine de  $\mu s$  jusqu'à des distances d'observation de l'ordre de 3 km. Elles peuvent atteindre quelques dizaines de  $\mu s$  au delà. A titre de comparaison nous avons également représenté sur cette même figure les résultats obtenus pour une cascade non LPM, compacte, de 100 PeV. On observe une allure divergente pour des distances de 1 km et plus. Ces variations sont plus

importantes que pour le cas des cascades LPM. Par ailleurs dans ce cas de figure elles ne sont pas ‘stochastiques’, mais régulière avec la profondeur du fait de la courbure du front d’onde.

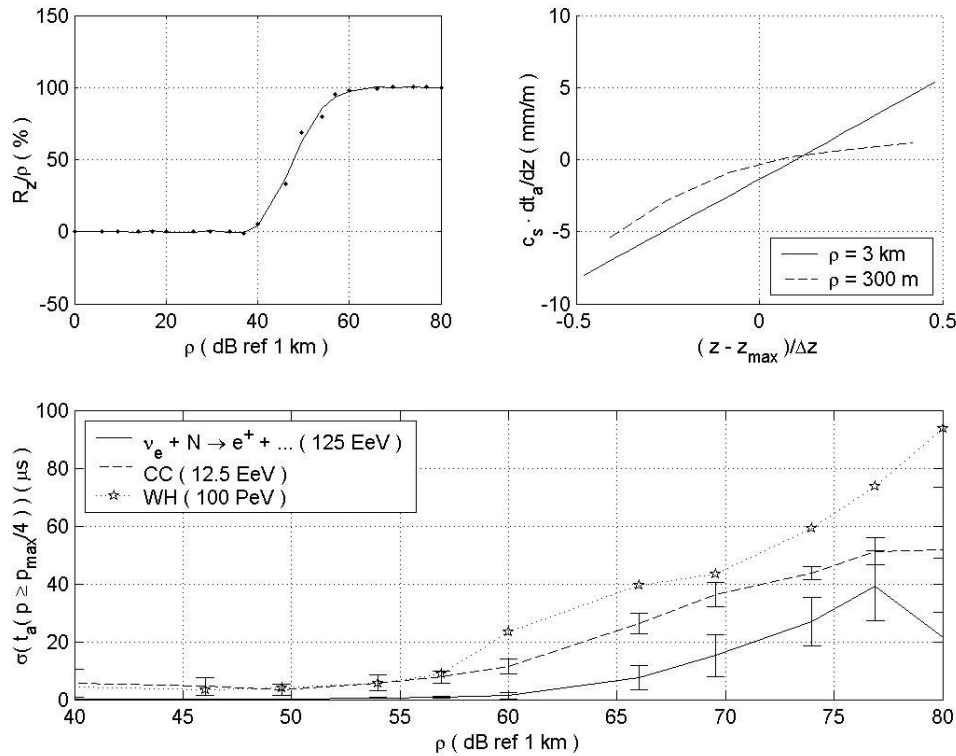


Figure 1-40 : Caractéristiques des temps d’arrivée du signal. La figure en haut à gauche montre la courbure du front d’onde en fonction de la distance d’observation dans le cas d’une cascade compacte (Interaction résonante, 10 PeV). La figure de droite, illustre la transition d’une structure à front d’onde cylindrique vers une structure sphérique pour la même cascade. La figure du bas montre la dispersion sur les temps d’arrivée du signal pour des cascades étendues LPM.

## Volume sonore

Un premier pas vers une estimation du taux d’événements que l’on est susceptible de détecter, en provenance d’un modèle de source, consiste à déterminer le volume efficace sur lequel on admet que l’interaction d’un neutrino pourra être détectée. En combinant ce volume avec le flux de neutrinos issus de la source on obtient le taux d’événements. Un calcul rigoureux du volume efficace est complexe car il est dépendant des caractéristiques techniques et géométriques du détecteur ainsi que des algorithmes de détection et de reconstruction utilisés. Quelques uns des ces aspects seront abordés dans la partie 3. En attendant nous nous proposons ici d’étudier une grandeur que nous pensons représentative de ce volume efficace que nous appelons volume sonore. Cette grandeur est définie comme le volume de l’espace entourant la cascade sur lequel l’amplitude  $A_p$  du signal dépasse une valeur seuil fixée. Du fait que les caractéristiques fréquentielles du

signal varie avec la distance il s'agit là d'une estimation grossière du volume efficace de détection. En effet nous verrons dans la partie 2 que le bruit de mer ambiant a des variations spectrales importantes, pouvant atteindre un ordre de grandeur sur une décade de fréquence.

Il a été proposé par plusieurs auteurs [3][60] que la dilution de l'énergie liée à l'extension LPM des cascades tendrait à rendre la partie électromagnétique inefficace comme source de signal. En contrepartie de quoi d'autres auteurs [61] argumentent que l'extension de la longueur de la cascade peut permettre de renforcer l'amplitude du signal en maintenant des conditions de champ proche sur de plus grandes distances. Afin d'étudier l'efficacité ou non de la partie LPM des cascades comme source acoustique nous avons calculé le volume sonore pour la partie LPM d'une cascade de 125 EeV et pour sa partie hadronique, avec notre modèle compact. Techniquement ces volumes sonores, ainsi que tous les autres présentés par la suite, ont été calculés à partir d'un algorithme de contour disponible sous Matlab. La Figure 1-41 montre le résultat obtenu. Les barres d'erreur correspondent à l'écart type sur une série de réalisations de cascades LPM.

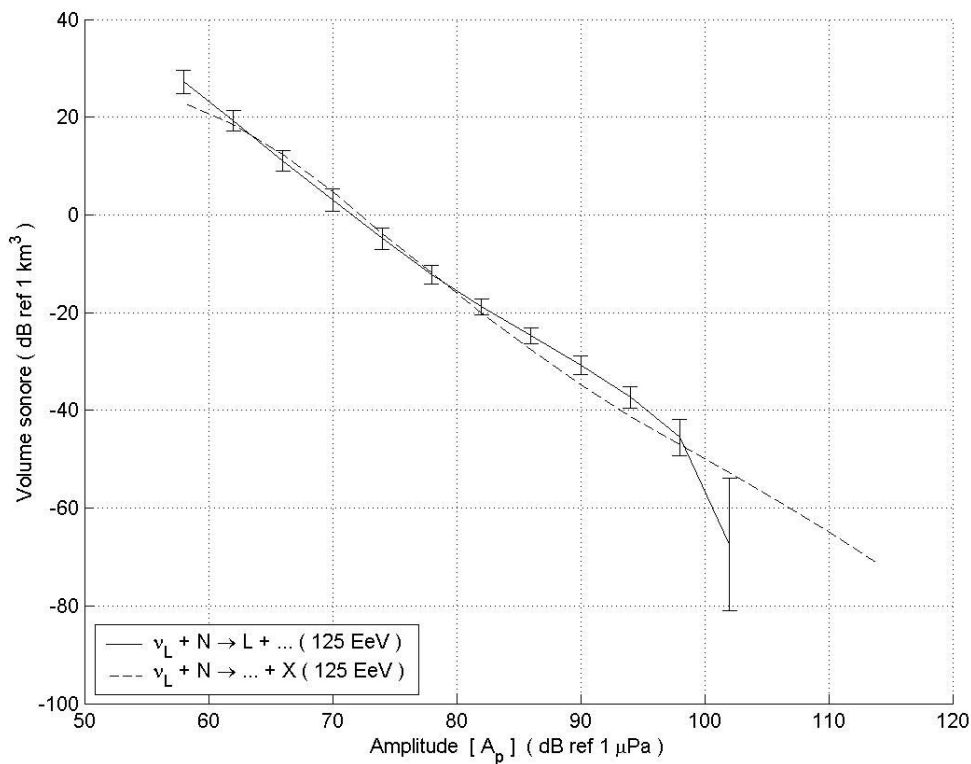


Figure 1-41 : Comparaison des volume sonores pour les composantes hadroniques et électromagnétiques, LPM, d'une cascade initiée par l'interaction par courant chargé d'une neutrino électronique de 125 EeV.

On constate que mis à part pour de très fortes amplitudes des signaux, soit à courte portée, le volume sonore occupé par la partie électromagnétique est similaire à celui occupé par la composante hadronique. Pour de faibles intensité de signaux la partie

LPM devient la contribution majoritaire au volume. Ces résultats se comprennent bien compte tenu de ce qui a été observé précédemment pour la portée des cascades. Nous avons vu qu'à grande distance, pour de faibles signaux, la composante LPM décroît moins vite que sa contre-partie hadronique plus compacte. Il en résulte que à des distances de plusieurs km la partie électromagnétique domine la portée. Etant également plus étendu le volume sonore est dominé par cette dernière. Aussi les résultats obtenus ici supportent la seconde hypothèse. C'est à dire que la dilution de la densité d'énergie du fait de l'extension LPM est compensée par une atténuation géométrique moins importante de l'amplitude du signal. On notera néanmoins qu'à énergie égale dans la cascade l'extension LPM conduit à une diminution du volume sonore. C'est à dire que si à  $10^{20}$  eV la totalité de l'énergie du neutrino allait dans une cascade hadronique, alors le volume sonore serait plus important.

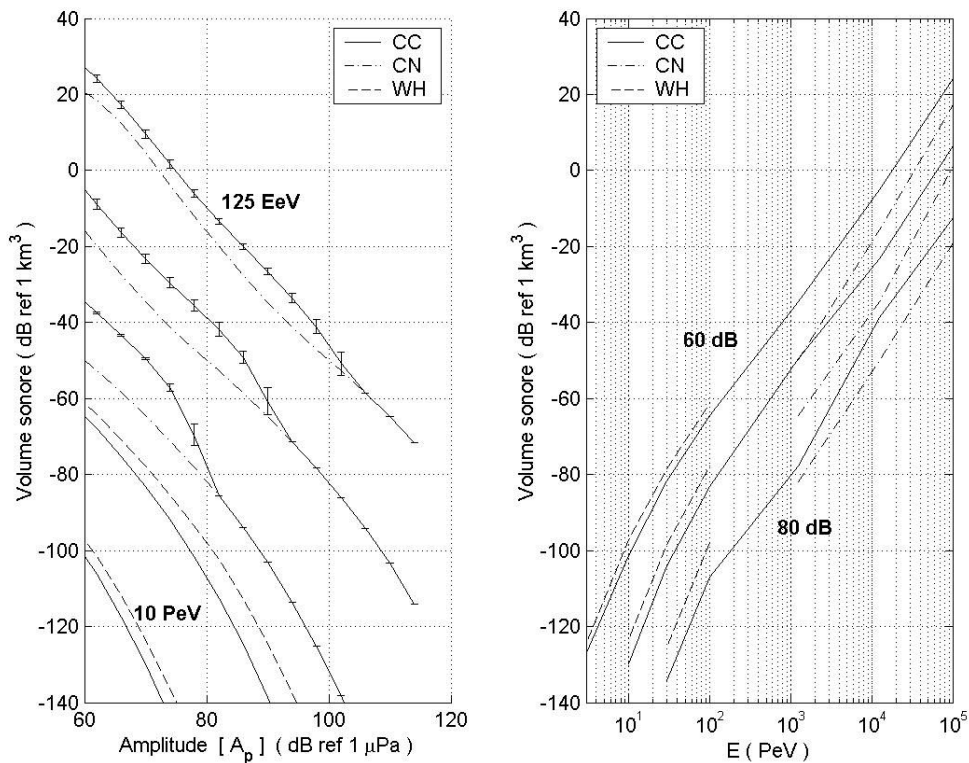


Figure 1-42 : Volume sonore en fonction de l'amplitude seuil de détection (gauche) et de l'énergie du neutrino (droite). Du bas vers le haut, les énergies sont croissantes selon 10 PeV, 100 PeV, 1.25 EeV, 12.5 EeV et 125 EeV. Le seuil de détection décroît selon 80, 70 et 60 dB.

Nous avons étudié les variations du volume sonore, total, pour différents processus et à différentes énergies. Les résultats obtenus sont représentés sur la Figure 1-42. On constate que l'interaction résonante est la plus efficace, suivie de près par l'interaction par courant chargé. Celle par courant neutre vient en dernier par un ordre de grandeur pour de faibles signaux. A grande distance le volume sonore décroît sensiblement selon l'inverse du carré de l'amplitude des signaux. Aux courtes distances



la décroissance est plus rapide et le volume est dominé par la partie hadronique, plus intense, de la cascade. L'évolution du volume sonore avec l'énergie du primaire est représentée sur la droite de la même figure. Comme précédemment nous avons considéré des niveaux de signaux de 60, 70 et 80 dB acoustiques, représentatif des conditions de bruit ambiant de mer. On constate qu'à UHE le volume sonore croît en loi de puissance avec l'énergie du primaire. Pour une interaction par CC, donnant le plus grand volume à ces énergies là, la valeur de l'exposant est de l'ordre de 1.5, à 5% près, pour des faibles conditions de bruit de 60-70 dB, soit pour une détection à grande distance. Une paramétrisation est alors donnée par :

$$(1-119) \quad V_{CC}(\text{dB ref 1 km}) = 30 \log_{10}\left(\frac{E}{1 \text{ EeV}}\right) - 30 \log_{10}\left(\frac{B}{1 \mu\text{Pa}}\right) + 54$$

ou  $B$  est le seuil de détection, 60, 70 ou 80 dB pour cette étude. Cependant des fluctuations de plusieurs dB sont à attendre, autour de cette paramétrisation moyenne, du fait de la stochasticité de la partie LPM étendue de la cascade. Dans des conditions de bruit que nous pensons optimistes, soit pour un niveau de 60 dB acoustiques, nous obtenons un volume sonore de  $1 \text{ km}^3$  pour une énergie du primaire de l'ordre de  $1.6 \cdot 10^{19} \text{ eV}$  et une interaction par courant chargé. Néanmoins, en l'absence de limitations physiques liées à l'extension du milieu, une variation d'un facteur 3 sur l'amplitude du signal est suffisante pour faire changer ce volume d'un ordre de grandeur. Aussi, compte tenu des incertitudes relatives à l'amplitude, notamment du fait du modèle de distribution latérale, il nous semble que cette valeur n'est que grossièrement indicative.

Pour une interaction par courant neutre nous obtenons une valeur d'exposant légèrement supérieure, de 1.7, avec pour paramétrisation du volume sonore :

$$(1-120) \quad V_{CN}(\text{dB ref 1 km}) = 34 \log_{10}\left(\frac{E}{1 \text{ EeV}}\right) - 34 \log_{10}\left(\frac{B}{1 \mu\text{Pa}}\right) + 51$$

Cependant, il est vraisemblable que à grande portée, soit aux énergie extrêmes, l'exposant tende également vers la valeur de 1.5, du fait des pertes géométriques accrues.

### Comparaison aux données de la littérature

A 400 m de distance, avec les valeurs des paramètres thermodynamiques utilisées par Askariyan et en tenant compte de l'absorption, pour une énergie du primaire de 10 PeV nous obtenons une amplitude maximale des signaux qui varie entre 42 et 52  $\mu\text{Pa}$  selon le modèle de cascade utilisé. La durée du signal est de 10  $\mu\text{s}$  avec un ratio R/C de 35%. En comparaison, sans tenir compte de l'absorption, Askariyan obtient un signal quasi symétrique, d'environ 17  $\mu\text{s}$  de durée et 25  $\mu\text{Pa}$  d'amplitude. Nous pensons que les différences observées peuvent s'expliquer par le fait qu'Askariyan a utilisé des fonctions exponentielles pour ajuster la distribution latérale de la densité d'énergie. D'après



Dedenko [8], dans les mêmes conditions, l'amplitude du signal peut varier entre 25 et 60  $\mu\text{Pa}$  selon 'l'étroitesse' du modèle de distribution latérale utilisé. Après re-estimation de cette dernière, Dedenko re-évalue l'amplitude du signal acoustique à 44  $\mu\text{Pa}$ , ce qui est en bon accord avec nos calculs. Néanmoins, sa bi-impulsion est quasi-symétrique. En terme de traitement du signal la conséquence la plus importante, liée à la forme de notre distribution latérale, est une forte asymétrie entre les pics de compression et de raréfaction. D'autre part, nous notons que Learned [50] obtient une amplitude de 3  $\mu\text{Pa}$ , une durée d'environ 20  $\mu\text{s}$  et un ratio R/C de 50%. Il utilise une fonction Lorentzienne de largeur 1 mm pour modéliser la distribution latérale de densité d'énergie. Mis à part la plus forte asymétrie, pouvant être due à l'utilisation d'une loi de puissance pour la distribution latérale, nos résultats sont en meilleur accord avec ceux d'Askariyan puis de Dedenko

Pour la partie LPM d'une cascade électromagnétique de 100 EeV, à une distance de 1 km et après 'correction' [60] du facteur de Grüneisen, Lehtinen *et al.* [62] obtiennent une amplitude maximale de 10 mPa. Le ratio R/C est de l'ordre de 23%. La durée du signal est difficile à estimer à partir de la figure. Nous obtenons une amplitude variant entre 6 et 8 mPa avec un ratio R/C compris entre 28 et 34%. Compte tenu des incertitudes relatives à la distribution latérale l'accord sur les amplitudes est bon. L'écart observé sur la valeur du paramètre d'asymétrie pourrait être due à des différences dans le modèle d'absorption. Lehtinen *et al.* utilisent un modèle Gaussien pour celle ci. Les tableaux ci dessous donne un récapitulatif de ces différentes comparaisons.

Tableau 2 : Comparaison des caractéristiques du signal acoustique à 400 m de distance d'une cascade compacte de 10 PeV.

Auteur	$A_p$ ( $\mu\text{Pa}$ )	$\Delta t$ ( $\mu\text{s}$ )	R/C (%)
Niess	42-52	10	35
Askariyan [26]	25	17	100
Learned [50]	3	20	50
Dedenko [8]	44	10	75

Tableau 3 : Comparaison des caractéristiques du signal acoustique à 1 km de distance d'une cascade électromagnétique de 100 EeV.

Auteur	$A_p$ (mPa)	$\Delta t$ ( $\mu\text{s}$ )	R/C (%)
Niess	6-8	20-22	28-34
Lehtinen [60]	10	?	23

En ce qui concerne le volume sonore, à notre connaissance l'étude la plus systématique remonte au travail de Learned, en 1979. Celui ci indique une croissance du volume sonore selon le cube de l'énergie du primaire. Notre valeur d'exposant est deux fois plus faible. D'autre part, avec un rapport signal sur bruit de 0 dB, Learned atteint un volume sonore de 1  $\text{km}^3$  pour une énergie légèrement inférieure à  $10^{18}$  eV, soit un ordre de grandeur plus bas que ce que nous obtenons. Ce dernier point est attribué à une estimation que nous pensons trop optimiste des conditions de bruit par Learned. En ce qui concerne les différences observées pour les valeurs d'exposant nous ne comprenons pas le résultat de Learned. Celui ci affirme obtenir une décroissance de l'amplitude du signal

selon  $1/\rho^2$  à très grande distance. Par conséquent, par des arguments géométriques, peut être trop simples, il nous ne nous semble difficilement concevable que son volume sonore augmente asymptotiquement en  $E^3$ .

Enfin, nous notons ici un fait nouveau dont nous n'avons pas pu trouver de références précédemment dans la littérature. L'étroitesse de la densité latérale de dépôt d'énergie conjuguée avec des pertes par absorption limitées aux distances inférieures à la centaine de mètre, font que le signal acoustique issu d'une interaction résonante d'un neutrino électronique est ici évalué à plusieurs mPa d'amplitude à une distance de la dizaine de mètres et une énergie de cascade de 10 PeV. Par ailleurs ce signal à un contenu hyper haute fréquence, de l'ordre du MHz, avec une durée caractéristique de la  $\mu$ s. Il en résulte que, étant donné un transducteur sensible à ces hyper fréquences, ce signal doit pouvoir être détecté à des distances de quelques dizaines de mètres. Néanmoins, ces performances restent au mieux équivalentes à ce que donnerait une méthode optique. Aussi ce point ne semble pas permettre un gain appréciable sur le volume instrumenté pour la détection. Par contre, il pourrait trouver des applications pour l'observation en coïncidence d'événements, entre des méthodes acoustiques et optiques, pour des cascades contenues, au sein d'un détecteur géant de l'ordre du  $\text{km}^3$ . L'observation de ces cascades par des méthodes acoustiques, en champ proche, permettrait de sonder la structure du dépôt d'énergie. Elle serait donc source d'information sur la physique des hautes énergies.

### Effet de la réfraction

Les effets de la réfraction ont été pris en compte avec la méthode indiquée précédemment dans la partie 1.3.3 et sont traités quantitativement en Annexe H. Ces effets ne devenant sensibles que pour des distances kilométriques nous avons limité notre étude aux distances supérieures à 1 km, et pour une cascade compacte, soit à un front d'onde sphérique.

On constate que l'effet de la réfraction affecte principalement la structure des temps d'arrivé du signal. L'amplitude du signal, aux incertitudes numériques près, reste sensiblement identique. Conformément au modèle simplifié de champs lointain étudié en Annexe G, le front d'onde de la cascade est bien décrit par un modèle de rayons, avec un rayon de courbure effectif  $R_1 = R_c / \cos(\theta_0)$  qui dépend de l'angle  $\theta_0$  que fait la cascade avec la verticale, la direction du gradient de célérité. Le front d'onde n'est plus invariant par rotation autour de l'axe ( $Oz$ ) de la cascade, soit le temps d'arrivé du signal dépend de l'orientation  $\varphi$  autour de la cascade. Par contre la directivité du signal est invariante par rotation autour de cet axe. Dans un plan contenant l'axe ( $Oz$ ) la forme du front d'onde, sa courbure notamment, sont inchangés du fait de la réfraction, par contre il fait un angle réfracté  $\theta_r$  avec la normale à la cascade et n'est plus centré sur la profondeur du maximum de densité  $z_{\text{max}}$ , mais défléchi d'une hauteur  $\Delta D$ . Un exemple est donné sur la Figure 1-43, à titre d'illustration. On peut vérifier notamment que dans la portion centrale le profil longitudinal, après translation, est inchangé du fait de la réfraction.

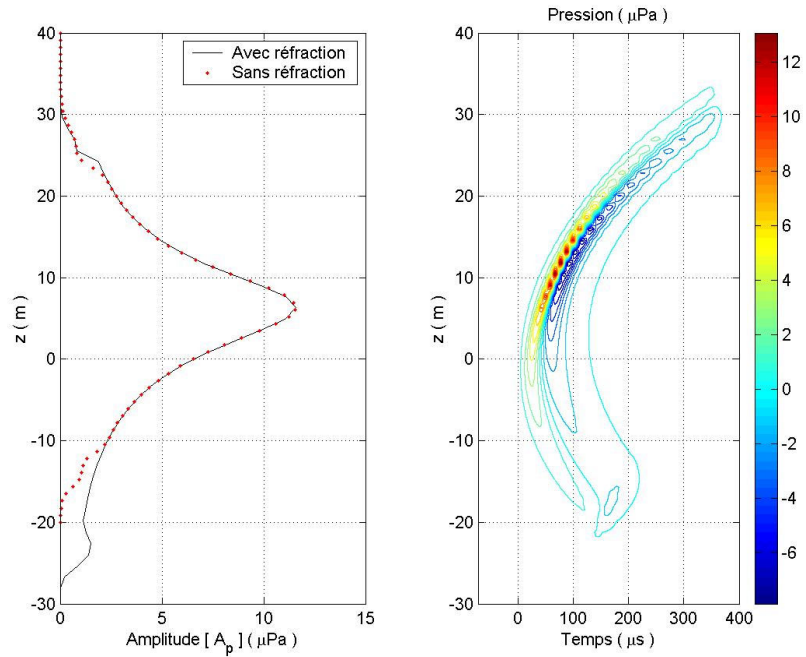


Figure 1-43 : Champ de pression réfracté pour une cascade compact de 10 PeV par interaction résonante. L'observation se fait à 1 km de distance. Sur la partie gauche de la figure, le profil longitudinal du champ de pression réfracté a été translaté de  $\Delta D$  pour permettre une meilleure comparaison.

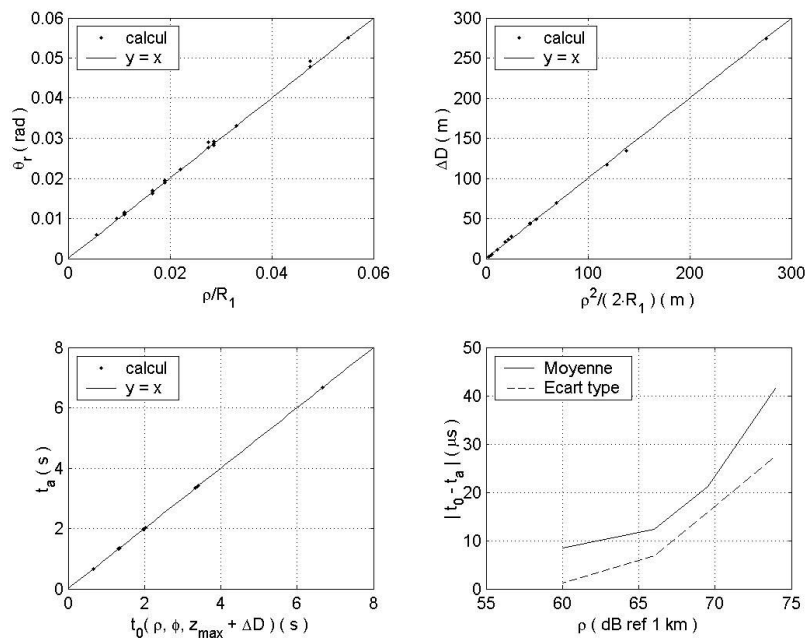


Figure 1-44 : Modélisation des cascades 'réfractées'. Les figures montrent des comparaisons entre les grandeurs calculées numériquement et le modèle de rayon, dans le texte. La comparaison est illustrée ici pour une cascade de 10 PeV par interaction résonante.

L'angle de réfraction  $\theta_r$  et la déflexion  $\Delta D$  sont donnés par un modèle de rayon tel que au premier ordre d'approximation en  $\rho/R_1$  on a :

$$(1-121) \quad \theta_r = \frac{\rho}{R_1} \quad \text{et} \quad \Delta D = \frac{\rho^2}{2R_1}$$

Le modèle est comparé aux données numériques sur le haut de la Figure 1-44. Les résultats des simulations sont représentés par des points, avec en ordonnée la grandeur calculée à partir du champ de pression numérique et en abscisse le résultat attendu pour le modèle de rayons. Les simulations ont été réalisées pour une cascade de 10 PeV et à différentes orientations  $\varphi \in [0; 2\pi]$  autour de l'axe, pour différentes orientations  $\theta_0 \in [0; \pi]$  par rapport à la verticale et des distances d'observation  $\rho$  comprises entre 1 et 10 km. On constate un bon accord, à quelques pourcents près, avec le modèle.

Le temps d'arrivée du signal est également donné par un modèle de rayon. Il peut être déduit de l'équation (4-76) donnée en Annexe H selon :

$$(1-122) \quad t_0(\rho, \varphi, z) = \frac{1}{k_c} \operatorname{acosh}\left(1 + \frac{\rho^2 + z^2}{2R_c[R_c - z \cos(\theta_0) + \rho \sin(\varphi) \sin(\theta_0)]}\right)$$

où  $\rho, \varphi$  et  $z$  sont les coordonnées cylindriques du point d'observation dans le référentiel défini par l'axe ( $Oz$ ) de la cascade. Nous rappelons par ailleurs que le maximum de densité, comme tout autre point émetteur de la cascade, est défléchi du fait de la réfraction. Le temps d'arrivée du signal en vis à vis est donné en posant  $z = z_{\max} + \Delta D$  dans l'équation précédente. Les résultats obtenus avec ce modèle sont comparés aux données numériques sur le bas de la Figure 1-44. On obtient un bon accord sur le temps d'arrivée du signal, à quelques dizaines de  $\mu\text{s}$  près.

Pour un signal acoustique plus complexe, issu d'une cascade LPM étendue par exemple, nous nous attendons à ce que les résultats observés précédemment restent valides. En effet, pour des distances relativement faibles devant le rayon de courbure, les effets de la réfraction apparaissent comme une 'petite' correction angulaire, et une modification des temps d'arrivée. Ces effets sont, au premier ordre, additifs. Néanmoins, nous précisons que nous n'avons pas eu le temps de justifier cette hypothèse par une étude numérique plus approfondie, dans le cas des cascades LPM.

#### 1.4.4 Propagation à grande distance : réflexions et inhomogénéités

Pour des distances de propagation de plusieurs dizaines de km de nouveaux phénomènes entrent en jeu. L'épaisseur d'eau étant de quelques kilomètres les interfaces vont jouer un rôle crucial dans la propagation du signal. D'autre part on ne peut plus considérer le milieu comme étant homogène, invariant par translation selon les directions horizontales. Les caractéristiques thermodynamiques du milieu sont susceptibles de

varier sur des échelles horizontales de la centaine de km et au cours du temps. Des courants sous-marins apportant des masses d'eau avec des caractéristiques différentes sont un exemple de cause possible de variation. Par ailleurs, le développement d'ondes internes, entre des masses d'eau ayant des caractéristiques variables, peut perturber la propagation du signal [56].

Des études théoriques et des modélisations numériques par des méthodes de rayons ont montré qu'à grande portée la propagation du son est de nature chaotique. C'est à dire qu'elle présente une grande sensibilité aux conditions initiales [56][57]. Ainsi deux rayons initialement voisins empruntent des trajectoires qui divergent exponentiellement sur des distances de l'ordre de la centaine de km. Aussi on peut s'attendre à ce qu'à ces distances notre signal acoustique de cascade, qui résulte de la superposition cohérente d'une source étendue, se trouve fortement affecté par cette sensibilité aux conditions initiales.

Par ailleurs, à grande distance, lorsque la portée du signal devient grande en comparaison de la hauteur d'eau, il n'est plus possible de négliger les contributions des interfaces. L'interface eau-air, du fait de la grande différence de densité, présente une réflexion quasi totale avec inversion de signe, pour le signal réfléchi depuis l'eau. Néanmoins, cette interface est 'rugueuse' ne serait ce que du fait de l'agitation de surface. Il en résulte une perte de cohérence des signaux réfléchis, aux hautes fréquences et pour des incidences proches de la normale [49]. Pour des incidences rasantes, aux hautes fréquences acoustiques de plusieurs dizaines de kHz, on observe encore des pertes de l'ordre de 3 dB. D'autre part, les masses d'eau sous la surface capturent des bulles de gaz, par le remous des vagues. Ces nuages de bulles, contribuent également à la dispersion du signal acoustique, par réverbération [63][64]. Par ailleurs, la plupart des poissons possèdent une vessie natatoire qui leur sert à assurer leur flottabilité. Cette vessie est une poche interne de gaz, en grande partie composé d'azote. Aussi, les bancs de poissons, tel que les sardines, apparaissent comme des nuages de 'bulles', qui contribuent également aux pertes par absorption sur des grandes distances [65]. Les fréquences concernées sont dans les gammes du kHz toutefois.

Le fond de la mer présente une structure variable, en couche, avec des effets de transmission-réflexion de l'onde acoustique. D'après Urick, selon la composition du sol, à savoir des roches ou du sable, le coefficient de réflexion peut varier de  $-3$  dB à  $-20$  dB.

Par conséquent, la propagation à grande distance est le souvent limitée au rayons faisant un faible angle avec l'horizontale, soit dont le nombre de réflexions est faible, voir nul [54][55][56][57]. Dans le cas de notre signal impulsif, large bande, ceci nous semble particulièrement justifié par le fait que la 'force' de notre signal réside dans sa cohérence. Nous verrons au Chapitre 3, que si on se limite à la détection de signaux directs, n'ayant subi aucune réflexion, le volume sonore correspondant s'en trouve sensiblement réduit aux grandes distances de propagation.



## 2 Transduction et bruit

Après avoir étudié les caractéristiques du signal de pression attendu pour une cascade de UHE, dans le présent chapitre nous nous intéressons à sa détection et au bruit, facteur limitant pour la détection. Dans un premier temps nous présentons les caractéristiques générales des détecteurs traditionnellement utilisés en acoustique sous-marine : des hydrophones. Nous verrons que les contraintes simultanées de tenue en pression par grand fond et grande sensibilité de détection sont peu compatibles. Par ailleurs aux hautes fréquences acoustiques où nous travaillons, plusieurs dizaines de kHz, le bruit propre d'un hydrophone standard n'est plus un facteur négligeable. Nous présentons ensuite une série d'expériences menées à l'Institut de Physique de Erlangen afin de caractériser la réponse impulsionnelle de notre système de détection. Enfin nous donnerons quelques caractéristiques générales du bruit acoustique ambiant de mer et nous présentons les résultats de deux systèmes de mesures acoustiques grand fond localisés sur le site ANTARES ou à proximité.



Figure 2-1 : déploiement de la ligne MILOM depuis le navire CASTOR, le 18 Mars 2005. Les deux grandes 'boules' jaunes que l'on peut distinguer sont les bouées de la ligne, assurant son maintien vertical sous l'eau. Au fond à gauche on peut deviner le BSS, 'l'ancre de la ligne', en train d'être mis à l'eau.





## 2.1 Recherche d'hydrophones

Une étape clef pour l'étude du signal sonore issu des neutrinos de UHE est la transduction du signal acoustique, onde de pression, en un signal électrique. Ce signal électrique peut ensuite être mis en forme, par le biais de filtres analogiques, et surtout numérisé, ouvrant ainsi la voie à de multiples méthodes d'analyse et de traitement logique (DSP, PC, stockage). Traditionnellement, en acoustique sous-marine, cette étape est réalisée par un dispositif appelé : hydrophone.

### 2.1.1 Vue d'ensemble

Un hydrophone se compose d'un élément transducteur, une céramique piézoélectrique le plus souvent, associée d'un préamplificateur. Le principal rôle du préamplificateur étant de renforcer le signal électrique généré par la céramique piézoélectrique à un niveau suffisant pour permettre son acheminement et son conditionnement sans détérioration due au bruit. Le préamplificateur est donc monté directement à la source, au contact de la céramique. On doit probablement le premier hydrophone 'moderne' au physicien français Paul Langevin. En 1917, dans l'évier d'une salle de laboratoire de l'ESPCI, Langevin associe un quartz piézoélectrique avec un préamplificateur à tube permettant la localisation de sous-marins par échos sonores jusqu'à des distances de l'ordre du kilomètre. Il réalisait ainsi le premier hydrophone 'moderne'. Celui-ci n'existe probablement plus aujourd'hui. L'évier lui est toujours là, au rez-de-chaussée du laboratoire d'électricité générale.

Pour des applications à fortes intensités sonores, tel que c'est le cas par exemple pour le système de positionnement GENISEA-ECA [66] du détecteur ANTARES, il n'est pas nécessaire d'utiliser de préamplificateur. Cependant, pour la détection acoustique de neutrinos il est crucial de baisser le seuil de détection en énergie aussi bas que possible pour être sensible aux sons les plus faibles. Il est donc important que la transduction du signal acoustique et sa numérisation se fassent sans ajout de bruit, d'origine électronique, autre que celui généré par l'onde de pression sur la céramique. En particulier on souhaitera résoudre fidèlement la structure du bruit acoustique ambiant pour un état de mer 0. Comme nous le verrons par la suite, aux ultra-hautes fréquences acoustiques ceci n'est pas possible avec un hydrophone standard du commerce.

Une contrainte supplémentaire vient du fait que notre transducteur et son électronique doivent fonctionner sous l'eau et qui plus est par grand fond (2000-3000 m), donc sous forte pression. Une attention particulière doit donc être apportée à l'emballage et au support mécanique de notre hydrophone. Il se doivent d'être étanches, résistants à plusieurs centaines de bars de pression, tout en permettant une 'bonne' transmission du son jusqu'à la céramique. C'est notamment cette dernière condition qui conduit à utiliser des céramiques piézoélectriques comme transducteur. Bien que des microphones 'non piézoélectrique' commerciaux ont des sensibilités pouvant être meilleures, par deux ordres de grandeurs, leur impédance acoustique n'est pas adaptée à une utilisation dans un milieu dense tel que l'eau.

C'est l'ensemble de ces trois éléments : la céramique piézoélectrique, le préamplificateur, et le paquetage qui vont définir les caractéristiques globales de transduction d'un hydrophone. Chacun de ces éléments requiert une attention particulière,

et le couplage des propriétés mécaniques et électriques de ces trois éléments participe aux caractéristiques de transduction globale.

### **2.1.2 La céramique piézoélectrique et ses propriétés**

Le cœur de l'hydrophone repose sur l'élément piézoélectrique assurant la transduction à proprement parler. Puisque l'ensemble des propriétés d'un hydrophone découlent de cet élément piézoélectrique il va être utile pour mieux comprendre la suite de se rafraîchir quelque peu la mémoire.

La piézoélectricité est la propriété qu'ont certains matériaux diélectriques à générer un champ électrique sous l'application de déformations mécaniques. Réciproquement, ces mêmes matériaux se déforment mécaniquement sous l'application d'un champ électrique. On doit la première étude détaillée de la piézoélectricité aux frères Jacques et Pierre Curie en 1880. Depuis elle a trouvée de nombreuses applications dans des domaines très divers. On citera notamment la médecine avec l'échographie, la microscopie à champ proche, qui utilise des actionneurs piézoélectriques pour contrôler les déplacements des échantillons aux échelles atomiques, les montres à quartz, les allumes gaz, la musique bien évidemment, avec par exemple les tourne-disques puis les guitares électriques et notamment pour ce qui nous concerne plus spécialement : l'acoustique sous marine. Bien que la piézoélectricité se manifeste au sein de cristaux naturels comme le sel de Rochelle on leur préfère aujourd'hui des céramiques, produit de synthèse, tel que les structures de la famille des perovskite et notamment les zirconiates de plomb plus communément appelé 'PZT'. Ces structures peuvent être façonnées 'sur mesure' et usinées selon des formes géométriques particulières.

Au niveau microscopique la piézoélectricité est associée à une séparation du barycentre des charges positives et négatives des ions au sein d'une maille élémentaire du réseau cristallin. Cette séparation engendre un moment dipolaire local. Aussi, une condition nécessaire pour qu'un matériau manifeste des propriétés piézo-électriques est que son réseau cristallin ne soit pas centro-symétrique, pour permettre cette dissociation des charges anioniques et cationiques. On rappelle brièvement que ces moments dipolaires s'organisent en domaines pouvant être orientés sous l'application d'un champ électrique extérieur ce qui permet de polariser les céramiques piézoélectriques. Lorsqu'on éteint le champ électrique les domaines conservent un semblant d'alignement par hystérésis. Il en résulte une polarisation rémanente macroscopique à l'origine des propriétés piézoélectriques. Une élévation de température désorganise la céramique, jusqu'à la température de Curie  $T_c$  où il y a transition de phase et perte complète des propriétés piézoélectriques.

### **Description d'état d'un système piézoélectrique**

Macroscopiquement une céramique piézoélectrique est décrite comme un système thermodynamique avec des fonctions et des variables d'états. Dans le cas général un matériau piézoélectrique est un système complexe manifestant à la fois des propriétés thermo-élastique et un couplage électromécanique voir magnéto-mécanique. Cependant, pour des applications d'acoustique sous marine et particulièrement par grand fond, la

céramique repose au sein d'un thermostat naturelle : la mer (13.2 C en Mer Méditerranée, après une centaine de mètres de profondeur) bien en deçà de la température de Curie. Aussi les propriétés thermiques de la céramique sont de peu d'importance. Nous négligerons également une éventuelle contribution magnétique. Une description suffisante est alors donnée par les seules propriétés électromécaniques. Les variables d'état étant : les tenseurs de déformation  $\varepsilon$  et de contrainte  $\sigma$  pour les propriétés mécaniques et le champ électrique  $\vec{E}$  et le déplacement électrique  $\vec{D}$  pour les propriétés électriques. Pour de faibles champs électriques et de faibles déformations les relations entre ces variables sont linéaires. Elles s'expriment sous la forme d'un système d'équations couplées, par exemple sous la forme :

$$(2-1) \quad \begin{cases} \sigma = G\varepsilon - e^T \vec{E} \\ \vec{D} = e\varepsilon + \varepsilon_0 \chi \vec{E} \end{cases}$$

où  $G$  est le tenseur de raideur mécanique et  $\chi$  le tenseur de permittivité diélectrique relative. Le tenseur piézoélectrique  $e$  décrit le couplage électromécanique. En l'absence de couplage ( $e=0$ ) on retrouve simplement les relations classique de l'élasticité linéaire et des milieux diélectriques linéaires. On notera également que la description adoptée ici considère le déplacement électrique  $\vec{D}$  et les contraintes  $\sigma$  comme des fonctions d'état résultant des autres variables d'état : le champ électrique  $\vec{E}$  et les déformations  $\varepsilon$ . Cependant, puisque les relations entre ces variables sont toutes linéaires on peut passer d'une description à une autre par inversion des tenseurs de couplage.

### Céramique piézoélectrique et modes de résonance

L'objet de cette thèse n'est pas une étude formelle détaillée des propriétés des céramiques piézoélectriques, par ailleurs complexe. Aussi nous allons nous limiter à un cas de figure simplifié, mais que nous pensons illustratif pour la suite. En l'absence de charges d'espace et de champ magnétique au sein du diélectrique l'équation de Maxwell-Gauss et la loi de Lorentz permettent d'écrire :

$$(2-2) \quad \text{div}(\vec{D}) = 0 \quad \text{et} \quad \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V)$$

Dans ces conditions on pourra vérifier à partir de l'équation (2-1) que les composantes de Fourier des différentes grandeurs d'intérêt sont reliées linéairement par les relations suivantes :

$$(2-3) \quad \tilde{V} = \frac{q}{\varepsilon_0 N_0^2} N_{ij} \tilde{\varepsilon}_{ij} \quad \text{et} \quad \tilde{\sigma}_{ij} = [G_{ijkl} - \frac{1}{\varepsilon_0 N_0^2} N_{ij} N_{kl}] \tilde{\varepsilon}_{kl}$$

où l'on a utilisé la notation d'Einstein pour les contractions tensorielles. On note  $\bar{q} = q\bar{n}$  la variable réciproque des coordonnées d'espace et les grandeurs  $N_0^2$  et  $N_{ij}$  sont définis à partir de la direction  $\bar{n}$  selon les contractions suivantes :

$$(2-4) \quad N_0^2 = \chi_{ij}n_i n_j \quad \text{et} \quad N_{ij} = N_{ji} = e_{kij}n_k$$

D'autre part en l'absence de forces volumiques, notamment de pertes, la 2<sup>ème</sup> loi de Newton pour un solide déformable a pour expression :

$$(2-5) \quad \rho_0 \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = \text{div}(\sigma)$$

où  $\bar{u}$  est le déplacement d'un élément de volume relié à la déformation par la relation symétrique usuelle de l'élasticité linéaire. Par substitution de l'expression donnée par l'équation (2-3) pour  $\tilde{\sigma}$  en fonction de  $\tilde{\varepsilon}$  dans l'équation (2-5) précédente on en déduit que la transformée de Fourier du déplacement  $\bar{u}$  vérifie une équation aux valeurs propres. Cette équation est de la forme :

$$(2-6) \quad (\omega/q)^2 \tilde{\bar{u}} = A(\bar{n})\tilde{\bar{u}} \quad \text{avec} \quad a_{ij}(\bar{n}) = \frac{1}{\rho_0} \sum_{k,l} [G_{iklj} - \frac{1}{2\varepsilon_0 N_0^2} N_{ik} N_{lj}] n_k n_l$$

Physiquement, on retrouve un résultat classique, selon lequel la propagation du son dans un solide admet trois modes propres avec néanmoins des vitesses du son a priori différentes pour les trois modes et dépendant de la direction  $\bar{n}$  de l'onde. En l'absence de couplage piézoélectrique, et pour un milieu isotrope, les modes transverses à la direction  $\bar{n}$  sont dégénérés, correspondant à la branche optique. Par un choix particulier de la géométrie du milieu et des conditions aux limites on peut privilégier une valeur caractéristique de fréquence spatiale  $q$  déterminant ainsi une pulsation de résonance  $\omega$ . De nouveau cette pulsation dépend de la direction de l'onde. A ces résonances 'acoustique' sont associées des résonance électriques du potentiel.

### 2.1.3 Schéma électrique équivalent et fonction de transfert

Dans un système de transduction plus réaliste on a également des pertes dissipatives. Néanmoins le transducteur conserve son caractère résonant du type deuxième ordre. Aussi au voisinage d'un mode de résonance la céramique peut être modélisée par un schéma électrique équivalent du type R, L, C tel que représenté sur la Figure 2-2. La tension d'entrée  $U_e$  est proportionnelle à la pression  $p$  appliquée sur la céramique avec un facteur d'efficacité global dépendant du montage, de la géométrie et a priori de la direction d'incidence du son. Les paramètres R, L et C sont les analogues électriques des propriétés mécaniques de la céramique. Ils dépendent également de la direction du son. Enfin la capacité  $C_e$  est la capacité électrique équivalente de la

céramique. Elle ne dépend pas de ses propriétés électromécaniques, uniquement des propriétés diélectriques de la céramique, de sa géométrie ainsi que du montage des électrodes collectrices. Aussi elle est indépendante de la direction d'incidence du son.

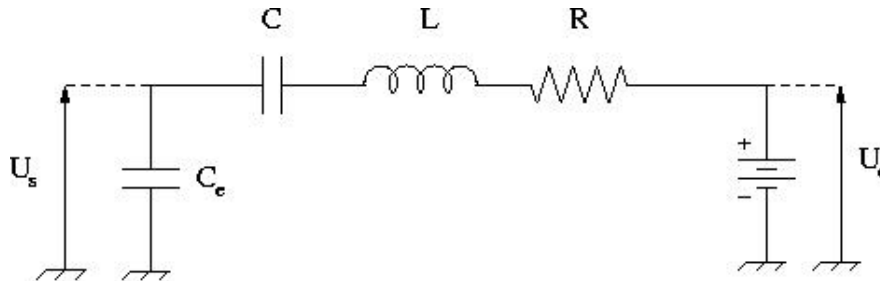


Figure 2-2 : Schéma électrique équivalent pour une céramique piézo-électrique. La modélisation utilisée ici est issue de fiches techniques du constructeur d'hydrophones Bruel&Kjaer.

Il sera utile pour la suite de rappeler quelques propriétés de la fonction de transfert, de transduction, d'un tel modèle. La fonction de transfert complexe est de la forme :

$$(2-7) \quad \tilde{S}(i\omega) = \frac{\tilde{p}}{\tilde{U}_e} = \frac{\omega_0^2 S_0}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2i\omega / \tau}$$

avec  $\omega_0^2 LC_{eq} = 1$ ,  $\tau / 2 = RC_{eq}$  et  $1/C_{eq} = 1/C_e + 1/C$ . Le module de l'amplitude complexe est résonant à la fréquence  $2\pi f_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2/\tau^2}$  avec une amplitude pic donnée par  $S_{max} / S_0 = \omega_0^2 \tau^2 / \sqrt{\omega_0^2 \tau^2 - 1}$ . La réponse est 'plate' à plus basse fréquence, tendant vers  $S_0$ , et décroît en  $1/f^2$  à plus haute fréquence.

La réponse impulsionnelle correspondante est donnée par transformée de Fourier. Par application du théorème des résidus on obtient :

$$(2-8) \quad S(t) = S_0 \frac{\omega_1^2 + 1/\tau^2}{\omega_1} H(t) \exp(-t/\tau) \sin(\omega_1 t), \quad \text{avec} \quad \omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - 1/\tau^2}$$

Soit la réponse de la céramique à une impulsion est des oscillations amorties à la fréquence  $f_1 = \omega_1 / 2\pi$  inférieure à la fréquence de résonance. Néanmoins le temps caractéristique d'amortissement  $\tau$  est généralement suffisamment grand pour que les pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_0$  soient comparables. Dans ces conditions l'amplitude de la résonance affectant la fonction de transfert complexe est approximativement donnée par  $S_{max} / S_0 \approx \omega_0 \tau$ , relation qui nous servira par la suite. D'autre part on pourra vérifier à partir de l'équation précédente que la réponse impulsionnelle de la céramique à des

maxima locaux réguliers espacés d'une période  $T_1 = 1/f_1$ . Le rapport des amplitudes du  $n^{\text{ième}}$  maximum au  $n+1^{\text{ième}}$  maximum est constant égal à  $\omega_1 \tau$ .

Dans le cas où plus d'un mode de résonance contribue à la réponse de la céramique, par prolongement de l'équation (2-3) nous ferons l'hypothèse d'additivée. Soit la réponse impulsionnelle globale est modélisée comme :

$$(2-9) \quad S(t) = \sum_{i=1}^3 S_k(t)$$

où la réponse impulsionnelle  $S_k$  associée au mode  $k$  est de la forme indiquée par l'équation (2-8).

#### 2.1.4 Caractéristiques de transduction d'un hydrophone

Le modèle résonant du deuxième ordre présenté précédemment rend bien compte du comportement asymptotique de la réponse de transfert complexe d'un hydrophone. Il est également représentatif de l'évolution de la céramique lors des toutes premières oscillations, comme nous le verrons par la suite, dans la partie 2.3. Néanmoins, 'sur le terrain', le comportement réel d'un hydrophone est plus complexe. Des écarts pouvant atteindre plusieurs facteurs numériques sont observables. Une description analytique est délicate car le comportement d'un hydrophone réel dépend aussi bien de sa céramique que des propriétés acoustiques et mécaniques liées à son conditionnement ainsi que des caractéristiques électriques d'un éventuel amplificateur. Ce dernier point étant néanmoins le plus facile à caractériser. Par conséquent on a recours à des calibrations expérimentales, chaque hydrophone ayant sa 'carte de visite' personnelle.

#### Sensibilité et directivité

En acoustique sous-marine, la grandeur usuellement utilisée pour caractériser la comportement en réception d'un hydrophone est la sensibilité, plus couramment appelée  $S_h$ . Elle est définie comme le rapport de l'amplitude de la différence de potentiel recueillie à l'amplitude de l'onde de pression incidente, ceci pour une incidence optimale et une onde de pression dans des conditions de champ lointain. Par conditions de champ lointain on entend ici des distances grandes devant l'extension caractéristique de l'émetteur de telle sorte que l'amplitude de l'onde de pression décroît en  $1/r$ ,  $r$  étant la distance à la source. D'autre part, l'onde de pression émise est un train de sinusoïde dont on mesure l'amplitude en régime permanent. Réciproquement on définit le  $S_v$  d'un transducteur émetteur comme le rapport de l'amplitude du champ de pression généré, dans des conditions de champ lointain et pour une direction optimale, à la différence de potentielle appliquée aux bornes du dispositif. De nouveau la différence de potentiel utilisée est un train de sinusoïde et on considère le régime permanent. Les amplitudes des ondes acoustiques étant généralement exprimées en dB acoustiques,  $S_v$  et  $S_h$  s'expriment



également en dB avec pour référence  $1 \text{ V}/\mu\text{Pa}$  pour le  $S_h$  et  $1 \mu\text{Pa}/\text{V}$  à 1 m pour le  $S_v$ . L'intensité de l'onde de pression générée est arbitrairement 'ramenée' à une distance de 1 m, bien que les conditions de champ lointain ne soient plus nécessairement valables à ces distances.

Ces deux caractéristiques  $S_h$  et  $S_v$  peuvent se mesurer en bassin en utilisant des transducteurs de référence. Une calibration absolue des références peut être réalisée à partir de trois transducteurs. Pour cela on fait l'hypothèse de réciprocité de la fonction de transfert en émission et en réception d'un même transducteur. Une description plus détaillée de cette méthode est donnée par Urick [49]. Ces mesures de calibration sont en général délicates car en bassin, du fait de la relativement grande vitesse du son dans l'eau, 5 fois plus grande que dans l'air, on a vite fait de rencontrer une interface. Il y a alors réflexion. En particulier du fait de la grande différence de densité entre eau et air la réflexion est totale à cette interface. Les réflexions 'accidentelles' limitent la plage de temps sur laquelle le 'régime permanent' est observable. D'autre part aux fréquences de la dizaine de kHz les longueurs d'onde sont de l'ordre du cm. Aussi on a des effets de diffraction liés à l'environnement des transducteurs. Des incertitudes de mesure de quelques dB ne sont pas inhabituelles.

Par ailleurs un hydrophone présente un diagramme de directivité résultant à la fois des propriétés de la céramique ainsi que du montage mécanique. Aussi, il dépend également de la fréquence de l'onde incidente. Les mesures de directivité se font en référence au  $S_h$ , simultanément, en bassin. L'ensemble de ces données caractérise la fonction de transfert 'effective' de l'hydrophone. Néanmoins on notera que les méthodes utilisées ne nous renseignent que sur le module de la réponse complexe de l'hydrophone. Par conséquent elles ne donnent qu'une information limitée sur la réponse impulsionnelle du dispositif, dont les variations précises sont fortement dépendantes de la phase. Or dans notre cas de figure, la détection d'une bi-impulsion de pression en provenance d'une cascade, la connaissance de la réponse impulsionnelle du dispositif est primordiale si l'on a l'ambition d'exploiter la forme de nos signaux acoustiques pour leur détection. C'est ce qui nous a conduit à faire les mesures dédiées présentées par la suite, en partie 2.3.

## Bruit propre équivalent

Le terme de sensibilité utilisé précédemment est trompeur car il n'est pas nécessairement représentatif de 'l'acuité' d'un hydrophone. Pour cela il faut également tenir compte du bruit propre électronique en sortie de l'hydrophone. Une grandeur plus représentative des performances d'un hydrophone est le bruit équivalent en pression défini comme le bruit de sortie 'ramené' en entrée du dispositif transducteur. Soit le bruit électronique de sortie divisé par le  $S_h$ . Plus précisément on caractérise le bruit électronique de sortie par sa densité spectrale. Le bruit équivalent s'exprime alors en dB en référence à  $1 \mu\text{Pa}/\sqrt{\text{Hz}}$ .

Il est intéressant ici de revenir à notre modèle de céramique piézo-électrique. Dans les gammes de fréquence de la dizaine de kHz qui nous intéressent le bruit électronique est dominé par le bruit thermique résistif. En circuit ouvert sa densité spectrale  $\phi$  est donnée par la partie réelle de l'impédance équivalente  $\tilde{Z}$  vue en sortie, selon :

$$(2-10) \quad \phi(f) = 2k_B T \operatorname{Re}(\tilde{Z}(i\omega))$$

Nous adoptons ici, ainsi que dans toute la suite de cet exposé, une définition non ‘symétrisée’ de la densité spectrale. C’est à dire que les fréquences négatives ne sont pas ‘rabattues’ sur les fréquences positives. Pour le modèle de circuit électrique équivalent schématisé sur la Figure 2-2 le lecteur pourra vérifier que la densité spectrale de bruit thermique est de la forme :

$$(2-11) \quad \phi(f) = k_B T \frac{\tau}{C_e} \left| \frac{S(i\omega)}{S_0} \right|^2$$

De la relation précédente on déduit deux propriétés intéressantes. Tout d’abord la densité spectrale de bruit est proportionnelle au module de la fonction de transfert complexe de la céramique, soit, en l’absence de préamplificateur, approximativement au  $S_h$  de l’hydrophone. Il en résulte que le bruit équivalent propre de la céramique est une propriété constante, intrinsèque, ne dépendant pas de la fréquence. C’est à dire qu’à la résonance d’amplitude de la transduction il y a également résonance du bruit, et le rapport signal sur bruit reste inchangé. D’autre part le bruit équivalent de la céramique est déterminé par la capacité électrique équivalente est le facteur d’amortissement  $\tau$ . Pour diminuer le bruit équivalent il faut une forte capacité électrique et une réponse ‘rapide’ de la céramique. C’est à dire une céramique avec une réponse impulsionnelle ‘tranchée’, ne générant pas d’oscillations ‘parasites’. Cette condition est compatible avec notre besoin qui est de détecter des signaux impulsionnels.

Il y a néanmoins un avantage à utiliser des céramiques avec une forte sensibilité lorsqu’on leurs associe un préamplificateur. Le bruit de sortie global du système est d’autant moins sensible au bruit propre du préamplificateur que le  $S_h$  de la céramique seule est grand. Idéalement le bruit total de l’hydrophone est dominé par le bruit de la céramique, premier étage de la chaîne d’acquisition.

En faisant l’hypothèse que le bruit équivalent est dominé par le bruit de la céramique, ce qui est loin d’être toujours vrai pour un hydrophone du commerce, il est possible d’estimer le bruit équivalent du dispositif à partir de la donnée de sa courbe de  $S_h$ . Nous avons vu précédemment que l’amplitude de la résonance dépend des paramètres  $\tau$  et  $\omega_0$ . Dans l’approximation où  $\omega_0 \tau \gg 1$ , ce qui est usuellement vérifié si il y a résonance, le bruit équivalent se déduit des amplitudes avant et à la résonance ainsi que de la fréquence de résonance, que l’on peut estimer à partir de la courbe de  $S_h$ , comme :

$$(2-12) \quad \phi(f) = -\frac{1}{2}(S_{\max} + S_0) - 10 \log_{10}(f_r C_e) - 150 \quad (\text{dB ref } 1 \mu\text{Pa}/\sqrt{\text{Hz}})$$

où les valeurs de  $S_h$  sont exprimées en dB ref 1 V/  $\mu\text{Pa}$ , la fréquence  $f_r$  en kHz et la capacité  $C_e$  en nF. La capacité électrique équivalente d'un hydrophone est souvent indiquée par les constructeurs pour des questions d'adaptation d'impédance. Elle domine l'impédance de sortie de l'hydrophone.

### 2.1.5 Etude de marché

Nous avons réalisé une étude des hydrophones disponibles dans le 'commerce' susceptibles d'être utilisés pour la détection acoustique de neutrinos. Cette étude a été menée en 2002. Les critères de sélection, par ordre décroissant d'importance, étaient les suivants :

- L'hydrophone doit fonctionner à la pression de 2500 m de fond. Cette contrainte, incontournable, limite fortement la gamme des hydrophones disponibles sur le marché.
- Le bruit propre se doit d'être faible, idéalement négligeable devant le bruit de mer ambiant. Nous verrons par la suite que la densité spectrale de bruit ambiant à la fréquence de 30 kHz est estimée inférieure à 20 dB ref 1  $\mu\text{Pa}/\sqrt{\text{Hz}}$ .
- La bande passante doit couvrir la gamme de fréquences de la dizaine de kHz correspondant au minimum de bruit ambiant ainsi qu'aux fréquences caractéristiques du signal après propagation sur des distances kilométriques.
- L'hydrophone doit avoir une forte sensibilité pour limiter l'incidence du bruit électronique ramené par les étages placés en sortie de l'hydrophone (amplificateur supplémentaire, convertisseur analogique numérique, ...).
- L'hydrophone doit être sensiblement omnidirectionnel car, à priori, le signal issu d'une cascade peut venir de n'importe quelle direction. Ce point est à pondérer toutefois par l'extension limitée du milieu, et une origine en surface du bruit de mer ambiant. Nous y reviendrons par la suite.

Sur la base de ces critères nous avons sélectionné 10 modèles d'hydrophones dont les caractéristiques sont résumées dans le Tableau 4. Les valeurs de  $S_h$  indiquées sont ramenées en entrée du préamplificateur pour une comparaison des performances des céramiques. Dans le cas du modèle ITC-8222 le gain du préamplificateur n'est pas connu, aussi nous avons indiqué le  $S_h$  en sortie, distingué des autres par une \*. En l'absence de données constructeurs ou mesures le bruit équivalent a été estimé à partir de la courbe de  $S_h$  et de la capacité électrique selon l'équation (2-12). Les valeurs correspondantes sont marquées d'un ♦ dans le tableau. La profondeur maximale était le critère le plus restrictif lors de cette recherche. Pour certains modèles la profondeur standard est inférieure à la valeur indiquée dans le tableau. Elle sont distinguées par un ♥. Il s'agit en fait d'une adaptation du modèle, en changeant son conditionnement, pour qu'il puisse tenir à la profondeur indiquée. Dans ces cas de figure des détérioration des

performances de quelques dB sont possibles. Enfin les prix sont pour beaucoup une estimation d'ordre de grandeur (\*). Il a été difficile d'obtenir des devis dans la majorité des cas. Les prix sont rarement indiqués sur les brochures, sauf lorsqu'ils sont bas, ce qui n'est pas le cas pour des hydrophones grand fond. D'autre part les commerciaux opérant pour les principaux grands constructeurs sont peut intéressés par des commandes à l'unité. Lorsque nous avons obtenu des devis, argumentant que le projet serait susceptible de s'étendre à beaucoup plus d'un hydrophone, le prix par unité peut varier de plusieurs kE avec le nombre d'hydrophones commandés.

Tableau 4 : Comparaison des caractéristiques des hydrophones grand fond large bande disponibles sur le marché en 2002. † Le modèle DS-628 est en fait un développement, non existant à la date de l'étude.

Modèle	Constructeur	$S_h$ ( dB )	$f_r$ ( kHz )	Bruit équivalent ( dB )	Profondeur maximale ( m )	Prix ( kE )
SQ03	Sensor Tech.	$-202 \pm 1$	$\geq 65$	30*	6500♥	6*
G-207404	Genisea-Eca	$-200 \pm 4$	56	20	6000	3
G-176407	Genisea-Eca	$-193 \pm 4$	58	20	6000	3
ITC-8222	Int. Transducer. Comp.	$-166^* \pm 4$	$\geq 80$	?	$\geq 6000$	3
TC-4042c01	Hight Tech. Inc.	$-193 \pm 2$	65	30	2500♥	6*
TC-4037	High Tech. Inc.	$-193 \pm 2$	65	20*	2500	3*
Tuba 6000	Thales-Pons	-193	90	30*	6000	3*
Sphyrène II	Thales-Pons	$-198.5 \pm 3$	80	$\leq 20$	$\geq 2500$ ♥	6
ITEP	ITEP	$-182 \pm 2$	50	$\leq 10$	4000	0.5
DS-628†	Engineering Acoustics.	-180	$\geq 50$	$\leq 20$	3000	6

Des détails supplémentaires, tel que les courbes de  $S_h$ , de directivité, les constructeurs ainsi que les contacts sont disponibles dans la note suivante [67]. Parmi les différents modèles indiqués dans le Tableau 4 certains ont une 'histoire' plus intéressante que les autres en ce qui concerne notre projet. Les hydrophones G-207404 et G-176407 sont les modèles développés et utilisés pour le positionnement acoustique Genisea-ECA du détecteur ANTARES. On peut remarquer que leurs caractéristiques sont dans la bonne norme. Néanmoins à l'époque où le système de positionnement acoustique a été développé il n'était pas envisagé de faire de l'écoute 'passive'. Le système de positionnement acoustique est dédié à la détection de train de sinusoïdes de quelques ms de durées avec des fréquences allant de 44 à 65 kHz et ceci sur des fenêtres temporelles ciblées. Aussi il n'est malheureusement pas adapté à notre application. Le modèle TC-4042c01 est une adaptation du modèle TC-4042 développé pour nos collègues de NEMO. Il est actuellement utilisé sur un système d'écoute à 2400 m de fond au large de Catane, en Sicile [68]. Enfin, le modèle ITEP a été développé par une compagnie Russe pour une expérience de détection acoustique de cascades en coïncidence avec des scintillateurs [69]. Cette expérience est menée en Sibérie, sur et sous la glace du lac Baïkal, par des membres de l'ITEP.

## 2.2 Les hydrophones ITEP

Il ressort de l'étude précédente que les hydrophones grand fond disponibles ont pour la plupart des caractéristiques très similaires. Notamment leur bruit équivalent, bien que négligeable aux basses fréquences de 1 kHz devant le bruit marin ambiant, vient flirter avec le minimum du bruit ambiant à 30kHz. Le modèle ITEP se dégage du lot avec une céramique de 10 à 20 dB plus sensible que les autres et par suite un bruit équivalent plus faible. D'autre part son prix est très raisonnable en comparaison de ce qui se pratique sur le marché. C'est l'ensemble ces raisons qui nous ont conduit à faire l'acquisition de 4 de ces hydrophones auprès de l'ITEP. Malheureusement, le constructeur étant décédé entre temps il n'est plus possible de s'en procurer actuellement. De plus, bien que cette solution s'est montrée très instructive dans une optique de R&D nous verrons par la suite qu'elle ne nous semble pas adaptée à une utilisation 'en série'.

### 2.2.1 Structure mécanique

Une photo de l'hydrophone ITEP est représentée sur la Figure 2-3. Sur cette image on peut distinguer 3 entités : Une 'tétine' en caoutchouc noire reliée à un conteneur cylindrique en titane par une tige flexible, l'ensemble étant entouré d'une cage en titane à 4 bras. La céramique transductrice est localisée dans la tétine à l'extrémité de l'hydrophone. Elle baigne dans une huile polymère, du polydiméthylsiloxane (PMS-5), choisie pour ses propriétés thermomécaniques permettant une bonne transmission du son ainsi que pour sa faible solubilité dans l'eau devant limiter l'infiltration d'eau de mer au cours du temps.

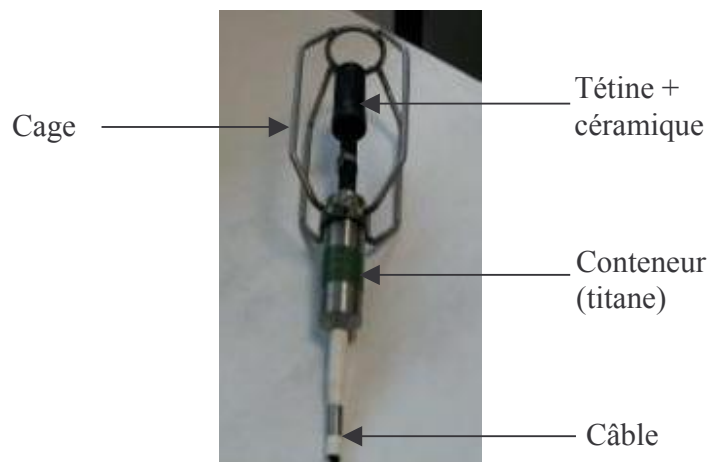


Figure 2-3 : Photo de l'hydrophone ITEP. De haut en bas on peut distinguer la tétine abritant la céramique, reliée au conteneur électronique par une tige flexible et protégée par une cage métallique à 4 bras. En sortie du conteneur on distingue le début du câble.

Le conteneur renferme le préamplificateur de l'hydrophone. Il est en titane pour éviter la corrosion importante dans l'eau de mer, milieu fortement salin, et supporter la pression par grand fond. Nous notons ici que l'électronique est sous air, à pression atmosphérique. Par conséquent la céramique est déportée du conteneur pour limiter les

effets de masquage arrière. Nous rappelons que la grande différence d'impédance acoustique entre l'eau et l'air conduit à une réflexion totale à cette interface. D'autre part la tige est flexible afin de découpler mécaniquement la céramique du conteneur, susceptible de conduire également une partie de l'onde acoustique. En arrière du conteneur on peut voir un câble noir. Il fait une vingtaine de mètres de long et permet l'acheminement du signal ainsi que l'alimentation du préamplificateur. La connectique se fait sur quatre fils. Un fil de signal, tressé avec sa référence et un fil d'alimentation du préamplificateur également tressé avec sa référence. L'ensemble est blindé par une tresse métallique à l'intérieur du câble de sortie. Une gaine interne au câble protège les différents fils. Enfin la cage métallique entourant la céramique a pour seule fonction de protéger celle-ci d'un choc accidentel. Les bras de la cage sont suffisamment fins pour que le masquage de la céramique soit négligeable.

Nous indiquons brièvement ici que nous avons effectué des mesures de masquage en piscine en utilisant des tuyaux de plus grand diamètre, de l'ordre de quelques cm. Une présentation détaillée du protocole opératoire ainsi que des résultats obtenus prendrait trop de temps dans cet exposé par ailleurs déjà long. Aussi nous nous contentons ici de donner les principaux résultats. Il est ressorti de cette étude, menée pour des trains de sinusoïde, que les effets de masquages restent faibles, de l'ordre de quelques dB. Le paramètre dominant n'est pas tant l'impédance acoustique du matériau masquant que l'angle sous lequel le diamètre du tuyau est vu depuis le récepteur. Ceci peut s'interpréter par le fait que la structure masquante est trop massive pour être déplacée par l'onde de pression. Par suite elle impose des conditions de continuité du type diffraction pour le champ de déplacement des ondes acoustiques. Les longueurs d'onde d'intérêt étant du cm on observe également des modulations du masquage avec la fréquence de l'onde et la position de l'obstacle. Néanmoins ces effets restent limités en comparaison de l'effet global de masquage caractérisé par le lobe central de diffraction. Des mesures analogues menées en aquarium, à Erlangen, confirment le faible masquage acoustique pour des obstacles métalliques fins (barres, grilles, ...) [70].

### **2.2.2 La céramique**

La céramique de l'hydrophone ITEP est cylindrique de 5 cm de hauteur et 3 cm de diamètre. Il s'agit de PZT. Elle occupe la quasi totalité du volume de la tétine visible sur la photo. L'épaisseur du cylindre de la céramique est de l'ordre du mm, soit faible en comparaison de son rayon. Ceci lui confère une capacité électrique conséquente et donc un bruit électronique propre réduit. Par ailleurs la grande taille de la céramique lui donne une bonne sensibilité globale, avec une grande surface de collection, conduisant à un faible bruit équivalent. Il nous a également été communiqué que des méthodes de sélection particulière sont appliquées lors du choix des céramiques [71]. On peut observer des variations sensibles des caractéristiques des céramiques sur un lot, à la production. Des tests systématiques sont réalisés conservant uniquement les meilleures de chaque série. Par des pratiques de sélections successives on isole quelques céramiques présentant des performances particulièrement hors gamme.



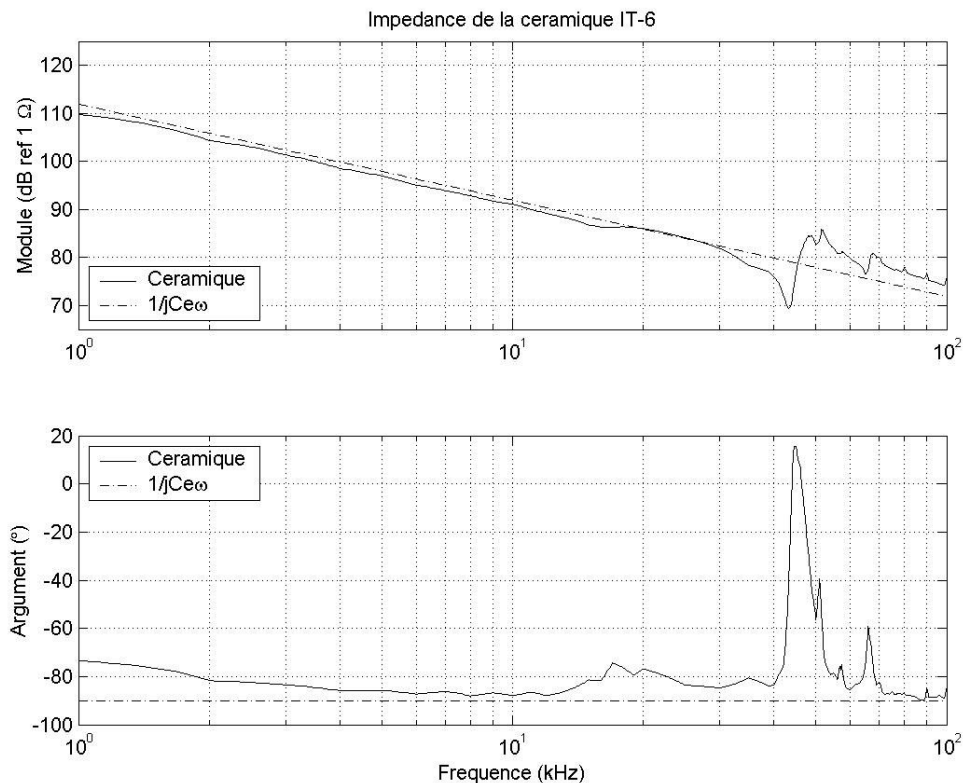


Figure 2-4 : Impédance complexe de la céramique ITEP-6. Mesurée en laboratoire au CPPM, avec un montage pont diviseur.

L'impédance complexe d'une des céramiques, celle de l'hydrophone noté 6 a été mesurée au laboratoire. Pour cela nous avons utilisé un montage du type pont diviseur entre la céramique et une résistance de valeur variable. Selon la valeur de la fréquence la valeur de la résistance est adaptée pour permettre une bonne mesure. Les résultats obtenus sont représentés sur la Figure 2-4. A basses fréquences, en dessous de la dizaine de kHz, le comportement est capacitif avec une capacité électrique ajustée à la valeur de  $C_e = 400 \text{ pF}$ . La résonance est clairement visible sur la phase pour une fréquence qui est de  $f_r = 45 \pm 1 \text{ kHz}$ .

L'huile entourant la céramique assure la conduction du son depuis l'eau. La présence de bulles d'air dans l'huile perturbe cette transmission. Aussi un traitement particulier est apporté à celle ci. Suite à un test en pression 'mal mené' nous avons été amené à démonter et re-remplir en huile la tétine avec la céramique de l'hydrophone ITEP-6. Pour cela l'huile utilisée a été préalablement 'pompée' de son air pendant 24h. Le remplissage et montage de la tétine sur la céramique s'est fait dans un bac plein de cette huile 'pompée'. D'autre part l'huile est laissée en légère surpression par rapport à la pression extérieure, en fin de remplissage, afin d'empêcher l'entrée d'air par la suite. Néanmoins, l'hydrophone ainsi remonté présente depuis une sensibilité anormale de ses caractéristiques électroniques lors d'un contact direct ou d'une pression sur la tétine. L'origine de cette sensibilité reste inexpliquée.



### 2.2.3 Le préamplificateur

Le préamplificateur de l'hydrophone ITEP est monté sur une plaque en cuivre avec un traitement simple face. Il s'agit d'une réalisation artisanale avec des composants 'du tiroir'. Il est alimenté sous une tension nominale de 12 V avec une consommation de quelques mA. De part sa conception les performances du préamplificateur sont quasi inchangées pour une variation de plusieurs Volts de la tension d'alimentation autour de la valeur nominale. Le signal de sortie a une référence commune avec l'alimentation. Cette référence de 0 V est reliée par des vis à l'armature du conteneur qui fait masse. La tresse métallique du câble de sortie est également reliée aux deux autres références. La fonction étant de blinder le signal par l'eau de mer, milieu fortement salin. La nature : titane du conteneur, ainsi que la faible consommation devant préserver l'ensemble de l'électrolyse.

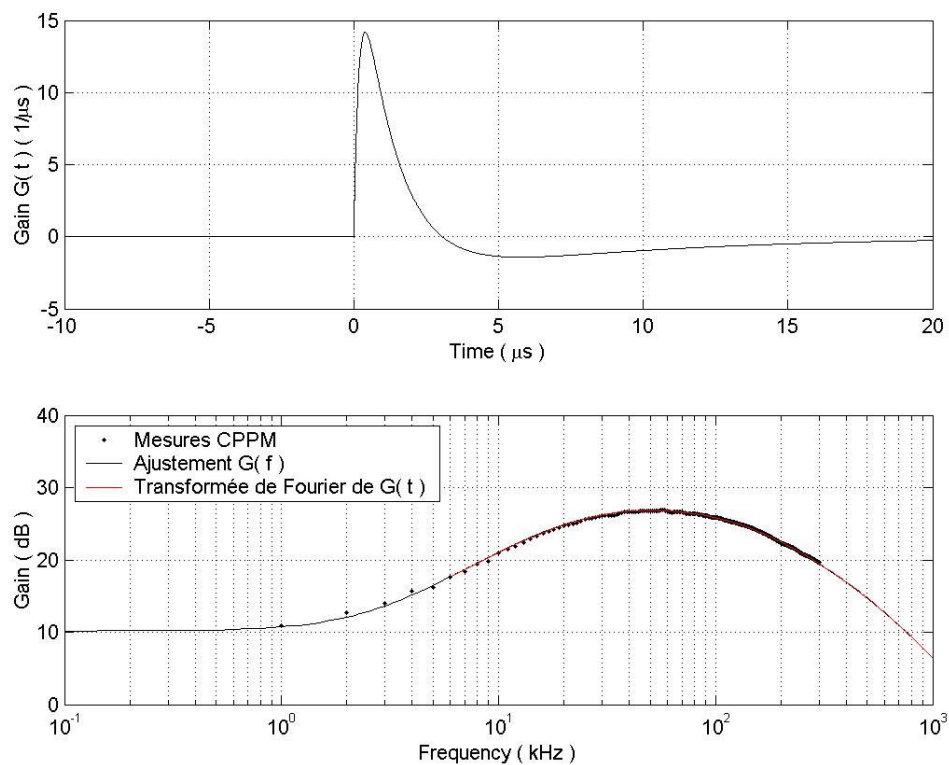


Figure 2-5 : Caractérisation du préamplificateur de l'hydrophone ITEP-3. La figure du haut montre la réponse impulsionnelle du préamplificateur. La figure du bas représente le module du gain complexe.

Les caractéristiques globales du préamplificateur sont une amplification passe bande avec des coupures du premier ordre, un faible bruit, inférieur au  $nV/\sqrt{Hz}$ , et un gain de 28 dB dans la bande. D'autre part la sortie se fait autour d'une tension continue de l'ordre de 4 V, liée à la polarisation de l'étage de sortie, variable selon les hydrophones. La fonction de transfert complexe du préamplificateur a été mesurée en laboratoire, en amplitude et phase. Elle est bien représentée par la fraction rationnelle suivante :

$$(2-13) \quad \tilde{G}(i\omega) = \frac{G_0 + i\omega/\omega_0}{(1+i\omega/\omega_1)(1+i\omega/\omega_2)(1+i\omega/\omega_3)}$$

Une comparaison des mesures au modèle proposé est montré sur la Figure 2-5. La courbe noire indique le résultat d'un ajustement à l'équation (2-13). Les points sont les mesures. On notera que la phase n'est pas bien représentée aux basses fréquences, de l'ordre du kHz, avec ce modèle. On observe un écart maximum de 10 à la fréquence de 1 kHz. Au delà de 3 kHz la réponse est fidèle à quelques pourcents près. Cet écart est considéré comme négligeable pour la transduction de notre signal acoustique, qui se déroule sur des échelles de temps plus courtes.

La réponse impulsionnelle associée au modèle de l'équation (2-13) se calcule par le théorème des résidus. Elle est de la forme suivante :

$$(2-14) \quad G(t) = H(t) \sum_{i=1}^3 a_k \exp(-\omega_k t), \quad a_k = -2\pi \cdot \text{Res}(\tilde{G}(f), i\omega_k / 2\pi)$$

Numériquement nous obtenons les valeurs suivantes :

$$(2-15) \quad \begin{cases} a_1 = -24.5 \mu\text{s}^{-1} \\ a_2 = 28.2 \mu\text{s}^{-1} \\ a_3 = -3.7 \mu\text{s}^{-1} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \omega_1 = 5395 \text{ kHz} \\ \omega_2 = 798.8 \text{ kHz} \\ \omega_3 = 132.7 \text{ kHz} \end{cases}$$

L'allure de la réponse impulsionnelle est représentée sur la partie supérieure de la Figure 2-5. Elle à une durée de l'ordre de quelques  $\mu\text{s}$ , dominée par le deuxième pôle. La réponse est en retard d'environ une demie  $\mu\text{s}$ . Cet effet est négligeable pour ce qui nous intéresse. D'autre part le 3<sup>ème</sup> pôle entraîne une 'longue' relaxation de quelques dizaines de  $\mu\text{s}$ . Son amplitude reste modérée. Soit pour des signaux ayant des durées caractéristiques de la dizaine de  $\mu\text{s}$  le préampli altère peu la forme du signal. D'autre part nous verrons par la suite que sa fonction de transfert passe bande permet un 'blanchissement' du bruit ambiant de mer. A titre de vérification la transformée de Fourier inverse, numérique, de la fonction de transfert  $G(t)$  est également représentée sur la Figure 2-5.

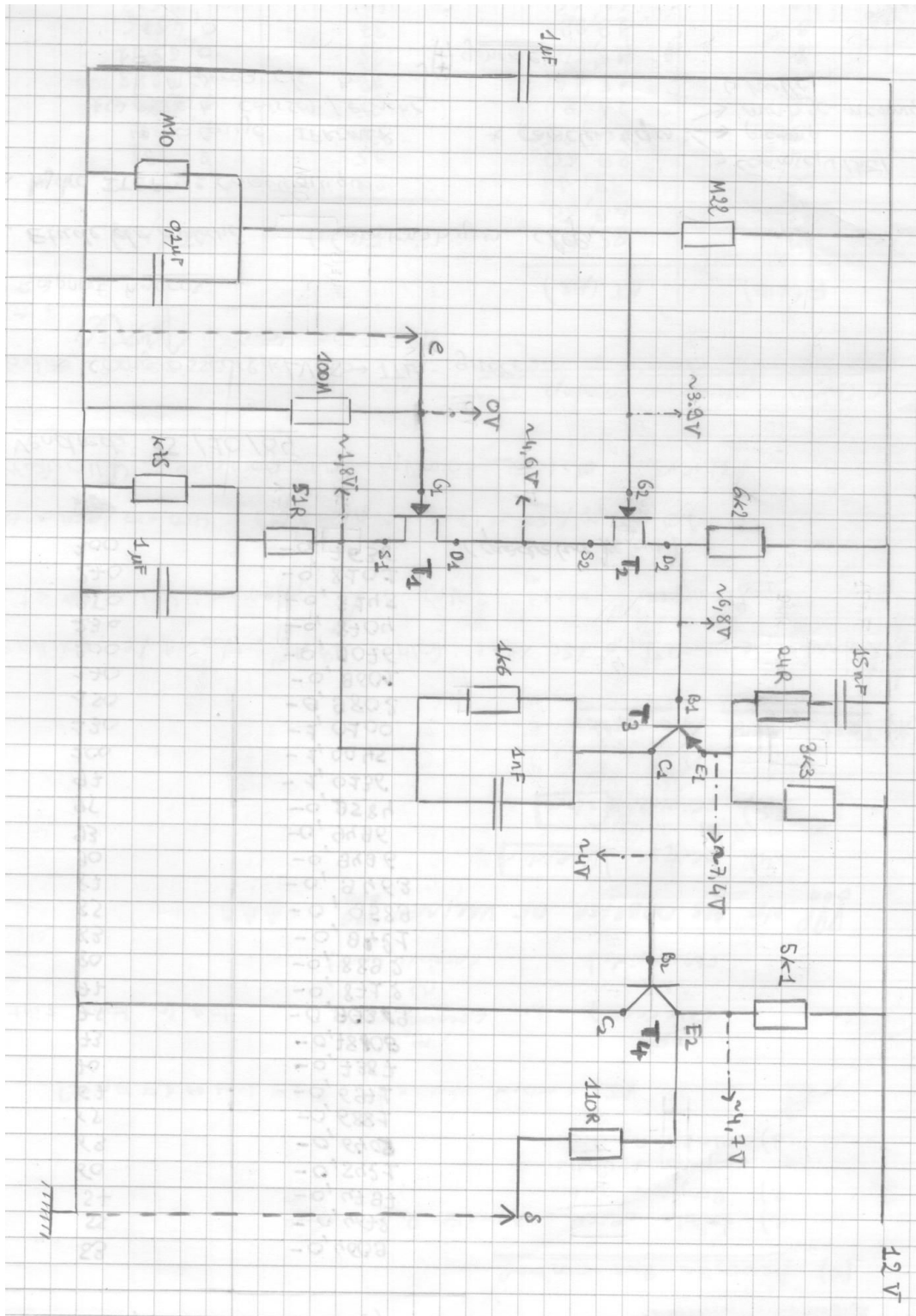


Figure 2-6 : Schéma électrique du préamplificateur de l'hydrophone ITEP. Les quatre transistors indiqués dans le texte sont repéré par T1, T2, T3 et T4. Le signal d'entrée, aux bornes de la céramique est noté *e*. Le signal de sortie est noté *s*.

Le schéma électrique du préamplificateur est représenté sur la Figure 2-6. Les éléments clefs sont 4 transistors organisés selon 3 étages ayant des fonctions particulières. Les deux premiers transistors réalisent une amplification bas bruit en courant, en sortie de la céramique. Malheureusement il s'agit de composants spécifiquement russes dont les caractéristiques précises, nécessaires à la reproduction du montage, ne sont que très approximativement connues. Leur référence russe est la suivante : KII307B. Le troisième transistor réalise une conversion courant-tension et le quatrième une adaptation d'impédance en sortie à la valeur de  $110 \Omega$ . L'impédance d'entrée du préamplificateur est dominée par une résistance de  $100 M\Omega$  placée aux bornes de la céramique. Les filtrages passe bande premier ordre sont réalisés par des circuits RC bouchons.

#### 2.2.4 Les tests en caisson hyperbare

Afin de valider la tenue en pression des hydrophones deux séries de test en caisson hyperbare ont été réalisées. Des rapports détaillés sont disponibles au CPPM [72]. Ces tests ont été réalisés à l'IFREMER, à la Seyne sur Mer, dans des caissons hyperbare. La mise sous pression du caisson est assurée par pression mécanique sur un bain d'huile quasi incompressible. Pour chacun de ces tests la tension continue en sortie des hydrophones a été surveillée, comme indicateur de l'état électrique de l'appareil. Lors du premier test nous avons également fait des acquisitions systématiques de la sortie signal afin de tenter d'évaluer les variations de sensibilité de l'hydrophone avec la pression hydrostatique. Néanmoins, la presse mécanique utilisée pour le caisson génère un bruit irrégulier permanent qui rendait difficile cette évaluation.

Pour la première série de tests les hydrophones 4 et 6 ont été placés directement dans le bain d'huile avec l'ensemble de leur câble de 20 m de long. La sortie du câble était 'apparente' dans l'huile. Pour l'hydrophone 6 il en a résulté une migration de l'huile le long de la gaine interne jusqu'à pénétration du conteneur vers une pression de 300 bars; avec perte du signal, par une rupture physique. L'hydrophone 4 n'a pas été affecté et a passé avec succès les tests de qualifications pour 3000 m de fond sur une durée de 48 h. Sa tension de sortie était stable tout le long du test.

La seconde série de tests a été réalisée suite au surmoulage d'un connecteur 3 points SUBCONN (IL3M) en sortie du câble des hydrophones 4, 5 et 6. L'hydrophone 6 ayant été 'réparé' entre temps. Ces connecteurs sont adaptés à une connexion étanche sur un conteneur standard ANTARES. De part la nature du câble des hydrophone ITEP, du polyméthyl, il est difficile de leurs surmouler un connecteur classique, du fait de problèmes d'adhérence chimique. L'objet de ces tests en pression avait pour but de valider différentes méthodes 'alternatives' utilisées pour le surmoulage. Ces méthodes utilisent une interface métallique intermédiaire. De ces tests il est ressorti que l'hydrophone 4 'surmoulé' semblait fonctionnel sous pression avec une variation quasi nulle de sa tension de sortie. L'hydrophone 5 a montré une chute de tension en sortie de la valeur de 3.3 V à la valeur de 0.6 V pour une pression supérieure à 5 bars. Il se rétablit et fonctionne correctement après retour à pression atmosphérique. Mécaniquement il ne semble pas avoir été endommagé par une montée en pression jusqu'à 370 bar. Le problème est attribué à un court circuit, peut être au niveau du surmoulage. L'hydrophone 6, qui avait été 'remonté', manifeste des chute de tension par sa simple

immersion dans l'huile du caisson. Il présente une sensibilité pathologique à une pression statique sur la tétine.

Il a été envisagé que du fait de la grande taille des céramiques, et de leur sensibilité le gradient de pression hydrostatique entre le haut et le bas puisse déplacer le point de fonctionnement du préamplificateur. Pour donner un ordre de grandeur, avec une sensibilité de la céramique de  $1 \text{ mV} / \text{Pa}$ , sur une hauteur de  $\Delta h = 5 \text{ cm}$  la variation de la pression hydrostatique dans l'eau étant de  $\Delta p = \rho_0 g \Delta h \approx 500 \text{ Pa}$ , il pourrait en résulter une différence de potentiel de  $0.5 \text{ V}$ . Des essais de mesures directes au multimètre ne se sont pas montrés concluants, néanmoins nous doutons de la validité de ces mesures du fait de la nature capacitive de la céramique aux basses fréquences.

Quoiqu'il en soit, il est ressorti de ces tests en caisson hyperbare les points suivants. La tenue mécanique des hydrophones ITEP est bonne, validée jusqu'à des pressions de 370 bars. Par contre ces tests ne garantissent pas le bon fonctionnement électrique dans ces conditions de pression. L'hydrophone 4 a passé avec succès les deux tests, selon les critères établis, aussi il a été choisi pour être intégré à la ligne instrumentation MILOM. Bien que cela nous semble peu probable, sa tension de sortie n'ayant pas bougé, on ne peut pas exclure à ce point cependant, que son préamplificateur se comporterait anormalement sous pression.

### 2.2.5 Caractérisation des hydrophones à l'IFREMER

La sensibilité et la directivité des quatre hydrophones ITEP ont été mesurées à l'IFREMER Brest. Un rapport détaillé est disponible au CPPM [73]. Le  $S_h$  des hydrophones est plat, à 3 dB près, dans la gamme de fréquence allant de 12 à 50 kHz. Il est représenté sur la Figure 2-7. La sensibilité est optimale selon des directions horizontales, en incidence normale par rapport à l'axe du cylindre de la céramique transductrice. La perte de sensibilité est cependant modérée pour des directions verticales, elle atteint au plus 10 dB pour une onde arrivant en arrière. Le demie angle d'ouverture à  $-3 \text{ dB}$  est de l'ordre de  $\Delta\theta = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale. La sensibilité varie au plus de 3 dB par rotation autour de l'axe du cylindre de la céramique. Par contre la figure de directivité varie significativement avec la fréquence, comme on peut le voir sur la Figure 2-8.

### 2.2.6 Mesures de bruit propre

Le bruit propre des hydrophones ITEP a été mesuré en différents lieux et avec des systèmes d'acquisition variés. Tout d'abord en laboratoire au CPPM puis en bassin à l'IFREMER, à la Seyne sur Mer. Ces mesures sont délicates du fait que l'hydrophone fait tout aussi bien antenne électromagnétique, de par sa structure, que transducteur. D'autre part les niveaux de bruit à mesurer étant relativement faibles, de la dizaine de  $\text{nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ , le bruit d'entrée des appareils utilisés pour la mesure était prépondérant. Aussi un élément clef dans toutes ces mesures était l'utilisation d'un amplificateur intermédiaire. Pour cela nous avons utilisé un amplificateur programmable des laboratoires Stanford Researchs (SR560). Il s'agit d'un amplificateur passe bande premier ordre avec un faible bruit d'entrée, environ  $2 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ . L'amplificateur était placé entre l'hydrophone et



l'appareil de mesure en sélectionnant la bande de fréquence entre 1 et 100 kHz, le plus souvent, pour rejeter le bruit basse fréquence (  $1/f$ , 50 Hz ) venant polluer la dynamique de la chaîne de mesure.

Pour mesurer la densité spectrale de bruit nous avons utilisé soit un analyseur de spectre (SR770), doté de cette fonctionnalité, soit échantillonné le signal de sortie pendant quelques dizaines de seconde avec une carte d'acquisition Chico+. Dans ce second cas de figure les densités spectrales de bruit sont ensuite calculées numériquement en utilisant l'algorithme 'psd' de Matlab. D'autre part l'ensemble de la chaîne d'acquisition : Amplificateur Stanford, carte Chico+ a été calibré préalablement. Notamment une adaptation d'impédance en puissance du type  $50 \Omega$ - $50 \Omega$  entre la sortie de l'amplificateur et l'entrée de la carte d'acquisition conduit à une perte d'un facteur 2 sur la différence de potentiel échantillonnée.

Pour les mesures au CPPM les meilleurs résultats ont été obtenus en plaçant l'hydrophone à l'intérieur d'une cage de Faraday en  $\mu$ -métal qui avait développé spécifiquement pour des tests de photomultiplicateurs sur ANTARES. La chaîne de mesure était préalablement calibrée en utilisant un jeu de résistances sur couche mince, en carbone, avec de valeurs variables entre  $50 \Omega$  et  $20 \text{ k}\Omega$ . Les résistances étaient placées en entrée de la chaîne, à la place de l'hydrophone. Nous avons pu vérifier la linéarité de la densité spectrale de bruit avec le gain.

Dans le cas où la carte d'acquisition Chico+ était utilisée, comme on peut le voir sur la Figure 2-9, la densité spectrale de bruit a été ajustée par la somme quadratique de deux termes : un bruit constant, indépendant de la valeur de la résistance, assimilé au bruit d'entrée de l'amplificateur Stanford, et un bruit thermique de résistance. Pour ce dernier l'accord avec la loi donnée par l'équation (2-10) était bon à 10% près. Le désaccord tend à augmenter avec la valeur de la résistance en entrée aussi il est attribué à un problème d'adaptation d'impédance.

Dans le cas où la densité spectrale de bruit était mesuré avec l'analyseur de spectre SR770 nous avons observé un écart systématique sur la densité spectrale de bruit thermique qui était trop grande d'un facteur 4. Ceci peut être due à une définition différente de cette dernière. En 'corrigeant' de ce facteur 4 on retrouve des résultats similaires à ceux obtenus avec la carte Chico+.

Les densités spectrales de bruits obtenues avec l'analyseur de spectre SR770 sont représentées sur la Figure 2-10. On remarque que à quelques dB près les résultats sont sensiblement les mêmes pour les 4 hydrophones. Cependant la forme ne correspond pas aux mesures de  $S_h$ . Notamment la résonance vers 45 kHz est très marquée alors qu'elle n'est pas visible sur le  $S_h$ . La bosse vers 10 kHz avec sa dynamique d'environ 5 dB est quant à elle en accord avec les mesures de  $S_h$ . Nous verrons par la suite que le pic à 45 kHz n'a pas été observé lors des mesures en bassin à l'IFREMER. Aussi il attribué ici à une excitation de la céramique sur son mode de résonance par un bruit extérieur. Nous précisons que ce pic a été observé en des endroits différents au CPPM et que le fait de mettre l'hydrophone dans l'eau ne l'affecte pas. Si on fait abstraction de ce pic le bruit propre électronique à 20 kHz est de  $50 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$  en sortie de l'hydrophone. Et ceci pour les trois hydrophones. La densité spectrale de bruit équivalent pression est alors de l'ordre de 10 dB ref  $1 \mu\text{Pa}/\sqrt{\text{Hz}}$ , soit 10 dB en dessous de mer 0.

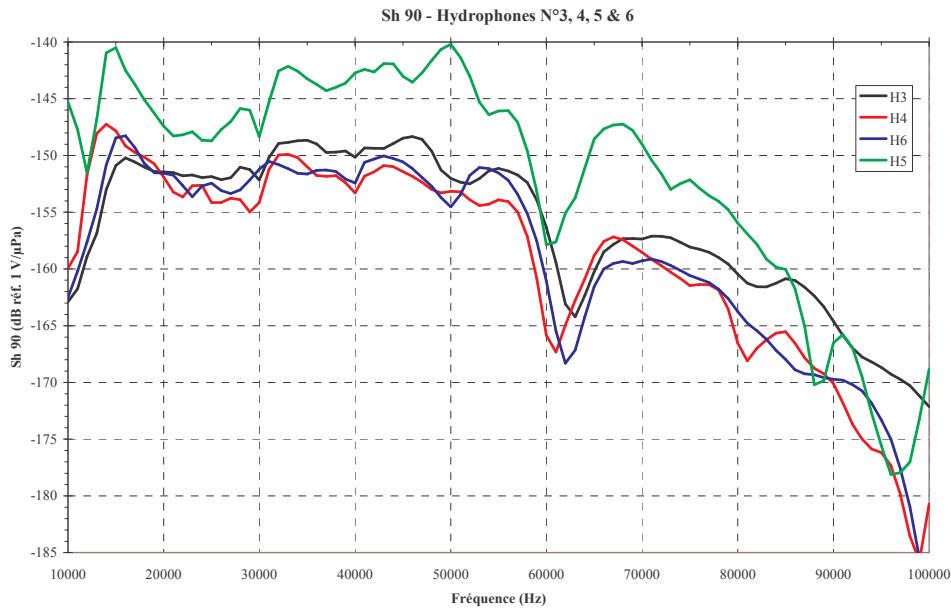


Figure 2-7 :  $S_h$  des quatre hydrophones ITEP, mesuré à l'IFREMER Brest L'hydrophone 5 montre un  $S_h$  de 6 dB supérieur aux autres.

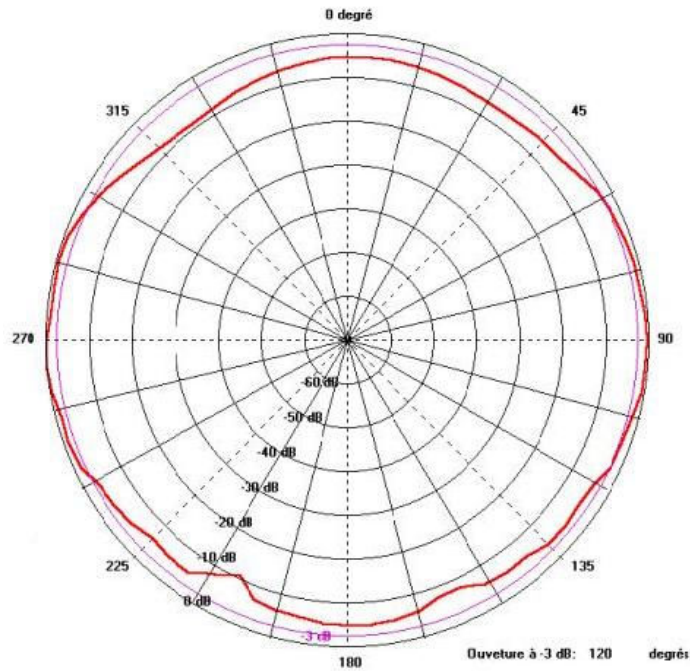


Figure 2-8 : Directivité de hydrophone ITEP-4 immergé sur la MILOM. Le diagramme a été réalisé à la fréquence de 40 kHz. Les angles 90° et 270° correspondent à une propagation orthogonale à l'axe du cylindre de la céramique. L'ouverture à -3 dB est de 120° à 40 kHz. Elle diminue lorsque la fréquence augmente, jusqu'à la résonance.



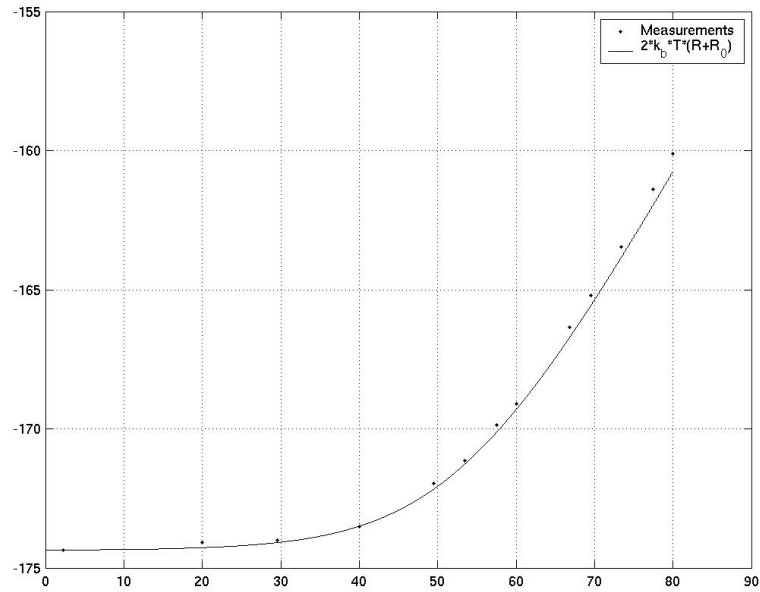


Figure 2-9 : Calibration de la chaîne de mesure de bruit avec des résistances sur couche mince en carbone. La carte Chico+ est utilisée en sortie de l'amplificateur SR560 et la densité spectrale de bruit est calculée numériquement sous Matlab.

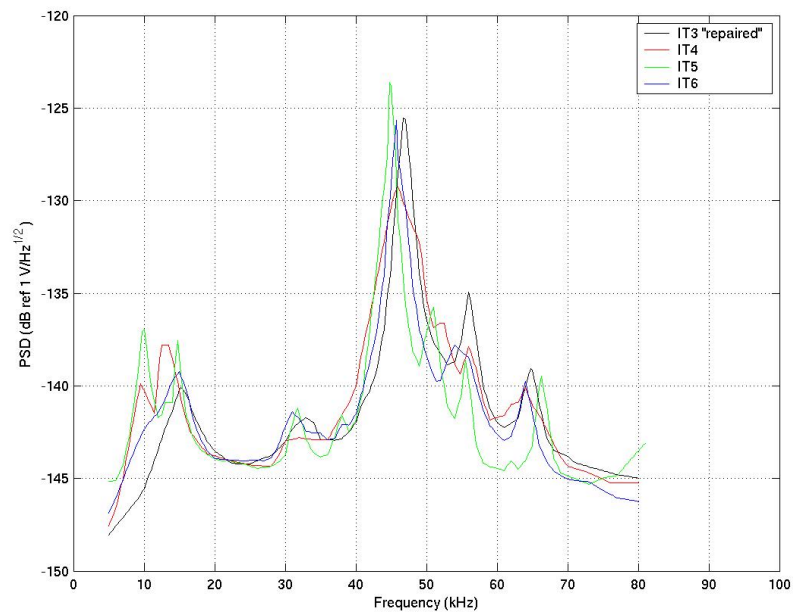


Figure 2-10 : Densités spectrales de bruit en sortie des hydrophones ITEP mesurées au CPPM avec l'analyseur de spectre SR770. Le massif entre 40 et 50 kHz est attribué à l'excitation de la céramique sur son mode de résonance, par un bruit extérieur.

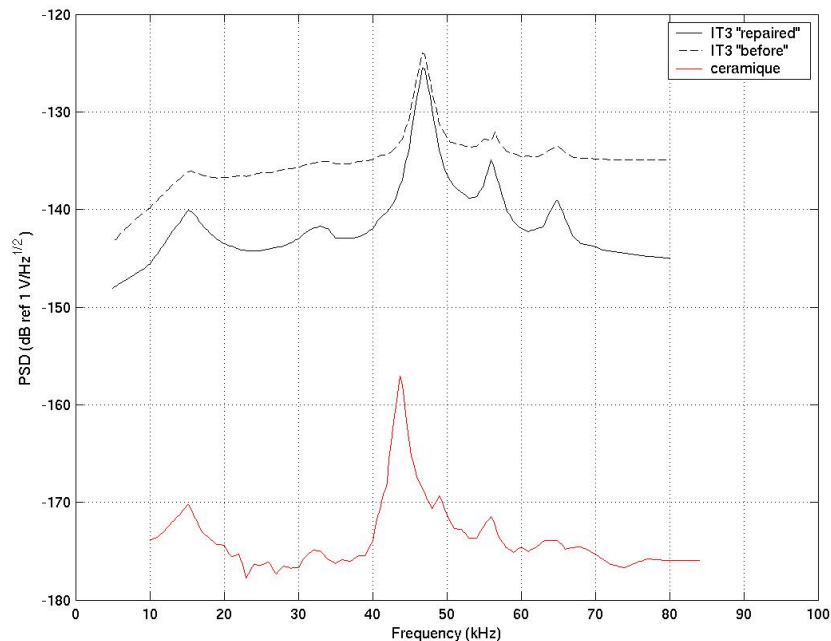


Figure 2-11 : Densité spectrale de bruit de l'hydrophone ITEP-3 et de sa céramique. La courbe en pointillé montre le bruit de l'hydrophone 'défectueux', avant échange des transistors d'entrée et ajout de la capacité de coupure passe bas à 100 kHz.

L'hydrophone ITEP-3 était sensiblement plus bruyant que les autres. L'origine du bruit était lié à un comportement défectueux du premier transistor (T1) du préamplificateur. Cette position étant cruciale, car en amont de la chaîne d'amplification, nous avons permuté celui ci avec le transistor placé en deuxième position (T2). Le niveau de bruit était alors comparable à celui des 3 autres hydrophones. D'autre part, en recherchant l'origine de la panne nous avons pu constater que l'une des capacités, celle responsable du filtrage passe bas avec une coupure à 100 kHz était manquante. Une telle panne passe inaperçue lors des mesures de  $S_h$  en bassin. Ces pannes ont eu cela de bon qu'elles nous ont amené à mesurer le bruit propre de la céramique seule. Les résultats obtenus sont représentés sur la Figure 2-11. On constate que le bruit de l'hydrophone est sensiblement proportionnel au bruit de la céramique au facteur de gain près. En particulier le pic vers 45 kHz suit le gain. Il est donc bien lié à la céramique. On pourra remarquer également que la position de ce pic est décalée d'environ 2 kHz avec ou sans préampli. Soit le préampli participe légèrement aux propriétés électromécaniques d'ensemble de l'hydrophone. Les irrégularités observées aux faibles niveaux de bruit sont dues au fait que l'on atteint la limite de sensibilité de la mesure. Le bruit de la céramique est du même ordre de grandeur que le bruit d'entrée de l'amplificateur Stanford. On en conclut que le bruit d'entrée du préamplificateur est négligeable. Les performances de l'hydrophone sont limitées par la céramique. Des mesures complémentaires réalisées en court-circuitant l'entrée du préamplificateur confirment ce résultat.

## 2.3 Réponse impulsionnelle à Erlangen

Les parties qui suivent décrivent une série d'expériences réalisées à l'institut de physique de l'Université Friedrich-Alexander à Erlangen, en Allemagne. Ces expériences ont eu lieu dans le cadre d'un échange Franco-Bavarois entre le Centre de Physique des Particules de Marseille (CPPM) et l'université d'Erlangen. Elles avaient pour but de caractériser la réponse impulsionnelle de l'hydrophone ITEP. Bien que courtes, une demie-journée pour certaines, elles se sont montrées importantes quant à la compréhension de la réponse de nos hydrophones. Des expériences similaires avaient été menées au CPPM, ou en bassin à l'IFREMER, afin de caractériser les hydrophones. Mais en l'absence de source sonore de nature impulsionnelle les résultats se sont montrés moins instructifs. L'ensemble des mesures présentées par la suite ont été réalisées avec l'hydrophone ITEP-3, après sa réparation.

### 2.3.1 Mesures avec le laser

Le dispositif présenté ici a été assemblé par S. Schwemmer et K. Graf. Il était utilisé par S. Schwemmer dans le cadre de son Diploma Arbeit, équivalent Allemand du DEA, pour l'étude de la génération de signaux thermo-acoustiques par un faisceau laser tiré dans une cuve remplie d'eau. Nous avons la chance que l'expérience était préalablement exploitée et par conséquent parfaitement opérationnelle lors de notre visite à Erlangen. La plus grande partie du temps de ce type d'expérience étant généralement consacrée à sa préparation.

### Description de l'expérience

Le laser est du type Nd:YAG pulsé (Spectra Physics) avec une émission principale dans le proche infrarouge à la longueur d'onde  $\lambda_0 = 1.064 \mu\text{m}$ . Le diamètre du faisceau est estimé de l'ordre de 1 cm par des tirs sur une cible en carton. La durée des impulsions est de la dizaine de ns avec une fréquence de répétition fixée ici à une période de 1 s entre deux impulsions successives afin d'assurer le retour à l'équilibre au sein de la cuve avant l'arrivée de l'impulsion suivante. Pour les mesures présentées par la suite l'énergie délivrée par une impulsion était maintenue constante à la valeur de 101 mJ (631 PeV). Cette valeur était largement suffisante pour obtenir un signal sortant clairement du bruit sur l'ensemble des positions explorées. L'énergie de chaque impulsion était mesurée en utilisant une séparatrice, interposée sur le trajet du faisceau laser et une cellule photovoltaïque, comme indiqué sur la Figure 2-12. La calibration de la différence de potentiel pic en sortie de la cellule en réponse à l'énergie des impulsions laser avait été réalisée préalablement par S. Schwemmer.

La cuve est rectangulaire, en aluminium, de base 150 cm par 60 cm, et 60 cm de hauteur. La cuve était remplie d'eau du robinet, de la localité d'Erlangen, jusqu'à une hauteur de 53 cm, pour un volume total de 477 l. La température de l'eau, important pour le mécanisme thermo-acoustique, était de 18.4°C. Le facteur de Grüneisen pour de l'eau douce à cette température est de  $\gamma_G = 108 \text{ mPa}/(\text{J} \cdot \text{m}^{-3})$ , soit environ 18% plus faible que la valeur utilisée jusqu'ici pour nos simulations. Le faisceau laser arrive au sein de la

cuve par un tube en aluminium de quelques cm de diamètre et une dizaine de centimètres de long, placé à mi-hauteur. Avec cette configuration, lorsque le faisceau pénètre dans l'eau de la cuve il est principalement entouré d'eau, limitant ainsi les interférences par les parois lors de la formation du champ acoustique. L'extrémité du tube est étanchéifiée par une résine plastique transparente.

L'hydrophone ITEP était localisé approximativement à mi-hauteur de la cuve, soit à la hauteur du faisceau laser. Il était suspendu depuis le dessus de la cuve de telle sorte que l'onde acoustique issue du laser arrive en incidence normale sur l'axe du cylindre de la céramique. Soit l'hydrophone est dans sa configuration de sensibilité optimale.

La différence de potentielle en sortie de l'hydrophone était échantillonnée par un oscilloscope numérique LeCroy à la fréquence de 250 MHz. Le signal observé à l'écran de l'oscilloscope était suffisamment stable pour qu'une impulsion soit jugée représentative pour une géométrie donnée. L'acquisition de l'oscilloscope était déclenchée par la commande de mise à feu du laser, permettant ainsi une mesure directe du temps d'arrivée du signal acoustique. La différence de potentiel délivrée par la cellule photovoltaïque, mesurant l'énergie d'une impulsion, était également observée à l'oscilloscope.

### **Protocole et mesures**

L'hydrophone a été déplacé le long de l'axe  $Oz$  du faisceau laser en maintenant sa distance  $x$  au faisceau et son immersion constante. L'opération a été répétée à différentes distances du faisceau permettant ainsi de cartographier le champ de pression au sein de la cuve. La plage de coordonnées explorée est de  $9.5 \leq z \leq 27$  cm et  $15 \leq x \leq 40$  cm. On pourra se référer au document suivant [74] pour une description plus détaillée des mesures réalisées et des données prises. Une brique a été interposée sur le trajet du faisceau à la profondeur  $z = 8.5$  cm. Le champ de pression était alors mesuré en aval de la pierre afin de confirmer l'origine du signal.

### **Analyse des résultats**

Les signaux observés à l'oscilloscope présentent la forme caractéristique des bi-impulsions étudiées jusqu'ici. Un exemple est représenté sur la Figure 2-13. La polarité est inversée du fait du câblage inverse de la céramique de l'hydrophone. Sur la figure on observe trois types de signaux. Une première bi-impulsion issue du faisceau laser directement, un rebond attribué à la réaction de la céramique excitée au delà de sa fréquence de résonance et une seconde bi-impulsion en provenance du point d'entrée. Cette dernière est affectée par des réflexions en queue du fait de sa proximité au parois.

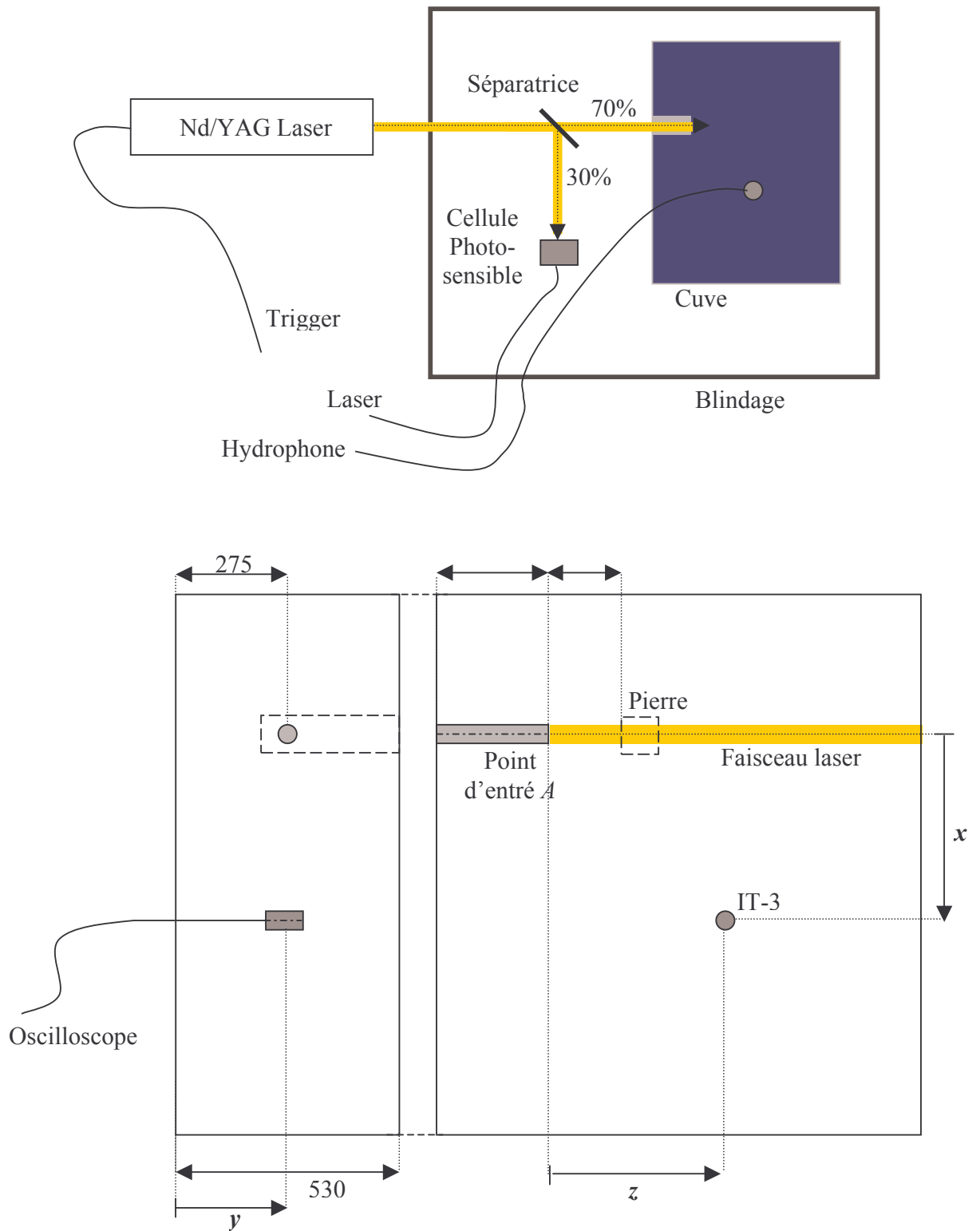


Figure 2-12: Schéma de la cuve utilisée pour les expériences avec le laser. La figure du haut est une vue d'ensemble. La figure du bas est un schéma plus détaillé de la cuve.

L'ensemble de ces résultats s'interprète bien à partir des calculs de champ de pression donnés en partie 1.4.2 et du comportement de la céramique tel que modélisé en 2.1.3. Néanmoins, nous tenons à préciser que la démarche a été inverse. C'est à dire que ce sont les résultats de l'expérience décrite ici qui ont conduit à développer des méthodes de calcul spécifiques, pour interpréter le caractère typé de notre signal, ainsi qu'a adopté ce modèle pour décrire le comportement impulsionnel de la céramique. Dans la suite nous décrivons, 'brièvement', les principales caractéristiques observées. Une justification plus détaillée est donnée dans le document suivant [74].

Dans un premier temps nous avons étudié, pour chaque bi-impulsion observée, l'évolution de l'amplitude, du temps d'arrivée et de la durée, en fonction de la position de l'hydrophone. Le temps d'arrivée permet d'identifier la nature des sources acoustiques. En particulier nous avons vérifié que pour un déplacement à distance constante du faisceau la première impulsion arrive toujours au même temps correspondant au temps de propagation du son depuis le point du faisceau en vis à vis de l'hydrophone. Un léger biais systématique a été observé avec un retard augmentant avec la profondeur de l'hydrophone le long du faisceau. Ce biais est compatible avec une erreur d'alignement du faisceau et de la cuve de  $0.9^\circ$ . Aussi il n'est pas jugé significatif. La mesure du temps d'arrivée pour différentes distances du faisceau permet un ajustement de la vitesse du son. Nous avons obtenu la valeur de  $c_s = 1483 \pm 1$  m/s, l'estimation d'erreur correspondant à la dispersion sur les mesures. Cette valeur est en accord à 0.5% avec la valeur de vitesse du son calculées à partir des équations de l'UNESCO [36] pour une température de  $18.4^\circ\text{C}$ , une salinité nulle et à pression atmosphérique.

L'amplitude de ce signal, issu du faisceau, décroît exponentiellement avec la profondeur le long du faisceau. La longueur d'atténuation est de  $\lambda = 6.36$  cm, compatible à 5% [75] avec la longueur d'absorption du faisceau laser dans l'eau à la longueur d'onde de  $\lambda_0 = 1.064$   $\mu\text{m}$ . Ces deux faits indiquent une émission locale. Pour un déplacement orthogonalement à l'axe du faisceau l'amplitude décroît en loi de puissance avec la distance à l'axe, avec un exposant de l'ordre de 0.5. Les mesures effectuées sont jugées insuffisantes pour une détermination précise de la valeur de cet exposant. La durée des impulsions ne varie pas de façon significative sur l'ensemble des positions explorées. Lorsque l'on interpose la pierre sur le trajet du faisceau, l'observation se faisant en aval, la première impulsion arrive en retard. Son temps d'arrivée est compatible avec une émission depuis le point d'impact du faisceau sur la pierre. Sa durée semble légèrement plus longue, d'environ 7%. Le rebond a quant à lui une amplitude proportionnelle à l'impulsion issue du laser. Il est 4 fois plus faible et arrive à un temps retard constant de  $23$   $\mu\text{s}$  par rapport à cette dernière. Ce retard est compatible à 4% près avec la fréquence de résonance de  $45$  kHz de la céramique. Ces caractéristiques indiquent que son origine est liée à la réponse, impulsionnelle du transducteur.

Pour la dernière impulsion le temps d'arrivée est compatible avec une propagation depuis une source ponctuelle localisée au point d'entrée du laser dans la cuve, à  $1$  cm près. L'évolution de l'amplitude est plus complexe. Elle suit sensiblement des lois de puissance avec la distance au point d'émission mais avec des valeurs d'exposants variant entre 0.5 et 1.5 selon le type de déplacement. Les mesures sont néanmoins insuffisantes pour une étude détaillée de la directivité. La durée de l'impulsion ne varie pas significativement sur la plage d'observation.

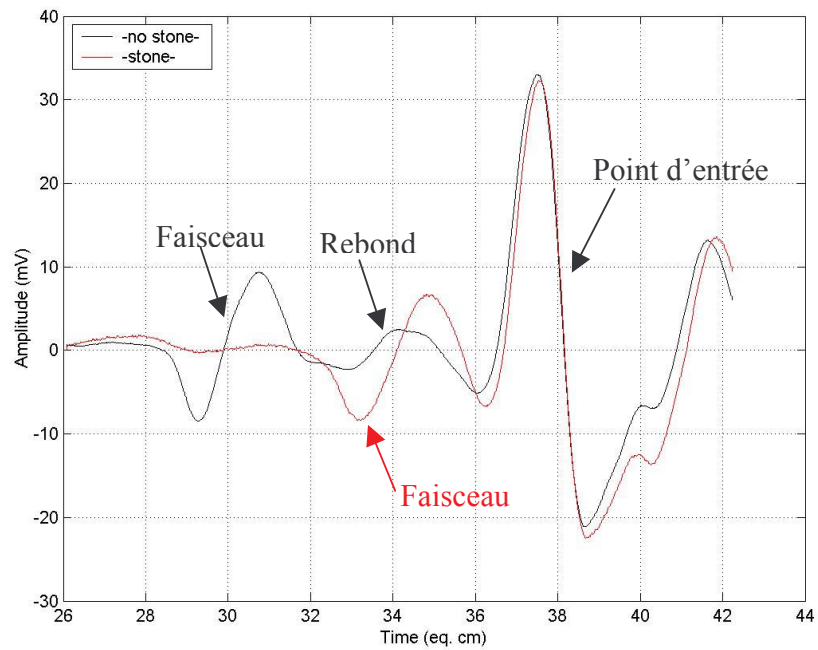


Figure 2-13: Allure des signaux acoustiques issus du laser ( $x = 30$  cm,  $z = 27$  cm). La courbe rouge correspond à l'introduction d'une pierre sur le trajet du faisceau en  $z = 8.5$  cm. On peut voir que le signal issu du faisceau arrive alors en retard. Le signal venant du point d'entrée n'est quasiment pas affecté.

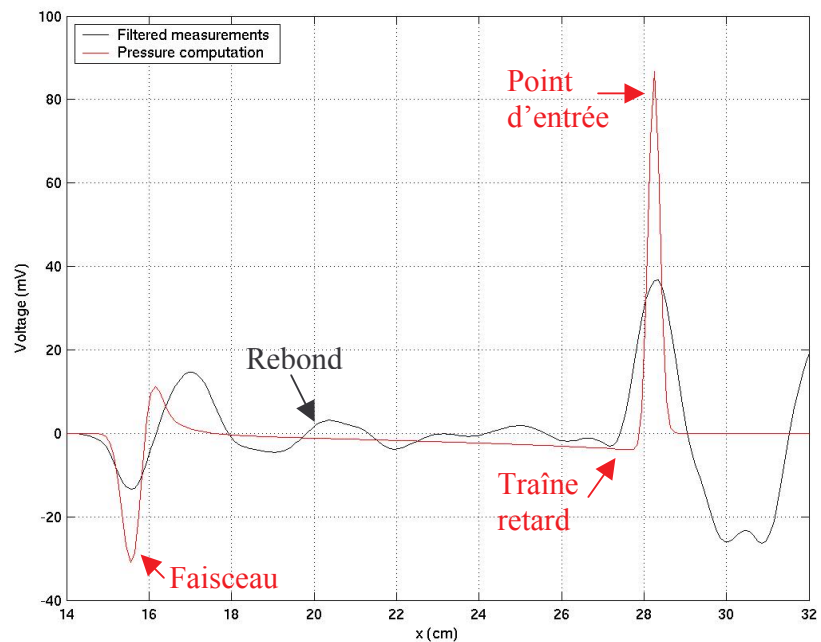


Figure 2-14: Allure comparative du champ de pression et du signal observé ( $x = 15$  cm,  $z = 24.5$  cm). Le champ de pression a été inversé pour une meilleure comparaison avec la réponse inversée de l'hydrophone. Une sensibilité arbitraire de  $-20$  mV/Pa est utilisée et la largeur du faisceau laser est de  $\sigma = 2.5$  mm.



## Comparaison aux prédictions du modèle thermo-acoustique

Qualitativement on retrouve les principales caractéristiques des signaux attendus par le modèle thermo-acoustique. Notamment, les temps d'arrivée et l'évolution avec l'amplitude. Néanmoins, la forme des signaux ne correspond pas. Une comparaison entre le signal observé et la forme calculée pour le champ de pression est montrée sur la Figure 2-14. Du fait que la céramique est excitée au delà de sa fréquence de résonance les caractéristiques du transducteur deviennent importantes pour la forme des signaux.

## Ajustement de la réponse de l'hydrophone

Les mesures présentées précédemment en conjonction avec les prédictions du modèle thermo-acoustique pour le signal de pression permettent d'évaluer la réponse de l'hydrophone. La différence de potentiel  $V$  mesurée en un point de l'espace est reliée à la réponse impulsionnelle  $S$  de la céramique et au champ de pression  $p$  par convolution selon :

$$(2-16) \quad V = S \otimes G \otimes p$$

où  $G$  désigne la réponse impulsionnelle du préampli, modélisée par l'équation (2-14), mesurée au CPPM.

Différentes méthodes ont été essayées afin de déterminer la réponse impulsionnelle de l'hydrophone. Tout d'abord des méthodes directes dans l'espace de Fourier, présentant l'avantage que l'inversion est simple analytiquement. Néanmoins, numériquement ces méthodes se sont montrées non pertinentes. Le signal d'intérêt, issu du faisceau, est observé sur une à deux oscillations de la céramique, ce qui réduit la partie physiquement intéressante à quelques points dans la transformée de Fourier discrète. Il est apparu que les fonctions de transfert discrètes obtenues par ces méthodes étaient non significatives physiquement. C'est à dire que placées dans un autre contexte elles échouent à reproduire la réponse de la céramique.

Aussi, nous avons eu recours à une méthode indirecte consistant à utiliser un modèle physique pour la réponse impulsionnelle de la céramique dont les paramètres sont ajustés sur l'expérience. Différents modèles ont été testés. Le modèle à une résonance du deuxième ordre, présenté précédemment en partie 2.1.3 est apparu comme le plus pertinent. L'ajustement est réalisé pour plusieurs positions de l'hydrophone et différentes largeur  $\sigma$  du faisceau laser. La quantité minimisée est la norme suivante :

$$(2-17) \quad \chi^2 = \sum_i \frac{1}{t_b^{(i)} - t_a^{(i)}} \int_{t_a}^{t_b} |V^{(i)} - S(S_0, f_1, \tau) \otimes G \otimes p^{(i)}(\sigma, \lambda)|^2 dt$$

Cette quantité est minimisée pour les paramètres  $S_0, f_1$  et  $\tau$  caractérisant la réponse de la céramique. L'ajustement se fait sur un intervalle de temps englobant la

première impulsion issue du faisceau. Les résultats obtenus pour un cas ‘typique’ sont représentés sur la Figure 2-15. On peut observer un défaut sur la première partie du rebond. Cet aplatissement est systématique. Si on prolonge l’ajustement aux temps englobant le rebond on parvient à mieux reproduire celui ci mais au détriment du signal issu du faisceau. Il n’est donc pas possible avec ce modèle de rendre compte de cet aplatissement. Des contributions éventuelles d’autres modes de résonance n’y parviennent pas non plus. Par conséquent nous avons choisi de limiter l’ajustement à la première impulsion afin de rendre compte fidèlement des tous premiers instants, partie la plus intense, de la réponse de la céramique. Sur cette plage de temps un accord de 5% est atteint entre le modèle et les mesures. Les défauts sur le rebond sont attribués à des réflexions internes à l’hydrophone se manifestant en retard. Les valeurs obtenues pour les paramètres de la céramique sont les suivantes :

$$(2-18) \quad S_0 = -0.55 \pm 0.03 \text{ mV/Pa}, \quad f_1 = 43.7 \pm 0.2 \text{ kHz} \quad \text{and} \quad \tau = 17.9 \pm 0.6 \mu\text{s}$$

Pour une estimation quantitative nous avons utilisé pour le facteur de Grüneisen les valeurs des paramètres thermodynamiques données par les équations de l’UNESCO [36]. Dans les conditions de l’expérience ce facteur vaut 73% de sa valeur dans les conditions ‘standards’ utilisées jusqu’ici. Les estimations d’erreur correspondent à l’écart type sur la série de mesures étudiée. Le meilleur accord est obtenu pour une largeur de faisceau de  $\sigma = 2.5 \text{ mm}$ , cependant les résidus sont ‘plats’ et des variations de 1 à 2 mm ne seraient pas en profond désaccord. La méthode est peu sensible à la détermination de la largeur du faisceau lorsque celui ci est étroit en comparaison du temps de réponse de la céramique. Par contre, en conséquence, la sensibilité globale de l’hydrophone peut varier d’environ 10%. La fréquence de résonance et le facteur d’atténuation sont moins sensibles à la largeur du faisceau, dans ces conditions. La valeur obtenue pour la fréquence de résonance est en bon accord avec les mesures de bruit et d’impédance de la céramique. La sensibilité globale, par contre, est environ 2 fois plus faible que la valeur indiquée par le constructeur. Une incertitude sur le facteur de Grüneisen ne nous semble pas suffisante pour justifier cet écart.

Sur la Figure 2-16, le  $S_h$  global de l’hydrophone, donné par différents modèles étudiés, est comparé aux mesures à l’IFREMER. La courbe verte, en trait plein, correspond au modèle à une résonance avec les valeurs de paramètres indiquées par l’équation (2-17). L’allure générale est en bon accord au delà de 40 kHz, avec toutefois, une sensibilité globale trop faible d’environ un facteur 2. Le comportement du  $S_h$  à plus basse fréquence peut être reproduit en utilisant des modèles à deux résonances. Néanmoins ces modèles conduisent à des réponses impulsionnelles en désaccord avec les mesures donnée par le laser. Aussi ces écarts ‘basse fréquence’ sont attribués à des réflexions internes se manifestant en retard.

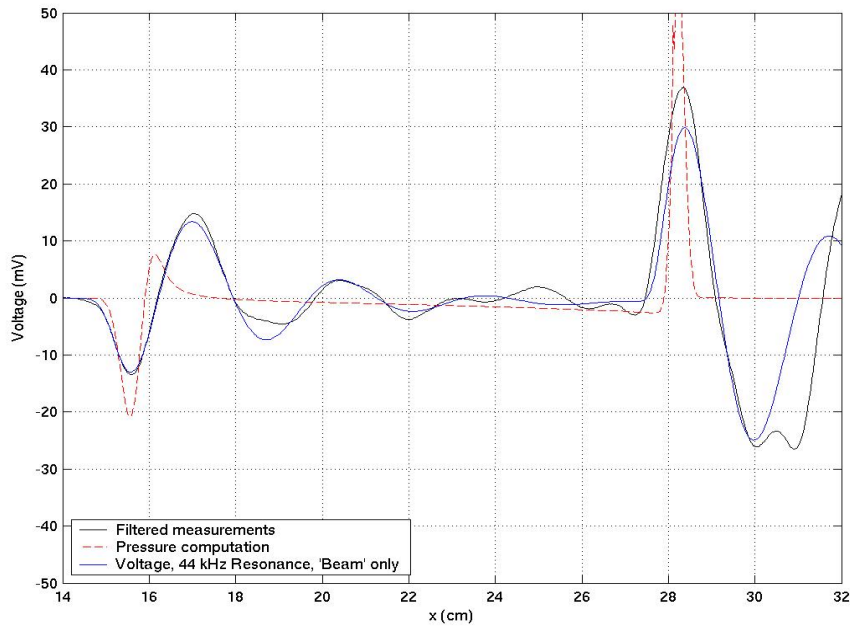


Figure 2-15 : Ajustement de la réponse de l'hydrophone selon un modèle à une de résonance du deuxième ordre. La courbe bleue montre le résultat obtenu pour un ajustement réalisé uniquement sur la première impulsion, issue du faisceau.

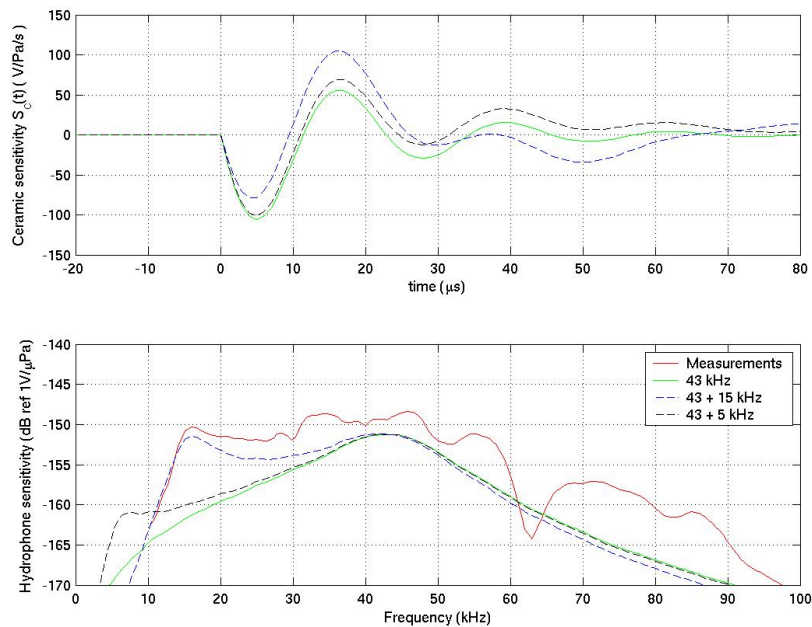


Figure 2-16: Réponse de l'hydrophone ITEP-3 d'après différents modèles. Sur la partie supérieure on peut voir la réponse impulsionnelle de la céramiques seule. Sur la partie inférieure est représentée le  $S_h$  global de l'hydrophone. La courbe rouge en trait plein montre les mesures de  $S_h$  à l'IFREMER pour ce même hydrophone. La courbe verte en trait plein est le modèle à 1 résonance indiqué dans le texte. Les autres courbes correspondent à des modèles à deux résonances.

### 2.3.2 Mesures en aquarium

Nous avons étudié la directivité de l'hydrophone ITEP-3 en réponse à des impulsions acoustiques d'une durée de l'ordre de la dizaine de  $\mu\text{s}$ . Ces impulsions ont été générées en utilisant un transducteur HTI, très large bande ( $f_r \geq 300 \text{ kHz}$ ), attaqué par un générateur de tension programmable. Ces mesures ont eu lieu dans un aquarium rectangulaire de environ 60 cm, par 1 m de section et quelques mètres de long. L'hydrophone et le transducteur était placés à une distance de 48 cm l'un de l'autre, pour une orientation optimale. L'hydrophone est fixé à une roue graduée permettant sa rotation autour d'un axe perpendiculaire à l'axe du cylindre de la céramique. La distance entre récepteur et émetteur peut varier d'environ 10 % selon l'orientation de l'hydrophone.

La tension appliquée aux bornes du transducteur HTI est calculée de façon à reproduire une onde de pression bipolaire caractéristique du signal attendu pour une cascade. Le signal observé aux bornes de l'hydrophone ITEP, pour un angle d'incidence normal à l'axe du cylindre de la céramique, est représenté en trait plein noir sur la Figure 2-17. Le signal supposé pour l'onde de pression est représenté en pointillés sur cette même figure, avec une échelle arbitraire. A titre de validation nous avons également calculé la différence de potentiel attendue en sortie de l'hydrophone avec le modèle de céramique ajusté sur les données du laser. Si on admet que l'émetteur HTI est correctement calibré on retrouve le fait que la sensibilité de l'hydrophone mesurée avec le laser est trop faible d'un facteur de l'ordre de 2. Si on corrige de ce facteur le modèle prédit correctement la forme du signal pour les premières oscillations, soit la partie intense du signal.

Par ailleurs lorsque l'on fait pivoter l'hydrophone on constate que la forme du signal se modifie. L'impulsion tend à devenir plus longue et l'amplitude à diminuer alors que l'on s'éloigne de l'incidence normale. Des variations de 10% sont observées sur la durée du signal. Aussi on peut s'attendre à ce que la fréquence de résonance varie de quelques kHz selon l'angle d'incidence du son. La Figure 2-18 montre l'allure du signal pour quatre orientations de l'hydrophone. L'angle  $\theta = 0$  correspond à l'incidence normale.

L'origine du facteur 2 sur l'estimation de la sensibilité de l'hydrophone reste inconnue. Les origines possibles sont : une erreur de calcul, que nous n'aurions pas trouvée. Une sur-estimation de l'énergie déposée par le laser dans l'eau. Une partie de l'énergie de l'impulsion pourrait être absorbée par la résine en bout du tube, lors de son entrée dans l'eau, ou perdue dans des mécanismes concurrentiels au mécanisme thermo-acoustique. Au point d'entrée du laser la densité d'énergie est la plus forte. Des mécanismes d'ablation pourraient avoir lieu. Une étude du champ de pression au sein de la cuve pour différentes températures apporterait des éléments de réponse sur d'éventuels mécanismes concurrentiels.

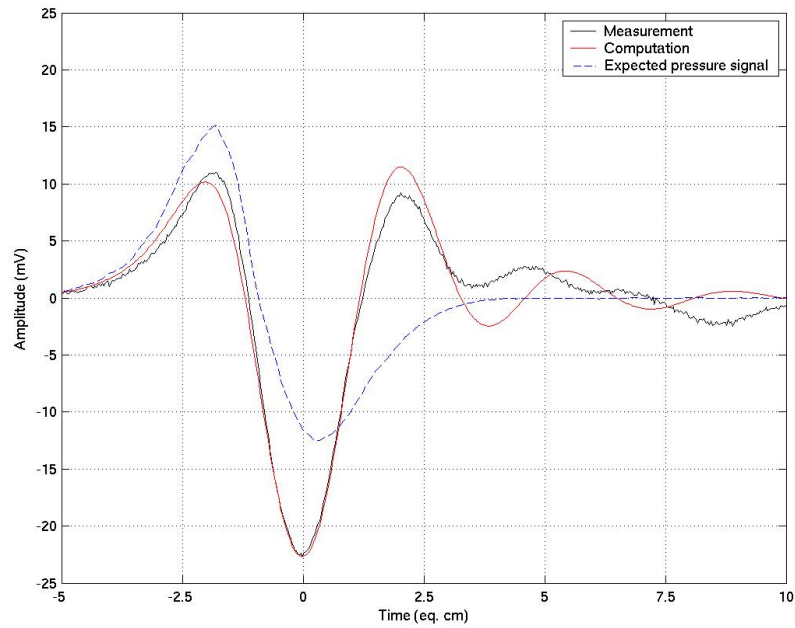


Figure 2-17: Comparaison de la forme des signaux en incidence normale à l'axe de la céramique. Pour les premières oscillations le modèle ajusté sur la laser décrit fidèlement, à l'amplitude près, les mesures en aquarium.

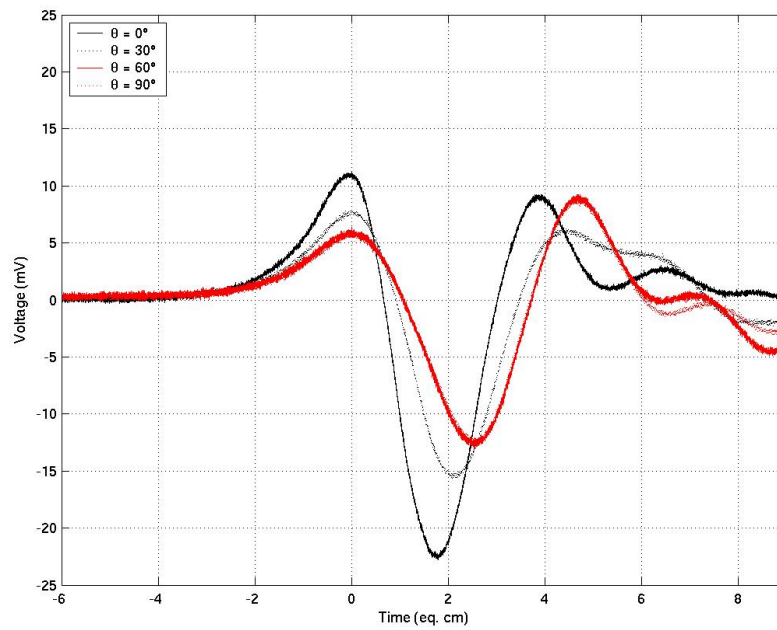


Figure 2-18: Forme du signal pour différentes orientations de l'hydrophone par rapport à l'émetteur. Le signal tend à devenir plus long, et la sensibilité décroît, lorsque l'onde acoustique arrive parallèlement à l'axe du cylindre.

## 2.4 Mesures de bruit de mer

En plus du bruit électrique, ou électromécanique généré par le transducteur et la chaîne d'acquisition l'environnement de l'hydrophone est également source de bruit acoustique. Parmi ces bruits on peut distinguer deux catégories. Un premier type de bruit qui est omniprésent, appelé bruit ambiant, et des bruits de nature transitoire, généralement de nature biologique ou liés à une activité humaine. Néanmoins nous verrons par la suite que la frontière entre ces deux types de bruits est plutôt floue aux échelles de temps ultra-sonore qui nous intéressent.

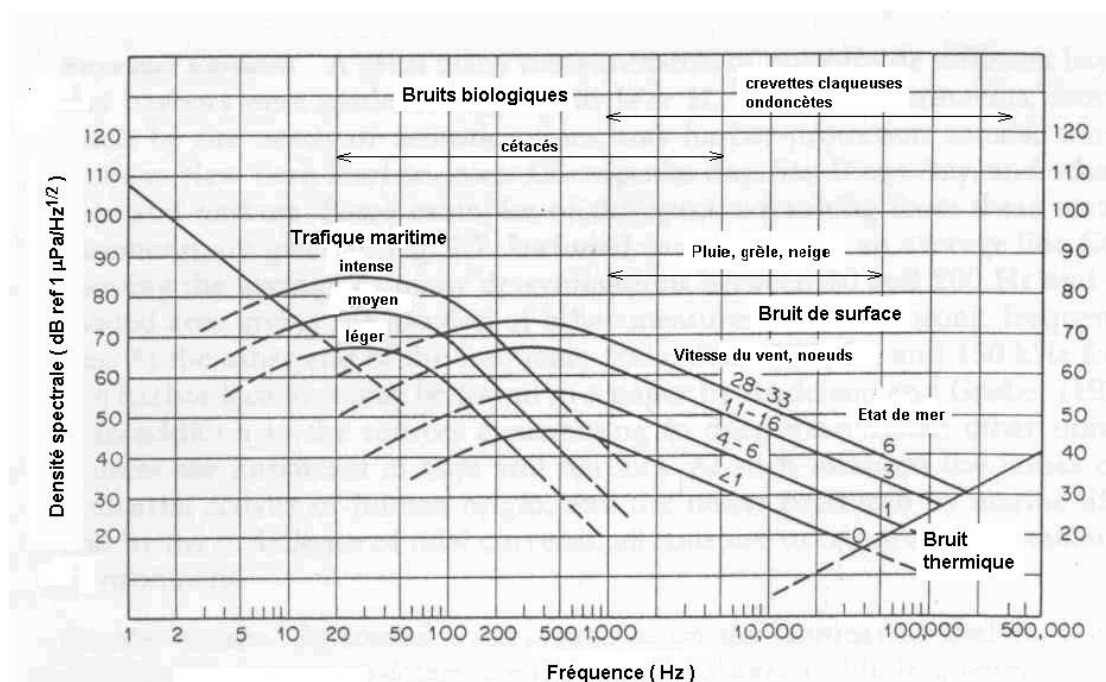


Figure 2-19 : Densité spectrale de bruit marin. Adaptée depuis Urick [49]. Les densités spectrales des bruits ambiants sont représentées par des courbes pour différentes conditions environnementales. Sur ce schéma nous avons également indiqué les gammes de fréquences couvertes par quelques bruits transitoires, tel que la pluie ou des clicks de dauphins (ondoncètes, 'cétacés à dents').

### 2.4.1 Le bruit ambiant

Le bruit ambiant de mer a été mesuré de façon intensive durant la deuxième guerre mondiale, notamment par Knudsen [76]. Sa connaissance relevait alors d'une importance vitale dans le cadre de la guerre sous-marine. Les résultats ont été publiés peu après la fin de la Guerre. Depuis on le caractérise usuellement par sa densité spectrale. Une synthèse sur les différentes sources de bruit ambiant de mer est donnée par Urick [49]. De nouveau cette synthèse s'appuie sur des mesures remontant au mieux aux années 70, et le plus souvent pour de faibles immersions. Des informations plus récentes sur le bruit ambiant, et particulièrement par grand fond, sont certainement disponibles au près des marines des différentes nations. Néanmoins, du fait de l'intérêt stratégiques de ces données semblent difficilement accessibles au domaine publique.



Aux fréquences supérieures au kHz qui nous intéressent le bruit ambiant est dominé par deux sources : le bruit de surface, caractérisé initialement par Knudsen, lié à l'agitation de surface de la mer, soit en particulier corrélé à la vitesse du vent en surface, et le bruit thermique, lié à l'agitation moléculaire de l'eau.

### **Le bruit de surface**

Le bruit de surface est dominant entre 100 Hz et quelques dizaines de kHz. Il a une densité spectrale qui décroît en loi de puissance avec un exposant de l'ordre de 0.85. Son intensité dépend de l'état de surface de la mer, soit en particulier de la vitesse du vent. Il peut varier de 30 dB entre un état de mer 0 ( calme ) et état de mer 6 ( tempête ). Les mécanismes mis en jeu dans sa génération ne semblent pas encore parfaitement compris actuellement [77][78][79]. Cependant, il semblerait qu'il trouve son origine dans l'injection de nuages de bulles d'air lors de la rupture des vagues en surface. Ces bulles évoluent ensuite vers un rayon d'équilibre sous les effets antagonistes de la tension de surface et de la pression. Cette évolution s'accompagne d'une vibration acoustique dans les fréquences kHz. Des effets de modes collectifs au sein d'un nuage seraient également mis en jeu à des fréquences de la centaine de Hz.

Quoiqu'il en soit, du fait de son origine en surface on peut s'attendre à ce que l'importance de ce bruit diminue avec la profondeur. Néanmoins, d'après Urick, ce fait ne semble pas avoir été validé, de façons non ambiguë, expérimentalement. Notons tout de même que la plupart des mesures disponibles concernent de faibles immersions, les sous-marins militaires, pour ce que l'on en dit, ne plongeraient pas à plus de quelques centaines de mètres. D'autre part, du fait de sa production proche de la surface, ce bruit est sujet à un effet de miroir de Lloyd, c'est à dire que les centres émetteurs sont directifs. La réflexion eau-air est quasi totale avec une inversion de signe. Par suite on a une situation d'interférences destructives selon les direction horizontales. Cet effet est d'autant plus prononcé que les fréquences considérées sont grandes. Ceci, en conjonction avec une atténuation qui tend à augmenter avec la fréquence, conduit à une directivité variable du bruit de surface selon les fréquences considérées. Aux 'basses' fréquences de la centaine de Hz le bruit de surface vient principalement de l'horizontale. On peut observer une dynamique de 20 dB entre la verticale et l'horizontale d'après Urick. Aux fréquences kHz et au delà le bruit vient de la verticale. De nouveau, la dépendance de cette directivité avec l'immersion ne semble pas connue.

### **Le bruit thermique**

Aux fréquences supérieures à 30 kHz, pour un état de mer 0, le bruit ambiant serait dominé par le bruit thermique résultant de l'agitation moléculaire de l'eau. Nous citons ici Urick qui renvoie à deux sources : un article de 1952, par Mellen qui établit l'expression théorique de ce bruit par des arguments thermodynamiques, et 10 ans plus tard un article de Ezrow confirmant les résultats précédents par des observations expérimentales. Ces deux articles sont parus dans le 'Journal of the Acoustic Society of America', et il ne nous a pas été possible d'y accéder compte tenu de leur ancienneté.



Nous n'avons pas connaissance d'autres observations expérimentales de ce bruit. D'après l'expression établie par Mellen, ce bruit croit proportionnellement à la fréquence. A une fréquence de 100 kHz il a une densité de 25 dB ref  $1 \mu\text{Pa}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Par conséquent pour un transducteur piézoélectrique, sauf pour des fréquences de résonances de la centaine de kHz ou plus, ou pour un très faible niveau de bruit propre, il est négligeable. Nous rappelons que la sensibilité de la céramique tombe en  $1/f^2$  après la résonance. Soit dans des conditions usuelles à haute fréquence on est dominé par un bruit thermique mais de nature électronique.

#### 2.4.2 Mesures au TREMAIL

En juin 2000 des mesures de bruit de mer ont été réalisées au TREMAIL en collaboration entre le CPPM, l'ISITV et le Centre d'Essai de la Méditerranée (CEM). Le TREMAIL est un polygone acoustique du CEM localisé au large de l'île du Levant. Ce polygone comprend une 30<sup>aine</sup> d'hydrophones espacés de distances de l'ordre du km et reposant sur le fond à des immersions variant entre quelques centaines de mètres et la plaine abyssale à 2500 m de fond. Le TREMAIL est une zone militaire localisée à une dizaine de km à l'est du site ANTARES. Il est utilisé pour faire de la trajectographie d'engins de surface et sous-marins lors de tests militaires. Les hydrophones sont reliés à une station de contrôle sur l'île du Levant par des câbles coaxiaux d'une dizaine de km de long. L'équipe composée de membres du CPPM (A. Le Van Suu) et de l'ISITV (B. Xerri) a eu l'opportunité de venir se brancher en sortie des câbles, pour faire des enregistrements de bruit ambiant. La chaîne d'acquisition utilisée pour ces mesures est schématisée sur la Figure 2-20. Elle se compose d'un amplificateur passe bande en sortie du câble coaxial et d'une carte d'acquisition CHICO+.

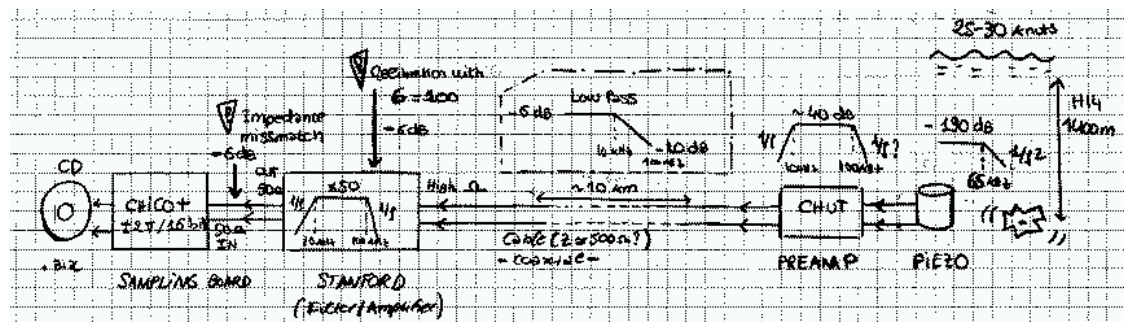


Figure 2-20 : Vue schématique de la chaîne d'acquisition utilisée au TREMAIL. L'acquisition se fait de la droite vers la gauche, en partant de la céramique, jusqu'à la conversion analogique-numérique par la carte CHICO+.

#### La chaîne d'acquisition, ce que l'on en sait ...

Du fait que nous nous intéressons à des signaux impulsionnels nous ne présentons ici que les mesures ayant été réalisées avec l'amplificateur Stanford (SR560) où l'amplification était 'large bande' entre 10 et 100 kHz. Ces mesures concernent deux

hydrophones du TREMAIL, le H14, placé à 1430 m de fond et le H21 à 2430 m de fond. L'acquisition était réalisée à 250 kHz en 16 bits, occupant 1 CD de 650 Mo pour 4 voies simultanées pour 150 s d'enregistrement. Les mesures avec l'hydrophone H21 ont été prises à 14h30 alors que celles relatives au H14 ont été prises à 18h. Pour ce dernier nous avons pu obtenir les caractéristiques techniques de la céramique et du préamplificateur, tel que mesuré 20 ans plus tôt, avant son immersion. Les caractéristiques de l'hydrophone H21 sont, semblerait-il, perdues ... Nous faisons l'hypothèse par la suite, qu'elles sont semblables à celles du H14. L'hydrophone H14 a une résonance à 65 kHz et un préampli passe bande premier ordre entre 100 Hz et 100 kHz. Sa sensibilité est de l'ordre de  $-150$  dB ref  $1 \text{ V}/\mu\text{Pa}$  dans la bande avec un bruit équivalent pression, mesuré 20 ans plus tôt, de  $20$  dB ref  $1 \mu\text{Pa}/\sqrt{\text{Hz}}$ . Le câble coaxial de l'hydrophone présente également un caractère fréquentiel, du type filtre passe bas avec une coupure du premier ordre à 10 kHz. Les pertes de propagation à plus basse fréquence sont de 6 dB. La chaîne d'acquisition composée de la carte CHICO+ et de l'amplificateur Stanford a été calibrée au CPPM pour des mesures de bruit des hydrophones ITEP.

### Densité spectrale de bruit

En corrigeant des différents effets explicités précédemment on en déduit la densité spectrale de bruit équivalent pression vue par l'hydrophone. Les résultats obtenus sont représentés sur la Figure 2-21 pour la totalité des enregistrements, soit 150 s consécutives pour chaque hydrophone. Entre 1 et 10 kHz on retrouve un bruit décroissant sensiblement en loi de puissance avec un exposant proche de 1. Pour le H14 le niveau est particulièrement fort, compatible avec un bruit de Knudsen pour un état de mer 6. La mer était fortement agitée le jour où les mesures ont été réalisées avec une vitesse du vent estimée entre 15 et 30 knots. Aussi ce résultat n'est pas nécessairement incompatible. Le niveau du bruit mesuré sur l'hydrophone H21 est plus faible de 10 dB, en admettant que ses caractéristiques sont identiques à celles du H14. D'autre part son spectre présente de nombreuses irrégularités. Le pic à 4.5 kHz observé sur le spectre du H14 est dû à un pinger récurrent durant l'enregistrement. Nous n'avons pas identifié de source de bruit récurrente sur l'enregistrement du H21.

A des fréquences de 70 kHz et plus on observe une remontée du bruit. Celle-ci est due au bruit blanc électronique. A ces fréquences la sensibilité de l'hydrophone décroît alors que le bruit électronique est blanc. Il en résulte un bruit équivalent qui augmente en  $f^2$ . Les raies fines observées pour des fréquences supérieures à 10 kHz sont attribuées à un parasite électronique.

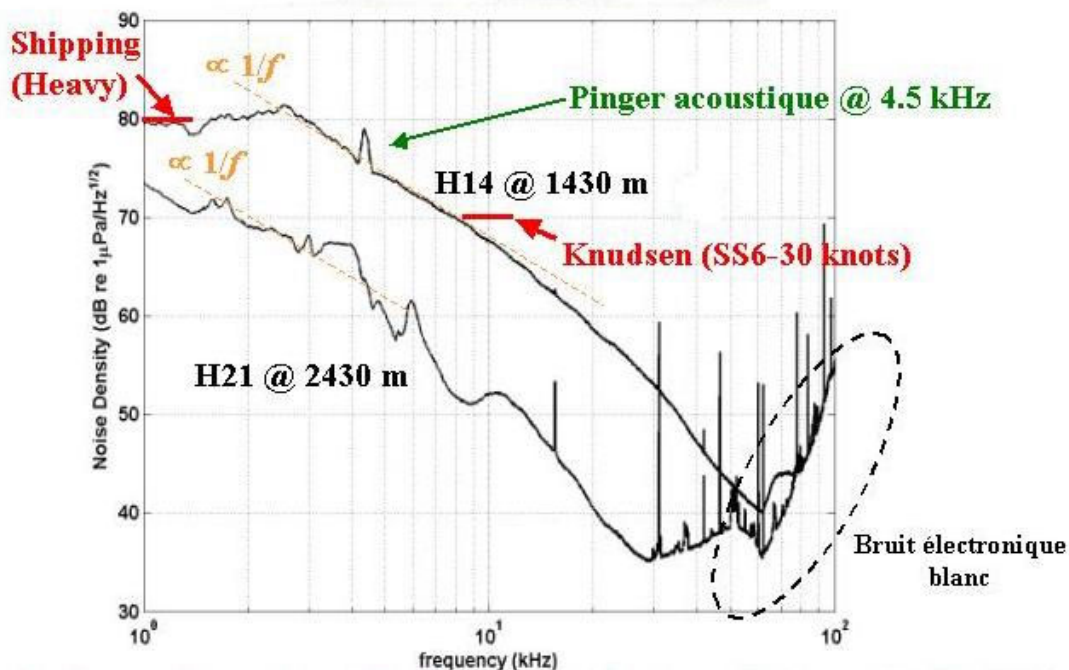


Figure 2-21 : Densité spectrale de bruit mesurée au TREMAIL pour deux hydrophones. Les densités sont moyennées sur 150 s d'enregistrement continu. Pour l'hydrophone H14 un pinger était omniprésent, visible par une raie large bande à 4.5 kHz. Les raies fines à hautes fréquences sont attribuées à des bruits électroniques.

### Caractéristiques temporelles

La densité spectrale de bruit est une représentation statistique qui ne suffit pas à caractériser complètement un bruit. Notamment deux types de bruits très différents selon de critères temporels, peuvent avoir des densité de bruit identiques. Par exemple la répétition sporadique d'un motif, avec des amplitudes intenses, peut avoir la même densité spectrale que la répétition fréquente de ce même motif mais avec des amplitudes plus faibles. Pourtant ces deux situations ne sont clairement pas identiques du point de vue du traitement du signal. Aussi on caractérise souvent un bruit par sa distribution en amplitudes, donnée par un histogramme.

La Figure 2-22 montre les distributions obtenues pour les hydrophones H14 et H21. Le signal a été ramené en entrée de l'amplificateur Stanford pour une meilleur comparaison, le réglage de ce dernier ayant différé entre les deux cas. Dans le cas de l'hydrophone H14 on peut clairement observer la superpositions de deux sources de bruit de type gaussien : un bruit omniprésent au basses amplitudes, attribué au bruit thermique électronique et un bruit plus intense mais sporadique. Pour l'hydrophone H21 on observe une unique source de bruit également gaussien, mais plus intense que le bruit électronique observé sur l'hydrophone H14. La Figure 2-23 montre des échantillons du bruit mesuré dans les deux cas. On retrouve les résultats précédents.

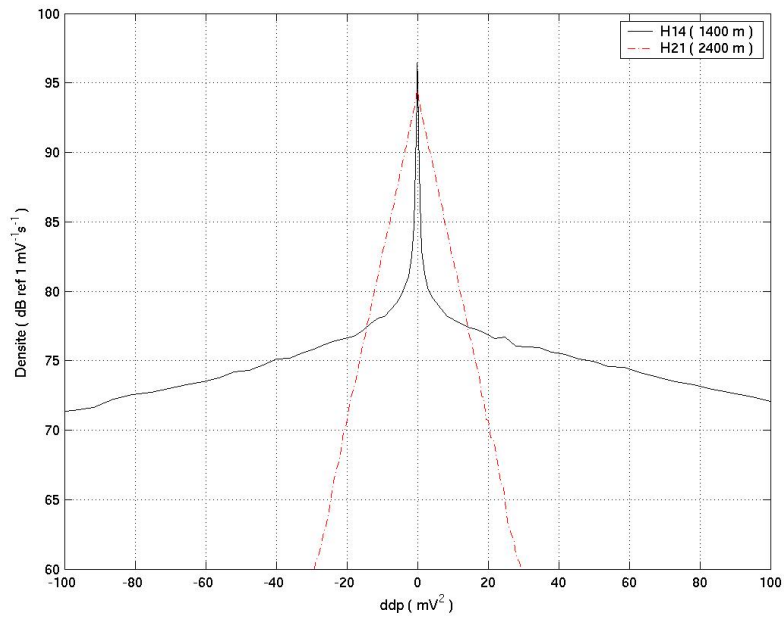


Figure 2-22 : Allure type des signaux mesurés par l'hydrophones H14. Sur l'histogramme on distingue deux sources de bruit. Un bruit intense de nature impulsionnelle, attribué au bruit de surface et un bruit blanc attribué au bruit électronique de la chaîne d'acquisition.

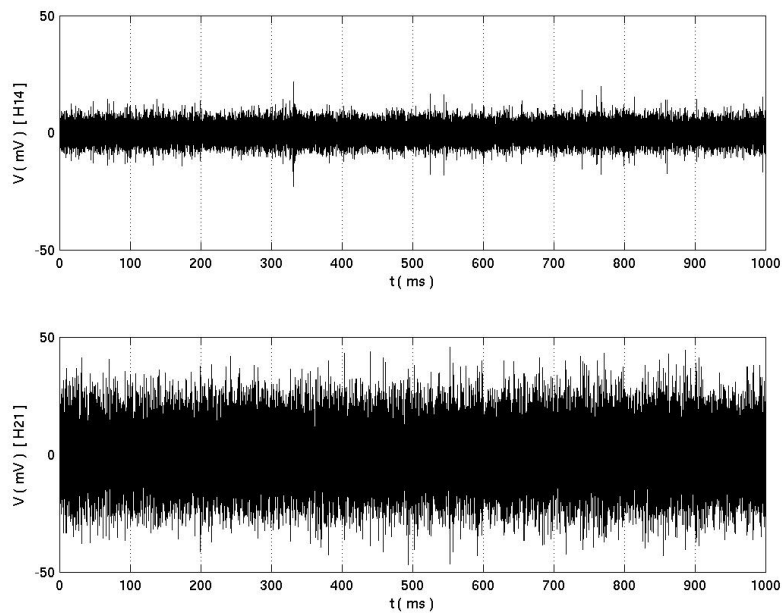


Figure 2-23 : Echantillons de bruit mesurés au TREMAIL. Le bruit est ramené en entrée de l'amplificateur Stanford. L'hydrophone H21 montre clairement une ligne de base plus bruitée. Néanmoins sa densité spectrale aux hautes fréquences est plus faible.

### 2.4.3 Un hydrophone Espion pour la MILOM

Afin de caractériser le bruit acoustique impulsionnel dans la gamme de fréquences de la dizaine de kHz, et par grand fond, un système d'acquisition dédié a été développé au CPPM. Ce système devait s'intégrer dans la structure du détecteur ANTARES permettant ainsi de réaliser des mesures au long terme. De par ses objectif il est désigné sous le nom de SPY Ce système se compose d'un hydrophone ITEP et de deux cartes électroniques, au standard ANTARES, intégrées dans le conteneur en titane du dernier étage de la ligne MILOM. La ligne MILOM est une version de la ligne instrumentée, addition au détecteur ANTARES, comprenant un ensemble de capteurs océanographiques pour l'étude des grands fonds ainsi que des instruments pour la calibration optique du détecteur. Au jour de cette rédaction, la ligne MILOM repose par 2500 m de fond à 40 km au large de Toulon, et le système d'écoute SPY est opérationnel. Dans la suite nous décrivons ses principales caractéristiques, brièvement son architecture, et les premiers résultats obtenus.

#### Caractéristique du système d'écoute SPY

Le système SPY est un système d'acquisition embarqué. Il fait l'acquisition du signal analogique délivré aux bornes de l'hydrophone ITEP et transmet ces données à Terre, par la liaison optique du détecteur ANTARES. De plus une architecture client/serveur basée sur un protocole TCP/IP permet un contrôle à distance, depuis la Terre, des paramètres de l'acquisition embarquée. Les fonctionnalités et performances du système sont les suivantes :

- La transduction du signal acoustique en signal électrique par l'hydrophone ITEP. Malheureusement il s'avère que l'hydrophone a perdu environ 40 dB de sensibilité une fois immergé par grand fond. Ce point sera discuté plus en détail par la suite.
- Une amplification à gain variable, entre 12.5 et 52.5 dB, du signal délivré par l'hydrophone. Cette amplification variable permet d'optimiser la dynamique selon les conditions de bruit et de signal.
- Un échantillonnage 16 bits, avec une fréquence ajustable aux valeurs 400 kHz et 200 kHz.
- Un mode d'acquisition semi continue par tranches de 0.5 (400 kHz) ou 1 s (200 kHz) consécutives de données toutes les 1.5 s ou 2 s.
- Un mode de positionnement avec des fenêtres d'écoute configurables par cycles de positionnement. Toutefois, nous ne détaillerons pas ce point au sein de cet exposé de thèse. Nous notons juste que ce mode s'intègre dans le fonctionnement du système de positionnement acoustique base longue GENISEA-ECA.
- Une datation des données par rapport au système d'horloge ANTARES avec une précision délibérément limitée à la  $\mu$ s. L'horloge atteint des jitters inférieures à 100 ps. La précision absolue, en référence au temps UTC, est de quelques  $\mu$ s.

- Un contrôle à distance, depuis la Terre, des fonctionnalités citées précédemment, ainsi que la transmission des données.

Ces caractéristiques résultent pour la plupart d'un compromis entre nos souhaits et des limitations techniques. Ce dernier point, toutefois, est à pondérer par le fait que le système a été développé principalement avec des composants bas coûts, nos investissements en matériel étant limités. Quoiqu'il en soit, les performances atteintes avec le système, mis à part la perte de sensibilité, paramètre critique toutefois, répondent de façon très satisfaisante à nos besoins. En vue des études de bruit ambiant impulsionnel les deux facteurs que nous avons voulu privilégier sont : une grande fréquence d'acquisition, 500 kHz et plus idéalement, et un bruit d'entrée de la chaîne d'acquisition négligeable devant le bruit de sortie de l'hydrophone. Du fait de la perte de sensibilité de l'hydrophone ce deuxième critère est loin d'être vérifié. Le temps mort dans l'acquisition ; environ 66% à 400 kHz, bien que dommageable pour faire de l'astrophysique, n'est pas jugé très pénalisant pour nos écoutes de bruit ambiant. La durée de 0.5 s consécutive d'une trame de donnée semble, *a priori*, très satisfaisante pour caractériser des bruits impulsionnels de quelques dizaines de  $\mu$ s de durée.

Nous notons par ailleurs que pour une fréquence de 50 kHz, correspondant aux hautes fréquences acoustiques de la bande passante de l'hydrophone, une période n'est échantillonnée que sur 10 points à la fréquence d'échantillonnage de 500 kHz. Bien que spectralement ceci est plus que suffisant pour un train d'onde d'extension 'infinie', dans le cas d'un signal impulsionnel cela nous apparaît plutôt comme un strict minimum. Soit, dit autrement, le critère d'échantillonnage de Shannon n'est pas représentatif pour notre cas de figure impulsionnel.

Enfin, la datation précise des trames de données, non prévue initialement, s'est introduite assez naturellement lorsque s'est posée la condition de faire du positionnement. Elle offre d'intéressantes perspectives pour des études de corrélation avec d'autres capteurs embarqués sur la ligne MILOM, ainsi que avec des systèmes extérieurs, tel que les réseaux d'alerte de sursauts gamma.

## Architecture

Physiquement, le système Spy se compose spécifiquement d'une partie embarquée, réunissant deux cartes électroniques et un hydrophone ITEP, ainsi que d'une partie à Terre avec un PC dédié. D'autre part ce système se greffe au sein de la structure du détecteur ANTARES et par conséquent il bénéficie de nombreux avantages. Notamment l'hydrophone est fixé au dernier étage de la MILOM, à 165 m au dessus du fond, à l'espace réservé à un hydrophone utilisé pour le positionnement acoustique du détecteur. Il bénéficie du connecteur étanche de celui ci pour la connexion de son câble au conteneur en titane. Les cartes Spy occupent l'espace normalement réservé aux cartes du système de positionnement au sein du conteneur, et l'alimentation, le contrôle et la transmission des données se font via la liaison électro-optique qui relie la ligne MILOM, à 2500 m de fond à la station à Terre, 40 km plus loin, à la Seyne sur Mer.

Parmi les cartes électronique, la première a pour fonction l'amplification du signal délivré par l'hydrophone. Elle a été développée par la société OSEAN [80] La seconde



prend en charge l'acquisition, après amplification. Elle a été développée par le CPPM. La carte OSEAN se compose d'un jeu de filtres et d'amplificateurs dont un à gain contrôlable par une tension d'entrée continue. La réponse en gain de cet amplificateur est logarithmique avec la tension de contrôle sur la plage de gains allant de 3 à 43 dB. Un convertisseur numérique analogique, placé sur cette même carte, permet la synthèse de la tension de contrôle continue depuis une commande numérique. La carte est alimentée en 0-5 V. D'autre part elle relaie une tension de 12 V, depuis la source d'alimentation commune du conteneur ANTARES, la Local Power Box (LPB). La carte OSEAN présente une entrée analogique, pour le signal issu de l'hydrophone et une sortie analogique pour le signal amplifié. Le gain total de la carte varie entre 12.5 dB et 52.5 dB. Les filtres utilisés sont passifs, du type passe haut du deuxième ordre avec une coupure à 7 kHz, pour rejeter le bruit de mer basse fréquence et éviter de polluer la dynamique, et passe bas du quatrième ordre (butterworth) avec une coupure à 100 kHz pour limiter le repliement à la conversion analogique-numérique.

La seconde carte, appelée CPU, abrite toutes les autres fonctionnalités. Elle comprend un convertisseur analogique numérique (CAN, Burr Brown ads8322) permettant l'échantillonnage du signal amplifié jusqu'à la fréquence de 500 kHz, un FPGA (Altera 10K50E) qui cadence le CAN et un microcontrôleur avec une fonctionnalité Ethernet embarquée (RCM 3200 RabbitCore). Le microcontrôleur permet le contrôle à distance des différents composants électroniques par l'intermédiaire de la liaison optique. Notamment le pilotage du gain de la carte OSEAN et la configuration du FPGA pour l'acquisition. La conversion électro-optique des signaux est réalisée par une liaison bidirectionnelle (BidiPhoton) localisée sur cette même carte CPU. Par ailleurs le microcontrôleur permet de déporter de l'intelligence sur la partie embarquée. En particulier il gère un serveur pour la station à Terre et supervise l'acquisition des données.

On aura pu remarquer que bien que le CAN permette une fréquence d'échantillonnage de 500 kHz, l'acquisition se fait à 400 kHz au plus. Cette limitation vient du microcontrôleur. Les données échantillonnées par le CAN sont relayées par une FIFO du FPGA mise à la 'disposition' du microcontrôleur. La vitesse de lecture sur les ports d'entrée sortie du microcontrôleur limite la vitesse d'acquisition. Par ailleurs, la durée d'une trame de donnée est également limitée par la mémoire du microcontrôleur. Celui ci remplit un bloc de 392 ko de RAM disponible avec les données échantillonnées puis les 'empaquette', par blocs de 16 ko, pour le transfert par TCP/IP. L'étape de transfert est source de temps mort avec un délai de l'ordre de 1 s pour la totalité du bloc de 392 ko. Des études sont actuellement en cours, au CPPM, pour mieux comprendre l'origine de ces temps morts et voir si il est possible de les optimiser. Des solutions utilisant plusieurs microcontrôleur se partageant l'acquisition et le transfert, pour permettre une acquisition continue, sont également envisagées.

La PC à Terre est un PIV à 2.4 GHz opéré sous Windows 2000 SP4. Le PC est munie d'un disque dur SCSI Raid2 UDMA et doté de 2 Go de RAM. Il dispose également d'un disque dur de stockage de 200 Go et d'un graveur de DVD. L'application client a été développée au CPPM, sous java. Elle permet le contrôle de l'ensemble des paramètres discutés précédemment, ainsi qu'une communication avec le système d'horloge ANTARES. Par ailleurs une application tournant en parallèle effectue l'analyse, la gestion et l'affichage des trames de données. Cette application a été



développée sous Matlab puis compilée en C. Les algorithmes utilisés seront brièvement explicités par la suite.

### **Validation du système**

Différents tests ont été menés afin de valider les performances du système Spy. Ces tests recouvrent des mesures de bruit propre ainsi que des tests de fiabilité de la chaîne d'acquisition, depuis la sortie de l'échantillonnage jusqu'au stockage des données sur le PC.

Pour vérifier la fiabilité de la chaîne d'acquisition une fonction de test a été implémentée lors de la programmation du FPGA. Cette fonction génère une rampe continue de données de valeurs croissantes allant de 0 à  $2^{16}-1$ , en entrée de la FIFO. Ces données sont mises à disposition du microcontrôleur de façon rigoureusement analogue aux données qui viennent du CAN en mode de fonctionnement normal. Ceci nous permet de vérifier l'intégrité de la chaîne d'acquisition, depuis le FPGA jusqu'au PC à Terre. Cette procédure ne permet pas, par contre, de valider la conversion analogique-numérique. Des tests menés au CPPM, dans la configuration finale, ont montré que sur 48 h d'acquisition pour les trames de données intègres, c'est à dire pour lesquels l'ensemble des données ont été transmises, le taux d'erreur est nul.

Les caractéristiques globales de transduction de la chaîne ont été testées en Bassin à l'IFREMER, à la Seyne sur Mer. Le système se composait de l'hydrophone ITEP-4 ainsi que d'une électronique minimale, soit les cartes OSEAN et CPU. L'ensemble étant alimenté par des alimentations réglables de laboratoire. L'hydrophone était placé à mi-profondeur du bassin, à quelque mètres sous la surface de l'eau, et relié à la carte OSEAN par un câble coaxial 50  $\Omega$  blindé. Le bruit est mesuré sur le signal échantillonné après transmission au PC 'à Terre'. Il s'est avéré que les conditions de bruit étaient particulièrement sensibles aux conditions d'alimentation du préamplificateur de l'hydrophone ITEP sous 12 V. Les meilleures performances ont été atteintes en utilisant pour cette dernière une alimentation faible bruit de l'IFREMER blindée à la Terre. Les résultats correspondants sont représentés sur la Figure 2-24 par la courbe bleue. On constate que la résonance de bruit à 45 kHz a disparu. Les mesures de bruit présentées sur cette figure sont toutes ramenées en sortie de l'hydrophone. A titre de comparaison la courbe en pointillés montre le niveau de bruit attendu pour un état de mer 0, calculé à partir des données de Urick [49]. Dans la gamme de fréquences d'intérêt, entre 10 et 50 kHz, le niveau mesuré en bassin, avec l'ensemble de la chaîne d'acquisition SPY, est 10 dB en-dessous de mer 0.

Par ailleurs, en bassin, nous avons préalablement effectué des mesures de sensibilité, avec pour émetteur un hydrophone GENISEA (G-176407), modèle utilisé sur le système de positionnement de la ligne 5-prototype d'ANTARES. Ces mesures ont été effectuées avec l'ensemble de la chaîne d'acquisition SPY. A la fréquence de 40 kHz pour laquelle nous avons fait les mesures on retrouve la sensibilité de l'hydrophone ITEP à 2 dB près.

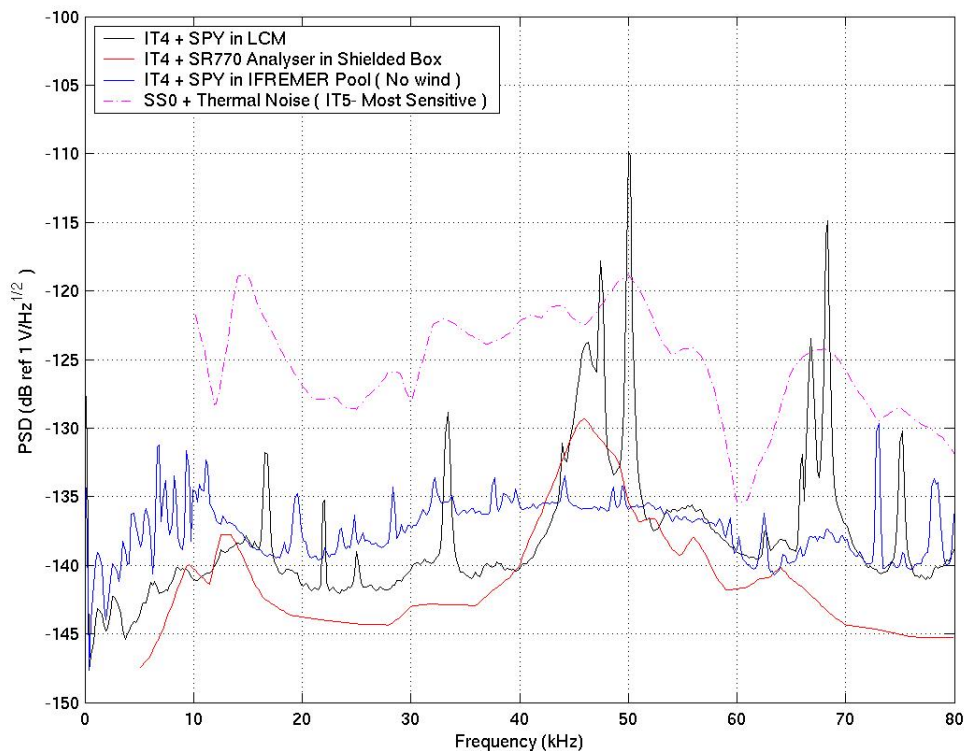


Figure 2-24 : Bruit propre de la chaîne d'acquisition SPY, avant son immersion par grand fond. La courbe bleue correspond à la mesure en bassin. Les courbes noire et rouge aux mesures au laboratoire. La résonance vers 45 kHz n'apparaît plus en bassin.

## Déploiement sur site et performances

La ligne d'instrumentation MILOM a été déployée à partir d'un navire de FOSELEV, le Castor, le 18 mars 2005, par une mer d'huile. Environ 3 semaines plus tard, le 12 avril, elle a été connectée à la boîte de jonction ANTARES la reliant ainsi à la Terre. Cette connexion a été opérée par le Victor, un véhicule sous marin téléguidé appartenant à l'IFREMER ( Remote Operated Vehicle, ROV ). Au jour de ces lignes elle est toujours opérationnelle.

Une vue schématique de la MILOM est représentée sur la Figure 2-25. Elle abrite plusieurs appareils d'océanographie, tel qu'un courantomètre doppler (ADCP), un transmissiomètre optique (CSTAR), un celerimètre temps réel (Sound Velocimeter) pour mesurer la vitesse du son et une sonde de mesure de la conductivité et température de l'eau de mer (CT), permettant la détermination de sa salinité. Par ailleurs la MILOM est équipée de deux hydrophones de positionnement (RxTx, et Rx), de 4 modules optiques standard ANTARES et de balises de calibration optique (Led Beacon, Laser Beacon). Le système d'écoute SPY est localisé au dernier étage de la ligne, à 165 m au-dessus du fond, à cote du courantomètre doppler.

La ligne MILOM est actuellement entourée de 2 Tranpondeurs GENISEA, qui sont des balises acoustiques autonomes reposant sur le fond, à des distances de 140 m et 175 m de son ancre. Un champs de 5 balises acoustiques autonomes IXSEA-OCEANO entourent également la zone du détecteur ANTARES sur un rayon d'environ 1.5 km. Cet ensemble de balises est utilisé pour le positionnement acoustique du détecteur ANTARES. On pourra se référer aux articles et notes suivantes [66][81] pour une description plus détaillée du système de positionnement acoustique et de son fonctionnement. Le point important pour ce qui nous concerne ici est que ces balises acoustiques émettent des pings, trains de sinusoïdes, de quelques ms de durée en réponse à des balises acoustiques interrogatrices. Cette réponse peut être stimulée par un émetteur depuis un navire de surface ou par l'hydrophone RxTx en pied de ligne pour les Tranpondeurs. En conséquence de quoi nous disposons d'un ensemble de sources acoustiques permettant une évaluation de la sensibilité en réception de notre système d'acquisition SPY, sur site. Les fréquences émises par le pied de ligne, l'hydrophone RxTx, et les Tranpondeurs sont configurables dans la gamme de fréquences allant de 40 kHz à 65 kHz. Soit on explore la partie haute de la bande passante de notre système. Les balises IXSEA-OCEANO et le navire de surface émettent entre 8.5 et 15.5 kHz. On explore ainsi la partie basse de notre bande passante.

Des mesures systématiques [82] des signaux acoustiques reçus par le système SPY pour ces différents émetteurs montrent que celui ci est mal-entendant. Un synthèse des résultats obtenus est montrée sur la Figure 2-27. Le  $S_h$  moyen dans la bande passante, rapportée en sortie de l'hydrophone ITEP, est de  $-195$  dB ref  $1 \text{ V}/\mu\mu$ , soit environ 42 dB plus faible que la valeur mesurée à l'IFREMER. De plus, les niveaux de bruit observés à Terre, en l'absence de source acoustique intense, sont blancs et correspondent au bruit propre de la carte amplificatrice OSEAN, tels que mesurés au CPPM [83]. Notamment, des mesures de bruit propre pour différentes valeurs du gain de la carte OSEAN montrent que celle ci se comporte comme au laboratoire. Ces résultats indiquent que la perte de sensibilité de 42 dB a lieu au niveau de l'hydrophone ITEP et suggèrent un problème électrique ou électromécanique. Dans ces conditions le bruit de la chaîne est dominé par le bruit de l'ampli OSEAN, sensiblement blanc dans la bande à la valeur de  $-145$  dBV. Le bruit équivalent résultant est de  $50$  dB ref  $1 \text{ Pa}/\sqrt{\text{Hz}}$ , soit environ 10 dB au-dessus du bruit de surface à 30 kHz, pour un état de mer 6, 'tempête'.

Il est toutefois surprenant que mise à part cette perte d'intensité, l'hydrophone transduit correctement les signaux acoustiques. En particulier les signaux intenses du positionnement acoustique émis par l'hydrophone RxTx, 153 dB acoustiques en réception, sont nets avec les caractéristiques attendues, en temps et en fréquence. Ces éléments nous ont conduit tout d'abord à penser que la panne serait due à la mort du préamplificateur de l'hydrophone. L'une des sorties 48 V de l'alimentation commune du dernier étage, celle reliée au Modules Optique et à la Led Beacon, semble être en court-circuit. Une tentative de mise sous tension de cette sortie a des répercussions violentes sur le signal issu du système SPY. Cependant, il n'est pas pour autant possible d'exclure un effet de la pression affectant les performances de transduction de la céramique, par exemple des *infiltrations d'eau* 'court-circuitant' cette dernière. Notamment, nous notons que l'hydrophone Rx, placé à 100 m au dessus du fond, subit également une perte de sensibilité de l'ordre de 40 dB. L'hydrophone RxTx, en pied de ligne, semble quant à lui se comporter de façon nominale en réception et en émission.

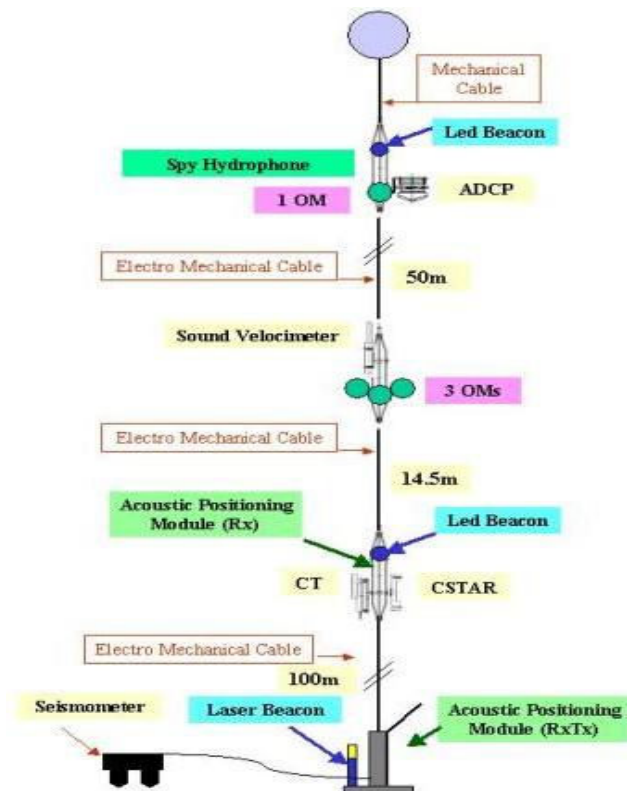


Figure 2-25 : Vue d'ensemble de la ligne MILOM. Le système d'écoute SPY est localisé sur le dernier étage de la ligne, à 165 m de hauteur, à cote du courantomètre doppler.

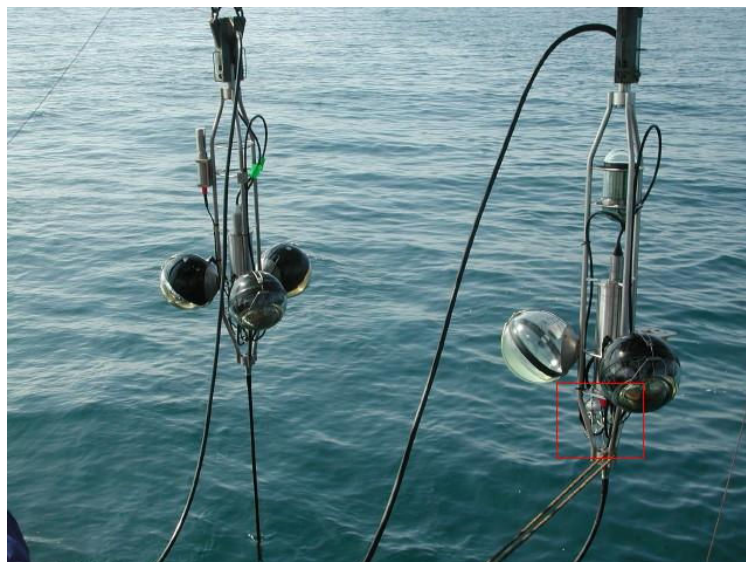


Figure 2-26 : Les deux derniers étages de la ligne MILOM, lors de la mise à l'eau. L'hydrophone 'Espion' est en partie caché par le conteneur électronique du dernier étage. Il est repéré par un cadre rouge.

Par ailleurs, des mesures plus récentes, réalisées fin juin 2005, indiquent une détérioration supplémentaire, d'environ 10 dB, des niveaux des signaux reçus par les hydrophones en 'hauteur', soit le RxTx et l'hydrophone ITEP. Il semblerait que cette perte de sensibilité est due aux récepteurs, et qu'elle se soit mise en place en l'espace de quelques jours. Les courants sous-marins, plus importants en hauteur qu'au raz du fond, pourraient être liés à ces différences de comportement entre fond et hydrophones en hauteur. Une autre distinction, qui pourrait se révéler importante, est le fait que l'hydrophone RxTx, fonctionnel, est un émetteur. Dans l'hypothèse où la perte de sensibilité est due à un masquage acoustique, par un dégazage par exemple, l'émission régulière de trains d'onde ultra sonores par la céramique assure une fonction de 'nettoyage' de l'hydrophone. Néanmoins cette hypothèse paraît peu valable dans le cas de l'hydrophone ITEP qui semble plutôt manifester un problème électrique ou électromécanique. Quoiqu'il en soit, le puzzle s'annonce complexe et les pièces dont nous disposons sont peu nombreuses. Le verdict final ne pourra tomber qu'à la remontée de la ligne. Nous notons que s'il s'avère que la pression, conjuguée éventuellement aux courants, est responsable de la détérioration des caractéristiques des hydrophones, alors les tests en caisson hyperbare que nous avons réalisés préalablement à l'IFREMER sont une garantie insuffisante tel qu'ils ont été effectués.

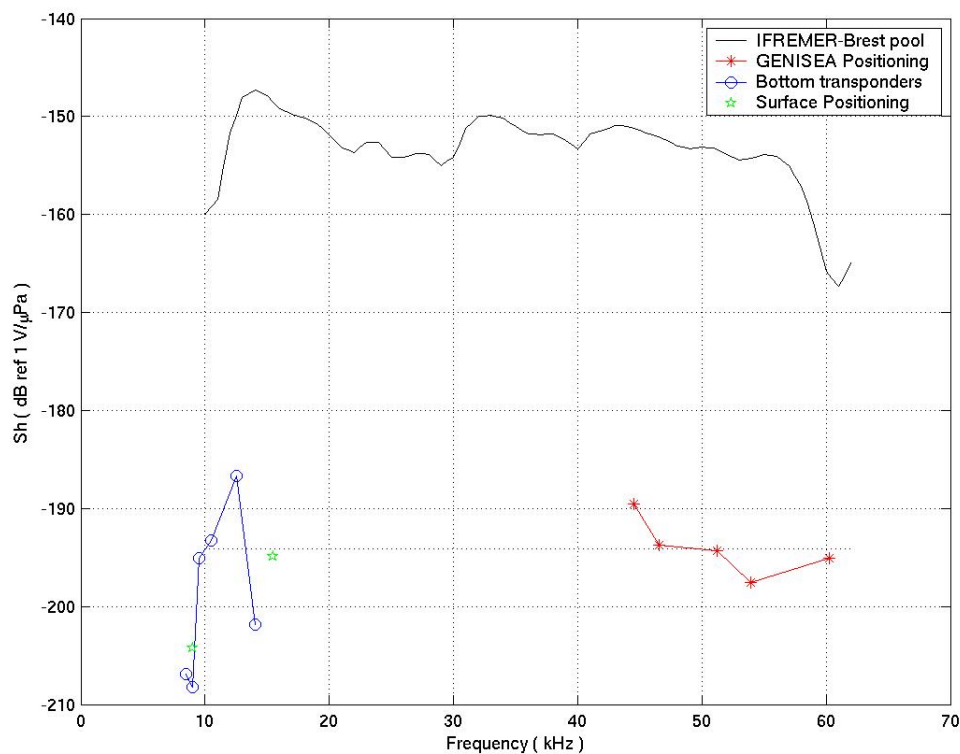


Figure 2-27 : Mesures de sensibilité sur site, par grand fond, pour l'hydrophone ITEP. On observe une chute de 40 dB de la sensibilité de l'hydrophone immergé. Il en résulte un bruit équivalent de la chaîne d'acquisition dominé par le bruit blanc électronique d'entrée des étages d'amplification. Les mesures datent du 16-05-2005.



## Tri des données

Les données à Terre sont triées en utilisant un algorithme de transformée de Fourier rapide (FFT) sur une fenêtre gaussienne glissante, avec 1024 échantillons de base. La gaussienne a un écart type de  $640 \mu\text{s}$  et la fenêtre est translatée par pas de 1,28 ms. On réalise ainsi un spectrogramme d'une trame de données, soit une représentation temps/fréquence. Cette méthode nous a été suggérée par P. Payre. Elle est analogue à une décomposition en ondelettes. Qualitativement, si  $\Delta t$  est l'extension temporelle de la fonction génératrice de base, ici une gaussienne, et  $\Delta f$  son extension fréquentielle, le principe d'incertitude nous apprend que le produit des résolutions en temps et en fréquence est constant tel que  $\Delta t \cdot \Delta f \approx 2\pi$ . Ici, les paramètres de la gaussienne ont été ajustés de façons à privilégier, 'légèrement', la résolution temporelle sur la résolution spectrale. Des tests sur des mesures réalisées en bassin à l'IFREMER ont montré que cette méthode avait un bon potentiel discriminant ce qui nous a conduit à l'adopter comme algorithme de pré-sélection. Nous notons par ailleurs que Matlab dispose d'algorithmes de spectrogrammes intégrés, néanmoins ces derniers semblaient privilégier la résolution fréquentielle sur la résolution temporelle. Puisque nous nous intéressons à des signaux impulsionnels nous n'avons pas utilisé ces outils.

La sélection des données se fait selon les 2 principaux critères suivant :

1. Tous les  $N$  échantillons, si la trame de données est intègre elle est conservée dans un lot de données à part, appelé 'Sauvegarde Automatique', ceci quelque soit le contenu des données. La fonction de cette sélection est d'effectuer une réduction des données, tout en conservant un échantillon représentatif de l'évolution 'lente' des conditions de bruit. En pratique  $N$  a été fixé à 60, ce qui représente une trame de données toutes les 90 s, soit environ 0.37 Go/jour.
2. Le signal est sélectionné suite à une comparaison par seuil au niveau du spectrogramme, dans la gamme de fréquences allant de 5 à 80 kHz. Nous avons choisi ces bornes car elles incluent les fréquences acoustiques d'intérêt tout en excluant les bruits électroniques, comme nous le verrons par la suite. La comparaison se fait par rapport au niveau moyen observé sur les  $N$  échantillons précédents avec un seuil fixé à 1.4, en puissance. Ce niveau est relativement bas, et conduit à déclencher sur du bruit blanc, occasionnellement, avec un taux de fausse alerte de l'ordre de 1 toutes les heures. Néanmoins, puisqu'il ne s'agit là que d'une pré-sélection des données nous avons préféré fixer le seuil 'trop bas'. Les trames de données ainsi sélectionnées sont conservées à part du premier lot de données. Nous les appellerons 'Evénements' par la suite.

### 2.4.4 Bruits de mer enregistrés par l'hydrophone Espion

Les différents Evénements ont été analysés systématiquement, de visu, ce qui a permis d'établir une classification. La Figure 2-28 montre la répartition dans le temps de ceux ci. Parmi ces bruits nous distinguons 3 principales catégories : La première catégorie est appelée 'pingers'. Elle est caractérisée par un spectre en fréquence étroit et

une durée relativement longue, de l'ordre de la ms. Ces signaux sont attribués à des balises acoustiques de positionnement. La seconde catégorie regroupe tous les signaux de type impulsions, Cette catégorie regroupe donc des candidats potentiels pour des signaux issus de cascades et notre bruit. La troisième catégorie regroupe des motifs plus complexes dont la signature ne correspond clairement pas au signal d'une cascade. Ces Evénements sont susceptibles d'être liés à des organismes biologiques ou des activités humaines.

Par ailleurs il existe une catégorie auxiliaire, ne rentrant pas dans notre lot d'Evénements, et qui n'apparaît pas sur la Figure 2-28. Cette catégorie regroupe les bruits électriques et acoustiques dont nous, la MILOM, sommes générateurs. Ce sont des bruits corrélés de façon explicite à l'activité d'un autre appareil présent sur la ligne. Nous verrons que pour certains événements la frontière entre les trois dernières catégories n'est pas toujours évidente à établir.

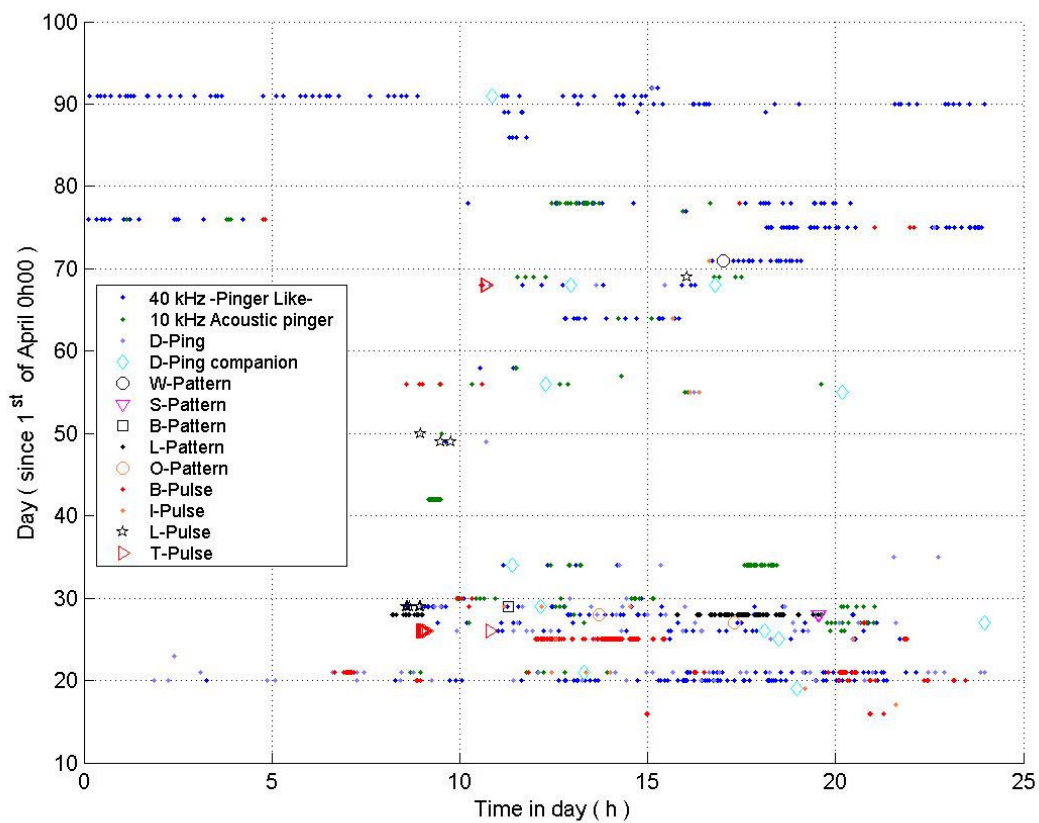


Figure 2-28 : Répartition dans le temps des événements observés avec le système Spy. Le bruit de type impulsional représente 47% des 2330 Evénements enregistrés. Les rafales sont représentées par les points et triangles rouges. Les étoiles noires correspondent à des impulsions isolées pouvant être attribuées au signal d'une cascade, en l'absence d'autre critère discriminant.



## Polluants électriques et acoustiques d'origine locale

Les polluants électriques, si l'on exclue le bruit blanc électronique, se manifestent principalement par des raies. Le spectre d'une trame de donnée typique, sans Evénement, est montré sur la Figure 2-29. On peut observer une raie basse fréquence, vers 2 kHz, de environ 5 dB de dynamique et 1 kHz de largeur à mi hauteur. Cette raie est attribuée aux hachage des tensions d'alimentation dans la LPB (Local Power Box). Elle a été observée au laboratoire lors des tests d'intégration. A plus hautes fréquences on observe un doublet de 7 dB de dynamique aux fréquences de 87 kHz et 96 kHz avec une largeur à mi-hauteur de l'ordre de 5 kHz. On peut voir sur le spectrogramme que ces raies sont en fait des trains d'onde d'une durée de 2 à 3 ms avec une périodicité de répétition de 10 ms. Aux fréquences encore plus hautes, entre 140 et 165 kHz le signal est fortement pollué par un triplet de 30 à 40 dB de dynamique. Ces raies ont des modulations périodiques en fréquence de quelques kHz d'amplitude et environ 10 ms de période. Ce dernier point suggère fortement que le triplet et le doublet ont une origine commune.

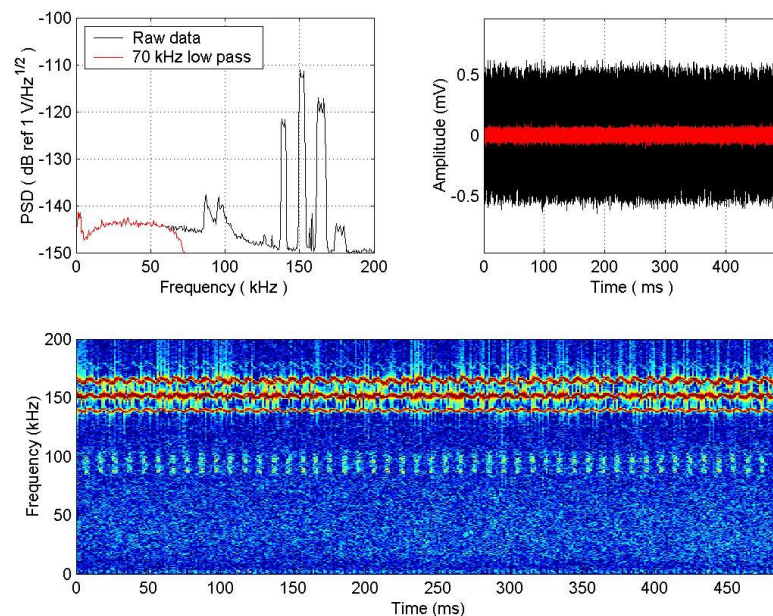


Figure 2-29 : Polluants électroniques. Le signal est pollué par un ensemble de raies omniprésentes. Le pic basse fréquence, vers 2 kHz a été observé lors des tests d'intégration au CPPM. Il est attribué à la LPB (Local Power Box) effectuant le hachage des tensions d'alimentation. L'origine des raies hautes fréquences n'est pas connue.

Ces raies haute fréquences détériorent fortement le rapport signal sur bruit pour la détection de signaux impulsionnels. La courbe en noire dans le cadran supérieur droit de la Figure 2-29 montre l'amplitude du bruit électrique ramené en sortie de l'hydrophone. Elle est de 0.5 mV. Le bruit équivalent en pression correspondant, avec une sensibilité moyenne de  $-195$  dB ref  $1\text{V}/\mu\text{V}$  est de 3 Pa. A titre de comparaison la courbe rouge sur la même figure montre le niveau de bruit après application d'un filtre numérique avec une coupure passe bas du 2<sup>ème</sup> ordre à 70 kHz. Le niveau de bruit est 10 fois plus faible, soit

environ 300 mPa. Entre 5 et 80 kHz le bruit est blanc dominé par le bruit d'entrée de l'amplificateur. C'est là que les meilleur rapport signal sur bruit est atteint, aussi nous avons appliqué une coupure à ces fréquences lors de la pré-sélection de nos Evénements.

Par ailleurs, au moins deux instruments de la MILOM, sont générateurs de bruits acoustiques. Il s'agit de l'hydrophone RxTx du positionnement et du courantomètre doppler. Ces signaux sont représentés sur la Figure 2-30 pour une coïncidence fortuite au sein d'une même trame de données. Les signaux émis par le positionnement sont des trains d'onde de quelques ms avec des fréquences allant de 44 à 65kHz. L'amplitude reçue sur l'hydrophone ITEP est de l'ordre de 10 à 20 Pa selon la fréquence d'émission.

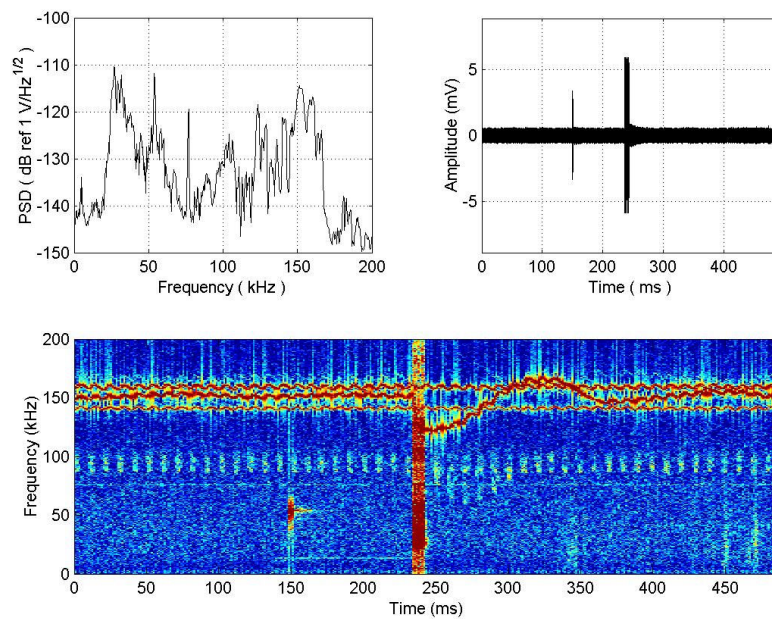


Figure 2-30 : Polluants acoustiques. Le premier signal est un ping émis par l'hydrophone RxTx en pied de ligne. Le second est un résidu du faisceau à 300 kHz du courantomètre doppler. La succession de ces deux signaux est ici fortuite.

Le courantomètre a un faisceau à 300 kHz émettant vers le bas, le fond de la mer. Bien que les gammes de fréquence ne correspondent pas à la sensibilité de notre hydrophone et que le faisceau acoustique ne le balaye pas, le courantomètre étant à peine à 1 m de l'hydrophone il génère sur celui ci une déflagration acoustique intense de plusieurs dizaines de Pa. D'autre part son activité est corrélée aux raies électroniques hautes fréquence comme on peut le voir sur le spectrogramme de la Figure 2-30. Néanmoins il ne semble pas en être directement la source. En effet, les raies hautes fréquences subsistent lorsqu'on coupe l'alimentation du courantomètre.

Ces deux appareils sont actifs de façon récurrente lors du fonctionnement de la ligne. Le positionnement émet 5 trains d'onde de quelques ms toutes les 2 minutes ce qui est très peu gênant. Le courantomètre par contre est actif pendant 1 minute toutes les 5 à 10 min. Pendant cette période d'activité l'environnement acoustique et électrique de l'hydrophone est fortement perturbé.

## Les pingurs

Les pingurs sont les signaux les plus faciles à identifier. Du fait de leur contenu fréquentiel étroit et de leur durée relativement longue ils sont détectables dans des conditions de rapport signal sur bruit défavorable, jusqu'à un facteur 1:10. Les pingurs constituent 22% des événements détectés et sont répartis en groupes, de façon homogène sur le temps. C'est à dire qu'un ping est rarement isolé. Il tend à susciter une réponse, ou il est associé à une activité humaine ponctuelle. Il arrive également que des balises soient déclenchées de façon 'accidentelle' par un événement extérieur qui n'est pas adressé spécifiquement.

Du fait que ces signaux ne constituent pas un bruit pour la détection acoustique de cascades nous n'en feront pas l'inventaire ici. On pourra se reporter au document suivant [82] pour une description plus détaillée des différents pings enregistrés et de leurs caractéristiques. Nous notons toutefois que certains pingurs correspondent à des balises acoustiques 'reconnues' ce qui permet d'évaluer la sensibilité des hydrophones.

## Evénements impulsionsnels

Ces signaux sont les plus fréquents. Ils représentent 50% des Evénements, soit un taux moyen de 5 trames de 0.5 s toutes les heures. Cependant la répartition n'est pas du tout homogène. Les signaux de type impulsionsnels tendent à être groupés au sein d'une même trame de données et beaucoup sont accompagnés d'autres motifs plus complexes. Quasiment tous ont une forme de bi-impulsion, plus ou moins symétrique avec des durées variant entre 10  $\mu$ s et 50  $\mu$ s. Afin de classifier ces impulsions nous avons étudiés 3 principaux critères tel que l'isolement des impulsions, leur polarité et leur heure d'apparition au sein de la journée.

Les événements les plus impressionnants sont l'enregistrement de rafales groupées d'impulsions sur des durées de quelques minutes à quelques heures. Ces rafales représentent 47% des événements. Elles sont repérées comme 'B-pulse' sur la Figure 2-28 et ont été observées à différentes heures de la journée, aussi bien le matin (8h), le midi que le soir (23h). Les cas les plus extrêmes ont été enregistrés dans la journée du 25 Avril 2005 avec des amplitudes pic atteignant 200 Pa. Le nombre d'impulsions dont l'amplitude dépasse 3 fois l'écart type du bruit peut atteindre le millier au sein d'une trame de 0.5 s de données, dans ces cas extrêmes. Des impulsions isolées, au sein d'une trame, de plusieurs Pa d'amplitude peuvent également être observées dans quelques rares cas (  $\sim 0.1$  % ). Cependant, ces trames sont entourées d'autres trames présentant des rafales, et il est par conséquent aisé de poser un veto sur ces premiers cas de figure.

Pour les impulsions intenses, où le rapport signal sur bruit est bon, les impulsions au sein des rafales tendent à être plutôt symétriques, avec des ratios R/C de 75% à 100%. Elles sont dominées par une compression, suivie d'une raréfaction. La durée des impulsions transduites les plus intenses est très courte, de l'ordre de 10  $\mu$ s, soit vraisemblablement dominée par la réponse de la céramique. Le signal à la source est susceptible d'être encore plus court. La source de ces rafales n'a pas été identifiée. Si elle est bien d'origine acoustique, nous supposons qu'elle est mobile du fait de la variation de l'intensité selon les cas observés. Notamment, dans le cas extrêmes ou des amplitudes de

la centaine de Pa ont été observés, avec vraisemblablement un contenu haute fréquence, il est paraît probable que la source se trouvait assez proche de l'hydrophone, à quelques dizaine de mètres. A titre de comparaison, l'hydrophone RxTx du système de positionnement acoustique génère une onde de pression de la centaine de Pa à une distance de 10 m. Pour cela on applique une différence de potentielle de 600 V aux bornes de la céramique.

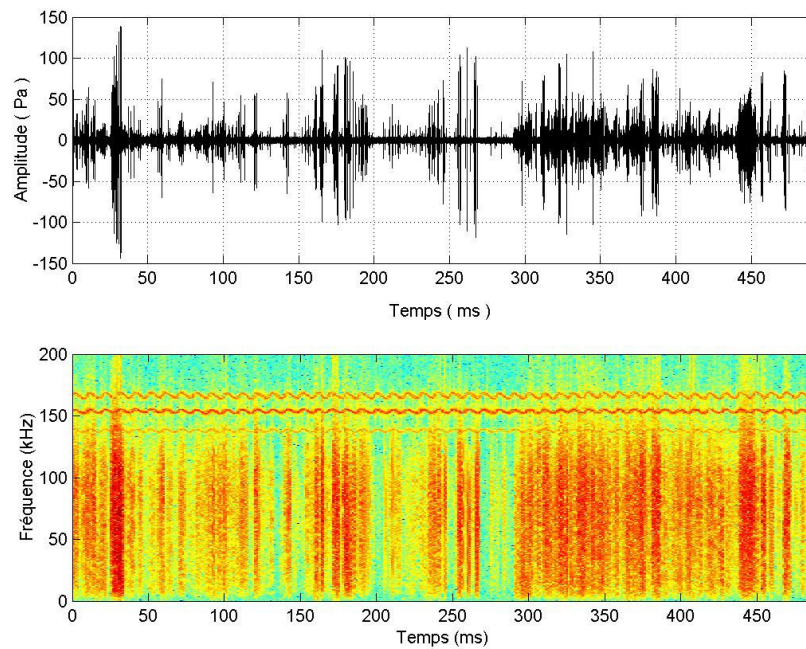


Figure 2-31 : Exemple de rafale de signaux impulsionnels. La figure montre un cas extrême qui a été enregistré le 25-05-2005 à 13h05 heure locale. Les bi-impulsions individuelles ont une forme sensiblement symétrique de durée pic-pic de l'ordre de 10  $\mu$ s.

Quoi qu'il en soit, du fait du critère d'isolement ces événements ne semblent pas particulièrement gênants pour la recherche de neutrinos. Ils apparaissent comme un temps mort de 0.3 %. Néanmoins, nous ne sommes sensibles qu'aux bruits impulsionnels très intenses, de l'ordre du Pa. Avec une sensibilité meilleure il est vraisemblable que le temps mort lié à ce bruit, si il est acoustique, augmente fortement.

Un autre cas intrigant est l'observation de rafales isolées d'impulsions d'une durée de l'ordre de 20  $\mu$ s à 30  $\mu$ s, avec des amplitudes de quelques Pa et des espacements réguliers à quelques 10% près. Les événements les plus réguliers ont été observés le 26 Avril 2005 entre 9h58 et 10h07 du matin, heure locale. Ils sont repérés comme 'T-pulse' sur la Figure 2-28. Un exemple de rafale de 22 impulsions est représenté sur la Figure 2-32. Nous avons également observé des rafales avec des espacements plus grands entre les impulsions. Néanmoins dans ces cas de figure il n'est pas possible de dénombrer le nombre total des impulsions. Des impulsions isolées au sein d'une trame de 0.5 s ont également été observées durant cette période. Elles représentent 25% des cas de figure.



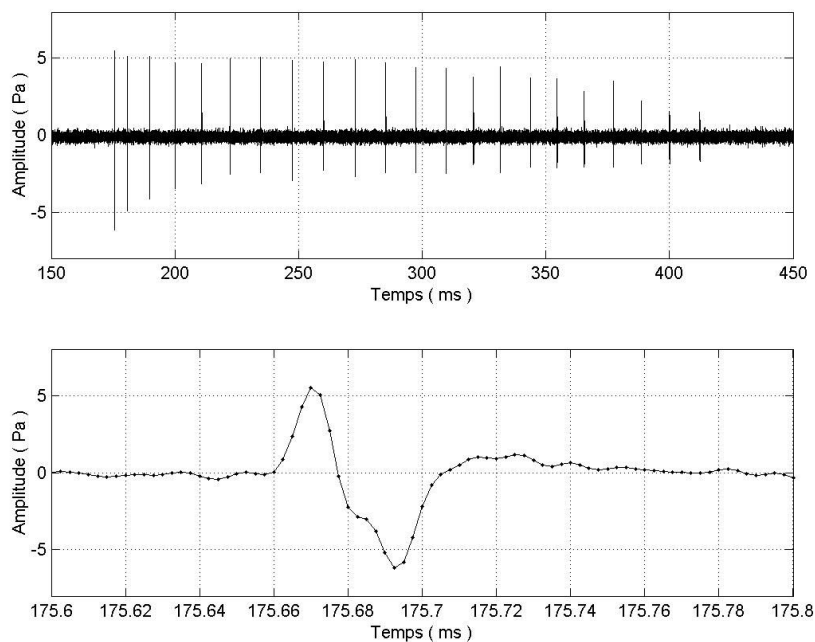


Figure 2-32 : Rafale régulière d'impulsions. La partie du haut montre une rafale de 22 impulsions. L'espace est quasi régulier. Il varie entre 9 et 12 ms, exception faite de la première impulsion. La partie du bas montre la forme de la première impulsion. Elle dure 20  $\mu$ s. Les autres impulsions ont des formes similaires. Le ratio R/C peut varier entre 50% et 100% cependant.

Ces signaux pourraient être dû à des dauphins, ou cétacés à dents assimilés (ondoncètes), utilisant un système acoustique de localisation par échos. Des études sur des dauphins en captivité montrent qu'ils sont capables d'émettre et d'entendre des impulsions sonores ayant des composantes fréquentielles jusqu'à la centaine de kHz. Ces impulsions, ou clicks, sont émis en paquets, pouvant être réguliers, comme ceux observés ici. Les niveaux sonores peuvent atteindre 220 dB acoustiques à 1 m de la source [84][85][86]. Ces clicks sont utilisés comme organe sensoriel, pour localiser et sonder la structure des objets environnants. Ces signaux pourraient également avoir une fonction sociale, de communication, chez certaines espèces sous-marines [86]. A courte portée, quelques mètres, les impulsions individuelles ont le plus souvent une distribution fréquentielle bi-modale [85][86] avec des 'oscillations hautes fréquences' amorties. A grande distance, la centaine de mètres et plus, l'impulsion individuelle perd une partie de son contenu haute fréquence, et peut alors présenter une structure de bi-bosse similaire à un signal de type neutrino [84]. De plus cette émission impulsionnelle ultrasonore est très directive, avec un demi angle d'ouverture, à  $-3$  dB, de l'ordre de  $5^\circ$ . Bien que le mécanisme précis par lequel ces sons sont émis reste mystérieux, il semble que l'ossature du crâne et les tissus participent à focaliser l'émission en un fin pinceau acoustique, par des effets de guide d'onde par réflexion et réfraction. Par conséquent, ces signaux, mis à part leur forte amplitude, présentent des caractéristiques très similaires au signal acoustique d'intérêt pour un neutrino. La figure de directivité est cependant de type 'conique' ce qui peut permettre une discrimination si l'on dispose de multiples

hydrophones. Par ailleurs les impulsions sont émises au sein de séries, aussi un critère 'd'isolement temporel' peut être appliqué.

Nous notons que si il s'agit bien ici de clicks de dauphins, l'amplitude et la durée des impulsions observées suggèrent une émission depuis des km de distance, soit probablement proche de la surface. Par ailleurs la forte directivité du signal peut expliquer que ces signaux n'aient été observés que 'brièvement'.

Les jours suivants l'observation de ces clicks, nous avons retrouvé des impulsions isolées avec des caractéristiques semblables et à des heures similaires. Ces impulsions sont notées 'L-pulse'. On en observe une série le 29 Avril 2005 à 9h34, sur 4 trames de données, puis 1 trame le 18 Mai à 10h44 et une autre le 19 Mai à 9h58 de nouveau. En dehors de l'heure similaire il n'existe pas de critère fort pour rejeter ces deux derniers événements comme candidats pour des cascades. Leurs amplitude sont de 3.5 Pa avec une durée de 15  $\mu$ s et un ratio R/C de 50 % pour l'impulsion du 18, et 2.4 Pa, une durée de 35  $\mu$ s et un ratio R/C de 34% pour celle du 19.

Le dernier type d'impulsions ayant été observé a une polarité inverse. C'est à dire que le signal commencerait par une raréfaction. Nous avons observées 9 trames de données avec ce signal, soit 0.05% des événements. Les signaux ont toujours la même forme, au bruit près. Leur amplitude est de 3 mV, avec un ratio R/C de 75% et une durée de 50  $\mu$ s. Le fait que l'amplitude ne change pas à 5% près suggère que ces impulsions ont une origine électronique. Elles sont repérés comme 'I-pulse' sur la Figure 2-28. Nous avons pu les observer à différentes heures de la journée. Elles tendent à être isolées, sporadiques.

### **Événements plus complexes**

D'autres classes de signaux ont été observées avec des caractéristiques temporelles et fréquentielles plus complexes. Elles sont repérées par l'appellation 'Pattern' sur la Figure 2-28. Ces signaux, de par leur forme, ne peuvent pas être confondus avec le signal issu d'une cascade. On pourra en trouver un inventaire dans le document suivant [82]. Leur origine reste mystérieuse pour beaucoup d'entre eux. Notamment la nature acoustique ou électrique du signal qui est difficile à déterminer avec un hydrophone unique. Nous verrons dans le chapitre suivant, qui traite de la reconstruction, que l'utilisation de plusieurs hydrophones en coïncidence locale permettrait de lever cette incertitude.

### 3 Détection et reconstruction

Après avoir vu les caractéristiques de l'onde de pression au Chapitre 1, puis abordé les problèmes relatif à sa transduction dans un contexte 'bruyant' au Chapitre 2, nous étudions ici les complications géométriques pour la détection et la reconstruction en coïncidence du fait de la forte directivité de notre signal, ainsi que les limitations dues à l'extension physique finie du milieu de détection. Pour cela nous utilisons un modèle simplifié de signal se propageant orthogonalement à l'axe de la cascade. Nous commencerons par une étude analytique sur des cas simples dont nous déduisons un ensemble de propriétés générales. Ces résultats seront ensuite appliqués à l'interprétation de cas plus complexes simulés par des méthodes Monte-Carlo. Par ailleurs nous étudions un ensemble de méthodes de reconstruction basées sur de la triangulation à partir des temps d'arrivée du signal sur un groupe compact de plusieurs hydrophones.

Nous précisons également que les aspect algorithmiques de reconnaissance du signal au sein du bruit de mer ou électronique, en amont de toute reconstruction, ne sont pas abordés ici. Ils font actuellement l'objet d'un autre travail de thèse à l'ISITV [87].

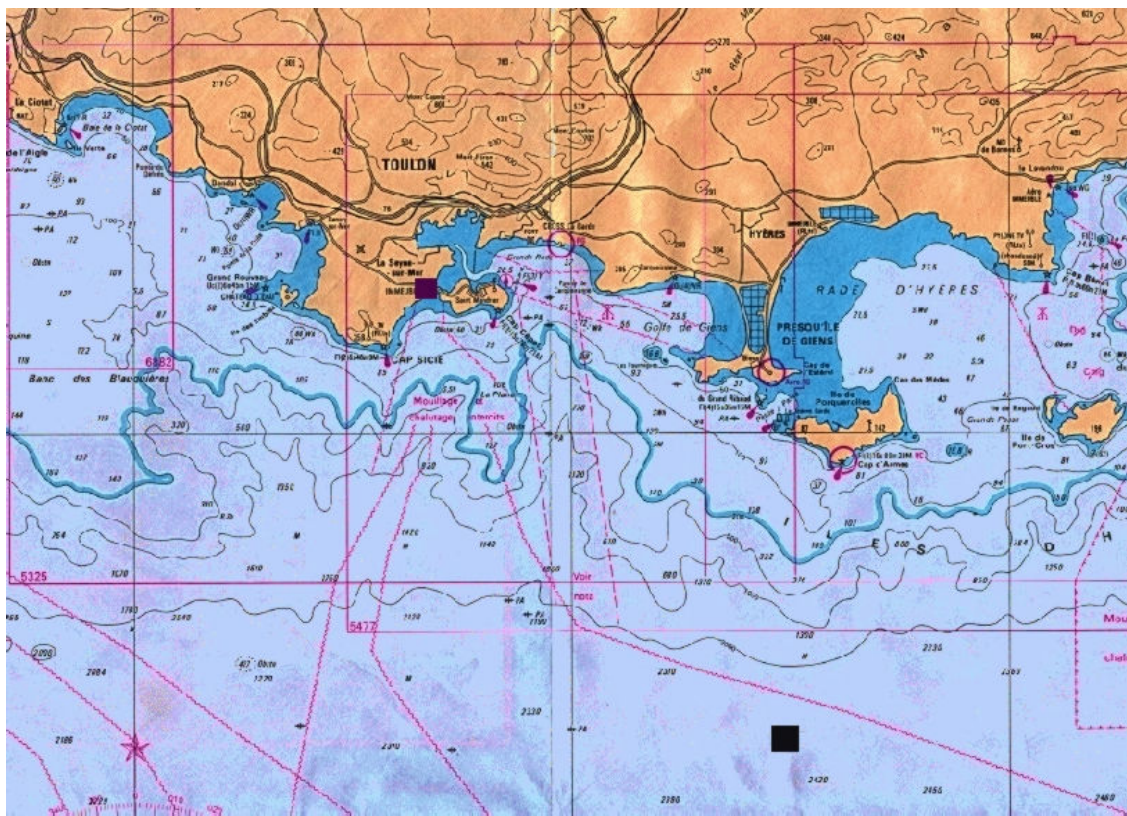


Figure 3-1 : Carte maritime de la zone côtière au large de Toulon. Le site d'implantation du détecteur ANTARES est repéré par un carré noir en bas à droite de la figure. Le carré en haut à gauche localise la villa Pacha, la station de contrôle à Terre. Le câble électro-optique reliant la station à Terre au détecteur fait 40 km de long. Dans cette zone de la Méditerranée la plaine abyssale est particulièrement proche des côtes. L'île du Levant ainsi que le site du TREMAIL se trouvent hors de la carte, juste à droite de l'île de Port-Cros.





### 3.1 Efficacité géométrique de détection : Approche analytique

Nous considérons ici, et pour l'ensemble de cette étude, un cas de figure simplifié dans lequel le signal acoustique issu d'une cascade est décrit par un jeu de 3 paramètres uniquement : la direction  $\vec{u}$  de la cascade, le profil  $f_a$  du signal acoustique, et une portée maximale  $\rho_{\max}$  pour la détection. Le signal se propage orthogonalement à l'axe  $\vec{u}$  de la cascade et peut être détecté en un point de coordonnée  $\vec{r}$  de l'espace sur une hauteur définie par le profil  $f_a(\vec{r} \cdot \vec{u}, \rho_{\max})$  et pour des distances inférieures à  $\rho_{\max}$ . Une vue schématique du modèle est donnée par la Figure 3-2. En pratique les valeurs des paramètres vont dépendre du processus physique à la source de la cascade, de son énergie et des conditions de bruit. Pour cette étude analytique, nous nous sommes restreints à deux cas limite : celui d'un front d'onde parfaitement cylindrique dont le profil  $f_a$  est donné par une fonction rectangle de hauteur  $L_{\text{eff}}$ , et le cas d'un front d'onde sphérique avec une demie ouverture angulaire  $\alpha$ .

Les caractéristiques d'un signal acoustique de cascade plus réalistes se situent quelques part entre ces deux cas limites. Ce point est illustré par l'étude numérique du cas particulier du signal acoustique issu d'une cascade de 10 PeV, par interaction résonante. Pour ce cas nous avons considéré que le profil  $f_a$  du signal acoustique est donné par la longueur à  $-3$  dB étudiée précédemment dans la partie 1.4.2.

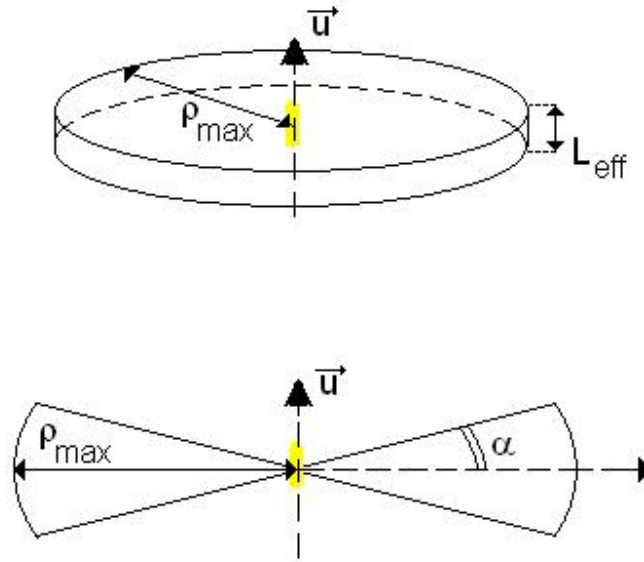


Figure 3-2 : Vue schématique des modèles pour le front d'onde du signal acoustique. La cascade, orientée selon la direction  $\vec{u}$  est symbolisée par le trait gras en jaune. Sur la figure du haut elle définit l'axe du disque pour notre modèle de front d'onde cylindrique. Sur la figure du bas elle définit la normale à la direction pour l'ouverture angulaire du front d'onde sphérique.

Dans la suite nous verrons qu'un ensemble de propriétés 'fortes' peuvent se déduire indépendamment des valeurs précises des paramètres du système. Pour cela il est commode d'introduire une description analytique. Ainsi nous utilisons une expression formelle du volume efficace de détection à partir d'une 'fonction de détection'  $h$ . Cette fonction prend la valeur 1 si le signal, émis par la cascade d'orientation  $\vec{u}$  et localisée par la coordonnée  $\vec{r}$  atteint l'hydrophone et 0 sinon. Le volume efficace se calcule alors par intégration sur les coordonnées d'espace de la façon suivante :

$$(3-1) \quad V_{eff}(\rho_{max}, f_a, \vec{u}) = \int_V h(\rho_{max}, f_a, \vec{u}, \vec{r}) d^3\vec{r}$$

L'intégration portant sur l'ensemble du volume d'eau  $V$  sur lequel une cascade peut se développer. On rappelle par ailleurs que l'on suppose une répartition statistique uniforme des cascades sur le volume  $V$ .

Dans les parties qui suivent nous présentons les résultats obtenus avec ce formalisme. Les calculs sont, le plus souvent, menés en annexe.

### 3.1.1 Volume efficace de détection et efficacité

Etant donné un ensemble d'hydrophones et des sources acoustiques potentielles, d'origine Astrophysique ou non, on désire estimer le taux d'événements qui seront détectés. Pour cela il est pratique d'introduire la notion de volume efficace de détection  $V_{eff}$  définie, pour le signal issu de notre modèle de cascade, comme :

$$(3-2) \quad N_p(\rho_{max}, f_a, \vec{u}) = V_{eff}(\rho_{max}, f_a, \vec{u}) \rho_p(\rho_{max}, f_a, \vec{u})$$

où  $\rho_p$  est la densité par unité de temps, de volume, et d'angle solide, des événements d'orientation  $\vec{u}$ , caractérisés par les paramètres effectifs  $\rho_{max}$  et  $f_a$  et pour un processus physique  $p$  donné.  $N_p$  est le taux correspondant d'événements détectés, par unité de temps et d'angle solide. Dans le cadre de ce modèle le volume efficace s'apparente au volume sonore vu précédemment en 1.4.3. Nous verrons par la suite qu'il peut s'exprimer analytiquement en fonction des paramètres du modèle. Par exemple, dans le cas d'un hydrophone parfaitement omnidirectionnel localisé dans un milieu d'extension infinie, le volume efficace ne dépend plus de l'orientation des cascades. Il est simplement donné par le volume géométrique de notre modèle de disque, selon :

$$(3-3) \quad V_{eff}^{1H,\infty}(\rho_{max}, L_{eff}) = \pi \rho_{max}^2 L_{eff}$$

ou dans le cas d'un front d'onde sphérique selon :

$$(3-4) \quad V_{eff}^{1H,\infty}(\rho_{max}, \alpha) = \alpha \frac{4}{3} \pi \rho_{max}^3$$

Un justification plus rigoureuse de ces résultats, par ailleurs intuitif dans ces cas simples, est donnée en Annexe K.

### Surface efficace de détection

La densité d'événements peut être reliée à un flux Astrophysique  $\Phi_p$  selon :

$$(3-5) \quad \rho_p(\rho_{\max}, f_a, \vec{u}) = \frac{\Phi_p(\rho_{\max}, f_a, \vec{u})}{L_{\text{int}}(\rho_{\max}, \vec{u})}$$

avec  $L_{\text{int}}$  la longueur d'interaction du processus considéré. Par suite on définit une surface efficace de détection  $A_{\text{eff}}$  pour un flux Astrophysique, reliée au volume selon :

$$(3-6) \quad V_{\text{eff}} = L_{\text{int}} A_{\text{eff}}$$

Les valeurs obtenues pour la longueur d'interaction en utilisant les expression de sections efficaces issues de Gandhi *et al* [6]. sont représentées sur la Figure 1-2 au début de cet exposé. Elles sont de l'ordre de la centaine de km à UHE. Soit, pour détecter des flux de rayons cosmiques de l'ordre de 1 particule par km<sup>2</sup> par siècle à 10<sup>20</sup> eV il faudrait atteindre des volumes sonores de milliers de km<sup>3</sup>. Nous y reviendrons dans la partie 3.4.

### Efficacité de détection

Du fait des incertitudes sur les volumes et surface efficaces de détection, résultant d'incertitudes sur les caractéristiques du signal et les conditions de bruit, il sera commode pour la suite d'introduire une grandeur relative pour caractériser les performances d'un ensemble d'hydrophones. Soit nous introduisons l'efficacité géométrique de détection pour un ensemble d'hydrophones défini comme le volume efficace de détection de l'ensemble rapporté à la somme des volumes efficaces des constituants considérés séparément, à des distances infinies les uns des autres, dans un milieu d'extension infinie.

Pour un groupe de  $N$  hydrophones omnidirectionnels cette efficacité a pour expression :

$$(3-7) \quad \varepsilon([n], \rho_{\max}, f_a, \vec{u}) = \frac{V_{\text{eff}}([n], \rho_{\max}, f_a, \vec{u})}{NV_{\text{eff}}^{1H, \infty}(\rho_{\max}, f_a)}$$

où  $[n]$  est une représentation des hydrophones détectant le signal, par exemple  $n \geq 3$  peut être un critère. L'efficacité géométrique peut se déduire de façons analogue à

partir de la surface efficace au lieu du volume. D'autre part comme on ne connaît pas à priori la direction de la cascade nous introduisons également l'efficacité moyenne sur les orientations telle que :

$$(3-8) \quad \varepsilon([n], \rho_{\max}, f_a) = \frac{1}{4\pi} \int \varepsilon([n], \rho_{\max}, f_a, \vec{u}) d\Omega$$

Nous verrons par la suite que dans la plupart des cas les algorithmes de reconstruction ont des fiabilités variables selon les valeurs des paramètres reconstruits pour la cascade. Aussi il sera intéressant d'appliquer des coupures afin d'augmenter la fiabilité globale de la reconstruction. Ces coupures conduisent à définir une efficacité globale tenant compte du taux de rejet à la reconstruction. Nous la notons  $\varepsilon^G$  et pour une distribution isotrope des orientations de cascades, ce qui est une bonne approximation dans l'hémisphère supérieure, elle est définie comme :

$$(3-9) \quad \varepsilon^G = \frac{1}{4\pi} \int \varepsilon(\vec{u})(1 - r_j(\vec{u})) d\Omega$$

où  $r_j(\vec{u})$  est le taux de rejet pour des cascades d'orientation  $\vec{u}$ . Le taux de rejet global est relié aux grandeurs précédentes par :

$$(3-10) \quad r_j = \frac{\int N_p(\vec{u}) r_j(\vec{u}) d\Omega}{\int N_p(\vec{u}) d\Omega} = \frac{\int \varepsilon(\vec{u}) r_j(\vec{u}) d\Omega}{\int \varepsilon(\vec{u}) d\Omega}$$

de telle sorte que pour une distribution isotrope des orientations de cascade l'efficacité globale est simplement donnée par un produit de l'efficacité géométrique et du taux de rejet total, selon  $\varepsilon^G = (1 - r_j)\varepsilon$ . Ces expressions nous serviront par la suite pour les études Monte-Carlo.

### 3.1.2 Répartition des événements détectés par un hydrophone unique

La densité radiale des événements détectés par un hydrophone unique, dans un milieu d'extension infinie a été calculée analytiquement et numériquement, par des méthodes de Monte Carlo. Les détails des calculs sont donnés en Annexe K et les procédures Monte-Carlo en Annexe P. Les résultats obtenus sont représentés sur la Figure 3-3. On constate que pour un signal donné, soit en maintenant fixe les paramètres  $\rho_{\max}$  et  $f_a$ , la densité radiale des événements détectés croît avec la distance  $r$  à la cascade, jusqu'à la limite de  $\rho_{\max}$ . Le comportement change selon le modèle de profil  $f_a$  pour le signal acoustique. Néanmoins, bien que les résultats soient dépendants de la

nature : cylindrique ou sphérique, du front d'onde, ils ne dépendent pas de son extension, soit des paramètres  $L_{eff}$  ou  $\alpha$ .

Pour un front d'onde cylindrique la densité radiale augmente linéairement avec la distance, alors que l'accroissement est quadratique pour notre modèle sphérique. Ces comportements résultent d'un compromis entre deux tendances antagonistes. Alors que la distance entre l'hydrophone et les cascades augmente, pour une distribution isotrope des orientations, la probabilité pour une cascade donnée d'atteindre l'hydrophone décroît, comme en  $1/r$  pour le modèle de disque. Cependant, puisque le nombre de cascades à une distance donnée augmente plus vite que la densité de probabilité ne décroît, selon  $r^2$ , la statistique des événements est dominée par les cascades à grande distance. Pour le modèle sphérique la probabilité de détection est par contre uniforme, indépendante de la distance, jusqu'à la limite de  $\rho_{max}$ . Par suite la densité radiale d'événements détectés croît en  $r^2$ .

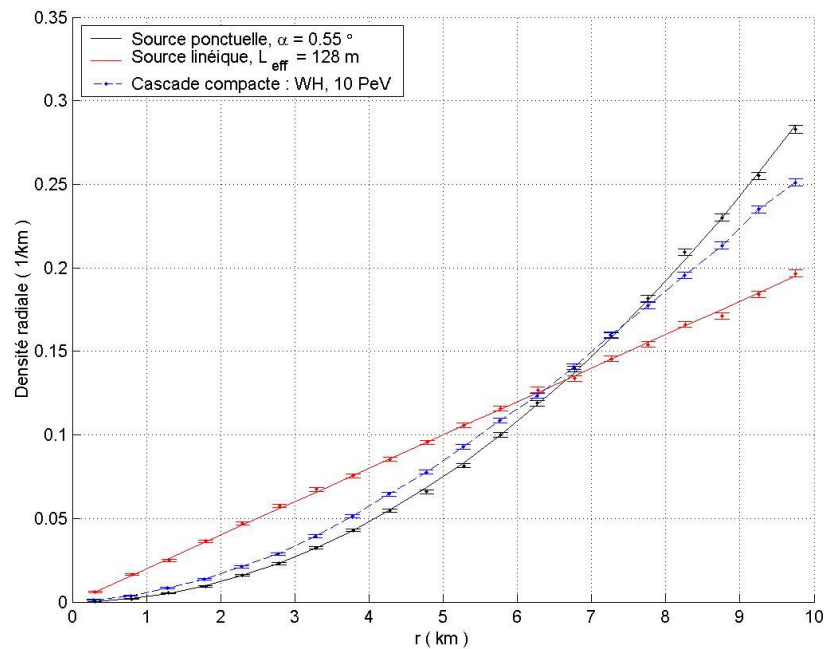


Figure 3-3 : Fraction radiale d'événements détectés. Les courbes en trait plein sont le résultat de calculs analytiques. Les points indiquent les résultats d'une simulation Monte-Carlo avec l'écart type donné par les barres d'erreur. La courbe bleue ( points et tirais ) indique le résultat numérique pour la distribution longitudinale correspondant à une cascade compacte de 10 PeV. Elle s'inscrit entre nos deux cas limites.

Néanmoins, en pratique, il faut tenir compte du fait que les événements sont distribués selon un spectre en énergie et donc une amplitude des signaux à la source qui varie. La fraction radiale des événements est alors plus compliquée, ainsi que le montre les simulation de Waters [88]. Du fait que l'on tend à être dominé par des événements de haute énergie, comme nous le verrons en 3.4.1, l'augmentation avec la distance de la fraction d'événements subsiste, comme l'indique le Monte-Carlo de Waters. On peut s'attendre à ce que ce comportement subsiste tant que les limitations dues à l'extension

finie du milieu (limitations par la hauteur d'eau) sont négligeables, soit sur des distances du kilomètre à la dizaine de kilomètres selon la profondeur du site. Enfin, la fiabilité de la détection se détériore alors que le rapport signal sur bruit décroît avec la distance. Ce dernier aspect n'est pas restitué par nos modèles simplifiés de signal acoustique. Il conduit vraisemblablement à une détérioration de la fraction d'événements réels (plus grand rejet par des coupure de qualité) à grande distances alors que l'on approche de la limite de fiabilité de l'algorithme de détection.

### 3.1.3 Limitations par le milieu

Dans la majorité des cas que l'on est amené à considérer la hauteur d'eau  $H$  de la mer est inférieure à la portée maximale  $\rho_{\max}$  du signal (2500 m de fond sur le site ANTARES par exemple). Du fait de pertes par réflexion aux interfaces, ceci conduit à une réduction du volume d'interaction pour les neutrinos et par conséquent une perte de volume efficace de détection. Pour estimer cet effet il est intéressant de calculer l'efficacité pour une détection directe, c'est à dire sans réflexion. Celle ci est estimée quantitativement par des méthodes analytiques en Annexe L. Pour un hydrophone unique, La perte d'efficacité peut se décomposer en un terme de surface et un terme de fond selon :

$$(3-11) \quad \varepsilon_{eff} = 1 - I(\phi_{z_i}) - I(\phi_{H-z_i})$$

les angles  $\phi_{z_i}$  et  $\phi_{H-z_i}$  étant définie selon :

$$\phi_x(\sin(\theta)) = \begin{cases} \arccos\left(\frac{x}{\rho_{\max} \sin(\theta)}\right) & \text{si } \frac{x}{\rho_{\max} \sin(\theta)} \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La fonction  $I$  dépend du modèle de profil  $f_a$  pour le signal acoustique. Dans la limite de signaux directionnels, soit  $L_{eff} \ll \rho_{\max}$  ou  $\alpha \ll 1$ , elle est indépendante de l'extension longitudinale du signal, soit des paramètres  $L_{eff}$  ou  $\alpha$ . Elle a alors pour expression :

$$(3-12) \quad I(\phi) = \frac{1}{2\pi} [2\phi - \sin(2\phi)]$$

pour un modèle de disque, et

$$(3-13) \quad I(\phi) = \frac{1}{2\pi} \left[ 2\phi - \frac{1}{2} \sin(2\phi) - \cos^3(\phi) \ln\left(\frac{1 + \sin(\phi)}{\cos(\phi)}\right) \right]$$



pour un modèle sphérique de faible ouverture angulaire. Les efficacités correspondantes sont représentées en traits pleins sur la Figure 3-4. Les points sont les résultats de simulations Monte-Carlo, les barres d'erreur symbolisant l'erreur statistique sont de la taille des points. Nous avons considéré trois profondeurs d'immersion de l'hydrophone. La hauteur d'eau  $H$  est de 2500 m. les courbes symbolisent le résultat du calcul analytique et les points représentent le résultat des simulations.

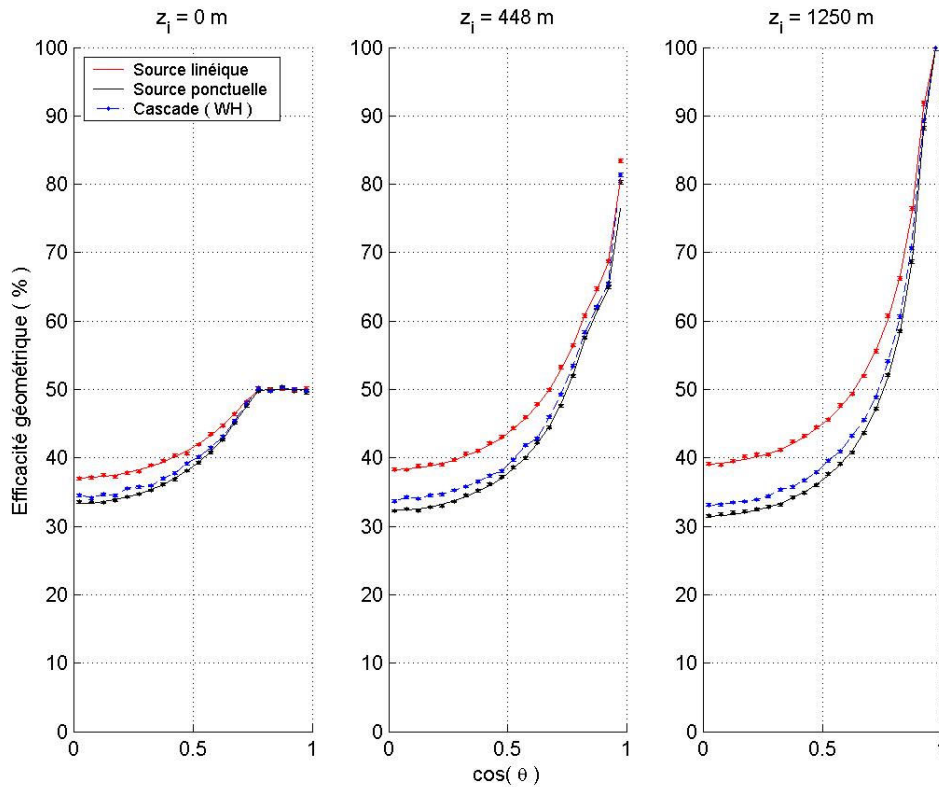


Figure 3-4 : Efficacité de détection directe, sans réflexion, pour différentes immersions  $z_i$  du détecteur et différentes orientations de la cascade.  $\theta$  est l'angle zénithal de la cascade. La profondeur  $H$  est constante, à la valeur de 2500 m. La portée maximale des signaux est de 4 km. L'efficacité directe est maximale pour un hydrophone à mi-profondeur. Cet effet devient cependant moins sensible à mesure que la portée maximale du signal augmente, et que la cascade devient oblique.

D'après la Figure 3-4 l'efficacité de détection est maximale pour un hydrophone localisé à mi-hauteur d'eau ( $z_i = H/2$ ) et minimale pour un hydrophone proche d'une interface ( $z_i \in \{0; H\}$ ). Dans ce dernier cas l'efficacité directe admet une borne supérieure de 50% du fait que la détection est limitée à un demi espace seulement. On peut vérifier par dérivation de l'équation (3-11) que le volume efficace admet un extremum pour  $z_i = H/2$  dans tous les cas. D'autre part l'efficacité de détection est

symétrique autour de cette valeur de l'immersion<sup>1</sup> et décroît de façon monotone. On remarque que alors que la portée maximale des cascades augmente l'efficacité de détection devient directive. Elle tend à se restreindre aux cascades verticales.

Cependant, nous notons que du fait de la forte directivité du signal, dans un cas de réflexion parfaite, sans pertes, à toute cascade exclue du volume d'eau qui aurait été détectée dans un milieu d'extension infinie on peut associer une cascade symétrique, détectée après réflexion mais non nécessairement de façon directe. Ceci est d'autant plus vraie que la cascade est d'extension courte. Par suite, pour un milieu qui serait parfaitement réfléchissant, dans la limite des faibles extensions de cascade, on s'attendrait à ce que les pertes d'efficacité géométriques, liées à l'extension verticale limitée du volume, soient beaucoup plus faibles.

Par ailleurs, puisqu'il n'y a, à priori, pas d'orientation privilégiée pour nos cascades une grandeur plus pertinente à étudier est l'efficacité moyenne selon l'orientation de cascades. Son calcul est donné en Annexe L dans le cas de la détection directe. Elle a pour expression :

$$(3-14) \quad \varepsilon_{eff}^{1H} = 1 - \frac{1}{2} J\left(\frac{z_i}{\rho_{max}}\right) - \frac{1}{2} J\left(\frac{H - z_i}{\rho_{max}}\right)$$

ou l'expression de  $J$  dépend du modèle de signal, selon :

$$(3-15) \quad J(u) = \begin{cases} (1-u)^2 & \text{(disque)} \\ 1 - \frac{3}{2}u + \frac{1}{2}u^3 & \text{(sphère)} \end{cases} \quad \text{si } u \leq 1$$

$$J(u) = 0 \quad \text{sinon}$$

On peut vérifier que l'on retrouve bien une efficacité moyenne qui est maximale pour un hydrophone à mi-hauteur, et symétrique autour de cette valeur de l'immersion. L'efficacité moyenne est représentée sur la Figure 3-5 en fonction de l'immersion et de la portée maximale du signal. Les points représentent les valeurs obtenues à partir des résultats des mêmes Monte-carlo montrés précédemment en Figure 3-4. On constate que l'efficacité moyenne décroît lorsque la portée du signal augmente. Egalement, le choix de l'immersion de l'hydrophone a une incidence de moins en moins importante sur l'efficacité géométrique moyenne alors que la portée du signal augmente.

Dans le cas limite où la hauteur d'eau devient négligeable en comparaison de la portée du signal ( $H \ll \rho_{max}$ ) l'efficacité directe moyenne admet une valeur asymptotique indépendante de l'immersion de l'hydrophone. Les expressions obtenues pour un disque et pour un modèle sphérique sont respectivement données par :

---

<sup>1</sup> Cependant, dans un cas réel où la célérité du son varie avec l'immersion on s'attend à ce que cette symétrie soit légèrement brisée.

$$(3-16) \quad \left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{eff}^{1H} \approx \frac{H}{\rho_{max}} \quad \text{et} \quad V_{eff}^{1H} \approx \pi \rho_{max} L_{eff} H \quad (\text{disque}) \\ \varepsilon_{eff}^{1H} \approx \frac{3H}{4\rho_{max}} \quad \text{et} \quad V_{eff}^{1H} \approx \alpha \pi \rho_{max}^2 H \quad (\text{sphère}) \end{array} \right.$$

Aussi, du fait de l'extension limitée de la hauteur d'eau, à grande distances l'efficacité moyenne de détection décroît selon l'inverse de la portée du signal. Une conséquence est que le volume efficace de détection, si on se limite à une détection directe, n'augmente plus que linéairement, en champ proche, ou quadratiquement, en champ lointain, avec la portée maximale du signal.

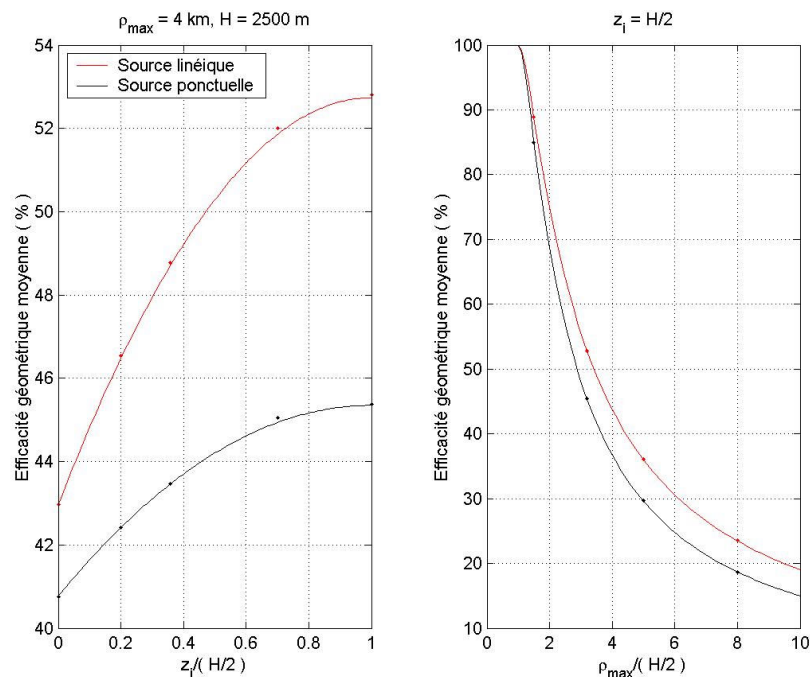


Figure 3-5 : Efficacité directe moyenne dans un milieu limité verticalement. L'efficacité décroît lorsque l'on s'éloigne de l'immersion à mi profondeur (figure de gauche) et lorsque la portée du signal augmente (figure de droite).

### 3.1.4 Coïncidences entre deux hydrophones

Bien que deux hydrophones ne soit pas un nombre suffisant pour reconstruire complètement une cascade à partir de la donnée de son signal acoustique, c'est un cas de figure intéressant à étudier en guise d'introduction au problème des coïncidences. Un calcul analytique complet est donné en Annexe M dans le cas de notre signal sous forme de disque ou de sphère. L'efficacité de détection en coïncidence s'exprime comme le produit de deux termes, selon :

$$(3-17) \quad \varepsilon_{eff, n=2}^{2H, \infty} = \frac{1}{2} \varepsilon_z(d, \theta) \varepsilon_{\rho_{max}}(d, \theta)$$

où  $d$  est la distance entre les hydrophones, considérés ici dans un milieu d'extension infinie, et  $\theta$  l'angle que fait la direction de la cascade avec la direction joignant les hydrophones. Le premier terme est une perte d'efficacité en coïncidence liée à la forte directivité du signal. Il a pour expression :

$$(3-18) \quad \varepsilon_{L_{eff}}(d, \theta) = \begin{cases} 0 & \text{si } u \geq 1 \text{ et } \theta \leq \arccos\left(\frac{1}{u}\right) \\ 1 - u \cos(\theta) & \text{sinon} \end{cases}$$

pour un modèle de disque, avec  $u = d / L_{eff}$ . Pour un modèle sphérique on a :

$$(3-19) \quad \varepsilon_{L_{eff}}(d, \theta) = \begin{cases} 0 & \text{si } v \geq 1 \text{ et } \theta \leq \arccos\left(\frac{1}{v}\right) \\ 1 - \frac{3}{2}v \cos(\theta) + \frac{1}{2}v^3 \cos^3(\theta) & \text{sinon} \end{cases}$$

avec  $v = d / (2\alpha\rho_{max})$ . Il s'agit du terme de perte dominant pour des signaux très directifs. Le second terme traduit les limitations pour la coïncidence du fait de la portée finie du signal. Il est analogue aux effets fond/surface vus précédemment. Par exemple, pour un modèle de disque il est donné par :

$$(3-20) \quad \varepsilon_{\rho_{max}}(d, \theta) = 1 - \frac{1}{\pi} [2\psi(d, \theta) - \sin(2\psi(d, \theta))]$$

avec  $\psi(d, \theta) = \arcsin\left(\frac{d}{2\rho_{max}} \sin(\theta)\right)$

La Figure 3-6 montre l'efficacité géométrique calculée pour différents espacements d'hydrophones et pour différentes catégories de cascades. Pour le modèle de disque nous avons fait le choix  $L_{eff} = 4/3\alpha\rho_{max}$ . Cette valeur conduit à des volumes efficaces à 1 hydrophone, qui sont identiques, en l'absence de limitations fond/surface ou par coïncidence. Les courbes sont le résultat du calcul analytique donné par les équations (3-17) à (3-20). Les résultats des simulations Monte-Carlo sont représentés par les points.

On constate que l'efficacité de détection est maximale pour des cascades perpendiculaires à la direction joignant les deux hydrophones, avec une valeur maximale de 50%. Dans le cas de géométries compactes ( $d \approx L_{eff} < \rho_{max}$  ou  $d \leq \alpha\rho_{max}$ ) l'efficacité est dominée par la coupure due à la longueur de la cascade avec une

dépendance en  $\cos(\theta)$ . Les résultats sont similaires pour le modèle de disque et le modèle sphérique et ceci d'autant plus que l'espacement  $d$  est faible et que la cascade est orientée orthogonalement à l'axe joignant les hydrophones. Par ailleurs, il apparaît que pour les configurations éclatées et dans le cas de cascades non LPM ( $d \approx \rho_{\max} > L_{\text{eff}}$ ) où les corrections selon  $\varepsilon_{\rho_{\max}}$  sont susceptibles de jouer un rôle la détection est très peu efficace car confinée dans une étroite région angulaire.

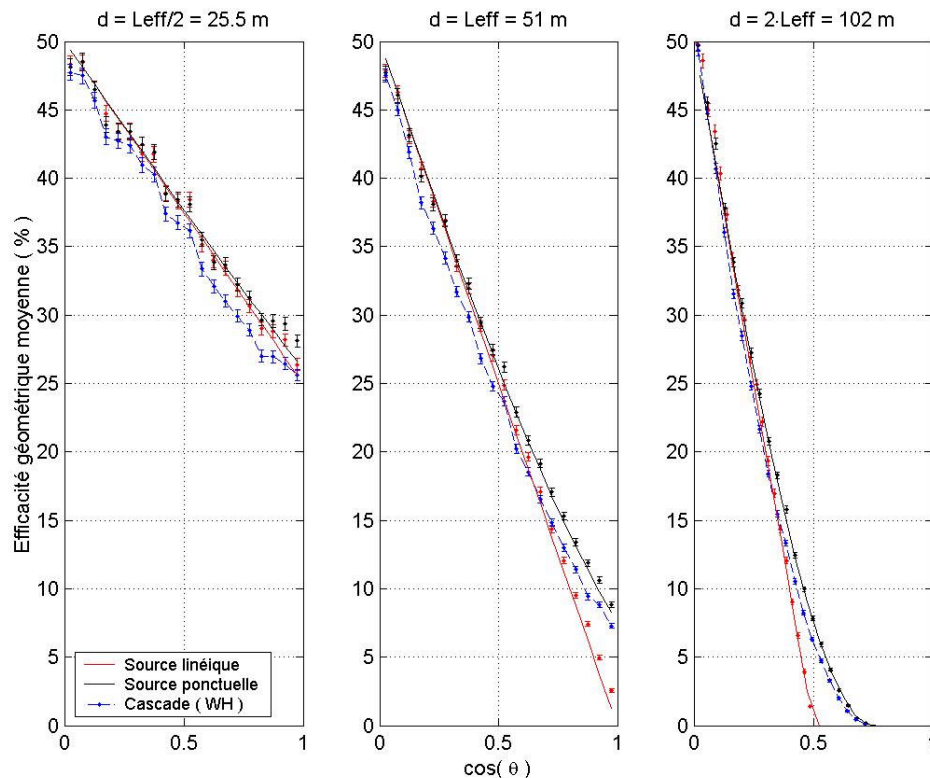


Figure 3-6 : Efficacité géométrique d'une paire d'hydrophones en coïncidence. L'efficacité est minimale pour des cascades dont l'axe est parallèle à la direction joignant les hydrophones. Elle décroît lorsque le rapport de la distance entre les hydrophones à l'extension du signal augmente.

### Efficacité moyenne pour une paire en coïncidence

L'efficacité moyenne sur toutes les orientations de cascade se calcule facilement à partir de l'équation (3-17) si on fait l'hypothèse d'un arrangement compact ( $\varepsilon_{\rho_{\max}} \approx 1$ ). Il vient alors pour le modèle de disque :

$$(3-21) \quad \varepsilon(d, L_{eff}) = \begin{cases} \frac{1}{4u} & \text{si } u \geq 1 \\ \frac{1}{2}(1 - \frac{1}{2}u) & \text{sinon} \end{cases}$$

avec  $u = d / L_{eff}$ , et pour le modèle sphérique de faible ouverture angulaire :

$$(3-22) \quad \varepsilon(d, \alpha) = \begin{cases} \frac{3}{16v} & \text{si } v \geq 1 \\ \frac{1}{2}(1 - \frac{3}{4}v + \frac{1}{8}v^3) & \text{sinon} \end{cases}$$

avec  $v = d / (2\alpha\rho_{max})$ . On constate que dans la limite des signaux de faible extension l'efficacité moyenne est fonction du seul ratio  $d / L_{eff}$  ou  $d / 2\alpha\rho_{max}$ .

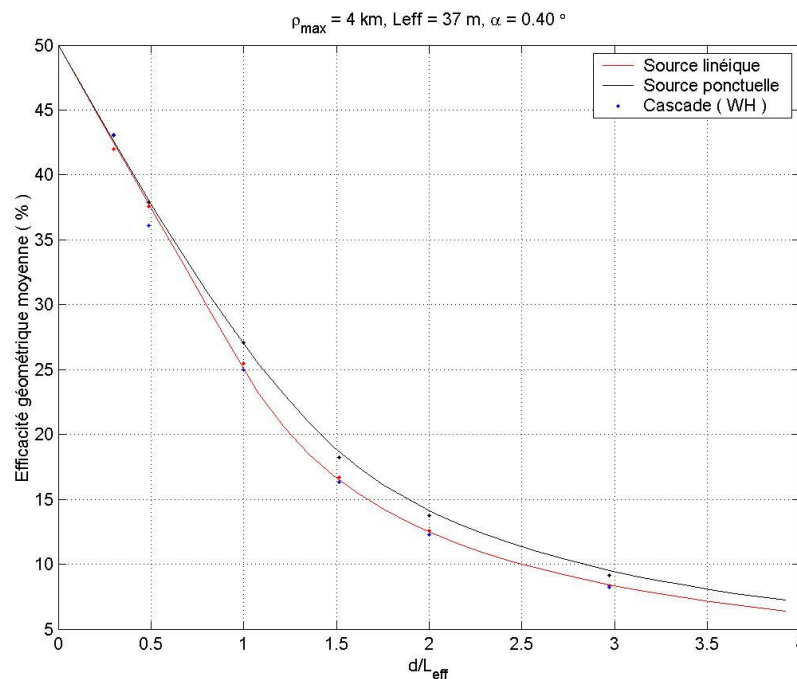


Figure 3-7 : Efficacité moyenne d'une paire d'hydrophones en coïncidence. L'efficacité décroît selon l'inverse du rapport de la distance entre les hydrophones à l'extension caractéristique du signal.

Comme on peut le voir sur la Figure 3-7, l'efficacité atteint une valeur maximale de 50% lorsque les hydrophones sont confondus et décroît de façon monotone alors que la distance  $d$  augmente. A grande distance on a une chute de l'efficacité en  $1/d$  quel que soit le modèle de signal. Aussi, afin d'avoir une grande efficacité en coïncidence il est nécessaire de placer nos deux hydrophones proches l'un de l'autre, proches en

comparaison de la longueur des cascades que l'on veut détecter ou du paramètre effectif  $2\alpha\rho_{\max}$ .

Nous notons par ailleurs que l'efficacité de détection à deux hydrophones, où l'on requiert seulement l'un des deux hydrophones de détecter le signal, est complémentaire de l'efficacité de détection en coïncidence étudiée ici. Une justification plus rigoureuse est donnée en Annexe M. Soit dit autrement, pour optimiser le volume efficace de détection par des unités indépendantes, il faut optimiser la condition de non coïncidence.

### 3.1.5 Hydrophones multiples et coïncidences

Dans le cas général d'un ensemble de  $N$  hydrophones on peut exprimer les fonctions de détection à  $N$  hydrophones à partir de sommes et de produits des fonctions de détection individuelles de chacun des hydrophones. En particulier, la famille de fonctions suivante :

$$(3-23) \quad B_N = \left\{ \prod_{i=1}^N q(i) ; q(i) = h^{1H}(i) \quad \text{ou} \quad q(i) = 1 - h^{1H}(i) \right\}$$

est une base de fonctions orthogonales pour les fonctions de détection à  $N$  hydrophones. Les coordonnées d'une fonction de détection ne peuvent prendre que deux valeurs sur cette base : 0 ou 1. Si l'on connaît le volume de détection efficace pour toutes les fonctions de cette base, alors le volume de détection associé à n'importe quel situation de  $N$  hydrophones est connu. Une fonction maîtresse au sein de cette base est la fonction de détection à  $N$ -hydrophones en coïncidence, définie comme :

$$(3-24) \quad h_{n=N}^{NH} = \prod_{i=1}^N h^{1H}(i)$$

En effet, à partir du développement des fonctions de base  $B_N$  on constate que celles ci sont une combinaison linéaire de fonctions de détection à  $p$ -hydrophones en coïncidence ( $p \leq N$ ) et de la fonction constante égale à 1. Aussi, si l'on est capable de calculer le volume de détection efficace de toutes ces fonctions de détection en coïncidence on a entièrement résolu le cas d'un ensemble de  $N$  hydrophones.

Cette méthode a été appliquée au cas de 2 hydrophones et l'on peut voir en Annexe M que le développement du volume efficace n'est pas immédiat. Le cas de 3 hydrophones est plus délicat car on perd la symétrie de révolution axiale. Dans la mesure où l'on souhaite étudier des structures pouvant comprendre des dizaines d'hydrophones il est nécessaire d'avoir recours à d'autres méthodes d'analyse. Aussi, par la suite nous avons choisi d'évaluer ces volumes efficaces de détection par des méthodes de Monte-Carlo. Le détail des algorithmes utilisés pour cela est présenté en Annexe P.



### Borne supérieure pour le volume efficace en coïncidence

Il est néanmoins utile de remarquer que la fonction de détection à N-hydrophones en coïncidence admet une borne supérieure selon :

$$(3-25) \quad \forall i \in [1; N] \quad 0 \leq h_{n=N}^{NH} \leq h^{1H}(i)$$

En particulier le volume efficace en coïncidence est toujours inférieur au plus petit des volumes efficaces individuels, puisque :

$$(3-26) \quad \forall i \in [1; N] \quad V_{eff, n=N}^{NH} = \int_V h_{n=N}^{NH} d\vec{r} \leq \int_V h^{1H}(i) d\vec{r} = V_{eff}^{1H}(i)$$

Ce résultat est intuitif puisque le volume efficace en coïncidence est donné par 'l'intersection' des volumes efficaces individuels.

De la même façon on peut montrer que le volume efficace en coïncidence est toujours plus petit que n'importe lequel des volumes efficaces de détection en coïncidence par une paire d'hydrophones seulement. Par conséquent, en l'absence de limitations par le milieu, le volume efficace en coïncidence d'un ensemble de  $N$  hydrophones décroît toujours plus vite que  $L_{eff}/d$  ou  $\alpha\rho_{max}/d$ , à grande distance (voir 3.1.4), où  $d$  est la plus grande distance entre deux hydrophones. Aussi, il apparaît qu'afin d'avoir une grande efficacité de détection en coïncidence il est nécessaire d'utiliser des hydrophones proches les uns des autres, en comparaison de l'extension du signal. C'est pourquoi il a été choisi d'étudier des méthodes de reconstruction à partir d'ensembles compacts d'hydrophones, pour lesquels l'espacement est de l'ordre de grandeur d'une longueur de cascade. Cependant, comme nous allons le voir par la suite, cette condition d'optimisation de l'efficacité géométrique est en contradiction avec une localisation efficace de nos cascades à partir d'algorithmes de triangulation par temps d'arrivée.

### Cas d'un ensemble compact

Dans le cas particulier où on considère un ensemble compact d'hydrophones, pour lequel la plus grande distance entre deux éléments est négligeable devant la portée de la cascade, la hauteur d'eau, les effets de limitation par le milieu et de coïncidence se découplent. L'efficacité géométrique de détection s'exprime alors comme le produit de deux termes : un terme d'efficacité fond/surface, ne dépendant que de l'immersion moyenne des hydrophones, tel que donnée précédemment dans la partie 3.1.3, multipliée par l'efficacité pour le même ensemble considéré dans un milieu d'extension infinie. Ce dernier terme, dans l'approximation d'un ensemble compact, dépend fortement de la longueur efficace du signal, mais pas de sa portée.

### 3.2 Algorithmes de reconstruction par différences de temps d'arrivée

Nous présentons ici un ensemble d'algorithmes de reconstruction basés sur l'utilisation de détecteurs multiples. Ces algorithmes exploitent, directement ou non, la mesure des différences de temps d'arrivée de l'onde de pression sur les hydrophones du détecteur. Une connaissance des positions relatives des hydrophones est également requise. Les incertitudes sur ce dernier point sont en pratique le facteur limitant pour la localisation d'une source à partir d'un ensemble compact d'hydrophones, donc géométriquement efficace. Les algorithmes présentés ici sont étudiés par des méthodes Monte-Carlo dans la partie 3.3 qui suit.

#### 3.2.1 Reconstruction d'une onde plane par quatre hydrophones

Compte tenu des résultats de la section 3.1 on s'attend à ce que dans la majorité des cas le signal acoustique détecté par un hydrophone isolé, ou un ensemble compact de plusieurs hydrophones, ait pour origine une source lointaine. Aussi le front d'onde peut être assimilé localement à une onde plane. Dans cette approximation, nous allons noter  $\vec{k} = \vec{n}/c_s$  le vecteur d'onde, avec  $c_s$  la célérité du son, supposée constante sur le volume compact des hydrophones et  $\vec{n}$  est la direction de propagation de l'onde. Avec ces notations, le front d'onde atteint l'hydrophone localisé en  $\vec{r}_i$  au temps  $t_i$  tel que :

$$(3-27) \quad (\vec{r}_i - \vec{r}_0) \cdot \vec{k} - (t_i - t_0) = 0$$

où  $t_0$  est le temps auquel le son atteint l'origine  $\vec{r}_0$  du repère. Le problème ainsi formulé présente quatre inconnues : les composantes  $k_x, k_y$ , et  $k_z$  du vecteur d'onde  $\vec{k}$  et le temps  $t_0$ . Par conséquent, puisque le système d'équations (3-27) est linéaire une résolution exacte est possible à partir des mesures des temps d'arrivée du son sur quatre hydrophones dont les positions relatives sont connues. En effet, si l'on choisit l'un des hydrophones pour origine, désignons le par l'indice 1, alors le vecteur d'onde  $\vec{k}$  est donnée par la résolution du système linéaire suivant :

$$(3-28) \quad AX = B \quad \text{avec} \quad A = \begin{bmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \\ x_4 - x_1 & y_4 - y_1 & z_4 - z_1 \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{bmatrix} t_2 - t_1 \\ t_3 - t_1 \\ t_4 - t_1 \end{bmatrix}$$

On remarque que la matrice  $A$  est invariante par translation de l'origine des positions de notre repère, ainsi que indépendantes de l'origine des temps. De même le vecteur  $B$  n'est pas affecté non plus par le choix de l'origine des temps, et ne dépend pas de l'origine du repère. Par suite l'inverse de  $A$  et la solution obtenue par inversion du système ne dépendent heureusement pas du choix des origines.

En notant  $\vec{r}_{ij} = \vec{r}_j - \vec{r}_i$ , le déterminant de  $A$  est donné par le produit mixte suivant :

$$(3-29) \quad \det(A) = [\vec{r}_{12} \ \vec{r}_{13} \ \vec{r}_{14}] = (\vec{r}_{12} \wedge \vec{r}_{13}) \cdot \vec{r}_{14}$$

Aussi le déterminant est nul si et seulement si les vecteurs  $\vec{r}_{12}$ ,  $\vec{r}_{13}$  et  $\vec{r}_{14}$  sont coplanaires, soit si les quatre hydrophones sont localisés dans un même plan. Par conséquent, étant donné quatre hydrophones non coplanaires la détermination du vecteur d'onde  $\vec{k}$  admet toujours une solution unique, non ambiguë. La célérité du son  $c_s = 1/|\vec{k}|$  est alors donnée par la norme du vecteur d'onde  $\vec{k}$  et la direction de propagation  $\vec{n} = \vec{k}/|\vec{k}|$  par la direction de  $\vec{k}$ . Cependant, du fait d'erreurs sur les positions des hydrophones et sur les temps d'arrivée du son, notre solution pour  $\vec{k}$  sera également entachée d'erreur. La propagation de cette erreur est calculée en Annexe N. Pour des erreurs statistiquement indépendantes, d'écart type  $\sigma_r$  sur les positions des hydrophones et  $\sigma_t$  sur les mesures de temps d'arrivée, les erreurs quadratiques sur les grandeurs reconstruites sont données par :

$$(3-30) \quad \begin{cases} \overline{\Delta\theta^2} = (c_s^2 \sigma_t^2 + \sigma_r^2) \left( \sum_{i=1}^4 \frac{1 - (\vec{u}_{i,\perp} \cdot \vec{n})^2}{d_{i,\perp}^2} \right) \\ \frac{\sigma^2(c_s)}{c_s^2} = (c_s^2 \sigma_t^2 + \sigma_r^2) \left( \sum_{i=1}^4 \frac{(\vec{u}_{i,\perp} \cdot \vec{n})^2}{d_{i,\perp}^2} \right) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \frac{\vec{r}_{lj} \wedge \vec{r}_{lk}}{(\vec{r}_{lj} \wedge \vec{r}_{lk}) \cdot \vec{r}_{li}} = \frac{\vec{u}_{i,\perp}}{d_{i,\perp}}$$

où  $d_{i,\perp}$  est la distance entre le  $i^{\text{ème}}$  hydrophone et le plan défini par les 3 autres et  $\vec{u}_{i,\perp}$  un vecteur unitaire de la direction de la projection orthogonale sur le plan. Ces erreurs s'expriment comme le produit de deux termes : la somme quadratique des erreurs de mesure et un coefficient géométrique dépendant des positions des hydrophones et de la direction d'incidence du son. L'erreur décroît lorsqu'on augmente l'espacement entre les hydrophones, et pour une configuration la plus éloignée possible du plan. Cependant, il faut se souvenir que nous supposons ici que notre front d'onde est localement plan sur le volume des hydrophones. Par conséquent le fait de trop augmenter la distance entre les hydrophones va également conduire à des erreurs systématiques supplémentaires liées à la courbure du front d'onde. De plus, on a vu dans la section (3.1.4) précédente que l'efficacité géométrique de détection en coïncidence sur plusieurs hydrophones décroît avec la distance qui les séparent.

On pourra trouver une application de cet algorithme ainsi que des estimations d'erreur angulaire lors de la reconstruction de cascades dans la section (3.3.3). La détermination de la célérité du son par cette méthode est généralement peu précise ( $\sigma_c/c_s \approx 10^{-3}$ ) en comparaison des performances que l'on peut atteindre avec un célérimètre CTD ou SV-CTD [66] dédié ( $\sigma_c/c_s \approx 10^{-5}$ ). Cependant, si l'on dispose par ailleurs d'une mesure locale de la célérité du son par comparaison avec l'estimation

donnée par cet algorithme on peut *sélectionner* les événements pertinents, c'est à dire compatible avec la propagation d'une onde acoustique.

### 3.2.2 Reconstruction d'une onde plane par plus de quatre hydrophones

Dans le cas de figure où l'on dispose de plus de quatre hydrophones, du fait des erreurs de mesure, la reconstruction d'une onde plane n'admet plus une solution exacte, qui serait compatible avec l'ensemble des données. Mais, on peut alors chercher la solution qui soit en meilleur accord possible avec notre jeu de mesures. La méthode d'analyse linéaire par décomposition en valeur singulière (SVD) permet de trouver le meilleur accord au sens des moindres carrés. Dans le cas général, pour  $N$  hydrophones, le système d'équation à résoudre est de la forme :

$$(3-31) \quad RS = T \quad \text{avec} \quad R = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N & y_N & z_N & 1 \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_z \\ t_0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad T = \begin{bmatrix} t_1 \\ \vdots \\ t_N \end{bmatrix}$$

La décomposition en valeur singulière de la matrice  $R$  permet de construire un pseudo-inverse  $\tilde{R}^{-1}$  et une pseudo solution  $\tilde{S}$  qui minimise l'estimateur de moindre carré suivant :

$$(3-32) \quad \chi^2(S) = |RS - T|^2 = \sum_{i=1}^N (\vec{r}_i \cdot \vec{k} - (t_i - t_0))^2$$

On pourra se reporter à l'ouvrage en référence [89] pour une justification. Dans le cas où on a quatre hydrophones l'estimateur est minimisé à 0 et la solution fournie par la décomposition SVD est exacte. Comme précédemment il est possible d'estimer l'erreur sur notre solution qui résulte des erreurs de mesure. Le calcul de propagation d'erreur est donné en Annexe N. Il fait intervenir le pseudo-inverse  $\tilde{R}^{-1}$ . Une application de cette méthode de reconstruction ainsi que de l'estimation d'erreur est donnée dans la partie 3.3.5

### 3.2.3 Direction d'incidence avec moins de quatre hydrophones

Dans le cas où l'on a moins de quatre hydrophones une détermination non ambiguë de la direction d'incidence du son n'est plus possible. Il est néanmoins possible d'extraire de l'information sur cette dernière. En particulier, dans le cas de trois hydrophones si l'on connaît par ailleurs la célérité du son une résolution quasi complète est possible. Dans ce cas de figure il est commode de travailler dans le référentiel relatif où le plan  $(xOy)$  est défini par les trois hydrophones. Dans ce référentiel la composante

normale  $n_z$  de la direction d'incidence  $\vec{n}$  est à priori indéterminée, mais les deux autres composantes  $n_x$  et  $n_y$  sont entièrement déterminées. Elles sont données par le système de deux équations à deux inconnues qui suit :

$$(3-33) \quad \begin{cases} (x_2 - x_1)n_x + (y_2 - y_1)n_y = c_s(t_2 - t_1) \\ (x_3 - x_1)n_x + (y_3 - y_1)n_y = c_s(t_3 - t_1) \end{cases}$$

On pourra vérifier que ce système admet une solution unique à la condition que les trois hydrophones ne soient pas alignés. D'autre part, puisque le vecteur  $\vec{n}$  est de norme 1, la composante  $n_z$  est connue au signe près. Une solution quasi complète est alors donnée comme :

$$(3-34) \quad \begin{cases} n_x = c_s [(t_2 - t_1)(y_3 - y_1) - (t_3 - t_1)(y_2 - y_1)] / D \\ n_y = c_s [(t_3 - t_1)(x_2 - x_1) - (t_2 - t_1)(x_3 - x_1)] / D \\ n_z = \pm \sqrt{1 - n_x^2 - n_y^2} \end{cases}$$

où  $D = (x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)$  est le déterminant du système d'équation (3-33). Cependant, du fait des erreurs de mesure sur les positions, le temps d'arrivée du son et la célérité du son, rien n'impose que la composante orthonormale de  $\vec{n}$  soit de norme inférieure ou égale à 1. En particulier, pour des incidences rasantes la composante normale  $n_z$  peut rester indéterminée. Aussi, cet algorithme n'a pas été étudié d'avantage par la suite.

### Reconstruction avec deux hydrophones

Dans le cas où l'on dispose uniquement de deux hydrophones il est commode de travailler dans le référentiel dans lequel l'axe ( $Oz$ ) est défini par l'alignement des deux hydrophones. Dans ce cas de figure seule la composante axiale  $n_z$  de la direction d'incidence  $\vec{n}$  est déterminée. Elle est résolue de façon immédiate selon :

$$(3-35) \quad n_z = c_s \frac{t_2 - t_1}{z_2 - z_1}$$

Une estimation au premier ordre de l'erreur  $\Delta n_z$  sur la direction d'incidence nous conduit à :

$$(3-36) \quad \Delta n_z = \frac{1}{z_2 - z_1} [c_s (\Delta t_2 - \Delta t_1) - n_z (\Delta z_2 - \Delta z_1)]$$

En supposant des erreurs suivant des lois statistiques centrées, symétriques et non corrélées comme définie par l'équation (4-153) en Annexe N, on en déduit l'écart type de l'erreur sur la composante  $n_z$  de la direction comme :

$$(3-37) \quad \overline{\Delta n_z^2} = \frac{2}{|z_2 - z_1|^2} [c_s^2 \sigma_t^2 + n_z^2 \sigma_r^2]$$

On constate que l'erreur sur la direction est maximale pour des incidences colinéaires à l'axe joignant les hydrophones. On est alors pleinement sensible aux erreurs de mesure sur la distance relative entre les hydrophones, alors que pour des orientations orthogonales seule l'erreur sur la mesure de temps subsiste. Cependant, il faut se rappeler que cette reconstruction est relative à la direction définie par les deux hydrophones. Pour une reconstruction absolue il faut appliquer une rotation d'ensemble qui introduit de nouvelles erreurs, mais systématiques cette fois, sur l'ensemble des orientations. D'autre part, on s'intéresse d'avantage à l'angle  $\theta_z$  que fait la direction d'incidence avec l'axe  $Oz$  qu'à la projection  $n_z$ . L'erreur  $\Delta \theta_z$  sur cet angle se calcule au premier ordre selon :

$$(3-38) \quad n_z = \cos(\theta_z) \Rightarrow \Delta n_z = \sin(\theta_z) \Delta \theta_z$$

on en déduit la moyenne carrée de l'erreur angulaire selon :

$$(3-39) \quad \overline{\Delta \theta_z^2} = \frac{2}{|z_2 - z_1|^2 \sin^2(\theta)} [c_s^2 \sigma_t^2 + \cos^2(\theta) \sigma_r^2]$$

Il convient de rappeler que ceci est un calcul au premier ordre d'approximation alors que pour des angles proches de la verticale ( $\theta_z \approx 0$ ) il faut aller au deuxième ordre du développement. Aussi, la divergence à angle nul exprimée par l'équation (3-39) précédente n'est pas rigoureuse. Néanmoins, comme on pourra le voir dans la partie 3.3.3 le comportement de l'erreur angulaire reste bien décrit par cette équation jusqu'à des petits angles de l'ordre de quelques degrés. D'autre part, cet algorithme n'impose pas à la solution d'être de norme 1. Il peut en résulter des indéterminations supplémentaires à petit angle. Dans tous les cas, cette méthode de reconstruction n'est pas fiable pour des incidences colinéaires à l'axe. La meilleure précision est obtenue pour des incidences orthogonales. On minimise alors la propagation d'erreur résultant des positions des hydrophones et du calcul de l'angle

### 3.2.4 Localisation d'une source ponctuelle isotrope

Pour la plupart des émissions acoustiques (animaux marins, bruit de surface, explosions sous marines, sonar ...) l'onde sonore va rapidement évoluer vers une situation de champ lointain ( $\sim 1$  m). Aussi on s'attend à avoir un front d'onde sphérique à grande distance. De même, selon les conditions de bruit ambiant, et l'extension de la cascade à la source, le signal acoustique résultant de l'interaction d'un neutrino peut également être dominé par des conditions de champ lointain, avec une courbure significative. Par conséquent, il est intéressant d'étudier des algorithmes de reconstruction de sources ponctuelles de son. Une propriété intéressante pour la reconstruction de cascades est que ces algorithmes permettent d'estimer la distance à laquelle la cascade se trouve de nos hydrophones. Etant mesurée l'amplitude du signal sonore et étant donné un modèle de génération et de propagation pour le son, on peut alors estimer l'énergie déposée dans la cascade.

Dans le cas général, notre source sonore, supposée isotrope, est caractérisée par quatre paramètres : La position  $\vec{r}_s = (x_s, y_s, z_s)$  et le temps  $t_s$  de début de l'émission. Le signal sonore atteint un hydrophone localisé en  $\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$  au temps  $t_i$  tel que :

$$(3-40) \quad (\vec{r}_s - \vec{r}_i)^2 - c_s^2(t_s - t_i) = 0$$

Par suite, la localisation par différence de temps d'arrivée (TdoA) peut être vue comme une extension de la triangulation classique à partir d'un ensemble de distances, à un espace-temps à quatre dimensions munie d'une pseudo norme. A un détail près cependant : la propriété de causalité de notre source qui permet dans certaines situations de lever l'ambiguïté inhérente à la triangulation. En effet, on constatera que les équations (3-40) sont non linéaires. De façon analogue à la triangulation classique elles peuvent être résolues étant donnés quatre hydrophones (au lieu de trois) cependant on a alors deux solutions 'symétriques'. L'indétermination peut toujours être levée par addition d'un hydrophone supplémentaire, bien placé, et quelques fois par la propriété de causalité de la source, l'une des deux solutions étant alors associée à une émission qui aurait lieu après la détection du signal sonore. On pourra trouver une résolution détaillée des cas à trois, quatre et cinq hydrophones, ainsi qu'une analyse des cas de figure ambiguë dans l'article de Spiesberger[90]. Nous allons ici considérer le cas général de  $N \geq 5$  hydrophones.

En premier lieu, en se basant sur l'algorithme présenté par Spiesberger on remarque qu'étant donné au moins cinq hydrophones les équations (3-40) peuvent être ramenées à un système linéaire. Pour cela considérons la différence de deux lignes d'équations associées aux hydrophones  $i$  et  $j$  :

$$(3-41) \quad (\vec{r}_j - \vec{r}_i) \cdot \vec{r}_s - c_s^2(t_j - t_i)t_s = \frac{1}{2}[\vec{r}_j^2 - \vec{r}_i^2 - c_s^2(t_j^2 - t_i^2)]$$



On peut alors construire le système linéaire de  $N(N-1)/2$  équations à 4 inconnues obtenues en considérant les différences entre toutes les paires d'hydrophones tel que :

$$(3-42) \quad RS = D \quad \text{avec} \quad R = \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_i - x_j & y_i - y_j & z_i - z_j & -c_s^2(t_i - t_j) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, \quad S = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \\ t_s \end{bmatrix}$$

$$\text{et} \quad D = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \bar{r}_i^2 - \bar{r}_j^2 - c_s^2(t_i^2 - t_j^2) \\ \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}$$

Ce système d'équation n'est pas minimal. Il génère un espace de rang  $N-1$  au plus. Par conséquent une résolution complète requiert bien cinq hydrophones au moins. Les coordonnées de la source sont estimées par la décomposition en valeurs singulières de la matrice  $R$  et formation du pseudo inverse  $\tilde{R}^{-1}$ , tel que :

$$(3-43) \quad \tilde{S} = \tilde{R}^{-1}D$$

La solution ainsi obtenue minimise l'estimateur de moindre carré suivant :

$$(3-44) \quad \chi^2 = \sum_{(i,j)} (\Delta_i - \Delta_j)^2 = N \sum_{i=1}^N \Delta_i^2 - \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \Delta_i \Delta_j$$

où  $\Delta_i = (\bar{r}_i - \bar{r}_s)^2 - c_s^2(t_i - t_s)^2$  est le résidu de localisation de la source relatif au  $i^{\text{ème}}$  hydrophone. En admettant que les erreurs de mesure sont non corrélées entre les différents hydrophones et que le nombre  $N$  d'hydrophones est 'suffisamment grand' la fonction de  $\chi^2$  proche du minimum peut être approchée par :

$$(3-45) \quad \chi^2 \approx N \sum_{i=1}^N \Delta_i^2$$

ce qui répond bien à la recherche d'une solution optimale à l'équation (3-40) au sens des moindres carrés. On notera que si en construisant la matrice  $R$  on avait considéré uniquement les différences par rapport à un hydrophone donné, le premier par exemple, on aurait obtenu un estimateur 'déséquilibré' pour les mesures relatives à cet hydrophone.

Par ailleurs la propagation d'erreur peut se calculer au premier ordre d'approximation, de façon analogue à ce qui est montré en Annexe N. Néanmoins nous

verrons par la suite que du fait de la géométrie compacte inadaptée à cette méthode les erreurs sont importantes, soit non nécessairement limitées au premier ordre.

### Localisation à partir de 3 hydrophones alignés

Il semble intéressant de considérer le cas particulier de 3 hydrophones parfaitement alignés. Dans ces conditions, en notant  $(Oz)$  l'axe défini par les hydrophones, l'équation (3-41) se simplifie selon :

$$(3-46) \quad (z_j - z_i)z_s - c_s^2(t_j - t_i)t_s = \frac{1}{2}[z_j^2 - z_i^2 - c_s^2(t_j^2 - t_i^2)]$$

Aussi, le temps d'émission de la source, et par suite sa distance, peut être déterminée de façon non ambiguë à partir de seulement 3 hydrophones, à la condition toutefois que la source ne soit pas également localisée sur l'axe  $(Oz)$ . Pour la résolution, une méthode de décomposition en valeurs singulières peut être utilisée comme explicité précédemment.

### 3.2.5 Reconstruction d'une source sonore linéique à symétrie cylindrique

Nous allons ici chercher à reconstruire une cascade 'idéalement simplifiée' à partir des temps d'arrivée de son signal acoustique sur un ensemble d'hydrophones. Notre signal acoustique est réduit à une source sonore linéique rayonnant une onde de pression orthogonalement à son axe et à la célérité du son  $c_s$ . Ce modèle rend compte du signal acoustique d'une cascade dans des conditions de champ proche et pour des récepteurs localisés à des altitudes relatives proches du maximum de densité. Dans ces conditions, comme on peut le voir dans la partie 1.4.3 la courbure est faible et les temps d'arrivée du son peuvent être compatibles avec une source linéique à mieux qu'une dizaine de  $\mu s$ .

Les paramètres que l'on va chercher à reconstruire sont l'orientation  $\vec{u}$  de la cascade et les coordonnées relatives des hydrophones dans le système de coordonnées cylindriques centré selon l'axe de la cascade. Cependant, on notera qu'il n'est pas possible avec un tel modèle de propagation de localiser de façon absolue la position du vertex primaire en utilisant les seuls temps d'arrivée du son. Par suite notre reconstruction est entièrement déterminée par la donnée d'un point quelconque, de coordonnées  $\vec{r}_s$ , situé sur l'axe de la cascade et de l'orientation  $\vec{u}$  de celle-ci. Puisque le son se propage orthogonalement à l'axe de la cascade le front d'onde atteint un point  $\vec{r}$  de l'espace au temps  $t$  tel que :

$$(3-47) \quad (\vec{r} - \vec{r}_s)^2 - [(\vec{r} - \vec{r}_s) \cdot \vec{u}]^2 - c_s^2(t - t_s)^2 = 0$$

où  $t_s$  est le temps d'émission du signal. Par un choix particulier de  $\vec{r}_s$  on peut imposer que  $\vec{r}_s \cdot \vec{u} = 0^2$ . On arrive ainsi à une équation simplifiée dans laquelle les inconnues  $\vec{u}$  et  $\vec{r}_s$  sont découplées, selon :

$$(3-48) \quad (\vec{r} - \vec{r}_s)^2 - c_s^2(t - t_s)^2 = (\vec{r} \cdot \vec{u})^2$$

Cette dernière équation est similaire à l'équation (3-40) qui traite le cas d'un point source, mais avec un terme supplémentaire dépendant de l'orientation de la cascade. Elle est quadratique selon les inconnues  $\vec{r}_s$ ,  $t_s$  et  $\vec{u}$  mais peut être linéarisée selon  $\vec{r}_s$  et  $t_s$  en considérant les différences entre deux hydrophones, comme précédemment. Néanmoins, elle reste quadratique en  $\vec{u}$  puisque notre modèle de signal sonore ne rend pas compte de la direction absolue de l'orientation de la cascade source. Aussi on s'attend à ce qu'une résolution non ambiguë, au détail près du sens de la cascade, demande au moins sept hydrophones.

Une résolution est possible en utilisant une méthode itérative de gradient semblable à celle utilisée pour le système de positionnement GENISEA-ECA [66] du détecteur ANTARES. A chaque pas d'itération on calcule des 'petites' corrections  $\Delta\vec{r}_s$ ,  $\Delta t_s$  et  $\Delta\vec{u}$  aux estimations précédentes  $\vec{r}_s^{(n)}$ ,  $t_s^{(n)}$  et  $\vec{u}^{(n)}$  des inconnues. Ces corrections doivent satisfaire à l'équation (3-48) selon :

$$(3-49) \quad (\vec{r} - \vec{r}_s^{(n)} - \Delta\vec{r}_s)^2 - c_s^2(t - t_s^{(n)} - \Delta t_s)^2 = (\vec{r} \cdot \vec{u}^{(n)} + \vec{r} \cdot \Delta\vec{u})^2$$

Puisque ces corrections sont supposées petites, on les estime au premier ordre d'approximation, par linéarisation de l'équation précédente de telle sorte que :

$$(3-50) \quad 2(\vec{r} - \vec{r}_s^{(n)}) \cdot \Delta\vec{r}_s - 2c_s^2(t - t_s^{(n)})\Delta t_s + 2(\vec{r} \cdot \vec{u}^{(n)})(\vec{r} \cdot \Delta\vec{u}) = \chi_n(\vec{r}, t)$$

où  $\chi_n$  est le résidu à la n<sup>ième</sup> itération donné par évaluation de l'équation (3-48) selon :

$$(3-51) \quad \chi_n(\vec{r}, t) = (\vec{r} - \vec{r}_s^{(n)})^2 - (\vec{r} \cdot \vec{u})^2 - c_s^2(t - t_s)^2$$

D'autre part, on peut également tenir compte du fait que l'orientation  $\vec{u}$  de la cascade est de norme 1 ( $\vec{u}^2 = 1$ ) et de notre choix particulier pour  $\vec{r}_s$  tel que  $\vec{r}_s \cdot \vec{u} = 0$ . Au premier ordre d'approximation également on en déduit les conditions suivantes :

---

<sup>2</sup> On impose ainsi que  $\vec{r}_s$  soit le point d'émission de la cascade qui est associée au signal détecté à l'origine du repère

$$(3-52) \quad \begin{cases} \Delta \vec{u} \cdot \vec{u}^{(n)} = 0 \\ \Delta \vec{u} \cdot \vec{r}_s^{(n)} + \Delta \vec{r}_s \cdot \vec{u}^{(n)} = 0 \end{cases}$$

Maintenant, si l'on introduit les coordonnées  $(x_i, y_i, z_i)$  des hydrophones et le temps d'arrivée du son  $t_i$  les équations (3-51) et (3-52) conduisent à un système matriciel du type  $R_n \Delta S = D_n$  analogue au cas d'une source ponctuelle, mais où les inconnues sont des corrections itératives au premier ordre au lieu des solutions exactes. Les matrices  $R_n$ ,  $\Delta S$  et  $D_n$  sont de la forme:

$$(3-53) \quad R_n = \begin{bmatrix} x_1 - x_s^{(n)} & y_1 - y_s^{(n)} & z_1 - z_s^{(n)} & -c_s^2(t_1 - t_s) & q_1^{(n)} x_1 & q_1^{(n)} y_1 & q_1^{(n)} z_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_N - x_s^{(n)} & y_N - y_s^{(n)} & z_N - z_s^{(n)} & -c_s^2(t_N - t_s) & q_N^{(n)} x_N & q_N^{(n)} y_N & q_N^{(n)} z_N \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \alpha u_x^{(n)} & \alpha u_y^{(n)} & \alpha u_z^{(n)} \\ \beta u_x^{(n)} & \beta u_y^{(n)} & \beta u_z^{(n)} & 0 & \beta x_s^{(n)} & \beta y_s^{(n)} & \beta z_s^{(n)} \end{bmatrix}$$

$$\Delta S = \begin{bmatrix} \Delta x_s \\ \Delta y_s \\ \Delta z_s \\ \Delta t_s \\ \Delta u_x \\ \Delta u_y \\ \Delta u_z \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad D_n = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \chi_n(\vec{r}_1, t_1) \\ \vdots \\ \chi_n(\vec{r}_N, t_N) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

La quantité  $q_i^{(n)}$  est un produit scalaire définie comme  $q_i^{(n)} = \vec{r}_i \cdot \vec{u}^{(n)}$ . Du fait des erreurs de mesure il est de nouveau pratique d'utiliser une résolution par décomposition en valeurs singulières de la matrice  $R_n$  de façon à estimer la 'meilleure' correction à appliquer. Aussi les conditions relatives à l'équation (3-52) sont pondérées par des facteurs  $\alpha, \beta \gg 1$  de façon à imposer qu'elles soient rigoureusement satisfaites. En effet la méthode tend à minimiser l'estimateur de moindre carré formé par le résidu  $\chi^2$  de  $R_n \Delta S = D_n$  ayant pour expression approchée, près de la convergence :

$$(3-54) \quad \chi^2 \approx \sum_{i=1}^N \chi_n^2(\vec{r}_i, t_i) + \alpha^2 (\vec{u} \Delta \vec{u}) + \beta^2 (\Delta \vec{r}_s \cdot \vec{u} + \Delta \vec{u} \cdot \vec{r}_s)$$

Rien n'impose une convergence rigoureuse vers une solution. Cependant, si il y a convergence exacte, avec un résidu nul, on peut vérifier à partir des équations (3-50), (3-51) et (3-52) que cette solution sera exacte. Pour un système sur-contraint, du fait des erreurs de mesure il n'y aura pas de solution exacte. l'algorithme va alors converger vers un minimum local ou absolu du résidu.

Puisque cette méthode est itérative elle demande une première estimation de la solution par une méthode annexe afin d'initier la convergence. La pertinence de cette première estimation va conditionner la convergence vers le minimum absolu, ou vers une quasi-solution miroir. Pour contraindre cette première estimation on peut se servir de l'algorithme présenté précédemment pour estimer la direction d'incidence locale  $\vec{n}$  du son et la direction de la source. L'orientation  $\vec{u}$  de la cascade doit être approximativement orthogonale à la direction  $\vec{n}$  estimée. Dans tous les cas il est préférable de faire plusieurs essais afin de cartographier les minima secondaires du résidu. Pour les cas présentés par la suite dans les parties 3.3.5 et 3.3.6 nous avons fait plusieurs séries de tentatives pour des orientations initiales  $\vec{u}^{(0)}$  variant par pas de  $45^\circ$  par rotation autour de l'axe  $\vec{n}$  et des positions initiales de la source  $\vec{r}_s^{(0)}$  à différentes distances selon la direction  $\vec{n}$ .

De nouveau il est possible d'estimer l'erreur au premier ordre d'approximation à partir du pseudo inverse à la convergence. Un exemple est donné dans le rapport suivant [66]. Néanmoins, du fait de la géométrie compacte inadaptée la propagation ne se limite pas nécessairement aux termes du premier ordre. Aussi, nous avons eu recours à des simulations par la suite.

### 3.2.6 Reconstruction d'une source ponctuelle à partir de deux directions

Etant connue les directions d'incidence du son  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  en deux positions distinctes  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  de l'espace il est possible de localiser la source que nous supposons ponctuelle dans cette partie. Les directions d'incidence  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  peuvent être déterminées en appliquant l'approximation d'onde quasi plane présentée en 3.2.1 à deux groupes ou 'antennes' compacts d'hydrophones, par exemple. Localiser la source revient alors à chercher l'intersection des droites  $\Delta_1(\vec{r}_1, \vec{n}_1)$  passant par  $\vec{r}_1$  et de vecteur directeur  $\vec{n}_1$  et  $\Delta_2(\vec{r}_2, \vec{n}_2)$ . Cependant, du fait des erreurs de mesure sur les positions des hydrophones ou sur les directions d'incidence en pratique ces deux droites ne vont pas avoir d'intersection exacte dans un espace tri-dimensionnel. Néanmoins il est toujours possible de déterminer le couple de points  $(S_1 \in \Delta_1, S_2 \in \Delta_2)$  tel que la distance d'approche  $S_1 S_2$  soit minimale. La position milieu  $S_0$  entre les points  $S_1$  et  $S_2$  donne alors une estimation de la position de la source. Elle est calculée en Annexe O et a pour expression :

$$(3-55) \quad \vec{r}_s \approx \frac{1}{2}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2) + \frac{1}{2(1 - (\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2)^2)} \left\{ [(\vec{n}_1 \cdot \vec{\Delta}) - (\vec{n}_2 \cdot \vec{\Delta})(\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2)]\vec{n}_1 + \dots \right. \\ \left. [(\vec{n}_1 \cdot \vec{\Delta})(\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2) - (\vec{n}_2 \cdot \vec{\Delta})]\vec{n}_2 \right\}$$

avec  $\vec{\Delta} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ . Cette méthode reste néanmoins un algorithme de localisation et par conséquent il souffre des mêmes inconvénients que les autres algorithmes de localisation. Une bonne précision de localisation demande des antennes espacées l'une de l'autre ce qui est incompatible avec une bonne efficacité géométrique de détection de cascades. Cependant, comme nous le verrons par la suite dans la partie 3.3.7 la donnée des deux directions d'incidence  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  fournit une indication fiable quant à la précision de la localisation. En effet, on peut voir à partir de l'équation (3-55) que la propagation d'erreur au premier ordre est divergente pour des directions d'incidence colinéaires ( $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 = \pm 1$ ), ce qui est à peu près le cas pour des antennes localisant des événements éloignés.

D'autre part, pour des sources localisées à plus de quelques kilomètres l'algorithme n'est plus rigoureusement valable, car il faut alors tenir compte des effets de réfraction. La direction d'incidence du son sur l'antenne sera défléchi par rapport à la direction d'émission du rayon incident. On attend des variations d'angle de l'ordre de 1° tous les 2 km de propagation [58].

Enfin, nous notons par ailleurs que cette méthode de pointé admet une généralisation à plus de 2 antennes détectrices. Néanmoins, du fait de la forte directivité de notre signal, l'augmentation du nombre de détecteur en coïncidence se traduit par une chute de l'efficacité géométrique. C'est pourquoi nous nous sommes ici limité au cas de deux antennes.

### 3.2.7 Reconstruction d'une source linéique à partir de deux directions

Dans le cas d'une source linéique, même en l'absence d'erreurs de mesure il n'y a aucune raison pour que les deux droites  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$  admettent une intersection, puisque le son n'est pas émis depuis un point source unique. Cependant, dans les conditions de champ proche l'émission est sensiblement perpendiculaire à l'orientation  $\vec{u}$  de la cascade. Pour notre modèle simplifié, en l'absence d'erreurs de mesure les directions d'incidence  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  sont orthogonales à  $\vec{u}$ . Par suite, puisque la direction de développement de la cascade est arbitraire avec ce modèle, à la condition que les directions d'incidence  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  ne sont pas colinéaires une estimation de l'orientation de la cascade est donnée par :

$$(3-56) \quad \vec{u} = \frac{\vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2}{|\vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2|}$$

Par ailleurs les points  $S_1$  et  $S_2$  donnés par l'algorithme de pointé d'une source ponctuelle correspondent aux points de l'axe de la source linéique, la cascade, en vis à vis des observateurs en  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$ . Une démonstration est donnée en Annexe O. Soit l'algorithme de pointé permet de localiser deux points particuliers le long de l'axe de la cascade dont les coordonnées sont données par :

$$(3-57) \quad \begin{cases} \vec{OS}_1 = \vec{r}_1 + \frac{(\vec{n}_1 \cdot \vec{\Delta}) - (\vec{n}_2 \cdot \vec{\Delta})(\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2)}{1 - (\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2)^2} \vec{n}_1 \\ \vec{OS}_2 = \vec{r}_2 + \frac{(\vec{n}_1 \cdot \vec{\Delta})(\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2) - (\vec{n}_2 \cdot \vec{\Delta})}{1 - (\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2)^2} \vec{n}_2 \end{cases}$$

De plus la distance  $S_1S_2$  est alors un indicateur de la longueur de la cascade. Néanmoins, il faut se souvenir que cet algorithme est fortement sensible aux erreurs de mesure pour des directions d'incidence proches ou colinéaires, ce qui du fait de la directivité du signal représente la majorité des événements, comme on sera amené à le voir dans la partie 3.3.7 par la suite.





### 3.3 Etude de quelques géométries

Une façon imagée de disposer des détecteurs sous-marins à des positions fixes consiste à les ‘jeter par dessus bord’, depuis un bateau, avec une ancre fixée à leur pieds. Néanmoins nous avons vu précédemment que disposer d’hydrophones au raz du sol est une perte en terme d’efficacité géométrique. Par ailleurs, la proximité du sol peut conduire à des interférences par réflexions ainsi qu’à du masquage. Aussi on choisit généralement d’éloigner les hydrophones du fond de la mer. Une manière de procéder est d’ancrer une ligne au fond de la mer avec à son autre extrémité une bouée pour la maintenir verticale. Les hydrophones peuvent alors être attachés près du sommet de la ligne, à plusieurs centaines de mètres du fond. Dans les cas présentés par la suite c’est l’hypothèse que nous avons fait. Les géométries des hydrophones et les valeurs d’immersion utilisées sont compatibles avec des lignes ANTARES. Les volumes efficaces de détection et les performances de la reconstruction sont étudiées par des méthodes Monte-Carlo. Les études analytiques vues précédemment sont utilisés pour interpréter les résultats. Les algorithmes Monte-Carlo utilisés sont explicités en Annexe P pour l’efficacité géométrique et en Annexe Q pour ce qui concerne les incertitudes de mesure et la reconstruction. Pour le signal acoustique d’une cascade nous utilisons un modèle simplifié de disque avec pour paramètres effectifs  $\rho_{\max} = 4$  km et  $L_{\text{eff}} = 40$  m. Ce modèle représente grossièrement le signal émis depuis la zone chaude d’une cascade étendue LPM aux énergies de  $10^{19-20}$  eV. A titre de comparaison, une étude analytique des performances de reconstruction d’un estimateur aléatoire est également donné en Annexe R. Beaucoup des résultats obtenus peuvent s’interpréter à partir de cet exemple.

Par ailleurs, pour corrélérer nos mesures acoustiques à des observation astrophysiques il est nécessaire de localiser précisément les hydrophones dans le référentiel géocentrique. Du fait que les ondes électromagnétiques se propagent mal dans l’eau, et plus particulièrement dans l’eau de mer, on a généralement recours à des méthodes d’acoustique sous-marine pour sonder les grands fonds marins. Ainsi, les positions géocentriques des éléments en pied d’une ligne sont mesurées depuis la surface de la mer à partir d’un bateau équipé d’un transducteur acoustique ainsi que d’un récepteur GPS différentiel [81].

#### 3.3.1 Deux hydrophones solidaires d’une même ligne

Une géométrie relativement ‘simple’ est un alignement de plusieurs hydrophones localisés à différentes immersions sur une même ligne. Nous avons vu précédemment, en 3.2.5, qu’il est possible de reconstruire la projection de la direction de la cascade sur l’axe joignant deux hydrophones. De plus étant donné au moins 3 hydrophones alignés il est possible de reconstruire la distance à la cascade pour une source ponctuelle. Ici nous nous intéressons au premier cas de figure seulement. Le second sera abordé dans la partie suivante. Une vue schématique de cette géométrie à deux hydrophones est représentée sur la Figure 3-8. Nous avons considéré des espacements  $S$  entre les hydrophones de 3, 6, 12 et 24 m. La valeur de 12 m est proche de l’espacement de 15 m entre deux étages d’une ligne ANTARES. L’hydrophone du bas est localisé à 436 m au dessus du fond de la mer, soit proche du sommet d’une ligne complète. La ligne est ancrée à 2500 m de fond. Par ailleurs, tous les résultats présentés par la suite, sauf mention contraire, correspondent à des signaux de cascades de 40 m de longueur efficace et 4 km de portée. Nous avons également effectué des simulations avec des valeurs différentes des paramètres. Ceux sélectionnés ici correspondent à une efficacité maximale, donc une meilleur statistique. C’est pourquoi nous les utilisons pour illustration.

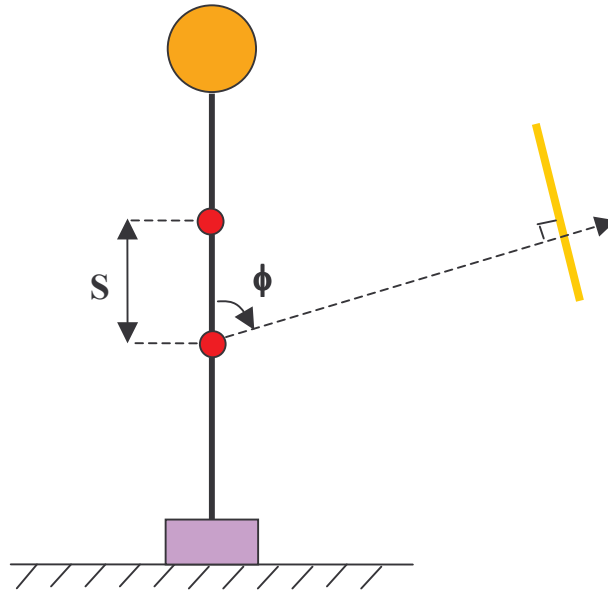


Figure 3-8: Vue schématique de la géométrie à deux hydrophones. L’immersion de l’hydrophone du bas est de 436 m ce qui proche du sommet d’une ligne ANTARES.

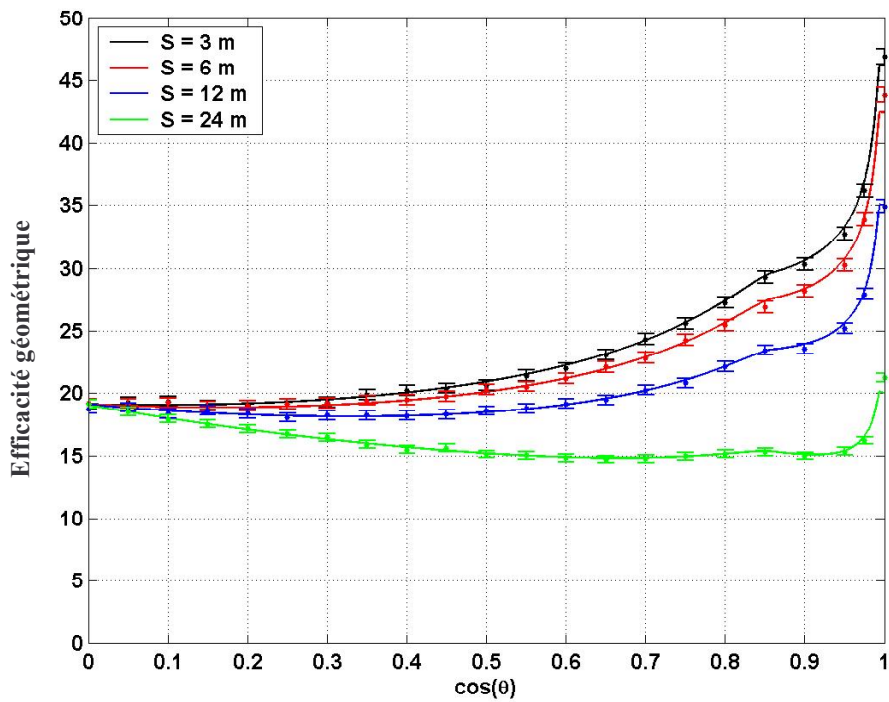


Figure 3-9: Efficacité géométrique de détection d’un alignement vertical de deux hydrophones en fonction de l’angle zénithal  $\theta$  que fait la cascade. Nous avons considérés des signaux issus de cascades de 40 m de longueur efficace et 4 km de portée.

## Efficacité géométrique

L'efficacité géométrique de détection en coïncidence sur les deux hydrophones a été calculées analytiquement ainsi que numériquement à partir des simulations Monte-Carlo. Les efficacités obtenues sont représentées sur la Figure 3-9, comme fonction de l'angle  $\theta$  que fait la cascade avec la direction joignant les hydrophones, et pour plusieurs valeurs de l'espacement  $S$ . Les courbes en trait plein correspondent au calcul analytique, les points aux simulations avec leur estimation d'erreur. Pour le calcul analytique nous avons fait l'approximation de cascades compactes en découplant les termes surface/fond et de coïncidence. Le bon accord entre les simulations et le calcul analytique valide parfaitement cette approximation.

Ainsi les variations d'efficacité géométrique résultent ici d'un compromis entre deux termes antagonistes. Pour de grands angles, des cascades horizontales, l'efficacité est affectée par les effets fond/surface mais pas par les conditions de coïncidence. L'efficacité atteint une valeur asymptotique de l'ordre de 15-20% indépendante de l'espacement entre les hydrophones. Inversement, pour des petits angles, des cascades verticales, l'efficacité est affectée par les conditions de coïncidence mais pas par les effets fond/surface. Une valeur maximale proche de 50% est obtenue pour le plus faible espacement, 3 m. L'efficacité tend à décroître d'autant plus vite que l'espacement est grand, selon  $1/S$  plus précisément. Pour un espacement de 24 m, où les pertes géométriques de coïncidence sont maximales, l'efficacité est relativement stable à 15-20 % sur la quasi totalité des orientations de cascades.

Cet exemple illustre qu'un alignement vertical n'est pas une configuration optimale en terme d'efficacité géométrique, du fait de l'incompatibilité des conditions fond/surface et de coïncidence. Néanmoins construire un alignement horizontal d'hydrophones demande soit plusieurs lignes, soit une structure rigide pour les maintenir. Ces cas seront étudiés par la suite.

## Reconstruction et erreur angulaire

La précision sur la reconstruction de la direction locale de l'onde acoustique a été estimée par des méthodes analytiques et numériques. Nous rappelons préalablement qu'avec deux hydrophones on ne dérive que l'angle  $\phi$  que la direction de propagation de l'onde acoustique fait avec la direction joignant les deux hydrophones. Cette dernière est légèrement différente de la verticale car nous avons inclus des biais de positionnement et des torsions de la ligne dans la simulation. Des détails sur la façon de simuler ces effets sont donnés dans la partie suivante. L'erreur angulaire a été définie comme la différence entre l'angle  $\phi$  reconstruit et sa valeur réelle pour l'orientation réelle de la cascade et les positions réelles des hydrophones. Les résultats obtenus sont représentés sur la Figure 3-10 pour différentes valeurs de l'erreur relative de positionnement  $I$ , définie comme le rapport de l'écart type sur les positions des hydrophones à la distance  $S$  les séparant.

Pour les faibles espacements, 3 m et 6 m, nous avons utilisé de plus faibles erreurs de positionnement, de 1 cm, pour simuler le fait que les hydrophones peuvent alors être solidaires d'une même structure, fixés sur un OMF (Optical Module Frame) d'une ligne ANTARES par exemple. La partie supérieure de la Figure 3-10 montre que l'erreur angulaire est faible, inférieure au degré à 95% de niveau de confiance, pour toutes les géométries considérées et quelle que soit la distance réelle de l'événement. Néanmoins, la détermination du comportement à très courte distance est peu précise, du fait de la faible statistique. Comme attendu l'erreur angulaire moyenne tend à décroître alors que la précision relative sur les positions augmente. D'autre part l'erreur tend à diminuer alors que la distance à l'événement

augmente. Ces variations résultent du mélange de deux facteurs : la propagation des erreurs de positionnement et de temps d'une part et une approximation abusive du front d'onde par une onde plane à courte portée, d'autre part.

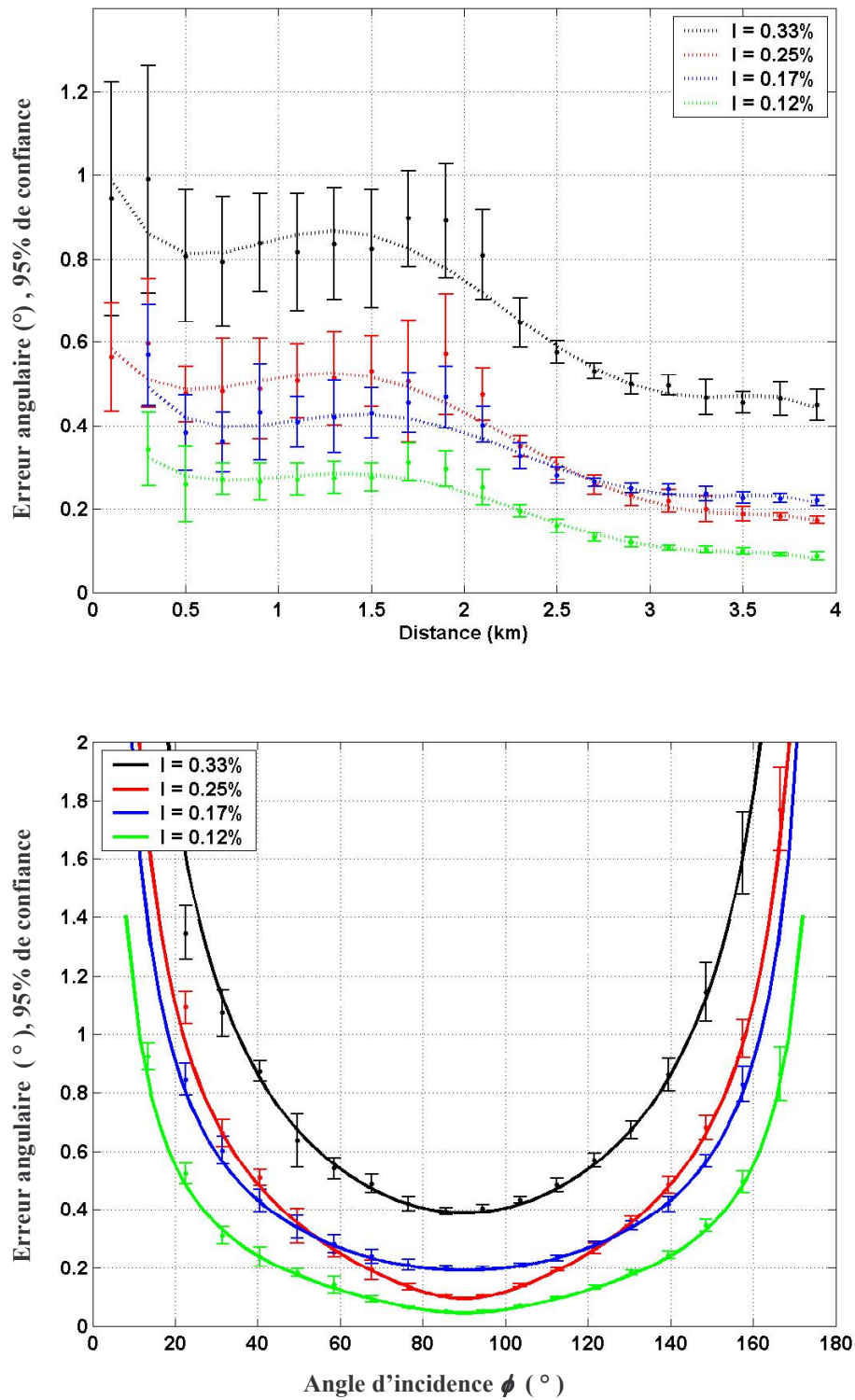


Figure 3-10: Résultats de la reconstruction de la direction locale de l'onde acoustique à partir de deux hydrophones.

L'effet de la propagation d'erreur a été calculé précédemment, en 3.2.3. Ce terme est divergent pour des directions d'incidence verticales, soit pour des cascades horizontales, comme on peut le voir sur la partie du bas de la Figure 3-10. La courbe en trait plein sur cette figure est le résultat du calcul analytique en faisant l'hypothèse d'une statistique gaussienne pour les erreurs de positions et de temps. L'excellent accord avec les simulations est due au fait que nous avons effectivement utilisé une loi statistique gaussienne pour générer les erreurs sur les positions et les temps. L'accord entre simulations et calcul analytique montre également que l'erreur due à la non 'planarité' du front d'onde est en moyenne négligeable, du fait que l'on est dominé par des événements distants.

Le comportement de l'erreur angulaire avec la distance peut alors s'interpréter de la façon suivante. Alors que la distance augmente la direction moyenne des cascades tend à être de plus en plus verticale par le biais des limitations fond/surface. Ceci conduit à une diminution globale de l'erreur angulaire avec la distance. On observe deux inflexions particulières, pour des distances de 400 m et 2 km, ce qui correspond à la distance des hydrophones au fond, puis à la surface. Par suite il apparaît qu'un alignement vertical est une bonne géométrie pour la reconstruction, car il 'sélectionne' les cascades verticales, mieux reconstruites. Cependant, cette géométrie n'est pas efficace en terme de détection. Soit il y a incompatibilité entre une reconstruction efficace et une détection efficace. Nous retrouverons ce résultat pour la plupart des géométries étudiées. Par ailleurs, il faut souligner que la direction reconstruite ici est relative à l'orientation des hydrophones. Des erreurs systématiques supplémentaires vont s'introduire lors du changement du système de coordonnées.

### 3.3.2 Trois hydrophones sur une ligne

Dans cette partie nous étudions une géométrie à 3 hydrophones avec des espacements réguliers de 3, 6 ou 12 m. entre deux hydrophones successifs. Il est utile ici de remarquer que pour un alignement parfait de  $N$  hydrophones, si les deux extrémités détectent le signal de la cascade alors l'ensemble des hydrophones de la ligne le détecte. Par conséquent, pour un tel alignement, le volume efficace de détection en coïncidence par tous les hydrophones est simplement égal au volume efficace en coïncidence par les deux hydrophones extrêmes. Par conséquent, pour un alignement l'efficacité en coïncidence chute alors que les cascades tendent à être verticales, soit lorsque la distance augmente. Pour limiter cette perte il convient de choisir une distance totale entre les hydrophones inférieure à la longueur efficace du signal, soit  $2S \leq L_{eff} = 40$  m pour cette étude.

On pourra se reporter au document suivant [91] pour un tracé de l'efficacité géométrique en coïncidence sur les 3 hydrophones. On vérifie que les résultats sont identiques à ceux obtenus pour la géométrie à deux hydrophones à condition de prendre l'espacement total, soit de multiplier par 2 la valeur de l'espacement  $S$ .

### Reconstruction et erreurs d'alignement

La reconstruction de la distance de la cascade à la ligne joignant les hydrophones est réalisées avec l'algorithme de source ponctuelle présenté en 3.2.4. Nous rappelons que cet algorithme fait l'hypothèse d'un alignement parfait. En pratique, du fait des courants, la ligne n'est pas verticale, mais adopte un profil courbé de 'chaînette'. Ce profil est décrit approximativement par une fonction sinus hyperbolique de la forme :

(3-58)

$$z(\rho) = z_0 \sinh(a\rho + b)$$

Les valeurs des paramètres  $z_0$ ,  $a$  et  $b$  ont été déterminés à partir des déformations mesurées sur une ligne ANTARES prototype, Ligne 5 [92], par un fort courant de 25 cm/s. On constate que localement, sur des espacements de 10 m, les trois hydrophones restent alignés à quelques millimètres près, même si par contre ils ne sont plus alignés avec la verticale. Par conséquent ces erreurs sont négligeables en comparaison des erreurs de positionnement.

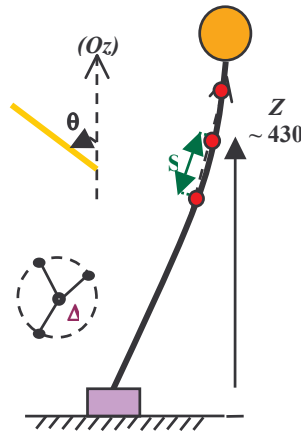


Figure 3-11: Alignement de 3 hydrophones. Les hydrophones sont en fait désaxés d'une distance  $\Delta$  par rapport au câble porteur de la ligne.

Un effet plus important est que sur les géométries actuelles les hydrophones sont désaxés du câble porteur, d'une distance  $\Delta$  de environ 1 m, pour limiter les réflexions et masquage acoustiques sur les sphères des modules optique et par le conteneur électronique. Du fait qu'il n'est pas possible de contrôler la torsion du câble durant l'immersion il en résulte une répartition 'aléatoire' des hydrophones autour du câble porteur. Cette rotation est mesurée 'après coup', une fois la ligne immergée, par les inclinomètres-compas répartis sur les lignes.

Pour simuler cet effet nous avons considéré 3 cas de figure. Le cas idéal, en l'absence de biais, un cas plus réaliste, mais optimiste, avec 10 cm de biais par rapport au câble porteur et le cas correspondant à la géométrie d'un ligne ANTARES avec 1 m de biais. Pour les deux dernier cas les hydrophones sont répartis aléatoirement autour de l'axe du câble porteur. Par contre nous supposons que nous connaissons encore leur position à la précision de 3cm d'écart type du positionnement acoustique.

### Résultats de la reconstruction

Les résultats obtenus en l'absence de biais sont représentés sur la Figure 3-12. On pourra se reporter au document suivant [91] pour les autres cas. Sur la partie supérieure est représenté le ratio d'erreur maximum pour l'estimation de la distance, à 95% de confiance, en fonction de la distance reconstruite. Ce ratio est définie en Annexe Q comme le rapport des distances reconstruites et des distances réelles, soit il donne le facteur d'erreur sur la distance. On remarque que l'on retrouve l'allure générale observée pour un estimateur aléatoire de la distance, donnée en Annexe R, et représenté ici en trait plein vert sur ce même graphe. C'est à dire qu'on a une divergence aux courtes distances, du fait de la pollution par une forte statistique d'événements lointains mal reconstruits. Par ailleurs on retrouve un accroissement sensiblement linéaire aux grandes distances.



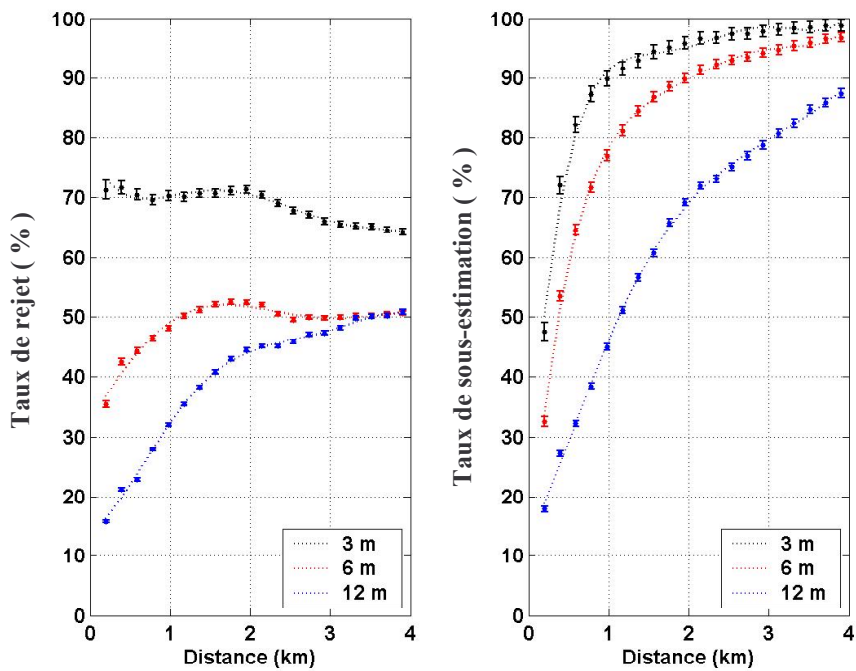
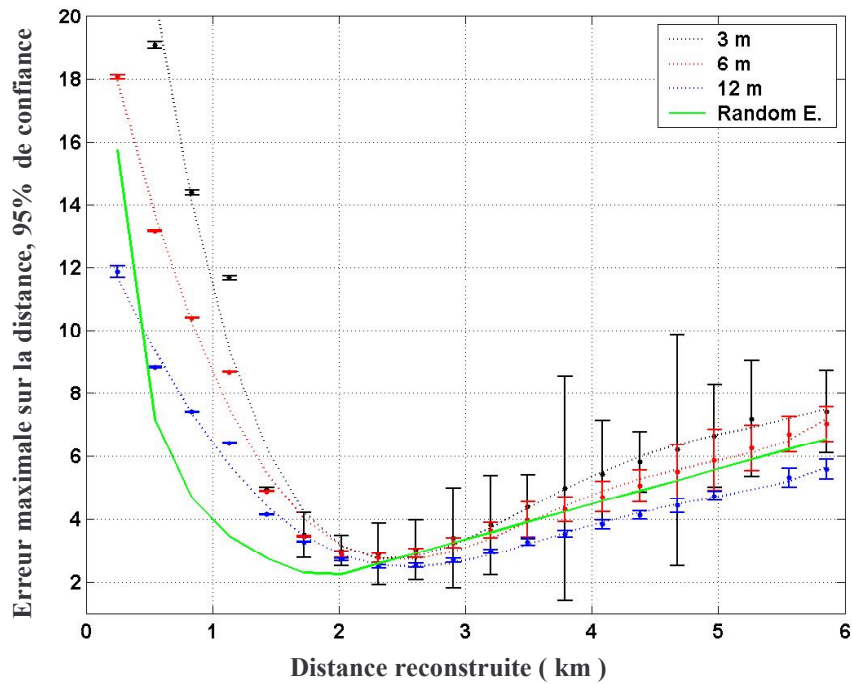


Figure 3-12: Résultats de la reconstruction d’une cascade par trois hydrophones parfaitement alignés. On peut voir que même dans ce cas idéal la distance estimée est peu fiable, comparable à une estimation aléatoire (courbe verte).

On constate que même dans ce cas idéal, pour de grands espacement  $S = 12$  m la distance estimée est à peine plus fiable que ce que donnerait un estimateur aléatoire de la distance. Pour des espacements inférieurs les résultats sont pires, les erreurs relatives sur les positions étant plus grandes. Si on inclut des biais par rapport au câble porteur la fiabilité se détériore.

Le taux de rejet, par coupure sur les distances reconstruites est montré sur le cadran inférieur gauche. Nous avons sélectionné les distances reconstruites comprises entre 100 m et 6 km. Ce choix est justifié par les résultats obtenus en Annexe R. Le taux de rejet varie de 15% à 70% selon les distances vraies et l'espacement. Il atteint 99% pour des biais à l'axe central de 1 m. Toutes chose égales par ailleurs, le taux de rejet diminue si on augmente l'espacement entre les hydrophones, l'erreur relative étant réduite. Sur la partie inférieure droite on peut voir le taux de sous-estimation de la distance, après avoir appliqué les coupures. Les valeurs sont systématiquement plus fortes que celles données par l'estimateur aléatoire. Ce taux est définie comme la fraction d'événements dont la distance reconstruite est inférieure à la distance réelle. On constate également qu'il tend à être d'autant plus important que le taux de rejet augmente. Ces caractéristiques, taux de rejet, taux de sous-évaluation de la distance, montrent un comportement 'malsain' de la reconstruction.

Nous précisons par ailleurs que l'algorithme a été testé pour une source ponctuelle et en l'absence d'erreurs sur les positions et les temps, et que la reconstruction était parfaitement fiable. Il apparaît par conséquent que l'algorithme est extrêmement sensible aux erreurs de mesures, d'alignement, et de courbure du front d'onde du signal. Sauf si il est possible d'atteindre des erreurs d'alignement inférieures à quelques cm sur des distances de la dizaine de mètres, cet algorithme est moins performant qu'un estimateur aléatoire, donc inutile.

### 3.3.3 Quatre hydrophones en antenne

On peut réaliser un arrangement tridimensionnel d'hydrophones en utilisant plusieurs lignes ou en fixant les hydrophones sur une structure rigide elle même attachée à une ligne. Dans le second cas il est difficile d'avoir un grand espacement entre les hydrophones, du fait de la difficulté à manipuler des structures larges depuis un bateau. Par contre, du fait que le support est rigide on peut atteindre de très bonnes précisions relatives sur les positions des hydrophones, jusqu'à 1 pour mille.

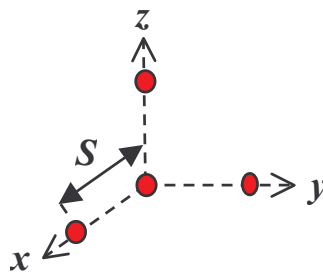


Figure 3-13: Antenne tridimensionnelle de 4 hydrophones. Les hydrophones sont localisés sur l'arête carrée d'un support rigide.

Dans la partie qui vient nous étudions la reconstruction de la direction locale d'une onde acoustique à partir de 4 hydrophones, fixés sur une structure rigide. On peut également reconstruire la position d'une source ponctuelle avec cette géométrie, néanmoins du fait de l'existence de solutions multiples il est préférable d'utiliser au moins 5 hydrophones. La géométrie à 4 hydrophones étudiée ici occupe une arête carrée du support solide. Ils sont localisés en coordonnées Cartésiennes avec un hydrophone à l'origine  $O$  du repère et les trois autres selon les direction  $(Ox)$ ,  $(Oy)$  et  $(Oz)$ , à la distance  $S$  de l'origine (voir Figure 3-13). Le support est placé à 448 m au dessus du fond. Nous avons effectué des simulations pour des

espacements  $S$  de 1, 5 et 10 m et des précisions de 1 ou 3 cm d'écart type sur les positions des hydrophones. Le premier facteur d'erreur reste l'incertitude relative  $I$  sur les positions. Nous rappelons que celle-ci est définie comme le rapport de l'écart type sur les positions à l'espacement  $S$ .

L'efficacité géométrique est représentée sur la Figure 3-14 pour des signaux de cascades de 40 m de long et 4 km de portée. L'efficacité est dominée par les effets fond/surface. Pour un espacement de 1 m le volume efficace est comparable à celui d'un hydrophone unique localisé au centre du repère.

### Reconstruction de la direction d'incidence

Les performances pour la reconstruction de la direction locale d'incidence de l'onde acoustique sont représentées sur la Figure 3-15. On peut voir qu'en accord avec notre approximation d'onde plane l'erreur est divergente à courte portée. Après une centaine de mètres des erreurs inférieures au degrés, à 95% de confiance, sont atteintes pour la meilleure précision relative sur les positions des hydrophones, soit 3 cm sur 10 m ( $I = 0.3\%$ ). La partie inférieure de la Figure 3-15 montre l'erreur angulaire en fonction de l'angle reconstruit que fait la direction d'incidence avec les axes  $(Ox)$ ,  $(Oy)$  ou  $(Oz)$ . La ligne en trait plein correspond au calcul analytique donné par l'équation (3-30). D'après cette dernière, pour la géométrie considérée ici l'écart type sur l'erreur angulaire est donné par :

$$(3-59) \quad \overline{\Delta\theta^2} = \frac{c_s^2 \sigma_t^2 + \sigma_r^2}{S^2} [5 - (n_x + n_y + n_z)^2]$$

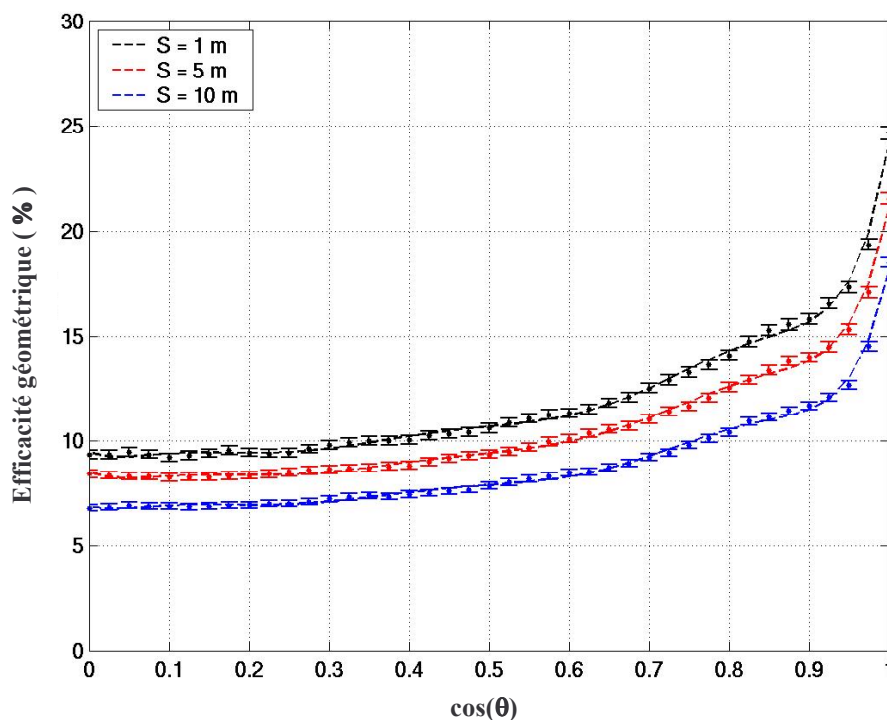


Figure 3-14: Efficacité géométrique de détection 'en coïncidence' pour l'antenne tridimensionnelle à 4 hydrophones. Les signaux de cascades ont une longueur efficace de 40 m et 4 km de portée.

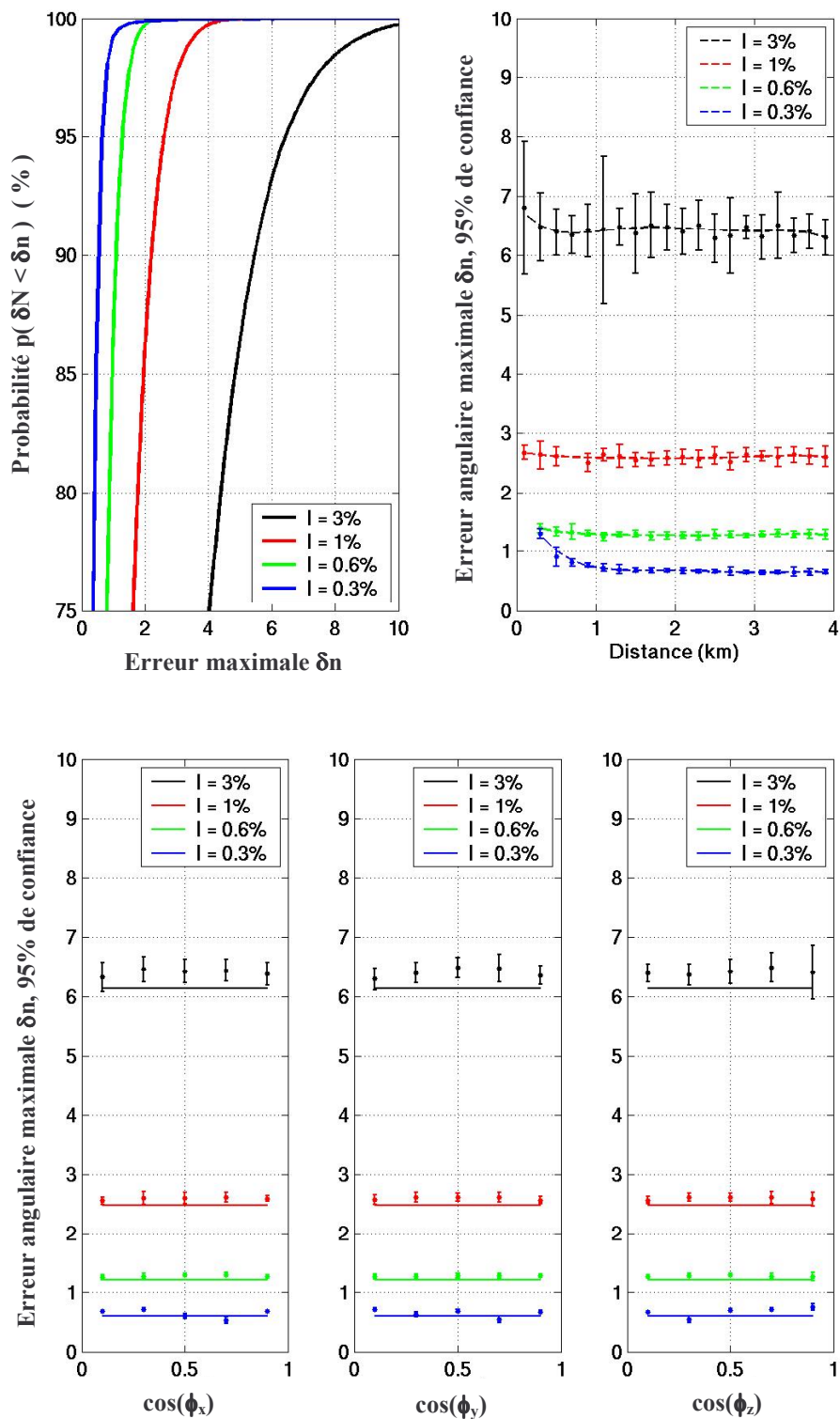


Figure 3-15: Résultats de la reconstruction de la direction locale d'incidence de l'onde acoustique par une antenne à 4 hydrophones. La figure en haut à gauche montre la probabilité cumulée de faire une erreur inférieure à  $\Delta n$  sur la direction. On en déduit les erreurs angulaire à 95% en fonction de la distance (en haut à droite) et de la projection de la direction d'incidence selon les directions  $(Ox)$ ,  $(Oy)$  et  $(Oz)$  (figures du bas).

L'erreur à 95% de confiance a été calculée en faisant l'hypothèse d'une loi exponentielle en  $\Delta\theta^2$  avec une valeur moyenne donnée par l'équation précédente. On peut voir un bon accord entre le calcul au 1<sup>er</sup> ordre et les simulations Monte-Carlo. On notera également que d'après l'équation (3-59) précédente l'erreur angulaire varie de moins de 50% avec la direction d'incidence, avec cette géométrie d'hydrophones. Par conséquent la résolution de cet algorithme de reconstruction est relativement stable. Nous notons par ailleurs que la géométrie optimale pour une erreur angulaire 'plate' avec la direction d'incidence est un arrangement pyramidal, à 4 cotes égaux, des hydrophones. Ce type de géométrie est utilisé sur un prototype immergé au lac Baïkal [93]. Néanmoins, il nous faut souvent composer avec des contraintes mécaniques, des géométries imposées par l'utilisation de supports rigides existants. C'est pourquoi nous avons ici étudié cette géométrie en arrête, compatible avec un cadre présent au CPPM.

### 3.3.4 Cinq hydrophones en coïncidence repartis entre quatre lignes

Dans la suite nous étudions une géométrie à 4 lignes avec deux hydrophones par ligne, tel que représentée sur la Figure 3-16. Les hydrophones sont localisés à des altitudes de 448 m et 448-S m, avec  $S \in \{12;24;36\}$  m, par rapport au fond de la mer. La hauteur totale d'eau est toujours de 2500 m. La distance entre deux lignes est de 60 m.

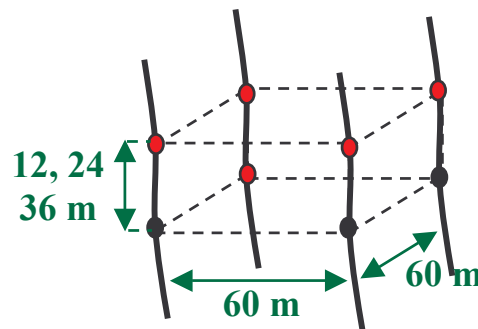


Figure 3-16: Géométrie à 4 lignes avec deux hydrophones par ligne. Selon les algorithmes 5 ou 8 hydrophones sont utilisés pour la reconstruction.

Dans cette partie nous étudions la possibilité de reconstruire la distance de la cascade aux hydrophones en utilisant un algorithme de localisation de source ponctuelle. Pour cela nous demandons à ce qu'au moins 5 des 8 hydrophones détectent le signal issu d'une même cascade. L'efficacité géométrique pour cette condition de coïncidence est représentée sur la Figure 3-17. La statistique est relativement faible, car la distance de base de 60 m est grande devant la longueur efficace de 40 m pour les signaux de cascades simulées. Il en résulte une coupure sur l'efficacité géométrique pour des cascades faisant un angle supérieur à 60° avec la verticale. Pour des cascades verticales l'efficacité décroît alors que l'espacement  $S$  augmente. Le volume efficace est d'environ 50% de ce que l'on aurait avec un hydrophone unique, pour les cascades verticales. Pour les cascades horizontales les effets fond/surface jouent peu, les conditions de coïncidence étant bien plus drastiques.

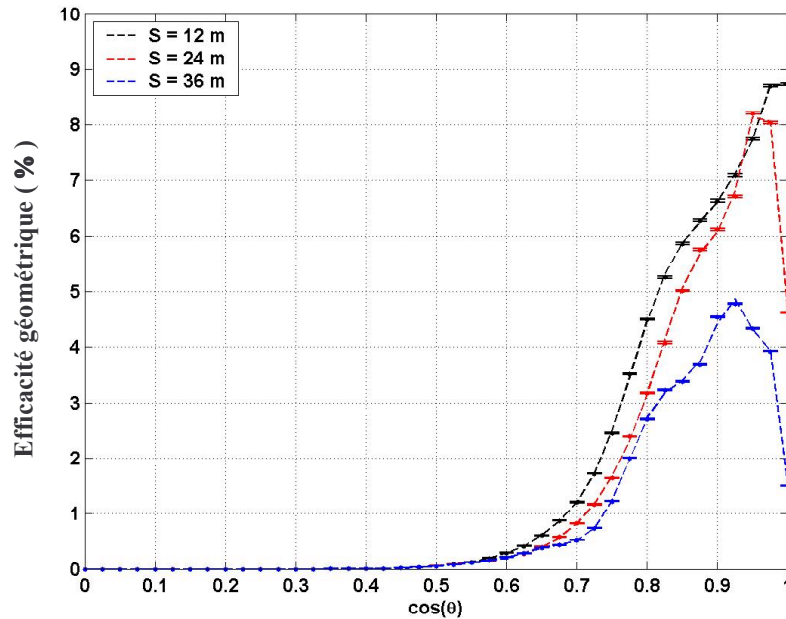


Figure 3-17: Efficacité géométrique pour au moins 5 hydrophones sur 8 en coïncidence. Les signaux de cascades font 40 m de long et ont 4 km de portée.

### Performances de la reconstruction

Les performances pour la reconstruction de la distance à partir de l'algorithme de source ponctuelle sont représentées sur la Figure 3-18. A grandes distances reconstruites l'estimation est bien plus fiable que précédemment, avec un alignement d'hydrophones. A courtes distances la fiabilité est similaire à celle d'un estimateur aléatoire avec un effet de pollution par les événements lointains mal reconstruits. Le minimum du ratio d'erreur est de 1.3-1.4 pour des distances reconstruites de l'ordre de 3 km. Pour des distances reconstruites comprises entre 2 et 4 km le ratio d'erreur reste inférieur à 2 pour les 3 valeurs de l'espacement considérées. Par ailleurs, à grandes distances reconstruites la fiabilité augmente alors que l'espacement vertical augmente, soit alors que l'erreur relative sur les positions diminue.

Les figures du bas montrent le taux de rejet dû aux coupures sur les distances ainsi que le taux de sous-estimation des distances. Le taux de rejet augmente rapidement pour des événements proches et plus doucement pour des événements lointains. L'accroissement aux courtes distances est attribué à la courbure cylindrique du front d'onde alors que l'algorithme cherche à reconstruire une courbure sphérique. Aux grandes distances cet effet devient moins sensible puisque la courbure du front d'onde diminue. Par contre on est alors plus sensible aux erreurs de mesure, le front d'onde étant quasi-plat. Les taux de rejet restent cependant modérés, inférieurs à 30%. Le taux de sous-estimation des distances varie entre 50 et 70% ce qui montre un comportement relativement sain. Par ailleurs, la sélection des événements verticaux, de par la géométrie des hydrophones, joue ici un rôle favorable pour la reconstruction du front d'onde cylindrique par un algorithme du type source ponctuelle.



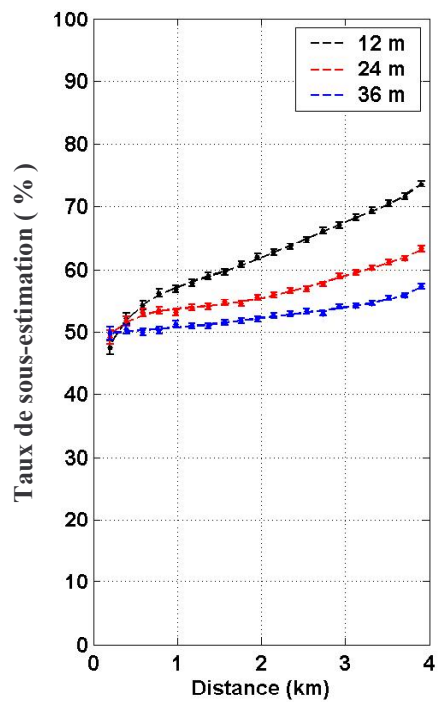
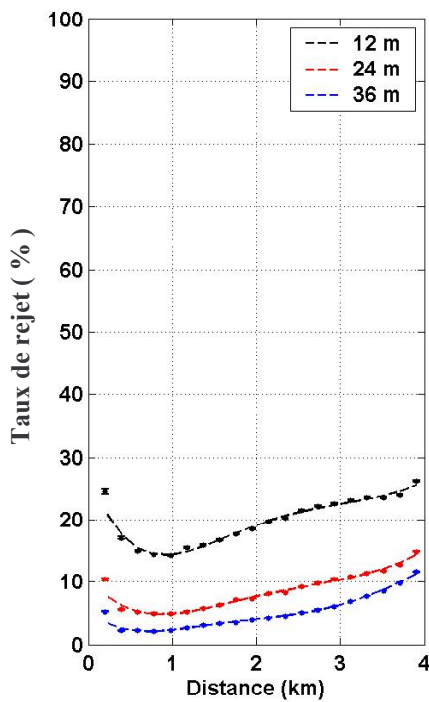
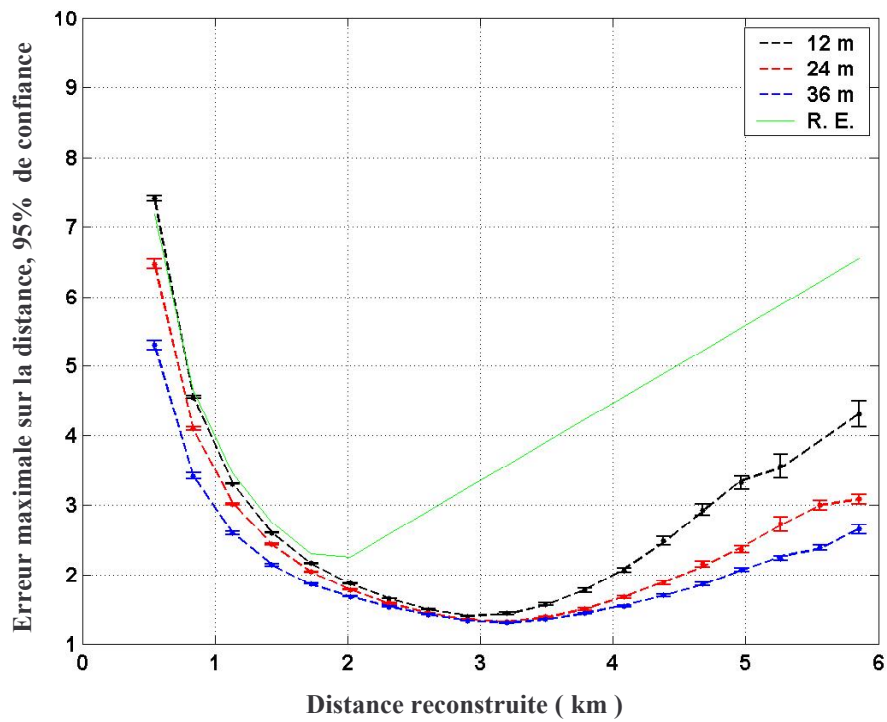


Figure 3-18: Résultats de la reconstruction de signaux de cascades en utilisant un algorithme de localisation de sources ponctuelles. On impose qu'au moins 5 des 8 hydrophones détectent le signal issu d'une même cascade.



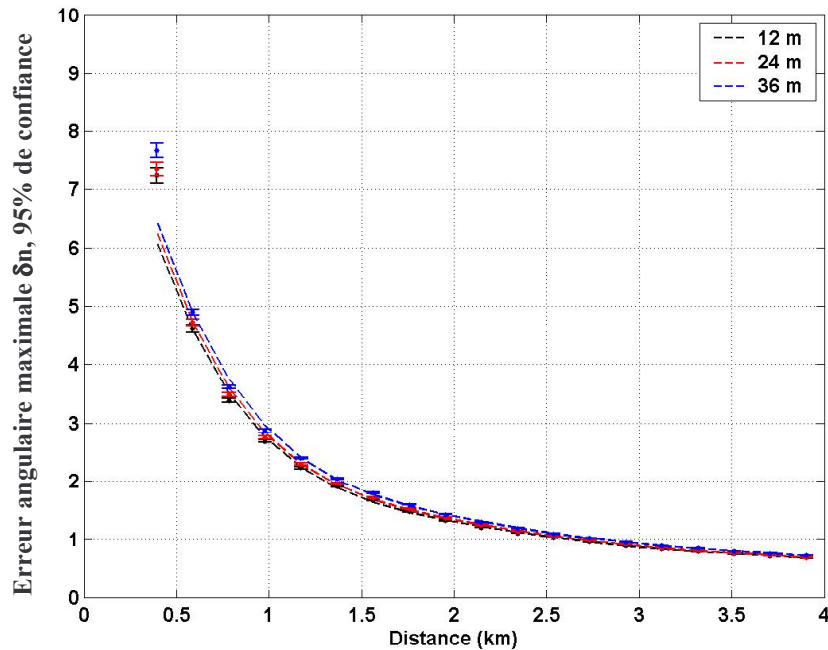


Figure 3-19: Résultats pour la reconstruction de la direction locale d'incidence de l'onde acoustique avec une géométrie à au moins 5 sur 8 hydrophones.

Nous avons également reconstruit la direction locale du signal acoustique, pour ces événements à au moins 5 hydrophones. Les résultats obtenus sont représentés sur la Figure 3-19. La précision descend en-dessous du degré pour des distances supérieures à 3 km. Par ailleurs l'erreur angulaire est divergente pour des distances du km et moins. En comparaison des structures rigides à 4 hydrophones étudiées précédemment les résultats sont bien pires à courte distance puis équivalents au delà de 2 km. Ceci est attribué au grand espacement entre les hydrophones résultant dans le fait que l'approximation d'onde plane localement ne devient valable qu'aux grandes distances.

### 3.3.5 Sept hydrophones en antenne

Nous étudions ici l'application de 3 algorithmes de reconstruction au cas d'une géométrie compacte de 7 hydrophones. Les hydrophones sont localisés sur une structure rigide avec une précision de 1 cm en écart type. La géométrie adoptée est tridimensionnelle avec 6 hydrophones occupant les centre des faces d'un cube et le septième son centre. Cette géométrie permet la reconstruction de la direction d'incidence, la localisation de sources ponctuelles et de source linéiques. L'espacement  $S$  entre les hydrophones était de 1, 5 et 10 m selon les cas étudiés. On peut ainsi atteindre des précisions relatives de 0.5 pour mille. Néanmoins des structures de 10 à 20 m d'extension totale sont peu pratique à manipuler.

L'efficacité géométrique pour notre antenne de 7 hydrophones a une allure similaire à ce qui a été obtenu précédemment pour une antenne à 4 hydrophones. Elle est dominée par les effets fond/surface. Les volumes efficaces sont du même ordre de grandeur pour les deux antennes. Si on compare à la géométrie à 4 lignes, avec 5 hydrophones au moins en coïncidence, l'efficacité pour notre antenne de 7 hydrophones est meilleure, particulièrement pour des cascades horizontales.

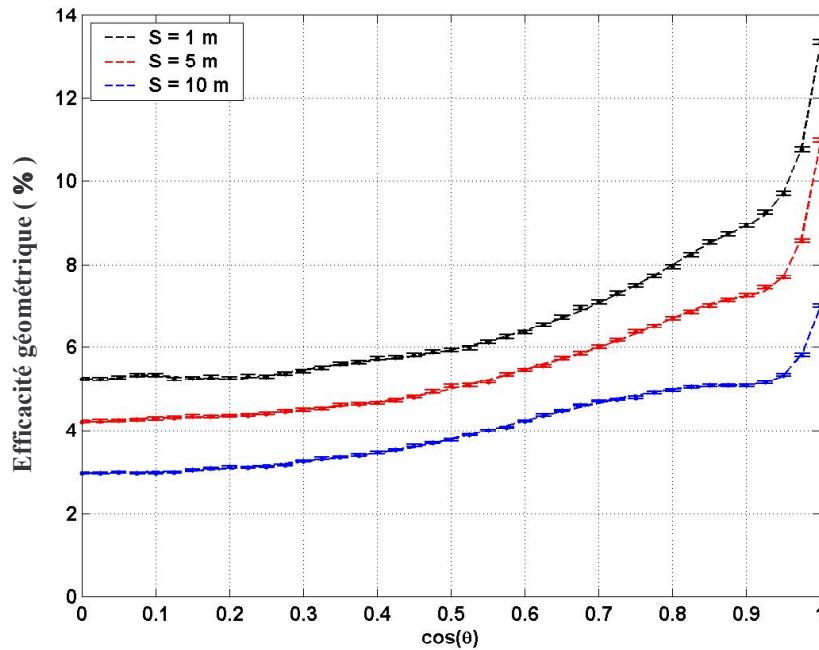


Figure 3-20: Efficacité géométrique d'une antenne de 7 hydrophones pour la détection de signaux issus de cascades. Les cascades ont une longueur efficace de 40 m et 4 km de portée.

Les résultats obtenus pour la reconstruction d'une source ponctuelle et linéique sont représentés sur la Figure 3-21 et la Figure 3-22. En comparaison de la géométrie éclatée à 8 hydrophones sur 2 lignes, les taux de rejet sont importants. Ils atteignent 90% pour l'algorithme de source linéique avec un espacement de 5 m. Pour un espacement de 1 m le rejet était proche de 100% pour les deux algorithmes et il n'a pas été possible d'évaluer la fiabilité de la reconstruction. Par ailleurs on constate que les deux algorithmes sous-estiment systématiquement la distance avec des taux qui varient entre 60 et 100%. En conséquence aux courtes distances reconstruites, moins de 2 km pour nos cascades de 4 km de portée, le ratio d'erreur sur la distance est pire que ce que donne un estimateur aléatoire. Au plus grandes distances l'estimation devient plus fiable, avec des taux d'erreur pouvant être inférieurs à un facteur 2 pour de très bonnes précisions relatives sur les positions des hydrophones, de 0.5 pour mille. Néanmoins les taux de rejet deviennent important à ces distances. En particulier pour l'algorithme de source linéique la statistique est peu significative.

L'erreur angulaire sur la direction de la cascade est visible dans le quadrant supérieur droit de la Figure 3-22. On constate que la méthode échoue à déterminer la direction de la cascade. Dans le meilleur des cas, pour un espacement de 10 m, l'erreur sur la direction de la cascade peut atteindre 20% avec un taux de rejet qui est alors proche de 100%. Par conséquent la méthode n'est pas adaptée avec la géométrie compacte proposée.

Nous précisons par ailleurs que les algorithmes ont été testés en l'absence d'erreurs de mesure, avec des sources ponctuelles et linéiques selon les cas, et que la reconstruction était faible à mieux que 1%.

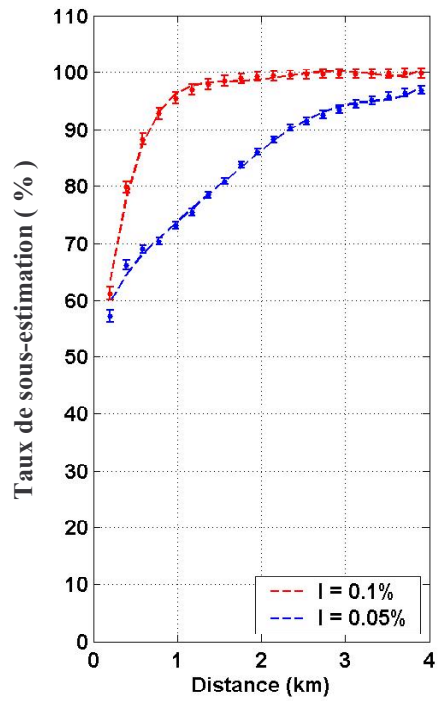
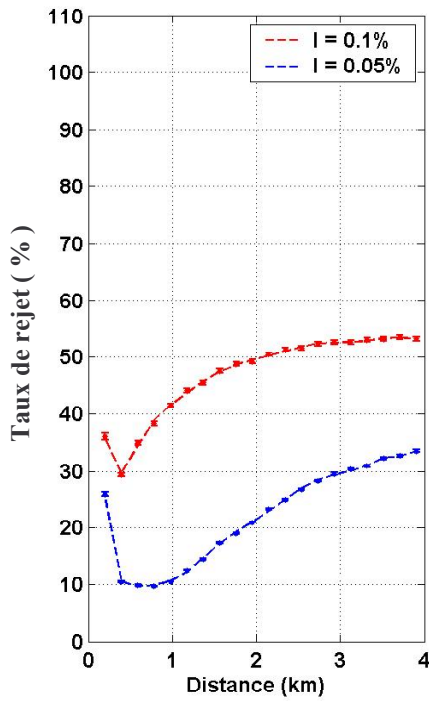
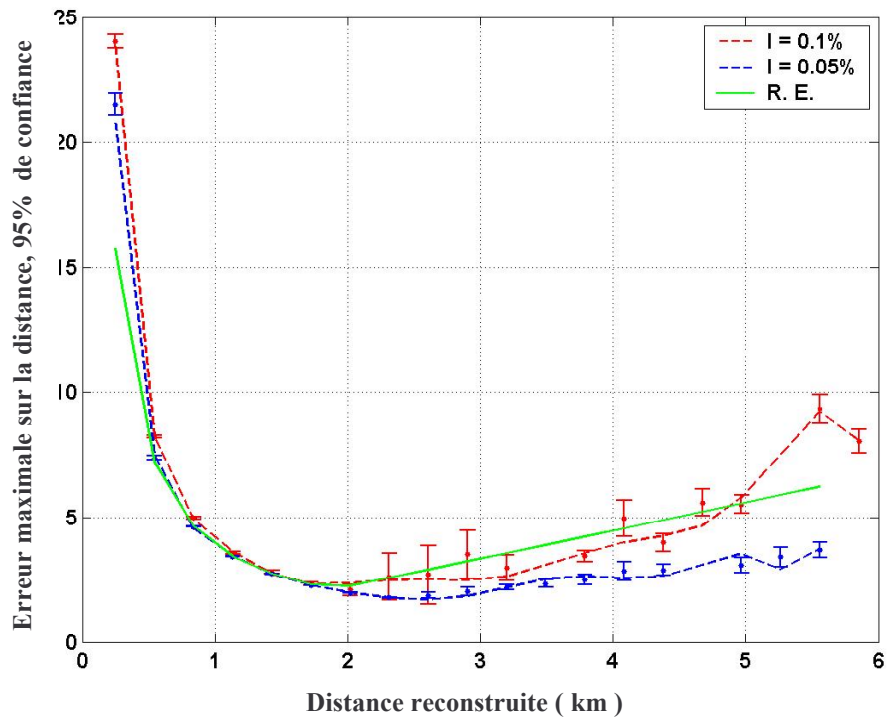


Figure 3-21: Performances de la reconstruction par une antenne de 7 hydrophones en utilisant un algorithme de localisation de sources ponctuelles.

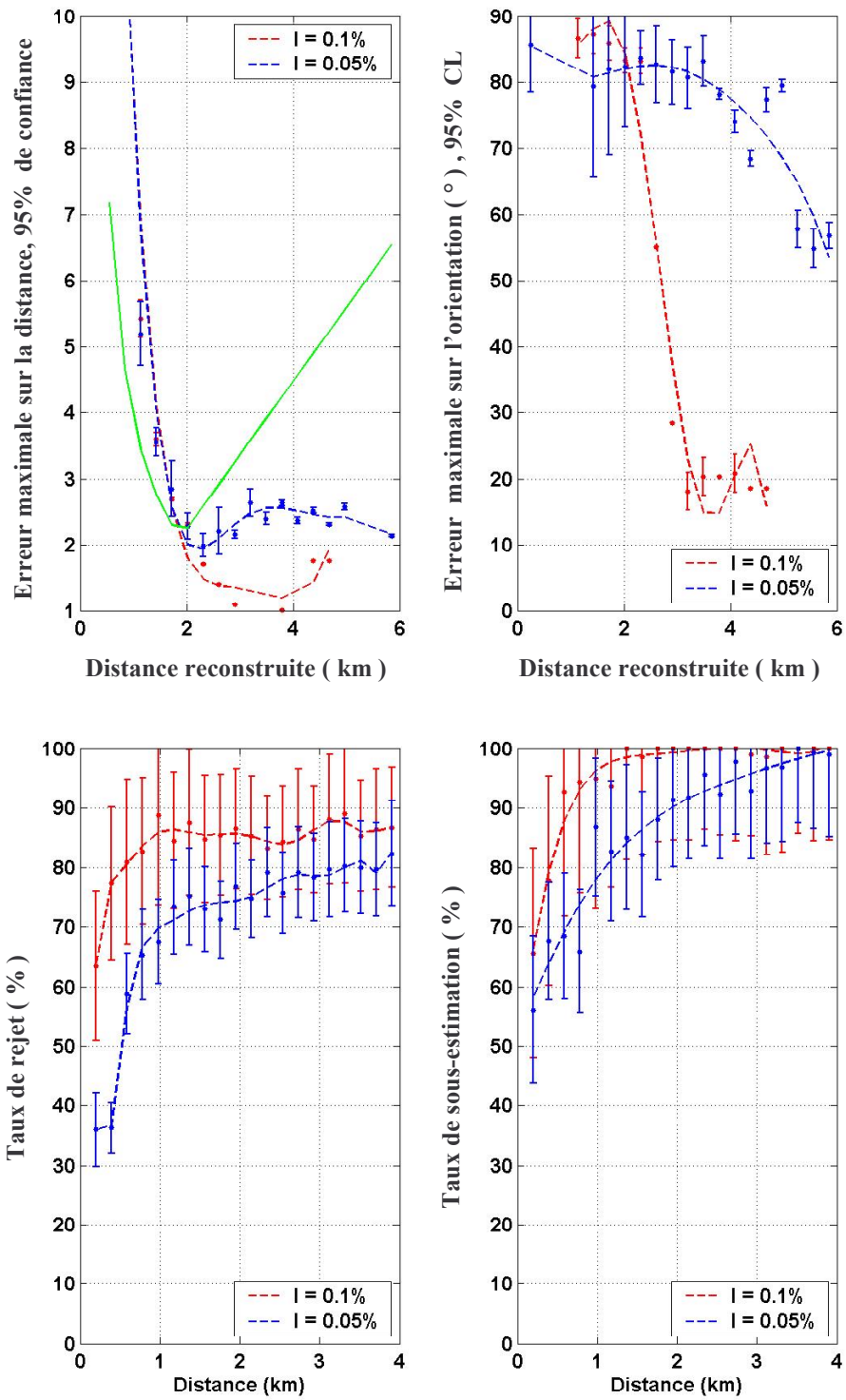


Figure 3-22: Performances de la reconstruction par une antenne de 7 hydrophones en utilisant un algorithme de localisation de sources linéiques.

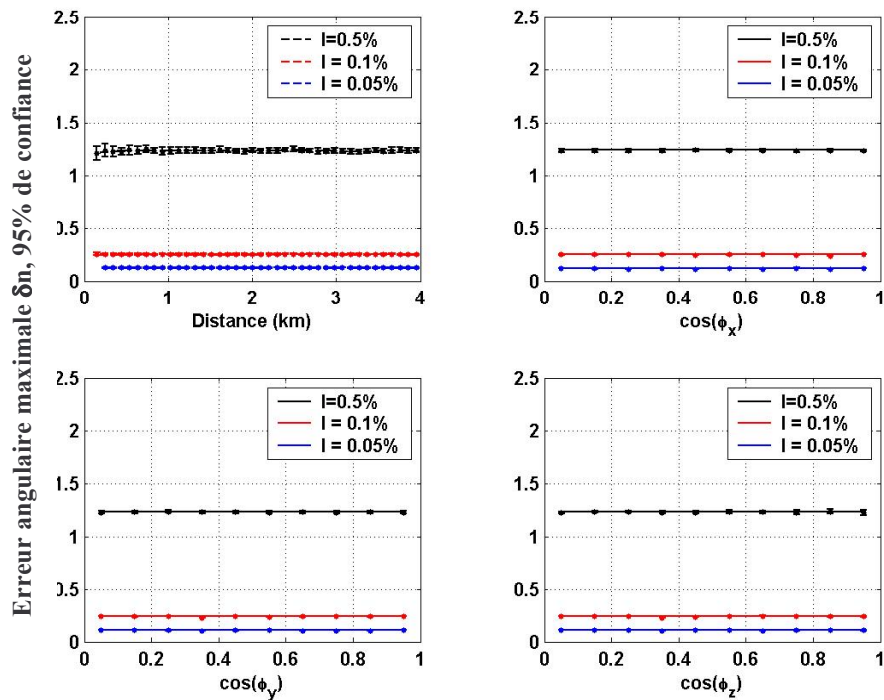


Figure 3-23: Résultats pour la reconstruction de la direction locale d'incidence avec la géométrie à 7 hydrophones en antenne.

Les performances pour la reconstruction de la direction locale d'incidence d'une onde acoustique sont représentées sur la Figure 3-23. Les lignes en trait plein correspondent au calcul analytique. Les lignes en pointillés sont des interpolations des simulations Monte-Carlo. Comme discuté précédemment les précisions angulaires sont bonnes. A des distances supérieures à 400 m on retrouve des précisions angulaires similaires à celles obtenues avec 4 hydrophones, pour des erreurs relatives sur les positions qui sont identiques. Soit il ne semble pas y avoir d'amélioration de la précision du fait de l'utilisation d'un nombre redondant d'hydrophones. Cependant, nous pensons que ceci est dû au fait que les erreurs sur les positions des hydrophones ont toutes le même écart type. A plus courtes distances l'antenne à 7 hydrophones est plus fiable que celle à 4. L'erreur reste plate jusqu'à des distances inférieures à 100 m. Nous pensons que cette grande fiabilité aux courtes distance est liée à la géométrie symétrique de l'antenne, qui tend à limiter les erreurs dues à la courbure du front d'onde.

### 3.3.6 Huit hydrophones sur quatre lignes

Nous revenons ici à la géométrie à 8 hydrophones répartis sur 4 lignes mais avec cette fois-ci un algorithme de reconstruction d'une source linéique. Pour cela nous demandons que les 8 hydrophones détectent le signal issu d'une même cascade.

L'efficacité pour cette géométrie décroît rapidement pour des cascades non verticales. Elle est représentée sur la Figure 3-24. Les effets fond surface sont ici négligeables, car ils n'affectent pas les cascades verticales. L'ouverture angulaire varie de  $15^\circ$  à  $5^\circ$  lorsque l'espacement vertical entre les hydrophones augmente.

La distance et l'orientation de la cascade sont estimés en utilisant un algorithme de localisation de sources linéiques. Les résultats obtenus sont représentés sur la Figure 3-25. Le taux d'erreur sur la reconstruction de la distance est comparable à ce qui a été obtenu précédemment avec l'antenne compacte de 7 hydrophones. Les taux de rejet sont plus faibles, de l'ordre de 10%, avec toutefois toujours une tendance à sous estimer la distance. Ils augmentent avec la distance, la courbure du front d'onde devenant faible en comparaison des erreurs de mesure. L'erreur angulaire varie entre  $60^\circ$  et  $90^\circ$ . Les variations suivent sensiblement celles de l'erreur sur la distance. Ces résultats sont particulièrement mauvais considéré le fait que géométriquement on sélectionne des cascades avec une ouverture angulaire de  $5^\circ$  à  $15^\circ$  par rapport à la verticale.

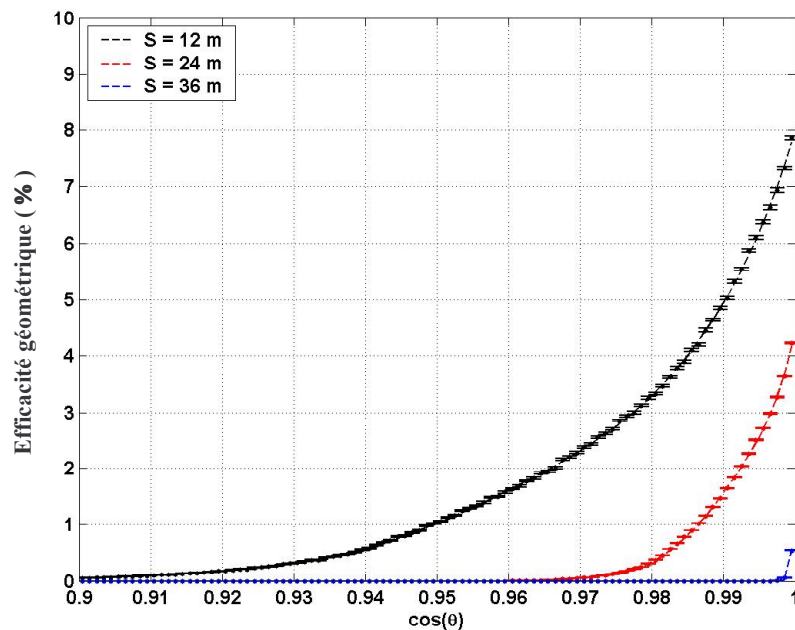


Figure 3-24: Efficacité géométrique pour 8 hydrophones sur 4 lignes en coïncidence. Les signaux de cascades ont une longueur efficace de 40 m et 4 km de portée. La géométrie est extrêmement sélective, seules les cascades verticales sont détectées. On notera l'échelle tronquée pour les abscisses.

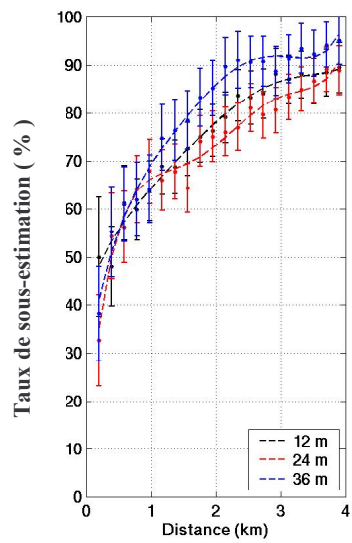
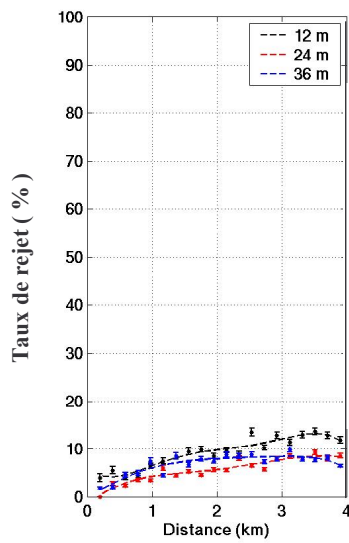
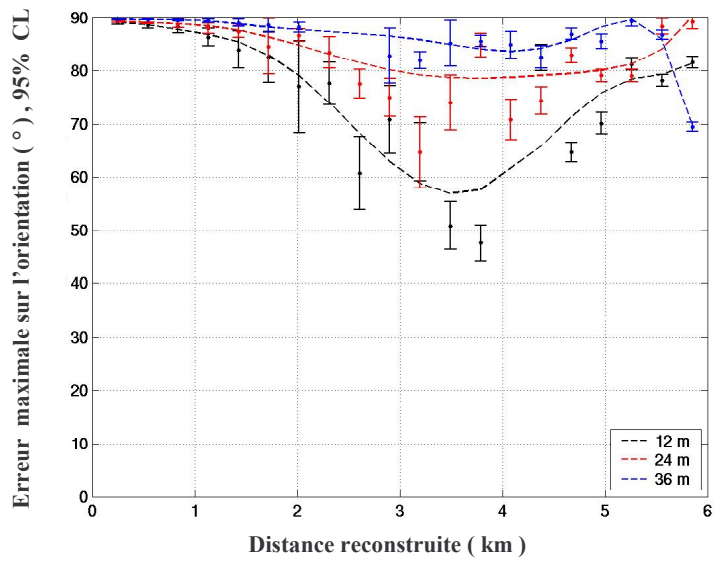
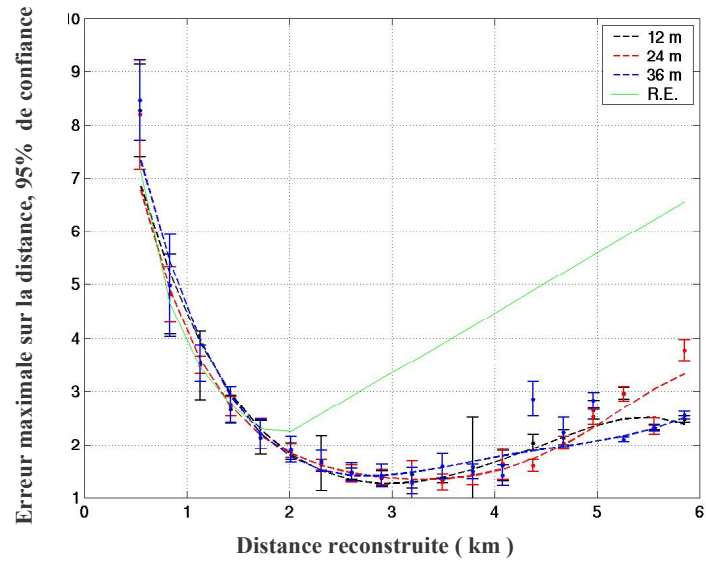


Figure 3-25 : Résultats de la reconstruction à partir de 8 hydrophones répartis sur 4 lignes en utilisant un algorithme de source linéique.



### 3.3.7 Deux antennes de quatre hydrophones

Nous étudions ici la possibilité de reconstruire une cascade en utilisant deux antennes compactes tridimensionnelles de 4 hydrophones telles que présentées précédemment en 3.3.3. L'espacement  $S$  des hydrophones au sein d'une antenne est constant de 5 m, fixant ainsi la résolution angulaire à environ  $1^\circ$ , à 95% de confiance, pour la direction d'incidence. Nous faisons par contre varier la distance  $\Delta$  entre les centres des antennes. Par ailleurs les deux antennes sont orientées de façon identiques tel que montré sur la Figure 3-26. La précision angulaire étant sensiblement isotrope nous ne pensons pas qu'il s'agit là d'un paramètre critique. La reconstruction de la cascade se fait en utilisant l'algorithme de pointé, décrit en 3.2.7, à partir des deux directions données par les antennes. Cet algorithme demande à ce qu'un même événement soit détecté par les 8 hydrophones des 2 antennes.

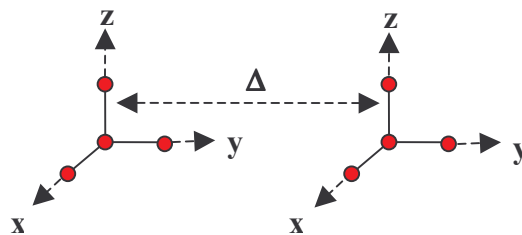


Figure 3-26: Schéma pour l'association de deux antennes compactes. La distance  $S$  entre les hydrophones d'une même antenne est fixée à 5 m.

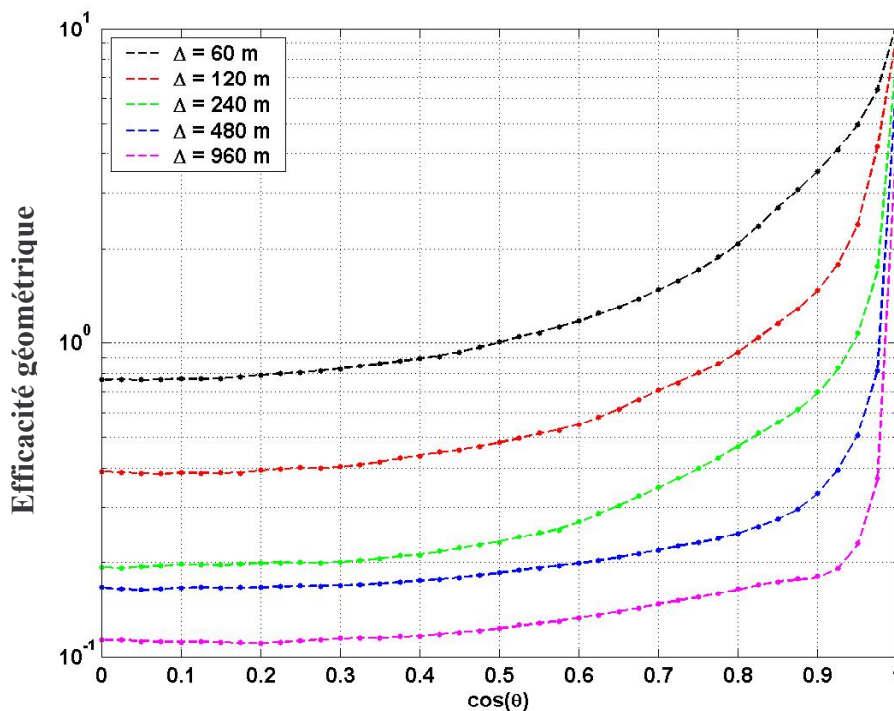


Figure 3-27: Efficacité géométrique pour la détection en coïncidence par deux antennes de 4 hydrophones. L'axe des ordonnées est logarithmique, contrairement aux figures présentées précédemment.

L'efficacité géométrique pour des signaux de cascades de 40 m et 4 km de portée est représentée sur la Figure 3-27. Elle décroît alors que la distance  $\Delta$  entre les antennes augmente. L'efficacité est maximale, de l'ordre de 10%, pour des cascades verticales. L'ouverture angulaire décroît avec la distance  $\Delta$ . On note par ailleurs que pour un espacement de 60 m cette géométrie est moins sélective, soit plus efficace, que dans le cas de la géométrie à 8 hydrophones sur 4 lignes, de base 60 m également.

Les performances de la reconstruction sont données sur la Figure 3-28 et la Figure 3-29. Les erreurs relatives sur les positions des hydrophones au sein d'une même antenne sont de 1 cm en écart type. Par ailleurs on a une erreur supplémentaire sur la localisation relative des deux antennes qui a été fixée à 3 cm en écart type. Il est important de distinguer ces deux types d'erreur, du fait des grands espacement  $\Delta$  les antennes peuvent difficilement être fixées sur une même structure rigide.

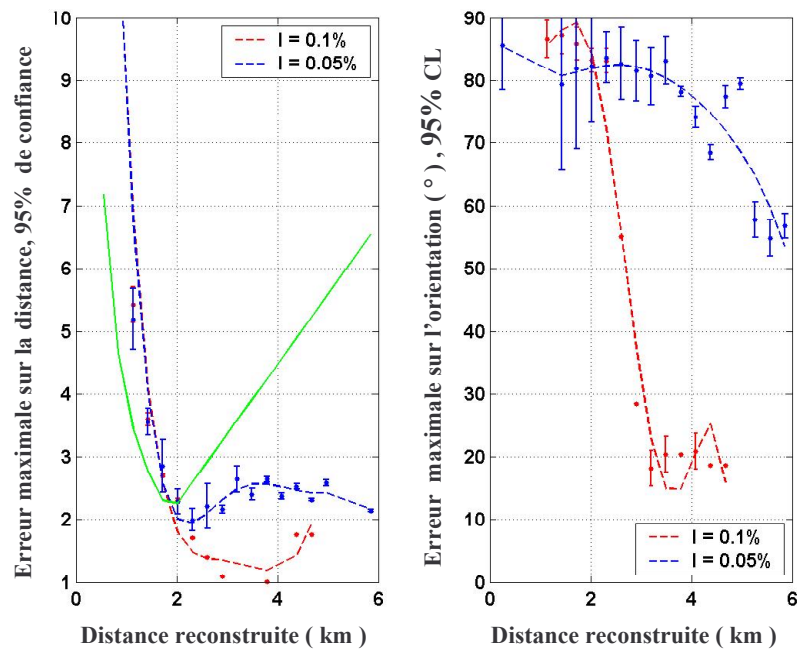


Figure 3-28: Résultats de la reconstruction par pointé en fonction de la distance reconstruite.

Pour une distance de 60 m entre les antennes, la précision sur la distance, comme fonction de la distance reconstruite, est similaire à ce qui a été obtenu pour la géométrie à 4 lignes avec un algorithme de source ponctuelle. La précision, en particulier la précision angulaire sur la direction de la cascade, augmente avec la distance  $\Delta$  entre les antennes. Il est cependant plus pertinent de caractériser les performances de la reconstruction en fonction de l'angle  $\Delta\theta$  entre les deux directions d'incidence des antennes. On constate que la précision de la méthode varie rapidement en fonction de ce paramètre, comme on peut le voir sur la Figure 3-29. Ce résultat se comprend bien du fait que pour des directions d'incidence quasi colinéaires une petite erreur angulaire génère une grande erreur de pointé avec un déplacement important du point d'intersection. La bonne nouvelle est que nous disposons ici d'un paramètre très discriminant quant à la précision de la reconstruction. Ainsi pour des écarts angulaires  $\Delta\theta$  de  $90^\circ$ , à  $5^\circ$  près, on atteint des précisions de quelques pourcents sur les distances et  $2-3^\circ$  sur l'orientation de la cascade. La mauvaise nouvelle est que la majorité des

événements se situe dans la catégorie ‘peu fiable’ car on tend à être dominé par des événements lointains, dont les directions d’incidence sont quasi colinéaires. Ainsi, augmenter la distance  $\Delta$  entre les antennes permet d’augmenter la fiabilité de la reconstruction, mais ceci se fait au prix d’une perte de l’efficacité géométrique moyenne. En l’absence de limitations fond/surface et pour des antennes compactes, cette perte est d’ordre  $1/\Delta$ .

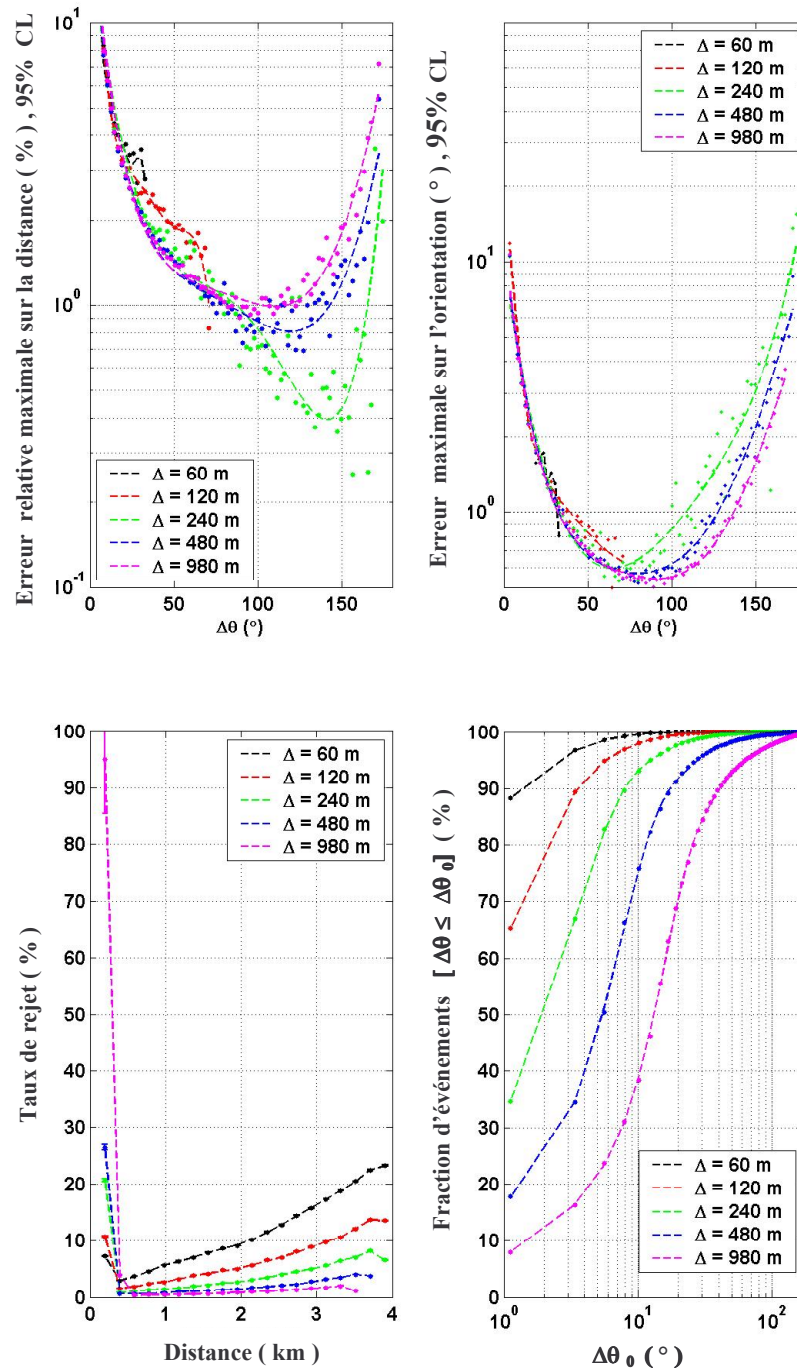


Figure 3-29: Résultats de la reconstruction par pointé en fonction de l’écart angulaire entre les directions d’incidence. L’erreur sur la distance est une erreur relative, exprimée en %, et non un ratio d’erreur comme pour les cas précédents.

### 3.3.8 Comparaison et bilan sur les structures compactes

Afin de comparer les performances des différentes structures ayant été étudiées nous avons calculé l'efficacité globale moyenne sur les directions de cascades pour chaque cas. Cette efficacité tient donc compte du taux de rejet tel que spécifié en partie 3.1.1. Les résultats obtenus sont représentés sur la Figure 3-30. Dans l'ensemble des cas la structure était localisée à environ 450 m au dessus du fond et nous avons considéré des signaux de cascades de 40 m de longueur efficace et 4 km de portée. Nous avons également inclut l'efficacité géométrique pour un hydrophone unique (1H) dans la comparaison. Pour les structures à 2 ou 4 hydrophones (2H ou 4H) seule la direction d'incidence locale peut être reconstruite, ou du moins, sa projection. Nous n'avons pas inclus le cas d'un alignement de 3 hydrophones car les performances de la reconstruction étaient pires que celle obtenues avec un estimateur aléatoire. Le cas à 5 hydrophones (5H/8H) fait référence aux 4 lignes avec deux hydrophones par ligne. Nous avons utilisé un algorithme de localisation de source ponctuelle, en demandant au moins 5 hydrophones en coïncidence. Par ailleurs les distances reconstruites inférieures à 1 km ont été rejetées car non fiables. Le taux de rejet variait de 17% ( $S = 36 m$ ) à 39% ( $S = 36 m$ ). Il n'y a pas eu d'étude de géométrie à 6 hydrophones. La géométrie à 7 hydrophones (7H) fait référence à l'antenne large avec 5 ou 10 m d'espacement est une précision de 1 cm en écart type sur les positions. Nous n'avons considéré que la reconstruction avec un algorithme de type source ponctuelle dans ce cas, car la statistique était non significative pour l'algorithme de source linéique. Enfin la géométrie à 8 hydrophones (8H) correspond à l'ensemble des hydrophones des 4 lignes en utilisant un algorithme de source linéique. Le taux de rejet total était de 65%.

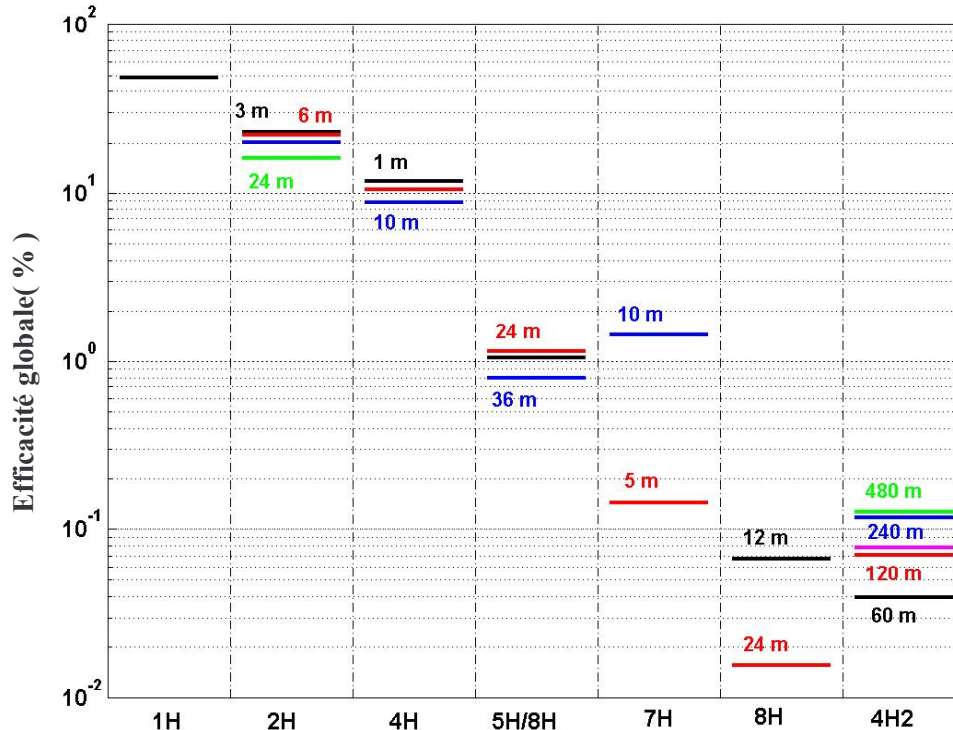


Figure 3-30: Comparaison des efficacités globales pour les différentes géométries. On constate que l'efficacité décroît alors que le nombre d'hydrophones en coïncidence, soit la quantité d'information extraite de la reconstruction, augmente.

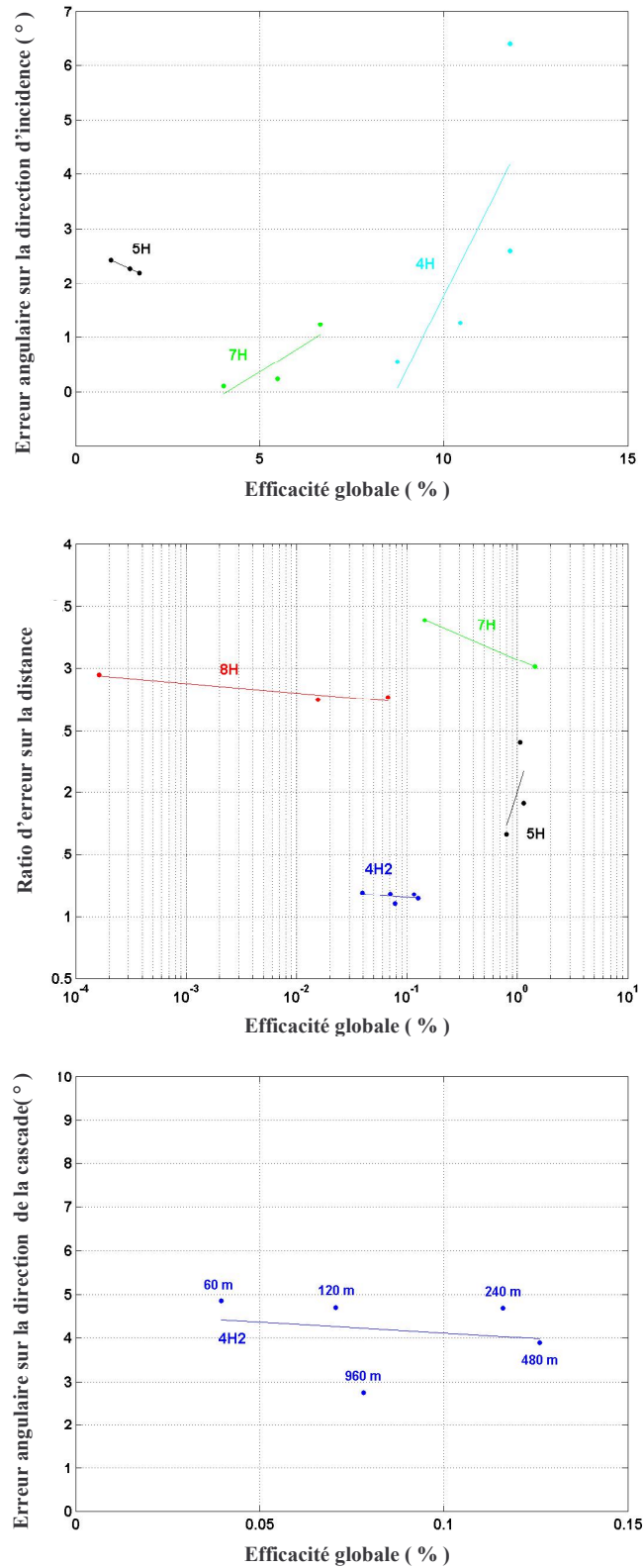


Figure 3-31: Comparaison des performances de reconstruction pour les différentes structures étudiées. Figure du haut : reconstruction de la direction d'incidence de l'onde acoustique. Figure du milieu : localisation de la source acoustique. Figure du bas : reconstruction de la direction de la cascade.



Nous avons également inclus la paire de 2 antennes de 4 hydrophones (4H2) à la comparaison, bien qu'il ne s'agit plus là d'une structure compacte pour des grandes distances  $\Delta$  entre les antennes. Nous avons appliqué une coupure de  $5^\circ$  sur l'écart angulaire  $\Delta\theta$  entre les directions d'incidence. Le taux de rejet pour cette coupure varie entre 19% et 98%. Il augmente lorsque la distance  $\Delta$  diminue. L'efficacité globale résulte ainsi d'un compromis entre efficacité géométrique et efficacité de la reconstruction. On constate que pour les antennes il en résulte une efficacité globale optimale pour une distance  $\Delta$  de l'ordre de 500 m. Au plus courtes distances le taux de rejet est trop important et aux plus grande distances c'est l'efficacité géométrique qui devient pénalisante.

De façon générale on constate que l'efficacité globale décroît alors que le nombre d'hydrophones, et par conséquent la quantité d'information donnée par la reconstruction, augmente. L'efficacité varie de 50% pour un hydrophone unique à 0.1% pour 8 hydrophones en coïncidence (deux antennes, ou 4 lignes). Pour des petits nombre d'hydrophones (5 ou moins) l'efficacité décroît alors que l'espacement entre les hydrophones augmente. Soit l'efficacité globale est dominée par l'efficacité géométrique. Pour de plus grands nombres d'hydrophones le comportement devient plus complexe et on observe des inversions du comportement pour de 'faibles' espacements.

Il est également pertinent d'étudier la précision globale de la reconstruction en fonction de l'efficacité globale de détection-reconstruction. Les résultats obtenus sont représentés sur la Figure 3-31 pour un niveau de confiance de 95%. La direction d'incidence a été reconstruite sans aucune coupure. On constate, figure du haut, que la meilleure précision sur cette dernière est obtenue pour l'antenne de 7 hydrophones, néanmoins ce n'est pas la géométrie la plus efficace puisqu'une précision similaire serait atteinte en utilisant seulement 4 hydrophones avec des erreurs angulaires identiques au cas à 7 hydrophones. Néanmoins l'utilisation d'une nombre redondant d'hydrophones peut être sécurisant dans le cas où un biais systématique important affecte l'un des instruments. Le cas le pire est la géométrie à 4 lignes où à la fois les erreurs angulaires et l'efficacité géométrique sont mauvaises.

Les performances pour la reconstruction de la distance sont représentées sur la figure du milieu. Le meilleur résultat est obtenu pour la géométrie à deux antennes avec une erreur relative globale de l'ordre de 10%. Néanmoins l'efficacité est très faible, de 0.1%. Un meilleur compromis est la géométrie à 5 hydrophones (5H/8H) avec un algorithme de source ponctuelle. L'efficacité est supérieure par un facteur 10 avec des erreurs qui restent modérées, un facteur 2, sur les distances. En comparaison, la solution compacte à 7 hydrophones, bien qu'ayant une efficacité similaire, est peu précise. Enfin, l'algorithme de source linéique (8H) n'est pas du tout compétitif pour ces faibles nombres d'hydrophones. L'efficacité globale chute du fait du grand nombre d'hydrophones, sans gain sensible sur la précision pour la distance.

L'orientation de la cascade n'a pu être reconstruite de façon décente que dans un cas : l'association de deux antennes, qui n'est plus une structure compacte. La précision angulaire moyenne est de  $5^\circ$  et ne varie que faiblement avec l'espacement entre les antennes après avoir appliqué les coupures. Par contre l'efficacité est très sensible à ce paramètre.

Soit en conclusion il apparaît que les structures compactes ne sont efficaces que pour reconstruire la direction d'incidence locale d'une onde acoustique. Elles sont, par contre, particulièrement performantes à ce jeu là. Du fait de la répartition radiale des événements, on est dominé par des événements distants, conjugué à des erreurs de mesure, les algorithmes de localisation ne sont pas fiables pour des structures compactes. Le meilleur compromis est obtenu pour la structure à 5 sur 8 hydrophones, dont la base est de 60 m, soit non compacte. Aussi il apparaît qu'il y a ici incompatibilité entre efficacité géométrique et précision de la localisation.

### 3.4 Vers un détecteur astrophysique

Dans cette partie nous discutons brièvement quelques aspects relatifs à l'astrophysique d'un détecteur acoustique de neutrinos. Ce travail de thèse s'étant principalement attaché aux aspects relatifs à la détection, l'instrumentation et la reconstruction il ne sera ici que très succinctement fait mention de sources astrophysiques potentielles de neutrinos de UHE.

#### 3.4.1 Taux d'événements et scénarii de secours

Bien qu'un hydrophone unique ne soit pas suffisant pour extraire de l'information sur les caractéristiques d'une cascade, à partir de son signal acoustique, c'est un cas intéressant à étudier pour évaluer les capacités de la méthode de détection acoustique de neutrinos. En effet, nous avons vu précédemment que l'utilisation d'hydrophones en coïncidence ne peut que réduire le volume efficace de détection. Cet effet devient particulièrement dramatique lorsque l'espacement entre les hydrophones est grand en comparaison de l'extension du signal acoustique à détecter. Cependant, dans la limite où les hydrophones sont proches les uns des autres, proches en comparaison de l'extension caractéristique du signal acoustique, soit la centaine de mètres à UHE, le volume de détection en coïncidence devient similaire à celui d'un hydrophone unique. On réalise ainsi une unité de base, ou antenne acoustique. A partir des temps d'arrivée du signal on peut reconstruire sa direction d'incidence, ce qui comme on le verra dans la partie 3.4.2 qui suit, nous renseigne sur l'orientation de la cascade. De plus l'utilisation d'une antenne compacte d'au moins 4 hydrophones non coplanaires permet de vérifier la nature acoustique d'un signal, améliorant ainsi grandement la fiabilité de la détection. La forme du signal, son asymétrie, sa durée et son amplitude peuvent également renseigner sur l'énergie déposée dans la cascade. Par ailleurs, en espacement suffisamment les antennes acoustiques, celles-ci observent des volumes complémentaires. Enfin, comme nous l'avons évoqué à la fin du chapitre 2, associé à un système de datation on peut faire des études de corrélation avec d'autres méthodes d'observation astrophysique : les réseaux d'alertes de sursauts gamma notamment. La recherche d'un signal de neutrino dans une fenêtre temporelle étroite, correspondant au temps du sursaut, permet une diminution considérable des effets néfastes des bruits transitoires, pouvant simuler la signature d'un neutrino.

#### Modélisation du volume efficace

A partir des résultats du Chapitre 1 nous avons pu estimer le volume efficace de détection pour un hydrophone unique, ou une antenne compacte. Le volume efficace, dans un milieu d'extension infinie, est assimilé au volume sonore donné par les équations (1-119) et (1-120). Afin de tenir compte de l'extension limitée du milieu de détection, qui devient un paramètre dominant aux énergies extrêmes, nous avons inclus un terme d'efficacité fond/surface dans l'hypothèse d'une détection directe, tel que donné par l'équations (3-15) de la partie 3.1.3. Pour l'interaction par courant chargé d'un neutrino électronique nous utilisons le modèle de disque, de champ proche, pour l'efficacité fond/surface. Pour une autre saveur de neutrino, ou une interaction par courant chargé, nous utilisons un modèle sphérique, de champ lointain. Pour estimer le paramètre de portée  $\rho_{\max}$  intervenant dans les expressions de l'efficacité fond/surface nous utilisons les résultats de la partie 1.4.3. pour la portée maximale des signaux issus de cascades. La paramétrisation obtenue entre  $10^{18}$  et  $10^{20}$  eV est la suivante :



$$(3-60) \quad \rho_{\max} (\text{dB ref } 1 \text{ m}) = \begin{cases} 101 + 10 \log_{10}(E) - 15 \log_{10}(B) & (\text{CC}) \\ 94 + 12 \log_{10}(E) - 14 \log_{10}(B) & (\text{CN}) \end{cases}$$

où  $E$  est l'énergie du neutrino et  $B$  le seuil de détection. Par ailleurs, nous admettons qu'aux énergies extrêmes pour une cascade compacte (CN), la portée sature à la valeur obtenue pour les cascades étendues (CC), du fait des pertes géométriques. Les résultats obtenus avec ce modèle, pour un seuil de 70 dB acoustiques ( 3 mPa ), sont représentés par des traits pleins sur la partie droite de la Figure 3-32. Les zones colorées indiquent la portée attendue pour des seuils compris entre 60 et 80 dB. Elles rendent compte à la fois de l'incertitude sur le niveau de bruit ambiant, sur les performances de la détection, mais aussi des incertitudes sur le niveau du signal.

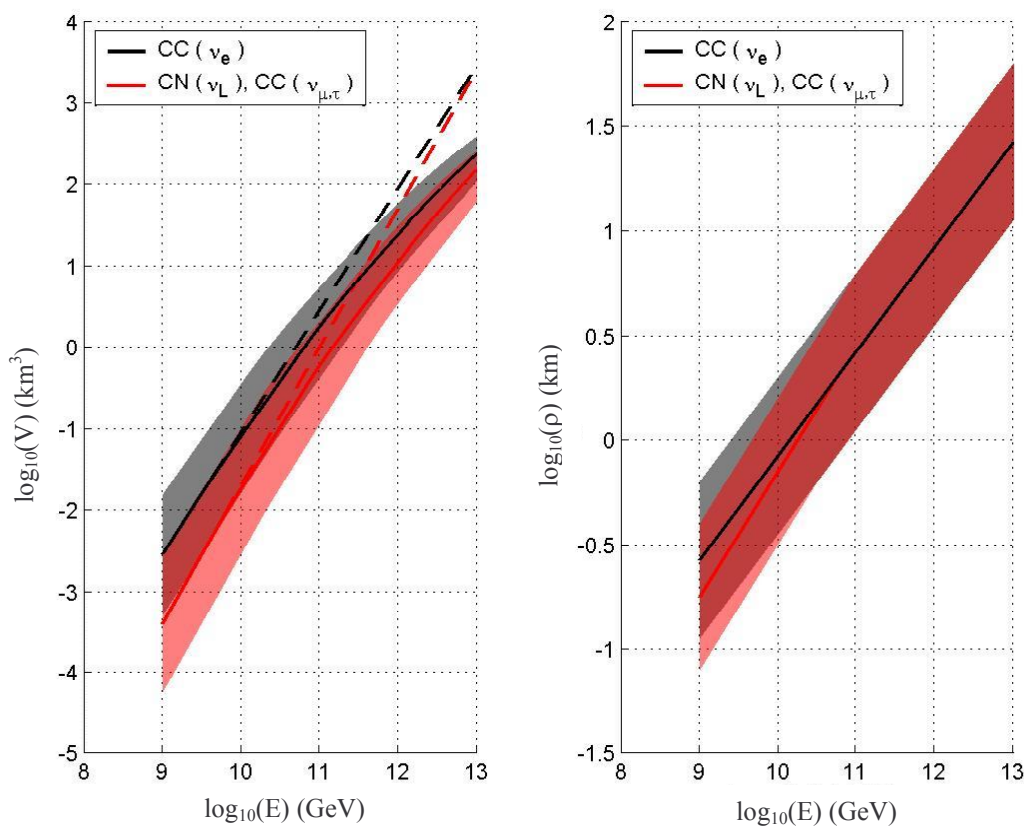


Figure 3-32 : Volume efficace et portée du signal. Sur la figure de gauche les courbes en pointillés montrent le volume efficace pour un hydrophone unique, ou un ensemble compact, en l'absence de limitations fond/surface. La courbe en trait plein est le volume pour une hauteur d'eau de 2500 m et un hydrophone localisé à 448 m du fond de la mer. Pour les deux figures les zones colorées symbolisent les variations pour des conditions de bruit comprises entre 60 et 80 dB. La valeur médiane correspond à un niveau de 70 dB acoustiques.

On remarquera qu'aux énergies extrêmes, de  $10^{22}$  eV, le signal atteint des portées de l'ordre de 20-30 km. Aussi, à ces énergies et au delà, des complications supplémentaires sont à attendre pour la propagation du signal, comme il a été évoqué au Chapitre 1, dans la partie 1.4.4. Notamment il faut tenir compte de la réfraction. Les effets de dé-focalisation ont été calculé en Annexe G. Ils restent négligeables, quelques pourcents à des distances de 30 km, pour de 'faibles' hauteurs d'eau. Par contre, du fait de la trajectoire courbe des rayons acoustiques, pour une position fixée de la source, le sol projette des zones 'd'ombre

acoustique' dans lesquels il n'est pas possible d'entendre le signal issu de la source. Une illustration est donnée par Urick [49], ainsi qu'en Annexe S. Les pertes d'efficacité qui résultent de cet 'ombrage' ont été calculées par des méthodes Monte-Carlo analogues à celles présentées précédemment. Les résultats obtenus sont données en Annexe S. Qualitativement, ces effets deviennent sensibles lorsque la déflexion caractéristique  $\Delta D$  des rayons acoustiques devient de l'ordre de la hauteur d'eau  $H$ , soit pour des distances de 20 km et plus.

Par ailleurs, aux énergies supérieures à  $10^{22}$  eV, des mécanismes de génération acoustique par ablation pourraient s'activer. Ce point a été discuté précédemment dans la partie 1.1.8. Notons également qu'à grande portée, le signal devient sensiblement plus long, avec des durées caractéristiques de la centaine de  $\mu$ s, soit un contenu plus basse fréquence, dans les gammes de fréquences de 1-10 kHz. Le bruit ambiant est plus important à 'basse' fréquence, aussi il convient de modéliser de façon plus détaillée l'aspect 'détection' du signal, notamment sa dépendance avec la distance. Enfin, aux énergies extrêmes, comme nous l'avons mentionné dans la partie 1.2.5, du fait de la suppression LPM les sections efficaces d'interaction par Bremsstrahlung et de création de paire deviendraient ridiculement faibles. Dès lors il est vraisemblable que l'extension LPM des cascades soit 'freinée' du fait de processus d'interaction concurrentiels. Il en résulterait des cascades plus compactes, soit un regain pour le signal. Il apparaît donc, de l'ensemble de ces éléments, que notre étude peut difficilement s'extrapoler à des énergies supérieures à  $10^{22}$  eV.

Le volume efficace estimé pour un hydrophone, ou une antenne compacte, est montré sur la partie gauche de la Figure 3-32. Les courbes en trait plein correspondent aux résultats obtenus en incluant les limitations fond/surface ainsi que l'ombrage du fait de la réfraction. Les courbes en pointillés sont les volumes non limités. La hauteur d'eau est de 2500 m et l'antenne est localisée à 448 au dessus du fond de la mer. Aux énergies extrêmes, lorsque la portée devient grande devant la colonne d'eau, le volume ne croit plus que  $\propto E$ . Ainsi, à  $10^{22}$  eV, l'extension limitée du milieu réduit le volume efficace par un facteur de l'ordre de 20-30. La réfraction, commence à se faire sentir que vers  $10^{22}$  eV, dans des faibles conditions de bruit, soit à des portées de plusieurs dizaines de km.

### Limite de sensibilité

La limite de sensibilité  $\phi_0$  de notre 'détecteur' se déduit du volume efficace et de la longueur d'interaction du processus source. Pour des neutrinos incidents distribués isotropiquement sur un demi-espace angulaire, elle est donnée par :

$$(3-61) \quad \phi_0 = \frac{L_{\text{int}}(E)}{2\pi\Delta t V_{\text{eff}}(E, B)} \frac{dN}{dE}$$

où  $N$  est le nombre d'événements détectés et  $\Delta t$  la durée d'observation. Pour une densité d'événements de 1 par décade en énergie, par exemple, il vient  $dN/dE = 1/(E \ln(10))$ . Cette formulation présente l'avantage d'être indépendante d'un modèle de flux, cependant en conséquence elle reste très qualitative. Une formulation statistique plus rigoureuse est donnée par la méthode unifiée de Feldman et Cousins [94]. Elle demande de faire une hypothèse sur le flux astrophysique que l'on cherche à détecter. On peut alors donner une limite statistique, avec niveau de confiance, sur le flux. Par exemple, pour un flux  $\phi$  en  $E^{-2}$  tel que  $\phi = \phi_2 / E^2$  la borne supérieure sur le paramètre  $\phi_2$  est de la forme :

$$(3-62) \quad \phi_2 \leq \frac{\chi(n, b)}{2\pi\Delta t \int V_{eff} / (E^2 L_{int}) dE}$$

où le paramètre  $\chi$  est un nombre sans dimension qui dépend de la loi statistique attribuée à l'observable, du niveau de confiance ainsi que du nombre  $n$  d'événements observés et du nombre  $b$  d'événements de bruit attendus. Ainsi, pour un nombre d'événements suivant une loi statistique de Poisson, à 90% de confiance, en l'absence d'événements et de bruit on a  $\chi = 2.44$  [94].

La limite de sensibilité  $\phi_0$ , 'modèle indépendante', obtenue pour une durée d'observation de 1 an et un taux d'événements de 1 par décade en énergie, et comparée aux limites d'autres expériences sur la Figure 3-33. Pour la longueur d'interaction nous avons utilisé les résultats de Ghandi *et al* [6]. On constate que la limite de sensibilité s'améliore avec l'énergie, et ceci même en tenant compte des limitations du milieu. Aux énergies extrêmes, toutefois, du fait de l'ombrage apporté par la réfraction on atteint une saturation pour les faibles niveaux de bruit de 60 dB acoustiques.

Les courbes en trait plein vert montrent les limites expérimentales à 90% de confiance, pour différents modèles de flux, établies par deux expériences de détection de cascades par ondes radio, les expériences GLUE [96] et RICE [95]. Aux énergies de  $10^{18}$  à  $10^{20}$  eV la méthode acoustique ne semble pas compétitive avec la limite expérimentale établie par RICE. Par contre, aux énergies extrêmes elle devient compétitive avec les limites existantes. Entre  $10^{21}$  et  $10^{22}$  eV on atteint une limite de sensibilité à un flux en  $E^{-2}$  qui est de l'ordre de  $E^2 \phi_0 \approx 10^{-6} \text{ GeV} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ . Il s'agit toutefois là de l'observation d'un unique événement sur une durée de 1 an ! A titre indicatif nous avons représenté la limite supérieure sur le flux de neutrinos secondaires issue de l'accélération de protons cosmiques, donnée par Waxman et Bahcall [97]. Bien que sujet à controverse, des modèles prédisant des flux plus importants, cette limite semble représentative de ce que l'on peut attendre pour une source de neutrinos cosmiques. Par conséquent, il apparaît que la méthode acoustique, comme la plupart des détecteurs neutrinos, ne peut prétendre qu'à des faibles taux d'événements, de l'ordre de quelques uns à quelques dizaines par an [98].

Les performances attendues pour l'expérience AUGER sont représentées par les courbes en tirets bleu pâle. Les limites, intégrées sur un an, sont issues de la référence [99]. Elles correspondent également à un taux d'événements de 1 par an et par décade en énergie. Pour des neutrinos électroniques et muoniques la limite sur 1 an est similaire à ce qui a été obtenu par l'expérience RICE. On constate que malgré le fait que le détecteur AUGER couvre un volume de l'atmosphère de l'ordre de plusieurs dizaines de milliers de  $\text{km}^3$  la faible densité de matière est un handicap de taille pour l'observation de neutrinos. En incidence normale, une colonne d'atmosphère équivaut à 10 m d'eau, ce qui est très insuffisant pour arrêter un neutrino. Aussi l'observation se fait en incidence rasante au sol. Les neutrinos  $\tau$ , par un mécanisme de régénération évoqué au chapitre 1 sont capables de traverser un portion de la terre donnant naissance à des leptons  $\tau$  se désintégrant au dessus du détecteur AUGER, avec une signature caractéristique [99]. Par ce biais, la Terre participant à arrêter les neutrinos, on atteint des sensibilité supérieures par un ordre de grandeur. Nous notons ici que ce résultat nous semble, *à priori*, en contradiction avec les simulations de 'régénération' de neutrinos tau [16], évoqués au début de cet exposé. Ces derniers travaux, soutenus par d'autres, prévoient une faible contribution des mécanismes de régénération aux flux de neutrinos.

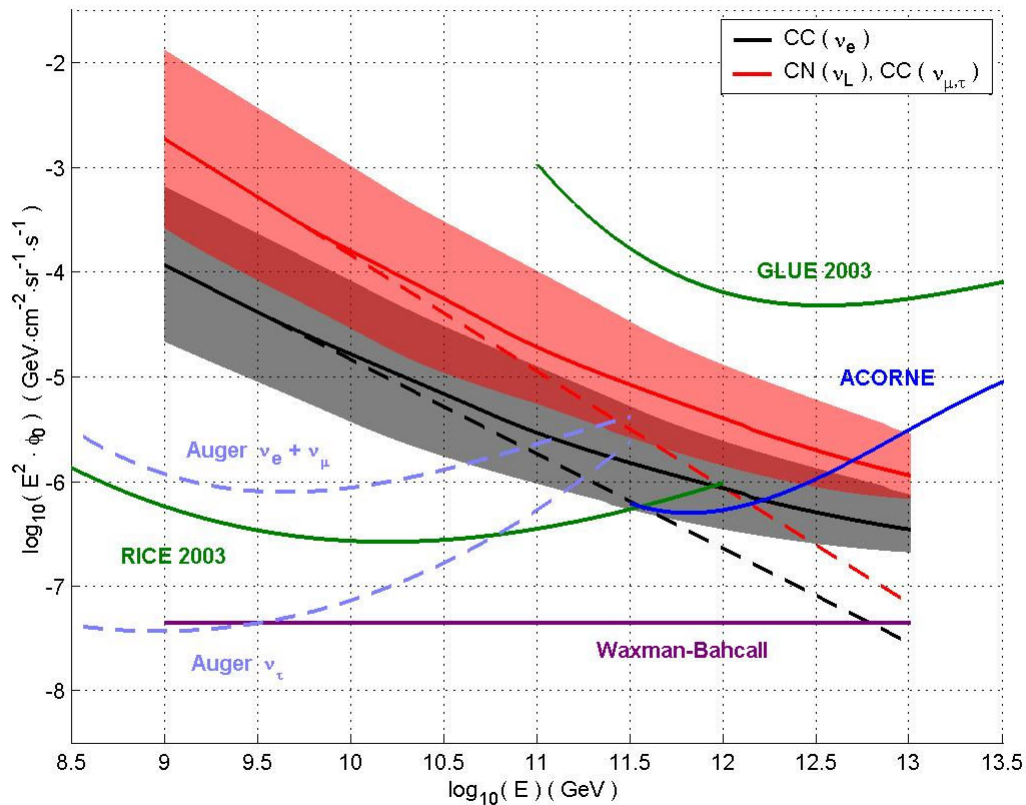


Figure 3-33 : Limites de sensibilité pour un hydrophone unique ou en ensemble compact, et différents types d'interactions. Les valeurs représentées correspondent à un taux d'événements de 1 par décade en énergie et par an. Les courbes en pointillés indiquent la sensibilité attendue en l'absence de limitations fond surface. Sont également indiqués les contraintes expérimentales imposées par les expériences RICE [95] et GLUE [96] la limite théorique de Waxman-Bahcall [97] ainsi que les limites attendues pour AUGER [99] et un détecteur acoustique  $\text{km}^3$  sur une durée de 1 an, tel que simulé par le groupe ACORNE [100].

Enfin, les courbes en trait plein bleu représentent les limites de sensibilité à 90% de confiance simulées par le groupe britannique ACORNE [100] pour un détecteur acoustique géant, de  $1 \text{ km}^3$  de volume instrumenté, occupé par un millier d'hydrophones. Pour ces simulations la partie électromagnétique LPM du signal acoustique est négligée, et le volume de génération des cascades est limité à un cylindre de 10 km de diamètre et 4 km de hauteur, soit un volume de l'ordre de  $1000 \text{ km}^3$ . Par contre la chaîne de détection et de reconstruction est entièrement simulée, avec notamment la contrainte de détecter un même signal sur au moins 4 hydrophones. On constate qu'aux énergies de  $10^{20-21} \text{ eV}$  la sensibilité du détecteur géant est légèrement meilleure à nos estimations les plus optimistes pour une interaction par courant neutre. Dans ces gammes d'énergie le volume efficace de détection d'un CN pour un hydrophone individuel est de l'ordre de  $1 \text{ km}^3$  aussi, l'utilisation d'un volume instrumenté du  $\text{km}^3$  se fait sentir. On notera cependant la faible efficacité apparente, puisqu'en passant de 1 à 1000 hydrophones on gagne à peine un ordre de grandeur sur la sensibilité. Cette perte d'efficacité d'un facteur 100 est compatible avec ce qui a été obtenu dans la partie 3.3.8 précédemment, pour la détection en coïncidence avec reconstruction d'une cascade. Néanmoins, ce point est à pondérer par le fait que les limites comparées ici font des hypothèses différentes quant au taux d'événements observés. Par ailleurs, aux énergies extrêmes on constate que la sensibilité du détecteur géant se détériore alors que l'énergie augmente. Cette tendance est inverse de ce qui est obtenu pour un hydrophone unique, ou une

antenne compacte. Des résultats similaires ont été obtenus par le groupe d'Erlangen [101]. Nous pensons que la détérioration apparente de la sensibilité est due soit à la limitation, latéralement, du volume de génération, soit à une hypothèse de densité d'événements détectés uniforme en énergie.

A titre indicatif nous avons également calculé la limite de sensibilité sur  $\phi_2$  pour un flux en  $E^{-2}$  et pour un hydrophone unique, ou une antenne compacte. Les résultats obtenus sont donnés dans le Tableau 5, à 90% de confiance, pour une observation sur 1 an en l'absence d'événements et de bruit. Le flux a été borné entre les valeurs d'énergie de  $10^{18}$  et  $10^{22}$  eV. On obtient des résultats similaires aux valeurs atteintes par les limites 'modèles indépendantes' aux énergies de  $10^{22}$  eV. La limite est dominée par les énergies extrêmes. Nous notons également que l'hypothèse d'absence de bruit est particulièrement optimiste. Compte tenu des mesures de bruit de mer présentées dans le Chapitre 2, il paraît vraisemblable qu'en 1 an d'observation on ait des événements 'candidats neutrinos' dont il sera difficile de dire, avec un hydrophone ou antenne unique, si il s'agit d'un événement de bruit ou non. Il est par ailleurs délicat d'estimer le taux de bruit attendu, sans faire des hypothèses sur celui ci. L'hypothèse la plus contraignante pour la limite de flux consiste alors à attribuer tous ces événements à d'éventuels neutrinos. Dans ces conditions la limite supérieure sur le flux peut se retrouver détériorée par plusieurs ordres de grandeur.

Tableau 5 : Limite de sensibilité à un flux en  $E^{-2}$  pour différents seuils de bruits ambiant. Les limites sont données à 90% de confiance pour 1 an d'observation et en l'absence d'événements et de bruit. Les unités sur les limites de flux sont le  $\text{GeV} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ .

	60 dB ref 1 $\mu\text{Pa}$	70 dB ref 1 $\mu\text{Pa}$	80 dB ref 1 $\mu\text{Pa}$
$\nu_e$ (CC)	$3.8 \cdot 10^{-7}$	$8.6 \cdot 10^{-7}$	$2.4 \cdot 10^{-6}$
$\nu_e$ (CN), $\nu_{\mu,\tau}$ (CN,CC)	$1.5 \cdot 10^{-6}$	$3.7 \cdot 10^{-6}$	$1.1 \cdot 10^{-5}$

Quoi qu'il en soit, il nous semble que dans un scénario 'standard' la méthode de détection acoustique ne peut se montrer vraiment efficace qu'aux énergies extrêmes, au delà de  $10^{20}$  eV. A ces énergies, la faible intensité à la source peut alors être compensée par la 'disponibilité' d'un volume de matière important, pouvant atteindre des centaines de  $\text{km}^3$  efficaces. Il convient bien évidemment de choisir une zone d'implantation non limitée par la terre, soit avec des profondeurs d'eau de plusieurs km et ceci sur des dizaines de km de distance. Cependant, pour disposer de ce volume, les portées atteignant des dizaines de km, il faudra se 'rabattre' sur des signaux plus basses fréquences, du kHz à la dizaine de kHz, gamme de fréquences plus 'polluées' acoustiquement. Par ailleurs, sur ces grandes distances, la propagation du signal acoustique devient non triviale, nécessitant une modélisation plus détaillée, en intégrant les inhomogénéités latérales, les effets de réflexion. Enfin, nous rappelons que, du fait de la forte directivité du signal, l'utilisation en coïncidence d'éléments du détecteur espacés conduit à une importante perte d'efficacité géométrique.

## De nouvelles sources à UHE ?

L'observation de rayons cosmiques aux énergies extrêmes de  $10^{20}$  eV conduit à s'interroger sur la validité de nos modèles 'standards'. Notamment, aux énergies supérieures à  $10^{20}$  eV l'univers devient opaque à la propagation des rayons cosmiques, du fait de leur interaction sur le rayonnement cosmologique photon à 3 K. On parle de coupure GZK, du nom des physiciens à l'origine de l'idée : Greisen, Kuzmin et Zatsepin. Aussi, des rayons



cosmiques de  $10^{20}$  eV doivent avoir une origine ‘proche’, de l’ordre du Mpc. Or il ne semble pas y avoir de source capable d’expliquer l’accélération de particules à ces énergies extrêmes dans le ‘voisinage’. Néanmoins l’observation de tels événements est encore sujet de controverse, les statistiques et les erreurs expérimentales étant trop incertaines. La mise en place, actuellement, du détecteur AUGER devrait apporter de nombreux éléments de réponses. Les premiers résultats [102], présentés lors de la conférence internationale sur les rayons cosmiques (ICRC2005), ne permettent pas encore de trancher sur l’existence, ou non, d’une coupure sur le flux des rayons cosmiques aux énergies extrêmes. Une statistique plus significative sera disponible d’ici un an, fin 2006.

De nombreuses hypothèses ont été avancées pour expliquer l’origine de ces événements aux énergies extrêmes. On pourra par exemple en trouver une synthèse, ainsi que des références par Sigl [103]. Une hypothèse possible est que ces rayons cosmiques de EHE soient des particules non sensibles à la coupure GZK, soit si l’on reste dans le cadre du Modèle Standard, des neutrinos. Cependant, ceci ne fait que ‘repousser’ la question de l’accélération à ces énergies extrêmes, le neutrino étant alors un produit secondaire de l’interaction d’un proton de EHE, par exemple. Une étude détaillée des sources possibles de neutrinos de EHE n’ayant pas fait l’objet de cette thèse, nous nous contentons ici de mentionner cette possibilité. Néanmoins, nous notons le point suivant. Si il apparaît que la source de neutrinos de EHE, quelle qu’elle soit, peut conduire à des cascades atmosphériques dont le taux est similaire à ce qu’on peut observer pour des protons ou noyaux comme primaire, et ceci malgré la très faible probabilité d’interaction d’un neutrino dans l’atmosphère, alors cette source de neutrino doit être intense. Une estimation est donnée de la façon suivante. En incidence normale, l’atmosphère équivaut à une dizaine de mètres d’eau. Pour une longueur d’interaction de 100 km, la probabilité de ‘perdre’ un neutrino à la traversée est de l’ordre de  $10^{-4}$ . En comparaison, l’interaction d’un proton ou noyau de UHE, dans l’atmosphère, est certaine. Par ailleurs, le flux de rayons cosmiques observés à  $10^{20}$  eV serait de l’ordre de  $E^2\phi_0 \approx 10^{-9} \text{ GeV} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$ . Par conséquent, pour compenser son ‘handicap’, il faudrait un flux de neutrinos de  $E^2\phi_0 \approx 10^{-5} \text{ GeV} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{sr}^{-1}$ . Comme on peut le voir sur la Figure 3-33, un tel flux serait observable par des méthodes acoustiques, dans un scénario optimiste. Néanmoins, il semble déjà exclu par l’expérience RICE.

Une autre classe de modèles, appelés ‘top-down’, explique la présence de rayons cosmique de EHE par la désintégration de particules super massives, soit de encore plus haute énergie. Ces modèles peuvent conduire à des flux de neutrinos. Néanmoins, de nouveau, la limite établie par l’expérience RICE semble interdire tout espoir pour la détection acoustique, aux énergies inférieures à  $10^{20}$  eV. Par suite, il semble donc que si il y a un potentiel d’observation pour les méthodes acoustiques, il se situe aux énergies extrêmes. Dans le cas ou des mécanismes d’ablation serait mis en jeu, on pourrait gagner plusieurs ordres de grandeur sur le volume efficace de détection à UHE, et par suite sur la sensibilité.

## Le plan B

Si les solutions précédentes échouent, il existe encore deux autres points qu’il est possible de reconsidérer. Tout d’abord les section efficaces d’interaction des neutrinos ne sont pas fortement contraintes expérimentalement aux UHE. Par suite elles pourraient se montrer bien plus importantes que prévues. Une limite est imposée, néanmoins, par l’observation de cascades atmosphériques verticales. Si l’on admet que ces dernières ne sont pas le fait de neutrinos, la section efficace de diffusion par CC ou CN ne peut être plus forte que  $10^{-4}$  sa valeur ‘standard’, vers  $10^{20}$  eV, soit  $\sigma_{\nu N} \leq 10^{-27} \text{ cm}^2$ .

Dans le cadre du Modèle Standard, des interactions par des modèles d'instantons, ou sphalérons, pourraient conduire à un accroissement de la section efficace de diffusion inélastique des neutrinos aux UHE. Ce point a été discuté en début de cet exposé, dans la partie 1.1.2. Notamment, cette possibilité a été évoquée [104] pour expliquer l'origine des rayons cosmiques de UHE, au delà de la coupure GZK. Cependant, ces modèles prévoient un accroissement exponentiel de la section efficace, qui varie de 5 à 6 ordres de grandeur sur moins d'un ordre de grandeur en énergie. Par ailleurs l'énergie 'd'activation' ainsi que la section efficace du processus par instanton sont sujet à débat [14][103]. Quoiqu'il en soit, du fait de la nature brusque et de l'amplitude de la transition pour la section efficace, tels qu'ils sont proposés, il nous semble que ces modèles ne peuvent conduire à des neutrinos détectables dans l'eau. Avant activation du processus, la contribution à la section efficace est négligeable. Après, la quasi totalité des neutrinos aurait interagit dans l'atmosphère avant d'atteindre l'eau. Seule une faible fraction en énergie pourrait conduire à un taux d'événements 'amplifié'. Dans ces conditions, on a tout intérêt à utiliser l'atmosphère comme milieu de détection et non les océans ou la Terre.

D'autres mécanismes pourraient justifier un accroissement de la section efficace de diffusion inélastique neutrino-nucléon, de manière plus modérée, notamment des modèles de dimension supplémentaires [103]. Par suite, en l'absence de mesures plus contraignantes à EHE, la section efficace de diffusion reste peu certaine, à quelques ordres de grandeur près. Les expériences de détection acoustique pourraient ici contribuer à sonder cette physique de l'extrême.

Enfin, nous rappelons un point ayant été évoqué déjà au Chapitre 1, qui est la possibilité que d'autres mécanismes, que le processus thermo-acoustique, participent à la génération de l'onde acoustique. Ce point est délicat à contraindre expérimentalement du fait de la difficulté à reproduire un dépôt d'énergie aussi fortement colimé que ce que génère une cascade de particules de UHE. La contribution de mécanismes potentiellement plus efficaces, est, il nous semble, la seule possibilité pour que la méthode acoustique puisse être effective à 'basse' énergie.

### **3.4.2 Méthodes statistiques pour la recherche de sources astrophysiques**

Considérons un lot d'événement issu de cascades ayant toutes la même orientation mais localisées en des positions différentes dans l'espace et dans le temps. Si on néglige les effets de divergence angulaire du front d'onde ainsi que la réfraction, les directions d'incidence locales pour ces événements, enregistrées sur une ou plusieurs antennes, seront toutes perpendiculaires à une même direction : la direction de la cascade. Aussi en recherchant des plans 'd'accumulation' pour les directions d'incidence on peut identifier des directions privilégiées pour les cascades.

Maintenant si on dispose d'une source astrophysique distante, de sorte que le mouvement de translation de la Terre soit négligeable, les cascades initiées par des neutrinos issus de cette source auront toutes la même direction dans le référentiel géocentrique. Par conséquent les directions d'incidences, une fois corrigées du mouvement de rotation de la Terre, soit ramenée au référentiel géocentrique, contiennent une information statistique sur les distributions de sources astrophysiques ponctuelles.

Néanmoins, du fait de la réfraction, ou de la présence d'un fond diffus, neutrinos ou artefacts, cette image va être brouillée. Afin de corriger des effets de réfraction il est nécessaire d'estimer la distance à la source. L'erreur angulaire peut atteindre  $1^\circ$  pour 2 km de propagation. Or, pour réduire la pollution par un fond diffus il faut améliorer la résolution angulaire.



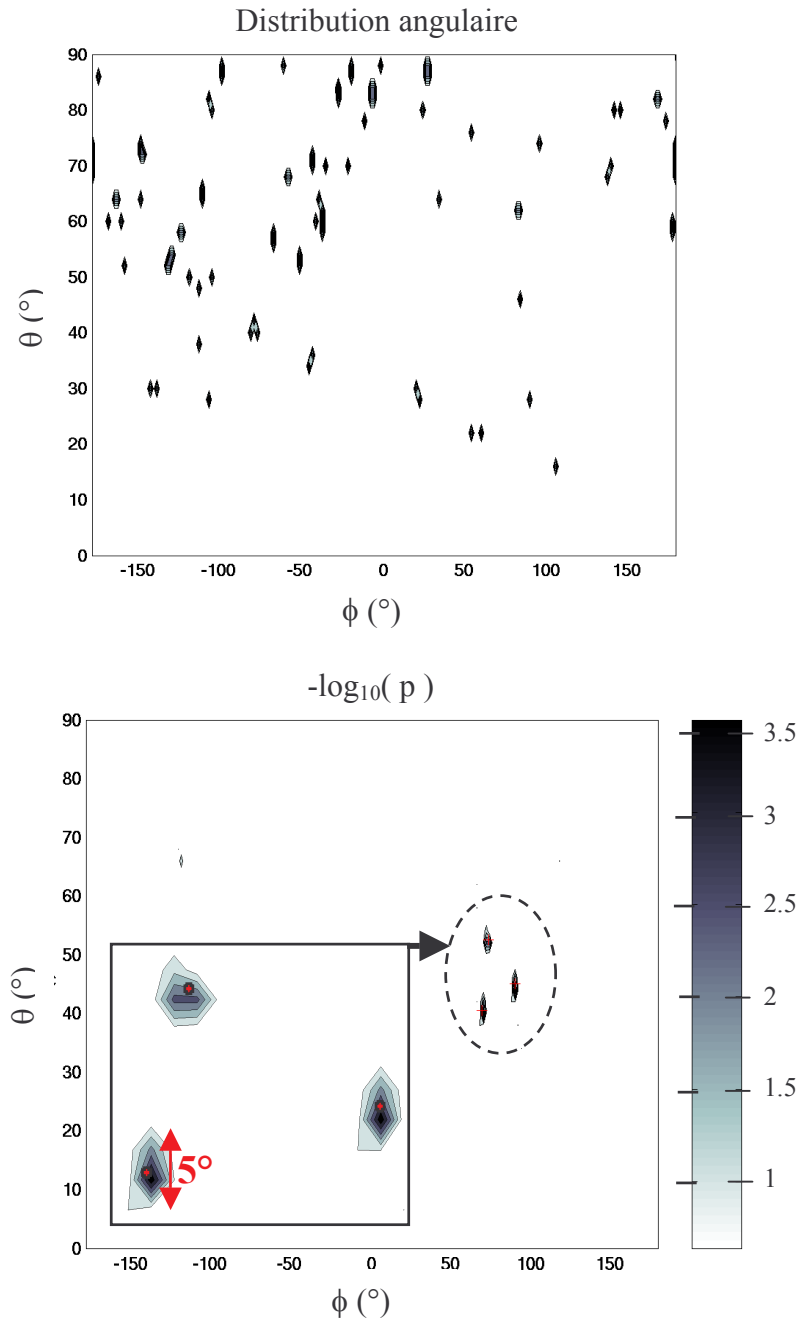


Figure 3-34 : Recherche de sources ponctuelles à partir de directions d'incidence du son. La figure du haut montre la répartition des directions d'incidences pour 40 événements dont 3·10 issus de 3 sources ponctuelles. Sur la figure du bas on voit le résultat de la reconstruction avec l'estimateur  $p$  explicité en Annexe T. Les points rouges correspondent aux positions réelles des sources.

Une application de cette méthode est illustrée sur la Figure 3-34 dans un cas simplifié où les effets de la réfraction sont négligés. Nous avons considéré un lot de 40 événements. Parmi ces 40 événements 10 sont distribués aléatoirement avec une loi uniforme. Les 30 autres correspondent à 3 sources distinctes, avec 10 événements par source. Pour la reconstruction des directions d'incidence nous avons utilisé une antenne de 4 hydrophones avec un espacement de 5 m et une précision de 1cm sur les positions. L'erreur angulaire sur les directions est d'environ  $1.5^\circ$  à grande distances. Sur la partie supérieure de la figure on peut voir la distribution des directions d'incidence reconstruites. Il n'y a pas de source apparente. La figure du bas montre un estimateur  $p$  des directions des sources astrophysiques,

construit à partir des directions d'incidence. La construction de cet estimateur est explicitée en Annexe S. Il est représenté avec la même résolution que pour les directions d'incidence, soit  $1.5^\circ$ . On observe 3 excès significatifs, avec moins de 0.1% de probabilité de générer 'accidentellement' cette situation. Les directions de ces excès correspondent aux directions des sources avec une résolution de  $2-3^\circ$ , soit environ le double de ce qui est obtenu pour la direction d'incidence.

Cependant cette méthode présente une limitation évidente dans notre cas de figure. Elle demande de disposer d'une statistique d'événements en provenance d'une même source. Les taux d'événements attendus étant faibles, comme nous avons pu le voir précédemment, ce dernier point est très incertain. Néanmoins, si il s'avère que les taux d'événements sont plus grand que prévu, soit de la présence d'une source 'inattendue', soit du fait d'un accroissement de la section efficace des neutrinos, avec ouverture éventuelle d'un canal de nouvelle physique, alors l'utilisation de méthodes statistiques pourrait se montrer intéressante. Une étude plus approfondie est requise cependant pour déterminer dans quelle mesure le gain en efficacité géométrique, du fait de l'utilisation d'une structure compacte, est pondéré par la nécessité de disposer d'une statistique d'événements pour la reconstruction.

## Conclusion et perspectives

Bien que, arrivé à ce stade il vient plus de nouvelles questions que de réponses, il faut néanmoins conclure cet exposé en tentant de dresser un bilan.

### Les principales caractéristiques du signal

Pour le signal acoustique, nous avons pu dégager deux grands régimes. La forme du signal est dominée par deux paramètres qui sont : la distribution latérale de densité d'énergie déposée au sein de la cascade et la réponse d'absorption du milieu. Contrairement aux observations de cascades atmosphériques, c'est le cœur de la distribution latérale qui nous intéresse, or celui-ci semble mal connu. Selon l'étalement du dépôt de cœur le signal acoustique est susceptible d'être plus ou moins intense, et par ailleurs des mécanismes d'ablation pourraient se manifester aux énergies extrêmes. Bien que les expériences sur accélérateurs, ou avec des faisceaux laser, indiquent que le mécanisme thermo-acoustique est dominant, ces expériences ne permettent pas de reproduire un profil latéral divergent. Les faisceaux obtenus en laboratoire ont des profils gaussiens. La situation très particulière observée dans une cascade résulte du 'boost' d'un grand nombre de particules ultra-relativistes, conduisant à un faisceau 'extraordinairement' colimé.

De par sa composition chimique, l'absorption dans l'eau de mer est renforcée pour des distances supérieures à la centaine de mètres. Aux distances inférieures on peut avoir propagation de fréquences de plusieurs centaines de kHz, et on est alors particulièrement sensible à la forme de la densité latérale d'énergie déposée. A ces distances on est dans de parfaites conditions de champ proche, avec une relation 'point à point', permettant d'imager la cascade. Selon l'étalement de la densité latérale d'énergie, et les conditions de bruit ambiant à ces ultra hautes fréquences, il semble ainsi envisageable d'observer des neutrinos ayant des énergies de l'ordre de  $10^{16-17}$  eV jusqu'à des distances de plusieurs dizaines à la centaine de mètres. Ces performances restent cependant modestes, en comparaison de ce que peut faire un photomultiplicateur. Néanmoins, sur un détecteur géant, ces propriétés pourraient trouver des applications, utilisées en conjonction avec d'autres méthodes d'observation.

A grande distance, la faible inélasticité de la réaction de diffusion des neutrinos, l'absorption renforcée dans l'eau de mer, et la dilution LPM de l'énergie de la partie électromagnétique, sont autant de paramètres handicapants pour l'observation du signal acoustique d'un neutrino. Le signal issu de la partie hadronique atteint une forme 'standard' dont il sera difficile d'extraire de l'information sur la distribution à la source. Inversement, la partie LPM est quant à elle fortement stochastique, et donc peu prévisible. Ce dernier point est à nuancer cependant aux énergies extrêmes. La physique de la cascade est alors difficilement prévisible, et par ailleurs sur des distances de la dizaine de km, la partie LPM atteint une forme plus standard.

## **L'instrumentation et le bruit**

Le bruit est limité par au moins deux facteurs. Tout d'abord le bruit propre, sensiblement blanc, de l'instrumentation, la céramique piézoélectrique, n'est plus négligeable en comparaison du minimum de bruit de mer ambiant, aux fréquences de 30 kHz. Si l'on souhaite 'creuser' dans le bruit de mer pour y dénicher des neutrinos, il faudra soigner cet aspect. Dans le cas où l'on s'oriente vers une détection de neutrinos aux énergies extrêmes, sur des distances de propagation de la dizaine de kilomètres, ce dernier point devient moins critique. Le signal se 'déplaçant' alors vers les basses fréquences.

Ensuite, il semblerait qu'il existe des sources biologiques très intenses de bruit impulsionnel et directionnel : les ondoncètes, ou dauphins par exemple. A grande distance, on perd les détails hautes fréquences sur la source et les clicks émis par ces animaux sont susceptibles de se confondre avec la signature d'un neutrino. Néanmoins, ces clicks ne sont pas émis de façon isolée, ce qui peut permettre de dresser un critère d'exclusion. Quoi qu'il en soit, il semble que la recherche de neutrinos en milieu marin passera par l'observation, la reconnaissance et l'identification des espèces de dauphins évoluant aux abords du détecteur. Pour cela, il sera vraisemblablement utile dans tous les cas d'associer au détecteur un système d'écoute très large bande (10 Hz – 200 kHz) pour une meilleure cohabitation, notamment pour dresser des périodes de veto.

## **Reconstruction et géométrie de détecteur**

De part la forte directivité du signal il apparaît que le facteur déterminant pour l'espacement d'éléments détecteurs utilisés en coïncidence n'est pas la portée du signal. L'espacement est imposé par l'extension du front d'onde qui est de l'ordre de la centaine de mètres aux UHE. Aussi, si on suit une logique de détecteur observant des événements 'contenus' on est ramené à la situation d'un détecteur optique, ou les éléments sensibles sont espacés d'une centaine de mètres. Cependant, il existe des alternatives, consistant à observer des événements 'exclus'. De telles observations ne peuvent se faire efficacement en coïncidence que sur un arrangement compact. On est alors dominé par des événements distants, avec un front d'onde localement plat, en comparaison de la précision sur les positions relatives des hydrophones détecteurs. Par suite, seule la direction d'incidence du son peut être reconstruite efficacement, par triangulation, à partir d'une telle structure. Néanmoins, on peut ici exploiter la directivité du signal à notre avantage, la direction d'incidence du signal étant orthogonale à la direction de la cascade, soit du neutrino, à la source.

Par ailleurs, le signal étant dominé par l'absorption aux grandes distances il est envisageable d'estimer la distance, et par suite l'énergie d'un événement, à partir de la durée de l'impulsion acoustique. Rajoutons également le fait qu'une géométrie compacte permet par ailleurs une discrimination des événements d'origine acoustique, ou un tri, sur la base d'une corrélation à la vitesse du son. Ainsi, ce type de structure apparaît comme particulièrement riche pour l'étude de signaux acoustiques impulsionnels, et directifs.

## Neutrinos de UHE et astrophysique

Même en tenant compte de l'extension verticalement limitée du milieu de détection, des effets d'ombre acoustique du fait de la réfraction, le volume efficace sur lequel un neutrino est observable continu d'augmenter sensiblement avec l'énergie. Ainsi aux énergies extrêmes de  $10^{21-22}$  eV on atteindrait des sensibilités à un flux astrophysique décroissant en  $E^{-2}$  qui serait de l'ordre de  $E^2 \phi_0 \approx 10^{-6} \text{ GeV} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ . Compte tenu des multiples incertitudes sur le signal, et sur le bruit ce chiffre est susceptible de varier par au moins un ordre de grandeur. A ces énergies extrêmes, les flux de neutrinos ne sont pas fortement contraints expérimentalement. La limite indiquée précédemment apporterait une nouvelle contrainte.

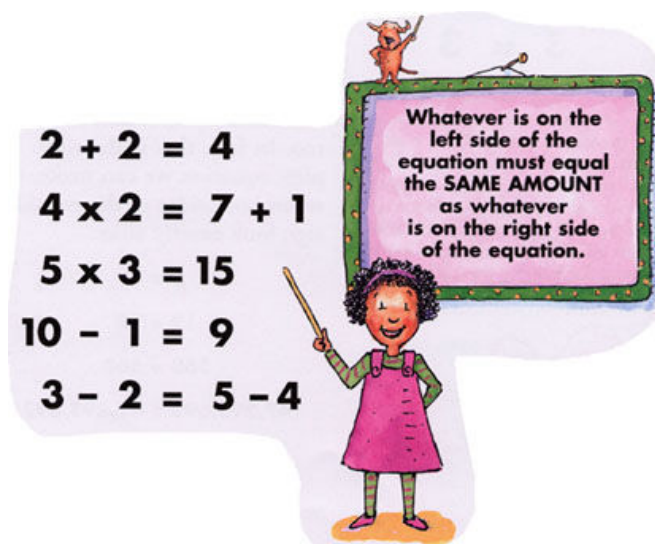
Quoi qu'il en soit, si le neutrino ne devient pas 'fort' aux énergie extrêmes, il semble difficilement envisageable de faire des observations astrophysiques avec des neutrinos de UHE sans utiliser, au moins en partie, un milieu dense.

Nous concluons cet exposé de thèse avec cet avis, très personnel. Dans un scénario standard, l'observation de neutrinos de ultra haute énergie par des méthodes acoustiques s'avère un difficile défi à relever. Cependant, ce défi ne réside pas tant dans la méthode utilisée que dans la nature 'insaisissable' des neutrinos. Par contre, si il s'avère que des mécanismes plus efficaces que la génération thermo-acoustique, entrent en jeu dans la formation du signal acoustique issu des cascades, alors la méthode acoustique pourrait se montrer redoutablement efficace. Dans tous les cas de figure, de part le caractère exploratoire des énergies extrêmes, de l'acoustique impulsionnelle haute fréquence en milieu marin, des grands fonds sous-marins, il nous semble qu'une expérience engageant un nombre restreint, *mais suffisant* d'hydrophones grand fond, ne peut que se montrer riche en information nouvelle.



## 4 Annexes à l'exposé de thèse

Dans les pages qui suivent nous donnons les détails des calculs et des procédures de simulations qui ont été utilisés pour arriver aux résultats présentés dans cet exposé de thèse. La présentation de ces travaux a été morcelée en plusieurs parties, qui suivent la chronologie de l'exposé principal.







## Annexe A : Effet LPM à UHE et suppression diélectrique dans l'eau

Malheureusement il est difficile de comparer directement une prédiction de section efficace de Bremsstrahlung aux résultats des expériences de Anthony *et al* ou Hansen *et al*. car les échantillons utilisés sont de taille finie et présentent donc des effets de bord importants. D'autre part il peut y avoir émission de multiples photons de Bremsstrahlung par un même électron. Aussi dans les expériences de Anthony *et al*. ou Hansen *et al*. les données expérimentales sont principalement comparées aux résultats de simulations Monte-Carlo utilisant pour le processus de Bremsstrahlung la section efficace de Migdal selon la paramétrisation de Stanev *et al*. Les auteurs trouvent un bon accord entre le Monte-Carlo et l'expérience avec un écart de l'ordre de 5% à 10% pour des cibles de différents matériaux. Néanmoins aux énergies explorées par ces expériences on est limité à de relativement grandes valeurs du paramètre de suppression  $s' = \gamma_0 s / \sqrt{\xi} \geq 7\%$ , comme on peut le voir sur la partie droite de la Figure 4-1 (courbes en trait plein). Dans de l'eau et à UHE les valeurs de  $s'$  sont significativement plus faibles. La Figure 4-2 montre les valeurs calculées en utilisant l'équation (1-23) du Chapitre 1.

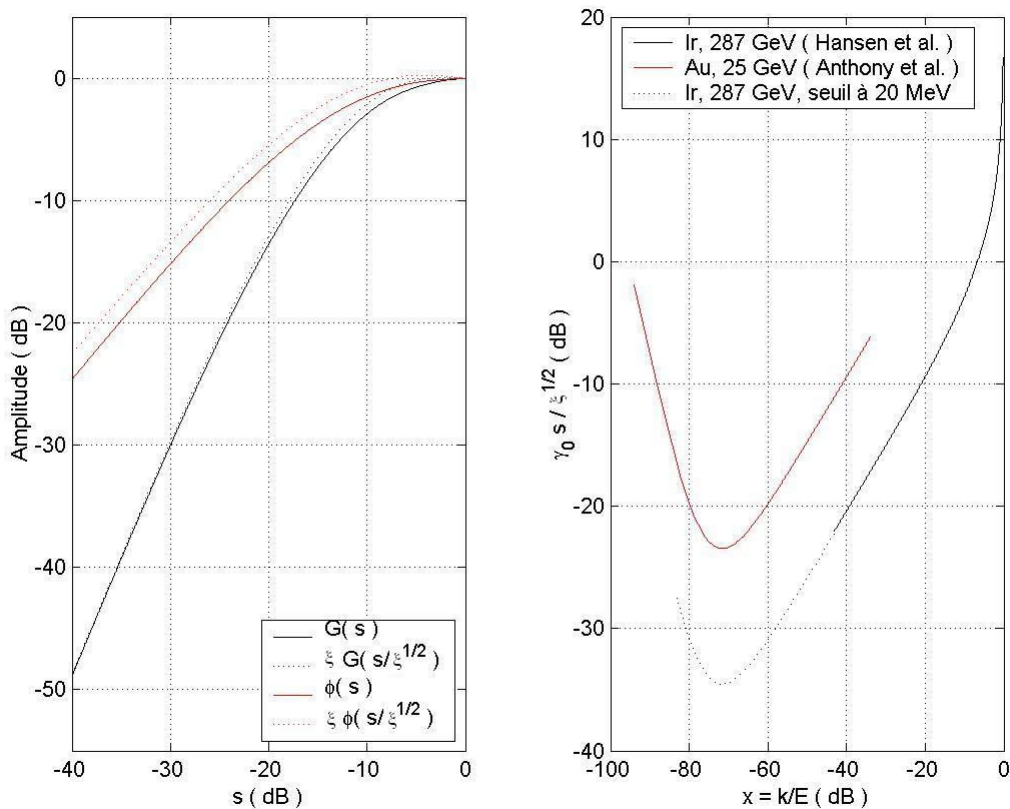


Figure 4-1 : Paramètre de Migdal et valeurs expérimentales de suppression. La figure de gauche montre l'évolution des fonctions définies par Migdal en fonction du paramètre de suppression  $s$ . La figure de droite représente les valeurs de suppression investiguées expérimentalement.

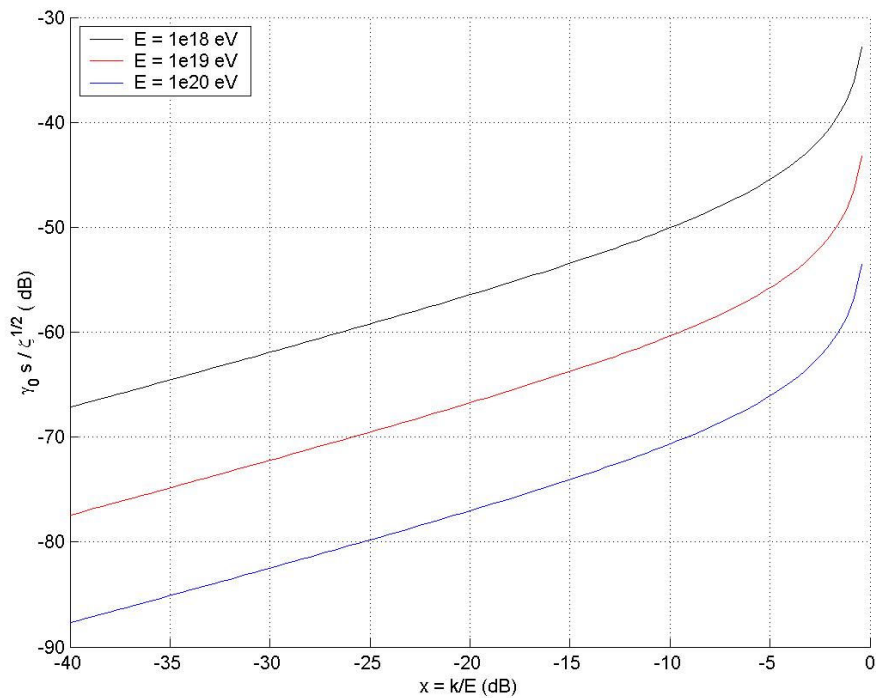


Figure 4-2 : Paramètres de Migdal à UHE dans de l'eau. Les différentes courbes correspondant à des UHE de  $10^{18}$  à  $10^{20}$  eV. On est en régime de forte suppression, non contraint expérimentalement.

La partie gauche de la Figure 4-1. montre également les variations de la suppression par diffusion Coulombienne selon que l'on tienne compte ou non du terme correctif  $\xi$  (courbe en pointillés ou en trait plein). Les valeurs des paramètres correspondent aux conditions de l'expérience de Anthony *et al.* Le terme en  $\phi$  peut varier d'un facteur  $\sqrt{2}$  en régime de suppression, mais plutôt 10-15% dans les conditions de l'expérience Le terme en  $G$  varie au plus de 5%. Mais sa contribution est négligeable en régime de suppression. Pour une cible d'Or de faible épaisseur, lorsque d'après les auteurs l'émission de multiples photons par un même électron est négligeable, ceux ci trouvent un meilleur accord avec le résultat du calcul de Blankenbecler et Drell [105] que avec leur Monte-Carlo. Ce calcul inclut les effets de taille finie, mais pas la suppression diélectrique. Blankenbecler et Drell affirment retrouver à 8% près les résultats de Migdal pour la suppression par diffusion multiple pour  $\xi = 1$ . Ce résultat semble en léger désaccord avec l'écart de 5% seulement du Monte-Carlo, si on admet que pour une cible d'Or fine les mesures de Anthony *et al.* donnent une mesure directe de la section efficace de Bremsstrahlung et donc du terme correctif  $\xi$ . Dans le cas contraire, si les deux résultats, Blankenbecler et Drell et le Monte-Carlo sont bien compatibles à 5% près, les effets de bord expliquant que l'on n'observe pas un écart de l'ordre de 10-15%, alors force est d'admettre que l'expérience est pas ou peu sensibles aux valeurs de  $\zeta$ . Notamment il ne nous semble pas clair dans quelle mesure les expériences de Anthony *et al.* ou Hansen *et al.* sont sensibles à la forme précise des fonctions de suppression  $\phi$  et  $G$  introduites par Migdal.

Quoi qu'il en soit l'expérience de Anthony *et al.* met en évidence que les deux effets de suppression : Coulombienne et diélectrique entre en jeu et qu'à 5-10% près ils semblent se combiner tel que l'a prévu Migdal. L'expérience de Hansen *et al.* n'est pas sensible à la suppression diélectrique, mais elle confirme le résultat précédent à plus haute énergie pour la suppression par diffusion multiple. Néanmoins les fonctions  $\phi$  et  $G$  calculées par Migdal pour caractériser la suppression ne sont contraintes expérimentalement que pour des valeurs de

paramètre  $s' \geq 7\%$ . Notamment leur comportement asymptotique à petit  $s' < 1$  n'est pas vérifié. Or à UHE on est en régime de forte suppression avec des valeurs de  $s'$  de plusieurs ordres de grandeurs plus faible que celles investiguées expérimentalement. Une amélioration par un facteur 10 de la sensibilité du détecteur utilisé dans l'expérience de Hansen *et al.* permettrait d'abaisser la contrainte expérimentale à la valeur limite de  $s' = 2\%$ . Même ainsi on reste cependant à plusieurs ordres de grandeurs des valeurs mises en jeu à UHE dans l'eau. Aussi la contrainte du fort régime de suppression LPM semble malheureusement rester hors de portée en utilisant les accélérateurs et les détecteurs actuels.

### Permittivité diélectrique de l'eau

Un autre facteur d'incertitude, susceptible d'affecter la partie de basse énergie de la cascade, pourrait venir du comportement diélectrique de l'eau. Pour des milieux solides Migdal assimile le milieu à un gaz d'électron dont la constante diélectrique est liée à la pulsation plasma  $\omega_p$  selon :

$$(4-1) \quad \varepsilon_r(k) = 1 - \left(\frac{\hbar\omega_p}{k}\right)^2, \quad \omega_p = \sqrt{\frac{4\pi\alpha Z\rho(H_2O)N_A\hbar^2c}{mA}}$$

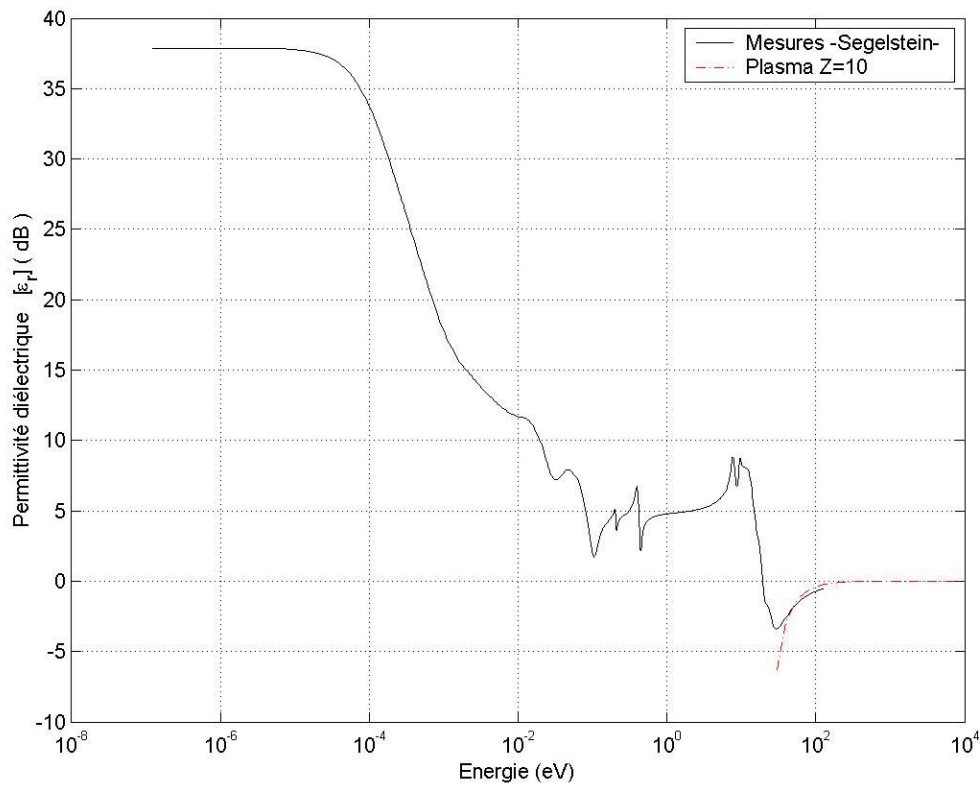


Figure 4-3 : Permittivité diélectrique de l'eau. Les mesures sont issues des travaux de Segelstein [107]. Aux énergies du keV elles semblent converger vers un modèle de plasma.

En particulier on en déduit pour le paramètre de suppression diélectrique  $\gamma_0$  :

$$(4-2) \quad \gamma_0 = 1 + \left( \frac{x^*}{x} \right)^2, \quad x^* = \frac{\hbar \omega_p}{mc^2}$$

Une valeur caractéristique pour la pulsation plasma d'un solide est de quelques dizaines d'eV, soit  $x^* \approx 10^{-4}$ . Pour de l'eau on trouve une pulsation plasma de 21.5 eV et  $x^* = 4.3 \cdot 10^{-5}$ .

La Figure 4-3 montre la permittivité diélectrique mesurée par Segelstein [107] (courbe noire). La courbe rouge correspond à la permittivité attendue pour un plasma d'électron équivalent à de l'eau. Malheureusement la plage de mesures ne coïncide que partiellement avec la gamme d'énergie ou le modèle de plasma équivalent d'électrons pourrait devenir valide. Il n'a pas été possible de trouver des mesures à plus haute énergie que celles de Segelstein. Aussi, bien que l'hypothèse du plasma équivalent paraisse des plus raisonnable, il nous paraît délicat d'extrapoler le comportement diélectrique de l'eau à plus haute énergie, au voisinage de l'énergie critique notamment. La tendance observée par Segelstein aux 'hautes' énergies pour ses mesures semble toutefois qualitativement compatible avec un modèle de plasma. Des mesures sur accélérateur pourraient confirmer cette tendance à plus haute énergie.

Quoi qu'il en soit il nous paraît des plus raisonnable pour la suite que le modèle de plasma est valide à UHE pour l'eau ou tout du moins que la permittivité diélectrique de l'eau tend 'suffisamment' vite vers 1 à haute énergie. Dans ce cas aux UHE le paramètre  $s'$  reste négligeable,  $s' < 1$ , de telle sorte que si le comportement asymptotique prédit par Migdal pour la suppression est valable, en régime de forte suppression la section efficace varie comme  $\sigma \propto \xi \phi(s') / \gamma_0 \approx 6\zeta s' / \gamma_0 = 6s\sqrt{\xi}$ . Il en résulte que la section efficace à UHE est indépendante du paramètre de suppression diélectrique. Aussi, nous négligerons complètement l'effet diélectrique pour la simulation de la composante UHE des cascades. Néanmoins le comportement diélectrique singulier de l'eau pourrait affecter la partie de basse énergie des cascades, soit les régions périphériques.

## Annexe B : Discussion sur les sections efficaces proposées par Migdal

Une description quantitative de la suppression LPM est donnée par Migdal dans la référence [18]. Bien qu'il existe des approches plus modernes sur le sujet [105][106], la description de Migdal présente l'avantage de donner une formulation explicite en accord avec les expériences récentes pour des incertitudes systématiques de l'ordre de 5%.

D'après le calcul de Migdal la section efficace différentielle de Bremsstrahlung est donnée par l'équation suivante :

$$(4-3) \quad \frac{d\sigma_B}{dx} = \frac{A}{\rho(H_2O)N_A k} \frac{(mc^2)^3 \alpha g^2 x^2}{4\pi^2 \hbar c E^2} \text{Re} \left( K_1 \int h_1(\vec{\eta}, \tau) d^2 \vec{\eta} + K_2 \int \vec{\eta} \cdot \vec{R}(\vec{\eta}, \tau) d^2 \vec{\eta} \right)$$

où  $E$  est l'énergie initiale de l'électron et  $k$  l'énergie du photon émis. Par ailleurs on note  $K_1 = x^2 / (1-x)^2$ ,  $K_2 = g^2 (1+1/(1-x)^2)$  et  $g = (E-k/2)/mc^2$ . La variable d'intégration  $\vec{\eta}$  caractérise la fraction de l'impulsion de l'électron qui est transverse à la direction du photon de Bremsstrahlung émis. L'équation (4-3) est établie dans une approche de mécanique quantique en considérant l'évolution de la matrice de densité des états quantiques de l'électron 'légèrement perturbés'. Pour une justification complète de cette expression nous invitons le lecteur à se reporter à l'article d'origine. On notera que cette expression est valide uniquement dans la limite des faibles impulsions transverses, faibles devant  $g$ , ce qui semble parfaitement justifié à haute énergie, en régime LPM. Enfin, les fonctions  $h_1$  et  $\vec{R}$  vérifient l'équation d'évolution qui suit :

$$(4-4) \quad 16is^2(\gamma_0 + g^2 \vec{\eta}^2) f(\vec{\eta}) + \frac{1}{\pi g^2} \int |V(\vec{\eta} - \vec{\eta}')|^2 [f(\vec{\eta}') - f(\vec{\eta})] d^2 \vec{\eta}' = \begin{cases} -8E^*/mc^2 & \text{si } f = h_1 \\ -8E^*/mc^2 \vec{\eta} & \text{si } f = \vec{R} \end{cases}$$

Les paramètres de suppression  $s$  et  $\gamma_0$  ont été définis précédemment dans l'équation (1-24) lorsque nous avons introduit l'effet LPM. Ils dépendent de la fraction  $x$ , de la permittivité diélectrique  $\epsilon_r$  et de l'énergie seuil  $E^*$ . La fonction  $V$  est un facteur de forme décrivant la distribution de l'impulsion transverse sous l'effet de la diffusion multiple Coulombienne. L'expression choisit par Migdal est une distribution de Lorentz de largeur angulaire  $\theta_1 = 1/(ag)$ ,  $a$  étant définie à partir du rayon de Thomas-Fermi comme  $a = 121/Z^{1/3}$ . Soit pour  $V$  on a :

$$(4-5) \quad V(\vec{\eta}) = \frac{1}{L} \frac{1}{\theta_1^2 + \vec{\eta}^2}$$

où  $L$  est un paramètre qui est implicitement ajusté à la valeur  $L = 2 \ln(\sqrt{2}a)$ . L'ordre de grandeur de l'angle caractéristique  $\theta_1$  peut se justifier au moins en partie par des arguments cinématiques. Il varie comme  $\theta_1 \propto 1/g = O(1/\gamma_f)$ , ou  $\gamma_f$  est le 'boost' relativiste de la particule mère, l'électron ici. On retrouve donc une expression similaire à celle obtenue

dans la partie 1.1.1, dans l'équation (1-6) mais avec un 'boost' bien plus important, donné par le mouvement de l'électron dans le référentiel du laboratoire comme  $\gamma_f = E / mc^2$

### Méthode de résolution de Migdal

Afin de déterminer les fonctions  $h_1$  et  $\vec{R}$  solutions de l'équation (4-4), Migdal développe le terme en  $f(\vec{\eta}') - f(\vec{\eta})$  sous l'intégrale au deuxième ordre d'approximation en  $\vec{\eta} - \vec{\eta}'$ . Cette approximation semble justifiée par le fait que l'équation (4-4) est elle même établie dans l'approximation de faibles impulsions transverses, soit à haute énergie pour la particule primaire. Ce développement conduit à une équation différentielle du deuxième ordre selon :

$$(4-6) \quad 16is^2(\gamma_0 + g^2\vec{\eta}^2)f + \frac{C_2}{2\pi g^2 L} \Delta f = \begin{cases} -8E^* / mc^2 & \text{si } f = h_1 \\ -8E^* / mc^2 \vec{\eta} & \text{si } f = \vec{R} \end{cases}, \quad C_2 = \int \vec{\eta}^2 |V(\vec{\eta})|^2 d^2\vec{\eta}$$

le terme d'ordre 1 du développement étant nul. Cependant, afin de pouvoir faire ce développement il est nécessaire de borner l'intégration lors de la détermination du coefficient  $C_2$ . En particulier, pour un électron de très haute énergie la valeur supérieure de la borne  $\theta_2$  de l'intégrale est estimée par Migdal comme étant de  $\theta_2 = 2 / (\alpha g Z^{1/3})$ . Cette valeur de l'angle  $\theta_2$  correspond à l'angle de diffraction limite de l'électron par les noyaux des atomes composant le milieu. Il vient alors :

$$(4-7) \quad C_2 \approx \pi \ln\left(\frac{\theta_2}{\theta_1}\right) \approx \pi L$$

Avec ce choix on retrouve la section efficace différentielle de Bethe-Heitler à plus basse énergie, à un facteur deux près. En considérant la contribution de l'ordre 4 du développement, Migdal prévoit également une dépendance de la borne supérieure en  $\theta_2 \propto 1 / g\sqrt{s}$ . Pour rendre compte de cette variation ainsi que de l'écart par un facteur 2 à la section efficace de Bethe-Heitler à plus basse énergie, Migdal procède à une interpolation linéaire du coefficient  $C_2$  selon :

$$(4-8) \quad C_2 = L\xi(s) \quad \text{avec} \quad \xi(s) = \begin{cases} 1 & \text{si } s \geq 1 \\ 1 + \ln(s) / \ln(s_1) & \text{si } s_1 \leq s < 1 \\ 2 & \text{si } s < s_1 \end{cases}$$

où  $\sqrt{s_1} = \theta_2 / \theta_1 = Z^{1/3} / 190$ . L'équation (4-6) pour  $h_1$  et  $\vec{R}$  est résolue en annexe de l'article de Migdal. En introduisant une transformée de Laplace portant sur la variable  $z = 1 / 2\vec{\eta}^2$  il en déduit les intégrales suivantes, requises pour le calcul de la section efficace :



$$(4-9) \quad \begin{cases} \operatorname{Re}\left(\int h_1(\vec{\eta})d^2\vec{\eta}\right) = \frac{4\pi^2 E^2 \hbar c}{3\alpha X_0 g^2 K_1 (mc^2)^3} \xi(s) \frac{G(\gamma_0 s / \sqrt{\xi(s)})}{\gamma_0^2} \\ \operatorname{Re}\left(\int \vec{\eta} \cdot \vec{R}(\vec{\eta})d^2\vec{\eta}\right) = \frac{4\pi^2 E^2 \hbar c}{3\alpha X_0 g^4 K_1 (mc^2)^3} \xi(s) \frac{\phi(\gamma_0 s / \sqrt{\xi(s)})}{\gamma_0} \end{cases}$$

On notera que Stanev *et al.* [46] donnent une expression plus complexe que celle adoptée ici, ainsi que par Migdal, pour les valeurs des paramètres  $\xi$  et  $s$ , expression qui tient compte de l'interdépendance de ces paramètres. Cependant, numériquement nous avons constaté que cette expression diffère de celle de Migdal de moins de 1%. Elle nous apparaît donc comme un luxe de rigueur compte tenu des approximations faites préalablement.

### Expression des fonctions $\phi$ et $G$

Les fonctions  $\phi$  et  $G$  peuvent s'exprimer à partir de la dérivée logarithmique  $\psi$  de la fonction  $\Gamma$ . Un développement en série entière est donné par Migdal en annexe de son article, comme :

$$(4-10) \quad \begin{aligned} \phi(x) &= -12x^2 \left( \frac{\pi}{2} + \operatorname{Im}[\Psi(x - ix) + \Psi(x + 1 - ix)] \right) = 6x - 6\pi x^2 + 24x^3 \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{1}{(k+x)^2 + x^2} \\ G(x) &= 48x^2 \left( \frac{\pi}{4} + \operatorname{Im}[\Psi(x + 1/2 - ix)] \right) = 12\pi x^2 - 48x^3 \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{1}{(k+x+1/2)^2 + x^2} \end{aligned}$$

Les variations de ces fonctions avec le paramètre  $s$  sont représentées sur le cadran gauche de la Figure 4-1 de l'Annexe A. En régime de suppression ( $s < 1$ ) la section efficace est dominée par la fonction  $\phi$ . Aux faibles valeurs de  $s$  elle varie comme  $\phi(x) \approx 6x$ ,  $x < 1$ . Il en résulte que la section efficace de Bremsstrahlung ne diverge plus que en  $1/\sqrt{k}$  lorsqu'on est en suppression par diffusion multiple. Cependant cette dernière est en compétition avec la suppression diélectrique par l'intermédiaire du terme  $\gamma_0$  qui tend à croître lorsque l'énergie  $k$  du photon émis décroît. Aux plus faibles valeurs de  $s$  cette dernière domine. La section efficace varie alors comme  $\propto 1/k\gamma_0 \propto k$ . Dans tous les cas la divergence infrarouge est supprimée.

### Evaluation numérique des fonctions $\phi$ et $G$

Dans son article de 1956 Migdal suggère qu'une résolution exacte de l'équation (4-4) pour les fonctions  $h_1$  et  $\vec{R}$  permettrait de lever l'incertitude introduite par le facteur  $\xi$ . Dans cette partie nous examinons cette possibilité. Néanmoins, comme on le verra par la suite le choix 'arbitraire' de la borne supérieure de l'intégration sur les impulsions transverses  $\vec{\eta}$  reste un paramètre critique dont on ne peut pas s'affranchir dans le cadre du modèle de Migdal.

Dans la suite nous admettons que la symétrie du problème impose que les fonctions  $h_1$  et  $\vec{R}$  sont de la forme suivante :

$$(4-11) \quad h_1(\vec{\eta}) = h(\eta) \quad \text{et} \quad \vec{R}(\vec{\eta}) = \vec{\eta}g(\eta)$$

C'est à dire que la direction du photon émis est le seul élément de symétrie. Dans le cas général on pourrait s'attendre à ce que la direction initiale de l'électron joue également un rôle, cependant les fonctions  $h_1$  et  $\vec{R}$  correspondent à des grandeurs moyennes sur celle ci. De plus c'est également le choix fait implicitement par Migdal par son choix de facteur de forme  $V$  et par développement en série. Seuls les termes paires du développement sont non nuls, ce qui conduit à une équation dépendant du seul paramètre  $\vec{\eta}^2$ .

Dans ces conditions on pourra vérifier à partir de l'équation (4-4) que les fonctions  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  définies de façons analogues à celle de Migdal comme :

$$(4-12) \quad \varphi_1(u) = h(\eta) \quad \text{et} \quad \varphi_2(u) = \vec{\eta} \cdot \vec{R}(\vec{\eta}) / 2\theta_1^2 = ug(\eta)$$

avec  $u = \vec{\eta}^2 / 2\theta_1^2$ , vérifient des équations intégrales de la forme suivante :

$$(4-13) \quad \varphi_i(u) = f_i(u) + \int_{u'=0}^{u_2} K_i(u, u') \varphi_1(u') du'$$

où  $u_2 = \theta_2^2 / 2\theta_1^2$  est la borne supérieure d'intégration. Les fonctions  $f_i$  et  $K_i$  ont pour expression :

$$(4-14) \quad \begin{cases} f_1(u) = 8E^* f_0(u) / mc^2 \\ K_1(u, u') = (1 + 2u + 2u')K_0(u, u') \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} f_2(u) = 8E^* u f_0(u) / mc^2 \\ K_2(u, u') = 4uK_1(u, u') \end{cases}$$

avec :

$$(4-15) \quad \begin{cases} f_0(u) = \frac{1}{a_0^2 / L - 16is^2(\gamma_0 + 2u / a_0^2)} \\ K_0(u, u') = \frac{f_0(u)}{(1 + 2u + 2u')^{3/2} (4(u - u')^2 + 4(u + u') + 1)^{3/2}} \end{cases}$$

Les fonctions  $\phi$  et  $G$  définies par Migdal sont reliées aux fonctions  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  définies précédemment par :

$$(4-16) \quad \begin{cases} G(s, \gamma_0, a_0, L) = \frac{48s^4 mc^2}{E^* a_0^2} \operatorname{Re} \left( \int \varphi_1(u) du \right) \\ \phi(s, \gamma_0, a_0, L) = \frac{96s^4 mc^2}{E^* a_0^4} \operatorname{Re} \left( \int \varphi_2(u) du \right) \end{cases}$$

### Approximation numérique des fonctions $\phi$ et $G$ par une série de Liouville-Neumann

Posé sous cette forme le problème consistant à déterminer les fonctions  $\varphi_i$  est connue comme une équation intégrale de Fredholm de deuxième espèce. Il admet plusieurs méthodes d'approximation numérique dont on pourra trouver des exemples dans l'ouvrage 'Numerical Recipes' (NR) [108]. La discrétisation du problème se ramène à une inversion de matrice. D'autre part une solution analytique est donnée sous la forme d'un développement en série de Liouville-Neumann, selon :

$$(4-17) \quad \varphi_i(u) = \sum_{n=0}^{+\infty} \Phi_n^{(i)}(u)$$

où les termes de la série sont définies par la relation de récurrence suivante :

$$(4-18) \quad \begin{cases} \Phi_0^{(i)}(u) = f_i(u) \\ \Phi_{n+1}^{(i)}(u) = \int_0^{u_2} K_i(u, u') \Phi_{n+1}^{(i)}(u') du' \end{cases}$$

On pourra se reporter à l'ouvrage suivant : 'Mathématiques pour la Physique' [109] pour une justification des conditions d'applicabilité, qui sont ici satisfaites avec le choix fait par Migdal pour le facteur de forme  $V$ .

Le noyau  $K_i$  comporte deux termes de coupure de type 'passe bas'. Le premier terme est dépendant du facteur de forme  $V$  de la diffusion multiple. Il est sensible pour  $u \approx 1$ . Le second est dépendant du paramètre de suppression  $s$  et intervient pour des valeurs de  $u$  de l'ordre de  $u \approx a_0^4 / 16Ls^2 \gg 1$ . Ces deux coupures agissent sur des plages de valeurs distinctes et en pratique les termes d'ordres supérieurs à 0 dans le développement en série de Neumann ne sont sensibles qu'à la première coupure. Soit les corrections d'ordres supérieurs à 0 n'affectent que le domaine  $u \leq 1$ . La Figure 4-4 montre les variations calculées pour les fonctions  $\varphi_i$ . La courbe en trait plein correspond à l'ordre 0, la courbe en pointillés à la solution approchée à l'ordre 6, pour lequel il y a convergence de la série. La ligne en trait rouge indique la borne supérieure d'intégration correspondant au choix de Migdal, soit  $u_2 = a_0^4 / 2$ . Les valeurs numériques correspondent à de l'eau où l'on a négligé la suppression diélectrique. On constate que les corrections des ordres supérieurs sont faibles, et surtout finies, convergentes, en l'origine. Par suite elles ont une contribution négligeable à l'intégrale conduisant aux fonctions  $\phi$  et  $G$ , qui sont dominées par les grandes valeurs de  $u$ .

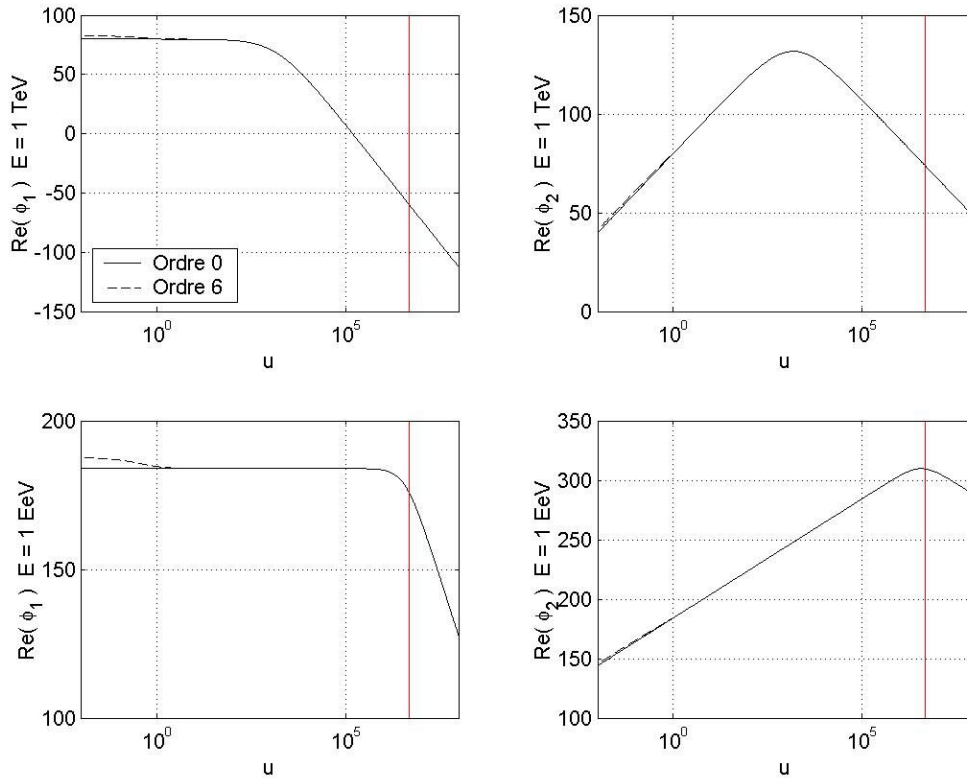


Figure 4-4 : Comportement des fonctions  $\phi_1$  et  $\phi_2$  ( $x=0.5$ , H2O). La droite verticale rouge indique la borne supérieure d'intégration choisie par Migdal.

Ceci est d'autant mieux vérifié que l'on approche du régime de suppression et particulièrement pour la fonction  $\phi_2$  qui d'autre part prend des valeurs négligeables en l'origine.

### Fonctions $\phi$ et $G$ à l'ordre 0 d'approximation

Dans l'approximation où les termes d'ordres supérieurs à 0 sont complètement négligés on obtient les expressions suivantes pour les fonctions  $\phi_i$  :

$$(4-19) \quad \begin{cases} \phi_1(u) \cong \frac{8E^* / mc^2}{a_0^2 / L - 16is^2(\gamma_0 + 2u/a_0^2)} \\ \phi_2(u) \cong \frac{8E^* u / mc^2}{a_0^2 / L - 16is^2(\gamma_0 + 2u/a_0^2)} \end{cases}$$

La fonction  $\phi_1$  tombe asymptotiquement en  $1/u^2$  lorsque  $u \rightarrow +\infty$ , ainsi son intégrale, et donc la fonction  $G$ , est peu dépendante du choix de la borne supérieure pour l'intégration. La fonction  $\phi_2$  par contre se comporte comme  $1/u$  en  $u \rightarrow +\infty$ . Par suite le choix de la borne supérieure de l'intégration est un paramètre critique pour la détermination de la fonction  $\phi$ .

Dans ces conditions on déduit des expressions approchées pour les fonction  $\phi$  et  $G$  comme :

$$(4-20) \quad \begin{cases} G(s, \gamma_0, a_0, L, p) = 12s^2 \left( \arctan(16(\gamma_0 + p)Ls^2 / a_0^2) - \arctan(16\gamma_0 Ls^2 / a_0^2) \right) \\ \phi(s, \gamma_0, a_0, L, p) = \frac{3a_0^2}{8L} \ln \left( \frac{1 + [16(\gamma_0 + p)Ls^2 / a_0^2]^2}{1 + [16\gamma_0 Ls^2 / a_0^2]^2} \right) - \gamma_0 G(s, \gamma_0, a_0) \end{cases}$$

où le paramètre  $p$  est déterminé par la borne supérieure de l'intégration selon  $p = 2u_2 / a_0^2 = \theta_2^2 / \theta_1^2 a_0^2$ .

En l'absence de suppression, pour  $\gamma_0 = 1, s \gg 1$  les fonctions  $\phi$  et  $G$  admettent des valeur asymptotiques qui dépendent des paramètres  $L$  et  $p$ . Si on impose que les deux fonctions  $\phi$  et  $G$  valent 1 pour  $\gamma_0 = 1, s \rightarrow +\infty$  on doit choisir  $L$  et  $p$  tel que :

$$(4-21) \quad \begin{cases} q = \frac{p}{1+p} \\ 2q = \ln(1+p) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} p = 3.92 \\ q = 0.80 \end{cases}$$

où l'on a posé  $L = 3qa_0^2 / 4$ . Sur la Figure 4-5 la courbe rouge montre les fonctions  $\phi$  et  $G$  obtenues pour ce choix des paramètres. La courbe noire en trait plein est la fonction de Migdal. On constate que en régime de suppression les fonctions  $\phi$  et  $G$  déterminées par notre approximation numérique tombent beaucoup plus vite, en  $s^4$ , que les fonctions de Migdal. A titre de comparaison le résultat obtenu en prenant comme borne supérieure la valeur de Migdal, soit pour  $p \approx a_0^2$  est également représenté sur la Figure 4-5 (courbe noir en pointillés). Dans ces conditions on trouve une fonction  $G$  similaire à celle de Migdal. En régime de suppression Coulombienne, pour  $\gamma_0 s^2 \ll 1$  la fonction  $G$  se comporte comme  $G \rightarrow 6\pi s^2$ , soit à un facteur deux près on retrouve le résultat de Migdal pour un terme correctif  $\xi$  constant égal à 1. En régime de suppression diélectrique, pour  $\gamma_0 s^2 \gg 1$  et  $\gamma_0 \gg 1$  la fonction  $G$  se comporte comme  $G \rightarrow 1/\gamma_0$  au lieu de  $1/\gamma_0^2$  pour la fonction de Migdal. Néanmoins ce choix des paramètres ne permet pas d'obtenir une fonction  $\phi$  régulière en l'absence de suppression. Il apparaît donc que pour obtenir des résultats compatibles avec ceux de Migdal, et l'expérience, il faudrait prendre une borne supérieure de l'intégration qui soit une fonctionnelle de  $s$ . Mais rien ne semble permettre de justifier ce choix particulier et notamment la façon d'extrapoler cette fonctionnelle vers les petites valeurs de  $s$ .

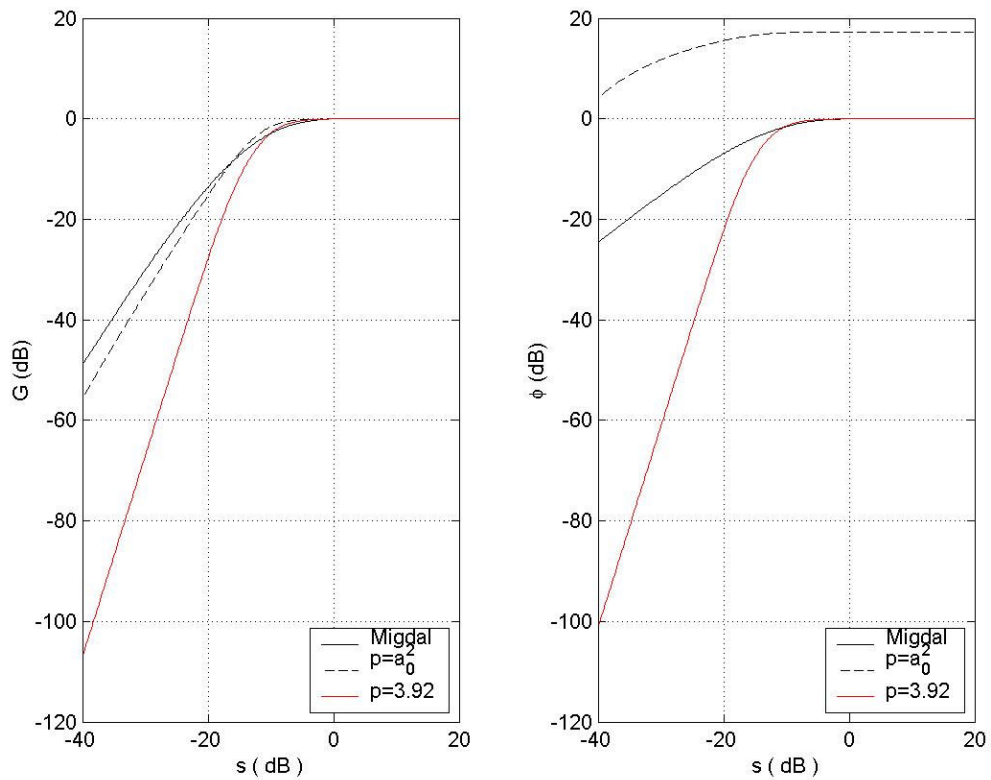


Figure 4-5 : Evaluation numérique des fonctions  $\phi$  et  $G$ . Les fonctions sont estimées à l'ordre 0 du développement en série de Neumann.

### Conclusion sur les sections efficaces de Migdal

Pour les travaux présentés dans cet exposé nous admettons que les expressions données par Migdal sont valides en régime de forte suppression. Par soucis de comparaison avec les travaux précédents nous incluons le terme correctif  $\xi$  tel que spécifié par Migdal. Cependant, l'expression de  $\xi$  ainsi que le comportement asymptotique des fonctions  $\phi$  et  $G$  ne nous semble pas validé expérimentalement. D'autre part une résolution numérique de ces fonctions semble indiquer que le résultat de Migdal, en accord avec l'expérience et asymptotiquement avec les travaux de Landau et Pomeranchuk à des facteurs constants près, est établie en faisant intervenir des approximations qui sont délicates à justifier mathématiquement. Aussi l'extrapolation en régime de forte suppression nous paraît hasardeuse.

Quoi qu'il en soit il nous semble tout à fait envisageable que les sections efficaces en régime de forte suppression soient mésestimés par quelques facteurs numériques. Par suite la longueur de radiation et l'extension des cascades de UHE est plutôt incertaine.

## Annexe C : Calcul de la distribution latérale des cascades GEANT4

Les variations de la densité latérale  $g_z$  ont été étudiées à partir des données des simulations GEANT4. Pour nous affranchir des fluctuations statistiques locales nous avons étudié des distributions latérales moyennes sur une série de 50 réalisations de cascades. La moyenne est effectuée en translatant les réalisations individuelles de façon à ce que les profondeurs de leur maximum de densité coïncident. Pour étudier la densité latérale nous avons arbitrairement sélectionné les segments répartis le long de l'axe ( $Ox$ ) du milieu de la boîte. Les variations de la densité  $g_z$  avec la distance  $\rho$  à l'axe de la cascade sont estimées à partir de la densité d'énergie  $q$  au sein de ces segments en fonction de la coordonnée  $\rho_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$  du milieu d'un segment. Du fait de notre segmentation rectangulaire, aux faibles valeurs de la coordonnée  $\rho_i$  il en résulte une erreur relative  $\varepsilon_{g,S}$  sur l'estimation de la densité  $g_z(\rho_i, z_i)$  qui a pour expression :

$$(4-22) \quad 1 + \varepsilon_{g,S} = \frac{1}{g_z(\rho_i, z_i) \Delta x \Delta y} \int_{-\Delta x/2}^{+\Delta x/2} \int_{-\Delta y/2}^{+\Delta y/2} g_z(\sqrt{(x_i + x)^2 + (y_i + y)^2}, z_i) dx dy$$

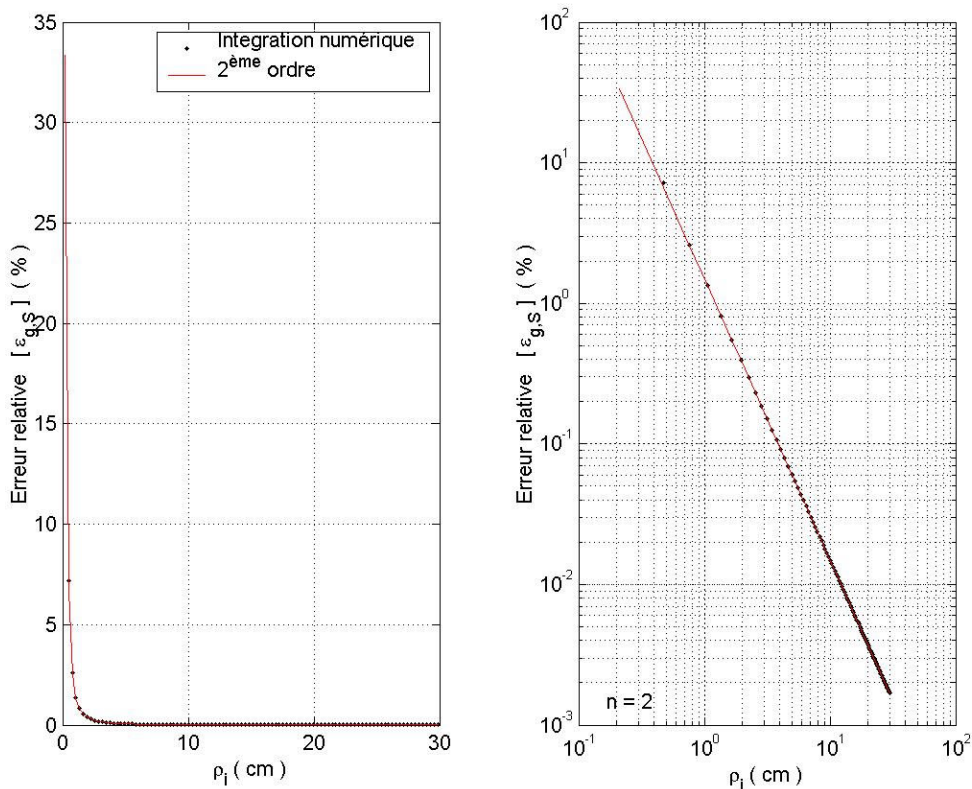


Figure 4-6 : Erreur liée à la segmentation rectangulaire du milieu. La densité latérale suit une loi de puissance avec un exposant  $n = 2$ . La courbe rouge en trait plein est le résultat du calcul analytique aux 2<sup>ème</sup> ordre d'approximation. Les points correspondent à une intégration numérique.



Pour une densité  $g_z$  qui varie en loi de puissance selon  $g_z \propto 1/\rho^n$ , ce qui comme on le verra par la suite est représentatif de notre cas de figure, cette erreur est donnée au deuxième ordre d'approximation en  $\Delta x$  et  $\Delta y$  par :

$$(4-23) \quad \varepsilon_{g,S} = 1 + \frac{n}{24} \left[ (n+2) \frac{x_i^2}{\rho_i^2} - 1 \right] \frac{\Delta x^2}{\rho_i^2} + \frac{n}{24} \left[ (n+2) \frac{y_i^2}{\rho_i^2} - 1 \right] \frac{\Delta y^2}{\rho_i^2}$$

La Figure 4-6 montre l'erreur relative sur  $g_z$  pour notre choix de segmentation de  $\Delta x = \Delta y = 3$  mm et avec un exposant  $n = 2$ . Les points noirs sont le résultat de l'intégration numérique de l'équation (4-22) aux valeurs des segments utilisées pour l'estimation de  $g_z$ . On remarque que l'erreur décroît vite, avec une contribution nulle du premier ordre. A quatre pas de distance du cœur de la boîte, ce qui correspond à une distance d'environ 1 cm, l'erreur relative est de quelques pour cent seulement.

## Annexe D : Simulations GEANT4 dédiées à la résolution du cœur de la cascade

Des simulations dédiées ont été réalisées en réduisant le pas en x-y des simulations GEANT4 à la valeur de  $100 \mu\text{m}$ , soit  $10^{-4} r_m$ . L'extension latérale de la boîte a été réduite à 2 cm pour maintenir constant l'espace disque occupé. Ces simulations reproduisent les résultats observés à plus grande résolution, avec des valeurs de l'exposant  $n_1$  similaires à 8% près au voisinage du maximum de densité, mais avec des variations plus rapides en fonction du paramètre réduit  $z/z_{\text{max}}$ . Les résultats obtenus pour un électron de 100 TeV comme particule primaire sont représentés sur la Figure 4-7 ci dessous.

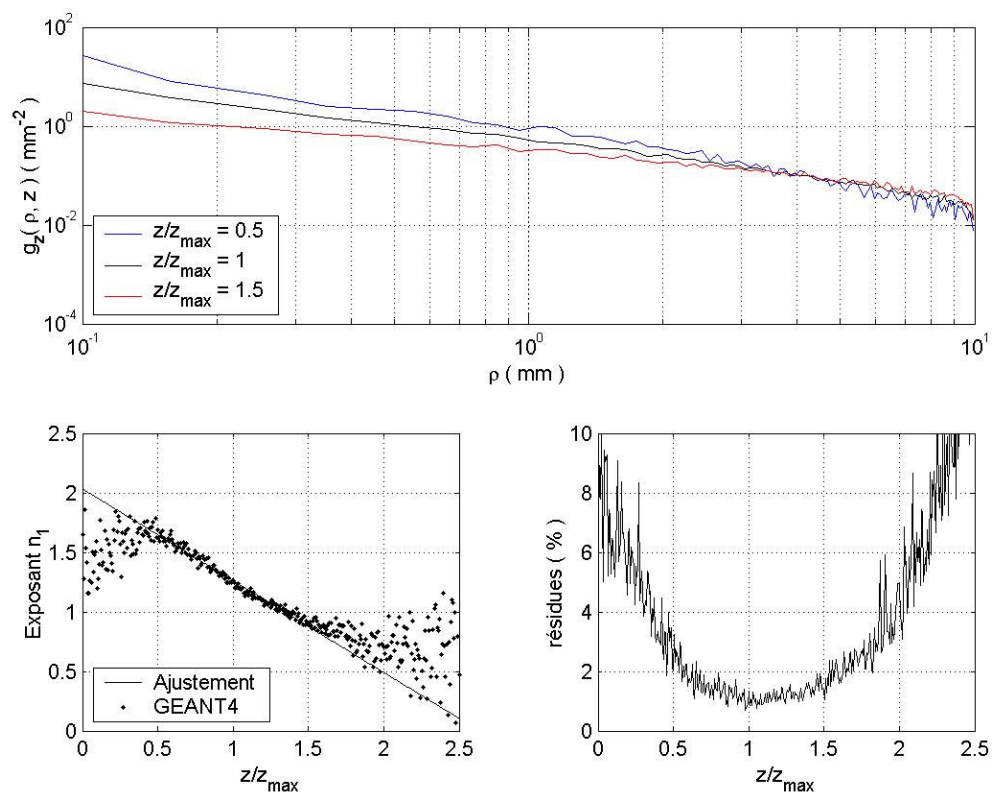


Figure 4-7 : Densité latérale de cascades GEANT4. Le pas des segments est de  $100 \mu\text{m}$  selon les directions ( $Ox$ ) et ( $Oy$ ) orthogonales au développement de la cascade.

L'ajustement de l'exposant  $n_1$  à été réalisé entre 1 mm et 5 mm. L'erreur relative liée à la segmentation est estimée à quelques pourcents au plus. L'accord avec une loi de puissance reste bon à quelques pourcents près au voisinage du maximum de densité. Néanmoins nous nous interrogeons quant à la validité de ces simulations pour d'aussi faibles valeurs de la résolution spatiale.



## Annexe E : Simulation de cascades électromagnétiques LPM

Le développement de la cascade est décomposé en étapes itératives correspondants à la naissance, la vie et la mort de générations successives de particules. Au début de chaque nouvelle étape les particules ‘vivantes’ issues des générations précédentes vont nécessairement engendrer de nouvelles particules. Pour cela nous avons considéré qu’elles n’ont qu’un seul ‘partenaire’ à leur disposition : le processus de Bremsstrahlung pour les leptons, ou celui de création de paire pour les photons. Cette hypothèse est similaire à l’approximation A de la théorie analytique des cascades. Avant d’engendrer de nouvelles particules la particule mère va se propager uni-dimensionnellement sur une longueur de vol  $L_v$ , dont la loi statistique dépend de la longueur d’interaction du processus géniteur selon l’équation (1-10) vue en partie 1.1.4. Puisque cette densité de probabilité est donnée sous la forme d’une fonction bijective de  $\mathfrak{R}$  dans  $\mathfrak{R}_+$ , à savoir la fonction exponentielle, la longueur de vol  $L_v$  est reliée à la variable aléatoire  $U_{[0;1]}$  de densité uniforme sur  $[0;1]$  par la relation suivante :

$$(4-24) \quad L_v = -L_{\text{int}} \ln(U_{[0;1]})$$

Il est donc relativement aisé de simuler la longueur de vol jusqu’à ce qu’il y ait interaction avec la matière. Par contre il est plus délicat de rendre compte de la loi statistique de répartition de l’énergie de la particule mère entre ses filles. En effet la section efficace différentielle des processus de Bremsstrahlung et de création de paire en, régime LPM, n’admet pas d’expression analytique simple. C’est pourquoi nous avons eu recours à une variante de l’algorithme de Metropolis pour approcher les distributions statistiques des fractions  $x$  et  $y$  des énergies transférées. Nous rappelons brièvement le principe de cet algorithme.

*Soit  $X$  une variable aléatoire réelle à valeurs dans  $[0;1]$  et dont la densité de probabilité  $p(X)$  est connue, alors l’algorithme suivant, dit algorithme de Metropolis du nom de son auteur, permet de générer une suite  $(x_n)$  de nombres appelée chaîne de Markov qui a notamment la propriété d’être répartie selon la densité  $p(X)$ . Soit en partant d’une réalisation  $x_1$  de  $X$ , choisit uniformément sur  $[0;1]$ , la réalisation  $x_{n+1}$  est déterminée à partir de  $x_n$  selon le procédé suivant :*

$$(4-25) \quad \begin{array}{l} 1) \text{ On choisit } x \text{ et } u \text{ indépendants et uniformément sur } [0;1]. \\ 2) \text{ Si } p(x)/p(x_n) \geq u \text{ alors } x_{n+1} = x, \text{ sinon } x_{n+1} = x_n \end{array}$$

*Pour un nombre infini d’itérations la suite obtenue ainsi est répartie selon la densité donnée par la loi statistique  $p(X)$ .*

On notera d’autre part que si  $p(x)/p(x_n) \geq 1$  alors il n’est pas nécessaire de ‘tirer’  $u$ , ce qui peut représenter une économie de temps de calcul. En pratique un nombre fini mais ‘suffisamment grand’ d’itérations donne une bonne approximation. Dans notre cas de figure, et du fait de la suppression LPM, la loi statistique dépend en fait à la fois du type de processus et de l’énergie de la particule mère. Aussi il est peu pratique d’utiliser l’algorithme de Metropolis sous la forme ‘statique’ exprimée précédemment, car nous avons une ‘infinité’, un grand nombre discret, de lois de probabilité. Par conséquent nous avons eu recours à la

variante ‘dynamique’ suivante : Pour une énergie initiale  $E_i$  de la particule mère et un processus générateur  $P$ , nous construisons une suite de  $n$  nombres selon l’algorithme de Metropolis exprimé en

(4-25) puis nous conservons la  $n^{i\text{ème}}$  réalisation comme valeur de la fraction  $x$  ou  $y$ . Cette version ‘dynamique’ de l’algorithme de Metropolis, utilisée en terme de probabilités de transition entre états accessibles, nous a permis, avec  $n=10^3$  itération, de générer des nombres répartis selon les densités de probabilité correspondants aux sections efficaces différentielles des processus mis en jeu et ceci fidèlement sur plus de 5 ordres de grandeurs, comme on peut le voir sur la partie droite de la Figure 4-8. La courbe en trait rouge montre la densité de probabilité calculée pour la variable aléatoire  $x$  à partir de la section efficace différentielle de Bremsstrahlung et la section efficace totale, par intégration. Les points noirs sont l’estimation obtenue pour la densité de probabilité en générant  $10^6$  réalisations de la variable aléatoire  $x$ , selon la méthode de Metropolis expliquée précédemment. L’adéquation sur 5 ordres de grandeur est jugée suffisante, et on le justifiera par la suite, pour la simulation qui nous concerne.

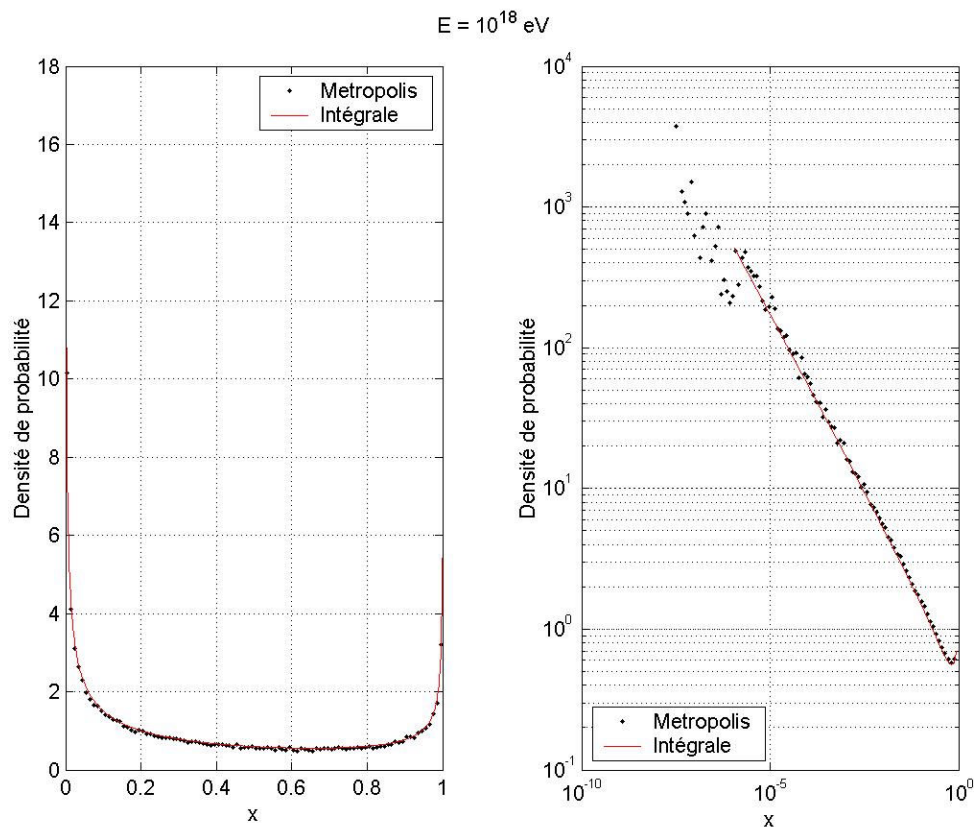


Figure 4-8 : Densité de probabilité générées avec l’algorithme de Metropolis. La répartition de l’énergie entre les particules filles est fiable jusqu’à des fractions de l’ordre de  $10^{-5}$ .

## Vie et mort de la cascade

Revenons maintenant à l’évolution de notre cascade. Chaque particule mère a donné naissance à une ou plusieurs particules filles, en une position  $z_{n+1} = z_n + L_v$ , où  $z_n$  est la position de la particule à la  $n^{i\text{ème}}$  étape et avant qu’il y ait eu génération. Lors de ce processus

de génération elle transfère une partie ou la totalité de son énergie aux filles. Après génération, chaque particule existante est soumise au critère de mortalité suivant : Si l'énergie de la particule est inférieure à l'énergie seuil  $E_{death}$  elle 'meurt' à la position  $z_{n+1}$ . Pas d'inquiétude cependant car une 'deuxième chance' lui est offerte alors qu'elle rejoint le groupuscule des génératrices potentielles de cascades secondaires. Mais cette partie sera prise en charge par un second algorithme. Dans le cas d'un photon la mortalité est systématique lors de la génération puisque celui-ci cède la totalité de son énergie pour créer non pas une mais deux particules filles. Lorsque il ne reste plus de particules 'vivantes' au début d'une nouvelle étape la cascade 's'éteint'. A ce stade nous disposons donc d'une liste de particules  $e^\pm, \gamma$  avec leurs positions et leur énergie, inférieure à l'énergie de mortalité  $E_{death}$ .

### Reconstruction de la cascade

Après extinction la cascade est reconstruite en sommant les contributions individuelles de l'ensemble des particules ayant pris part à son développement. Pour cette sommation nous admettons que les densités d'énergie des sous-cascades individuelles sont suffisamment bien reproduites par un profil moyen  $q_{GEANT4}$  issu des simulations GEANT4. La densité d'énergie totale  $q_{LPM}$  de notre cascade LPM est alors obtenue par sommation sur les particules  $p' = e^\pm, \gamma$  'mortes' en  $\vec{r}'$  avec l'énergie  $E'$ , des densités moyennes selon :

$$(4-26) \quad q_{LPM}(\vec{r}) = \sum_{p', E', \vec{r}'} q_{GEANT4}(\vec{r} - \vec{r}', E', p')$$

Numériquement la grandeur  $q_{LPM}$  est décrite comme une quantité discrète de la variable d'espace  $\vec{r}$ . D'autre part les variations de la forme de la densité d'énergie, hors régime LPM, sont au plus logarithmiques avec l'énergie. Par suite on fait une faible approximation en représentant la densité  $q_{GEANT4}$  comme une quantité discrète des variables  $\{\vec{r}; \ln(E); p\}$ . Plus précisément nous avons choisi de regrouper les différentes particules filles en classe d'appartenance  $C(p, E)$ . Une particule fille  $p$  d'énergie  $E$  appartient à la classe  $C(p', E')$  si et seulement si sa nature et son énergie vérifient :

$$(4-27) \quad (p, E) \in C(p', E') \Leftrightarrow p = p' \text{ et } |\ln(E/E')| \leq \Delta L/2$$

D'autre part on note par  $\Delta E(C, z)$  la somme des énergies des particules filles appartenant à la classe  $C$  qui sont 'mortes' entre les positions  $[z - \Delta z/2; z + \Delta z/2]$ . Avec ces notations la densité d'énergie LPM est approximée selon :

$$(4-28) \quad q_{LPM}(x, y, z) = \sum_{C(p', E')} \sum_{z'} q_{GEANT4}(x, y, z - z', E', p') \Delta E(C, z')$$

Aussi la donnée d'un ensemble de classes d'appartenance  $C(p, E)$  ainsi que de la population en énergie  $\Delta E(C, z)$  au sein de ces classes est une représentation approximative de la partie LPM de la cascade. Soit au début de la simulation de la partie LPM de la cascade

nous définissons un nombre finie de classes d'appartenance  $C(p, E)$  ainsi qu'une représentation discrète, d'extension fini, de l'énergie totale  $\Delta E(C, z)$  au sein de chacune de ces classes. Lorsqu'une particule 'meurt' il nous suffit d'ajouter son énergie à l'énergie au sein de la classe correspondante. En fin de simulation sont sauvegardées uniquement les caractéristiques des classes d'appartenance et non le détail de chacune des particules filles, ce qui permet par la suite un gain de temps appréciable lors de la reconstruction de la cascade complète.

L'algorithme de reconstruction a également été développé sous Matlab puis compilé en C et exécuté sur la ferme de calcul de l'IN2P3 à Lyon. On remarquera que la sommation dans l'équation (4-28) fait intervenir un produit de convolution discret sur la variable d'espace  $z$ . Cette opération peut se traiter facilement en assimilant la densité d'énergie GEANT4 à une réponse impulsionnelle discrète finie (FIR), soit en ayant recours à un filtrage 'temporel' par le biais de la fonction Matlab 'filter'. D'autre part bien que la simulation de la partie haute énergie de la cascade est purement unidimensionnel le modèle proposé permet malgré tout d'approximer la densité radiale d'énergie déposée. En particulier on pourra vérifier à partir de l'équation (4-28) précédente que les fonctions  $f_z$  et  $g_z$  définies précédemment pour l'étude des cascades GEANT4 sont numériquement approximées par les expression suivantes :

$$(4-29) \quad \begin{aligned} f_{z,LPM}(z) &= \sum_{C(p',E')} \sum_{z'} f_{z,GEANT4}(z-z', E', p') \Delta E(C, z') \\ g_{z,LPM}(z) f_{z,LPM}(z) &= \sum_{C(p',E')} \sum_{z'} f_{z,GEANT4}(z-z', E', p') g_{z,GEANT4}(z-z', E', p') \Delta E(C, z') \end{aligned}$$

## Ajustement des paramètres de la simulation

Plus spécifiquement nous avons ajusté les différents paramètres de la simulation de la façon suivante. Si on note  $E_i$  l'énergie de la particule initiale, amorçant la cascade LPM, un électron ou un photon pour nos simulations, alors on définit deux seuils en énergie. Un premier seuil limite, ou seuil de mortalité  $E_{death}$  ajusté à la valeur  $E_{death} = 10^{-3} E_i$ . La valeur de ce seuil est choisie en fonction du seuil en énergie à partir duquel les effets LPM commencent à donner une déviation sensible aux cascades GEANT4 'classiques', de Bethe-Heitler. Soit pour un électron de  $E_i = 10^{20}$  eV cela nous donne un seuil à  $E_{death} = 10^{17}$  eV. On définit ensuite un second seuil en énergie  $E_{hell} = 10^{-5} E_i$  pour lequel les particules ayant une énergie inférieure à ce seuil sont définitivement 'bannies' de la simulation. Les valeurs numériques adoptées permettent de conserver plus de 99% de l'énergie initiale de la particule primaire. Par ailleurs nous utilisons des limites variables avec l'énergie du primaire afin de maintenir sensiblement constant le nombre de particules au sein de la simulation, soit le temps de calcul.

Entre les bornes d'énergie  $E_{death}$  et  $E_{hell}$  nous avons défini 600 classes, soit 200 pour chaque type de particule, en adoptant la segmentation logarithmique exposée précédemment. La population moyenne d'une classe est de l'ordre de la dizaine de particules, avec une concentration plus importante proche du seuil de 'mortalité' pour les leptons. A 'basse' énergie de la particule primaire la distribution est uniforme entre les valeurs des deux seuils pour les photons. Cette différence de comportement est attribuée au fait que les leptons de plus haute énergie tendent à perdre leur énergie pas une succession de photons de Bremsstrahlung de basse énergie, les amenant ainsi de façon 'continue' en dessous du seuil de



mortalité. La population totale au sein d'une cascade est de l'ordre de plusieurs milliers de particules avec les valeurs de seuil choisit. Elle est au 2/3 composée de photons. Lorsqu'on approche des énergies de la particule primaire de l'ordre du EeV les deux populations tendent à s'équilibrer et ont des spectres en énergie sensiblement identiques, dominés par les hautes énergies, proches du seuil de mortalité. Ce résultat semble compatible avec le fait que la suppression LPM affecte en premier lieu les processus de Bremsstrahlung à faible transfert d'impulsion.

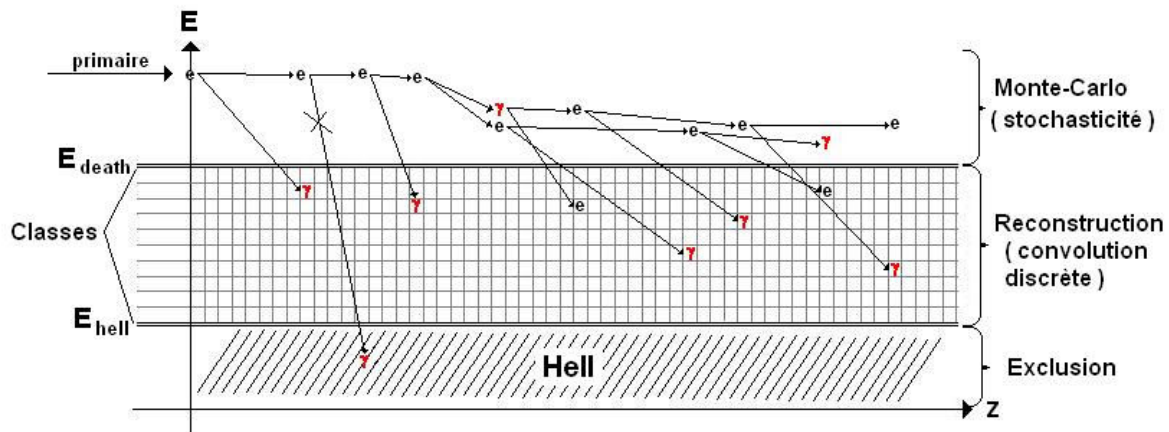


Figure 4-9 : Vue schématique de la méthode utilisée pour la simulation des cascades LPM. La partie haute énergie est simulée par des méthodes de Monte-Carlo, jusqu'à une énergie seuil  $E_{death}$ . En dessous du seuil les particules sont regroupées par classe d'appartenance, qui servent de 'potentiel source' pour la reconstruction de la cascade. Les particules de trop basse énergie sont exclues de la reconstruction.

D'autre part à chaque classe est associée une représentation discrète de sa population en énergie le long de l'axe ( $Oz$ ) de la cascade. Pour cela nous avons utilisé un pas de résolution constante de valeur  $\Delta z = 3$  cm, mais une extension totale dynamique selon la valeur de l'énergie initiale  $E_i$ .

Avec la méthode explicitée ici, nous avons généré 100 cascades pour des énergies allant de 100 TeV à 100 EeV. Le temps de calcul de la première étape de génération est de quelques minutes par cascade, sur la ferme de l'IN2P3. Il ne dépend quasiment pas de l'énergie du primaire. Par contre la reconstruction d'une cascade peut varier de quelques minutes aux énergies du TeV à 1 h à 100 EeV. Cet accroissement du temps de calcul est attribué à la 'dilution' de la population d'une classe donnée. Alors que l'énergie du primaire et donc l'extension de la cascade augmente le pas des segments longitudinaux reste lui constant, donc le nombre de segments augmente.

## Validation de la méthode

A titre de validation de la méthode, les simulations à  $E_i = 100$  TeV avec un électron comme primaire sont comparées aux résultats obtenus avec les cascades GEANT4 sur la Figure 4-10 qui suit. Le profil longitudinal moyen est bien ajusté par des fonctions  $\Gamma$  utilisées précédemment pour les cascades GEANT4. On retrouve des valeurs de paramètres similaires à celles obtenues pour les simulations GEANT4, soit plus précisément  $a = 10.8$  et  $b = 0.69$ .

La valeur de  $a$  obtenue à 100 TeV diffère de 2% seulement de la valeur moyenne donnée par les simulations GEANT4. Cet écart semble compatible avec l'incertitude liée à la statistique. L'écart type sur le profil longitudinal est également similaire à ce qui a été obtenu pour les simulations GEANT4. On pourra se reporter à la Figure 1-11 de la partie 1.2.2 par exemple.

En ce qui concerne le profil radial on retrouve un bon accord avec celui des cascades GEANT4 au voisinage du maximum de densité longitudinal. A savoir une évolution en loi de puissance avec une transition pour un rayon  $\rho_i$  de l'ordre de 4 cm. Les valeurs obtenues pour les exposants  $n_1$  et  $n_2$  sont représentées par des points sur le cadran inférieur gauche. Les courbes en trait plein indiquent les valeurs moyennes modélisées à partir de l'équation (1-55) résultat des simulations GEANT4. On observe un bon accord pour l'exposant  $n_1$  au voisinage du maximum de densité. Les variations de la densité radiale à grande distance de l'axe de la cascade sont moins bien reproduites. Les écarts aux simulations GEANT4 sur l'exposant  $n_2$  sont de l'ordre de 10% au voisinage du maximum de densité. Néanmoins, comme on peut le voir sur le cadran inférieur droit l'accord avec une variation en loi de puissance reste très bon, meilleur que 1%. D'autre part l'écart type sur les valeurs des exposants est faible au voisinage du maximum de densité, de l'ordre de quelques pourcents. Il est représenté par les courbes en pointillés. Néanmoins ce fait est à pondérer étant donné que nous avons utilisé une paramétrisation moyenne pour les sous-cascades, ce qui tend à sous-estimer l'importance des fluctuations.

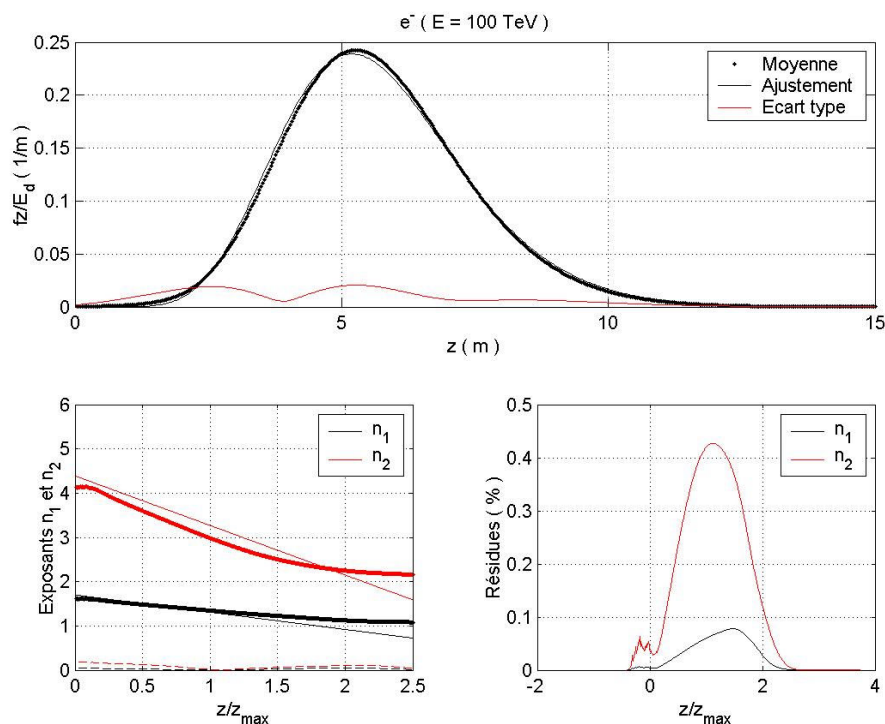


Figure 4-10 : Caractéristiques des cascades 'LPM' à 100 TeV. La simulation dédiée reproduit sensiblement les caractéristiques des cascades GEANT4.

## Annexe F :Modélisation de la réponse impulsionnelle d'absorption

Une synthèse moderne de la dépendance des différents termes du coefficient d'absorption avec les caractéristiques chimiques et thermodynamiques du milieu est donnée par Francois et Garrison [52]. En sommant les contributions de la viscosité et des équilibres de dissociation de l'acide borique et du sulfate de magnésium, la partie réelle du coefficient d'absorption est donnée sous la forme :

$$(4-30) \quad \Re(\tilde{\alpha}) = A_1 P_1 f_1 \frac{f^2}{f^2 + f_1^2} + A_2 P_2 f_2 \frac{f^2}{f^2 + f_2^2} + A_3 P_3 f^2$$

avec pour dépendance des paramètres :

$$(4-31) \quad \begin{cases} P_1 = 1 \\ P_2 = 1 - 1.37 \cdot 10^{-4} P + 6.2 \cdot 10^{-9} P^2 \\ P_3 = 1 - 3.83 \cdot 10^{-4} P + 4.9 \cdot 10^{-10} P^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_1 = 8.86 \cdot 10^{0.78 pH - 5} / c_s \\ A_2 = 21.44 S (1 + 0.0025 T) / c_s \\ A_3 = 4.937 \cdot 10^{-4} - 2.59 \cdot 10^{-5} T + 9.11 \cdot 10^{-7} T^2 - 1.5 \cdot 10^{-8} T^3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_1 = 2.8 (S / 35)^{0.5} \cdot 10^{4 - 1245 / (T + 273.15)} \\ f_2 = 8.17 \cdot 10^{8 - 1990 / (T + 273.15)} / (1 + 0.0018 * (S - 35)) \end{cases}$$

où la température est exprimée en degrés Celsius, la pression en déci-bars, la salinité en psu et la vitesse du son en m/s. Avec ces unités le coefficient d'absorption réel est exprimé en dB/km.

Pour notre Mer Méditerranée Nous avons considéré une température de 13.2°C, une salinité de 38.5 psu, une vitesse du son de 1520 m/s et un pH de 8.2. Ces valeurs des paramètres sont représentatives de la Mer Méditerranée et donnent un bon accord avec la formule semi empirique de Leroy, usuellement utilisée pour caractériser l'absorption pour celle ci. Les fréquences caractéristiques obtenues avec ces valeurs sont de  $f_1 = 1.31$  kHz pour l'acide borique et  $f_2 = 91.2$  kHz pour le sulfate de magnésium.

### Modélisation de la réponse impulsionnelle d'absorption

Usuellement les mesures du coefficient d'absorption ne portent que sur la partie réelle responsable du terme de perte pour des fréquences pures. Dans notre cas de figure, notre signal étant très large bande il est nécessaire de tenir compte de la forme complexe, du terme de phase, pour le coefficient d'absorption. Malheureusement nous n'avons pas connaissance de mesures de réponse impulsionnelle de l'absorption dans la littérature. Aussi, nous

admettons pour la suite que, conformément au développement de Libermann, le coefficient d'absorption complexe est de la forme :

$$(4-32) \quad \tilde{\alpha}(\omega) = \frac{\omega^2}{\omega_0 c_s} + \frac{1}{\lambda_1} \frac{i\omega}{\omega_1 + i\omega} + \frac{1}{\lambda_2} \frac{i\omega}{\omega_2 + i\omega}$$

On notera que avec la forme citée ci-dessus on retrouve pour la partie réelle de l'absorption complexe une expression rigoureusement analogue à celle donnée usuellement. En identifiant les valeurs des paramètres à ceux donnés par Francois et Garrison on en déduit :

$$(4-33) \quad \begin{cases} \omega_0 = \frac{(2\pi)^2 10^{10}}{A_3 P_3 c_s \ln(10)} \\ \omega_i = 2\pi f_i & (i = 1, 2) \\ \lambda_i = \frac{2 \cdot 10^4}{A_i P_i f_i \ln(10)} \end{cases}$$

Numériquement on obtient :  $\omega_0 = 0.79 \cdot 10^{12} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $\lambda_1 = 45.6 \text{ km}$  et  $\lambda_2 = 157.8 \text{ m}$ . Aussi l'équilibre de dissociation de l'acide borique n'intervient qu'après des propagations sur plusieurs dizaines de kilomètres. Nous n'y seront pas sensible dans le cadre de cette étude. Par contre l'équilibre de dissociation de  $\text{MgSO}_4$  est la contribution prédominante à la forme et à l'amplitude du signal.

Avec l'expression adoptée pour le coefficient d'absorption associé à une voie chimique, la réponse impulsionnelle correspondante vérifie l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$(4-34) \quad \tilde{\alpha} = -\frac{1}{\tilde{\alpha}} \frac{\partial \tilde{\alpha}}{\partial r} = \frac{1}{\lambda_i} \frac{i\omega}{\omega_i + i\omega} \Leftrightarrow \left[ \frac{\partial^2}{\partial r \partial t} + \omega_i \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{\lambda_i} \frac{\partial}{\partial t} \right] I_{a,i}(r, t) = 0$$

Sous cette forme, pourtant simple de premier abord, la nature de cette équation aux dérivées partielles n'est pas évidente. On pourra vérifier qu'en appliquant les transformations bijectives suivantes :

$$(4-35) \quad \begin{cases} I_{a,i}(r, t) = \omega_i \exp(-x) \varphi(x, \tau) \\ x = \frac{r}{\lambda_i} + t\omega_i \\ \tau = \frac{r}{\lambda_i} - t\omega_i \end{cases}$$

l'équation (4-34) se ramène à une équation de Klein-Gordon tel que :

$$(4-36) \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \tau^2} - \varphi = 0$$

avec pour conditions aux limites :

$$(4-37) \quad \begin{cases} \varphi(x,0) = \exp(x) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(\frac{-u^2 x}{2} \frac{1}{1+iu}\right) du \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \tau}(x,0) = -\exp(x) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{iu}{2} \left(1 + \frac{1}{1+iu}\right) \exp\left(\frac{-u^2 x}{2} \frac{1}{1+iu}\right) du \end{cases}$$

Nous n'avons pas pu trouver la solution particulière satisfaisant aux conditions aux limites énoncées. Par conséquent nous n'avons pas d'expression explicite pour la réponse impulsionnelle d'absorption par voie chimique. Néanmoins la réponse impulsionnelle d'absorption totale se prête bien à une intégration numérique. Le terme de viscosité limite les divergences numériques sur les voies chimiques et en utilisant des bornes d'intégration glissantes en  $\sqrt{r}$  on peut réduire sensiblement le temps de calcul.

Numériquement on retrouve le caractère imposé par l'équation de Klein-Gordon régissant la réponse impulsionnelle des voies chimiques. C'est à dire un effet de propagation d'onde avec des pertes. D'autre part, toujours numériquement, nous avons pu constater que la réponse des voies chimiques est sensiblement causale. On notera que si on se limitait à la partie réelle du coefficient d'absorption les contributions des termes de dissociation chimique sont réelles symétriques, soit la réponse impulsionnelle associée est non causale. Dans ce cas précis ceci nous semble non physique. Les pertes d'énergie par voies chimiques sont le fait d'un déplacement d'équilibre sous l'effet de l'onde de pression. Cet effet ne peut donc pas se manifester en avance sur l'arrivée de celle ci.



## Annexe G : Réfraction pour une source cohérente étendue, cas de la cascade

Afin d'évaluer l'effet de la réfraction dans le cas de notre signal acoustique issu d'une cascade nous déterminons ici une solution approximative à l'équation de Helmholtz introduite dans la partie 1.3.3 par l'équation (1-86), valable à l'ordre un en  $\omega$ . Avec les notations introduites dans cette partie, pour un profil de célérité linéaire le gradient du temps de propagation retard  $\tau$  a pour expression :

$$(4-38) \quad \begin{cases} \frac{\partial \tau}{\partial x} = \frac{R_c}{c_{s,0}} \frac{1+x^2-y^2}{r_1 r_2 y} \\ \frac{\partial \tau}{\partial y} = \frac{R_c}{c_{s,0}} \frac{2x}{r_1 r_2} \end{cases}$$

D'autre part on peut également approximer les variations de densité de l'eau au premier ordre avec l'immersion  $z$ , selon :

$$(4-39) \quad \rho(z) = \rho_0 \left(1 - q \frac{z}{R_c}\right) \approx \rho_0 y^q \propto c_s^q$$

Pour la Mer Méditerranée, en utilisant les équations de l'UNESCO [36], nous obtenons la valeur de  $q = 0.373$ . Par ailleurs, par commodité analytique, la dépendance de la densité avec l'immersion est approximée au premier ordre par une loi de puissance. Dans ces conditions l'opérateur  $\Pi$  introduit précédemment dans l'équation (1-89) a pour expression :

$$(4-40) \quad \Pi = \Delta + \frac{q}{R_c - z} \frac{\partial}{\partial z} = \frac{1}{R_c^2} \left[ \frac{1}{x} \frac{\partial}{\partial x} \left( x \frac{\partial}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{q}{y} \frac{\partial}{\partial y} \right]$$

et on pourra vérifier que  $\Pi(\tau)$  est donné par :

$$(4-41) \quad \Pi(\tau) = \frac{R_c}{c_{s,0}} \frac{4y^2 + (1+x^2-y^2)(1+q)}{r_1 r_2 y^2}$$

Par conséquent, pour un profil de célérité linéaire, résoudre l'équation en  $\omega$  dans l'ensemble d'équations (1-88) revient à déterminer la fonction  $f$  solution de l'équation aux valeurs propres suivantes :

$$(4-42) \quad L(f) = -[4y^2 + (1+q)(1+x^2-y^2)]f$$

où  $L$  est un opérateur différentiel linéaire défini par :



$$(4-43) \quad L = \overrightarrow{\text{grad}}(\tau) \cdot \overrightarrow{\text{grad}} = 4xy^2 \frac{\partial}{\partial x} + 2y(1+x^2-y^2) \frac{\partial}{\partial y}$$

Quelques propriétés particulières de l'opérateur  $L$  sont résumées par l'ensemble d'équations ci dessous :

$$(4-44) \quad \begin{cases} L([y]^p) = -2p(1+x^2-y^2)[y]^p, p \neq -1 \\ L([1/r_1]) = -2y(1+y)[1/r_1] \\ L([1/r_2]) = -2y(1-y)[1/r_2] \\ L(ab) = aL(b) + bL(a) \end{cases}$$

On en déduit que en particulier la fonction suivante est solution de l'équation (4-42), tel que :

$$(4-45) \quad f(x, y) = \frac{y^{(1+q)/2}}{r_1 r_2}$$

Malheureusement la fonction proposée ne vérifie pas l'équation d'ordre 0 en  $\omega$ . Aussi il n'est pas possible d'obtenir une solution exacte pour la fonction de Green sous la forme recherchée. Néanmoins elle permet d'approcher numériquement la solution, au moins aux hautes fréquences tel que  $f \succ R_c / c_{s,0} \approx 20$  mHz, soit en pratique pour l'ensemble des signaux étudiés. Un calcul complet montre que :

$$(4-46) \quad \Pi(f)/f = -\left(\frac{1+q}{2}\right)^2 \frac{1}{(R_c - z)^2} \neq 0$$

Aussi on s'attend à ce que l'écart relatif à zéro pour le terme en  $\omega^0$  soit de l'ordre de  $(r/R_c)^2$ . Enfin par un choix approprié de la normalisation on retrouve asymptotiquement la fonction de Green non réfractée au voisinage de l'origine pour  $|\vec{r}| \rightarrow 0$ . Soit une approximation du potentiel de Green réfracté est donnée par l'expression suivante :

$$(4-47) \quad \tilde{g}(\omega, \rho, z) = F_c(\rho, z) \frac{\exp(i\omega\tau(\rho, z))}{4\pi\sqrt{\rho^2 + z^2}}, \quad F_c(\rho, z) = \frac{(1 - z/R_c)^{(1+q)/2}}{\sqrt{(\rho/2R_c)^2 + (1 - z/2R_c)^2}}$$

Le terme  $F_c$  rend compte des variations relatives d'amplitude qui résultent des effets conjoints de la dé-focalisation due à la réfraction et des variations de densité moyenne. L'effet de la dé-focalisation est du deuxième ordre en  $z/R_c$ . L'effet dominant est celui de la densité tel que  $F_c \approx 1 - qz/2R_c$ . Pour des hauteurs d'eau de quelques km les corrections résultantes sont au plus de quelques pourcents. Aussi nous négligerons cet effet par la suite. La contribution dominante est alors due à la réfraction par l'intermédiaire du terme de retard ou de phase.

## Cas particulier de l'antenne Linéique

Dans ces conditions, pour  $F_c \approx 1$ , les composantes de Fourier du champ de pression thermo-acoustique réfracté se déduisent de l'équation (1-64) en substituant simplement le retard de propagation  $|\vec{r} - \vec{r}'|/c_s$  par le temps réfracté  $\tau$  tel que :

$$(4-48) \quad \tilde{p}(\vec{r}, \omega) = -i\omega \frac{\alpha}{4\pi C_p} \int \frac{\exp(i\omega[\tau(\vec{r}, \vec{r}') + \vec{r}' \cdot \vec{u} / c_0])}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \tilde{q}(\vec{r}') d^3\vec{r}'$$

où  $\tau(\vec{r}, \vec{r}')$  est le temps de parcours du son 'réfracté' entre les positions repérées par les vecteurs  $\vec{r}$  et  $\vec{r}'$ . Il peut se déduire de l'expression (1-94) donnée en 1.3.3 selon :

$$(4-49) \quad \tau(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{1}{k_c} \operatorname{acosh} \left( 1 + \frac{|\vec{r}' - \vec{r}|^2}{2(R_c - \vec{r} \cdot \vec{u}_z)(R_c - \vec{r}' \cdot \vec{u}_z)} \right)$$

On pourra vérifier en particulier que l'expression est symétrique par échange des vecteurs  $\vec{r}$  et  $\vec{r}'$ , soit  $\tau(\vec{r}, \vec{r}') = \tau(\vec{r}', \vec{r})$ . Le temps de parcours ne dépend pas du sens de parcours du son. On notera d'autre part que l'axe ( $Oz$ ) ne coïncide pas nécessairement avec la direction  $\vec{u}$  de la cascade. Il s'agit ici de l'axe déterminé par la verticale du gradient de pression et de vitesse du son, orienté positivement vers la surface. Le vecteur  $\vec{u}_z$  est un vecteur directeur de cet axe.

Pour des points sources relativement proches l'un de l'autre on peut en bonne approximation estimer la différence de temps de parcours du son par un modèle de rayons droits tel que :

$$(4-50) \quad \tau(\vec{r}, \vec{r}'_1) - \tau(\vec{r}, \vec{r}'_2) = \frac{|\vec{r} - \vec{r}'_1|}{c_s \left( \frac{\vec{r} + \vec{r}'_1}{2} \right)} - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'_2|}{c_s \left( \frac{\vec{r} + \vec{r}'_2}{2} \right)} + O(\Delta T(\vec{r}, \vec{r}'_1) - \Delta T(\vec{r}, \vec{r}'_2))$$

Aussi au premier ordre d'approximation en  $|\vec{r}'|$  le temps de propagation  $\tau(\vec{r}, \vec{r}')$  a pour expression :

$$(4-51) \quad \tau(\vec{r}, \vec{r}') \approx \tau(\vec{r}, \vec{0}) + \frac{|\vec{r} - \vec{r}'| - |\vec{r}|}{c_s (\vec{r}/2)} + \frac{k_c (\vec{r}' \cdot \vec{u}_z) |\vec{r}|}{2c_s^2 (\vec{r}/2)}$$

où l'on a pris pour origine du référentiel un point particulier de la cascade, le maximum de densité par exemple. Dans le cas particulier d'une source linéique de direction  $\vec{u}$ , en coordonnées cylindriques d'axe  $\vec{u}$  tel que  $\vec{r}' = z'\vec{u}$ , le terme de phase  $\omega\tau$  peut se réarranger selon :

$$(4-52) \quad \omega\tau(\vec{r}, \vec{r}') \approx -\Delta T(\vec{r}, \vec{0}) + 2\pi|\vec{r} - \vec{r}'|/\lambda + s/2R_1(z'/\lambda)$$

avec  $R_1 = R_c / \cos(\vec{u}, \vec{u}_z)$ ,  $\lambda = 2\pi c_s(\vec{r}/2)/\omega$  et où l'on a fait l'approximation  $|\vec{r}| \approx s$ ,  $s$  étant l'abscisse curviligne le long du rayon joignant le point d'observation  $M$  à l'origine  $O$ . Le terme  $\theta_r = s/2R_1$  correspond à l'angle de réfraction d'un rayon émis horizontalement après une distance de propagation  $s$  et pour un rayon de courbure effectif égale à  $R_1$ . On pourra par exemple se reporter à la note [58] pour une justification.

Ainsi, on retrouve l'expression de l'équation (1-66) pour le champ de pression avec deux termes de phase correctifs selon :

$$(4-53) \quad \tilde{p}_L(\rho, z, \omega) = -i\omega \frac{\alpha \exp(-i\omega\Delta T(\vec{r}, \vec{0}))}{4\pi C_p} \int_{-\infty}^{+\infty} f_z(z') \frac{\exp\left(\frac{2i\pi}{\pi} [\sqrt{\rho^2 + (z-z')^2} + z'(\theta_r + \frac{c_s}{c_0})]\right)}{\sqrt{\rho^2 + (z-z')^2}} dz'$$

Afin d'illustrer l'effet de la réfraction considérons de nouveau le cas particulier d'un dépôt d'énergie créneau observé dans des conditions de champ lointain. La composante de Fourier à la longueur d'onde  $\lambda$  du champ de pression a pour expression :

$$(4-54) \quad \tilde{p}_L^\infty(r, \theta, \lambda) = -ic_s \frac{\alpha E}{C_p} \frac{\exp(i\omega\tau(\vec{r}, \vec{0}))}{2\lambda r} \text{sinc}\left(\pi \frac{L}{\lambda} [\sin(\theta) - \theta_r - \frac{c_s}{c_0}]\right)$$

Aussi, dans l'approximation des petits angles, la source étant directive, la réfraction se traduit par une translation angulaire de  $\theta_r$  de la figure d'émission de la cascade. Cet angle  $\theta_r$  dépend de la distance d'observation. Il admet une interprétation simple dans un modèle de rayons classique. En première approximation, en ce qui concerne la directivité de la cascade, tout se passe comme si le son était émis orthogonalement à l'axe de la cascade, puis voyage dans un milieu réfractant, orienté par l'axe de la cascade, mais avec un rayon de courbure effectif  $R_1$  qui dépend de l'orientation de la cascade par rapport à la verticale. L'effet de la réfraction sur la directivité est maximum pour une cascade verticale et nul, en première approximation pour une cascade horizontale. D'autre part, pour une source relativement 'compacte' le son arrive au point d'observation autour du temps moyen  $\tau(\vec{r}, \vec{0})$  correspondant à la réfraction classique dans un modèle de rayon.

On pourra voir en Annexe H que ces propriétés se généralisent dans le cas du signal acoustique issu d'une cascade plus réaliste et observée dans des conditions de champ proche.

## Annexe H : Calcul du champ de pression pour une source impulsionnelle étendue à symétrie de révolution

Dans cette annexe nous détaillons un ensemble de transformations permettant de réduire la multiplicité de l'intégrale lors du calcul du champ de pression. généré par notre source étendue tridimensionnelle. Pour cela, en partant de l'équation (1-98) de la partie 1.3.4, nous exploitons la nature impulsionnelle de la source, soit la quasi-instantanéité du dépôt d'énergie, puis la symétrie de révolution du dépôt d'énergie. Nous commençons par le cas simplifié d'un profil de célérité constant, en négligeant le retard lié au développement de la cascade. Le temps d'arrivée  $\tau$  du signal est alors donné par :

$$(4-55) \quad \tau = |\vec{r} - \vec{r}'| / c_s$$

Par la suite nous étudions les cas plus complexes, incluant les effets de l'absorption, du retard de développement et de la réfraction.

### Réduction de l'intégration sur le temps d'arrivée : la causalité

Nous adoptons le système de coordonnées cylindriques  $(\rho, \varphi, z)$  d'axe  $(Oz)$  définie par la direction de développement de la cascade. L'axe  $(Ox)$  est choisit tel que le point d'observation repéré par le vecteur  $\vec{r}$  soit dans le plan  $(xOz)$ . Soit en coordonnées cartésiennes les vecteurs  $\vec{r}$  et  $\vec{r}'$  ont pour expression :

$$(4-56) \quad \vec{r} : \begin{bmatrix} \rho \\ 0 \\ z \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{r}' : \begin{bmatrix} \rho' \cos(\varphi') \\ \rho' \sin(\varphi') \\ z' \end{bmatrix}$$

La différence de marche  $|\vec{r} - \vec{r}'|$  a alors pour expression :

$$(4-57) \quad |\vec{r} - \vec{r}'|^2 = c_s^2 t_0^2 + (z - z')^2, \quad c_s^2 t_0^2 = (\rho - \rho' \cos(\varphi'))^2 + \rho'^2 \sin(\varphi')^2$$

Afin de réduire l'intégration selon la coordonnée  $z'$  nous effectuons le changement de variable suivant :  $(\rho', \varphi', z') \rightarrow (\rho', \varphi', \tau)$ . Soit la variable  $z'$  est 'troquée' contre le temps de propagation  $t'$ . Le Jacobien associé à ce changement de variable est le suivant :

$$(4-58) \quad J((\rho', \varphi', z') \rightarrow (\rho', \varphi', \tau)) = \frac{c_s \tau}{\sqrt{\tau^2 - t_0^2}}$$

La transformation de la variable  $\tau$  en  $z'$  est bijective de  $[t_0; +\infty[$  sur les demies droites  $]-\infty; z]$  ou  $[z; +\infty[$  tel que :

$$(4-59) \quad \begin{cases} z' = z + c_s \sqrt{\tau^2 - t_0^2} & \text{si } z' \geq z \\ z' = z - c_s \sqrt{\tau^2 - t_0^2} & \text{sinon} \end{cases}$$

Après séparation de l'intégrale en  $z'$  selon les termes en  $]-\infty; z]$  et  $[z; +\infty[$ , changement de variable et intégration sur  $\tau$  il vient l'expression suivante pour le champ de pression :

$$(4-60) \quad p(\vec{r}, t) = \frac{\alpha}{4\pi C_p} \frac{\partial}{\partial t} \int_{\rho'=0}^{+\infty} \int_{\varphi'=-\pi}^{+\pi} \rho' d\rho' d\varphi' \frac{H(t-t_0)}{\sqrt{t^2 - t_0^2}} \left\{ q(\rho', z + c_s \sqrt{t^2 - t_0^2}) + q(\rho', z - c_s \sqrt{t^2 - t_0^2}) \right\}$$

où nous admettons que la densité  $q$  est invariante par rotation autour de l'axe  $(Oz)$ .

### Réduction de l'intégration par symétrie de rotation axiale

A grande distance de l'axe de la cascade on peut négliger la contribution de la composante selon  $(Oy)$  dans la différence de marche. Soit au premier ordre d'approximation en  $\rho'/\rho$  le temps de parcours ortho-axial  $t_0$  a pour expression :

$$(4-61) \quad c_s t_0 \approx \rho - \rho' \cos(\varphi')$$

On notera que  $t_0$  dépend des variables d'intégration  $\rho'$  et  $\varphi'$ . Afin de réduire cette dépendance nous effectuons un nouveau changement de variable selon  $(\rho', \varphi') \rightarrow (\rho', t_0)$ . Le Jacobien correspondant est :

$$(4-62) \quad J((\rho', \varphi') \rightarrow (\rho', t_0)) = \frac{c_s}{\sqrt{\rho'^2 - (\rho - c_s t_0)^2}}$$

avec  $t_0$  fonction paire de  $\varphi'$  sur l'intervalle  $[-\pi; \pi]$ . Dès lors la double intégrale (4-60) peut se réécrire de la façon suivante :

$$(4-63) \quad p(\vec{r}, t) = \frac{\alpha c_s}{4\pi C_p} \frac{\partial}{\partial t} \int_{t_0=0}^{+\infty} dt_0 \frac{H(t-t_0)}{\sqrt{t^2 - t_0^2}} \left\{ Q(\rho - c_s t_0, z + c_s \sqrt{t^2 - t_0^2}) + Q(\rho - c_s t_0, z - c_s \sqrt{t^2 - t_0^2}) \right\}$$

où la fonction  $Q(x, y)$  est définie par une intégrale selon :

$$(4-64) \quad Q(x, z) = 2 \int_{\rho=0}^{+\infty} \frac{\rho' q(\rho', z)}{\sqrt{\rho'^2 - x^2}} \{H(\rho' - x) - H(-\rho' - x)\} d\rho'$$

En distinguant les cas  $x \geq 0$  ou  $x \leq 0$  on pourra vérifier que l'intégrale précédente est une fonction paire de la variable  $x$ . D'autre part en décomposant le dépôt d'énergie  $q$  en sa contribution axiale  $f_z$  et radiale  $g_z$ , tel que spécifié par l'équation (1-62) de la partie 1.2.3, la fonction  $Q$  peut se mettre sous la forme :

$$(4-65) \quad Q(x, z) = f_z(z)G_z(x, z), \quad G_z(x, z) = \frac{1}{\pi} \int_{\rho'=|x|}^{+\infty} \frac{\rho' g_z(\rho', z)}{\sqrt{\rho'^2 - x^2}} d\rho'$$

Le calcul du champ de pression par le biais de l'équation (4-63) se réduit à une intégrale unique sur une densité d'énergie effective  $Q$ . Cette densité effective se déduit par une transformation intégrale de la densité  $q$  tel que donnée par l'équation (4-65). De plus nous verrons par la suite que dans le cas de cascades ou d'un faisceau laser, du fait des lois d'échelle, ces densités effectives admettent des paramétrisations simples, aussi il n'est pas nécessaire de les recalculer systématiquement. On pourra noter d'autre part que pour un dépôt radial piqué en l'origine la transformée  $G_z$  tend également à être piquée selon la variable  $x$ . Aussi elle réalise une 'sélection' des temps d'arrivé  $t_0$  autour de la valeur nominale  $t_0 = \rho / c_s$  correspondant à une propagation rigoureusement orthogonale à l'axe ( $Oz$ ) de la source.

Afin de faciliter l'intégration numérique de l'équation (4-63) il est commode d'effectuer un dernier changement de variable. Nous posons  $t_0 = t \sin(u)$  de sorte que le champs de pression s'exprime sous la forme :

$$(4-66) \quad p(\vec{r}, t) = \frac{\alpha c_s^2}{4\pi C_p} \frac{\partial}{\partial r} \int_{u=0}^{\pi/2} \{Q(\rho - r \sin(u), z + r \cos(u)) + Q(\rho - r \sin(u), z - r \cos(u))\} du$$

avec  $r = c_s t$ .

### Cas particulier de la source linéique : Potentiel linéique

Dans le cas particulier d'une source linéique les équations établies précédemment se simplifient grandement, et admettent alors une interprétation simple. Soit pour  $g_z(\rho, z) = 2\delta(\rho) / \rho$  l'équation (4-60) conduit à :

$$(4-67) \quad \begin{cases} p(\rho, z, t) = p_L(\rho, z + c_s \sqrt{t^2 - t_0^2}, t) + p_L(\rho, z - c_s \sqrt{t^2 - t_0^2}, t) \\ p_L(\rho, z, t) = \frac{\alpha}{4\pi C_p} f_z(z) \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{H(t - t_0)}{\sqrt{t^2 - t_0^2}} \right], \quad t_0 = \rho / c_s \end{cases}$$

Par conséquent au point d'observation, à l'instant  $t$ , on voit la somme des champs de pression  $p_L$  qui ont été 'émis' par les points de la source localisés aux altitudes  $z \pm c_s \Delta t$  où  $\Delta t = \sqrt{t^2 - t_0^2}$  correspond au temps mis par le son pour atteindre le point d'observation dans un modèle de rayons. Il est remarquable que du fait de la nature impulsionnelle de notre source à un instant donné on est sensible uniquement aux régions de la source en relation causale, par le biais de la vitesse du son. D'autre part le champ de pression est nul avant le temps  $t_0$ , aucun point de la source étant à portée. Autre conséquence de la nature impulsionnelle de la source ainsi que de sa divergence radiale : le champ de pression est une compression divergente au temps  $t_0$  correspondant à la propagation horizontalement à l'axe de la cascade. Il admet ensuite une relaxation 'lente' par dé-pression.

Pour la suite il est intéressant de réécrire l'expression donnée par l'équation (4-63) pour le champ de pression en fonction du potentiel  $p_L$ . On obtient le résultat suivant :

$$(4-68) \quad p(\vec{r}, t) = \frac{\alpha c_s}{4\pi C_p} \int_{t_0=0}^{+\infty} dt_0 (p_L(\rho, z + c_s \sqrt{t^2 - t_0^2}, t, t_0) G(\rho - c_s t_0, z + c_s \sqrt{t^2 - t_0^2}) + \dots \\ p_L(\rho, z - c_s \sqrt{t^2 - t_0^2}, t, t_0) G(\rho - c_s t_0, z - c_s \sqrt{t^2 - t_0^2}))$$

où l'on notera que  $t_0$  est une variable d'intégration cette fois ci. Aussi le résultat précédent peut s'interpréter 'qualitativement' comme un produit de convolution mais avec une différence quadratique. A un instant  $t$  le champ de pression est la superposition des champs émis depuis des régions de la source localisées autour des altitudes  $z \pm c_s \Delta t$  sur une largeur qui dépend du dépôt radial par le biais de la transformée  $G_z$  de la distribution latérale  $g_z$ . Les points importants étant que l'on reste sensible à une information locale sur la source et que l'efficacité maximale est obtenue pour la région en vis à vis du point d'observation, de plus courte approche.

A titre de comparaison, pour la source linéique avec un dépôt créneau l'équation (4-67) conduit à l'expression suivante du champ de pression :

$$(4-69) \quad p(\rho, z, t) = \frac{\alpha}{4\pi C_p} \frac{E}{L} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{H(t - t_0)}{\sqrt{t^2 - t_0^2}} \{H(t - t_a) - H(t - t_b) + \dots \right. \\ \left. 2H(z - z_a)H(t_a - t) - 2H(z - z_b)H(t_b - t) \} \right], \quad t_0 = \rho / c_s$$

Les points A et B, d'altitudes  $z_a$  et  $z_b$  correspondent aux deux extrémités de la source linéique qui est d'extension totale  $L$ . Les temps  $t_a = \sqrt{\rho^2 + (z - z_a)^2} / c_s$  et  $t_b = \sqrt{\rho^2 + (z - z_b)^2} / c_s$  correspondent au temps de propagation du son depuis A ou B jusqu'au point d'observation, dans un modèle de rayons. On peut identifier trois sources ultrasonores. Tout d'abord si l'observation se fait à hauteur de la source, soit pour  $z_a \leq z \leq z_b$ , on reçoit l'émission directe par l'axe de la cascade au temps  $t_0$ . Cette émission est potentiellement la plus intense et elle est uniforme pour  $z_a \leq z \leq z_b$ . Ensuite, quelle que soit la position de l'observateur on reçoit deux impulsions, divergentes, en provenance des



discontinuités aux bords de la source, en A et en B. Ces impulsions sont reçues au temps  $t_a$  et  $t_b$ . On pourra comparer cette expression à celle donnée dans l'article de Learned [50] avec des notations similaires (équation 42). Pour un observateur situé au-dessus ou en-dessous de la source les deux expressions coïncident. Cependant pour un observateur à hauteur de la cascade l'expression de Learned prévoit un champ de pression nul avant le plus petit des temps  $t_a$  ou  $t_b$ . C'est à dire qu'il n'y pas d'émission possible par le 'cœur' de la source. Ce dernier résultat ne semble pas physique.

D'autre part on notera au travers de cet exemple que en l'absence de limitations physiques par le milieu, l'absorption, ou par la largeur finie du dépôt radial, on ne peut jamais considérer rigoureusement que le champ de pression est dans des conditions de champ lointain. C'est à dire que qu'elle que soit la distance d'observation l'on reste sensible à la position relative le long de la source et non à la direction selon laquelle se fait l'observation. Néanmoins ce point est à pondérer fortement par le fait que dans un milieu réaliste on a des pertes par absorption qui limitent la cohérence de la source aux hautes fréquences, pour des grandes distances d'observation. Soit, dit autrement, la source 's'élargie' à grande distance, du fait de l'absorption.

### Approximation 'linéique' pour les effets de l'absorption, réfraction et développement de la cascade

Afin de rendre compte d'un milieu de propagation plus réaliste il nous fait inclure les effets de l'absorption, de la réfraction et du retard lié au développement de la cascade dans les équations établies précédemment. Une dérivation complète, exacte, est fastidieuse et peu commode à utiliser numériquement. Aussi nous allons pour la suite travailler dans le cadre de l'approximation suivante : Nous admettons que les différents effets physiques, réfraction et absorption, sont peu ou pas affecté par la forme précise de la densité radiale d'énergie déposée. Soit nous allons étudier l'incidence de ces différents effets dans la limite d'un dépôt purement longitudinal. Les résultats ainsi obtenus seront ensuite extrapolés au cas d'un dépôt étendu par le biais de l'équation (4-68), en généralisant le potentiel longitudinal  $p_L$ .

### Effet de l'absorption

Les effets de l'absorption sont relativement aisés à prendre en compte. Dans un milieu dissipatif l'expression du champ de pression donné par l'équation (1-98) se généralise selon :

$$(4-70) \quad p(\vec{r}, t) = \frac{\alpha}{4\pi C_p} \int \frac{q(\vec{r}')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \left[ \frac{\partial}{\partial t} \delta(t - t') \right] \otimes I_a(t, c_s t') d^3 \vec{r}'$$

où  $I_a(t, r)$  est la réponse impulsionnelle d'absorption définie dans la partie 1.3.2. Pour une source linéique, avec les transformations explicitées précédemment il vient pour l'expression du potentiel linéique absorbé  $p_{L,a}$  :

$$(4-71) \quad p_{L,a}(\rho, z, t, t_0) = \int_{t'=-\infty}^{+\infty} I_a(t - t', c_s t') p_L(\rho, z, t', t_0) dt'$$

Les variables  $t'$  et  $t_0$  agissant dans des espaces distincts le champ de pression absorbé, pour une source étendue, est donné de façon exacte par le même opérateur linéaire que pour le potentiel linéique. Soit à savoir :

$$(4-72) \quad p_a(\rho, z, t) = \int_{t'=-\infty}^{+\infty} I_a(t-t', c_s t') p(\rho, z, t') dt'$$

On peut voir à partir de cette dernière équation que pour un champ de pression de nature impulsionnelle, tel que c'est le cas pour notre signal de cascade, lorsque la durée caractéristique  $\Delta t$  de l'impulsion est grande devant le temps d'arrivée du signal  $t_a \approx \rho/c_s$  on peut approximer le terme de distance en  $c_s t'$  de l'absorption par la distance latérale  $\rho$ . En pratique cette approximation sera toujours valable pour nos signaux thermo-acoustiques du fait de la 'soudaineté' du dépôt d'énergie. Aux courtes distances de l'axe le signal de pression est dominé par les parties de la source en vis à vis du point d'observation. A plus grande distance, où une portion étendue de la source contribue au signal, la variation de distance observateur-points de la source est négligeable.

Par suite on retrouve un résultat classique avec un champ de pression absorbé donné par un produit de convolution selon :

$$(4-73) \quad p_a(\rho, z, t) = p(\rho, z, t) \otimes_t I_a(t, \rho)$$

### Effet de la réfraction

L'effet de la réfraction est plus laborieux à prendre en compte. Pour commencer il nous faut distinguer les deux référentiels suivants. On note  $\mathfrak{R}_c$  le référentiel Cartésien de coordonnées  $(x_c, y_c, z_c)$  dont l'axe  $(Oz_c)$  coïncide avec la direction du gradient de pression et est orienté positivement du fond vers la surface de l'eau. Le référentiel Cartésien de même origine  $O$  mais dont l'axe  $(Oz)$  coïncide avec la direction  $\vec{u}$  de la cascade est noté  $\mathfrak{R}$ . De plus par un choix arbitraire nous imposons que les axes  $(Oy_c)$  et  $(Oy)$  soient confondus de sorte que les référentiels  $\mathfrak{R}$  et  $\mathfrak{R}_c$  se déduisent l'un de l'autre par une rotation d'un angle  $\theta_0$  autour de l'axe commun  $(Oy)$ . Dans le référentiel  $\mathfrak{R}$  un point  $M$  de l'espace est repéré en coordonnées cylindriques  $(\rho, \varphi, z)$  d'axe  $\vec{u}$ . Les coordonnées Cartésiennes du même point dans  $\mathfrak{R}_c$  ont pour expression :

$$(4-74) \quad \begin{cases} x_c = \rho \cos(\varphi) \cos(\theta_0) + z \sin(\theta_0) \\ y_c = \rho \sin(\varphi) \\ z_c = z \cos(\theta_0) - \rho \cos(\varphi) \sin(\theta_0) \end{cases}$$

D'autre part afin de simplifier les expressions nous introduisons la variable réduite suivante :

$$(4-75) \quad \beta^2(t) = 2(\cosh(k_c t) - 1)$$

Dans la limite où les effets de réfraction sont négligeables, soit pour  $k_c t \approx |\vec{r}| / R_c \ll 1$  la grandeur  $\beta$  coïncide avec le temps de propagation 'classique' donné par  $\beta \rightarrow k_c t = c_{s,0} t / R_c$ . Dans le cas général, lorsque les effets de réfraction ne sont pas négligeables la variable  $\beta$  peut s'exprimer en fonction des coordonnées d'espace à partir de l'équation (4-49) selon :

$$(4-76) \quad \beta^2(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{|\vec{r}' - \vec{r}|^2}{(R_c - z_c)(R_c - z'_c)}$$

Par suite, à un temps  $t$  le son émis au point  $M$  de l'espace à  $t = 0$  atteint deux points  $M_1$  et  $M_2$  de l'axe  $\vec{u}$  dont les cotes  $z_1$  et  $z_2$  sont données par :

$$(4-77) \quad z_i = z + \frac{R_c - z_c}{2} \cos(\theta_0) \left[ \varepsilon_i \sqrt{\beta^2 + \beta_1^2} \sqrt{\beta^2 - \beta_0^2} - \beta^2 \right], \quad \varepsilon_i = \pm 1 \quad \text{et} \quad \beta \geq \beta_0$$

Réciproquement aux temps  $t$  tels que  $\beta(t) < \beta_0$  tous les points de l'axe  $\vec{u}$  sont 'hors de portée' de  $M$ . Les paramètres  $\beta_0$  et  $\beta_1$  dépendent des coordonnées du point  $M$  tel que :

$$(4-78) \quad \begin{cases} \beta_0^2 = \frac{2}{(R_c - z_c) \cos(\theta_0)} \left[ \sqrt{\rho^2 + (R_1 - z)^2} - (R_1 - z) \right] \\ \beta_1^2 = \frac{2}{(R_c - z_c) \cos(\theta_0)} \left[ \sqrt{\rho^2 + (R_1 - z)^2} + (R_1 - z) \right] \end{cases}$$

où l'on a introduit le rayon de courbure effectif  $R_1 = R_c / \cos(\theta_0)$  vu précédemment dans l'approximation de champ lointain. Revenons maintenant au calcul du champ de pression. Dans le cas d'une source linéique le Jacobien associé au changement de la variable d'intégration  $z'$  en  $\tau(\vec{r}, \vec{r}')$  est donné par :

$$(4-79) \quad \left| \frac{\partial z'}{\partial \tau} \right| = \chi(\vec{r}, \vec{r}') \frac{|\vec{r}' - \vec{r}|}{\sqrt{\beta'^2 - \beta_0^2}} \left( \frac{\partial \beta}{\partial t} \right)_{t=\tau}, \quad \chi(\vec{r}, \vec{r}') = \frac{2|\vec{r}' - \vec{r}|}{(R_c - z_c) \cos(\theta_0) \beta' \sqrt{\beta'^2 + \beta_1^2}}$$

où on désigne par  $\beta'$  la grandeur  $\beta' = \beta(\tau)$ . Pour une propagation sur de faibles distances  $|\vec{r} - \vec{r}'| / R_c \ll 1$  le terme  $\chi(\vec{r}, \vec{r}')$  est de l'ordre de 1. Sa contribution est similaire à celle du terme de dé-focalisation négligé précédemment. Numériquement on observe des variations relatives de quelques pourcents pour des variations des coordonnées d'espace de l'ordre de 10 km. L'effet maximum est obtenu pour une propagation verticale. Par conséquent nous ferons par la suite l'approximation  $\chi = 1$ . La contribution principale à notre signal

impulsionnel vient de la divergence en  $\beta' = \beta_0$ . Dans ces conditions le champ de pression  $p$  et le potentiel linéique réfracté  $p_{L,r}$  ont pour expression :

$$(4-80) \quad \begin{cases} p(\rho, z, t) = p_{L,r}(\rho, z_1(\beta, \beta_0), t, \beta_0) + p_{L,r}(\rho, z_2(\beta, \beta_0), t, \beta_0) \\ p_{L,r}(\rho, z, t, \beta_0) = \frac{\alpha}{4\pi C_p} f_z(z) \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial \beta}{\partial t} \frac{H(\beta - \beta_0)}{\sqrt{\beta^2 - \beta_0^2}} \right] \end{cases}$$

L'analogie avec le cas 'non réfracté' est forte. La réception de l'émission du 'cœur' se fait à un temps réfracté en avance sur le temps de propagation rectiligne. D'autre part aux temps  $t > t(\beta_0)$  l'observateur reçoit les signaux en provenance des points de cotes  $z_1$  et  $z_2$ , non symétriques autour de la cote  $z$  de l'observateur.

Dans le cas d'une source étendue, présentant une extension latérale, le calcul exact est plus délicat. Néanmoins pour une source dont l'extension radiale est faible nous admettons que les corrections apportées par la réfraction au terme de dé-cohérence radiale sont négligeables. Soit nous admettons que la répartition radiale effective  $G_z$  est inchangée et que le champ de pression reste donné par l'équation (4-68) moyennant quelques substitutions selon :

$$(4-81) \quad p(\vec{r}, t) = \frac{\alpha c_s}{4\pi C_p} \sum_{i=1}^2 \int_{t_0=0}^{+\infty} p_{L,r}(\rho, z_i(\beta, \beta_0), t, \beta(t_0)) G_z(\rho - \rho_0(\beta(t_0)), z_i(\beta, \beta_0)) dt_0$$

Le rayon  $\rho_0$  est obtenu par inversion de l'expression donnée par l'équation (4-78) pour  $\beta_0$  comme fonction de la coordonnée  $\rho$  du point d'observation. On trouve :

$$(4-82) \quad \rho_0(\beta) = \frac{R_c - z \cos(\theta_0)}{1 - \frac{\beta^4}{4} \cos^2(\theta_0) \sin^2(\theta_0) \cos^2(\varphi)} \left\{ \sin(\theta_0) \cos(\varphi) \left[ \frac{\beta^4}{4} \cos^2(\theta_0) + \frac{\beta^2}{2} \right] + \dots \right. \\ \left. \sqrt{\frac{\beta^4}{4} [1 - \sin^2(\theta_0) \sin^2(\varphi)] + \beta^2} \right\}$$

Puisque l'ensemble des expressions établies font intervenir la variable  $\beta$  et non le temps il est commode d'effectuer l'intégration de l'équation (4-81) sur cette première. Soit nous effectuons le changement de variable  $t_0 \rightarrow \beta(t_0)$ . De plus en admettant que l'intégrale est dominée par les temps  $t \approx t_0$ , le signal étant impulsionnel, à grande distance de l'axe, pour  $\Delta t / \langle t \rangle \ll 1$ ,  $\Delta t$  étant l'extension temporelle de l'impulsion et  $\langle t \rangle$  son temps de parcours, on peut faire l'approximation suivante :

$$(4-83) \quad \left( \frac{\partial \beta}{\partial t} \right)_t \left( \frac{\partial t}{\partial \beta} \right)_{t=t_0} = \frac{\beta(t_0) \sinh(k_c t)}{\beta(t) \sinh(k_c t_0)} = 1 + o\left(\frac{t - t_0}{t + t_0}\right)$$

Soit alors on obtient pour expression du champ de pression :

$$(4-84) \quad p(\vec{r}, t) = \frac{\alpha}{4\pi C_p} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \sum_{i=1}^2 \int_0^{+\infty} \frac{H(\beta - \beta_0)}{\sqrt{\beta^2 - \beta_0^2}} Q(\rho - \rho_0(\beta_0), z_i(\beta, \beta_0)) d\beta_0 \right]$$

Cette expression est analogue à celle donnée par l'équation (4-63) pour le champ de pression non réfracté. Avec un changement de variable similaire selon  $\beta_0 = \beta \sin(u)$  nous obtenons finalement l'expression suivante, plus régulière numériquement :

$$(4-85) \quad p(\vec{r}, t) = \frac{\alpha}{4\pi C_p} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \sum_{i=1}^2 \int_0^{\pi/2} Q(\rho - \rho_0(\beta \sin(u)), z_i(\beta, \beta \sin(u))) du \right]$$

### Retard lié au développement de la cascade

Pour une source linéique, on tient maintenant compte du retard dû à la propagation du dépôt d'énergie le long de la cascade à la vitesse  $c_0$  de la lumière dans le vide. En un point  $\vec{r}$  de l'espace le son émis depuis  $\vec{r}'$  arrive au temps  $\tau$  tel que :

$$(4-86) \quad \tau(\vec{r}, \vec{r}') - \frac{z'}{c_s} = \frac{1}{c_0} \sqrt{\rho^2 + (z - z')^2}$$

où l'origine des temps est choisie arbitrairement tel que à  $\tau = 0$  le dépôt se fait en  $z' = 0$ . En approximant les termes en  $1 - c_s^2/c_0^2$  par 1, ce qui correspond à une erreur relative de  $2.5 \cdot 10^{-11}$ , l'altitude  $z'$  le long de la source s'exprime à partir du temps d'arrivée  $\tau$  selon :

$$(4-87) \quad z' = z - c_s \tau \left( \frac{c_s}{c_0} \right) \pm \sqrt{(c_s \tau - z)^2 - \rho^2}$$

Par conséquent le Jacobien associé au changement de variable  $z' \rightarrow \tau$  a maintenant pour expression :

$$(4-88) \quad \frac{\partial z'}{\partial \tau} = \frac{c_s (\tau - z'/c_0)}{\sqrt{(\tau - z/c_0)^2 - t_0^2}}$$

où l'on a de nouveau approximé  $1 - c_s^2/c_0^2$  par 1. De plus pour une impulsion 'courte' comme c'est le cas de notre signal l'émission se fait depuis une zone localisée de la source sensiblement en vis à vis de l'observateur. Par conséquent on fait une faible erreur sur l'amplitude pic en assimilant le temps  $\tau - z/c_0$  au temps de propagation de  $\vec{r}'$  à  $\vec{r}$  de telle

sorte que  $\tau - z/c_0 \approx c_s |\vec{r} - \vec{r}'|$ . Il en résulte que le nouveau potentiel linéique se déduit du potentiel linéique ‘instantané’ donné par l’équation (4-67) en remplaçant simplement le temps  $t$  par  $t - z/c_0$ . Dans le cas d’une distribution de densité d’énergie étendue si l’on fait toujours l’hypothèse que le potentiel radial  $G_z$  n’est pas affecté par l’effet de propagation le résultat précédent se prolonge simplement. Soit le champ de pression corrigé  $p_{c_0}$  de l’effet de propagation se déduit du champ de pression ‘instantané’  $p$  selon :

$$(4-89) \quad p_{c_0}(\rho, z, t) = p(\rho, z, t - z/c_0)$$

Par conséquent le ‘front d’onde’ du signal acoustique fait un petit angle  $\alpha = c_s \Delta t / \Delta z = c_s / c_0$  avec l’axe de la cascade. On retrouve le résultat établi précédemment dans des conditions de champ lointain. D’autre part cette correction est négligeable dans la majorité des cas de figure qui nous intéressent. Elle commence à devenir sensible uniquement lorsque l’on cherche à corrélérer les temps d’arrivées sur des cascades LPM de plusieurs centaines de mètres de long observées à quelques centaines de mètres, soit proche de leur axe. A titre indicatif pour un écart de 300 m le retard correspondant est de 1  $\mu$ s.

## Annexe I : Calcul du champs de pression thermo-acoustique issu d'un laser

### Potentiel radial $G_z$

Nous faisons l'hypothèse d'un faisceau laser de profil gaussien dont la distribution latérale d'énergie est indépendante de la profondeur  $z$ , soit représentée par la fonction :

$$(4-90) \quad g_z(\rho) = \frac{1}{2\sigma^2} \exp\left(-\frac{\rho^2}{2\sigma^2}\right)$$

Par conséquent nous négligeons la divergence du faisceau laser. La validité de cette hypothèse est justifiée par les résultats présentés dans la partie 2.3.1. Dans ces conditions on pourra vérifier que le potentiel radial  $G_z$  vérifie l'équation différentielle qui suit :

$$(4-91) \quad \frac{d}{dx} G_z + \frac{x}{\sigma^2} G_z = 0 \quad \Rightarrow \quad G(x) = G(0) \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

dont la solution est également une gaussienne. Par continuité en  $x = 0$  on trouve pour expression du potentiel radial :

$$(4-92) \quad G(x) = \frac{1}{2\sigma\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right)$$

### Potentiel linéique et champs de pression

Pour l'expression de la densité longitudinale d'énergie déposée par le laser nous adoptons une loi de Beer-Lambert sur le segment  $[z_a; z_b]$  tel que :

$$(4-93) \quad f_z(z) = \frac{E}{\lambda} \exp\left(-\frac{z-z_a}{\lambda}\right) \{H(z-z_a) - H(z-z_b)\}$$

où  $E$  correspond à l'énergie totale de l'impulsion laser et  $\lambda$  à la longueur d'absorption de la lumière laser dans l'eau. Le laser entre dans la cuve au point de profondeur  $z_A$  et rencontre un obstacle en  $z_B$ . Nous utilisons ici des conditions de bord très simplifiées, mais qui, comme nous le verrons dans la partie 2.3.1, conduisent à un bon accord qualitativement.

Pour une source linéique le champ de pression correspondant peut s'exprimer sur une base de fonctions échelon de Heaviside selon :



$$(4-94) \quad p(\rho, z, t, t_0) = \frac{\alpha}{4\pi C_p} \frac{E}{\lambda} e^{-(z-z_a)/\lambda} \frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{H(t-t_0)}{\sqrt{t^2-t_0^2}} \left\{ \dots \right. \right. \\ \left. \left. H(z-z_a) \left[ e^{-q} + H(t_a-t)e^q \right] + H(z_a-z)H(t-t_a)e^{-q} \dots \right. \right. \\ \left. \left. - H(z-z_b) \left[ e^{-q} + H(t_b-t)e^q \right] - H(z_b-z)H(t-t_b)e^{-q} \right\} \right]$$

avec  $q = c_s \sqrt{t^2 - t_0^2} / \lambda$  et où les temps  $t_a$  et  $t_b$  correspondent aux temps d'arrivée du son en  $A$  et en  $B$ . On retrouve dans cette expression trois sources acoustiques. Une première émission du cœur détectée au temps  $t_0$  puis des signaux issus des discontinuités en  $A$  et en  $B$ .

Pour une source étendue, dans le cas d'un profil gaussien le champ de pression est donné par l'équation (1-99) de la partie 1.3.4 où  $G_z$  est indépendant de  $z$ . On obtient alors les expressions suivantes. Pour un observateur situé entre  $A$  et  $B$ , tel que  $z_a \leq z \leq z_b$  il vient :

$$(4-95) \quad p(\vec{r}, t) = \frac{\alpha}{4\pi C_p} c_s^2 \frac{E}{\lambda} e^{-(z-z_a)/\lambda} \frac{\partial}{\partial \beta} \int_{u=0}^{\pi/2} \left\{ H(u-u_b)e^{-q} + H(u-u_a)e^{+q} \right\} \frac{\exp(-(\beta \sin(u) - \rho)^2 / 2\sigma^2)}{2\sigma\sqrt{\pi}} du$$

avec  $q = \beta \cos(u) / \lambda$ ,  $u_x = \arccos(|z - z_x| / \beta) H(\beta - |z - z_x|)$  et  $\beta = c_s t$ . Pour un observateur localisé après le point d'arrêt  $B$  du faisceau tel que  $z \geq z_a \geq z_b$  il vient pour expression du champ de pression :

$$(4-96) \quad p(\vec{r}, t) = \frac{\alpha}{4\pi C_p} c_s^2 \frac{E}{\lambda} e^{-(z-z_a)/\lambda} \frac{\partial}{\partial \beta} \int_{u=0}^{\pi/2} \left\{ H(u-u_a) - H(u-u_b) \right\} e^{+q} \frac{\exp(-(\beta \sin(u) - \rho)^2 / 2\sigma^2)}{2\sigma\sqrt{\pi}} du$$

Le cas  $z \leq z_a \leq z_b$  n'a pas été étudié expérimentalement. L'expression du champs de pression est analogue à la précédente. On l'obtient en intervertissant les indices pour  $A$  et  $B$  sous l'intégrale et en changeant  $q$  en  $-q$ .

## Annexe J : Calcul du champs de pression thermo-acoustique issu d'une cascade

### Potentiel radial $G_z$ pour des cascades

Afin de calculer le signal acoustique généré par des cascades il nous faut modéliser les variations du potentiel radial  $G_z$  introduit en 1.3.4 ou en Annexe H. Puisque la distribution de densité radiale d'énergie  $g_z$  ne dépend que de la profondeur réduite  $u = z/z_{\max}$ ,  $z_{\max}$  étant la profondeur du maximum de densité du dépôt d'énergie de la cascade, le potentiel  $G_z$  obéit à la même loi d'échelle. D'autre part, pour des cascades non LPM, le profil longitudinal tombe 'rapidement' passé le maximum de densité, aussi le signal acoustique est dominé par les valeurs de  $u$  'proches' de 1. Pour des cascades LPM la densité radiale est quasi constante indépendante de la profondeur et coïncide avec la valeur de  $G_z$  obtenues pour des cascades non LPM pour  $u = 1$ . Aussi nous avons caractérisé la fonction  $G_z$  uniquement pour des valeurs de  $u \in [0.5; 2]$ . Pour la dépendance radiale nous avons investigué la plage de valeurs  $x \in [0.2; 800]$  mm. Dans ces plage de valeurs, après intégration numérique de l'équation (4-65) la fonction  $G_z$  a des variations régulières, en loi de puissance, qui sont bien rendues par un ajustement polynomial de la forme :

$$(4-97) \quad \ln(G_z(x,u)) = \sum_{i=0}^8 \sum_{j=0}^3 a_{ij} \ln^i(x) u^j$$

avec pour valeurs de la matrice  $A$  des coefficients :

$$(4-98) \quad A = \begin{bmatrix} -9.62 \cdot 10^{-7} & 1.68 \cdot 10^{-6} & 2.66 \cdot 10^{-5} & 7.72 \cdot 10^{-5} \\ -3.73 \cdot 10^{-5} & 6.78 \cdot 10^{-5} & 1.06 \cdot 10^{-3} & -3.11 \cdot 10^{-3} \\ -5.88 \cdot 10^{-4} & 1.13 \cdot 10^{-3} & 1.74 \cdot 10^{-2} & -5.16 \cdot 10^{-2} \\ -4.81 \cdot 10^{-3} & 9.89 \cdot 10^{-3} & 1.49 \cdot 10^{-1} & -4.53 \cdot 10^{-1} \\ -2.14 \cdot 10^{-2} & 4.82 \cdot 10^{-2} & 7.06 \cdot 10^{-1} & -2.23 \\ -4.88 \cdot 10^{-2} & 1.23 \cdot 10^{-1} & 1.79 & -6.00 \\ -4.81 \cdot 10^{-2} & 1.36 \cdot 10^{-1} & 2.23 & -8.35 \\ -2.41 \cdot 10^{-2} & 3.71 \cdot 10^{-2} & 2.18 & -8.69 \\ -9.62 \cdot 10^{-1} & 2.63 & 1.62 & -10.7 \end{bmatrix}$$

L'ajustement est en accord avec l'intégration numérique de la fonction  $g_z$  à 5% près. Pour des valeurs de  $u$  en-dehors de cette gamme nous approximons la fonction  $G_z$  par sa valeur à la borne la plus proche, soit :

$$(4-99) \quad \begin{cases} G_z(x,u) = G_z(x,2) & \text{si } u \geq 2 \\ G_z(x,u) = G_z(x,0.5) & \text{si } u \leq 0.5 \end{cases}$$

De même pour des distances radiales  $x$  hors-gamme nous faisons l'approximation suivante :

$$(4-100) \quad \begin{cases} G_z(x, u) = G_z(0.2 \text{ mm}, u) & \text{si } x \leq 0.2 \text{ mm} \\ G_z(x, u) = 0 & \text{si } x \geq 800 \text{ mm} \end{cases}$$

Les variations du potentiel radial  $G_z$  sont représentées sur la Figure 4-11. Le cadran de gauche montre les variations avec la distance radiale  $x$  au maximum de densité, pour  $u = 1$ . On retrouve une allure en loi de puissance avec une transition de la valeur de l'exposant pour une distance  $x \approx 4 \text{ cm}$ . Les exposants radiaux correspondants sont  $n_1 = 0.47$  et  $n_1 = 2.4$ , soit des valeurs d'exposants plus faibles d'environ 0.9 que celles utilisées en entrée pour la densité  $g_z$ . Par conséquent il apparaît que le potentiel radial  $G_z$  se comporte grossièrement comme une surface efficace de densité radiale d'énergie, selon :  $G_z(\rho, u) \approx 2\pi\rho g_z(\rho, u)$ .

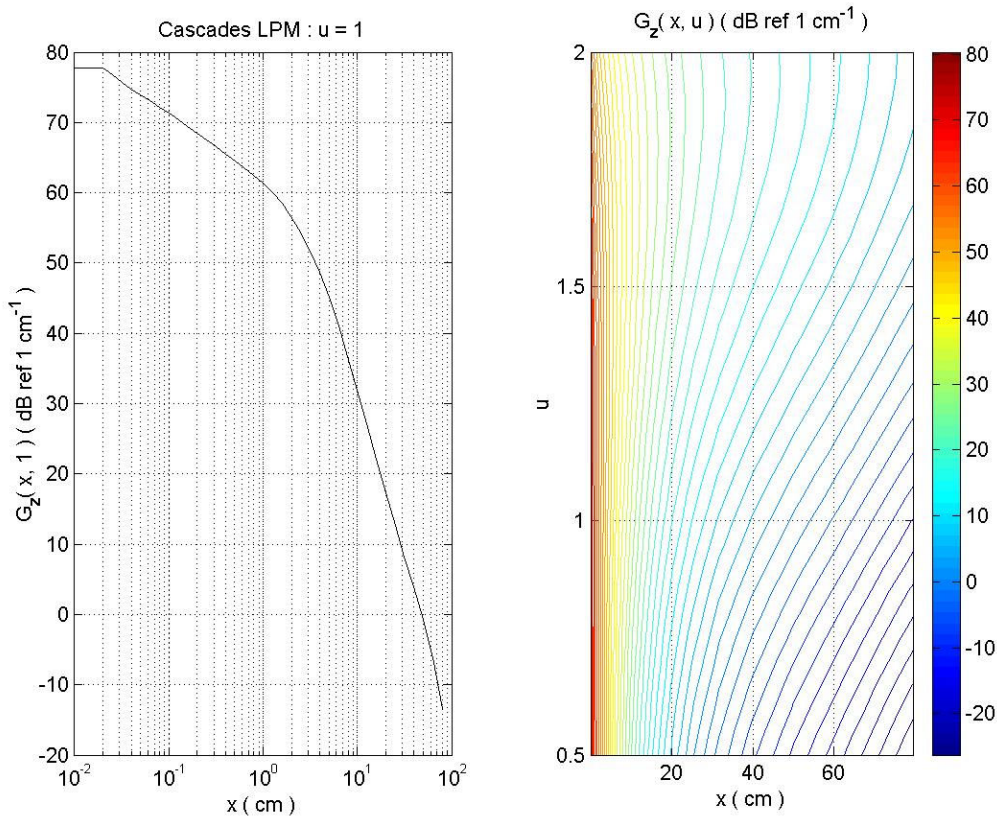


Figure 4-11 : Variations du potentiel radial  $G_z$ . Une coupure arbitraire à la distance latérale de  $200 \mu\text{m}$  est utilisée pour stabiliser l'intégration numérique du champs de pression. A ces faibles rayons la distribution latérale est incertaine et par ailleurs l'hypothèse d'instantanéité du dépôt d'énergie devient discutable.

### Incidence du potentiel radial sur l'amplitude du champ de pression

Afin d'évaluer l'importance pour le champ de pression que peut avoir une description précise de la distribution latérale de densité  $g_z$  nous avons fait varier certains des paramètres

relatifs à cette dernière. Les champs de pression résultants sont comparés pour une même distribution longitudinale de densité d'énergie. Pour cela nous avons choisit l'une des réalisations de cascade électromagnétique GEANT4 initiée par un électron de 500 TeV. La cascade est observée à 500 m de distance et à une profondeur d'environ 6 m ce qui correspond au vis à vis du maximum de densité. Sauf mention contraire pour l'ensemble des champs de pression présentés par la suite nous avons tenu compte de l'absorption. Pour cela nous avons utilisé un modèle hybride entre Liebermann et Francois-Garrison explicité en Annexe F. Les corrections sont appliquées par méthode classique de convolution tel q'explicité en Annexe H.

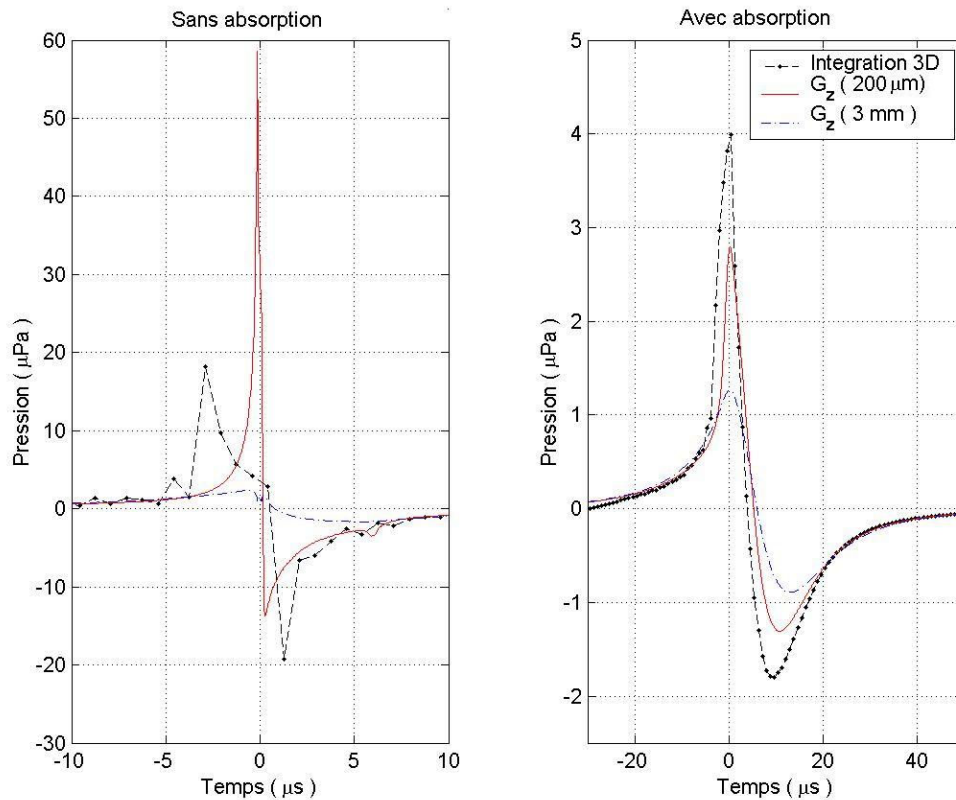


Figure 4-12 : Champ de pression calculé par différentes méthodes pour une cascade électromagnétique GEANT4 initiée par un électron de 500 TeV . L'observation se fait à la distance  $\rho = 500$  m de l'axe de la cascade et en vis à vis de la profondeur du maximum de densité, pour  $z = 6$  m.

Tout d'abord nous avons recalculé le potentiel radial  $G_z$  en bornant la densité latérale  $g_z$  pour des valeurs inférieures à 3 mm. Cette situation correspondrait à une surface efficace  $2\pi\rho g_z$  qui admet un maximum vers 3 mm puis tendrait vers 0 au cœur. Par ailleurs, nous avons choisit cette valeur de 3 mm car elle correspond à la résolution des simulations GEANT4. Le potentiel  $G_z$  correspondant est sensiblement identique au précédent pour des distances latérales supérieures au cm. Il est ensuite quasi-constant pour des distances inférieures à 1 mm. Le champs de pression calculé en utilisant le potentiel radial  $G_z$  explicité précédemment est représenté en tirais bleus sur la Figure 4-12. La partie de gauche montre le résultat obtenu sans inclure l'absorption. La courbe rouge correspond au modèle de référence, qui est celui utilisé par pour nos cascades avec un plateau pour la distribution latérale à 200  $\mu\text{m}$ . En l'absence d'absorption , l'amplitude  $A_p$  du signal de pression résultante de la coupure à 3 mm est 30 fois plus faible. Sa durée est 14 fois plus grande et son allure

sensiblement symétrique avec un ratio R/C de l'ordre de 70%. Ce ratio est de 20% en l'absence de coupure. Cependant aux faibles valeurs de pression, en 'amont' et en 'aval' des pics, les champs de pression avec et 'sans' coupure sont sensiblement identiques. Si l'on inclut la réponse d'absorption du milieu, la perte d'amplitude n'est plus que d'un facteur 2 et l'écart entre les durées n'est plus que de 30%. Le ratio R/C n'est pas changé dans le cas de la coupure à 3 mm. Par contre pour notre modèle de cascade il augmente à la valeur de 45%. Ceci est due à l'absorption préférentielle des hautes fréquences qui contribuent à la forte amplitude du pic de compression. Ces résultats sont représentés sur la partie de droite de la figure. On peut vérifier également que les champs de pression sont sensiblement identiques avant et après le pic.

Toujours à titre de comparaison nous avons représenté en points noir le champ de pression obtenu par une intégration directe, en 3-dimensions, du dépôt d'énergie discret issu de la simulations GEANT4. En l'absence d'absorption on constate que le champs de pression résultant est irrégulier. Ces irrégularités sont attribuées à un échantillonnage insuffisant, de 3 mm de pas, du terme source. L'amplitude est plus faible d'un facteur 2 avec un ratio R/C proche de 1. Sa durée est dix fois plus grande. Pour notre modèle de cascade le ratio R/C est de 16%. Les champ de pression coïncident avant et après le pic. Après prise en compte de l'absorption on retrouve des résultats plus proches de ceux obtenus pour notre modèle de cascade. Les courbes coïncident toujours avant et après le pic, cependant l'intégration 3D conduit à une amplitude environ 40% plus forte que notre modèle de référence, avec un premier pic de surpression plus large. Les ratios R/C sont maintenant similaires de l'ordre de 45% et les durées compatibles à 10% près.

Ces exemples illustrent le rôle que joue la distribution latérale  $g_z$  par le biais du potentiel radial  $G_z$ . Ce dernier se comporte comme un filtre fréquentiel, la grandeur  $c_s/x$ , où  $x$  est la distance latérale, jouant le rôle d'une fréquence. Les faibles valeurs de  $x$  sont associées au cœur du pic de pression, alors que les grandes valeurs dominent les bords. Par conséquent une description précise du cœur de la cascade est requise si l'on veut restituer le contenu haute fréquence du signal, et ainsi déterminer précisément son amplitude pic. Ce dernier point est à modérer cependant du fait de l'absorption. A grande distance les détails relatifs au cœur de la cascade deviennent moins sensibles.

D'autre part nous avons également fait varier arbitrairement la valeur locale de l'exposant  $n_1$  de cœur de la cascade de  $n_1 = 1.5 \rightarrow 1.2$ . Ces valeurs correspondent à des profondeur relatives le long de la cascade allant de  $z = 0.5 \cdot z_{\max} \rightarrow 1.5 \cdot z_{\max}$ . La durée des impulsions ainsi que les ratios R/C ne sont pas affectés, à quelques pour cent près. Par contre l'amplitude varie d'environ 50%. Avec absorption ces variations sont peu affectées par la distance. Elles sont de l'ordre de 40% à 1 km et 30% à 10 km. Mathématiquement les variations observées sont attribuées à la re-normalisation variable de la distribution latérale  $g_z$  selon la valeur de l'exposant  $n_1$ . Physiquement cela signifie qu'en l'absence d'une connaissance détaillée de la distribution latérale du cœur de la cascade des incertitudes pouvant atteindre un facteur 2 sont à attendre, sur l'amplitude du signal.

## Annexe K : Fonction de détection pour un hydrophone

Dans le cas d'un hydrophone parfaitement omnidirectionnel<sup>3</sup> localisé en  $\vec{r}_i$  et dans la limite des signaux de faible extension, la fonction de détection  $h$ , introduite dans la partie 3.1, peut s'exprimer de façon générale sous la forme suivante :

$$(4-101) \quad h^{1H}(u, \vec{r}, \vec{r}_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } \rho^* \leq \rho_{\max} \quad \text{et} \quad |z^*| \leq f_a(\rho^*)/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

avec

$$(4-102) \quad \rho^* = \sqrt{(\vec{r} - \vec{r}_i)^2 - ((\vec{r} - \vec{r}_i) \cdot \vec{u})^2} \quad \text{et} \quad z^* = (\vec{r} - \vec{r}_i) \cdot \vec{u}$$

et où on fait l'hypothèse que le profil  $f_a$  est une fonction paire. Par ailleurs on fait également l'approximation  $|\vec{r} - \vec{r}_i| \approx \rho^*$  valable pour des profils  $f_a$  de faible extension devant la portée, soit pour un signal directif. Pour le cas d'un modèle de disque le profil  $f_a$  est d'extension constante égale à  $f_a \equiv L_{eff}$ . Pour le modèle sphérique, de demie ouverture angulaire  $\alpha$  aux petits angles on a une dépendance linéaire avec la distance selon  $f_a \equiv 2\alpha\rho^*$ .

On pourra remarquer que ce modèle ne rend pas compte de la direction absolue de la cascade, soit on a  $h(\vec{u}) = h(-\vec{u})$ . D'autre part, en supposant le volume d'eau d'extension infinie dans toutes les directions on peut fixer arbitrairement l'origine et l'orientation du système de coordonnées. Par conséquent si on impose  $\vec{r}_i = 0$  en coordonnées cylindriques  $(\rho, \varphi, z)$  d'axe  $\vec{u}$  l'équation (4-101) se simplifie selon :

$$(4-103) \quad h^{1H}(\rho, z) = \begin{cases} 1 & \text{si } \rho \leq \rho_{\max} \quad \text{et} \quad |z| \leq f_a(\rho)/2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On en déduit le volume efficace de détection d'un hydrophone omnidirectionnel dans un volume d'extension infinie, comme :

$$(4-104) \quad V_{eff}^{1H, \infty}(\rho_{\max}, L_{eff}) = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\rho=0}^{\rho_{\max}} \int_{z=-f_a(\rho)/2}^{+f_a(\rho)/2} \rho d\rho d\varphi dz = 2\pi \int_0^{\rho_{\max}} f_a(\rho) \rho d\rho = \begin{cases} \pi \rho_{\max}^2 L_{eff} \\ \alpha \frac{4}{3} \pi \rho_{\max}^3 \end{cases}$$

<sup>3</sup> Si l'hydrophone n'est pas omnidirectionnel la portée  $\rho_{\max}$  dépend de l'angle d'incidence du son sur le détecteur et par conséquent de l'orientation  $\vec{u}$  et la position relative  $\vec{r} - \vec{r}_i$  de la cascade.



Dans ce cas particulier le volume efficace de détection est indépendant de l'orientation de la cascade. Il se réduit au volume géométrique d'une cascade pour lequel le signal dépasse le seuil de détection. Puisque le milieu est isotrope et d'extension infinie il est en effet équivalent de considérer toutes les positions de cascades pour lesquels un hydrophone donné est à portée ou réciproquement toutes les positions d'hydrophones pour lesquels une cascade donnée est à portée. Ceci ne sera plus vrai par la suite lorsqu'on tient compte de l'extension finie du milieu ou si on introduit des détecteurs multiples.

### Répartition statistique des événements

Etant donné notre hydrophone à l'origine du repère de coordonnées, on définit la probabilité conditionnelle  $p(\vec{r})$  comme la probabilité de détecter une cascade sachant qu'elle est localisée en  $\vec{r}$ . Cette densité de probabilité peut se déduire à partir de la fonction de détection  $h$ . Soit, étant donnée la densité de probabilité  $p(\vec{u})$  pour une cascade de prendre l'orientation  $\vec{u}$  il vient :

$$(4-105) \quad p(\vec{r}) = \int_{\Omega} h(\vec{u}, \vec{r}) p(\vec{u}) d\vec{u}$$

Pour une répartition uniforme des orientations de cascade sur  $4\pi$  d'angle solide on est ramené à intégrer la fonction  $h$  sur l'ensemble des orientations comme suit :

$$(4-106) \quad p(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Omega} h(\vec{u}, \vec{r}) d\vec{u}$$

D'autre part, pour un hydrophone unique dans un milieu isotrope et d'extension infinie on peut de nouveau choisir arbitrairement l'orientation du repère. Si on utilise des coordonnées sphériques d'axe  $\vec{r}$  cette fois ci la fonction de détection  $h$  prend la forme :

$$(4-107) \quad h^{1H}(r, \cos(\theta)) = \begin{cases} 1 & \text{si } \cos^2(\theta) \geq 1 - \frac{\rho_{\max}^2}{r^2} \text{ et } |\cos(\theta)| \leq \frac{f_a(r)}{2r} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où l'on fait de nouveau l'approximation  $r \approx \rho$  pour la condition relative au profil  $f_a$ . Pour des distances  $r \leq \rho_{\max}$  la condition sur  $\cos^2(\theta)$  est toujours satisfaite. Pour des distances supérieures  $\rho_{\max} \leq r \leq \rho_{\max} + f_a(\rho_{\max})/2$  on remarquera qu'il est possible pour certaines orientations de cascades que le signal acoustique atteigne l'hydrophone malgré tout. Ceci est dû au choix fait pour notre modèle de localiser la cascade à partir de son milieu. Lorsque le milieu de la cascade est hors de portée il peut subsister une fraction



non nulle de la cascade à portée de l'hydrophone. Cependant, si l'on suppose que la longueur de la cascade est négligeable devant la portée du signal ( $f_a(\rho_{\max}) \ll \rho_{\max}$ ) ceci n'est possible que dans une étroite fenêtre de distances et d'orientations de la cascade. Aussi on peut raisonnablement négliger cette seconde situation et réduire la condition sur  $\cos^2(\theta)$  à la condition de portée  $r \leq \rho_{\max}$ . La fonction de détection  $h$  prend alors la forme suivante :

$$(4-108) \quad h^{1H}(r, \cos(\theta)) = \begin{cases} 1 & \text{si } r \leq f_a(r)/2 \leq \rho_{\max} \\ 1 & \text{si } f_a(r)/2 \leq r \leq \rho_{\max} \text{ et } |\cos(\theta)| \leq \frac{f_a(r)}{2r} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On en déduit la probabilité conditionnelle à la distance  $r$  pour un événement d'atteindre notre hydrophone, dans un milieu d'extension infinie, comme :

$$(4-109) \quad p^{1H, \infty}(r) = \begin{cases} 1 & \text{si } r \leq f_a(r)/2 \leq \rho_{\max} \\ f_a(r)/(2r) & \text{si } f_a(r)/2 \leq r \leq \rho_{\max} \\ 0 & \text{si } r > \rho_{\max} \end{cases}$$

### Densité radiale des événements

Pour un modèle de signal à front d'onde sphérique, de demi-ouverture angulaire  $\alpha$ , l'équation (4-109) indique que la probabilité pour le signal acoustique d'une cascade d'atteindre notre hydrophone est constante, égale à  $\alpha$  jusqu'à la distance limite de  $\rho_{\max}$ . Elle est nulle au delà. Pour le modèle de disque la probabilité conditionnelle est certaine (égale à 1) pour des distances inférieures à la demie longueur de la cascade<sup>4</sup>, et ceci quelle que soit son orientation. Pour des distances plus grandes la probabilité d'atteindre l'hydrophone décroît inversement proportionnellement à la distance du fait de la fermeture de l'angle solide sous lequel les cascades sont vues depuis l'hydrophone. Cependant ceci ne signifie absolument pas que pour un hydrophone donné et des conditions de signal et bruit constantes, la majorité des événements sont originaires du voisinage de l'hydrophone. En fait, ce sont les événements à des distances de l'ordre de la portée maximale qui dominent la statistique. Afin de montrer ce résultat il est convenit d'introduire la fraction  $\chi(r)$  d'événements détectés qui sont localisés à une distance de l'hydrophone inférieure à  $r$ .

D'après l'équation (3-2) du Chapitre 3 et en faisant l'hypothèse d'une densité homogène de cascades il vient :

---

<sup>4</sup> De nouveau, cette valeur résulte du choix de notre modèle de localiser la cascade par son milieu

(4-110)

$$\chi(r) = \frac{\int_{\Omega} \int_{r' \leq r} h(\vec{u}, \vec{r}') p(\vec{u}) d^3 \vec{r}' d\vec{u}}{\int_{\Omega} \int_V h(\vec{u}, \vec{r}') p(\vec{u}) d^3 \vec{r}' d\vec{u}} = \frac{\int_{r' \leq r} p(r') r'^2 dr'}{\int_V p(r') r'^2 dr'} = \begin{cases} (r / \rho_{\max})^2 & \text{(disque)} \\ (r / \rho_{\max})^3 & \text{(sphère)} \end{cases}$$

A partir de ce résultat on peut vérifier que par exemple 75% des événements détectés sont localisés à des distances supérieures à  $\rho_{\max} / 2$ , pour un modèle de disque. Il apparaît alors qu'un paramètre plus pertinent que la densité de probabilité radiale  $p(r)$  est la fraction radiale d'événements  $\sigma(r)$  à la distance  $r$  définie comme :

(4-111)

$$\sigma(r) = \frac{4\pi r^2 p(r)}{V_{eff}^{1H, \infty}} = \begin{cases} 2r / \rho_{\max}^2 & \text{(disque)} \\ 3r^2 / \rho_{\max}^3 & \text{(sphère)} \end{cases}$$

Cette fraction augmente linéairement avec la distance dans le cas d'un disque et quadratiquement pour un modèle sphérique. Une comparaison entre les calculs analytiques précédents (courbe en trait plein) et une simulation numérique (points) est représentée sur la Figure 3-3 de la partie 3.1.2.

## Annexe L : Fonction de détection et limitations fond-surface

Nous considérons ici les limitations pour la détection directe qui sont imposées par l'extension finie du milieu. Afin de conduire ce calcul, il est préférable d'introduire préalablement quelques définitions. Soit, on appelle  $(\mathfrak{R})$  le repère de coordonnées Cartésiennes  $(O, x, y, z)$  dans lequel l'axe  $(Oz)$  est normal au fond de la mer (fond qui est supposé plat) et orienté positivement depuis le fond ( $z = 0$ ) vers la surface ( $z = H$ ). Par rotation autour de l'axe  $z$  il est possible de choisir l'axe  $(Oy)$  de façon à ce que la direction  $\vec{u}$  des cascades soit orthogonale à la direction  $(Oy)$ . Par suite, dans ce système de coordonnées on note :

$$(4-112) \quad \vec{r} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{\mathfrak{R}} \quad \text{et} \quad \vec{u} = \begin{bmatrix} \sin(\theta) \\ 0 \\ \cos(\theta) \end{bmatrix}_{\mathfrak{R}}$$

D'autre part, puisque l'on ne rend pas compte de l'orientation absolue des cascades on peut se limiter à  $\theta \in [0; \pi/2]$ .

Dans le référentiel  $(\mathfrak{R})$  le volume total  $V$  d'eau accessible admet une expression simple, selon :

$$(4-113) \quad (V) : \begin{cases} -\infty \leq x \leq +\infty \\ -\infty \leq y \leq +\infty \\ 0 \leq z \leq H \end{cases}$$

Néanmoins la condition de détection n'admet pas d'expression simple dans  $(\mathfrak{R})$ . Afin de simplifier cette dernière on introduit le référentiel  $(\mathfrak{R}')$  déduit de  $(\mathfrak{R})$  par rotation autour de l'axe  $(Oy)$  de façon à ce que l'axe  $(Oz)$  soit confondu avec la direction  $\vec{u}$  des cascades. En coordonnées cylindriques dans ce nouveau référentiel on a :

$$(4-114) \quad \vec{r} = \begin{bmatrix} \rho' \cos(\varphi') \\ \rho' \sin(\varphi') \\ z' \end{bmatrix}_{\mathfrak{R}'} = \begin{bmatrix} \rho' \cos(\varphi') \cos(\theta) + z' \sin(\theta) \\ \rho' \sin(\varphi') \\ -\rho' \cos(\varphi') \sin(\theta) + z' \cos(\theta) \end{bmatrix}_{\mathfrak{R}}$$

La fonction de détection  $h$  prend la forme suivante :

$$(4-115) \quad h^{1H}(\vec{u}, \vec{r}, \vec{r}_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } \rho^* \leq \rho_{\max} \quad \text{et} \quad |z' - z'_i| \leq \frac{f_a(\rho^*)}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{avec } \rho^* = \sqrt{\rho'^2 + \rho_i'^2 - 2\rho'\rho_i' \cos(\varphi' - \varphi'_i)}$$

et les limitations du milieu imposées par le fond et la surface deviennent :

$$(4-116) \quad (V) : \begin{cases} 0 \leq \rho' \leq +\infty \\ -\pi \leq \varphi' \leq +\pi \\ 0 \leq z' \cos(\theta) - \rho' \cos(\varphi') \sin(\theta) \leq H \end{cases}$$

Dans le cas particulier où l'on a qu'un seul hydrophone il est commode de le prendre comme origine du référentiel ( $\mathfrak{R}'$ ) de façon à ce que  $\rho'_i = z'_i = 0$ . On retrouve alors l'expression (4-103) donnée précédemment pour la fonction de détection. D'autre part nous allons supposer, une fois de plus, que la longueur effective des cascades est négligeable devant la portée maximale du signal ( $L_{\text{eff}} \ll \rho_{\max}$ , ou  $\alpha \ll 1$ ), de telle sorte que dans la majorité des cas où la condition de détection est satisfaite, la coordonnée  $z'$  est négligeable devant  $\rho'$ . Dans ces conditions les limitations par le milieu deviennent :

$$(4-117) \quad (V) : \begin{cases} 0 \leq \rho' \leq +\infty \\ -\pi \leq \varphi' \leq +\pi \\ -z_i \leq -\rho' \cos(\varphi') \sin(\theta) \leq H - z_i \end{cases}$$

Puisque l'on se limite au cas  $\theta \in [0; \pi/2]$  on peut vérifier que les conditions précédentes sont équivalentes à :

$$(4-118) \quad \begin{cases} 0 \leq \theta \leq \pi/2 \\ -\pi \leq \varphi' \leq +\pi \\ -z_i \leq -\rho' \cos(\varphi') \sin(\theta) \leq H - z_i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq \theta \leq \pi/2 \\ -\pi/2 \leq \varphi' \leq +\pi/2 \quad \text{et} \quad \rho' \leq \frac{z_i}{\cos(\varphi') \sin(\theta)} \\ -\pi/2 \leq \varphi' - \pi \leq +\pi/2 \quad \text{et} \quad \rho' \leq \frac{H - z_i}{\cos(\varphi' - \pi) \sin(\theta)} \end{cases}$$

Ceci permet de conduire l'intégration de la fonction de détection en découplant la limitation due au fond (terme en  $z_i$ ) de celle due à la surface (terme en  $H - z_i$ ). Pour

simplifier ces expressions on peut introduire les angles limites  $\phi_{z_i}$  et  $\phi_{H-z_i}$  définis comme suit :

$$(4-119) \quad \phi_z(\sin(\theta)) = \begin{cases} \arccos\left(\frac{z}{\rho_{\max} \sin(\theta)}\right) & \text{si } \frac{z}{\rho_{\max} \sin(\theta)} \leq 1 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où la fonction  $x \rightarrow \arccos(x)$  est la fonction réciproque de  $x \rightarrow \cos(x)$  prenant ses valeurs sur  $[0; \pi]$ . Avec ces notations l'intégration de la fonction de détection  $h$  conduit au volume effectif de détection suivant :

$$(4-120) \quad V_{eff}^{1H} = V_{eff}^{1H, \infty} [I(\phi_{z_i}) + I(\phi_{H-z_i})]$$

où l'intégrale  $I(\phi_z)$  dépend du modèle du signal, par le biais de la répartition radiale des événements. Pour un modèle de disque, elle est définie comme suit :

$$(4-121) \quad I(\phi_z) = \frac{2}{\pi \rho_{\max}^2} \left[ \int_{\varphi=0}^{\phi_z} \int_{\rho=0}^{z/(\cos(\varphi) \sin(\theta))} \rho d\rho d\varphi + \int_{\varphi=\phi_z}^{\pi/2} \int_{\rho=0}^{\rho_{\max}} \rho d\rho d\varphi \right]$$

Pour un modèle sphérique de demie-ouverture angulaire  $\alpha$  on a :

$$(4-122) \quad I(\phi_z) = \frac{8}{3\pi \rho_{\max}^3} \left[ \int_{\varphi=0}^{\phi_z} \int_{\rho=0}^{z/(\cos(\varphi) \sin(\theta))} \rho^2 d\rho d\varphi + \int_{\varphi=\phi_z}^{\pi/2} \int_{\rho=0}^{\rho_{\max}} \rho^2 d\rho d\varphi \right]$$

On peut remarquer à ce stade que les équations (4-120) et (4-121) conduisent à une efficacité géométrique de détection directe indépendante du paramètre d'extension,  $L_{eff}$  ou  $\alpha$ , pour le signal. Ceci vient du fait que l'extension a été négligée précédemment lors de l'expression des limitations du volume de détection  $V$ .

L'intégration des équations (4-121) et (4-122) conduit à :

$$(4-123) \quad I(\phi) = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{1}{2\pi} [2\phi - \sin(2\phi)] & \text{(disque)} \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2\pi} \left[ 2\phi - \frac{1}{2} \sin(2\phi) - \cos^3(\phi) \ln\left(\frac{1 + \sin(\phi)}{\cos(\phi)}\right) \right] & \text{(sphère)} \end{cases}$$

On en déduit le volume efficace de détection directe après substitution dans l'équation (4-121). Soit par exemple pour le modèle de disque :

$$(4-124) \quad V_{eff}^{1H} = \pi \rho_{max}^2 L_{eff} \left[ 1 - \frac{1}{2\pi} (2\phi_{z_i} - \sin(2\phi_{z_i}) + 2\phi_{H-z_i} - \sin(2\phi_{H-z_i})) \right]$$

### Effacité directe moyenne avec l'immersion

L'efficacité directe moyenne, sur toutes les orientations de cascades, est obtenue par intégration de l'équation (4-124) selon :

$$(4-125) \quad \varepsilon_{eff}^{1H} = \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi/2} \frac{V_{eff}^{1H}(\vec{u})}{\pi \rho_{max}^2 L_{eff}} \sin(\theta) d\theta d\varphi = 1 - \frac{1}{2} J\left(\frac{z_i}{\rho_{max}}\right) - \frac{1}{2} J\left(\frac{H-z_i}{\rho_{max}}\right)$$

où  $J$  est défini comme suit :

$$(4-126) \quad J(u) = \int_{\theta=0}^{\pi/2} [1 - 2I(\arccos(\frac{u}{\sin(\theta)}))] \sin(\theta) d\theta$$

Il n'a pas été trouvé de primitive pour les fonctions à intégrer dans  $J$ , pas plus que pour les dérivées successives de  $J$  selon  $u$ . Cependant, une résolution numérique indique que  $J$  suit une loi polynomiale simple de la forme :

$$(4-127) \quad J(u) = \begin{cases} (1-u)^2 & \text{(disque)} \\ 1 - \frac{3}{2}u + \frac{1}{2}u^3 & \text{(sphère)} \end{cases} \quad \text{si } u \leq 1$$

$$J(u) = 0 \quad \text{sinon}$$

Par conséquent l'efficacité moyenne de détection est donnée par une loi polynomiale en fonction des grandeurs normalisées  $z_i / \rho_{max}$  et  $(H - z_i) / \rho_{max}$ . Un développement complet conduit aux équations données dans la partie 3.1.3.

## Annexe M : Fonction de détection à deux hydrophones

### Condition de coïncidence

Si l'on requiert que deux hydrophones détectent tous les deux une même source on peut vérifier que la fonction de détection de notre système de deux hydrophones en coïncidence est donnée par le produit de leurs fonctions de détection individuelles comme :

$$(4-128) \quad h_{n=2}^{2H}(\vec{u}, \vec{r}, \vec{r}_i, \vec{r}_j) = h^{1H}(\vec{u}, \vec{r}, \vec{r}_i) h^{1H}(\vec{u}, \vec{r}, \vec{r}_j)$$

où nos hydrophones sont localisés en  $\vec{r}_i$  et  $\vec{r}_j$ . Il est commode de conduire le calcul de cette fonction de détection dans les référentiels ( $\mathfrak{R}$ ) et ( $\mathfrak{R}'$ ) définis en Annexe L, mais pour lesquels l'axe ( $Oz$ ) est la direction joignant les deux hydrophones au lieu de la normale à la surface de l'eau. Dans ces conditions les fonctions de détection individuelles sont données par les expressions (4-114) et (4-115) où  $\theta$  est l'angle entre la direction joignant les deux hydrophones et l'axe de la cascade. Par conséquent si l'on pose  $z_i = \varepsilon_i d / 2$  où  $d$  est la distance entre les hydrophones et avec  $\varepsilon_1 = +1$  et  $\varepsilon_2 = -1$ , par inversion du système d'équation (4-114) il vient :

$$(4-129) \quad \vec{r}_i = \varepsilon_i \frac{d}{2} \begin{bmatrix} -\sin(\theta) \\ 0 \\ \cos(\theta) \end{bmatrix}_{\mathfrak{R}'}$$

et les fonctions de détection individuelles s'expriment comme :

$$(4-130) \quad h^{1H} = \begin{cases} 1 & \text{si } \rho^* \leq \rho_{\max} \quad \text{et} \quad \left| z' - \varepsilon_i \frac{d}{2} \cos(\theta) \right| \leq \frac{f_a(\rho^*)}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{avec } \rho^* = \sqrt{\rho'^2 + \frac{d^2}{4} \sin^2(\theta) + \varepsilon_i \rho' d \cos(\theta) \sin(\theta)}$$

La fonction de détection en coïncidence doit satisfaire aux deux fonctions de détection individuelles simultanément. En particulier, dans le cas d'un disque on peut vérifier que ceci est équivalent à :



(4-131)

$$h_{n=2}^{2H} = \begin{cases} 1 & \text{si } \rho'^2 + \frac{d^2}{4} \sin^2(\theta) + \rho' d |\cos(\varphi')| \sin(\theta) \leq \rho_{\max}^2 \quad \text{et } |z'| \leq \frac{L_{\text{eff}}}{2} - \frac{d}{2} \cos(\theta) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On constate que dans le référentiel ( $\mathfrak{R}'$ ) les conditions de détection sur la coordonnée  $z'$  est découplée des deux autres coordonnées pour ce modèle de disque. Aussi, si l'on suppose un volume d'extension infinie, l'intégration de la fonction de détection conduit à un volume efficace de la forme :

$$(4-132) \quad V_{\text{eff}, n=2}^{2H, \infty}(d, \theta) = \begin{cases} 0 & \text{si } d \geq L_{\text{eff}} \quad \text{et } \theta \leq \arccos\left(\frac{L_{\text{eff}}}{d}\right) \\ \pi \rho_{\max}^2 L_{\text{eff}} \left(1 - \frac{d}{L_{\text{eff}}} \cos(\theta)\right) J(d, \theta) & \text{sinon} \end{cases}$$

avec

$$(4-133) \quad J(d, \theta) = \frac{2}{\pi \rho_{\max}^2} \int_{\varphi=-\pi/2}^{\pi/2} d\varphi \int_{\rho=0}^{\rho_0(\varphi)} \rho d\rho$$

et où le rayon  $\rho_0(\varphi)$  est défini comme suit :

$$(4-134) \quad \rho_0(\varphi) = \rho_{\max} \left[ \sqrt{1 - \frac{d^2}{4\rho_{\max}^2} \sin^2(\varphi) \sin^2(\theta)} - \frac{d \cos(\varphi) \sin(\theta)}{2\rho_{\max}} \right]$$

Le terme  $J$  contient l'information sur la portée limitée de notre signal alors que toute l'information relative à l'extension finie de la cascade est reportée sur facteur correctif en  $d/L_{\text{eff}}$  dans l'équation (4-132). Comme on va le voir par la suite, du fait que dans la majorité des cas la longueur de la cascade est négligeable devant sa portée maximale ( $L_{\text{eff}} \ll \rho_{\max}$ ) la contribution du terme  $J$  reste négligeable.

L'intégration sur le rayon  $\rho$  dans  $J$  conduit à :

$$(4-135) \quad J(d, \theta) = J_1(d, \theta) + J_2(d, \theta)$$

avec

$$(4-136) \quad J_1(d, \theta) = \frac{1}{\pi} \int_{\varphi=-\pi/2}^{\pi/2} \left(1 + \frac{d^2}{4\rho_{\max}^2} \cos(2\varphi) \sin^2(\theta)\right) d\varphi$$

$$J_2(d, \theta) = -\frac{2}{\pi} \int_{\varphi=-\pi/2}^{\pi/2} \frac{d}{2\rho_{\max}} \cos(\varphi) \sin(\theta) \sqrt{1 - \frac{d^2}{4\rho_{\max}^2} \sin^2(\varphi) \sin^2(\theta)} d\varphi$$

La première intégrale est triviale. Pour la seconde on peut faire le changement de variable suivant :

$$(4-137) \quad \sin(x) = \frac{d}{2\rho_{\max}} \sin(\varphi) \sin(\theta)$$

On en déduit :

$$(4-138) \quad J(d, \theta) = 1 - \frac{2}{\pi} \int_{-\psi}^{+\psi} \cos^2(x) dx = 1 - \frac{1}{\pi} [2\psi(d, \theta) - \sin(2\psi(d, \theta))]$$

où l'angle  $\psi(d, \theta)$  est défini comme suit :

$$(4-139) \quad \psi(d, \theta) = \arcsin\left(\frac{d}{2\rho_{\max}} \sin(\theta)\right)$$

Ainsi le terme  $J$  introduit une perte d'efficacité supplémentaire dont l'expression est similaire aux effets de limitation par la taille du milieu calculés précédemment. Cependant l'angle de perte  $\psi(d, \theta)$  est cette fois ci fonction de la distance entre les hydrophones et de l'orientation de la cascade par rapport à la direction joignant les hydrophones.

Si on néglige la contribution de ce terme de perte de coïncidence du fait de la portée, soit pour  $d \ll \rho_{\max}$ , la fonction de détection admet alors la forme simple suivante :

$$(4-140) \quad h_{n=2}^{2H} = \begin{cases} 1 & \text{si } \rho' \leq \rho_{\max} \text{ et } |z'| \leq \frac{f_a(\rho)}{2} - \frac{d}{2} \cos(\theta) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On en déduit le volume efficace en coïncidence pour le modèle de front d'onde sphérique, avec une demie ouverture angulaire  $\alpha$ , comme :

$$(4-141) \quad V_{eff, n=2}^{2H, \infty}(d, \theta) = \begin{cases} 0 & \text{si } d \geq 2\alpha\rho_{\max} \text{ et } \theta \leq \arccos\left(\frac{2\alpha\rho_{\max}}{d}\right) \\ \frac{4}{3} \alpha\pi\rho_{\max}^3 \left[ 1 - \frac{3}{2} \frac{d \cos(\theta)}{2\alpha\rho_{\max}} + \frac{1}{2} \left( \frac{d \cos(\theta)}{2\alpha\rho_{\max}} \right)^3 \right] & \text{sinon} \end{cases}$$

On peut vérifier que pour les deux modèles, en l'absence de limitations de coïncidence par la portée, les pertes sont maximales pour des cascades horizontales par rapport à l'axe des hydrophones et pour des hydrophones éloignés les uns des autres.

### Non coïncidence entre deux hydrophones

Un autre cas de figure intéressant à étudier est la situation : 'au moins  $N$  hydrophones ont détecté le signal acoustique de la cascade', où  $N$  est strictement inférieur au nombre total d'hydrophones.  $N$  peut représenter le nombre minimum d'hydrophones requis afin de pouvoir procéder à la reconstruction, par exemple. Dans le cas d'une paire il n'y a qu'une seule fonction de détection de cette espèce. Elle peut se définir à partir des fonctions de détection individuelle des deux hydrophones comme suit :

$$(4-142) \quad h_{n \geq 1}^{2H}(1,2) = h^{1H}(1)[1 - h^{1H}(2)] + [1 - h^{1H}(1)]h^{1H}(2) + h^{1H}(1)h^{1H}(2)$$

L'équation précédente peut s'interpréter comme la somme de trois fonctions de détection de paires orthogonales<sup>5</sup> entre elles ou autrement dit, correspondant à trois situations ne pouvant jamais avoir lieu en même temps. Ces situations sont : 'seulement l'hydrophone (1) détecte le signal', 'seulement l'hydrophone (2) détecte le signal' et 'les deux hydrophones détectent le signal'. D'autre part avec ces trois situations orthogonales on représente tous les cas de figure correspondant à la situation : 'au moins 1 hydrophone détecte le signal'. L'équation (4-142) nous donne donc la décomposition de notre fonction de détection sur une base 'naturelle' de fonctions. Cette expression peut se simplifier selon :

$$(4-143) \quad h_{n \geq 1}^{2H}(1,2) = h^{1H}(1) + h^{1H}(2) - h^{1H}(1)h^{1H}(2)$$

Cette nouvelle expression s'interprète de la façon suivante : le volume de détection correspondant à l'évènement : 'au moins 1 hydrophone détecte le signal' est la somme des volumes de détection individuelle moins le volume de détection en coïncidence. Ainsi on retrouve le résultat classique pour des ensembles selon lequel le

---

<sup>5</sup> On peut vérifier que mathématiquement le produit de deux fonctions de détection, correspondant à des évènements ne pouvant jamais avoir lieu en même temps, est bien associé à une fonction nulle et réciproquement.

volume total, de la réunion, est la somme des volumes individuels moins le volume en coïncidence : l'intersection.

Les volumes de détection individuelle et en coïncidence ayant été calculés dans les parties précédentes on en déduit le volume de détection total à 1 hydrophone et pour une paire dans un milieu d'extension infinie. Pour le modèle de disque, par exemple, on a :

$$(4-144) \quad V_{eff, n \geq 1}^{2H, \infty}(d, \theta) = \begin{cases} 2\pi\rho_{max}^2 L_{eff} & \text{si } \theta \leq \arccos\left(\frac{L_{eff}}{d}\right) \\ \pi\rho_{max}^2 L_{eff} \left(1 + \frac{d}{L_{eff}} \cos(\theta)\right) & \text{sinon} \end{cases}$$

On constate que l'efficacité de détection à 'au moins 1 hydrophone' est bornée entre 50% et 100%. Elle peut atteindre la valeur maximale de 100% uniquement si l'espacement est supérieur à la longueur de la cascade ( $d \geq L_{eff}$ ) et pour des cascades faisant un angle  $\theta \leq \theta_m = \arccos(L_{eff} / d)$  avec l'axe joignant les deux hydrophones. Dans cette situation les deux hydrophones observent des volumes d'eau disjoints.

On remarquera également que l'optimisation de l'efficacité à 'au moins 1 hydrophone' est incompatible avec l'optimisation de l'efficacité de détection en coïncidence. En effet, ceci se justifie mathématiquement d'après l'équation (4-143). La somme de ces deux efficacités est constante, égale à 100%, en l'absence de limitations par le milieu. Aussi tout gain sur l'une se traduit irrémédiablement par une perte équivalente sur l'autre.



## Annexe N : Propagation d'erreur pour la direction d'incidence

### Algorithme à 4 hydrophones

Au premier ordre d'approximation la variation  $\Delta \vec{k}$  du vecteur d'onde  $\vec{k}$ , donné par la résolution de l'équation (3-28) de la partie 3.2.1, est une combinaison linéaire des variations  $\Delta q_i$  des coordonnées des hydrophones et des variations  $\Delta t_i$  des temps d'arrivée selon :

$$(4-145) \quad \Delta \vec{k} = \sum_{q_i} \frac{\partial \vec{k}}{\partial q_i} \Delta q_i + \sum_{t_i} \frac{\partial \vec{k}}{\partial t_i} \Delta t_i$$

Par application de la relation précédente à l'équation (3-27) on en déduit les propriétés suivantes pour les dérivées premières de  $\vec{k}$  :

$$(4-146) \quad \vec{r}_{ij} \cdot \vec{k} = (t_j - t_i) \Rightarrow \begin{cases} \vec{r}_{ij} \cdot \frac{\partial \vec{k}}{\partial q_k} = -\frac{n_q}{c_s} (\delta_{jk} - \delta_{ik}) \\ \vec{r}_{ij} \cdot \frac{\partial \vec{k}}{\partial t_k} = (\delta_{jk} - \delta_{ik}) \end{cases}$$

En particulier on peut constater que le gradient du terme d'erreur relatif aux mesures de l'hydrophone  $i$  est orthogonal au plan défini par les trois autres hydrophones. Aussi on pourra vérifier que les dérivées premières de  $\vec{k}$  sont données par :

$$(4-147) \quad \begin{cases} \frac{\partial \vec{k}}{\partial q_i} = -k_q \vec{p}_{i,\perp} \\ \frac{\partial \vec{k}}{\partial t_i} = \vec{p}_{i,\perp} \end{cases} \quad \text{avec} \quad \vec{p}_{i,\perp} = \frac{\vec{r}_{lj} \wedge \vec{r}_{lk}}{(\vec{r}_{lj} \wedge \vec{r}_{lk}) \cdot \vec{r}_{li}} = \frac{\vec{u}_{i,\perp}}{d_{i,\perp}}$$

La distance  $d_{i,\perp}$  est la distance qui sépare l'hydrophone  $i$  du plan défini par les trois autres hydrophones. Elle est reliée au déterminant de la matrice  $A$  et en particulier elle s'annule pour un déterminant nul soit lorsque les quatre hydrophones sont coplanaires.

D'autre part, l'erreur angulaire  $\Delta \theta$  sur  $\vec{n}$  peut se calculer selon :

$$(4-148) \quad \cos(\Delta\theta) = \frac{\vec{k} + \Delta\vec{k}}{|\vec{k} + \Delta\vec{k}|} \cdot \vec{n}$$

Un développement au deuxième ordre d'approximation donne :

$$(4-149) \quad \Delta\theta^2 = \Delta\vec{n}^2 - (\vec{n} \cdot \Delta\vec{n})^2$$

Aussi, à partir du développement au premier ordre de l'erreur  $\Delta\vec{n}$  donnée par l'équation (4-145) ainsi que de l'expression des dérivées premières de  $\vec{n}$  données par l'équation (4-147) on en déduit le carré de l'erreur angulaire  $\Delta\theta$  en fonction des erreurs de mesure comme :

$$(4-150) \quad \Delta\theta^2 = \sum_i \sum_j \left( c_s^2 \Delta t_i \Delta t_j - 2\Delta t_i \sum_q n_q \Delta q_j + \sum_r \sum_q n_r n_q \Delta r_i \Delta q_j \right) (\vec{p}_{i,\perp} \cdot \vec{p}_{j,\perp} - (\vec{n} \cdot \vec{p}_{i,\perp})(\vec{n} \cdot \vec{p}_{j,\perp}))$$

De façon analogue l'erreur relative sur la célérité du son peut se calculer selon :

$$(4-151) \quad c_s^2 = \frac{1}{k^2} \Rightarrow \frac{\Delta c_s}{c_s} = \vec{n} \cdot \Delta\vec{n}$$

On en déduit :

$$(4-152) \quad \frac{\Delta c_s}{c_s} = \sum_i \left( c_s \Delta t_i - \sum_q n_q \Delta q_i \right) (\vec{n} \cdot \vec{p}_{i,\perp})$$

En pratique, les erreurs de mesure ne sont pas connues de façon rigoureuse. Néanmoins on peut faire des hypothèses sur ces dernières. Nous allons supposer que nos erreurs suivent une loi statistique centrée et qu'elles sont non corrélées deux à deux<sup>6</sup>. D'autre part, on suppose également que les erreurs de positions ont toutes le même écart type  $\sigma_r$ , et les erreurs de temps le même écart type  $\sigma_t$ . Par conséquent, le produit de deux erreurs suit une loi statistique de moyenne nulle sauf dans le cas de carrés, soit :

---

<sup>6</sup> Ceci n'est pas vrai dans le cas où l'on positionne préalablement les hydrophones par triangulation acoustique, comme on peut le voir dans le rapport sur le système de positionnement GENISEA[66]. Néanmoins, en pratique l'ordre de grandeur des erreurs reste sensiblement le même.



$$(4-153) \quad \begin{cases} \overline{\Delta t_i^2} = \sigma_t^2 \\ \overline{\Delta q_i^2} = \sigma_r^2 \end{cases} \quad \text{et} \quad \overline{\Delta t_i \Delta t_j} = \overline{\Delta t_i \Delta q_j} = \overline{\Delta r_i \Delta q_j} = 0$$

Dans ces conditions la moyenne du carré de l'erreur angulaire se réduit à :

$$(4-154) \quad \overline{\Delta \theta^2} = (c_s^2 \sigma_t^2 + \sigma_r^2) \left( \sum_{i=1}^4 \frac{1 - (\vec{u}_{i,\perp} \cdot \vec{n})^2}{d_{i,\perp}^2} \right)$$

et l'écart type sur la célérité du son est donné par :

$$(4-155) \quad \frac{\sigma^2(c_s)}{c_s^2} = (c_s^2 \sigma_t^2 + \sigma_r^2) \left( \sum_{i=1}^4 \frac{(\vec{u}_{i,\perp} \cdot \vec{n})^2}{d_{i,\perp}^2} \right)$$

### Reconstruction de la direction d'incidence par décomposition en valeurs singulières

L'erreur  $\Delta \vec{k}$  sur le vecteur d'onde peut être estimée à partir du pseudo inverse  $\tilde{R}^{-1}$  intervenant dans l'équation (3-31) de la partie 3.2.2. Au premier ordre d'approximation l'équation (3-31) conduit à :

$$(4-156) \quad R \Delta S = \Delta T - \Delta R \tilde{S} \quad \Rightarrow \quad \Delta \tilde{S} = \tilde{R}^{-1} (\Delta T - \Delta R \tilde{S}) \quad \text{car} \quad \tilde{R}^{-1} R = 1$$

où  $\Delta R$  et  $\Delta T$  sont les erreurs de mesure sur les positions des hydrophones et sur les temps d'arrivée du son et  $\Delta \tilde{S}$  l'erreur qui en résulte sur la pseudo-solution. Maintenant si on considère les restrictions  $\tilde{R}_3^{-1}$  et  $\Delta R_3$  de  $\tilde{R}^{-1}$  et  $\Delta R$  aux trois coordonnées d'espace, car la 4<sup>ème</sup> colonne de  $\Delta R$  est identiquement nulle, l'erreur  $\Delta N$  sur la direction d'incidence  $N$  est donnée par :

$$(4-157) \quad \Delta N = \tilde{R}_3^{-1} (\Delta T - \Delta R_3 N)$$

Par suite, des équations (4-149) et (4-151) on déduit l'erreur angulaire  $\Delta \theta^2$  ainsi que l'erreur sur la célérité du son comme :

$$(4-158) \quad \begin{cases} \Delta\theta^2 = \Delta N^T (1_3 - NN^T) \Delta N = (c_s \Delta T - \Delta R_3 N)^T E_\theta (c_s \Delta T - \Delta R_3 N) \\ \Delta c_s / c_s = N^T \Delta N = N^T \tilde{R}_3^{-1} (c_s \Delta T - \Delta R_3 N) \end{cases}$$

où la matrice de corrélation des erreurs  $E_\theta$  a pour expression :

$$(4-159) \quad E_\theta = (\tilde{R}_3^{-1})^T (1_3 - NN^T) \tilde{R}_3^{-1}$$

Dans le cas d'erreurs de mesures centrées et non corrélées comme défini précédemment par l'équation (4-153) on pourra vérifier que la moyenne carrée de l'erreur angulaire et l'écart type de l'erreur de célérité sont donnés par la trace des matrice de corrélation des erreurs selon :

$$(4-160) \quad \overline{\Delta\theta^2} = (c_s^2 \sigma_t^2 + \sigma_r^2) Tr(E_\theta) \quad \text{et} \quad \sigma^2(c_s) / c_s^2 = (c_s^2 \sigma_t^2 + \sigma_r^2) Tr(E_c)$$

avec une matrice de corrélation des erreurs  $E_c$  pour la célérité du son qui a pour expression :

$$(4-161) \quad E_c = (\tilde{R}_3^{-1})^T NN^T \tilde{R}_3^{-1}$$

Cependant, comme il a été mentionné précédemment, dans le cas où les hydrophones sont localisés par triangulation acoustique l'hypothèse de non corrélation des mesures n'est plus valide. Dans ce cas, une fois de plus, au premier ordre d'approximation les erreurs sur les positions des hydrophones sont une combinaison linéaire des erreurs de temps  $T_G$  mesurées par le système de triangulation GENISEA-ECA [66]. Ceci peut s'exprimer sous forme matricielle selon :

$$(4-162) \quad \Delta R_3 N = c_s (n_x Q_x + n_y Q_y + n_z Q_z) \Delta T_G = c_s Q_n T_G$$

avec  $Q_q$  la matrice de propagation de l'erreur relative à la coordonnée  $q \in \{x; y; z\}$  des hydrophones. A ce stade on peut raisonnablement supposer qu'il y a non corrélation des erreurs entre les différentes mesures de temps. On obtient ainsi une nouvelle estimation des erreurs de direction comme :

$$(4-163) \quad \overline{\Delta\theta^2} = c_s^2 [\sigma_t^2 Tr(E_\theta) + \sigma_{T_G}^2 Tr(Q_n^T E_\theta Q_n)]$$

où  $\sigma_{t_g}$  est l'écart type des erreurs sur les mesures de temps du système de positionnement ( $\sim 20 \mu s$ ). On obtient une expression rigoureusement analogue pour les erreurs relatives de célérité en remplaçant la matrice d'erreur en  $\theta$  par la matrice en  $c_s$ .



## Annexe O : Localisation par pointé à partir de directions d'incidences

### Source ponctuelle

Soit  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  les directions d'incidence d'un son mesurées en deux positions distinctes  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  de l'espace. Dans l'hypothèse d'une source ponctuelle, localiser la source revient à chercher l'intersection des droites  $\Delta_1(\vec{r}_1, \vec{n}_1)$ , passant par  $\vec{r}_1$  et de vecteur directeur  $\vec{n}_1$ , et  $\Delta_2(\vec{r}_2, \vec{n}_2)$ . Cependant, du fait des erreurs de mesure sur les positions des hydrophones ou sur les directions d'incidence en pratique ces deux droites ne vont pas avoir d'intersection exacte dans un espace tri-dimensionnel. Aussi nous allons chercher à déterminer le couple de points  $(S_1 \in \Delta_1, S_2 \in \Delta_2)$  tel que la distance  $S_1S_2$  soit minimale. Nous appellerons distance entre les deux droites cette valeur minimale. Dans le cas particulier où les deux droites admettent une intersection cette distance sera nulle. Afin de déterminer les positions de  $S_1$  et  $S_2$  nous allons paramétriser un point  $M_i$  de  $\Delta_i$  par un scalaire  $k_i$  tel que :

$$(4-164) \quad (\Delta_i) : \overrightarrow{OM_i} = \vec{r}_i + k_i \vec{n}_i$$

La distance entre nos deux droites est alors obtenue en minimisant  $\overrightarrow{M_1M_2}^2$  comme fonction des paramètres  $k_1$  et  $k_2$ . Une expression générale pour  $\overrightarrow{M_1M_2}^2$  se déduit de l'équation (4-164) précédente, selon :

$$(4-165) \quad \overrightarrow{M_1M_2}^2 = \vec{\Delta}^2 + \vec{n}_1^2 + \vec{n}_2^2 - 2k_1(\vec{n}_1 \cdot \vec{\Delta}) + 2k_2(\vec{n}_2 \cdot \vec{\Delta}) - 2k_1k_2(\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2)$$

avec  $\vec{\Delta} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ . Le minimum est obtenu par dérivation selon les paramètres  $k_1$  et  $k_2$ . Notre problème se réduit ainsi au système de deux équations à deux inconnues suivant :

$$(4-166) \quad \begin{cases} \frac{\partial}{\partial k_1}(\overrightarrow{M_1M_2}^2) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial k_2}(\overrightarrow{M_1M_2}^2) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \\ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vec{n}_1 \cdot \vec{\Delta} \\ \vec{n}_2 \cdot \vec{\Delta} \end{bmatrix}$$

Si les directions  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  sont colinéaires le système admet un nombre infini de solutions. Les deux droites sont soit confondues soit parallèles et la distance est donnée par :

$$(4-167) \quad d(\Delta_1, \Delta_2) = \sqrt{\bar{\Delta}^2 - (\bar{\Delta} \cdot \bar{n}_1)^2}$$

Sinon, la solution est unique et a pour expression :

$$(4-168) \quad \begin{cases} \hat{k}_1 = \frac{(\bar{n}_1 \cdot \bar{\Delta}) - (\bar{n}_2 \cdot \bar{\Delta})(\bar{n}_1 \cdot \bar{n}_2)}{1 - (\bar{n}_1 \cdot \bar{n}_2)^2} \\ \hat{k}_2 = \frac{-(\bar{n}_2 \cdot \bar{\Delta}) + (\bar{n}_1 \cdot \bar{\Delta})(\bar{n}_1 \cdot \bar{n}_2)}{1 - (\bar{n}_1 \cdot \bar{n}_2)^2} \end{cases}$$

Les positions de  $S_1$  et  $S_2$  sont obtenues par substitution des solutions à l'équation (4-168) précédente dans la paramétrisation donnée par l'équation (4-164). On en déduit :

$$(4-169) \quad \begin{cases} \overrightarrow{OS_1} = \bar{r}_1 + \frac{(\bar{n}_1 \cdot \bar{\Delta}) - (\bar{n}_2 \cdot \bar{\Delta})(\bar{n}_1 \cdot \bar{n}_2)}{1 - (\bar{n}_1 \cdot \bar{n}_2)^2} \bar{n}_1 \\ \overrightarrow{OS_2} = \bar{r}_2 + \frac{(\bar{n}_1 \cdot \bar{\Delta})(\bar{n}_1 \cdot \bar{n}_2) - (\bar{n}_2 \cdot \bar{\Delta})}{1 - (\bar{n}_1 \cdot \bar{n}_2)^2} \bar{n}_2 \end{cases}$$

Une estimation de la position  $S$  de la source peut être obtenue comme la position milieu sur le segment de droite joignant  $S_1$  et  $S_2$ . Soit :

$$(4-170) \quad \bar{r}_s \approx \frac{1}{2} (\overrightarrow{OS_1} + \overrightarrow{OS_2})$$

Si la source est localisée loin des deux hydrophones, de telle sorte que l'on puisse négliger la distance  $S_1S_2$  devant  $O_1S_1$  et  $O_2S_2$  on peut utiliser les approximations suivantes pour les distances hydrophone-source :

$$(4-171) \quad \begin{cases} |\overrightarrow{O_1S}| \approx \hat{k}_1 \\ |\overrightarrow{O_2S}| \approx \hat{k}_2 \end{cases}$$

## Source linéique

Dans le cas d'une source linéique la distance d'approche entre  $S_1S_2$  est non nécessairement nulle, même en l'absence d'erreurs de mesure. Cependant l'algorithme présenté précédemment pour la reconstruction d'une source ponctuelle, donne également de précieuses informations pour une source linéique. En effet, en l'absence d'erreurs de mesure les positions  $S_1$  et  $S_2$  correspondent à deux points de l'axe de la cascade. Ce résultat est démontré dans ce qui suit.

Pour commencer, on pourra vérifier que la direction  $\overrightarrow{S_1S_2}$  obtenue précédemment dans l'équation (4-169) par minimisation de la distance entre les deux droites  $\Delta_1$  et  $\Delta_2$ , est orthogonale aux directions  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  et donc par suite colinéaire à  $\vec{u}$ . Maintenant nous allons démontrer que si les directions  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  ne sont pas colinéaires il existe un unique couple de points satisfaisant à la condition suivante :

$$(4-172) \quad (P_1 \in \Delta_1, P_2 \in \Delta_2) \quad \text{et} \quad \overrightarrow{P_1P_2} \propto \vec{n}_1 \wedge \vec{n}_2$$

Pour cela supposons que l'on ait deux couples de points  $(P'_1, P'_2)$  et  $(P_1, P_2)$  satisfaisant tous deux à la condition (4-172) précédente. Puisque  $P_i$  et  $P'_i$  sont tous deux des points de la droite  $\Delta_i$  il existe un scalaire  $x_i$  tel que :

$$(4-173) \quad \overrightarrow{OP'_i} = \overrightarrow{OP_i} + x_i \vec{n}_i$$

On en déduit :

$$(4-174) \quad \overrightarrow{P'_1P'_2} = \overrightarrow{P_1P_2} - x_1 \vec{n}_1 + x_2 \vec{n}_2$$

Or, d'après la condition (4-172) on doit avoir :

$$(4-175) \quad \overrightarrow{P'_1P'_2} \cdot \vec{n}_i = \overrightarrow{P_1P_2} \cdot \vec{n}_i = 0, \quad i \in \{1;2\}$$

Des équations (4-174) et (4-175) il vient :

$$(4-176) \quad \begin{bmatrix} -1 & \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \\ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0$$



Aussi, si  $\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \neq \pm 1$  la solution est unique et elle est donnée par  $x_1 = x_2 = 0$ , ce qui revient à  $P_i = P'_i$ , ce que nous cherchions à démontrer.

Maintenant on peut remarquer que d'après notre modèle simplifié de cascade et en l'absence d'erreurs de mesure, les deux points source associés aux signaux détectés en  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  satisfont également à la condition (4-172). Puisque nous venons de montrer que la solution est unique si les directions  $\vec{n}_1$  et  $\vec{n}_2$  ne sont pas colinéaires, on en déduit que les positions  $S_1$  et  $S_2$  données par l'équation (4-169) sont deux points de la cascade.

## Annexe P : Algorithme de génération des cascades pour les études Monte-Carlo

Les cascades sont générées avec une loi statistique uniforme pour la position et l'orientation. La procédure aléatoire utilisée est la suivante : on génère cinq ensembles  $q_1, q_2 \dots q_5$  de  $Q$  nombres aléatoires avec des lois statistiques uniformes sur  $[0;1]$  et indépendantes. Ces ensembles sont obtenus avec la fonction  $rand(5, Q)$  de Matlab [41]. A partir de ces ensembles on construit la position milieu  $\vec{r}_s$  des cascades et l'orientation  $\vec{u}$  comme :

$$(4-177) \quad \vec{r}_s = \begin{bmatrix} (1-2q_1)X_{\max} \\ (1-2q_2)Y_{\max} \\ q_3H \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{u} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-q_4^2} \cos(2\pi q_5) \\ \sqrt{1-q_4^2} \sin(2\pi q_5) \\ q_4 \end{bmatrix}$$

où  $H$  est la profondeur d'eau, fixée à 2500 m en accord avec les conditions sur le site ANTARES. Les paramètres  $X_{\max}$  et  $Y_{\max}$  sont choisis de façon à ce que tous les hydrophones de la simulation aient de l'eau selon les directions  $x$  et  $y$  au moins jusqu'à la portée  $\rho_{\max}$ , soit de telle sorte que :

$$(4-178) \quad X_{\max} = \rho_{\max} + \max(|x_i|) \quad \text{et} \quad Y_{\max} = \rho_{\max} + \max(|y_i|)$$

avec  $(x_i, y_i, z_i)$  les coordonnées des hydrophones. La direction  $\vec{u}$  de la cascade est arbitrairement orientée du fond vers la surface puisque notre modèle ne rend pas compte du sens de développement des cascades.

Cette méthode permet de générer les cascades avec une répartition uniforme dans l'espace et des orientations uniformes sur  $4\pi$  d'angle solide. On admet que le milieu est non limité selon les directions  $x$  et  $y$ , mais uniquement selon la verticale  $z$ . Cependant, de façon à optimiser le temps de calcul il est important de minimiser le volume de génération des cascades. C'est pourquoi les hydrophones sont placés proches de l'axe  $(Ox)$  de l'origine du repère, et l'extension du milieu selon  $x$  et  $y$  est limitée comme défini précédemment par les équations (4-177) et (4-178).

### Estimation du volume efficace de détection

La simulation Monte-Carlo présentée précédemment va nous permettre d'estimer l'efficacité géométrique de détection d'un ensemble d'hydrophones. Pour cela nous allons commencer par introduire une formulation générale de notre problématique. Nous considérons donc le cas d'une simulation dans laquelle  $Q$  événements sont générés avec une densité de probabilité  $p(\vec{r}, \vec{u})$ . Si le nombre d'événements  $Q$  est 'suffisamment grand' on reproduit ainsi la densité d'événements suivante :

$$(4-179) \quad \rho(\vec{r}, \vec{u}) \approx Q p(\vec{r}, \vec{u})$$

Etant donnée la fonction de détection  $h(\vec{r}, \vec{u})$  d'un ensemble d'hydrophones, le nombre moyen  $Q_h$  d'événements détectés sera :

$$(4-180) \quad Q_h = \iint \rho(\vec{r}, \vec{u}) h(\vec{r}, \vec{u}) d\vec{r} d\vec{u}$$

Par substitution de l'équation (4-179) dans l'équation (4-180) précédente on en déduit la relation suivante

$$(4-181) \quad \iint \rho(\vec{r}, \vec{u}) h(\vec{r}, \vec{u}) d\vec{r} d\vec{u} \approx \frac{Q_h}{Q}$$

Maintenant, dans le cas qui nous concerne avec une loi de probabilité uniforme sur l'espace et d'après la définition du volume efficace que l'on peut trouver dans l'équation (3-1), au début du Chapitre 3, par intégration sur les coordonnées d'espace il vient :

$$(4-182) \quad \int p(\vec{u}) V_{eff}(\vec{u}) d\vec{u} \approx V \frac{Q_h}{Q}$$

où  $V$  est le volume d'eau total sur lequel les cascades sont générées. Soit avec la procédure présentée précédemment on a :

$$(4-183) \quad V = 2X_{\max} Y_{\max} H$$

D'autre part, puisque nos cascades sont générées avec une distribution d'orientations uniformes sur un demi espace on déduit de l'équation (4-182) le volume efficace moyen, comme :

$$(4-184) \quad \overline{V_{eff}} = \frac{1}{2\pi} \int V_{eff}(\vec{u}, E_0) d\vec{u} \approx V \frac{Q_h}{Q}$$

Ainsi, avec le Monte-Carlo présenté précédemment le volume efficace moyen s'exprime simplement comme le rapport du nombre d'événements détectés au nombre total d'événements générés multiplié par le volume total de génération. C'est cette relation qui est utilisée pour estimer l'efficacité moyenne de détection d'un ensemble

d'hydrophones. Par ailleurs, l'erreur statistique sur ce calcul Monte-Carlo est obtenue par différentiation logarithmique de la relation (4-184) précédente. Soit :

$$(4-185) \quad \frac{\overline{\Delta V_{eff}}}{V_{eff}} = \frac{\Delta Q_h}{Q_h} + \frac{\Delta Q}{Q}$$

### Efficacité moyenne globale

Si l'on introduit le taux de rejet dû aux coupures lors de la reconstruction la procédure reste similaire, à condition d'introduire un taux de rejet local  $r_j$  tel que l'on forme une nouvelle fonction de détection globale  $h^R$  pouvant prendre des valeurs réelles dans  $[0;1]$ . Soit :

$$(4-186) \quad h^R(\vec{r}, \vec{u}) = h(\vec{r}, \vec{u})(1 - r_j(\vec{r}, \vec{u}))$$

où  $r_j$  est le taux de rejet pour les cascades d'orientation  $\vec{u}$  localisées en  $\vec{r}$ . L'efficacité moyenne globale, telle qu'elle a été définie dans la partie 3.1.1 est alors simplement donnée par l'efficacité géométrique estimée à partir de l'équation (4-184) et du taux de rejet total  $r_j^G$  dû aux coupures selon :

$$(4-187) \quad \varepsilon^G \approx \frac{V}{N\pi\rho_{max}^2 L_{eff}} \frac{Q_h}{Q} (1 - r_j^G) \approx \frac{V}{N\pi\rho_{max}^2 L_{eff}} \frac{Q_h^G}{Q}$$

où  $Q_h^G$  est le nombre total d'événements après coupure et  $N$  le nombre total d'hydrophones. L'erreur statistique se calcule comme précédemment à partir de l'équation (4-185).

### Efficacité et orientation de la cascade

De façons similaire, si l'on avait généré nos cascades avec une distribution uniforme d'orientations mais uniquement sur un sous ensemble d'angle solide  $\Delta\Omega$ , centré en  $\vec{u}_0$  on aurait :

$$(4-188) \quad \frac{1}{\Delta\Omega} \int_{\Delta\Omega} V_{eff}(\vec{u}, E_0) d\vec{u} \approx V \frac{Q_h(\vec{u}_0, \Delta\Omega)}{Q(\vec{u}_0, \Delta\Omega)}$$

où  $Q(\vec{u}_0, \Delta\Omega)$  et  $Q_h(\vec{u}_0, \Delta\Omega)$  désignent respectivement le nombre total de cascades générées et le nombre d'événements détectés sur la restriction de l'espace des orientations. Si les variations du volume efficace sont suffisamment lentes sur la restriction à  $\Delta\Omega$  on peut confondre la valeur moyenne du volume efficace avec sa valeur en  $\vec{u}_0$ , soit :

$$(4-189) \quad V_{eff}(\vec{u}_0, E_0) \approx \frac{1}{\Delta\Omega} \int_{\Delta\Omega} V_{eff}(\vec{u}, E_0) d\vec{u}$$

Maintenant, revenons à notre cas de figure dans lequel les cascades sont générées sur un demi espace d'orientations. Si le nombre  $Q$  de cascades est 'suffisamment grand' le nombre de cascades dans un sous ensemble d'orientations d'angle solide  $\Delta\Omega$  est donné par :

$$(4-190) \quad Q(\vec{u}_0, \Delta\Omega) = \frac{\Delta\Omega}{2\pi} Q$$

Par conséquent, des équations (4-188), (4-189) et (4-190) on déduit une estimation du volume efficace de détection pour des orientations de cascades  $\vec{u}_0$  à partir du volume efficace moyen, le nombre d'événements détectés avec une orientation  $\vec{u}_0$  à  $\Delta\Omega$  près et le nombre total d'événements. Soit :

$$(4-191) \quad V_{eff}(\vec{u}_0) \approx \frac{Q(\vec{u}_0, \Delta\Omega)}{Q} \frac{2\pi}{\Omega} \overline{V_{eff}}$$

Ceci est la méthode qui a été utilisée pour l'estimation numérique des efficacités de détection. Tout d'abord on génère  $Q \approx 10^{5-6}$  cascades avec la procédure décrite dans la partie Annexe P précédente. Ensuite on compte le nombre d'événements détectés par l'ensemble d'hydrophones, étant donnée une condition de coïncidence (au moins p hydrophones détectent le signal par exemple). A partir de ces deux nombres on calcule le volume efficace moyen d'après l'équation (4-184) et donc l'efficacité moyenne de détection. Pour estimer l'efficacité géométrique pour des orientations de cascades  $\vec{u}_0$  on sélectionne les événements détectés dont l'orientation  $\vec{u}$  vérifie :

$$(4-192) \quad \vec{u} \cdot \vec{u}_0 \geq \cos(\Delta\theta)$$

L'angle solide  $\Delta\Omega$  associé à cette sélection se calcule facilement. Il a pour expression :

$$(4-193) \quad \Delta\Omega = 2\pi(1 - \cos(\Delta\theta))$$

Le vecteur  $\vec{u}_0$  est paramétré en coordonnées sphériques d'axe  $Oz$  de la façon suivante :

$$(4-194) \quad \vec{u}_0 = \begin{bmatrix} \sin(\theta_0)\cos(\varphi_0) \\ \sin(\theta_0)\sin(\varphi_0) \\ \cos(\theta_0) \end{bmatrix} \quad \text{avec } \theta_0 \in [0; \pi/2] \quad \text{et } \varphi_0 \in [-\pi; \pi]$$

Le demi espace de  $2\pi$  d'angle solide est pavé régulièrement par pas de  $\Delta\cos(\theta_0) = \Delta\varphi_0 = 1/N_\theta$ . Afin d'avoir un pavage dense, sans 'trous', il faut choisir  $\Delta\theta$  suffisamment grand. Cependant, on veut également une bonne estimation de l'efficacité angulaire autour de l'orientation  $\vec{u}_0$  de ce qui impose de ne pas choisir  $\Delta\theta$  trop grand. On remarque que l'angle solide  $\Delta\Omega$  décrit un cercle sur la demie-sphère de rayon unité et de surface  $2\pi$ . D'autre part si  $N_\theta$  est suffisamment grand le pavage de la demie-sphère est localement carré de coté  $1/N_\theta$ . Aussi le rayon du cercle décrit par l'angle solide  $\Delta\Omega$  a été choisi de sorte que notre pavé carré soit exactement inscrit dans le cercle. Soit :

$$(4-195) \quad \Delta\Omega = \pi \left( \frac{\sqrt{2}}{2N_\theta} \right)^2 = \frac{\pi}{2N_\theta^2}$$

De l'équation précédente ainsi que de l'équation (4-193) on relie l'angle  $\Delta\theta$  au pas de notre pavage selon :

$$(4-196) \quad \cos(\Delta\theta) = 1 - \frac{1}{2N_\theta^2} \Rightarrow N_\theta \Delta\theta \approx 1$$

Finalement, ceci nous permet d'estimer l'efficacité géométrique de détection pour une orientation de cascade  $\vec{u}_0$  en utilisant la relation de l'équation (4-191). En pratique on a choisi  $N_\theta = 40$  ce qui donne une résolution angulaire de l'ordre de  $1^\circ$ .

### **Efficacité Monte-Carlo et erreur statistique**

L'erreur statistique  $\Delta V_{eff}(\vec{u}_0)$  sur le calcul Monte-Carlo du volume efficace est estimée à partir de l'équation (4-191) par différentiation logarithmique selon :

$$(4-197) \quad \frac{\Delta V_{eff}(\vec{u}_0)}{V_{eff}(\vec{u}_0)} = \frac{\Delta Q}{Q} + \frac{\Delta Q(\vec{u}_0, \Delta\Omega)}{Q(\vec{u}_0, \Delta\Omega)} + \frac{\overline{\Delta V_{eff}}}{V_{eff}}$$

Nous supposons que le nombre  $Q$  des événements générés par le Monte-Carlo suit une loi statistique de Poisson de telle sorte que l'écart type est donné par  $\sqrt{Q}$ . Par suite l'écart type sur l'estimation du volume efficace  $\sigma(V_{eff}(\vec{u}_0))$  se comporte comme :

$$(4-198) \quad \sigma(V_{eff}(\vec{u}_0)) = V_{eff}(\vec{u}_0) \sqrt{1/Q + 1/Q(\vec{u}_0, \Delta\Omega)}$$

où l'on a négligé la contribution de l'erreur sur le volume efficace moyen qui est estimé sur un ensemble statistique bien plus important.



## Annexe Q : Caractérisation des performances de la reconstruction

### Simulation des temps d'arrivée et des erreurs de mesure

Pour simuler nos cascades nous utilisons un modèle de disque, avec un front d'onde observé dans des conditions de champ proche. Aussi, le temps d'arrivée  $t$  du signal acoustique d'une cascade en une position  $\vec{r}$  de l'espace est donné par l'équation (3-47) de la partie 3.2.5. Pour une cascade d'orientation  $\vec{u}$  il vient :

$$(4-199) \quad t(\vec{r}) = \frac{1}{c_s} \sqrt{(\vec{r} - \vec{r}_s)^2 - ((\vec{r} - \vec{r}_s) \cdot \vec{u})^2} + t_s$$

où  $\vec{r}_s$  est un point arbitraire le long de l'axe de la cascade, le milieu par exemple, et  $t_s$  le temps de début d'émission du son. La célérité du son  $c_s$  est supposée constante de valeur  $c_s = 1500$  m/s sur l'ensemble du volume d'eau. En effet, puisque la plupart des algorithmes étudiés utilisent des hydrophones proches les uns des autres, les corrections de réfraction sur les différences de temps d'arrivée du son entre les hydrophones sont négligeables : moins de  $1 \mu\text{s}$  pour des espacements de  $100$  m [58]. Cependant on rappelle que pour des propagations sur plusieurs kilomètres ces effets de réfraction ont une contribution non négligeable sur les caractéristiques du signal acoustique et notamment sur la résolution angulaire de l'orientation des cascades. Autrement dit, négliger la réfraction lors de nos simulations remet en cause la validité du modèle de propagation du signal acoustique, mais n'introduit pas d'erreurs supplémentaires lors de la reconstruction par un ensemble compact d'hydrophones. Notamment, si l'on se limite à une information locale, comme la direction d'incidence du son sur un ensemble compact d'hydrophones, la reconstruction n'est absolument pas affectée par la réfraction. On rappelle également que pour un ensemble compact d'hydrophones l'erreur sur la mesure de la célérité du son est négligeable. En effet, celle-ci est connue à  $\sim 10^{-5}$  près avec un célérimètre GENISEA dédié, par exemple, alors que les autres causes d'incertitude sont d'ordre  $10^{-3}$ .

Une autre complication vient du fait que la cascade n'est pas rigoureusement une source sonore linéique, en particulier pour la partie hadronique du dépôt d'énergie. Néanmoins, au voisinage du maximum de densité, ou pour des cascades LPM étendues où les conditions de champs proche sont fortes, les effets de courbures restent faibles pour les temps d'arrivée, de l'ordre de plusieurs  $\mu\text{s}$  d'après les résultats présentés en partie 1.4.3. Dès lors, une autre cause d'incertitude importante vient de l'échantillonnage temporel fini du signal acoustique. Nous avons considéré ici le cas d'une fréquence d'échantillonnage de  $200$  kHz ce qui nous semble une valeur minimale acceptable pour le traitement de la forme du signal. On s'attend alors une incertitude sur le temps d'arrivée du son de l'ordre de  $5 \mu\text{s}$  ( $\approx 7$  mm). Même dans ces conditions peu favorables cette erreur est modérée en comparaison des incertitudes de positionnement des hydrophones.

De façon à simuler les différentes erreurs de mesure nous avons utilisé la procédure suivante. Les temps d'arrivée du son sont calculés à partir de l'équation (4-199) en utilisant les positions 'vraies' des hydrophones. On leur rajoute des erreurs centrées gaussiennes et indépendantes de  $5 \mu\text{s}$  d'écart type pour rendre compte des erreurs dues aux effets combinés de l'échantillonnage, du bruit déformant le signal et d'une erreur de courbure du front d'onde. La reconstruction du signal utilise des positions 'fausses', mesurées, pour les hydrophones. Ces positions mesurées sont également simulées par des erreurs gaussiennes centrées et indépendantes. Dans le cas des géométries de type ANTARES nous avons choisit un écart type de 3 cm pour l'erreur sur les positions des hydrophones. Cette valeur est compatible avec les résultats obtenus pour la ligne 5 du démonstrateur ANTARES. On rappelle cependant que dans ce cas les erreurs de positionnement ne sont pas indépendantes en réalité. Néanmoins, cette simplification n'entraîne pas une grande modification sur l'ordre de grandeur des erreurs de reconstruction. Le lecteur désireux de rendre compte de ces effets de corrélation pourra se reporter au rapport de stage suivant [66] ainsi qu'à la partie 3.2.2 pour un exemple de calcul analytique.

Pour les autres cas étudiés nous avons supposé que les hydrophones sont solidaires d'une même structure rigide. Dans ce cas les positions relatives peuvent être connues avec une très bonne précision. Nous avons admis un écart type de 1 cm sur les erreurs de positions dans ces cas de figure. Cette valeur de 1 cm vise à rendre compte des incertitudes dues à la taille finie de l'hydrophone : localisation du centre acoustique et diffraction. Néanmoins on pourrait envisager une localisation encore meilleure moyennant une calibration détaillée de l'ensemble d'hydrophones avec son support, dans un grand bassin et pour différents angles d'incidence d'une source sonore par exemple.

### Performances de la reconstruction

Les algorithmes de reconstruction par temps d'arrivée du signal acoustique donnent accès en particulier à deux types d'information intéressants pour la reconstruction de cascades : la distance de la cascade aux hydrophones et une information angulaire pouvant être soit l'orientation de la cascade soit la direction d'incidence du son. Dans le cas d'un ensemble compact d'hydrophones, puisque la plupart des événements sont localisés à grande distance on peut définir une distance moyenne  $D^*$  pour la cascade comme :

$$(4-200) \quad D^* = \frac{c_s}{N} \sum_{i=1}^N (t_i^* - t_s^*)$$

où  $t_i^*$  est le temps d'arrivée mesuré par le  $i^{\text{ème}}$  des  $N$  hydrophone, incluant les erreurs de mesure, et  $t_s^*$  le temps de début d'émission acoustique donné par la reconstruction. Pour rendre compte des fortes erreurs de localisation on définit un ratio d'erreur  $\delta D$  sur la distance reconstruite comme :

$$(4-201) \quad \delta D = \max\left(\frac{D^*}{D_0}, \frac{D_0}{D^*}\right)$$

La distance moyenne ‘vraie’  $D$  est calculée comme précédemment par l’équation (4-200) mais en utilisant les positions vraies et les temps d’arrivée vrais pour les hydrophones. L’énergie de la cascade peut être estimée à partir de la distance moyenne et de l’amplitude de l’onde de pression sur les hydrophones. Néanmoins une reconstruction complète nécessite un modèle de cascades et de propagation plus détaillé que ce qui a été modélisé dans le Chapitre 3. Ceci n’est pas l’objet de cette étude. Compte tenu des résultats du Chapitre 1 on pourra admettre que l’erreur sur la reconstruction de l’énergie de la cascade va être en grande partie conditionnée par l’erreur sur la reconstruction de la distance à la cascade. D’autre part on rappelle que pour un ensemble compact d’hydrophones les caractéristiques de la reconstruction vont être dominées par les événements lointains. Aussi, on s’attend à ce que l’erreur relative sur l’énergie résultant de l’estimation de la distance soit directement proportionnelle à l’erreur relative sur les distances, ces grandeurs étant reliées par une loi de puissance.

Dans le cas où l’on s’intéresse à la direction d’incidence du son ou à l’orientation de la cascade les erreurs angulaires de reconstruction sont définies comme suit :

$$(4-202) \quad \delta N = \arccos(\vec{n}^* \cdot \vec{n}_0) \quad \text{et} \quad \delta U = \arccos(\vec{u}^* \cdot \vec{u}_0)$$

où  $\vec{n}^*$  et  $\vec{u}^*$  sont les directions d’incidence et orientations données par la reconstruction et  $\vec{n}_0$  et  $\vec{u}_0$  les valeurs vraies. Les lois statistiques pour ces erreurs de reconstruction sont estimées à partir de la simulation Monte-Carlo sur un lot de  $Q = 10^{4-6}$  événements accumulés. La densité de probabilité  $p(\delta X)$  pour l’erreur sur  $X$  est alors estimée selon :

$$(4-203) \quad p(\delta X) = \frac{Q(\delta X)}{Q} \frac{1}{\Delta \delta X}$$

avec  $Q(\delta X)$  le nombre d’événements reconstruits pour lesquels l’erreur est comprise entre  $\delta x - \Delta \delta x / 2$  et  $\delta x + \Delta \delta x / 2$ . La probabilité d’avoir une erreur inférieure ou égale à  $\delta x$  se calcule par intégration de la densité de probabilité précédente. Numériquement elle est approchée par :

$$(4-204) \quad p(\delta X \leq \delta x) = \frac{1}{Q} \sum_{\delta X \leq \delta x} Q(\delta X)$$

Une erreur à 95% de niveau de confiance (95% CL) est donnée par la résolution de l’équation suivante :

$$(4-205) \quad p(\delta X \leq \delta x) = 0.95$$

Ceci est réalisé par une interpolation de la loi de probabilité cumulée discrète  $p(\delta X \leq \delta x)$  autour de la valeur de 95%.

Dans la majorité des cas il est également pertinent d'étudier la probabilité à 95% de confiance en fonction des caractéristiques vraies ou reconstruites des événements, la distance par exemple. Ceci a été réalisé en subdivisant l'ensemble des événements en fonction du paramètre d'intérêt et en calculant les lois de probabilité sur chacun de ces sous ensembles.

L'erreur statistique  $\Delta\delta X$  résultant du calcul Monte-Carlo des densité de probabilité  $p(\delta X)$  peut être estimée au premier ordre d'approximation par différentiation. D'après l'équation (4-204) la fluctuation  $\Delta p(\delta X \leq \delta x)$  et par suite l'écart type de cette fluctuation est donnée par :

$$(4-206) \quad \sigma(p(\delta X \leq \delta x)) = \frac{1}{N} \sigma\left(\sum_{\delta X \leq \delta x} N(\delta x)\right)$$

En supposant que la sommation dans l'équation (4-206) précédente suit de nouveau une loi statistique de Poisson, on en déduit l'écart type des fluctuations sur le calcul de la loi de probabilité  $p(\delta X \leq \delta x)$  comme :

$$(4-207) \quad \sigma(p(\delta X \leq \delta x)) = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{\delta X \leq \delta x} N(\delta X)} = p(\delta X \leq \delta x) / \sqrt{\sum_{\delta X \leq \delta x} N(\delta X)}$$

Aussi, d'après l'équation (4-205) l'écart type des fluctuations sur l'erreur à 95% CL est donné par :

$$(4-208) \quad \sigma(\delta X, 95\% \text{ CL}) = \frac{1}{\left(\frac{\partial p(\delta X \leq \delta x)}{\partial \delta X}\right)_{95\%}} \frac{p(\delta X \leq \delta x)}{\sqrt{\sum_{\delta X \leq \delta x} N(\delta x)}}$$

La dérivée de la loi de probabilité  $p(\delta X \leq \delta x)$  est estimée numériquement lors de l'interpolation discrète pour la résolution de l'équation (4-205). Cependant, il faut préciser qu'en pratique cette méthode ne donne qu'une approximation grossière des erreurs du Monte-Carlo, particulièrement pour des forts niveaux de confiance. Dans beaucoup de cas les variations du nombre cumulé d'événements sont trop faibles à grand niveau de confiance pour estimer correctement la dérivée de la loi de probabilité  $p(\delta X \leq \delta x)$ .

## Annexe R : Estimateur aléatoire et coupures

Afin de limiter le taux d'erreur moyen il est utile d'appliquer des coupures sur le jeu de paramètres reconstruits, de façon à rejeter les événements potentiellement mal reconstruits. Ce point est particulièrement bien illustré par l'étude de l'estimateur aléatoire qui suit. Par exemple, dans le cas où l'on utilise un ensemble compact d'hydrophones on sera tenté de rejeter les événements reconstruits proches du détecteur, car peu probables. Par ailleurs, si on admet que le signal issu d'une cascade ne peut plus être détecté au delà d'une certaine distance, on pourra rejeter les événements reconstruits loin. Pour les reconstructions à partir des simulations présentées dans le Chapitre 3 nous avons sélectionné les événements dont la distance reconstruite était comprise entre 100 m et 6 km. Dans ce cas de figure la portée maximale des signaux issus de cascades est en fait imposée par le volume de génération. Elle était au plus de 4 km.

### Estimateur aléatoire et ratio d'erreur

Il sera utile, afin d'interpréter les résultats qui suivent, d'étudier les performances, pour la reconstruction de la distance, d'un estimateur aléatoire. Supposons par exemple que nous avons un lot d'événements qui sont détectés par un hydrophone unique dans un milieu d'extension infinie. La distribution radiale  $\sigma$  de ces événements a été calculée précédemment. Elle est donnée par l'équation (4-111). Supposons maintenant que nous disposons d'un estimateur associant 'arbitrairement' une valeur  $R$  de distance à ces événements avec une loi de probabilité uniforme entre deux valeurs de coupure, tel que  $R \in [r_+; r_-]$ . On définit alors le ratio d'erreur  $\delta D$  sur 'l'estimation' de la distance vraie  $r$ , comme :

$$(4-209) \quad \delta D(R, r) = \sup \left\{ \frac{R}{r}, \frac{r}{R} \right\}$$

### Ratio d'erreur moyen

Le ratio d'erreur moyen sur le lot d'événements est donné par :

$$(4-210) \quad \langle \delta D \rangle (R) = \frac{\int_{r=0}^{\rho_{\max}} \sigma(r) p_r(R) \delta D(R, r) dr}{\int_{r=0}^{\rho_{\max}} \sigma(r) p_r(R) dr}$$

où  $p_r(R) = 1/(r_+ - r_-)$  est la densité de probabilité conditionnelle d'obtenir  $R$  pour la distance reconstruite, sachant que la distance vraie est  $r$ .

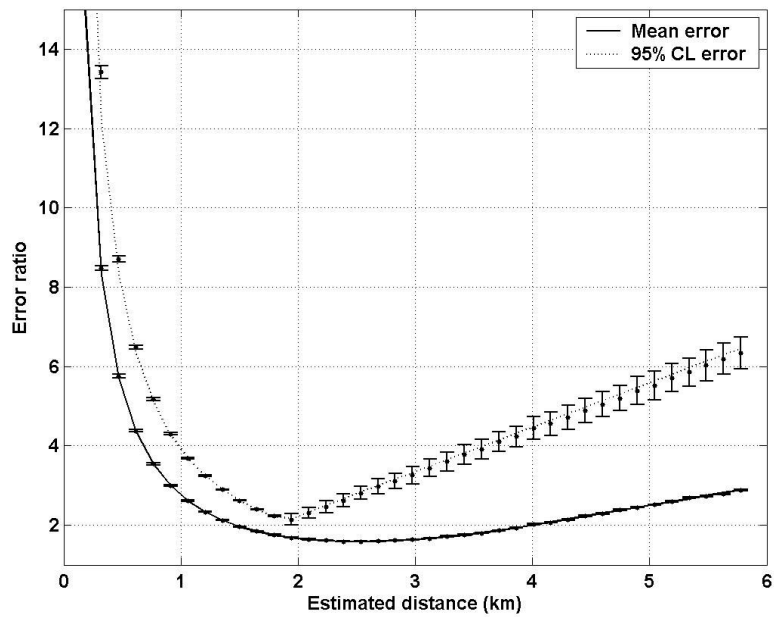


Figure 4-13 : Ratio d'erreur sur la distance, pour une estimation aléatoire de celle ci. La portée maximale des cascades est de 4 km et nous avons adopté un modèle de disque pour le front d'onde. Le ratio d'erreur est conditionné par la répartition statistique des événements.

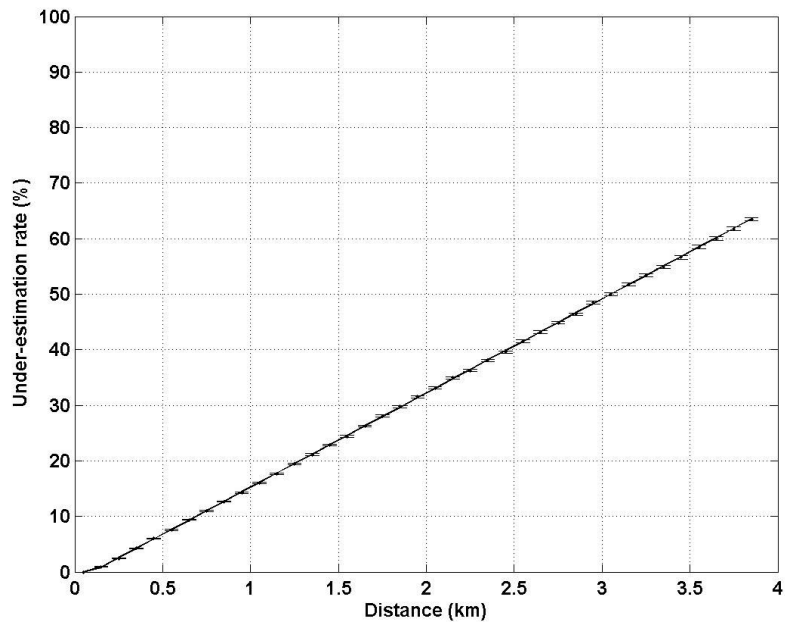


Figure 4-14 : Taux de sous-évaluation de la distance pour un estimateur aléatoire de celle ci. La portée maximale des cascades est de 4 km et nous avons adopté un modèle de disque pour le front d'onde. De nouveau, l'allure est conditionnée par la répartition statistique des événements.

Dans ce cas particulier la densité de probabilité conditionnelle ne dépend pas des distances  $R$  et  $r$ . En négligeant la contribution des événements à très courte portée, on pourra vérifier que pour le modèle de disque l'erreur moyenne est de la forme suivante :

$$(4-211) \quad \langle \delta D \rangle (R) = \begin{cases} \frac{4}{3} \left( \frac{R}{\rho_{\max}} \right)^2 + \frac{2}{3} \left( \frac{\rho_{\max}}{R} \right) & \text{si } R \leq \rho_{\max} \\ \frac{2R}{\rho_{\max}} & \text{si } R > \rho_{\max} \end{cases}$$

L'erreur moyenne calculée à partir de l'équation précédente est représentée sur la Figure 4-13 en trait plein. Les points et les barres d'erreur sont le résultat de simulations Monte Carlo. Nous avons considéré le cas de cascades ayant une portée de 4 km, et les valeurs de coupure sont  $r_- = 100$  m et  $r_+ = 6$  km. On peut voir qu'à courte portée l'erreur moyenne est divergente comme  $1/R$ . Ceci est dû à la pollution des événements proches, dont la densité est faible, par les événements lointains 'mal reconstruits'. Bien que la précision de la reconstruction ne dépende pas de la distance à la cascade avec cet estimateur aléatoire, on constate que du fait de la répartition radiale des événements, les événements reconstruits proches sont très peu fiables. Nous retrouverons ce résultat dans tous les cas de figure étudiés dans la partie 3.3.

Pour l'exemple montré ici l'erreur moyenne admet un minimum 'plat' vers des distances intermédiaires de 2-3 km à la valeur de 1.6. A grande distances reconstruites le ratio d'erreur moyen augmente linéairement avec la distance. Ceci est dû à notre modèle de génération avec une portée maximale de 4 km. Pour des distances reconstruites plus grandes le résultat est nécessairement faux. Par ailleurs on remarquera que dans tous les cas l'erreur moyenne est d'échelle, ne dépendant que du rapport  $R / \rho_{\max}$ .

### Ratio d'erreur avec un niveau de confiance

La loi de probabilité cumulée pour notre estimateur aléatoire a pour expression :

$$(4-212) \quad p(\delta D \leq \varepsilon) = \frac{\int_{\delta D \leq \varepsilon} \sigma(r) p_r(R) dr}{\int \sigma(r) p_r(R) dr} = \frac{\int_{R/\varepsilon}^{\inf(\varepsilon R, \rho_{\max})} \sigma(r) dr}{\int \sigma(r) dr} = \inf \left\{ \left( \frac{R}{\rho_{\max}} \right)^2 \left( \varepsilon^2 - \frac{1}{\varepsilon^2} \right), 1 - \left( \frac{R}{\rho_{\max}} \right)^2 \frac{1}{\varepsilon^2} \right\}$$

où l'on a fait l'hypothèse d'un modèle de disque. Par suite, étant donné un niveau de confiance  $1 - \alpha$  on calcule le ratio d'erreur pour ce niveau de confiance en résolvant :

$$(4-213) \quad p(\delta D \leq \varepsilon) = 1 - \alpha$$



D'après l'expression obtenue pour notre loi cumulée, il vient pour borne supérieure  $\varepsilon_\alpha$  du ratio d'erreur au niveau de confiance spécifié :

$$(4-214) \quad \varepsilon_\alpha(R) = \sup \left\{ \sqrt{\left(\frac{R_1}{R}\right)^2 + \sqrt{1 + \left(\frac{R_1}{R}\right)^4}}, \frac{R}{R_2} \right\}$$

avec  $R_1 = \rho_{\max} \sqrt{1-\alpha}/2$  et  $R_2 = \rho_{\max} \sqrt{\alpha}$ . On remarque comme précédemment que le ratio d'erreur avec niveau de confiance est d'échelle selon  $R/\rho_{\max}$ . De façon plus générale on retrouve cette loi d'échelle en  $R/\rho_{\max}$  pour tout estimateur de la distance qui vérifie une loi de probabilité conditionnelle de la forme :  $p_r(R) = f(R/r)$ . Par conséquent on peut s'attendre à retrouver cette loi d'échelle et des allures similaires de ratio d'erreur pour des estimateurs de la distance plus déterministes.

L'allure obtenue pour le ratio à 95% de niveau de confiance est représentée par la courbe en pointillés sur la Figure 4-13. Les points sont le résultat de la simulation Monte-Carlo. Comme pour le ratio moyen, la divergence est d'ordre  $1/R$  à courte portée et le ratio avec niveau de confiance croît linéairement avec  $R$  à grandes distances reconstruites. Cependant l'incrément est plus rapide. Dans cet exemple, le minimum est de 2 et il est atteint à mi valeur de la distance de génération, soit 2 km.

### Taux de sous-évaluation de la distance

Sur la Figure 4-14 on peut voir le taux  $\kappa_u$  de sous-estimation de la distance en fonction de la distance vraie des événements, dans le cas particulier de notre estimateur aléatoire. Il se calcule facilement dans ce cas particulier, et a pour expression analytique, pour un modèle de disque :

$$(4-215) \quad \kappa_u = \frac{r - r_-}{r_+ - r_-}$$

Soit, ce taux est une fonction affine de la distance  $r$ . Dans cet exemple, il varie de 0 pour des distances nulles à 70% pour la portée maximale de 4 km. Dans le cas d'un algorithme de reconstruction plus 'sain' on attendrait un taux de l'ordre de 50% quelle que soit la distance.

## Annexe S : Ombre acoustique à grande portée

Les effets conjugués de la réfraction et de l'extension limitée par le sol génèrent une zone d'ombre acoustique [49], dans laquelle il n'est pas possible d'entendre une source donnée, dans un modèle de rayons directs. Un exemple de cette situation est schématisé sur la Figure 4-15. La zone d'ombre est délimitée par la rayon issue de la source tangent au sol. Un rayon moins incurvé, qui pourrait atteindre un point de la zone d'ombre, interceptera le sol, sera réfléchi, et n'atteindra pas la zone d'ombre. D'autre part, les rayons plus incurvés ne peuvent pas atteindre la zone d'ombre dans le la limite du modèle de rayons, et pour un profil de célérité linéaire, comme c'est le cas en Mer Méditerranée.

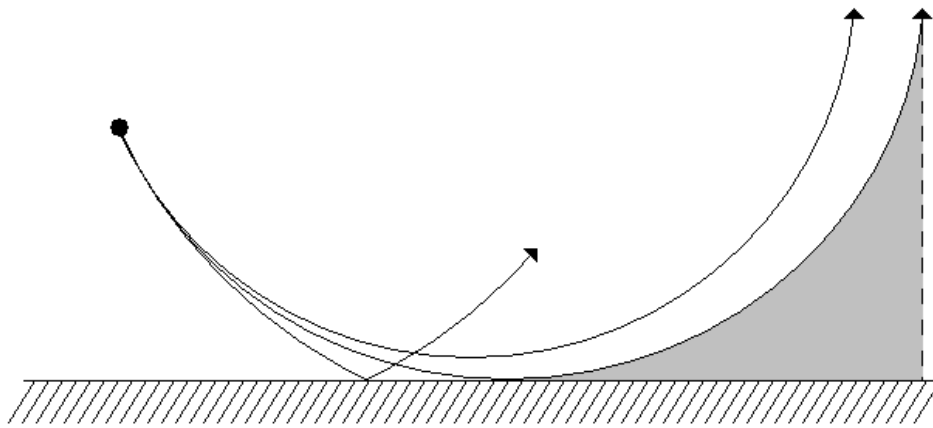


Figure 4-15 : Vue schématique de l'ombre acoustique généré par le sol. La source S est localisée par le point noir. La zone grisée est inaccessible dans un modèle de rayons directes, car la trajectoire des rayons correspondants intercepte le sol.

Par ailleurs, nous avons vu dans le Chapitre 1 que en ce qui concerne la directivité du signal acoustique issu d'une cascade, les effets de la réfraction peuvent se modéliser par un modèle de rayons, émis orthogonalement à l'axe de la cascade, et se propageant avec un rayon de courbure effectif  $R_1 = R_c / \cos(\theta)$ , où  $\theta$  est l'angle que fait la cascade avec la verticale. Dans la limite de signaux de faible extension, et pour une faible hauteur d'eau en comparaison de la portée maximale du signal, la fonction de détection peut alors s'exprimer sous la forme :

$$(4-216) \quad h^{1H}(\vec{u}, \vec{r}, \vec{r}_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } \rho^* \leq \rho_{\max} \quad \text{et} \quad |z^* - z_c| \leq \frac{f_a(\rho^*)}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

avec  $z_c = R_1 - \sqrt{R_1^2 - \rho^{*2}}$

avec les notations adoptées en Annexe K. On pourra vérifier que avec cette expression le volume efficace de détection est inchangé du fait de la réfraction. De même, les hypothèses faites en Annexe L pour traiter les effets fond/surface restent valables avec l'expression donnée par l'équation (4-216) et l'efficacité fond/surface est la même.

Afin de rendre compte de l'effet d'ombre acoustique il faut modifier la fonction de détection  $h(\vec{r}, \vec{r}_i, \vec{u})$  en lui rajoutant une condition de non 'transparence' pour le sol, c'est à dire en excluant les points de l'espace connectés par un rayon traversant le sol. Cette condition supplémentaire peut s'exprimer comme suit :

$$(4-217) \quad h^{1H}(\vec{u}, \vec{r}, \vec{r}_i) = 0 \quad \text{si} \quad \sqrt{\left(1 + \frac{z_i}{R_c}\right)^2 - 1} \leq s_r \leq \frac{\rho^*}{R_1 - z^*}$$

avec  $s_r = \frac{(\vec{u} \cdot \vec{n}) \cos(\theta) - \vec{n} \cdot \vec{u}_z}{\cos(\theta) \sqrt{1 - (\vec{u} \cdot \vec{n})^2}}$

où  $\vec{n} = (\vec{r} - \vec{r}_i) / |\vec{r} - \vec{r}_i|$  est un vecteur directeur de la direction pointant de la cascade vers le point d'observation et  $\vec{u}_z$  un vecteur directeur de l'axe ( $Oz$ ) définie par le gradient de célérité. La variable  $s_r$  définit le point de 'rebroussement' pour un rayon connectant la source à l'observateur. C'est à dire le point pour lequel un rayon émis vers le bas va se retourner, du fait de la réfraction. La condition donnée par l'équation (4-217) stipule que si ce point se trouve entre la source et l'observateur alors il ne doit pas se situer sous le sol.

Avec la fonction de détection ainsi définie nous avons calculé, par les méthodes de Monte-Carlo utilisées précédemment, l'efficacité de détection pour un hydrophone unique. L'hydrophone est localisé à l'altitude de 448 m au dessus du fond de la mer avec une hauteur d'eau totale de 2500 m. Les résultats obtenus sont représentés par des points sur la Figure 4-16. La figure de droite montre le facteur d'ombre, défini comme le rapport de l'efficacité de détection avec et sans ombrage. On constate que dans ce cas de figure l'effet d'ombre devient sensible uniquement pour des rayons de l'ordre de  $0.2 \cdot R_c$ , soit 20 km et plus. A cette distance de propagation la déflexion des rayons devient de l'ordre de la hauteur d'eau. Sur la partie de gauche, les courbes en trait plein, indiquent l'efficacité attendue en l'absence d'ombrage. Les cascades ayant une inclinaison proche de la verticale sont principalement affectées.

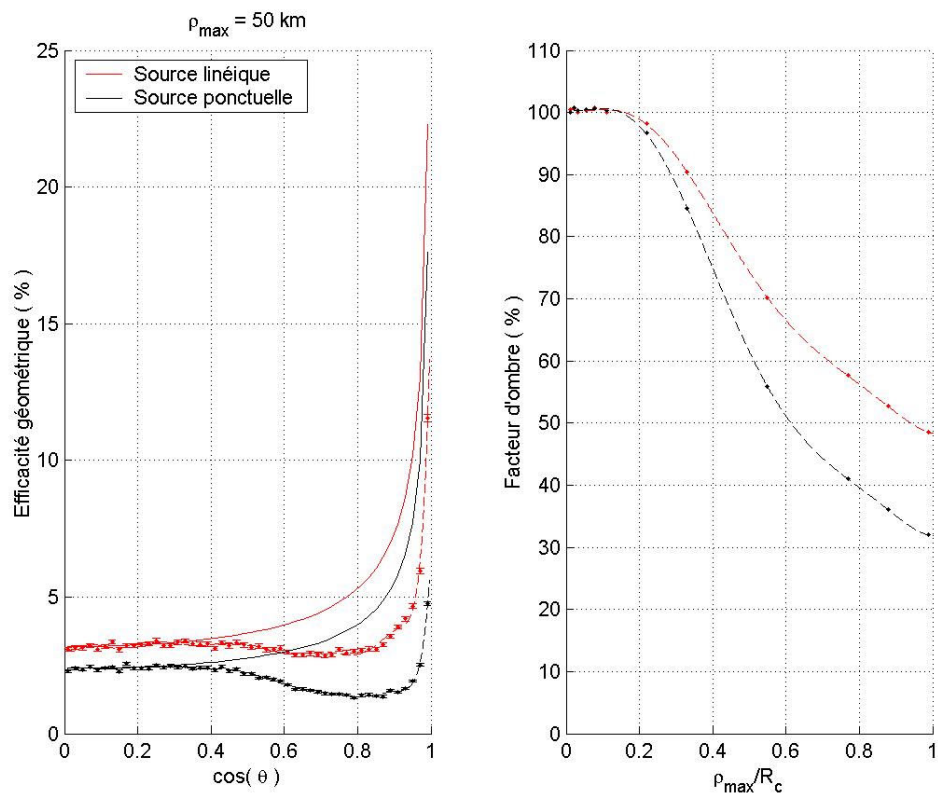


Figure 4-16 : Efficacité de détection avec effet d'ombre acoustique. L'hydrophone est localisé à 448 m au dessus du fond de la mer, pour une profondeur d'eau de 2500 m. Les courbes en traits pleins indiquent ce qui serait attendu en l'absence d'ombrage acoustique.



## Annexe T : Estimateur pour les méthodes statistiques

Nous supposons ici que l'on a détecté un lot de  $N$  événements et que l'on a pu reconstruire leurs directions d'incidences  $\vec{n}_i, i \in [1; N]$ , les vecteurs  $\vec{n}_i$  étant supposés non colinéaires. Les possibles orientations de cascades sont données par l'ensemble des vecteurs  $\vec{u}_{ij}$  définis comme :

$$(4-218) \quad \vec{u}_{ij} = \frac{\vec{n}_i \times \vec{n}_j}{|\vec{n}_i \times \vec{n}_j|} \quad (i, j) \in [1, N]^2 \text{ et } i < j$$

Le nombre d'éléments dans ce nouvel ensemble est de  $N(N-1)/2$ . Maintenant pour une orientation  $\vec{u}$  donnée nous dirons que le vecteur  $\vec{u}_{ij}$  est colinéaire au vecteur  $\vec{u}$  à  $\Delta\theta$  près si il vérifie la condition suivante :

$$(4-219) \quad \vec{u}_{ij} \in \vec{u}(\Delta\theta) \Leftrightarrow |\vec{u}_{ij} \cdot \vec{u}| \geq \cos(\Delta\theta) \quad \Delta\theta \in [0; \pi/2[$$

De façon analogue, un élément  $\vec{n}_i$  est dit orthogonal au vecteur  $\vec{u}$  à  $\Delta\theta$  près si il vérifie la condition qui suit :

$$(4-220) \quad \vec{n}_i \perp \vec{u}(\Delta\theta) \Leftrightarrow |\vec{n}_i \cdot \vec{u}| \leq \sin(\Delta\theta) \quad \Delta\theta \in [0; \pi/2[$$

Il sera utile de remarquer que si un élément  $\vec{u}_{ij}$  est colinéaire à  $\vec{u}$  à  $\Delta\theta$  près alors les vecteurs  $\vec{n}_i$  et  $\vec{n}_j$  sont orthogonaux à  $\vec{u}$  à  $\Delta\theta$  près. Par contre la proposition réciproque n'est pas nécessairement vraie. Une preuve est donnée de la façon suivante. Nous supposons donc que le vecteur  $\vec{u}_{ij}$  est colinéaire à  $\vec{u}$  à  $\Delta\theta$  près. Par construction les vecteurs  $\vec{n}_i, \vec{u}_{ij}$  et  $\vec{n}_i \times \vec{u}_{ij}$  définissent une base orthonormée de l'espace. Soit en particulier on peut décomposer le vecteur  $\vec{u}$  sur cette base. Par conséquent on en déduit que :

$$(4-221) \quad \vec{u}^2 = 1 = (\vec{u} \cdot \vec{n}_i)^2 + (\vec{u} \cdot \vec{u}_{ij})^2 + (\vec{u} \cdot (\vec{n}_i \times \vec{u}_{ij}))^2$$

Soit en particulier :

$$(4-222) \quad (\vec{u} \cdot \vec{n}_i)^2 \leq 1 - (\vec{u} \cdot \vec{u}_{ij})^2 \leq \sin^2(\Delta\theta)$$

ce qui par définition se lit comme :  $\vec{n}_i$  orthogonal à  $\vec{u}$  à  $\Delta\theta$  près. De façon analogue on montre que  $\vec{n}_j$  est orthogonal à  $\vec{u}$  à  $\Delta\theta$  près. Afin de montrer que la proposition réciproque n'est pas vraie nous considérons le contre exemple suivant. Soit  $\vec{n}_i$ ,  $\vec{n}_j$  et  $\vec{u}$  appartenant au même plan avec  $\vec{n}_i$  et  $\vec{n}_j$  orthogonaux à  $\vec{u}$  à  $\Delta\theta$  près, comme schématisé sur la Figure 4-17. Aussi, puisque  $\vec{n}_i$  et  $\vec{n}_j$  sont de plus non colinéaires, le vecteur  $\vec{u}_{ij}$  est orthogonal au plan contenant  $\vec{u}$ , soit non colinéaire à  $\vec{u}$  à  $\Delta\theta$  près.

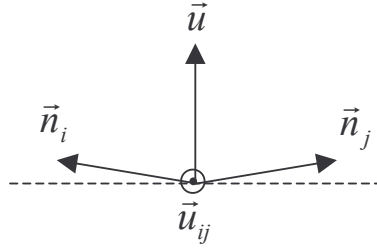


Figure 4-17 : Illustration du contre-exemple. Les directions  $\vec{n}_i$  et  $\vec{n}_j$  sont orthogonales à  $\vec{u}$  à  $\Delta\theta$  près mais leur produit vectoriel est également orthogonal au vecteur  $\vec{u}$  car normal au plan contenant les 3 vecteurs.

Soit, la proposition étant démontrée, pourquoi s'y intéresse t'on ? Afin de rechercher des directions privilégiées pour une source astrophysique on peut envisager de compter le nombre de vecteurs  $\vec{u}_{ij}$  qui sont colinéaires à une direction  $\vec{u}$  à  $\Delta\theta$  près. Aussi, il est intéressant de répondre à la question suivante : Quelle est la probabilité  $p$  de reproduire la situation observée dans le cas où les directions  $\vec{n}_i$  sont distribuées aléatoirement dans l'espace des orientations avec une loi uniforme et en l'absence de corrélations ?

La réponse à la question précédente peut être donnée comme suit. Pour commencer on compte le nombre  $q(\vec{u})$  de vecteurs  $\vec{n}_i$  distincts qui sont associés aux vecteurs  $\vec{u}_{ij}$  étant colinéaires à  $\vec{u}$  à  $\Delta\theta$  près. Il est important à ce stade de ne pas compter plusieurs fois le même vecteur  $\vec{n}_i$  intervenant dans des directions  $\vec{u}_{ij}$  différentes. Dans le cas contraire on peut se tromper de quelques facteurs numériques. Nous savons par ailleurs que chacun de ces vecteurs est orthogonal à  $\vec{u}$  à  $\Delta\theta$  près. Pour une loi uniforme, la probabilité  $p_1$  pour un vecteur donné de réaliser cette situation se calcule facilement comme :

$$(4-223) \quad p_1 = \frac{1}{4\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{\cos(\theta)=0}^{\cos(\pi/2-\Delta\theta)} d\cos(\theta) d\varphi = \sin(\Delta\theta)$$



Dans l'hypothèse de non corrélation des directions d'incidence la probabilité  $p$  est donnée par une loi binomiale selon :

$$(4-224) \quad p = \frac{N!}{q!(N-q)!} p_1^q (1-p_1)^{N-q}$$



## Bibliographie

- [1] E. Aslanides *et al.*, The ANTARES collaboration, ‘ANTARES proposal : A Deep Sea Telescope for High Energy Neutrinos’, astro-ph/9907432, @ <http://antares.in2p3.fr>
- [2] Review of particle Physics, Phys. Let. B **592** 1-4 (2004)
- [3] J. Alvarez-Muniz, E. Zas, ‘Cherenkov radio pulses from EeV neutrino interactions : the LPM effect’, Phys. Lett. B **411** (1997) 218; ‘The LPM effect from EeV hadronic showers in ice : implications for radio detection of neutrinos’, Phys. Lett. B **434** (1998) 396.
- [4] A. Oppelt, ‘Etude de la résolution angulaire du télescope à neutrinos ANTARES’, Thèse de doctorat de l’Université de la Méditerranée (2001)
- [5] Neutrino 2004, 14-19 Juin 2004, Collège de France, @ <http://neutrino2004.in2p3.fr>
- [6] R. Gandhi, C. Quigg, M. H. Reno, I. Sarcevic, ‘Neutrino interactions at ultrahigh energies’, Phys. Rev. D **58**, 093009 (1998) ; [hep-ph/9512364]
- [7] J. Kwiecinski, A. D. Martin, A. M. Stasto, ‘Penetration of the earth by ultrahigh energy neutrinos predicted by low  $x$  QCD’, Phys. Rev. D **59**, 093002 (1999)
- [8] L.G. Dedenko *et al.*, ‘Prospects for radio-wave and acoustic detection of ultra- and superhigh energy cosmic neutrinos’ Phys. Part. Nuclei **29**(3), May-June 1998
- [9] K. Kutak, J. Kwiecinski, ‘Screening effects in the ultra-high energy neutrino interactions’, Eur. Phys. J. **C29**, 521-530 (2003)
- [10] A. Z. Gazizov, S. I. Yanush, ‘Small- $x$  Growth of Nucleon Structure Functions and Its Manifestations in Ultrahigh Energy Astrophysics’, astro-ph/0112244v2 (2001) ;[‘ $\nu$ N- and  $\nu e$ - Cross-Sections’, January 2002, Les Houches, France]
- [11] R. Fiore *et al.*, ‘Ultrahigh energy neutrino-nucleon interactions’, Phys. Rev. D **68**, 093010 (2003)
- [12] A. Ringwald, ‘Electroweak instantons/sphalerons at VLHC ?’, Phys. Lett. B **555** (2003) 227-237
- [13] H. Forkel, ‘A Primer on Instantons in QCD’, hep-ph/0009136v2, November 2002
- [14] F. Bezrukov *et al.*, ‘Semiclassical study of baryon and lepton number violation in high-energy electroweak collisions’, Phys. Rev. D **68**, 036005 (2003)
- [15] F. Bernard, ‘Caractérisation des performances d’un télescope sous-marin à neutrinos pour la détection de cascades contenues dans le cadre du projet ANTARES’, Thèse de doctorat de l’Université de la Méditerranée (2000)
- [16] T. Montaruli, I. Sokalski, ‘A tau neutrino generator : first results’, Note interne ANTARES, ANTARES-Phys/2003-003
- [17] Y. Tsai, ‘Pair production and bremsstrahlung of charged leptons’, Rev. of Modern Physics **46**(4), October 1974

- [18] A. B. Migdal, ‘Bremsstrahlung and Pair Production in Condensed Media at High Energies’, Phys. Rev. **103**(6), September 1956
- [19] J. Brunner, ‘Cherenkov light from HE electromagnetic and hadronic showers’, ANTARES internal note, ANTARES-soft/2003-010
- [20] B. Degrange, ‘Rayonnements cosmiques de haute énergie’, Note de cours de DEA
- [21] K. Greisen, ‘The Extensive Air Showers’, Progress in Cosmic Ray Physics, Vol III
- [22] K. Kamata, J. Nishimura, Progress in Theoretical Physics, Suppl. 6 (1958)
- [23] P.L. Anthony *et al.*, ‘Bremsstrahlung suppression due to Landau-Pomeranchuk-Migdal and dielectric effects in variety of materials’, Phys. Rev. D **56**(3), March 1997
- [24] H. D. Hansen *et al.*, ‘Landau-Pomeranchuk-Migdal’ effect for multihundred GeV electrons’, Phys. Rev. D **69**, 032001 (2004)
- [25] B. M. Bolotvskii, RADHEP-2000 proceedings,  
@ <http://www.physics.ucla.edu/~moonemp/radhhep/proc/proc.html>
- [26] G. A. Askariyan, ‘Hydrodynamical emission of tracks of ionising particles in stable liquids’, Atomnaya Energiya **3**, 8 (1957) 152 (*Russe*) ; [Sov. J. At. Energy **3**, 921 (1957)]
- [27] G.A. Askariyan, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **41**, 616 (1961) (*Russe*)
- [28] A. C. Tam, ‘Applications of photoacoustic sensing techniques’, Rev. Mod. Phys., Vol. **58**, No. 2, April 1986
- [29] G.A. Askariyan *et al.*, ‘Acoustic detection of high energy particle showers in water’, Nucl. Inst. **164** (1979) 267-278
- [30] L. Sulak *et al.*, ‘Experimental studies of the acoustic signature of proton beams traversing fluid media’, Nucl. Inst. **161** (1979) 203-217
- [31] V. Lyashuk *et al.*, ‘Registration of the acoustic field parameters in water from high energy proton beam’, conf. Physics of Fundamental Interactions, December 2002, Moscow (*Russe, traduction personnelle en anglais*)
- [32] K. Graf, ‘Teststrahlungsmessungen zur akustischen Neutrinodetektion : Termoakustische Schallerzeugung im Wasser’, Diplomarbeit (2004) (*Allemand*)
- [33] S. D. Hunter *et al.*, ‘Acoustic signals of nonthermal origin from high energy protons in water’, J. Acoust. Soc. Am. **69**(6), June 1981
- [34] S. D. Hunter *et al.*, ‘Acoustic signals from absorption of a cylindrical laser beam in water’, J. Acoust. Soc. Am. **69**(6), June 1981
- [35] A. A. Oraevsky *et al.*, ‘Mechanism of Laser Ablation for Aqueous Media Irradiated Under Confined-Stress Conditions’, J. Applied Phys. (1995); vol. **78**(2), pp.1281-1290
- [36] ‘Algorithms for computation of fundamental properties of seawater’, Unesco technical papers in marine science **44**, 1983
- [37] A. Lefèvre-Balleydier, ‘Petit atlas des mers et océans’, Petite encyclopédie Larousse (2003)
- [38] GEANT4, @ <http://geant4.web.cern.ch/geant4>

- [39] M. Nagano, A. A. Watson, ‘Observations and implications of the ultrahigh-energy cosmic rays’, *Rev. Modern. Physics* **72** (3), July 2000
- [40] Centre de calcul de l’IN2P3, @ <http://cc.in2p3.fr>
- [41] Matlab, @ <http://www.mathworks.com>
- [42] T. Antoni *et al.* (The KASCADE collaboration), ‘Electron, Muon and Hadron Lateral Distributions Measured in Air Showers by the KASCADE Experiment’, *Astropart. Phys* **14** (2001) 245-260
- [43] F. Cohen, ‘Simulation de gerbes atmosphériques aux énergies de l’Observatoire Pierre Auger et fonction de distribution latérale’, Thèse de doctorat de l’université Paris XI.
- [44] N. Hotta *et al.*, ‘Three-dimensional development of cascade showers induced by 50-, 100-, and 300-GeV electrons’, *Phys. Rev. D* **22** (1), July 1980
- [45] Y.H. Chang *et al.*, ‘Lateral development of electron showers measured by silicon microstrip detectors’, *Nucl. Instr. And Meth. In Phys. Res.A* **388** (1997) 135-143
- [46] T. Stanev *et al.*, ‘Development of ultrahigh-energy electromagnetic cascades in water and lead including the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect’, *Phys. Rev. D* **25**, Number 5 (March 1982)
- [47] L.G. Dedenko, ‘The hybrid scheme of simulations of the electron-photon and electron-hadron cascades in a dense medium at ultra-high energies’, ARENA workshop, @ <http://www-zeuthen.desy.de/arena/>
- [48] R. S. Fletcher *et al.*, ‘Reexamining the jet contribution to the photoproduction cross section’, *Phys. Rev. D* **45**, Number 1 (January 1992)
- [49] R.J. Urick, ‘Principles of Underwater sound’, 3<sup>rd</sup> edition, McGraw-Hill Book Company
- [50] J.G. Learned, ‘Acoustic radiation by charged atomic particles in liquids: An analysis’, *Phys. Rev D* **19**, Number 11, June 1979
- [51] L. Liebermann, ‘Sound Propagation in Chemically Active Media’, *Phys. Rev.* **76**, Number 10, November 1949
- [52] R. E. Francois., G.R. Garrison, ‘Sound Absorption based on oceanic measurements. Part 2: Boric Acid contribution and equation for total absorption’ *J. Acoust. Soc. Am.* **72**(6), 1982
- [53] E. Lehn, C. Noël, ‘Expertise relative à la faisabilité de la mesure acoustique de neutrinos en milieu marin’, Rapport technique, SEMANTIC-TS, 2002
- [54] W.A. Kuperman, G.L. D’Spain, K.D. Heaney, ‘Long range source localization from single hydrophone spectrograms’, *J. Acoust. Soc. Am.* **109**(5), Pt.1, May 2001
- [55] K.D. Heaney, W.A. Kuperman, ‘Very long range source localization with a small vertical array’, *J. Acoust. Soc. Am.* **104**(4), October 1998
- [56] I.P. Smirnov, A.L. Virovlyansky, G. M. Zaslavsky, ‘Theory and applications of ray chaos to underwater acoustics’, *Phys. Rev. E* **64**, 036221

- [57] M.G. Brown *et al.*, 'Ray dynamics in long range deep ocean sound propagation', J. Acoust. Soc. Am. **113**(5), May 2003
- [58] V. Niess, 'Algorithms for reconstruction of Ultra High Energy Underwater Cascades from Time Differences of Arrival on Compact Arrays of Hydrophones', Note interne
- [59] W.H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, 'Numerical recipes in C : The art of scientific computing', 13 Fourier and Spectral Applications, p496, 2nd edition, Cambridge University Press
- [60] J. Vandenbroucke, G. Gratta, N. Lehtinen, 'Experimental Study of Acoustic Ultra-High-Energy Neutrino Detection', *Astrophys.J.* **621** (2005) 301-312 [astro-ph/0406105]
- [61] L.G. Dedenko *et al.*, 'SADCO: Hydroacoustic detection of superhigh-energy cosmic neutrinos', astro-ph/9705189
- [62] N.G. Lehtinen *et al.*, 'Sensitivity of an underwater acoustic array to ultra-high energy neutrinos', *Astropart.Phys.* **17** (2002) 279-292 [astro-ph/0104033]
- [63] P.H. Dahl, 'The contribution of bubbles to high-frequency sea surface backscatter : a 24-h time series of field measurements', J. Acoust. Soc. Am. **113**(2), February 2003
- [64] G.V. Norton, J.C. Novarini, R.S. Keiffer, 'Modeling the propagation from a horizontally directed high-frequency source in shallow water in the presence of bubble clouds and sea surface roughness', J. Acoust. Soc. Am. **103**(6), June 1998
- [65] Orest Diachok, 'Effect of absorptivity due to fish on transmission loss in shallow water', J. Acoust. Soc. Am. **105**(4), April 1999
- [66] V. Niess, 'Rapport de stage sur le système de positionnement acoustique Base Longue moyenne fréquence GENISEA du détecteur ANTARES', Stage ingénieur ESPCI (2001)
- [67] V. Niess, 'Hydro-Acoustic Detection of Particles, Hydrophone Survey', Note interne
- [68] G. Riccobene *et al.*, 'The NEMO Acoustic Test Facility', ARENA Workshop, @ <http://www-zeuthen.desy.de/arena/>
- [69] V. Lyashuk, *et al.* 'ITEP investigations of acoustic phenomena from high energy particles', D. Zaborov *et al.*, 'Analysis methods of ITEP Baikal data', ARENA Workshop, @ <http://www-zeuthen.desy.de/arena/>
- [70] A. Kappes, 'Acoustic particle detection in water: activities in Erlangen', First Informal Mini-Workshop on Acoustic Cosmic Ray and Neutrino Detection', @ <http://saund.stanford.edu/saund1/workshop>
- [71] R. Nahnauer, 'Development of Acoustic Sensors for Amanda', First Informal Mini-Workshop on Acoustic Cosmic Ray and Neutrino Detection', @ <http://saund.stanford.edu/saund1/workshop>
- [72] P. Keller, 'Test en caisson de 3 hydrophones ITEP après surmoulage à l'IFREMER de Toulon', Note CPPM, 22 février 2005
- [73] P. Keller, 'Caractérisation des hydrophones ITEP', Note CPPM, février 2003

- [74] V. Niess, 'Acoustic Signal Measurements in Erlangen : Laser Beam and Aquarium Setup', Note interne.
- [75] K.Salomon, communication personnelle.
- [76] V.O. Knudsen, R.S. Alford, J.W. Emling, 'Underwater ambient noise', Journal of Marine Research **VII**,3 (1948) 410-429
- [77] S.L. Means, R.M. Heitmeyer, 'Low-frequency sound generation by an individual open ocean breaking wave', J. Acoust. Soc. Am. **110**(2), August 2001
- [78] A.R. Kolaini, 'Effect of salt on bubble acoustic radiation in water', J. Acoust. Soc. Am. **105**(4), April 1999
- [79] G.J. Orris, M. Nicholas, 'Collective oscillations of fresh and salt water bubble plumes', J. Acoust. Soc. Am. **107**(2), February 2000
- [80] OSEAN, @<http://www.osean.fr>
- [81] V. Niess *et al.*, 'Acoustic Positioning in ANTARES', Proceeding ICRC2005
- [82] V. Bertin, 'MILOM Status report', Collaboration meeting ANTARES, CERN, Mai 2005
- [83] N. Rossero, Rapport de Stage CPPM
- [84] W.L. Au, R. W. Floyd, J.E. Haun, 'Propagation of Atlantic bottlenose dolphin echolocation signals', J. Acoust. Soc. Am. **64**(2), August 1978
- [85] W.L. Au, D.L. Herzing, 'Echolocation signals of wild Atlantic spotted dolphin', J. Acoust. Soc. Am. **113**(1), January 2003
- [86] M.O. Lammers, W.L. Au, D.L. Herzing, 'The broadband social acoustic signaling behavior of spinner and spotted dolphins', J. Acoust. Soc. Am. **114**(3), September 2000
- [87] N. Juennard, Thèse en préparation à l'ISITV
- [88] D. Waters, 'Sensitivity Estimates Using a Toy Monte Carlo', First informal miniworkshop on acoustic cosmic ray and neutrino detection, Stanford (September 13-14), @ <http://hep.stanford.edu/neutrino/SAUND/workshop/slides/waters.pdf>
- [89] W.H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, , 'Numerical recipes in C : The art of scientific computing', **2.6** Singular Value Decomposition, p59 3rd edition, Cambridge University Press
- [90] J.L. Spiesberger, 'Hyperbolic location errors due to insufficient numbers of receivers', J. Acoust. Soc. Am. **109**(6) (June 2001)
- [91] V. Niess, 'Algorithms for reconstruction of cascades from Time Differences of Arrival', Note interne
- [92] A. Kouchner, Thèse, <http://antares.in2p3.fr/Publications/thesis/2001/antoine-kouchner-phd.ps.gz>
- [93] G.L. Pan'kov *et al.*, 'A Device for Detection of Acoustic Signals from Super High Energy Neutrinos', ARENA Workshop, @ <http://www-zeuthen.desy.de/arena/>



- [94] G.J. Feldman, R.D. Cousins, 'Unified approach to the classical statistical analysis of small signals', Phys. Rev. D **57** (7), April 1998
- [95] I. Kravchenko, 'Recent results from the RICE Experiment at the South Pole', astro-ph/0306408
- [96] P.W. Gorham *et al.*, 'Experimental Limit on the Cosmic Diffuse Ultra-high Energy Neutrino Flux', Phys.Rev.Lett. **93** (2004) 041101
- [97] E; Waxman, J.N. Bahcall, 'High Energy Neutrinos from Astrophysical Sources: An Upper Bound', Phys.Rev. D **59** (1999) 023002
- [98] J. Becker, 'Investigation of event rates for different detector arrays and various UHE models', ARENA Workshop, @ <http://www-zeuthen.desy.de/arena/>
- [99] X. Bertou *et al.*, 'Tau Neutrinos in the Auger Observatory : A New Window to UHECR Sources', Astropart.Phys. **17** (2002) 183-193
- [100] ACORNE, @ <http://www.shef.ac.uk/physics/research/pppa/research/acorne.htm>
- [101] T. Karg, 'Design Considerations and Sensitivity Estimates for an Acoustic Neutrino Detector', ARENA Workshop, @ <http://www-zeuthen.desy.de/arena/>
- [102] P. Sommers, The AUGER Collaboration, 'First Estimate of the Primary Cosmic Ray Energy Spectrum above 3 EeV from the Pierre Auger Observatory', astro-ph/0507150
- [103] D.V. Semikoz, G. Sigl, 'Ultra-High Energy Neutrino Fluxes: New Constraints and Implications', JCAP **0404** (2004) 003 [hep-ph/0309328]; G. Sigl, 'Lectures on Astroparticle Physics', hep-ph/0408165
- [104] Z. Fodor *et al.*, 'Electroweak instantons as a solution to ultrahigh energy cosmic ray puzzle', Phys. Lett. B **561**(2003) 191-201
- [105] R. Blankenbecler, S.D. Drell, 'A quantum treatment of the Landau-Pomeranchuk-Migdal effect', Phys. Rev. D **53**, 6265 (1996)
- [106] V.N. Baier, V.M. Katkov, 'Variation of radiation length due to LPM effect', Budker INP 2004-13, Budker institute of nuclear Physics, Novosibirsk, Phys. Rev. **D 62**, 036008 (2000)
- [107] D. J. Segelstein, 'The complex refractive index of water', Thesis, Department of Physics. University of Missouri-Kansas City, 1981
- [108] W.H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, B. P. Flannery, 'Numerical recipes in C : The art of scientific computing', **18.1** Fredholm equations of the second kind, p791, 2nd edition, Cambridge University Press
- [109] P. Benoist-Gueutal, M. Courbage, 'Mathématiques pour la Physique', Tome 3, chap. 5 : Equations linéaires, Eyrolles



---

RESUME : Nous étudions la possibilité de détecter des neutrinos de ultra haute énergie (UHE,  $10^{18+}$  eV) en utilisant des méthodes d'acoustique sous-marine. Cette étude s'appuie sur des mesures expérimentales et, lorsque ces dernières font défaut, sur des simulations numériques. L'eau de mer est utilisée comme cible pour des neutrinos d'origine cosmique. L'interaction faible d'un neutrino de haute énergie avec une molécule d'eau conduit à une cascade de particules secondaires résultant en l'émission d'une impulsion ultra-sonore par un mécanisme de conversion thermo-acoustique. Ce mécanisme est peu efficace néanmoins le signal généré possède de bonnes propriétés de propagation. Le bruit ambiant marin, ainsi que le bruit propre des céramiques transductrices utilisées pour la détection, restreint la méthode aux UHE. Par ailleurs la forte directivité du signal implique que les méthodes de localisation, par détection en coïncidence sur des détecteurs multiples, sont peu efficaces. Aux énergies extrêmes ( $10^{20+}$  eV) et pour un détecteur unique nous estimons la limite de sensibilité de cette méthode acoustique de l'ordre de  $E^2\phi \approx 10^{-6} \text{ GeV} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ , pour un flux astrophysique  $\phi$  en  $1/E^2$ .

---

TITLE: Underwater acoustic detection of ultra high energy neutrinos in ANTARES

---

ABSTRACT: We investigate the possibility to detect ultra high energy neutrinos (UHE,  $10^{18+}$  eV) by the mean of underwater acoustic methods. This study is based on experimental measurements and, when none of those are available, on numerical simulations. The sea water acts as a target for neutrinos of cosmic origin. The electroweak interaction of high energy neutrinos with water molecules leads to a cascade of secondary particles resulting in the emission of an ultra-sonic impulse by a thermo-acoustic coupling mechanism. This mechanism is little efficient, however the generated signal has good propagation properties. Ambient sea noise, as well as the self noise of the ceramic transducers used for the detection, restrict the method to UHE. In addition, the strong directivity of the signal implies that location methods, by the detection in coincidence on multiple detectors, are little efficient. At extremely high energies ( $10^{20+}$  eV) and for a single detector we estimate the sensitivity limit of this acoustic method to be of the order of  $E^2\phi \approx 10^{-6} \text{ GeV} \cdot \text{cm}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$ , for an astrophysical flux  $\phi$  falling as  $1/E^2$ .

---

DISCIPLINE : Physique et sciences de la matière

---

MOTS-CLES : Neutrinos cosmiques, Ultra hautes énergies, acoustique sous-marine, ANTARES

---

INTITULE ET ADRESSE DE L'U.F.R. OU DU LABORATOIRE :

Centre de Physique des Particules de Marseille  
163, av. de Luminy – case 902 – 13288 Marseille cedex 09