



**HAL**  
open science

# Systèmes de fusion pour la segmentation hors-ligne de signaux GPS multi-porteuses

Stanislas Boutoille

► **To cite this version:**

Stanislas Boutoille. Systèmes de fusion pour la segmentation hors-ligne de signaux GPS multi-porteuses. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université du Littoral Côte d'Opale, 2007. Français. NNT: . tel-00139226v1

**HAL Id: tel-00139226**

**<https://theses.hal.science/tel-00139226v1>**

Submitted on 29 Mar 2007 (v1), last revised 17 Sep 2007 (v3)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Systemes de fusion pour la segmentation hors-ligne de signaux GPS multi-porteuses

## THÈSE

présentée et soutenue publiquement le 27 Mars 2007

pour l'obtention du

**Doctorat de l'Université du Littoral Côte d'Opale – ULCO**

(Spécialité Génie Informatique, Automatique et Traitement du Signal)

par

Stanislas BOUTOILLE

### Composition du jury

<i>Président :</i>	Jean-Pierre RICHARD Professeur des Universités	Ecole Centrale de Lille
<i>Rapporteurs :</i>	Thierry DENOEU Professeur des Universités	Université de Technologie de Compiègne
	Jean-Pierre LE CADRE Directeur de Recherche	IRISA – Rennes
<i>Examineurs :</i>	Jean DEZERT Ingénieur de recherche	ONERA – Châtillon
	Marc HEDDEBAUT Directeur de Recherche	INRETS – Villeneuve d'Ascq
	Christian MUSSO Ingénieur de recherche	ONERA – Châtillon
<i>Directeurs :</i>	Mohammed BENJELLOUN Professeur des Universités	Directeur de Thèse Université du Littoral Côte d'Opale
	Serge REBOUL Maître de Conférence	Co-Directeur de Thèse Université du Littoral Côte d'Opale



*Un homme est heureux tant qu'il décide de l'être,  
et nul ne peut l'en empêcher.  
Alexandre Soljenitsyne*



# Table des matières

Glossaire	vii
Abréviations	ix
Table des figures	xi
Liste des tableaux	xv

---

Introduction générale	1
-----------------------	---

<b>Chapitre 1</b>	
<b>Le système GPS</b>	<b>5</b>

1.1	Introduction . . . . .	5
1.2	Principe du système GPS . . . . .	6
1.2.1	Historique et infrastructures . . . . .	6
1.2.2	Principe du calcul de position . . . . .	6
1.2.3	Limites du système GPS . . . . .	8
1.3	Constitution des signaux GPS . . . . .	9
1.3.1	Description des signaux . . . . .	9
1.3.2	Génération des signaux . . . . .	11
1.3.3	Décalage Doppler . . . . .	12
1.3.4	Propriétés des codes . . . . .	13
1.3.5	Le message de navigation . . . . .	16
1.4	Réception du signal GPS . . . . .	17
1.4.1	Puissances et spectres des signaux GPS . . . . .	17
1.4.2	Principe de corrélation . . . . .	19
1.4.3	Opérations réalisées par le récepteur . . . . .	20

1.5	Acquisition du signal GPS . . . . .	20
1.5.1	Principe de l'acquisition . . . . .	20
1.5.2	Acquisition temporelle . . . . .	21
1.5.3	Exemple d'acquisition . . . . .	23
1.6	Poursuite du signal GPS . . . . .	25
1.6.1	Poursuite de la porteuse du signal . . . . .	25
1.6.2	Poursuite du code GPS . . . . .	31
1.6.3	Architecture globale du système de poursuite . . . . .	38
1.7	Conclusion . . . . .	40

**Chapitre 2**

**Segmentation de signaux multi-capteurs**

**43**

2.1	Introduction . . . . .	43
2.2	Systèmes de décision mono-capteur . . . . .	44
2.2.1	Règle de décision <i>a posteriori</i> . . . . .	44
2.2.2	Autres Règles de décision . . . . .	46
2.2.3	Exemple de critère de décision . . . . .	48
2.2.4	Mesures de performances . . . . .	49
2.3	Systèmes de segmentation mono-capteur . . . . .	50
2.3.1	Détection de rupture en-ligne . . . . .	50
2.3.2	Segmentation mono-rupture . . . . .	52
2.3.3	Segmentation multi-ruptures: critères efficaces . . . . .	55
2.3.4	Segmentation multi-ruptures: Critères consistants . . . . .	58
2.3.5	Mesures de performances . . . . .	61
2.4	Fusion centralisée dans un système de décision multi-capteurs . . . . .	64
2.4.1	Extension des critères mono-capteur . . . . .	64
2.4.2	Produit des distributions <i>a posteriori</i> . . . . .	66
2.4.3	Pondération linéaire des distributions . . . . .	66
2.4.4	Pondération des mesures . . . . .	67
2.5	Fusion distribuée dans un système de décision multi-capteurs . . . . .	69
2.5.1	Optimisation des détecteurs locaux dans un système parallèle . . . . .	71
2.5.2	Optimisation de l'opérateur de fusion dans un système parallèle . . . . .	73
2.5.3	Optimisation globale du système de fusion . . . . .	75
2.5.4	Système de fusion de détection - système distribué en série . . . . .	81
2.6	Conclusion . . . . .	82

---

**Chapitre 3****Système de fusion hybride pour la segmentation de signaux****85**

3.1	Introduction . . . . .	85
3.2	Critère de décision MAP appliqué à la segmentation multi-capteurs . . . . .	86
3.3	Critère de fusion centralisée . . . . .	88
3.3.1	Définition du critère dans le cas de ruptures non-simultanées . . . . .	88
3.3.2	Définition du critère dans le cas de ruptures simultanées . . . . .	89
3.4	Critère de fusion distribuée hybride . . . . .	90
3.4.1	Formulation du critère de fusion distribuée hybride . . . . .	90
3.4.2	Définition du critère dans le cas des règles ET et OU de fusion . . . . .	94
3.5	Segmentation du signal GPS . . . . .	96
3.5.1	Application au signal GPS . . . . .	96
3.5.2	Le décalage dû à la traversée ionosphérique . . . . .	97
3.5.3	Mise en oeuvre du détecteur . . . . .	98
3.6	Expérimentations . . . . .	101
3.6.1	Evaluation des critères de fusion centralisée . . . . .	101
3.6.2	Evaluation du critère de fusion distribuée . . . . .	105
3.6.3	Application au signal GPS synthétique . . . . .	110
3.7	Conclusion . . . . .	113

**Chapitre 4****Système de segmentation multi-ruptures pour la fusion de signaux GPS115**

4.1	Introduction . . . . .	115
4.2	Approche bayésienne de la sélection de modèles . . . . .	116
4.2.1	Définition de l'estimateur MAP du nombre et de la position des ruptures . . . . .	116
4.2.2	Définition de la fonction de contraste pénalisée . . . . .	117
4.3	Expression de la fonction de contraste pénalisée dans un cas de signaux linéaires par morceaux . . . . .	119
4.3.1	Expression de la fonction d'attache aux données . . . . .	119
4.3.2	Expression de la pénalisation . . . . .	123
4.4	Segmentation du signal GPS . . . . .	126
4.5	Minimisation de la fonction de contraste pénalisée . . . . .	128



4.6	Expérimentations . . . . .	129
4.6.1	Introduction . . . . .	129
4.6.2	Segmentation du signal quand les pentes du signal sont connues . .	131
4.6.3	Segmentation du signal quand les pentes du signal sont inconnues .	135
4.6.4	Application à la poursuite de code du système GPS . . . . .	139
4.7	Conclusion . . . . .	144

<b>Chapitre 5</b>
-------------------

<b>Applications au positionnement satellitaire</b>	<b>147</b>
--	------------

5.1	Introduction . . . . .	147
5.2	Contexte expérimental . . . . .	148
5.2.1	Contexte expérimental dans le cas synthétique . . . . .	148
5.2.2	Dispositif expérimental utilisé dans le cas réel . . . . .	152
5.2.3	Calcul de la position du récepteur à partir de signaux réels . . . . .	154
5.2.4	Paramétrage des méthodes de poursuite du code . . . . .	156
5.3	Expérimentations sur signaux synthétiques . . . . .	160
5.3.1	Cas statique . . . . .	160
5.3.2	Cas dynamique . . . . .	163
5.4	Expérimentations sur signaux réels . . . . .	165
5.4.1	Cas statique . . . . .	165
5.4.2	Cas dynamique . . . . .	166
5.5	Conclusion . . . . .	168

<b>Conclusion générale</b>	<b>171</b>
----------------------------	------------

---

<b>Annexe A Fusion hybride pondérée</b>	<b>175</b>
---	------------

A.1	Principe . . . . .	175
A.2	Définition des poids . . . . .	178
A.3	Application à la poursuite du signal GPS . . . . .	178

<b>Bibliographie</b>	<b>181</b>
----------------------	------------

# Glossaire

$x_i, y_i, z_i$	: coordonnées de la position du satellite $i$
$X, Y, Z$	: coordonnées de la position du récepteur
$C_r$	: biais lié à l'erreur de synchronisation du récepteur avec le temps UTC
$\rho_{r_i}$	: pseudo-distance entre un récepteur et un satellite $i$
$\tau_i$	: retard entre un récepteur et un satellite $i$
$f_d$	: fréquence Doppler
$c$	: célérité de la lumière
$c(t)$	: code pseudo-aléatoire civil (C/A)
$P(t)$	: code pseudo-aléatoire militaire (P)
$d_n$	: message de navigation
$k$	: constante de Boltzmann
$C/N_0$	: rapport signal sur bruit normalisé sur une bande de 1 Hz
$T$	: période de pré-détection pendant laquelle la corrélation est effectuée
$\phi$	: phase du signal GPS
$\phi_i(t)$	: phase instantanée du signal GPS
$A$	: amplitude du signal GPS
$B_L$	: largeur de bande de bruit d'une boucle de poursuite de code d'un récepteur GPS
$D(\tau)$	: discriminant d'une boucle de poursuite de code d'un récepteur GPS
$R_f$	: valeur de la corrélation entre le code d'un signal et le code d'un récepteur GPS
$T_c$	: durée d'un chip de code civil GPS
$f_e$	: fréquence d'échantillonnage du signal GPS
$H_i$	: $i$ ème hypothèse
$C_{ij}$	: $i, j \in \{0,1\}$ , le coût de déclarer l'hypothèse $H_i$ vraie et que l'hypothèse $H_j$ soit présente
$P(\cdot)$	: probabilité
$P_f$	: probabilité de fausse-alarme
$P_D$	: probabilité de détection
$P_M$	: probabilité de manque
$P_B$	: probabilité d'absence
$y$	: processus statistique
$b$	: bruit de processus statistique $y$
$\sigma^2$	: variance du bruit $b$
$r$	: séquence de rupture composée de 1 à l'instant de la rupture, et de 0 ailleurs

- $u_i$  : décision binaire du système  $i$
- $u_0$  : décision globale du système de fusion

# Abréviations

AIC	: Akaike Information Criterion
AS	: Anti Spoofing
BIC	: Bayesian Information Criterion
BOC	: Binary Offset Carrier
BPSK	: Binary Phase Shift Keying
C/A	: Coarse/Acquisition code
CAG	: Contrôle Automatique du Gain
CAN	: Convertisseur Analogique-Numérique
CDMA	: Code Division Multiple Access
CFAR	: Constant False Alarm Ratio
COR	: Courbe Opérationnelle du Récepteur
CP	: Process Capability
CUSUM	: CUMulative SUM
DFFT	: Discrete Fast Fourier Transform
DLL	: Delay Locked Loop
DOP	: Dilution Of Precision
DSP	: Densité spectrale de puissance
E	: Early
ECEF	: Earth Centred Earth Fixed
GDOP	: Global Dilution Of Precision
GLR	: Generalized Likelihood Ratio
GPS	: Global Positioning System
HOW	: HandOver Word
L	: Late
LR	: Likelihood Ratio
MAP	: Maximum <i>A Posteriori</i>
MDL	: Minimum Description Length
MTD	: Mean Time to Detection
NAVSTAR	: NAVigation System Time And Ranging
NRZ	: Non Retour à Zéro
OCT	: Oscillateur Contrôlé en Tension
OL	: Oscillateur Local
P	: Precise code
PBPO	: Person by Person Opitimisation
PLL	: Phase Locked Loop

Pr	:	Prompt
RSB	:	Rapport Signal sur Bruit
TEC	:	Total Electron Content
TLM	:	TéLéMétrie
UTC	:	Universal Coordinated Time
VDOP	:	Vertical Dilution Of Precision

# Table des figures

1.1	Multiplexage et modulation du message de navigation . . . . .	10
1.2	Génération du signal GPS . . . . .	11
1.3	Effet Doppler . . . . .	13
1.4	Génération d'un code pseudo-aléatoire de longueur $N = 31$ . . . . .	13
1.5	Fonction d'autocorrélation d'un code pseudo-aléatoire . . . . .	14
1.6	Spectre d'un code pseudo-aléatoire . . . . .	15
1.7	Génération du code C/A . . . . .	15
1.8	Constitution du message de navigation . . . . .	17
1.9	Schéma de principe de l'acquisition temporelle . . . . .	23
1.10	Exemple d'acquisition . . . . .	24
1.11	Limite de l'acquisition . . . . .	24
1.12	Schéma d'une boucle à verrouillage de phase . . . . .	26
1.13	Schéma équivalent de la boucle à verrouillage de phase . . . . .	26
1.14	Schéma équivalent d'une PLL numérique . . . . .	29
1.15	Schéma de la boucle de Costas . . . . .	29
1.16	Evolution des discriminants en fonction de l'erreur de phase . . . . .	31
1.17	Evolution de la corrélation en sortie des voies $I_E$ , $I_P$ et $I_L$ . . . . .	34
1.18	Boucle de poursuite de code cohérente . . . . .	34
1.19	Boucle de poursuite de code non-cohérente . . . . .	36
1.20	Evolution des discriminants cohérents et non-cohérents . . . . .	38
1.21	Architecture globale du système de poursuite . . . . .	39
1.22	Exemple de poursuite du signal GPS . . . . .	40
1.23	Exemple de poursuite sans recalage du code . . . . .	41
1.24	Exemple de poursuite sans recalage de la porteuse . . . . .	42
2.1	Système de décision . . . . .	45
2.2	Evaluation du critère de détection . . . . .	50
2.3	Système de décision en-ligne . . . . .	50
2.4	Système de segmentation mono-rupture . . . . .	53
2.5	Système de segmentation multi-ruptures . . . . .	55
2.6	Exemple de signal à segmenter . . . . .	61
2.7	Distribution empirique des ruptures détectées . . . . .	62
2.8	Distribution empirique du nombre de ruptures détectées . . . . .	63
2.9	Système de fusion centralisée . . . . .	65
2.10	Système de pondération des mesures . . . . .	68

---

2.11	Système de fusion distribuée . . . . .	70
3.1	Processus associé au signal $j$ et l'hypothèse $H_1$ . . . . .	86
3.2	Système de détection hybride . . . . .	90
3.3	Exemple de décalage dû à la traversée ionosphérique . . . . .	97
3.4	Exemple d'évolution du décalage après recalage des codes . . . . .	97
3.5	Fonctionnement du système de détection par fenêtre glissante . . . . .	100
3.6	Signaux dans le cas de ruptures simultanées . . . . .	101
3.7	Signaux dans le cas de ruptures non-simultanées . . . . .	101
3.8	Courbes COR dans le cas de ruptures simultanées (systèmes centralisés) .	102
3.9	Courbes COR dans le cas de ruptures non-simultanées(systèmes centralisés)	102
3.10	Distribution empirique: cas des ruptures simultanées (systèmes centralisés)	104
3.11	Distribution empirique: cas des ruptures non-simultanées (systèmes cen- tralisés) . . . . .	105
3.12	Courbes COR dans le cas de ruptures simultanées (système hybride) . . . .	106
3.13	Courbes COR dans le cas de ruptures non-simultanées (système hybride) .	106
3.14	Evolution de $P_D$ pour $P_f = 0.1$ en fonction du décalage entre les ruptures (système hybride) . . . . .	107
3.15	Evolution de $P_D$ pour $P_f = 0.3$ en fonction du décalage entre les ruptures (système hybride) . . . . .	107
3.16	Distribution empirique: cas des ruptures simultanées (système hybride) . .	108
3.17	Distribution empirique: cas des ruptures non-simultanées (système hybride)	109
3.18	Distribution empirique: segmentation indépendante des signaux (appliquée au GPS) . . . . .	111
3.19	Distribution empirique: fusion synchronisée (appliquée au GPS) . . . . .	111
3.20	Distribution empirique: fusion hybride ET (appliquée au GPS) . . . . .	112
4.1	Exemples de signaux avec ruptures de pentes . . . . .	117
4.2	Exemple de segmentation de discriminant GPS . . . . .	127
4.3	Exemple de réalisation des signaux linéaires par morceaux . . . . .	130
4.4	Distributions empiriques du nombre et de la position des ruptures pour la segmentation indépendante (pentés connues) . . . . .	132
4.5	Distributions de la position des ruptures pour la fusion sans <i>a priori</i> (pentés connues) . . . . .	133
4.6	Distribution des valeurs de décalages estimées (pentés connues) . . . . .	134
4.7	Distributions de la position des ruptures pour la fusion avec un <i>a priori</i> (pentés connues) . . . . .	135
4.8	Distributions de la position des ruptures pour la fusion avec un <i>a priori</i> fort (pentés connues) . . . . .	136
4.9	Distributions de la position des ruptures pour la segmentation indépen- dante (pentés inconnues) . . . . .	137
4.10	Distributions de la position des ruptures pour la fusion sans <i>a priori</i> (pentés inconnues) . . . . .	138
4.11	Distributions de la position des ruptures pour la fusion avec un <i>a priori</i> (pentés inconnues) . . . . .	139

---

4.12	Distributions de la position des ruptures pour la segmentation indépendante du signal GPS multi-porteuses . . . . .	141
4.13	Distributions de la position des ruptures pour la fusion avec <i>a priori</i> faible du signal GPS multi-porteuses . . . . .	142
4.14	Distributions de la position des ruptures pour la fusion avec <i>a priori</i> fort du signal GPS multi-porteuses . . . . .	143
5.1	Positions calculées au rythme de la milliseconde dans le cas statique (sans bruit) . . . . .	149
5.2	Positions calculées au rythme de la milliseconde dans le cas dynamique (sans bruit) . . . . .	150
5.3	Positions calculées au rythme de la milliseconde après lissage (sans bruit)	151
5.4	Chaîne de réception du signal GPS . . . . .	153
5.5	Quantification 1 bit et deux bits du signal GPS . . . . .	154
5.6	Spectre du signal échantillonné . . . . .	155
5.7	Système d'acquisition du signal GPS . . . . .	156
5.8	Dispositif de génération de la trajectoire circulaire . . . . .	157
5.9	Différentes étapes de traitement du signal GPS . . . . .	158
5.10	Exemple de calcul de la position récepteur . . . . .	159
5.11	Probabilité de détection du nombre de ruptures et erreur quadratique moyenne du retard estimé en fonction de $\beta$ . . . . .	160
5.12	Positions calculées au rythme de la milliseconde dans le cas statique ( $C/N_0 = 51$ dB.Hz) . . . . .	161
5.13	Positions calculées au rythme de la milliseconde dans le cas statique ( $C/N_0 = 45$ dB.Hz) . . . . .	162
5.14	Positions calculées dans le cas d'une trajectoire circulaire ( $C/N_0 = 51$ dB.Hz)	163
5.15	Positions calculées dans le cas d'une trajectoire circulaire ( $C/N_0 = 45$ dB.Hz)	164
5.16	Positions statiques calculées dans un cadre réel . . . . .	166
5.17	Positions dynamiques calculées dans un cadre réel . . . . .	167
A.1	Principe de la fusion hybride pondérée . . . . .	177
A.2	Courbe COR de la détection de décrochage . . . . .	178
A.3	Mesures sur L1 et L2 . . . . .	179
A.4	Mesures de la fusion hybride . . . . .	179
A.5	Mesures de la fusion hybride pondérée . . . . .	179
A.6	Mesures de la fusion hybride pondérée en présence de brouillages . . . . .	179





# Liste des tableaux

2.1	Evaluation de la segmentation du signal de la figure 2.6 . . . . .	64
2.2	Exemple de règles de fusion possibles dans le cadre de deux capteurs . . . . .	74
3.1	Evaluation de la segmentation : cas des ruptures simultanées (systèmes centralisés) . . . . .	103
3.2	Evaluation de la segmentation : cas des ruptures non-simultanées (systèmes centralisés) . . . . .	104
3.3	Evaluation de la segmentation : cas des ruptures simultanées (système hybride) . . . . .	108
3.4	Evaluation de la segmentation : cas des ruptures non-simultanées (système hybride) . . . . .	109
3.5	Paramètres de simulation du signal GPS . . . . .	110
3.6	Critères d'évaluation de la segmentation (appliquée au GPS) . . . . .	112
4.1	Valeurs des paramètres pour les différentes expérimentations . . . . .	131
4.2	Mesures des critères de performances pour la segmentation indépendante (pentes connues) . . . . .	132
4.3	Mesures des critères de performances pour la fusion sans <i>a priori</i> (pentes connues) . . . . .	133
4.4	Mesures des critères de performances pour la fusion avec un <i>a priori</i> (pentes connues) . . . . .	134
4.5	Mesures des critères de performances pour la fusion avec un <i>a priori</i> fort (pentes connues) . . . . .	135
4.6	Mesures des critères de performances pour la segmentation indépendante (pentes inconnues) . . . . .	136
4.7	Mesures des critères de performances pour la fusion sans <i>a priori</i> (pentes inconnues) . . . . .	138
4.8	Mesures des critères de performances pour la fusion avec un <i>a priori</i> (pentes inconnues) . . . . .	139
4.9	Valeurs des paramètres pour les différentes expérimentations . . . . .	140
4.10	Mesures des critères de performances pour la segmentation indépendante du signal GPS multi-porteuses . . . . .	141
4.11	Mesures des critères de performances pour la fusion avec <i>a priori</i> faible du signal GPS multi-porteuses . . . . .	142

4.12 Mesures des critères de performances pour la fusion avec <i>a priori</i> fort du signal GPS multi-porteuses . . . . .	144
5.1 Paramètres de simulation . . . . .	148
5.2 Erreurs sur le calcul de la position statique pour des signaux non bruités .	149
5.3 Erreurs sur le calcul de la position dynamique pour des signaux non bruités	150
5.4 Erreurs sur le calcul de la position après lissage pour des signaux non bruités	152
5.5 Erreurs sur le calcul de la position statique ( $C/N_0 = 51$ dB.Hz) . . . . .	162
5.6 Erreurs sur le calcul de la position statique ( $C/N_0 = 45$ dB.Hz) . . . . .	162
5.7 Erreurs sur le calcul de la position dynamique ( $C/N_0 = 51$ dB.Hz) . . . . .	164
5.8 Erreurs sur le calcul de la position dynamique ( $C/N_0 = 45$ dB.Hz) . . . . .	165
5.9 Rapports signal sur bruit pour les différents satellites . . . . .	165
5.10 Erreurs sur le calcul de la position statique dans un cadre réel . . . . .	166
5.11 Rapports signal sur bruit pour les différents satellites . . . . .	167
5.12 Erreurs sur le calcul de la position statique dans un cadre réel . . . . .	168
A.1 Erreur quadratique moyenne en mètres . . . . .	180

# Introduction générale

LE sujet de recherche développé tout au long de ce travail de thèse porte sur l'étude et la mise en oeuvre de systèmes de fusion pour la segmentation hors-ligne de signaux, par une approche probabiliste dans un cadre bayésien. L'objectif étant d'appliquer ces méthodes aux futurs systèmes de navigation multi-porteuses tels que le système GPS (Global Positioning System) Américain NAVSTAR ( NAVigation System Time And Ranging ) ou le système européen Galileo.

L'utilisation de plusieurs sources de données permet de combiner les informations dans le but d'obtenir des résultats plus fiables et plus robustes afin d'accroître les performances d'un système. La fusion d'informations concerne l'ensemble des formalismes permettant ces combinaisons. Il existe dans la littérature beaucoup de travaux réalisés dans ce domaine. Les théories les plus répandues utilisent une représentation probabiliste dans un cadre bayésien. Il s'agit d'estimer une valeur de paramètre à partir d'une distribution *a posteriori* fusionnée connaissant les mesures provenant des différentes sources. Dans le modèle probabiliste, on ajoute une information *a priori* sur la valeur du paramètre à estimer. Cette représentation est notamment utilisée dans des applications confrontées au problème de segmentation de signaux. Il s'agit de traitements qui consistent à détecter les instants de variations d'un ou plusieurs paramètres statistiques de signaux. Deux problèmes se posent alors :

- l'estimation des paramètres statistiques avant et après les ruptures,
- la détermination du nombre et de la position des ruptures.

Il existe deux grandes approches dans la mise en oeuvre de tels systèmes de segmentation. Une approche en-ligne permet de traiter les mesures dès qu'elles sont disponibles. Le but est alors de détecter les ruptures le plus rapidement dès leur apparition. Une autre approche dite hors-ligne consiste à accumuler les données et effectuer le traitement sur l'ensemble du signal.

Dans ce mémoire nous avons réalisé l'étude et la mise en oeuvre de systèmes de fusion de segmentation hors-ligne. On considère dans un premier temps le problème de la segmentation multi-signaux et mono-rupture, soit la détection simultanée d'une rupture sur un ensemble de signaux. La segmentation multi-signaux et multi-ruptures est étudiée dans un second temps.

Les systèmes de localisation actuels tels que le GPS permettent de calculer la position de tout utilisateur et à tout endroit sur la terre à partir d'un récepteur et de signaux émis par des satellites. Le GPS, mis en place par le Department of Defense (DoD) des États-

Unis dans les années 70, a pour principe de mesurer la distance séparant un récepteur de satellites (quatre au minimum) grâce à l'émission de signaux datés. Il est alors possible, à partir de trois mesures, d'effectuer une triangulation et ainsi de fournir une position en trois dimensions, la quatrième mesure servant à éliminer le biais entre l'horloge du récepteur et l'horloge des satellites.

La distance entre un satellite et un récepteur est mesurée grâce au temps de propagation d'une onde électromagnétique émise par le satellite et évoluant à la vitesse de la lumière. L'évolution de ce temps de propagation est donnée par la mesure du décalage ou retard entre un code binaire contenu dans le signal reçu, et ce même code binaire généré par le récepteur au même instant. L'estimation par maximum de vraisemblance de ce retard est obtenue à partir des mesures d'un discriminant de poursuite du code. A l'accrochage, lorsque les codes sont synchrones, le discriminant est nul. Puis il évolue linéairement avec le retard entre les codes pour finalement s'annuler lorsque le signal reçu est décroché par le récepteur. Le but du système de poursuite du récepteur est de recaler le code local sur le code reçu pour rester accroché. Les systèmes actuels fournissent une mesure de position en général toutes les secondes. Les récepteurs les plus performants peuvent descendre jusqu'à 20 millisecondes de période. Pour une trajectoire ayant des mouvements de fortes dynamiques, certains déplacements effectués par le récepteur peuvent ne pas être détectés. Pourtant, le système de poursuite du code est capable de fournir une mesure de discriminant toutes les millisecondes. Il est donc possible de calculer une position toutes les millisecondes.

Dans ce travail, nous proposons de réaliser la segmentation hors-ligne du signal discriminant de la poursuite de code du système GPS. On considère que l'on dispose du signal échantillonné sur une fenêtre de travail. On détecte alors l'évolution du décalage, et on estime la valeur du retard pour recaler les codes. Ces techniques sont testées et évaluées pour fournir chaque seconde une estimation des positions obtenues toutes les millisecondes.

A l'heure actuelle, les signaux sont émis sur deux fréquences. Une fréquence  $L_1$  avec un code exploitable par tout utilisateur civil, et une fréquence  $L_2$  avec un code uniquement connu par les militaires ou par un personnel autorisé. L'évolution future du système passe par la mise à disposition du code civil sur la fréquence militaire  $L_2$  ainsi que sur une troisième fréquence  $L_5$ . Parallèlement à cette initiative, l'ASE (Agence Spatiale Européenne) a également décidé de mettre en place un système de navigation par satellites appelé Galileo. Ce nouveau système multi-porteuses utilisera plusieurs bandes de fréquences munies de codes civils. Il sera donc possible pour tout utilisateur de disposer, pour chaque satellite, de plusieurs valeurs de discriminants associés aux différentes fréquences. Néanmoins, l'application de la fusion d'informations dans ce cas nécessite la prise en compte de certaines contraintes. En effet, les fréquences de valeurs différentes ne réagissent pas de la même manière à la traversée de l'atmosphère. Celle-ci est composée de plusieurs couches aux caractéristiques physiques et chimiques différentes les unes des autres. La traversée de ces couches par les ondes électromagnétiques induit un comportement différent de celles-ci. L'ionosphère en particulier, composée d'électrons libres, est un milieu dispersif. La vitesse de groupe des ondes traversant ce milieu est différente de la vitesse de phase, mais est surtout fonction de la fréquence de l'onde et du taux d'électrons libres composant cette couche de l'atmosphère. Il en résulte que deux ondes de fréquences différentes traversant

---

l'ionosphère, n'auront pas la même vitesse de groupe et de ce fait, parviendront au récepteur à des instants différents. L'évolution du taux d'électrons variant au cours du temps, la vitesse de groupe des ondes varie également au cours du temps, ce qui impliquera des décalages dans les mesures des discriminants des différentes fréquences.

Dans ce travail, nous allons appliquer les techniques de fusion proposées à la segmentation hors-ligne du signal discriminant de la poursuite du code. Le but des modèles de fusion proposés est d'intégrer dans leur mise en oeuvre, les caractéristiques des signaux multi-porteuses.

L'objectif de ce mémoire est de décrire la mise en oeuvre de systèmes de segmentation à partir de la fusion de plusieurs sources d'informations. Ces systèmes ont l'originalité de traiter les problèmes de désynchronisation des sources et sont ainsi appliqués à la segmentation des discriminants de la poursuite des codes des signaux GPS. Le traitement de la fusion des données en-ligne étant mal adapté lorsque les sources sont désynchronisées, les procédés développés sont hors-ligne. Il est possible, à partir de là, de disposer de plusieurs mesures provenant des différents discriminants et ainsi d'améliorer la qualité et la robustesse des estimations face au bruit. Ces systèmes permettent, de plus, d'estimer les décalages entre les discriminants, soit d'évaluer les retards de propagation provoqués par la traversée ionosphérique.

Les méthodes développées ont également la particularité de pouvoir traiter les données GPS multi-porteuses à la milliseconde. Dans ce cas, l'évolution des positions du récepteur est reconstituée de façon plus précise et avec le maximum d'informations.

Les contributions et l'évaluation des apports de ces travaux sont structurées en cinq chapitres. Le premier chapitre, essentiellement bibliographique, a pour but de présenter plus en détail l'historique et le fonctionnement général du système de navigation GPS. Une attention plus particulière est portée sur la description et la modélisation des signaux sur lesquels nous avons travaillé, ainsi que sur leur traitement numérique dans un récepteur.

Le deuxième chapitre, également bibliographique, a pour objectif de présenter différentes techniques de segmentation existant dans la littérature. Y seront également présentées les méthodes de détection pour la fusion multi-capteurs, celles-ci permettent d'établir les règles de décisions sur la présence d'une rupture.

Dans le troisième chapitre est développée une méthode de segmentation mono-rupture par approche bayésienne que nous avons mise en oeuvre. Il s'agit d'un système de fusion de détection dit hybride, basé sur l'estimation des positions des ruptures dans une fenêtre de travail de taille fixée. Cette méthode permet de combiner les décisions prises par un système partant de l'hypothèse que les ruptures sont synchronisées, et par un autre système partant de l'hypothèse que les ruptures ne sont pas synchronisées. Les performances de la méthode sont alors illustrées par des expérimentations réalisées sur des données synthétiques.

Nous proposons dans le quatrième chapitre, un système de fusion de segmentation hors-ligne multi-signaux et multi-ruptures, basé sur l'estimation des ruptures de linéarités de plusieurs signaux. Il s'agit d'une méthode de sélection de modèles permettant de choisir la configuration de rupture la plus vraisemblable, à partir d'une fonction de contraste pénalisée fusionnant la segmentation de plusieurs signaux. Cette méthode per-

met de considérer et d'estimer les décalages dus à la désynchronisation entre les signaux. Les performances de telles méthodes sont présentées grâce à des expérimentations réalisées sur données synthétiques.

Le dernier chapitre est principalement expérimental. Il permet de montrer les performances des méthodes développées pour le calcul de la position d'un récepteur GPS multi-porteuses. Dans un premier temps, les expérimentations sont réalisées sur des données simulées mais dans un contexte réel. Dans un deuxième temps, les méthodes sont appliquées à des signaux réels. Pour chacun de ces cas, une expérimentation est réalisée d'une part pour un récepteur statique et d'autre part pour une trajectoire et un récepteur dynamique.

Enfin une conclusion générale vient dresser le bilan des travaux réalisés dans ce mémoire, et indiquer les ouvertures et perspectives qu'ils engendrent.

# Chapitre 1

## Le système GPS

### 1.1 Introduction

Les dispositifs de navigation qui utilisent le système GPS (Global Positioning System) permettent à un utilisateur de déterminer sa position quel que soit l'endroit où il se trouve sur la terre, à partir d'un message radiodiffusé par un ensemble de satellites. Ce service est à l'heure actuelle gratuit et utilisé dans différents domaines (militaires, géologiques, spatiaux, etc ...). Le principe du positionnement repose sur une triangulation effectuée à partir de mesures de distances séparant un récepteur d'une constellation de satellites. Cette mesure est obtenue grâce à l'estimation du temps de parcours d'un signal à la vitesse de la lumière, du satellite au récepteur. Le signal GPS émis par les satellites et capté par les récepteurs, contient un message de navigation multiplexé avec un code CDMA (Code Division Multiple Access) modulé par une porteuse. A la réception, il faut pouvoir démoduler le signal pour en extraire le code et le message de navigation. Le message de navigation contient des informations indispensables pour calculer la position des satellites. Le code CDMA est utilisé pour calculer le temps mis par le signal pour aller du satellite au récepteur. A la réception, le signal est numérisé puis décodé par le récepteur.

Le but de ce chapitre bibliographique est de présenter les différents traitements numériques du signal GPS réalisés dans un récepteur. Ces traitements seront décrits par leurs modèles et illustrés par des expérimentations réalisées sur signaux réels. Nous souhaitons ainsi présenter dans un premier temps le signal sur lequel nous avons expérimenté nos algorithmes de fusion. Afin d'améliorer la précision et la robustesse du système, nous montrerons alors l'intérêt de la fusion pour cette application et la possibilité de traiter le signal en temps différé. Dans ce chapitre, un bref historique du système de positionnement ainsi que la constitution du signal GPS et des récepteurs seront présentés. Puis dans un second temps sera effectuée la description du traitement des signaux GPS par le récepteur.



## 1.2 Principe du système GPS

### 1.2.1 Historique et infrastructures

Au début des années 1960, l'US Navy propose d'utiliser des satellites comme aide à la navigation. Ils développent pour cela le premier système de radionavigation avec un réseau de 5 satellites appelé TRANSIT. Ce système est toujours utilisé mais uniquement pour les véhicules à faibles dynamiques tels que les navires de surface ou les sous-marins.

C'est en 1973 que le Department of Defense (DoD) décide de réunir deux programmes développés parallèlement par l'US Navy et l'US Air Force afin de constituer le programme NAVSTAR-GPS (Navigation System by Timing And Ranging - Global Positioning System). Ce développement s'est effectué en trois phases pour parvenir aujourd'hui à une constellation de 24 satellites et quelques autres disponibles en cas de problèmes. Chacun des satellites évolue sur une orbite MEO (Medium Earth Orbit) à 20200 km d'altitude sur 6 plans d'orbites quasi-circulaires, avec une révolution autour de la terre de 11 heures et 58 minutes. Ils sont disposés de telle manière que tout utilisateur peut recevoir au minimum 4 signaux exploitables à tout instant. Cette constellation constitue le segment Espace du système GPS.

L'infrastructure du GPS est également composée d'un segment de contrôle. Il s'agit de plusieurs stations réparties à travers le monde qui reçoivent des informations des différents satellites. Les messages sont alors transmis et centralisés sur la station mère située à Colorado Springs. C'est ici que seront traitées les données et mis à jour les différents paramètres de correction tels que les paramètres de modélisation ou d'éphémérides. Ces informations seront alors retransmises aux antennes des quatre stations de contrôle (Hawaï, Ascension Island, Diego Garcia, Kwajalein) disséminées à travers le monde autour de l'équateur et renvoyées par voie montante aux satellites.

Le troisième segment est le segment utilisateur qui permet le calcul de positionnement par deux services distincts :

- le service SPS (Standard Positioning Service) est accessible à tous les utilisateurs sans exceptions ;
- le service PPS (Precise Positioning Service) est uniquement accessible au personnel habilité (ministère de la défense américaine).

### 1.2.2 Principe du calcul de position

Chaque satellite émet en permanence un signal daté. Le temps de propagation de ce signal est mesuré par un récepteur synchronisé qui peut alors déduire la distance le séparant du satellite. Connaissant la position des satellites, il suffit alors de trois satellites pour effectuer une triangulation. Chaque mesure représente le rayon d'une sphère centrée sur un satellite. Le récepteur GPS est situé sur cette sphère. Trois mesures simultanées provoquent alors l'intersection de trois de ces sphères qui se fait en deux points dont un très éloigné dans l'espace qui n'est pas pris en compte.

Le système GPS s'appuie sur deux systèmes de référence. Le référentiel d'axe appelé système de coordonnées ECEF (Earth Centred Earth Fixed) et le référentiel de temps appelé temps UTC ( Universal Time Coordinated). Le système ECEF définit le centre du

repère au centre de la terre et la position des trois axes  $(x,y,z)$ . C'est dans ce repère qu'est donnée la position des satellites et que sera calculée la position de l'utilisateur. Tous les satellites sont synchronisés avec le temps UTC. En pratique, pour des raisons de coût, les récepteurs GPS ne peuvent pas être synchronisés avec le temps de référence UTC. Il apparaît alors un biais d'horloge identique entre le récepteur et les satellites, les horloges de ces derniers étant synchronisées entre elles. Ce biais d'horloge, noté  $\Delta t_r$ , se traduit par une erreur dans la mesure du temps de propagation des signaux GPS, et donc, par une erreur sur la distance satellite-récepteur. Celles-ci, n'étant pas parfaites, sont appelées pseudo-distances. Finalement l'algorithme de calcul de position doit permettre d'estimer les coordonnées  $(X, Y, Z)$  du récepteur et le biais  $C_r = c * \Delta t_r$  ( $c$  étant la vitesse de la lumière) à partir de quatre satellites minimum [Lei95].

Si l'on connaît la position des satellites, il est alors possible de déterminer la position d'un récepteur à partir de la distance mesurée (pseudo-distance) entre ce dernier et les satellites. Cette pseudo-distance est ici supposée sans erreurs. On pose :

- $\rho_r$  = la pseudo-distance,
- $x_i, y_i, z_i$  = les coordonnées de la position du satellite  $i$  connue,
- $X, Y, Z$  = les coordonnées de la position du récepteur que l'on recherche.
- $C_r$  = le biais lié à l'erreur de synchronisation du récepteur avec le temps UTC.

$x_i, y_i, z_i$  et  $X, Y, Z$  sont dans le système de coordonnées ECEF. La pseudo-distance  $\rho_{ri}$  entre le récepteur et un satellite  $i$  s'écrit alors [GWA01] :

$$\rho_{ri} = \sqrt{(x_i - X)^2 + (y_i - Y)^2 + (z_i - Z)^2} + C_r \quad (1.1)$$

avec  $i = \{1, 2, 3, 4\}$  et  $X, Y, Z$  et  $C_r$  les inconnues. Du fait de la non-linéarité de cette équation, il sera difficile de résoudre directement un système à 4 équations de ce type. Une solution pour contourner ce problème est de les linéariser. En différenciant l'équation 1.1, on obtient :

$$\begin{aligned} \delta \rho_i &= \frac{(x_i - X) \delta X + (y_i - Y) \delta Y + (z_i - Z) \delta Z}{\sqrt{(x_i - X)^2 + (y_i - Y)^2 + (z_i - Z)^2}} + \delta C_r \\ &= \frac{(x_i - X) \delta X + (y_i - Y) \delta Y + (z_i - Z) \delta Z}{\rho_i - C_r} + \delta C_r \end{aligned} \quad (1.2)$$

En supposant que l'on fixe une valeur initiale connue pour les variables  $X, Y, Z$  et  $C_r$  (par exemple le centre de la terre et un biais d'horloge nul), les nouvelles valeurs de  $\delta X, \delta Y, \delta Z$  et  $\delta C_r$  supposées seules inconnues, peuvent être calculées. A partir de ces dernières, on obtient de nouvelles valeurs pour  $X, Y, Z$  et  $C_r$  qui peuvent être de nouveau considérées comme des quantités connues et remplacer les valeurs initiales. Cette procédure itérative est alors poursuivie jusqu'à ce que les valeurs de  $\delta X, \delta Y, \delta Z$  et  $\delta C_r$  soient très petites et inférieures à un seuil défini au préalable. Les valeurs finales de  $X, Y, Z$  et  $C_r$  seront donc les solutions recherchées.

En considérant  $\delta X, \delta Y, \delta Z$  et  $\delta C_r$  comme inconnues, l'équation 1.2 s'écrit sous forme

matricielle :

$$\begin{bmatrix} \delta\rho_{r_1} \\ \delta\rho_{r_2} \\ \delta\rho_{r_3} \\ \delta\rho_{r_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & 1 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & 1 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & 1 \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta X \\ \delta Y \\ \delta Z \\ \delta C_r \end{bmatrix} \quad (1.3)$$

où :

$$\alpha_{i1} = \frac{x_i - X}{\rho_i - C_r} \quad \alpha_{i2} = \frac{y_i - Y}{\rho_i - C_r} \quad \alpha_{i3} = \frac{z_i - Z}{\rho_i - C_r} \quad (1.4)$$

Une solution de l'équation 1.3 est alors :

$$\begin{bmatrix} \delta X \\ \delta Y \\ \delta Z \\ \delta C_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & 1 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & 1 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & 1 \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \delta\rho_{r_1} \\ \delta\rho_{r_2} \\ \delta\rho_{r_3} \\ \delta\rho_{r_4} \end{bmatrix} \quad (1.5)$$

où  $[\cdot]^{-1}$  représente la matrice  $\alpha$  inverse. La solution attendue est obtenue en itérant cette dernière équation. On définit :

$$\delta v = \sqrt{\delta X^2 + \delta Y^2 + \delta Z^2 + \delta C_r^2} \quad (1.6)$$

la quantité permettant de décider la fin de la procédure itérative. Si cette valeur est inférieure à un seuil prédéfini, alors les coordonnées de la position et le biais d'horloge de la dernière itération correspondent aux valeurs désirées.

Dans le cas où  $n$  satellites sont visibles ( $n > 4$ ), la matrice  $\alpha$  devient :

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & 1 \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & 1 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & 1 \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & 1 \\ \vdots & & & \\ \alpha_{n1} & \alpha_{n2} & \alpha_{n3} & 1 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

Dans ce cas, la matrice n'est plus carrée et elle n'est donc plus inversible directement. On utilise alors une matrice pseudo-inverse de  $\alpha$ , définie par :

$$\delta V = [\alpha^T \alpha]^{-1} \alpha^T \delta \rho \quad (1.8)$$

avec  $\delta \rho = [\rho_1 \rho_2 \dots \rho_n]^T$  et  $\delta V = [XYZC_r]^T$ .

On obtient généralement de meilleurs résultats qu'avec 4 satellites du fait de l'utilisation d'un nombre de données plus important.

## 1.2.3 Limites du système GPS

### 1.2.3.1 Erreurs dues à la traversée des signaux dans l'atmosphère

Lorsque l'onde traverse la partie haute de l'atmosphère (ionosphère) pour parvenir au récepteur, l'ionisation des molécules d'hydrogène par le rayonnement solaire engendre des

électrons libres, ce qui implique une différence de vitesse de propagation des fréquences. Apparaît alors une variation du temps de propagation en fonction de la fréquence et de l'état d'ionisation de cette couche de l'atmosphère. Une modélisation permet de corriger cette erreur, mais des mesures plus précises peuvent être effectuées en disposant de plusieurs fréquences porteuses du signal GPS.

Le temps de propagation des ondes est également modifié lors de la traversée de la troposphère. L'air sec et la vapeur d'eau situés dans la partie basse de l'atmosphère dévient la trajectoire des ondes. Cette erreur est néanmoins assez correctement modélisable.

### 1.2.3.2 Les multi-trajets

Le phénomène de multi-trajets, ou trajet indirect, est un signal se réfléchissant sur le sol, un immeuble ou autre, et qui vient s'ajouter au signal direct. Ce phénomène est donc d'autant plus important dans les milieux urbains. Le problème est que le récepteur peut s'accrocher au signal réfléchi et ainsi fournir des informations erronées. Il s'agit d'un problème faisant l'objet de beaucoup d'études actuellement. C'est un des problèmes majeurs du système GPS.

### 1.2.3.3 Erreurs dues à la géométrie

La façon dont sont répartis les satellites peut influencer sur la précision de la mesure. Les effets sur la précision dus à la géométrie des satellites sont exprimés par la dilution de précision (DOP). On écrit :

$$\sigma_p = DOP \cdot \sigma_m \quad (1.9)$$

avec  $\sigma_p$  la précision de la position et  $\sigma_m$  la précision de la mesure. On suppose ici que la mesure des pseudo-distances est entachée d'un bruit blanc additif gaussien (de puissance  $\sigma_m^2$ ) identique pour tous les satellites. Il existe plusieurs DOP parmi lesquels on peut citer le VDOP utilisé pour la précision verticale ou le GDOP utilisé pour la position 3D et qui incluent les incertitudes liées au temps.

Cette mesure varie avec la position des satellites. Par exemple, elle sera importante quand les satellites seront positionnés au zénith du récepteur ou lorsqu'ils seront alignés. Dans ces cas le calcul de position est imprécis.

## 1.3 Constitution des signaux GPS

### 1.3.1 Description des signaux

Le signal GPS est caractérisé par deux composantes fréquentielles en bande L :

$$L_1 = 1575.42 \text{ MHz} \quad \text{et} \quad L_2 = 1227.6 \text{ MHz}$$

Chacune de ces deux fréquences a été choisie comme multiple d'une horloge centrale à 10.23 MHz soit :

$$L_1 = 154 \times 10.23 \text{ MHz},$$

$$L_2 = 120 \times 10.23 \text{ MHz}.$$

Par extension, on appellera  $L_1$  et  $L_2$  les signaux GPS ayant respectivement comme fréquence 1575.42 MHz et 1227.6 MHz.

L'émission à ces fréquences élevées présente notamment quelques avantages. Par exemple, les bruits industriels seront réduits, les retards dus à la traversée de l'ionosphère seront plus faibles, la taille des antennes sera réduite, etc ... De plus, le fait de disposer de deux fréquences permettra de mesurer le retard provoqué par la propagation dans l'ionosphère.

Chacune de ces porteuses est modulée en BPSK (Binary Phase Shift Keying - modulation de phase à deux états) par des signaux binaires. Ces signaux binaires sont de type NRZ (Non Retour à Zéro). Ils sont formés par la somme modulo-2 d'un code pseudo-aléatoire avec un message de navigation binaire également cadencé à 50 Hz. Ce message permet d'obtenir différentes informations nécessaires pour le calcul du point. On représente figure 1.1 un exemple de multiplexage et de modulation du message de navigation.

Il existe deux types de code pseudo-aléatoire. Le code P (Precise code) est cadencé à 10.23 MHz et est présent sur les deux fréquences  $L_1$  et  $L_2$ . Ce code est uniquement connu et utilisé par les militaires américains et par le personnel habilité. Le code C/A (Coarse/Acquisition) est cadencé à 1.023 MHz et est uniquement situé sur  $L_1$ . Ce code est mis à la disposition de tout utilisateur. L'intérêt de tels codes binaires réside dans le fait qu'ils permettent d'une part d'identifier les satellites (un code unique étant affecté à chaque satellite), et d'autre part de mesurer le retard de propagation du signal en mesurant le déphasage entre le code reçu et le même code généré localement sur le récepteur au même instant.

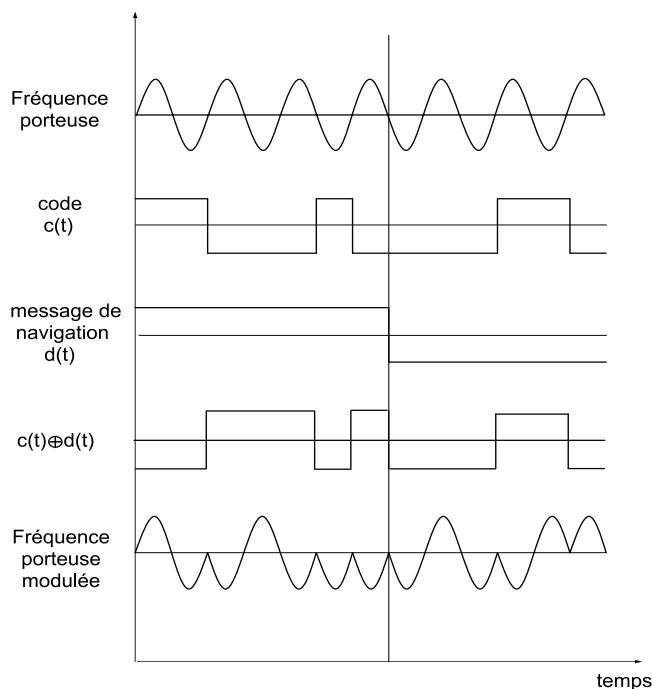


FIG. 1.1 – *Multiplexage et modulation du message de navigation*

### 1.3.2 Génération des signaux

Nous représentons figure 1.2, le synoptique de la génération des signaux GPS  $L_1$  et  $L_2$ . Nous pouvons remarquer qu'un commutateur intervient dans la génération de  $L_2$ . Il s'agit de sélectionner la nature du code servant à moduler la porteuse. Un choix est alors possible entre le code C/A modulé avec le message de navigation, ou le code P modulé avec ce même message de navigation, ou encore le code P uniquement. Actuellement, la porteuse  $L_2$  est modulée avec le code P et le message de navigation est tel qu'il est décrit dans l'équation 1.11.

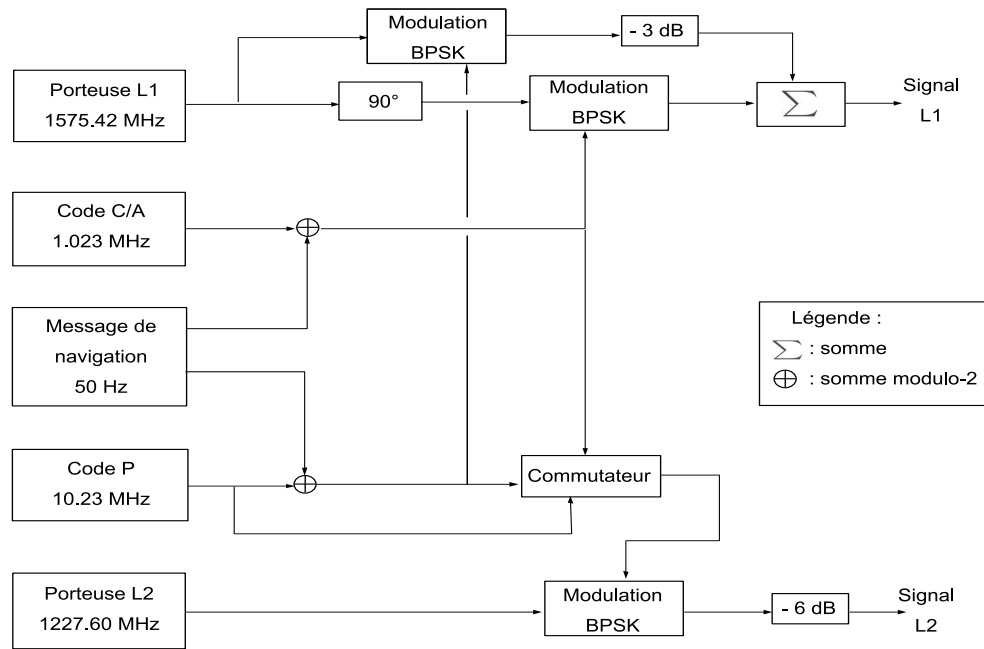


FIG. 1.2 – Génération du signal GPS

L'expression du signal sur  $L_1$  est définie par :

$$S_{L_1}(t) = A d_n(t) c(t) \sin(\omega_1 t) + \frac{A}{\sqrt{2}} d_n(t) P(t) \cos(\omega_1 t) \quad (1.10)$$

avec :

$c(t)$  = le code pseudo-aléatoire civil C/A cadencé à 1.023 MHz (C/A),

$P(t)$  = le code pseudo-aléatoire militaire P cadencé à 10.23 MHz (P),

$d_n(t)$  = le message de navigation cadencé à 50 bits/s,

$A$  = la puissance d'émission de référence,

$\omega_1$  = la pulsation de la porteuse  $L_1$ .

On remarque que la composante en phase du signal est modulée par le code C/A tandis que la composante en quadrature est modulée par le code P. Le message de navigation  $d_n(t)$  est présent sur les deux composantes. On remarque également que la composante en phase a un niveau supérieur de 3 dB à celle en quadrature. Cette technique est utilisée pour permettre de transmettre deux informations différentes sur la même fréquence porteuse

sans que l'une ne vienne perturber l'autre.

Pour le signal  $L_2$ , nous avons :

$$S_{L_2}(t) = \frac{A}{2} d_n(t) P(t) \sin(\omega_2 t) \quad (1.11)$$

$L_2$  est uniquement modulée sur une composante par le code  $P$  et le message de navigation. Le code  $P$  est synchronisé avec les codes modulant le signal  $L_1$ .

### 1.3.3 Décalage Doppler

Lors de l'émission d'un signal, tout mouvement relatif entre l'émetteur et le récepteur provoque une modification de la fréquence du signal reçu : c'est le phénomène Doppler. La figure 1.3 illustre ce phénomène. On représente un émetteur effectuant un mouvement rectiligne vers la droite et le signal émis sous forme de trains d'ondes à intervalles réguliers. Un récepteur placé un peu plus loin, verra ces trains d'ondes venir vers lui avec une fréquence plus élevée ou plus faible par rapport à la fréquence émise, suivant que l'émetteur se rapproche ou s'éloigne de lui. Il est alors possible de calculer cette nouvelle fréquence en fonction de la vitesse relative entre émetteur et récepteur. Soit le temps de propagation  $\tau$  d'une onde radioélectrique entre un récepteur et un satellite séparés d'une distance  $\rho$ . On a :

$$\tau = \frac{\rho}{c} \quad (1.12)$$

avec  $c$  la célérité de la lumière.

La distance relative  $\rho$  change au cours du temps à partir du moment où il y a un mouvement relatif satellite-récepteur. On définit alors une vitesse instantanée :

$$\frac{d\rho}{dt} = V_d \quad (1.13)$$

Ce mouvement relatif se traduit par une augmentation ou une diminution de la fréquence de l'onde reçue. Ce phénomène est appelé effet Doppler. Si  $V_d \ll c$ , alors le décalage de fréquence est noté :

$$f_d = V_d \cdot \left( \frac{f_1}{c} \right) \text{ (Hz)} \quad (1.14)$$

De la même manière, lorsque la vitesse apparente du satellite varie au cours du temps, on observe une variation de la fréquence Doppler :

$$\frac{df_d}{dt} = \left( \frac{dV_d}{dt} \right) \frac{f_1}{c} \quad (1.15)$$

Pour donner un ordre de grandeur, le décalage Doppler maximum de la porteuse  $L_1$  résultant du seul mouvement du satellite que l'on peut observer, est approximativement égal à 5000 Hz.

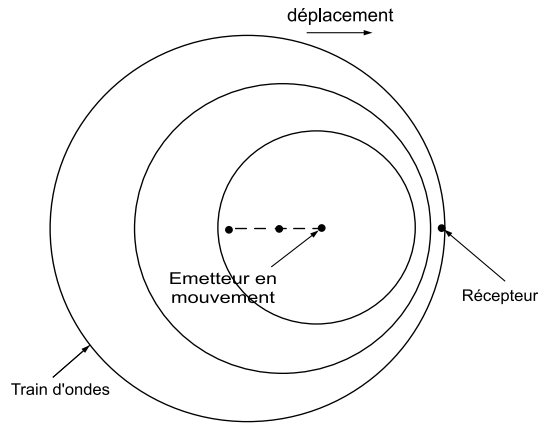


FIG. 1.3 – Effet Doppler

### 1.3.4 Propriétés des codes

#### 1.3.4.1 Les codes de longueur maximale

Un code linéaire est construit à partir de combinaisons linéaires faisant intervenir des opérations d'additions et de multiplications. Les séquences linéaires sont générées à partir de registres à décalages bouclés. Un code linéaire est de longueur maximale si sa période  $N$  est égale à  $N = 2^n - 1$ , où  $n$  représente le nombre d'étages du registre à décalage considéré. On représente figure 1.4 un exemple de génération de code linéaire de longueur maximale avec  $n = 5$ . Chacun des registres ou étages est dans un premier temps initialisé à 1. Ensuite, la somme modulo-2 est effectuée entre l'étage 1 et l'étage 5 pour cet exemple. Chaque valeur des registres est ensuite décalée et la valeur du registre 5 constitue la sortie. Le résultat de la somme modulo-2 est alors introduit dans le premier étage. Ce processus est alors itéré et permet de générer un code pseudo-aléatoire périodique de longueur  $N = 31$ . Soit  $c(t)$  un code de longueur maximale de période  $NT_c$ , on définit sa fonction

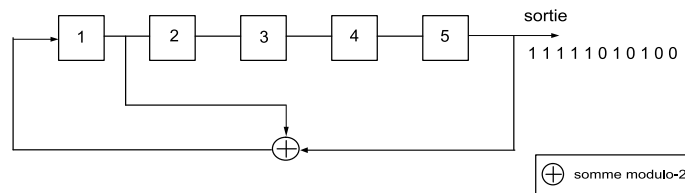


FIG. 1.4 – Génération d'un code pseudo-aléatoire de longueur  $N = 31$

d'autocorrélation sur une période par :

$$R_c(\tau) = \frac{1}{NT_c} \int_0^{NT_c} c(t + \tau)c(t)dt \quad (1.16)$$

soit :

$$R_c(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{T_c} \left(1 + \frac{1}{N}\right) & \text{pour } 0 \leq |\tau| \leq T_c \\ -\frac{1}{N} & \text{pour } T_c \leq |\tau| \leq (N - 1)T_c \end{cases} \quad (1.17)$$



Cette fonction d'autocorrélation est représentée sur la figure 1.5 pour  $N = 31$  bits. Il s'agit d'une fonction triangulaire se rapprochant d'une forme impulsionnelle sur une période. Comme la fonction d'autocorrélation est périodique, la densité spectrale de puissance d'un

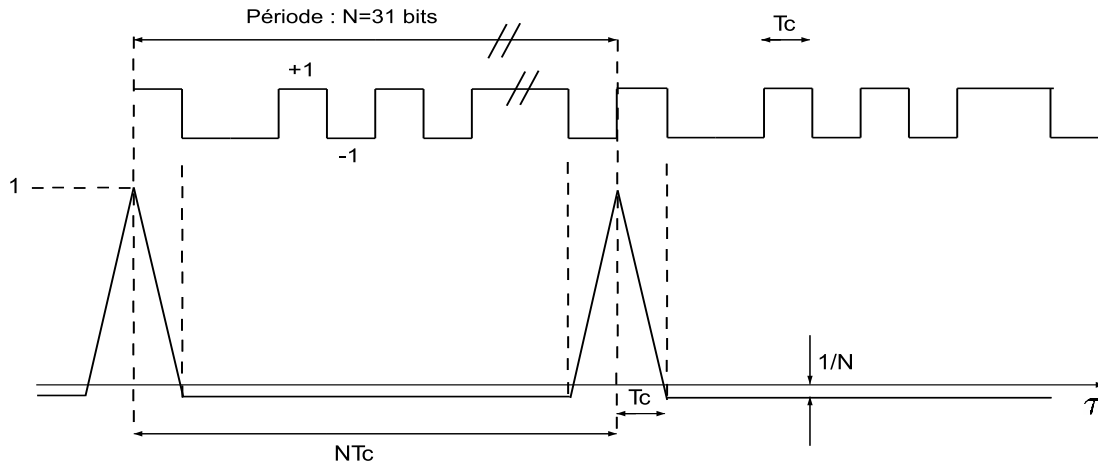


FIG. 1.5 – Fonction d'autocorrélation d'un code pseudo-aléatoire

tel code sera un spectre de raies. La transformée de Fourier d'une fonction triangle de base  $2.T_c$  est :

$$T.F[tri_{T_c}(\tau)] = T_c \text{sinc}^2(\pi f T_c) \quad (1.18)$$

avec :

$$\text{sinc}(t) = \begin{cases} 1 & \text{pour } t = 0 \\ \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} & \text{pour } t \neq 0 \end{cases} \quad (1.19)$$

soit la densité spectrale de puissance (DSP)  $S_c(f)$  en approximant pour une durée suffisamment longue pour que les termes négligeables ne soient pas pris en compte :

$$S_c(f) \approx \frac{1}{N^2} \delta(f) + \frac{N+1}{N^2} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^2\left(\frac{m\pi}{N}\right) \delta\left(f + \frac{m}{NT_c}\right) \quad (1.20)$$

La figure 1.6 représente ce spectre.

### 1.3.4.2 Construction du code C/A

Le code C/A fait partie de la famille des codes de GOLD. Un code de GOLD est construit en effectuant le produit de deux codes de longueur maximale chacun de même période  $N = 2^n - 1$ . Un code de GOLD est un ensemble de séquences binaires. Le choix de deux séquences de même longueur  $N$  est tel que leur intercorrélacion ne peut prendre que trois valeurs. Ces deux codes sont obtenus à partir de deux registres linéaires à décalages bouclés de  $n = 10$  étages. Il s'agit alors d'un code de longueur 1023 bits et d'une période de génération de 1.023 Mbits/s. La figure 1.7 représente la génération de ce code.

Chacun des étages des registres  $G1$  et  $G2$  est initialisé à 1. On obtient la séquence  $G2_i$  en effectuant une addition modulo-2 entre les sorties de deux étages du registre à décalage

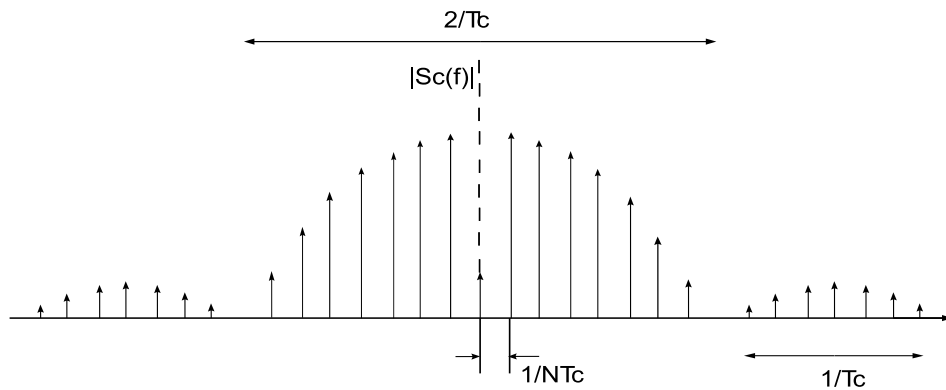


FIG. 1.6 – Spectre d'un code pseudo-aléatoire

$G_2$ . Cela équivaut à retarder la séquence  $G_2$  d'un certain nombre entier de bits. On note alors :

$$C = G_1(t)G_2(t + n_i T) \quad (1.21)$$

avec  $n_i T$  l'offset de phase.

Il existe alors 1023 retards possibles, mais ce sont les 36 retards présentant les meilleurs produits d'intercorrélations (c'est-à-dire les plus faibles possibles) qui sont attribués aux satellites. Si  $N$  est grand, on peut alors approximer la fonction d'autocorrélation par :

$$R_c(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{|\tau|}{T_c} & \text{pour } 0 \leq |\tau| \leq T_c \\ 0 & \text{pour } T_c \leq |\tau| \leq (N - 1)T_c \end{cases} \quad (1.22)$$

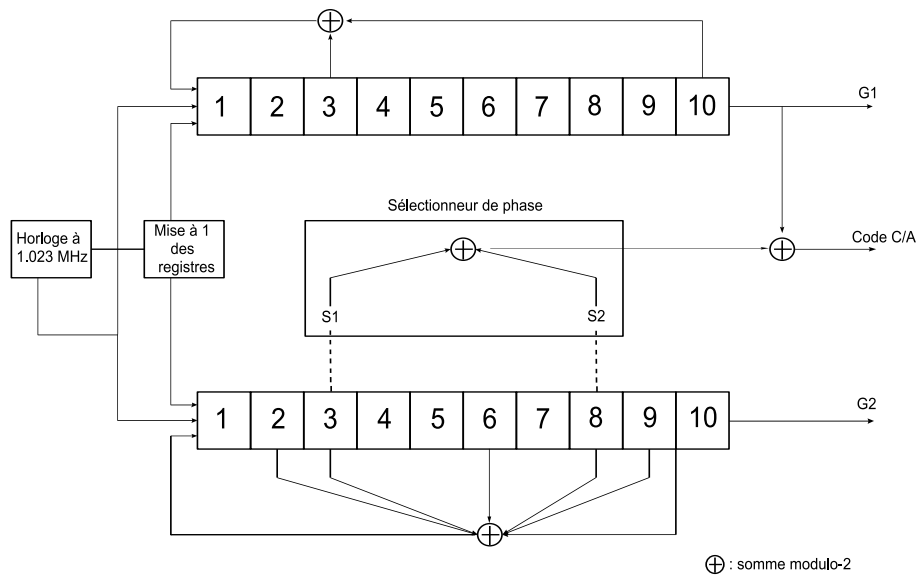


FIG. 1.7 – Génération du code C/A

### 1.3.4.3 Construction du code $P$

Le code  $P$  est le produit de deux séquences pseudo-aléatoires  $X1(t)$  et  $X2(t)$  cadencées à 10.23 MHz.  $X1$  a une période de 1.5 s soit 15345000 bits.  $X2$  est plus longue de 37 bits. La période libre du code  $P$  est donc de 266 jours, soit 38 semaines. Le générateur de code  $P$  est identique pour chacun des satellites mais un décalage temporel de 7 jours est affecté à chacun d'entre eux. Les deux séquences sont réinitialisées en début de semaine GPS soit le dimanche à 0 h 00. La période du code  $P$  sera donc de 1 semaine.

On peut alors définir de la manière suivante :

$$P = X1(t)X2(t + n_iT) \quad (1.23)$$

$n_iT$  étant le retard entre les deux séquences avec  $n_i$  compris entre 0 et 36. Les séquences sont initialisées à chaque début de semaine et chaque satellite dispose d'un retard propre, ce qui rend son code unique. Ce code  $P$  est de plus protégé par un système de cryptage AS (anti-spoofing). Le code crypté appelé  $P(Y)$  est formé par le produit de  $P$  par un code crypté appelé code  $W$ . Le code  $W$  est une séquence pseudo-aléatoire d'une fréquence de 511.5 kHz.

L'utilisation de tels codes binaires a plusieurs intérêts. Ils permettent le multiplexage d'informations sur chacun des signaux émis par les satellites sans que ceux-ci ne s'interfèrent. En effet, les codes utilisés par les satellites sont choisis de manière à offrir une intercorrélation minimale. De cette manière, il sera impossible de démultiplexer tout ou partie d'un signal avec un code différent. De plus, on peut voir que la modulation d'une fréquence par un code pseudo-aléatoire de ce type étale le spectre résultant. Cela implique que le signal voit sa densité spectrale de puissance passer en dessous de celle du bruit. Il sera alors impossible de distinguer le signal sans un démultiplexage préalable. Ceci a également pour intérêt de minimiser les risques de brouillage, dans le sens où il est plus difficile de brouiller sur une large bande de fréquence.

### 1.3.5 Le message de navigation

Le message de navigation est émis au rythme de 50 bits/s et est composé de 25 trames de 30 s. On représente sur la figure 1.8 la constitution de ce message. La transmission du message complet requiert alors 750 s soit 12.5 min. Chacune de ces trames est séparée en 5 sous-trames de 6 s soit 300 bits. Les deux premiers mots des sous-trames sont les mots de télémétrie TLM et le mot HOW (Hand Over Word).

Le mot TLM mesure 30 bits de long et apparaît donc dans la trame toutes les 6s et débute chaque sous-trame. Il est composé d'un message de préambule toujours identique (10001011) suivi d'un message de télémétrie, de deux bits réservés et de six bits de parités. Le mot HOW mesure également 30 bits et suit directement le mot TLM. Les informations contenues dans ce mot permettent de dater, dans le temps GPS, les mots de télémétrie du message de navigation. En effet, le mot HOW contient le temps GPS d'émission du mot de télémétrie de la sous-trame suivante. Ce sera donc à l'aide de la datation du mot de télémétrie à partir du message de navigation que l'on calculera une première pseudo-distance et une première position grâce aux mesures effectuées sur plusieurs satellites.

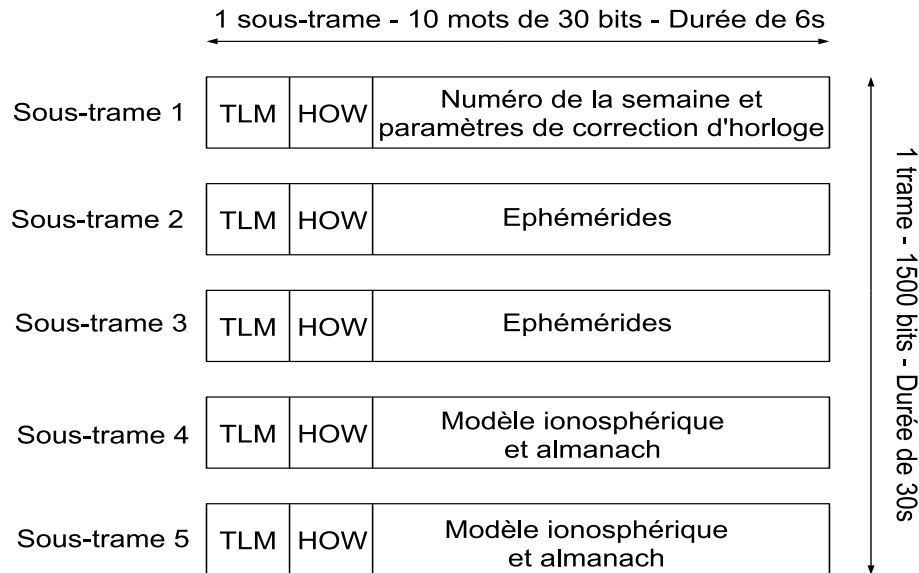


FIG. 1.8 – Constitution du message de navigation

Les pseudo-distances suivantes sont définies à partir de cette première mesure par les algorithmes de poursuite du code décrits dans les paragraphes suivants présentant le traitement du signal GPS.

Les 8 mots restants de chaque sous-trame sont utilisés pour transmettre diverses informations :

- La sous-trame 1 permet de transmettre le numéro de la semaine GPS, les paramètres d'horloge du satellite ainsi que les paramètres de correction d'horloge ;
- Les sous-trames 2 et 3 servent à transmettre les éphémérides des satellites ;
- Les sous-trames 4 et 5 donnent l'almanach du satellite, les paramètres de correction ionosphérique et le temps UTC. Elles renseignent également sur l'état de santé du satellite.

## 1.4 Réception du signal GPS

### 1.4.1 Puissances et spectres des signaux GPS

Le code C/A est transmis avec une puissance minimale de 478.63 W soit 26.8 dBW. A l'entrée du récepteur, la puissance du signal est atténuée par la traversée d'une part dans l'espace libre et d'autre part dans l'atmosphère. Pour les pertes dans l'espace libre, on peut écrire [GWA01, Bra99] :

$$perte_{el} = \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 \quad (1.24)$$

avec  $\lambda$  la longueur d'onde du signal et  $R$  la distance émetteur-récepteur.

Prenons par exemple  $R = 2.10^7$  m pour la distance satellite-surface de la terre et  $\lambda = \frac{c}{L_1}$  pour la longueur d'onde du signal  $L_1$ . On a alors  $perte_{el} = -182.4$  dB. L'atténuation atmosphérique étant approximativement de 2 dB, on a comme puissance reçue  $P_{C/A,L_1} = -157.6$  dBW. En fait une puissance de réception minimale est assurée d'être de -160 dB pour le code C/A.

La composante en quadrature de  $L_1$ , soit le code  $P$ , possède un niveau inférieur de 3 dB au code C/A. Donc la puissance minimale reçue pour  $P$  sur  $L_1$  est  $P_{P,L_1} = -163$  dB. De la même manière la puissance du code sur  $L_2$  est la moitié de celle de C/A sur  $L_1$ , donc  $P_{P,L_2} = -166$  dB. Nous pouvons remarquer que dans les deux cas, la puissance du signal est inférieure à la puissance du bruit.

Le signal GPS est le résultat de la modulation d'une fréquence porteuse avec un code binaire. Le spectre d'un tel signal sera le produit de convolution entre le spectre du code binaire et le spectre de la sinusoïde, soit pour le code C/A du signal  $L_1$  :

$$TF[S_{L_1,C/A}(t)] = TF[A.d(t).c(t)] * TF[\sin(\omega_{L_1}t)] \quad (1.25)$$

soit :

$$TF[S_{L_1,C/A}(t)] \approx A. \left( \frac{1}{N^2} \delta(f_{L_1} - f) + \frac{N+1}{N^2} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \text{sinc}^2 \left( \frac{m\pi}{N} \right) \delta \left( f_{L_1} - f + \frac{m}{NT_c} \right) \right) \quad (1.26)$$

Nous constatons alors que la largeur de chacun des lobes principaux est de deux fois la fréquence du code et que les 90% de la puissance du signal sont contenus dans ce lobe.

Nous avons vu qu'une propriété intéressante de la modulation par code montre que le fait de multiplier une onde sinusoïdale par un code (signal carré) étale le spectre du signal résultant. Cela implique que la puissance du spectre du signal passe à un niveau en dessous du niveau du bruit principalement produit par les pertes de l'espace libre et de l'atmosphère.

Dans la chaîne de réception hautes fréquences des signaux GPS, on trouve tout d'abord l'antenne qui permet de convertir l'énergie des ondes électromagnétiques en un courant électrique capable d'être traité par les circuits du récepteur. L'antenne peut capter uniquement  $L_1$  ou  $L_1$  et  $L_2$ . L'amplificateur faible bruit positionné en sortie d'antenne permet d'amplifier le signal reçu de niveau faible tout en minimisant le bruit thermique. A ce même étage est présent un filtre qui permet de conserver la bande de fréquence utile. Celui-ci peut-être large bande, de manière à couvrir les deux fréquences  $L_1$  et  $L_2$ , ou sélectif à double bande. La largeur de la bande du filtre peut varier d'un récepteur à l'autre. Elle a une influence sur la quantité de bruit présent sur le signal filtré. De la même manière, le rapport signal sur bruit varie selon cette largeur de bande. Celle-ci doit être suffisamment large pour contenir les décalages de fréquences provoqués par le phénomène Doppler, et suffisamment étroite pour réduire au maximum le bruit tout en conservant la puissance du signal. Soit la densité spectrale de puissance (DSP) du bruit thermique "plancher" du récepteur :

$$N_{th} = 10 \log(kT_p) \quad (1.27)$$

avec  $k$  la constante de Boltzmann ( $k = 1.38.10^{-23}$  J/K) et  $T_p$  la température de référence ( $T_p \cong 290$  K).

Après filtrage, la DSP du bruit thermique total s'exprime par :

$$N = N_{th} + 10 \log(B) + N_f(\text{dBW}) \quad (1.28)$$

avec  $B$ , la largeur de bande du filtre, et  $N_f$  les pertes intrinsèques du récepteur ( $N_f \cong 4\text{dB}$ ). Par exemple, pour une bande de bruit du code C/A choisie à 2Mhz, nous avons :

$$\begin{aligned} N &= -203.98 + 63 + 4 = -136.98 \text{ dB} \\ \text{donc } C/N_0 &= P_{P,L_1} - N = -160 - (-136.98) \cong -23 \text{ dB} \end{aligned}$$

Afin d'obtenir un rapport indépendant de la largeur de bande de filtrage, il est plus pratique de normaliser le rapport signal sur bruit sur une bande de 1 Hz. On écrit :

$$C/N_0 = 10 \log \{(RSB).(B)\} \text{ (dB.Hz)} \quad (1.29)$$

Pour reprendre l'exemple précédent, nous obtenons :

$$C/N_0 = -23 + 63 = 40 \text{ dB.Hz} \quad (1.30)$$

## 1.4.2 Principe de corrélation

Chaque satellite émet son propre code (technique CDMA : Code Division Multiple Access). Les propriétés de ces codes permettent d'effectuer des mesures sur un satellite sans être perturbé par les signaux émis par les autres satellites : c'est le principe du multiplexage. En effet, le récepteur reçoit simultanément tous les signaux des satellites. Nous avons vu précédemment que la modulation d'une fréquence par un code étale le spectre à un niveau en-dessous du bruit. Afin d'extraire le signal du bruit et pour éliminer les signaux des autres satellites, le récepteur effectue le produit du signal avec un code qu'il génère et qui correspond au satellite à détecter. Ce produit est alors intégré sur une certaine durée : c'est la corrélation. Soit  $R(\tau)$  l'expression de la corrélation entre deux codes  $X_1$  et  $X_2$  :

$$R(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T X_1(t).X_2(t)dt \quad (1.31)$$

Si les deux codes sont identiques, cela revient à faire l'autocorrélation du code. Nous avons vu dans le paragraphe 1.3.4, que la représentation de cette fonction est un triangle marqué par un pic étroit, avec  $R(0) = 1$ .

Du fait de l'opération produit-intégration, la corrélation comprime le signal et remonte son niveau. En reprenant l'exemple du paragraphe 5.2.2, le rapport des largeurs de bande avant et après corrélation sur 1 ms est :

$$r_{bande} = 10 \log(2.10^6) - 10 \log(1000) \approx 33 \text{ dB} \quad (1.32)$$

Donc en théorie, la corrélation améliore le rapport signal sur bruit de 33 dB et permet alors de passer de -23 dB à 10 dB dans le cas de cet exemple.

### 1.4.3 Opérations réalisées par le récepteur

Au début du fonctionnement du récepteur, celui-ci a besoin d'effectuer plusieurs opérations de manière à pouvoir fournir les éléments nécessaires au "calcul du point". Ces opérations sont définies en deux étapes majeures correspondant à l'étape d'acquisition et l'étape de poursuite des signaux GPS, transmis par les satellites.

Le but de ces étapes est de synchroniser la fréquence du signal reçu avec une fréquence générée par un oscillateur local. Ceci est effectué de manière à pouvoir réaliser parfaitement la démodulation du signal reçu, et ce, malgré les évolutions de phases et de fréquences induites par les mouvements relatifs et le phénomène Doppler. Il est également nécessaire de "désétaler" le spectre du signal en synchronisant le code généré par le récepteur, au même code contenu dans le signal reçu. Cette synchronisation est réalisée à partir de la mesure du maximum de corrélation entre les deux codes.

Durant l'étape d'acquisition, nous recherchons la fréquence du signal reçu, le code des satellites présents et le décalage du code reçu. Le code et la fréquence générés par le récepteur sont alors synchronisés sur le code et la fréquence du signal reçu. Une fois ce processus terminé, l'étape de poursuite peut alors démarrer. Elle a pour rôle de garder la synchronisation, ce qui permet ainsi de démultiplexer et démoduler le signal reçu.

Le signal résultant après la démodulation et le démultiplexage sera alors le message de navigation. Celui-ci renseignera le récepteur de diverses informations, notamment les coordonnées des satellites visibles à l'instant de la réception. De plus, la synchronisation du code permettra de mesurer le déphasage entre le code reçu et le code généré, et donc la durée de transmission du signal (la pseudo-distance) entre le récepteur et le satellite. De la même manière, le récepteur pourra déterminer sa vitesse relative par rapport au satellite grâce à la mesure de la fréquence Doppler. Toutes ces informations issues de plusieurs satellites, permettront de fournir les mesures nécessaires à la navigation, c'est-à-dire au calcul de la position et de la vitesse du récepteur.

## 1.5 Acquisition du signal GPS

### 1.5.1 Principe de l'acquisition

Afin de réaliser le processus de navigation, l'étape primordiale consiste à détecter la présence du signal. Ceci est réalisé grâce à un circuit d'acquisition du signal. Le but d'un tel circuit est de mesurer le déphasage du code qui lui parvient et l'écart de fréquence du signal reçu provoqué par le phénomène Doppler.

Chacun des satellites envoie un signal contenant un code binaire qui lui est propre. Pour réaliser le traitement de ce signal, le récepteur doit générer un code identique à celui qu'il reçoit. Afin de minimiser le temps de recherche des satellites visibles, le récepteur peut restreindre la recherche sur les satellites dont il connaît approximativement la localisation. Plusieurs approches sont possibles. Le récepteur peut utiliser les anciens almanachs dont il se servait pour les utilisations précédentes ainsi que sa dernière position enregistrée. Une position approximative peut également être entrée par l'utilisateur. Il en est de même pour le temps qui peut être entré manuellement, mais la plupart des récepteurs disposent d'une horloge interne fonctionnant continuellement. Le récepteur peut à partir de là reconstituer

la constellation et identifier les satellites visibles. Il calcule par la même occasion les élévations des différents satellites, et éliminera les satellites dont l'élévation est en-dessous d'une valeur spécifique appelée l'angle de masquage. En général, cette valeur est fixée à  $5^\circ$ . Si aucune information n'est disponible, le récepteur fonctionnera en mode aveugle. Il recherchera alors un satellite visible jusqu'à ce qu'un signal soit détecté, et de cette manière confectionnera un almanach. Cette recherche aveugle demandera au récepteur un temps plus conséquent (environ un quart d'heure). De la même manière, le récepteur utilisera les mesures approximatives de sa position, du temps dont il dispose pour restreindre la recherche de la fréquence porteuse sur une plage de fréquences.

Dans le paragraphe suivant, une méthode d'acquisition temporelle sera présentée. Cette technique repose sur une recherche bidimensionnelle du décalage de code et de la fréquence. Elle teste le maximum de la corrélation calculé sur une plage de fréquences.

## 1.5.2 Acquisition temporelle

Nous représentons sur la figure 1.9, le schéma de principe de l'acquisition temporelle du signal numérisé. Soit  $S_r[n]$  le signal reçu,  $d_n[n]$  le message de navigation,  $m$  étant le retard de transmission du signal.  $c[n - m]$  et  $c[n - \hat{m}]$  représentent respectivement les codes contenus dans le signal reçu et le code généré par le circuit. On obtient à la sortie du premier multiplieur le signal résultant après le démultiplexage avec le code généré par le récepteur. Il s'agit du même code généré avec un retard  $\hat{m}$ . On a alors à la sortie du premier multiplieur (c.f. figure 1.9) :

$$s_1[n] = A d_n[n - m]c[n - m]c[n - \hat{m}] \sin[\omega_1 n + \phi] \quad (1.33)$$

$\omega_1$  et  $\phi$  étant respectivement la pulsation et la phase du signal reçu.

La composante résultante est ensuite démodulée par une fréquence issue de l'oscillateur local. La démodulation est réalisée avec une fréquence en phase et en quadrature de manière à constituer deux voies :

$$s_I[n] = A d_n[n - m]c[n - m]c[n - \hat{m}] \sin[\omega_1 n + \phi] \cos[\hat{\omega}_1 n + \hat{\phi}] \quad (1.34)$$

$$s_Q[n] = A d_n[n - m]c[n - m]c[n - \hat{m}] \sin[\omega_1 n + \phi] \sin[\hat{\omega}_1 n + \hat{\phi}] \quad (1.35)$$

$\hat{\omega}_1$  et  $\hat{\phi}$  sont les mêmes paramètres, mais pour l'oscillateur local. Théoriquement, la puissance du signal est localisée sur la composante  $I$  du signal, étant donné que le code ne module que cette partie du signal. Mais la phase du signal étant inconnue, il est nécessaire d'étudier les deux voies  $I$  et  $Q$ . Les composantes obtenues passent alors par un filtre intégrateur passe-bas (moyenleur). L'intégration est effectuée sur une durée  $T$  correspondant à une ou plusieurs périodes du code. On prend généralement une valeur de  $T$  suffisamment longue pour intégrer le maximum d'informations, mais insuffisamment pour observer une transition du bit de message de navigation (il y a 20 périodes de code par bit du message de navigation). Dans ce cas, on peut supposer une valeur constante de  $d_n[n - m]$  sur la



période d'intégration  $T$ , soit  $d_n \in \{-1; 1\}$ . On obtient :

$$S_I[\hat{m}] = \frac{1}{T} A d_n \sum^n R_{\hat{m}}[n] \sin[\omega_1 n + \phi] \cos[\hat{\omega}_1 n + \hat{\phi}] \quad (1.36)$$

$$S_Q[\hat{m}] = \frac{1}{T} A d_n \sum^n R_{\hat{m}}[n] \sin[\omega_1 n + \phi] \sin[\hat{\omega}_1 n + \hat{\phi}] \quad (1.37)$$

$R_{\hat{m}}[n]$  est le produit  $c[n - m]c[n - \hat{m}]$ . Le signal est élevé au carré, ce qui permet de s'affranchir du signe du bit de navigation et de la différence de phase entre les signaux. Dans ce cas,  $D^2 = 1$ , et :

$$S_I[\hat{m}]^2 = \frac{A^2}{T^2} \left( \sum^n R_{\hat{m}}[n] \sin[\omega_1 n + \phi] \cos[\hat{\omega}_1 n + \hat{\phi}] \right)^2 \quad (1.38)$$

$$S_Q[\hat{m}]^2 = \frac{A^2}{T^2} \left( \sum^n R_{\hat{m}}[n] \sin[\omega_1 n + \phi] \sin[\hat{\omega}_1 n + \hat{\phi}] \right)^2 \quad (1.39)$$

La somme de ces deux voies nous donne :

$$S_I[\hat{m}]^2 + S_Q[\hat{m}]^2 = \frac{A^2}{T^2}. \quad (1.40)$$

$$\left( \left( \sum^n R_{\hat{m}}[n] \sin[\omega_1 n + \phi] \cos[\hat{\omega}_1 n + \hat{\phi}] \right)^2 + \left( \sum^n R_{\hat{m}}[n] \sin[\omega_1 n + \phi] \sin[\hat{\omega}_1 n + \hat{\phi}] \right)^2 \right)$$

Les tests sur les décalages de code et de fréquence sont réalisés par pas prédéfinis. Nous recherchons sur l'ensemble des valeurs testées, un maximum d'énergie. Nous obtenons alors la différence de fréquence  $\omega_1 - \hat{\omega}_1$  et le décalage de code  $m - \hat{m}$  du signal reçu. Ce test est généralement effectué sur une moyenne de  $K$  mesures.

Supposons que la phase du code généré corresponde avec la phase du code reçu, et que la fréquence de l'oscillateur local soit identique à la fréquence de l'onde reçue. On a alors les relations :

$$R_{\hat{m}}(n) = 1 \quad \text{et} \quad \omega_1 = \hat{\omega}_1$$

Or :

$$\frac{1}{T} \sum^n \sin[\omega_1 n + \phi] \cos[\hat{\omega}_1 n + \hat{\phi}] = \frac{1}{T} \sum^n \sin[\phi - \hat{\phi}] + \sin[2\omega_1 n + \phi + \hat{\phi}] \quad (1.41)$$

Si  $2\omega_1 \gg \frac{1}{T}$  alors :

$$\frac{1}{T} \sum^n \sin[2\omega_1 n + \phi + \hat{\phi}] = 0 \quad (1.42)$$

donc :

$$\frac{1}{T} \sum^n \sin[\omega_1 n + \phi] \cos[\hat{\omega}_1 n + \hat{\phi}] = \frac{1}{T} \sum^n \sin[\phi - \hat{\phi}] = \sin[\phi - \hat{\phi}] \quad (1.43)$$

Dans le cas d'une démodulation à la fréquence du signal et d'un « désétalement » de spectre avec le décalage de code attendu, on a, en remplaçant dans l'équation 1.40 :

$$S_I[n]^2 + S_Q[n]^2 = A^2 \left( \sin^2[\phi - \hat{\phi}] + \cos^2[\phi - \hat{\phi}] \right) = A^2 \quad (1.44)$$

soit le maximum d'énergie à la détection. La différence de phase n'intervient donc pas dans la détection du maximum d'énergie.

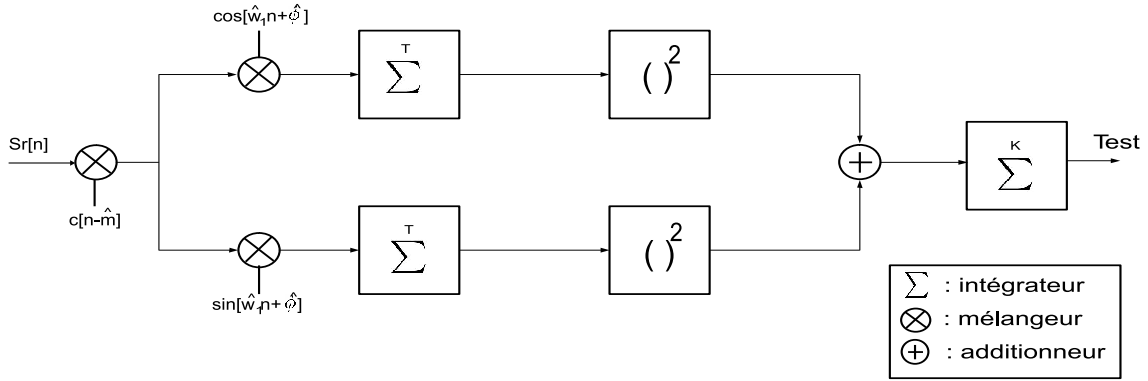


FIG. 1.9 – Schéma de principe de l'acquisition temporelle

En pratique, une technique d'acquisition fréquentielle plus rapide [Tsu00], est plus couramment utilisée. Celle-ci repose sur le même principe mais est reportée dans le domaine fréquentiel. Cette méthode est plus rapide car le calcul de la corrélation est réalisé avec l'algorithme discret de transformée de Fourier rapide (DFFT).

### 1.5.3 Exemple d'acquisition

La formule générale de recherche du décalage de code et de la fréquence pour l'étape d'acquisition est la suivante :

$$\begin{aligned} \max_{\hat{m}, \hat{\omega}_1} \sum_{j=0}^K \left( \frac{1}{T} \sum_{n=jNL_c}^{(j+1)NL_c-1} S_r[n] c[n - \hat{m}] \cos[\hat{\omega}_1 n + \hat{\phi}] \right)^2 \\ + \left( \frac{1}{T} \sum_{n=jNL_c}^{(j+1)NL_c-1} S_r[n] c[n - \hat{m}] \sin[\hat{\omega}_1 n + \hat{\phi}] \right)^2 \end{aligned} \quad (1.45)$$

Dans cette formulation  $T$  est exprimé en nombre de périodes  $N$  du code, et  $K$  est le nombre d'intégrations de l'expression 1.40.  $L_c$  est la longueur du code en nombre d'échantillons.

On représente sur la figure 1.10 l'évolution de la corrélation en fonction de la fréquence que nous avons obtenue pour le satellite 13. Sur la première figure (figure de gauche) on a  $N = 1$  et  $K = 5$ . Sur la seconde figure (figure de droite) on a  $N = 5$  et  $K = 1$ . Sur la seconde figure le pic de corrélation est plus concentré autour de son maximum que pour la première figure. Cependant, la différence entre la valeur du maximum et les autres valeurs

est moins grande sur la seconde figure. En conclusion, une grande valeur de  $N$  fournira une estimation précise du décalage de code et de la fréquence, tandis qu'une plus grande valeur de  $K$  permettra une détection robuste de la présence d'un maximum.

On représente sur la figure 1.11 l'évolution de la corrélation en fonction de la fréquence pour  $N = 30$  et  $K = 1$  pour la figure de gauche, et pour  $N = 1$  et  $K = 30$  pour la figure de droite. Cet exemple montre une des limites de la méthode, due à la présence d'une transition dans les bits du message de navigation. En effet, chaque bit du message de navigation contient 20 périodes du code CA. Pour  $N = 30$ , la valeur  $d_n$  supposée constante dans l'expression 1.40 prend successivement la valeur 1 et -1, ce qui a pour effet de diminuer fortement la valeur du maximum que l'on distingue difficilement sur la figure 1.11. De plus on remarque que pour  $K = 30$  et  $N = 1$ , la robustesse de la détection augmente sur la figure de droite.

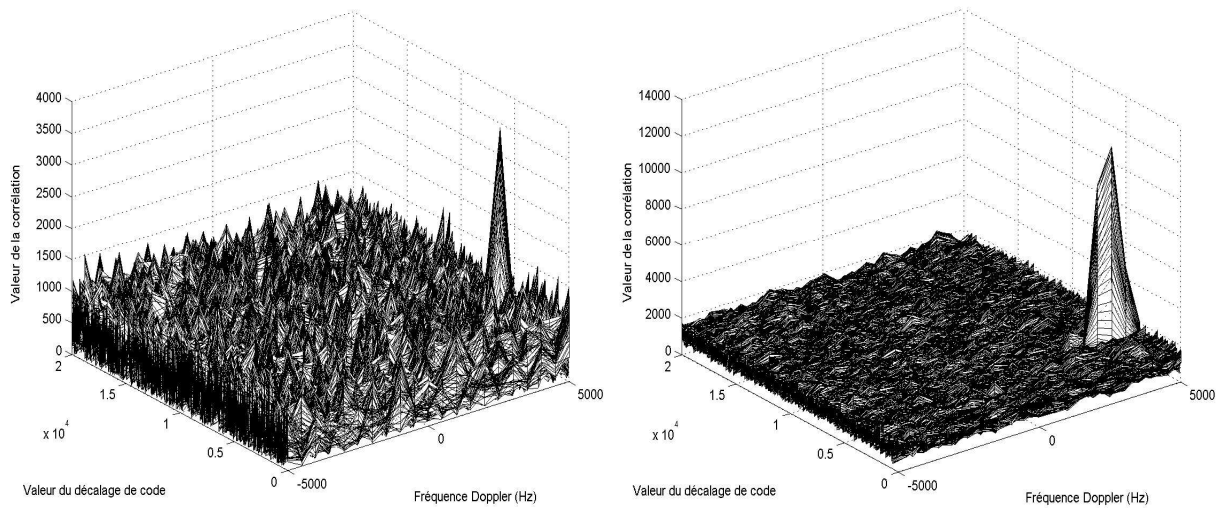


FIG. 1.10 – Exemple d'acquisition

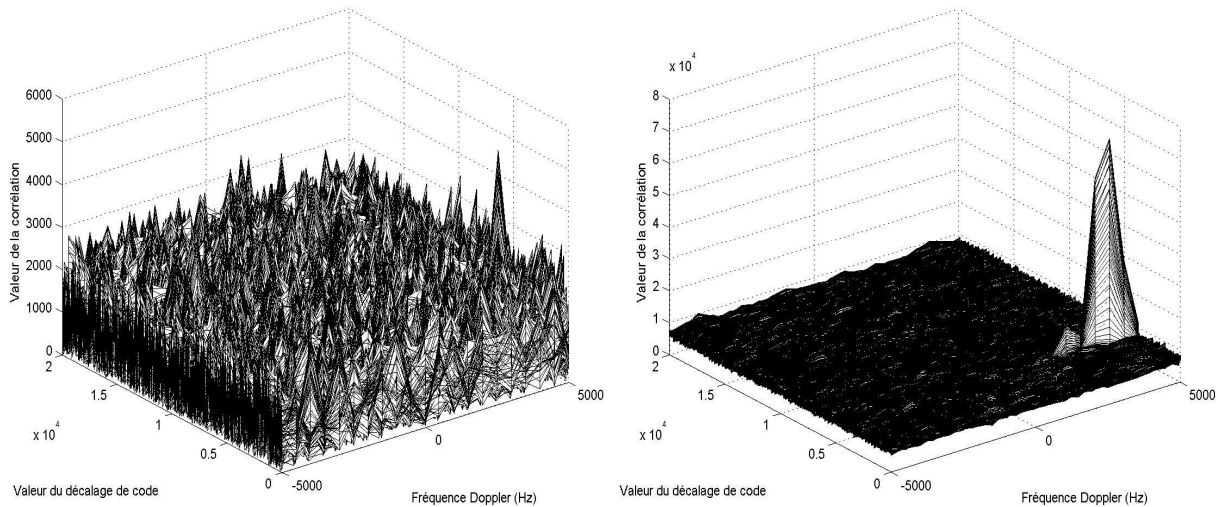


FIG. 1.11 – Limite de l'acquisition

## 1.6 Poursuite du signal GPS

La phase d'acquisition consiste pour le récepteur à générer une fréquence synchronisée sur la fréquence porteuse du signal reçu qui varie en fonction de l'effet Doppler, et à générer un code calé sur le code reçu. Après cette étape le récepteur bascule alors en mode poursuite. En effet les mouvements relatifs entre les satellites et le récepteur induisent sans cesse des variations de phase de la porteuse et du code. Le but du récepteur étant de déterminer sa position et pour cela de décrypter le message de navigation, il est nécessaire de démoduler et démultiplexer continuellement le signal. Ceci est alors réalisé par des boucles d'asservissements. Dans le chapitre suivant, nous allons détailler d'abord les boucles à verrouillage de phase, puis les boucles à verrouillage de code et ainsi définir le circuit global de poursuite du signal GPS.

### 1.6.1 Poursuite de la porteuse du signal

#### 1.6.1.1 Fonctionnement des boucles à verrouillage de phase

Les boucles à verrouillage de phase ou P.L.L (Phase Locked Loop) sont des systèmes qui asservissent la phase d'un oscillateur modulable en fréquence à celle d'un signal en entrée. Les mesures sont réalisées sur la phase instantanée. Soit le signal  $S(t)$  :

$$S(t) = A \sin(\phi_i(t)) \quad (1.46)$$

$A$  représente l'amplitude du signal et  $\phi_i(t)$  sa phase instantanée. Les relations avec la fréquence sont alors réalisées de la manière suivante :

$$\phi_i(t) = 2\pi f_i t + \theta_i \quad (1.47)$$

La pulsation instantanée est alors :  $\omega_i = \frac{d(\phi_i(t))}{dt}$ . On représente figure 1.12, le schéma classique d'une boucle à verrouillage de phase. À la sortie de l'OCT (Oscillateur commandé en tension), nous avons la valeur :

$$v_s = \cos(\phi_s(t)) \quad (1.48)$$

La sortie du mélangeur s'exprime par :

$$v_d = A \sin(\phi_i(t)) \cos(\phi_s(t)) = \frac{A}{2} (\sin(\phi_i(t) + \phi_s(t)) + \sin(\phi_i(t) - \phi_s(t))) \quad (1.49)$$

soit après filtrage passe-bas :

$$v_d = \frac{A}{2} \sin(\theta(t)) \quad (1.50)$$

avec  $\theta(t) = \phi_i(t) - \phi_s(t)$ . Si  $\theta(t)$  est petit alors on a :  $\sin(\theta(t)) \approx \theta(t)$  d'où :

$$v_d = \frac{A}{2} \theta(t) \quad (1.51)$$

C'est donc cette tension qui viendra commander l'OCT. La PLL fonctionne dans ce cas en régime linéaire.

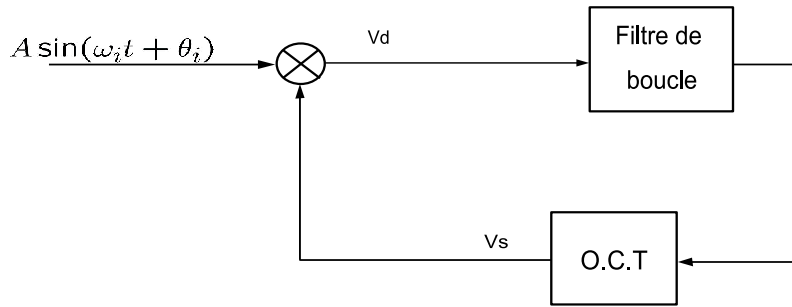


FIG. 1.12 – Schéma d'une boucle à verrouillage de phase

### 1.6.1.2 Modèle équivalent de la PLL

Après transformation de Laplace, on donne sur la figure 1.13 le schéma de poursuite équivalent en fonction de la variable  $s$ . Soient  $\theta_e(t)$  le signal d'entrée et  $\theta_s(t)$  le signal à la sortie de l'OCT. Le comparateur de phase mesure la différence entre ces deux signaux et fournit le signal  $\epsilon(s)$ .  $k_0$  représente le gain appliqué à la sortie du comparateur et  $F(s)$  est le filtre passe-bas permettant de réduire le bruit. La tension de sortie  $V_0(s)$  est alors fournie à l'OCT et celle-ci viendra contrôler la fréquence de l'oscillateur. On exprime la pulsation de l'OCT par [Tsu00] :

$$\omega_s(t) = \omega_0 + k_1 u(t) \tag{1.52}$$

$\omega_0$  est la pulsation angulaire centrale de l'OCT,  $k_1$  est le gain de l'OCT et  $u(t)$  est une fonction échelon définie par :

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t \leq 0 \\ 1 & \text{pour } t > 0 \end{cases} \tag{1.53}$$

On peut alors obtenir la phase du signal fournie par l'OCT en intégrant l'équation 1.52 :

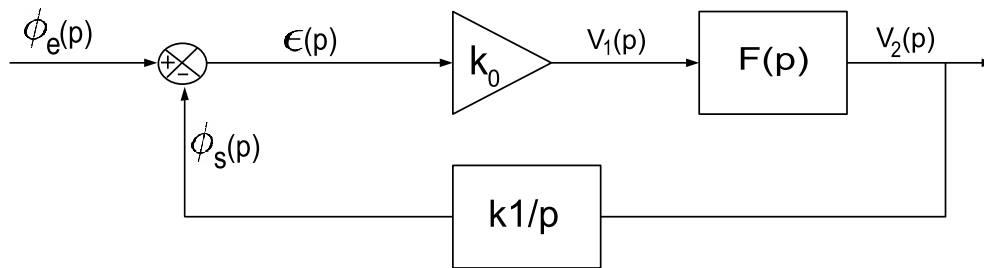


FIG. 1.13 – Schéma équivalent de la boucle à verrouillage de phase

$$\int_0^t \omega_s(t) dt = \omega_0 t + \theta_s(t) \tag{1.54}$$

avec  $\theta_s(t) = \int_0^t k_1 u(t) dt$ . La transformation de Laplace donne alors :

$$\theta_s(p) = \frac{k_1}{p} \quad (1.55)$$

A partir de la figure 1.13, on peut écrire :

$$V_1(p) = k_0 \epsilon(p) = k_0 [\theta_e(p) - \theta_s(p)] \quad (1.56)$$

$$V_2(p) = V_1(p) F(p) \quad (1.57)$$

$$\theta_s(p) = V_2(p) \frac{k_1}{p} \quad (1.58)$$

avec  $\epsilon(p)$  la fonction d'erreur. A partir de ces équations, on obtient :

$$\epsilon(p) = \frac{V_1(p)}{k_0} = \frac{V_2(p)}{k_0 F(p)} = \frac{p \theta_s(p)}{k_0 k_1 F(p)} \quad (1.59)$$

soit encore :

$$\theta_e(p) = \theta_s(p) \left( 1 + \frac{p}{k_0 k_1 F(p)} \right) \quad (1.60)$$

On définit alors la fonction de transfert de la boucle  $H(s)$  par :

$$H(p) = \frac{k_0 k_1 F(p)}{p + k_0 k_1 F(p)} \quad (1.61)$$

Dans les récepteurs GPS, la PLL est habituellement un système du second ordre. Un système du second ordre contient alors un OCT et un filtre d'ordre 1. On peut alors écrire la fonction de transfert du filtre :

$$F(p) = \frac{1}{p} \frac{\tau_2 p + 1}{\tau_1} \quad (1.62)$$

En remplaçant dans l'équation 1.61, on obtient :

$$H(p) = \frac{2\xi \omega_n p + \omega_n^2}{p^2 + p\xi \omega_n + \omega_n^2} \quad (1.63)$$

avec la fréquence naturelle  $\omega_n = \sqrt{(k_0 k_d)/\tau_1}$  et le coefficient d'amortissement  $\xi = (\tau_2 \omega_n)/2$ . On définit la largeur de bande de bruit équivalente par :

$$B_l = \int_0^\infty |H(j\omega)|^2 df \quad (1.64)$$

avec  $\omega$  la pulsation angulaire et  $\omega = 2\pi f$ . Soit ici :

$$B_l = \frac{\omega_n}{2\pi} \int_0^\infty \frac{1 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}{\left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right]^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} d\omega = \frac{\omega_n}{2} \left( \xi + \frac{1}{4\xi} \right) \quad (1.65)$$

### 1.6.1.3 Boucle à verrouillage de phase numérique

La fonction de transfert définie par l'expression 1.63 pour la boucle de poursuite de la phase est obtenue dans le cadre d'un système continu. Pour la convertir dans le domaine discret, on utilise la transformation bi-linéaire suivante :

$$s = \frac{2}{T} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (1.66)$$

avec  $T$  la période d'échantillonnage. En remplaçant dans l'équation 1.62, on obtient la fonction de transfert numérique du filtre :

$$F(z) = C_1 + \frac{C_2}{1 - z^{-1}} = \frac{(C_1 + C_2) - C_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad (1.67)$$

avec  $C_1 = \frac{2\tau_2 - T}{2\tau_1}$  et  $C_2 = \frac{T}{\tau_1}$ . On représente sur la figure 1.14 le schéma d'un tel filtre.

Dans la boucle à verrouillage de phase, l'OCT est remplacé par un synthétiseur de fréquence dont la fonction de transfert  $N(z)$  peut être utilisée pour remplacer le résultat de l'équation 1.58 :

$$N(z) = \frac{\theta_s(z)}{V_2(z)} \equiv \frac{k_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad (1.68)$$

La fonction de transfert pour la version numérique s'écrit alors :

$$H(z) = \frac{\theta_s(z)}{\theta_e(z)} = \frac{k_0 F(z) N(z)}{1 + k_0 F(z) N(z)} \quad (1.69)$$

En remplaçant dans cette équation les résultats de 1.67 et 1.68, on obtient :

$$H(z) = \frac{k_0 k_1 (C_1 + C_2) z^{-1} - k_0 k_1 C_1 z^{-2}}{1 + [k_0 k_1 (C_1 + C_2) - 2] z^{-1} + (1 - k_0 k_1 C_1) z^{-2}} \quad (1.70)$$

avec les paramètres :

$$C_1 = \frac{1}{k_0 k_1} \frac{8\xi\omega_n T}{4 + 4\xi\omega_n T + (\omega_n T)^2} \quad (1.71)$$

$$C_2 = \frac{1}{k_0 k_1} \frac{4(\omega_n T)^2}{4 + 4\xi\omega_n T + (\omega_n T)^2} \quad (1.72)$$

### 1.6.1.4 La boucle de Costas

Dans le cas de signaux GPS, il est nécessaire d'utiliser des boucles de poursuite de phase qui permettent de s'affranchir de la perte de cohérence de phase provoquée par le bit du message de navigation contenu dans le signal. Diverses méthodes existent mais la plus couramment utilisée reste la boucle de Costas [Bla97, Lei95].

Nous représentons sur la figure 1.15, le schéma classique d'une telle boucle. On notera pour la suite  $p(t)$  le produit du code avec le message de navigation soit  $p(t) = c(t).d_n(t)$ . Dans ce système, le signal reçu est multiplié en entrée par un terme en sinus représentant

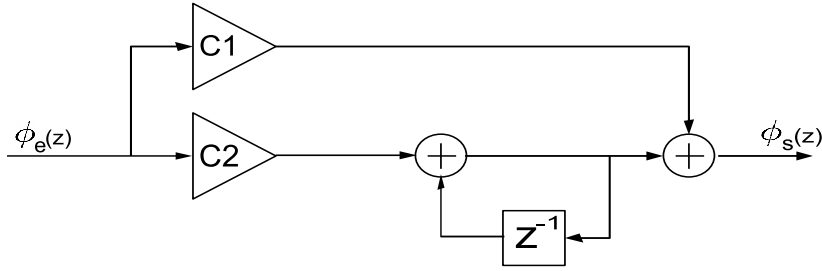


FIG. 1.14 – Schéma équivalent d'une PLL numérique

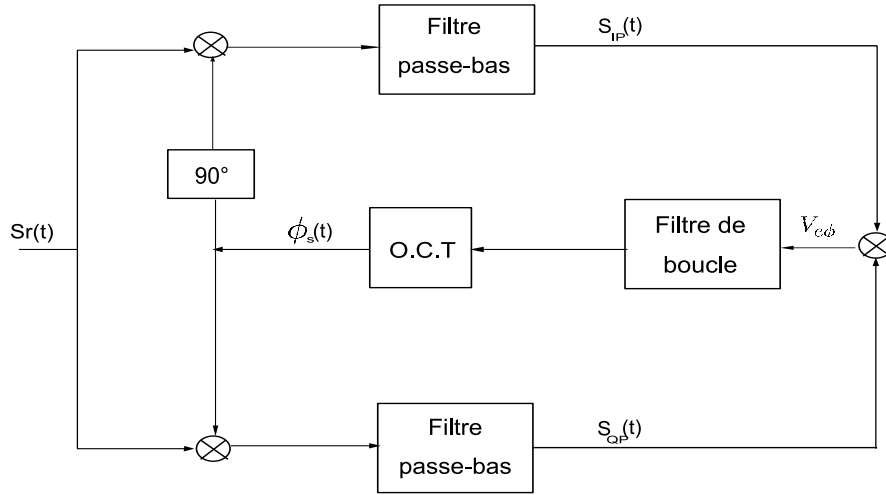


FIG. 1.15 – Schéma de la boucle de Costas

la composante en phase et un terme en cosinus représentant la composante en quadrature. Ces deux composantes sont toutes deux générées par l'OCT. Soit le signal d'entrée :

$$S_r(t) = A p(t) \sin(2\pi f_1 t + \phi_e(t)) \quad (1.73)$$

avec  $\phi_e(t) = 2\pi f_s t + \theta$ , la phase instantanée additive due au phénomène Doppler. Soit  $\phi_s(t)$  la phase instantanée fournie par l'OCT, on construit alors les signaux  $S_{IP}$  et  $S_{QP}$  correspondant respectivement aux voies en phase et en quadrature. On a :

$$\begin{aligned} S_{QP}(t) &= S_r(t) \cdot \sin(2\pi f_1 t + \phi_s(t)) \\ &= \frac{A}{2} p(t) \cos(\phi_e(t) - \phi_s(t)) + p(t) \cos(4\pi f_1 t + \phi_e(t) + \phi_s(t)) \end{aligned} \quad (1.74)$$

$$\begin{aligned} S_{IP}(t) &= S_r(t) \cdot \cos(2\pi f_1 t + \phi_s(t)) \\ &= \frac{A}{2} p(t) \sin(\phi_e(t) - \phi_s(t)) + p(t) \sin(4\pi f_1 t + \phi_e(t) + \phi_s(t)) \end{aligned} \quad (1.75)$$

Après le passage dans les filtres passe-bas, nous obtenons :

$$S_{IP}(t) = \frac{A}{2} p(t) \sin(\phi_e(t) - \phi_s(t)) \quad (1.76)$$

$$S_{QP}(t) = \frac{A}{2} p(t) \cos(\phi_e(t) - \phi_s(t)) \quad (1.77)$$



$V_{e\phi}$  est la tension de sortie issue de la combinaison des voies  $S_{IP}$  et  $S_{QP}$ . On appelle ce terme discriminant de la boucle de poursuite de phase. Le but est alors de déterminer la meilleure estimation du déphasage à partir de ces voies. L'approche classique consiste à utiliser l'estimateur du maximum de vraisemblance [Sou99].

Considérons le signal d'entrée affecté d'un bruit blanc gaussien centré. La distribution du signal est alors donnée par :

$$P(S_r/[\tau, \omega_1, \hat{\phi}, A]) = \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left| S_r(t) - A p(t - \tau) e^{j\omega_1 t} e^{j\hat{\phi}(t)} \right|^2 \right\} \quad (1.78)$$

La notation du signal est ici sous forme complexe :  $S_r(t) = A p(t) e^{j\omega_1 t + \hat{\phi}(t)}$ .  $\tau$  représente le retard entre l'instant d'émission et l'instant de réception du signal et  $\hat{\phi}(t)$  l'estimation de la phase instantanée. En prenant le logarithme de cette probabilité, la fonction de vraisemblance à maximiser s'écrit alors :

$$\Lambda(S) = - \left| S_r(t) - A p(t - \tau) e^{j\omega_1 t} e^{j\hat{\phi}(t)} \right|^2 \quad (1.79)$$

Soit alors :

$$\Lambda(S) = - |S_t(t)|^2 + 2\Re \left\{ A^* S_r(t) p(t - \tau) e^{-j\omega_1 t} e^{-j\hat{\phi}(t)} \right\} - |A|^2 \quad (1.80)$$

Or pour tout complexe  $z$ ,  $\Re \{ e^{-j\phi} z \}$  est maximum par rapport à  $\phi$  quand  $\phi = \arg(z) + k\pi$ . Donc on écrit l'estimateur du maximum de vraisemblance de  $\phi(t)$  :

$$\begin{aligned} \hat{\phi}(t) &= \arg \{ S_r(t) p(t - \tau) e^{-j\omega_1 t} \} \\ &= \arg \{ S_r(t) p(t - \tau) \cos(\omega_1 t) - j S_r(t) p(t - \tau) \sin(\omega_1 t) \} \end{aligned} \quad (1.81)$$

Donc :

$$\hat{\phi}(t) = \arctan \left( \frac{\sin(\omega_1(t))}{\cos(\omega_1(t))} \right) = \arctan \left( \frac{Q_{Ps}(t)}{I_{Ps}(t)} \right) \quad (1.82)$$

Soient le signal  $s(t)$  et le signal  $S_r(t)$  après la démodulation complexe à la fréquence  $f_1$  :

$$s(t) = S_r(t) e^{-j\omega_1 t} = S_{IP}(t) + j S_{QP}(t) \quad (1.83)$$

$S_{IP}(t)$  et  $S_{QP}(t)$  représentent la démodulation du signal respectivement en phase et en quadrature. On a donc directement la relation :

$$\frac{Q_{Ps}(t)}{I_{Ps}(t)} = \frac{S_{QP}(t)}{S_{IP}(t)} \quad (1.84)$$

On obtient alors le discriminant qui permettra de mesurer la différence de phase :

$$\hat{\phi}(t) = V_{e\phi} = \arctan \left( \frac{S_{QP}(t)}{S_{IP}(t)} \right) \quad (1.85)$$

La boucle de Costas permet donc d'asservir la fréquence de l'OCT sur la fréquence de référence grâce à la mesure de phase tout en s'affranchissant du bit du message de navigation.

Il existe en réalité plusieurs discriminants possibles ( $\arctan(x)$ ,  $\text{sign}(S_{QP})/S_{IP}$ ,  $S_{QP}/S_{IP}$ ), mais le discriminant en *arctan* est le plus utilisé. La figure 1.16 représente la réponse de ces discriminants à un déphasage  $\phi$  en entrée des voies en phase et en quadrature. On remarque alors le point de fonctionnement de chaque discriminant autour de zéro. On remarque que le discriminant  $V_{e\phi} = \text{sign}(S_{QP}(t))/S_{IP}(t)$  est proportionnel à  $\sin(\phi)$  tandis que le discriminant  $V_{e\phi} = S_{QP}(t)/S_{IP}(t)$  est proportionnel à  $\sin(2\phi)$ . Le discriminant en *arctan* a pour avantage d'être directement la valeur du déphasage entre l'oscillateur et la référence.

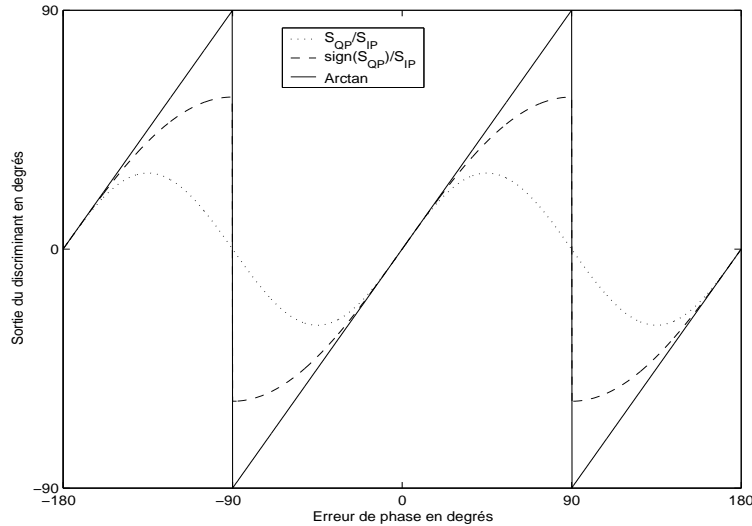


FIG. 1.16 – Evolution des discriminants en fonction de l'erreur de phase

## 1.6.2 Poursuite du code GPS

La poursuite du code est réalisée en utilisant les mêmes principes d'asservissement que ceux de la poursuite de la porteuse. La différence principale réside dans l'implantation du discriminant. L'OCT sera ici remplacé par un générateur de code contrôlé de la même manière par une tension discriminante. Il existe deux catégories de boucles à verrouillage de retard ou DLL (Delay Locked Loop) : les DLL cohérentes et les DLL non-cohérentes.

### 1.6.2.1 Modèle équivalent de la DLL

En général, pour la boucle de poursuite de code, un premier ordre est suffisant. Cela implique que le dénominateur de la fonction de transfert soit un premier ordre de  $s$ . La fonction de transfert de la boucle de poursuite de code est semblable à celle de la poursuite de phase soit :

$$H(p) = \frac{k_0 k_1 F(p)}{s + k_0 k_1 F(p)} \quad (1.86)$$

Pour obtenir une fonction de transfert du premier ordre, la fonction de transfert du filtre est :

$$F(p) = 1 \quad (1.87)$$

soit alors :

$$H(p) = \frac{k_0 k_1}{p + k_0 k_1} \quad (1.88)$$

Dans ce cas la largeur de bande de bruit est déterminée par :

$$\begin{aligned} B_L &= \int_0^\infty \frac{(k_0 k_1)^2}{\omega^2 + (k_0 k_1)^2} df = \frac{(k_0 k_1)^2}{2\pi} \int_0^\infty \frac{d\omega}{\omega^2 + (k_0 k_1)^2} \\ &= \frac{(k_0 k_1)^2}{2\pi k_0 k_1} \tan^{-1} \left( \frac{\omega}{k_0 k_1} \right)_0^\infty = \frac{k_0 k_1}{4} \end{aligned} \quad (1.89)$$

En passant l'équation 1.88 dans le domaine discret, on obtient :

$$H(z) = \frac{k_0 N(z)}{1 + k_0 N(z)} \quad (1.90)$$

avec :

$$N(z) = \frac{k_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}} \quad (1.91)$$

soit :

$$H(z) = \frac{K z^{-1}}{1 + (K - 1) z^{-1}} \quad (1.92)$$

avec  $K = k_0 k_1$ .

### 1.6.2.2 Les DLL cohérentes

On suppose dans ce cas que la démodulation est parfaitement réalisée au préalable. On cherche à estimer le retard dû à la propagation du signal entre le code généré et le code contenu dans le signal reçu. Nous recherchons un estimateur du retard de la même manière que pour la phase par maximum de vraisemblance. Soit la distribution du signal entâché d'un bruit blanc gaussien centré, définie par :

$$P(S_r / [\tau, A]) = \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} |S_r(t) - A p(t - \tau)|^2 \right\} \quad (1.93)$$

La fonction de vraisemblance à maximiser s'écrit alors :

$$\Lambda(S) = - |S_r(t) - A p(t - \tau)|^2 \quad (1.94)$$

Soit alors :

$$\Lambda(S) = - |S_t(t)|^2 + 2\Re \{ A^* S_r(t) p(t - \tau) \} - |A|^2 \quad (1.95)$$

On a alors le maximum de vraisemblance quand :

$$\frac{\delta \Lambda(S)}{\delta t} = \frac{\delta (p(t - \tau) S_r(t))}{\delta t} = 0 \quad (1.96)$$

Soit le signal reçu démultiplexé par le code généré par le récepteur  $c_r(t)$  :

$$s(\tau) = S_r(t) \cdot c_r(t - \tau) \quad (1.97)$$

On a alors :

$$\frac{\delta (s(\tau)d_n(t - \tau))}{\delta \tau} = 0 \quad (1.98)$$

Soit :

$$\frac{\delta s(\tau)}{\delta \tau} d_n(t - \tau) + s(\tau) \frac{\delta d_n(t - \tau)}{\delta \tau} = 0 \quad (1.99)$$

Or en posant :

$$d_n(t - \tau) = \frac{S_r(t) \cdot c(t - \tau)}{A} = \frac{s(\tau)}{A} \quad (1.100)$$

on a :

$$\frac{2}{A} \left( \frac{\delta s(\tau)}{\delta \tau} s(\tau) \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\delta s(\tau)}{\delta \tau} s(\tau) = 0 \quad (1.101)$$

En pratique, on peut approcher le calcul de la dérivée par :

$$\frac{\delta s(\tau)}{\delta \tau} = \frac{s(\tau - \epsilon) - s(\tau + \epsilon)}{2\epsilon} \quad (1.102)$$

donc  $\frac{\delta s(\tau)}{\delta \tau} s(\tau) = 0$ , si :

$$s(\tau - \epsilon) - s(\tau + \epsilon) = 0 \quad (1.103)$$

Si l'on veut estimer le retard  $\hat{\tau}$ , il suffit d'effectuer une corrélation à partir d'un code légèrement en avance et d'un code légèrement en retard. Soient les voies  $I_E$  et  $I_L$  telles que :

$$I_E = s(\tau - \epsilon) \quad (1.104)$$

$$I_L = s(\tau + \epsilon) \quad (1.105)$$

La corrélation d'un code avec des codes identiques générés en avance, en retard et en phase, se traduit par des valeurs se situant de part et d'autre du triangle de corrélation tel qu'on le représente sur la figure 1.17. Les points E, L et Pr représentent respectivement le résultat de la corrélation avec un code décalé en avance (Early), un code décalé en retard (Late) et un code en phase (Prompt). L'écart de décalage  $d$  entre les codes en avance et ceux en retard est variable. Dans la plupart des récepteurs, cet écart est fixé à une période de bit de code. Si le code reçu est décalé par rapport aux codes générés, la position sur le triangle sera différente. On construit à partir de ces voies un discriminant de boucle de code appelé discriminant cohérent :

$$D_\tau(t) = I_E - I_L \quad (1.106)$$

Nous représentons sur la figure 1.18, l'architecture d'une telle boucle de poursuite de code. Soit le signal entrant  $S_r(t)$  :

$$S_r(t) = A c(t - \tau) d_n(t - \tau) \sin(\omega_1 t + \phi) \quad (1.107)$$

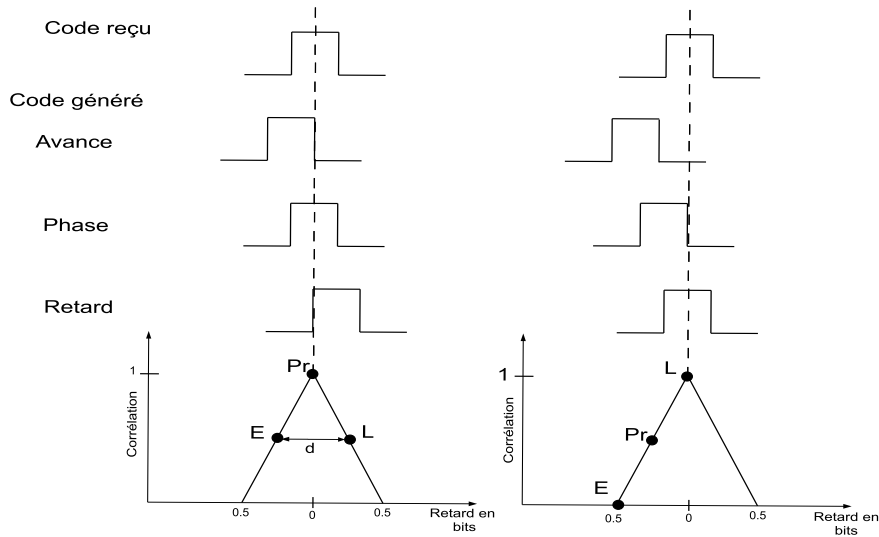
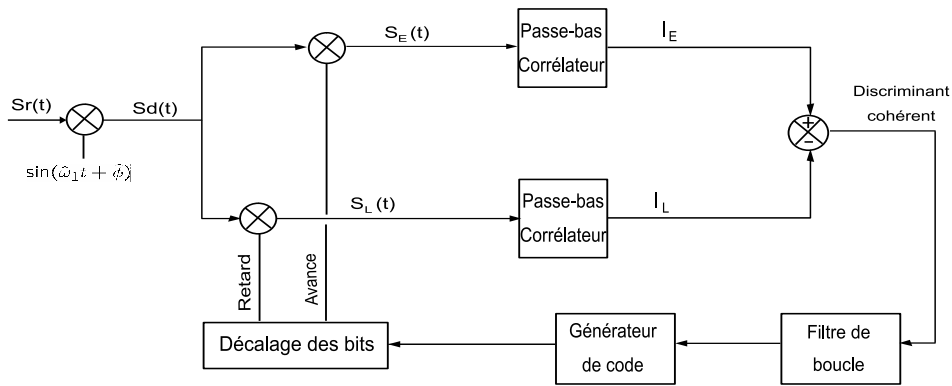

 FIG. 1.17 – Evolution de la corrélation en sortie des voies  $I_E$ ,  $I_P$  et  $I_L$ 


FIG. 1.18 – Boucle de poursuite de code cohérente

Ce signal est démodulé grâce à une multiplication avec une fréquence provenant de l'oscillateur local :

$$S_d(t) = A c(t - \tau) d_n(t - \tau) \sin(\omega_1 t + \phi) \cos(\hat{\omega}_1 t + \hat{\phi}) \quad (1.108)$$

$S_1(t)$  est alors multiplié par un code généré en avance de  $\Delta T$  et un code généré en retard de  $\Delta T$  également. Ceci permet alors de constituer deux voies :

$$S_E(t) = A c(t - \tau) c(t - \hat{\tau} - \Delta T) d_n(t - \tau) \sin(\omega_1 t + \phi) \cos(\omega_1 t + \phi) \quad (1.109)$$

$$S_L(t) = A c(t - \tau) c(t - \hat{\tau} + \Delta T) d_n(t - \tau) \sin(\omega_1 t + \phi) \cos(\omega_1 t + \phi) \quad (1.110)$$

Chacun de ces signaux passe alors par un filtre passe-bas corrélateur pour former :

$$I_E(t) = A d_n(t - \tau) R(\tau - \Delta T) \quad (1.111)$$

$$I_L(t) = A d_n(t - \tau) R(\tau + \Delta T) \quad (1.112)$$

Le produit avec le signe de la voie  $I_P(t)$ , obtenue à partir du code généré en phase, permet de s'affranchir du signe du bit de navigation. Dans ce cas l'expression du discriminant est donnée par :

$$D(\tau) = (I_E(t) - I_L(t)) \cdot \text{sign}(I_P(t)) = A (R(\tau - \Delta T) - R(\tau + \Delta T)) \cdot \text{sign}(I_P(t)) \quad (1.113)$$

### 1.6.2.3 Les DLL non-cohérentes

Dans le cadre de la poursuite de code à l'aide d'un circuit cohérent, nous avons considéré la démodulation idéalement réalisée grâce à la boucle de poursuite de phase. Supposons maintenant que la démodulation ne soit pas parfaite et qu'il reste une phase résiduelle. Cette phase viendra affecter le calcul du discriminant cohérent, et donc la poursuite du code. Pour cela, il existe des architectures de boucle un peu différentes qui permettent de prendre en compte cette phase résiduelle. La différence majeure est dans l'implémentation du discriminant. Reprenons de la même manière que précédemment la distribution du signal en y intégrant la phase résiduelle. On a :

$$P(S_r/[\tau, A]) = \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} |S_r(t) - A p(t - \tau) e^{j\phi}|^2 \right\} \quad (1.114)$$

avec  $\phi$  la phase résiduelle. La fonction de vraisemblance à maximiser s'écrit alors :

$$\Lambda(S) = -|S_t(t)|^2 + 2\Re \{ A^* S_r(t) p^*(t - \tau) e^{-j\phi} \} - |A|^2 \quad (1.115)$$

Soit  $s(\tau) = S_r(t) \cdot c^*(t - \tau) = S_r(t) \cdot c(t - \tau)$ . On maximise l'expression 1.115 si :

$$\frac{\delta}{\delta\tau} \Re \{ s(\tau) d^*(t - \tau) e^{-j\phi} \} = 0 \quad (1.116)$$

donc si :

$$d_n(t - \tau) = \frac{S_r(t) e^{-j\phi}}{A c(t - \tau)} = \frac{s(\tau) e^{-j\phi}}{A} \quad (1.117)$$

car  $c^2(t - \tau) = 1$ . On a :

$$\frac{\delta}{\delta\tau} \Re \{ s(\tau) s^*(\tau) \} = 0 \quad (1.118)$$

soit :

$$\Re \left\{ \frac{\delta s(\tau)}{\delta\tau} s^*(\tau) + s(\tau) \frac{\delta s^*(\tau)}{\delta\tau} \right\} = 0 \quad (1.119)$$

Si l'on considère l'approximation de la dérivée comme précédemment, on pose :

$$s(\tau - \epsilon) = I_E + jQ_E \quad ; \quad s(\tau + \epsilon) = I_L + jQ_L \quad ; \quad s(\tau) = I_P + jQ_P$$

De cette façon, on maximise la vraisemblance si :

$$2(I_P I_E + Q_E Q_P - I_L I_P - Q_L Q_P) = 0 \quad (1.120)$$

soit si :

$$(I_E - I_L) \cdot I_P + (Q_E - Q_L) \cdot Q_P = 0 \quad (1.121)$$

On obtient alors l'expression du discriminant appelé Dot-Product donnée par :

$$D_\tau(t) = (I_E - I_L) \cdot I_P + (Q_E - Q_L) \cdot Q_P \quad (1.122)$$

Il permet, en maintenant sa valeur à zéro, d'asservir le code généré sur le code reçu et ainsi de poursuivre le retard.

En considérant que l'on est proche de la solution, on peut écrire :

$$I_P \approx I_E + I_L \quad (1.123)$$

$$Q_P \approx Q_E + Q_L \quad (1.124)$$

En remplaçant dans l'équation 1.122, on obtient l'expression du discriminant appelé Early-Minus-Late :

$$D_\tau(t) = I_E^2 - I_L^2 + Q_E^2 - Q_L^2 = (I_E^2 + Q_E^2) - (I_L^2 + Q_L^2) \quad (1.125)$$

Ce discriminant permet d'éviter d'utiliser les voies  $I_P$  et  $Q_P$ . Le discriminant Early-Minus-Late normalisé, permet de s'affranchir de la puissance du signal grâce à l'utilisation de l'énergie totale issue de chacune des voies, soit :

$$D_\tau(t) = \frac{(I_E^2 + Q_E^2) - (I_L^2 + Q_L^2)}{(I_E^2 + Q_E^2) + (I_L^2 + Q_L^2)} \quad (1.126)$$

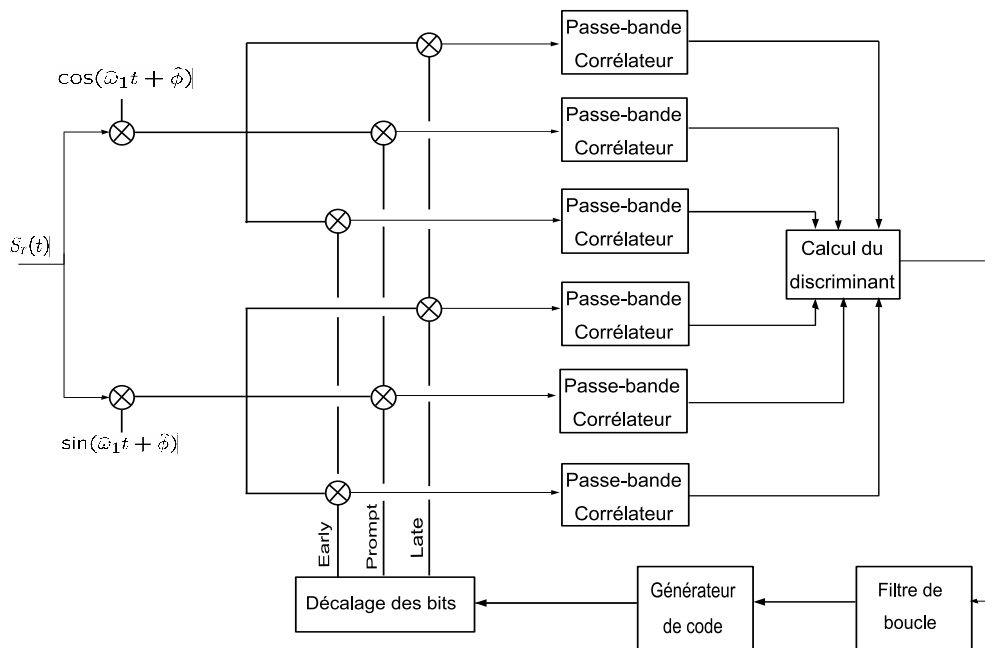


FIG. 1.19 – Boucle de poursuite de code non-cohérente

Nous représentons sur la figure 1.19, une boucle de poursuite de code non-cohérente. Le signal entrant  $S_r(t)$  est ici démodulé au préalable par un signal en phase et en quadrature de manière à constituer les deux voies  $I(t)$  et  $Q(t)$  :

$$S_I(t) = A c(t - \tau) d_n(t - \tau) \sin(\phi(t)) \cos(\hat{\phi}(t)) \quad (1.127)$$

$$S_Q(t) = A c(t - \tau) d_n(t - \tau) \sin(\phi(t)) \sin(\hat{\phi}(t)) \quad (1.128)$$

Chacune de ces voies est multipliée par un code généré en phase, en avance et en retard. De cette manière sont constituées les voies  $S_{I_E}(t)$ ,  $S_{I_L}(t)$ ,  $S_{I_P}(t)$ ,  $S_{Q_E}(t)$ ,  $S_{Q_L}(t)$  et  $S_{Q_P}(t)$  telles que, par exemple :

$$S_{I_E}(t) = A c(t - \tau)c(t - \hat{\tau} + \Delta T)d_n(t - \tau) \sin(\phi(t)) \cos(\hat{\phi}(t)) \quad (1.129)$$

$$S_{Q_E}(t) = A c(t - \tau)c(t - \hat{\tau} - \Delta T)d_n(t - \tau) \sin(\phi(t)) \sin(\hat{\phi}(t)) \quad (1.130)$$

Soit après intégration du signal pour le calcul de la corrélation, on obtient les signaux  $I_E(t)$  et  $Q_E(t)$  dont l'expression est donnée par :

$$I_E(t) = A R(\tau - \Delta T)d_n(t - \tau) \sin(\phi(t) - \hat{\phi}(t)) \quad (1.131)$$

$$Q_E(t) = A R(\tau + \Delta T)d_n(t - \tau) \cos(\phi(t) - \hat{\phi}(t)) \quad (1.132)$$

La détection de l'enveloppe s'effectue différemment selon le discriminant utilisé. Soit les signaux sont élevés au carré comme pour le calcul du discriminant Early-Minus-Late, soit le produit avec les voies  $I_P(t)$  et  $Q_P(t)$  est effectué dans le cas du Dot-Product. Ces discriminants permettent de s'affranchir de l'influence de la valeur de la phase et du signe du bit de navigation.

Par exemple, pour le discriminant Early-Minus-Late, nous avons :

$$\begin{aligned} D_\tau(t) &= (I_E(t)^2 + Q_E(t)^2) - (I_L(t)^2 + Q_L(t)^2) \\ &= A^2 \left[ (R^2(\tau - \Delta T) - R^2(\tau + \Delta T)) \left( \sin^2(\phi(t) - \hat{\phi}(t)) + \cos^2(\phi(t) - \hat{\phi}(t)) \right) \right] \\ &= A^2 (R^2(\tau - \Delta T) - R^2(\tau + \Delta T)) \end{aligned} \quad (1.133)$$

Dans cette expression, la phase résiduelle n'intervient pas dans le calcul du discriminant, et ne risque donc pas de venir perturber les mesures de retard du code.

La figure 1.20 représente l'évolution des discriminants cohérents et non-cohérents en fonction de la durée du décalage entre le code local et le code reçu. Ces figures sont obtenues pour un décalage  $d$  (c.f. figure 1.17) égal à la durée d'un bit du code à étalement. On peut remarquer sur cette figure que les discriminants ont, en partant de l'origine (décalage nul), une valeur qui croît avec l'écart de synchronisation entre le code reçu et le code généré localement. Après avoir atteint son maximum, cette valeur décroît puis s'annule. La zone de fonctionnement des boucles de poursuites se trouve alors dans la partie croissante du discriminant. En général, le code est recalé quand la valeur du discriminant devient non nulle, en supposant que le signal était préalablement accroché (soit le code local synchrone avec le code reçu).

Dans le cas cohérent, la valeur du discriminant Early-minus-Late est dépendante de la phase. Cette valeur sera d'autant plus faible que la phase sera proche de  $\pi/2$ . La puissance du discriminant étant dans ce cas plus faible, ceci induit une baisse de performances en présence de bruit. Cependant, contrairement aux discriminants non linéaires indépendants de la phase, l'évolution est ici linéaire. La non linéarité dans ce cas implique des bruits non gaussiens difficiles à modéliser. Cependant on peut remarquer que le discriminant Early-minus-Late dans le cas non-cohérent est linéaire pour la partie croissante du discriminant.



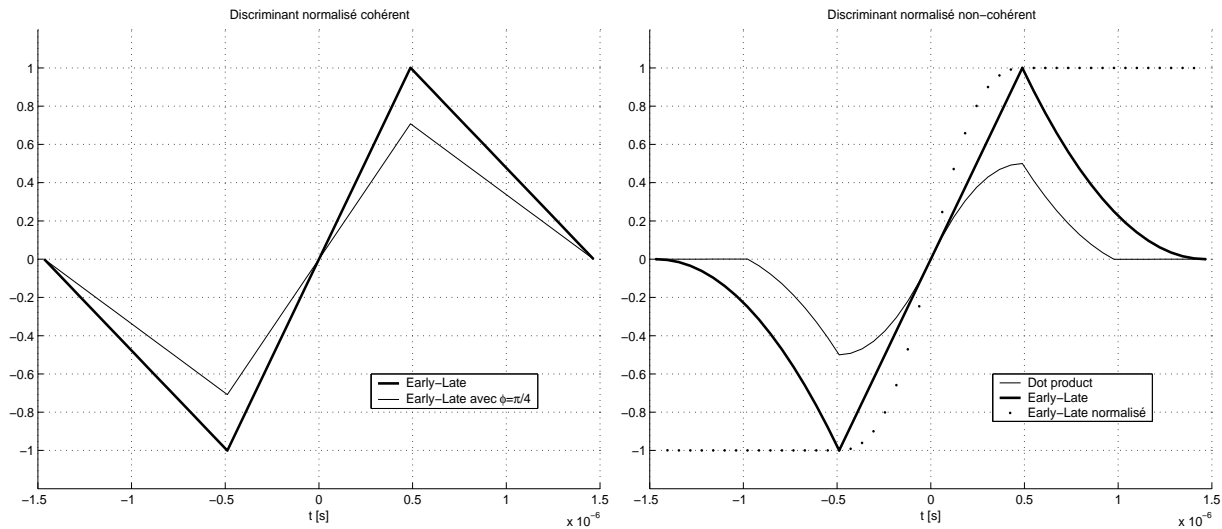


FIG. 1.20 – Evolution des discriminants cohérents et non-cohérents

### 1.6.3 Architecture globale du système de poursuite

#### 1.6.3.1 Architecture globale du système de poursuite numérique

Nous représentons sur la figure 1.21, l’architecture globale d’un système de poursuite du signal GPS. Celle-ci est composée de deux boucles de poursuite : une boucle pour la poursuite de la phase et une boucle pour la poursuite du code. Ces deux systèmes sont dépendants l’un de l’autre. En effet, pour poursuivre le code, il faut considérer le signal démodulé. Il faut donc multiplier le signal d’entrée de la boucle de poursuite du code par le signal de sortie de la PLL, qui correspond à la fréquence porteuse générée localement. De plus, pour estimer la fréquence porteuse avec la boucle de poursuite de la phase, il faut démultiplexer le signal en entrée de cette boucle, donc le multiplier par la sortie de la DLL qui est le code CA synchrone (Prompt) généré localement.

Plusieurs informations sont extraites du système global de poursuite pour estimer la position du récepteur. Considérons la voie en phase de la PLL. Nous avons :

$$I_P[n] = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N S_r[n].\cos[2\pi f_1 n + \phi].c[n] = Ad[n] \quad (1.134)$$

Cette voie nous fournit donc directement le message de navigation. De plus, la boucle de poursuite de code nous permet de connaître à chaque instant l’évolution de la pseudo-distance satellite-récepteur. En effet, elle nous indique si cette distance augmente, diminue ou reste identique. Enfin, la boucle PLL nous donne la valeur de la fréquence porteuse, ce qui nous permet grâce à l’effet Doppler, d’en déduire la vitesse relative satellite-récepteur.

#### 1.6.3.2 Exemples de poursuites

Pour ces exemples, nous disposons d’un signal GPS échantillonné à 20 MHz et quantifié sur 1 bit, pour une fréquence intermédiaire de 15.42 MHz (à l’entrée du convertisseur

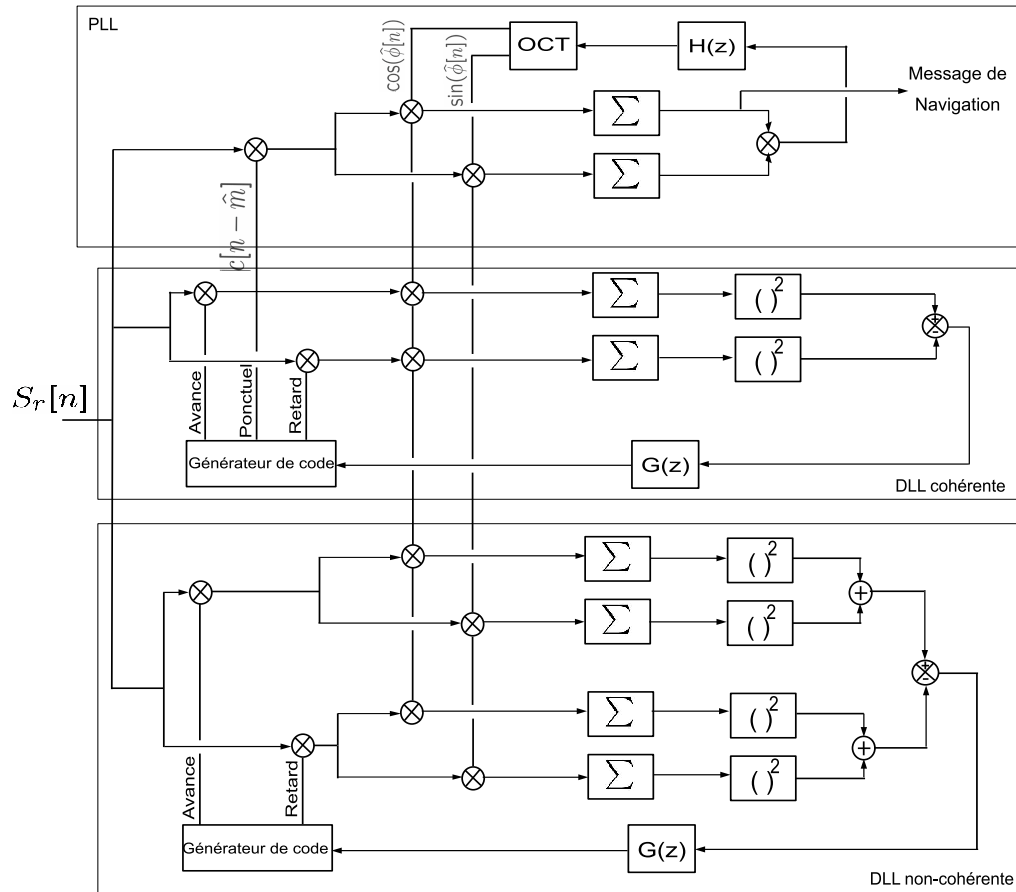


FIG. 1.21 – Architecture globale du système de poursuite

analogique-numérique). La bande passante du signal utile est de 2 MHz autour de sa fréquence intermédiaire. La durée de la poursuite est d'une seconde et on recale le code toutes les millisecondes (on dispose d'une mesure de la corrélation toutes les millisecondes). La poursuite est réalisée à partir des informations sur le code et la fréquence porteuse dont les valeurs sont obtenues dans l'étape d'acquisition.

On représente sur la figure 1.22 un exemple de poursuite du signal GPS. Dans cet exemple la poursuite est réalisée simultanément sur le code et la fréquence porteuse. On reporte sur la figure en haut à gauche, la valeur de la corrélation obtenue sur les voies "early", "prompt" et "late". On constate que le code est toujours bien synchronisé car la valeur de la voie "prompt" est supérieure aux voies "early" et "late" qui sont, elles, égales (c.f. figure 1.17). On représente sur la figure en haut à droite la valeur du discriminant qui va conditionner le décalage du code généré localement. On constate que le code est correctement synchronisé car les valeurs du discriminant sont centrées en zéro. Finalement on reporte sur la figure du bas le message de navigation extrait du signal. Le message est correctement extrait car les "1" et les "0" du code sont définis sur 20 échantillons, ce qui correspond aux 20 périodes du code à étalement par bit du message de navigation.

On reporte sur la figure 1.23, un exemple de poursuite sans recalage du code. On

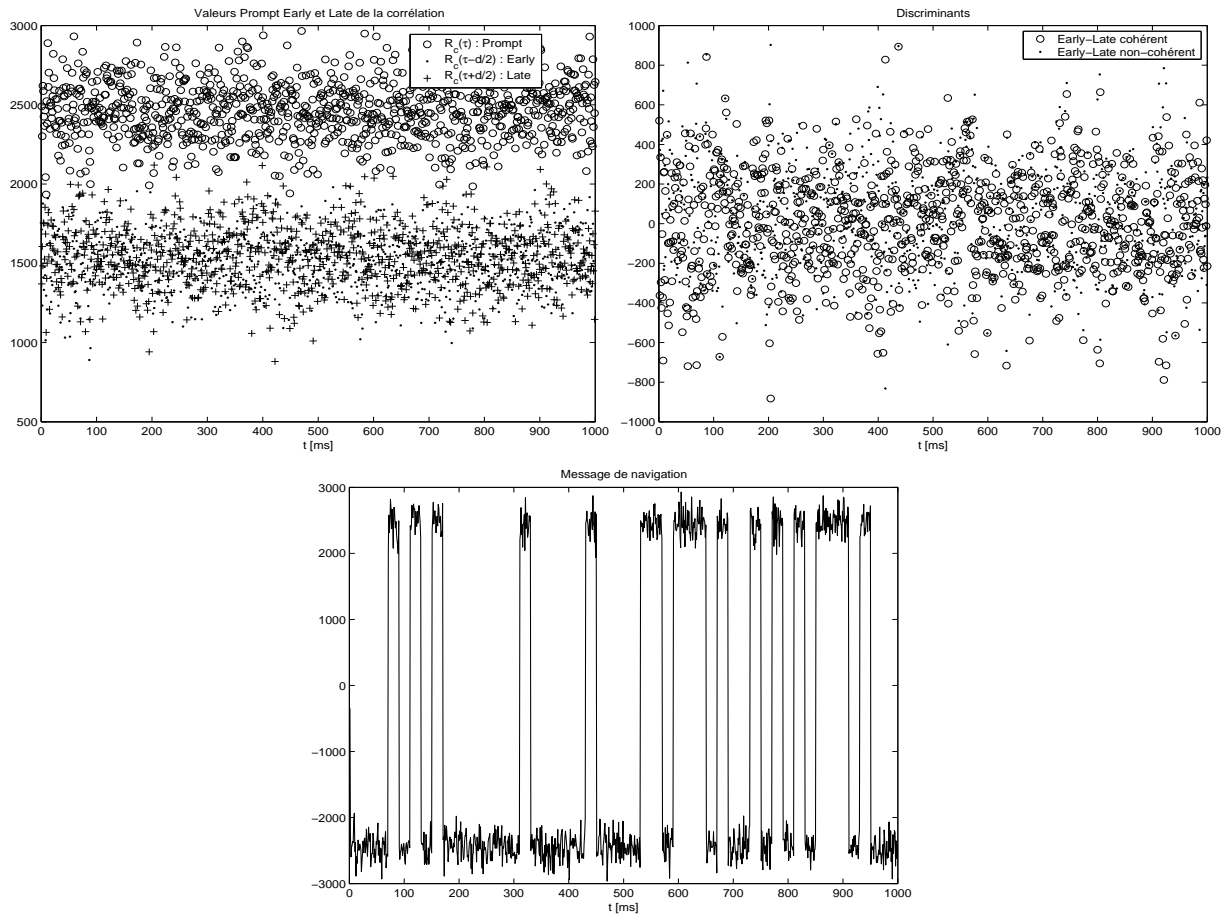


FIG. 1.22 – Exemple de poursuite du signal GPS

constate alors l'évolution attendue des discriminants (c.f. figure 1.20), c'est-à-dire la croissance suivie de la décroissance et de l'annulation du discriminant. Cependant, on observe des sauts du discriminant cohérent liés à l'évolution du signe du bit de navigation. Dans cet exemple, le message de navigation est correctement extrait jusqu'à l'annulation, soit le décrochage du discriminant. En général, quand le signal GPS est décroché, il faut relancer une étape d'acquisition pour retrouver la synchronisation en code et en fréquence.

Sur la figure 1.24, nous représentons un exemple de poursuite sans recalage de la porteuse. Dans cet exemple, on retrouve comme sur la figure 1.22, des valeurs pour la corrélation et le discriminant qui confirment la bonne poursuite du code. Cependant, le message de navigation n'est pas correctement démodulé. Dans ce cas, les résidus de phases issus d'une mauvaise synchronisation de la porteuse, déforment les informations extraites.

## 1.7 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les différents traitements du signal réalisés par un récepteur GPS. On retiendra qu'il existe principalement deux traitements particuliers

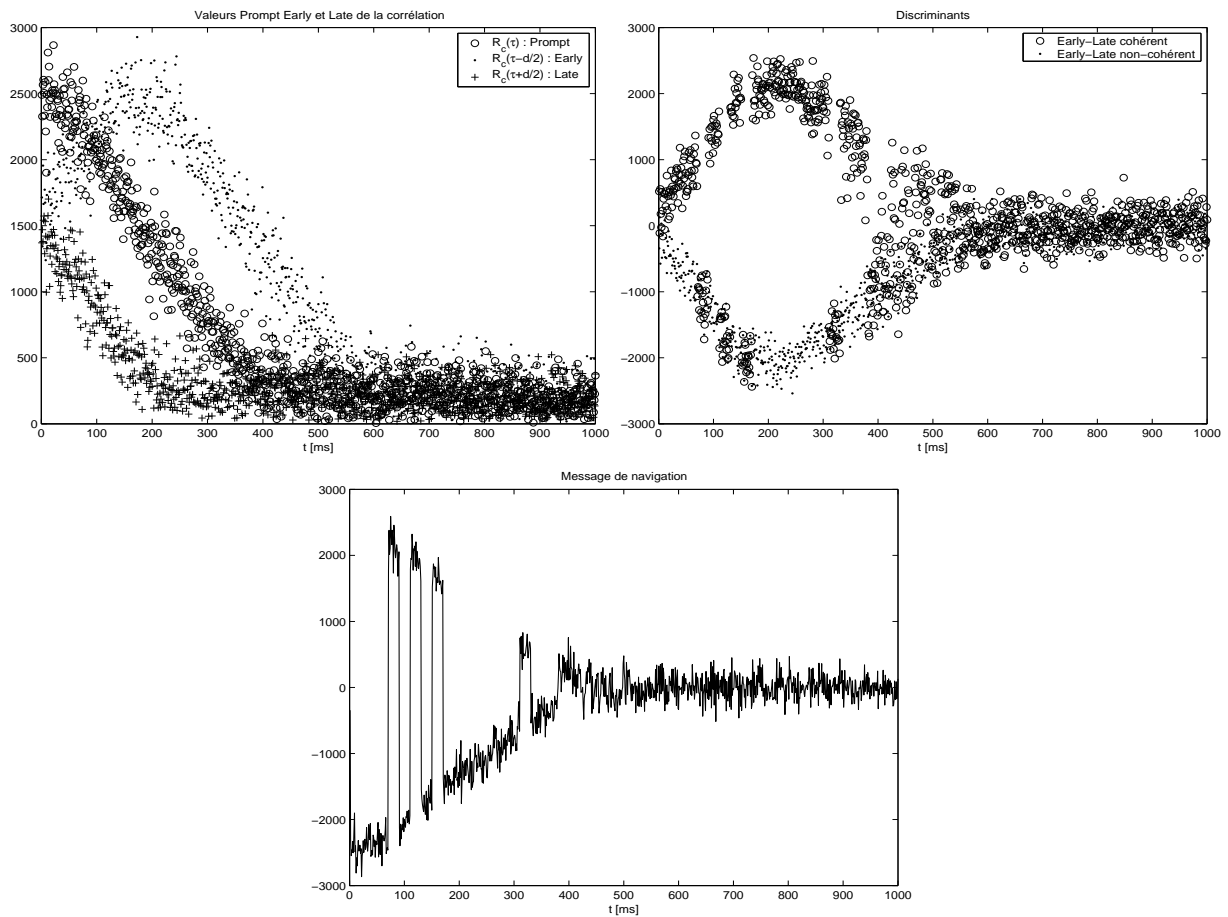


FIG. 1.23 – Exemple de poursuite sans recalage du code

qui sont l'acquisition et la poursuite du code et de la porteuse. Aujourd'hui avec la modernisation du système GPS et l'apparition de Galileo, beaucoup de travaux de recherche portent sur ces deux aspects. Dans ce travail, nous allons nous intéresser plus particulièrement à la boucle de poursuite du code. Dans une DLL, il est nécessaire de détecter un retard entre le code émis et le code généré localement et d'en estimer sa valeur.

Dans les futurs systèmes de radionavigation par satellites, le signal GPS sera transmis par plusieurs porteuses. Par exemple, pour le système GPS NAVSTAR (NAVigation System Time And Ranging), le code C/A sera transmis sur  $L_2$  en plus de  $L_1$  et un code de même nature sera transmis sur une nouvelle fréquence porteuse  $L_5$  (1.176 GHz). Pour le système européen Galileo, de nouveaux codes (Modulation BOC: Binary Offset Carrier) seront aussi transmis sur plusieurs porteuses [Bas04]. Le but des algorithmes de fusion que nous avons développés dans cette thèse est d'estimer et de détecter les retards à partir du signal discriminant des boucles DLL. On considèrera un système multiporteuses pour lequel le discriminant est obtenu en parallèle sur plusieurs porteuses. L'inconvénient lié à ce type de signaux qui a conditionné la création de nouvelles méthodes de fusion, est qu'ils ne sont pas obligatoirement synchrones. En effet, Le signal GPS effectue une trajectoire différente en fonction de sa fréquence porteuse et de l'état d'ionisation de l'ionosphère.

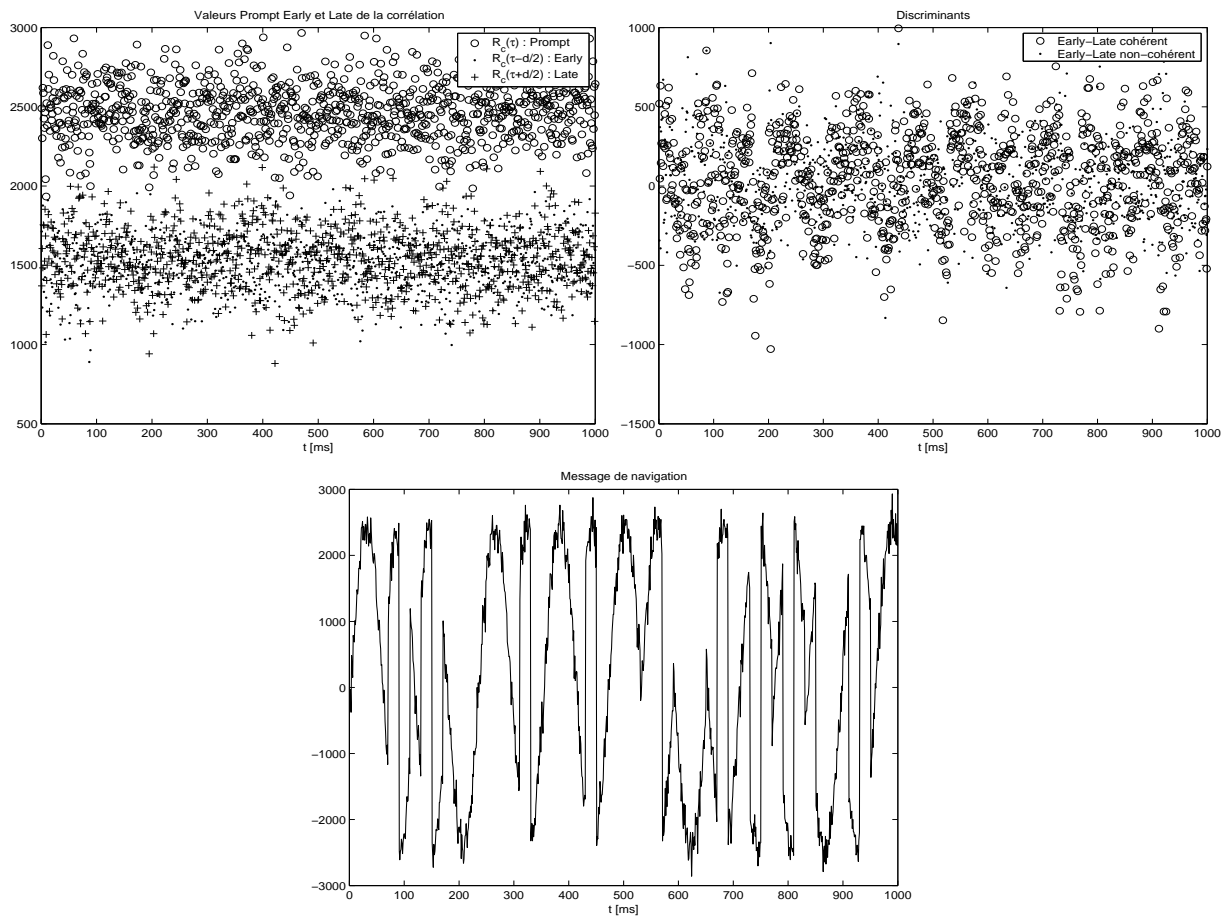


FIG. 1.24 – Exemple de poursuite sans recalage de la porteuse

Les positions GPS sont en général fournies par les récepteurs classiques toutes les secondes. Une position est calculée sur la période de pré-détection (en général 20 ms), et une moyenne est effectuée sur une seconde. Dans notre approche, nous souhaitons détecter une ou plusieurs ruptures dans l'évolution du discriminant qui seront traitées en temps différé. On considère alors que son évolution est stationnaire dans la partie linéaire du discriminant autour du point d'accrochage. On recherchera alors les ruptures de pentes du discriminant. Deux approches seront étudiées dans cette thèse : la détection de la première rupture présente et la réinitialisation des traitements, et la détection d'un ensemble de ruptures pour un signal acquis sur une seconde.

# Chapitre 2

## Segmentation de signaux multi-capteurs

### 2.1 Introduction

De nombreuses applications sont confrontées au problème de la segmentation d'un signal en zones stationnaires. On peut par exemple citer le contrôle qualité, la segmentation de signaux, les études sismiques, etc. La segmentation est un traitement qui consiste à détecter les ruptures de stationnarité et à estimer les paramètres statistiques d'un processus supposé stationnaire par morceaux. Les systèmes de segmentation sont caractérisés par une règle de décision qui permet de détecter les ruptures et également une technique d'estimation de la position de ces ruptures.

Quand la position de la rupture est supposée connue, on a alors un système de décision. Dans ce cas c'est la règle de décision qui définit le critère de détection des ruptures. Le but du système est alors de distinguer les ruptures en particulier du bruit par rapport au signal. Beaucoup de travaux dans la littérature, qui traitent de la théorie de la décision [Var96, MC60], décrivent ces méthodes. Quand la position de la rupture est inconnue, on a alors un système de segmentation qui détecte la présence d'une rupture et estime sa position. On distingue alors deux approches, le traitement des données en-ligne et le traitement hors-ligne. Les techniques de traitement des signaux en-ligne détectent la présence d'une rupture dans les mesures fournies par le capteur au fur et à mesure de leur disponibilité. Le but des systèmes développés dans ce cadre est de détecter la présence d'une rupture le plus tôt possible, on trouvera dans [NB95] une description complète de cette approche. La segmentation hors-ligne, quant à elle, suppose que toutes les données du processus soient disponibles et permet ainsi de rechercher les zones stationnaires sur l'ensemble du signal. Il existe dans ce cas des techniques mono ou multi-ruptures dont le but est d'estimer le nombre de ruptures et leurs positions dans le processus [Rob01, Gus00].

Aujourd'hui avec l'augmentation des moyens de communication et le développement des capteurs, on trouve de plus en plus d'applications qui utilisent plusieurs capteurs. Les méthodes de détection multi-capteurs développées dans ce cadre exploitent les informations complémentaires et redondantes qu'ils fournissent. On distingue alors deux types de système de fusion : les systèmes centralisés (et décentralisés) et les systèmes distribués. Dans un système centralisé, on considère l'ensemble des mesures en provenance des différents capteurs pour détecter et estimer la position de la rupture. On suppose en général

que l'instant de rupture est le même sur tous les capteurs [Ben92, GM90]. Le centre de fusion s'appuie sur une règle de décision qui intègre la description statistique des mesures en provenance de l'ensemble des capteurs. Dans les systèmes distribués, on considère que les détections réalisées par les capteurs sont exploitées par un centre de fusion qui décide de l'absence ou de la présence d'une rupture sur l'ensemble des signaux. La règle de fusion concernant la décision dans ce cas peut être locale et s'appuyer sur les performances de détections connues des différents capteurs. La définition de la règle de décision au centre de fusion peut aussi se faire globalement sur l'ensemble des capteurs. On définit alors dans un même critère les règles de décision pour chaque capteur et la règle de fusion [Var96, Das94].

Le but de ce chapitre est de présenter les différentes techniques de segmentation et de détection multi-capteurs pour définir, dans la suite de ce travail, l'originalité des méthodes que nous avons développées. Nous présentons dans un premier temps dans ce chapitre les systèmes de décision et de segmentation mono-capteur. C'est dans un deuxième temps que nous développerons les systèmes de détection multi-capteurs.

## 2.2 Systèmes de décision mono-capteur

### 2.2.1 Règle de décision *a posteriori*

Considérons deux tests d'hypothèses binaires notés  $H_0$  et  $H_1$ , indiquant respectivement une hypothèse non vérifiée et une hypothèse vérifiée. On note  $y$  une observation telle que la densité de probabilité conditionnelle à ces hypothèses se note :

$$P(y|H_i), i = \{0, 1\} \quad (2.1)$$

Les probabilités *a priori* de ces deux hypothèses sont notées  $P_0$  et  $P_1$  respectivement pour  $H_0$  et  $H_1$ . Dans le cas de tests d'hypothèses binaires, 4 configurations sont possibles :

- l'hypothèse  $H_1$  est déclarée vraie alors que  $H_0$  est présente ;
- l'hypothèse  $H_1$  est déclarée vraie alors que  $H_1$  est présente ;
- l'hypothèse  $H_0$  est déclarée vraie alors que  $H_0$  est présente ;
- l'hypothèse  $H_0$  est déclarée vraie alors que  $H_1$  est présente.

L'ensemble des observations  $y$  constituent un espace d'observation noté  $Z$ . On peut à partir de là, diviser cet espace en deux espaces disjoints  $Z_1$  et  $Z_0$  ( $Z = Z_0 \cup Z_1$  et  $Z_0 \cap Z_1 = \phi$ ) tels que si l'observation appartient à l'espace  $Z_i$ , on prend la décision  $H_i$ . Soit  $P(H_j|y)$ ,  $j = \{0, 1\}$ , la probabilité *a posteriori* que  $H_j$  soit présente sachant la valeur  $y$  de l'observation. Les règles de décision seront donc les suivantes :

- On choisit  $H_0$  si  $P(H_0|y) > P(H_1|y)$  ;
- On choisit  $H_1$  si  $P(H_1|y) > P(H_0|y)$ .

Ce qui peut encore se noter :

$$\frac{P(H_1|y)}{P(H_0|y)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} 1 \quad (2.2)$$

En utilisant la règle de Bayes, on peut écrire :

$$P(H_i|y) = \frac{P(y/H_i)P(H_i)}{P(y)} \quad (2.3)$$

avec  $P(H_i)$  la probabilité *a priori* d'avoir l'hypothèse  $H_i$  et  $P(y)$ , la densité de probabilité des échantillons du signal reçu.  $P(y/H_i)$  est la distribution des échantillons du signal reçu quand l'hypothèse  $H_i$  est vérifiée. On a alors :

$$\frac{P(y/H_1)P(H_1)}{P(y/H_0)P(H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} 1 \quad (2.4)$$

soit :

$$h(y) \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \frac{P(H_0)}{P(H_1)} \quad (2.5)$$

avec  $h(y) = \frac{P(y/H_1)}{P(y/H_0)}$  le rapport de vraisemblance. On reporte sur la figure 2.1 les entrées et la sortie du système de décision.  $\underline{y}$  est l'ensemble des échantillons du signal défini sur une fenêtre de taille fixée. La décision est prise à partir du test du rapport de vraisemblance (équation 2.5) calculé sur les mesures  $\underline{y}$ , et la sortie permet de désigner l'une ou l'autre des hypothèses.

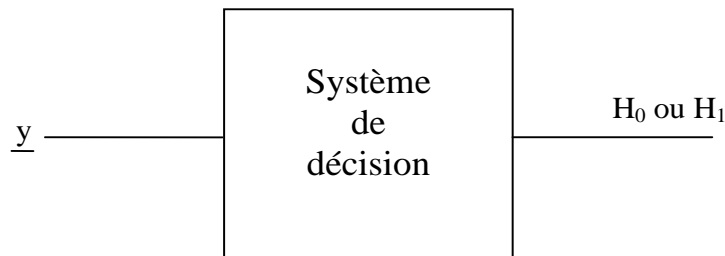


FIG. 2.1 – *Système de décision*

Soit  $d_i$  la décision que  $H_i$  soit réalisée. On note alors :

$$P(d_i|H_j) = \int_{Z_i} P(y|H_j)dy \quad (2.6)$$

On définit la probabilité de fausse-alarme comme étant la probabilité de décider l'hypothèse  $H_1$  alors que l'hypothèse  $H_0$  est présente. Ceci se traduit par :

$$P_f = P(d_1|H_0) = \int_{Z_1} P(y|H_0)dy \quad (2.7)$$



De la même manière, on définit la probabilité de manque comme étant la probabilité de décider l'hypothèse  $H_0$  alors que l'hypothèse  $H_1$  est présente. Soit :

$$P_M = P(d_0|H_1) = \int_{Z_0} P(y|H_1)dy \quad (2.8)$$

Vient alors la probabilité de détecter :

$$P_D = P(d_1|H_1) = \int_{Z_1} P(y|H_1)dy \quad (2.9)$$

et la probabilité d'absence de détection :

$$P_B = P(d_0|H_0) = \int_{Z_0} P(y|H_0)dy \quad (2.10)$$

## 2.2.2 Autres Règles de décision

### 2.2.2.1 Règle de décision de Bayes

La règle de décision de Bayes consiste à associer un coût à chacune des configurations vue précédemment. On note  $C_{ij}$ ,  $i, j \in \{0,1\}$ , le coût de déclarer  $H_i$  vraie et que  $H_j$  est présente. On définit à partir de là, une fonction de risque bayésien donnée par :

$$\mathfrak{R} = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 C_{ij} P_j \int_{Z_i} P(y|H_j)dy \quad (2.11)$$

Dans la théorie de la décision on recherche une règle de détection qui minimise la fonction de risque bayésien. On montre que ,  $\mathfrak{R}$  est minimale, en supposant que  $C_{10} > C_{00}$  et  $C_{01} > C_{11}$ , pour la règle de décision suivante :

$$\frac{P(y|H_1)}{P(y|H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \frac{P_0(C_{10} - C_{00})}{P_1(C_{01} - C_{11})} \quad (2.12)$$

Il s'agit alors d'un test de rapport de vraisemblance avec  $h(y) = \frac{P(y|H_1)}{P(y|H_0)}$ , et  $\lambda = \frac{P_0(C_{10}-C_{00})}{P_1(C_{01}-C_{11})}$ , le seuil. Du fait de la nature croissante monotone de la fonction logarithme, on peut réécrire la dernière équation :

$$\log(h(y)) \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \log(\lambda) \quad (2.13)$$

On rencontre plus souvent ce test du logarithme du rapport de vraisemblance dans la littérature, test qui est bien adapté pour des distributions statistiques de type exponentiel. Un cas particulier de ce test apparaît lorsque les coûts prennent les valeurs  $C_{00} = C_{11} = 0$  et  $C_{10} = C_{01} = 1$ . On considère dans ce cas, le coût de la décision correcte égal à 0 et le coût d'une erreur égal à 1 : c'est la pénalisation symétrique. Le seuil vaut alors  $\lambda = \frac{P_0}{P_1}$ . On retrouve dans ce cas la règle de décision *a posteriori* de l'équation 2.5.

### 2.2.2.2 Critère de décision de Neyman-Pearson

Dans la plupart des cas pratiques, les probabilités *a priori* sont inconnues et il est très difficile d'attribuer les valeurs de coût. Le critère de Neyman-Pearson permet de s'affranchir de ce problème. Le test consiste à fixer une probabilité de fausse-alarme ( $P_f = \alpha$ ) à une valeur acceptable, et de maximiser la probabilité de détection ( $P_D$ ) ou encore minimiser la probabilité de manque. L'optimisation est alors réalisée grâce au multiplicateur de Lagrange.

Soit le Lagrangien :

$$L = P_D - \lambda(P_f - \alpha) = \lambda\alpha + \int_{Z_1} [P(y|H_1) - \lambda P(y|H_0)] dy \quad (2.14)$$

On montre que la règle de décision qui maximise  $L$  est définie par :

$$h(y) = \frac{P(y|H_1)}{P(y|H_0)} \underset{H_0}{\underset{H_1}{\gtrless}} \lambda \quad (2.15)$$

Le seuil  $\lambda$  doit alors être choisi de façon à respecter la contrainte suivante :

$$P_f = \int_{Z_1} P(y|H_0) dy = \int_{\lambda}^{+\infty} P(h|H_0) dh = \alpha$$

### 2.2.2.3 Détection Minmax

On suppose ici que seuls les coûts sont connus, alors que les probabilités *a priori*  $P_0$  et  $P_1$  ne le sont pas. On montre que  $\mathfrak{R}$ , le risque bayésien peut s'exprimer de la façon suivante, avec  $P_1 = 1 - P_0$  :

$$\mathfrak{R} = P_1 [(C_{11} - C_{00}) + (C_{01} - C_{11})P_M - (C_{10} - C_{00})P_f] + C_{00}(1 - P_f) + C_{10}P_f \quad (2.16)$$

Pour des coûts  $C_{ij}$ ,  $i, j \in \{0,1\}$  fixés et connus,  $\mathfrak{R}$  est fonction de  $P_1$ . Si on fixe  $P_1$ , on fixe les seuils de la règle de décision donc  $P_M$  et  $P_f$ . Si la valeur  $P_1$  réelle évolue, alors le risque évolue linéairement.

On cherche maintenant à fixer le seuil pour une valeur  $P_1^*$  tel que  $\frac{\partial \mathfrak{R}}{\partial P_1}(P_1^*) = 0$ , alors quand  $P_1$  varie entre 0 et 1, le coût  $\mathfrak{R}$  est à valeur constante pour toute valeur de  $P_1$ . On montre que le seuil est tel que :

$$(C_{11} - C_{00}) + (C_{01} - C_{11})P_M - (C_{10} - C_{00})P_f = 0 \quad (2.17)$$

Le risque associé au seuil qui remplit la condition précédente est invariant avec  $P_1$ . Le critère ainsi défini minimise le risque maximum, c'est le critère Minmax.

### 2.2.2.4 Autres systèmes de décision

La détection à niveau de fausse-alarme constante ou détection CFAR, est une technique à seuil adaptatif utilisée principalement dans le cadre des applications radar. Il s'agit de déterminer un seuil par rapport à l'estimation de la puissance moyenne du bruit de fond pour une probabilité de fausse-alarme fixée.

Il existe également des critères de détection séquentielle, comme par exemple le critère de Wald, qui permettent de traiter les informations séquentiellement. Lorsqu'une nouvelle information arrive au système, celui-ci effectue un test de type Neyman-Pearson sur la vraisemblance. Si le système ne peut pas décider de l'une ou l'autre des hypothèses, il décide d'attendre une nouvelle information afin de prendre une autre décision.

### 2.2.3 Exemple de critère de décision

On considère ici l'exemple d'une transmission d'un signal numérique bruité par un bruit centré additif gaussien  $b$  de variance  $\sigma^2$ , soit :

$$y(t) = \begin{cases} A + b & \text{si l'hypothèse } H_1 \text{ est vraie} \\ 0 + b & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.18)$$

A la réception sous l'hypothèse  $H_0$ , on a :

$$P(y|H_0) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.19)$$

A la réception sous l'hypothèse  $H_1$ , on a :

$$P(y|H_1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y-A)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.20)$$

Pour la règle *a posteriori*,  $h(y)$  le rapport de vraisemblance est donné par :

$$h(y) = \frac{P(y|H_1)}{P(y|H_0)} = \exp\left[\frac{A}{\sigma^2}\left(y - \frac{A}{2}\right)\right] \quad (2.21)$$

Soit en prenant le logarithme du rapport de vraisemblance :

$$\frac{A}{\sigma^2}\left(y - \frac{A}{2}\right) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \log\left(\frac{P_0}{P_1}\right) \quad (2.22)$$

Donc :

$$y \underset{H_0}{\overset{H_1}{\gtrless}} \frac{\sigma^2}{A} \log\left(\frac{P_0}{P_1}\right) + \frac{A}{2} \quad (2.23)$$

Le seuil de détection est alors :  $v = \frac{\sigma^2}{A} \log\left(\frac{P_0}{P_1}\right) + \frac{A}{2}$ . On remarquera que la valeur de ce seuil dépend de la puissance du signal et non pas de la puissance du bruit quand on ne dispose pas d'information *a priori* sur la présence de l'une ou de l'autre des hypothèses ( $P_0 = P_1 = \frac{1}{2}$ ).

### 2.2.4 Mesures de performances

Pour connaître les performances d'un détecteur obtenues à partir d'une règle de décision, il faut évaluer le critère de décision. On utilise pour cela les probabilités de fausse-alarma  $P_f$  et de détection  $P_D$  associées au critère. En effet les probabilités de manque  $P_M$  et d'absence  $P_B$ , dépendant respectivement des probabilités  $P_f = 1 - P_B$  et  $P_D = 1 - P_M$ , n'apportent pas d'informations supplémentaires. Les performances d'un détecteur sont alors appréciées avec la courbe opérationnelle du récepteur (courbe COR). Elles représentent l'évolution de la probabilité de détection en fonction de la probabilité de fausse-alarma. On recherchera alors un détecteur qui offrira la plus grande probabilité de détection possible pour une probabilité de fausse-alarma donnée.

Dans certaines applications, on dispose d'informations *a priori* sur l'absence ou la présence de l'une ou de l'autre des hypothèses. Dans ce cas quand  $P_1$  et  $P_0$  peuvent être connues, on définit la probabilité d'erreur de décision comme étant égale à :

$$P_e = P_0 P_f + P_1 (1 - P_D) \quad (2.24)$$

Dans cette expression, on ajoute les probabilités des deux erreurs possibles, soit la probabilité de détecter  $H_1$  quand  $H_0$  est présente, soit la probabilité de détecter  $H_0$  quand  $H_1$  est présente.

Reprenons l'exemple présenté précédemment : le seuil de détection étant défini on peut calculer les probabilités de fausse-alarma et de détection. Soit :

$$P_f = \int_v^{+\infty} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma^2}\right) dy \quad (2.25)$$

$$P_D = \int_{+\infty}^v \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y-A)^2}{2\sigma^2}\right) dy \quad (2.26)$$

$$(2.27)$$

Soit la fonction d'erreur complémentaire tabulée  $erfc(x) = 1 - erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-t^2} dt$ .

En effectuant le changement de variable  $t = \frac{(y-A)}{\sqrt{2}\sigma}$ , on a pour la probabilité de détection :

$$P_D = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\left(\frac{v-A}{\sqrt{2}\sigma}\right)}^{+\infty} e^{-t^2} dt = \frac{1}{2} erfc\left(\frac{v-A}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (2.28)$$

et pour la probabilité de fausse-alarma :

$$P_f = \frac{1}{2} erfc\left(\frac{v}{\sqrt{2}\sigma}\right) \quad (2.29)$$

On reporte sur la figure 2.2 de gauche la courbe opérationnelle du récepteur et la probabilité d'erreur. Nous considérons ici deux cas avec  $A = 1$  et  $A = 2$  et un bruit de variance 1. On observe comme prévu, que lorsque le Rapport Signal sur Bruit (RSB : défini par  $\frac{A^2}{\sigma^2}$ ) est plus important, on a une meilleure probabilité de détection pour une même probabilité de fausse-alarma fixée. De la même manière, on constate sur la figure 2.2 de droite, que la probabilité d'erreur est plus petite lorsque l'amplitude de la rupture est plus grande.

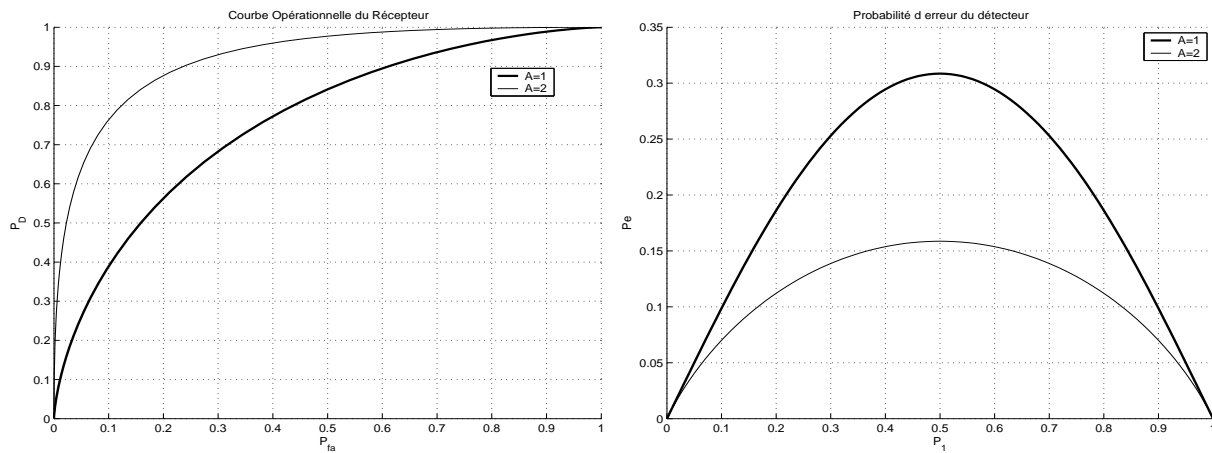


FIG. 2.2 – Evaluation du critère de détection

## 2.3 Systèmes de segmentation mono-capteur

### 2.3.1 Détection de rupture en-ligne

Soit  $\underline{y}_{1:t} = (y_1, y_2, \dots, y_t)$ , les échantillons d'un signal aléatoire, jusqu'à l'instant  $t$ . Supposons que ce signal présente une rupture de stationnarité de l'un ou de plusieurs de ses paramètres statistiques à un instant  $t_0$ . Lorsque  $t_0$  est infini, cela indique qu'il n'y a pas de ruptures dans le signal. On pose  $\underline{\theta}$  le vecteur des paramètres statistiques. On a alors  $\underline{\theta} = \{\mu, \sigma^2\}$  avec  $\mu$  la moyenne et  $\sigma^2$  la variance. Soit  $\underline{\theta}^0$  le vecteur de paramètres statistiques du signal avant la rupture et  $\underline{\theta}^1$  le vecteur paramètre après la rupture. Les objectifs de la détection en-ligne sont alors de détecter une rupture de stationnarité dans un signal le plus tôt possible après son apparition dans le processus. On représente sur la figure 2.3 les entrées et la sortie du système de décision. Dans cette approche, on décide de l'hypothèse  $H_0$  ou  $H_1$  à chaque instant  $t$  à partir d'un test de détection réalisé sur les échantillons du signal  $\underline{y}_{1:t}$ . Quand l'hypothèse  $H_1$  est détectée,  $t$  est une estimation de  $t_0$ .

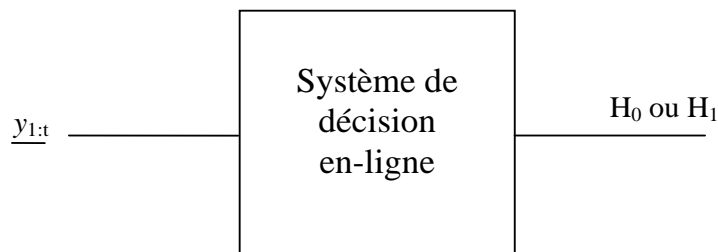


FIG. 2.3 – Système de décision en-ligne

On trouvera dans [NB95] une bibliographie détaillée des méthodes de détection en-ligne. Dans ce cas, la plupart des algorithmes utilisent des tests statistiques reposant sur le rapport de vraisemblance généralisé ou sur la distance de Kullback. Les critères

de performances de ces algorithmes sont évalués à partir de leur probabilité de générer une fausse-alarme ainsi que sur la durée du délai moyen existant entre la rupture et sa détection. La minimisation de ces deux paramètres ambivalents est un problème de recherche largement étudié [Nik01, LS99]. On distingue deux classes de critères : les critères bayésiens et les critères non-bayésiens. Nous présentons ici le critère le plus utilisé pour chacune de ces classes.

### 2.3.1.1 Critère non-bayésien

C'est Page dans [Pag54] qui fut le premier à introduire le test CUSUM (CUmulative SUM). La procédure consiste, comme son nom l'indique, à utiliser les propriétés de la somme cumulée de la log-vraisemblance du signal. Cette valeur est alors comparée à sa valeur minimale, et la différence est comparée à un seuil. On note la log-vraisemblance du signal à l'instant  $i$  :

$$s_i = \log \frac{P(y_i|\underline{\theta}^1)}{P(y_i|\underline{\theta}^0)} \quad (2.30)$$

Les valeurs de  $\underline{\theta}^1$  et  $\underline{\theta}^0$  sont supposées connues. On définit alors la somme cumulée des log-vraisemblances jusqu'à l'instant  $k$  par :

$$S_k = \sum_{i=1}^k s_i \quad (2.31)$$

En présence d'une rupture, la valeur de l'expression 2.31 est minimale à proximité d'une position proche de  $t_0$ , la position réelle de la rupture. Cette valeur minimale est notée  $r_k$ . On définit alors la règle d'arrêt :

$$\hat{t}_1 = \min \{k : S_k \geq r_k + h\} \quad (2.32)$$

avec  $h$  un seuil fixé au préalable et permettant de définir une contrainte sur la probabilité de fausse-alarme, c'est-à-dire sur la détection d'une rupture à un instant  $\hat{t}_0 < t_0$ . Soit  $g_k = S_k - r_k$ , on peut écrire le critère de détection de l'instant de rupture estimé :

$$\hat{t}_1 = \min \{k : g_k \geq h\} \quad (2.33)$$

Lorden [Lor71] considère qu'une règle d'arrêt optimale est obtenue par minimisation d'une durée de détection maximale moyenne, pour un instant fixé entre deux fausses alarmes. Il montre alors que l'algorithme CUSUM est asymptotiquement optimal quand la durée moyenne entre deux fausses alarmes tend vers l'infini.

### 2.3.1.2 Critère bayésien

On considère ici le problème de la détection de rupture en-ligne par une approche bayésienne. Shiryaev [Shi63] propose de décider qu'une rupture est présente quand la valeur de la probabilité *a posteriori* dépasse un certain seuil fixé au préalable. On suppose que la distribution *a priori* est géométrique soit :

$$P(t_0 = k) = \rho(1 - \rho)^{k-1} \quad , k > 0$$

avec  $\rho$  la probabilité à l'instant  $k$  de passer de l'état d'avant rupture soit  $\underline{\theta}^0$ , à l'état d'après rupture  $\underline{\theta}^1$ . La densité probabilité  $P(y_i|\underline{\theta})$  est alors modélisée par une chaîne de Markov avec deux états 0 et 1. La matrice de transition s'écrit alors :

$$P = \begin{pmatrix} P(0|0) & P(0|1) \\ P(1|0) & P(1|1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \rho & 0 \\ \rho & 1 \end{pmatrix} \quad (2.34)$$

Soit  $\pi_k$  la probabilité *a posteriori* de l'état 1. La règle de Bayes nous permet d'écrire :

$$\pi_k = \frac{\pi_{k-1}P(y_i|\underline{\theta}^1) + (1 - \pi_{k-1})\rho P(y_i|\underline{\theta}^1)}{\pi_{k-1}P(y_i|\underline{\theta}^1) + (1 - \pi_{k-1})\rho P(y_i|\underline{\theta}^1) + (1 - \pi_{k-1})(1 - \rho)P(y_i|\underline{\theta}^0)} \quad (2.35)$$

Pour simplifier, il est plus courant de traiter avec une fonction monotone  $\varpi$  plutôt qu'avec cette fonction  $\pi_k$ . Cette fonction s'écrit :

$$\varpi = \frac{\pi_k}{1 - \pi_k} \quad (2.36)$$

La formulation récursive de  $\varpi$  est alors donnée par :

$$\varpi = \frac{1}{1 - \rho}(\varpi_{k-1} + \rho) \frac{P(y_i|\underline{\theta}^1)}{P(y_i|\underline{\theta}^0)} \quad (2.37)$$

Soit  $g_k = \log \varpi$  le logarithme de cette expression :

$$g_k = \log(\rho + e^{g_{k-1}}) - \log(1 - \rho) + \log \frac{P(y_i|\underline{\theta}^1)}{P(y_i|\underline{\theta}^0)} \quad (2.38)$$

La règle d'arrêt bayésienne devient alors :

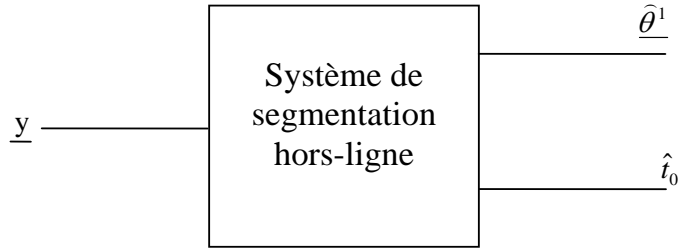
$$\hat{t}_1 = \min\{k : g_k \geq h\} \quad (2.39)$$

où  $h$  est le seuil de détection pour l'estimation de l'instant de rupture  $\hat{t}_1$ .

### 2.3.2 Segmentation mono-rupture

Considérons maintenant un signal  $\underline{y} = (y_1, y_2, \dots, y_N)$  de  $N$  échantillons. Les échantillons sont disponibles avant le traitement de détection de rupture. Supposons le signal sans rupture dans ses paramètres. Le vecteur  $\underline{\theta}$  sera donc identique pour tout échantillon du signal. Soit  $\underline{\theta} = \underline{\theta}^0$  le vecteur paramètre dans ce cas de figure. Supposons maintenant qu'une rupture de paramètres se produit à l'instant  $t_0$  avec  $1 \leq t_0 \leq N$ . On a  $\underline{\theta} = \underline{\theta}^0$ , les paramètres avant la rupture en  $t_0$  et  $\underline{\theta} = \underline{\theta}^1$ , les paramètres après la rupture. Le but de la détection hors-ligne est de détecter la présence d'une rupture de stationnarité et d'estimer l'instant de la rupture dans la fenêtre de travail. On reporte sur la figure 2.4 les entrées et sorties du système de segmentation. On note,  $\underline{y}$  l'ensemble des mesures disponibles,  $\hat{t}_0$  l'estimation de l'instant de la rupture et  $\underline{\theta}^1$  les paramètres statistiques du signal estimés après la rupture.

Les premiers travaux sur la détection hors-ligne de ruptures ont débuté dans les années 1950-1960 avec les travaux de Page [Pag54] et plus tard avec les travaux de Hinkley

FIG. 2.4 – *Système de segmentation mono-rupture*

[Hin70], Kligiene et Telksnys [KT83]. Dans un premier temps, de nombreuses contributions ont été consacrées à la détection d'une rupture unique à partir de la moyenne de variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées [Hin70]. Ces travaux ont ensuite été étendus à la détection d'un saut de moyenne dans un processus auto-régressif gaussien [Pic85, DP86]. On trouvera dans [DP79, Des83] des résultats théoriques complets concernant l'optimalité des approches utilisant la vraisemblance pour ce type de problème. Dans ce contexte, il existe des contributions récentes qui portent sur des processus non Gaussiens, à forte dépendance, décrits par des modèles complexes [Ber00, GHK99, CTC00, Tou98, GJV99].

Nous présentons dans ce paragraphe l'algorithme GLR (Generalized Likelihood Ratio) qui reste la référence pour la détection hors-ligne de rupture, et que nous étendrons à la segmentation multi-capteurs dans le chapitre 3.

### 2.3.2.1 Test d'hypothèses hors-ligne

Nous introduisons les hypothèses suivantes :

- $H_0$  est l'hypothèse de ne pas avoir de rupture dans le signal,
- $H_j$  est l'hypothèse d'avoir une rupture à l'instant  $j$ ,
- $H_1$  est l'hypothèse d'avoir une rupture quelque part dans le signal, soit  $H_1 = \cup_{j \geq 1} H_j$ .

La vraisemblance entre les hypothèses  $H_0$  et  $H_j$  se note alors :

$$\Lambda_1^N(j) = \frac{\prod_{i=1}^{j-1} P(y_i | \underline{\theta}^0) \prod_{i=j}^N P(y_i | \underline{\theta}^1)}{\prod_{i=1}^N P(y_i | \underline{\theta}^0)} \quad (2.40)$$

L'approche statistique standard consiste à remplacer le paramètre  $t_0$  par son estimation, c'est-à-dire par le maximum de vraisemblance, soit :

$$\Lambda_N = \max_{1 \leq j \leq N} \Lambda_1^N(j) \quad (2.41)$$

On peut à partir de là, fixer une règle de décision  $u_0$  suivant un seuil  $h$  telle que :

$$u_0 = \begin{cases} 1 & \text{si } \Lambda_N \geq h \\ 0 & \text{si } \Lambda_N < h \end{cases} \quad (2.42)$$



c'est-à-dire que le maximum de vraisemblance dépasse un certain seuil  $h$  fixé au préalable. On décide  $u_0 = 1$  lorsque l'hypothèse  $H_1$  est présente, sinon on décide  $u_0 = 0$ , lorsque l'hypothèse  $H_0$  est présente.

### 2.3.2.2 Estimation de l'instant de rupture hors-ligne

Il s'agit maintenant d'estimer l'instant de rupture  $\hat{t}_0$ . L'estimateur du maximum de vraisemblance est défini par :

$$\hat{t}_0 = \arg \max_{1 \leq k \leq N} \log \left[ \prod_{i=1}^{k-1} P(y_i | \underline{\theta}^0) \cdot \prod_{i=k}^N P(y_i | \underline{\theta}^1) + \log \prod_{i=1}^N P(y_i | \underline{\theta}^0) \right] \quad (2.43)$$

L'expression 2.43 peut encore s'écrire après simplification :

$$\hat{t}_0 = \arg \max_{1 \leq k \leq N} \sum_{i=k}^N \log \frac{P(y_i | \underline{\theta}^0)}{P(y_i | \underline{\theta}^1)} \quad (2.44)$$

### 2.3.2.3 Algorithme GLR (Generalized Likelihood Ratio)

Lorsque  $\underline{\theta}^1$ , qui est le paramètre après la rupture, est inconnu, on le remplace par son estimation du maximum de vraisemblance. On suppose ici que  $\underline{\theta}^0$  est connu. Le rapport de vraisemblance généralisé pour des observations allant de l'instant  $k$  à l'instant  $N$  est donné par :

$$\hat{\Lambda}_k^N = \sup_{\underline{\theta}_1} \frac{P(y_k, \dots, y_N | \underline{\theta}^1)}{P(y_k, \dots, y_N | \underline{\theta}^0)} \quad (2.45)$$

Si les observations sont indépendantes et en considérant la log-vraisemblance, on obtient :

$$\log(\hat{\Lambda}_k^N) = \sup_{\underline{\theta}_1} S_k^N(\underline{\theta}_1) = \sup_{\underline{\theta}_1} \sum_{i=k}^N \log \frac{P(y_i | \underline{\theta}^1)}{P(y_i | \underline{\theta}^0)} \quad (2.46)$$

Il s'agit alors d'une fonction avec deux paramètres inconnus que sont l'instant de rupture et la valeur du paramètre après la rupture. Il est alors nécessaire d'effectuer une double maximisation telle que :

$$g_N = \max_{1 \leq k \leq N} \log(\hat{\Lambda}_k^N) = \max_{1 \leq k \leq N} \sup_{\underline{\theta}_1} S_k^N(\underline{\theta}_1) \quad (2.47)$$

Si on dispose d'informations *a priori* sur la valeur du paramètre après la rupture, il est alors possible de fixer une amplitude minimale  $\psi$  pour le changement du paramètre  $\underline{\theta}_1$ . Dans ce cas, l'estimateur de la position de la rupture et du paramètre  $\hat{\underline{\theta}}_1$  est défini par :

$$(\hat{t}_0, \hat{\underline{\theta}}_1) = \arg \max_{1 \leq k \leq N} \sup_{\underline{\theta}_1: |\underline{\theta}_1 - \underline{\theta}_0| \geq \psi > 0} S_j^N(\underline{\theta}_1) \quad (2.48)$$

### 2.3.3 Segmentation multi-ruptures : critères efficaces

Nous considérons ici le traitement d'un signal stationnaire par morceaux. Nous supposons que toutes les données sont disponibles afin de réaliser un traitement hors-ligne. Le but est alors de déterminer le nombre et les instants des ruptures de stationnarité sans utiliser de méthodes séquentielles. Pour cela, différentes méthodes de segmentation ont été développées ces dernières années. Il s'agit de méthodes de sélection de modèles reposant sur la minimisation de critères pénalisés. On distingue dans la littérature deux critères : les critères efficaces et les critères consistants. Les critères efficaces reposent sur l'estimation non biaisée d'un risque quadratique, et le but est alors de choisir un modèle qui minimise ce risque. Les critères consistants supposent eux que l'existence d'un modèle vrai de taille minimale soit vérifiée. Le critère permet alors de déterminer ce modèle avec une probabilité qui tend vers 1 quand le nombre de données tend vers l'infini. Nous présenterons dans ce paragraphe des critères efficaces et dans le paragraphe suivant des critères consistants. On reporte sur la figure 2.5 les entrées et sorties du système de segmentation. On note,  $\underline{y}$  l'ensemble des mesures disponibles,  $\hat{t}$  l'estimation des instants de rupture et  $\underline{\hat{\theta}}$  les paramètres statistiques du signal estimés dans les zones stationnaires détectées (zones entre deux ruptures détectées).

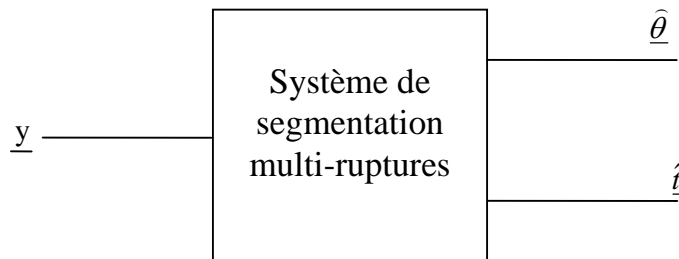


FIG. 2.5 – *Système de segmentation multi-ruptures*

Un grand nombre de critères ont été développés dans le cadre d'applications diverses et pour des domaines variés. Le lecteur pourra se référer à [Leb05, Aka74, BM01] pour une description complète de ces critères. Nous avons choisi ici de présenter l'un des premiers critères proposés et un critère récent. On pourra ainsi apprécier l'évolution de la recherche dans ce domaine.

#### 2.3.3.1 Critère CP de Mallows

Les premiers exemples connus de critères efficaces ont été proposés par Mallows [Mal73] et Akaike [Aka74]. Le critère CP (Process Capability) de Mallows a été développé pour résoudre les problèmes de sélection de modèles dans un cadre où la variance de l'erreur est connue. Le critère AIC de Akaike est une généralisation du critère de Mallows dans le cas où la variance est inconnue. Il s'agit d'un des critères les plus utilisés en pratique, notamment dans les domaines du biomédical et des sciences sociales. Nous avons décidé de présenter le critère CP de Mallows qui convient mieux aux applications en

traitement du signal où la puissance du bruit influence les paramètres et les performances des méthodes. Supposons une série de valeurs  $\underline{y} = (y_1, \dots, y_n)$ . On note :

$$y_i = s(x_i) + b_i \quad i = 1, \dots, n \quad (2.49)$$

avec un échantillonnage régulier  $x_i = \frac{i}{n}$ . Ces valeurs sont entachées d'erreurs  $b_i$  supposées de moyennes nulles, identiquement distribuées, et de variances communes  $\sigma^2$ . La fonction  $s$  est alors supposée stationnaire par morceaux. Cela signifie qu'il existe des instants  $\tau_0 = 0 < \tau_1 < \dots < \tau_k = 1$  tels que la fonction  $s$  est constante entre deux instants de ruptures successifs. Il existe alors  $K - 1$  ruptures affectant la moyenne de  $y_i$  à des instants  $i_k$ ,  $1 \leq k \leq K - 1$  inconnus, avec  $i_k = [n\tau_k]$ ,  $[\cdot]$  représentant la partie entière. Le nombre de ruptures ( $K - 1$ ) est alors supposé inconnu. Le problème est alors de détecter les instants de ruptures de moyennes de  $\underline{y}$ .

Posons  $M_n$ , la combinaison de toutes les partitions possibles. Une partition est une union de segments contigus. Par exemple, on peut avoir  $m = \{[y_1, y_5], [y_6, y_{12}], \dots, [y_{30}, y_n]\}$ . Soit  $D_m$  la dimension de la partition  $m$ , on peut alors écrire  $m = \{I_k\}_{k=1, \dots, D_m}$ , avec  $I_k = ]\tau_{k-1}, \tau_k]$ .

On se limite alors à un sous-ensemble  $S_m$  avec  $m \in M_n$ , encore appelé modèle, où pour une partition donnée,  $S_m$  est un sous-espace linéaire de la fonction stationnaire par morceaux issue de la partition  $m$ . Cela se traduit par :

$$S_m = \sum_{k=1}^{D_m} \kappa_k \mathbb{I}_{I_k} = u \quad (2.50)$$

avec  $\underline{\kappa}_m = (\kappa_k)_{k=1, \dots, D_m} \in \mathbb{R}^{D_m}$  le vecteur paramètre pour le modèle  $m$ . On note alors l'ensemble des modèles  $S = \cup_{m \in M_n} S_m$ . Pour tout  $u \in S$ , le critère des moindres carrés nous permet d'écrire :

$$\gamma_n(u) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n [y_i - u(x_i)]^2 = \|\underline{y} - u\|_n^2 \quad (2.51)$$

avec  $\|\cdot\|$  la norme Euclidienne sur  $\mathbb{R}^n$ . On construit alors à partir du modèle  $S_m$ , l'estimateur par moindres carrés de la fonction  $s$  où, pour  $m \in M_n$ , on définit :

$$\hat{s}_m = \arg \min_{u \in S_m} \gamma_n(u) = \sum_{k=1}^{D_m} \bar{y}_k \mathbb{I}_{I_k} \quad (2.52)$$

avec  $\bar{y}_k = \frac{1}{n_k} \sum_{i=i_{k-1}+1}^{i_k} y_i$  et  $n_k$  le nombre de  $x_i$  sur l'intervalle  $I_k$ .

L'idée générale est alors de déterminer une partition  $m$  qui minimise le critère des moindres carrés pénalisé suivant :

$$crit_n(m) = \gamma_n(\hat{s}_m) + pen_n(m) \quad (2.53)$$

Mallows a proposé une méthode heuristique reposant sur le risque quadratique de  $\hat{s}_m$  définie de la manière suivante :

$$\mathbb{E}_s[\|s - \hat{s}_m\|_n^2] = \|s - s_m\|_n^2 + \frac{D_m}{n} \sigma^2 = \|s\|_n^2 - \|s_m\|_n^2 + \frac{D_m}{n} \sigma^2 \quad (2.54)$$

où  $s_m$  est la projection orthogonale de  $s$  sur  $S_m$  et  $\mathbb{E}$  est l'espérance pour la distribution de  $y_i$ . Or, il est montré que :

$$\mathbb{E}_s[\|\hat{s}_m\|_n^2] = \|s_m\|_n^2 + \frac{\sigma^2}{n} D_m \quad (2.55)$$

A partir de là, on en déduit que  $\|\hat{s}_m\|_n^2 - \frac{\sigma^2}{n} D_m$  est un estimateur non biaisé de  $\|s_m\|_n^2$ . En découle donc la relation suivante :

$$\|s\|_n^2 - \|\hat{s}_m\|_n^2 + 2\frac{D_m}{n}\sigma^2 = \|s\|_n^2 - \|\underline{y}\|_n^2 + \gamma_n(\hat{s}_m) + 2\frac{D_m}{n}\sigma^2$$

car :

$$\gamma_n(\hat{s}_m) = \|\hat{s}_m - \underline{y}\|_n^2 = \|\underline{y}\|_n^2 - \|\hat{s}_m\|_n^2$$

Comme la quantité  $\|s\|_n^2 - \|\underline{y}\|_n^2$  ne dépend pas de  $m$ , l'heuristique de Mallows revient à minimiser le critère suivant :

$$crit_n(m) = \gamma_n(\hat{s}_m) + 2\frac{D_m}{n}\sigma^2 \quad (2.56)$$

Mallows ne donnera aucune démonstration des propriétés de sa méthode et il faudra attendre Shibata [Shi81] pour démontrer que cette méthode fonctionne d'un point de vue asymptotique.

### 2.3.3.2 Critère de Birgé-Massart

Nous considérons une famille de modèles  $\mathcal{F} = \{S_m\}_{m \in M}$ . La famille d'estimateurs correspondants est alors notée  $\{\hat{s}_m\}_{m \in M}$ . Nous avons défini dans l'équation 2.54, le risque quadratique de l'estimateur  $\hat{s}_m$ . Supposons que l'on dispose d'un modèle idéal noté  $s_{m(s)}$ . On peut alors écrire le risque quadratique de ce modèle comme étant :

$$\|s - s_{m(s)}\|_n^2 + \frac{D_{m(s)}}{n}\sigma^2 = \min_{m \in M} \left\{ \|s - s_m\|_n^2 + \frac{D_m}{n}\sigma^2 \right\} \quad (2.57)$$

Ce risque quadratique ne peut pas être calculé car  $m(s)$  dépend des paramètres inconnus à estimer. L'expression de droite de l'équation 2.57 est appelée Oracle. Elle fournit un indicateur de qualité statistique de la famille  $\mathcal{F}$  et est alors définie par l'équation suivante :

$$a_O(s, \mathcal{F}, \frac{\sigma^2}{n}) = \min_{m \in M} \left\{ \|s - s_m\|_n^2 + \frac{D_m}{n}\sigma^2 \right\} \quad (2.58)$$

Il s'agit en fait de l'erreur minimale que l'on commet en choisissant un estimateur parmi la famille  $\mathcal{F}$ . Malheureusement, les types Oracle ne peuvent véritablement pas être utilisés dans les procédures statistiques. En effet, un estimateur idéal n'existe pas réellement et nous devons nous contenter d'un estimateur quasi-idéal  $\tilde{s} = \hat{s}_{\hat{m}}$  reposant sur une procédure de sélection de modèle  $\hat{m}(y)$  à valeurs dans  $M$ . En effet en pratique, les paramètres du

modèle et la séquence de rupture doivent être estimés sur le signal réel. Il est montré [BM01] que nous devons au mieux nous contenter de l'inégalité suivante :

$$\mathbb{E}_s [\|\tilde{s} - s\|_n^2] \leq C \left[ a_O(s, \mathcal{F}, \frac{\sigma^2}{n}) + \frac{\sigma^2}{n} \right] \quad (2.59)$$

avec  $C$  une constante.

Birgé et Massart [BM01] proposent alors une méthode de sélection de modèles par pénalisation dans un cadre plus général que celui de Mallows. Il s'agit d'associer un poids  $L_m \geq 0$  à chaque modèle de manière à satisfaire la condition :

$$\Sigma = \sum_{m \in M^*} \exp[-D_m L_m] < +\infty \quad (2.60)$$

avec  $M^* = \{m \in M | D_m > 0\}$ . On choisit alors une pénalité vérifiant :

$$\text{pen}(m) \geq K \frac{\sigma^2}{n} D_m (1 + \sqrt{2L_m})^2 \quad (2.61)$$

pour tout  $m \in M$  et  $K > 1$ . On choisit alors  $\hat{m}$  en minimisant le risque empirique pénalisé :

$$\text{crit}(m) = -\|\hat{s}_m\|_n^2 \quad (2.62)$$

et l'estimateur final est  $\tilde{s} = \hat{s}_{\hat{m}}$ . Birgé et Massart obtiennent alors l'inégalité suivante :

$$\mathbb{E}_s [\|\tilde{s} - s\|_n^2] \leq C(K) \left[ \min_{m \in M} \{\|s - s_m\|_n^2 + \text{pen}(m)\} + (K + 1) \frac{\sigma^2}{n} \Sigma \right] \quad (2.63)$$

avec  $C(K) = \frac{4K(K+1)^2}{(K-1)^3}$ . Il s'agit alors bien d'une inégalité de type Oracle au terme  $\text{pen}(m)$  près. Le critère pénalisé de cette expression est utilisé pour la détection de ruptures dans la moyenne de signaux non nécessairement stationnaires par morceaux [Leb05].

## 2.3.4 Segmentation multi-ruptures : Critères consistants

La détection de ruptures dans un processus est à la fois un problème d'estimation de paramètres et de test d'hypothèses. Les critères consistants sont bien adaptés à cette problématique car ils favorisent la détection des ruptures par rapport à l'estimation des paramètres statistiques des processus [BM01]. Parmi les plus connus, on peut citer le critère BIC [Sch78] (Bayesian Information Criteria) et le critère MDL [Ris83] (Minimum Description Length). Ils se différencient par la structure de la fonction de pénalisation qui est conditionnée par des contraintes de convergence asymptotique, définies dans un cadre Gaussien [Yao88, LM00]. Ils concernent des critères empiriques de type maximum de vraisemblance et moindres carrés pénalisés.

### 2.3.4.1 Critère BIC

Le critère BIC est un critère consistant défini dans un contexte bayésien. On considère ici  $\theta_m$  et  $S_m$  comme des variables aléatoires avec une certaine distribution *a priori*. Soit

$P(S_m)$  la probabilité *a priori* sur  $S_m$ . L'approche objective est souvent utilisée pour la spécification de cet *a priori*. Cette approche consiste à construire de l'*a priori* non informatif, et, de ce fait, il est fréquent de considérer un *a priori* uniforme, soit  $P(S_1) = P(S_2) = \dots$ . Le critère BIC consiste alors à maximiser la probabilité *a posteriori*  $P(S_m|\underline{y})$  :

$$BIC = \arg \max_{S_m} P(S_m|\underline{y}) \quad (2.64)$$

Ce critère permet de sélectionner le modèle le plus probable par rapport aux données. D'après la formule de Bayes, on développe :

$$P(S_m|\underline{y}) = \frac{P(\underline{y}|S_m)P(S_m)}{P(\underline{y})} \quad (2.65)$$

Le calcul de  $P(\underline{y}|S_m)$  s'obtient par l'intégration de la distribution jointe du vecteur paramètres  $\underline{\theta}_m$  et des données  $\underline{y}$  sur toutes les valeurs de  $\underline{\theta}_m$ .

$$P(\underline{y}|S_m) = \int_{\Theta_m} P(\underline{y}, \underline{\theta}_m | S_m) d\underline{\theta}_m = \int_{\Theta_m} P(\underline{y}|\underline{\theta}_m, S_m) P(\underline{\theta}_m | S_m) d\underline{\theta}_m \quad (2.66)$$

avec  $\Theta_m$  l'espace de dimensions  $D_m$  auquel appartient  $\underline{\theta}_m$ . On appelle alors  $P(\underline{y}|S_m)$  la vraisemblance intégrée pour le modèle  $S_m$  ou encore la vraisemblance marginale des données. Cette intégrale peut alors également s'écrire sous la forme :

$$P(\underline{y}|S_m) = \int_{\Theta_m} \exp(\log(P(\underline{y}|\underline{\theta}_m, S_m)P(\underline{\theta}_m | S_m))) d\underline{\theta}_m \quad (2.67)$$

Il est alors montré dans [Raf94], que ce calcul est effectué en utilisant une approximation de Laplace, ce qui nous permet d'obtenir :

$$\log(P(\underline{y}|S_m)) = \log(P(\underline{y}|\underline{\theta}_m^*, S_m)) + \log(P(\underline{\theta}_m^* | S_m)) + \frac{D_m}{2} \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log(|A_{\underline{\theta}_m^*}|) + \mathcal{O}(N^{-1}) \quad (2.68)$$

avec :

$$\underline{\theta}_m^* = \arg \max_{\underline{\theta}_m \in \Theta_m} L(\underline{\theta}_m) = \arg \max_{\underline{\theta}_m \in \Theta_m} \left\{ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \log(P(\underline{y}_k | \underline{\theta}_m, S_m)) + \frac{\log(P(\underline{\theta}_m | S_m))}{N} \right\} \quad (2.69)$$

et :

$$A_{\underline{\theta}_m^*} = - \left[ \frac{\partial^2 L(\underline{\theta}_m)}{\partial \theta_{mj} \partial \theta_{ml}} \right]_{j,l} \quad (2.70)$$

qui est l'opposé de la matrice hessienne des dérivées secondes partielles de la fonction  $L(\underline{\theta}_m)$  en  $\underline{\theta}_m$ , avec  $\theta_{mj}$  la  $j$ ième composante du vecteur  $\theta_m$ . On peut remplacer  $\underline{\theta}_m^*$  par son estimateur du maximum de vraisemblance soit :

$$\hat{\theta}_m = \arg \max_{\underline{\theta}_m \in \Theta_m} \frac{1}{N} P(\underline{y}|\underline{\theta}_m, S_m) \quad (2.71)$$

En négligeant les termes d'erreur et les restes du calcul qui sont bornés, il est montré que :

$$\log(P(\underline{y}|S_m)) \approx \log(P(\underline{y}|\hat{\theta}_m, S_m)) - \frac{D_m}{2} \log(n) \quad (2.72)$$

Le critère BIC à minimiser s'écrit alors :

$$BIC = -2 \log(P(\underline{y}|\hat{\theta}_m, S_m)) + D_m \log(n) \quad (2.73)$$

### 2.3.4.2 Critère bayésien

On peut construire une fonction de contraste pénalisée en introduisant un vecteur aléatoire d'instant de ruptures  $\underline{R}$  qui prend la valeur 1 à l'instant de la rupture, et 0 entre deux ruptures [Lav98]. L'estimation des instants de ruptures revient alors à déterminer le vecteur  $\underline{r}$ , une réalisation de  $\underline{R}$ . Dans cette approche il faut définir une loi *a priori* pour  $\underline{R}$ , ce qui a conduit à la proposition de plusieurs critères dans la littérature [RBB00, JYTL03, RB06].

Si l'on considère toujours notre processus  $\underline{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ , l'estimation de la séquence  $\underline{r} = (r_1, r_2, \dots, r_n)$  est réalisée par la maximisation de la distribution *a posteriori*  $P(\underline{r}|\underline{y})$ . Par convention,  $r_n = 1$ , et le nombre de ruptures dans le processus est  $K_r = \sum_{i=1}^n r_i$ , ce qui correspond au nombre de segments. Sans informations *a priori*, ce vecteur  $\underline{r}$  est alors défini comme une séquence de variables indépendantes de Bernoulli. Soit  $\pi(\underline{r})$ , la probabilité *a priori* d'avoir une certaine configuration de ruptures  $\underline{r}$ :

$$\pi(\underline{r}) = \lambda^{S_r} (1 - \lambda)^{n - S_r} \quad (2.74)$$

avec  $\lambda$  la probabilité d'avoir une rupture.

Soit  $\underline{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_K)$  la séquence de paramètres telle que  $\theta_k$  est le paramètre sur le  $k$ ème segment.  $\underline{\theta}$  peut alors être estimé simultanément avec  $\underline{r}$  en maximisant la distribution *a posteriori*:

$$\begin{aligned} [\hat{\underline{r}}, \hat{\underline{\theta}}(\hat{\underline{r}})] &= \arg \max_{(\underline{r}, \underline{\theta})} P(\underline{R} = \underline{r} | \underline{Y} = \underline{y}; \underline{\theta}) \\ &= \arg \max_{(\underline{r}, \underline{\theta})} h(\underline{y} | \underline{r}; \underline{\theta}) \pi(\underline{r}) \end{aligned} \quad (2.75)$$

On obtient alors l'estimation de la séquence  $\hat{\underline{r}}$ :

$$\hat{\underline{r}} = \arg \max_{\underline{r} \in \{0;1\}^n} h[\underline{y} | \underline{r}; \hat{\underline{\theta}}(\underline{r})] \pi(\underline{r}) \quad (2.76)$$

$\hat{\underline{\theta}}(\underline{r})$  est le vecteur de paramètres estimé pour la séquence de ruptures  $\underline{r}$ . Soit  $\hat{\theta}_k$  l'estimation par maximum de vraisemblance de  $\theta_k$  sur le segment  $k$ :

$$\hat{\theta}_k(\underline{r}) = \arg \max_{\theta \in \Theta} l(y_{\tau_{k-1}+1}, \dots, y_{\tau_k}; \theta) \quad (2.77)$$

avec  $l$  la log-vraisemblance de  $y_{\tau_{k-1}+1}, \dots, y_{\tau_k}$ . Si l'on suppose que les différents segments sont indépendants, on écrit  $\hat{\underline{\theta}}(\underline{r}) = [\hat{\theta}_k(\underline{r})]$ , soit le vecteur des paramètres estimés par rapport à  $\underline{r}$ .  $\hat{\underline{r}}$  est alors obtenu de la manière suivante:

$$\hat{\underline{r}} = \arg \min_{\underline{r} \in \{0;1\}^n} \left\{ -l_{\underline{y}}[\underline{r}; \hat{\underline{\theta}}(\underline{r})] + \zeta \sum_{i=1}^n r_i \right\} \quad (2.78)$$

avec  $\zeta = \log\left(\frac{1-\lambda}{\lambda}\right)$  et:

$$l_{\underline{y}}(\underline{r}; \underline{\theta}) = \sum_{k=1}^{K_r} l(y_{\tau_{k-1}+1}, \dots, y_{\tau_k}; \theta_k) \quad (2.79)$$

Pour les critères de vraisemblance pénalisés cités précédemment, la pénalité est définitivement fixée. Lavielle [Lav98] propose alors un critère adaptatif, caractérisé par un paramètre  $\beta$  tel que le contraste pénalisé s'écrit :

$$U_{\underline{y}}(\underline{r}) = V_{\underline{y}}(\underline{r}) + \beta \sum_{i=1}^n r_i \quad (2.80)$$

Le premier terme  $V_{\underline{y}}(\underline{r})$  est une mesure de la fidélité des observations, tandis que le second terme est fonction du nombre de ruptures.  $\beta$  est un paramètre positif qui permet de contrôler le niveau de résolution de la segmentation. Plus  $\beta$  sera petit et plus de "petites" ruptures seront détectées. Des travaux récents ont été réalisés dans ce cadre bayésien. Ils portent sur la marginalisation de la distribution *a priori* des paramètres [LL01] et la définition de nouvelles lois pour la distribution *a priori* de la séquence de ruptures [RB06].

### 2.3.5 Mesures de performances

Un problème de segmentation est un problème d'estimation et de détection. Evaluer le résultat d'une segmentation, c'est évaluer les performances de la détection et la précision de l'estimation. Il est alors difficile d'optimiser les résultats du détecteur étudié vis-à-vis de ces deux paramètres qui peuvent être en contradiction. En effet, il est parfois préférable de ne pas détecter une "petite" rupture pour ne pas dégrader la précision de l'estimation.

On trouve dans la littérature un grand nombre de critères pour évaluer la qualité de la segmentation qui sont le plus souvent adaptés à la détection en-ligne. On pourra se reporter aux ouvrages [NB95], [Gus00], pour une description de ces critères. Dans ce travail, nous proposons des méthodes pour la segmentation hors-ligne mono et multi-ruptures de signaux multi-capteurs. Nous allons donc présenter dans ce paragraphe les critères que nous avons utilisés dans notre travail.

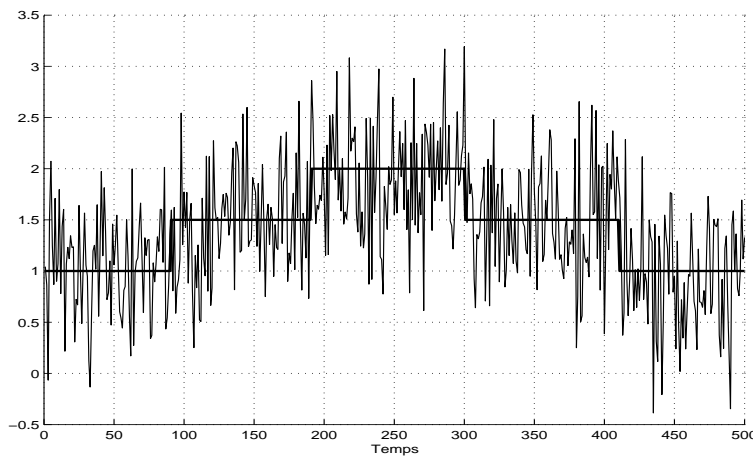


FIG. 2.6 – Exemple de signal à segmenter

On reporte sur la figure 2.7 le résultat de deux algorithmes de segmentation appliqués à la détection de ruptures dans un signal (ruptures de moyennes), dont un exemple de



réalisation est présenté sur la figure 2.6. Ces deux algorithmes ont été évalués sur 100 réalisations du signal, et on reporte comme résultat la distribution empirique des ruptures détectées. Les deux méthodes testées sont le GLR pour la segmentation hors-ligne mono-rupture, et le critère pénalisé bayésien pour la segmentation hors-ligne multi-ruptures. Il faut dans un premier temps définir le réglage des paramètres des algorithmes pour pouvoir ensuite comparer leurs résultats. Nous avons réglé ces paramètres pour que la distribution empirique du nombre de ruptures détectées soit centrée sur le nombre de ruptures présentes. On reporte sur la figure 2.8 les distributions obtenues pour les deux méthodes (figure de gauche pour le GLR et figure de droite pour le critère bayésien pénalisé).

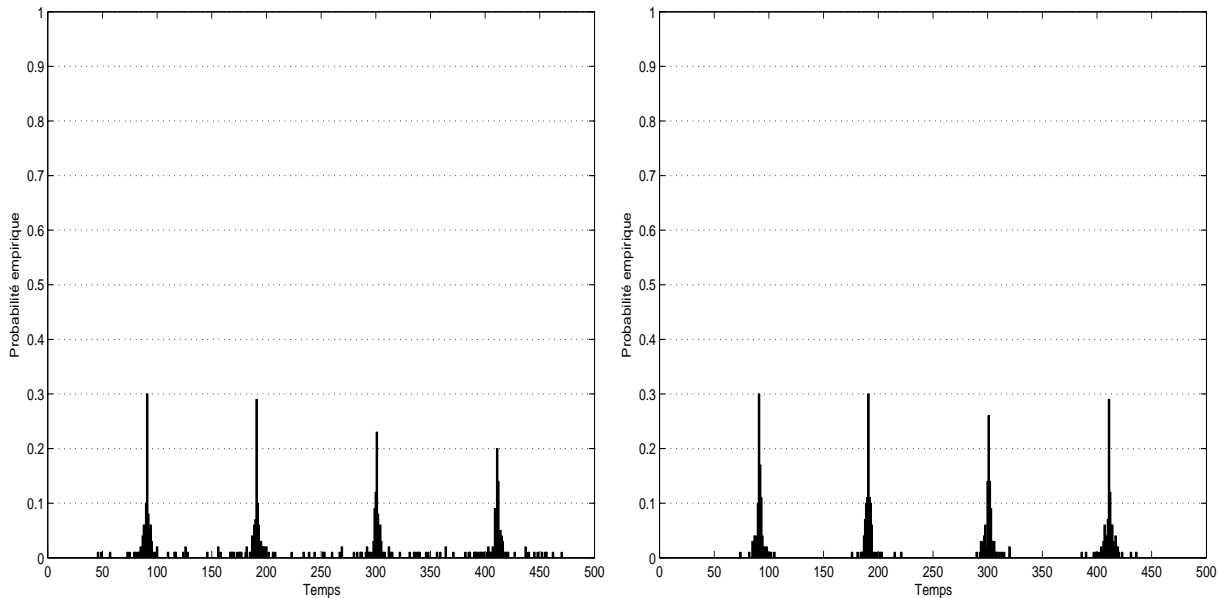


FIG. 2.7 – *Distribution empirique des ruptures détectées*

Pour évaluer la segmentation en terme de performances à la détection, les critères sont calculés sur la distribution empirique des ruptures détectées. Voici un exemple de critères utilisés en pratique :

- La probabilité de détecter la rupture  $P_t$  à sa position réelle  $t$  ou autour de sa position réelle  $P_{t \pm \Delta t}$  (soit à une distance  $\Delta t$  échantillons de  $t$ ) . Cette probabilité est obtenue en intégrant les valeurs de probabilité de la figure 2.7 correspondant à l’instant de rupture ou aux instants autour de la position de la rupture.
- Le critère MTD (Mean Time to Detection) est le temps moyen de détection avant ou après la rupture.

$$MTD = E(k - t_0 | \text{pour une rupture à } t_0) \quad (2.81)$$

$k$  est l’instant de la rupture détectée et  $t_0$  l’instant de la position réelle de la rupture.

- Le critère MDL (Minimum Description Length) est un critère qui définit la quantité d'informations utilisée pour décrire le signal précisément. L'expression du critère est définie par :

$$MDL = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{t=1}^n \varepsilon^2(t) + (d+1)K_r \log(n) \quad (2.82)$$

$\varepsilon(t)$  est l'erreur entre le signal estimé et le signal réel,  $d$  est la dimension du vecteur de paramètres estimé,  $K_r$  le nombre de segments stationnaires et  $n$  le nombre d'échantillons du signal. Ce critère traduit l'ambivalence existant entre la précision d'estimation et le nombre de segments stationnaires ainsi que les paramètres nécessaires pour décrire le signal. On cherchera donc à minimiser la valeur du MDL.

On pourra remarquer que, dans le cas de la détection, aucun critère pour la segmentation hors-ligne ne permet d'évaluer les fausses alarmes. On pourra cependant apprécier la robustesse de la méthode vis-à-vis des fausses alarmes et des ruptures manquées en estimant l'écart type  $\sigma_r$  de la distribution empirique du nombre de ruptures détectées. Cette robustesse sera d'autant plus grande que l'écart type sera faible. On reporte sur la figure 2.8, la distribution empirique du nombre de ruptures détectées pour le GLR, figure de gauche, et pour le critère bayésien pénalisé, figure de droite.

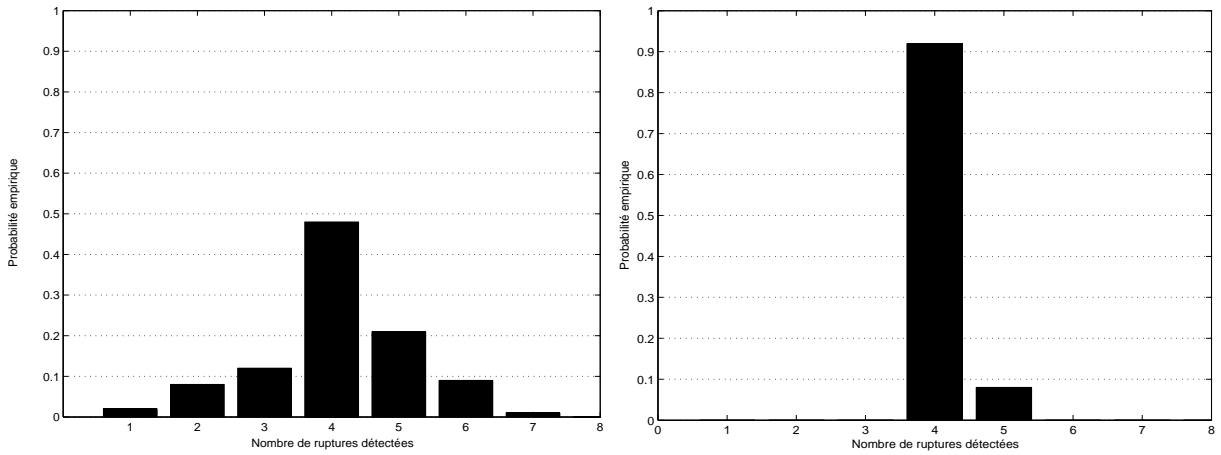


FIG. 2.8 – *Distribution empirique du nombre de ruptures détectées*

Pour évaluer la qualité de l'estimation, les critères de performances sont calculés entre les paramètres statistiques du signal simulé et les paramètres estimés par la segmentation. Il est proposé dans [WW03] d'utiliser la distance relative entre les paramètres et leur valeur réelle. Pour une rupture de moyenne  $m$ , la distance relative est donnée par :

$$PM = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{|m_e(i) - m_t(i)|}{m_t(i)} \quad (2.83)$$

où  $m_t$  et  $m_e$  sont respectivement les vecteurs moyennes simulées et estimées de longueur  $n$ , avec :

$$m_t(i) = \text{la valeur moyenne simulée à la position } i$$

Les performances de la segmentation seront d'autant meilleures que la valeur de  $PM$  sera faible.

Evidemment cette liste de critères n'est pas exhaustive et on pourrait parler aussi du coût du calcul des différents algorithmes. Cependant ce sont ces paramètres que nous utiliserons pour une évaluation quantitative des méthodes proposées.

On reporte dans le tableau suivant les valeurs de ces différents critères à évaluer sur les résultats de la figure 2.7. Dans ce tableau,  $t_0^1$  et  $t_0^2$  sont respectivement les instants des positions réelles des deux premières ruptures.

	$P_{t_0^1}$	$P_{t_0^1 \pm 3}$	$P_{t_0^2}$	$P_{t_0^2 \pm 3}$	$\sigma_r$	MTD	MDL	PM
GLR	0.23	0.43	0.2	0.4	1.26	5.5	628	0.26
Critère bayésien	0.26	0.54	0.29	0.48	0.14	3.7	646	0.26

TAB. 2.1 – Evaluation de la segmentation du signal de la figure 2.6

Les résultats du tableau 2.1 montrent, avec les six premiers critères, que le modèle pénalisé bayésien est plus performant que le GLR en terme de détections et localisations des ruptures. Les deux derniers critères permettent d'évaluer la qualité de l'estimation. Leurs valeurs sont proches, les deux méthodes ont des performances équivalentes.

## 2.4 Fusion centralisée dans un système de décision multi-capteurs

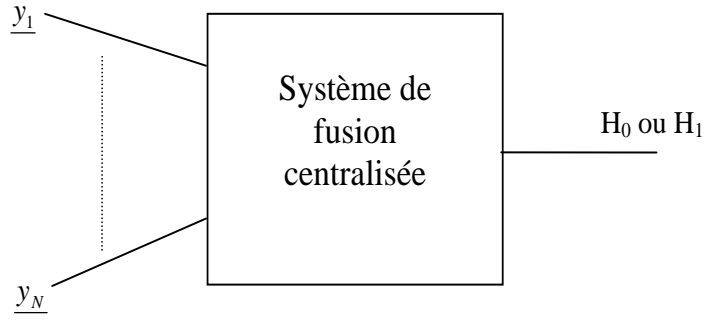
Nous supposons que nous obtenons des informations issues de  $N$  capteurs sous forme de mesures  $\{y_1, \dots, y_N\}$ . La décision est alors prise grâce à un système de fusion centralisée qui combine les mesures pour décider de l'une ou l'autre des hypothèses (c.f. figure 2.9). Ce système repose sur le modèle probabiliste, défini par la distribution *a posteriori* globale des hypothèses connaissant les mesures des capteurs. Le critère de décision du système de fusion est alors construit à partir de la distribution *a posteriori* obtenue pour chaque hypothèse  $H_1$  et  $H_0$ .

L'information fournie par chaque source peut être modélisée par la distribution *a posteriori* de l'hypothèse sachant les mesures du capteur. On peut alors combiner cette information obtenue pour un ensemble de capteurs et construire la distribution *a posteriori* globale du système. Nous présentons dans la suite différentes distributions *a posteriori* proposées dans la littérature qui modélisent l'information fusionnée.

### 2.4.1 Extension des critères mono-capteur

On suppose chacune des sources d'information indépendante l'une de l'autre. On suppose également que l'information *a priori* sur les hypothèses  $H_1$  et  $H_0$ , soit  $P_1 = 1 - P_0$ , est la même pour chaque capteur. Dans ce cas, la règle de Bayes nous donne :

$$P(H_i | y_1, \dots, y_N) = \frac{P(y_1, \dots, y_N | H_i) P_i}{P(y_1, \dots, y_N)}, \quad i = 0, 1 \quad (2.84)$$


 FIG. 2.9 – *Système de fusion centralisée*

On considère le cas de 1 échantillon par capteur, soit  $\{y_1, \dots, y_N\}$ . L'extension à un vecteur de mesures  $\{\underline{y}_1, \dots, \underline{y}_N\}$  par capteur est directe. Dans le cas indépendant, on a :

$$P(H_i | y_1, \dots, y_N) = \frac{\prod_{j=1}^N P(y_j | H_i) P_i}{\prod_{j=1}^N P(y_j)}, \quad i = 0, 1 \quad (2.85)$$

A partir de là, on peut étendre à plusieurs capteurs le critère de détection *a posteriori* de la manière suivante :

$$\frac{\prod_{j=1}^N P(y_j | H_1)}{\prod_{j=1}^N P(y_j | H_0)} = \prod_{j=1}^N h(y_j) \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \frac{P_0}{P_1} \quad (2.86)$$

$h(y_j)$  est le rapport de vraisemblance associé à la distribution des mesures du capteur  $j$ . De la même manière, pour la règle de décision de Bayes, le développement de la fonction de risque à partir de la densité de probabilité des capteurs se note :

$$\mathfrak{R} = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 C_{ij} P_j \int_{Z_i} \left( \prod_{k=1}^N P(y_k | H_j) \right) dy \quad (2.87)$$

Le même développement que dans le cas mono-capteur nous donne la règle de décision de Bayes suivante :

$$\prod_{j=1}^N h(y_j) \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \frac{P_0(C_{10} - C_{00})}{P_1(C_{01} - C_{11})} \quad (2.88)$$

De la même manière, pour le critère de Neyman-Pearson, on a :

$$\begin{array}{c} H_1 \\ \prod_{j=1}^N h(y_j) \gtrless \lambda \\ H_0 \end{array} \quad (2.89)$$

$\lambda$  est un seuil défini pour une probabilité de fausse-alarme fixée.

## 2.4.2 Produit des distributions *a posteriori*

Supposons que chacun des capteurs fournisse une information *a priori* subjective indépendante des autres informations *a priori*. On note pour chaque capteur  $i$ ,  $P_{i1} = 1 - P_{i0}$ . On a alors, après application de la règle de Bayes l'expression suivante :

$$P(H_i|y_1, \dots, y_N) \propto \frac{P(y_1|H_i)P_{1i}}{P(y_1)} \dots \frac{P(y_N|H_i)P_{Ni}}{P(y_N)}, \quad i = 0, 1 \quad (2.90)$$

On définit la règle de décision par :

$$\begin{array}{c} H_1 \\ \frac{P(y_1|H_1)P_{11} \dots P(y_N|H_1)P_{N1}}{P(y_1|H_0)P_{11} \dots P(y_N|H_0)P_{N1}} \gtrless 1 \\ H_0 \end{array} \quad (2.91)$$

soit :

$$\begin{array}{c} H_1 \\ \frac{\prod_{j=1}^N P(y_j|H_1)}{\prod_{j=1}^N P(y_j|H_0)} \gtrless \prod_{j=1}^N \frac{P_{j0}}{P_{j1}} \\ H_0 \end{array} \quad (2.92)$$

## 2.4.3 Pondération linéaire des distributions

La combinaison de densités de probabilité est ici considérée sans aucune hypothèse concernant leurs formes. La formule de combinaison de ces densités permettant d'obtenir une densité de probabilité unique, est alors appelée règle de consensus [Ben92]. La règle de consensus la plus utilisée est appelée "Linear Opinion Pool". C'est Stone [Sto61] qui fut le premier à discuter cette règle. Il s'agit d'une somme pondérée des probabilités *a posteriori*. Soit  $\omega_j$  les coefficients de pondération pour la mesure issue du capteur  $j$  tels que  $0 \leq \omega_j \leq 1$  et  $\sum_{j=1}^N \omega_j = 1$ . On a alors :

$$P(H_i|y_1, \dots, y_N) = \sum_{j=1}^N \omega_j P(H_i|y_j) \quad (2.93)$$

Si les données possèdent des densités de probabilité absolument continues, alors la pondération linéaire fournira une distribution absolument continue. En revanche, cette pondération n'obéit pas à la règle de Bayes. En effet l'expression de la règle consensus "Linear Opinion Pool" n'est pas dérivée du produit des probabilités conjointes de la formule de Bayes. Si on suppose un *a priori* commun pour l'ensemble des capteurs, la règle de décision peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$\frac{\sum_{j=1}^N \omega_j P(y_j|H_1)}{\sum_{j=1}^N \omega_j P(y_j|H_0)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \frac{P_0}{P_1} \quad (2.94)$$

Dans cette expression, les coefficients  $\omega_j$  sont définis par l'utilisateur en fonction de la confiance qu'il donne à la décision prise par le capteur  $j$ .

le "Logarithmic Opinion Pool" est une autre règle consensus qui n'a pas les désavantages du "linear opinion pool". Il s'agit de la somme pondérée du logarithme des probabilités *a posteriori*. Cette règle s'écrit de la manière suivante :

$$P(H_i|y_1, \dots, y_N) = \prod_{j=1}^N P(H_i|y_j)^{\omega_j} \quad (2.95)$$

ce qui peut encore s'écrire :

$$\log(P(H_i|y_1, \dots, y_N)) = \sum_{j=1}^N \omega_j \log(P(H_i|y_j)) \quad (2.96)$$

La densité résultante est alors dans ce cas uni-modale et moins dispersée, mais surtout obéit cette fois-ci à la règle de Bayes. Si on suppose un *a priori* commun pour l'ensemble des capteurs, la règle de décision peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$\sum_{j=1}^N \omega_j \log \left( \frac{P(y_j|H_1)}{P(y_j|H_0)} \right) \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \sum_{j=1}^N \omega_j \log \left( \frac{P_0}{P_1} \right) \quad (2.97)$$

Les coefficients  $\omega_j$  sont définis par l'utilisateur en fonction de la confiance qu'il donne à la décision prise par le capteur  $j$ .

#### 2.4.4 Pondération des mesures

Dans cette approche, la construction de la distribution *a posteriori* est obtenue en considérant la somme pondérée des mesures en provenance de plusieurs capteurs. On représente sur la figure 2.10 l'architecture du système de fusion avec ses différentes entrées et sorties. On note  $\{\underline{y}_1, \dots, \underline{y}_N\}$  les vecteurs de mesures en provenance des différents

capteurs,  $Y$  le résultat de leur somme pondérée, et on a en sortie du système l'hypothèse sélectionnée. Le but de cette approche est de construire un signal unique  $Y$  plus précis à partir de différentes sources de mesures  $\{y_1, \dots, y_N\}$ . Cependant il faudra être capable de définir la distribution de ce signal pour construire le critère de décision.

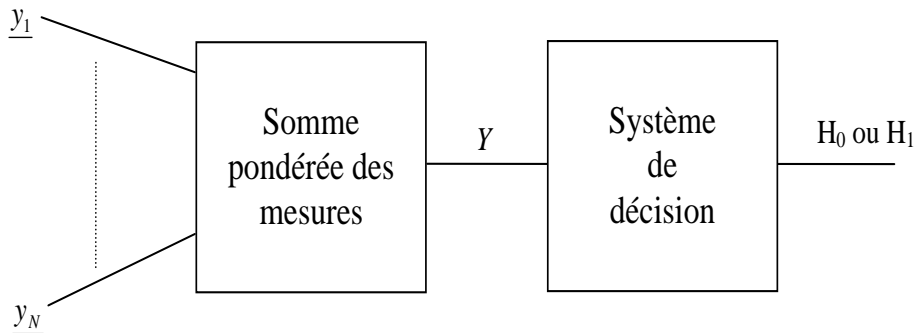


FIG. 2.10 – *Système de pondération des mesures*

Soit  $Y$  le signal issu de la somme pondérée des signaux  $y_j$  provenant des différents capteurs. On écrit :

$$Y = \sum_{j=1}^N \alpha_j y_j \quad (2.98)$$

avec  $\alpha_j$  les coefficients de pondération tels que  $0 \leq \alpha_j \leq 1$  et  $\sum_{j=1}^N \alpha_j = 1$ . On suppose que la moyenne est conservée, soit :

$$E(y_1) = E(y_2) = \dots = E(y_N) = E(Y)$$

avec  $E$  l'espérance statistique. La variance de  $Y$  est alors donnée par :

$$\sigma_Y^2 = \sum_{j=1}^N \alpha_j \sigma_j^2 + \sum_{j=1}^N \sum_{n=1, n \neq j}^N 2\sigma_{jn}^2 \alpha_j \alpha_n \quad (2.99)$$

Le signal résultant, issu de la combinaison des différents signaux, doit avoir une variance  $\sigma_Y^2$  inférieure à la plus faible covariance  $\sigma_{jn}^2$  ( $1 \leq j, n \leq N$  et  $n \neq j$ ) des signaux  $n$  et  $j$ . On souhaite alors déterminer les valeurs de  $\alpha_j$  qui minimisent  $\sigma_Y^2$ . On utilise pour cela la méthode du multiplicateur de Lagrange. Soit la fonction  $F$  :

$$F(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) = \sigma_Y^2 + L(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_N) \quad (2.100)$$

avec  $L$  le multiplicateur de Lagrange. On recherche alors les valeurs de  $L$  et  $\alpha_j$  telles que :

$$\frac{\partial F(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)}{\partial \alpha_j} = 0 \quad (2.101)$$

avec  $\sum_{j=1}^N \alpha_j = 1$ . Ceci nous amène alors à résoudre un système de  $N + 1$  équations à  $N + 1$  inconnues que sont  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$  et  $L$  :

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \alpha_1} = 2\alpha_1\sigma_1^2 + 2\sum_{j=1}^N \alpha_j\sigma_{1j} + L = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \alpha_i} = 2\alpha_i\sigma_i^2 + 2\sum_{j=1, j \neq i}^N \alpha_j\sigma_{ij} + L = 0 \\ \vdots \\ \frac{\partial F}{\partial \alpha_N} = 2\alpha_N\sigma_N^2 + 2\sum_{j=1, j \neq N}^{N-1} \alpha_j\sigma_{Nj} + L = 0 \\ \sum_{j=1}^N \alpha_j = 1 \end{cases} \quad (2.102)$$

Pour trouver la solution de ce système d'équations linéaires, il faut utiliser une méthode de résolution numérique. Cependant, dans le cas indépendant,  $\sigma_{jn}^2 = 0$ . On en déduit une expression simplifiée pour les  $\alpha_j$  :

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \alpha_1} = 2\alpha_1\sigma_1^2 + L \Rightarrow \alpha_1 = \frac{-L}{2\sigma_1^2} \\ \vdots \\ \frac{\partial F}{\partial \alpha_N} = 2\alpha_N\sigma_N^2 + L \Rightarrow \alpha_N = \frac{-L}{2\sigma_N^2} \\ \sum_{j=1}^N \alpha_j = 1 \Rightarrow L = \frac{-1}{\sum_{j=1}^N \frac{1}{2\sigma_j^2}} \end{cases} \quad (2.103)$$

On a donc :

$$\alpha_i = \frac{\alpha_i^{-2}}{\sum_{j=1}^N \alpha_j^{-2}} \text{ et } \sigma_Y^2 = \sum_{j=1}^N \alpha_j^2 \sigma_j^2 \quad (2.104)$$

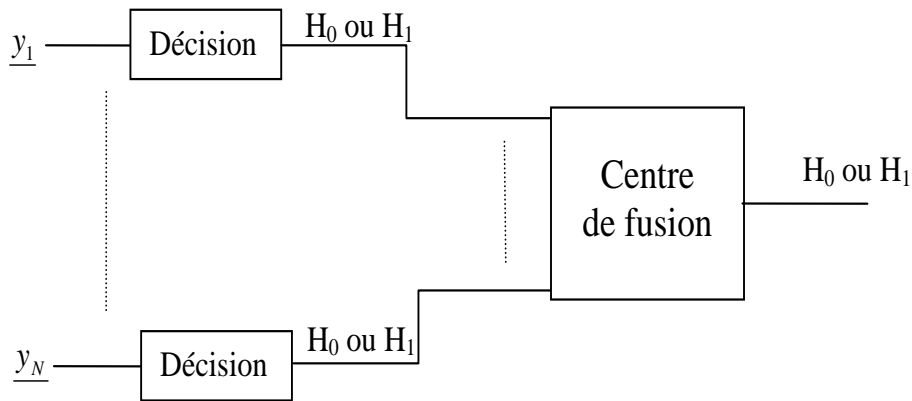
Ce système de fusion est bien adapté au cas de mesures aléatoires suivant une distribution Gaussienne. En effet dans ce cas la distribution de  $Y$  est Gaussienne, et on peut en déduire l'expression de sa distribution *a posteriori* à partir de la valeur des coefficients de pondération définis dans le cas indépendant (équation 2.104) et dépendant (équation 2.102). On peut alors obtenir le critère de décision du système.

Dans le cas non Gaussien on peut, lorsque les mesures sont indépendantes, définir la forme de la distribution de  $Y$  en utilisant les fonctions caractéristiques des distributions des mesures capteur. Dans le cas dépendant, il est nécessaire de connaître la forme de la distribution *a posteriori* de  $Y$ .

## 2.5 Fusion distribuée dans un système de décision multi-capteurs

Contrairement aux systèmes centralisés étudiés auparavant, nous considérons dans ce chapitre, une structure de fusion parallèle composée de  $N$  détecteurs locaux associés à  $N$  capteurs. Chacun de ces détecteurs fournit une décision locale, et la décision globale du système est calculée par un centre de fusion. Nous représentons sur la figure 2.11, l'architecture d'un tel système de fusion. Ces systèmes ont pour avantage de gérer moins de flux d'informations, étant donné que seules les décisions sont transmises au centre de fusion.



FIG. 2.11 – *Système de fusion distribuée*

Radner [Rad62] fut un des premiers à aborder les problèmes de décisions à partir de plusieurs détecteurs locaux. En 1981, Tenney et Sandell [TNS81] furent les premiers à traiter les problèmes de la détection distribuée tel qu'on la représente sur la figure 2.11. Ils déterminèrent la règle de décision locale optimale, en s'appuyant sur le critère de Bayes, pour les capteurs qui composent le système. Dans cette approche les décisions sont combinées par l'opérateur de fusion en utilisant les règles logiques « OU » et « ET ». En 1986, Chair et Varshney [CV86] posent le problème de l'optimisation de l'opérateur de fusion. Ils considèrent chacune des décisions des détecteurs locaux comme indépendante et déterminent à partir de là un opérateur de fusion optimale. Cet opérateur est choisi parmi toutes les combinaisons possibles des décisions à partir d'un critère qui dépend des performances de détection de chaque capteur. Cependant, dans ce travail, le problème de l'optimisation des détecteurs locaux n'est pas abordé. C'est en 1987 que Reibman et Nolte [RN87] proposent, toujours dans un cadre bayésien, d'optimiser simultanément les détecteurs locaux et l'opérateur de fusion. Thomopoulos [STB89] dérive alors le schéma de décision optimale selon le critère d'optimisation de Neyman-Pearson. L'optimisation simultanée définie dans ce cadre, appelée PBPO (Person by Person Optimisation), conduit à un ensemble d'équations couplées dont le nombre croît très rapidement avec le nombre de capteurs, rendant leurs résolutions très difficiles. Pour simplifier ce problème, Tsitsiklis [Tsi86] montre que dans le cas où les capteurs sont identiques, sous l'hypothèse bayésienne, les mêmes seuils sont utilisés pour chacun d'eux. Cela fournit un résultat sous-optimal quand le nombre de capteurs est fini. Dans ce cas, il est montré que la règle de fusion optimale est une règle k-out-of-n avec un seuil k, c'est-à-dire que la décision globale sera égale à 1 si au moins une des décisions de k capteurs est égale à 1. Récemment, Sun, Shi et Wesel [WSW01] ont montré les propriétés de quasi-convexité de la probabilité d'erreur pour une règle de fusion k-out-of-n fixée. Cette propriété permet notamment d'éliminer les multiples optima locaux. De ce fait, l'optimum déterminé par n'importe quelle méthode sera l'optimum global. C'est à partir de ces travaux que Zang, Varshney et Wesel [ZVW02] ont proposé un algorithme SECANT qui permet de trouver les critères de décision optimale du système. Ils montrent également dans leurs travaux que la quasi-convexité existe

pour le critère de Neyman-Pearson et utilisent la méthode du multiplicateur de Lagrange pour déterminer les seuils optimaux.

Chen et Willet, [CW05] ont étudié la transmission de l'information dans les nouveaux systèmes de communication sans fil. Dans ces systèmes, les décisions transmises au centre de fusion sont considérées dépendantes. Les auteurs établissent dans ce cadre le test de rapport de vraisemblance optimal au niveau des décisions locales pour des hypothèses binaires. Ils proposent pour cela un critère pour l'optimisation simultanée des détecteurs locaux et de l'opérateur de fusion. Ils établissent alors un algorithme permettant d'obtenir la convergence vers un minimum local symétrique (seuils identiques) ou non (dépendant des conditions initiales) du critère. D'autres critères d'optimisation pour les systèmes centralisés et distribués, utilisant la quantité d'information transmise plutôt que l'information elle-même, ont été développés. Il s'agit de critères entropiques notamment étudiés dans [Des98, Mid60].

Nous allons présenter dans un premier temps l'optimisation des détecteurs locaux dans un système parallèle sans fusion. Dans un second temps, nous présenterons l'optimisation de l'opérateur de fusion, pour enfin terminer par l'optimisation globale d'un système de détection parallèle.

### 2.5.1 Optimisation des détecteurs locaux dans un système parallèle

Nous considérons ici un réseau de détection parallèle sans fusion. Pour ne pas surcharger les démonstrations et faciliter la compréhension, nous nous limiterons par la suite à l'optimisation de systèmes composés de deux détecteurs. Ces deux détecteurs observent le même phénomène et prennent une décision "binaire" (0 ou 1) par rapport à deux hypothèses. De la même manière que pour les systèmes de décisions mono-capteur, nous considérons les hypothèses  $H_1$  et  $H_0$  avec  $P_1$  et  $P_0$  les probabilités *a priori* respectives de ces hypothèses. Les observations effectuées par les capteurs sont notées  $y_1$  et  $y_2$  et la densité de probabilité conjointe conditionnelle à chaque hypothèse se note  $P(y_1, y_2 | H_i)$  avec  $i = 1, 2$ . Soit  $u_i$ ,  $i = 1, 2$  les décisions prises par les capteurs. On a alors les valeurs  $u_i = 0$  si on décide que  $H_0$  est vraie et  $u_i = 1$  si on décide que  $H_1$  est vraie. On attribue alors un coût à chacune des configurations de décision comme dans le cas mono-capteur. On note  $C_{ijk}$  le coût de décider  $H_i$  pour le détecteur 1 et de décider  $H_j$  pour le capteur 2 alors que  $H_k$  est présente. De la même manière, le but est d'obtenir la règle de décision des deux capteurs qui minimise conjointement une fonction de risque moyen. La fonction de risque de Bayes est donnée par Tenney et Sandell [TNS81] :

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{R} &= \sum_{i,j,k} \int_{y_1, y_2} C_{ijk} P(u_1, u_2, y_1, y_2, H_k) dy_1 dy_2 \\
 &= \sum_{i,j,k} \int_{y_1, y_2} C_{ijk} P(u_1, u_2, y_1, y_2 | H_k) P_k dy_1 dy_2 \\
 &= \sum_{i,j,k} \int_{y_1, y_2} C_{ijk} P(u_1, u_2 | y_1, y_2, H_k) P(y_1, y_2 | H_k) P_k dy_1 dy_2 \quad (2.105)
 \end{aligned}$$

En partant du principe que  $u_1$  et  $u_2$  sont indépendantes et ne dépendent que de leurs mesures respectives, alors :

$$\mathfrak{R} = \sum_{i,j,k} \int_{y_1,y_2} C_{ijk} P(u_1|y_1) P(u_2|y_2) P(y_1,y_2|H_k) P_k dy_1 dy_2 \quad (2.106)$$

En développant la somme suivant  $u_1$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \mathfrak{R} = & \sum_{j,k} \int_{y_1,y_2} P_k P(u_2|y_2) P(y_1,y_2|H_k) \\ & \cdot [C_{0jk} P(u_1 = 0|y_1) + C_{1jk} (1 - P(u_1 = 0|y_1))] dy_1 dy_2 \end{aligned} \quad (2.107)$$

car  $P(u_1 = 1|y_1) = 1 - P(u_1 = 0|y_1)$ . Soit en développant :

$$\begin{aligned} \mathfrak{R} = & \sum_{j,k} \int_{y_1,y_2} P_k P(u_2|y_2) P(y_1,y_2|H_k) \\ & \cdot [C_{0jk} P(u_1 = 0|y_1) + C_{1jk} (1 - P(u_1 = 0|y_1))] dy_1 dy_2 \end{aligned} \quad (2.108)$$

En oraganisant les termes on obtient :

$$\begin{aligned} \mathfrak{R} = & \int_{y_1} P(u_1 = 0|y_1) \left( \sum_{j,k} \int_{y_2} P_k P(u_2|y_2) P(y_1,y_2|H_k) [C_{0jk} - C_{1jk}] dy_2 \right) dy_1 \\ & + \sum_{j,k} \int_{y_1,y_2} C_{1jk} P_k P(u_2|y_2) P(y_1,y_2|H_k) dy_1 dy_2 \end{aligned} \quad (2.109)$$

Le dernier terme étant constant, celui-ci n'intervient donc pas dans la minimisation de l'expression. Donc, on établit la règle de minimisation de  $\mathfrak{R}$  :

$$P(u_1 = 0|y_1) = \begin{cases} 0 & \text{si } \sum_{j,k} \int_{y_2} P_k P(u_2|y_2) P(y_1,y_2|H_k) [C_{0jk} - C_{1jk}] dy_2 \geq 0 \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.110)$$

La règle de décision pour le détecteur 1 est donc :

$$\begin{aligned} & \sum_{j,k} \int_{y_2} P_k P(u_2|y_2) P(y_1,y_2|H_k) [C_{0jk} - C_{1jk}] dy_2 \underset{u_1 = 1}{\underset{u_1 = 0}{\geq}} 0 \end{aligned} \quad (2.111)$$

En développant suivant  $k$ , on obtient :

$$\begin{aligned} & \sum_j \int_{y_2} P_0 P(u_2|y_2) P(y_1,y_2|H_0) [C_{0j0} - C_{1j0}] dy_2 \\ & + \sum_j \int_{y_2} P_1 P(u_2|y_2) P(y_1,y_2|H_1) [C_{0j1} - C_{1j1}] dy_2 \underset{u_1 = 1}{\underset{u_1 = 0}{\geq}} 0 \end{aligned} \quad (2.112)$$

Or comme  $P(y_1, y_2 | H_k) = P(y_2 | y_1, H_0)P(y_1 | H_0)$ , pour  $k = 0, 1$ , en transformant l'équation précédente, on obtient la règle de décision pour le capteur 1 :

$$\begin{aligned} u_1 &= 1 \\ h(y_1) &\begin{array}{l} > \\ < \end{array} \frac{P_0 \sum_j \int_{y_2} P(u_2 | y_2) P(y_1, y_2 | H_0) [C_{0j0} - C_{1j0}] dy_2}{P_1 \sum_j \int_{y_2} P(u_2 | y_2) P(y_1, y_2 | H_1) [C_{0j1} - C_{1j1}] dy_2} = \lambda_1 \\ u_1 &= 0 \end{aligned} \quad (2.113)$$

avec  $h(y_1) = \frac{P(y_1 | H_1)}{P(y_1 | H_0)}$ . Il s'agit alors d'un test de vraisemblance avec un seuil dépendant de  $y_1$  et de la décision prise par l'autre détecteur.

Si l'on suppose maintenant que les mesures  $y_1$  et  $y_2$  sont indépendantes, on peut écrire  $P(y_2 | y_1, H_k) = P(y_2 | H_k)$  pour  $k = 0, 1$ . En développant le seuil  $\lambda_1$  de l'équation 2.114 suivant  $j$ , on a :

$$\lambda_1 = \frac{P_0 \int_{y_2} P(y_2 | H_0) \{ [C_{110} - C_{010}] + P(u_2 = 0 | y_2) [C_{100} - C_{000} + C_{010} - C_{110}] \} dy_2}{P_1 \int_{y_2} P(y_2 | H_1) \{ [C_{011} - C_{111}] + P(u_2 = 0 | y_2) [C_{001} - C_{101} + C_{111} - C_{011}] \} dy_2} \quad (2.114)$$

Varshney dans [Var96], développe l'optimisation d'un tel système pour  $M$  hypothèses et  $N$  capteurs. La complexité de la méthode proposée amène Zhang et Varshney [ZV01] à développer un système multi-hypothèses plus simple. Cette nouvelle approche permet de traiter des problèmes de détection binaire simples. En effet, la méthode consiste à construire un arbre de décisions binaires dans le but d'obtenir une règle de décision optimale.

## 2.5.2 Optimisation de l'opérateur de fusion dans un système parallèle

Dans la section 2.5.1, les décisions prises localement n'étaient pas transmises à un centre de fusion. Nous considérons ici l'optimisation de l'opérateur de fusion combinant les décisions reçues par les capteurs. Cette combinaison permet alors d'obtenir une décision finale que l'on note  $u_0$ . On note  $f$  la fonction qui permet d'obtenir la solution finale à partir des décisions locales. On a alors  $u_0 = f(u_1, u_2, \dots, u_N)$ ,  $f$  étant alors appelé opérateur de fusion. Il s'agit d'une fonction logique des  $N$  décisions binaires. Nous reportons dans le tableau 2.2, les différentes combinaisons logiques possibles pour l'opérateur de fusion dans le cas de deux capteurs. Il y a donc  $2^{2^N}$  opérations de fusion possibles, soit 16 dans cet exemple.

On recherche l'opérateur de fusion qui minimise la fonction de risque. On peut, à partir des résultats du paragraphe 2.2.2.1, définir la règle de fusion optimale comme étant le test de vraisemblance suivant :

$$\begin{aligned} u_0 &= 1 \\ \frac{P(u_1, u_2, \dots, u_N | H_1)}{P(u_1, u_2, \dots, u_N | H_0)} &\begin{array}{l} > \\ < \end{array} \frac{P_0(C_{10} - C_{00})}{P_1(C_{01} - C_{11})} = \lambda \\ u_0 &= 0 \end{aligned} \quad (2.115)$$

$u_0$	$u_1$	$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$	$f_6$	$f_7$	$f_8$	$f_9$	$f_{10}$	$f_{11}$	$f_{12}$	$f_{13}$	$f_{14}$	$f_{15}$	$f_{16}$
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

TAB. 2.2 – Exemple de règles de fusion possibles dans le cadre de deux capteurs

En cas d'indépendance des décisions, le terme de gauche de la précédente équation peut s'écrire :

$$\frac{P(u_1, u_2, \dots, u_N | H_1)}{P(u_1, u_2, \dots, u_N | H_0)} = \prod_{i=1}^N \frac{P(u_i | H_1)}{P(u_i | H_0)} \quad (2.116)$$

On note  $S_j$ , le vecteur de décisions locales égales à  $j$  avec  $j = 0, 1$ . On réécrit alors l'équation 2.116 :

$$\frac{P(u_1, u_2, \dots, u_N | H_1)}{P(u_1, u_2, \dots, u_N | H_0)} = \prod_{i=1}^N \frac{P(u_i | H_1)}{P(u_i | H_0)} = \prod_{S_1} \frac{P(u_i = 1 | H_1)}{P(u_i = 1 | H_0)} \prod_{S_0} \frac{P(u_i = 0 | H_1)}{P(u_i = 0 | H_0)} \quad (2.117)$$

Les probabilités de fausse-alarme, de détection et de manque sont définies en fonction des décisions locales de la manière suivante :

$$P_{f_i} = P(u_i = 1 | H_0) \quad ; \quad P_{D_i} = P(u_i = 1 | H_1) \quad ; \quad P_{M_i} = P(u_i = 0 | H_1)$$

On peut donc écrire :

$$\frac{P(u_1, u_2, \dots, u_N | H_1)}{P(u_1, u_2, \dots, u_N | H_0)} = \prod_{S_1} \frac{P_{D_i}}{P_{f_i}} \prod_{S_0} \frac{1 - P_{D_i}}{1 - P_{f_i}} \quad (2.118)$$

En considérant le logarithme de l'équation 2.118, on a la règle de décision suivante :

$$\sum_{S_1} \log \frac{P_{D_i}}{P_{f_i}} + \sum_{S_0} \log \frac{1 - P_{D_i}}{1 - P_{f_i}} \underset{u_0 = 0}{\overset{u_0 = 1}{\geq}} \log(\lambda) \quad (2.119)$$

La règle de fusion optimale est donc la somme pondérée des décisions locales que l'on compare à un seuil qui est fonction des probabilités de fausse-alarme et de détection des détecteurs locaux. Soit :

$$\sum_{S_1} \left[ \log \frac{P_{D_i}(1 - P_{f_i})}{P_{f_i}(1 - P_{D_i})} \right] u_i \underset{u_0 = 0}{\overset{u_0 = 1}{\geq}} \log \left[ \lambda \prod_{i=1}^N \frac{1 - P_{f_i}}{1 - P_{D_i}} \right] \quad (2.120)$$

Pour réduire le nombre de fonctions permettant d'aboutir à la décision finale, il est montré dans [Var96] et [STB89], que la règle de fusion optimale est monotone avec la condition  $P_{D_i} \geq P_{f_i}$ ,  $i = 1, \dots, N$ . Supposons les vecteurs de décisions locales  $S_1^k$  et  $S_0^{(N-k)}$  constitués respectivement de  $k$  décisions à 1 et de  $(k-N)$  décisions à 0, et la décision globale associée  $u_0 = 1$ . Pour tout  $S_1^{k'}$ , avec  $k' > k$ , tel que  $S_1^{k'}$  contient  $S_1^k$ , l'équation 2.120 est satisfaite, si on a :

$$\prod_{S_1^{k'}} \frac{P_{D_i}}{P_{f_i}} \prod_{S_0^{(N-k')}} \frac{1 - P_{D_i}}{1 - P_{f_i}} \geq \prod_{S_1^k} \frac{P_{D_i}}{P_{f_i}} \prod_{S_0^{(N-k)}} \frac{1 - P_{D_i}}{1 - P_{f_i}} \geq \lambda \quad (2.121)$$

Cette condition nous permet de garder uniquement les fonctions  $f_1, f_2, f_4, f_6, f_8, f_{16}$  comme fonctions admissibles de fusion, ce qui permet de réduire considérablement le champ des possibilités.

Lorsque les décisions sont corrélées, Drakopoulos et Lee [DL91] ont étudié une règle de fusion optimale dans le sens de Neyman-Pearson. Ils montrent que la règle de décision est fonction des coefficients de corrélations. L'année suivante, Kam, Zhu et Gray [KZG92] ont développé une règle de fusion optimale pour des décisions locales corrélées en utilisant le polynôme de « Bahadur-Lazarfed ». Ils montrent que dans la plupart des cas, il est nécessaire d'estimer  $2(2^N - N - 1)$  coefficients de corrélation pour obtenir le test de vraisemblance optimale. Les solutions deviennent alors un peu moins complexes lorsque certains coefficients deviennent nuls. Un peu plus tard, Chen et Ansari [CA98] ont proposé un algorithme adaptatif un peu plus simple à mettre en oeuvre reposant sur le critère de décision MAP. La fonction de vraisemblance est alors définie comme une combinaison linéaire des décisions locales et des probabilités *a priori*, soit :

$$\begin{array}{c} H_1 \\ \sum_{i=0}^N W_i \cdot u_i \geq 0 \\ H_0 \end{array} \quad (2.122)$$

avec :

$$W_k = \begin{cases} \log \frac{1+q_k}{1+p_k} & \text{si } u_k = +1 \text{ et } k > 1 \\ \log \frac{q_k(1+p_k)}{p_k(1+q_k)} & \text{si } u_k = 0 \text{ et } k > 1 \end{cases} \quad (2.123)$$

et :

$$\begin{aligned} p_k &= \frac{P(u_1, u_2, \dots, u_{k-1}, u_k = 0 | H_1)}{P(u_1, u_2, \dots, u_{k-1}, u_k = 1 | H_1)} \\ q_k &= \frac{P(u_1, u_2, \dots, u_{k-1}, u_k = 0 | H_0)}{P(u_1, u_2, \dots, u_{k-1}, u_k = 1 | H_0)} \end{aligned} \quad (2.124)$$

Ils développent alors à partir de là un algorithme de fusion adaptatif convergent qui permet de s'affranchir de la connaissance des probabilités *a priori*.

### 2.5.3 Optimisation globale du système de fusion

Nous avons jusqu'ici étudié indépendamment l'optimisation des détecteurs locaux et de l'opérateur de fusion. Nous présentons ici l'optimisation simultanée de ces deux com-

posantes pour deux critères : le critère bayésien et le critère de Neyman-Pearson.

### 2.5.3.1 Approche bayésienne

Soit le vecteur  $u^T = (u_1, \dots, u_N)$ , le vecteur des décisions locales pour chaque détecteur  $i = \{1, \dots, N\}$ . On note  $P_{f_i}$ ,  $P_{D_i}$  et  $P_{M_i}$  les probabilités respectives de fausse-alarme, de détection et de manque pour chaque détecteur local. On note de la même manière,  $P_f$ ,  $P_D$  et  $P_M$  les mêmes probabilités mais pour le système global. Ces probabilités permettront de mesurer les performances globales du système et seront utilisées pour l'optimisation. Soit  $u_0$  la décision finale du système, la fonction de risque globale que nous cherchons à minimiser s'écrit :

$$\mathfrak{R} = \sum_{i=0}^1 \sum_{i=0}^1 C_{ij} P(u_0 = i, H_j) = \sum_{i=0}^1 \sum_{i=0}^1 C_{ij} P_j P(u_0 = i | H_j) \quad (2.125)$$

En notant  $\sum_u$  la somme de toutes les valeurs possibles prises par  $u$ , on peut écrire que  $P_f = P(u_0 = 1 | H_0) = \sum_u P(u_0 = 1 | u) P(u | H_0)$  et  $P_D = P(u_0 = 1 | H_1) = \sum_u P(u_0 = 1 | u) P(u | H_1)$ . A partir de là, l'équation 2.125 peut s'écrire :

$$\mathfrak{R} = C + C_F \sum_u P(u_0 = 1 | u) P(u | H_0) - C_D \sum_u P(u_0 = 1 | u) P(u | H_1) \quad (2.126)$$

avec :

$$\begin{aligned} C_F &= P_0(C_{10} - C_{00}) \\ C_D &= (1 - P_0)(C_{01} - C_{11}) \\ C &= C_{01}(1 - P_0) + C_{00}P_0 \end{aligned}$$

Afin d'optimiser le système, il faut déterminer les règles de fusion qui minimisent  $\mathfrak{R}$ . Le système global peut alors être considéré comme une coopération entre deux sous-systèmes que sont l'opérateur de fusion et les détecteurs locaux, qui eux-mêmes peuvent être considérés comme un ensemble de sous-systèmes plus simples. On effectue alors une optimisation élément par élément (PBPO : Person by Person Optimisation), c'est-à-dire que l'on optimise un élément du système en considérant que les autres ont déjà été optimisés et qu'ils sont fixés. En développant suivant le détecteur  $k$ , la fonction de risque s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathfrak{R} &= C + \sum_{u^k} P(u_0 = 1 | u^{k1}) [C_F P(u^{k1} | H_0) - C_D P(u^{k1} | H_1)] \\ &\quad + \sum_{u^k} P(u_0 = 1 | u^{k0}) [C_F P(u^{k0} | H_0) - C_D P(u^{k0} | H_1)] \end{aligned} \quad (2.127)$$

où  $u^k = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_N)^T$  et  $u^{kj} = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_k = j, u_{k+1}, \dots, u_N)^T$ . En considérant que  $P(u^{k0} | H_j) = P(u^k | H_j) - P(u^{k1} | H_j)$ , on réécrit la fonction de risque :

$$\begin{aligned} \mathfrak{R} &= C + \sum_{u^k} P(u_0 = 1 | u^{k1}) [C_F P(u^{k1} | H_0) - C_D P(u^{k1} | H_1)] \\ &\quad + \sum_{u^k} A(u^k) [C_F P(u^{k1} | H_0) - C_D P(u^{k1} | H_1)] \end{aligned} \quad (2.128)$$

avec :

$$A(u^k) = P(u_0 = 1|u^{k1}) - P(u_0 = 1|u^{k0}) \quad (2.129)$$

En supposant que chacune des décisions locales ne dépend que de ses propres observations, on peut écrire :

$$P(u^{ki}|H_j) = \int_y P(u_k = i|y_k)P(u^k|y^k)P(y|H_j)dy \quad (2.130)$$

avec  $y = (y_1, \dots, y_n)^T$  le vecteur des mesures fourni par chaque capteur, et  $y^k = (y_1, \dots, y_{k-1}, y_{k+1}, \dots, y_N)^T$ .  $\int_y$  représente donc une intégration multi-variables sur toutes les composantes de  $y$ . A partir de là, on réécrit l'équation 2.128 :

$$\mathfrak{R} = C_k + \int_{y_k} P(u_k = 1|y_k)dy_k \cdot \left\{ \sum_{u^k} \int_{y^k} A(u^k)P(u^k|y^k) [C_F P(y|H_0) - C_D P(y|H_1)] dy^k \right\} \quad (2.131)$$

Comme  $C_k$  est une constante, minimiser  $\mathfrak{R}$  revient à décider sachant que  $P(y|H_j) = P(y^k|y_k, H_j) \cdot P(y_k|H_j)$  :

$$\begin{array}{c} u_k = 1 \\ \frac{P(y_k|H_1)}{P(y_k|H_0)} > \frac{\sum_{u^k} \int_{y^k} A(u^k)P(u^k|y^k)C_F P(y^k|y_k, H_0)dy^k}{\sum_{u^k} \int_{y^k} A(u^k)P(u^k|y^k)C_D P(y^k|y_k, H_1)dy^k} \\ < \\ u_k = 0 \end{array} \quad (2.132)$$

On a donc la règle de décision pour le détecteur  $k$ . Les autres détecteurs locaux peuvent alors être optimisés de la même façon.

Pour optimiser l'opérateur de fusion, on considère maintenant que tous les détecteurs locaux sont figés. Soit  $u^*$  un vecteur de configuration de décisions des  $N$  capteurs. La fonction de risque de l'équation 2.126 peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned} \mathfrak{R} = & P(u_0 = 1|u^*)[C_F P(u^*|H_0) - C_D P(u^*|H_1)] \\ & + C + \sum_{\substack{u \\ u \neq u^*}} P(u_0 = 1|u)[C_F P(u|H_0) - C_D P(u|H_1)] \end{aligned} \quad (2.133)$$

La règle de fusion pour l'opérateur de fusion est donc :

$$\begin{array}{c} u_0 = 1 \\ \frac{P(u^*|H_1)}{P(u^*|H_0)} > \frac{C_F}{C_D} \\ < \\ u_0 = 0 \end{array} \quad (2.134)$$

Dans le cas où les observations locales sont indépendantes, l'équation 2.132 peut s'écrire :

$$\begin{array}{c} u_k = 1 \\ \frac{P(y_k|H_1)}{P(y_k|H_0)} > \frac{\sum_{u^k} C_F A(u^k) \prod_{i=1, i \neq k}^N P(u_i|H_0)}{\sum_{u^k} \int_{y^k} C_D A(u^k) \prod_{i=1, i \neq k}^N P(u_i|H_1)} \\ < \\ u_k = 0 \end{array} \quad (2.135)$$



De même, 2.134 peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
 & u_0 = 1 \\
 & \prod_{i=1}^N \frac{P(u_i|H_1)}{P(u_i|H_0)} \begin{array}{l} > \\ < \end{array} \frac{C_F}{C_D} \\
 & u_0 = 0
 \end{aligned} \tag{2.136}$$

Il faudra résoudre dans tous les cas  $2^N + N$  équations, mais dans le cas où les observations sont indépendantes, la difficulté de résolution est moins importante.

### 2.5.3.2 Critère de Neyman-Pearson

Nous avons vu que l'optimisation bayésienne ne peut se faire sans la connaissance des probabilités *a priori*. Dans l'approche de Neyman-Pearson, il n'est pas nécessaire de connaître ces probabilités ni même les coûts associés à chaque situation. Le critère consiste à maximiser la probabilité de détection du système global  $P_D$  pour une probabilité de fausse-alarme fixée  $P_f = \alpha$ .

En considérant les composantes de  $u$  indépendantes, on a, pour chaque valeur  $u^*$  fixée prise par  $u$  :

$$\begin{aligned}
 P(u^*|H_1) &= \prod_{S_0} (1 - P_{D_i}) \prod_{S_1} P_{D_i} \\
 P(u^*|H_0) &= \prod_{S_0} (1 - P_{f_i}) \prod_{S_1} P_{f_i}
 \end{aligned}$$

La méthode du multiplicateur de Lagrange est alors utilisée pour optimiser l'opérateur de fusion. On pose :

$$\begin{aligned}
 L &= P_D - \lambda(P_f - \alpha) = \\
 \lambda\alpha + \sum_u P(u_0 = 1|u) \cdot [P(u|H_1) - \lambda P(u|H_0)]
 \end{aligned} \tag{2.137}$$

Avec  $\lambda$ , l'opérateur de Lagrange. Pour maximiser  $L$ , il suffit de maximiser le terme somme. On a donc pour chaque valeur  $u^*$  prise par  $u$ , la règle de décision :

$$\begin{aligned}
 & u_0 = 1 \\
 & \frac{P(u^*|H_1)}{P(u^*|H_0)} \begin{array}{l} \geq \\ < \end{array} \lambda \\
 & u_0 = 0
 \end{aligned} \tag{2.138}$$

soit :

$$\begin{aligned}
 & u_0 = 1 \\
 & \prod_{i=1}^N \left( \frac{P_{D_i}}{P_{f_i}} \right)^{u_i^*} \left( \frac{1 - P_{D_i}}{1 - P_{f_i}} \right)^{1 - u_i^*} \begin{array}{l} \geq \\ < \end{array} \lambda \\
 & u_0 = 0
 \end{aligned} \tag{2.139}$$

Il s'agit alors également d'une somme pondérée des décisions locales comparée à un seuil. Afin de déterminer les règles de décision au niveau des détecteurs locaux, on utilise également une optimisation élément par élément. De la même manière que précédemment, en développant suivant le terme  $u^k = (u_1, \dots, u_{k-1}, u_{k+1}, \dots, u_N)^T$ , l'équation 2.137 s'écrit :

$$L = \lambda\alpha + \sum_{u^k} P(u_0 = 1|u_k = 0, u^k)[P(u_k = 0, u^k|H_1) - \lambda P(u_k = 0, u^k|H_0)] \\ + \sum_{u^k} P(u_0 = 1|u_k = 1, u^k)[P(u_k = 1, u^k|H_1) - \lambda P(u_k = 1, u^k|H_0)] \quad (2.140)$$

$u_k$  est indépendant de  $u^k$ , alors :

$$P(u_k = 0, u^k|H_j) = P(u_k = 0|H_j)P(u^k|H_j) = (1 - P(u_k = 1|H_j))P(u^k|H_j)$$

Soit les observations  $y_k$ , on peut écrire :

$$P(u_k|H_j) = \int_{y_k} P(u_k|y_k, H_i)P(y_k|H_i)dy_k \\ = \int_{y_k} P(u_k|y_k)P(y_k|H_i)dy_k$$

puisque  $u_k$  ne dépend pas de  $H_i$ . A partir de là, on écrit le Lagrangien :

$$L = C^k + \int_{y_k} P(u_k = 1|y_k)[C_1^k P(y_k|H_1) - \lambda C_0^k P(y_k|H_0)]dy_k \quad (2.141)$$

avec :

$$C^k = \lambda\alpha + \sum_{u^k} P(u_0 = 1|u_k = 0, u^k)[P(u^k|H_1) - \lambda P(u^k|H_0)] \\ C_i^k = \sum_{u^k} [P(u_0 = 1|u_k = 1, u^k) - P(u_0 = 1|u_k = 0, u^k)]P(u^k|H_i), \quad i = 0, 1$$

Pour maximiser  $L$ , il suffit alors de maximiser l'intégrale, ce qui donne pour chaque valeur de  $y_k$ , la règle de décision suivante :

$$P(u_k = 1|y_k) = \begin{cases} 0 & \text{si } C_1^k P(y_k|H_1) - \lambda C_0^k P(y_k|H_0) < 0 \\ 1 & \text{si } C_1^k P(y_k|H_1) - \lambda C_0^k P(y_k|H_0) > 0 \end{cases} \quad (2.142)$$

soit :

$$\begin{array}{ccc} & u_k = 1 & \\ & \frac{P(y_k|H_1)}{P(y_k|H_0)} & \geq \lambda_k \\ & & < \\ & u_k = 0 & \end{array} \quad (2.143)$$

avec  $\lambda_k = \lambda \frac{C_0^k}{C_1^k}$ .

L'optimisation est alors réalisée à partir de la détermination d'une solution commune aux équations 2.139 et 2.143.

### 2.5.3.3 Exemple de deux capteurs ayant des observations indépendantes

Nous considérons ici un exemple de deux capteurs. Chacun d'eux ayant des observations indépendantes, le but est de déterminer les valeurs de seuils obtenues à partir de l'optimisation globale de Neyman-Pearson. Le seuil de décision de chaque détecteur est fonction de  $C_0^k$  et  $C_1^k$ . En développant, on obtient :

$$C_i^1 = [P(u_0 = 1|u_1 = 1, u_2 = 0) - P(u_0 = 1|u_1 = 0, u_2 = 0)] P(u_2 = 0|H_i) + \quad (2.144)$$

$$[P(u_0 = 1|u_1 = 1, u_2 = 1) - P(u_0 = 1|u_1 = 0, u_2 = 1)] P(u_2 = 1|H_i), \quad i = 0,1$$

Ce qui peut encore s'écrire :

$$C_i^1 = A_0(u^2)P(u_2 = 0|H_i) + A_1(u^2)P(u_2 = 1|H_i), \quad i = 0,1 \quad (2.145)$$

Avec :

$$A_j(u^2) = [P(u_0 = 1|u_1 = 1, u_2 = j) - P(u_0 = 1|u_1 = 0, u_2 = j)] = P_{11j} - P_{10j}, \quad j = 1,2$$

On peut également remarquer que :

$$P(u_2 = 1|H_1) = P_{D_2}, \quad P(u_2 = 1|H_0) = P_{f_2}, \quad P(u_2 = 0|H_1) = 1 - P_{D_2},$$

$$P(u_2 = 0|H_0) = 1 - P_{f_2},$$

ce qui nous permet d'écrire :

$$\lambda_1 = \lambda \frac{(P_{110} - P_{100})(1 - P_{f_2}) + (P_{111} - P_{101})P_{f_2}}{(P_{110} - P_{100})(1 - P_{D_2}) + (P_{111} - P_{101})P_{D_2}} \quad (2.146)$$

Soit encore :

$$\lambda_1 = \lambda \frac{P_{110} - P_{100} - P_{f_2}(P_{111} - P_{101} - P_{110} + P_{100})}{P_{110} - P_{100} - P_{D_2}(P_{111} - P_{101} - P_{110} + P_{100})} \quad (2.147)$$

De la même manière, pour le second seuil, on obtient :

$$\lambda_2 = \lambda \frac{P_{110} - P_{100} - P_{f_1}(P_{111} - P_{101} - P_{110} + P_{100})}{P_{110} - P_{100} - P_{D_1}(P_{111} - P_{101} - P_{110} + P_{100})} \quad (2.148)$$

Les probabilités  $P_{ijk}$  ( $i, j, k \in \{0,1\}$ ) dépendent uniquement des règles de fusion. Dans le cas de deux capteurs, il n'existe uniquement que deux règles de fusion possibles : la fusion ET, et la fusion OU.

#### Règle de fusion ET :

Dans le cas d'une fusion ET, la décision globale sera uniquement à 1 si les décisions locales de chaque capteur sont à 1. Toutes combinaisons des décisions locales différentes amèneront une décision globale à 0. On écrit les probabilités :

$$P_{111} = 1, \quad P_{110} = P_{100} = P_{101} = 0 \quad (2.149)$$

On obtient donc à partir de là, les seuils :

$$\lambda_1 = \lambda \frac{P_{f_2}}{P_{D_2}} \quad (2.150)$$

Et :

$$\lambda_2 = \lambda \frac{P_{f_1}}{P_{D_1}} \quad (2.151)$$

**Règle de fusion OU :**

Dans le cas d'une décision OU, la décision globale sera 1 à partir du moment où, au moins un détecteur a sa décision à 1. Cela se traduit au niveau des probabilités de la manière suivante :

$$P_{100} = 0, \quad P_{110} = P_{101} = P_{111} = 1 \quad (2.152)$$

On obtient, dans ce cas, les seuils :

$$\lambda_1 = \lambda \frac{1 - P_{f_2}}{1 - P_{D_2}} \quad (2.153)$$

Et :

$$\lambda_2 = \lambda \frac{1 - P_{f_1}}{1 - P_{D_1}} \quad (2.154)$$

Chacun des seuils est proportionnel au multiplicateur de Lagrange  $\lambda$  et à la probabilité de fausse-alarme et de détection de l'autre système. Ces probabilités dépendant des seuils choisis, il est nécessaire de mettre en relation les deux systèmes. En mettant en commun l'opérateur de Lagrange pour chacune des équations, on obtient la relation pour la fusion ET :

$$\lambda_1 \frac{P_{f_1}}{P_{D_1}} = \lambda_2 \frac{P_{f_2}}{P_{D_2}} \quad (2.155)$$

Et pour la fusion OU :

$$\lambda_1 \frac{1 - P_{f_1}}{1 - P_{D_1}} = \lambda_2 \frac{1 - P_{f_2}}{1 - P_{D_2}} \quad (2.156)$$

Pour chaque seuil  $\lambda_1$  du premier système par exemple, correspond une probabilité de fausse-alarme  $P_{f_1}$  et une probabilité de détection  $P_{D_1}$ . On peut, à partir de là, déterminer le seuil  $\lambda_2$ , avec les  $P_{f_2}$  et  $P_{D_2}$  correspondantes, qui vérifie la relation 2.155 ou la relation 2.156 selon la règle de fusion que l'on souhaite utiliser. Chaque paire de seuils optimaux  $\{\lambda_1, \lambda_2\}$  calculée de cette manière est associée à une probabilité de détection  $P_D$  ( $P_D = P_{D_1}P_{D_2}$  pour la règle ET,  $P_D = P_{D_1} + P_{D_2} - P_{D_1}P_{D_2}$  pour la règle OU) et de fausse-alarme  $P_f$  ( $P_f = P_{f_1}P_{f_2}$  pour la règle ET,  $P_f = P_{f_1} + P_{f_2} - P_{f_1}P_{f_2}$  pour la règle OU) globale du système. Il suffit ensuite de déterminer la paire de seuils correspondante à la probabilité de fausse-alarme ( $P_f = \alpha$ ) que l'on souhaite fixer pour le système.

### 2.5.4 Système de fusion de détection - système distribué en série

On trouve dans la littérature d'autres architectures de systèmes distribués comme les systèmes de détection séquentiels distribués [TH87] ou le système de détection distribué en série [Var96].

Dans une architecture distribuée série, chaque détecteur  $q_i$  reçoit la décision provenant du capteur précédent. Le premier capteur ne reçoit rien et la décision finale est réalisée à

partir du dernier capteur. L'optimisation d'un tel système repose sur la minimisation d'une fonction de risque. En considérant les mêmes notations que dans les chapitres précédents, on a dans le cas d'un système de détection de deux capteurs montés en série :

$$\mathfrak{R} = \sum_{i,j,k} \int_{y_1, y_2} P(u_2|u_1, y_1, y_2, H_k) P(u_1, y_1, y_2|H_k) P_k C_{jk} d_{y_1} d_{y_2} \quad (2.157)$$

L'optimisation est réalisée élément par élément, c'est-à-dire que lors de l'optimisation d'un détecteur, l'autre sera supposé fixé.

Toujours dans le cas de deux détecteurs, le second a besoin de la décision du premier capteur pour agir. Cela nous amène donc à considérer deux seuils différents suivant la décision du premier capteur. Ces seuils sont notés  $\lambda_2^1$  et  $\lambda_2^0$  suivant que la décision du premier capteur est 1 ou 0. Il est alors montré que pour l'optimisation du deuxième capteur, nous avons :

$$\lambda_2^1 = \frac{C_F P_{f_1}}{C_D P_{D_1}} \quad (2.158)$$

$$\lambda_2^0 = \frac{C_F(1 - P_{f_1})}{C_D(1 - P_{D_1})} \quad (2.159)$$

Pour l'optimisation du premier détecteur, il est montré qu'il faut résoudre :

$$\begin{array}{ccc} u_1 = 1 & & \\ \frac{P(y_1^*|H_1)}{P(y_1^*|H_0)} & \begin{array}{c} > \\ < \end{array} & \frac{C_F P_{f_2}(\lambda_2^1) - Pfa_2(\lambda_2^0)}{C_D P_{D_2}(\lambda_2^1) - PD_2(\lambda_2^0)} \\ u_1 = 0 & & \end{array} \quad (2.160)$$

$P_{f_2}(\lambda_2^j)$  et  $P_{D_2}(\lambda_2^j)$  représentant les probabilités de fausse-alarme et de détection associées aux seuils  $\lambda_2^j$ ,  $j = 0, 1$ .

Optimiser un tel système revient donc à résoudre trois équations non linéaires couplées.

## 2.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre des systèmes de décision et de segmentation. Dans un système de décision, on détecte l'une des deux hypothèses possibles à partir d'un ensemble de mesures. Dans un système de segmentation, on recherche la présence et la position d'une rupture dans les paramètres statistiques du signal. Un problème de segmentation est à la fois un problème de détection et d'estimation de la position de la rupture et des paramètres statistiques du signal.

Aujourd'hui les applications sont le plus souvent équipées de plusieurs capteurs dont on voudra fusionner les mesures. Nous avons présenté les méthodes de fusion centralisée et distribuée qui permettent de combiner l'information en provenance des capteurs. Les méthodes de fusion distribuée fusionnent les décisions prises par les différents capteurs. Elles sont moins performantes que les méthodes centralisées qui fusionnent les mesures fournies par les différents capteurs. Dans un problème de segmentation multi-capteurs, les

ruptures ne sont pas obligatoirement synchronisées sur les différentes mesures. On montre dans le chapitre 3 que la fusion centralisée est plus performante quand la rupture est simultanée sur les signaux en provenance des capteurs. Elle permet alors de détecter une rupture et d'estimer sa position. Quand on ne peut pas supposer les ruptures synchrones sur les signaux, seule la détection de rupture est fusionnée dans un système centralisé.

Dans notre application on veut segmenter le signal discriminant, de la boucle de poursuite du code du premier chapitre, en zones stationnaires. On pourra alors pour chaque zone stationnaire, estimer le retard entre le code reçu et le code local pour ensuite le recalculer. On considère un GPS multi-porteuses qui nous fournira donc plusieurs mesures du discriminant obtenues pour les différentes porteuses. On veut dans ce cas fusionner la segmentation réalisée sur les différentes porteuses. Malheureusement le décalage entre les codes dépend de la fréquence porteuse. En effet la propagation du signal dans l'ionosphère, soit le trajet parcouru par le signal, dépend de la fréquence porteuse. Les ruptures de stationnarité du signal discriminant ne seront pas obligatoirement simultanées.

En général la synchronisation des informations en provenance de plusieurs capteurs dans un système de fusion est difficile à obtenir en pratique. L'écart de synchronisation peut être fixe, ou évoluer dans le temps avec les dérives des systèmes. Nous avons développé dans ce travail de thèse des méthodes de fusion qui permettent d'intégrer la non-simultanéité des informations. Dans le chapitre 3, nous proposons un système de fusion hybride qui combine au centre de fusion les décisions prises par deux systèmes de fusion centralisée. Ces deux systèmes intègrent une information *a priori* différente sur la simultanéité des ruptures. La fusion de leur décision permet d'obtenir les meilleures performances des deux systèmes. Dans le chapitre 4, on considère la segmentation hors-ligne multi-ruptures de l'ensemble du signal. On construit alors à partir d'un modèle bayésien une fonction de contraste pénalisée qui fusionne les discriminants obtenus sur chaque porteuse. On intègre dans notre modèle une information *a priori* sur le comportement mutuel des différents discriminants qui tient compte de la non-simultanéité éventuelle des ruptures.



# Chapitre 3

## Système de fusion hybride pour la segmentation de signaux

### 3.1 Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons passé en revue différents systèmes de segmentation existant dans la littérature. Nous avons dans un premier temps étudié le cas mono-capteur, puis l'extension à des systèmes de fusion multi-capteurs. Nous avons également abordé les concepts de segmentation hors-ligne mono et multi-ruptures. Dans ce chapitre nous proposons une méthode de segmentation hors-ligne mono-rupture par un système hybride de fusion multi-capteurs.

L'approche classique [Vee01], utilisée pour résoudre ce type de problème, consiste à détecter et à localiser la présence d'une rupture de stationnarité dans une fenêtre d'échantillons et sur un ensemble de signaux bruités. Dans ce cas les signaux sont supposés de même nature soit, avec des ruptures simultanées. Le but de notre travail est de développer un système de fusion de détection pour des signaux n'étant pas forcément de même nature, soit lorsque la position des ruptures n'est pas forcément synchronisée.

Un système de fusion centralisée est plus performant quand il peut faire l'hypothèse de simultanéité des ruptures. Si cette hypothèse n'est pas respectée, ses performances se dégradent. Quand les ruptures sur les différents signaux ne sont pas supposées *a priori* synchrones, le système de détection doit estimer leurs positions. Dans ce cas, la fusion centralisée est moins performante mais plus robuste. Le problème qui se pose alors est de pouvoir choisir l'une ou l'autre des décisions prises par ces deux approches. Nous proposons de combiner leurs décisions dans un centre de fusion distribuée. Le système hybride proposé (à la fois centralisé et distribué), permet alors d'obtenir des performances pour la segmentation qui sont au moins aussi bonnes que les performances obtenues par le meilleur des systèmes de fusion centralisée, en présence de ruptures simultanées et non-simultanées.

Nous allons, dans une première partie, présenter les deux systèmes de fusion centralisée qui sont basés sur l'estimation de la position des ruptures de chacun des signaux, ou sur l'estimation d'une position commune à tous les signaux. Nous développerons dans une seconde partie le critère de fusion distribuée qui combine les décisions prises par les



systèmes de fusion centralisée. La troisième et dernière partie de ce chapitre est consacrée aux expérimentations à l'aide de données synthétiques.

## 3.2 Critère de décision MAP appliqué à la segmentation multi-capteurs

Le problème considéré ici est la détection de la présence d'un changement dans la distribution statistique d'un processus  $J$ -dimensionnel. On note  $\underline{y}_j = (y_{j,i}, 1 \leq i \leq n)$  la série  $j$  observée, de loi conditionnelle  $h_j$ , et  $\underline{y} = (\underline{y}_j, 1 \leq j \leq J)$  l'ensemble des  $J$  séries observées. On suppose que les processus observés sont stationnaires en un ou deux morceaux, et on note  $\underline{r}_j = (r_{j,i}, 1 \leq i \leq n)$  la configuration de rupture dans la série  $j$ , et  $\underline{r} = (\underline{r}_j, 1 \leq j \leq J)$  l'ensemble des  $J$  configurations de rupture.  $r_{j,i}$  prend la valeur 1 aux instants de changements et la valeur zéro aux autres instants. On note  $\underline{\theta}_j = (\theta_{j,1}, \theta_{j,2})$  la suite des paramètres dans la série  $j$  composée d'un ou de deux segments stationnaires, et  $\underline{\theta} = (\underline{\theta}_j, 1 \leq j \leq J)$  l'ensemble des  $J$  suites de paramètres. On note  $t_j$  l'instant de rupture dans la série  $j$  associé à la configuration de rupture  $\underline{r}_j$  et,  $\underline{t} = (t_j, 1 \leq j \leq J)$  l'ensemble des  $J$  instants de rupture.

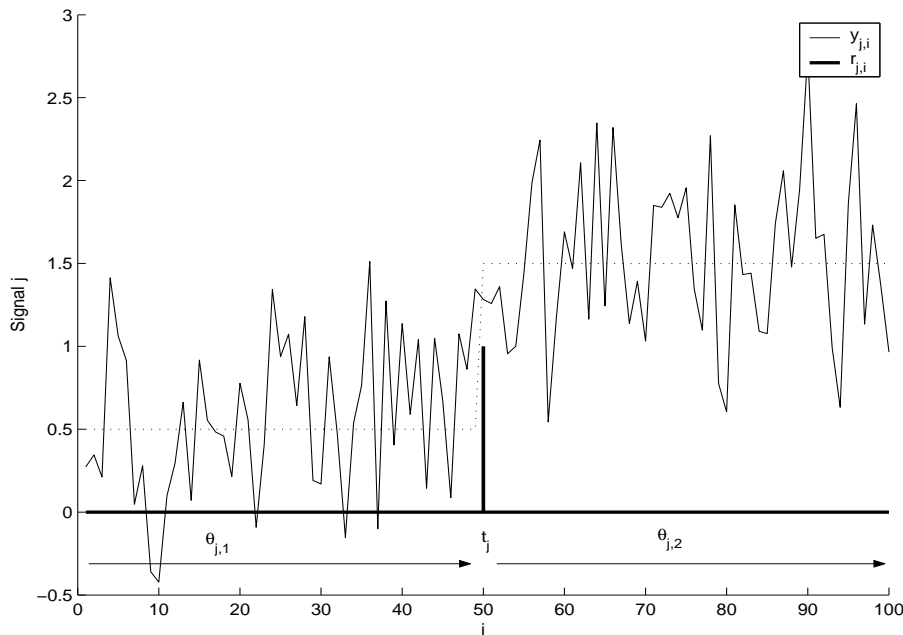


FIG. 3.1 – Processus associé au signal  $j$  et l'hypothèse  $H_1$

On définit deux hypothèses  $H_1$  et  $H_0$  associées respectivement à la présence et à l'absence de rupture (changement dans la distribution statistique) dans le processus  $\underline{Y}$  dont  $\underline{y}$  est une réalisation.

On définit l'hypothèse  $H_1$  par :

$$\begin{cases} r_{j,i} = 1 \text{ pour } i = t_j \text{ et } j \in 1, \dots, J \\ r_{j,i} = 0 \forall i \neq t_j \text{ et } j \in 1, \dots, J \\ \text{avec } \underline{\theta}_j = (\theta_{j,0}, \theta_{j,1}) \end{cases}$$

On définit l'hypothèse  $H_0$  par :

$$\begin{cases} r_{j,i} = 0 \forall i \neq n \text{ et } j \in 1, \dots, J \\ r_{j,i} = 1 \text{ pour } i = n \text{ et } j \in 1, \dots, J \\ \text{avec } \underline{\theta}_j = (\theta_{j,0}) \end{cases}$$

Par convention, une rupture positionnée à la fin de la fenêtre correspond à l'hypothèse absence de rupture. On reporte sur la figure 3.1 un exemple de réalisation du processus  $y_j$  et de la séquence de rupture  $r_j$  pour l'hypothèse  $H_1$ .

On cherche à déterminer à partir d'une séquence de rupture  $\underline{r}$  laquelle des deux hypothèses  $H_1$  ou  $H_0$  est vérifiée. On définit pour cela le critère MAP (Maximum *A Posteriori*) qui permet de décider de l'une ou l'autre des hypothèses :

$$P(H_1/\underline{r}, \underline{Y} = \underline{y}; \underline{\theta}) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} P(H_0/\underline{r}, \underline{Y} = \underline{y}; \underline{\theta}) \quad (3.1)$$

Après application de la règle de Bayes, le critère MAP peut alors s'écrire :

$$h(\underline{y}/\underline{r}, H_1; \underline{\theta}) P(\underline{r}/H_1) P(H_1) f(\underline{\theta}) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} h(\underline{y}/\underline{r}, H_0; \underline{\theta}) P(\underline{r}/H_0) P(H_0) f(\underline{\theta}) \quad (3.2)$$

où  $h(\dots)$  est la distribution du signal et  $f(\underline{\theta})$  est la loi *a priori* sur les paramètres statistiques des processus, qui est supposée indépendante des hypothèses considérées. On a alors le critère de décision suivant :

$$\frac{h(\underline{y}/\underline{r}, H_1; \underline{\theta})}{h(\underline{y}/\underline{r}, H_0; \underline{\theta})} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \frac{P(\underline{r}/H_0) P(H_0)}{P(\underline{r}/H_1) P(H_1)} \quad (3.3)$$

Dans le cas multi-processus en supposant les processus indépendants, on a :

$$\frac{\prod_{j=1}^J h_j(\underline{y}_j/\underline{r}_j, H_1; \underline{\theta}_j)}{\prod_{j=1}^J h_j(\underline{y}_j/\underline{r}_j, H_0; \underline{\theta}_j)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \prod_{j=1}^J \frac{P(\underline{r}_j/H_0) P(H_0)}{P(\underline{r}_j/H_1) P(H_1)} \quad (3.4)$$

Soit  $t_j$  la position de la rupture sur le processus  $j$  définie pour  $r_{j,i} = 1$ . On note  $\underline{y}_{j,t_j:n}$  l'ensemble des échantillons du vecteur  $\underline{y}_j$  allant de  $t_j$  à  $n$ . Le critère peut alors être écrit, après simplification, de la façon suivante :

$$\frac{\prod_{j=1}^J h_j(\underline{y}_{j,t_j+1:n}; \theta_{j,1})}{\prod_{j=1}^J h_j(\underline{y}_{j,t_j+1:n}; \theta_{j,0})} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \prod_{j=1}^J \frac{P(t_j/H_0) P(H_0)}{P(t_j/H_1) P(H_1)} \quad (3.5)$$

Dans le problème de détection que nous allons traiter, les paramètres  $\theta_{j,0}$  et  $\theta_{j,1}$  sont supposés connus et le paramètre  $t_j$  est supposé inconnu. On propose donc de définir un critère issu du rapport de vraisemblance qui permettra d'estimer le paramètre  $\hat{t}_j$  (soit  $\underline{\hat{r}}_j$ ) et le critère qui permettra de décider de la présence d'une rupture :

$$\frac{\prod_{j=1}^J h_j(\underline{y}_{j,\hat{t}_j+1:n}; \theta_{j,1})}{\prod_{j=1}^J h_j(\underline{y}_{j,\hat{t}_j+1:n}; \theta_{j,0})} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \prod_{j=1}^J \frac{P(\hat{t}_j/H_0) P(H_0)}{P(\hat{t}_j/H_1) P(H_1)} \quad (3.6)$$

$\hat{t}_j$  est l'estimation de la position de la rupture. Ce critère définit un système de fusion centralisée, car la décision est réalisée à partir de l'ensemble des mesures en provenance de l'ensemble des signaux. On considère dans ce travail deux cas possibles pour construire le critère GLR (Generalized Likelihood Ratio) qui fusionne la segmentation de l'ensemble des signaux. Dans le premier cas, on suppose que l'on n'a aucune information *a priori* sur le comportement mutuel des processus, et on considère que les ruptures sur les différents signaux ne sont pas obligatoirement simultanées. Dans le second cas, on suppose que ces ruptures sont simultanées. Dans la suite de ce chapitre, on présente les critères GLR associés à ces deux cas, puis un système de fusion distribuée qui combine les décisions fournies par ces deux approches. En effet en pratique, les deux cas sont possibles et le système de fusion distribuée proposé offre les meilleures performances des deux approches.

### 3.3 Critère de fusion centralisée

#### 3.3.1 Définition du critère dans le cas de ruptures non-simultanées

Le test GLR (Generalized Likelihood Ratio) est une maximisation sur  $t_j$ . Sans information *a priori* sur la position des ruptures  $\underline{t}$  des différents signaux,  $r_j$  est estimée sur chacun des signaux pris séparément.  $\theta_1$  est estimé à partir de l'ensemble des signaux. On note :

$$g_j(\theta_1, t_j) = \frac{h_j(\underline{y}_{j,t_j+1:n}; \theta_1)}{h_j(\underline{y}_{j,t_j+1:n}; \theta_0)} \quad (3.7)$$

Les paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_0$  associés respectivement aux hypothèses  $H_1$  et  $H_0$  sont les mêmes pour les différents processus. On a alors :

$$\hat{t}_j = \underbrace{\text{Argmax}}_{t_j} (g_j(\theta_{j,1}, t_j)) \quad (3.8)$$

Le critère de décision est calculé à partir de ces paramètres et des signaux  $y$ , il est donné par l'expression 3.7. Il permet alors de sélectionner l'une des hypothèses  $H_1$  ou  $H_0$ . Son expression est donnée par :

$$\prod_{j=1}^J g_j(\theta_{j,1}, \hat{t}_j) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \prod_{j=1}^J \frac{P(\hat{t}_j/H_0) P(H_0)}{P(\hat{t}_j/H_1) P(H_1)} \quad (3.9)$$

$\hat{t}_j$  est l'estimation de  $t_j$  sur les échantillons du signal  $j$  pris entre  $t_j$  et  $n$ .

Supposons que les paramètres  $\theta_{j,1}$  après la rupture, soient inconnus. Dans ce cas, il est nécessaire de réaliser une double maximisation sur  $\theta_1$  et  $t_j$ . On a alors :

$$\hat{\theta}_{j,1}(t_j) = \underbrace{\text{Argmax}}_{\theta_{j,1}} (g_j(\theta_{j,1}, t_j)) \quad (3.10)$$

$$\hat{t}_j = \underbrace{\text{Argmax}}_{t_j} (g_j(\hat{\theta}_{j,1}(t_j), t_j)) \quad (3.11)$$

Le critère de décision est alors donné par :

$$\prod_{j=1}^J g_j(\hat{\theta}_{j,1}(\hat{t}_j), \hat{t}_j) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \prod_{j=1}^J \frac{P(\hat{t}_j/H_0) P(H_0)}{P(\hat{t}_j/H_1) P(H_1)} = \lambda_2 \quad (3.12)$$

### 3.3.2 Définition du critère dans le cas de ruptures simultanées

Lorsque les ruptures sont simultanées, la position de la rupture est unique et notée  $t$ . Toujours dans le cas où les paramètres après la rupture sont inconnus,  $\theta_1$  et  $t$  sont estimés à partir de l'ensemble des signaux fusionnés. On note :

$$g_j(\theta_1, t) = \frac{h_j(\underline{y}_{j,t+1:n}; \theta_1)}{h_j(\underline{y}_{j,t+1:n}; \theta_0)} \quad (3.13)$$

On a alors :

$$\hat{\theta}_1(t) = \underbrace{\text{Argmax}}_{\theta_1} \left( \prod_{j=1}^J g_j(\theta_1, t) \right) \quad (3.14)$$

$$\hat{t} = \underbrace{\text{Argmax}}_t \left( \prod_{j=1}^J g_j(\hat{\theta}_1(t), t) \right) \quad (3.15)$$

Le critère de décision est calculé à partir de ces paramètres et des signaux  $\underline{y}$ . Il est donné par l'expression 3.7. Soit :

$$\prod_{j=1}^J g_j \left( \hat{\theta}_1(\hat{t}), \hat{t} \right) \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \left( \frac{P(\hat{t}/H_0) P(H_0)}{P(\hat{t}/H_1) P(H_1)} \right)^J = \lambda_1 \quad (3.16)$$

$\hat{\theta}_1(\hat{t})$  et  $\hat{t}$  sont respectivement les estimations de  $\theta_1$  et  $t$  sur les échantillons des  $J$  signaux pris entre  $t$  et  $n$ .

### 3.4 Critère de fusion distribuée hybride

#### 3.4.1 Formulation du critère de fusion distribuée hybride

Nous présentons maintenant un système de détection hybride qui combine les décisions des systèmes de détections de ruptures simultanées et non-simultanées définies au paragraphe précédent. On note  $u_0$ , la décision globale prise par le système.  $u_1$  et  $u_2$  représentent les décisions prises respectivement par les systèmes centralisés synchronisés et désynchronisés. On représente sur la figure 3.2 le schéma bloc d'un tel système. Soit  $t_1 = \hat{t}$ , l'estimation de la position de la rupture dans le cas d'une fusion de détections de ruptures synchronisées, et  $\underline{t}_2 = (\hat{t}_1, \dots, \hat{t}_J)$  le vecteur des positions estimées sur chacun des  $J$  signaux dans le cas désynchronisé. Pour chaque seuil  $\lambda_1$  ou  $\lambda_2$ , les performances en terme

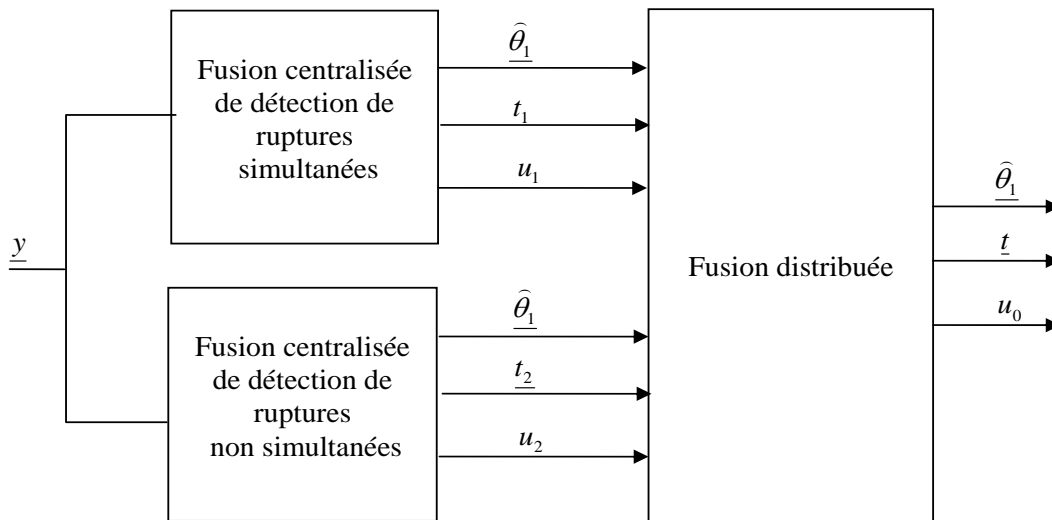


FIG. 3.2 – Système de détection hybride

de détection des différents systèmes changent. On les mesure globalement en considérant la probabilité de détection et de fausse-alarmer pour l'ensemble des positions de ruptures

estimées  $t_1$  et  $t_2$ . On note la probabilité de détection du système  $k$ ,  $P_{D_k} = P(u_k = 1/H_1)$ , avec  $k \in \{1,2\}$  et la probabilité de fausse-alarme  $P_{f_k} = P(u_k = 1/H_0)$ . Pour un seuil  $\lambda_k$  fixé, les expressions des probabilités de détection et de fausse-alarme sont données par :

$$P_{D_k} = \sum_{\underline{t_k}} P(u_k = 1, \underline{t_k}/H_1) = \sum_{\underline{t_k}} P(u_k = 1/H_1, \underline{t_k}) \cdot P(\underline{t_k}/H_1) \quad (3.17)$$

$$P_{f_k} = \sum_{\underline{t_k}} P(u_k = 1, \underline{t_k}/H_0) = \sum_{\underline{t_k}} P(u_k = 1/H_0, \underline{t_k}) \cdot P(\underline{t_k}/H_0) \quad (3.18)$$

Dans ces expressions, par exemple,  $P(u_1 = 1/H_1, t_1)$  est la probabilité pour que le système de détection centralisé synchronisé, détecte une rupture à la position  $t_1$  fixée quand l'hypothèse  $H_1$  est vérifiée.

Le but du travail est de combiner les décisions prises sur chacun des deux systèmes. Il faut alors déterminer les seuils offrant les meilleures performances possibles. Pour cela, on recherche les seuils qui permettent de maximiser la probabilité de détection du système hybride sous la contrainte de la probabilité de fausse-alarme fixée. Soit  $u_0$  la décision prise par le système hybride. On a alors  $P_D = P(u_0 = 1/H_1)$  et  $P_f = P(u_0 = 1/H_0)$ , les probabilités de détection et de fausse-alarme du système. Soit  $u$  un vecteur qui représente toutes les combinaisons possibles des sorties binaires  $u_1$  et  $u_2$ . On a alors :

$$P_D = P(u_0 = 1/H_1) = \sum_u P(u_0 = 1/u, H_1) P(u/H_1) = \sum_u P(u_0 = 1/u) P(u/H_1)$$

et :

$$P_f = P(u_0 = 1/H_0) = \sum_u P(u_0 = 1/u, H_0) P(u/H_0) = \sum_u P(u_0 = 1/u) P(u/H_0)$$

car  $u_0$  est uniquement fonction des décisions  $u$  et de la règle de fusion utilisée. Pour déterminer les seuils permettant d'obtenir la probabilité de détection la plus grande pour une probabilité de fausse-alarme fixée ( $P_f = \alpha$ ), nous recherchons la règle de décision qui maximise le Lagrangien  $L$  au sens du critère de Neyman-Pearson, défini par :

$$L = P_D - \lambda(P_f - \alpha)$$

Avec  $\lambda$  l'opérateur de Lagrange. Nous avons alors :

$$L = \sum_u P(u_0 = 1/u) P(u/H_1) - \lambda \left( \sum_u P(u_0 = 1/u) P(u/H_0) \right) - \alpha$$

et donc :

$$L = \lambda \alpha + \sum_u P(u_0 = 1/u) [P(u/H_1) - \lambda P(u/H_0)] \quad (3.19)$$

On recherche les critères de décision des différents systèmes qui maximisent  $L$ . Ces critères dépendront de la règle de fusion. Pour maximiser  $L$  on utilise la technique d'optimisation élément par élément. Dans cette approche, on optimise le détecteur (ou système)  $k$  associé

à la décision  $u_k$  lorsque la détection  $u^k = u_{j,j \neq k}$  avec  $j, k \in \{1, 2\}$ , sachant que la décision de l'autre système est supposée fixée. On développe l'expression de  $L$  suivant  $u_k$  pour trouver le critère de détection du système  $k$ . On a alors :

$$L = \lambda\alpha + \sum_{u^k} P(u_0 = 1/u_k = 0, u^k) \cdot [P(u_k = 0, u^k/H_1) - \lambda P(u_k = 0, u^k/H_0)] \quad (3.20)$$

$$+ \sum_{u^k} P(u_0 = 1/u_k = 1, u^k) \cdot [P(u_k = 1, u^k/H_1) - \lambda P(u_k = 1, u^k/H_0)]$$

Dans notre cas où les mesures sont corrélées, nous avons :

$$P(\{u_1, u_2\}/H_1) = P(u_1/H_1)P(u_2/u_1, H_1)$$

La corrélation entre les décisions traduit le fait que l'on utilise deux systèmes de fusion utilisant les mêmes signaux. Il s'agit en effet de systèmes de décisions qui estiment les paramètres statistiques et la position des ruptures des signaux, dans un cas conjointement et indépendamment dans l'autre. On définit alors les probabilités suivantes pour exprimer la dépendance entre les décisions :

$$P(\{u_1 = 1, u_2\}/H_1) = P(u_1 = 1/H_1) \cdot P(u_2/H_1, u_1 = 1) \quad (3.21)$$

$$P(\{u_2 = 1, u_1\}/H_1) = P(u_2 = 1/H_1, u_1) \cdot P(u_1/H_1) \quad (3.22)$$

Ces deux probabilités sont définies pour  $i = 1, j = 1$ , on a alors l'expression générale suivante :

$$P(\{u_k = j, u^k\}/H_i) = P(u_k = j/H_i, (u^k)_{k \neq 1}) \cdot P(u^k/H_i, (u_k = j)_{k \neq 2}) \quad (3.23)$$

avec  $i, j \in \{0, 1\}$ . La normalisation des probabilités nous donne la relation suivante :

$$P(u_k = 0/H_i, (u^k)_{k \neq 1}) = 1 - P(u_k = 1/H_i, (u^k)_{k \neq 1}) \quad (3.24)$$

En remplaçant les équations 3.23 puis 3.24 dans l'équation 3.20, on obtient l'expression suivante :

$$L = \lambda\alpha + C^k + \sum_{u^k} P(u_k = 1/H_1, (u^k)_{k \neq 1}) \cdot A_1^k - \lambda \sum_{u^k} P(u_k = 1/H_0, (u^k)_{k \neq 1}) \cdot A_0^k \quad (3.25)$$

avec :

$$C^k = \lambda\alpha + \sum_{u^k} P(u_0 = 1/u_k = 0, u^k) [P(u^k/H_1, (u_k = 0)_{k \neq 2}) - \lambda P(u^k/H_0, (u_k = 0)_{k \neq 2})] \quad (3.26)$$

et

$$A_i^k = P(u_0 = 1/u_k = 1, u^k) \cdot P(u^k/H_i, (u_k = 1)_{k \neq 2}) - P(u_0 = 1/u_k = 0, u^k) \cdot P(u^k/H_i, (u_k = 0)_{k \neq 2}) \quad (3.27)$$

On pose les ensembles  $Y_1 = \{\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_J, \underline{t}_2\}$  et  $Y_2 = \{\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_J, \underline{t}_1\}$ . On peut alors écrire :

$$P(u_k = 1/H_i, (u^k)_{k \neq 1}) = \int_{Y_k} P(u_k = 1/Y_k) \cdot P(Y_k/H_i, (u^k)_{k \neq 1}) dY_k \quad (3.28)$$

donc :

$$P(u_k = 1/H_i, (u^k)_{k \neq 1}) = \int_{Y_k} P(u_k = 1/Y_k) \cdot P(Y_k/H_i) dY_k \quad (3.29)$$

car  $Y_k$  ne dépend pas de  $(u^k)_{k \neq 1}$ .

On peut alors écrire :

$$L = C^k + \int_{Y_k} P(u_k = 1/Y_k) [C_1^k P(Y_k/H_1) - \lambda C_0^k P(Y_k/H_0)] dY_k \quad (3.30)$$

Avec :

$$C_i^k = \sum_{u^k} [P(u_0 = 1/u_k = 1, u^k) \cdot P(u^k/H_i, (u_k = 1)_{k \neq 2}) - P(u_0 = 1/u_k = 0, u^k) \cdot P(u^k/H_i, (u_k = 0)_{k \neq 2})] \quad (3.31)$$

Lorsque  $C^k$  est indépendant de la règle de décision associée au détecteur  $k$ , alors  $L$  est maximum quand l'intégrale est maximale. Nous avons :

$$P(u_k = 1/Y_k, (u^k)_{k \neq 1}) = 0 \quad , \quad \text{si} \quad C_1^k P(Y_k/H_1) - \lambda C_0^k P(Y_k/H_0) < 0 \quad (3.32)$$

Et donc :

$$P(u_k = 1/Y_k, (u^k)_{k \neq 1}) = 1 \quad , \quad \text{si} \quad C_1^k P(Y_k/H_1) - \lambda C_0^k P(Y_k/H_0) > 0 \quad (3.33)$$

La règle de décision pour le système  $k$  est donnée par :

$$\frac{H_1}{P(Y_k/H_0)} > \lambda \frac{C_0^k}{C_1^k} \quad (3.34)$$

Ou encore :

$$\frac{H_1}{P(\{\underline{y}_1, \underline{y}_2, \dots, \underline{y}_J\}/H_1, \underline{t}_k)} > \lambda \frac{C_0^k}{C_1^k} \cdot \frac{P(\underline{t}_k/H_0)}{P(\underline{t}_k/H_1)} \quad , \quad k \in \{1, 2\} \quad (3.35)$$

On peut à partir de cette expression définir les seuils de chaque système  $k$ . Cependant comme nous allons le montrer dans le paragraphe suivant, la définition de  $C_1^k$  et  $C_0^k$  dépendra de la règle de fusion utilisée. De plus, on peut apporter de l'information *a priori* sur la position éventuelle d'une rupture avec les distributions  $P(\underline{t}_k/H_1)$  et  $P(\underline{t}_k/H_0)$ . En effet dans le cas de l'hypothèse  $H_0$ , la rupture peut être localisée à toutes les positions de la fenêtre de traitement considérée, dans ce cas la distribution est uniforme et toutes les positions sont équiprobables. On supposera par la suite qu'il en est de même pour l'hypothèse  $H_1$  et on a  $P(\underline{t}_k/H_1) = P(\underline{t}_k/H_0)$ .



### 3.4.2 Définition du critère dans le cas des règles ET et OU de fusion

Considérons le critère de détection pour le système  $k$ . On note  $P_{abc} = P(u_0 = a/u_k = b, u^k = c)$  avec  $a, b, c \in \{0, 1\}$  et  $P_{ab} = P(u_0 = a/u_k = b, u^k)$ . L'expression du seuil de détection est alors donnée par :

$$\lambda \frac{C_0^k}{C_1^k} = \lambda \frac{\sum_{u^k} [P_{11} \cdot P(u^k/H_0, (u_k = 1)_{k \neq 2}) - P_{10} \cdot P(u^k/H_0, (u_k = 0)_{k \neq 2})]}{\sum_{u^k} [P_{11} \cdot P(u^k/H_1, (u_k = 1)_{k \neq 2}) - P_{10} \cdot P(u^k/H_1, (u_k = 0)_{k \neq 2})]} \quad (3.36)$$

Pour  $k = 1$  on a :

$$\lambda \frac{C_0^1}{C_1^1} = \lambda \frac{\sum_{u_2} [P_{11} \cdot P(u_2/H_0, u_1 = 1) - P_{10} \cdot P(u_2/H_0, u_1 = 0)]}{\sum_{u_2} [P_{11} \cdot P(u_2/H_1, u_1 = 1) - P_{10} \cdot P(u_2/H_1, u_1 = 0)]} \quad (3.37)$$

Pour  $k = 2$  on a :

$$\lambda \frac{C_0^2}{C_1^2} = \lambda \frac{\sum_{u_1} [P_{11} \cdot P(u_1/H_0) - P_{10} \cdot P(u_1/H_0)]}{\sum_{u_1} [P_{11} \cdot P(u_1/H_1) - P_{10} \cdot P(u_1/H_1)]} \quad (3.38)$$

Dans ces expressions,  $P_{ab}$  est définie à partir de la règle de fusion décrite ci-après.

#### 3.4.2.1 Règle de fusion hybride ET

Considérons une combinaison ET entre les décisions des deux systèmes. On a alors :

$$P_{111} = P(u_0 = 1/u_1 = 1, u_2 = 1) = P(u_0 = 1/u_2 = 1, u_1 = 1) = 1$$

et

$$P_{110} = P_{101} = P_{100} = 0$$

Nous obtenons alors, pour  $k = 1$ , le seuil du système de détection de ruptures synchronisées :

$$\lambda_1 = \lambda \frac{C_0^1}{C_1^1} = \lambda \frac{P(u_2 = 1/H_0, u_1 = 1)}{P(u_2 = 1/H_1, u_1 = 1)} = \lambda \frac{P_{f_{ns}}^s}{P_{D_{ns}}^s} \quad (3.39)$$

Et pour  $k = 2$ , on a le seuil du système non synchronisé :

$$\lambda_2 = \lambda \frac{C_0^2}{C_1^2} = \lambda \frac{P(u_1 = 1/H_0)}{P(u_1 = 1/H_1)} = \lambda \frac{P_{f_s}}{P_{D_s}} \quad (3.40)$$

soit :

$$\lambda_1 \cdot \frac{P_{f_s}}{P_{D_s}} = \lambda_2 \cdot \frac{P_{f_{ns}}^s}{P_{D_{ns}}^s} \quad (3.41)$$

Avec  $P_{D_s}$  et  $P_{f_s}$  la probabilité de détection et de fausse-alarme du système synchronisé.  $P_{D_{ns}}^s$  et  $P_{f_{ns}}^s$  sont respectivement les probabilités de détection et de fausse-alarme du système désynchronisé quand le système synchronisé a détecté l'hypothèse  $H_1$ .

### 3.4.2.2 Règle de fusion hybride OU

Considérons une combinaison OU entre les décisions des deux systèmes. On a alors :

$$P_{111} = P(u_0 = 1/\{u_1 = 1, u_2 = 1\}) = P(u_0 = 1/\{u_2 = 1, u_1 = 1\}) = 1$$

et

$$P_{110} = P_{101} = 1$$

$$P_{100} = 0$$

Nous obtenons alors pour  $k = 1$  :

$$\lambda_1 = \lambda \frac{C_0^1}{C_1^1} = \lambda \frac{P(u_2 = 0/H_0, u_1 = 1)}{P(u_2 = 0/H_1, u_1 = 1)} = \lambda \frac{1 - P_{f_{ns}}^s}{1 - P_{D_{ns}}^s} \quad (3.42)$$

et pour  $k = 2$  on a :

$$\lambda_2 = \lambda \frac{C_0^2}{C_1^2} = \lambda \frac{P(u_1 = 0/H_0)}{P(u_1 = 0/H_1)} = \lambda \frac{1 - P_{f_s}}{1 - P_{D_s}} \quad (3.43)$$

soit :

$$\lambda_1 \cdot \frac{1 - P_{f_s}}{1 - P_{D_s}} = \lambda_2 \cdot \frac{1 - P_{f_{ns}}^s}{1 - P_{D_{ns}}^s} \quad (3.44)$$

Cette relation montre la dépendance existant entre les seuils  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  qui sont définis par l'utilisateur sous la contrainte de fausse-alarme fixée pour le système global.

### 3.4.2.3 Définition des seuils de détection

La définition des seuils  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  doit permettre d'obtenir pour le système global une probabilité de fausse-alarme  $P_f$  sous la contrainte du respect de l'équation 3.41 pour la règle ET, et de l'équation 3.44 pour la règle OU. Dans le cas de la règle de fusion ET, les probabilités de fausse-alarme et de détection du système global sont définies par les relations suivantes :

$$P_f = P(\{u_1 = 1, u_2 = 1\}/H_0) = P(u_2 = 1/H_0, u_1 = 1) \cdot P(u_1 = 1/H_0)$$

$$P_f = P_{f_{ns}}^s \cdot P_{f_s} \quad (3.45)$$

$$P_D = P(\{u_1 = 1, u_2 = 1\}/H_1) = P(u_2 = 1/H_1, u_1 = 1) \cdot P(u_1 = 1/H_1)$$

$$P_D = P_{D_{ns}}^s \cdot P_{D_s} \quad (3.46)$$

Dans le cas de la règle de fusion OU, les probabilités de fausse-alarme et de détection du système global sont définies par les relations suivantes :

$$P_f = 1 - P(u_1 = 0, u_2 = 0/H_0) = P_{f_{ns}}^s + P_{f_s} - P_{f_{ns}}^s \cdot P_{f_s} \quad (3.47)$$

$$P_D = 1 - P(u_1 = 0, u_2 = 0/H_1) = P_{D_{ns}}^s + P_{D_s} - P_{D_{ns}}^s \cdot P_{D_s} \quad (3.48)$$

Pour déterminer les seuils sur les différents capteurs, on fixe la valeur de  $\lambda_1$  (soit  $P_{f_s}$  et  $P_{D_s}$ ) puis on recherche la valeur de  $\lambda_2$  (soit  $P_{f_{ns}}^s$  et  $P_{D_{ns}}^s$ ) qui vérifie l'équation 3.41 ou 3.44 suivant la règle de fusion étudiée. A ces deux valeurs  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont associées des probabilités de fausse-alarme  $P_{f_{ns}}^s$  et  $P_{f_s}$  qui nous permettent de calculer  $P_f$ . Les seuils  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  sont définis pour une probabilité  $P_f$  égale à la probabilité de fausse-alarme que l'on s'est fixé pour le système global.

## 3.5 Segmentation du signal GPS

### 3.5.1 Application au signal GPS

A la réception, le signal est démodulé et corrélé avec la porteuse et le code généré par le récepteur. Soient les expressions des composantes en phase et en quadrature après corrélation et démodulation par rapport au temps  $t = i\Delta t$  (ou  $\Delta t$  est la période d'échantillonnage) :

$$I_i = \sqrt{2C/N_0T} \cdot R_f(\tau_i) \cos(\phi_i) + n_{Ii} \quad (3.49)$$

$$Q_i = \sqrt{2C/N_0T} \cdot R_f(\tau_i) \sin(\phi_i) + n_{Qi} \quad (3.50)$$

avec :

$T$  est l'intervalle de temps sur lequel est faite la corrélation,

$\phi_i$  est l'erreur résiduelle de phase,

$\tau_i$  est le décalage entre le code local et le code CDMA reçu,

$n_{Ii}, n_{Qi}$  sont des bruits Gaussiens sur les composantes en phase et en quadrature,

$R_f$  est la corrélation entre le signal reçu et le signal local,

$C/N_0$  est le rapport signal à bruit pour une bande passante de 1 Hz.

Dans le cas non-cohérent, la valeur moyenne du discriminant "early-minus-late" est donnée par :

$$E[D_{\tau_i}] = \bar{I}_E^2 + \bar{Q}_E^2 - \bar{I}_L^2 - \bar{Q}_L^2 \quad (3.51)$$

Dans cette expression  $I_E$  et  $Q_E$  sont respectivement les valeurs des composantes en phase et en quadrature obtenues pour un code CDMA local en avance de  $\tau_i - \frac{T_c}{2}$ , sur le code CDMA locale synchrone, à l'instant  $\tau_i$ .  $I_L$  et  $Q_L$  sont les mêmes composantes retardées de  $\tau_i + \frac{T_c}{2}$ . On peut alors calculer les paramètres statistiques de la distribution du bruit sur le discriminant :

$$E[D_{\tau_i}] = 2C/N_0T \left[ R_f^2\left(\tau_i - \frac{T_c}{2}\right) - R_f^2\left(\tau_i + \frac{T_c}{2}\right) \right] \quad (3.52)$$

et la variance :

$$\sigma_{D_{\tau_i}}^2 = 8 + 8 C/N_0T \left[ R_f^2\left(\tau_i - \frac{T_c}{2}\right) + R_f^2\left(\tau_i + \frac{T_c}{2}\right) \right] \quad (3.53)$$

Dans cette expression,  $T_c$  est la période d'un échantillon du code (soit  $\approx 1\mu s$ ).

En général après l'étape d'acquisition, le code local est synchronisé sur le code reçu et on a  $\tau_i = 0$ . Le discriminant évolue alors linéairement avec la valeur du décalage  $\tau_i$  autour de ce point de fonctionnement (c.f. Chapitre 1 paragraphe 1.6.2). On suppose alors que la distribution du bruit sur le discriminant est gaussienne et centrée sur sa valeur moyenne. Dans une boucle de poursuite classique,  $R_f^2(-\frac{T_c}{2})$  et  $R_f^2(\frac{T_c}{2})$  est calculé chaque milliseconde. Le code local est alors décalé de  $-\Delta t, 0$  ou  $\Delta t$  (dans notre cas  $\Delta t \approx 0.05\mu s$ ) suivant le décalage du code reçu.

Dans notre approche, la détection du décalage des codes est réalisée dans une fenêtre de travail en supposant le discriminant stationnaire par morceaux. Malgré l'évolution linéaire

du discriminant, on peut supposer dans le cas d'un signal échantillonné une évolution par paliers stationnaires. En effet, soit  $f_e$  la fréquence d'échantillonnage et  $T_e = 1/f_e$  le plus petit décalage temporel détectable. La plus petite variation de distance satellite récepteur détectable est alors de  $c * T_e$ . Cette distance relative est en générale atteinte par un récepteur en mouvement au bout de plusieurs millisecondes. La valeur du discriminant sera alors stationnaire pendant cette durée.

Pour un récepteur statique ayant une fréquence d'échantillonnage de 20 Mhz, par exemple, la plus petite variation de distance détectable est de 15 m. Dans ce cas la vitesse relative satellite-récepteur est en général d'environ 1000 m/s. Il faut donc 15 ms pour observer un décalage du code local. Pendant cette durée le discriminant est stationnaire, on peut alors utiliser une fenêtre de travail de 20 ms soit de 20 échantillons pour détecter une rupture dans le discriminant. La vitesse relative satellite-récepteur est différente suivant l'élévation du satellite par rapport au récepteur et on montre, au chapitre 5, que la taille de la fenêtre de travail peut être modifiée en fonction de la position du satellite.

### 3.5.2 Le décalage dû à la traversée ionosphérique

La vitesse de groupe d'une onde varie selon sa fréquence, mais également selon l'épaisseur et le taux d'électrons libres présents dans cette couche de l'atmosphère. On synchronise les deux signaux  $L_1$  et  $L_2$  avec deux codes locaux différents. Dans ce cas, après synchronisation, les deux discriminants (pour  $L_1$  et  $L_2$ ) sont nuls et l'évolution du retard est uniquement due aux mouvements relatifs satellite-récepteur. Cependant, le taux d'électrons libres dépendant de l'ionisation de l'atmosphère par les rayons du soleil, varie au cours de la journée. De même, la taille de la couche à traverser sera plus ou moins importante suivant la position du satellite. Cela implique alors une évolution différente du retard ou décalage entre les codes locaux associés aux fréquences porteuses  $L_1$  et  $L_2$ . Ce décalage va évoluer dans le temps comme on le montre sur les figures 3.3 et 3.4.

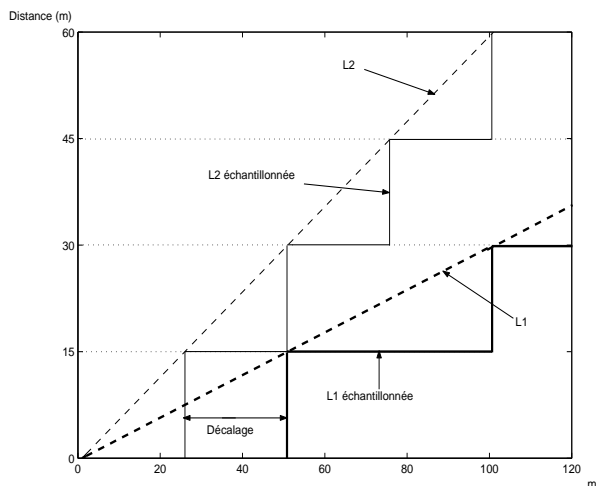


FIG. 3.3 – Exemple de décalage dû à la traversée ionosphérique

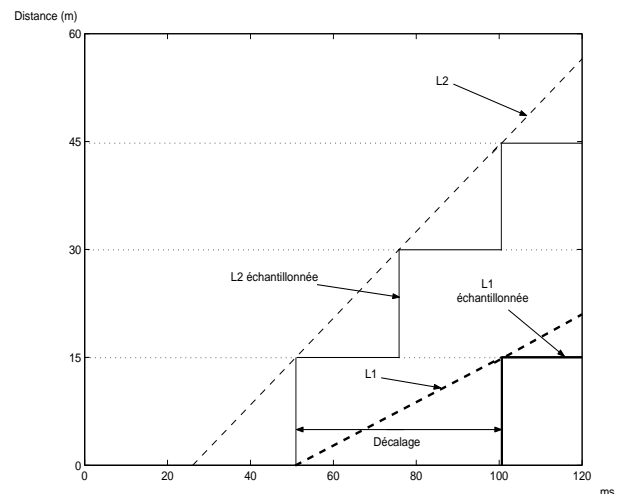


FIG. 3.4 – Exemple d'évolution du décalage après recalage des codes

On représente sur les figures 3.3 et 3.4 les variations de la distance satellite-récepteur en fonction du temps, après l'accrochage. Les distances dans ce cas représentent, à un facteur près, les valeurs de discriminants sur  $L_1$  et  $L_2$ . Pour cet exemple, on suppose que l'écart entre les offsets ionosphériques sur  $L_1$  et  $L_2$  croissent linéairement avec le temps. On représente sur cette figure, l'évolution continue de cette distance en traits pointillés et l'évolution observée après échantillonnage du signal à 20 MHz en traits pleins. Les courbes en traits gras sont associées à la fréquence  $L_2$  et en traits fins, à la fréquence  $L_1$ . Après l'accrochage, la distance mesurée par le récepteur GPS évolue en "marches d'escaliers" avec une hauteur de "marche" de 15 m (15 m est la plus faible variation de pseudo-distance détectable à la fréquence de 20 MHz). L'écart d'offset ionosphérique entre les porteuses provoque un décalage entre les ruptures détectées (front des "marches") sur  $L_1$  et  $L_2$ . Lorsque les premières ruptures sont détectées, figure 3.4, les codes locaux associés à  $L_1$  et  $L_2$  sont recalés et de nouvelles ruptures sont recherchées. Dans ce cas le décalage entre les nouvelles ruptures détectées croît lorsque l'écart entre les offsets ionosphériques augmente.

### 3.5.3 Mise en oeuvre du détecteur

On note  $y_j$  les  $N$  valeurs du discriminant, sur la fenêtre de travail, associées à la porteuse  $j$ . Soit  $\underline{\theta}_j$  les paramètres statistiques du discriminant avant et après l'instant de décalage. On a alors  $\underline{\theta}_j = \{\{0, \sigma_{j,0}\}, \{\mu_1, \sigma_{j,1}\}\}$ , on suppose ici que, avant la rupture, les codes ont été recalés dans l'étape d'acquisition. Soit  $H_0$  et  $H_1$  les hypothèses qui définissent respectivement l'absence et la présence d'une rupture dans la fenêtre de travail. On définit alors les distributions du discriminant pour chaque hypothèse et une rupture à la position  $t_j$  par :

$$h_j(\underline{y}_j/\underline{r}_j, H_1; \underline{\theta}_j) = \prod_{i=1}^{t_j-1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{j,0}} \exp\left(\frac{-(y_{j,i})^2}{2\sigma_{j,0}^2}\right) \cdot \prod_{i=t_j}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{j,1}} \exp\left(\frac{-(y_{j,i} - \mu_{j,1})^2}{2\sigma_{j,1}^2}\right) \quad (3.54)$$

et :

$$h_j(\underline{y}_j/\underline{r}_j, H_0; \underline{\theta}_j) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{j,0}} \exp\left(\frac{-(y_{j,i})^2}{2\sigma_{j,0}^2}\right) \quad (3.55)$$

Le logarithme du rapport de vraisemblance de l'équation 3.7 pour les deux porteuses est alors défini par :

$$\sum_{j=1}^2 \sum_{i=t_j}^N \log\left(\frac{\sigma_{j,0}^2}{\sigma_{j,1}^2}\right) + \frac{(y_{j,i})^2}{2\sigma_{j,0}^2} - \frac{(y_{j,i} - \mu_{j,1})^2}{2\sigma_{j,1}^2} \quad (3.56)$$

Cette expression sera utilisée pour la définition des algorithmes GLR, proposés aux paragraphes 3.3.1 et 3.3.2, qui recherche la présence et la position de ruptures supposées simultanées ou décalées. On trouve dans la littérature plusieurs techniques d'implantation du test de vraisemblance pour la détection de rupture en-ligne [Pag54, Lor71, Mou86, NB95].

Nous proposons ici une méthode de détection de rupture en-ligne basée sur une fenêtre "glissante" de taille fixe. Le principe de l'algorithme décrit sur la figure 3.5 consiste à observer le signal au travers d'un nombre fixé d'échantillons. On considère une fenêtre de

travail de  $N$  échantillons, soit d'une durée fixée (de  $N$  unités de temps  $\Delta t$ ). Cette fenêtre "glissante" parcourt le signal en modifiant à chaque étape la valeur  $t^i$  de sa position initiale. Deux cas sont alors possibles. Soit une rupture est détectée et  $t^i$  est initialisée à la position de la rupture, soit  $t^i$  est incrémentée d'une unité de temps. A chaque étape on réalise le test du rapport de vraisemblance sur la fenêtre d'échantillons considérés.

On note  $g_j(\theta_1, t)$ , défini dans les paragraphes 3.3.1 et 3.3.2, le rapport de vraisemblance calculé sur les échantillons compris entre les instants  $t$  et  $N$ . Dans la mise en oeuvre du GLR par fenêtre glissante, on considérera que le calcul est effectué entre  $t$  et  $t + \Delta t^f$ , où  $\Delta t^f$  est la taille de la fenêtre temporelle de travail.  $\Delta t$  est le pas d'incrémentement temporel (période d'échantillonnage du signal) et  $\hat{\theta}_1(t)$  sera calculé avec son estimateur du maximum de vraisemblance. La figure 3.5 représente l'algorithme de segmentation mis en oeuvre pour  $J$  signaux. Sur cette figure, on note  $g_j^m$  la valeur maximale du LR (Rapport de Vraisemblance) pour le signal  $j$ , à l'instant  $t$ , dans la fenêtre de travail  $\{t^i, \dots, t^i + \Delta t^f\}$ .

Dans cet algorithme, une rupture est détectée si elle est positionnée au centre de la fenêtre. Cette technique permet de fixer la valeur des seuils utilisés dans les tests, qui dépend en pratique de la position de la rupture dans la fenêtre. Cependant on remarquera que l'on a systématiquement un retard à la détection équivalent à la moitié de la durée de la fenêtre. Comme il est précisé au chapitre 1, ce retard, de l'ordre d'une dizaine de millisecondes, ne constitue pas un inconvénient pour le calcul de position à partir des signaux GPS segmentés.

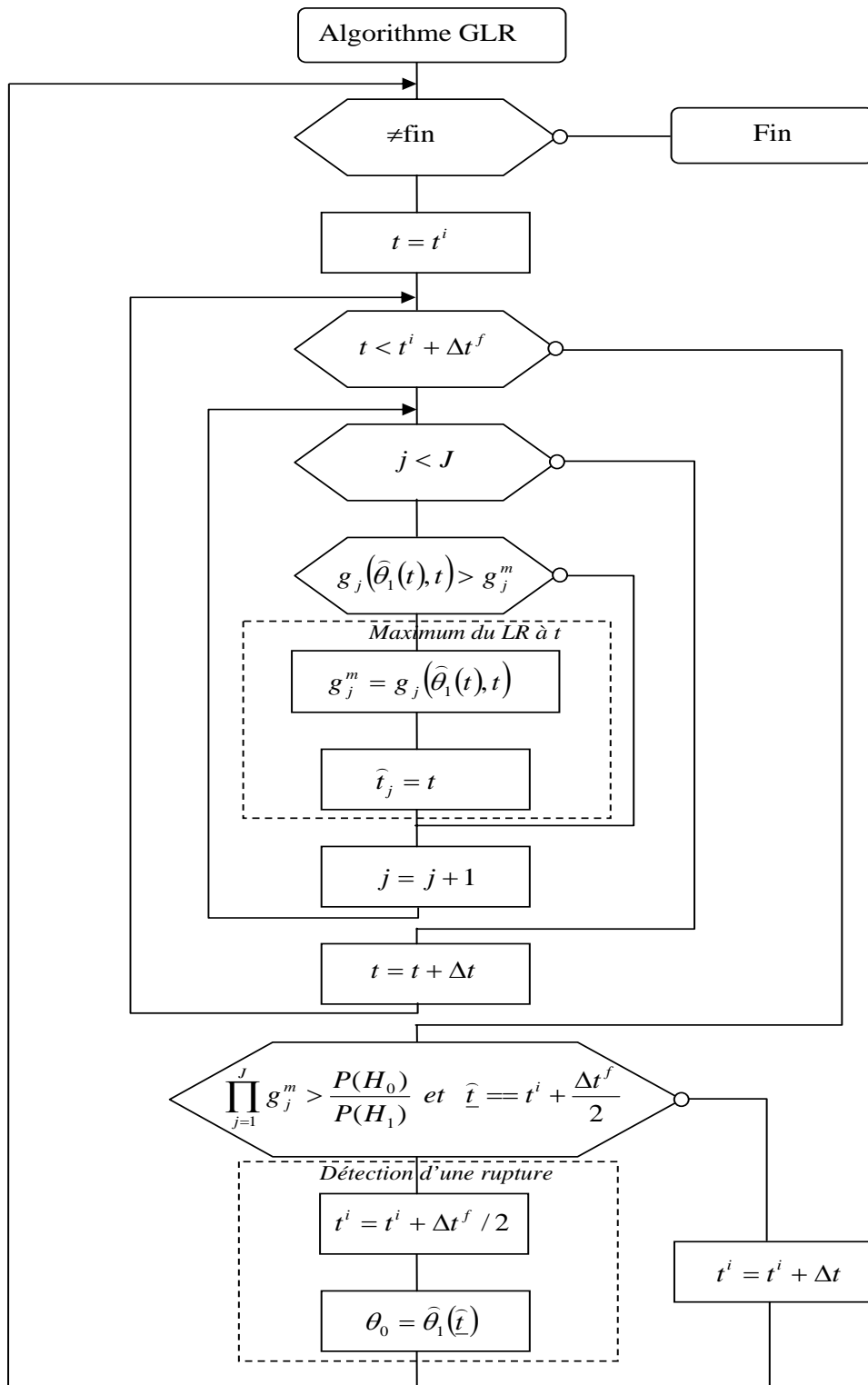


FIG. 3.5 – Fonctionnement du système de détection par fenêtre glissante

## 3.6 Expérimentations

Nous souhaitons, dans ces expérimentations, évaluer les performances de la méthode proposée. On considère des signaux synthétiques et les mesures des performances en terme de localisation et de détection des ruptures. On évaluera dans une première étape les systèmes de fusion centralisée pour la détection de ruptures simultanées et non-simultanées. On montrera dans une deuxième étape l'apport de la fusion hybride pour la détection de ruptures dont la configuration n'est pas connue au préalable. Finalement, on testera dans une troisième et dernière étape le système de fusion proposé sur un signal GPS multi-porteuses synthétique.

### 3.6.1 Evaluation des critères de fusion centralisée

On considère dans cette expérimentation deux signaux composés de 40 échantillons entachés d'un bruit blanc gaussien. La variance du bruit est constante et fixée à 9, tandis que la moyenne avant la rupture est de 0, et de 1 après la rupture. On a dans ce cas un RSB (Rapport Signal sur Bruit) de -9 dB. On représente sur les figures 3.6 et 3.7 la réalisation des signaux pour deux configurations de ruptures différentes. Dans la première configuration (figure de gauche), les signaux sont composés de ruptures simultanées. Ces ruptures sont situées au milieu de la fenêtre, soit à l'échantillon 20. Dans la deuxième configuration (figure de droite), les signaux sont composés de ruptures disjointes. Ces ruptures sont positionnées sur l'échantillon 20 du premier signal, et sur l'échantillon 30 du second signal. On considère pour les différentes évaluations que la variance avant et après la rupture ainsi que la moyenne avant la rupture sont connues. Seules les positions des ruptures et la moyenne après ces ruptures sont inconnues.

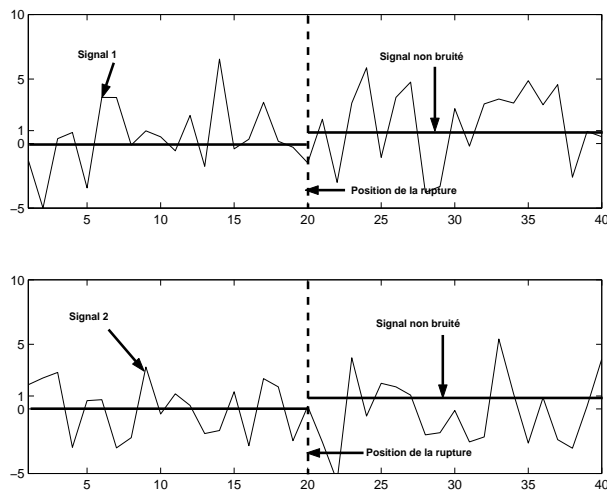


FIG. 3.6 – Signaux dans le cas de ruptures simultanées

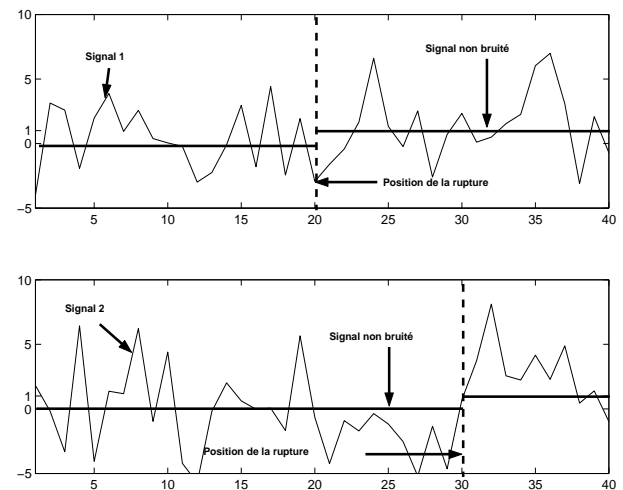


FIG. 3.7 – Signaux dans le cas de ruptures non-simultanées



### 3.6.1.1 Performances en terme de détection

Pour évaluer les performances du système en terme de détection, on calcule les probabilités de détection et fausse-alarme à partir de 10000 réalisations des signaux définis précédemment. On considère alors pour l'hypothèse  $H_1$ , la présence de ruptures simultanées ou non, et l'absence de ruptures pour l'hypothèse  $H_0$ . La probabilité de détection est la probabilité de détecter la présence d'une rupture sur chacun des signaux alors qu'il y a effectivement une rupture présente sur chacun d'eux. La probabilité de fausse-alarme est la probabilité de détecter une rupture alors qu'aucune n'est présente sur aucun des signaux. La segmentation est réalisée avec l'algorithme de recherche de ruptures par fenêtre glissante décrite au paragraphe précédent. Plusieurs valeurs de seuils  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  (c.f. équations 3.16, 3.12) sont testées et on peut alors tracer les courbes COR (Courbes Opérationnelles du Récepteur) associées aux détecteurs.

On reporte, sur les figures 3.8 et 3.9, les courbes COR des détecteurs de fusion centralisée dite synchronisée et non-synchronisée dans le cas de ruptures simultanées et non-simultanées. On reporte aussi sur ces figures la courbe COR de la détection sur le signal seul.

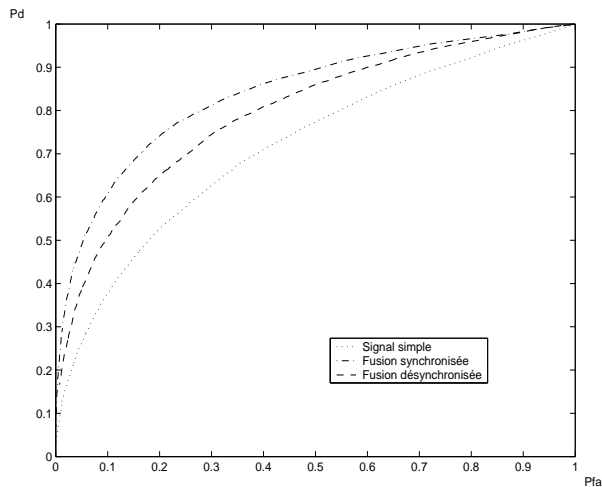


FIG. 3.8 – Courbes COR dans le cas de ruptures simultanées (systèmes centralisés)

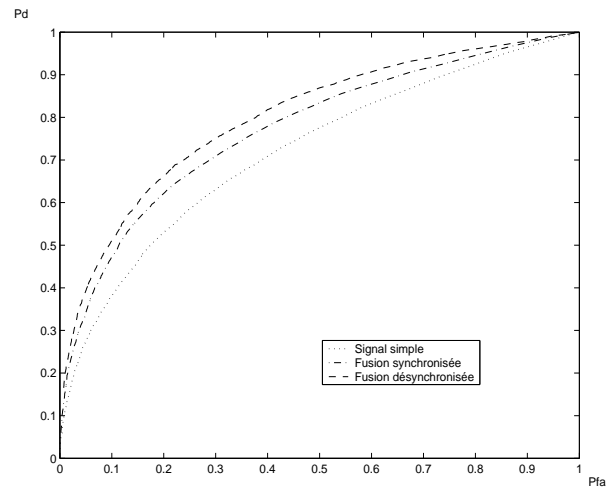


FIG. 3.9 – Courbes COR dans le cas de ruptures non-simultanées (systèmes centralisés)

Les performances de la détection augmentent, pour une probabilité de fausse-alarme ( $P_{fa}$ ) fixée, avec la probabilité de détection ( $P_d$ ). On peut donc conclure :

- Lorsque les ruptures sont simultanées, la fusion dite synchronisée permet toujours d'obtenir les meilleures performances par rapport à la fusion dite désynchronisée. On remarque également que, dans ce cas, la fusion permet toujours d'obtenir de meilleures performances par rapport à une détection simple sur chacun des signaux. Dans ce cas, les paramètres sont estimés à partir de l'ensemble des mesures des deux signaux (cf. équation 3.16). La fusion désynchronisée, quant à elle, estime les paramètres sur chaque signal indépendamment (cf. équation 3.12). Ils sont dans ce

cas obtenus avec une précision plus faible (variance d'estimation plus forte) et la détection est moins bonne.

- Lorsque les ruptures sont non-simultanées, nous remarquons sur la figure 3.9 que c'est maintenant la fusion désynchronisée qui offre les meilleurs résultats par rapport à la fusion synchronisée. En effet, dans le cas synchronisé, les ruptures n'étant pas simultanées, on introduit une erreur sur l'estimation des paramètres.

Les mesures de performances ne sont réalisées ici que pour la détection. Les systèmes de détection étant basés sur l'estimation de la position de la rupture, il est également nécessaire d'évaluer leurs performances en terme de localisation.

### 3.6.1.2 Performances en terme de localisation

Pour évaluer les performances de la segmentation en terme de localisation des ruptures, on calcule plusieurs critères (Probabilité empirique, MTD, PM, c.f. chapitre 2 paragraphe 2.3.5) à partir de la distribution empirique des ruptures détectées. Cette distribution est estimée sur 10000 réalisations des signaux décrits précédemment. Nous fixons ici la probabilité de fausse-alarme à 0.2 pour chaque expérimentation. En reprenant les deux cas synchronisé et désynchronisé, nous mesurons la probabilité de détecter la rupture dans chaque échantillon des signaux.

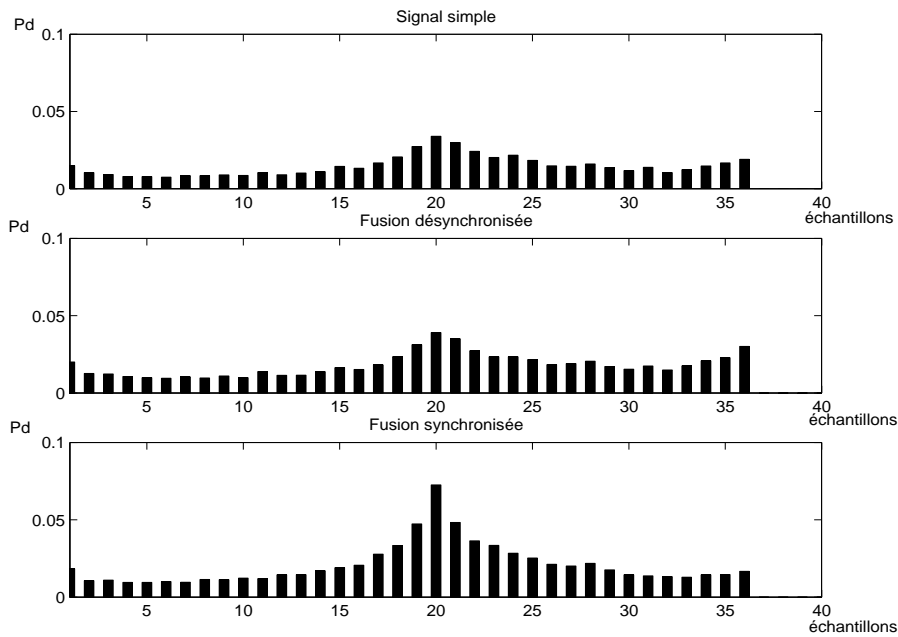
On reporte sur les figures 3.10 et 3.11, les distributions empiriques dans le cas de ruptures simultanées et non-simultanées. On affiche sur ces deux figures, les distributions empiriques des ruptures détectées par les systèmes de fusion centralisée et sur le signal seul. On présente dans le tableau 3.1, différents critères d'évaluation de la segmentation obtenus à partir des distributions empiriques. On reporte les critères de performances en terme de localisation de la rupture, obtenus pour le signal seul et la fusion synchronisée. Dans le cas désynchronisé, ces critères reportés dans le tableau sont les mêmes pour les deux signaux.

<b>Ruptures simultanées sur le signal 1</b>	$P_{20}$	$P_{20\pm 3}$	MTD	PM
Signal seul	0.03	0.17	7.51	0.37
Fusion synchronisée	0.07	0.3	6.5	0.23
Fusion désynchronisée	0.04	0.2	7.92	0.35

TAB. 3.1 – *Evaluation de la segmentation : cas des ruptures simultanées (systèmes centralisés)*

A la lecture du tableau 3.1 et des figures 3.10 et 3.11, on peut conclure :

- La fusion synchronisée (c.f. figure 3.10) permet une meilleure localisation (MTD plus faible) des ruptures simultanées par rapport à la fusion désynchronisée. Ce résultat est obtenu grâce à une estimation plus précise, dans le cas synchronisé, des paramètres statistiques du signal. La fusion désynchronisée, par rapport au signal seul, offre une meilleure probabilité de détection de la position réelle de la rupture, mais avec une erreur de localisation moyenne un peu plus importante. En effet, dans


 FIG. 3.10 – *Distribution empirique : cas des ruptures simultanées (systèmes centralisés)*

<b>Ruptures non-simultanées sur le signal 1</b>	$P_{1,20}$	$P_{1,20\pm 3}$	MTD	PM
Signal seul	0.03	0.17	7.51	0.37
Fusion synchronisée	0.03	0.15	8.3	0.22
Fusion désynchronisée	0.04	0.2	7.92	0.35

 TAB. 3.2 – *Evaluation de la segmentation : cas des ruptures non-simultanées (systèmes centralisés)*

ce cas, le nombre de ruptures détectées est plus grand mais moins bien localisé. De plus, ce plus grand nombre de ruptures permet de mieux décrire le signal et donc la valeur du PM est meilleure.

- Dans le cas de ruptures non-simultanées, représenté sur la figure 3.11, c'est la fusion désynchronisée qui, cette fois, localise mieux que la fusion synchronisée. En effet, la fusion synchronisée ne peut fournir qu'une seule valeur de position globale, ce qui dégrade l'estimation de la position. Les valeurs des critères sont, dans ce cas, moins bonnes que pour les mesures sur le signal simple, excepté pour le critère PM. On peut remarquer que dans le cas de la fusion synchronisée, la rupture détectée est le plus souvent localisée après la position réelle de la rupture. Le paramètre estimé étant celui après la rupture, l'erreur sera plus faible et le PM meilleur.

Finalement, la fusion permet toujours d'obtenir de meilleurs résultats pour la détection et la localisation des ruptures. Cependant, selon la configuration des ruptures, un système est mieux adapté que l'autre. Si les ruptures sont simultanées, la fusion synchronisée offrira

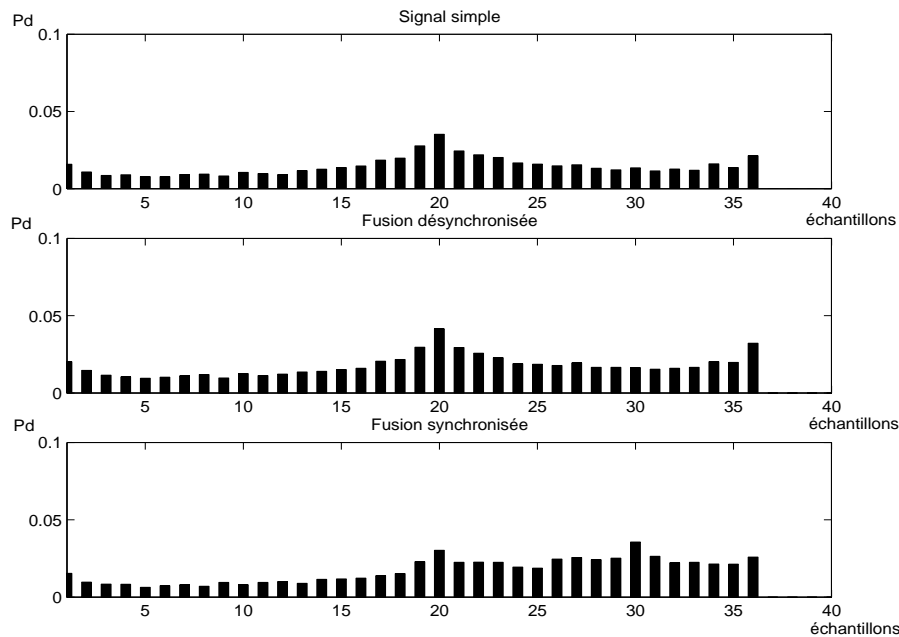


FIG. 3.11 – *Distribution empirique : cas des ruptures non-simultanées (systèmes centralisés)*

alors les meilleures performances. Elle permet en fait de disposer du plus grand nombre d'échantillons pour estimer la position de la rupture et la détection de cette dernière. Si les ruptures sont non-simultanées, les hypothèses de la méthode ne sont plus vérifiées et la détection ainsi que la localisation se dégradent.

La fusion désynchronisée réalise l'estimation au préalable, et effectue la fusion à partir de ces estimations. On dispose alors de deux informations que l'on peut fusionner dans le but d'obtenir de meilleurs performances en terme de détection et localisation. Dans cette méthode, on ne suppose aucune information *a priori* sur la simultanéité des ruptures. Ce qui offre une plus grande souplesse dans le cas désynchronisé pour le cas non-simultané, mais de moins bonnes performances dans le cas simultané.

Les deux systèmes de fusion ont des performances qui dépendront de la configuration des ruptures. Cependant le fait de choisir une méthode plutôt que l'autre ne permet pas de bénéficier constamment des meilleures performances. La fusion hybride développée dans ce travail permet de bénéficier des avantages des deux systèmes quels que soient les cas de figure.

### 3.6.2 Evaluation du critère de fusion distribuée

On considère dans cette expérimentation les signaux décrits précédemment ainsi que les deux systèmes de fusion centralisée testés. On souhaite évaluer ici les performances de la fusion hybride OU et ET en terme de détection et de localisation.

### 3.6.2.1 Performances en terme de détection

Pour évaluer les performances du système, on trace les courbes COR du détecteur. On fixe la probabilité de fausse-alarme de la détection, ce qui nous permet de trouver les seuils  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  des systèmes de fusion centralisée synchronisée et non-synchronisée. On peut alors obtenir les probabilités de détection et de fausse-alarme de ces deux systèmes, et on montre dans la section 3.4 que l'on peut en déduire la probabilité de détection du système global. Ces probabilités seront calculées avec les règles ET et OU du système global de fusion distribuée.

On reporte sur les figures 3.12 et 3.13, les courbes COR des systèmes de fusion centralisée, ainsi que les résultats de la fusion hybride, pour les positions de ruptures simultanées et non-simultanées, définis dans l'expérimentation précédente.

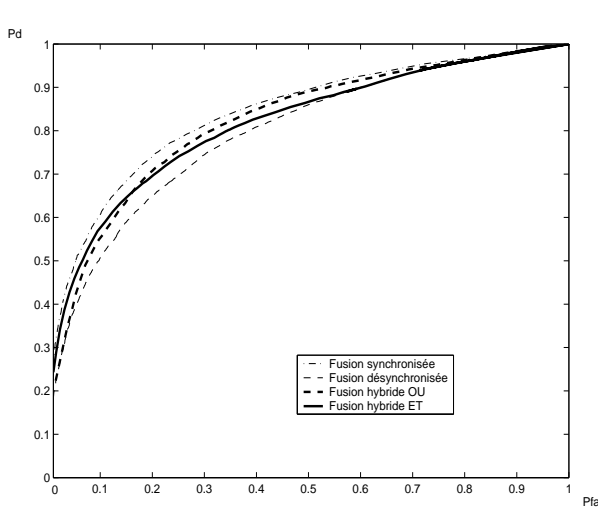


FIG. 3.12 – Courbes COR dans le cas de ruptures simultanées (système hybride)

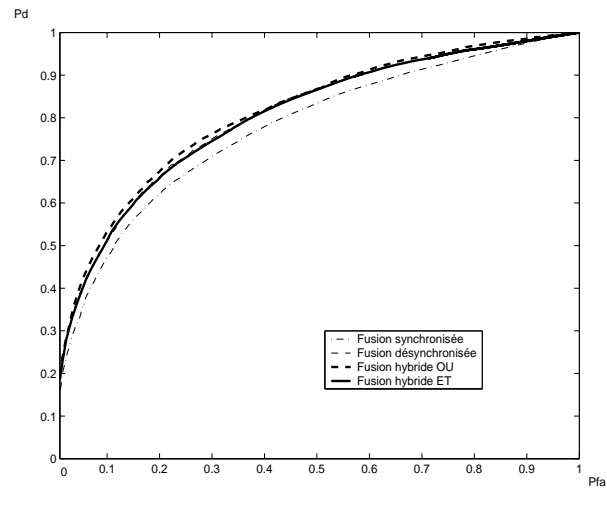


FIG. 3.13 – Courbes COR dans le cas de ruptures non-simultanées (système hybride)

On peut alors conclure à la vue de ces différents résultats :

- Lorsque les ruptures sont simultanées, les fusions hybrides ET et OU offrent de meilleures performances en terme de détection que la fusion désynchronisée. En pratique, la configuration de ruptures (simultanées ou non-simultanées) est *a priori* inconnue. Nous proposons dans ce cas d'utiliser le système de fusion hybride qui offre le meilleur compromis en terme de détection entre la fusion synchronisée et désynchronisée pour des ruptures simultanées et non-simultanées. Comparativement à la fusion synchronisée, les performances de la fusion hybride sont moins bonnes pour une probabilité de fausse-alarme inférieure à 0.5.
- Lorsque les ruptures sont non-simultanées, les performances des fusions hybrides ET et OU sont sensiblement les mêmes et sont au moins aussi bonnes que la fusion désynchronisée.

Au vu de ces remarques, on peut conclure que le choix du système hybride dépend de la probabilité de fausse-alarme que l'on souhaite fixer. Cependant le décalage entre les

ruptures influence la probabilité de détection et de fausse-alarme. Nous représentons sur les figures 3.14 et 3.15, l'évolution de la probabilité de détection pour une probabilité de fausse-alarme fixée en fonction du décalage entre les ruptures. Sur la figure de gauche, la probabilité de fausse-alarme est fixée à 0.1, et sur la figure de droite à 0.3.

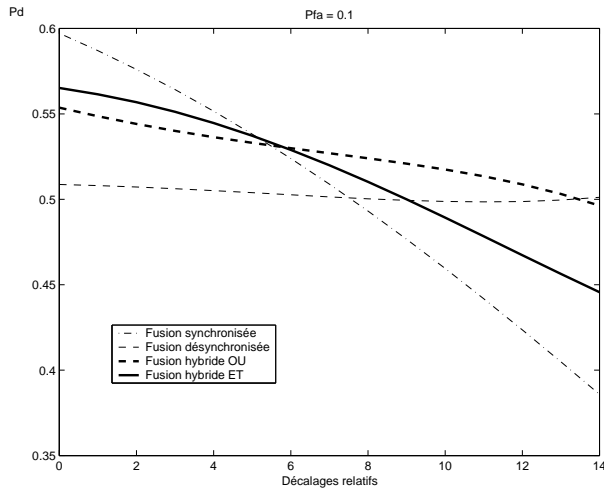


FIG. 3.14 – Evolution de  $P_D$  pour  $P_f = 0.1$  en fonction du décalage entre les ruptures (système hybride)

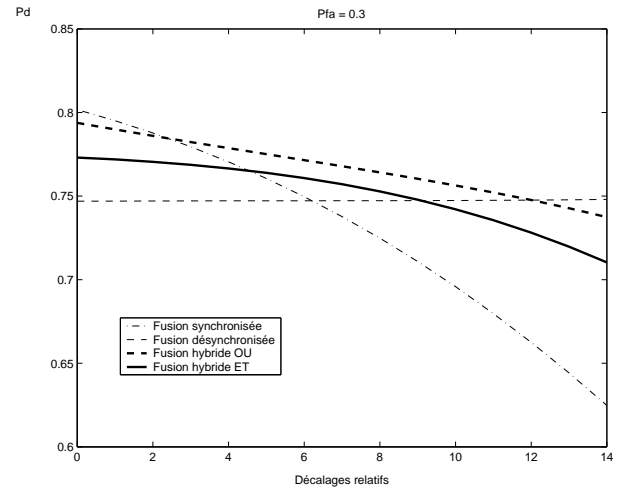


FIG. 3.15 – Evolution de  $P_D$  pour  $P_f = 0.3$  en fonction du décalage entre les ruptures (système hybride)

Lorsque les ruptures sont simultanées, c'est-à-dire pour un décalage nul, on retrouve les résultats décrits sur les courbes COR de la figure 3.12. Pour un décalage de 10, on retrouve les résultats décrits sur les courbes COR de la figure 3.13. Nous pouvons remarquer que la valeur de la probabilité de détection de la fusion désynchronisée est toujours constante. En effet, pour cette méthode de fusion, aucune hypothèse n'est faite sur le décalage entre les ruptures. Nous constatons également que la fusion centralisée est toujours meilleure lorsque les ruptures sont proches. Pour les systèmes hybrides, la fusion OU est toujours supérieure à la fusion ET quand la probabilité de fausse-alarme est de 0.3. En revanche, lorsque la probabilité de fausse-alarme est de 0.1, la fusion hybride ET est supérieure à la fusion hybride OU pour un décalage inférieur à 6 échantillons. La fusion OU est toujours supérieure à la fusion désynchronisée pour un décalage inférieur à 12 échantillons. Finalement, quand les décalages sont importants, c'est la fusion désynchronisée qui offre les meilleures performances.

En conclusion, les techniques de fusion hybride et la fusion désynchronisée ne font pas d'hypothèses sur la position de la rupture. Elles seront donc plus adaptées que la fusion centralisée pour notre application GPS. Nous avons montré que les techniques hybrides sont plus performantes, en terme de détection, que la fusion synchronisée. Cependant, pour choisir le type de fusion hybride, il faudra tenir compte du décalage maximum entre les codes et de la probabilité de fausse-alarme que l'on s'est fixée.

### 3.6.2.2 Performances en terme de localisation

Dans cette expérimentation, nous souhaitons évaluer la fusion hybride en terme de localisation. Dans cette expérimentation on fixe la probabilité de fausse-alarme à 0.2.

Nous représentons sur les figures 3.16 et 3.17, les distributions empiriques des ruptures détectées sur chacun des signaux. On reporte sur ces figures, les distributions obtenues avec les systèmes de détection centralisés et les systèmes de fusion hybride. Les systèmes synchronisés et désynchronisés effectuent une localisation respectivement conjointe et indépendante de la rupture sur chacun des signaux. La fusion hybride étant une combinaison de ces deux systèmes, on calcule la position moyenne de la rupture et des paramètres statistiques des signaux. On reporte également dans les tableaux 3.3 et 3.4, les différents paramètres calculés à partir des distributions empiriques qui permettent d'évaluer quantitativement les performances des méthodes en terme de détection.

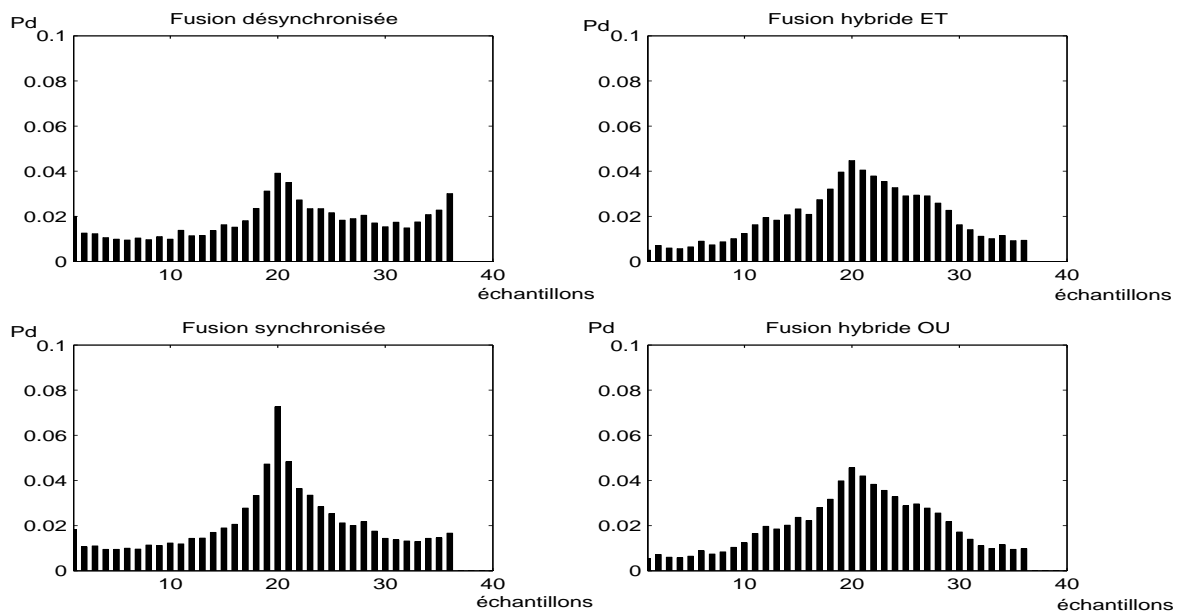
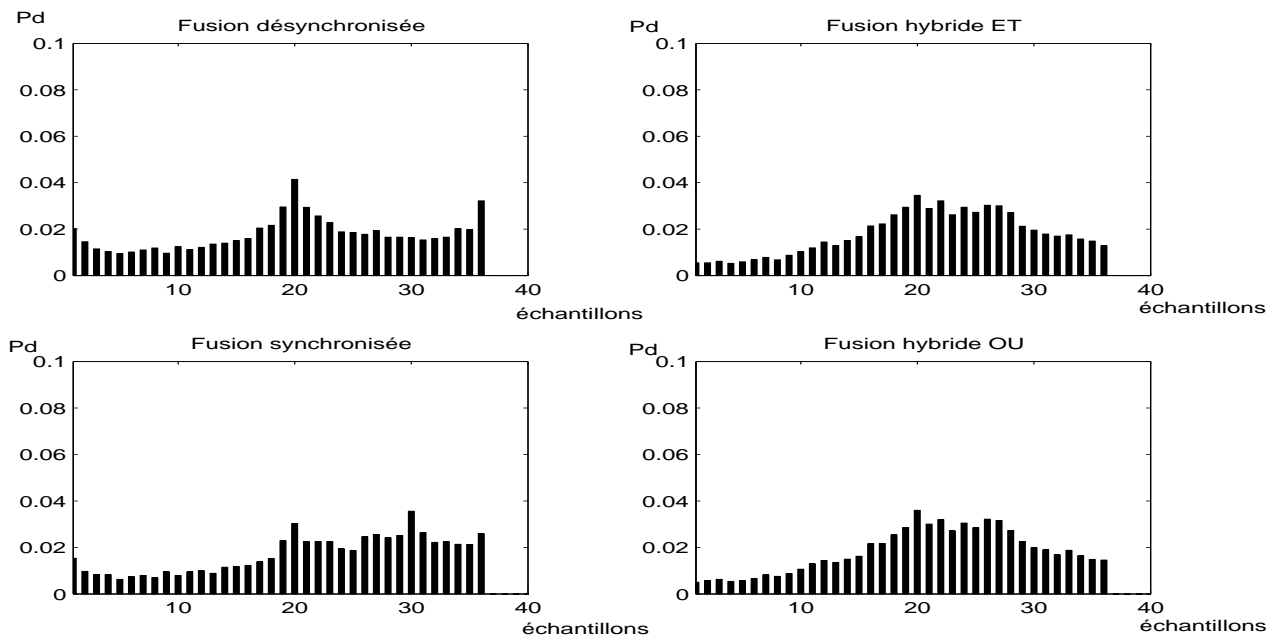


FIG. 3.16 – Distribution empirique : cas des ruptures simultanées (système hybride)

Ruptures simultanées	$P_{20}$	$P_{20\pm 3}$	MTD	PM
Signal seul	0.03	0.17	7.51	0.37
Fusion synchronisée	0.07	0.3	6.5	0.23
Fusion désynchronisée	0.04	0.2	7.92	0.35
Fusion hybride ET	0.05	0.26	6.15	0.22
Fusion hybride OU	0.05	0.26	6.14	0.22

TAB. 3.3 – Evaluation de la segmentation : cas des ruptures simultanées (système hybride)

FIG. 3.17 – *Distribution empirique : cas des ruptures non-simultanées (système hybride)*

Ruptures non-simultanées	$P_{1,20}$	$P_{1,20\pm 3}$	MTD	PM
Signal seul	0.03	0.17	7.51	0.37
Fusion synchronisée	0.03	0.15	8.3	0.22
Fusion désynchronisée	0.04	0.2	7.92	0.35
Fusion hybride ET	0.03	0.2	6.83	0.21
Fusion hybride OU	0.03	0.2	6.87	0.21

TAB. 3.4 – *Evaluation de la segmentation : cas des ruptures non-simultanées (système hybride)*

Les résultats obtenus nous permettent de conclure :

- Dans le cas de ruptures simultanées, les distributions de la fusion hybride, figure 3.16, sont centrées sur la position de la rupture mais sont plus larges que sur les systèmes centralisés. En revanche, les queues de distributions décroissent plus rapidement pour la fusion hybride. Les valeurs des probabilités inscrites dans le tableau 3.3 montrent que les performances de détection autour de la rupture avec les fusions hybrides sont un peu moins bonnes qu’avec la fusion synchronisée, mais meilleure qu’avec la fusion désynchronisée. Pour les critères MTD et PM, nous constatons en revanche que les systèmes de fusion hybride offrent de meilleures performances comparativement aux deux systèmes centralisés.



- Lorsque les ruptures sont non-simultanées, le constat est le même pour les distributions. Les probabilités de détection des fusions hybrides, reportées dans le tableau 3.4, se situent entre la fusion synchronisée et désynchronisée. Cependant on peut noter que pour les autres critères, c’est la fusion hybride qui est la plus performante.

Finalement, les résultats obtenus pour les systèmes hybrides sont les meilleurs lorsque la configuration des ruptures n’est pas connue. Enfin, le fait d’utiliser la localisation moyenne des deux systèmes centralisés pour la fusion hybride, permet d’obtenir les meilleures performances globales en terme de temps moyen de détection et de mesures de distance relative entre les paramètres.

### 3.6.3 Application au signal GPS synthétique

Les systèmes de détection décrits jusqu’ici, se limitaient à une fenêtre de  $N$  échantillons et une rupture. Nous allons, dans cette partie, tester le système de fusion de segmentation proposé sur des signaux stationnaires par morceaux. On souhaite évaluer les performances de la fusion hybride dans le cas d’un signal GPS synthétique. On considère ici l’évolution du signal discriminant obtenu pour les porteuses  $L_1$  et  $L_2$ . Dans notre expérimentation la fréquence d’échantillonnage du signal est de 20 Mhz. On reporte dans le tableau 3.5 les paramètres de simulation du signal GPS définis par les expressions 3.49, 3.50.

	T	$C/N_0$	$\sigma_I$	$\sigma_Q$
Porteuse $L_1$	1 ms	51 dB.Hz	1	1
Porteuse $L_2$	1 ms	51 dB.Hz	1	1

TAB. 3.5 – Paramètres de simulation du signal GPS

Dans cette expérimentation, on considère un récepteur statique et le signal en provenance d’un satellite ayant une élévation de  $17^\circ$ . L’écart entre les discriminants obtenus sur  $L_1$  et  $L_2$  est provoqué par la traversée de l’ionosphère par le signal. Dans cette expérimentation, la valeur du décalage est calculée avec le modèle Kobluchar [Lei95] qui est fonction de l’ionisation de l’ionosphère. Pour les besoins de la simulation, la valeur du TEC (Total Electron Content : Taux d’électrons ionisés dans l’ionosphère) a été fixée de façon à ce que l’évolution du retard entre les deux fréquences permette l’apparition de décalages de ruptures dans la fenêtre d’expérimentation de 200 ms. Dans la réalité, ces valeurs de décalages devraient apparaître bien plus tard sur les signaux.

On présente sur les figures 3.18 - 3.20 les distributions empiriques des ruptures détectées estimées à partir de 1000 réalisations des signaux discriminants pour les différentes méthodes. Les seuils sont fixés pour obtenir une probabilité de fausse-alarme de 0.2. Le système de fusion hybride utilisé est un système hybride ET.

Plusieurs constatations peuvent être faites à partir des figures présentées :

- Sur la figure 3.18, on représente les résultats de la segmentation indépendante des signaux. Nous constatons que les densités sont centrées sur les positions des ruptures.
- Le résultat de la fusion synchronisée, présentés sur la figure 3.19, est une distribution unique pour les signaux  $L_1$  et  $L_2$ . Nous pouvons alors remarquer que, au fur et à

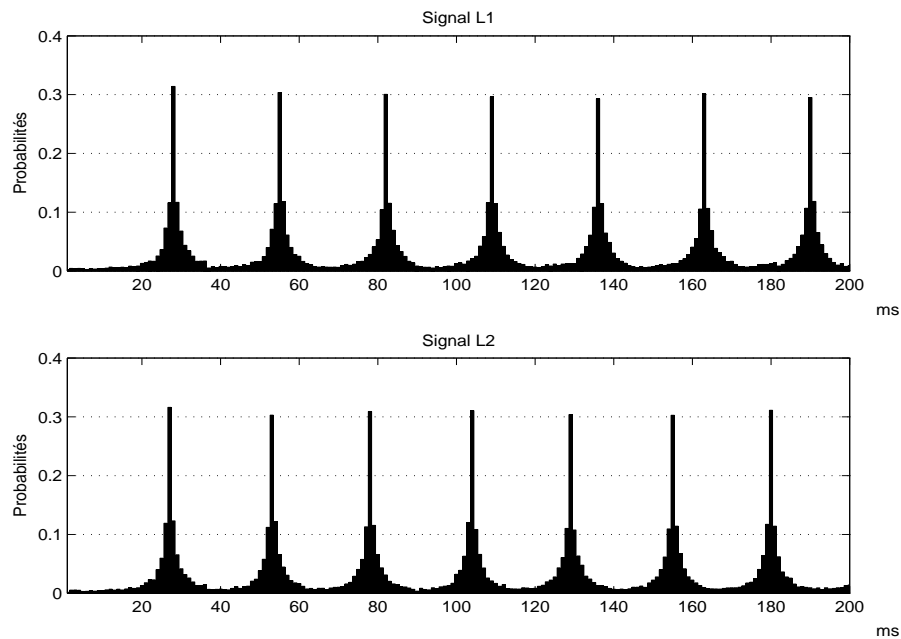


FIG. 3.18 – *Distribution empirique : segmentation indépendante des signaux (appliquée au GPS)*

mesure que les ruptures s'écartent les unes des autres, deux pics apparaissent sur les mêmes distributions. Dans ce cas, la méthode de fusion suppose les ruptures simultanées et la probabilité de détecter la bonne position des ruptures est plus faible.

- Pour les distributions de la fusion hybride représentées sur la figure 3.20, nous constatons que la probabilité de détecter la vraie position des ruptures est plus faible que dans le cas indépendant. Cependant la distribution est plus concentrée autour de cette position.

Dans cette expérimentation la puissance du signal GPS est telle que la probabilité de

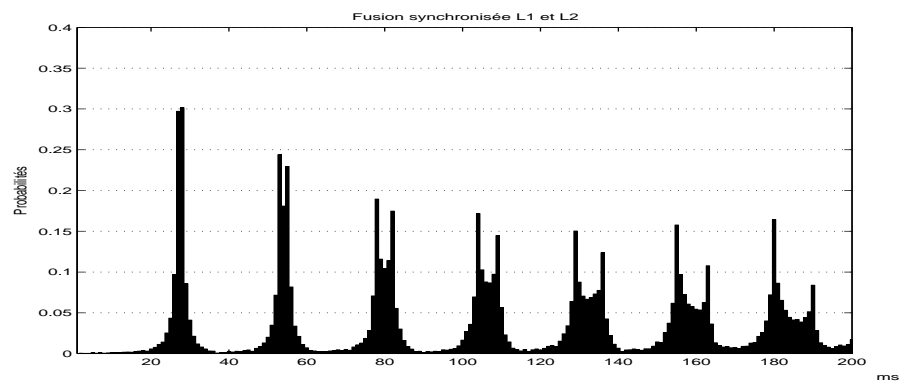
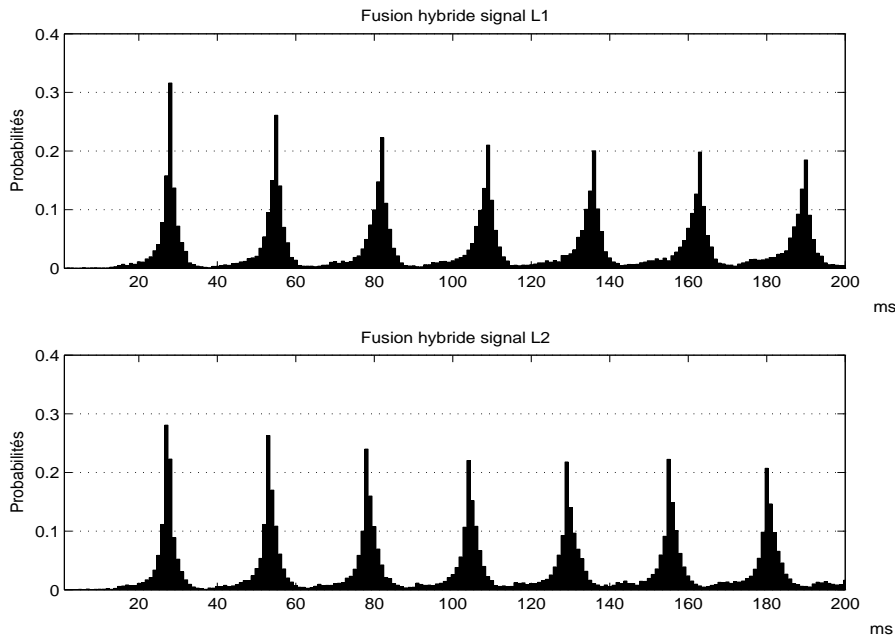


FIG. 3.19 – *Distribution empirique : fusion synchronisée (appliquée au GPS)*


 FIG. 3.20 – *Distribution empirique : fusion hybride ET (appliquée au GPS)*

détection est proche de 1 pour la segmentation indépendante et les systèmes de fusion. Dans ce cas, seules les performances en terme de localisation permettront de différencier les méthodes. On reporte dans le tableau 3.6 les paramètres calculés pour ces distributions qui fournissent une évaluation quantitative de la segmentation. Nous retrouvons les paramètres utilisés jusqu'ici, qui sont les MTD, MDL, PM. Nous y avons ajouté la mesure de l'erreur quadratique moyenne en mètres entre la mesure de l'évolution de la distance réelle satellite-récepteur, et la mesure de la distance estimée par notre méthode.

Signal GPS	MTD	PM	MDL	$e_{distance}$
Signal seul	3.88	0.04	44	3.93
Fusion synchronisée	3.62	0.03	42.22	3.59
Fusion désynchronisée	4.41	0.04	44.53	4.23
Fusion hybride	3.4	0.03	42.06	3.13

 TAB. 3.6 – *Critères d'évaluation de la segmentation (appliquée au GPS)*

On retrouve à partir du tableau de résultats 3.6 les conclusions des paragraphes précédents. En effet le critère MTD qui évalue quantitativement la précision de localisation de la rupture est meilleur pour le signal seul que pour la fusion désynchronisée. On remarquera cependant que pour la fusion synchronisée, la valeur de MTD est faible, ce qui s'explique par une distance entre ruptures qui est en moyenne peu importante. Finalement, c'est la fusion hybride qui fournit l'estimation de la position la plus précise. Le fait d'utiliser la localisation moyenne des deux systèmes centralisés pour la fusion hybride explique ce

résultat.

Le critère PM qui mesure la précision d'estimation des paramètres statistiques des signaux est sensible au nombre de ruptures détectées. Dans le cas du signal GPS cet indice est meilleur pour les systèmes de fusion synchronisée et hybride. En effet, les performances de la détection étant les mêmes pour les quatre méthodes, c'est dans ce cas la précision de localisation des ruptures qui influence le critère PM.

Le critère MDL est un indice défini comme un compromis entre le nombre et la position des ruptures détectées, soit entre les indices PM et MTD. Il est, dans le cas du signal GPS, en accord avec ces deux critères, donc meilleur pour la fusion hybride et synchronisée.

Enfin la distance satellite-récepteur est estimée plus précisément par la méthode de fusion hybride et on obtient, dans le cas de cette expérimentation, un gain de  $\approx 1$  m par rapport au signal seul sur la distance moyenne estimée  $e_{distance}$ .

Finalement, nous avons montré dans cette expérimentation que les conclusions faites lors de l'évaluation des méthodes de fusion sont vérifiées sur un signal GPS synthétique multi-ruptures. La puissance du signal GPS définie pour cette expérimentation est obtenue en pratique pour un fonctionnement normal. La probabilité de détection est, dans le cas de la segmentation hors-ligne mono-rupture, proche de 1 quelles que soient les méthodes étudiées dans ce chapitre. Nous avons donc montré que les systèmes de fusion hybride sont plus performants en terme de localisation des ruptures et plus précis pour l'estimation de la distance satellite-récepteur. De plus, la fusion hybride est bien adaptée à la segmentation du signal GPS car aucune hypothèse n'est faite sur la position relative des ruptures des différentes porteuses. L'évaluation des méthodes pour le calcul de position est présentée au chapitre 5. Nous montrerons dans ce cas, que la segmentation hors-ligne par fusion hybride est plus précise comparativement aux méthodes classiques de poursuite de codes.

## 3.7 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons proposé une méthode de segmentation hors-ligne mono-rupture pour la poursuite du code CDMA GPS. Le futur signal GPS sera transmis sur plusieurs porteuses, c'est dans ce cadre que nous avons proposé une méthode de fusion hybride pour poursuivre le code simultanément sur les différents signaux GPS. Dans ce travail, on trouve deux apports. D'une part l'utilisation de la segmentation hors-ligne pour la poursuite du code GPS, et d'autre part l'étude et la mise en oeuvre d'un système de fusion hybride.

La méthode de fusion hybride proposée réalise la détection de ruptures dans des signaux stationnaires par morceaux. Il s'agit d'utiliser la combinaison d'un système de fusion centralisée dit synchronisé avec un système de fusion centralisée dit désynchronisé. La fusion synchronisée suppose l'existence d'une position unique de la rupture sur les différents signaux, tandis que la fusion désynchronisée ne fait pas d'hypothèses sur la position des ruptures. Dans notre application les ruptures sur les différentes porteuses ne sont pas obligatoirement synchronisées. Les performances de la fusion synchronisée sont meilleures mais elles dépendent de la configuration des ruptures. La fusion hybride, qui ne fait pas d'hypothèses sur la position des ruptures, permet de combiner les décisions et estimations des systèmes de fusion centralisée, pour obtenir le meilleur résultat des deux

méthodes.

L'expérimentation est réalisée sur des signaux synthétiques. On compare dans une première étape les méthodes de fusion centralisée pour différentes configurations de ruptures. Puis on montre dans une deuxième étape, l'apport de la fusion hybride. Finalement, les méthodes sont testées dans une troisième étape sur un signal GPS simulé multi-ruptures.

Les résultats obtenus montrent que la fusion hybride offre de meilleures performances pour la détection et la localisation des ruptures, comparés aux résultats de la segmentation du signal seul. On montre de plus que ces performances sont supérieures aux méthodes de fusion centralisée quand les ruptures ne sont pas simultanées. Enfin dans le cas de ruptures simultanées, la fusion hybride offre de meilleurs résultats en terme de localisation et des performances proches en terme de détection, comparés à ceux de la fusion centralisée. Dans le cas du signal GPS multi-porteuses et du système de fusion hybride, l'erreur moyenne sur la distance estimée est améliorée de 0.4 m par rapport à la fusion centralisée et 0.9 m par rapport à la segmentation du signal seul.

Dans le chapitre 5, la méthode proposée sera comparée à la poursuite de code classique pour le calcul de position. On montrera dans ce chapitre expérimental l'intérêt de la segmentation hors-ligne pour le calcul de position dans le cas réel, et synthétique pour un récepteur statique et dynamique.

L'intérêt de la segmentation hors-ligne est de disposer de plusieurs échantillons de part et d'autre d'une rupture pour détecter sa présence et estimer sa position. L'idée développée dans le chapitre 4 est d'augmenter la taille de la fenêtre de travail pour disposer d'un plus grand nombre d'échantillons pour cette estimation. Le problème de segmentation est dans ce cas un problème de détection multi-ruptures. Nous présentons dans le chapitre suivant l'étude et la mise en oeuvre d'une méthode de segmentation hors-ligne multi-signaux et multi-ruptures, ainsi que son application au signal GPS.

# Chapitre 4

## Systeme de segmentation multi-ruptures pour la fusion de signaux GPS

### 4.1 Introduction

Nous avons présenté dans le chapitre précédent, un test de vraisemblance pour la segmentation hors-ligne mono-rupture de signaux GPS. La segmentation du signal complet est réalisée par un système hybride de fusion multi-capteurs utilisant une fenêtre de détection glissante sur le signal. Chaque rupture est alors détectée indépendamment l'une de l'autre. Le système fusionne la détection de la rupture sur l'ensemble des signaux. Nous proposons dans ce chapitre un système de segmentation qui estime l'ensemble des ruptures du signal et fusionne la détection réalisée sur plusieurs signaux.

La méthode proposée repose sur l'approche bayésienne de la sélection de modèles (c.f. paragraphe 2.3.4.2). On dispose d'un ensemble de modèles définis par les différentes configurations de ruptures possibles, et on souhaite choisir dans cet ensemble la configuration la plus vraisemblable. On définit dans ce cadre un estimateur MAP sous la forme d'une fonction de contraste pénalisée. Celle-ci est composée d'une fonction d'attache aux données et d'un terme de pénalisation qui dépend de la dimension du modèle (soit, fonction du nombre de ruptures). On considère la totalité du signal pour pouvoir effectuer un traitement différé ou hors-ligne. Il s'agit alors de déterminer la meilleure configuration de ruptures possible, parmi toutes les possibilités, compte tenu de la modélisation statistique de l'évolution du signal GPS multi-porteuses.

Dans notre approche, la pseudo-distance satellite-récepteur est supposée linéaire par morceaux. L'étude des discriminants de poursuite de code, au chapitre 1, montre une évolution linéaire du discriminant "early-minus-late" pour une valeur absolue du retard inférieure à la moitié de la durée d'un bit du code ( $\approx 1/2 \mu s$ ). Le traitement du signal GPS sur une longue durée ( $\approx 1$  s) nécessite alors de segmenter le signal discriminant linéaire par morceaux pour reconstruire l'évolution du retard. De plus, les futurs systèmes de positionnement par satellites auront plusieurs fréquences porteuses et fourniront alors plusieurs signaux discriminants. Le but de ce chapitre est de définir une fonction

de contraste pénalisée qui fusionne la segmentation hors-ligne de plusieurs signaux contenant des ruptures de linéarité. On souhaite dans ce cas estimer le retard du code sur les différentes porteuses, ainsi que l'écart entre les codes des différentes porteuses provoqués par la propagation du signal dans l'ionosphère. On pourra alors estimer la valeur de la pseudo-distance et corriger l'écart ionosphérique.

Dans une première étape, nous définirons l'approche bayésienne de la sélection de modèles. Puis nous développerons, dans une deuxième étape, la fonction de contraste pénalisée utilisée pour la détermination des configurations de ruptures dans un cas multi-signaux GPS. Nous détaillerons dans une troisième puis dans une quatrième étape, l'application de la méthode au signal GPS et la technique de minimisation de la fonction de contraste. Nous présenterons dans une cinquième et dernière étape les performances des méthodes développées sur des signaux synthétiques.

## 4.2 Approche bayésienne de la sélection de modèles

### 4.2.1 Définition de l'estimateur MAP du nombre et de la position des ruptures

Le problème considéré ici est la détection des changements dans la distribution statistique d'un processus  $J$ -dimensionnel. On note  $\underline{y}_j = (y_{j,i}, 1 \leq i \leq n)$  la série  $j$  observée de loi conditionnelle  $h_j$ , et  $\underline{y} = (\underline{y}_j, 1 \leq j \leq J)$  l'ensemble des  $J$  séries observées. On suppose dans ce cas, les  $J$  discriminants, du signal GPS multi-porteuses observé, linéaires par morceaux. Il s'agit de fonctions affines évoluant sur un certain nombre d'échantillons et dont la pente change à certains endroits. On note  $\underline{r}_j = (r_{j,i}, 1 \leq i \leq n)$  la configuration de ruptures dans la série  $j$ , et  $\underline{r} = (\underline{r}_j, 1 \leq j \leq J)$  l'ensemble des  $J$  configurations de ruptures.  $r_{j,i}$  prend la valeur 1 aux instants de changements et la valeur zéro entre deux changements. On note  $\underline{\theta}_j = (\theta_{j,1}, \dots, \theta_{j,N_j})$  la suite des paramètres statistiques dans la série  $j$  composée de  $N_j$  segments stationnaires ( $\theta_{j,k}$  est la valeur de  $\theta$  dans le  $k^{i\text{eme}}$  segment stationnaire de la série  $j$ ).  $N_j$  est aussi le nombre de ruptures car on suppose par convention qu'il y a toujours une rupture en  $i = n$ . On note  $\underline{t}_j = (t_{j,k}, k \geq 1)$  les instants de ruptures dans la série  $j$  associés à la configuration de rupture  $\underline{r}_j$  et  $\underline{t}_j^* = (t_{j,k}^*, k \geq 1)$  les instants de ruptures recherchés du signal réel. On définit les instants d'origine  $\underline{t}_{j,0}^* = 0$  et  $t_{j,0} = 0$ .

Nous posons comme hypothèse suivante, que le nombre de ruptures est le même pour tous les signaux discriminants. Nous supposons également qu'il existe un décalage entre les ruptures des différents signaux. Ce décalage est constant pour toutes les ruptures présentes dans un même signal. On définit pour cela le premier signal  $\underline{y}_1$  comme référence. C'est à partir de la configuration de ruptures  $\underline{r}_1$  que l'on recherche les décalages  $d_j$  des configurations de ruptures  $\underline{r}_j$  avec  $j \neq 1$ . On note  $\underline{d} = (d_j, 1 \leq j \leq J)$  l'ensemble des  $J$  décalages des signaux, avec  $d_1 = 0$ .

En effet, nous avons vu dans le premier chapitre que la traversée ionosphérique des ondes induit un retard de propagation en fonction de la fréquence. Cela implique une évolution différente du retard et donc du discriminant pour chaque porteuse. Cette dif-

férence entre les fréquences est suffisamment conséquente pour amener des décalages sur les positions de ruptures, mais suffisamment faible pour maintenir le même nombre de ruptures sur le signal traité. De plus, on peut supposer que l'état de l'ionosphère reste stable pendant la durée de l'acquisition du signal, soit que le retard ionosphérique reste constant pour l'ensemble du signal.

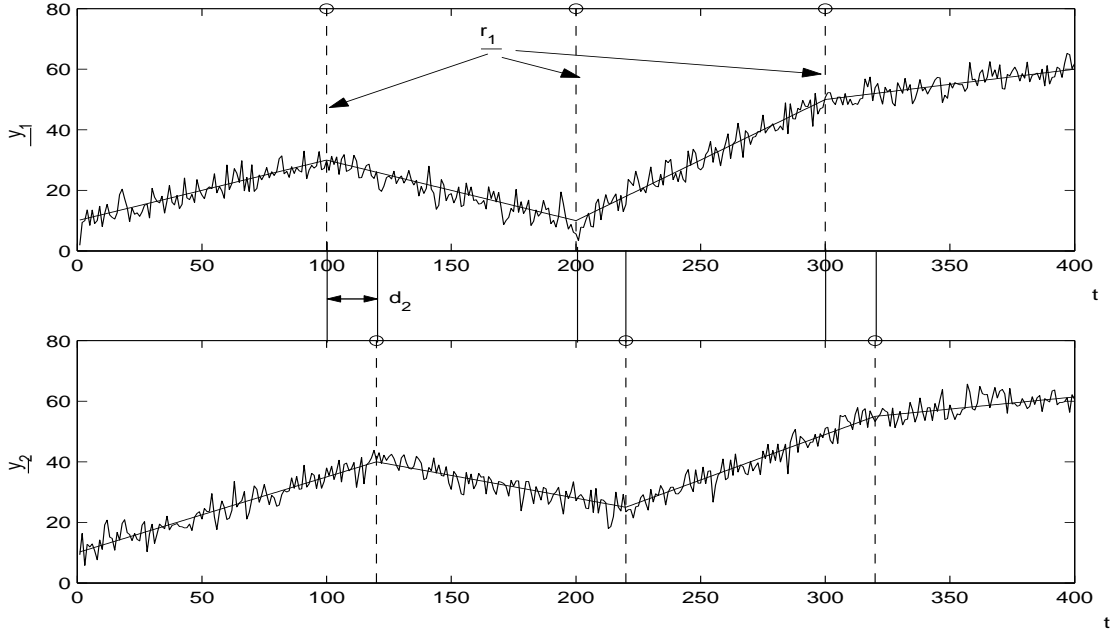


FIG. 4.1 – Exemples de signaux avec ruptures de pentes

Le but de ce chapitre est de déterminer les séquences de ruptures associées à chacun des signaux. La méthode développée, appliquée à la poursuite de code dans un récepteur GPS multi-porteuses, permettra de déterminer l'évolution du discriminant et ainsi de reconstruire l'évolution du temps de propagation du signal entre le récepteur et les satellites. Les décalages ionosphériques étant constants sur la durée de la fenêtre de traitement, il est alors possible de rechercher uniquement la séquence de rupture qui compose le premier signal, et les décalages sur les autres signaux relativement à ce premier signal. Dans ce cas,  $\underline{r}_1$  et  $\underline{d}$  sont estimés en maximisant la distribution *a posteriori* suivante :

$$\left( \hat{\underline{r}}_1, \hat{\underline{d}} \right) = \underset{(\underline{r}_1, \underline{d})}{\text{Argmax}} P(\underline{R}_1 = \underline{r}_1, \underline{D} = \underline{d}, \underline{Y} = \underline{y}, \underline{\theta}) \quad (4.1)$$

### 4.2.2 Définition de la fonction de contraste pénalisée

Après application de la règle de Bayes, la distribution *a posteriori* peut s'écrire de la façon suivante :

$$P(\underline{R}_1 = \underline{r}_1, \underline{D} = \underline{d}, \underline{Y} = \underline{y}, \underline{\theta}) = f(\underline{y}/\underline{r}_1; \underline{\theta}; \underline{d}) f(\underline{\theta}/\underline{r}_1, \underline{d}) \pi(\underline{r}_1) f(\underline{d}/\underline{r}_1) \quad (4.2)$$



où  $\pi(\underline{r}_1)$ , la loi *a priori* de la configuration de ruptures sur le signal de référence, est indépendante des décalages de ruptures sur les autres signaux. Elle est définie par :

$$\pi(\underline{r}_1) = P(R_1 = \underline{r}_1) \quad (4.3)$$

C'est dans la loi *a priori* que l'on va retrouver les paramètres qui guident le nombre et la position des ruptures détectées. On définit  $\underline{R}_1$  comme une séquence de variables aléatoires indépendantes suivant une loi de Bernoulli. La probabilité d'avoir une séquence de rupture  $\underline{r}_1$  est :

$$\pi(\underline{r}_1) = \lambda_1^{N_1-1} (1 - \lambda_1)^{n-N_1} \quad \text{avec } N_1 = \sum_{i=1}^n r_{1,i}, \quad (4.4)$$

où  $\lambda_1$  est la probabilité d'avoir une rupture sur  $y_1$ . Par convention, on fixe toujours une rupture sur le dernier échantillon de la fenêtre. Dans ce cas, la probabilité d'avoir une rupture sur cet échantillon vaut 1. Si l'on ne prend pas en compte cet échantillon, cela revient à décrémenter le nombre de ruptures  $N_1$  et le nombre d'échantillons du signal  $n$  de 1. Dans ce modèle la valeur de  $\lambda_1$  est définie par l'utilisateur, tandis que la valeur de  $N_1$  est inconnue [Lav98].

Soit  $f(\underline{\theta})$  la probabilité d'avoir la séquence de paramètres  $\underline{\theta}$  pour le processus  $\underline{y}$  et  $f(\underline{d})$  la probabilité *a priori* d'avoir les séquences de décalage  $\underline{d}$ . Nous n'avons pas d'informations *a priori* sur  $\underline{\theta}$ , nous supposons donc  $f(\underline{\theta})$  comme étant une loi uniforme sur l'ensemble des valeurs de  $\underline{\theta}$ . Ces paramètres, lorsqu'ils sont inconnus, sont estimés par leurs estimateurs du maximum de vraisemblance. Nous définissons alors un critère pénalisé, où  $\underline{r}_1$  (le nombre et la position des ruptures) et  $\underline{d}$  (les décalages entre les signaux) sont estimés par la minimisation de la fonction de contraste pénalisée suivante :

$$U_{\underline{y}}(\underline{r}_1, \underline{d}) = V_{\underline{y}}(\underline{r}_1, \underline{\theta}, \underline{d}) - \ln \pi(\underline{r}_1) - \ln (f(\underline{d}/\underline{r}_1)) \quad (4.5)$$

avec :

$$\begin{aligned} V_{\underline{y}}(\underline{r}_1, \underline{\theta}, \underline{d}) &= \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K -h(y_{j,t_k+1}, \dots, y_{j,t_{k+1}}; \theta_{j,k}; d_j) \\ &= \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K V(y_{j,t_k+1}, \dots, y_{j,t_{k+1}}; \theta_{j,k}; d_j) \end{aligned} \quad (4.6)$$

où  $h$  est le log-vraisemblance de  $(y_{j,t_k+1}, \dots, y_{j,t_{k+1}})$  et  $k$  est le numéro du segment stationnaire.

Dans la section suivante, nous allons détailler l'expression complète de cette fonction de contraste pénalisée pour une distribution des échantillons *a posteriori* Gaussienne, et différents types de distribution *a priori*  $f(\underline{d}/\underline{r}_1)$ .

## 4.3 Expression de la fonction de contraste pénalisée dans un cas de signaux linéaires par morceaux

### 4.3.1 Expression de la fonction d'attache aux données

On considère  $J$  processus stochastiques composés d'un ensemble de segments stationnaires dans lesquels le signal évolue linéairement. On suppose chacun de ces processus entaché d'un bruit blanc gaussien. Pour chaque segment  $k$ , un échantillon  $i$  du signal stationnaire  $j$  est défini par :

$$y_{j,i} = f_{j,k}(i) + \sigma_{j,k}\epsilon_{j,i} \quad , \quad t_{j,k-1}^* + 1 \leq i \leq t_{j,k}^* \quad (4.7)$$

avec  $f_{j,k}(i)$  la valeur du signal  $j$  à l'instant  $i$ ,  $\sigma_{j,k}^2$  la puissance du bruit sur le segment  $k$  et  $\epsilon_{j,i}$  une variable aléatoire centrée réduite suivant une distribution normale. Comme il s'agit d'une évolution suivant une droite de pente donnée, l'expression de la fonction  $f_{j,k}(i)$  est donnée par :

$$f_{j,k}(i) = a_{j,k} \cdot (i - t_{j,k-1}^* - 1) + b_{j,k} \quad (4.8)$$

$a_{1,k}$  étant la pente de la droite dans le segment  $k$  pour le signal  $j$  et  $b_{j,k}$  la valeur au début du segment. La figure 4.1 représente deux exemples de réalisation de signaux comprenant des ruptures de pentes. On peut remarquer le décalage constant  $d_2$  entre les positions des ruptures. Avec un décalage constant, les segments sont de tailles identiques sauf pour le premier et le dernier segment. On suppose les échantillons indépendants, on a alors la fonction de vraisemblance de la variable aléatoire  $\underline{y}_j$  définie sur le segment  $k$  par :

$$\begin{aligned} h_j \left( \underline{y}_j / \underline{r}_1; \underline{\theta}_j; \underline{d}_j \right) &= \prod_{i=t_{1,0}+1}^{t_{1,1}+d_j} \frac{1}{\sigma_{j,1}\sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{(y_{j,i} - f_{j,1}(i))^2}{2\sigma_{j,1}^2} \right) \\ &\cdot \prod_{k=2}^{N_1-1} \left( \prod_{i=t_{1,k-1}+d_j+1}^{t_{1,k}+d_j} \frac{1}{\sigma_{j,k}\sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{(y_{j,i} - f_{j,k}(i))^2}{2\sigma_{j,k}^2} \right) \right) \\ &\cdot \prod_{i=t_{1,N_1-1}+d_j+1}^{t_{1,N_1}} \frac{1}{\sigma_{j,N_1}\sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{(y_{j,i} - f_{j,N_1}(i))^2}{2\sigma_{j,N_1}^2} \right) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Nous différencions dans cette expression, les premiers et derniers segments qui possèdent des tailles différentes. Cette fonction de vraisemblance dépend de la position des ruptures dans  $\underline{r}_1$  et des séquences de décalages  $\underline{d}$ . Si de plus, il y a indépendance entre les  $J$  signaux,

on écrit alors la vraisemblance globale :

$$\begin{aligned}
 h(\underline{y}/\underline{r}_1; \underline{\theta}; \underline{d}) &= \prod_{j=1}^J \left\{ \prod_{i=t_{1,0}+1}^{t_{1,1}+d_j} \frac{1}{\sigma_{j,1}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y_{j,i} - f_{j,1}(i))^2}{2\sigma_{j,1}^2}\right) \right. \\
 &\quad \cdot \prod_{k=2}^{N_1-1} \left( \prod_{i=t_{1,k-1}+d_j+1}^{t_{1,k}+d_j} \frac{1}{\sigma_{j,k}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y_{j,i} - f_{j,k}(i))^2}{2\sigma_{j,k}^2}\right) \right) \\
 &\quad \left. \cdot \prod_{i=t_{1,N_1-1}+d_j+1}^{t_{1,N_1}} \frac{1}{\sigma_{j,N_1}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(y_{j,i} - f_{j,N_1}(i))^2}{2\sigma_{j,N_1}^2}\right) \right\}
 \end{aligned} \tag{4.10}$$

Le logarithme négatif de l'expression précédente s'écrit alors :

$$-\ln(h(\underline{y}/\underline{r}_1; \underline{\theta}; \underline{d})) = \sum_{j=1}^J \left\{ \sum_{i=t_{1,0}+1}^{t_{1,1}+d_j} \left( \ln(\sigma_{j,1}\sqrt{2\pi}) + \frac{(y_{j,i} - f_{j,1}(i))^2}{2\sigma_{j,1}^2} \right) \right\} \tag{4.11}$$

$$+ \sum_{k=2}^{N_1-1} \left( \sum_{i=t_{1,k-1}+d_j+1}^{t_{1,k}+d_j} \left( \ln(\sigma_{j,k}\sqrt{2\pi}) + \frac{(y_{j,i} - f_{j,k}(i))^2}{2\sigma_{j,k}^2} \right) \right) \tag{4.12}$$

$$+ \sum_{i=t_{1,N_1-1}+d_j+1}^{t_{1,N_1}} \left( \ln(\sigma_{j,N_1}\sqrt{2\pi}) + \frac{(y_{j,i} - f_{j,N_1}(i))^2}{2\sigma_{j,N_1}^2} \right) \left. \right\}$$

Cette expression peut encore s'écrire :

$$-\ln(h(\underline{y}/\underline{r}_1; \underline{\theta}; \underline{d})) = \sum_{j=1}^J \left\{ n_{j,1} \ln(\sigma_{j,1}\sqrt{2\pi}) + \sum_{i=t_{1,0}+1}^{t_{1,1}+d_j} \left( \frac{(y_{j,i} - f_{j,1}(i))^2}{2\sigma_{j,1}^2} \right) \right\} \tag{4.13}$$

$$+ \sum_{k=2}^{N_1-1} \left( n_{1,k} \ln(\sigma_{j,k}\sqrt{2\pi}) + \sum_{i=t_{1,k-1}+d_j+1}^{t_{1,k}+d_j} \left( \frac{(y_{j,i} - f_{j,k}(i))^2}{2\sigma_{j,k}^2} \right) \right)$$

$$+ n_{j,N_1} \ln(\sigma_{j,N_1}\sqrt{2\pi}) + \sum_{i=t_{1,N_1-1}+d_j+1}^{t_{1,N_1}} \left( \frac{(y_{j,i} - f_{j,N_1}(i))^2}{2\sigma_{j,N_1}^2} \right) \left. \right\}$$

où  $n_{1,k} = t_{1,k} - t_{1,k-1}$  est la longueur du segment  $k$  du signal 1,  $n_{j,1} = t_{j,1} - t_{j,0}$  est la longueur du premier segment sur chacun des signaux  $j$ , et  $n_{j,N_1} = t_{j,N_1} - t_{j,N_1-1} - d_j - 1$  est la longueur du dernier segment sur chacun des signaux  $j$ . Pour estimer  $\underline{r}_1, \underline{d}$  à partir de la séquence de variables aléatoires  $\underline{y}$ , on minimise la fonction de contraste suivante, définie par l'expression précédente :

$$V_{\underline{y}}(\underline{r}_1, \underline{\theta}, \underline{d}) = -\ln(h(\underline{y}/\underline{r}_1; \underline{\theta}; \underline{d})) \tag{4.14}$$

Lorsque les paramètres statistiques sont inconnus, on utilise  $\hat{\sigma}_{j,k}^2$  et  $\hat{f}_{j,k}(i)$  qui sont respectivement la variance empirique et les paramètres de la droite calculés sur le segment

k du signal  $j$ . Ces paramètres sont obtenus par leurs estimateurs du maximum de vraisemblance. On distingue trois expressions pour l'évolution du signal dans les segments stationnaires :

$$\hat{f}_{j,1}(i) = \hat{a}_{j,1}(i - t_{1,0} - 1) + \hat{b}_{j,1} , \quad (4.15)$$

$$\hat{f}_{j,k}(i) = \hat{a}_{j,k}(i - t_{1,k-1} - d_j - 1) + \hat{b}_{j,k} \text{ et} \quad (4.16)$$

$$\hat{f}_{j,N_1}(i) = \hat{a}_{j,N_1}(i - t_{1,N_1-1} - d_j - 1) + \hat{b}_{j,N_1} . \quad (4.17)$$

Dans ces expressions,  $\hat{a}_{j,k}$  le paramètre de pente du segment  $k$  et du signal  $j$ , est donné par :

$$\begin{aligned} \hat{a}_{j,1} &= \frac{\sum_{i=t_{1,0}+1}^{t_{1,1}+d_j} ((i - t_{1,0} - 1) \cdot y_i) - \bar{y}_j \sum_{i=t_{1,0}+1}^{t_{1,1}+d_j} (i - t_{1,0} - 1)}{\sum_{i=t_{1,0}+1}^{t_{1,1}+d_j} ((i - t_{1,0} - 1)^2 - (\bar{i} - t_{1,0} - 1)(i - t_{1,0} - 1))} \\ \hat{a}_{j,k} &= \frac{\sum_{i=t_{1,k-1}+d_j+1}^{t_{1,k}+d_j} ((i - t_{1,k-1} - d_j - 1) \cdot y_i) - \bar{y}_j \sum_{i=t_{1,k-1}+d_j+1}^{t_{1,k}+d_j} (i - t_{1,k-1} - d_j - 1)}{\sum_{i=t_{1,k-1}+d_j+1}^{t_{1,k}+d_j} ((i - t_{1,k-1} - d_j - 1)^2 - (\bar{i} - t_{1,k-1} - d_j - 1)(i - t_{1,k-1} - d_j - 1))} \\ \hat{a}_{j,N_1} &= \frac{\sum_{i=t_{1,N_1-1}+d_j+1}^{t_{1,N_1}} ((i - t_{1,N_1-1} - d_j - 1) \cdot y_i) - \bar{y}_j \sum_{i=t_{1,N_1-1}+d_j+1}^{t_{1,N_1}} (i - t_{1,N_1-1} - d_j - 1)}{\sum_{i=t_{1,N_1-1}+d_j+1}^{t_{1,N_1}} ((i - t_{1,N_1-1} - d_j - 1)^2 - (\bar{i} - t_{1,N_1-1} - d_j - 1)(i - t_{1,N_1-1} - d_j - 1))} \end{aligned}$$

avec  $\bar{i}$  et  $\bar{y}_j$  les moyennes sur le segment  $j$  considéré, de l'indice  $i$  et des échantillons  $y_{j,i}$  du signal. Pour les paramètres  $\hat{b}_{j,k}$ , on a :

$$\begin{aligned} \hat{b}_{j,1} &= \bar{y}_j - \hat{a}_{j,1} \cdot (\bar{i} - t_{1,0} - 1) \\ \hat{b}_{j,k} &= \bar{y}_j - \hat{a}_{j,k} \cdot (\bar{i} - t_{1,k-1} - d_j - 1) \text{ et} \\ \hat{b}_{j,N_1} &= \bar{y}_j - \hat{a}_{j,N_1} \cdot (\bar{i} - t_{1,N_1-1} - d_j - 1) . \end{aligned}$$

Les variances empiriques sont calculées par leurs estimateurs du maximum de vraisemblance :

$$\hat{\sigma}_{j,1}^2 = \frac{1}{n_{j,1} - 1} \sum_{i=t_{j,0}+1}^{t_{j,1}+d_j} (y_{j,i} - \hat{f}_{j,1}(i))^2 , \quad \hat{\sigma}_{j,N_1}^2 = \frac{1}{n_{j,N_1} - 1} \sum_{i=t_{1,N_1-1}+d_j+1}^{t_{1,N_1}} (y_{j,i} - \hat{f}_{j,N_1}(i))^2$$

$$\text{et} \quad \hat{\sigma}_{j,k}^2 = \frac{1}{n_{1,k} - 1} \sum_{i=t_{j,k-1}+d_j+1}^{t_{j,k}+d_j} (y_{j,i} - \hat{f}_{j,k}(i))^2 .$$

L'expression de la fonction de contraste est alors donnée par :

$$\begin{aligned}
 V_{\underline{y}}(\underline{r}_1, \hat{\underline{\theta}}(\underline{r}_1), \underline{d}) &= \sum_{j=1}^J \left\{ n_{j,1} \ln(\hat{\sigma}_{j,1} \sqrt{2\pi}) + \sum_{i=t_{1,0}+1}^{t_{1,1}+d_j} \left( \frac{(y_{j,i} - \hat{f}_{j,1}(i))^2}{2\hat{\sigma}_{j,1}^2} \right) \right. \\
 &+ \sum_{k=2}^{N_1-1} \left( n_{1,k} \ln(\hat{\sigma}_{j,k} \sqrt{2\pi}) + \sum_{i=t_{1,k-1}+d_j+1}^{t_{1,k}+d_j} \left( \frac{(y_{j,i} - \hat{f}_{j,k}(i))^2}{2\hat{\sigma}_{j,k}^2} \right) \right) \\
 &\left. + n_{j,N_1} \ln(\hat{\sigma}_{j,N_1} \sqrt{2\pi}) + \sum_{i=t_{1,N_1-1}+d_j+1}^{t_{1,N_1}} \left( \frac{(y_{j,i} - \hat{f}_{j,N_1}(i))^2}{2\hat{\sigma}_{j,N_1}^2} \right) \right\} \quad (4.18)
 \end{aligned}$$

Après simplification de l'expression 4.18, la fonction de contraste à minimiser pour l'estimation des séquences  $\underline{r}_1$  et  $\underline{d}$  peut s'écrire :

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\operatorname{argmin}}_{(\underline{r}_1) \in \{0,1\}^n, \underline{d} \in \{\mathbb{N}\}^n} V_{\underline{y}}(\underline{r}_1, \hat{\underline{\theta}}(\underline{r}_1), \underline{d}) &= \quad (4.19) \\
 \underbrace{\operatorname{argmin}}_{(\underline{r}_1) \in \{0,1\}^n, \underline{d} \in \{\mathbb{N}\}^n} \left\{ \sum_{j=1}^J n_{j,1} \ln(\hat{\sigma}_{j,1}) + \frac{1}{2} + \ln(\sqrt{2\pi}) + \sum_{k=2}^{N_1-1} \left( n_{1,k} \ln(\hat{\sigma}_{j,k}) + \frac{1}{2} + \ln(\sqrt{2\pi}) \right) \right. \\
 &\left. + n_{j,N_1} \ln(\hat{\sigma}_{j,N_1}) + \frac{1}{2} + \ln(\sqrt{2\pi}) \right\}
 \end{aligned}$$

On peut remarquer que certains termes sont constants quelle que soit la configuration de rupture  $\underline{r}_1$ . Après suppression de ces termes qui n'interviennent pas dans la minimisation, la fonction de contraste simplifiée est donnée par :

$$\begin{aligned}
 \underbrace{\operatorname{argmin}}_{(\underline{r}_1) \in \{0,1\}^n, \underline{d} \in \{\mathbb{N}\}^n} V_{\underline{y}}(\underline{r}_1, \hat{\underline{\theta}}(\underline{r}_1), \underline{d}) &= \quad (4.20) \\
 \underbrace{\operatorname{argmin}}_{(\underline{r}_1) \in \{0,1\}^n, \underline{d} \in \{\mathbb{N}\}^n} \left\{ \sum_{j=1}^J \left( n_{j,1} \ln(\hat{\sigma}_{j,1}) + \sum_{k=2}^{N_1-1} (n_{1,k} \ln(\hat{\sigma}_{j,k})) + n_{j,N_1} \ln(\hat{\sigma}_{j,N_1}) \right) \right\}
 \end{aligned}$$

Il s'agit d'une double minimisation de la fonction de contraste à la fois sur la séquence  $\underline{r}_1$  et sur la séquence de décalages  $\underline{d}$  qui fournit une estimation de ces deux séquences. Il sera alors possible de reconstruire l'évolution des discriminants du signal GPS des différentes porteuses, à partir des estimations  $\hat{\underline{r}}_1, \hat{\underline{d}}$ . Cependant la fonction de contraste doit être pénalisée pour pouvoir estimer le bon nombre de ruptures. En effet, quand celui-ci augmente, le signal est sur-segmenté et la fonction de contraste tend vers zéro. L'ajout d'une pénalisation, en fonction du nombre de ruptures, permet de définir un compromis entre ce nombre de ruptures et la valeur du minimum de la fonction de contraste.

### 4.3.2 Expression de la pénalisation

Lorsque l'on considère une séquence de ruptures  $\underline{r}_1$  et une séquence de décalages  $\underline{d}$ , nous avons vu dans le paragraphe 4.2.1 que la pénalisation est fonction de la probabilité *a priori* d'avoir une séquence de décalage conditionnée à une séquence de ruptures  $\underline{r}_1$  notée  $f(\underline{d}/\underline{r}_1)$ . La forme de cette distribution dépend de la connaissance *a priori* que l'on a sur la séquence de décalage.

#### 4.3.2.1 Pénalisation sans *a priori* sur la séquence de décalage

Soit  $P\left(r_{j,t_1+d_j,k}/r_{1,t_1,k}\right)$ , la probabilité d'avoir une rupture sur le signal  $j$ , en fonction du décalage  $d_j$ , sachant que l'on a une rupture sur le signal 1 avec  $k \in \{1, \dots, N_1 - 1\}$ . Par convention il y a toujours une rupture sur le dernier échantillon, on considérera alors  $N_1 - 1$  ruptures sur  $n - 1$  échantillons. Cette probabilité est la même quelle que soit la position de la rupture  $t_{1,k}$ , car le décalage  $d_j$  est supposé constant pour le signal  $j$ . La distribution de la séquence de décalages conditionnée à la première séquence de rupture s'écrit alors :

$$f(\underline{d}/\underline{r}_1) = \left( \prod_{j=1}^J P\left(r_{j,t_1+d_j,k} = 1/r_{1,t_1,k} = 1\right) \right)^{N_1-1} \quad (4.21)$$

Dans le cas où aucune information n'est disponible quant aux valeurs de décalages, on considère que la distribution de la séquence de décalages relativement à la première séquence de rupture suit une loi uniforme (les valeurs de décalages sont équiprobables). On note alors :

$$f(\underline{d}/\underline{r}_1) = \left( \prod_{j=1}^J \frac{1}{(n-1)} \right)^{N_1-1} = \left( \frac{1}{(n-1)} \right)^{J.(N_1-1)} \quad (4.22)$$

$N_1$  étant le nombre de ruptures et  $n$  le nombre d'échantillons du signal, soit le nombre de décalages possibles. On a alors,  $\frac{1}{(n-1)}$  la probabilité d'avoir un décalage de valeur quelconque. Cette probabilité est identique pour chacune des ruptures composant la séquence  $\underline{r}_1$ . La séquence  $\underline{r}_1$  est une séquence de variables aléatoires indépendantes suivant une loi de Bernouilli, l'expression du terme de pénalisation est alors donnée par :

$$-\ln \pi(\underline{r}_1) - \ln(f(\underline{d}/\underline{r}_1)) = \quad (4.23)$$

$$-(N_1 - 1) \ln(\lambda_1) - (n - N_1) \ln(1 - \lambda_1) + J.(N_1 - 1) \ln(n - 1)$$

Ceci peut encore s'écrire :

$$-\ln \pi(\underline{r}_1) - \ln(f(\underline{d}/\underline{r}_1)) = \quad (4.24)$$

$$N_1 \ln\left(\frac{1 - \lambda_1}{\lambda_1}\right) + N_1 \ln((n - 1)^J) - n \ln(1 - \lambda_1) + \ln(\lambda_1) - \ln(n - 1)$$

On notera que les trois derniers termes sont constants quelle que soit la séquence de ruptures testée. Si l'on pose  $\beta = \ln\left(\frac{1 - \lambda_1}{\lambda_1}\right)$  et  $\beta_J = \ln((n - 1)^J)$ , on obtient l'expression

de la fonction de contraste pénalisée suivante :

$$U_{\underline{y}}(\underline{r}_1, \underline{d}) = V_{\underline{y}}(\underline{r}_1; \hat{\theta}(\underline{r}_1), \underline{d}) + N_1\beta + N_1\beta_J \quad (4.25)$$

On remarque dans cette expression que la pénalisation est uniquement fonction du nombre de ruptures dans le premier signal, contrairement à la fonction de contraste qui serait calculée sur l'ensemble des signaux.

#### 4.3.2.2 Pénalisation avec *a priori* sur la séquence de décalage

Considérons maintenant que la loi *a priori* des séquences de décalages est différente de la loi uniforme. La probabilité d'avoir un certain décalage dépendra de sa valeur. On a alors :

$$f(\underline{d}/\underline{r}_1) = \left( \prod_{j=1}^J P\left(r_{j,t_1+d_j,k} = 1/r_{1,t_1,k} = 1\right) \right)^{N_1-1} \quad (4.26)$$

Dans ce cas il faut définir une distribution statistique de la séquence de décalages. Une distribution statistique étant toujours normalisée, on peut écrire :

$$\sum_{i=1}^{n-1} P(r_{j,i} = 1/r_{1,t_1,k} = 1) = 1 \quad (4.27)$$

Soit  $\lambda_1 = P(r_{1,i} = 1)$  la probabilité d'avoir une rupture sur le signal 1 quelle que soit la position  $i$ . L'expression de la pénalisation s'écrit dans ce cas :

$$\begin{aligned} & -\ln \pi(\underline{r}_1) - \ln(f(\underline{d}/\underline{r}_1)) = \quad (4.28) \\ & -(N_1 - 1) \ln(\lambda_1) - (n - N_1) \ln(1 - \lambda_1) + (N_1 - 1) \sum_{j=2}^J \ln\left(P\left(r_{j,t_1+d_j,k} = 1/r_{1,t_1,k} = 1\right)\right) \end{aligned}$$

avec  $N_1$  le nombre de ruptures et  $t_{1,k}$  la position de la  $k^{\text{ième}}$  rupture du signal 1. On peut encore écrire :

$$\begin{aligned} & -\ln \pi(\underline{r}_1) - \ln(f(\underline{d}/\underline{r}_1)) = \quad (4.29) \\ & N_1 \ln\left(\frac{1 - \lambda_1}{\lambda_1}\right) - n \ln(1 - \lambda_1) + \ln(\lambda_1) + (N_1 - 1) \sum_{j=2}^J \ln\left(P\left(r_{j,t_1+d_j,k} = 1/r_{1,t_1,k} = 1\right)\right) \end{aligned}$$

On pose  $\beta = \ln\left(\frac{1 - \lambda_1}{\lambda_1}\right)$  et  $\beta_{j,k} = \ln\left(P\left(r_{j,t_1+d_j,k} = 1/r_{1,t_1,k} = 1\right)\right)$ . La fonction de contraste à minimiser s'écrit, en supprimant les termes constants :

$$U_{\underline{y}}(\underline{r}_1, \underline{d}) = V_{\underline{y}}(\underline{r}_1; \hat{\theta}(\underline{r}_1), \underline{d}) + N_1\beta + \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^{N_1} \beta_{j,k} \quad (4.30)$$

La pénalisation, en plus d'être variable avec le nombre de ruptures, est différente suivant les positions relatives des ruptures sur les signaux (relativement à la position des ruptures sur le signal 1).

En effet supposons que l'on ait un *a priori* sur la valeur du décalage entre le signal  $j$  et le signal 1, noté  $d_j^a$ . On associe à cette information *a priori* une imprécision notée  $\sigma_j^a$  sur la valeur de  $d_j^a$ . On propose dans ce cas de modéliser l'information *a priori* par une distribution gaussienne. On écrit alors, la distribution d'avoir le décalage  $d_j$  sachant que l'on a la séquence  $\underline{r}_1$  :

$$f(d_j/\underline{r}_1) = \left( \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j^a} \exp\left(-\frac{(d_j - d_j^a)^2}{2(\sigma_j^a)^2}\right) \right)^{N_1-1} \quad (4.31)$$

Or comme le décalage est identique pour chacune des ruptures du signal  $j$ , la probabilité  $f(d_j/\underline{r}_1)$  est la même pour chacun des segments  $k$ . Selon l'équation 4.29, l'expression de la pénalisation s'écrit, après avoir supprimé les termes constants :

$$-\ln \pi(\underline{r}_1) - \ln(f(\underline{d}/\underline{r}_1)) = N_1 \ln\left(\frac{1-\lambda_1}{\lambda_1}\right) - N_1 \sum_{j=2}^J \ln(f(d_j/\underline{r}_1)) \quad (4.32)$$

Soit en remplaçant  $f(\underline{d}/\underline{r}_1)$  par son expression, on peut écrire :

$$\begin{aligned} -\ln \pi(\underline{r}_1) - \ln(f(\underline{d}/\underline{r}_1)) &= N_1 \ln\left(\frac{1-\lambda_1}{\lambda_1}\right) \\ &- N_1 \sum_{j=2}^J \ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_j^a} \exp\left(-\frac{(d_j - d_j^a)^2}{2(\sigma_j^a)^2}\right)\right) \end{aligned} \quad (4.33)$$

Soit en simplifiant et en supprimant les termes constants :

$$-\ln \pi(\underline{r}_1) - \ln(f(\underline{d}/\underline{r}_1)) = N_1 \ln\left(\frac{1-\lambda_1}{\lambda_1}\right) + \sum_{j=2}^J \frac{N_1}{2(\sigma_j^a)^2} (d_j - d_j^a)^2 \quad (4.34)$$

On pose  $\beta = \ln\left(\frac{1-\lambda_1}{\lambda_1}\right)$ . On obtient :

$$-\ln \pi(\underline{r}_1) - \ln(f(\underline{d}/\underline{r}_1)) = N_1 \left( \beta + \sum_{j=2}^J \frac{1}{2(\sigma_j^a)^2} (d_j - d_j^a)^2 \right) \quad (4.35)$$

La pénalisation est alors fonction du nombre de ruptures, mais également fonction du décalage estimé. Finalement l'expression de la fonction de contraste pénalisée à minimiser est donnée par :

$$\begin{aligned} U_{\underline{y}}(\underline{r}_1, \underline{d}) &= \sum_{j=1}^J \left( n_{j,1} \ln(\hat{\sigma}_{j,1}) + \sum_{k=2}^{N_1-1} (n_{j,k} \ln(\hat{\sigma}_{j,k})) + n_{j,N_1} \ln(\hat{\sigma}_{j,N_1}) \right) \\ &+ N_1 \beta + N_1 \sum_{j=2}^J \frac{1}{2(\sigma_j^a)^2} (d_j - d_j^a)^2 \end{aligned} \quad (4.36)$$



Nous allons développer dans la suite de ce chapitre, l'expression de cette fonction de contraste pour la segmentation du signal GPS obtenu sur deux porteuses. Puis nous décrirons l'algorithme de recuit simulé utilisé pour minimiser la fonction de contraste pénalisée obtenue.

## 4.4 Segmentation du signal GPS

La segmentation hors-ligne du signal GPS est réalisée pour chaque pseudo-distance récepteur-satellite. Cette segmentation est réalisée sur un ensemble de données collectées pendant une seconde. Dans le cas de notre application, ces données sont obtenues sur deux porteuses  $L_1$  et  $L_2$ .

On suppose ici que l'évolution de la pseudo-distance satellite-récepteur  $\rho_r$  est linéaire par morceaux. Le discriminant, après avoir été recalé, évolue avec la variation  $d\rho_r$  de la pseudo-distance. En conséquence, l'évolution du discriminant peut aussi être supposée linéaire par morceaux pour un retard  $\tau = d\rho_r/c$  avec  $\tau \in [-T_c/2, T_c/2]$  (où  $T_c$  est la durée d'un bit du code CDMA). En effet on montre, en développant l'expression 3.52 de la valeur moyenne du discriminant non-cohérent "early-minus-late", que celui-ci peut être approximé par l'expression suivante pour  $\tau \in [-T_c/2, T_c/2]$ :

$$E[D_\tau] = 4C/N_0T \frac{\tau}{T_c} \quad (4.37)$$

Donc la durée maximale d'une zone stationnaire détectée à partir du discriminant correspond à une valeur maximale de  $|\tau| = T_c/2$  soit une valeur maximale de  $|d\rho_r|=150$  m. En pratique on dispose d'une mesure de discriminant toutes les millisecondes. La durée d'une zone stationnaire dépendra de la vitesse relative satellite-récepteur. Elle sera d'autant plus longue que cette vitesse sera faible, comme par exemple pour les satellites se situant au zénith du récepteur.

Pour calculer la fonction de contraste pénalisée, on considère une séquence de rupture donnée. On calcule alors dans la première zone stationnaire la valeur des paramètres de la droite qui ajuste les valeurs de discriminants bruités. On en déduit la valeur du retard, à la fin de la zone stationnaire, qui est utilisée pour recalé le code local sur le code reçu. Le même calcul est réalisé pour la deuxième zone stationnaire, puis ainsi de suite pour l'ensemble des zones stationnaires prises dans l'ordre chronologique. On reporte sur la figure 4.2 le signal discriminant pour les porteuses  $L_1$  et  $L_2$  recalé suivant la séquence de rupture en gris foncé et non recalé en gris clair. On remarquera que le discriminant sur  $L_2$ , contrairement à  $L_1$ , ne débute pas avec une valeur nulle. En effet le code CDMA local est unique pour les deux porteuses et synchronisé avec la porteuse  $L_1$  à l'acquisition. Dans ce cas le code local n'est pas synchrone (donc le discriminant est différent de zéro) avec le code de la porteuse  $L_2$  à cause, entre autre, du délai ionosphérique.

Dans ce contexte le modèle d'évolution du discriminant décrit par l'équation 4.7 est défini pour une fonction  $f_{j,k}(i)$  donnée par :

$$f_{j,k}(i) = a_{j,k} \cdot (i - t_{j,k-1}^*) \quad (4.38)$$

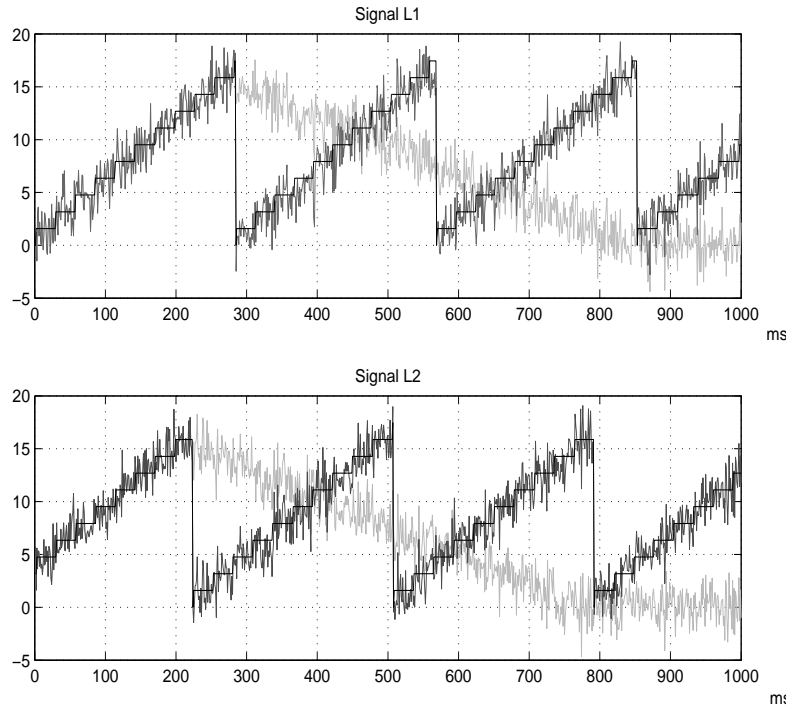


FIG. 4.2 – Exemple de segmentation de discriminant GPS

Finalement la fonction de contraste pénalisée définie pour deux porteuses du signal GPS est donnée par :

$$\begin{aligned}
 U_{\underline{y}}(\underline{r}_1, d_2) &= n_{1,1} \ln(\hat{\sigma}_{1,1}) + \sum_{k=2}^{N_1-1} (n_{1,k} \ln(\hat{\sigma}_{1,k})) + n_{1,N_1} \ln(\hat{\sigma}_{1,N_1}) \\
 &+ n_{2,1} \ln(\hat{\sigma}_{2,1}) + \sum_{k=2}^{N_1-1} (n_{2,k} \ln(\hat{\sigma}_{2,k})) + n_{2,N_1} \ln(\hat{\sigma}_{2,N_1}) \\
 &+ N_1 \beta + N_1 \frac{1}{2(\sigma_2^a)^2} (d_2 - d_2^a)^2
 \end{aligned} \tag{4.39}$$

Pour une séquence de rupture donnée  $\underline{r}_1$  et un décalage  $d_2$  fixé, on calcule la valeur de la pénalisation et la puissance du bruit sur le discriminant  $\sigma_{j,k}^2$  dans chaque segment stationnaire. Dans ce cas les paramètres fixés par l'utilisateur sont  $(\beta, d_2^a, \sigma_2^a)$ . Ils définissent l'information *a priori* sur le nombre et le décalage entre les ruptures détectées.

Cependant il existe plusieurs sources d'erreurs pour le modèle. La première est de supposer l'évolution de la pseudo-distance satellite récepteur linéaire par morceaux. On montre expérimentalement que cette erreur est faible dans le cas statique et dans le cas dynamique pour une vitesse de rotation du récepteur inférieure à 1 rad/s. La seconde erreur de modélisation est liée à l'échantillonnage du signal. En effet le discriminant est mesuré toutes les ms, mais la corrélation est calculée sur le signal échantillonné avec une fréquence de 20 Mhz. Dans ce cas la valeur du discriminant change lorsque la distance satellite-récepteur a évolué de 15 m. La fonction qui représente le discriminant n'est pas

une droite mais un escalier qui décrit une évolution par paliers successifs. L'expression de la droite estimée est alors donnée par :

$$\hat{f}_{j,k}(i) = \hat{a}_{j,k} \cdot \lfloor (i - t_{1,k-1} - d_2 - 1) * f_e \rfloor \frac{1}{f_e} \quad (4.40)$$

où  $f_e$  est la fréquence d'échantillonnage et  $\lfloor \cdot \rfloor$  désigne la partie entière. L'estimation de la valeur de la pente  $\hat{a}_{j,k}$  est donnée par :

$$\hat{a}_{j,k} = \underbrace{\operatorname{argmin}}_{a_{j,k}} \sum_{i=t_{1,k-1}+d_j+1}^{t_{1,k}+d_j} \left( a_{j,k} \cdot \lfloor (i - t_{1,k-1} - d_2 - 1) * f_e \rfloor \frac{1}{f_e} - y_{j,i} \right)^2 \quad (4.41)$$

En pratique, les valeurs de  $a_{j,k}$  testées sont prises au voisinage de la valeur estimée par son estimateur du maximum de vraisemblance sur les échantillons  $y_{j,i}$ .

## 4.5 Minimisation de la fonction de contraste pénalisée

Pour minimiser l'expression 4.39, on utilise un algorithme de recuit simulé [Lav98, JYTL03]. Cet algorithme est une procédure itérative pour laquelle à chaque itération  $i$ , des traitements sont effectués. Soit  $\lambda_1$ , la probabilité d'avoir une rupture sur la position  $i$  du signal 1, telle qu'elle est définie dans l'expression 4.4. On considère ici le cas de deux signaux  $y_1, y_2$  :

### 1. Initialisation.

- Soit  $j$  un compteur,  $j=0$ .
- Soit  $T_j$  un terme appelé température qui décroît quand  $j$  augmente, il est initialisé à la valeur 500.
- Pour chaque position  $i=1..n$ , on tire suivant la probabilité  $\lambda_1$  une valeur binaire pour la variable  $r_{1,i}$ . On définit ainsi une configuration de ruptures initiale en chaque point de la séquence de rupture  $\underline{r}_1$ .
- On choisit aléatoirement suivant la loi *a priori*  $f(d_2/\underline{r}_1)$ , le décalage  $d_2$  de la séquence de rupture  $\underline{r}_2$ . La séquence  $\underline{r}_2$  sera alors constituée à partir de la séquence  $\underline{r}_1$  dont la position des ruptures (positions à l'état 1) sera décalée de  $d_2$ .
- On calcule la valeur de la fonction de contraste pénalisée  $U_{\underline{y}}(\underline{r}_1, \underline{d})$  à partir de ces séquences.

### 2. Génération de séquences de ruptures candidates : $\tilde{\underline{r}}^{(1)}, \tilde{\underline{r}}^{(2)}, \tilde{\underline{r}}^{(3)}, \tilde{\underline{r}}^{(4)}$ .

- On choisit aléatoirement  $k \in 1,2,3,4$  pour définir l'une des séquences candidates suivantes :
  - $\implies \tilde{\underline{r}}^{(1)}$  est la transformation de  $\underline{r}_1$ , qui consiste à ajouter une rupture à une position  $i$ . Sur la séquence  $\underline{r}_2$ , on ajoute alors une rupture à la position  $i + d_2$ .
  - $\implies \tilde{\underline{r}}^{(2)}$  est la transformation de  $\underline{r}_1$ , qui consiste à retirer une rupture à une position  $i$  sélectionnée aléatoirement et dont la valeur était à 1. Sur la séquence  $\underline{r}_2$ , on retire alors la rupture de la position  $i + d_2$ .

$\implies \tilde{r}^{(3)}$  est la transformation de  $\underline{r}_1$ , qui consiste à remplacer une rupture à une position  $i$  sélectionnée aléatoirement et dont la valeur était à 1, par une rupture à une position  $j$ . Sur la séquence  $\underline{r}_2$ , on remplace la rupture de la position  $i + d_2$  par une rupture à la position  $j + d_2$ .

$\implies \tilde{r}^{(4)}$  est la transformation qui consiste à conserver la séquence de ruptures  $\underline{r}_1$  et à tirer aléatoirement suivant la loi *a priori*  $f(d_2/r_1)$  un nouveau décalage  $\tilde{d}_2$ . La séquence  $\underline{r}_2$  sera alors construite à partir de la séquence  $\underline{r}_1$  dont les positions des ruptures seront décalées de la nouvelle valeur  $\tilde{d}_2$ .

### 3. Test d'acceptation de l'une de ces nouvelles séquences de ruptures.

- On calcule les décroissances  $\Delta U_{\underline{y}}^{(k)} = U_{\underline{y}}(\tilde{r}^{(k)}) - U_{\underline{y}}(\underline{r})$  avec  $k \in \{1,2,3,4\}$ .
- Si  $\Delta U_{\underline{y}}^{(k)} < 0$ , alors  $U_{\underline{y}}(\underline{r}) = U_{\underline{y}}(\tilde{r}^{(k)})$  et  $\underline{r} = \tilde{r}^{(k)}$ .
- Si  $\Delta U_{\underline{y}}^{(k)} > 0$ , alors :  
 $\implies$  Soit Rand un nombre aléatoire tiré suivant une distribution uniforme sur  $[0,1]$ . On a alors :

$$\begin{cases} \underline{r} = \tilde{r}^{(k)} & \text{si } \exp(-\Delta U_{\underline{y}}^{(k)}/T_i) > \text{Rand} \\ \underline{r} = \underline{r} & \text{sinon.} \end{cases}$$

- La nouvelle valeur de  $T_i$  est  $T_i = T_i * 0.999$ .

### 4. Retour en 2.

L'algorithme s'arrête si, pendant un nombre déterminé d'itérations successives, il n'y a aucune modification de  $\underline{r}$ . Dans nos expérimentations, ce nombre d'itérations est 30000.

## 4.6 Expérimentations

### 4.6.1 Introduction

Dans cette partie, nous présentons trois expérimentations différentes pour montrer l'apport de la fusion, l'influence des paramètres du modèle et l'application de la méthode au signal GPS. Nous allons présenter dans la suite les résultats obtenus dans les trois cas suivants :

1. Dans la première expérimentation, on suppose le rapport  $C/N_0$  connu. En effet, il est possible de calculer cette grandeur sur le signal quand le code et la porteuse ont été extraits du signal. Dans ce cas on suppose celui-ci constant et connu pour la suite de l'expérimentation. On peut alors calculer, à partir de  $C/N_0$  et de la séquence de rupture testée, la pente du discriminant dans les zones stationnaires. On parle alors de segmentation du signal quand les pentes du discriminant sont connues.
2. Dans la seconde expérimentation, on suppose les paramètres du signal discriminant inconnus. Ils sont calculés avec leur estimateur du maximum de vraisemblance dans les zones stationnaires définies par la séquence de rupture testée.
3. Enfin dans la troisième et dernière expérimentation, la méthode proposée est testée dans un contexte réel sur un signal GPS simulé. Dans ce cas on introduit des

erreurs sur le modèle liées à la non-linéarité du discriminant et des erreurs liées à l'échantillonnage du signal.

Pour ces trois expérimentations, on compare la segmentation indépendante des discriminants obtenue sur les porteuses  $L_1$  et  $L_2$  avec la fusion-segmentation obtenue avec ou sans information *a priori* sur la valeur du décalage ionosphérique. On souhaite montrer l'apport de la fusion pour la segmentation des signaux, c'est-à-dire l'apport de la fusion pour la détection des ruptures des discriminants et l'estimation des paramètres de leur modèle. On souhaite aussi montrer l'apport de la fusion pour l'estimation du décalage entre les signaux.

On représente sur la figure 4.3, un exemple de réalisation des signaux testés dans le cas synthétique. Ces signaux synthétiques qui comprennent 400 échantillons, sont constitués de quatre segments de pentes différentes, bruités par un bruit additif gaussien de puissance 4. Il y a donc la présence de trois ruptures de pentes sur chacun d'eux, telles que l'on peut les voir représentées sur la figure 4.3. Le décalage entre les positions des ruptures est constant et est de 10 échantillons. Ces ruptures sont localisées sur les échantillons  $\underline{t}_1^* = \{100, 200, 300\}$  et  $\underline{t}_2^* = \{110, 210, 310\}$ .

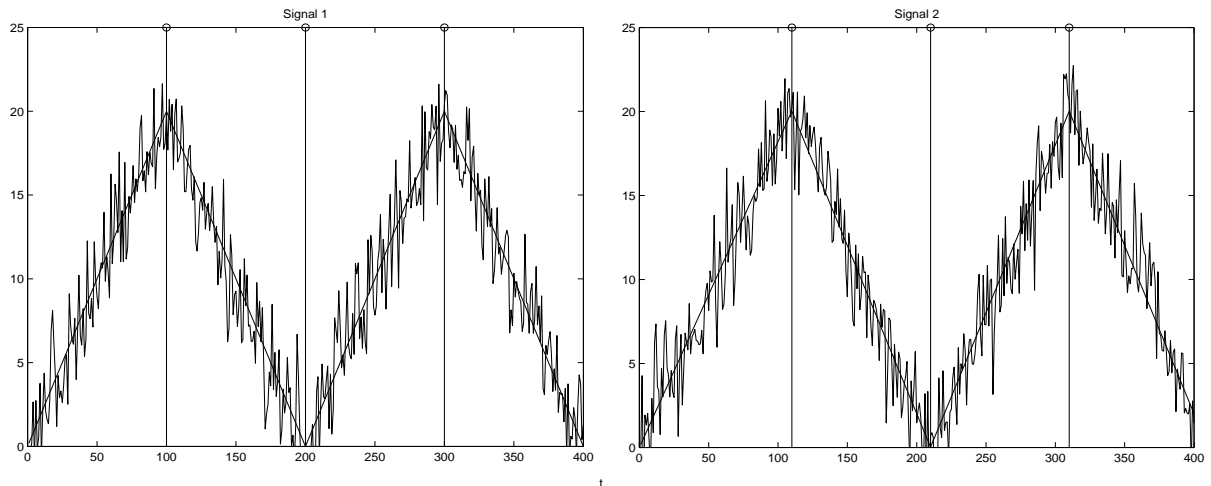


FIG. 4.3 – Exemple de réalisation des signaux linéaires par morceaux

Pour évaluer les performances de la segmentation en terme de localisation des ruptures, on calcule plusieurs critères à partir de la distribution empirique des ruptures détectées (Probabilité empirique, MTD, MDL, PM, c.f. chapitre 2 paragraphe 2.3.5). Cette distribution est estimée sur 100 réalisations des signaux. On estime aussi la distribution empirique du nombre de ruptures détectées pour régler la valeur des paramètres. En particulier, la valeur de  $\beta$  dans l'expression 4.39 est fixée pour obtenir une distribution centrée sur le nombre de ruptures réelles.

## 4.6.2 Segmentation du signal quand les pentes du signal sont connues

On suppose que, à chaque position de la rupture, la pente du signal est connue et n'a pas besoin d'être estimée par moindres carrés. Cela revient à considérer le cas où les rapports  $C/N_0$  des signaux GPS sont connus et que l'on suppose la pseudo-distance linéaire par morceaux de 150 m (soit  $\tau = T_c/2$  avec  $T = 1$  ms,  $T_c \approx 1\mu\text{s}$ ). Il est alors possible de calculer la valeur maximale du discriminant grâce à l'expression 4.37. Nous allons dans les paragraphes suivants, comparer la méthode dans les différents cas :

- Paragraphe 4.6.2.1 : Segmentation indépendante des deux signaux.
- Paragraphe 4.6.2.2 : Fusion-segmentation sans *a priori* sur le décalage des ruptures.
- Paragraphe 4.6.2.3 : Fusion-segmentation avec un *a priori* gaussien sur le décalage des ruptures.

On reporte dans le tableau 4.1 suivant la valeur des paramètres de pénalisation de la fonction 4.39 pour ces différents cas.

	$\beta$	$\beta_J$	$d_2^a$	$\sigma_2^a$
Paragraphe 4.6.2.1	100	-	-	-
Paragraphe 4.6.2.2	100	12	-	-
Paragraphe 4.6.2.3	100	-	10	6.25
Paragraphe 4.6.2.3	100	-	10	0.25

TAB. 4.1 – Valeurs des paramètres pour les différentes expérimentations

### 4.6.2.1 Segmentation indépendante des signaux

Nous réalisons ici la segmentation sur chacun des signaux indépendamment. Celle-ci est obtenue par minimisation de la fonction de contraste développée dans la section précédente. La procédure de minimisation utilisée est un algorithme de recuit simulé tel qu'il est décrit au paragraphe 4.5. Nous affichons sur la figure 4.4.(b), la distribution empirique du nombre de ruptures détectées sur le signal 1 qui est identique à celle du signal 2. Nous remarquons que nous estimons toujours le nombre réel de ruptures. Sur la figure 4.4.(a), on représente les distributions des instants de ruptures détectées sur chacun des signaux. Nous pouvons constater que les distributions sont bien centrées sur les positions réelles des ruptures.

On reporte dans le tableau 4.2 les critères de performances  $P_t$ ,  $P_{t\pm\Delta t}$ ,  $MTD$ ,  $MDL$ ,  $\sigma_r$  et  $PM$  calculés à partir des séquences de ruptures estimées. On peut noter que les valeurs sont sensiblement les mêmes car il s'agit de signaux ayant les mêmes puissances de bruit. On peut également noter que les valeurs des  $\sigma_r$  sont nulles du fait de la bonne détection du nombre de ruptures. On donne, dans la dernière colonne du tableau, la valeur moyenne du décalage estimé et la variance de l'estimation.

Ces résultats seront comparés aux résultats obtenus avec les méthodes de fusion afin d'évaluer leurs performances.

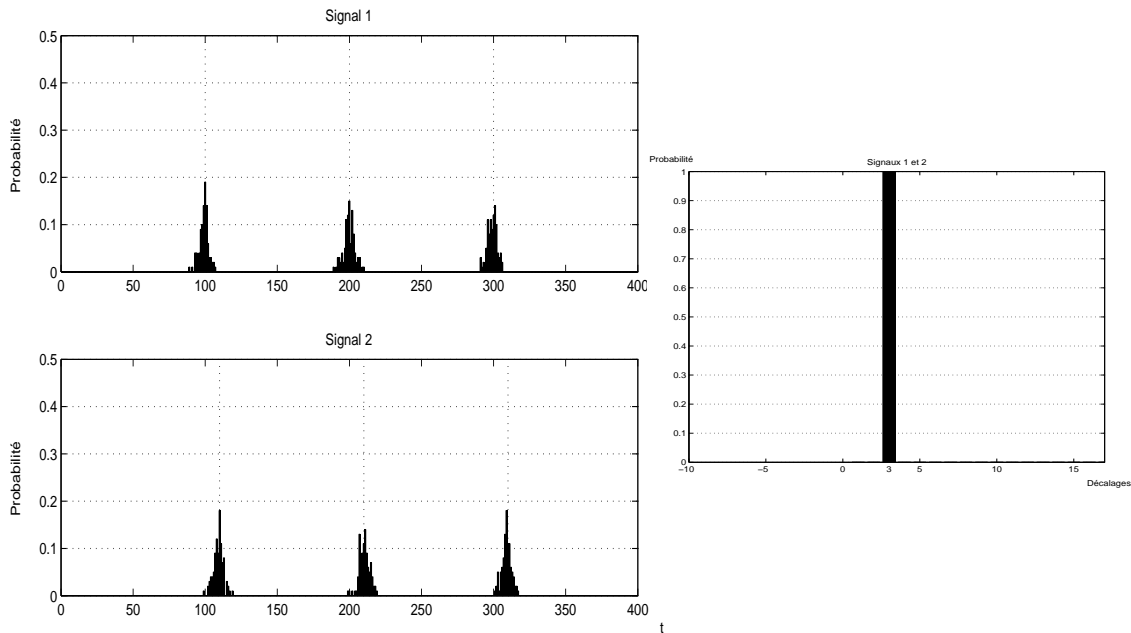


FIG. 4.4 – Distributions empiriques du nombre et de la position des ruptures pour la segmentation indépendante (pentes connues)

	$P_{t_{j,1}^*}$	$P_{t_{j,1}^* \pm 3}$	$P_{t_{j,2}^*}$	$P_{t_{j,2}^* \pm 3}$	$\sigma_r$	MTD	MDL	PM	Décalage : $\overline{m_c}(\sigma_c^2)$
Signal 1 (j=1)	0.19	0.75	0.15	0.7	0	2.68	31.25	0.07	0
Signal 2 (j=2)	0.18	0.74	0.11	0.70	0	2.73	30.73	0.07	11.4(1.61)

TAB. 4.2 – Mesures des critères de performances pour la segmentation indépendante (pentes connues)

#### 4.6.2.2 Fusion-segmentation sans a priori sur le décalage des ruptures

Nous réalisons ici la fusion-segmentation de deux signaux dont les ruptures sont décalées. On estime la séquence de rupture sur le premier signal ainsi que le décalage relatif aux ruptures du deuxième signal. On considère ici que l'on ne dispose d'aucune information *a priori* sur la valeur du décalage. On suppose donc que la distribution des valeurs de décalage possibles est équiprobable. Dans ce cas, la pénalisation dépend de la probabilité *a priori* d'avoir une rupture sur le premier signal (c.f. Paragraphe 4.3.2.1).

On reporte sur les figures 4.5, les distributions des positions de ruptures détectées. Nous constatons que les distributions des ruptures détectées sont plus hautes et plus resserrées sur les positions des ruptures que dans le cas de la segmentation indépendante. Cela est confirmé par les valeurs des critères de performances reportées dans le tableau 4.3. Les valeurs des probabilités, que ce soit sur la rupture ou autour de la rupture ( $\Delta t = 3$  échantillons), sont toujours plus fortes quand les signaux sont fusionnés. De même, la fusion fournit de meilleurs résultats pour l'ensemble des critères proposés.

On reporte sur la figure 4.6, la distribution empirique des décalages estimés. On peut constater qu'il s'agit d'une distribution de type Gaussienne, centrée sur la valeur  $\overline{m_c}$ , et

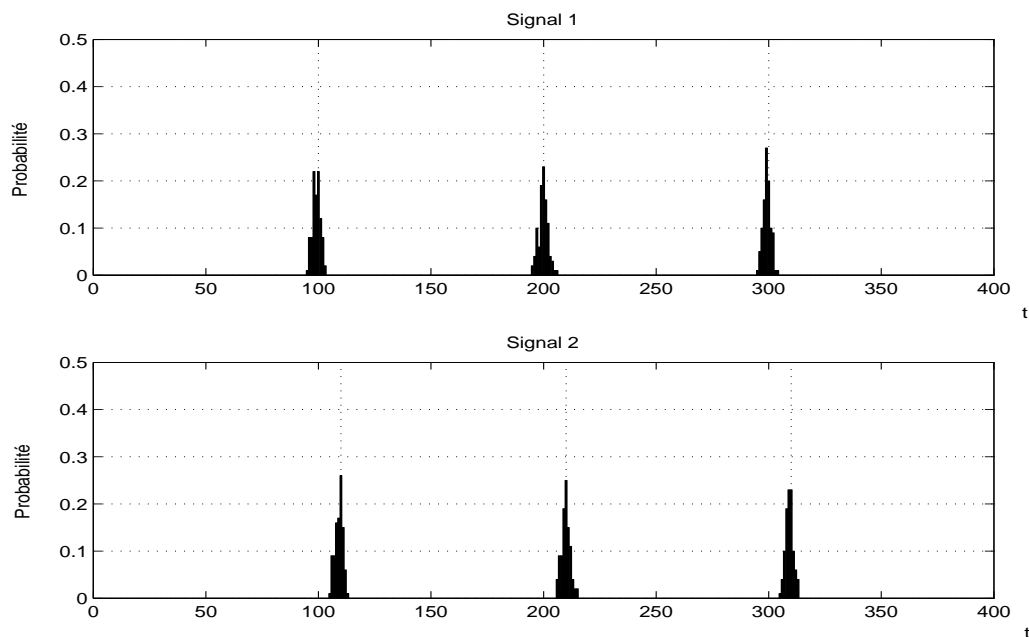


FIG. 4.5 – Distributions de la position des ruptures pour la fusion sans *a priori* (pentes connues)

	$P_{t_{j,1}^*}$	$P_{t_{j,1}^* \pm 3}$	$P_{t_{j,2}^*}$	$P_{t_{j,2}^* \pm 3}$	$\sigma_r$	MTD	MDL	PM	Décalage : $\overline{m_c}(\sigma_c^2)$
Signal 1	0.22	0.91	0.21	0.89	0	1.55	27.8	0.06	0
Signal 2	0.26	0.9	0.25	0.92	0	1.47	25.4	0.05	10.06(1.3)

TAB. 4.3 – Mesures des critères de performances pour la fusion sans *a priori* (pentes connues)

d'écart-type  $\sigma_c$ . La moyenne du décalage estimé ainsi que la variance sont ici meilleures avec la fusion par rapport à une segmentation indépendante sur chacun des signaux. En effet dans ce cas, les paramètres de la fonction de contraste sont calculés à partir des échantillons des deux signaux.

L'estimation du décalage sur des mesures précédentes, ou la possibilité de connaître sa distribution *a priori*, nous permet d'avoir une idée plus ou moins précise sur sa valeur réelle. Jusqu'ici la segmentation était réalisée conjointement sur les deux signaux sans intégrer d'information *a priori* sur cette valeur de décalage. Nous allons tester dans le paragraphe suivant, l'apport d'une telle information pour la segmentation.

#### 4.6.2.3 Fusion-segmentation avec *a priori* Gaussien sur le décalage des ruptures

On considère dans cette expérimentation un *a priori* sur le décalage entre les ruptures des signaux suivant une loi Gaussienne (c.f. paragraphe 4.3.2.2). Cela permettra d'augmenter la pénalisation pour des décalages de ruptures semblant peu probables, et



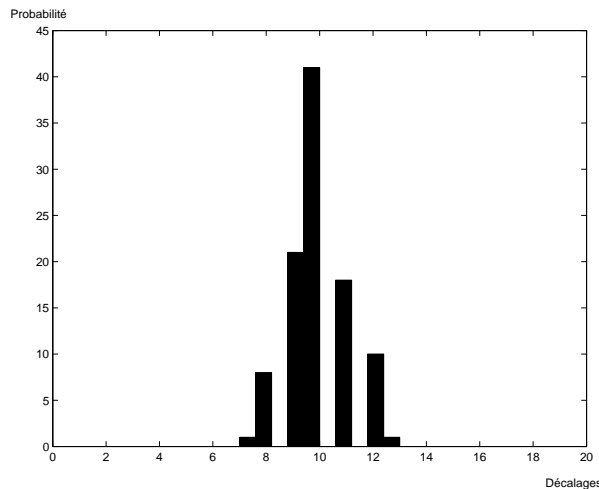


FIG. 4.6 – Distribution des valeurs de décalages estimées (pentes connues)

de favoriser ceux qui sont plus probables. En pratique, dans le message de navigation du signal GPS, on dispose d'informations qui permettent de calculer la valeur du décalage ionosphérique. Cette valeur approximative peut être utilisée comme information *a priori* dans la mise en oeuvre du détecteur.

Dans cette expérimentation, on utilisera une distribution Gaussienne pour modéliser l'information *a priori*, ses paramètres sont définis dans le tableau 4.1. Plutôt que d'effectuer une double minimisation sur l'ensemble des décalages possibles qui consiste à tirer aléatoirement des séquences de décalages selon une loi équiprobable, on va cette fois tirer aléatoirement un décalage estimé  $\hat{d}$  suivant cette loi Gaussienne.

Nous reportons sur la figure 4.7, la distribution empirique de la position des ruptures estimées. Nous constatons visuellement que la segmentation est meilleure car les distributions sont plus marquées sur les positions des ruptures. Le tableau 4.4 fournit les valeurs des différents critères de performances mesurés. Ces valeurs viennent confirmer l'impression visuelle. En effet, on constate que pour chaque critère, l'ajout de l'*a priori* Gaussien permet d'améliorer les performances par rapport à la fusion simple décrite précédemment et de ce fait par rapport à la segmentation indépendante.

	$P_{t_{j,1}^*}$	$P_{t_{j,1}^* \pm 3}$	$P_{t_{j,2}^*}$	$P_{t_{j,2}^* \pm 3}$	$\sigma_r$	MTD	MDL	PM	Décalage : $\overline{m_c}(\sigma_c^2)$
Signal 1	0.23	0.97	0.22	0.93	0	1.48	27.4	0.05	0
Signal 2	0.26	0.95	0.21	0.95	0	1.47	24.8	0.05	9.96(1.02)

 TAB. 4.4 – Mesures des critères de performances pour la fusion avec un *a priori* (pentes connues)

Supposons maintenant que l'on dispose d'une meilleure connaissance *a priori* du décalage, c'est-à-dire que la distribution Gaussienne est centrée sur la valeur réelle du décalage et que sa variance est faible, soit égale à 0.25. Nous présentons sur la figure 4.8, la distribution empirique obtenue, et dans le tableau 4.5 la valeur des critères de performances.

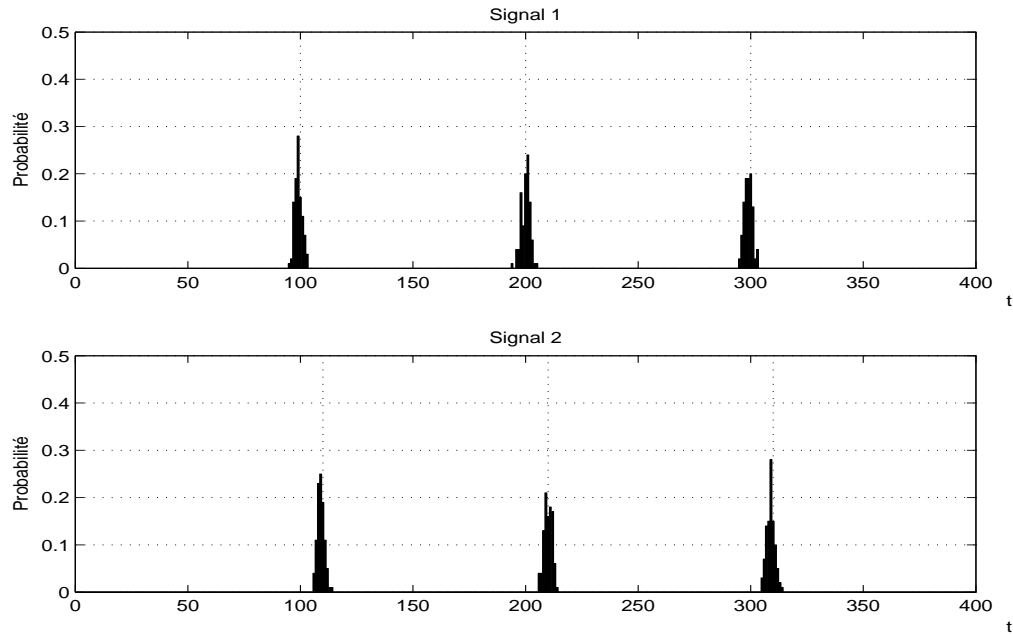


FIG. 4.7 – Distributions de la position des ruptures pour la fusion avec un *a priori* (pentes connues)

On constate que, dans ce cas, on améliore encore les performances de la segmentation et que l'estimation du décalage relatif entre les ruptures est plus précis.

	$P_{t_{j,1}^*}$	$P_{t_{j,1}^* \pm 3}$	$P_{t_{j,1}^*}$	$P_{t_{j,1}^* \pm 3}$	$\sigma_r$	MTD	MDL	PM	Décalage : $\overline{m_c}(\sigma_c^2)$
Signal 1	0.28	0.98	0.23	0.94	0	1.38	27.36	0.05	0
Signal 2	0.25	0.98	0.26	0.97	0	1.36	24.75	0.05	10(0.46)

TAB. 4.5 – Mesures des critères de performances pour la fusion avec un *a priori* fort (pentes connues)

### 4.6.3 Segmentation du signal quand les pentes du signal sont inconnues

Nous nous plaçons maintenant dans un cadre de détection de ruptures de pentes de signaux aux paramètres totalement inconnus. Il s'agit d'appliquer les méthodes de fusion-segmentation sur des signaux linéaires par morceaux lorsque tous les paramètres sont estimés. On souhaite mesurer les performances des méthodes développées dans ce contexte. En effet, dans la réalité, la mesure de  $C/N_0$  n'est pas suffisamment précise pour être utilisée comme information *a priori*. De plus, dans le cas d'un récepteur manœuvrant rapidement, les morceaux linéaires de la pseudo-distance peuvent être inférieurs à 150m. Les pentes du discriminant dans ces cas ne sont pas connues.

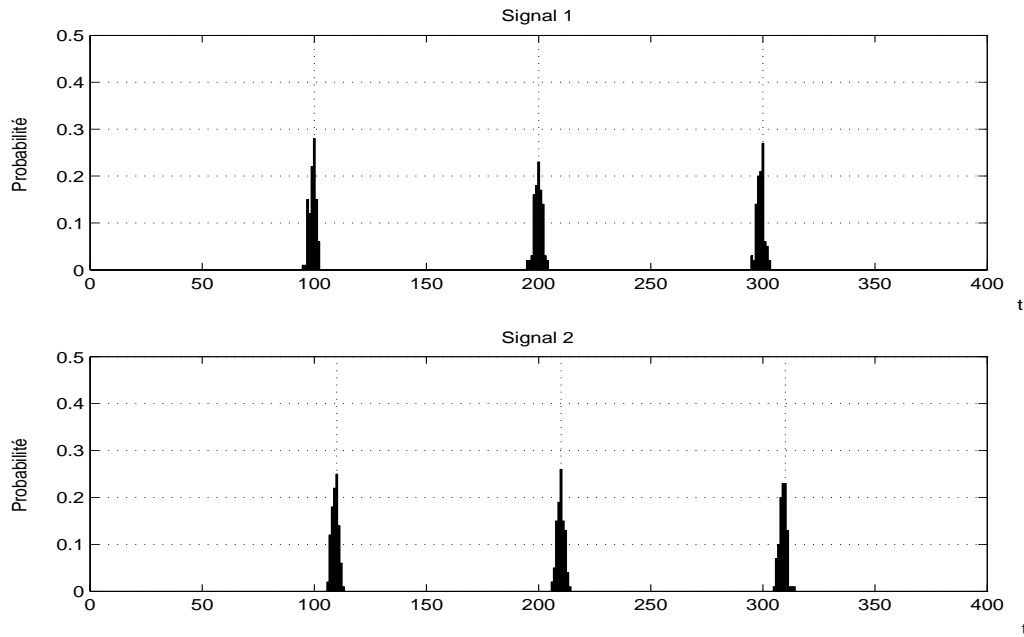


FIG. 4.8 – Distributions de la position des ruptures pour la fusion avec un a priori fort (pentes connues)

La procédure de test sera la même que dans l’expérimentation précédente. Les trois cas seront étudiés dans les paragraphes 4.6.3.1-4.6.3.3 et les paramètres de la pénalisation sont les mêmes que ceux indiqués dans le tableau 4.1.

#### 4.6.3.1 Segmentation indépendante des signaux

La segmentation est réalisée sur chacun des signaux pris séparément. On reporte sur la figure 4.9 la distribution empirique de la position des ruptures détectées. Le paramètre  $\beta$  qui permet de contrôler la résolution de la segmentation a été réglé de manière à toujours obtenir le bon nombre de ruptures, à savoir 3. Pour les distributions des ruptures détectées, on peut remarquer que les formes de celles-ci sont un peu plus étalées, comparées à celles de l’expérimentation précédente. Cela est dû à l’estimation des paramètres qui rend la localisation moins précise. Dans le tableau 4.6, sont présentés les résultats obtenus pour

	$P_{t_{j,1}}^*$	$P_{t_{j,1} \pm 3}^*$	$P_{t_{j,2}}^*$	$P_{t_{j,2} \pm 3}^*$	$\sigma_r$	MTD	MDL	PM	Décalage : $\overline{m_c}(\sigma_c^2)$
Signal 1	0.06	0.55	0.07	0.53	0	3.88	36.03	0.08	0
Signal 2	0.14	0.47	0.12	0.54	0	4.26	36.24	0.08	8.73(67.51)

TAB. 4.6 – Mesures des critères de performances pour la segmentation indépendante (pentes inconnues)

les critères de mesures de performances. Ces résultats sont moins bons que ceux obtenus

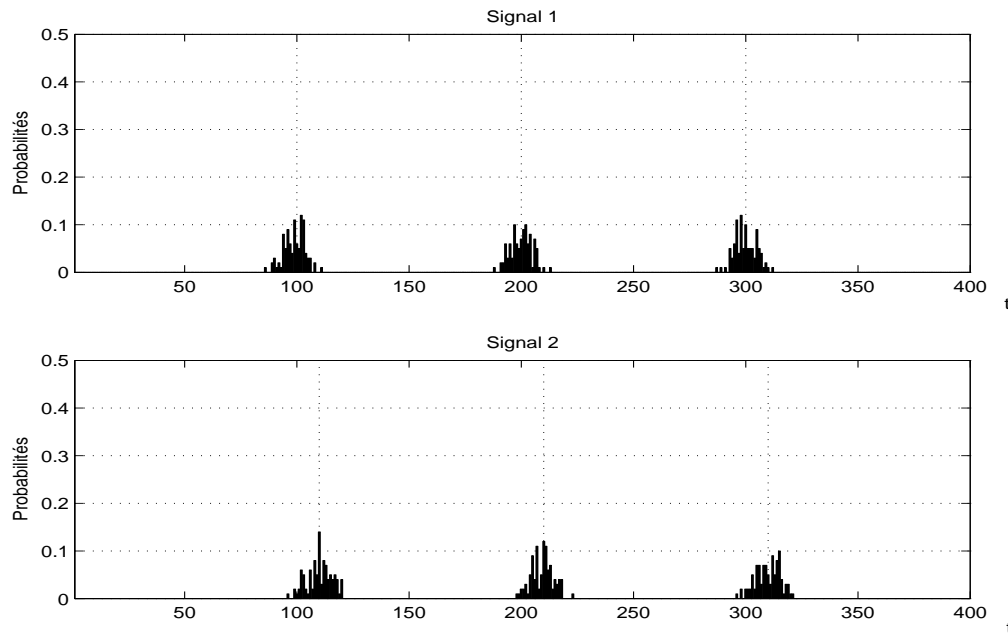


FIG. 4.9 – Distributions de la position des ruptures pour la segmentation indépendante (pentes inconnues)

dans le tableau 4.2, lorsque les paramètres statistiques des discriminants sont connus. Ils serviront de base pour évaluer la fusion-segmentation.

#### 4.6.3.2 Fusion-segmentation sans *a priori* sur le décalage des ruptures

On considère ici que les valeurs de décalage entre ruptures sont équiprobables. On a alors dans ce cas aucune information *a priori* sur le décalage. On reporte sur la figure 4.10, la distribution empirique de la position des ruptures détectées. Dans le tableau 4.7 sont présentés les résultats obtenus pour les indices de performances associés à cette expérimentation.

Sur la figure 4.10 les distributions sont légèrement plus resserrées autour des positions réelles des ruptures, mais visuellement le gain de performances n'est pas significatif. Il faut comparer les valeurs des critères du tableau 4.7 pour constater que les probabilités sont pratiquement les mêmes que pour la segmentation indépendante. En revanche pour les critères MTD, MDL, PM et le décalage, les performances sont meilleures. L'augmentation la plus importante est obtenue pour l'estimation du décalage entre les ruptures des signaux. Le fait de réaliser une segmentation conjointe permet d'estimer plus précisément et avec moins de dispersion le décalage, les paramètres des signaux et la position des ruptures.

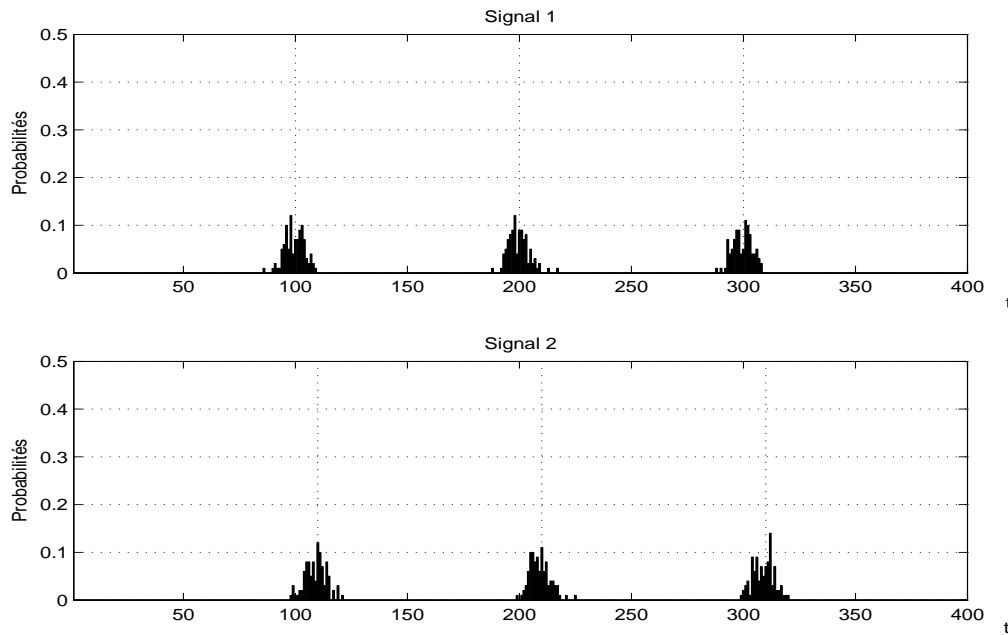


FIG. 4.10 – Distributions de la position des ruptures pour la fusion sans a priori (pentes inconnues)

	$P_{t_{j,1}^*}$	$P_{t_{j,1}^* \pm 3}$	$P_{t_{j,2}^*}$	$P_{t_{j,2}^* \pm 3}$	$\sigma_r$	MTD	MDL	PM	Décalage : $\overline{m_c}(\sigma_c^2)$
Signal 1	0.07	0.54	0.09	0.58	0	3.85	35.59	0.07	0
Signal 2	0.12	0.49	0.11	0.51	0	4.02	35.64	0.07	9.42(16.77)

TAB. 4.7 – Mesures des critères de performances pour la fusion sans a priori (pentes inconnues)

#### 4.6.3.3 Fusion-segmentation avec a priori Gaussien sur le décalage des ruptures

Nous considérons ici une loi *a priori* Gaussienne pour la valeur du décalage, et nous testons la fusion de segmentation pour différents paramètres de cette distribution. La moyenne de la distribution  $d_2^a = 10$  est centrée sur la valeur réelle du décalage. L'écart-type de la distribution, est fixé dans une première expérimentation à  $\sigma_2^a = 2.5$  puis dans une seconde à  $\sigma_2^a = 0.5$ , où la valeur de  $\sigma_2^a$  traduit la confiance donnée à l'initialisation de  $d_2^a = 10$ .

Nous présentons sur la figure 4.11 la distribution des ruptures détectées pour  $\sigma_e = 2.5$  en (a) et pour  $\sigma_e = 0.5$  en (b). Nous reportons dans le tableau 4.8, les valeurs des probabilités ainsi que les critères de mesures de performances habituels pour chacune des expérimentations.

Les distributions sont dans les deux cas plus resserrées autour des positions réelles des ruptures. On peut également noter que, quand l'écart-type  $\sigma_2^a$  est plus faible, la localisation des ruptures est moins dispersée. Les mesures de probabilités inscrites dans le tableau 4.8

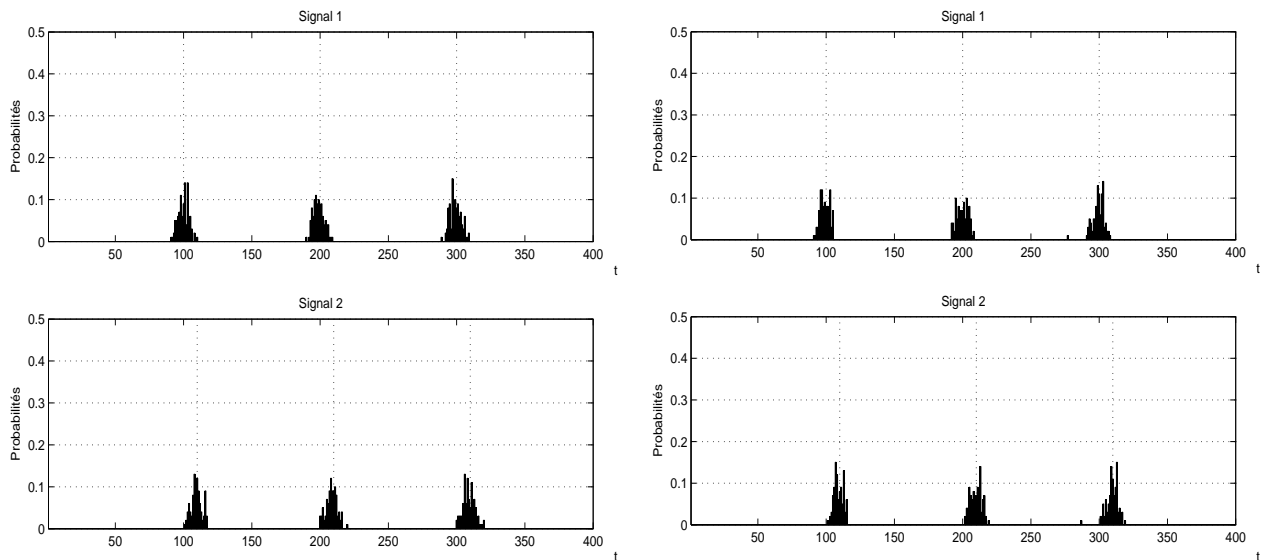


FIG. 4.11 – Distributions de la position des ruptures pour la fusion avec un *a priori* (pentes inconnues)

laissent indiquer que, avec la diminution de la variance  $\sigma_c^2$ , la localisation autour de la rupture et la localisation à l’instant de la rupture sont globalement les mêmes. Les valeurs des autres critères, notamment les MTD, MDL et PM, diminuent avec la variance. De même, l’estimation du décalage (moyenne et variance) est plus précise avec une meilleure connaissance *a priori*.

	$P_{t_{j,1}}^*$	$P_{t_{j,1} \pm 3}^*$	$P_{t_{j,2}}^*$	$P_{t_{j,2} \pm 3}^*$	$\sigma_r$	MTD	MDL	PM	Décalage : $\overline{m_c}(\sigma_c^2)$
Signal 1 pour $\sigma_e = 2.5$	0.09	0.65	0.04	0.53	0	3.39	34.1	0.07	0
Signal 1 pour $\sigma_e = 0.5$	0.08	0.63	0.07	0.54	0	3.26	33.52	0.07	0
Signal 2 pour $\sigma_e = 2.5$	0.12	0.63	0.09	0.6	0	3.42	33.52	0.07	9.58(6.77)
Signal 2 pour $\sigma_e = 0.5$	0.08	0.68	0.07	0.61	0	3.22	32.4	0.07	10.02(0.26)

TAB. 4.8 – Mesures des critères de performances pour la fusion avec un *a priori* (pentes inconnues)

Finalement, la segmentation est moins bonne quand les paramètres sont estimés. Cependant, les méthodes de fusion développées dans ce cas permettent d’accroître les performances sur tous les critères mesurés. Cette augmentation est d’autant plus forte que l’on intègre une information *a priori* précise sur le décalage entre les ruptures.

#### 4.6.4 Application à la poursuite de code du système GPS

Les expérimentations sont réalisées sur des signaux GPS synthétiques ayant les mêmes caractéristiques que ceux du chapitre 3. C’est-à-dire que nous simulons l’évolution d’un retard entre le satellite numéro 29 et l’antenne positionnée sur le toit du Laboratoire

d'Analyse des Systèmes du Littoral, au jour 3 de la semaine GPS 1291 à 12 heures, 00 minute et 00 seconde. Les signaux  $L_1$  et  $L_2$  sont supposés de puissances identiques avec 51 dB.Hz pour  $L_1$  et pour  $L_2$ . Les codes contenus dans chacun d'eux sont les mêmes et de fréquence 1.023 MHz. La fréquence d'échantillonnage du signal est fixée à 20 MHz. La durée de la fenêtre de travail est fixée à 1s soit 1000 échantillons. Le taux d'électrons libres dans l'atmosphère est fixé de manière à obtenir un décalage de 61 échantillons entre les ruptures des deux discriminants. Les positions des ruptures sont  $\underline{t}_1^* = \{284,568,852\}$  pour le signal  $L_1$  et  $\underline{t}_2^* = \{223,507,791\}$  pour le signal  $L_2$ .

Dans le cas du signal GPS, on souhaite comparer la segmentation indépendante des discriminants sur les porteuses  $L_1$  et  $L_2$  avec la fusion des segmentations quand on a un *a priori* faible ou fort sur la valeur du décalage entre les ruptures. Les paramètres de la pénalisation, pour ces trois cas traités dans les paragraphes 4.6.4.1-4.6.4.3, sont donnés dans le tableau 4.9 suivant :

	$\beta$	$d_2^a$	$\sigma_2^a$
Paragraphe 4.6.4.1	500	-	-
Paragraphe 4.6.4.2	500	-60	6.25
Paragraphe 4.6.4.3	500	-61	0.25

TAB. 4.9 – Valeurs des paramètres pour les différentes expérimentations

Dans ces expérimentations, les valeurs de  $\beta$  sont fixées pour que la distribution du nombre de segments détectés soit le nombre réel de segments présents.

#### 4.6.4.1 Segmentation indépendante des discriminants de $L_1$ et $L_2$

Nous réalisons dans un premier temps la segmentation des signaux  $L_1$  et  $L_2$  séparément. Nous présentons sur la figure 4.12 la distribution empirique des ruptures détectées. Le tableau 4.10 indique les valeurs des critères utilisés précédemment. A partir des discriminants segmentés, il est possible de déterminer l'évolution du retard. En effet, les segments mis bout à bout permettent de reconstruire l'évolution linéaire du discriminant. Connaissant la valeur du discriminant en fonction du retard et du rapport signal sur bruit, on détermine l'évolution de ce retard. On peut alors calculer l'évolution de la valeur de la pseudo-distance satellite-récepteur. On reporte dans le tableau 4.10, en plus des critères habituels, l'erreur quadratique moyenne entre la pseudo-distance estimée et la pseudo-distance réelle. Nous y inscrivons également la moyenne ainsi que la variance de l'écartement que l'on peut mesurer entre les deux signaux.

Nous constatons sur les distributions que les localisations sont centrées sur la position réelle des ruptures des signaux. Les probabilités et les valeurs obtenues pour chacun des critères permettront de comparer les résultats obtenus avec la fusion.

Le critère le plus important pour la localisation par un système GPS est l'estimation du retard et donc de la distance séparant un récepteur d'un satellite. Plus cette estimation est précise, meilleure est la détermination de la position du récepteur. L'avant-dernière colonne du tableau 4.10 indique l'erreur quadratique moyenne en mètres entre la pseudo-distance simulée et la pseudo-distance estimée avec notre méthode. A titre d'information,

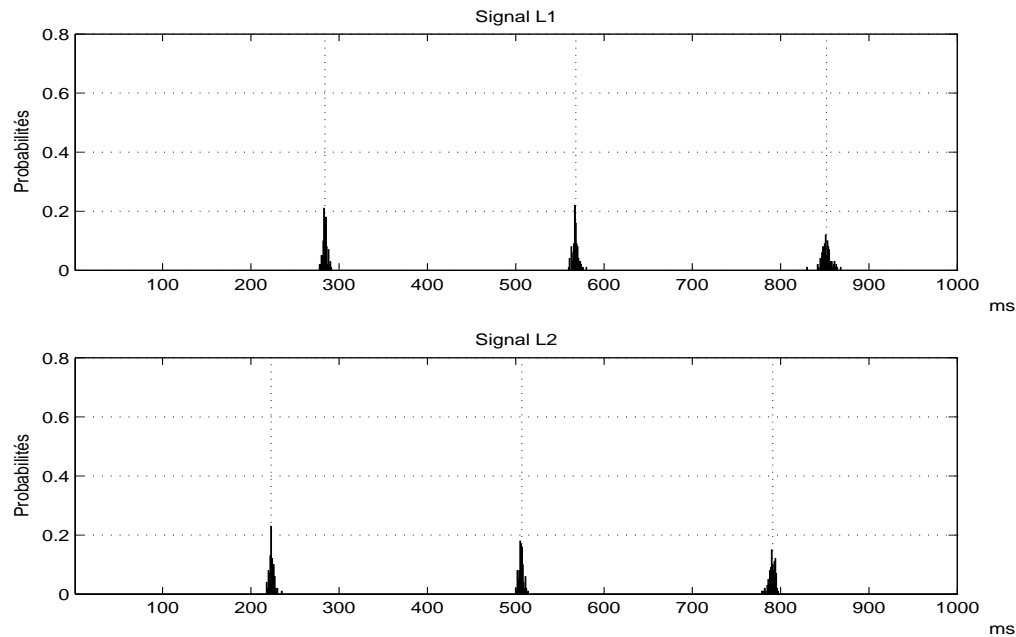


FIG. 4.12 – Distributions de la position des ruptures pour la segmentation indépendante du signal GPS multi-porteuses

	$P_{t_{j,1}^*}$	$P_{t_{j,1}^* \pm 3}$	$P_{t_{j,2}^*}$	$P_{t_{j,2}^* \pm 3}$	$\sigma_r$	MTD	MDL	PM	EQM distance	Décalage : $\overline{m_c}(\sigma_c^2)$
$L_1$	0.14	0.78	0.16	0.74	0	2.82	558.22	0.06	2.49	0
$L_2$	0.23	0.82	0.16	0.75	0	2.74	498.14	0.06	2.44	-60.17(28.05)

TAB. 4.10 – Mesures des critères de performances pour la segmentation indépendante du signal GPS multi-porteuses

dans les récepteurs classiques l'écart-type de l'erreur sur la mesure de la pseudo-distance à la ms est de l'ordre de 40 m [DF92].

#### 4.6.4.2 Fusion-segmentation avec un *a priori* Gaussien "faible" sur le décalage des ruptures

Dans la méthode de fusion-segmentation développée, il est possible d'intégrer de l'information *a priori* sur la valeur du décalage entre les positions des ruptures des différents signaux. Ce décalage, dans le cas des signaux discriminants GPS est fonction de l'état de l'ionosphère. Le message de navigation fournit des informations sur l'état de l'ionosphère au moment de la réception des signaux. Une fois ce message acquis, on peut alors calculer la valeur du décalage induit par la traversée ionosphérique du signal GPS. Ces informations, approximatives, ne permettent pas de connaître précisément la valeur des décalages. On suppose donc que l'on a une distribution *a priori* Gaussienne, des décalages possibles, centrée sur la valeur  $d_e = 60$ . La variance de cette distribution est fixée à 6.25. On représente sur la figure 4.13, la distribution empirique des ruptures détectées.



On reporte dans le tableau 4.11 les résultats obtenus pour les différents critères.

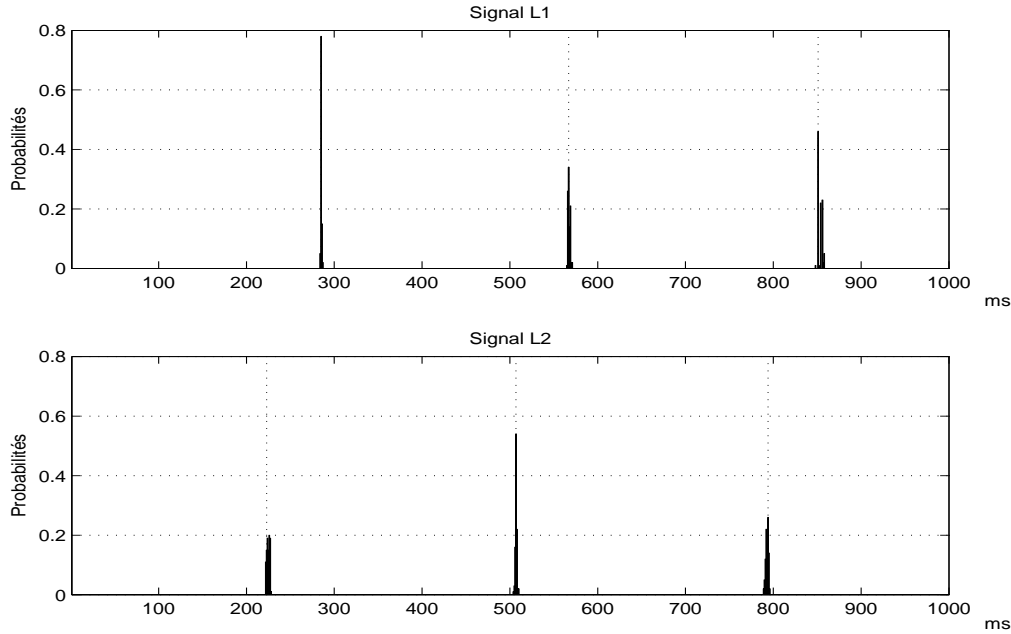


FIG. 4.13 – Distributions de la position des ruptures pour la fusion avec a priori faible du signal GPS multi-porteuses

On peut remarquer sur la figure 4.13 que l’amplitude des pics est plus grande et plus resserrée que lors de la segmentation indépendante. Les valeurs des probabilités inscrites dans le tableau 4.11 nous indiquent que la localisation est toujours meilleure sur la position théorique des ruptures, et autour de ces positions théoriques. Les temps moyens de détection MTD, ainsi que les MDL ont tous deux diminué. Finalement, on obtient une meilleure estimation de la pseudo-distance puisque l’erreur quadratique moyenne est plus faible. Dans la dernière colonne du tableau 4.11, on reporte le décalage estimé moyen. Le décalage réel étant de -61 échantillons, l’estimation est plus proche de la valeur réelle que dans le cas de la segmentation indépendante, et la dispersion autour de cette valeur moyenne est également moins importante.

	$P_{t_{j,1}^*}$	$P_{t_{j,1}^* \pm 3}$	$P_{t_{j,2}^*}$	$P_{t_{j,2}^* \pm 3}$	$\sigma_r$	MTD	MDL	PM	EQM distance	Décalage : $\overline{m_c}(\sigma_c^2)$
$L_1$	0.78	1	0.34	1	0	1.18	350	0.06	2.33	0
$L_2$	0.15	0.8	0.54	1	0	1.34	358	0.06	2.38	-60.35(2.25)

TAB. 4.11 – Mesures des critères de performances pour la fusion avec a priori faible du signal GPS multi-porteuses

Les mesures réalisées ici montrent que la fusion des segmentations réalisée sur les discriminants de  $L_1$  et  $L_2$  permet d’améliorer les performances en terme de détection et localisation des ruptures sur chacun d’eux. On obtient donc une meilleure estimation

de la pseudo-distance et du décalage des codes qui permet de déterminer le retard de propagation ionosphérique.

#### 4.6.4.3 Fusion-segmentation avec un *a priori* Gaussien "fort" sur le décalage des ruptures

On considère dans cette expérimentation que l'on a une "forte" confiance dans l'information *a priori* dont on dispose. Dans ce cas, la distribution *a priori* Gaussienne est centrée sur la valeur du décalage réel, soit  $d_e = -61$  avec un écart-type de 0.25. On représente sur la figure 4.14 la distribution empirique des ruptures détectées. Le tableau 4.12 fournit les valeurs des critères obtenus pour cette expérimentation

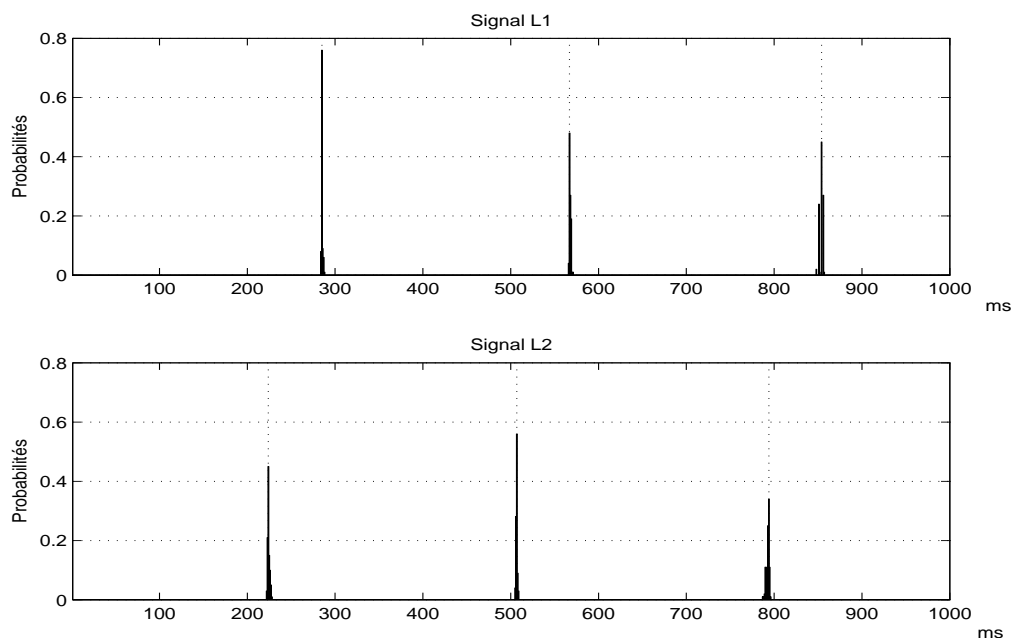


FIG. 4.14 – Distributions de la position des ruptures pour la fusion avec *a priori* fort du signal GPS multi-porteuses

Comparativement aux mesures où l'on a un *a priori* plus faible, on vient dans ce cas améliorer chacune des mesures de performances. Les distributions sont mieux centrées autour des positions théoriques des ruptures. Nous constatons alors que le fait d'avoir une bonne connaissance au préalable du décalage permet non seulement de mieux estimer ce décalage (meilleure moyenne et meilleure variance de l'estimation du décalage), mais également d'effectuer moins d'erreurs sur l'estimation de la pseudo-distance.

Les techniques de fusion-segmentation hors-ligne appliquées à la segmentation des discriminants de code du système GPS, permettent d'améliorer les performances par rapport à une segmentation indépendante des signaux. Cette conclusion reste vraie avec ou sans *a priori* sur les décalages entre les signaux. Enfin, par rapport à la méthode de segmentation présentée dans le chapitre 3, nous constatons une amélioration de l'estimation du retard. En revanche, la méthode d'optimisation implique des temps de calculs plus longs

	$P_{t_{j,1}}^*$	$P_{t_{j,1} \pm 3}^*$	$P_{t_{j,2}}^*$	$P_{t_{j,2} \pm 3}^*$	$\sigma_r$	MTD	MDL	PM	EQM distance	Décalage : $\overline{m_c}(\sigma_c^2)$
$L_1$	0.76	0.99	0.48	1	0	0.84	332.3	0.06	2.31	0
$L_2$	0.45	0.94	0.56	1	0	0.92	327.6	0.05	2.3	-60.89(0.56)

TAB. 4.12 – Mesures des critères de performances pour la fusion avec *a priori* fort du signal GPS multi-porteuses

qu'un système de décision simple. Nous verrons dans le chapitre suivant l'application de ces différentes méthodes de segmentation au calcul de la position.

## 4.7 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre l'étude et la mise en oeuvre d'une méthode de segmentation hors-ligne appliquée à la segmentation des discriminants de signaux GPS multi-porteuses. La méthode proposée repose sur l'approche bayésienne de la sélection de modèles qui consiste à construire une fonction de contraste pénalisée pour estimer les séquences de ruptures sur les signaux. Cette fonction est composée d'un terme d'attache aux données qui mesure la vraisemblance des mesures avec le modèle, et d'un terme de pénalisation construit à partir de l'information *a priori* dont on dispose sur les paramètres du modèle. Dans ce travail on trouve deux apports, d'une part l'utilisation de la segmentation hors-ligne multi-ruptures pour la poursuite du code GPS et d'autre part, l'étude et la mise en oeuvre d'une fonction de contraste pénalisée pour la fusion d'informations présentes sur le signal GPS multi-porteuses.

En effet, la méthode est appliquée à la segmentation hors-ligne des discriminants d'un signal GPS multi-porteuses. Le discriminant d'un signal GPS est une mesure du retard entre un code généré localement et le code reçu. Elle permet de calculer la pseudo-distance satellite-récepteur. Pour cette application, on montre que l'on peut considérer l'évolution des discriminants linéaires par morceaux et que les ruptures des signaux discriminants de chaque porteuse, sont décalées d'une valeur constante. Le décalage des discriminants est provoqué par la traversée de l'ionosphère par le signal GPS. La valeur précise de ce paramètre est une information importante pour l'estimation du délai ionosphérique qui permet de corriger les mesures de pseudo-distances satellite-récepteur.

La fonction d'attache aux données est construite à partir du modèle statistique de l'évolution linéaire par morceaux du discriminant. La pénalisation est fonction de la connaissance *a priori* de la probabilité d'avoir une rupture à une certaine position du signal et de la probabilité d'avoir une certaine valeur de décalage. Finalement, la minimisation de la fonction de contraste pénalisée, déduite de l'estimateur MAP des séquences de ruptures et du décalage, nous fournit une estimation de ces deux grandeurs.

L'expérimentation présentée dans ce chapitre a été réalisée sur signaux synthétiques dans un cas idéal et dans un contexte réel pour des signaux GPS simulés. Quand les paramètres du modèle statistique sont connus, on montre que la fusion-segmentation par la méthode proposée permet d'estimer la séquence de rupture et le décalage avec plus de précision. On montre aussi que plus on dispose d'une information *a priori* précise sur la

valeur du décalage, plus les performances de la méthode augmentent.

En pratique, les paramètres statistiques du modèle peuvent être considérés connus dans certains cas particuliers, comme l'estimation de la position statique. Quand les paramètres sont inconnus, ils sont estimés sur le discriminant bruité et la segmentation est moins précise. On montre cependant que la fusion-segmentation offre de meilleures performances c'est-à-dire une estimation de la séquence de rupture et de décalage plus précise. On montre aussi que les performances de la méthode augmentent quand l'information *a priori* est plus fiable.

L'application de la méthode à un signal GPS synthétique simulé dans un contexte réel, a pour but de montrer la robustesse de la méthode. En effet, dans ce cas il existe des erreurs sur le modèle car le signal discriminant est faiblement non-linéaire et l'échantillonnage introduit une évolution du discriminant en escalier. On montre dans cette expérimentation que la fusion permet d'estimer la séquence de rupture et le décalage avec plus de précision. On montre aussi que l'erreur sur la pseudo-distance estimée diminue quand les signaux sont fusionnés. Finalement, la comparaison des résultats obtenus par la méthode proposée avec les résultats obtenus au chapitre 3 et par la technique classique, montre que la pseudo-distance et le décalage estimé sont plus précis. En revanche la méthode proposée a un coût calculatoire beaucoup plus important. Les travaux réalisés dans ce chapitre sont actuellement soumis à publication.



# Chapitre 5

## Applications au positionnement satellitaire

### 5.1 Introduction

Dans ce chapitre, principalement expérimental, on souhaite montrer l'apport et les limites des méthodes décrites dans les chapitres 3 et 4 pour le calcul de la position du récepteur. En effet, les méthodes proposées, mono et multi-ruptures, ont pour but de poursuivre le code du signal satellite reçu sur plusieurs porteuses. C'est à partir du résultat de cette poursuite que l'on estime la distance satellite-récepteur. A partir d' au moins quatre distances estimées, on peut alors calculer la position du récepteur.

On souhaite évaluer les algorithmes proposés dans deux cas différents. Le premier cas est défini pour des signaux GPS simulés dans un contexte réel et échantillonnés avec une fréquence de 20 MHz. Le deuxième cas est l'application des méthodes à des signaux réels. Ces expérimentations seront réalisées avec un récepteur dans le cas statique, puis en mouvement en suivant une trajectoire circulaire dans le cas dynamique. Les positions sont obtenues pour chaque mesure de corrélation du code C/A, soit chaque milliseconde.

Les algorithmes de poursuite utilisés nécessitent le réglage de paramètres. En effet dans le cas de la détection en-ligne, c'est la probabilité de fausse-alarme que l'on fixe qui définit le seuil de détection. Dans le cas de la segmentation hors-ligne mono-rupture, le seuil de détection est aussi défini par la probabilité de fausse-alarme. Cependant, nous montrons dans ce chapitre que la taille de la fenêtre de travail du système dépend de la vitesse relative du satellite vis-à-vis du récepteur. On montre aussi que pour la segmentation hors-ligne multi-ruptures, c'est le nombre de ruptures présentes qui dépendra de la vitesse récepteur-satellite. On propose alors de définir ces paramètres en fonction de la position en azimut et de l'élévation du satellite.

Après cette introduction nous présentons, dans une première partie, le contexte expérimental des simulations et la définition des paramètres des méthodes. Nous décrivons dans une seconde partie les résultats du calcul de position pour des signaux simulés dans un contexte réel. La troisième et dernière partie est consacrée au calcul de position avec des signaux réels.

## 5.2 Contexte expérimental

### 5.2.1 Contexte expérimental dans le cas synthétique

Nous réalisons dans un premier temps des expérimentations sur données synthétiques. Nous simulons pour cela une constellation réelle de satellites au jour 3 de la semaine GPS 1291 à 12 heures, 00 minute et 00 seconde. La position de l’antenne du récepteur est située sur le toit du Laboratoire d’Analyse des Systèmes du Littoral. Nous supposons les signaux  $L_1$  et  $L_2$  de mêmes puissances. La fréquence d’échantillonnage des signaux est fixée à 20 MHz et les codes C/A contenus dans chacun d’eux sont supposés les mêmes et avec une fréquence de 1.023 MHz. Les erreurs dues à la traversée ionosphérique sont simulées à partir d’un modèle de Klobuchar [Lei95]. On reporte dans le tableau 5.1 suivant les différents paramètres de simulation du système GPS.

HDOP	Nombre de satellites	$C/N_0$ $L_1$ (dB.Hz)	$C/N_0$ $L_2$ (dB.Hz)
1.43	7	51 / 45	51 / 45

TAB. 5.1 – Paramètres de simulation

On présente dans ce paragraphe les limites intrinsèques des méthodes proposées en réalisant le calcul de positions sur un signal sans bruit. Il existe principalement deux limitations pour les méthodes utilisées. La première est liée à la discrétisation du signal et plus particulièrement à l’échantillonnage du signal. La seconde est l’erreur due au modèle qui suppose l’évolution de la pseudo-distance satellite-récepteur linéaire par morceaux. Pour un récepteur statique, c’est la première limitation qui affecte principalement l’erreur de positionnement. Pour un récepteur ayant une trajectoire circulaire rapide, c’est principalement la seconde limitation qui influe sur la précision du positionnement. Les expérimentations présentées dans la suite vont permettre d’évaluer l’erreur apportée par ces deux limitations.

#### 5.2.1.1 Limites liées à la discrétisation du signal

La fréquence d’échantillonnage du signal joue un rôle important dans la poursuite du code et de fait pour l’estimation de la position. Nous avons vu dans le chapitre 3 que pour une fréquence d’échantillonnage de 20 MHz, le discriminant de la poursuite du code évolue en escalier et que la pseudo-distance est mesurée par sauts de 15 m. Cela implique une erreur entre les pseudo-distances estimées et réelles. La fusion hybride détecte les ruptures de stationnarité dans le discriminant, et la pseudo-distance estimée par cette méthode est la même que la pseudo-distance mesurée lorsque le signal est non bruité. En revanche la fusion multi-ruptures reconstruit l’évolution du retard sous forme de segments linéaires et élimine ainsi les sauts dans la pseudo-distance estimée.

On représente sur la figure 5.1, les positions calculées de l’expérimentation statique à partir des pseudo-distances obtenues par la fusion hybride et la fusion multi-ruptures des signaux GPS non bruités. On observe les erreurs liées à l’échantillonnage du signal pour la fusion hybride et celles liées à l’erreur de modèle pour la fusion multi-ruptures.

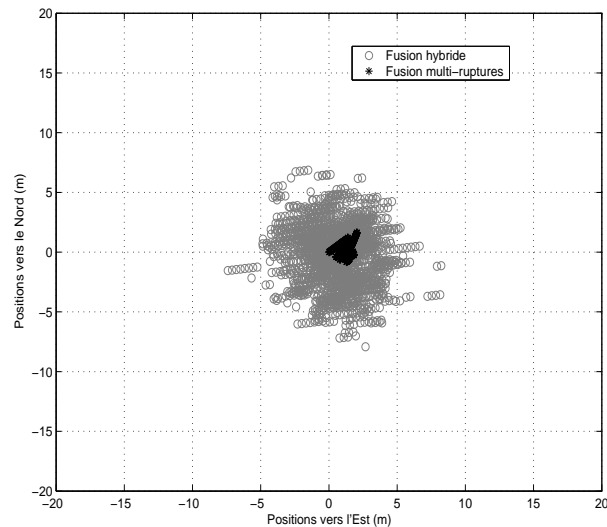


FIG. 5.1 – Positions calculées au rythme de la milliseconde dans le cas statique (sans bruit)

On reporte dans le tableau 5.2 les valeurs de l'écart moyen, suivant les axes Nord et Est, entre la position réelle et les positions estimées. Nous inscrivons également la distance Euclidienne moyenne entre les points mesurés et la position du récepteur. Les résultats confirment les observations visuelles qui montrent que les erreurs liées à la numérisation sont moins importantes dans le cas de la fusion multi-ruptures.

	Ecart moyen vers l'Est	Ecart moyen vers le Nord	Distance moyenne
Fusion hybride	1.73	2.02	2.95
Fusion multi-ruptures	1.27	0.39	1.35

TAB. 5.2 – Erreurs sur le calcul de la position statique pour des signaux non bruités

La quantification des signaux entraîne des erreurs sur la mesure des positions. Une plus grande fréquence d'échantillonnage permettrait de diminuer l'amplitude des sauts dans l'évolution de la pseudo-distance et d'approcher l'évolution réelle des signaux continus. Cependant la quantité de données à traiter augmente très rapidement. De plus, pour la fusion hybride, une fréquence trop importante diminue les performances de la segmentation. En effet, dans ce cas la durée des zones stationnaires diminue et les performances de la détection de ruptures sont moins bonnes.

### 5.2.1.2 Limite du modèle

La fusion multi-ruptures fournit une description de l'évolution du discriminant en segments linéaires. Le modèle est donc bien adapté aux évolutions faiblement non-linéaires de la pseudo-distance comme lorsque le récepteur est statique. En revanche, lorsque le



récepteur est mobile, l'évolution de la distance n'est plus nécessairement linéaire. Dans ce cas, des erreurs de modèles apparaissent lors de l'utilisation de la fusion multi-ruptures. On considère ici une trajectoire circulaire de rayon 20 m effectuée en 2 s. On représente sur la figure 5.2 les positions estimées, dans le cas de l'expérimentation dynamique, avec la fusion hybride et la fusion multi-ruptures de signaux non bruités. Nous constatons pour la fusion hybride une dispersion des points autour de la trajectoire réelle comme dans le cas statique. En revanche, pour la fusion multi-ruptures, la trajectoire est décrite par une succession de droites.

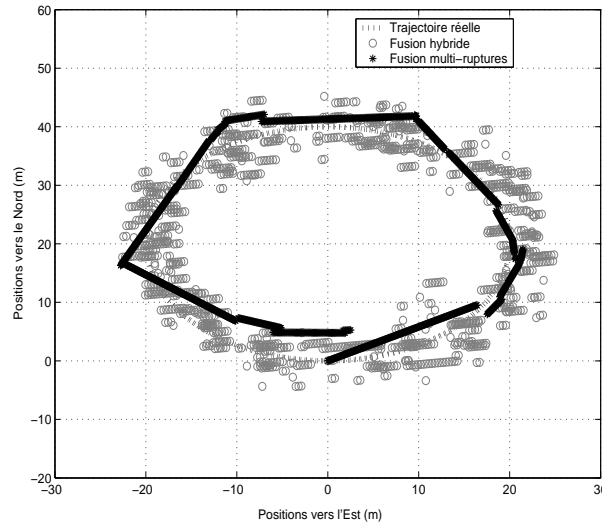


FIG. 5.2 – Positions calculées au rythme de la milliseconde dans le cas dynamique (sans bruit)

On reporte dans le tableau 5.3 les écarts des points estimés par rapport aux points théoriques. Nous pouvons constater que les mesures obtenues avec la fusion hybride sont sensiblement les mêmes que pour un récepteur statique (2.95 m en statique, comparés aux 3.11 m en dynamique). Le mouvement dynamique du récepteur n'a donc pas de répercussions sur les mesures effectuées avec la fusion hybride. En revanche, pour la fusion multi-ruptures, les erreurs de modèles introduisent des écarts plus importants (1.35 m en statique, comparés aux 2.57 m en dynamique) .

	Ecart moyen vers l'Est (m)	Ecart moyen vers le Nord (m)	Distance moyenne (m)
Fusion hybride	1.91	2.06	3.11
Fusion multi-ruptures	1.06	2.22	2.57

TAB. 5.3 – Erreurs sur le calcul de la position dynamique pour des signaux non bruités

Dans cet exemple, les performances de la méthode hors-ligne multi-ruptures sont évaluées sur une trajectoire circulaire fortement non-linéaire parcourue par le mobile à grande

vitesse. Ce cas, qui permet de montrer les limites liées au modèle, n'est pas fréquent en pratique dans le cadre du transport terrestre et concerne principalement des applications aéronautiques. Pour améliorer la qualité des résultats obtenus, on se propose de lisser les pseudo-distances estimées par un modèle mathématique.

### 5.2.1.3 Lissage des retards

Dans la suite des expérimentations, la segmentation hors-ligne par la méthode de fusion multi-ruptures sera suivie d'un lissage des pseudo-distances obtenues. Ce lissage sera réalisé grâce à une courbe constituée à partir d'un polynôme d'ordre 6 ajusté aux données estimées dans le sens des moindres carrés. On obtiendra de cette façon une évolution continue des positions qui seront plus proches de la trajectoire réelle. On représente sur la figure 5.3, les résultats de la fusion multi-ruptures avant et après lissage, pour le cas statique sur la figure 5.3.(a), et pour le cas dynamique sur la figure 5.3.(b). On constate qu'il y a peu de différences dans le cas statique. En revanche, dans le cas dynamique, on vient "coller" un peu plus la trajectoire réelle.

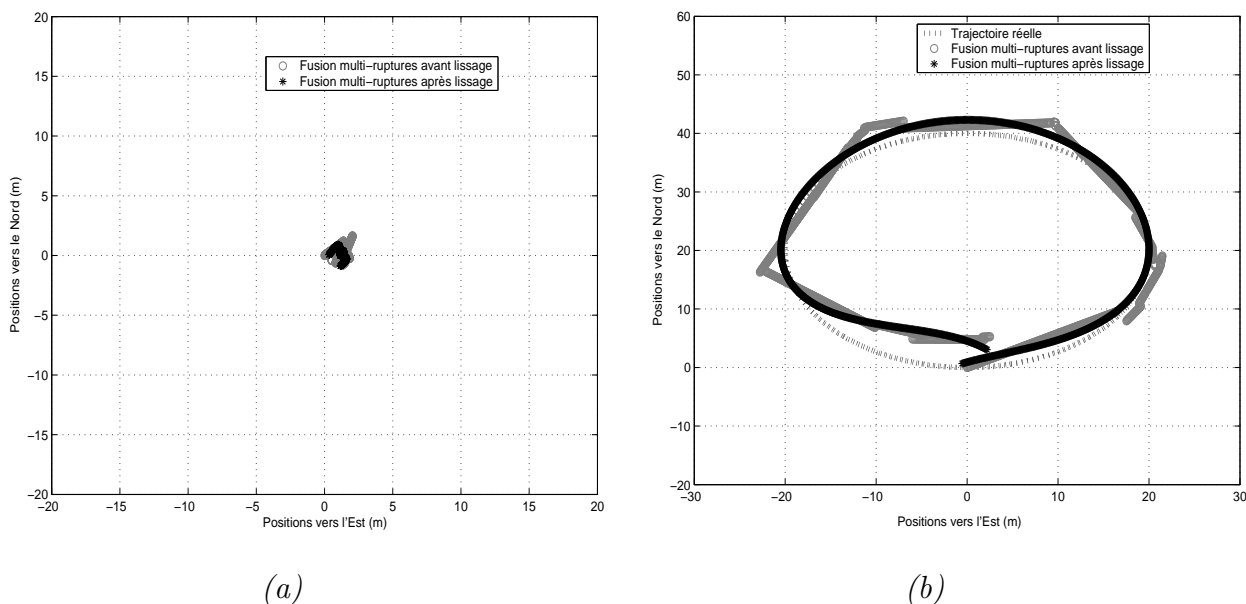


FIG. 5.3 – Positions calculées au rythme de la milliseconde après lissage (sans bruit)

On reporte dans le tableau 5.4, les mesures des écarts des positions définies précédemment pour la fusion multi-ruptures avant et après lissage. Nous pouvons, à partir de ces résultats, confirmer le fait que le lissage change peu la valeur des écarts dans le cas statique (1.35 m sans lissage, comparés aux 1.32 m avec lissage). Cela est dû au fait que, dans ce cas, que l'évolution du retard est quasi-linéaire et n'est donc pas sensible au lissage. Dans le cas dynamique, on remarque cette fois que les performances obtenues sont meilleures avec le lissage (2.57 m sans lissage contre 2.29 m avec lissage).

Fusion multi-ruptures	Ecart moyen vers l'Est (m)	Ecart moyen vers le Nord (m)	Distance moyenne (m)
sans lissage (statique)	1.27	0.39	1.35
avec lissage (statique)	1.26	0.3	1.32
sans lissage (dynamique)	1.06	2.22	2.57
avec lissage (dynamique)	0.65	2.16	2.29

TAB. 5.4 – Erreurs sur le calcul de la position après lissage pour des signaux non bruités

#### 5.2.1.4 Limites liées au système

Au-delà des contraintes imposées par les méthodes développées, nous avons vu dans la section 1.2.3, que le système GPS connaît des limites pouvant venir perturber le fonctionnement des méthodes de fusion de poursuite de code développées. En effet, les codes contenus dans les futurs signaux GPS seront de nature et de fréquence différentes. Une fréquence de code plus élevée offrira un pic de corrélation plus étroit et permettra une meilleure détection des décalages provoqués par le retard. Malheureusement, la sensibilité de la poursuite augmentera et les décrochages seront plus fréquents. Les discriminants d'un code décroché ayant toujours pour moyenne 0, les systèmes de fusion ne seront plus adaptés et ceux-ci verront leurs performances considérablement diminuer.

De plus, il est possible qu'une fréquence soit brouillée volontairement ou non. Dans ce cas, le rapport signal sur bruit du signal chutera et les performances de la fusion seront altérées.

Pour pallier ces problèmes, une solution est apportée pour la fusion dans [BRB05]. Il s'agit d'une pondération du système de fusion hybride développé dans le chapitre 3. Ce système est présenté dans l'annexe A. Nous montrons par des expérimentations réalisées sur données synthétiques, les performances de cette méthode de fusion hybride pondérée.

### 5.2.2 Dispositif expérimental utilisé dans le cas réel

Dans le cas réel la position est calculée à partir du signal GPS, filtré et numérisé par une carte d'acquisition. On représente sur la figure 5.4 la chaîne de réception des signaux GPS hautes fréquences. On y distingue, en entrée, l'antenne qui permet de convertir l'énergie des ondes électromagnétiques en un courant électrique capable d'être traité par les circuits du récepteur.

L'amplificateur faible bruit permet d'amplifier le signal reçu de niveau faible tout en minimisant le bruit thermique. A ce même étage est présent un filtre qui permet de conserver la bande de fréquence utile. Sur la carte d'acquisition, la bande de fréquence pour le code C/A est 2 MHz.

Le module de conversion en fréquence intermédiaire ( $f_{IF}$ ) permet la transposition des signaux vers des fréquences plus faibles pour permettre le traitement du signal. Un mélangeur permet cette descente en fréquence (OL : Oscillateur Local), en sortie duquel on filtre les harmoniques qui résultent de la multiplication des signaux. Il est nécessaire, pour des raisons matérielles, d'effectuer deux transpositions en fréquences intermédiaires

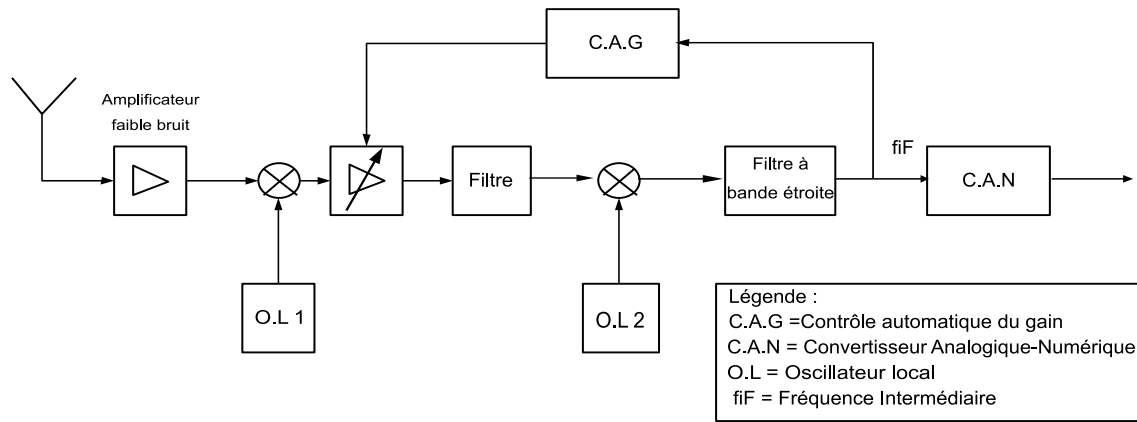


FIG. 5.4 – Chaîne de réception du signal GPS

aux fréquences  $OL1 = 1440$  MHz et  $OL2 = 120$  MHz.

Un dispositif de contrôle automatique de gain (CAG) permet de maintenir un niveau de puissance constant à l'entrée du convertisseur analogique-numérique (CAN). Suit alors le traitement numérique du signal. Le niveau de quantification du CAN peut être paramétré dans la carte d'acquisition. La figure 5.5 de gauche montre une quantification 1 bit, c'est-à-dire que l'on ne considère dans ce cas, que le signe du signal. La figure 5.5 de droite montre une quantification sur deux bits. On considère ici le bit du signe du signal ainsi qu'un bit de magnitude reposant sur l'amplitude du signal. Le bit de magnitude change lorsque l'amplitude du signal est supérieure à la moitié de l'amplitude maximale. Il est montré [KMT<sup>+</sup>01] qu'une quantification sur un ou deux bits est suffisante pour la plupart des applications civiles. Nous utiliserons dans nos expérimentations une quantification sur 1 bit.

La fréquence d'échantillonnage ( $f_e$ ) du signal numérisé, doit en théorie respecter le théorème de Shannon, soit la relation  $f_e > 2f_{max}$ , où  $f_{max}$  est la fréquence maximale du spectre. Dans notre application, le signal utile est situé dans une bande de fréquences, isolée par un filtre à bande étroite, centré autour de la fréquence intermédiaire de l'oscillateur local 2 de la figure 5.4. On peut alors, par sous-échantillonnage ( $f_e < 2f_{max}$ ), réaliser une inversion de spectre qui ramène le signal utile à une fréquence intermédiaire plus faible. Par exemple, pour les signaux réels traités dans cette thèse, on considère une largeur de bande du filtre de  $\Delta f = 2$  MHz. La fréquence intermédiaire de l'oscillateur 2 est de 15.42 MHz et la fréquence d'échantillonnage de 20 MHz. On représente sur la figure 5.6 le spectre du signal échantillonné et on retrouve le spectre du signal utile centré autour de la fréquence 5.42 MHz.

Pour l'expérimentation, on utilisera un signal GPS échantillonné sur 1s dans le cas statique et dans le cas dynamique. La position du récepteur est calculée toutes les millisecondes. Dans le cas dynamique, le récepteur effectue une trajectoire circulaire suivant un cercle de rayon 2.50 m pendant  $\approx 1$  s.

On reporte sur la figure 5.7 une photo du système utilisé pour l'acquisition des signaux réels. Le dispositif expérimental utilisé est composé de deux cartes d'acquisition du signal GPS, indépendantes (c.f. figure 5.7.(a)). Le signal en sortie d'antenne est redistribué, via

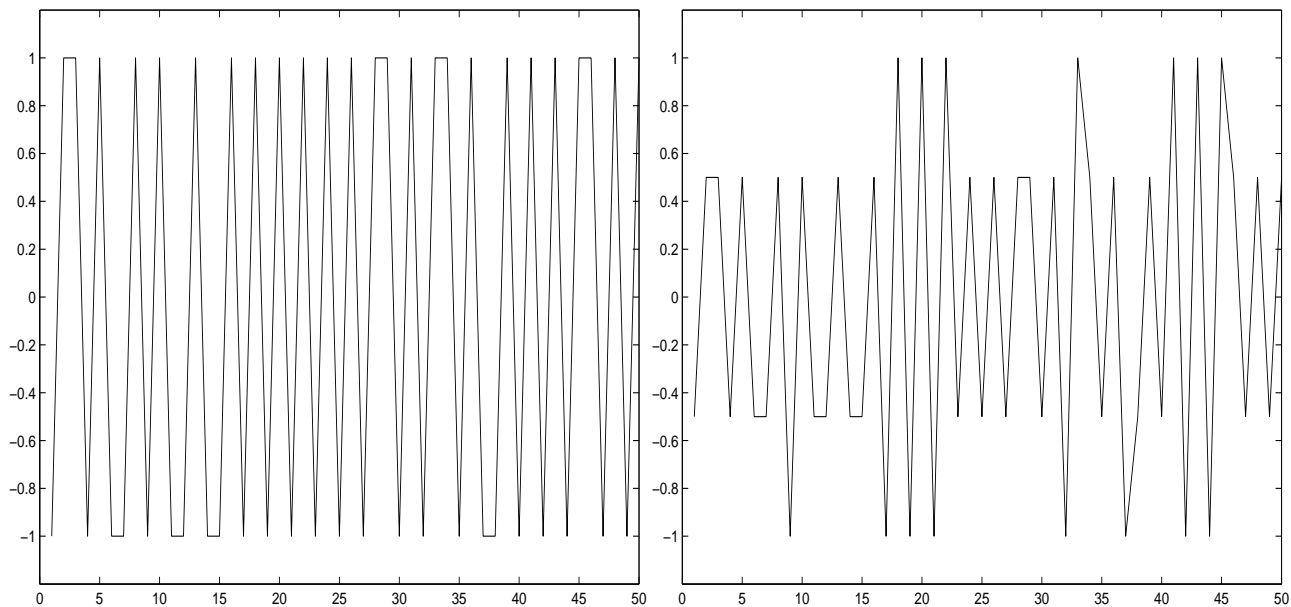


FIG. 5.5 – Quantification 1 bit et deux bits du signal GPS

un répartiteur, vers les entrées des deux cartes d'acquisition, c.f. figure 5.7.(b). On dispose alors de deux mesures simultanées du signal GPS. Ces mesures qui sont réalisées pour la même fréquence  $L_1$  n'introduisent pas de décalage ionosphérique entre les porteuses. Un récepteur GPS supplémentaire (c.f. figure 5.7.(a)) est utilisé pour récupérer le message de navigation envoyé par les satellites. C'est à partir des informations extraites de ce message que les positions satellites sont calculées et les horloges satellites recalées par rapport au temps GPS.

La figure 5.8 représente le dispositif mis en place pour les expérimentations statiques et dynamiques. On trouve sur la figure 5.8.(a), le mât horizontal qui tourne autour d'un axe vertical. On observe sur la figure 5.8.(b) l'antenne GPS positionnée au bout du mât horizontal. Dans le cas statique, on considère le moment où l'antenne du dispositif est à l'arrêt et dont la position est connue grâce au récepteur supplémentaire. Dans le cas dynamique, la rotation du système est réalisée manuellement pendant  $\approx 2$  s.

### 5.2.3 Calcul de la position du récepteur à partir de signaux réels

Le calcul de la position du récepteur GPS nécessite des traitements réalisés séquentiellement en plusieurs étapes. Après l'étape d'acquisition du signal, l'opération de poursuite débute. Le but ici est d'extraire le message de navigation. Lorsque ce dernier est connu, on peut en déduire la position des satellites à partir de l'almanach. Puis, à partir de quatre pseudo-distances mesurées, il est possible de calculer la position du récepteur. On reporte sur la figure 5.9 un organigramme des différentes étapes de traitement du signal qui conduisent au calcul du point. On distingue sur cet organigramme 4 étapes :

- Etape 1: Dans la première étape, on réalise l'acquisition du signal GPS. On synchronise alors le code et la porteuse générées par le récepteur sur le signal reçu.

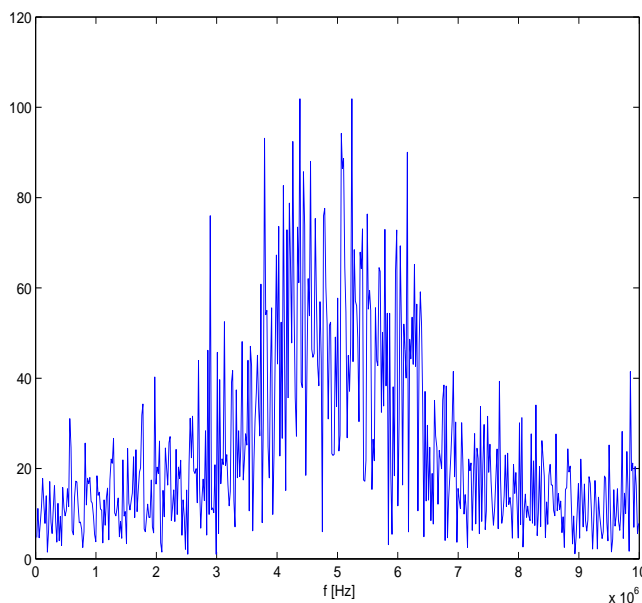


FIG. 5.6 – Spectre du signal échantillonné

- Etape 2: Dans l'étape 2, on cherche à se synchroniser sur un bit du message de navigation. En effet, la phase d'acquisition permet de se synchroniser sur le début d'une période de code. Or cette synchronisation ne sera pas forcément effectuée sur le début d'un bit du message de navigation, car les fréquences différentes du code et du message font qu'il y a 20 périodes du code à étalement par bit de message de navigation. Il existe différentes techniques pour déterminer l'offset du message de navigation, la plus utilisée étant la méthode de l'histogramme [KMT<sup>+</sup>01].
- Etape 3: Dans l'étape 3, on recherche à se synchroniser sur les trames du message de navigation. C'est à partir de cette synchronisation que l'on pourra extraire les différentes informations contenues dans le message de navigation. Pour se synchroniser, on recherche le mot de télémessure qui se trouve au début d'une trame. Puis, sachant que le mot HOW suit le TLM, on peut le décoder et obtenir le temps GPS de l'émission de la sous-trame. Finalement, en comparant le temps GPS au temps récepteur, on peut calculer une première pseudo-distance. Après avoir déterminé cette première mesure, les pseudo-distances suivantes sont calculées dans l'étape qui suit à partir de l'évolution du retard indiquée par la boucle de poursuite de code que l'on ajoute au retard initial.
- Etape 4: Cette étape décrit le mode de fonctionnement normal. Elle s'arrête quand le satellite n'est plus visible ou que le récepteur est éteint. Dans cette étape, la poursuite permet de mettre à jour la valeur de la pseudo-distance et le message de navigation. Ces informations sont fournies à une autre procédure, ou au calculateur qui fournit la position du récepteur.

La position du récepteur peut être calculée lorsque l'on dispose d'au moins quatre satellites visibles et que l'on se situe dans l'étape 4 de traitement du signal GPS. De plus, il faut que cette étape soit suffisamment avancée pour que l'on accède aux informations contenues

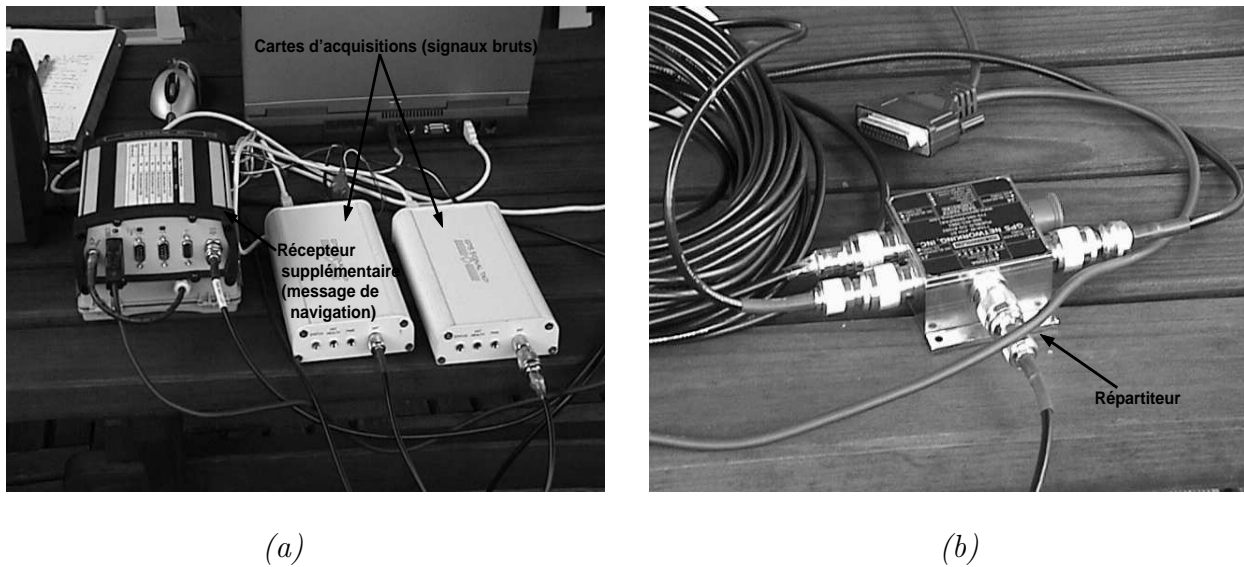


FIG. 5.7 – Système d'acquisition du signal GPS

dans le message de navigation et que l'on puisse calculer la position des satellites présents. On peut alors calculer, avec la méthode décrite au chapitre 1.2.2, la position du récepteur pour chaque nouvelle valeur de pseudo-distance (soit toutes les millisecondes). On présente sur la figure 5.10, un exemple de calcul de la position pour une antenne GPS située sur le toit du Laboratoire d'Analyse des Systèmes du Littoral (LASL). On reporte sur la figure de droite les positions calculées et sur la figure de gauche la position des satellites sur une vue céleste à la verticale de l'antenne GPS.

## 5.2.4 Paramétrage des méthodes de poursuite du code

### 5.2.4.1 Détermination des tailles de fenêtres pour la fusion mono-rupture

La méthode de segmentation hors-ligne mono-rupture développée dans le chapitre 3, a pour but de détecter une rupture de stationnarité dans une fenêtre d'échantillons de taille fixe. L'hypothèse initiale est la présence ou non d'une seule rupture dans cette fenêtre. Dans le cas du signal GPS, la fréquence d'apparition des ruptures est fonction de l'évolution du retard entre le code du satellite et le code du récepteur. Il est alors possible d'adapter la taille de la fenêtre à la fréquence d'apparition des ruptures pour avoir le plus grand nombre possible d'échantillons et une seule rupture. Nous proposons d'estimer cette taille à partir de l'hypothèse d'un récepteur statique.

Si le récepteur est statique, cette évolution sera uniquement due à l'élévation et aux mouvements des satellites. Si le récepteur est mobile, son propre mouvement sera également à considérer. L'étape d'acquisition permet au récepteur d'estimer une première position et les paramètres du modèle d'évolution des satellites. On peut alors connaître la position des satellites à tout moment ainsi que les distances satellites-récepteur. Nous supposons que le récepteur est statique durant  $t_n$ , qui est la durée de l'acquisition de données pour le traitement hors-ligne. Les éphémérides des satellites nous permettent d'estimer la distance entre le récepteur et le satellite  $s$  :  $d_{t_i+t_n}^s$  à un instant  $t_i + t_n$ . Soit

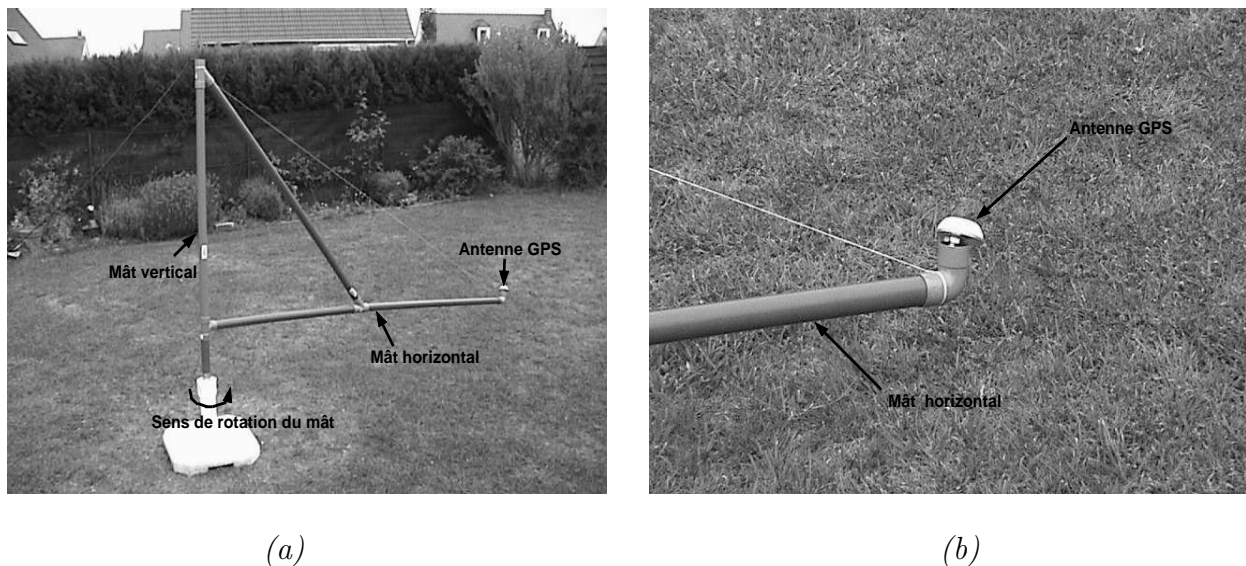


FIG. 5.8 – Dispositif de génération de la trajectoire circulaire

$\Delta d^s = |d_{t_i}^s - d_{t_i+t_n}^s|$ , l'écart entre la distance initiale et la distance à l'instant  $t_i + t_n$ . Une rupture de stationnarité du discriminant apparaît lorsque le retard excède  $T_e$  (période d'échantillonnage). Le but est alors de déterminer le nombre de ruptures intervenant durant cette période. La subdivision du vecteur de mesures par le nombre de ruptures pour une durée  $t_n$  nous donne la taille minimale de la fenêtre à utiliser pour disposer en théorie d'une rupture par fenêtre. Soit  $T_{f_{theo}}$  cette mesure, on a :

$$T_{f_{theo}} = \frac{T_e c}{T \Delta d^s}, \quad (5.1)$$

avec  $T$  la période de mesure du discriminant (la période  $T$  est de 1 ms, soit la durée du code  $C/A$ ) et  $c$  la vitesse de la lumière.

Nous travaillerons par la suite avec des tailles de fenêtres multiples de 10. On considère alors le multiple de 10 inférieur à la valeur de  $T_{f_{theo}}$ .

#### 5.2.4.2 Détermination des paramètres $\beta$ pour la fusion multi-ruptures

La segmentation multi-ruptures développée dans le chapitre 4, a pour but de détecter des ruptures de linéarité dans une fenêtre d'échantillons de taille fixe. Nous avons vu que le paramètre  $\beta$  (c.f. expression 4.25) est issu des probabilités *a priori* d'avoir une rupture. Il permet de contrôler la résolution de la segmentation. Le nombre de ruptures théoriques sera d'autant plus important que le retard (et donc la distance) entre un récepteur et un satellite augmente ou diminue rapidement pour une durée donnée. Comme dans le paragraphe précédent, après l'étape d'acquisition, il est possible de calculer le retard satellite-récepteur à partir de la distance, et donc le nombre de ruptures de linéarité présentes dans le signal discriminant [BRB06]. Nous notons  $N_e$  ce nombre. Soit  $d_{t_i}^s$  la distance initiale entre un satellite et le récepteur, déterminée après l'étape d'acquisition du système de navigation. Nous supposons également dans ce cas que le récepteur est



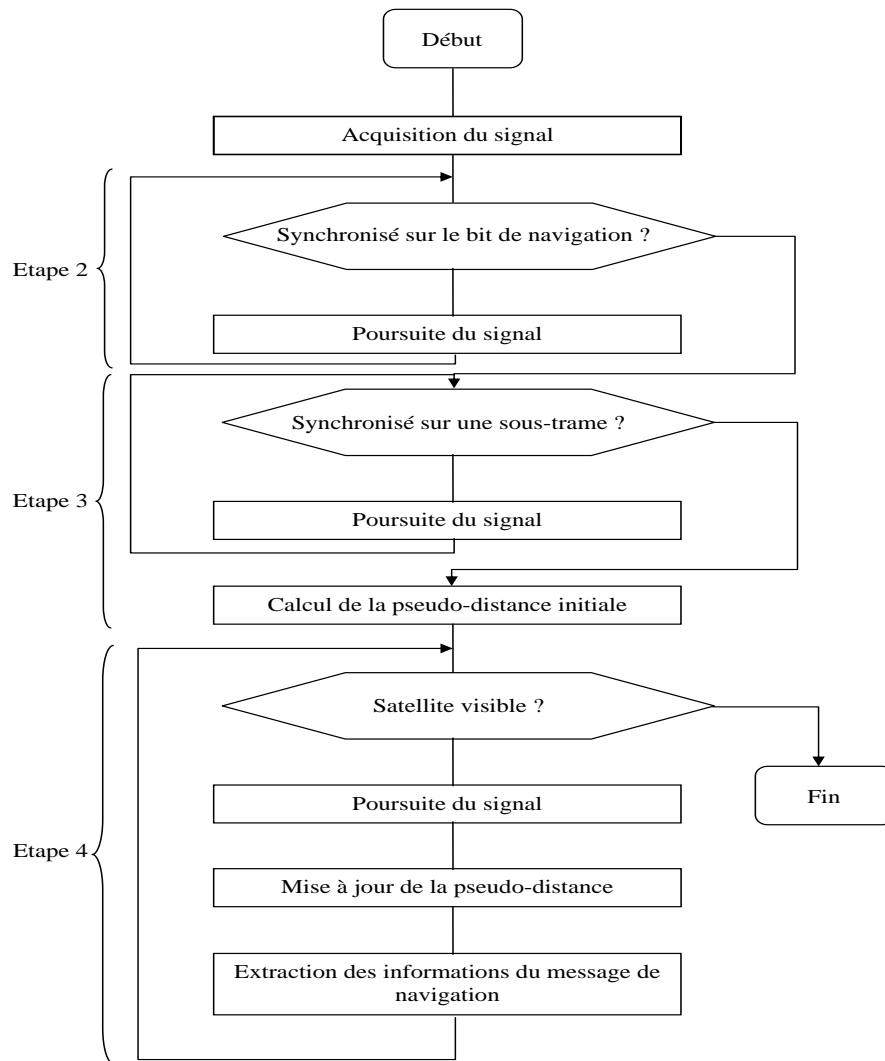


FIG. 5.9 – Différentes étapes de traitement du signal GPS

statique durant  $t_n$ , la durée de l'acquisition des données pour le traitement hors-ligne. Soit  $\Delta d^s = |d_{t_i}^s - d_{t_i+t_n}^s|$ , le décalage entre la distance initiale et la distance à l'instant  $t_i + t_n$ . Sur le discriminant, une rupture de linéarité apparaît lorsque le retard excède  $\frac{T_c}{2}$  (où  $T_c$  est la durée d'un bit du code CDMA). On propose alors de calculer le nombre de ruptures par l'expression suivante :

$$N_e = \frac{2\Delta d^s}{T_c C}, \quad (5.2)$$

avec  $C$  la vitesse de la lumière.

Soit  $P = C/N_0$  le rapport signal sur bruit, on note  $\gamma = N_e P$ . On propose l'expression

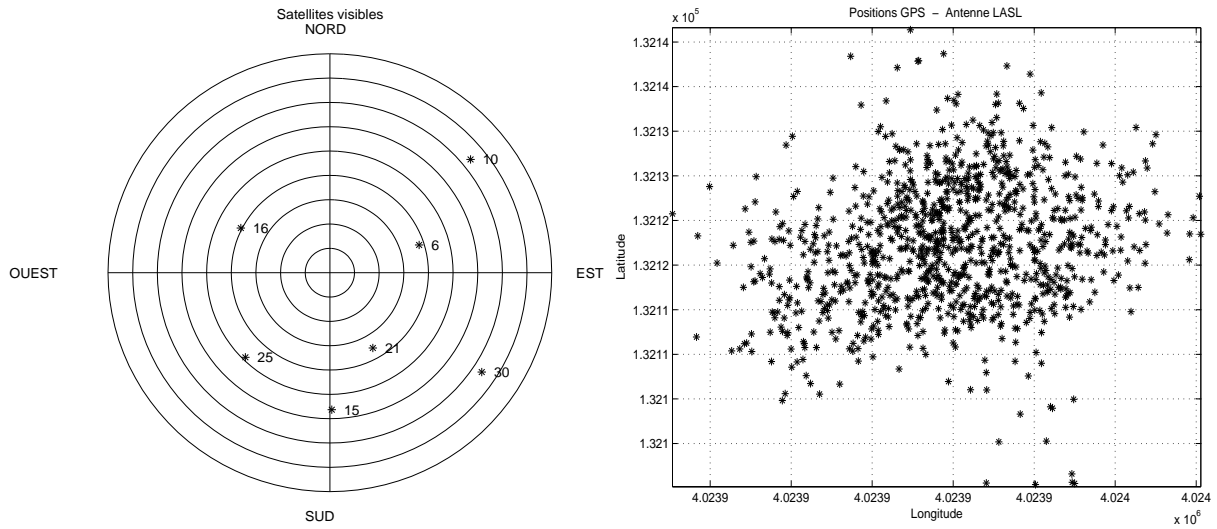


FIG. 5.10 – Exemple de calcul de la position récepteur

suivante pour le terme de pénalité :

$$\begin{aligned}
 -\ln(\pi(\underline{r}_1)^\gamma) &= \gamma(N_1 - 1)\log(\lambda_1) + \gamma(n - N_1)\log(1 - \lambda_1) \\
 &\propto \gamma N_1 \beta
 \end{aligned}
 \tag{5.3}$$

Dans cette expression,  $N_1$  est le nombre de ruptures à estimer et  $\lambda_1$  la probabilité d'avoir une rupture. Avec cette formulation, le terme de pénalité devient fonction de la connaissance *a priori* que l'on a sur le nombre de ruptures et la puissance du signal.

On représente sur la figure 5.11.(a), la probabilité de détecter le nombre exact de ruptures dans une fenêtre de travail de 1 s et pour trois satellites différents. Ces résultats sont obtenus dans le cas de la simulation de signaux synthétiques pour un récepteur statique. Le rapport signal sur bruit est ici fixé à 45 dB.Hz. Cette probabilité est mesurée en fonction du paramètre  $\beta$ . Le nombre théorique des ruptures est de 1, 3 et 4 respectivement pour les satellites 22, 29 et 14. En relation avec cette courbe, nous présentons sur la figure 5.11.(b), l'erreur quadratique moyenne entre le retard réel et le retard mesuré en fonction de  $\beta$ .

Plus le paramètre  $\beta$  est grand, plus on favorise la détection d'un faible nombre de ruptures. Lorsque  $\beta$  prend des valeurs importantes, il n'y a plus de segmentation et la probabilité de détection diminue. Ce phénomène apparaît d'autant plus rapidement que le nombre de ruptures  $N_e$  est grand. Cela provoque donc une augmentation de l'erreur dans l'estimation du retard. Plus le paramètre  $\beta$  est petit, plus on favorise la détection d'un grand nombre de ruptures. Cela implique une sur-segmentation du signal et fait alors diminuer la probabilité de détection (du bon nombre de ruptures). Pour l'expérimentation, nous avons choisi la valeur  $\beta = 10$  car il s'agit du meilleur compromis détection/estimation.

On remarquera que la probabilité de détection et l'erreur sur le retard évoluent en fonction de la valeur de  $\beta$ , de la même façon. On peut donc conclure que la valeur de  $\beta$  dépend peu du satellite considéré, et donc peu du nombre de ruptures dans le signal. Cet effet est obtenu grâce à la pénalisation proposée dans l'expression 5.4.

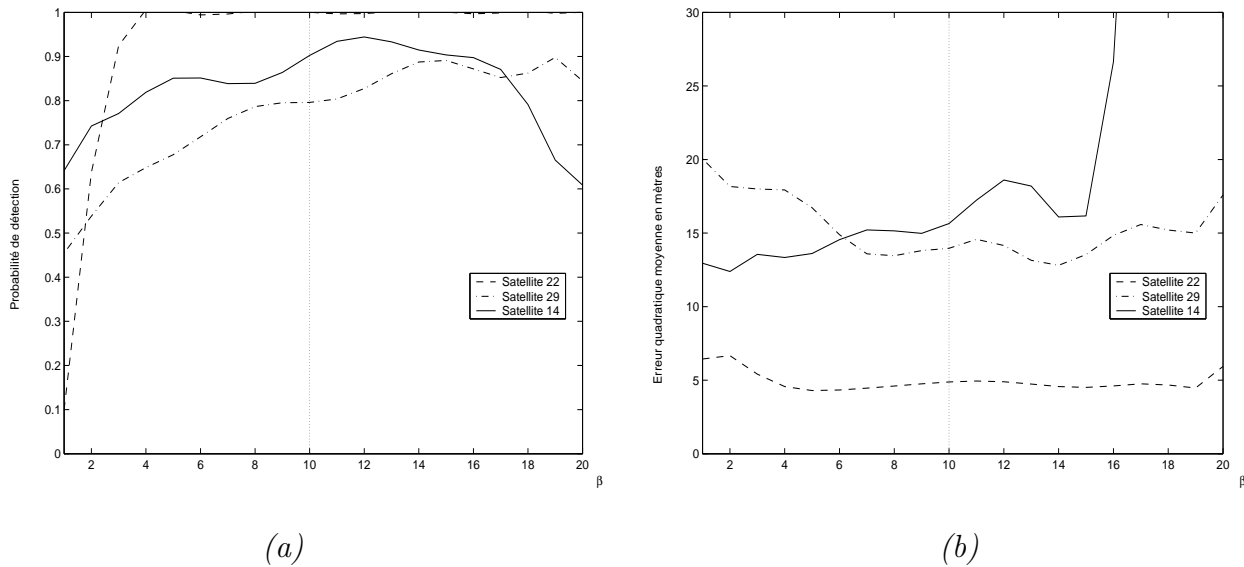


FIG. 5.11 – Probabilité de détection du nombre de ruptures et erreur quadratique moyenne du retard estimé en fonction de  $\beta$

Nous utiliserons dans les expérimentations synthétiques, une probabilité *a priori* Gaussienne pour la valeur du décalage entre les ruptures pour la fusion multi-ruptures. Cette distribution Gaussienne sera centrée sur la valeur du décalage réel dans le cas statique avec une variance  $(\sigma_2^a)^2$  de 6.25.

### 5.3 Expérimentations sur signaux synthétiques

Plusieurs expérimentations sont effectuées pour montrer les performances des différentes méthodes employées. Nous réalisons la simulation en supposant dans un premier temps le récepteur statique. La poursuite du code est effectuée durant deux secondes et une mesure de position est fournie toutes les millisecondes. On suppose dans un deuxième temps que le récepteur est mobile. Celui-ci se déplace suivant une trajectoire circulaire qui dure deux secondes. Le rayon de la trajectoire circulaire est de 20 m. On mesure les performances des différentes techniques employées sur des signaux de puissances différentes pour montrer la robustesse des méthodes face aux bruits.

Le but de ces expérimentations est de comparer la méthode classique avec les méthodes présentées aux chapitres 3 et 4 pour le calcul de la position du récepteur. La poursuite de code classique, sur la fréquence  $L_1$ , s'appuie sur une boucle de code (DLL) du premier ordre et une largeur de bande de 1 Hz. Celle-ci est comparée avec les méthodes hors-lignes de fusion des signaux aux fréquences  $L_1$  et  $L_2$ .

#### 5.3.1 Cas statique

On présente sur la figure 5.12, un exemple de positions calculées dans le cas statique par la méthode classique et par les deux méthodes proposées. Le rapport signal sur bruit de tous les signaux est fixé à 51 dB.Hz. On reporte sur la figure 5.12.(a) les positions

calculées par la méthode classique et par la méthode de fusion de segmentation hors-ligne mono-rupture proposée. Sur la figure 5.12.(b), on affiche les positions calculées par la méthode classique et par la méthode de fusion de segmentation hors-ligne multi-ruptures proposée.

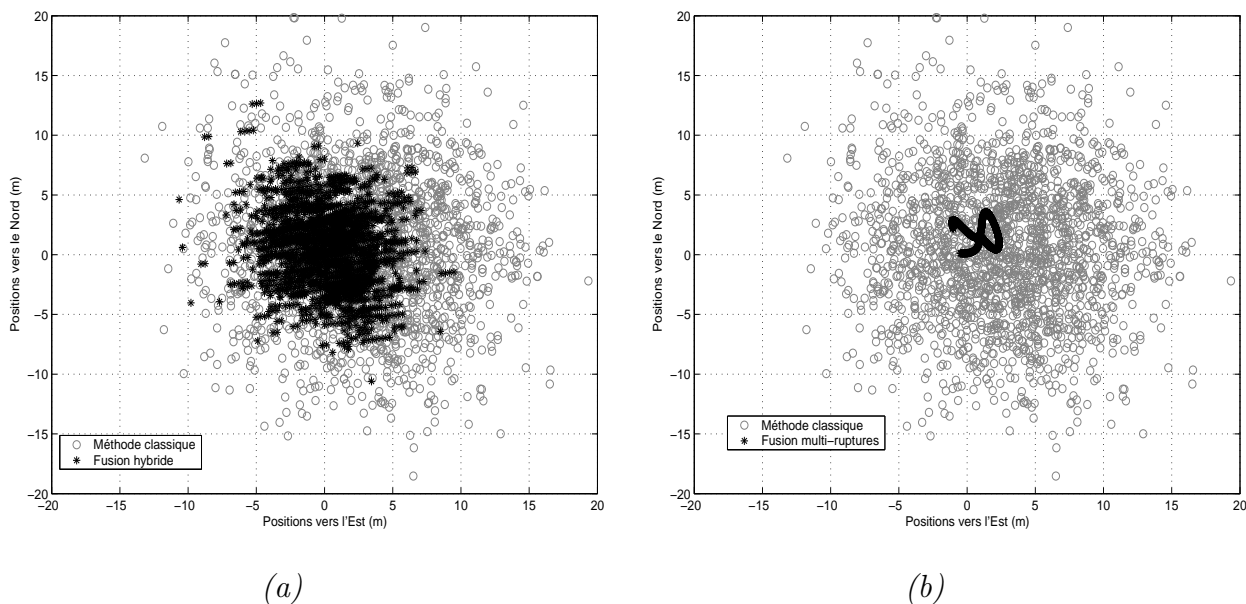


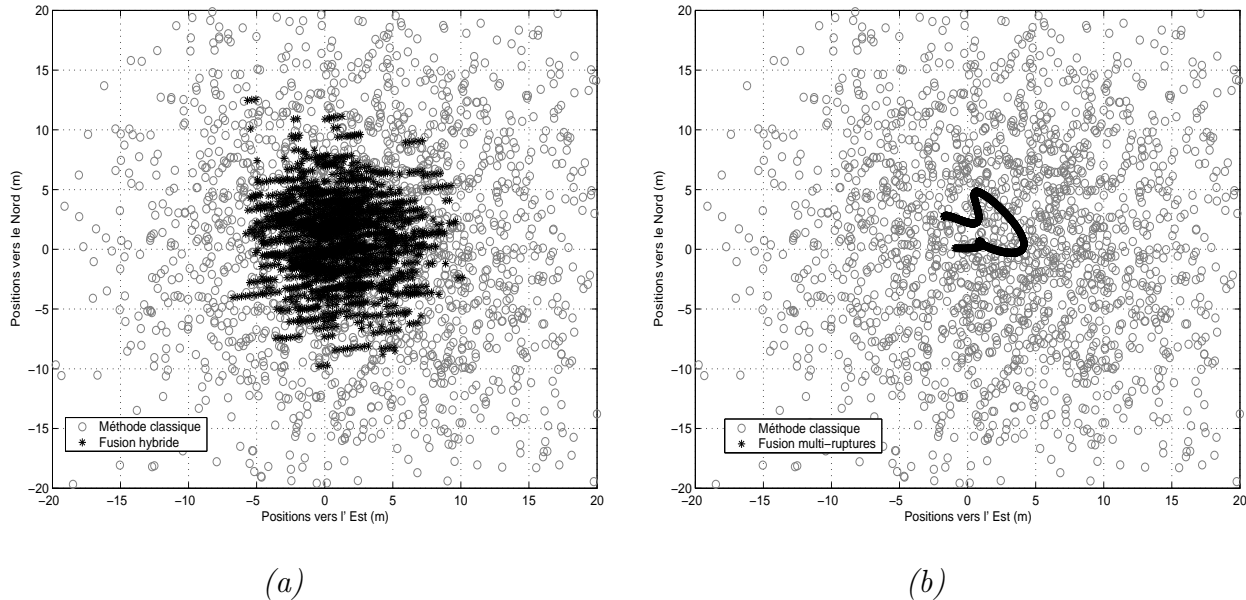
FIG. 5.12 – Positions calculées au rythme de la milliseconde dans le cas statique ( $C/N_0 = 51 \text{ dB.Hz}$ )

On constate sur la figure 5.12.(a) que les positions obtenues avec la méthode de fusion hybride sont plus concentrées autour de la position réelle (centrée en 0) qu’avec la méthode classique. Sur la figure 5.12.(b), les positions obtenues à partir de la segmentation multi-ruptures ont une évolution continue durant les deux secondes de la simulation. Dans ce cas les points obtenus sont plus concentrés autour de la position réelle du récepteur, comparativement à la méthode traditionnelle et la méthode hybride.

On reporte dans le tableau 5.5, l’écart moyen entre la position réelle et les positions mesurées sur l’axe Nord et sur l’axe Est. De plus, nous y inscrivons également la distance euclidienne moyenne entre les points mesurés et la position du récepteur. Les résultats obtenus montrent que la fusion hors-ligne multi-ruptures offre les meilleures performances. On remarquera de plus que la fusion hybride est plus performante que la méthode classique. On peut donc conclure, pour le cas statique, que les méthodes de fusion de la segmentation hors-ligne permettent une localisation plus précise comparée à la méthode classique (3.79 m et 3.02 m comparés aux 7.5 m).

Nous effectuons à présent la même simulation avec un rapport signal sur bruit fixé à 45 dB.Hz. On souhaite dans ce cas évaluer la robustesse des algorithmes développés pour un bruit important. La figure 5.13 représente les points calculés avec les différentes méthodes. Nous constatons comme précédemment sur la figure 5.13.(a) que les points obtenus avec la fusion hybride sont plus concentrés qu’avec la méthode traditionnelle. Cependant, alors que la répartition des points a tendance à s’étendre avec l’augmentation

	Ecart moyen vers l'Est (m)	Ecart moyen vers le Nord (m)	Distance moyenne (m)
Méthode classique	4.82	4.75	7.5
Fusion hybride	2.14	2.66	3.79
Fusion multi-ruptures	1.6	2.08	3.02

 TAB. 5.5 – Erreurs sur le calcul de la position statique ( $C/N_0 = 51 \text{ dB.Hz}$ )

 FIG. 5.13 – Positions calculées au rythme de la milliseconde dans le cas statique ( $C/N_0 = 45 \text{ dB.Hz}$ )

du bruit dans le cas classique, elle reste à peu près identique pour la fusion hybride et la fusion de segmentation multi-ruptures.

Nous reportons dans le tableau 5.6, les valeurs des erreurs correspondantes. On constate effectivement que la plus grande dispersion des points dans le cas classique se traduit par une augmentation des écarts et de la distance moyenne. Une augmentation de ces valeurs se produit également pour les autres méthodes, mais elle est moins significative que pour le cas classique (4.27 m et 3.06 m comparés aux 11.47 m).

	Ecart moyen vers l'Est (m)	Ecart moyen vers le Nord (m)	Distance moyenne (m)
Méthode classique	7.04	7.62	11.47
Fusion hybride	2.48	2.94	4.27
Fusion multi-ruptures	1.8	2.09	3.06

 TAB. 5.6 – Erreurs sur le calcul de la position statique ( $C/N_0 = 45 \text{ dB.Hz}$ )

En conclusion, nous avons comparé différentes méthodes appliquées au calcul de la po-

sition d'un récepteur GPS statique. Les positions sont calculées toutes les millisecondes. Les résultats obtenus sont meilleurs pour les méthodes de fusion de segmentation hors-ligne que pour la méthode classique. La précision du positionnement est trois fois supérieure pour les méthodes proposées. De plus, on montre que celles-ci sont plus robustes car l'erreur évolue peu lorsque la puissance du bruit augmente.

### 5.3.2 Cas dynamique

Nous allons maintenant tester ces méthodes dans le cas où le récepteur possède une très forte dynamique. Le but étant alors de reconstituer le plus précisément possible l'évolution de la position du récepteur pendant la durée de la simulation. On présente sur la figure 5.14 la position calculée dans le cas dynamique par la méthode classique et par les deux méthodes proposées. Dans cette expérimentation, le rapport signal sur bruit est fixé à 51 dB.Hz. On reporte sur la figure 5.14.(a) les positions calculées par la méthode classique et par la méthode de fusion de segmentation hors-ligne mono-rupture. Sur la figure 5.14.(b), on affiche les positions calculées par la méthode classique et par la méthode de fusion de segmentation hors-ligne multi-ruptures proposée.

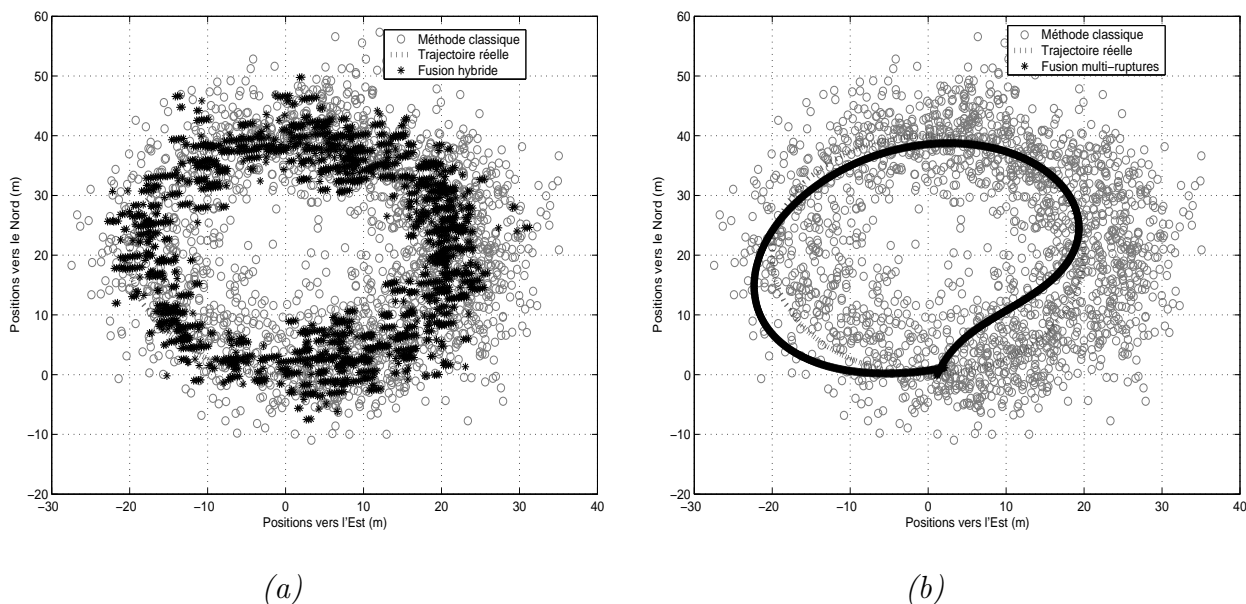


FIG. 5.14 – Positions calculées dans le cas d'une trajectoire circulaire ( $C/N_0 = 51$  dB.Hz)

Les positions obtenues avec la fusion hybride permettent de suivre la trajectoire et sont moins dispersées que les positions obtenues avec la méthode classique. La fusion multi-ruptures permet de reconstruire une trajectoire continue et on constate sur cet exemple que le mouvement du récepteur est assez fidèlement reproduit.

On reporte dans le tableau 5.7 l'écart sur le calcul de position dans les directions Nord et Est pour la trajectoire circulaire testée. Les valeurs d'écart moyen obtenues sont pour la méthode classique et la fusion hybride sensiblement les mêmes que dans le cas statique. En revanche, les performances de la fusion de segmentation hors-ligne multi-ruptures se dégradent. Cette dégradation est principalement provoquée par les erreurs de modèles.

Pourtant, c'est cette dernière méthode qui fournit la localisation la plus précise (4.18 m et 3.08 m comparés aux 7.75 m).

	Ecart moyen vers l'Est (m)	Ecart moyen vers le Nord (m)	Distance moyenne (m)
Méthode classique	4.89	4.85	7.75
Fusion hybride	2.51	2.88	4.18
Fusion multi-ruptures	2.16	1.85	3.08

TAB. 5.7 – Erreurs sur le calcul de la position dynamique ( $C/N_0 = 51 \text{ dB.Hz}$ )

La même simulation est maintenant réalisée avec un rapport signal sur bruit fixé à 45 dB.Hz pour tous les signaux. La figure 5.15 représente les trajectoires estimées à partir des différentes méthodes. Les résultats obtenus avec la méthode classique ne permettent plus de suivre la trajectoire du récepteur. Par contre les méthodes de fusion de segmentation hors-ligne permettent encore de retrouver la forme de la trajectoire.

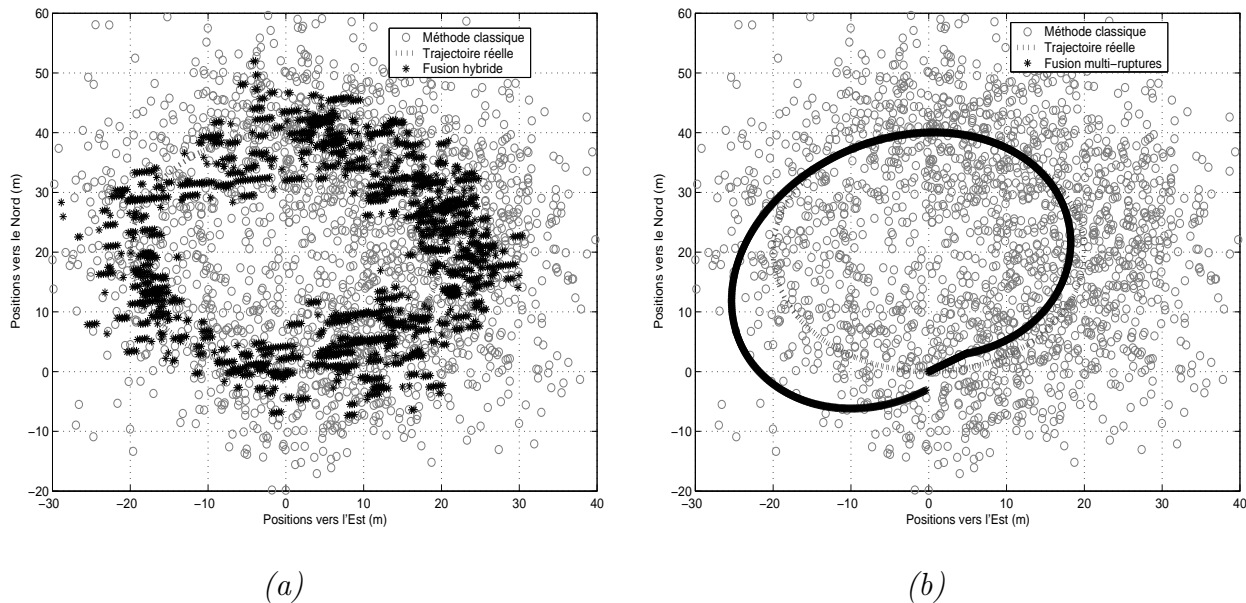


FIG. 5.15 – Positions calculées dans le cas d'une trajectoire circulaire ( $C/N_0 = 45 \text{ dB.Hz}$ )

On reporte dans le tableau 5.8 les écarts moyens suivant les directions Nord et Est sur les positions calculées. On retrouve les valeurs obtenues dans le cas statique pour la méthode classique et la fusion hybride. Pour la fusion de segmentation multi-ruptures, les performances se dégradent en comparaison de l'expérimentation statique. On retrouve alors une détérioration des résultats liée aux erreurs apportées par le modèle linéaire. Pourtant, la fusion multi-ruptures fournit toujours les meilleures performances en terme de détection (4.61 m et 4.1 m comparés aux 11.29 m).

En conclusion les trois méthodes ont été évaluées dans cette expérimentation sur données synthétiques dans deux cas extrêmes. En effet, le cas statique est le mieux adapté à

	Ecart moyen vers l'Est (m)	Ecart moyen vers le Nord (m)	Distance moyenne (m)
Méthode classique	7.14	7.23	11.29
Fusion hybride	2.77	3.13	4.61
Fusion multi-ruptures	2.62	2.47	4.1

TAB. 5.8 – Erreurs sur le calcul de la position dynamique ( $C/N_0 = 45$  dB.Hz)

la fusion de segmentation multi-ruptures tandis que le cas dynamique étudié ne donne pas de bons résultats pour cette méthode. On obtient donc dans le cas statique les meilleurs résultats que l'on pourrait souhaiter, et dans le cas dynamique les plus mauvais. Les deux autres méthodes ne font pas d'hypothèse sur la forme linéaire du discriminant, et leurs performances dépendent uniquement du rapport signal sur bruit. Malgré tout, les expérimentations ont montré que la fusion de segmentation multi-ruptures permet de mieux estimer la pseudo-distance satellite-récepteur, soit une estimation plus précise et plus robuste, et donc d'obtenir une position GPS avec plus de précision.

## 5.4 Expérimentations sur signaux réels

### 5.4.1 Cas statique

On reporte dans le tableau 5.9 suivant, le rapport signal sur bruit du signal GPS pour les différents satellites visibles. Dans cette expérimentation on dispose de 5 satellites visibles et une valeur de HDOP = 7.24. La position estimée est la position de l'antenne du dispositif située sur la position expérimentale à l'arrêt. On présente sur la figure 5.16

satellite	récepteur 1		récepteur 2	
	$C/N_0$	$L_1$ (dB.Hz)	$C/N_0$	$L_1$ (dB.Hz)
29		43		47
26		39.7		45
28		44.8		49
8		43.1		47.9
10		44		49.7

TAB. 5.9 – Rapports signal sur bruit pour les différents satellites

la position calculée dans le cas statique réel par la méthode classique et par les deux méthodes proposées. On reporte sur la figure 5.16.(a) les positions calculées par la méthode classique et par la méthode de fusion de segmentation hors-ligne mono-rupture proposée. Sur la figure 5.16.(b), on affiche les positions calculées par la méthode classique et par la méthode de fusion de segmentation hors ligne multi-ruptures proposée.

Comparativement aux mesures classiques, on peut remarquer que la fusion hybride représentée sur la figure 5.16.(a) fournit des positions centrées sur zéro représentant la



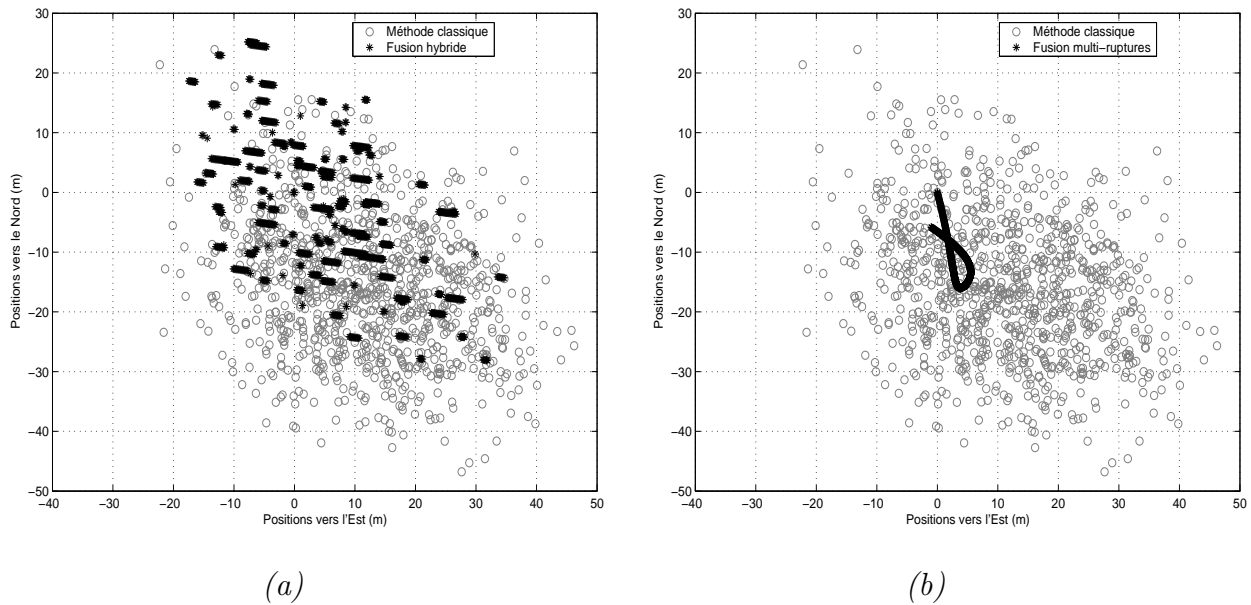


FIG. 5.16 – Positions statiques calculées dans un cadre réel

position du récepteur. Pour la fusion multi-ruptures de la figure 5.16.(b), on constate une évolution de la position mesurée plus concentrée et de même forme obtenue lors des simulations sur données synthétiques.

	Ecart moyen vers l'Est (m)	Ecart moyen vers le Nord (m)	Distance moyenne (m)
Méthode classique	14.05	16.93	23.65
Fusion hybride	10.43	10.26	15.73
Fusion multi-ruptures	3.45	10.09	12.61

TAB. 5.10 – Erreurs sur le calcul de la position statique dans un cadre réel

On reporte dans le tableau 5.10 les écarts des mesures de positions calculées. Les mesures de la fusion hybride confirment l'écart moyen avec la position réelle plus faible qu'avec la méthode classique. De plus, les mesures effectuées pour la fusion multi-ruptures sont encore meilleures (15.73 m et 12.61 m comparés aux 23.65 m).

Les mesures effectuées sur données réelles pour un récepteur statique montrent les performances des méthodes développées. Elles permettent de minimiser l'écart avec la position réelle pour une mesure de points toutes les millisecondes.

## 5.4.2 Cas dynamique

On reporte dans le tableau 5.11 suivant, le rapport signal sur bruit du signal GPS pour les différents satellites visibles. Dans cette expérimentation, on dispose des 5 mêmes satellites visibles et d'une valeur de HDOP identique à 7.24. La position estimée est la position de l'antenne qui effectue une trajectoire circulaire en  $\approx 1$  s. On peut constater

cependant, au vu des rapports signal sur bruit, que lors de la mise en mouvement du système, ceux-ci ont chuté comparativement aux mesures statiques.

satellite	récepteur 1		récepteur 2	
	$C/N_0$	$L_1$ (dB.Hz)	$C/N_0$	$L_1$ (dB.Hz)
29	41.2		41.7	
26	40.1		43.3	
28	40.9		47.7	
8	40.2		43.9	
10	38.6		43.2	

TAB. 5.11 – *Rapports signal sur bruit pour les différents satellites*

On présente sur la figure 5.17 les positions calculées pour la trajectoire étudiée, par la méthode classique et par les deux méthodes proposées. On reporte sur la figure 5.17.(a) les positions calculées par la méthode classique et par la méthode de fusion de segmentation hors ligne mono-rupture proposée. Sur la figure 5.17.(b), on affiche les positions calculées par la méthode classique et par la méthode de fusion de segmentation hors ligne multi-ruptures proposée. Sur chacune des figures, on ajoute la trajectoire réelle du récepteur mobile.

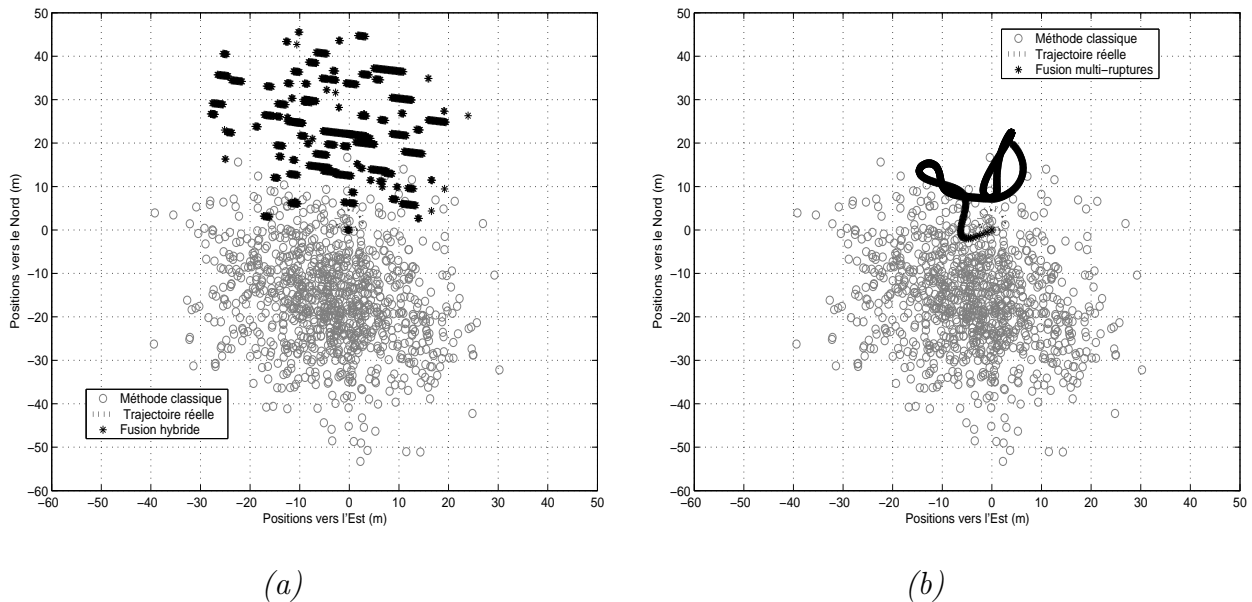


FIG. 5.17 – *Positions dynamiques calculées dans un cadre réel*

La première chose que l'on remarque, c'est que par rapport au niveau de bruit et au mouvement du récepteur, la méthode classique est incapable de discerner la trajectoire. De plus, les positions mesurées, sont dans ce cas, complètement excentrées. Pour la fusion hybride représentée sur la figure 5.17.(a), il est également difficile de ressortir la trajectoire réelle, mais comparativement aux mesures classiques, la méthode permet de voir que le récepteur se déplace vers le Nord, et ainsi de mieux centrer ses mesures sur la trajectoire.

Il en est de même pour la fusion multi-ruptures représentée sur la figure 5.17.(b), où la méthode permet de voir un déplacement et fournit des mesures plus proches des positions réelles.

	Ecart moyen vers l'Est (m)	Ecart moyen vers le Nord (m)	Distance moyenne (m)
Méthode classique	15.74	19.1	27.42
Fusion hybride	9.23	17.46	24.13
Fusion multi-ruptures	6.92	9.69	12.91

TAB. 5.12 – Erreurs sur le calcul de la position statique dans un cadre réel

On reporte dans le tableau 5.12 les écarts des mesures de positions calculées de la même manière que précédemment. On constate que chacune des méthodes (fusion hybride et fusion multi-ruptures) permet respectivement d'améliorer les mesures effectuées par la méthode classique (24.13 m et 12.91 m comparés aux 27.42 m).

L'expérimentation réalisée ici dans un contexte dynamique ne permet pas d'obtenir une vraie mesure de trajectoire. Cela est notamment dû aux valeurs de rapports signal sur bruit élevées et à une amplitude du mouvement trop faible. Cependant, les méthodes développées permettent de discerner un mouvement global du récepteur que la méthode classique ne permet pas.

## 5.5 Conclusion

Les expérimentations décrites dans ce chapitre présentent l'application des méthodes de fusion de segmentation, développées dans les chapitres 3 et 4, au calcul de la position d'un récepteur GPS. Dans les différents paragraphes de ce chapitre, on présente la méthode utilisée pour calculer la position du récepteur à partir de l'évolution du discriminant estimé. On propose une méthode pour déterminer les paramètres des techniques de fusion de segmentation hors-ligne. On évalue sur un signal non bruité les limites des méthodes lorsque le signal GPS est discrétisé, et lorsque les variations de pseudo-distances ne sont plus linéaires pour une trajectoire circulaire. Finalement, dans l'expérimentation sur des signaux GPS synthétiques, puis réels, on compare les performances des méthodes proposées avec les résultats obtenus par l'approche classique de poursuite du code.

La précision obtenue pour le calcul de la position à partir des pseudo-distances estimées, dépend à la fois du rapport signal sur bruit et de la discrétisation du signal. La discrétisation du signal est dans ce cas une limite intrinsèque à la méthode. En effet, sur un signal non bruité, la distance estimée évolue en escalier avec des sauts de 15 m pour une fréquence d'échantillonnage de 20 Mhz. On montre alors que, pour la fusion hybride, l'erreur moyenne dans les directions Est et Nord sur la position estimée est de 2 m. Dans le cas statique l'évolution du discriminant est faiblement non-linéaire. La fusion de segmentation multi-ruptures, qui suppose l'évolution de la pseudo distance sous la forme d'une succession de segments, permet alors de s'affranchir des effets de la discrétisation. Dans ce cas, l'erreur sur la position pour un signal sans bruit, est uniquement l'erreur de

modèle. Cette erreur est de 1 mètre pour les directions Est et Nord. Quand le récepteur réalise une trajectoire circulaire rapide (cercle de rayon 20 m en 2 s), l'évolution de la pseudo distance n'est plus linéaire et l'erreur sur la position est de l'ordre de 2 m.

L'expérimentation réalisée sur données synthétiques, obtenues dans un contexte réel, montre que les méthodes de fusion de segmentation hors-ligne sont plus précises que la méthode classique pour le calcul de positions. De plus, on montre que, pour différents rapports de signal sur bruit, elles sont plus robustes car l'erreur sur la position estimée est moins sensible à la puissance du bruit. Finalement, c'est la fusion de segmentation multi-ruptures qui est la plus précise dans le cas statique et dynamique pour un signal GPS bruité.

L'expérimentation réalisée sur données réelles permet de valider les mesures effectuées dans le contexte synthétique. Les performances obtenues sont de même nature notamment dans le cas statique. Dans le cadre dynamique, les expérimentations réalisées sur des mesures réelles ont permis de voir que les méthodes développées permettent de mieux distinguer les mouvements, en dépit du fait que la trajectoire employée et le niveau de bruit n'étaient pas adaptés pour des mesures efficaces. Dans chacun des cas, la fusion de segmentation hors-ligne muti-ruptures reste la plus précise.

Les techniques développées dans ce travail permettent de réaliser une poursuite de code de signaux GPS afin de fournir une mesure de position toutes les millisecondes. La segmentation du signal GPS à cette fréquence peut trouver des applications notamment dans les domaines aéronautiques et aérospatiaux où l'on peut être confronté à de fortes dynamiques.



# Conclusion générale

LE travail présenté dans cette thèse a pour objet l'étude et la mise en oeuvre de méthodes de fusion pour la segmentation hors-ligne de signaux. Pour cela, plusieurs approches de segmentations bayésiennes sont étudiées. Une première technique de fusion hybride permet de déterminer la présence d'une rupture de stationnarité dans une fenêtre d'observation et sur plusieurs signaux. La seconde méthode de fusion, hors-ligne et multi-ruptures, permet de déterminer les ruptures de linéarités de signaux grâce à la minimisation d'une fonction de contraste pénalisée. Ces différentes méthodes sont appliquées à la segmentation du signal discriminant de la poursuite du code du système GPS. Elles sont ensuite appliquées à l'estimation de la distance entre un satellite et un récepteur, et évaluées pour le calcul de la position d'un récepteur toutes les millisecondes.

Le mémoire est constitué de cinq chapitres. Le premier d'entre eux a pour but de présenter le système de navigation GPS ainsi que les traitements réalisés par le récepteur. Les différentes étapes de traitement du signal y sont décrites, notamment l'asservissement de la porteuse et des codes contenus dans les signaux. C'est plus particulièrement à la boucle de poursuite de code appelée DLL (Delay Locked Loop), que nous nous sommes intéressés. Dans les futurs systèmes de positionnement satellitaire, le signal sera transmis sur plusieurs porteuses et plusieurs boucles de poursuite du code seront alors nécessaires. Dans ce travail de thèse, nous fusionnons les informations qu'elles fournissent. Le deuxième chapitre est un état de l'art des systèmes de décision et de segmentation. Nous y présentons les différentes méthodes de fusion centralisées et distribuées qui permettent la combinaison d'informations en provenance de différents capteurs. Suite à cette étude, nous avons développé des méthodes de fusion, appliquées à la segmentation hors-ligne mono et multi-ruptures qui n'apportent pas de retard à la détection. La fusion centralisée est plus performante pour la détection des ruptures quand elles sont synchrones. La fusion distribuée est moins performante, mais ne fait pas de suppositions sur la simultanéité des ruptures. Ce sont ces deux propriétés que nous utilisons pour définir les systèmes de fusion.

Dans le troisième chapitre, nous avons proposé une méthode de segmentation hors-ligne mono-rupture pour la poursuite du code GPS. Il s'agit d'une méthode de fusion hybride permettant de poursuivre le code simultanément sur les différentes porteuses du signal GPS. La méthode de fusion de segmentation hybride mono-rupture est une technique hors-ligne permettant la détection de ruptures dans des signaux stationnaires par morceaux. Ce système permet de prendre en compte les désynchronisations des positions des ruptures, notamment provoquées par les différences de propagation du signal GPS multi-porteuses

dans l'ionosphère. Il s'agit d'utiliser la combinaison d'un système de fusion centralisé dit synchronisé, qui suppose l'existence d'une position unique de rupture sur tous les signaux, et d'un système centralisé dit désynchronisé, qui ne fait pas d'hypothèses sur la position des ruptures. Les décisions prises par ces deux systèmes sont fusionnées dans un centre de fusion distribué, le tout constituant un système de fusion hybride. En pratique les ruptures ne sont pas toujours synchronisées et leur décalage évolue avec le temps. La fusion hybride est le meilleur compromis entre les deux systèmes. Ses performances en terme de détection sont au moins aussi bonnes que le plus performant des systèmes, voire meilleures dans certains cas. Les résultats obtenus sur données synthétiques, comparés aux résultats de la segmentation du signal seul, montrent que la fusion hybride offre de meilleures performances pour la détection et la localisation des ruptures.

Nous avons proposé dans le quatrième chapitre une méthode de segmentation hors-ligne multi-ruptures, toujours appliquée à la segmentation des discriminants des signaux GPS multi-porteuses. Il s'agit d'une approche bayésienne de sélection de modèles basée sur l'estimation des séquences de ruptures par la minimisation d'une fonction de contraste pénalisée. La fonction de contraste est une mesure de vraisemblance avec le modèle, et le terme de pénalisation est construit à partir de l'information *a priori* dont on dispose. La fonction d'attache aux données est construite à partir du modèle statistique de l'évolution linéaire par morceaux du discriminant. La pénalisation est, quant à elle, fonction de la probabilité *a priori* d'avoir une rupture à un certain endroit du signal, ainsi que de la probabilité d'avoir une certaine valeur de décalage. Une fois constituée, la fonction de contraste pénalisée permet d'estimer les séquences de ruptures et les décalages. L'objectif de la méthode est de détecter les ruptures de linéarité dans les mesures de discriminants, et d'estimer les décalages provoqués par la traversée de l'ionosphère. Le décalage estimé permettra de corriger les pseudo-distances satellite-récepteur affectées par le biais de propagation du signal GPS dans l'ionosphère. Les expérimentations sur données synthétiques sont d'abord réalisées dans un cas idéal puis dans un contexte réel pour des signaux GPS simulés. Il est montré que les méthodes de fusion permettent d'améliorer l'estimation des séquences de ruptures et d'obtenir une valeur du décalage ionosphérique plus précise. Cette estimation est d'autant plus précise que l'information *a priori* dont on dispose est importante.

Enfin dans le cinquième et dernier chapitre, nous présentons l'application des différentes méthodes développées pour le calcul de position d'un récepteur GPS. Ces expérimentations sont réalisées dans un contexte réel, sur données synthétiques et réelles. Les expérimentations sur le calcul de positions réalisées sur données synthétiques dans un contexte réel, montrent l'apport des méthodes de fusion de segmentation hors-ligne. Les estimations de positions sont plus précises et il est également montré que l'erreur est moins sensible à la puissance du bruit. L'autre apport de ces méthodes résulte du fait que l'on vient estimer une position avec une très courte période comparativement aux récepteurs classiques. Ceux-ci fournissant généralement une mesure toutes les secondes, il leur est impossible, notamment dans un cas de forte dynamique, d'estimer l'évolution de la position du récepteur. Les expérimentations synthétiques dans un contexte dynamique montrent que les méthodes développées permettent de reconstituer plus précisément les trajectoires effectuées par le récepteur. Finalement il est montré que la fusion de segmentation multi-ruptures, malgré un coût calculatoire important, est toujours plus précise,

---

que ce soit dans le cas statique ou dynamique. L'expérimentation réalisée sur données réelles permet de venir valider les mesures effectuées dans le cas statique. Les résultats obtenus sont en effet similaires à ceux obtenus dans un contexte synthétique. De même, dans un cadre dynamique, il est montré que les méthodes développées permettent de mieux distinguer les mouvements en dépit de conditions expérimentales non adaptées à un fonctionnement normal.

Nous envisageons les perspectives de ce travail à la fois sur le plan applicatif, sur le plan du modèle et sur le plan de la méthode.

Les méthodes développées sont robustes face au bruit. Nous envisageons de les utiliser dans le cas d'environnements pour lesquels la réception des signaux devient difficile. Par exemple, pour l'utilisation des signaux GPS en in-door, c'est-à-dire à l'intérieur des bâtiments. Dans ce cas, le signal GPS est fortement atténué avec la traversée des murs. De plus, le calcul des positions avec une très courte période permet de considérer des applications dans le domaine de l'aéronautique, par exemple lorsque les dynamiques et les précisions nécessaires deviennent importantes.

Les méthodes développées offrent de nouvelles possibilités pour l'hybridation du GPS avec d'autres capteurs. En effet, nous avons considéré, pour la fusion hybride, que la probabilité d'estimer la position d'une rupture était uniforme. Il est alors possible de modifier cette distribution en y apportant des informations *a priori* de haut niveau sémantique. Par exemple, à partir de mesures fournies par une station inertielle ou autres capteurs relatifs, on pourra obtenir des informations supplémentaires sur les mouvements du récepteur. Celles-ci permettront d'obtenir une estimation *a priori* plus ou moins précise sur la position des ruptures des discriminants. Les seuils constitués à partir des probabilités *a priori* issues de ces informations favoriseront la détection des ruptures là où leurs présences sont les plus probables. Il en est de même pour la fusion multi-ruptures : il est possible d'y ajouter ces informations pour la construction de la fonction de contraste pénalisée. En effet, le terme de pénalité est issu des probabilités *a priori* de la position des ruptures. Nous avons jusqu'ici considéré la répartition des ruptures comme équiprobable. L'intégration de ces informations permettra une reconstitution des séquences de ruptures plus efficace.

Nous avons vu que le modèle linéaire d'évolution de la pseudo-distance n'est pas forcément le mieux adapté. Un lissage des segments de droites obtenus nous a permis de combler ces erreurs de modèle. Une perspective de ce travail sera d'intégrer directement un modèle non-linéaire dans l'expression de la fonction de contraste. Le but étant de remplacer la formulation issue de l'équation d'une droite, par un polynôme d'ordre supérieur. Le processus d'optimisation permettra de déterminer la séquence de ruptures et en parallèle, les coefficients du polynôme. De plus, sur le plan de la méthode d'optimisation, il est possible d'effectuer une étude comparative entre les différents processus. Les temps de calcul pour la fusion multi-ruptures étant conséquents, des mesures de rapports temps de calcul / performances permettront de déterminer les processus d'optimisation les mieux adaptés, notamment pour l'implémentation des futurs systèmes de fusion.

Nous avons également considéré certains paramètres comme connus. Le rapport signal sur bruit, par exemple, est obtenu à partir de son estimation sur le signal dont on dispose. Il est alors possible de marginaliser ces paramètres dans le but d'obtenir une incertitude



et un certain indice de confiance sur ces mesures. Le traitement des discriminants sera fonction des caractéristiques statistiques des densités de probabilités des valeurs de certains paramètres, plutôt que sur leur valeur estimée brute, ce qui rendra la méthode plus robuste.

# Annexe A

## Fusion hybride pondérée

LES paramètres statistiques et la qualité de la détection sont fonction de la mesure de la corrélation  $R_f$ . L'expression de la corrélation  $R_f$  change avec la fréquence du code CDMA. Pour un retard fixé  $\tau$ , la valeur de la corrélation est différente. Une fréquence de code plus élevée aura un pic de corrélation plus étroit et permettra une meilleure détection des décalages provoqués par le retard. Malheureusement, la sensibilité de la poursuite du code augmente également et les décrochages sont plus fréquents. Dans ce cas, la poursuite est plus précise mais moins robuste. De plus, la valeur du discriminant est fonction de la puissance du signal. En effet, dans le cas de brouillages ou d'interférences, nous observons une dégradation du rapport signal sur bruit et donc une dégradation de la mesure du discriminant.

### A.1 Principe

Soit le critère de décision MAP défini dans le chapitre 3 :

$$\prod_{j=1}^J P(H_1/\underline{r}, \underline{Y}_j = \underline{y}_j; \underline{\theta}) \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \prod_{j=1}^J P(H_0/\underline{r}, \underline{Y}_j = \underline{y}_j; \underline{\theta}) \quad (\text{A.1})$$

Il permet de déterminer à partir d'une séquence de rupture  $\underline{r}$  laquelle des deux hypothèses  $H_1$  (présence de rupture) ou  $H_0$  (absence de rupture) est vérifiée. Après application de la règle de Bayes, nous obtenons :

$$\frac{\prod_{j=1}^J h_j(\underline{y}_j/\underline{r}_j, H_1; \underline{\theta}_j)}{\prod_{j=1}^J h_j(\underline{y}_j/\underline{r}_j, H_0; \underline{\theta}_j)} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \prod_{j=1}^J \frac{P(\underline{r}_j/H_0) P(H_0)}{P(\underline{r}_j/H_1) P(H_1)} \quad (\text{A.2})$$

Pour des ruptures simultanées et dans un cas multi-signal, le critère est défini par :

$$\prod_{j=1}^J g_j \left( \hat{\theta}_1(\hat{t}), \hat{t} \right) \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \prod_{j=1}^J \frac{P(\hat{t}/H_0) P(H_0)}{P(\hat{t}/H_1) P(H_1)} = \lambda_1 \quad (\text{A.3})$$

avec :

$$g_j(\theta_1, t_j) = \frac{h_j(\underline{y}_{j,t_j+1:n}; \theta_1)}{h_j(\underline{y}_{j,t_j+1:n}; \theta_0)} \quad (\text{A.4})$$

Pour le critère non-simultané, on a :

$$\prod_{j=1}^J g_j \left( \hat{\theta}_{j,1}(\hat{t}_j), \hat{t}_j \right) \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \prod_{j=1}^J \frac{P(\hat{t}_j/H_0) P(H_0)}{P(\hat{t}_j/H_1) P(H_1)} = \lambda_2 \quad (\text{A.5})$$

Dans chacun de ces cas, les signaux sont considérés de même importance. Pour éviter l'influence des signaux décrochés ou brouillés, l'idée est de constituer une règle de décision dérivée du Logarithmic Opinion Pool [BS97]. Il s'agit d'effectuer une combinaison pondérée des probabilités *a posteriori* dans le but d'obtenir une nouvelle distribution. De par la pondération, l'importance des « mauvaises » mesures sera diminuée et permettra un traitement plus efficace dans les cas de décrochages ou de brouillages. Soit  $\gamma_j$  ( $1 \leq j \leq J$ ), les poids affectés aux différents signaux, on écrit la règle de décision :

$$\frac{\prod_{j=1}^J \left( h_j(\underline{y}_j/\underline{r}_j, H_1; \underline{\theta}_j) \right)^{\gamma_j}}{\prod_{j=1}^J \left( h_j(\underline{y}_j/\underline{r}_j, H_0; \underline{\theta}_j) \right)^{\gamma_j}} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \prod_{j=1}^J \frac{P(\underline{r}_j/H_0) P(H_0)}{P(\underline{r}_j/H_1) P(H_1)} \quad (\text{A.6})$$

Soit pour le cas simultané :

$$\prod_{j=1}^J \left( g_j \left( \hat{\theta}_1(\hat{t}), \hat{t} \right) \right)^{\gamma_j} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} \prod_{j=1}^J \frac{P(\hat{t}/H_0) P(H_0)}{P(\hat{t}/H_1) P(H_1)} = \lambda_1 \quad (\text{A.7})$$

Ce qui nous donne lorsque l'on passe en logarithme :

$$\sum_{j=1}^J \gamma_j \ln \left( g_j \left( \hat{\theta}_1(\hat{t}), \hat{t} \right) \right) \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} J \ln \left( \frac{P(\hat{t}/H_0) P(H_0)}{P(\hat{t}/H_1) P(H_1)} \right) = \ln(\lambda_1) \quad (\text{A.8})$$

De la même manière, on obtient pour le cas non-simultané :

$$\prod_{j=1}^J \left( g_j \left( \hat{\theta}_{j,1}(\hat{t}_j), \hat{t}_j \right) \right)^{\gamma_j} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \prod_{j=1}^J \frac{P(\hat{t}_j/H_0) P(H_0)}{P(\hat{t}_j/H_1) P(H_1)} = \lambda_2 \quad (\text{A.9})$$

Soit en passant en logarithme :

$$\sum_{j=1}^J \gamma_j \ln \left( g_j \left( \hat{\theta}_{j,1}(\hat{t}_j), \hat{t}_j \right) \right) \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} \sum_{j=1}^J \ln \left( \frac{P(\hat{t}_j/H_0) P(H_0)}{P(\hat{t}_j/H_1) P(H_1)} \right) = \ln(\lambda_2) \quad (\text{A.10})$$

Nous représentons sur la figure A.1, le schéma de principe de la fusion hybride pondérée appliquée à la détection de rupture dans les mesures de discriminants de poursuite de code GPS.

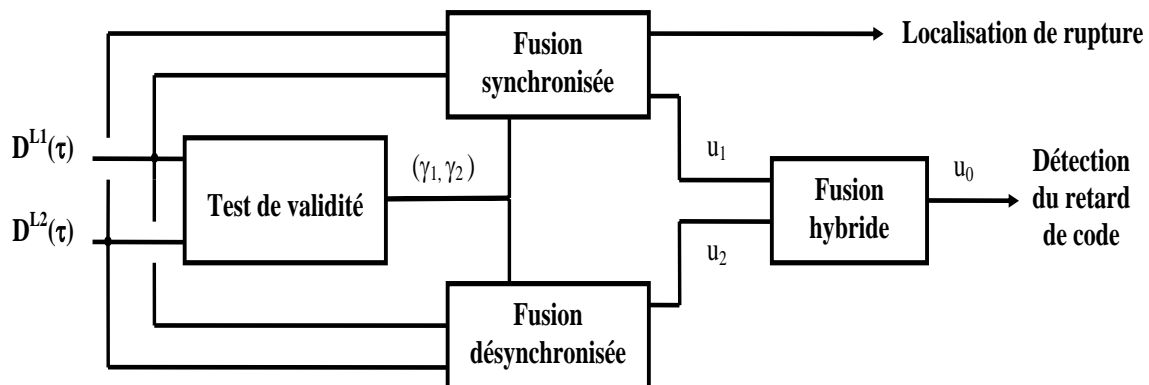


FIG. A.1 – Principe de la fusion hybride pondérée

Au préalable, est effectué un test de validité sur chacun des discriminants. A partir de ce test, on affecte un poids à chacun des signaux selon le résultat. Ces poids sont alors injectés dans les systèmes de fusion centralisés. La décision globale est prise à partir de la combinaison des décisions de chacun des systèmes.

Nous présentons dans la suite plusieurs expérimentations dans le but de mesurer les performances de la méthode proposée dans le cas où le signal  $L_2$  est brouillé ou décroché. Le code sur  $L_2$  est supposé avoir une fréquence supérieure au code sur  $L_1$  et sera alors amené à décrocher plus facilement.

## A.2 Définition des poids

Lorsque  $L_2$  est décrochée, la valeur de la corrélation est proche de zéro et nous avons alors pour le discriminant early-minus-late  $E[D_{\tau_i}] = 0$  et  $\sigma_{d_{\tau_i}}^2 = 8$ . Nous montrons sur la figure A.2 la probabilité de détecter un décrochage lorsque  $L_2$  est décrochée en fonction de la probabilité de détecter un décrochage lorsque  $L_2$  ne l'est pas. Les mesures sont effectuées sur des fenêtres de 20 échantillons et chaque échantillon est fourni toutes les ms.

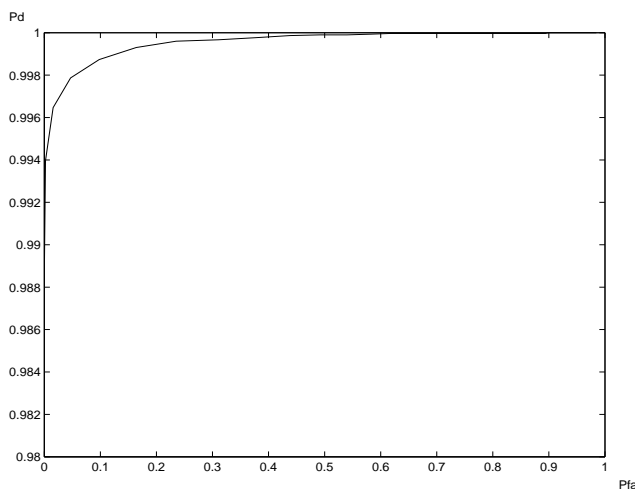


FIG. A.2 – Courbe COR de la détection de décrochage

Nous choisissons le seuil de manière à obtenir une probabilité de détection de décrochage de un. Les performances de la poursuite seront au moins aussi bonnes que les performances obtenues avec la fréquence porteuse  $L_1$ . En effet, dans le cas d'un décrochage sur  $L_2$ , nous affectons la valeur  $\gamma_1 = 1$  et  $\gamma_2 = 0$  qui indique que nous réalisons la détection seulement sur  $L_1$ . De la même manière, si  $L_1$  décroche, nous affectons  $\gamma_1 = 0$  and  $\gamma_2 = 1$ . Lorsque les deux fréquences sont accrochées, nous réalisons la fusion hybride en affectant  $\gamma_1 = 0.5$  et  $\gamma_2 = 0.5$ .

## A.3 Application à la poursuite du signal GPS

Dans ces simulations, la poursuite du signal GPS est réalisée dans un contexte réaliste. Nous simulons un récepteur fixe avec une position connue et une évolution réelle de 8 satellites. Nous fournissons une position toutes les ms durant 2 s. La fréquence d'échantillonnage est fixée à 20 MHz et la fréquence de code de  $L_1$  est 1.023 MHz contre 10.23 MHz pour  $L_2$ . La puissance des signaux reçues est fixée pour la simulation à 50 dB.Hz pour chaque satellite.

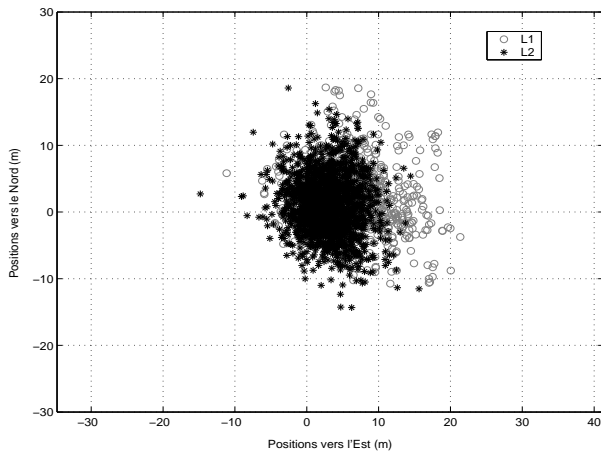


FIG. A.3 – Mesures sur  $L_1$  et  $L_2$

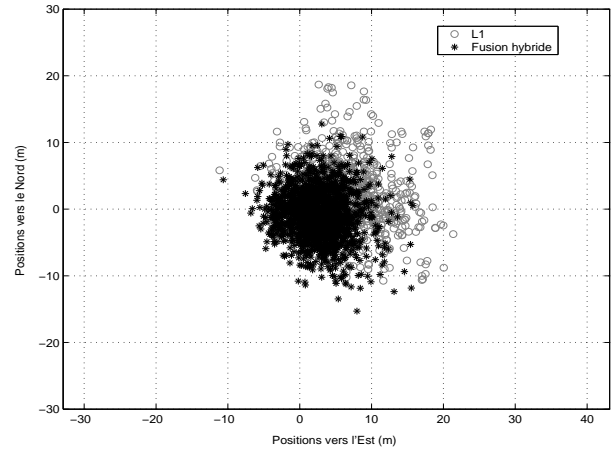


FIG. A.4 – Mesures de la fusion hybride

Sur la figure A.3, A.4, A.5, A.6, nous reportons les mesures obtenues sur la fréquence  $L_1$  à comparer respectivement avec les mesures obtenues avec  $L_2$ , la fusion hybride, la fusion hybride pondérée et la fusion hybride pondérée dans un cas de brouillage. Nous pouvons remarquer que sur la figure A.3 nous obtenons de meilleurs résultats avec  $L_2$  du fait d'une plus grande concentration des points. Cependant des décrochages sur deux satellites sont apparus durant la simulation. Sur la figure A.4, nous pouvons constater que nous obtenons de meilleurs résultats avec la fusion hybride, mais un satellite décroche pendant la simulation. Pour la fusion hybride pondérée figure A.5, nous obtenons des résultats encore meilleurs et aucun satellite n'est décroché pendant la simulation. Sur la

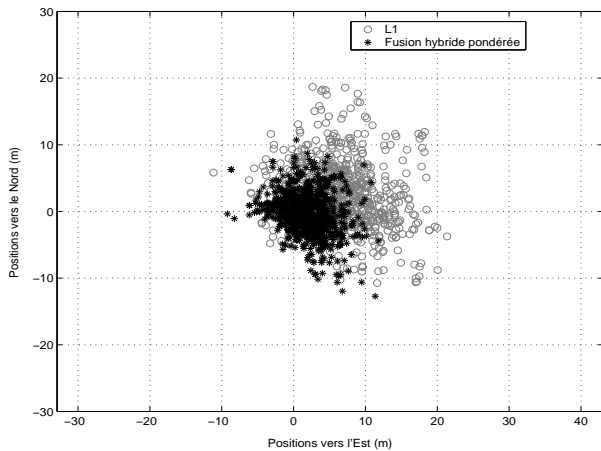


FIG. A.5 – Mesures de la fusion hybride pondérée

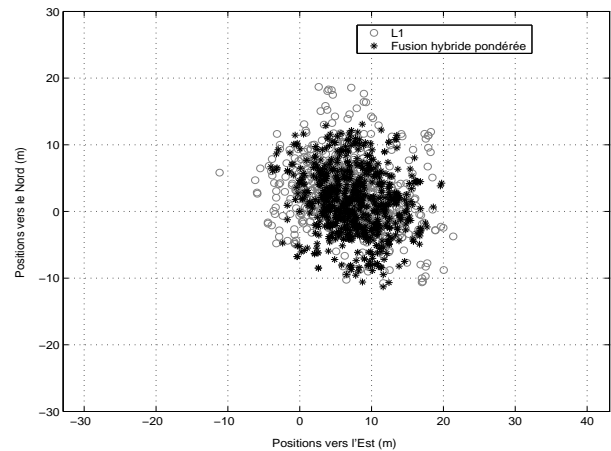


FIG. A.6 – Mesures de la fusion hybride pondérée en présence de brouillages

figure A.6, nous présentons les résultats obtenus pour la fusion hybride lorsque  $L_2$  est brouillée, c'est-à-dire quand la puissance chute. Dans cet exemple, le  $C/N_0$  pour  $L_2$  est fixé à 20 dB.Hz. Les résultats que nous obtenons sont similaires à ceux obtenus pour  $L_1$  seul.

Nous reportons tableau A.1 les mesures de l'erreur quadratique moyenne en mètres sur le Nord et sur l'Est pour chacune des méthodes ainsi que la valeur de l'excentricité. L'excentricité est la distance entre la position moyenne et la position réelle. La fusion hybride pondérée offre alors les meilleures performances comparativement à  $L_1$  et  $L_2$  seules, voire même à la fusion hybride simple (1.70 m contre 2.62 m pour l'excentricité). Dans le cas du brouillage de  $L_2$ , les mesures de performances de la fusion hybride pondérée deviennent identiques à la mesure simple sur  $L_1$ .

TAB. A.1 – *Erreur quadratique moyenne en mètres*

	Sur l'Est	Sur le Nord	Excentricité
L1	8.25	5.64	7.19
L2	4.36	4.59	3.1
Hybride	4.06	3.69	2.62
Hybride pondérée	3.03	2.72	1.70
Hybride pondérée avec brouillages	8.40	5.12	7.43

Lorsque l'on dispose d'un code de plus grande fréquence, la précision de la détection devient plus fine et les positions mesurées avec la fusion hybride doivent être meilleures. Cependant, l'apparition de décrochages sur une fréquence perturbe le système de fusion hybride. La pondération permet de s'affranchir de ces décrochages et ainsi de bénéficier de mesures plus robustes.

# Bibliographie

- [Aka74] H. Akaike. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions On Automatic Control*, 19:716–723, 1974.
- [Bas04] F. Bastide. *Analyse de la Capacité d’Utilisation des Futurs Signaux Galileo E5a/E5b et GPS L5 et leurs Intérêts pour l’Aviation Civile*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 2004.
- [Ben92] J. A. Benediktsson. Consensus Theoretic Classification Methods. *IEEE Transactions On Systems, Man., and Cybernetics*, 22(4):688–704, 1992.
- [Ber00] P. Bertrand. A Local Method for Estimating Change Points: The Hat Function. *Statistics*, 34:215–235, 2000.
- [Bla97] D. Doris Blais. *Modélisation de récepteurs GPS, application à l’étude de l’influence des multitrajets sur les performances du récepteur L1 GPS*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1997.
- [BM01] L. Birgé et P. Massart. A generalized Cp criterion for Gaussian model selection. Rapport technique, Publication Université Paris-VI, 2001.
- [Bra99] M. Braash. GPS Receiver Architectures and Measurements. Dans *GPS Receiver Architectures and Measurements*, volume 87, 1999.
- [BRB04] S. Boutoille, S. Reboul, et M. Benjelloun. Fusion of detections in a multi-carrier GPS receiver. Dans *Proceedings of the Seventh International Conference on Information Fusion*, pages 85–90, Stockholm, Sweden, 2004.
- [BRB05] S. Boutoille, S. Reboul, et M. Benjelloun. Multi-band GPS signal tracking in a high dynamic maneuvering situation. Dans *ICINCO 2005*, pages 258–263, Barcelone, Espagne, 2005.
- [BRB06] S. Boutoille, S. Reboul, et M. Benjelloun. Off-line segmentation of GPS signal tracking using a Bayesian approach. Dans *IECON’2006*, pages 3249–3254, Paris, France, 2006.
- [BS97] J. A. Benediktsson et J. R. Sveinsson. Hybrid Consensus Theoretic Classification. *IEEE Transactions On Geoscience and Remote sensing*, 35(4):833–843, 1997.
- [CA98] J. Chen et N. Ansari. Adaptive Fusion of Correlated Local Decisions. *IEEE Transactions On Systems, Man., And Cybernetics - Part C: Applications And Reviews*, 28(2):276–281, 1998.
- [CTC00] M. Chabert, J.Y. Tourneret, et F. Castanie. Time -Scale Analysis of Abrupt Changes Corrupted by Multiplicative Noise. *Signal Processing*, 80:397–411, 2000.



- [CV86] Z. Chair et P.K. Varshney. Optimal Data Fusion in Multiple Sensor Detections Systems. *IEEE Transactions On Aerospace and Elect. Syst.*, 22(1):98–101, 1986.
- [CV02] B. Chen et P.K. Varshney. A bayesian Sampling Approach to Decision Fusion Using Hierarchical Models. *IEEE Transactions On Signal Processing*, 50(8):1809–1818, 2002.
- [CW05] B. Chen et P. K. Willett. On the optimality of the likelihood-ratio test for local sensor decision rules in the presence of nonideal channels. *IEEE Transactions On Information Theory*, 51(2):653–699, 2005.
- [Das94] B. V. Dasaraty. *Decision Fusion*. IEEE Computer Society Press, 1994.
- [Des83] J. Deshayes. *Rupture de Modèles En Statistique*. PhD thesis, Université de Paris-Sud, Orsay, France, 1983.
- [Des98] C. Desrousseaux. *Utilisation d'un critère entropique dans les systèmes de détection*. PhD thesis, Université des Sciences et Technologies de Lille, 1998.
- [DF92] A.J. Van Dierendonck, P. Fenton, et T. Ford. Theory and Performance of Narrow Correlator Spacing in a GPS receiver. *Journal of the Institute of Navigation, USA*, 39(3):265–283, 1992.
- [DL91] E. Drakopoulos et C.C. Lee. Optimum multisensor fusion of correlated local decisions. *IEEE Transactions On Aerospace and Electronic Systems*, 27(4):593–606, 1991.
- [DP79] J. Deshayes et D. Picard. Tests de Ruptures Dans un Modèle. *Compte-Rendu de l'Académie des Sciences*, 288:563–566, 1979.
- [DP86] J. Deshayes et D. Picard. Off-Line Statistical Analysis of Change-Point Models Using Non Parametric and Likelihood Methods. Dans *Detection of Abrupt Changes in Signal and Dynamical Systems (M. Basseville, A. Benveniste, Eds.)*, pages 103–168. Lectures Notes in control and information Sciences, LNCIS 77, Springer, New York, 1986.
- [FN05] M. Fouladirad et I. Nikiforov. Optimal statistical fault detection with nuisance parameters. *Automatica*, 41(7):1157–1171, 2005.
- [GHK99] I. Gijbels, P. Hall, et A. Kleinp. On the Estimation of Jump Points in Smooth Curves. *The Annals of the Institute of Statistical Mathematics*, 51:231–251, 1999.
- [GJV99] K. Ghosh, S.R. Jammalamadaka, et M. Vasudaven. Change-Point Problems for the Von Mises Distribution. *Journal of Applied Statistics*, 26(4):423–434, 1999.
- [GLV99] F. Gini, F. Lombardini, et P. K. Varshney. On distributed signal detection with multiple local free parameters. *IEEE Transactions On Aerospace and Electronic Systems*, 35(4):1457–1466, 1999.
- [GM90] C. Genest et K.J. McConway. Allocating the Weights in the Linear Opinion Pool. *Journal of Forecasting*, 9:53–73, 1990.
- [Gus00] F. Gustafsson. *Adaptive filtering and change detection*. John Wiley and Sons publication, 2000.

- 
- [GWA01] M. Grewal, L. Weill, et A. Andrews. *Global Positioning System, Inertial Navigation and Integration*. Wiley Interscience, New Jersey, 2001.
- [Heg99] C. Hegarty. Evaluation of the Proposed Signal Structure for the New Civil GPS Signal at 1176.45 MHz. Rapport technique, Center for Advanced Aviation System Development, 1999.
- [Hin70] D. V. Hinkley. Inference about the change point in a sequence of random variables. *Biometrika*, 57(1):1–17, 1970.
- [JYTL03] M. Doisy J. Y. Tourneret et M. Lavielle. Bayesian off-line detection of multiple change-points corrupted by multiplicative noise: application to SAR image edge detection. *Signal Processing*, 83:1871–1887, 2003.
- [KMT<sup>+</sup>01] K. Krumvieda, P. Madhani, J. Thomas, P. Axelrad, W. Kober, C. Heddings, P. Howe, et J. Leonard. A Complete IF Software GPS Receiver: A Tutorial about the Details. Rapport technique, Data Fusion Corporation, 2001.
- [KT83] N. Kligiene et L. Telksnys. Methods of detecting instants of change of random process properties. *Automation and Remote Control*, 44(10):1241–1283, 1983.
- [KZG92] M. Kam, Q. Zhu, et W. S. Gray. Optimal data fusion of correlated local decisions in multiple sensor detection systems. *IEEE Transactions On Aerospace and Electronic Systems*, 28(3):916–920, 1992.
- [Lav98] M. Lavielle. Optimal Segmentation of Random processes. *IEEE Transactions On Signal Processing*, 46(5):1365–1373, 1998.
- [Leb05] E. Lebarbier. Detecting multiple change-points in the mean of Gaussian process by model selection. *Signal Processing*, 85:717–736, 2005.
- [Lei95] A. Leick. *GPS Satellite Surveying*. John Wiley and Sons publication, 1995.
- [LL01] M. Lavielle et E. Lebarbier. An application of MCMC methods for the multiple change-points problem. *Signal Processing*, 81:39–53, 2001.
- [LM00] M. Lavielle et E. Moulines. Least Squares estimation of an unknown number of shifts in a time series. *Journal of Time Series Anal.*, 21:33–59, 2000.
- [Lor71] G. Lorden. Procedures for reacting to a change in distribution. *The Annals of Mathematical Statistics*, 42(6):1897–1908, 1971.
- [LS99] T.L. Lai et J.Z. Shan. Efficient Recursive Algorithms for Detection of Abrupt Changes in Signals and Control Systems. *IEEE Transactions On Automatic Control*, 44(5):952–966, 1999.
- [Mal73] C. L. Mallows. Some comments on Cp. *Technometrics*, 15:661–675, 1973.
- [MC60] J.L. Melsa et D.L. Cohn. *Decision and Estimation Theory*. MC Graw-Hill, New-York, 1960.
- [Mid60] D. Middleton. *Statistical communication theory*. MC Graw-Hill, New-York, 1960.
- [Mou86] G. V. Moustakides. Optimal stopping times for detecting changes in distributions. *The Annals of Statistics*, 14(4):1379–1387, 1986.
- [Mou98] G. V. Moustakides. Quickest detection of abrupt changes for a class of random processes. *IEEE Transactions On Information Theory*, 44(5):1965–1968, 1998.
- [NB95] I. Nikiforov et M. Basseville. *Detection of Arupt Changes: Theory and Application*. Prentice-Hall, Inc., 1995.

- [Nik01] I. Nikiforov. A simple change detection scheme. *Signal Processing*, 81:149–172, 2001.
- [Pag54] E. S. Page. Continuous inspection schemes. *Biometrika*, 41:1379–1387, 1954.
- [Pic85] D. Picard. Testing and Estimating Change Points in Time Series. *J. Applied Prob.*, 17:841–867, 1985.
- [Pol85] M. Pollak. Optimal detection of a change in distribution. *The Annals of Statistics*, 13(1):206–227, 1985.
- [Rad62] R. Radner. Team Decision Problems. *Annals of Mathematical Statistics*, 33:857–881, 1962.
- [Raf94] A. E. Raftery. Bayesian model selection in social research. Rapport technique, University of Washington Demography Center Working, 1994.
- [Rao00] N.S.V Rao. Finite sample performance guarantees of fusers for function estimators. *Information Fusion*, 1(1):35–44, 2000.
- [Rao01] N.S.V Rao. On Fusers that Perform Better than Best Sensor. *IEEE Transactions On Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 23(8):904–909, 2001.
- [RB06] S. Reboul et M. Benjelloun. Joint segmentation of the wind speed and direction. *Signal Processing*, 86:744–759, 2006.
- [RBB00] S. Reboul, D. Bridge, et M. Benjelloun. Optimal segmentation by random process fusion. Dans *Fusion 2000*, Paris, France, 2000.
- [Ris83] J. Rissanen. A universal prior for integers and estimation by minimal description length. *The Annals of Statistics*, 11(2):416–431, 1983.
- [RN87] A.R. Reibman et L.W. Nolte. Optimal Detection and Performance of Distributed Sensor Systems. *IEEE Transactions On Aerospace and Elect. Syst.*, 23:24–30, 1987.
- [Rob01] C. P. Robert. *The Bayesian Choice*. Springer, 2001.
- [Sch78] G. Schwarz. Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, 6:461–464, 1978.
- [Shi63] A. N. Shiryaev. On optimum methods in quickest detection problems. *Theory of Probability and its Applications*, 8(1):22–46, 1963.
- [Shi78] A. N. Shiryaev. *Optimal stopping rules*. Springer-Verlag, 1978.
- [Shi81] R. Shibata. An optimal selection of regression variables. *Biometrika*, 68:45–54, 1981.
- [Sou99] J. Soubielle. *Estimation de retards de signaux GPS en présence de multitrajet*. PhD thesis, Université de Cergy-Pontoise, 1999.
- [STB89] R. Viswanathan S.C.A Thomopoulos et D.K. Bougoulas. Optimal Distributed Decision Fusion. *IEEE Transactions On Aerospace and Elect. Syst.*, 25:761–765, 1989.
- [Sto61] M. Stone. The opinion pool. *Ann. Stat.*, 32:1339–1342, 1961.
- [TH87] D. Teneketzis et Y.C. Ho. The Decentralized Wald Problem. *Info. and Control*, 73:23–44, 1987.
- [TNS81] R.R. Tenney et Jr. N.R. Sandell. Detection with Distributed Sensors. *IEEE Transactions On Aerospace and Elect. Syst.*, 17:98–101, 1981.

- 
- [Tou98] J. Y. Tournet. Detection and estimation of abrupt changes contaminated by multiplicative Gaussian noise. *Signal Processing*, 68:259–270, 1998.
- [Tsi86] J. N. Tsitsiklis. On threshold rules in decentralized detection. Dans *Proceedings of the 25th International Conference on Decision and Control*, pages 232–236, Athens, Greece, 1986.
- [Tsu00] J. Bao-Yen Tsui. *Fundamentals of Global Positioning System Receivers A software Approach*. John Wiley and Sons publication, 2000.
- [Var96] P. K. Varshney. *Distributed detection and data fusion*. Springer, 1996.
- [VBP93] V. V. Veeravalli, T. Basar, et H. V. Poor. Decentralized sequential detection with a fusion center performing the sequential test. *IEEE Transactions On Information Theory*, 39(2):433–442, 1993.
- [Vee01] V. V. Veeravalli. Decentralized Quickest Change Detection. *IEEE Transactions On Information Theory*, 47(4):1657–1665, 2001.
- [WSB00] P. Willett, P.F. Swaszek, et R. S. Blum. The Good, Bad, and Ugly: Distributed Detection of a known Signal in Dependent Gaussian Noise. *IEEE Transactions On Signal Processing*, 48(12):3266–3279, 2000.
- [WSW01] T.W. Sun W. Shi et R.D. Wesel. Quasiconvexity and optimal binary fusion for distributed detection with identical sensors in generalized Gaussian noise. *IEEE Transactions on Information Theory*, 47:446–450, 2001.
- [WW03] Z. Wang et P. Willett. Two algorithms to segment white gaussian data with piecewise constant variances. *IEEE Transactions On Signal Processing*, 51:373–385, 2003.
- [Yak97] B. Yakir. A note on optimal detection of a change in distribution. *The Annals of Statistics*, 25(5):2117–2126, 1997.
- [Yao88] Y. C. Yao. Estimating the number of change point via Schwarz criterion. *Stat. and Probab. Letters*, 6:181–189, 1988.
- [YB00] Q. Yan et R. S. Blum. On some Unresolved Issues in Finding Optimum Distributed Detection Schemes. *IEEE Transactions On Signal Processing*, 48(12):3280–3288, 2000.
- [ZV01] Q. Zhang et P.K. Varshney. Decentralized M-ary detection via hierarchical binary decision fusion. *Information Fusion*, 2:3–16, 2001.
- [ZVW02] Q. Zhang, P. K. Varshney, et R. D. Wesel. Optimal bi-level quantization of i.i.d sensor observations of binary hypothesis testing. *IEEE Transactions On Information Theory*, 48(7):2105–2111, 2002.





## Résumé

Le système de positionnement GPS (Global Positioning System) permet à tout utilisateur de déterminer sa position sur la Terre. Un récepteur calcule les temps de propagation que mettent des ondes électromagnétiques émises par une constellation de satellites pour lui parvenir. L'estimation de ce temps de propagation est obtenue grâce à un signal discriminant, construit à partir de la corrélation des codes du signal reçu avec les codes générés par le récepteur. Actuellement, ces ondes ne sont émises que sur une unique fréquence porteuse pour une utilisation civile. Avec l'évolution future du système GPS, ainsi que la mise en place du système européen Galileo, plusieurs fréquences et donc plusieurs mesures de discriminants seront disponibles. Le travail présenté dans cette thèse a pour objet l'étude et la mise en oeuvre de méthodes de fusion appliquées à la segmentation hors-ligne des discriminants de code. Pour cela, plusieurs approches de segmentations bayésiennes sont étudiées. Une première technique de fusion hybride permet de déterminer la présence d'une rupture de stationnarité dans une fenêtre d'observation et sur plusieurs signaux. La seconde méthode de fusion, hors-ligne et multi-ruptures, permet de déterminer les ruptures de linéarités de signaux grâce à la minimisation d'une fonction de contraste pénalisée. Ces méthodes sont ensuite appliquées à l'estimation de la distance entre un satellite et un récepteur, et évaluées sur signaux réels pour le calcul de la position d'un récepteur toutes les millisecondes.

**Mots-clés:** *Fusion d'informations, Segmentation bayésienne, Détection, Estimation, GPS*

## Abstract

The GPS (Global Positioning System) allows any user to calculate his position on Earth. A receiver measures the transit time of electromagnetic waves emitted by a satellites constellation. The transit time is estimated with discriminator values calculate with correlation of codes contained in the signals and generated by the receiver. Actually, the GPS signal is emitted on a single carrier frequency for a civil use. With the future GPS evolution, as well as the future European system Galileo, several frequencies and so several discriminator measurements will be available. The purpose of this thesis is the study and the implementation of fusion methods for off-line segmentation of code discriminators. In this context, we examine several bayesian segmentation approaches. We propose a first hybrid fusion technique that permits to determine a stationary change on several signals. The second off-line fusion method permits to determine the linear multi-changes on a multi-carrier GPS signals. This method is based on the minimisation of a penalized contrast function. These methods are evaluated for the estimation of the distance between a satellite and a receiver, and for the position calculation of a receiver, on real data, every millisecond.

**Keywords:** *Information fusion, Bayesian segmentation, Detection, Estimation, GPS*