



HAL
open science

Supervision dynamique d'un canal d'irrigation

Nadia Bedjaoui

► **To cite this version:**

Nadia Bedjaoui. Supervision dynamique d'un canal d'irrigation. Automatique / Robotique. Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2006. Français. NNT: . tel-00140232v2

HAL Id: tel-00140232

<https://theses.hal.science/tel-00140232v2>

Submitted on 5 Apr 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° attribué par la bibliothèque

|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|_|

THESE

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'INP Grenoble

Spécialité : « Automatique-Productique »

préparée au laboratoire Cemagref de Montpellier

dans le cadre de l'**Ecole Doctorale**

« Electronique, Electrotechnique, Automatique, Traitement du Signal »

présentée et soutenue publiquement

par

Nadia Bedjaoui

Le 06 Décembre 2006

Titre :

Supervision dynamique d'un canal d'irrigation

DIRECTEUR DE THESE :

Damien Koenig

CO-DIRECTEUR DE THESE

Xavier Litrico

JURY

M.	Didier Georges	, Président
M.	Jacques Sau	, Rapporteur
M.	Dominique Sauter	, Rapporteur
M.	Vincent Kulesza	, Examineur
M.	Damien Koenig	, Directeur de thèse
M.	Xavier Litrico	, Co-encadrant

Remerciements

Ce travail a été préparé au Cemagref de Montpellier au sein de l'équipe TRANSCAN dont le thème de recherche est : Modélisation et Régulation Des Canaux d'Irrigation.

Je tiens à remercier Mon directeur de thèse Damien pour tout le soutien et la confiance qu'il m'a témoignés tout au long de ces années de travail ensemble, pour sa disponibilité aux réunions tenues à Montpellier, pour m'avoir permis et offert la possibilité d'enseigner dans son établissement.

Je voudrais également remercier Didier Georges d'avoir accepté d'être mon directeur de thèse pour une période, pour ses recommandations, conseils et pour avoir accepté d'être président de jury.

Je voudrais exprimer mon respect à Dominique Sauter pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail et d'avoir accepté de lire et de critiquer mon manuscrit.

Je souhaiterais témoigner ici de ma grande sympathie à Jacques Sau pour tous les conseils et les connaissances dont il m'a fait part et pour le temps qu'il a consacré à lire mon manuscrit.

Je voudrais exprimer ma reconnaissance à Xavier Litrico pour sa confiance, son soutien moral, ses encouragements, ses précieux conseils, sa forte sympathie et ses critiques constructives.

A TRANSCANette, je dis : Je remercie Dieu de m'avoir donné la chance de travailler parmi des gens aussi compétents et sympas à la fois.

A Caroline, je dis merci pour toute ton aide professionnelle, morale et affective.

Je voudrais également remercier tout le personnel du Cemagref pour la sympathie et la gentillesse dont ils m'ont fait part.

Un grand merci à toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à l'achèvement de ce travail notamment ma famille et mes amis.

Résumé

L'intérêt principal des canaux d'irrigation est d'assurer une bonne distribution de l'eau aux usagers tout en préservant la ressource en eau. L'automatisation des ouvrages de régulation des canaux a largement contribué à l'amélioration de la gestion de l'eau. La commande automatique d'un canal consiste à agir sur l'ouverture et la fermeture des vannes suivant les données issues des différents instruments de mesures placés sur le canal. Le bon déroulement du processus de commande exige que ces mesures soient fiables. En pratique, ces mesures sont souvent entachées de bruits ou encore d'erreurs. Ces erreurs sont généralement l'effet de défauts dans les capteurs ou actionneurs. Il est par conséquent impératif de munir le canal d'un système de supervision permettant de détecter et de localiser ces défauts.

Nous développons dès lors une méthodologie de détection et de localisation des défauts dans les canaux d'irrigation. Cette méthodologie s'appuie sur les techniques de réconciliation de données et de diagnostic à base d'observateurs. La première partie est consacrée à l'application de la réconciliation de données sur un site réel du Canal de Gignac. Les canaux d'irrigation étant des systèmes à retards, la deuxième partie de ce travail porte sur l'extension des méthodes de diagnostic à base d'observateurs pour systèmes à retards.

Mots clés : Canal d'irrigation, diagnostic de défauts, observateur, réconciliation de données, systèmes à retards, détection et localisation.

Abstract

The main objective of irrigation canals is to satisfy the users' demands on water while preserving water resource. Manual for a long time, canals' control is now automatic which improves water management. Canal automatic control consists on manipulating structures according to measurements of sensors. The good unfolding of control process imposes correct measurements. However in practice, measurements are never correct and are usually subject to random noise and errors. These errors are generally instruments faulty effect. Consequently, it seems important to supply a monitoring system which allows fault detection and isolation.

The work consists in developing a fault detection and isolation method for irrigation canals. This method is based on data reconciliation and diagnosis based observer. The first section concerns the application of data reconciliation on real data of the canal de Gignac. Irrigation canals are time-delay systems. The second section is about the extension of the diagnosis based observer to time-delay systems.

Keywords : Irrigation Canal, Observer, Data Reconciliation, Time-Delay Systems, Fault Detection and Isolation.

Avant-propos

Cette thèse s'inscrit dans le cadre du projet Gignac. Ce projet financé par la région Languedoc Roussillon, le département de l'Hérault et l'agence de l'eau, consiste à moderniser le canal en automatisant les ouvrages de régulation, en complétant l'équipement de mesure et en dotant le canal d'un système d'observation et de détection de défauts. Le canal de Gignac est un site expérimental très intéressant qui permet de récupérer les mesures et tester les méthodes.

Table des matières

1	Introduction	7
1.1	Pourquoi superviser le canal?	10
1.2	Objectif principal de la thèse	13
1.3	Méthodes de supervision	13
1.3.1	Méthodes analytiques	14
1.3.2	Génération des résidus	15
1.3.3	Evaluation des résidus	15
1.3.4	Robustesse vis-à-vis des perturbations et des erreurs de modélisation :	17
1.4	Objectif spécifique de la thèse	17
1.4.1	Développer une méthodologie pratique de diagnostic .	17
1.4.2	Développer une méthodologie avancée de diagnostic .	19
1.5	Plan de la thèse	20
2	Modélisation des Canaux d'irrigation	21
2.1	Introduction	21
2.1.1	Modèle de Saint-Venant	22
2.1.2	Modèle de Saint-Venant linéarisé	22
2.1.3	Modèle fréquentiel des équations de Saint-Venant li- néarisées	23
2.1.4	Modèle non linéaire pour la simulation	24
2.1.5	Modèle pour la synthèse de la commande	25
2.1.6	Modélisation des ouvrages en travers	26
2.2	Modélisation d'un canal composé de deux biefs	28
2.2.1	Modèle adimensionnel	30
2.2.2	Validation du modèle ID avec le modèle SIC	31
2.2.3	Modèle considéré pour le diagnostic	33
2.3	Conclusion	33
3	Réconciliation de données d'un canal d'irrigation	35
3.1	Introduction	35
3.2	Principe de la réconciliation de données	36
3.2.1	Réconciliation de données statique	36

3.2.2	Réconciliation de données dynamique	40
3.3	Application au Canal de Gignac	43
3.3.1	Description du canal	43
3.3.2	Description du site d'application : Le Partiteur	44
3.3.3	Description de la redondance analytique	50
3.3.4	Modèles linéarisés pour la réconciliation	52
3.4	Application de la réconciliation de données statique	52
3.4.1	Cas général des canaux :Modèle de vanne et modèle courbe de tarage	53
3.4.2	Cas particulier des canaux :Modèle de vanne, modèle courbe de tarage et corde de vitesse	57
3.4.3	Dérive de modèles : Dérive de la courbe de tarage	63
3.5	Application de la réconciliation de données dynamique	64
3.5.1	Description du système d'application considéré	64
3.5.2	Résultats :	66
3.6	Conclusion	66
4	Diagnostic à base d'observateurs	69
4.1	Introduction	69
4.1.1	Observateur	69
4.1.2	Observateur à entrées inconnues (UIO)	74
4.1.3	Observateur H_∞	79
4.1.4	Observateur robuste	81
4.2	Conclusion	84
5	Observateurs pour systèmes à retards	85
5.1	Introduction	85
5.2	Analyse de stabilité des systèmes à retards	85
5.2.1	Approche indépendante du retard	86
5.2.2	Approche dépendante du retard	87
5.3	Observateurs pour des systèmes à retards	94
5.4	Conception des observateurs UIO	96
5.4.1	Résolution des conditions algébriques	96
5.4.2	Résolution des conditions non algébriques	98
5.4.3	Schéma de diagnostic	99
5.4.4	Application aux canaux d'irrigation	100
5.4.5	Résultats de la synthèse	101
5.5	Observateurs H_∞	102
5.5.1	Résolution des conditions algébriques	103
5.5.2	Résolution des conditions non algébriques	104
5.5.3	Schéma de diagnostic	105
5.5.4	Application aux canaux d'irrigation	106
5.5.5	Résultats de la synthèse	106
5.6	Conclusion	108

6	Conclusion et perspectives	109
6.1	Conclusion	109
6.1.1	Apport pratique	109
6.1.2	Aspect scientifique	110
6.2	Perspectives	111
6.2.1	Réconciliation avec modèles incertains	111
6.2.2	Modèle de courbe de tarage adaptatif	111
6.2.3	Développement d'observateurs robustes	112
6.2.4	Synthèse des observateurs dans le cadre stochastique	112

Chapitre 1

Introduction

L'eau est une ressource indispensable pour l'homme. Elle est utilisée pour des usages domestiques, industriels, environnementaux et agricoles. L'irrigation consistue à elle seule 80% de la consommation d'eau dans le monde. Cette importante consommation est liée aux demandes croissantes des irrigants en terme de qualité de service. Cependant, l'eau a besoin d'être préservée. Elle doit être gérée de manière à réaliser un compromis entre les besoins des irrigants et le respect de l'environnement.

L'irrigation a depuis toujours attiré l'attention de l'homme. Irriguer des surfaces agricoles qui sont plus hautes que les rivières nécessite de faire monter l'eau jusqu'aux champs. Des canaux d'irrigation ont alors été bâtis pour faciliter le transport de l'eau des rivières vers les parcelles. La construction de canaux permet de gagner en énergie potentielle et l'eau est acheminée par la simple voie de la gravitation. Les canaux sont un bon moyen de distribution de l'eau aux usagers.

Un canal d'irrigation est défini comme étant un système à surface libre qui apporte l'eau par gravité de sa source (rivière) à tout un réseau de canaux de plus en plus petits, lesquels permettent de la distribuer aux différents usagers pour des fins d'irrigation.

La gestion d'un canal d'irrigation fait appel à des composantes financières, socioéconomiques et politiques mais aussi à des composantes techniques qui comprennent les procédures de maintenance, les méthodes de gestion du canal principal et les méthodes de distribution de l'eau aux usagers.

La gestion du canal principal comprend :

- a) La gestion tactique qui traite les problèmes d'allocation de l'eau.
- b) La gestion opérationnelle qui traite les problèmes liés à la régulation des canaux.

La gestion opérationnelle consiste à trouver la stratégie de régulation qui

s'adapte au mieux au mode de distribution choisi. La demande en eau des usagers est traduite par des prélèvements d'eau généralement effectués à l'aval des biefs. Ces prélèvements sont considérés comme des perturbations qu'il faut compenser. La régulation des canaux consiste à maintenir un niveau d'eau constant à l'aval de chaque bief et ce quelles que soient les perturbations. La commande des canaux peut être réalisée de différentes manières suivant le choix des variables de commande mais aussi suivant le mode de distribution. Il existe deux grands types de régulation, la régulation amont locale (la plus répandue dans les systèmes gérés de manière traditionnelle) et la régulation aval distante qui nécessite une infrastructure moderne (transmission de l'information).

1. Régulation Amont Locale (AL) :

Elle consiste à commander localement par la vanne u le niveau y qui lui est amont (niveau aval du bief) tel que représenté sur la figure 1.1 [30]. Cette stratégie a l'avantage de satisfaire la demande des usagers de façon instantanée. En effet, une prise d'eau p est accompagnée par une chute du niveau y qui est rapidement compensée par une fermeture adéquate u de la vanne. Néanmoins, cette technique présente l'inconvénient de ne pas pouvoir retenir l'eau dans le cas d'un manque ou d'une absence de la demande. Plus précisément, lorsqu'il n'y a pas de prises d'eau, le niveau aval augmente, ce qui implique l'ouverture de la vanne et un lâcher d'un débit donné. Le canal étant constitué d'une série de biefs, cet effet va se répercuter sur les autres biefs entraînant ainsi l'ouverture des autres vannes et une perte de quantité d'eau.

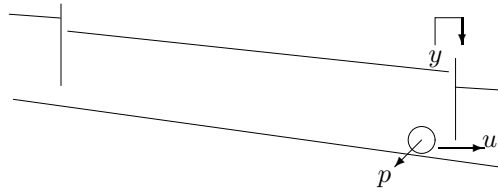


FIG. 1.1 – Illustration d'une commande amont locale d'un bief

2. Régulation Aval Distante (AD) :

Elle consiste à commander le niveau aval du bief par la vanne amont qui est distante d'une longueur de bief (voir figure 1.2). La variation du niveau aval causée principalement par les prises d'eau, n'est détectée à l'amont qu'après un temps de retard. Ceci fait que la compensation du débit prélevé n'est pas immédiate et peut causer l'insatisfaction des usagers. Par contre, le débit lâché à l'amont correspond à la demande de débit. En conséquence, en manque ou en absence de la demande, uniquement le débit requis est lâché permettant ainsi de stocker l'eau pour les prélèvements imprévus ou pour les périodes de sécheresse.

Compte tenu des contraintes liées aux systèmes à surface libre (temps

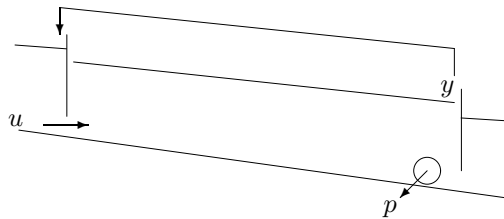


FIG. 1.2 – Illustration d'une commande aval distance d'un bief

de retard important entre l'amont et l'aval), cette technique requiert une infrastructure moderne et un système de transmission de l'information. Or, la plupart des canaux ne disposent pas d'un tel matériel.

3. Régulation mixte :

La technique amont locale assure la demande des usagers et la technique aval distante assure la protection de la ressource en eau. La régulation d'un canal d'irrigation correspond à un compromis ressource-usager. Dans [77], il a été montré que ce compromis peut être réalisé à travers la régulation mixte basée sur la combinaison des deux stratégies précédentes (voir fig. 1.3).

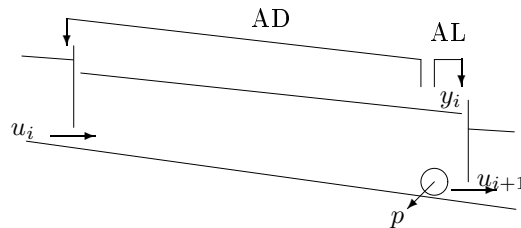


FIG. 1.3 – Illustration d'une commande mixte d'un bief

1.1 Pourquoi superviser le canal ?

La modernisation des canaux d'irrigation à travers l'automatisation des ouvrages de régulation a permis de modifier la gestion traditionnelle des canaux à travers l'utilisation de la régulation aval distante et de la régulation mixte. Elle joue un rôle important dans l'amélioration de la gestion de l'eau.

1) Bon fonctionnement du système automatisé

Si on prend le cas d'une régulation amont locale (voir fig. 1.4), la commande automatique d'un canal consiste à agir sur l'ouverture de la vanne u en fonction de l'écart e (voir figure 1.5) entre la consigne y_c et la mesure enregistrée par les capteurs y_m . Dans le cas où un capteur est en défaut, la mesure enregistrée $y_{m_f} = y + f$ est erronée et différente de la réalité $y_{m_f} \neq y$. Le régulateur va calculer une ouverture de vanne u_f qui sera différente de celle nécessaire en réalité u . Par conséquent, la présence d'un défaut va fausser le bon déroulement des opérations.

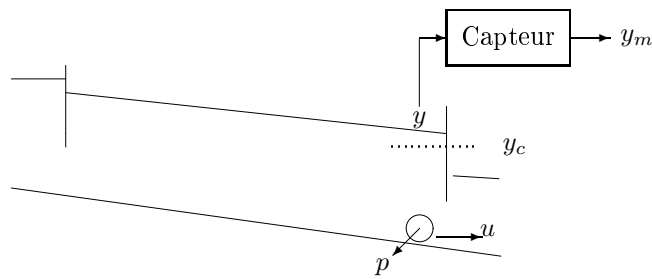


FIG. 1.4 – Illustration d'une commande amont locale d'un bief

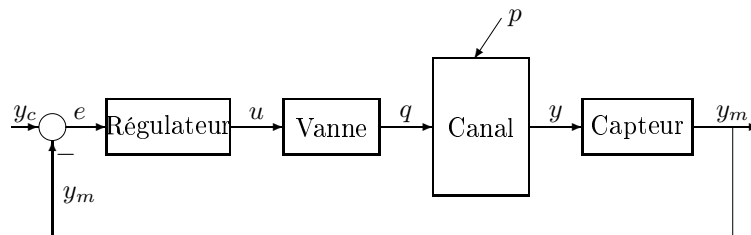


FIG. 1.5 – Schéma de commande d'un niveau d'eau dans le canal

L'automatisation nécessite par conséquent un système de supervision (voir fig. 1.6) qui permet la détection et la localisation des défauts et pannes éventuels des capteurs et actionneurs pour prendre les dispositions de maintenance et réparations nécessaires et fournir au régulateur des données fiables.

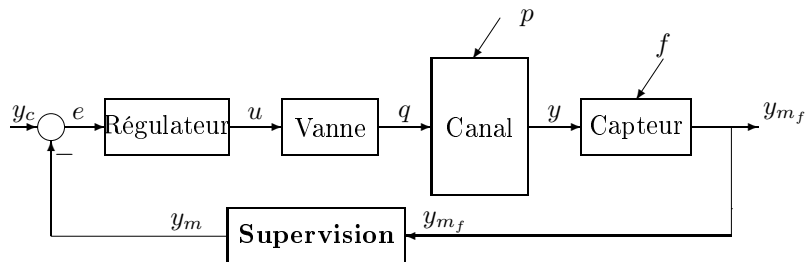


FIG. 1.6 – Schéma de commande avec supervision d'un canal

Il existe trois types de défauts qui sont susceptibles d'arriver dans un canal d'irrigation (voir figure 1.7) :

- **Défauts actionneurs** qui peuvent être la conséquence d'un mauvais fonctionnement du moteur actionnant la vanne, ou bien d'un objet étranger qui vient bloquer la vanne. Ces défauts sont généralement modélisés par une entrée additionnelle sur u et notée δu ,
- **Défauts capteurs** dus à un mauvais fonctionnement des instruments de mesure. Ils peuvent être de nature statique (biais) ou dynamique (dérive) et sont généralement modélisés comme un signal supplémentaire sur la sortie y noté δy ,
- **Prélèvements non mesurés** de débit qui peuvent survenir par des prises ou pompes imprévus. Ils sont notés p .

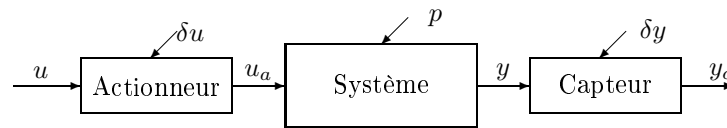


FIG. 1.7 – Trois types de défauts susceptibles sur un système

Nous montrons plus tard qu'un défaut δu sur l'actionneur a le même effet qu'un prélèvement p ou un défaut δy sur un capteur sur le débit q représenté sur la figure 1.8. Par conséquent, nous considérons l'étude uniquement sur les défauts actionneurs sachant que les autres défauts peuvent être traités de la même manière.

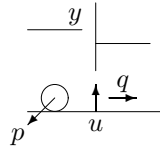


FIG. 1.8 – Effet des trois défauts sur le débit

2) Reconstruction de données

Bien qu'un système d'acquisition soit disponible sur le canal, il n'existe pas une multitude de capteurs car ce matériel coûte très cher. Des endroits du canal sont donc dépourvus de capteurs alors que les informations qu'ils pourraient apporter seraient très utiles. Face à ce problème, il serait utile et nécessaire de pouvoir, à partir du modèle du canal, reconstruire les informations manquantes.

1.2 Objectif principal de la thèse

Dans le but d'assurer le bon fonctionnement du système de régulation et récupérer des données utiles du canal, l'objectif principal de la thèse est de développer une méthodologie de supervision permettant la validation des mesures, la détection et la localisation des défauts capteurs et vannes et la reconstruction des données manquantes.

1.3 Méthodes de supervision

La stratégie de supervision est fondée sur la détection de situations anormales et la localisation de leur origine, suivie de conseils d'action et/ou de reconfiguration. Nous nous intéressons dans ce travail de thèse à la partie détection et localisation de défauts par des techniques de diagnostic. Le diagnostic de défauts est aujourd'hui primordial pour l'efficacité et la sécurité des systèmes. Un défaut correspond à un changement inattendu du comportement d'une variable.

Il existe différentes méthodes de diagnostic :

- **Les méthodes par redondance matérielle** : utilisées lorsqu'on n'a pas une connaissance des équations mathématiques qui décrivent le système [13].
- **Les méthodes par systèmes experts** : basées sur une connaissance heuristique du système [13].
- **Les méthodes analytiques** : basées sur la connaissance d'un modèle de comportement du système [13]. Ce modèle est généralement établi à partir des équations mathématiques représentant les lois physiques auxquelles le système est soumis. Le modèle du système peut être représenté dans l'espace fréquentiel sous forme de fonctions de transfert ou dans l'espace temporel sous forme d'un système d'état.

Dans le cas des canaux d'irrigation, les méthodes analytiques sont généralement les plus adaptées. C'est pourquoi nous considérons dans notre étude.

1.3.1 Méthodes analytiques

Les méthodes analytiques consistent à comparer le comportement du système avec celui du modèle. Cette comparaison est traduite par la génération de résidus qui sont supposés nuls en l'absence de défauts et non nuls en leur présence.

Il existe différentes méthodes pour générer ces résidus : les méthodes basées sur l'estimation d'état, les méthodes basées sur l'estimation paramétrique et les méthodes basées sur la redondance analytique. Dans notre travail, nous nous intéressons aux méthodes basées sur l'estimation d'état notamment la réconciliation de données et les observateurs. Dans ce type de méthodes, on retrouve les deux principales étapes : **la génération des résidus** et **l'évaluation des résidus**.

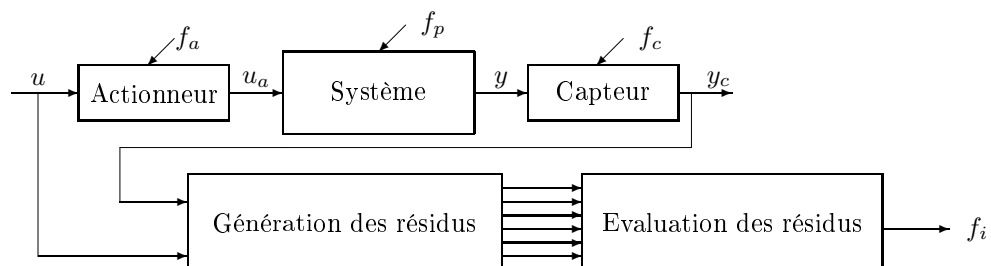


FIG. 1.9 – Etapes du diagnostic

1.3.2 Génération des résidus

La génération des résidus consiste à fournir les résidus de façon à favoriser les trois objectifs : la **détection**, la **localisation** et l'**estimation** des défauts.

1. **Détection** : Lorsqu'un écart significatif entre le comportement du système et son fonctionnement nominal est constaté, un défaut est jugé occurent. On parle alors de détection d'un défaut. La signification de cet écart est évaluée par rapport à un seuil appelé "seuil de détection" qu'on fixe préalablement. La détection est alors notée lorsque le résidu est en dehors du seuil. Dans le cas contraire, le système est jugé en fonctionnement normal. Le seuil de détection peut être fixé selon différentes méthodes. Nous pouvons citer par exemple la reconnaissance de formes, le raisonnement flou, les réseaux de neurones et les méthodes statistiques. Nous allons ci-après développer la méthode des tests statistiques
2. **Localisation** : Une fois la détection notée, le ou les défauts occurents doivent être localisés. Pour cela, la localisation se fait en utilisant une logique combinatoire entre les différents scénarios selon les types de défauts. Puis, une table de signatures est formée permettant d'identifier le défaut occurent.
3. **Estimation** : Dans la plupart des cas, lorsqu'un défaut est détecté et localisé, on cherche à estimer l'ampleur de son effet sur le système afin de le réduire, le compenser ou le supprimer. Pour cela, le défaut est estimé à partir du modèle du processus, des entrées de commande et des sorties observées. Cette estimation peut se faire en même temps que le processus de détection et localisation. En effet, parfois l'estimation du défaut permet d'aider à le localiser [12].

1.3.3 Evaluation des résidus

L'évaluation des résidus consiste à décider si un défaut est occurent. Elle utilise généralement les **tests d'hypothèses statistiques** dont le principe repose sur les quatres éléments suivants [20] :

- **Observation ou réalisation** : $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$
- **Loi statistique** : La loi de probabilité P que suit la réalisation X : $X \sim P(m, \sigma^2)$ où m est la moyenne et σ^2 est la variance.
- **Hypothèse** : Hypothèse vraie H_0 et Hypothèse fausse H_1 telles que :

H_0 : Hypothèse que la réalisation X est une variable aléatoire qui suit la loi de probabilité P

$$X \sim P(m, \sigma^2)$$

H_1 : Hypothèse que la réalisation X est une variable aléatoire qui suit une autre loi de probabilité P' de moyenne m' et de variance σ'^2

$$X \sim P'(m', \sigma'^2)$$

– **Règle de décision :**

C'est la règle de construction du test qui permet de conclure si on accepte ou non l'hypothèse H_0 . Généralement, il s'agit de déterminer pour un niveau de confiance donnée, un seuil tel que :

Si $X < \text{seuil}$ alors H_0 est acceptée

Si $X \geq \text{seuil}$ alors H_1 est acceptée

Parmi les tests d'hypothèse, on utilisera les **tests d'ajustement**. Ils consistent à comparer la distribution observée à la distribution théorique. Les tests d'ajustement les plus utilisés sont :

- **Test de normalité :** Dans ce test, la distribution observée est comparée à la distribution de la loi normale.

$$x_i \sim \mathcal{N}(m, \sigma^2)$$

où x_i est la valeur observée et $\mathcal{N}(m, \sigma^2)$ est la loi normale de moyenne m et de variance σ^2 . Pour une loi normale centrée réduite et un niveau de confiance de 95%, le seuil en dessous duquel l'hypothèse H_0 est accepté vaut 1.96.

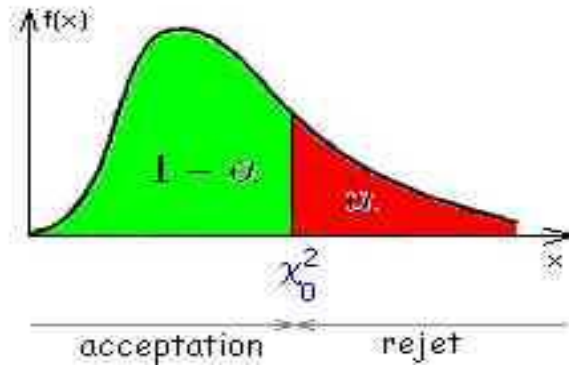
- **Test du khi2 (noté χ^2) :** Dans ce test, la distribution observée est comparée à celle du χ^2 . L'écart quadratique relatif entre l'expérience et la théorie est exprimé par l'indice s suivant :

$$s = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - t_i)^2}{t_i} \sim \chi^2(n)$$

où x_i est la valeur observée et t_i est la valeur théorique. Ainsi pour un intervalle de confiance donné α (voir fig. 1.10), l'hypothèse H_0 n'est acceptée que si le seuil (χ_0^2) n'est pas dépassé.

Rappelons que si chaque élément x_i de l'observation (x_1, \dots, x_n) est une variable aléatoire normale et indépendante alors la quantité $\sum_{i=1}^n x_i^2$ est une variable aléatoire qui suit la loi du χ^2 de degré n .

$$x_i \sim \mathcal{N}(0, 1), i = 1, n \Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i^2 \sim \chi^2(n)$$

FIG. 1.10 – Schéma représentant le principe du test du χ^2

1.3.4 Robustesse vis-à-vis des perturbations et des erreurs de modélisation :

La robustesse du résidu vis-à-vis des perturbations et des erreurs de modélisation est nécessaire pour éviter les fausses alarmes et les alarmes manquantes (non détections) que nous définissons ci-après :

- **Fausse alarme** : Elle est définie lorsqu'un défaut est détecté alors qu'il n'existe pas en réalité. Ceci peut arriver lorsque la valeur du seuil est noyée dans le bruit de mesure ou bien que la détection est due à la présence de perturbations ou aux erreurs de modélisation.
- **Non détection** : Elle est définie lorsqu'un défaut n'est pas détecté alors qu'un ou plusieurs défauts sont occurrence. Cela peut être causé par une valeur de seuil trop élevée par rapport au plus petit effet qu'un défaut peut avoir sur le résidu.

Afin de réaliser un bon diagnostic, il est nécessaire de construire des résidus robustes vis-à-vis des erreurs de modélisation et des perturbations.

1.4 Objectif spécifique de la thèse

Comme cité auparavant, l'objectif principal de la thèse est de développer une méthodologie de détection et de localisation de défauts qui peuvent survenir sur les ouvrages et les instruments de mesure d'un canal d'irrigation. Nous allons ci-après spécifier nos objectifs en terme de méthodologie.

1.4.1 Développer une méthodologie pratique de diagnostic

Si on regarde dans la littérature, il existe très peu de travaux relatifs à la détection et la localisation de défauts dans les canaux d'irrigation. En effet, l'intérêt était jusque-là porté sur les problèmes de commande et l'estimation des prélèvements. Les seuls développements en terme de diagnostic

se résumant à la conception d'un filtre de Kalman (travaux de Weyer [76]) ou bien à l'élaboration d'une réconciliation de données [59] (cas du canal de Provence).

Les travaux de Weyer [76] sur l'application d'un filtre de Kalman pour le diagnostic du canal sont basés sur une approximation de la dynamique du canal par un modèle sans retard et en utilisant les techniques de l'Automatique linéaire classique.

La réconciliation de données est une technique qui permet de valider les mesures, détecter et localiser les défauts et reconstruire les données manquantes. Elle consiste à résoudre un problème d'optimisation sous contraintes du modèle du système. L'intégration de cette réconciliation a nettement amélioré la gestion du canal de Provence [22]. La technique de réconciliation est basée sur une modélisation qui néglige la dynamique du canal en le représentant comme un réseau de noeuds auxquels la conservation du volume doit être vérifiée. Cette technique présente l'avantage d'être simple puisqu'elle utilise un modèle statique. Néanmoins l'inconvénient réside nettement dans le fait qu'elle ne permet pas une surveillance en temps réel puisque l'ensemble des données de la journée n'est traité qu'à la fin de celle-ci. Par conséquent, si un défaut survient au cours de la journée, il ne sera détecté que tardivement.

De plus, le canal considéré est doté d'une redondance matérielle importante. Or, les canaux d'irrigation ne disposent pas généralement d'une telle redondance. La seule redondance qu'on retrouve est concentrée au niveau des ouvrages de régulation (en d'autres termes aux deux bouts de chaque bief) et est de nature analytique issue des modèles d'ouvrages. Le débit n'est jamais directement mesuré mais est souvent déduit à travers le modèle des ouvrages ou de la courbe de tarage. Ces modèles sont statiques et dépendent des dimensions des ouvrages, des hauteurs d'eau, etc.

Sur la base de ces travaux, nous développons dans ce travail de thèse une méthodologie pratique qui consiste à :

- 1) appliquer la réconciliation de données statique au niveau des ouvrages de régulation (où l'on dispose généralement de mesures et de redondance analytique) afin de valider les mesures localement ;
- 2) appliquer le filtre de Kalman basé sur un modèle approché des équations de Saint-Venant linéarisées du bief (introduisant ainsi la dynamique de l'écoulement) afin de valider les mesures globales.

Nous considérons pour cela le cas de la plupart des canaux d'irrigation où la redondance de l'information est faible (courbe tarage, modèle d'ouvrage) ainsi que le cas des canaux plus équipés qui disposent d'un modèle supplémentaire (courbe tarage, modèle d'ouvrage et modèle de corde de vitesse).

Afin de tester la méthode de réconciliation de données, nous disposons du Canal de Gignac comme site expérimental qui nous permet de récupérer

les mesures et valider les méthodes.

1.4.2 Développer une méthodologie avancée de diagnostic

Le modèle du canal que nous utilisons pour appliquer le filtre de Kalman approche la dynamique du canal par un système sans retard. Or, les canaux d'irrigation sont des systèmes à retards. Cette approximation se fait en transformant le système à retard en un système standard de grande dimension où le nouveau vecteur d'état est composé de tous les vecteurs d'état retardés. L'inconvénient de cette technique est que la dimension du système obtenu est d'autant plus importante que le retard est grand. Pour pallier cela, il existe une technique qui prend en compte le retard de manière explicite dans la synthèse des observateurs [64].

Sur la base de cette technique, le travail de thèse considère le cas général des systèmes à retards dont font partie les canaux d'irrigation et pour lesquels nous développons des observateurs dédiés au diagnostic de défauts. Les systèmes à retards étudiés sont à états et entrées retardés. Les retards sont considérés variant dans le temps. Les observateurs développés ont la propriété d'avoir une structure semblable au système et sont synthétisés par résolution d'Inégalités Linéaires Matricielles (LMIs) [31]. Les observateurs les plus utilisés en diagnostic sont les observateurs à entrées inconnues (UIO) et les observateurs H_∞ . Nous étendons la conception de ces observateurs au cas des systèmes à retards.

La conception de ces observateurs est basée sur le modèle Intégrateur-retard (ID) développé dans [44]. Ce modèle décrit fidèlement le comportement dynamique du bief en basses fréquences. Il représente le transfert entre les débits et les niveaux locaux comme un système intégrateur et le transfert entre les débits et les niveaux de part et d'autre du bief comme un système intégrateur avec un retard. Ce retard décrit le temps que met une onde pour traverser le bief d'un bout à l'autre.

Les tests de détection et de localisation de défauts sont quant à eux appliqués sur les données générées par SIC, le modèle de simulation des canaux d'irrigation.

Enfin dans le but de développer une méthodologie générique qui peut être appliquée à n'importe quel canal, nous considérons les modèles adimensionnels des canaux.

1.5 Plan de la thèse

Le manuscrit est divisé en six chapitres tels que :

- **Le chapitre II** concerne la modélisation des canaux d'irrigation en présence ou non de défauts.
- **Le chapitre III** présente le principe de la méthode de réconciliation de données dans le cas statique et dynamique suivi de son application sur des données réelles du canal de Gignac. Pour cela, une description du canal de Gignac avec ses différents sites, ses différents ouvrages, ses différents capteurs et ses différents modèles est donnée.
- **Le chapitre IV** donne la structure des différents types d'observateurs utilisés en diagnostic (UIO , H_∞). La notion de robustesse est également exposée et les diverses méthodes de détection et localisation de défauts à base de ces observateurs sont présentées. Les paramètres des observateurs considérés sont déterminés par résolution d'inégalités matricielles linéaires (LMI). Une introduction de ces outils est présentée.
- Dans **le chapitre V**, nous développons une méthode de synthèse des observateurs conçus dans notre étude pour les systèmes à retards. Pour cela, nous exposons d'abord le problème d'analyse de la stabilité des systèmes à retards. Nous présentons également un état de l'art des observateurs déjà développés dans la littérature.
- Enfin, **le chapitre VI** comporte une conclusion du travail de thèse et les principales perspectives jugées intéressantes pour la suite.

Chapitre 2

Modélisation des Canaux d'irrigation

2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons donner les principaux modèles décrivant les canaux d'irrigation. Il existe une multitude de modèles qui sont résumés dans [44]. Nous évoquons ici ceux utilisés dans notre étude.

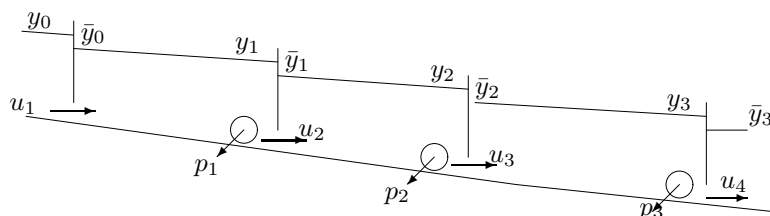


FIG. 2.1 – Schéma d'un canal composé d'une série de biefs

Un canal est composé d'une série de biefs. Un bief est une portion du canal située entre deux ouvrages en travers. L'écoulement de l'eau dans les biefs est soumis aux lois de conservation de la masse et de la quantité de mouvement décrites par les équations de Barré Saint-Venant. La présence d'un ouvrage à un endroit donné du bief modifie ces lois physiques et constitue une singularité qui a sa propre loi d'ouvrage. La modélisation finale d'un canal se fait alors en combinant les équations de Saint-Venant avec celles des ouvrages.

2.1.1 Modèle de Saint-Venant

Les équations de Saint-Venant se résument à l'équation de continuité et l'équation dynamique présentées ci-après.

- **Equation de continuité** : Traduisant la conservation du volume d'eau.

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q_l \quad (2.1)$$

- **Equation dynamique** : Traduisant la conservation de la quantité de mouvement.

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial Q^2/S}{\partial x} + gS \frac{\partial z}{\partial x} + gSJ = kq_l V \quad (2.2)$$

Où t est la variable de temps, x la variable d'espace, S la section mouillée, Q le débit, q_l le débit latéral, g l'accélération de la pesanteur, z la cote absolue de l'eau, J la pente de frottement, V la vitesse de l'écoulement et k est tel que $k = 0$ si $q_l > 0$ et $k = 1$ si $q_l < 0$.

La pente de frottement J est donnée par la formule de Manning-Strickler

$$J(x) = \frac{Q(x)^2}{K^2 S(x)^2 R(x)^{4/3}}$$

Où K est le coefficient de Strickler qui représente le degré de résistance du fond du canal à l'écoulement. Plus le Strickler est grand, plus l'écoulement est facile. R est le rayon hydraulique défini par la relation $R = S/P$ où P est le périmètre mouillé. La résolution de ces équations nécessitent des conditions aux limites et des conditions initiales. Les conditions initiales sont généralement les valeurs du débit et du niveau à l'instant 0 respectivement $Q(x, 0)$ et $Y(x, 0)$. Les conditions aux limites dépendent du régime de l'écoulement. Si le régime est fluvial, l'aval du bief influence le comportement de l'amont, les conditions amont $Q(0, t)$ ou $Y(0, t)$ et une aval $Q(X, t)$ ou $Y(X, t)$ sont nécessaires. Par contre, si le régime est torrentiel, il n'y a pas d'influence de l'aval sur l'amont, le comportement dynamique du bief peut être déterminé uniquement avec les deux conditions amont $Q(0, t)$ et $Y(0, t)$. Les conditions aux limites sont généralement déterminées à l'aide des équations d'ouvrages.

Les équations de Saint-Venant sont des équations aux dérivées partielles hyperboliques non linéaires et n'ont pas de solution analytique [22]. Néanmoins, une solution analytique existe dans le cas linéaire en régime uniforme.

2.1.2 Modèle de Saint-Venant linéarisé

La linéarisation des équations de Saint-Venant se fait autour d'un point d'équilibre (Q_0, Y_0) donné par :

$$\frac{dQ_0}{dx} = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{dY_0}{dx} = \frac{I - J_0(x)}{1 - F_0(x)^2} \quad (2.4)$$

Où F_0 est le nombre de Froude. Il est défini par $F_0 = \frac{V_0}{C_0}$. Où V_0 est la vitesse de l'écoulement et C_0 est la célérité des ondes. Lorsque $\mathbf{F}_0 < \mathbf{1}$, la célérité C_0 est supérieure à la vitesse V_0 , l'onde peut remonter le courant. Dans ces conditions l'aval influence l'amont, le régime est dit **fluvial**. Lorsque $\mathbf{F}_0 > \mathbf{1}$, la vitesse de l'écoulement V_0 est plus importante que C_0 et ne permet pas aux ondes de remonter le courant. Dans ce cas là, il n'y a pas d'influence aval sur l'amont et le régime est dit **torrentiel**. Lorsque $\mathbf{F}_0 = \mathbf{1}$, le régime est dit **critique**.

En définissant les variations des variables par rapport au point d'équilibre par $y = Y - Y_0$ et $q = Q - Q_0$, le modèle de Saint Venant linéarisé autour de ce point d'équilibre (Y_0, Q_0) s'écrit :

$$L_0(x) \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial t} = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + 2V_0 \frac{\partial q}{\partial x} - \beta_0 q + (C_0^2 - V_0^2) L_0 \frac{\partial y}{\partial x} - \gamma_0 y = 0 \quad (2.6)$$

Où $C_0 = \sqrt{\frac{gA_0}{L_0}}$, $V_0 = \frac{Q_0}{A_0}$, $\gamma_0 = gL_0[(1 + \kappa)I - (1 + \kappa - F_0^2(\kappa - 2))\frac{\partial Y_0}{\partial x}]$, $\beta_0 = -\frac{2g}{V_0}(I - \frac{\partial Y_0}{\partial x})$, $\kappa = \frac{7}{3} - \frac{4A_0}{3L_0P_0} \frac{\partial P_0}{\partial Y}$.

2.1.3 Modèle fréquentiel des équations de Saint-Venant linéarisées

Le modèle fréquentiel est obtenu en appliquant la transformée de Laplace aux deux équations aux dérivées partielles. Le modèle obtenu est de la forme :

$$\frac{d}{dx} \begin{pmatrix} q(x, s) \\ y(x, s) \end{pmatrix} = \mathcal{A}_s(x) \begin{pmatrix} q(x, s) \\ y(x, s) \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

$$\text{Avec } \mathcal{A}_s(x) = \begin{pmatrix} 0 & -c(x) \\ -d(x)s - e(x) & a(x)s + b(x) \end{pmatrix}$$

où :

$$a(x) = \frac{2V_0(x)}{C_0(x)^2 - V_0(x)^2}, \quad b(x) = \frac{\gamma_0(x)}{L_0(x)(C_0(x)^2 - V_0(x)^2)}, \quad c(x) = L_0(x), \quad d(x) = \frac{1}{L_0(x)(C_0(x)^2 - V_0(x)^2)}, \quad e(x) = -\frac{\beta_0(x)}{L_0(x)(C_0(x)^2 - V_0(x)^2)}.$$

Pour ce modèle, il existe une solution analytique dans le cas d'un régime uniforme ($\frac{dy}{dx} = 0$). La matrice de transfert ne dépend plus de l'abscisse x mais uniquement de s .

$$\mathcal{A}_s(x) = \mathcal{A}_s, \forall x \quad (2.8)$$

Ainsi, dans [44], il a été montré que pour un bief de longueur X , le modèle (2.7) est équivalent à (2.9).

$$\begin{pmatrix} q(X, s) \\ y(X, s) \end{pmatrix} = \Gamma(X, s) \begin{pmatrix} q(0, s) \\ y(0, s) \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Où $\Gamma(X, s) = P_s e^{D_s X} P_s^{-1}$ et $D_s = \begin{pmatrix} \lambda_1(X, s) & 0 \\ 0 & \lambda_2(X, s) \end{pmatrix}$ est la matrice diagonale des valeurs propres $\lambda_1(X, s)$ et $\lambda_2(X, s)$ de \mathcal{A}_s et P_s la matrice des vecteurs propres associés aux valeurs propres.

Pour un modèle entrées-sorties, le bief est modélisé par :

$$\begin{pmatrix} y_0(s) \\ y_X(s) \end{pmatrix} = P(s) \begin{pmatrix} q_0(s) \\ q_X(s) \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

Où

$$P(s) = \begin{pmatrix} p_{11}(s) & p_{12}(s) \\ p_{21}(s) & p_{22}(s) \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} p_{11}(s) &= \frac{\lambda_2 e^{\lambda_1 X} - \lambda_1 e^{\lambda_2 X}}{cs(e^{\lambda_2 X} - e^{\lambda_1 X})} \\ p_{12}(s) &= \frac{\lambda_1 - \lambda_2}{cs(e^{\lambda_2 X} - e^{\lambda_1 X})} \\ p_{21}(s) &= \frac{(\lambda_1 - \lambda_2)e^{(\lambda_1 + \lambda_2)X}}{cs(e^{\lambda_2 X} - e^{\lambda_1 X})} \\ p_{22}(s) &= \frac{\lambda_1 e^{\lambda_1 X} - \lambda_2 e^{\lambda_2 X}}{cs(e^{\lambda_2 X} - e^{\lambda_1 X})} \end{aligned}$$

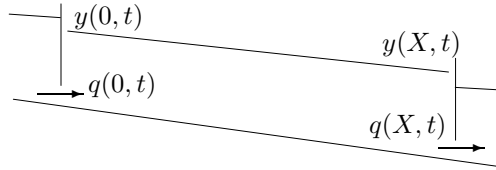


FIG. 2.2 – Schéma d'un bief de longueur X

2.1.4 Modèle non linéaire pour la simulation

Pour des fins de simulation, le modèle doit reproduire fidèlement et de façon précise le comportement dynamique du canal. Il existe pour cela plusieurs modèles qu'on peut retrouver dans [22]. Ici, nous décrivons uniquement le modèle SIC (Simulation of Irrigation Canals) utilisé dans notre étude.

Modèle SIC

Le modèle SIC est un logiciel de simulation hydraulique développé par le Cemagref. Il est adapté au calcul des écoulements dans les canaux d'irrigation et les rivières. Le principal objectif est de permettre une bonne représentation du comportement hydraulique d'un réseau de canaux ou de rivières tout en ayant une interface utilisateur conviviale. Il peut être à la fois un outil de

conception et un outil de gestion. La simulation des écoulements dans le modèle est basée sur des calculs d'hydraulique unidimensionnelle en régime permanent et transitoire (Equations de Saint-Venant). C'est la résolution numérique du modèle complet de Saint-Venant par l'utilisation du schéma implicite de Preissman. Le logiciel permet également de mettre au point et de tester très facilement des algorithmes de commande des ouvrages de régulation présents dans le réseau (vanne, seuils mobile, etc). Les principaux objectifs du modèle sont :

1. Fournir un outil de recherche pour acquérir une connaissance profonde du comportement hydraulique des canaux
2. Valider les modèles conçus pour la commande
3. Tester les méthodes de régulation automatique , les méthodes de diagnostic et évaluer leur efficacité



FIG. 2.3 – Logiciel SIC

Le modèle SIC est à dimension finie mais la discrétisation spatiale et temporelle lui confèrent une dimension d'état importante qui rend son utilisation pour la commande très difficile. Des modèles pour la synthèse de commande ont alors été développés.

2.1.5 Modèle pour la synthèse de la commande

Pour la synthèse des contrôleurs, le modèle est simple et de dimension finie. Le modèle fréquentiel de Saint-Venant (2.7) est à dimension infinie et ne peut être directement utilisé pour la commande. C'est pourquoi les auteurs de [44] ont développé à partir de ce modèle, un modèle simplifié qui approche le modèle complet en basses fréquences :

– **Modèle Intégrateur-retard ID (Integrator-Delay)**

En basses fréquences, le comportement dynamique du bief est approché

localement par un intégrateur et un retard. La dynamique du bief est représentée par :

$$\begin{pmatrix} y_0(s) \\ y_X(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{A_u s} & -\frac{1}{A_u s} e^{-\tau_u s} \\ \frac{1}{A_d s} e^{-\tau_d s} & -\frac{1}{A_d s} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_0(s) \\ q_X(s) \end{pmatrix} \quad (2.11)$$

Avec

$$A_u = \frac{C_0^2 - V_0^2}{\gamma_0} (e^{\frac{\gamma_0}{L_0(C_0^2 - V_0^2)} X} - 1), \quad \tau_u = \frac{X}{V_0 - C_0}$$

$$A_d = \frac{C_0^2 - V_0^2}{\gamma_0} (1 - e^{-\frac{\gamma_0}{L_0(C_0^2 - V_0^2)} X}), \quad \tau_d = \frac{X}{V_0 + C_0}$$

– **Modèle Intégrateur-retard zéros (Integrator-Delay-Zero) IDZ**

Dans [44], le modèle précédent a été amélioré en rajoutant sa dynamique en hautes fréquences. Dans cette plage de fréquences, il a été montré que les transferts p_{ij} sont des gains constants qu'on note $p_{ij\infty}$.

$$\begin{pmatrix} y_0(s) \\ y_X(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (\frac{1}{A_u s} + p_{11\infty}) & -(\frac{1}{A_u s} + p_{12\infty}) e^{-\tau_u s} \\ (\frac{1}{A_d s} + p_{21\infty}) e^{-\tau_d s} & -(\frac{1}{A_d s} + p_{22\infty}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_0(s) \\ q_X(s) \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

Les gains $p_{ij\infty}$ sont calculés par : $p_{ij\infty} = \lim_{s \rightarrow \infty} |p_{ij}(s)|$

2.1.6 Modélisation des ouvrages en travers

Les ouvrages de régulation ont pour objectif principal de réhausser la ligne d'eau afin de gagner en énergie potentielle. Il existe deux sortes d'ouvrages : des ouvrages fixes et des ouvrages ajustables. L'ouvrage le plus classique est le déversoir.

a) Modélisation des déversoirs

Un déversoir est constitué d'un seuil par-dessus lequel l'eau se déverse[2]. Il peut être en régime noyé ou en régime dénoyé. Soit L la largeur du déversoir, Q le débit à travers l'ouvrage, Y_d la hauteur du seuil, Y_{am} et Y_{av} les niveaux amont et aval respectifs du déversoir (voir 2.4). Les lois décrivant le comportement du déversoir sont données par :

a.1) Equation du déversoir dénoyé

$$Q = \mu L \sqrt{2g} (Y_{am} - Y_d)^{3/2} \quad (2.13)$$

a.2) Equation du déversoir noyé

$$Q = \mu' L (Y_{am} - Y_d) \sqrt{2g} \sqrt{Y_{am} - Y_{av}} \quad (2.14)$$

Où μ et μ' sont les coefficients de débit du déversoir. Il sont déterminés empiriquement.

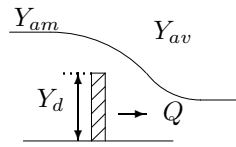


FIG. 2.4 – Schéma d'un seuil

b) Modélisation des vannes

Une vanne est un ouvrage mobile généralement utilisé pour réguler un débit ou un niveau. Si le niveau aval de la vanne n'influence pas le niveau amont, on dit que la vanne est dénoyée sinon elle est noyée. Comme pour le déversoir, on définit L la largeur de la vanne, Q le débit à travers la vanne, U la position d'ouverture de la vanne, Y_{am} et Y_{av} les niveaux amont et aval respectifs de la vanne (voir 2.5). Le modèle de vanne noyée et dénoyée est donné par les deux équations suivantes :

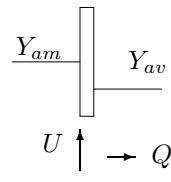


FIG. 2.5 – Schéma d'une vanne de régulation

b.1) Equation de la vanne dénoyée

$$Q = C_d L U \sqrt{2g} \sqrt{Y_{am} - \frac{U}{2}} \quad (2.15)$$

b.2) Equation de la vanne noyée

$$Q = C'_d L U \sqrt{2g} \sqrt{Y_{am} - Y_{av}} \quad (2.16)$$

C_d et C'_d sont les coefficients de débit de la vanne déterminés expérimentalement.

2.2 Modélisation d'un canal composé de deux biefs

Dans notre étude, nous allons considérer un canal composé de deux biefs en série et de trois vannes de régulation agissant chacune à une extrémité de chaque bief (voir 2.6).

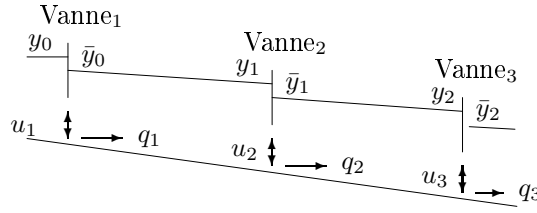


FIG. 2.6 – Schéma représentatif d'un canal de deux biefs

La modélisation du système se décompose ainsi :

a) En modélisant chaque bief par le modèle Intégrateur-retard :

$$y_i(s) = \frac{a_i}{s} e^{-\tau_i s} q_i(s) - \frac{a_i}{s} (q_{i+1}(s) + p_i(s)) \quad (2.17)$$

Où y_i est la variation du niveau d'eau aval du bief i , q_i et q_{i+1} sont les variations des débits amont et aval respectivement. $a_i = \frac{1}{A_d}$ est l'inverse de la surface de la courbe de remous du bief i , p_i est le prélèvement d'eau à l'aval du bief i supposé inconnu et est par convention négatif ($p_i < 0$), $\tau_i = \tau_d$ est le retard de l'amont vers l'aval.

b) En modélisant chaque vanne de régulation par son équation d'ouvrage linéarisée autour du point d'équilibre :

$$q_{i+1}(s) = b_i y_i(s) + k_{i+1} u_{i+1}(s) + \bar{b}_i \bar{y}_i(s) \quad (2.18)$$

Où u_i est la variation de la position de la vanne i et \bar{y}_i est la variation du niveau aval de la vanne $i+1$. b_i , \bar{b}_i et k_i sont les coefficients de linéarisation de la vanne donnés par : $b_i = \frac{dQ_i}{dY_i}$, $\bar{b}_i = \frac{dQ_i}{d\bar{Y}_i}$ et $k_i = \frac{dQ_i}{dU_i}$.

c) En présence de défauts : Nous montrons qu'un défaut δy sur un capteur de niveau a le même effet sur le débit fourni qu'un défaut δu sur la vanne, ou un prélèvement p sur le canal. La modélisation de ces trois types de défauts est donnée ci-après :

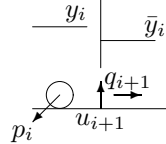


FIG. 2.7 – Effet des trois défauts sur le débit

– Défaut sur le capteur de niveau amont : La mesure en défaut s'écrit $y_{i_f} = y_i + \delta y_i$

$$\begin{aligned}
 q_{i+1_f}(s) &= b_i y_{i_f}(s) + k_{i+1} u_{i+1}(s) + \bar{b}_i \bar{y}_i(s) \\
 q_{i+1_f}(s) &= b_i (y_i(s) + \delta y_i(s)) + k_{i+1} u_{i+1}(s) + \bar{b}_i \bar{y}_i(s) \\
 q_{i+1_f}(s) &= q_{i+1}(s) + b_i \delta y_i \\
 q_{i+1_f}(s) &= q_{i+1}(s) + \delta q_y(s)
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

– Défaut sur le capteur de niveau aval : La mesure erronée s'écrit $\bar{y}_{i_f} = \bar{y}_i + \delta \bar{y}_i$

$$\begin{aligned}
 q_{i+1_f}(s) &= b_i y_i(s) + k_{i+1} u_{i+1}(s) + \bar{b}_i \bar{y}_{i_f}(s) \\
 q_{i+1_f}(s) &= b_i y_i(s) + k_{i+1} u_{i+1}(s) + \bar{b}_i (\bar{y}_i(s) + \delta \bar{y}_i(s)) \\
 q_{i+1_f}(s) &= q_{i+1}(s) + \bar{b}_i \delta \bar{y}_i(s) \\
 q_{i+1_f}(s) &= q_{i+1}(s) + \delta q_{\bar{y}}(s)
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

– Défaut sur la vanne : La position en défaut est donnée par $u_{i+1_f} = u_{i+1} + \delta u_i$

$$\begin{aligned}
 q_{i+1_f}(s) &= b_i y_i(s) + k_{i+1} u_{i+1_f}(s) + \bar{b}_i \bar{y}_i(s) \\
 q_{i+1_f}(s) &= b_i y_i(s) + k_{i+1} (u_{i+1}(s) + \delta u(s)) + \bar{b}_i \bar{y}_i(s) \\
 q_{i+1_f}(s) &= q_{i+1}(s) + k_{i+1} \delta u(s) \\
 q_{i+1_f}(s) &= q_{i+1}(s) + \delta q_u(s)
 \end{aligned} \tag{2.21}$$

– Prélèvement ou apport de débit : Le débit fourni avant la prise s'écrit q et le débit après la prise s'écrit

$$\begin{aligned}
 q_{i+1_f}(s) &= q_{i+1}(s) + p_i(s) \\
 q_{i+1_f}(s) &= q_{i+1}(s) + \delta q_p(s)
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

2.2.1 Modèle adimensionnel

Dans l'objectif d'avoir des résultats génériques, nous exprimons les données du modèle sous forme adimensionnelle qu'on représente avec l'exposant s^* .

a) Modèle adimensionnel du bief

Soit τ_m le retard le plus grand et $s^* = \tau_m s$, $y_{r_i} = u_{r_i} = a_i \tau_m Q_0$, $y_i^* = \frac{y_i}{y_{r_i}}$, $\bar{y}_i^* = \frac{\bar{y}_i}{y_{r_i}}$, $u_i^* = \frac{u_i}{u_{r_i}}$, $\tau_i^* = \frac{\tau_i}{\tau_m}$ et $q_i^* = \frac{q_i}{Q_0}$. Les équations (2.17) et (2.18) s'écrivent donc :

$$y_i^*(s^*) = \frac{1}{s^*} e^{-\tau_i^* s^*} q_i^*(s^*) - \frac{1}{s^*} q_{i+1}^*(s^*) \quad (2.23)$$

b) Modèle adimensionnel de la vanne

En appliquant les notations précédentes à l'équation de la vanne, on obtient :

$$q_{i+1}^*(s^*) = b_i^* y_i^*(s^*) + k_{i+1}^* u_{i+1}^*(s^*) + \bar{b}_i^* \bar{y}_i^*(s^*) \quad (2.24)$$

où $b_i^* = b_i \frac{y_r}{Q_0}$, $\bar{b}_i^* = \bar{b}_i \frac{y_r}{Q_0}$, $k_i^* = k_i \frac{y_r}{Q_0}$.

c) Modèle adimensionnel du canal

En posant $t^* = \frac{t}{\tau_m}$ et en combinant (2.23) et (2.24), on obtient la relation dynamique entre les entrées (u_i, \bar{y}_{i-1}) et les sorties y_i pour chaque bief.

$$y_i^*(s^*) = \frac{1}{s^*} e^{-\tau_i^* s^*} (b_{i-1}^* y_{i-1}^* + k_i^* u_i^* + \bar{b}_{i-1}^* \bar{y}_{i-1}^*) - \frac{1}{s^*} (b_i^* y_i^* + k_{i+1}^* u_{i+1}^* + \bar{b}_i^* \bar{y}_i^*) \quad (2.25)$$

En appliquant la transformée de Laplace inverse à la relation (2.25), on obtient l'équation différentielle du premier ordre suivante :

$$\dot{y}_i^*(t^*) = b_{i-1}^* y_{i-1}^*(t^* - \tau_i^*) + k_i^* u_i^*(t^* - \tau_i^*) + \bar{b}_{i-1}^* \bar{y}_{i-1}^*(t^* - \tau_i^*) - b_i^* y_i^*(t^*) - k_{i+1}^* u_{i+1}^*(t^*) - \bar{b}_i^* \bar{y}_i^*(t^*) \quad (2.26)$$

Nous supposons dans notre cas d'étude que la variation du niveau le plus amont est nulle $y_0^* = 0$. Nous supposons également pour supprimer l'interaction du bief 3 avec les biefs 1 et 2 que le niveau le plus aval \bar{Y}_2 est constant (de variation nulle $\bar{y}_2^* = 0$) et que la vanne aval est immobile $u_3^* = 0$. Les équations sont alors réduites aux expressions suivantes :

$$\dot{y}_1^*(t^*) = k_1^* u_1^*(t^* - \tau_1^*) + \bar{b}_0^* \bar{y}_0^*(t^* - \tau_1^*) - b_1^* y_1^*(t^*) - k_2^* u_2^*(t^*) - \bar{b}_1^* \bar{y}_1^*(t^*) \quad (2.27)$$

$$\dot{y}_2^*(t^*) = b_1^* y_1^*(t^* - \tau_2^*) + k_2^* u_2^*(t^* - \tau_2^*) + \bar{b}_1^* \bar{y}_1^*(t^* - \tau_2^*) - b_2^* y_2^*(t^*) \quad (2.28)$$

d) **Modèle d'état du canal**

Le modèle d'état correspondant est un modèle à états et entrées retardés de la forme :

$$\begin{aligned} \dot{x}^*(t^*) &= \sum_{i=0}^2 A_i^* x^*(t^* - \tau_i^*) + \sum_{i=0}^2 B_i^* u^*(t^* - \tau_i^*) + \sum_{i=0}^2 \bar{B}_i^* \bar{y}^*(t^* - \tau_i^*) \\ y^*(t^*) &= C^* x^*(t^*) \end{aligned} \quad (2.29)$$

Où $\tau_0^* = 0$, $x^* = (y_1^* \ y_2^*)^T \in \mathfrak{R}^2$ est le vecteur d'état, $u^* = (u_1^* \ u_2^*)^T \in \mathfrak{R}^2$ est le vecteur commande, $\bar{y}^* = (\bar{y}_0^* \ \bar{y}_1^*)^T \in \mathfrak{R}^2$ est le vecteur des entrées mesurées et $y^* = (y_1^* \ y_2^*)^T \in \mathfrak{R}^2$ est le vecteur des sorties mesurées. A_0^* est la matrice d'état, B_0^* est la matrice d'entrée. A_i^* sont les matrices d'état retardés et B_i^* sont les matrices d'entrées retardées, $i = 1, 2$. C^* est la matrice de sortie.

$$\begin{aligned} A_0^* &= \begin{pmatrix} -b_1^* & 0 \\ 0 & -b_2^* \end{pmatrix}, A_1^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, A_2^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ b_1^* & 0 \end{pmatrix}, \\ B_0^* &= \begin{pmatrix} 0 & -k_2^* \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B_1^* = \begin{pmatrix} k_1^* & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, B_2^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & k_2^* \end{pmatrix} \\ \bar{B}_0^* &= \begin{pmatrix} 0 & -\bar{b}_1^* \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \bar{B}_1^* = \begin{pmatrix} \bar{b}_0^* & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \bar{B}_2^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \bar{b}_1^* \end{pmatrix} \end{aligned}$$

et $C^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

e) **Modèle adimensionnel des défauts**

Nous avons montré que quel que soit le type de défaut occurrent dans un canal, il peut avoir le même effet qu'un défaut actionneur et que l'étude de celui-ci permet de généraliser l'étude à tous les autres types de défauts. Nous considérons dès lors dans notre système d'étude uniquement les défauts actionneurs qu'on modélisera comme suit : $u_f^*(t) = u^*(t) + f^*(t)$. Par conséquent, la représentation d'état du modèle du système en défauts s'écrit :

$$\begin{aligned} \dot{x}^*(t^*) &= \sum_{i=0}^2 A_i^* x^*(t^* - \tau_i^*) + \sum_{i=0}^2 B_i^* u^*(t^* - \tau_i^*) + \sum_{i=0}^2 \bar{B}_i^* \bar{y}^*(t^* - \tau_i^*) \\ &\quad + E^* f^*(t^*) \\ y^*(t^*) &= C x^*(t^*) \end{aligned} \quad (2.30)$$

Où $E^* = B_0^*$ et $f^* = \delta u^*$.

2.2.2 **Validation du modèle ID avec le modèle SIC**

Dans ce qui suit, nous allons valider le modèle (2.29) et (2.30). La longueur de chaque bief du canal considéré est de 3000 m. Les retards sont identiques supposés connus et constants ($\dot{\tau}_1 = \dot{\tau}_2 = 0$). Leur valeur est

$\tau_1 = \tau_2 = 647s$. Les autres paramètres du modèle ont pour valeurs $a_1 = a_2 = 3.21.10^{-5}$. Les coefficients de linéarisation des vannes ont les valeurs suivantes $\bar{b}_0 = \bar{b}_1 = \bar{b}_2 = -29.36m^2/s$, $b_0 = b_1 = b_2 = 29.05m^2/s$, $k_0 = k_1 = k_2 = 18.11m^2/s$. Le débit nominal est $Q_{nom} = 14m^3/s$. Par conséquent, les matrices du modèle sont données par :

$$\begin{aligned} A_0^* &= 10^{-3} \begin{pmatrix} -0.4084 & 0 \\ 0 & -0.2787 \end{pmatrix} & A_1^* &= 10^{-3} \begin{pmatrix} 0 & -0.2432 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \\ A_2^* &= 10^{-3} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -0.4675 & 0 \end{pmatrix} & B_0^* &= 10^{-3} \begin{pmatrix} 0.55 & 0 \\ 0 & -0.42 \end{pmatrix} \\ B_1^* &= 10^{-3} \begin{pmatrix} 0 & -0.3714 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} & B_2^* &= 10^{-3} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0.6320 & 0 \end{pmatrix} \\ C^* &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.31)$$

1. **Simulation en absence de défauts** : Afin de simuler les modèles, nous avons choisi comme exemple le scénario suivant :

- 1) Le débit lâché en tête du premier bief est de $14m^3/s$ et les vannes sont à une ouverture donnée.
- 2) On fait varier l'ouverture de la vanne u_1 se trouvant à l'amont du bief₁ de $3cm$ et on récupère les différentes données $y_1, y_2, \bar{y}_1, \bar{y}_2$ du canal générées par SIC.
- 3) On fait subir ce même scénario au modèle (2.29) et on compare les sorties des deux modèles.

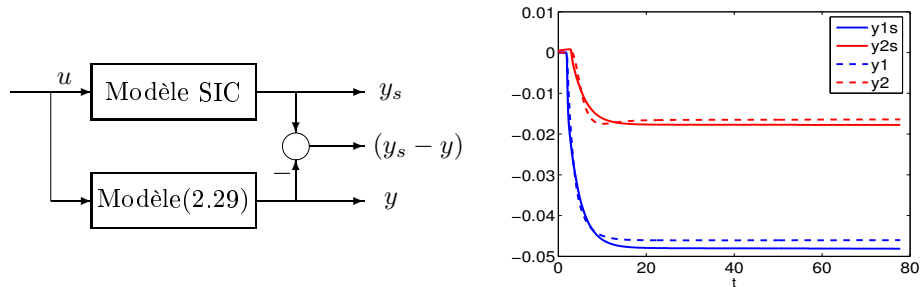


FIG. 2.8 – Validation du modèle d'état (2.29) avec le modèle SIC

2. **Simulation en présence de défauts** : Les défauts susceptibles de survenir sont ceux agissant sur les vannes u_1 et u_2 . Nous avons par conséquent deux défauts $f_1 = \delta u_1$ et $f_2 = \delta u_2$ supposés inconnus. Afin de valider les modèles en présence de ces défauts, nous avons choisi le scénario suivant :

- 1) Le système est initialement dans l'état du scénario précédent.
- 2) A $3h$, nous simulons un biais de $3cm$ sur l'ouverture de la vanne u_1 et pendant une durée de 3 heures.

3) A 9h, nous simulons, un biais de 3cm sur l'ouverture de la vanne u_2 pendant 3 heures.

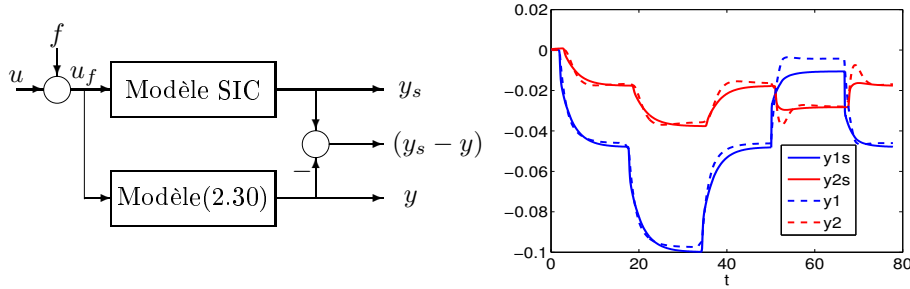


FIG. 2.9 – Validation du modèle d'état (2.30) avec le modèle SIC

Résultats des simulations : Les graphes des figures 2.8 et 2.9 nous montrent qu'en absence ou en présence de défauts, le comportement du modèle du système basé sur l'approximation ID est très proche de celui du modèle hydraulique SIC. Par conséquent, le modèle d'état avec et sans défauts est validé.

2.2.3 Modèle considéré pour le diagnostic

Afin de développer des méthodes de diagnostic pour les systèmes à retards, nous considérerons le modèle sous la forme générale 2.32 où les matrices A_i , sont constantes et les retards τ_i sont bornés et variants dans le temps.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=0}^2 A_i x(t - \tau_i(t)) + \sum_{i=0}^2 B_i u(t - \tau_i(t)) + E f(t) \\ y(t) &= C x(t) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Avec

$$0 \leq \tau_i(t) \leq h_i, 0 \leq \dot{\tau}_i(t) \leq d_i \leq 1$$

Où h_i et d_i sont respectivement la valeur maximale et la variation maximale du retard.

Par ailleurs, en raison de la structure de notre système d'étude, deux retards sont considérés. Cela dit, les méthodes développées peuvent être facilement étendues aux cas de retards multiples.

2.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté deux principaux types de modèles décrivant la dynamique des canaux :

- le modèle SIC utilisé pour la simulation des commandes et la validation des modèles développés.

- le modèle ID utilisé pour le diagnostic.

Nous avons montré que le modèle du canal est un système à états et entrées retardés.

Chapitre 3

Réconciliation de données d'un canal d'irrigation

3.1 Introduction

L'objectif de la réconciliation de données est de valider les mesures, détecter et localiser les mesures erronées, les substituer par des données valides et reconstruire les mesures manquantes. Elle a été appliquée pour la première fois sur des processus chimiques [33],[9],[78]. Puis, elle a été utilisée dans d'autres domaines tels que la minéralurgie [65], la pétrochimie, les processus biologiques, le nucléaire [39], [61], l'hydraulique [59], etc.

Elle nécessite la connaissance du modèle, des mesures et des propriétés statistiques du bruit affectant les mesures. Ce bruit est souvent caractérisé par une loi de distribution dont les paramètres sont connus a priori [21]. Selon que le modèle représentant le système est statique ou dynamique, la réconciliation est dite statique ou dynamique.

Le problème de réconciliation de données est parfaitement maîtrisé et connu dans le cas des modèles (statiques ou dynamiques) exacts [21]. Elle a également connu des extensions qui concernent : la prise en compte des incertitudes de modèles [46], la formulation à base d'inégalités linéaires matricielle LMI [47] et la robustesse vis-à-vis des erreurs aberrantes [63].

Dans notre étude, nous considérons que le système est linéaire, que le modèle est parfaitement connu et que le bruit de mesures est de nature gaussienne. Nous présentons ci-après le principe de la réconciliation de données dans le cas statique et dynamique suivi de son application aux canaux d'irrigation.

3.2 Principe de la réconciliation de données

Le principe de la réconciliation de données est de vérifier la cohérence des mesures par rapport au modèle. Dans le cas d'une incohérence, les mesures sont corrigées telles que les valeurs réconciliées vérifient le modèle. Ces corrections sont effectuées au sens de la maximisation de la fonction de vraisemblance construite à partir de la distribution du bruit de mesure [21]. Ce qui permet de fournir une estimation de l'état et par conséquent de réconcilier les mesures aberrantes. Dans le cas linéaire, cela revient à minimiser au sens des moindres carrés [4], l'écart quadratique entre la mesure et la donnée réconciliée. La précision des mesures est prise en compte en ajoutant une matrice de pondérations [33] égale à l'inverse de la matrice de covariance des erreurs de mesures.

3.2.1 Réconciliation de données statique

La réconciliation de données se base sur les tests statistiques d'hypothèse. Elle consiste à :

1. Poser les hypothèses suivantes :
 - Hypothèse H_0 vraie : Il n'y a pas d'erreurs aberrantes sur les mesures.
 - Le bruit ϵ_i qui entache la mesure x_{m_i} délivrée par le capteur i pour mesurer la variable d'état x_i est gaussien de moyenne nulle et de variance σ_i^2 .

$$x_{m_i} = x_i + \epsilon_i, \quad \epsilon_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i^2)$$

Le vecteur bruit $\epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_1 \\ \vdots \\ \epsilon_{mn} \end{pmatrix}$ entachant le vecteur de mesures

$X_m = \begin{pmatrix} x_{m1} \\ \vdots \\ x_{mn} \end{pmatrix}$ générées par l'ensemble des capteurs est par consé-

quent gaussien de moyenne nulle et de matrice de variance-covariance \mathcal{V} . Les capteurs étant indépendants, la matrice \mathcal{V} s'écrit :

$$\mathcal{V} = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \sigma_n^2 \end{pmatrix}$$

$$X_m = X + \epsilon \quad \epsilon \sim \mathcal{N}(0, \mathcal{V})$$

2. Ecrire le modèle statique sous la forme :

$$\bar{M}X = \bar{R} \quad (3.1)$$

où $X \in R^n$ est le vecteur d'état, $\bar{M} \in R^{n_r \times n}$ et $\bar{R} \in R^{n_r}$ sont la matrice et le vecteur contenant les relations entre les variables d'état.

3. Déterminer l'observabilité du système : Le vecteur d'état X peut être complètement mesuré $X_m = X + \epsilon$ ou bien mesuré en partie

$$X_m = CX + \epsilon \quad (3.2)$$

Dans ce dernier cas, il faut reconstruire les données non mesurées X_{nm} à partir des mesures disponibles X_m et du modèle (3.1). Il faut vérifier l'observabilité du système pour savoir si cela est techniquement possible. En écrivant les deux relations (3.1) et (3.2) sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \bar{M} \\ C \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} \bar{R} \\ I \end{bmatrix} X_m + \begin{bmatrix} 0 \\ -I \end{bmatrix} \epsilon,$$

l'état X peut être reconstruit si la matrice $\begin{bmatrix} \bar{M} \\ C \end{bmatrix}$ est de rang plein [64].

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \bar{M} \\ C \end{bmatrix} = n$$

4. Eliminer les variables inconnues ou non mesurées : On réécrit le vecteur d'état X ainsi que la matrice \bar{M} en séparant la partie mesurée X_m de la partie non mesurées X_{nm} :

$$X = \begin{pmatrix} X_m \\ X_{nm} \end{pmatrix}, \bar{M} = \begin{pmatrix} \bar{M}_m & \bar{M}_{nm} \end{pmatrix}$$

Le modèle (3.1) est alors équivalent à :

$$\bar{M}_m X_m + \bar{M}_{nm} X_{nm} = \bar{R} \quad (3.3)$$

Afin d'éliminer les inconnues X_{nm} , il suffit de trouver une matrice de projection P orthogonale à \bar{M}_{nm} [78] :

$$P\bar{M}_{nm} = 0$$

En multipliant l'équation (3.3) par P , on obtient :

$$P\bar{M}_m X_m = P\bar{R}$$

En posant $M = P\bar{M}_m$ et $R = P\bar{R}$, on obtient un nouveau système $MX_m = R$ dont les variables sont toutes mesurées. A ce système, on applique alors la réconciliation.

5. Déterminer les données réconciliées. Pour cela, la réconciliation de données est formulée comme un problème d'optimisation sous contraintes algébriques. Le critère à minimiser est l'écart quadratique entre les mesures X_m et les données réconciliées \hat{X} . Les contraintes sont le modèle (3.1). Mathématiquement, cela revient à poser le problème suivant :

$$\begin{cases} \min_{\hat{X}} \frac{1}{2} \|X_m - \hat{X}\|_{\mathcal{V}^{-1}}^2 \\ M\hat{X} = R \end{cases}$$

La solution est donnée par [71] :

$$\hat{X} = (I_n - SM)X_m + SR$$

où

$$S = \mathcal{V}M^t(M\mathcal{V}M^t)^{-1}$$

et $I_n \in R^{n \times n}$ est la matrice identité.

6. Vérifier l'hypothèse H_0 par les tests suivants :

- **Test global** : Ce test peut être effectué avant la réconciliation. Il permet de vérifier la cohérence globale des mesures par rapport au modèle [1] à travers le résidu de bilan r défini par :

$$r = MX_m - R$$

Ce résidu a les propriétés suivantes :

$$E(r) = 0 \quad \text{et} \quad V_r = \text{Var}(r) = M\mathcal{V}M^T$$

En l'absence d'erreurs aberrantes, la quantité $\phi = r^T V_r^{-1} r$ suit une loi du khi₂ d'ordre n_d [1].

$$\phi \sim \chi^2(n_d)$$

Où n_d est le nombre de degrés de liberté donné par $n_d = n_m - n_r$ avec n_m le nombre de mesures et n_r le nombre de résidus de bilan. Pratiquement, cela revient à fixer un seuil au delà duquel, l'hypothèse H_0 est rejetée ce qui signifie la détection d'une erreur aberrante. Ce seuil est déterminé selon la table du khi₂ à un niveau de confiance de 95% (par exemple).

$$\text{Si } \phi > \text{seuil alors } H_0 \text{ rejetée}$$

Ce test présente l'inconvénient de ne pas pouvoir déterminer le nombre de mesures erronées et de localiser la ou les mesures en défaut(s).

- **Test Nodal (TN)** : En l'absence d'erreurs aberrantes, chaque composante r_{n_i} du résidu de bilan normalisé $r_n = \frac{r}{\sqrt{V_r}}$ suit une loi normale centrée réduite [1].

$$r_{n_i} \sim \mathcal{N}(0, 1), \quad \forall i = 1, n_r$$

Comme pour le test global, on fixe un seuil de détection tel que l'hypothèse H_0 soit vraie que si le résidu ne dépasse pas ce seuil. Pour une loi normale centrée réduite et un niveau de confiance de 95%, le seuil vaut ± 1.96 .

$$\text{Si } |r_{n_i}| > 1.96 \text{ alors } H_0 \text{ rejetée}$$

Dans le cas d'une détection, ce test permet de conclure qu'il existe au moins une erreur sur l'ensemble des mesures intervenant dans le résidu r_{n_i} associé [1]. Mais il ne permet pas la localisation de l'erreur. Ce test présente l'avantage d'être simple et ne demande pas un calcul important. Par contre, il nécessite que toutes les variables soient mesurées [4].

- **Test individuel** : Appelé aussi Test de Mesure (TM), il permet d'évaluer l'erreur entre les mesures et leur estimées. Le résidu utilisé est appelé résidu d'estimation et est défini par l'erreur d'estimation $e = X_m - \hat{X}$. Sous l'hypothèse H_0 vraie, le résidu d'estimation e présente les caractéristiques statistiques suivantes : $E(e) = 0$ et $V_e = (\mathcal{V}M^t(M\mathcal{V}M^t)^{-1}M\mathcal{V})$. Le test consiste à vérifier la normalité de chaque composante du résidu d'estimation normalisé $e_n = \frac{e}{\sqrt{V_e}}$ [1] :

$$e_{n_i} \sim \mathcal{N}(0, 1), \quad \forall i = 1, n$$

Comme pour le test nodal, le seuil de détection vaut ± 1.96 . L'inconvénient du test individuel est qu'il suppose que la mesure erronée est celle dont le résidu d'estimation normalisé est le plus important. Or, la réconciliation tend à l'expansion de l'erreur sur toutes les mesures [4]. En 1986, pour palier ce problème, Serth et Heenan ont créé le Test Itératif de Mesure (TMI) et le Test Itératif de Mesure Modifié (TMIM). Mais ces tests n'arrivent pas à déceler les erreurs au bon endroit. En 1995, Yang dans [78] a proposé un algorithme qui combine les avantages du test de mesures et ceux du test nodal. Cet algorithme a été amélioré par la suite dans [71].

7. Reconstruire les variables inconnues X_{nm} à partir des mesures réconciliées \hat{X} en résolvant l'équation :

$$\bar{M}_{nm}X_{nm} = \bar{R} - \bar{M}_m\hat{X}$$

Nous avons cité ci-dessus, les principales étapes de la réconciliation statique, nous passons maintenant aux étapes de la réconciliation dynamique.

3.2.2 Réconciliation de données dynamique

Dans le domaine de la commande, la réconciliation de données fait partie du problème général de l'estimation d'état dans les systèmes dynamiques. En général, l'outil de base dans ce cas là est le filtre de Kalman. La réconciliation dynamique consiste à :

1. Poser les hypothèses suivantes :
 - Hypothèse nulle H_0 vraie : Il n'y pas d'erreurs aberrantes sur les mesures
 - Le vecteur des sorties mesurées $y_m = y + \epsilon_y$ est entaché d'un vecteur de bruits ϵ_y gaussiens avec :

$$\epsilon_y \sim \mathcal{N}(0, \mathcal{V}_y)$$

- Le vecteur des entrées mesurées $u_m = u + \epsilon_u$ est entaché d'un vecteur de bruits gaussiens ϵ_u tel que :

$$\epsilon_u \sim \mathcal{N}(0, \mathcal{V}_u)$$

- Les bruits d'entrées et de sorties sont indépendants :

$$E(\epsilon_y \epsilon_u^T) = 0$$

2. Ecrire le modèle dynamique sous la forme :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k \\ y_k &= Cx_k \end{aligned} \quad (3.4)$$

où $x \in R^n$ est le vecteur d'état, $u \in R^p$ est le vecteur d'entrées, $y \in R^m$ est le vecteur de mesures, $A \in R^{n \times n}$ est la matrice d'état, $B \in R^{n \times p}$ est la matrice d'entrées et $C \in R^{m \times n}$ est la matrice d'observation.

3. Déterminer l'observabilité du système : Le système est dit observable si et seulement si :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = n \quad (3.5)$$

4. Déterminer les données réconciliées. Pour cela, il existe deux manières d'exprimer la réconciliation dynamique.

- a) La réconciliation de données est formulée comme un **problème d'optimisation sous contraintes dynamiques**. Le critère à minimiser est l'écart quadratique entre les mesures (y_m, u_m) et les données réconciliées (\hat{y}, \hat{u}) et les contraintes sont le modèle (3.4). Mathématiquement, ça s'écrit :

$$\begin{cases} \min_{\hat{x}_k} \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \|z_{m_k} - \hat{z}_k\|_{\mathcal{V}_z^{-1}}^2 \\ \bar{E}\hat{x}_{k+1} = A\hat{x}_k \\ \hat{z}_k = \bar{C}\hat{x}_k \end{cases} \quad k = 1, N \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \text{Où} \\ z &= \begin{bmatrix} y \\ u \end{bmatrix}, \quad \bar{x} = \begin{bmatrix} x \\ u \end{bmatrix}, \quad \bar{E} = [I \quad 0], \quad \bar{A} = [A \quad B], \\ \bar{C} &= \begin{bmatrix} C & 0 \\ 0 & I_u \end{bmatrix} \text{ et } V_z = \begin{bmatrix} V_y & 0 \\ 0 & V_u \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

La solution est donnée par les conditions de stationnarité du Lagrangien :

$$L = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N \|z_{m_k} - \hat{z}_k\|_{V_z^{-1}}^2 + \sum_{k=1}^N \lambda_k^T (\bar{E} \hat{x}_{k+1} - \bar{A} \hat{x}_k)$$

On obtient alors une estimée de l'état et de la commande sur tout l'horizon N . Ces estimées permettent de générer des résidus sur lesquels on effectue les tests [14].

$$\begin{aligned} r_{u_k} &= u_{m_k} - \hat{u}_k, \quad k = 1, N \\ r_{y_k} &= y_{m_k} - \hat{y}_k \end{aligned}$$

Cette méthode de calcul de la réconciliation dynamique est très compliquée. La performance de la méthode repose sur la période d'échantillonnage qui doit être très petite. Or en pratique, les mesures sont enregistrées à des pas de temps plus élevés. La discrétisation du modèle augmente le nombre de variables et d'équations ce qui induit à un nombre de calculs important. Dans ce cas, il est préférable d'utiliser des méthodes récursives [4].

b) La réconciliation de données est résolue par **le filtre de Kalman** [21]. Le filtre de Kalman est une méthode récursive d'estimation d'état et de leurs variances [4]. Il utilise le modèle (3.4) et suppose que les entrées u et les sorties y sont entachées de bruits blancs indépendants [73]. Le filtre de Kalman est de la forme :

$$\hat{x}_{k/k-1} = A \hat{x}_{k-1/k-1} + B u_{k-1} \quad (3.7)$$

$$\hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + K_k (y_k - C \hat{x}_{k/k-1}) \quad (3.8)$$

$$\hat{y}_{k/k-1} = C \hat{x}_{k/k-1} \quad (3.9)$$

Où $\hat{x}_{k/k-1}$ est l'estimée de l'état a priori x_k calculée à partir du modèle (3.7), $\hat{x}_{k/k}$ est l'estimée a posteriori de x_k calculée à partir des mesures y_k par l'équation (3.8). K est le gain du filtre déterminé de façon à minimiser la variance $\Gamma_{k/k}$ de l'erreur d'estimation a posteriori [73] :

$$e_{k/k} = x_k - \hat{x}_{k/k} \quad (3.10)$$

$$\min_{\hat{x}} \{ \Gamma_{k/k} = E[e_{k/k} e_{k/k}^T] \} \quad (3.11)$$

Une solution du problème est donnée par :

$$K_{k/k} = \Gamma_{k/k-1} C^T (C \Gamma_{k/k-1} C^T + V_y)^{-1} \quad (3.12)$$

$$\Gamma_{k/k-1} = A \Gamma_{k-1/k-1} A^T + V_u \quad (3.13)$$

Où $\Gamma_{k/k-1} = E[e_{k/k-1} e_{k/k-1}^T]$ est la variance de l'erreur d'estimation a priori

$$e_{k/k-1} = x_k - \hat{x}_{k/k-1} \quad (3.14)$$

Soit \hat{x}_0 l'état initial et Γ_0 sa variance associée. Le calcul du gain de Kalman se fait comme suit [73] :

- (a) Etape de prédiction : Elle consiste à prédire la valeur de l'état $\hat{x}_{k/k-1}$ ainsi que sa variance $\Gamma_{k/k-1}$ à l'instant k en utilisant le modèle :

$$\hat{x}_{k/k-1} = A x_{k-1/k-1} + B u_{k-1} \quad (3.15)$$

$$\Gamma_{k/k-1} = A \Gamma_{k-1/k-1} A^T + \mathcal{V}_u \quad (3.16)$$

- (b) Etape de correction : Dans cette étape, le gain du filtre K est calculé pour corriger la prédiction $\hat{x}_{k/k-1}$ par rapport aux mesures et leurs variances enregistrées à l'instant k .

$$K_k = \Gamma_{k/k-1} C^T (C \Gamma_{k/k-1} C^T + V_y)^{-1} \quad (3.17)$$

$$\hat{x}_{k/k} = \hat{x}_{k/k-1} + K_k (y_k - C \hat{x}_{k/k-1}) \quad (3.18)$$

$$\Gamma_{k/k} = (I - K_k C) \Gamma_{k/k-1} \quad (3.19)$$

5. Vérifier l'hypothèse H_0 par un test de normalité sur l'innovation ou erreur de sortie :

$$e_{y_k} = y_k - \hat{y}_{k/k-1}$$

Sous l'hypothèse H_0 vraie, le résidu e_{y_n} normalisé $e_{y_n} = \frac{e_{y_k}}{\sqrt{\mathcal{V}_{e_{y_k}}}}$ avec

$$\mathcal{V}_{e_{y_k/k-1}} = C (A \Gamma_{k-1/k-1} A^T + \mathcal{V}_u) C^T$$

suit une loi normale centrée réduite.

$$e_{y_n} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

Dans ce cas, le seuil de détection pour un niveau de confiance de 95% vaut ± 1.96 .

Nous venons de donner un résumé sur les principales étapes de la méthode de réconciliation de données dans le cas statique et dynamique, nous allons montré ci-après l'application de la méthode sur les canaux d'irrigation. Pour cela, nous commençons par décrire le Canal de Gignac, notre site expérimental.

3.3 Application au Canal de Gignac

3.3.1 Description du canal

Alimenté par une prise sur l'Hérault, le canal de Gignac dessert un périmètre irrigable de 3000 ha environ. Les principales exploitations sont les vignes. Les eaux prélevées sont véhiculées par un canal primaire comprenant un tronc commun de 8 Km et deux branches principales en rive gauche et en rive droite du fleuve, sur des longueurs respectives de 27 et 15 Km.

Le canal de Gignac géré par l'Association Syndicale Autorisée (ASA) de



FIG. 3.1 – Carte de Gignac

Gignac est un site expérimental permettant de tester de nouvelles méthodes de modélisation et de régulation. C'est un site représentatif des canaux français et étrangers de par sa dimension. Le canal bénéficie d'un équipement de modernisation spécialement aménagés pour pouvoir appliquer la régulation automatique. Seul le tronc commun et la rive droite sont dotés d'une supervision, d'outils de mesure et de régulation automatique. On compte 4 biefs munis de 5 stations de mesure et de contrôle (Belbezet, Partiteur, Avenq, Lagarelle et Mas Rouvière (voir figure 3.2), 5 automates, 5 vannes motorisées, 10 capteurs piézorésistifs, 4 capteurs de vitesse, des liaisons radio dans tous les sites et un superviseur.

Ce superviseur permet de visualiser l'état du canal, de récupérer les mesures dans une base de données, de les archiver et d'agir sur le canal en envoyant des consignes de commandes sur les vannes.

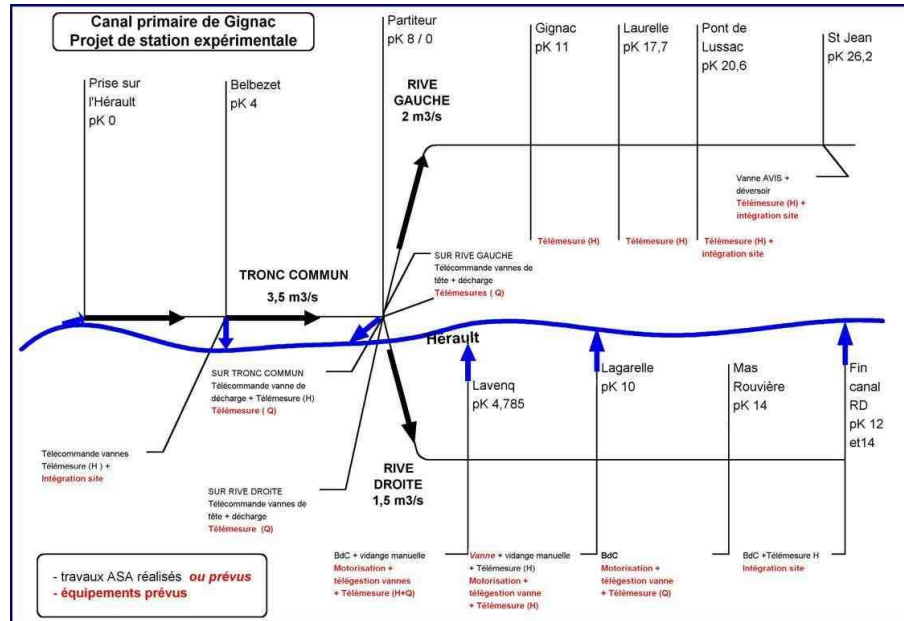


FIG. 3.2 – Schéma du canal

3.3.2 Description du site d'application : Le Partiteur

Le partiteur est une partie du canal primaire qui le divise en deux branches, branche droite et branche gauche. Sur ce site, nous nous sommes intéressés à l'application de la méthode de réconciliation au niveau de la vanne de régulation se trouvant sur la branche droite. La figure 3.3 illustre l'équipement de mesure, de supervision et de régulation présent sur cette partie du site.

Description des actionneurs disponibles sur le site

Le site d'application considéré comprend une vanne de régulation noyée qui régule le niveau d'eau à son amont. Elle est représentée sur la figure 3.4. Cette vanne est munie d'un moteur (figure 3.5) permettant à partir des signaux provenant de l'automate, d'actionner le tablier de la vanne. La vanne est équipée d'un capteur de position donnant la valeur d'ouverture de la vanne.

Description des capteurs disponibles sur le site

- **Capteurs de niveaux amont et aval de la vanne :** Les capteurs de niveaux placés sur le canal sont des sondes plongées dans des tubes en métal. Les sondes sont constituées d'un fil dont la résistivité électrique varie avec la pression. Cette variation est mesurée par la variation de

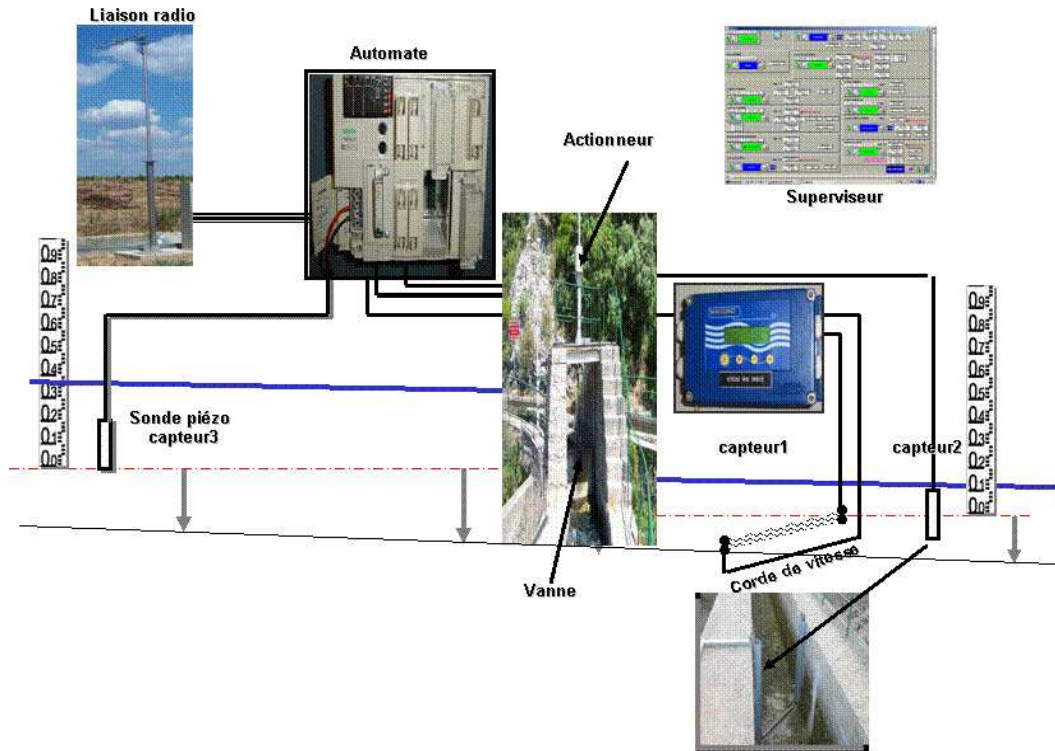


FIG. 3.3 – Schéma d'installation de l'équipement sur le site du Partiteur



FIG. 3.4 – Vanne Branche Droite

tension mesurée aux bornes de l'élément piézorésistif parcouru par un courant constant durant le phénomène observé.

Il existe, sur le canal, différentes variables représentant les niveaux d'eau. On cite :



FIG. 3.5 – Actionneur de la vanne



FIG. 3.6 – Sondes



FIG. 3.7 – Capteur de niveau

- **Cote NGF Z** : Les cotes NGF (Nivellement Général de France) sont des niveaux d'eau donnés par rapport au niveau de la mer ($=0$).
- **Cote radier** : La cote radier correspond à la cote du fond du canal. On peut également trouver le radier vanne qui correspond à la cote du fond où est située la vanne. (radiervanne= $69.173m$).
- **Zéro échelle** : sur le canal et pendant la campagne de mesures, des échelles sont placées dont le zéro est pris comme référence par rapport à laquelle les mesures enregistrées par les sondes sont déterminées. Ainsi à l'amont et à l'aval de la vanne Partiteur Branche droite, sont placées deux échelles dont les zéros sont donnés par : $69.978m$ et $69.249m$.
- **Niveau d'eau Y** : C'est le niveau indiqué par les sondes. Ainsi le niveau d'eau peut être exprimé en fonction de la cote NGF par la relation :

$$Z = Y + 0_{echelle}$$

- **Hauteur d'eau ou tirant d'eau H** : C'est le niveau déterminé par rapport au fond du canal. La hauteur d'eau peut être exprimée

en NGF par la relation :

$$Z = H + \text{radier}$$

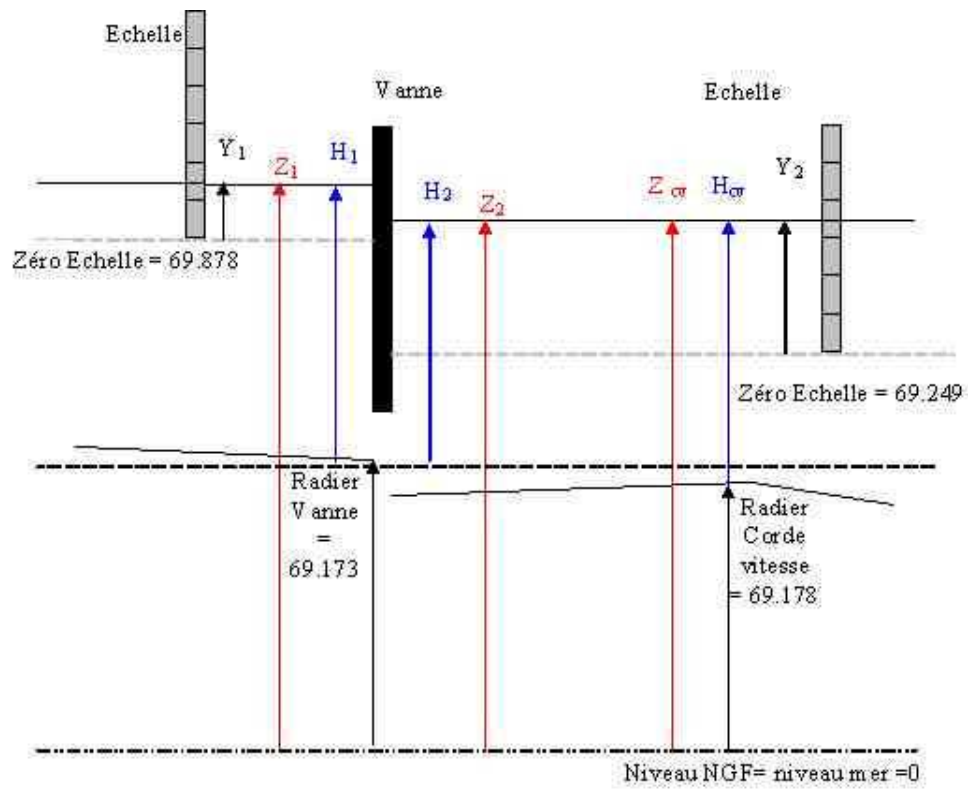


FIG. 3.8 – Schéma des différentes grandeurs de niveau

- **Capteur de vitesse** : Le minisonic est un dispositif monocorde à ultrasons (une seule paire de sondes) (Voir la figure 3.9).



FIG. 3.9 – Corde de vitesse

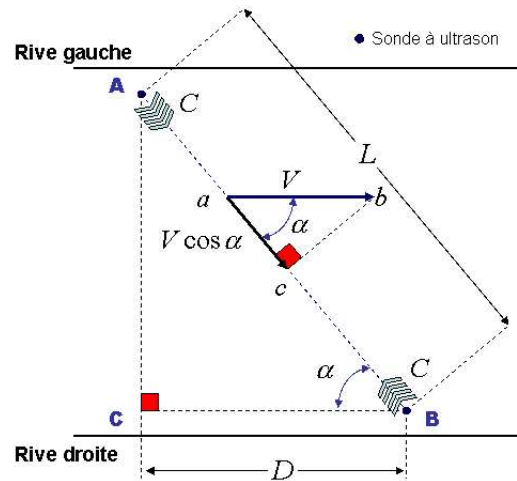


FIG. 3.10 – Principe de la Corde

Il permet avec la mesure de la différence de temps de transit ΔT , de déterminer la vitesse moyenne de l'eau à la hauteur de la trajectoire acoustique de la corde V . La formule utilisée est :

$$V = \frac{L}{2\cos\alpha} \left(\frac{1}{T_{AB}} - \frac{1}{T_{BA}} \right)$$

où L est la longueur de la corde et α est l'angle que fait la corde par rapport au sens de l'écoulement. T_{AB} est le temps de propagation du point A au point B et T_{BA} est le temps de propagation de B à A. L'afficheur (3.11) donne alors la vitesse de l'écoulement.



FIG. 3.11 – Afficheur de vitesse

Evaluation des incertitudes de mesures

Une mesure est toujours donnée avec une incertitude absolue ou relative indiquant l'erreur commise par le capteur. L'erreur sur le capteur peut avoir un aspect déterministe souvent représenté par l'incertitude systématique liée à l'instrument de mesure, mais aussi un aspect stochastique lié au bruit de mesure qui affecte le signal de mesure.

Après une étude empirique, nous convenons que l'incertitude absolue de l'erreur systématique est de

ΔY	ΔH	$\Delta echelle$	Δrad	ΔU	ΔV
0.01m	0.01m	0.01m	0.01m	0.005m	6%

TAB. 3.1 – Table d'incertitudes

Cependant, on ne travaille pas directement avec les niveaux d'eau, mais avec les cotes NGF, ainsi on tient également compte des incertitudes sur les hauteurs du radier et les décalages entre les zéros de l'échelle et le radier

$$Z = Y + 0_{echelle}$$

L'incertitude comise sur Z est alors $\Delta Z = \Delta Y + \Delta echelle = 0.02m$.

$$\Delta Z = 0.02m$$

Evaluation de la variance des mesures

Pour calculer la variance des mesures, nous avons opté pour la méthode suivante basée sur le fait que, pour un niveau de confiance de 95%, l'incertitude est le double de l'écart-type [62] :

$$\sigma^2 = \left(\frac{1}{2}\Delta\right)^2$$

On obtient les variances suivantes :

σ_Z	σ_U	σ_V
7×10^{-3}	5×10^{-3}	$3 \times 10^{-2} V\%$

TAB. 3.2 – Table de variance

Remarque 1 *Il n'y a pas de mesure directe de débit, celui-ci est calculé à l'aide de différents modèles.*

3.3.3 Description de la redondance analytique

Plusieurs modèles statiques sont à notre disposition permettant de calculer la valeur du débit :

– **Modèle hydraulique de la vanne :**

$$Q_v = C_d L U \sqrt{2g} \sqrt{H_1 - H_2}$$

où C_d est le coefficient de débit, L la largeur du canal et g l'accélération de la pesanteur. U représente l'ouverture de vanne, H_1 et H_2 les hauteurs d'eau amont et aval à la vanne et Q_v le débit.

$C_d = 0.68$, $L = 1.53m$.

– **Modèle de la courbe de tarage :** La courbe de tarage donne une relation univoque entre le débit Q et la hauteur d'eau H_2 . C'est une relation déterminée expérimentalement au début des saisons printanières lorsque le canal est mis en eau après avoir été nettoyé de toutes les algues et autres dépôts et déchets. L'opération se fait par un jaugeage à différentes valeurs du débit en un point donné du canal. Le jaugeage repose sur trois données : la vitesse moyenne d'écoulement V , la hauteur d'eau dans le canal H_2 , qui, avec le profil transversal du lit, délimite la section mouillée S . Le débit Q est calculé en multipliant la section mouillée par la vitesse $Q = VS$.

La technique traditionnelle de détermination du débit consiste à plonger dans le cours d'eau, face au courant, un moulinet hélicoïdal ou encore un courantomètre électromagnétique (voir figure 3.12). On relève les vitesses du courant en différents points situés sur plusieurs verticales de la section mouillée afin de déduire la vitesse moyenne V .

Ce jaugeage classique ne peut être pratiqué que ponctuellement. Après de nombreux jaugeages, on établit la courbe de tarage. Elle exprime la correspondance entre les débits et les hauteurs d'eau dans le canal.

$$Q_{ct} = a(H_2 - H_0)^b$$

où a , b sont des constantes et H_0 est la hauteur d'eau pour laquelle le débit est nul, H_2 représente la hauteur d'eau aval à la vanne et Q_{ct} le



FIG. 3.12 – Photo du courantomètre électromagnétique utilisé pour les jaugeages

débit.

(Application numérique : $a = 1.95 \times 10^{(-4+2b)}$, $b = 1.8126$ et $H_0 = 1.4 \times 10^{-2}m$.)

Cette courbe permet de déduire les valeurs du débit pour différentes hauteurs d'eau relevées.

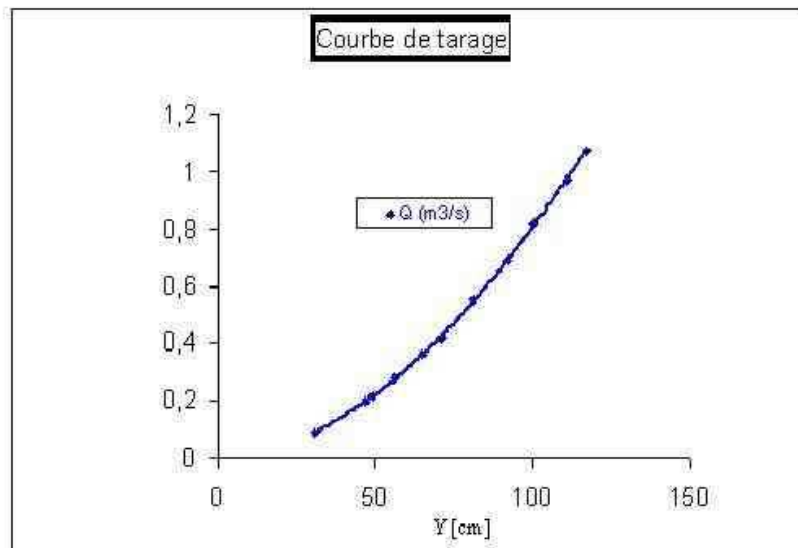


FIG. 3.13 – Tracé de la courbe de tarage $Q_{ct} = a(H_2 - H_0)^b$

- **Modèle de la corde de vitesse** : Dernièrement, la mesure précise et continue de la vitesse moyenne, en certaines stations, est un progrès considérable. Elle est obtenue par la méthode des ultra-sons traversant le cours d'eau. Le modèle de corde de vitesse permet, à partir de la mesure de la vitesse en ligne V_L donnée par le minisonic, du tirant d'eau H dans le canal et du rapport $K = \frac{V}{V_L}$ entre la vitesse moyenne de l'écoulement V et de la vitesse en ligne V_L , de déterminer le débit

Q par la formule :

$$Q_{cv} = L_c H V_L K$$

où L_c est la largeur du canal, $L_c H$ représente la surface mouillée du canal. Le rapport $K = \frac{V}{V_L}$ peut être approché par un polynôme du deuxième ordre $K = (c_1 + c_2 H + c_3 H^2)$ dont les coefficients c_1 , c_2 et c_3 sont déterminés expérimentalement. Le modèle final de la corde de vitesse utilisé est :

$$Q_{cv} = L_c V_L H (c_1 + c_2 H + c_3 H^2)$$

(Application numérique $L_c = 1.33m$, $c_1 = 1.8445$, $c_2 = -1.9594$ et $c_3 = 0.9383$).

La vitesse moyenne V est déterminée par l'équation $Q = VS$ où $S = L_c H$ et la valeur de la paire (Q, H) est tirée de la courbe de tarage.

3.3.4 Modèles linéarisés pour la réconciliation

Les modèles utilisés sont non linéaires. Ils sont alors linéarisés autour de leurs points de fonctionnement.

- **Modèle de vanne** : $q_v = k_1 z_1 + k_2 z_2 + k_u u$, avec k_1 , k_2 et k_u des constantes. z_1 , z_2 , u et q_v représentent les variations des niveaux d'eau amont et aval, de l'ouverture de vanne et du débit autour du point de linéarisation.
- **Modèle de la courbe de tarage** : $q_{ct} = k_{ct} h_2$ avec k_{ct} une constante. h_2 et q_{ct} représentent les variations de la hauteur d'eau aval de la vanne et du débit autour du point de linéarisation.
- **Modèle de la corde de vitesse** : $q_{cv} = k_h h + k_v v$ avec k_h et k_v des constantes. h , v et q_{cv} représentent les variations de la hauteur d'eau au niveau du capteur de vitesse, de la vitesse et du débit autour du point de linéarisation.

Afin de remettre toutes les variables en NGF, on remplace dans les équations les variables h et h_2 par leur expression en fonction de z_2 . On obtient alors : $q_{ct} = k_{ct} z_2$ et $q_{cv} = k_h z_2 + k_v v$

3.4 Application de la réconciliation de données statique

Les canaux d'irrigation ne disposent généralement d'aucun capteur de débit. Dans la plupart des cas, le débit est calculé à l'aide de modèles d'ouvrages (vannes, déversoirs) ou du modèle de la courbe de tarage. Il existe certains canaux équipés d'un capteur de vitesse. La mesure de vitesse permet de calculer le débit en utilisant le modèle de corde de vitesse.

Afin de considérer les deux cas, nous commençons dans un premier temps par tester la réconciliation de données en utilisant uniquement les modèles de vanne et de courbe de tarage. Puis, dans un deuxième temps, nous traiterons le cas particulier où un capteur de vitesse et un modèle sont disponibles. Dans les deux cas, nous allons suivre les étapes de la réconciliation statique comme indiquées auparavant.

3.4.1 Cas général des canaux :Modèle de vanne et modèle courbe de tarage

1. **Déterminer les mesures et les variables non mesurées :** Dans

notre cas de figure, le vecteur d'état $X = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ u \\ q \end{bmatrix}$, le vecteur de me-

ures $X_m = \begin{bmatrix} z_{1_m} \\ z_{2_m} \\ u_m \end{bmatrix}$ le vecteur de mesures et le vecteur des variables non mesurées est $X_{nm} = q$. Où z_1 est la cote amont de la vanne, z_2 est la cote aval de la vanne et u est l'ouverture de la vanne comme indiquées sur la figure 3.14.

Etant donné que les capteurs sont indépendants, le vecteur X_m pré-

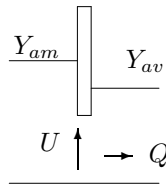


FIG. 3.14 – Schéma représentatif de la vanne de régulation du Partiteur

sente la matrice de variance-covariance suivante :

$$\mathcal{V} = \begin{pmatrix} \sigma_{z_1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{z_2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_u^2 \end{pmatrix}$$

2. **Déterminer le modèle :** Les modèles disponibles sont ceux de la vanne et de la courbe de tarage :

$$q_v = k_1 z_1 + k_2 z_2 + k_u u \tag{3.20}$$

$$q_{ct} = k_{ct} z_2 \tag{3.21}$$

On se trouve ici dans le cas où la mesure du débit manque. Notre cas est simple et ne nécessite pas une matrice de projection P puisqu'il suffit d'égaliser les équations (3.23) et (3.24) pour éliminer la variable inconnue. Nous obtenons une nouvelle équation :

$$k_1 z_1 + (k_2 - k_{ct}) z_2 + k_u u = 0 \quad (3.22)$$

Pour cette application, nous allons manipuler les valeurs brutes des mesures Z_1 , Z_2 et U au lieu de leurs variations z_1 , z_2 et u autour du point $X_0^T = (Z_{1_0}, Z_{2_0}, U_0)$ données par :

$$z_1 = Z_1 - Z_{1_0}, z_2 = Z_2 - Z_{2_0}, u = U - U_0$$

En remplaçant z_1 , z_2 et u par leurs expressions dans l'équation (3.22), nous obtenons le modèle :

$$MX = R \quad \text{Où} \quad M = (k_1 \quad k_2 - k_{ct} \quad k_u) \quad \text{et} \quad R = MX_0$$

3. **Tester la validation des mesures** Nous avons appliqué la réconciliation statique sur une période de 10 jours allant du 08/03/05 au 18/03/05. Afin de tester la validation des mesures, nous commençons par appliquer les tests statistiques. Nous disposons d'un seul résidu de bilan, le test global n'est donc pas utilisé, il suffit d'appliquer le test nodal sur le résidu de bilan normalisé.

$$\text{Test Nodal} \Leftrightarrow \text{Si } |r_{n_i}| > 1.96 \text{ alors } H_0 \text{ rejetée}$$

Résultats : La figure 3.15 montre que le résidu de bilan demeure à l'intérieur de la zone de non détection ce qui signifie que les mesures sont cohérentes et qu'on ne détecte aucune présence de défaut.

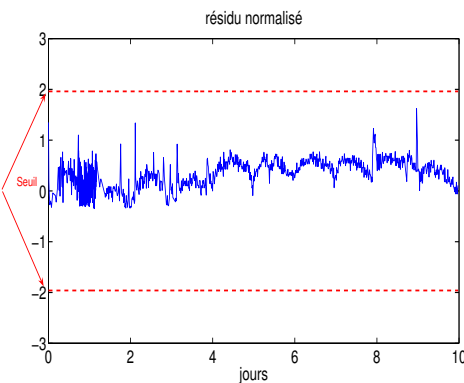


FIG. 3.15 – Résidu de bilan

3.4. APPLICATION DE LA RÉCONCILIATION DE DONNÉES STATIQUES

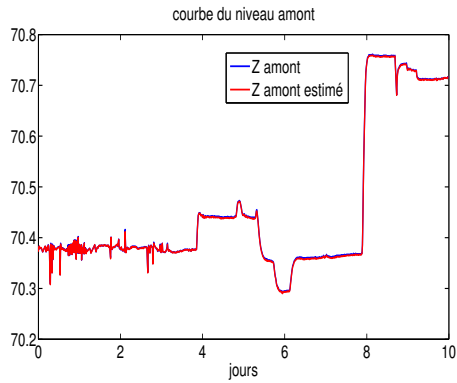


FIG. 3.16 – Cote amont estimée et mesurée

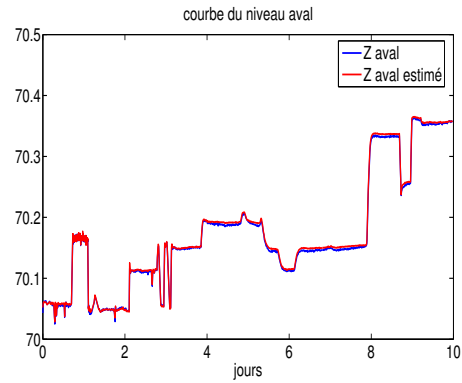


FIG. 3.17 – Cote aval estimée et mesurée

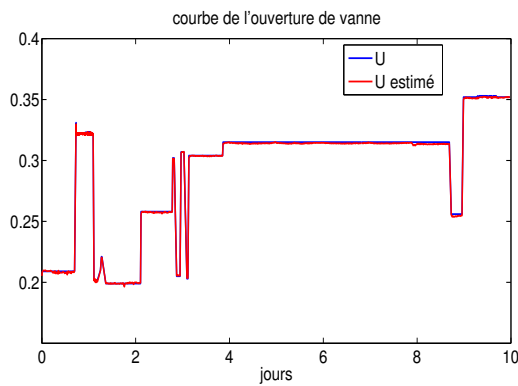


FIG. 3.18 – Ouverture de vanne estimée et mesurée

4. **Réconcilier les mesures** : Après avoir appliqué le critère d'optimisation de la réconciliation, nous avons tracé sur les graphes (fig.3.16)-(fig.3.18), les mesures et leurs valeurs réconciliées. Ces graphes montrent que les données réconciliées sont très proches des mesures.
5. **Reconstruire la mesure manquante** Afin de reconstruire le débit, nous utilisons les valeurs réconciliées et le modèle (3.23) ou (3.24). Sur la figure. 3.19, nous avons tracé ce débit reconstruit ainsi que le débit calculé par la courbe de tarage et les mesures.

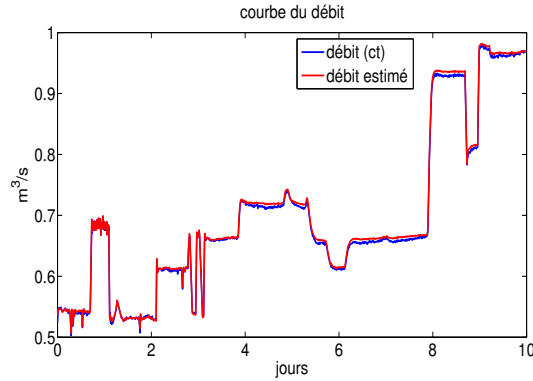


FIG. 3.19 – Débit estimé et mesuré

6. **Tester la détection des biais :** Ici, nous avons rajouté cette étape afin de valider la procédure du diagnostic. Nous avons pour cela simulé un biais de 3 cm sur le niveau aval pendant un certain temps.

Résultats : Le graphe des résidus de bilan (fig.3.20) montre qu'il y a détection de ce biais, le résidu dépasse le seuil que l'on s'est fixé.

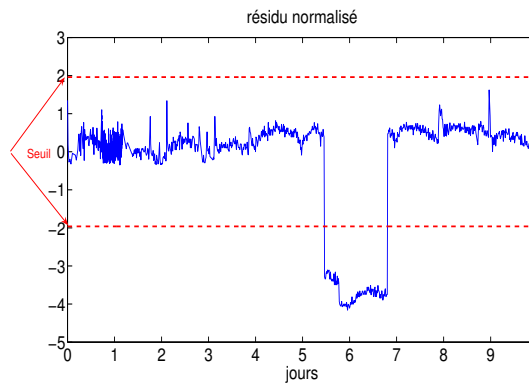


FIG. 3.20 – Détection d'un biais sur les mesures

Les valeurs réconciliées sont illustrées sur les figures (3.21), (3.22) et (3.23).

Cependant dû au manque d'information fourni par les modèles, on ne peut localiser ces biais. En effet, par manque de redondance du modèle utilisé pour la réconciliation, le biais ajouté sur une des mesures se répercute sur les autres et on ne peut donc pas à l'aide des résidus d'estimation déterminer sur quelle mesure se trouve le biais.

3.4. APPLICATION DE LA RÉCONCILIATION DE DONNÉES STATIQUES

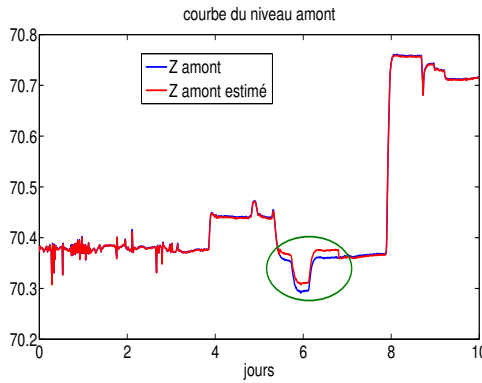


FIG. 3.21 – Cote amont estimée et mesurée

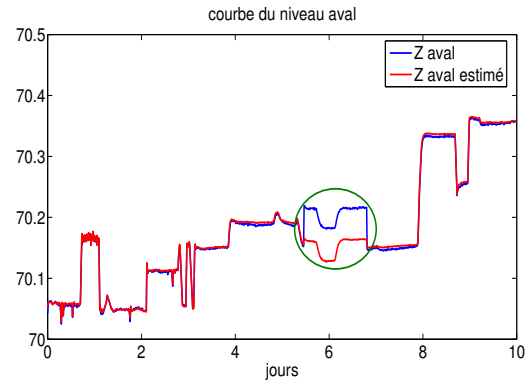


FIG. 3.22 – Cote aval estimée et mesurée

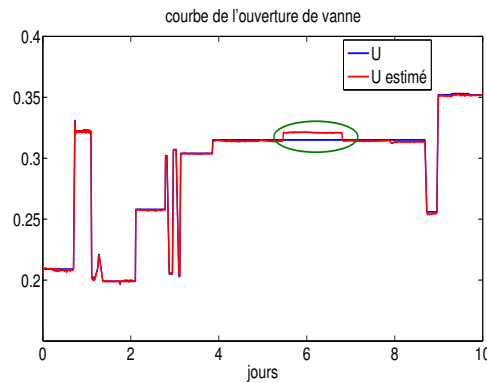


FIG. 3.23 – Ouverture de vanne estimée et mesurée

3.4.2 Cas particulier des canaux :Modèle de vanne, modèle courbe de tarage et corde de vitesse

Lorsque l'on applique la réconciliation sous contrainte des deux modèles de vanne et de la courbe de tarage, il nous manque de la redondance pour pouvoir totalement localiser les biais sur les mesures. Cependant, étant donné que certaines vannes sont munies d'un capteur de vitesse, (ce qui est le cas au niveau de la vanne du partiteur), nous avons étudié la réconciliation statique sous contrainte des trois modèles qui sont à notre disposition : le modèle de vanne, de la courbe de tarage et de la corde de vitesse. Comme dans le cas précédent, nous allons évoquer les étapes importantes de la procédure de réconciliation.

1. **Déterminer les mesures :**

Le vecteur d'état : $X = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ u \\ v \\ q \end{bmatrix}$, le vecteur de mesures $X_m = \begin{bmatrix} z_{1m} \\ z_{2m} \\ u_m \\ v_m \end{bmatrix}$

et le vecteur des variables non mesurées $X_{nm} = q$. Les capteurs sont indépendants, la matrice de varaince-covariance du vecteur X_m s'écrit :

$$\mathcal{V} = \begin{pmatrix} \sigma_{z_1}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{z_2}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_u^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_v^2 \end{pmatrix}$$

2. **Déterminer le modèle :** Nous disposons des trois modèles (3.23), (3.24) et (3.25) qui calculent le même débit q .

$$q = k_1 z_1 + k_2 z_2 + k_u u \quad (3.23)$$

$$q = k_{ct} z_2 \quad (3.24)$$

$$q = k_h z_2 + k_v v \quad (3.25)$$

Pour éliminer le débit qui n'est pas mesuré, il suffit de réaliser :

$$(3.24) = (3.23)$$

$$(3.24) = (3.25)$$

Le modèle obtenu est du type $MX = R$ Où

$$M = \begin{pmatrix} k_1 & k_2 - k_{ct} & k_u & 0 \\ 0 & k_y - k_{ct} & 0 & k_v \end{pmatrix} \text{ et } R = MX_0$$

3. **Tester la validation des mesures**

– **Test global :** La quantité

$$\phi = r^T V_r^{-1} r \sim \chi^2(2)$$

Dans ce cas, pour un niveau de confiance de 95%, le seuil vaut 5.99.

Si $\phi > 5.99$ alors H_0 rejetée

Résultats : La quantité ϕ est en dessous du seuil en l'absence de défauts (voir figure. 3.24).

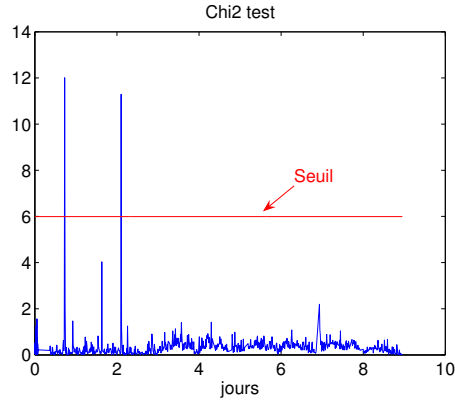


FIG. 3.24 – Test global

- **Test nodal** : Le résidu de bilan présente deux composantes r_1 et r_2 données par :

$$r_1 = M_1 X - R_1 \quad \text{avec} \quad M_1 = \begin{pmatrix} k_1 & k_2 - k_{ct} & k_u & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad R_1 = M_1 X_0$$

$$r_2 = M_2 X - R_2 \quad \text{avec} \quad M_2 = \begin{pmatrix} 0 & k_y - k_{ct} & 0 & k_v \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad R_2 = M_2 X_0$$

Test nodal \Leftrightarrow (Si $|r_{n1}| > 1.96$ ou $|r_{n2}| > 1.96$ alors H_0 rejetée)

La figure. 3.25 montre que le test valide l'hypothèse H_0 puisque les résidus ne dépassent pas le seuil de détection.

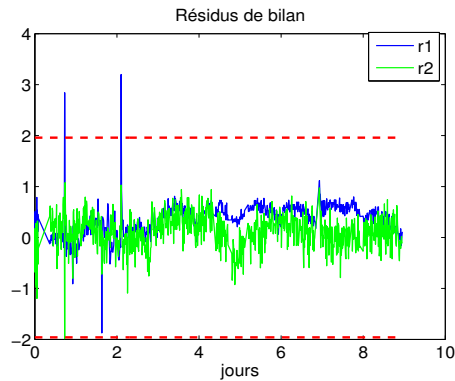


FIG. 3.25 – Test nodal

4. **Réconcilier les mesures** : Sur les figures. 3.26-3.29, sont illustrées les mesures réconciliées et les mesures brutes. Les graphes montrent

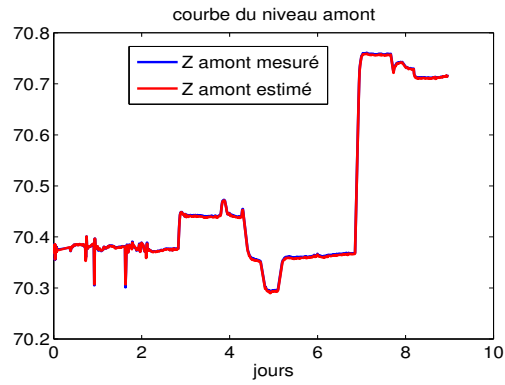


FIG. 3.26 – Cote amont

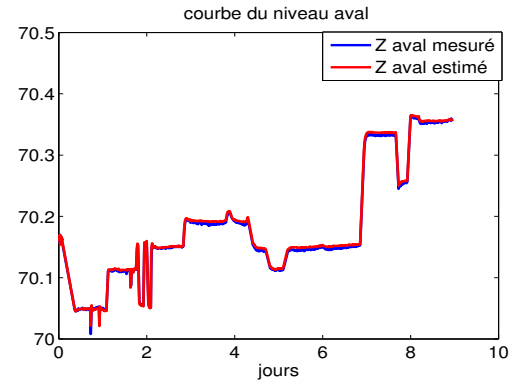


FIG. 3.27 – Cote aval

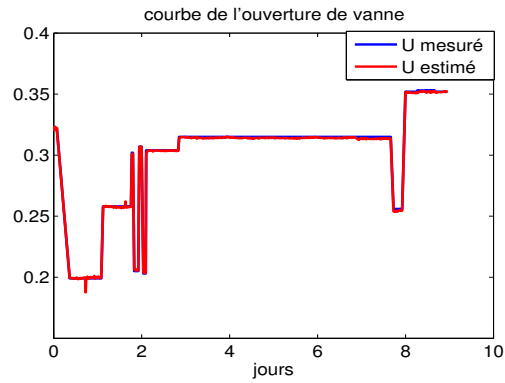


FIG. 3.28 – Position vanne

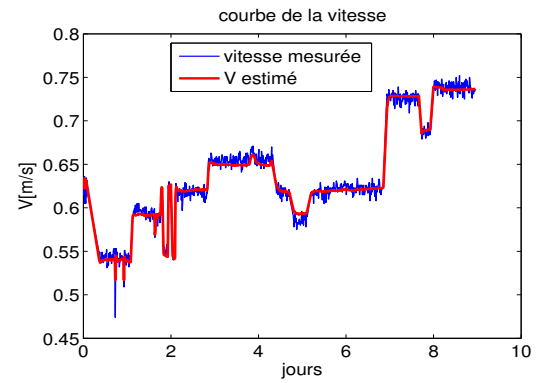


FIG. 3.29 – Vitesse

que les valeurs réconciliées sont très proches des mesures.

5. **Reconstruire la donnée manquante :** Une fois la réconciliation terminée, la mesure manquante q est réestimée par les données réconciliées. La figure. 3.30 montre le débit estimé.

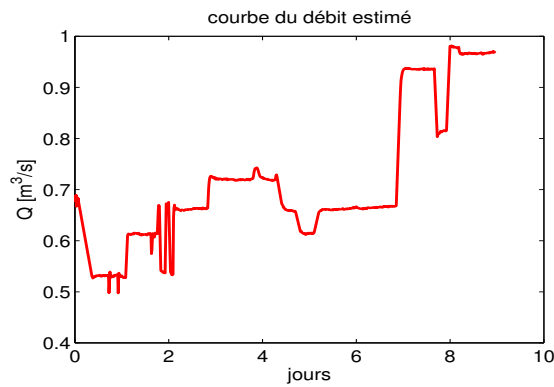


FIG. 3.30 – Débit estimé

6. **Tester la détection des biais :** Pour simuler la présence d'un défaut, nous avons rajouté un biais de 5cm sur l'ouverture de vanne pendant une période donnée.

- **Test global** Le test global montre que le résidu est à l'intérieur de la zone de non détection en l'absence de défauts et en dehors de cette zone en présence de défauts (voir figure. (3.31)). Le test global permet la détection mais ne permet pas la localisation du défaut. L'information issue de la mesure de vitesse, n'apporte rien par rapport à la localisation en utilisant uniquement le test global.

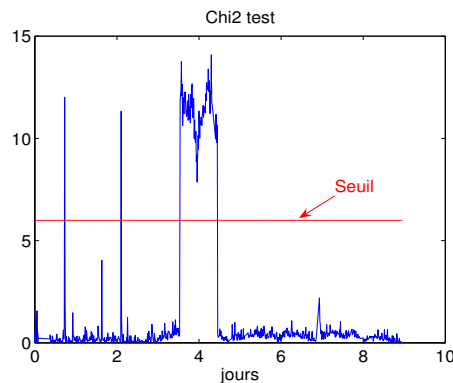


FIG. 3.31 – Cote aval estimée et mesurée

- **Test Nodal :** Sur la figure 3.32, on constate qu'un biais est détecté uniquement sur le résidu r_1 . Ceci est dû au fait que l'ouverture de la vanne u intervient uniquement dans le résidu r_1 .

Dans le cas où on a pas une connaissance a priori de l'origine du biais, on peut soupçonner que le défaut est sur u soit sur z_1 .

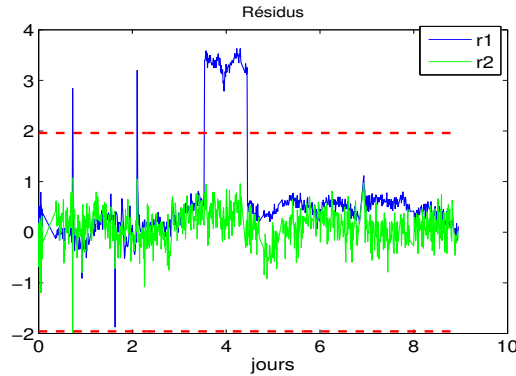


FIG. 3.32 – Détection d'un biais sur le 1er résidu uniquement

En effet, le résidu r_1 fait intervenir les variables z_1 , z_2 et u . Le résidu r_2 fait intervenir z_2 et v . La détection sur r_1 uniquement signifie que le défaut est sur les mesures de r_1 non communes avec r_2 . Dans le cas, on peut rencontrer les différentes situations :

- Seul r_1 dépasse le seuil de détection : Défaut sur la mesure de la cote amont z_1 ou sur l'ouverture de vanne u .
- Seul r_2 dépasse le seuil de détection : Erreur sur la mesure de la vitesse.
- r_1 et r_2 dépassent le seuil de détection : Erreur sur la mesure de la cote aval z_2 . On a la table de décision suivante :

	$r_1 = 0$	$r_1 = 1$
$r_2 = 0$	\emptyset	$z_1 \cup u$
$r_2 = 1$	v	z_2

TAB. 3.3 – Table de décision

En effet, le biais est ajouté sur l'ouverture de vanne, laquelle n'est pas une variable utilisée par le second modèle M_2 mais uniquement par le premier modèle M_1 . Cependant au vu du test, on peut seulement conclure que le biais se situe soit sur la cote amont z_1 soit sur l'ouverture de vanne u .

Les valeurs réconciliées sont illustrées sur les figures. 3.33-3.36. Nous pouvons remarquer que même si le défaut est uniquement sur u , il se répercute sur toutes les données réconciliées.

3.4. APPLICATION DE LA RÉCONCILIATION DE DONNÉES STATIQUES

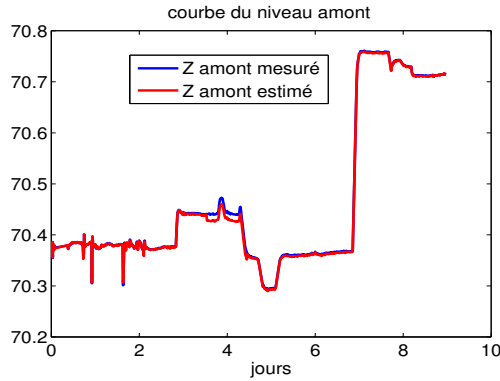


FIG. 3.33 – Cote amont

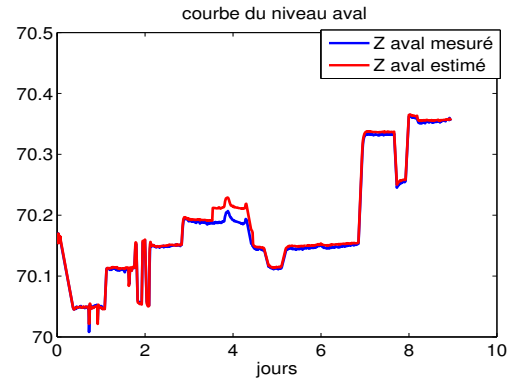


FIG. 3.34 – Cote aval

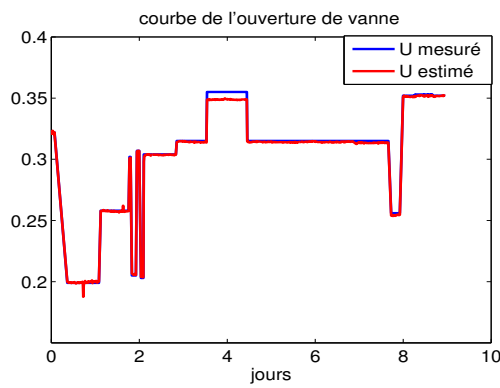


FIG. 3.35 – Position vanne

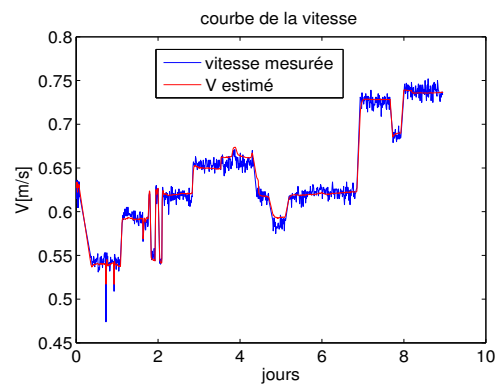


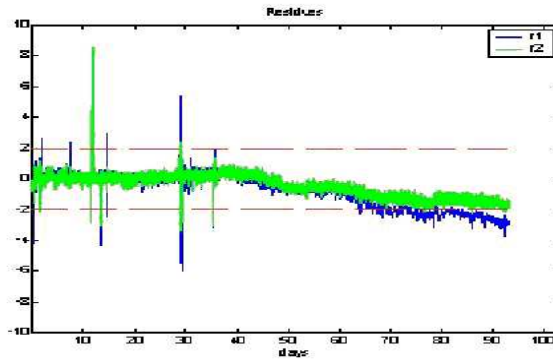
FIG. 3.36 – Vitesse

3.4.3 Dérive de modèles : Dérive de la courbe de tarage

Lorsque nous avons effectué le test précédent sur une longue période de temps (3 mois) et sans simulation de biais ou autre défaut sur les mesures, nous avons observé les résultats suivants (voir fig (3.37)).

La figure 3.37 montre que les résidus r_1 et r_2 dérivent progressivement de leur état initial pour finalement atteindre le seuil de déclenchement (présence de défauts). Selon la table de décision (3.3), comme les deux résidus sont à l'état 1, le capteur y_2 est jugé en défaut. Après vérification sur le terrain, le capteur y_2 s'est avéré en bon état. L'étude a alors été portée sur la dérive éventuelle des modèles. Différents tests ont alors été effectués pour localiser le modèle en défaut. Pour cela, nous avons effectué la réconciliation à base de deux modèles.

1. **Modèle courbe de tarage et modèle vanne** Le résidu de bilan dépasse le seuil
2. **Modèle courbe de tarage et modèle corde de vitesse** Le résidu de bilan dépasse le seuil

FIG. 3.37 – Résidus de bilan r_1 et r_2

3. Modèle vanne et modèle corde de vitesse

Le résidu de bilan ne dépasse pas le seuil

Cette étude a permis de conclure que le modèle de la courbe de tarage dérive au cours des saisons.

Explication du phénomène

En fin de saison, les algues naissent, grandissent et occupent un espace assez important. Ils modifient la rugosité du canal. Le niveau d'eau augmente et l'écoulement de l'eau est freiné. Cela signifie que pour une même hauteur d'eau, le débit en début de saison est plus fort que celui en fin de saison. La courbe de tarage n'est donc plus valable en fin de saison. Ce qui explique la dérive des résidus.

3.5 Application de la réconciliation de données dynamique

3.5.1 Description du système d'application considéré

Dans cette partie, nous appliquons la réconciliation de données basée sur le filtre de Kalman. Nous considérons un canal composé d'un bief avec une vanne de régulation à son aval comme le montre la figure. 3.38. La position u_2 de cette vanne est mesurée par son capteur intégré. Les autres mesures considérées sont celles du niveau d'eau amont et du niveau d'eau aval de la vanne y_1 et \bar{y}_1 .

Le modèle dynamique du canal est issu de la combinaison du modèle dynamique rationnel de Saint-Venant linéarisé (3.26) et de l'équation linéarisée de la vanne (3.27).

$$y_1(s) = p_{21}(s)q_1(s) + p_{22}(s)q_2(s) \quad (3.26)$$

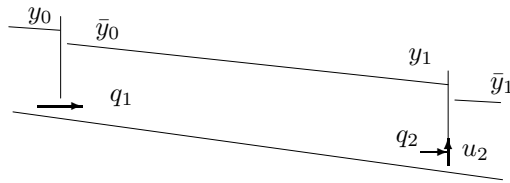


FIG. 3.38 – Schéma représentatif d'un canal à un seul bief

Où p_{21} et p_{22} sont les fonctions de transfert du bief.

$$q_2(s) = b_1 y_1(s) + \bar{b}_1 \bar{y}_1(s) + k_2 u_2(s) \quad (3.27)$$

Le système résultant est de la forme :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + B\epsilon_u \\ y_k &= Cx_k + \epsilon_y \end{aligned} \quad (3.28)$$

Où $u = \begin{bmatrix} q_1 \\ u_2 \\ \bar{y}_1 \end{bmatrix}$, $x = y_1$ et $\epsilon_u = \begin{bmatrix} \epsilon_{q_1} \\ \epsilon_{u_2} \\ \epsilon_{\bar{y}_1} \end{bmatrix}$. Où ϵ_{u_2} , $\epsilon_{\bar{y}_1}$ et ϵ_{y_1} sont respectivement les bruits sur u_2 , \bar{y}_1 et y_1 supposés blancs, indépendants de moyenne nulle et de variances respectives \mathcal{V}_{u_2} , $\mathcal{V}_{\bar{y}_1}$ et \mathcal{V}_{y_1} . Le débit q_1 n'est pas mesuré. Il est estimé localement à travers la réconciliation statique. Sous l'hypothèse d'absence d'erreurs aberrantes, l'erreur d'estimation sur q_1 est supposée gaussienne de moyenne nulle et de variance estimée \mathcal{V}_{q_1} . L'estimation du débit q_1 est indépendante des mesures u_2 et y_1 , la variance du vecteur $\begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix}$ s'écrit donc :

$$\mathcal{V} = \begin{bmatrix} \mathcal{V}_{q_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{V}_{u_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{V}_{\bar{y}_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathcal{V}_{y_1} \end{bmatrix}$$

Les valeurs numériques des matrices sont :

$A = 0.9237$, $B = \begin{bmatrix} 0.1923 & -0.2794 & 0.1544 \end{bmatrix}$ et $C = 0.5$. Les variances des mesures sont évaluées à :

$$\mathcal{V} = \begin{bmatrix} 15 \times 10^{-4} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.53 \times 10^{-7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \times 10^4 \end{bmatrix}$$

3.5.2 Résultats :

Nous avons appliqué le filtre de Kalman sur des données simulées du modèle SIC. Afin de tester la détection des défauts, nous avons simulé, non simultanément, un défaut f_1 sur la vanne u_1 et un défaut f_2 sur la vanne u_2 comme le montre la figure. 3.39. Nous constatons que l'erreur de sortie

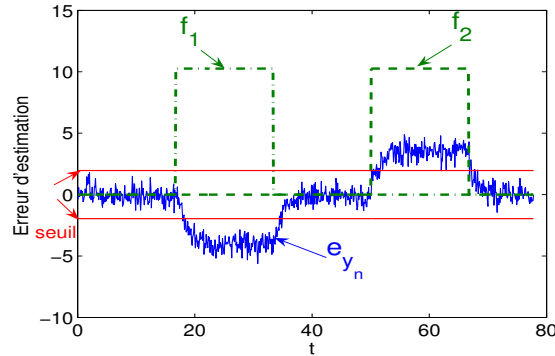


FIG. 3.39 – Erreur d'estimation $e_y = y_{1_{sic}} - \hat{y}_1$

e_{y_n} ne dépasse le seuil de détection qu'en présence des défauts f_1 et f_2 . En absence de ces défauts, elle demeure à l'intérieur de la zone de non détection, ce qui nous permet de valider les mesures.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la méthode de réconciliation de données dans le cas statique et dynamique. Nous avons appliqué la réconciliation statique pour valider les mesures du site Partiteur branche droite où sont réunis à la fois des outils de régulation, de mesure et de supervision. Une redondance analytique est également disponible. Tous les canaux d'irrigation ne disposent pas d'une telle redondance ni d'un tel matériel de mesure. Dans un premier temps, nous avons testé la méthode de réconciliation de données sous contraintes ne disposant que des modèles de la courbe de targe et de la vanne dans le but de valider les mesures, détecter les éventuels défauts et estimer le débit. Les résultats obtenus ont montré la possibilité de détecter un défaut capteur ou actionneur. Quant à la localisation, elle est impossible. Ayant un seul résidu dépendant de toutes les mesures, toutes les mesures sont soupçonnées éronnées. Dans ce type de canaux, une réconciliation statique permet uniquement la détection de défaut.

Dans un deuxième temps, le cas particulier de notre site qui dispose contrairement aux autres canaux d'un capteur de vitesse et d'un troisième modèle de débit. Les résidus générés comprennent une mesure commune (niveau aval

$r_1 = 0$	\emptyset
$r_1 = 1$	$z_1 \cup z_2 \cup u$

TAB. 3.4 – Cas Modèles : courbe tarage + modèle vanne

y_2) et d'autres distinctes (niveau amont y_1 , ouverture de la vanne u et vitesse v) ce qui permet une localisation du capteur en défaut. Le premier résidu fait intervenir deux mesures distinctes du second résidu ce qui ne permet qu'une localisation partielle lorsque l'une de ces données est incohérente.

	$r_1 = 0$	$r_1 = 1$
$r_2 = 0$	\emptyset	$z_1 \cup u$
$r_2 = 1$	v	z_2

TAB. 3.5 – Cas Modèles : courbe tarage+ vanne+ corde de vitesse

Une solution serait de rajouter un autre modèle qui ne fait intervenir que l'une de ces mesures. Un modèle possible est de comparer l'ouverture de vanne affichée u avec celle exigée par l'automate u_a . Dans ce cas là, si u est en défaut, le troisième résidu $r_3 = u - u_a$ et le résidu r_2 seraient non nuls.

	$r_1 r_2 = 00$	$r_1 r_2 = 01$	$r_1 r_2 = 10$	$r_1 r_2 = 11$
$r_3 = 0$	\emptyset	v	z_1	z_2
$r_3 = 1$	\times	\times	u	$(u \otimes v) \cup (u \otimes y_2)$

TAB. 3.6 – Cas modèles : courbe tarage+ vanne+ corde de vitesse+ automate

L'application de la réconciliation dans notre étude a également permis de détecter la dérive du modèle de courbe de tarage. La poussée de la végétation vers la mi-saison modifie la rugosité de l'eau, le coefficient de Strickler K devient de plus en plus faible au fur et à mesure que la végétation pousse. Ce qui rend la relation statique débit-niveau établie en début de saison plus valable en fin de saison. Une solution serait d'adapter les paramètres a et b de la courbe de tarage en fonction des coefficients de Strickler.

$$Q_{ct} = a_{(K)}(H - H_0)^{b_{(K)}}$$

Une autre solution serait dans le cas des canaux tel que le canal de Gignac d'utiliser uniquement le modèle de vanne et de corde de vitesse. Cependant, la localisation devient impossible à cause du manque de redondance.

Nous avons par la suite testé la méthode de réconciliation dynamique sur des données simulées du modèle SIC. Nous avons considéré un canal composé d'un bief. Le modèle utilisé est issu des équations de Saint-Venant linéarisées. L'application de la méthode se base sur l'utilisation du filtre de

Kalman. Les résultats obtenus permettent la détection à temps des défauts occurrence. Cependant, ils ne permettent pas la localisation. En effet, toutes les entrées u ainsi que la sortie y sont soupçonnées en défaut.

Afin de localiser les défauts, il existe des techniques basées sur la construction d'un banc de plusieurs filtres de Kalman où chaque filtre est par exemple synthétisé de façon à être sensible à un seul défaut. Nous détaillerons ces techniques dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

Diagnostic à base d'observateurs

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous donnons quelques rappels et définitions de notions liées au diagnostic à base d'observateurs. Nous introduisons également les méthodes de synthèse des observateurs dans le cas des systèmes LTI (Linear-Time-Invariant) en vu de généraliser la synthèse au diagnostic des systèmes à retards.

4.1.1 Observateur

- **Observateur pour l'estimation d'état** : Il s'agit d'un système dynamique qui, à partir des entrées u et des sorties y disponibles permet de reproduire l'état interne du système. Il nécessite la connaissance de relations physiques décrivant le comportement du système. Les paramètres de l'observateur sont synthétisés de façon à assurer une estimation correcte de l'état. L'observateur offre un nombre de degrés de liberté à travers lesquels on peut satisfaire certaines performances désirées telles que la rapidité de la convergence de l'estimation, la précision de l'estimation, l'insensibilité de l'estimation aux bruits de mesure, des erreurs de modélisation et des perturbations.

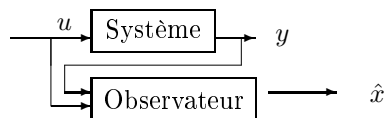


FIG. 4.1 – Schéma d'un observateur

Cependant, l'état peut être reconstruit avec les seules mesures dispo-

nibles sous réserve d'observabilité du système.

- **Observabilité d'un système** : Soit le système de représentation d'état :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.1)$$

Où $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^p$ et $y \in \mathbb{R}^m$ sont respectivement l'état, les entrées et les sorties du système. $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times p}$ et $C \in \mathbb{R}^{m \times n}$ sont la matrice d'état, la matrice d'entrée et la matrice d'observation respectivement.

Le système est dit **observable** si l'état initial x_0 peut être déterminé de manière unique à partir des entrées u et des observations y . Le système est observable si et seulement si le rang de la matrice d'observabilité O_{bsv} est de rang plein (= n).

$$\text{rang}(O_{obs}) = \text{rang} \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} = n$$

- **Observateur de Luenberger** : L'observateur de Luenberger est de la forme :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = Fz(t) + Ju(t) + Gy(t) \\ \hat{x}(t) = z(t) + Ny(t) \\ \hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \end{cases} \quad (4.2)$$

Où z est l'état de l'observateur, lequel est une combinaison linéaire de l'état x tel que $z(t) = Tx(t)$, \hat{x} est l'estimé de l'état x et \hat{y} l'estimée de la sortie. Les paramètres $T \in \mathbb{R}^{n_z \times n}$, $F \in \mathbb{R}^{n_z \times n_z}$, $G \in \mathbb{R}^{n_z \times m}$ et $N \in \mathbb{R}^{n_z \times m}$ de l'observateur doivent être déterminés tels que :

$$\hat{x} \xrightarrow[t \rightarrow \infty]{} x$$

En d'autres termes, l'erreur d'observation $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ doit tendre asymptotiquement vers zéro.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (x(t) - \hat{x}(t)) = 0 \quad (4.3)$$

Cela se vérifie sous réserve que les contraintes suivantes soient satisfaites.

$$T + NC = I_n \quad (4.4)$$

$$J = TB \quad (4.5)$$

$$TA - FT = GC \quad (4.6)$$

$$F \text{ stable} \quad (4.7)$$

– **Observateur pour le diagnostic des défauts**

Supposons que le système soit sujet à des défauts f . Dans ce cas, l'observateur est utilisé pour détecter et localiser ces défauts. L'observateur est conçu de manière à générer un résidu $r(t)$ généralement fonction de l'erreur d'estimation, nul en absence de défauts et non nul en présence de défauts.

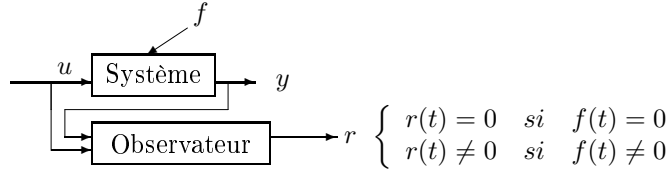


FIG. 4.2 – Schéma d'un observateur générant un résidu

Pour cela, il faut d'abord que le défaut soit détectable c'est-à-dire que son effet influence directement ou indirectement les résidus. D'où la notion suivante de détectabilité.

- **Détectabilité d'un défaut** Soit le système avec défauts f :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ef(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.8)$$

Où $f \in \mathbb{R}^{n_f}$, $E \in \mathbb{R}^{n \times n_f}$ et $\text{rang}(E) = n_f$. Les défauts f sont détectables si

$$\text{rang} \begin{bmatrix} sI_n - A & E \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + n_f$$

En utilisant l'observateur (4.2), la dynamique de l'erreur devient :

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = Fe(t) + (J - TB)u(t) + (TA - FT + GC)x(t) + TEf(t) \\ r(t) = Ce(t) \end{cases} \quad (4.9)$$

Dans ce cas, sous les conditions (4.4), (4.5) et (4.6), nous obtenons :

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = Fe(t) + TEf(t) \\ r(t) = Ce(t) \end{cases} \quad (4.10)$$

Si de plus, (4.29) est vérifiée, alors le transfert entre le défaut et le résidu est donné par :

$$T_{fr}(s) = C(sI_n - F)^{-1}TE$$

Ainsi l'effet d'un défaut constant sur le résidu sera détecté si :

$$T_{fr}(0) \neq 0$$

- **Localisation d'un défaut** : Une fois le défaut détecté, il faut le localiser. La localisation consiste souvent à construire un banc d'observateurs excités par une combinaison judicieusement choisie des entrées et des sorties du système et générant chacun des résidus destinés à révéler un ou plusieurs défauts. Selon qu'il s'agisse d'un défaut capteur ou actionneur, ou de défauts simultanés ou non, la structure du banc diffère [12].

– **Schémas de localisation d'un défaut capteur**

- a) **Schéma d'Observateurs Uniques (SOS)** : Il s'agit de concevoir un seul observateur piloté par un seul capteur tel que la mesure donnée par ce capteur permet de l'estimation globale du vecteur d'état [14]. L'observateur génère des résidus tels que :

- Cas 1) : Si le capteur m qui pilote le capteur est en défaut, alors tous les résidus sont non nuls.
- Cas 2) : Si le capteur s qui ne pilote pas l'observateur est en défaut, tous les résidus d'estimation $r_i = y_i - \hat{y}_i$ sont nuls pour tous les $i \neq s$ et le résidu $r_s = y_s - \hat{y}_s$ est non nul.

Ces deux cas sont résumés dans les tables de signature (4.1) et (4.2). Dans ces tables, on représente les résidus nuls par la valeur 0 et les résidus non nuls par la valeur 1.

$$\begin{cases} \text{Si } f_m \neq 0 & \text{alors } r_i \neq 0 \quad \forall i \\ \text{Si } f_{s \neq m} \neq 0 & \text{alors } r_i = 0 \quad \forall i \neq s \quad \text{et } r_s \neq 0 \end{cases}$$

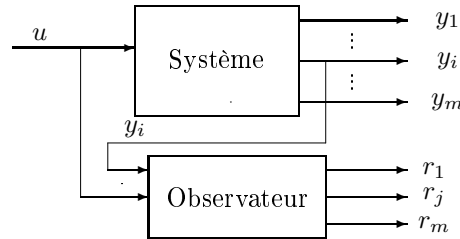


FIG. 4.3 – Schéma SOS

	$f_1 = 0$..	$f_i = 0$..	$f_m \neq 0$
$r_i \forall i$	1	..	1	..	1

TAB. 4.1 – Table de signature : Cas 1) Capteur m est en défaut

	$f_1 = 0$..	$f_s \neq 0$..	$f_m = 0$
$r_{i \neq s}$	0	..	0	..	0
r_s	0	..	1	..	0

TAB. 4.2 – Table de signature : Cas 2) Capteur $s \neq m$ est en défaut

b) **Schéma d'Observateurs Dédiés (DOS)** : Il s'agit de construire autant d'observateurs que de capteurs. Chaque observateur i est piloté par un seul capteur y_i et estime toutes les autres mesures $y_{j \neq i}$ [14]. Chaque observateur génère un vecteur résidu r_i tel que :

$$r_i = \begin{bmatrix} r_{i1} \\ \vdots \\ r_{ii} \\ \vdots \\ r_{im} \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} Si & f_s \neq 0 & alors & r_s \neq 0 & et & r_{is} \neq 0, i = 1, m \\ Si & f_{s \neq i} \neq 0 & alors & r_{ij} = 0 \quad \forall j \neq s & et & r_{is} \neq 0 \end{cases}$$

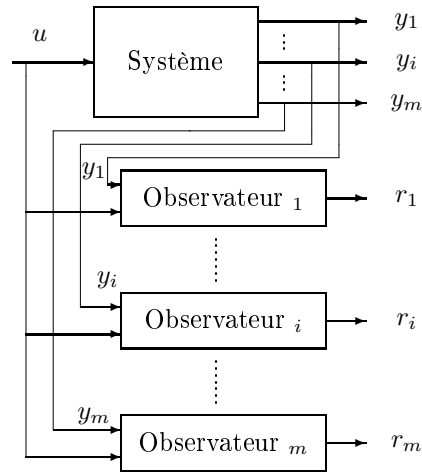


FIG. 4.4 – Schéma DOS

La logique de décision est donnée par :

$$\begin{aligned} f_1 &= r_{11} \cap \dots \cap r_{1i} \cap \dots \cap r_{1m} \\ &\quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ f_i &= r_{i1} \cap \dots \cap r_{ii} \cap \dots \cap r_{im} \\ &\quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \\ f_m &= r_{m1} \cap \dots \cap r_{mi} \cap \dots \cap r_{mm} \end{aligned}$$

Ce schéma permet la localisation de défauts simultanés.

- c) **Schéma d'Observateurs Généralisés (GOS)** : Dans ce schéma chaque observateur i est piloté par tous les capteurs à l'exception d'un capteur y_i . Dans ce cas, si le défaut survient sur le capteur y_i , le résidu r_i est nul à l'exception de sa composante $r_{ii} = y_i - \hat{y}_{ii}$ et tous les autres résidus r_j sont non nuls [14]. La logique de décision est donnée par :

$$f_i = (\bar{r}_{i1} \cap \dots \cap \bar{r}_{ii+1}) \cap r_{ii} \cap (\bar{r}_{ii+1} \cap \dots \cap \bar{r}_{im}) \cap r_{1..} \cap r_{i-1} \cap \dots \cap r_{i+1} \cap \dots \cap r_m$$

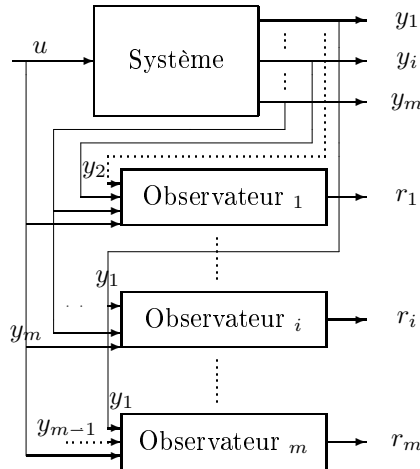


FIG. 4.5 – Schéma GOS

Ce schéma offre la possibilité de détecter et localiser uniquement les défauts non simultanés.

- **Schémas de localisation d'un défaut actionneur** : Pour détecter et localiser les défauts actionneurs, on applique des schémas analogues aux précédents avec les distinctions suivantes : 1) Construire autant d'observateurs que d'actionneurs ; 2) Chaque observateur est piloté par une seule entrée u_i dans le cas du schéma DOS et 3) Chaque observateur est piloté par l'ensemble des entrées sauf une dans le cas du schéma GOS. De plus, les observateurs utilisés sont particuliers et appelés observateurs à entrées inconnues (UIO).

4.1.2 Observateur à entrées inconnues (UIO)

Ces observateurs généralement utilisés pour découpler l'effet des entrées inconnues sur l'estimation d'état sont aussi exploités pour résoudre le problème de découplage des défauts en diagnostic [25]. Soit

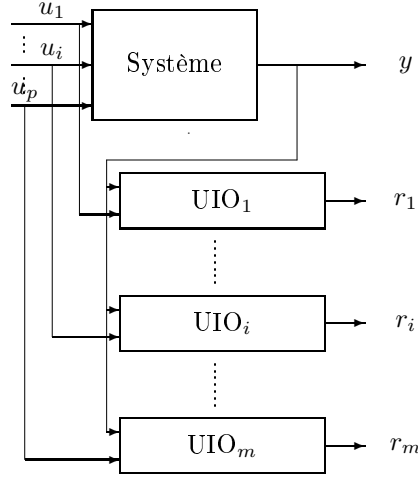


FIG. 4.6 – Schéma DOS avec les observateurs UIO

le système

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Ef(t) + Rd(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.11)$$

Où $f \in \mathfrak{R}^p$ est le vecteur des défauts actionneurs, $d \in \mathfrak{R}^{n_d}$ le vecteur des entrées inconnues et $R \in \mathfrak{R}^{n \times n_d}$ est la matrice de distribution des entrées inconnues. L'observateur UIO est de la forme (4.2) [12]. La dynamique de l'erreur d'estimation est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = Fe(t) + (T - (I_n - NC))Bu(t) + (TA - FT + GC)x(t) \\ \quad + TEf(t) + TRd(t) \\ r(t) = Ce(t) \end{cases} \quad (4.12)$$

Dans un premier temps, afin de favoriser la détection des défauts, les UIO sont synthétisés de façon à découpler l'effet des entrées inconnues sur le résidu. Ce qui revient à réaliser :

$$r(t) = 0 \quad \text{si} \quad f(t) = 0 \quad \text{et} \quad \forall u, x, d \quad (4.13)$$

$$r(t) \neq 0 \quad \text{si} \quad f(t) \neq 0 \quad \text{et} \quad \forall u, x, d \quad (4.14)$$

Pour satisfaire (4.13), il suffit que :

$$T = I_n - NC \quad (4.15)$$

$$TA - FT + GC = 0 \quad (4.16)$$

$$TR = 0 \quad (4.17)$$

Dans ce cas là, la dynamique de l'erreur devient :

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = Fe(t) + TEf(t) \\ r(t) = Ce(t) \end{cases} \quad (4.18)$$

Pour que (4.14) soit satisfaite il faut que :

$$TE \neq 0 \quad (4.19)$$

En découplant l'effet des entrées inconnues d sur le résidu, on assure une insensibilité du résidu par rapport à ces entrées et on évite par conséquent les fausses alarmes. De ce fait, une détection n'est due qu'à la présence des défauts f . Cependant, dans l'objectif de localiser par la suite le défaut f_i occurrent parmi l'ensemble des défauts f , il faudrait assurer que son effet sur le résidu soit différent de celui des autres. Pour cela, on cherche à rendre un résidu insensible à un seul défaut et insensible aux autres. Dans ce cas, il faut découpler l'effet du défaut f_i par rapport à celui des autres $f_{j \neq i}$. L'objectif à atteindre est alors :

$$r(t) = 0 \quad \text{si} \quad f_i(t) = 0 \quad \text{et} \quad \forall u, x, d, f_j \quad (4.20)$$

$$r(t) \neq 0 \quad \text{si} \quad f_i(t) \neq 0 \quad \text{et} \quad \forall u, x, d, f_j \quad (4.21)$$

Réécrivons le système :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + E_i f_i(t) + E_j f_j + Rd(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (4.22)$$

Sous les conditions (4.15,4.16,4.17) précédentes, la dynamique de l'erreur s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = Fe(t) + TE_i f_i(t) + TE_j f_j(t) \\ r(t) = Ce(t) \end{cases} \quad (4.23)$$

Afin de réaliser (4.20) et (4.21). Il faut satisfaire les conditions :

$$\begin{aligned} TE_i &\neq 0 \\ TE_j &= 0 \quad \forall j \neq i \end{aligned} \quad (4.24)$$

La localisation peut désormais se faire par la construction du schéma (4.7) où chaque observateur est piloté par toutes les entrées u et y . Chaque observateur génère un vecteur résidu r_i sensible uniquement au défaut f_i .

$$\begin{cases} r_i(t) = 0, & f_i(t) = 0 \quad \forall f_j \\ r_i(t) \neq 0, & f_i(t) \neq 0 \end{cases} \quad (4.25)$$

La table de signature correspondante est donnée par :

Ce schéma permet de localiser les défauts simultanés. En effet si par exemple f_1 et f_2 surviennent simultanément, seuls les résidus r_1 et r_2

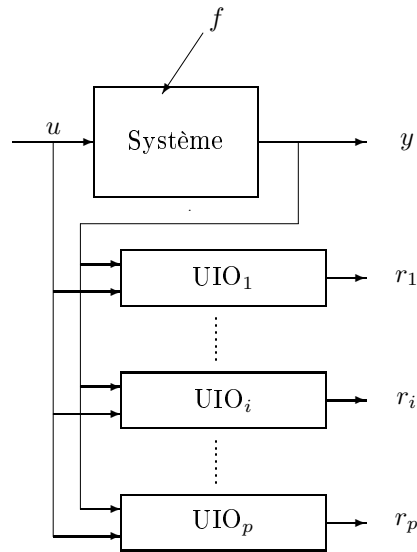


FIG. 4.7 – Schéma DOS

	$f_1 \neq 0$..	$f_i \neq 0$..	$f_p \neq 0$
r_1	1	..	0	..	0
\vdots
r_i	0	..	1	..	0
\vdots
r_p	0	..	0	..	1

TAB. 4.3 – Table de signature : Cas1 des défauts actionneurs

sont non nuls. Cependant, même si les conditions de découplage sont simples, elles sont néanmoins très difficiles à satisfaire. En effet, les conditions (4.24) et (4.17) nécessitent de déterminer une matrice T orthogonale à R et E_j ce qui n'est pas toujours possible. Une alternative est d'alléger ces conditions en considérant le problème inverse où chaque observateur est insensible à un seul défaut f_i et sensibles à tous les autres $f_{j \neq i}$.

$$\begin{cases} r_i(t) = 0, & f_i(t) \neq 0 \\ r_i(t) \neq 0, & f_j(t) \neq 0 \quad \forall j \neq i \end{cases} \quad (4.26)$$

La table de signature devient :

	$f_1 \neq 0$..	$f_i \neq 0$..	$f_p \neq 0$
r_1	0	..	1	..	1
\vdots
r_i	1	..	0	..	1
\vdots
r_p	1	..	1	..	0

TAB. 4.4 – Table de signature : Cas2 des défauts actionneurs

Ce nouveau schéma présente des conditions de découplage moins restrictives que le précédent schéma. Cependant, il permet uniquement une localisation de défauts non simultanés. Par ailleurs, sachant que la probabilité d'occurrence de défauts simultanés est très faible, nous conservons dans la suite de l'étude ce schéma. Dans l'hypothèse où le découplage parfait n'est pas satisfait, nous proposons de minimiser un critère de performance qui est choisi selon les spécifications désirées. On peut citer les spécifications suivantes :

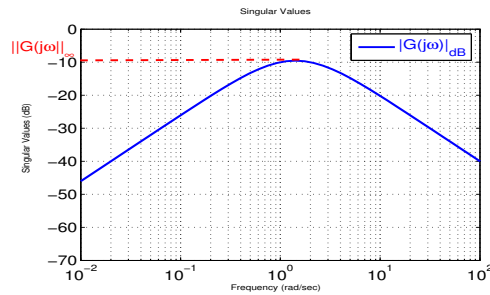
- a) Minimiser la sensibilité maximale du résidu aux perturbations

$$J = \|T_{dr}\|_{\infty}$$

où $\|T_{dr}\|_{\infty}$ représente la norme H_{∞} de la fonction de sensibilité du résidu r par rapport aux perturbations d . Rappelons que la norme H_{∞} d'un transfert $G(j\omega)$ est définie par :

$$\|G(j\omega)\|_{\infty} = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(G(j\omega))$$

$\bar{\sigma}$ représente la valeur singulière maximale de $G(j\omega)$

FIG. 4.8 – Norme H_{∞} d'un système

- b) Minimiser la sensibilité maximale du résidu aux perturbations et assurer une sensibilité maximale aux défauts

$$J = \frac{\|T_{dr}\|_{\infty}}{\|T_{fr}\|_{\infty}}$$

Où T_{f_r} représente la fonction de sensibilité du résidu par rapport au défaut f .

- c) Minimiser la sensibilité maximale du résidu au défaut f_i et assurer une sensibilité maximale aux autres défauts $f_{j \neq i}$

$$J = \frac{\|T_{f_i r}\|_{\infty}}{\|T_{f_j r}\|_{\infty}}$$

Où $T_{f_i r}$ et $T_{f_j r}$ représentent les fonctions de sensibilité du résidu r par rapport aux défauts f_i et f_j respectivement.

- d) Maximiser le plus petit effet d'un défaut f_i sur le résidu par rapport au plus grand effet des autres défauts $f_{j \neq i}$ sur ce même résidu

$$J = \frac{\|T_{f_i r}\|_{-}}{\|T_{f_j r}\|_{\infty}}$$

où

$$\|T_{f_i r}(j\omega)\|_{-} = \inf_{\omega} \sigma_{\min}(T_{f_i r}(j\omega))$$

σ_{\min} est la valeur singulière minimale de $T_{f_i r}(j\omega)$.

Les spécifications peuvent parfois englober une combinaison de ces critères en réalisant par exemple les critères b) et c) ou b) et d).

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \frac{\|T_{dr}\|_{\infty}}{\|T_{f_r}\|_{\infty}} \\ \text{et} \\ \min \frac{\|T_{f_i r}\|_{\infty}}{\|T_{f_j r}\|_{\infty}} \end{array} \right. \quad (4.27)$$

ou bien

$$\left\{ \begin{array}{l} \min \frac{\|T_{dr}\|_{\infty}}{\|T_{f_r}\|_{\infty}} \\ \text{et} \\ \max \frac{\|T_{f_i r}\|_{-}}{\|T_{f_j r}\|_{\infty}} \end{array} \right. \quad (4.28)$$

Dans le cas où seul le critère H_{∞} est utilisé, on parlera d'observateur H_{∞} et dans le cas où les deux critères H_{∞} et H_{-} sont utilisés, on parlera d'observateurs mixtes H_{∞}/H_{-} .

4.1.3 Observateur H_{∞}

L'observateur H_{∞} proposé est un observateur de Luenberger de la forme (4.2) dont les paramètres sont synthétisés (dans le cas du diagnostic) tels que :

$$F \text{ stable} \quad (4.29)$$

$$T = I_n - NC \quad (4.30)$$

$$TA - FT + GC = 0 \quad (4.31)$$

$$\|T_{f_i r}(j\omega)\|_\infty \leq \gamma \quad (4.32)$$

Cela permet d'atténuer l'influence des défauts f_i sur le résidu r . Pour satisfaire les conditions ci-dessus, nous écrivons les conditions algébriques sous la forme matricielle suivante :

$$[T \quad N \quad F \quad G] \begin{bmatrix} I_n & A \\ C & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix} = [I_n \quad 0]$$

Posons $\Theta = \begin{bmatrix} I_n & A \\ C & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix}$, $\Psi = [I_n \quad 0]$.

Si la condition

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \Theta \\ \Psi \end{bmatrix} = \text{rang}(\Theta)$$

alors $[T \quad N \quad F \quad G]$ est donnée par la relation :

$$[T \quad N \quad F \quad G] = \Psi\Theta^+ - K(I_{2n+2p} - \Theta\Theta^+) \quad (4.33)$$

Où Θ^+ est la pseudoinverse de Θ et $K \in \mathfrak{R}^{2(n) \times n}$ une matrice arbitraire qu'on pourra fixer afin de satisfaire les conditions (4.29) et (4.32). D'après (4.33), chaque paramètre T, F, G et N peut s'écrire sous la forme :

$$T = \chi_T - K\beta_T, \quad N = \chi_N - K\beta_N, \quad F = \chi_0 - K\beta_0$$

Où

$$\chi_T = \Psi\Theta^+\varphi_T, \quad \beta_T = (I_{2n+2p} - \Theta\Theta^+)\varphi_T$$

$$\chi_0 = \Psi\Theta^+\varphi_0, \quad \beta_0 = (I_{2n+2p} - \Theta\Theta^+)\varphi_0$$

$$\varphi_T = \begin{bmatrix} I_n \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \varphi_0 = \begin{bmatrix} A \\ 0 \\ 0 \\ C \end{bmatrix}$$

La dynamique de l'erreur devient :

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = (\chi_0 - K\beta_0)e(t) + (\chi_T - K\beta_T)E_i f_i(t) \\ r(t) = Ce(t) \end{cases} \quad (4.34)$$

Où K est fixée de sorte à réaliser les conditions (4.29) et (4.32). Il existe différentes méthodes, parmi elles la méthode de Lyapunov que nous adoptons ici. Selon Lyapunov, le système (4.34) est asymptotiquement stable avec une atténuation de l'effet de l'entrée f_i sur le résidu r s'il existe une fonction Lyapunov $V(e(t)) = e^T(t)Pe(t)$, $P = P^T > 0$ et un gain K tels que pour une valeur donnée du scalaire $\gamma > 0$, on ait :

$$\dot{V}(t) + r^T(t)r(t) - \gamma^2 f_i^T(t)f_i(t) < 0 \quad (4.35)$$

\Leftrightarrow

$$e^T [P\chi_0 + \chi_0^T P - PK\beta_0 - (PK\beta_0)^T + C^T C] e - \gamma^2 f_i^T f_i + e^T P(\chi_T - K\beta_T)E_i f_i + [e^T P(\chi_T - K\beta_T)E_i f_i]^T < 0 \quad (4.36)$$

\Leftrightarrow

$$\zeta^T \begin{bmatrix} P\chi_0 + \chi_0^T P - PK\beta_0 - (PK\beta_0)^T + C^T C & P(\chi_T - K\beta_T)E_i \\ (P(\chi_T - K\beta_T)E_i)^T & -\gamma^2 I_f \end{bmatrix} \zeta < 0$$

$$\text{Où } \zeta = \begin{bmatrix} e \\ f_i \end{bmatrix}$$

Il s'agit d'une inégalité non linéaire matricielle dont les inconnues sont P et K . En posant $U = PK$, l'inégalité précédente se réécrit

$$\begin{bmatrix} P\chi_0 + \chi_0^T P - U\beta_0 - (U\beta_0)^T + C^T C & (P\chi_T - U\beta_T)E_i \\ ((P\chi_T - U\beta_T)E_i)^T & -\gamma^2 I_f \end{bmatrix} < 0$$

laquelle devient une Inégalité Linéaire Matricielle (LMI) en P et U dont la résolution numérique donne $K = UP^{-1}$. La valeur de K permet de déduire les paramètres de l'observateur F, T, G et N .

4.1.4 Observateur robuste

Soit le système incertain représenté dans l'espace d'état par :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(\Delta)x(t) + B(\Delta)u(t) \\ y(t) = C(\Delta)x(t) \end{cases} \quad (4.37)$$

Où Δ représente le caractère incertain et $A(\Delta), B(\Delta), C(\Delta)$ sont les matrices incertaines du modèle. Les incertitudes peuvent paraître explicitement ou implicitement dans le modèle. Elles peuvent être représentées sous forme affine ou en LFT (Transformée Fractionnaire Linéaire). La représentation (4.37) est équivalente à :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = M(\Delta) \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Où $M(\Delta) = \begin{bmatrix} A(\Delta) & B(\Delta) \\ C(\Delta) & 0 \end{bmatrix}$. Soit $M = M(0)$ le modèle nominal [23].

Incertitudes polytopiques

Soit le polytope de sommets $M^{(j)}, j \in \{1, \dots, N\}$. Il est défini comme étant l'enveloppe convexe de ces matrices. Les modèles incertains polytopiques sont définis par un polytope sur le modèle $M(\Delta)$. Cette modélisation revient à considérer que le système est l'enveloppe convexe des modèles extrêmes $M^{(j)}$. Ce type d'incertitudes est représenté en coordonnées baricentriques.

$$M(\Delta) = \sum_{j=1}^N s_j M^{(j)}, \sum_{j=1}^N s_j = 1, 0 \leq s_j \leq 1, \forall j \in \{1, \dots, N\}$$

Où s_j sont les coordonnées des sommets dans le repère barycentrique. Les incertitudes polytopiques sont implicites puisque les paramètres incertains ne paraissent pas directement mais sont représentés par leurs coordonnées

$$\text{barycentriques. } M(\Delta) = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^N s_j A^{(j)} & \sum_{j=1}^N s_j B^{(j)} \\ \sum_{j=1}^N s_j C^{(j)} & 0 \end{bmatrix}$$

Robustesse vis-vis des Incertitudes polytopiques

- **Stabilité selon Lyapunov en présence d'incertitudes polytopiques** Le système incertain $\dot{x}(t) = A(\Delta)x(t)$ est quadratiquement stable s'il existe une matrice P symétrique définie positive unique telle qu'elle vérifie simultanément la stabilité de tous les modèles correspondant aux sommets :

$$A^{T(j)}P + PA^{(j)} < 0, \forall j \in \{1, \dots, N\}$$

- **Observateur robuste vis-à-vis d'incertitudes polytopiques** Il s'agit de trouver les paramètres T, N, F et G de l'observateur qui vérifient simultanément la convergence asymptotique de l'erreur d'estimation pour tous les modèles correspondant aux sommets du polytope.

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = Fe(t) + (J - TB^{(j)})u(t) + (TA^{(j)} - FT + GC^{(j)} - FNC^{(j)})x(t) \\ r(t) = C^{(j)}e(t) \end{cases} \quad (4.39)$$

Incertitudes bornées

Dans ce type d'incertitudes, la modélisation est plus générale puisqu'elle consiste à isoler la partie incertaine et la représenter comme un opérateur agissant en rétroaction sur le système nominal. Cette modélisation est basée sur la transformée fractionnaire linéaire (LFT). Où $w(t)$ et $z(t)$ sont des

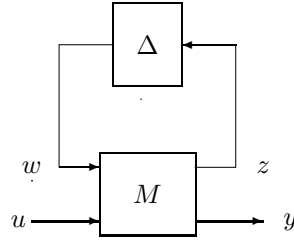


FIG. 4.9 – Schéma LFT

signaux fictifs.

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_w \\ D_w \end{bmatrix} w(t) \\ w(t) = \Delta z(t) \\ z(t) = \begin{bmatrix} C_z & D_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} + D_{zw} w(t) \end{cases} \quad (4.40)$$

Robustesse vis-vis des Incertitudes bornées avec atténuation des perturbations w sur z

– Stabilité selon Lyapunov en présence d'incertitudes bornées

Le système incertain

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_w w(t) \\ z(t) = C_z x(t) \end{cases}$$

est quadratiquement stable s'il existe une matrice P symétrique définie positive unique telle que la fonction Lyapunov $V(x(t)) = x^T(t)Px(t)$ vérifie :

$$\dot{V}(x) + z^T z - \gamma^2 w^T w < 0$$

$$x^T (A^T P + PA + C_z^T C_z) x + x^T P B_w w(t) + w^T(t) (P B_w)^T x(t) - \gamma^2 w^T w < 0$$

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} PA + A^T P + C_z^T C_z & P B_w \\ (P B_w)^T & -\gamma^2 I_w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} < 0$$

– Observateur robuste vis-à-vis d'incertitudes bornées avec atténuation des perturbations w sur z

Les paramètres T, N, F et G de l'observateur doivent vérifier

$$\dot{V}(e) + r_z^T r_z - \gamma^2 w^T w < 0$$

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = Fe(t) + B_w w(t) \\ r_z(t) = C_z e(t) \\ r(t) = Ce(t) \end{cases} \quad (4.41)$$

4.2 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les notions de base du diagnostic par observateurs. Nous développons dans le chapitre suivant une extension de ces résultats à une classe de systèmes plus large qui concerne les systèmes à retards.

Chapitre 5

Observateurs pour systèmes à retards

5.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présentons nos méthodes de synthèse d'observateurs pour les systèmes à retards. Dans un premier temps, le problème d'analyse de la stabilité des systèmes à retards est présenté. Puis naturellement, nous présentons la conception d'observateurs pour le diagnostic.

5.2 Analyse de stabilité des systèmes à retards

Les systèmes à retards sont largement présents dans divers domaines de l'industrie : chimie, biologie, réseaux, etc. La présence du retard dans un système peut avoir un effet **stabilisant** par exemple pour le système $\ddot{x} + x(t) - \frac{1}{2}x(t - \tau) = 0$, mais également un effet **déstabilisant** par exemple pour le système $\dot{x}(t) = -x(t - \tau)$. Ignorer la présence de ce retard peut induire à des conclusions erronées sur la stabilité du système. C'est pourquoi, l'analyse de stabilité de ce type de systèmes a fait l'objet de nombreux travaux [15].

Le retard peut être soit fixe et connu, soit fixe et inconnu, soit variant dans le temps avec une variation limitée ($\dot{\tau} < 1$) ou non.

Le système à retards peut être représenté dans l'espace fréquentiel ou dans l'espace temporel. Dans ce dernier, les systèmes sont décrits par des équations ou fonctionnelles différentielles.

L'analyse de stabilité des systèmes à retards dans le domaine temporel est basée sur la théorie de Lyapunov qui consiste à trouver une fonction de l'état $V(x)$ telle que $V(x) > 0$ et $\dot{V}(x) < 0$.

Le choix appropriée de la fonctionnelle est souvent basé sur le type de stabilité recherchée. On distingue deux classes de stabilité concernant les systèmes à retards [15]. 1) La stabilité **indépendante** du retard définie comme étant la stabilité garantie pour n'importe quelle valeur et taille du retard et 2) La stabilité **dépendante** du retard qui est assurée pour certaines valeurs du retard. Nous présentons ci-après les approches issues de ces deux classes.

5.2.1 Approche indépendante du retard

Dans cette approche, les conditions de stabilité ne contiennent pas d'information sur le retard et génèrent des conditions algébriques simples. Cette approche garantie la stabilité du système pour toutes valeurs des retards.

Afin d'illustrer l'approche, considérons le système à états retardés suivant :

$$\dot{x}(t) = A_0x(t) + A_1x(t - \tau) \quad (5.1)$$

Où x est l'état du système, $x(t - \tau)$ l'état retardé et τ le retard. Le système est dit asymptotiquement stable s'il existe une fonctionnelle V de la forme :

$$V(t, x) = x^T(0)Px(0) + \int_{-\tau}^0 x^T(s)Sx(s)ds$$

telle que $\dot{V} < 0$ avec P et S des matrices symétriques définies positives.

$$\begin{aligned} \dot{V} = & x^T(t)(A_0^T P + PA_0 + S)x(t) + \sum_{i=1}^2 x^T(t - \tau)A_1^T Px(t) \\ & + x^T(t)PA_1x(t - \tau) - x^T(t - \tau)Sx(t - \tau) \end{aligned} \quad (5.2)$$

$$\dot{V}(x) < 0 \Leftrightarrow \zeta(t)\Gamma\zeta(t) < 0, \forall \zeta(t) \neq 0 \Rightarrow \Gamma < 0$$

$$\text{Où } \zeta(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t - \tau) \end{bmatrix} \text{ et } \Gamma = \begin{bmatrix} A_0^T P + PA_0 + S & PA_1 \\ A_1^T P & -S \end{bmatrix}$$

Le système est asymptotiquement stable s'il existe $P = P^T > 0$, $S = S^T > 0$ telles que $\Gamma < 0$.

Ces conditions sont simples et ne dépendent pas du retard. Elles sont donc robustes dans le cas des retards incertains [10]. Cependant en pratique, lorsque le retard n'est pas parfaitement connu, il est généralement estimé et il est plus approprié parfois même inévitable d'incorporer cette information dans l'étude de la stabilité [10]. Par ailleurs, ces conditions exigent que le système sans retards soit stable (pour $\tau = 0$, $(A_0 + A_1)$ Hurwitz) ce qui restreint le nombre de systèmes et induit à un certain conservatisme. Les recherches ont été par la suite focalisées sur la valeur maximale du retard τ_m pour laquelle la stabilité asymptotique est garantie.

5.2.2 Approche dépendante du retard

Cette approche prend en compte l'information sur les retards et génère des conditions qui dépendent de ces informations. Dans ce cas, la fonctionnelle utilisée est celle de Lyapunov-Krasovskii de la forme suivante [52] :

$$V(t, \varphi) = x^T(t)Px(t) + x^T(t) \int_{-\tau}^0 P_1(s)x(t+s)ds + \left(\int_{-\tau}^0 x^T(t+s)P_1^T(s)ds \right) x(t) + \int_{-\tau}^0 \int_{\tau}^0 x^T(t+s)P_2(s, \sigma)x(t+s)dsd\sigma \quad (5.3)$$

Où P_1 , P_2 et P sont des matrices qui doivent vérifier un ensemble d'équations algébriques, ordinaires et aux dérivées partielles [38]. Elle implique un nombre infini d'LMIs et un calcul très difficile [52]. Les travaux de recherche ont alors été focalisés sur la résolution d'un nombre fini d'LMIs tout en réduisant son conservatisme.

Ces méthodes sont généralement basées sur une transformation du système en la forme la plus adéquate pour appliquer la fonctionnelle Lyapunov-Krasovskii [74]. Cette transformation se fait en remplaçant les termes retardés par un ensemble d'équations sans retard plus des intégrales afin qu'en dérivant la fonctionnelle, les retards apparaissent. La transformation souvent utilisée est celle de la formule de Newton-Leibnitz donnée ci-après :

$$x(t) - x(t - \tau) = \int_{t-\tau}^t \dot{x}(s)ds$$

La nouvelle fonctionnelle s'écrit alors :

$$V(t, \varphi) = \varphi^T(0)P\varphi(0) + \int_{-\tau}^0 \varphi^T(s)S\varphi(s)ds + \int_{-\tau}^0 \int_s^0 \varphi^T(\sigma)R\varphi(\sigma)d\sigma ds$$

dont la dérivée est sous la forme :

$$\dot{V} = \zeta^T(t)\Gamma\zeta(t) + \text{termes négatifs}$$

où $\zeta = \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t - \tau) \end{bmatrix}$. Une condition suffisante pour que le système soit asymptotiquement stable est qu'il existe pour τ_m donné, des matrices $P = P^T > 0$, $S = S^T > 0$ et $R = R^T > 0$ telles que $\Gamma < 0$:

Cas des systèmes à retards variants dans le temps

Soit le système

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1x(t - \tau(t)) \quad (5.4)$$

Où

$$0 \leq \tau(t) \leq \tau_m, 0 \leq \dot{\tau}(t) \leq d < 1$$

Le système (5.4) est asymptotiquement stable $\forall \tau(t) < \tau_m$ et $\dot{\tau}(t) < d$ s'il existe une fonctionnelle

$$V(t, \varphi) = \varphi^T(0)P\varphi(0) + \int_{-\tau}^0 \varphi^T(s)S\varphi(s)ds + \int_{-\tau}^0 \int_s^0 \varphi^T(\sigma)R\varphi(\sigma)d\sigma ds$$

telle que

$$\dot{V} < 0$$

$$\varphi(s) = x(t+s)$$

$$V(t, \varphi) = x^T(t)Px(t) + \int_{-\tau}^0 x^T(t+s)Sx(t+s)ds + \int_{-\tau}^0 \int_s^0 \dot{x}^T(t+\sigma)R\dot{x}(t+\sigma)d\sigma ds$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{x}^T(t)Px(t) + x^T(t)P\dot{x}(t) + x^T(t)Sx(t) - (1 - \dot{\tau})x^T(t - \tau)Sx(t - \tau) \\ &\quad + \tau \dot{x}^T(t)R\dot{x}(t) - \int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}^T(\sigma)R\dot{x}(\sigma)d\sigma \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \dot{x}^T(t)Px(t) + x^T(t)P\dot{x}(t) + x^T(t)Sx(t) - (1 - d)x^T(t - \tau(t))Sx(t - \tau(t)) \\ &\quad + \tau_m \dot{x}^T(t)R\dot{x}(t) - \int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}^T(\sigma)R\dot{x}(\sigma)d\sigma \end{aligned} \quad (5.6)$$

$\dot{V}(t) = x^T(t)\Gamma_1 x(t) + \text{termes négatifs} + \text{intégrales de termes croisés}$.

Contrairement au systèmes à temps invariants, il faut savoir borner les termes croisés (Termes croisés $\leq f(x)$) de façon à satisfaire

$$\dot{V} \leq x^T(t)\Gamma_1 x(t) + f(x) < 0$$

Les conditions de stabilité dépendent cette fois du retard maximum et de sa variation maximale. Mais ces conditions restent conservatives. Ceci est généralement dû à deux choses : 1) La méthode utilisée pour transformer le système original et 2) la manière de majorer les termes croisés [55] [27].

1. Approche basée sur la transformation du système et la détermination d'une borne supérieure des termes croisés

Il existe quatre différentes approches pour la transformation du système original [27].

1. Représenter le système sous forme d'un système de premier ordre en remplaçant les termes retardés par la relation de Newton-Leibnitz dans le système (5.1) [32] :

$$\dot{x}(t) = (A_0 + A_1)x(t) - A_1 \int_{t-\tau(t)}^t [A_0 x(s) + A_1 x(s - \tau(t))] ds \quad (5.7)$$

La stabilité du système (5.1) est alors jugée par celle de (5.7). Cela dit, l'inverse est incorrect puisqu'on passe d'un système à retard unique à un système à retards distribués qui présente des dynamiques supplémentaires par rapport à l'original. Les deux systèmes ne sont donc pas

équivalents et le retard critique τ_m à partir duquel le second système devient instable n'est pas forcément celui le retard critique pour le système original. Par conséquent, l'utilisation de cette transformation pour juger la stabilité du système original induit un conservatisme [75] [32].

2. Représenter le système par un système neutre. Ceci revient à
a) utiliser la transformation de Newton-Leibnitz.

$$\dot{x}(t) = (A_0 + A_1)x(t) - A_1 \int_{t-\tau(t)}^t \dot{x}(s)ds \quad (5.8)$$

- b) représenter le système sous forme d'un système neutre.

$$\frac{d}{dt}[x(t) + A_1 \int_{t-\tau(t)}^t x(s)ds] = (A_0 + A_1)x(t) \quad (5.9)$$

- c) juger la stabilité du système original par celle du système neutre. Même si le système neutre ne présente pas de dynamiques supplémentaires, l'analyse de sa stabilité requiert par contre des contraintes supplémentaires qui conduisent à un conservatisme [51].

3. Utiliser un modèle type-descriptor. Fridman dans [26] a développé une nouvelle transformation du système qui donne des résultats moins conservatifs. Il s'agit de

- a) remplacer les termes retardés par la relation Newton-Leibnitz.

- b) représenter le système par un modèle appelé descriptor de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = y(t) \\ 0 = (A + A_1)x(t) - y(t) - A_1 \int_{t-\tau(t)}^t y(s)ds \end{cases}$$

\Leftrightarrow

$$\begin{bmatrix} I_n & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ A_0 + A_1 & -I_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} - \int_{t-\tau(t)}^t \begin{bmatrix} 0 \\ A_1 \end{bmatrix} y(s)ds$$

\Leftrightarrow

$$E\dot{\bar{x}}(t) = \bar{A}_0\bar{x}(t) - \int_{t-\tau(t)}^t \begin{bmatrix} 0 \\ A_1 \end{bmatrix} y(s)ds$$

Où $\bar{x}(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix}$, $E = \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$, $\bar{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ A_0 + A_1 & -I_n \end{bmatrix}$

- c) Considérer la fonctionnelle Lyapunov-Krasovskii de la forme

$$V(t) = \bar{x}^T(t)EP\bar{x}(t) + \int_{-\tau}^0 \int_{t+\theta}^t y^T(s)Ry(s)ds + \int_{t-\tau(t)}^t y^T(s)Sy(s)ds$$

Où $P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ P_2 & P_3 \end{bmatrix}$, $P_1 > 0$, $EP = P^T E \geq 0$ et $R > 0$.

$$\dot{V}(t) \leq \bar{x}^T(t)\Gamma_1\bar{x}(t) - (1-d)y(t-\tau(t))^T Sy(t-\tau(t)) - \int_{t-\tau_m}^t y^T(s)Ry(s)ds + \eta(t)$$

$\dot{V}(t) \leq \zeta^T(t)\Gamma_1\zeta(t) + \text{Termes négatifs} + \text{Termes croisés}$.

$$\text{Où } \zeta(t) = \begin{bmatrix} \bar{x}(t) \\ y(t - \tau) \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_1 = P^T \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ A_0 + A_1 & -I_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & (A_0 + A_1)^T \\ I_n & -I_n \end{bmatrix}^T P + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & S + \tau_m R \end{bmatrix}$$

$$\text{et le terme croisé } \eta(t) = -2 \int_{t-\tau(t)}^t \bar{x}^T(t) P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_1 \end{bmatrix} y(s) ds$$

Le système est asymptotiquement stable s'il existe P, R et S tels que $\bar{x}^T(t)\Gamma_1\bar{x}(t) + \text{Termes négatifs} + \text{Termes croisés} < 0$.

Le problème reste alors à **borner le terme croisé**. Pour cela, il existe différentes approches.

- **Première inégalité de Park** : Fridman a utilisé dans [26] la première inégalité de Park définie par [53] :

Pour $a, b \in \mathfrak{R}^n$, on a :

$$-2ab \leq \inf_{Q>0} [a^T Q a + b^T Q^{-1} b] \quad (5.10)$$

En remplaçant $b = \bar{x}(t) P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_1 \end{bmatrix}$, $a = y(t)$ et $Q = R$. On obtient :

$$\eta(t) \leq \tau \bar{x}^T(t) P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_1 \end{bmatrix} R^{-1} \begin{bmatrix} 0 & A_1^T \end{bmatrix} P \bar{x}(t) + \int_{t-\tau(t)}^t y^T(t) R y(t)$$

De ce fait, on obtient :

$$\dot{V}(t) \leq \bar{x}^T(t) \Gamma \bar{x}(t)$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_1 & \tau_m P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_1 \end{bmatrix} \\ \tau_m \begin{bmatrix} 0 & A_1^T \end{bmatrix} P & -\tau_m R \end{bmatrix}$$

Donc, il suffit que $\Gamma < 0$ pour que le système soit asymptotiquement stable. Cela dit, si on observe l'inégalité de Park, on a $[a^T Q a + b^T Q^{-1} b] \geq 0$ même si $-2ab < 0$. Ce qui est conservatif. Park dans ses travaux [53], a alors développé une seconde inégalité moins conservative. Soit M une matrice quelconque de dimension appropriée.

- **Seconde inégalité de Park** : La seconde inégalité de Park s'écrit [53] :

$$-2ab \leq \inf_{Q>0} [(a + Mb)^T Q (a + Mb) + b^T Q^{-1} b + 2b^T M b] \quad (5.11)$$

et par conséquent

$$-\int_{\Omega} 2a(\alpha)b(\alpha)d\alpha \leq \int_{\Omega} \begin{bmatrix} a(\alpha) \\ b(\alpha) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & QM \\ M^T Q & (M^T Q + I_n)Q^{-1}(QM + I_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(\alpha) \\ b(\alpha) \end{bmatrix} d\alpha \quad (5.12)$$

- **Inégalité de Moon et Park** : Il s'agit d'une inégalité encore moins conservative qui est l'extension des deux précédentes. Soit Y , \mathcal{N} et Z des matrices quelconques de dimensions appropriées et telles que

$$\begin{bmatrix} Q & Y \\ Y^T & Z \end{bmatrix} \geq 0$$

alors l'inégalité est donnée par [49] :

$$-2a(\alpha)\mathcal{N}b(\alpha)d\alpha \leq \inf_{Q,Y,Z} \begin{bmatrix} a(\alpha) \\ b(\alpha) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & Y - \mathcal{N}^T \\ Y^T - \mathcal{N} & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(\alpha) \\ b(\alpha) \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Et par conséquent :

$$-\int_{\Omega} 2a(\alpha)\mathcal{N}b(\alpha)d\alpha \leq \int_{\Omega} \begin{bmatrix} a(\alpha) \\ b(\alpha) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & Y - \mathcal{N}^T \\ Y^T - \mathcal{N} & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a(\alpha) \\ b(\alpha) \end{bmatrix} d\alpha$$

Nous remarquons que pour $Y = \mathcal{N}^T$ et $Z = Q^{-1}$, on retrouve la première inégalité de Park (5.10). Et pour $\mathcal{N} = I$, $Y = \mathcal{N}^T + QM$ et $Z = (M^T Q + \mathcal{N})Q^{-1}(QM + \mathcal{N}^T)$, on retrouve la seconde inégalité de Park (5.11).

4. Utiliser un modèle type-descriptor et l'inégalité de Park et Moon pour borner les termes croisés. Fridman, dans [27] a exploité les travaux de [49] pour borner le terme croisé et obtenir des résultats meilleurs en posant : $b = \bar{x}(t)$, $\mathcal{N} = P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_1 \end{bmatrix}$, $a = y(t)$, $Q = R$ et $Z = Z$

$$\eta(t) < \int_{t-\tau(t)}^t \begin{bmatrix} y(s) \\ \bar{x}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} R & Y - \mathcal{N}^T \\ Y^T - \mathcal{N} & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y(s) \\ \bar{x}(t) \end{bmatrix} ds$$

$$\dot{V} < 0 \implies \zeta^T(t)\Gamma\zeta(t) < 0$$

$$\text{Où } \zeta = \begin{bmatrix} \bar{x}(t) \\ x(t - \tau(t)) \end{bmatrix},$$

$$\Psi_1 = P^T \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ A_0 & -I_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & I_n \\ A_0 & -I_n \end{bmatrix}^T P + \begin{bmatrix} S & 0 \\ 0 & \tau_m R \end{bmatrix} + hZ + \begin{bmatrix} Y \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y \\ 0 \end{bmatrix}^T$$

$$\text{et } \Gamma = \begin{bmatrix} \Psi_1 & P^T \begin{bmatrix} 0 \\ A_1 \end{bmatrix} - Y \\ \begin{bmatrix} 0 & A_1^T \end{bmatrix} P - Y^T & -(1-d)S \end{bmatrix} < 0$$

2. Approche sans transformation de modèle ni borne supérieure des termes croisés.

He et al [32] ont développé une méthode de stabilité dépendante du retard mais sans avoir recours à la transformation du modèle du système ni aux différentes inégalités citées précédemment. Mais plutôt en ajoutent des matrices arbitraires pour représenter la relation entre les différents termes de la fonctionnelle. La fonctionnelle Lyapunov-Krasovskii considérée est

$$V(t) = x^T(t)Px(t) + \int_{-\tau}^0 \int_{t+\theta}^t \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds + \int_{t-\tau(t)}^t x^T(s)Sx(s)ds$$

Où $P = P^T > 0$, $S = S^T > 0$ et $Z = Z^T > 0$. La formule de Newton-Leibnitz est prise en compte en ajoutant à la dérivée de la fonctionnelle V le terme suivant :

$$2[x^T(t)N_1 + x^T(t-\tau(t))N_2 + \dot{x}(t)N_3] \times [x(t) - x(t-\tau(t)) - \int_{t-\tau}^t \dot{x}(s)ds] = 0 \quad (5.14)$$

Où N_1 , N_2 et N_3 sont des matrices arbitraires qui représentent la relation entre les termes de la formule de Leibnitz. De même la relation (5.15) est utilisée

$$2[x^T(t)T_1 + x^T(t-\tau(t))T_2 + \dot{x}(t)T_3] \times [\dot{x}(t) - A_0x(t) - A_1x(t-\tau(t))] = 0 \quad (5.15)$$

D'un autre côté, il exploite la relation :

$$\tau_m \eta^T(t)X\eta(t) - \int_{t-\tau(t)}^t \eta^T(s)X\eta(s)ds \geq 0, \forall X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} \\ X_{12}^T & X_{22} & X_{23} \\ X_{13}^T & X_{23}^T & X_{33} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (5.16)$$

$$\text{Où } \eta(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\tau(t)) \end{bmatrix}.$$

La dérivée de la fonctionnelle est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= x^T(t)(PA_0 + A_0^T P)x(t) + 2x^T(t)PA_1x(t-\tau(t)) + x^T(t)Sx(t) \\ &\quad - (1 - \dot{\tau}(t))x^T(t-\tau(t))Sx(t-\tau(t)) + \tau_m \dot{x}^T(t)Z\dot{x}(t) - \int_{t-\tau}^t \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds \end{aligned} \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq x^T(t)(PA_0 + A_0^T P)x(t) + 2x^T(t)PA_1x(t-\tau(t)) + x^T(t)Sx(t) \\ &\quad - (1 - d)x^T(t-\tau(t))Sx(t-\tau(t)) + \tau_m \dot{x}^T(t)Z\dot{x}(t) - \int_{t-\tau}^t \dot{x}^T(s)Z\dot{x}(s)ds \\ &\quad + (5.14) + (5.16) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \dot{V} \leq \zeta^T(t)\Gamma\zeta(t) - \int_{t-\tau}^t \zeta^T(t,s)\Psi\zeta(t,s)$$

$$\text{Avec } \zeta(t) = \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t - \tau(t)) \\ \dot{x}(t) \end{bmatrix}, \Gamma = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} + \tau_m X_{11} & \Gamma_{12} + \tau_m X_{12} & \Gamma_{13} + \tau_m X_{13} \\ \Gamma_{12}^T + \tau_m X_{12}^T & \Gamma_{22} + \tau_m X_{22} & \Gamma_{23} + \tau_m X_{23} \\ \Gamma_{13}^T + \tau_m X_{13}^T & \Gamma_{23}^T + \tau_m X_{23}^T & \Gamma_{33} + \tau_m X_{33} \end{bmatrix}$$

$$\text{et } \Psi = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} & N_1 \\ X_{12}^T & X_{22} & X_{23} & N_2 \\ X_{13}^T & X_{23} & X_{33} & N_3 \\ N_1^T & N_2^T & N_3^T & Z \end{bmatrix} \geq 0$$

Si $\Psi > 0$ et $\Gamma < 0$ alors $\dot{V} < 0$. En appliquant le lemme de Schur, cela revient à résoudre la LMI :

$$\begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} & \tau_m N_1 \\ \Gamma_{12}^T & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} & \tau_m N_2 \\ \Gamma_{13}^T & \Gamma_{23} & \Gamma_{33} & \tau_m N_3 \\ \tau_m N_1^T & \tau_m N_2^T & \tau_m N_3^T & -\tau_m Z \end{bmatrix} < 0 \quad (5.18)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{11} &= Q + N_1 + N_1^T - A_0^T T_1^T - T_1 A_0, \\ \Gamma_{12} &= N_2^T - N_1 - A_0^T T_2^T - T_1 A_1, \\ \Gamma_{13} &= P + N_3^T + T_1 - A_0^T T_3^T \\ \Gamma_{22} &= -(1-d)Q - N_2 - N_2^T - T_2 A_1 - A_1^T T_2^T \\ \Gamma_{23} &= -N_3^T + T_2 - A_1^T T_3^T \\ \Gamma_{33} &= \tau_m Z + T_3 + T_3^T \end{aligned}$$

Cette approche est l'extension des travaux de Park et Moon. Puisque pour un système à retard invariant et pour $X_{12} = X_{22} = T = 0$, on retrouve les résultats de [49]. Cette approche permet de déterminer les valeurs appropriées des matrices T_i , N_i , Z et X_{ij} par la résolution d'LMIs.

Dans son article [41], Lin a développé une nouvelle fonctionnelle Lyapunov-Krasovskii qui permet d'introduire des matrices arbitraires supplémentaires induisant à une plus grande flexibilité.

$$\begin{aligned} V(t) &= x^T(t) P x(t) + \int_{-\tau}^0 \int_{t+\theta}^t \begin{bmatrix} x(s) \\ \dot{x}^T(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & U \\ U^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ \dot{x}(s) \end{bmatrix} ds \\ &+ \int_{t-\tau(t)}^t \begin{bmatrix} x(s) \\ \dot{x}^T(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S & W \\ W^T & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(s) \\ \dot{x}(s) \end{bmatrix} ds \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\begin{aligned} &2[x^T(t)N_1 + x^T(t - \tau(t))N_2 + \dot{x}(t)N_3 + \dot{x}(t - \tau(t))N_4] \\ &\times [x(t) - x(t - \tau(t)) - \int_{t-\tau}^t \dot{x}(s)ds] = 0 \end{aligned} \quad (5.20)$$

$$\begin{aligned} &2[x^T(t)T_1 + x^T(t - \tau(t))T_2 + \dot{x}(t)T_3 + \dot{x}(t - \tau(t))T_4 + \int_{t-\tau}^t x(s)dsT_5] \\ &\times [\dot{x}(t) - A_0 x(t) - A_1 x(t - \tau(t))] = 0 \end{aligned} \quad (5.21)$$

$$\dot{V} \leq \eta^T(t)\Gamma\eta(t) - \int_{t-\tau(t)}^t [\eta^T(s)\bar{N} + \zeta^T(s)\bar{Z}]\bar{Z}^{-1}[\bar{N}^T\eta(t) + \bar{Z}^T\zeta(s)]ds$$

$$\text{Où } \zeta = \begin{bmatrix} x(t) \\ x(t-\tau(t)) \\ \dot{x}(t) \\ \dot{x}(t-\tau(t)) \end{bmatrix}, \bar{N} = \begin{bmatrix} A_0^T T_5^T & N_1 \\ A_1^T T_5^T & N_2 \\ -T_5^T & N_3 \\ 0 & N_4 \end{bmatrix}, \bar{Z} = \begin{bmatrix} S & W \\ W^T & Z \end{bmatrix},$$

$$\Gamma = \Omega + \tau_m \bar{N} \bar{Z}^{-1} \bar{N}^T, \Omega = \begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} & \Omega_{13} & \Omega_{14} \\ * & \Omega_{22} & \Omega_{23} & \Omega_{24} \\ * & * & \Omega_{33} & \Omega_{34} \\ * & * & * & \Omega_{44} \end{bmatrix}$$

Les LMIs à résoudre sont alors :

$$\bar{Z} > 0 \quad (5.22)$$

$$\begin{bmatrix} \Omega & \bar{N} \\ \bar{N}^T & -\tau_m \bar{Z} \end{bmatrix} < 0 \quad (5.23)$$

Basés sur ces récents résultats ainsi que sur les résultats cités auparavant, nous développons ci-après différents d'observateurs pour systèmes à retards dont l'objectif final est de réaliser le diagnostic de défauts.

5.3 Observateurs pour des systèmes à retards

Nous présentons dans cette partie de l'étude les étapes suivies pour la conception d'observateurs UIO, H_∞ et H_∞ robustes. Mais d'abord, nous donnons un aperçu sur les différents observateurs déjà développés dans la littérature dédiés aux systèmes à retards.

Darouach [18] a développé un observateur sans retards internes pour estimer l'état d'un système à états retardés dont les retards varient et sont bornés. La synthèse de cet observateur a fait appel à la résolution de contraintes algébriques mais aussi d'LMIs. Les contraintes LMIs sont dépendantes du retard.

Concernant les observateurs à entrées inconnues, on peut citer les travaux [67] où un UIO pour des systèmes à états retardés a été développé en utilisant un observateur type-Luenberger sans retards internes sur la base de résolution d'équations algébriques. Dans [29], un UIO avec et sans retard interne est développé pour un système à états retardés. Les paramètres de l'UIO sont déterminés par la résolution de contraintes algébriques en utilisant la méthode de la pseudoinverse et par résolution LMI. [66] a développé un UIO basé sur l'approche de Lyapunov-Razumikhin. l'UIO est destiné à

des fins de diagnostic. Cependant, aucune étude sur les observateurs pour systèmes à états et entrées retardés n'est considérée.

Contrairement aux travaux existants, nous considérons dans notre étude une classe plus large de systèmes à retards. En effet, les systèmes considérés sont des systèmes à états et entrées retardés de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=0}^{n_\tau} A_i x(t - \tau_i(t)) + \sum_{i=0}^{n_\tau} B_i u(t - \tau_i(t)) + E f(t) \\ y(t) = C x(t) \end{cases} \quad (5.24)$$

Où $x \in \mathfrak{R}^n$ est l'état du système, $u \in \mathfrak{R}^p$ est l'entrée, $y \in \mathfrak{R}^m$ est la sortie et $f \in \mathfrak{R}^{n_f}$ le défaut affectant le système. Les matrices $A_0 \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ et $B_0 \in \mathfrak{R}^{n \times p}$ sont respectivement les matrices d'état et d'entrée. $A_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ et $B_i \in \mathfrak{R}^{n \times p}$ pour $i = 1, n_\tau$ sont respectivement les matrices d'état retardés et d'entrées retardées. $C \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ est la matrice de sortie et $E \in \mathfrak{R}^{n \times n_f}$ est la matrice de défauts. $\tau_i, i = 1, n_\tau$ sont les multiples retards variants dans le temps tels que :

$$\begin{cases} \tau_i(t) = 0 & \text{pour } i = 0 \\ 0 \leq \tau_i(t) \leq h_i & \text{et } 0 \leq \dot{\tau}_i(t) \leq d_i < 1 & \text{pour } i = 1, n_\tau \end{cases} \quad (5.25)$$

Pour cette classe de systèmes nous développons des observateurs de type Luenberger de structure semblable à celle du système :

$$\begin{cases} \dot{z}(t) = \sum_{i=0}^{n_\tau} F_i z(t - \tau_i(t)) + \sum_{i=0}^{n_\tau} T B_i u(t - \tau_i(t)) + \sum_{i=0}^{n_\tau} G_i y(t - \tau_i(t)) \\ \hat{x}(t) = z(t) + N y(t) \\ \hat{y}(t) = C \hat{x}(t) \end{cases} \quad (5.26)$$

Où $\hat{x} \in \mathfrak{R}^n$ et $\hat{y} \in \mathfrak{R}^m$ sont respectivement l'estimée de l'état x et de la sortie y , $z = T x \in \mathfrak{R}^n$ est l'état de l'observateur, u et y sont les entrées de l'observateur. Les matrices $T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $N \in \mathfrak{R}^{n \times m}$, $F_i \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ et $G_i \in \mathfrak{R}^{n \times m}$ sont les paramètres de l'observateur à déterminer de façon à satisfaire les objectifs désirés.

Cela dit, pour simplifier la synthèse des observateurs, nous considérons les systèmes à deux retards uniquement ($n_\tau = 2$) sachant que la méthode peut se généraliser à n_τ retards.

Conditions de détectabilité

Le système (5.24) est détectable si :

$$\text{rang} \begin{bmatrix} sI_n - \sum_{i=0}^2 A_i & E \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + n_f \quad (5.27)$$

5.4 Conception des observateurs UIO

Dans cette partie, nous développons un observateur à entrées inconnues de la forme (5.28) dont les paramètres doivent être fixés de façon à rendre la dynamique de l'erreur d'estimation $e = x - \hat{x}$ asymptotiquement nulle quelque soient les entrées u , les conditions initiales x et les défauts f .

La dynamique de l'erreur d'estimation est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \sum_{i=0}^2 F_i e(t - \tau_i(t)) + \sum_{i=0}^2 (T - (I_n - NC)) B_i u(t - \tau_i(t)) + \\ \sum_{i=0}^2 (F_i T - T A_i + G_i C) x(t - \tau_i(t)) - T E f(t) \\ r(t) = C e(t) \end{cases} \quad (5.28)$$

Comme présenté dans le chapitre précédent, ceci peut se réaliser si on impose les conditions suivantes :

1.

$$T = I_n - NC \quad (5.29)$$

2.

$$F_i = T A_i - \bar{G}_i C \quad (5.30)$$

3.

$$\bar{G}_i = G_i - F_i N \quad (5.31)$$

4.

$$T E = 0 \quad (5.32)$$

Par conséquent, la dynamique de l'erreur se réduit à

$$\dot{e}(t) = \sum_{i=0}^2 F_i e(t - \tau_i(t)) \quad (5.33)$$

et le problème revient à trouver les matrices F_i telles que le système (5.33) soit asymptotiquement stable.

Afin d'y parvenir, nous adoptons deux étapes. La première consiste à résoudre les conditions algébriques par la méthode de la pseudoinverse généralisée qui nous offre des degrés de liberté nous permettant de passer à la seconde étape qui consiste à satisfaire la stabilité asymptotique.

5.4.1 Résolution des conditions algébriques

Réécrivons les conditions (5.45) et (5.47) sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} T & N & F_0 & \bar{G}_0 & F_1 & \bar{G}_1 & F_2 & \bar{G}_2 \end{bmatrix} \Theta_1 = \Psi_1 \quad (5.34)$$

Avec

$$\Theta_1 = \begin{bmatrix} I_n & E & A_0 & A_1 & A_2 \\ C & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -I_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -C \end{bmatrix} \in \mathfrak{R}^{(4n+4p) \times (4n+q)}$$

et

$$\Psi_1 = [I_n \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \in \mathfrak{R}^{n \times (4n+q)}.$$

Lemme 1 *Il existe une solution $[T \ N \ F_0 \ \bar{G}_0 \ F_1 \ \bar{G}_1 \ F_2 \ \bar{G}_2]$ satisfaisant (5.34) si et seulement si la condition de découplage des entrées inconnues :*

$$\text{rang}(CE) = \text{rang}(E) \quad (5.35)$$

est vérifiée. Cette condition est celle que l'on trouve généralement dans la synthèse des UIO standards [16]

Preuve 1 *La solution*

$[T \ N \ F_0 \ \bar{G}_0 \ F_1 \ \bar{G}_1 \ F_2 \ \bar{G}_2]$ de (5.34) dépend du rang de la matrice Θ_1 . Une solution existe si et seulement si [60]

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \Theta_1 \\ \Psi_1 \end{bmatrix} = \text{rang} \Theta_1 \quad (5.36)$$

En utilisant cette relation (5.36) et la définition de la matrice Θ_1 et Ψ_1 , on obtient

$$\text{rang} \begin{bmatrix} I_n & E \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + \text{rang} E \quad (5.37)$$

Définissons la matrice non singulière $V_0 = \begin{bmatrix} I_n & 0 \\ C & -I_p \end{bmatrix}$, alors

$$\begin{aligned} (5.37) &\Leftrightarrow \text{rang} V_0 \begin{bmatrix} I_n & E \\ C & 0 \end{bmatrix} = n + \text{rang} E \\ &\Leftrightarrow \text{rang} CE = \text{rang} E \end{aligned}$$

Ce qui complète la preuve

De [60], et sous (5.35), la solution générale de (5.34) est :

$$\begin{bmatrix} T & N & F_0 & \bar{G}_0 & F_1 & \bar{G}_1 & F_2 & \bar{G}_2 \end{bmatrix} = \Psi_1 \Theta_1^+ - K(I_{2n+2p} - \Theta_1 \Theta_1^+) \quad (5.38)$$

Où Θ_1^+ est la pseudoinverse de Θ_1 et $K \in \mathfrak{R}^{2(n+p) \times n}$ est une matrice arbitraire qu'on pourra fixer afin de satisfaire les conditions non algébriques (5.33). De la même manière que dans le chapitre précédent, les paramètres de la solution F_i peuvent s'écrire sous la forme :

$$F_i = \chi_i - K\beta_i$$

Où

$$\chi_i = \Psi_1 \Theta_1^+ \varphi_i, \beta_i = (I_{2n+2p} - \Theta_1 \Theta_1^+) \varphi_i$$

$$\text{Avec } \varphi_0 = \begin{bmatrix} A_0 \\ 0 \\ 0 \\ -C \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \varphi_1 = \begin{bmatrix} A_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -C \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ et } \varphi_2 = \begin{bmatrix} A_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -C \end{bmatrix}$$

En remplaçant la solution (5.38) dans la condition 5) du théorème 1),

$$\begin{bmatrix} F_0 & F_1 & F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T & N & F_0 & \bar{G}_0 & F_1 & \bar{G}_1 & F_2 & \bar{G}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 & A_1 & A_2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & -C & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C \end{bmatrix}$$

Par conséquent la dynamique de l'erreur devient :

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \sum_{i=0}^2 (\chi_i - K\beta_i) e(t - \tau_i(t)) \\ r(t) = Ce(t) \end{cases} \quad (5.39)$$

5.4.2 Résolution des conditions non algébriques

Le problème revient à trouver la matrice K telle que le système (5.49) est asymptotiquement stable. Pour cela basé sur les travaux de Fridman dans [27], nous énonçons le théorème suivant :

Théorème 1 *Sous la condition de découplage (5.35) et pour des valeurs données de ϵ_i , $i = 1, 2$, il existe une matrice K telle que l'observateur (5.28)*

est asymptotiquement stable pour toute fonction différentiable $\tau_i(t)$ satisfaisant pour tout $t \geq 0$, $0 < \tau_i(t) \leq h_i$, $\dot{\tau}_i(t) \leq d_i < 1$, $i = 1, 2$ s'il existe $n \times n$ matrices $Q_1 = Q_1^T > 0$, $Q_2, Q_3, \bar{Z}_{i_1}, \bar{Z}_{i_2}, \bar{Z}_{i_3}, \bar{S}_i = \bar{S}_i^T > 0$, $\bar{R}_i = \bar{R}_i^T > 0$ pour $i = 1, 2$ et $U \in \mathbb{R}^{n \times (4n+4p)}$ qui satisfont les LMIs suivantes :

$$\begin{bmatrix} \bar{\alpha}_{11} & \bar{\alpha}_{12} & 0 & 0 & Q_2^T & Q_2^T \\ * & \bar{\alpha}_{22} & \bar{\alpha}_{23} & \bar{\alpha}_{24} & Q_3^T & Q_3^T \\ * & * & \bar{\alpha}_{33} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \bar{\alpha}_{44} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -h_1^{-1}\bar{R}_1 & 0 \\ * & * & * & * & * & -h_2^{-1}\bar{R}_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (5.40)$$

$$\begin{bmatrix} \bar{R}_i & 0 & \epsilon_i \bar{R}_i A_i \\ * & \bar{Z}_{i_1} & \bar{Z}_{i_2} \\ * & * & \bar{Z}_{i_3} \end{bmatrix} \geq 0 \quad ; \quad i = 1, 2 \quad (5.41)$$

Où

$$\begin{aligned} \bar{\alpha}_{11} &= Q_2 + Q_2^T + \sum_{i=1}^2 h_i \bar{Z}_{i_1} + \sum_{i=1}^2 \bar{S}_i \\ \bar{\alpha}_{12} &= Q_3 - Q_2^T + \sum_{i=0}^2 \epsilon_i (Q_1^T \chi_i - U \beta_i) + \sum_{i=1}^2 h_i \bar{Z}_{i_2} \\ \bar{\alpha}_{22} &= -Q_3 - Q_3^T + \sum_{i=1}^2 h_i \bar{Z}_{i_3} \\ \bar{\alpha}_{23} &= (\chi_1^T - A_1^T \epsilon_1) Q_1 - \beta_1^T U^T \\ \bar{\alpha}_{33} &= -(1 - d_1) \bar{S}_1 \\ \bar{\alpha}_{24} &= (\chi_2^T - A_2^T \epsilon_2) Q_1 - \beta_2^T U^T \\ \bar{\alpha}_{44} &= -(1 - d_2) \bar{S}_2 \end{aligned}$$

La matrice K est donnée par

$$K = Q_1^{-1} U \quad (5.42)$$

Preuve 2 Voir Annexe A.

Algorithme 1 Cas I) Sous (5.35) et (5.27) choisir $\epsilon_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $i = 1, 2$ et résoudre les LMIs (5.40) et (5.41) avec $Q_1 = Q_1^T > 0$, $Q_2, Q_3, \bar{S}_i = \bar{S}_i^T > 0$, $\bar{Z}_{i_1}, \bar{Z}_{i_2}, \bar{Z}_{i_3}, U$ et $R_i = R_i^T > 0$, $i = 1, 2$. D'après (5.42), (5.38) et la condition 4) du théorème 2, déduire les matrices $K, T, N, F_i, \bar{G}_i, G_i$, $i = 0, 1, 2$ respectivement. ∇

5.4.3 Schéma de diagnostic

Afin de détecter et localiser les p défauts $f = \delta u$, on construit un banc de n_f observateurs générant chacun un résidu

$$r_j = y - C \hat{x}_j, \quad j = 1, 2, \dots, p$$

Où le résidu r_j est insensible au défaut f_j et sensible aux $p-1$ autres défauts $f_{\bar{j}}$. La table de signature associée est alors donnée par :

If	r_1	r_2	\dots	r_p
$f_1 \neq 0$	0	1	\dots	1
$f_2 \neq 0$	1	0		\vdots
\vdots	\vdots	\vdots		1
$f_p \neq 0$	1	\dots	1	0

L'état \hat{x}_j est la sortie du j^{me} observateur

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= \sum_{i=0}^2 F_i z(t - \tau_i(t)) + \sum_{i=0}^2 T B_i u(t - \tau_i(t)) \\ &+ \sum_{i=0}^2 G_i y(t - \tau_i(t)) \\ \hat{x}_j(t) &= z(t) + N y(t) \end{aligned}$$

qui est conçu pour le j^{ime} défaut (5.52).

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=0}^2 A_i x(t - \tau_i(t)) + \sum_{i=0}^2 B_i u(t - \tau_i(t)) + E_j f_j(t) + E_{\bar{j}} f_{\bar{j}} \\ y(t) = C x(t) \end{cases} \quad (5.43)$$

Où $E_j = B_{0_j}$, $E_{\bar{j}} = [\dots B_{0_{j-1}} \quad B_{0_{j+1}} \quad \dots]$, $f_j(t) = \delta u_j$, $f_{\bar{j}} = [\dots \delta u_{j-1} \quad \delta u_{j+1} \quad \dots]^T$ et B_{0_j} la j^{ime} colonne de B_0 . Sous $f_{\bar{j}} = 0$, les matrices $F_i, G_i, i = 0, 1, 2, T$ et N sont déterminées telles que $\hat{x}_j(t)$ converge asymptotiquement vers $x(t)$ en l'absence de défauts $f_{\bar{j}}$ et pour n'importe $\varphi_1(t), \varphi_2(t), \varphi_3(t), y, u, f_j$. Tant que $E_{\bar{j}}$ est linéairement indépendante de la matrice de distribution des entrées inconnues E_j alors

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \sum_{i=0}^2 F_i e(t - \tau_i(t)) + T E_{\bar{j}} f_{\bar{j}} \\ r_j(t) = C e(t) \end{cases}$$

et $r_j(t) \neq 0$ pour $f_j \neq 0$. En utilisant les p résidus, la j^{ime} alarme suivante peut être construite

$$\begin{aligned} a_j &= r_1 \cap \dots \cap r_{j-1} \cap r_{j+1} \cap \dots \cap r_m \quad , \quad j = 1, 2, \dots, m \\ &= 1 \text{ si } \delta u_j \neq 0 \\ &= 0 \text{ sinon} \end{aligned}$$

A noter que pour augmenter l'insensibilité face aux entrées inconnues, le cas des défauts non simultanés est uniquement considéré. En pratique, la probabilité que les défauts surviennent simultanément est infinitésimale.

5.4.4 Application aux canaux d'irrigation

Dans cette partie, nous exposons les résultats obtenus lors de l'application de l'observateur développé dans ce chapitre sur le système de canal

présenté dans le chapitre Modélisation. En se basant sur le modèle décrit par les matrices (2.31), la condition de découplage (5.35) est satisfaite. Un observateur UIO de la forme (5.28) peut donc être conçu pour notre système.

Dans ce cas, le diagnostic peut se faire en construisant un banc de deux observateurs où l'observateur₁ est insensible au défaut $f_1(t)$ et l'observateur₂ est insensible à $f_2(t)$. La table de signature associée est donnée par :

Si	r_1	r_2
$f_1 \neq 0$	0	1
$f_2 \neq 0$	1	0

L'approche dépendante des retards est appliquée pour $h_1 = \tau_1$, $h_2 = \tau_2$ et $d_1 = d_2 = 0$.

5.4.5 Résultats de la synthèse

$$\begin{aligned}
 F_{01} &= \begin{bmatrix} -0.6724 & 0.0022 \\ -0.0024 & -0.6724 \end{bmatrix}, F_{11} = \begin{bmatrix} 0.0518 & -0.0002 \\ 0.0003 & 0.0519 \end{bmatrix}, F_{21} = \begin{bmatrix} -0.0222 & 0.0000 \\ -0.0000 & -0.0225 \end{bmatrix} \\
 G_{01} &= \begin{bmatrix} 0.0000 & -0.0014 \\ 0.0000 & 0.0323 \end{bmatrix}, G_{11} = \begin{bmatrix} -0.0000 & 0.0004 \\ -0.0000 & -0.0252 \end{bmatrix}, G_{21} = \begin{bmatrix} -0.0035 & -0.0001 \\ 0.2949 & 0.0109 \end{bmatrix} \\
 T_1 &= \begin{bmatrix} -0.0000 & -0.0057 \\ 0.0000 & 0.4866 \end{bmatrix}, N_1 = \begin{bmatrix} 1.0000 & 0.0057 \\ -0.0000 & 0.5134 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

En utilisant l'algorithme 1, nous avons obtenu les résultats suivants :

a) Observateur₁ est insensible à f_1 , le paramètre T_1 obtenu de cet observateur vérifie :

$$T_1 E_1 = 10^{-16} \begin{pmatrix} -0.4597 \\ +0.4162 \end{pmatrix} \approx 0 \text{ alors que } T_1 E_2 = \begin{pmatrix} -0.0022 \\ -0.1838 \end{pmatrix}$$

b) Observateur₂ est insensible à f_2 et son paramètre T_2 vérifie :

$$T_2 E_2 = 10^{-15} \begin{pmatrix} -0.3747 \\ -0.3053 \end{pmatrix} \approx 0 \text{ alors que } T_2 E_1 = \begin{pmatrix} 0.0941 \\ 0.1061 \end{pmatrix}$$

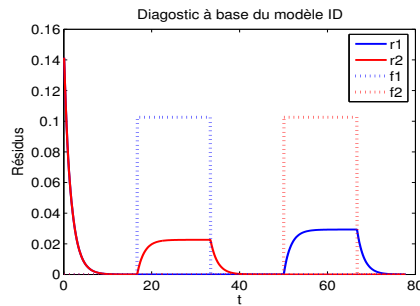


FIG. 5.1 – Simulation sur le modèle ID

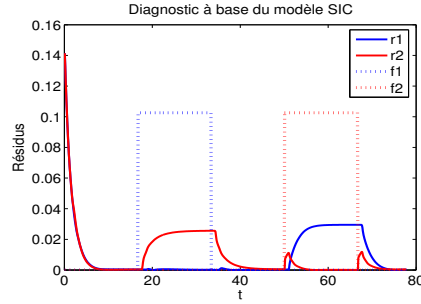


FIG. 5.2 – Simulation sur SIC

Afin d'illustrer le schéma du diagnostic, on génère non simultanément des biais de 3 cm chacun sur une vanne de régulation. Nous pouvons observer sur les figures 5.1 et 5.2 que :

- Avant 3 h, la période qui marque l'absence des défauts, les résidus tendent vers zéro ce qui signifie une estimation correcte de l'état.
- A 3 h, le défaut f_1 survient sur la vanne u_1 . L'observateur₁ synthétisé pour être insensible à f_1 maintient le résidu r_1 à zéro pendant que le résidu r_2 généré par l'observateur₂ sensible à f_2 est différent de zéro.
- Le même phénomène arrive lorsque le défaut f_2 survient sur la vanne u_2 rendant le résidu r_1 différent de zéro et r_2 nul.

La figure 5.1 montre les trois cas considérés :

Simulation 1	$f_1 \neq 0$	$f_2 = 0$
Simulation 2	$f_1 = 0$	$f_2 \neq 0$
Simulation 3	$f_1 = 0$	$f_2 = 0$

Auxquels correspondent les résultats suivants qui sont en concordance avec la table de signature :

Résultat 1	$r_1 = 0$	$r_2 \neq 0$
Résultat 2	$r_1 \neq 0$	$r_2 = 0$
Résultat 3	$r_1 = 0$	$r_2 = 0$

5.5 Observateurs H_∞

Un découplage parfait des entrées inconnues n'est pas toujours possible. Nous proposons dès lors une atténuation de transfert des entrées inconnues sur le résidu en appliquant une synthèse H_∞ . Les conditions à vérifier pour que l'observateur (5.28) soit un observateur H_∞ sont :

1.

$$T = I_n - NC \quad (5.44)$$

2.

$$F_i = TA_i - \bar{G}_i C \quad (5.45)$$

3.

$$\bar{G}_i = G_i - F_i N \quad (5.46)$$

4.

$$\|T_{fr}(s)\|_\infty < \gamma \quad (5.47)$$

5.5.1 Résolution des conditions algébriques

Réécrivons les conditions (5.45) et (5.47) sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} T & N & F_0 & \bar{G}_0 & F_1 & \bar{G}_1 & F_2 & \bar{G}_2 \end{bmatrix} \Theta_2 = \Psi_2 \quad (5.48)$$

$$\text{Avec } \Theta_2 = \begin{bmatrix} I_n & A_0 & A_1 & A_2 \\ C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -I_n & 0 & 0 \\ 0 & -C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -I_n & 0 \\ 0 & 0 & -C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_n \\ 0 & 0 & 0 & -C \end{bmatrix} \text{ et } \Psi_2 = \begin{bmatrix} I_n & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Si la condition

$$\text{rang} \begin{bmatrix} \Theta_2 \\ \Psi_2 \end{bmatrix} = \text{rang}(\Theta_2)$$

alors l'équation (5.48) présente la solution générale :

$$\begin{bmatrix} T & N & F_0 & \bar{G}_0 & F_1 & \bar{G}_1 & F_2 & \bar{G}_2 \end{bmatrix} = \Psi_2 \Theta_2^+ - K(I_{2n+2p} - \Theta_2 \Theta_2^+)$$

Où Θ_2^+ est la pseudoinverse de Θ_2 et $K \in \mathfrak{R}^{2(n+p) \times n}$ une matrice arbitraire qu'on pourra fixer afin de satisfaire les conditions non algébriques (5.33). De la même manière que dans le chapitre précédent, les paramètres de la solution F_i et T peuvent s'écrire sous la forme : $F_i = \chi_i - K\beta_i$ et $T = \chi_T - K\beta_T$ Où

$$\chi_i = \Psi_2 \Theta_2^+ \varphi_i, \beta_i = (I_{2n+2p} - \Theta_2 \Theta_2^+) \varphi_i$$

et

$$\chi_T = \Psi_2 \Theta_2^+ \varphi_T, \beta_T = (I_{2n+2p} - \Theta_2 \Theta_2^+) \varphi_T$$

$$\text{Avec } \varphi_0 = \begin{bmatrix} A_0 \\ 0 \\ 0 \\ -C \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \varphi_1 = \begin{bmatrix} A_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -C \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \varphi_2 = \begin{bmatrix} A_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -C \end{bmatrix} \text{ et } \varphi_T = \begin{bmatrix} I_n \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Par conséquent la dynamique de l'erreur devient :

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = \sum_{i=0}^2 (\chi_i - K\beta_i) e(t - \tau_i(t)) + (\chi_T - K\beta_T) f(t) \\ r(t) = Ce(t) \end{cases} \quad (5.49)$$

5.5.2 Résolution des conditions non algébriques

Le problème revient à trouver la matrice K telle que le système (5.49) soit asymptotiquement stable. Nous utilisons désormais les résultats de [41] pour exprimer les conditions de stabilité du système (5.49). Nous énonçons alors le théorème suivant :

Théorème 2 *L'erreur (5.49) is asymptotiquement stable tout en satisfaisant (5.47) si pour $\epsilon_i, i = 1, 6, \bar{\epsilon}_i, i = 1, 2$ fixés, il existe des matrices $Z_i > 0, S_i > 0, R_i > 0, Q_i > 0, U_i, W_i, i = 1, 2, H_i, i = 1, 7, U$ et $P > 0$ telles que les LMIs suivantes sont satisfaites :*

$$\begin{bmatrix} Q_i & U_1 \\ U_i^T & R_i \end{bmatrix} \geq 0, i = 1, 2 \quad (5.50)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi & h_1 \bar{H}_1 & h_2 \bar{H}_2 \\ * & -h_1 \bar{Z}_1 & 0 \\ * & * & -h_2 \bar{Z}_2 \end{bmatrix} < 0 \quad (5.51)$$

Où

$$\bar{Z}_i = \begin{bmatrix} S_i & W_1 \\ W_i^T & Z_i \end{bmatrix}, i = 1, 2$$

$$\bar{H}_i = \begin{bmatrix} -\bar{\epsilon}_i(P\chi_0 - U\beta_0)^T & H_1 \\ -\bar{\epsilon}_i(P\chi_1 - U\beta_1)^T & H_2 \\ -\bar{\epsilon}_i(P\chi_2 - U\beta_2)^T & H_3 \\ \bar{\epsilon}_i P & H_4 \\ 0 & H_5 \\ 0 & H_6 \\ -\bar{\epsilon}_i(P\chi_f - U\beta_f)^T & H_7 \end{bmatrix}$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} & \Phi_{14} & \Phi_{15} & \Phi_{16} & \Phi_{17} \\ * & \Phi_{22} & \Phi_{23} & \Phi_{24} & \Phi_{25} & \Phi_{26} & \Phi_{27} \\ * & * & \Phi_{33} & \Phi_{34} & \Phi_{35} & \Phi_{36} & \Phi_{37} \\ * & * & * & \Phi_{44} & \Phi_{45} & \Phi_{46} & \Phi_{47} \\ * & * & * & * & \Phi_{55} & \Phi_{56} & \Phi_{57} \\ * & * & * & * & * & \Phi_{66} & \Phi_{67} \\ * & * & * & * & * & * & \Phi_{77} \end{bmatrix}$$

Où

$$\begin{aligned} \Phi_{11} &= \sum_{i=1}^2 (h_i S_i + Q_i) + \epsilon_1 \text{Sym}(P\chi_0 - U\beta_0) + 2\text{Sym}(H_1) \\ &\quad + C^T C \\ \Phi_{12} &= \epsilon_1 (P\chi_1 - U\beta_1) + \epsilon_2 (P\chi_0 - U\beta_0)^T - H_1 + 2H_2^T \\ \Phi_{13} &= \epsilon_3 (P\chi_0 - U\beta_0)^T + \epsilon_1 (P\chi_2 - U\beta_2) + 2H_3^T - H_1 \\ \Phi_{14} &= P + \sum_{i=1}^2 (U_i + h_i W_i) + 2H_4^T + \epsilon_4 (P\chi_0 - U\beta_0)^T - \epsilon_1 P \\ \Phi_{15} &= 2H_5^T + \epsilon_5 (P\chi_0 - U\beta_0)^T \\ \Phi_{16} &= 2H_6^T + \epsilon_6 (P\chi_0 - U\beta_0)^T \\ \Phi_{17} &= 2H_7^T + \epsilon_1 (P\chi_f - U\beta_f) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Phi_{22} &= -(1-d_1)Q_1 - \text{Sym}(H_2) + \epsilon_2 \text{Sym}(P\chi_1 - U\beta_1) \\
\Phi_{23} &= -H_3^T - H_2 + \epsilon_2(P\chi_2 - U\beta_2) + \epsilon_3(P\chi_1 - U\beta_1)^T \\
\Phi_{24} &= -H_4^T + \epsilon_4(P\chi_1 - U\beta_1)^T - \epsilon_2 P \\
\Phi_{25} &= -(1-d_1)U_1 - H_5^T + \epsilon_5(P\chi_1 - U\beta_1)^T \\
\Phi_{26} &= -H_6^T + \epsilon_6(P\chi_1 - U\beta_1)^T \\
\Phi_{27} &= -H_7^T + \epsilon_2(P\chi_f - U\beta_f) \\
\Phi_{33} &= -(1-d_2)Q_2 - \text{Sym}(H_3) + \epsilon_3 \text{Sym}(P\chi_2 - U\beta_2)^T \\
\Phi_{34} &= -H_4^T + \epsilon_4(P\chi_2 - U\beta_2)^T \\
\Phi_{35} &= -H_5^T + \epsilon_5(P\chi_2 - U\beta_2)^T \\
\Phi_{36} &= -(1-d_2)U_2 - H_6^T + \epsilon_6(P\chi_2 - U\beta_2)^T \\
\Phi_{37} &= -H_7^T + \epsilon_3(P\chi_f - U\beta_f) \\
\Phi_{44} &= \sum_{i=1}^2 (R_i + h_i Z_i) + \epsilon_4 P \\
\Phi_{45} &= \epsilon_5 P \\
\Phi_{46} &= \epsilon_6 P \\
\Phi_{47} &= \epsilon_4(P\chi_f - U\beta_f) \\
\Phi_{55} &= -(1-d_1)R_1 \\
\Phi_{56} &= 0 \\
\Phi_{57} &= \epsilon_5(P\chi_f - U\beta_f) \\
\Phi_{66} &= -(1-d_2)R_2 \\
\Phi_{67} &= \epsilon_6(\chi_f - U\beta_f) \\
\Phi_{77} &= -\gamma^2 I_f
\end{aligned}$$

Le gain K est alors donnée par $K = P^{-1}U$

Preuve 3 Voir Annexe B

5.5.3 Schéma de diagnostic

Pour des fins de détection et localisation de défauts, nous construisons un schéma GOS composé d'observateurs H_∞ où chaque observateur j est synthétisé de manière à être le moins sensible à un défaut f_j . Soit le système écrit sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \sum_{i=0}^2 A_i x(t - \tau_i(t)) + \sum_{i=0}^2 B_i u(t - \tau_i(t)) + E_j f_j(t) + E_j f_j \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (5.52)$$

L'observateur j présente la structure (5.53) où la dynamique de l'erreur d'estimation est donnée par (5.54)

$$\begin{cases} \dot{z}_j(t) = \sum_{i=0}^2 F_{i,j} z_j(t - \tau_i(t)) + \sum_{i=0}^2 T_j B_i u(t - \tau_i(t)) \\ \quad + \sum_{i=0}^2 G_{i,j} y(t - \tau_i(t)) \\ \hat{x}_j(t) = z_j(t) + N_j y(t) \\ r_j(t) = y(t) - C\hat{x}_j(t) \end{cases} \quad (5.53)$$

$$\begin{cases} \dot{e}_j(t) = \sum_{i=0}^2 F_{i,j} e_j(t - \tau_i(t)) + T_j E_j f_j(t) + T_j \sum_{l \neq j} E_l f_l(t) \\ r_j(t) = C e_j(t) \end{cases} \quad (5.54)$$

Contrairement à l'UIO, le terme $T_j E_j \neq 0$. Cependant, l'observateur $_j$ est synthétisé de façon à générer un résidu r_j le peu sensible au défaut f_j (représenté par 0) et sensible à l'ensemble des défauts $r_{l \neq j}$ (représenté par 1). Cela est réalisé sous réserve que $\|T_{f_j r_j}\|_\infty < \gamma$.

$$r_j = y - C\hat{x}_j, \quad j = 1, 2, \dots, n_f$$

Ci-après, nous montrons les résultats d'application d'un tel schéma de diagnostic sur un canal d'irrigation.

5.5.4 Application aux canaux d'irrigation

Comme dans le cas des UIO, le diagnostic est fait en construisant un banc de deux observateurs où l'observateur $_1$ est le peu sensible au défaut $f_1(t)$ et l'observateur $_2$ est le peu sensible à $f_2(t)$. La table de signature associée est donnée par :

Si	r_1	r_2
$f_1 \neq 0$	0	1
$f_2 \neq 0$	1	0

5.5.5 Résultats de la synthèse

En prenant $\gamma = 1$, $\epsilon_1 = 10$, $\epsilon_2 = -1$, $\epsilon_3 = -1$, $\epsilon_4 = -10$, $\epsilon_5 = -1$, $\epsilon_6 = -1$, $\bar{\epsilon}_1 = -1$ et $\bar{\epsilon}_2 = -1$ nous obtenons les paramètres de l'observateur $_1$:

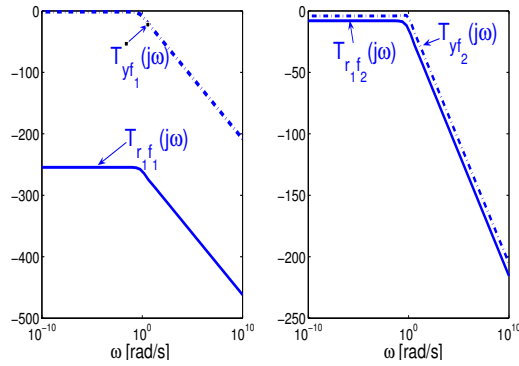
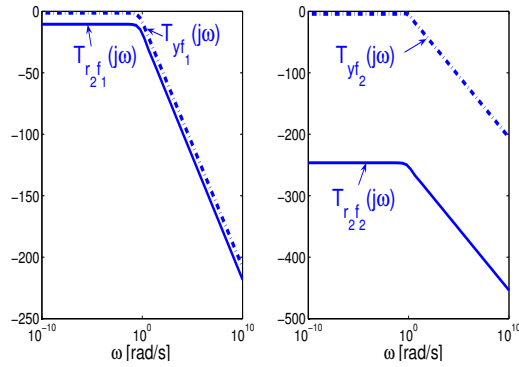
$$T_1 = \begin{bmatrix} -0.001 & 0.002 \\ -0.000 & 0.490 \end{bmatrix}, F_{01} = \begin{bmatrix} -0.638 & -0.000 \\ 0.000 & -0.6721 \end{bmatrix},$$

$$F_{11} = \begin{bmatrix} 0.043 & 0.000 \\ -0.000 & 0.076 \end{bmatrix}, F_{21} = \begin{bmatrix} -0.027 & 0.000 \\ 0.000 & -0.004 \end{bmatrix},$$

$$G_{01} = \begin{bmatrix} 0.0006 & -0.0002 \\ -0.0000 & 0.0340 \end{bmatrix}, G_{11} = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.036 \end{bmatrix},$$

$$G_{21} = \begin{bmatrix} 0.001 & -0.000 \\ 0.297 & 0.000 \end{bmatrix}, N_1 = \begin{bmatrix} 0.982 & -0.002 \\ 0.000 & 0.509 \end{bmatrix},$$

Nous pouvons voir (en trait continu) sur la fig.5.3 (respectivement sur la fig.5.4) que le transfert entre le défaut f_1 (respectivement f_2) et le résidu r_1 (respectivement r_2) est nettement plus atténué que le transfert du défaut f_2 (respectivement f_1) vers r_1 (respectivement r_2).

FIG. 5.3 – Transfert entre le résidu r_1 et les défauts f_1 et f_2 FIG. 5.4 – Transfert entre le résidu r_2 et les défauts f_1 et f_2

Afin de simuler les défauts, nous générons de façon non simultanée un biais de 3 cm sur chaque ouverture de vanne u_1 et u_2 tel que le défaut f_1 survient après 3 heures puis le second défaut f_2 survient après 9 heures. Sur la figure 5.5, nous montrons l'évolution des résidus r_1 and r_2 face à ce scénario.

Nous pouvons observer sur la figure 5.5 qu'en présence du défaut f_1 (resp. f_2), l'observateur₁ (resp. observateur₂) génère un résidu nul r_1 (resp. r_2) et l'observateur₂ (resp. observateur₁) génère un résidu non nul $r_2 \neq 0$ (resp. $r_1 \neq 0$) ce qui correspond à la table de signature. En absence de défauts $f_1 = f_2 = 0$, l'état est bien estimé comme il est montré sur la figure 5.1.

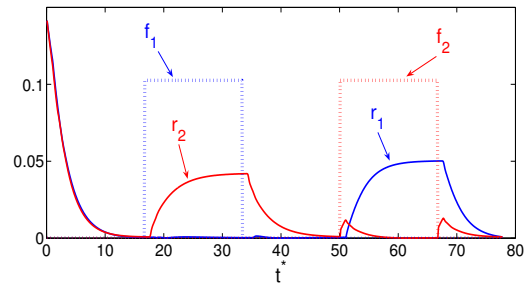


FIG. 5.5 – Test effectué sur les données SIC

Il est clair que le processus de diagnostic se déroule avec succès et en parfaite concordance avec la table de signature. Ce qui nous permet de conclure que l'objectif de l'étude est bien atteint.

5.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé des observateurs pour le diagnostic des défauts dans le cas des systèmes à retards. La synthèse de ces observateurs est résolue par inégalités linéaires matricielles. Les observateurs UIO et H_∞ ont été conçus sur la base du modèle Intégrateur Retard d'un canal d'irrigation. Le schéma de diagnostic construit avec ces observateurs est appliqué sur des données simulées de SIC. Les résultats obtenus sont satisfaisants. En effet, nous avons pu détecter et localiser des défauts non simultanés selon les tables de signature établies.

Chapitre 6

Conclusion et perspectives

Nous présentons premièrement les conclusions du travail de thèse en essayant de mettre en avant nos différentes contributions. Deuxièmement nous présentons les idées et pistes jugées intéressantes à développer.

6.1 Conclusion

Cette thèse offre une solution implémentable répondant aux problèmes de terrain tout en contribuant au développement scientifique de nouvelles méthodologies de diagnostic des canaux d'irrigation. Plus précisément, elle répond aux problèmes de validation des données mesurées, de détection et de localisation de défauts (capteurs, actionneur et/ou prélèvements abusifs) et plus généralement elle propose une méthodologie générique de conception d'observateurs pour les systèmes à retards.

6.1.1 Apport pratique

Afin de fournir des données cohérentes, de reconstruire certaines variables, de détecter et localiser les défauts occultes au sein des ouvrages (vannes, capteurs,...) que composent le canal nous appliquons premièrement une méthodologie de réconciliation de données. Elle repose sur la connaissance de modèles et des propriétés statistiques des mesures. La méthode est simple, notamment dans le cas statique où il s'agit de résoudre un problème d'optimisation sous contraintes algébriques. Dans le cas dynamique, le filtre de Kalman, largement répandu et connu pour sa simplicité de mise en oeuvre permet de résoudre le problème efficacement.

La méthode de réconciliation de données a déjà été appliquée aux canaux d'irrigation. C'est le canal de Provence qui a inauguré avec succès cette technique. Cependant, le canal de Provence est riche en équipement de mesure et de régulation. On y trouve également une redondance matérielle très importante qui a largement contribué au succès de la méthode. La majorité des

canaux si ce n'est la totalité ne bénéficie pas de cet avantage. Dans la plupart des cas, les instruments de mesure sont placés au niveau des ouvrages de régulation, la redondance matérielle est quasi inexistante, le débit n'est jamais directement mesuré mais calculé à partir des modèles d'ouvrages ou de courbe de targe.

Dans un premier temps, nous avons considéré le cas général des canaux peu instrumentés. Nous avons appliqué la méthode de réconciliation à base des seuls modèles de vanne et de courbe de tarage dans le but de valider localement les mesures. Les données considérées sont des données réelles du canal de Gignac. Cette application a permis de valider les mesures, détecter les défauts occultes et reconstruire le débit. Cependant par manque de redondance, nous n'avons pas pu localiser l'origine du défaut.

Dans un deuxième temps, nous avons considéré le cas des canaux tels que le Canal de Gignac qui bénéficient de la mesure de la vitesse de l'écoulement et d'un modèle de corde de vitesse. Comparés au cas précédent, les résultats obtenus ont offert la possibilité de localiser le défaut, partiellement ou totalement dans un cas particulier.

De plus, l'application de la réconciliation de données sur une période de 3 mois a permis de révéler un résultat très intéressant. En effet, il a été montré que le modèle de courbe de tarage établi juste après la mise en eau du canal n'était plus fiable dès que les algues commencent à pousser.

Nous avons par la suite appliqué la réconciliation de données dynamique basée sur le filtre de Kalman afin de valider les mesures, détecter et localiser les défauts de façon globale. Le modèle du canal utilisé pour la conception du filtre est issu des équations de Saint-Venant linéarisées représenté dans l'espace d'état comme un système linéaire à temps invariant. Le filtre de Kalman a été appliqué sur des données simulées générées par SIC. Les résultats obtenus ont permis de valider nos approches.

6.1.2 Aspect scientifique

Pour répondre au problème de détection et localisation de défauts dans le cas général des systèmes à retards, nous avons considéré les méthodes de diagnostic à base d'observateurs où ces derniers donnent une estimation de l'état permettant la génération de résidus.

La littérature relative aux techniques de diagnostic à base d'observateurs pour systèmes linéaires sans retards est très répandue. Cependant peu de travaux concernent les systèmes à retards. Pour résoudre ce problème de diagnostic, la technique la plus utilisée consiste à approximer la dynamique retardée du système par un système sans retards et appliquer les méthodes de diagnostic classiques. L'inconvénient de cette technique est que la dimension

du système obtenu est d'autant plus importante que le retard est grand. Une technique alternative est une technique qui prend en compte le retard de manière explicite dans la synthèse des observateurs.

Dans le cadre de cette dernière technique, nous avons considéré le cas des systèmes à retards variant dans le temps qui affectent l'état et les entrées de commande. Nous avons développé pour cette classe de systèmes des observateurs dédiés au diagnostic de défauts. Ces observateurs ont la propriété d'avoir une structure semblable à celle du système considéré et les paramètres de l'observateur sont déterminés par résolution d'inégalités matricielles linéaires.

Premièrement nous avons proposé la synthèse d'observateurs à entrées inconnues (UIO) pour système à retard. Un schéma de diagnostic a été construit à partir de ces observateurs pour détecter et localiser les défauts actionneurs. Chaque observateur UIO est conçu de façon à découpler l'effet d'un seul défaut par rapport aux autres défauts. Afin de valider le schéma de diagnostic, nous avons considéré un canal composé de deux biefs en série présentant chacun un temps de retard. La synthèse des observateurs est basée sur le modèle intégrateur-retard. L'application quant à elle est effectuée sur les données simulées par le modèle SIC. Les résultats obtenus correspondent à ceux attendus a priori.

Cela dit, comme les observateurs UIO exigent un découplage parfait des défauts, chose qui n'est pas souvent vérifiée en pratique, nous avons proposé un observateur à synthèse H_∞ dont les conditions d'existence sont moins restrictives. L'application de ces observateurs a montré que le schéma de diagnostic répond efficacement au problème de détection et localisation de défauts.

6.2 Perspectives

6.2.1 Réconciliation avec modèles incertains

Nous avons considéré les modèles de vanne, de courbe de tarage, de corde de vitesse et du bief parfaitement connus. Or, ces modèles sont établis heuristiquement avec une certaine incertitude. Il serait intéressant de considérer la réconciliation de données sous contraintes des incertitudes du modèle.

6.2.2 Modèle de courbe de tarage adaptatif

Nous avons pu constaté à travers notre travail que le modèle de courbe de tarage dérive avec le temps à cause de l'augmentation de la rugosité du canal. Afin que ce modèle reste fiable au cours des saisons, une solution serait d'adapter les paramètres de la courbe de tarage en fonction du coefficient de Strickler.

6.2.3 Développement d'observateurs robustes

La conception des observateurs est basée sur le modèle du canal. Or, les paramètres de ce modèle changent en fonction du régime de fonctionnement appliqué. Les observateurs développés dans cette thèse ne prennent pas en compte cette variation. Il serait donc intéressant de rendre ces observateurs robustes vis-à-vis des variations paramétriques.

6.2.4 Synthèse des observateurs dans le cadre stochastique

Pour conclure, il serait également intéressant d'étendre la synthèse de l'observateur dans un cadre stochastique afin de permettre une génération de résidus moins sensibles aux fausses alarmes et aux fausses détections.

Annexe A : Preuve du théorème 1

Par dualité, (5.39) est asymptotiquement stable si et seulement si le système adjoint suivant

$$\dot{\zeta}(t) = \sum_{i=0}^2 (\chi_i^T - \beta_i^T K^T) \zeta(t - \tau_i(t)) \quad (1)$$

est asymptotiquement stable aussi. Dans ce cas, réécrivons (1) dans le système descriptor équivalent utilisé dans [27]

$$\begin{cases} \dot{\zeta}(t) = g(t) \\ 0 = -g(t) + \sum_{i=0}^2 (\chi_i^T - \beta_i^T K^T) \zeta(t) - \sum_{i=1}^2 (\chi_i^T - \beta_i^T K^T) \int_{t-\tau_i(t)}^t g(s) ds \end{cases}$$

et du lemme 1 dans [27], on peut proposer les conditions de stabilité dépendantes des retards pour le case I). La dynamique de l'erreur (1) (\Leftrightarrow 5.49) est asymptotiquement stable si et seulement si le système adjoint (1) est asymptotiquement stable. Ce système (1) est différent de la matrice de retour d'état ($A_0 + BK$) ou ($A_i + BK_i$), $i = 0, 1, 2$ décrite dans [27]. Dans ce cas, la LMI (19a,b) or (22a,b) définie dans [27] ne peut être directement utilisée. Cependant, les résultats du lemma 1 défini dans [27] peuvent être utilisés pour vérifier la stabilité de (1). Premièrement, substituons $F_i^T = A_i$, $i = 0, 1, 2$ dans LMI (8a) définie dans [27]. Deuxièmement, définissons $P^{-1} = Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ Q_2 & Q_3 \end{bmatrix}$, $\Delta_1 = \text{diag}\{Q, Q_1, Q_1\}$, $\Delta_2 = \text{diag}\{R_i^{-1}, Q\}$, $R_i^{-1} = \bar{R}_i$, $Y_i = \begin{bmatrix} 0 & \epsilon_i A_i \end{bmatrix} P$, $Q^T Z_i Q = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{i_1} & \bar{Z}_{i_2} \\ * & \bar{Z}_{i_3} \end{bmatrix}$, $Q_1^T S_i Q_1 = \bar{S}_i$, $U^T = K^T Q_1$ où $\epsilon_i \in \mathfrak{R}^1$, $i = 1, 2$. Troisièmement, la LMI (8a) (resp. (8b)) définie dans [27] est multipliée par Δ_1^T et Δ_1 (resp. par Δ_2^T et Δ_2) par le côté gauche et le côté droit, respectivement.

Annexe B : Preuve du théorème 2

Considérons la fonctionnelle Lyapunov-Krasovskii :

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t)$$

Avec $V_1(t) = e(t)^T P e(t)$,

$$V_2(t) = \sum_{i=1}^2 \int_0^{h_i} \int_{t-\theta}^t \begin{bmatrix} e(s) \\ \dot{e}(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S_i & W_i \\ W_i^T & Z_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(s) \\ \dot{e}(s) \end{bmatrix} ds d\theta,$$

$$V_3(t) = \sum_{i=1}^2 \int_{t-\tau_i(t)}^t \begin{bmatrix} e(s) \\ \dot{e}(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_i & U_i \\ U_i^T & R_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(s) \\ \dot{e}(s) \end{bmatrix} ds$$

On a :

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= 2e^T P \dot{e} + \sum_{i=1}^2 \begin{bmatrix} e(s) \\ \dot{e}(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_i & U_i \\ U_i^T & R_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(s) \\ \dot{e}(s) \end{bmatrix} \\ &- \sum_{i=1}^2 (1 - \dot{\tau}_i(t)) \begin{bmatrix} e(t - \tau_i(t)) \\ \dot{e}(t - \tau_i(t)) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_i & U_i \\ U_i^T & R_i \end{bmatrix} \\ &\begin{bmatrix} e(t - \tau_i(t)) \\ \dot{e}(t - \tau_i(t)) \end{bmatrix} + \sum_{i=1}^2 h_i \begin{bmatrix} e(s) \\ \dot{e}(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S_i & W_i \\ W_i^T & Z_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(s) \\ \dot{e}(s) \end{bmatrix} \\ &- \sum_{i=1}^2 \int_{t-\tau_i(t)}^t \begin{bmatrix} e(s) \\ \dot{e}(s) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} S_i & W_i \\ W_i^T & Z_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e(s) \\ \dot{e}(s) \end{bmatrix} ds \end{aligned}$$

D'autre part, on a les équations suivantes qui sont vraies pour toute valeur de $e(t)$

$$2e(t) - \sum_{i=1}^2 e(t - \tau_i(t)) - \sum_{i=1}^2 \int_{t-\tau_i(t)}^t \dot{e}(s) ds = 0$$

et

$$\dot{e}(t) - F_0 e(t) - F_1 e(t - \tau_1(t)) - F_2 e(t - \tau_2(t)) - T E f(t) = 0$$

Il existe des matrices arbitraires H_i , $i = 1, 7$ et des scalars ϵ_i , $i = 1, 6$, $\bar{\epsilon}_i$, $i = 1, 2$ et une matrice P tels que :

$$\begin{aligned} &2 \left[e(t)^T H_1 + e(t - \tau_1(t))^T H_2 + e(t - \tau_2(t))^T H_3 + \dot{e}(s)^T H_4 \right. \\ &\left. + \dot{e}^T(t - \tau_1(t)) H_5 + \dot{e}^T(t - \tau_2(t)) H_6 + f^T H_7 \right] \\ &\times \left[2e(t) - \sum_{i=1}^2 e(t - \tau_i(t)) - \sum_{i=1}^2 \int_{t-\tau_i(t)}^t \dot{e}(s) ds \right] = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

and

$$\begin{aligned} &2 \left[e(t)^T \epsilon_1 + e^T(t - \tau_1(t)) \epsilon_2 + e^T(t - \tau_2(t)) \epsilon_3 + \dot{e}^T(s) \epsilon_4 \right. \\ &\left. + \dot{e}^T(t - \tau_1(t)) \epsilon_5 + \dot{e}^T(t - \tau_2(t)) \epsilon_6 + \sum_{i=1}^2 \int_{t-\tau_i(t)}^t e^T(s) ds \bar{\epsilon}_i \right] P \\ &\times \left[F_0 e(t) + F_1 e(t - \tau_1(t)) + F_2 e(t - \tau_2(t)) + T E f(t) - \dot{e}(t) \right] = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Définissons maintenant

$$\Gamma_1^T = \begin{bmatrix} e^T(t) & e^T(t - \tau_1) & e^T(t - \tau_2) & \dot{e}^T(t) & \dot{e}^T(t - \tau_1) & \dot{e}^T(t - \tau_2) & f^T(t) \end{bmatrix}$$

and $\xi^T(s) = [e^T(s) \quad \dot{e}^T(s)]$ (2) est équivalente à :

$$2\Gamma_1^T(t)H\Delta_1\Gamma_1(t) - 2\sum_{i=1}^2 \int_{t-\tau_i}^t \Gamma_1^T(t) \begin{bmatrix} 0 \\ H^T \end{bmatrix}^T \xi(s)ds = 0$$

où $\Delta_1 = [2 \quad -1 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]$, $H^T = [\bar{H}_1^T \quad H_2^T \quad H_3^T \quad H_4^T \quad H_5^T \quad H_6^T \quad H_7^T]$

et (3) est équivalente à :

$$2\Gamma_1^T(t)\Upsilon\Delta_2\Gamma_1(t) - 2\sum_{i=1}^2 \int_{t-\tau_i}^t \Gamma_1(t)\bar{H}_i\xi(s)ds = 0$$

où

$$\Upsilon^T = P^T [\epsilon_1 \quad \epsilon_2 \quad \epsilon_3 \quad \epsilon_4 \quad \epsilon_5 \quad \epsilon_6 \quad 0]$$

$$\Delta_2 = [F_0 \quad F_1 \quad F_2 \quad -I \quad 0 \quad 0 \quad TE]$$

$$\bar{H}_i = [-\bar{\epsilon}_i\Delta_2^T P \quad H].$$

Considérons maintenant

$$\dot{g}(e, f, s) = \dot{V}(t) + (2) + (3) + r^T(t)r(t) - \gamma^2 f^T(t)f(t)$$

$$\dot{g}(e, f, s) \leq \Gamma_1^T\Phi\Gamma_1 - \sum_{i=1}^2 \int_{t-\tau_i}^t \xi^T(s)\bar{Z}_i\xi(s)ds \\ - 2\sum_{i=1}^2 \int_{t-\tau_i}^t \Gamma_1^T\bar{H}_i\xi(s)ds$$

$$\dot{g}(e, f, s) \leq \Gamma_1^T(t)\Phi\Gamma_1(t) - \sum_{i=1}^2 \int_{t-\tau_i}^t \xi^T(s)\bar{Z}_i\xi(s)ds \\ - 2\sum_{i=1}^2 \int_{t-\tau_i}^t \Gamma_1^T(t)\bar{H}_i\xi(s)ds$$

$$\dot{g}(e, f, s) \leq \Gamma_1^T(t)\Phi\Gamma_1(t) - \sum_{i=1}^2 \int_{t-\tau_i}^t \Gamma_2^T(t, s) \begin{bmatrix} 0 & \bar{H}_i \\ \bar{H}_i^T & \bar{Z}_i \end{bmatrix} \Gamma_2(t, s)ds$$

En plus de cela, on a les inégalités suivantes qui sont vraies pour matrice semi définie positive \bar{X}_1 et \bar{X}_2 de la forme :

$$\begin{bmatrix} \bar{X}_{11} & \bar{X}_{12} & \bar{X}_{13} & \bar{X}_{14} & \bar{X}_{15} & \bar{X}_{16} & \bar{X}_{17} \\ * & \bar{X}_{22} & \bar{X}_{23} & \bar{X}_{24} & \bar{X}_{25} & \bar{X}_{26} & \bar{X}_{27} \\ * & * & \bar{X}_{33} & \bar{X}_{34} & \bar{X}_{35} & \bar{X}_{36} & \bar{X}_{37} \\ * & * & * & \bar{X}_{44} & \bar{X}_{45} & \bar{X}_{46} & \bar{X}_{47} \\ * & * & * & * & \bar{X}_{55} & \bar{X}_{56} & \bar{X}_{57} \\ * & * & * & * & * & \bar{X}_{66} & \bar{X}_{67} \\ * & * & * & * & * & * & \bar{X}_{77} \end{bmatrix}$$

$$0 \leq h_1\Gamma_1^T(t)\bar{X}_1\Gamma_1(t) - \int_{t-\tau_1}^t \Gamma_1^T(t)\bar{X}_1\Gamma_1(t)ds \quad (4)$$

$$0 \leq h_2\Gamma_1^T(t)\bar{X}_2\Gamma_1(t) - \int_{t-\tau_2}^t \Gamma_1^T(t)\bar{X}_2\Gamma_1(t)ds \quad (5)$$

En ajoutant (4) et (5) à (6), on obtient :

$$\dot{g}(e, f, s) \leq \Gamma_1^T(\Phi + h_1\bar{X}_1 + h_2\bar{X}_2)\Gamma_1 \\ - \sum_{i=1}^2 \int_{t-\tau_i}^t \Gamma_2^T(t, s) \begin{bmatrix} \bar{X}_i & \bar{H}_i \\ \bar{H}_i^T & \bar{Z}_i \end{bmatrix} \Gamma_2(t, s)ds \quad (6)$$

Si on choisit $\bar{X}_i = \bar{H}_i \bar{Z}_i^{-1} \bar{H}_i^T$, $\bar{X}_i \geq 0$ avec $\bar{Z}_i > 0$, par le lemme de Schur on trouve que

$$\Phi_i = \begin{bmatrix} \bar{X}_i & \bar{H}_i \\ \bar{H}_i^T & \bar{Z}_i \end{bmatrix} \geq 0$$

Par conséquent

$$\dot{g} < 0 \text{ si } \Phi + h_1 \bar{H}_1 \bar{Z}_1^{-1} \bar{H}_1^T + h_2 \bar{H}_2 \bar{Z}_2^{-1} \bar{H}_2^T < 0$$

ce qui peut être réécrit comme :

$$\begin{bmatrix} \Phi & h_1 \bar{H}_1 & h_2 \bar{H}_2 \\ h_1 \bar{H}_1^T & -h_1 \bar{Z}_1 & 0 \\ h_2 \bar{H}_2^T & 0 & -h_2 \bar{Z}_2 \end{bmatrix} < 0$$

et où

$$\begin{aligned} \Phi_{11} &= \sum_{i=1}^2 (h_i S_i + Q_i) + \epsilon_1 \text{Sym}(PF_0) + 2\text{Sym}(H_1) + C^T C \\ \Phi_{12} &= \epsilon_1 P F_1 + \epsilon_2 (P F_0)^T - H_1 + 2H_2^T \\ \Phi_{13} &= \epsilon_3 (P F_0)^T + \epsilon_1 P F_2 + 2H_3^T - H_1 \\ \Phi_{14} &= P + \sum_{i=1}^2 (U_i + h_i W_i) + 2H_4^T + \epsilon_4 (P F_0)^T - \epsilon_1 P \\ \Phi_{15} &= 2H_5^T + \epsilon_5 (P F_0)^T \\ \Phi_{16} &= 2H_6^T + \epsilon_6 (P F_0)^T \\ \Phi_{17} &= 2H_7^T + \epsilon_1 P T E \\ \Phi_{22} &= -(1 - d_1) Q_1 - \text{Sym}(H_2) + \epsilon_2 \text{Sym}(P F_1) \\ \Phi_{23} &= -H_3^T - H_2 + \epsilon_2 P F_2 + \epsilon_3 (P F_1)^T \\ \Phi_{24} &= -H_4^T + \epsilon_4 (P F_1)^T - \epsilon_2 P \\ \Phi_{25} &= -(1 - d_1) U_1 - H_5^T + \epsilon_5 (P F_1)^T \\ \Phi_{26} &= -H_6^T + \epsilon_6 (P F_1)^T \\ \Phi_{27} &= -H_7^T + \epsilon_2 P T E \\ \Phi_{33} &= -(1 - d_2) Q_2 - \text{Sym}(H_3) + \epsilon_3 (P F_2)^T \\ \Phi_{34} &= -H_4^T + \epsilon_4 (P F_2)^T \\ \Phi_{35} &= -H_5^T + \epsilon_5 (P F_2)^T \\ \Phi_{36} &= -(1 - d_2) U_2 - H_6^T + \epsilon_6 (P F_2)^T \\ \Phi_{37} &= -H_7^T + \epsilon_3 P T E \\ \Phi_{44} &= \sum_{i=1}^2 (R_i + h_i Z_i) + \epsilon_4 P \\ \Phi_{45} &= \epsilon_5 P \\ \Phi_{46} &= \epsilon_6 P \\ \Phi_{47} &= \epsilon_4 P T E \\ \Phi_{55} &= -(1 - d_1) R_1 \\ \Phi_{56} &= 0 \\ \Phi_{57} &= \epsilon_5 P T E \\ \Phi_{66} &= -(1 - d_2) R_2 \\ \Phi_{67} &= \epsilon_6 P T E \\ \Phi_{77} &= -\gamma^2 I_f \end{aligned}$$

En substituant $F_i = \chi_i - K\beta_i$, $TE = \chi_f - K\beta_f$ et en posant $U = PK$, on obtient la LMI (5.51).

Bibliographie

- [1] M.J. Bagajewicz, "A brief review of recent developments in data reconciliation and gross error detection /estimation", *Latin American Research*, Vol 30, pp 335-342, 2000
- [2] J.P. Baume, G. Belaud and P.Y. Vion, "Eléments d'hydraulique pour l'ingénieur", , Décembre 2004.
- [3] D. Koenig, N. Bedjaoui, and X. Litrico "Unknown Input Observer for time-delay systems : application to an open-channel", *44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*, Seville Espagne 2005, accepted.
- [4] C. Benqlilou, "Data reconciliation as framework for chemical processes pptimization and control", *Thèse de Doctorat de l'Université Polytechnique de Catalogne*, Département de chimie, soutenue le 23 mars 2004.
- [5] M. Boutayeb "Observers design for linear time-delay Systems ", *Sys and Control Letters*, vol 44, p103-109, Novembre 2001.
- [6] M. Boutayeb and M. Darouach "Observer for discrete-time Systems with multiples delays", *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol 46, N 5, p746-750, May 2001.
- [7] N. Bedjaoui, X. Litrico, D. Koenig and P.O. Malaterre " H_∞ observer design for time-delay systems : application to FDI for irrigation canals", *45th IEEE Conference on Decision and Control*, San Diego 2006, accepted.
- [8] C. Benqlilou "Data Reconciliation as a framework for chemical processes optimization and control ", *thèse de l'universitat politècnica de Catalunya*, soutenue en Mars2004.
- [9] Blank "Regularization of dynamic data reconciliation problems by projection",
- [10] P.A. Bliman "Lyapunov equation for the stability of linear delay systems of retarded and neutral type ", *IEEE Trans on Automatic and Control*, Vol 47, N 2, Février 2002
- [11] C.M. Crowe, "Data reconciliation - progress and challenges", *J.Proc. Cont*, Vol.6, pp89-98, 1996

- [12] D. Maquin "Diagnostic à base de modèles des systèmes technologiques", *HDR de l'Université de Nancy 1* soutenue le 08 Novembre 1997, CRAN.
- [13] D. Koenig "Génération de résidus robustes pour une approche intégrée de diagnostic des systèmes linéaires déterministes et stochastiques", *Thèse de Doctorat*, Université Henri Poincaré, Nancy 1, soutenue le 04 Février 1998.
- [14] D. Koenig, "Surveillance : approche par redondance analytique d'équations", *Cours AC510*
- [15] M. Dambrine, "systèmes de dimension infinie : Cas des systèmes à retards", *cours Master AG21*, 2006. LAGIs, Université de Lille
- [16] M. Darouach, M. Zasadzinski and S. J. Xu, "Full-order observers for linear systems with unknown inputs," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. AC-39, no. 3, pp. 606-609, 1994.
- [17] M. Darouach, P. Pierrot and E. Richard, "Design of reduced-order observers without internal delays," *IEEE Trans. Automat. Contr.*, vol. 44, no. 9, pp. 1711-1713, Septembre 1999.
- [18] M. Darouach, "Linear functional Observers for systems with delays in static variables", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol 46, N°3, Mars 2001.
- [19] M. Darouach, "Linear functional Observers for systems with delays in static variables : the discrete-time case", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol 50, N°2, February 2005.
- [20] J-J. Daudin, S.Robin and C.Vuillet, "Statistique inférentielle : Idées, démarches, exemples", *Pratique de la statistique*, Société Française de statistique, Université de Rennes 2 Haute Bretagne, 1999.
- [21] M.A. Dibo, "Validation de données et diagnostic des systèmes incertains à l'aide de l'analyse par intervalle", *thèse INP de Lorraine, automatique et traitement de signal*, soutenue en 2005.
- [22] D. Georges and X.Litrico, "Automatique pour la gestion des ressources en eau", *Systèmes Automatisés : Information-Commande-Communication*, Hermès 2002.
- [23] D. Peaucelle "Formulation générique de problèmes en analyse et commande robuste par les fonctions de Lyapunov dépendant des paramètres", *Thèse de Doctorat en Automatique* l'Université de Toulouse III-Paul Sabatier, 2000
- [24] J.P. Drécourt, "Kalman filtering in hydrological modelling", *DAIHM*, technical report May, 2003.
- [25] P.M. Frank "Enhancement of robustness in observer-based fault detection", *IFAC-SAFE Process*, 1991

- [26] E. Fridman "New Lyapunov-Krasovskii functionals for stability of linear retarded and neutral type systems ", *Systems and Control Letters*, Vol 43, p309-319, 2001
- [27] E. Fridman and U. Shaked "An improved stabilisation method for linear time-delay systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol 47, N 11, p1931-1937, Novembre 2002.
- [28] E. Fridman, U. Shaked and L. Xie "Robust H_∞ filtering of linear systems with time-varying delay", *IEEE Transactions on Automatic Control*, Vol 48, N 1, p159-165, Janvier 2003.
- [29] Y. Fu, G.R. Dion and S.M. Song "Design of unknown input observer for linear time-delay systems", *Int J on Control Automatio and Systems*, Vol2, N 4, p530-535, Décembre 2004
- [30] I. Guenova-Welz, X. Litrico, V. Fromion, M. Rijo, P.-O. Malaterre, 2005, Stability and performance analysis of classical decentralized control of irrigation canals, 16th IFAC World Congress, Prague, Tchecoslovaquia. pdf file
- [31] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron and V. Balakrishnan, "Linear Matrix Inequalities in system and control theory, *SIAM*, 1994
- [32] Y. He, M. Wu; J.H. She and G.P. Liu "Parameter-dependent Lyapunov Functional for stability of time-delay systels with polytopic type uncertainties", *IEEE Trans on Automatic Control*, Vol 49, N5, Mai 2004.
- [33] T. Amand, G. Heyen and B. Kalitventzeff "Plant Monitoring and Fault Detection : Synergy between Data Reconciliation and Principal Component Analysis ", *Computers and Chemical Engineering*, Vol. 24S, pp 819-822, 2000.
- [34] N. Bedjaoui, X. Litrico, A. Lourosa, J.R. Bruno "Application of data reconciliation on an irrigation canal", *7th conference on Hydroinformatics*, Nice2006, accepted.
- [35] R. Isermann and P. Ballé "Trends in the application of model-based fault detection and diagnosis of technical process ", *Control Eng. Practice*, Vol 5, N 5, pp709-719, 1997.
- [36] R.E. Kalman, "A new approach to linear filtering and prediction problems", *Trans of the ASME journal of Basic Engineering*, V82, N Série D, p35-45, 1960.
- [37] T. Kobayashi and D.L. Simon, "Application of a bank of Kalman filters for aircraft engine fault diagnosis", *Nasa/TM-2003-212526*
- [38] V.B. Kolmanovskii and J.P. Richard "Stability of some linear systems with delays", *IEEE Trans. on Automat. Contr*, Vol 44, N 5, Mau 1999.
- [39] M. Langenstein and J. Jansky, *Process Data Reconciliation in nuclear power plant*

- [40] Y.C. Lin, "Robust H_2/H_∞ control filtering of time-delay Takagi-Sugeno fuzzy systems", *PhD in Mechanical Engineering*, Novembre 2005.
- [41] Y.C. Lin, Q.G. Wang and T.H. Lee "A less conservative robust stability test for linear uncertain time-delay systems", *IEEE Trans On Automatic control*, Vol 51, N 1, p87-91, Janvier 2006.
- [42] X. Lu, H. Zhang, W. Wang and K.L. Teo, "Kalman filtering for multiple time-delay systems", *Automatica*, Vol 41, p1455-1461, 2005
- [43] X. Litrico "Modélisation, identification et commande robuste de systèmes hydrauliques à surface libre ", *thèse Engref, Sciences de l'eau*, soutenue en 1999.
- [44] X. Litrico, and V. Fromion, "Analytical approximation of open-channel flow for controller design," *App. Math. Mod*, Vol 28, pp. 677-695, July 2004.
- [45] X. Litrico, V. Fromion, 2006, "H infinity control of an irrigation canal pool with a mixed control politics ", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 14/1, pp. 99-111, 2006.
- [46] D. Maquin, O. Adrot and J. Ragot, "Data Reconciliation with uncertain models", *ISA Trans*, Vol 39, pp 35-45, 2000.
- [47] D. Mandel, A. Abdollahzadeh, D. Maquin and J. Ragot, "Data reconciliation by inequality balance equilibration : An LMI approach ", *Int J Of Min Process*, Vol 53, pp159-167, 1998.
- [48] M.S. Mahmoud, "Robust control and filtering for time-delay systems", *Int.J.Robust Nonlinear Control*, Vol 11, p1179-1184, 2001.
- [49] Y.S. Moon, P. Park, W.H. Kwon and Y.S. Lee, "Delay-dependent Robust stabilization of uncertain state-delayed systems ", *Int.J.Cont*, Vol 74, N14, p1447-1455, 2001
- [50] K. Gu and S.I. Niculescu "Additionnal dynamics in transformed time delay systems", *IEEE Trans On Automatic control*, Vol 45, N 3, p572-575, Mars 2000.
- [51] K. Gu and S.I. Niculescu "Further remarks on additionnal dynamics in various model transformations of linear delay systems", *IEEE Trans On Automatic control*, Vol 46, N 3, p497-500, Mars 2001.
- [52] A. Papachristodoulou, M. Peet and S. Lall, "Constructing Lyapunov-Krasovskii functionals for time delay systems",
- [53] P. Park, "A delay-dependent stability criterion for systems with uncertain time-invariant delays", *IEEE Trans On Automatic control*, Vol 44, N 4, p876-877, Avril 1999.
- [54] R.J. Patton, P.M. Frank, and R.N. Clark, "Fault diagnosis in dynamic systems : theory and application", *Prentice Hall*, New Jersey, 1989.
- [55] F. Gouaisbaut and D. Peaucelle, "Delay Dependent Robust stability of time-delay systems", 2005

- [56] M.M. Peet, "Stability and control of functional differential equations ", *PhD on Philosophy*, march 2006
- [57] P.O. Malaterre "Modélisation, analyse et commande optimale LQR d'un canal d'irrigation", *thèse Engref, Sciences de l'eau*, soutenue en 1994.
- [58] P.O. Malaterre , D.C. Rogers, J. Schuurmans, "Classification of Canal Control Algorithms," *ASCE Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, Vol. 124, n. 1, p. 3-10, Jan./Feb. 1998.
- [59] E. Canivet "Réconciliation et validation des mesures sur un système hydraulique complexe : le canal de Provence ", *thèse UCB-Lyon1*, soutenue en 2002.
- [60] C.R. Rao. and S.K. Mitra, "Generalized Inverse of Matrices and Its applications", *New York : Wiley*, 1971.
- [61] R. Dorr, F. Kratz, J.Ragoot, F. Loisy and J.L. Germain, "Detection, isolation and identification of sensor faults in nuclear power plants ", *IEEE Trans on Control system technology*, Vol 5, N 1, Janvier 1997.
- [62] J. Ragot, D. Maquin, M. Darouach and G. Bloch, "Validation des données et diagnostic",
- [63] J. Ragot and D. Maquin, "Data reconciliation : a robust approach using contaminated distribution. Application to petrochemical process", *IFAC2005*
- [64] J. Ragot and D. Maquin, "Validation et réconciliation de données. Approche conventionnelle, difficultés et développements", juin 2005.
- [65] J. Ragot and D. Maquin, "Validation et réconciliation de mesures en minralurgie, Historique et approches nouvelles ", *Congré de la Société de l'Industrie Minérale*,2005.
- [66] H. Yang and M. Saif, "Observer Design and Fault diagnosis for state-retarded dynamical systems", *Automatica*, Vol 34, N 2, p217-227, 1998
- [67] A. Fattouh, O. Sename and J.M. Dion, "An unknown input observer design for linear time-delay systems ", *38th IEEE Conf on Decision and Control*, Phoenix, Arizona USA 1999.
- [68] S. Simani, "Identification and fault diagnosis of a simulated model of an industrial gas turbine", *IEEE Trans. on Automat. Contr.* Vol. 8. N 5. pp. 848-855, September 2000.
- [69] A. Subramanian and A.H. Sayed, "Multiobjective filter design for uncertain stochastic time-delay systems", *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, Vol 49, N 1, Janvier 2004
- [70] H. Trinh and M. Aldeen, "A memoryless state observer for diecrete time-delay systems ", *IEEE Trans. on Automat. Contr.*, Vol 42, N 11, Novembre 1997.

- [71] F. Wang, X.P. Jia, S.Q. Zheng, J.C. Yue "Improved NT-MT method for gross error detection and data reconciliation", *Computers and Chemical Engineering*, Vol 24, pp2189-2192, 2004.
- [72] J. Liu, J.L. Wang and G.H. Yang, "Worst-case Fault detection observer design ; an LMI approach ", *Proc of the 2002 International Conference on Control and Automation*, p1243-1247, China, Juin 2002.
- [73] G. Welch and G. Bishop, "An introduction to the Kalman Filter", *Technical report TR 95-041*, Department of Computer Science, University of North Carolina at Chapel Hill, 2004.
- [74] Vladimir L. Kharitonov and Daniel Melchor-Aguilar, "On delay-dependent stability conditions", *Systems and Control Letters*, Vol 40, pp 71-76, 2000.
- [75] Vladimir L. Kharitonov and Daniel Melchor-Aguilar, "On delay-dependent stability conditions for time-varying systems", *Systems and Control Letters*, Vol 46, pp 173-180, 2002.
- [76] S. Choy, E. Weyer "Reconfiguration schemes to mitigate faults in automated irrigation channels", *CDC-ECC*, Seville 2005
- [77] X. Litrico and V. Fromion, "Variations autour de la performance optimale de systèmes hydrauliques à surface libre ", *Colloque Automatique et Agronomie*, Janvier 2003.
- [78] Y. Yang, R. Ten and L. Jao, "A study of gross error detection and data reconciliation in process industries", *Computers chem Engng*, Vol.19, ppS217-S222, 1995.