



HAL
open science

Formation, propagation et coalescence dans un réseau de fissures en fatigue thermique

Seyed Mohammad Seyedi

► **To cite this version:**

Seyed Mohammad Seyedi. Formation, propagation et coalescence dans un réseau de fissures en fatigue thermique. Mécanique [physics.med-ph]. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan, 2004. Français. NNT: . tel-00133778

HAL Id: tel-00133778

<https://theses.hal.science/tel-00133778>

Submitted on 27 Feb 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT
DE
L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE DE CACHAN

Spécialité :
Mécanique – Génie Mécanique – Génie Civil

Présentée à l'Ecole Normale Supérieure de Cachan
par

Seyed Mohammad SEYEDI

pour obtenir le grade de
Docteur de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan

Sujet de thèse :

**Formation, propagation et coalescence
dans un réseau de fissures en fatigue thermique**

Soutenue le 16 février 2004 devant le jury composé de

Suzanne DEGALLAIX-MOREUIL	Présidente
Jean-Louis CHABOCHE	Rapporteur
Eric MARTIN	Rapporteur
Véronique DOQUET	Examinatrice
François HILD	Examineur
Saïd TAHERI	Examineur

Laboratoire de Mécanique et Technologie
(ENS Cachan / CNRS-UMR 8535/ Université Paris VI)
61 avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex (France)
Electricité de France R&D, Département Analyses Mécaniques et Acoustiques
1 avenue du Général de Gaulle, 92141 Clamart (France)

A mes parents,

Remerciements

Cela fait maintenant plus de trois ans et demi que Saïd Taheri m'a proposé un sujet de thèse. Un matin en août 2000, je suis arrivé au LMT pour rencontrer celui qui fut par la suite mon directeur de thèse : François Hild. François m'a initié au monde de la fatigue, des fissures, ... C'est ainsi que cette aventure a commencé. Une aventure qui a duré trois ans et quatre mois avec, parfois, des moments difficiles, mais beaucoup de moments agréables. Une histoire qui a renforcé ma passion pour la recherche. Cette passion ne pouvait évoluer sans l'aide de chacun.

Poursuivons donc avec le langage traditionnellement dédié à cette rubrique :

J'adresse mes sincères remerciements à François Hild d'avoir accepté de partager avec moi ses compétences scientifiques, pour son parfait encadrement, sa disponibilité mais surtout pour son amitié. Je remercie également Saïd Taheri de m'avoir proposé et co-encadré ce travail et pour toutes les discussions passionnantes que nous avons eues ensemble durant ces années. Ce travail n'aurait pas eu lieu sans François et Saïd, j'espère qu'ils considéreront ces mots comme un signe de ma profonde gratitude.

Je remercie Madame Suzanne Degallaix-Moreuil qui m'a fait l'honneur de présider mon jury de thèse. Messieurs Jean-Louis Chaboche et Eric Martin ont accepté la rédaction des rapports de ce travail ; je leur suis reconnaissant pour leurs remarques pertinentes. Je remercie également Madame Véronique Doquet pour avoir accepté de participer à mon jury de thèse.

Je remercie particulièrement les répétiteurs : René Billardon, Olivier Hubert et Julien Jumel pour leurs conseils avisés et leur amabilité.

Durant ces années, à maintes reprises, j'ai pu également partager mes réflexions avec Stéphane Andrieux, Ahmed Benallal, Gilles Debruyne, Jean Lemaitre, Jean-Christophe Le Roux, Eric Lorentz et Jean-Michel Stephan. Ces discussions m'ont été une source d'inspiration et d'encouragement inestimable. Je leur présente mes sincères remerciements.

Les membres du LMT-Cachan et plus particulièrement mes collègues de l'UTR MMP ont su créer une ambiance à la fois scientifique et amicale ; qu'ils soient tous remerciés.

Ce travail s'est déroulé au sein du département Analyses Mécaniques et Acoustique d'Electricité de France R&D. Je remercie l'ensemble de l'équipe pour son accueil chaleureux et son aide tout au long de ces années.

Je ne peux pas m'empêcher de nommer mes amis dont le soutien et l'aide ont été indispensables pour le bon déroulement de ce travail. Je leur présente mes remerciements : Aimery Assire, Pierre Badel, Sandra Bergonnier, Farhad Elmi, Pascal Forquin, Behrouz Gatmiri, Vincent Godard, David Lacoste, Jérôme Laverne, Keyvan Maleki, Kamen Masoumi, Stéphane Pattofatto, Bumedijsen Raka, Guillaume Rateau, Nicolas Tardieu et Benoît Vereecke.

Je ne peux pas terminer sans remercier ceux à qui je dois le plus : mes parents. Ce travail est dédié à mes parents et à mon frère.

A présent, si vous êtes curieux de savoir comment les fissures de fatigue se propagent dans l'épaisseur d'un tube soumis à la variation de température, tourner cette page et commencer par le chapitre I.

Table des matières

Chapitre I	1
Faïençage thermique des circuits de refroidissement du réacteur à l'arrêt (RRA)	1
1.1 Réseau de fissures	2
1.1.1 La fissuration des outils de formage à chaud	2
1.1.2 La fissuration des disques de frein	2
1.1.3 Faïençage thermique dans les centrales nucléaires	3
1.1.4 Etendue de l'endommagement par fatigue thermique.....	5
1.1.5 Le programme de recherche et développement.....	6
1.2 Objectifs du travail	7
1.3 Bibliographie du chapitre I.....	7
 Chapitre II	 9
Fatigue à grand nombre de cycles (FGNC).....	9
2.1 Croissance de fissures de fatigue	11
2.1.1 Mécanique de la rupture	11
2.1.2 Loi de propagation	13
2.1.3 Identification des coefficients de la loi de propagation.....	16
2.2 Chargement à amplitude variable et propagation des fissures	19
2.2.1 Rappel bibliographique	20
2.2.2 Modélisation du chargement réel	26
2.3 Distribution initiale des défauts.....	26
2.4 Bilan du chapitre II.....	28
2.5 Bibliographie du chapitre II	29
 Chapitre III	 31
Chargement thermique	31
3.1 Distribution de température dans l'épaisseur d'un tube.....	32
3.2 Calcul des contraintes d'origine thermique.....	35
3.2.1 Champs de contraintes thermiques dans une plaque semi-infinie.....	35
3.2.2 Calcul des facteurs d'intensité des contraintes.....	37
3.2.3 Champs de contraintes dans l'épaisseur d'un tube long	39
3.2.4 Calcul des facteurs d'intensité des contraintes pour une fissure axiale dans un tube infiniment long	40
3.3 Bilan du chapitre III	41
3.4 Bibliographie du chapitre III	41
 Chapitre IV	 43
Modélisation numérique de la propagation dans un réseau de fissures	43
4.1 Calcul du facteur d'intensité des contraintes dans un réseau de fissures.....	44
4.1.1 Méthodes semi-analytiques d'interaction des fissures.....	45
4.1.2 Les méthodes basées sur un calcul par éléments finis	50
4.2 Simulation numérique de la propagation et de l'effet d'écran dans un réseau de fissures en fatigue.....	56
4.2.1 Calcul des paramètres.....	57
4.2.2 Direction de propagation des fissures du faïençage	58
4.2.3 Calcul du rapport de charge	59
4.2.4 Stratégie de modélisation du problème de faïençage thermique en 2D	60
4.2.5 Validation des développements numériques	61

4.3	Chargement à amplitude aléatoire.....	65
4.4	Bilan du chapitre IV	66
4.5	Bibliographie du chapitre IV	66
Chapitre V		69
Etude de la propagation en cas de fissuration multiple.....		69
5.1	Etudes paramétriques de propagation d'un réseau prédéfini dans l'épaisseur d'un tube 70	
5.1.1	Modèle étudié.....	70
5.1.2	Effet de l'espacement initial entre les fissures.....	72
5.1.3	Effet de la fréquence du chargement.....	76
5.1.4	Coefficient d'échange thermique.....	77
5.2	Effet du choc thermique.....	78
5.2.1	Champ de contraintes dans un tube soumis à un choc thermique.....	78
5.2.2	Effet du choc thermique sur la formation et la propagation d'un réseau de fissures 79	
5.3	Effet de la plasticité confinée sur le taux de croissance des fissures.....	81
5.4	Comparaison des modélisations plane et axisymétrique.....	82
5.5	Propagation 3D de fissures.....	84
5.5.1	Taux de restitution d'énergie et facteur d'intensité des contraintes.....	84
5.5.2	Critères d'initiation de la propagation des fissures planes en 3D.....	85
5.5.3	Propagation des fissures en utilisant le développement du front libre.....	85
5.5.4	La loi de propagation en fonction de G.....	88
5.5.5	Propagation de fissures tridimensionnelles décrite par deux paramètres.....	89
5.6	Une méthodologie de simulation de la propagation dans des réseaux 3D.....	90
5.6.1	Maillage par éléments finis d'un réseau de fissures 3D.....	90
5.6.2	Stratégie de propagation dans un réseau 3D de fissures.....	90
5.7	Bilan du chapitre V.....	91
5.8	Bibliographies du chapitre V.....	92
Chapitre VI		95
Formation et propagation dans un réseau de fissures ; une approche probabiliste.....		95
6.1	Modélisation du mécanisme d'amorçage des fissures.....	96
6.2	Probabilité d'occultation.....	99
6.3	Adimensionnement.....	102
6.4	Propagation de fissures dans un réseau.....	103
6.5	Fissuration et endommagement.....	105
6.6	Germination continue de fissures.....	107
6.6.1	Formation de réseau de fissures.....	107
6.6.2	Probabilité d'occultation.....	109
6.6.3	Changement d'échelle.....	111
6.6.4	Modèle d'endommagement.....	111
6.7	Coalescence des mésosfissures.....	112
6.8	Bilan du chapitre VI.....	113
6.9	Bibliographie du chapitre VI.....	113
Chapitre VII		115
Conclusions générales et perspectives.....		115
7.1	Synthèse générale.....	116
7.2	Perspectives.....	117

7.2.1	Simulations 3D de la propagation de fissures	117
7.2.2	Implantation numérique du modèle probabiliste.....	118
7.2.3	Traitement de la fatigue à amplitude variable.....	118
7.3	Bibliographie du chapitre VII	118

CHAPITRE I

Faïençage thermique des circuits de refroidissement du réacteur à l'arrêt (RRA)

Les conditions de fonctionnement des installations industrielles soumettent les différents éléments des structures à une grande variété de sollicitations d'origine mécanique et thermique. Ces sollicitations peuvent avoir une nature répétitive au cours du temps dans une section du composant. L'expérience industrielle montre que la rupture des composants en fonctionnement normal est le plus souvent due à la fatigue. Celle-ci est particulièrement insidieuse du fait de son caractère progressif masqué. Ceci est d'autant plus grave que la fissuration par fatigue peut conduire à une rupture brutale qui peut provoquer un accident.

On entend par fatigue ou endommagement par fatigue la modification de la résistance des matériaux consécutive à l'application de cycles de chargements dont la répétition peut conduire à la rupture de pièces. Des variations temporelles de la température à la surface d'une pièce peuvent créer des contraintes dans une section sollicitée. Ceci conduit à un phénomène de fatigue thermique.

Dans le domaine de l'industrie nucléaire, un endommagement par fatigue thermique a d'abord été observé dans les réacteurs à neutrons rapides (RNR), puis dans certains composants des réacteurs à eau pressurisée (REP), comme les circuits de Refroidissement du Réacteur à l'Arrêt (RRA) et des Systèmes d'Injection de Sécurité (RIS) du circuit primaire. Il s'agit des réseaux de fissures peu profondes sur la peau interne des tubes, réseaux de faïençage thermique, accompagnés parfois de fissures traversantes qui partent d'un point de singularité géométrique.

1.1 Réseau de fissures

Un réseau de fissures consiste en tout ensemble de fissures au minimum bidirectionnelles dans le plan d'observation. En revanche, un ensemble de fissures parallèles peut être considéré comme une fissuration multiple. Les fissures, qu'il s'agisse d'un mur lézardé ou d'une assiette fendue, font partie de notre vie de tous les jours. La fissuration multiple et le faïençage se rencontrent aussi fréquemment, et différents phénomènes sont à l'origine de leur apparition. L'écaillage de la peinture, des fissures au fond d'une tasse de thé ou des réseaux de fissures dans une argile séchée sont quelques exemples habituels de réseaux de fissures liés (la tasse de thé, l'argile séchée) ou pas (la peinture écaillée) à la fatigue thermique.

Dans l'industrie, les phénomènes de fissuration multiple ou faïençage sont en général associés à des problèmes de corrosion sous contrainte ou à des phénomènes d'origine thermique tels que le choc thermique ou la fatigue thermique. On peut également citer les chargements dynamiques qui peuvent engendrer des réseaux de fissures pour les matériaux fragiles (Denoual 1998). Dans la suite de ce paragraphe, on citera quelques cas industriels de faïençage thermique, et en particulier celui que l'on rencontre dans les centrales nucléaires.

1.1.1 La fissuration des outils de formage à chaud

Les outils de coupe, les cylindres de laminaires et les moules de fonderie sont différents composants de mise en forme de matériaux. Sous des sollicitations de service, ils présentent un endommagement caractérisé par des réseaux de faïençage. Ils subissent un choc chaud lorsqu'ils sont en contact avec la pièce à former, suivi d'un refroidissement plus ou moins rapide. Les cylindres de laminaires sont soumis à un choc chaud au passage de chaque brame et sont refroidis par arrosage entre deux passages de brame. Il en est de même pour les moules de fonderie à chaque fois que le métal fondu est versé à l'intérieur.

1.1.2 La fissuration des disques de frein

Les disques de frein dissipent de l'énergie cinétique sous forme de chaleur. L'énergie cinétique d'un train ou d'une voiture est diminuée par frottement des patins sur le disque et par échauffement des couples patin – disque. La nature répétitive des freinages crée un

phénomène de fatigue thermomécanique. Pour les trains par exemple, lors de contrôles préventifs des bogies, les disques de frein font l'objet d'une observation visuelle et d'un ressuage, afin de détecter un éventuel endommagement des disques. Cet endommagement peut se manifester sous forme de fissures macroscopiques radiales. Ces fissures rendent des disques affectés inutilisables car il y a risque d'éclatement en cas de freinage d'urgence par exemple. Certaines études sur ce sujet (Dufrénoy et al. 2001) montrent que toute la surface de frottement du disque présente des traces d'endommagement de type faïençage thermique avec des fissures circonférentielles peu profondes et des fissures radiales plus profondes.

1.1.3 Faïençage thermique dans les centrales nucléaires

Des cas de faïençage thermique ont été mis en évidence lors d'examens de contrôle de certains composants de centrales nucléaires. Ces composants n'ayant pas été soumis aux mêmes conditions de sollicitations, différents phénomènes peuvent être à l'origine de cet endommagement. Dans le cadre de la présente étude on s'intéresse essentiellement au cas de réseaux de faïençage dans les circuits de RRA. Ce problème est devenu un sujet majeur de recherche pour Electricité de France en tant qu'exploitant des parcs nucléaires et pour l'autorité de sûreté nucléaire après l'accident de Civaux. Il s'agit d'une fissuration traversante de circuit qui a entraîné une fuite d'eau. Mais avant expliquer ce cas précis, citons quelques exemples historiques (Maillot 2003) :

- en juin 1988, une fuite de 1300 l/h dans un coude de la ligne d'injection de sécurité (RIS) de Tihange 1 en Belgique s'est produite après 100 000 heures de fonctionnement ;
- en décembre 1987, une fissure circonférentielle traversante sur une ligne d'injection de sécurité à Farely 2, aux Etats-Unis, a conduit à une fuite de 150 l/h ;
- en juin 1988, une fissure traversante sur une ligne de refroidissement à l'arrêt à Genkaï, au Japon, a causé une fuite de 50 l/h ;
- une fuite a été détectée après 31600 heures de fonctionnement sur un coude de la ligne RIS de Bugey 3 dans un acier 304. L'origine de la fuite était une fissure traversante accompagnée par un réseau de faïençage bidirectionnel.

Incident de Civaux

En mai 1998, une fissure traversante a été détectée dans le circuit RRA de Civaux 1 (réacteur de type N4 – 1400 MWe) lors d'un arrêt à chaud. La fissure détectée se situe en aval du té principal de la zone mélange. La configuration du circuit RRA (tuyauterie en acier inoxydable 304L) à l'époque où l'incident s'est produit, est représentée sur la figure (1-1). La figure (1-2) montre la zone de mélange ainsi qu'une répartition schématique de fissures de faïençage sur cette zone.

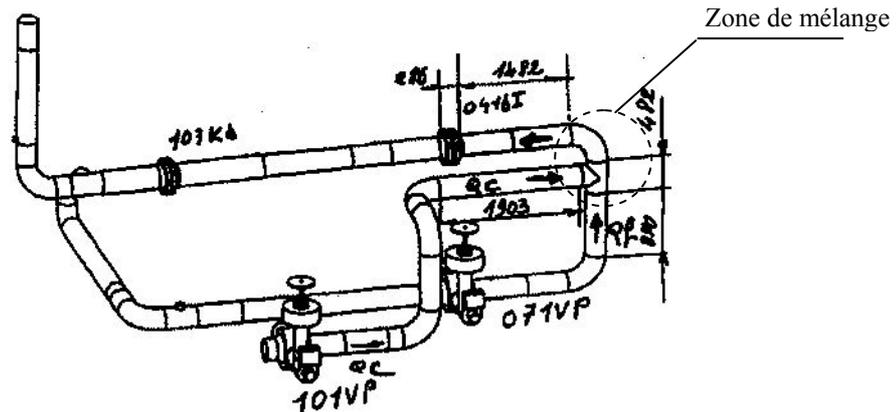


Figure 1-1 Schéma simplifié de RRA N4 de Civaux (Stephan et al. 2002)

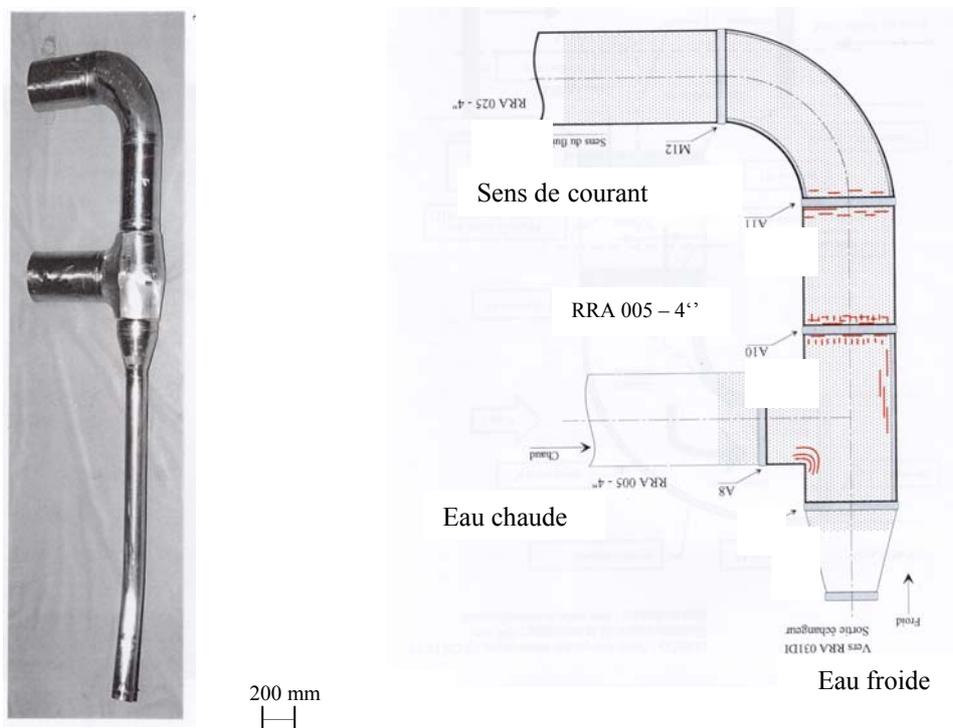


Figure 1-2 La zone de mélange et la répartition schématique de fissures de faïençage

La fissure traversante est située en extrados du coude à côté de la soudure longitudinale. Sa longueur extérieure est de 18 cm et sa longueur sur la peau interne du tube est de l'ordre de 30 cm. De plus, quelques fissures non-traversantes ont été détectées aux joints de té-coude, coude-partie courante et sur la soudure longitudinale. Des réseaux de fissures, faïençage thermique, ont été observés sur la peau interne de tubes (figure 1-3). Toutes les fissures sont dues à de la fatigue à grand nombre de cycles. Les cycles de chargement correspondent à la fluctuation de la température interne causée par le mélange d'eaux chaude et froide qui se produit dans le té ainsi que dans les parties en aval du té (coude et partie courante).

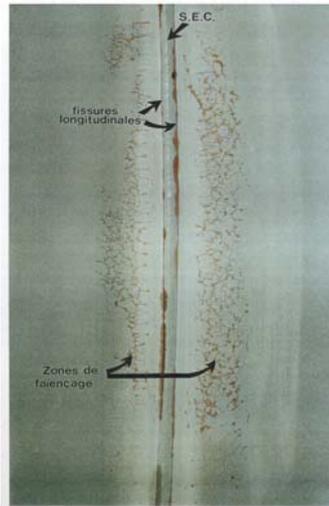


Figure 1-3 Un réseau de faïençage autour de la soudure longitudinale de RRA

Suite à cet incident, EDF a remplacé l'ancienne configuration de zone de mélange par une nouvelle configuration dans laquelle le coude en aval de zone de mélange a été supprimé (figure 1-4).

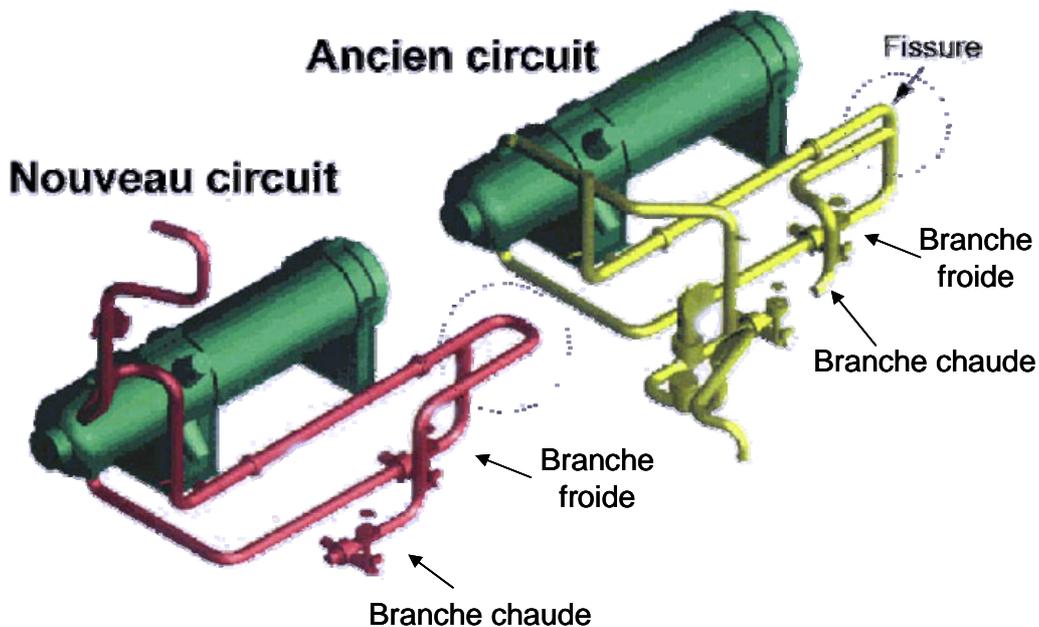


Figure 1-4 L'ancienne et la nouvelle configuration du circuit RRA Civaux

L'incident de Civaux a provoqué des séries d'inspections sur les autres circuits RRA dans toutes les centrales nucléaires. Les résultats de ces expertises ont mis en évidence l'existence de fissures (réseaux de fissures ou fissures isolées) sur tous les sites, indépendamment de la configuration du circuit RRA (Stephan et al. 2002).

1.1.4 Etendue de l'endommagement par fatigue thermique

A la fin 2001, 84 zones de mélange du parc 900-1300 MWe ont été examinées (Molinie et al. 2002). La suite de ce paragraphe résume l'étendue des dégradations révélées à l'issue de l'examen par ressuage de la paroi interne.

Aux bords des soudures, les injections sont principalement localisées en pied de cordon (défaut isolé) et/ou dans les zones adjacentes (défauts de faïençage thermique). Les parties courantes sont affectées de défauts de type faïençage au niveau des tés de mélange, de la tuyauterie en aval des tés et de la tuyauterie en amont du té côté froid des zones de mélange principales. Les profondeurs de fissuration en partie courante, mesurées sur une trentaine de coupes métallographiques, n'excèdent pas 2,2 mm, quel que soit le palier, et très peu de fissures de faïençage dépassent une hauteur de 1 mm (figure 1-5). Les hauteurs moyennes des fissures de faïençage en partie courante varient entre 0,2 et 0,8 mm et les hauteurs maximales varient entre 0,6 et 2,2 mm. Il a été également possible de définir un pas moyen (~ 1,8 mm) entre fissures. Il n'a pas été possible d'établir une relation entre hauteur de fissuration ou pas entre fissures avec le nombre d'heures de fonctionnement à $\Delta T > 80^{\circ}\text{C}$. L'amorçage des premières fissures a eu lieu avant 600 heures de fonctionnement à $\Delta T > 80^{\circ}\text{C}$. Ces expertises montrent également que le plan des fissures reste perpendiculaire à la peau interne des tubes pendant leur propagation.

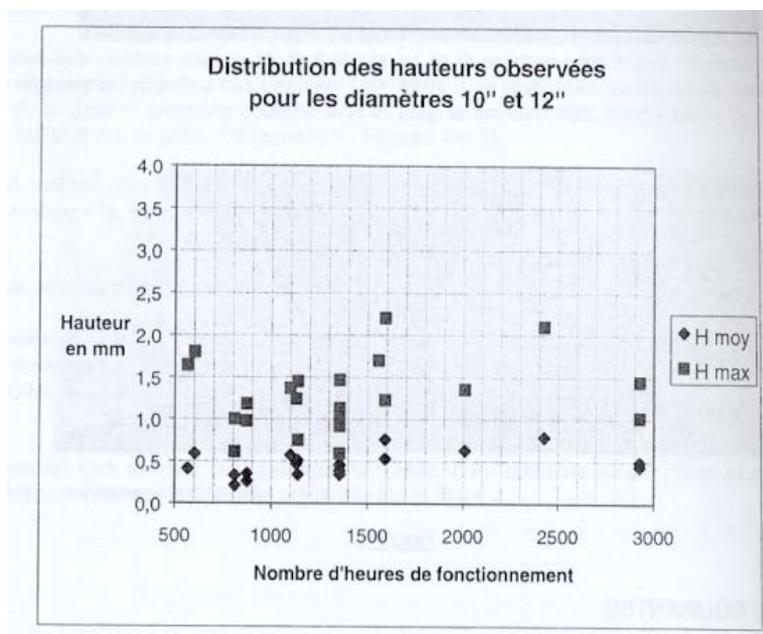


Figure 1-5 Zone de mélange principale : distribution des hauteurs (profondeurs) de fissures moyenne et maximale en fonction du nombre d'heures de fonctionnement à $\Delta T > 80^{\circ}\text{C}$ pour les parties courantes (Molinie et al. 2002)

Les profondeurs de fissuration aux abords des soudures montrent que certaines zones de mélange présentent des profondeurs supérieures à 2,2 mm. Ces défauts de profondeur $> 2,2$ mm sont le plus souvent associés à des irrégularités géométriques présentes en pied de cordon de soudure ou en zone délardée adjacente (changement de pente prononcé au niveau du délardage). Ils sont rencontrés pour des configurations thermohydrauliques particulières (rencontre frontale entre les fluides chaud et froid ou arrivée latérale du fluide chaud).

1.1.5 Le programme de recherche et développement

Le remplacement des circuits RRA des trois centrales REP du palier N4 déjà en service a représenté un coût important en terme d'arrêt de production et de remplacement. Depuis 1999, les autorités de sûreté ont demandé l'instruction d'un projet R&D sur les DOMMages des Zones de MELange (projet DOMZOME). Ce projet regroupe les actions R&D relatives à la tenue mécanique des zones de mélange. Dans ce cadre différentes études ont été entreprises

par EDF, le CEA, Framatome et divers laboratoires universitaires. Les travaux présentés dans ce manuscrit s'inscrivent dans le cadre de ce projet.

1.2 Objectifs du travail

L'objectif de cette thèse est de décrire la formation, la propagation et la coalescence de ces réseaux de fissures et de proposer des modèles capables d'analyser la durée de vie de composants soumis à des chargements thermomécaniques cycliques. Le mémoire se décompose en six parties. Le chapitre II est consacré à une introduction à la fatigue à grand nombre de cycles et à l'identification d'une loi de propagation de fissures en fatigue. Des résultats d'essais de fatigue sont présentés en utilisant un modèle de Weibull et une distribution aléatoire de défauts initiaux est identifiée. Le chargement thermique appliqué aux tuyauteries RRA est étudié dans le chapitre III en utilisant une solution analytique pour calculer les facteurs d'intensité des contraintes dus au chargement thermique. L'effet des caractéristiques de chargement sur la propagation ou l'arrêt de fissures est discuté en étudiant la variation du profil des facteurs d'intensité des contraintes dans l'épaisseur d'un tube ou d'une plaque en fonction de la fréquence de chargement thermique. Compte tenu de la complexité du chargement thermique et du phénomène de propagation dans un réseau de fissures, un outil de simulation numérique de la propagation dans un réseau de fissures en fatigue est présenté et validé au chapitre IV. Cet outil nous permet de calculer la durée de vie des pièces contenant un réseau de fissures en fatigue à grand nombre de cycles. Une série de calculs pour étudier l'influence de différents paramètres sur la durée de vie est réalisée au chapitre V. Des propositions pour de futurs développements sur la modélisation de la propagation 3D de fissures sont discutées. L'analyse du problème dans un cadre plus global, nous amène à développer des outils de calcul plus généraux. Un modèle probabiliste qui prend en compte l'hétérogénéité du matériau lors de la formation, de la propagation et de la coalescence dans un réseau de fissures en fatigue à grand nombre de cycles est présenté dans le chapitre VI. Deux hypothèses de germination instantanée et continue de fissures sont discutées. La propagation de fissures est étudiée en considérant leur interaction au travers des zones de relaxation de contraintes autour d'une fissure. La probabilité d'occultation de fissures est considérée comme une variable d'endommagement. Les conditions de coalescence sont discutées comme la localisation d'endommagement. Enfin, une synthèse générale du travail effectué ainsi que des perspectives pour la suite de cette étude sont présentées dans le chapitre VII.

1.3 Bibliographie du chapitre I

- Denoual, C. (1998). Approche probabiliste du comportement à l'impact du carbure de silicium : Application aux blindages moyens. Thèse de doctorat. École Normale Supérieure de Cachan.
- Dufrénoy, P., G. Bodovillé et G. Degallaix (2001). Damage mechanisms of disc brakes under thermomechanical loadings. Temperature-Fatigue Interaction, 9th International Spring Meeting, SF2M, Paris, France: 121-122.
- Maillot, V. (2003). Amorçage et propagation de réseaux de fissures de fatigue thermique dans un acier inoxydable austénitique de type X2 CrNi18-09 (AISI 304 L). Thèse de l'École Centrale de Lille.
- Molinie, E., N. Monteil, S. Delatouche, S. Roux, N. Robert et C. Pages (2002). Caractérisation des tronçons RRA (Circuit de Réfrigération du Réacteur à l'Arrêt) 900-1300 MWe déposés : Synthèse des enseignement acquis. Fontevraud 5, France, SFEN: 883-895.

Stephan, J. M., F. Curtit, C. Vindeirinho, S. Taheri, M. Akamatsu et C. Peniguel (2002).
Evaluation of the risk of damage in mixing zones: EDF R&D programme. FATIGUE
2002, Stockholm, Suède: 1707-1714.

CHAPITRE II

Fatigue à grand nombre de cycles (FGNC)

Le mot « Fatigue » a été employé pour la première fois vers 1850 par Braithwaite (Miller 1997). Certains chercheurs, tel que Nasmyth, avaient déjà étudié des cas de rupture en fatigue oligocyclique en 1842. Le fait que ces ruptures en fatigue puissent apparaître à des niveaux de contraintes bien inférieurs à la limite d'élasticité pour un matériau donné a été approché par Albert en 1830. Entre les accidents du train de Versailles en 1842 et celui de Prinstone en 1884, la contribution la plus importante pour expliquer le phénomène de fatigue a été présentée par Wöhler (1860). Il s'intéressa alors au problème de tenue en service des axes en mesurant leurs déformations sur banc d'essai (flexion rotative en insérant des irrégularités sur les essais). Il fut donc le premier à relier la durée de vie à la contrainte appliquée. Puis les Liberty Ships durant la seconde guerre mondiale ou encore les accidents de Comet en 1954 ont fortement incité les scientifiques à vouloir comprendre les problèmes de rupture de manière générale et celle induite par la fatigue en particulier.

La durée de vie des matériaux métalliques en fatigue est habituellement décrite par deux phases : l'amorçage (i.e., stade I) et la propagation de fissure (i.e., stade II). La figure 2-1 montre les deux stades de croissance de fissure en fatigue.

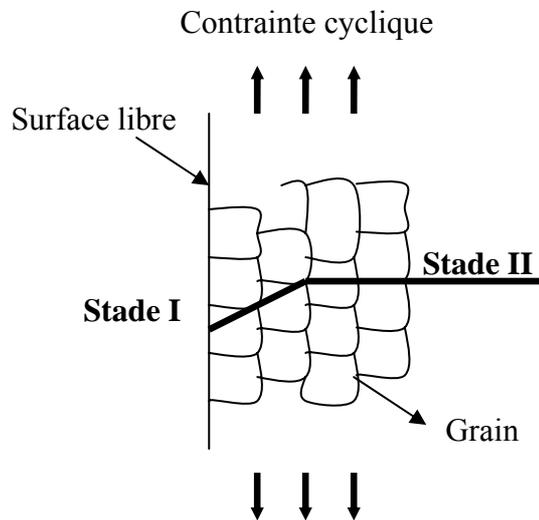


Figure 2-1 Stades I et II de la propagation de fissures en fatigue

L'amorçage correspond à l'initiation et à la croissance de la microfissure à partir de la surface. Ce phénomène est difficile à mettre en évidence et à étudier. Suivant le matériau et le niveau de sollicitation divers mécanismes peuvent intervenir (Lemaitre et Chaboche 1985) :

- montée des dislocations s'accompagnant de formations de lacunes ;
- formation de bandes de glissement persistantes et décohésion souvent à la surface de l'échantillon ;
- mécanisme d'intrusion-extrusion.

Au cours de cette phase d'amorçage, les défauts suivent le plus souvent des plans orientés à 45° de la direction de la contrainte principale maximale. Le stade d'amorçage correspond au passage stade I – stade II. Schématiquement les microfissures ont tendance à s'orienter perpendiculairement à la direction de la contrainte principale maximale, ce qui correspond assez souvent au franchissement du premier grain. Ensuite elles progressent à travers des grains successifs ou en suivant les joints de grains. Lorsque la taille d'une fissure devient importante, elle va se propager de façon préférentielle, décharger partiellement les autres microfissures et engendrer une singularité de contraintes sur son front, ce qui correspond au début de la propagation macroscopique de la fissure.

La propagation d'une macrofissure peut être étudiée par l'intermédiaire de la mécanique de la rupture. La rupture de la pièce se produit lorsque cette macrofissure atteint une taille suffisamment importante. La vitesse de propagation d'une macrofissure peut être définie par une loi de type Paris. Il faut noter que la littérature est loin d'être pauvre en modèles pour évaluer les durées de vie et qualifier les domaines de service et de rupture. Dans le cadre de la présente étude nous nous sommes intéressés à un modèle mésoscopique via les courbes de Wöhler, utilisé par Yaacoub Agha (1996), et son extension au cas du faïençage thermique des circuits RRA. Ce modèle nous permet d'évaluer la propagation des fissures en fatigue thermique en considérant différents paramètres qui l'influencent.

La caractéristique propre aux essais de fatigue à grand nombre de cycles est la dispersion des résultats obtenus. Deux principales sources de dispersion peuvent être distinguées. La première est liée aux « erreurs » d'essai : le défaut d'alignement, les tolérances de fabrication des éprouvettes et l'environnement ou les conditions expérimentales. La seconde concerne directement le matériau et son histoire de fabrication avant essai. Ainsi, une dispersion de la qualité du matériau induit des dispersions sur les résultats des essais en fatigue à grand nombre de cycles (FGNC).

Dans ce chapitre, après une brève introduction des modèles de propagation des fissures, on présente le modèle utilisé et l'identification de paramètres du modèle à partir d'essais réalisés sur le matériau étudié. Un modèle de Weibull est ensuite présenté pour étudier la dispersion des résultats des essais de fatigue.

2.1 Croissance de fissures de fatigue

2.1.1 Mécanique de la rupture

La mécanique de la rupture propose une solution pour estimer la valeur des paramètres qui gouvernent la durée de vie des pièces fissurées. Depuis 50 ans, elle suscite un certain engouement, surtout dans les domaines de l'aéronautique, de l'automobile, de la marine et de l'industrie nucléaire. En effet, comprendre le comportement des fissures dans les structures soumises à des chargements complexes est souvent une question vitale.

La fatigue au sens général du terme peut se traiter à l'aide de trois types de mécanique de la rupture : la mécanique microstructurale de la rupture (MMR), la mécanique non linéaire de la rupture (MNL) et la mécanique linéaire de la rupture (MLR). Le choix du type de mécanique de la rupture dépend du type de fissure et du comportement du matériau (Miller 1993).

2.1.1.a Différents types de fissures

Il y a différentes échelles de taille de fissure au-dessous desquelles le taux de croissance peut dépendre de sa taille. Suresh et Ritchie (1984 ; 1991) proposent les définitions suivantes pour les fissures courtes :

- *fissures microstructuralement courtes* : la taille de fissure est comparable à la taille caractéristique de la microstructure, comme la taille de grain pour les matériaux monolithiques ;
- *fissures mécaniquement courtes* : la taille de la zone plastique est comparable avec la taille de fissure ;
- *fissures physiquement courtes* : la taille de fissure est supérieure à la taille des grains et à la taille de zone plastique mais ne dépasse pas un millimètre ;
- *fissures chimiquement courtes* : le comportement de la fissure peut être défini par une analyse basée sur la MLR mais elle présente certaines anomalies liées à la dépendance des effets de fatigue / corrosion à la taille de la fissure.

La figure 2-2 montre la répartition de la taille des grains pour l'acier 304L étudié. D'après des expertises faites sur les sites endommagés, la taille moyenne des fissures observées varie entre 0,2 et 0,8 mm selon le site. La comparaison de la taille des fissures détectées et la taille des grains montre qu'a priori, on peut utiliser la MLR pour étudier la propagation des fissures déjà observées.

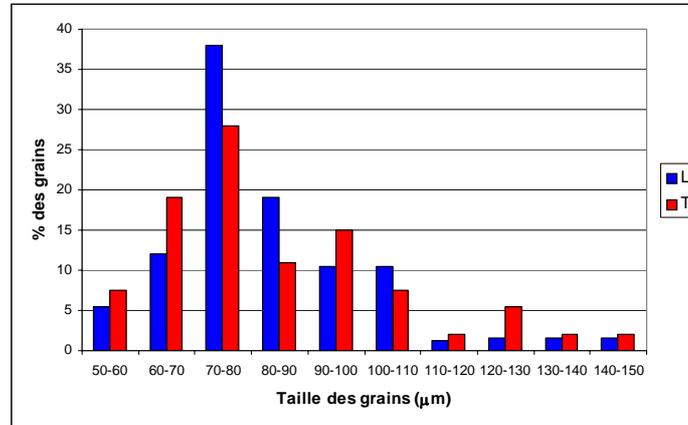


Figure 2-2 Répartition de la taille des grains (Lesur et al. 2003)
L : sens de laminage, T : sens transverse

D'autre part, chacun des mécanismes de rupture a ses propres caractéristiques. Ces caractéristiques peuvent être décrites :

- soit par un diagramme dit de Weiss (1995), dans lequel le rapport de l'amplitude des contraintes sur la contrainte ultime est exprimé en fonction de la taille de fissure ;
- soit en se référant au type de fissure existante (Miller 1997). La rupture par fatigue des matériaux dépend de la taille des fissures présentes dans un volume de matière. Les stades de propagation discutés précédemment peuvent être représentés graphiquement en montrant l'évolution de la vitesse de croissance de fissure (da/dN) en fonction de sa taille (a). Deux seuils de fatigue peuvent être distingués sur ce diagramme (figure 2-3) : le seuil microstructural δ en MMR et la longueur seuil de la fissure a_{th} .

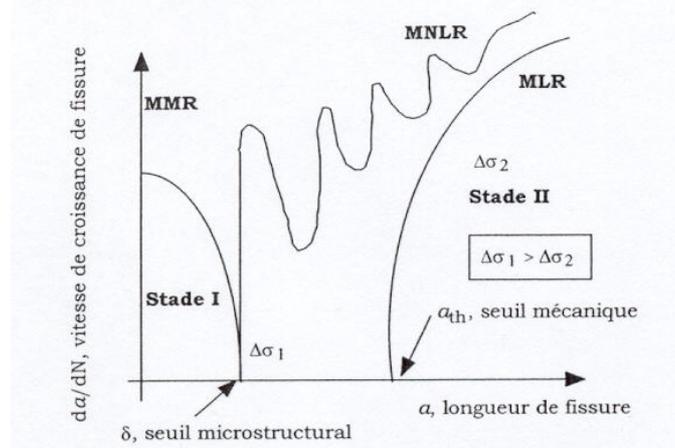


Figure 2-3 Deux seuils de fatigue : le seuil microstructural δ et la longueur seuil de fissure a_{th} (Miller 1997).

Dans le cadre de l'étude actuelle, on ne dispose pas des informations nécessaires pour séparer le comportement des fissures courtes de celui des fissures longues, ce qui nous amène à

supposer que tous les sites d'amorçage ainsi que les fissures détectées lors de l'expertise des circuits RRA peuvent être modélisés par la mécanique linéaire de la rupture et que leur propagation peut être définie par la même loi de propagation. Actuellement, une thèse est en cours à l'ENSMA de Poitiers pour étudier la propagation des fissures courtes dans le matériau étudié (Lesur et al. 2003). A terme, les résultats de ce travail pourront être utilisés pour identifier une loi de propagation spécifique pour les fissures courtes. Dans la suite de ce chapitre on présente une loi de propagation identifiée pour l'acier 304L.

2.1.2 Loi de propagation

Dans les cas habituels, (e.g., chargement mécanique uniforme dans l'épaisseur de l'éprouvette), la fissure progresse avec un taux de croissance par cycle da/dN qui augmente avec la longueur de la fissure. Si la fissure initiale est non compatible avec le chargement appliqué, un certain nombre de cycles sont nécessaires pour initier la propagation et lorsque la longueur de fissure associée à l'effort remplit les conditions d'instabilité, il y a rupture brutale.

Le taux de croissance d'une fissure peut être déterminé par une loi de propagation qui est basée essentiellement sur le facteur d'intensité des contraintes de la fissure. Paris et al. (1961) ont défini une loi macroscopique de propagation de fissure qui donne une relation entre le taux de croissance de fissure et la variation du facteur d'intensité des contraintes ΔK . Au cours des années, cette loi a beaucoup évolué pour prendre en compte l'effet de différents paramètres sur le taux de croissance des fissures (figure 2-4).

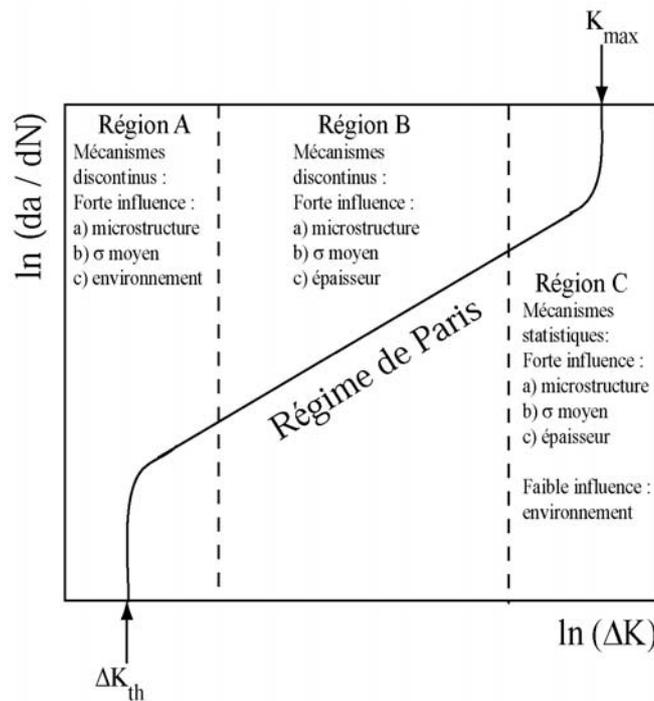


Figure 2-4 Représentation générale de l'évolution du taux de croissance de fissure en fonction de l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes : $da/dN = f(\Delta K)$. (Bathias et Bailon 1981)

Nous avons choisi d'utiliser la MLR avec les lois de propagation stable de fissure sans oublier que la phase d'amorçage est déjà réalisée. Dans le cadre des hypothèses décrites auparavant (MLR), le facteur d'intensité des contraintes K , pour chaque fissure, peut être écrit comme

$$K = Y\sigma\sqrt{a} \quad (2-1)$$

où Y est un paramètre adimensionnel et σ représente la contrainte appliquée perpendiculairement au plan de la fissure. Dans ce cas, la loi de Paris sous sa forme la plus simple s'écrit comme (figure 2.4)

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n \quad (2-2)$$

où C et n sont identifiés à partir des résultats expérimentaux. Plusieurs phénomènes influencent la croissance d'une fissure de fatigue. Tout d'abord, il est essentiel de travailler avec le chargement effectif qui sollicite réellement la fissure afin de prendre en compte l'effet des phénomènes qui contrarient l'ouverture de la fissure lors d'un chargement cyclique :

- la présence de la zone de plasticité confinée crée un état de compression de chaque côté de la fissure ce qui tend à refermer la fissure. Cette fermeture peut ralentir la propagation de la fissure ;
- lors de l'essai de fissuration par fatigue, la fissure peut rester partiellement fermée sur une portion du chargement cyclique (figure 2-5). Ainsi l'amplitude de contrainte réellement subie par la fissure dépend de la portion du chargement sur laquelle la fissure reste ouverte. On introduit donc la notion de variation effective du facteur d'intensité des contraintes et on réécrit la loi de Paris en fonction de celle-ci

$$\Delta K_{eff} = K_{max} - K_{ouv} \quad (2-3)$$

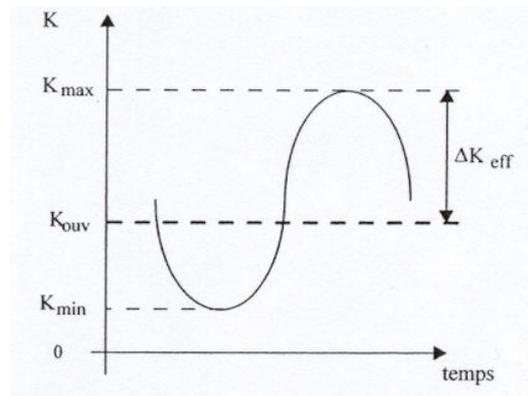


Figure 2-5 L'amplitude effective du facteur d'intensité des contraintes

L'autre facteur important à prendre en compte est le rapport de charge et son effet sur le taux de croissance de la fissure. Cet effet est plus important en fatigue thermomécanique car dans ce cas-là contrairement au cas des essais de fatigue mécanique, le rapport de charge n'est pas constant. Il varie lors de la propagation de la fissure à cause de la variation des contraintes d'origine thermique dans l'épaisseur de la pièce fissurée. A titre d'exemple, la figure 2-6 présente l'évolution du rapport de charge R pendant la propagation d'une fissure circonférentielle circulaire débouchante sur la peau interne d'un tube soumis à une variation cyclique de la température intérieure (chapitre IV).

Plusieurs lois de propagation de fissures de fatigue existent dans la littérature (Bathias et Baïlon 1981) et (Lemaitre et Chaboche 1985). Dans le cadre du présent travail, nous avons choisi d'utiliser une loi de Paris modifiée (Pellas et al. 1977 ; Yaacoub Agha 1996) qui tient compte de l'effet des phénomènes de fermeture et du rapport de charge pour une fissure donnée, la propagation aura lieu si la valeur du facteur d'intensité des contraintes dépasse une valeur critique.

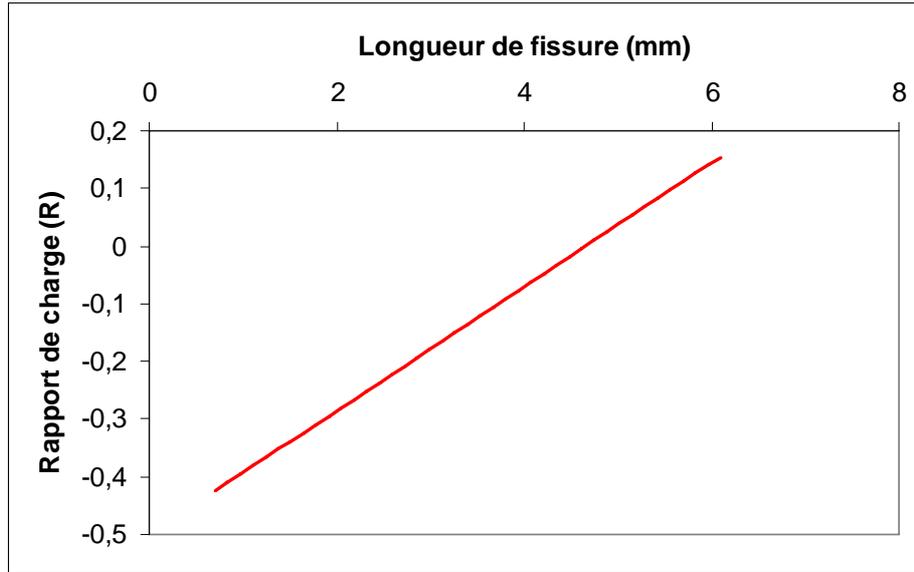


Figure 2-6 Evolution du rapport de charge R pendant la propagation d'une fissure circumférentielle dans l'épaisseur d'un tube soumis à chargement thermique (chapitre V)

L'effet du rapport de charge R sur ce seuil peut être introduit en considérant une fonction $g(R)$. On peut alors définir le critère de non propagation des fissures de fatigue par

$$K_{\max} g(R) - K_{th}(a) < 0 \quad (2-4)$$

où K_{th} est le facteur d'intensité des contraintes seuil dépendant de la taille de fissure. Etant donnée la nature du chargement appliqué, on peut supposer que la direction de la contrainte principale est constante pendant la propagation de la fissure. La loi de propagation des fissures de fatigue s'écrit :

$$\frac{da}{dN} = C \Delta k_{eff}^p \quad (2-5)$$

avec

$$\Delta k_{eff} = \frac{K_{\max} g(R) - K_{th}}{K_{IC} - \frac{K_{th}}{g(R)}}, \quad g(R) = \frac{1-R}{1-m_R R} \quad \text{et} \quad R = \frac{K_{\min}}{K_{\max}}$$

où K_{\max} et K_{\min} sont les facteurs d'intensité des contraintes maximum et minimum respectivement, K_{IC} est la ténacité du matériau et C , p et m_R sont des constantes de la loi qui dépendent du matériau étudié.

A l'endurance, on suppose que $K_{\max} g(R)$ est proche du seuil de non propagation et le critère de non propagation est défini par l'équation (2-4). Dans ce cas, il est possible de déterminer la taille de défaut a_{th} associée à un niveau de contrainte σ_{\max} à l'endurance. L'intégration de la loi de propagation nous permet de connaître la durée de vie de la pièce fissurée, c'est-à-dire le nombre de cycles à rupture N_F , à partir d'une taille de défaut initiale a_0 . N_F devient une fonction de la taille initiale de défaut a_0 , de la taille de défaut critique a_c correspondant à $K_{\max} = K_{IC}$, de la taille du plus grand défaut existant dans la structure a_M , du rapport de charge R , de la limite d'endurance du plus grand défaut S_{th} et d'une fonction φ (Hild et Roux 1991)

$$N_F = \frac{a_M}{C} \left(\frac{g(R)K_{th}}{K_{IC} - \frac{K_{th}}{g(R)}} \right)^{-p} \left(\frac{\sigma_{max}}{S_{th}} \right)^{-p} \left\{ \varphi \left(\sqrt{\frac{a_c}{a_M}}, x_{th} \right) - \varphi \left(\sqrt{\frac{a_0}{a_M}}, x_{th} \right) \right\} \quad (2-6)$$

avec
$$S_{th} = \frac{K_{th}}{Yg(R)\sqrt{a_M}}$$

La fonction φ s'écrit

$$\varphi(x, x_{th}) = 2 \frac{(x - x_{th})^{1-p} (x_{th} - (p-1)x)}{(p-1)(p-2)} \quad \text{pour } p \neq 1 \text{ et } p \neq 2 \quad (2-7)$$

$$\varphi(x, x_{th}) = 2 \ln(x - x_{th}) - \frac{2x}{(x - x_{th})} \quad \text{pour } p = 2$$

$$\varphi(x, x_{th}) = 2(x + x_{th} \ln(x - x_{th})) \quad \text{pour } p=1,$$

où $x_{th} = S_{th} / \sigma_{max}$. L'équation (2-6) montre l'importance du rapport de charge R , de a_M et l'évolution possible de K_{th} en fonction de la taille de la fissure et sa position dans le volume de la structure au travers du paramètre Y . Pour identifier les paramètres du modèle, nous nous sommes basés sur les résultats des essais (macroscopiques) réalisés sur le matériau étudié.

2.1.3 Identification des coefficients de la loi de propagation

Plusieurs campagnes d'essais ont été réalisées au sein d'Electricité de France ou en collaboration avec des laboratoires universitaires ou industriels pour déterminer les propriétés mécaniques des aciers inoxydables austénitiques. Dans le cadre de la présente étude, nous nous sommes basés sur les résultats des tests de fatigue présentés dans deux rapports de EDF R&D (Le Roux et Akamatsu 2002) et EDF-SEPTEN (Amzallag 2002). Les aciers inoxydables austénitiques Z2 CN 18-10 (304L) et Z2 CND 17-12 (316L) ont été étudiés dans ces rapports. Les essais ont été effectués selon la spécification RCC-M M3307 niveau 3. Les tableaux 2.1 et 2.2 présentent les caractéristiques conventionnelles de traction dans le sens du laminage (L) des aciers étudiés.

Tableau 2.1 : Caractéristiques conventionnelles de traction de l'acier 304L dans le sens du laminage (Le Roux et Akamatsu 2002).

	Temp.	Limite d'élasticité Rp 0,2 (MPa)	Résistance à la traction Rm (MPa)	Allongement à la rupture A (%)	Module d'élasticité E (GPa)	Striction Z (%)
RCC-M M3307	20°C	≥ 175	≥ 490	≥ 45	-	-
	350°C	≥ 105				
Essais EMA	20°C	220	555	68	196	78
		220	560	66	188	77
	150°C	159	423	53	182	77
		164	440	52		80
	300°C	138	401	48	168	70
		139	404	48	190	74

Tableau 2.2 : Caractéristiques conventionnelles de traction de l'acier 316L dans le sens du laminage (Le Roux et Akamatsu 2002).

	Temp.	Limite d'élasticité Rp 0,2 (MPa)	Résistance à la traction Rm (MPa)	Allongement à la rupture A (%)	Module d'élasticité E (GPa)	Striction Z (%)
RCC-M M3307	20°C 350°C	≥ 175 ≥ 105	≥ 490	≥ 45	-	-
Essais EMA	20°C	231	554	62	201	76
		239	568	63	193	74
	150°C	176	472	51	210	75
182		473	50	184	79	
300°C	134	440	44	(139)	73	
	149	439	43	195	70	

2.1.3.a Essais de fatigue

Afin de déterminer l'effet du rapport de charge sur la vitesse de propagation (identification du paramètre m_R), nous nous sommes basés sur les résultats des essais de fatigue réalisés sur des éprouvettes en acier 304L et 316L consignés dans un rapport EDF-SEPTEN (Amzallag 2002) qui résume le programme de recherche et développement sur le comportement en fatigue des aciers austénitiques mené par EDF. Dans le cadre de ce programme, les éprouvettes sont sollicitées, en charge imposée, soit en traction/compression avec un cycle de contrainte purement alterné, c'est-à-dire à contrainte moyenne nulle ($R = -1$), soit en traction ondulée avec une contrainte moyenne non nulle ($R = 0,43$). La valeur du coefficient m_R peut être définie par l'équation suivante

$$\sigma_{\infty}(R = -1, P_{F0} = 50\%)g(R = -1) = \sigma_{\infty}(R = 0,43, P_{F0} = 50\%)g(R = 0,43) \quad (2-8)$$

où σ_{∞} est la limite d'endurance, R le rapport de charge et P_{F0} la probabilité de rupture. Utilisant ces résultats, l'équation (2-8) donne la valeur de $m_R = 0,37$. D'autre part, le tableau (2.3) donne les valeurs de ténacité pour un acier ferritique en fonction de la température (le paragraphe correspondant des aciers austénitiques n'est pas encore publié dans RCC-M) (RCC-M (2000) et RSE-M (1997)).

Tableau 2.3 : Ténacité d'un acier ferritique en fonction de la température (RCC-M 2000)

Température (°C)	K_{IC} (MPa.m ^{0,5})	G (N/mm)
20	40	0,246
50	46,5	0,276
100	111	1,470

Pour identifier les paramètres de la loi de propagation, on prend la valeur minimale de ténacité égale à 40 MPa.m^{0,5}. On peut noter que la valeur de la ténacité joue le rôle d'une constante de la loi et comme les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes sont bien inférieures à cette valeur, ce choix n'a pas une influence significative sur les taux de propagation prédits par la loi. Dans le cadre d'une étude quantitative de durée de vie, la valeur

de la ténacité choisie ici doit être remplacée par celle issue d'essais réalisés sur le matériau étudié.

2.1.3.b Essais de fissuration par fatigue

Pour identifier les autres paramètres de la loi de propagation, nous avons utilisé les résultats d'une campagne d'essais de vitesse de propagation de fissure en fatigue (stade II et seuil). Ces essais ont été réalisés par le département Matériaux et Mécanique des Composants (MMC) de EDF R&D sous air, à différentes températures (température ambiante, 150°C et 300°C), et pour différentes valeurs du rapport de charge ($R = 0,1$, $R = 0,5$ et $R = 0,7$) sur les aciers étudiés. Les éprouvettes de traction compacte CT25/12,5 (épaisseur réduite à 12,5 mm) prélevées suivant l'orientation L-T, ont été utilisées pour les essais de vitesse de propagation de fissure en fatigue. Un rapport du département MMC (Le Roux et Akamatsu 2002) montre la cohérence de ces résultats avec ceux obtenus auparavant par l'ENSMA sur les aciers 304L et 316L issus des mêmes tôles et par le département EMA sur un acier 304LN issu d'une bride de barrière thermique.

Le tableau 2.4 donne les valeurs d'amplitude du facteur d'intensité des contraintes seuil ΔK_{th} obtenues pour différentes valeurs de R et celle de K_{th} calculée par l'équation (2-4). Les valeurs de K_{max} montrent une légère augmentation en fonction de R sauf pour $R = 0,7$ pour lequel la valeur de K_{max} est très différente des autres. En omettant la valeur de K_{th} pour $R = 0,7$, une valeur de $K_{th} = 4,0 \text{ MPa.m}^{0,5}$ est utilisée comme valeur moyenne du seuil de non propagation quelque soit le rapport de charge. En utilisant ces résultats et en considérant les valeurs de m_R et K_{IC} définies auparavant, les paramètres de la loi ont été identifiés (figure 2-7)

$$C = 9,34 \cdot 10^{-4} \text{ mm/cycle} \quad p = 2,56$$

Tableau 2.4 : Seuil de non propagation des fissures en fonction du rapport de charge

R	g(R)	$\Delta K_{th} \text{ (MPa.m}^{0,5}\text{)}$	$K_{max} \text{ (MPa.m}^{0,5}\text{)}$	$K_{th} \text{ (MPa.m}^{0,5}\text{)}$
0,1	0,93	4,1	4,56	4,26
0,3	0,79	3,4	4,86	3,82
0,5	0,61	2,8	5,60	3,44
0,7	0,40	3,9	13,00	5,26

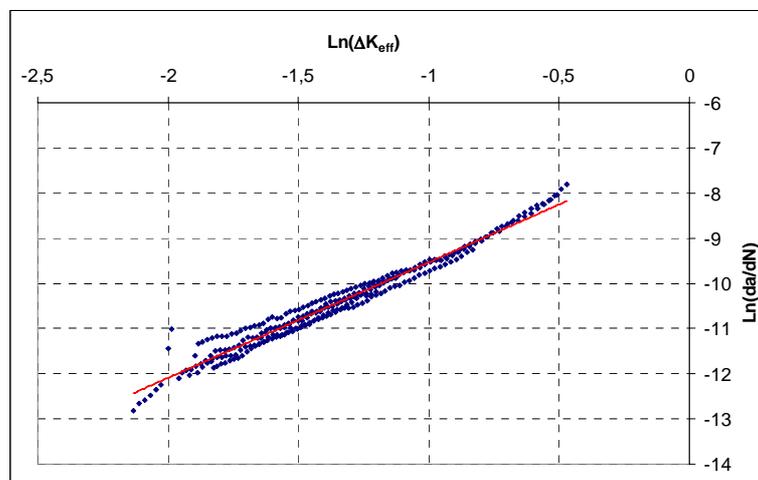


Figure 2-7 Identification des paramètres de la loi de propagation de fissures

2.2 Chargement à amplitude variable et propagation des fissures

Les développements réalisés jusqu'à maintenant nous ont permis d'étudier la problématique de la fissuration multiple en condition de fatigue à grand nombre de cycles à amplitude constante. En réalité, la variation de température interne des circuits de refroidissement n'a pas une nature périodique. Des calculs thermohydrauliques (Peniguel et al. 2002) sont actuellement en cours pour déterminer l'état réel du chargement thermique. A titre d'exemple la figure (2-5) montre l'évolution de la température sur une de sondes placée en paroi interne d'un coude de RRA.

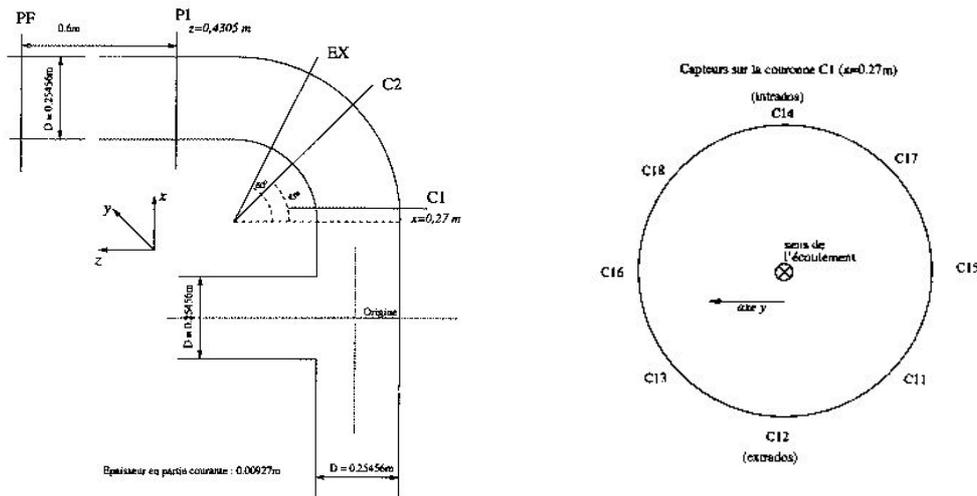


Figure 2-5a Coupe C1 du coude d'un circuit RRA

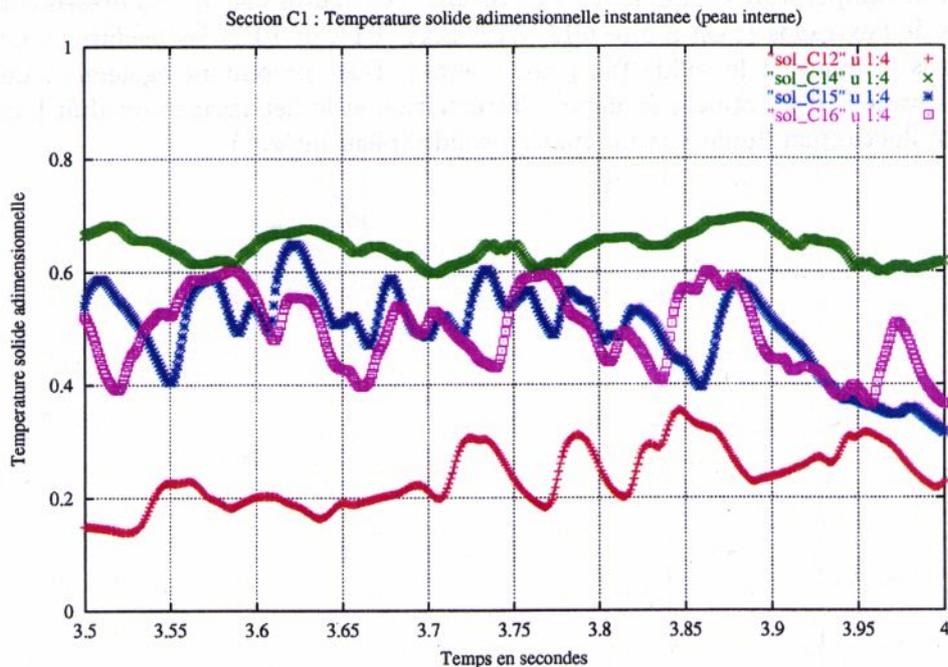


Figure 2-5b Variation de la température adimensionnée sur quelques points de la coupe C1, (Peniguel et al. 2002)

Ce paragraphe a été rédigé pour montrer de quelle manière nous pouvons prendre en compte l'effet de chargements à amplitude variable. Dans un premier temps, un bref rappel bibliographique est présenté pour donner un court panorama des modèles déjà existants dans la littérature pour analyser ce type de chargement. Ensuite une perspective d'un développement futur des modèles est proposée.

2.2.1 Rappel bibliographique

Les effets de charges simples d'amplitude variable sur la propagation de fissures de fatigue, par exemple surcharges uniques dans un essai à amplitude constante et charge par palier, ont été le sujet de nombreuses études sur beaucoup de matériaux. La première partie de ce paragraphe est consacrée à un bref rappel bibliographique sur l'effet d'une surcharge ou de la séquence de chargement sur la propagation des fissures.

2.2.1.a Mécanisme de propagation de fissure lors d'une surcharge

En mécanique linéaire de la rupture, on considère que la pointe de fissure est entourée d'une zone plastique confinée c'est-à-dire suffisamment petite pour ne pas perturber l'avancée de la fissure. Lorsqu'on impose une surcharge ponctuelle, les déformations plastiques locales sont très accentuées et provoquent un retard de la fissuration (figure 2-6). Si l'on continue à solliciter la fissure avec la même amplitude qu'avant la surcharge, elle se propage avec un taux ralenti jusqu'à atteindre le bord de la zone plastique due à la surcharge. Dès que la fissure quitte cette zone, elle reprend sa vitesse de propagation initiale.

Des petites surcharges n'ont généralement pas d'influence décelable sur la croissance des fissures de fatigue. Le phénomène de retard n'apparaît que pour une surcharge de niveau supérieur à un niveau seuil c'est-à-dire le plus bas niveau de surcharge auquel on constate un ralentissement significatif. Ce niveau de seuil est généralement environ 40 ou 60% de la surcharge relative à la contrainte maximale sans surcharge (Lindley 1997). Il existe plusieurs types de retard (Lindley 1997) :

- le retard simple (figure 2-7) ;
- le retard différé (retard ne survenant pas immédiatement après la surcharge) ;
- le retard perdu (retard suivi d'une accélération qui permet de revenir au taux de propagation initial) ;
- le blocage (arrêt total de la fissure).

Ces effets de retard très complexes à mesurer et surtout à modéliser dépendent du mode de variation d'amplitude : surcharges multiples, surcharge en traction suivie de surcharge en compression, passage d'un niveau haut à un niveau bas, chargement aléatoire. Différents modèles existent dans la littérature pour analyser ce phénomène. Il faut remarquer que ces études ont été menées à l'aide d'essais réalisés en contraintes imposées uniformes ce qui peut ne pas être le cas en fatigue thermique.

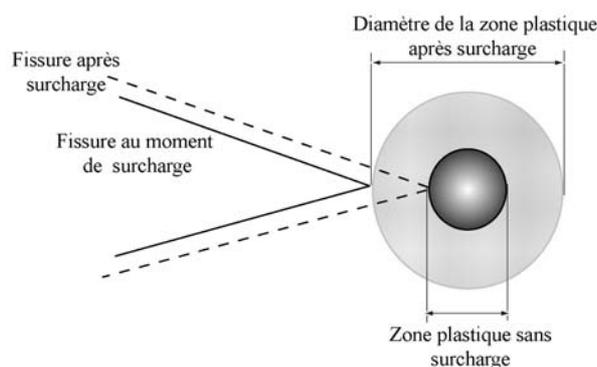


Figure 2-6 Evolution de la zone plastique à la pointe d'une fissure à cause d'une surcharge

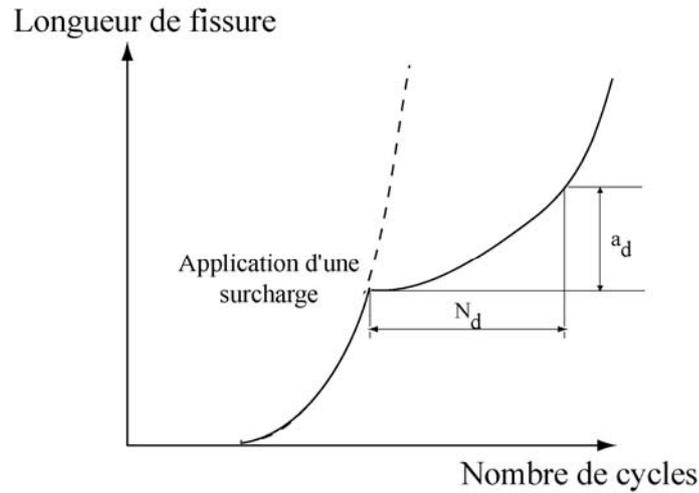


Figure 2-7 Schématisation du phénomène de retard
 N_d : le nombre de cycles durant lesquels la vitesse est affectée par la surcharge
 a_d : la longueur de fissure affectée par la surcharge

2.2.1.b Modèle de Wheeler

Un des modèles simples qui nous permet de calculer la vitesse de propagation d'une fissure retardée par l'application d'une surcharge est celui de Wheeler (1972). Il introduit un paramètre Φ caractérisant les dimensions de la zone plastique pour traiter l'effet d'histoire de chargement. Ce paramètre est fonction du rapport de diminution de la zone plastique actuelle à celle de la zone plastique créée par la surcharge précédente. Au moment de la surcharge, la taille de fissure est a_0 . Cette surcharge crée alors une zone plastique de diamètre r_{p0}

$$r_{p0} = Y \frac{K_0^2}{R_e^2} = Y_1 \sigma_0^2 \frac{a_0}{R_e^2} \quad (2-9)$$

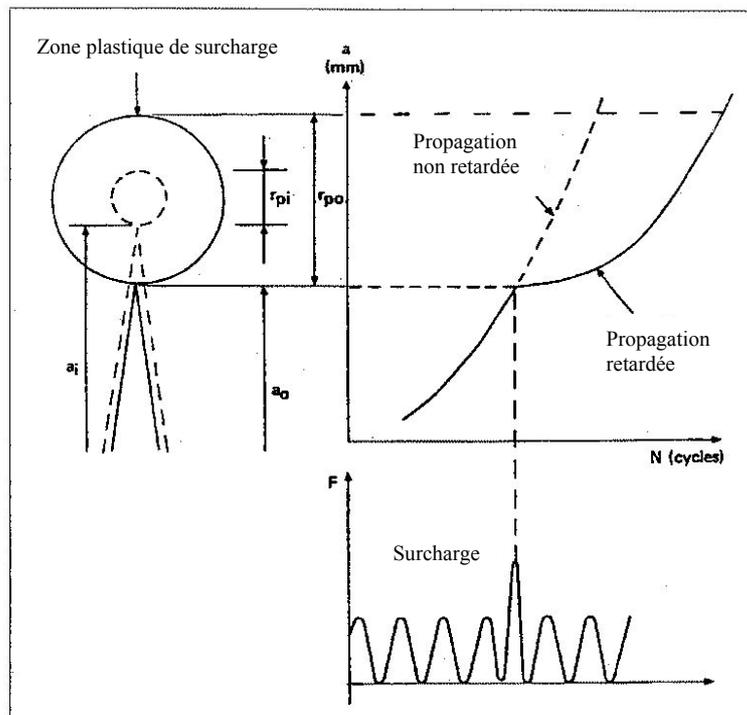


Figure 2-8 Modèle de Wheeler

où K_0 est le facteur d'intensité des contraintes pour une longueur a_0 et une surcharge σ_0 , Y_1 et Y les paramètres d'adimensionnement et R_e , la limite d'élasticité du matériau. Au cours de la propagation après surcharge, la dimension de la zone plastique r_{pi} est donnée par

$$r_{pi} = Y \frac{K_i^2}{R_e^2} = Y_1 \sigma_i^2 \frac{a_i}{R_e^2} \quad (2-10)$$

où K_i est le facteur d'intensité des contraintes pour une longueur a_i et une contrainte σ_i . Le paramètre de retard est donc

$$\Phi = \left(\frac{r_{pi}}{a_0 + r_{p0} - a_i} \right)^{m_w} \quad (2-11)$$

le coefficient m_w est déterminé expérimentalement. Le retard de propagation existe tant que la fissure n'a pas quitté la zone plastique due à la surcharge, autrement dit lorsque $a_i + r_{pi} < a_0 + r_{p0}$. Ce retard est caractérisé par la relation suivante sur la loi de propagation

$$\left(\frac{da}{dN} \right)_{\text{retardé}} = \Phi \left(\frac{da}{dN} \right)_{\text{non-retardé}} \quad (2-12)$$

On peut ainsi obtenir des lois alliant le modèle de Wheeler aux lois de Paris et al. (1961) ou de Pellas et al. (1977). La nouvelle loi de propagation nommée Pellas-Wheeler est obtenue (Chantier 2000)

$$\frac{da}{dN} = C \left(\frac{\frac{Y^2}{2} \sigma_1^2 a}{R_e^2 (a_d - a) + \frac{Y^2}{2} \sigma_2^2 a_d} \right)^{m_w} \left(\frac{K_{th} g(R)}{K_{IC} - \frac{K_{th}}{g(R)}} \right)^p \left(\frac{\sigma_{\max}}{S_{th}} \right)^p \left(\frac{1}{\sqrt{a_M}} \right)^p \left[\sqrt{a} - \frac{K_{th}}{K_{IC} g(R)} \frac{S_{th}}{\sigma_{\max}} \sqrt{a_M} \right]^p \quad (2-13)$$

où K_{IC} est la ténacité du matériau et C , p sont des constantes de la loi qui dépendent du matériau étudié, K_{th} le seuil de non propagation, a_M la taille du plus grand défaut existant dans la structure, S_{th} la limite de fatigue du plus grand défaut et R le rapport de charge. L'intégration de cette loi peut se faire en utilisant une méthode d'intégration numérique. Mais en prenant un incrément ΔN suffisamment petit, on peut considérer que la vitesse de croissance de fissures est constante. D'où l'intégration de l'équation (2-13)

$$a_{j+1} = a_j +$$

$$C \left(\frac{\frac{Y^2}{2} \sigma_1^2 a}{R_e^2 (a_d - a) + \frac{Y^2}{2} \sigma_2^2 a_d} \right)^{m_w} \left(\frac{K_{th} g(R)}{K_{IC} - \frac{K_{th}}{g(R)}} \right)^p \left(\frac{\sigma_{\max}}{S_{th}} \right)^p \left(\frac{1}{\sqrt{a_M}} \right)^p \left[\sqrt{a_j} - \frac{K_{th}}{K_{IC} g(R)} \frac{S_{th}}{\sigma_{\max}} \sqrt{a_M} \right]^p \Delta N \quad (2-14)$$

2.2.1.c Le cumul de dommage

Les effets de cumul linéaire ou non linéaire sont d'une grande importance en fatigue. La règle linéaire de Palmgreen-Miner suppose que les dommages se cumulent de façon additive lorsqu'on les définit par le facteur d'usage associé N_i / N_{F_i} , où N_i est le nombre de cycles effectués avec un chargement donné pour lequel le nombre de cycles à rupture (sous conditions périodiques) serait N_{F_i} . La condition de rupture s'écrit

$$\sum_i \frac{N_i}{N_{F_i}} = 1 \quad (2-15)$$

Pour un essai périodique, l'évolution de dommage est donc considérée comme linéaire

$$D = \frac{N}{N_F} \quad (2-16)$$

En fait, la règle de cumul linéaire s'applique encore pour une évolution de dommage non linéaire : il suffit qu'il existe une relation biunivoque entre D et N_i / N_{F_i} ou encore que la courbe d'évolution du dommage soit unique (indépendante du cycle appliqué) en fonction du facteur d'usage (Lemaitre et Chaboche 1985). L'évolution non linéaire du dommage mais avec cumul linéaire est comparée avec le cumul non linéaire pour un essai à deux niveaux sur la figure (2-9).

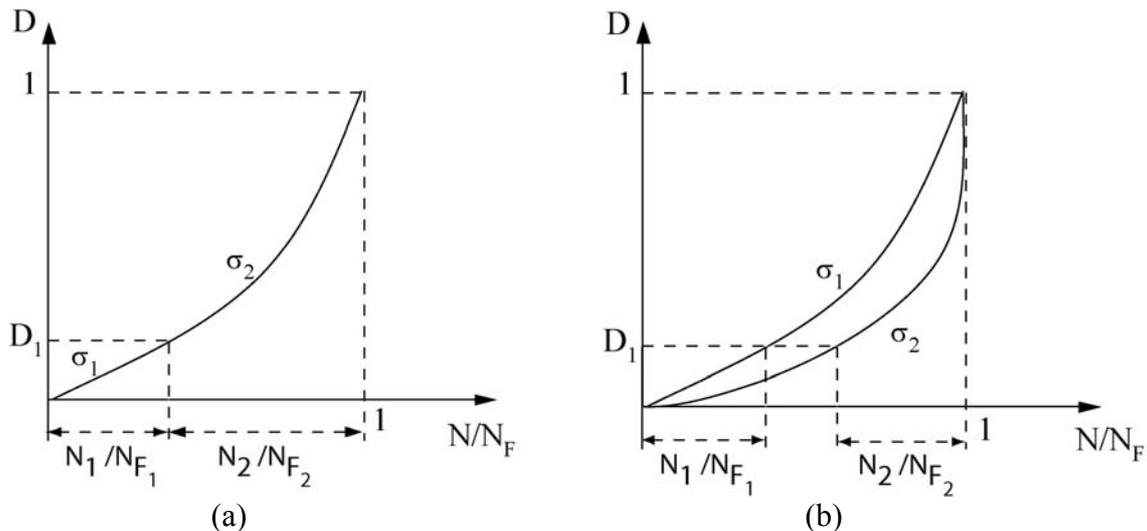


Figure 2-9 Le cumul linéaire et non linéaire de dommage (Lemaitre et Chaboche 1985)
 (a) Evolution non linéaire du dommage mais cumul linéaire
 (b) Cumul non linéaire

L'effet de cumul non linéaire existe si les courbes d'évolution du dommage en fonction du facteur d'usage N_i / N_{F_i} dépendent du chargement imposé, comme le montre schématiquement la figure (2-9b). D_1 représente l'état interne d'endommagement à la fin du premier niveau de chargement σ_1 . L'évolution se poursuit au second niveau à partir du même état. Il est clair que la somme des fractions de vie est ici inférieure à 1. La loi de cumul linéaire de Palmgreen-Miner ne donne de bons résultats que dans les cas de chargements où l'amplitude de la valeur moyenne de la contrainte varie peu.

2.2.1.d Cumul de dommage et loi de propagation de fissures

Afin d'étudier le cumul de dommage lors de la propagation d'une fissure de fatigue et l'effet de l'ordre de chargement sur la propagation de fissures, on considère le cas d'une fissure soumise à un chargement cyclique constitué de deux niveaux différents σ_1 et σ_2 (figure 2-10).

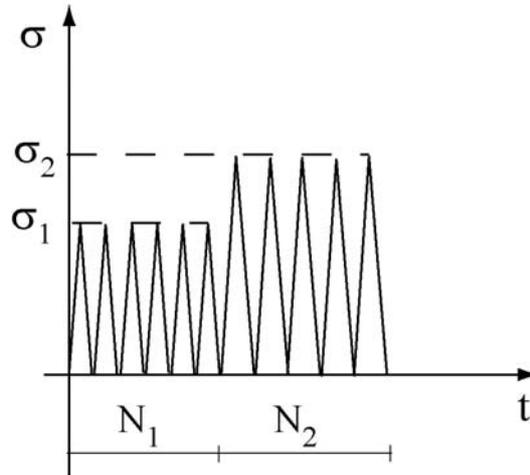


Figure 2-10 Un chargement cyclique à deux niveaux σ_1 et σ_2

Dans la première étape, on considère une loi simple de propagation sans seuil (équation (2-2)), par simplicité de calcul on prend $n = 4$. D'abord on considère que la contrainte σ_1 précède σ_2 . Après N_1 cycles, une fissure de longueur initiale a_0 , atteint la longueur a_1

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{a_0} - C\sigma_1^4 N_1 \quad (2-17)$$

Si $\sigma_2 = \alpha\sigma_1$, la longueur finale de la fissure après $N_1 + N_2$ cycles, a_{f1} sera

$$\frac{1}{a_{f1}} = \frac{1}{a_0} - C\sigma_1^4 (N_1 + \alpha^4 N_2) \quad (2-18)$$

ensuite on considère la situation inverse, c'est-à-dire, σ_2 précède σ_1 . Dans ce cas, après N_2 cycles, une fissure de longueur initiale a_0 , atteint la longueur a_1

$$\frac{1}{a_1} = \frac{1}{a_0} - C\sigma_2^4 N_2 \quad (2-19)$$

et la longueur de fissure après $N_1 + N_2$ cycles, a_{f2} sera

$$\frac{1}{a_{f2}} = \frac{1}{a_0} - C\sigma_1^4 (\alpha^4 N_2 + N_1) \quad (2-20)$$

Les parties droites des équations (2-18) et (2-20) sont identique ($a_{f1} = a_{f2}$). Cela veut dire qu'en prenant une loi de propagation sans seuil le cumul de dommage de fatigue est linéaire. Pour étudier l'effet du seuil de propagation sur le cumul de dommage, on considère la loi de propagation (2-5). Considérons $N_R = N_1 + N_2$ où N_R est le nombre de cycles à rupture. En utilisant l'équation (2-6) on écrit

$$N_1 = \frac{C}{a_M} \left(\frac{g(R)K_{th}}{K_{IC} - \frac{K_{th}}{g(R)}} \right)^{-p} \left(\frac{\sigma_1}{S_{th}} \right)^{-p} \left\{ \varphi \left(\sqrt{\frac{a_1}{a_M}}, \frac{S_{th}}{\sigma_1} \right) - \varphi \left(\sqrt{\frac{a_0}{a_M}}, \frac{S_{th}}{\sigma_1} \right) \right\} \quad (2-21)$$

$$N_2 = \frac{C}{a_M} \left(\frac{g(R)K_{th}}{K_{IC} - \frac{K_{th}}{g(R)}} \right)^{-p} \left(\frac{\sigma_2}{S_{th}} \right)^{-p} \left\{ \varphi \left(\sqrt{\frac{a_{c2}}{a_M}}, \frac{S_{th}}{\sigma_2} \right) - \varphi \left(\sqrt{\frac{a_1}{a_M}}, \frac{S_{th}}{\sigma_2} \right) \right\} \quad (2-22)$$

où a_1 désigne la taille de fissure atteinte après N_1 cycles et a_0 sa taille initiale. Considérons N_{R1} et N_{R2} comme le nombre de cycles à rupture correspondant à σ_1 et σ_2 lorsque chaque sollicitation est appliquée seule

$$\frac{N_1}{N_{R1}} = \frac{\varphi \left(\sqrt{\frac{a_1}{a_M}}, \frac{S_{th}}{\sigma_1} \right) - \varphi \left(\sqrt{\frac{a_0}{a_M}}, \frac{S_{th}}{\sigma_1} \right)}{\varphi \left(\sqrt{\frac{a_{c1}}{a_M}}, \frac{S_{th}}{\sigma_1} \right) - \varphi \left(\sqrt{\frac{a_0}{a_M}}, \frac{S_{th}}{\sigma_1} \right)} \quad (2-23)$$

$$\frac{N_2}{N_{R2}} = \frac{\varphi \left(\sqrt{\frac{a_{c2}}{a_M}}, \frac{S_{th}}{\sigma_2} \right) - \varphi \left(\sqrt{\frac{a_1}{a_M}}, \frac{S_{th}}{\sigma_2} \right)}{\varphi \left(\sqrt{\frac{a_{c2}}{a_M}}, \frac{S_{th}}{\sigma_2} \right) - \varphi \left(\sqrt{\frac{a_0}{a_M}}, \frac{S_{th}}{\sigma_2} \right)} \quad (2-24)$$

Les équations (2-21) et (2-22) montrent une relation non-linéaire entre N_1/N_{R1} et N_2/N_{R2} . La figure 2-11 présente ces résultats pour quatre combinaisons de chargements cycliques. Cette figure montre que si on diminue la différence entre deux niveaux de chargement, les deux courbes s'approchent d'une droite correspondant à un cumul linéaire (cas de 240-260 MPa et 260-240 MPa).

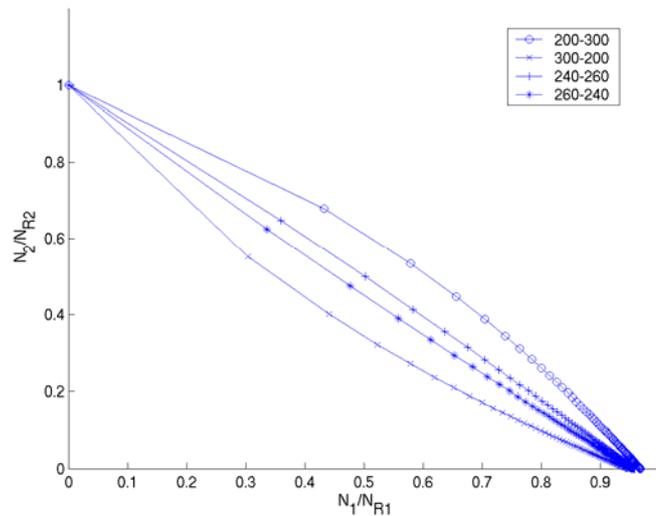


Figure 2-11 Variation de N_2/N_{R2} en fonction de N_1/N_{R1} pour quatre combinaisons de chargement cyclique ; $[\sigma_1 = 200 \text{ MPa et } \sigma_2 = 300 \text{ MPa}]$, $[\sigma_1 = 300 \text{ MPa et } \sigma_2 = 200 \text{ MPa}]$, $[\sigma_1 = 240 \text{ MPa et } \sigma_2 = 260 \text{ MPa}]$ et $[\sigma_1 = 260 \text{ MPa et } \sigma_2 = 240 \text{ MPa}]$

2.2.2 Modélisation du chargement réel

En réalité, la variation de température sur la peau interne des tubes n'est pas périodique. Pour faire des calculs de durée de vie, nous avons besoin de trouver des cycles de chargements qui représentent cette variation de température. Plusieurs méthodes existent dans la littérature pour transformer un chargement aléatoire en une suite de cycles de chargement. Les plus reconnues sont la méthode de comptage de transitions, la méthode de chargement par blocs programmés et le comptage de *Rainflow* (Murakami 1992).

Actuellement des résultats des calculs thermohydrauliques sur une durée temporelle de huit secondes sont disponibles (figure 2-5). Ces calculs montrent que d'une part le chargement thermique des circuits RRA ne contient pas de surcharges isolées et d'autre part ce chargement n'est pas périodique. Cette caractéristique de chargement nous permet d'utiliser la même loi de propagation pour les cas de chargements à amplitude variable. Par contre, la durée de vie calculée de structure dépend de l'ordre d'application des blocs de cycles à cause de la non linéarité du cumul induite par la loi de propagation.

En utilisant une des méthodes de détermination de cycles, on peut associer des cycles avec différentes amplitudes de températures calculées. Après avoir défini des cycles équivalents de chargement, différentes combinaisons de cycles, notamment des ordres croissant ou décroissant, devront être étudiées.

2.3 Distribution initiale des défauts

Le modèle de Weibull est largement utilisé pour étudier la dégradation et la rupture des matériaux à comportement fragile (Weibull 1939) et quasi-fragile (Daniels 1944 ; Coleman 1958 ; Denoual 1998). A l'endurance, on peut considérer que c'est la rupture du défaut le plus critique, la rupture locale, qui entraîne la rupture de l'éprouvette, la rupture globale. Autrement dit, la rupture du maillon le plus faible entraîne la rupture de la chaîne (i.e. la structure). Dans le cadre de l'hypothèse du maillon le plus faible (Freudenthal 1968), la probabilité de rupture globale P_F d'un domaine Ω peut être reliée à la probabilité locale de chaque élément de volume élémentaire Ω_0 de volume V_0 , P_{F0}

$$P_F = 1 - \exp \left[\frac{1}{V_0} \int_{\Omega} \ln(1 - P_{F0}) dV \right] \quad (2-25)$$

La probabilité cumulée de la rupture locale P_{F0} peut être écrite comme (Weibull 1939)

$$\ln(1 - P_{F0}) = - \left(\frac{\langle \sigma_1 - S_u \rangle}{S_0} \right)^m \quad (2-26)$$

où σ_l est la contrainte principale maximale dans l'élément considéré, $\langle x \rangle$ la partie positive de x ($\langle x \rangle = x$ si $x \geq 0$ et $\langle x \rangle = 0$ si $x < 0$), m le paramètre de forme (paramètre de Weibull), $V_0 S_0^m$ le paramètre d'échelle et S_u un paramètre seuil. Si l'on prend $S_u = 0$, l'équation (2-26) représente un modèle de Weibull à deux paramètres. Pour les essais de fatigue σ_F est défini comme la limite de fatigue de l'éprouvette testée Ω , c'est-à-dire le maximum de σ_l dans Ω . D'un point de vue physique, P_{F0} représente la probabilité de trouver un défaut critique dans un domaine Ω_0 . Cette probabilité est reliée à une distribution de défauts caractérisée par une densité de probabilité f . La distribution initiale de défauts, f_0 , dépend de paramètres morphologiques du défaut ; tout d'abord sa taille a , ensuite son orientation qui peut être définie par un vecteur normal unitaire \underline{n} et enfin d'autres paramètres qui peuvent être pris en compte par un paramètre w . Pour un niveau de chargement donné, la population de défauts

existants peut être séparée en deux parties. La première, D_c , contient les défauts critiques. La deuxième, D_{nc} , contient les défauts qui ne sont pas critiques pour ce niveau de contrainte. En ne considérant pas les propagations locales, la probabilité cumulée de la rupture $P_{F0}(Q)$ pour un chargement du niveau Q s'écrit

$$P_{F0}(Q) = \int_{D_c(Q)} f_0(a, \underline{n}, w) da d\underline{n} dw \quad (2-27)$$

En utilisant cette définition, la valeur de P_{F0} peut varier entre 0 ($D_c = \phi$: pas de défaut critique) et 1 ($D_c = D$: tous les défauts sont critiques). Dans le cadre de la présente étude, tous les défauts sont considérés comme des fissures et la condition d'initiation de propagation de ces défauts (fissures) peut être décrite par l'équation (2-4). En supposant que l'orientation des défauts suit une distribution uniforme et que la distribution des tailles de défauts peut être décrite par une loi puissance, on arrive à un modèle de Weibull à deux paramètres (Hild et Marquis 1992). Mathématiquement, le modèle de Weibull peut être décrit par un processus point poissonien d'intensité $\lambda_t(\sigma_1)$

$$\lambda_t(\sigma_1) = \lambda_0 \left(\frac{\langle \sigma_1 - S_u \rangle}{S_0} \right)^m \quad (2-28)$$

où $\lambda_0 = 1/V_0$ représente la densité normée de défauts critiques ($\lambda_t(\sigma_1)V_0$ correspond au nombre moyen des défauts critiques dans un domaine Ω_0 de volume V_0). La probabilité P de trouver $N = n$ défauts cassés dans un domaine Ω de volume V soumis à un chargement uniforme suit une loi de Poisson

$$P(N = n) = \frac{[\lambda_t(\sigma_1)V]^n}{n!} \exp[-\lambda_t(\sigma_1)V] \quad (2-29)$$

En faisant l'hypothèse du maillon le plus faible, la probabilité de rupture P_F est égale à la probabilité de trouver au moins un défaut critique dans un domaine Ω de volume V (Hild 2001)

$$P_F = P(N \geq 1) = 1 - P(N = 0) = 1 - \exp \left[-\frac{V}{V_0} \left(\frac{\langle \sigma_1 - S_u \rangle}{S_0} \right)^m \right] \quad (2-30)$$

L'équation (2-30) est identique aux équations (2-25) et (2-26) pour un domaine Ω soumis au chargement uniforme. Notons que dans le cadre de cette formulation, les sites potentiels de rupture sont considérés comme des points avec une répartition aléatoire.

Deux chemins différents peuvent être suivis pour identifier les paramètres du modèle de Weibull. Le premier utilise des résultats des données mécaniques obtenues au niveau de la structure ou de l'éprouvette et on en déduit le comportement du matériau au niveau de l'élément représentatif du volume (Chantier 2000). Le second utilise des observations de la distribution des défauts au niveau de la microstructure (Yaacoub Agha 1996). Si la seule donnée accessible est la probabilité de rupture en fonction de la contrainte à la rupture, on peut récrire la probabilité cumulée de rupture comme (Hild 2001)

$$P_F = 1 - \exp \left[-\frac{VH_m}{V_0} \left(\frac{\langle \sigma_F - S_u \rangle}{S_0} \right)^m \right], \quad H_m = \int \left(\frac{\langle \sigma_1 - S_u \rangle}{\langle \sigma_F - S_u \rangle} \right)^m dV \quad (2-31)$$

où VH_m représente le volume effectif. Pour un modèle de Weibull à deux paramètres le facteur d'hétérogénéité de contrainte H_m ne dépend pas de la contrainte de rupture et on peut écrire l'équation (2-31) sous la forme suivante

$$\ln \left[\ln \left(\frac{1}{1-P_F} \right) \right] = m \ln \langle \sigma_F \rangle - \ln \left(\frac{V_0 S_0^m}{VH_m} \right) \quad (2-32)$$

Pour déterminer les limites d'endurance selon le modèle de Weibull, on a tracé la droite de Weibull (équation (2-32)) en utilisant les résultats des essais de fatigue avec $R = -1$ sous des températures de 150° et 300°C. On classe les contraintes par ordre croissant et à la contrainte i on associe la probabilité de rupture $P_{Fi} = \frac{(i-0,5)}{n}$, où n est le nombre de points. Ensuite la droite de Weibull peut être tracée par une régression linéaire sur les points de coordonnées $\left\{ \ln \left(\ln \left(\frac{1}{1-P_{Fi}} \right) \right), \sigma_i \right\}$. La figure 2-8-a montre l'identification des paramètres

d'un modèle de Weibull à deux paramètres par cette méthode pour le matériau étudié. Elle correspond aux essais de fatigues faits avec une contrainte moyenne nulle (i.e. $R = -1$). Afin de vérifier que le seuil $S_u = 0$ conduit à une identification raisonnable, un modèle de Weibull à trois paramètres a été utilisé. Les droites de Weibull ainsi que des paramètres obtenus sont présentés sur la figure 2-8-b. L'accord est quasiment identiques pour les deux modèles et par soucis de simplicité, un modèle de Weibull à deux paramètres sera utilisé.

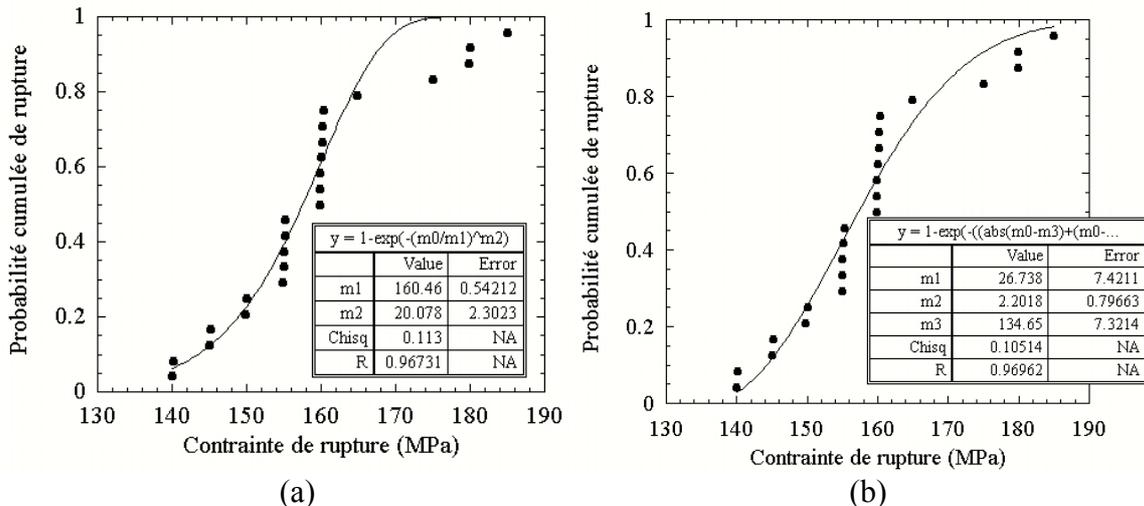


Figure 2-8 Représentation des résultats expérimentaux par un modèle de Weibull ;
 (a) modèle à deux paramètres, (b) modèle à trois paramètres ($R = -1$)

2.4 Bilan du chapitre II

Le façonnage thermique des circuits RRA étant un problème de fatigue à grand nombre de cycles, cela nous amène à introduire des outils d'analyse tels que la mécanique de rupture et des lois de propagation des fissures en fatigue. D'une part, la comparaison entre les tailles de grains de l'acier inoxydable 304L et celles des fissures détectées sur les sites endommagés montre qu'on peut utiliser la mécanique de la rupture linéaire pour analyser la propagation des réseaux de fissures observés par des expertises. D'autre part, comme on ne dispose pas des informations nécessaires pour caractériser la propagation des fissures courtes, on considère que leur propagation suit la même loi que les fissures longues et on utilise la mécanique

linéaire de la rupture pour analyser leur comportement. A terme, des résultats des activités de recherche actuellement en cours sur la propagation des fissures courtes pourront être utilisés.

Ainsi, une loi de propagation des fissures de type Paris modifié qui prend en compte l'effet de différents paramètres sur le taux de propagation des fissures a été identifiée pour le matériau étudié en utilisant des résultats d'essais de fatigue. Cette loi est utilisée dans les chapitres qui suivent pour étudier la propagation des réseaux de fissures.

Des éléments nécessaires pour étendre cette loi à l'analyse de durée de vie sous chargement à amplitude variable sont aussi présentés. Le cumul linéaire et non-linéaire de dommage de fatigue en fonction de la loi de propagation choisie est discuté. L'effet de l'ordre des séquences de chargement sur la propagation des fissures en utilisant la loi identifiée pour le matériau est démontré. Une amélioration de la loi pour prendre en compte l'effet des surcharges isolées sur le taux de croissance des fissures est également proposée.

A l'endurance un modèle de Weibull peut représenter des résultats expérimentaux. Des paramètres des modèles de Weibull ont été identifiés et justifient l'utilisation d'un modèle de Weibull à deux paramètres. Une distribution aléatoire des défauts initiaux dans le matériau peut être ensuite déterminée en utilisant les paramètres de Weibull (chapitre VI). Cela nous amènera à la proposition d'un modèle probabiliste qui peut expliquer la formation des réseaux de fissures en fatigue à grand nombre de cycles ainsi que la propagation et la coalescence dans ces réseaux.

2.5 Bibliographie du chapitre II

- Amzallag, C. (2002). Programme de recherche et développement en fatigue des aciers inoxydables austénitiques - Avancement en fin 2001 n° E-N-ES-RE/01-04193 Electricité de France - SEPTEN.
- Bathias, C. et J.-P. Bailon, Eds. (1981). La fatigue des matériaux et des structures. Paris, HERMES.
- Chantier, I. (2000). Tolérance aux défauts initiaux et effets de surface : Dimensionnement à la fatigue de pièces de fonderie. Thèse de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- Coleman, B. D. (1958). "Statistics and Time-Dependence of Mechanical Breakdown in Fibers." *J. Appl. Phys.* 29: 968-983.
- Daniels, H. E. (1944). "The Statistical Theory of the Strength of Bundles of Threads." *Proc. R. Soc. London. A* 183: 405-429.
- Denoual, C. (1998). Approche probabiliste du comportement à l'impact du carbure de silicium : Application aux blindages moyens. Thèse de doctorat. École Normale Supérieure de Cachan.
- Freudenthal, A. M. (1968). Statistical Approach to Brittle Fracture. Fracture. H. Liebowitz (Eds.). New York (USA), Academic Press. 2: 591-619.
- Hild, F. (2001). The Weibull law: a model of wide applicability. Physical Aspects of Fracture. E. Bouchaud, D. Jeulin, C. Prioul et S. Roux (Eds.), Kluwer Academic Publishers: 35-46.
- Hild, F. et D. Marquis (1992). "A Statistical Approach to the Rupture of Brittle Materials." *Eur. J. Mech., A/Solids* 11(6): 753-765.
- Hild, F. et S. Roux (1991). "Fatigue Initiation in Heterogeneous Brittle Materials." *Mech. Res. Comm.* 18(6): 409-414.
- Le Roux, J. C. et M. Akamatsu (2002). Influences des paramètres sur les vitesses de propagation de fissure en fatigue d'aciers inoxydables austénitiques n° HT-26/2002/27 Electricité de France R&D, HT-26/2002/27.

- Lemaitre, J. et J.-L. Chaboche (1985). Mécanique des matériaux solides. Paris (France), Dunod.
- Lesur, N., C. Sarrazin-Baudoux et J. Petit (2003). Etude de la propagation des fissures courtes dans un acier austénitique 304L ENSMA.
- Lindley, T.-C. (1997). Croissance des fissures de fatigue sous chargement d'amplitude variable. La fatigue des matériaux et des structures. C. Bathias et J.-P. Bailon (Eds.), HERMES.
- Miller, K. J. (1993). "Materials science perspective of metal fatigue resistance." *Mat. Sci. Eng.* 9: 453-462.
- Miller, K. J. (1997). A brief history of metal fatigue. Ecole d'été d'Oléron 97.
- Miller, K. J. (1997). The three thresholds for fatigue crack propagation. *Fatigue Fracture Mechanics*. R. S. Piascik, J. C. Newman et N. E. Dowling (Eds.), ASTM STP 1296. 27: 267-286.
- Murakami, Y. (1992). The rainflow method in fatigue, Butterworth-Heinemann.
- Paris, P. C., M. P. Gomez et W. P. Anderson (1961). "A Critical Analysis of Crack Propagation Laws." *The Trend in Engineering* 13: 9-14.
- Pellas, J., G. Baudin et M. Robert (1977). "Mesure et calcul du seuil de fissuration après surcharge." *Recherche aérospatiale* 3: 191-201.
- Peniguel, C., M. Sakiz et S. Benhamadouche (2002). Etude thermohydraulique L.E.S. et thermique du piquage RRA N4 de Civaux (ancienne configuration) à l'aide des logiciels Code Saturne et Syrthes. Rapport interne EDF R&D HI-83/02/016/A.
- RCC-M (2000). Règles de Conception et de Construction des matériels Mécaniques des îlots nucléaires REP. Volume Z, Annexe ZG: 18-21.
- RSE-M (1997). Règles de Surveillance en Exploitation des matériels Mécaniques des îlots Nucléaires REP. Tome II, Annexe 5.6: 39-40.
- Suresh, S. (1991). *Fatigue of Materials*. Cambridge, Cambridge University Press.
- Suresh, S. et R. O. Ritchie (1984). "Propagation of short fatigue cracks." *International Metal Reviews* 29: 445-521.
- Weibull, W. (1939). *A Statistical Theory of the Strength of Materials* 151 Roy. Swed. Inst. Eng. Res.
- Weiss, M. P. (1995). "Classification of the fatigue domain and prediction of damage with crack extension parameters." *Fat. Fract. Engng. Mat. Struct.* 18: 19-26.
- Wheeler, O. E. (1972). "Spectrum loading and crack growth." *Journal of Basic Engineering* 4: 187-.
- Wöhler, A. (1860). "Versuche zur Ermittlung der auf die Eisenbahnwagenachsen einwirkenden Kräfte und die Widerstandsfähigkeit des Wagon-Achsen." *Z. für Bauwesen* 8: 215-234.
- Yaacoub Agha, H. (1996). Tolérance aux défauts initiaux : application à une fonte G.S. en fatigue. Thèse de doctorat. Université Paris 6.

CHAPITRE III

Chargement thermique

La variation de température de la peau interne des zones de mélange de circuits de refroidissement, due à la fluctuation induite par le mélange des eaux chaude et froide est à l'origine du faïençage thermique des tubes. Différentes configurations de fonctionnement de circuits de refroidissement à l'arrêt sont envisageables. La différence de température de l'eau chaude et froide varie entre 80° et 120°C et le rapport de débit volumique de l'eau froide sur le débit total est autour de 20% (Peniguel et al. 2002).

Un paramètre très important pour analyser la durée de vie de la structure est la détermination du niveau de chargement. La nature complexe du chargement thermique dans les circuits de refroidissement rend cette détermination difficile. Actuellement, plusieurs actions sont en cours afin de déterminer le chargement thermique en faisant des essais sur maquette ou des calculs thermohydrauliques. A titre d'exemple, une distribution de température issue de calculs thermohydrauliques est présentée sur la figure (3-1) (Peniguel et al. 2002). Cette figure montre que le fluide chaud (en rouge) ne pénètre pas en amont du piquage, mais est totalement poussé vers l'aval par le fluide froid.

En parallèle, une étude des chargements simplifiée, i.e. chargement cyclique à amplitude constante, peut nous aider à mieux comprendre la nature du problème ainsi qu'à identifier les plages de chargement les plus dangereuses pour la propagation de fissures de faïençage. C'est pour cela qu'une méthode analytique de calcul des facteurs d'intensité des contraintes est présentée dans ce chapitre. Cette analyse porte sur un calcul de diffusion de la chaleur dans l'épaisseur de la structure ainsi qu'un calcul des contraintes engendrées dans la structure. Les facteurs d'intensité des contraintes, comme paramètres pilotes de la propagation, sont ensuite calculés en utilisant la méthode des fonctions d'influence.

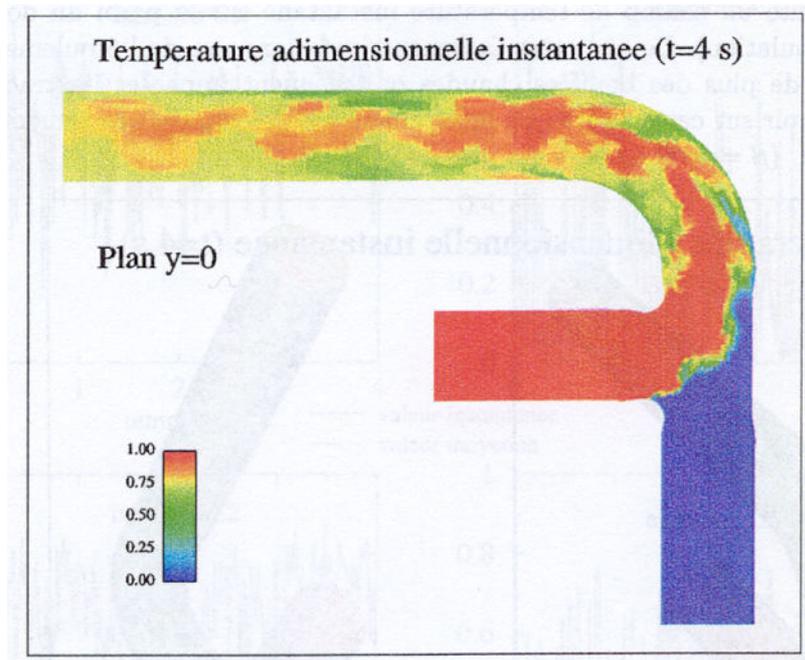


Figure 3-1 Champ de température adimensionnelle instantanée dans la zone de mélange (Peniguel et al. 2002)

3.1 Distribution de température dans l'épaisseur d'un tube

On considère un tube infiniment long (la même analyse est valable pour une plaque longue) soumis à une variation temporelle et spatiale de température sur sa peau interne (figure 3-2). La température imposée peut être écrite sous la forme suivante

$$T_{\text{int}}(t, y) = T_{\text{int}}^0 e^{i\omega t} \cos \Omega y \quad (3-1)$$

où T_{int} est la température sur la peau interne, t le temps, y la coordonnée selon l'axe du tube, ω la pulsation temporelle, Ω la pulsation spatiale et T_{int}^0 un facteur multiplicatif.

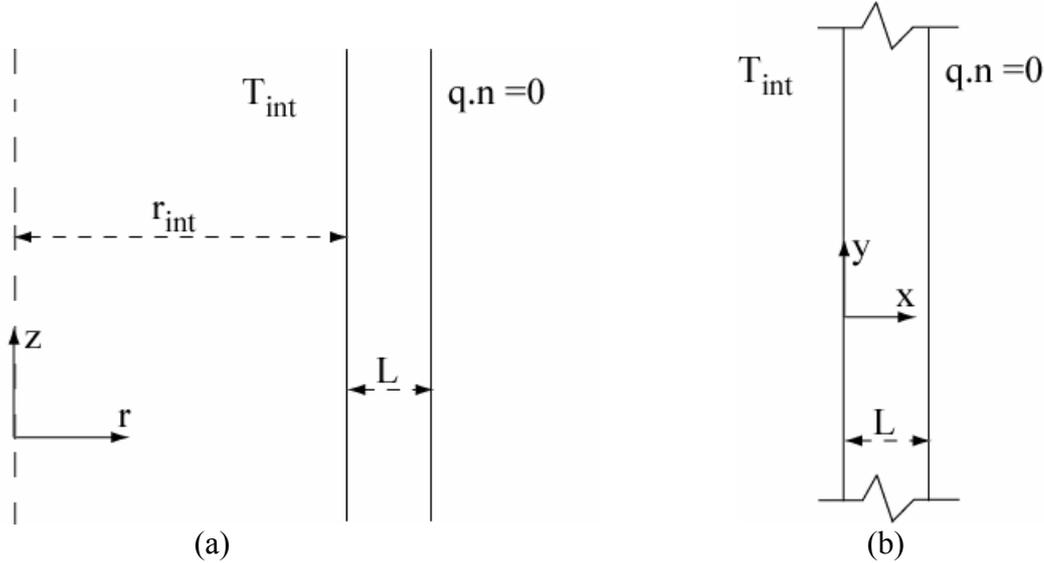


Figure 3-2 Un tube (a) et une plaque (b) infiniment longs soumis à une variation de température interne

A chaque point donné de la peau interne, le profil de température dans l'épaisseur du tube peut être décomposé en une première partie qui dépend de t et de y et une deuxième partie fonction de x

$$T(x, t, y) = T_{\text{int}}(t, y)h(x) \quad (3-2)$$

ce qui nous donne la température sur la peau interne ($x = 0$)

$$T(0, t, y) = T_0 \cos \frac{\pi y}{L} e^{i\omega t} \quad (3-3)$$

L'équation de la chaleur s'écrit

$$C\dot{T} - k\Delta T = 0 \quad (3-4)$$

où C est la chaleur spécifique et k la conductivité thermique. En faisant le changement de variables suivant

$$X = x \cdot L, \quad Y = y \cdot L, \quad \beta = L / l$$

où L est l'épaisseur du tube, l la longueur d'onde du chargement thermique dans le sens de l'axe de tube (y). La solution recherchée peut être écrite sous la forme suivante

$$T(x, t, y) = T_{\text{int}}^0 e^{i\omega t} \cos \beta \pi y h(x) \quad (3-5)$$

L'équation de la chaleur devient

$$iC\omega h(x) - \frac{k}{L} (h''(x) - \beta^2 \pi^2 h(x)) = 0 \quad (3-6)$$

On cherche la fonction h sous la forme

$$h(x) = e^{dx} \quad \text{avec} \quad d = a + ib \quad (3-7)$$

et

$$a = \pm \sqrt{\frac{\beta^2 \pi^2 + \sqrt{\beta^2 \pi^4 + \omega^2 / \eta^2}}{2}}, \quad b = \frac{\omega}{2\eta a}, \quad \eta = \frac{k}{CL}$$

Les conditions aux limites en température sont

$$\begin{aligned} T = T_0 \quad \text{à} \quad x = 0 & \quad h(0) = T_0 \\ Q = 0 \quad \text{à} \quad x = L & \quad h'(L) = 0 \end{aligned} \quad (3-8)$$

On écrit une fonction $h(x)$ sous la forme suivante

$$h(x) = T_0 A e^{(a+ib)x} + T_0 B e^{-(a+ib)x} \quad (3-9)$$

En imposant les conditions aux limites décrites aux équations (3-8) dans l'équation (3-9) la partie réelle du profil de température dans l'épaisseur du tube s'écrit

$$\begin{aligned} T(x, t, y) = T_0 e^{ax} [(1 - \gamma) \cos(bx + \omega t) + \theta \sin(bx + \omega t)] \cos \beta \pi y \\ + T_0 e^{-ax} [\gamma \cos(\omega t - bx) - \theta \sin(\omega t - bx)] \cos \beta \pi y \end{aligned} \quad (3-10)$$

$$\text{où} \quad \gamma = \frac{1 + e^{-2a} \cos 2b}{(1 + e^{-2a} \cos 2b)^2 + e^{-4a} \sin^2 2b} \quad \text{et} \quad \theta = \frac{e^{-2a} \cos 2b}{(1 + e^{-2a} \cos 2b)^2 + e^{-4a} \sin^2 2b}$$

Dans le cas particulier où la variation de la température sur la peau interne du tube est indépendante de l'axe y ($\Omega = 0$), le profil de température dans l'épaisseur du tube s'écrit

$$\begin{aligned} T(x, t) = T_0 e^{ax} [(1 - \gamma) \cos(bx + \omega t) + \theta \sin(bx + \omega t)] \\ + T_0 e^{-ax} [\gamma \cos(\omega t - bx) - \theta \sin(\omega t - bx)] \end{aligned} \quad (3-11)$$

La figure (3-2) montre le profil de température pour différentes fréquences de variation temporelle de la température sur la peau interne d'un tube de rayon interne de 127 mm et d'épaisseur 9,23 mm lorsque $T_{\text{int}} = T_{\text{max}}$. L'étendue de variation de température pour toutes les fréquences est de $\Delta T = 100^\circ\text{C}$ ($T_{\text{min}} = 20^\circ\text{C}$ et $T_{\text{max}} = 120^\circ\text{C}$)

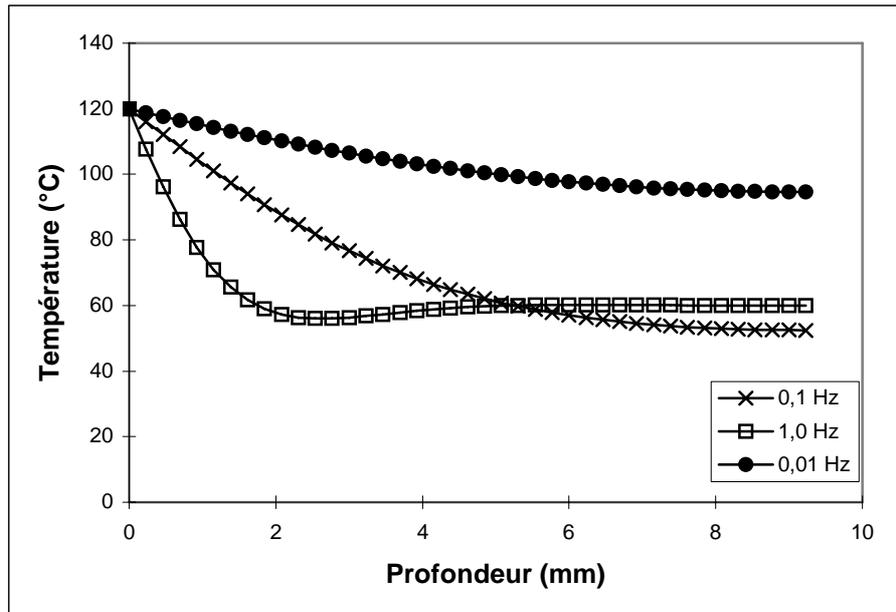


Figure 3-3 Les profils de température dans l'épaisseur d'un tube soumis à une variation de température sur sa peau interne ; $\Delta T = 100^\circ\text{C}$ ($T_{\min} = 20^\circ\text{C}$ et $T_{\max} = 120^\circ\text{C}$) , $C = 450 \text{ J/Kg}^\circ\text{C}$, $k = 0,014 \text{ W/mm}^\circ\text{C}$

3.2 Calcul des contraintes d'origine thermique

Nous avons trouvé un champ de température $T(x,y,t)$ dans la structure semi-infinie décrite dans le paragraphe précédent. Ce champ de température est identique pour un tube mince infiniment long et une plaque longue de même épaisseur. Nous nous intéressons maintenant aux champs de contraintes créés dans la structure à cause de cette variation de température, et tout d'abord nous étudions le cas d'une plaque.

3.2.1 Champs de contraintes thermiques dans une plaque semi-infinie

En faisant une hypothèse de déformations planes, le tenseur des contraintes s'écrit

$$\underline{\underline{\sigma}}(x, y) = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\sigma_2] & 0 \\ & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (3-12)$$

L'équation d'équilibre s'écrit

$$\text{div}_2 \underline{\underline{\sigma}}_2 = 0 \quad (3-13)$$

où div_2 est l'opérateur de divergence plan (x,y) . Les conditions aux limites sont les suivantes

$$\underline{\underline{\sigma}}_2 \cdot \underline{e}_x = 0 \quad \text{pour} \quad x = 0 \text{ et } x = L$$

En prenant une loi de comportement élastique linéaire la relation contraintes – déformations s'écrit

$$\underline{\underline{\sigma}}_2 = \lambda \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}_2) \underline{\underline{I}}_2 - (3\lambda + \mu) \alpha T \underline{\underline{I}}_2 + 2\mu \underline{\underline{\varepsilon}}_2 \quad (3-14)$$

où λ et μ sont les coefficients de Lamé, $\underline{\underline{\varepsilon}}_2$ la partie correspondant à $\underline{\underline{\sigma}}_2$ du tenseur des déformations, T la température et $\underline{\underline{I}}_2$ le tenseur unité plan. Enfin, l'équation de compatibilité s'écrit

$$\varepsilon_{xx,yy} + \varepsilon_{yy,xx} = 2\varepsilon_{xy,xy} \quad (3-15)$$

En prenant

$$\underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_2 = A\underline{\underline{\varepsilon}}(u) = \lambda \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}_2)\underline{\underline{I}}_2 + 2\mu\underline{\underline{\varepsilon}}_2 \quad (3-16)$$

soit

$$\underline{\underline{\sigma}}_2 = \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_2 - 3K\alpha T\underline{\underline{I}}_2 \quad (3-17)$$

on a

$$\text{div}_2 \underline{\underline{\tilde{\sigma}}}_2 - 3K\alpha \nabla_2 T = 0 \quad (3-18)$$

Les forces de masse du problème en $(\tilde{\sigma}, u)$ d'élasticité dérivent d'un potentiel

$$V = 3K\alpha T \quad (3-19)$$

On utilise la formulation par les fonctions d'Airy pour $\tilde{\sigma}$ (Andrieux 2002)

$$\tilde{\sigma}_{xx} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + V \quad \tilde{\sigma}_{yy} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + V \quad \tilde{\sigma}_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \quad (3-20)$$

et on peut réécrire le problème sous la forme suivante

$$\text{Equilibre :} \quad \Delta \Delta \phi + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \Delta V = 0 \quad (3-21)$$

$$\text{Conditions aux limites :} \quad \left[\frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}(0, y) + 3K\alpha T \right] - 3K\alpha T = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}(0, y) = 0 \quad (3-22)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}(0, y) = 0 \quad \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}(L, y) = 0 \quad (3-23)$$

On applique cette solution au chargement thermique séparable considéré au paragraphe 3.1. On a alors

$$\Delta \Delta \phi + 3K\alpha \frac{1-\nu^2}{1-\nu} (h'' - \Omega^2 h) \cos \Omega y = 0 \quad (3-24)$$

si on prend la fonction ϕ sous la forme suivante

$$\phi(x, y) = \psi(x) \cos \Omega y \quad (3-25)$$

le problème s'écrit

$$\psi^{IV} - 2\Omega^2 \psi'' + \Omega^4 \psi + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \cdot 3K\alpha (h'' - \Omega^2 h) = 0 \quad (3-26)$$

avec

$$\psi''(0) = \psi''(L) = 0$$

$$\psi'(0) = \psi'(L) = 0$$

La série d'équations (3-26) a été résolue en utilisant un logiciel de calcul formel. La figure (3-4) montre le profil des contraintes verticales (σ_{yy}) pour différentes fréquences de variation temporelle de la température sur le bord fissuré d'une plaque d'épaisseur 9,23 mm. L'amplitude de température pour toutes les fréquences est de 200°C ($T_{\min} = -100^\circ\text{C}$ et $T_{\max} = 100^\circ\text{C}$). Cette figure montre l'effet de la fréquence de chargement sur la pénétration de l'effet mécanique induit par la variation de température sur la peau fissurée d'une plaque dans son épaisseur. Trois situations différentes peuvent être distinguées. Les basses fréquences ($F = 0,01$ Hz) ne créent pas de contraintes importantes dans l'épaisseur. Les hautes fréquences ($F = 1,0$ Hz) par contre créent des contraintes importantes sur la surface de la plaque. Cependant, la variation de température sur la surface est tellement rapide que son effet s'annule rapidement dans l'épaisseur. Les moyennes fréquences ($F = 0,1$ Hz) quant à elles peuvent créer des contraintes assez élevées sur la surface ainsi que dans l'épaisseur de la plaque. Ces effets ont une influence directe sur la propagation des fissures. Afin de mettre en évidence cette influence, nous nous intéressons dans le paragraphe suivant au calcul des facteurs d'intensité des contraintes dues aux chargements thermiques.

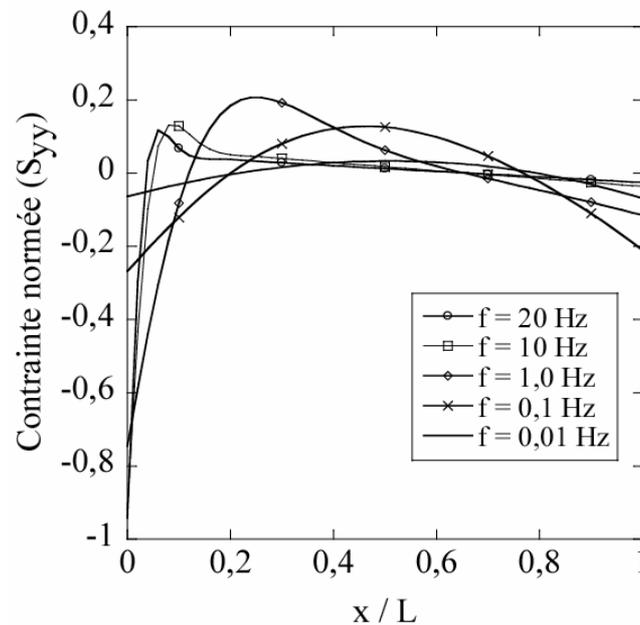


Figure 3-4 Les profils de contrainte normale, σ_{yy} , dans l'épaisseur d'une plaque soumise à une

variation de température sur son bord fissuré ; $S_{yy} = \frac{\sigma_{yy}}{E\Delta T / (1-\nu)}$.

3.2.2 Calcul des facteurs d'intensité des contraintes

La valeur du facteur d'intensité des contraintes pour une fissure débouchante dans une plaque soumise à une contrainte uniforme à l'infini σ_{yy}^∞ , se calcule par l'équation (3-27) (Bui 1978)

$$K_I = 1,12\sigma_{yy}^\infty \sqrt{\pi a} \quad (3-27)$$

où K_I est le facteur d'intensité des contraintes en mode I et a la longueur de fissure. Dans le cas d'un chargement non uniforme dans l'épaisseur cette équation n'est plus valable. Les facteurs d'intensité des contraintes pour un profil non-uniforme de contraintes dans l'épaisseur sont déterminés en partant de la taille de fissure et des contraintes associées à la situation retenue pour l'analyse. La distribution de contrainte normale ou une enveloppe par

excès de cette distribution peut être alors exprimée avec un polynôme de la variable x , réduite par rapport à l'épaisseur L de la section

$$\sigma(x) = \sigma_0 + \sigma_1 \left(\frac{a}{L}\right) + \sigma_2 \left(\frac{a}{L}\right)^2 + \sigma_3 \left(\frac{a}{L}\right)^3 + \sigma_4 \left(\frac{a}{L}\right)^4 \quad (3-28)$$

où σ_0 à σ_4 sont des constantes. Le facteur d'intensité des contraintes est ensuite déterminé en associant à chacun des termes de la représentation polynomiale une fonction d'influence. Les fonctions d'influence sont notées respectivement i_0, i_1, i_2, i_3, i_4 et dépendent de la géométrie de la fissure, de la zone dans laquelle cette fissure est localisée et du rapport a/L où a est la profondeur de la fissure. Le facteur d'intensité des contraintes K_I est alors déterminé par la formule suivante, les contraintes étant prises en valeurs algébriques (RCC-M 2000)

$$K_I = \sqrt{\pi a} \left(\sigma_0 i_0 + \sigma_1 i_1 \left(\frac{a}{L}\right) + \sigma_2 i_2 \left(\frac{a}{L}\right)^2 + \sigma_3 i_3 \left(\frac{a}{L}\right)^3 + \sigma_4 i_4 \left(\frac{a}{L}\right)^4 \right) \quad (3-29)$$

En considérant les profils des contraintes obtenus et présentés sur la figure (3-3), on peut donc déterminer la variation du facteur d'intensité des contraintes dans l'épaisseur de la section étudiée. La figure (3-5) montre les résultats de ces calculs.

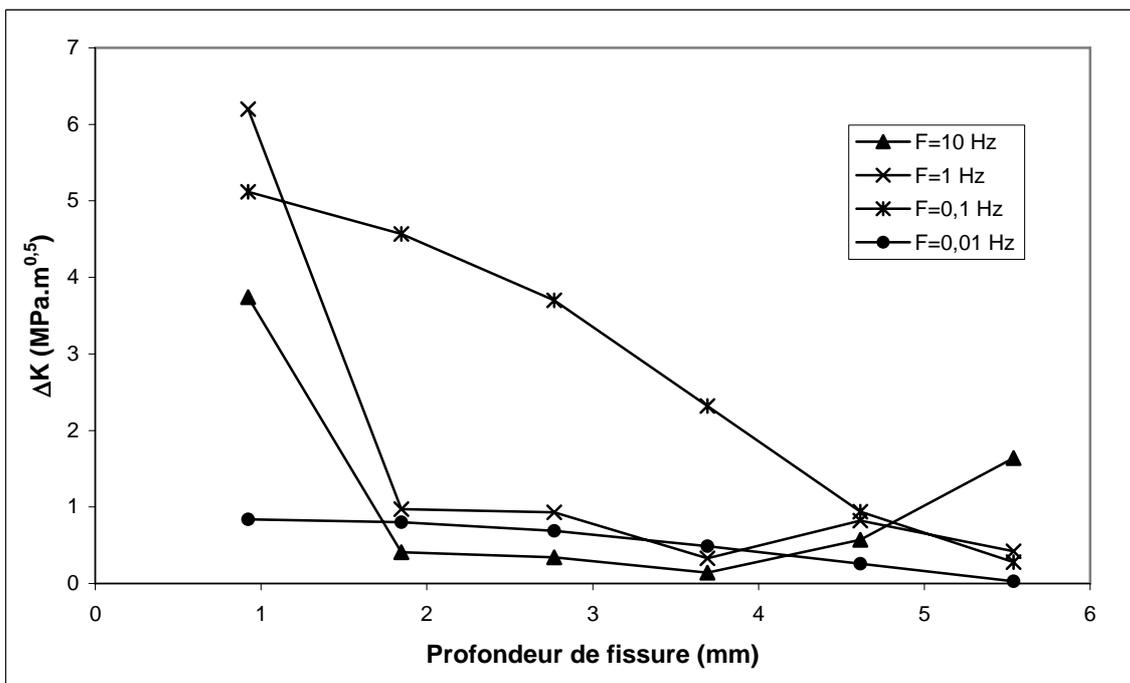


Figure 3-5 Variation d'amplitude du facteur d'intensité des contraintes dans l'épaisseur d'une plaque soumise à un chargement thermique cyclique sur son bord fissuré (Seyedi et al. 2003)

Cette figure montre une chute rapide de valeur du facteur d'intensité des contraintes vers 2 mm de profondeur pour toutes les fréquences étudiées sauf pour $F = 0,1$ Hz. D'autre part, la valeur de K_I sur le bord fissuré est maximale pour $F = 1,0$ Hz. On en déduit que les hautes fréquences (autour de 1,0 Hz) jouent un rôle important sur l'amorçage des fissures mais elles ne peuvent pas causer la propagation des fissures amorcées au-delà de 2 mm de profondeur. Les basses fréquences (autour de 0,01 Hz) ne créent pas d'endommagement, ni amorçage ni propagation, car la valeur de FIC reste très faible. Par contre, les fréquences moyennes (autour de 0,1 Hz) sont les plus sévères pour la propagation des fissures dans une plaque. Cet effet de

fréquence de chargement thermique est lié directement à l'équation de diffusion de la chaleur et à la pénétration du chargement mécanique dans l'épaisseur de la plaque.

3.2.3 Champs de contraintes dans l'épaisseur d'un tube long

Pour un tube les relations contraintes – déformations dans un système de coordonnées polaires s'écrivent

$$\begin{aligned}\sigma_{rr} &= \lambda tr \underline{\underline{\varepsilon}} + 2\mu \varepsilon_{rr} - \frac{E}{1-2\nu} \alpha T \\ \sigma_{\theta\theta} &= \lambda tr \underline{\underline{\varepsilon}} + 2\mu \varepsilon_{\theta\theta} - \frac{E}{1-2\nu} T \\ \sigma_{zz} &= \lambda tr \underline{\underline{\varepsilon}} + 2\mu \varepsilon_{zz} - \frac{E}{1-2\nu} T\end{aligned}\quad (3-30)$$

en supposant un tube long ($\varepsilon_{zz} = 0$), l'équation d'équilibre s'écrit

$$\frac{d\sigma_{rr}}{dr} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} = 0 \quad (3-31)$$

Considérant les relations écrites en (3-30), on réécrit l'équation (3-31) sous la forme

$$\left(u' + \frac{u}{r}\right)' = \alpha T' \frac{1+\nu}{1-\nu} \quad (3-32)$$

où $f' = \frac{df}{dr}$ et u est le déplacement selon r . En intégrant l'équation (3-32) on a

$$u' + \frac{u}{r} = \alpha T(r) \frac{1+\nu}{1-\nu} + H = G(r) \quad (3-33)$$

où H est une constante d'intégration. La solution est de la forme

$$u = \frac{\int rG(r)}{r} \quad (3-34)$$

Les contraintes en fonction de u et T s'écrivent

$$\sigma_{rr} = (\lambda + 2\mu)\left(u' + \frac{u}{r}\right) - 2\mu \frac{u}{r} - \frac{E\alpha T(r)}{1-2\nu} \quad (3-35)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \lambda\left(u' + \frac{u}{r}\right) + 2\mu \frac{u}{r} - \frac{E\alpha T(r)}{1-2\nu} \quad (3-36)$$

et le déplacement u

$$u = \frac{(1+\nu)\alpha}{(1-\nu)r} \int rT(r)dr + \frac{Hr}{2} + \frac{K}{r} \quad (3-37)$$

En utilisant l'expression de u (équation 3-37) dans celle de la contrainte radiale (équation 3-35) et en considérant des conditions aux limites pour σ_{rr} ($\sigma_{rr} = 0$ pour $r = r_{int}$ et $r = r_{ext}$) on trouve l'expression de la contrainte tangentielle

$$\sigma_{\theta\theta} = -\frac{E\alpha T(r)}{1-\nu} + \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} H \quad (3-38)$$

En développant le profil de la température sous forme d'un polynôme d'ordre 2 (équation 3-39), on peut calculer la constante H (équation 3-40)

$$T(r) = W + Vr + Pr^2 \quad (3-39)$$

$$H = (1 - 2\nu)\alpha \frac{1 + \nu}{1 - \nu} (W + Vr_m + Pr_m^2) = (1 - 2\nu)\alpha \frac{1 + \nu}{1 - \nu} T(r_m) \quad (3-40)$$

dans ces équations W , V et P sont des constantes et r_m le rayon moyen de tube. Finalement, la contrainte tangentielle s'écrit

$$\sigma_{\theta\theta} = -\frac{E\alpha}{1 - \nu} [T(r) - T(r_m)] \quad (3-41)$$

L'autre composante du tenseur des contraintes qui nous intéresse pour des analyses de fissuration est la contrainte longitudinale σ_{zz} . En considérant les équations (3-30) et (3-33), on peut écrire

$$\sigma_{zz} = \lambda \left[\alpha T(r) \frac{1 + \nu}{1 - \nu} + H \right] - \frac{E\alpha T}{1 - 2\nu} \quad (3-42)$$

Si on remplace l'expression de H dans l'équation (3-42) on trouve

$$\sigma_{zz} = -\frac{E\alpha}{1 - \nu} [T(r) - \nu T(r_m)] \quad (3-43)$$

3.2.4 Calcul des facteurs d'intensité des contraintes pour une fissure axiale dans un tube infiniment long

De la même façon que dans le paragraphe 3.2.2 on peut calculer les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes pour une fissure axiale dans un tube soumis aux variations de la température sur sa peau interne avec différentes fréquences. Ces facteurs correspondent à la contrainte $\sigma_{\theta\theta}$ définie par l'équation (3-41). La figure (3-6) présente des variations de valeurs de FIC en fonction de la profondeur de fissure pour différentes fréquences de chargement. Ces résultats montrent que ;

La fréquence **1 Hz** (et au-dessus de 1 Hz) : comme pour le cas de la plaque infinie, il y a une chute de ΔK à environ 1 mm d'épaisseur et puis un palier à partir de 2mm.

Les fréquences **0.3 à 1 Hz** : il y a une chute de ΔK plus ou moins importante selon la fréquence à environ 1 mm, et la valeur de ΔK ne dépasse quasiment pas celle pour la fissure de 1 mm de profondeur (on se limite au domaine de validité de méthode RCC-M, c'est-à-dire 80% de l'épaisseur). On obtient un minimum de ΔK vers la **demi-épaisseur**.

Les fréquences **en-dessous de 0.3 Hz**, ΔK est croissant en fonction de la longueur de la fissure.

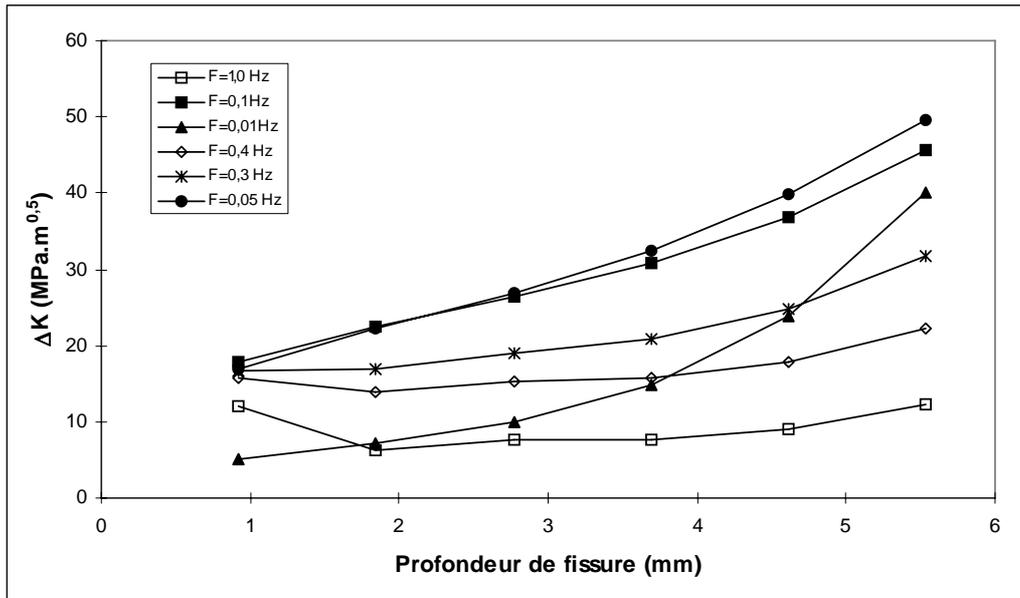


Figure 3-6 Variation d'amplitude de facteur d'intensité des contraintes dans l'épaisseur d'un tube soumis à un chargement thermique cyclique sur sa peau interne (Seyedi et al. 2003)

3.3 Bilan du chapitre III

Une approche analytique pour déterminer les facteurs d'intensité des contraintes pour des fissures isolées dans l'épaisseur d'une plaque ou d'un tube infiniment long soumis à des variations cycliques de température, a été présentée. Les résultats obtenus montrent une forte influence de la fréquence de chargement sur la valeur du facteur d'intensité des contraintes et sur son évolution dans l'épaisseur. Pour une fissure isolée, les fréquences les plus sévères pour la propagation sont celles autour de 0,1 Hz dans le cas d'une plaque ainsi que dans le cas d'un tube.

D'autre part, il est remarquable de constater sur les profils des facteurs d'intensité des contraintes, pour une plaque ou pour un tube, que la profondeur 2 mm est une zone particulière. Pour la plupart des fréquences du chargement thermique, il y a une chute importante dans cette zone du niveau du facteur d'intensité de contraintes. Les résultats des expertises faites sur les sites endommagés montrent que la profondeur maximale des fissures de faïençage ne dépassent pas 2,2 mm (figure 1-5). La diminution de ΔK aux alentours de 2 mm peut expliquer ces observations.

Cette analyse a été effectuée en supposant que la variation de température est appliquée directement sur la surface de la structure. L'effet d'interaction des fissures dans un réseau ne peut pas être modélisé par cette approche. Afin d'étudier des cas plus complexes ainsi que les cas de réseaux de fissures, nous avons besoin d'outils de calcul plus puissants. Une méthode numérique de simulation de la propagation dans un réseau de fissures sera présentée au chapitre IV. Cette méthode sera utilisée pour étudier différents aspects du problème de faïençage thermique au chapitre V.

3.4 Bibliographie du chapitre III

- Andrieux, S. (2002). Communication personnelle.
 Bui, H. D. (1978). Mécanique de la rupture fragile. Paris (France), Masson.

- Peniguel, C., M. Sakiz et S. Benhamadouchie (2002). Etude thermohydraulique L.E.S. et thermique du piquage RRA N4 de Civeau (ancienne configuration) à l'aide des logiciels Code_Saturne et Syrthes. Rapport interne HI-83/02/016/A, EDF R&D.
- RCC-M (2000). Règles de Conception et de Construction des matériels Mécaniques des îlots nucléaires REP. Volume Z, Annexe ZG: 18-21.
- Seyedi, M., S. Taheri, J.-M. Stephan et F. Hild (2003). Study of crack propagation in a multicroaked structure in thermal fatigue. SMIRT 17, Prague, République Tchèque.

CHAPITRE IV

Modélisation numérique de la propagation dans un réseau de fissures

Des méthodes analytiques et numériques de calcul des paramètres de fissuration sont étudiées dans ce chapitre. Ensuite, on s'intéresse à différentes techniques de modélisation de la propagation des fissures. Enfin, une méthode de simulation numérique de propagation de fissures en fatigue est présentée et implantée dans le code industriel *Code_Aster*®.

4.1 Calcul du facteur d'intensité des contraintes dans un réseau de fissures

Trois types de variable caractérisent la perturbation du champ de contraintes due à la présence d'une fissure : les facteurs d'intensité des contraintes, les intégrales de contour et le taux de restitution d'énergie. Considérant la nature du problème, i.e. fatigue à grand nombre de cycles et le comportement élastique de la structure au niveau macroscopique, et la commodité de calcul du facteur d'intensité des contraintes K , on se focalise sur différentes méthodes de calcul de K .

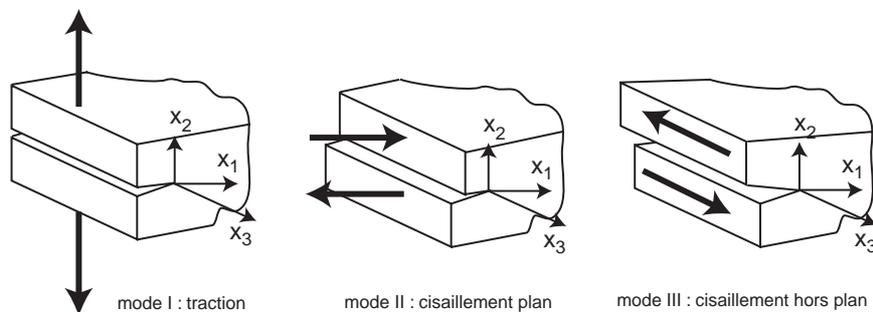
Les facteurs d'intensité des contraintes caractérisent l'intensité du champ des contraintes à la pointe de la fissure. Si on connaît leurs valeurs, ils permettent de déterminer complètement les champs de contraintes singuliers ou de déplacements associés dans la structure fissurée, considérée comme élastique. Inversement, si on connaît les expressions des composantes non nulles des contraintes et des déplacements, on peut déterminer les facteurs d'intensité des contraintes pour les trois modes d'ouverture de fissure (figure 4-1a) par les expressions suivantes qui sont valables pour les milieux fissurés plans

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{ij} \sqrt{2\pi r}) = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8H} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [u_2] \right) \quad (4-1)$$

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{ij} \sqrt{2\pi r}) = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8H} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [u_1] \right)$$

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} (\sigma_{ij} \sqrt{2\pi r}) = \lim_{r \rightarrow 0} \left(\frac{E}{8(1+\nu)} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} [u_3] \right)$$

avec $H = 1$ en contraintes planes et $H = 1 - \nu^2$ en déformations planes. Dans l'équation (4-1), K_I , K_{II} et K_{III} sont les facteurs d'intensité des contraintes, E le module d'élasticité, ν le coefficient de Poisson, $[u_i]$ la discontinuité de champ de déplacements selon l'axe i et r la distance entre chaque point et la pointe de fissure (figure 4-1b).



(a)

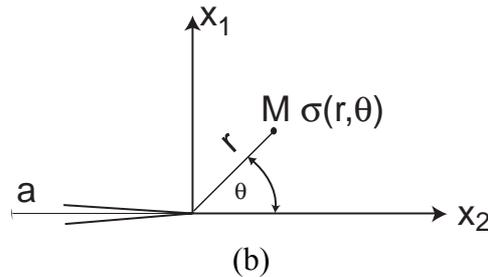


Figure 4-1 (a) Modes de sollicitations d'une fissure, (b) Repères locaux à la pointe d'une fissure (Lemaitre et Chaboche 1985)

Deux familles de méthodes peuvent être distinguées pour le calcul des facteurs d'intensité des contraintes de fissures dans un réseau. La première porte sur des calculs analytiques de valeur de K et une estimation de l'effet d'interaction entre les fissures sur la valeur de K pour chaque fissure. La deuxième famille consiste à faire des calculs par éléments finis de la structure fissurée qui prennent en compte directement l'interaction des fissures.

4.1.1 Méthodes semi-analytiques d'interaction des fissures

Ces méthodes sont basées sur la prise en compte de l'effet de la présence de plusieurs fissures sur les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes. Elles sont souvent limitées à des configurations spécifiques. Le but de la méthode est de trouver un système d'équations décrivant sur l'interaction des fissures. Une fois le système résolu, les facteurs d'intensité des contraintes de toutes les fissures sont connus. Ce sont ces facteurs qui vont permettre ensuite de faire propager l'ensemble des fissures. Dans la suite, on présente un résumé de certaines de ces méthodes.

Le problème peut se résumer de la façon suivante : une fissure est chargée par des efforts extérieurs dont les facteurs d'intensité des contraintes sont K_I^0 et K_{II}^0 et par l'ensemble des autres fissures décrites par ΔK_i (avec $i=I, II$). Les équations se mettent sous la forme suivante

$$\begin{cases} K_I = K_I^0 + \Delta K_I \\ K_{II} = K_{II}^0 + \Delta K_{II} \end{cases} \quad (4-2)$$

La différence entre les méthodes de calcul se situe au niveau du calcul des corrections ΔK_i . Toutes les méthodes d'interaction présentées dans cette partie sont basées sur les mêmes hypothèses qui sont les suivantes : un milieu bidimensionnel, un matériau élastique, une distance suffisante entre les pointes de fissures, des fissures rectilignes.

Remarque : l'utilisation des méthodes analytiques pour les cas 3D n'est envisageable que pour des cas simples.

Méthode de Hori et Nemat-Nasser

Hori et Nemat-Nasser (1987) posent les bases des méthodes de calcul des interactions en introduisant la notion de pseudo-efforts. Leur méthode propose de calculer les variations du champ de contraintes en pointe de fissure dues à la présence d'autres fissures dans le milieu, au travers de leurs interactions. Elle s'appuie sur le principe de superposition, qui permet de passer d'un problème complexe à F fissures, à F problèmes simples contenant une seule fissure. Chacune de ces fissures est chargée par la contrainte extérieure uniforme (σ_0 connue), et par l'ensemble des autres fissures (σ_{int} inconnue, figure 4-2). Les contraintes σ_{int} sont appelées pseudo-tractions. Le problème se réduit à trouver ces pseudo-efforts. Ces efforts ont deux composantes P^n , la composante normale, et Q^n , la composante tangentielle. Pour une fissure isolée Γ^n soumise au vecteur contraint $-t_i^{\sigma n} = -n_i \sigma_0$ et à une série des pseudo-

contraintes, on considère Φ^n et Ψ^n comme les potentiels des contraintes de Muskhelishvili. Comme les potentiels de contraintes ont une singularité d'ordre $\frac{1}{2}$ à la pointe de chaque fissure Γ^n , les pseudo-contraintes sont en général régulières le long de la fissure. On peut les représenter en terme de séries convergentes comme un développement en série de Taylor, dont les coefficients sont calculés à partir d'un système d'équations linéaires, obtenu en utilisant la notion de contrainte libre sur les lèvres de chaque fissure, c'est-à-dire les conditions de cohérence.

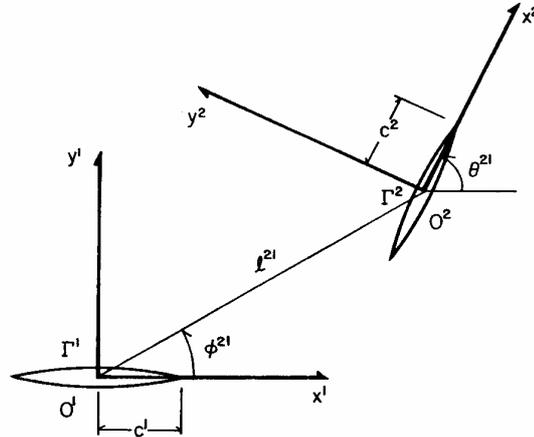


Figure 4-2 Une plaque infinie avec deux fissures (Hori et Nemat-Nasser 1987)

À la première étape, Hori et Nemat-Nasser (1987) ont considéré le cas de deux fissures (figure 4-3). Le problème initial S est décomposé en deux sous-problèmes S^1 et S^2 . À chaque sous-problème S^j , une structure infinie soumise à des contraintes nulles à ses limites est considérée. Elle contient seulement une fissure Γ^j sur laquelle les conditions aux limites sont

$$\sigma_{yy}^j + \sigma_{yy}^{\infty j} + P^j = 0 \quad \sigma_{xy}^j + \sigma_{xy}^{\infty j} + Q^j = 0 \quad j=1,2 \quad (4-3)$$

où P^j et Q^j sont les composantes des pseudo-contraintes. Elles sont des fonctions inconnues de x^j qui doivent être déterminées de façon que toutes les conditions aux limites du problème initial S soient satisfaites. Pour la fissure rectiligne j , les potentiels de contraintes peuvent être définis comme :

$$\phi'^j(z) = \frac{1}{2\pi i X^j(z^j)} \int_{-c^j}^{c^j} \frac{X^j(t)}{t - z^j} [(\sigma_{yy}^{\infty j} - i\sigma_{xy}^{\infty j}) + (P^j - iQ^j)] dt \quad (4-4)$$

$$\psi'^j(z^j) = \phi'^j(\bar{z}^j) - \phi'^j(z^j) - z^j \phi''^j(z^j)$$

où c^j est la longueur de fissure, P^j et Q^j sont les pseudo-contraintes et

$$z^j = x^j + iy^j, \quad i = \sqrt{-1} \quad (4-5)$$

$$X^j(z) = [z^2 - c^{j^2}]^{1/2}$$

Pour que la somme de F sous-problèmes soit équivalente au problème initial (condition de cohérence), il faut que

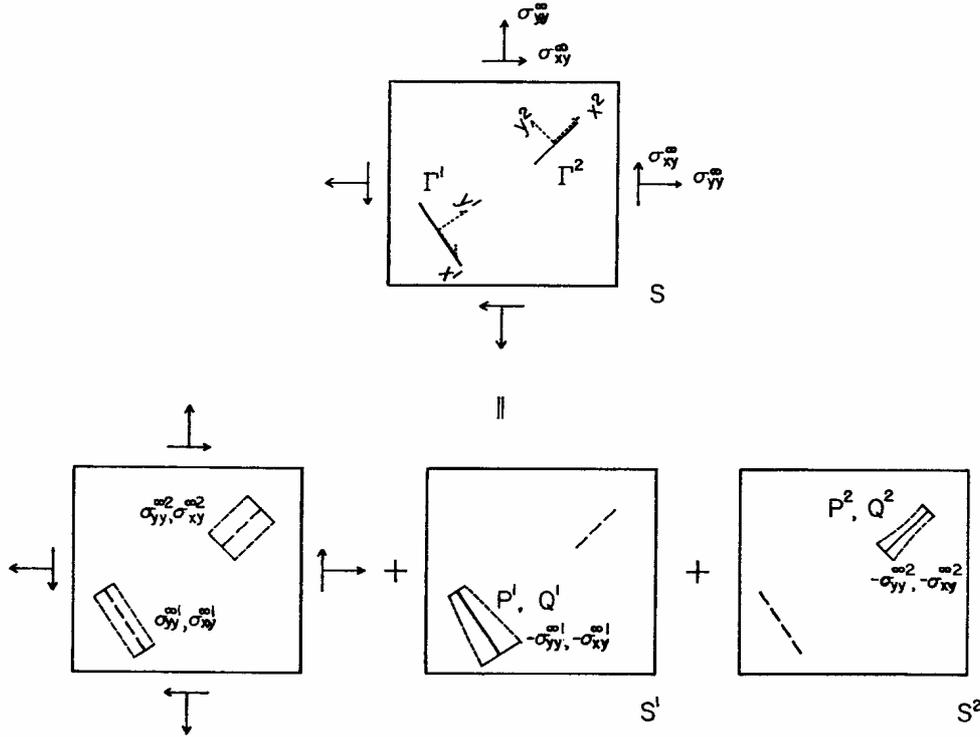


Figure 4-3 Décomposition d'un problème (S) en un problème homogène sans fissure et deux sous-problèmes avec les pseudo-contraintes (Hori et Nemat-Nasser 1987)

$$\begin{aligned}
 P^2 - iQ^2 &= \Phi^{1'}(z^1) + \overline{\Phi^{1'}(z^1)} + e^{-i2\theta^{21}} [z^1 \Phi^{1''}(z^1) + \overline{\Psi^{1'}(z^1)}], \\
 P^1 - iQ^1 &= \Phi^{2'}(z^2) + \overline{\Phi^{2'}(z^2)} + e^{-i2\theta^{12}} [z^2 \Phi^{2''}(z^2) + \overline{\Psi^{2'}(z^2)}]
 \end{aligned} \quad (4-6)$$

avec

$$\begin{aligned}
 z^1 &= l^{21} e^{i\phi^{21}} + x^2 e^{i\theta^{21}}, & z^2 &= l^{12} e^{i\phi^{12}} + x^1 e^{i\theta^{12}}, \\
 \theta^{21} &= -\theta^{12}, & l^{12} &= l^{21}, & \phi^{12} &= \pi - \theta^{21} + \phi^{21}
 \end{aligned} \quad (4-7)$$

Les membres de droite des équations (4-6) donnent les vecteurs contraintes qui s'appliquent sur Γ^2 (resp. Γ^1) au sous-problème S^1 (resp. S^2) respectivement. L'équation (4-6) assure la condition de contrainte libre sur les lèvres des fissures quand on superpose les sous-problèmes avec le milieu homogène sans fissure. Les équations (4-4) et (4-6) forment un système d'équations d'intégrale pour les pseudo-efforts. Hori et Nemat-Nasser (1987) l'ont réduit à un système d'équations algébriques des coefficients du développement en série de Taylor des pseudo-efforts. Ils ont développé les pseudo-contraintes en série de Taylor comme suit

$$P^j - Q^j = \sum_{n=0}^{\infty} (P_n^j - iQ_n^j) \left(\frac{x^j}{c^j}\right)^n, \quad j=1,2 \quad (4-8)$$

En remplaçant les équations (4-8) dans les équations (4-4) et en appliquant les conditions de cohérence, le système des équations (4-6) se réduit à un système d'équations algébriques à partir desquelles on peut trouver P_n^j et Q_n^j . Après avoir trouvé les pseudo-efforts, on peut calculer les potentiels de contraintes à partir des équations (4-4) pour chaque sous-problème

S^1 et S^2 et la solution du problème S sera obtenue en superposant le problème homogène et les sous-problèmes. Les facteurs d'intensité des contraintes aux points de la fissure j s'écrivent

$$K_I^j(\pm c^j) = \sqrt{\pi c^j} \left[\sigma_{yy}^{\infty j} + \sum_{k=0}^{\infty} P_{2k}^j(2g_m) \pm \sum_{k=1}^{\infty} P_{2k-1}^j(2g_m) \right], \quad (4-9)$$

$$K_{II}^j(\pm c^j) = \sqrt{\pi c^j} \left[\sigma_{xy}^{\infty j} + \sum_{k=0}^{\infty} Q_{2k}^j(2g_m) \pm \sum_{k=1}^{\infty} Q_{2k-1}^j(2g_m) \right]$$

où

$$g_m = \frac{(2m)!}{2^{(2m+1)} (m!)^2}$$

Hori et Nemat-Nasser (1987) ont développé cette méthode pour le problème d'une plaque infinie avec plusieurs fissures.

Méthode de Kachanov

La méthode de Kachanov (1994) est basée elle aussi sur la technique des pseudo-contraintes. Cependant, au lieu de développer les sollicitations inconnues en série de Taylor, Kachanov a fait une hypothèse simplificatrice : il propose de ne tenir compte que d'une valeur moyenne des sollicitations pour les calculs des interactions (figure 4-4). En ce sens, c'est une méthode de « champ moyen ». Pour une plaque infinie contenant F fissures arbitraires sollicitées chacune par des vecteurs contraintes $n^i \cdot \sigma^0$, il représente le problème sous forme de superposition de F problèmes à une fissure. Dans ce cas le vecteur contrainte imposé sur chaque fissure i sera (figure 4-5)

$$t^i(\xi^i) = n^i \cdot \sigma^0 + \sum \Delta t^{ji}(\xi^i) \quad (4-10)$$

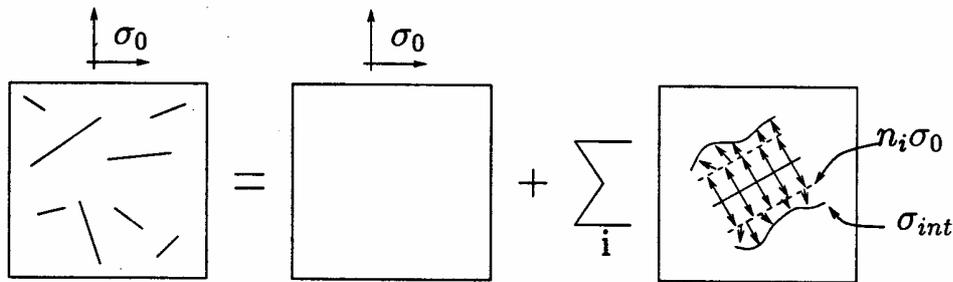


Figure 4-4 Principe de superposition appliqué à des fissures (Kachanov 1994)

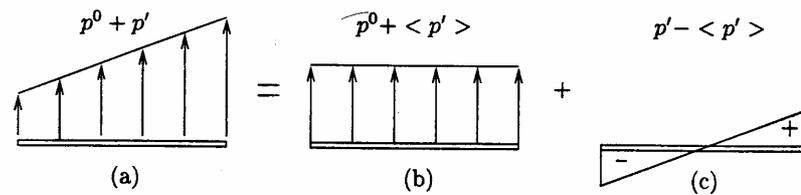


Figure 4-5 Approximation de Kachanov : (a) sollicitation réelle vue par la fissure ; (b) sollicitation retenue pour le calcul ; (c) sollicitation négligée (Kachanov 1994)

Ce vecteur contrainte contient une partie normale, $p^{i(0)} = n^i \cdot \sigma^0 \cdot n^i$ et une partie tangentielle, $\tau^{i(0)} = n^i \cdot \sigma^0 - p^{i(0)} n^i$. Kachanov présente $t^j(\xi^j)$, le vecteur contrainte de la fissure j , comme la somme de sa valeur moyenne et de la non uniformité du vecteur contrainte $t^j(\xi^j) - \langle t^j \rangle$. L'hypothèse simplificatrice essentielle faite dans cette méthode est de négliger l'effet de la fissure i sur la non uniformité du vecteur contrainte $t^j - \langle t^j \rangle$ le long de la fissure j : le vecteur contrainte appliqué par la fissure i sur la fissure j est engendré par une fissure sollicitée avec un vecteur contrainte uniforme.

On peut résoudre le problème d'interaction des fissures si on connaît le vecteur contrainte moyen des fissures. Le vecteur $t^j(\xi^j)$ peut être calculé à partir de l'équation (4-10) par $\Delta t^{ji}(\xi^i)$ qui est pris comme le produit de $\langle t^i \rangle$ et du champ asymptotique des contraintes autour de la pointe de fissure j

$$p^i(\xi) = p^{i(0)} + n^i \cdot \sum_{j \neq i} \left[\langle p^j \rangle \sigma_n^j + \langle \tau^j \rangle \sigma_\tau^j \right] \cdot n^i \quad (4-11)$$

$$\tau^i(\xi) = \tau^{i(0)} + n^i \cdot \sum_{j \neq i} \left[\langle p^j \rangle \sigma_n^j + \langle \tau^j \rangle \sigma_\tau^j \right] \cdot (I - n^i n^i)$$

où σ_n^j et σ_τ^j sont des valeurs asymptotiques du champ des contraintes en pointe de fissure engendrées par la fissure j sous un vecteur contrainte uniforme, I est le tenseur unitaire. Le problème se réduit à trouver les valeurs moyennes de $\langle t^j \rangle$. On peut les trouver en faisant la moyenne des équations (4-11) le long des fissures

$$\langle p^i \rangle = p^{i(0)} + \sum_{j \neq i} (\Lambda_{nn}^{ji} \langle p^j \rangle + \Lambda_{n\tau}^{ji} \langle \tau^j \rangle) \quad (4-12)$$

$$\langle \tau^i \rangle = \tau^{i(0)} + \sum_{j \neq i} (\Lambda_{n\tau}^{ji} \langle p^j \rangle + \Lambda_{\tau\tau}^{ji} \langle \tau^j \rangle)$$

où Λ est le facteur de transmission qui caractérise l'atténuation de la valeur moyenne des vecteurs contraintes normal et tranchant se transmettant d'une fissure à l'autre. L'équation (4-12) construit un système de $2F$ équations linéaires qui peuvent être écrites sous forme matricielle

$$(2\delta_{ik} \mathbf{I} - \Lambda^{ik}) \langle t^i \rangle = t^{k(0)} \quad (4-13)$$

La partie droite de cette équation forme la matrice d'interaction des fissures. Après avoir résolu le système (4-12), on peut trouver les valeurs de $p^i(\xi)$ et $\tau^i(\xi)$ à partir de l'équation (4-11). Les facteurs d'intensité des contraintes peuvent être calculés

$$\left. \begin{array}{l} K_I(\pm l) \\ K_{II}(\pm l) \end{array} \right\} = \frac{1}{\sqrt{\pi l}} \int_{-l}^l \sqrt{\frac{l \pm \xi}{l \mp \xi}} \left\{ \begin{array}{l} p(\xi) \\ \tau(\xi) \end{array} \right\} d\xi \quad (4-14)$$

Cette approximation permet de poser le problème sous la forme d'un système linéaire, simple à résoudre en tenant compte des singularités. Mais elle n'est valable que si le gradient de sollicitation sur chaque fissure est relativement faible. Kachanov (1994) propose de n'utiliser la méthode des pseudo-contraintes que dans la limite d'une distance minimale de l'ordre de 20% de la longueur des fissures en interaction. On notera que Fond (1992) a également

envisagé ce type de problème en donnant la possibilité d'analyser un milieu fini par la prise en compte de conditions aux limites générales.

La méthode de Kachanov est également utilisée par Ducourthial (2001) pour calculer l'interaction entre une fissure macroscopique et des microfissures qui se trouvent autour d'elle. Ce travail porte sur la modélisation de la propagation de la fissure macroscopique en présence d'une population de microfissures, initiées sur des sites privilégiés avec un critère statistique, et qui se propagent simultanément.

4.1.2 Les méthodes basées sur un calcul par éléments finis

Indépendamment de la méthode numérique utilisée pour calculer le facteur d'intensité des contraintes, on peut le déterminer si l'on utilise un maillage suffisamment fin aux fonds des fissures pendant toutes les étapes de simulation de la propagation. Dans la suite de ce chapitre on présente quelques méthodes de modélisation numérique de la propagation des fissures. En utilisant la méthode des éléments finis, on peut calculer directement les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes aux pointes de fissures. Pour remédier aux problèmes de raffinement du maillage au fond de fissures et aux coûts de calculs élevés, plusieurs hypothèses simplificatrices sont utilisées dans les différentes études. Dans les cas les plus simples, les maillages sont rayonnants en pointe de fissures, avec au centre de ce maillage, un rectangle aux mailles régulières très fines, et dans certains cas, les éléments finis de ce rectangle ont été développés pour tenir compte de la singularité d'une fissure (c.f. élément de Barsoum (1976)).

En général, on peut classer les différentes méthodes utilisées pour la simulation de la propagation des fissures comme suit :

- Les méthodes basées sur le déplacement du maillage ou des nœuds ;
- La méthode de relâchement des nœuds ;
- Les méthodes « sans maillage » et XFEM ;
- La méthode de remaillage interactif.

Déplacement du maillage

Une difficulté essentielle de la simulation de la propagation des fissures, est d'avoir le raffinement nécessaire autour du fond de fissure au cours de la propagation. Une des méthodes proposées est de faire déplacer le raffinement avec la pointe de la fissure. Rashid (1998) propose une méthodologie appelée Déplacement Arbitraire Local du Maillage (ALMR). L'ALMR est une stratégie basée sur la méthode des éléments finis dans laquelle deux maillages distincts sont utilisés. Le premier est un maillage autour du fond de fissure en propagation qui se déplace avec la pointe, et le deuxième est le modèle par éléments finis de toute la structure. Dans cette méthode le corps sain est discrétisé. Cette discrétisation est considérée comme un maillage de base. La fissure est représentée par une nouvelle courbe de surface libre qui est définie de façon arbitraire et indépendamment du maillage de base. Le dernier ingrédient est le maillage du fond de fissure qui est rayonnant (figure 4-6). Le maillage du fond se déplace avec la fissure au cours de la propagation. Le maillage de base reste invariant et la courbe de surface libre s'étale quand la pointe de fissure bouge. C'est le maillage du fond de fissure qui est dominant et les déplacements associés de ces éléments remplacent ceux associés au maillage de base. Mais hors du maillage du fond, ce sont les déplacements associés au maillage de base qui sont considérés comme la solution.

Deux difficultés importantes existent en relation avec ce schéma :

- la compatibilité des déplacements des deux maillages au niveau de leur interface ;
- que prendre quand on a une intersection partielle entre les maillages du fond de fissure et de base ? D'autre part, que se passe-t-il lorsque le maillage du fond de fissure rencontre une surface libre ?

Rashid (1998) a développé cette méthode en considérant l'hypothèse des petites perturbations, pour des matériaux élastiques linéaires. Mais la méthode ALMR peut être généralisée à d'autres conditions. Les maillages de base et du fond sont tous les deux construits avec des éléments finis de degré un à quatre nœuds. La courbe de surface libre est modélisée par une série de segments rectilignes.

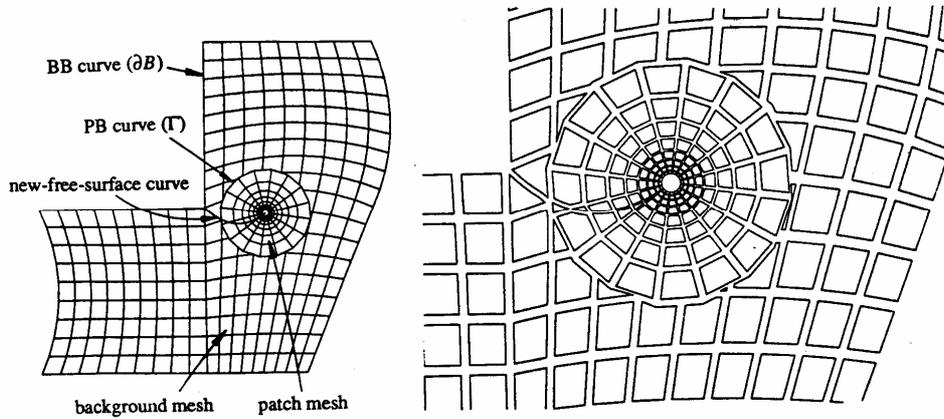


Figure 4-6 La discrétisation schématique de structure par la méthode ALMR, avec le maillage de contexte, le maillage du fond et la courbe de surface libre à gauche et les détails des élément du fond à droite (Rashid 1998)

La méthode est illustrée par l'exemple d'une plaque plane fissurée contenant un trou circulaire et soumise à un chargement de type traction simple imposée en haut et en bas de la plaque. La géométrie initiale de la plaque et l'évolution de fissure au cours du temps sont montrées sur la figure (4-7).

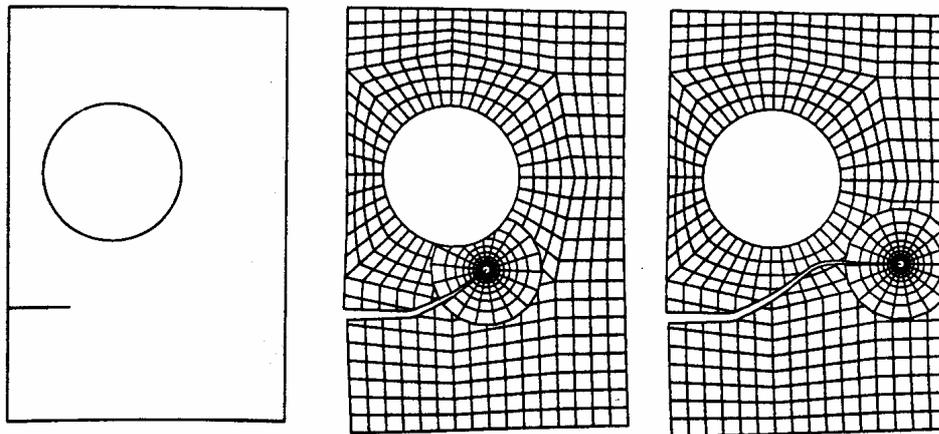


Figure 4-7 Propagation d'une fissure dans une plaque avec un trou ; la fissure initiale (gauche), le maillage déformé intermédiaire (centre), et le maillage final (droit) (Rashid 1998)

Déplacement des nœuds

Une autre technique utilisée afin de simuler la propagation des fissures est la méthode de déplacement des nœuds. Dans cette méthode, la propagation de chaque fissure est modélisée par une translation géométrique des nœuds situés au voisinage du fond de fissure. Le maillage est défini sur une configuration de référence et déformé au cours de la propagation de la fissure. On utilise le champ θ (paragraphe 4.2.1) pour effectuer cette transformation

géométrique. Pour chaque pas de propagation, on change les coordonnées des noeuds qui sont dans une couronne définie autour de la pointe de la fissure. A chaque incrément de propagation, la solution obtenue au pas précédent est projetée sur le nouveau maillage.

Le plus grand avantage de cette méthode est que l'utilisateur n'a besoin de construire qu'un seul maillage. De plus, on n'est pas obligé de fixer le trajet de propagation à l'avance. La déformation du maillage au cours de la propagation peut se faire automatiquement au cours du calcul. Le raffinement en fond de fissure sera optimisé et les incréments de propagation ne dépendent pas du maillage. Le traitement des problèmes 3D ne pose pas de difficulté particulière. Une des difficultés d'utilisation de cette méthode est la projection des champs calculés sur un nouveau maillage. Actuellement, l'opérateur de projection des champs connus sur les noeuds existe dans le *Code_Aster*® mais celui de projection des champs connus aux points de Gauss n'est pas disponible. L'utilisation de cette méthode pour les matériaux élastiques est opérationnelle dans le *Code_Aster*®, mais pour les matériaux élastoplastique un développement de projection des champs connus aux points de Gauss est nécessaire.

Remarque : en cas de propagation longue de fissure, cette méthode peut créer des mailles mal formées qui peuvent perturber le résultat du calcul.

Méthodes sans remaillage

Plusieurs nouvelles méthodes ont été présentées ces dernières années pour résoudre le problème d'adaptation de maillage par éléments finis avec l'évolution de géométrie du modèle due à la propagation d'une discontinuité. Ces méthodes essaient de modéliser une fissure ou la propagation d'une fissure sans remaillage. Parmi ces méthodes on peut noter une technique d'enrichissement des éléments finis basée sur une partition de l'unité (Moës et al. 1999). Moës et al. (1999) ont considéré un champ de discontinuité à travers des lèvres de la fissure. La méthode prend en compte le champ de discontinuité (e.g. fonctions de Haar) ainsi que la solution asymptotique des champs discontinus au voisinage de la pointe de fissure. La propagation de fissure est modélisée par redéfinition de la position du fond de fissure et en ajoutant des segments de fissure. Ainsi, la prise en compte d'un champ de discontinuité permet de modéliser une fissure indépendamment du maillage et le remaillage quand la fissure se propage n'est plus nécessaire.

Cette méthode utilise la propriété de partition d'unité des éléments finis proposée par Melenk et Babuska (1996), qui permet d'ajouter des fonctions d'enrichissement locales à l'approximation par éléments finis. Une approximation standard est donc « enrichie » par des fonctions locales définies par des degrés de liberté ajoutés dans une partie du modèle. Dans le cadre de la mécanique de la rupture, ces fonctions locales sont les champs asymptotiques au voisinage de fond de fissure et des fonctions discontinues pour représenter la discontinuité du champ de déplacements à travers des lèvres de fissure. La figure 4-8 montre un exemple d'application de cette méthode pour modéliser la propagation de deux fissures dans une plaque trouée sous un champ de contrainte en traction à l'infini (Moës et al. 1999). La figure montre la géométrie et les conditions aux limites du problème étudié ainsi que la discrétisation de la géométrie en 2650 noeuds. Les auteurs ont comparé les résultats de propagation obtenus avec ceux issus d'une autre analyse employant un maillage plus raffiné (5117 noeuds) et ils ont trouvé des résultats cohérents (figure 4-8-d).

D'une part, l'utilisation de cette méthode nécessite des développements numériques assez importants pour l'implantation de la formulation du problème dans un code éléments finis industriel et d'autre part, vu que la méthode est toujours en cours de développement et d'évolution, son utilisation pour répondre aux besoins de sécurité industrielle demande encore plus de retour d'expériences. Une thèse vient d'être démarrée à EDF R&D pour l'implantation et la validation de cette méthode dans le *Code_Aster*® (Géniaut).

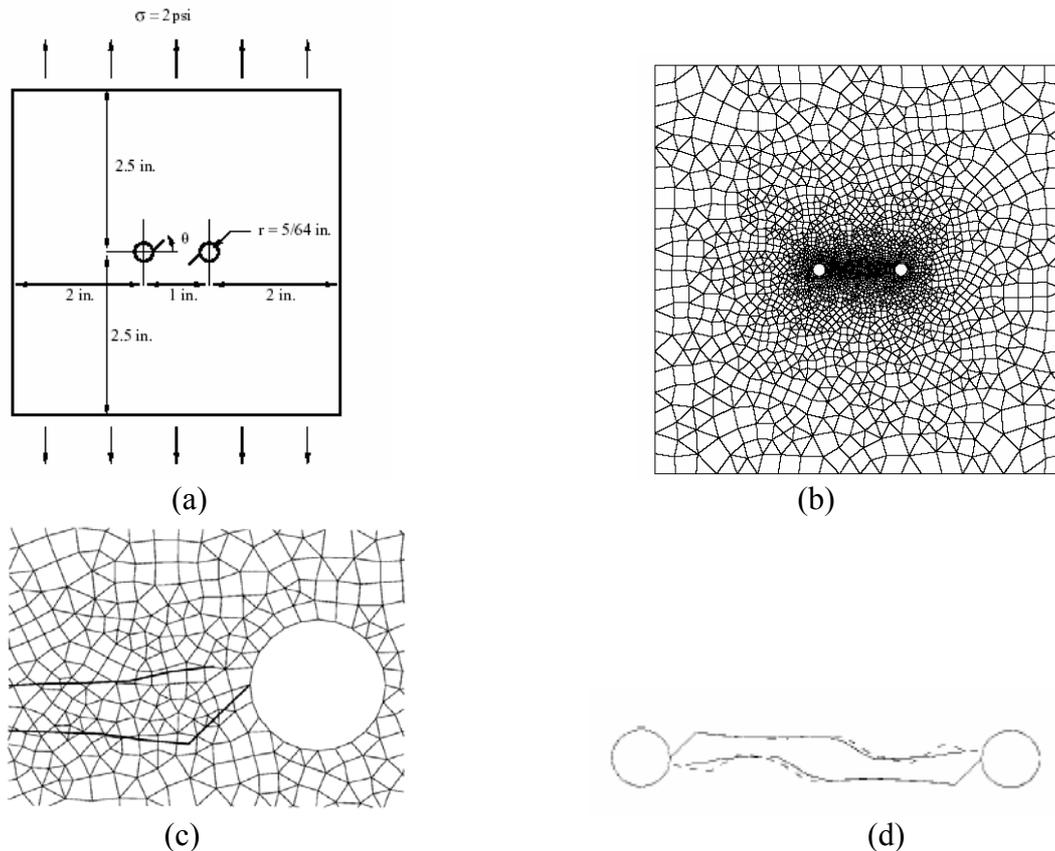


Figure 4-8 La description et le maillage utilisé lors d'un exemple de simulation de propagation de fissures par la méthode XFEM : (a) la géométrie et les conditions aux limite ; (b) le maillage ; (c) la configuration finale de fissures à côté de trou droit ; (d) les trajets de propagation de fissures obtenus par un maillage grossier et un maillage fin (Moës et al. 1999)

Une autre famille de méthodes qui ont été utilisées ces dernières années sont dites sans maillage. Dans ces méthodes, les nœuds peuvent être répartis de manière arbitraire sur le modèle étudié et la totalité des nœuds peut être régénérée si nécessaire. Ces particularités les rendent assez attractives pour résoudre des problèmes de mécanique de la rupture. En utilisant une méthode sans maillage, on peut ajouter ou enlever des nœuds en utilisant un estimateur d'erreur (une connectivité nœud-maille n'existe pas). Cependant, l'état actuel de modélisation des problèmes de propagation de fissures par cette méthode reste à un niveau élémentaire. La difficulté majeure de cette méthode consiste en l'estimation des erreurs locales et globales d'une manière consistante et à développer un générateur de nœuds robuste pour contrôler cette erreur estimée à chaque pas de propagation (Lee et al. 2003). Une bonne estimation d'erreur et une distribution des nœuds efficace sont vitales pour une modélisation. Différents travaux ont été menés pour répondre à ces besoins (Duarte et Oden 1996 ; Lee et al. 2003)

Deux principaux problèmes de la simulation de la propagation de fissures par la méthode des éléments finis classique sont la réactualisation du maillage et la précision de l'analyse au cours de la simulation. De ce point de vue, les méthodes sans maillage sont assez souples pour la réactualisation du modèle vu la simplicité de reconfiguration. En ce qui concerne la précision de l'analyse, le problème reste à résoudre car l'arrangement des nœuds sur la partie initialement raffinée qui correspond à la position initiale du fond de fissure n'est plus au bon endroit une fois que la fissure se propage. Lui et al. (1996) et Hausser-Conbe et Korn (1998) ont proposé un schéma de raffinement pour la méthode sans maillage en ajoutant des nœuds.

Lee et al. (2003) ont adopté une méthode d'ajout et de suppression des nœuds avec une cellule d'intégration en arrière-plan (*background integration cell*) qui permet de garder la précision d'intégration quand la densité des nœuds augmente sur une partie du modèle. Le même exemple que celui montré sur la figure 4-8 a été étudié par Lee et al. (2003). L'arrangement initial des nœuds est présenté sur la figure 4-9. La figure 4-10 représente les séquences de propagation des fissures.

Comme pour la XFEM, la méthode sans maillage nécessite des développements numériques importants pour la rendre opérationnelle dans un code de calcul industriel et son utilisation pour répondre aux besoins de sécurité industrielle demande encore davantage de retour d'expériences. De plus le besoin d'avoir un outil de remaillage en éléments finis classiques est converti en besoin d'un outil de réarrangement des nœuds, ce qui ne change pas la nature de la difficulté du problème.

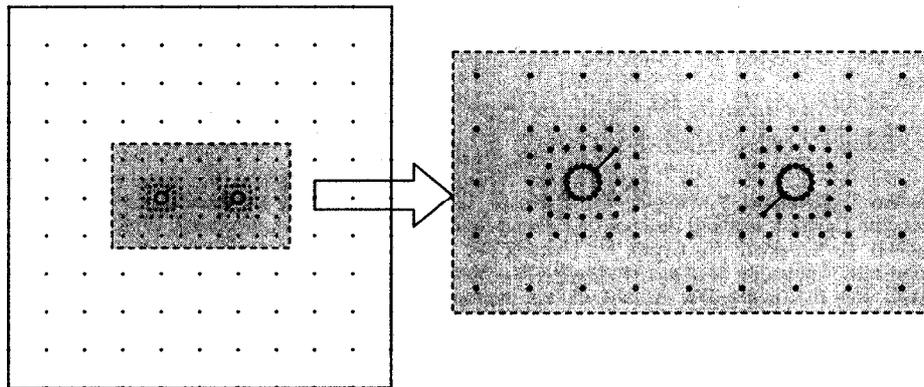


Figure 4-9 L'arrangement initial des nœuds du modèle de plaque trouée (Lee et al. 2003)

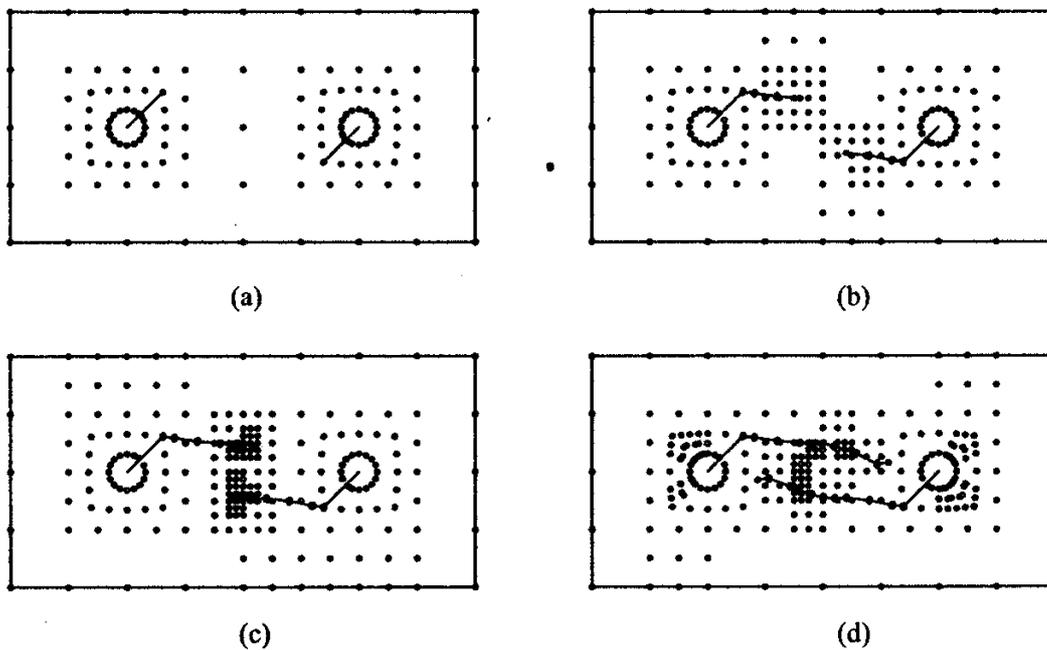


Figure 4-10 La propagation de deux fissures dans une plaque trouée : (a) après un pas de propagation ; (b) après 4 pas ; (c) après 7 pas ; après 10 pas (Lee et al. 2003)

Relâchement des nœuds

Une technique très utilisée en modélisation de la propagation des fissures est la méthode de relâchement des nœuds. Dans cette méthode, le trajet de propagation de fissure est fixé à

l'avance. La fissure est modélisée en utilisant les nœuds doubles le long des lèvres de la fissure. Le trajet envisagé de propagation est également modélisé par les nœuds doubles qui sont liés l'un à l'autre avant l'arrivée de la fissure. La propagation est simulée en relâchant les liens entre ces nœuds.

L'avantage essentiel de cette méthode est sa simplicité et de ne pas avoir besoin de refaire le maillage après chaque pas de propagation de fissure. Il est nécessaire d'avoir un maillage suffisamment raffiné autour du fond de la fissure pour bien calculer les valeurs du facteur d'intensité des contraintes ou du taux de restitution d'énergie, le maillage utilisé pour un calcul avec relâchement des nœuds doit être raffiné tout le long du trajet de propagation. En conséquence, dans le cas d'un réseau de fissures, le calcul devient tout de suite très coûteux et parfois impossible à réaliser. Un autre inconvénient de cette méthode est que la propagation est liée au maillage puisqu'elle ne peut se faire que par saut d'un ou plusieurs éléments. Cette particularité conduit à des difficultés importantes à la simulation de propagation dans un réseau de fissures.

Remaillage local

Plusieurs chercheurs ont utilisé un remaillage automatique autour du nouveau fond de fissure après chaque pas de propagation. Parmi ces travaux on présente ci-après une étude réalisée par Richard et al. (1998) dans laquelle le remaillage a été utilisé dans le cadre de simulations de la propagation d'un réseau de fissures. Cette étude a été menée avec le logiciel FRANC/FAM afin de déterminer le chemin de propagation des fissures et la durée de vie d'une pièce fissurée. L'origine de ce développement est le code FRANC de l'Université de Cornell (Wawrzynek et Ingraffea (1987 ; 1989)), qui leur fournit le remaillonneur automatique, le solveur d'éléments finis et un module numérique pour calculer les facteurs d'intensité des contraintes. Tous les calculs de mécanique de la rupture sont effectués en considérant un comportement élastique linéaire. La simulation de la propagation de la fissure est incrémentale. En commençant avec la fissure initiale, la pointe de fissure se déplace d'un incrément fini Δa_0 , défini par l'utilisateur. La direction, l'amplitude et la durée de propagation de chaque fissure sont calculées avec une analyse de mécanique de la rupture.

L'existence de plusieurs fissures (réseau de fissures) dans une structure est prévue dans le code FRANC/FAM. Si ces fissures sont capables de se propager en fatigue sous les chargements appliqués, leurs propagations sont calculées pour chacune d'entre elles. La stratégie choisie est d'imposer à toutes les fissures une propagation Δa_0 donnée, de trouver la fissure qui se propage de Δa_0 avec le plus petit nombre de cycles parmi toutes. Ensuite, en appliquant ce nombre de cycles, on trouve la propagation des autres fissures. Cette stratégie est détaillée au paragraphe 4 en l'adaptant aux capacités du *Code_Aster*®.

Un exemple de simulation de propagation de deux extrémités d'une fissure dans une plaque contenant sept trous est étudié par Richard et al. (1998). La figure (4-11) montre la géométrie de la plaque et le maillage final après la propagation des fissures. Comme on peut le constater sur la figure (4-11), la méthode utilisée pour le remaillage automatique dans cette étude, ne permet pas de diminuer la densité du maillage après le passage du fond de la fissure. Par conséquent, le maillage final est raffiné le long de tout le trajet de la propagation. La taille du problème augmente avec le nombre de pas de calcul.

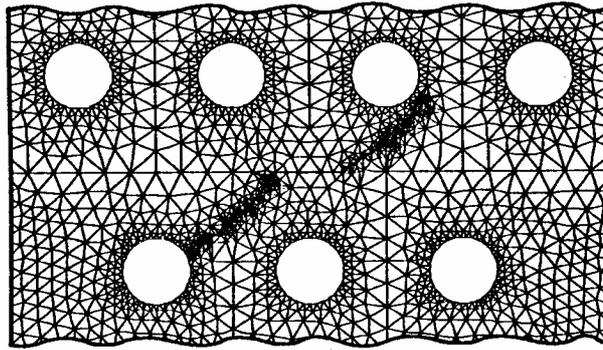


Figure 4-11 Le maillage final de simulation de la propagation de deux extrémités d'une fissure dans une plaque contenant sept trous (Richard et al. 1998)

Différentes méthodes employées dans la littérature pour simuler la propagation dans un réseau de fissures ont été présentées dans les paragraphes précédents. Des méthodes semi-analytiques sont conviviales pour des cas simples de géométries et de chargement. Des méthodes numériques basées sur des calculs par éléments finis nous semblent appropriées vu la complexité du chargement thermique. Des méthodes numériques telles que celles sans maillage ou la méthode XFEM nécessitent d'une part des développements importants et d'autre part leur utilisation pour des besoins de sûreté industrielle demande encore davantage de retour d'expérience. En considérant des possibilités de code de calcul utilisé par Electricité de France, nous avons décidé d'utiliser une méthode de remaillage automatique accompagnée d'une stratégie de calcul de propagation dans un réseau de fissures en fatigue à grand nombre de cycles.

4.2 Simulation numérique de la propagation et de l'effet d'écran dans un réseau de fissures en fatigue

En fatigue, le facteur d'intensité des contraintes est le paramètre essentiel qui contrôle la propagation des fissures (chapitre II). Dans le cadre des problématiques de fissuration multiple tel que le problème du faïencage thermique, les solutions analytiques atteignent assez vite leurs limites d'application et ne donnent pas de résultats satisfaisants à cause de la complexité de la géométrie et des chargements thermiques. Les méthodes numériques représentent une autre alternative pour déterminer le taux de restitution d'énergie (G) ou le facteur d'intensité des contraintes (K) dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture. D'autre part, la propagation des fissures introduit un changement de géométrie du modèle au cours de la simulation. Différentes méthodes ont été présentées dans la littérature pour la simulation de la propagation des fissures par la méthode des éléments finis dont les plus utilisées ont été présentées au paragraphe 4.1.2. Chacune de ces méthodes possède des avantages et des inconvénients. Le choix d'une méthode dépend de la nature du problème étudié ainsi que des développements nécessaires pour une mise en œuvre numérique. Dans le cadre du présent travail, en considérant les aptitudes du *Code_Aster*® et les ingrédients existant déjà dans le code, une procédure de remaillage automatique pour simuler la propagation des fissures a été développée. Le superviseur PYTHON du *Code_Aster*® nous a permis de développer cette procédure sous forme d'un fichier de commandes qui utilise les fonctionnalités du code pour le calcul par éléments finis et le calcul des variables de fissuration. Le remaillage automatique s'effectue à l'aide d'un mailleur libre (GMSH) qui se lance automatiquement après chaque pas de propagation des fissures pour refaire le maillage au cours du calcul.

Les avantages essentiels de cette méthode en comparaison avec d'autres méthodes sont les suivants :

- le pas de propagation des fissures ne dépend pas du maillage et le raffinement du maillage est optimisé au fond des fissures (contrairement à la méthode de relâchement des nœuds) ;
- cette méthode n'a pas de limite de validité pour les propagations longues de fissures (contrairement à la méthode de déplacement des nœuds ou de remaillage local).

La modélisation numérique de la propagation d'un réseau de fissures introduit une discrétisation temporelle du problème. Cela nous oblige à choisir un schéma de résolution. De plus, l'existence d'une fissure modifie le champ de contraintes dans son voisinage qui crée une interaction entre les fissures d'un réseau. Le choix d'une stratégie de propagation est indispensable pour la simulation numérique de la propagation d'un réseau de fissures afin de déterminer l'interaction entre les fissures. Le calcul des facteurs d'intensité des contraintes K s'effectue en utilisant le champ de contraintes et de déformations obtenu par un calcul aux éléments finis sur la structure fissurée. L'interaction entre les fissures est ainsi prise en compte directement dans le calcul de K .

4.2.1 Calcul des paramètres

Le taux de restitution d'énergie (G) et les facteurs d'intensité des contraintes (FIC) sont les paramètres de la mécanique de la rupture linéaire. On utilise la méthode thêta pour calculer G en 2D et 3D pour un problème thermo-élastique linéaire dans le *Code_Aster*®. Pour le calcul des FIC deux méthodes sont actuellement opérationnelles dans le code.

Expression lagrangienne du taux de restitution d'énergie

Le taux de restitution d'énergie est calculé dans le *Code_Aster*® par la méthode Thêta (Destuynder 1981), qui est une méthode lagrangienne de dérivation de l'énergie potentielle (Mialon 1988). On considère des transformations $F^\eta: M \rightarrow M + \eta\theta(M)$ du domaine de référence Ω en un domaine Ω_η qui correspond à des propagations de fissures. Ces transformations ne doivent modifier que la position du fond de fissure Γ_0 . Les champs θ doivent donc être tangents à $\delta\Omega$ (frontière de Ω), c'est-à-dire, en notant \mathbf{n} la normale à $\delta\Omega$: $\theta \in \Theta = \{\theta \text{ tels que } \theta \cdot \mathbf{n} = 0 \text{ sur } \delta\Omega\}$. Soit \mathbf{m} la normale unitaire à Γ_0 située dans le plan tangent à $\delta\Omega$ et restant dans Ω . D'après la proposition de Mialon (1988), le taux de restitution d'énergie G est la solution de

$$\int_{\Gamma_0} G \theta \cdot \mathbf{m} = G(\theta), \quad \forall \theta \in \Theta \quad (4-15)$$

où $G(\theta)$ est défini comme l'opposé de la dérivée de l'énergie potentielle $W(u(\eta))$ à l'équilibre par rapport à l'évolution initiale du fond de fissure η

$$G(\theta) = -\dot{W} = -\left. \frac{dW(u(\eta))}{d\eta} \right|_{\eta=0} \quad (4-16)$$

La quantité $\theta \cdot \mathbf{m}$ représente la vitesse virtuelle normale du fond de fissure. Le même champ θ peut être utilisé pour déplacer des nœuds de maillage lors d'utilisation d'une méthode de déplacement des nœuds.

Calcul de facteurs d'intensité des contraintes

Actuellement deux méthodes de calcul des facteurs d'intensité des contraintes sont disponibles dans le *Code_Aster*®. La première est la méthode des fonctions singulières duales qui peut fournir les valeurs de K_I et K_{II} pour un problème de thermoélasticité linéaire plane. La formulation considère le taux de restitution d'énergie comme une forme bilinéaire symétrique

du champ de déplacement et utilise les expressions explicites des champs de déplacements singuliers connues en élasticité linéaire plane. La deuxième méthode porte sur le calcul de K_I , K_{II} et K_{III} par extrapolation des sauts de déplacements sur les lèvres de la fissure plane. Cette méthode est moins précise que la précédente, mais elle permet d'obtenir des valeurs approchées des facteurs d'intensité des contraintes dans les cas 3D et axisymétriques, pour lesquels la méthode des fonctions singulières duales n'est pas opérationnelle. La nécessité de calculs axisymétriques (propagation des fissures dans l'épaisseur d'un tube) et la commodité de la méthode d'extrapolation de sauts de déplacements pour le remaillage automatique, nous ont amenés à utiliser cette méthode pour calculer les valeurs de K.

4.2.2 Direction de propagation des fissures du faïencage

Les observations expérimentales des composants fissurés ont mis en évidence l'existence de deux familles principales de fissures sur la peau interne des tubes. Ce phénomène peut être expliqué en considérant la nature équibiaxiale du chargement thermique responsable de la fissuration des tuyauteries. Les expertises faites sur les zones affectées montrent que le réseau de faïencage contient des fissures dont le plan reste toujours perpendiculaire à la surface interne des tubes (figure 4-12). En conséquence, la projection du réseau 3D sur toutes les coupes perpendiculaires à la peau interne donne des réseaux de fissures parallèles dans l'épaisseur du tube. L'objectif est d'analyser la propagation d'un réseau par une approximation 2D. On s'intéresse à la propagation de ces fissures parallèles dans l'épaisseur du tube sous des sollicitations thermomécaniques cycliques.

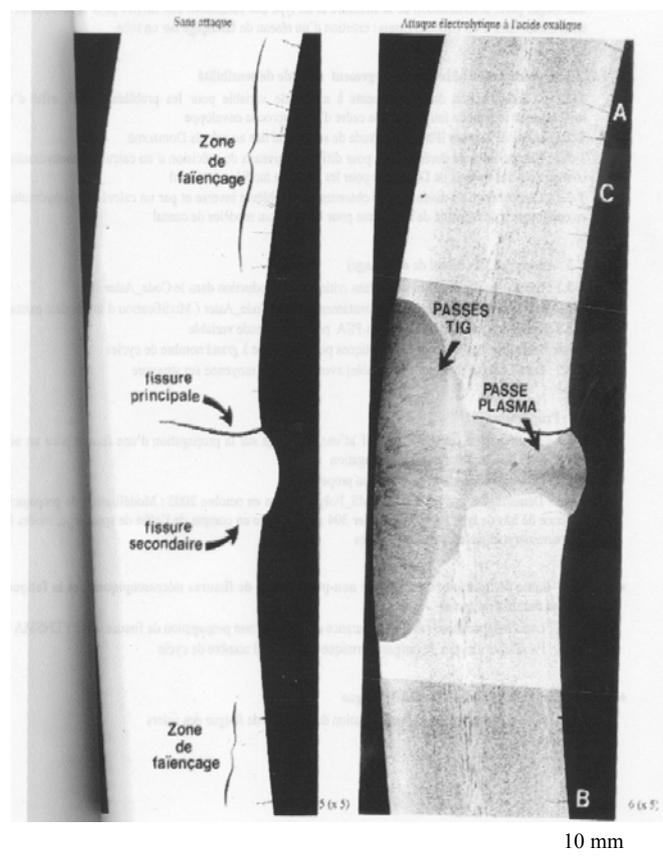


Figure 4-12 Un réseau parallèle dans l'épaisseur du tube.

4.2.3 Calcul du rapport de charge

Nous avons vu qu'une particularité de la fatigue thermique est l'évolution du rapport de charge lors de la propagation de fissures en fonctions de leur taille. Ce phénomène est lié à la variation des contraintes d'origine thermique dans l'épaisseur de la pièce étudiée. Généralement le rapport de charge est défini comme le rapport de la valeur minimale de chargement cyclique par rapport à la valeur maximale

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (4-17)$$

si on considère un profil de contrainte uniforme dans l'épaisseur de l'éprouvette, la valeur du facteur d'intensité des contraintes K_I s'écrit comme une fonction de chargement σ , la taille de fissure a et un coefficient adimensionnel Y

$$K_I = Y\sigma\sqrt{a} \quad (4-18)$$

En écrivant la contrainte en fonction du K_I , l'équation (4-17) se réécrit

$$R = \frac{K_{\min}}{K_{\max}} \quad (4-19)$$

En ce qui concerne le faïençage thermique des tuyauteries, le chargement appliqué à des fissures peut être séparé en deux parties. La première partie correspond aux contraintes cycliques d'origine thermique. Il s'agit d'un chargement symétrique en fonction du temps dans le sens où à chaque point de l'épaisseur on peut écrire

$$\sigma_{\min} = -\sigma_{\max} \quad (4-20)$$

et donc

$$K_{\min} = -K_{\max} \quad (4-21)$$

La deuxième partie correspond à une contrainte moyenne supposée uniforme dans l'épaisseur et constante dans le temps. En élasticité linéaire, on peut écrire

$$K = K_T + K_{méc} \quad (4-22)$$

où K_T est le FIC du au chargement thermique et K_{moy} le FIC dû à la contrainte moyenne. Les valeurs maximale et minimale de FIC pendant un cycle s'écrivent donc

$$\begin{aligned} K_{\max} &= K_{T,\max} + K_{moy} \\ K_{\min} &= -K_{T,\max} + K_{moy} \end{aligned} \quad (4-23)$$

où $K_{T,\max}$ est la valeur maximale du facteur d'intensité des contraintes associé au chargement thermique. La valeur du rapport de charge s'obtient donc par l'équation (4-19). En utilisant ce formalisme, nous pouvons obtenir des valeurs négatives du rapport de charge quand la fissure passe en compression. Tandis que, si on calcule directement la valeur de K_{\min} par la méthode des éléments finis, la valeur du R lors de compression est toujours égale à zéro car le FIC correspondant à une fissure fermée est nul. La loi de propagation nous donne ensuite le taux de propagation de fissures en fonction de R , K_{\max} , K_{th} et K_{IC} (chapitre II).

4.2.4 Stratégie de modélisation du problème de faïençage thermique en 2D

La méthodologie considérée pour traiter le problème de propagation de fissures bidimensionnelles en fatigue porte sur un calcul 2D plan ou axisymétrique qui prend en compte une coupe radiale ou axiale du tube étudié. Cette méthodologie analyse la propagation des fissures dans l'épaisseur. Le faïençage thermique est un problème de fatigue à grand nombre de cycles. Ceci nous oblige à piloter la simulation de propagation par des incréments sur les longueurs des fissures et non sur le nombre des cycles appliqués. La stratégie considérée consiste à imposer une propagation choisie Δa_0 à toutes les fissures et de trouver le nombre de cycles associés à cette prolongation pour chaque fissure. La figure (4-13) montre l'organigramme de cette stratégie. En résumé, on peut diviser le calcul en différentes étapes (Seyedi et al. 2002) :

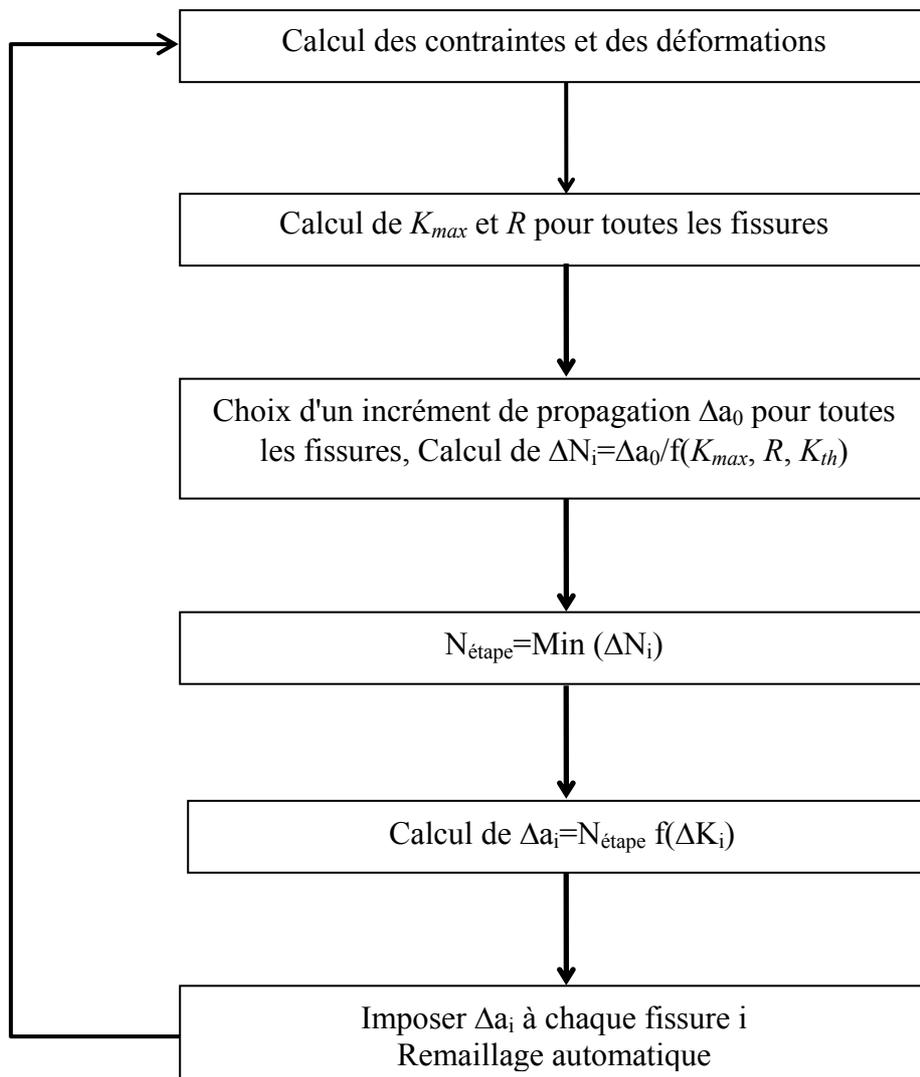


Figure 4-13 Organigramme de simulation de la propagation de fissures dans un réseau de fissures en fatigue

Étape 1 : le maillage d'origine est créé en utilisant GMSH qui prend en compte le raffinement nécessaire en fond des fissures. Les champs de contraintes et de déformations sont déterminés dans toute la structure. Ensuite on trouve les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes

pour toutes les fissures. Les vitesses de propagation des fissures sont calculées en utilisant une loi de propagation qui doit être identifiée pour le matériau étudié. Les conditions de propagation instable ($K_{\max} > K_{IC}$) et de non-propagation ($K_{\max} < K_{th}$) sont vérifiées automatiquement par la loi de propagation utilisée. Les vitesses de propagation ($\Delta a/\Delta N$) sont calculées pour toutes les fissures susceptibles de se propager dans cette étape.

Étape 2 : on cherche à déterminer la fissure F qui se propage d'un incrément Δa_0 fixé. Pour cela, le nombre de cycles nécessaires N_i pour chaque fissure pour qu'elle puisse se propager d'une longueur initiale a_i à $a_i + \Delta a_0$ est calculé en prenant en compte les vitesses de propagation obtenues lors de l'étape précédente. La fissure qui nécessite le plus petit nombre de cycles pour une propagation Δa_0 est nommée F et le nombre de cycles nécessaires est appelé $N_{\text{étape}}$.

Étape 3 : l'incrément de propagation Δa_i correspondant à ce nombre de cycles ($N_{\text{étape}}$) est calculé pour toutes les autres fissures. Le calcul se fait en multipliant la vitesse de propagation par le nombre de cycles appliqués $N_{\text{étape}}$.

Étape 4 : on impose les propagations trouvées (Δa_i) à toutes les fissures. En considérant les nouvelles positions des fissures, un remaillage automatique s'effectue et on recommence le calcul à partir de l'étape 1.

4.2.5 Validation des développements numériques

Test de validation

Afin de valider le développement, les résultats de la simulation ont été comparés avec ceux obtenus par une méthode analytique (chapitre III). Il s'agit de l'étude de la propagation d'une fissure dans une plaque soumise à une variation périodique de la température sur son bord fissuré (figure 4-14). La variation de la température sur la peau fissurée s'écrit sous forme cosinusoidale

$$T = \Delta T \cos\left(\frac{\pi}{5} t\right) \quad (4-24)$$

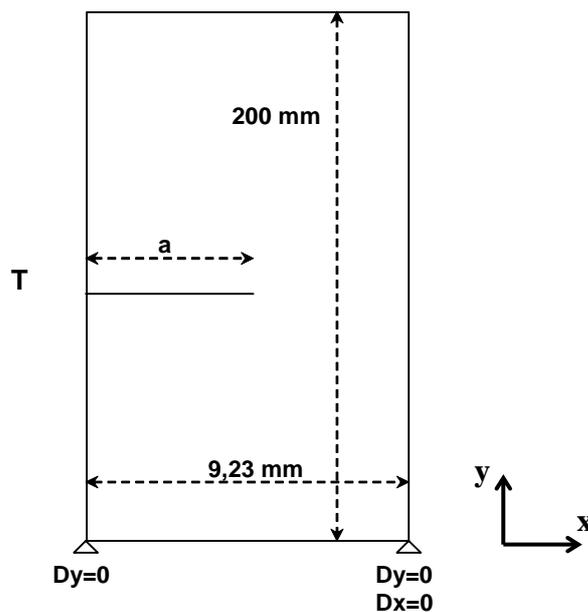


Figure 4-14 Une plaque fissurée soumise à un chargement thermique cyclique

où T désigne la température imposée, t le temps et ΔT la variation de la température. Une solution analytique est proposée pour le calcul du profil de température et de contraintes d'origine thermique dans l'épaisseur de plaque. Les valeurs de facteurs d'intensité des contraintes ont ensuite été calculées en utilisant la méthode des fonctions d'influence. Une loi de propagation sans seuil a été considérée

$$\frac{da}{dN} = C \left(\frac{\Delta K}{1 - R/2} \right)^n \quad (4-25)$$

où $C = 1,8 \cdot 10^{-9} \text{ mm/cycle}$ et $n = 4$ et R est le rapport de charge. La figure (4-15-a) présente le profil du facteur d'intensité des contraintes maximale (K_{\max}) calculé par la méthode analytique et par la simulation numérique. Les taux de propagation calculés par les deux méthodes ont ainsi été comparés sur la figure (4-15-b). La comparaison des valeurs de l'amplitude de facteur d'intensité des contraintes montre qu'on surestime de 7% la valeur de FIC en utilisant la simulation numérique.

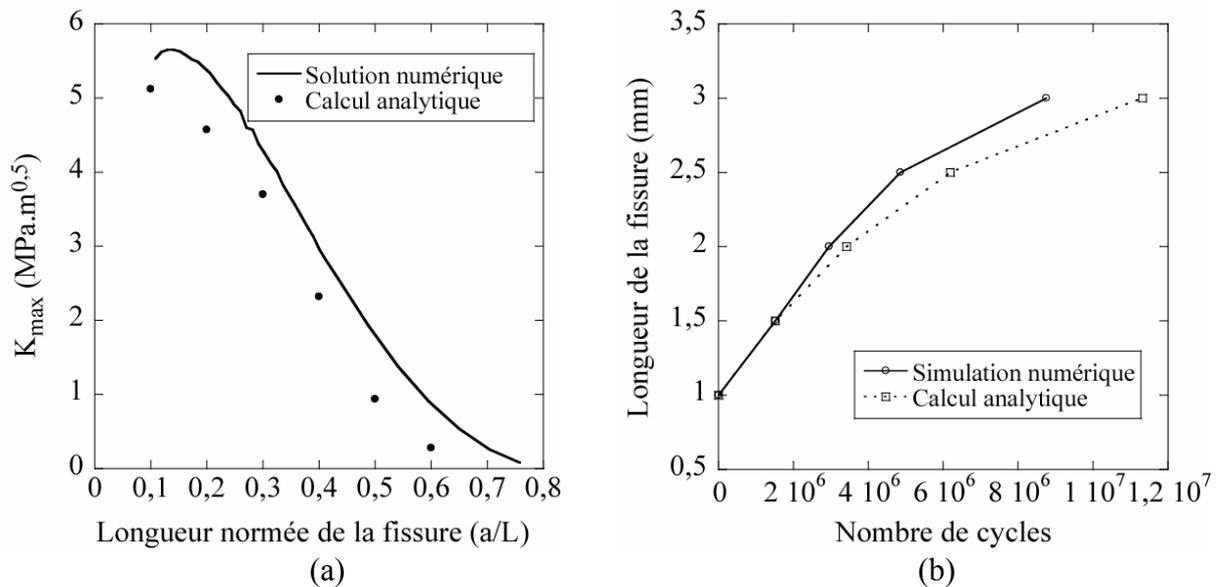


Figure 4-15 Validation de l'outil de simulation numérique de la propagation de fissures ; (a) FIC maximal, (b) la propagation de la fissure en fonction du nombre de cycles

Analyses d'erreur du schéma numérique

La stratégie utilisée dans cette méthode est basée sur un schéma de résolution explicite et une analyse de stabilité des résultats et d'évaluation des erreurs de calculs sont nécessaires pour s'assurer de la précision des résultats.

Afin de vérifier la stabilité des résultats obtenus lors des simulations par rapport à l'incrément Δa_0 choisi, des simulations de propagation d'une seule fissure dans l'épaisseur d'un tube soumis à une variation interne de température ont été réalisées avec différentes valeurs de Δa_0 et les résultats sont présentés en figure (4-16). Les valeurs choisies de Δa_0 varient entre 5% et 20% de la longueur initiale de fissure. Les résultats présentés montrent que les courbes de propagation des fissures sont très voisines pour des valeurs de Δa_0 comprises entre 5% et 10% de la longueur initiale de la fissure. En augmentant le valeur de l'incrément de propagation, on augmente l'erreur de calcul car le schéma utilisé considère que la valeur de facteur

d'intensité des contraintes est constante pendant l'incrément de propagation. La forme croissante de Δk_{eff} dans l'épaisseur du tube (figure 4-17) explique l'augmentation de l'erreur en augmentant la valeur de Δa_0 . On limite donc la valeur de l'incrément de propagation à 10% de taille des fissures pour les études de propagation dans un réseau.

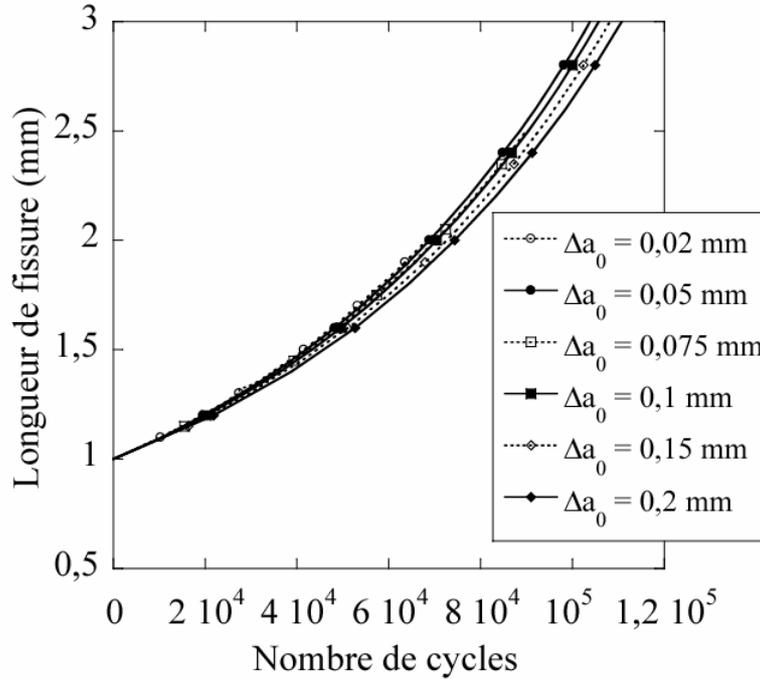


Figure 4-16 Longueur d'une fissure unique dans l'épaisseur d'un tube soumis à une variation de température interne en fonction du nombre de cycles pour différents incréments

D'autre part, la stratégie utilisée peut être écrite sous forme d'une équation différentielle non-linéaire. Un schéma d'intégration dans le temps peut être utilisé pour résoudre ce genre de problème. Globalement, la théorie de stabilité d'un schéma d'intégration pour un problème de propagation de fissures s'écrit

$$\frac{da}{dN} = F(a, N) = C(\Delta k_{eff})^p \quad (4-26)$$

où a est la longueur de fissure et N le nombre de cycles. C et p sont des constantes de la loi de propagation (cf. paragraphe 2.1.2). L'équation (4-26) doit être résolue sur un intervalle de temps de chargement $\Delta N = N_{n+1} - N_n$ en utilisant la stratégie itérative suivante

$$a_{n+1} = g(a_n) \quad (4-27)$$

où a_{n+1} et a_n sont des approximations de la longueur de fissure aux étapes temporelles N_{n+1} et N_n . A posteriori, en connaissant le profil de Δk_{eff} , on peut avoir une estimation de l'ordre de grandeur de cette erreur. On considère le cas de propagation d'une fissure dans l'épaisseur d'un tube soumis à une variation périodique de la température sur sa peau interne. Il s'agit de la propagation d'une fissure circulaire dans un tube de rayon interne 127 mm et d'épaisseur 9,23 mm. La température à l'intérieur du tube varie entre 20 et 120°C avec une fréquence de 0,1 Hz et il n'y a pas d'échange thermique entre le tube et l'extérieur (condition de flux nul sur la peau externe). Une contrainte moyenne de 60 MPa est également appliquée sur le bord supérieur du tube. La figure (4-16) montre le profil de variation du facteur d'intensité des contraintes effectif Δk_{eff} dans l'épaisseur du tube.

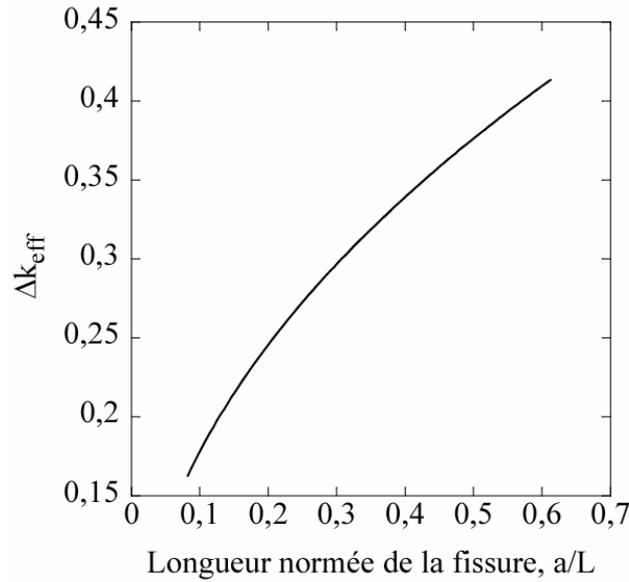


Figure 4-16 Profil de Δk_{eff} dans l'épaisseur d'un tube sous à une variation de la température interne

La variation de Δk_{eff} peut être décrite par

$$\Delta k_{eff} = -0,48 \left(\frac{a}{L} \right)^2 + 0,78 \left(\frac{a}{L} \right) + 0,11 \quad (4-28)$$

On essaye dans cette partie d'évaluer l'erreur de calcul en utilisant un schéma explicite. Si on considère une étape de la simulation entre a_0 et $a_0 + \Delta a$, la valeur exacte du nombre de cycles nécessaire s'écrit

$$\frac{d a/L}{dN} = \frac{C}{L} (\Delta k_{eff})^p \quad (4-29)$$

en faisant un changement de variable ($x = a - a_0$) et un développement limité à l'ordre un, le nombre exact de cycles nécessaire s'obtient

$$\Delta N^* = \frac{L}{C \alpha^p} \left(\frac{\Delta a}{L} - p \frac{\beta}{2\alpha} \left(\frac{\Delta a}{L} \right)^2 \right) \quad (4-30)$$

avec

$$\alpha = -0,48 \left(\frac{a_0}{L} \right)^2 + 0,78 \left(\frac{a_0}{L} \right) + 0,11$$

$$\beta = -0,96 \left(\frac{a}{L} \right) + 0,78$$

La valeur approchée de nombre de cycles calculée par la procédure numérique s'écrit

$$\Delta N = \frac{\frac{\Delta a}{L}}{\frac{C}{L} (k_{eff}(a_0))^p} \quad (4-31)$$

Si on définit l'erreur de calcul comme la différence entre la valeur obtenue par l'équation (4-31) et celle obtenue par la procédure numérique divisée par la valeur numérique, on aura

$$e = \frac{\Delta N - \Delta N^*}{\Delta N^*} = p \frac{\beta}{2\alpha} \left(\frac{\Delta a_0}{L} \right) \quad (4-32)$$

α et β étant des fonction de la longueur initiale de fissure a_0 , l'équation (4-32) nous donne une relation pour choisir l'incrément de propagation du schéma afin de borner l'erreur de calcul à une valeur prédéfinie en fonction de a_0 . En considérant un incrément de longueur de $0,1 a_0$, on trouve une erreur relative maximale de 5% sur le calcul de durée de vie de composant fissuré (figure 4-17).

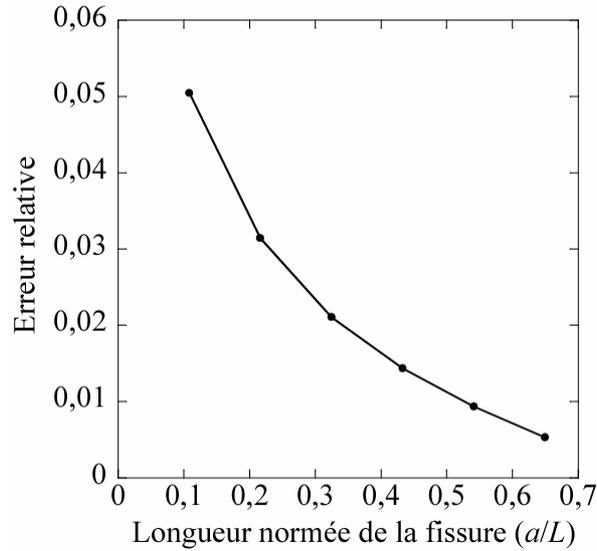


Figure 4-17 Evolution de l'erreur relative en fonction de la taille de fissure pour un incrément de longueur de $0,1 a_0$ (taille initiale de la fissure : $a_0 = 1 \text{ mm}$)

4.3 Chargement à amplitude aléatoire

La méthodologie présentée au paragraphe 4.2.3 peut être utilisée pour traiter le problème de chargements à amplitude variable. Le nombre de cycles total de chargement est divisé en n paquets de cycles. Chaque paquet de cycles p contient N_{ip} cycles avec une amplitude de variation de température égale à ΔT_p . En considérant la stratégie de calcul (paragraphe 4.2.3), après chaque itération j de calcul, le nombre des cycles passés s'écrit

$$\Delta N_j = \Delta N_{j-1} + N_{\text{étape}} \quad (4-33)$$

où ΔN_j est le nombre de cycles passés jusqu'à l'étape j , $N_{\text{étape}}$ le nombre de cycles appliqué lors de l'étape j . On impose donc une propagation choisie Δa_0 à toutes les fissures et on cherche à trouver le nombre de cycles associés à cette prolongation pour chaque fissure. Les champs de contraintes et de déformations sont déterminés dans toute la structure pour l'amplitude de température ΔT_p . Ensuite on trouve les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes pour toutes les fissures. Les vitesses de propagation des fissures sont calculées en utilisant une loi de propagation. Les vitesses de propagation ($\Delta a/\Delta N$) sont calculées pour toutes les fissures susceptibles de se propager dans cette étape. On cherche maintenant à déterminer la fissure F qui se propage d'un incrément Δa_0 . Pour cela, le nombre de cycles nécessaires N_i pour chaque fissure, pour qu'elle puisse se propager d'une longueur initiale a_i à $a_i + \Delta a_0$ est calculé en prenant en compte les vitesses de propagation obtenues. La fissure qui

nécessite le plus petit nombre de cycles pour une propagation Δa_0 est nommée F et le nombre de cycles nécessaires est appelé N_F . Le nombre de cycles de cette itération ($N_{\text{étape}}$) sera le minimum entre N_F et $\Delta N_p - \Delta N_{j-1}$. Le reste du calcul se déroule comme dans le cas de chargement à amplitude constante. La même démarche se répète n fois pour n paquets de cycles.

4.4 Bilan du chapitre IV

Différentes méthodes existent dans la littérature pour analyser la durée de vie des composants fissurés soumis à des chargements cycliques. En ce qui concerne la propagation des réseaux de fissures, des méthodes semi-analytiques se limitent à des configurations géométriques simples et à des chargements non complexes. La simulation numérique est une alternative largement utilisée pour le calcul de la propagation de fissures en fatigue. Un des objectifs de ce travail a été de développer un outil de simulation numérique de propagation de réseaux de fissures en fatigue à grand nombre de cycles en utilisant le code de calcul par éléments finis d'EDF (*Code_Aster*®). Ce code nous fournit des routines nécessaires pour calculer les paramètres qui gouvernent la propagation des fissures en fatigue tels que le facteur d'intensité des contraintes et le taux de restitution d'énergie. En considérant les possibilités du *Code_Aster*®, nous avons choisi une méthode de remaillage automatique basée sur une stratégie de simulation de croissance dans un réseau parmi les différentes solutions envisageables. Le remaillage se fait en utilisant une routine développée en langage PYTHON qui réactualise le maillage éléments finis en fonction des nouvelles positions des pointes de fissures après chaque étape de la simulation. Cette routine utilise le mailleur GMSH pour créer le maillage à chaque étape. Pour limiter l'erreur de calcul et être capable de modéliser le phénomène de fatigue à grand nombre de cycles, une stratégie basée sur l'incrément de longueur des fissures a été considérée.

Cet outil nous permet de modéliser la propagation de réseaux de fissures dans l'épaisseur d'une plaque (en déformation ou contrainte planes) ou dans l'épaisseur d'un tube (calcul axisymétrique). Actuellement, ce développement est validé et implanté dans le *Code_Aster*® et sera utilisé pour de futures études de propagation de réseaux de fissures par EDF R&D.

Dans le cadre de la présente thèse, nous avons utilisé ce développement pour étudier différents aspects du problème de faïençage thermique des circuits RRA en faisant des simulations numériques pour démontrer le rôle de différents paramètres géométriques ou différentes caractéristiques de chargement thermomécanique sur la durée de vie des composants fissurés. Les détails et les résultats de ces calculs sont présentés dans le chapitre suivant.

4.5 Bibliographie du chapitre IV

Code d'Analyse des Structures et Thermo-mécanique, pour des Etudes et des Recherches.
<http://www.code-aster.org>.

A three-dimensional finite element mesh generator. <http://www.guez.org/gmsh/>.

Barsoum, S. R. (1976). "On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics." *Int. J. Numer. Meth. Engng.* 4: 95-99.

Destuynder, Ph. (1981). "Sur une interprétation mathématique de l'intégrale de Rice en théorie de la rupture fragile." *Math. Meth. Appl. Sci.* 3: 70-87.

Duarte, C. A. et J. T. Oden (1996). "An hp adaptive method using clouds." *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 139: 237-262.

- Ducourthial, E. (2001). Simulation et analyse de la propagation d'une fissure macroscopique dans un milieu élastique fragile microfissuré. Thèse de doctorat. Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris.
- Fond, C. (1992). Interaction entre fissures et cavités circulaires dans des milieux élastiques plans. Thèse de doctorat. Université Paris 6.
- Géniaut, S. (2003). Une nouvelle démarche numérique pour la fissuration sous contact - Application à la fissuration des rotors des turbines à vapeur. Thèse de l'Ecole Centrale de Nantes (en cours).
- Hausser-Combe, U. et C. Korn (1998). "An adaptive approach with the FEG method." *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 162: 203-222.
- Hori, M. et S. Nemat-Nasser (1987). "Interacting micro-cracks near the tip in the process zone of macro-crack." *J. Mech. Phys. Solids* 35(5): 601-629.
- Kachanov, M. (1994). "Elastic Solids with Many Cracks and Related Problems." *Adv. Appl. Mech.* 30: 259-445.
- Lee, G. H., H. J. Chung et C. K. Choi (2003). "Adaptive crack propagation analysis with element-free Galerkin method." *Int. J. Numer. Meth. Engrg.* 56: 331-350.
- Lemaitre, J. et J.-L. Chaboche (1985). *Mécanique des matériaux solides*. Paris (France), Dunod.
- Lui, W. K., W. Hao, Y. Chen, S. Jun et J. Gosz (1996). "Multiresolution reproducing Kernel particle methods." *Computational Mechanics* 20: 295-309.
- Melenk, J. M. et I. Babuska (1996). "The partition of unity finite element method: Basic theory and applications." *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 39: 289-314.
- Mialon, P. (1988). "Calcul de la dérivée d'une grandeur par rapport à un fond de fissure par la méthode thêta." *EDF Bulletin de la Direction des Etudes et Recherches Série C*, No. 3: 1-28.
- Moës, N., J. Dolbow et T. Belytschko (1999). "A finite element method for crack growth without remeshing." *Int. J. Numer. Meth. Engrg.* 46: 131-150.
- Rashid, M. M. (1998). "The arbitrary local mesh replacement method: An alternative to remeshing for crack propagation analysis." *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 154: 133-150.
- Richard, H. A., B. May et M. Schöllmann (1998). A finite element program for the prediction of crack growth and lifetime. The 4th Int. Conf. Engineering Integrity Assessment, Cambridge, England, EMAS Publishing.
- Seyedi, M., S. Taheri et F. Hild (2002). Crack propagation and shielding effects in a multicroaked structure in thermal fatigue. *FATIGUE 2002*, Stockholm, Suède, EMAS.
- Wawrzynek, P. et A. R. Ingraffea (1987). "Interactive finite element analysis of fracture processes: an integrated approach." *Theor. Appl. Fract. Mech.* 8: 137-150.
- Wawrzynek, P. et A. R. Ingraffea (1989). "An interactive approach to local remeshing around a propagating crack." *Finite Elements in Analysis and Design* 5: 87-96.

CHAPITRE V

Etude de la propagation en cas de fissuration multiple

Dans le premier chapitre du document, nous avons étudié la nature du problème du faïençage thermique des circuits de refroidissement des centrales nucléaires. Des zones de mélange, et en particulier celles des circuits RRA, sont affectées dans leurs parties communes et aux abords des soudures, de réseaux de fissures (faïençage thermique) dues aux fluctuations thermiques rapides créées par le mélange d'eaux chaude et froide.

Le présent chapitre est consacré à l'étude de la propagation de ces réseaux de fissures parallèles dans l'épaisseur du tube et à l'analyse de l'effet de différentes conditions possibles du chargement ou de la configuration du réseau sur la propagation ou l'arrêt de ces fissures.

Pour atteindre cet objectif, nous avons utilisé l'outil numérique de simulation de propagation des fissures présenté au chapitre IV. Cet outil nous permet d'avoir une estimation de la durée de vie résiduelle d'une pièce fissurée en fatigue thermomécanique à grand nombre de cycles sous l'hypothèse d'une approximation 2D plane ou axisymétrique. Le but de la présente étude est d'évaluer l'effet des caractéristiques du chargement thermique, l'espacement entre les fissures et les conditions de transfert de chaleur entre l'eau et l'acier sur le comportement du réseau de fissures et la durée de vie du composant fissuré.

Ce chapitre présente les hypothèses faites ainsi que les résultats de calculs paramétriques menés sur les différentes configurations de réseaux de fissures et différents types de chargements thermiques. Des propositions pour étudier la propagation 3D de fissures sont également présentées.

5.1 Etudes paramétriques de propagation d'un réseau prédéfini dans l'épaisseur d'un tube

Le taux de croissance d'une fissure dans un réseau est influencé par différents paramètres. Les différentes fissures d'un réseau ne présentent pas un comportement identique. Le comportement d'une pièce fissurée est notamment influencé par l'interaction entre les fissures ainsi que par les caractéristiques du chargement cyclique. La propagation de chaque fissure d'un réseau dépend aussi de son positionnement par rapport aux autres.

Dans l'état actuel des connaissances, on ne connaît pas encore quantitativement le chargement thermique et les conditions aux limites. Ce manque d'information nous amène à réaliser des calculs paramétriques afin de clarifier, de quantifier ces effets et de définir l'importance de chacun de ces paramètres. Différents calculs avec des configurations variées de réseaux et des histoires de chargements types sont conduits. Ces calculs consistent en des simulations de la propagation des réseaux de fissures définis à partir des résultats d'expertises faites sur des zones endommagées, dans l'épaisseur d'un tube. Les principales étapes du travail s'énoncent comme suit.

5.1.1 Modèle étudié

Il s'agit d'un modèle axisymétrique qui comporte un réseau de fissures circonférentielles circulaires débouchant sur la peau interne d'un tube long ($h/e=50$). La figure (5-1) représente la géométrie et les conditions aux limites du modèle ainsi que le maillage par éléments finis utilisé pour les calculs. La longueur initiale des fissures ne dépasse pas 10% de l'épaisseur du tube. La loi de propagation identifiée au chapitre II a été utilisée pour calculer le taux de croissance des fissures.

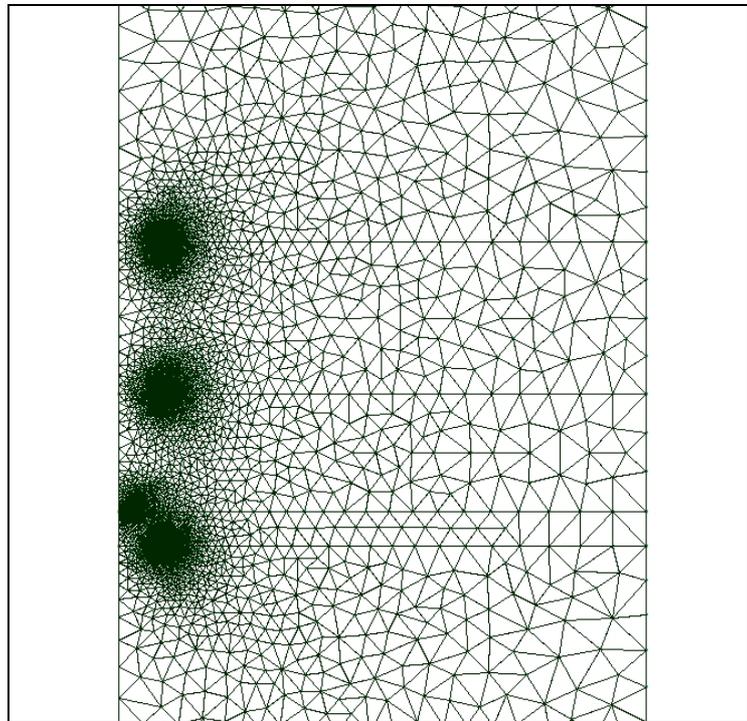
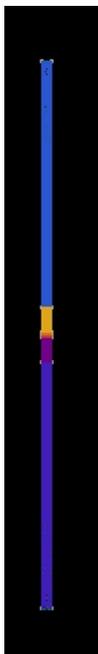
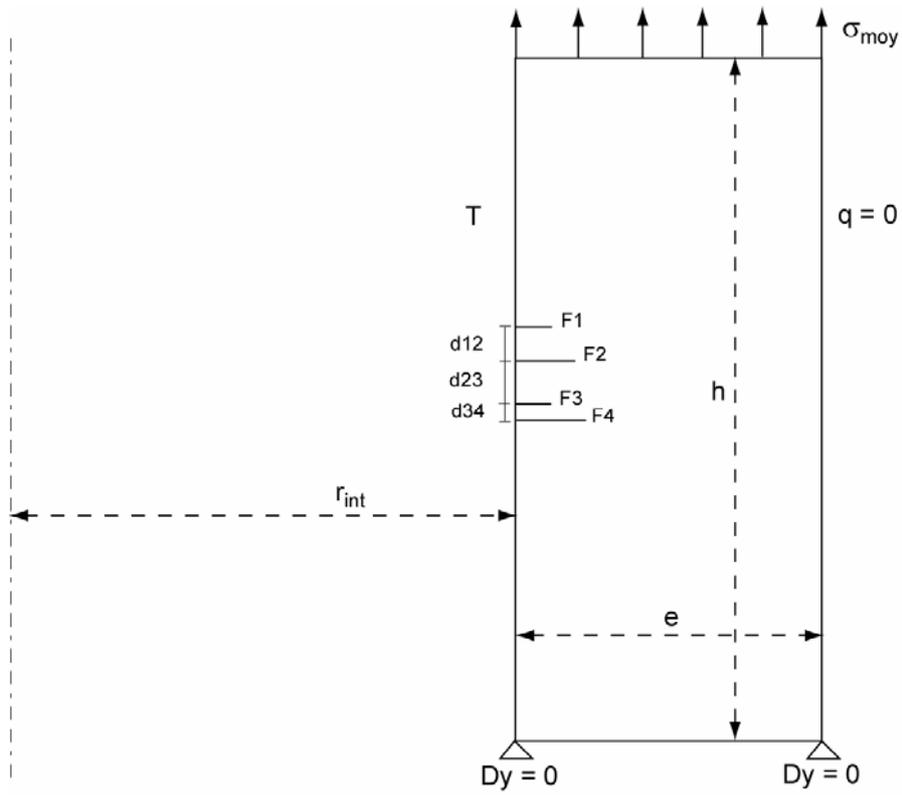


Figure 5-1 Géométrie et conditions aux limites. Maillage du tube long et détail des fissures

5.1.2 Effet de l'espacement initial entre les fissures

Cette partie consiste à faire des calculs de propagation en prenant en compte quatre configurations différentes de fissures. Le choix des cas est obtenu à l'aide d'un tirage aléatoire à partir de données d'expertises. Pour cela la profondeur et l'espacement des fissures observées sur 17 sites différents ont été considérés. Le tirage aléatoire a été effectué en supposant que toutes les fissures observées appartiennent à la même population et que leurs profondeurs et leurs distances suivent une loi de distribution normale.

Le but des calculs est d'étudier l'effet de la configuration initiale du réseau sur l'effet d'écran en condition de fatigue thermomécanique et l'évolution de l'interaction entre les fissures au cours de leur propagation. Le chargement appliqué est thermique à amplitude constante imposée sur la peau interne d'un tube

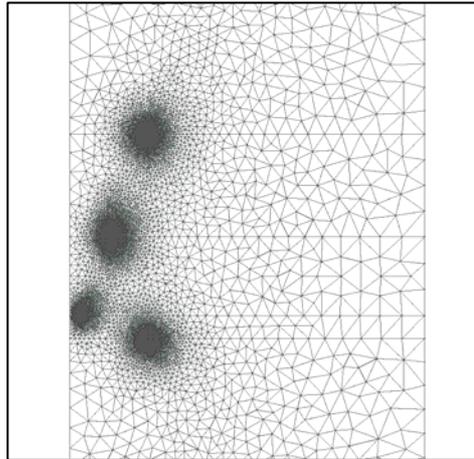
$$T = T_0 + T_1 \cos(\omega t) \quad (5-1)$$

où ω est la pulsation, T_0 et T_1 deux constants arbitraire et t le temps. Tous les calculs, dont les résultats sont présentés dans cette partie, ont été effectués avec une fréquence de 0,1 Hz et $\Delta T = 2T_1 = 100^\circ\text{C}$. En plus du chargement thermique une contrainte axiale moyenne de 60 MPa est imposée.

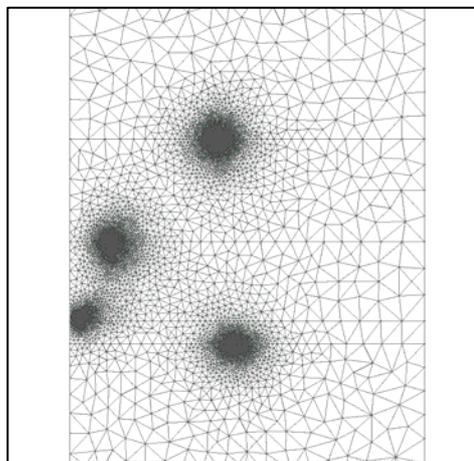
La propagation du réseau de fissures et la réactualisation du maillage par éléments finis correspondant sont présentées sur la figure (5-2) pour un des cas étudié (Cas_2). On constate que la concentration des mailles aux fonds des fissures a été conservée au cours du calcul en utilisant un remaillage automatique.

Le tableau 5-1 représente la configuration (la taille des fissures et leur espacement) initiale des cas étudiés. L'évolution de la longueur de fissures en fonction du nombre de cycles appliqués est présentée pour les quatre cas de calcul sur la figure (5-3). Deux types de configuration peuvent être distingués. Le premier correspond aux cas où il y a une fissure suffisamment longue par rapport aux autres (Cas_1, Cas_3 et Cas_4). C'est la fissure la plus longue qui continue à se propager en arrêtant ou ralentissant les autres fissures. Le deuxième correspond au cas où il y plusieurs fissures avec des longueurs proches (Cas_2). Ce sont les fissures de bord qui prennent l'avantage et écrantent les autres fissures.

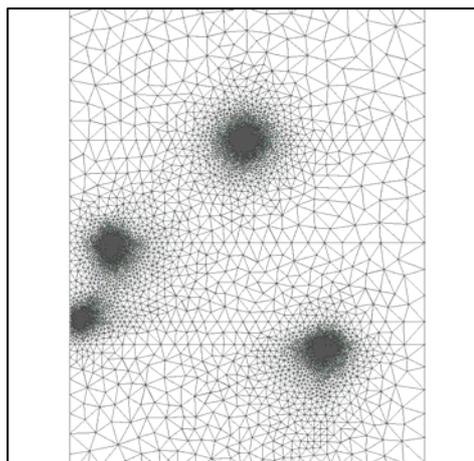
Les vitesses de propagation des fissures du réseau ont été comparées avec celle d'une fissure isolée (A) avec une longueur initiale de 0.7 mm (la longueur maximale des fissures des réseaux étudiés) soumise au même chargement. Le tableau (5-2) résume ces différences de vitesse. La durée de vie de chaque cas a été définie comme le nombre de cycles nécessaires pour qu'au moins une fissure dépasse 50% de l'épaisseur du tube. La comparaison du nombre de cycles correspondant à la propagation de la fissure dominante de chaque cas avec celui de la fissure isolée montre un gain de durée de vie entre 8% et 80% (figure 5-4). La différence importante de gain en nombre de cycles pour les différents cas peut être expliquée en fonction de leurs configurations initiales. Le Cas_2 représente un effet d'écran important à cause de l'existence de trois fissures avec des longueurs proches. La figure (5-5) montre l'atténuation de Δk_{eff} causée par l'effet d'écran, ce qui explique la diminution de la vitesse de propagation pour les fissures du réseau. Par contre, les Cas_3 et Cas_4, qui ont montré un effet d'écran moins important, correspondent aux configurations initiales d'une fissure plus longue que les autres (Cas_4) ou une fissure assez loin des autres (Cas_3). Toutefois, dans aucun des cas étudiés la fissure dominante du réseau se propage avec une vitesse équivalente à celle d'une fissure isolée de même taille.



(a) Après 34000 cycles



(b) Après 200000 cycles



(c) Après 280000 cycles

Figure 5-2 Réactualisation du maillage au cours de la propagation des fissures, zoom autour des fonds de fissures (Cas_2)

Tableau 5-1 : Configuration initiale des quatre cas d'étude (valeurs en mm)

Cas	F1	F2	F3	F4	d12	d23	d34
# 1	0,67	0,53	0,39	0,17	2,61	2,48	1,43
# 2	0,68	0,70	0,08	0,69	2,89	2,06	0,61
# 3	0,64	0,47	0,24	0,72	1,21	2,64	1,63
# 4	0,27	0,76	0,22	0,32	2,42	2,69	1,04

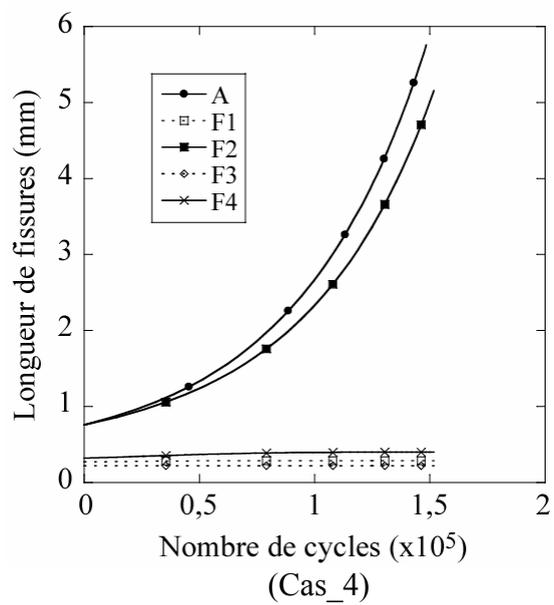
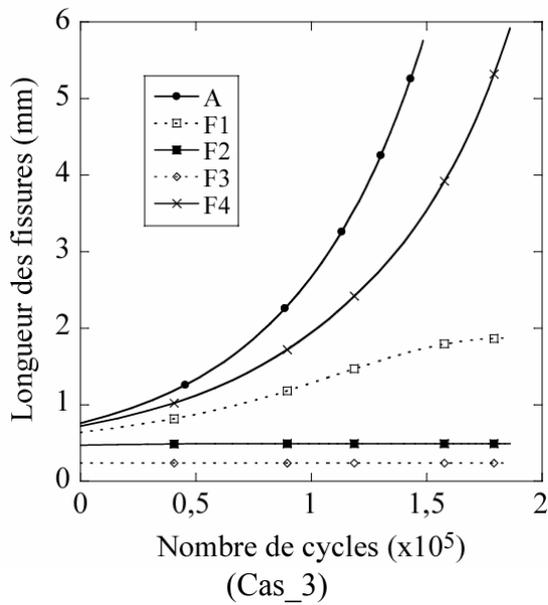
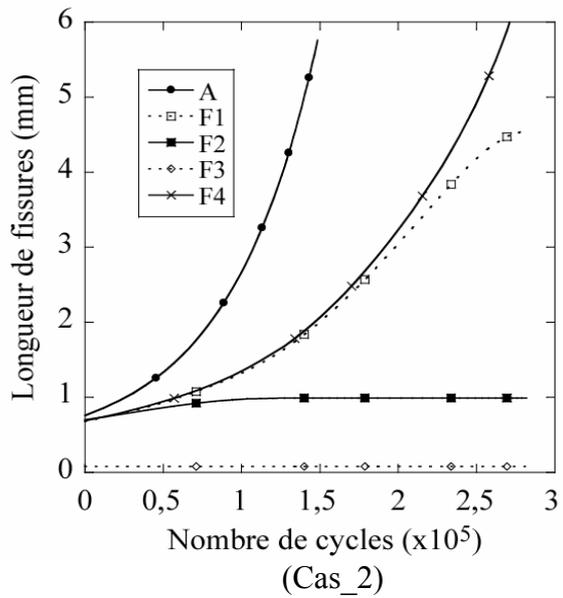
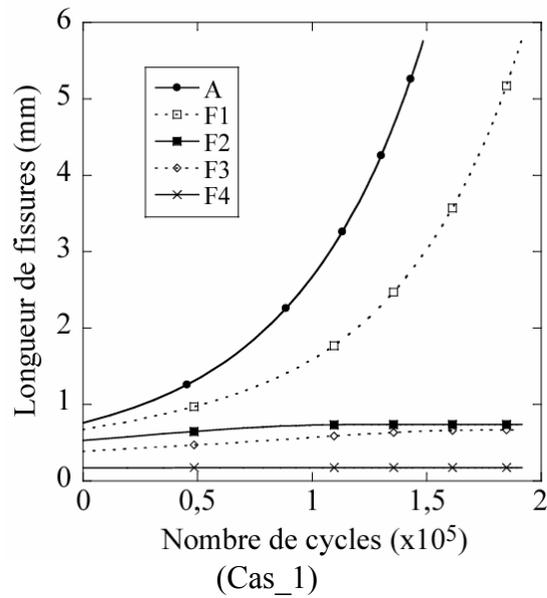


Figure 5-3 Evolution de la longueur des fissures en fonction du nombre de cycles pour les quatre cas étudiés

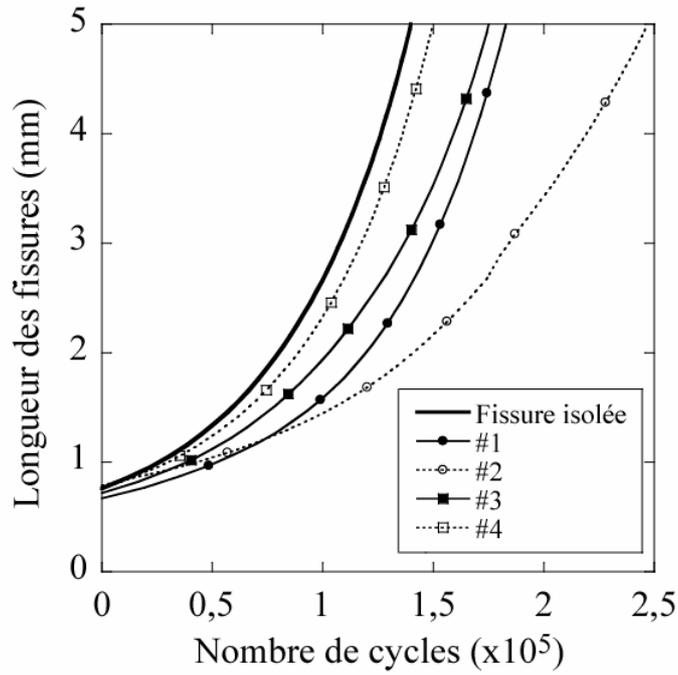


Figure 5-4 Comparaison de propagation de la fissure dominante de chaque cas d'étude avec celle d'une fissure isolée soumise aux mêmes conditions aux limites

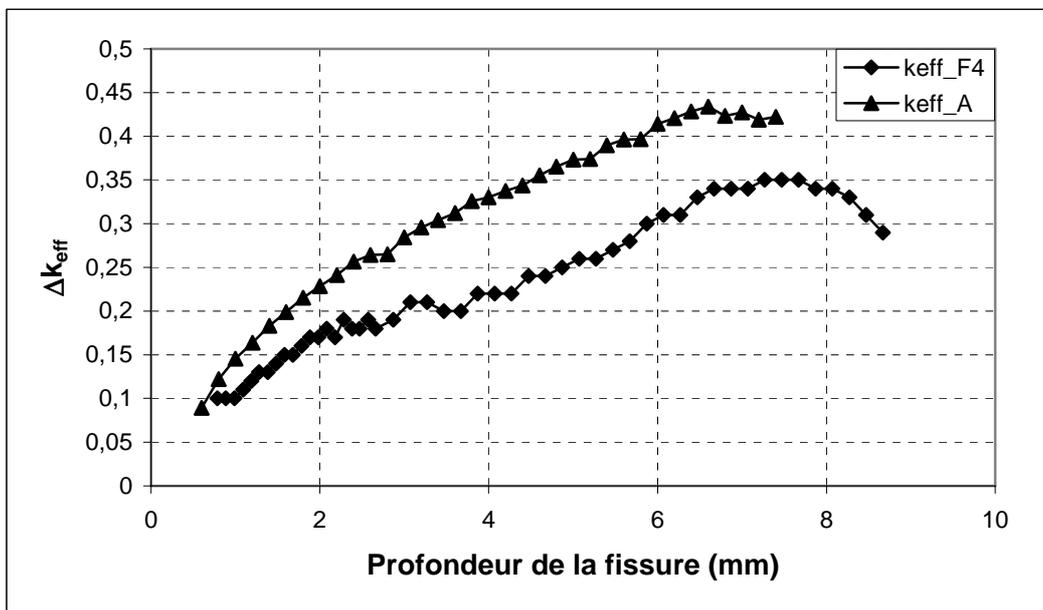


Figure 5-5 Comparaison des Δk_{eff} lors de la propagation d'une fissure isolée (A) avec la propagation de la fissure dominante d'un réseau de faïençage (F-4 du Cas_2) : variation de Δk_{eff} dans l'épaisseur du tube

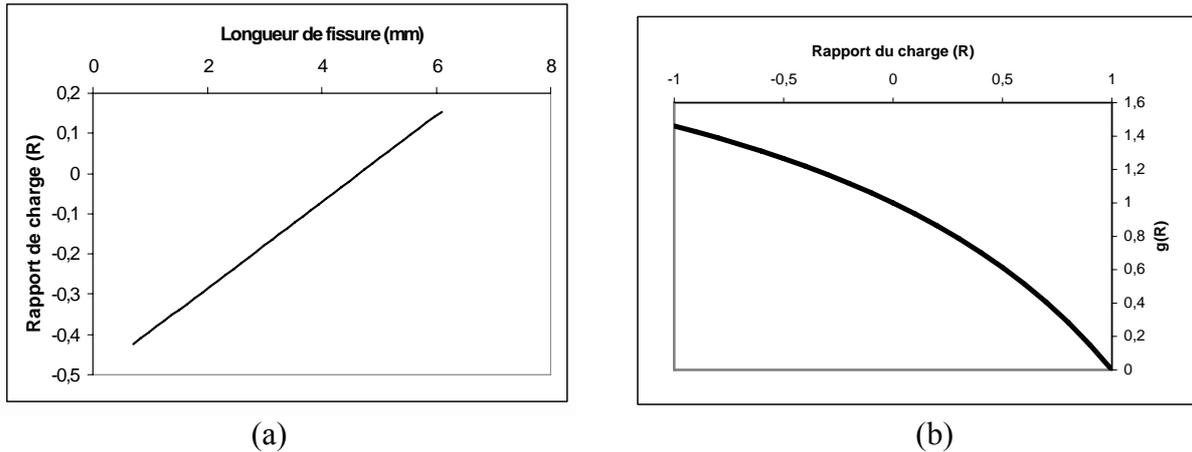


Figure 5-6 (a) Evolution de la valeur du rapport de charge (R) en fonction de longueur de la fissure, (b) $g(R)$ en fonction du R

Tableau 5-2 : Comparaison de la vitesse de propagation de la fissure dominante de chaque configuration avec la propagation d’une fissure isolée

Cas de calcul	Propagation de la fissure dominante de réseau	Nombre de cycles pour le réseau	Nombre de cycles pour la fissure isolée	Gain
Cas 1	5,0 mm	182736	139957	130 %
Cas 2	5,0 mm	251382	139957	180 %
Cas 3	5,0 mm	175116	139957	125 %
Cas 4	4,5 mm	150011	139957	108 %

Une des particularités de la fatigue thermomécanique par rapport aux essais courants de fatigue est l’évolution de la valeur du rapport de charge en fonction de la longueur de la fissure. Ce phénomène est montré sur la figure (5-6). Ce graphique montre une augmentation de la valeur de R lors de la propagation d’une fissure isolée sous chargement défini par l’équation (5-1). Cette variation de valeur de R au cours de la propagation prouve l’importance de l’utilisation d’une loi de propagation qui prend en compte l’effet du rapport de charge sur le taux de croissance de fissures et justifie le type de loi choisie dans le cadre de cette thèse.

Les résultats d’expertise montrent que les profondeurs de fissuration en partie courantes, mesurées sur une trentaine de coupes métallographiques, n’excèdent pas 2,2 mm, quel que soit le palier (Molinie et al. 2002). En prenant la loi de propagation définie au chapitre II et en considérant que $g(R)$ est une fonction décroissante de R (figure 5-6-b), on peut en déduire que l’augmentation du rapport de charge peut jouer un rôle ralentissant pour la croissance des fissures.

5.1.3 Effet de la fréquence du chargement

La fréquence joue un rôle très important sur la pénétration du chargement thermique dans l’épaisseur du tube et donc sur la propagation des fissures dans l’épaisseur. Les résultats des calculs de facteur d’intensité des contraintes pour différentes fréquences de chargement thermique présentés au chapitre III montrent cet effet et déterminent les fréquences les plus sévères pour la propagation d’une fissure isolée comme celles autour de 0,1 Hz. Afin d’étudier cet effet pour des réseaux de faïençage on a conduit une série de simulations de propagation dans un réseau de fissures. Les durées de vie d’une configuration géométrique identique sous sollicitations thermomécaniques avec différentes fréquences de chargement

thermique sont comparées afin de trouver la plage de chargement la plus sévère pour la propagation. Les résultats de ces calculs pour trois fréquences différentes (0.01 Hz, 0.1 Hz et 1.0 Hz) sont présentés sur la figure (5-7). Les courbes présentent la propagation de la fissure dominante du cas étudié en fonction du nombre de cycles appliqués. Ces résultats montrent que d'une part les basses fréquences, autour de 0,01 Hz, n'engendrent pas de propagation dans le réseau. D'autre part, la vitesse de propagation pour une fréquence élevée (1,0 Hz) est beaucoup moins importante que pour un chargement thermique avec une fréquence moyenne (0,1 Hz). On en conclut que les fréquences les plus sévères pour la propagation sont celles autour de 0,1 Hz. Cela montre que de ce point de vue, le comportement d'un réseau de fissures est voisin du cas d'une seule fissure.

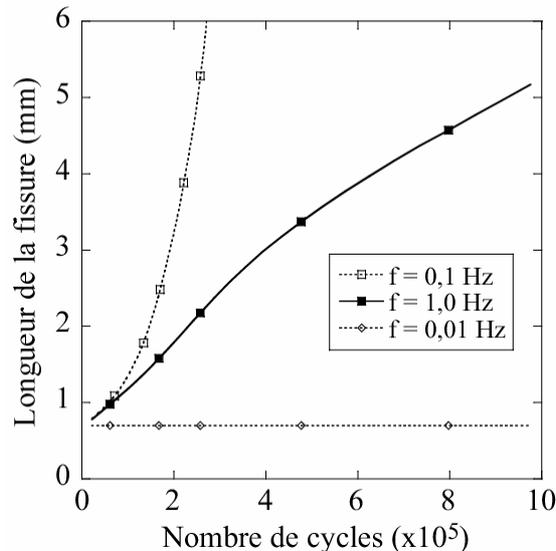


Figure 5-7 Effet de la fréquence du chargement thermique sur la propagation d'un réseau de fissures (Cas_2, fissure dominante) (Seyedi et al. 2003)

5.1.4 Coefficient d'échange thermique

Un autre paramètre qui peut fortement influencer la propagation d'un réseau de faïençage thermique est la condition de transfert de chaleur entre l'eau et le tube. Cette condition est définie par un coefficient d'échange thermique (H) entre l'eau et l'acier. Afin d'étudier l'effet de ce coefficient sur la propagation le même chargement thermique défini au paragraphe 5.2.2 a été considéré comme la variation de la température de l'eau. Trois calculs de propagation d'une configuration identique de réseau ont été réalisés en considérant des valeurs différentes de H . La figure (5-8) montre que l'augmentation du coefficient H accélère la propagation des fissures (un gain de 75% sur la durée de vie pour $H = 15 \text{ kW/m}^2/\text{K}$ par rapport au $H = \text{infini}$). Cette forte sensibilité des résultats de propagation au coefficient d'échange thermique entre fluide et solide montre qu'une étude fine de détermination de ce coefficient est indispensable afin d'évaluer la durée de vie résiduelle des composant fissurés.

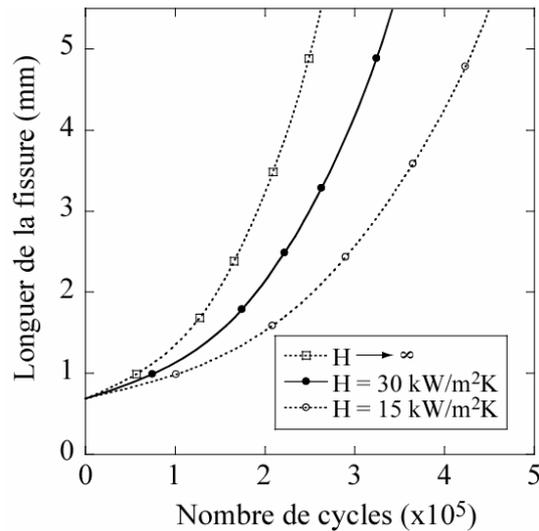


Figure 5-8 Effet du coefficient d'échange thermique sur la propagation d'un réseau de fissures (Cas_2, fissure dominante) (Seyedi et al. 2003)

5.2 Effet du choc thermique

Les calculs présentés auparavant ont été réalisés en supposant que la variation de température sur la peau interne du tube est identique sur tous les points et elle est seulement une fonction du temps. En réalité cette variation de température est le résultat de passages de fronts d'eau chaude et froide sur la peau interne des tuyauteries. L'hypothèse de considérer la température de peau interne indépendante de l'espace n'est justifiable que si ces fronts d'eau se déplacent très rapidement sur la peau des tubes (c'est la supposition actuelle de l'exploitant des parcs). Dans le cas contraire, l'effet d'échauffement et de refroidissement partiel de la peau interne et par conséquent l'effet du choc thermique doivent être étudiés.

5.2.1 Champ de contraintes dans un tube soumis à un choc thermique

Pour étudier ce problème, tout d'abord, on regarde le champ de contraintes en élasticité dans un tube soumis à un choc thermique axial. La solution élastique d'un cylindre infiniment long soumis à un champ de température $T(y)$ (y est la direction de l'axe du cylindre) dans le cas des petits déplacements est donnée par une analyse de Fourier (Bui 1981). Prenant Y comme la distance du point avec la contrainte maximale par rapport au front de choc, la solution de Love-Kirchhoff pour $Y > 0$ (solution symétrique par rapport à $Y=0$) est donnée par (Taheri 2003)

$$\sigma_{yy} = (E\alpha\Delta T\sqrt{3}/(2\sqrt{1-\nu^2})) \sin(\beta x) \exp(-\beta x) \quad (5-2)$$

avec

$$\beta^2 = \sqrt{3(1-\nu^2)}/(r_m e) \quad (5-3)$$

Le maximum se trouve au point

$$Y = \pi/(4\beta) \quad (5-4)$$

et la valeur de ce maximum (indépendante du rayon et de l'épaisseur) est donnée par (pour $\nu = 0,3$)

$$\sigma_{yy_{\max}} = 0.283E\alpha\Delta T \quad (5-5)$$

Par ailleurs la valeur du pic 3D (au point de la discontinuité) est donnée par (Bui 1981)

$$\sigma_{yy \max} = E\alpha\Delta T / (2(1-\nu)) \quad (5-6)$$

dans toutes les équation (5-2) jusqu'à (5-6), E est le module d'Young, ν le coefficient de Poisson, α le coefficient de dilatation thermique, ΔT l'amplitude de température, e l'épaisseur du tube et r_m le rayon moyen du tube.

5.2.2 Effet du choc thermique sur la formation et la propagation d'un réseau de fissures

Plusieurs configurations différentes de réseau et de chargement sont imaginables. Le cas d'application d'un choc thermique est une situation de chargement envisageable. Ce phénomène a déjà été l'objet de nombreuses études notamment au CEA où un dispositif expérimental (essai SPLASH) est développé pour étudier l'amorçage et la propagation de fissures issues d'un choc thermique sur la surface d'une plaque (Fissolo et al. 2002). Dans le cadre de présent travail, nous nous sommes contentés d'étudier le cas de trois fissures qui se positionnent de différentes manières par rapport à la zone sur laquelle la variation de température interne est appliquée. Deux configurations principales ont été considérées. D'abord le cas où une fissure se trouve dans la zone de choc, au point de contrainte maximale et les deux autres sont à l'extérieur de la zone de choc. Ensuite, on s'est intéressé au cas où toutes les trois fissures se trouvent dans la zone de choc. La figure (5-9) montre ces deux configurations par rapport à la zone de choc.

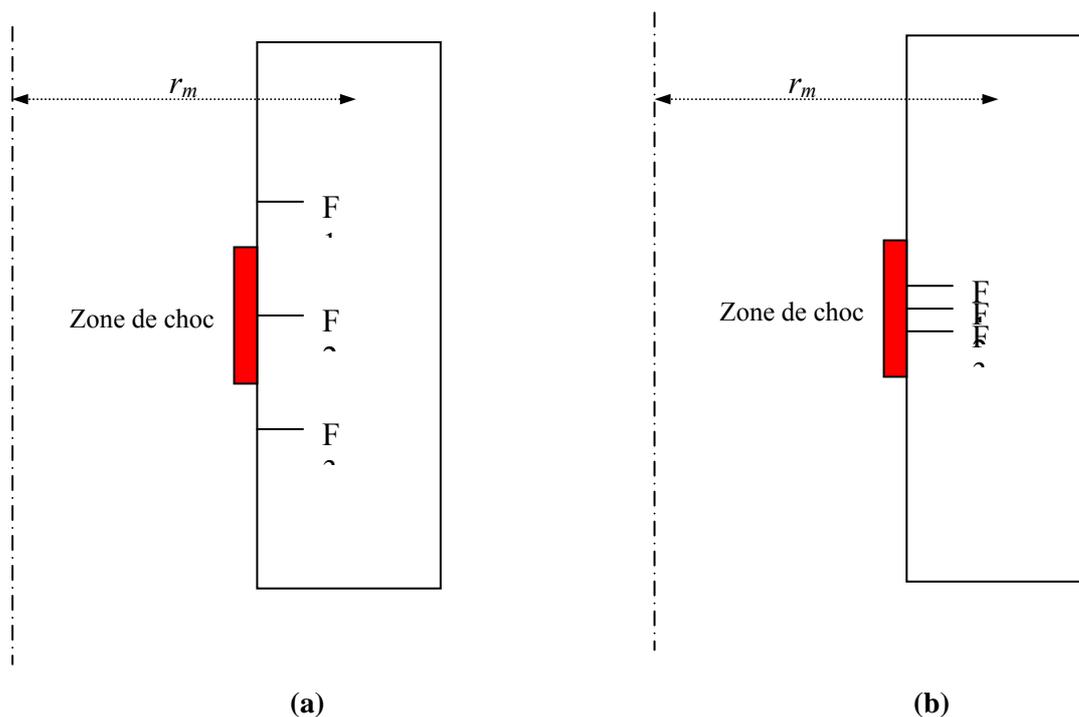


Figure 5-10 Un tube fissuré soumis à un choc thermique axial ; (a) une seule fissure dans la zone de choc, (b) toutes les fissures se trouvent dans la zone de choc

Considérant la géométrie des tubes et les propriétés élastiques de l'acier 304L, l'équation (5-4) donne la distance du point de la contrainte maximale du front de choc $Y = 21$ mm. Une hauteur de 42 mm est donc choisie comme la taille de la zone de choc et une fissure est positionnée au point de contrainte maximale (F2). L'analyse des contraintes due à ce choc thermique montre que le champ de contraintes s'annule très rapidement à l'extérieur de la

zone de choc (figure 5-10-b). Une série de calculs du facteur d'intensité des contraintes a été réalisée en variant la distance de la fissure F1 par rapport à la zone de choc. Ces calculs montrent que les fissures situées à l'extérieur de la zone de variation de température ne subissent pas l'effet de ce chargement. La valeur de facteur d'intensité des contraintes pour une fissure de profondeur un millimètre dépasse le seuil de non propagation ($4\text{MPa}\sqrt{m}$) seulement quand la fissure est située à moins de 3 mm de la zone, soit moins de 7% de la taille de la zone.

Cela montre que dans le cas d'un choc thermique, l'effet du chargement sur la structure reste limité à l'endroit où il a été appliqué. Par ailleurs, la valeur du facteur d'intensité des contraintes pour la fissure qui se trouve dans cette zone (F2) dépasse le seuil de non propagation. Autrement dit, une fois que le choc thermique est appliqué sur une partie de la structure, les sites potentiels d'amorçage de fissure dans cette partie sont activés. Par contre, l'application du choc n'affecte pas les sites voisins et par conséquent, il n'y a pas d'amorçage à l'extérieur de la zone de choc. Réciproquement, les sites activés dans la zone de choc ne sont pas influencés par les fissures qui se trouvent à l'extérieur de la zone chargée. Une fois que le front de chaleur traverse toute la longueur du tube, tous les sites potentiels d'amorçage ont donné naissance à une fissure (début de la propagation). Dans le cadre d'une analyse élastique, la création des fissures lors de premier passage de choc thermique empêche l'amorçage de nouvelles fissures pendant les cycles suivants.

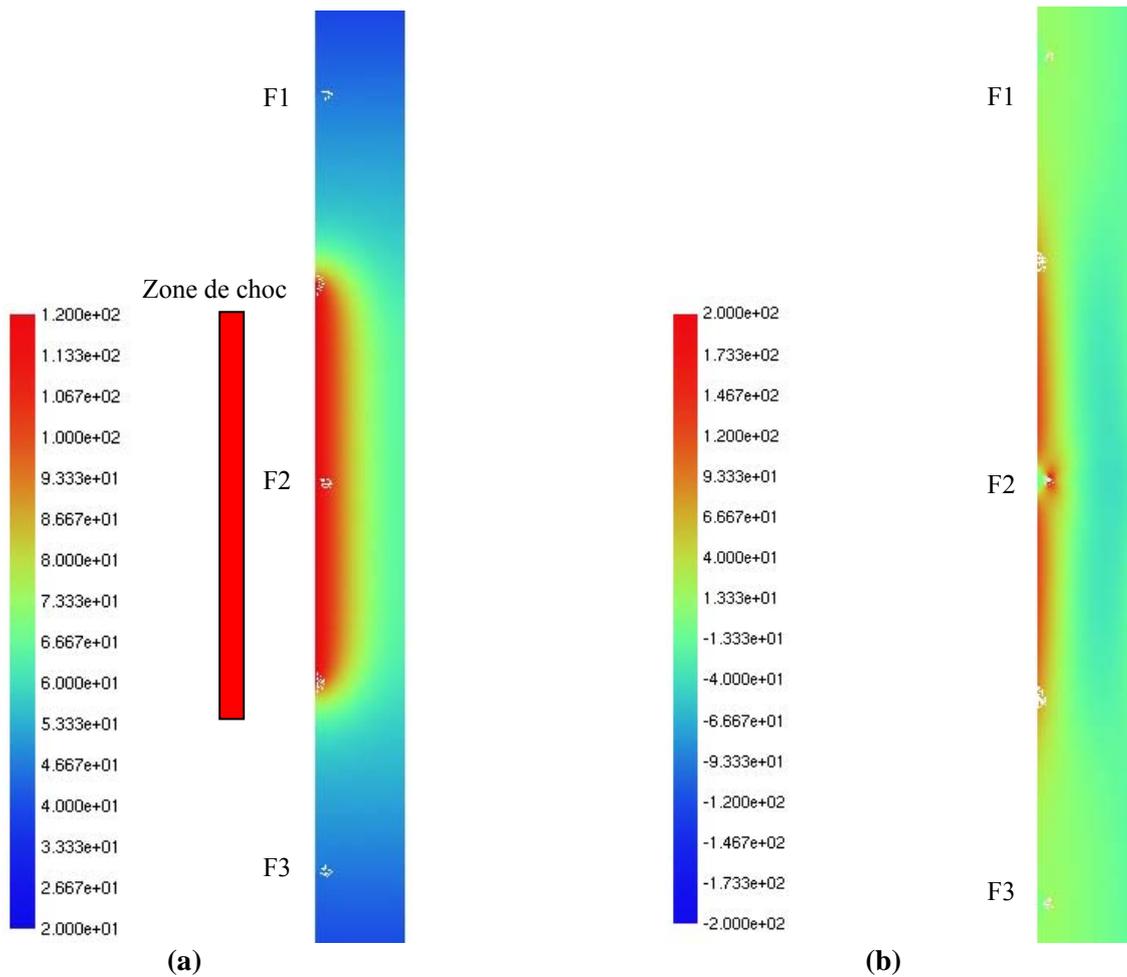


Figure 5-10 (a) Distribution de la température ($^{\circ}\text{C}$) dans l'épaisseur d'un tube soumis à un choc thermique axial, (b) distribution de la contrainte axiale (MPa) dans l'épaisseur d'un tube soumis à choc thermique axial

Il est important de souligner que dans la zone chargée, l'effet d'écran joue son rôle, comme pour le cas d'un chargement étendu sur toute la surface interne du tube, pour désactiver une partie des défauts qui peuvent donner naissance à une fissure (qui peut commencer à se propager). Ce phénomène est démontré en faisant des calculs de facteurs d'intensité des contraintes sur la configuration de type (b) de la figure (5-9) en variant la distance entre les fissures F1 et F2 et aussi en augmentant la profondeur de la fissure F2. Le tableau (5-3) résume les résultats de ces calculs. Ce tableau montre que l'existence d'une fissure suffisamment longue peut empêcher la propagation d'une autre fissure située dans son voisinage mais cet effet se produit uniquement entre les fissures qui se trouvent dans la zone de choc.

Ces résultats montrent qu'une analyse élastique prévoit une germination instantanée de fissures de faïençage. L'hypothèse de germination continue n'est vérifiable qu'en faisant des analyses élastoplastiques qui prennent en compte la (micro)déformation plastique cyclique cumulée.

Tableau 5-3 : Valeurs de facteurs d'intensité des contraintes pour deux fissures situées dans la zone d'un choc thermique ; toutes les longueurs sont exprimées en mm et les facteurs d'intensité des contraintes en $MPa\sqrt{m}$

Profondeur de F1	Profondeur de F2	Distance F1-F2	K_I de F1	K_I de F2
1,0	1,0	14,0	5,3	6,2
1,0	1,0	6,0	5,8	6,0
1,0	1,0	2,0	4,9	4,9
1,0	2,0	2,0	3,0	7,2
1,0	3,0	2,0	1,8	7,7
1,0	4,0	2,0	1,3	7,9

5.3 Effet de la plasticité confinée sur le taux de croissance des fissures

Dans le cadre de l'actuelle modélisation, l'effet de l'existence de la zone plastique au fond de fissures sur leurs taux de croissance est pris en compte en considérant un seuil de non propagation dans l'expression de la loi de propagation. Afin de quantifier cet effet, la propagation d'un réseau de fissures, cas 2 du paragraphe 5.2.2, est étudiée en considérant une loi de propagation sans seuil. Cette loi s'écrit

$$\frac{da}{dN} = C \left(\frac{\Delta K}{1 - 0,38R} \right)^n \quad (5-7)$$

où ΔK est l'amplitude du facteur d'intensité des contraintes et R le rapport de charge. Les coefficients dépendant du matériau $C = 4,11 \times 10^{-9}$ mm/cycle/ $(MPa\sqrt{m})^n$ et $n = 3$ sont extraits de la même campagne d'essais pour laquelle la loi avec seuil a été identifiée (Le Roux et Akamatsu 2002). L'évolution de la longueur de la fissure dominante du réseau en fonction du nombre de cycles est comparée avec celle obtenue par la loi avec seuil sur la figure (5-11). Cette figure montre une diminution du taux de croissance de la fissure dominante du réseau calculé avec la loi avec seuil par rapport à celui issu d'un calcul en utilisant une loi sans seuil. Cet effet montre l'importance de la prise en compte du seuil et justifie l'utilisation d'une loi de type Pellas et al. pour faire des analyses en fatigue à grand nombre de cycles.

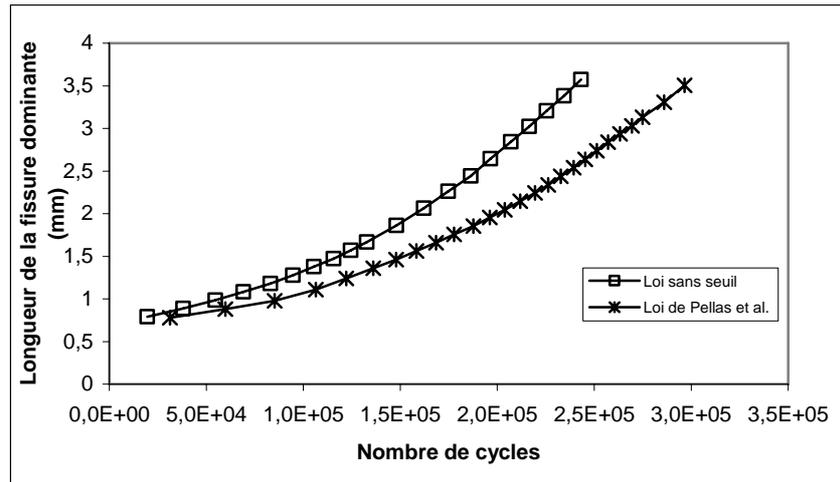


Figure 5-11 Evolution de longueur de la fissure dominante du réseau, Cas_2, en fonction du nombre de cycles avec et sans prise en compte du seuil de non propagation

5.4 Comparaison des modélisations plane et axisymétrique

Des approximations bidimensionnelles de fissures tridimensionnelles peuvent se faire en prenant des modélisations plane ou axisymétrique. La modélisation plane consiste à considérer un morceau d'une coupe radiale du tube comme une plaque rectangulaire en négligeant la courbure de cette coupe. La modélisation axisymétrique prend en compte une coupe axiale du tube avec des fissures circonférentielles circulaires.

Pour avoir une idée du conservatisme de ces calculs par rapport à des modélisations 3D de propagation de fissures, on compare d'abord les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes pour une fissure semi-elliptique dans un tube avec une fissure débouchante dans une plaque. La valeur de K_I au point le plus profond d'une fissure semi-elliptique avec un petit axe $2a$ et un grand axe $2c$, M , débouchante sur la peau interne d'un cylindre soumis à une traction uniforme dans son épaisseur, est égale à (Bui 1978)

$$K_I(M) \cong 0,5(1,2\pi a)^{1/2} \sigma_\infty \left[2 + \frac{0,731e}{R(1-\nu^2)} \left(\frac{c}{a}\right)^{0,043} \left(\frac{e}{a}\right)^{0,047} \right] \quad (5-8)$$

où e est l'épaisseur du cylindre, R le rayon, σ_∞ la traction appliquée à l'extrémité du cylindre et ν le coefficient de Poisson. Pour une fissure avec un rapport $b/a = 1$ dans un tube avec $R = 127$ mm et $e = 9,23$ mm, on trouve

$$K_I(M) = 1,13\sigma_\infty \sqrt{\pi a}$$

Il s'agit de la valeur minimale de K_I en fonction de rapport b/a pour une fissure semi-elliptique. Ce calcul montre que la valeur du facteur d'intensité de contrainte pour une fissure semi-elliptique débouchante sur la peau interne d'un tube soumis à une contrainte uniforme dans l'épaisseur est un peu plus élevée que pour une fissure de bord dans une plaque

$$K_I(M) = 1,12\sigma_\infty \sqrt{\pi a}$$

D'autre part, (Zahoor 1985) a présenté une solution analytique pour calculer la valeur de K_I pour une fissure circulaire (correspondant au cas axisymétrique) débouchante sur la peau interne d'un tube soumis à une traction uniforme. Les résultats de cette solution ont été comparés sur la figure (5-12) avec des valeurs obtenues par l'équation (5-8) pour une fissure semi-elliptique avec la géométrie précédente. On constate que les valeurs du facteur

d'intensité des contraintes pour une fissure circulaire sont supérieures à celles pour la fissure 3D.

Cette figure montre qu'une analyse axisymétrique est conservatrice par rapport à une analyse 3D pour un chargement uniforme dans l'épaisseur d'un tube. L'autre paramètre à considérer est le chargement. Le modèle de plaque non-bridée néglige les contraintes dues au gradient linéaire de la température dans l'épaisseur du tube et le modèle axisymétrique prend en compte des fissures avec une topologie différente de la réalité. Ainsi, le modèle plaque sous-estime le taux de croissance des fissures et le modèle axisymétrique le surestime. On suppose que le comportement des fissures 3D peut être encadré par les modélisations 2D et axisymétrique.

Afin de déterminer la différence entre ces deux types de modélisation, une simulation de propagation d'une fissure dans l'épaisseur d'une plaque avec la même géométrie du modèle axisymétrique soumise aux mêmes chargements thermomécaniques est réalisée. L'évolution de la longueur de fissure en fonction du nombre de cycles appliqués est comparée avec celle issue d'un calcul axisymétrique sur la figure (5-13). Ces résultats montrent que la durée de vie calculée pour une plaque fissurée est 37 fois plus grande que la durée de vie calculée pour un modèle axisymétrique avec les mêmes conditions aux limites et la même géométrie. Cet écart important entre les résultats obtenus par différents modèles montre l'importance du développement d'une modélisation 3D de la propagation de fissures d'un réseau de faïençage. Une méthodologie simplifiée pour étendre la méthode utilisée pour les modélisations 2D à la simulation 3D de propagation de fissures est proposée dans la suite de ce chapitre. Actuellement, les plus grandes difficultés de mise en œuvre de cette méthodologie sont l'adaptation de la routine de remaillage aux cas des fissures 3D et la validation des calculs de paramètres de fissuration en utilisant des mailles tétraédriques.

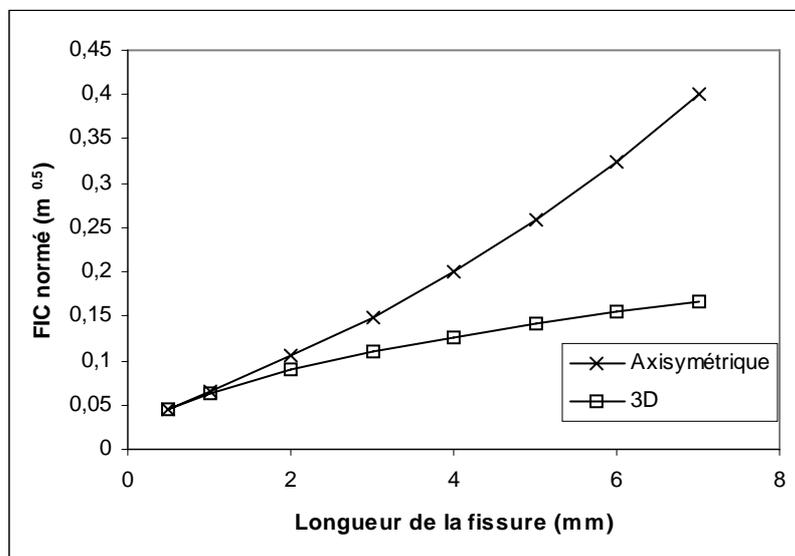


Figure 5-12 Comparaison des valeurs du facteur d'intensité des contraintes pour une fissure circulaire et une fissure semi-elliptique ($b/a = 1$).

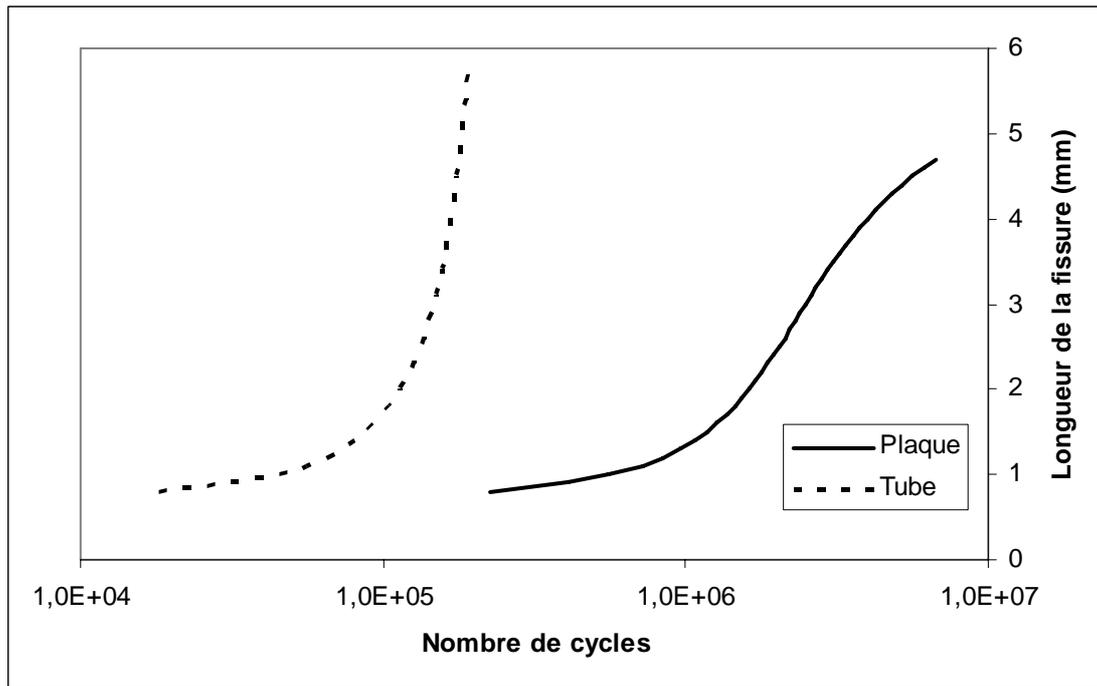


Figure 5-13 Comparaison du taux de croissance d'une fissure calculé par la modélisation plane et axisymétrique

5.5 Propagation 3D de fissures

Différents critères de début de propagation et différentes cinématiques de propagation des fissures existent dans la littérature pour le cas 3D. Dans ce paragraphe on présente un résumé des méthodes qui sont utilisées pour la modélisation de la propagation des fissures en 3D. Pour cela, on présente d'abord le calcul du taux de restitution d'énergie et du facteur d'intensité des contraintes en 3D. Ensuite, on introduit les critères d'initiation de la propagation des fissures en 3D, on étudie une loi de Paris en 3D et les différents mécanismes de propagation envisageables. Une extension de la méthode présentée au chapitre III pour des réseaux de fissures 3D est proposée au paragraphe suivant.

5.5.1 Taux de restitution d'énergie et facteur d'intensité des contraintes

Par définition, le taux de restitution d'énergie G est défini comme l'opposé de la dérivée de l'énergie potentielle par rapport au domaine Ω

$$G = - \frac{\partial W}{\partial \Omega} \quad (5-9)$$

Dans le cas d'une fissure plane, pour la création d'une nouvelle surface fissurée δS au cours de la propagation de fissure, le taux de restitution d'énergie est défini par la relation

$$G = - \lim_{\delta S \rightarrow 0} \frac{\delta W}{\delta S} \quad (5-10)$$

Pour les problèmes 3D, on doit définir la surface par des paramètres géométriques afin de définir la dérivée de l'énergie potentielle par rapport à ces paramètres (deux demi-axes d'une ellipse par exemple). En mode d'ouverture I, et pour les problèmes 2D (en déformations planes) et pour un comportement élastique des matériaux, G peut être lié au facteur d'intensité des contraintes K_I par

$$G = \frac{1-\nu^2}{E} K_I^2 \quad (5-11)$$

où E est le module d'Young et ν le coefficient de Poisson. En connaissant la valeur de G en 2D on peut trouver la valeur de K_I . De la même façon, les valeurs locales de $K_I(s)$ en 3D peuvent être calculées à partir des valeurs locales de $G(s)$, en acceptant que l'hypothèse de déformations planes est valable localement (d'Escatha et Labbens 1978).

5.5.2 Critères d'initiation de la propagation des fissures planes en 3D

La définition du critère d'initiation de la propagation (début de propagation) est un des problèmes essentiels de la modélisation de la propagation des fissures dans les structures tridimensionnelles soumises à des chargements cycliques ou statiques proportionnels ou non proportionnels. Dans le cas bidimensionnel le problème à résoudre est de trouver l'angle de bifurcation de fissure (le trajet de propagation), mais l'inconnue d'un problème 3D général est une série de vecteurs dont les composantes sont les vitesses de propagation le long du front de fissure. L'ensemble des critères proposés peut être classé en deux approches distinctes :

- les critères locaux pour lesquels le début de la propagation de chaque point du front de la fissure est indépendant de son voisinage ;
- les critères globaux pour lesquels une maximisation du taux de restitution d'énergie de toute la structure fissurée est considérée.

Billardon et al. (1986) ont considéré la propagation non-uniforme d'une fissure plane dans une structure tridimensionnelle. Des résultats expérimentaux de propagation d'une fissure débouchante dans une barre soumise à des rotations selon différents angles sont comparés avec des simulations numériques 3D. Billardon et al. (1986) ont étudié différentes extensions virtuelles de la fissure dans lesquelles une propagation locale correspond à l'extension du front de fissure sur un seul élément et une propagation globale uniforme ou non-uniforme correspond à l'extension de tout le front de fissure.

D'une part, une analyse énergétique montre qu'un critère local peut conduire à la propagation d'un seul point où le facteur d'intensité des contraintes est maximal. Il conduit à une propagation physiquement non admissible localisée autour du point où le facteur d'intensité des contraintes est maximal. On peut dire que cette approche correspond à une extension locale mais comme la propagation devient instable, il y aura des extensions en d'autres endroits jusqu'à arriver à une configuration plus régulière du front de fissure. D'autre part, leurs études expérimentales ainsi que leurs simulations numériques montrent que :

- la valeur de l'énergie dissipée correspondant à une propagation uniforme globale du front de fissure est égale à une valeur pondérée de l'énergie restituée des propagations locales ;
- en considérant des propagations physiquement admissibles, c'est une propagation non-uniforme qui maximise l'énergie dissipée ;
- le taux de propagation de chaque point du front de fissure en fatigue peut être calculé par une loi de propagation locale.

5.5.3 Propagation des fissures en utilisant le développement du front libre

Des modèles avec multiples degrés de liberté qui permettent le développement libre du front sont régulièrement utilisés dans la littérature pour prévoir l'évolution de la fissure. Une simulation de la propagation des fissures en fatigue basée sur le développement libre du front de fissure est présentée par Nykänen (1996). Dans son travail, il a considéré l'extension d'une seule fissure elliptique plane en utilisant un modèle d'évolution libre du front de la fissure et

une loi de Paris isotrope, dans le sens où les coefficients de la loi sont identiques pour tous les points du front de la fissure.

Le changement du rapport de fissure a/c (figure 5-14) est un facteur important dans l'analyse de la prévision de la durée de vie des structures fissurées en fatigue. Une grande partie de la durée de vie en fatigue d'une structure fissurée peut être utilisée pour des faibles profondeurs ($a/e < 0,1$). La vitesse de propagation dépend fortement du rapport a/c ainsi que de la profondeur maximale de fissure.

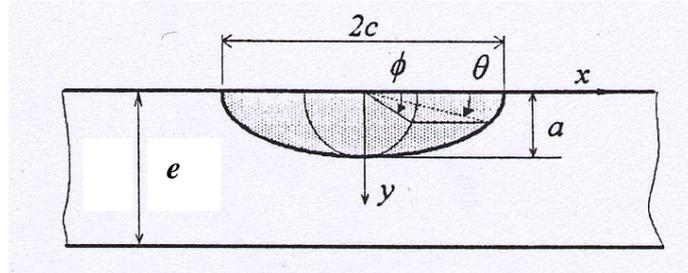


Figure 5-14 Fissure semi-elliptique surfacique (Nykänen 1996)

Estimation des facteurs d'intensité des contraintes

Nykänen (1996) a utilisé la méthode de l'extension virtuelle de fissure formulée par DeLorenzi (1985) pour calculer les facteurs d'intensité des contraintes. À la base, c'est une méthode par éléments finis qui permet de trouver la valeur du taux de restitution d'énergie en se basant sur le principe de l'extension virtuelle de fissure. Cette méthode peut être utilisée pour des matériaux élastique et élastoplastique. On peut utiliser cette méthode comme post-traitement d'un calcul par éléments finis qui utilise les contraintes et les déformations pour calculer le taux de restitution d'énergie. Le taux de restitution d'énergie est calculé comme suit (DeLorenzi 1985)

$$G = \frac{1}{A_c} \int_V \left(\sigma_{ij} \frac{\partial \Delta u_i}{\partial x_k} - W \delta_{ik} \right) \frac{\partial \Delta x_k}{\partial x_i} dv \quad (5-12)$$

où $i, j, k = 1, 2, 3$ et A_c est la surface rajoutée de fissure, σ_{ij} le tenseur des contraintes, u_i le vecteur déplacement, x_j le vecteur global des coordonnées spatiales, W la densité d'énergie de déformation et δ_{ij} le symbole de Kronecker.

Nykänen a utilisé cet outil afin de calculer la variation de K_I le long du front de fissure. Il a calculé le taux de restitution d'énergie, G , à certains nœuds comme la valeur moyenne obtenue pour deux extensions différentes d'un nœud. La première extension ne contient que le nœud situé au fond de la fissure. La deuxième contient ce nœud et les autres qui sont liés à celui-ci. La relation entre le taux de restitution d'énergie et le facteur d'intensité des contraintes est celle donnée dans l'équation (5-11). On a négligé l'existence des mode II et III par rapport au mode I et donc les valeurs de K calculées par l'équation (5-11) sont en mode I.

Simulation de la propagation plane de fissure

La loi de Paris est supposée valable localement sur tous les points du front de fissure. Pour chaque point repéré par l'angle paramétrique ϕ (figure 5-15) l'avancée incrémentale du front peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\Delta l(\phi) = C [\Delta K_I(\phi)]^m \Delta N \quad (5-13)$$

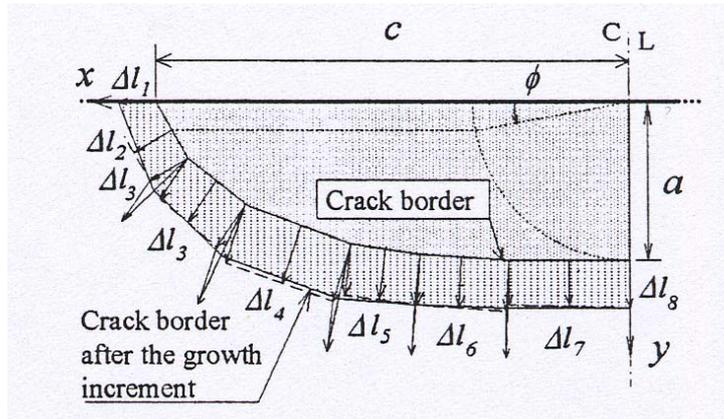


Figure 5-15 Propagation schématique de fissure (Nykänen 1996)

où ΔN est le nombre de cycles pendant l'incrément de propagation. La procédure de calcul est la suivante. Comme le front est modélisé avec des segments rectilignes, la direction de propagation à l'intersection de segments voisins n'est pas définie. La propagation est modélisée comme suit.

D'abord les valeurs des facteurs d'intensité des contraintes sont calculées au milieu de chaque segment du fond et ensuite les incréments de propagation sont obtenus en utilisant l'équation (5-13). Les incréments sont considérés comme les valeurs des vecteurs déplacement de chaque ligne perpendiculairement à celle-ci. Les valeurs de propagation aux intersections de deux segments voisins sont calculées comme les moyennes des propagations de chacun. Au niveau de la surface libre, l'incrément est calculé en utilisant le facteur d'intensité des contraintes à la surface et la propagation suit la direction de la surface. La nouvelle configuration propagée du front de fissure est définie par les vecteurs incréments aux intersections des segments (figure 5-15).

L'exactitude du calcul dépend du nombre de segments choisi pour modéliser le front curviligne de fissure. La réponse exacte s'obtient en considérant un nombre infini de segments. Si l'on utilise très peu de segments pour modéliser le front, on risque de sous-estimer l'incrément de propagation. L'incrément global de propagation doit être suffisamment petit pour supprimer des oscillations de réponse.

L'autre question importante à répondre est le choix du coefficient de propagation, C_c , pour la loi de Paris. Des observations expérimentales (Raju et Newman 1979) montrent que le champ des contraintes change au voisinage de la surface libre. En pratique, on peut supposer le coefficient C_c comme

$$C_c = 0,9^m C_a \quad (5-14)$$

où C_a est le coefficient de propagation pour le point à la profondeur maximale et C_c est le coefficient de propagation à l'intersection de la fissure avec la surface libre. L'utilisation de l'équation (5-14) est équivalente à une réduction de 10% de la valeur du facteur d'intensité des contraintes au niveau de la surface libre.

L'effet de changement de l'état des contraintes au niveau de la surface libre est également étudié avec la méthode de développement libre du front. Nykänen (1996) conclut que cet effet est assez limité. En pratique les facteurs d'intensité des contraintes se réduisent à cause des conditions de surface libre seulement pour des valeurs de θ entre zéro et trois degrés, où θ est la position angulaire de chaque point du front de fissure (figure 5-14).

Enfin le cas d'une fissure située au voisinage d'une soudure est étudié. L'évolution prévue de la fissure en traction est montrée sur la figure (5-16). Cette figure montre que, malgré

l'utilisation d'un développement libre du front, la fissure a gardé sa forme semi-elliptique initiale.

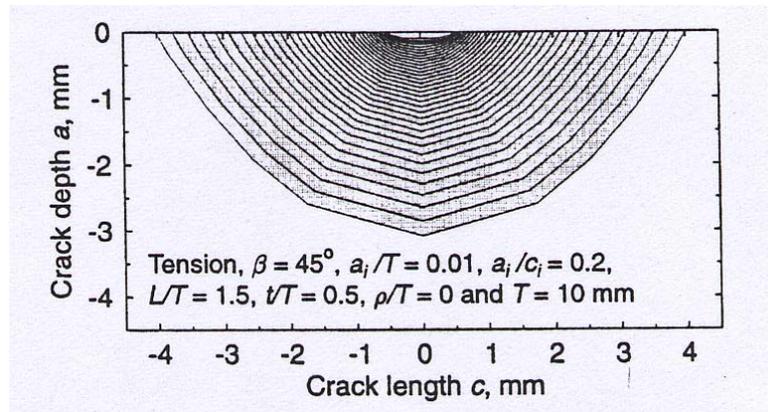


Figure 5-16 L'évolution prévue de la fissure à côté d'une soudure (Nykänen 1996)

Il faut noter que des techniques de déformation de maillage ont aussi été utilisées pour modéliser le développement libre du front d'une fissure 3D. Jung (1997) a développé une technique de déformation géométrique du maillage tridimensionnel. Ce modèle a servi pour l'étude de l'effet de la contrainte résiduelle et le chargement à amplitude variable sur la propagation des fissures 3D. Cependant cette technique ne permet pas de modification de la topologie du maillage au cours de la propagation, ce qui limite le champ d'applications du modèle, notamment si une fissure initialement débouchante, devient traversante au cours de la propagation. Dans ce cas, il sera nécessaire de remailler complètement la structure.

5.5.4 La loi de propagation en fonction de G

La loi de Paris est une loi empirique qui prévoit la propagation des fissures dans une structure sollicitée en fatigue avec l'hypothèse 2D. Pour traiter le problème tridimensionnel, il est plus simple d'écrire la loi de Paris en fonction du taux de restitution d'énergie, G. La forme la plus simple et la plus connue de la loi de Paris est la suivante

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n \quad (5-15)$$

où K est le facteur d'intensité des contraintes, a la longueur de la fissure, N le nombre de cycles, $\Delta K = K_{max} - K_{min}$, C et n sont des constantes dépendantes du matériau, de la température et de l'environnement. Si l'on considère $R = \frac{K_{min}}{K_{max}}$ on obtient : $\frac{da}{dN} = C(1 - R)^n K_{max}^n$.

En mode d'ouverture I et en déformations planes, l'équation (5-3) donne une relation entre le taux de restitution d'énergie et le facteur d'intensité des contraintes. On peut alors exprimer la loi de Paris en fonction de G. On pose

$$\begin{aligned} m &= n / 2 \\ C' &= C \left(\frac{E}{1 - \nu^2} \right)^m \\ Q &= (1 - R)^2 G_{max} \end{aligned} \quad (5-16)$$

La loi de Paris prend alors la forme

$$\frac{da}{dN} = C' Q^m \quad (5-17)$$

où Q apparaît comme une valeur efficace de G, qui varie entre G_{\min} et G_{\max} au cours d'un cycle.

5.5.5 Propagation de fissures tridimensionnelles décrite par deux paramètres

Si la fissure initiale a une forme elliptique, on peut envisager une propagation homothétique, dans laquelle la fissure garde sa forme elliptique, ou une propagation libre du front de fissure. De toute façon, la propagation doit être définie par un nombre restreint de paramètres géométriques pour être utilisée en pratique. Si l'on suppose que la fissure garde sa forme elliptique, on peut définir l'évolution du front de la fissure en fonction de ses deux axes. Le mécanisme de propagation peut se définir avec les hypothèses suivantes :

- la fissure se propage sous forme d'une demi-ellipse dont les demi-axes sont a et c ;
- la propagation est donc définie par deux paramètres géométriques a et c .

Si l'on veut suivre l'évolution de la fissure de façon globale en appliquant la loi de Paris aux paramètres considérés du problème, il est nécessaire de définir des "taux de restitution d'énergie moyens" qui font intervenir explicitement les dimensions de la fissure. Pour ceci, Wadier (1981) propose la méthode qui suit. L'énergie potentielle du système ne peut pas être considérée de manière générale comme une fonction de l'aire A de la fissure (en effet à une aire A donnée correspond une infinité de formes de fissures différentes). Cependant, si l'on a deux paramètres (a et c), on peut en fixer un, par exemple c et on a alors l'énergie fonction de

l'aire A pour c fixé : $W = W(A)|_c$ ce qui permet de définir $\frac{\partial W}{\partial A}|_c$ et de la même manière on définit : $\frac{\partial W}{\partial A}|_a$. On peut ainsi définir les taux de restitution d'énergie associés aux paramètres a et c

$$G_a = -\frac{\partial W}{\partial A}|_b \quad (5-18)$$

$$G_c = -\frac{\partial W}{\partial A}|_a \quad (5-19)$$

De plus, comme on peut écrire l'aire en fonction de deux paramètres géométriques pour une fissure elliptique

$$A = \pi(a*c) \quad (5-20)$$

on en déduit

$$G_a = \frac{1}{\pi c} \frac{\partial W}{\partial a} \quad G_c = \frac{1}{\pi a} \frac{\partial W}{\partial c} \quad (5-21)$$

La loi de Paris appliquée à chaque paramètre a et c donne

$$\frac{da}{dN} = C_a G_a^{m_a} \quad \frac{dc}{dN} = C_c G_c^{m_c} \quad (5-22)$$

où C_a et m_a sont des constantes dépendantes du matériau et du milieu environnant, de même pour C_c et m_c . On a supposé que la vitesse de propagation (da/dN) ne dépend que de G_a et de même pour G_c . Les coefficients des lois de propagation doivent être déterminés par des essais 3D de fissuration par fatigue. Les valeurs de ces coefficients peuvent être calculées par des

relations (5-16). De par l'absence de résultats 3D, on peut prendre la même loi pour les deux demi-axes. Une réduction de valeur de C_c par rapport à C_a (équation 5-14) peut être considérée pour prendre en compte le changement du champ de contrainte au voisinage de la surface libre (Raju et Newman 1979).

5.6 Une méthodologie de simulation de la propagation dans des réseaux 3D

Deux aspects importants de l'analyse tridimensionnelle de la propagation dans des réseaux de fissures sont le remaillage automatique et la géométrie de propagation. Différentes méthodes existent dans la littérature pour traiter chacun de ces aspects dont certains ont été présentés dans les paragraphes précédents. Le choix d'une méthode doit se faire en considérant les difficultés et les problématiques théoriques ou pratiques de chacune pour être mise en œuvre dans un code de calcul industriel comme celui d'EDF (*Code_Aster*®). On se limite à l'étude de la propagation homothétique des fissures semi-elliptiques. Pour éviter tous les problèmes potentiels des méthodes basées sur des critères de propagation locaux, on choisit de décrire la propagation des fissures en utilisant deux paramètres géométriques, les deux demi-axes d'ellipse, comme au paragraphe 5.6.5. Sur le plan du développement numérique, ces hypothèses facilitent considérablement la mise au point d'un outil de remaillage automatique. D'autre part le fait de décrire la propagation de chaque fissure avec un nombre limité de paramètres géométriques nous permet d'utiliser une stratégie de propagation pour déterminer l'interaction des fissures d'un réseau.

5.6.1 Maillage par éléments finis d'un réseau de fissures 3D

D'un point de vue pratique, la mise au point d'un maillage par éléments finis d'une structure 3D contenant un réseau de fissures en respectant toutes les concentrations nécessaires pour le calcul des paramètres de fissuration est la première difficulté à surmonter. Une solution très efficace est d'utiliser des patchs de maillages de fissure séparés et de les superposer sur le maillage de la structure saine. La méthode Arlequin actuellement disponible dans le *Code_Aster*® (Rateau 2003) peut être utilisée pour la réalisation de cette méthode. Dans ce cas, le remaillage est limité aux patchs de fissures. En utilisant des maillages paramétrés avec les deux axes de fissures semi-elliptiques, le remaillage peut se faire automatiquement après chaque pas de propagation avec la routine développé pour des maillages bidimensionnels.

5.6.2 Stratégie de propagation dans un réseau 3D de fissures

En décrivant la propagation de chaque fissure 3D avec deux paramètres géométriques, on peut étendre la stratégie de propagation dans des réseaux bidimensionnels aux cas tridimensionnels. Il suffira de considérer l'évolution de chaque demi-axe de fissures semi-elliptiques comme l'évolution de la longueur d'une fissure.

Cette méthodologie analyse la propagation des fissures dans l'épaisseur ainsi que sur la surface interne des tubes. Vu la nature du problème de faïençage thermique (fatigue à grand nombre de cycles) on pilote la simulation de propagation par des incréments sur les longueurs des paramètres géométriques de fissures et non sur le nombre des cycles appliqués. La stratégie considérée consiste à imposer une propagation choisie Δl à toutes les fissures (aux deux demi-axes de chaque fissure) et de trouver le nombre de cycles associés à cette propagation pour chaque fissure. En résumé, on peut diviser le calcul en différentes étapes :

Étape 1 : le maillage d'origine consiste en deux parties principales ; le maillage de la structure saine et les patchs de maillage de fissure. Chaque patch contient une fissure 3D maillée en considérant des concentrations nécessaires autour du front de fissure pour calculer des

paramètres de fissuration. La géométrie des fissures dans ces maillages est définie par deux paramètres géométrique a et c . Les champs de contraintes et de déformations sont déterminés dans toute la structure. Ensuite on calcule les valeurs de G_a et G_c pour toutes les fissures. Le taux d'évolution de chaque axe de fissures est calculé en utilisation une loi de propagation définie par l'équation (5-22). La loi de propagation utilisée peut être modifiée de telle façon qu'elle prenne en compte l'effet du rapport de charge ainsi que le seuil de non propagation. Les vitesses de propagation de chaque paramètre géométrique ($\Delta a/\Delta N$ et $\Delta c/\Delta N$) sont calculées pour toutes les fissures susceptibles de se propager dans cette étape.

Étape 2 : on cherche à déterminer le paramètre géométrique L qui se propage d'un incrément Δl fixe. Pour cela, le nombre de cycles nécessaires N_i pour chaque demi-axe de fissure pour qu'il puisse se propager d'une longueur initiale l_i à $l_i + \Delta l$ est calculé en prenant en compte les vitesses de propagation obtenues lors de l'étape précédente. Le demi-axe qui nécessite le plus petit nombre de cycles pour une propagation Δl est nommé L et le nombre de cycles nécessaires est appelé $N_{\text{étape}}$.

Étape 3 : l'incrément de propagation Δl_i correspondant à ce nombre de cycles ($N_{\text{étape}}$) est calculé pour tous les autres demi-axes de fissure. Le calcul se fait en multipliant la vitesse de propagation par le nombre de cycles appliqués $N_{\text{étape}}$.

Étape 4 : on impose les propagations trouvées (Δl_i) à toutes les fissures. En considérant les nouvelles positions des fissures, un remaillage automatique s'effectue sur des maillages de fissure et on recommence le calcul à partir de l'étape 1.

Cette stratégie nous permet d'étendre directement les développements 2D (chapitre IV) aux cas 3D avec un minimum de développement numérique supplémentaire.

5.7 Bilan du chapitre V

Des simulations de propagation de réseaux de fissures ont été effectuées pour étudier et clarifier différents aspects. L'outil numérique présenté au chapitre IV nous a permis de réaliser des essais numériques en considérant des paramètres et des conditions différentes de chargements, de géométrie et de modélisation. L'ensemble de ces essais numériques nous aide à mieux comprendre le rôle de chaque paramètre sur la propagation ou l'arrêt du réseau. Le premier aspect étudié est l'effet d'écran et l'interaction entre des fissures d'un réseau. Les résultats montrent que l'effet d'écran entre les fissures est non négligeable. L'étude de quatre cas différents choisis par un tirage aléatoire montre un gain de durée de vie au minimum de 8% par rapport au cas d'une fissure isolée qui subit les mêmes conditions. Ce gain de durée de vie peut atteindre 80%. Ceci prouve que l'étude de la propagation d'un réseau de faïençage ne peut pas être réduite à celle d'une fissure isolée notamment parce que, pour aucune configuration étudiée, la fissure dominante de réseau se propage avec le taux de croissance d'une fissure isolée équivalente.

D'autre part, les calculs de rapport de charge pour les fissures se propageant en fatigue thermomécanique présentent une particularité qui les distingue des cas courants de fatigue et l'évolution de la valeur de ce rapport en fonction de longueur de la fissure est significative. Cette variation de valeur de R au cours de la propagation prouve l'importance de l'utilisation d'une loi de propagation qui prend en compte l'effet du rapport de charge sur le taux de croissance de fissures. De plus, ce phénomène peut jouer un rôle ralentissant sur la croissance des fissures.

La fréquence du chargement thermique joue un rôle très important sur la propagation de ces réseaux et les valeurs les plus sévères pour la propagation sont celles autour de 0.1 Hz. De ce point de vue, le comportement d'un réseau de fissures est voisin de celui d'une fissure isolée (chapitre III).

La sensibilité des résultats obtenus au coefficient d'échange thermique entre fluide et solide montre qu'une détermination fine de ce coefficient est indispensable afin d'évaluer la durée de vie des composants fissurés en fatigue thermomécanique.

La comparaison des modélisations axisymétrique et plane montre un important écart de durée de vie calculée. On suppose que le taux de propagation des fissures 3D peut être encadré par ces deux types de modélisation, mais la différence importante des résultats obtenus montre l'importance de modélisations tridimensionnelles. C'est pourquoi une méthodologie simplifiée pour étendre la méthode utilisée pour les modélisations 2D à la simulation 3D de propagation de fissures est proposée. Actuellement, les plus importantes difficultés pour la mise en œuvre de cette méthodologie sont l'adaptation de la routine de remaillage aux cas de fissures 3D et la validation des calculs de paramètres de fissuration en utilisant des mailles tétraédriques.

L'étude de l'effet du choc thermique montre que l'influence de ce chargement reste limitée à la taille de la zone de variation de température (zone du choc) et qu'il n'y a pas d'interaction entre les sites potentiels d'amorçage activés par le choc et ceux qui se trouvent à l'extérieur de la zone de choc. Ces résultats montrent qu'une analyse élastique prévoit une germination instantanée de réseaux de faïençage. L'hypothèse de germination continue n'est vérifiable qu'en faisant des analyses élastoplastiques prenant en compte la (micro)déformation plastique cyclique cumulée.

Pour les cas étudiés, la prise en compte d'un seuil de non propagation affecte de manière non négligeable les durées de vie calculées. Ces résultats montrent l'importance de ce paramètre pour analyser la durée de vie résiduelle des composants soumis aux autres fréquences de chargement thermique.

En résumé, malgré ses limites, l'outil de simulation numérique est un moyen efficace pour étudier différents aspects des problèmes de fissuration en fatigue à grand nombre de cycles. Cependant, l'application de cette modélisation est restreinte à l'étude de réseaux de fissures prédéfinis en élasticité linéaire avec prise en compte de l'effet de la plasticité confinée. Cela nous a amenés à introduire une méthode probabiliste afin de modéliser la formation, la propagation et la coalescence des fissures en fatigue à grand nombre de cycles ainsi que d'étudier l'effet de l'hétérogénéité du matériau sur la formation des réseaux de fissures et la rupture ou la survie des structures fissurées. Ce modèle nous aidera aussi à étudier l'effet de la (micro)plasticité cyclique et la germination continue des fissures. La présentation de ce modèle est le sujet du chapitre suivant.

5.8 Bibliographies du chapitre V

- Billardon, R., C. Adam et J. Lemaitre (1986). "Study of the non-uniform growth of a plane crack in a three-dimensional body subjected to non-proportional loadings." *Int. J. Solids Struct.* 27(7): 677-692.
- Bui, H. D. (1978). *Mécanique de la rupture fragile*. Paris (France), Masson.
- Bui, H. D. (1981). *Choc thermique sur le tube G. V. Rapport interne, Laboratoire de Mécanique et des Solides, Ecole Polytechnique*.
- DeLorenzi, H. G. (1985). "Energy release rate calculation by the finite element method." *Eng. Fract. Mech.* 21: 129-143.
- d'Escatha, Y. et R. Labbens (1978). "Remarques sur deux critères de rupture fragile pour les problèmes tri-dimensionnelles en mode I." *J. Méc. Appliquée* 2: 541-552.

- Fissolo, A., V. Maillot, C. Robertson, G. Degallaix, S. Degallaix et B. Marini (2002). Prediction of crack initiation and growth under thermal fatigue. FATIGUE 2002, Stockholm, Suède, EMAS: 1673-1681.
- Jung, O. (1997). Influence du grenailage sur la propagation des fissures. Thèse de doctorat, Université de Poitiers.
- Le Roux, J. C. et M. Akamatsu (2002). Influences des paramètres sur les vitesses de propagation de fissure en fatigue d'aciers inoxydables austénitiques n° HT-26/2002/27 Electricité de France R&D, HT-26/2002/27.
- Molinie, E., N. Monteil, S. Delatouche, S. Roux, N. Robert et C. Pages (2002). Caractérisation des tronçons RRA (Circuit de Réfrigération du Réacteur à l'Arrêt) 900-1300 MWe déposés : Synthèse des enseignement acquis. Fontevraud 5, France, SFEN: 883-895.
- Nykänen, T. J. (1996). "Fatigue crack growth simulation based on free front shape development." *Fat. Fract. Engng. Mat. Struct.* 19(No. 1): 99-109.
- Raju, I. S. et J. C. Newman (1979). "Stress intensity factors for a wide range of semi-elliptical surface cracks in finite-thickness plates." *Eng. Fract. Mech.* 11: 817-829.
- Rateau, G. (2003). Méthode Arlequin pour les problèmes mécaniques multi-échelles, Thèse de l'Ecole Centrale Paris.
- Seyedi, M., S. Taheri et F. Hild (2003). Etude paramétrique de la propagation et de l'effet d'écran et dans un réseau du faïençage thermique. 16e Congrès Français de Mécanique, Nice, France
- Taheri, S. (2003). Analyse hors singularité géométrique des effets des préchargements dus au soudage et aux traitements de surface sur la fatigue thermique des RRA. Rapport interne, EDF R&D.
- Wadier, Y. (1981). Calcul tridimensionnel de propagation de fissures en fatigue par la méthode des éléments finis. Note interne EDF-R&D, HI 3798/02.
- Zahoor, A. (1985). "Closed form expression for fracture analysis of cracked pipes." *Journal of Pressure Vessel Technology* 107: 203-205.

CHAPITRE VI

Formation et propagation dans un réseau de fissures ; une approche probabiliste

Lors des deux chapitres précédents un modèle par éléments finis basé sur la mécanique de la rupture linéaire pour estimer la durée de vie d'une structure fissurée a été présenté. Ce modèle nous a servi pour faire une série de calculs paramétriques qui clarifie le rôle de différents paramètres sur la durée de vie des installations soumises à des chargements thermomécaniques périodiques. Ce modèle peut aussi être utilisé pour analyser la durée de vie résiduelle pour un tube où des fissures ont été observées lors d'un contrôle non-destructif. Autrement dit, ce modèle peut être utilisé soit comme un outil de compréhension (en faisant des séries de calculs paramétriques et avoir des réponses statistiques) soit comme un outil d'analyse pour des cas d'étude précis avec des géométries de réseaux de fissures données.

Pour analyser le problème de formation des réseaux de fissures ou l'estimation de durée de vie de structures sans supposer l'existence d'un réseau de fissures prédéfini, on aura besoin d'autres moyens de calcul. Des méthodes probabilistes peuvent mettre à notre disposition des outils complémentaires pour analyser le problème de la fissuration multiple en fatigue à grand nombre de cycles. Ce chapitre est consacré à la présentation d'un modèle probabiliste de formation et de propagation de réseaux de fissures en FGNC. En utilisant cette approche, on peut caractériser l'état de la structure en se basant sur des résultats expérimentaux et des caractéristiques de chargement.

6.1 Modélisation du mécanisme d'amorçage des fissures

A l'endurance, un modèle de Weibull à deux paramètres a été utilisé pour représenter des résultats expérimentaux (Chantier et al. 2000), comme montré précédemment (chapitre II)

$$P_F = 1 - \exp[-Z_{eff} \lambda_t(\sigma_F)] \quad (6-1)$$

avec

$$\lambda_t(\sigma_F) = \lambda_0 \left(\frac{\sigma_F}{\sigma_0} \right)^m \quad (6-2)$$

où P_F est la probabilité de rupture, λ_t la densité de défauts, m le module de Weibull, σ_0 un paramètre scalaire correspondant à une densité de référence λ_0 et Z_{eff} le volume, la surface ou la longueur effectifs. Dans ce modèle, la limite d'endurance σ_F est égale à la valeur maximale d'une contrainte équivalente (e.g., la contrainte principale maximale) dans le domaine considéré. La constante σ_0^m / λ_0 est le paramètre d'échelle du modèle de Weibull.

Le développement présenté dans la suite est valable pour toutes les dimensions d'espace n (i.e. 1, 2 ou 3). Dans le cas contraire, nous préciserons la dimension pour laquelle les résultats sont valables. L'équation (6-1) fait intervenir un processus point poissonien pour définir l'intensité initiale des défauts λ_t (Gulino et Phoenix 1991 ; Jeulin 1991). La microstructure du matériau est définie par des défauts ponctuels avec une intensité λ_t .

Au chapitre II nous avons vu qu'en écrivant un processus point poissonien (équations 2-12 ou 6-2), la probabilité P de trouver $N = n$ défauts cassés dans un domaine Ω de volume V soumis à un chargement uniforme suit une loi de Poisson

$$P(N = n) = \frac{[\lambda_t(\sigma_F)V]^n}{n!} \exp[-\lambda_t(\sigma_F)V] \quad (6-3)$$

En faisant l'hypothèse du maillon le plus faible, l'existence d'au moins un défaut critique dans un domaine induit la rupture de celui-ci. La probabilité de rupture P_F est donc égale à la

probabilité de trouver au moins un défaut critique dans un domaine Ω de volume V (Hild 2001)

$$P_F = P(N \geq 1) = 1 - P(N = 0) = 1 - \exp\left[-\frac{V}{V_0} \left(\frac{\sigma_F}{\sigma_0}\right)^m\right] \quad (6-4)$$

L'équation (6-4) est identique aux équations (2-8) et (2-9) pour un domaine Ω soumis au chargement uniforme ceci nous amène à un modèle de Weibull. Notons que dans le cadre de cette formulation, les sites potentiels de rupture sont considérés comme des points avec une répartition aléatoire.

Parmi tous ces défauts, qui sont les sites potentiels d'amorçage de fissure, seule une fraction va donner naissance à des fissures. Quand la valeur du facteur d'intensité des contraintes pour un défaut (une fissure) dépasse la valeur de seuil de non propagation, équation (2-4), la fissure commence à se propager suivant la loi de propagation, équation (2-5). Quand une fissure est initiée en mode I, la présence de cette fissure modifie le champ de contrainte locale au voisinage de la fissure. On peut distinguer deux zones différentes. La zone d'amplification de contraintes en pointe de la fissure et la zone de relaxation de contraintes autour des lèvres de la fissure. La figure 6-1 représente les zones d'augmentation et de relaxation de contrainte au voisinage d'une fissure centrale dans une plaque soumise à un chargement de 200 MPa appliqué sur le bord supérieur de la demi-plaque. Pour expliquer l'amorçage d'une fissure, il faut modéliser l'interaction des zones (i.e., le volume, la surface ou la longueur) affectées par la diminution de contrainte et les autres défauts qui peuvent créer des fissures. Le comportement d'un défaut au voisinage d'une fissure déjà amorcée vérifie une des deux conditions suivantes :

- le défaut est assez loin de la fissure amorcée et notamment assez loin des zones de relaxation de contraintes. Dans ce cas, le champ de contrainte microscopique n'est pas influencé par la fissure ;
- le défaut se trouve dans la zone de relaxation de contrainte et la contrainte microscopique est inférieure à la contrainte macroscopique appliquée. Dans ce cas, ce défaut ne peut pas donner naissance à une nouvelle fissure.

Afin d'expliquer la formation du réseau de fissures, on suppose que toutes les fissures s'amorcent pendant le premier quart de cycle du chargement. Dans ce cas, le nombre de cycles n'influence pas le nombre de fissures de réseau et c'est la taille des fissures amorcées qui dépend du nombre de cycles. L'autre hypothèse envisageable est celle de germination continue de fissures au cours du chargement. Le traitement de ce deuxième cas sera présenté ultérieurement. La nature du chargement thermique responsable du faïençage thermique des circuits RRA est telle que les directions des contraintes principales σ_I , σ_{II} et σ_{III} ne varient pas. Dans ce cas, l'amorçage des fissures peut être représenté sur un diagramme espace-niveau de contrainte (figure 6-2). La position spatiale des défauts est représentée par l'axe des abscisses, au lieu d'une présentation tri-, bi- ou uni-dimensionnelle, d'un diagramme x-y dont l'axe y représente la contrainte d'amorçage pour chaque défaut. Un premier amorçage aura lieu pour un niveau de contrainte σ_1 à la position spatiale M_1 . Cette fissure crée une zone de relaxation de contrainte ou une « zone d'occultation » $Z_0(\sigma_1)$. Pour un niveau de contrainte $\sigma_2 > \sigma_1$ une deuxième fissure peut être créée dans une zone non affectée M_2 et elle produit sa propre zone d'occultation. Les troisième et quatrième défauts ne donneront naissance à aucune fissure car ces sites sont écrantés par les deux fissures déjà amorcées. Il faut noter qu'une zone d'occultation peut avoir des parties communes avec d'autres zones. La valeur des contraintes dans ces zones de chevauchement ne peut pas dépasser le niveau de contrainte d'amorçage le plus élevé des fissures déjà initiées.

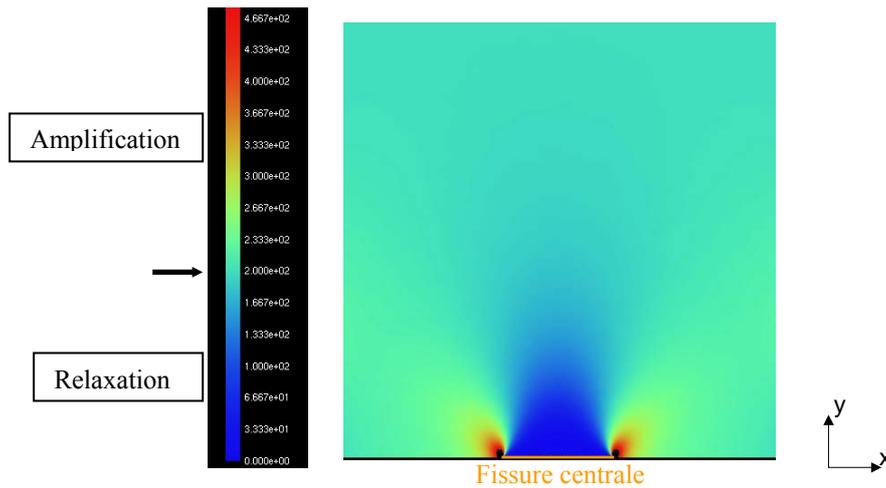


Figure 6-1 Les zones de relaxation (bleu) et d'amplification (rouge) de contrainte normale (σ_{yy}) au voisinage d'une fissure ($\sigma_{y\infty} = 200$ MPa)

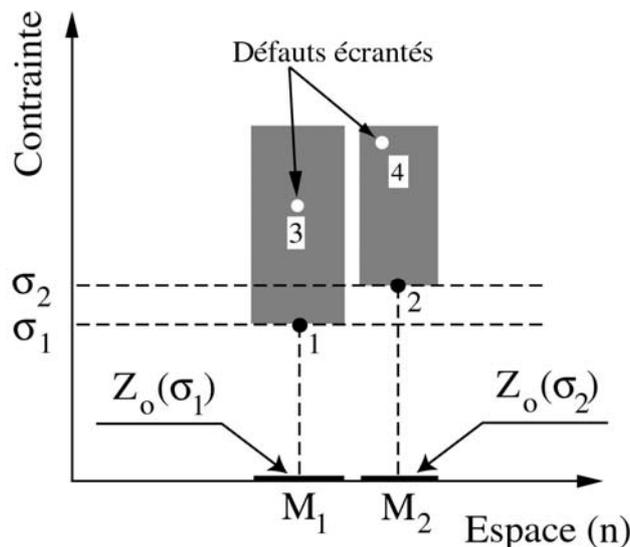


Figure 6-2 L'amorçage des fissures et le phénomène d'occultation (Seyedi et Hild 2003)

Le diagramme espace-contrainte est composé de l'union des zones d'occultation où aucun défaut ne peut initier de fissure et des zones complémentaires où chaque défaut peut créer une fissure. Comme ces zones d'occultation peuvent se chevaucher, c'est-à-dire qu'un défaut peut être écarté par plusieurs fissures, il est préférable de définir la condition de non-occultation pour un défaut donné par étude du problème inverse. Il s'agit de considérer l'histoire d'un défaut qui peut initier une fissure à un niveau de contrainte σ . Cette condition de non-occultation peut être définie comme suit : un défaut initie une fissure si et seulement si aucune fissure ne se trouve dans son *horizon*. L'horizon d'un défaut donné D est défini comme une zone du diagramme espace-contrainte dans laquelle une fissure écarte le défaut D (la partie claire de la figure 6-3). En dehors de l'horizon (la partie grise de la figure 6-3), aucune fissure ne peut écarter le défaut D (Denoual et al. 1997). La distribution des défauts peut donc être séparée en deux parties et la densité moyenne des fissures initiées s'écrit

$$\lambda_f(\sigma) = \lambda_t(\sigma) - \lambda_{ocr}(\sigma) \quad (6-5)$$

où $Z\lambda_f(\sigma)$ est le nombre moyen des défaut qui peuvent initier des fissures dans une zone de mesure Z (un volume ($n = 3$), une surface ($n = 2$) ou une longueur ($n = 1$)) pour une contrainte principale inférieure ou égale à σ . Les indices désignent la densité de fissuration (f), la densité des défauts écrantés (*ecr*) et la densité totale de défauts (t).

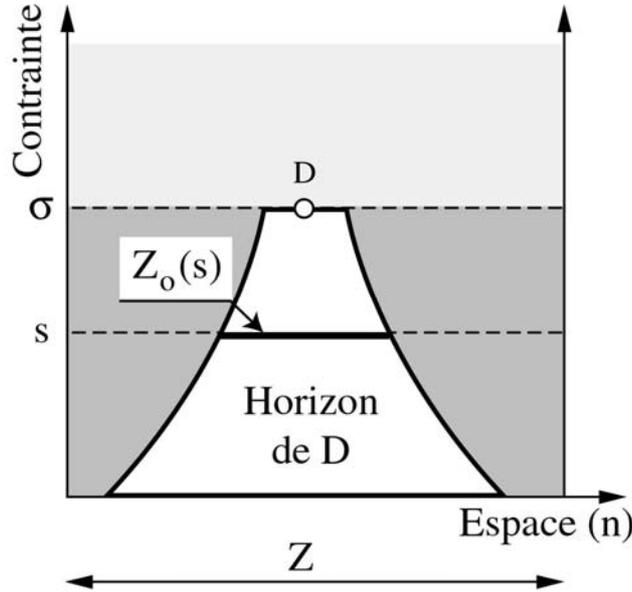


Figure 6-3 Horizon d'un défaut D (Seyedi et Hild 2003)

6.2 Probabilité d'occultation

La distribution totale des défauts a été modélisée par un processus points poissonnien d'intensité λ_t . Deux conditions doivent être satisfaites pour l'amorçage de nouvelles fissures. Il faut qu'un défaut se trouve dans la zone étudiée et qu'aucune fissure n'existe dans son horizon. L'incrément de densité des fissures initiées s'écrit

$$\frac{d\lambda_f}{d\sigma}(\sigma) = \frac{d\lambda_t}{d\sigma}(\sigma)[1 - P_0(\sigma)] \quad (6-6)$$

Dans cette expression $\lambda_f(0) = 0$ et $1 - P_0$ est la probabilité pour qu'aucune fissure n'existe dans l'horizon. La quantité $1 - P_0$ peut être divisée en une infinité d'événements définis par la probabilité de trouver un défaut dans la zone d'occultation $Z_0(\sigma)$ pour un niveau de contrainte σ pendant un incrément de contrainte $d\sigma$. Cet incrément de probabilité peut être décrit par un processus points poissonnien de densité $d\lambda_t / d\sigma$. Ces événements indépendants peuvent être utilisés pour calculer P_0 , la probabilité d'occultation. Cette probabilité est écrite comme le produit de probabilités élémentaires $\Delta p(s)$

$$1 - P_0(\sigma) = \prod_{s=0}^{\sigma} \Delta p(s) \quad (6-7)$$

avec $\Delta p(s)$ la probabilité qu'il n'y ait pas de nouvelles fissures pendant un incrément de contrainte ds dans une zone $Z_0(s)$. L'amorçage de nouvelles fissures pendant un incrément ds suit également un processus points poissonnien d'intensité $\frac{d\lambda_t}{ds}(s)ds$

$$\Delta p(s) = \exp\left[-\frac{d\lambda_t}{ds}(s)dsZ_0(s)\right] \quad (6-8)$$

La probabilité $P_0(\sigma)$ devient alors

$$1 - P_0(\sigma) = \exp\left[-\sum_0^\sigma \frac{d\lambda_t}{ds}(s)dsZ_0(s)\right] \quad (6-9)$$

soit encore de manière continue

$$P_0(\sigma) = 1 - \exp\left[-\int_0^\sigma \frac{d\lambda_t}{ds}(s)Z_0(s)ds\right] \quad (6-10)$$

où $Z_0(s)$ est la mesure de zone d'occultation quand le niveau de contrainte est égale à s . Au début du chargement, il y a peu d'interaction entre les fissures créées et donc $\lambda_f(\sigma) \approx \lambda_t(\sigma)$ mais au fur et à mesure que plus de fissure s'amorcent, l'interaction entre les fissures devient de plus en plus importante et donc $\lambda_f(\sigma) \ll \lambda_t(\sigma)$. Cette différence peut conduire à une saturation de la fissuration. La densité de fissures atteint une valeur maximale finie quand $\sigma \rightarrow \infty$ même si la densité totale tend vers l'infini.

Dans cette approche, la zone d'occultation est la quantité clé pour décrire la formation d'un réseau de fissures. Dans la suite, une approximation est faite pour définir cette zone. On considère dans un premier temps que cette zone est proportionnelle à la taille de la fissure a_{th} quand elle commence à se propager

$$Z_0(s) \propto a_{th}(s)^n \quad (6-11)$$

où a_{th} est proportionnel à s^{-2} ($Ys\sqrt{a_{th}}g(R) = K_{th}$). Pour un niveau de contrainte donné s , la distance minimale entre deux fissures initiées au même niveau de contrainte est égale à leur taille a . Si toutes les fissures se forment au même niveau de contrainte, à la saturation, la distance maximale entre les fissures est égale $2a$. Le problème a été résolu par Widom (1966) pour une situation unidimensionnelle dans laquelle des barres impénétrables de longueur identique a sont placées le long d'une ligne. Dans ce cas ($n = 1$), la distance moyenne est égale à $1,334a$. Par conséquent, la zone d'occultation est supposée être égale à

$$Z_0(s) = S[ka(s)]^n \quad (6-12)$$

où k est une constante indépendante du module de Weibull m et S est un facteur de forme et n la dimension de l'espace. Quand $n = 1$, $S = 2$ et la valeur de k est égale à $1,334$. Pour $n = 2$, $S = \pi$ et la valeur de k est égale à $1,428$. Pour $n = 3$, $S = 4\pi/3$ (Quintanilla et Torquato 1997).

L'analyse des champs de contraintes au voisinage d'une fissure peut nous aider à mieux caractériser l'évolution de Z_0 au cours d'un cycle du chargement. Pour étudier l'évolution des zones de relaxation de contraintes autour des fissures au cours d'un cycle du chargement, on reprend la plaque fissurée du paragraphe 6.1 (figure 6-1). On applique un chargement cyclique qui varie entre -100 MPa et 100 MPa sur le bord supérieur de plaque. La figure 6-4 montre l'évolution de la zone de relaxation de contrainte (zone d'occultation) pour cinq niveaux de chargement au cours du premier quart d'un cycle. Ces zones ne présentent pas une

évolution significative au cours du cycle c'est-à-dire qu'on peut considérer que la forme d'horizon ne varie pas au cours d'un cycle de chargement. En considérant l'équation (6-12) pour les zones d'occultation, la probabilité d'occultation s'écrit

$$P_0(\sigma) = 1 - \exp \left[- \frac{\lambda_0 S k^n m}{m - 2n} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^{m-2n} \right] \quad (6-13)$$

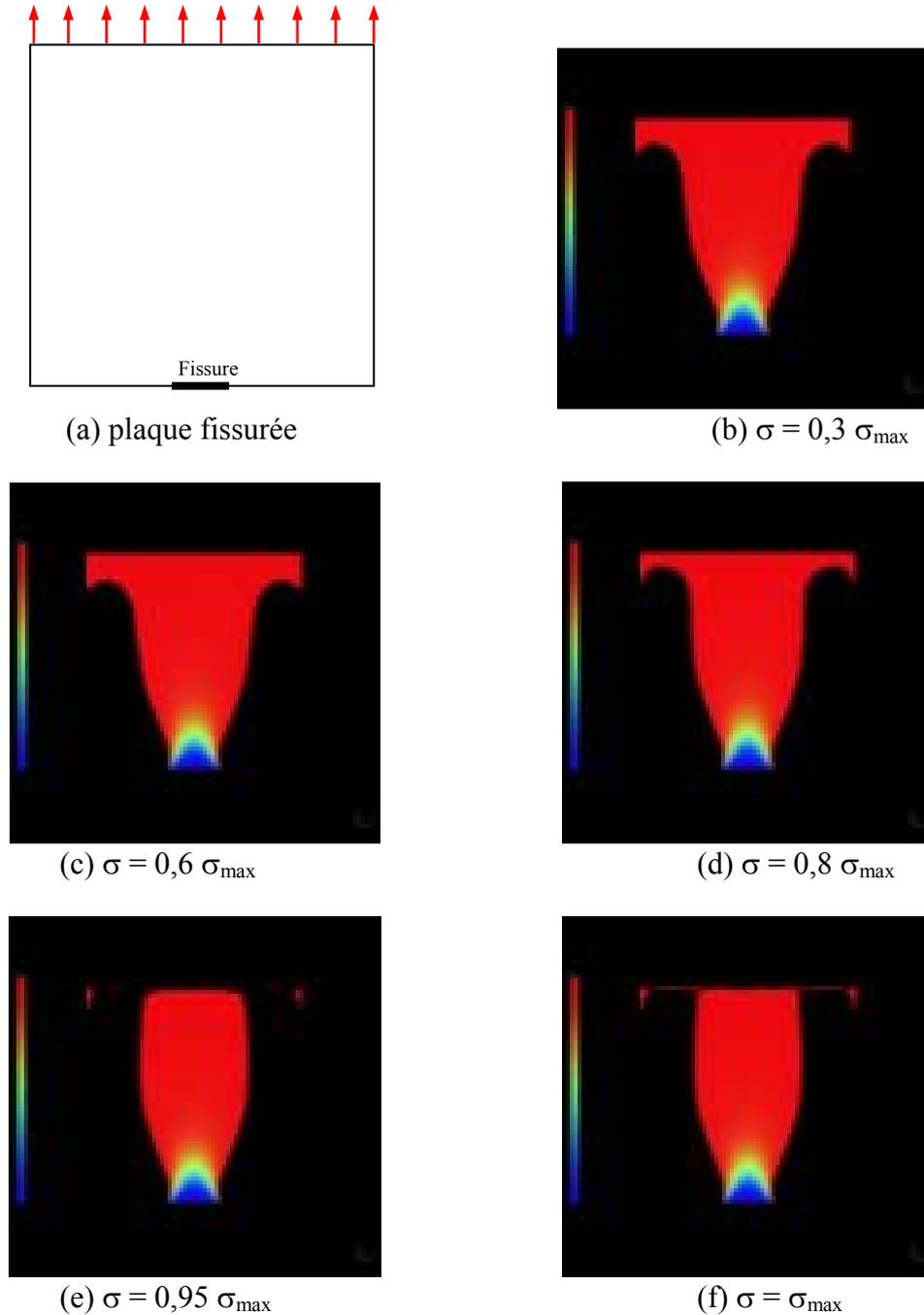


Figure 6-4 Evolution de la zone de relaxation de contrainte normale (σ_{yy}) autour d'une fissure centrale dans une plaque soumise un chargement cyclique variant entre -100 et 100 MPa, au cours du premier quart de cycle

6.3 Adimensionnement

On peut définir une densité adimensionnée ($\bar{\lambda} = \lambda / \lambda_c$), une zone de mesure ($\bar{Z} = Z / Z_c$) et une contrainte ($\bar{\sigma} = \sigma / \sigma_c$) adimensionnées en considérant des conditions suivantes (Hild 1998)

$$\lambda_c Z_c = 1 \text{ avec } \lambda_c = \lambda_t(\sigma_c) \text{ et } Z_c = Z_0(\sigma_c) \quad (6-14)$$

$$\sigma_c = \sigma_0 \left(\lambda_0 S(ka_0)^n \right)^{-1/(m-2)}, \quad Z_c = S(ka_0)^n \left(\lambda_0 S(ka_0)^n \right)^{2/(m-2)}$$

où l'indice c désigne des quantités caractéristiques et a_0 correspond à la taille de défaut tel qu'il peut se propager pour un niveau de contrainte $Y_s \sqrt{a_0} g(R) = K_{th}$. L'équation (6-14) décrit le fait que la zone de mesure Z_c contient une seule fissure pour le niveau de contrainte caractéristique σ_c .

En utilisant des équations (6-1), (6-2), (6-10), (6-12) et (6-13), une solution analytique est obtenue pour l'équation différentielle (6-6)

$$\bar{\lambda}_f(\bar{\sigma}) = \left(\frac{m-2n}{m} \right)^{2n/(m-2n)} \gamma \left[\frac{m}{m-2n}, \frac{m}{m-2n} \bar{\sigma}^{-(m-2n)} \right] \text{ quand } m > 2n \quad (6-15)$$

où γ est la fonction gamma incomplète définie par

$$\gamma(a, \sigma) = \int_0^{\sigma} \exp(-t) t^{a-1} dt \quad (6-16)$$

La figure 6-5 montre le phénomène de saturation de la fissuration quand la contrainte considérée est supérieure à la contrainte caractéristique. La densité de fissuration à saturation $\bar{\lambda}_\infty$ peut être obtenue par l'équation (6-15) lorsque $\bar{\sigma}$ tend vers l'infini. Cette densité ne dépend que du module de Weibull m et de la dimension de l'espace n quand elle est normée par λ_c . La figure 6-6 montre que le nombre de fissures à saturation augmente avec le module de Weibull m .

L'équation (6-6) permet d'expliquer ce phénomène. Avec un grand module de Weibull m , la densité de fissuration augmente pendant un petit incrément de contrainte d'une manière importante quand la contrainte appliquée dépasse la valeur σ_c . A cause de la dépendance du mécanisme de saturation à la contrainte appliquée, beaucoup de fissures peuvent s'amorcer avant une saturation significative et le matériau sera complètement fissuré. Mais si on a un petit m , il y a plus de temps entre l'amorçage de deux fissures. Les premières fissures initiées écrantent les autres défauts avant qu'ils ne commencent à se propager et à initier de nouvelles fissures. Sur la figure 6-6, des résultats de simulations Monte-Carlo (100 réalisations par calcul pour $n = 1$ et au moins 10 réalisations par calcul pour $n = 2$) sont comparés avec ceux obtenus par la solution analytique décrite par l'équation (6-13). Ce graphe montre un bon accord entre les résultats analytiques (approchés) et les résultats de simulation.

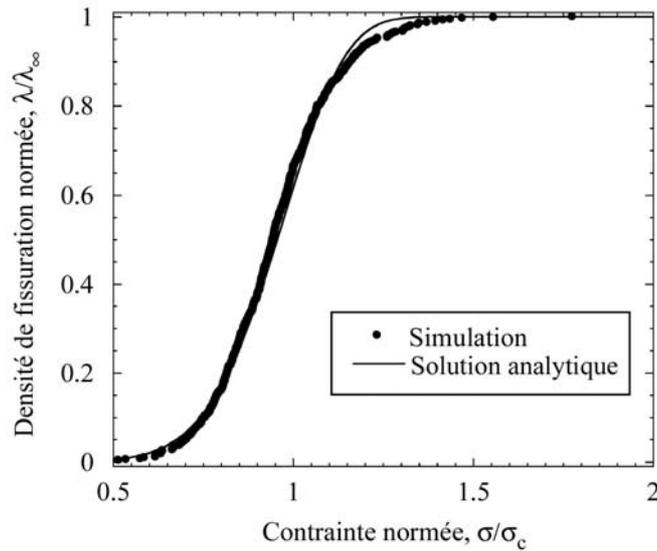


Figure 6-5 Densité de fissuration en fonction de la contrainte normée pour $m = 10$ et $n = 1$

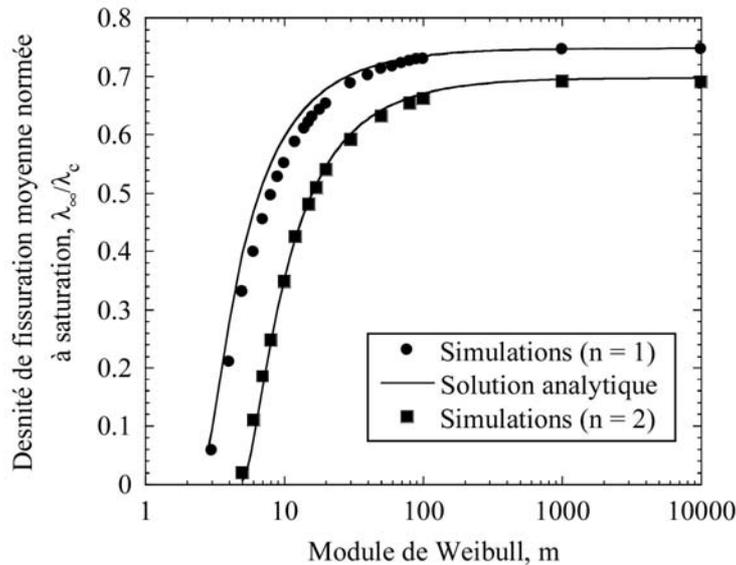
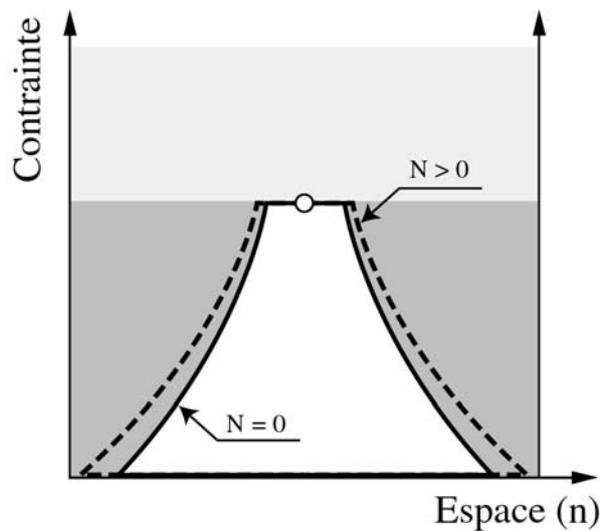


Figure 6-6 Densité de fissuration à saturation en fonction du module de Weibull. Les symboles montrent des résultats obtenus par simulations Monte-Carlo

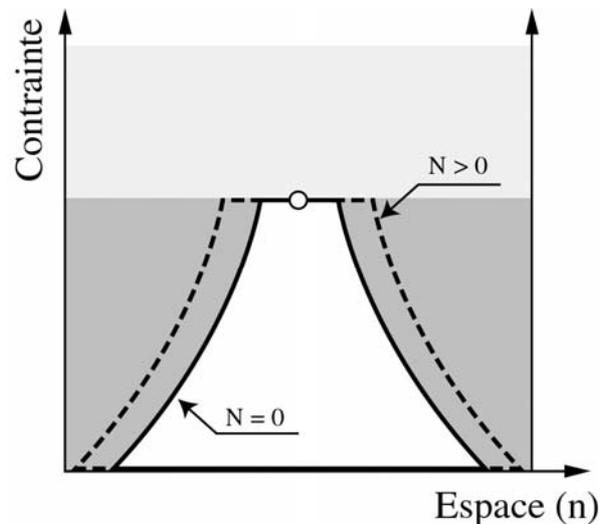
6.4 Propagation de fissures dans un réseau

Une fois que le réseau de fissures s'est formé, la prochaine question à étudier est la propagation des fissures dans le réseau. Afin d'étudier ce phénomène, l'évolution de la forme de l'horizon a été évaluée en fonction du nombre de cycles. Trois situations différentes peuvent être distinguées (figure 6-7). Dans le premier cas, la base de l'horizon s'élargit (figure 6-7-a). Ceci arrive quand $K_{\max}(a)g(R)$ est une fonction croissante de la taille de fissure a . Par conséquent, les fissures les plus longues se propagent plus rapidement que les autres. La condition de rupture critique sera atteinte ($K_{\max}g(R) = K_{IC}$) pour la fissure la plus grande et une hypothèse du maillon le plus faible peut être utilisée. Dans le deuxième cas, l'horizon évolue de manière identique quelle que soit la taille de la fissure (figure 6-7-b). Ce

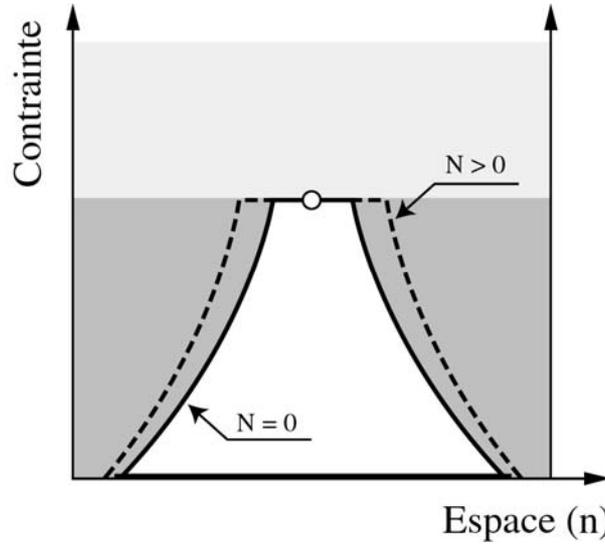
cas correspond à la situation où le produit $K_{\max}g(R)$ est indépendant de la taille de fissure et donc toutes les fissures se propagent avec la même vitesse. Après un nombre de cycles suffisant, le réseau va se propager et la première fissure qui traverse l'épaisseur de la structure entraîne sa rupture et l'hypothèse du maillon le plus faible s'applique à nouveau. Dans le troisième cas, l'horizon s'élargit plutôt sur sa partie haute (figure 6-7-c). Cette situation se produit lorsque $K_{\max}g(R)$ est une fonction décroissante de la taille de fissure a . La fissure la plus petite se propage plus vite que les autres et donc une condition de propagation stable du réseau peut être atteinte et si la valeur de $K_{\max}g(R)$ devient inférieure à la valeur du seuil de non propagation K_{th} , l'arrêt des fissures est probable.



(a) $K_{\max}(a)g(R)$ est une fonction croissante de la taille de fissure. L'horizon s'élargit plutôt sur sa base. L'hypothèse du maillon le plus faible peut être utilisée



(b) $K_{\max}(a)g(R)$ est indépendante de la taille de fissure. L'horizon évolue de manière identique quelle que soit la taille de fissure. Toutes les fissures se propagent avec la même vitesse. L'hypothèse du maillon le plus faible peut être appliquée



(c) $K_{\max}(a)g(R)$ est une fonction décroissante de la taille de fissure. La propagation stable du réseau ou l'arrêt des fissures peuvent se produire

Figure 6-7 Différents régimes de propagation des fissures en fonction de l'évolution de la forme de l'horizon avec le nombre de cycles (Seyedi et Hild 2003)

6.5 Fissuration et endommagement

Pour pouvoir intégrer l'approche proposée dans un code de calcul, nous devons passer d'un mécanisme discret (le faïençage) entraînant une inhomogénéité microstructurale à une description continue de l'altération des contraintes par les fissures. Lors des paragraphes précédents, le mécanisme de formation d'un réseau de fissures a été étudié. Afin d'expliquer la formation du réseau de fissures, on a supposé que toutes les fissures s'amorcent pendant le premier quart de cycle du chargement. D'autre part, on a montré que la propagation de fissures dans un réseau peut être modélisée en étudiant l'évolution des zones d'occultation Z_0 (horizon de fissures) en fonction du nombre de cycles. La longueur de fissures étant une fonction du nombre de cycles, l'équation (6-11) s'écrit

$$Z_0(s, N) \propto a(s, N)^n \quad (6-17)$$

La taille de fissures à chaque incrément ($j+1$) de propagation, peut être calculée en intégrant la loi de propagation. Si l'on utilise la loi de propagation définie au chapitre II (équation 2-5), l'équation (2-6) nous donne

$$\varphi\left(\sqrt{\frac{a_{j+1}}{a_M}}\right) = \varphi\left(\sqrt{\frac{a_j}{a_M}}\right) + \Delta N_j \frac{a_M}{C} \left[\frac{g(R)K_{th}}{K_{IC} - \frac{S_{th}}{\sigma_{\max}}} \right]^{-p} \left(\frac{\sigma_{\max}}{S_{th}} \right)^{-p} \quad (6-18)$$

La probabilité d'occultation après N cycles s'écrit donc

$$P_0(\sigma, N) = 1 - \exp\left[-\int_0^\sigma \frac{d\lambda_t}{ds}(s) Z_0(s, N) ds\right] \quad (6-19)$$

Après chaque incrément de propagation (ΔN_j), nous avons le même réseau qu'à l'étape j sauf que les longueurs des fissures ont évolué de a_j à a_{j+1} . On les considère comme des sites potentiels de propagation. On peut donc reprendre le diagramme espace-contrainte de la figure 6-2 pour représenter la propagation et l'effet d'écran des fissures. En augmentant le nombre de cycles, la taille de deux fissures auparavant initiées sur les sites M_1 et M_2 augmente. L'augmentation de taille des fissures diminue le niveau de contrainte nécessaire pour leur propagation (figure 6-8). A partir d'un certain nombre de cycles, N , la fissure 2 se trouve dans la zone d'occultation de la fissure 1 et ne se propage pas. La condition de propagation de fissures peut s'écrire comme celle de leur initiation. Chaque fissure continue à se propager s'il n'y a pas de fissure dans son horizon. On peut ainsi modéliser l'arrêt éventuel des fissures qui seront écrantées après un certain nombre de cycles par les autres. Dans ce cas, la densité de fissures actives après N cycles est calculée par

$$\frac{d\lambda_f}{d\sigma}(\sigma, N) = \frac{d\lambda_i}{d\sigma}(\sigma)[1 - P_0(\sigma, N)] \quad (6-20)$$

L'équation (6-17) montre qu'en augmentant le nombre de cycles N , la probabilité d'occultation augmente et par conséquent la densité des fissures actives diminue (équation (6-20)). Cette densité correspond aux fissures dominantes du réseau qui écrantent les autres et continuent à se propager.

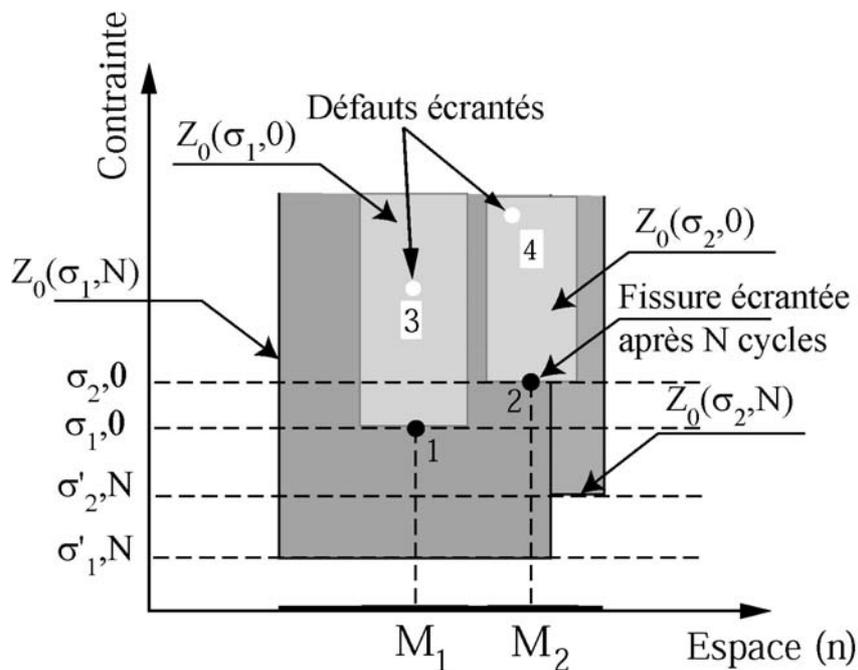


Figure 6-8 Evolution du phénomène d'occultation en fonction du nombre de cycles

Les expertises faites sur l'ensemble des RRA endommagés montrent que deux familles principales de fissures peuvent être distinguées sur la surface interne des tubes qui sont perpendiculaires entre elles. Considérant qu'il y a peu d'interaction entre les fissures perpendiculaires et du fait que le chargement thermique appliqué est un chargement biaxial, on peut définir deux séries de zones d'occultations indépendantes pour deux directions de chargement et de fissuration. Comme l'endommagement de fatigue est piloté par des

contraintes principales (i.e. stade II) la relation entre les contraintes macroscopiques Σ et les déformations macroscopiques pour le matériau endommagé s'écrit (Denoual 1998) pour $n = 3$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{Bmatrix} = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} \frac{1}{1-D_1} & -\nu & -\nu \\ -\nu & \frac{1}{1-D_2} & -\nu \\ -\nu & -\nu & \frac{1}{1-D_3} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Sigma_1 \\ \Sigma_2 \\ \Sigma_3 \end{Bmatrix} \quad (6-21)$$

La relation entre les contraintes macroscopiques (Σ) et les contraintes microscopiques (σ) s'écrit

$$\underline{\underline{S}}(D_1, D_2, D_3) : \underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{S}}(0,0,0) : \underline{\underline{\sigma}} \quad (6-22)$$

où $\underline{\underline{S}}$ est le tenseur de souplesse. La variable $P_0(\sigma_i, N)$ définit la fraction de zones relaxées autrement dit la fraction des zones de décharge et peut être utilisée pour estimer la valeur d'une variable anisotrope d'endommagement D_i associée à chaque contrainte principale σ_i

$$D_i(\sigma_i, N) \cong P_0(\sigma_i, N) \quad (6-23)$$

Ce modèle peut être implanté comme un post-traitement d'un calcul par éléments finis ou comme module non-linéaire. Il s'agit d'un modèle non-local si la taille des éléments est inférieure à la taille de la zone caractéristique Z_c ou d'un modèle local si la taille est supérieure à Z_c .

6.6 Germination continue de fissures

Une des hypothèses faites pour développer le modèle précédent consiste à supposer que toutes les fissures s'amorcent pendant le premier quart de cycle du chargement. L'autre situation possible est l'hypothèse de germination continue de fissures au cours du chargement. Dans ce paragraphe, on présente une extension du modèle au cas de germination continue de fissures.

6.6.1 Formation de réseau de fissures

Pour expliquer la formation d'un réseau de fissures trois échelles différentes peuvent être considérées. Tout d'abord l'échelle de la microstructure qui correspond au stade I d'endommagement de fatigue. L'amorçage de fissures dépend de la microstructure du matériau. Ce stade correspond au temps nécessaire pour initier des fissures (on les appelle des microfissures dans la suite du paragraphe). Les fissures sont considérées comme microstructuralement courtes. La deuxième échelle correspond à la propagation des mésolfissures (i.e., stade II d'endommagement par fatigue) qui forment un réseau de fissures. Dans ce stade, les fissures sont considérées comme physiquement courtes. Enfin, la troisième échelle concerne la coalescence des mésolfissures qui forme une macrofissure (une fissure longue). Quand on considère le stade II de fatigue, on suppose que les directions de fissuration sont perpendiculaires aux directions des contraintes principales et restent constantes pendant toute l'histoire de chargement. On suppose qu'il n'y a pas d'interaction entre des fissures perpendiculaires et chaque direction sera traitée indépendamment des autres. Cette hypothèse est valable sauf pour les fissures dont les pointes sont très proches l'une à l'autre. Cet effet a été négligé dans la présente modélisation.

La microstructure est modélisée par des sites potentiels d'amorçage où une fissure peut être initiée après un certain temps d'incubation. Ces sites sont définis par des points avec une

densité λ_t et une distribution aléatoire. A titre d'exemple, on peut considérer que ces points possèdent une limite d'élasticité aléatoire σ_y prenant en compte la microplasticité de leur voisinage. Ce phénomène est exprimé en utilisant un processus de point poissonien d'intensité λ_t . Une loi puissance est prise, qui nous amène, comme pour le cas précédent à un modèle de Poisson-Weibull (Gulino et Phoenix 1991 ; Jeulin 1991)

$$\lambda_t(\sigma_F) = \lambda_0 \left(\frac{\Delta\sigma}{\sigma_0} \right)^m \quad (6-24)$$

où m est le module de Weibull, $\Delta\sigma$ l'amplitude de contrainte et σ_0 un paramètre d'échelle correspondant à une densité de référence λ_0 . L'équation (6-24) montre qu'une augmentation de l'amplitude de contrainte augmente le nombre de sites potentiels actifs d'amorçage. La probabilité de trouver $F_\mu = n_\mu$ microfissures dans un volume Ω soumis à un chargement uniforme suit une distribution de Poisson

$$P(F_\mu = n_\mu, \Omega) = \frac{[\lambda_t(\Delta\sigma)Z]^{n_\mu}}{n_\mu!} \exp[-\lambda_t(\Delta\sigma)Z] \quad (6-25)$$

Le produit $\lambda_t(\Delta\sigma)Z$ correspond au nombre moyen de microfissures dans un domaine Ω de volume, surface ou longueur Z . En faisant l'hypothèse du maillon le plus faible (Freudenthal 1968), un modèle de Weibull à deux paramètres peut être utilisé pour représenter des résultats expérimentaux. La probabilité de rupture P_F s'écrit

$$P_F = 1 - P(F_\mu = 0, \Omega) = 1 - \exp[-\lambda_t(\Delta\sigma)Z] \quad (6-26)$$

Les paramètres de Weibull peuvent être déterminés par l'analyse des résultats des essais d'endurance pour lesquels on considère qu'une grande partie de nombre de cycles est passée pour initier des mésosfissures et que l'hypothèse du maillon le plus faible s'applique (chapitre II).

Parmi toutes ces microfissures, il y en a seulement une partie qui satisfait les conditions d'amorçage d'une mésosfissure. La densité des fissures initiées λ_{it} , dépend de $\Delta\sigma$ et du nombre de cycles N . Un seuil d'amorçage $\Delta\sigma_u(N)$ est considéré pour modéliser la germination continue des fissures

$$\lambda_{it}(\Delta\sigma, N) = \lambda_t(\langle \Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N) \rangle) \quad (6-27)$$

où $\langle \bullet \rangle$ est la partie positive, $\langle x \rangle = x$ si $x > 0$ et $\langle x \rangle = 0$ si $x \leq 0$. L'équation (6-27) montre que le processus d'amorçage a besoin d'un nombre de cycles minimum N_{min} , (i.e., tel que $\Delta\sigma - \Delta\sigma_u(N_{min}) = 0$) pour initier la première fissure. De la même manière, en faisant une hypothèse du maillon le plus faible, un modèle de Weibull à trois paramètres sera obtenu lorsque $\Delta\sigma_u > 0$.

Pour expliquer l'amorçage d'une mésosfissure à partir d'une microfissure, il faut étudier son interaction avec les autres fissures. Le concept d'horizon défini au paragraphe 6.1 peut être utilisé pour modéliser cette interaction. L'horizon d'une mésosfissure s'écrit comme une fonction de sa taille a qui dépend de l'amplitude de contrainte et du nombre de cycles. L'équation (6-12) se réécrit

$$Z_0(\Delta\sigma, N - N_l) = S[a(\Delta\sigma, N - N_l)]^n \quad (6-28)$$

où S est un facteur de forme, N_l le nombre de cycles à l'amorçage et $n = 1, 2$ et 3 la dimension de l'espace. Il faut noter qu'une mésosfissure, contrairement à une microfissure, possède une

taille non nulle $a(\Delta\sigma, 0)$ juste après son amorçage. Cette taille dépend de la microstructure du matériau étudié (Miller 1993). En utilisant ces hypothèses, des microfissures ne s'écrantent pas (i.e., une microfissuration intragranulaire a été considérée) et des mésosfissures n'écrantent que des microfissures et ainsi elles ralentissent l'amorçage de nouvelles mésosfissures. De la même façon que pour le modèle précédent, l'amorçage des fissures peut être représentée sur un diagramme espace-temps (figure 6-9). La position spatiale des microfissures est présentée sur l'axe des abscisses, au lieu d'une présentation tri-, bi- ou unidimensionnelle, d'un diagramme x-y dont l'axe y représente le nombre de cycles. Considérons quatre sites potentiels d'amorçage dans quatre grains de tailles différentes. On considère une microfissure sur chaque site. Ces microfissures se propagent en fonction du nombre de cycles pour initier des mésosfissures (les parties grises de la figure 6-9). En fonction de la taille de chaque site (i.e. taille de grain), un nombre de cycles d'amorçage de mésosfissure, N_i , peut être calculé pour chaque site i . Une première amorçage aura lieu pour un nombre de cycle N_1 à la position spatiale M_1 . Cette mésosfissure crée une zone de relaxation de contrainte ou une « zone d'occultation » $Z_0(N_1)$. Pour un nombre de cycles $N_3 > N_1$ une deuxième mésosfissure peut être créée dans une zone non affectée M_3 et elle produit sa propre zone d'occultation. En même temps, en augmentant le nombre de cycles, la mésosfissure M_1 se propage et par conséquent sa zone de relaxation s'élargit (la partie noire sur la figure 6-9). Les microfissures M_2 et M_4 ne donneront naissance à aucune fissure car ces sites sont écrantés par les deux mésosfissures déjà amorcées. Il faut noter qu'une zone d'occultation peut avoir des parties communes avec d'autres zones. La valeur des contraintes dans ces zones de chevauchement ne peut pas dépasser le niveau de contrainte d'amorçage le plus élevé des fissures déjà initiées.

Une nouvelle mésosfissure s'initie si une microfissure existe dans la zone considérée, si les conditions d'amorçage sont satisfaites et si cette microfissure ne se trouve pas dans une zone de relaxation. En considérant le processus d'amorçage défini, l'horizon d'une microfissure est le paramètre clé pour modéliser l'interaction entre des mésosfissures déjà initiées et des microfissures (figure 6-10).

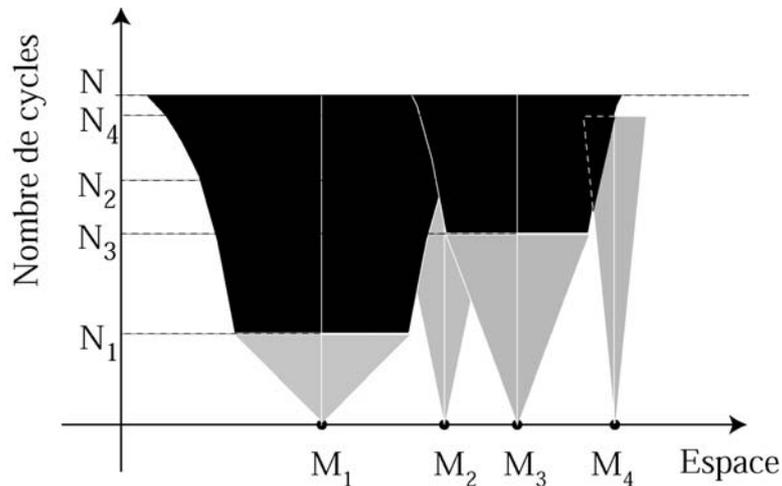


Figure 6-9 Amorçage des mésosfissures et phénomène d'occultation

6.6.2 Probabilité d'occultation

La condition de non-occultation peut être définie comme suit : une microfissure initie une mésosfissure si et seulement si aucune mésosfissure ne se trouve dans son *horizon*. L'horizon

d'un site donné S est défini comme une zone du diagramme espace-temps (le nombre de cycles) dans laquelle une mésofissure écranter le site S (la partie claire de la figure 6-10). En dehors de l'horizon (la partie grise de la figure 6-10), aucune fissure ne peut écranter le site S. La densité totale des fissures initiées peut donc être séparée en deux parties et la densité moyenne des fissures initiées s'écrit

$$\lambda_f(\Delta\sigma, N) = \lambda_{it}(\Delta\sigma, N) - \lambda_{ecr}(\Delta\sigma, N) \quad (6-29)$$

où $Z\lambda_f(\Delta\sigma, N)$ est le nombre moyen des microfissures qui peuvent initier des mésofissures dans une zone de mesure Z (un volume ($n = 3$), une surface ($n = 2$) ou une longueur ($n = 1$)) pour une variation de contrainte principale inférieure ou égale à $\Delta\sigma$ et un nombre de cycles égal à N. Les indices désignent la densité de fissuration (f), la densité des microfissures écranterés (ecr) et la densité totale de microfissures (t). L'incrément de λ_f peut être relié à λ_{it} par

$$\frac{d\lambda_f}{dN}(\Delta\sigma, N) = \frac{d\lambda_{it}}{dN}(\Delta\sigma, N) \times [1 - P_0(\Delta\sigma, N)] \quad (6-30)$$

avec $\lambda_f(\Delta\sigma, 0) = 0$ et P_0 la probabilité d'occultation

$$P_0 = 1 - \exp\left[-\hat{Z}_0(\Delta\sigma, N)\lambda_{it}(\Delta\sigma, N)\right] \quad (6-31)$$

où \hat{Z}_0 est la mesure de la zone moyenne d'occultation

$$\hat{Z}_0(\Delta\sigma, N)\lambda_{it}(\Delta\sigma, N) = \int_0^N Z_0(\Delta\sigma, N-n) \frac{\partial\lambda_{it}}{\partial n}(\Delta\sigma, n) dn \quad (6-32)$$

L'équation (6-31) prend en compte l'effet de chevauchement des zones d'occultation. En comparant l'analyse de germination continue de fissures avec la méthode présentée pour l'hypothèse de germination instantanée, on remarque que contrairement au cas de précédent, l'amplitude de contrainte reste constante et c'est l'augmentation du nombre de cycles N qui gouverne l'amorçage de nouvelles mésofissures.

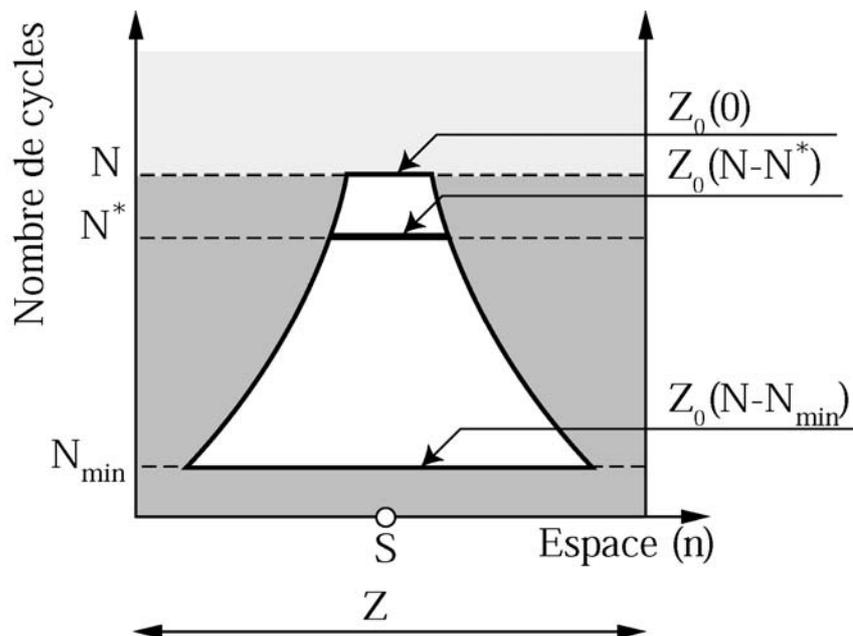


Figure 6-10 Horizon d'une microfissure S

6.6.3 Changement d'échelle

La condition d'amorçage peut être décrite en utilisant une loi de Manson-Coffin (Manson 1953 ; Coffin 1954)

$$(\Delta\varepsilon^p)^\eta N_I = N_0 \quad (6-33)$$

où N_0 et η sont des constantes du matériau, $\Delta\varepsilon^p$ l'incrément de la déformation plastique par cycle qui peut être modélisé par une loi d'écrouissage cinématique linéaire

$$E_p \Delta\varepsilon^p = \Delta\sigma - 2\sigma_y \quad (6-34)$$

où E_p est une constante dépendant du matériau. En dérivant l'équation (6-33), on obtient la cinématique microscopique d'endommagement

$$\frac{\delta d}{\delta N} = \frac{1}{N_0} (\Delta\varepsilon^p)^\eta \quad (6-35)$$

où d est une variable d'endommagement définie à l'échelle de la microstructure. Quand d dépasse une valeur critique (i.e. $d = 1$), on suppose qu'une mésofissure a été initiée et la taille de cette fissure est égale à $a(\Delta\sigma, 0) = \Phi$, où Φ est une taille caractéristique de la microstructure (i.e. la taille de grain). Le processus d'occultation ne devient actif qu'après l'amorçage de la mésofissure, c'est-à-dire, une fois que la microfissure dépasse des barrières microstructurales caractérisées par Φ . En appliquant la relation de Hall & Petch, la limite d'élasticité locale peut être reliée à Φ par

$$\sigma_y = \frac{k_y}{\sqrt{\Phi}} \quad (6-36)$$

où k_y est une constante dépendant du matériau. En considérant la loi de Manson-Coffin (équation 6-33), si aucune occultation ne se produit, la densité totale d'amorçage s'écrit

$$\lambda_{II}(\Delta\sigma, N) = \lambda_0 \left(\frac{\left\langle \frac{\Delta\sigma}{2} - \frac{E_p}{2} \left(\frac{N_0}{N} \right)^{1/\eta} \right\rangle}{\sigma_0} \right)^m \quad (6-37)$$

et le nombre de cycles minimum d'amorçage est égal à ($\sigma_y = 0$)

$$N_{\min} = N_0 \left(\frac{\Delta\sigma}{E_p} \right)^{-\eta} \quad (6-38)$$

L'équation (6-38) montre qu'une augmentation de l'amplitude de contrainte diminue le nombre de cycles nécessaires à l'amorçage. On peut noter que la forme de l'équation (6-27) est compatible avec ce modèle.

6.6.4 Modèle d'endommagement

Pour pouvoir intégrer l'approche proposée dans un code de calcul, la démarche proposée dans le paragraphe 6.5 peut être employée et la relation entre les contraintes macroscopiques (Σ) et les contraintes microscopiques (σ) s'écrit

$$\underline{\underline{S}}(D_1, D_2, D_3) : \Delta \underline{\underline{\Sigma}} = \underline{\underline{S}}(0,0,0) : \Delta \underline{\underline{\sigma}} \quad (6-39)$$

où \underline{S} est le tenseur de souplesse (équation (6-21)). La variable $P_0(\Delta\sigma_i, N)$ définit la fraction de zones relaxées et peut être utilisée pour estimer la valeur d'une variable anisotrope d'endommagement D_i associée à chaque contrainte principale σ_i

$$D_i(\Delta\sigma_i, N) \cong P_0(\Delta\sigma_i, N) \quad (6-40)$$

Ce modèle d'endommagement peut être utilisé de la même manière que le modèle précédent, comme un post-traitement d'un calcul par éléments finis ou comme un module non-linéaire dans un code de calcul par éléments finis.

6.7 Coalescence des mésolfissures

Une fois que le réseau de mésolfissures est construit, c'est leur coalescence qui forme des macrofissures (i.e. des fissures longues) qui doit être analysée. En considérant le modèle d'endommagement défini au paragraphe 6.5 et étendu au cas de la germination continue au paragraphe 6.6, la coalescence des mésolfissures peut être modélisée comme la localisation de l'endommagement dans une direction parallèle à l'une des directions principales. Le critère de coalescence s'écrit

$$\frac{d(\Delta)\underline{\Sigma}}{d(\Delta)\underline{\sigma}} = 0 \quad (6-41)$$

où (Δ) désigne la variation de contraintes pour le cas de la germination continue. En considérant les équations (6-22) et (6-39), la contrainte macroscopique ($\underline{\Sigma}$) s'écrit en fonction de la contrainte microscopique ($\underline{\sigma}$)

$$(\Delta)\underline{\Sigma} = \underline{A} : (\Delta)\underline{\sigma} \quad (6-42)$$

avec $\underline{A} = \underline{S}^{-1}(D_1, D_2, D_3) : \underline{S}(0,0,0)$. Le critère de coalescence dans la direction principale i s'écrit donc

$$\frac{d(\Delta)\Sigma_i}{d(\Delta)\sigma_i} = A_{ii} = 0 \quad (6-43)$$

où $A_{ij} = A_{ij}(D_i)$. L'équation (6-43) nous donne une valeur critique de la variable d'endommagement au-delà de laquelle des mésolfissures coalescent. Si on considère que l'endommagement selon chaque direction principale est indépendant des autres, en prenant l'équation (6-13), on trouve la valeur de la contrainte critique égale à

$$\left(\frac{\sigma_{cr}}{\sigma_c} \right)^{m-2n} = \frac{1}{m-2n} \quad (6-44)$$

où σ_{cr} est la contrainte critique. En utilisant cette valeur dans l'équation (6-13) on obtient la valeur critique d'endommagement

$$D_c = 1 - \exp\left(\frac{1}{m-2n}\right) \quad (6-45)$$

où D_c est l'endommagement critique ou le seuil de coalescence. L'équation (6-45) montre que le seuil de coalescence est indépendant de niveau de contrainte et il est une fonction du module de Weibull (i.e., l'hétérogénéité du matériau) et de la dimension de l'espace.

6.8 Bilan du chapitre VI

Pour analyser le problème de la formation des réseaux de fissures ou pour estimer la durée de vie de structures sans hypothèse d'un réseau de fissures prédéfini, on a besoin d'autres moyens de calcul que ceux développés dans le chapitre IV et utilisés dans le chapitre V. Un modèle probabiliste de formation et de propagation de réseaux de fissure en FGNC a été proposé.

À l'endurance, un modèle de Weibull à deux paramètres est utilisé pour représenter les résultats expérimentaux. Dans ce modèle, la limite d'endurance σ_F est égale à la valeur maximale d'une contrainte équivalente (e.g., la contrainte principale maximale) dans le domaine considéré. Deux hypothèses sur la formation de réseaux de fissures ont été traitées. La première consiste à supposer que toutes les fissures du réseau ont été initiées lors du premier quart de cycle de chargement. La deuxième hypothèse consiste à supposer une germination continue des fissures.

L'interaction entre des fissures de réseau est modélisée en utilisant un concept dépendant de l'espace et du niveau de contrainte (ou du nombre de cycles) à l'amorçage des mésosfissures dit *horizon*. La propagation des fissures dans le réseau est ensuite modélisée en considérant l'évolution des zones d'occultation créées par les fissures (i.e., évolution de l'horizon). Sous un chargement cyclique biaxial, les fissures peuvent être divisées en deux familles perpendiculaires indépendantes. En considérant que la probabilité d'occultation dans chaque direction peut être décrite par une variable d'endommagement, un modèle anisotrope probabiliste est proposé. Ce modèle peut aussi prévoir les conditions de coalescence.

Ce modèle peut être implanté comme un post-traitement d'un calcul par éléments finis ou comme un module non-linéaire. Le modèle implanté est non-local si la taille des éléments est inférieure à la taille de la zone caractéristique Z_c ou local si la taille est supérieure à Z_c .

Les paramètres essentiels du modèle sont ceux de Weibull. Actuellement, en absence d'observations de la distribution des défauts au niveau de la microstructure, on peut se baser uniquement sur des résultats des données mécaniques obtenues au niveau de la structure ou de l'éprouvette et on peut en déduire le comportement du matériau au niveau de l'élément représentatif du volume (paragraphe 2.2).

Ce modèle n'a besoin d'aucune modification pour s'adapter à une situation où les chargements sont à amplitude variable sans surcharge importante. Les deux hypothèses de germination instantanée ou continue peuvent être utilisées. Le calcul doit se faire cycle par cycle ou être piloté par des paquets de cycles à amplitude constante. La forme de l'horizon des fissures reste la même que celle utilisée pour des chargements à amplitude constante et seul le chemin de contrainte à parcourir lors du premier quart de chaque cycle (germination instantanée) ou de l'amplitude de contrainte appliquée (germination continue) change pour chaque cycle ou chaque paquet de cycles. Cela affecte bien entendu la cinétique de propagation et par conséquent la durée de vie de la structure.

La prise en compte des surcharges isolées dans la modélisation de formation et propagation des fissures peut se faire en utilisant une modification de la loi de propagation de fissures (paragraphe 2.3.1). L'équation (2-14) peut remplacer l'équation (6-18) pour calculer l'effet d'une surcharge isolée.

6.9 Bibliographie du chapitre VI

Chantier, I., V. Bobet, R. Billardon et F. Hild (2000). "A Probabilistic Approach to Predict the Very High-Cycle Fatigue Behaviour of Spheroidal Graphite Cast Iron." *Fat. Fract. Eng. Mater. Struct.* 23: 173-180.

- Coffin, L. F. (1954). "A study of the effects of cyclic thermal stresses in a ductile metal." Trans. ASME 76: 931-960.
- Denoual, C. (1998). Approche probabiliste du comportement à l'impact du carbure de silicium : Application aux blindages moyens. Thèse de doctorat. École Normale Supérieure de Cachan.
- Denoual, C., G. Barbier et F. Hild (1997). "A Probabilistic Approach for Fragmentation of Ceramics under Impact Loading." C. R. Acad. Sci. Paris 325(Série IIB): 685-691.
- Freudenthal, A. M. (1968). Statistical Approach to Brittle Fracture. Fracture. H. Liebowitz (Eds.). New York (USA), Academic Press. 2: 591-619.
- Gulino, R. et S. L. Phoenix (1991). "Weibull Strength Statistics for Graphite Fibres Measured from the Break Progression in a Model Graphite/Glass/Epoxy Microcomposite." J. Mater. Sci. 26(11): 3107-3118.
- Hild, F. (1998). Endommagement, rupture et changements d'échelles dans les matériaux hétérogènes. mémoire d'Habilitation à Diriger des Recherches. Université Paris 6.
- Hild, F. (2001). The Weibull law: a model of wide applicability. Physical Aspects of Fracture. E. Bouchaud, D. Jeulin, C. Prioul et S. Roux (Eds.), Kluwer Academic Publishers: 35-46.
- Jeulin, D. (1991). Modèles morphologiques de structures aléatoires et changement d'échelle. thèse d'État. Université de Caen.
- Manson, S. S. (1953). Behaviour of materials under condition of thermal stress. NACA TN-2933.
- Miller, K. J. (1993). "Materials science perspective of metal fatigue resistance." Mat. Sci. Eng. 9: 453-462.
- Quintanilla, J. et S. Torquato (1997). "Local volume fraction fluctuations in random media." J. Chem. Phys. 106(7): 2741-2751.
- Seyedi, M. et F. Hild (2003). Probabilistic aspects in the formation and propagation of crack networks in thermomechanical fatigue. FATIGUE 2003, Cambridge, EIS.
- Widom, B. (1966). "Random Sequential Addition of Hard Spheres to a Volume." J. Chem. Phys. 44(10): 3888-3894.

CHAPITRE VII

Conclusions générales et perspectives

7.1 Synthèse générale

Certains composants de centrales nucléaires sont sollicités par des chargements thermomécaniques répétitifs. Plus particulièrement les zones de mélange subissent une variation périodique de la température sur leur peau interne due à la fluctuation des eaux chaude et froide. Des variations temporelles de la température sur la surface d'une pièce peuvent créer des contraintes dans une section de la pièce sollicitée. Ceci nous a amené à étudier la fatigue thermique de la pièce considérée. Des fissures débouchantes attribuées à de la fatigue thermique à grand nombre de cycles ont été mises en évidence dans certains composants des centrales nucléaires tels que des circuits de refroidissement du réacteur à l'arrêt (RRA) ou des Systèmes d'Injection de Sécurité (RIS) du circuit primaire. Ces fissures forment des réseaux de faïençage thermique. L'étude de la formation, de la propagation et de la coalescence dans des réseaux de fissures est l'objet du présent travail. Il s'agit des fissures débouchantes sur la peau interne des tubes. Les principales familles de fissures détectées se développent dans un plan qui reste perpendiculaire à la surface du tube. En conséquence, l'intersection de tout plan perpendiculaire à la peau interne du tube avec ces fissures donne des traces (fissures 2D) parallèles dans son épaisseur.

La première étape de l'étude de la durée de vie des composants en fatigue est la détermination des chargements. En ce qui concerne les circuits RRA, la variation temporelle de température à la surface interne de tubes, les contraintes mécaniques dues aux conditions aux limites du circuit et les contraintes résiduelles dues à la soudure sont les principaux chargements appliqués. La complexité de la nature du chargement thermique rend sa détermination difficile. En l'absence de données fiables, nous avons développé une solution analytique pour calculer des valeurs du facteur d'intensité des contraintes, comme le paramètre pilote de la propagation de fissures de fatigue, pour une fissure qui se propage dans l'épaisseur d'une plaque ou d'un tube soumis à des variations périodiques de température à sa surface fissurée. D'une part, ces calculs montrent que les fréquences autour de 0,1 Hz sont les plus sévères pour la propagation d'une fissure et d'autre part que la zone à 2 mm de profondeur est une limite de pénétration des fissures pour une majorité de fréquences du chargement thermique. Ce dernier résultat peut être un paramètre clé pour constituer un élément d'explication de l'arrêt de fissures de faïençage à 2,2 mm de l'épaisseur dans tous les sites expertisés. Il faut également noter que les hautes fréquences créent un chargement important sur la surface « trempée » de la pièce et par conséquent jouent un rôle important pour l'amorçage de fissures.

Ces calculs ne prennent pas en compte l'effet d'interaction des fissures de réseau. L'arrêt de fissure a été confirmé dans le cas de réseaux de fissures par des simulations numériques réalisées à l'aide d'un outil 2D de simulation de la propagation dans des réseaux par la méthode des éléments finis. Il s'agit d'une procédure de remaillage automatique combinée avec une stratégie de propagation dans un réseau basée sur l'incrément de longueur des fissures. L'outil de remaillage nous permet de réactualiser le maillage par éléments finis après chaque incrément de propagation et la stratégie basée sur l'incrément de longueur nous permet de modéliser le phénomène de la fatigue à grand nombre de cycles par un nombre de remaillage, i.e. un coût de calcul, raisonnable. Ce développement est officiellement validé et implanté dans le *Code_Aster*® sous forme d'un cas test (hsna120a) et sera utilisé comme un outil métier pour de futures études de la propagation de réseaux de fissures par EDF R&D.

Dans le cadre de cette thèse, nous avons utilisé cet outil pour étudier l'effet de différents paramètres tels que la configuration initiale du réseau, la fréquence du chargement thermique, la condition de transfert de la chaleur entre l'eau et le tube en acier inoxydable, le rapport de charge et la configuration géométrique du chargement thermique sur la durée de vie résiduelle des composants fissurés.

Le premier aspect étudié est l'effet d'écran et l'interaction entre des fissures d'un réseau. Les résultats montrent que l'effet d'écran entre les fissures est non négligeable et qu'on ne peut pas réduire ce problème à l'étude d'une fissure isolée car, pour aucune configuration étudiée, la fissure dominante du réseau ne se propage avec le taux de croissance d'une fissure isolée équivalente. La variation de valeur du rapport de charge au cours de la propagation démontre l'importance de l'utilisation d'une loi de propagation qui prend en compte l'effet du rapport de charge sur le taux de croissance de fissures. De plus, ce phénomène peut jouer un rôle ralentissant sur la croissance des fissures. La sensibilité des résultats obtenus au coefficient d'échange thermique entre le fluide et le solide montre qu'une étude fine de celui-ci est indispensable afin d'évaluer la durée de vie des composants fissurés en fatigue thermomécanique. L'étude de l'effet de choc thermique montre que l'influence de ce chargement reste limitée à la taille de la zone de variation de température (zone du choc) et qu'il n'y a pas d'interaction entre les sites potentiels d'amorçage activés par le choc et ceux qui se trouvent à l'extérieur de la zone de choc. Ces résultats montrent qu'une analyse élastique prévoit une germination instantanée du réseau de faïençage. Cet outil de simulation numérique est utile pour étudier différents aspects des problèmes de fissuration en fatigue à grand nombre de cycles. Il peut aussi être utilisé pour évaluer la durée de vie résiduelle de composants soumis à des chargements à amplitude variable.

Afin de modéliser la formation, la propagation et la coalescence des fissures en fatigue à grand nombre de cycles ainsi que d'étudier l'effet de l'hétérogénéité du matériau sur la formation des réseaux de fissures et la rupture ou la survie des structures fissurées, un modèle probabiliste est développé. Ce modèle intègre également l'effet de microplasticité cyclique et la germination continue des fissures. À l'endurance, un modèle de Weibull à deux paramètres est utilisé pour représenter les résultats expérimentaux. Deux hypothèses sur la formation des réseaux de fissures ont été traitées. La première consiste à supposer que toutes les fissures du réseau ont été initiées lors du premier quart de cycle de chargement. La deuxième hypothèse consiste à supposer une germination continue des fissures.

L'interaction entre des fissures de réseau est modélisée en utilisant un concept dépendant de l'espace et du niveau de contrainte (ou du nombre de cycles) à l'amorçage des mésosfissures dit *horizon*. La propagation des fissures dans le réseau est ensuite modélisée en considérant l'évolution des zones d'occultation créées par des fissures (i.e., évolution de l'horizon). Sous un chargement cyclique biaxial, les fissures peuvent être divisées en deux familles perpendiculaires indépendantes. En considérant que la probabilité d'occultation dans chaque direction peut être décrite par une variable d'endommagement, un modèle anisotrope probabiliste est proposé. Ce modèle peut aussi prévoir les conditions de coalescence. Il peut être implanté comme un post-traitement d'un calcul par éléments finis ou comme un module non-linéaire. Le modèle implanté est non-local ou local en fonction de la taille des éléments. Les paramètres essentiels du modèle sont ceux de Weibull et de propagation des fissures.

7.2 Perspectives

7.2.1 Simulations 3D de la propagation de fissures

Vu le conservatisme important des modélisations axisymétriques par rapport aux fissures 3D, le développement d'un outil 3D de simulation de la propagation dans des réseaux de fissures nous semble nécessaire. Cette modélisation peut se faire en considérant deux paramètres géométriques définissant la géométrie d'une fissure semi-elliptique. La loi de propagation de fissure dans cette approche s'écrit en fonction des valeurs moyennes du taux de restitution d'énergie pour des propagations selon chaque demi-axe d'ellipse. Cette écriture facilite aussi la réactualisation de maillage. Une solution efficace est d'utiliser des patchs de maillages de fissure 3D séparés et de les superposer au maillage de la structure saine. La méthode Arlequin

actuellement disponible dans le *Code_Aster*® peut être utilisée pour la réalisation de cette superposition. Dans ce cas, le remaillage est limité aux patches de fissures. En utilisant des maillages paramétrés avec les deux demi-axes de fissures semi-elliptiques, le remaillage peut se faire automatiquement après chaque pas de propagation avec la routine développée pour le remaillage bidimensionnel.

7.2.2 Implantation numérique du modèle probabiliste

Le modèle probabiliste de formation et propagation de réseau de fissures présenté au chapitre VI peut être implanté dans un code de calcul par élément finis comme un post-processeur de calcul ou comme un module non-linéaire. Ceci sera nécessaire dans le cas où des validations préalables seront obtenues. Elles nécessitent une bonne connaissance des paramètres microstructuraux nécessaires à ce modèle. Les essais effectués notamment au CEA (Fissolo et al. 2002 ; Maillot 2003) pourront être utilisés.

7.2.3 Traitement de la fatigue à amplitude variable

En utilisant une des méthodes de comptage, on peut associer des cycles avec différentes amplitudes de température à des variations de température calculées sur la peau interne des tubes. Après avoir défini des cycles équivalents de chargement, différentes combinaisons de cycles, notamment des ordres croissants ou décroissants, peuvent être étudiées.

Une modification de la loi de propagation a été présentée pour prendre en compte l'effet de surcharges isolées sur la durée de vie des composants étudiés. En utilisant ces considérations, l'outil de simulation numérique de propagation de fissures ainsi que le modèle probabiliste peuvent être employés pour étudier l'effet de chargements à amplitude variable sur la durée de vie des composants considérés.

7.3 Bibliographie du chapitre VII

- Fissolo, A., V. Maillot, C. Robertson, G. Degallaix, S. Degallaix et B. Marini (2002). Prediction of crack initiation and growth under thermal fatigue. FATIGUE 2002, Stockholm, Suède, EMAS: 1673-1681.
- Maillot, V. (2003). Amorçage et propagation de réseaux de fissures de fatigue thermique dans un acier inoxydable austénitique de type X2 CrNi18-09 (AISI 304 L). Thèse de l'Ecole Centrale de Lille.

Formation, propagation et coalescence dans un réseau de fissures en fatigue thermique

Des réseaux de fissures dues à de la fatigue thermique à grand nombre de cycles (faïençage thermique) ont été mis en évidence dans certains composants de centrales nucléaires. L'estimation de durée de vie des composants est d'une importance vitale pour définir des programmes de maintenance.

Une solution analytique de calcul du facteur d'intensité des contraintes a été développée pour étudier l'effet du chargement thermomécanique. Vu la complexité du chargement thermique et le phénomène de propagation dans un réseau de fissures, un outil de simulation numérique a été mis au point. Il s'agit d'un outil de remaillage automatique et une stratégie de propagation dans un réseau basée sur l'incrément de longueur de fissures. Une série de calculs paramétriques a été réalisée afin d'évaluer l'influence des différents paramètres comme la configuration initiale du réseau de fissures, la fréquence du chargement thermique et le coefficient d'échange thermique sur leur propagation.

Un modèle probabiliste qui prend en compte l'hétérogénéité du matériau lors de la formation, propagation et coalescence dans un réseau de fissures en fatigue à grand nombre de cycles est ensuite proposé. L'interaction entre les fissures est prise en compte en étudiant la probabilité d'occultation (probabilité d'écrantage) d'une fissure par des mésocraquelles déjà amorcées. La propagation des fissures de réseaux est ensuite modélisée en considérant l'évolution des zones d'occultation créées par des fissures. Un modèle d'endommagement anisotrope est proposé en se basant sur la probabilité d'écrantage dans une zone d'examen et peut servir à prévoir les conditions de coalescence. Ce modèle peut être implanté dans un code de calcul par éléments finis comme un post-processeur ou un module non-linéaire.

Mots clés :

Faïençage thermique, Propagation des fissures, Calcul par éléments finis, Approches probabilistes

Formation, propagation and coalescence in a crack network under high cycle thermal fatigue

Thermal fatigue cracking is observed in the mixing zones of the auxiliary cooling system of nuclear power plants. The evaluation of crack nucleation and their subsequent propagation in a pipe subjected to thermomechanical loading is very important in determining the required maintenance programs.

A closed form solution is developed to calculate the stress intensity factors for studying of the effect of loading characteristics. An automatic numerical procedure was developed to model crack propagation in a network. It consists of an automatic remeshing procedure and a propagation strategy based on the crack length increment. The network aspects are discussed through this numerical procedure. A set of parametric studies is analyzed for a cracked pipe to evaluate the influence of different parameters such as initial crack spacing, thermal loading frequency and the solid/fluid thermal exchange coefficient on the propagation of the crack network.

A probabilistic model that takes into account the effects of material heterogeneity on the formation, propagation and coalescence of crack networks in high cycle fatigue is introduced. The interaction between cracks is modeled by considering shielding effects created by each propagating mesocrack. Propagation in the network is discussed by studying the change of the *horizon* defined as a space-stress zone in which a crack will always be obscured by propagating cracks. A closed-form solution is obtained to describe the crack density and its change with the number of cycles. Lastly, an anisotropic damage model is proposed that takes into account the material heterogeneity to predict fatigue damage. This model can be integrated in a finite element program as a post-processor or a non-linear modulus.

Key words:

Thermal striping, Crack network propagation, Numerical modeling, Probabilistic approaches