



**HAL**  
open science

# Commande d'un minidrone à hélice carénée : de la stabilisation dans le vent à la navigation autonome

Jean-Michel Pflimlin

► **To cite this version:**

Jean-Michel Pflimlin. Commande d'un minidrone à hélice carénée : de la stabilisation dans le vent à la navigation autonome. Automatique / Robotique. SUPAERO, 2006. Français. NNT : . tel-00132352

**HAL Id: tel-00132352**

**<https://theses.hal.science/tel-00132352>**

Submitted on 21 Feb 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Commande d'un minidrone à hélice carénée : De la stabilisation dans le vent à la navigation autonome

## THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 6 novembre 2006

pour l'obtention du

**Doctorat de l'Ecole Doctorale Systèmes**  
(spécialité Automatique)

par

Jean Michel Pflimlin

### Composition du jury

*Rapporteurs :* Pascal Morin, Chargé de Recherche INRIA-Sophia  
Pierre Rouchon, Professeur à l'Ecole des Mines de Paris

*Examineurs :* Caroline Bérard, Professeur à SUPAERO  
Patrick Fabiani, directeur DCSD ONERA Toulouse

*Directeurs de thèse :* Philippe Souères, Chargé de recherche LAAS-CNRS  
Tarek Hamel, Professeur à l'Université de Nice Sophia Antipolis

Mis en page avec la classe thloria.

## Remerciements

Tout d'abord je voudrais remercier M. Malik Ghalab, directeur du LAAS-CNRS, pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire, ainsi que M. Raja Chatila, responsable du groupe de Robotique et d'Intelligence Artificielle.

Je voudrais également remercier la Délégation Générale de l'Armement qui par son financement m'a donné l'occasion de participer à cette véritable aventure technique et humaine, et tout particulièrement Mme Christine Couesnon pour son encadrement et sa disponibilité.

Ensuite, je tiens à remercier les rapporteurs, M. Pascal Morin, chargé de recherche à l'INRIA Sophia Antipolis et M. Pierre Rouchon, professeur à l'Ecole des Mines de Paris, pour leur remarques expertes qui ont permis d'améliorer considérablement la qualité du manuscrit. Je remercie également les examinateurs, M. Patrick Fabiani, du département de Commande de Vol de l'ONERA et Mme Caroline Bérard, professeur d'Automatique à SUPAERO, pour avoir trouvé le temps de lire le manuscrit et pour leurs questions pertinentes qui ont permis d'enrichir le débat lors de la soutenance.

J'adresse un remerciement particulier à mes directeurs de thèse, MM. Philippe Souères, chargé de recherche au LAAS-CNRS, et Tarek Hamel, professeur à l'université de Nice. Chacun d'eux a contribué, par son encadrement, à l'épanouissement personnel que m'ont apporté ces trois années. M. Hamel restera dans ma mémoire comme cet homme, charmant, mais un peu vif quand on le contrarie, qui a su me pousser toujours plus loin sur les problèmes théoriques que ma formation initiale d'ingénieur me poussait parfois à sous-estimer, et veiller constamment à valoriser mes travaux de thèse. M. Souères restera quant à lui l'homme imperturbable et ouvert, qui m'a appris à prendre de recul sur toutes choses, et dont l'écoute et les bons conseils m'ont permis de surmonter bien des écueils techniques et humains au cours de cette période.

La partie expérimentale présentée dans ce manuscrit découle pour une large part des efforts réalisés par l'équipe drone de Bertin Technologies. Je voudrais les remercier pour tout ce que j'ai pu apprendre à leur contact. En particulier, je voudrais remercier Daniel Trouchet pour son expérience et ses conseils, Nicolas Brossay pour son sens de l'organisation et son goût de la voile, Brice Fourney pour ses connaissances en électronique et en herboristerie, Julien Charpentier pour ses dons de mécanicien et son humour décalé, Olivier Moquereau pour son talent de pilote et ses points de vue édifiants sur le sexe féminin et enfin Paolo Binetti pour avoir partagé avec moi la fonction d'automaticien sur le HoverEye.

La vie dans un laboratoire de recherche est l'occasion de cotoyer des personnes dont les qualités intellectuelles et humaines les rendent inoubliables. Je voudrais ainsi saluer Aurélie pour sa gentillesse et sa disponibilité, Jérôme pour sa générosité et son humour (non, je plaisante!), Thierry pour sa curiosité et la richesse de sa conversation, Sylvain pour son éternel enthousiasme, Ludo pour son petit côté landais, Martial pour son petit côté parisien (et aussi pour m'avoir aidé à préparer mon pot de départ), Patrick pour ses conseils et son altruisme, et enfin Vincent pour me faire pardonner de ne pas l'avoir invité à ma soutenance.

Je voudrais aussi remercier Mme Carles Bailhé pour son encadrement au sein de l'école SUPAERO et Mme Véronique Villemur de l'Ecole Doctorale Systèmes.

Enfin, je remercie d'avance tous les futurs lecteurs et lectrices qui prendront la peine de parcourir ce manuscrit, car remercier quelqu'un, c'est avant tout s'assurer de son indulgence...



*A Yunie*



# Table des matières

Table des figures

xi

**Avant-Propos**

**1**

**Chapitre 1**

**Généralités sur les drones à voilures tournantes**

**3**

1.1	Les drones à voilures tournantes . . . . .	4
1.1.1	L'hélicoptère . . . . .	4
1.1.1.1	Le rotor principal . . . . .	4
1.1.1.2	Rotor principal et rotor anticouple . . . . .	6
1.1.1.3	Les rotors contrarotatifs . . . . .	6
1.1.1.4	Les rotors à réaction . . . . .	9
1.1.2	Les convertibles . . . . .	9
1.1.2.1	Les convertibles à élément basculant (tilt-body) . . . . .	10
1.1.2.2	Les convertibles rotor/aile (convertiplanes) . . . . .	11
1.1.3	Les voilures tournantes carénées . . . . .	11
1.1.3.1	Les "soucoupe volantes" . . . . .	11
1.1.3.2	Les "tail-sitter" . . . . .	12
1.1.4	Synthèse . . . . .	12
1.2	Technologie des capteurs pour la localisation des drones . . . . .	13
1.2.1	Capteurs Proprioceptifs . . . . .	14
1.2.1.1	Accéléromètres . . . . .	14
1.2.1.2	Gyroscopes . . . . .	14
1.2.1.3	Centrales inertielle . . . . .	16
1.2.2	Capteurs Extéroceptifs . . . . .	16
1.2.2.1	Compas magnétiques . . . . .	16
1.2.2.2	Gyrocompas . . . . .	17
1.2.2.3	Localisation sur balises : Global Positioning System GPS . . . . .	17
1.2.2.4	Capteurs télémétriques . . . . .	18



1.3	Architecture de contrôle des drones . . . . .	20
1.3.1	Méthodes pour la localisation . . . . .	20
1.3.1.1	Navigation inertielle . . . . .	21
1.3.1.2	Navigation inertielle hybridée . . . . .	22
1.3.1.3	Navigation par mise en correspondance de carte . . . . .	22
1.3.2	Méthodes pour le pilotage et le guidage . . . . .	23
1.3.3	Méthodes pour la navigation autonome . . . . .	25
1.4	Conclusion . . . . .	27

**Chapitre 2**

**Objectifs de commande pour un minidrone à hélice carénée 29**

2.1	Contexte Opérationnel . . . . .	29
2.1.1	La grande famille des drones . . . . .	30
2.1.2	Les missions des minidrones . . . . .	31
2.1.3	Cahier des charges et contraintes liées à l’environnement . . . . .	32
2.2	Présentation du HoverEye . . . . .	33
2.2.1	Historique . . . . .	33
2.2.2	Caractéristiques du HoverEye . . . . .	34
2.2.3	Objectifs de commande . . . . .	35

**Chapitre 3**

**Caractérisation aérodynamique et modélisation du HoverEye 37**

3.1	Référentiels et systèmes d’axes . . . . .	37
3.1.1	Les repères usuels de la mécanique du vol . . . . .	37
3.1.2	Les matrices de changement de base entre repères . . . . .	38
3.2	Etat . . . . .	40
3.2.1	Paramètres cinématiques . . . . .	41
3.2.2	Paramètres cinétiques . . . . .	41
3.3	Caractérisation aérodynamique du véhicule dans le vent . . . . .	42
3.3.1	Quelques notions d’aérodynamique et de mécanique des fluides . . . . .	42
3.3.1.1	La portance d’un profil . . . . .	42
3.3.1.2	Le théorème des quantités de mouvement . . . . .	43
3.3.2	Poussée d’une hélice carénée . . . . .	44
3.3.2.1	L’apport du carénage dans le rendement propulsif . . . . .	44
3.3.2.2	Modèle de poussée . . . . .	46
3.3.3	Trainée de captation . . . . .	47
3.3.4	Efforts aérodynamiques parasites . . . . .	49

3.3.4.1	Trainée de forme . . . . .	50
3.3.4.2	Portance planeur . . . . .	52
3.3.5	Efficacité aérodynamique des gouvernes . . . . .	53
3.3.6	Ce qu'il faut retenir . . . . .	55
3.4	Commande . . . . .	56
3.4.1	Contrôle de la poussée du rotor . . . . .	56
3.4.2	Actionnement des gouvernes et moment de commande . . . . .	57
3.4.3	Vecteur de commande . . . . .	58
3.5	Représentation Dynamique - Eléments de mécanique du vol . . . . .	59
3.5.1	Théorème fondamental de la mécanique . . . . .	59
3.5.2	Etude du vol longitudinal . . . . .	61
3.5.3	L'étude du vol latéral . . . . .	62
3.5.3.1	Découplage de la dynamique de lacet . . . . .	63
3.5.3.2	Les efforts latéraux de portance . . . . .	63
3.6	Etude du vol quasi-stationnaire . . . . .	64
3.7	Modèle pour la synthèse de la commande . . . . .	65
3.8	Conclusion . . . . .	67

<b>Chapitre 4</b>
-------------------

<b>Commande en position du HoverEye</b>
---

<b>69</b>
-----------

4.1	Objectifs de commande . . . . .	69
4.2	Commande linéaire . . . . .	70
4.2.1	Linéarisation autour du vol quasi-stationnaire . . . . .	70
4.2.2	Contrôle d'Attitude . . . . .	71
4.2.2.1	Les modes naturels de la chaîne de tangage . . . . .	71
4.2.2.2	Stabilisation gyroscopique . . . . .	73
4.2.2.3	Contrôle de l'assiette . . . . .	74
4.2.3	Contrôle d'Altitude . . . . .	77
4.2.4	Maintien à poste . . . . .	78
4.2.5	Récapitulatif de la synthèse linéaire - Réjection de perturbations . . . . .	80
4.3	Commande adaptative non linéaire par Backstepping . . . . .	82
4.3.1	Principe . . . . .	82
4.3.2	Synthèse de la commande . . . . .	83
4.3.3	Limitation de la poussée de consigne . . . . .	90
4.4	Commande non linéaire de systèmes interconnectés . . . . .	92
4.4.1	Structure en cascade . . . . .	92
4.4.2	Stratégie de commande . . . . .	93

4.4.3	Contrôle en position . . . . .	94
4.4.4	Contrôle d'attitude non linéaire . . . . .	96
4.4.5	Contrôle de la vitesse de lacet . . . . .	99
4.4.6	Stabilité des systèmes interconnectés . . . . .	99
4.5	Résultats et Simulations . . . . .	102
4.6	Extensions au contrôle des véhicules asymétriques . . . . .	105
4.6.1	Conclusion . . . . .	108

## Chapitre 5

### Fusion des capteurs pour la restitution d'état du HoverEye 109

5.1	Filtrage complémentaire pour l'estimation d'attitude . . . . .	109
5.1.1	Principe du filtrage complémentaire . . . . .	110
5.1.2	Estimation de la verticale . . . . .	113
5.1.3	Estimation du nord magnétique . . . . .	115
5.1.4	Filtrage complémentaire sur $SO(3)$ . . . . .	118
5.1.4.1	Produit scalaire et norme sur l'espace des matrices orthogonales	118
5.1.4.2	Filtrage complémentaire direct et passif sur $SO(3)$ . . . . .	119
5.1.4.3	Extraction du biais des gyroscopes . . . . .	122
5.1.4.4	Formulation dans l'espace des quaternions . . . . .	125
5.2	Estimation de position et restitution d'état complet . . . . .	127
5.2.1	Estimation d'état complète . . . . .	128
5.3	Implémentation et expérimentations sur le HoverEye . . . . .	132
5.3.1	Implémentation de l'estimation d'attitude . . . . .	132
5.3.2	Implémentation de la restitution d'altitude par altimétrie-radar . . . . .	135
5.3.3	Implémentation de l'hybridation IMU/GPS . . . . .	136
5.4	Conclusion . . . . .	140

## Chapitre 6

### Stratégie de navigation autonome du HoverEye 143

6.1	Maintien à poste . . . . .	144
6.2	Navigation par points de passage . . . . .	147
6.3	Contournement dans le plan horizontal . . . . .	150
6.3.1	Stratégie de contournement . . . . .	152
6.3.1.1	Problématique et objectifs de contrôle . . . . .	152
6.3.1.2	Principe de l'évitement d'obstacle . . . . .	152
6.3.2	Mise en œuvre de la stratégie de contournement . . . . .	153
6.3.2.1	Contrôleur orbital . . . . .	153

---

6.3.2.2	Basculement entre contrôleur nominal et contrôleur orbital . . .	157
6.3.2.3	Obstacle le plus dangereux et conservation du sens d'écoulement	159
6.3.2.4	Algorithme de navigation autonome et simulations . . . . .	161
6.3.3	Implémentation pratique . . . . .	164
6.3.3.1	Modèle du radar . . . . .	164
6.3.3.2	Filtrage des données corrompues . . . . .	165
6.3.3.3	Résultats de simulations . . . . .	168
6.4	Conclusion . . . . .	168

<b>Conclusion</b>	<b>171</b>
-------------------	------------

<b>Bibliographie</b>	<b>175</b>
----------------------	------------



# Table des figures

1.1	Une tête de rotor avec son plateau cyclique - Les 3 articulations de pale . . . . .	5
1.2	L'effet d'une commande de pas collectif et de pas cyclique sur le disque rotor . .	6
1.3	Rotor principal et rotor anticouple - Hélicoptère MD500 avec Soufflante NOTAR	6
1.4	Le Kamov KA-137 à double rotor étagé contrarotatif . . . . .	7
1.5	Le Boeing CH47 Chinook à double-rotor en tandem . . . . .	8
1.6	L'hélicoptère bombardier d'eau Kaman K-MAX à double rotor engréné . . . . .	8
1.7	Le X4-flyer - L'hélicoptère Djinn à rotor à réaction . . . . .	9
1.8	le drone convertible Bell Eagle Eye - le Nord Aviation Nord500 à hélice carénée .	10
1.9	Le Y-wing Piasecki Pathfinder II - le Boeing Dragonfly . . . . .	11
1.10	Le Sikorsky Cypher I et Cypher II . . . . .	12
1.11	La famille Allied Aerospace iSTAR - Le Singapore Tech Fantail - Le HoverEye .	13
1.12	Principe de fonctionnement d'un accéléromètre. Accéléromètre MEMS . . . . .	14
1.13	Principe de fonctionnement d'un gyroscope . . . . .	15
1.14	Yamaha Ursa Magna et Ursa Maxima de l'université de Californie à Berkeley . .	19
1.15	Le HoverEye de Bertin Technologies équipé d'un radar ULB . . . . .	20
1.16	Les architectures de navigation à l'estime . . . . .	21
1.17	Schéma de principe de l'inversion dynamique . . . . .	24
1.18	Principe de la navigation proportionnelle . . . . .	26
1.19	Definition de l'espace critique - Exemple de navigation en milieu urbain . . . . .	27
2.1	Classement des drones selon leur endurance et leur capacité d'emport. . . . .	30
2.2	Les missions adaptées aux minidrones . . . . .	32
2.3	De SFER à HoverEye . . . . .	33
2.4	Architecture du HoverEye de Bertin Technologies . . . . .	34
3.1	Repère inertiel et repère corps - Repère corps et repère aérodynamique . . . . .	39
3.2	Les angles d'Euler aéronautiques - Angle d'incidence et de dérapage . . . . .	40
3.3	Le HoverEye testé en soufflerie . . . . .	43
3.4	Résistance d'une plaque dans un écoulement – Origine de la portance . . . . .	43
3.5	Distribution de pression sur un profil aérodynamique . . . . .	44
3.6	Effet du carénage sur la contraction du jet des hélices . . . . .	45
3.7	Géométrie d'un élément de pale . . . . .	46
3.8	Caractérisation expérimentale du modèle de poussée des hélices . . . . .	47
3.9	Mise en évidence théorique de la traînée de captation . . . . .	47
3.10	Mise en évidence expérimentale de la traînée de captation (vent 4m/s) . . . . .	48
3.11	Bras de levier de la traînée de captation (vent 4m/s) . . . . .	49
3.12	Mise en évidence de la traînée de forme aux vitesses élevées . . . . .	50

3.13	La traînée de captation et la traînée de forme . . . . .	51
3.14	Portance planeur de HoverEye en fonction de l'incidence pour différents $V_0$ . . . . .	52
3.15	Effort de gouverne en fonction de l'angle de déflexion - Polaire aérodynamique . . . . .	54
3.16	Perte d'efficacité des gouvernes en présence de vent travers . . . . .	54
3.17	Asservissement en $\varpi$ du groupe motopropulsif . . . . .	56
3.18	Montage des gouvernes sur le véhicule . . . . .	57
3.19	Assiette et poussée d'équilibre en vol d'avancement longitudinal . . . . .	63
4.1	Les poles naturels de la chaîne de tangage . . . . .	72
4.2	Lieu des racines de la stabilisation gyroscopique . . . . .	74
4.3	Lieu des racines du contrôle d'attitude . . . . .	76
4.4	Schéma bloc de la chaîne de roulis-tangage en boucle fermée . . . . .	77
4.5	Evolution des poles naturels de la chaîne de roulis-tangage en fonction de $\varepsilon$ . . . . .	77
4.6	Lieu des racines de la chaîne verticale . . . . .	78
4.7	Lieu des racines et lieu de Black du contrôle en position . . . . .	80
4.8	Illustration du domaine de validité de la loi de commande . . . . .	91
4.9	Limitation de l'évolution de la poussée . . . . .	91
4.10	Schéma bloc des systèmes en cascade . . . . .	93
4.11	Schéma bloc du système en boucle fermée . . . . .	94
4.12	Schéma bloc du contrôleur ( $C_1$ ) . . . . .	96
4.13	Convergence des systèmes en cascade . . . . .	101
4.14	Etat du véhicule pour les trois différents contrôleurs . . . . .	103
4.15	Commande du véhicule pour les trois différents contrôleurs . . . . .	104
4.16	Estimations des paramètres inconnus pour les trois différents contrôleurs . . . . .	104
4.17	Erreur d'estimation des paramètres inconnus en régime permanent . . . . .	105
4.18	Illustration of the yaw rate commanded by ( $C_3$ ) . . . . .	106
4.19	Commande en lacet pour véhicule asymétriques et véhicules axisymétriques. . . . .	108
5.1	Schéma bloc d'un filtre complémentaire . . . . .	111
5.2	Diagramme de Bode d'un filtre complémentaire . . . . .	111
5.3	Convergence de l'estimateur de verticale . . . . .	115
5.4	Convergence de l'estimation d'attitude complète . . . . .	117
5.5	Evolution du vecteur $\hat{R}e_3$ sur la sphère . . . . .	122
5.6	Schéma bloc des filtres d'estimation sur $SO(3)$ . . . . .	122
5.7	Convergence des filtres d'estimation sur $SO(3)$ . . . . .	124
5.8	Convergence de l'estimation d'attitude et du biais des gyroscopes . . . . .	131
5.9	Convergence du filtre d'estimation de l'état complet . . . . .	132
5.10	Filtrage complémentaire pour l'estimation d'assiette du HoverEye . . . . .	133
5.11	Illustration de l'offset des magnétomètres . . . . .	134
5.12	Estimation d'attitude au cours d'un vol . . . . .	135
5.13	Estimation d'altitude et de vitesse verticale . . . . .	137
5.14	Exemple d'une trame GPS contenant la position et la vitesse . . . . .	138
5.15	Conversion coordonnées sur le géoïde en coordonnées "terre plate" . . . . .	138
5.16	Compensation du retard sur la vitesse GPS . . . . .	140
6.1	Le simulateur du HoverEye développé par Bertin Technologies . . . . .	144
6.2	Maintien à poste avec et sans régulation du dérapage à zéro . . . . .	145
6.3	Simulation d'un point fixe en présence d'un échelon de vent de 6m/s . . . . .	146

---

6.4	Simulation d'un point fixe en présence de vent réel . . . . .	147
6.5	Essai en vol de démonstration de la navigation par points de passage . . . . .	150
6.6	Position, vitesse, assiette, inclinaison et vitesse de lacet au cours du vol . . . . .	151
6.7	Trajectoire du véhicule dans le plan horizontal au cours d'un évitement d'obstacle . . . . .	151
6.8	Principe de la stratégie d'évitement . . . . .	153
6.9	Mise en œuvre de la stratégie d'évitement . . . . .	154
6.10	Mise en orbite autour d'un point obstacle en présence de vent . . . . .	158
6.11	Erreur de poursuite sur l'estimation des efforts aérodynamique . . . . .	158
6.12	Illustration de la zone de vol orbital . . . . .	159
6.13	Les règles d'évolution du sens de rotation $\epsilon_m$ autour de $\zeta_m$ . . . . .	160
6.14	Danger de collision associé à un obstacle . . . . .	161
6.15	Etat du véhicule au cours d'un évitement en présence de vent travers . . . . .	163
6.16	Trajectoire au cours de l'évitement sans estimation des efforts aérodynamiques . . . . .	163
6.17	Evitement d'un obstacle non convexe et passage dans un couloir . . . . .	164
6.18	L'antenne radar du HoverEye montée sur sa plateforme 2-axes . . . . .	165
6.19	Le voisinage de la mesure radar pour le test de cohérence . . . . .	167
6.20	Mesures radar relevées avec le véhicule immobile . . . . .	167
6.21	Bruit sur la mesure radar pris pour la simulation . . . . .	168
6.22	Couplage de la stratégie d'évitement avec le filtrage des mesures radar . . . . .	169





# Avant-Propos

Ce manuscrit regroupe les travaux que j'ai réalisés au cours de ma thèse effectuée au laboratoire LAAS-CNRS de novembre 2003 à octobre 2006 sous la direction de MM. Philippe Souères, chargé de recherche LAAS-CNRS et Tarek Hamel, professeur à l'IS-UNSA-CNRS. Ma thèse porte sur la modélisation et la commande d'un minidrone à hélice carénée. Financée par la Délégation Générale de l'Armement (DGA), elle s'est déroulée en collaboration avec la société Bertin Technologies, qui développait alors le HoverEye dans le cadre du Plan d'Etude Amont VTOL (Vertical TakeOff and Landing). L'objectif de ce PEA VTOL était de développer un démonstrateur de minidrone apte au vol stationnaire et à la navigation autonome en milieu urbain en présence de vent.

Ces trois années ont été pour moi et pour l'équipe d'ingénieur de Bertin Technologies l'occasion d'une aventure technique extraordinaire. En novembre 2003, le HoverEye, qui s'appelle alors UBEX, en est à ses balbutiements. La première campagne de soufflerie s'est déroulée en juillet, et la compréhension des phénomènes aérodynamiques propres aux voilures tournantes carénées est encore loin d'être acquise. Une fois la mécanique du vol correctement modélisée, il a fallu proposer les premières lois de stabilisation, et récupérer les données de la centrale inertielle pour en déduire les angles d'inclinaison et d'assiette. En moins d'un an, l'équipe drone a réalisé une prouesse : développer un véhicule d'une autonomie de dix minutes, stabilisé en attitude, capable de tenir des rafales de vent de 8m/s. A partir de septembre 2004, une fois validées les couches bas niveau du contrôle, nous avons ajouté des fonctionnalités conférant au drone un degré d'autonomie de plus en plus élevé : estimation du cap en décembre 2004, estimation et contrôle d'altitude en janvier 2005, estimation de position par navigation inertielle hybridée GPS en mars, première navigation par points de passage en avril, et, enfin, démonstration d'évitement d'obstacle dans le plan horizontal en juin 2005, qui marque la fin de la tranche ferme du PEA VTOL.

Réaliser une thèse en collaboration avec un industriel n'est pas toujours facile. Un travail de recherche nécessite une sérénité, un questionnement et un recul vis à vis du problème scientifique considéré, qui ne sont pas toujours compatibles avec les délais d'un projet industriel. Il faut sans cesse veiller à concilier la protection du savoir faire de l'industriel avec la valorisation du travail de recherche sous forme de publications dans des revues ou des conférences internationales. Pour ma part, la collaboration avec l'équipe de Bertin Technologies s'est révélée fructueuse, grâce à la relation de confiance qui s'est installée dès le début de ma thèse et qui s'est poursuivie pendant ces trois années.

## ▷ Objectifs de la thèse

L'étude que nous présentons ici se situe dans le cadre de la commande non linéaire adaptative et de la navigation autonome appliquées à un minidrone à hélice carénée. Les problèmes auxquels nous nous intéressons sont définis comme suit :

- Le problème de la caractérisation aérodynamique d'un minidrone à hélice carénée en présence de vent, et la définition d'un modèle de synthèse pour la commande
- La commande en position en vue d'assurer le maintien à poste. La présence de vent travers est à l'origine d'efforts aérodynamiques complexes. Ces derniers sont estimés en ligne et contrôlés par la commande.
- Le traitement des données capteurs, la mise en place de méthodes de localisation et de navigation autonome pour permettre au véhicule de rejoindre son but en présence d'obstacles.

▷ **Organisation du document**

Le manuscrit est structuré en six chapitres de la manière suivante :

- Dans le premier chapitre, le lecteur est initié au monde des drones à voilure tournantes. On présente les configurations mécaniques qui permettent à ces véhicules de se maintenir en vol stationnaire, les technologies capteurs qui leur permettent de se localiser et les méthodes de navigation qui leur permettent d'atteindre leur but.
- Le second chapitre pose le problème et les objectifs de la commande de minidrone en environnement urbain. Après un rapide aperçu du contexte opérationnel et des missions adaptées à ces plateformes, nous détaillons les caractéristiques du HoverEye de Bertin Technologies. Au terme de ce chapitre, le lecteur aura une idée quantitative des performances attendues de ce système.
- Le troisième chapitre est consacré à la modélisation des forces aérodynamiques appliquées au véhicule et à la mise en place d'un modèle de synthèse pour la commande. Les modèles mathématiques proposés sont corroborés par les résultats de campagnes de test en soufflerie.
- Une fois un modèle de synthèse à disposition, le chapitre 4 s'intéresse au contrôle en position du HoverEye en présence de vent. Trois approches sont proposées : l'approche classique par retour d'état linéaire, efficace en vol quasi stationnaire. La synthèse par backstepping sur le modèle non linéaire complet. Le contrôle en cascade, basé sur une séparation de la dynamique de la translation et de la dynamique de rotation. Les différentes méthodes sont comparées en simulation.
- Dans le chapitre 5, des techniques de filtrage sont proposées pour récupérer l'état de position et d'orientation du véhicule à partir des données capteurs. L'essentiel du chapitre est consacré à l'estimation non linéaire d'attitude. Un filtre conçu directement dans l'espace des matrices de rotation est proposé. Le filtre est complété pour récupérer l'information de position à partir des mesures GPS.
- Le dernier chapitre ferme la boucle "Estimation-Commande" en reprenant les briques développées dans les deux chapitres précédents et valide l'approche proposée sur trois exemples de tâches robotiques : le maintien à poste, la navigation par points de passages et le contournement d'obstacle dans le plan horizontal. Les stratégies sont évaluées sur le simulateur du HoverEye et expérimentées en vol.

# Chapitre 1

## Généralités sur les drones à voilures tournantes

Aujourd'hui, le spectacle d'un avion évoluant dans le ciel ou d'un hélicoptère en vol stationnaire au dessus d'une zone intervention fait partie de notre quotidien. Pourtant, le chemin fut long pour mettre au point des véhicules capables d'emmener l'Homme dans les airs. La réalisation de l'aérostat par les frères Montgolfier en 1786 a constitué un premier pas. Mais les oiseaux, pour légers qu'ils soient, ne sont pas des poches de baudruche. Et pour pouvoir s'élever comme eux en étant plus lourd que l'air, il fallait d'abord appréhender le phénomène de sustentation, à l'origine du vol.

La mécanique des fluides a fourni le cadre nécessaire pour comprendre que l'air en mouvement autour d'un corps profilé créait une portance susceptible de contrer son poids. Deux familles de machines volantes ont alors vu le jour : celles à voilures fixes, où la vitesse relative résulte du mouvement du véhicule, et celles à voilures tournantes, où la vitesse relative résulte de la mise en rotation de pales par rapport à un corps qui lui, peut rester immobile dans l'air. Cette dernière famille est essentiellement constituée des hélicoptères.

Pour les néophytes comme pour les habitués, l'hélicoptère reste une étrange invention, et sa capacité à s'immobiliser dans les airs fascine toujours. Comprendre ne serait ce que les grandes lignes de la mécanique du vol d'un hélicoptère requiert une bonne culture scientifique, et les pilotes reconnaissent que l'hélicoptère est la machine volante la plus difficile à maîtriser. Pourtant, la maturité technologique de l'électronique embarquée et les avancées dans le contrôle automatique et l'intelligence artificielle permettent à l'heure actuelle l'émergence de robots hélicoptères où la machine remplace le pilote humain. Ces drones, qu'ils soient à voilure fixe ou tournante, sont amenés à prendre une place importante dans les applications militaires et civiles. Ils sont déjà employés pour la surveillance et la couverture de longue durée des théâtres d'opération, ainsi que pour des missions de reconnaissance aérienne en milieu hostile. Des drones de taille réduite pourront être utilisés pour l'inspection de sites difficiles d'accès (ouvrages d'art) ou contaminés, protégeront la vie de soldats engagés dans des milieux urbains en servant d'œil déporté du fantassin. Ils seront aussi utilisés, hélas, pour tuer d'autres êtres humains, comme ce fut déjà le cas pour le drone Predator déployé par l'armée américaine en Afghanistan en 2002.

Le premier étonnement passé, les premières questions qui viennent à l'esprit quand on considère une de ces étranges machines sont :

- Comment font-elles pour voler ?
- Comment savent-elles où elles sont ?
- Comment savent-elles où elles doivent aller ?

Dans ce chapitre, nous tâchons de répondre à ces trois questions. Dans un premier temps, nous présentons les membres les plus représentatifs de la grande famille des drones à voilure tournante. Ensuite, nous étudions les technologies capteurs permettant au drone de s'orienter et de se positionner dans l'espace. Enfin, une dernière partie est consacrée à la présentation de stratégies de pilotage et aux architectures de contrôle rencontrées classiquement dans la littérature pour rendre ces machines téléopérables et partiellement autonomes.

## 1.1 Les drones à voilures tournantes

Cette section présente un état de l'art de la famille des véhicules à voilure tournante, regroupant les hélicoptères, les convertibles et les drones à voilures carénées. Pour chaque solution technologique, nous nous intéressons plus particulièrement à la robustesse, la maintenance et la pilotabilité. La robustesse caractérise la résistance du véhicule en milieu hostile et concerne aussi bien la résistance aux chocs avec des éléments extérieurs, que la résistance au vent. La maintenance caractérise le maintien en condition opérationnelle du véhicule. Elle est liée au coût des pièces de rechange et à la durée de vie des systèmes mécaniques. Enfin, la pilotabilité caractérise les marges de stabilité, l'agressivité des manœuvres possibles, et de manière générale l'enveloppe de vol du véhicule.

### 1.1.1 L'hélicoptère

La sustentation d'un hélicoptère naît de la portance des pales mises en rotation par l'arbre du rotor principal. Les pales perçoivent un vent relatif dont résulte une portance aérodynamique dépendant de l'angle d'attaque. En vol stationnaire, les pales balaient un disque rotor horizontal, de sorte que la poussée engendrée compense le poids. Pour le vol d'avancement, le pilote incline l'appareil vers l'avant. Le disque rotor incliné génère alors une poussée dont la composante verticale équilibre le poids et la composante horizontale équilibre la traînée aérodynamique du véhicule. L'élément clé du vol de l'hélicoptère est donc le rotor principal, dont nous allons maintenant rappeler quelques généralités.

#### 1.1.1.1 Le rotor principal

Une tête de rotor est constituée d'un mât rotor sur lequel sont fixées les pales, via une liaison rotule. La pale possède donc trois degrés de liberté par rapport au mât rotor qui sont l'angle de pas, de battement et de traînée (voir figure 1.1). Chacune de ces articulations a un rôle bien spécifique : l'articulation de pas permet de régler l'angle d'attaque de la pale, et donc sa portance. Les pales en rotation sont soumises à deux forces antagonistes : la portance qui tend à les soulever et les forces centrifuges qui tendent à les maintenir dans le plan du rotor. A l'équilibre, le disque rotor forme un cône très ouvert dont l'angle est appelé angle de battement. L'articulation de battement permet alors :

- de supprimer les contraintes de flexion en pied de pale
- de compenser la dissymétrie de portance entre la pale avançante et la pale reculante en vol de translation.

Mais le battement des pales n'est pas anodin. Il entraîne des contraintes dans le plan rotor en pied de pale appelées forces de Coriolis. Le rôle de l'articulation de traînée est de supprimer ces contraintes. Mais elle est le siège d'oscillations d'angle de traînée, qui doivent être limitées, car elles peuvent entraîner l'oscillation du véhicule à l'atterrissage. C'est ce qu'on appelle la résonance du sol. Pour limiter l'angle de traînée, on limite l'angle de battement en utilisant une liaison K

(couplage mécanique entre l'angle de pas et l'angle de battement). Tous les rotors possèdent

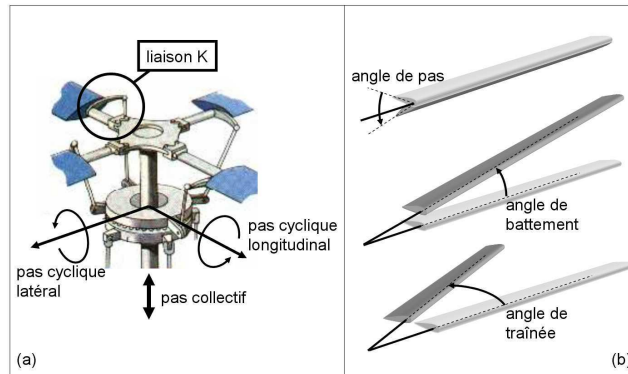


FIG. 1.1: Une tête de rotor avec son plateau cyclique - Les 3 articulations de pale

ces trois degrés de liberté que sont les angles de pas, de battement et de traînée. Cependant, on distingue trois grandes familles de rotor :

- Rotor articulé : Le mouvement de battement et de traînée est dû à des articulations dédiées. Les rotors articulés ont un coût de fabrication et d'entretien plus élevé que les rotors semi-rigides
- Rotor rigide : paradoxalement, c'est la souplesse des pales qui permet, pour les rotors rigides, de faire varier l'angle de battement et de traînée. Ce sont les plus chers à fabriquer, car ils exigent l'emploi de matériaux composites et de titane.
- Rotor semi-rigide : Les rotors semi-rigides constituent une solution intermédiaire entre le rotor articulé et le rotor rigide. Moins chers à fabriquer que les rotors rigides, ils sont d'un entretien relativement peu onéreux. C'est la solution retenue pour la conception des rotors modernes.

Les articulations de battement et de traînée sont passives. L'articulation de pas est la seule qui soit commandée par le pilote. Pour contrôler le pas des pales, le rotor est muni d'un plateau cyclique lié au rotor par une liaison linéaire annulaire (voir figure 1.1). Le déplacement en translation du plateau cyclique le long du mât rotor est appelé commande de pas collectif. L'orientation du plateau cyclique par rapport au mât rotor est appelée commande de pas cyclique.

Une commande de pas collectif fait varier le pas de toutes les pales de la même valeur, ce qui fait varier l'intensité de la poussée mais pas sa direction. Par contre, une commande de pas cyclique dissymétrise la portance des pales et la force centrifuge tend à ramener davantage à l'horizontale la pale qui porte le moins. Il en résulte une inclinaison du disque rotor (voir figure 1.2). La poussée crée alors un moment autour du centre de gravité, permettant de contrôler l'attitude de l'hélicoptère. On retiendra donc que la commande de pas collectif assure le contrôle en altitude et que la commande de pas cyclique assure le contrôle en attitude.

Le dernier phénomène qui caractérise les rotors d'hélicoptère est le couple de réaction : c'est le couple résultant de la traînée des pales en rotation autour de l'axe rotor. Pour neutraliser ce couple, qui tend à faire tourner l'hélicoptère autour de l'axe rotor, différents procédés sont envisageables pour créer un anticouple. Ce sont ces différents procédés que nous allons détailler maintenant.

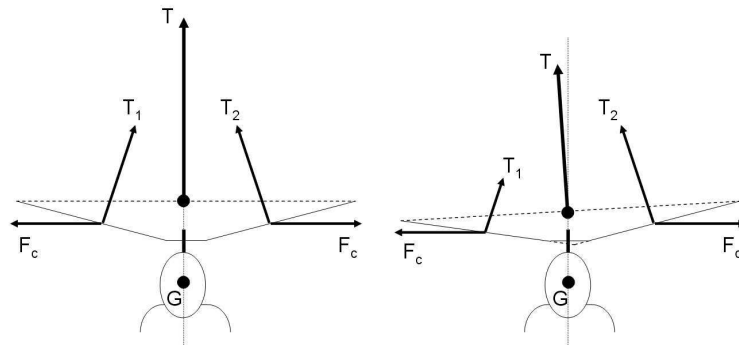


FIG. 1.2: L'effet d'une commande de pas collectif et de pas cyclique sur le disque rotor

### 1.1.1.2 Rotor principal et rotor anticouple

C'est l'architecture classique la mieux maîtrisée. La cellule est munie d'une poutre à l'arrière du véhicule sur laquelle est montée un rotor de queue qui peut être libre, ou caréné dans un fenestron pour en augmenter la protection et l'efficacité aérodynamique.



FIG. 1.3: Rotor principal et rotor anticouple - Hélicoptère MD500 avec Soufflante NOTAR

Le rotor de queue est à l'origine d'une grande partie du bruit et des vibrations qui affectent un hélicoptère en vol. Le système NOTAR (NO Tail Rotor), conçu par McDonnell Douglas au début des années 80, permet de réduire ces nuisances et ces problèmes techniques, en faisant appel à une solution ingénieuse qui envoie de l'air pulsé par une soufflante alimentée par le rotor principal et logée dans la racine de la poutre de queue de l'hélicoptère. Beaucoup moins bruyant, les hélicoptères NOTAR sont également plus sûrs, les risques de pannes de rotor arrière, causes de tant d'accidents, étant éliminés.

### 1.1.1.3 Les rotors contrarotatifs

L'autre grande famille d'hélicoptère est constituée des hélicoptères à double rotors contrarotatifs. La complexité mécanique de tels systèmes est compensée par le fait que le second rotor participe également à la sustentation du véhicule, et permet l'emport de charges plus lourdes. Dans la famille des rotors contrarotatifs, on distingue :

### ▷ Les double-rotors étagés

Cette configuration se retrouve surtout pour les hélicoptères russes Kamov. Elle est constituée de deux rotors montés l'un sur l'autre et tournant en sens contraire. Cette configuration présente l'avantage d'être plus compacte. Par contre, le système de commande est plus complexe que celui des autres hélicoptères : les deux rotors assurent en même temps les fonctions de sustentation et de mise en inclinaison pour le départ en translation. Le lacet est gérée par la différence de portance au niveau des deux rotors. La complexité mécanique des rotors contrarotatifs en rend la maintenance difficile, d'autant que l'appareil est fragilisé par l'exposition des pales. Il faut noter que la poussée totale fournie par les deux rotors superposés n'est pas la somme des poussées de chaque rotor. Des effets aérodynamique de contraction de veine font que la poussée du second rotor vaut un peu moins de la moitié de la poussée du premier rotor. Par contre, le caractère compact de ce genre de véhicule les rend moins sensibles aux rafales transverses.



FIG. 1.4: Le Kamov KA-137 à double rotor étagé contrarotatif

### ▷ Les double-rotors en tandems

Cette configuration est le plus souvent réservée aux hélicoptères lourds. Les rotors, tournant chacun dans un sens opposé, leur couple de réaction est mutuellement compensé. La montée et la descente sont assurées par les deux rotors à la fois. Pour les déplacements latéraux, les deux rotors sont inclinés en même temps du même côté ; Une inclinaison anti-symétrique des deux rotors produit un couple de lacet. La mise en translation de l'appareil est commandée par la différence de poussée entre les 2 rotors. Ce type de configuration a l'avantage de faire contribuer les deux rotors à la poussée verticale, ce qui permet à ce genre de véhicules de porter des charges très lourdes, et les rend propices au transport de matériel. Le principal défaut reste un encombrement élevé, ce qui les rend peu manœuvrables en environnement urbain. Par ailleurs, leur comportement en vol est assez pataud, d'autant que leur forme allongée les rend sensibles aux rafales transverses.

### ▷ Les double-rotors engrénés

Cette configuration se retrouve plus particulièrement sur les hélicoptères Kaman. Les rotors, dans leurs plans de rotation très inclinés, sont synchronisés par une boîte de transmission commune. Ainsi, à aucun moment, les pales ne risquent de se percuter. La vitesse de rotation des deux rotors





FIG. 1.5: Le Boeing CH47 Chinook à double-rotor en tandem

est identique. Pour le déplacement latéral et le vol en translation, on applique sur les deux rotors la même commande de pas collectif et de pas cyclique. Pour le contrôle en lacet, on applique une commande antisymétrique sur l'angle de battement longitudinal de chaque rotor. Des dérives situées à l'arrière du véhicule participent également au contrôle en lacet. Le double rotor engrené est un compromis intéressant entre le double rotor contrarotatif et le rotor en tandem. Le décalage des rotors permet d'éviter la perte d'efficacité du second rotor : la poussée totale résultante est effectivement la somme des poussées de chaque rotor : L'efficacité est meilleure que celle d'un double rotor contrarotatif " empilé ", et l'encombrement est moins grand que pour un double rotor en tandem. Ce type de véhicule est très propice au transport de charges lourdes. (le Kaman K-max montré sur la figure 1.6 est utilisé comme bombardier d'eau) L'inconvénient majeur reste la complexité de la boîte de transmission des deux rotors.



FIG. 1.6: L'hélicoptère bombardier d'eau Kaman K-MAX à double rotor engrené

### ▷ Les mésocoptères

Cette configuration, qui n'existe qu'en modèle réduit, est destinée principalement à des missions en intérieur. Le sens de rotation des pales est inversé 2 à 2. Une poussée différentielle des pales sur chaque axe génère une inclinaison du véhicule en tangage ou en roulis. Le lacet est contrôlé par l'anticouple des 4 rotors. La grande qualité de ce type de véhicule est sa discrétion : la répartition

du poids du véhicule sur 4 rotors permet en effet de diminuer fortement la vitesse de rotation des pales et, par là même, la signature acoustique du véhicule. Ces véhicules sont très adaptés aux missions d'infiltration en intérieur. Cette configuration reste confinée aux véhicules de petite taille, car l'encombrement dû aux quatre rotors devient prohibitif dès lors que l'on dépasse quelques kilogrammes. La géométrie du véhicule le rend particulièrement apte au vol stationnaire, ou à l'avancement à vitesse réduite. Il est par contre peu adapté aux vols d'avancement à grande vitesse, ou à l'évolution en extérieur en présence de vent.

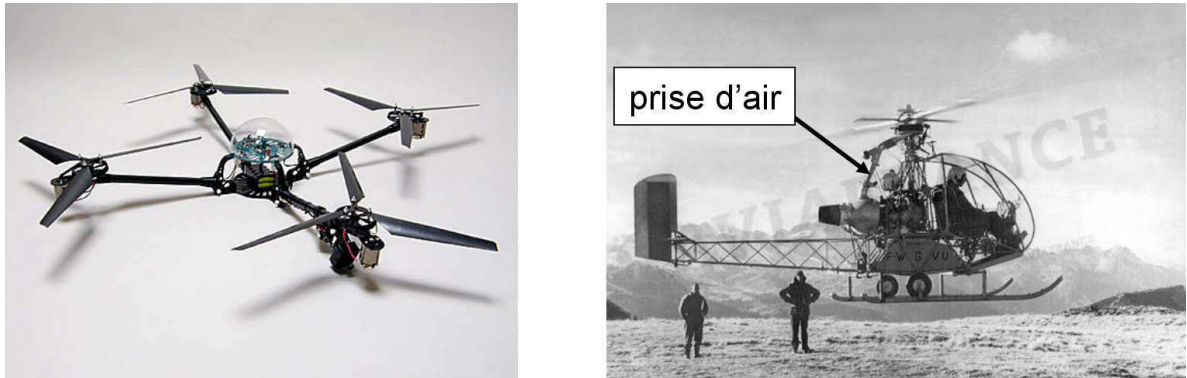


FIG. 1.7: Le X4-flyer - L'hélicoptère Djinn à rotor à réaction

#### 1.1.1.4 Les rotors à réaction

Dans cette configuration, le rotor principal n'est pas entraîné par la force mécanique d'une turbine, mais par la réaction produite par l'éjection d'air comprimé en bout de pales, de la même manière qu'un arroseur automatique est mis en rotation par l'éjection de l'eau à son extrémité. Ce procédé, qui n'induit pas l'effet de couple dû à la force exercée sur le rotor, permet de ne pas utiliser de rotor anticouple. On a mis en évidence sur la figure 1.7 la prise d'air issue de la turbine qui alimente les pales en air comprimé à la base du rotor. Le contrôle de direction se fait à l'aide du flux résiduel de la turbine sur la gouverne verticale mobile. Les pertes en charges au niveau des pales (diminution importante de la pression entre le pied de la pale et son extrémité) limitent grandement l'efficacité de ce genre de configuration et c'est la raison qui a fait abandonner le principe à la fin des années 50. Pourtant, la technologie est prometteuse, puisque la suppression du couple de réaction est réalisée sans alourdissement de la cellule de vol par un rotor de queue, ou la mise en place d'un rotor contrarotatif.

#### 1.1.2 Les convertibles

Lorsqu'un hélicoptère se déplace en vol de translation, la pale avançante perçoit un vent relatif plus élevé, résultant de la composition de la vitesse de rotation et de la vitesse d'avancement, alors que la pale reculante voit un vent relatif plus faible (la vitesse d'avancement se retranche à la vitesse de la pale). Cette perte de vitesse conduit à des diminutions de portance de la pale reculante, voire à l'apparition d'une portance négative (pale dos au vent). Du côté de la pale avançante, l'ajout des vitesses peut conduire à l'apparition d'écoulement sonique, où les effets de compressibilité conduisent là aussi à un effondrement de portance. Ces deux phénomènes limitent la vitesse de croisière maximale atteignable pour un rotor libre. Devant la limitation de la vitesse

de croisière des hélicoptères, des études ont été réalisées pour le développement de véhicules qui se comporteraient comme des hélicoptères en vol stationnaire, et comme des avions en vol d'avancement. Cette famille de véhicule est appelée convertible. Le gros avantage des convertibles réside dans leur polyvalence. Leur comportement de type avion leur permet de se déplacer très vite en consommant peu d'énergie, tout en assurant les missions variés (observation, soutien, évacuation) de type hélicoptère. En pratique, la conception de tels engins est mécaniquement complexe, et d'une fragilité consternante. L'enveloppe de vol très étendue rend les solutions technologiques de ces types de véhicule sous optimales, tant du point de vue du comportement avion que du comportement hélicoptère. La polyvalence a son prix.

### 1.1.2.1 Les convertibles à élément basculant (tilt-body)

Le principe est de faire basculer l'hélice d'une position verticale en vol stationnaire à une position horizontale en vol d'avancement. En vol stationnaire, l'hélice assure la sustentation. L'appareil est muni de voilures fixes qui assurent la sustentation du véhicule en vol d'avancement pendant que l'hélice joue un rôle propulsif. Dans cette configuration, le véhicule est équipé de deux rotors libres tournant en sens contraires, situés à l'extrémité d'une voilure fixe. Chaque groupe moteur + rotor est articulé autour du plan fixe. L'inclinaison de chaque rotor est indépendante, bien qu'un secours mécanique permette une articulation commune si l'un des moteurs commandant le basculement tombe en panne. Un basculement symétrique provoque le départ en translation du véhicule. Lors du vol stationnaire, un basculement antisymétrique permet de contrôler le lacet, et la différence de vitesse de rotation des deux hélices crée un couple de roulis. Lors du vol d'avancement, le lacet est géré par les dérives situées à l'arrière du véhicule, et le plan fixe est muni d'ailerons qui commandent la mise en virage, comme pour un avion traditionnel.

La position des rotors en extrémité de voilure permet d'accroître la taille des hélices et d'augmenter la sustentation en conséquence. Cependant, l'exposition des pales rend ce véhicule peu manœuvrable en milieu urbain. L'articulation indépendante des rotors augmente les coûts de maintenance du véhicule. La caractérisation des effets aérodynamiques en phase de transition reste largement méconnue, et le pilotage de ces engins est délicat. On notera que les convertibles



FIG. 1.8: le drone convertible Bell Eagle Eye - le Nord Aviation Nord500 à hélice carénée

à rotor basculant bénéficient d'une bonne maturité technologique acquise par les américains au cours du développement et de la mise en service opérationnel du Bell V22-Osprey. Encore que les nombreux accidents dus à la rupture de l'élément basculant aient fortement érodés la confiance des militaires en ce genre de concept.

### 1.1.2.2 Les convertibles rotor/aile (convertiplanes)

Il s'agit de convertir la voilure tournante en voilure fixe pour le vol d'avancement : en vol stationnaire, un rotor à réaction est mis en rotation pour assurer la sustentation. En vol d'avancement à faible vitesse, le rotor est toujours en rotation pour assurer la sustentation, secondée par des voilures fixes situées à l'avant et à l'arrière (plan canard et empennage arrière). A partir d'une certaine vitesse d'avancement, la portance générée par ces surfaces fixes est suffisante pour pouvoir se passer du rotor. Le rotor est alors déchargé progressivement et verrouillé en position perpendiculaire au fuselage pour constituer une troisième aile. L'air comprimé envoyé en extrémité de pale est détourné vers une tuyère située à l'arrière du véhicule pour équilibrer la traînée. Pour atterrir, le rotor est remis en mouvement progressivement pour assurer une capacité d'atterrissage à la verticale.

La conversion d'une voilure tournante à une voilure fixe se paie au prix d'une conception largement sous-optimale du rotor, ce qui se traduit par un surdimensionnement du moteur et une réduction de la charge utile embarquable. C'est ce qui explique que les concepts de Y-wing (rotor convertible tripale) ou de X-wing (rotor convertible quadripale), développés au cours de la guerre du Vietnam pour disposer d'un hélicoptère de combat capable de vitesses de croisières élevées, ont été peu à peu abandonnés. Le concept de convertible rotor/aile retrouve actuellement une seconde jeunesse avec le projet DragonFly de Boeing.



FIG. 1.9: Le Y-wing Piasecki Pathfinder II - le Boeing Dragonfly

### 1.1.3 Les voilures tournantes carénées

Les rotors carénés constituent une alternative intéressante aux rotors libres du fait de l'exposition moindre des pales. Le véhicule est plus robuste, plus facile à transporter, et peut éventuellement être saisi à la main en vol stationnaire, sans risque pour l'opérateur. D'un point de vue aérodynamique, la carène limite la contraction de la veine d'air en sortie du rotor et accroît ainsi la poussée disponible. De plus, en protégeant les pales du vent relatif, le carénage empêche la déportance de la pale reculante lors du vol d'avancement. Enfin, le carénage diminue la signature acoustique du véhicule. Cependant, le carénage de l'hélice alourdit la structure de la cellule. Le pourcentage de charge utile sur le poids est réduit d'autant. Du point de vue des qualités de vol, la carène induit un fort moment cabreur en présence de rafales transverses, ce qui rend les rotors carénés sensibles au vent en vol stationnaire.

#### 1.1.3.1 Les "soucoupe volantes"

Ce terme recouvre les appareils dont la hauteur est faible devant le diamètre de la carène. Les modèles traditionnels sont constitués d'une double hélice contrarotative carénée, que l'on incline en agissant sur les commandes de pas cyclique et de pas collectif du rotor pour mettre

le véhicule en translation. L'électronique et la charge utile sont contenus dans la carène. Ces véhicules ont en général une bonne stabilité en vol stationnaire mais une aptitude limitée à la translation horizontale. Une autre famille de soucoupe a ainsi vu le jour : une hélice secondaire a été rajoutée pour assurer le vol de translation et le rotor principal sert juste pour la sustentation (principe du girodyne). Le véhicule reste à plat lors du vol d'avancement et garde par conséquent une traînée faible en phase de translation

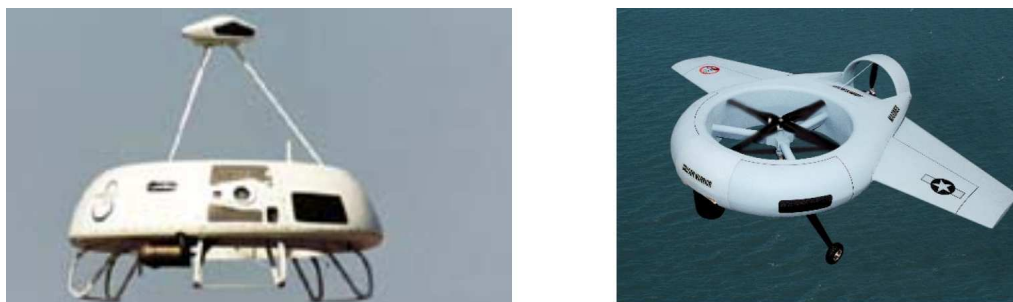


FIG. 1.10: Le Sikorsky Cypher I et Cypher II

L'inconvénient des véhicules de type soucoupe est leur faible tenue à la rafale : la déflexion de l'air dans la carène crée une force aérodynamique appliquée très au dessus du plan des hélices. La cellule étant aplatie, le centre de gravité se trouve généralement en dessous du plan des hélices. Il en résulte un bras de levier important et par conséquent un fort moment cabreur. Pour limiter l'influence de ce moment cabreur, on peut soit placer la charge utile en hauteur pour rehausser le centre de gravité, soit ajouter des ailes de stabilisation.

### 1.1.3.2 Les "tail-sitter"

Cette configuration se différencie de la précédente sous deux aspects :

- la cellule est munie d'une ogive placée au dessus de la carène afin de rehausser le centre de gravité.
- Le rotor n'est pas articulé. On commande uniquement sa vitesse de rotation pour gérer la montée et la descente. Des grilles de déflexion situées en aval du flux rotor orientent le jet en sortie des hélices et permettent de contrôler l'attitude du véhicule.

Ces véhicules ont une enveloppe de vol remarquable. Leur forme allongée permet de passer d'un comportement de type hélicoptère, lorsque le véhicule est à la verticale, à un comportement type avion – où la carène agit comme une aile annulaire – lorsque le véhicule est couché quasiment à l'horizontale. Par ailleurs, l'absence d'articulation du rotor rend la technologie de ces véhicules plutôt rustique, et donc très facile à maintenir en condition opérationnelle. Le problème de perte d'efficacité des gouvernes reste le gros inconvénient de ce type de véhicule. Lorsque le véhicule est soumis à des rafales de vent travers en vol stationnaire, les gouvernes voient un vent relatif plus important, résultant de la composition de la vitesse du vent et de la vitesse du flux sortant des hélices et peuvent décrocher, rendant l'appareil incontrôlable.

### 1.1.4 Synthèse

On ne peut que rester émerveillé par l'incroyable diversité de la famille des drones à voilure tournante. A partir de l'idée simple de créer une force de portance par la mise en rotation

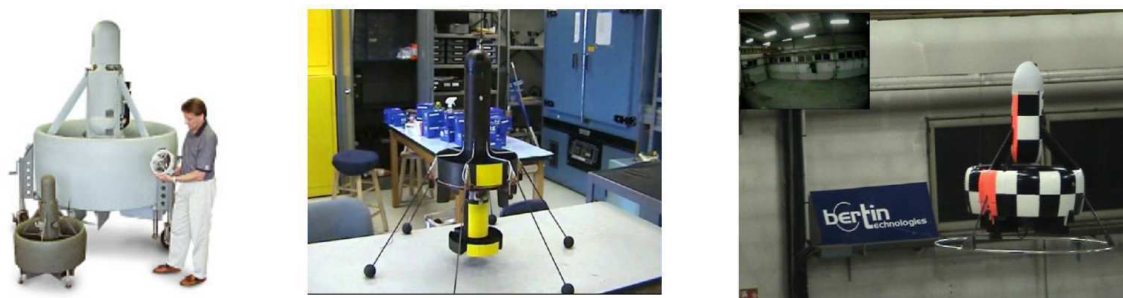


FIG. 1.11: La famille Allied Aerospace iSTAR - Le Singapore Tech Fantail - Le HoverEye

d'un profil, des milliers d'ingénieurs ont cherché des solutions techniques pour pallier les deux difficultés majeures inhérentes au rotor principal :

- l'existence d'un couple de réaction qui tend à faire tourner l'hélicoptère sur lui même,
- l'effondrement de portance dû à la composition des vitesses défavorable pour la pale reculante lors du vol d'avancement

Nous allons maintenant nous concentrer sur l'autre aspect des drones à voilure tournante. Car si drone veut d'abord dire engin volant, drone veut aussi dire engin autonome. Un drone est un robot capable de se mouvoir seul et de planifier ses actions avec un degré d'autonomie plus ou moins grand. Mais pour se mouvoir seul, il faut d'abord s'orienter dans l'espace, se repérer dans l'environnement, détecter les obstacles, etc. C'est cet aspect que nous allons aborder à présent, en faisant un tour d'horizon des capteurs actuels qui permettent aux drones de construire leur connaissance de leur état et de l'environnement.

## 1.2 Technologie des capteurs pour la localisation des drones

Les capteurs sont habituellement classés en deux familles [1, 2] :

- ▷ Les capteurs proprioceptifs mesurent le déplacement du drone entre deux instants. L'intégration de leurs mesures permet d'estimer la situation courante du véhicule relativement à sa situation initiale. Ces capteurs donnent des résultats qui se dégradent avec le temps. il faut donc leur adjoindre un système permettant de recalibrer périodiquement la situation absolue du véhicule.
- ▷ Les capteurs extéroceptifs mesurent la situation absolue du drone par observation de points de repère naturels (amers visuels) ou artificiels (balises, satellites...) dont la situation est connue dans un référentiel attaché à l'environnement. Ces capteurs peuvent être utilisés tout au long du parcours soit pour mesurer en permanence la situation absolue du mobile, soit pour recalibrer périodiquement la navigation à l'estime. Ils peuvent intervenir également pour assurer la sécurité du véhicule (perception de l'environnement proche, contrôle de l'attitude de la plate-forme) et pour construire en ligne un modèle de l'environnement exploré.

Nous décrivons les capteurs appartenant à ces deux grandes familles, en limitant notre étude aux capteurs susceptibles d'être embarqués par des engins volants, et de petite taille.

## 1.2.1 Capteurs Proprioceptifs

### 1.2.1.1 Accéléromètres

Dans son principe physique, un accéléromètre peut être vu comme une masse d'épreuve que l'on cherche à maintenir en position. Dès qu'une force autre que le poids s'applique sur le boîtier de l'accéléromètre, l'accélération qui en résulte tend à mettre en mouvement la masse d'épreuve. La force à appliquer en retour pour maintenir la masse en place (maintien par des ressorts de raideur très grande) fournit la lecture accélérométrique. La figure 1.12, tirée de [3], montre un dispositif équivalent à tout accéléromètre 1-axe, au point de vue de l'application des lois de la mécanique. Un accéléromètre 3-axes détecte donc toutes les forces appliquées au véhicule, sauf

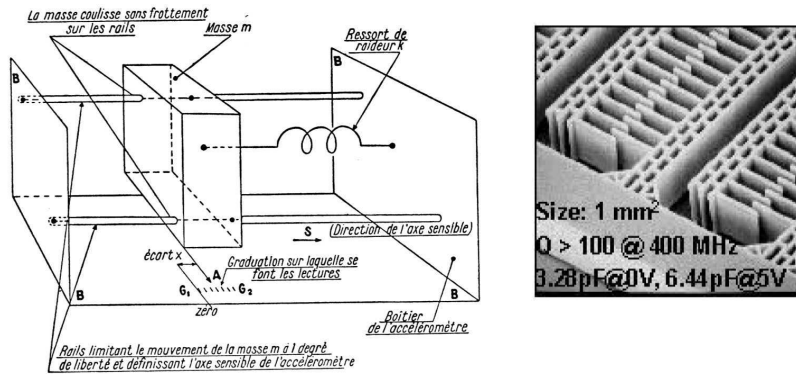


FIG. 1.12: Principe de fonctionnement d'un accéléromètre. Accéléromètre MEMS

le poids, et fournit la mesure de l'accélération non gravitationnelle projetée sur son axe sensible  $\mathbf{x}$  :

$$a_x = [\Gamma(M) - \mathbf{g}(M)] \cdot \mathbf{x} \quad \text{avec} \quad \Gamma(M) = \left( \frac{d^2 \mathbf{OM}}{dt^2} \right)_{\mathcal{I}}$$

Où  $\Gamma(M)$  désigne l'accélération absolue du véhicule par rapport à un référentiel galiléen  $\mathcal{I}$  et  $\mathbf{g}(M)$ , désigne le champ de pesanteur à la position  $M$  de l'accéléromètre.

Les accéléromètres peuvent être utilisés en tant que tels pour déterminer la position du véhicule par double intégration. C'est le principe de la navigation inertielle. La navigation inertielle basée sur l'intégration des informations accélérométriques requiert des mesures très précises. Même alors, la position fournie dérive rapidement et doit être recalée par des capteurs extéroceptifs.

Les accéléromètres intégrés, fabriqués selon des procédés utilisés en microélectronique, sont souvent de type pendulaire, avec une détection de type capacitif ou à jauges de contrainte. Leur miniaturisation, leur solidité et leur faible coût sont leurs principaux avantages. Cependant, leurs mesures ne sont pas encore suffisamment précises pour être exploitées en navigation.

Dans le cas de véhicules qui ont une accélération faible par rapport à la gravité, les accéléromètres peuvent être utilisés pour fournir la direction de la gravité. Ils fonctionnent alors comme des inclinomètres.

### 1.2.1.2 Gyroscopes

Un gyroscope est un appareil permettant d'effectuer une mesure de la rotation absolue de son boîtier. Les phénomènes physiques utilisés pour réaliser ce type de capteur sont essentiellement

les propriétés inertielles de la matière, pour les gyroscopes mécaniques, et les propriétés de la lumière cohérente pour les gyroscopes à laser. Nous présentons ici plus précisément les gyroscopes à fibre optique et piézo-électriques :

- Gyroscopes à fibre optique : le gyroscope à fibre optique utilise l'effet Sagnac. Deux faisceaux de lumière laser d'intensité équivalente, obtenus grâce à un séparateur, parcourent en sens opposé une fibre optique enroulée. Lorsque cet enroulement subit un mouvement de rotation autour de son axe, le faisceau qui parcourt la fibre dans le sens de la rotation a un temps de propagation plus long que celui qui la parcourt dans le sens inverse. La mesure du déphasage des 2 signaux reçus par un photodétecteur permet d'évaluer la vitesse de rotation autour de l'axe de sensibilité du capteur. La sensibilité de ce capteur est proportionnelle à la longueur de la fibre optique.
- Gyroscopes MEMS à oscillateur piézo-électrique : ils utilisent plusieurs éléments vibrants qui émettent des signaux sinusoïdaux identiques et d'amplitude constante lorsque le capteur est au repos. Lorsque celui-ci est soumis à un mouvement de rotation, les forces de Coriolis induisent une variation d'amplitude de ces signaux.

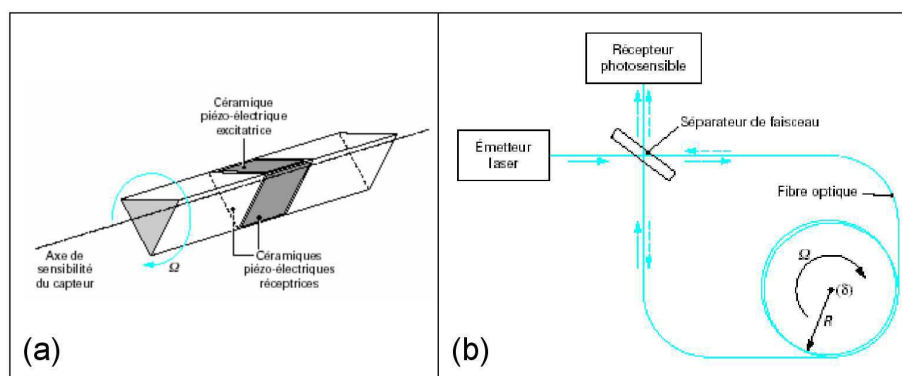


FIG. 1.13: Principe de fonctionnement d'un gyroscope (a) Piezoélectrique à élément vibrant - (b) à fibre optique

Les gyroscopes à fibre optiques sont clairement les plus performants. Leur performance est liée au fait que l'on peut réaliser des enroulements compacts de fibres de plusieurs centaines de mètres. Par ailleurs, ce capteur ne comporte aucune pièce mécanique mobile. Comparé aux gyroscopes MEMS, il est insensible aux conditions ambiantes, aux chocs, aux vibrations et aux accélérations du porteur. Sa dérive est indépendante de la température et de l'accélération. Seul son prix, et son encombrement (négligeable pour des drones lourds, mais important pour des minidrones) en limitent l'utilisation. Les gyros MEMS sont des solutions "low-cost", d'un faible encombrement et de coût réduit. Leur importante dérive rend impossible leur utilisation sans y adjoindre des capteurs de recalage, ces capteurs étant sensibles, dans leur principe même, aux accélérations perturbant les mesures de vitesses angulaires. C'est pourquoi on ne les utilise pas seuls, mais en composants intégrés de centrales inertielles "low-cost".

La navigation inertielle utilise des gyromètres ou des gyroscopes pour mesurer les vitesses de rotation du véhicule. Ces mesures peuvent être ensuite intégrées pour obtenir les variations de cap ou d'attitude. Il faut alors tenir compte de la dérive des mesures au cours du temps et effectuer régulièrement des recalages absolus.



### 1.2.1.3 Centrales inertielles

Une centrale inertielle (IMU) est un système complet, composé au minimum de 3 accéléromètres et de 3 gyroscopes permettant de mesurer les composantes selon les 3 axes de l'accélération non gravitationnelle et de la vitesse instantanée de rotation du véhicule par rapport à un référentiel inertielle (qui est confondu avec le repère terrestre dans la plupart des cas). Les centrales inertielles sont des systèmes complexes et chers. Les centrales à composants MEMS sont ainsi munies de sondes de température permettant de recalibrer le biais des gyroscopes et des accéléromètres. Elles intègrent une électronique permettant de corriger les données capteurs : compensation de l'accélération au niveau de la mesure des gyroscopes, autocompensation en température, orthogonalisation des axes de mesures, etc. On distingue deux types principaux de centrales inertielles : les centrales strap-down et les centrales à plate-forme stabilisées.

#### ▷ Centrales inertielles à plate-forme stabilisée

Le bloc capteur est suspendu de manière à avoir une grande liberté angulaire vis-à-vis de la structure du véhicule. Ceci est généralement réalisé grâce à un dispositif mécanique asservi, à base de cardans. La plate-forme subit d'abord, en statique, une phase d'alignement. L'orientation initiale est ensuite conservée au cours du mouvement, en commandant les moteurs à partir des mesures des gyroscopes. L'attitude du véhicule est déduite des consignes de position angulaire envoyées aux axes de la plate-forme. On obtient la position du véhicule par double intégration des accélérations qui sont mesurées directement dans le référentiel lié à la plate-forme. Ces centrales inertielles permettent une estimation précise de l'attitude du véhicule et peuvent être utilisées comme capteur de position. Cependant, leur poids, leur prix et leur encombrement les rend impossibles à mettre en œuvre dans un minidrone.

#### ▷ Centrales inertielles à composants liés (strap-down)

Le bloc de capteurs est lié de façon plus ou moins rigide à la structure du véhicule. Il comporte au moins trois accéléromètres et des gyroscopes (ou des gyromètres) pour pouvoir estimer l'attitude de l'engin. La partie gyrométrique fournit les composantes de la vitesse de rotation instantanée dans le repère de la centrale, et permet, par intégration d'une équation différentielle, de calculer l'attitude dans un repère de référence lié à la configuration initiale. Les composantes de l'accélération sont alors estimées dans ce référentiel. L'accélération du véhicule est ensuite séparée de celle de la pesanteur, puis intégrée deux fois pour obtenir la position dans le repère de référence. Ces centrales sont plus faciles à miniaturiser et à embarquer mais elles n'atteignent pas des niveaux de performance comparables aux centrales à plate-forme stabilisée.

## 1.2.2 Capteurs Extéroceptifs

### 1.2.2.1 Compas magnétiques

Le compas magnétique, appelé aussi magnétomètre, indique la direction du nord magnétique. Généralement, la déclinaison magnétique est compensée pour que le capteur délivre en permanence une mesure absolue du cap par rapport à la direction du nord géographique. On distingue :

- Les magnétomètres statiques qui mesurent le champ magnétique terrestre suivant deux ou trois axes orthogonaux. Cette catégorie inclut les compas fluxgate qui sont les plus adaptés

à la robotique mobile, en raison de leur insensibilité aux chocs et aux vibrations, de leur coût peu élevé et de leur faible consommation

- Les magnétomètres pendulaires qui donnent les composantes horizontales du champ magnétique terrestre suivant deux axes perpendiculaires. Le pendule permet de s'affranchir des mouvements de roulis et de tangage.

L'inconvénient majeur de ces capteurs est leur perturbation par les masses magnétiques environnantes ainsi que par les champs magnétiques parasites, induits par la proximité de moteurs électriques par exemple. Il est donc difficile de les utiliser à l'intérieur d'un bâtiment. L'influence magnétique de l'engin porteur et les perturbations dues à d'éventuels moteurs électriques peuvent être éliminées en qualifiant, de manière statique, les erreurs dues aux masses métalliques du véhicule et aux moteurs électriques (en fonction des tensions et courants d'alimentation).

### 1.2.2.2 Gyrocompas

Le premier effet des gyroscopes est la permanence de l'axe de rotation de la toupie dans une direction donnée, ce qui permet de les utiliser comme indicateurs de direction à condition que leur dérive soit la plus faible possible. Le problème essentiel consiste à suspendre la toupie en minimisant l'incertitude du couple appliqué sur l'axe de rotation. L'évolution de la technologie et de la technique a fait apparaître successivement de multiples réalisations, allant de la suspensions par cardans, qui dérive de quelques degrés par heure, jusqu'à la suspension électrique, où la toupie sphérique, maintenue en lévitation entre des électrodes, à une dérive inférieure à  $10^{-4}$  degrés par heure.

Tous ces appareils sont équipés de détecteurs d'écart, permettant de mesurer, à chaque instant, la position angulaire relative de l'axe de la toupie par rapport au boîtier. Ils comportent souvent, de plus, des "moteurs-couples", permettant d'appliquer à la toupie des couples connus, dans le but de compenser certains couples perturbateurs ou encore d'obtenir de la toupie une précession déterminée. Plus lourds et plus onéreux que les compas magnétiques, mais insensibles aux perturbations magnétiques, les gyrocompas constituent une solution intéressante pour les drones de grande taille. Ils ne sont cependant pas suffisamment miniaturisés pour une application aux minidrones.

### 1.2.2.3 Localisation sur balises : Global Positioning System GPS

Le positionnement sur le globe et dans l'environnement est basé sur la détection de balises artificielles actives ou passives, installées en des points connus de l'espace, et sur la mesure de la position de ces balises dans le référentiel du véhicule. Les mesures sont de deux types : angle de gisement (goniomètres) ou distance (télémètres). On trouve essentiellement dans cette catégorie les systèmes GPS et les détecteurs de balises artificielles, comme le système LORAN pour les navires.

Le système GPS (Global Positioning System) est un système de positionnement par satellites conçu initialement pour des applications militaires et mis en service par le département de la défense des Etats-Unis. Son utilisation pour des applications civiles (géodésie, localisation de mobiles, etc.) est actuellement en plein essor. Ce système comporte 24 satellites répartis de telle sorte qu'en tout point du globe, on peut en observer simultanément 4 à 8, avec une élévation d'au moins  $15^\circ$ .

Pour le positionnement absolu, le mobile à localiser est muni d'un récepteur qui mesure sa distance par rapport à plusieurs satellites. Chaque satellite envoie un message qui permet de calculer ses coordonnées spatiales dans un repère terrestre à l'instant de l'observation. La distance

entre le satellite et le récepteur est estimée à partir du temps mis par le signal du satellite pour atteindre le récepteur. Ce temps est évalué en comparant l'heure d'envoi du message donnée par l'horloge du satellite et l'heure de réception donnée par l'horloge du récepteur. Cette mesure de distance définit une sphère centrée sur le satellite et sur laquelle se trouve le récepteur. En théorie, les mesures de trois satellites sont donc nécessaires pour estimer les coordonnées du récepteur (longitude, latitude, altitude) situé au point d'intersection des trois sphères. Ces coordonnées sont obtenues en résolvant un système de trois équations représentant l'appartenance du récepteur aux trois sphères centrées sur les trois satellites, auxquelles il faut rajouter une quatrième mesure pour tenir compte de la non-synchronisation des horloges embarquées et de celle du récepteur. En pratique, l'information redondante de 8 à 11 satellites permet un positionnement avec une erreur allant de quelques mètres à 20 m, suivant le code utilisé (civil ou militaire), la qualité des éphémérides, etc.

Les erreurs dans le positionnement absolu sont dues à la propagation du message satellite dans l'atmosphère terrestre, et peuvent rarement descendre en dessous de 5m. Pour obtenir des précisions meilleures, il faut utiliser un mode de positionnement relatif, c'est à dire la position d'un récepteur GPS par rapport à un autre récepteur GPS. C'est ce qu'on appelle le GPS différentiel ou DGPS. Les perturbations étant les mêmes pour les deux récepteurs, elles se retranchent lors du calcul de la position relative, et l'information de localisation du récepteur mobile par rapport à un récepteur fixe peut alors être précise au centimètre.

De manière générale, la précision du positionnement dépend de la précision de la position des satellites et de leur configuration géométrique, ainsi que de la précision des calculs effectués. Si des récepteurs GPS miniaturisés et bon marché sont disponibles pour le grand public, les performances ne sont pas toujours au rendez vous, même si elles progressent. En particulier, il faudra prêter attention au choix de l'antenne et aux capacités de calcul et de mémorisation embarqués. Ainsi, en environnement urbain, en milieu confiné, ou à l'intérieur des bâtiments, la mesure n'est possible qu'avec des GPS de bonne qualité, beaucoup plus onéreux. De même, les systèmes DGPS permettant d'atteindre une précision acceptable ont un coût conséquent. Leur coût varie avec la cadence de rafraîchissement de la mesure. Si les GPS bon marché donnent une information de position toutes les secondes, les GPS les plus performants, à l'heure actuelle, peuvent être cadencés à 20Hz.

#### 1.2.2.4 Capteurs télémétriques

Cette catégorie regroupe les capteurs permettant d'acquérir des mesures sur l'environnement qui les entoure. Leur principe est toujours le même : le télémètre émet un signal qui lui est renvoyé par l'obstacle le plus proche dans la direction d'émission. L'écart de temps entre le signal émis et le signal reçu permet de retrouver la distance à l'obstacle. Mais ils diffèrent par la nature des signaux qu'ils émettent (acoustiques, optiques,...). On distingue ainsi :

##### ▷ Les télémètres à ultrasons

Les télémètres acoustiques sont couramment utilisés sur les robots mobiles d'intérieur, en raison de leur simplicité, de leur compacité et de leur faible coût. Ils sont mis en œuvre pour assurer les fonctions d'évitement de collisions, de localisation ou encore de modélisation de l'environnement. Les télémètres à ultrasons présentent des limites d'exploitation qui en font des capteurs peu adaptés pour la détection d'obstacle d'un drone. Le cône d'émission est très large, et la plage de mesure n'est que de quelques mètres pour les plus gros modèles. Enfin, la cadence de rafraîchissement est limitée par la lenteur de propagation des ondes ultrasonores ( 20 ms sont

nécessaires pour mesurer une cible située à 3 m). En pratique, les cadences d'échantillonnage des capteurs ultrasons sont limitées à 20Hz. Pour un minidrone, on peut envisager leur utilisation dans la phase terminale d'atterrissage automatique, pour mesurer la distance au sol.

#### ▷ Les télémètres laser à balayage

Les télémètres laser, aussi appelés LIDAR, envoient une onde électromagnétique dans le proche infrarouge. La télémétrie est faite par différence de phase. Un transmetteur envoie un faisceau de lumière cohérente, modulé en amplitude, et un récepteur détecte l'écart de phase entre l'onde émise et l'onde reçue. Le déphasage est proportionnel à la distance de la cible. Ces capteurs donnent une mesure dont la précision ne dépend pas de la distance mesurée. Ils permettent de mesurer des distances faibles ( $< 1$  m) et ont une bonne résolution. Un montage à base de miroir tournant permet de réaliser un balayage sur  $180^\circ$  ou  $360^\circ$ . Les LIDAR de type SICK sont devenus aujourd'hui très populaires dans les applications de robotique mobile, à cause de leur précision et de leur grande cadence de rafraîchissement (10 balayages par secondes). Par contre, ils sont d'un coût très élevé, et leur poids est excessif pour une application sur un minidrone. On notera néanmoins qu'ils sont employés sur les hélicoptères autonomes de types Ursa Magna et Ursa Maxima de l'université de Californie à Berkeley.



FIG. 1.14: le LIDAR SICK LMS200 - Les Yamaha Ursa Magna et Ursa Maxima de l'université de Californie à Berkeley équipés de Lidar

#### ▷ Les télémètres radars Ultra-Large-Bande

Le principe de fonctionnement du télémètre radar ULB est l'émission d'impulsions de l'ordre de la nano-seconde d'une onde à une fréquence élevée (10 à 100GHz). La brièveté du créneau temporel d'émission a un effet d'étalement important sur le spectre rayonné. Ce type de radar est discret, économe, et permet des mesures centimétriques robustes pour des distances allant jusqu'à plusieurs centaines de mètres, suivant la puissance émise et les performances des antennes utilisées. Un tel radar, contrairement au télémètre laser, permet la détection d'obstacles tels que les fils électriques ou les grillages grâce à la nature du rayonnement. En effet, la détection a lieu dans un cône dont l'ouverture est liée à la taille de l'antenne et où plusieurs échos, correspondant à des obstacles situés à différentes distances, peuvent être identifiés. Les versions miniatures de ce radar ne sont pas répandues bien qu'elles aient un fort potentiel. Par exemple, il est envisageable d'utiliser un radar ULB pour des applications mixtes de communication et de localisation relative

entre plusieurs drones d'un même essaim. Le montage du radar sur une plateforme tournante permet de réaliser des balayages dans le plan horizontal.

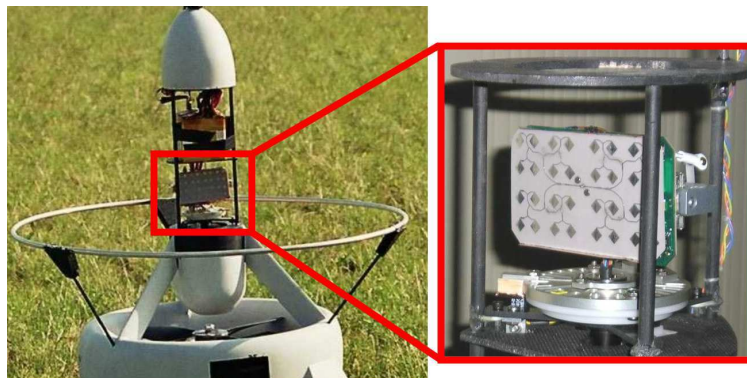


FIG. 1.15: Le HoverEye de Bertin Technologies équipé d'un radar ULB

### 1.3 Architecture de contrôle des drones

Nous avons présenté dans la section précédente les capteurs permettant aux drones de se repérer dans l'espace. Leurs organes sensoriels en quelque sorte. Il s'agit maintenant de décrire le "cerveau" de ces machines, c'est à dire l'intelligence embarquée qui leur permet de tirer parti des informations de l'environnement pour réaliser des tâches plus ou moins autonomes. Cette intelligence embarquée réalise trois fonctions :

- la localisation, qui fusionne les informations des capteurs pour donner au véhicule une conscience de son environnement,
- le guidage/pilotage qui agit sur les actionneurs du véhicule pour la mise en mouvement ou le suivi de trajectoire,
- la navigation, qui détermine les trajectoires à suivre en vue de réaliser des tâches de haut niveau demandées par l'opérateur (observation, suivi de cibles, etc.).

Nous allons à présent détailler les méthodes traditionnelles pour la réalisation de ces trois fonctions.

#### 1.3.1 Méthodes pour la localisation

Aucun capteur ne fournit par lui-même une information satisfaisante sur l'état du véhicule, à savoir sa position, sa vitesse et son attitude. L'information brute doit être traitée pour éliminer les bruits de mesure et les dérives. Les meilleures méthodes de navigation sont celles qui fusionnent les informations provenant de différents capteurs pour obtenir l'estimation de l'état du véhicule la plus crédible. Les techniques optimales telles que les moindres carrés ou le filtrage de Kalman sont déjà couramment utilisées dans les systèmes aéronautiques et spatiaux, dans le domaine militaire ou civil. Des techniques issues de la robotique mobile, telles que le SLAM (Simultaneous Localization And Mapping) ou le filtrage particulaire sont encore à l'état de recherche.

### 1.3.1.1 Navigation inertielle

La navigation inertielle, ou navigation à l'estime, consiste à prédire la position d'un véhicule par intégration des données délivrées par les gyroscopes et les accéléromètres. Cette méthode de navigation a l'avantage de n'utiliser que les données proprioceptives de la centrale inertielle. Par contre, le biais sur la mesure des accélérations et des vitesses angulaires conduit à une dérive au cours de l'intégration. Typiquement, de tels modes de navigation sont viables pour des systèmes dont la durée de vie ne dépasse pas quelques minutes (missiles de courte ou moyenne portée). Par contre, elle doit être recalée par des mesures externes dès lors que la mission dépasse une certaine durée. Selon que l'on dispose d'une centrale inertielle à plate-forme stabilisée ou d'une centrale strap-down, la méthode de navigation change (voir figure 1.16) :

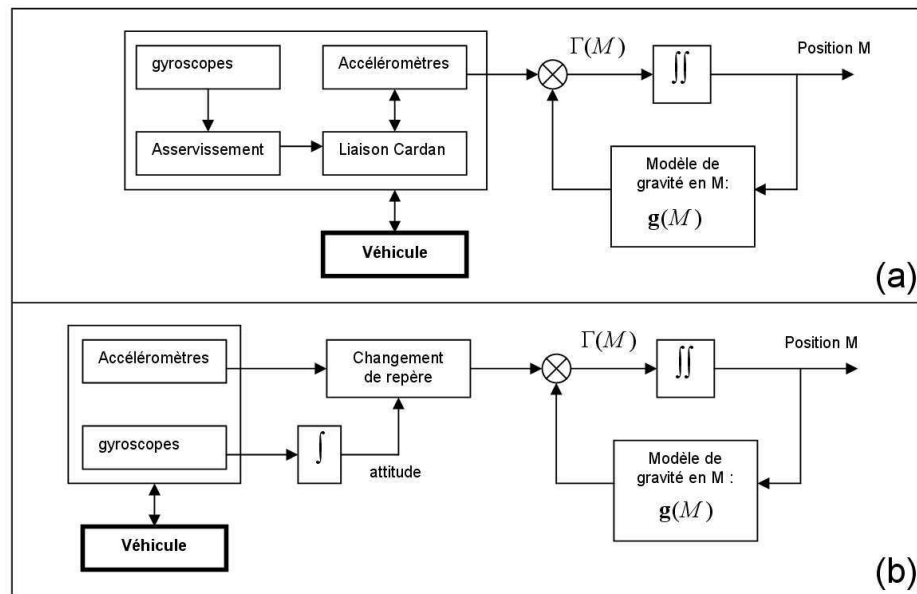


FIG. 1.16: Les architectures de navigation à l'estime. (a) centrale inertielle à plateforme stabilisée - (b) centrale inertielle à composants liés

#### ▷ Navigation inertielle à plate-forme stabilisée

Dans une centrale inertielle à plate-forme stabilisée, les accélérations sont mesurées directement dans un référentiel galiléen, et permettent par double intégration d'accéder à la position du point M. On montre qu'une navigation inertielle pure, avec des capteurs parfaits, conduit à des erreurs de positionnement horizontal qui oscillent autour de zéro avec une période appelée période de Schuller qui vaut  $\sim 84$ min, dues aux erreurs de positionnement dans le modèle de gravité. Ainsi, la précision n'est pas fameuse, mais il n'y a pas de divergence au cours du temps. C'est pourquoi les centrales inertielles à plate-forme stabilisée ont été utilisées dès les années 50 pour la navigation des engins militaires, malgré leur coût de fabrication très élevé. On montre par contre que l'erreur de positionnement en altitude diverge rapidement. La navigation inertielle à plate forme stabilisée ne permet pas d'avoir une estimation correcte de l'altitude, et doit être secondée par des capteurs d'altitude dédiés, généralement des baro-altimètres.

### ▷ Navigation inertielle à composants liés "strap-down"

Les centrales inertielles à plate-forme stabilisée exigent des liaisons cardans qui alourdissent la structure. Elles sont de plus très chères à mettre au point. Ces problèmes ont motivé des recherches pour la mise en place de centrales inertielles à composants liés, dites centrales strap-down. Dans ces architectures, les accéléromètres et les gyromètres sont fixés au véhicule. Ainsi, avant d'intégrer l'accélération fournie par les accéléromètres, il faut d'abord passer du repère corps au repère inertiel en utilisant l'attitude du véhicule fournie par intégration des mesures gyroscopiques. La complexité numérique de la navigation inertielle strap-down est plus bien plus élevée que celle de la navigation inertielle pure. De plus, elle diverge au cours du temps. Avec des composants de très bonne qualité, et une procédure de recalage des biais des gyromètres et des accéléromètres lorsque le véhicule est au sol, on peut espérer avoir une bonne mesure de vitesse et de position sur quelques minutes.

#### 1.3.1.2 Navigation inertielle hybridée

La navigation inertielle hybridée consiste à prédire la position du véhicule par intégration des gyromètres et des accéléromètres et à recalculer cette prédiction par des capteurs extéroceptifs. L'hybridation la plus fréquente sur les avions est l'hybridation baro-GPS. Une telle hybridation permet de tirer parti de la bonne précision à court terme de la position prédite par la centrale inertielle, et de la précision long terme du GPS. Elle permet en outre d'assurer une continuité de la mesure de position lorsque le GPS est momentanément indisponible (masquage des satellites par le relief ou brouillage du signal GPS). L'hybridation est généralement réalisée par les techniques optimales de filtrage de Kalman étendu. L'état du filtre est constitué de l'état du véhicule (position, vitesse, attitude) auquel s'ajoutent les paramètres de correction de la centrale (biais des gyroscopes et des accéléromètres). L'équation de mesure est constituée de la position et de la vitesse GPS, de la mesure de cap et de l'altitude fournie par un baro-altimètre (l'altitude GPS n'est pas assez fiable pour être utilisée comme recalage). Le filtre prend en entrée les accélérations et les vitesses de rotations mesurées pour reconstituer une position et une attitude prédite. La prédiction est alors recalée par l'équation de mesure. La navigation inertielle hybridée est clairement décrite dans [4]. Sukhatme *et al.* proposent une version simplifiée où l'estimation d'attitude est découplée de l'estimation de position. L'algorithme a été appliqué avec succès pour l'estimation de position d'un hélicoptère miniature du MIT [5].

#### 1.3.1.3 Navigation par mise en correspondance de carte

La localisation sur cartes est basée sur la mise en correspondance d'un modèle local de l'environnement acquis en ligne par télémétrie ou par cartographie radar et un modèle global préalablement mémorisé. En général, le guidage par cartographie est utilisé comme recalage basse fréquence d'une navigation inertielle fonctionnant à haute fréquence. C'est le cas du système de guidage TERCOM des missiles de croisières. Le système utilise un balayage radar du sol qui se trouve en dessous du missile et met le profil obtenu en correspondance avec le modèle numérique de terrain dont il dispose. Ce mode de navigation permet aux missiles de croisière de chercher leur chemin jusqu'à ce qu'ils arrivent à mettre en correspondance le profil enregistré avec leur profil cible.

En robotique mobile, les méthodes de localisations sur cartes correspondent le plus souvent à un problème de scan-matching [6]. Le problème se décompose en deux étapes :

- l'appariement entre les éléments mesurés et les éléments stockés en mémoire. Selon la structuration de l'environnement, les éléments peuvent être des points bruts, ou des segments.
- la détermination de la position du robot qui assure la meilleure correspondance entre les segments perçus et les éléments en mémoire.

Les méthodes de localisation sur cartes sont des alternatives intéressantes dans des environnements encombrés où le signal GPS n'est pas disponible. Au delà de la localisation sur une carte préalablement mémorisée, le problème du positionnement et de la construction simultanée d'une carte de l'environnement (SLAM) est sans doute l'enjeu le plus important de la localisation de véhicules autonomes.

### 1.3.2 Méthodes pour le pilotage et le guidage

L'enjeu de la fonction de pilotage et de guidage est de définir une loi de commande agissant sur les actionneurs du système physique et assurant le contrôle des mouvements du véhicule. Cette loi de commande s'interface entre le pilote humain et la machine, en interprétant des consignes de haut niveau (consigne en attitude ou en vitesse) pour délivrer des ordres aux actionneurs mécaniques. Elle tire parti des informations capteurs pour produire un comportement en boucle fermée rapide, stable, et robuste aux perturbations. Les méthodes de contrôle en boucle relevant de l'Automatique sont nombreuses. Nous décrivons ici uniquement les méthodes les plus employées dans les applications de robotique aérienne.

#### ▷ La commande par retour d'état linéaire

La commande par retour d'état linéaire est particulièrement adaptée dans le cas de vol quasi stationnaire des hélicoptères pour lequel les angles d'assiette et d'inclinaison sont faibles, ce qui permet d'obtenir un modèle découplé en chaînes monoentrées-monosorties (SISO). Des contrôleurs PID en cascade, séparés en un contrôle en vitesse de haut niveau et un contrôle en attitude de bas niveau, sont alors suffisants pour stabiliser le véhicule. Cette approche a été appliquée avec succès au commencement du programme iSTAR9 [7]. Des techniques de contrôle optimale LQR ont été utilisées pour la stabilisation du minidrone AROD (Airborne Remote Operated Device) développé par Sandia National Lab [8]. La commande optimale de type LQG est très séduisante car elle produit naturellement un contrôleur performant et un filtre de Kalman fusionnant les données capteurs. La synthèse conduit ainsi à réaliser les tâches de localisation et de guidage pilotage en garantissant un bon comportement en boucle fermée.

Les techniques de retour d'état linéaires sont basées sur des linéarisations locales, et la preuve de convergence est perdue lorsque le véhicule quitte le vol quasi-stationnaire. Par ailleurs, la linéarisation devient difficilement réalisable lorsque le véhicule est soumis à des rafales de vent inconnues. Historiquement, la commande linéaire pour les applications aéronautiques est étendue à l'ensemble du domaine de vol en pratiquant le gain-scheduling. La difficulté est alors d'assurer le passage d'un jeu de gain à l'autre sans déstabilisation du système. Des techniques modernes de synthèses sous contraintes BMI (Inégalités Bilinéaires Matricielles) permettent de synthétiser des contrôleurs à gains tabulés où la continuité de la commande est garantie lors du changement de paramètres [9].

#### ▷ La commande par retour d'état non linéaire

Une façon d'élargir la validité du contrôle à l'ensemble de l'enveloppe de vol du véhicule est d'utiliser les techniques de synthèse non linéaires. Olfati-Saber a étendu l'architecture de contrôle



classique de PID en cascade au cas non linéaire en séparant les équations du mouvement en une dynamique de translation et une dynamique de rotation. Il applique alors un contrôle linéaire sur la commande en translation et un contrôle non linéaire par backstepping sur la dynamique de rotation, en raisonnant sur les matrices orthogonales du groupe  $SO(3)$  [10].

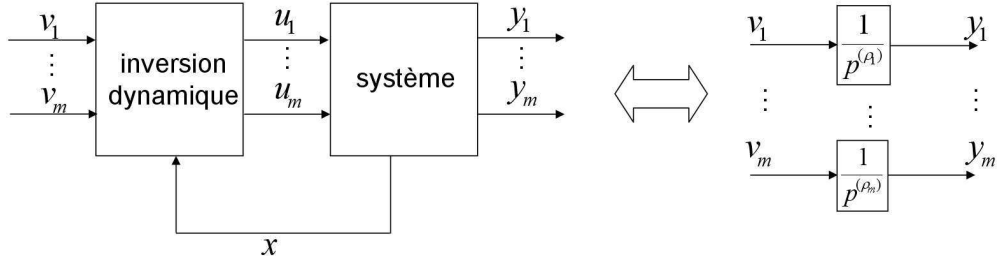


FIG. 1.17: Schéma de principe de l'inversion dynamique

Les techniques d'inversion dynamique [11] sont certainement les plus populaires des techniques non linéaire [12]. A partir d'un système non linéaire MIMO, elles permettent, par une procédure systématique, de trouver un retour qui convertit le système en boucle fermée en chaînes d'intégrateurs SISO découplés (voir figure 1.17). Un retour d'état linéaire est alors opéré sur chaque chaîne. La linéarisation entrée sortie est exacte sur tout le domaine de vol du véhicule. Cette approche est actuellement utilisée pour le contrôle de d'iSTAR9 et du GTMax de Georgia-Tech [13]. La mise en œuvre de cette stratégie de commande soulève de nombreuses difficultés. La première est l'existence de singularités dans la commande, issues de configurations du systèmes qui ne sont pas inversibles dynamiquement.

La seconde, plus critique, est l'inobservabilité induite d'une partie de la dynamique du système. En effet, il est fréquent que la procédure d'inversion dynamique conduise à des chaînes d'intégrateurs dont le cumul des degrés reste inférieur au degré du système d'origine. Cette dynamique, rendue inobservable par l'inversion dynamique, correspond à la dynamique des zéros. Si cette dynamique des zéros est instable (système à phase non minimale), le contrôle en boucle fermée sera instable. Or, on peut montrer que la dynamique d'un hélicoptère est à phase strictement non minimale [14, 12, 15]. L'application de l'inversion dynamique requiert des approximations dans la dynamique du véhicule.

Enfin, la dernière difficulté concerne la mise en œuvre pratique : l'inversion dynamique requiert une connaissance fine du système, ce qui, pour un drone à voilure tournante, signifie une bonne connaissance des efforts aérodynamiques appliqués au véhicule. Pour le contrôle de l'iSTAR9, une connaissance exhaustive des efforts aérodynamiques a été acquise au cours d'intenses campagnes de tests en soufflerie, et ces effets ont été tabulés en fonction du vent relatif et des angles d'incidence et de dérapage, ces trois variables étant obtenues au moyen d'un estimateur de vent. Pour le contrôle du GTmax de GeorgiaTech, un algorithme adaptatif basé sur les réseaux de neurones couplé avec une inversion dynamique d'un modèle approché a été proposé.

### ▷ La commande prédictive à base de modèle

La commande prédictive à base de modèle (Model based Predictive Control MPC) consiste à trouver, à partir d'une connaissance  $x(t)$  de l'état du système et d'un modèle de prédiction, la commande  $u(\tau)$  à appliquer sur l'horizon  $\tau \in [t, t + T]$  qui optimise un critère donné. On

applique alors la commande  $u(t)$ , et on recommence le calcul à l'instant suivant  $t + \Delta t$ . La commande prédictive en elle-même ne garantit pas la stabilité du système, car le calcul est réalisé en boucle ouverte. Par contre, combinée à une commande stabilisante basée sur les techniques classiques linéaires ou non linéaires, elle permet d'accroître singulièrement les performances du système. Des applications de commande optimale sur un horizon de temps fini ont donné des résultats intéressants sur le prototype de Caltech [16, 17]. Récemment, Bertrand et Hamel [18] ont ajouté un terme prédictif à une commande adaptative de minidrones à hélice carénée développée dans [19] et démontré que la convergence du système est accélérée grâce au terme prédictif. L'inconvénient des méthodes prédictives reste leur charge de calcul élevée, due à la résolution à chaque cycle d'un problème d'optimisation.

#### ▷ La commande référencée vision

La commande par retour d'état visuel permet de s'affranchir d'une connaissance de la position et de la vitesse absolue pour définir une loi de contrôle relative à un motif visuel. Dans les applications de minidrone en milieu urbain, l'asservissement visuel est une alternative intéressante lorsque l'information de position et de vitesse absolue est perdue par indisponibilité du GPS. Des tâches assignées au véhicule, comme le maintien à poste devant une cible visuelle ou l'atterrissage automatique sur une plateforme cible se traduisent naturellement en consigne pour une commande par retour d'état visuel. On distingue les techniques qui utilisent l'information visuelle pour estimer le mouvement 3D du véhicule et reconstituer ainsi une position et une vitesse dans un référentiel lié à la cible, des techniques d'asservissement visuel 2D (*image based visual servoing*) qui expriment la dynamique du véhicule directement dans l'espace capteur, et à partir de laquelle on détermine un contrôle qui fait converger les pixels de l'image vers un motif cible. Les travaux de Shakernia et alia [20] utilisent la première méthode pour l'atterrissage d'un hélicoptère sur une cible immobile. Les travaux de Hamel et Mahony [21] sur l'asservissement visuel des systèmes sous actionnés ont permis de stabiliser le drone HoverEye de Bertin Technologies sur un motif visuel [22].

### 1.3.3 Méthodes pour la navigation autonome

Traditionnellement, la navigation dans les applications aéronautiques est consacrée au contrôle en position alors que le guidage recouvre le contrôle en vitesse et le pilotage le contrôle en attitude. En navigation autonome, le véhicule n'interagit plus avec un pilote humain, mais avec un opérateur, c'est à dire un humain qui n'a pas d'expérience forte du pilotage des hélicoptères. Le contrôle en position 3D est séparé en deux objectifs : évolution le long de l'axe vertical et évolution dans le plan horizontal. Les enjeux de la navigation autonome sont alors les suivants :

#### ▷ Le suivi de terrain

Le problème du suivi de terrain a motivé de nombreuses recherches dans le domaine militaire pour le guidage des missiles de croisière et la pénétration de chasseurs bombardiers en territoire ennemi. La méthode classique pour les avions de combat consiste à définir, à partir d'un relevé radar du terrain situé à l'avant du véhicule, une commande en accélération verticale qui maintient le véhicule dans un domaine acceptable d'altitude par rapport au sol. La trajectoire calculée est constituée de morceaux de lignes droites et d'arcs de paraboles. Des applications par retour visuels sont considérées par Franceschini [23], où une caméra remplace le radar, et l'information de flot optique permet de détecter et de compenser le rapprochement vis-à-vis du sol.

▷ **La navigation par points de passage**

La navigation proportionnelle, où navigation par point de passage, est la méthode classique pour le contrôle en position des engins aériens. Pour gagner un point de référence défini par l'opérateur, le véhicule applique une consigne de vitesse portée par la droite liant le point cible au véhicule (voir figure 1.18). Pour les véhicules à voilure fixe, le module de la vitesse est maintenu constant et l'algorithme agit uniquement sur le cap. Ce mode de navigation n'est alors efficace que lorsque la distance à la cible est importante. Lorsque le véhicule entre dans un domaine proche de la cible, il passe au point de passage suivant. Pour les drones à voilure tournante, aptes au vol stationnaire, il est possible d'immobiliser le véhicule sur un point de passage. La navigation proportionnelle est ensuite utilisée pour amener le drone dans un voisinage de la cible. Un contrôle en position est alors utilisée pour le maintien à poste. Cette stratégie de contrôle très

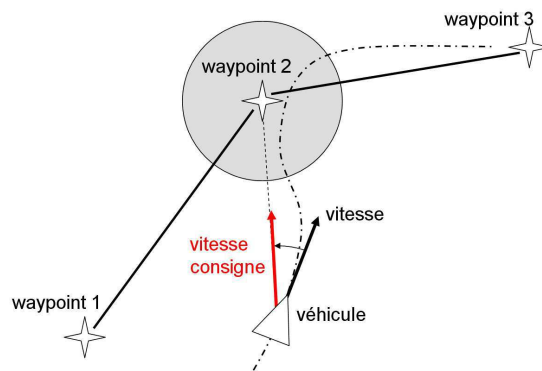


FIG. 1.18: Principe de la navigation proportionnelle

simple peut être enrichie par des asservissements sur trajectoires. Ainsi, il est classique d'ajouter un terme de rappel pour faire converger le véhicule sur la droite reliant deux points de passage consécutifs.

▷ **L'évitement d'obstacle et la gestion de zones d'exclusion**

Il faut reconnaître que la conception de stratégies de contournement d'obstacle dans le plan horizontal, bien que largement explorée dans les applications de robotique mobile, reste encore un axe de recherche récent dans le domaine aéronautique. Les premières stratégies de navigation tiraient naturellement parti de la liberté de mouvement le long de l'axe vertical pour prévenir les risques de collision. De plus, les drones étant à l'origine prévus pour des applications à moyenne ou haute altitude, l'enjeu d'une navigation sûre dans le plan horizontal dans un environnement encombré n'avait pas trop de sens. Les recherches étaient plus concentrées sur les méthodes de déconfliction de trajectoires de plusieurs appareils dans un ciel dense.

Les besoins militaires d'évoluer au plus près du sol, en dessous de la couverture radar adverse, ont néanmoins conduit chercheurs et ingénieurs à s'intéresser à des stratégies de contournement dans le plan horizontal, mais relevant davantage d'une gestion de zones d'exclusions (*No-fly zone*). Ainsi, le Yamaha R-MAX de l'ONERA est équipé du système de guidage temps réel SNAKE permettant l'évitement de zones convexes programmées par l'opérateur. Des techniques de guidage en temps minimal définissent la trajectoire la plus courte pour arriver à la cible qui contourne les zones de survol interdites [24].

La navigation en milieu urbain de minidrones de surveillance implique des stratégies de contournement efficaces dans le plan horizontal ainsi qu'une capacité à détecter des obstacles imprévus et à réagir en temps réel à ces obstacles. Les travaux actuellement menés sur ce thème sont essentiellement inspirés des recherches précédentes menées sur la déconfliction de trajectoires multi-véhicules. Ainsi, de nombreuses études reprennent la notion d'espace critique, qui correspond au plus grand ensemble de l'espace de configuration à partir duquel tout mouvement ultérieur entraîne une collision (voir figure 1.19). Initialement dédié à la gestion automatique du trafic aérien, [25], une version temps réel a été proposée pour la navigation d'un drone à voilure fixe en environnement urbain [26]. Ces méthodes restent lourdes à mettre en œuvre, et ne s'appliquent en temps réel qu'en considérant une dynamique du véhicule et une représentation de l'environnement simplifiées.

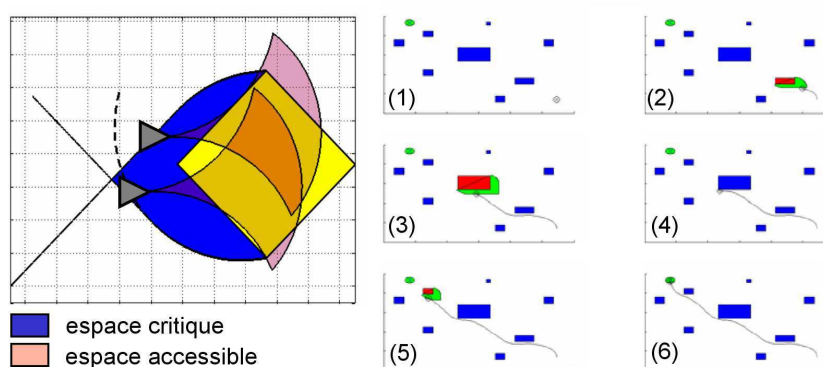


FIG. 1.19: Définition de l'espace critique - Exemple de navigation en milieu urbain

## 1.4 Conclusion

Nous avons pu constater la grande diversité des techniques existantes dans le domaine des drones à voilure tournante que ce soit au niveau de la conception mécanique, de la diversité des technologies capteurs, ou encore de l'intelligence embarquée. Nous allons à présent nous concentrer sur le HoverEye de Bertin Technologie, un minidrone à voilure tournante carénée, pour lequel nous allons définir des stratégies de commande et de navigation autonome.



## Chapitre 2

# Objectifs de commande pour un minidrone à hélice carénée

La conception de stratégies de navigation autonome pour minidrones est devenue depuis quelques années un domaine de recherche très actif. Ces appareils minuscules, capables de décoller et d'atterrir à la verticale, sont d'un intérêt évident pour les applications militaires et civiles. Les véhicules à capacité de vol stationnaire ont motivé un grand intérêt dans la recherche, et les efforts se sont naturellement portés vers le développement de modèles réduits d'hélicoptères [27, 28, 29], autant pour profiter de leur importante capacité d'emport, que pour capitaliser sur le retour d'expérience considérable acquis sur les modèles grandeur nature. Les hélicoptères, cependant, sont très dangereux à déployer dans des espaces confinés à cause de l'exposition des pales. Le développement de plateformes sécurisées, où les pales en rotation sont protégées par un carénage, est encore un domaine de recherche assez peu exploré [30, 31, 7]. Ces minidrones à hélice carénées ont un potentiel considérable pour la réalisation de missions d'observation dans des environnements dangereux ou encombrés. La miniaturisation des capteurs et des composants électroniques, l'augmentation constante des capacités de traitements des nouveaux calculateurs et les progrès réalisés dans le développement de batteries à polymères de nouvelle génération rendent aujourd'hui possible l'émergence de plateformes miniatures suffisamment autonomes pour ces missions. Le HoverEye, développé par le groupe Bertin Technologies pour la Délégation Générale de l'Armement, est une de ces plateformes. Le travail présenté dans ce manuscrit s'inscrit dans le cadre d'une collaboration fructueuse entre l'équipe d'ingénieur de Bertin Technologies et les laboratoires LAAS-CNRS de Toulouse et I3S-UNSA-CNRS de Sophia Antipolis dont l'objet est de développer des algorithmes de commande et des stratégies de navigation autonome adaptés à leur prototype.

Dans ce chapitre, nous allons commencer par définir le contexte opérationnel et les applications tant civiles que militaires adaptées aux minidrones. Ensuite, nous présenterons plus en détail les caractéristiques du HoverEye. Nous aurons alors une vision plus claire des enjeux de la commande de ce type d'appareil.

### 2.1 Contexte Opérationnel

Les lourdes pertes subies pendant la seconde guerre mondiale par les aviations d'observation de chacun des antagonistes suscitérent l'idée d'un engin d'observation militaire sans équipage (ni pilote, ni observateur). Pendant la guerre du Vietnam, les Américains ont utilisé des drones (Firebee) pour localiser les rampes de lancement des missiles sol-air soviétiques « SAM-2 » : 3500

missions furent recensées. Plus tard, en 1991, lors de la guerre du Golfe, ils ont fait appel au drone (Pioneer) pour la surveillance jour/nuit, l'acquisition des objectifs, et les réglages de l'artillerie. Dans ce même conflit, les Britanniques et les Français commencèrent à se servir de drones.

De leur côté, les Israéliens ont saturé les défenses aériennes le long du canal de Suez lors de la guerre du Kippour (1973) et ce, avec un grand nombre de drones bon marché. Plus tard, ils ont détecté et «leurré» par le même moyen les batteries syriennes anti-aériennes.

Mais c'est surtout au cours des trois derniers conflits majeurs impliquant les forces internationales de l'OTAN (intervention au Kosovo, en Afghanistan et en Irak) que les drones ont vraiment pu démontrer leurs capacités opérationnelles, accomplissant indifféremment des missions d'observation aérienne ou d'attaque au sol. En règle générale, on peut décomposer en trois grandes catégories, les missions militaires confiées aux drones :

- la surveillance et le renseignement,
- le support au combat,
- le combat proprement dit.

Ainsi, selon leur utilisation, une large famille de drones a vu le jour, de tailles et de configurations diverses.

### 2.1.1 La grande famille des drones

Les drones sont classiquement répartis selon leur taille (ou leur capacité d'emport, ce qui est sensiblement équivalent) et leur endurance (voir figure 2.1). On distingue ainsi les drones HALE, MALE, les drones de combats, les drones tactiques et les minidrones.

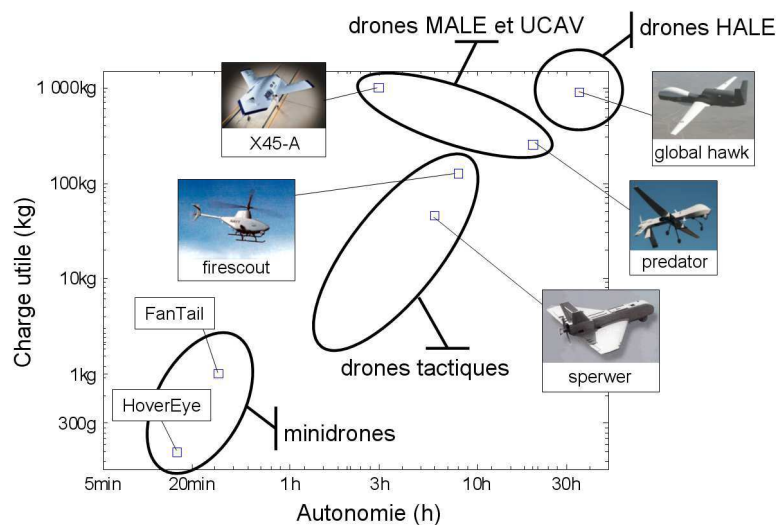


FIG. 2.1: Classement des drones selon leur endurance et leur capacité d'emport.

#### ▷ Les drones HALE (Haute Altitude Longue Endurance)

Ce sont des drones de grande taille, le plus souvent à voilure fixe, chargés de missions de surveillance à haute altitude. Le Global Hawk de Northrop Grumman est l'exemple type de drone HALE. Ils sont capables de rester très longtemps en vol et de collecter des informations

sur de très longues périodes (entre 12 et 48 heures), suppléant les équipages humains dans ces tâches fastidieuses.

▷ **Les drones MALE (Moyenne Altitude Longue Endurance) et les drones de combat**

Ce sont des drones de la taille d'un avion d'arme classique, le plus connu étant le Predator déployé par les Américains en Afghanistan en 2001. Ils remplacent les équipages humains pour les missions périlleuses de reconnaissance aérienne et sont plus exposés que les drones de type HALE. Le Predator a déjà tiré à plusieurs reprises des missiles antichars Hellfire (à guidage laser) et antiaériens Stinger. C'est la première application des études menées sur la mise au point de drones de combat, capables de réaliser des missions d'attaque au sol. Parmi les drones de combat (ouUCAV, Unmanned Combat Aerial Vehicle) actuellement à l'étude, on peut citer le prototype X-45A de Boeing ou le démonstrateur Grand Duc de Dassault Aviation. Il existe aussi des projets de drones de combat à voilures tournantes appelés UCAR (Unmanned Combat Aerial Rotorcraft). La difficulté majeure dans le développement de ces appareils est la nécessité d'avoir un humain dans la boucle, qui doit garder la décision de tir et pouvoir à tout moment annuler la mission.

▷ **Les drones tactiques**

Plus petits que les drones MALE, les drones tactiques sont destinés à surveiller le théâtre d'opération à petite échelle et à servir le cas échéant de relais de communication. On peut citer le Sperwer de Sagem en service dans l'Armée de l'Air française. Les capacités d'endurance requises pour ce genre de mission (de 1 à 8 heures) privilégient les configurations à voilure fixe. Northrop Gruman a cependant développé le FireScout, un drone tactique de type hélicoptère destiné à la marine pour des missions de surveillance.

▷ **Les minidrones**

Comme leur nom l'indique, ce sont des véhicules de très petite taille, transportés par les fantassins et déployés sur place utilisés pour collecter des renseignements dans les combats rapprochés. L'autonomie de ces véhicules est très faible (de 10 à 30 minutes). L'évolution à basse altitude en environnement encombré rend nécessaire une capacité de vol stationnaire et de décollage et d'atterrissage vertical. Les configurations à voilure tournantes sont donc privilégiées pour ces véhicules.

### 2.1.2 Les missions des minidrones

Les minidrones sont utilisés pour des missions de courte durée et destinés à servir d'œil déporté du fantassin dans des environnements urbains. Ils suppléent les humains dans le rôle périlleux d'éclaireur. L'objectif est de renseigner les troupes au sol sur les mouvements ennemis derrière une colline, ou de l'autre côté d'un bâtiment. Ils peuvent également servir de capteur déposé pour observer une zone de combat. Leur faible autonomie est alors compensée par leur capacité à décoller et atterrir à la verticale, ce qui leur permet par exemple de se poser sur le toit d'un immeuble et d'observer la rue en contrebas. Les différents emplois imaginés pour les minidrones sont résumés sur la figure 2.2



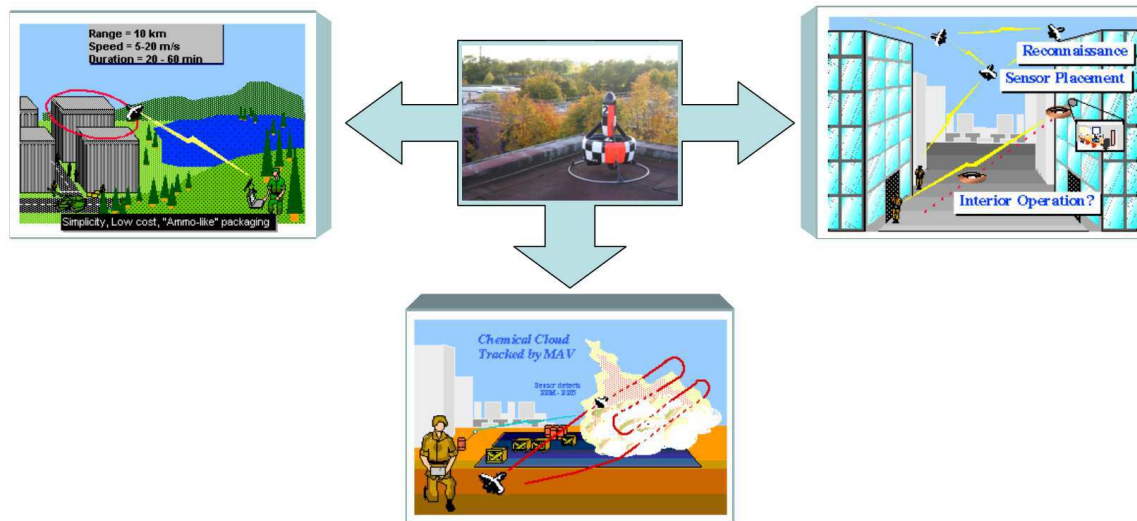


FIG. 2.2: Différentes missions adaptées aux minidrones à hélices carénées – œil déporté du fantassin (à gauche) – collecte de gaz sur un nuage suspect (en bas) – capteur déposé et relais de communication (à droite)

Les drones, développés à l'origine pour remplacer l'homme dans des environnements ou des situations hostiles, sont essentiellement dédiés à des missions militaires. Les minidrones ne font pas exception à la règle. Les quelques applications civiles envisagées pour le HoverEye concernent l'inspection d'ouvrage d'art (ponts, barrages, façades) pour la détection de fissures.

### 2.1.3 Cahier des charges et contraintes liées à l'environnement

Pour être utilisable en contexte opérationnel, le véhicule doit pouvoir être facilement pilotable par des opérateurs qui ne sont pas des pilotes d'aéromodélisme. Il est donc important que le véhicule soit capable de contrôler automatiquement sa position pour soulager la charge de travail de l'opérateur. Celui-ci spécifie alors des points de passage, que le véhicule doit atteindre le plus vite possible, l'autonomie étant très limitée. Le véhicule pouvant évoluer hors du champ visuel de l'opérateur, il est possible qu'un obstacle soit présent sur la droite reliant deux points de passages successifs. Le véhicule doit pouvoir détecter cet obstacle et le contourner pour atteindre son but. La plus grande difficulté reste la robustesse au vent. Le véhicule évoluant en extérieur, les contraintes atmosphériques doivent être prises en compte. Pour mener à bien sa mission d'observation et transmettre des images stables à l'opérateur, le véhicule doit démontrer une capacité de vol stationnaire en présence de vent établi et en présence de rafale. Les performances attendues de ce type de véhicule sont les suivantes :

- le système doit être transportable par un fantassin, peser moins de trois kilogrammes et être contenu dans un cube de 50cm de côté,
- le système doit pouvoir décoller et atterrir à la verticale de façon automatique,
- en terrain dégagé et dans une atmosphère au repos, le véhicule doit pouvoir rejoindre le point de passage courant avec une vitesse de croisière maximale de 10m/s,
- le véhicule doit être capable de naviguer dans un environnement urbain avec une vitesse sol de 1 à 2m/s,
- le véhicule doit pouvoir détecter et éviter la collision avec des obstacles imprévus sur sa

- route,
- le véhicule doit être capable de se maintenir en vol stationnaire dans une sphère d'un mètre de rayon autour de sa position de consigne pendant une minute en présence d'un vent établi de 8 à 12m/s,
  - le véhicule doit être capable de se maintenir en vol stationnaire dans une sphère de deux mètres de rayon autour de sa position de consigne pendant une minute en présence d'une rafale de 10 à 15m/s.

De toutes ces spécifications, la tenue au vent est clairement la plus contraignante.

## 2.2 Présentation du HoverEye

Le drone HoverEye est un minidrone VTOL de la famille des "tail-sitter". Une hélice contra-rotative protégée par une carène assure la sustentation du véhicule. Des grilles de deflexion situées sous la carène permettent de rediriger le flux d'air ingéré par l'hélice, ce qui crée en réaction un moment autour du centre de gravité assurant le contrôle en assiette du véhicule. Avant d'entrer plus en détail dans les caractéristiques du véhicule, nous allons décrire l'historique de ce prototype.

### 2.2.1 Historique



FIG. 2.3: De droite à gauche : la boule volante SFER de Bertin Technologies, le Kestrel de Honeywell, le iSTAR9 d'Allied Aerospace et le HoverEye

Le HoverEye résulte d'études autofinancées entamées en 1998 par le groupe Bertin Technologies sur un concept de boule volante. Il s'agissait alors de développer une plateforme de 15cm de diamètre, à hélice carénée (voir figure 2.3. Quatre volets en croix en aval de l'hélice permettent de contrôler l'inclinaison et le cap. Le prototype, SFER, équipé d'un moteur thermique, d'une centrale inertielle et d'un baroaltimètre, démontrait une capacité de vol stationnaire en environnement intérieur. La DGA notifia alors au groupe Bertin Technologies un Plan d'Etudes Amont (PEA) pour la réalisation d'un démonstrateur de vol stationnaire de la taille d'un minidrone (50cm de diamètre) et apte à résister au vent en environnement extérieur. La présence de moments perturbateurs aérodynamiques exigeaient de réhausser sensiblement le centre de gravité du véhicule pour accroître le bras de levier des gouvernes, ce qui a amené les ingénieurs de Bertin à rajouter à SFER une ogive au dessus de la carène, donnant naissance à la forme actuelle du HoverEye, proche des prototypes iSTAR9 [7] et Kestrel [31] développés respectivement par les sociétés Allied Aerospace et Honeywell dans le cadre du programme Organic Air Vehicle financé par la "Defense Advanced Research Projects Agency" (DARPA).

## 2.2.2 Caractéristiques du HoverEye

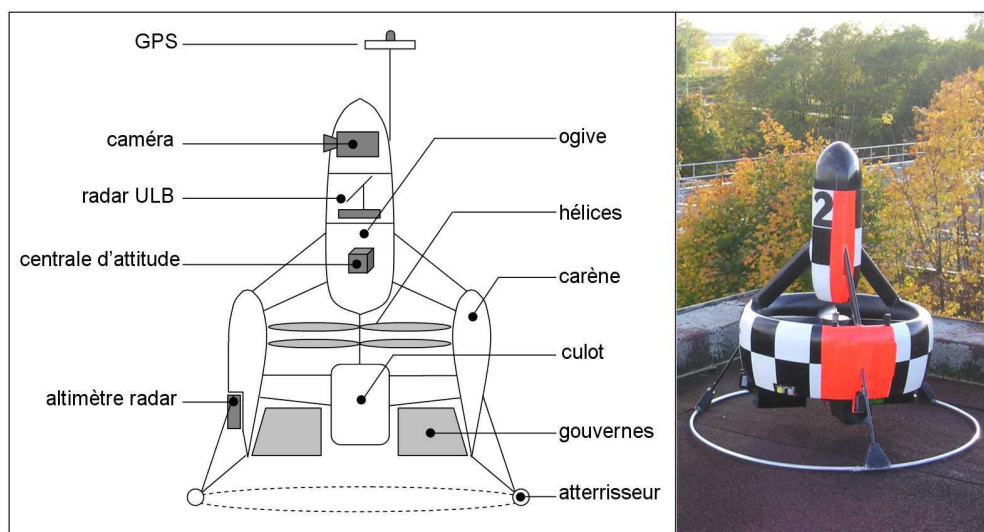


FIG. 2.4: Architecture du HoverEye de Bertin Technologies

Le HoverEye est un minidrone d'environ trois kilogrammes, de 70cm de haut pour un diamètre de 50cm, à propulsion électrique. Son autonomie est de dix minutes en vol stationnaire, et peut atteindre quinze à vingt minutes en vol d'avancement. L'architecture du HoverEye, représentée sur la figure 2.4, peut être décomposée en cinq parties. On distingue ainsi :

- l'ogive, située en partie haute du véhicule, qui renferme l'électronique embarquée, la charge utile du microdrone et les batteries,
- le culot situé en partie basse qui contient essentiellement le moteur électrique, refroidi par le flux de l'hélice,
- la carène qui confine deux hélices contrarotatives assurant la sustentation du véhicule,
- l'anneau d'atterrissage qui permet d'amortir les chocs et d'assurer la stabilisation lorsque l'appareil touche le sol,
- les gouvernes qui commandent l'orientation du véhicule, par déflexion du jet sortant des hélices. Un braquage symétrique des gouvernes fait basculer le véhicule. Un braquage anti-symétrique fait tourner le véhicule sur lui-même.

Pour connaître sa position, son attitude et l'environnement qui l'entoure, le véhicule dispose d'un certain nombre de capteurs :

- une centrale d'attitude à faible coût, constituée d'une centrale inertielle à composants liés et d'un magnétomètre 3 axes, qui permet au véhicule de connaître son orientation dans l'espace,
- un récepteur GPS, donnant la position et la vitesse du véhicule dans le plan horizontal,
- un altimètre radar, qui donne l'altitude du véhicule par rapport au sol,
- un radar Ultra Large Bande (ULB) qui réalise un balayage dans le plan horizontal, et renvoie la distance du véhicule à l'obstacle le plus proche dans la direction d'observation.

On remarquera que le véhicule ne dispose d'aucun capteur permettant de ressentir la présence d'un élément de l'environnement pourtant prépondérant, i.e. le vent. En effet, les capteurs anémométriques disponibles permettant de connaître la direction et la vitesse du vent sont soit trop lourds (station anémométrique par ultra-son), soit trop peu précis, soit trop fragiles (ané-

momètres fils chauds) , soit sensibles au vent uniquement dans une direction privilégiée (tubes de pitot). Ainsi, dans l'impossibilité de mesurer directement la présence de vent, il faudra développer des stratégies de contrôle capables d'estimer en ligne ces efforts pour les contrer.

### 2.2.3 Objectifs de commande

Si on laisse de côté le problème du décollage et de l'atterrissage automatique, le degré d'autonomie attendu du véhicule pour son utilisation en contexte opérationnel requiert les fonctionnalités suivantes :

- maintien à poste,
- navigation par points de passage,
- détection et évitement d'obstacles dans le plan horizontal.

D'un point de vue commande, les trois fonctionnalités peuvent être considérées comme un problème de contrôle en position et d'asservissement sur trajectoire. Se posent alors deux problèmes pour la commande en boucle fermée de ce véhicule :

- quel modèle dynamique du HoverEye utiliser pour la synthèse de la commande ?
- quelles mesures utiliser pour le retour ?

Ainsi, au problème du contrôle en position s'ajoutent un problème de modélisation de la dynamique du véhicule (en particulier sa caractérisation aérodynamique) et un problème d'estimation et de reconstruction de l'état à partir des capteurs disponibles.

Chacun de ces trois problèmes est traité dans les trois chapitres qui suivent. Le chapitre 3 s'intéresse à la modélisation et la caractérisation aérodynamique du véhicule, en vue d'obtenir un modèle de synthèse pour la commande. Le chapitre 4 s'intéresse à la commande en position du véhicule. Le vent n'étant pas directement mesuré, nous avons développé des stratégies d'estimation en ligne des perturbations dues au vent afin de pouvoir les contrer. Enfin le chapitre 5 propose des techniques de filtrage et d'estimation destinées à alimenter la loi de commande avec des mesures d'attitude et de position propres. Une fois ces trois problèmes traités, nous verrons dans le dernier chapitre les algorithmes permettant d'intégrer les trois fonctionnalités dans un calculateur et de conférer au HoverEye le degré d'autonomie attendu.

Maintenant, parlons un peu d'aérodynamique...



## Chapitre 3

# Caractérisation aérodynamique et modélisation du HoverEye

La dynamique des engins volants à voilure tournante est particulièrement difficile à appréhender, tant les effets aérodynamiques et les couplages 3D sont nombreux et surprenants. Dans cette section, nous allons développer un modèle mathématique permettant de décrire les mouvements d'un minidrone à hélice carénée de type HoverEye, en particulier lorsqu'il est soumis à un vent générant des efforts aérodynamiques perturbateurs.

Dans un premier temps, nous allons préciser les référentiels utilisés pour appliquer le théorème fondamental de la mécanique et décrire les systèmes d'axes dans lesquels ces équations seront projetées. Ensuite, nous définirons les paramètres cinématiques permettant de décrire l'évolution du véhicule, considéré dans notre étude comme un corps rigide à 6 degrés de libertés. Nous ferons alors le bilan des forces et moments appliqués au véhicule, avant d'appliquer le théorème de Newton pour la dynamique de translation et le Théorème d'Euler pour la dynamique de rotation.

Par une analyse de mécanique du vol, nous étudierons les configurations d'équilibre en vol longitudinal et latéral, avant de nous intéresser à un équilibre particulier, le vol quasi stationnaire. Dans cette configuration, les chaînes de tangage et de roulis sont découplées, ce qui conduit à une linéarisation très simple et une bonne compréhension physique des effets aérodynamiques.

Dans une dernière partie, nous nous attacherons à dégager une structure équivalente du modèle plus appropriée pour la synthèse de la commande. Tout d'abord, nous mettrons en évidence le problème de la dynamique des zéros inhérente à ce type de véhicule. Ensuite, nous montrerons que par des propriétés de symétrie, il est possible, en effectuant un changement de coordonnées, de neutraliser cette dynamique des zéros. Nous pourrons alors mettre en évidence une structure chaînée du système et découpler la dynamique de rotation de la dynamique de translation.

### 3.1 Référentiels et systèmes d'axes

#### 3.1.1 Les repères usuels de la mécanique du vol

Les référentiels considérés dans cette section sont usuels en mécanique du vol [32, 33] :

- $\mathcal{I}$  est appelé repère inertiel. Il est lié à un point  $O$  situé à la surface de la terre. Il est supposé galiléen. Le théorème fondamental de la mécanique s'y applique donc. On associe

à  $\mathcal{I}$  le système d'axes  $\{\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0\}$ , où  $\mathbf{x}_0$  pointe vers le Nord,  $\mathbf{y}_0$  pointe vers l'Est, et  $\mathbf{z}_0$  pointe vers le centre de la terre. Le système d'axe  $\{\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0\}$  est illustré sur la figure 3.1

- $\mathcal{B}$  est appelé repère corps. Il est lié au centre de gravité  $G$  du véhicule. On associe à  $\mathcal{B}$  le système d'axes  $\{\mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b, \mathbf{z}_b\}$ , où  $\mathbf{x}_b$ , appelé axe de roulis, pointe vers l'avant du véhicule,  $\mathbf{y}_b$ , appelé axe de tangage, pointe vers la droite, et  $\mathbf{z}_b$ , appelé axe de lacet, pointe vers le bas. Le système d'axe  $\{\mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b, \mathbf{z}_b\}$  est illustré sur la figure 3.1
- $\mathcal{A}$  est appelé repère aérodynamique. Il est lié au centre de gravité  $G$  du véhicule. Le repère aérodynamique s'appuie sur le vecteur vitesse relative de l'air autour du véhicule, résultant de la composition dans le repère inertiel de la vitesse du véhicule  $\mathbf{v}_{(G/\mathcal{I})}$  et de la vitesse du vent  $\mathbf{v}_w$  en  $G$  :

$$\mathbf{v}_r = \mathbf{v}_{(G/\mathcal{I})} - \mathbf{v}_w$$

On associe à  $\mathcal{A}$  le système d'axes  $\{\mathbf{x}_a, \mathbf{y}_a, \mathbf{z}_a\}$  respectivement appelés axe de traînée, axe de portance latérale et axe de portance et définis tant que la vitesse relative n'est pas nulle, de la façon suivante :

▷  $\mathbf{x}_a$  est sur la droite porteuse de la vitesse relative :

$$\mathbf{x}_a = \frac{\mathbf{v}_{rel}}{\|\mathbf{v}_{rel}\|}$$

▷ Si  $\mathbf{x}_a$  n'est pas aligné avec l'axe de lacet (c'est à dire si  $\mathbf{x}_a \times \mathbf{z}_b \neq 0$ ), alors

$$\mathbf{y}_a = \frac{\mathbf{z}_b \times \mathbf{x}_a}{\|\mathbf{x}_a \times \mathbf{z}_b\|} \quad \text{et} \quad \mathbf{z}_a = \mathbf{x}_a \times \mathbf{y}_a$$

▷ Sinon,

$$\mathbf{y}_a = \mathbf{y}_b \quad \text{et} \quad \mathbf{z}_a = \mathbf{x}_a \times \mathbf{y}_a$$

Ce système d'axe est particulièrement bien adapté pour la projection des efforts aérodynamiques. En effet, les efforts appliqués selon  $\mathbf{x}_a$  sont appelés efforts de traînée, dans la mesure où ils s'opposent au mouvement relatif du véhicule par rapport à l'air. De même, les efforts dirigés selon  $\mathbf{z}_a$  participent à la sustentation de l'appareil et sont donc appelés efforts de portance. Enfin, les efforts latéraux parasites, qui dévient le mouvement sans s'y opposer ni participer à la sustentation, sont appliqués le long de l'axe  $\mathbf{y}_a$ . Le repère aérodynamique est illustré sur la figure 3.1

### 3.1.2 Les matrices de changement de base entre repères

Soit  $\mathcal{P} = \{\mathbf{x}_p, \mathbf{y}_p, \mathbf{z}_p\}$  une base de l'espace 3D. Pour tout vecteur  $\mathbf{u}$  de l'espace, nous désignerons par  ${}^{\mathcal{P}}\mathbf{u}$  les coordonnées de  $\mathbf{u}$  dans la base  $\mathcal{P}$ . Les matrices de changements de base permettent de passer librement des coordonnées d'un repère à un autre. Ainsi, si on considère deux bases  $\mathcal{P} = \{\mathbf{x}_p, \mathbf{y}_p, \mathbf{z}_p\}$  et  $\mathcal{Q} = \{\mathbf{x}_q, \mathbf{y}_q, \mathbf{z}_q\}$  de l'espace, la matrice de passage entre  $\mathcal{P}$  et  $\mathcal{Q}$ , notée  ${}^{\mathcal{Q}}R$ , est définie par :

$${}^{\mathcal{Q}}R = [{}^{\mathcal{P}}\mathbf{x}_q, {}^{\mathcal{P}}\mathbf{y}_q, {}^{\mathcal{P}}\mathbf{z}_q]$$

Alors, pour tout vecteur  $\mathbf{x}$  de l'espace, les coordonnées  ${}^{\mathcal{P}}\mathbf{x}$  dans  $\mathcal{P}$  sont déduites des coordonnées  ${}^{\mathcal{Q}}\mathbf{x}$  dans la base  $\mathcal{Q}$  par la relation :

$$\mathcal{Q} \xrightarrow{{}^{\mathcal{Q}}R} \mathcal{P} \quad : \quad {}^{\mathcal{P}}\mathbf{x} = {}^{\mathcal{Q}}R \quad {}^{\mathcal{Q}}\mathbf{x}$$

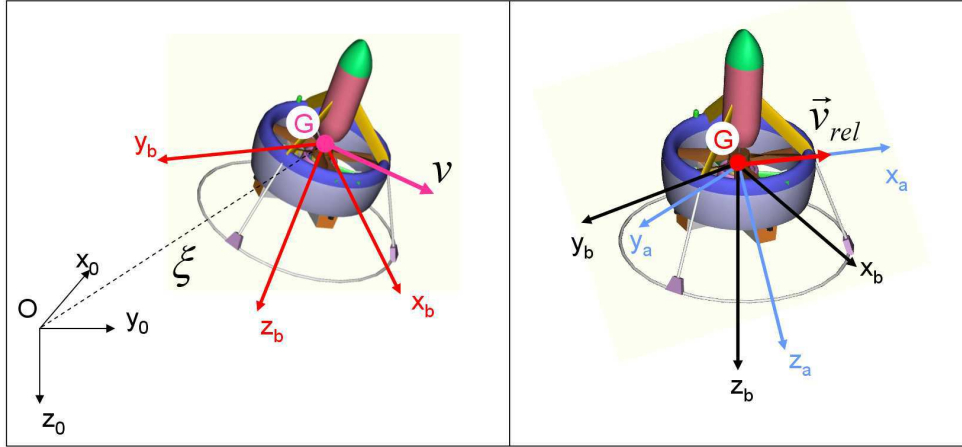


FIG. 3.1: Repère inertiel et repère corps - Repère corps et repère aérodynamique

De plus, si les bases sont orthonormées, alors la matrice de changement de base appartient au groupe spécial orthogonal  $SO(3)$ , soit :

$$({}^{\mathcal{Q}}R)^{-1} = ({}^{\mathcal{Q}}R)^T \quad \text{et} \quad \det({}^{\mathcal{Q}}R) = 1$$

Pour de plus amples détails sur les matrices orthogonales, et l'orientation 3D d'un corps en général, le lecteur est invité à consulter [34].

Ainsi, la matrice de changement de base entre le repère inertiel et le repère corps est communément appelée matrice d'attitude, et notée  $R$ . La matrice de passage entre le repère corps  $\mathcal{B}$  et le repère aérodynamique  $\mathcal{A}$  est notée  $R_a$  :

$$\mathcal{A} \xrightarrow{R_a} \mathcal{B} \xrightarrow{R} \mathcal{I} \quad : \quad \begin{cases} R_a &= [{}^{\mathcal{B}}\mathbf{x}_a, {}^{\mathcal{B}}\mathbf{y}_a, {}^{\mathcal{B}}\mathbf{z}_a] \\ R &= [{}^{\mathcal{I}}\mathbf{x}_b, {}^{\mathcal{I}}\mathbf{y}_b, {}^{\mathcal{I}}\mathbf{z}_b] \end{cases}$$

La définition d'une matrice de passage comme la projection des vecteurs de la nouvelle base dans l'ancienne base est générale. Il est cependant commode de représenter le changement de base comme une succession de rotations permettant de passer d'un repère à l'autre. Ainsi, la matrice  $R$  peut être paramétrée par les angles d'Euler aéronautiques  $(\phi, \theta, \psi)$ , qui consistent en :

- une rotation d'angle  $\psi \in [-180^\circ, 180^\circ]$ , appelé angle de cap, dans le plan horizontal  $\{\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0\}$
- une rotation d'angle  $\theta \in ]-90^\circ, 90^\circ[$ , appelé angle d'assiette, dans le plan longitudinal  $\{\mathbf{x}_b, \mathbf{z}_b\}$
- une rotation d'angle  $\phi \in [-180^\circ, 180^\circ]$ , appelé angle d'inclinaison, autour de l'axe  $\mathbf{x}_b$

La matrice  $R$  s'exprime alors<sup>1</sup> :

$$R = \begin{bmatrix} c_\theta c_\psi & s_\theta s_\phi c_\psi - s_\psi c_\phi & s_\theta c_\phi c_\psi + s_\psi s_\phi \\ c_\theta s_\psi & s_\theta s_\phi c_\psi + c_\psi c_\phi & s_\theta c_\phi s_\psi - c_\psi s_\phi \\ -s_\theta & c_\theta s_\phi & c_\theta c_\phi \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Dans le cas de la matrice de passage entre  $\mathcal{B}$  et  $\mathcal{A}$ , deux rotations permettent de passer du repère corps au repère aérodynamique :

- une rotation d'angle  $\alpha \in [-180^\circ, 180^\circ]$ , appelé angle d'incidence, dans le plan longitudinal  $\{\mathbf{x}_b, \mathbf{z}_b\}$ .

<sup>1</sup>On définit  $\forall \beta \in \mathbb{R}$ ,  $c_\beta = \cos \beta$  et  $s_\beta = \sin \beta$



– une rotation d'angle  $\beta \in ] -90^\circ, 90^\circ[$ , appelé angle de dérapage, autour de l'axe  $\mathbf{z}_a$ .

La matrice  $R_a$  se met alors sous la forme :

$$R_a = \begin{bmatrix} c_\alpha c_\beta & -c_\alpha s_\beta & s_\alpha \\ s_\beta & c_\beta & 0 \\ -s_\alpha c_\beta & s_\alpha s_\beta & c_\alpha \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

L'intérêt de ces paramètres angulaires est qu'ils permettent de comprendre plus facilement le mouvement du corps dans l'espace que ne le permettent les composantes de la matrice de changement de base. La représentation par les angles de rotation est également minimale, dans la mesure où 3 paramètres angulaires (2 pour la matrice  $R_a$ ) permettent de représenter l'évolution d'une matrice à 9 éléments. Le revers de la médaille de ces représentations est l'existence de singularités, c'est à dire de matrices de passages qu'il n'est pas possible d'interpréter comme la succession de rotations proposées, et pour lesquelles il existe alors une indétermination des angles de rotation. Dans la paramétrisation de  $R$  par les angles d'Euler, la configuration où l'angle d'assiette  $\theta$  vaut  $\pm 90^\circ$  est singulière. Dans le cas de la paramétrisation de  $R_a$  par les angles aérodynamiques, c'est la configuration à dérapage  $\beta = \pm 90^\circ$  qui est singulière. Les angles d'Euler aéronautiques ainsi que les angles aérodynamique sont illustrés sur la figure 3.2

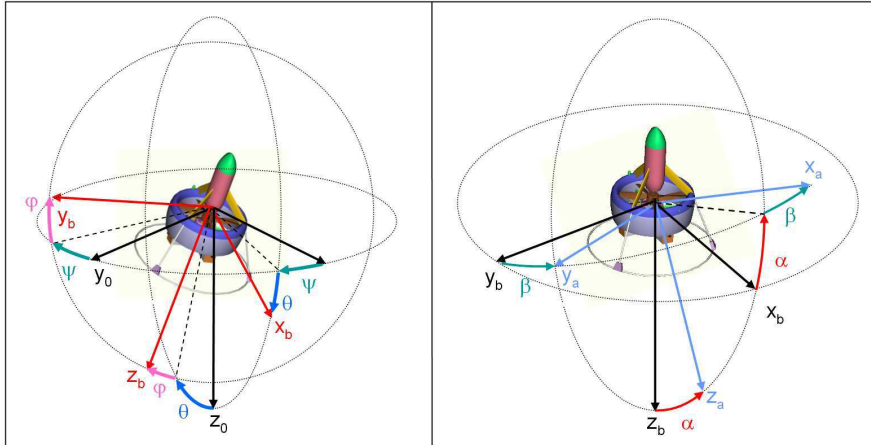


FIG. 3.2: Les angles d'Euler aéronautiques - Angle d'incidence et de dérapage

Maintenant que les référentiels ont été explicités, ainsi que les systèmes d'axes associés, nous allons détailler les paramètres cinématiques permettant de décrire le mouvement du véhicule dans l'espace.

## 3.2 Etat

Dans cette section, nous allons décrire dans un premier temps les paramètres cinématiques qui permettent de décrire le mouvement d'un corps rigide dans l'espace, en translation comme en rotation. Ensuite, nous nous intéresserons aux paramètres cinétiques de masse, de centrage et d'inertie du véhicule permettant de faire le lien entre forces et dérivées des paramètres cinématiques.

### 3.2.1 Paramètres cinématiques

Les paramètres cinématiques permettant de décrire le mouvement d'un corps rigide dans l'espace sont la position, la vitesse, l'attitude et la vitesse angulaire. Plus précisément, l'état du système est décrit par les paramètres :

$$[\xi, v, R, \Omega],$$

définis de la manière suivante :

- $\xi = {}^{\mathcal{I}}\mathbf{OG}$  est la position du centre de gravité du véhicule par rapport à  $\mathcal{I}$ , exprimé dans le repère inertiel.
- $v = {}^{\mathcal{I}}\mathbf{v}_{(G/\mathcal{I})}$  est la vitesse du centre de gravité par rapport par rapport à  $\mathcal{I}$ , exprimé dans le repère inertiel.
- $R = [{}^{\mathcal{I}}\mathbf{x}_b, {}^{\mathcal{I}}\mathbf{y}_b, {}^{\mathcal{I}}\mathbf{z}_b]$  est la matrice de passage entre le repère inertiel et le repère corps, définie à la section précédente.
- $\Omega = [p, q, r]^T = {}^{\mathcal{B}}\boldsymbol{\Omega}_{(\mathcal{B}/\mathcal{I})}$  est le vecteur vitesse instantanée de rotation entre le repère corps et le repère inertiel, exprimé dans le repère corps.

### 3.2.2 Paramètres cinétiques

Les paramètres cinétiques caractéristiques du véhicule sont sa masse, son centrage, et sa matrice d'inertie. Le véhicule étant à propulsion électrique, il n'y a pas de variation de masse au cours d'un vol. Les paramètres cinétiques sont donc fixes au court du temps. Plus précisément :

- La masse du véhicule, notée  $m$ , est constante.
- Le centre de gravité, noté  $G$ , est situé sur l'axe de lacet  $\mathbf{z}_b$ . L'emplacement de  $G$  le long de cet axe est un élément particulièrement important pour la conception de ce genre de véhicule et sera discuté plus loin
- La matrice d'inertie du véhicule exprimée au point  $G$  dans le repère corps s'exprime de la façon la plus générale :

$${}^{\mathcal{B}}\mathbf{I} = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}$$

Cependant, l'enveloppe externe du véhicule étant quasiment symétrique par rapport à l'axe de lacet (en négligeant la forme profilée de l'ogive et les haubans), et les gouvernes étant réparties de façon symétriques sur les axes de roulis et de tangage, les propriétés de symétrie suivantes permettent de simplifier l'expression de  ${}^{\mathcal{B}}\mathbf{I}$  :

- Le plan  $\{\mathbf{x}_b, \mathbf{z}_b\}$  est un plan de symétrie  $\Rightarrow D = F = 0$
- Le plan  $\{\mathbf{y}_b, \mathbf{z}_b\}$  est un plan de symétrie  $\Rightarrow E = 0$
- Le plan normal à  $\mathbf{x}_b - \mathbf{y}_b$  est un plan de symétrie  $\Rightarrow A = B$

Il s'ensuit que le repère corps est le repère central d'inertie du véhicule. On définit alors  $J$  comme :

$${}^{\mathcal{B}}\mathbf{I} = J = \text{diag}(J_1, J_1, J_2) \quad (3.3)$$

### 3.3 Caractérisation aérodynamique du véhicule dans le vent

Le comportement d'un véhicule à hélice carénée dans le vent relève de phénomènes aérodynamiques complexes, largement étudiés dans les années 60 [35, 36], avec le développement de l'Aérotrain par la société Bertin Technologies ou le convertible V/STOL Nord 500, puis laissé à l'abandon, lorsque l'application des hélices carénées s'est révélée trop délicate à mettre en œuvre par rapport à des solutions classiques de type hélicoptère. Les ingénieurs de l'époque constataient l'existence, pour ces configurations, d'un fort moment cabreur, dangereux pour le pilotage en présence de vent travers.

Cependant, avec le développement de minidrones comme l'iSTAR9 ou le HoverEye, les contraintes d'encombrement et de confinement des pales pour la sécurité des opérateurs ont remis au goût du jour l'emploi d'hélices carénées. Leur étude, redevenue une préoccupation majeure, a motivé de nombreux travaux [31, 37, 38], orientés vers la mécanique du vol de ces véhicules et leur comportement aérodynamique [31, 38], ou bien vers la conception de carènes optimisant le comportement de l'hélice au point fixe et en présence de vent [37, 39, 40, 41].

La particularité des véhicules à hélice carénée dans le vent est l'existence d'une traînée, appelée traînée de captation (momentum drag, en anglais), appliquée sur l'axe de révolution du rotor, bien au dessus du plan des pales, qui s'ajoute à la traînée de forme de la carène. Cette traînée de captation est à l'origine d'un moment cabreur très important, qui nuit à la stabilité dans le vent du véhicule. Cette traînée est proportionnelle à la vitesse du vent, contrairement à la traînée de forme qui est proportionnelle à la vitesse du vent au carré. Nous verrons que ces deux traînées sont antagonistes au niveau du moment de tangage, dans la mesure où la traînée de corps crée un moment essentiellement piqueur.

Notre objectif n'est pas de fournir une description exhaustive de l'aérodynamique des hélices carénées, mais plutôt des éléments permettant de mieux appréhender la mécanique du vol et le comportement dans le vent de ce type de véhicule. Nous espérons qu'au terme de cette section, le lecteur aura une idée un peu plus claire des enjeux tant au niveau de la conception que du pilotage des minidrones à hélices carénées.

Avant toute chose, nous allons rappeler quelques éléments d'aérodynamique, puis décrire la poussée des hélices carénées au point fixe. Nous mettrons ensuite en évidence les efforts aérodynamiques parasites dues à la forme du véhicule, et enfin les efforts créés par les surfaces de contrôle. Le véhicule ayant fait l'objet de plusieurs campagnes de tests en soufflerie (voir figure 3.3), nous illustrerons nos modèles théoriques par des résultats expérimentaux.

#### 3.3.1 Quelques notions d'aérodynamique et de mécanique des fluides

##### 3.3.1.1 La portance d'un profil

Considérons une plaque plane de surface  $S$  et un écoulement d'air de vitesse  $V_0$  normal à la plaque (voir figure 3.4a). le ralentissement de l'air en amont de la plaque provoque une surpression, tandis que l'absence d'air en aval entraîne une dépression. Cette différence de pression induit une force de réaction  $R$  normale à la plaque. Si les filets d'air rencontrant la plaque plane n'étaient pas déviés, toute leur énergie cinétique serait convertie en force de pression, entraînant la relation :

$$R = \frac{1}{2}\rho S V_0^2$$

Où  $\rho$  est la masse volumique de l'air. En réalité, les filets d'air étant déviés, et le frottement de l'air contre les parois de la plaque entraînant une perte d'énergie cinétique, la force de réaction

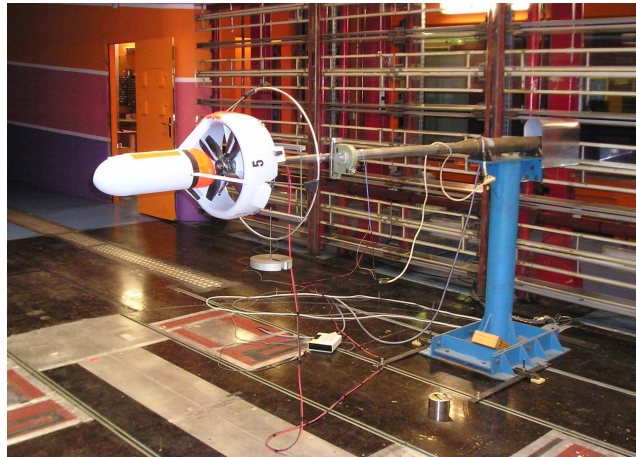


FIG. 3.3: Le HoverEye testé en soufflerie

exercée par le fluide est donnée par :

$$R = \frac{1}{2} \rho S K V_0^2 \quad (3.4)$$

Où  $K$  est un facteur de forme qui dépend de la géométrie du corps et de son état de surface. Si  $K = K_0$  pour la plaque plane, ce facteur de forme n'est plus que de  $0.5K_0$  pour une sphère et tombe à  $0.15K_0$  pour un profil aérodynamique.

Inclinons maintenant la plaque dans le lit du vent (voir figure 3.4b). De la même manière, une surpression apparaît en dessous de la plaque et une dépression apparaît au dessus : la force de réaction reste normale à la plaque. La composante de réaction parallèle à  $V$  est appelé traînée, et la composante normale est appelée portance. De la même façon, la portance d'un profil naît en petite partie de la compression des filets d'air à l'intrados et surtout, de la dépression due à l'accélération du fluide à l'extrados, comme l'illustre la distribution de pression sur la figure 3.5.

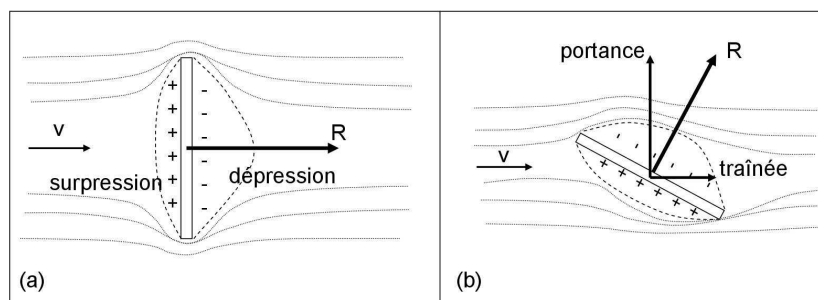


FIG. 3.4: (a) Résistance d'une plaque dans un écoulement - (b) Portance d'une plaque plane

### 3.3.1.2 Le théorème des quantités de mouvement

Le théorème des quantités de mouvement permet de connaître les efforts qui s'appliquent sur un fluide au sein d'un contour fermé et, du coup, les efforts que ce fluide exerce en retour avec la

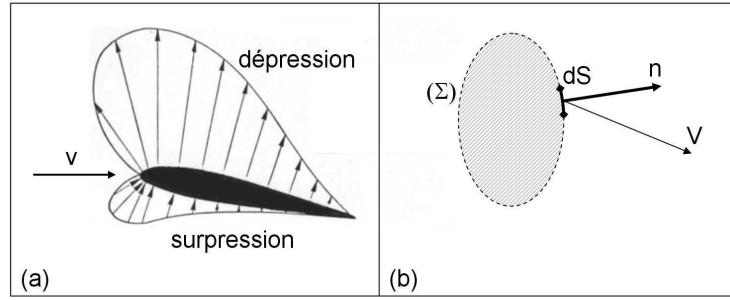


FIG. 3.5: (a) Illustration de la distribution de pression sur un profil aérodynamique - (b) Le théorème des quantités de mouvement

seule connaissance des vitesses aux limites du domaine considéré. Il est de plus applicable aussi bien aux fluides parfaits qu'aux fluides réels [42]. Le théorème des quantités de mouvement dit que pour une surface fermée  $\Sigma$ , la somme des débits de mouvement sortant de  $\Sigma$  en régime permanent est équivalente à la somme des forces appliquées au fluide contenu en  $\Sigma$ . Plus précisément :

$$\oint_{\Sigma} \rho \mathbf{V}(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) dS \equiv \mathbf{F} \quad (3.5)$$

Ce théorème est généralement très simple à mettre en œuvre, dans la mesure où le choix d'une surface supportée par les lignes de courant permet de ne considérer que les flux entrant en amont de l'écoulement et le flux en aval. Les applications concernent aussi bien le calcul de l'écoulement dans un tube à section variable que la réaction d'un jet sur une plaque ou encore la poussée d'un réacteur ou d'une fusée. Mais il est également à l'origine de la théorie monoaxiale de l'hélice, encore connue sous le nom de théorie de Froude.

### 3.3.2 Poussée d'une hélice carénée

Dans cette section, nous rappelons les résultats essentiels de la théorie de Froude pour mettre en avant l'avantage du carénage de l'hélice pour le rendement propulsif. Une fois ce point mis en avant, nous reprendrons le modèle de poussée utilisé par [15] pour exprimer l'intensité de la poussée comme une fonction de la vitesse de rotation du moteur.

#### 3.3.2.1 L'apport du carénage dans le rendement propulsif

La théorie de Froude consiste en une approximation de l'hélice comme un plan de discontinuité de pression (théorie du disque rotor). L'application du théorème de Bernoulli de part et d'autre de ce disque rotor, combiné à l'application du théorème des quantités de mouvement sur la surface  $\Sigma$  (voir figure 3.6) permet d'écrire dans le cas d'une hélice libre au point fixe :

$$\|\mathbf{T}\| = \frac{1}{2} \rho S_1 V_{\infty}^2 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \mathbf{T} : & \text{poussée de l'hélice} \\ \rho : & \text{masse volumique de l'air} \\ S_1 : & \text{surface du disque rotor} \\ V_{\infty} : & \text{vitesse du jet en aval de l'hélice} \end{cases}$$

L'application directe du théorème des quantités de mouvement au tube de courant  $\Sigma$  conduit quant à elle à l'expression suivante de la poussée en fonction de la section du jet en aval du disque

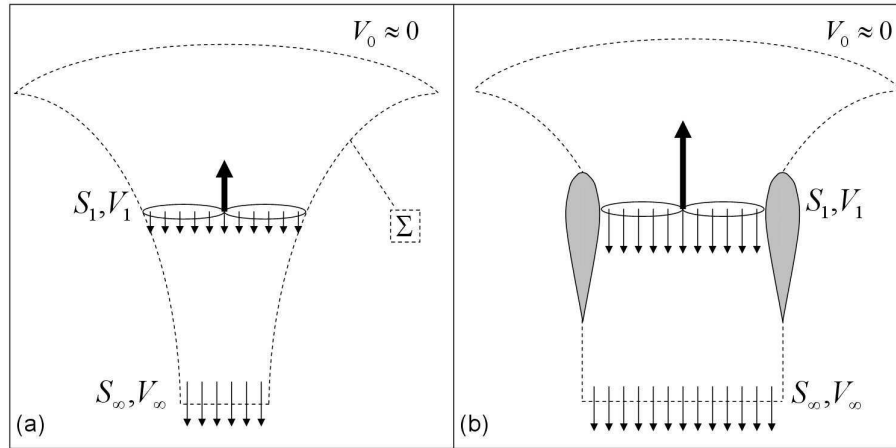


FIG. 3.6: Illustration du jet d'air en aval d'une hélice au point fixe (a) Hélice libre - (b) Hélice carénée

rotor :

$$\mathbf{T} = - \oint_{\Sigma} \rho \mathbf{V} (\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) dS = -\rho S_{\infty} V_{\infty} \mathbf{V}_{\infty}$$

Ainsi, on constate pour l'hélice libre une contraction du jet en aval de l'hélice, puisque la surface  $S_{\infty}$  traversé par le fluide en aval n'est plus que la moitié de la surface  $S_1$  du disque rotor. Le carénage de l'hélice tend à empêcher cette contraction, en maintenant une section de jet à l'infini au moins égale à la surface  $S_1$ . C'est pourquoi la poussée d'une hélice carénée est déduite de l'application directe du théorème de quantité de mouvement, alors que dans le cas de l'hélice libre, la non connaissance *a priori* de la surface  $S_{\infty}$  oblige à utiliser l'argument supplémentaire du théorème de Bernoulli. Plus précisément, en introduisant le facteur de diffusion  $\sigma = S_{\infty}/S_1$ , la poussée d'une hélice carénée, ou non, est donnée par :

$$\|\mathbf{T}\| = \sigma \rho S_1 V_{\infty}^2 \quad (3.6)$$

Le facteur  $\sigma$  vaut 0.5 dans le cas d'une hélice libre. Il vaut 1 pour une hélice carénée à jet cylindrique, et devient supérieur à 1 pour une hélice à diffusion [35]. En maintenant un jet cylindrique ou évasé, le carénage de l'hélice permet d'accroître singulièrement l'efficacité d'une hélice. La principale application est de limiter l'encombrement du système. En effet, pour une même poussée, une hélice carénée possède un disque rotor moitié moins grand qu'une hélice libre. Enfin, il est bien connu que le rendement aérodynamique d'une l'hélice est d'autant plus élevé que la vitesse induite au niveau du disque rotor (aussi appelé vitesse de Froude) est faible. Or, dans le cas d'une hélice carénée, on remarquera que la vitesse d'éjection en aval de l'hélice est d'autant plus faible que le facteur de diffusion  $\sigma$  est élevé, l'équation de continuité imposant :

$$\rho S_1 V_1 = \rho S_{\infty} V_{\infty} \quad \Rightarrow \quad V_1 = \sigma V_{\infty} \quad (3.7)$$

Le maintien d'un jet cylindrique, ou évasé, en sortie de carène conduit à une recompression des filets d'air le long du profil du carénage. En pratique, la diffusion du jet est entravée par des phénomènes de détachement de couche limite suite à ces recompressions trop importantes, ce qui explique que les performances ne sont pas toujours à la hauteur des espérances théoriques. Ainsi, pour les minidrones à hélice carénée, le carénage apporte en moyenne un supplément de poussée de 30% [31]. Le minidrone HoverEye est équipé d'une hélice carénée à jet cylindrique ( $\sigma = 1$ ).

### 3.3.2.2 Modèle de poussée

Nous allons maintenant nous attacher à exprimer la poussée des hélices comme une fonction de la vitesse de rotation des pales. En effet, le calage des pales étant fixe, le seul moyen d'influer sur la poussée des hélices consiste à agir sur la vitesse de rotation des moteurs. Hamel *et al.*

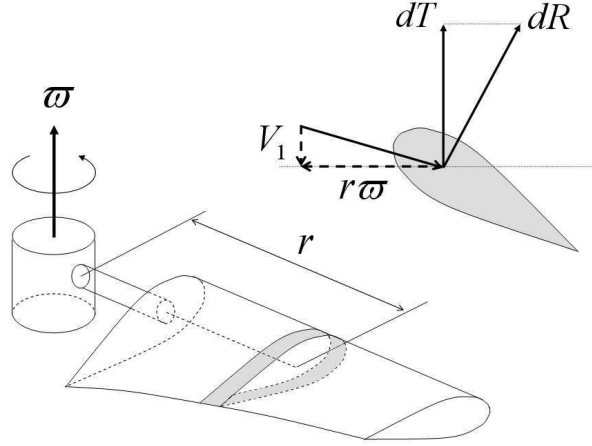


FIG. 3.7: Géométrie d'un élément de pale

ont souligné dans [43] et [15] que la poussée d'une hélice est fonction du carré de la vitesse de rotation du moteur  $\varpi$  :

$$\|\mathbf{T}\| = b\varpi^2 \quad (3.8)$$

Ce modèle résulte d'une application de la théorie de la ligne portance (ou théorie de Prandtl) à chacune des pales de l'hélice [44]. Sans rentrer dans le calcul précis réalisé en [15], nous pouvons en rappeler ici les principales étapes (voir figure 3.7) :

1. l'élément de pale de surface  $dS = l(r)dr$ , avançant à vitesse  $r\varpi$ , et soumis à un vent relatif  $r\varpi + V_1$ , crée la poussée élémentaire  $dT$  (3.4) :

$$dT = \frac{1}{2}\rho K(r)l(r)(r^2\varpi^2 + V_1^2)dr$$

2. La pale  $i$  crée donc la poussée  $T_i$  :

$$T_i = a\varpi^2 + c\rho V_1^2 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} a = \frac{1}{2} \int_0^R \rho K(r)l(r)r^2 dr \\ c = \frac{1}{2} \int_0^R K(r)l(r)dr \end{cases}$$

3. En utilisant les relations (3.6) et (3.7), on obtient  $T = \rho S_1 V_1^2$ . Par ailleurs, la poussée résultante étant la somme des poussées des  $N$  pales, on en déduit :

$$\|\mathbf{T}\| = NT_i \quad \text{et} \quad T_i = \frac{a}{1 - \frac{cN}{S_1}} \varpi^2$$

4. En additionnant les portances des  $N$  pales, on obtient finalement :

$$\|\mathbf{T}\| = \frac{aN}{1 - \frac{cN}{S_1}} \varpi^2 = b\varpi^2$$

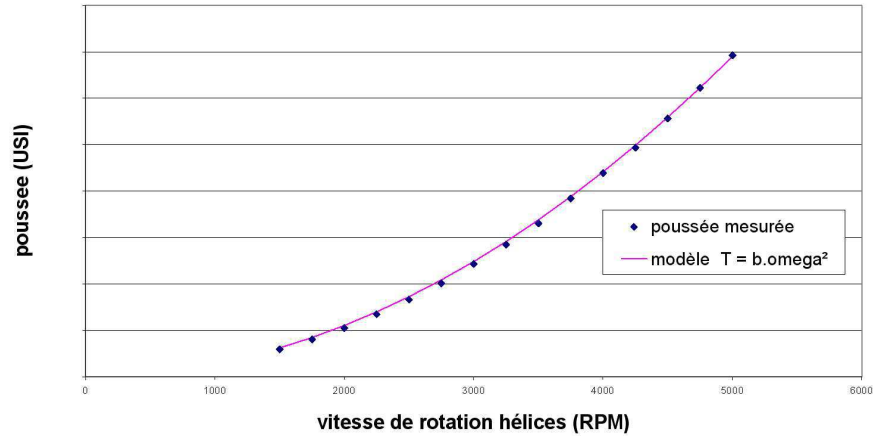


FIG. 3.8: Caractérisation expérimentale du modèle de poussée des hélices

La détermination théorique de la constante  $b$  est difficile. Par contre, on peut l'identifier de façon expérimentale, comme l'illustre la figure 3.8. Maintenant que nous avons rappelé les éléments essentiels du comportement d'une hélice carénée au point fixe, nous allons nous intéresser à son comportement dans le vent.

### 3.3.3 Traînée de captation

La mise en évidence de la traînée de captation est une application du théorème des quantités de mouvement. Considérons une hélice carénée, plongée dans un vent traversier de direction  $\mathbf{V}_0$  (voir figure 3.9), et appliquons le théorème des quantités de mouvement à la surface fermée ( $\Sigma$ ). ( $\Sigma$ ) s'appuyant sur les lignes de courant, la contribution des surfaces latérales est nulle. Seules comptent les contributions des surfaces  $S_0$  et  $S_\infty$  :

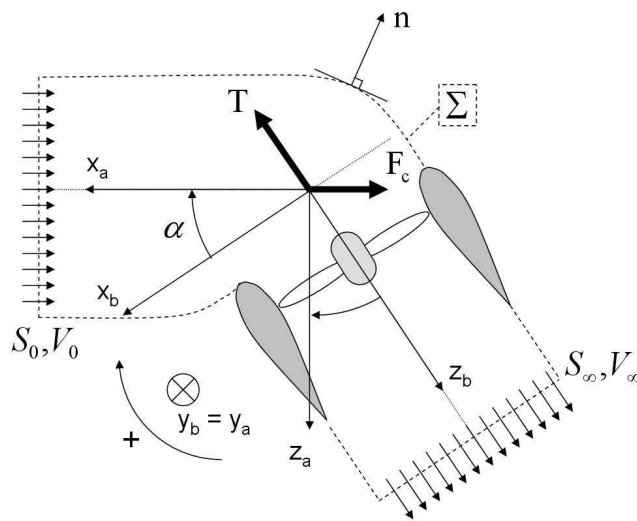


FIG. 3.9: Mise en évidence théorique de la traînée de captation



$$\oint_{\Sigma} \rho \mathbf{V}(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_{S_0} \rho \mathbf{V}(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) dS + \int_{S_{\infty}} \rho \mathbf{V}(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) dS = -(\rho S_0 V_0) \mathbf{V}_0 + (\rho S_{\infty} V_{\infty}) \mathbf{V}_{\infty}$$

En introduisant le débit massique  $Q$  ingéré à travers l'hélice, et l'équation de continuité imposant  $Q = \rho S_0 V_0 = \rho S_{\infty} V_{\infty}$ , les efforts créés sur le fluide par l'hélice carénée s'expriment :

$$\oint_{\Sigma} \rho \mathbf{V}(\mathbf{V} \cdot \mathbf{n}) dS = Q \mathbf{V}_{\infty} - Q \mathbf{V}_0$$

En réaction, le fluide exerce sur l'hélice carénée l'effort opposé, que l'on peut séparer en :

- ▷ la force de poussée de l'hélice,  $\mathbf{T} = -Q \mathbf{V}_{\infty}$ , appliquée le long de l'axe de lacet  $\mathbf{z}_b$ ,
- ▷ une force de traînée s'opposant au mouvement du véhicule dans le vent relatif  $\mathbf{V}_0$ , appliquée en un point au dessus du plan des hélices, proportionnelle à  $\mathbf{V}_0$ , que nous appelons traînée de captation :

$$\mathbf{F}_c = Q \mathbf{V}_0 \tag{3.9}$$

Cette force, due à la déflexion de l'air incident à travers l'hélice, possède quelques particularités qui en font une traînée atypique :

- elle est proportionnelle à la vitesse du vent relatif,
- elle ne dépend pas de l'incidence  $\alpha$  du véhicule,
- elle s'applique en un point fixe de l'axe de lacet.

Expérimentalement, on peut retrouver ces propriétés lors de tests à faible vitesse pour lesquels la traînée de captation peut représenter jusqu'à 80% de la traînée totale [37]. On mesure en soufflerie les efforts aérodynamiques dans le repère corps  $\mathcal{B}$ . Quand on projette la relation précédente, on obtient alors :

$${}^{\mathcal{B}}[\mathbf{T} + Q \mathbf{V}_0] = \begin{bmatrix} -Q V_0 \cos \alpha \\ -\|\mathbf{T}\| + Q V_0 \sin \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_z \end{bmatrix}$$

Sur la figure 3.10, on a représenté les efforts mesurés  $R_x$  et  $R_z$  auquel on a retranché le modèle de poussée donné par (3.8). On a superposé les projections dans le repère corps de la traînée de captation. La vitesse du vent était alors de  $4m/s$ . Comme on le voit, le modèle colle assez

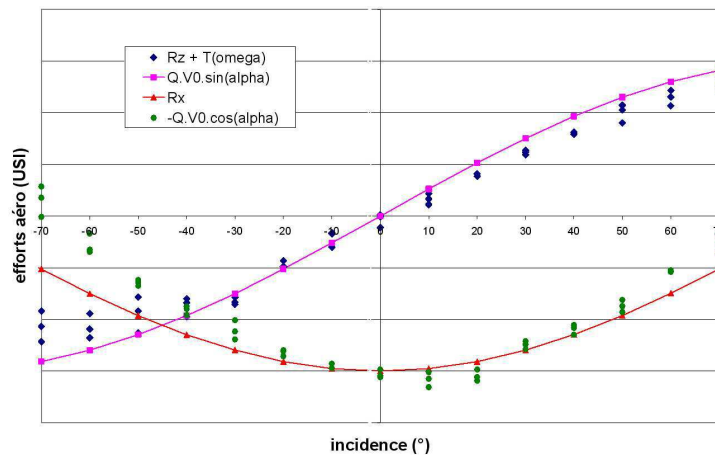


FIG. 3.10: Mise en évidence expérimentale de la traînée de captation (vent 4m/s)

bien aux mesures expérimentales : la traînée de captation est bien invariante à l'incidence du

véhicule, dans une plage de  $\pm 40^\circ$ . Lorsque l'incidence devient fortement négative (inférieure à  $-40^\circ$  d'incidence), ce qui correspond au cas où le véhicule est fortement cabré contre le vent, le jet en sortie d'hélice s'oppose au jet incident. Des turbulences dues à la confrontation des deux jets se forment alors, rendant l'écoulement complexe à caractériser par la simple application du théorème de quantités de mouvement. Ces configurations sont de toutes façons au delà de l'enveloppe de vol normale du véhicule. De même l'hypothèse d'un point d'application fixe le long de l'axe de lacet a été observé expérimentalement. Dans le cas longitudinal, le moment créé par la traînée de captation se ramène à :

$$M_y = {}^B[\varepsilon \mathbf{z}_b \times \mathbf{F}_c] = \varepsilon R_x$$

La figure 3.11 montre l'évolution du rapport  $M_y/R_x$  en fonction de l'incidence. Sur la plage d'incidence  $[-40^\circ, 40^\circ]$ , ce rapport reste à peu près constant. La traînée de captation s'exerce donc bien en un point fixe, situé au dessus du plan des hélices. Plus le véhicule est cabré contre le vent, moins ce résultat est vrai.

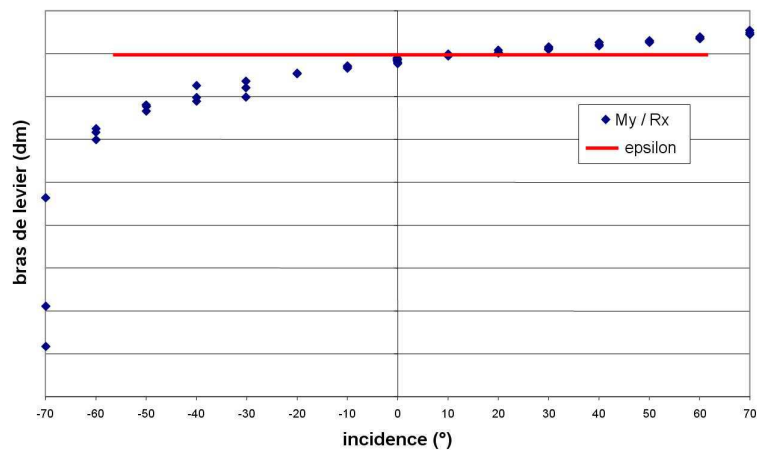


FIG. 3.11: Bras de levier de la traînée de captation (vent 4m/s)

Maintenant que nous avons mis en évidence la traînée de captation inhérente au carénage de l'hélice, nous allons nous intéresser aux efforts aérodynamiques parasites, résultant de l'écoulement d'air autour du véhicule, en séparant ces efforts en traînée de forme, et portance planeur.

### 3.3.4 Efforts aérodynamiques parasites

Comme tout corps plongé dans un fluide en mouvement, le véhicule subit une force de réaction du fluide que l'on peut séparer en une composante de portance et une composante de traînée, comme on l'a dit dans la section 3.3.1.1. Cette force de réaction a les propriétés suivantes :

- elle est proportionnelle au carré de la vitesse du vent,
- elle dépend de l'incidence du corps par rapport à l'écoulement,
- elle s'applique en un point qui varie en fonction de la géométrie du véhicule par rapport à l'écoulement.

Aux faibles vitesses, la contribution de cette force de réaction est négligeable. Cependant, elle peut devenir importante, et apporte des éléments intéressants pour les performances et les qualités de vol du véhicule :

- La traînée de forme, essentiellement due à la carène, s'applique en dessous du plan des hélices, et permet donc de contrebalancer le moment cabreur créé par la traînée de captation.
- La portance planeur, négligeable à basse vitesse, peut représenter jusqu'à 20% de la sustentation du véhicule à 10m/s. Pour les grandes vitesses, le véhicule est très incliné et se comporte comme un avion : la poussée des hélices compense la traînée, et la portance planeur de la carène, fonctionnant comme une aile annulaire dans ce cas, assure la sustentation. Cette portance planeur permet d'atteindre de grandes vitesses d'avancement.

### 3.3.4.1 Traînée de forme

La traînée de forme  $\mathbf{F}_x$  peut être modélisée de la façon suivante :

$$\mathbf{F}_x = -k_x(\alpha)V_0^2 \mathbf{x}_a$$

Pour mettre en évidence expérimentalement la traînée de forme, on projette les efforts mesurés ( $R_x, R_z$ ) dans le repère aérodynamique et on considère les efforts selon l'axe de traînée  $\mathbf{x}_a$ , dénotés  $R_{aero}$ . Si le modèle proposé est valide, alors on doit avoir une relation affine entre le rapport  $R_{aero}/V_0$  et la vitesse d'avancement  $V_0$  :

$$R_{aero} = \mathcal{A}[\mathbf{F}_c + \mathbf{F}_x] = -QV_0 - k_x(\alpha)V_0^2 \quad \Rightarrow \quad -\frac{R_{aero}}{V_0} = Q + k_x(\alpha)V_0$$

La figure 3.12 représente l'évolution de ce rapport en fonction de la vitesse du vent, pour trois incidences  $\alpha = \{-40^\circ, 0^\circ, 30^\circ\}$ . On peut constater qu'il y'a effectivement une relation linéaire, dont la pente varie avec l'incidence, mais dont l'ordonnée à l'origine reste une constante égale à  $Q$ .

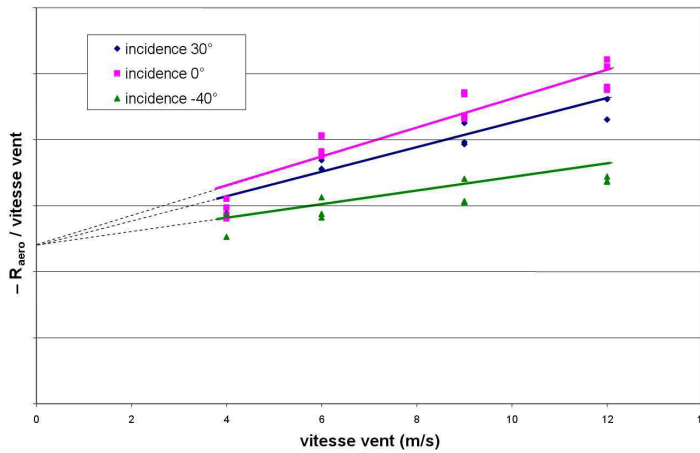


FIG. 3.12: Mise en évidence de la traînée de forme aux vitesses élevées

La traînée de forme est d'une grande importance en pratique pour les qualités de vol du véhicule. En effet, elle permet de compenser le moment cabreur dû à la traînée de captation. Pour comprendre intuitivement le phénomène, il faut savoir que pour un corps plongé dans un fluide en mouvement, la traînée de forme s'applique en première approximation au barycentre de la "surface mouillée", c'est à dire la surface projetée perpendiculairement au vent relatif. Dans le cas du HoverEye, c'est la carène qui représente l'essentiel de la surface mouillée. Aussi, le barycentre est situé bien en dessous du plan des hélices. Pour un centrage du véhicule au niveau du disque rotor, le moment cabreur dû à la traînée de captation va être contrebalancé par un

moment à piquer dû à la traînée de forme qui va devenir prépondérante au fur et à mesure que la vitesse augmente.

Une conséquence de ce résultat est la capacité du véhicule à tenir en théorie des rafales qui peuvent atteindre  $15m/s$ . En effet, considérons le véhicule en vol stationnaire, à incidence nulle, et supposons qu'une rafale de vent de vitesse  $V_0$  intervienne. Si on prend seulement en compte la traînée de captation, le moment de tangage croît linéairement avec la vitesse  $V_0$  :

$$M_y = \varepsilon Q V_0$$

Ainsi, il est clair que le moment nécessaire pour maintenir l'équilibre en attitude du véhicule va dépasser les capacités des actionneurs pour une vitesse  $V_0$  modérée. Par contre, si on prend également en compte la traînée de forme, dont le bras de levier  $\varepsilon_x$  est opposé à  $\varepsilon$ , le moment devient une fonction parabolique de  $V_0$  :

$$M_y = \varepsilon Q V_0 + \varepsilon_x k_x(0^\circ) V_0^2 \quad (3.10)$$

Le moment est cabreur à basse vitesse puis atteint un maximum, et décroît à partir d'une certaine vitesse, puis devient piqueur. L'intensité maximale de la rafale susceptible d'être contrée par le véhicule est donc reculée.

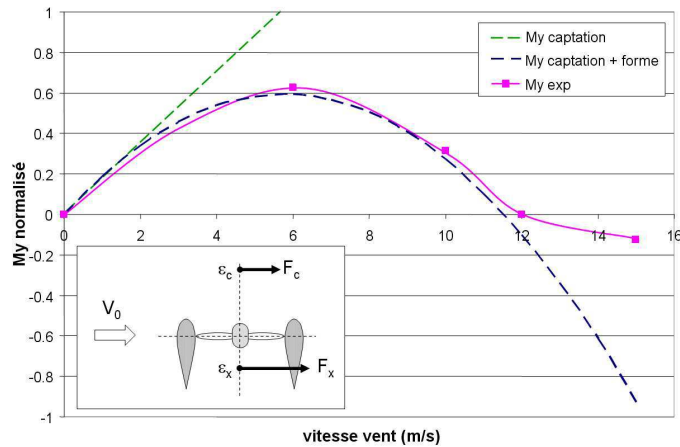


FIG. 3.13: Les effets antagonistes de la traînée de captation et la traînée de forme sur le moment de tangage

La figure 3.13 illustre le phénomène : on a représenté l'évolution du moment de tangage à incidence nulle, normalisé par le moment maximal délivré par les gouvernes en fonction de la vitesse  $V_0$  du vent relatif. Lorsque seul le moment de captation est présent, le moment à contrer dépasse l'autorité de contrôle du véhicule dès que la rafale dépasse  $5m/s$ . Dans le cas d'un modèle incluant traînée de captation et traînée de forme, le véhicule peut contrer des rafales allant jusqu'à  $15m/s$ . Les données expérimentales collent avec le modèle parabolique (3.10) jusqu'à  $12m/s$ . Au delà, un phénomène encore mal identifié tend à contrer le moment piqueur dû à la traînée de forme, ce qui permet en pratique de rendre le véhicule encore plus résistant a priori aux rafales à grandes vitesses.

Nous allons maintenant nous intéresser à la composante de portance des efforts parasites, qui peut contribuer sensiblement à la sustentation du véhicule.

### 3.3.4.2 Portance planeur

La forme du véhicule et le nombre de Reynolds associé sont si atypiques qu'il est presque impossible de trouver dans la littérature un modèle théorique cohérent susceptible d'expliquer la portance planeur observée sur le véhicule lors des tests en soufflerie. La figure 3.14 montre la force de portance en pourcentage du poids de l'engin, en fonction de l'incidence, pour différentes vitesses de vent relatif. La similitude des courbes observées pour les différentes vitesses  $V_0$  légitime un modèle de portance en accord avec (3.4) de la forme :

$$\mathbf{F}_z = -k_z(\alpha)V_0^2 \mathbf{z}_a$$

Il est possible d'interpréter en partie l'évolution du coefficient de portance  $k_z(\alpha)$  observé sur la figure 3.14 en considérant la carène comme une aile annulaire [38]. Les ailes annulaires ont motivé

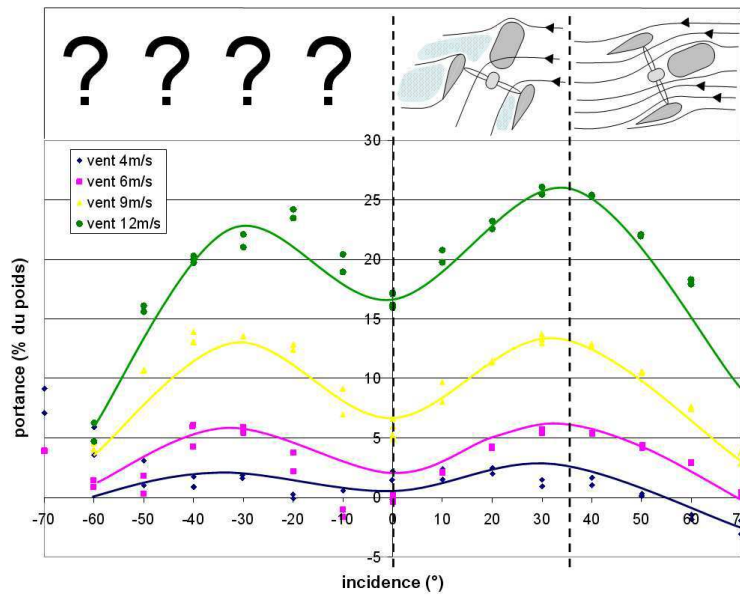


FIG. 3.14: Portance planeur de HoverEye en fonction de l'incidence pour différents  $V_0$

de nombreuses recherches dans les années 50, au moment où des avions à réaction monoplaces capables de décoller et d'atterrir à la verticale étaient à l'étude. Les ailes annulaires ont en effet des caractéristiques aérodynamiques intéressantes. En particulier, pour un allongement donné, elles produisent une portance deux fois supérieure à une aile rectangulaire, et une traînée induite deux fois inférieure à une aile elliptique [45]. Dans notre application, on peut distinguer trois plages d'incidence :

- ▷ les grandes incidences ( $\alpha \geq 40^\circ$ ) : dans cette plage, le véhicule est couché dans le lit du vent. La carène fonctionne alors comme une aile annulaire. Elle défléchit et accélère les filets d'air qui passent sur l'extrados, créant une dépression à l'origine de la portance planeur (voir figure 3.14). Comme pour une aile classique, plus la carène est relevée par rapport au lit du vent, plus la dépression est importante, augmentant d'autant la portance. C'est ce qui explique que  $k_z$  augmente quand  $\alpha$  diminue.
- ▷ les incidences modérées ( $0^\circ \leq \alpha \leq 40^\circ$ ) : à partir d'un certain point, les filets d'air ne peuvent plus suivre la déflexion imposée par le relèvement de la carène, et décollent du profil. Dans les zones décollées, une zone de fluide mort s'installe et le phénomène d'aspiration

disparaît. C'est ce qu'on appelle le décrochage, qui se manifeste par une chute de portance au fur et à mesure que la carène se redresse dans le lit du vent. C'est ce qui explique que  $k_z$  diminue quand  $\alpha$  diminue. Les régions décollées sont représentées en bleu ciel sur le schéma de la figure 3.14.

- ▷ les incidences négatives : aucune interprétation n'est disponible dans cette plage d'incidence. On ne peut que constater l'existence de la portance planeur dans ce cas.

On remarquera que si la contribution de la portance planeur est négligeable pour les basses vitesses ( $V_0 < 6m/s$ ), en revanche, elle peut représenter jusqu'à 25% du poids de l'engin pour les grandes vitesses, ce qui permet à ce type de véhicule d'atteindre des vitesses de croisière en vol d'avancement assez élevées (jusqu'à 150km/h) avec une poussée raisonnable.

### 3.3.5 Efficacité aérodynamique des gouvernes

Nous allons maintenant mettre en évidence le dernier élément intéressant de l'aérodynamique de HoverEye : la caractérisation des gouvernes situées en aval du jet des hélices. Ces gouvernes agissent comme des ailes de faible allongement plongées dans le flux de l'hélice de vitesse  $V_\infty$ . Elles créent donc une traînée  $T_\delta$  dirigée selon l'axe  $\mathbf{z}_b$  qui s'oppose à la poussée des hélices, et une portance  $F_\delta$  dans le plan  $\{\mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b\}$ . C'est cette portance, que nous allons chercher à exploiter par la suite pour créer un moment de contrôle au centre de gravité stabilisant l'attitude du véhicule.

La théorie de la ligne portante de Prandtl permet de modéliser la portance et la traînée des corps de faible allongement. Il existe une plage d'incidence pour laquelle l'effort de portance est proportionnel à l'angle d'incidence. Dans notre application, l'angle d'incidence de la gouverne est confondu avec l'angle de déflexion  $\delta$  de la gouverne par rapport à l'axe  $\mathbf{z}_b$  :

$$F_\delta = k_\delta V_\infty^2 \delta \quad (3.11)$$

La traînée  $T_\delta$  est essentiellement due à l'enroulement en extrémité de gouverne des filets d'air issus de l'intrados et ceux issus de l'extrados. C'est ce qu'on appelle la traînée induite, qui peut représenter jusqu'à 75% de la traînée totale d'une aile d'avion classique. La traînée induite évolue avec le carré de la portance, avec un coefficient inversement proportionnel à l'allongement de l'aile.

$$T_\delta = k_T F_\delta^2 \quad (3.12)$$

On retrouve expérimentalement ces propriétés issues de la théorie de la ligne portante. La figure 3.15 représente l'évolution de l'effort de gouverne en fonction de l'angle de déflexion  $\delta$  relevée expérimentalement. Jusqu'à 30° de débattement, l'évolution linéaire est confirmée. Au delà, le phénomène de décrochage apparaît limitant l'efficacité des gouvernes. On a également représenté la polaire de la gouverne, montrant l'évolution de la portance en fonction de la traînée. La forme parabolique relevée expérimentalement colle bien avec le modèle (3.12).

Nous allons maintenant étudier l'influence du vent travers sur les gouvernes. Il s'agit d'un point particulièrement délicat, constaté expérimentalement par de nombreuses études, parmi lesquelles les travaux de Fleming et Gelhausen [31]. Ces études mettent en évidence une perte d'efficacité, dû à un décrochage précoce des gouvernes en présence de vent travers. La figure 3.16 illustre ce phénomène.

On a relevé expérimentalement l'effort  $F_\delta$  en fonction de l'angle de déflexion, pour un vent de 6m/s et différentes incidences : véhicule en vol stationnaire ( $\alpha = 0^\circ$ ), véhicule couché dans le lit du vent ( $\alpha = 30^\circ$ ) et véhicule cabré contre le vent ( $\alpha = -30^\circ$ ). Par rapport au cas nominal, on constate une perte d'efficacité des gouvernes pour  $\alpha = 0^\circ$ . Tout se passe comme si la vitesse

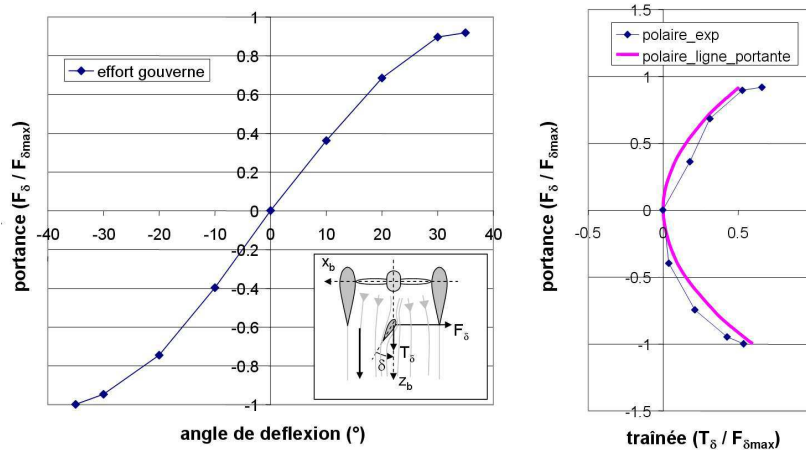


FIG. 3.15: Effort de gouverne en fonction de l'angle de déflexion - Polaire aérodynamique

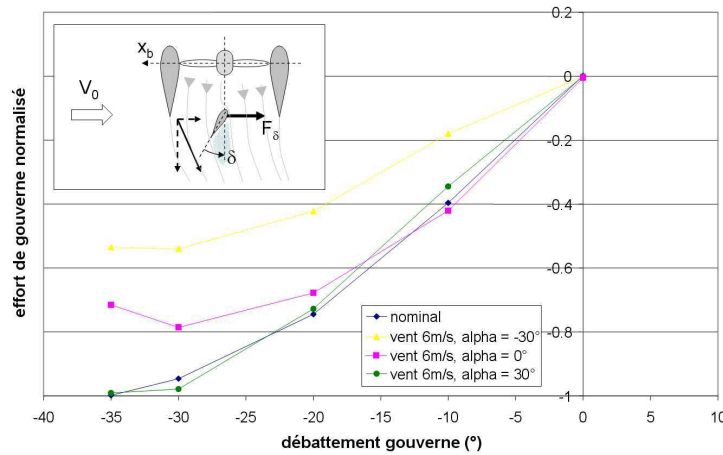


FIG. 3.16: Perte d'efficacité des gouvernes en présence de vent travers

d'éjection des hélices se composait avec le vent incident. L'air attaque alors la gouverne avec un angle d'incidence apparent plus élevé que  $\delta$ , qui entraîne un décrochage prématuré. C'est le phénomène de soufflage du sillage de l'hélice [31, 37], un phénomène d'autant plus marqué que la vitesse du vent travers est importante. La perte d'efficacité s'aggrave d'autant plus que le véhicule est cabré contre le vent ( $\alpha \leq 0$ ). Par contre, lorsque le véhicule se couche dans le lit du vent ( $\alpha > 0$ ), le sillage aval de l'hélice est protégé derrière la carène, et l'efficacité redevient celle du cas nominal (voir courbe  $\alpha = 30^\circ$  de la figure 3.16).

Ce phénomène a des conséquences critiques sur la résistance du véhicule à la rafale. En effet, l'effort des gouvernes dirigé dans le sens du vent permet de générer un moment piqueur pour coucher le véhicule dans le lit du vent. Il apparaît de la discussion qui précède que plus l'appareil est cabré dans le lit du vent, moins il dispose de marges de manœuvres pour se remettre à piquer, ce qui peut conduire à la perte de l'appareil, surtout s'il est naturellement cabreur. A l'heure actuelle, la conception de dispositifs susceptibles d'améliorer l'efficacité des gouvernes, ou de les remplacer, est encore un problème largement ouvert.

### 3.3.6 Ce qu'il faut retenir

Nous allons conclure cette partie en faisant le bilan des différents efforts aérodynamiques appliqués sur le véhicule. Un minidrone à hélice carénée plongé dans un vent relatif de vitesse  $V_0$  est le siège d'effets aérodynamiques que l'on peut décomposer en :

- Une variation de quantité de mouvement : l'hélice aspire un volume d'air qu'elle accélère et défléchit à l'intérieur de la carène. Cette aspiration est à l'origine :
  - ▷ D'une force de poussée,  $\mathbf{T}$ , portée par l'axe rotor  $\mathbf{z}_b$ , proportionnelle au carré de la vitesse de rotation des hélices, qui assure la sustentation du véhicule
  - ▷ D'une traînée de captation,  $\mathbf{F}_c$ , portée par  $\mathbf{x}_a$  proportionnelle à  $V_0$ , appliquée au dessus du plan des hélices, à l'origine d'un moment cabreur important
- Une force de réaction aérodynamique due à l'écoulement du fluide sur le véhicule. Cette force peut se décomposer en :
  - ▷ Une traînée de forme,  $\mathbf{F}_x$ , portée par  $\mathbf{x}_a$  proportionnelle à  $V_0^2$ , essentiellement due à la carène, appliquée au dessous du plan des hélices et à l'origine d'un moment à piquer qui compense à haute vitesse celui de la traînée de captation. Ce phénomène permet de reculer la limite d'intensité de rafale supportable par le véhicule.
  - ▷ Une portance planeur,  $\mathbf{F}_z$ , portée par  $\mathbf{z}_a$  proportionnelle à  $V_0^2$ , essentiellement due à la carène, fonctionnant comme une aile annulaire. Négligeable à faible vitesse, elle peut assurer une bonne partie de la sustentation à haute vitesse et étendre ainsi le domaine de vol.
- Une force de gouverne, créée par les surfaces de contrôle plongées dans le flux aval de l'hélice, proportionnelle à la vitesse d'éjection  $V_\infty^2$ . Cette force peut se décomposer en :
  - ▷ Une composante de traînée,  $\mathbf{T}_\delta$ , portée par  $\mathbf{z}_b$  qui s'oppose à la poussée. Le moment créé par cette force est négligeable
  - ▷ Une composante de portance,  $\mathbf{F}_\delta$  dans le plan  $\{\mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b\}$ , proportionnelle à l'angle de déflexion de la gouverne  $\delta$ . Cette force est à l'origine d'un moment important autour du centre de gravité, et permet ainsi le contrôle de l'attitude du véhicule. L'exposition des gouvernes au vent traversier augmente l'incidence apparente qui provoque un décrochage du profil. La conséquence est que plus un véhicule est cabré contre le vent, plus il a de mal à générer un moment piqueur avec les gouvernes.

Au vu de ces considérations, un véhicule à hélice carénée idéal pour la résistance à la rafale serait un véhicule naturellement piqueur. En effet, cette configuration a deux avantages en cas de rafale :

- le véhicule se couche naturellement dans le lit du vent, met ces gouvernes à l'abri et conserve l'intégralité de son autorité de commande
- en se couchant dans le lit du vent, le véhicule oppose sa poussée aux forces de traînée, limitant le mouvement de translation dû à l'entraînement dans le vent.

Il est cependant difficile, en présence de la traînée de captation, de rendre le véhicule naturellement piqueur. Les deux moyens usuels de contrer le moment de rappel dû à la captation consistent à réhausser le centre de gravité en plaçant du poids au dessus du plan des hélices – c'est ce qui explique la présence de l'ogive sur les prototypes HoverEye et iSTAR9 – et à rajouter des plans stabilisateurs en partie basse. Ces éléments aérodynamiques, qui créent une forte traînée de forme, créent du moment à piquer.

Pour conclure, on peut comparer le maniement d'un minidrone à hélice caréné dans le vent à celui d'un parapluie : il tient très bien la rafale, mais à condition de l'orienter tout de suite dans le lit du vent.



### 3.4 Commande

Dans cette section, nous allons nous intéresser aux commandes du véhicule. En étudiant les actionneurs, et en tirant parti des effets aérodynamiques décrits dans la section précédente, nous allons en déduire le vecteur de commande de notre système.

#### 3.4.1 Contrôle de la poussée du rotor

Le véhicule est équipé d'un moteur électrique à champ tournant de type "brushless". Ces moteurs sont caractérisés par l'absence de contact entre le stator et la cage tournante. Le moteur doit alors être piloté par un variateur, qui assure que le champ tournant créé au niveau des bobines du stator et le champ de l'aimant permanent du rotor sont en quadrature de phase pour assurer une efficacité maximale. L'asservissement du groupe motopropulsif constitué du variateur, du moteur électrique et des hélices est beaucoup plus simple à mettre en œuvre qu'une solution à base de moteur thermique, pour laquelle il faut prévoir les dispositifs d'allumage, de contrôle d'injection carburant, etc.

On a vu dans la section 3.3.2 que la poussée était proportionnelle au carré de la vitesse de rotation des hélices. En asservissant le régime moteur  $\varpi$ , on contrôle la poussée par la relation (3.8). La mesure du régime moteur est fournie par un compte tour. Un réseau correcteur de type Proportionnel Intégral PI permet d'asservir le groupe motopropulsif avec un bon temps de réponse. La figure 3.17 montre la dynamique du régime moteur normalisé ( $\varpi/\varpi_{nom}$ ). Par

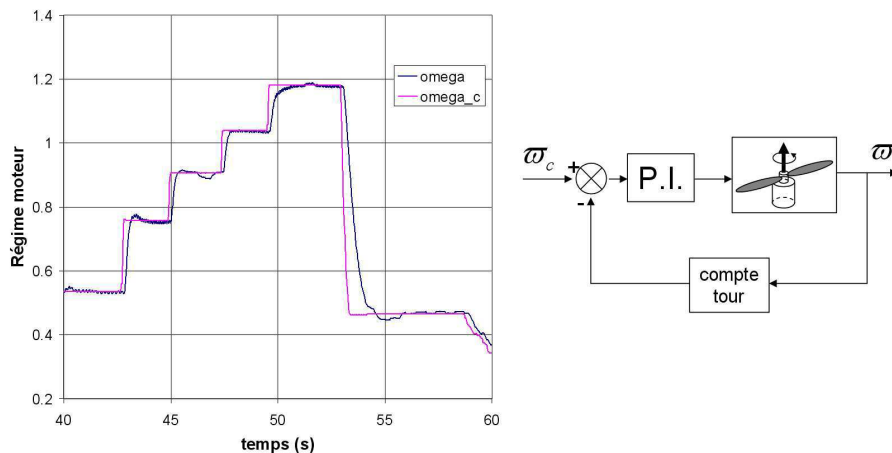


FIG. 3.17: Asservissement en  $\varpi$  du groupe motopropulsif

conséquent, on peut considérer l'intensité de la poussée comme la première entrée de contrôle du système, et on la note  $u$  :

$$\|\mathbf{T}\| = u \tag{3.13}$$

En pratique, le réglage du contrôle P.I. assure que la dynamique du moteur est largement au delà de la bande passante du contrôle en position, ce qui permet de s'affranchir de la dynamique du moteur dans la synthèse. Nous vérifierons en simulation que le système est robuste par rapport à cette erreur de dynamique.

### 3.4.2 Actionnement des gouvernes et moment de commande

Le véhicule est équipé de quatre servomoteurs, qui permettent de contrôler l'angle de déflexion des gouvernes. Les gouvernes sont numérotées de 1 à 4 (voir figure 3.18). Les gouvernes 1 et 3 sont sur l'axe de roulis, et les gouvernes 2 et 4 sur l'axe de tangage. En reprenant les propriétés

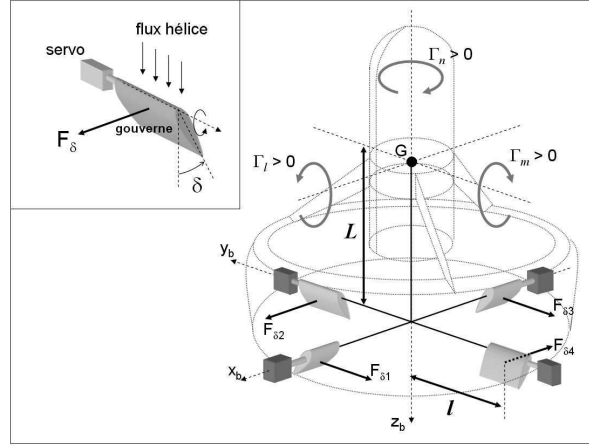


FIG. 3.18: Montage des gouvernes sur le véhicule

aérodynamiques des gouvernes vues précédemment (3.11) et en notant  $\mathbf{F}_{\delta_i}$ ,  $i = 1..4$  la portance créée par la gouverne  $i$  dans le plan  $\{\mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b\}$ , on a :

$$F_{\delta_i} = k_{\delta} V_{\infty}^2 \delta_i \quad \text{et} \quad \begin{cases} \mathbf{F}_{\delta_i} = F_{\delta_i} \mathbf{y}_b & \text{pour } i \in \{1, 3\} \\ \mathbf{F}_{\delta_i} = F_{\delta_i} \mathbf{x}_b & \text{pour } i \in \{2, 4\} \end{cases} \quad (3.14)$$

On note  $A_i$ ,  $i = 1..4$  le point d'application de la force engendrée par chaque gouverne. Le moment total  $\mathbf{\Gamma}_{\text{ail}}$  créé au centre de gravité  $G$  et la force résultante  $\mathbf{F}_{\text{ail}}$  créée par les gouvernes sont donnés par :

$$\mathbf{F}_{\text{ail}} = \sum_{i=1}^4 \mathbf{F}_{\delta_i} \quad \text{and} \quad \mathbf{\Gamma}_{\text{ail}} = \sum_{i=1}^4 \mathbf{G} \mathbf{A}_i \times \mathbf{F}_{\delta_i}$$

Les composantes de  $\mathbf{\Gamma}_{\text{ail}}$  dans le repère corps sont notées  $\Gamma_{ail}$ . Celles de  $\mathbf{F}_{\text{ail}}$  dans le repère inertiel  $F_{ail}$ . Les gouvernes servant à contrôler l'attitude du véhicule, il est naturel de considérer le moment  $\Gamma_{ail} = [\Gamma_l, \Gamma_m, \Gamma_n]^T$  comme seconde entrée de commande de notre système. Nous allons ainsi détailler la relation qu'il existe entre  $\Gamma_{ail}$  et l'angle de déflexion des gouvernes. Quand on additionne l'effet de ces moments, on obtient :

$$R^T F_{ail} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{\delta_2} + F_{\delta_4} \\ F_{\delta_1} + F_{\delta_3} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Les efforts élémentaires des gouvernes étant appliquées respectivement en  $A_1 = [l, 0, L]^T$ ,  $A_2 = [0, l, L]^T$ ,  $A_3 = [-l, 0, L]^T$  et  $A_4 = [0, -l, L]^T$ , le moment résultant créé au point  $G$  est donné par :

$$\Gamma_{ail} = \begin{bmatrix} \Gamma_l \\ \Gamma_m \\ \Gamma_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -LF_{\delta_1} - LF_{\delta_3} \\ LF_{\delta_2} + LF_{\delta_4} \\ lF_{\delta_1} - lF_{\delta_2} - lF_{\delta_3} + lF_{\delta_4} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

La relation liant le moment résultant aux efforts de gouverne est donc linéaire. En utilisant la notation  $F = [F_{\delta_1}, F_{\delta_2}, F_{\delta_3}, F_{\delta_4}]^T$ , on obtient :

$$\Gamma_{ail} = PF \quad \text{avec} \quad P = \begin{bmatrix} -L & 0 & -L & 0 \\ 0 & L & 0 & L \\ l & -l & -l & l \end{bmatrix}$$

La matrice  $PP^T$  étant de rang plein, ( $PP^T = \text{diag}(2L^2, 2L^2, 4l^2)$ ), on utilise la pseudo inverse  $F = P^T(PP^T)^{-1}\Gamma_{ail}$  pour exprimer  $F_{\delta_i}$  à partir de  $\Gamma_{ail}$  :

$$F = P^T(PP^T)^{-1}\Gamma_{ail} \quad \text{avec} \quad P^T(PP^T)^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2L} & 0 & \frac{1}{4l} \\ 0 & \frac{1}{2L} & -\frac{1}{4l} \\ -\frac{1}{2L} & 0 & -\frac{1}{4l} \\ 0 & \frac{1}{2L} & \frac{1}{4l} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Cette pseudo-inversion conduit à partager les composantes du moment de contrôle équitablement sur les gouvernes. Ainsi, le moment de tangage sera distribué équitablement sur les gouvernes 2 et 4, alors que le moment de lacet sera distribué de façon égale sur les quatre gouvernes. Les équations (3.15) et (3.17) entraînent la relation suivante entre  $F_{ail}$  et  $\Gamma_{ail}$  :

$$R^T F_{ail} = \begin{bmatrix} \frac{\Gamma_m}{L} \\ -\frac{\Gamma_l}{L} \\ 0 \end{bmatrix} = -\frac{1}{L} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_l \\ \Gamma_m \\ \Gamma_n \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

**Remarque 1** *Il existe bien d'autres façons de répartir les moments de contrôle. Si la solution proposée disperse au maximum le moment à créer sur les gouvernes et limite le risque de décrochage d'une gouverne par rapport aux autres, on peut proposer d'autres logiques de répartition, par exemple lorsque le véhicule a une direction d'avancement privilégié. Supposons que l'axe de roulis soit la direction d'avancement du véhicule. Dans ce cas, les gouvernes de tangage auront fort à faire pour équilibrer le moment aérodynamique. L'emploi des gouvernes 2 et 4 pour le tangage uniquement, et le report du moment de roulis et de lacet sur les gouvernes 1 et 3, moins sollicitées, peut permettre d'éviter la saturation des commandes induites.*

### 3.4.3 Vecteur de commande

Nous considérons un vecteur de commande pour notre système constitué :

- de la poussée des hélices  $u$
- du moment créé au centre de gravité par les gouvernes  $\Gamma_{ail} = [\Gamma_l, \Gamma_m, \Gamma_n]^T$

D'après les modèles définis précédemment, on peut prendre en première approximation une relation algébrique entre ces entrées de commande et les variables physiques que sont la vitesse de rotation du moteur  $\varpi$  et l'angle de déflexion  $\delta_i$  des servomoteurs :

$$\begin{bmatrix} u \\ \Gamma_{ail} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(\varpi) \\ g(\varpi, \delta_i) \end{bmatrix}$$

Une étape de contrôle de bas niveau permettra de convertir le vecteur de commande en consignes pour le moteur et les servomoteurs. En combinant (3.6), (3.8), (3.13), (3.14) et (3.17), on obtient :

$$\varpi = \sqrt{\frac{u}{b}} \quad \text{et} \quad (\delta_i)_{i=1..4} = \frac{\rho S_1}{k_\delta} P^T(PP^T)^{-1} \frac{\Gamma_{ail}}{u}$$

La dynamique des actionneurs est considérée comme bien plus rapide que la bande passante de notre système.

## 3.5 Représentation Dynamique - Eléments de mécanique du vol

Dans cette section, nous allons chercher à caractériser le comportement du véhicule en terme de mécanique du vol. Pour cela, nous allons utiliser le théorème fondamental de la mécanique pour lier les paramètres cinématiques du véhicule avec les forces et les moments appliqués. A partir de là, nous étudierons les configurations d'équilibre, en vol longitudinal et latéral. Nous nous intéresserons alors à l'équilibre en vol stationnaire, qui permet une linéarisation et un découplage en chaînes élémentaires.

### 3.5.1 Théorème fondamental de la mécanique

Les équations du mouvement d'un corps rigide sont composées de l'équation cinématique de position, du théorème de Newton, de l'équation cinématique d'attitude et du théorème d'Euler (voir [12]) :

- La vitesse d'un corps est la dérivée de la position du centre de gravité dans un référentiel donné. D'où l'équation cinématique de position :

$$\left( \frac{d\mathbf{OG}}{dt} \right)_{\mathcal{I}} = \mathbf{v}_{(G/\mathcal{I})} \Rightarrow \dot{\xi} = v$$

- Le théorème fondamental de la mécanique, ou théorème de Newton, dit que dans un référentiel inertiel, l'accélération du centre de gravité d'un corps rigide est proportionnelle à la somme des forces appliquées  $\mathbf{F}$ . Plus précisément, en notant  $m$  la masse du véhicule :

$$m \left( \frac{d\mathbf{v}_{(G/\mathcal{I})}}{dt} \right)_{\mathcal{I}} = \mathbf{F} \Rightarrow m\dot{v} = \mathcal{I}\mathbf{F}$$

- La vitesse instantanée de rotation décrit la dérivée d'un vecteur de base d'un référentiel tournant par rapport à un référentiel fixe. Ainsi, on a par exemple :

$$\left( \frac{d\mathbf{x}_b}{dt} \right)_{\mathcal{I}} = \boldsymbol{\Omega}_{(\mathcal{B}/\mathcal{I})} \times \mathbf{x}_b \Rightarrow \mathcal{I}\dot{\mathbf{x}}_b = \mathcal{I}\boldsymbol{\Omega}_{(\mathcal{B}/\mathcal{I})} \times \mathcal{I}\mathbf{x}_b$$

Il s'ensuit que la dérivée de la matrice d'attitude est donnée par<sup>2</sup> :

$$\dot{R} = [\mathcal{I}\dot{\mathbf{x}}_b, \mathcal{I}\dot{\mathbf{y}}_b, \mathcal{I}\dot{\mathbf{z}}_b] = \mathcal{I}\boldsymbol{\Omega}_{(\mathcal{B}/\mathcal{I})} \times [\mathcal{I}\mathbf{x}_b, \mathcal{I}\mathbf{y}_b, \mathcal{I}\mathbf{z}_b] = (R\boldsymbol{\Omega})_{\times} R$$

En rappelant que  $(R\boldsymbol{\Omega})_{\times} = R\boldsymbol{\Omega}_{\times} R^T$ , on a finalement l'équation cinématique d'attitude :

$$\dot{R} = R\boldsymbol{\Omega}_{\times} \quad \text{en rappelant que} \quad \boldsymbol{\Omega} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \Leftrightarrow \boldsymbol{\Omega}_{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix}$$

- Enfin, le théorème d'Euler dit que dans un référentiel inertiel, la dérivée du moment cinétique exprimée au centre de gravité est égale aux moments  $\Gamma$  des forces extérieures au point  $G$  :

$$\left( \frac{d}{dt} \mathbf{I}\boldsymbol{\Omega}_{(\mathcal{B}/\mathcal{I})} \right)_{\mathcal{I}} = \Gamma \Rightarrow \frac{d}{dt} (R\mathbf{J}\boldsymbol{\Omega}) = \mathcal{I}\Gamma$$

<sup>2</sup>Pour tout vecteur  $u$  de  $\mathbf{R}^3$ , on note  $u_{\times}$  la matrice de pré-produit vectoriel associée à  $u$  :

$$\forall v \in \mathbf{R}^3, \quad u \times v = u_{\times} v$$

Compte tenu que :

$$\frac{d}{dt}(RJ\Omega) = \dot{R}J\Omega + RJ\dot{\Omega} = R(\Omega_{\times}J\Omega + J\dot{\Omega})$$

On obtient alors :

$$\Omega_{\times}J\Omega + J\dot{\Omega} = R^T\mathcal{I}\Gamma = {}^B\Gamma$$

Ce qui est la projection classique du théorème d'Euler dans le repère corps :

$$J\dot{\Omega} = -\Omega_{\times}J\Omega + {}^B\Gamma$$

Les équations du mouvement s'écrivent donc de manière générale :

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ m\dot{v} \\ \dot{R} \\ J\dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ \mathcal{I}\mathbf{F} \\ R\Omega_{\times} \\ -\Omega_{\times}J\Omega + {}^B\Gamma \end{bmatrix}$$

Nous allons maintenant faire le bilan des efforts appliqués, et exprimer les forces dans le repère inertiel et les moments créés au centre de gravité dans le repère corps. En projetant les efforts dans les systèmes d'axes, nous serons amenés à introduire la base canonique  $\{e_1, e_2, e_3\}$  de  $\mathbb{R}^3$  :  $e_1 = [1, 0, 0]^T$ ,  $e_2 = [0, 1, 0]^T$  et  $e_3 = [0, 0, 1]^T$ . Nous rappelons au passage l'isomorphisme entre l'espace 3D euclidien et  $\mathbb{R}^3$  :

$$[{}^I\mathbf{x}_0, {}^I\mathbf{y}_0, {}^I\mathbf{z}_0] = [e_1, e_2, e_3] \quad \text{et} \quad [{}^B\mathbf{x}_b, {}^B\mathbf{y}_b, {}^B\mathbf{z}_b] = [e_1, e_2, e_3]$$

De même que les coordonnées des vecteurs d'une base dans l'autre base :

$$[{}^I\mathbf{x}_b, {}^I\mathbf{y}_b, {}^I\mathbf{z}_b] = R[e_1, e_2, e_3] \quad \text{et} \quad [{}^B\mathbf{x}_0, {}^B\mathbf{y}_0, {}^I\mathbf{z}_0] = R^T[e_1, e_2, e_3]$$

Les différents efforts appliqués au véhicule sont :

- le poids,  $\mathbf{P}$ , appliqué au centre de gravité et qui ne crée par conséquent aucun moment.

$$\mathbf{P} = mg\mathbf{z}_0 \Leftrightarrow P = mge_3$$

- La poussée des hélices,  $\mathbf{T}$ , appliquée le long de l'axe de lacet  $\mathbf{z}_b$ . En utilisant (3.13), on obtient

$$\mathbf{T} = -\|\mathbf{T}\|\mathbf{z}_b \Leftrightarrow T = -uRe_3$$

Le véhicule étant équipé d'hélices contrarotatives, il n'y a pas de couple de réaction créé par les hélices. De plus, les hélices tournant à même vitesse en sens contraire, leurs couples gyroscopiques se compensent mutuellement. Ainsi, la poussée ne crée pas de couple au centre de gravité.

- Les effets aérodynamiques, regroupant traînée de captation, traînée de forme et portance planeur. La résultante de force s'applique en un point  $F_a$  difficile à déterminer, et qui dépend de l'angle d'incidence. On peut considérer que ce point s'applique sur l'axe de lacet  $\mathbf{z}_b$ , dans la mesure où le véhicule est quasiment axisymétriques. On note  $\varepsilon$  le bras de levier correspondant ( $\mathbf{G}\mathbf{F}_a = \varepsilon\mathbf{z}_b$ ). On note  $F_{ext}$  la résultante de force dans le repère inertiel et  $\Gamma_{ext}$  le moment résultant dans le repère corps :

$$F_{ext} = {}^I[\mathbf{F}_c + \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_z] \quad \text{et} \quad \mathbf{\Gamma}_{ext} = \varepsilon\mathbf{z}_b \times \mathbf{F}_{ext} \Leftrightarrow \Gamma_{ext} = \varepsilon e_{3\times} R^T F_{ext}$$

- Les efforts résultants de l'action des gouvernes. On rappelle que les surfaces de contrôle génèrent un moment  $\Gamma_{ail}$  au point  $G$  et un effort résultant  $F_{ail}$  :

$$F_{ail} = {}^I\mathbf{F}_{ail} \quad \Gamma_{ail} = {}^B\mathbf{\Gamma}_{ail}$$

On rappelle la relation qui lie  $\Gamma_{ail}$  et  $F_{ail}$ . En utilisant (3.18) :

$$F_{ail} = R\Sigma\Gamma_{ail} \quad \text{avec} \quad \Sigma = -\frac{1}{L}e_{3\times} \quad (3.19)$$

Ainsi, les équations générales du mouvement d'un corps rigide à six degrés de libertés appliquées à notre véhicule s'écrivent :

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ m\dot{v} \\ \dot{R} \\ J\dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ -uRe_3 + mge_3 + R\Sigma\Gamma_{ail} + F_{ext} \\ R\Omega_{\times} \\ -\Omega \times J\Omega + \Gamma_{ail} + \varepsilon e_{3\times} R^T F_{ext} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Nous allons maintenant nous intéresser aux points d'équilibre du système, d'abord dans le cas longitudinal, et ensuite dans le cas 3D.

### 3.5.2 Etude du vol longitudinal

Dans cette section, nous allons nous intéresser au vol d'avancement du véhicule. Physiquement, le véhicule acquiert une vitesse d'avancement en s'inclinant. La composante verticale de la poussée compense le poids et la composante de horizontale compense la traînée. Nous allons voir qu'un modèle aérodynamique simple basé sur un ensemble de considérations détaillées dans la section 3.3 permet de retrouver les conditions d'équilibre en terme de poussée et d'assiette relevées expérimentalement pour différentes vitesses d'avancement. Nous nous plaçons dans le cas du vol longitudinal, c'est à dire, pour simplifier, le plan  $\{\mathbf{x}_b, \mathbf{z}_b\}$ . L'état du système et le vecteur de commande peuvent alors être réduits à :

$$X = [v_x, v_z, \theta, q] \quad \text{et} \quad U = [u, \Gamma_m]$$

Supposons que le véhicule évolue dans une atmosphère sans vent. Les efforts aérodynamiques sont engendrés uniquement par sa vitesse d'avancement. On a ainsi :

$$F_{ext} = g(v_x, v_z, \theta) = \begin{bmatrix} g_x \\ g_z \end{bmatrix}$$

**Lemme 1** *Supposons un vol d'avancement horizontal équilibré à vitesse  $V_0$  dans une atmosphère au repos dans le plan  $\{\mathbf{x}_b, \mathbf{z}_b\}$ . Soit  $Q_0, k_x, k_y > 0$  tels que les efforts aérodynamiques soient donnés par :*

$$F_c = -Q_0v_x \quad F_x = -k_x|v_x|v_x \quad F_z = k_zv_x^2 \quad (3.21)$$

Alors, en supposant que  $F_{ail} \approx 0$ , l'état d'équilibre est donné par :

$$\begin{aligned} v_{xe} &= V_0 \\ v_{ze} &= 0 \\ \theta_e &= -atan\left(\frac{Q_0V_0 + k_xV_0^2}{mg - k_zV_0^2}\right) \\ q_e &= 0 \end{aligned}$$

**Preuve.** La représentation d'état associée au vol longitudinal est la suivante :

$$\begin{aligned} m\dot{v}_x &= -u \sin \theta + \cos \theta \frac{\Gamma_m}{L} + g_x(v_x, v_z, \theta) \\ m\dot{v}_z &= -u \cos \theta - \sin \theta \frac{\Gamma_m}{L} + mg + g_z(v_x, v_z, \theta) \\ \dot{\theta} &= q \\ J_1 \dot{q} &= \Gamma_m + \varepsilon \cos \theta g_x(v_x, v_z, \theta) - \varepsilon \sin \theta g_z(v_x, v_z, \theta) \end{aligned}$$

Le système est écrit sous la forme

$$\dot{X} = f(X, U)$$

Il s'agit à présent de trouver les états d'équilibre, c'est à dire les couples  $(X_e, U_e)$  qui vérifient :

$$f(X_e, U_e) = 0$$

Nous avons quatre équations et six inconnues. Pour résoudre notre problème, il faut introduire deux équations supplémentaires [32]. Nous nous plaçons dans le cas d'un vol d'avancement horizontal à altitude constante, ce qui permet d'écrire :

$$\begin{aligned} v_{ze} &= 0 \\ v_{xe} &= V_0 \end{aligned}$$

De plus, le vol d'avancement horizontal permet de confondre les axes de portance et de traînée avec les axes  $\mathbf{z}_0$  et  $\mathbf{x}_0$ . Ainsi :

$$g_x(v_x, v_z, \theta) = F_x + F_c \quad \text{et} \quad g_z(v_x, v_z, \theta) = -F_z$$

Le problème d'équilibrage consiste à déterminer l'assiette et la poussée nécessaire pour maintenir une vitesse de croisière  $V_0$ . Les efforts de gouvernes étant négligés, nous avons :

$$\begin{aligned} 0 &= -u \sin \theta + F_x + F_c \\ 0 &= -u \cos \theta + mg - F_z \\ 0 &= q \\ 0 &= \Gamma_m - \varepsilon \cos \theta (F_c + F_x) + \varepsilon \sin \theta F_z \end{aligned}$$

Les conditions d'équilibrage sont les suivantes :

$$u_e^2 = (F_c(u_e, V_0) + F_x(\theta_e, V_0))^2 + (mg - F_z(\theta_e, V_0))^2 \quad \text{et} \quad \tan(\theta_e) = \frac{F_c(u_e, V_0) + F_x(\theta_e, V_0)}{mg - F_z(\theta_e, V_0)}$$

La résolution reste complexe, à cause de la dépendance en  $u$  de la traînée de captation  $F_c$  et de la dépendance en  $\theta$  de la traînée de forme et de la portance planeur. La résolution peut se faire numériquement. Cependant, si on considère le modèle simplifié des efforts aérodynamiques (3.21), inspiré des efforts déterminés dans la section 3.3, mais en ne prenant en compte que la vitesse d'avancement, on obtient une résolution immédiate des efforts qui colle déjà bien avec les relevés expérimentaux, autant en assiette qu'en poussée, comme l'illustre la figure 3.19.  $\square$

### 3.5.3 L'étude du vol latéral

Que se passe-t-il lorsque le véhicule, en vol stationnaire, est soumis à une rafale venant de côté, ou même dans le dos ? Dans ce cas l'écoulement devient tridimensionnel, et il faut prendre également en compte le dérapage du véhicule. L'étude du vol latéral consiste à définir l'influence du dérapage sur le véhicule. Dans un premier temps, nous verrons que le dérapage a peu d'effet sur la dynamique de lacet et que celle-ci peut être découplée du reste de la dynamique du véhicule. Ensuite, nous parlerons des efforts latéraux de portance, et des moyens de les contrer.

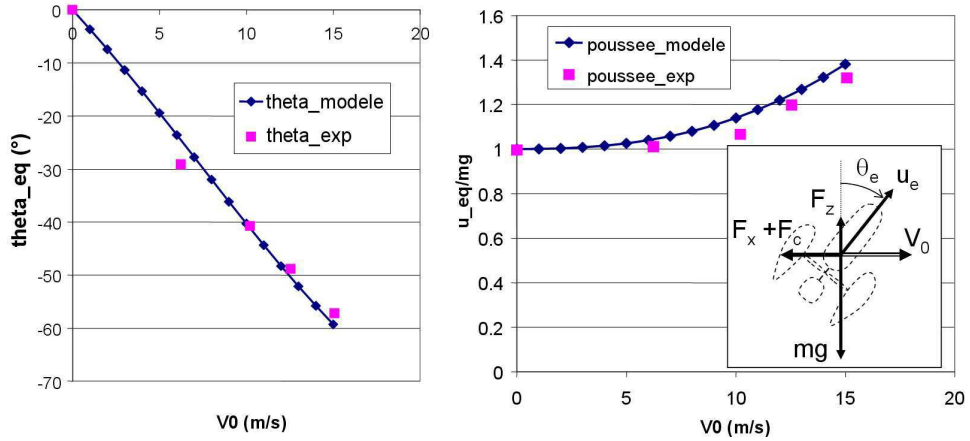


FIG. 3.19: Assiette et poussée d'équilibre en vol d'avancement longitudinal

### 3.5.3.1 Découplage de la dynamique de lacet

Il existe un découplage entre la dynamique de la vitesse de lacet et la dynamique du vol d'avancement. En effet, grâce à la forme particulière de la matrice d'inertie (3.3), on peut montrer que :

$$\Omega_{\times} J \Omega = \begin{bmatrix} (J_2 - J_1)qr \\ (J_1 - J_2)pr \\ 0 \end{bmatrix} = (J_1 - J_2)re_{3 \times} \Omega \quad (3.22)$$

En introduisant cette relation dans la dynamique de rotation, et en considérant uniquement l'équation de la dynamique du lacet, on en déduit :

$$J_2 \dot{r} = \Gamma_n \quad (3.23)$$

Où  $\Gamma_n$  est la troisième composante du moment de contrôle  $\Gamma_{ail}$ . Ainsi, le terme gyroscopique n'a pas d'effet sur l'axe de lacet. De plus, les efforts aérodynamiques étant appliqués le long de l'axe  $\mathbf{z}_b$ , ils ne créent pas de moment de lacet, et l'équation de lacet est donc découplée du reste de la dynamique.

### 3.5.3.2 Les efforts latéraux de portance

L'angle de dérapage conduit à la création d'un effort transverse, appelé effort latéral de portance. Si la caractérisation aérodynamique d'un véhicule à hélice carénée est à peu près acquise dans le plan longitudinal, la caractérisation des efforts latéraux reste encore un domaine largement inexploré. Dans la majorité des cas, ils entraînent des moments indésirables autour des axes de roulis et de lacet.

Aussi, pour s'affranchir des effets latéraux de portance, deux approches sont envisagées dans la conception des plateformes. La première consiste à concevoir des plateformes axisymétriques. Dans ce cas, il n'y a pas à prendre en compte le dérapage. L'intérêt de ces plateformes (iSTAR9, Kestrel, AROD, Cypher) est qu'elles réagissent de la même façon à des rafales transverses : elles résistent aussi bien à une rafale arrivant de face, de côté ou encore de dos. La seconde approche consiste à concevoir des plateformes qui ont une direction d'avancement privilégiée, comme pour les avions, ou les hélicoptères : il existe une direction qui minimise la traînée du corps, et le



pilote doit veiller à maintenir la vitesse relative dans cette direction. Ces véhicules sont plus efficaces en vol d'avancement, car ils traînent moins que les véhicules axisymétriques. Par contre, leur comportement en rafale ressemble à celui d'une girouette : ils tournent sur eux mêmes pour faire face au vent. Cette stabilité girouette peut être naturelle, comme pour un hélicoptère, où la dérive arrière agit comme un stabilisateur, ou contrôlée activement par le pilote.

L'étude du vol latéral se résume alors :

- à un résultat trivial dans le cas de véhicules axisymétriques. Le véhicule réagit de la même façon en fonction de rafales frontales, ou transverses. Les efforts aérodynamiques s'exercent sur l'axe de lacet.
- à stabiliser l'angle de dérapage à zéro dans le cas de véhicules asymétriques, pour neutraliser les efforts latéraux et les moments de lacet parasites. C'est la stabilité girouette.

Nous développerons des stratégies de contrôle adaptées aux deux types de véhicules. Dans le cas de véhicules axisymétriques, le dérapage ne sera pas pris en considérations, alors que pour les véhicules asymétriques, on veillera à le réguler à zéro. Le HoverEye étant légèrement asymétrique, c'est la dernière solution que l'on implémentera effectivement sur le véhicule.

### 3.6 Etude du vol quasi-stationnaire

Par définition, le vol quasi-stationnaire correspond au point d'équilibre :

$$v = 0, \quad \mathbf{z}_b = \mathbf{z}_0, \quad r = 0, \quad F_{ext} = 0, \quad u = mg, \quad \Gamma_{ail} = 0$$

Le vol quasi stationnaire a servi de base pour l'immense majorité des lois de contrôle pour hélicoptères. Cet équilibre permet en effet de s'affranchir des efforts aérodynamiques parasites, de découpler naturellement le système en chaînes monoentrée-monosortie. Cependant, le contrôle d'un VTOL en vol quasi stationnaire reste ardu, essentiellement à cause d'une dynamique des zéros instable. Ceci explique la motivation de travaux de recherche toujours d'actualité dans la communauté automatique pour la mise au point de stratégies de commande pour le vol quasi-stationnaire.

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi} \\ m\dot{v} \\ \dot{R} \\ J\dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v \\ -uRe_3 + mge_3 + R\Sigma\Gamma_{ail} \\ R\Omega_{\times} \\ \Gamma_{ail} \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

La dynamique des zéros d'un système non linéaire correspond à la dynamique interne résiduelle lorsque les variables régulées, aussi appelées variables externes, ont atteint leur état d'équilibre (et donc que leur dérivées successives sont nulles) [11, 14]. Les systèmes qui possèdent une dynamique des zéros instable sont appelés systèmes à phase strictement (ou faiblement, si la dynamique des zéros est marginalement stable) non minimale. Les techniques non linéaires classiques comme l'inversion dynamique sont très sensibles aux dynamiques des zéros instables. Une application directe de l'inversion dynamique à un système à phase non minimale peut entraîner des oscillations indésirables, voire un départ en instabilité [12]. Le HoverEye, comme l'ensemble des VTOL de la classe des "tail sitter", est à phase strictement non minimale. En effet, pour générer le couple de commande  $\Gamma_{ail}$ , les gouvernes créent un effort parasite,  $F_{ail}$ , qui entraîne un couplage entre la dynamique de translation et de la dynamique de rotation. Cet effort parasite  $R\Sigma\Gamma_{ail}$ , qu'on appelle aussi "small-body-forces", entraîne une dynamique des zéros instable lors du contrôle en position.

En effet, supposons que la position  $\xi$  soit régulée à une valeur de référence  $\xi_d$ . Vitesses et accélérations  $v$  et  $\dot{v}$  sont alors nulles au centre de gravité. Quelle est alors la dynamique interne de rotation décrite par  $R, \Omega$  ?

L'équation de force s'écrit :

$$ue_3 - \Sigma \Gamma_{ail} = mgR^T e_3 \quad (3.25)$$

L'équation (3.19) rappelle la définition de  $\Sigma$ . En multipliant des deux côtés de (3.25) par  $Le_{3 \times}^T$ , on obtient<sup>3</sup> :

$$\pi_{e_3} \Gamma_{ail} = Lmge_{3 \times}^T R^T e_3$$

En substituant la relation précédente dans l'équation de moment (3.20), et en utilisant le fait que le lacet est nul, ( $r = 0$ ), on obtient l'équation dynamique d'un pendule sphérique idéal :

$$\dot{\Omega} = -\frac{Lm}{J_1} ge_{3 \times} R^T e_3 \quad (3.26)$$

Cette équation admet deux points d'équilibre, qui sont  $R^T e_3 = e_3$  (i.e.  $\mathbf{z}_b = \mathbf{z}_0$ ) et  $R^T e_3 = -e_3$  (i.e.  $\mathbf{z}_b = -\mathbf{z}_0$ ). Une dynamique des zéros stable consisterait à avoir un point d'équilibre  $R^T e_3 = e_3$  stable et un point d'équilibre  $R^T e_3 = -e_3$  instable. Pour étudier la stabilité de ces d'équilibre, considérons indépendamment chacun des deux points :

- Pour le point d'équilibre  $R^T e_3 = -e_3$ , nous définissons l'équation de Lyapunov suivante  $\mathcal{V}$  :

$$\mathcal{V} = \frac{1}{2} \Omega^T \pi_{e_3} \mathbf{I} \pi_{e_3} \Omega + \frac{Lm}{I_1} g (1 - (-e_3)^T R^T e_3) \quad (3.27)$$

Sachant que  $L > 0$ , on vérifie que  $\mathcal{V}$  est strictement positive, sauf à l'équilibre  $R^T e_3 = -e_3$ , où  $\mathcal{V} = 0$ . En dérivant  $\mathcal{V}$ , on obtient :

$$\dot{\mathcal{V}} = 0$$

Le point d'équilibre  $R^T e_3 = -e_3$  est marginalement stable.

- Pour caractériser l'équilibre du point  $R^T e_3 = e_3$ , nous linéarisons l'équation 3.26 autour de petits angles  $\phi$  et  $\theta$ . On obtient la représentation suivante :

$$\pi_{e_3} \dot{\Omega} = \begin{pmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \end{pmatrix} = \frac{Lmg}{I_1} \begin{pmatrix} \phi \\ \theta \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

Pour  $L > 0$ , il est clair que le système (3.28) est instable.

Par conséquent, le véhicule va chercher à s'éloigner de l'équilibre attendu en vol stationnaire ( $R^T e_3 = e_3$ ) pour se retourner et osciller autour de l'équilibre  $R^T e_3 = -e_3$ , marginalement stable. Il s'ensuit que le système est à phase strictement non minimale.

### 3.7 Modèle pour la synthèse de la commande

Dans cette dernière section, nous allons adapter le modèle (3.20) pour permettre une synthèse non linéaire par Backstepping. Nous allons considérer les efforts aérodynamiques comme étant inconnus, et chercher à les adapter dans le contrôle. Ainsi, dans la synthèse, les termes  $F_{ext}$  et  $\varepsilon$  seront supposés inconnus, mais constants, ou lentement variables. L'objectif est alors de pouvoir

<sup>3</sup>Rappelons une propriété élémentaire des matrices de préproduit vectoriel :  $\forall u \in \mathbb{R}^3, (u_\times)^2 = uu^T - |u|^2 I_3$ . Si  $|u| = 1, (u_\times)^2 = -\pi_u$

mettre le système sous une forme linéaire en la commande  $u$  et en un vecteur de paramètres inconnus  $\theta$  [46] :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + F(x)\theta$$

Dans un premier temps, nous allons chercher à neutraliser la dynamique des zéros et exprimer le système sous forme chaînée.

Le système étant à phase strictement non minimale, un contrôle en position direct pourrait entraîner des oscillations indésirables dans le mouvement du véhicule [12]. De nombreux travaux ont cherché à résoudre ce problème en appliquant une synthèse de commande robuste, soit en se basant sur les propriétés de robustesse du contrôleur pour amortir la dynamique des zéros [47, 28], soit en utilisant une approche de type "forwarding" pour garantir la stabilité du système [48, 49]. D'autres approches tirent parti d'un changement de variable pour trouver une représentation équivalente où la dynamique des zéros n'agit plus [50, 51, 15, 19]. Ainsi, dans [50], Olfati-Saber a considéré un modèle à phase non minimale représentatif du mouvement latéral d'un PVTOL en vol quasi stationnaire et a proposé un changement de variable rendant le système différentiellement plat. Cette méthode, appliquée alors à un modèle 2D, peut être étendue à la représentation dynamique 3D du HoverEye, à cause de la forme particulière de la matrice d'inertie. Ainsi, en choisissant comme point de contrôle un point  $D$  déporté du centre de gravité dans la direction opposée des surfaces de contrôle, il est possible de compenser les "small body forces" avec les forces centrifuges dues à l'accélération d'entraînement. Plus précisément, nous considérons comme nouveau point de contrôle de la dynamique de translation un point  $D$  vérifiant :

$$\mathbf{GD} = d\mathbf{z}_b$$

où  $d$  est un paramètre à déterminer.

**Lemme 2** *Le modèle dynamique du HoverEye (3.20) avec le changement de variable :*

$$\begin{cases} \xi_D = \xi + dRe_3 \\ v_D = v + dR\Omega \times e_3 \\ \bar{u} = u + md\|\Omega\|^2 \end{cases} \quad \text{avec} \quad d = -\frac{J_1}{mL} \quad (3.29)$$

s'écrit, sous l'hypothèse  $\varepsilon \ll L$  de façon équivalente :

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_D \\ m\dot{v}_D \\ \dot{R} \\ J\dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_D \\ -\bar{u}Re_3 + mge_3 + F_{ext} + \Delta_r \\ R\Omega \times \\ -\Omega \times J\Omega + \Gamma_{ail} + e_{3 \times} R^T M_{ext} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Où  $M_{ext} = \varepsilon F_{ext}$  et  $\Delta_r$  est un terme perturbateur qui disparaît quand le lacet est nul :

$$\Delta_r = -\frac{J_1}{L} Rr\Omega - \frac{1}{L} Re_{3 \times} \Omega \times J\Omega \quad (3.31)$$

**Preuve.** Calculons  $\dot{\xi}_D$  et  $\dot{v}_D$ . D'après (3.29), nous avons

$$\dot{\xi}_D = \dot{\xi} + \dot{R}de_3 = v + dR\Omega \times e_3$$

Soit  $\dot{\xi}_D = v_D$ . Calculons maintenant l'accélération du point  $D$  :

$$\dot{v}_D = \dot{v} + dR\Omega^2 e_3 + dR\dot{\Omega} \times e_3$$

Le théorème de Newton fournit l'expression de  $\dot{v}$  (3.20). De plus,  $\dot{\Omega} \times e_3 = -e_{3 \times} \dot{\Omega}$ . Ainsi :

$$\begin{aligned} m\dot{v}_D = & -uRe_3 + mge_3 + R\Sigma\Gamma_{ail} + F_{ext} \\ & + mdR\Omega_{\times}^2 e_3 - mdRe_{3 \times} \dot{\Omega} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Dans l'expression de  $\dot{v}_D$ , nous avons  $\Omega_{\times}^2 e_3 = \Omega(\Omega^T e_3) - \|\Omega\|^2 e_3$ . Aussi :

$$-uRe_3 + mR\Omega_{\times}^2 e_3 = -\bar{u}Re_3 + mdrR\Omega$$

Le terme  $Re_{3 \times} \dot{\Omega}$  s'exprime en fonction des moments appliqués au point  $G$  :

$$Re_{3 \times} \dot{\Omega} = Re_{3 \times} J^{-1} (\Gamma_{ail} - \Omega_{\times} J\Omega) + \varepsilon Re_{3 \times} J^{-1} e_{3 \times} R^T F_{ext}$$

On remarquera que :

$$e_{3 \times} J^{-1} = (1/J_1)e_{3 \times} \quad \text{et} \quad Re_{3 \times} J^{-1} e_{3 \times} R^T = -(1/J_1)\pi_{Re_3}$$

Par conséquent, en regroupant les termes, l'expression de l'accélération du point  $D$  est donnée par :

$$\begin{aligned} m\dot{v}_D = & -\bar{u}Re_3 + mge_3 + mdR(r\Omega + e_{3 \times} J^{-1} \Omega_{\times} J\Omega) \\ & + R(\Sigma - \frac{md}{J_1} e_{3 \times}) \Gamma_{ail} + (I_3 + \frac{md\varepsilon}{J_1} \pi_{Re_3}) F_{ext} \end{aligned}$$

En introduisant le terme  $\Delta_r$  et en gardant à l'esprit la définition de  $\Sigma$  (3.19), le terme  $\Gamma_{ail}$  peut être annulé dans la dynamique de translation en prenant la définition de  $d$  donnée par (3.29) :

$$\begin{cases} \dot{\xi}_D = v_D \\ m\dot{v}_D = -\bar{u}Re_3 + mge_3 + (I_3 - \frac{\varepsilon}{L}\pi_{Re_3})F_{ext} + \Delta_r \\ \dot{R} = R\Omega_{\times} \\ J\dot{\Omega} = -\Omega_{\times} J\Omega + \Gamma_{ail} + e_{3 \times} R^T (\varepsilon F_{ext}) \end{cases} \quad (3.33)$$

En utilisant l'hypothèse  $\varepsilon \ll L$  qui est tout à fait justifiée dans le cas de des "tail-sitter" comme le HoverEye, et en introduisant  $M_{ext} = \varepsilon F_{ext}$ , on obtient la représentation d'état équivalente (3.30).  $\square$

Notons cependant que ce terme  $\frac{\varepsilon}{L}\pi_{Re_3} F_{ext}$  peut être conservé pour la synthèse de la commande. Toutefois, il introduit une complexité supplémentaire dans la synthèse non réellement justifiée en regard de sa faible contribution. C'est pourquoi nous l'ignorons dans le chapitre consacré à la commande.

## 3.8 Conclusion

En conclusion, on peut affirmer qu'un modèle théorique complet d'un minidrone à hélice carénée capturant tous les effets aérodynamiques n'existe pas à l'heure actuelle. Les campagnes de tests en soufflerie sont toujours une étape incontournable pour tabuler les efforts aérodynamiques et obtenir un modèle de simulation complet du véhicule. Cependant, des considérations simples peuvent aider dans la conception de ce type de véhicule. De même, la mise en place de modèles simples permet la synthèse de lois de commandes permettant le contrôle en position de ce type de véhicule. Nous nous sommes attachés dans ce chapitre à dégager les éléments essentiels du comportement aérodynamique du HoverEye dans le vent. Nous avons ensuite écrit les équations du mouvement et caractérisé la mécanique du vol de HoverEye. Enfin, nous avons cherché un modèle simplifié pour la synthèse de la commande. Désormais, nous allons nous intéresser à la synthèse de lois de commande. Nous allons supposer que les efforts aérodynamiques sont inconnus. Le contrôle devra chercher à les estimer en ligne pour les contrer.



## Chapitre 4

# Commande en position du HoverEye

La commande des engins volants à voilure tournante a motivé de nombreuses études dans les dernières décades. Tout comme l'hélicoptère, l'ensemble de la classe des véhicules à capacité de vol stationnaire est par nature instable et l'introduction de lois de commande stabilisantes s'est révélée rapidement indispensable pour soulager la charge de travail du pilote. Les commandes de vol électriques classiques convertissent des consignes d'attitude et de facteur de charge données par le pilote en commandes de pas collectif et de pas cyclique. L'émergence de plateformes à voilures tournantes entièrement autonomes conduit à considérer de nouveaux objectifs de commande : au delà du contrôle d'attitude, qui répond à un objectif de pilotage, il s'agit maintenant d'assurer le contrôle en position, qui correspond à un objectif de guidage.

Dans une première partie, nous allons présenter une stratégie de contrôle linéaire, constituée de contrôleurs de type Proportionnel Intégral Dérivé (PID) en cascade. C'est l'approche la plus intuitive et la plus simple à embarquer sur un calculateur : un premier PID contrôle les angles d'inclinaison et d'assiette, un second PID définit les consignes d'attitude permettant un déplacement horizontal. Un dernier PID gère la poussée de l'hélice pour les déplacements verticaux. L'inconvénient de cette méthode réside dans la limitation de son application au cas de vol quasi-stationnaire.

Nous proposons dans une seconde partie une synthèse non linéaire basée sur le backstepping. Cette méthode garantit la stabilité du système sur l'ensemble du domaine de vol du véhicule par la méthode directe de Lyapunov. Elle conduit cependant à une loi difficile à appréhender, difficile à implémenter et qui ne tire pas parti des bonnes propriétés de la commande par retour d'état linéaire dans le cas du vol quasi stationnaire. L'idéal serait de disposer d'une architecture de contrôle non linéaire, équivalente aux PID en cascade dans le cas du vol quasi stationnaire, et extensible à l'ensemble du domaine de vol du véhicule. un réglage optimal des gains dans le domaine linéaire serait alors immédiatement transposable à ce contrôle.

Aussi, dans une troisième partie, nous proposerons un contrôle non linéaire hiérarchisé, constitué d'un contrôle en position et d'un contrôle en attitude. Ce contrôleur reprend les qualités d'implémentation de la commande linéaire, et s'étend à l'ensemble du domaine de vol du véhicule. En contrepartie, il repose sur une preuve de convergence plus difficile à établir.

### 4.1 Objectifs de commande

L'objectif de ce chapitre est la synthèse de lois de commande permettant le maintien à poste du véhicule en présence de vent travers. Du point de vue de la dynamique de rotation, il s'agit d'empêcher, via les gouvernes de contrôle, le retournement de l'appareil en présence de forces

aérodynamiques, en particulier de la traînée de captation. Du point de vue de la dynamique de translation, il s'agit d'empêcher l'entraînement du véhicule dans le lit du vent, et de le maintenir dans un voisinage de sa position de consigne. Devant la complexité des efforts aérodynamiques et l'impossibilité de mesurer directement la vitesse du vent, nous allons nous affranchir d'une modélisation fine de ces efforts au sein de la loi de commande et les considérer comme des termes perturbateurs. Ainsi, les efforts aérodynamiques  $F_{ext}$  et le bras de levier  $\varepsilon$  seront supposés inconnus. Nous faisons alors les hypothèses suivantes pour la synthèse de la commande :

- les paramètres inconnus ont une dynamique très lente devant la dynamique du système :  $\dot{F}_{ext} = 0$  et  $\dot{M}_{ext} = 0$
- la mesure de l'état complet  $[\xi_D, v_D, R, \Omega]$  est disponible pour la commande en boucle fermée.

Le maintien à poste du véhicule sollicite les chaînes de tangage et de roulis pour les déplacements horizontaux, ainsi que la poussée pour les déplacements verticaux. Il reste comme degré de liberté la chaîne de lacet. Le véhicule étant supposé axisymétrique, nous ne prenons pas en considération les efforts latéraux de portance et choisissons de réguler le lacet à zéro pour annuler le terme gyroscopique dans la dynamique de rotation. Les objectifs de commande sont donc :

- maintenir la position  $\xi_D$  au voisinage d'une consigne  $\xi_d$
- maintenir le lacet  $r$  à zéro

A la fin du chapitre, nous proposerons une extension de la stratégie au contrôle actif du lacet pour l'alignement dans le vent des véhicules asymétriques.

## 4.2 Commande linéaire

Dans cette section, nous allons synthétiser un contrôleur linéaire basé sur le modèle dynamique du HoverEye en vol quasi stationnaire. L'intérêt de la commande linéaire réside dans sa simplicité de mise en œuvre, et la bonne compréhension physique des phénomènes. Elle permet de trouver un réglage de gain qui assure un bon comportement en boucle fermée, quantifiable en terme de bande passante ou de marges de stabilité. De plus, les contrôleurs linéaires sont bien plus simples à embarquer dans un ordinateur temps-réel et sont plus familiers aux industriels. La synthèse par retour d'état est donc une étape incontournable dans la synthèse de lois de commande. Une fois qu'un jeu de gain satisfaisant aura été mis en place, les techniques non linéaires permettront d'étendre le domaine d'applications de ces lois au delà du vol quasi stationnaire.

### 4.2.1 Linéarisation autour du vol quasi-stationnaire

Les hypothèses de linéarisation autour du vol quasi stationnaire sont les suivantes :

1. atmosphère au repos :  $v_w = \mathcal{I} \mathbf{v}_w = o(\epsilon)$ ,
2. vitesse du véhicule faible  $v = o(\epsilon)$ ,
3. angles d'Euler de tangage et de roulis faibles :  $\phi = o(\epsilon)$  et  $\theta = o(\epsilon)$ ,
4. vitesse de lacet faible :  $r = o(\epsilon)$ .

La dernière hypothèse annule le terme gyroscopique, selon l'équation (3.22). La première et la seconde permettent de négliger les effets aérodynamiques en  $\|v - v_w\|^2$ . Pour un hélicoptère, cela revient à ignorer tous les efforts aérodynamiques. Pour un véhicule à hélice caréné, il reste toujours la traînée de captation qui est du premier ordre en  $v - v_w$ . Nous avons ainsi  $F_{ext} = -Q(v - v_w)$ . La troisième hypothèse permet d'écrire  $\cos \theta \approx 1$  et  $\sin \theta \approx \theta$ . Alors, en définissant la vitesse dans le repère corps  $V = {}^B \mathbf{v}_{D/I} = R^T v_D$ , l'altitude  $h = -e_3^T \xi_D$  et la vitesse ascensionnelle  $v_h = -e_3^T v_D$ ,

la linéarisation autour de l'équilibre en vol quasi stationnaire conduit à un découplage en trois chaînes monoentrées-monosorties liant les vitesses d'avancement, les angles d'Euler  $(\phi, \theta, \psi)$  et les entrées de commande du système, auxquelles s'ajoute une chaîne de lacet liant angle de cap et moment de lacet :

▷ Une chaîne d'altitude, liant altitude, vitesse ascensionnelle et poussée :

$$\begin{bmatrix} \dot{h} \\ \dot{v}_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{Q}{m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ v_h \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{m} \end{bmatrix} (\bar{u} - mg) \quad (4.1)$$

▷ Une chaîne de tangage, liant avancement longitudinal, angle d'assiette et vitesse de tangage :

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{Q}{m} & -g & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -\frac{\varepsilon Q}{J_1} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ \theta \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_1} \end{bmatrix} \Gamma_m \quad (4.2)$$

▷ Une chaîne de roulis, liant déplacement latéral, inclinaison et vitesse de roulis :

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_y \\ \dot{\phi} \\ \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{Q}{m} & g & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\varepsilon Q}{J_1} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_y \\ \phi \\ p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_1} \end{bmatrix} \Gamma_l \quad (4.3)$$

▷ Et enfin une chaîne de lacet, liant cap et vitesse de lacet.

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \psi \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_2} \end{bmatrix} \Gamma_n \quad (4.4)$$

Ce découpage en chaînes élémentaires permet de mieux appréhender le comportement dynamique du HoverEye. Les chaînes d'altitude et de lacet se résument à des doubles intégrateurs. Nous serons amenés à étudier finement les modes naturels des chaînes de roulis tangage dans la section suivante relative au contrôle d'attitude par retour d'état linéaire.

## 4.2.2 Contrôle d'Attitude

Le contrôle d'attitude est la première étape d'un contrôle actif du véhicule. Le pilotage manuel pur est quasiment impossible car le véhicule est naturellement instable. La première étape consiste donc à stabiliser l'assiette et le roulis du véhicule, pour empêcher le basculement de l'appareil. Nous allons, dans un premier temps, étudier les modes naturels de la chaîne de roulis tangage, avant de nous intéresser à la stabilisation en attitude. Tout ce qui va suivre est basé sur la stabilisation de l'angle d'assiette. La symétrie du véhicule conduit à un développement tout à fait analogue pour la chaîne de roulis. Dans les sous sections suivantes, nous détaillons le raisonnement dans le cas de la chaîne de tangage.

### 4.2.2.1 Les modes naturels de la chaîne de tangage

Les modes naturels de la chaîne de tangage sont sensibles à la position relative du point d'application de la traînée de captation par rapport au centre de gravité. La chaîne est toujours instable, quel que soit le centrage de l'appareil, mais selon la valeur de  $\varepsilon$ , les pôles naturels migrent comme l'illustre la figure 4.1.



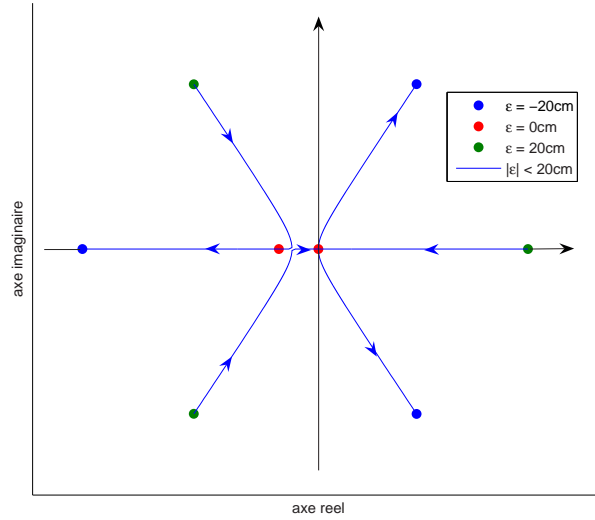


FIG. 4.1: Evolution des poles naturels de la chaîne de roulis-tangage en fonction de  $\varepsilon$  (le même schéma reste valide pour la chaîne de roulis)

**Lemme 3** La fonction de transfert entre  $\theta$  et  $\Gamma_m$  décrivant la chaîne de tangage est donnée par :

$$\frac{\theta(s)}{\Gamma_m(s)} = \frac{1}{J_1} \frac{s+k}{s^3 + ks^2 - \varepsilon\gamma g} \quad \text{avec} \quad k = \frac{Q}{m} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{Q}{J_1}$$

La chaîne de tangage (4.2) est naturellement instable. Selon le signe de  $\varepsilon$ , les modes naturels sont constitués :

- d'un pôle instable et de deux pôles stables si  $\varepsilon > 0$  (traînée de captation appliquée en dessous du centre de gravité),
- de deux pôles instables et d'un pôle stable si  $\varepsilon < 0$  (traînée de captation appliquée au dessus du centre de gravité).

Si  $\varepsilon = 0$  (traînée de captation appliquée au centre de gravité), la dynamique de rotation est découplée de la dynamique d'avancement. La chaîne de tangage se réduit à un double intégrateur (2 pôles à l'origine) en série avec un premier ordre de pulsation  $\frac{1}{\tau} = \frac{Q}{m}$ .

**Preuve.** Le transfert entre  $V_x$  et  $\theta$  est donné par

$$sV_x = -kV_x - g\theta \quad \Rightarrow \quad V_x(s) = -\frac{g}{s+k}\theta(s)$$

Par ailleurs, la dynamique de rotation permet d'écrire :

$$s^2\theta(s) = -\varepsilon\gamma V_x + \frac{1}{J_1}\Gamma_m \quad \Rightarrow \quad \frac{s^2(s+k) - \varepsilon\gamma g}{s+k}\theta(s) = \frac{1}{J_1}\Gamma_m$$

Nous avons bien le transfert proposé entre l'assiette et le moment de contrôle en tangage :

$$\theta(s) = \frac{1}{J_1} \frac{s+k}{s^3 + ks^2 - \varepsilon\gamma g} \Gamma_m(s)$$

Les valeurs propres sont les racines du dénominateur de la fonction de transfert. Cette équation du troisième degré à coefficients réels admet une racine réelle  $-a$  et deux modes conjugués  $(\omega_0, \zeta)$  :

$$\lambda^3 + k\lambda^2 - \varepsilon\gamma g = (\lambda + a)(\lambda^2 + 2\zeta\omega_0\lambda + \omega_0^2)$$

Une identification, coefficient par coefficient, conduit alors aux relations suivantes :

$$a + 2\zeta\omega_0 = k \quad (4.5)$$

$$2a\zeta + \omega_0^2 = 0 \quad (4.6)$$

$$a\omega_0^2 = -g\gamma\varepsilon \quad (4.7)$$

Des relations (4.6) et (4.7), on déduit que  $2a\zeta$  et  $\omega_0^2$  sont solutions de l'équation du second degré :

$$x^2 - 2\zeta\gamma g\varepsilon = 0$$

Comme  $a, \zeta$  et  $\omega_0$  sont réels, la condition suivante doit être vérifiée :

$$2\zeta\gamma g\varepsilon > 0 \quad (4.8)$$

De la relation (4.7) et de la condition (4.8), on déduit :

- si  $\varepsilon > 0$ , alors  $\zeta > 0$  et  $a < 0$  : existence d'un pôle instable et deux pôles stables.
- si  $\varepsilon < 0$ , alors  $\zeta < 0$  et  $a > 0$  : existence d'un pôle stable et deux pôles instables.

Comme indiqué plus haut, un raisonnement identique conduit à la même conclusion pour la chaîne de roulis.  $\square$

Cette instabilité naturelle est propre à la plupart des engins à voilure tournante. C'est une des raisons pour lesquelles le pilotage en est si complexe. De fait, il est quasiment impossible pour un pilote humain de stabiliser l'appareil, tant la pulsation des pôles instables est élevée au regard de sa propre "bande passante". Les propriétés stabilisantes de la boucle fermée viennent au secours du pilote pour faciliter le contrôle de l'appareil, et le rendre même accessible au néophyte.

#### 4.2.2.2 Stabilisation gyroscopique

La première étape dans le contrôle actif des gouvernes est la stabilisation gyroscopique. Il s'agit d'un retour en vitesse angulaire sur les gouvernes :

$$\Gamma_{ail} = \kappa(\Omega_d - \Omega)$$

La consigne donnée par le pilote est une vitesse angulaire  $\Omega_d$ . La plupart des servogouvernes utilisées par les modélistes sont aujourd'hui munies de retours gyroscopiques intégrés. Nous allons voir que selon le signe du bras de levier des efforts aérodynamiques, il est possible ou non de stabiliser les pôles des chaînes de roulis et de tangage.

**Lemme 4** Soit  $k_d > 0$ . Considérons le contrôle gyroscopique :

$$\Gamma_m = J_1 k_d (q_d - q) \quad (4.9)$$

Où  $q_d$  est la consigne en vitesse de tangage du pilote.

- si  $\varepsilon \leq 0$ , alors il existe  $k_d$  qui amène les pôles du système (4.2) dans le demi plan  $\Re(z) < 0$ .
- si  $\varepsilon > 0$ , alors le système (4.2) reste instable,  $\forall k_d$ .

**Preuve.** D'après le lemme 3, le transfert en boucle fermée entre  $\theta$  et  $q_d$  est donnée par :

$$\frac{\theta(s)}{q_d(s)} = k_d \frac{s+k}{s^3 + (k+k_d)s^2 + k_d s - \varepsilon\gamma g} \Gamma_m(s)$$

Le critère de routh permet de conclure :

$$\begin{array}{c|cc} s^3 & 1 & k_d \\ s^2 & k+k_d & -\varepsilon\gamma g \\ s^1 & a(\varepsilon, k_d) & 0 \\ s^0 & -\varepsilon\gamma g a(\varepsilon, k_d) & 0 \end{array} \quad \text{avec} \quad a(\varepsilon, k_d) = -(k_d^2 + k k_d + \varepsilon\gamma g)$$

- si  $\varepsilon \leq 0$ , les gains vérifiant  $a(\varepsilon, k_d) > 0$  ramènent les pôles du système dans le demi plan  $\Re(z) < 0$
- si  $\varepsilon > 0$ , il est impossible d'avoir simultanément  $a(\varepsilon, k_d) > 0$  et  $-\varepsilon\gamma g a(\varepsilon, k_d) > 0$ , donc le système est toujours instable

□

Il est possible de visualiser l'action de la stabilisation gyroscopique sur le lieu des racines, en prenant pour fonction de transfert entre  $q$  et  $\Gamma_m$  :

$$q(s) = s\theta(s) \Rightarrow \frac{q(s)}{\Gamma_m(s)} = \frac{1}{J_1} \frac{s(s+k)}{s^3 + k s^2 - \varepsilon\gamma g}$$

On a représenté sur la figure 4.2 le lieu des racines pour  $\varepsilon > 0$  et  $\varepsilon < 0$  respectivement. Dans le cas  $\varepsilon > 0$ , le pôle instable est attiré par le zéro situé à l'origine, mais reste toujours dans le demi plan droit, ce qui empêche une stabilisation gyroscopique dans ce cas.

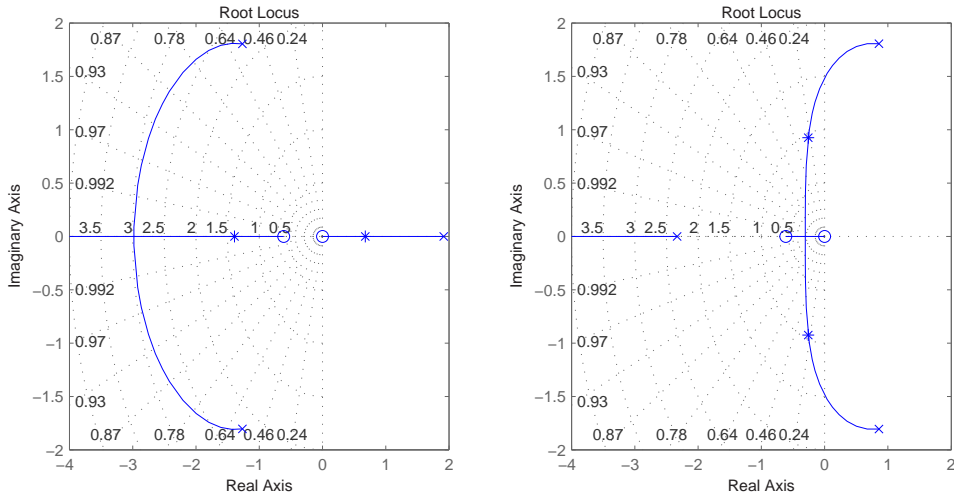


FIG. 4.2: Lieu des racines du retour  $\Gamma_m = -J_1 k_d q$  pour  $\varepsilon = 5cm$  (à gauche) et  $\varepsilon = -5cm$  (à droite)

### 4.2.2.3 Contrôle de l'assiette

Il est clair que pour la synthèse d'un contrôleur robuste aux variations de bras de levier des efforts aérodynamiques, une architecture basée sur une stabilisation gyroscopique n'est pas

suffisante. Nous allons maintenant nous intéresser au contrôle d'attitude proprement dit, en supposant que nous disposons, en plus de  $q$ , de la mesure de  $\theta$ . Le contrôle en boucle fermée :

$$\Gamma_m = J_1 (k_p(\theta_d - \theta) - k_d q) \quad (4.10)$$

enrichit le contrôle (4.9) et permet, pour  $k_p > 0$  suffisamment grand, de stabiliser le système (4.2) quel que soit le signe de  $\varepsilon$ . Le contrôle (4.10) est de type proportionnel dérivé (PD). Cependant, la connaissance approximative de  $\varepsilon$ , associée au moment aérodynamique perturbateur généré par le vent travers ne permet pas, dans ce cas, d'avoir un asservissement précis de l'assiette. On ajoute alors une action intégrale qui, en accumulant au cours du temps l'écart entre la valeur de consigne et la valeur courante de l'assiette, garantit que tout écart statique en régime permanent va conduire à une commande de plus en plus importante, susceptible de s'opposer à terme au moment aérodynamique perturbateur et de faire converger l'écart statique vers zéro [52]. On obtient ainsi un contrôle classique de type PID qui s'écrit :

$$\Gamma_m = J_1 (k_p(\theta_d - \theta) + k_d q + \varepsilon \theta) \quad \text{avec} \quad \dot{\varepsilon} = k_i(\theta_d - \theta)$$

Le réglage se fait en deux étapes :

- on commence par fixer le gain  $k_d$ ,
- on règle un contrôleur PI pour stabiliser le transfert :

$$\theta(s) = \underbrace{\frac{k_p s + k_i}{s}}_{\text{contrôle PI}} \underbrace{\frac{s + k}{s^3 + (k + k_d)s^2 + k_d s - \varepsilon \gamma g}}_{\text{système gyro-stabilisé}} (\theta_d(s) - \theta(s))$$

En raisonnant sur le lieu des racines, le réglage du PI se ramène au placement d'un zéro en  $\lambda = -k_i/k_p$  pour stabiliser les quatre pôles (système d'ordre trois augmenté de l'intégrateur). La figure 4.3 montre le lieu des racines obtenu. Lorsque le bras de levier  $\varepsilon$  est positif, le zéro permet de ramener dans le demi plan  $\Re(z) < 0$  le pôle de l'intégrateur et le pôle instable. Dans le cas  $\varepsilon < 0$ , les deux pôles instables sont stabilisés par le zéro, et le pôle de l'intégrateur est attiré par le zéro basse fréquence  $\lambda = -k$ . La figure 4.3 illustre également les marges de stabilités sur le lieu de Black. Le réglage proposé permet d'avoir une marge de gain supérieure à 10dB et une marge de phase de  $60^\circ$ . Pour tolérer le retard possible sur les gouvernes dû à la dynamique des servogouvernes, on a veillé à conserver une marge de retard de 200ms. Enfin, on a montré la réponse à un échelon de consigne d'attitude, pour visualiser le temps de réponse et l'écart statique en régime permanent. Le temps de réponse, conditionné par le zéro basse fréquence du système en boucle ouverte, est de l'ordre de 3s. On a bien un écart statique nul en régime permanent. Le schéma bloc de la chaîne de tangage en boucle fermée, représentant le transfert entre  $\theta_d$  et  $V_x$ , est représenté sur la figure 4.4.

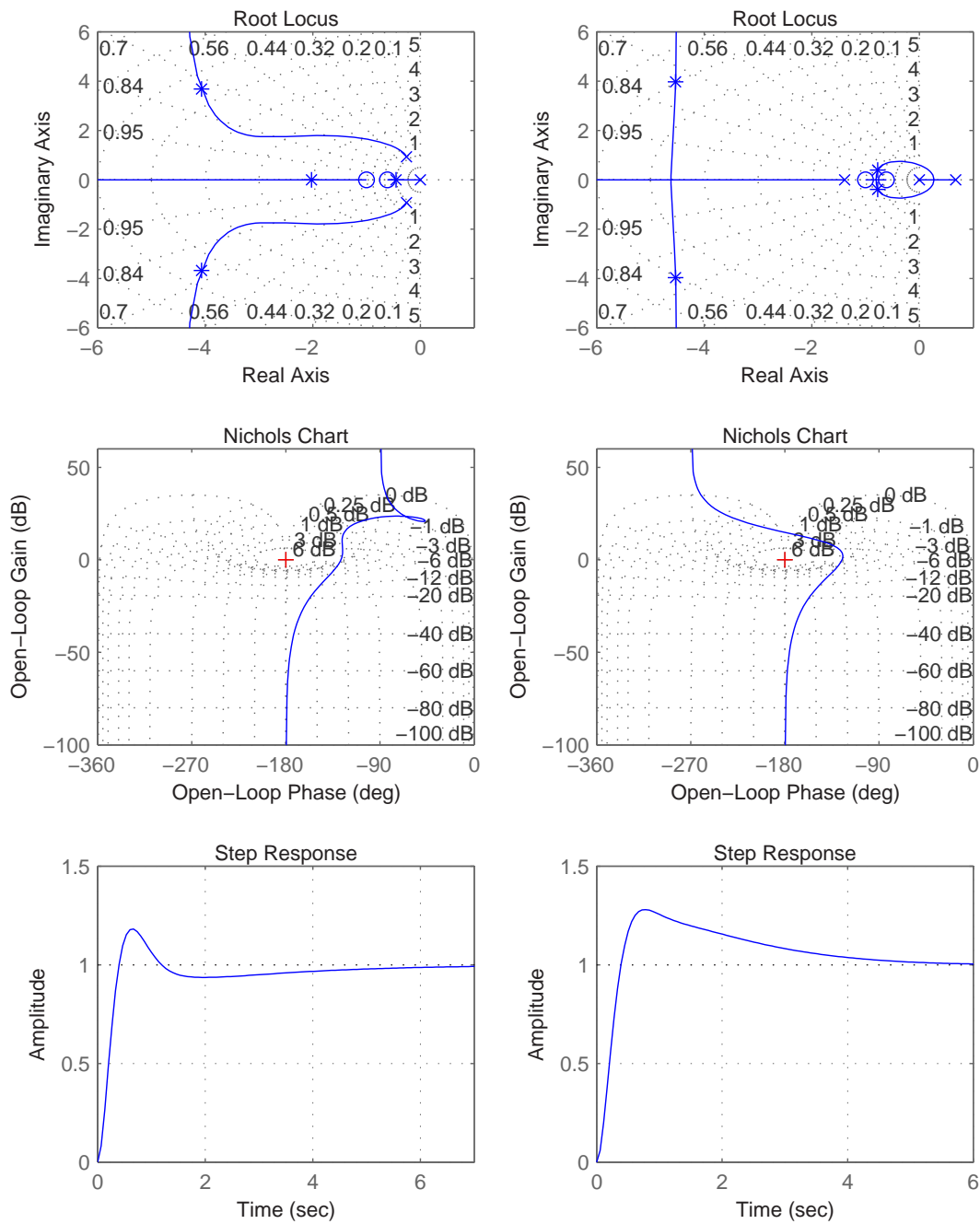


FIG. 4.3: Lieu des racines, diagramme de black et réponse à un échelon de la chaîne d'attitude en boucle fermée. ( $\varepsilon < 0$  à gauche -  $\varepsilon > 0$  à droite)

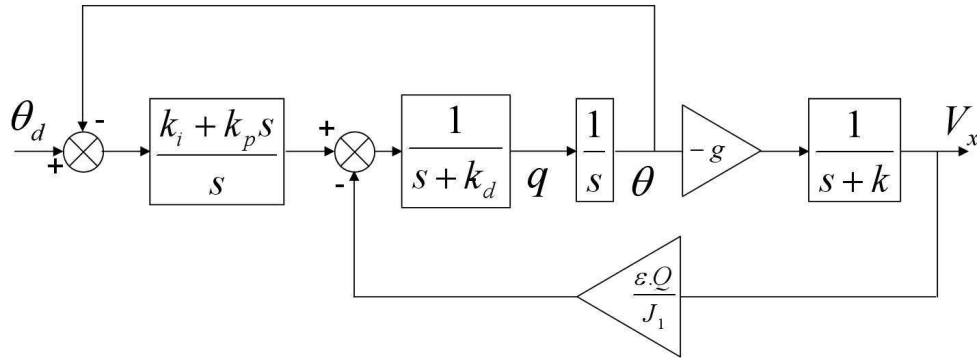


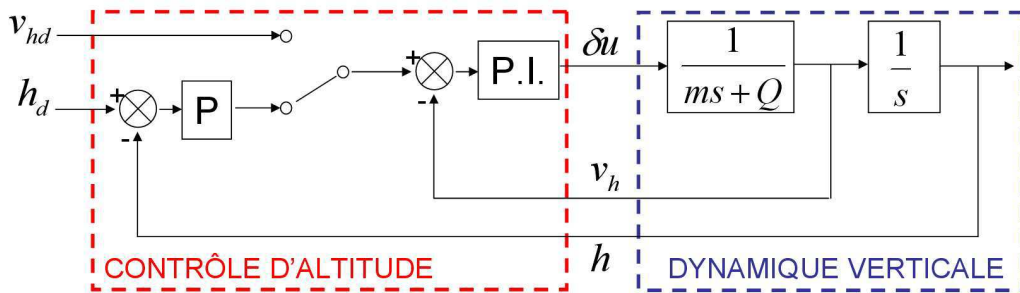
FIG. 4.4: Schéma bloc de la chaîne de roulis-tangage en boucle fermée

### 4.2.3 Contrôle d'Altitude

Le contrôle d'altitude est basé sur la chaîne verticale du vol quasi stationnaire, pour laquelle on introduit la marge de poussée,  $\delta u$ , définie par :

$$\delta u = \bar{u} - mg$$

Selon le niveau d'autonomie considéré pour le véhicule, l'opérateur peut soit spécifier une altitude de consigne  $h_d$ , soit piloter une vitesse verticale  $v_{hd}$ . Cette spécification du contrôle conduit à proposer une structure de contrôle séparée en un contrôle d'altitude en cascade avec un contrôle en vitesse comme l'illustre la figure 4.5.

FIG. 4.5: Evolution des poles naturels de la chaîne de roulis-tangage en fonction de  $\varepsilon$ 

Une synthèse rapide sur le lieu des racines montre qu'un contrôle de type Proportionnel Intégral sur la vitesse et un contrôle Proportionnel sur l'altitude est suffisant pour donner au système un bon placement des pôles en boucle fermée (voir figure 4.6) :

$$\delta u = \frac{k_{ih} + k_{ph}s}{s} (k_h(h_d - h) - v_h)$$

Le contrôleur PI sur la vitesse verticale permet de contrer les efforts perturbateurs créés par un vent vertical.

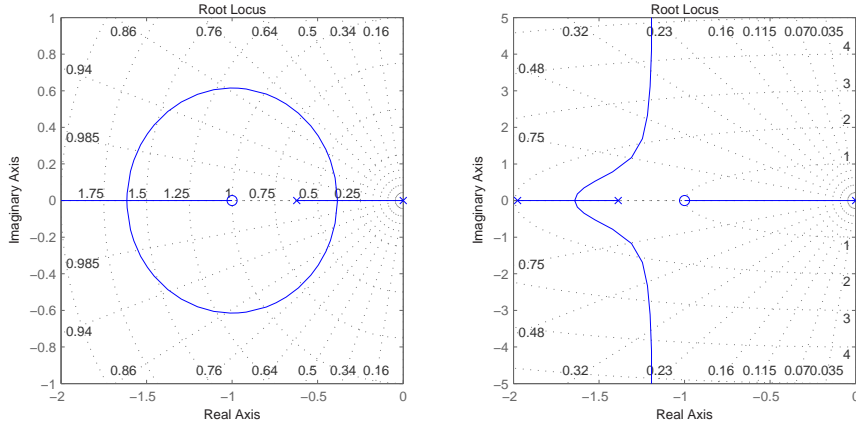


FIG. 4.6: Lieu des racines du contrôle en vitesse verticale (à gauche) et lieu des racines du contrôle en altitude (à droite)

#### 4.2.4 Maintien à poste

Les contrôles d'altitude et d'attitude peuvent être considérés comme des fonctions de pilotage. En effet, à partir de consignes données par le pilote, le véhicule agit sur le vecteur de commande pour atteindre cette consigne. Le maintien d'une altitude constante sera obtenu en agissant sur l'amplitude de la poussée, alors que l'inclinaison de l'appareil sera commandée par le moment de contrôle généré par les grilles de déflexion. Ces lois de pilotage constituent le noyau dur des commandes de vol, sur lesquelles viennent se greffer les fonctions de guidage, caractérisées par des consignes de plus haut niveau et des dynamiques plus lentes. Ces fonctions n'agissent plus directement sur le vecteur de commande, mais spécifient des consignes pour les lois de pilotage. C'est le cas de la fonction de stabilisation avec maintien d'altitude. Pour stabiliser le drone tout en maintenant une altitude constante, le véhicule va réaliser des mouvements de translation en inclinant le vecteur poussée. Ainsi, le maintien à poste va spécifier la consigne d'assiette et d'inclinaison au contrôle d'attitude. Il faudra prendre en compte la dynamique d'attitude en boucle fermée pour la synthèse du contrôle en position. Pour définir le vecteur poussée désirée, nous allons utiliser le modèle dynamique de la translation (3.30), et ne considérer que l'évolution dans le plan horizontal. En introduisant les variables  $\zeta, v_\zeta, n_\zeta$  définies par<sup>4</sup> :

$$\zeta = \pi_{e_3} \xi_D, \quad v_\zeta = \pi_{e_3} v_D, \quad n_\zeta = \pi_{e_3} R e_3$$

on obtient la dynamique suivante dans le plan horizontal, en supposant l'absence de vent ( $v_w = 0$ ) :

$$\begin{bmatrix} \dot{\zeta} \\ m\dot{v}_\zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_\zeta \\ -Qv_\zeta - \bar{u}n_\zeta \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

**Lemme 5** Soit  $F(s)$  la fonction de transfert strictement propre vérifiant :

$$\theta(s) = (s + k)F(s)\theta_d(s) \quad \text{et} \quad \phi(s) = (s + k)F(s)\phi_d(s)$$

<sup>4</sup> $\pi_{e_3} = I_3 - e_3 e_3^T$  est l'opérateur de projection permettant de projeter la position  $\xi_D$  et la vitesse  $v_D$  sur le plan horizontal ( $\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0$ )

en posant :

$$n_{\zeta d} = \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi \\ s_\psi & c_\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_d \\ -\phi_d \end{bmatrix}$$

le système (4.11) est équivalent à :

$$\zeta(s) = -g \frac{F(s)}{s} n_{\zeta d} \quad (4.12)$$

**Preuve.** En développant le terme  $\bar{u}n_\zeta$  au premier ordre, il vient :

$$\bar{u} \approx mg + \delta u \quad \text{et} \quad n_\zeta = \pi_{e_3} Re_3 = \begin{bmatrix} s_\theta c_\phi c_\psi + s_\psi s_\phi \\ s_\theta c_\phi s_\psi - c_\psi s_\phi \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi \\ s_\psi & c_\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ -\phi \end{bmatrix}$$

on a donc :

$$\bar{u}n_\zeta = mg \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi \\ s_\psi & c_\psi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ -\phi \end{bmatrix}$$

En utilisant la fonction de transfert  $F(s)$  entre consignes d'attitude et attitude réelle, nous avons :

$$\bar{u}n_\zeta = mg(s+k)F(s)n_{\zeta d}$$

Où  $F(s)$  contient le zéro  $-\frac{k_i}{k_p}$  du contrôle PI sur l'attitude et les quatre pôles de la chaîne de roulis et de tangage en boucle fermée. Par conséquent, il vient :

$$v_\zeta(s) = -mg \frac{s+k}{ms+Q} F(s)n_{\zeta d}$$

Comme  $k = \frac{Q}{m}$ , il y'a une simplification pôle-zéro, ce qui conduit au transfert (4.12).  $\square$

Pour la synthèse du contrôle en position, nous allons caractériser un vecteur poussée de consigne  $n_{\zeta d}$  qui garantit la stabilité du transfert (4.12) en boucle fermée. De la même manière que pour le contrôle d'attitude, un contrôle Proportionnel Dérivée, construit à partir de la mesure de position  $\zeta$  et de vitesse  $v_\zeta$ , permet de stabiliser tous les pôles. L'ajout d'une action intégrale permet d'assurer que  $\zeta \rightarrow \zeta_d$  en régime permanent. Le contrôle proposé est de la forme :

$$mgn_{\zeta d} = k_p \zeta (\zeta - \zeta_d) + k_d \zeta (v_\zeta - \dot{\zeta}_d) + \varepsilon_\zeta \quad \text{avec} \quad \dot{\zeta}_\zeta = k_i (\zeta - \zeta_d)$$

En raisonnant sur le lieu des racines, le contrôle  $n_{\zeta d}$  revient à ajouter deux zéros et un pôle à l'origine. Le lieu des racines est représenté sur la figure 4.7. On choisit de placer les deux zéros sur l'axe réel. Ainsi, le contrôle, dont le transfert s'écrit :

$$mgn_{\zeta d}(s) = \frac{k_i + k_p s + k_d s^2}{s} (\zeta - \zeta_d) = \frac{(k_1 + s)(k_2 s + k_F)}{s} (\zeta - \zeta_d)$$

est alors équivalent à un contrôle proportionnel sur la position en cascade avec un contrôle Proportionnel Intégral sur la vitesse :

$$mgn_{\zeta d}(s) = \frac{k_2 s + k_F}{s} \left( (v - \dot{\zeta}_d) + k_1 (\zeta - \zeta_d) \right)$$

Le lieu de Black du contrôle en position (voir figure 4.7) montre de bonnes marges de stabilité. Devant la faible cadence de rafraîchissement de la mesure de position et de vitesse donnée par un GPS (1Hz), nous avons privilégié la marge de retard ( $>1s$ ) au temps de réponse ( $\sim 7s$ ). Nous vérifierons en simulation que le réglage proposé est suffisant en terme de rejection de perturbations.



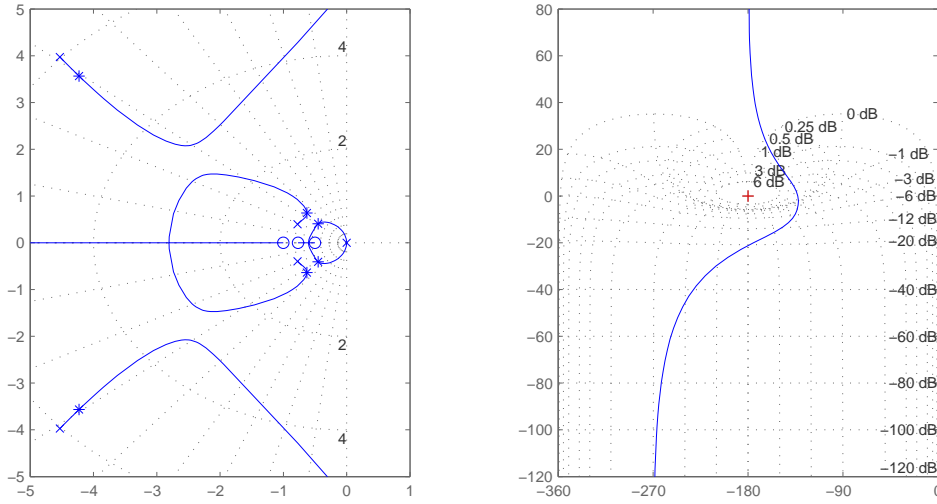


FIG. 4.7: Lieu des racines et lieu de Black du contrôle en position

#### 4.2.5 Récapitulatif de la synthèse linéaire - Réjection de perturbations

Jusqu'à présent, nous avons pris  $v_w = 0$  dans la synthèse. Nous allons maintenant étudier la capacité du contrôle à contrer les efforts aérodynamiques perturbateurs en présence de vent. Ce sera l'occasion de récapituler l'architecture complète de la loi de commande par retour d'état linéaire.

**Théorème 1** *Il existe un ensemble de gains strictement positifs  $k_p, k_i, k_d, k_1, k_2, k_F, k_r$  tels que, pour  $h_d, \zeta_d, \phi_d$  et  $\theta_d$  définis par  $h_d = -e_3^T \xi_d$ ,  $\zeta_d = \pi_{e_3} \xi_d$  et :*

$$\begin{bmatrix} \theta_d \\ \phi_d \end{bmatrix} = \frac{1}{mg} \begin{bmatrix} c_\psi & s_\psi \\ s_\psi & -c_\psi \end{bmatrix} (k_2(v_\zeta + k_1(\zeta - \zeta_d)) + \varepsilon_\zeta) \quad \text{avec} \quad \dot{\varepsilon}_\zeta = k_F(k_1(\zeta - \zeta_d) - v_\zeta)$$

la loi de commande :

$$\begin{aligned} \bar{u} &= mg + k_2(k_1(h - h_d) - v_h) + \varepsilon_h \\ \Gamma_l &= J_1(k_p(\phi_d - \phi) + k_d p + \varepsilon_\phi) \\ \Gamma_m &= J_1(k_p(\theta_d - \theta) + k_d q + \varepsilon_\theta) \\ \Gamma_n &= -k_r r \end{aligned} \tag{4.13}$$

où

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_h &= k_F(k_1(h - h_d) - v_h) \\ \dot{\varepsilon}_\phi &= k_i(\phi_d - \phi) \\ \dot{\varepsilon}_\theta &= k_i(\theta_d - \theta) \end{aligned}$$

stabilise le système (3.30) en boucle fermée sous les hypothèses du vol quasi-stationnaire. Par ailleurs, l'estimation des paramètres inconnus  $\hat{F}_{ext}$  et  $\hat{\varepsilon}^5$  définis par :

$$\hat{F}_{ext} = \begin{bmatrix} \varepsilon_\zeta \\ \varepsilon_h \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \hat{\varepsilon} = J_1 \frac{[-\varepsilon_\theta, \varepsilon_\phi] \pi_{e_3} R^T \hat{F}_{ext}}{\|\pi_{e_3} R^T \hat{F}_{ext}\|^2}$$

<sup>5</sup>L'estimé  $\hat{\varepsilon}$  n'est pas utilisé pour la commande mais uniquement pour la visualisation lors de simulation. En effet, il n'est défini que pour  $\hat{F}_{ext} \neq 0$ .

converge vers la valeur exacte des paramètres aérodynamiques  $F_{ext}$  et  $\varepsilon$ . Plus précisément :

$$\begin{aligned}\xi_D &\longrightarrow \xi_d \\ r &\longrightarrow 0 \\ \hat{F}_{ext} &\longrightarrow F_{ext} \\ \hat{\varepsilon} &\longrightarrow \varepsilon\end{aligned}$$

**Preuve.** La loi de commande proposée assure la stabilisation en attitude et en altitude. La commande en attitude assure le maintien à poste dans le plan horizontal. D'après le théorème de la valeur finale, l'action intégrale  $\varepsilon_\zeta$  et  $\varepsilon_h$  annule l'erreur statique sur  $h$  et  $\zeta$  en présence d'un effort  $F_{ext}$  de type échelon. Par conséquent,  $\xi_D \rightarrow \xi_d$ , et  $v_D \rightarrow 0$ . La consigne en attitude  $n_{\zeta d}$  tend vers une valeur constante. L'action intégrale sur  $\phi$  et  $\theta$  garantit alors que  $n_\zeta \rightarrow n_{\zeta d}$ , malgré le moment des forces aérodynamiques  $\varepsilon e_{3 \times} R^T F_{ext}$ . Il vient :

$$\bar{u} R e_3 \rightarrow \begin{bmatrix} m g n_{\zeta d} \\ m g + \delta u \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} \varepsilon_\zeta \\ m g + \varepsilon_h \end{bmatrix}$$

Par ailleurs, comme  $\dot{v}_D \rightarrow 0$ , et d'après la définition de  $\hat{F}_{ext}$ , nous avons :

$$\bar{u} R e_3 \rightarrow m g e_3 + F_{ext} \Rightarrow \hat{F}_{ext} \rightarrow F_{ext}$$

Calculons maintenant le terme  $\varepsilon e_{3 \times} R^T F_{ext}$ . En notant  $R^T F_{ext} = [F_1, F_2, F_3]^T$ , il vient :

$$\varepsilon e_{3 \times} R^T F_{ext} = \varepsilon \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} -\varepsilon F_2 \\ \varepsilon F_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Ainsi, comme  $\Omega \rightarrow 0$ , nous avons  $\Gamma_{ail} + \varepsilon e_{3 \times} R^T F_{ext} \rightarrow 0$ , d'où :

$$\varepsilon_\phi \rightarrow \frac{\varepsilon}{J_1} F_2 \quad \text{et} \quad \varepsilon_\theta \rightarrow -\frac{\varepsilon}{J_1} F_1$$

Il s'ensuit :

$$[-\varepsilon_\theta, \varepsilon_\phi] \pi_{e_3} R^T \hat{F}_{ext} \rightarrow \varepsilon \frac{F_1^2 + F_2^2}{J_1} = \varepsilon \frac{\|\pi_{e_3} R^T F_{ext}\|^2}{J_1}$$

D'après la définition de  $\hat{\varepsilon}$ , cela revient à écrire  $\hat{\varepsilon} \rightarrow \varepsilon$ . □

Dans cette section, nous nous sommes intéressés à la commande par retour d'état linéaire pour le contrôle en position du HoverEye, en condition de vol quasi-stationnaire. L'approche linéaire permet de dégager rapidement une architecture de contrôle simple et robuste. De plus, la synthèse étant réalisée sur un système découplé de chaînes monoentrées-monosorties, il est aisé de comprendre physiquement le rôle de chaque terme de la loi de commande et de régler les gains en conséquence. Par ailleurs, les techniques de l'automatique linéaire moderne permettent, à partir d'un cahier des charges et d'une architecture de contrôle, de trouver les gains optimaux en termes de robustesse aux incertitudes, de réjection de perturbations, etc. Il faut cependant garder à l'esprit que le contrôle proposé n'est valable en théorie que dans un voisinage du vol quasi-stationnaire. Aussi, la synthèse linéaire ne constitue qu'une étape préalable pour la commande sur l'ensemble du domaine de vol. L'approche "ingénieur", classique, consiste à tabuler les gains en fonction du domaine de vol. Le "gain scheduling" est une technique qui, bien qu'ayant fait ses preuves, reste laborieuse à mettre en place et dont la preuve de stabilité reste un problème ardu, voire ouvert. Dans notre approche, nous avons choisi de recourir à une synthèse non linéaire pour étendre le contrôle en position à l'ensemble du domaine de vol.

## 4.3 Commande adaptative non linéaire par Backstepping

### 4.3.1 Principe

La plupart des techniques de contrôle non linéaire sont basées sur la théorie de la stabilité de Lyapunov. L'objectif est de trouver une loi de contrôle qui rend la dérivée d'une fonction de Lyapunov, choisie a priori, définie ou semi-définie négative. La principale difficulté réside alors dans le choix d'une fonction de Lyapunov idoine. La technique du backstepping surmonte cette difficulté en construisant itérativement une fonction de Lyapunov adaptée au système, et permet de déduire la commande qui rend la dérivée de cette fonction définie négative. Cette technique s'applique à la classe des systèmes "en cascade". La plupart des véhicules aériens ou terrestres ainsi qu'une large majorité des systèmes mécaniques font partie de cette classe.

Le processus de backstepping commence en définissant une fonction de stockage qui intègre l'écart entre les sorties régulées du système et les objectifs de commande. Le principe est alors de construire à chaque étape un écart entre l'état courant du système et un contrôle virtuel qui garantirait, s'il pouvait être appliqué tel quel, la non-positivité de la dérivée de la fonction de Lyapunov. A la fin de chaque étape, la fonction de stockage est complétée par cet écart, afin d'en assurer la convergence vers zéro. Le processus s'achève lorsque le vecteur de commande du système apparaît : le contrôle virtuel défini au dernier pas est alors un contrôle réel, garantissant la convergence des états du système vers zéro, et l'équilibre des sorties régulées autour des objectifs de commande. Dans leur ouvrage [46], Krstic *et al.* ont développé un cadre théorique pour l'application du backstepping au contrôle adaptatif en présence de perturbations lentement variables.

Le contrôle adaptatif est un concept naturel. Quand un système évolue au milieu d'éléments perturbateurs difficiles à modéliser, le contrôle adaptatif consiste à estimer ces paramètres inconnus en ligne et à intégrer l'estimation de ces paramètres à la commande en vue de les contrer.

Dans la théorie du contrôle par retour d'état linéaire, il est bien connu que l'ajout d'une action intégrale dans un correcteur permet d'annuler un écart statique en régime permanent sur la sortie régulée dû à un terme perturbateur constant. Considérons par exemple le système du premier ordre suivant :

$$\dot{x} = u + a$$

où  $a$  est un paramètre inconnu, mais constant. Le contrôle  $u = -x - \int_0^t x(\tau)d\tau$  stabilise le système et annule l'erreur statique sur  $x$  due à  $a$ . Un tel contrôle est équivalent à :

$$\begin{aligned} u &= -x - \hat{a} \\ \dot{\hat{a}} &= x \end{aligned}$$

Ainsi, le contrôle revient à ajouter à un contrôle stabilisant  $u = -x$  une estimation  $\hat{a}$  obtenue par un filtre adaptatif, défini dans ce cas comme l'intégrale de l'erreur de sortie.

L'application du backstepping au contrôle adaptatif non linéaire généralise ce résultat classique en commande linéaire. L'utilisation du contrôle adaptatif assure la stabilité des systèmes en boucle fermée tout en faisant converger les paramètres estimés vers les paramètres réels si les conditions d'identifiabilité sont satisfaites [46]. Krstic *et al.* [46] se sont intéressés à l'estimation de paramètres inconnus pour les systèmes linéaires en la commande et en un vecteur de paramètres inconnus. Ainsi, étant donné un vecteur d'état  $x$ , une entrée de commande  $u$  et un vecteur de paramètres inconnus  $\theta$ , la synthèse de contrôle adaptatif par backstepping sur le système :

$$\dot{x} = f(x) + F(x)\theta + g(x)u \tag{4.14}$$

consiste à trouver une loi de contrôle  $\alpha$ , un filtre  $\tau$  et une matrice de gain définie positive  $\Gamma$  :

$$\begin{aligned} u &= \alpha(x, \hat{\theta}) \\ \dot{\hat{\theta}} &= \Gamma\tau(x, \hat{\theta}) \end{aligned} \quad (4.15)$$

permettant de stabiliser le système et d'estimer les paramètres inconnus si les conditions d'identifiabilité sont satisfaites.

Pour appliquer la méthode décrite dans [46], il est nécessaire d'avoir un système sous la forme (4.14). D'où l'intérêt de considérer le modèle sous la forme (3.30), qui se réécrit, en prenant  $r \equiv 0$  :

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_D \\ m\dot{v}_D \\ \dot{R} \\ \mathbf{I}\dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_D \\ mge_3 \\ R\Omega_\times \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & e_{3\times}R^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_{ext} \\ M_{ext} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -Re_3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u} \\ \Gamma_{ail} \end{bmatrix}$$

Les techniques de backstepping décrites dans [46] seront utilisées dans la section suivante pour stabiliser la position du système en  $\xi_D = \xi_d$ , tout en estimant les termes inconnus  $F_{ext}$  et  $M_{ext}$ .

### 4.3.2 Synthèse de la commande

L'objectif de contrôle est de stabiliser la position  $\xi_D$  du point D en une position constante  $\xi_d$ , tout en maintenant une vitesse de lacet nulle. Le véhicule atteint une orientation d'équilibre qui permet de contrer l'action des efforts aérodynamiques en inclinant le vecteur poussée.

**Théorème 2** *Considérons le modèle non linéaire (3.30), pour lequel  $r \equiv 0$  :*

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_D \\ m\dot{v}_D \\ \dot{R} \\ J\dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_D \\ -\bar{u}Re_3 + mge_3 + F_{ext} \\ R\Omega_\times \\ \Gamma_{ail} + e_{3\times}R^T M_{ext} \end{bmatrix}$$

Considérons également l'extension dynamique suivante  $\ddot{u} = \tilde{u}$ , où  $\tilde{u}$  est une nouvelle entrée de commande utilisée en lieu et place de  $\bar{u}$ .

1. Soit  $(k_i)_{i=1..4}$ ,  $k_r$ ,  $\Gamma_F$  et  $\Gamma_M$  des gains positifs réels.
2. Soit  $K_1, K_2$  et  $(G_i)_{i=1..5}$  définis respectivement par :

$$\begin{aligned} K_1 &= -k_1\left(\frac{2}{m} - mk_1^2\right) - \frac{k_2}{m} \\ K_2 &= \frac{1}{m^2} - k_1^2 - k_1k_2 - k_2^2 \end{aligned} \quad (4.16)$$

et

$$\begin{cases} G_1 &= -k_1K_1 - \frac{1}{m}(K_2 + 1 + \Gamma_F) \\ G_2 &= \frac{K_1}{m} - k_2(K_2 + 1 + \Gamma_F) - G_5 \\ G_3 &= -(K_2 + 1 + \Gamma_F) + G_5k_3 \\ G_4 &= K_2 + 1 + \Gamma_F + G_5(k_1 + k_2) \\ G_5 &= (k_1 + k_2)(1 + \Gamma_F) + k_3 \end{cases} \quad (4.17)$$

3. Considérons les écarts suivants :

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \xi_D - \xi_d && \text{écart en position} \\ \delta_2 &= mv_D + mk_1\delta_1 && \text{écart en vitesse} \\ \delta_3 &= \bar{u}Re_3 - \alpha_1 && \text{écart en poussée} \\ \delta_4 &= \dot{\bar{u}}Re_3 - \bar{u}Re_{3\times}\Omega - \alpha_2 && \text{écart en vitesse angulaire} \end{aligned}$$

Où  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont des commandes virtuelles sur la poussée et sur la vitesse angulaire respectivement définies par :

$$\begin{cases} \tau_1 = \delta_2 \\ \alpha_1 = (\frac{1}{m} - mk_1^2)\delta_1 + (k_1 + k_2)\delta_2 + mge_3 + \hat{F}_{ext} \end{cases} \quad (4.18)$$

et :

$$\begin{cases} \tau_2 = \tau_1 - (k_1 + k_2)\delta_3 \\ \alpha_2 = K_1\delta_1 + (1 + K_2)\delta_2 - (k_1 + k_2 + k_3)\delta_3 + \Gamma_F\tau_2 \end{cases} \quad (4.19)$$

Alors, en introduisant le contrôle  $\alpha_3$  :

$$\begin{cases} \tau_3 = \tau_2 - G_4\delta_4 \\ \alpha_3 = -G_1\delta_1 - G_2\delta_2 + (1 - G_3)\delta_3 + (k_4 + G_5)\delta_4 - G_5\Gamma_F(\tau_3 - \tau_2) \\ \quad - \bar{u}(p^2 + q^2)Re_3 + 2\dot{u}Rsk(\Omega)e_3 + (\bar{u}/J_1)\pi_{Re_3}\hat{M}_{ext} \end{cases} \quad (4.20)$$

et  $\nu$  par :

$$\nu = -G_4\Gamma_F\delta_3 \quad (4.21)$$

la loi de contrôle sur le moment de commande  $\Gamma_{ail}$  et la dérivée seconde de la poussée réduite  $\bar{u}$  :

$$\begin{bmatrix} \frac{\Gamma_n}{(\bar{u}/J_1)\Gamma_m} \\ -(\bar{u}/J_1)\Gamma_l \\ \bar{u} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_r r \\ R^T(-\alpha_3 + \nu) \end{bmatrix}$$

munie des filtres adaptatifs :

$$\begin{cases} \dot{\hat{F}}_{ext} = \Gamma_F\tau_3 \\ \dot{\hat{M}}_{ext} = \Gamma_M(\bar{u}/J_1)\pi_{Re_3}\delta_4 \end{cases} \quad (4.22)$$

assure que le système (3.30) est asymptotiquement stable, tant que  $\bar{u} \neq 0$ . De plus, les filtres adaptatifs permettent d'estimer en ligne les efforts aérodynamiques  $F_{ext}$  et le bras de levier  $\varepsilon$ . Plus précisément, en introduisant  $\hat{\varepsilon} = \frac{(\pi_{Re_3}\hat{F}_{ext})^T(\pi_{Re_3}\hat{M}_{ext})}{\|\pi_{Re_3}\hat{F}_{ext}\|^2}$ , il vient :

$$\begin{array}{lcl} \xi_D & \longrightarrow & \xi_d \\ r & \longrightarrow & 0 \\ \hat{F}_{ext} & \longrightarrow & F_{ext} \\ \hat{\varepsilon} & \longrightarrow & \varepsilon \end{array}$$

**Preuve.** La démonstration est une application directe du backstepping.

**Etape 1.** Soit  $\xi_d$  une position constante de consigne pour la position  $\xi_D$ . L'écart  $\delta_1 = \xi_D - \xi_d$  est défini comme l'erreur entre la position actuelle et la position désirée. La loi de contrôle doit assurer la convergence de  $\delta_1$  vers zéro. Par conséquent, on définit une première fonction de stockage  $S_1$ , associée à  $\delta_1$  :

$$S_1 = \frac{1}{2}\delta_1^T\delta_1$$

La dérivation de  $S_1$  entraîne :

$$\dot{S}_1 = \delta_1^T\dot{\delta}_1$$

Soit  $k_1 > 0$ , en rappelant l'équation cinématique de position (3.30), la dérivée de  $\delta_1$  est donnée par :

$$\dot{\delta}_1 = \dot{\xi}_D = v_D = -k_1\delta_1 + k_1\delta_1 + v_D$$

Il apparaît alors l'expression de  $\delta_2 \triangleq m(k_1\delta_1 + v_D)$ , qu'on peut définir comme l'écart entre la vitesse réelle et une commande en vitesse virtuelle  $-k_1\delta_1$  assurant la convergence de  $\delta_1$  vers zéro. Ainsi, à la fin de la première étape du backstepping, nous avons :

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 &= -k_1\|\delta_1\|^2 + \frac{1}{m}\delta_1^T\dot{\delta}_2 \\ \dot{\delta}_1 &= -k_1\delta_1 + \frac{1}{m}\delta_2 \end{aligned} \quad (4.23)$$

**Etape 2.** La convergence de  $\delta_2$  entraînerait naturellement la convergence de  $\delta_1$ , puisque la vitesse tendrait vers la vitesse virtuelle. Pour assurer la convergence de  $\delta_2$ , on l'ajoute à la fonction de stockage  $S_1$ . Dans l'expression de  $\dot{\delta}_2$ , la dynamique de translation va apparaître, perturbée par le terme inconnu  $F_{ext}$ . Soit  $\hat{F}_{ext}$  l'estimation de ce vecteur inconnu. Il faut veiller à réduire l'erreur d'estimation  $\tilde{F}_{ext} = F_{ext} - \hat{F}_{ext}$ . Par conséquent, cette erreur sera elle aussi ajoutée à la fonction de stockage  $S_1$ , conduisant à la définition d'une fonction de stockage augmentée  $S_2$  :

$$S_2 = S_1 + \frac{1}{2}\delta_2^T\delta_2 + \frac{1}{2}\tilde{F}_{ext}^T\Gamma_F^{-1}\tilde{F}_{ext}$$

où  $\Gamma_F > 0$  est une matrice de gains définie positive qui permet de régler la dynamique de l'adaptation de  $F_{ext}$ . En utilisant (4.23), nous obtenons :

$$\dot{S}_2 = -k_1\|\delta_1\|^2 + \frac{1}{m}\delta_1^T\dot{\delta}_2 + \delta_2^T\dot{\delta}_2 - \tilde{F}_{ext}^T\Gamma_F^{-1}\dot{\tilde{F}}_{ext}$$

Soit  $k_2 > 0$ , l'expression de  $\dot{\delta}_2$  est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_2 &= mk_1\dot{\delta}_1 + m\dot{v}_D \\ &= -mk_1^2\delta_1 + k_1\dot{\delta}_2 - \bar{u}Re_3 + mge_3 + F_{ext} \\ &= -mk_1^2\delta_1 - k_2\delta_2 + (k_1 + k_2)\delta_2 - \bar{u}Re_3 \\ &\quad + mge_3 + \hat{F}_{ext} + \tilde{F}_{ext} \end{aligned} \quad (4.24)$$

En reportant (4.24) dans l'expression de  $\dot{S}_2$ , et en regroupant les termes<sup>6</sup>  $\delta_1^T\dot{\delta}_2$  et  $\tilde{F}_{ext}$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{S}_2 &= -k_1\|\delta_1\|^2 - k_2\|\delta_2\|^2 + \left(\frac{1}{m} - mk_1^2\right)\delta_1^T\dot{\delta}_2 \\ &\quad + \delta_2^T\left((k_1 + k_2)\delta_2 - \bar{u}Re_3 + mge_3 + \hat{F}_{ext}\right) \\ &\quad + \tilde{F}_{ext}^T(\delta_2 - \Gamma_F^{-1}\dot{\tilde{F}}_{ext}) \end{aligned}$$

A ce stade, nous introduisons un premier filtre adaptatif  $\tau_1$  et la loi de contrôle virtuelle sur la poussée  $\alpha_1$  donnée par (4.18), ce qui permet d'écrire  $\dot{S}_2$  sous la forme :

$$\dot{S}_2 = -k_1\|\delta_1\|^2 - k_2\|\delta_2\|^2 + \delta_2^T(\alpha_1 - \bar{u}Re_3) + \tilde{F}_{ext}^T(\tau_1 - \Gamma_F^{-1}\dot{\tilde{F}}_{ext})$$

Il apparaît l'expression de  $\delta_3 \triangleq \bar{u}Re_3 - \alpha_1$ . Si le vecteur de poussée  $\bar{u}Re_3$  était une entrée de commande, le filtre adaptatif  $\tau_1$  et la commande en poussée  $\alpha_1$  annuleraient l'influence de  $\tilde{F}_{ext}$  et garantiraient la non positivité de  $\dot{S}_2$ . Cependant, si le module de la poussée  $\bar{u}$  est effectivement une entrée de commande, ce n'est en revanche pas le cas de la direction  $Re_3$ . Par conséquent, on

<sup>6</sup>Les termes de la fonction de stockage sont scalaires, ce qui permet d'écrire  $\delta_2^T\tilde{F}_{ext} = \tilde{F}_{ext}^T\delta_2$ .

définit l'écart  $\delta_3$  entre la poussée réelle  $\bar{u}Re_3$  et la poussée virtuelle  $\alpha_1$ . Au terme de la seconde étape du backstepping, il vient :

$$\begin{aligned}\dot{S}_2 &= -k_1\|\delta_1\|^2 - k_2\|\delta_2\|^2 - \delta_2^T \delta_3 + \tilde{F}_{ext}^T(\tau_1 - \Gamma_F^{-1} \dot{\hat{F}}_{ext}) \\ \dot{\delta}_2 &= -\frac{1}{m}\delta_1 - k_2\delta_2 - \delta_3 + \tilde{F}_{ext}\end{aligned}\quad (4.25)$$

**Etape 3.** Considérons maintenant la fonction de stockage  $S_3$ , qui est la fonction  $S_2$  augmentée de l'écart sur la poussée  $\delta_3$  :

$$S_3 = S_2 + \frac{1}{2}\delta_3^T \delta_3 \quad \text{avec} \quad \delta_3 = \bar{u}Re_3 - \alpha_1$$

En utilisant (4.25), on obtient :

$$\dot{S}_3 = -k_1\|\delta_1\|^2 - k_2\|\delta_2\|^2 - \delta_2^T \delta_3 + \tilde{F}_{ext}^T(\tau_1 - \Gamma_F^{-1} \dot{\hat{F}}_{ext}) + \delta_3^T \dot{\delta}_3,$$

où  $\dot{\delta}_3$  est donné par :

$$\dot{\delta}_3 = \dot{\bar{u}}Re_3 + \bar{u}\dot{R}e_3 - \dot{\alpha}_1 = \dot{\bar{u}}Re_3 + \bar{u}R\Omega_{\times}e_3 - \dot{\alpha}_1$$

Les expressions de  $\dot{\delta}_1$  et  $\dot{\delta}_2$  sont données respectivement par (4.23) et (4.25), d'où :

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_1 &= \left(\frac{1}{m} - mk_1^2\right)\dot{\delta}_1 + (k_1 + k_2)\dot{\delta}_2 + \dot{\hat{F}}_{ext} \\ &= \left(\frac{1}{m} - mk_1^2\right)(-k_1\delta_1 + \frac{1}{m}\delta_2) \\ &\quad + (k_1 + k_2)(-\frac{1}{m}\delta_1 - k_2\delta_2 - \delta_3 + \tilde{F}_{ext}) + \dot{\hat{F}}_{ext}\end{aligned}$$

C'est à dire, en utilisant les gains  $K_1$  et  $K_2$  définis par (4.16) :

$$\begin{aligned}\dot{\delta}_3 &= \dot{\bar{u}}Re_3 + \bar{u}R\Omega_{\times}e_3 - K_1\delta_1 - K_2\delta_2 \\ &\quad + (k_1 + k_2)\delta_3 - \dot{\hat{F}}_{ext} - (k_1 + k_2)\tilde{F}_{ext}\end{aligned}$$

Le report de cette expression dans  $\dot{S}_3$  entraîne :

$$\begin{aligned}\dot{S}_3 &= -k_1\|\delta_1\|^2 - k_2\|\delta_2\|^2 - \delta_2^T \delta_3 + (k_1 + k_2)\|\delta_3\|^2 \\ &\quad + \delta_3^T (\dot{\bar{u}}Re_3 + \bar{u}R\Omega_{\times}e_3 - K_1\delta_1 - K_2\delta_2 - \dot{\hat{F}}_{ext}) \\ &\quad + \tilde{F}_{ext}^T(\tau_1 - (k_1 + k_2)\delta_3 - \Gamma_F^{-1} \dot{\hat{F}}_{ext})\end{aligned}$$

Soit  $k_3 > 0$ , en utilisant la loi de commande sur la vitesse angulaire  $\alpha_2$  et le filtre adaptatif  $\tau_2$  donnés par (4.19), on peut vérifier que  $\dot{S}_3$  se met sous la forme

$$\begin{aligned}\dot{S}_3 &= -k_1\|\delta_1\|^2 - k_2\|\delta_2\|^2 - k_3\|\delta_3\|^2 \\ &\quad + \tilde{F}_{ext}^T(\tau_2 - \Gamma_F^{-1} \dot{\hat{F}}_{ext}) + \delta_3^T(\Gamma_F \tau_2 - \dot{\hat{F}}_{ext}) \\ &\quad + \delta_3^T(\dot{\bar{u}}Re_3 + \bar{u}R\Omega_{\times}e_3 - \alpha_2)\end{aligned}$$

La loi de contrôle  $\alpha_2$  est une vitesse instantanée de rotation qui garantirait la convergence du système. En effet, introduisons  $\delta_4 \triangleq \dot{\bar{u}}Re_3 + \bar{u}R\Omega_{\times}e_3 - \alpha_2$ . Le terme  $\dot{\bar{u}}Re_3 + \bar{u}R\Omega_{\times}e_3$  peut se mettre de façon plus explicite sous la forme :

$$\dot{\bar{u}}Re_3 + \bar{u}R\Omega_{\times}e_3 = R \begin{bmatrix} \bar{u}q \\ -\bar{u}p \\ \dot{\bar{u}} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

Par conséquent, si les taux de tangage et de roulis étaient directement commandables, le filtre adaptatif  $\tau_2$  et la loi de contrôle sur  $p$ ,  $q$  et  $\dot{u}$  définie par :

$$\begin{bmatrix} \bar{u}q \\ -\bar{u}p \\ \dot{u} \end{bmatrix} = R^T \alpha_2$$

assureraient la non-positivité de  $\dot{S}_3$ . D'où la définition d'un écart en vitesse angulaire  $\delta_4$ , qui sera ajouté à la fonction de stockage  $S_3$ . Au terme de la troisième étape du backstepping, nous avons ainsi :

$$\begin{aligned} \dot{S}_3 &= -k_1\|\delta_1\|^2 - k_2\|\delta_2\|^2 - k_3\|\delta_3\|^2 + \delta_3^T \delta_4 \\ &\quad + \tilde{F}_{ext}^T (\tau_2 - \Gamma_F^{-1} \dot{\hat{F}}_{ext}) + \delta_3^T (\Gamma_F \tau_2 - \dot{\hat{F}}_{ext}) \\ \dot{\delta}_3 &= \delta_2 - k_3 \delta_3 + \delta_4 - (k_1 + k_2) \tilde{F}_{ext} + \Gamma_F \tau_2 - \dot{\hat{F}}_{ext} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Jusqu'à présent, le processus s'est déroulé de façon traditionnelle, par des étapes de dérivations, de constructions de contrôles virtuels et de définitions d'écarts entre lesdits contrôles et les états correspondants. Nous abordons ici un passage délicat. En effet, le lecteur aura remarqué que le terme  $\dot{\hat{F}}_{ext}$ , issu de la dérivation de  $\delta_3$ , n'a pas pour l'instant été ajouté dans l'expression de  $\alpha_2$ . Si nous l'avions ajouté, il serait apparu lors de la dérivation de  $\delta_4$  un terme  $\ddot{\hat{F}}_{ext}$  que nous n'aurions pas su traiter. Au lieu de cela, nous avons remplacé dans la définition de  $\alpha_2$  le terme  $\dot{\hat{F}}_{ext}$  par le filtre adaptatif  $\Gamma_F \tau_2$ , et introduit dans la dérivée de la fonction de stockage  $\dot{S}_3$  l'écart  $\dot{\hat{F}}_{ext} - \Gamma_F \tau_2$ . Au final, il faudra ajouter à la loi de commande un terme qui annule l'effet de cet écart dans l'expression de  $\dot{S}_3$ . C'est le rôle de la fonction  $\nu$ , définie par (4.21), comme nous allons le voir.

**Etape 4.** La dynamique de rotation va intervenir dans l'expression de  $\dot{\delta}_4$ , perturbée par le moment des efforts aérodynamiques  $M_{ext}$ . Dans la loi de contrôle, ce terme sera estimé par  $\hat{M}_{ext}$ . Pour assurer la convergence de l'écart  $\delta_4$  ainsi que l'erreur d'estimation  $\tilde{M}_{ext} = M_{ext} - \hat{M}_{ext}$ , la fonction de stockage augmentée  $S_4$  est introduite :

$$S_4 = S_3 + \frac{1}{2} \delta_4^T \delta_4 + \frac{1}{2} \tilde{M}_{ext}^T \Gamma_M^{-1} \tilde{M}_{ext}$$

Où  $\Gamma_M$  est un gain qui permet de régler la dynamique d'adaptation de  $M_{ext}$ . Nous avons alors :

$$\dot{S}_4 = \dot{S}_3 + \delta_4^T \dot{\delta}_4 - \tilde{M}_{ext}^T \Gamma_M^{-1} \dot{\tilde{M}}_{ext}$$

L'expression de  $\dot{\delta}_4$  est donnée par :

$$\dot{\delta}_4 = \ddot{u} R e_3 + 2\dot{u} R \Omega_{\times} e_3 + \bar{u} R \Omega_{\times}^2 e_3 + \bar{u} R \text{sk}(\dot{\Omega}) e_3 - \dot{\alpha}_2$$

En rappelant que  $r$  est maintenu à zéro, cela entraîne (cf. section 3.7, où le même calcul a déjà été réalisé) :

$$R \Omega_{\times}^2 e_3 = -(p^2 + q^2) R e_3 \quad \text{et} \quad \bar{u} R \text{sk}(\dot{\Omega}) e_3 = -\frac{\bar{u}}{J_1} R e_{3 \times} \Gamma_{ail} + \frac{\bar{u}}{J_1} \pi_{Re_3} M_{ext}$$

alors  $\dot{\delta}_4$  peut s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_4 &= \ddot{u} R e_3 - (\bar{u}/J_1) R e_{3 \times} \Gamma_{ail} \\ &\quad - \bar{u}(p^2 + q^2) R e_3 + 2\dot{u} R \Omega_{\times} e_3 + (\bar{u}/J_1) \pi_{Re_3} M_{ext} - \dot{\alpha}_2 \end{aligned}$$



En exprimant  $\tau_2$  en fonction de  $\delta_2$  and  $\delta_3$  (cf. (4.18) et (4.19)), la dérivée temporelle de  $\alpha_2$  s'écrit :

$$\begin{aligned}\dot{\alpha}_2 &= K_1\dot{\delta}_1 + (1 + K_2)\dot{\delta}_2 - (k_1 + k_2 + k_3)\dot{\delta}_3 + \Gamma_F(\dot{\delta}_2 - (k_1 + k_2)\dot{\delta}_3) \\ &= K_1\dot{\delta}_1 + (1 + K_2 + \Gamma_F)\dot{\delta}_2 - ((k_1 + k_2)(1 + \Gamma_F) + k_3)\dot{\delta}_3\end{aligned}$$

En reportant dans  $\dot{\alpha}_2$  l'expression des  $\dot{\delta}_i$ ,  $i = 1..3$ , donnée respectivement par (4.23), (4.25) et (4.27), on obtient :

$$\dot{\alpha}_2 = G_1\delta_1 + G_2\delta_2 + G_3\delta_3 + G_4\tilde{F}_{ext} + G_5(\dot{\tilde{F}}_{ext} - \Gamma_F\tau_2 - \delta_4)$$

où  $(G_i)_{i=1..5}$  sont des constantes réelles définies par (4.17). Finalement, en isolant les erreurs d'estimation  $\tilde{F}_{ext}$  et  $\tilde{M}_{ext}$ , l'expression suivante de  $\dot{\delta}_4$  est obtenue :

$$\begin{aligned}\dot{\delta}_4 &= \ddot{u}Re_3 - (\bar{u}/J_1)Re_{3 \times} \Gamma_{ail} \\ &\quad - \bar{u}(p^2 + q^2)Re_3 + 2\dot{u}R\Omega \times e_3 + (\bar{u}/J_1)\pi_{Re_3}\tilde{M}_{ext} \\ &\quad - G_1\delta_1 - G_2\delta_2 - G_3\delta_3 - G_5(\dot{\tilde{F}}_{ext} - \Gamma_F\tau_2 - \delta_4) \\ &\quad + (\bar{u}/J_1)\pi_{Re_3}\tilde{M}_{ext} - G_4\tilde{F}_{ext}\end{aligned}\tag{4.28}$$

Dans l'équation (4.28), les termes sont arrangés de telle manière que :

- la première ligne est le vecteur de commande,
- la seconde et la troisième ligne contiennent des termes dit mesurables, c'est à dire des fonctions des variables d'état du système et des estimations des paramètres inconnus, qui peuvent être intégrés directement dans une loi de commande,
- la dernière ligne contient les erreurs d'estimation des paramètres inconnus, dont les termes viendront enrichir les filtres adaptatifs sur  $F_{ext}$  et  $M_{ext}$ .

De plus, le vecteur  $\ddot{u}Re_3 - (\bar{u}/J_1)Re_{3 \times} \Gamma_{ail}$  peut se mettre sous la forme plus explicite :

$$\ddot{u}Re_3 - (\bar{u}/J_1)Re_{3 \times} \Gamma_{ail} = R \begin{bmatrix} \frac{\bar{u}}{J_1}\Gamma_m \\ -\frac{\bar{u}}{J_1}\Gamma_l \\ \ddot{u} \end{bmatrix}$$

Les composantes  $\Gamma_l$ ,  $\Gamma_m$  et  $\ddot{u} = \tilde{u}$  sont clairement des entrées de commande de notre système. En considérant la loi de commande :

$$\begin{bmatrix} \frac{\bar{u}}{J_1}\Gamma_m \\ -\frac{\bar{u}}{J_1}\Gamma_l \\ \ddot{u} \end{bmatrix} = R^T(-\alpha_3 + \nu)\tag{4.29}$$

où  $\alpha_3$  et  $\nu$  sont définis respectivement par (4.20) et (4.21), on peut alors mettre  $\dot{S}_4$  sous la forme :

$$\begin{aligned}\dot{S}_4 &= -k_1\|\delta_1\|^2 - k_2\|\delta_2\|^2 - k_3\|\delta_3\|^2 - k_4\|\delta_4\|^2 \\ &\quad + \delta_4^T\nu + G_5\delta_4^T(\Gamma_F\tau_3 - \dot{\tilde{F}}_{ext}) + \delta_3^T(\Gamma_F\tau_2 - \dot{\tilde{F}}_{ext}) \\ &\quad + \tilde{F}_{ext}^T(\tau_3 - \Gamma_F^{-1}\dot{\tilde{F}}_{ext}) \\ &\quad + \tilde{M}_{ext}^T\left((\bar{u}/J_1)\pi_{Re_3}\delta_4 - \Gamma_M^{-1}\dot{\tilde{M}}_{ext}\right)\end{aligned}$$

A ce stade, le choix des filtres adaptatifs (4.22) annule l'influence des erreurs d'estimation  $\tilde{F}_{ext}$  et  $\tilde{M}_{ext}$  dans l'expression de  $\dot{S}_4$  :

$$\begin{aligned}\dot{S}_4 &= -k_1\|\delta_1\|^2 - k_2\|\delta_2\|^2 - k_3\|\delta_3\|^2 - k_4\|\delta_4\|^2 \\ &\quad + \delta_4^T\nu + \delta_3^T\Gamma_F(\tau_2 - \tau_3)\end{aligned}$$

Il reste alors à neutraliser le terme  $\Gamma_F(\tau_2 - \tau_3)$ . C'est là qu'intervient la fonction  $\nu$ . En effet, d'après (4.20), il est clair que :

$$\tau_2 - \tau_3 = G_4\delta_4$$

La fonction  $\nu$  permet alors d'assurer que  $\dot{S}_4$  est semi-définie négative. A la fin du processus de backstepping, une fonction de stockage dont la dérivée est semi-définie négative a été construite :

$$\dot{S}_4 = -k_1\|\delta_1\|^2 - k_2\|\delta_2\|^2 - k_3\|\delta_3\|^2 - k_4\|\delta_4\|^2 \leq 0 \quad (4.30)$$

Pour achever la synthèse de la commande, un contrôle en lacet  $\Gamma_n$  est défini pour assurer que le lacet, initialement nul, va être maintenu à zéro au cours du temps. Ainsi, considérons la fonction de Lyapunov  $S_5$ , intégrant la vitesse de lacet :

$$S_5 = S_4 + \frac{1}{2}r^2$$

En utilisant (4.30) et (3.23),  $\dot{S}_5$  se met sous la forme :

$$\dot{S}_5 = -k_1\|\delta_1\|^2 - k_2\|\delta_2\|^2 - k_3\|\delta_3\|^2 - k_4\|\delta_4\|^2 + r\frac{\Gamma_n}{J_2}$$

Le contrôle en lacet :

$$\Gamma_n = -k_r r$$

permet, en introduisant  $k_5 = k_r/J_2$ , d'avoir  $\dot{S}_5$  semi définie négative :

$$\dot{S}_5 = -k_1\|\delta_1\|^2 - k_2\|\delta_2\|^2 - k_3\|\delta_3\|^2 - k_4\|\delta_4\|^2 - k_5r^2 \quad (4.31)$$

Le théorème de LaSalle garantit, à partir de l'équation (4.31), que  $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, r$  et toutes leurs dérivées successives convergent vers zéro. Si  $\delta_1$  tend vers zéro, alors  $\xi_D$  tend vers  $\xi_d$ . De la même manière, la convergence de  $\dot{\delta}_1$  vers zéro entraîne la convergence of  $v_D$  vers zéro. Le théorème de LaSalle dit également que  $\tilde{F}_{ext}$  et  $\tilde{M}_{ext}$  convergent vers le plus grand espace invariant, c'est à dire un sous ensemble de l'espace d'état dont les éléments vérifient  $\dot{S}_5 = 0$ . D'après l'expression de  $\dot{\delta}_2$  donnée par (4.25) on est sûr que  $\tilde{F}_{ext}$  converge vers zéro. La convergence de  $\delta_3$  montre que la poussée s'incline pour contrer les efforts aérodynamiques et compense en régime permanent le poids et les efforts transverses :  $\bar{u}Re_3 \rightarrow mge_3 + F_{ext}$ . Le contrôleur adapte l'intensité de la poussée de sorte à maintenir la sustentation ( $\bar{u} \rightarrow \|mge_3 + F_{ext}\|$ ). L'expression de  $\alpha_2$  donnée par (4.19) montre que  $\dot{u}Re_3 + \bar{u}R\Omega \times e_3$  tend vers zéro. Cela implique (cf., la forme explicite de ce vecteur donnée par (4.26)) que  $\Omega$  converge vers zéro, ainsi que  $\dot{u}$ . Finalement, en prenant en compte la loi de contrôle (4.29), l'expression de  $\dot{\delta}_4$  devient :

$$\dot{\delta}_4 = -(1 + \Gamma_F G_4)\delta_3 - k_4\delta_4 - G_4\tilde{F}_{ext} + (\bar{u}/J_1)\pi_{Re_3}\tilde{M}_{ext}$$

Comme  $\dot{\delta}_4$  tend vers zéro, alors  $\pi_{Re_3}\tilde{M}_{ext} \rightarrow 0$ . A ce stade, on ne peut pas garantir que  $\tilde{M}_{ext} \rightarrow 0$ , car la matrice  $\pi_{Re_3}$  n'est que de rang 2. Par contre, on est sûr que :

$$\pi_{Re_3}\hat{M}_{ext} \rightarrow \varepsilon\pi_{Re_3}F_{ext}$$

Aussi, en utilisant la définition de  $\hat{\varepsilon}^7$ , on obtient :

$$\hat{\varepsilon} \rightarrow \varepsilon \frac{(\pi_{Re_3}\hat{F}_{ext})^T(\pi_{Re_3}F_{ext})}{\|\pi_{Re_3}\hat{F}_{ext}\|^2}$$

Comme  $\hat{F}_{ext} \rightarrow F_{ext}$ , le rapport dans le terme de droite tend vers 1, ce qui assure  $\hat{\varepsilon} \rightarrow \varepsilon$ .  $\square$

<sup>7</sup>Dans la commande, c'est l'estimée  $\hat{M}_{ext}$ , et non  $\hat{\varepsilon}$  qui est utilisée. En effet,  $\hat{\varepsilon}$  est mal défini lorsque  $\hat{F}_{ext}$  est nul. Cependant, on peut montrer que  $\hat{M}_{ext}$  ne tend pas vers  $M_{ext}$ , alors que  $\hat{\varepsilon}$  tend vers le bras de levier  $\varepsilon$ . Par la suite,  $\hat{\varepsilon}$  sera utilisé uniquement pour la visualisation lors des simulations.

### 4.3.3 Limitation de la poussée de consigne

Dans la section précédente, nous avons proposé une loi qui garantit le contrôle en position du système. La loi n'est valable que pour une poussée  $\bar{u}$  non nulle. Cependant, il est théoriquement possible d'annuler la poussée, que ce soit en présence de puissantes rafales ascensionnelles ou dans le cas d'une consigne en position située très en dessous de la position courante que le véhicule va chercher à rejoindre au plus vite... en coupant les gaz ! Si d'un point de vue pratique, le premier cas est nettement au delà du domaine de vol du véhicule, et si le second cas peut être évité par saturation de la vitesse virtuelle  $-k_1\delta_1$ , nous pouvons néanmoins caractériser théoriquement le domaine pour lequel on a la garantie que la poussée  $\bar{u}Re_3$  est définie, c'est à dire l'ensemble des vecteurs d'état  $x$  et des paramètres estimés  $\hat{\theta}$  pour lequel la commande en poussée sera non nulle.

**Corollaire 1** Soit  $\alpha$  un réel positif vérifiant  $\alpha < mg$ . Soit  $k_1, k_2, \Gamma_F > 0$  et  $\Gamma_1, \Gamma_2$  définis par :

$$\Gamma_1 = \left| \frac{1}{m} - mk_1^2 \right| \quad \text{et} \quad \Gamma_2 = k_1 + k_2$$

Alors, pour toute condition initiale vérifiant :

$$S_5(0) < \beta^2 \quad \text{avec} \quad \beta = \min \left( \frac{\alpha}{4\sqrt{2}\Gamma_1}, \frac{\alpha}{4\sqrt{2}\Gamma_2}, \frac{\alpha}{4\sqrt{2}}, \frac{\alpha}{8\sqrt{2}\Gamma_F} \right) \quad (4.32)$$

et toute perturbation  $F_{ext}$  vérifiant :

$$\|F_{ext}\| < \frac{\alpha}{8} \quad (4.33)$$

la poussée vérifie,  $\forall t \geq 0$ ,  $\|\bar{u}Re_3 - mge_3\| < \alpha$ .

**Preuve.** D'après la définition de  $S_5$ , la condition (4.32) entraîne :

$$\|\delta_i\| < \sqrt{2}\beta \quad \text{pour } i = 1..3 \quad \text{et} \quad \|\tilde{F}_{ext}\| < \sqrt{2\Gamma_F}\beta$$

D'après l'expression de  $\beta$ , nous avons en particulier les inégalités suivantes :

$$\|\delta_1\| < \frac{\alpha}{4\Gamma_1}, \quad \|\delta_2\| < \frac{\alpha}{4\Gamma_2}, \quad \|\delta_3\| < \frac{\alpha}{4}, \quad \|\tilde{F}_{ext}\| < \frac{\alpha}{8}$$

L'inégalité précédente sur  $\|\tilde{F}_{ext}\|$ , combinée avec la condition (4.33), qui quantifie en quelque sorte la perturbation maximale tolérable pour notre système, permet d'écrire :

$$\|\hat{F}_{ext}\| < \frac{\alpha}{4} \Rightarrow \|\Gamma_1\delta_1 + \Gamma_2\delta_2 + \hat{F}_{ext} + \delta_3\| < \alpha$$

Dans l'expression précédente, on introduit l'expression de la loi en poussée  $\alpha_1$ , donnée par (4.18), et en utilisant la définition de  $\Gamma_1$  et  $\Gamma_2$ , on obtient :

$$\|\alpha_1 + \delta_3 - mge_3\| < \alpha$$

Par définition de l'écart  $\delta_3 = \bar{u}Re_3 - \alpha_1$ , on a bien  $\|\bar{u}Re_3 - mge_3\| < \alpha$  à l'instant initial. Nous avons démontré dans le théorème 2 que  $\dot{S}_5 \leq 0$  pour  $t \geq 0$ , donc la fonction de Lyapunov est amenée à se contracter au cours du temps et l'inégalité (4.32) reste vraie  $\forall t \geq 0$ .  $\square$

Ainsi, on assure que la poussée ne s'annule pas, car les écarts  $(\delta_i)_{i=1..3}$  et l'estimation  $\hat{F}_{ext}$  sont majorés de telle sorte que la poussée reste dans un voisinage du poids qui ne contient pas le vecteur nul. Les conditions à respecter sur les écarts définissent un polyèdre dans l'espace d'état au sein duquel doit rester le système. Une fois les conditions déterminées, on choisit le plus grand ellipsoïde contenu dans ce polyèdre. Les propriétés de stabilité du système assurent que l'on ne sortira jamais de cet ellipsoïde. Par conséquent, la poussée restera bien définie pour tout  $t$ , comme l'illustre la figure 4.8.

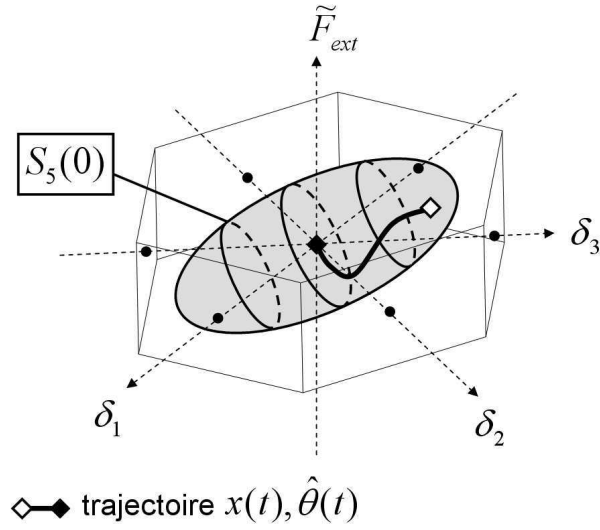


FIG. 4.8: Illustration du domaine de validité de la loi de commande

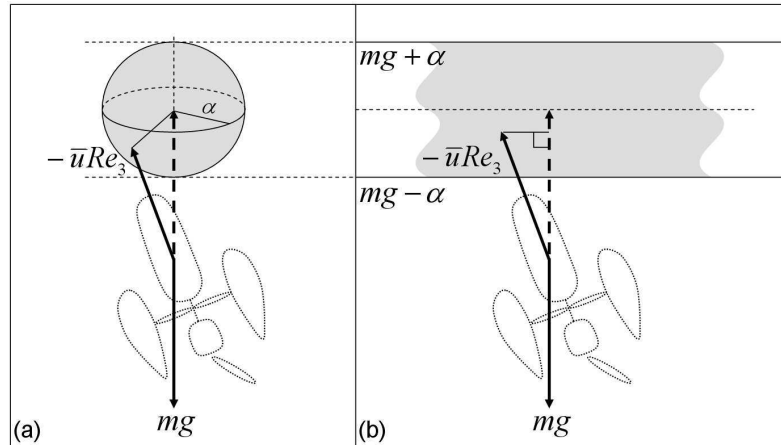


FIG. 4.9: Limitation de l'évolution de la poussée - (a) Sous la condition  $\|\bar{u}Re_3 - mge_3\| < \alpha$  - (b) Sous la condition  $|e_3^T \bar{u}Re_3 - mg| < \alpha$

**Remarque 2** Le résultat du corollaire 1 est très conservatif, dans la mesure où le polyèdre est défini par des conditions suffisantes. De plus, on restreint le domaine d'application au plus grand ellipsoïde, défini par une surface d'iso- $S_5$ , contenu dans le polyèdre. La condition  $\|\bar{u}Re_3 - mge_3\| < \alpha$  conduit à maintenir la poussée dans une sphère centrée en  $mge_3$ , qui ne contient pas 0, comme l'illustre la figure 4.9a. Pour limiter le conservatisme, on peut envisager de séparer le contrôle en altitude du contrôle dans le plan horizontal, ce qui conduirait à considérer la condition suivante :

$$|e_3^T \bar{u}Re_3 - mg| < \alpha$$

qui signifie que la poussée est maintenue entre deux plans, situés de part et d'autre de  $mge_3$ , à distance  $\alpha$ . Là aussi, on garantit que la poussée ne peut pas s'annuler, puisque le vecteur nul n'est pas contenu entre ces deux plans (cf. figure 4.9b). Cette condition est beaucoup moins conserva-

tive, puisqu'elle conduit à ne prendre en compte que la composante verticale des écarts  $(\delta_i)_{i=1..3}$  et de l'estimation  $\hat{F}_{ext}$ . En particulier, l'intensité maximale des rafales de vent susceptibles d'être contrôlées dans le plan horizontal n'est plus limitée par la validité de la loi de commande. Ce travail n'a pas été envisagé dans le cadre de cette thèse. Nous avons préféré nous tourner vers un contrôle hiérarchique plus classique dans les applications aéronautiques.

## 4.4 Commande non linéaire de systèmes interconnectés

La commande non linéaire par backstepping permet de démontrer facilement la stabilité du système en boucle fermée, dans la mesure où le processus conduit naturellement à extraire une fonction de Lyapunov pour le système qui est définie négative. Cependant, bien que les étapes de définition de contrôles virtuels soient intuitives, il faut bien reconnaître que la loi de commande obtenue au final est complexe et difficile à implémenter. En pratique, le réglage des gains est délicat, et laissé à l'appréciation de l'ingénieur automatique, contrairement aux méthodes modernes de l'automatique linéaire, qui conduisent à un réglage optimal des gains. L'idéal serait de disposer d'une loi de commande non linéaire, calquée sur l'architecture de commande linéaire simple développée dans la section 4.2, dont le comportement serait équivalent en vol quasi-stationnaire, mais applicable dans l'ensemble du domaine de vol du véhicule.

C'est pourquoi nous nous sommes orientés vers la commande non linéaire de systèmes interconnectés. En tirant parti de la structure en cascade de la dynamique du véhicule (voir section 4.4.1), nous concevons un contrôleur hiérarchique, séparé en un contrôle en position de haut niveau et un contrôle d'attitude de bas niveau, reprenant ainsi l'architecture classique de la plupart des algorithmes de Navigation-Guidage-Pilotage. La difficulté, quand on conçoit des lois de contrôle pour de tels systèmes, consiste à démontrer la stabilité du système global en boucle fermée. Pour les systèmes linéaires, la preuve est immédiate, à cause de la stabilité exponentielle de chaque sous-système. Cette propriété est perdue dans le cas des systèmes non linéaires. Cependant, des avancées récentes en analyse de stabilité des systèmes en cascade [53] permettent désormais d'établir la stabilité asymptotique d'une large classe de systèmes connectés non linéaires.

La commande des systèmes interconnectés appliquée au maintien à poste des hélicoptères a déjà été largement explorée [10, 54]. Ainsi dans [54], un contrôleur hiérarchique non linéaire pour le suivi de trajectoire a été proposé pour un hélicoptère en vol quasi-stationnaire, la convergence globale ayant été démontrée. Cependant, dans cette application, les efforts aérodynamiques étaient négligées, et ainsi, en l'absence de contrôle adaptatif sur les perturbations dues au vent, les dynamiques de translation et de rotation devenaient exponentiellement stables. Dans notre cas, la présence de perturbations va conduire à ajouter une commande adaptative dans la dynamique de translation, conduisant à une stabilité qui n'est plus qu'asymptotique. La dynamique de translation, quand à elle, reste exponentielle, étant par essence linéaire. Il est alors possible d'assurer la stabilité asymptotique du système global.

### 4.4.1 Structure en cascade

Dans le modèle (3.30), une structure triangulaire apparaît, à partir de laquelle on peut extraire une représentation sous forme de systèmes interconnectés. Ainsi, on peut séparer la dynamique de translation de la dynamique de rotation. Pour cela, il faut assurer que la vitesse de lacet est régulée à zéro, ce qui est assurée par la stratégie de contrôle du véhicule. Dans ce cas, le terme  $\Delta_r$  peut être négligé, ce qui permet de réécrire le modèle (3.30) sous forme de deux systèmes connectés  $(\Sigma_1)$  et  $(\Sigma_R)$  :

$$(\Sigma_1) : \begin{bmatrix} \dot{\xi}_D \\ m\dot{v}_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_D \\ -\bar{u}n + mge_3 + F_{ext} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$(\Sigma_R) : \begin{bmatrix} \dot{R} \\ J\dot{\Omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R\Omega_\times \\ -\Omega_\times J\Omega + \Gamma_{ail} + e_{3\times} R^T M_{ext} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Dans la représentation ci-dessus,  $n = Re_3$  est la projection de l'axe de lacet  $\mathbf{z}_b$  dans le repère inertiel  $\mathcal{I}$ . On peut séparer de la même façon la dynamique de lacet et la dynamique de  $n$ , en introduisant :

$$\bar{\Omega} = \pi_{e_3}\Omega \quad \text{et} \quad \bar{\Gamma}_{ail} = \pi_{e_3}\Gamma_{ail}$$

le système  $(\Sigma_R)$  peut être séparé à son tour en deux systèmes connectés  $(\Sigma_2)$  et  $(\Sigma_3)$  :

$$(\Sigma_2) : \begin{bmatrix} \dot{R} \\ J_1\dot{\bar{\Omega}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R\Omega_\times \\ (J_2 - J_1)re_{3\times}\bar{\Omega} + \bar{\Gamma}_{ail} + e_{3\times} R^T M_{ext} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

$$(\Sigma_3) : \begin{bmatrix} J_2\dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Gamma_n \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Le schéma de connexion équivalent est illustré sur la figure 4.10.

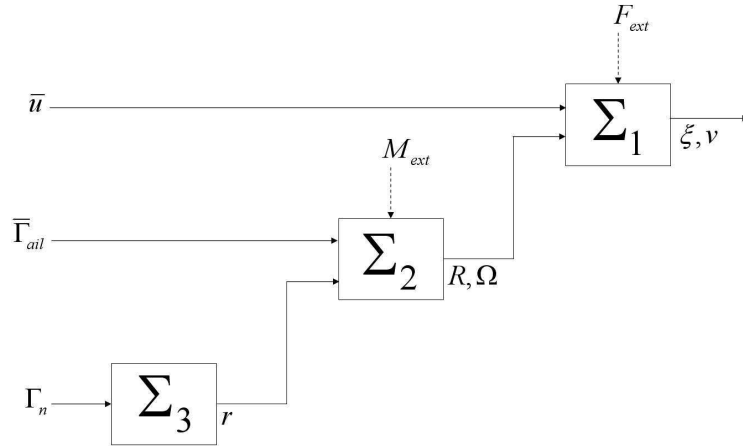


FIG. 4.10: Schéma bloc des systèmes en cascade

#### 4.4.2 Stratégie de commande

Nous allons développer pour ce système un contrôleur dont l'architecture est donnée dans le bloc "Compensator" de la figure 4.11. Il peut être décomposé en trois parties : le contrôleur  $(C_1)$  est dédié au contrôle en position. Il donne en sortie la commande  $\bar{u}$  et une orientation désirée de l'axe de lacet  $n_d$ . Le contrôleur  $(C_2)$  est conçu pour stabiliser l'attitude  $n$  du véhicule à l'attitude désirée  $n_d$ . Enfin, le contrôleur  $(C_3)$  est dédié à la régulation du lacet. Dans la stratégie de commande, il est important de faire converger le lacet à zéro pour neutraliser le terme perturbateur  $\Delta_r$  dans la dynamique de translation.

**Remarque 3** La stratégie proposée tire parti du découplage entre la dynamique des trois contrôleurs :  $(C_1)$  est un contrôleur à faible gain associé à la dynamique de translation. Sa bande passante est relativement faible, et ses sorties peuvent être considérées comme constantes pour

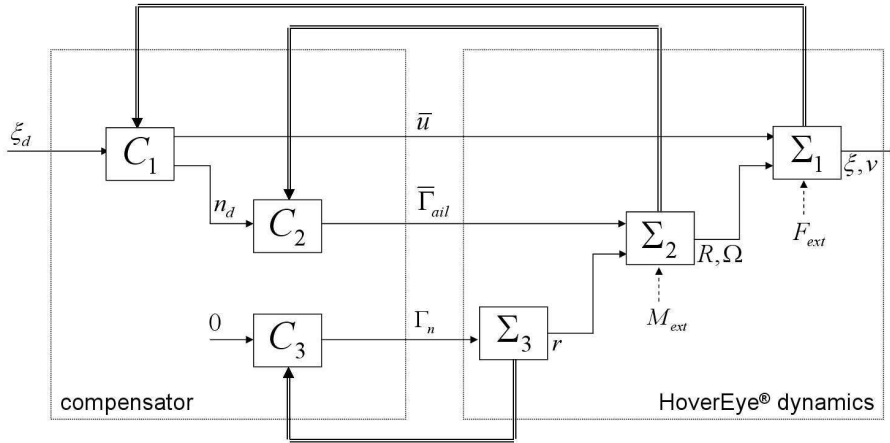


FIG. 4.11: Schéma bloc du système en boucle fermée

le contrôleur ( $C_2$ ) dont la bande passante est bien plus élevée. Le contrôleur ( $C_3$ ) est réglé pour rendre la dynamique de lacet plus rapide que la stabilisation d'attitude. L'étagement des différentes dynamiques est assuré par le choix de faibles gains pour le contrôle en position et de gains plus élevés pour le contrôle d'attitude. En pratique, l'ensemble des gains admissibles est un compromis entre les problèmes de saturations des actionneurs et les objectifs de performance en terme de rejet de perturbation pendant le vol stationnaire.

#### 4.4.3 Contrôle en position

Soit  $\xi_d$  une position désirée du point  $D$ . Nous allons définir un contrôle en poussée qui permet de maintenir le point  $D$  en  $\xi_d$  tout en contrant les perturbations dues au vent.

**Lemme 6** Soit  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, a, b, c \in \mathbb{R}_+^*$  vérifiant :

$$a = \sum_i \lambda_i, \quad b = \sum_{i < j} \lambda_i \lambda_j, \quad c = \prod_i \lambda_i$$

et tels que le discriminant  $\Delta = b^2 - 4ac$  soit positif. Soit  $k_1, k_2, k_F$  trois gains positifs réels vérifiant :

$$k_2 = a, \quad k_1 = \frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad k_F = \frac{b + \sqrt{\Delta}}{2} \quad (4.38)$$

Définissons les écarts suivants :

$$\begin{aligned} \delta_1 &= \xi_D - \xi_d && \text{erreur de position} \\ \delta_2 &= mk_1 \delta_1 + mv_D && \text{erreur en vitesse} \\ \tilde{F}_{ext} &= F_{ext} - \hat{F}_{ext} && \text{erreur d'estimation} \end{aligned} \quad (4.39)$$

alors le système ( $\Sigma_1$ ) régi par l'équation (4.34) rebouclé avec le contrôle en poussée :

$$\bar{u}n_d = k_2 \delta_2 + \hat{F}_{ext} + mge_3 \quad (4.40)$$

et le filtre d'estimation suivant sur  $F_{ext}$  :

$$\dot{\hat{F}}_{ext} = k_F \delta_2 \quad (4.41)$$

est exponentiellement stable, pour  $n \equiv n_d$  et  $r \equiv 0$ . Plus précisément,  $\xi_D \rightarrow \xi_d$  and  $\hat{F}_{ext} \rightarrow F_{ext}$ .

**Preuve.** Soit  $x = [\delta_1, \delta_2, \tilde{F}_{ext}]^T$ . L'idée de la preuve est d'écrire  $\dot{x} = Ax$ , avec  $A$  stable. Pour cela, commençons par dériver  $\delta_1$  en utilisant (4.34) et (4.39) :

$$\dot{\delta}_1 = \dot{\xi}_D = v_D = -k_1\delta_1 + \frac{\delta_2}{m}$$

Le premier terme dans l'expression de  $\dot{\delta}_1$  correspond à une vitesse désirée qui impliquerait une convergence exponentielle de  $\delta_1$  vers zéro si  $\delta_2 = 0$ . La dérivée de  $\delta_2$  est donnée par (4.34) et (4.39) :

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_2 &= mk_1\dot{\delta}_1 + m\dot{v}_D \\ &= -mk_1^2\delta_1 + k_1\delta_2 - \bar{u}n + mge_3 + F_{ext} + \Delta_r \end{aligned}$$

Dans l'expression de  $\dot{\delta}_2$ , le terme inconnu  $F_{ext}$  et la poussée  $\bar{u}n$  sont écrits comme suit :

$$\begin{aligned} F_{ext} &= \hat{F}_{ext} + \tilde{F}_{ext} \\ \bar{u}n &= \bar{u}n_d + \bar{u}(n - n_d) \end{aligned}$$

En utilisant la définition de  $\bar{u}n_d$  donnée par (4.40), on obtient l'expression suivante de  $\dot{\delta}_2$  :

$$\dot{\delta}_2 = -mk_1^2\delta_1 + (k_1 - k_2)\delta_2 + \tilde{F}_{ext} + \bar{u}(n_d - n) + \Delta_r$$

Enfin, en dérivant le terme  $\tilde{F}_{ext}$  et en utilisant (4.41), il vient :

$$\dot{\tilde{F}}_{ext} = \dot{F}_{ext} - \hat{F}_{ext} = -k_F\delta_2$$

Considérons maintenant qu'on puisse commander  $n_d \equiv n$  et  $r \equiv 0$ . Alors on obtient une représentation d'état linéaire de la dynamique de translation en boucle fermée :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\delta}_1 \\ \dot{\delta}_2 \\ \dot{\tilde{F}}_{ext} \end{bmatrix}}_x = \underbrace{\begin{bmatrix} -k_1 & \frac{1}{m} & 0 \\ -mk_1^2 & k_1 - k_2 & 1 \\ 0 & -k_F & 0 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \tilde{F}_{ext} \end{bmatrix}}_x$$

Vérifions maintenant que le choix des gains  $\{k_1, k_2, k_F\}$  assure que  $A$  est stable :

$$\begin{aligned} \det(\lambda I_n - A) &= (\lambda + k_1)(\lambda(\lambda - k_1 + k_2) + k_F) + \frac{1}{m}mk_1^2\lambda \\ &= \lambda^3 + k_2\lambda^2 + (k_1k_2 + k_F)\lambda + k_1k_F \end{aligned}$$

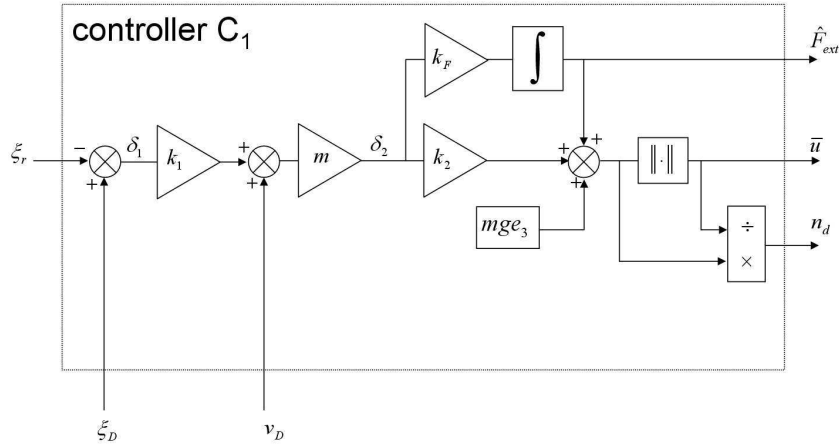
En utilisant (4.38) et en procédant par identification, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \det(\lambda I_n - A) &= \lambda^3 + a\lambda^2 + b\lambda + c \\ &= (\lambda + \lambda_1)(\lambda + \lambda_2)(\lambda + \lambda_3) \end{aligned}$$

Par conséquent, la matrice  $A$  est stable, ce qui entraîne la convergence exponentielle de  $\delta_1$  et  $\tilde{F}_{ext}$  vers zéro.  $\square$

La dynamique de translation étant linéaire, le contrôle proposé consiste en un contrôle Proportionnel sur la position et un contrôle Proportionnel Intégral sur la vitesse, comme illustré sur la figure 4.12. Notons que  $n$  et  $r$  ne sont pas directement des entrées de commande, donc nous ne pouvons pas imposer directement  $n \equiv n_d$  et  $r \equiv 0$ . Soit  $\tilde{n}$  l'écart entre poussée désirée et




 FIG. 4.12: Schéma bloc du contrôleur ( $C_1$ )

poussée réelle :  $\tilde{n} = n - n_d$ . La dynamique de translation rebouclée avec la loi en poussée (4.40) s'exprime en réalité sous la forme :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{\delta}_1 \\ \dot{\delta}_2 \\ \dot{\tilde{F}}_{ext} \end{bmatrix}}_{\dot{x}} = \underbrace{\begin{bmatrix} -k_1 & \frac{1}{m} & 0 \\ -mk_1^2 & k_1 - k_2 & 1 \\ 0 & -k_F & 0 \end{bmatrix}}_A \underbrace{\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \tilde{F}_{ext} \end{bmatrix}}_x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}_B (\bar{u}\tilde{n} + \Delta_r)$$

Par la suite, nous allons définir un contrôle en attitude et une stabilisation en lacet qui assurent  $n \rightarrow n_d$  et  $r \rightarrow 0$  asymptotiquement. La stabilité des systèmes connectés sera démontrée dans la section 4.4.6.

#### 4.4.4 Contrôle d'attitude non linéaire

Dans cette section, nous allons concevoir un contrôle d'attitude destiné à asservir l'axe de poussée  $n$  sur l'axe désiré  $n_d$  spécifié par ( $C_1$ ). Comme nous l'avons mentionné dans la remarque 3,  $n_d$  peut être considéré comme lentement variable ( $\dot{n}_d = 0$ ) dans la synthèse devant la dynamique de rotation. La difficulté provient du terme gyroscopique  $\Omega \times \mathbf{J} \Omega$ . Certaines approches incluent directement ce terme dans le contrôle. D'autres approches tirent parti des propriétés de passivité de la dynamique de rotation pour définir une fonction de Lyapunov où ce terme n'apparaît pas [55]. Ici, nous proposons une analyse de stabilité montrer que le contrôle proposé est robuste vis à vis du terme gyroscopique.

**Lemme 7** Soit  $n_d$  une orientation désirée de l'axe de poussée. Supposons que la vitesse de lacet est bornée :  $|r| < r_M$ . Soit  $k_n$ ,  $k_\delta$ ,  $k_m$  trois gains positifs vérifiant :

$$Q = \begin{bmatrix} k_n (1 + k_\delta k_n - \frac{J_1 - J_2}{2} r_M) & -k_\delta k_n \\ -k_\delta k_n & k_\delta - k_n \frac{J_1 - J_2}{2} r_M \end{bmatrix} > 0$$

Soit  $\eta = R^T n_d$  ; définissons les écarts suivants :

$$\begin{aligned} \delta &= \bar{\Omega} - k_n e_{3 \times} \eta & : \text{erreur angulaire} \\ \tilde{M}_{ext} &= M_{ext} - \hat{M}_{ext} & : \text{erreur d'estimation} \end{aligned}$$

Alors, la loi de commande sur le moment de contrôle crée au centre de gravité  $G$  par les gouvernes :

$$\bar{\Gamma}_{ail} = -k_\delta \delta - e_{3 \times} R^T \hat{M}_{ext} + e_{3 \times} \eta - k_n J_1 e_{3 \times} \Omega \times \eta \quad (4.42)$$

associée à la dynamique d'estimation suivante du terme  $\hat{M}_{ext}$  :

$$\dot{\hat{M}}_{ext} = k_m R(\delta \times e_3) \quad (4.43)$$

garantit la convergence asymptotique de  $n$  vers  $n_d$ .

**Preuve.** La preuve est une application du backstepping.

**Étape 1.** Considérons la fonction de stockage impliquant les deux vecteurs  $n$  et  $n_d$  :

$$S_1 = 1 - n^T n_d$$

$n$  et  $n_d$  étant unitaires, le produit scalaire entre les deux vecteurs est le cosinus de l'angle algébrique  $\alpha$  entre  $n$  et  $n_d$  :

$$S_1 = 1 - \cos \alpha$$

Ainsi, pour tout  $\alpha$ ,  $S_1$  est positive et s'annule lorsque  $\alpha = 0$ , qui correspond au cas  $n = n_d$ . La fonction  $S_1$  peut être formulée de façon équivalente en remplaçant les vecteurs  $n$  et  $n_d$  par  $e_3$  et  $\eta$  respectivement<sup>8</sup> :

$$S_1 = 1 - (Re_3)^T n_d = 1 - e_3^T R^T n_d = 1 - e_3^T \eta$$

En utilisant (4.36) et les propriétés élémentaires du produit mixte<sup>9</sup>, nous obtenons :

$$\dot{S}_1 = -e_3^T \dot{R}^T n_d = e_3^T \Omega \times R^T n_d = -\Omega^T (e_{3 \times} \eta)$$

Ainsi  $\Omega^T (e_{3 \times} \eta) = \bar{\Omega}^T (e_{3 \times} \eta)$ , d'où :

$$\dot{S}_1 = -k_n \|e_{3 \times} \eta\|^2 - \delta^T (e_{3 \times} \eta)$$

Au terme de la première étape du backstepping, nous avons trouvé une commande en vitesse angulaire  $\Omega_d = k_n (e_{3 \times} \eta)$  qui assure la non positivité de la fonction de Lyapunov. Dans le cas  $\Omega \equiv \Omega_d$ , on aurait en effet :

$$\dot{S}_1 = -k_n (\sin \alpha)^2$$

ce qui garantirait la convergence de  $\alpha$  vers zéro. Cependant, la vitesse de rotation n'étant pas une entrée de commande, nous définissons l'écart  $\delta = \Omega - \Omega_d$ .

**Étape 2.** Pour assurer la convergence de  $\delta$  vers zéro, nous définissons une fonction de stockage  $S_2$  augmentée de ce terme. Dans l'expression de  $\dot{\delta}$ , la dynamique de rotation va apparaître, perturbée par le terme inconnu  $M_{ext}$ . Nous proposons une estimation  $\hat{M}_{ext}$  de  $M_{ext}$  afin de contrer l'influence de ce terme dans le contrôle d'attitude. L'erreur  $\tilde{M}_{ext}$  est alors ajoutée à  $S_2$  :

$$S_2 = S_1 + \frac{1}{2} \delta^T J_1 \delta + \frac{1}{2k_m} \|\tilde{M}_{ext}\|^2$$

<sup>8</sup>cela revient à calculer le produit scalaire dans le repère corps au lieu du repère inertiel. Le produit scalaire étant invariant par rotation, la formulation est équivalente

<sup>9</sup>Rappelons que  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}^3$ , le produit mixte est défini par :

$$a^T (b \times c) = b^T (c \times a) = c^T (a \times b) = \det([a, b, c])$$

La dérivée temporelle de  $S_2$  est donnée par :

$$\dot{S}_2 = \dot{S}_1 + \delta^T J_1 \dot{\delta} - \frac{1}{k_m} \tilde{M}_{ext}^T \dot{M}_{ext}$$

En gardant à l'esprit la définition de  $\delta$ , nous avons :

$$J_1 \dot{\delta} = J_1 \left( \dot{\bar{\Omega}} - k_n (e_{3 \times} \dot{\eta}) \right) = J_1 \dot{\bar{\Omega}} + J_1 k_n (e_{3 \times} \Omega_{\times} \eta)$$

A ce stade, en utilisant (4.36) et le contrôle (4.42),  $J_1 \dot{\delta}$  s'exprime :

$$J_1 \dot{\delta} = (J_2 - J_1) r e_{3 \times} \bar{\Omega} - e_{3 \times} \eta - k_\delta \delta + e_{3 \times} R^T \tilde{M}_{ext} \quad (4.44)$$

En utilisant à nouveau les propriétés du produit mixte, nous avons  $\delta^T e_{3 \times} R^T \tilde{M}_{ext} = \tilde{M}_{ext}^T R (\delta_{\times} e_3)$ . Par conséquent, en reportant l'expression de  $J_1 \dot{\delta}$  dans  $\dot{S}_2$ , on voit que le filtre adaptatif annule l'influence de  $\tilde{M}_{ext}$  dans  $\dot{S}_2$  :

$$\dot{S}_2 = -k_n \|e_{3 \times} \eta\|^2 - k_\delta \|\delta\|^2 + \delta^T (J_2 - J_1) r e_{3 \times} \bar{\Omega} + \tilde{M}_{ext}^T \left( R (e_{3 \times} \delta) - \frac{1}{k_m} \dot{M}_{ext} \right)$$

A la fin du processus de backstepping, nous avons alors :

$$\dot{S}_2 = -k_n \|e_{3 \times} \eta\|^2 - k_\delta \|\delta\|^2 - \delta^T (J_2 - J_1) r e_{3 \times} \bar{\Omega}$$

Il s'agit maintenant de montrer la convergence malgré la présence du terme perturbateur  $\delta^T (J_2 - J_1) r e_{3 \times} \bar{\Omega}$  engendré par une vitesse de lacet non nulle.

**Analyse de stabilité.** Le produit vectoriel  $e_{3 \times} \bar{\Omega}$  étant normal à  $\bar{\Omega}$ , nous avons naturellement  $\bar{\Omega}^T (e_{3 \times} \bar{\Omega}) = 0$ , donc le terme  $\delta^T (J_2 - J_1) r e_{3 \times} \bar{\Omega}$  est finalement réduit au terme  $-k_n (e_{3 \times} \eta)^T (J_2 - J_1) r e_{3 \times} \bar{\Omega}$ , que l'on peut majorer de la façon suivante :

$$\begin{aligned} |\delta^T (J_2 - J_1) r e_{3 \times} \bar{\Omega}| &\leq k_n |J_1 - J_2| r_M \|\bar{\Omega}\| \cdot \|e_{3 \times} \eta\| \\ &\leq k_n \frac{|J_1 - J_2|}{2} r_M (\|\bar{\Omega}\|^2 + \|e_{3 \times} \eta\|^2) \end{aligned}$$

En reportant l'inégalité précédente dans l'expression de  $\dot{S}_2$  et en regroupant les termes, nous obtenons :

$$\dot{S}_2 \leq -k_n \left( 1 - \frac{J_1 - J_2}{2} r_M \right) \|e_{3 \times} \eta\|^2 + k_n \frac{J_1 - J_2}{2} r_M \|\bar{\Omega}\|^2 - k_\delta \|\delta\|^2$$

A ce stade, il est plus pratique d'exprimer  $S_2$  en fonction de  $e_{3 \times} \eta$  et de  $\bar{\Omega}$ . La norme de l'écart  $\delta$  est elle aussi écrite en faisant apparaître ces deux termes :

$$\|\delta\|^2 = k_n^2 \|e_{3 \times} \eta\|^2 - 2k_n \bar{\Omega}^T (e_{3 \times} \eta) + \|\bar{\Omega}\|^2$$

Par conséquent, en remplaçant  $\|\delta\|^2$  dans l'expression de  $\dot{S}_2$ , nous obtenons, après avoir regroupé les termes :

$$\begin{aligned} \dot{S}_2 \leq & -k_n \left( 1 + k_\delta k_n - \frac{J_1 - J_2}{2} r_M \right) \|e_{3 \times} \eta\|^2 \\ & - \left( k_\delta - k_n \frac{J_1 - J_2}{2} r_M \right) \|\bar{\Omega}\|^2 + 2k_n k_\delta \bar{\Omega}^T (e_{3 \times} \eta) \end{aligned}$$

Il est alors immédiat de reformuler l'inégalité précédente en introduisant la matrice  $Q$  :

$$\dot{S}_2 \leq -X^T Q X, \quad \text{avec } X = [e_{3 \times} \eta, \bar{\Omega}]^T$$

Cette expression de  $\dot{S}_2$  garantit la convergence de  $X$  vers zéro.  $e_{3 \times} \eta \rightarrow 0$  implique  $R e_3 \rightarrow n_d$ , entraînant la convergence asymptotique de  $\tilde{n}$  vers zéro.  $\square$

#### 4.4.5 Contrôle de la vitesse de lacet

Cette section est dédiée au contrôle de la vitesse de lacet, afin d'assurer d'une part que  $r$  tend vers zéro pour neutraliser le terme  $\Delta_r$  dans la dynamique de translation, et d'autre part que  $r$  reste dans les limites spécifiées dans le lemme 7.

**Lemme 8** *Soit  $k_r$  une constante positive. Le moment de lacet créé en  $G$  :*

$$\Gamma_n = -J_2 k_r r \quad (4.45)$$

*assure la stabilité exponentielle du système (4.37). Par ailleurs, pour  $|r(0)| < r_M$ , alors  $|r(t)| < r_M$  pour  $t \geq 0$*

**Preuve.** Le système (4.37) en boucle fermée avec la commande (4.45) sur  $\Gamma_n$  vérifie :

$$\dot{r} = -k_r r \quad \Rightarrow \quad r(t) = r(0)e^{-k_r t}$$

D'où la convergence exponentielle de  $r$  vers 0. De plus,  $|r| \leq |r(0)| \leq r_M$  pour  $t \geq 0$ .  $\square$

#### 4.4.6 Stabilité des systèmes interconnectés

Nous allons maintenant démontrer la stabilité asymptotique du système (3.30) rebouclé sur le contrôle en position en cascade avec le contrôle d'attitude. Nous avons vu dans le lemme 6 que la dynamique de translation pouvait se mettre sous la forme :

$$\dot{x} = Ax + B(\bar{u}\tilde{n} + \Delta_r)$$

où :

$$x = [\delta_1, \delta_2, \tilde{F}_{ext}]^T, \quad B = [0, 1, 0]^T \quad \text{et} \quad A \text{ est stable}$$

Par ailleurs, les lemmes 7 et 8 assurent respectivement :

$$\tilde{n} \rightarrow 0 \quad \text{et} \quad \Delta_r \rightarrow 0$$

On peut énoncer le théorème suivant :

**Théorème 3** *La commande en boucle fermée sur  $\bar{u}$  (4.40) et les lois de commande (4.42) et (4.45) sur les surfaces de contrôle rendent le système (3.30) asymptotiquement stable. Les filtres adaptatifs (4.41) et (4.43) fournissent une estimation des efforts aérodynamiques  $F_{ext}$  et du bras de levier  $\varepsilon$ <sup>10</sup>. Plus précisément, si on note :*

$$\hat{\varepsilon} = \frac{(e_{3 \times} R^T \hat{F}_{ext})^T (e_{3 \times} R^T \hat{M}_{ext})}{\|e_{3 \times} R^T \hat{F}_{ext}\|^2}$$

*alors :  $\xi_D \rightarrow \xi_d$ ,  $\hat{F}_{ext} \rightarrow F_{ext}$  et  $\hat{\varepsilon} \rightarrow \varepsilon$ .*

**Preuve.** La preuve est faite en trois étape :

- D'abord, nous montrons que le système ne peut pas diverger en temps fini, ce qui implique que  $x(t)$  est défini  $\forall t \geq 0$ .

<sup>10</sup>Comme précédemment, il s'agit d'une estimation virtuelle, non utilisée pour le contrôle, que nous n'utilisons que pour la visualisation

- Ensuite, nous montrons qu’il existe un instant  $t_0$  tel que  $\forall t \geq t_0$ , la dérivée temporelle d’une fonction de stockage est négative, assurant la convergence des systèmes interconnectés
- Enfin, le théorème de LaSalle permet de démontrer la convergence de  $\hat{F}_{ext}$  et  $\hat{\varepsilon}$

La preuve est inspirée d’un théorème plus général démontré dans [53] sur la stabilité uniforme des systèmes non linéaires en cascade à paramètres variants.

Tout d’abord, la matrice  $A$  étant stable (voir lemme 6), cela entraîne :

$$\exists P, Q > 0 \quad \text{tels que} \quad A^T P + P A = -Q$$

Considérons la fonction de Lyapunov candidate  $V$  définie par :

$$V(x) = x^T P x \quad \Rightarrow \quad \dot{V} = -x^T Q x + 2x^T P B(\bar{u}\tilde{n} + \Delta_r)$$

Il s’agit maintenant d’assurer que le terme perturbateur  $2x^T P B(\bar{u}\tilde{n} + \Delta_r)$  dont le signe est *a priori* inconnu, ne déstabilise pas le système. Notons  $p_2$  le vecteur de neuf éléments défini comme la seconde colonne de la matrice  $P$ .

$$P B = p_2$$

Soit  $K = [0, k_2, -1]$ , alors  $\bar{u}$  se met sous la forme :

$$\bar{u} = \|Kx + mge_3 + F_{ext}\|$$

Dans l’expression de  $\bar{u}$ , nous séparons les termes linéaires en  $x$  du reste du terme perturbateur :

$$\bar{u} \leq \|Kx\| + \|mge_3 + F_{ext}\|$$

Soit  $\Delta$  défini par :

$$\Delta = p_2 (\|mge_3 + F_{ext}\|\tilde{n} + \Delta_r)$$

Alors :

$$2x^T P B(\bar{u}\tilde{n} + \Delta_r) \leq 2x^T \|p_2\| \cdot \|K\| \cdot \|\tilde{n}\| x + 2x^T \Delta$$

Nous introduisons la matrice :

$$Q_1 = Q - \|p_2\| \cdot \|K\| \cdot \|\tilde{n}\| I_n \tag{4.46}$$

La dérivée temporelle de  $V$  peut être majorée de la façon suivante :

$$\dot{V} \leq -x^T Q_1 x + 2x^T \Delta \tag{4.47}$$

A ce stade, nous ne pouvons pas assurer que la matrice  $Q_1$  est définie positive. Cependant, il est clair, d’après l’expression de  $Q_1$ , que pour  $\tilde{n}$  assez faible, la matrice  $Q$  va devenir prépondérante, entraînant la définie positivité de  $Q_1$ . Comme  $\tilde{n}$  tend vers zéro, il existe un temps  $t_0$  tel que, pour  $t \geq t_0$ ,  $Q_1$  devienne positive. Cependant, il faut d’abord assurer que l’état du système n’aura pas divergé avant  $t_0$ . Cela est garanti par le fait que le système ne peut pas diverger en temps fini.

**Etape 1.** En utilisant l’inégalité de Cauchy Shwarz dans l’expression (4.47), il vient :

$$\dot{V} \leq \|Q_1\| \cdot \|x\|^2 + 2\|x\| \cdot \|\Delta\|$$

Soit  $\lambda_{min}(P)$  la plus petite valeur propre de  $P$ . Alors :

$$x^T P x \geq \lambda_{min}(P) \|x\|^2$$

Par ailleurs, en utilisant l'inégalité suivante :

$$2\|x\| \cdot \|\Delta\| \leq \|x\|^2 + \|\Delta\|^2$$

on obtient :

$$\dot{V} \leq \alpha V(x) + \beta$$

en introduisant  $\alpha, \beta > 0$  définis par :

$$\alpha = \frac{\|Q_1\| + 1}{\lambda_{\min}(P)} \quad \text{et} \quad \beta = \|\Delta\|^2$$

Les termes  $\alpha$  et  $\beta$  étant bornés, le lemme de comparaison [56] permet alors de conclure que la croissance de  $V$  est au plus exponentielle, ce qui assure que le système ne peut pas diverger en temps fini.

**Etape 2.** Comme  $\|\tilde{n}\| \rightarrow 0, \exists t_0$  tel que :

$$\forall t \geq t_2, \quad \|\tilde{n}\| < \frac{\lambda_{\min}(Q)}{\|p_2\| \cdot \|K\|}$$

La définition de  $Q_1$  (4.46) entraîne que  $\forall t \geq t_0, Q_1$  est définie positive. Comme toute matrice positive, elle peut être décomposée en facteur de Cholesky :

$$Q_1 = U^T U$$

Où  $U$  est une matrice triangulaire supérieure. En utilisant cette décomposition, l'inégalité (4.47) s'écrit de manière équivalente :

$$\dot{V} \leq -\|Ux - U^{-T}\Delta\|^2 + \|\Delta\|_{Q_1^{-1}}^2$$

Une telle majoration définit un bassin d'attraction positivement invariant  $\mathcal{D}(t)$ , tangent à

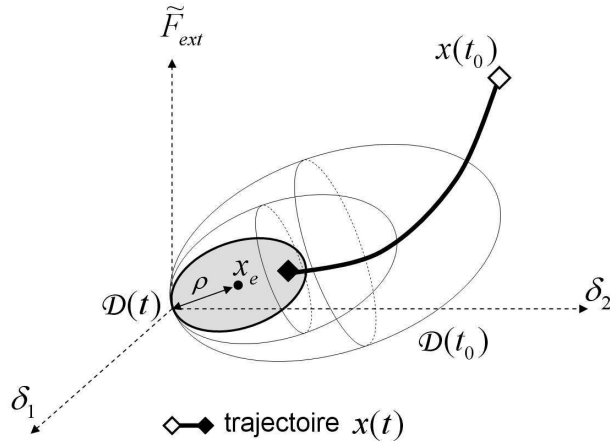


FIG. 4.13: Illustration de la convergence de l'état  $x$  vers un domaine  $\mathcal{D}(t)$  qui se contracte au cours du temps

l'origine, centré autour du point  $x_e = Q_1^{-1}\Delta$  et de rayon  $\rho = \|U^{-T}\Delta\|$ , à l'extérieur duquel on est sûr que la fonction de Lyapunov est négative. L'état du système converge donc vers ce

domaine. Une fois à l'intérieur de  $\mathcal{D}(t)$ , on ne peut rien dire sur son évolution, mais on est sûr qu'il ne peut pas en ressortir. Comme  $\Delta$  tend vers zéro, ce domaine tend vers le point d'équilibre  $x = 0$ , entraînant la convergence asymptotique de  $x$  vers zéro, comme l'illustre la figure 4.13 .

**Etape 3.** Le théorème de LaSalle implique  $\xi_D \rightarrow \xi_d$  et  $\hat{F}_{ext} \rightarrow F_{ext}$ . L'axe de poussée  $n$  tend vers une direction  $n^\infty$  vérifiant :  $\bar{u}n^\infty = F_{ext} + mge_3$ . La convergence du système  $(\Sigma_2)$  entraîne  $(\delta, \dot{\delta}) \rightarrow 0$ . L'expression (4.44) de  $\dot{\delta}$  implique  $e_{3 \times} R^T \tilde{M}_{ext} \rightarrow 0$ , d'où  $e_{3 \times} R^T \hat{M}_{ext} \rightarrow e_{3 \times} R^T M_{ext}$ . Par conséquent, en passant à la limite dans l'expression de  $\hat{\varepsilon}$ , nous obtenons :

$$\hat{\varepsilon} \rightarrow \frac{(e_{3 \times} R^T \hat{F}_{ext})^T (e_{3 \times} R^T M_{ext})}{\|e_{3 \times} R^T \hat{F}_{ext}\|^2}$$

Comme  $\hat{F}_{ext} \rightarrow F_{ext}$ , alors  $\hat{\varepsilon} \rightarrow \varepsilon$ . □

## 4.5 Résultats et Simulations

Nous présentons ici les résultats de simulations menées sur le modèle (3.30) afin d'illustrer les propriétés de convergence des théorèmes 1, 2 et 3.

TAB. 4.1: Paramètres du HoverEye

Nom	Valeur	Unité
$g$	9.80	$ms^{-2}$
$m$	3.1	$kg$
$J_1$	0.1	$kgm^2$
$J_2$	0.03	$kgm^2$
$L$	0.2	$m$
$Q$	1.9	$kg s^{-1}$
$\varepsilon$	-0.05	$m$

Les paramètres de la table 4.1 sont représentatifs de ce type de véhicule. Nous nous plaçons dans des cas de vent assez faible, ce qui permet d'écrire les efforts aérodynamiques sous la forme  $F_{ext} = Q(v_w - v)$ . La vitesse du vent est inconnue du contrôle. Nous prenons le jeu de gains suivant :

- pour le contrôle par retour d'état linéaire

$$\begin{aligned} k_1 = 0.5 \quad k_2 = 2.1 \quad k_f = 1 \\ k_p = 4.5 \quad k_d = 1 \quad k_i = 4.5 \quad k_r = 1 \end{aligned}$$

- pour le contrôle par backstepping

$$\begin{aligned} k_1 = 0.4 \quad k_2 = 1 \quad k_3 = 4 \quad k_4 = 6 \\ k_r = 10 \quad \Gamma_F = 0.0374 \quad \Gamma_M = 4.8e^{-5} \end{aligned}$$

- pour le contrôle non linéaire hiérarchisé

$$\begin{aligned} k_1 = 0.5 \quad k_2 = 2.1 \quad k_f = 1 \\ k_n = 2.4 \quad k_\omega = 7 \quad k_m = 4.5 \quad k_r = 8.5 \end{aligned}$$

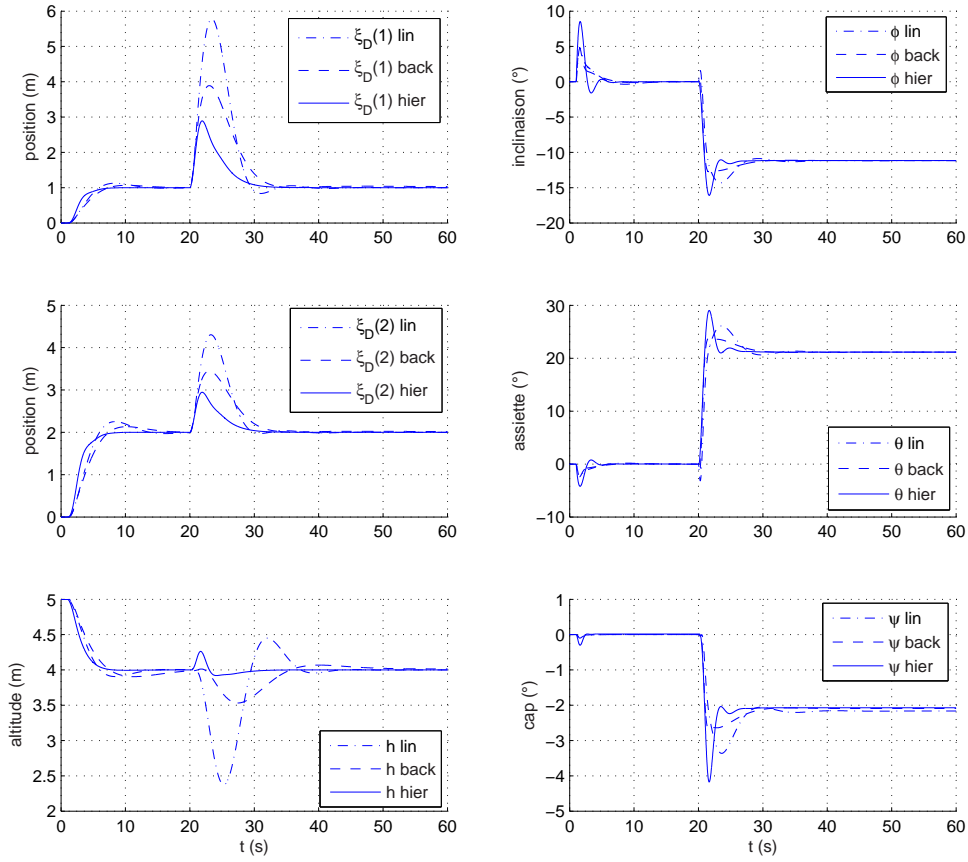


FIG. 4.14: Position et attitude du véhicule au cours du temps pour les différents contrôleurs : linéaire (lin), backstepping (back) et hiérarchisé (hier)

Le véhicule est initialement à la position  $\xi_D(0) = [0; 0; -5]^T$ . À  $t = 1s$ , il a pour consigne de gagner la position  $\xi_d = [1; 2; -4]^T$  et de s'y maintenir. En  $t = 20s$ , un échelon de vent de vitesse  $v_w = [6ms^{-1}; 3ms^{-1}; 0]^T$  survient, entraînant le véhicule, qui doit alors incliner le vecteur poussée pour contrer la perturbation et revenir à sa position de consigne. On a représenté sur la figure 4.14 l'évolution de la position et de l'attitude du véhicule au cours du temps. L'évolution du vecteur de commande est quant à lui représenté sur la figure 4.15. On a seulement représenté  $\Gamma_l$  et  $\Gamma_m$ , dans la mesure où les gouvernes de lacet ne sont pas sollicitées dans cette simulation. Sur la figure 4.16, nous avons représenté l'estimation des paramètres inconnus  $F_{ext}$  et  $\varepsilon$ . Les réponses du véhicule pour les trois stratégies de commande ont été superposées. S'il est difficile de comparer directement les stratégies de contrôle, tant le réglage des gains est important dans la réponse finale, on peut néanmoins dégager des tendances. Nous pouvons déjà dire que les trois approches sont viables, puisqu'elles permettent un retour à poste du véhicule après estimation des paramètres aérodynamiques. La commande par retour d'état linéaire, en particulier, démontre ses propriétés de robustesse, puisqu'elle reste valide bien en dehors du domaine de vol quasi-stationnaire. Elle présente cependant un dépassement bien plus important que les méthodes non



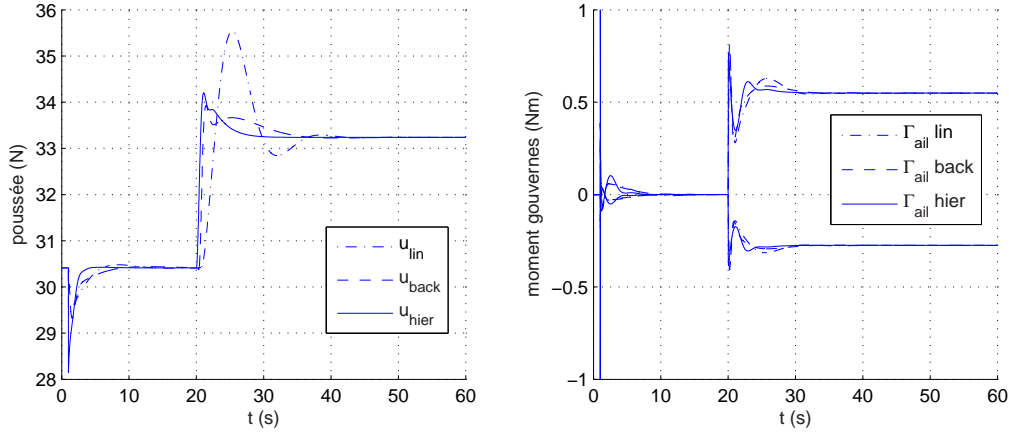
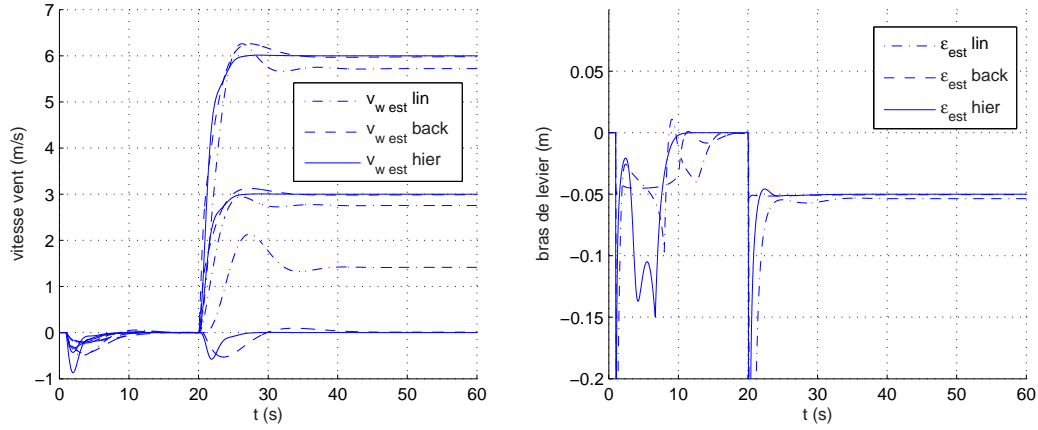

 FIG. 4.15: Evolution de la poussée  $u$  et du moment de contrôle  $\Gamma_{ail}$  au cours du temps


FIG. 4.16: Estimation de la vitesse du vent et du bras de levier de la traînée de captation au cours du temps

linéaires, autant sur la position que sur l'attitude, certainement dû aux erreurs de modèle. C'est sur l'altitude que la dégradation des performances est la plus nette. On constate également que l'estimation  $\hat{F}_{ext}$  ne converge pas vers la bonne valeur, en particulier sur l'altitude. Cela est dû à l'approximation du vecteur poussée en vol quasi-stationnaire :

$$\bar{u}Re_3 = \begin{bmatrix} mgn_\zeta \\ \bar{u} \end{bmatrix}$$

Plus les angles  $\theta$  et  $\phi$  sont importants, moins cette approximation est valide. Il s'ensuit que dans le cas linéaire, l'estimation  $\hat{F}_{ext}$  converge vers la valeur  $G_{ext}$  définie par :

$$G_{ext} = F_{ext} + \begin{bmatrix} mgn_\zeta \\ \bar{u} \end{bmatrix} - \bar{u}Re_3$$

comme l'illustre la figure 4.17. La stratégie de contrôle par backstepping est celle qui présente le meilleur amortissement au niveau de l'attitude. Néanmoins, le réglage des gains reste délicat,

et il est difficile d'avoir un rejet de perturbation au niveau de la position vraiment efficace. Au final, la loi de commande non linéaire en cascade semble être le meilleur compromis. Elle tire parti des facilités de réglage de la commande par retour d'état linéaire, tout en conservant les propriétés de convergence et de stabilité sur l'ensemble du domaine de vol comme la commande par backstepping.

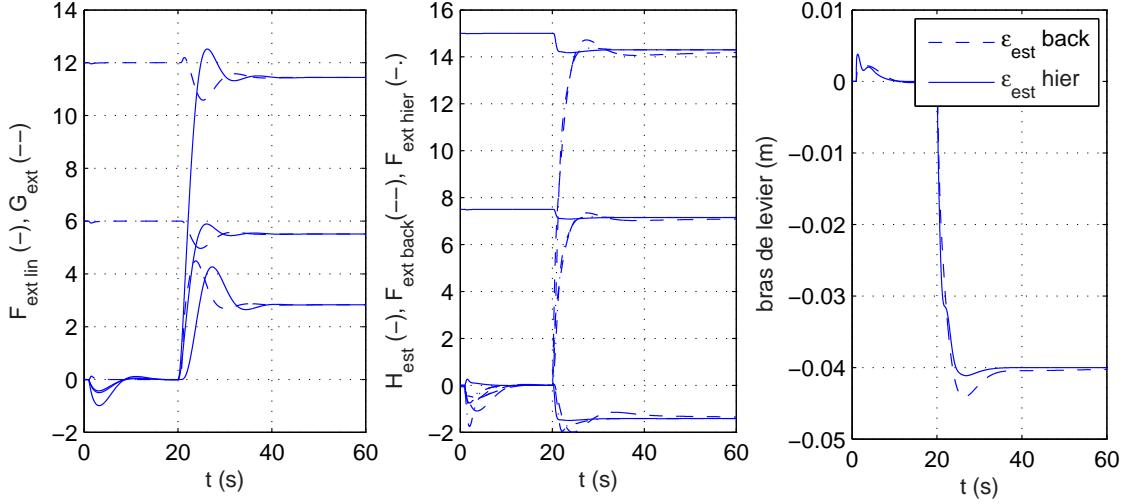


FIG. 4.17: Convergence des filtres d'estimation en régime permanent - (à gauche) vers  $G_{ext}$  pour le filtre linéaire - (au centre) vers  $H_{ext}$  pour les filtres non linéaires appliqués au modèle (3.20) - (à droite) erreur d'estimation sur  $\hat{\varepsilon}$

**Remarque 4** Les propriétés de convergence des paramètres estimés dans les stratégies non linéaires sont perdues dès lors que l'on considère le système (3.20), à cause du terme  $\frac{\varepsilon}{L}\pi_{Re_3}F_{ext}$  que l'on a négligé lors du changement de point de contrôle (voir (3.33)). Dans ce cas, on n'a plus  $\hat{F}_{ext} \rightarrow F_{ext}$ , mais :

$$\hat{F}_{ext} \rightarrow H_{ext} = (I_3 - \frac{\varepsilon}{L}\pi_{Re_3})F_{ext}$$

ce qui entraîne la perte de convergence de  $\hat{\varepsilon}$  vers  $\varepsilon$ , comme l'illustre la figure 4.17. On peut y remédier par l'ajout d'un autre terme adaptatif dans la commande estimant  $\frac{\varepsilon}{L}\pi_{Re_3}F_{ext}$ . Cependant, la connaissance fine de  $F_{ext}$  et de  $\varepsilon$  n'est qu'un moyen de stabiliser le véhicule, et non une fin en soi. Du coup, la complexité induite par l'ajout d'un autre terme adaptatif ne se justifiait pas vraiment.

## 4.6 Extensions au contrôle des véhicules asymétriques

Cette section est une extension des commandes proposées au contrôle actif du lacet pour l'alignement dans le vent des véhicules asymétriques, pour lesquels il est nécessaire de maintenir le dérapage à zéro. Le HoverEye étant légèrement asymétrique, l'alignement du véhicule dans le lit du vent devient capital lorsque la vitesse relative de l'air devient importante, pour éviter la présence d'efforts latéraux de portance. En vol quasi stationnaire, le véhicule se comporte comme un hélicoptère, il peut se déplacer indifféremment vers l'avant, vers l'arrière ou latéralement. Quand la vitesse relative augmente, le véhicule acquiert de plus en plus d'inclinaison pour contrer les efforts aérodynamiques, et se comporte alors davantage comme un avion muni d'une aile

annulaire. Dans ce cas de vol, le véhicule doit maintenir un dérapage nul pour être plus robuste au vent. C'est ainsi que les modélistes expérimentés pilotent manuellement ce type de véhicule. Ils alignent le véhicule dans le lit du vent. Les stratégies de contrôle présentées précédemment stabilisent le lacet à zéro. En conséquence, le véhicule se déplace dans le plan horizontal en gardant un cap quasi-constant. Les efforts latéraux de portance rendent ce comportement inacceptable dès que le vent relatif devient important (voir figure 6.2 dans le chapitre 6). Pour annuler le dérapage, au moins en régime permanent, on pivote le véhicule autour de son axe de lacet. Ainsi la commande en lacet devient :

$$\Gamma_n = -k_r r \quad \longrightarrow \quad \Gamma_n = -k_r(r - r_d)$$

où  $r_d$  est une consigne en lacet calculée pour maintenir les efforts aérodynamiques dans le plan longitudinal  $(\mathbf{x}_b, \mathbf{z}_b)$ .

**Lemme 9** *Considérons le système (3.30) en régime permanent ( $\hat{F}_{ext} \approx F_{ext}$  et  $\bar{\Omega} \approx 0$ ). Soit  $f = \pi_{e_3} R^T \hat{F}_{ext}$  la projection des efforts aérodynamiques estimés dans le plan  $(\mathbf{x}_b, \mathbf{y}_b)$ . Soit  $f = [f_x, f_y, 0]^T$  et  $k_y, k_r > 0$ . Alors le moment de contrôle en lacet  $\Gamma_n$  :*

$$\Gamma_n = -k_r(r - r_d) \quad \text{avec} \quad r_d = -k_y f_y \quad (4.48)$$

assure  $f_y \rightarrow 0$ , et donc  $r_d \rightarrow 0$ .

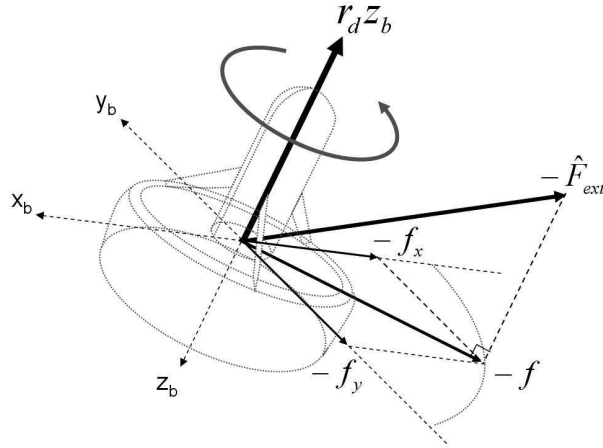


FIG. 4.18: Illustration of the yaw rate commanded by  $(C_3)$

**Preuve.** Les différents vecteurs sont illustrés sur la figure 4.18. La dérivée temporelle de  $f$  est donnée par :

$$\dot{f} = \pi_{e_3} \dot{R}^T \hat{F}_{ext} = -r e_{3 \times} f + \Delta_{\bar{\Omega}}$$

où  $\Delta_{\bar{\Omega}} = \pi_{e_3} \bar{\Omega}_{\times} R^T \hat{F}_{ext}$  est un terme perturbateur qui peut être négligé en régime permanent. Il vient :

$$\dot{f} = -r e_{3 \times} f$$

D'après l'expression précédente, on remarquera que la norme du vecteur  $f$  reste constante lorsqu'on commande une rotation autour de l'axe de lacet :

$$\frac{d}{dt} \|f\|^2 = 2f^T \dot{f} = 0$$

A ce stade, on définit la fonction de stockage suivante :

$$S = \frac{1}{2}\|f\|^2 - \frac{1}{2}(e_1^T f)^2$$

Cette fonction a deux optima, correspondant à :  $f = -\|f\|e_1$  (le véhicule fait face au vent), et  $f = \|f\|e_1$  (le véhicule a le vent dans le dos). La définition de  $r_d$  doit faire de l'optimum  $-\|f\|e_1$  un équilibre stable.  $\dot{S}$  est donnée par :

$$\dot{S} = f^T \dot{f} - (e_1^T f)e_1^T \dot{f} = r(e_1^T f)e_1^T (e_{3 \times} f)$$

Une fois encore, en utilisant les propriétés du produit mixte, nous avons alors :

$$e_1^T (e_{3 \times} f) = f^T (e_{1 \times} e_3)$$

En remarquant que  $e_{1 \times} e_3 = -e_2$ , il vient :

$$\dot{S} = -r(e_1^T f)(f^T e_2) = -r(e_1^T f)f_y$$

En négligeant la dynamique de lacet, réglée pour être bien plus rapide, on peut considérer  $r \equiv r_d$ . Alors, le contrôle (4.48) entraîne :

$$\dot{S} = k_y (e_1^T f) |f_y|^2$$

Deux cas doivent alors être considérés :

- $e_1^T f < 0$  : alors  $S$  décroît jusqu'au point d'équilibre  $-\|f\|e_1$
- $e_1^T f \geq 0$  : alors  $\dot{S}$  est positive, et la fonction  $S$  croît, ce qui entraîne une augmentation de l'angle algébrique entre  $f$  et  $e_1$ . Lorsque cet angle dépasse  $90^\circ$ ,  $e_1^T f$  devient négatif, et  $f$  entre dans le domaine de stabilité du point  $-\|f\|e_1$ .

□

Pour  $f(0) = \|f\|e_1$ , la consigne en lacet s'annule, et le véhicule reste alors théoriquement dans cette position. En pratique, ce point d'équilibre étant instable, la moindre perturbation fait tourner le véhicule face au vent.

**Remarque 5** *On remarquera que ce contrôle aligne le véhicule dans le lit du vent d'autant plus vite que le vent relatif est important, et assure une transition en douceur entre le vol quasi stationnaire dans une atmosphère au repos, (pour lequel le lacet est régulé à zéro) et un vol d'avancement (pour lequel le dérapage est régulé à zéro). Dans tous les cas, la vitesse de lacet converge bien vers zéro, ce qui est important pour les propriétés de stabilité des théorèmes 2 et 3.*

La figure 4.19 montre la réponse en position et en attitude du système (3.20) en boucle fermée avec le contrôle hiérarchique lorsque, à partir d'une position initiale  $\xi_D(0) = [0, 0, -5]^T$ , le véhicule doit atteindre le point  $\xi_d = [1, 2, -4]^T$  en présence d'efforts aérodynamiques  $F_{ext} = -Q(v - v_w)$ , avec  $v_w = [6ms^{-1}, -3ms^{-1}, 0]^T$ . La trajectoire du véhicule dans le plan horizontal est représentée, ainsi que la projection du vecteur  $\mathbf{x}_b$ , dans le cas  $r_c = -k_y F_y$  et dans le cas  $r_c = 0$ . On voit que le véhicule effectue une rotation sur lui-même pour s'aligner face au vent, afin d'avoir à l'équilibre une inclinaison nulle et une assiette négative. Nous verrons plus en détail dans le chapitre 6 l'intérêt de la commande en lacet pour les véhicules asymétriques.

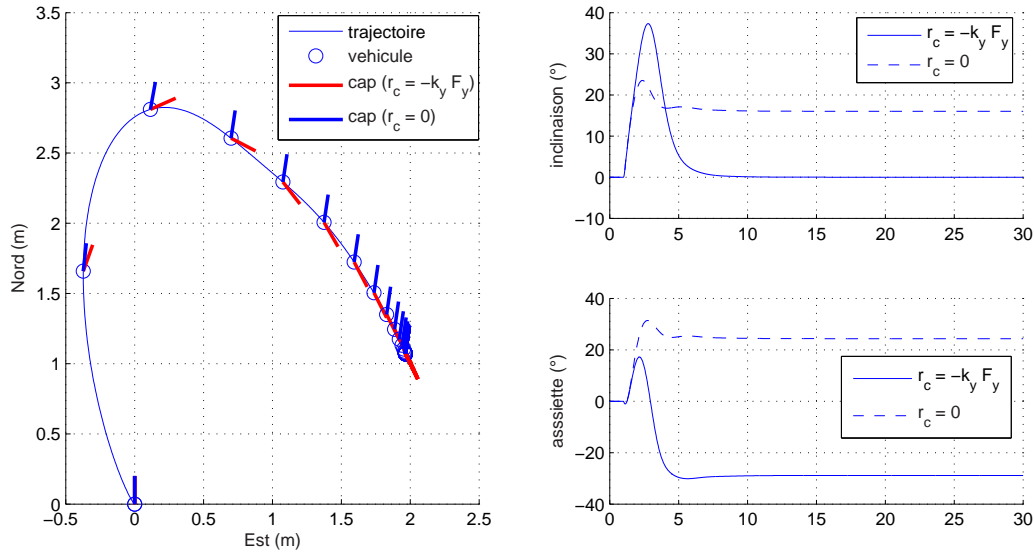


FIG. 4.19: Commande en lacet pour véhicule asymétriques et véhicules axisymétriques.

#### 4.6.1 Conclusion

Dans cette section, nous avons développé des stratégies de contrôle pour le maintien à poste d'un minidrone à hélice carénée en présence de vent travers. La caractérisation aérodynamique du véhicule étant encore incomplète, nous avons été amenés à considérer les efforts aérodynamiques comme des perturbations inconnues, mais constantes, qui agissent sur notre système. Nous avons alors défini des filtres d'estimation pour adapter ces paramètres en ligne. Finalement, notre approche est comparable à la démarche "ingénieur" qui propose des PID en cascade. L'action intégrale joue le rôle de filtre estimateur, comme nous l'avons vu. Nous avons détaillé tout d'abord une stratégie de contrôle linéaire, à partir de laquelle nous avons pu interpréter physiquement le rôle des différents termes de la loi de commande. Nous avons ensuite développé des lois de commande non linéaire valables dans l'ensemble du domaine de vol du véhicule. Au final, la commande non linéaire de systèmes en cascades semble être le meilleur compromis entre propriétés théoriques de convergence d'une part, complexité de la loi de commande et facilité d'implémentation d'autre part.

Les trois stratégies proposées reposent sur la mesure de l'état complet. Il s'agit maintenant de développer des observateurs permettant de restituer une bonne estimation de l'état à partir des mesures des capteurs. C'est ce que nous allons développer dans le chapitre suivant.

## Chapitre 5

# Fusion des capteurs pour la restitution d'état du HoverEye

Ce chapitre présente des techniques de filtrage permettant de restituer l'état du système à partir des mesures données par les capteurs embarqués à bord du HoverEye. Cette étape de filtrage est indispensable pour alimenter la loi de commande en mesures propres, et sans points incohérents.

Le HoverEye est équipé de capteurs proprioceptifs, qui permettent de prédire l'évolution de l'état du système, et de capteurs extéroceptifs, qui fournissent une valeur de recalage du même état. Entre une mesure proprioceptive qui dérive au cours du temps et une mesure extéroceptive qui est soit bruitée, soit rafraîchie à une cadence relativement faible, la fusion des capteurs consiste à trouver le juste compromis pour obtenir l'estimation la plus proche de l'état réel. La plupart des architectures actuelles de fusion de capteurs utilisent un filtre de Kalman pour réaliser ce compromis. Dans notre approche, nous avons privilégié les techniques de filtrage complémentaire plus rustiques, mais facilement interprétables dans le domaine fréquentiel, et bien plus simples à transposer dans le domaine non linéaire que les techniques de filtrage de Kalman étendu (EKF).

Dans l'architecture du contrôleur, nous avons vu que le contrôle d'attitude était le point essentiel de la stabilisation du véhicule. C'est le contrôle le plus rapide et donc le plus sensible au bruit et au retard sur la mesure. Aussi, une large part de ce chapitre sera consacrée à l'estimation d'attitude. L'équation cinématique de rotation étant non linéaire, nous irons au delà des techniques classiques d'observation linéaire pour développer un filtre non linéaire directement dans l'espace des matrices orthogonales.

Nous parlerons ensuite des filtres mis en place pour la restitution de la position et de la vitesse pour le contrôle de la dynamique de translation. Cette dernière étant linéaire, la structure du filtre est beaucoup plus simple. La difficulté relève davantage de la mise en œuvre du filtre, le véhicule étant équipé d'un GPS qui ne donne une information discrète que toutes les secondes, et d'un altimètre radar, dont il faut vérifier la cohérence des mesures.

### 5.1 Filtrage complémentaire pour l'estimation d'attitude

Le problème d'estimation d'attitude consiste à trouver un compromis entre précision à court terme, donnée par intégration des gyroscopes, et précision à long terme, donnée par un capteur d'attitude. Les techniques de filtrage complémentaire permettant une interprétation dans le domaine fréquentiel et fournissant une règle simple pour le réglage du filtre, offrent un moyen

direct pour réaliser ce compromis [57, 58]. Cependant, le filtre complémentaire est habituellement réservé à des applications linéaires monoentrée-monosortie, et son application à l'estimation d'attitude est basée sur une représentation de l'attitude par les angles d'Euler [59]. Chaque angle est filtré séparément, limitant le champ d'application de ces méthodes aux faibles inclinaisons. L'extension de ces méthodes à des angles plus importants [60] entraîne une complexité numérique due à l'utilisation de fonctions trigonométriques. De plus, des précautions doivent être prises quand on approche des points de singularité inhérents à la représentation par les angles d'Euler.

La conception d'algorithmes d'estimation d'attitude, affranchis du problème des singularités, a conduit des chercheurs et des ingénieurs à développer des techniques de filtrage dans l'espace des quaternions d'attitude. Une linéarisation locale sur cet espace permettait l'utilisation de filtres de Kalman étendus [61, 5]. Cependant, les techniques de filtrage de Kalman sont très sensibles aux erreurs numériques, en particulier au niveau du calcul de la matrice de covariance. Des techniques d'ingénierie telles que la décomposition en facteurs de Sholesky, ou décomposition  $[U, D]$ , sont indispensables en pratique pour assurer la robustesse du filtre [4]. De plus, la caractérisation des bruits de mesure dans l'espace des quaternions est très difficile, et conduit à un comportement du filtre souvent décevant.

Il est parfois préférable de travailler dans l'espace des matrices orthogonales  $SO(3)$  afin de conserver une interprétation physique de l'évolution de l'état du filtre. Salcudean proposait dès les années 90 un estimateur non linéaire inspiré du filtrage complémentaire, mais directement construit dans l'espace des matrices orthogonales, par une approche de type Lyapunov [62]. L'approche évite à la fois l'usage d'une paramétrisation locale comme les angles d'Euler, et l'étape de linéarisation du filtre de Kalman étendu. Si l'application directe de cette technique, qui requiert une mesure des moments appliqués au système, est impossible dans notre application, nous allons nous en inspirer pour développer un filtrage complémentaire non linéaire qui permet d'estimer la dérive des gyroscopes et de filtrer le bruit haute fréquence des mesures du capteur d'attitude. Dans un premier temps, nous allons rappeler quelques notions de filtrage complémentaire, puis l'appliquer tout d'abord au filtrage des mesures de l'IMU pour l'estimation de la verticale. Sur ce premier observateur, nous grefferons un estimateur de champ magnétique pour accéder à l'information de cap et reconstituer ainsi l'attitude complète du véhicule. Dans un second temps, nous proposerons un filtre complémentaire non linéaire synthétisé directement dans le groupe  $SO(3)$ . Nous mettrons en évidence une structure passive qui permet de simplifier l'implémentation du filtre. Enfin, dans un troisième temps, nous proposerons une formulation équivalente dans l'espace des quaternions.

### 5.1.1 Principe du filtrage complémentaire

Le filtrage complémentaire est une technique qui permet de fusionner les mesures d'un capteur de position de faible bande passante avec des mesures de vitesse à bande passante élevée, pour les systèmes cinématiques du premier ordre. Considérons par exemple le simple intégrateur :

$$\dot{x} = u \tag{5.1}$$

dont on possède les mesures suivantes :

$$y_x = L(s)x + \mu_x \tag{5.2}$$

$$y_u = u + \mu_u + b(t) \tag{5.3}$$

où  $L(s)$  est un filtre passe-bas qui correspond à la dynamique du capteur de position (sur un domaine basse fréquence, on peut considérer  $L(s) \approx 1$ ),  $\mu_x$  et  $\mu_u$  représentent les bruits de mesure,

et  $b(t)$  est une perturbation basse fréquence de la mesure de vitesse (dérive en température, offset capteur, etc.). Les mesures  $y_x$  et  $y_u$  peuvent être fusionnées pour fournir une estimée  $\hat{x}$  de l'état  $x$ , comme illustré sur la figure 5.1, via le filtrage :

$$\hat{x} = F_1(s)y_x + F_2(s)\frac{y_u}{s} \quad \text{avec} \quad F_1(s) = \frac{C(s)}{s + C(s)} \quad \text{et} \quad F_2(s) = \frac{s}{C(s) + s}$$

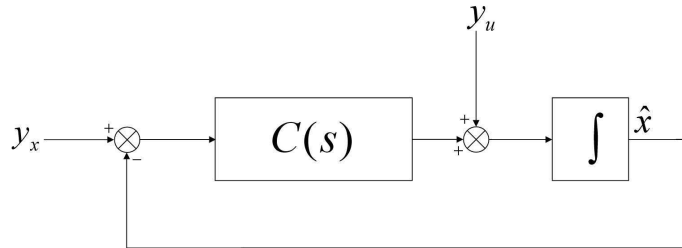


FIG. 5.1: Schéma bloc d'un filtre complémentaire

$F_1$  est un filtre passe bas qui élimine le bruit haute fréquence mais conserve le contenu basse fréquence de la mesure  $y_x$ .  $F_2$  est un filtre passe haut de l'état  $y_u/s$  : la vitesse  $y_u$  est intégrée pour fournir une prédiction  $y_u/s$ , qui est ensuite filtrée par  $F_2$ , pour ne garder que le contenu haute fréquence, et éliminer les dérives dues à l'intégration du biais  $b(t)$ . La mesure  $y_x$  est donc prédominante à basse fréquence et la prédiction  $y_u/s$  est prédominante à haute fréquence, comme illustré sur la figure 5.2. Le nom de filtre complémentaire provient de la relation entre les transferts  $F_1$  et  $F_2$  :

$$F_1(s) + F_2(s) = 1. \quad (5.4)$$

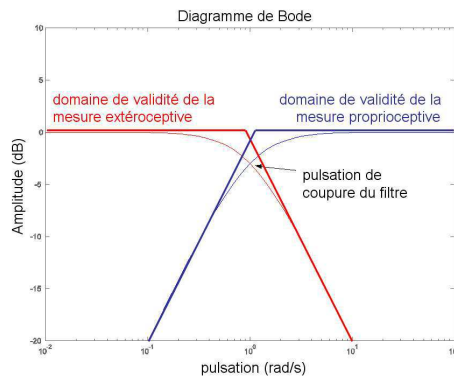


FIG. 5.2: Diagramme de Bode en amplitude des transferts  $F_1(s)$  et  $F_2(s)$  du filtre complémentaire pour  $C(s) = 1$

Régler un filtre complémentaire, c'est choisir  $C(s)$  pour avoir une bonne fréquence de coupure et une pente d'atténuation qui limite l'empiètement de la mesure sur le domaine de prédominance de la prédiction et inversement. Ainsi, l'expression la plus élémentaire de  $C(s)$ , à savoir un retour



proportionnel  $C(s) = k$ , conduit à une atténuation de 20dB par décade et une pulsation de coupure de  $k \text{ rds}^{-1}$  :

$$F_1(s) = \frac{k}{s+k}, \quad \text{et} \quad F_2(s) = \frac{s}{s+k}.$$

La structure du filtre est alors celle d'un observateur du premier ordre classique :

$$\dot{\hat{x}} = y_u + k(y_x - \hat{x})$$

Quand la perturbation sur la mesure de vitesse  $b(t)$  possède des éléments qui peuvent être estimés et compensés, en particulier lorsque le capteur possède une dérive constante  $b(t) = b_0$ , il est possible d'ajouter un intégrateur dans l'expression de  $C(s)$  :

$$C(s) = k + \frac{k_b}{s}$$

Ce qui est l'expression classique d'un observateur avec extraction de biais :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = y_u - \hat{b} + k(y_x - \hat{x}) \\ \dot{\hat{b}} = -k_b(y_x - \hat{x}) \end{cases} \quad (5.5)$$

Il est intéressant de voir que la structure d'un filtre complémentaire est équivalente à l'architecture prediction-innovation d'un filtre de Kalman, et qu'elle donne de bons résultats sans une mise à jour coûteuse de la matrice de covariance. En pratique, les filtres de Kalman étendus se révèlent beaucoup moins robustes que de simples filtres complémentaires.

En dernier lieu, nous allons étudier le comportement d'un filtre complémentaire du point de vue d'une analyse de Lyapunov. Considérons la fonction de stockage :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}|x - \hat{x}|^2$$

Nous avons alors, en faisant l'approximation  $L(s) \approx 1$  :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathcal{L} &= (x - \hat{x})(u - y_u - k(y_x - \hat{x})) \\ &= -k|x - \hat{x}|^2 - (x - \hat{x})(\mu_u + b(t) + k\mu_x) \end{aligned}$$

Dans le cas de mesures parfaites  $(\mu_u + b(t) + k\mu_x) = 0$  (cas d'un observateur), la convergence de  $\hat{x}$  vers  $x$  est claire. L'ajout du bruit de mesure fait converger l'erreur d'estimation dans un domaine vérifiant :

$$|x - \hat{x}| \leq \frac{1}{k}|\mu_u + b(t) + k\mu_x|$$

Plus la valeur de  $k$  est faible, et plus le bruit sur la mesure  $y_x$  est filtrée, mais plus l'influence de la dérive  $b(t)$  est importante. Voyons maintenant comment le biais peut être pris en compte dans la même approche : considérons le filtre (5.5) et posons  $\tilde{b} = b - \hat{b}$ . La fonction de stockage :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}|x - \hat{x}|^2 + \frac{1}{k_b}|\tilde{b}|^2 \quad (5.6)$$

a pour dérivée, pour  $\dot{\tilde{b}} = 0$ , et en prenant  $\mu = 0$  :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\mathcal{L} &= (x - \hat{x})(u - y_u + \hat{b} - k(y_x - \hat{x})) - \frac{1}{k_b}\dot{\tilde{b}} \\ &= -k|x - \hat{x}|^2 - \tilde{b}(\dot{\hat{b}} + (x - \hat{x})) \end{aligned}$$

Le choix du filtre adaptatif (5.5) assure la non positivité de la fonction de Lyapunov et garantit  $\hat{x} \rightarrow x$  et  $\hat{b} \rightarrow b$ . Maintenant que ces quelques rappels ont été formulés, nous allons appliquer cette méthodologie pour l'estimation d'attitude, et d'abord pour l'estimation de la verticale.

### 5.1.2 Estimation de la verticale

Estimer la verticale, en terme d'angles d'Euler, c'est accéder aux angles d'assiette et d'inclinaison. Dans cette section, nous notons la verticale :  $x = -{}^{\mathcal{B}}\mathbf{z}_0$ . Nous avons alors, en utilisant (3.1) :

$$x = -{}^{\mathcal{B}}\mathbf{z}_0 = -R^T e_3 \quad \Rightarrow \quad x = \begin{bmatrix} s_\theta \\ -c_\theta s_\phi \\ -c_\theta c_\phi \end{bmatrix}$$

Nous allons proposer un filtre non linéaire pour estimer  $x$ . Commençons d'abord par rappeler l'équation cinématique liant  $x(t)$  et  $\Omega(t)$  :

$$\dot{x} = -\dot{R}^T e_3 = -(-\Omega \times R^T) e_3 = -\Omega \times x \quad (5.7)$$

**Lemme 10** *Considérons le système cinématique du premier ordre (5.7) et supposons que l'on dispose des mesures  $x_m$  et  $\Omega_m$  telles que :*

$$x_m \approx x \quad \text{et} \quad \Omega_m \approx \Omega + b$$

où  $b$  est un biais inconnu. Le filtre complémentaire :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = -(\Omega_m - \hat{b} - k_x(\hat{x} \times x_m)) \times \hat{x} \\ \dot{\hat{b}} = k_b(\hat{x} \times x_m) \end{cases} \quad (5.8)$$

assure  $\hat{x} \rightarrow x$  pour tout  $\epsilon > 0$  et  $k_x, k_b > 0$  vérifiant :

$$\|\hat{x}(0)\| = 1, \quad \hat{x}^T(0)x(0) > -1 + \epsilon \quad \text{et} \quad k_b > \frac{\tilde{b}(0)^2}{2(1 + \hat{x}^T(0)x(0))} \quad (5.9)$$

De plus, si  $x(t)$  varie au cours du temps, alors l'erreur d'estimation  $\tilde{b} = b - \hat{b}$  converge vers zéro.

**Preuve.** Soit  $x_m \equiv x$ . Considérons la fonction de stockage suivante :

$$S = 1 - \hat{x}^T x$$

En utilisant  $\Omega_m \equiv \Omega + b$ , (5.7) et (5.8), l'expression de  $\dot{S}$  est donnée par :

$$\dot{S} = x^T((\Omega + b - \hat{b} - k_x(\hat{x} \times x)) \times \hat{x}) + \hat{x}^T(\Omega \times x)$$

On remarquera que le produit mixte  $x^T(\Omega \times \hat{x}) = -\hat{x}^T(\Omega \times x)$ . Alors, en introduisant l'erreur d'estimation  $\tilde{b} = b - \hat{b}$ , nous avons :

$$\dot{S} = \hat{x}^T(x \times \tilde{b}) - k_x \hat{x}^T(x \times (\hat{x} \times x)) \quad (5.10)$$

En utilisant les propriétés du produit mixte, nous avons :

$$\dot{S} = \tilde{b}^T(\hat{x} \times x) - k_x \|\hat{x} \times x\|^2$$

A ce stade, nous introduisons dans la fonction de stockage l'erreur d'estimation sur le biais  $b$  :

$$S_2 = S + \frac{1}{2k_b} \tilde{b}^2$$

En supposant  $\dot{\hat{b}} \equiv 0$ , l'expression de  $\dot{S}_2$  est donnée par :

$$\dot{S}_2 = \tilde{b}^T(\hat{x} \times x) - k_x \|\hat{x} \times x\|^2 + \frac{1}{k_b} \tilde{b}^T \dot{\tilde{b}} \quad (5.11)$$

D'après l'équation (5.11), il est clair que la dynamique choisie pour le filtre  $\hat{b}$  annule la contribution du biais des gyroscopes dans la dérivée de  $S_2$  :

$$\dot{S}_2 = -k_x \|\hat{x} \times x\|^2 \quad (5.12)$$

Ainsi, le produit vectoriel  $(\hat{x} \times x)$  tend vers zéro, et donc  $\hat{x}$  tend vers  $x$ . La solution  $\hat{x} = -x$  est exclue par la contrainte<sup>11</sup> (5.9). En effet, si le gain du contrôle adaptatif  $k_b$  satisfait (5.9), on assure que  $S_2$  vérifie :

$$S_2 < 2 \text{ et donc } \hat{x}^T(t)x(t) > -1 + \epsilon, \forall t \geq 0.$$

Soit  $\tilde{x} = x - \hat{x}$ . Nous avons alors  $\tilde{x} \rightarrow 0$ . Par ailleurs, en combinant (5.7) et (5.8), nous avons :

$$\dot{\tilde{x}} = -\Omega \times \tilde{x} + (\tilde{b} - k_x(\hat{x} \times x)) \times \hat{x}$$

Le théorème de LaSalle assure que  $\tilde{b}$  converge vers une valeur vérifiant :

$$\tilde{b}^\infty \times x = 0$$

Dans le cas où les trois composantes de  $x$  varient dans le temps,  $\tilde{b}^\infty$  converge vers le seul vecteur constant colinéaire à tous les autres, i.e. le vecteur nul. Si  $x$ , est un vecteur constant, alors  $\tilde{b}$  converge vers une valeur colinéaire à  $x$ , comme illustré sur la figure 5.3 : l'observateur, initialisé avec une large erreur angulaire sur l'attitude, converge vers l'attitude réelle et l'erreur sur le biais tend vers zéro lorsque l'attitude varie au cours du temps.  $\square$

Le filtre proposé (5.8) a clairement une structure "prédiction-innovation" : la mesure corrigée du biais  $\Omega_m - \dot{\hat{b}}$  est utilisée pour prédire l'évolution du vecteur  $\hat{x}$ , à laquelle on ajoute un terme de rappel  $\hat{x} \times x_m$ , qui représente l'écart angulaire entre estimation et mesure. Il s'agit alors de trouver un réglage des gains  $k_x$  et  $k_b$  qui assure un bon comportement de l'observateur. Pour cela, nous allons mettre en évidence la structure de filtre complémentaire sous-jacente dans l'estimation de  $\hat{x}$ , et raisonner dans le domaine fréquentiel. Nous avons :

$$\dot{\hat{x}} = \dot{x}_\Omega + k_x(\hat{x} \times x_m) \times \hat{x} + \dot{\hat{b}} \times \hat{x} \quad \text{avec} \quad \dot{x}_\Omega = -\Omega_m \times \hat{x}$$

Alors, pour de faibles inclinaisons et assiette, il vient :

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{\theta} \\ -\hat{\phi} \\ -1 \end{bmatrix}, \quad (\hat{x} \times x_m) \times \hat{x} \approx x_m - \hat{x} \quad \text{et} \quad \hat{b} \times \hat{x} \approx \hat{b} \times e_3$$

La dérivée seconde de  $\hat{x}$  est alors donnée par :

$$\ddot{\hat{x}} = \ddot{x}_\Omega + k_x(\dot{x}_m - \dot{\hat{x}}) + k_b(x_m - \hat{x})$$

---

<sup>11</sup>Soit  $\alpha$  l'angle algébrique entre  $\hat{x}$  et  $x$ . Alors la condition (5.9) est une condition suffisante pour avoir :  $\sin \alpha \rightarrow 0 \Rightarrow \alpha \rightarrow 0$ , ce qui est équivalent à  $(\hat{x} \times x) \rightarrow 0 \Rightarrow \hat{x} \rightarrow x$ . Sur ce point, le lecteur est invité à consulter les références [58] et [63]

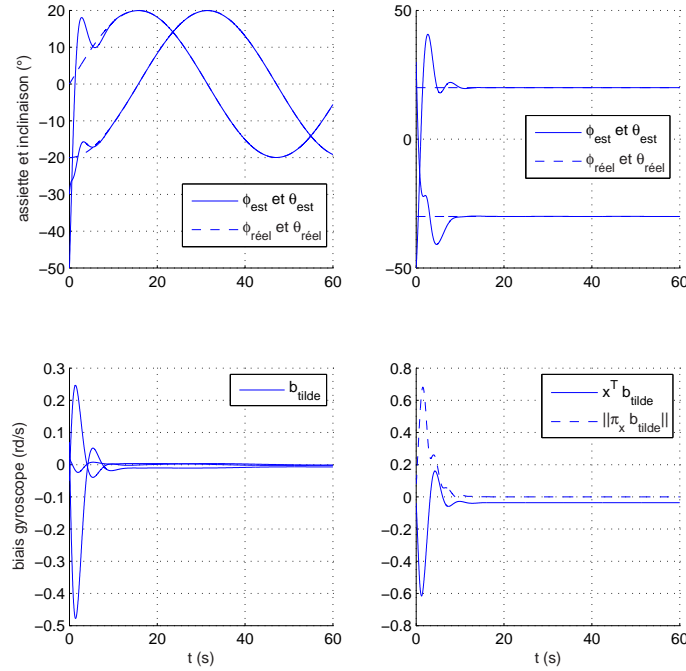


FIG. 5.3: Convergence de l'estimateur de verticale  $-\tilde{b} \rightarrow 0$  quand  $\dot{x} \neq 0$   $-\tilde{b} \rightarrow \lambda x$  quand  $\dot{x} = 0$

Ce qui donne, en transformée de Laplace :

$$\hat{X}(s) = \frac{s^2}{s^2 + k_x s + k_b} X_\Omega(s) + \frac{k_x s + k_b}{s^2 + k_x s + k_b} X_m(s)$$

Qui est bien la forme du filtre complémentaire. Le réglage des gains  $k_x$  et  $k_b$  est alors immédiat, le dénominateur se mettant sous la forme :

$$s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2$$

le filtre passe bas optimal du second ordre est donné par :  $\zeta = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . La fréquence de coupure du filtre est  $\omega_0 = \sqrt{k_b}$  rad/s, et  $k_x$  est donné par  $k_x = \sqrt{2k_b}$ , pour avoir un amortissement optimal.

L'estimateur proposé entraîne une convergence du biais des gyroscopes très lente, même pour un  $x(t)$  suffisamment consistant. Pour assurer une convergence plus rapide, la solution la plus simple consiste à ajouter l'estimation d'un second vecteur inertiel non colinéaire à la verticale. Aussi, nous allons maintenant compléter ce filtre par une estimation du champ magnétique terrestre. Cet estimation permettra également de compléter l'estimation d'attitude en donnant une information sur le cap.

### 5.1.3 Estimation du nord magnétique

Pour compléter l'estimation d'attitude, il faut trouver un deuxième vecteur inertiel, c'est à dire fixe dans le repère terrestre, et dont on peut mesurer les composantes dans le repère corps. Le HoverEye étant équipé d'un magnétomètre 3-axes, c'est la direction unitaire du champ magnétique terrestre  $\mathbf{m}$  qui va nous servir de vecteur inertiel. En suivant le même raisonnement que

pour l'estimation de verticale, nous allons compléter l'estimateur (5.8) pour accéder à l'attitude complète et estimer précisément le biais des gyroscopes. Dans cette section,  $z = {}^B\mathbf{m}$  désigne les composantes du champ magnétique terrestre dans le repère corps. Par analogie avec (5.7), l'équation cinématique de  $z$  est donnée par :

$$z = {}^B\mathbf{m} \quad \Rightarrow \quad \dot{z} = -\Omega \times z \quad (5.13)$$

**Théorème 4** *Considérons les systèmes cinématiques du premier ordre (5.7) et (5.13). Supposons que l'on dispose des mesures  $x_m, z_m$  et  $\Omega_m$  telles que :*

$$x_m \approx x, \quad z_m \approx z \quad \text{et} \quad \Omega_m \approx \Omega + b$$

où  $b$  est un biais inconnu. Le filtre complémentaire :

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = -(\Omega_m - \hat{b} - k_x(\hat{x} \times x_m)) \times \hat{x} \\ \dot{\hat{z}} = -(\Omega_m - \hat{b} - k_z(\hat{z} \times z_m)) \times \hat{z} \\ \dot{\hat{b}} = k_b[(\hat{x} \times x_m) + (\hat{z} \times z_m)] \end{cases} \quad (5.14)$$

assure  $\hat{x} \rightarrow x$ ,  $\hat{z} \rightarrow z$ , et  $\hat{b} \rightarrow b$  pour tout  $\hat{x}(0)$  vérifiant (5.9) et  $\hat{z}(0)$  vérifiant, pour tout  $\epsilon > 0$  :

$$\|\hat{z}(0)\| = 1, \quad \hat{z}(0)^T z(0) > -1 + \epsilon \quad \text{et} \quad k_b > \frac{\tilde{b}(0)^2}{2(2 + \hat{x}^T(0)x(0) + \hat{z}^T(0)z(0))} \quad (5.15)$$

**Preuve.** Nous complétons la fonction de stockage  $S_2$  du lemme (10) pour en déduire une fonction de Lyapunov  $V_T$  adaptée aux deux estimateurs :

$$V_T = S_2 + 1 - \hat{z}^T z$$

En utilisant (5.11) et (5.14), l'expression suivante de  $\dot{V}_T$  est obtenue, par analogie avec (5.10) :

$$\begin{aligned} \dot{V}_T &= \dot{S}_2 + \hat{z}^T(z \times \tilde{b}) - k_z \hat{z}^T(z \times (\hat{z} \times z)) \\ &= -k_x \|\hat{x} \times x\|^2 - k_z \|\hat{z} \times z\|^2 + \tilde{b}^T((\hat{x} \times x) + (\hat{z} \times z) - \frac{1}{k_b} \dot{\tilde{b}}) \end{aligned}$$

En remplaçant  $\dot{\tilde{b}}$  par son expression, on annule l'influence de l'erreur sur le biais des gyroscopes dans l'expression de  $\dot{V}_T$ , dont on assure ainsi la non positivité :

$$\dot{V}_T = -k_x \|\hat{x} \times x\|^2 - k_z \|\hat{z} \times z\|^2 \quad (5.16)$$

Cette expression garantit, sous les contraintes (5.9) et (5.15), la convergence de  $\hat{x}(t)$  et  $\hat{z}(t)$  vers  $x(t)$  et  $z(t)$  respectivement. Par un raisonnement analogue à celui décrit dans la preuve du lemme 10, l'erreur d'estimation sur le biais du gyroscope converge vers une valeur constante  $\tilde{b}^\infty$  vérifiant :

$$\tilde{b}^\infty \times x = 0 \quad \text{et} \quad \tilde{b}^\infty \times z = 0$$

Comme  $x(t)$  et  $z(t)$  sont deux vecteurs indépendants, le seul vecteur colinéaire aux deux est le vecteur nul.  $\square$

L'ajout de cet estimateur du nord magnétique permet de reconstruire une matrice d'attitude estimée. En effet, par définition des vecteurs  $\mathbf{x}_0$ , et pour peu que l'on confonde nord géographique

et nord magnétique, alors on peut considérer que  $\mathbf{m}$  est contenu dans le plan  $\{\mathbf{x}_0, \mathbf{z}_0\}$ . Nous avons alors :

$$\mathbf{x}_0 = \frac{\mathbf{m} - (\mathbf{z}_0 \cdot \mathbf{m})\mathbf{z}_0}{\|\mathbf{m} - (\mathbf{z}_0 \cdot \mathbf{m})\mathbf{z}_0\|}$$

Ainsi, par définition des vecteurs  $x$  et  $z$ , nous avons :

$$\mathcal{B}_{\mathbf{x}_0} = \frac{z - (x^T z)x}{\|z - (x^T z)x\|}$$

Il s'ensuit, par définition de la matrice d'attitude  $R$  :

$$R^T = [\mathcal{B}_{\mathbf{x}_0}, \mathcal{B}_{\mathbf{y}_0}, \mathcal{B}_{\mathbf{z}_0}] = \left[ \frac{z - (x^T z)x}{\|z - (x^T z)x\|}, \frac{z \times x}{\|z \times x\|}, -x \right]$$

D'après les propriétés de convergence du Théorème 4, la matrice d'attitude estimée, définie par :

$$\hat{R} = \left[ \frac{\hat{z} - (\hat{x}^T \hat{z})\hat{x}}{\|\hat{z} - (\hat{x}^T \hat{z})\hat{x}\|}, \frac{\hat{z} \times \hat{x}}{\|\hat{z} \times \hat{x}\|}, -\hat{x} \right]^T$$

converge vers  $R$ . A partir de cette matrice d'attitude estimée, on peut trouver la valeur des angles d'Euler associés. En utilisant (3.1), nous avons :

$$\hat{R} = (\hat{r}_{ij})_{1 \leq i, j \leq 3} \Rightarrow \begin{cases} \hat{\phi} = \text{atan2}(\hat{r}_{32}, \hat{r}_{33}) \\ \hat{\theta} = -\text{asin}(\hat{r}_{31}) \\ \hat{\psi} = \text{atan2}(\hat{r}_{21}, \hat{r}_{11}) \end{cases} \quad (5.17)$$

La figure 5.4 illustre la convergence des angles d'euler associés à la matrice d'attitude estimée  $\hat{R}$  vers les vrais angles  $\phi, \theta, \psi$ . En outre, l'estimation du biais des gyroscopes converge vers la vraie valeur de biais même pour une position constante des angles d'attitude.

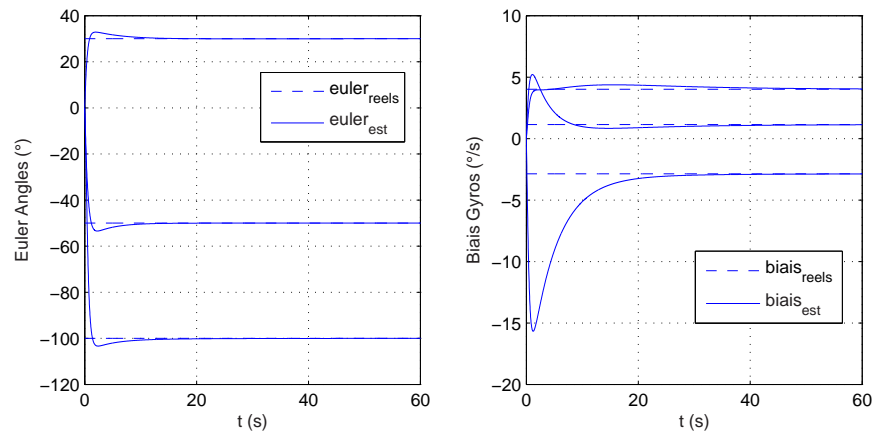


FIG. 5.4: Convergence des angles d'Euler estimés vers les angles réels (à gauche) – Convergence de l'estimation du biais des gyroscopes (à droite)

### 5.1.4 Filtrage complémentaire sur $SO(3)$

Dans la section précédente, nous avons décrit comment appliquer le filtrage complémentaire à l'estimation d'un vecteur inertiel dans un référentiel tournant. Le couplage de deux estimateurs élémentaires permet alors de restituer une estimation complète de l'attitude. Nous allons maintenant développer des techniques de filtrage complémentaire directement sur l'espace des matrices orthogonales, en supposant que l'on dispose d'un capteur d'attitude donnant une mesure fiable de  $R$ , au moins à basse fréquence. Dans la section précédente, l'innovation classique des observateurs linéaires, c'est à dire la différence entre état mesuré et état prédit, était remplacée par le produit vectoriel entre vecteur mesuré et vecteur estimé, représentatif de l'écart angulaire entre les deux vecteurs. Nous allons voir que dans l'espace des matrices orthogonales  $SO(3)$ , les projecteurs antisymétriques vont jouer le rôle des produits vectoriels dans les estimateurs précédents, représentant l'angle de la rotation qui existe entre la matrice d'attitude estimée et la matrice d'attitude mesurée.

Dans un premier temps, nous allons rappeler des propriétés élémentaires de  $SO(3)$ , et le munir d'un produit scalaire et d'une norme appropriée. Ensuite, nous proposerons une technique de filtrage sur l'espace des matrices orthogonales que nous qualifierons de filtrage complémentaire par analogie avec ce qui a été présenté précédemment. Nous proposerons alors une formulation équivalente du filtre dans l'espace des quaternions.

#### 5.1.4.1 Produit scalaire et norme sur l'espace des matrices orthogonales

Comme on l'a dit dans la section 3.1.2, l'ensemble des matrices orthogonales  $SO(3)$  est défini par :

$$SO(3) = \{P \in \mathbb{R}^{3 \times 3} \mid P^T P = I_3, \text{ et } \det(P) = 1\}$$

$SO(3)$ , muni du produit usuel sur l'espace des matrices, est un groupe non commutatif dont les éléments sont constituées des matrices de changement de base entre repères orthonormés. On confond souvent matrices orthogonales et matrices de rotation. En effet, l'application exponentielle définie, pour un angle de rotation de  $\theta$  radians autour d'un axe unitaire  $a \in \mathbb{R}^3$ , par la formule de Rodrigue :

$$\exp(\theta a_{\times}) = I_3 + \sin \theta a_{\times} + (1 - \cos \theta) a_{\times}^2 \quad (5.18)$$

est surjective sur  $SO(3)$ . Ainsi, pour toute matrice  $P \in SO(3)$ , on peut trouver un angle de rotation  $\theta$  et un vecteur pivot  $a \in \mathbb{R}^3$ , avec  $|a| = 1$ , tel que :

$$P = \exp(\theta a_{\times})$$

La formulation explicite de l'exponentielle donnée par la formule de Rodrigue permet de trouver les paramètres  $a$  et  $\theta$  :

$$\cos \theta = \frac{1}{2}(\text{tr}(P) - 1), \quad \sin \theta a_{\times} = \left( \frac{P - P^T}{2} \right) \quad (5.19)$$

Pour notre application, nous allons munir  $SO(3)$  du produit scalaire suivant défini sur l'espace des matrices de  $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ , et de la norme associée :

$$\forall A, B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}, \quad \langle\langle A, B \rangle\rangle = \frac{1}{2} \text{tr}(A^T B) \quad \text{et} \quad \|A\|^2 = \langle\langle A, A \rangle\rangle = \frac{1}{2} \text{tr}(A^T A)$$

Il s'agit en fait de la norme de Frobénius, auquel nous avons ajouté un facteur d'échelle  $1/\sqrt{2}$ . On vérifiera au passage la propriété élémentaire suivante pour les matrices antisymétriques :

$$\forall a, b \in \mathbb{R}^3, \quad \langle\langle a_{\times}, b_{\times} \rangle\rangle = a^T b, \quad \text{et} \quad \|a_{\times}\|^2 = \|a\|^2 \quad (5.20)$$

Avec ce produit scalaire, et c'est bien là son intérêt, l'espace des matrices symétriques et l'espace des matrices antisymétriques sont orthogonaux. Par conséquent, les projecteurs symétriques et antisymétriques, définis,  $\forall H \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ , par :

$$\pi_a(H) = \frac{1}{2}(H - H^T), \quad \text{et} \quad \pi_s(H) = \frac{1}{2}(H + H^T).$$

vérifient les propriétés élémentaires suivantes :

$$\langle \langle \pi_s(H), \pi_a(H) \rangle \rangle = 0 \quad \Rightarrow \quad \forall a \in \mathbb{R}^3, \quad \langle \langle a_\times, H \rangle \rangle = \langle \langle a_\times, \pi_a(H) \rangle \rangle$$

Maintenant que ces quelques rappels mathématiques ont été évoqués, nous allons nous concentrer sur le problème de filtrage complémentaire sur  $SO(3)$ .

#### 5.1.4.2 Filtrage complémentaire direct et passif sur $SO(3)$

En travaillant dans l'espace des matrices orthogonales, on peut considérer l'attitude estimée comme une matrice de passage entre le repère inertiel et un repère estimateur. Ainsi, en appelant  $\mathcal{E}$  le référentiel associé à l'estimateur, nous avons :

$$\mathcal{E} \xrightarrow{\hat{R}} \mathcal{I} \quad : \quad \hat{R}^T = [\mathcal{E} \mathbf{x}_0, \mathcal{E} \mathbf{y}_0, \mathcal{E} \mathbf{z}_0]$$

L'erreur d'estimation est alors la matrice de changement de base qui permet de passer du repère estimateur au repère corps. Nous la notons  $\tilde{R}$  :

$$\mathcal{B} \xrightarrow{R} \mathcal{I} \xleftarrow{\hat{R}} \mathcal{E} \quad \Leftrightarrow \quad \mathcal{B} \xrightarrow{\tilde{R}} \mathcal{E} \quad : \quad \tilde{R} = \hat{R}^T R$$

Cette matrice de changement de base peut être considérée comme une rotation d'angle  $\tilde{\theta}$  autour d'un vecteur pivot  $\tilde{a}$  :  $\tilde{R} = \exp(\tilde{\theta} \tilde{a}_\times)$ . L'objectif est de trouver un filtre qui prend en entrée la mesure de la vitesse instantanée de rotation  $\Omega_m$  et de l'attitude  $R_m$ , et qui donne en sortie une estimation  $\hat{R}$  qui fait converger  $\tilde{R}$  vers l'identité. Afin de maintenir l'évolution de  $\hat{R}$  dans le groupe  $SO(3)$ , nous choisissons un filtre compatible avec l'équation cinématique d'attitude :

$$\dot{\hat{R}} = \hat{R} \hat{\Omega}_\times \quad \text{avec} \quad \hat{\Omega} = f(\Omega_m, R_m, \hat{R})$$

Dans un premier temps, nous proposons une méthode directe de filtrage, selon une approche de Lyapunov classique, semblable à celle qui est décrite dans [62]. Dans un second temps, nous exploitons les propriétés de passivité de l'équation cinématique d'attitude pour proposer un filtre passif plus simple à implémenter.

Dans les deux sous-sections qui vont suivre, les mesures des gyroscopes sont supposées non biaisées. Le problème d'estimation d'attitude couplé à l'extraction de biais des gyroscopes sera discutée dans la section suivante.

#### ▷ Filtre complémentaire direct

**Lemme 11** *Considérons le système cinématique du premier ordre :*

$$\dot{R} = R \Omega_\times \tag{5.21}$$



Supposons que l'on dispose des mesures  $R_m$  et  $\Omega_m$  telles que :

$$R_m \approx R \quad \text{et} \quad \Omega_m \approx \Omega$$

Nous introduisons l'innovation de l'estimateur :  $\tilde{R}_m = \hat{R}^T R_m$ . Le filtre complémentaire :

$$\dot{\tilde{R}} = \hat{R}(\tilde{R}_m \Omega_m + \omega)_\times \quad \text{avec} \quad \omega_\times = k_R \pi_a(\tilde{R}_m), \quad k_R > 0 \quad (5.22)$$

assure la convergence exponentielle de  $\tilde{R}$  vers  $I_3$  pour tout  $\tilde{\theta}(0)$  vérifiant,  $\forall \epsilon > 0$ ,  $|\tilde{\theta}(0)| < \pi - \epsilon$ .

**Preuve.** Supposons  $R_m \equiv R$ , alors  $\tilde{R}_m \equiv \tilde{R}$ . Calculons la dérivée de l'écart  $\tilde{R}$ . En utilisant (5.21), (5.22), et en considérant  $\Omega_m \equiv \Omega$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{R}} &= \dot{\hat{R}}^T R + \hat{R}^T \dot{R} \\ &= -(\tilde{R}\Omega + \omega)_\times \hat{R}^T R + \hat{R}^T R \Omega_\times \\ &= -(\tilde{R}\Omega + \omega)_\times \tilde{R} + \tilde{R}\Omega_\times \end{aligned}$$

En utilisant une propriété élémentaire des matrices de préproduit vectoriel, on obtient alors :

$$(\tilde{R}\Omega)_\times = \tilde{R}\Omega_\times \tilde{R}^T \quad \Rightarrow \quad \dot{\tilde{R}} = -\omega_\times \tilde{R}$$

Considérons maintenant la fonction de stockage définie par :

$$E_t = \frac{1}{2} \|I_3 - \tilde{R}\|^2$$

En remarquant que  $(I_3 - \tilde{R})^T (I_3 - \tilde{R}) = 2I_3 - \tilde{R} - \tilde{R}^T$ , on déduit aisément que :

$$E_t = \frac{1}{2} \|I_3 - \tilde{R}\|^2 = \frac{1}{2} \text{tr}(I_3 - \tilde{R}) \quad (5.23)$$

En dérivant (5.23), nous avons alors :

$$\dot{E}_t = -\frac{1}{2} \text{tr}(\dot{\tilde{R}}) = \frac{1}{2} \text{tr}(\omega_\times \tilde{R}) = -\langle \omega_\times, \tilde{R} \rangle = -\langle \omega_\times, \pi_a(\tilde{R}) \rangle$$

La définition de  $\omega$  donnée par (5.22) donne alors :

$$\dot{E}_t = -k_R \|\pi_a(\tilde{R})\|^2$$

Cette expression de  $\dot{E}_t$  garantit la convergence exponentielle de  $\tilde{R}$  vers  $I_3$ . En effet, en utilisant (5.19) et (5.23), nous pouvons exprimer  $E_t$  comme une fonction de l'angle de rotation associé à  $\tilde{R}$  :

$$E_t = 1 - \cos \tilde{\theta} = 2 \left( \sin \frac{\tilde{\theta}}{2} \right)^2 \quad \text{et} \quad \|\pi_a(\tilde{R})\|^2 = (\sin \tilde{\theta})^2 \|\tilde{a}_\times\|^2 = 4 \left( \cos \frac{\tilde{\theta}}{2} \right)^2 \left( \sin \frac{\tilde{\theta}}{2} \right)^2$$

On a donc bien une convergence exponentielle dont le taux de convergence  $1/\tau = 2k_R \left( \cos \frac{\tilde{\theta}(0)}{2} \right)^2$  est strictement positif pour peu que l'angle de rotation  $\tilde{\theta}$  associé à  $\tilde{R}$  vérifie, pour  $\epsilon > 0$ ,  $|\tilde{\theta}(0)| < \pi - \epsilon$  :

$$\dot{E}_t \leq -\frac{1}{\tau} E_t$$

Ce qui implique  $\tilde{\theta} \rightarrow 0$ , et donc  $\tilde{R} \rightarrow 0$ . □

Nous allons maintenant présenter un filtrage, plus proche dans sa structure d'un filtre complémentaire classique, qui exploite la structure passive de l'équation cinématique de rotation. Nous discuterons ensuite les différences avec le filtre direct.

▷ **Filtre complémentaire passif**

**Lemme 12** *Considérons le système cinématique du premier ordre (5.21). Supposons que l'on dispose des mesures  $R_m$  et  $\Omega_m$  telles que :*

$$R_m \approx R \quad \text{et} \quad \Omega_m \approx \Omega$$

*Nous introduisons l'innovation de l'estimateur :  $\tilde{R}_m = \hat{R}^T R_m$ . Le filtre complémentaire :*

$$\dot{\tilde{R}} = \hat{R}(\Omega_m + \omega)_{\times} \quad \text{avec} \quad \omega_{\times} = k_R \pi_a(\tilde{R}_m), \quad k_R > 0 \quad (5.24)$$

*assure la convergence exponentielle de  $\tilde{R}$  vers  $I_3$  pour tout  $\tilde{\theta}(0)$  vérifiant  $\forall \epsilon > 0, |\tilde{\theta}(0)| < \pi - \epsilon$ .*

**Preuve.** De la même façon que pour la démonstration du lemme 11, nous prenons  $R_m \equiv R$ ,  $\Omega_m = \Omega$  et  $\tilde{R}_m \equiv \tilde{R}$ . Le calcul de  $\dot{\tilde{R}}$  donne :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{R}} &= -(\Omega + \omega)_{\times} \hat{R}^T R + \hat{R}^T R \Omega_{\times} \\ &= \tilde{R} \Omega_{\times} - \Omega_{\times} \tilde{R} - \omega_{\times} \tilde{R} \end{aligned}$$

Nous prenons comme fonction de stockage la même fonction  $E_t$  :

$$E_t = \frac{1}{2} \|I_3 - \tilde{R}\|^2 = \frac{1}{2} \text{tr}(I_3 - \tilde{R})$$

dont la dérivée s'écrit :

$$\dot{E}_t = -\frac{1}{2} \text{tr}(\dot{\tilde{R}}) = -\frac{1}{2} \underbrace{\text{tr}(\tilde{R} \Omega_{\times} - \Omega_{\times} \tilde{R})}_{=0} + \frac{1}{2} \text{tr}(\omega_{\times} \tilde{R})$$

Les propriétés de la trace rendent ainsi passif le terme  $\tilde{R} \Omega_{\times} - \Omega_{\times} \tilde{R}$  présent dans l'équation cinématique de  $\tilde{R}$ , ce qui permet de retrouver, pour  $\omega$  donné par (5.24) :

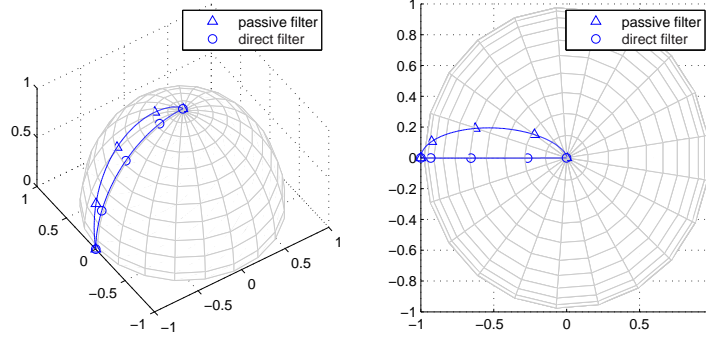
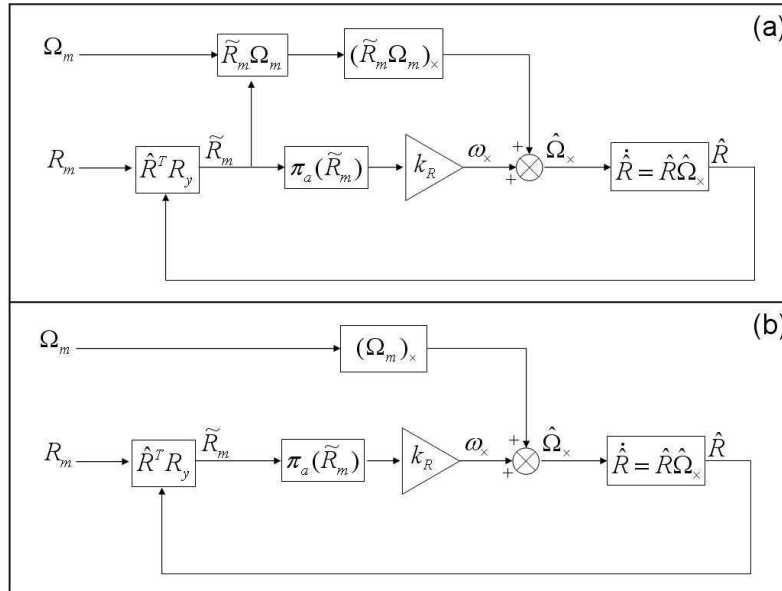
$$\dot{E}_t = -\langle \omega_{\times}, \tilde{R} \rangle = -k_R \|\pi_a(\tilde{R})\|^2$$

□

Nous avons simulé l'évolution de l'erreur d'estimation  $\tilde{R}$ , pour un écart initial de  $90^\circ$  autour de l'axe  $e_1$  ( $\tilde{R}(0) = \exp(\frac{\pi}{2} e_{1\times})$ ) et une vitesse angulaire  $\Omega = 0.1rd/se_3$ . La figure 5.5 illustre l'évolution du vecteur  $\tilde{R}e_3$  sur la sphère unité, dans le cas d'un filtrage direct et passif. Les trajectoires des deux filtres sont différentes, car l'expression de  $\dot{\tilde{R}}$  est différente selon que l'on considère un filtrage direct ou passif. Cependant, la vitesse de convergence est la même pour les deux filtres. Ceci est mis en évidence par le fait qu'en un même instant, l'erreur d'estimation des deux filtres est sur un même cercle, ce qui montre que l'écart angulaire  $\tilde{\theta}$  décroît à la même vitesse, selon que l'on considère un filtre passif ou direct.

**Remarque 6** *La figure 5.6a illustre le schéma bloc du filtre direct. Le filtrage direct commence par projeter la mesure des gyroscopes dans le repère estimateur  $\mathcal{E}$  avant de l'intégrer pour prédire l'évolution de l'attitude à court terme. En conséquence, les mesures  $\Omega_m$  sont prémultipliées par  $\tilde{R}_m$ , ce qui peut apporter du bruit supplémentaire au niveau de la prédiction. Le filtrage passif s'affranchit de ce changement de base. Il en résulte une structure plus proche d'un filtre complémentaire classique (voir figure 5.1) pour lequel on aurait  $C(s) = k_R$ , comme on peut le voir sur la figure 5.6b. En effet, le calcul  $\tilde{R}_m = \hat{R}^T R$  est équivalent, sur le groupe  $SO(3)$  muni du produit usuel sur les matrices, à un bloc soustracteur dans un espace vectoriel.*

Nous allons maintenant nous intéresser au problème classique d'estimation d'attitude avec extraction du biais des gyroscopes.


 FIG. 5.5: Evolution du vecteur  $\tilde{R}e_3$  sur la sphère unité pour un filtrage direct et un filtrage passif

 FIG. 5.6: Schéma bloc des filtres d'estimation sur  $SO(3)$  : (a) filtrage direct – (b) filtrage passif

### 5.1.4.3 Extraction du biais des gyroscopes

Les filtres présentés dans la section précédente étaient destinés à mettre en évidence la structure passive de la cinématique d'attitude et l'analogie du filtrage passif avec un filtre complémentaire classique, dans le cas le plus simple où la dynamique du filtre est un simple retour proportionnel. L'ajout d'un biais au niveau de la mesure des gyroscopes agit comme une perturbation constante dans la dynamique de l'estimateur. Il en résulte un écart statique entre état estimé et état réel. L'extraction du biais des gyroscopes consiste à ajouter un intégrateur dans l'expression de  $\omega$  pour que cet écart statique tende vers zéro.

**Théorème 5** *Considérons le système cinématique du premier ordre (5.21). Supposons que l'on dispose des mesures  $R_m$  et  $\Omega_m$  telles que :*

$$R_m \approx R \quad \text{et} \quad \Omega_m \approx \Omega + b$$

où  $b$  est une constante inconnue. Nous introduisons les erreurs d'estimation suivantes :

$$\tilde{R}_m = \hat{R}^T R_m \quad \text{et} \quad \tilde{b} = b - \hat{b}$$

Le filtre complémentaire :

$$\dot{\hat{R}} = \hat{R}(\Omega_m - \hat{b} + \omega)_\times \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \omega_\times = k_R \pi_a(\tilde{R}_m), & k_R > 0 \\ \dot{\hat{b}}_\times = -k_b \pi_a(\tilde{R}_m), & k_b > 0 \end{cases} \quad (5.25)$$

assure la convergence de  $\tilde{R}$  vers  $I_3$  et de l'erreur d'estimation sur le biais des gyroscopes  $\tilde{b}$  vers zéro pour tout  $\tilde{\theta}(0)$ ,  $\tilde{b}(0)$  et  $k_b$  vérifiant :

$$\forall \epsilon > 0, |\tilde{\theta}(0)| < \pi - \epsilon \quad \text{et} \quad k_b > \frac{\|\tilde{b}(0)\|^2}{1 + \cos \tilde{\theta}(0)} \quad (5.26)$$

**Preuve.** Considérons  $R_m \equiv R$ ,  $\tilde{R}_m \equiv \tilde{R}$ , et  $\Omega_m \equiv \Omega + b$ . Le calcul de  $\dot{\tilde{R}}$  donne :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{R}} &= -(\Omega + \tilde{b} + \omega)_\times \hat{R}^T R + \hat{R}^T R \Omega_\times \\ &= \tilde{R} \Omega_\times - \Omega_\times \tilde{R} - \omega_\times \tilde{R} - \tilde{b}_\times \tilde{R} \end{aligned} \quad (5.27)$$

Nous prenons comme fonction de stockage la fonction  $S_t$  :

$$S_t = \frac{1}{2} \|I_3 - \tilde{R}\|^2 + \frac{1}{2k_b} \|\tilde{b}\|^2 = \frac{1}{2} \text{tr}(I_3 - \tilde{R}) + \frac{1}{2k_b} \|\tilde{b}\|^2$$

En utilisant (5.27), la dérivée de  $S_t$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{S}_t &= -\frac{1}{2} \text{tr}(\dot{\tilde{R}}) - \frac{1}{k_b} \tilde{b}^T \dot{\tilde{b}} \\ &= \frac{1}{2} \text{tr}(\omega_\times \tilde{R}) + \frac{1}{2} \text{tr}(\tilde{b}_\times \tilde{R}) - \frac{1}{k_b} \tilde{b}^T \dot{\tilde{b}} \\ &= -\langle \langle \omega_\times, \tilde{R} \rangle \rangle - \langle \langle \tilde{b}_\times, \tilde{R} \rangle \rangle - \frac{1}{k_b} \tilde{b}^T \dot{\tilde{b}} \\ &= -\langle \langle \omega_\times, \pi_a(\tilde{R}) \rangle \rangle - \langle \langle \tilde{b}_\times, \pi_a(\tilde{R}) \rangle \rangle - \frac{1}{k_b} \tilde{b}^T \dot{\tilde{b}} \end{aligned}$$

En utilisant la propriété (5.20) liant le produit scalaire des matrices antisymétriques et le produit scalaire sur  $\mathbb{R}^3$ , on obtient :

$$\tilde{b}^T \dot{\tilde{b}} = \langle \langle \tilde{b}_\times, \dot{\tilde{b}}_\times \rangle \rangle \quad \Leftrightarrow \quad \dot{S}_t = -\langle \langle \omega_\times, \pi_a(\tilde{R}) \rangle \rangle + \langle \langle \tilde{b}_\times, \pi_a(\tilde{R}) - \frac{1}{k_b} \dot{\tilde{b}}_\times \rangle \rangle$$

Le choix du filtre adaptatif sur  $\hat{b}$  et du terme correctif  $\omega$  (5.25) assurent alors la non positivité de la fonction  $\dot{S}_t$  :

$$\dot{S}_t = -k_R \|\pi_a(\tilde{R})\|^2$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov étant seulement semi-définie négative, les propriétés de convergence exponentielle des lemmes 11 et 12 sont perdues. On peut seulement dire que la fonction de stockage est bornée  $V(t) \leq V(0)$ , et donc que  $\tilde{b}$  est borné. Le théorème des espaces invariants de LaSalle ne peut pas être directement invoquée car la dynamique de l'erreur d'estimation  $\tilde{R}$  n'est pas autonome (elle dépend explicitement du temps par le terme  $\Omega(t)$ , qui est borné). Cependant, la fonction  $\dot{S}$  est uniformément continue car la dérivée seconde de  $S(t)$  est bornée :

$$\begin{aligned} \ddot{S} &= -k_R \pi_a(\tilde{R})^T \pi_a(\dot{\tilde{R}}) \\ &= -k_R \pi_a(\tilde{R})^T \pi_a \left( \tilde{R} \Omega_\times - \Omega_\times \tilde{R} - (\omega + \tilde{b})_\times \tilde{R} \right) \end{aligned}$$

Le lemme de Barbalat sur les systèmes non autonomes [15] permet alors de conclure que  $\pi_a(\tilde{R})$  tend vers zéro. En utilisant les paramètres de la rotation associée à  $\tilde{R}$ , il vient :

$$\sin(\tilde{\theta})\tilde{a}_\times \rightarrow 0$$

Comme  $\tilde{a}$  est un vecteur unitaire, nous avons donc  $\tilde{\theta} \rightarrow 0$  ou  $\tilde{\theta} \rightarrow \pm\pi$ . L'attitude estimée peut donc converger soit vers l'attitude réelle, soit vers une attitude déduite de l'attitude réelle par une rotation de  $180^\circ$  [63]. Pour assurer que  $\tilde{\theta} \rightarrow 0$ , une condition suffisante est d'initialiser l'estimateur sur une équipotentielle de  $S_t$  qui n'inclue pas les points  $\pm\pi$ . Pour  $\tilde{\theta} = \pi$ , nous avons  $\forall \tilde{b} \in \mathbb{R}^3, S_t(\pi, \tilde{b}) \geq 2$ . Ainsi, si on prend à l'instant initial  $S_t(0) < 2$ , on garantit que  $\tilde{\theta} = \pi$  n'est pas sur l'isocontour  $S_t(0)$ . Comme  $\dot{S}_t \leq 0$ ,  $S_t$  décroît au cours du temps et l'état de l'estimateur converge bien vers  $\tilde{\theta} = 0$ . La condition (5.26) garantit  $S_t(0) < 2$ . Nous avons donc  $\tilde{R} \rightarrow I_3$ . Le filtre d'estimation sur  $\hat{b}$  et l'expression de  $\dot{\tilde{R}}$  donnée par (5.27) assurent que l'erreur d'estimation sur le biais des gyroscopes converge vers une valeur constante vérifiant :

$$\tilde{b}_\times^\infty = 0 \quad \Rightarrow \quad \tilde{b}^\infty = 0$$

□

La condition sur le gain  $k_b$  et l'état initial du filtre est clairement une condition suffisante. La figure 5.7 illustre la convergence du filtre pour deux états initiaux du filtre. Les isocontours de la fonction  $S_t$  sont représentés, et l'isocontour  $S_t = 2$  est représenté en gras. Même lorsque l'initialisation est réalisée à l'extérieur du contour, la convergence de  $\tilde{\theta}$  vers zéro est observée.

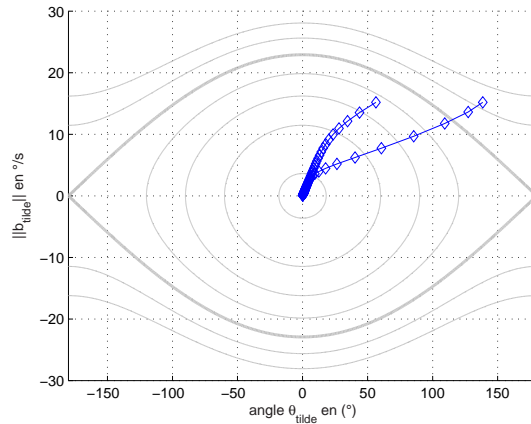


FIG. 5.7: Convergence du filtre d'estimation pour une initialisation à l'intérieur et à l'extérieur de l'isocontour  $S_t = 2$

Tous les développements ont été faits dans l'espace des matrices orthogonales, car cette représentation d'attitude dépourvue de singularités est la plus facile à interpréter et à comprendre physiquement. Cependant, il est clair que la formulation dans  $SO(3)$  est plus difficile à implémenter dans un calculateur, dans la mesure où elle met en jeu neuf paramètres, et où l'intégration numérique peut entraîner des erreurs qu'il faut corriger par des procédures lourdes d'orthonormalisation. Aussi, dans la section qui va suivre, nous allons proposer un filtrage équivalent, plus facile à implémenter, dans l'espace des quaternions d'attitude.

#### 5.1.4.4 Formulation dans l'espace des quaternions

La représentation par quaternions permet d'avoir une représentation de l'attitude sans singularités qui ne nécessite que 4 paramètres. Intéressons nous dans un premier temps au lien qui existe entre les matrices orthogonales et les quaternions. Considérons l'ensemble des quaternions unitaires  $\mathbb{Q}_1 = \{q = (s, v) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3 / s^2 + |v|^2 = 1\}$ .  $\mathbb{Q}_1$ , muni du produit usuel sur l'algèbre des quaternions défini par :

$$\forall q_1, q_2 \in \mathbb{Q}_1, \quad q_1 \otimes q_2 = \begin{bmatrix} s_1 s_2 - v_1^T v_2 \\ s_1 v_2 + s_2 v_1 + v_1 \times v_2 \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

est un groupe non commutatif dont l'élément neutre est  $\mathbf{1} = (1, 0)$ .  $\mathbb{Q}_1$  est également appelé le groupe des quaternions d'attitude, car à toute rotation de paramètres  $(\theta, a)$  peut être associé le quaternion  $q \in \mathbb{Q}_1$  défini par :

$$q = \begin{bmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ a \sin \frac{\theta}{2} \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

Ainsi, à tout quaternion unitaire, on peut associer une matrice orthogonale. En utilisant (5.18) et (5.29), on montre que l'application  $F_R : \mathbb{Q}_1 \rightarrow SO(3)$  définie par :

$$F_R(q) = I_3 + 2\text{sk}(v)s + 2\text{sk}(v)^2$$

est surjective. Inversement, étant donné une matrice  $P = (p_{ij}) \in SO(3)$ , on peut lui associer un quaternion unitaire par l'application  $F_q : SO(3) \rightarrow \mathbb{Q}_1$  définie par :

$$F_q(P) = \begin{bmatrix} s \\ -\text{sign}(\text{tr}(v \times \pi_a(\tilde{R})))v \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} s = \frac{1}{2}\sqrt{1 + p_{11} + p_{22} + p_{33}} \\ v_1 = \frac{1}{2}\sqrt{1 + p_{11} - p_{22} - p_{33}} \\ v_2 = \frac{1}{2}\sqrt{1 - p_{11} + p_{22} - p_{33}} \\ v_3 = \frac{1}{2}\sqrt{1 - p_{11} - p_{22} + p_{33}} \end{cases} \quad (5.30)$$

Dans la suite du document, nous appellerons  $q$  le quaternion d'attitude associé à l'orientation de  $\mathcal{B}$  par rapport à  $\mathcal{I}$ , c'est à dire vérifiant :  $q = F_q(R)$ . Lorsqu'on considère une représentation de l'attitude basée sur les quaternions, l'équation cinématique d'attitude se reformule de façon particulièrement simple [64, 34] :

$$\dot{q} = \frac{1}{2}q \otimes \mathfrak{p}(\Omega) \quad (5.31)$$

où  $\mathfrak{p}(\Omega) = (0, \Omega)$  désigne le quaternion pur associé à  $\Omega$ . Voyons maintenant comment le filtrage proposé dans le théorème 5 peut se formuler de façon équivalente dans l'espace des quaternions d'attitude.

**Théorème 6** *Considérons le système cinématique du premier ordre (5.31). Supposons que l'on dispose des mesures  $R_m$  et  $\Omega_m$  telles que :*

$$R_m \approx R \quad \text{et} \quad \Omega_m \approx \Omega + b$$

où  $b$  est une constante inconnue. Soit  $q_m = F_q(R_m)$ . Nous introduisons les erreurs d'estimation suivantes :

$$\tilde{q}_m = \begin{bmatrix} \tilde{s}_m \\ \tilde{v}_m \end{bmatrix} = \hat{q}^{-1} \otimes q_m \quad \text{et} \quad \tilde{b} = b - \hat{b}$$

Le filtre complémentaire :

$$\begin{cases} \dot{\hat{q}} &= \frac{1}{2}\hat{q} \otimes p(\Omega_m - \hat{b} + \omega) \\ \omega &= k_R \tilde{s}_m \tilde{v}_m \\ \dot{\hat{b}} &= -k_b \tilde{s}_m \tilde{v}_m \end{cases} \quad (5.32)$$

assure la convergence de  $\tilde{q} = (\tilde{s}, \tilde{v}) = \hat{q}^{-1} \otimes q$  vers  $\mathbf{1}$  et de l'erreur d'estimation sur le biais des gyroscopes  $\tilde{b}$  vers zéro pour tout  $\tilde{\theta}(0)$ ,  $\tilde{b}(0)$  et  $k_b$  vérifiant (5.26).

**Preuve.** Supposons que  $q_m \equiv q$  et  $\tilde{q}_m \equiv \tilde{q}$  et considérons la fonction de stockage suivante :

$$V = \|\tilde{v}\|^2 + \frac{1}{2k_b} \|\tilde{b}\|^2$$

dont la dérivée temporelle est donnée par :

$$\dot{V} = 2\tilde{v}^T \dot{\tilde{v}} - \frac{1}{k_b} \tilde{b}^T \dot{\tilde{b}}$$

Intéressons nous au calcul de  $\dot{\tilde{v}}$ . Rappelons tout d'abord que<sup>12</sup> :

$$\frac{d}{dt}[\hat{q}^{-1}] = -\hat{q}^{-1} \otimes \dot{\hat{q}} \otimes \hat{q}^{-1}$$

Quand on dérive  $\tilde{q}$ , on obtient, en utilisant (5.31) et (5.32) :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{q}} &= \frac{d}{dt}[\hat{q}^{-1}] \otimes q + \hat{q}^{-1} \otimes \dot{q} \\ &= -\frac{1}{2} \underbrace{\hat{q}^{-1} \otimes \hat{q}}_{=\mathbf{1}} \otimes p(\Omega_m - \hat{b} + \omega) \otimes \underbrace{\hat{q}^{-1} \otimes q}_{=\tilde{q}} + \frac{1}{2} \underbrace{\hat{q}^{-1} \otimes q}_{=\tilde{q}} \otimes p(\Omega) \end{aligned}$$

En gardant à l'esprit que la mesure disponible du vecteur instantané de rotation  $\Omega_m$  est polluée par un biais  $b$  tel que  $\Omega_m \equiv \Omega + b$ , alors  $\dot{\tilde{q}}$  s'écrit finalement :

$$\dot{\tilde{q}} = \frac{1}{2} [\tilde{q} \otimes p(\Omega) - p(\Omega) \otimes \tilde{q} - p(\tilde{b} + \omega) \otimes \tilde{q}] \quad (5.33)$$

En utilisant la forme explicite du produit de deux quaternions (5.28),  $\dot{\tilde{v}}$  s'exprime :

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{v}} &= \frac{1}{2} [(\tilde{s}\Omega + \tilde{v} \times \Omega) - (\tilde{s}\Omega + \Omega \times \tilde{v}) - (\tilde{s}(\tilde{b} + \omega) + (\tilde{b} + \omega) \times \tilde{v})] \\ &= \frac{1}{2} [\tilde{v} \times (2\Omega + \tilde{b} + \omega) - \tilde{s}(\tilde{b} + \omega)] \end{aligned}$$

La dérivée temporelle de  $V$  s'écrit alors :

$$\dot{V} = \underbrace{\tilde{v}^T [\tilde{v} \times (2\Omega + \tilde{b} + \omega)]}_{=0} - \tilde{v}^T \tilde{s}(\tilde{b} + \omega) - \frac{1}{k_b} \tilde{b}^T \dot{\tilde{b}}$$

pour se mettre finalement sous la forme :

$$\dot{V} = -\omega^T \tilde{s}\tilde{v} - \tilde{b}^T \left( \frac{1}{k_b} \dot{\tilde{b}} + \tilde{s}\tilde{v} \right)$$

<sup>12</sup>Cela est dû au fait que  $\forall q \in \mathbb{Q}, q \otimes q^{-1} = \mathbf{1}$ . En dérivant cette relation, on obtient :

$$\dot{q} \otimes q^{-1} + q \otimes [\dot{q}^{-1}] = 0 \quad \Leftrightarrow \quad [\dot{q}^{-1}] = -q^{-1} \otimes \dot{q} \otimes q^{-1}$$

La loi d'estimation  $\omega$  et le filtre adaptatif sur  $\hat{b}$  définis par (5.32) assurent que  $\dot{V}$  est non positive :

$$\dot{V} = -k_R \|\tilde{s}\tilde{v}\|^2$$

Sous réserve que  $\Omega(t)$  soit un signal borné, la dérivée de  $V$  est uniformément continue et on peut appliquer le lemme de Barbalat de la même façon que pour le théorème 5. On garantit alors que  $\tilde{s}\tilde{v} \rightarrow 0$ . Or, en considérant  $\tilde{q}$  comme une rotation de paramètres  $(\tilde{\theta}, \tilde{a})$  entre l'attitude estimée et l'attitude réelle du véhicule, la relation (5.29) permet d'écrire :

$$\tilde{s}\tilde{v} = \left(\cos \frac{\tilde{\theta}}{2} \sin \frac{\tilde{\theta}}{2}\right) \tilde{a} = \frac{1}{2}(\sin \tilde{\theta}) \tilde{a} \quad \Rightarrow \quad \|\tilde{s}\tilde{v}\|^2 = \frac{1}{4} \|\pi_a(\tilde{R})\|^2$$

Nous avons alors  $\dot{V} = -\frac{k_R}{4} \|\pi_a(\tilde{R})\|^2$ , et la condition (5.26) est suffisante pour avoir  $\tilde{q} \rightarrow \mathbf{1}$ . Le filtre adaptatif sur  $\hat{b}$  entraîne  $\dot{\hat{b}} \rightarrow 0$ . Par conséquent, l'erreur d'estimation sur le biais du gyroscope  $\tilde{b}$  converge vers une valeur constante  $\tilde{b}^\infty$ . Quand on passe à la limite dans l'équation (5.33), on obtient :

$$p(\tilde{b}^\infty) = 0$$

Ce qui entraîne naturellement  $\tilde{b}^\infty = 0$ . □

**Remarque 7** *Le filtre proposé (5.32) est la formulation équivalente du filtre passif (5.25) sur  $SO(3)$ . L'intérêt est de ne considérer que quatre paramètres pour estimer l'attitude, et de bénéficier de la robustesse naturelle des quaternions aux erreurs d'intégration numérique. En effet, il suffit de maintenir la norme du quaternion  $\hat{q}$  unitaire pour le maintenir sur  $\mathbb{Q}_1$ , ce qui est plus simple que de maintenir une matrice orthogonale. Il est intéressant de comparer cette formulation aux estimateurs d'attitude proposés dans la littérature. En dehors des filtres usuels de Kalman étendus, on trouve des filtres non linéaires développés par Thienel ou Salcudean [62, 65], que l'on peut écrire de façon équivalente, aux notations près :*

$$\begin{cases} \dot{\hat{q}} &= \frac{1}{2} \hat{q} \otimes p(\tilde{R}_m(\Omega_m - \hat{b} + \omega)) \\ \omega &= k_R \tilde{s}_m \tilde{v}_m \\ \dot{\hat{b}} &= -k_b \tilde{s}_m \tilde{v}_m \end{cases}$$

*Ce qui correspond au filtrage direct dans  $SO(3)$ . En tirant parti des propriétés de passivité de l'équation cinématique d'attitude, nous proposons ainsi un filtre plus simple, où l'étape de changement de base (via la multiplication par  $\tilde{R}_m$ ) est évitée.*

## 5.2 Estimation de position et restitution d'état complet

Dans la section précédente, nous avons développé des méthodes de filtrage inspirées du filtrage complémentaire pour l'estimation non linéaire d'attitude, d'abord appliquée à l'estimation de vecteurs inertiels (gravité et champ magnétique), puis directement dans l'espace des matrices orthogonales  $SO(3)$ . L'analogie entre le filtre proposé et la structure classique d'un filtre complémentaire conduit à un réglage aisé des gains. Maintenant que l'estimation d'attitude est acquise, il reste encore à obtenir une estimation de vitesse et de position exploitables par la loi de commande. Disposant d'une centrale inertielle, d'un récepteur GPS et d'un altimètre radar, nous avons choisi une approche basée sur la navigation inertielle hybridée. L'hybridation IMU/GPS, ou IMU/GPS/baroaltimètre est un problème qui a motivé des recherches intensives durant ces



dernières décades, tirant parti de l'expérience acquise au cours des cinquante dernières années sur le problème de la navigation inertielle [3, 64]. A l'heure actuelle, des solutions industrielles existent pour la navigation inertielle hybridée, qui satisfont des normes très strictes. Cependant, elles répondent à un problème de navigation sur de très grandes distances, au prix de techniques d'une grande complexité et de capteurs d'une précision et d'un prix très élevés. La navigation inertielle hybridée classique requiert des gyroscopes assez précis pour que l'attitude, déduite de leur simple intégration, reste fiable tout au long de la navigation. La position est alors prédite par intégration des accéléromètres, et comparée à la position GPS. L'écart constaté permet de corriger les paramètres de la centrale, comme le biais des accéléromètres, des gyroscopes, les défauts d'alignement, etc.

Une solution intermédiaire pour la navigation d'hélicoptères autonomes de taille intermédiaire (Yamaha RMax) consiste à recalculer l'attitude prédite par les gyroscopes par des magnétomètres et des inclinomètres, puis d'utiliser cette attitude estimée pour projeter les accéléromètres dans le repère inertiel et les intégrer afin d'en déduire la position [5, 24]. Le recalage en position corrige alors l'estimation de position, de vitesse et le biais des accéléromètres. Le recalage en attitude permet de s'affranchir de l'utilisation de gyroscopes extrêmement onéreux et d'utiliser des composants à faibles coûts, bien suffisants pour des navigations de courte durée sur un espace géographiquement restreint.

Le filtrage de Kalman reste la méthode la plus utilisée pour la fusion de données provenant de différents capteurs. La dynamique de translation étant linéaire, son application semble d'autant plus justifiée. Cependant la nécessité de projeter les accéléromètres dans le repère inertiel rend le système bilinéaire, obligeant à considérer un filtre instationnaire. Dans la section suivante, nous proposons un observateur non linéaire plus simple à implémenter.

### 5.2.1 Estimation d'état complète

Dans cette section, nous nous intéressons à l'observation d'état d'un système cinématique décrit par :

$$\begin{cases} \dot{\xi} = v \\ \dot{v} = Ra \\ \dot{R} = R\Omega_{\times} \end{cases} \quad (5.34)$$

où  $a$  désigne l'accélération absolue du véhicule dans le repère inertiel, projetée dans le repère corps :

$$a = {}^B\Gamma(M) \quad \text{avec} \quad \Gamma(M) = \left( \frac{d^2\mathbf{OM}}{dt^2} \right)_{\mathcal{I}}$$

Nous nous proposons de réaliser un observateur de l'état  $[\xi, v, R]$  en supposant que l'on dispose des mesures suivantes :

- une mesure de  $\Omega$  donnée par les gyroscopes, polluée par un biais  $b$  :  $\Omega_m = \Omega + b$ ,
- une mesure de  $a$ , donnée par les accéléromètres, à laquelle il faut retrancher la gravité  $\mathbf{g}(M)$  au point  $M$  (nous prenons ici l'hypothèse terre plate :  ${}^I\mathbf{g}(M) = ge_3$ ), et polluée par un biais  $a_0$  :  $a_m = a - gR^T e_3 + a_0$ ,
- une mesure  $R_m$  de  $R$  qui permet de recalculer l'intégration des gyroscopes, donnée par les magnétomètres et les inclinomètres, qui est fiable au moins à basse fréquence<sup>13</sup>.
- une mesure de position  $\xi_m$ .

<sup>13</sup> $R_m$  est constituée à partir de  $z_m$  donné par les magnétomètres, et de la mesure de la verticale donnée par l'inclinomètre qui fonctionne comme un accéléromètre sans biais

**Théorème 7** *Considérons le système cinématique (5.34). Supposons que l'on dispose des mesures proprioceptives  $a_m$  et  $\Omega_m$  telles que :*

$$a_m \approx a - gR^T e_3 + a_0 \quad \text{et} \quad \Omega_m \approx \Omega + b$$

où  $a_0$  et  $b$  sont des constantes inconnues. Supposons que l'on dispose des mesures exteroceptives  $R_m$  et  $\xi_m$ , vérifiant, à basse fréquence :

$$R_m \approx R \quad \text{et} \quad \xi_m \approx \xi$$

Définissons les erreurs d'estimation suivantes :

$$\begin{aligned} \tilde{\xi} &= \xi - \hat{\xi} && \text{erreur de position} \\ \tilde{v} &= v - \hat{v} && \text{erreur en vitesse} \\ \tilde{R} &= \hat{R}^T R && \text{erreur en attitude} \\ \tilde{a}_0 &= a_0 - \hat{a}_0 && \text{erreur sur le biais des accéléromètres} \\ \tilde{b} &= b - \hat{b} && \text{erreur sur le biais des gyroscopes} \end{aligned}$$

En introduisant les innovations  $\tilde{\xi}_m = \xi_m - \hat{\xi}$  et  $\tilde{R}_m = \hat{R}^T R_m$ , le filtrage :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\xi}} &= \hat{v} + k_\xi \tilde{\xi}_m \\ \dot{\tilde{v}} &= \hat{R}(a_m - \hat{a}_0) + g e_3 + k_v \tilde{\xi}_m \\ \dot{\tilde{a}}_0 &= \hat{R}^T (k_{a1} \tilde{\xi}_m - k_{a2} (\hat{R} \hat{\Omega})_\times \tilde{\xi}_m) \\ \dot{\tilde{R}} &= \hat{R} \hat{\Omega}_\times \\ \dot{\tilde{b}} &= -k_b \pi_a(\tilde{R}_m) \end{cases} \quad \text{avec} \quad \hat{\Omega} = \Omega_m - \hat{b} + k_R \pi_a(\tilde{R}_m) \quad (5.35)$$

assure la convergence de  $\tilde{\xi}, \tilde{v}, \tilde{a}_0, \tilde{b}$  vers 0 et de  $\tilde{R}$  vers l'identité  $I_3$ , pour  $\epsilon, k_\xi, k_v, k_{a1}$  et  $k_{a2}$  vérifiant :

$$k_\xi, \epsilon, k_{a2} > 0, \quad k_v = 1 + \epsilon k_\xi, \quad k_{a1} = (\epsilon - k_\xi) k_{a2}, \quad \text{et} \quad k_\xi - \epsilon k_v + k_{a1} > 0 \quad (5.36)$$

**Preuve.** D'après le théorème 5, le filtrage complémentaire sur l'attitude (5.25) garantit la convergence de  $\tilde{R}$  vers  $I_3$  et de  $\tilde{b}$  vers zéro. Il s'agit maintenant de stabiliser l'observation de la translation. Pour cela, nous allons procéder par backstepping.

**Etape 1.** Considérons la fonction de stockage suivante :

$$S_1 = \frac{1}{2} \|\tilde{\xi}\|^2$$

En prenant  $\tilde{\xi}_m \equiv \tilde{\xi}$ , la dérivée de  $S_1$  est donnée par :

$$\dot{S}_1 = \tilde{\xi}^T \dot{\tilde{\xi}} = \tilde{\xi}^T (\dot{\xi} - \dot{\hat{\xi}}) = \tilde{\xi}^T (v - \hat{v} - k_\xi \tilde{\xi}) = -k_\xi \|\tilde{\xi}\|^2 + \tilde{\xi}^T \tilde{v}$$

Si l'écart en vitesse  $\tilde{v}$  était nul, la non positivité de  $\dot{S}_1$  serait assurée. On augmente alors la fonction de stockage du terme  $\tilde{v}$ .

**Etape 2.** Considérons la fonction de stockage  $S_2$  :

$$S_2 = S_1 + \frac{1}{2} \|\tilde{v}\|^2 - \epsilon \tilde{\xi}^T \tilde{v}$$

Pour  $\epsilon < 1$ , la fonction  $S_2$  est bien définie positive, et sa dérivée est donnée par :

$$\begin{aligned}\dot{S}_2 &= -k_\xi \|\tilde{\xi}\|^2 + \tilde{\xi}^T \tilde{v} - \epsilon \tilde{v}^T (-k_\xi \tilde{\xi} + \tilde{v}) + (\tilde{v} - \epsilon \tilde{\xi})^T \dot{\tilde{v}} \\ &= -k_\xi \|\tilde{\xi}\|^2 - \epsilon \|\tilde{v}\|^2 + (1 + \epsilon k_\xi) \tilde{\xi}^T \tilde{v} + (\tilde{v} - \epsilon \tilde{\xi})^T \dot{\tilde{v}}\end{aligned}$$

L'expression de  $\dot{\tilde{v}}$  est donnée par :

$$\dot{\tilde{v}} = \dot{v} - \dot{\hat{v}} = Ra - \hat{R}(a_m - \hat{a}_0) - ge_3 - k_v \tilde{\xi}$$

En prenant  $a_m \equiv a - gR^T e_3 + a_0$ , nous avons alors :

$$\dot{\tilde{v}} = -k_v \tilde{\xi} - \hat{R} \tilde{a}_0 + \Delta_{\hat{R}} \quad \text{avec} \quad \Delta_{\hat{R}} = (R - \hat{R})a - g(I_3 - \hat{R}R^T)e_3 \quad (5.37)$$

Le terme  $\Delta_{\hat{R}}$  est un terme perturbateur qui tend vers zéro lorsque l'erreur d'estimation  $\tilde{R}$  tend vers  $I_3$ . En ramenant l'expression de  $\dot{\tilde{v}}$  dans l'expression de  $\dot{S}_2$ , on obtient en regroupant les termes :

$$\dot{S}_2 = -(k_\xi - \epsilon k_v) \|\tilde{\xi}\|^2 - \epsilon \|\tilde{v}\|^2 + (1 + \epsilon k_\xi - k_v) \tilde{\xi}^T \tilde{v} + (\tilde{v} - \epsilon \tilde{\xi})^T (-\hat{R} \tilde{a}_0 + \Delta_{\hat{R}})$$

Le choix du gain  $k_v$  (5.36) permet de neutraliser le produit croisé  $\tilde{\xi}^T \tilde{v}$ . Par ailleurs, en introduisant l'erreur sur le biais des accéléromètres ramené dans le repère inertiel :  $\tilde{c}_0 = \hat{R} \tilde{a}_0$ , nous obtenons :

$$\dot{S}_2 = -(k_\xi - \epsilon k_v) \|\tilde{\xi}\|^2 - \epsilon \|\tilde{v}\|^2 + (\tilde{v} - \epsilon \tilde{\xi})^T (-\tilde{c}_0 + \Delta_{\hat{R}})$$

Dans l'expression de  $\dot{S}_2$ , il apparaît l'erreur d'estimation du biais des accéléros via  $\tilde{c}_0$ . Le filtre d'estimation sur  $\hat{a}_0$  doit permettre de neutraliser cette perturbation.

**Etape 3.** Considérons la fonction de stockage  $S_3$  :

$$S_3 = S_2 + \frac{1}{2k_{a2}} \|\tilde{c}_0\|^2 + \tilde{\xi}^T \tilde{c}_0$$

On vérifiera que pour  $\epsilon, k_a < 1$ , la fonction est bien définie positive. Sa dérivée est donnée par :

$$\dot{S}_3 = -(k_\xi - \epsilon k_v) \|\tilde{\xi}\|^2 - \epsilon \|\tilde{v}\|^2 + (\tilde{v} - \epsilon \tilde{\xi})^T (-\tilde{c}_0 + \Delta_{\hat{R}}) + (-k_\xi \tilde{\xi} + \tilde{v})^T \tilde{c}_0 + (\tilde{\xi} + \frac{1}{k_{a2}} \tilde{c}_0)^T \dot{\tilde{c}}_0$$

Ainsi, en dérivant le terme  $\tilde{\xi}^T \tilde{c}_0$ , on compense le terme croisé  $\tilde{v}^T \tilde{c}_0$  dans l'expression de  $\dot{S}_3$ . Maintenant, calculons la dérivée de  $\tilde{c}_0$ . Nous avons :

$$\dot{\tilde{c}}_0 = \hat{R} \dot{\tilde{a}}_0 - \hat{R} \dot{\hat{a}}_0$$

Par définition de l'estimateur d'attitude  $\hat{R} = \hat{R} \hat{\Omega}_\times$ , et d'après la propriété des matrices de préproduit vectoriel  $\hat{R} \hat{\Omega}_\times \hat{R}^T = (\hat{R} \hat{\Omega})_\times$ , nous avons finalement :

$$\dot{\tilde{c}}_0 = (\hat{R} \hat{\Omega})_\times \tilde{c}_0 - \hat{R} \dot{\hat{a}}_0 \quad \Rightarrow \quad \tilde{c}_0^T \dot{\tilde{c}}_0 = -\tilde{c}_0^T \hat{R} \dot{\hat{a}}_0$$

Il vient alors, en regroupant les termes en  $\tilde{c}_0$  :

$$\dot{S}_3 = -(k_\xi - \epsilon k_v) \|\tilde{\xi}\|^2 - \epsilon \|\tilde{v}\|^2 + (\tilde{v} - \epsilon \tilde{\xi})^T \Delta_{\hat{R}} + \tilde{c}_0^T [(\epsilon - k_\xi) \tilde{\xi} - (\hat{R} \hat{\Omega})_\times \tilde{\xi} - \frac{1}{k_{a2}} \hat{R} \dot{\hat{a}}_0] - \tilde{\xi}^T \hat{R} \dot{\hat{a}}_0$$

Le choix du filtre adaptatif sur  $\hat{a}_0$  (5.35) et le choix du gain  $k_{a1}$  (5.36) permettent ainsi d'annuler l'action de  $\tilde{c}_0$  dans la dérivée de  $S_3$ . Par ailleurs, nous avons :

$$\tilde{\xi}^T \hat{R} \dot{\hat{a}}_0 = \tilde{\xi}^T (k_{a1} \tilde{\xi} - k_{a2} (\hat{R} \hat{\Omega})_{\times} \tilde{\xi}) = k_{a1} \|\tilde{\xi}\|^2$$

Nous avons ainsi :

$$\dot{S}_3 = -(k_{\xi} - \epsilon k_v + k_{a1}) \|\tilde{\xi}\|^2 - \epsilon \|\tilde{v}\|^2 + (\tilde{v} - \epsilon \tilde{\xi})^T \Delta_{\hat{R}}$$

Soit  $K_{\xi} = k_{\xi} - \epsilon k_v + k_{a1}$ . En utilisant l'inégalité de Cauchy-Shwarz sur le produit scalaire, on garantit :

$$\dot{S}_3 \leq -(K_{\xi} \|\tilde{\xi}\| - \epsilon \|\Delta_{\hat{R}}\|) \|\tilde{\xi}\| - (\epsilon \|\tilde{v}\| - \|\Delta_{\hat{R}}\|) \|\tilde{v}\|$$

En dehors d'un domaine compact vérifiant  $\|\tilde{\xi}\| \leq \frac{\epsilon}{K_{\xi}} \|\Delta_{\hat{R}}\|$  et  $\|\tilde{\xi}\| \leq \frac{1}{\epsilon} \|\Delta_{\hat{R}}\|$ , on est sûr que la dérivée de  $S_3$  est négative. Par ailleurs, comme  $\hat{R}$  tend vers  $I_3$ ,  $\Delta_{\hat{R}}$  tend vers zéro, et ce domaine tend à se contracter autour de l'origine, impliquant la convergence de  $\tilde{\xi}$  et de  $\tilde{v}$  vers zéro. En utilisant l'expression de  $\dot{\tilde{v}}$  (5.37), Le théorème de LaSalle assure que  $\tilde{c}_0$  tend vers zéro, ce qui implique naturellement la convergence vers zéro de l'erreur d'estimation sur le biais des accéléromètres.  $\square$

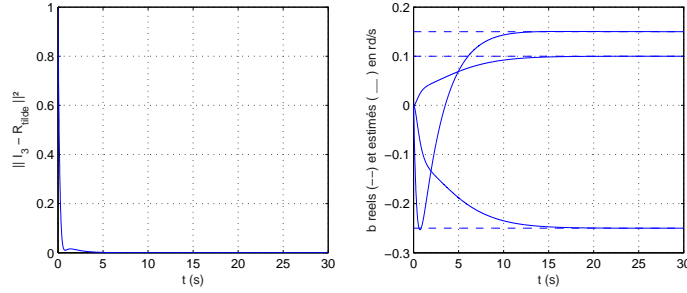


FIG. 5.8: Convergence de l'estimation d'attitude et du biais des gyroscopes

Nous avons simulé la réponse de l'observateur au cours d'un mouvement elliptique, décrit par  $\xi(t) = [30 \cos(0.2\pi t) - 20; 15 \sin(0.2\pi t) + 15; -5]$ . Les angles d'Euler décrivent le mouvement  $[\phi, \theta, \psi] = [\pi/3, 0, 0.2\pi t]$ . Le biais sur les accéléromètres vaut  $a_0 = [0.1; -0.2; 0.3]m/s^2$  et la dérive du gyroscope vaut  $b = [0.15; 0.1; -0.25]rd/s$ . L'estimateur est initialisé en  $[\hat{\xi}, \hat{v}, \hat{R}, \hat{a}_0, \hat{b}] = [0, 0, I_3, 0, 0]$ . L'estimateur a été réglé avec les gains d'estimation suivants :

$$\begin{aligned} k_{\xi} &= 1 & k_v &= 0.9 & k_R &= 3 \\ k_{a1} &= -0.09 & k_{a2} &= 0.1 & k_b &= 1 \end{aligned}$$

Sur la figure 5.9, on a représenté la convergence des erreurs sur la translation : erreurs en position, en vitesse et sur le biais des accéléromètres. La dynamique de l'estimation d'attitude est illustrée sur la figure 5.8. Elle est réglée pour être plus rapide que la dynamique d'estimation de la position.

Le processus de backstepping a conduit à la synthèse d'un estimateur non linéaire simple à implémenter et dont la preuve de convergence est simple à établir. Nous verrons dans la section suivante son application à la restitution d'altitude et à l'hybridation IMU/GPS dans le plan horizontal.

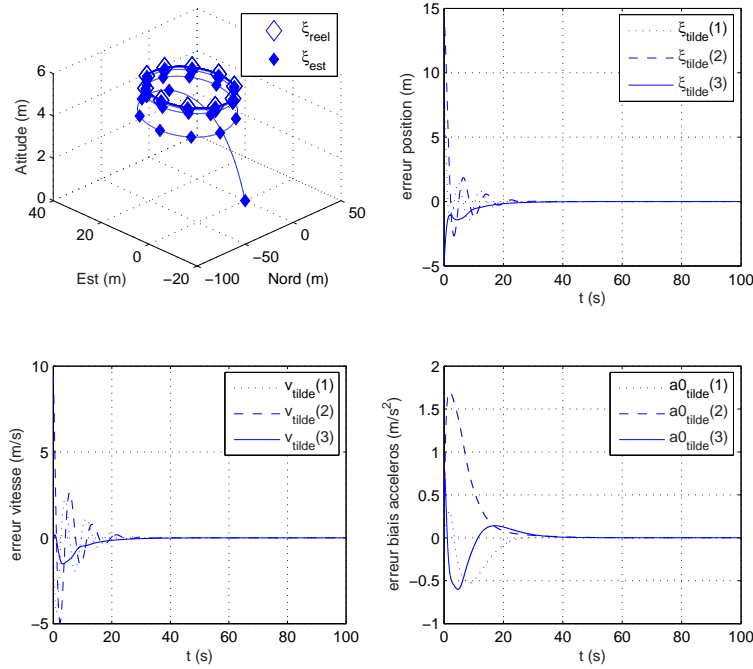


FIG. 5.9: Convergence du filtre d'estimation de l'état complet

### 5.3 Implémentation et expérimentations sur le HoverEye

La section précédente était consacrée aux développements de techniques d'observation permettant d'estimer l'état complet du véhicule, à partir d'une mesure d'attitude et de position. Maintenant, nous allons nous intéresser à la mise en œuvre de ces filtres sur le HoverEye, en adaptant les filtres proposés pour tenir compte des spécificités des capteurs embarqués sur le HoverEye.

#### 5.3.1 Implémentation de l'estimation d'attitude

##### ▷ Utilisation des accéléromètres pour la restitution de la verticale

La restitution de la verticale peut être implémentée sur le HoverEye en fusionnant les informations des accéléromètres et des gyroscopes de la centrale inertielle. Les gyroscopes fournissent une mesure de la vitesse instantanée de rotation polluée par un biais qui, pour les centrales inertielles bas coût autocompensées en température, oscille lentement autour d'une valeur moyenne. La lecture accélérométrique  $a_m$  fournit, pour une accélération faible, la direction de la gravité (voir section 1.2.1.1) :

$$a_m = R^T[\dot{v} - g e_3] \approx -g R^T e_3 + \mu \quad \text{et} \quad \Omega_m = \Omega + b(t) + \mu \quad \text{avec} \quad \dot{b} = \mu$$

$\mu$  est l'appellation générique d'un bruit blanc gaussien. L'estimation de verticale consiste à intégrer la mesure des gyroscopes et à recalibrer la dérive de la prédiction par les accéléromètres.

Nous appliquons le filtre proposé dans le Lemme 10, en prenant  $x_m = \frac{a_m}{\|a_m\|}$ . Comme on l'a vu dans la section 5.1.2, le choix de  $k_b$  règle la pulsation de coupure du filtre et permet de filtrer les accélérations parasites hautes fréquences et les vibrations dues aux hélices pendant le vol. Comme l'illustre la figure 5.10, le terme de prédiction limite le déphasage induit par le filtrage basse fréquence, qui aurait des conséquences catastrophiques pour le contrôle d'attitude en boucle fermée.

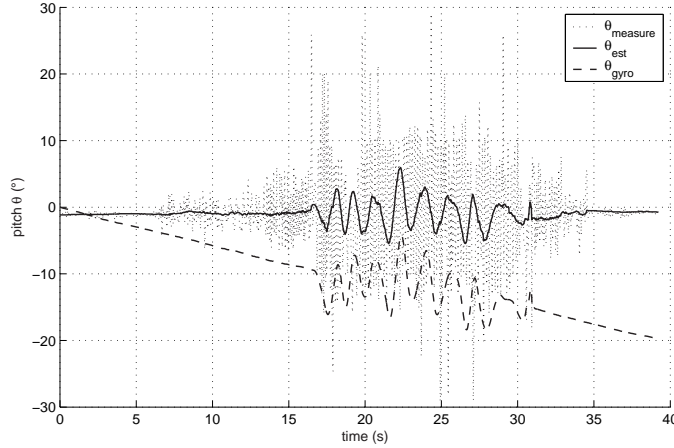


FIG. 5.10: Filtrage complémentaire pour l'estimation d'assiette du HoverEye

### ▷ Utilisation du magnétomètre pour l'estimation du Nord magnétique

Le HoverEye est équipé d'un magnétomètre 3-axes permettant de mesurer les composantes du champ magnétique terrestre  $\mathbf{h} = \|\mathbf{h}\|\mathbf{m}$  dans le repère corps. Le champ magnétique de la terre est similaire à celui d'un aimant aligné dans un axe Nord-Sud incliné de  $11^\circ$  par rapport à l'axe de rotation de la terre. Son amplitude est d'environ 0.5 gauss. Son inclinaison par rapport à l'horizontale et sa déclinaison par rapport au nord dépendent d'anomalies dues à l'environnement, mais peuvent être considérées comme localement constantes. Ainsi, l'inclinaison et la déclinaison magnétique à Paris valent respectivement  $60^\circ$  vers le bas et  $3^\circ$  ouest. La mesure donnée par le capteur s'écrit sous la forme suivante :

$$h_m = [h_{mx}, h_{my}, h_{mz}]^T = \|\mathbf{h}\|z + h_{mot} \quad (5.38)$$

Où  $h_{mot}$  est un champ magnétique perturbateur créé principalement par le moteur électrique. En effet, le moteur en rotation est à l'origine d'un offset qui corrompt irrémédiablement la mesure du capteur. Par conséquent, une phase de calibration est nécessaire pour s'affranchir de ce biais  $h_{mot}$ <sup>14</sup>. Ce terme peut être décomposé de la façon suivante :

$$h_{mot} = h_0(\varpi) + \mu$$

où  $\mu$  est un bruit résiduel haute fréquence, et  $H_0$  un offset qui dépend de la vitesse de rotation des hélices<sup>15</sup>  $\varpi$ . La phase de calibration consiste à déterminer empiriquement l'offset  $H_0$  pour

<sup>14</sup>De la même façon, les accéléromètres sont calibrés pour corriger le biais du capteur et aligner la direction de la gravité donnée par l'IMU avec la normale au plan de l'hélice.

<sup>15</sup>En toute rigueur, le champ perturbateur est plutôt lié à l'intensité du courant dans le moteur, mais devant l'impossibilité d'accéder à cette mesure, nous avons choisi de nous baser sur la vitesse de rotation des hélices.

différentes valeurs de  $\varpi$ . La démarche est la suivante : pour une vitesse de rotation  $\varpi$  donnée, le moteur crée un champ magnétique constant dans le repère corps. Supposons maintenant que l'on fasse tourner le véhicule autour de chacun de ses axes (roulis, tangage, lacet). Alors les mesures du magnétomètres décrivent un cercle, centré sur l'offset du capteur, comme illustré sur la figure 5.11, où on montre l'offset suivant les axes  $\mathbf{x}_b$  et  $\mathbf{y}_b$  lorsqu'on tourne autour de l'axe de lacet, pour différentes valeurs de  $\varpi$ . On détermine ainsi expérimentalement la fonction  $h_0(\varpi)$ . Au cours du vol, un compte tour mesure  $\varpi$  et l'offset correspondant  $h_0(\varpi)$  est retranché de la

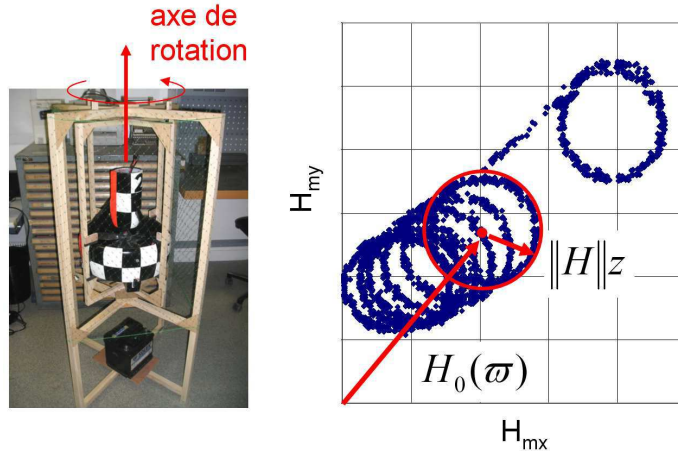


FIG. 5.11: Illustration de l'offset des magnétomètres le long des axes de tangage et de roulis

mesure. Nous avons ainsi :

$$z_m = \frac{h_m - h_0(\varpi)}{\|h_m - h_0(\varpi)\|}$$

Une fois la mesure des magnétomètres recalée, on peut l'utiliser telle quelle pour le filtre (5.14) et recalculer la prédiction gyroscopique pour obtenir une information de cap propre. On peut aussi la combiner avec la mesure des accéléromètres pour en déduire une matrice d'attitude mesurée  $R_m$ , ainsi que le quaternion associé  $q_m$  :

$$R_m = \left[ \frac{z_m - (x_m^T z_m)x_m}{\|z_m - (x_m^T z_m)x_m\|}, \frac{z_m \times x_m}{\|z_m \times x_m\|}, -x_m \right]^T \quad \text{et} \quad q_m = F_q(R_m)$$

et utiliser directement le filtrage proposé sur  $SO(3)$  (5.25). On a constaté expérimentalement que les filtres (5.25) et (5.14) avaient un comportement sensiblement équivalent. La figure 5.12 illustre l'estimation d'attitude pendant un essai, au cours duquel le pilote est resté en vol quasi-stationnaire, tout en faisant tourner le véhicule sur lui-même d'environ  $90^\circ$ , une fois vers la gauche, une fois vers la droite. Entre une prédiction issue de l'intégration des gyroscopes ( $\alpha_{gyro}$ ) qui dérive au cours du temps et d'une mesure de recalage très bruitée ( $\alpha_{meas}$ ), l'estimation réalise un compromis entre la précision court terme des mesures gyroscopiques et le recalage long terme de la mesure des magnétomètres et des accéléromètres, que ce soit en utilisant le filtre (5.14) ( $\alpha_{est1}$ ) ou bien (5.25) ( $\alpha_{est2}$ ).

Nous allons maintenant nous intéresser à l'implémentation des capteurs et des filtres permettant la restitution de la position. La position du véhicule est donnée par deux capteurs bien distincts dans leur fonctionnement et leur performances : le GPS fournit une mesure de position dans le plan horizontal à faible cadence d'échantillonnage (de 1 à 5Hz dans notre application),

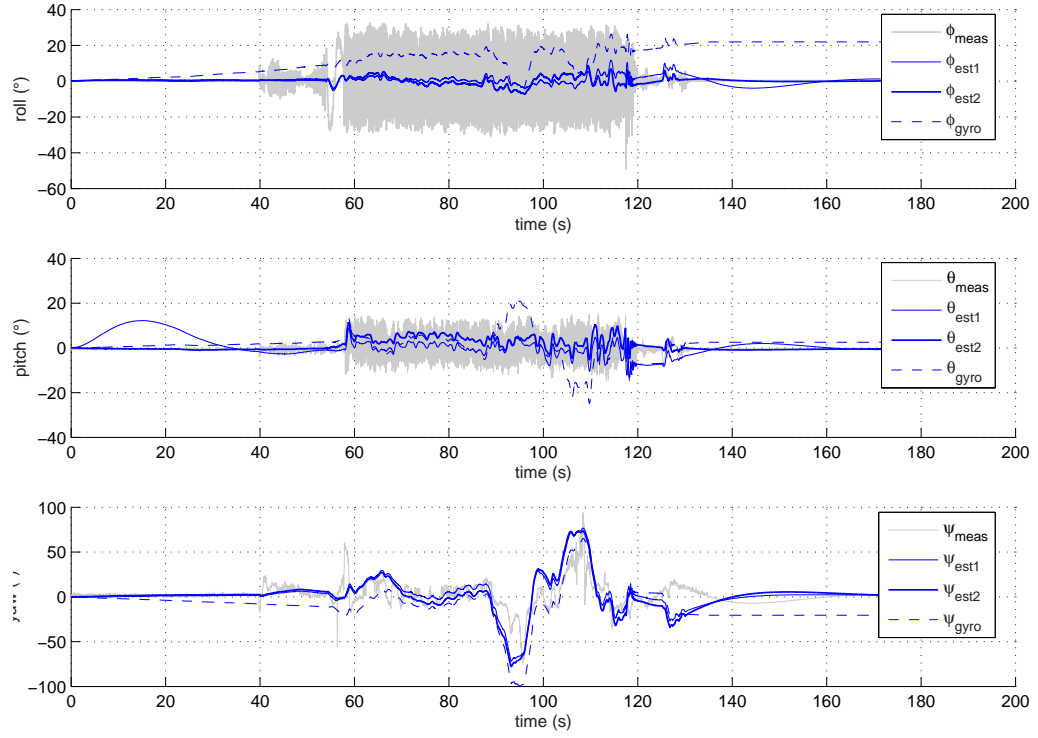


FIG. 5.12: Estimation d'attitude au cours d'un vol. Comparaison entre intégration pure des gyroscopes ( $\alpha_{gyro}$ ), mesures directe des capteurs ( $\alpha_{meas}$ ), et estimation d'attitude du théorème 4 ( $\alpha_{est1}$ ) et du théorème 5 ( $\alpha_{est2}$ )

entachée d'un bruit de mesure plutôt basse fréquence, et variant selon le nombre de satellites en vue de 2 à 5m. L'altimètre radar fournit une mesure de hauteur par rapport au sol à cadence élevée (de l'ordre de 50Hz), avec une bonne précision (bruit de mesure haute fréquence de  $\pm 30\text{cm}$ ) mais qui peut être souvent corrompue (mesures incohérentes) et présenter des discontinuités lorsque le véhicule survole un obstacle (discontinuité de terrain). Ajoutons à cela que le GPS fournit également une mesure de vitesse, généralement bien plus précise que la mesure de position, et on comprendra que pour l'implémentation sur le HoverEye, nous avons été amenés à séparer l'estimation d'altitude de l'estimation de position dans le plan horizontal.

### 5.3.2 Implémentation de la restitution d'altitude par altimétrie-radar

La restitution d'altitude consiste à utiliser uniquement la troisième composante du filtre (5.35) dans une version simplifiée. Le biais des accéléromètres n'est pas directement pris en compte, mais on suppose que la gravité n'est pas exactement  $g$ , mais  $g + g_0$ , où  $g_0$  est un facteur correctif



inconnu. Alors en prenant  $\hat{x} = -\hat{R}^T e_3$ , nous avons :

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{h}} \\ \dot{\hat{v}}_h \\ \dot{\hat{g}}_0 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{v}_h \\ \hat{x}^T a_m - (g - \hat{g}_0) \\ 0 \end{bmatrix}}_{\text{prédiction}} + \underbrace{\begin{bmatrix} k_h \\ k_{vh} \\ k_g \end{bmatrix}}_{\text{recalage}} (h_m - \hat{h})$$

Le problème dans l'implémentation réside dans le prétraitement de la mesure  $h_m$  donnée par l'altimètre radar (élimination des valeurs corrompues), et la prise en compte de discontinuités de terrain. En effet, que se passe-t-il lorsque le véhicule survole un obstacle ? La discontinuité dans la mesure de  $h_m$  conduit alors à un saut dans la vitesse verticale estimée qui ne correspond pas à la réalité de l'évolution de la vitesse verticale réelle. Il faut donc intégrer un dispositif permettant de détecter les anomalies de terrain, et d'inhiber la correction de vitesse verticale. L'estimation d'altitude, elle, doit converger au plus vite vers la nouvelle valeur  $h_m$ . Lorsque l'altitude estimée a rejoint la hauteur sol de l'obstacle  $h_m$  et que l'innovation de  $h_m - \hat{h}$  ne conduit pas à une variation brutale de  $\hat{v}_h$ , on désinhibe la correction de vitesse verticale.

La détection d'une discontinuité est basée sur une comparaison entre altitude mesurée et altitude prédite à l'instant  $k$ . On définit ainsi la fonction  $\mu$  par :

$$\mu = \begin{cases} 1 & \text{si } |h_m(k) - \hat{h}(k-1) - T_s \hat{v}_h(k-1)| > M \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

où  $M > 0$  est un seuil arbitraire. L'estimateur est alors donné par :

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{h}} \\ \dot{\hat{v}}_h \\ \dot{\hat{g}}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{v}_h \\ \hat{x}^T a_m - (g - \hat{g}_0) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_h(1 + N\mu) \\ k_{vh}(1 - \mu) \\ k_g(1 - \mu) \end{bmatrix} (h_m - \hat{h})$$

où  $N > 0$  est une constante positive qui accélère la convergence de l'estimation d'altitude vers la nouvelle hauteur sol et limite ainsi le laps de temps au cours duquel le recalage sur la vitesse verticale est inhibée. Nous avons pu expérimenter en vol l'intérêt de l'estimateur vertical en environnement intérieur sur un sol plat. Aux environs de  $t = 100s$ , le véhicule est placé au dessus d'une table pour simuler une discontinuité de terrain. La figure 5.13 montre la réponse de l'estimateur : lorsque l'inhibition est désactivée, la vitesse verticale montre des sauts en vitesse verticale au passage de la table, qui sont gommés lorsque l'inhibition  $\mu$  est activée.

### 5.3.3 Implémentation de l'hybridation IMU/GPS

Dans un dernier temps, nous allons nous intéresser à l'estimation de la position dans le plan horizontal en utilisant la mesure du GPS. Cette estimation, que nous appelons de façon abusive une hybridation IMU/GPS, consiste à utiliser l'intégration des accéléromètres pour limiter le déphasage induit par un filtrage passe bas des données GPS, agissant comme un lissage de la position estimée entre deux acquisitions GPS. La technologie du capteur GPS fournit une mesure de vitesse qui est généralement meilleure que la mesure de position, ce qui amène à modifier le filtre proposé (5.35) en un estimateur de position en cascade avec un estimateur de vitesse :

$$\begin{aligned} \text{(Position)} : \quad & \begin{bmatrix} \dot{\hat{\zeta}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{v}_\zeta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_\zeta \end{bmatrix} (\zeta_m - \hat{\zeta}) \\ \text{(Vitesse)} : \quad & \begin{bmatrix} \dot{\hat{v}}_\zeta \\ \dot{\hat{a}}_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{R}(a_m - \hat{a}_0) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{v\zeta} \\ -k_a \hat{R}^T \end{bmatrix} (v_{\zeta m} - \hat{v}_\zeta) \end{aligned}$$

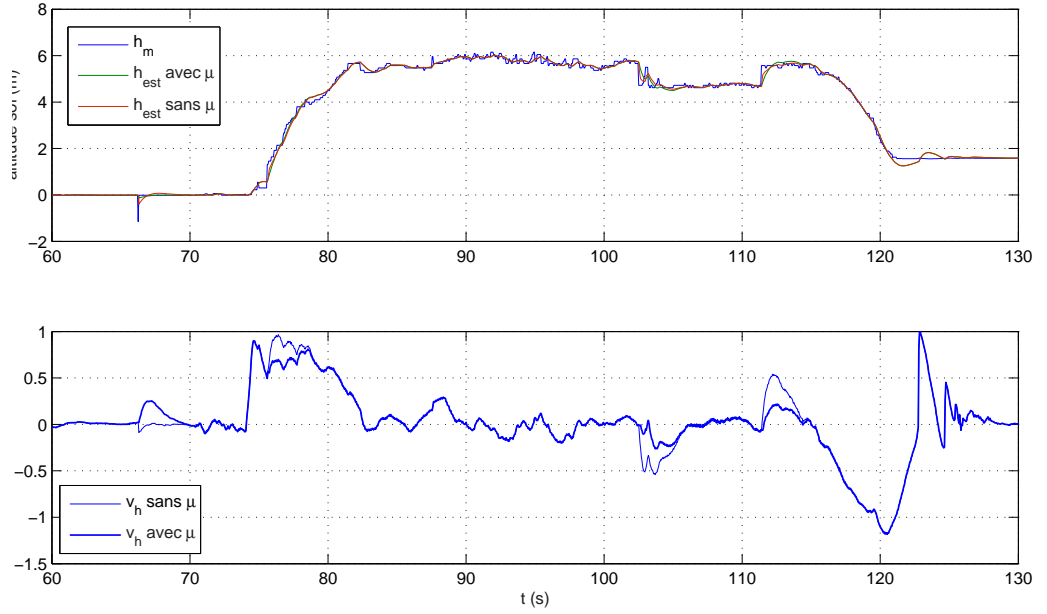


FIG. 5.13: Estimation d'altitude et de vitesse verticale, avec et sans facteur d'inhibition  $\mu$

Où  $\zeta = \pi_{e_3}\xi$ , et  $v_\zeta = \pi_{e_3}v$  désignent respectivement la position et la vitesse dans le plan horizontal.  $\zeta_m$  et  $v_{\zeta m}$  sont les mesures données par le GPS, et  $k_\zeta$ ,  $k_{v_\zeta}$  et  $k_a$  sont des gains positifs permettant de régler la dynamique du filtre. La bonne utilisation du GPS requiert d'abord de convertir les mesures dans le repère inertiel (hypothèse terre plate), et de s'affranchir des retards présents dans la mesure du capteur.

#### ▷ Conversion de la position GPS en coordonnées terre plate

A partir des données reçues par son antenne, le capteur GPS renvoie, après traitement, un message sur une liaison série en respectant un protocole de communication, appelé protocole NMEA, contenant différentes trames constituées des informations de latitude, de longitude, de vitesse, de qualité du signal, etc. Un exemple de trame est donné sur la figure 5.14. La position est donnée en latitude et longitude, avec une résolution d'arc de  $10^{-4}$  minutes, ce qui correspond à environ  $1.8m$ , et la vitesse est donnée avec une résolution de  $0.1kt$ , ce qui correspond à environ  $5cm/s$ .

Il s'agit maintenant de convertir l'information de latitude et de longitude en distances métriques, c'est à dire de passer d'un référencement géocentrique à une position dans le repère inertiel. La première étape consiste à déterminer les coordonnées de l'origine  $O$  du repère inertiel  $\mathcal{I}$ . On prend généralement la position initiale du drone, ou bien la position de la station sol. On travaillera ensuite sous l'hypothèse d'une terre plate. Il est donc important de choisir une origine dont on ne s'éloignera pas trop au cours de la mission.

Le système GPS renvoie une mesure de position absolue sur le globe terrestre sous forme de coordonnées  $(\lambda, \mu, h)$  de latitude, longitude et altitude par rapport à un ellipsoïde de référence qui approxime la forme de la terre (voir figure 5.15a). C'est l'ellipsoïde WGS84 (World Geodetic

\$GPRMC,073711.36,A,4329.2750,N,00522.8460,E,2.60,127.93,050804,0.0,W,A\*21

①      ②      ③      ④      ⑤      ⑥      ⑦      ⑧      ⑨      ⑩

	Information contenue dans une trame	Valeur sur l'exemple
0	Nom de la trame NMEA	RMC
1	Heure	7h 37min 11s 36"
2	Validité trame (A = Valide, V = non valide)	A
3	Latitude	43°29.275' N
4	Longitude	5°22.846' E
5	Module de la vitesse horizontale (kt)	2.6kt
6	Route vraie (°)	127.93°
7	Date	5 août 2004
8	Variation de la déclinaison magnétique	0.0° W
9	Mode GPS (A = Autonomous, D = DGPS,...)	A
10	CRC de la trame	*21

FIG. 5.14: Exemple d'une trame GPS contenant la position et la vitesse

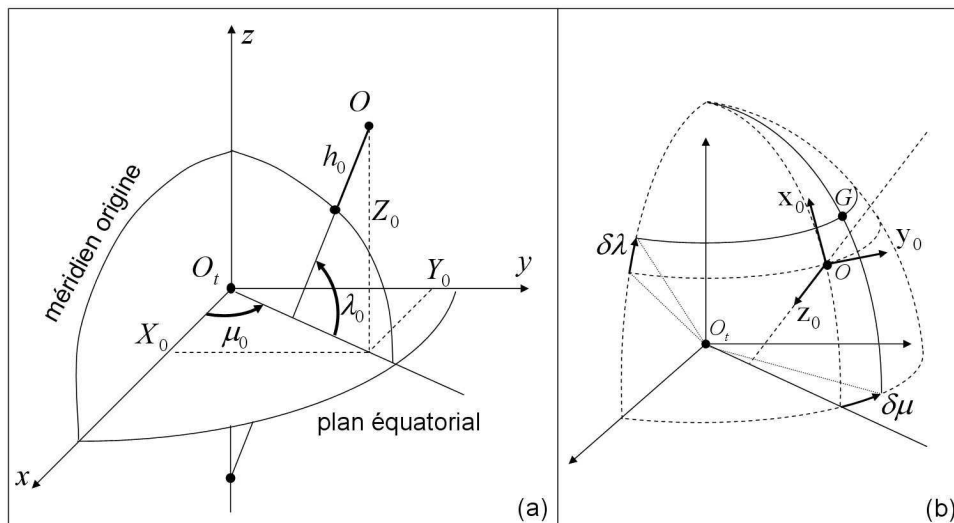


FIG. 5.15: (a) Coordonnées latitude, longitude et altitude  $(\lambda, \mu, h)$  de l'origine  $O$  de  $\mathcal{I}$  par rapport au géoïde – (b) Coordonnées d'un point GPS dans le repère inertiel

System) qui est utilisé comme géoïde. Il s'agit d'un ellipsoïde de révolution autour de l'axe Nord-Sud, légèrement aplati au pôle, dont les références précises peuvent être trouvées par exemple dans [4] :

$$\begin{aligned}
 a &= 6378137m && \text{rayon équatorial} \\
 e &= 6.65943803316e^{-3} && \text{excentricité}
 \end{aligned}$$

On montre alors que les coordonnées  $(X_0, Y_0, Z_0)$  de  $O$  dans le repère géocentriques se déduisent des coordonnées  $(\lambda_0, \mu_0, h_0)$  de positionnement sur le géoïde par la relation :

$$\begin{aligned} X_0 &= (N_0 + h_0) \cos \lambda_0 \cos \mu_0 \\ Y_0 &= (N_0 + h_0) \cos \lambda_0 \sin \mu_0 \\ Z_0 &= (N_0(1 - e^2) + h_0) \sin \lambda_0 \end{aligned} \quad \text{avec} \quad N_0 = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \lambda_0}}$$

Une fois que l'on connaît la position de l'origine, les coordonnées dans  $\mathcal{I}$  du véhicule sont déduites à partir de sa latitude et de sa longitude  $(\lambda, \mu)$  (voir figure 5.15b) :

$$\zeta_m = \begin{bmatrix} R_0 \delta \lambda \\ R_0 \cos \lambda_0 \delta \mu \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \delta \lambda = \lambda - \lambda_0, \quad \delta \mu = \mu - \mu_0 \quad \text{et} \quad R_0 = \|X_0 + Y_0 + Z_0\|$$

Le calcul des coordonnées du point origine est surtout utile pour déterminer le rayon terrestre local  $R_0$  sur le géoïde. Une fois que l'on a correctement ramené les coordonnées GPS dans le repère inertiel, il reste à traiter l'information de vitesse.

#### ▷ Compensation des retards sur la mesure GPS

De nombreux travaux ont été réalisés pour caractériser les erreurs de positionnement dus au GPS, et il est possible de connaître assez finement le domaine d'incertitude lié à une mesure. Mais, concernant la dynamique du capteur, on sait finalement assez peu de choses. La grande variété des récepteurs actuellement disponibles sur le marché rend une telle caractérisation délicate. On peut toutefois dire que l'immense majorité des capteurs GPS disponibles aujourd'hui présente un retard sur la mesure de position et de vitesse, dû aux traitements et filtrages internes au capteur, au temps de transmission par liaison série, etc.

$$v_{\zeta_m}(t) = v_{\zeta}(t - \tau) \quad \text{et} \quad \zeta_m(t) = \zeta(t - \tau), \quad \tau > 0$$

Ce retard  $\tau$  peut avoir des conséquences catastrophiques sur le contrôle en boucle fermée, en particulier pour le contrôle en vitesse. Un contrôleur capable de le tolérer serait de toutes façons bien trop lent pour contrer efficacement les rafales de vent et assurer un bon maintien à poste. Intéressons nous plus particulièrement à la mesure de vitesse. Nous allons voir comment il est possible d'utiliser l'information des accéléromètres pour rattrapper le retard sur la mesure. Le principe est le suivant :

$$\int_{t-\tau}^t \dot{v}_{\zeta}(u) du = v_{\zeta}(t) - v_{\zeta}(t - \tau) \quad \Rightarrow \quad v_{\zeta}(t) = v_{\zeta}(t - \tau) + \int_{t-\tau}^t \dot{v}_{\zeta}(u) du$$

Ainsi, en intégrant les accéléromètres sur une fenêtre glissante de  $\tau$  secondes précédant la mesure, on peut reconstruire une mesure de vitesse où le retard  $\tau$  est gommé. On construit ainsi une mesure  $v_{\zeta_{corr}}$  définie par :

$$v_{\zeta_{corr}}(k) = v_{\zeta_m}(k) + T_s \sum_{i=0}^{N_{\tau}} \pi e_3 \hat{R}(k-i) a_m(k-i) \quad \text{avec} \quad N_{\tau} = E\left(\frac{\tau}{T_s}\right) \quad (5.39)$$

On a représenté sur la figure 5.16 l'importance de cette correction au cours d'un vol représentatif, où on a fait apparaître la composante Nord de la vitesse horizontale. Sur le premier graphique, on a superposé la vitesse prédite par intégration des accéléromètres ( $v_{acc}$ ) et la vitesse mesurée par le GPS ( $v_{GPS_{brut}}$ ). On voit clairement apparaître un retard, qui peut atteindre 3s entre les

deux signaux. Ce retard est en partie effacé sur le signal  $v_{GPS\ corr}$  intégrant la correction (5.39), pour une période d'échantillonnage  $T_s = 0.05s$  correspondant à la fréquence de mesure de la centrale et un retard  $\tau = 2s$  sur le GPS. La qualité de l'estimation de vitesse s'en ressent, comme on peut le voir sur le second graphique de la figure 5.16. Lorsqu'on utilise la mesure brute du GPS, la prédiction et la correction n'étant pas en phase, l'estimation  $v_{est\ GPS\ brut}$  n'est pas fiable. Par contre, l'estimation  $v_{est\ GPS\ corr}$ , basée sur les accéléromètres et la mesure corrigée du GPS, réalise effectivement le compromis entre une prédiction des accéléromètres et une mesure GPS sans dérive. Une fois la vitesse correctement estimée, elle est utilisée pour corriger le retard sur

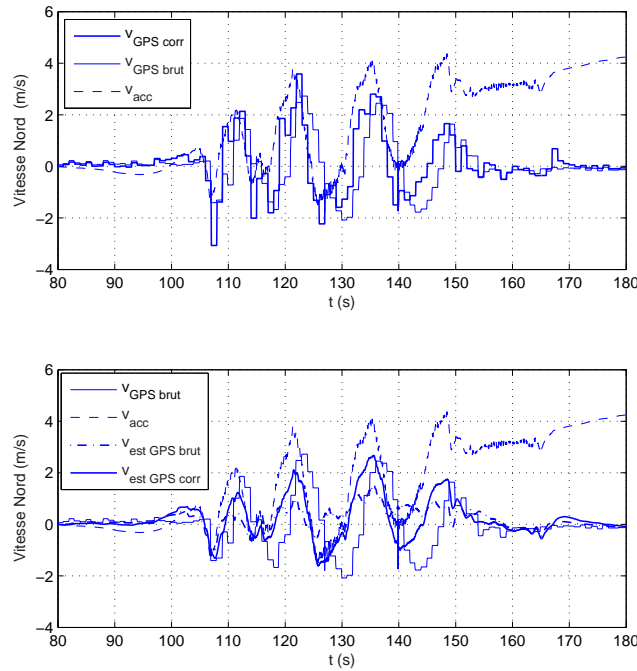


FIG. 5.16: Comparaison vitesse GPS brute, prédiction des accéléromètres et vitesse corrigée (en haut) – Vitesse estimée basée sur vitesse GPS brute et vitesse GPS corrigée (en bas)

la mesure de position :

$$\zeta_{corr}(k) = \zeta_m(k) + T_s \sum_{i=0}^{N_\tau} \hat{v}_\zeta(k-i) \quad \text{avec} \quad N_\tau = E\left(\frac{\tau}{T_s}\right)$$

## 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes attachés à développer des filtres permettant de reconstruire, à partir des mesures des capteurs, un état estimé faiblement bruité et limitant un déphasage pouvant avoir des conséquences catastrophiques sur le contrôle en boucle fermée. La majorité des développements théoriques a été consacrée à l'estimation d'attitude, et en particulier au filtrage complémentaire sur l'espace des matrices orthogonales. La non linéarité de l'équation cinématique d'attitude, l'utilisation des propriétés des projecteurs antisymétriques et

de la passivité de la dynamique d'attitude rendent le problème particulièrement riche. Le plus remarquable réside dans l'analogie forte entre le filtrage proposé sur le groupe  $SO(3)$  et le filtrage complémentaire classique sur les systèmes SISO, conduisant à une estimation efficace, facilement implémentable, et affranchie des problèmes de linéarisation locale et de robustesse propres au filtrage de Kalman étendu. Une fois l'estimation d'attitude acquise, nous avons pu étendre l'estimation à l'état complet, en incluant la cinématique de translation.

Après ces développements théoriques, nous nous sommes attachés à développer des solutions appliquées aux capteurs embarqués sur le HoverEye. Il est clair que le succès d'une estimation efficace réside d'abord dans le savoir faire et l'expérience des ingénieurs de Bertin Technologies, avec lesquels nous avons collaboré pour adapter et intégrer un estimateur qui permette de restituer l'état complet  $[\xi, v, R, \Omega]$ . Dans la suite, nous allons voir sur des simulations et des expérimentations comment le couplage de l'estimation avec la commande permet de rendre le véhicule suffisamment autonome pour accomplir les tâches de maintien à poste, de navigation par points de passage et d'évitement d'obstacle. La démonstration du couplage estimation-contrôle n'a pas été étudiée dans cette thèse, mais devrait faire l'objet d'une étude à très court terme. Des premiers travaux de Mahony et Hamel [66] ont déjà défriché le problème sur le groupe des matrices orthogonales  $SO(3)$ .



## Chapitre 6

# Stratégie de navigation autonome du HoverEye

Dans ce dernier chapitre, nous allons assembler les briques élémentaires développées dans les deux chapitres précédents pour assurer le degré d'autonomie requis. Nous laissons de côté le problème du décollage et de l'atterrissage automatique, et cherchons à maintenir l'altitude constante.

Dans un premier temps, nous allons reboucler contrôleur et estimateur développés dans les chapitres 4 et 5 pour assurer le maintien à poste du véhicule, l'objectif étant de garder le véhicule dans un voisinage de la position désirée en présence de vent. Ensuite, nous allons modifier légèrement le contrôle pour ajouter au véhicule la capacité de navigation par points de passage. Nous verrons qu'une simple saturation de la consigne de vitesse permet de réaliser une navigation proportionnelle dans le plan horizontal. Dans un dernier temps, nous compléterons la navigation par points de passage par une stratégie de contournement dans le plan horizontal. C'est le plus haut degré d'autonomie attendu du véhicule : à partir d'une navigation nominale demandée par l'opérateur, le véhicule, équipé d'un télémètre radar, détecte les obstacles situés devant lui et les contourne pour atteindre son but.

Les capacités de navigation autonome du véhicule seront démontrées par des résultats expérimentaux menés sur le HoverEye ou par des simulations réalisées sur le simulateur du HoverEye développé par Bertin Technologies, en collaboration avec le LAAS-CNRS et l'ISIS-UNSA-CNRS. Le schéma bloc de ce simulateur est représenté sur la figure 6.1 :

- Le bloc "Dynamique du HoverEye" inclut la représentation dynamique du véhicule, le modèle de la poussée des hélices, les efforts engendrés par les gouvernes, les forces et les moments aérodynamiques tels qu'ils ont été identifiés en soufflerie et tabulés en fonction de l'incidence et du dérapage du véhicule. Ils varient avec la vitesse du vent relatif, prenant en compte les perturbations venant du bloc "Vent".
- Les blocs "Moteur" et "Servos" modélisent la dynamique des actionneurs, incluant des retards purs et des non linéarités de type saturation en vitesse identifiés expérimentalement.
- Le bloc "Capteurs" modélise les capteurs embarqués sur le véhicule. Chaque capteur (IMU, magnétomètre, GPS, radar-altimètre, radar de balayage horizontal) est caractérisé par un bruit de mesure, une dérive éventuelle, et une dynamique. Pour les télémètres radar, un générateur aléatoire de mesures incohérentes pollue la mesure.
- Le bloc "Estimateur" reprend les algorithmes d'estimation développés dans le chapitre 5. A partir de la mesure des capteurs, il reconstruit l'état estimé du véhicule pour alimenter la loi de commande.



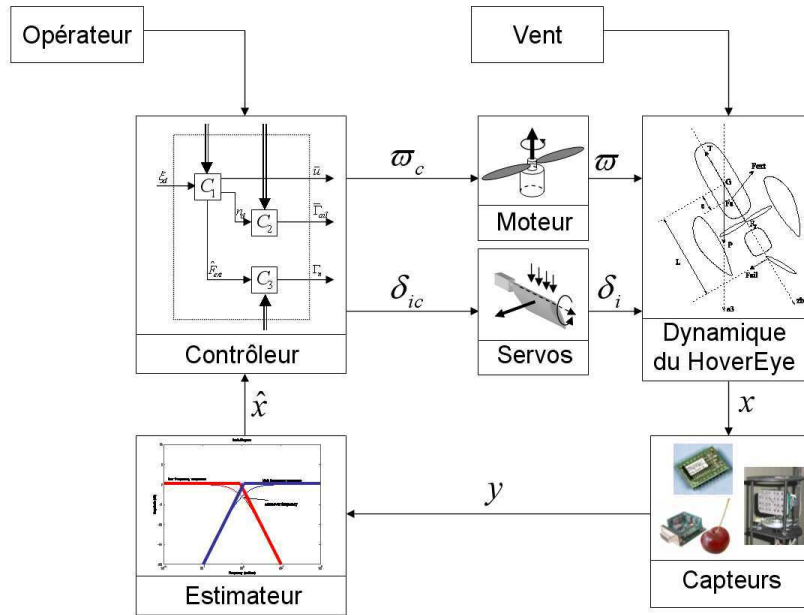


FIG. 6.1: Le simulateur du HoverEye développé par Bertin Technologies

- Le bloc "Contrôleur" assure les fonctions de pilotage et de guidage du véhicule, ainsi que la supervision de mission, la gestion de modes dégradés et l'interface avec l'"Opérateur". Il utilise l'état estimé donné par l'estimateur pour atteindre la consigne en position qui lui est spécifiée.

## 6.1 Maintien à poste

L'opérateur spécifie une consigne en position  $\xi_d$ . La loi de commande la plus intéressante est le contrôle non linéaire hiérarchique. Nous utilisons donc la loi (4.40) sur  $\bar{u}$  et la loi (4.42) sur  $\Gamma_l$  et  $\Gamma_m$ . Tout d'abord, nous allons illustrer l'intérêt de la loi en lacet pour les véhicules asymétriques (4.48). Dans une première simulation, le véhicule est initialisé en vol stationnaire au dessus du sol ( $\xi_D(0) = [0; 0; -5]^T$  et  $\bar{u}(0) = mg$ ), et doit maintenir cette position ( $\xi_d = \xi_D(0)$ ). Le véhicule, initialement orienté vers le nord, subit une rafale de vent de  $4m/s$  venant du Nord Ouest. L'intérêt du contrôle en lacet est illustré sur la figure 6.2, qui montre le maintien à poste du HoverEye en présence d'efforts latéraux de portance. Dans cette simulation, le contrôle est alimenté directement par l'état du véhicule, sans passer par l'observateur. Le comportement observé résulte donc d'efforts latéraux, négligés dans la synthèse. Lorsque le lacet est régulé à zéro, la commande en lacet ne parvient pas à contrer le moment généré par les efforts latéraux de portance, et le véhicule acquiert jusqu'à  $90^\circ$  de dérapage. A ce point, des oscillations apparaissent sur l'angle d'assiette et de cap, même avec un retour d'état. Par contre, lorsque le dérapage est régulé à zéro, le véhicule s'aligne dans le lit du vent, et le couplage entre l'assiette et le cap disparaît.

Dans la suite, nous supposons donc que  $\Gamma_n$  est contrôlé par la loi en lacet (4.48) qui assure la régulation à zéro du dérapage. De plus, nous nous intéressons maintenant au rebouclage "Estimation-Commande". Ainsi, l'état du véhicule n'alimente plus directement la loi de commande, mais passe à travers le bloc capteurs qui fournit l'ensemble des mesures accessibles sur

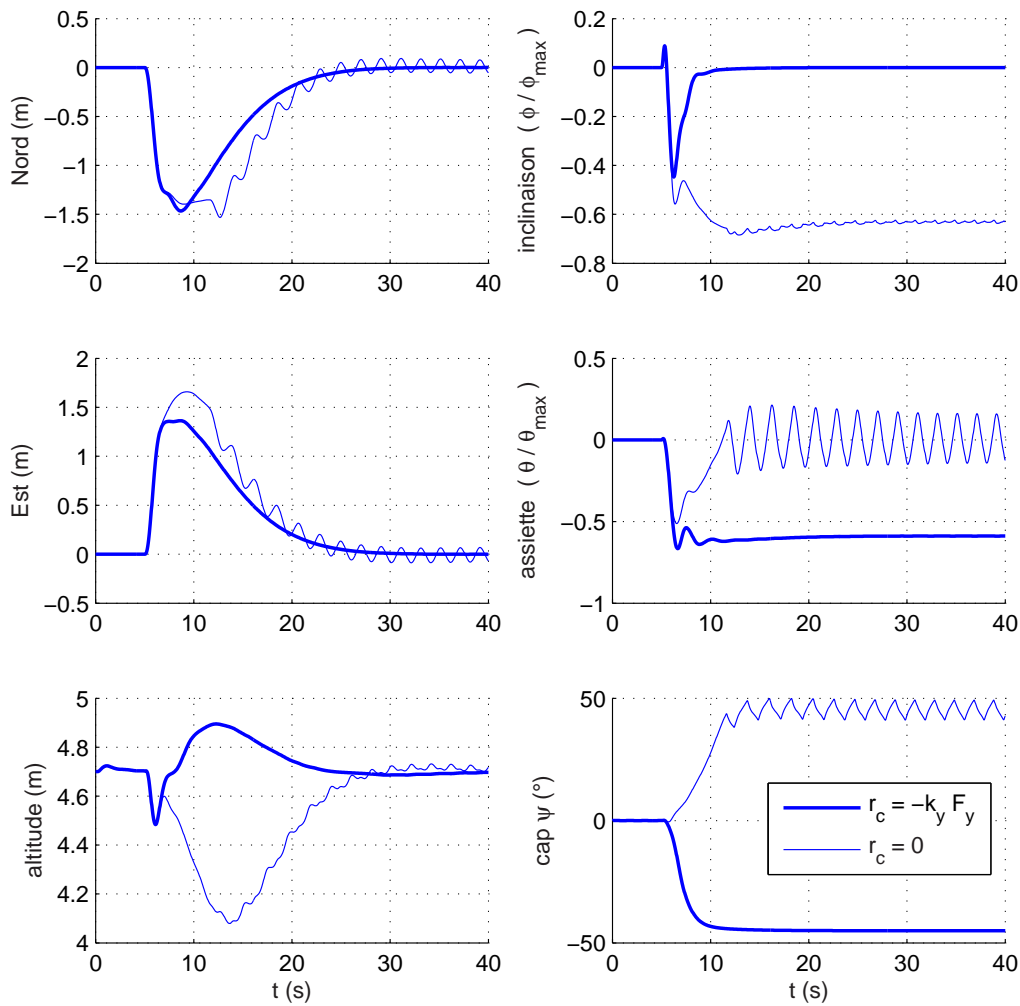


FIG. 6.2: Maintien à poste avec et sans régulation du dérapage à zéro

le véhicule pour la commande. Ces mesures sont filtrées par nos algorithmes d'observations qui alimentent la loi de commande avec un état estimé. Nous allons maintenant étudier la réponse du véhicule à un échelon de vent puis à un profil de vent réel, pour les mêmes conditions initiales. A  $t=10$ s, il doit rejoindre la position de consigne  $\xi_d = [10, 5, -8]^T$ . Deux cas de simulation sont considérés. Nous commençons par étudier la réponse du véhicule vis à vis d'un échelon de vent de  $6\text{m/s}$ , survenant à  $t = 20\text{s}$ . La figure 6.3 montre la position et l'attitude du véhicule au cours de la simulation, ainsi que l'estimation des efforts aérodynamiques  $F_{ext}$  et du bras de levier  $\varepsilon$ . Malgré le couplage estimation–commande, la dynamique des actionneurs négligée dans la synthèse et la présence d'efforts aérodynamiques complexes, l'état du véhicule se stabilise bien autour de la position désirée et l'estimation des paramètres aérodynamiques est correcte. Le capteur GPS présentant un bruit de mesure basse fréquence oscillant avec une amplitude de  $1\text{m}$ , le véhicule se stabilise à l'intérieur d'une sphère de  $1\text{m}$  centrée sur la position désirée.

Enfin, nous étudions la réponse du véhicule lorsqu'il est soumis à un profil de vent plus réaliste. Au cours des essais en extérieur, la station sol est équipée d'une sonde anémométrique permettant de relever avec une grande précision et à cadence élevée les composantes de la vitesse du vent dans le plan horizontal. Nous avons considéré un enregistrement particulièrement représentatif, au cours duquel une rafale de 8m/s survient en présence d'un vent établi de 4m/s. La figure 6.4 illustre le profil de vent correspondant, ainsi que l'évolution de la position du véhicule dans le repère inertiel. Le véhicule arrive à se maintenir dans un voisinage de 2m autour de la position de consigne.

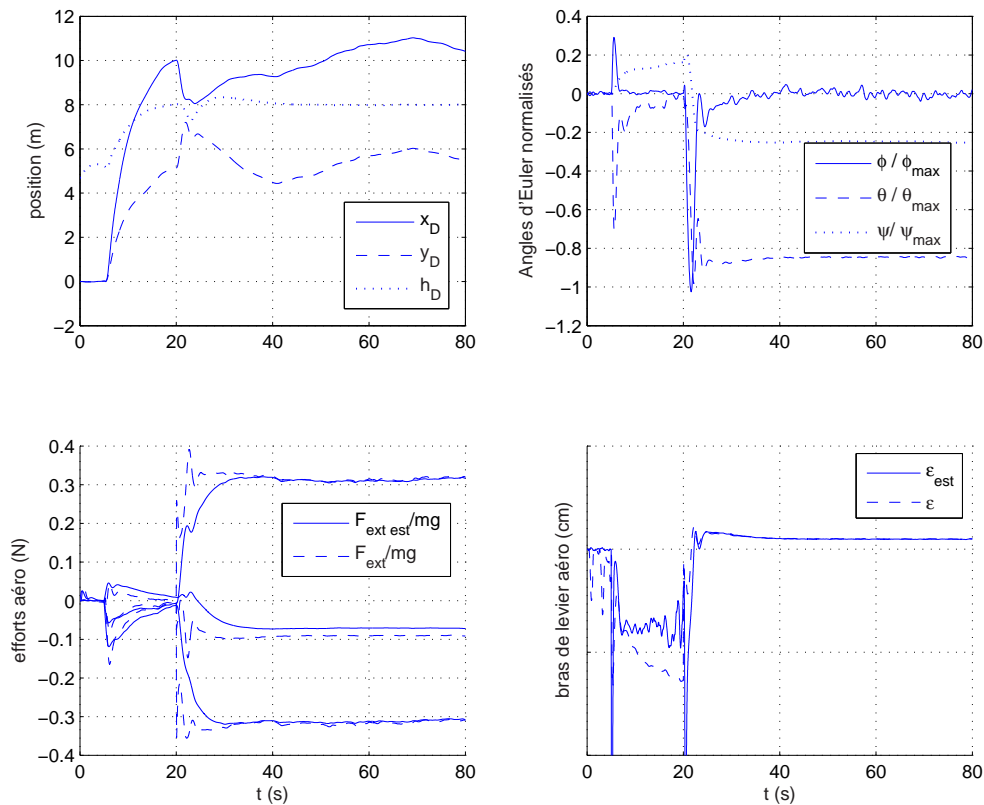


FIG. 6.3: Simulation d'un point fixe sur le simulateur du HoverEye en présence d'un échelon de vent de 6m/s

Le contrôle en position proposé montre ses limites sur la figure 6.3 car, pour un écart en position de seulement 10m, le véhicule est déjà amené à commander un angle d'assiette correspondant à la moitié de l'inclinaison maximale tolérée. Pour atteindre un point situé à plusieurs centaines de mètres, il est clair que la stratégie doit être modifiée pour empêcher une commande en inclinaison démesurée. Par conséquent, nous allons voir dans la suite comment étendre ce contrôle à la navigation par points de passage.

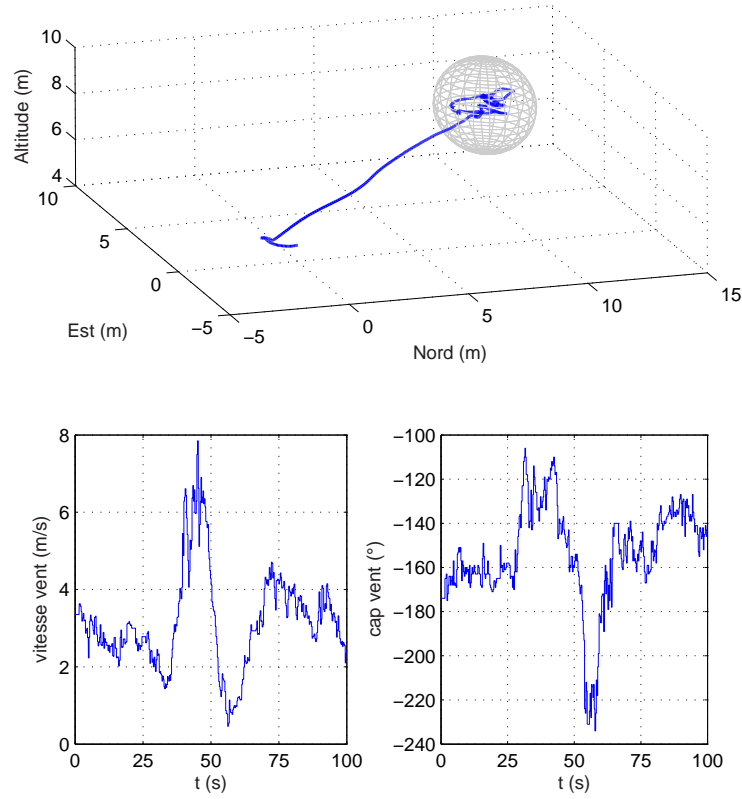


FIG. 6.4: Simulation d'un point fixe sur le simulateur du HoverEye en présence de vent réel

## 6.2 Navigation par points de passage

La navigation par points de passage consiste, pour le véhicule, à gagner une succession de positions définies par l'opérateur. C'est la façon la plus simple de définir une trajectoire de référence à suivre. L'opérateur programme via la station sol une suite de points de passages  $(P_n)_{n \geq 0}$  :

$$P_n = [\xi_n, V_n, T_n]^T, \quad n \geq 0,$$

Où

- $\xi_n \in \mathbb{R}^3$  sont les coordonnées inertielles du point à atteindre
- $V_n \in \mathbb{R}_*^+$  est la vitesse de croisière souhaitée entre le point  $P_{n-1}$  et  $P_n$
- $T_n \in \mathbb{R}^+$  est le temps d'attente au dessus du points  $\xi_n$

Le véhicule doit alors rejoindre chaque point de passage de la suite  $P_n$ , et rester en poste pendant la durée  $T_n$ . Ainsi, certains points de passage seront simplement survolés, alors que d'autres constitueront des postes de surveillance, où le véhicule sera amené à s'immobiliser pendant une longue partie de sa mission.

On est ainsi amené à prendre comme position désirée  $\xi_d$  les points de passage  $\xi_n$  successifs dans le contrôle en position. Cependant, le fait que la distance entre deux points de passage puisse être importante empêche que le contrôle en position ( $C_1$ ) soit utilisé tel quel. En effet,

la commande en vitesse demandée croît linéairement avec l'amplitude de l'écart  $\xi_D - \xi_d$ . Il est donc clair que pour des positions désirées situées très loin de la position courante, la commande en vitesse va atteindre une valeur très élevée, impossible à suivre pour le véhicule. Aussi, on modifie légèrement la définition du contrôle en poussée (4.40) de façon à limiter la vitesse de consigne dans l'expression de  $\delta_2$ . L'amplitude de la saturation est fixée par la vitesse  $V_n$  du point de passage courant :

$$\delta_2 = m(\text{sat}_{V_n}(k_1\delta_1) + v_D), \quad \text{avec} \quad \text{sat}_a(x) = a \tanh\left(\frac{\|x\|}{a}\right) \frac{x}{\|x\|}$$

La fonction de saturation proposée a été choisie pour ses bonnes propriétés de dérivabilité. Cette technique permet des positions désirées éloignées de la position initiale. En effet, saturer la vitesse virtuelle  $k_1\delta_1$  permet intuitivement de saturer la vitesse réelle de déplacement. Il est vrai qu'une étude théorique de la stabilité n'est pas présentée dans la version actuelle du manuscrit, mais devrait être intégrée à la version finale du manuscrit.

Le dernier point à aborder est le changement de points de passage. Une temporisation permet de connaître le temps passé au dessus du point de passage :

- ▷ elle est déclenchée lorsque le véhicule se trouve dans un voisinage du point de passage courant,
- ▷ lorsqu'elle dépasse le temps  $T_n$  spécifié par l'opérateur, on prend comme position  $\xi_d$  les coordonnées  $\xi_{n+1}$  et comme limite de vitesse  $v_d$  la vitesse de croisière  $V_{n+1}$ , et on remet la temporisation à zéro.

L'implémentation du contrôle en position intégrant la navigation par point de passage est décrite dans l'algorithme 1. La suite de points de passage est stockée dans une mémoire d'échange commune à la station sol et au véhicule. La fonction renvoie l'indice du point de passage courant  $k$ , et prend en entrée les caractéristiques du point de passage  $P_k$  transmises par la mémoire d'échange.

La figure 6.5 montre la trajectoire exécutée par le véhicule au cours d'un vol. La vitesse était limitée à  $2.5m/s$ . Tous les points de passage sont seulement survolés ( $\forall n, T_n = 0$ ) car nous voulions observer le comportement du véhicule lorsqu'il est soumis à un brusque échelon de consigne de vitesse, ce qui intervient lorsqu'il est amené à changer directement de points de passage sans s'être immobilisé dessus. Le rayon de la zone de survol du point de passage était de 5m. Le comportement du véhicule est tout à fait acceptable, bien que le GPS en vol ne donne une position précise qu'à 5m près. La figure 6.6 montre l'évolution de la position désirée  $\zeta_d$  et de la position estimée  $\hat{\zeta}$  du véhicule dans le plan horizontal, ainsi que la vitesse de consigne  $v_{\zeta_d}$  et la vitesse estimée  $v_{\zeta}$ . Le contrôle en vitesse assure un bon suivi de la consigne de vitesse, bien que la dynamique soit plutôt lente. La précision approximative du GPS et la faible cadence de rafraîchissement oblige à ralentir la dynamique du véhicule pour éviter le phénomène de pompage. Des résultats encourageants obtenus sur un nouveau GPS à 5Hz actuellement en cours d'intégration permettent d'envisager un réglage des gains de commande plus ambitieux. Les angles d'attitude normalisés  $\phi/\phi_{max}$  et  $\theta/\theta_{max}$  sont également représentés. On observera que le lacet du véhicule est maintenu à zéro, à l'exception des changements de point de passage, où le véhicule tourne sur lui même pour s'aligner dans le lit du vent relatif. La conséquence de cet alignement est que l'angle de roulis est toujours maintenu aux alentours de zéro. On remarque qu'il est des moments où le véhicule évolue quasiment à attitude nulle (entre 140 et 160s, assiette et inclinaison sont presque à zéro). Cela signifie que les efforts aérodynamiques à compenser sont très faibles car le véhicule se laisse emporter par le vent, qui valait environ 3m/s ce jour-là. Il est intéressant de remarquer que la commande en lacet dans ce cas conduit le véhicule à se comporter comme un hélicoptère en vol stationnaire, en commandant une vitesse de lacet nulle.

Algorithm 1: Navigation par points de passage

---

**Entrées :**  $\xi_k, V_k, T_k, \xi_D, v_D$   
**Sorties :**  $n_d, \bar{u}, k$   
 Etats internes :  $\zeta_d, v_d, tempo, k, \hat{F}_{ext}$   
 Période d'échantillonnage :  $T_s$  {cadence calculateur}

**loop**  
   // Choix du point de passage courant  
    $\xi_d \leftarrow \xi_k$   
    $v_d \leftarrow V_k$   
    $tempo \leftarrow (\|\xi_D - \xi_d\| < \Delta) ? (tempo + T_s) : (tempo)$   
   **if**  $tempo > T_n$  **then**  
      $k \leftarrow k + 1$   
      $tempo \leftarrow 0$   
   **end if**  
   // Contrôle en position  
    $v_{des} \leftarrow -k_1(\xi_D - \xi_d)$   
   // Contrôle en vitesse  
    $\delta_v \leftarrow v_D - \text{sat}_{v_d}(v_{des})$  {erreur en vitesse}  
    $\vec{T} \leftarrow k_2\delta_v + \hat{F}_{ext} + mge_3$   
    $\hat{F}_{ext} \leftarrow \hat{F}_{ext} + T_s k_F \delta_v$  {Intégration d'Euler}  
   // Mise à jour des sorties  
    $\bar{u} \leftarrow \|\vec{T}\|, n_d \leftarrow \frac{\vec{T}}{\|\vec{T}\|}$

**end loop**

---

C'est une propriété du contrôle (4.48), qui fait le lien en douceur entre un comportement de type hélicoptère et un comportement de type avion. Toutefois, pour empêcher que le véhicule ne tourne lentement sur lui-même lorsque les efforts aérodynamiques sont faibles, une zone morte a été ajoutée sur lors de l'implémentation du contrôle en lacet : lorsque  $|f_y| < s$ , où  $s > 0$  est un seuil arbitraire, alors  $r_d = 0$ .

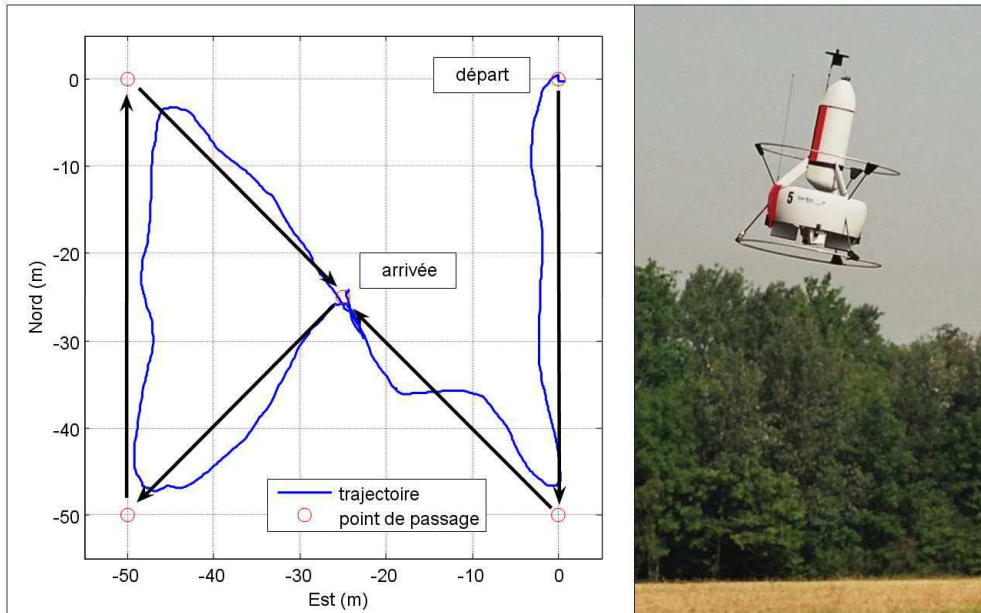


FIG. 6.5: Essai en vol de démonstration de la navigation par points de passage

### 6.3 Contournement dans le plan horizontal

Dans la section précédente, nous avons été amenés à modifier le contrôleur ( $C_1$ ) pour permettre au véhicule de rejoindre des points éloignés de sa position courante. Pour compléter cette navigation autonome par points de passage, nous allons aborder maintenant le problème du contournement dans le plan horizontal. Le véhicule étant amené à évoluer en environnement urbain, le cahier des charges défini par la DGA auprès de la société Bertin Technologies prévoyait d'équiper le HoverEye de moyens de détection et d'une stratégie de navigation en présence d'obstacles. Le véhicule devait pouvoir naviguer de façon sûre entre les bâtiments sans connaissance *a priori* de la topologie de l'environnement. En contrepartie, l'étude devait se limiter à des obstacles de forme simple. L'équipe d'ingénieurs de Bertin s'est donc intéressée à des méthodes d'évitement locales de types Nearness Diagram (ND), particulièrement adaptées aux évolutions 2D, à la fois intuitives et simples à mettre en œuvre : l'espace des vitesses de consigne est partagé en directions libres d'obstacles et directions interdites par la présence d'un obstacle. A partir d'une vitesse désirée issue de la navigation par points de passage, l'algorithme choisit comme vitesse de consigne la direction autorisée la plus proche de celle désirée. Cette stratégie a été implémentée sur le véhicule et a permis de caractériser le fonctionnement du radar et la réponse du véhicule. Le scénario consistait à éviter un obstacle matérialisé par un ballon de cinq mètres de diamètre. Le véhicule détecte l'obstacle sur son chemin et le contourne avec succès, comme illustré sur la figure 6.7).

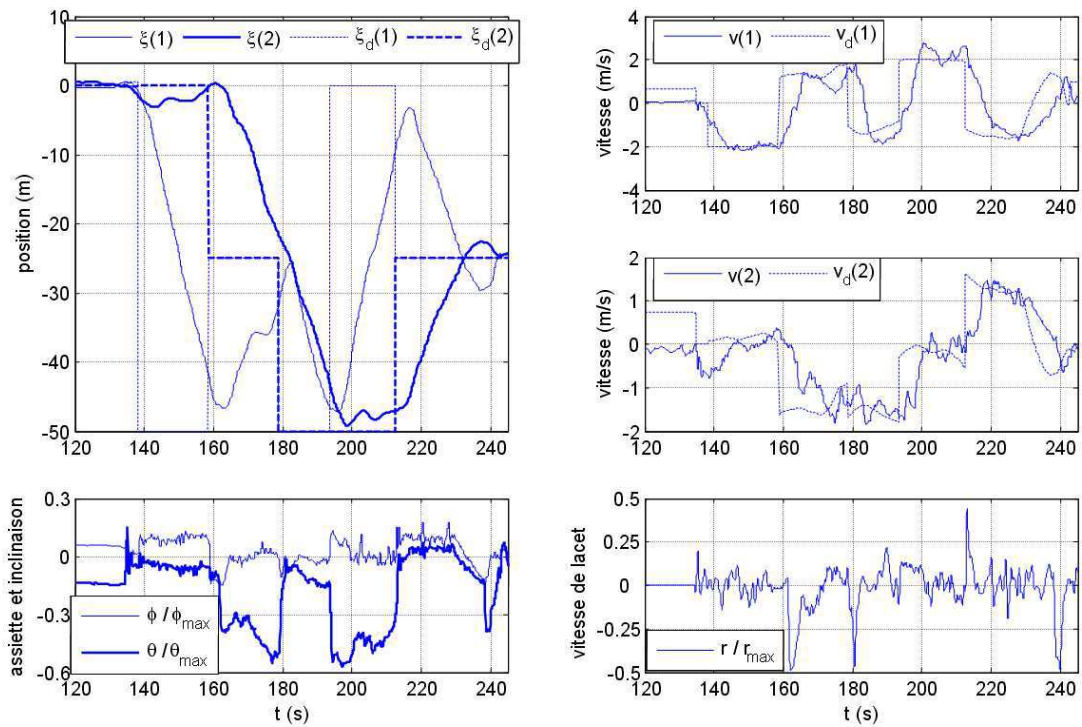


FIG. 6.6: Position, vitesse, assiette, inclinaison et vitesse de lacet au cours du vol

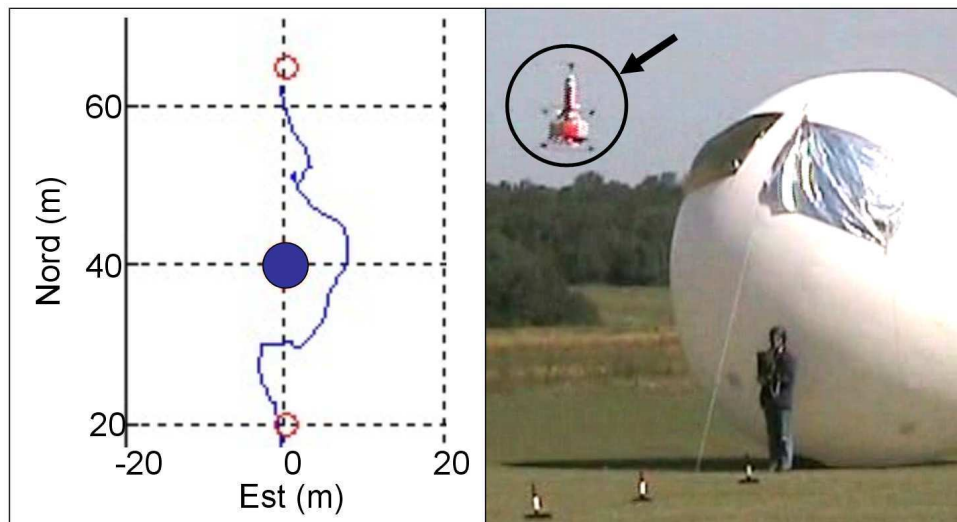


FIG. 6.7: Trajectoire du véhicule dans le plan horizontal au cours d'un évitement d'obstacle

Cette stratégie montre cependant rapidement ses limites quand il s'agit pour le véhicule de contourner un obstacle non convexe ou de s'engager dans un couloir. La plupart du temps, le véhicule refuse de s'engager, ou reste bloqué dans une impasse. Pour la DGA, il était important de disposer d'une stratégie permettant de se faufiler dans un couloir étroit ou de se dégager



d'une impasse. C'est pourquoi nous avons développé une stratégie de contournement permettant de gagner le but en présence d'une plus grande variété de situations et de formes d'obstacles. Nous nous sommes de plus attachés à prendre en compte la dynamique du véhicule (au moins la dynamique de translation) et les perturbations dues au vent, ce qui n'est pas fait dans l'algorithme (ND). En présence d'un obstacle, l'idée est de basculer sur un contrôleur qui permet de le contourner. Nous utilisons le backstepping pour la synthèse d'un contrôle non linéaire qui permet de contourner les obstacles tout en s'opposant au vent.

### 6.3.1 Stratégie de contournement

#### 6.3.1.1 Problématique et objectifs de contrôle

L'objectif est d'exécuter une navigation par points de passage en évitant les obstacles rencontrés sur le chemin. Une approche naturelle consisterait à utiliser la navigation proportionnelle dans le plan horizontal et à considérer l'axe vertical comme une direction de fuite, conduisant à survoler les obstacles. Cependant, pour exécuter des tâches de surveillance à basse altitude et pour des raisons de sécurité (furtivité dans le cas d'applications militaires, protection des bâtiments dans le cas d'applications civiles) le survol des bâtiments est à éviter, et le développement de stratégies rendant le véhicule capable d'évoluer en présence d'obstacle dans le plan horizontal devient d'un grand intérêt.

Le véhicule n'a pas de connaissance *a priori* de son environnement. Il est équipé d'un radar ULB (Ultra-Large-Bande) mesurant la distance de l'obstacle le plus proche dans la direction d'observation. Il est monté sur une plate-forme asservie, permettant de réaliser un balayage dans le plan horizontal, et fournit donc une information locale des obstacles entourant le véhicule. Les méthodes locales de champ de potentiel [67, 68] semblent donc bien adaptées à cette application. Cependant, la plupart de ces méthodes reposent sur un modèle cinématique du véhicule évoluant dans un environnement non perturbé, alors que notre plateforme est très dynamique et soumise aux rafales de vent.

#### 6.3.1.2 Principe de l'évitement d'obstacle

La stratégie proposée consiste à maintenir le véhicule à une altitude donnée et de contrôler la projection du vecteur poussée dans le plan horizontal pour amener le véhicule au point de passage courant en évitant les obstacles sur sa route. Le principe est inspiré des champs de vortex [69] et de l'algorithme "Bug" [70] : Chaque obstacle est entouré d'une orbite de sécurité située à une distance  $\rho_d$ . Les techniques de backstepping sont utilisées, soit pour amener le véhicule vers son but, soit pour stabiliser son mouvement autour d'une orbite entourant l'obstacle. L'orbite est caractérisée par un sens de rotation ou, pour continuer l'analogie avec les champs de vortex, un sens d'écoulement. Le sens direct ou indirect est choisi pour minimiser la longueur du chemin jusqu'au point de passage courant, comme l'illustre la figure 6.8. Ainsi, la navigation autonome vers un point de passage peut être vue comme une succession de deux tâches robotiques :

- (a) A l'intérieur du domaine d'influence de l'obstacle, le véhicule est stabilisé à une distance de sécurité, et glisse le long de l'orbite dans le sens de l'écoulement.
- (b) Une fois que le véhicule a atteint une configuration dans laquelle il peut se diriger en ligne droite vers le but sans risquer la collision, il se libère de l'orbite et converge vers le point de passage courant. Si un nouvel obstacle se présente, le véhicule se replie sur la tâche d'évitement (a)

Les avantages de cette stratégie sont les suivants :

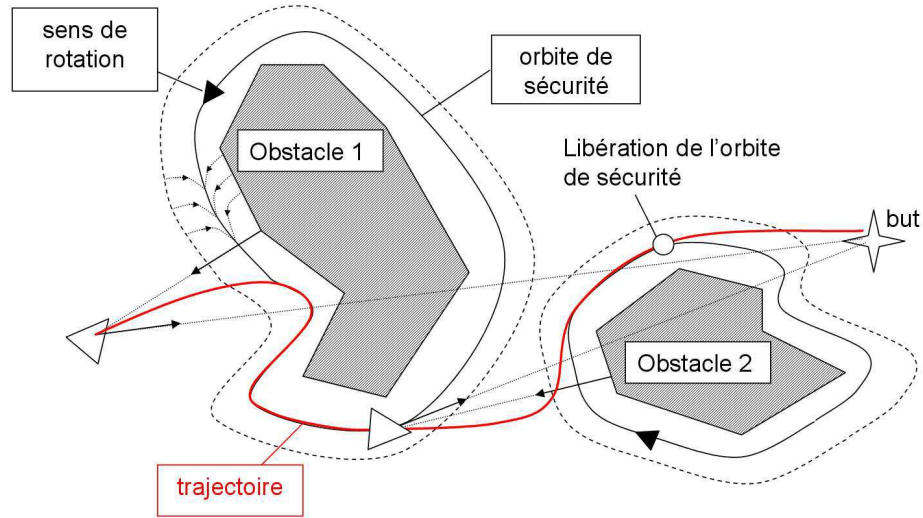


FIG. 6.8: Principe de la stratégie d'évitement

- La définition d'une orbite de sécurité autour de l'obstacle permet de surmonter le piège classique des puits de potentiel engendrés par des obstacles non convexes.
- Les techniques potentielles classiques ont tendance à repousser le véhicule des obstacles, alors que la stratégie proposée essaie au contraire d'asservir le véhicule autour de l'obstacle. En formulant le problème en terme d'objectif de régulation, les techniques classiques de l'Automatique peuvent être utilisées pour prendre en compte la dynamique du véhicule.

### 6.3.2 Mise en œuvre de la stratégie de contournement

Nous allons maintenant aborder la synthèse de la commande permettant de réaliser la navigation par points de passage en présence d'obstacles. Une stratégie de basculement entre contrôleurs permet de mettre en œuvre l'enchaînement de tâches proposé dans la section 6.3.1. L'évitement prend en considération le point le plus proche de l'obstacle, que l'on appelle *obstacle ponctuel*. Un critère purement géométrique permet alors de passer du contrôleur nominal qui emmène le véhicule vers le point de passage courant  $\zeta_d$  à un contrôleur orbital qui l'attire vers une orbite circulaire entourant l'obstacle ponctuel  $\zeta_o$ . L'obstacle ponctuel  $\zeta_o$  est déduit des mesures radar. Toutes les 20ms, le radar fournit l'obstacle ponctuel  $\zeta_m$  le plus proche dans la direction qu'il observe. A chaque seconde, la tourelle radar balaye un tour complet dans le plan horizontal. Quand un nouveau point radar  $\zeta_m$  arrive, il devient le nouvel obstacle ponctuel  $\zeta_o$  s'il semble plus dangereux pour le véhicule. Une nouvelle orbite de sécurité, ainsi qu'un nouveau sens d'écoulement lui sont associés. La notion de danger associée à un obstacle ponctuel ainsi que la conservation du sens d'écoulement sont des points critiques qui seront abordés dans la section 6.3.2.3. La mise en œuvre de la stratégie d'évitement est illustrée sur la figure 6.9.

#### 6.3.2.1 Contrôleur orbital

Dans cette section, nous allons décrire le contrôleur permettant de contourner l'obstacle ponctuel  $\zeta_o$  à une distance  $\rho_d$ , et que nous appelons pour des raisons évidentes "contrôleur orbital". Il cherche à asservir le véhicule sur un cercle de rayon  $\rho_d$  centré en  $\zeta_o$ , et à faire glisser

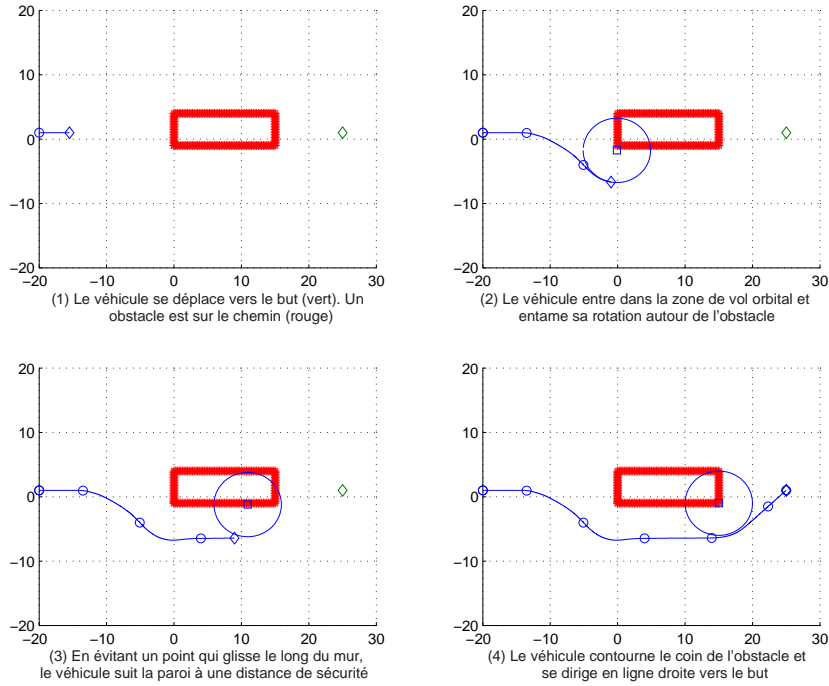


FIG. 6.9: Mise en œuvre de la stratégie d'évitement

le véhicule le long de cette orbite à vitesse  $\epsilon v_d$ , où  $v_d$  est la vitesse de croisière courante, et  $\epsilon = \pm 1$  décrit le sens d'écoulement : positif si le sens est direct, négatif sinon. Pour réaliser un tel contrôle, il est pratique de considérer les coordonnées polaires  $(\rho, \theta)$  du véhicule par rapport à l'obstacle ponctuel, définies par :

$$\rho = \|\zeta - \zeta_o\|, \quad \theta = (e_1, \zeta - \zeta_o),$$

en introduisant la base polaire  $(e_\rho, e_\theta)$  associée au point  $\zeta_o$  :

$$e_\rho = \frac{\zeta - \zeta_o}{\rho} \quad \text{et} \quad e_\theta = e_3 \times e_\rho$$

Nous rappelons la définition de la position, de la vitesse et de l'accélération en coordonnées polaires, c'est à dire projetées dans la base  $(e_\rho, e_\theta)$  :

$$\zeta - \zeta_o = \begin{bmatrix} \rho \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v_\zeta = \begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \rho\dot{\theta} \end{bmatrix}, \quad \dot{v}_\zeta = \begin{bmatrix} \ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2 \\ 2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta} \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

En coordonnées polaire, l'objectif de commande, qui est de tourner autour de l'obstacle à vitesse  $\epsilon v_d$  sur un cercle de rayon  $\rho_d$ , se traduit simplement par :

$$\rho \rightarrow \rho_d \quad \text{et} \quad \rho\dot{\theta} \rightarrow \epsilon v_d$$

Nous proposons un contrôle basé sur le backstepping permettant d'atteindre les objectifs de commande, en présence de perturbations inconnues. Nous ne prenons en compte que la dynamique de translation. Le contrôleur définit alors un vecteur poussée, sur lequel s'asservit le contrôle d'attitude ( $C_2$ ) avec une dynamique bien plus rapide.

**Lemme 13** Soit  $\zeta = \pi_{e_3}\xi_D$ ,  $v_\zeta = \pi_{e_3}v_D$ ,  $f_\zeta = \frac{1}{m}\pi_{e_3}F_{ext}$  et  $a_\zeta = -\frac{\bar{u}}{m}\pi_{e_3}n$  Considérons le système (4.34) réduit au plan horizontal décrit par :

$$(\Sigma_\zeta) \quad : \quad \begin{bmatrix} \dot{\zeta} \\ \dot{v}_\zeta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_\zeta \\ a_\zeta + f_\zeta \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

Soit  $\zeta_o$  les coordonnées de l'obstacle ponctuel dans le plan horizontal,  $v_d$  une vitesse de croisière positive et  $\epsilon$  un sens de rotation désiré. Soit  $k_\rho, k_v, k_f$  des gains positifs vérifiant :

$$k_v > k_\rho \quad (6.3)$$

Considérons les termes d'erreur suivants :

$$\begin{aligned} \delta_\rho &= \rho - \rho_d && \text{erreur radiale} \\ \delta_\theta &= \rho\dot{\theta} - \epsilon v_d && \text{erreur tangentielle} \\ \delta_v &= v_\zeta - (-k_\rho\delta_\rho e_\rho + \epsilon v_d e_\theta) && \text{erreur en vitesse} \\ \tilde{f}_\zeta &= f_\zeta - \hat{f}_\zeta && \text{erreur d'estimation} \end{aligned} \quad (6.4)$$

Soit  $a_d$  l'accélération orbitale définie par :

$$a_d = -\rho\dot{\theta}^2 e_\rho + \dot{\rho}\dot{\theta} e_\theta$$

Alors, le contrôle en boucle fermée sur  $a_\zeta$  :

$$a_\zeta = -k_v\delta_v - \hat{f}_\zeta + a_d \quad (6.5)$$

et le filtre d'estimation des efforts aérodynamiques  $f_\zeta$  :

$$\dot{\hat{f}}_\zeta = k_f\delta_v \quad (6.6)$$

assurent la stabilité asymptotique du système (6.2) sur un mouvement circulaire uniforme autour de  $\zeta_o$ . Plus précisément,  $\rho \rightarrow \rho_d$ ,  $\rho\dot{\theta} \rightarrow \epsilon v_d$  et  $\hat{f}_\zeta \rightarrow f_\zeta$ .

**Preuve.** Considérons la fonction de stockage suivante :

$$S_1 = \frac{1}{2}\delta_\rho^2 + \frac{1}{2k_\rho^2}\delta_\theta^2 + \frac{1}{2k_f k_\rho^2}\|\tilde{f}_\zeta\|^2$$

La dérivée temporelle des écarts  $\delta_\rho$  et  $\delta_\theta$  est donnée par :

$$\dot{\delta}_\rho = \dot{\rho} \quad \text{et} \quad \dot{\delta}_\theta = \dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta}$$

En utilisant (6.1), cela entraîne :

$$\dot{\delta}_\rho = \dot{\rho} \quad \text{et} \quad \dot{\delta}_\theta = -\dot{\rho}\dot{\theta} + \dot{v}_\zeta^T e_\theta$$

Par conséquent, la dérivée de  $S_1$  par rapport au temps est donnée par :

$$\dot{S}_1 = \delta_\rho\dot{\rho} + \frac{1}{k_\rho^2}\delta_\theta \left( (a_\zeta + f_\zeta)^T e_\theta - \dot{\rho}\dot{\theta} \right) - \frac{1}{k_f k_\rho^2} \tilde{f}_\zeta^T \dot{\tilde{f}}_\zeta$$

A ce stade, nous introduisons l'écart entre une vitesse de rapprochement désirée  $-k_\rho\delta_\rho$  et la vitesse radiale actuelle  $\dot{\rho}$  :

$$\delta_2 = k_\rho\delta_\rho + \dot{\rho}$$

$\dot{S}_1$  se met alors sous la forme :

$$\dot{S}_1 = -k_\rho \delta_\rho^2 + \delta_\rho \delta_2 + \frac{1}{k_\rho^2} \delta_\theta \left( (a_\zeta + f_\zeta)^T e_\theta - \dot{\rho} \dot{\theta} \right) - \frac{1}{k_f k_\rho^2} \tilde{f}_\zeta^T \dot{\hat{f}}_\zeta$$

Le processus de backstepping continue en ajoutant l'écart  $\delta_2$  dans une fonction de stockage augmentée :

$$S_2 = S_1 + \frac{1}{2k_\rho^2} |\delta_2|^2$$

Lorsqu'on dérive  $\delta_2$ , il vient :

$$\dot{\delta}_2 = k_\rho \dot{\delta}_\rho + \ddot{\rho} = -k_\rho^2 \delta_\rho + k_\rho \delta_2 + \rho \dot{\theta}^2 + (a_\zeta + f_\zeta)^T e_\rho$$

Par conséquent, la dérivée temporelle de  $S_2$  est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{S}_2 = & -k_\rho \delta_\rho^2 + \frac{1}{k_\rho} \delta_2^2 + \frac{1}{k_\rho^2} \delta_2 \left( \rho \dot{\theta}^2 + (a_\zeta + f_\zeta)^T e_\rho \right) \\ & + \frac{1}{k_\rho^2} \delta_\theta \left( (a_\zeta + f_\zeta)^T e_\theta - \dot{\rho} \dot{\theta} \right) - \frac{1}{k_f k_\rho^2} \tilde{f}_\zeta^T \dot{\hat{f}}_\zeta \end{aligned}$$

A ce stade, nous exprimons la loi de contrôle (6.5) sur la poussée  $a_\zeta$  en utilisant les définitions de  $\delta_2$  et  $\delta_\theta$ . En remarquant que :

$$\delta_v = \delta_2 e_\rho + \delta_\theta e_\theta$$

La loi de contrôle (6.5) s'exprime comme :

$$a_\zeta = \left( -k_v \delta_2 - \rho \dot{\theta}^2 \right) e_\rho + \left( -k_v \delta_\theta + \dot{\rho} \dot{\theta} \right) e_\theta - \hat{f}_\zeta \quad (6.7)$$

Quand on remplace  $a_\zeta$  par l'expression ci-dessus dans l'expression de  $\dot{S}_2$ , il vient :

$$\begin{aligned} \dot{S}_2 = & -k_\rho \delta_\rho^2 - \frac{k_v - k_\rho}{k_\rho^2} \delta_2^2 - \frac{k_v}{k_\rho^2} \delta_\theta^2 \\ & + \frac{1}{k_\rho^2} \tilde{f}_\zeta^T \left( (\delta_2 e_\rho + \delta_\theta e_\theta) - \frac{1}{k_f} \dot{\hat{f}}_\zeta \right) \end{aligned}$$

Le choix du filtre d'estimation (6.6) sur  $\hat{f}_\zeta$  annule l'influence de l'erreur d'estimation  $\tilde{f}_\zeta$  dans l'expression de  $\dot{S}_2$  :

$$\dot{S}_2 = -k_\rho \delta_\rho^2 - \frac{k_v - k_\rho}{k_\rho^2} \delta_2^2 - \frac{k_v}{k_\rho^2} \delta_\theta^2$$

Alors, en choisissant  $k_v > k_\rho$ , ce qui est imposé par la condition (6.3), la dérivée temporelle de  $S_2$  est non positive, et le théorème de Lasalle garantit la convergence de  $\delta_\rho$ ,  $\delta_\theta$  et  $\tilde{f}_\zeta$  vers zéro.  $\square$

Le contrôle (6.5) définit la projection de la poussée dans le plan horizontal. Pour définir complètement le vecteur poussée, on contrôle sa composante verticale pour maintenir l'altitude à une valeur constante  $h_d$ . Le lemme suivant permet de déterminer la poussée nécessaire.

**Lemme 14** Soit  $h = -e_3^T \xi_D$ ,  $v_h = -e_3^T v_D$  et  $a_h$  défini par :

$$a_h = k_v (k_h (h_d - h) - v_h) + \hat{f}_h + g, \quad \text{et} \quad \dot{\hat{f}}_h = k_f (k_h (h_d - h) - v_h) \quad (6.8)$$

où  $k_h > k_v > 0$  et  $k_f$  sont des gains positifs. Soit  $a_\zeta$  défini par (6.5), alors la poussée donnée par :

$$\bar{u} = m \sqrt{a_h^2 + \|a_\zeta\|^2}, \quad n_d = -\frac{m}{\bar{u}} \begin{bmatrix} a_\zeta \\ -a_h \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

stabilise asymptotiquement le système (4.34) sur un mouvement circulaire uniforme à altitude constante. Plus précisément,  $\rho \rightarrow \rho_d$ ,  $\rho\dot{\theta} \rightarrow \epsilon v_d$ ,  $h \rightarrow h_d$ . Par ailleurs, pour  $\hat{F}_{ext}$  défini par :

$$\hat{F}_{ext} = m \begin{bmatrix} \hat{f}_\zeta \\ \hat{f}_h \end{bmatrix}$$

On a  $\hat{F}_{ext} \rightarrow F_{ext}$ .

**Preuve.** La commande en poussée (6.9) crée l'accélération de commande  $a_\zeta$  dans le plan horizontal. Le système (4.34) étant équivalent à (6.2) dans le plan horizontal, la lemme 13 assure  $\rho \rightarrow \rho_d$ ,  $\rho\dot{\theta} \rightarrow \epsilon v_d$ ,  $h \rightarrow h_d$ . La loi de commande (6.8) est la projection sur l'axe vertical  $-e_3$  de la commande (4.40). Il est alors clair que  $h \rightarrow h_d$ , et  $\hat{F}_{ext} \rightarrow F_{ext}$ .  $\square$

Le contrôle orbital (6.5) en cascade avec le contrôle d'attitude (4.42) et le contrôle en lacet (4.48) a été testé en simulation sur le modèle (3.30). La figure 6.10 montre la mise en orbite du véhicule, initialement en  $\xi_D(0) = [0, 0, -5]^T$  autour d'un point obstacle de coordonnées  $\xi_o = [5, 10, -4]^T$ . Nous choisissons  $\rho_d = 5m$ ,  $v_d = 1m/s$ , et  $\epsilon = 1$ . Lorsque les efforts extérieurs sont constants ( $F_{ext} = [12N, 6N, 0]$ ), le véhicule se stabilise correctement sur une orbite circulaire centrée en  $\xi_o$  à  $5m$  du point obstacle, et estime correctement  $F_{ext}$ . Par contre, lorsqu'on considère des efforts aérodynamiques prenant en compte la vitesse relative du véhicule par rapport au vent (par exemple en considérant la traînée de captation  $F_{ext} = Q(v_D - v_w)$ ), l'hypothèse d'efforts aérodynamiques constants n'est plus valide et le véhicule n'arrive pas à s'asservir correctement sur une trajectoire circulaire. La figure 6.11 illustre ce problème de poursuite dans l'estimation. On a un écart entre effort réel et estimé qui ne se résorbe pas en régime permanent. En conséquence, le véhicule se stabilise sur une orbite circulaire à distance  $\rho > \rho_d$  et avec une vitesse tangentielle légèrement inférieure à  $v_d$ .

L'erreur de poursuite est d'autant plus élevée que la vitesse tangentielle le long de l'orbite est importante. Pour un évitement à grande vitesse, un modèle de synthèse basé sur des efforts aérodynamiques constants doit être remis en question. Dans notre application, la portée du radar réduite à une vingtaine de mètres limite la vitesse de déplacement du véhicule. Dans le cahier des charges, la vitesse du véhicule est limitée en présence d'obstacle à 1 ou 2m/s, ce qui rend négligeable l'influence de l'erreur de poursuite. De plus, la présence de la traînée  $-Qv_D$  engendrée par le véhicule a pour conséquence de déporter le véhicule sur une orbite plus éloignée de l'obstacle que l'orbite de sécurité. Du point de vue de la sécurité, la présence de ce terme de traînée a donc pour effet bénéfique d'éloigner naturellement le véhicule de l'obstacle lorsque la vitesse de croisière s'accroît.

### 6.3.2.2 Basculement entre contrôleur nominal et contrôleur orbital

Le basculement entre le contrôleur nominal et le contrôleur orbital est un problème important qui conditionne l'efficacité de la méthode. En choisissant un critère trop strict, on peut altérer inutilement la trajectoire du véhicule au cours de sa navigation, voire le maintenir prisonnier de l'orbite d'un obstacle. En contrepartie, le choix d'un critère trop laxiste privilégiant la navigation vers le point de passage peut conduire à "oublier" la présence de l'obstacle, et à piéger le véhicule avec des obstacles non convexes. Le critère de choix du contrôleur est basé sur des considérations géométriques. Le plan horizontal est découpé en cinq zones, illustrées sur la figure 6.12), définies par :

1. Le véhicule est près du but.
2. Le véhicule ne peut pas aller en ligne droite vers le but sans violer le domaine de sécurité autour de l'obstacle.

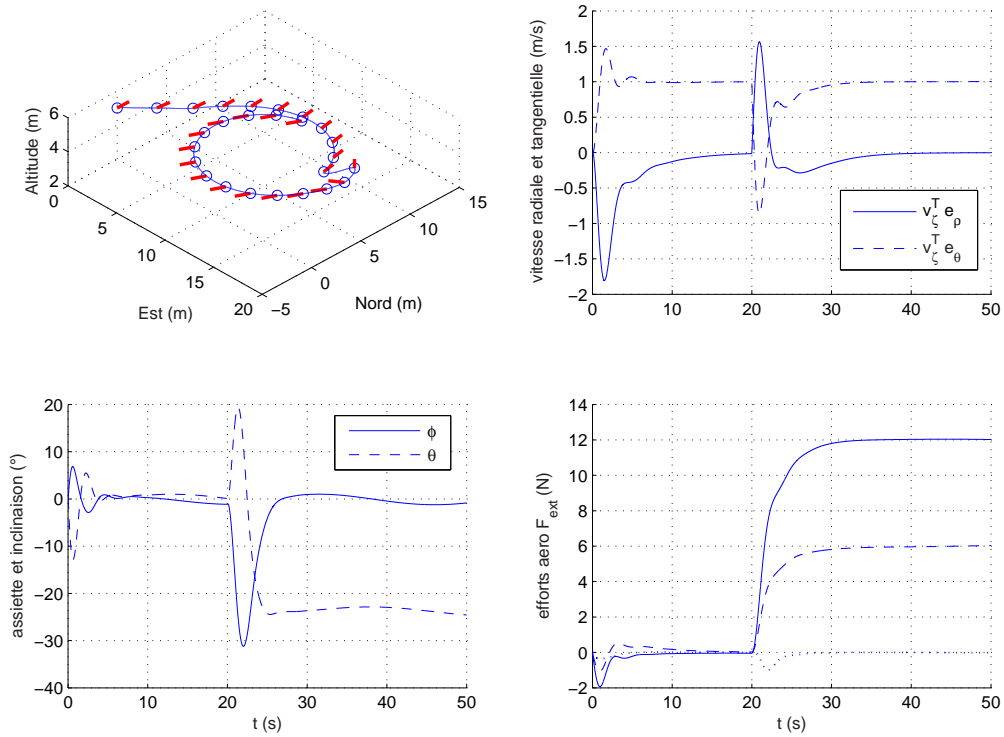


FIG. 6.10: Mise en orbite du véhicule autour d'un point obstacle en présence d'efforts aérodynamiques constants

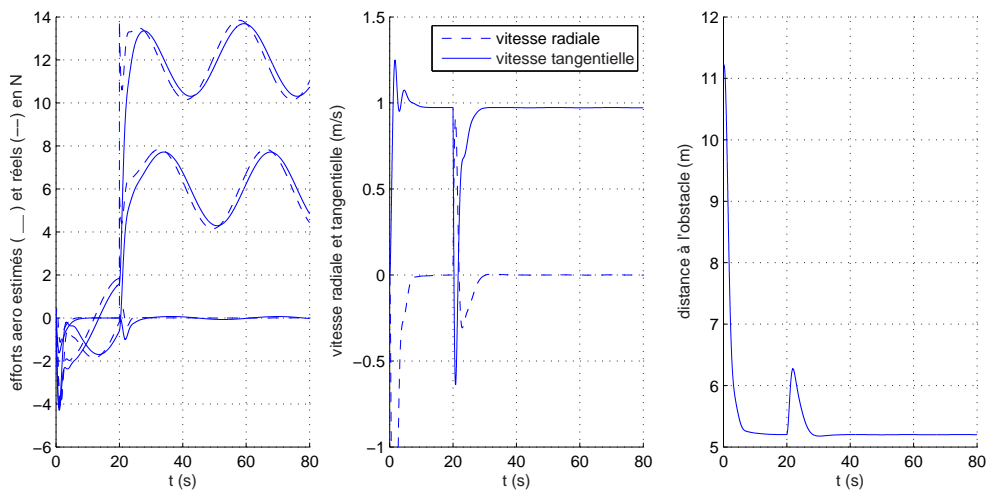


FIG. 6.11: Erreur de poursuite sur l'estimation des efforts aérodynamique en présence de traînée de captation.

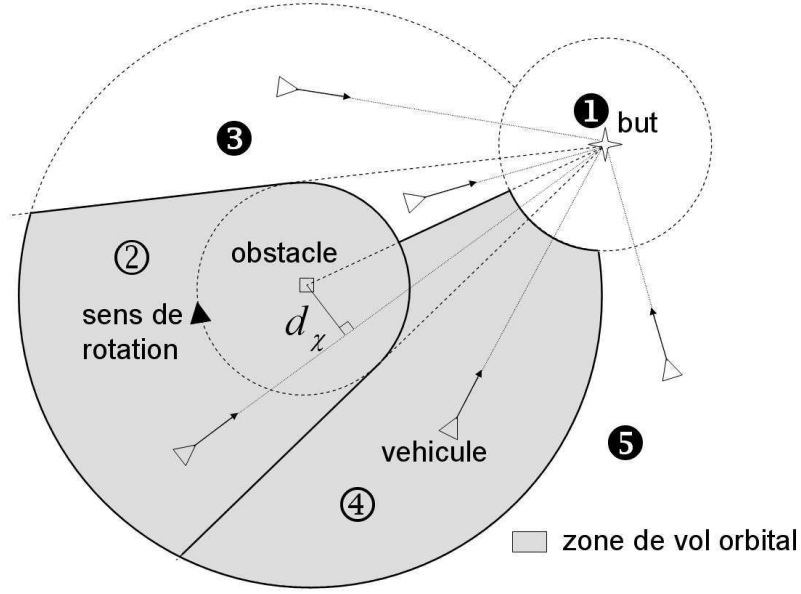


FIG. 6.12: Illustration de la zone de vol orbital

3. Le véhicule peut aller en ligne droite vers le but sans violer le domaine de sécurité et respecte le sens de l'écoulement.
4. Le véhicule peut aller en ligne droite vers le but sans violer le domaine de sécurité mais ne respecte pas le sens de l'écoulement.
5. L'obstacle est en dehors de portée radar du véhicule.

Dans les zones (1, 3, 5), le contrôleur nominal est activé. Dans les zones (2, 4), réunies sous le nom de zone de vol orbital, le contrôle orbital est actif. Le passage d'un contrôleur à l'autre est conditionné par le booléen *FreeFlight*, défini par :

$$\begin{aligned}
 FreeFlight = & (\|\zeta - \zeta_d\| \leq \rho_d) \\
 & \text{ou} (\rho > \rho_{max}) \\
 & \text{ou} ((d_\chi > \rho_d) \text{ et } (\epsilon(\zeta_d - \zeta)^T e_\theta \geq 0))
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

Où  $d_\chi$  est la distance de passage entre le véhicule et l'obstacle, c'est à dire la distance de  $\zeta_o$  à la droite  $(\zeta\zeta_d)$  :

$$d_\chi = \begin{cases} \rho \sqrt{1 - \left(\frac{e_\rho^T(\zeta - \zeta_d)}{\|\zeta - \zeta_d\|}\right)^2} & \text{si } e_\rho^T(\zeta_d - \zeta) \leq 0 \\ \rho & \text{sinon} \end{cases}$$

Quand  $FreeFlight = 1$ , le contrôle nominal est activé. Cette stratégie de commutation permet au véhicule de gagner le point de passage courant en évitant un obstacle ponctuel. Il s'agit maintenant d'étendre le contrôle proposé pour prendre en compte des obstacles réels, constitués de murs compacts.

### 6.3.2.3 Obstacle le plus dangereux et conservation du sens d'écoulement

Au lieu de construire incrémentalement un modèle de l'environnement, l'algorithme garde uniquement en mémoire le point obstacle le plus dangereux  $\zeta_o$ . Quand une nouvelle donnée radar



$\zeta_m$  arrive, elle remplace le point obstacle courant  $\zeta_o(k)$  si l'obstacle associé est considéré comme plus dangereux. Mais en premier lieu, on commence par définir le sens d'écoulement  $\epsilon_m$  de l'orbite autour de  $\zeta_m$ . En effet, si  $\zeta_m$  devient le point le plus dangereux  $\zeta_o(k+1)$ , l'évitement de  $\zeta_m$  doit rester cohérent avec l'évitement précédent de  $\zeta_o(k)$ . Le choix de  $\epsilon_m$  est alors régi par les trois règles suivantes, illustrées par la figure 6.13 :

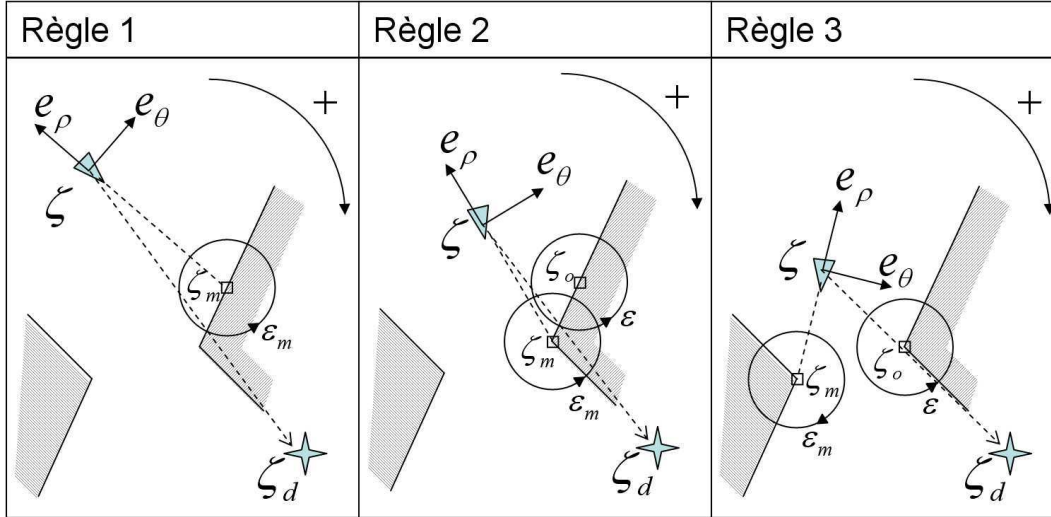


FIG. 6.13: Les règles d'évolution du sens de rotation  $\epsilon_m$  autour de  $\zeta_m$

1. Pour un point isolé,  $\epsilon_m$  est choisi pour minimiser le trajet de la position courante  $\zeta$  jusqu'au but  $\zeta_d$  en contournant  $\zeta_m$  :

$$\epsilon_m = \text{sign}(e_\theta^T (\zeta - \zeta_d))$$

2. Pour un point  $\zeta_m$  proche du point courant  $\zeta_o(k)$ , le sens d'écoulement est conservé si la distance entre les deux points obstacle est inférieure à  $2\rho_d$  (le véhicule n'a pas la place suffisante pour se faufiler entre les deux obstacles en respectant les marges de sécurité) :

$$\|\zeta_m - \zeta_o(k)\| < 2\rho_d \Rightarrow \epsilon_m = \epsilon(k)$$

3. Pour une distance entre  $\zeta_m$  et le point obstacle courant  $\zeta_o(k)$  supérieure à  $2\rho_d$ , le sens de rotation est choisi en utilisant la règle 1.

Une fois que l'orbite autour de  $\zeta_m$  est correctement orientée, l'algorithme décide s'il est pertinent de remplacer le point courant  $\zeta_o(k)$  par  $\zeta_m$ . Le changement est opéré ssi :

- le risque de collision avec  $\zeta_m$  est plus élevé **et**
- le sens d'écoulement est conservé ( $\epsilon_m = \epsilon(k)$ ) **ou**
- le sens d'écoulement a changé, mais le véhicule n'est plus dans la zone de vol orbital autour de  $\zeta_o(k)$ .

Le risque de collision est évalué par prédiction du mouvement du véhicule sur une courte fenêtre temporelle, sous l'hypothèse d'un mouvement rectiligne uniforme. Le point le plus dangereux est le point le plus proche de la position finale prédite, comme illustré sur la figure 6.14. La seconde condition autorise le changement de point d'autant plus facilement que le sens d'écoulement est conservé, comme dans le cas d'un suivi de paroi par exemple. La dernière condition limite le changement lorsque le sens de l'écoulement diffère, afin d'éviter les phénomènes d'oscillations

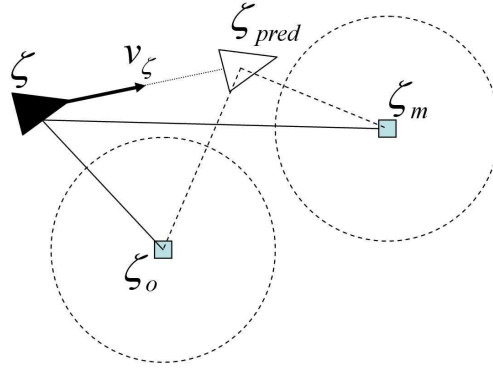


FIG. 6.14: Danger de collision associé à un obstacle (sur cet exemple,  $\zeta_m$  est plus dangereux que  $\zeta_o$ )

lorsque le véhicule est engagé dans des corridors étroits. Le booléen *ChgObst* fusionne les conditions énoncées précédemment et décide si  $\zeta_o(k+1)$  doit passer à la nouvelle valeur  $\zeta_m$ , ou s'il est préférable de conserver le point courant  $\zeta_o(k)$  :

$$\begin{aligned} ChgObst &= \|\zeta_m - (\zeta + T_p v_\zeta)\| < \|\zeta_o(k) - (\zeta + T_p v_\zeta)\| \\ &\text{et } (\epsilon_m = \epsilon(k) \text{ ou } FreeFlight(k)) \end{aligned} \quad (6.11)$$

$T_p$  est la largeur de la fenêtre temporelle. Une telle stratégie permet de surmonter facilement la faible connaissance de l'environnement donnée par les mesures radar.

#### 6.3.2.4 Algorithme de navigation autonome et simulations

En guise de bilan, nous détaillons dans l'algorithme 2 l'implémentation de la stratégie de contournement dans le plan horizontal. Cet algorithme est en fait une modification de l'algorithme 1. La partie relative au choix du point de passage reste inchangée. C'est au niveau du contrôle en position que la modification a lieu. Selon que l'on choisisse d'éviter l'obstacle ou de se diriger vers le but, le contrôle en position définit une consigne en vitesse et une précommande en accélération adaptées à la tâche courante. Le contrôle en vitesse est alors commun aux deux stratégies. En particulier, il n'y a qu'un seul filtre d'estimation des efforts aérodynamiques.

Nous allons maintenant présenter des résultats de simulations réalisées sur le modèle (3.30), pour illustrer la méthode. L'algorithme utilisait le jeu de gains suivant :

$$\begin{aligned} k_\zeta, k_z, k_\rho &= 0.25 & k_v &= 2.1 & k_f &= 0.7 \\ \rho_{max} &= 15m & \rho_d &= 5m & v_d &= 1ms^{-1} & T_p &= 3s \end{aligned}$$

Le véhicule, initialement à la position  $\zeta(0) = [1m; -20m]$ , doit atteindre le point de passage  $\zeta_d = [1m; 25m]$  tout en évitant un obstacle rectangulaire sur son chemin. En  $t = 20s$ , un échelon de vent intervient, générant un effort constant  $F_{ext} = [8N, 4N, 0]^T$ . Les résultats sont présentés sur la figure 6.15, décrivant la position du véhicule dans le plan horizontal, les angles d'Euler, la distance à l'obstacle  $d_{obst}$  et l'estimation  $\hat{F}_{ext}$ . Le véhicule atteint la position désirée après avoir contourné l'obstacle. Une distance de sécurité suffisante est maintenue tout au long de l'évitement et les efforts aérodynamiques sont correctement estimés.

L'importance de l'estimation en ligne des efforts aérodynamiques est soulignée sur la figure 6.16. Lorsque l'estimation est désactivée, le véhicule est emporté par le vent et ne peut éviter

Algorithm 2: Navigation par point de passage avec contournement

**Entrées** :  $\zeta_m, \xi_k, V_k, T_k, \xi_D, v_D,$   
**Sorties** :  $\bar{u}, n_d, k$   
 Etats internes :  $k, \zeta_o, \epsilon, FreeFlight, \hat{f}_\zeta, \hat{f}_z,$   
 Période d'échantillonnage :  $T_s$  {Cadence acquisition radar}

**loop**  
 // Choix du point de passage courant  
 $\zeta_d \leftarrow \pi_{e3}\xi_k, h_d \leftarrow -e_3^T \xi_k$   
 $v_d \leftarrow V_k$   
 $tempo \leftarrow (\|\xi_D - \xi_d\| < \Delta) ? (tempo + T_s) : (tempo)$   
**if**  $tempo > T_n$  **then**  
      $k \leftarrow k + 1$   
      $tempo \leftarrow 0$   
**end if**  
 // Choix du point obstacle  
 évaluer  $ChgObst$  en utilisant (6.11)  
**if**  $ChgObst$  **then**  
      $\zeta_o \leftarrow \zeta_m$   
      $\epsilon \leftarrow \epsilon_m$   
**end if**  
 // Contrôle en position horizontale  
 évaluer  $FreeFlight$  en utilisant (6.10)  
**if**  $FreeFlight$  **then**  
      $v_{safe} \leftarrow -k_\zeta(\zeta - \zeta_d)$   
      $a_{safe} \leftarrow 0$   
**else**  
      $v_{safe} \leftarrow -k_\rho \delta_\rho e_\rho + \epsilon v_d e_\theta$   
      $a_{safe} \leftarrow -\rho \dot{\theta}^2 e_\rho + \dot{\rho} \dot{\theta} e_\theta$   
**end if**  
 // Contrôle en vitesse horizontale  
 $\delta_v \leftarrow v_\zeta - \text{sat}_{v_d}(v_{safe})$  {erreur en vitesse}  
 $a_\zeta \leftarrow -k_v \delta_v - \hat{f}_\zeta + a_{safe}$   
 $\hat{f}_x \leftarrow \hat{f}_\zeta + T_s k_f \delta_v$  {Intégration d'Euler}  
 // Contrôle d'altitude  
 $a_h \leftarrow k_v (k_h (h - h_d) - v_h) + \hat{f}_h + g$   
 $\hat{f}_h \leftarrow \hat{f}_h + T_s k_f (k_h (h - h_d) - v_h)$  {Intégration d'Euler}  
 // Mise à jour des sorties  
 mettre à jour  $\bar{u}, n_d$  en utilisant (6.9)  
**end loop**

---

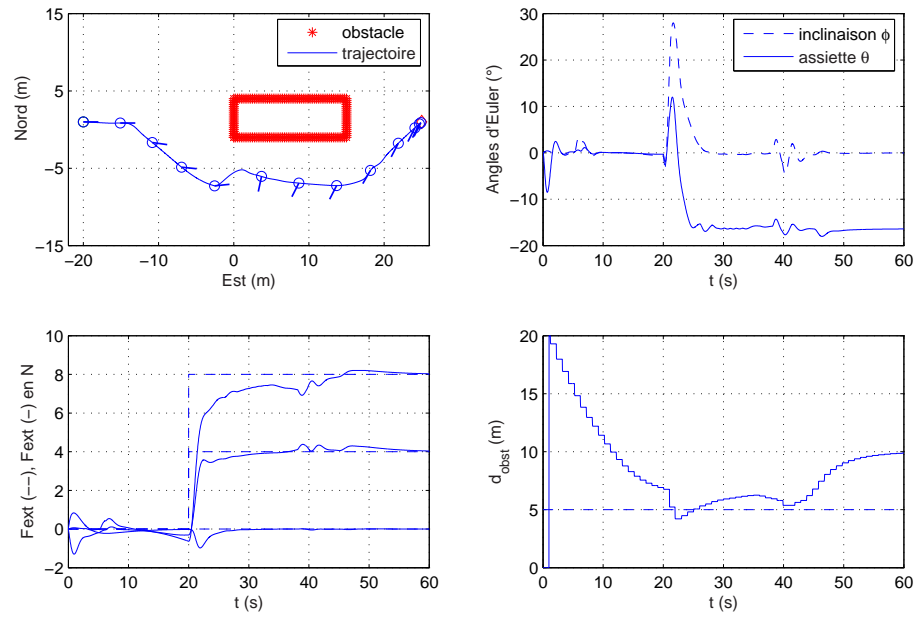


FIG. 6.15: Etat du véhicule au cours d'un évitement en présence de vent travers

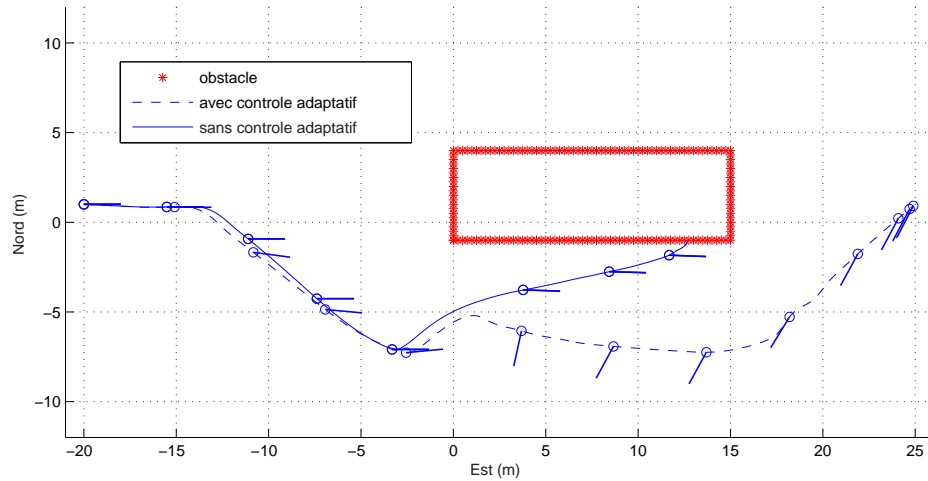


FIG. 6.16: Trajectoire du véhicule au cours de l'évitement avec et sans estimation des efforts aérodynamiques

la collision avec la paroi. Sur une dernière simulation, nous illustrons la capacité de la stratégie d'évitement à contourner des obstacles non convexes et à se faufiler dans un couloir entre deux obstacles sans se retrouver bloqué et sans présenter d'oscillations indésirables sur la vitesse. Le véhicule, initialement en  $\zeta(0) = [10m, -20m]$ , doit gagner le point  $\zeta_d = [10m, 22m]$ . Les efforts aérodynamiques sont réduits à la traînée de captation  $F_{ext} = -Q(v - v_w)$  et l'atmosphère est

au repos ( $v_w = 0$ ). Le véhicule contourne un obstacle en forme de U et se faufile dans le couloir libre entre deux obstacles. Au cours de son mouvement, la vitesse du véhicule ne présente pas d'oscillations, comme illustré sur la figure 6.17. Le critère  $ChgObst$  permet d'éviter au véhicule de "rebondir" d'un mur à l'autre.

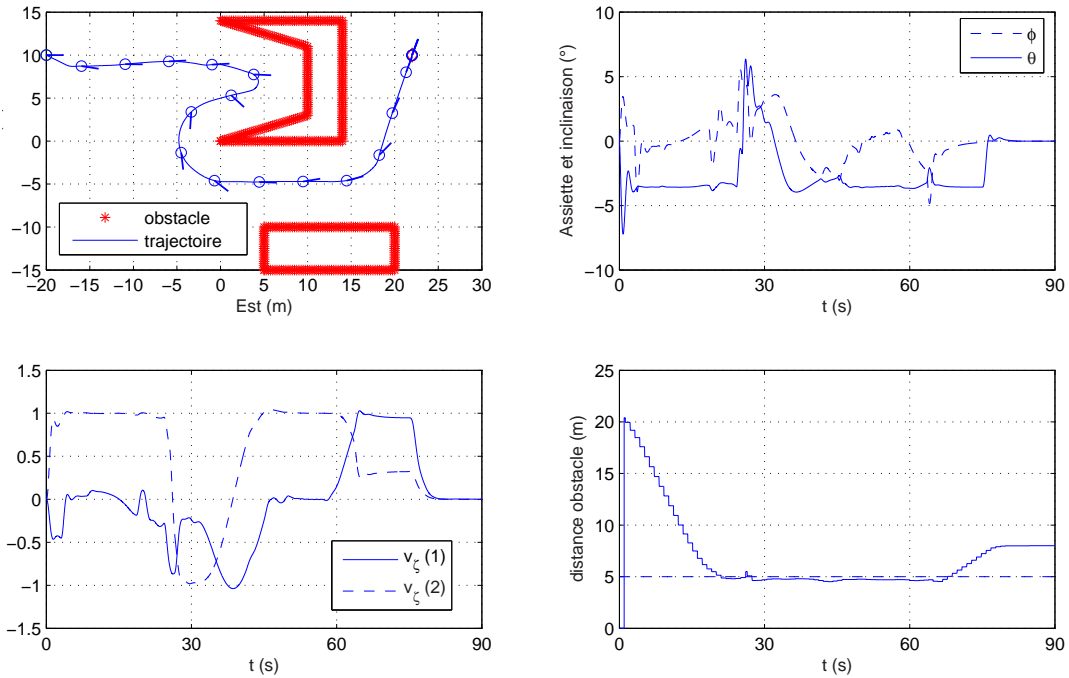


FIG. 6.17: Evitement d'un obstacle non convexe et engagement dans un couloir dans une atmosphère au repos

### 6.3.3 Implémentation pratique

Nous allons maintenant nous intéresser à l'implémentation pratique sur le véhicule, en particulier au traitement des mesures radar. L'algorithme a démontré un bon fonctionnement en présence de mesures parfaites. Cependant, le capteur radar produit de nombreuses mesures corrompues, dues à de mauvaises réflexions, ou à des multi-trajets, conduisant à détecter des obstacles virtuels ou plus grave, à ne pas détecter des obstacles réels. Tout d'abord, après une rapide présentation du capteur, nous proposons un filtre permettant de rejeter les mesures corrompues. Dans la suite, nous étudierons la robustesse de la stratégie d'évitement sur le simulateur du HoverEye.

#### 6.3.3.1 Modèle du radar

Le véhicule est équipé d'un radar ULB qui fournit la distance  $\rho$  à l'obstacle le plus proche dans la direction d'observation. Le radar est monté sur une plateforme 2-axes (pan/tilt) : La vitesse de balayage en azimut est constante. L'angle d'élévation est asservi pour maintenir sa direction d'observation dans le plan horizontal, même lorsque le véhicule a une assiette et une inclinaison

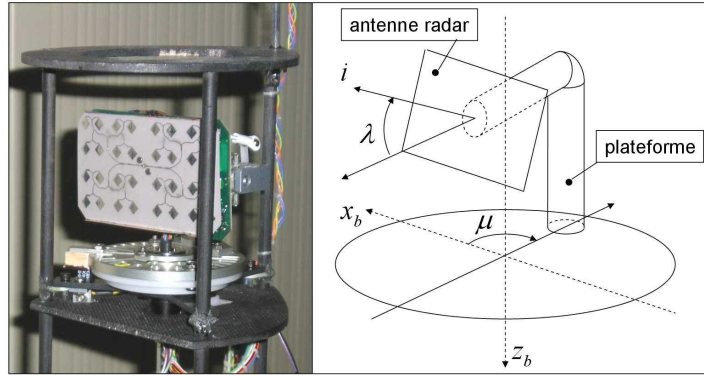


FIG. 6.18: L'antenne radar du HoverEye montée sur sa plateforme 2-axes

non nulle. La technologie du radar ULB permet d'avoir une mesure précise au décimètre jusqu'à une distance de 50m. En pratique, l'ouverture du cône de l'onde radar devient trop large dès que l'on dépasse une vingtaine de mètres. La portée maximale du radar est fixée à  $\rho_{max} = 15m$ . En vol quasi stationnaire, on peut considérer que la vitesse de balayage du vecteur  $i$  dans le plan est constante et asservie à un tour par seconde. Si le radar donne nominalement des mesures avec une bonne précision, il arrive qu'il donne des mesures corrompues, correspondant selon les cas à un point obstacle non détecté, ou à un point virtuel. Nous allons proposer un filtre simple permettant d'éliminer ces mesures corrompues.

### 6.3.3.2 Filtrage des données corrompues

Nous cherchons une méthode qui permettrait de filtrer de façon intelligente les données radar corrompues lors d'un balayage dans le plan horizontal. En l'absence d'une cartographie de l'environnement connue *a priori*, l'idée consiste à comparer la mesure radar courante aux mesures relevées lors des balayages précédents. Si un point est vu plusieurs fois de suite lors de plusieurs balayages successifs, alors il est crédible d'avoir un point obstacle à cet endroit. Les problèmes qui se posent pour la mise en œuvre sont :

- Comment conserver l'information des points des balayages précédents ? Peut on se fier à la position GPS pour replacer chaque mesure observée dans le repère inertiel ?
- Sur quel critère décider qu'une mesure radar est cohérente ou non ?
- Si une mesure radar est jugée corrompue, que renvoie-t-on à la place ?

Une mesure radar est constituée des coordonnées polaires  $(\rho_m, \theta_m)$  du véhicule par rapport à l'obstacle. Elle ne peut pas être conservée telle quelle en mémoire car il s'agit de coordonnées locales. Les coordonnées de l'obstacle dans le repère inertiel sont déduites de la position du véhicule par la relation :

$$\zeta_m = \zeta - \rho_m \begin{bmatrix} \cos \theta_m \\ \sin \theta_m \end{bmatrix}$$

La solution la plus simple pour conserver en mémoire les points des balayages précédents consisterait alors à mémoriser les coordonnées inertielles. Cependant, la position donnée par le GPS étant précise à seulement  $2m$ , un tel procédé ne permettrait pas de mettre correctement en correspondance les points précédemment observés avec la nouvelle mesure. Par contre, la vitesse GPS, beaucoup plus précise, peut être utilisée pour faire vieillir directement les coordonnées locales du véhicule. Pour cela, on utilise l'expression de la vitesse en coordonnées polaires (6.1),

du point de contrôle  $D$  par rapport au point obstacle  $M$ , immobile dans le repère inertiel.

$$\mathcal{I}_{\mathbf{V}(D/M)} = v_\zeta = \begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \rho\dot{\theta} \end{bmatrix}$$

Par ailleurs, en notant  $[V_x, V_y]$  les coordonnées de  $v_\zeta$  dans le repère inertiel, on obtient en projetant dans la base polaire l'équation cinématique de la distance et du relèvement angulaire du véhicule par rapport à l'obstacle :

$$\begin{bmatrix} \dot{\rho} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\frac{\sin \theta}{\rho} & \frac{\cos \theta}{\rho} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_\rho(\rho, \theta, V_x, V_y) \\ f_\theta(\rho, \theta, V_x, V_y) \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

En intégrant cette relation à partir des conditions initiales  $(\rho_m, \theta_m)$ , on peut faire vieillir les coordonnées polaires locales en utilisant l'information de vitesse, issue de l'hybridation IMU/GPS, sur un horizon temporel de  $T$  secondes correspondant au nombre de tours que l'on veut mémoriser. Dans un vecteur, on mémorise les  $N$  derniers points, qui correspondent à un certain nombre de tours de balayage. Si on veut mémoriser  $n$  tours, avec une période d'acquisition  $T_s$ , et une vitesse de rotation de la plate-forme radar de  $f$  tr/s, on a alors :

$$N = \frac{n}{T_s f}$$

Soit  $M_\rho$  le vecteur mémoire des distances radar, et  $M_\theta$  celui des relèvements angulaires. L'étape de prédiction consiste à écrire, pour  $1 \leq j \leq N$  :

$$\begin{aligned} M_\rho[j] &= M_\rho[j] + T_s f_\rho(M_\rho[j], M_\theta[j], V_x, V_y) \\ M_\theta[j] &= M_\theta[j] + T_s f_\theta(M_\rho[j], M_\theta[j], V_x, V_y) \end{aligned}$$

Ce vecteur de points mémorisés fonctionne comme une pile FIFO "First-In,First-Out" : lorsqu'une nouvelle mesure  $(\rho_m, \theta_m)$  arrive, elle devient le premier élément du vecteur, et le  $N$ -ième élément, qui représente la mesure la plus vieille, est "oublié" :

$$\begin{aligned} M_\rho(k+1) &= [\rho_m, M_\rho(k)[1 : N-1]] \\ M_\theta(k+1) &= [\theta_m, M_\theta(k)[1 : N-1]] \end{aligned}$$

Lorsqu'une mesure radar arrive, elle est transmise au module d'évitement d'obstacle si elle parvient à franchir le test de cohérence. Ce test consiste à compter le nombre  $m$  de points obstacles observés sur l'horizon temporel  $T$  dans un voisinage autour de la mesure (l'idée est qu'un point de radar a d'autant plus de probabilité d'être effectivement un point réel qu'il a été observé plusieurs fois au cours des balayages précédents). La notion de voisinage autour de la mesure est illustré sur la figure 6.19 :

$$m(k) = \text{card}(\{1 \leq j \leq N \quad t.q. \quad |M_\rho(k)[j] - \rho_m| < \Delta_\rho \quad \text{et} \quad |M_\theta(k)[j] - \theta_m| < \Delta_\theta\})$$

Si  $m$  est supérieur à un seuil  $s$  donné, alors la mesure est jugée cohérente. Le choix du seuil conditionne le bon fonctionnement du test de cohérence :

- si  $s = 0$ , alors toutes les mesures radar sont acceptées (le filtre est désactivé)
- si  $s = n$ , alors le point doit avoir été observé à chaque passage.

La définition du voisinage rend le test de cohérence plus sévère pour les points de mesure situés près du véhicule. Cet effet est bénéfique pour notre application. En effet, plus un point obstacle est proche du véhicule, plus il sera considéré comme dangereux, et le véhicule sera amené à se mettre en orbite autour de lui. Il est donc important qu'il n'y ait pas de point obstacles

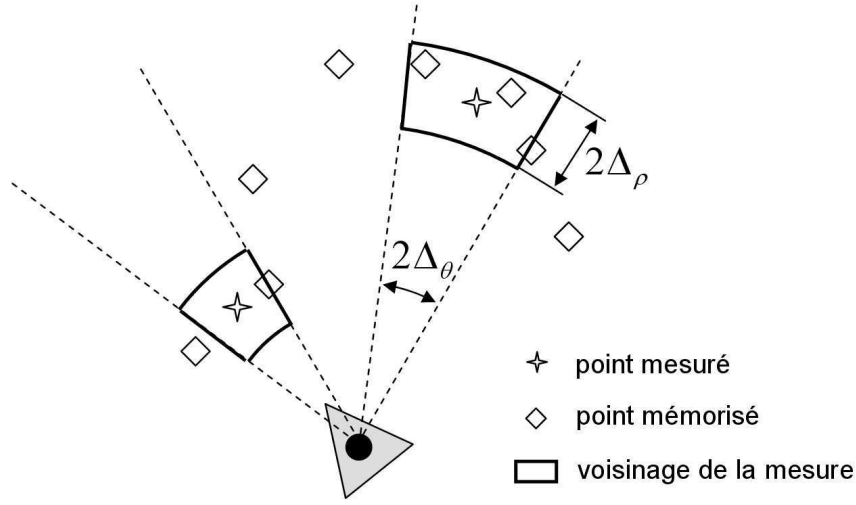
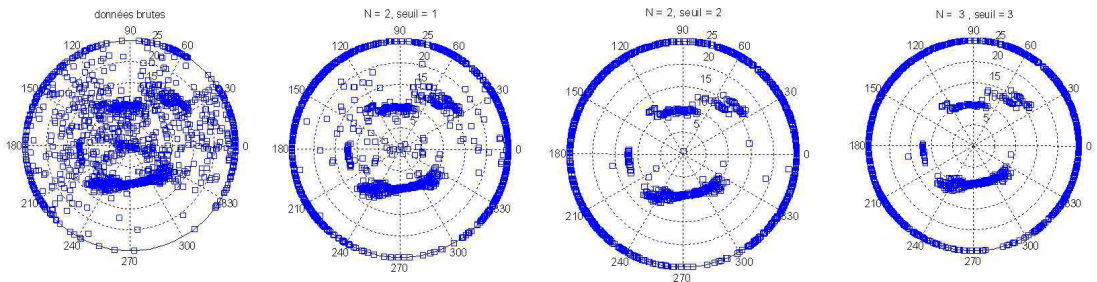


FIG. 6.19: Le voisinage de la mesure radar pour le test de cohérence

incohérents, ou virtuels, à proximité du véhicule. Par contre, à distance plus élevée, la prise en compte d'obstacles virtuels est moins nuisible au bon fonctionnement de l'algorithme.

Le choix de  $n$  est limité par la taille mémoire et la durée du temps de calcul nécessaire pour faire vieillir  $N$  points. Le choix de  $s$  est limité par le risque de voir disparaître des points qui existent réellement et de retarder la détection d'obstacle. Le choix de ces deux paramètres est réalisé expérimentalement. Le véhicule est posé au sol, au milieu de bâtiments. La figure 6.20 illustre les points obstacles relevés par le radar, en coordonnées polaires. Il est clair que les mesures brutes sont inexploitable pour notre algorithme d'évitement. Le choix  $(n, s) = (2, 1)$  améliore les choses, mais beaucoup de points virtuels sont encore présents. Le choix  $(n, s) = (2, 2)$  réalise un bon compromis au niveau du rejet des points incohérents et de la place mémoire nécessaire pour faire vieillir les points de mesure des deux derniers balayages. Il faut cependant aller jusqu'à  $(n, s) = (3, 3)$  pour éliminer tous les points aberrants.

FIG. 6.20: Les points obstacles relevés expérimentalement autour du véhicule immobile. De gauche à droite  $(n, s) = (0, 0)$ ,  $(n, s) = (2, 1)$ ,  $(n, s) = (2, 2)$ ,  $(n, s) = (3, 3)$ 

A l'issue du filtrage radar, on renvoie un point obstacle  $\zeta_m$  défini de la façon suivante :

$$\zeta_m = \zeta - \hat{\rho}_m \begin{bmatrix} \cos \theta_m \\ \sin \theta_m \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad \hat{\rho}_m = \begin{cases} \rho_m & \text{si } m \leq s \\ \rho_{max} & \text{sinon} \end{cases}$$



### 6.3.3.3 Résultats de simulations

Nous avons intégré la stratégie d'évitement couplée avec le filtrage des mesures radar sur le simulateur du HoverEye, et testé le scénario d'évitement d'un obstacle non convexe et de passage dans un couloir, mais en ajoutant cette fois le profil de vent réel utilisé pour le point fixe et un bruit sur la mesure radar illustré sur la figure 6.21. Comme on le voit, la mesure est généralement bonne, sauf lorsque le radar produit des mesures incohérentes, créant des points obstacles virtuels.

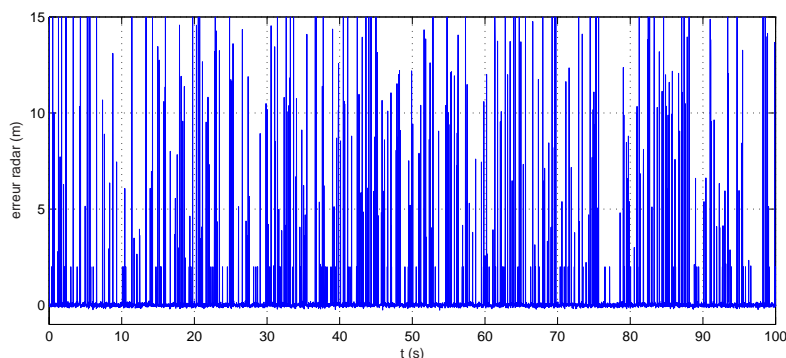


FIG. 6.21: Bruit sur la mesure radar pris pour la simulation

On a superposé sur la figure 6.22 les trajectoires réalisées par le véhicule pour différents paramètres de filtrage radar. Lorsque le véhicule ne filtre pas les données radar, il est submergé de points virtuels et ne parvient pas à s'écarter de sa position initiale. Lorsque  $(n, s) = (2, 1)$ , le véhicule voit encore des points virtuels proches de lui qui l'amènent à orbiter autour de sa position initiale. Par contre, pour  $(n, s) = (2, 2)$ , le véhicule réussit à éviter l'obstacle non convexe et à trouver son chemin dans le couloir en suivant une trajectoire proche de celle qu'il aurait eu en présence de mesures radar parfaites.

## 6.4 Conclusion

Le contournement dans le plan horizontal clôt ce chapitre consacré aux applications pratiques des développements exposés dans les chapitres précédents. La modélisation aérodynamique a été reprise dans l'élaboration du simulateur du HoverEye. Les lois de commande développées dans le chapitre 4 ont permis de réaliser le contrôle en position, bien qu'alimentées non pas avec l'état réel du véhicule, mais avec l'état reconstitué issu des techniques de filtrage et d'estimation exposées dans le chapitre 5.

Nous sommes attachés à démontrer dans ce chapitre la capacité du contrôle proposé à réaliser les tâches de maintien à poste, de navigation par points de passage et de contournement d'obstacles, le tout en présence de vent. Les bons résultats obtenus en simulations, ainsi que les essais concluants réalisés par l'équipe drone de Bertin sur le HoverEye, utilisant des stratégies de commande linéaires rebouclées avec les techniques d'estimation d'état non linéaires, permettent d'envisager avec confiance l'intégration prochaine des techniques de contrôle non linéaires, en particulier en ce qui concerne l'évitement d'obstacle.

Beaucoup reste à faire pour le vol opérationnel d'un véhicule comme le HoverEye en présence de vent dans un environnement urbain. L'expérimentation en environnement réel sera sûrement

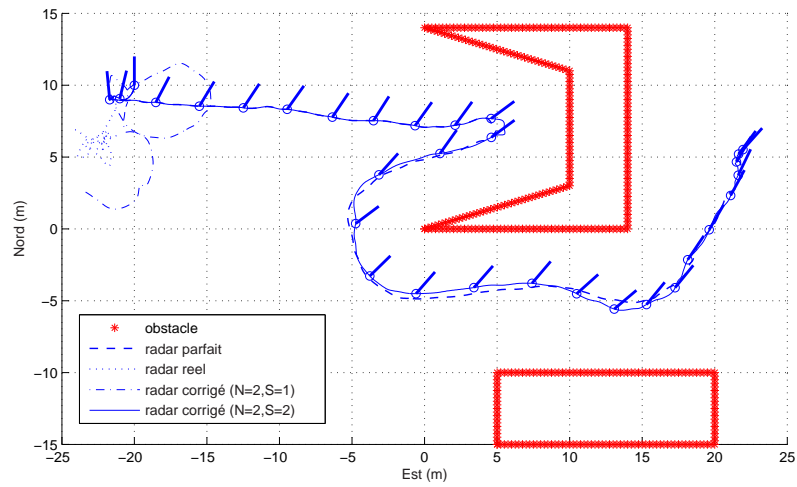


FIG. 6.22: Couplage de la stratégie d'évitement avec le filtrage des mesures radar au cours d'un évitement avec vent réel sur le simulateur du HoverEye

l'occasion de soulever de nouvelles questions et de nouveaux enjeux pour la navigation autonome des minidrones à hélice carénée.



# Conclusion

Au cours de mon travail de thèse, j'ai eu l'occasion de découvrir la richesse des problèmes posés à l'automaticien pour le contrôle des véhicules à voilure tournante : leur instabilité naturelle, leur caractère fortement non linéaire, le fort couplage entre les axes et surtout, cette présence incontournable du vent. Le titre choisi, ("de la stabilisation dans le vent à la navigation autonome"), décrit bien le cheminement réalisé pour passer d'un modèle d'aéromodélisme à une plate-forme contrôlée en position capable de servir d'oeil déporté d'un opérateur. De mon point de vue, l'intérêt majeur que j'ai trouvé à ce travail de recherche a été la multidisciplinarité : toutes les facettes traditionnelles de l'Automatique ont ainsi été abordées : l'identification, la modélisation, la commande, le traitement du signal et la navigation autonome. Ce travail m'a conduit à défricher plusieurs domaines, au lieu d'en explorer un à fond comme c'est le cas pour certaines thèses. Après tout, une caractérisation aérodynamique complète du véhicule eût suffi à elle seule à motiver plusieurs thèses. Cependant, apporter une solution complète à un problème de robotique nécessite de considérer simultanément des problèmes de perception, de décision et de commande. C'est pourquoi les sujets traités sont multiples et s'articulent tous autour d'un fil conducteur omniprésent : l'expérimentation sur le minidrone HoverEye.

Ces trois années ont été en effet l'occasion d'une collaboration fructueuse avec l'équipe d'ingénieurs de Bertin Technologies. Et pourtant, cela ne s'annonçait pas comme étant nécessairement facile. Le monde académique et le monde industriel cohabitent souvent dans une défiance réciproque. Mais très rapidement, une relation de confiance s'est installée, qui a perduré tout au long de ces trois années, dès lors que chacune des parties avait réalisé qu'elle avait beaucoup à gagner à travailler avec l'autre.

## ▷ Bilan et perspectives

Les contributions que j'ai pu apporter à la commande des minidrones à voilure tournantes concernent la modélisation, la commande, l'estimation et l'évitement d'obstacle. Mais un travail de thèse pose souvent davantage de questions qu'il n'apporte de réponse, et il faut bien se résoudre au bout de trois ans à laisser des problèmes en suspens. Ces questions ouvertes sont alors autant de perspectives à court ou moyen terme.

- Un gros travail a été réalisé au début de la thèse sur la caractérisation aérodynamique des minidrones à hélice carénée. En collaboration avec l'équipe de Bertin Technologies, l'analyse de résultats de tests en soufflerie, appuyée par des modèles aérodynamiques simples, a permis de comprendre la mécanique du vol complexe de ces plate-formes, en particulier la mise en évidence du rôle antagoniste de la traînée de captation et de la traînée de forme dans l'équilibre des moments de tangage. Cette étape est indispensable pour la conception mécanique de tels systèmes. Cependant, si la caractérisation des efforts aérodynamiques est à peu près acquise dans le plan longitudinal, la modélisation des efforts latéraux de

portance pour les véhicules asymétriques reste un problème ouvert. Il est d'autant plus important d'en avoir une connaissance fine qu'on a vu qu'ils pouvaient être à l'origine d'oscillations lors du contrôle en position du véhicule.

- Au terme de ce travail d'identification des efforts aérodynamiques, nous avons élaboré un modèle de synthèse non linéaire pour la commande. En particulier, en choisissant un point de contrôle déporté du centre de gravité, nous nous sommes affranchis de la dynamique des zéros instables propre aux "tail-sitter". En l'absence de capteurs anémométriques permettant de percevoir le vent, nous avons considéré, dans ce modèle de synthèse, les efforts aérodynamiques comme des termes perturbateurs. Devant les faibles vitesses de déplacement du véhicule, l'hypothèse d'efforts constants, ou lentement variables, appliqués en un point fixe s'est révélée suffisante. Cependant, pour des manœuvres plus agressives, il serait intéressant d'extraire les efforts aérodynamiques engendrés par la vitesse propre du véhicule de ceux dus au vent, et de prendre l'hypothèse plus réaliste d'un vent constant. La commande devient alors véritablement adaptative, et cherche à estimer des coefficients aérodynamiques.
- A partir du modèle de synthèse, nous avons proposé une stratégie de contrôle en position d'un minidrone à voilure tournante en présence de vent travers. En particulier, nous avons proposé une architecture de commande séparée en un contrôle en position de haut niveau et un contrôle d'attitude de bas niveau, et démontré la stabilité des systèmes interconnectés. L'ajout d'une commande de la vitesse de lacet a permis d'étendre la stratégie au contrôle de véhicules asymétriques. La mise en œuvre de cette stratégie a conduit à la navigation par points de passages, définis par des points GPS entrés par l'opérateur dans la station sol. Cependant, nous avons mis en évidence des retards au niveau de la mesure GPS, dont la prise en compte dans la synthèse du contrôle en position est un problème intéressant encore non résolu.
- Pour intégrer la commande dans le calculateur du véhicule, il était nécessaire de développer la fonction de perception permettant au véhicule de fusionner les données des capteurs pour reconstituer son état. Notre contribution a porté essentiellement sur l'estimation d'attitude non linéaire. En rupture avec les techniques classiques de filtrage de Kalman étendu, nous avons proposé un filtre directement synthétisé dans l'espace des matrices orthogonales. Nous avons mis en évidence une structure passive dans la dynamique de rotation, qui permet de simplifier l'expression du filtre par rapport aux autres approches non linéaires et de faire une analogie avec les techniques classiques de filtrage complémentaire. Nous avons ensuite étendu le filtre proposé à l'estimation de l'état complet (position et attitude). Si un bon fonctionnement a été constaté lors du bouclage "Estimation-Commande", la preuve théorique de la stabilité du couplage entre l'estimation et la commande reste un problème ouvert. En effet, le principe de séparation, qui permet, dans le cas de systèmes linéaires, de traiter séparément l'observation et la commande, n'est plus valide dès lors que l'on considère des estimateurs et des contrôleurs non linéaires. Des travaux prometteurs de Mahony et Hamel sont en cours sur le couplage estimation-commande sur le groupe des matrices orthogonales  $SO(3)$  [66], et pourront sûrement s'étendre à la commande de notre véhicule, dont le modèle de synthèse est essentiellement une dynamique de translation linéaire retardé en cascade avec une dynamique de rotation sur  $SO(3)$ .
- Dans un dernier temps, nous avons développé une stratégie d'évitement pour la navigation autonome en environnement encombré. Basée sur le basculement d'un contrôleur nominal vers un contrôleur orbital, elle permet de prendre en compte la dynamique du véhicule et

---

les perturbations dues au vent. Cette stratégie est prometteuse car elle étend aux systèmes dynamiques les techniques classiques de potentiels basées sur un contrôle purement cinématique. De plus, la stratégie de basculement entre contrôleurs s'inscrit dans le formalisme des systèmes hybrides, ce qui permettra peut être de conclure sur sa stabilité. Cependant, la navigation autonome en milieu urbain se heurte encore à un point dur : la perte du signal GPS dans un environnement urbain. Cette difficulté nécessitera peut être de repenser la navigation autonome et la téléopération des minidrones. A l'heure actuelle, l'opérateur spécifie des points de passage par leur coordonnées GPS. Aussi, dès que le GPS est perdu, le véhicule perd toute autonomie, et devient un simple modèle télécommandé en attitude. A l'avenir, il faudra certainement repenser la téléopération d'engins volants comme une tâche référencée capteur où l'opérateur pilote la caméra et où le véhicule utilise l'information de flot optique pour stabiliser sa position.

C'est pour aborder cette problématique que je compte réaliser une année de postdoctorat au sein du département d'ingénierie de l'Australian National University de Canberra sous la direction de Robert Mahony. Ici, comme partout, tout commence au lieu de finir...



# Bibliographie

- [1] J. Borenstein, H. Everett, and L. Feng, *Where am I? Sensors and Methods for Mobile Robots Positioning*. University of Michigan, 1996.
- [2] M. Aldon, “Capteurs et méthodes pour la localisation des robots mobiles,” *Techniques de l’ingénieur*, vol. S7852, 2001.
- [3] J. Charpentier, J. Radix, J. Bouvet, and G. Bonnevalle, *Navigation par inertie*. Dunod, 1962.
- [4] M. Grewal, L. Weill, and A. Andrews, *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*. Jhon Wiley & Sons, 2001.
- [5] M. Jun, S. Roumeliotis, and G. Sukhatme, “State estimation of an autonomous helicopter using kalman filtering,” in *Proc. of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Korea : IEEE, October 1999, pp. 1346–1353.
- [6] J. Minguez, F. Lamiroux, and L. Montesano, “Metric-based scan matching algorithms for mobile robots displacement estimations,” in *Proc. of the International Conference on Robotics and Automation*. Barcelone, Spain : IEEE, April 2005, pp. 3568–3574.
- [7] L. Lipera, J. Colbourne, M. Tischler, M. Mansur, M. Rotkowitz, and P. Patangui, “The micro craft istar micro-air vehicle : Control system design and testing,” in *Proc. of the 57th Annual Forum of the American Helicopter Society*, Washington DC, USA, May 2001, pp. 1–11.
- [8] J. White and J. Phelan, “Stability augmentation for a free flying ducted fan,” in *Proc. of the AIAA Guidance, Navigation and Control Conference*, vol. 2. Monterey, USA : AIAA, August 1987, pp. 896–904.
- [9] W. Yue, L. Rodrigues, and B. Gordon, “Piecewise affine control of a three dof aerobatic helicopter,” in *Proc. of the American Control Conference*. Minneapolis, USA : ACC, June 2006.
- [10] R. Olfati-Saber, “Nonlinear control of underactuated mechanical systems with application to robotics and aerospace vehicles,” *AIAA Journal of Guidance Control and Dynamics*, February 2001.
- [11] A. Isidori, *Nonlinear Control Systems*, 2nd ed. Jhon Wiley & Sons, 1998.
- [12] T. Koo and S. Sastry, “Output tracking control design of a helicopter model based on approximate linearization,” in *Proc. of the 37th Conference on Decision and Control*. Washington D.C., USA : IEEE, May 1998, pp. 3635–3640.
- [13] E. Johnson and S. Kannan, “Adaptive trajectory control for autonomous helicopters,” *AIAA Journal of Guidance Control and Dynamics*, Note : accepted for publication.
- [14] J. Hauser, S. Sastry, and G. Meyer, “Nonlinear control design for slightly non-minimum phase systems : Application to v/stol,” *Automatica*, vol. 28, pp. 651–670, 1992.



- [15] A. Chriette, “Contribution à la commande des hélicoptères : asservissement visuel et commande adaptative,” Ph.D. dissertation, Université d’Evry, Val d’Essonne, 2001.
- [16] R. Murray, W. Dunbar, R. Olfati-Saber, and L. Cremean, “Controller synthesis for constrained flight systems via receding horizon optimization,” in *Proc. of the 2nd “Unmanned Unlimited” System*. San Diego, USA : AIAA, September 2003.
- [17] R. Franz, M. Milam, and J. Hauser, “Applied receding control of the caltech ducted fan,” in *Proc. of the American Control Conference System*. Anchorage, USA : ACC, May 2002, pp. 3735–3740.
- [18] S. Bertrand, T. Hamel, H. Piet-Lahanier, and C. L. Tallec, “Elaboration de lois de guidage pilotage pour le vol autonome de petits engins volants en environnement perturbé,” in *Proc. of the Journée des thèses de l’ONERA 2005-2006*. Toulouse, France : ONERA, January 2006.
- [19] J.-M. Pfimlin, P. Souères, and T. Hamel, “Hovering flight stabilization in wind gusts for a ducted fan uav,” in *Proc. of the 43rd Conference on Decision and Control, CDC04*. Paradise Island, Bahamas : IEEE, December 2004, pp. 3491–3496.
- [20] O. Shakernia, Y. Ma, T. Koo, J. Hespanha, and S. Sastry, “Vision guided landing of an unmanned air vehicle,” in *Proc. of the 38th Conference on Decision and Control*. Phoenix, USA : IEEE, December 1999, pp. 4143–4148.
- [21] T. Hamel and R. Mahony, “Pure 2d visual servo control for a class of under-actuated dynamic systems,” in *Proc. of the International Conference on Robotics and Automation*, vol. 3. New Orleans, USA : IEEE, April 2004, pp. 2229–2235.
- [22] F. Lebras, R. Mahony, and T. Hamel, “Adaptive filtering and image based visual servo control of a ducted fan flying robot,” in *Proc. of the 45th Conference on Decision and Control, CDC06*. San Diego, USA : IEEE, December 2006, p. Accepted.
- [23] T. Netter and N. Franceschini, “A rootic aircraft that follows terrain using a neuromorphic eye,” in *Proc. of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Switzerland : IEEE/RSJ, October 2002, pp. 129–134.
- [24] P. Fabiani, V. Fuertes, A. Piquereau, R. Rampey, and F. T. Königsbuch, “The ressac autonomous exploration aircraft project,” in *Proc. of the Journée ROBEA 2005*. Montpellier, France : ONERA, March 2005, pp. 209–216.
- [25] R. Teo and C. Tomlin, “Computing danger zones for provably safe closely spaced parallel approaches,” *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, vol. 26, no. 3, pp. 434–442, May–June 2003.
- [26] W. Frew and R. Sengupta, “Obstacle avoidance with sensor uncertainty for small unmanned aircraft,” in *Proc. of the 43rd Conference on Decision and Control*. Paradise Island, Bahamas : IEEE, December 2004, pp. 614–619.
- [27] O. Amidi, T. Kanade, and R. Miller, *Vision-based autonomous helicopter research at Carnegie Mellon robotics institute (1991-1998)*. New York, USA : IEEE press and SPIE Optical Engineering press, M. Vincze and G. D. Hager Ed, 1999.
- [28] E. Frazzoli, M. Dahleh, and E. Feron, “Real-time motion planning for agile autonomous vehicles,” *Journal of Guidance Control and Dynamics*, vol. 25, no. 1, pp. 116–129, 2002.
- [29] S. Saripalli, J. Montgomery, and G. Sakhatme, “Vision based autonomous landing of an unmanned aerial vehicle,” in *Proc. of the International Conference of Robotics and Automation*. Washington D.C., USA : IEEE, May 2002, pp. 2799–2804.

- 
- [30] T. Hamel, R. Mahony, R. Lozano, and J. Ostrowski, "Dynamic modelling and configuration stabilization for an x4-flyer," in *Proc. of the 15th International Federation of Automatic Control World Congress*. Barcelona, Spain : IFAC, October 2002, pp. 200–212.
- [31] J. Fleming, T. Jones, P. Gelhausen, and D. Enns, "Improving control system effectiveness for ducted fan vtol uavs operating in crosswinds," in *Proc. of the 2nd "Unmanned Unlimited" System*. San Diego, USA : AIAA, September 2003.
- [32] J. Boiffier, *The Dynamics Of Flight*. Jhon Wiley & Sons, 1998.
- [33] M. V. Cook, *Flight Dynamics Principles*. Arnold, 1998.
- [34] R. Murray, Z. Li, and S. Sastry, *A Mathematical Introduction to Robotic Manipulation*. CRC Press, 1994.
- [35] B. Chezlepretre, "Probleme du diffuseur dans les hélices carénées," in *6ème colloque d'aérodynamique appliquée*. Toulouse, France : AFITAE, 1969.
- [36] M. Lazareff, "Les hélices carénées et leurs utilisations," in *Société des Ingénieurs de l'Automobile*. Paris, France : SIA, Avril 1963.
- [37] W. Graf, J. Fleming, and P. Gelhausen, "Ducted fan aerodynamics in forward flight," in *Proc. of the AHS International Specialists' Meeting on Unmanned Rotorcraft*. San Marcos, USA : American Helicopter Society, January 2005.
- [38] I. Guerrero, K. Londenberg, P. Gelhausen, and A. Myklebust, "A powered lift aerodynamic analysis for the design of ducted fan uavs," in *Proc. of the 2nd "Unmanned Unlimited" System, Technologies and Operations-Aerospace*, no. 2003–6557. San Diego, USA : AIAA, September 2003.
- [39] J. Ahn, "Parametric design of a ducted fan system in forward flight and static conditions," in *Proc. of the AHS International Specialists' Meeting on Unmanned Rotorcraft*. San Marcos, USA : American Helicopter Society, January 2005.
- [40] P. Martin and D. Boxwell, "Design, analysis and experiments on a 10-inch ducted rotor vtol uav," in *Proc. of the AHS International Specialists' Meeting on Unmanned Rotorcraft*. San Marcos, USA : American Helicopter Society, January 2005.
- [41] J. Pereira, I. Chopra, and A. Gessow, "Effects of shroud design variables on hover performance of a shrouded rotor for micro air vehicle applications," in *Proc. of the AHS International Specialists' Meeting on Unmanned Rotorcraft*. San Marcos, USA : American Helicopter Society, January 2005.
- [42] R. Comolet, *Mécanique expérimentale des fluides*. Masson, 1961.
- [43] R. Mahony and T. Hamel, "Adaptive compensation of aerodynamic effects during takeoff and manoeuvres for a scale model autonomous helicopter," *European Journal of Control*, vol. 7, pp. 43–58, 2001.
- [44] J. Luneau and A. Bonnet, *Aérodynamique, théorie de la dynamique des fluides*. CEPAD, 1989.
- [45] H. Fletcher, "Experimental investigation of lift, drag and pitching moment of five annular airfoils," NASA, Technical Report NACA TN4117, 1957.
- [46] M. Krstic, I. Kanellakopoulos, and P. Kokotovic, *Nonlinear and Adaptive Control Design*. John Wiley & Sons, 1995.
- [47] R. Mahony and T. Hamel, "Robust trajectory tracking for a scale model autonomous helicopter," *International Journal of Non-linear and Robust Control*, vol. 14, pp. 1035–1059, 2004.

- [48] L. Marconi, A. Isidori, and A. Serrani, "Autonomous vertical landing on an oscillating platform : an internal-model based approach," *Automatica*, vol. 38, pp. 21–32, January 2002.
- [49] F. Mazenc, R. Lozano, and R. Mahony, "Forwarding control of scale model autonomous helicopter : A lyapunov control design," in *Proc. of the 42nd Conference on Decision and Control*. Maui, Hawaii, USA : IEEE, December 2003, pp. 3960–3965.
- [50] R. Olfati-Saber, "Global configuration stabilization for the vtol aircraft with strong input coupling," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, no. 11, pp. 1949–1952, November 2002.
- [51] —, "Near-identity diffeomorphisms and exponential  $\epsilon$ -tracking and  $\epsilon$ -stabilization of first-order nonholonomic  $se(2)$  vehicles," in *Proc. of the 2002 American Control Conference*, Anchorage, Alaska, USA, May 2002, pp. 4690–4695.
- [52] K. Astrom and T. Hagglund, *PID Controllers : Theory, Design, and Tuning, 2nd edition*. Instrument Society of America, 1995.
- [53] E. Panteley and A. Loria, "Growth rate conditions for stability of cascaded time-varying systems," *Automatica*, vol. 37, no. 3, pp. 453–460, 2001.
- [54] K. Pathak and S. Agrawal, "An integrated spatial path planning and controller design approach for a hover-mode helicopter model," in *Proc. of the 20th International Conference on Robotics and Automation*. Barcelona, Spain : IEEE, Avril 2005.
- [55] F. Bullo, R. M. Murray, and A. Sarti, "Control on the sphere and reduced attitude stabilization," California Institute of Technology, Technical Report Caltech/CDS 95–005, Jan. 1995.
- [56] H. Khalil, *Nonlinear Systems 2nd edition*. New Jersey : Prentice Hall, 1996.
- [57] R. Mahony, T. Hamel, and J. Pflimlin, "Complementary filter design on the special orthogonal group  $so(3)$ ," in *Proc. of the 44th IEEE Conference on Decision and Control CDC-ECC05*, Seville, Spain, December 2005.
- [58] N. Metni, J.-M. Pflimlin, T. Hamel, and P. Souères, "Attitude and gyro bias estimation for a flying uav," in *Proc. of the IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, IROS05*, Edmonton, Canada, August 2005.
- [59] Y. S. Suh, "attitude estimation using low cost accelerometer and gyroscope," in *Proc. of the 7th Korea Russia International Symposium, KORUS03*, Ulsan, Korea, June 2003, pp. 423–427.
- [60] H. Rehbinder and X. Hu, "Nonlinear pitch and roll estimation for walking robots," in *Proc. of the IEEE International Conference on Robotics and Automation ICRA00*, San Francisco, USA, May 2000, pp. 2617–2622.
- [61] J. Marins, X. Yun, E. Bachmann, R.B.McGhee, and M.J.Zyda, "An extended kalman filter for quaternion-based orientation estimation using marg sensors," in *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, Maui, Hawaii, USA, October 2001, pp. 2003–2011.
- [62] S. Salcudean, "A globally convergent angular velocity observer for rigid body motion," *IEEE transactions on Automatic Control*, vol. 36, no. 12, pp. 1492–1497, 1991.
- [63] J.-M. Pflimlin, T. Hamel, P. Souères, and N. Metni, "Nonlinear attitude and gyroscope's bias estimation for a vtol uav," in *Proc. of the 16th IFAC World Congress, IFAC WC'05*, Prague, Czeck Republic, July 2005.
- [64] J. Radix, *Systèmes inertiels à composants liés "strap-down"*. CEPADUES Editions, 1980.

- 
- [65] J. Thienel and R. Sanner, “A coupled nonlinear spacecraft attitude controller and observer with an unknown constant gyro bias and gyro noise,” *IEEE transactions on Automatic Control*, vol. 48, no. 11, pp. 2011–2014, 2003.
- [66] R. Mahony, S. Cha, and T. Hamel, “A coupled estimation and control analysis for attitude stabilization of micro aerial vehicles,” in *Proc. of the Australian Conference on Robotics and Automation, ACRA06*. Auckland, New Zealand : ARAA, December 2006, p. Submitted.
- [67] O. Khatib, “Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots,” *International Journal of Robotics Research*, vol. 5, no. 1, January 1986.
- [68] A. D. Luca and G. Oriolo, “Local incremental planning for nonholonomic mobile robots,” in *Proc. of the International Conference on Robotics and Automation*. San Diego, USA : IEEE, May 1994, pp. 104–110.
- [69] V. Cadenat, R. Swain, P. Souères, and M. Devy, “A controller to perform a visually guided tracking task in a cluttered environment,” in *Proc. of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*. Kyongju, Korea : IEEE/RSJ, October 1999, pp. 775–780.
- [70] H. Choset, K. Lynch, S. Hutchinson, G. Kantor, W. Burgard, L. Kavraki, and S. Thrun, *Principles of Robot Motion, Theory, Algorithms and Implementation*. MIT Press, 2005.



## Résumé

A l'heure actuelle, les projets d'utilisation de drone de petites tailles à capacité de vol stationnaire pour des missions d'observation dans des environnements urbains se multiplient. Les contraintes d'encombrement et de confinement des pales pour la sécurité des utilisateurs ont remis au goût du jour l'utilisation de véhicules à hélices carénées. L'enjeu majeur de ces minidrones est la résistance au vent. Cependant, leur forme atypique et les faibles nombres de Reynolds associés sont à l'origine de phénomènes aérodynamiques dont la caractérisation fine reste un problème largement ouvert. Il est donc nécessaire de développer des stratégies de commande estimant ces efforts en ligne pour pouvoir les contrer. Après une étape de modélisation, nous mettons en évidence une structure chaînée propice à une architecture de contrôle en cascade, combinant un contrôle en position de haut niveau et un contrôle en attitude de bas niveau. Mais proposer une loi de commande pour le maintien à poste ne suffit pas. Encore faut-il, pour pouvoir l'implémenter dans le calculateur, disposer des informations de position et d'attitude pour le contrôle en boucle fermée. Nous proposons des techniques de filtrage pour reconstituer l'état du drone à partir des mesures capteurs. Notre contribution porte sur deux aspects : la conception d'estimateurs non linéaires dans l'espace des matrices orthogonales pour la restitution d'attitude d'une part, et la navigation inertielle hybridée d'autre part. Après avoir fermé la boucle "Observation-Contrôle", nous nous intéressons au problème de la navigation en présence d'obstacle. L'efficacité des méthodes proposées est vérifiée par des simulations et des expérimentations menées sur le minidrone à hélice carénée HoverEye développé par la Société Bertin Technologies."

## Abstract

The design of autonomous navigation strategies for ducted fan unmanned aerial vehicles has now become an important research area. Those small vehicles, able to perform stationary flight, are of great interest for military and civilian applications. The robustness to wind perturbations is the main challenge of those vehicles. Due to the low Reynolds number and the atypical shape of the body, the characterization of the aerodynamic forces applied to ducted fan rotorcrafts is still a difficult problem. Therefore, it is important to estimate those efforts on-line in order to counter them in control. After a modelling step, we extract a cascade structure of the system in order to perform nonlinear control design based on backstepping techniques. We propose a hierarchical controller separated in a high-level position control and a low level attitude control. Before implementing this control on the vehicle, we have to retrieve the position and attitude from the measurements of the sensors. We develop nonlinear filtering techniques on the special orthogonal group to estimate attitude. We also perform IMU/GPS hybridization to estimate the position. The estimated state is used in the feedback control to ensure hovering flight. In a last part, we complete the control scheme to perform autonomous navigation of the vehicle amidst obstacles. The efficiency of the method is illustrated by simulations and experiments led on the ducted fan VTOL UAV HoverEye developed by Bertin Technologies.

**Keywords:** ducted fan, VTOL UAV, nonlinear control, backstepping, complimentary filter, obstacle avoidance

