



**HAL**  
open science

# Refroidissement par bandes latérales d'atomes de Cesium et quelques applications

Isabelle Bouchoule

► **To cite this version:**

Isabelle Bouchoule. Refroidissement par bandes latérales d'atomes de Cesium et quelques applications. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2000. Français. NNT: . tel-00141435

**HAL Id: tel-00141435**

**<https://theses.hal.science/tel-00141435v1>**

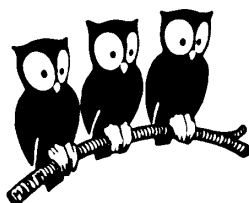
Submitted on 12 Apr 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE  
DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE

LABORATOIRE KASTLER BROSSEL



THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI  
spécialité : Physique Quantique

présentée par  
Isabelle Bouchoule

pour obtenir le titre de  
Docteur de l'Université Paris VI

Sujet de la thèse :

Refroidissement par bandes latérales d'atomes de Cesium et quelques  
applications

Soutenue le 6 Octobre 2000 devant le jury composé de :

M. C. COHEN-TANNOUDJI	Président du jury
M. B. GIRARD	Rapporteur
M. P. GRANGIER	Rapporteur
M. C. SALOMON	Directeur de thèse
M. Y. SIMON	Examineur
M. G. SHLYAPNIKOV	Examineur



# Contents

<b>Remerciements</b>	<b>7</b>
<b>1 Introduction</b>	<b>9</b>
<b>2 Piégeage dipolaire d'atomes</b>	<b>13</b>
2.1 Potentiel dipolaire pour un atome à deux niveaux . . . . .	16
2.1.1 Champ dans un état de Fock . . . . .	17
2.1.2 Cas d'un champ cohérent . . . . .	18
2.1.3 Superposition de plusieurs faisceaux lasers . . . . .	20
2.1.4 Analyse en terme d'échange de photons entre modes . . . . .	21
2.1.5 Potentiel dipolaire induit par un laser très désaccordé . . . . .	23
2.2 Taux d'émission de photons spontanés . . . . .	24
2.3 Cas d'un alcalin . . . . .	25
2.4 Chargement d'un piège dipolaire . . . . .	27
2.5 Méthodes de refroidissement d'atomes piégés . . . . .	30
2.5.1 Refroidissement évaporatif . . . . .	30
2.5.2 Refroidissement optique . . . . .	32
<b>3 Le piège dipolaire croisé</b>	<b>37</b>
3.1 Réalisation du piège dipolaire croisé . . . . .	37
3.1.1 Le potentiel dipolaire induit par le laser YAG . . . . .	37
3.1.2 Géométrie du piège . . . . .	38
3.1.3 Mise en oeuvre expérimentale . . . . .	39
3.2 Système d'imagerie . . . . .	41
3.2.1 Prise d'images . . . . .	41
3.2.2 Mesure de la distribution en vitesse des atomes . . . . .	43
3.3 Chargement . . . . .	44
3.4 Chauffage . . . . .	48
3.4.1 Chauffage attendu dû aux photons spontanés . . . . .	48
3.4.2 Mesure . . . . .	48
3.4.3 Chauffage dû aux fluctuations d'intensité du YAG . . . . .	49
3.4.4 Chauffage dû aux collisions avec des atomes du gaz résiduel . . . . .	51

3.4.5	Chauffage dû à des processus collisionnels . . . . .	52
3.4.6	Conclusion . . . . .	52
3.5	Les techniques utilisées dans l'expérience . . . . .	54
<b>4</b>	<b>Refroidissement par bandes latérales</b>	<b>57</b>
4.1	Principe du refroidissement par bandes latérales . . . . .	59
4.1.1	Une autre approche de la condition de Lamb-Dicke . . . . .	60
4.1.2	Limite du refroidissement . . . . .	62
4.1.3	Conclusion . . . . .	62
4.2	Refroidissement utilisant $F=4$ . . . . .	63
4.2.1	Principe . . . . .	63
4.2.2	Couplage Raman . . . . .	64
4.2.3	Transitions Raman utilisées comme diagnostic . . . . .	70
4.2.4	Impulsion Raman utilisée pour le refroidissement . . . . .	72
4.2.5	Résultat . . . . .	73
4.2.6	Conclusion . . . . .	78
4.3	Refroidissement dans $F=3$ . . . . .	79
4.3.1	Principe . . . . .	80
4.3.2	Repompage . . . . .	81
4.3.3	Couplage dû au YAG . . . . .	86
4.3.4	Refroidissement . . . . .	95
4.4	Modèle de refroidissement par bandes latérales . . . . .	100
<b>5</b>	<b>Manipulation de l'état quantique du mouvement</b>	<b>107</b>
5.1	Etats vibrationnels . . . . .	108
5.2	Superposition d'états vibrationnels . . . . .	111
5.3	Etats comprimés . . . . .	112
5.3.1	Analyse utilisant la fonction de Wigner . . . . .	116
5.3.2	Calcul à partir de la fonction d'onde . . . . .	119
5.3.3	Lien entre les deux méthodes . . . . .	121
5.3.4	Point de vue de Heisenberg . . . . .	125
5.3.5	Obtention d'états comprimés par amplification paramétrique . . . . .	126
5.3.6	Analyse des résultats . . . . .	127
5.3.7	Etat $ n = 1\rangle$ comprimé . . . . .	130
<b>6</b>	<b>Refroidissement à 3 dimensions et collisions entre atomes fortement confinés</b>	<b>133</b>
6.1	Refroidissement à 3 dimensions . . . . .	135
6.1.1	Refroidissement Raman entre $F = 3$ et $F = 4$ . . . . .	138
6.1.2	Refroidissement dans l'état hyperfin $F = 3$ . . . . .	140
6.2	Refroidissement en deux étapes . . . . .	144
6.3	Pertes lors du refroidissement . . . . .	147

6.4	Effet du confinement sur les collisions . . . . .	151
6.4.1	Expériences effectuées . . . . .	152
6.4.2	Prédictions quantiques . . . . .	157
6.4.3	confrontations avec les résultats expérimentaux . . . . .	161
6.4.4	Calcul classique avec résonance de diffusion . . . . .	163
6.4.5	Inhibition de la thermalisation pour une température faible . . .	169
6.4.6	Caractère bi-dimensionnel des collisions à très faible énergie . .	172
<b>7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>173</b>
<b>A</b>	<b>Couplage à deux photons par l'intermédiaire d'un état hors résonance non peuplé.</b>	<b>177</b>
A.1	Cas d'absorption et d'émission à la même fréquence . . . . .	178
A.2	Cas d'absorption et d'émission à des fréquences différentes. . . . .	179
<b>B</b>	<b>Transferts Raman par passage adiabatique</b>	<b>183</b>
B.1	Impulsions monochromatiques carrées . . . . .	183
B.2	Transfert par passage adiabatique . . . . .	185
<b>C</b>	<b>Niveaux d'énergie du Cesium</b>	<b>191</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>193</b>



# Remerciements

J'ai eu la chance de faire ma thèse entourée de physiciens excellents dans un très bon laboratoire. Je remercie Michèle Leduc pour m'avoir accueillie.

Merci beaucoup à mon directeur de thèse Christophe Salomon à qui je dois beaucoup tant sur le plan scientifique qu'humain. Son enthousiasme pour la physique et pour notre travail en particulier est très encourageant, surtout dans les moments difficiles. Travailler avec lui a été très agréable. Lui-même rarement à court d'idées, il est toujours prêt à écouter et à considérer les propositions des autres et de ses étudiants en particulier. La confiance qu'il m'a faite m'a beaucoup stimulée et m'a souvent redonné confiance en moi. Je le remercie aussi pour son aide très importante lors de la rédaction des articles. Enfin, je le remercie beaucoup pour avoir soigneusement lu mon manuscrit et pour m'avoir donné des conseils importants.

Je remercie les rapporteurs Bertrand Girard et Philippe Grangier pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail et pour le temps qu'ils ont consacré à l'étude de mon manuscrit. Je remercie tous les membres du jury pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail.

Le travail effectué pendant ma thèse est la continuation du travail d'Hélène Perrin et d'Axel Khun. Ils m'ont guidé dans mes premiers pas sur l'expérience et je garde un très bon souvenir du temps passé avec eux.

J'ai eu la chance de travailler avec Makoto Morinaga qui a effectué un séjour post doctoral d'un an et demi au laboratoire. J'ai beaucoup apprécié sa rigueur et son sens physique. Il est de plus un excellent expérimentateur et m'a beaucoup aidé sur l'expérience. Je le remercie beaucoup.

Je remercie Michel Thesen et Jean-Christophe Karam qui ont effectué des stages avec moi.

Gora Shlyapnikov s'est intéressé à mon travail et a suscité une idée d'expérience. Il a, avec son étudiant en thèse Dimitri Petrov, réalisé des calculs s'appliquant à mon expérience et je les remercie tous les deux.

Je remercie beaucoup Jean Dalibard et Yvan Castin pour leur disponibilité. Ils ont toujours pris le temps d'écouter mes questions et leurs réponses étaient toujours très enrichissantes.

En général au laboratoire, j'ai eu la chance d'être entourée de gens très attentifs qui m'ont beaucoup aidée : Christan Korwin, Bruno Saubamea, David Guery-Odelin, Denis Boiron, Ernst Rasel, Florian Shreck, Fransisco Perrales, Frank Perrera Dos Santos,



Frédéric Chevy, Gabriele Ferrari, Jeremy Leonard, Johannes Söding, Kirk Madison, Marc-Oliver Mewes, Markus Arndt, Simone Kühling et Tom Hijmans. J'ai pu discuter de mes problèmes physique avec eux ce qui m'a beaucoup aidée notamment lorsque j'étais seule à travailler sur l'expérience. Ils m'ont aussi beaucoup aidée psychologiquement en me redonnant confiance en moi. Grâce à eux, une très bonne ambiance règne au laboratoire.

Je remercie les électroniciens André Clouqueurs et Lionel Perennes. Le travail de ma thèse leur doit beaucoup : ils ont effectué presque toute l'électronique de l'expérience et ont souvent travaillé pour moi dans l'urgence.

Je remercie Zohra Ouassyou et Geneviève Piard qui travaillent au secrétariat et qui ont souvent accepté de traiter pour moi des commandes en urgence.

Je remercie aussi Zaïre Dissi qui nous a aidés, toujours dans la bonne humeur, pour les problèmes informatiques, notamment en passant du temps à récupérer des données sur un disque dur abîmé !

Finalement, je remercie tous les amis avec lesquels j'ai parlé d'autres choses que de physique. Merci aussi à ma soeur et à mes parents pour m'avoir toujours encouragée.

# Chapter 1

## Introduction

Le développement des méthodes de refroidissement et de piégeage d'atomes a permis de contrôler de mieux en mieux le mouvement des atomes. Ainsi, le piège magnéto-optique<sup>1</sup> permet d'obtenir un gaz à une température  $T \sim 10 \mu\text{K}$ . Pour l'atome de Cesium, cela correspond à une vitesse quadratique moyenne de 25 mm/s, à comparer à la vitesse d'environ 130 m/s que ces atomes ont à température ambiante. Un piège magnéto-optique remplit deux fonctions : il confine les atomes et les amène à la température  $T$  qui résulte d'un équilibre entre des mécanismes de refroidissement et des mécanismes de chauffage intrinsèques au piège magnéto-optique.

Pour obtenir un gaz piégé à des températures plus faibles, un piège conservatif est nécessaire : ces pièges n'induisent aucun chauffage et peuvent donc confiner des atomes à une température arbitrairement basse. Deux principaux types de pièges ont été réalisés dans ce but : les pièges magnétiques utilisant l'interaction entre le dipôle magnétique de l'atome et un champ magnétique (première réalisation en 1985 par le groupe de W. Phillips[2])<sup>2</sup> et les pièges optiques utilisant l'interaction entre le dipôle électrique de l'atome induit par un laser et le champ laser lui-même (première réalisation en 1986 par S. Chu ([5])<sup>3</sup>. Après avoir chargé des atomes dans ces pièges conservatifs, une méthode de refroidissement doit être mise en oeuvre pour diminuer la température.

Dans un piège magnétique la méthode de refroidissement par évaporation[7] a permis d'atteindre des températures suffisamment basses pour que la longueur d'onde de de Broglie des atomes soit de l'ordre de grandeur de la distance interatomique (régime de dégénérescence quantique). Dans ce cas, si les atomes sont des bosons, il se produit le phénomène de condensation de Bose-Einstein [8, 9] : une partie importante des atomes s'accumule dans l'état quantique fondamental du piège.

---

<sup>1</sup>Les proceedings de l'école d'été Enrico Fermi de 1991 décrivent en détail le fonctionnement du piège magnéto-optique[1].

<sup>2</sup>Un inventaire des pièges magnétiques est fait dans [3]. Un piège magnétique oscillant a été réalisé par le groupe de C. Wieman[4]

<sup>3</sup>Voir l'article de revue de R. Grimm[6].

Dans un piège optique, aucune méthode de refroidissement évaporatif efficace n'a, jusqu'à présent, été proposée. Par contre, différentes méthodes de refroidissement optiques, utilisant l'émission spontanée de photons comme phénomène dissipatif, ont été mises en oeuvre. Tout d'abord, le refroidissement Raman [10, 11] a été effectué dans un piège dipolaire [12, 13, 14]. Dans son principe, il devrait permettre de réaliser des températures arbitrairement faibles. Cependant, son efficacité diminue lorsque la densité d'atomes augmente et il s'accompagne de pertes d'atomes. C'est pourquoi il n'a pas permis d'obtenir le régime de dégénérescence quantique. Le refroidissement Raman s'applique au cas d'atomes confinés dans des pièges suffisamment lâches pour que le mouvement des atomes soit décrit par la physique classique.

Une autre méthode de refroidissement optique, appelé refroidissement par bandes latérales, a été mise au point sur des ions piégés [15, 16]. Ce refroidissement permet d'accumuler les ions dans l'état quantique de plus faible énergie du piège, réalisant ainsi le contrôle ultime du mouvement et donc une température nulle. Cette méthode de refroidissement nécessite une fréquence d'oscillation des atomes dans le piège supérieure à la fréquence de recul de la transition optique utilisée pour le refroidissement (cette fréquence est  $E_{\text{rec}}/h$  où  $E_{\text{rec}}$  est l'énergie cinétique de l'atome lorsque son impulsion est l'impulsion  $\hbar k$  d'un photon de la transition).

Cette condition est difficile à obtenir pour des atomes neutres et le refroidissement par bandes latérales n'avait pas été réalisé sur des atomes avant 1998[17]. Cette thèse présente la mise au point d'un refroidissement par bandes latérales sur des atomes de Cesium. La transition optique utilisée pour le refroidissement est la transition D2 et l'énergie de recul correspondante est de 2.1 kHz. Pour mettre en oeuvre un refroidissement par bandes latérales, les atomes doivent être confinés dans un piège ayant une fréquence d'oscillation supérieure à 2.1 kHz. Nous avons réalisé cette condition en utilisant un réseau lumineux produit par un laser dont la fréquence est très inférieure à la fréquence de transition atomique. Le potentiel d'interaction entre le dipôle atomique induit et le champ laser est proportionnel à l'intensité lumineuse et les atomes sont piégés dans un maximum d'intensité lumineuse. Le piège dipolaire que nous avons utilisé est constitué par le croisement de deux faisceaux d'un même laser. Le réseau lumineux vertical qui résulte de l'interférence des deux faisceaux confine les atomes dans des micro-puits horizontaux indépendants, au niveau de chaque ventre de l'onde stationnaire. Dans chaque micro-puits, le confinement vertical sur une taille plus petite que la longueur d'onde optique permet d'avoir une fréquence d'oscillation supérieure à la fréquence de recul. Dans le piège réalisé, la fréquence d'oscillation est  $\omega_{\text{osc}}/(2\pi) \simeq 80$  kHz. Les atomes sont aussi confinés transversalement par la forme gaussienne des faisceaux. Les fréquences d'oscillations horizontales sont de l'ordre de 200 Hz.

Dans ce piège, la méthode de refroidissement par bande latérale a permis d'accumuler les atomes dans l'état fondamental du mouvement vertical. Les atomes sont alors dans l'état d'énergie minimum compatible avec l'inégalité de Heisenberg. Ce refroidissement est, avec celui obtenu à peu près simultanément dans une situation différente par le

groupe de P. Jessen[18], le premier refroidissement d'atomes jusqu'à l'état fondamental. Contrairement aux expériences effectuées avec un condensat de Bose-Einstein dans lesquelles les interactions entre atomes sont très importantes, l'état quantique que nous avons obtenu est l'état quantique d'un atome unique. En effet, l'énergie d'interaction entre atomes (énergie de champ moyen[19]) reste très inférieure à l'énergie des atomes.

Ce refroidissement nous a permis de faire des expériences illustrant de façon simple la mécanique quantique. Pour cela, après avoir refroidi les atomes dans l'état fondamental et donc réalisé un état quantique pur, nous avons produit divers états quantiques excités. De tels états avaient déjà été obtenus pour un ion unique piégé[20, 21]. Cependant, leur caractérisation était très indirecte. Au contraire, en manipulant simultanément un nombre important d'atomes et en disposant d'un système d'imagerie, nous avons pu visualiser sur une image unique la distribution en vitesse des états quantiques produits. En particulier, nous avons visualisé la distribution en vitesse du premier état vibrationnel excité ( $|n = 1\rangle$ ). Cette distribution est constituée de deux pics et s'annule pour la vitesse nulle. Elle est non classique en ce sens que, selon la physique classique, il est impossible qu'un ensemble d'atomes évoluant dans un potentiel harmonique ait une distribution en vitesse stationnaire identique à celle de  $|n = 1\rangle$ . D'autres états quantiques ont été produits, notamment des états comprimés dont la largeur en vitesse est inférieure à celle de l'état fondamental.

Dans un deuxième temps, nous avons utilisé le refroidissement par bandes latérales pour refroidir les atomes dans les trois directions. Pour refroidir le mouvement horizontal des atomes avec la méthode de refroidissement par bande latérales qui agit sur le mouvement vertical, on utilise simplement le couplage entre le mouvement horizontal et vertical dû aux collisions élastiques. Nous avons ainsi refroidi le mouvement horizontal jusqu'à une température  $k_B T = 0.7\hbar\omega_{\text{osc}}$ . Dans cette situation d'équilibre thermodynamique, 78% des atomes sont dans l'état fondamental du mouvement vertical. De plus, les mouvement horizontaux et vertical sont alors presque totalement découplés : seulement environ 5% des atomes ont une énergie suffisante pour, à la suite d'une collision, peupler un état vibrationnel excité. Nous avons donc atteint la limite du régime d'un gaz 2D dans lequel le degré de liberté vertical est gelé. La physique d'un gaz 2D est peu explorée expérimentalement. Des phénomènes intéressants sont prédits comme la transition de Kausterlitz-Trouless à très basse température pour des Bosons[22]. Nous nous sommes intéressés aux propriétés collisionnelles des atomes confinés. En effet, un paramètre intervenant dans la physique des collisions à très faibles énergies est la longueur de diffusion. Or, pour le Cesium, cette grandeur est plus importante que la taille du confinement des atomes. Il était alors naturel de se poser la question de savoir si le confinement modifiait les propriétés collisionnelles. Pour cela, nous avons observé la relaxation vers l'équilibre thermodynamique du gaz préparé dans une situation hors d'équilibre.

## Plan de la thèse

La thèse est organisée de la façon suivante.

Le premier chapitre est une introduction générale du piégeage dipolaire. L'expression du potentiel dipolaire est établie en utilisant une approche d'atome habillé dans lequel le champ électromagnétique est quantifié. Nous discuterons ensuite le chargement des pièges dipolaires et brièvement des techniques de refroidissement qui ont été mise en oeuvre dans de tels pièges dans le passé.

Le second chapitre décrit le piège dipolaire utilisé dans les expériences de cette thèse ainsi que les principales techniques expérimentales utilisées, notamment le système d'imagerie. L'étude du chauffage auquel sont soumis les atomes piégés est présentée.

Le troisième chapitre est consacré au refroidissement par bandes latérales. Deux variantes de ce refroidissement qui ont été mise en oeuvre dans notre piège sont successivement décrites.

Le quatrième chapitre présente la production et l'observation d'états quantiques purs du mouvement dans la direction verticale.

Enfin, le dernier chapitre est consacré à la production d'un gaz qui est quasiment un gaz à deux dimensions (degré de liberté vertical gelé) et à l'étude des propriétés collisionnelles du gaz très confiné que nous obtenons.

## Chapter 2

# Piégeage dipolaire d'atomes

Les ions, comme ils sont chargés, interagissent fortement avec des charges extérieures. Ils sont soumis à un potentiel d'interaction proportionnel au potentiel électrostatique. On a pu utiliser cette interaction importante pour réaliser des pièges. Comme il est impossible de créer un maximum ou un minimum de potentiel électrostatique dans le vide (théorème de Gauss), le potentiel électrique dans ces pièges est modulé à une fréquence de 20 MHz de sorte que les ions sont sensibles à un champ effectif présentant un minimum<sup>1</sup>. De tels pièges peuvent avoir une profondeur de l'ordre de  $10^3\text{K}$  et le confinement peut correspondre à des fréquences d'oscillation aussi élevées que 3 MHz[24]. Leur chargement utilise un jet d'atomes et un jet d'électrons qui se croisent au niveau du piège. Les ions formés à l'issue de collisions, bien qu'ils aient une énergie très importante peuvent être piégés[24].

Les atomes, par contre, n'ont pas de charge. On ne peut donc pas utiliser l'interaction importante entre charges électriques pour les piéger. Cependant, l'interaction avec des champs magnétiques ou électriques est non nulle grâce à l'existence de dipôles induits ou permanents. Cette interaction peut être utilisée pour réaliser des pièges pour atomes. Mais l'interaction entre le dipôle atomique et un champ étant assez faible, les pièges techniquement réalisables sont peu profonds. Les pièges les plus profonds réalisés ont une profondeur de l'ordre du Kelvin[25]. Avec des électroaimants standards, les pièges magnétiques ont une profondeur de l'ordre de la dizaine de milliKelvin. La profondeur des pièges optiques est généralement encore plus faible : de l'ordre du milliKelvin. Le chargement de ces pièges nécessite une source d'atomes à une température inférieure à la profondeur du piège donc de l'ordre du milliKelvin. C'est pourquoi, le piégeage d'atomes ne s'est développé que grâce aux progrès effectués dans le domaine du refroidissement d'atomes par lasers<sup>2</sup>. Il y a environ 15 ans, des jet d'atomes étaient re-

---

<sup>1</sup>Il existe une zone de stabilité de l'espace des paramètres du piège (amplitude du champ et fréquence de modulation) dans laquelle le mouvement de l'ion est stable et peut être décrit par un mouvement dans un potentiel harmonique effectif[23].

<sup>2</sup>Cependant, le chargement d'atomes d'hydrogène dans un piège magnétique a été réalisé en utilisant le refroidissement par collisions avec de l'Helium à une température de 275 mK[25].

froidis par laser pour la première fois. Un peu plus tard, le piège magnéto-optique était mis au point, réalisant une source d'atomes froids très pratique. Ce piège dissipatif peut piéger quelques dizaines de millions d'atomes à partir d'une vapeur à la température ambiante et produire un nuage piégé avec une densité de l'ordre de  $10^{10}$  atomes/cm<sup>3</sup> et une température de l'ordre de  $10\ \mu\text{K}$ <sup>3</sup>[26, 27, 28]<sup>4</sup>. Le premier piégeage d'atomes neutres a été effectué en 1985[2] : les atomes, refroidis par lasers jusqu'à une température de l'ordre de  $100\ \mu\text{K}$ , étaient chargés dans un piège magnétique.

Les pièges magnétiques pour atomes utilisent l'interaction entre un dipôle magnétique et un champ magnétostatique. En effet, les atomes dont l'état fondamental a un moment cinétique total non nul possèdent un moment magnétique proportionnel à leur moment cinétique. Ce moment magnétique interagit avec un champ magnétique extérieur et l'énergie d'interaction est appelée énergie Zeeman. Les atomes dont le moment magnétique est aligné avec le champ magnétique ressentent une force proportionnelle au gradient de la norme du champ magnétique. Si leur vitesse n'est pas trop importante, la direction de leur moment magnétique suit adiabatiquement la direction du champ magnétique. Donc tout ce passe comme s'ils étaient soumis à un potentiel proportionnel à la norme du champ. Ainsi, ces états sont piégés dans un extremum de champ magnétique. Comme il est impossible de créer un maximum de la norme du champ magnétique statique (théorème de Wing[29]), un piège consiste en un minimum de champ. Dans un tel piège, seuls les sous-niveaux magnétiques de plus grande énergie Zeeman peuvent être piégés. En effet, les atomes dont le sous niveau magnétique est celui de plus faible énergie Zeeman sont attirés vers les zones de fort champ magnétique. Ces pièges magnétiques sont très utilisés. Un refroidissement évaporatif jusqu'à des températures de l'ordre de  $100\ \text{nK}$  a permis d'atteindre la dégénérescence quantique dans des pièges magnétiques[30]<sup>5</sup>.

Cependant, ils ont plusieurs inconvénients. Tout d'abord, les atomes piégés sont ceux dont l'énergie Zeeman est la plus importante. Or des collisions inélastiques entre atomes piégés peuvent amener des atomes dans des niveaux magnétiques non piégés, ce qui induit des pertes d'atomes. Pour éviter de tels processus, les alcalins sont polarisés dans l'état  $|F = I + 1/2, m_F = F\rangle$  de spin maximum. Si les interactions magnétiques et les couplages spin-orbites sont négligeables durant une collision, alors le potentiel d'interaction est invariant par une rotation de tous les spins<sup>6</sup>. Le spin total des deux atomes est donc conservé. Si les atomes sont initialement dans l'état  $|F = I + 1/2, m_F = F\rangle$  pour lequel le spin est maximum, ils ne peuvent donc pas changer d'état à l'issue de la collision. Les atomes peuvent aussi être polarisés dans l'état de spin minimum du niveaux hyperfin fondamental  $F = I - 1/2$ . Les col-

---

<sup>3</sup>La température et la densité atteintes dépendent de l'atome considéré.

<sup>4</sup>La référence renvoie aux lectures des prix Nobel qui donnent une présentation du domaine du refroidissement d'atomes et dans lesquelles on trouvera beaucoup de références

<sup>5</sup>Pour des articles de revue sur le sujet, voir les proceedings [31]

<sup>6</sup>En fait, il est même invariant par une rotation des spins électroniques seulement. Par contre, à cause du terme d'échange, il n'est pas invariant par la rotation d'un seul spin électronique.

lisions inélastiques sont alors énergétiquement interdites <sup>7</sup>. Pour le Rb, le Li et le Na, le taux de collisions inélastique entre atomes polarisés dans  $F = I + 1/2, m_F = F$  est en effet suffisamment faible pour que l'on puisse obtenir le régime de dégénérescence quantique<sup>8</sup>.

Par contre, ce n'est pas le cas du Césium. Les interactions spins-orbites sont importantes durant une collision et induisent des collisions inélastiques. Il a été montré expérimentalement au laboratoire que les pertes induites par collisions inélastiques induites par ces interactions empêchaient d'atteindre le régime de dégénérescence quantique dans un piège magnétique[33, 34].

Un autre inconvénient est la présence des forts champs magnétiques généralement pulsés nécessaires aux pièges magnétiques utilisés pour produire les condensats de Bose Einstein. Ceux-ci sont difficilement compatibles avec l'utilisation ultérieure des atomes pour des mesures de précision : horloges atomiques [35] et interféromètres à ondes de matière (gyroscopes[36] ou gravitomètres[37]).

Un autre type de piège pour atomes peut être réalisé en utilisant l'interaction des atomes avec un champ électrique. Les atomes dans leur état fondamental ne possèdent pas de dipôle électrique. Cependant, en présence d'un champ électrique un dipôle est induit sur les atomes et celui-ci interagit avec le champ qui lui a donné naissance. L'atome est alors attiré vers les zones de fort champ électrique. Or il est impossible de produire un maximum local de la norme du champ électrostatique (théorème de Wing [29]). Un piège utilisant un champ électrique statique ne peut donc pas être réalisé. Pour surmonter cette difficulté, on utilise un champ électrique oscillant. Or l'atome a lui même des fréquences propres. L'interaction entre le champ et l'atome dépend de la fréquence du champ excitateur par rapport aux fréquences atomiques. Tant que la fréquence du champ extérieur est inférieure aux fréquences atomiques, le dipôle induit est en phase avec le champ et l'atome est attiré vers les zones de forts champs électriques donc de fortes intensités lumineuse. Par contre, si la fréquence du champ est supérieure à une fréquence atomique, le dipôle atomique est en opposition de phase avec le champ et l'atome est au contraire repoussé vers les zones de faibles intensités lumineuses. Au voisinage d'une fréquence atomique, le dipôle induit sur l'atome présente une résonance. Le potentiel d'interaction, à intensité lumineuse  $I$  fixée, est alors inversement proportionnel au désaccord  $\Delta$  du laser. Pour tirer profit de cette résonance, on peut utiliser un laser dont la fréquence est proche de la fréquence de l'une des transitions atomiques. Cependant, l'atome est alors susceptible d'absorber des photons de l'onde excitatrice et d'émettre des photons spontanés. Ces processus induisent un chauffage, proportionnel à  $I/\Delta^2$ , d'autant plus important que la fréquence du laser est proche d'une fréquence atomique. Ainsi, la fréquence du laser réalisant le piège dipolaire est un compromis entre une puissance lumineuse accessible et un

---

<sup>7</sup>En effet, les collisions avec changement d'état interne doivent alors faire intervenir un état du niveau hyperfin  $F + 1/2$  pour conserver le spin total. Ces processus sont énergétiquement interdits lorsque l'énergie cinétique des atomes est très inférieure à l'écart en énergie des niveaux hyperfins.

<sup>8</sup>Pour un traitement détaillé des propriétés des collisions, voir [32]



chauffage non excessif des atomes.

Les pièges optiques ont beaucoup d'avantages par rapport aux pièges magnétiques. Tout d'abord, les pièges dipolaires très désaccordés piègent tous les sous-niveaux de l'état fondamental de l'atome. Ainsi, les atomes peuvent être piégés dans l'état de plus basse énergie pour que les collisions inélastiques soient énergétiquement interdites. De plus, les confinements réalisés peuvent être très importants. Cela est le cas notamment lorsque l'on utilise des interférences entre faisceaux car l'échelle de variation spatiale du potentiel est alors la longueur d'onde optique. Une autre particularité des pièges dipolaires est la possibilité d'appliquer aux atomes un refroidissement optique utilisant comme phénomène dissipatif l'émission spontanée de photons. De tels refroidissements sont beaucoup plus difficiles dans un piège magnétique car il faut éviter l'émission spontanée vers des états non piégés.

En première partie de ce chapitre, je présente un calcul du potentiel dipolaire et du taux de photons spontanés valables tant que la population de l'état excité reste faible. Pour simplifier, on considère dans cette première partie un atome à deux niveaux. L'analyse en terme d'échange de photons entre modes du champ électromagnétique est soigneusement discutée. Cette analyse est faite dans le cas d'un désaccord du champ exciteur faible par rapport à la fréquence de transition atomique. Le cas d'un champ de fréquence très désaccordé est ensuite présenté. En deuxième partie, on s'intéressera au cas de l'atome de Césium. Enfin, je présenterai les techniques utilisées pour charger les pièges dipolaires et, succinctement, les méthodes de refroidissement qui ont été appliquées à des atomes piégés dans des pièges dipolaires.

## 2.1 Potentiel dipolaire pour un atome à deux niveaux

Dans un premier temps, nous considérerons un atome n'ayant que deux niveaux  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$ . On note  $\hbar\omega_{at}$  la séparation en énergie entre ces états. La largeur en énergie de l'état excité est  $\Gamma$ . Cet atome interagit avec un champ électromagnétique de fréquence  $\omega$  et de mode spatial  $|\phi_{em}\rangle$ . La distribution en champ électrique du mode à un photon  $|\phi_{em}\rangle$  est  $\mathcal{E}(\mathbf{r})$ . En notant  $a$  et  $a^+$  les opérateurs création et annihilation de photon de ce mode du champ, l'hamiltonien du système atome+champ est, dans l'approximation dipolaire,

$$H = \hbar\omega_{at} |e\rangle \langle e| + \frac{\mathbf{P}^2}{2m} + \hbar\omega a^+ a + V, \quad (2.1)$$

où

$$V = d_0(|e\rangle \langle f| + |f\rangle \langle e|)(i\mathcal{E}(\mathbf{r})a - i\mathcal{E}^*(\mathbf{r})a^+) \quad (2.2)$$

est le couplage entre le champ et l'atome.

Dans le cas où le couplage  $V$  est très faible devant le désaccord  $\hbar\Delta$  du champ électromagnétique par rapport à la transition atomique et où  $\hbar\Delta$  est très grand devant la largeur en énergie de l'état excité, la population dans l'état excité reste toujours très faible. On se restreindra toujours à cette situation dorénavant. Par contre des

transitions entre des états de l'atome dans son état interne fondamental dans lesquelles un photon du mode  $|\phi_{em}\rangle$  est absorbé et un photon est réémis de façon stimulée sont presque à résonance. Ces transitions à deux photons, peuvent induire des transferts de population importants entre différents états d'impulsion bien définie qui sont les états propres de l'atome en l'absence de photons. Pour décrire le mouvement du centre de masse de l'atome, il est donc nécessaire de tenir compte de ces processus.

### 2.1.1 Champ dans un état de Fock

Dans un premier temps, nous considérerons le cas où l'état du champ est un état de Fock à  $N$  photons. Le champ est quantifié dans une cavité de volume  $\mathcal{V}$ . De même, on supposera que les états du mouvement atomiques sont quantifiés dans une boîte de volume  $\mathcal{V}$ .

Les processus à deux photons dans lesquels un photon est absorbé et un photon est émis de façon stimulée ne changent alors pas l'état du champ.

Deux types d'états intermédiaires sont possibles. Soit l'atome passe dans l'état excité en absorbant un photon puis en émet un de façon stimulée, soit il émet un photon stimulé pour passer dans l'état excité puis en absorbe un. Dans le premier cas, l'énergie de l'état intermédiaire est environ  $\hbar(\omega_{at} - \omega)$ . Dans le deuxième cas, cette énergie est  $\hbar(\omega_{at} + \omega)$ , comme représenté figure 2.1.

Si la fréquence  $\omega$  est suffisamment proche de  $\omega_{at}$ ,  $\omega_{at} + \omega \gg |\omega_{at} - \omega|$  et le processus dans lequel l'état intermédiaire est  $|N + 1, e\rangle$  est négligeable. L'approximation faite en négligeant ce processus s'appelle approximation de l'onde tournante. Pour simplifier les expressions, on se place dans cette limite dans un premier temps. Le paragraphe 2.1.5 revient sur cette approximation. Le calcul du couplage entre états de l'atome dans son état fondamental est simple si on considère le couplage entre deux états de l'atome d'impulsion bien définie  $\mathbf{K}$  et  $\mathbf{K} + \mathbf{q}$ . L'énergie de l'état initial,  $E_1 = K^2/(2m)$ , et celle de l'état final,  $E_2 = (\mathbf{K} + \mathbf{q})^2/(2m)$ , seront toujours supposées très petites devant l'énergie de l'état intermédiaire  $\hbar\Delta = \hbar(\omega_{at} - \omega)$ . L'état  $|N, \mathbf{K}, f\rangle$  est couplé par  $V$  à des états intermédiaire  $|N - 1, \mathbf{k}, e\rangle$  eux mêmes couplés à l'état  $|N, \mathbf{K} + \mathbf{q}, f\rangle$ . Le couplage effectif entre l'état initial et l'état final s'écrit alors

$$\langle N, \mathbf{K} + \mathbf{q}, f | V_{eff} | N, \mathbf{K}, f \rangle = - \sum_{\mathbf{k}} \frac{\langle N, \mathbf{K} + \mathbf{q}, f | V | N - 1, \mathbf{k}, e \rangle \langle N - 1, \mathbf{k}, e | V | N, \mathbf{K}, f \rangle}{\hbar\Delta}, \quad (2.3)$$

Cette expression est le développement à l'ordre 2 de l'effet de  $V$  comme présenté dans [38]. Il est aussi le résultat d'une approximation séculaire de l'évolution de l'atome présenté dans l'annexe A. Si les deux états initiaux et finaux sont identiques (i.e.  $\mathbf{q} = \mathbf{0}$ ), on retrouve l'expression du décalage en énergie à l'ordre 2.

Les couplages  $V_+(\mathbf{k}) = \langle N - 1, \mathbf{k}, e | V | N, \mathbf{K}, f \rangle$  et  $V_-(\mathbf{k}) = \langle N, \mathbf{K} + \mathbf{q}, f | V | N - 1, \mathbf{k}, e \rangle$

s'écrivent

$$\begin{cases} V_+(\mathbf{k}) = id_0 \int d^3\mathbf{r} \mathcal{E}(\mathbf{r}) \sqrt{N} \frac{e^{i((\mathbf{K}-\mathbf{k})\cdot\mathbf{r})}}{\mathcal{V}} \\ V_-(\mathbf{k}) = -id_0 \int d^3\mathbf{r} \mathcal{E}^*(\mathbf{r}) \sqrt{N} \frac{e^{i((\mathbf{k}-(\mathbf{K}+\mathbf{q}))\cdot\mathbf{r})}}{\mathcal{V}} \end{cases} \quad (2.4)$$

L'équation 2.3 donne alors

$$\langle N, \mathbf{K} + \mathbf{q}, f | V_{eff} | N, \mathbf{K}, f \rangle = -\frac{Nd_0^2}{\hbar\Delta} \sum_{\mathbf{k}} \int d^3\mathbf{r}_1 \int d^3\mathbf{r}_2 \mathcal{E}(\mathbf{r}_1) \mathcal{E}^*(\mathbf{r}_2) \frac{e^{i((\mathbf{k}-(\mathbf{K}+\mathbf{q}))\cdot\mathbf{r}_2)} e^{i((\mathbf{K}-\mathbf{k})\cdot\mathbf{r}_1)}}{\mathcal{V}^2} \quad (2.5)$$

Or

$$\sum_{\mathbf{k}} \frac{1}{\mathcal{V}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = \delta(\mathbf{r}). \quad (2.6)$$

Donc,

$$\langle N, \mathbf{K} + \mathbf{q}, f | V_{eff} | N, \mathbf{K}, f \rangle = -\frac{Nd_0^2}{\hbar\Delta} \int d^3\mathbf{r}_1 \frac{\mathcal{E}(\mathbf{r}_1) \mathcal{E}^*(\mathbf{r}_1) e^{-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}_1}}{\mathcal{V}} \quad (2.7)$$

Ainsi, tous se passe comme si l'atome était soumis à un potentiel  $V_{dip}(\mathbf{r})$  vérifiant

$$V_{dip}(\mathbf{r}) = -\frac{Nd_0^2 |\mathcal{E}(\mathbf{r})|^2}{\hbar\Delta}. \quad (2.8)$$

Sa variation spatiale est donnée par celle de  $|\mathcal{E}|^2$  et l'amplitude du couplage est proportionnelle au nombre de photons. La quantité  $N|\mathcal{E}(\mathbf{r})|^2$  est proportionnelle à l'intensité lumineuse  $I(\vec{r})$  au point  $\mathbf{r}$  et ne dépend pas de la boîte de quantification.

### 2.1.2 Cas d'un champ cohérent

L'état du champ produit par un laser est bien décrit par un état cohérent et non par un état de Fock. Cet état est lui-même une superposition d'états de Fock

$$|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2} \sum_0^\infty \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (2.9)$$

Dans le cas d'un champ qui est une superposition d'états de Fock, un processus dans lequel un atome absorbe un photon puis en réémet un dans le mode du champ modifie l'état du champ. Donc, en toute rigueur la description de l'interaction entre l'atome et le champ par un simple potentiel agissant sur l'atome n'est plus valable. A l'issue de l'interaction, l'état de l'atome et celui de la cavité sont intriqués : il est à priori impossible de décrire l'état de l'atome seul par une fonction d'onde. Par exemple, dans le cas où l'état du champ initial est une superposition  $|0\rangle + |1\rangle$  et celui de l'atome une onde plane  $|k\rangle$ , il est possible, à l'issue de l'interaction avec l'atome, d'avoir un état  $|0, k\rangle + |1, -k\rangle$ . Cela peut être le cas si le mode du champ est une onde stationnaire de période  $2\pi/k$ . Des mesures ne portant que sur les variables atomiques montreront

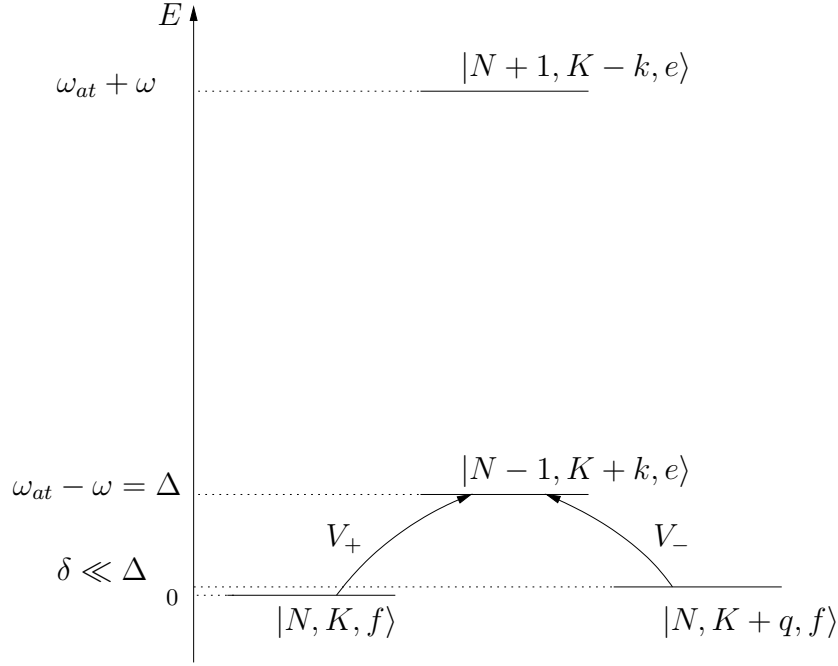


Figure 2.1: Niveaux d'énergie du système atome plus champ.

qu'il n'y a pas d'interférence entre les populations de  $|k\rangle$  et  $|-k\rangle$ . De telles intrications sont étudiées dans les expériences d'électrodynamique en cavité[39].

En fait, la situation est différente pour un état cohérent à grand nombre de photons comme nous le montrons ci-dessous. L'effet du couplage à deux photons peut s'écrire, dans la base des états de Fock  $|N\rangle$  du champs,

$$\langle N' | V_{eff} | N \rangle = -\delta_{N,N'} \frac{N d_0^2 |\mathcal{E}(\mathbf{r})|^2}{\hbar \Delta}. \quad (2.10)$$

Donc ce couplage est

$$V_{eff} = -a^+ a \frac{d_0^2 |\mathcal{E}(\mathbf{r})|^2}{\hbar \Delta}. \quad (2.11)$$

Ainsi, si l'état du champ est initialement l'état cohérent  $|\alpha\rangle$  et l'atome dans l'état du centre de masse  $|\phi_{at}\rangle$ , le système atome-champ est couplé à

$$V_{eff} |\alpha\rangle |\phi_{at}\rangle = -\frac{d_0^2 |\mathcal{E}(\mathbf{r})|^2}{\hbar \Delta} |\phi_{at}\rangle a^+ a |\alpha\rangle. \quad (2.12)$$

Or

$$a^+ a \alpha = \alpha a^+ |\alpha\rangle. \quad (2.13)$$

$a^+ |\alpha\rangle$  vérifie

$$\left\{ \begin{array}{l} \langle a^+ \alpha | a^+ \alpha \rangle = 1 + |\alpha|^2 \\ \text{et } \langle \alpha | a^+ \alpha \rangle = \alpha^* \end{array} \right. \quad (2.14)$$

Comme pour un nombre important de photons,  $|\alpha|^2 \gg 1$ ,

$$a^+ |\alpha\rangle \simeq \alpha^* |\alpha\rangle. \quad (2.15)$$

Donc, l'état  $\alpha$  n'est quasiment pas modifié par l'interaction avec l'atome et

$$V_{eff} |\alpha\rangle |\phi_{at}\rangle \simeq -\frac{d_0^2 |\mathcal{E}(\mathbf{r})|^2}{\hbar\Delta} |\phi_{at}\rangle \alpha \alpha^* |\alpha\rangle \quad (2.16)$$

Ainsi, la notion de potentiel vu par l'atome est tout à fait pertinente et ce potentiel s'écrit simplement

$$V_{dip} = -|\alpha|^2 \frac{d_0^2 |\mathcal{E}(\mathbf{r})|^2}{\hbar\Delta}. \quad (2.17)$$

Or le terme  $|\alpha|^2 |\mathcal{E}(\vec{r})|^2$  est proportionnel à l'intensité lumineuse au point  $\mathbf{r}$   $I(\mathbf{r})$ . Finalement, le potentiel dipolaire s'écrit

$$V_{dip} = -\frac{I(\mathbf{r}) d_0^2}{2\epsilon_0 c \hbar\Delta}. \quad (2.18)$$

### 2.1.3 Superposition de plusieurs faisceaux lasers

Le calcul précédent s'applique au cas où le potentiel dipolaire est créé par un champ cohérent dans un mode donné. Il fournit ainsi le potentiel dipolaire induit par un faisceau laser unique. Dans le cas où plusieurs faisceaux lasers se superposent, par exemple dans un réseau lumineux, le calcul précédent n'est à priori plus valable. En fait, nous montrons ci-dessous que la situation où plusieurs faisceaux lumineux se croisent peut se ramener à la situation précédente.

On considère donc le cas où plusieurs faisceaux lasers se croisent. Le mode du faisceau numéro  $i$  est noté  $\phi_i$ . L'état du champ total est un produit d'états cohérents

$$|\phi\rangle = |\alpha_1\rangle_{\phi_1} |\alpha_2\rangle_{\phi_2} \dots |\alpha_p\rangle_{\phi_p} \quad (2.19)$$

Or, si on considère le mode du champ

$$\Phi = \frac{\alpha_1 \phi_1 + \alpha_2 \phi_2 + \dots}{\sqrt{|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 + \dots}}, \quad (2.20)$$

dont l'opérateur annihilation de photons est

$$a = \frac{\alpha_1 a_1 + \alpha_2 a_2 + \dots}{\sqrt{|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 + \dots}}, \quad (2.21)$$

l'état  $|\phi\rangle$  est l'état cohérent

$$|\phi\rangle = \left| \sqrt{|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 + \dots} \right\rangle_{\Phi} \quad (2.22)$$

du mode  $\Phi$ . On est donc ramené au cas étudié dans la section précédente. Les atomes sont donc soumis, d'après 2.17 au potentiel dipolaire

$$V_{dip} = -\sqrt{|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 + \dots} \frac{d_0^2 |\mathcal{E}_\Phi(\mathbf{r})|^2}{\hbar \Delta}. \quad (2.23)$$

Or le champ électrique  $\mathcal{E}_\Phi$  est

$$\mathcal{E}_\Phi = \frac{\alpha_1 \mathcal{E}_{\phi_1} + \alpha_2 \mathcal{E}_{\phi_2} + \dots}{\sqrt{|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 + \dots}}. \quad (2.24)$$

Donc le potentiel dipolaire s'écrit simplement

$$V_{dip} = -\frac{d_0^2}{\hbar \Delta} |\alpha_1 \mathcal{E}_{\phi_1}(\mathbf{r}) + \alpha_2 \mathcal{E}_{\phi_2}(\mathbf{r}) + \dots|^2. \quad (2.25)$$

On retrouve donc l'expression 2.18, l'intensité  $I$  résultant maintenant d'une interférence entre les différents bras du laser.

#### 2.1.4 Analyse en terme d'échange de photons entre modes

L'analyse précédente se ramène toujours au cas où un seul mode du champ électromagnétique est peuplé. Elle est simple et suffisante pour calculer le potentiel dipolaire produit par des champs cohérents. Cependant, son interprétation physique n'est pas évidente. Pour donner une interprétation physique simple, nous pouvons analyser le potentiel dipolaire en terme de redistributions de photons entre différentes ondes planes peuplées. Une telle analyse est possible dans le cas général. Ainsi, le potentiel dipolaire créé par un mode gaussien d'un laser peut être interprété avec des redistributions de photons entre les différentes ondes planes dont est composé le mode gaussien.

Ici, pour avoir des expressions simples, on se restreint au cas où seulement deux ondes planes sont peuplées. Nous allons montrer que l'on peut retrouver l'expression 2.18 par un calcul faisant intervenir des échanges de photons entre les deux modes. On note  $\mathbf{k}_1$  et  $\mathbf{k}_2$  les vecteurs d'onde des deux ondes planes considérées. Le potentiel d'interaction entre l'atome et le champ dans l'approximation de l'onde tournante s'écrit alors, en notant  $a_1$  et  $a_2$  les opérateurs d'annihilation de photon dans le mode 1 et 2,  $V = V_1 + V_2$  où

$$\begin{cases} V_1 = d_0 \mathcal{E} |e\rangle \langle f| i e^{i(\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r})} a_1 + h.c. \\ V_2 = d_0 \mathcal{E} |e\rangle \langle f| i e^{i(\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r})} a_2 + h.c. \end{cases} \quad (2.26)$$

Dans un premier temps, considérons le cas où l'état du champ est un produit d'états de Fock

$$|\psi\rangle = |N_1\rangle_{\mathbf{k}_1} |N_2\rangle_{\mathbf{k}_2}. \quad (2.27)$$

Deux types de transitions à deux photons interviennent : les transitions dans lesquelles l'absorption et l'émission se font dans le même mode et celles où un photon est absorbé dans un mode et émis dans l'autre. Les premières transitions ne couplent pas d'états d'impulsions différentes et n'introduisent qu'un décalage global en énergie calculé comme 2.8

$$V_0 = -\frac{(N_1 + N_2)d_0^2\mathcal{E}^2}{\hbar\Delta}. \quad (2.28)$$

Par contre les transitions faisant intervenir les deux ondes couplent des états d'impulsion différentes. Le couplage entre un état d'impulsion  $\mathbf{K}$  et un état d'impulsion  $\mathbf{K} + \mathbf{q}$  par émission dans l'onde 1 et absorption dans l'onde 2 s'écrit

$$\begin{aligned} \langle N_1 + 1, N_2 - 1, \mathbf{K} + \mathbf{q}, f | V_{eff} | N_1, N_2, \mathbf{K}, f \rangle = \\ - \sum_{\mathbf{k}} \frac{\langle N_1 + 1, N_2 - 1, \mathbf{K} + \mathbf{q}, f | V_1 | N_1, N_2 - 1, \mathbf{k}, e \rangle \langle N_1, N_2 - 1, \mathbf{k}, e | V_2 | N_1, N_2, \mathbf{K}, f \rangle}{\hbar\Delta}. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Comme le terme  $e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}$  correspond à une translation d'impulsion de  $\mathbf{k}$ , on a

$$\langle N_1 + 1, N_2 - 1, \mathbf{K} + \mathbf{q}, f | V_{eff} | N_1, N_2, \mathbf{K}, f \rangle = -\frac{1}{\hbar\Delta} |\mathcal{E}|^2 d_0^2 \sqrt{N_1 + 1} \sqrt{N_2} \delta_{\mathbf{q}, \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1}. \quad (2.30)$$

En tenant compte du processus inverse, on a finalement

$$\begin{aligned} V_{eff} | N_1, N_2, \mathbf{K}, f \rangle = -\frac{1}{\hbar\Delta} |\mathcal{E}|^2 d_0^2 \left( \frac{\sqrt{N_1 + 1} \sqrt{N_2}}{\sqrt{N_1} \sqrt{N_2 + 1}} | N_1 + 1, N_2 - 1, \mathbf{K} + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1, f \rangle + \right. \\ \left. \frac{\sqrt{N_1} \sqrt{N_2 + 1}}{\sqrt{N_1 + 1} \sqrt{N_2}} | N_1 - 1, N_2 + 1, \mathbf{K} + \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2, f \rangle \right) \end{aligned} \quad (2.31)$$

Ce couplage s'écrit donc

$$V_{eff} = -\frac{1}{\hbar\Delta} |\mathcal{E}|^2 d_0^2 \left( a_1^+ a_2 e^{i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}} + a_2^+ a_1 e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r}} \right). \quad (2.32)$$

Les états du champ avant et après le transfert à deux photons sont orthogonaux. Un potentiel n'agissant que sur les variables atomiques n'a pas de sens ici. La situation est différente si l'état initial du champ est un produit d'états cohérents

$$|\alpha_1\rangle_{\mathbf{k}_1} |\alpha_2\rangle_{\mathbf{k}_2}. \quad (2.33)$$

On a en effet, pour tout état atomique  $|\psi_{at}\rangle$ ,

$$V_{eff} |\alpha_1\rangle_{\mathbf{k}_1} |\alpha_2\rangle_{\mathbf{k}_2} |\psi_{at}\rangle = -\frac{d_0^2 \mathcal{E}^2}{\hbar\Delta} \left( a_2^+ a_1 |\alpha_1\rangle |\alpha_2\rangle e^{i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}} + a_1^+ a_2 |\alpha_1\rangle |\alpha_2\rangle e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r}} \right) |\psi_{at}\rangle \quad (2.34)$$

Cette expression se simplifie en

$$V_{eff} |\alpha_1\rangle_{\mathbf{k}_1} |\alpha_2\rangle_{\mathbf{k}_2} |\psi_{at}\rangle = -\frac{d_0^2 \mathcal{E}^2}{\hbar\Delta} \left( \alpha_1 |\alpha_1\rangle_{\mathbf{k}_1} a_2^+ |\alpha_2\rangle e^{i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \cdot \mathbf{r}} + \alpha_2 |\alpha_2\rangle_{\mathbf{k}_2} a_1^+ |\alpha_1\rangle_{\mathbf{k}_1} e^{i(\mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_1) \cdot \mathbf{r}} \right) |\psi_{at}\rangle \quad (2.35)$$

Comme précédemment, on considère des états cohérents avec un nombre de photons élevé donc

$$\begin{cases} a_1^+ |\alpha_1\rangle_{k_1} \simeq \alpha_1^* |\alpha_1\rangle_{k_1} \\ a_2^+ |\alpha_2\rangle_{k_2} \simeq \alpha_2^* |\alpha_2\rangle_{k_2} \end{cases} \quad (2.36)$$

Donc l'état du champ n'est quasiment pas modifié par les transferts de photons appelés aussi transferts Raman stimulés. Le potentiel effectif ressenti par l'atome vérifie

$$V_{eff} |\mathbf{K}\rangle = -\frac{d_0^2 \mathcal{E}^2}{\hbar \Delta} (\alpha_1 \alpha_2^* |\mathbf{K} + \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2\rangle + \alpha_2 \alpha_1^* |\mathbf{K} - \mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2\rangle). \quad (2.37)$$

En fait, il faut ajouter à ce couplage, le décalage en énergie dû aux transferts Raman à l'intérieur de chaque mode.

Finalement, en représentation  $\mathbf{r}$  ce potentiel est diagonal et s'écrit

$$V_{eff}(\mathbf{r}) = -\frac{d_0^2 \mathcal{E}^2}{\hbar \Delta} \left| \alpha_1 e^{i\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{r}} + \alpha_2 e^{i\mathbf{k}_2 \cdot \mathbf{r}} \right|^2. \quad (2.38)$$

On retrouve bien un cas particulier de 2.25.

### 2.1.5 Potentiel dipolaire induit par un laser très désaccordé

Lorsque  $\omega$  est très petit, il n'est plus possible de négliger le transfert à deux photons dans lequel l'état intermédiaire est l'atome dans l'état excité et un photon supplémentaire dans le mode laser. L'équation 2.3 doit être remplacée par

$$\begin{aligned} \langle N, \mathbf{K} + \mathbf{q}, f | V_{eff} | N, \mathbf{K}, f \rangle &= - \sum_{\mathbf{k}} \frac{\langle N, \mathbf{K} + \mathbf{q}, f | V | N - 1, \mathbf{k}, e \rangle \langle N - 1, \mathbf{k}, e | V | N, \mathbf{K}, f \rangle}{\hbar(\omega_{at} - \omega)} \\ &- \sum_{\mathbf{k}} \frac{\langle N, \mathbf{K} + \mathbf{q}, f | V | N + 1, e, \mathbf{k} \rangle \langle N + 1, \mathbf{k}, e | V | N, \mathbf{K}, f \rangle}{\hbar(\omega_{at} + \omega)}. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Or

$$\begin{aligned} \langle N + 1, \mathbf{k}, e | V | N, \mathbf{K}, f \rangle &= \sqrt{N + 1} d_0 \langle \mathbf{k} | \mathcal{E} | \mathbf{K} \rangle \\ \text{et } \langle N, \mathbf{K} + \mathbf{q}, f | V | N + 1, \mathbf{k}, e \rangle &= \sqrt{N + 1} d_0 \langle \mathbf{K} + \mathbf{q} | \mathcal{E}^* | \mathbf{k} \rangle \end{aligned} \quad (2.40)$$

Le potentiel dipolaire s'écrit donc

$$V_{dip}(\mathbf{r}) = -\frac{N d_0^2 |\mathcal{E}(\mathbf{r})|^2}{\hbar(\omega_{at} - \omega)} - \frac{(N + 1) d_0^2 |\mathcal{E}(\mathbf{r})|^2}{\hbar(\omega_{at} + \omega)}. \quad (2.41)$$

Pour les nombres de photons importants,  $N + 1 \simeq N$  et

$$V_{dip}(\mathbf{r}) = -N d_0^2 |\mathcal{E}(\mathbf{r})|^2 \left( \frac{1}{\hbar(\omega_{at} - \omega)} + \frac{1}{\hbar(\omega_{at} + \omega)} \right). \quad (2.42)$$



On montre alors comme précédemment que pour un champ cohérent  $|\alpha\rangle$  à nombre moyen de photons élevé,

$$V_{dip}(\mathbf{r}) = -|\alpha|^2 d_0^2 |\mathcal{E}(\mathbf{r})|^2 \frac{1}{\hbar} \left( \frac{1}{\omega_{at} - \omega} + \frac{1}{\omega_{at} + \omega} \right), \quad (2.43)$$

ce qui s'écrit en fonction de l'intensité  $I(\mathbf{r})$ ,

$$V_{dip}(\mathbf{r}) = -d_0^2 \frac{I(\mathbf{r})}{2c\epsilon_0} \frac{1}{\hbar} \left( \frac{1}{\omega_{at} - \omega} + \frac{1}{\omega_{at} + \omega} \right). \quad (2.44)$$

## 2.2 Taux d'émission de photons spontanés

Jusqu'à présent, les seuls processus résonnants considérés ont été les transferts à deux photons ne faisant intervenir que le ou les mode(s) du champ électromagnétique déjà peuplé(s) par les photons du laser. Ce sont les processus les plus importants car le facteur bosonique favorise l'émission dans un mode déjà peuplé. Cependant, l'atome est couplé à tous les autres modes du champ électromagnétique, initialement vides et des processus à deux photons faisant intervenir ces modes sont possibles. Deux processus sont quasiment résonnants. Soit l'atome absorbe un photon dans le mode laser pour passer dans l'état excité et émet un photon de même fréquence dans un mode initialement vide, soit l'atome émet un photon dans un mode initialement vide pour passer dans l'état excité puis absorbe un photon laser. Ainsi, si  $N$  est le nombre de photons dans le champ laser, l'état  $|N, f, 0\rangle$ , est couplé, par un processus à deux photons, à l'état  $|N - 1, f, 1\rangle$  dans lequel un mode initialement vide a reçu un photon. Le couplage, calculé comme au paragraphe précédent, est

$$\langle N - 1, f, 1 | V_{eff} | N, f, 0 \rangle = -d_0^2 \mathcal{E} \sqrt{N} \mathcal{E}_0(\omega) \frac{1}{\hbar} \left( \frac{1}{\omega_{at} - \omega} + \frac{1}{\omega_{at} + \omega} \right), \quad (2.45)$$

où  $\mathcal{E}_0(\omega)$  est le champ électrique associé au mode initialement vide dans lequel l'atome émet un photon.  $\mathcal{E}_0$  dépend du volume choisi pour quantifier le champ. Comme l'état final appartient à un continuum, le couplage avec les états de ce continuum se traduit par un taux de départ de l'état initial  $\Gamma_{spont}$  qui peut être calculé par la règle d'or de Fermi. En notant  $n(\omega)$  la densité d'états du champ à l'énergie  $\omega$ ,  $\Gamma_{spont}$  s'écrit

$$\Gamma_{spont} = \frac{2\pi}{\hbar} d_0^4 \mathcal{E}^2 N \mathcal{E}_0^2(\omega) \frac{1}{\hbar^2} \left( \frac{1}{\omega_{at} - \omega} + \frac{1}{\omega_{at} + \omega} \right)^2 n(\omega). \quad (2.46)$$

On note

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\hbar} d_0^2 \mathcal{E}_0^2(\omega_{at}) n(\omega_{at}) \quad (2.47)$$

le taux de départ de l'état excité (l'inverse de sa durée de vie). Comme  $n(\omega)$  est proportionnel à  $\omega^2$  et  $\mathcal{E}_0^2$  est proportionnel à  $\omega$ ,

$$\Gamma_{spont} = d_0^2 N \mathcal{E}^2 \Gamma \frac{\omega^3}{\omega_{at}^3} \frac{1}{\hbar^2} \left( \frac{1}{\omega_{at} - \omega} + \frac{1}{\omega_{at} + \omega} \right)^2. \quad (2.48)$$

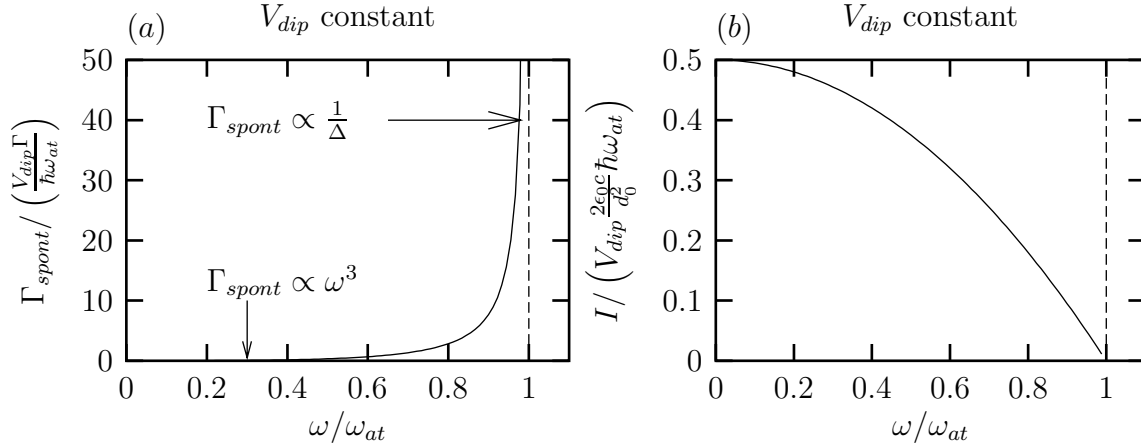


Figure 2.2: (a) : taux d'émission de photons spontanés en fonction de la fréquence du laser dipolaire pour un potentiel dipolaire donné  $V_{dip}$ . (b) : intensité lumineuse nécessaire pour induire ce potentiel dipolaire.

En remplaçant  $N\mathcal{E}^2$  par  $I/(2c\epsilon_0)$ , on obtient

$$\Gamma_{spont} = d_0^2 \frac{I(\mathbf{r})}{2c\epsilon_0 \hbar^2} \Gamma \frac{\omega^3}{\omega_{at}^3} \left( \frac{1}{\omega_{at} - \omega} + \frac{1}{\omega_{at} + \omega} \right)^2. \quad (2.49)$$

$\Gamma_{spont}$  est le nombre moyen de photons spontanés émis par seconde. La comparaison de 2.49 et de 2.44 montre qu'il est possible, pour un potentiel dipolaire donné d'avoir un taux de photons spontanés aussi faible que l'on veut si la fréquence du laser est suffisamment faible. Le graphe (a) de la figure 2.2 donne l'évolution de  $\Gamma_{spont}$  avec  $\omega_l$  pour un potentiel dipolaire donné. Bien sur, comme le montre le graphe (b) de la même figure, l'intensité laser doit être de plus en plus grande à mesure que l'on s'éloigne de la résonance.

## 2.3 Cas d'un alcalin

Jusqu'à présent, nous avons considéré le cas d'un atome à deux niveaux. L'atome de Césium, comme tout atome réel, possède bien sur une structure énergétique plus complexe présentée en annexe C. L'état fondamental  $6S_{1/2}$  est divisé en deux niveaux hyperfins  $F = 3$  et  $F = 4$  eux-mêmes composés de plusieurs sous-niveaux magnétiques. Des transitions à deux photons sont alors susceptibles d'induire des changements d'état interne. Le couplage dipolaire induit par un laser hors résonance entre deux états internes  $|f_2\rangle$  et  $|f_1\rangle$  s'écrit comme en 2.39 mais la somme sur les états excités fait intervenir tous les états internes excités et les états de départ et d'arrivée ont maintenant des états internes  $|f_1\rangle$  et  $|f_2\rangle$  éventuellement différents.

Le calcul du couplage dipolaire nécessite la connaissance de la structure énergétique du Césium. Le Césium étant un alcalin, les niveaux de faible énergie sont les niveaux

énergétiques de l'électron périphérique. En plus de la classification des niveaux d'énergie par les variables  $(n, l, m_l)$  caractérisant l'état du centre de masse de l'électron, il existe, comme pour l'hydrogène, une structure fine et hyperfine. L'interaction avec un champ électromagnétique, dans l'approximation dipolaire, ne dépend ni du spin de l'électron ni de celui du "noyau" et ne fait donc intervenir que les variables  $n, l$  et  $m_l$ . Le couplage entre les variables atomiques est, en notant  $m_S$  et  $m_I$  le moment cinétique intrinsèque de l'électron et celui du noyau,

$$\langle n', l', m'_l, m'_S, m'_I | V | n, l, m_l, m_S, m_I \rangle = \delta_{m_I, m'_I} \delta_{m_S, m'_S} \langle n', l', m'_l | \mathbf{d} \cdot \epsilon | n, l, m_l \rangle, \quad (2.50)$$

où  $\mathbf{d}$  est le dipôle atomique et  $\epsilon$  la polarisation du mode du champ considéré. A partir de l'état fondamental  $6S_{1/2}(n = 6, l = 0)$ , la transition la plus importante est celle amenant à l'état  $(n = 6, l = 1)$ . On ne considérera que cette transition par la suite et on omettra l'indice  $n$ .

Si le désaccord du laser induisant les transitions à deux photons est très grand devant la structure fine de l'état excité, dans la somme 2.39, les dénominateurs sont à peu près identiques et peuvent être factorisés. La somme sur les états excités est alors simple à calculer en utilisant la base découplée  $(l, m_l, m_S, m_I)$ . Comme l'état fondamental a un moment cinétique orbital nul, le seul élément de matrice à calculer est le potentiel dipolaire de l'état  $m_l = 0$ . Donc tout l'état fondamental est soumis au même potentiel dipolaire. Il n'existe pas de couplage entre sous-niveaux différents de l'état fondamental. De plus, comme l'état fondamental est invariant par rotation, le couplage à l'état excité ne dépend pas de la polarisation. Donc le potentiel dipolaire ne dépend pas de la polarisation du laser. Cette situation est rencontrée lorsque les atomes de Césium sont éclairés par un laser  $\text{CO}_2$ . En effet, sa fréquence (30 THz) est environ 10 fois plus petite que celle de la transition  $6S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$  et le rapport entre la largeur de la structure fine de l'état  $6p$  et son désaccord est environ 0,05.

Lorsque le désaccord du laser n'est pas très grand devant la structure fine de l'état excité, on ne peut plus utiliser la base  $(l, m_l)$  pour calculer le potentiel dipolaire. Cependant, si le désaccord est très grand devant la structure hyperfine des états excités et fondamentaux, le potentiel dipolaire peut se calculer dans la base fine. L'erreur faite est inférieure à  $\simeq 10\%$  lorsque le désaccord est supérieur à 50 GHz. Le niveau  $(n = 6, l = 1)$  est décomposé en deux sous-niveaux de structure fine de moment cinétique  $J = 1/2$  et  $J = 3/2$ . Les états de structure fine de l'état fondamental sont les états  $|m_S = \pm 1/2\rangle$  de différents spins électroniques. Le couplage dipolaire entre deux états  $|m_S\rangle$  et  $|m'_S\rangle$  de l'état fondamental est

$$\begin{aligned} \langle m'_S | V_{dip} | m_S \rangle = & \\ - \left( \frac{1}{\omega_{D_1} - \omega} + \frac{1}{\omega_{D_1} + \omega} \right) \sum_{m_J} \langle l = 0, m'_S | V | l = 1, J = 1/2, m_J \rangle \langle l = 1, J = 1/2, m_J | V | l = 0, m_S \rangle & \\ - \left( \frac{1}{\omega_{D_2} - \omega} + \frac{1}{\omega_{D_2} + \omega} \right) \sum_{m_J} \langle l = 0, m'_S | V | l = 1, J = 3/2, m_J \rangle \langle l = 1, J = 3/2, m_J | V | l = 0, m_S \rangle & \end{aligned} \quad (2.51)$$

où  $\omega_{D_1}$  et  $\omega_{D_2}$  sont les fréquences des transitions  $D_1$  et  $D_2$ . Le “potentiel” dipolaire est représenté, dans la base fine  $S = 1/2$  de l'état fondamental, par un opérateur agissant sur un spin  $1/2$ . Il peut donc toujours se décomposer en un décalage global en énergie plus l'effet d'un champ magnétique fictif.

Son calcul à partir de 2.51 nécessite la connaissance des couplages à un photon entre un état fondamental et un état excité de la base fine  $(l, J, m_J)$ . Ce couplage se déduit du couplage calculé dans la base découplée  $(l, m_l)$ . En effet, en notant  $d_{m_c}$  la composante de polarisation  $m_c$  de  $\mathbf{d}$ , le théorème de Wigner-Eckart montre qu'il existe une constante  $d_0$  telle que les couplages de la transition  $(n = 6, l = 0) \rightarrow (n = 6, l' = 1)$  vérifient

$$\langle l' = 1, m'_l | d_{m_c} | l = 0 \rangle = d_0 \langle l', m'_l | 0; 1, m_c \rangle = d_0 \delta_{m'_l, m_c}. \quad (2.52)$$

Le niveau  $(n = 6, l' = 1)$  est décomposé en deux sous niveaux de structure fine de moment cinétique  $J = 1/2$  et  $J = 3/2$ . En décomposant  $|l' = 1, J, m_J\rangle$  sur la base découplée, on vérifie que,

$$\langle l' = 1, J, m_J | d_{m_c} | l = 0, S = 1/2, m_S \rangle = d_0 \langle J, m_J | 1, m_c; 1/2, m_S \rangle. \quad (2.53)$$

Ainsi, pour une polarisation du laser  $m_c$ , le couplage entre l'état fondamental  $|m_S\rangle$  et excité  $|l' = 1, J, m_J\rangle$  est simplement proportionnel au coefficient de Clebsch-Gordan  $\langle J, m_J | 1, m_c; 1/2, m_S \rangle$ .

Le cas où la polarisation du laser est linéaire est représenté figure 2.3. Dans cette situation, les deux états  $m_S = 1/2$  et  $m_S = -1/2$  ne sont pas couplés et, à cause de la symétrie des coefficients de Clebsch-Gordan, sont soumis au même potentiel dipolaire. L'effet du laser est alors un décalage global en énergie de l'état fondamental d'une valeur

$$V_{dip}(\mathbf{r}) = -d_0^2 \frac{I(\mathbf{r})}{2c\epsilon_0 \hbar} \left( \frac{1}{3} \left( \frac{1}{\omega_{D_1} - \omega} + \frac{1}{\omega_{D_1} + \omega} \right) + \frac{2}{3} \left( \frac{1}{\omega_{D_2} - \omega} + \frac{1}{\omega_{D_2} + \omega} \right) \right). \quad (2.54)$$

## 2.4 Chargement d'un piège dipolaire

Les pièges dipolaires très désaccordés ayant une profondeur n'excédant guère, pour des questions de puissance lumineuse,  $U/k_B \sim 1$  mK ( $U/h = 20$  MHz) il est nécessaire de disposer d'une source d'atomes froids pour leur chargement. Un piège magnéto-optique produisant un nuage d'atomes à une température de l'ordre de  $100 \mu\text{K}$  est généralement utilisé. La taille d'un piège magnéto-optique, de l'ordre du millimètre, excède largement le volume typique du piège dipolaire que nous avons utilisé, de l'ordre de  $50 \mu\text{m}^3$ . Le nombre d'atomes chargés dépend donc de la densité d'atomes au niveau du piège dipolaire. Si le piège est allumé après la coupure du piège magnéto-optique, seuls les atomes initialement dans le volume du piège seront piégés, les autres ayant une énergie totale trop élevée, ne sont pas piégés. Ainsi, les atomes étant sur le bord du piège sont perdus. Pour augmenter le nombre d'atomes piégés, on peut profiter

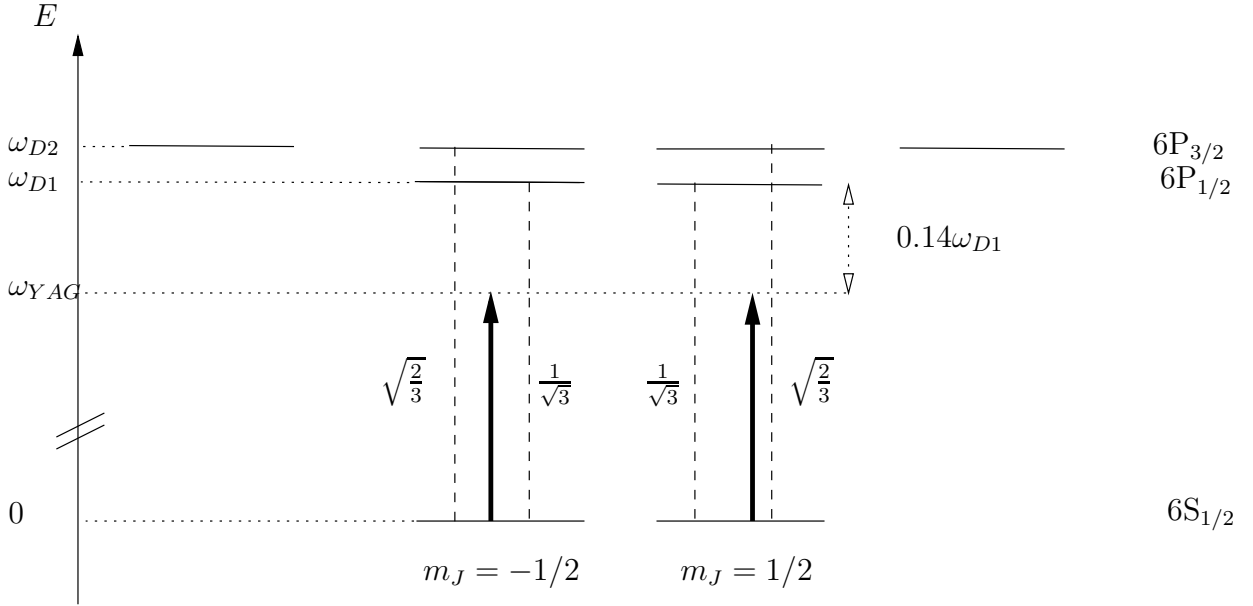


Figure 2.3: États fondamentaux et excités du Césium dans la base fine. Les coefficients de Clebsch-Gordan donnent le couplage entre les niveaux de l'état fondamental et ceux des états excités pour une polarisation linéaire. Dans cette situation tout l'état fondamental est décalé globalement en énergie.  $\omega_{YAG}$  est la fréquence du laser utilisé dans cette thèse.

de la force confinante du piège dipolaire et de la force de friction du piège magnéto-optique ou d'une mélasse optique pour accumuler les atomes dans le piège dipolaire. Ainsi, une mélasse optique combinant refroidissement Doppler et refroidissement par gradient de polarisation peut être appliquée sur le piège dipolaire. Dans le cas de potentiels dipolaires importants, le décalage de la transition atomique peut modifier l'efficacité de la mélasse au centre du piège. Pour le piège que nous avons utilisé, le décalage étant plus faible que la largeur de l'état excité, cet effet reste faible et une mélasse peut être efficace à l'extérieur et à l'intérieur du piège. A priori, l'association du potentiel dipolaire confinante et de la force de friction de la mélasse devrait permettre de charger tous les atomes du piège magnéto-optique dans le piège dipolaire. Cependant, le nombre d'atomes que l'on peut charger est limité par plusieurs phénomènes.

Le premier processus limitant est la réabsorption de photons. En effet, dans une mélasse optique ou un piège magnéto-optique, les atomes émettent des photons spontanés à un taux élevé. Lorsque le nuage d'atomes devient optiquement dense, ces photons spontanés sont réabsorbés plusieurs fois avant de quitter le piège. L'effet de recul des atomes à l'émission et à l'absorption des photons engendre une force répulsive entre atomes qui s'oppose à la force confinante du piège[40]. Ce phénomène limite la densité que l'on peut atteindre. D'autre part, si un photon spontané est réabsorbé, il dépose dans le nuage d'atomes un excès d'énergie. Ainsi, la température atteinte qui résulte

d'un équilibre entre le chauffage dû aux photons spontanés et la force de friction est d'autant plus élevée que le nombre de réabsorptions de photons est important[41, 42]. Cependant, dans le cas d'un piège dipolaire de profondeur beaucoup plus importante que la température typique d'une mélasse, la température des atomes lors du chargement influe peu sur le nombre d'atomes chargés dans le piège.

Enfin, plusieurs mécanismes de pertes mettant en jeu 2 atomes limitent aussi la densité dans une mélasse. Tout d'abord, dans une mélasse optique, les atomes sont la plupart du temps dans le sous niveau hyperfin de l'état fondamental de plus grand moment cinétique et de plus haute énergie. Pour le Cesium, le taux de collisions inélastiques induisant un changement de structure hyperfine est important[34]. L'énergie dégagée (9 GHz dans le cas du Césium) excède la plage de capture de la mélasse et ces collisions induisent donc des pertes d'atomes. De plus, les collisions entre atomes en présence de lumière peuvent induire des pertes : production de molécules, collisions avec changement de structure fine dans l'état excité et pertes radiatives. Ces dernières sont dûes à l'accélération des atomes d'une paire excitée sous l'effet du potentiel attractif à longue portée en  $-1/r^3$ . Après l'émission spontanée, l'énergie cinétique des atomes peut être suffisante pour qu'ils quittent la mélasse[43].

Pour minimiser ces problèmes, une phase appelée phase de contraction est utilisée pendant environ 50 ms lors du chargement du piège dipolaire. Cette phase consiste à modifier les paramètres suivants du piège magnéto-optique. Tout d'abord, l'intensité du laser de refroidissement (proche de la transition  $F = 4 \rightarrow F' = 5$ ) est diminuée et son désaccord est augmenté jusqu'à environ  $-10\Gamma$ . Ainsi les atomes passent moins de temps dans l'état excité et émettent moins de photons spontanés. De plus, le laser repompeur sur la transition  $6S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 4$  est lui aussi atténué d'un facteur environ 10 pour augmenter la proportion d'atomes dans l'état fondamental  $|F = 3\rangle$ . Enfin, le gradient de champ magnétique est augmenté pour améliorer le confinement. Cependant, la densité obtenue est limitée à environ  $10^{11}$  atomes par  $\text{cm}^3$ . L'efficacité du chargement en fonction de ces paramètres a été étudié en détail dans [44].

Pour réduire les problèmes de réabsorption de photons et de collisions inélastiques liés aux mélasses optiques standard (désaccord négatif, transition  $J \rightarrow J + 1$ ), un autre type de mélasse appelé mélasse grise a été proposé[45] (désaccord positif, transition  $J \rightarrow J - 1$ ). Dans cette mélasse, les atomes sont pompés dans l'état hyperfin de plus faible énergie et passent la plupart de leur temps dans un état non couplé à la lumière. Les températures atteintes sont, pour des densités faibles, trois fois plus faibles que celles des mélasses standard. De plus, le taux de photons spontanés étant beaucoup plus faible, la réabsorption de photons est réduite. Des nuages plus denses et plus froids peuvent donc être obtenus. Une augmentation de la température avec la densité atomique a cependant été observée. Pour une même densité atomique, la température atteinte dépend de la géométrie ce qui montre que la température atteinte est limitée par la réabsorption de photons[46]. 20% des atomes d'une mélasse grise ont été chargés dans un piège dipolaire constitué d'un faisceau focalisé unique[46]. La densité obtenue dans le piège dipolaire était de l'ordre de  $10^{13}$  atomes par  $\text{cm}^3$  et la

température était de  $5 \mu\text{K}$ . Le nombre d'atomes chargés dans le piège dipolaire à l'aide de la mélasse grise était 5 à 10 fois supérieur au nombre d'atomes chargés à partir d'une mélasse standard[46].

## 2.5 Méthodes de refroidissement d'atomes piégés

Plusieurs méthodes de refroidissement ont été mises en oeuvre sur des atomes piégés dans des pièges optiques[47, 14, 12, 46, 13]. Tout d'abord, le refroidissement évaporatif, avec lequel des gaz quantiques dégénérés ont été obtenus dans des pièges magnétiques, peut être appliqué au cas d'atomes piégés dans un piège optique. Cependant, les expériences réalisées jusqu'à présent n'ont pas permis d'obtenir un gaz quantique dégénéré. De plus, des méthodes de refroidissements optiques peuvent être appliquées. En effet, les pièges dipolaires, contrairement aux pièges magnétiques, se prêtent bien à l'utilisation d'un refroidissement optique car tous les sous-niveaux de l'état fondamental peuvent être piégés<sup>9</sup>. Deux méthodes de refroidissement optiques ont été appliquées dans le passé : le refroidissement par mélasse grise[46] et le refroidissement Raman[47, 14, 12, 13].

Le principe et les résultats obtenus avec ces divers refroidissements sont présentés ci-dessous.

### 2.5.1 Refroidissement évaporatif

Le refroidissement évaporatif est toujours existant dans un piège de profondeur finie<sup>10</sup>. Le principe de ce refroidissement est le suivant : une collision élastique peut produire un atome dont l'énergie est supérieure à la profondeur du piège et un atome de faible énergie. L'atome rapide s'échappe du piège alors que l'atome lent, qui a une énergie plus faible qu'avant la collision, reste piégé. Ainsi, l'énergie moyenne des atomes piégés, donc la température, a diminué. Plus la profondeur du potentiel est importante, plus la baisse de température par atome perdu est importante. Cependant, le refroidissement devient très lent dès que la profondeur du potentiel est très supérieure à l'énergie moyenne des atomes. La profondeur du potentiel doit donc réaliser un compromis entre une valeur si faible que les pertes par évaporation, pour une baisse de température donnée, sont trop importantes et une valeur si grande que le temps de refroidissement est supérieur à la durée de vie du piège. Pour garder un taux de refroidissement important, la profondeur du potentiel est abaissée au fur et à mesure que l'énergie des atomes diminue (refroidissement évaporatif forcé). Le refroidissement étant basé sur l'échange d'énergie entre atomes à l'issue d'une collision, plus le taux de collision est important, plus le refroidissement est rapide. Aucun processus de chauffage n'est

<sup>9</sup>Dans un piège magnétique dans lequel la direction du champ magnétique varie peu sur l'étendue du nuage, un refroidissement Doppler à une dimension peut cependant être appliqué[48, 49].

<sup>10</sup>Une étude détaillée du refroidissement évaporatif est effectuée dans l'article de revue [7]

intrinsèquement lié à ce type de refroidissement. Il est donc adapté à la réalisation de très faibles températures.

Cette technique de refroidissement a été appliquée au cas d'atomes piégés dans un piège magnétique. La profondeur du piège est, dans ces expériences, déterminée par la fréquence d'un champ radio-fréquence qui couple le sous-niveau Zeeman des atomes piégés à un sous-niveau Zeeman expulsé : la transition n'est résonante que pour les atomes dont l'énergie Zeeman (donc potentielle) est suffisamment élevée. La diminution de la profondeur du piège est ainsi effectuée par un balayage de la fréquence du champ radio-fréquence. Ce refroidissement a permis d'obtenir la condensation de Bose Einstein [30, 31].

Dans un piège dipolaire, un confinement important est facilement réalisable, ce qui permet d'atteindre des taux de collision élevés. Par exemple, le taux de collision estimé obtenu à l'issue du refroidissement par mélasse grise pour le Cesium dans [46] est de l'ordre de  $n\sigma v \simeq 10^3 \text{s}^{-1}$ . Les conditions obtenus dans de tels pièges sont donc à priori favorables à la mise en oeuvre d'un refroidissement évaporatif et il a été appliqué seul [47] ou combiné à un refroidissement optique [14]. Dans ces expériences, la diminution de la profondeur du piège est effectuée par une atténuation de la puissance du laser réalisant le piège. La température minimum atteinte, dans [47], est de  $4 \mu\text{K}$  pour une densité de l'ordre de  $10^{11} \text{cm}^{-3}$ . Cependant, le gain dans l'espace des phases n'a jamais excédé 30 et le régime de dégénérescence quantique n'a pas été obtenu. Cette limitation est due au fait que les fréquences d'oscillation sont diminuées lors du refroidissement évaporatif forcé, ce qui a tendance à diminuer la densité et le taux de collision. Ainsi, dans [47], le taux de collision chute d'un facteur 10 au cours du refroidissement. Le taux de collision n'est alors plus assez grand pour assurer une efficacité du refroidissement suffisante.

Pour garder un taux de collision élevé, il serait plus intéressant de conserver des fréquences d'oscillation élevées lors du refroidissement. Ceci n'est pas évident à priori et n'a pas été démontré expérimentalement. Cependant, plusieurs méthodes sont envisageables pour réaliser une diminution de la profondeur du potentiel tout en conservant des fréquences d'oscillations élevées. On peut imaginer d'utiliser un zoom pour diminuer le col du faisceau au fur et à mesure que l'on diminue sa puissance de façon à conserver les fréquences d'oscillations constantes. On peut aussi envisager de transférer les atomes d'un piège profond à un piège moins profond réalisé avec un faisceau moins intense et plus focalisé, les deux pièges ayant les mêmes fréquences d'oscillations. En diminuant la puissance du premier laser et en augmentant celle du deuxième, on diminue la profondeur du potentiel en gardant les fréquences d'oscillation constantes.

Une autre difficulté liée à la mise en oeuvre du refroidissement évaporatif dans un piège dipolaire est la perte importante d'atomes (typiquement un facteur 1000 pour un gain de  $10^5$  dans l'espace des phases) qui accompagne ce refroidissement. En effet, le nombre d'atomes chargés dans un piège dipolaire est généralement assez faible (typiquement  $10^6$ ) car le volume de capture est petit.



Enfin, le refroidissement évaporatif est lent (typiquement 10 s dans un piège magnétique) car il repose sur les collisions élastiques. Même si l'on peut espérer refroidir en un temps plus court dans un piège dipolaire très confinant où le taux de collisions est élevé, le temps de refroidissement attendu est assez important. Ceci est une limite importante aux applications éventuelles.

## 2.5.2 Refroidissement optique

Un refroidissement optique est généralement impossible dans un piège magnétique car les atomes y seraient dépolarisés. Par contre, un tel refroidissement est possible dans un piège dipolaire très désaccordé piégeant tous les sous-niveaux de l'état fondamental. Un refroidissement optique est très séduisant à priori. En effet, contrairement au refroidissement évaporatif, il ne s'accompagne pas, en principe<sup>11</sup>, de pertes d'atomes importantes. De plus, comme il ne repose pas sur les collisions élastiques, on peut obtenir un temps de refroidissement court.

Plusieurs méthodes de refroidissement optiques ont été appliquées dans des pièges dipolaires : le refroidissement en mélasse[46] ou le refroidissement Raman [13, 12, 14].

### Mélasse grise

La méthode de refroidissement optique la plus utilisée est le refroidissement par gradient de polarisation dans une mélasse : c'est ce refroidissement qui permet d'atteindre des températures de l'ordre de  $10 \mu\text{K}$  dans un piège magnéto-optique. Cependant, avec les densités supérieures à  $10^{11}$  atomes par  $\text{cm}^3$  obtenues dans les pièges dipolaires, une mélasse standard n'est pas efficace. En effet, la réabsorption de photons, importante dans une mélasse standard, induit un excès de chauffage important.

Par contre, une mélasse grise, dans laquelle la réabsorption de photon est réduite, peut être utilisée pour refroidir les atomes dans un piège dipolaire. D.Boiron et al.[46] ont ainsi obtenu un nuage d'atomes piégés à une température de  $2 \mu\text{K}$  avec une densité de  $10^{12}$  atomes/ $\text{cm}^3$ . Dans cette expérience, le piège dipolaire, formé par un faisceau focalisé unique, confinait radialement les atomes sur une taille quadratique moyenne de  $6 \mu\text{m}$ . Pour cette géométrie, ils n'ont pas observé d'excès de chauffage dû à la réabsorption de photons.

Ainsi, une mélasse grise est un outil intéressant non seulement pour charger beaucoup d'atomes dans le piège mais aussi pour refroidir les atomes à une température très faible. Cette méthode de refroidissement présente l'avantage d'être simple à mettre en oeuvre (deux faisceaux allumés en continu) et rapide (environ 10 ms). La température atteinte de quelques  $\mu\text{K}$  résulte d'un équilibre entre le mécanisme de refroidissement et les sources de chauffage intrinsèques à la mélasse grise. Pour atteindre une température plus faible, d'autres techniques de refroidissement doivent être envisagées.

---

<sup>11</sup>En fait des pertes dues aux collisions en présence de lumière sont observées

### Refroidissement Raman

Parallèlement, un autre type de refroidissement, appelé refroidissement Raman, a été développé[12, 13, 14]<sup>12</sup>.

Le refroidissement Raman utilise des transitions Raman stimulées (transitions à deux photons) entre deux sous-niveaux  $|a\rangle$  et  $|b\rangle$  de l'état fondamental. Lorsque les faisceaux Raman se propagent en sens inverse, la fréquence de la transition dépend de la vitesse de l'atome. La très grande sélectivité en énergie des transitions permet alors de transférer dans l'état  $|b\rangle$  une classe de vitesse aussi précise que voulue. Les atomes transférés dans l'état  $|b\rangle$  sont ensuite pompés optiquement dans  $|a\rangle$ . Deux mécanismes de refroidissement interviennent à des énergies différentes. Tout d'abord les atomes dont la vitesse est supérieure à la vitesse de recul ( $\hbar k/m$ ) sont soumis à une force de friction qui les ralentit (refroidissement Doppler). Enfin, les atomes de faible énergie effectuent une marche au hasard dans l'espace des impulsions jusqu'à ce que leur impulsion se trouve dans une "zone noire" entourant l'impulsion nulle : les atomes dont l'impulsion est dans cette "zone noire" ne sont plus affectés par les transferts Raman dans  $|b\rangle$ .

Contrairement au refroidissement par mélasses optiques dans lesquelles la température d'équilibre à faible nombre d'atomes correspond à quelques énergies de recul, la température atteinte par le refroidissement Raman peut, en principe, être arbitrairement faible.

Ce refroidissement, appliqué dans une direction sur des atomes libres, a permis d'obtenir des températures très faibles de l'ordre de  $T_{rec}/70$ [11]<sup>13</sup> en environ 10 ms. La marche au hasard dans l'espace des impulsions permettant l'accumulation des atomes dans une classe de vitesses faibles prend beaucoup plus de temps à trois dimensions qu'à une. Or le temps de refroidissement d'atomes libres est limité par la chute et l'étalement du nuage. C'est pourquoi le refroidissement Raman à trois dimensions n'a pas été obtenu pour des atomes libres.

Par contre, l'utilisation d'un piège permet de refroidir les atomes pendant un temps long, de l'ordre de la durée de vie du piège (typiquement la seconde). On peut à priori espérer obtenir des températures très faibles en appliquant le refroidissement Raman à des atomes piégés.

Une autre motivation importante pour mettre au point un refroidissement Raman d'atomes piégés est l'éventuelle mise en évidence de l'effet d'amplification bosonique. En effet, si les atomes utilisés sont des Bosons, la probabilité, à la suite d'une émission spontanée, de peupler un état quantique atomique est proportionnel à la population de cet état. Ainsi, la population d'un état quantique du mouvement des atomes peut être amplifiée. Ce phénomène appliqué aux photons est à l'origine du principe du laser. Le refroidissement Raman d'atomes piégés est ainsi, à priori, un bon modèle de laser à

<sup>12</sup>Pour une présentation du refroidissement Raman, voir [50]

<sup>13</sup> $1/2k_B T_{rec} = E_{rec} = \hbar^2 k^2 / (2m)$  est la température correspondant à une largeur quadratique moyenne de la distribution en vitesse égale à la vitesse de recul.

atomes.

Le refroidissement Raman a été mis en oeuvre sur des atomes piégés dans le laboratoire avec Christophe Salomon[14] et dans le groupe de Steve Chu[12, 13]. Cependant, le refroidissement n'a pas donné les résultats attendus : la température la plus basse, de  $0.35 T_{rec}$ [51], a été obtenue dans un piège peu confinant et avec peu d'atomes ( $10^4$ ).

### Limites identifiées du refroidissement optique

Plusieurs phénomènes limitent l'efficacité d'un refroidissement optique, en particulier le refroidissement Raman.

Tout d'abord, le refroidissement s'accompagne de pertes d'atomes importantes. Ainsi, dans [14], le refroidissement d'une température d'environ  $10 \mu\text{K}$  à une température de  $2.5 \mu\text{K}$  s'accompagne de pertes d'atomes d'un facteur 5.6. Ces pertes sont dues à des collisions entre atomes. Elles peuvent être dues à des collisions inélastiques entre atomes dans l'état fondamental libérant une énergie cinétique supérieure à la profondeur du piège. Elles peuvent aussi être induites par des collisions inélastiques entre atomes faisant intervenir un photon proche de résonance. Deux processus peuvent en effet libérer une énergie cinétique importante : un changement de structure fine de la paire d'atomes excitée, et l'accélération des atomes de la paire excitée avant l'émission d'un photon spontané[43]. De plus, une paire d'atomes excitée peut se désexciter dans un état moléculaire fondamental. Ce phénomène, peut probable normalement car la paire excitée passe un temps très bref à des distances interatomique aussi petites que l'étalement de la molécule fondamentale, semble important dans le cas du Cesium[52]. Ces trois processus sont intrinsèques à tout refroidissement optique car la présence de photons proches de résonance est nécessaire à ce type de refroidissement qui utilise l'émission spontanée comme processus dissipatif.

Ces pertes ne permettent pas d'appliquer le refroidissement pendant un temps long. Ceci est un obstacle important au refroidissement Raman qui nécessite du temps car sa puissance de refroidissement est très faible.

Un autre phénomène limite le refroidissement optique d'atomes piégés : la réabsorption de photons. En effet, un photon spontané peut être réabsorbé plusieurs fois avant de quitter le piège. Le nombre de réabsorptions est d'autant plus important que le nombre d'atomes piégés est grand. Dans les expériences de refroidissement Raman effectuées à Paris[14], le nombre de réabsorption de photons, estimé par un modèle de marche au hasard, est de l'ordre de 20. La réabsorption de photons limite le refroidissement Raman pour deux raisons. Tout d'abord, la notion de zone noire dans l'espace des impulsions n'a plus de sens car un atome dont l'impulsion est dans cette zone peut en sortir à l'issue de l'absorption d'un photon spontané<sup>14</sup>. Cet effet limite l'efficacité du refroidissement. D'autre part, un photon spontané dépose dans le nuage une énergie proportionnelle au nombre de fois qu'il a été réabsorbé. Ce chauffage diminue l'efficacité du refroidissement.

---

<sup>14</sup>Les collisions élastiques produisent le même effet

Dans le laboratoire, nous avons mis en évidence une diminution de l'efficacité du refroidissement Raman lorsque le nombre d'atomes augmente[14], ce que nous attribuons à la réabsorption de photons.

Des travaux théoriques ont proposé des méthodes pour limiter la réabsorption de photons[53, 54]. Ainsi, Y.Castin et al.[53], ont proposé d'utiliser, pour pomper optiquement les atomes de  $|b\rangle$  à  $|a\rangle$ , un laser hors résonance suffisamment peu intense pour que la largeur en énergie de l'état  $|b\rangle$  induite par ce laser soit plus petite que la largeur Doppler du nuage. Ainsi, seule une partie des atomes sont susceptibles de réabsorber le photon.

### Refroidissement par bandes latérales

Les méthodes précédentes de refroidissement optiques s'appliquent au cas d'atomes confinés dans des pièges dont les fréquences d'oscillations sont suffisamment faibles pour que le mouvement de l'atome puisse être traité classiquement. Par contre, si la fréquence d'oscillation est plus élevée que l'énergie de recul des atomes, alors la méthode de refroidissement optique appelée refroidissement par bandes latérale peut accumuler les atomes dans l'état fondamental du mouvement. Cette technique, tout d'abord développée pour des ions piégés[15] a été mise en oeuvre pour la première fois sur des atomes neutres en 1998 dans notre laboratoire[17] et, en même temps mais par une méthode différente, aux USA dans le groupe de Jessen[18]. A l'issue de ce refroidissement, on produit un état quantique pur. Les fréquences d'oscillations suffisamment élevées sont facilement réalisables dans un piège optique en utilisant des interférences lumineuses.

Ce refroidissement optique est très efficace : chaque cycle de refroidissement enlève une énergie égale à l'énergie d'oscillation, beaucoup plus grande que l'énergie de recul. On s'attend donc à ce que ce refroidissement soit moins sensible à la réabsorption de photons que le refroidissement Raman décrit précédemment.



# Chapter 3

## Le piège dipolaire croisé

Ce chapitre présente le piège dipolaire utilisé pour les expériences réalisées durant cette thèse. Le laser utilisé est un laser YAG émettant à  $1.06 \mu\text{m}$ . Sa fréquence,  $280\text{THz}$ , est inférieure à toutes les transitions dipolaires du Cs à partir de son état fondamental. Les atomes dans l'état fondamental sont donc attirés vers les régions de forte intensité lumineuse. Un maximum d'intensité lumineuse, et donc un potentiel piégeant, est réalisé au croisement de deux faisceaux issus de ce laser. Ce piège a été mis au point au laboratoire en 1996 par Hélène Perrin et Axel Kuhn[55, 17, 14].

Dans un premier temps, le piège et sa réalisation expérimentale sont décrits. La section suivante est consacrée au système d'imagerie. Ensuite, le chargement du piège à partir d'un piège magnéto-optique est présenté. Nous discutons les diverses sources de chauffage éventuellement présentes dans le piège. Enfin, les principales techniques expérimentales utilisées pour les expériences sont brièvement décrites.

### 3.1 Réalisation du piège dipolaire croisé

#### 3.1.1 Le potentiel dipolaire induit par le laser YAG

Le désaccord du laser YAG par rapport aux raie D1 et D2 ( $\Delta_1 = 2\pi \times 54\text{THz}$  et  $\Delta_2 = 2\pi \times 69\text{THz}$ ), présenté sur la figure 2.3 est très grand par rapport aux écarts dus à la structure hyperfine de chacun des états  $6S_{1/2}$ ,  $6P_{1/2}$  et  $6P_{3/2}$ . Donc, l'effet du YAG sur l'état  $6S_{1/2}$  peut être calculé sans tenir compte de la structure hyperfine. Par contre, le désaccord n'est que d'environ  $0.14\omega_{D1}$ , où  $\omega_{D1}$  est la fréquence de la transition de la raie D1. Le terme antirésonnant dans l'expression du potentiel n'apporte donc qu'une correction de l'ordre de 10% que l'on négligera.

Dans le cas d'une polarisation du YAG linéaire, comme présenté au chapitre 2, tout l'état fondamental voit le même potentiel. Celui-ci s'écrit

$$V = -\hbar \frac{\Omega^2}{4} \left( \frac{1}{3\Delta_1} + \frac{2}{3\Delta_2} \right), \quad (3.1)$$

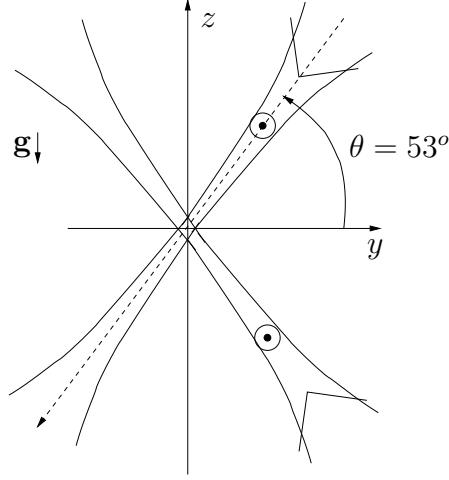


Figure 3.1: Géométrie du piège dipolaire croisé

avec  $\Omega = \Gamma \sqrt{\frac{I}{2I_{sat}}}$  où  $\Gamma = 2\pi \times 5,3\text{MHz}$ ,  $I$  est l'intensité du laser YAG et  $I_{sat} = 1,1\text{mW/cm}^2$ .

Le désaccord du laser YAG n'est pas très grand devant l'écart entre les niveaux  $6P_{1/2}$  et  $6P_{3/2}$ . Donc, lorsque la polarisation du YAG n'est pas linéaire, tous les sous-niveaux de l'état fondamental ne sont pas soumis au même potentiel et l'effet du YAG est un décalage global en énergie plus l'effet d'un champ magnétique fictif. Ce champ magnétique fictif est maximum dans le cas d'une polarisation purement circulaire. Dans ce cas, les niveaux  $|m_J\rangle = \pm |1/2\rangle$  ne sont pas couplés et l'écart relatif entre leur potentiel dipolaire est

$$\frac{E_{-1/2} - E_{1/2}}{E_{1/2}} = \frac{2}{3} \frac{\Delta_2}{\Delta_1} - \frac{2}{3} \simeq 0,2. \quad (3.2)$$

### 3.1.2 Géométrie du piège

Le laser YAG est divisé en deux bras qui se croisent dans un plan vertical comme représenté figure 3.1. Chaque faisceau fait un angle  $\theta = 53^\circ$  avec l'horizontale, a une puissance d'environ 5 W et est focalisé au niveau du croisement avec un col  $c_0 \simeq 100 \mu\text{m}$  ( $I(r) = I_0 e^{-2r^2/c_0^2}$ ). La polarisation des deux faisceaux est linéaire et parallèle. Ainsi, en tout point, la polarisation est linéaire et tout l'état fondamental voit le même potentiel dipolaire proportionnel à l'intensité lumineuse. L'interférence entre les deux bras du YAG produit un réseau d'intensité lumineuse dans la direction verticale de période  $\lambda_l = 1064/(2 \sin(\theta)) = 665 \text{ nm}$ . Le potentiel vu par les atomes est donc lui aussi modulé dans la direction verticale comme présenté figure 3.2. Au fond de chaque micro-puits, le confinement dans les deux directions horizontales est assuré par la forme gaussienne des faisceaux. La profondeur maximum du potentiel est environ  $V_{max} = 2\pi\hbar \times 2900 \text{ kHz}$  ( $V_{max}/k_B = 140 \mu\text{K}$ ). Au fond du micro-puits central, la fréquence d'oscillation verticale est  $\omega_{osc_M}/(2\pi) \simeq 80 \text{ kHz}$  et les fréquences d'oscillation horizontales sont de l'ordre de

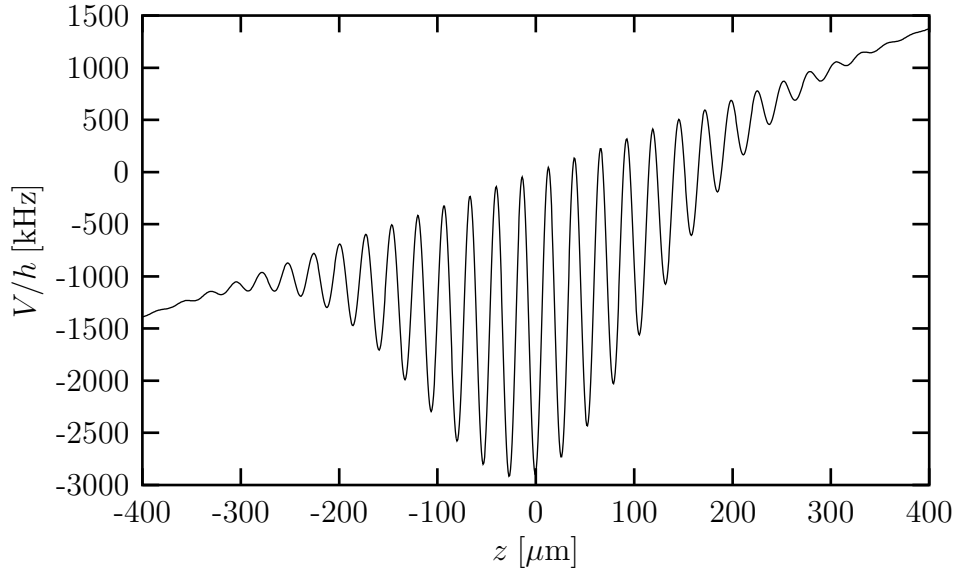


Figure 3.2: *Potentiel vu par les atomes sur l'axe  $Oz$  passant par le centre du piège. Pour plus de clarté, la période de la modulation a été multipliée par 40. La profondeur du piège est de  $135 \mu K$ . Le potentiel gravitationnel a été pris en compte.*

200 Hz. Les axes propres dans le plan horizontal sont l'axe  $Ox$  orthogonal au plan des faisceaux et l'axe  $Oy$  contenu dans le plan des faisceaux. La fréquence d'oscillation selon l'axe  $Oy$  vérifie

$$\omega_y = \omega_x \sin \theta, \quad (3.3)$$

où  $\omega_x$  est la fréquence d'oscillation selon  $Ox$ .

Il existe une dispersion des fréquences d'oscillations verticales dans le piège qui a deux origines. Tout d'abord, la fréquence d'oscillation verticale est plus faible pour les micro-puits excentrés car la profondeur du potentiel est plus faible. De plus, dans un micro-puits donné, la fréquence d'oscillation verticale dépend de la position horizontale : la dispersion des fréquences d'oscillations verticales est d'autant plus grande que la température est importante.

Quantitativement, en un point  $(x, y, z)$  du piège, la fréquence d'oscillation verticale est

$$\omega_{osc}(x, y, z) = \omega_{osc}^0 e^{-\frac{x^2 + y^2 \sin^2 \theta + z^2 \cos^2 \theta}{c_0^2}} \quad (3.4)$$

### 3.1.3 Mise en oeuvre expérimentale

Le laser YAG est un laser Spectron qui fournit une puissance de 14 W environ. Il est monomode transversalement et fournit un faisceau gaussien  $TEM_{00}$ , ce que nous avons vérifié expérimentalement. Par contre, il n'est pas monomode longitudinalement.



Sa longueur de cohérence est de l'ordre du centimètre. Le faisceau laser est divisé en deux bras qui vont former le piège croisé au centre d'une cellule cubique en quartz dans laquelle règne un vide d'environ  $10^{-7}$  Pa. Ce vide est assuré par une pompe ionique. La cellule est entourée d'un blindage magnétique qui réduit l'effet des champs magnétiques extérieurs sur les atomes. Les bobines produisant les champs magnétiques nécessaires au piège magnéto-optique et au refroidissement par bandes latérales se trouvent à l'intérieur du blindage.

La différence de marche entre les deux bras est ajustée à 0 par une ligne à retard dans l'un des bras dont la position est déterminée en maximisant le nombre d'atomes piégés. En effet, lorsque le contraste des interférences est le plus important, la force de gravité est compensée par le gradient d'intensité vertical produit par les interférences même loin du centre du piège. Les atomes peuvent alors être piégés dans des micro-puits éloignés du centre du piège. Cet effet est visible sur la figure 3.5 (a) où l'on voit des atomes piégés dans des micro-puits très excentrés dans chacun des faisceaux YAG.

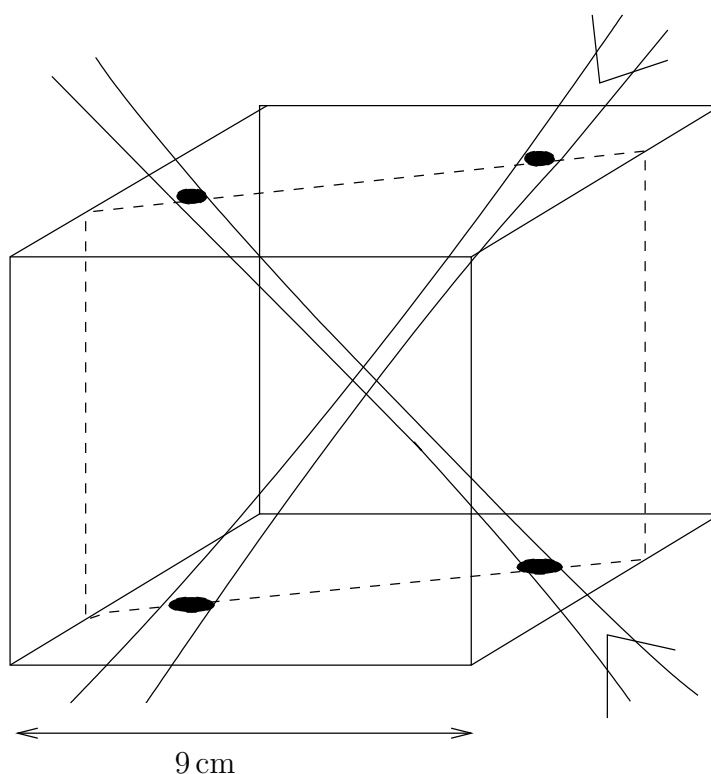


Figure 3.3: Schéma de la cellule dans laquelle le piège dipolaire est réalisé. Les faisceaux YAG sont représentés et les points noirs représentent l'intersection des faisceaux YAG avec les parois de la cellule.

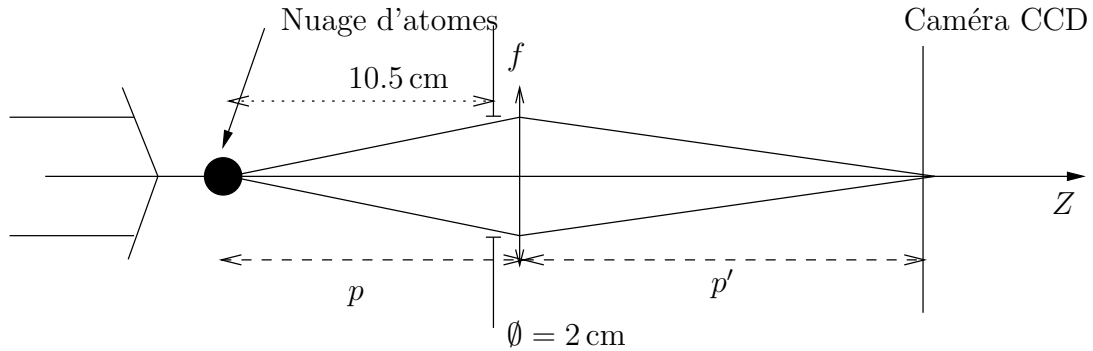


Figure 3.4: *Système d'imagerie utilisé. L'axe de propagation du faisceau sonde  $Z$  est horizontal. Le diaphragme est réalisé par la fenêtre de sortie du blindage magnétique. Deux dispositifs ont été utilisés. Dans la première configuration,  $p = 20$  cm,  $p' = 76$  cm et  $f = 150$  cm ce qui produit un grandissement de 3.8. Dans la deuxième configuration,  $p = 14.5$  cm,  $p' = 31$  cm et  $f = 100$  cm, conduisant à un grandissement plus faible de 2.4.*

## 3.2 Système d'imagerie

Un système optique et informatique permet de prendre des images du nuage d'atomes. Cet outil permet d'avoir beaucoup de renseignements sur les atomes piégés. La distribution en position du nuage piégé peut être visualisée et, par une technique de temps de vol, il est aussi possible de mesurer la distribution en vitesse des atomes.

### 3.2.1 Prise d'images

Pour la prise d'une image, le nuage est éclairé par un faisceau laser polarisé  $\sigma^+$  résonnant avec la transition fermée  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F = 5\rangle$ . Une lentille fait l'image du plan dans lequel sont les atomes sur une caméra qui détecte l'absorption du faisceau laser, comme présenté figure 3.4. Selon la lentille utilisée, nous avons utilisé un grandissement de 3.8 ou de 2.4. Le faisceau sonde est horizontal et sa direction de propagation fait un angle de  $45^\circ$  avec le plan des faisceaux YAG, donc avec les axes propres du mouvement horizontal des atomes.

La résolution spatiale, limitée par l'ouverture optique est de l'ordre de  $10 \mu\text{m}$ . La durée de la prise d'image doit être suffisamment courte pour que le déplacement des atomes lors de la prise d'images soit petit devant la taille du nuage. Nous utilisons une impulsion laser résonnante d'une durée de  $50 \mu\text{s}$ . L'émission de photons spontanés lors de la prise d'image chauffe le nuage d'atomes. Après  $50 \mu\text{s}$ , l'augmentation de la largeur de la distribution en vitesse est d'environ  $98 \mu\text{m/ms}$  si l'intensité du faisceau sonde est supérieure à l'intensité de saturation. L'étalement du nuage est alors de l'ordre de  $5 \mu\text{m}$ . Cet étalement, inférieur à la résolution et petit devant les tailles typiques des nuages observés, est bien négligeable.

Après quelque cycles de fluorescence, les atomes sont pompés sur la transition cyclante  $|F = 4, m = 4\rangle \rightarrow |F' = 5, m' = 5\rangle$ . Ainsi, la section efficace d'absorption de photons  $\sigma_p$  est connue.

En supposant que la diffraction ne joue aucun rôle à l'intérieur du nuage lui-même, l'intensité du faisceau après la traversée du nuage est aisément calculable. Si on note  $D$  la taille du nuage dans les directions orthogonales au faisceau sonde, la diffraction résultant de l'absorption ne modifie l'ombre géométrique qu'après une distance  $l \simeq D^2/\lambda$  (voir note <sup>1</sup>). Cette diffraction est donc négligeable à l'intérieur du nuage si la taille du nuage dans la direction de propagation du faisceau est très inférieure à  $D^2/\lambda$ . Cette hypothèse est bien vérifiée dans toutes les images que nous avons prises.

On peut alors considérer indépendamment chaque "rayon lumineux" lors de la traversée du nuage. En choisissant un repère  $X, Y, Z$  où  $Z$  est la direction de propagation du faisceau sonde, l'intensité du rayon passant par le point  $(X, Y)$  n'est donc reliée qu'à la densité colonne du nuage en  $(X, Y)$

$$n_c(X, Y) = \int_{-\infty}^{\infty} n(X, Y, Z) dZ, \quad (3.5)$$

où  $n(X, Y, Z)$  est la densité d'atomes en  $(X, Y, Z)$ . L'intensité lumineuse en  $(X, Y)$  après la traversée du nuage, est

$$\frac{I(X, Y)}{I_0} = e^{-\sigma_p n_c(X, Y)}, \quad (3.6)$$

où  $I_0$  l'intensité du faisceau avant la traversée du nuage.

Cette formule suppose que la section efficace d'absorption de photons de la sonde est la même sur toute la taille du nuage d'atomes. Ceci est bien vérifié lorsque l'intensité du faisceau sonde est très inférieure à l'intensité de saturation. En effet, dans cette condition, la section efficace d'absorption de photons est indépendante de l'intensité et vaut  $\sigma_p = 3\lambda^2/2\pi$ , où  $\lambda = 850$  nm est la longueur d'onde de la transition. Mais dans notre expérience, la sensibilité de la caméra ne nous permet pas de faire une image avec une intensité inférieure à environ  $I_{sat}/4$  en un temps suffisamment court pour que le nuage ne s'étale pas lors de la prise de l'image. Nous utilisons une intensité d'environ  $0,4 I_{sat}$ . La section efficace est dans ce cas donnée par la formule générale

$$\sigma_p = \frac{\hbar\omega\Gamma}{2I_{sat}} \frac{1}{I/I_{sat} + 1}. \quad (3.7)$$

Très faible dans la limite où  $I \gg I_{sat}$ , elle augmente lorsque l'intensité lumineuse diminue pour tendre vers sa limite  $3\lambda^2/2\pi$  à faible intensité. Comme l'intensité du faisceau diminue lors de la traversée du nuage, la section efficace n'est pas uniforme sur

---

<sup>1</sup>Ceci n'est vrai que si le nuage ne produit aucun effet d'indice, ce qui est le cas lorsque le faisceau sonde est résonant. Si le faisceau sonde est désaccordé, la diffraction n'est plus à priori négligeable sur la taille du nuage. Il est alors nécessaire que l'effet d'indice soit suffisamment faible.

le nuage. On ne pourra appliquer la formule 3.6 que lorsque l'absorption du faisceau est suffisamment faible pour pouvoir négliger la variation de section efficace d'absorption de photons. Cette condition est remplie si le nuage est optiquement mince. Dans ce cas, la densité colonne d'atome se déduit donc de l'absorption par

$$n_c = -\frac{2I_{sat}}{\hbar\omega\Gamma} \left(1 + \frac{I_0}{I_{sat}}\right) \ln\left(\frac{I}{I_0}\right). \quad (3.8)$$

Dans le cas où cette condition n'est pas remplie, deux phénomènes non pris en compte par 3.6 donnent des contributions opposées à l'expression de la densité colonne  $n_c$  en fonction de l'absorption. Tout d'abord, la baisse de l'intensité du faisceau sonde le long du nuage engendre une augmentation de la section efficace d'absorption de photons. D'autre part, la réabsorption de photons spontanés, en commençant à saturer la transition des atomes, diminue la section efficace d'absorption de photons.

Dans l'expérience, la densité colonne est calculée avec 3.8. L'intensité  $I_0$  est mesurée sur une image prise alors qu'il n'y a pas d'atomes. L'image prise avec des atomes est divisée pixel par pixel avec une image prise sans atomes. L'intensité  $I_0$  intervenant pour le calcul de la section efficace d'absorption de photons est mesurée directement avec un wattmètre.

Seuls les atomes dans  $F = 4$  absorbent le laser sonde. Pour détecter tous les atomes, on allume en même temps que le faisceau sonde un laser en résonance avec la transition  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F' = 4\rangle$  qui pompe les atomes dans  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$ .

### 3.2.2 Mesure de la distribution en vitesse des atomes

Des images prises alors que le laser YAG est allumé donnent la forme et la taille du nuage piégé. Les images prises après la coupure du piège nous renseignent sur la distribution en vitesse du nuage. En effet, après la coupure du piège, le nuage d'atomes tombe et s'étale. Après un temps  $t_{dv}$  appelé temps de vol, un atome de vitesse  $\mathbf{v}$ , initialement en  $\mathbf{r}_0$ , est situé en  $\mathbf{v}t_{dv} + \mathbf{r}_0 + 1/2\mathbf{g}t_{dv}^2$  (voir note <sup>2</sup>). Si le temps de vol est suffisamment long, la taille initiale du nuage est négligeable devant sa taille après expansion et la distribution spatiale du nuage après le temps de vol donne directement la distribution en vitesse. Si le temps de vol n'est pas suffisamment long, la taille initiale doit être prise en compte pour calculer la distribution en vitesse. Ce calcul est simple si, avant le temps de vol, la distribution en vitesse est indépendante de la position. En notant  $z_0$  et  $v_0$  les largeurs quadratiques moyennes des distributions initiales en position et en vitesse, après un temps de vol  $t_{dv}$ , la largeur quadratique moyenne du nuage est alors

$$z_{tdv} = \sqrt{z_0^2 + (v_0 t_{dv})^2}. \quad (3.9)$$

De plus, dans le cas où les distributions initiales en position et vitesses sont gaussiennes, la distribution en position après le temps de vol est aussi gaussienne.

---

<sup>2</sup>Ceci est valable tant que le libre parcours des atomes dans le piège est supérieur à la taille du nuage piégé (taux de collisions plus petit que la fréquence d'oscillation).

Pour les mesures de distribution en vitesse, on utilise un temps de vol réalisant un compromis entre un temps de vol long permettant d'avoir une faible sensibilité à la forme initiale du nuage et un étalement du nuage pas trop grand pour avoir une absorption détectable. Typiquement, la taille du nuage après expansion est de 2 à 3 fois plus grande qu'avant le temps de vol. La correction due à la taille initiale sur la mesure de la distribution de vitesse est alors de 20 à 30% environ.

La distribution en vitesse du nuage après la coupure du piège est identique à celle qui précède la coupure du piège si la coupure est établie en un temps court comparé aux fréquences d'oscillation des atomes. L'utilisation d'un modulateur acousto-optique qui coupe le faisceau YAG avec un temps de demi-coupure de 150 ns permet de vérifier cette condition.

Le faisceau sonde est horizontal. Ainsi, une image de temps de vol donne accès à la distribution du nuage dans la direction verticale et dans la direction horizontale orthogonale à la direction de la sonde. La direction du faisceau sonde fait un angle de  $45^\circ$  avec les axes propres horizontaux du piège.

### Mesure de la distribution spatiale initiale du nuage

Lorsque le piège dipolaire contient environ  $2 \times 10^5$  atomes, le nuage d'atome piégés est optiquement dense : l'absorption du faisceau sonde est de l'ordre de  $-\ln(I/I_0) = 2$ . Les conditions d'application de la formule 3.8 ne sont alors pas remplies. Par contre, après un temps d'attente dans le piège suffisamment long, les pertes d'atomes dues aux collisions avec le gaz résiduel sont suffisantes pour que le nuage ne soit plus optiquement dense. La formule 3.8 permet alors, à partir d'une image, de calculer la distribution des atomes dans le plan de la caméra. La largeur du nuage dans la direction verticale, donnée par le nombre de micro-puits peuplés, ne dépend pas du temps d'attente. Donc cette mesure donne accès à la largeur initiale du nuage. En fait, nous avons vérifié que la largeur quadratique moyenne déduite d'un ajustement gaussien de  $-\ln(I/I_0)$  ne dépend quasiment pas du temps d'attente et donc du nombre d'atomes. La valeur obtenue pour une densité optique pic de 2 ne diffère que d'environ 5% de celle obtenue à partir d'une image pour laquelle la densité optique pic est de l'ordre de 0.6. Ainsi, la mesure de la taille du nuage peut se faire en utilisant la formule 3.8 même si le nuage est optiquement dense.

## 3.3 Chargement

Le piège dipolaire est chargé à partir d'un piège magnéto-optique. Celui-ci est lui-même chargé à partir du gaz de Cesium à température ambiante régnant dans la cellule. Le piège magnéto-optique, d'une taille de 1 mm environ, contient quelque millions d'atomes et recouvre la zone de croisement des faisceaux du YAG. Une phase de contraction du piège magnéto-optique est appliquée 50 ms avant sa coupure (voir paragraphe 2.4). Le nuage d'atomes a alors une taille rms de l'ordre de  $500\mu\text{m}$  et la

densité est d'environ  $10^{11} \text{ cm}^{-3}$ . Le faisceau YAG est allumé 500 ms avant la coupure du piège magnéto-optique. Après la coupure du piège magnéto-optique, les atomes qui restent piégés thermalisent à une température élevée. Une évaporation se produit ensuite durant environ 50 ms au cours de laquelle le nombre d'atomes ainsi que la température diminuent. Finalement, 50 ms après la coupure du piège magnéto-optique, seuls environ 200000 atomes, restent piégés dans le piège dipolaire. Leur température est d'environ  $20 \mu\text{K}$ , ce qui correspond à une énergie cinétique moyenne par degré de liberté de  $2\pi\hbar \times 200 \text{ kHz}$ . On trouve expérimentalement que cette température dépend peu des paramètres du piège magnéto-optique. Par contre, elle varie à peu près proportionnellement à la profondeur du piège dipolaire. Elle correspond à environ un dixième de la profondeur du piège.

Pour la plupart des expériences décrites dans cette thèse nous avons cherché à avoir un nuage d'atomes piégés de petites dimensions. En effet un tel nuage présente deux avantages. Tout d'abord la dispersion des fréquences d'oscillation n'est ainsi pas trop importante, ce qui permet, comme nous le verrons au chapitre 4, de refroidir efficacement tous les atomes. D'autre part, un nuage de petite taille et à peu près gaussien permet de mesurer précisément la distribution en vitesse à partir d'une image de temps de vol en déconvoluant l'effet de la taille initiale. Pour obtenir un nuage de petite taille, les polarisations des deux bras du YAG sont choisies orthogonales lors du chargement. Avec une telle polarisation, il n'y a pas de réseau d'intensité et les atomes sont piégés au fond du potentiel à grande échelle résultant de la forme gaussienne des faisceaux. 50 ms après la coupure du piège magnéto-optique, la polarisation d'un des faisceaux du YAG est modifiée grâce à une lame à retard variable pour devenir parallèle à celle de l'autre bras.

A l'issue de ce processus, la taille quadratique moyenne du nuage dans la direction verticale est d'environ  $60 \mu\text{m}$ , et donc environ 180 micro-puits sont occupés. La figure 3.5 donne une image du nuage d'atomes piégés après un chargement avec des polarisations des faisceaux du YAG linéaires (figure (a)) ou orthogonales (figure (b)).

### Tentative de chargement par mélasse grise

Pour augmenter le nombre d'atomes piégés, nous avons essayé de charger le piège dipolaire avec une mélasse grise. En effet, l'utilisation d'une mélasse grise avait permis de charger très efficacement un piège dipolaire formé d'un faisceau focalisé unique[46] : 5 fois plus d'atomes étaient chargés dans le piège en utilisant la mélasse grise qu'en utilisant une mélasse standard.

Pour cela, nous avons installé un laser dont la fréquence est d'environ  $\omega_{32} + 6\Gamma$ , où  $\omega_{32}$  est la fréquence de la transition  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F' = 2\rangle$ . Un deuxième laser en résonance avec la transition  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F' = 4\rangle$  repompe dans  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  les atomes qui seraient retombés dans  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  à l'issue d'une excitation hors résonnante. Le laser de la mélasse grise (transition

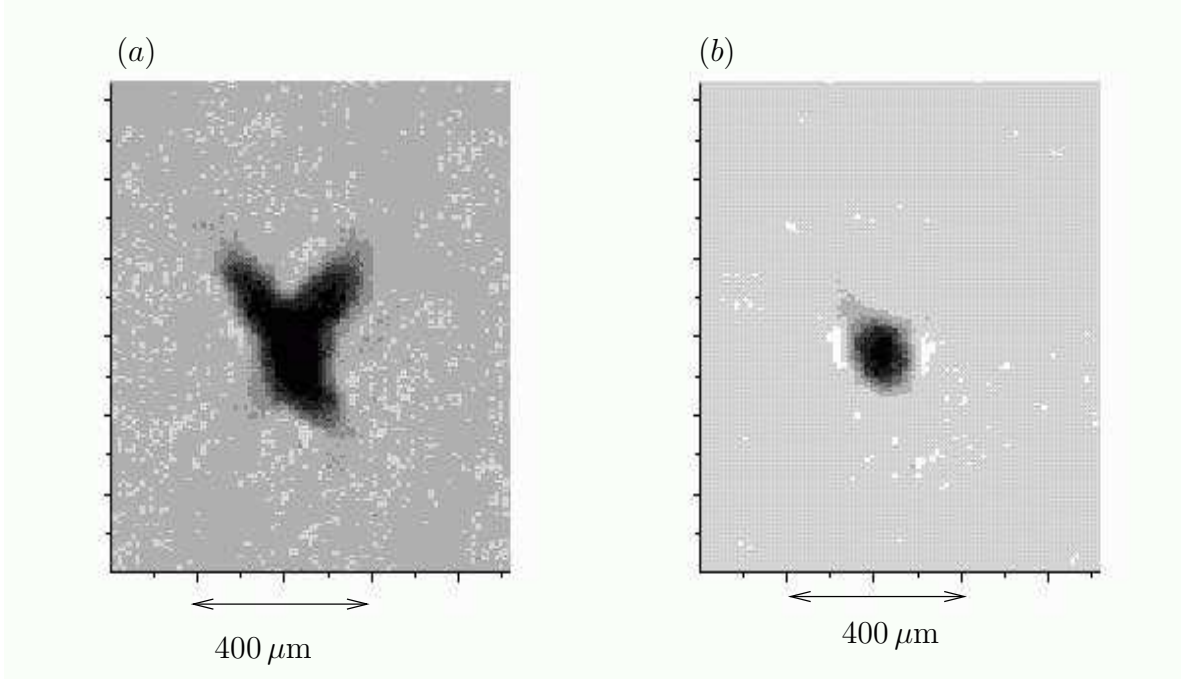


Figure 3.5: Image des atomes piégés 100 ms après la coupure du piège magnéto-optique. (a) : piège chargé avec des polarisations linéaires et parallèles (horizontales) des deux faisceaux YAG. Des atomes sont piégés dans les micro-puits formés par les interférences lumineuses même loin du centre du piège. (b) : piège chargé avec des polarisations orthogonales des faisceaux YAG. La polarisation du faisceau montant est changée en polarisation horizontale 50 ms après la coupure du piège magnéto-optique. L'absence de réseau optique lors du chargement du piège permet d'obtenir un nuage aux dimensions bien plus faibles qu'en (a).

$|6S_{1/2}, F = 3\rangle \longrightarrow |6P_{3/2}, F' = 2\rangle$ ) est superposé aux faisceaux du piège magnéto-optique : il est divisé en 6 bras contrepropageant 2 à 2 et de polarisation  $\sigma_+$  ou  $\sigma_-$  (mêmes polarisations que celles du laser piège du piège magnéto-optique). La séquence de mélasse grise est appliquée après la coupure du piège magnéto-optique. Elle fonctionnait normalement hors du YAG : les atomes étaient retenus en mélasse pendant plus de 500 ms. Cependant, elle détériorait le chargement du piège. Par contre, appliquée après le chargement du piège dipolaire, elle expulsait les atomes du piège. Ainsi, la figure 3.6, présente une image des atomes après 20 ms de mélasse grise : des atomes sont expulsés du piège. Dans ces conditions, il n'est pas étonnant que l'utilisation de la mélasse grise détériorait le chargement du piège.

Je donne ci-dessous quelques éléments qui peuvent peut être expliquer ce comportement de la mélasse grise dans le piège. Tout d'abord, si les polarisations des bras du YAG sont orthogonales, le champ magnétique fictif induit par le YAG est suffisant pour détériorer le refroidissement de la mélasse grise[56]. Lors de la séquence de

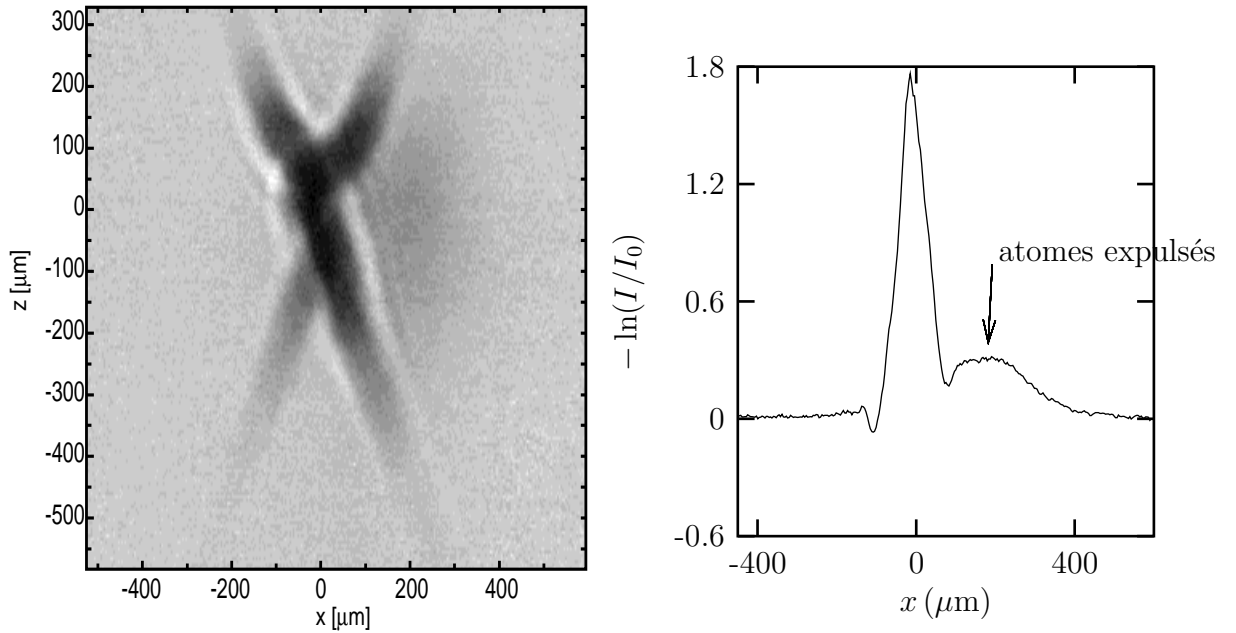


Figure 3.6: Image du piège après 20 ms de mélasse grise. La mélasse grise a expulsé des atomes du piège. Une fois hors du piège (à droite du piège sur l'image), les atomes sont retenus dans la mélasse grise qui fonctionne bien hors du piège. Le graphe de droite est la coupe horizontale de l'image passant par le centre du piège. L'ouverture finie du système optique est responsable de la structure de diffraction visible sur les bords du nuage.

mélasse grise suivant la coupure du piège magnéto-optique, les polarisations du YAG sont donc choisies parallèles. Dans cette situation, la mélasse grise expulse les atomes du piège au lieu de les y accumuler. Ce comportement est sans doute dû à la présence du réseau dans la direction verticale. En effet, le mécanisme de refroidissement de la mélasse grise nécessite un déplacement des atomes sur une longueur de l'ordre de la longueur d'onde. Or, dans le réseau du YAG, les atomes sont confinés verticalement sur une distance beaucoup plus courte ce qui inhibe le refroidissement dans la direction verticale.

Ainsi, il semble que si une mélasse grise donne de très bons résultats dans un piège constitué d'un faisceau unique[46], elle ne fonctionne pas en présence d'interférences. Il serait intéressant d'essayer de charger avec une mélasse grise un piège dipolaire croisé constitué de deux faisceaux de fréquences différentes (piège bicolore). On peut par exemple modifier la fréquence d'un des bras du YAG en le faisant diffracter dans un modulateur acousto-optique. Si la différence de fréquence est suffisante, la structure d'interférence entre les deux faisceaux est balayée suffisamment rapidement pour que



les atomes n'aient pas le temps de suivre. Le potentiel vu par les atomes est alors un potentiel moyen qui ne possède pas de structure à l'échelle de la longueur d'onde. Si les arguments que j'ai donnés précédemment expliquent le non fonctionnement de la mélasse grise dans notre piège, alors la mélasse grise devrait fonctionner correctement dans un piège croisé bicolore.

## 3.4 Chauffage

Un piège dipolaire n'est pas complètement conservatif. En effet, les atomes dans le champ laser sont susceptibles d'émettre des photons spontanés. Ces processus entraînent un chauffage qui peut être calculé à partir des paramètres du piège. Nous avons mesuré expérimentalement un chauffage beaucoup plus important que le chauffage attendu. Nous avons fait des mesures complémentaires pour comprendre l'origine du chauffage que nous décrivons ici.

### 3.4.1 Chauffage attendu dû aux photons spontanés

Le taux de photons spontanés des atomes au fond du potentiel piégeant, calculé dans le chapitre précédent (voir l'équation 2.49) est

$$\Gamma_{spont} \simeq 3s^{-1}. \quad (3.10)$$

Ce taux de photons spontanés entraîne un chauffage du nuage d'atomes qui a deux origines toutes les deux liées à l'effet de recul lorsqu'un atome émet ou absorbe un photon (variation de la quantité de mouvement de l'atome qui compense la variation de quantité de mouvement accompagnant l'émission ou la disparition du photon). Tout d'abord, le fait qu'au bout d'un temps  $T$  donné, tous les atomes n'aient pas absorbé le même nombre de photons dans chacun des bras induit un élargissement de la distribution en impulsion, donc un chauffage<sup>3</sup>.

De plus, le recul des atomes lors de l'émission de photons spontanés dans des directions aléatoires se traduit par une marche au hasard dans l'espace des impulsions induisant un chauffage.

Finalement, le chauffage attendu dû à l'émission spontanée est[6]

$$\frac{dE}{dt} = 2E_{rec}\Gamma_{spont} \simeq 2\pi\hbar \times 13\text{kHz/s}. \quad (3.11)$$

### 3.4.2 Mesure

L'évolution de la largeur de la distribution en vitesse des atomes donne une mesure du chauffage des atomes dans le piège. La largeur de la distribution en vitesse est

---

<sup>3</sup>L'effet de recul associé à l'absorption de photons produit aussi une force de pression de radiation. Cette force entraîne une modification du potentiel dipolaire négligeable dans notre cas.

mesurée par une image prise après un temps de vol comme expliqué au paragraphe 4.2.5. Cette mesure doit être effectuée sur un échantillon préalablement refroidi. En effet, un chauffage du nuage d'atomes à une température de l'ordre de  $14 \mu\text{K}$  (température obtenue à l'issue du chargement) se traduit par une perte d'atomes mais l'augmentation de la largeur de la distribution en vitesse reste faible, voire nulle. Dans ce régime où la température est environ un dixième de la profondeur du piège, une augmentation de la température engendre une augmentation de l'évaporation qui, moyennant une perte d'atomes, diminue la température. Cet effet est bien mis en évidence lorsque l'on cherche à chauffer le nuage d'atomes par excitation paramétrique. Si l'excitation est réalisée sur des atomes non refroidis, pratiquement aucun chauffage n'est visible. Par contre, si l'excitation paramétrique est effectuée sur un nuage refroidi à une température environ 4 fois plus faible que la température initiale, on observe bien un chauffage<sup>4</sup>.

La figure 3.7 montre le chauffage d'un nuage d'atomes préalablement refroidi dans les trois directions par un refroidissement par bandes latérales<sup>5</sup>. Le taux de croissance mesuré de l'énergie cinétique par degré de liberté est de 60 kHz, le chauffage total est

$$\frac{dE}{dt} = 2\pi\hbar 60 * 6 = 2\pi\hbar \times 360 \text{ kHz/s} = k_B \times 17\mu\text{K/s} \quad (3.12)$$

Le facteur 6 prend en compte le fait que l'énergie cinétique d'un degré de liberté est seulement un sixième de l'énergie totale, le reste de l'énergie étant divisée en énergie cinétique des autres degrés de liberté et énergie potentielle. Ce chauffage est beaucoup plus important que le chauffage attendu dû à l'émission spontanée. Sa valeur fluctue de jour en jour entre 150 et 500 kHz/s. Tous les faisceaux proches d'une résonance avec une transition du Cesium (les faisceaux utilisés pour le piège magnéto-optique par exemple) sont coupés avec un obturateur mécanique pendant le temps sur lequel on mesure le chauffage. Je ne pense donc pas que ce chauffage est dû à la présence de photons proches de résonance.

Plusieurs phénomènes peuvent produire un chauffage. Nous nous sommes intéressés à plusieurs causes éventuelles. Les résultats des tests effectués sont décrits ci-dessous.

### 3.4.3 Chauffage dû aux fluctuations d'intensité du YAG

Des fluctuations d'intensité du laser induisent une fluctuation des fréquences d'oscillations. Or une modulation de la fréquence d'oscillation d'un potentiel induit du chauffage si la fréquence de la modulation se situe dans une zone d'instabilité paramétrique. Ainsi, des fluctuations du YAG à des fréquences proches de  $2\omega_x \simeq 400 \text{ Hz}$  ou proches de  $2\omega_{osc} \simeq 160 \text{ kHz}$  induisent du chauffage. Le chauffage introduit par des fluctuations de la fréquence d'oscillation de spectre large a été calculé dans [57] dans la limite où le temps de corrélation du bruit est court devant le temps de chauffage. Ce chauffage

---

<sup>4</sup>L'excitation paramétrique est décrite dans 6.4.1

<sup>5</sup>Les chapitres 4 et 6 expliquent ce refroidissement.

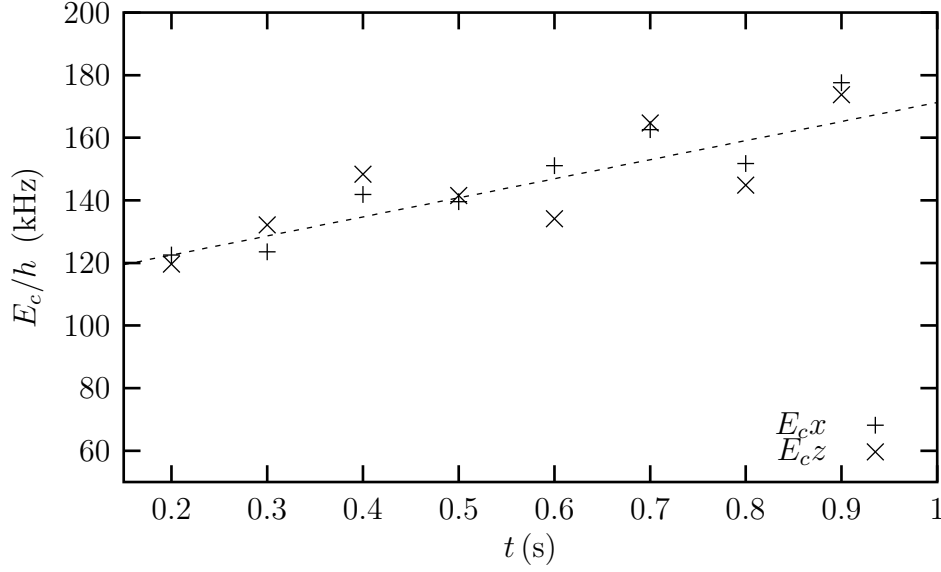


Figure 3.7: Evolution de l'énergie cinétique moyenne des atomes selon l'axe vertical  $z$  et l'axe horizontal  $x$ . L'ajustement linéaire donne un taux de croissance de l'énergie cinétique de 60 kHz/s par degré de liberté.

s'écrit,

$$\frac{dE}{dt} = \pi^2 \omega^2 \frac{J_P(2\omega)}{P_0^2} E, \quad (3.13)$$

où  $P_0$  est la puissance moyenne du laser et

$$J_P(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty d\tau \cos(\omega\tau) \langle P(t)P(t+\tau) \rangle \quad (3.14)$$

est la densité spectrale de bruit d'intensité du laser. Ce chauffage est exponentiel puisque  $dE/dt$  est proportionnel à  $E$ . Le chauffage observé est bien ajusté par un chauffage linéaire. Cependant il est aussi compatible avec un chauffage exponentiel de constante de temps 2s environ. En effet, l'augmentation observée de l'énergie reste faible : la durée de vie du piège (environ 1.5s) et la détectivité dont nous disposons ne nous permettent pas d'observer une augmentation plus importante de l'énergie.

Pour diminuer  $J_P(\omega)$ , nous avons mis au point un asservissement de l'intensité du YAG. Pour cela, l'intensité du YAG est contrôlée par la puissance du signal radio-fréquence envoyé à un modulateur acousto-optique. Nous avons pu asservir jusqu'à des fréquences maximum d'environ 150 kHz (gain nul à 150 kHz). La bande passante maximum de l'asservissement est limitée par le temps de réponse du modulateur acousto-optique de 150 ns, correspondant au temps de propagation de l'onde sonore sur la taille du faisceau. Ceci n'est pas suffisant pour réduire les fluctuations d'intensité aux fréquences proches de  $2\omega_{osc} \sim 160$  kHz. En pratique, on choisit la fréquence de coupure de l'asservissement (circuit passe-bas) pour n'asservir que les fréquences inférieures

à 50 kHz environ. De cette façon, nous avons réduit la densité spectrale de bruit à basse fréquence d'environ 10 dB. Cet asservissement n'a pas eu d'effet sur le chauffage. Les fluctuations d'intensité du YAG aux fréquences proches du double de la fréquence d'oscillation horizontale ne sont donc pas responsables du chauffage observé.

Ceci est cohérent avec la mesure directe de la densité spectrale de bruit. Celle-ci est en effet, à environ 400 Hz, d'environ

$$\frac{J_P(400 \text{ Hz})}{P_0^2} \simeq 2.4 \times 10^{-9} \text{ s} \quad (3.15)$$

D'après, 3.13, le chauffage induit par ces fluctuations est

$$\frac{1}{E} \frac{dE}{dt} \simeq 0.04 \text{ s}^{-1}, \quad (3.16)$$

ce qui est beaucoup plus faible que le chauffage observé (constante de temps de l'ordre de 2 s). Il est donc normal que les fluctuations à basse fréquence ne soit pas responsables du chauffage observé.

Des fluctuations d'intensité à 160 kHz ( $2\omega_{\text{osc}}$ ) peuvent introduire un chauffage important car, pour une densité spectrale de bruit donnée, le chauffage est d'autant plus important que la fréquence d'oscillation est élevée. La densité spectrale de bruit à 160 kHz qui induirait un chauffage égal au chauffage observé de constante de temps d'environ 2 s serait de

$$\frac{J_P(160 \text{ kHz})}{P_0^2} = 4 \times 10^{-13} \text{ s}. \quad (3.17)$$

Le niveau de bruit détecté par la photodiode à cette fréquence est en fait limité par le bruit électronique sur la tension  $V$  de la photodiode de mesure. Ce bruit correspond à une densité spectrale

$$\frac{J_V}{V_0^2} = 2.5 \times 10^{-13} \text{ s}^{-1}, \quad (3.18)$$

ce qui est presque aussi important que le bruit qui serait responsable du chauffage observé (voir équation 3.17). Nous ne pouvons donc pas affirmer avec certitude que les fluctuations du YAG à la fréquence double de la fréquence d'oscillation verticale (environ 200 kHz) n'induisent pas de chauffage.

### 3.4.4 Chauffage dû aux collisions avec des atomes du gaz résiduel

A la suite d'une collision avec un atome du gaz résiduel de la cellule, qui est à la température ambiante de 300 K environ, un atome piégé a généralement une énergie suffisante pour quitter le piège. Ces collisions se traduisent donc par des pertes d'atomes piégés. Cependant, il est possible que certaines collisions avec des atomes du gaz résiduel ne communiquent pas assez d'énergie aux atomes piégés pour les expulser du piège. Ce type de collisions induiraient un chauffage du nuage d'atomes. Pour savoir

si un tel phénomène se produit dans notre piège, nous avons mesuré le chauffage pour des pressions du gaz résiduel différentes. Pour diminuer la pression de gaz résiduel, on ferme la vanne entre la cellule et le récipient contenant l'échantillon de Cesium solide. La pression descend alors en quelques jours. Au contraire, pour avoir une pression importante, on laisse la vanne ouverte. Comme les pertes d'atomes sont dues aux collisions avec le gaz résiduel, la durée de vie du piège est inversement proportionnelle à la pression régnant dans la cellule. Nous avons mesuré le chauffage pour des pressions correspondant à une durée de vie de 2.3 s et 0.5 s. La pression varie donc d'un facteur 4.6. Le taux de chauffage était de  $190(\pm 55)$  kHz/s pour une durée de vie de 2.3 s et de  $160(\pm 95)$  kHz/s pour une durée de vie de 0.5 s. On conclue donc que les collisions avec le gaz résiduel ne sont pas responsables du chauffage observé.

### 3.4.5 Chauffage dû à des processus collisionnels

Dans les expériences, les atomes sont pompés optiquement dans l'état fondamental de plus basse énergie du niveau  $6S_{1/2}$ . En présence d'un champ magnétique, ils sont pompés dans l'état magnétique de plus faible énergie Zeeman. Les collisions à deux atomes ne peuvent donc pas libérer d'énergie cinétique. Elles ne peuvent donc pas être responsables du chauffage. Par contre, des collisions à trois atomes peuvent induire un chauffage. En effet l'énergie de liaison de la molécule est libérée sous forme d'énergie cinétique. Cette énergie peut être très importante car le potentiel d'interaction entre atomes de Cesium est très profond. Le scénario le plus probable est sans doute que la molécule et l'atome aient une énergie cinétique suffisante pour quitter le piège. Cependant, il se peut que l'atome, à l'issue de la collision, reste piégé mais avec une énergie importante. Ce processus engendrerait alors un chauffage. Pour tester cette hypothèse, nous avons mesuré le chauffage pour des nombres d'atomes différents. Les résultats sont donnés figure 3.8. La densité initiale d'atomes varie d'un facteur 0.6 d'un graphe à l'autre, en tenant compte de la différence de température initiale. Or le taux de chauffage est sensiblement le même pour les deux graphes. Il est même environ 10% plus important pour le graphe correspondant à la densité la plus faible. Nous concluons que le taux de chauffage ne dépend pas de la densité.

Ce résultat est attendu. En effet, le fait que la décroissance du nombre d'atomes piégés soit bien exponentielle en fonction du temps indique l'absence de pertes par collisions à deux ou à trois corps. Donc, nous ne pensons pas qu'il y ait de formation de molécules dans notre piège pendant sa durée de vie de 1 s environ.

### 3.4.6 Conclusion

Les mesures que nous avons faites ne nous ont pas permis d'identifier la cause du chauffage. Par contre, nous pouvons éliminer certains processus comme le chauffage dû aux fluctuations d'intensité du YAG aux fréquences proche du double de la fréquence d'oscillation horizontale. Nous avons aussi vérifié que le chauffage ne dépend pas de

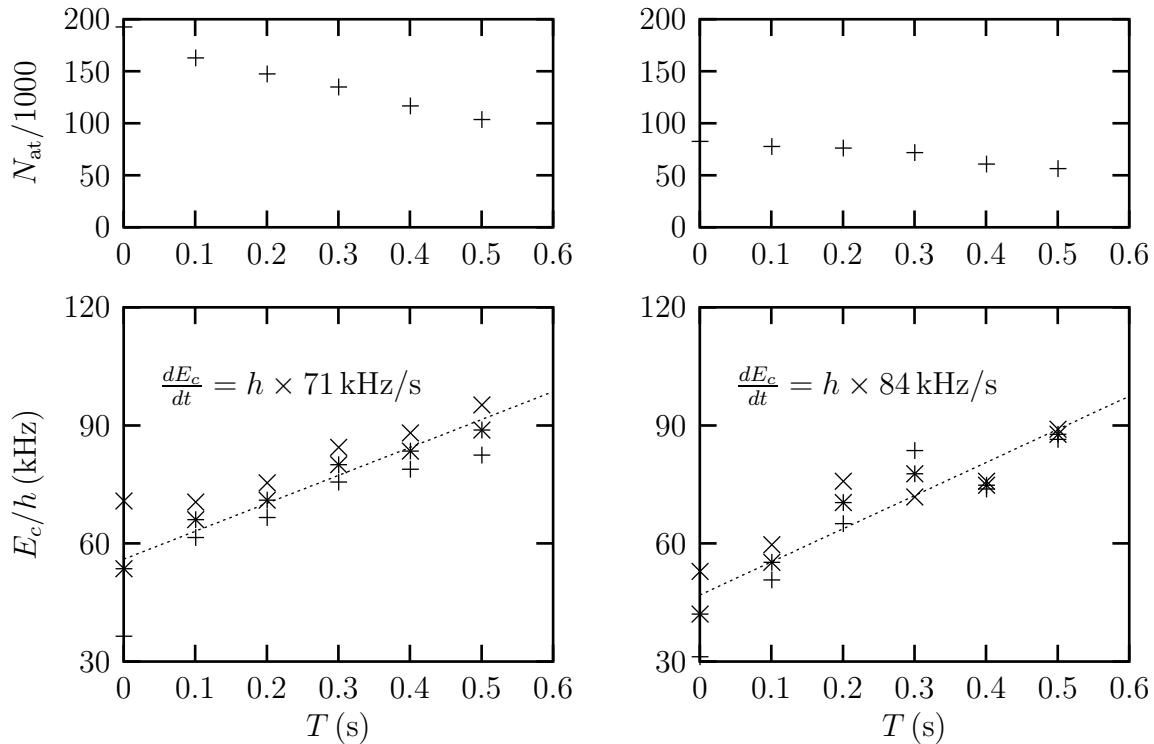


Figure 3.8: *Chauffage obtenu pour des nombres d'atomes différents. Les courbes du bas donnent l'évolution de l'énergie cinétique moyenne du mouvement vertical (+) et horizontal (x). Le taux de chauffage noté résulte d'un ajustement linéaire de l'évolution de l'énergie cinétique moyenne par degré de liberté (\*).*

la densité d'atomes. Il ne met donc pas en jeu des processus à deux ou trois atomes. Enfin, le chauffage observé ne dépend pas de la pression du gaz présent dans la cellule.

Après ces quelques tests pour essayer de comprendre l'origine de ce chauffage, nous n'avons pas poussé plus loin l'investigation de ce problème. En effet, dans la plupart des expériences décrites dans la suite, la puissance de refroidissement excède généralement largement ce taux de chauffage<sup>6</sup>. Le chauffage résiduel n'est alors pas un problème. Par contre, ce chauffage devra être élucidé avant d'entreprendre d'autres expériences visant la dégénérescence quantique. Par exemple, le taux de refroidissement obtenu par refroidissement évaporatif<sup>7</sup> est généralement très faible et le chauffage existant dans notre expérience est clairement incompatible avec la mise en oeuvre d'un refroidissement évaporatif.

Il existe d'autres causes éventuelles de chauffage que nous n'avons pas considérées. Par exemple, si la différence de marche entre les deux faisceaux YAG n'est pas stricte-

<sup>6</sup>Ceci n'est plus le cas cependant lorsque l'on essaie de refroidir le mouvement horizontal à des énergies plus faibles que l'énergie d'oscillation verticale (voir chapitre 6)

<sup>7</sup>Voir le chapitre 2

ment nule, des fluctuations de phases induisent une fluctuation de la position des micro-puits. Les fluctuations dont la fréquence est proche de la fréquence d'oscillation des atomes peut entraîner un chauffage.

### 3.5 Les techniques utilisées dans l'expérience

Une grande partie du dispositif expérimental utilisé pendant cette thèse a été mise au point les années précédentes par Jacob Reichel[50], Hélène Perrin et Axel Kuhn[58]. Je décris ici succinctement les différents aspects techniques de cette expérience. L'expérience utilise, en plus du laser YAG, 9 lasers qui sont tous des lasers à semi-conducteurs. La plupart sont des lasers SDL type 5400. Ces lasers sont monomode longitudinalement et fournissent un faisceau dont la divergence est limitée par la diffraction ( $TEM_{00}$ ). Pour les affiner spectralement, on utilise des cavités étendues avec un réseau[50]. Leur fréquence est asservie sur une raie d'absorption saturée du césium. Lorsque l'on a besoin de puissance, on injecte des lasers libres pouvant fournir 100 mW environ par des lasers en cavité étendue.

Nous utilisons aussi une diode laser avec miroir de Bragg intégré (diode SDL Bragg type 5700). Un tel laser est monomode et sa largeur spectrale n'est que d'environ 5 MHz. De plus, comme les modes longitudinaux sont très espacés à cause de la taille réduite de la cavité, l'intervalle spectral entre sauts de modes est de plus de 10 GHz (seulement 1 GHz environ pour des diodes en cavité étendue). Cependant, la grande sensibilité de ces lasers aux fluctuations de courant et au retour optique les rend moins pratiques à utiliser que les lasers en cavité étendue.

Un cycle de mesure dans les expériences de cette thèse dure typiquement 2 s. Le détail des séquences temporelles est décrit dans la suite dans les chapitres correspondant. Pour donner une idée des actions accomplies, je décris ici une séquence temporelle typique :

- les lasers du piège magnéto-optique sont allumés ainsi que son champ magnétique pendant environ 1.5 s pour le chargement du piège magnéto-optique.
- les valeurs de leurs intensités et désaccords sont modifiées pendant les dernières millisecondes du piège magnéto-optique pour contracter le piège magnéto-optique (voir paragraphe 2.4).
- Le laser YAG est allumé 100 ms avant la coupure du piège magnéto-optique
- Pour le refroidissement par bande latérales, d'autres lasers sont allumés, éteints,...
- Un champ magnétique uniforme est éventuellement allumé, modifié et éteint,
- La polarisation du YAG est éventuellement modifiée,

- Enfin, pour la détection, le laser sonde est allumé et la caméra prend une image qui est enregistrée (prise d'image). Dans certaines expériences, la fluorescence des atomes induite par un laser, détectée par une photodiode, est enregistrée.

Toutes ces actions sont contrôlées par un ordinateur qui opère sous DOS avec une carte Keithley (DAS 1600) fournissant des entrées et des sorties analogiques et digitales. La fréquence d'horloge est de 0.1 ms. Lorsque des actions doivent être effectuées avec une cadence temporelle supérieure, la séquence de ces actions est préenregistrée sur une carte qui est déclenchée lors de l'expérience par l'ordinateur. Cette carte a été construite par A. Clouqueur, au laboratoire. Enfin, les images sont enregistrées sur un autre ordinateur qui communique avec le premier par un port série.

La puissance des lasers est contrôlée généralement via la puissance RF fournie à un modulateur acousto-optique. On utilise aussi des lames à retard variable à cristaux liquide ou des cellules de Pockels suivies d'un cube polariseur. La fréquence des lasers est modifiée en ajustant la fréquence RF envoyée sur un modulateur acousto-optique placé dans une configuration oeil de chat. En tout 10 modulateurs acousto-optiques sont utilisés dans l'expérience.

Pour la prise de données répétitives, comme la mesure d'un temps de thermalisation<sup>8</sup>, l'expérience est automatisée. Elle peut fonctionner pendant une nuit seule. La stabilité des asservissements et les dérives lentes des lasers nécessitent cependant généralement une intervention humaine toutes les deux à trois heures.

---

<sup>8</sup>Ces mesures sont décrites au chapitre 6





# Chapter 4

## Refroidissement par bandes latérales

Ce chapitre présente la réalisation de deux variantes de la méthode de refroidissement par bandes latérales appliquées au mouvement vertical des atomes dans le piège dipolaire décrit au chapitre 3.

Le refroidissement par bandes latérales avait été développé depuis 1989 [15] sur des ions piégés dans des pièges électriques. Puisqu'ils sont chargés, les ions interagissent fortement avec un champ électrique extérieur. Un champ électrostatique quadrupolaire oscillant peut réaliser un piège pour les ions, appelé piège de Paul<sup>1</sup>. Ces pièges ont des profondeurs suffisantes pour piéger des ions à une température bien supérieure à la température ambiante[24]. Les fréquences d'oscillation peuvent être de l'ordre du MHz. Les fréquences d'oscillation importantes de ces pièges sont supérieures à la fréquence de recul qui correspond à l'énergie cinétique moyenne acquise lors de l'émission spontanée d'un photon. Dans cette condition, un refroidissement optique utilisant un état excité de largeur en énergie plus faible que la fréquence d'oscillation du piège permet d'accumuler les atomes dans l'état fondamental du mouvement. Ce refroidissement porte le nom de refroidissement par bande latérale. Il a été mis en oeuvre pour la première fois sur des ions dans un piège de Paul en utilisant une transition quadrupolaire électrique très fine[15]. Une méthode a ensuite été proposée qui utilise, au lieu d'un état métastable, plusieurs sous-niveaux de l'état fondamental de l'ion[59, 60]. Le couplage entre ces sous-niveaux est effectué par une transition Raman stimulée et l'un des sous-niveaux est rendu instable grâce à un laser qui le couple à un état excité.

Pour des atomes neutres, un confinement avec une fréquence d'oscillation supérieure à la fréquence de recul est difficile à réaliser. Cependant, l'utilisation de réseaux optiques assez profonds permet d'atteindre un tel confinement. En effet, le potentiel dipolaire ressenti par les atomes est alors modulé et, si l'amplitude de la modulation est plus importante que l'énergie cinétique des atomes, ceux-ci sont confinés dans des micro-puits dont la taille est inférieure à la longueur d'onde. La fréquence d'oscillation

---

<sup>1</sup>Voir l'introduction du chapitre 2 et la référence[23]

au fond de ces micro-puits est alors supérieure à l'énergie de recul<sup>2</sup>. Cela peut être le cas dans un réseau d'intensité et, dans certains cas, pour des réseaux de polarisation. Ainsi, en utilisant le piège dipolaire croisé décrit chapitre 3, un refroidissement par bandes latérales a été mis en évidence pour la première fois sur des atomes neutres en 1997[17]. En utilisant différentes polarisations des faisceaux du piège, le refroidissement a été appliqué dans un réseau d'intensité et dans un réseau de polarisation. Dans les deux cas, ce refroidissement utilisait les deux sous-niveaux hyperfins de l'état fondamental. Cependant ce refroidissement n'a pas pu accumuler les atomes dans l'état fondamental. Dans le cas du refroidissement dans un réseau de polarisation, ceci était dû au fait que les différents états utilisés pour le refroidissement étaient soumis à des potentiels décalés spatialement qui devenaient découplés à faible température. Dans un réseau d'intensité, un mauvais choix de la configuration des faisceaux engendrait une très faible efficacité du refroidissement.

Au début de ma thèse, j'ai réalisé, pour la première fois, un refroidissement par bandes latérales d'atomes confinés dans un réseau d'intensité qui a permis d'accumuler tous les atomes dans l'état fondamental. De même que dans le refroidissement effectué précédemment, les deux niveaux-hyperfins  $F=3$  et  $F=4$  de l'état fondamental de l'atome de Césium sont été utilisés.

Parallèlement, Hammann et al.[18] ont mis au point un refroidissement d'atomes confinés dans un réseau de polarisation. En utilisant, non pas les différents états hyperfins, mais différents sous niveaux magnétiques d'un même état hyperfin, les atomes ont été refroidis dans l'état fondamental du mouvement.

Reprenant des idées de la méthode précédente, une nouvelle technique de refroidissement dans un réseau d'intensité a été mise au point par Vuletic et al.[61] dans laquelle seuls les sous niveaux Zeeman de l'état hyperfin de plus basse énergie sont utilisés.

Cette méthode présente plusieurs avantages par rapport à la méthode que j'avais mise au point. En effet, le gaz obtenu à la suite du refroidissement est polarisé et les atomes sont dans l'état interne de plus faible énergie. Ainsi, le gaz est stable vis-à-vis des collisions à deux corps. De plus, la polarisation des atomes est importante pour l'apparition d'éventuels effet quantiques collectif à faible température. En effet, le nombre d'atomes par état quantique est alors 7 fois plus important que pour des atomes non polarisés dans  $F = 3$ . J'ai donc décidé de mettre en oeuvre cette technique de refroidissement dans le but ultérieur d'étudier une technique de refroidissement à trois dimensions et d'étudier les propriétés collisionnelles des atomes très confinés dans une direction.

Dans un premier temps, le principe général du refroidissement par bandes latérales est exposé. Une section est ensuite consacrée à la technique de refroidissement utilisant les deux niveaux hyperfins  $F = 3$  et  $F = 4$  de l'atome de Césium qui a été développée durant ma thèse. Les techniques expérimentales utilisées et les résultats obtenus sont exposés. Enfin, la dernière partie présente le refroidissement n'utilisant que l'état

---

<sup>2</sup>La taille  $l$  de l'état fondamental au fond de chacun de ces micro-puits est inférieure à la longueur d'onde. Comme  $l = \sqrt{\hbar/(2m\omega_{\text{osc}})}$ , ceci implique que  $\omega_{\text{osc}}/\omega_{\text{rec}} > (2\pi)^2 > 1$ .

hyperfin  $F = 3$ .

## 4.1 Principe du refroidissement par bandes latérales

Considérons dans un premier temps un modèle simple permettant de présenter le refroidissement par bandes latérales. Ce modèle consiste en un atome à deux niveaux piégé, quelque soit son état interne, dans un même potentiel harmonique. On se borne à n'étudier qu'un seul degré de liberté de fréquence d'oscillation  $\omega_{osc}$ . Les états propres du mouvement sont appelés niveaux vibrationnels. L'énergie de l'état fondamental qui est un état d'incertitude minimum est  $\hbar\omega_{osc}/2$  et les énergies des états excités sont régulièrement espacées de  $\hbar\omega_{osc}$ . Ainsi, le niveaux vibrationnel  $|n\rangle$  a une énergie

$$E_n = \hbar\omega_{osc}/2 + n\hbar\omega_{osc}. \quad (4.1)$$

Comme les deux états internes de l'atome sont soumis au même potentiel harmonique, les fréquences de transition entre l'état fondamental et l'état excité ne dépendent que du changement de niveau vibrationnel  $\Delta n = n_f - n_i$  lors de la transition et sont

$$\omega = \omega_0 + \Delta n\omega_{osc}. \quad (4.2)$$

Si la durée de vie de l'état excité est plus longue que la période d'oscillation, ces différentes transitions peuvent être résolues. On dit alors que les bandes sont résolues. On supposera cette condition remplie.

Éclairé par un laser de fréquence  $\omega_0 - \omega_{osc}$ , l'atome est susceptible d'effectuer une transition vers l'état excité qui diminue son niveau vibrationnel de 1. Par contre toute autre transition est très improbable car hors résonance. L'atome transféré dans l'état excité va émettre un photon spontané le ramenant dans son état fondamental. Lors de l'émission spontanée, le niveau vibrationnel de l'atome peut, à priori, être modifié. En moyenne sur ces changements de niveaux vibrationnels, l'énergie de l'atome est, comme lors de l'émission spontanée d'un atome libre, augmentée de  $\hbar\omega_{rec}$  (voir note <sup>3</sup>).

Finalement, à l'issue du cycle de fluorescence, l'énergie de l'atome a diminué de

$$\Delta E = \hbar\omega_{osc} - \hbar\omega_{rec}. \quad (4.3)$$

Donc, si  $\omega_{rec} < \omega_{osc}$ , l'énergie de l'atome diminue. Il en est donc de même du niveau vibrationnel moyen de l'atome. Ce refroidissement se poursuit jusqu'à ce que l'atome atteigne l'état fondamental d'où il ne peut plus absorber de photons car la condition de résonance ne peut pas être satisfaite.

Pour une même diminution d'énergie, cette méthode de refroidissement nécessite d'autant moins de photons spontanés que  $\omega_{osc}$  est grand. Ainsi, elle est particulièrement

---

<sup>3</sup>On reviendra sur cette affirmation au paragraphe 4.1.1

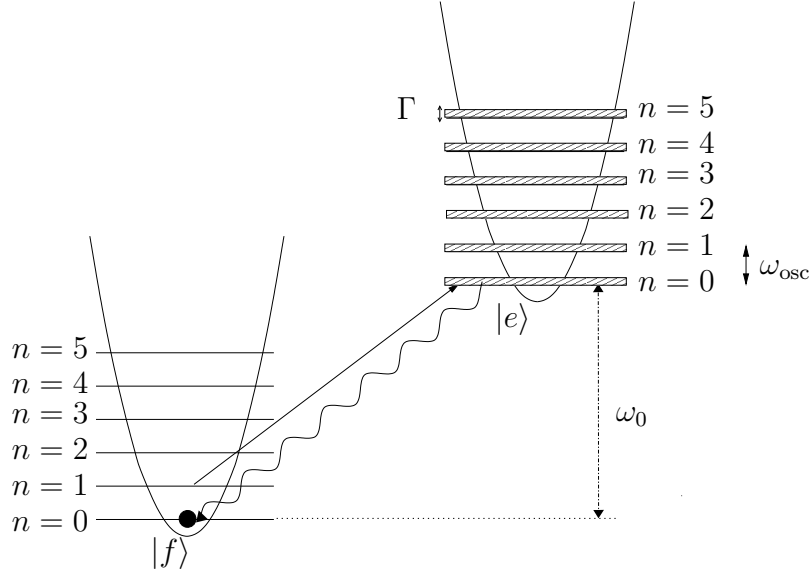


Figure 4.1: Principe du refroidissement par bandes latérales sur un atome à deux niveaux.  $\Gamma$  est la largeur en énergie de l'état excité. Si la condition de Lamb-Dicke est vérifiée, l'émission spontanée se fait, avec une très grande probabilité, sans changement de niveau vibrationnel. Les potentiels vus par les états  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  (identiques) ont été décallés spatialement sur la figure pour plus de clareté.

efficace dans la limite, appelée condition de Lamb Dicke, où

$$\eta = \sqrt{\frac{\omega_{\text{rec}}}{\omega_{\text{osc}}}} \ll 1. \quad (4.4)$$

$\eta$  est le paramètre de Lamb-Dicke. Comme la taille quadratique moyenne de l'état fondamental est  $z_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega_{\text{osc}}}}$  et  $\omega_{\text{rec}} = \frac{\hbar k^2}{2m}$ ,  $\eta$  s'écrit aussi

$$\eta = kz_0. \quad (4.5)$$

Ainsi, le régime de Lamb Dicke est vérifié lorsque l'état fondamental est confiné sur une taille beaucoup plus petite que la longueur d'onde.

En conclusion, deux conditions doivent être vérifiées pour utiliser le refroidissement par bandes latérales : le régime des bandes résolues et le régime de Lamb-Dicke.

### 4.1.1 Une autre approche de la condition de Lamb-Dicke

Le raisonnement précédent est basé sur un bilan énergétique. Dans la limite de Lamb-Dicke, une interprétation en terme de changement de niveaux vibrationnels est possible. Un atome, initialement dans le niveau excité et dans le niveau vibrationnel  $|n\rangle$  peut, à l'issue de l'émission spontanée, "tomber" dans un niveau vibrationnel  $|n'\rangle$

éventuellement différent de  $|n\rangle$ . Cependant, dans la limite de Lamb-Dicke, la probabilité pour que l'atome change de niveau vibrationnel est très faible.

Ceci peut se comprendre classiquement en considérant l'atome comme un émetteur dont la position oscille. A cause de l'effet Doppler, l'onde émise dans le référentiel du laboratoire est modulée en fréquence à la fréquence  $\omega_{osc}$ . Le spectre d'émission est donc un peigne avec des pics espacés de  $\omega_{osc}$ . Quantiquement, les pics de fréquence  $\omega_0, \omega_0 + \omega_{osc}, \omega_0 - \omega_{osc}, \omega_0 + 2\omega_{osc}, \omega_0 - 2\omega_{osc}, \dots$  correspondent à une émission spontanée avec un changement de niveau vibrationnel de  $0, +1, -1, +2, -2, \dots$ . L'amplitude de ces pics est donné par les fonctions de Bessel  $J_n(kz_0)$ . Les propriétés des fonctions de Bessel montrent que les pics correspondant aux transitions avec changement de niveau vibrationnel ont une amplitude très inférieure au pic central lorsque l'amplitude de la modulation est très inférieure à la longueur d'onde. Quantiquement, ceci se traduit par une très faible probabilité de changer de niveau vibrationnel. Si l'énergie de l'atome n'est pas trop grande par rapport à  $\hbar\omega_{osc}$ , l'amplitude de l'oscillation est de l'ordre de  $z_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}}$ . Or, dans la condition de Lamb Dicke,  $kz_0 \ll 1$ . Donc, dans cette limite et pour des énergies pas trop élevées, l'amplitude de l'oscillation de l'atome est très petite devant la longueur d'onde et la probabilité de changer de niveau vibrationnel lors de l'émission spontanée est donc très faible.

Cette propriété est confirmée par une analyse quantique plus rigoureuse de l'émission spontanée. Comme la densité d'états des modes électromagnétiques du vide est à peu près constante sur la plage des énergies de transition considérées, le taux de départ de l'état excité de niveau vibrationnel  $|n\rangle$  vers les états fondamentaux de niveaux vibrationnels  $|n'\rangle$  avec émission d'un photon dans la direction  $\mathbf{k}$  est simplement proportionnel au couplage  $|\langle n'| e^{ik_z z} |n\rangle|^2$  (Voir note <sup>4</sup>). La probabilité, à l'issue de l'émission d'un photon de vecteur d'onde  $k$  dans la direction  $0z$ , de passer du niveau vibrationnel  $|n\rangle$  au niveau vibrationnel  $|n'\rangle$  est donc simplement

$$P_{n \rightarrow n'} \propto |\langle n'| e^{ik_z z} |n\rangle|^2 \quad (4.6)$$

Notons que l'on peut vérifier, à partir de cette équation, que l'augmentation d'énergie du mouvement ( $\hbar\omega_{osc}(n' - n)$ ) est, en moyenne,  $E_{rec}$  (voir [62, 63]). L'opérateur  $e^{ik_z z}$  est une translation de  $\hbar k_z$  dans l'espace des impulsions. Dans la limite de Lamb-Dicke,

$$\hbar k \ll p_0 \quad (4.7)$$

où  $p_0$  est la taille quadratique moyenne de l'état fondamental dans l'espace des impulsions. Donc, si  $n$  n'est pas trop élevé,  $\hbar k_z$  est très petit devant l'échelle de variation de la fonction d'onde de  $|n\rangle$  dans l'espace des impulsions, comme présenté sur le graphe 4.2. Donc  $e^{ik_z z} |n\rangle$  diffère très peu de  $|n\rangle$ . Donc

$$P_{n \rightarrow n} \simeq 1 \quad (4.8)$$

---

<sup>4</sup>L'opérateur  $e^{ik_z z}$  est une translation dans l'espace des impulsions de  $\hbar k_z$  qui traduit la conservation de la quantité de mouvement lors de l'émission spontanée.

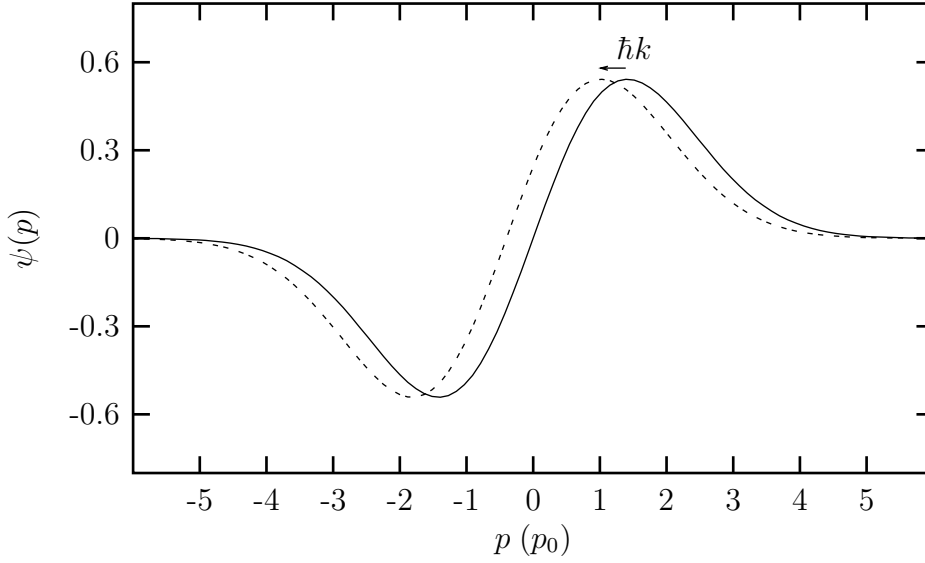


Figure 4.2: fonction d'onde de  $|n = 1\rangle$  dans l'espace des impulsions et même fonction d'onde translatée à la suite d'une émission spontanée. Le paramètre de Lamb-Dicke  $\eta = \sqrt{\omega_{\text{rec}}/\omega_{\text{osc}}}$  est de 0.2.  $p_0 = \sqrt{\hbar m \omega_{\text{osc}}/2}$  est la largeur quadratique moyenne de l'état fondamental.

et, comme les fonctions d'ondes des niveaux vibrationnels sont orthogonales entre elles,

$$P_{n \rightarrow n' \neq n} \ll 1 \quad (4.9)$$

Ainsi, dans la limite de Lamb Dicke, la probabilité de changer de niveau vibrationnel à l'émission spontanée est très faible. Donc, lors du refroidissement, à l'issue d'un cycle de fluorescence le niveau vibrationnel de l'atome a diminué de 1 avec une très grande probabilité. Le niveau vibrationnel de l'atome va ainsi diminuer jusqu'à s'annuler.

### 4.1.2 Limite du refroidissement

L'état fondamental du mouvement  $|n = 0\rangle$  n'est pas véritablement un état noir. Des excitations hors résonance sont susceptibles de le transférer vers l'état excité de niveaux vibrationnels  $|n = 0\rangle$  ou  $|n = 1\rangle$ . Ces processus limitent le refroidissement. Cependant, la population de l'état fondamental peut être arbitrairement proche de 1 si la largeur en énergie de l'état excité tend vers 0.

### 4.1.3 Conclusion

Les premières démonstrations de refroidissement par bandes latérales ont été réalisées sur un ion piégé dans un piège de Paul[15]. L'interaction très forte de l'ion avec un

champ électrique permet d'obtenir des pièges très raides avec des fréquences d'oscillation de l'ordre de 3MHz. La condition de Lamb Dicke est alors assurée. Pour que la condition des bandes résolues soit vérifiée, une transition quadrupolaire vers un état de très longue durée de vie est utilisée.

Dans le piège dipolaire que nous utilisons, la fréquence d'oscillation des atomes dans la direction verticale est d'environ 80kHz. Comme la fréquence de recul pour la raie D2 est de 2.1kHz, la condition de Lamb-Dicke est bien vérifiée dans la direction verticale. Cependant, la méthode précédente ne peut pas être directement appliquée car l'état excité n'est pas piégé. De plus, même s'il était piégé, sa durée de vie de 30ns, beaucoup plus courte que la période d'oscillation, ne permet pas de satisfaire la condition des bandes résolues. Pour appliquer la méthode du refroidissement par bandes latérales, nous allons utiliser des sous niveau de l'état fondamental  $6S_{1/2}$  (voir note <sup>5</sup>). Comme ces niveaux ont une durée de vie quasiment infinie, il est possible d'effectuer des transitions très sélectives en énergie de l'un à l'autre et de vérifier ainsi la condition des bandes résolues. Le couplage de l'un à l'autre est réalisé par une transition Raman stimulée. L'un de ces niveaux est rendu instable grâce à un couplage avec l'état excité. Deux différentes méthodes ont été mises en oeuvre. Dans un premier temps, les deux sous niveaux hyperfins  $F = 3$  et  $F = 4$  de l'état  $6S_{1/2}$  ont été utilisés. Une deuxième méthode consiste à utiliser différents sous niveaux Zeeman du niveau hyperfin  $F = 3$  de  $6S_{1/2}$ .

## 4.2 Refroidissement utilisant $F=4$

Cette section présente la méthode de refroidissement par bandes latérales utilisant les deux états hyperfins  $F = 3$  et  $F = 4$  de l'état fondamental  $6S_{1/2}$  du Césium grâce à laquelle les atomes ont été accumulés dans l'état fondamental du mouvement vertical. Le principe général de ce refroidissement est d'abord exposé. Les transitions Raman stimulées permettant d'introduire un couplage entre les états hyperfins  $F = 4$  et  $F = 3$  font l'objet de la sous-section suivante. Outre leur utilisation pour le refroidissement, les transitions Ramans sont aussi un outil pour sonder le nuage d'atomes. Cette technique de mesure et les informations fournies sont décrites dans la sous-section suivante. Enfin, après la présentation de la transition Raman utilisée pour les refroidissement, nous présentons les résultats obtenus.

### 4.2.1 Principe

Le principe du refroidissement est schématisé figure 4.3.

---

<sup>5</sup>Une telle technique avait été proposée et appliquée dans le cas d'ions piégés[60, 59] pour éviter d'utiliser une transition dipolaire interdite et pour pouvoir effectuer du refroidissement par bandes latérales sur des ions ne possédant pas une telle transition.



Les cycles de fluorescence décrits dans la section précédente, sont obtenus ici par un processus en deux étapes. Tout d’abord, un couplage cohérent entre les deux états hyperfins est introduit en utilisant une transition Raman stimulée. En utilisant une impulsion suffisamment longue, la sélectivité en énergie est suffisante pour satisfaire le régime des bandes résolues et il est possible de n’induire quasiment que des transitions de  $F = 3$  à  $F = 4$  qui diminuent le niveau vibrationnel de 1. Ensuite, le niveau  $F = 4$  est rendu instable grâce à un laser qui le couple à l’état excité  $|6P_{3/2}, F = 4\rangle$  : les atomes transférés dans  $F = 4$  sont ainsi pompés optiquement dans l’état  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  après émission de quelques photons spontanés.

L’énergie reçue par l’atome à l’issue du pompage optique est plus faible que l’énergie vibrationnelle. En effet, l’énergie reçue lors de l’absorption et l’émission de photons est faible devant  $\hbar\omega_{osc}$  car la condition de Lamb Dicke est vérifiée. De plus, la variation d’énergie de l’atome lors de son passage dans l’état excité est négligeable devant  $\hbar\omega_{osc}$ . Un ordre de grandeur de cette énergie est donné par le raisonnement classique suivant. Le potentiel dipolaire de l’état excité est du même ordre de grandeur que celui de l’état fondamental. Le temps caractéristique d’évolution est donc donné par la période d’oscillation du potentiel dipolaire de l’état excité qui est de l’ordre de  $1/\omega_{osc}$  (voir note <sup>6</sup>). Or les atomes passent un temps de l’ordre de  $t_e = 30$  ns dans l’état excité très inférieur à la période d’oscillation. On peut donc négliger l’effet du potentiel dipolaire de l’état excité.

Ainsi, à l’issue d’un “cycle de fluorescence”, l’énergie de l’atome a diminué. En répétant de tels cycles, on peut accumuler les atomes dans l’état fondamental.

## 4.2.2 Couplage Raman

### Transitions à deux photons

Le couplage entre les deux niveaux hyperfins  $F = 3$  et  $F = 4$  est obtenu à l’aide de deux faisceaux, appelés faisceaux Raman, dont la différence de fréquence, proche de la fréquence correspondant à la transition  $|F = 3\rangle \rightarrow |F = 4\rangle$  est ajustable et précise à la dizaine de Hertz près. La stabilité de la différence de fréquence entre les deux lasers est obtenue grâce à un asservissement en phase du battement entre les lasers[50]. Pour cela, le signal délivré par une photodiode observant le battement entre les deux lasers est lui-même mélangé avec une référence électronique provenant d’un oscillateur

---

<sup>6</sup>Le potentiel dipolaire de l’état excité n’a pas été calculé. En plus du terme anti-piégeant dû au couplage avec l’état fondamental, des couplages vers des états excités peuvent introduire un terme piégeant. Dans tous les cas, le potentiel est modulé dans la direction verticale comme celui de l’état fondamental et le fond des puits du potentiel de l’état fondamental coïncide avec un extremum du potentiel de l’état excité. Ainsi les atomes amenés dans l’état excité sont proches d’un extremum du potentiel et l’échelle de temps de leur évolution est donc donnée par la courbure du potentiel près d’un extremum (évolution en  $\cos(\omega t)$ ,  $\sin(\omega t)$  si potentiel piégeant et évolution en  $\text{Ch}(\omega t)$ ,  $\text{Sh}(\omega t)$  si potentiel anti-piégeant).

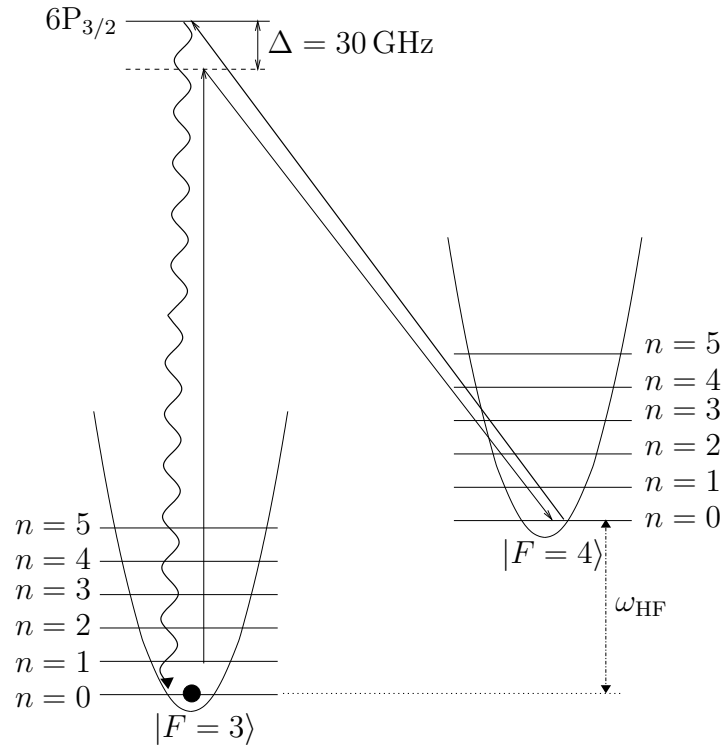


Figure 4.3: Refroidissement utilisant  $|F = 3\rangle$  et  $|F = 4\rangle$ . Les faisceaux Ramans accordés sur la transition  $|F = 3, n\rangle \rightarrow |F = 4, n - 1\rangle$  transfèrent des atomes de  $F = 3$  à  $F = 4$  en diminuant leur niveau vibrationnel de 1. L'impulsion choisie est suffisamment précise en énergie pour que les transferts hors résonance soient négligeables. Un laser repompeur couple ensuite l'état  $F = 4$  à l'état excité  $6P_{3/2}, F' = 4$ . A l'issue de l'émission de quelques photons spontanés, les atomes précédemment transférés dans  $F = 4$  retombent ainsi dans  $F = 3$ . La condition de Lamb Dicke étant satisfaite, en répétant de tels cycles, on accumule les atomes dans l'état quasi-noir  $|F = 3, n = 0\rangle$ .

à quartz. Le signal de basse fréquence obtenu, proportionnel à la phase relative entre la référence électronique et le signal de la photodiode est asservi à une valeur constante.

On appelle laser Raman bleu le laser de plus haute fréquence et laser Raman rouge celui de plus basse fréquence. Le désaccord Raman  $\Delta$  est le désaccord du laser Raman bleu par rapport à la transition  $F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}$ . C'est aussi le désaccord du laser Raman rouge par rapport à la transition  $F = 4 \rightarrow 6P_{3/2}$  (voir figure 4.4). L'appendice A présente le calcul du couplage Raman. Si on note  $\Omega_b$  la fréquence de Rabi<sup>7</sup> du couplage dipolaire entre un état de  $F = 3$  et un état de  $6P_{3/2}$  dû à la présence du laser Raman bleu et  $\Omega_r$  celle du couplage entre un état de  $F = 4$  et le même état excité dû au laser Raman rouge, alors la fréquence de Rabi du couplage effectif entre ces deux

<sup>7</sup>La fréquence de Rabi est  $2V/\hbar$  où  $V$  est le couplage.

états de  $F = 3$  et  $F = 4$  est

$$\Omega_{eff} = \frac{\Omega_1 \Omega_2}{2\Delta}. \quad (4.10)$$

Les transitions entre  $F = 3$  et  $F = 4$  que ce couplage peut induire correspondent à une absorption dans un faisceau suivie d'une émission stimulée dans l'autre faisceau. Les atomes dans  $F = 3$  et  $F = 4$  sont aussi susceptibles d'absorber un photon dans l'un des faisceaux puis d'émettre un photon spontané. Pour estimer l'effet de ce processus, on suppose que les fréquences de Rabi  $\Omega_1$  et  $\Omega_2$  sont égales, ce qui est à peu près le cas dans l'expérience. On note alors  $\Omega = \Omega_1 = \Omega_2$  les fréquences de Rabi. Le taux de photons spontanés est, pour un désaccord  $\Delta$  beaucoup plus grand que  $\Omega$  et plus grand que la séparation entre  $F = 3$  et  $F = 4$ ,

$$\Gamma_{spont} \simeq 2 \frac{\Gamma}{2} \frac{\Omega^2/2}{\Delta^2}. \quad (4.11)$$

Or le temps nécessaire pour effectuer une transition de  $F = 3$  à  $F = 4$  est de l'ordre de

$$T_{trans} = \frac{1}{\Omega_{eff}} = \frac{1}{\frac{\Omega^2}{2\Delta}}. \quad (4.12)$$

Le nombre de photons spontanés émis lors d'un transfert Raman est donc de l'ordre de

$$N_{spont} \simeq \Gamma_{spont} T_{trans} \simeq \frac{\Gamma}{4\Delta} \quad (4.13)$$

Donc, si  $\Delta \gg \Gamma$ , le nombre de photons spontanés émis durant une transition entre  $F = 3$  et  $F = 4$  est négligeable. C'est le cas dans nos expériences où  $\Delta = 30 \text{ GHz} \simeq 6000\Gamma$ . En fait, comme présenté dans la section 4.2.4, la durée de l'impulsion Raman utilisée pour le refroidissement est plus grande que  $T_{trans}$ . Cependant, le nombre de photons spontanés émis reste négligeable.

Dans le cas du Césium, l'état excité et les états  $F = 3$  et  $F = 4$  sont eux-mêmes composés de plusieurs sous niveaux. Plusieurs sous-niveaux de l'état excité peuvent servir d'état intermédiaire à une transition Raman. Le couplage entre deux sous-niveaux  $|F = 3, m\rangle$  et  $|F = 4, m'\rangle$  donnés de  $F = 3$  et  $F = 4$  est alors donné par la somme sur les états excités

$$\frac{\Omega_{eff}}{2} = \sum_{|e\rangle} \frac{\langle F = 4, m' | V_r | e \rangle \langle e | V_b | F = 3, m \rangle}{\hbar^2 \Delta_e}, \quad (4.14)$$

où  $V_b$  et  $V_r$  sont les couplages induits par les lasers Raman respectivement bleu et rouge et  $\Delta_e$  le désaccord Raman pour chaque état excité  $|e\rangle$ . Le désaccord des faisceaux Raman par rapport à la transition  $6S_{1/2} \rightarrow 6P_{1/2}$  est très supérieur au désaccord par rapport à la transition  $6S_{1/2} \rightarrow 6P_{3/2}$ . La contribution des niveaux de  $6P_{1/2}$  à la somme 4.14 est donc négligeable.

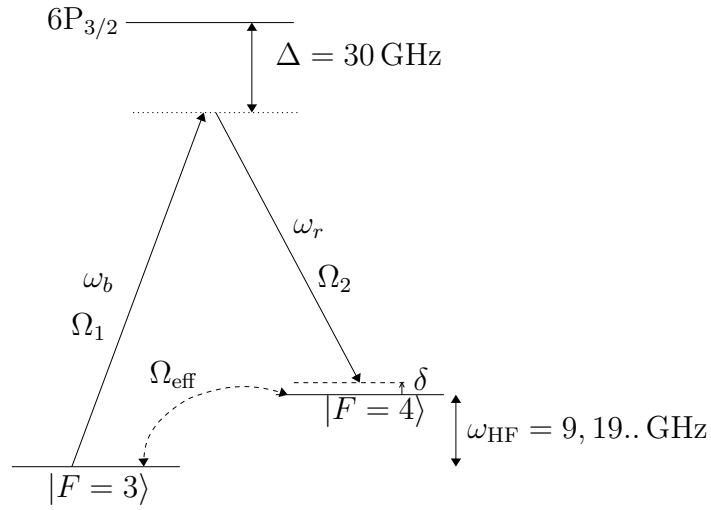


Figure 4.4: Fréquences des deux faisceaux Ramans par rapport aux transitions du césium. La différence de fréquence entre les faisceaux Ramans, de l'ordre de 9 GHz, est asservie par un asservissement en phase de leur battement. Un modulateur acousto-optique permet ensuite d'ajuster le désaccord  $\delta$ . Les transitions à un photon vers l'état excité sont désaccordées de 20 et 30 GHz environ. L'émission de photon spontané lors d'un transfert Raman est alors négligeable.

### Polarisation des faisceaux Raman

Le couplage Raman entre différents sous-niveaux de  $F = 3$  et de  $F = 4$  dépend de la polarisation des faisceaux Raman. En particulier, le couplage Raman est quasiment nul pour certaines polarisations. Le choix de la polarisation des faisceaux Ramans est donc important. L'analyse suivante du couplage Raman permet de montrer simplement les propriétés importantes du couplage Raman.

Comme le désaccord Raman  $\Delta$  est très supérieur à l'écart en énergie des niveaux hyperfins de  $6P_{3/2}$ , on peut mettre  $1/\Delta$  en facteur dans la somme 4.14. Il est alors possible de choisir la base de  $6P_{3/2}$  utilisée pour le calcul et le plus simple est de prendre la base fine. Pour calculer le couplage Raman entre deux états  $|F = 3, m\rangle$  et  $|F = 4, m'\rangle$ , on décompose alors ceux-ci dans la base fine  $|m_J = \pm 1/2\rangle$  de l'état  $6S_{1/2}$ . On est ensuite **formellement** amené à calculer les éléments de matrices

$$U_{m'_J, m_J} = \frac{1}{\Delta} \sum_{|m_{J_e}\rangle} \langle 6S_{1/2}, m'_J | V_r | 6P_{3/2}, m_{J_e} \rangle \langle 6P_{3/2}, m_{J_e} | V_b | 6S_{1/2}, m_J \rangle. \quad (4.15)$$

Ces éléments de matrices n'ont un sens que lorsque l'on s'en sert pour calculer le couplage entre un niveau de  $F = 3$  et un niveau de  $F = 4$ . Des propriétés intéressantes découlent du calcul du couplage Raman en passant par la base fine. Par exemple, si la polarisation des deux faisceaux Raman est circulaire de sens opposés ( $\sigma_+$  et  $\sigma_-$ ), le couplage Raman est nul. En effet une absorption dans le laser Raman bleu suivi d'une émission dans le laser Raman rouge modifierait le moment cinétique de l'atome de  $2\hbar$ .

L'état fondamental étant de moment cinétique  $1/2$ , ceci est impossible.<sup>8</sup> De même, le couplage Raman est nul si les polarisations des faisceaux Raman sont linéaires et parallèles. En effet, dans ces conditions les états  $|6S_{1/2}, m_J = -1/2\rangle$  et  $|6S_{1/2}, m_J = 1/2\rangle$  ne sont pas couplés et la symétrie des coefficients de Clebsch-Gordan donne

$$U_{-1/2,-1/2} = U_{1/2,1/2}. \quad (4.16)$$

$U$  correspond alors à un décalage global en énergie : il n'y a pas de couplage Raman entre  $F = 3$  et  $F = 4$ .

Dans le cas général, comme  $U$  est une matrice  $2 \times 2$ , elle est identique au "hamiltonien" correspondant à un décalage global en plus une interaction avec un champ magnétique fictif<sup>9</sup>. Seul le champ magnétique fictif introduit un couplage entre  $F = 3$  et  $F = 4$ . Or son "hamiltonien" est un opérateur vectoriel. Les couplages Raman entre des niveaux de  $F = 3$  et ceux de  $F = 4$  sont donc, pour une polarisation donnée  $m_c$  du champ magnétique fictif, proportionnels aux coefficients de Clebsch-Gordan  $\langle F = 4, m' | F = 3, m; 1, m_c \rangle$ .

Pour des faisceaux Raman se propageant suivant le même axe, le couplage Raman est maximum pour des polarisations circulaires identiques ou pour des polarisations linéaires orthogonales. Nous avons choisi dans l'expérience la polarisation des faisceaux Raman linéaire et orthogonale comme présenté figure 4.5.

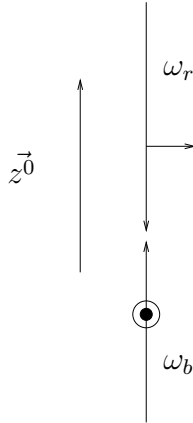


Figure 4.5: Direction et polarisation des faisceaux Raman.

### Couplage entre niveaux vibrationnels

Dans l'équation 4.14, seul l'état interne apparaît. Or le couplage induit par chacun des deux lasers agit aussi sur l'état externe de l'atome pour assurer la conservation de la

<sup>8</sup>Ceci n'est vrai que dans la limite où le désaccord Raman est très grand devant l'écart en énergie des niveaux hyperfins de  $6P_{3/2}$ .

<sup>9</sup>Comme  $U$  n'est pas à priori hermitique le champ magnétique fictif peut avoir une polarisation complexe, par exemple  $\sigma^+$ .

quantité de mouvement lors de l'absorption ou de l'émission d'un photon. Le couplage induit par le laser bleu s'écrit

$$V_b e^{i\mathbf{k}_b \cdot \mathbf{r}} \quad (4.17)$$

et le couplage induit par le laser rouge s'écrit

$$V_r e^{i\mathbf{k}_r \cdot \mathbf{r}}, \quad (4.18)$$

où  $V_r$  et  $V_b$  n'agissent que sur l'état interne de l'atome.  $\mathbf{k}_r$  et  $\mathbf{k}_b$  sont les vecteurs d'onde des deux lasers et  $\mathbf{r}$  est l'opérateur position du centre de masse de l'atome. Le couplage Raman entre un état de  $F = 3$  et un état de  $F = 4$  agit donc lui aussi sur la fonction d'onde du centre de masse de l'atome. Il s'écrit

$$V_{int} e^{i(\mathbf{k}_b - \mathbf{k}_r) \cdot \mathbf{r}}, \quad (4.19)$$

où  $V_{int}$  n'agit que sur l'état interne de l'atome. Comme seul le mouvement des atomes dans la direction verticale nous intéresse, les deux faisceaux sont disposés verticalement de façon à ce que le couplage Raman n'agisse que sur le mouvement vertical des atomes. Si les deux faisceaux se propagent dans la même direction, alors le couplage Raman s'écrit

$$V_{int} e^{i(k_b - k_r)z}. \quad (4.20)$$

$\hbar\Delta k = \hbar(k_b - k_r) \simeq \hbar 200 \text{ m}^{-1} \simeq \hbar 2\pi/(3 \text{ cm})$  est la variation de la quantité de mouvement d'un atome à l'issue du transfert Raman. Cette quantité de mouvement est très inférieure aux quantités de mouvement typique des atomes ( $p_0 = \sqrt{\hbar m \omega_{osc}/2} \simeq \hbar 2\pi/(260 \text{ nm})$ ) et peut être négligée. Ainsi, la modification de la fonction d'onde du centre de masse de l'atome lors du transfert Raman est négligeable et le couplage s'écrit simplement

$$V_{int}. \quad (4.21)$$

Aucun changement de l'état de l'état externe des atomes n'a lieu lors d'un transfert Raman.

Si, au contraire, les deux faisceaux se propagent en sens inverse, alors le couplage Raman est, en approximant  $k_b + k_r$  par  $2k$ ,

$$V_{int} e^{2ikz}. \quad (4.22)$$

Dans ce cas, le changement de quantité de mouvement ( $\Delta p = 2\hbar k$ ) est beaucoup plus important et des états du centre de masse différents peuvent être couplés. Le couplage entre un état vibrationnel  $|n\rangle$  et un autre état vibrationnel  $|n'\rangle$  est

$$V_{n \rightarrow n'} = V_{int} \langle n' | e^{i2kz} | n \rangle. \quad (4.23)$$

En développant l'exponentielle, cette équation s'écrit

$$V_{n \rightarrow n'} = V_{int} \left( \langle n' | n \rangle + \langle n' | 2ikz | n \rangle + \langle n' | \frac{(2ikz)^2}{2} | n \rangle + \dots \right). \quad (4.24)$$

Si  $n$  n'est pas trop élevé, l'étalement spatial de la fonction d'onde de  $|n\rangle$  est de l'ordre de la taille de l'état fondamental  $z_0 = \sqrt{\hbar/(2m\omega_{osc})}$ . Or, dans l'expérience,  $kz_0 = \eta \simeq 0.15$ . Donc les éléments de matrice de  $2kz$  sont petits. Ainsi, on peut, dans l'équation 4.24, ne retenir que le terme d'ordre 1 en  $kz$ . On obtient

$$V_{n \rightarrow n'} = V_{int} \langle n' | Id + i2kz | n \rangle. \quad (4.25)$$

En écrivant  $z = z_0(a + a^+)$ , on a

$$V_{n \rightarrow n'} = V_{int} \langle n' | Id + 2i\eta(a + a^+) | n \rangle. \quad (4.26)$$

A cet ordre, un niveau vibrationnel n'est couplé qu'à ses premiers voisins. Les couplages entre le niveau vibrationnel  $|n\rangle$  de  $F = 3$  et les niveaux  $|n\rangle$ ,  $|n - 1\rangle$  et  $|n + 1\rangle$  de  $F = 4$  vérifient

$$\begin{cases} V_{n \rightarrow n} = V_{int} \\ V_{n \rightarrow n-1} = 2i\eta\sqrt{n} V_{int} \simeq 0.3V_{int}\sqrt{n} \\ V_{n \rightarrow n+1} = 2i\eta\sqrt{n+1} V_{int} \simeq 0.3V_{int}\sqrt{n+1} \end{cases} \quad (4.27)$$

Le coefficient 0.3 est obtenu pour le facteur de Lamb Dicke  $\eta = 0.14$  correspondant à la fréquence d'oscillation de 80 kHz.

En conclusion, si les lasers Raman sont co-propageants, le couplage entre différents niveaux vibrationnels de  $F = 3$  et  $F = 4$  est très faible et il ne sera pas possible de l'utiliser. Par contre, si les lasers Raman sont contre-propageants, le couplage entre un niveau vibrationnel  $|n - 1\rangle$  de  $F = 4$  et le niveau  $|n\rangle$  de  $F = 3$ , bien que beaucoup plus petit que le couplage entre  $F = 3$  et  $F = 4$  sans changement de niveau vibrationnel, est suffisamment important pour être utilisé. Pour le refroidissement, les faisceaux seront donc contre-propageants comme présenté sur la figure 4.5. Avec la puissance des lasers Ramans dont nous disposons, la valeur maximum de  $V_{int}$  est  $h \times 70$  kHz.

### 4.2.3 Transitions Raman utilisées comme diagnostic

Les faisceaux Raman sont utilisés non seulement pour le refroidissement mais aussi comme moyen de diagnostic. Par exemple, la fréquence d'oscillation verticale peut être mesurée à l'aide d'un spectre Raman. Un tel spectre donne le nombre d'atomes transférés dans l'état  $F = 4$  en fonction du désaccord  $\delta$  des faisceaux Raman pour une impulsion de puissance et de durée donnée. Le nombre d'atomes transférés en  $F = 4$  est mesuré après l'impulsion Raman, en observant la fluorescence émise lorsque le nuage est éclairé par un faisceau en résonance avec la transition fermée  $|6s_{1/2}, F = 4\rangle \rightarrow |6p_{3/2}, F' = 5\rangle$  [58]. Une telle observation est destructrice car elle chauffe les atomes. Ainsi, chaque point d'un spectre Raman correspond à une expérience différente (chargement du piège magnéto-optique, piégeage dipolaire,...).

Si la durée de l'impulsion Raman est assez longue, il est possible de résoudre la structure vibrationnelle : pour  $\delta = 0$ , les atomes sont susceptibles d'être transférés dans  $F = 4$  sans modification de leur niveau vibrationnel, pour  $\delta = \omega_{osc}$  les atomes sont susceptibles d'être transférés dans  $F = 4$  avec augmentation de 1 de leur niveau vibrationnel et pour  $\delta = -\omega_{osc}$ , les atomes sont susceptibles d'être transférés dans  $F = 4$  avec une diminution de 1 de leur niveau vibrationnel. Le spectre est donc constitué d'une raie centrale et deux deux bandes latérales rouges et bleue séparées de  $\pm\hbar\omega_{osc}$  de la raie centrale. Pour que le transfert Raman avec modification du niveau vibrationnel soit possible, les faisceaux Raman sont choisis contre-propageants. En pratique, on choisit la puissance des faisceaux Raman pour effectuer une impulsion  $\Pi$  pour la raie centrale. La figure 4.6 présente un tel spectre Raman obtenu avec une impulsion Raman de  $140\mu s$ . Le nombre d'atomes transférés dans  $F = 4$  lorsque  $\delta = \pm\omega_{osc}$  est petit car le couplage Raman avec changement de niveau vibrationnel est lui-même petit par rapport au couplage entre mêmes niveaux vibrationnels (voir formule 4.27). La largeur des bandes latérales, plus grande que la largeur du pic central, est due à l'inhomogénéité des fréquences d'oscillations dans le piège. Cette dispersion a deux origines : comme présenté au chapitre 3, les micro-puits excentrés ont une fréquence d'oscillation faible et, à l'intérieur d'un même micro-puits, l'étalement des atomes dans le plan horizontal induit aussi une dispersion de fréquences d'oscillation. Pour une température de  $20\mu K$ , cette deuxième source de dispersion est de  $0.20\omega_{osc}/(2\pi) \simeq 15\text{ kHz}$ .

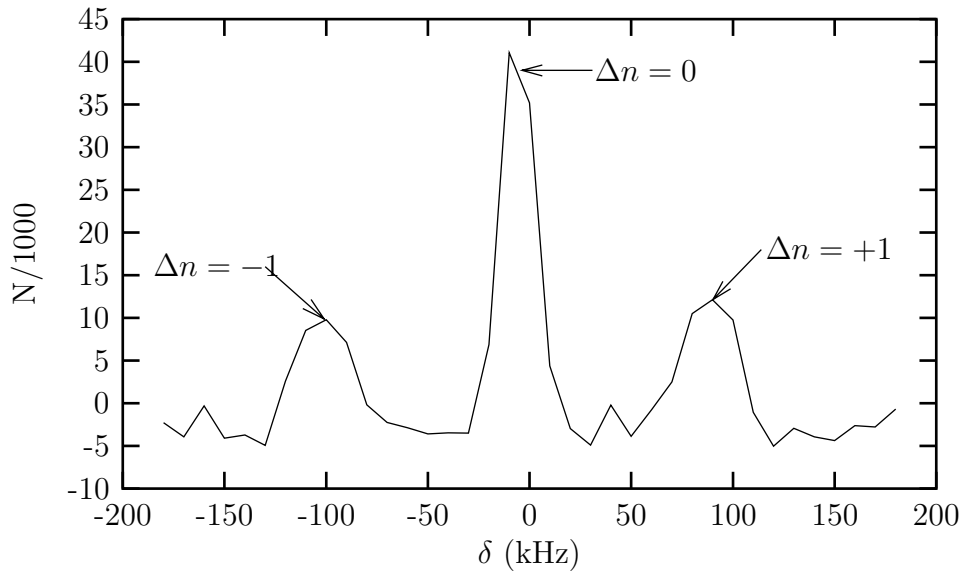


Figure 4.6: *Spectre Raman obtenu avec une impulsion de  $140\mu s$ .*

La présence d'atomes ayant une fréquence d'oscillation faible est un obstacle à un bon refroidissement car il sera difficile, pour ces atomes, de respecter la condition des



bandes résolues<sup>10</sup>. D'autre part, comme nous le verrons au chapitre 5, la manipulation ultérieure de l'état quantique des atomes sera d'autant plus facile et donnera des résultats plus simples à interpréter si la dispersion des fréquences d'oscillation est faible. Il est donc intéressant de réduire la dispersion des fréquences d'oscillation.

Pour cela, nous utilisons une séquence appelée séquence de nettoyage qui enlève du piège les atomes de faible fréquence d'oscillation. Elle consiste en une impulsion Raman qui transfère dans  $F = 4$  les atomes de faible fréquence d'oscillation suivie d'une impulsion d'un laser en résonance avec la transition fermée  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F' = 5\rangle$ . Ce laser est de plus polarisé  $\sigma$  et pompe donc les atomes sur la transition  $|6S_{1/2}, F = 4, m = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F' = 5, m' = 5\rangle$ . Le taux de photons spontanés est alors maximum et des excitations hors résonance vers  $|6P_{3/2}, F' = 4\rangle$ , néfastes car elles pourraient être suivies d'une émission spontanée vers  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$ , sont interdites. La pression de radiation à laquelle sont soumis les atomes qui sont dans  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$  chasse les atomes hors du piège en un temps de l'ordre de  $50\mu s$ . L'impulsion Raman utilisée est une impulsion balayée en fréquence de 35 à 75kHz en environ 1 ms. La durée de cette impulsion est suffisante pour que les atomes dont la fréquence de la transition  $|n\rangle \rightarrow |n - 1\rangle$  est incluse dans la plage de balayage aient une probabilité importante d'être transférés dans  $F = 4$  par passage adiabatique. Le détail de ces impulsions est donné dans l'appendice B. La diminution de la dispersion en fréquence d'oscillation après la séquence de nettoyage est visible sur les spectres Raman de la figure 4.7. La largeur à mi-hauteur des bandes latérales est réduite d'un facteur 0.7. De plus, la "queue" des bandes latérales correspondant aux atomes de faible fréquence d'oscillation a pratiquement disparue. A l'issue du nettoyage, les atomes qui peuplaient les micro-puits excentrés de faible fréquence d'oscillation ont été expulsés. La taille du nuage a donc diminué comme montré figure 4.7.

#### 4.2.4 Impulsion Raman utilisée pour le refroidissement

L'impulsion Raman utilisée pour le refroidissement transfère les atomes de  $|F = 3, n\rangle$  à  $|F = 4, n - 1\rangle$ , où  $n$  dénote le niveau vibrationnel. Pour avoir une bonne efficacité du transfert et pour s'adresser à tous les atomes quelle que soit leur fréquence d'oscillation, nous utilisons une impulsion de durée  $500\mu s$  balayée en fréquence de  $\Delta\delta = 80\text{kHz}$ .

Pour étudier le profil d'excitation d'une telle impulsion, on l'applique sur les atomes après l'extinction du YAG avec des faisceaux Raman co-propageants. Dans cette configuration, comme montré dans la section 4.2.2, le couplage Raman ne dépend pas de l'état externe des atomes et, dans la limite de Lamb-Dicke, a la même valeur que le couplage Raman, dans le piège, entre deux mêmes niveaux vibrationnels. Le spectre Raman obtenu est donné figure 4.8. Pour refroidir, on utilise cette impulsion avec un désaccord initial de  $-50\text{kHz}$ . L'impulsion a un profil d'excitation suffisamment large

<sup>10</sup>La condition de Lamb-Dicke est vérifiée pour des fréquences aussi faible que 10 kHz.

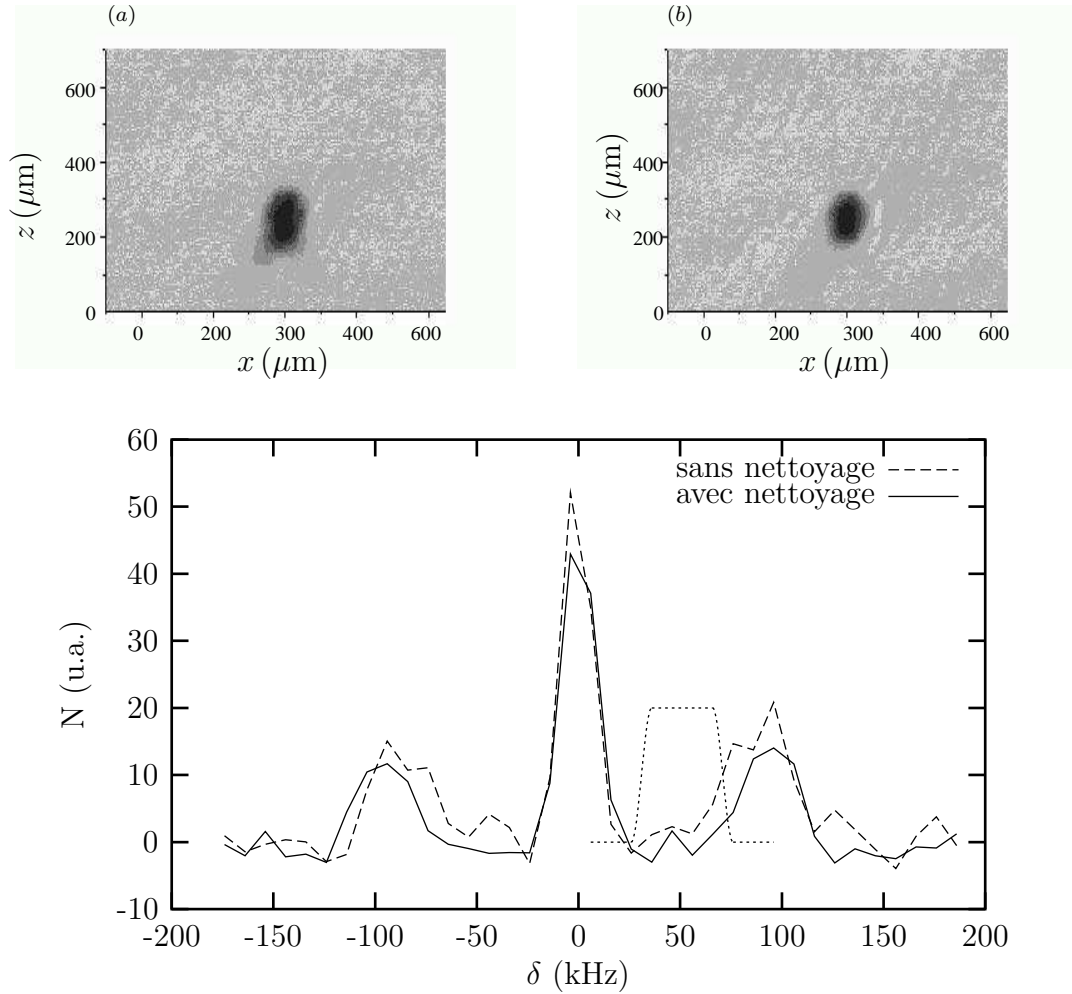


Figure 4.7: *Diminution de la dispersion des fréquences d'oscillation avec l'utilisation d'une séquence de nettoyage. La courbe en pointillée est le profil d'excitation attendu de l'impulsion de nettoyage. Sur les images du nuage d'atomes piégés prises avant (a) et après (b) la séquence de nettoyage, la diminution de la taille du nuage est visible.*

pour s'adresser à toutes les fréquences d'oscillation. Cependant, ses bords sont suffisamment raides pour ne pas induire de transition  $\Delta n = 0$ .

### 4.2.5 Résultat

Le refroidissement est une suite de séquences consistant chacune en une impulsion Raman suivie d'une impulsion de pompage optique qui permet aux atomes transférés dans  $F = 4$  de revenir dans  $F = 3$  par émission spontanée. Cette impulsion est réalisée par un laser résonnant avec la transition  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F' = 3\rangle$ . Les facteurs de branchement  $F' = 3 \rightarrow F = 4$  et  $F' = 3 \rightarrow F = 4$  étant  $a = 1/2$  et

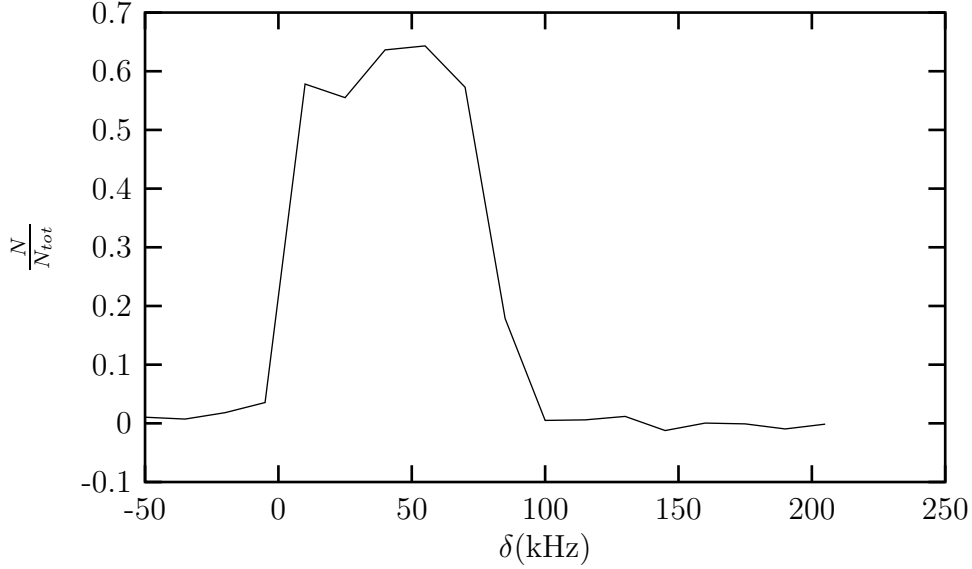


Figure 4.8: *profil d'excitation de l'impulsion de refroidissement. Pour ce spectre Raman, les faisceaux Ramans sont co-propageants.*

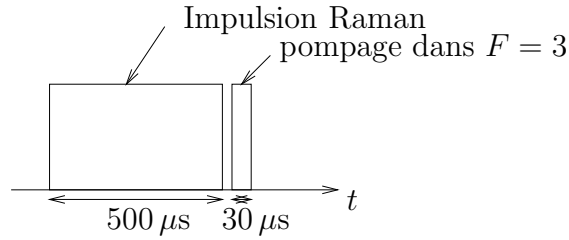


Figure 4.9: *Séquence de refroidissement élémentaire. Le refroidissement jusqu'à l'état fondamental nécessite une vingtaine de telles séquences.*

$b = \sqrt{3}/2$ , le nombre moyen de photons spontanés nécessaires pour le pompage optique est  $b^2/(1-a^2)^2 \simeq 1.3$ . L'impulsion de pompage optique a une durée de  $30\mu\text{s}$  suffisante pour pomper tous les atomes dans l'état  $|6S_{1/2}, F=3\rangle$ . La figure 4.9 donne la séquence de refroidissement élémentaire. Pour le refroidissement des atomes, cette séquence est répétée un certain nombre de fois.

La figure 4.10 présente différents spectres Raman obtenus après différents nombre de séquences de refroidissement. Après 20 séquences de refroidissement, ce qui représente 10 ms, la bande latérale rouge a disparu ce qui est bien ce que l'on attend si tous les atomes sont dans l'état fondamental. La hauteur de la bande latérale bleue a également diminué, ce qui est dû au fait que le couplage Raman  $n \rightarrow n+1$ , proportionnel à  $\sqrt{n+1}$ , diminue lui aussi lorsque le niveau vibrationnel diminue (voir équation 4.27). De la hauteur relative des deux bandes latérales, il est en principe possible de déduire le niveau vibrationnel moyen des atomes. En effet, dans la limite des faibles transitions,

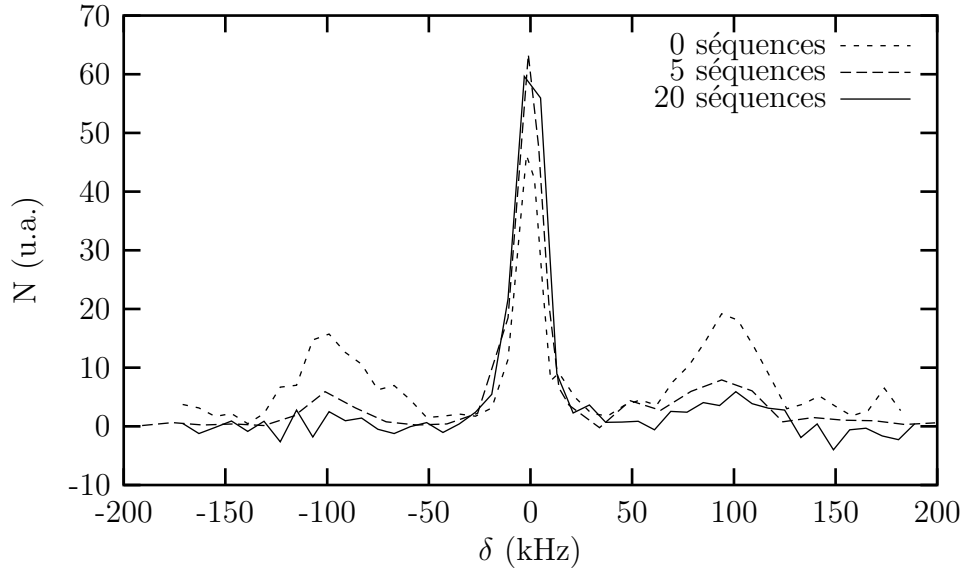


Figure 4.10: *Spectres Raman pour différents nombre de séquences de refroidissement. 20 séquences de refroidissement nécessitent 10 ms.*

le nombre d'atomes transférés est proportionnel au carré du couplage. Donc, d'après 4.27 le rapport entre la hauteur de la bande bleue et celle de la bande rouge est

$$r = \frac{\langle n + 1 \rangle}{\langle n \rangle}, \quad (4.28)$$

où la moyenne porte sur l'occupation des niveaux vibrationnels. Ainsi, le niveau vibrationnel moyen s'écrit

$$\langle n \rangle = \frac{1}{r - 1}. \quad (4.29)$$

Il peut donc être déduit de la mesure expérimentale de  $r$ . Cependant, quand le refroidissement est très efficace, la bande latérale rouge disparaît dans le niveau de bruit et la hauteur de la bande bleue n'est que légèrement supérieure au bruit. L'estimation du niveau vibrationnel moyen est alors très imprécise. Ainsi, sur le spectre Raman de la figure 4.10 pris après 20 séquences de refroidissement, la bande rouge a disparue dans le bruit et la hauteur de la bande bleue n'est qu'environ 3 fois le bruit. Donc la seule estimation du niveau vibrationnel moyen est la majoration

$$\langle n \rangle < \frac{1}{3 - 1} = 0.5. \quad (4.30)$$

### Mesure avec des impulsions Raman efficaces

Comme montré précédemment, la mesure d'un petit nombre vibrationnel moyen est impossible, compte tenu du bruit, en utilisant des spectres Ramans réalisés avec une

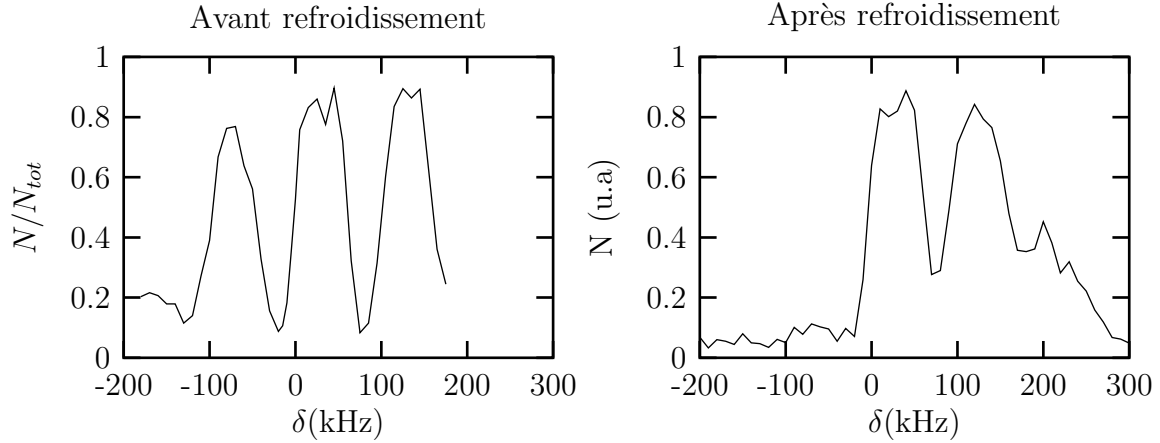


Figure 4.11: *Spectres Raman pris avant et après refroidissement. Dans les deux cas, les impulsions de sélection sont des pulses balayés en fréquence sur une largeur de 65kHz en 1 ms.*

impulsion ayant une faible efficacité. Pour remédier à ce problème, on utilise une impulsion Raman ayant une probabilité de transfert proche de 1 aussi bien pour le pic central que pour les bandes latérales. Cette impulsion est balayée en fréquence suffisamment lentement pour que les atomes subissent un transfert adiabatique lorsque la fréquence de l'impulsion passe sur une fréquence de transition. La plage de balayage de 60 kHz est suffisamment grande pour couvrir entièrement les bandes latérales et suffisamment petite pour résoudre la structure vibrationnelle. La figure 4.11 présente un tel spectre effectué après 20 séquences de refroidissement. Sur cette figure, la bande latérale bleue a la même hauteur que le pic central. C'est bien ce que l'on attend si la condition d'adiabaticité est satisfaite. En effet tous les atomes contribuent à ces deux transitions. Par contre, seuls les atomes qui sont dans un état excité sont transférés dans  $F = 4$  au niveau de la bande latérale rouge. Le rapport de la hauteur de la bande rouge sur celle de la bande bleue est donc

$$r = \frac{N_{\text{tot}} - N_0}{N_{\text{tot}}} = 1 - n_0, \quad (4.31)$$

où  $n_0$  est la proportion des atomes dans l'état fondamental. Du spectre 4.11, on déduit

$$n_0 = 92(5)\%. \quad (4.32)$$

Ainsi, l'utilisation d'impulsions Raman balayées fournit une très bonne estimation du niveau vibrationnel moyen.

### Mesure de la distribution en vitesse

Outre les spectres Raman, nous avons à notre disposition un autre outil très puissant pour sonder les atomes : nous pouvons prendre des images du nuage d'atomes, comme

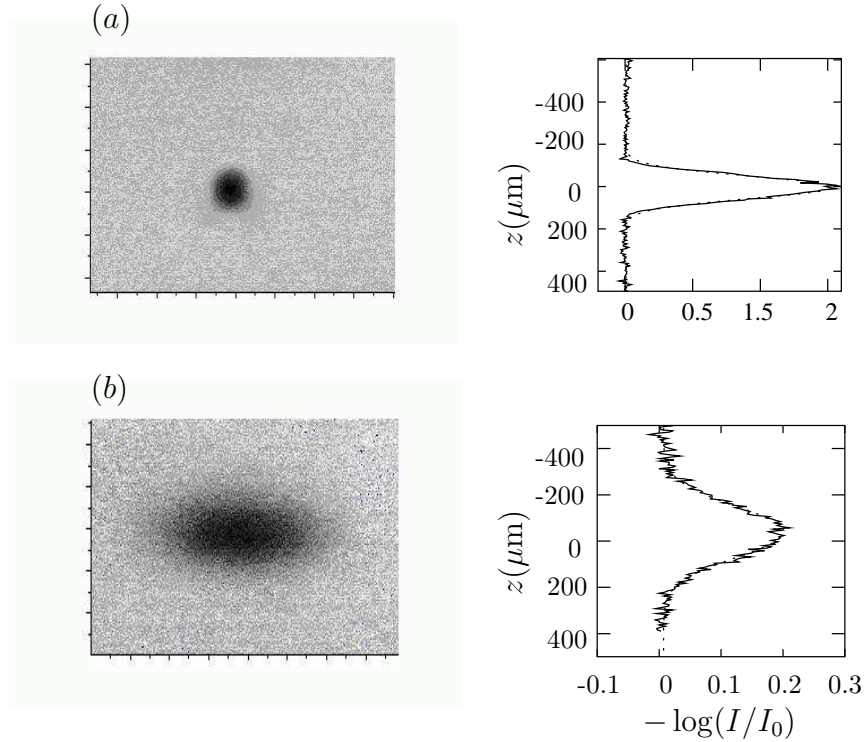


Figure 4.12: (a) est une image des atomes piégés et (b) une image prise après 8.7 ms de temps de vol. 40 séquences de refroidissement ont refroidi le degré de liberté vertical. Les coupes verticales de ces images ont été ajustées par des courbes gaussiennes, représentées en pointillées. La largeur quadratique moyenne de la taille initiale est de  $53\mu\text{m}$  et la taille quadratique moyenne après le temps de vol est de  $113\mu\text{m}$ . La largeur de la distribution en vitesse, déduite de ces ajustements gaussiens, est celle de l'état fondamental.

décrit au chapitre 3. Une image prise après un temps de vol permet de déterminer la largeur de la distribution en vitesse du nuage d'atomes. Une telle mesure permet de calculer l'efficacité du refroidissement vertical. Comme montré ci-dessous, il est ainsi confirmé que le refroidissement accumule l'essentiel des atomes dans l'état fondamental. Bien que moins précise que la mesure obtenue à partir des spectres Raman utilisant des impulsions balayées, cette mesure de l'efficacité du refroidissement est plus simple et plus rapide. De plus, les images de temps de vol renseignent sur le mouvement horizontal des atomes.

La figure 4.12(b) présente une image par absorption prise après un temps de vol de 8.7 ms effectuée après 40 séquences de refroidissement. Pour déterminer la largeur de la distribution en vitesse, une prise en compte de la taille initiale est nécessaire puisqu'elle apporte une contribution de typiquement 25% à la mesure de la largeur de la distribution en vitesse. La distribution initiale des atomes dans le piège est elle-même

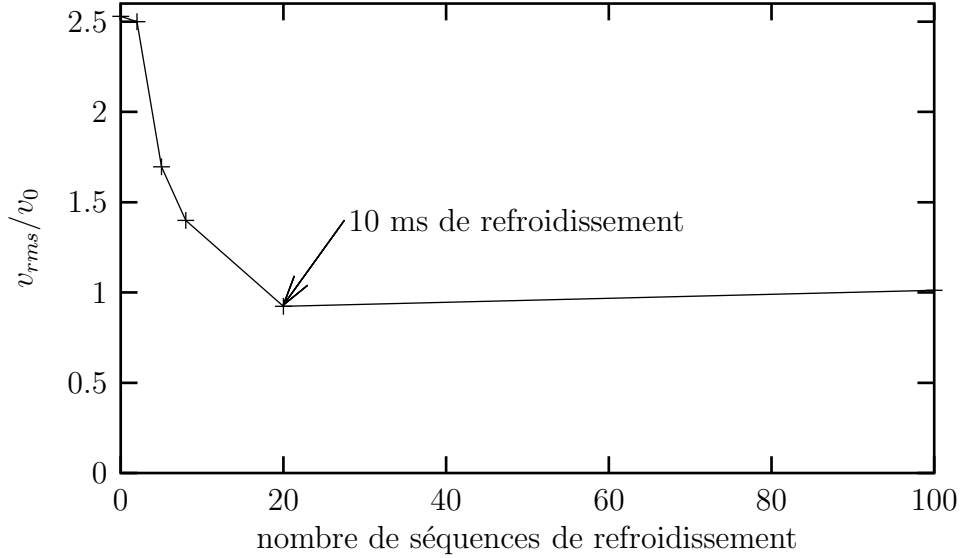


Figure 4.13: *Evolution de la largeur quadratique moyenne de la distribution en vitesse verticale en fonction du nombre de séquences de refroidissement utilisées. La distribution en vitesse est mesurée grâce à des images de temps de vol.  $v_0 = \sqrt{\hbar\omega_{osc}/(2m)} = 11 \text{ mm/s}$  est la largeur quadratique moyenne en vitesse de l'état fondamental.*

mesurée sur une image prise sans temps de vol comme montré figure 4.12(a). De ces images, les largeurs des distributions en vitesse horizontales et verticales sont calculées. La largeur de la distribution en vitesse dans la direction verticale est plus petite que celle de la direction horizontale et, avec la précision de cette mesure, elle est égale à la largeur en vitesse de l'état fondamental. L'énergie des degrés de liberté horizontaux a augmenté d'environ 10% lors du refroidissement. Ce chauffage est produit par l'émission de photons spontanées lors du refroidissement.

La cinétique du refroidissement est observée en prenant des images de temps de vol d'un nuage ayant subi un nombre variable de séquences de refroidissement. La figure 4.13 donne ainsi l'évolution de la largeur de la distribution en vitesse dans la direction verticale en fonction du nombre de séquences de refroidissement utilisées. 20 séquences de refroidissement sont suffisantes pour accumuler tous les atomes dans l'état fondamental, ce qui correspond à un temps de refroidissement de 10 ms.

#### 4.2.6 Conclusion

Le refroidissement mis au point accumule plus de 90% des atomes dans l'état fondamental du mouvement vertical, en un temps de 10 ms. Le nuage d'atomes peut donc être décrit, dans la direction verticale, par un état quantique quasiment pur. A partir de cet état quantique, d'autres états quantiques purs ont été produits. Ces expériences, qui fournissent de belles illustrations de la mécanique quantique, seront décrites au

chapitre 5.

On peut suivre une autre direction d'investigation. En effet, comme le refroidissement par bandes latérales dans la direction verticale est très efficace, il est tentant de l'utiliser pour refroidir les degrés de liberté horizontaux. On peut pour cela utiliser tout simplement le couplage entre les degrés de liberté horizontaux et vertical introduit par les collisions. Le but de ce refroidissement est d'obtenir un gaz quantique dégénéré, ou tout du moins d'obtenir une densité dans l'espace des phases proche de 1. En appliquant le refroidissement pendant un temps long, nous avons bien observé un refroidissement des degrés de liberté horizontaux. L'étude du refroidissement horizontal obtenu ainsi fait l'objet du chapitre 6. Cependant, d'importantes pertes d'atomes accompagnent ce refroidissement. Ces pertes peuvent être induites par des collisions inélastiques impliquant un atome dans l'état hyperfin de plus haute énergie de  $6S_{1/2}$  ( $F = 4$ ). En effet, un changement de niveau hyperfin lors de la collision convertit en énergie cinétique l'énergie hyperfine de 9 GHz. Les atomes ont alors suffisamment d'énergie pour quitter le piège. De telles pertes sont inévitables dans le refroidissement décrit précédemment qui utilise l'état  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle$ .

Or, un refroidissement par bandes latérales n'utilisant que les sous niveaux Zeeman de l'état hyperfin de plus basse énergie  $F = 3$  a été mis au point par Vuletic et al.[61]. Dans ce refroidissement, les collisions inélastiques sont énergétiquement interdites. Donc aucune perte associée à ces collisions ne peut avoir lieu lors du refroidissement. Cette technique de refroidissement présente un autre avantage par rapport à celle que nous avons mise au point. En effet, les atomes à l'issue du refroidissement sont polarisés. Le nombre d'atomes par état quantique (densité dans l'espace des phases) est donc 7 fois plus élevé que pour un gaz d'atomes non polarisés dans  $6S_{1/2}, F = 3$  à nombre d'atomes et températures identiques.

Nous avons donc décidé de mettre au point cette méthode de refroidissement dans notre expérience. Le refroidissement du mouvement vertical, que nous avons étudié en détail, fait l'objet de la section suivante. L'utilisation de ce refroidissement pour un refroidissement à trois dimensions fait l'objet du chapitre 6.

### 4.3 Refroidissement dans $F=3$

Dans cette section, nous étudions une méthode de refroidissement du mouvement vertical des atomes dans laquelle seul le sous-niveau hyperfin de plus basse énergie de l'état fondamental est utilisé ( $F = 3$ ). Comme la technique de refroidissement décrite précédemment, cette méthode de refroidissement est un refroidissement par bandes latérales utilisant des transitions Raman entre sous-niveaux de l'état fondamental. Mais les sous-niveaux utilisés sont cette fois-ci les sous-niveaux Zeeman de l'état  $6S_{1/2}, F = 3$ . Comme expliqué dans la suite, ce refroidissement ne nécessite pas de faisceaux Raman indépendants : les faisceaux réalisant le piège dipolaire sont aussi utilisés pour le couplage Raman. Le montage est ainsi simplifié. D'autre part, le refroidissement est réalisé



en continu.

Dans un premier temps, le principe général du refroidissement est présenté. Ensuite, les éléments importants du refroidissement sont étudiés plus en détail aussi bien d'un point de vue théorique que pratique. On s'intéressera tout d'abord au laser qui rend instable les états intermédiaires du refroidissement en les couplant à l'état excité. Puis, le couplage Raman entre différents niveaux Zeeman est présenté. Pour ces deux éléments du refroidissement, des expériences sont réalisées pour mesurer leur efficacité. Enfin, le refroidissement obtenu est présenté. L'effet, sur le refroidissement, de différents paramètres expérimentaux est étudié. En dernière partie, je présente un modèle simplifié de refroidissement.

### 4.3.1 Principe

Le refroidissement utilise les différents sous-niveaux magnétiques de  $F = 3$ . Un champ magnétique uniforme sur le nuage d'atomes introduit un effet Zeeman qui lève la dégénérescence des différents sous-niveaux magnétiques de  $F = 3$  et empêche la dépolarisation des atomes. Un laser de repompage en résonance avec la transition fermée  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F' = 2\rangle$  et dont la polarisation, par rapport à l'axe du champ magnétique, a une composante  $\sigma^+$ , une composante  $\pi$ , mais pas de composante  $\sigma^-$  rend instable tous les sous-niveaux magnétiques de  $F = 3$  sauf le niveau  $m = 3$ .<sup>11</sup> Pour refroidir les atomes dans l'état fondamental de  $m = 3$ , on introduit un couplage entre  $|m = 3\rangle$  et  $|m = 2\rangle$  en résonance avec la transition  $|m = 3\rangle \rightarrow |m = 2\rangle$  qui diminue le niveau vibrationnel de 1. Comme dans la méthode précédente, ce couplage est un couplage Raman stimulé. La transition Raman est en résonance avec la transition  $\Delta n = -1$  lorsque la différence de fréquence  $\delta$  entre les deux lasers Raman vérifie

$$\delta = \omega_z - \omega_{osc}, \quad (4.33)$$

où  $\omega_z$  est l'écart d'énergie Zeeman entre  $m = 3$  et  $m = 2$ . Pour simplifier le montage, le module du champ magnétique est choisi de façon à ce que  $\omega_z = \omega_{osc}$ . La transition  $\Delta n = -1$  est alors à résonance lorsque les deux faisceaux Raman ont la même fréquence. On peut donc utiliser un seul laser et le plus simple est d'utiliser le laser YAG lui-même. Pour cela il est nécessaire de modifier légèrement sa polarisation comme indiqué au paragraphe 4.3.3. La fréquence de Rabi du couplage obtenu est de l'ordre de 5 kHz. Les atomes transférés dans  $|m = 2\rangle$  par le YAG sont ensuite ramenés dans  $|m = 3\rangle$  par le laser de repompage. Contrairement à la méthode précédente, le refroidissement s'effectue ici en continu : le couplage dû au YAG et le laser de repompage sont présents en permanence durant le refroidissement. La condition des bandes résolues est vérifiée en utilisant une puissance du laser de repompage suffisamment faible pour que la durée de vie de  $m = 2$  soit très supérieure à la période d'oscillation.

<sup>11</sup>Il existe un deuxième état non couplé à la lumière. Mais ce deuxième état est une superposition de différents niveaux magnétiques. Il est donc couplé par le champ magnétique aux états rendus instables par le laser 3-2. Les atomes ne peuvent donc pas s'accumuler dans cet état.

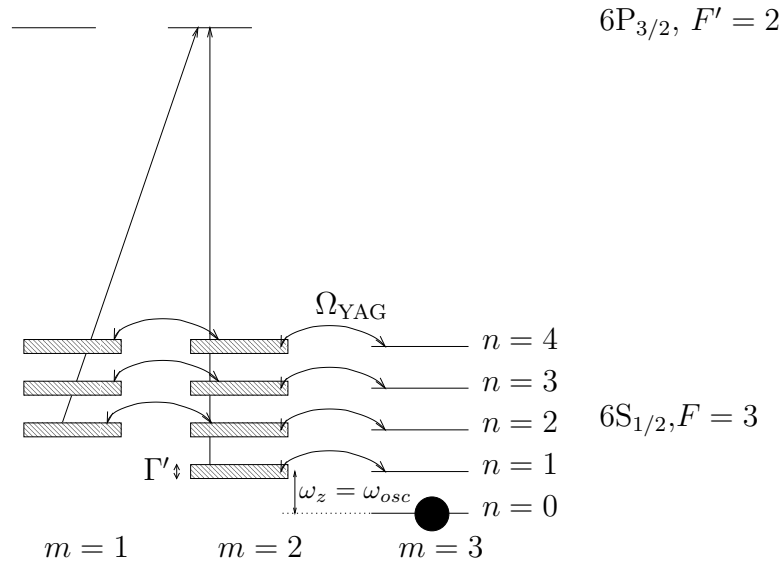


Figure 4.14: Principe du refroidissement utilisant les sous-niveaux-magnétiques de  $F = 3$ . Un champ magnétique met en résonance les niveaux vibrationnels  $|n\rangle$  de  $F = 3, m = 3$  avec les niveaux  $|n-1\rangle$  de  $F = 3, m = 2$ . Un laser, en résonance avec la transition  $6S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 2$  et polarisé  $\Pi$  et  $\sigma_+$ , rend instable tous les niveaux magnétiques de  $F = 3$  à l'exception de  $m = 3$ . Les niveaux magnétiques  $m \neq 3$  acquièrent donc une largeur en énergie finie  $\hbar\Gamma'$ . Enfin, les faisceaux du laser YAG introduisent un couplage entre les sous-niveaux magnétiques. Si la condition de Lamb Dicke et la condition des bandes résolues ( $\Gamma' < \omega_{osc}$ ) sont vérifiées, les atomes s'accumulent dans l'état quasi-noir  $m = 3, n = 0$ .

Comme dans la méthode précédente, le temps passé par les atomes dans l'état excité est suffisamment court pour que le mouvement du centre de masse de l'atome dans l'état excité soit négligeable. De même, la condition de Lamb-Dicke étant vérifiée, le chauffage induit par les photons spontanés nécessaires au pompage optique est beaucoup plus faible que l'énergie perdue lors du transfert Raman. Les cycles transfert Raman-pompage optique diminuent donc l'énergie des atomes et il est possible d'accumuler les atomes dans l'état fondamental du mouvement vertical. La figure 4.14 présente le principe du refroidissement.

### 4.3.2 Repompage

Les sous-niveaux magnétiques  $m \neq 3$ , utilisés comme états intermédiaires du refroidissement, sont rendus instables grâce à la présence d'un laser en résonance avec la transition  $6S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6S_{1/2}, F' = 2$  polarisé  $\Pi$  et  $\sigma_+$  (voir note <sup>12</sup>). Après l'émission de

<sup>12</sup>On ajoute un laser en résonance avec la transition  $|6S_{1/2}, F = 4\rangle \rightarrow |6P_{3/2}, F' = 4\rangle$  pour ramener dans  $|6S_{1/2}, F = 3\rangle$  les atomes qui, à l'issue d'une excitation hors résonance, seraient retombés dans

quelques photons spontanés, les atomes initialement dans des états  $|m \neq 3\rangle$  retombent dans l'état  $|m = 3\rangle$ . Deux paramètres de ce laser sont importants pour le refroidissement. Tout d'abord sa polarisation doit être bien ajustée. En effet, une mauvaise polarisation induit des excitations de l'état  $|m = 3\rangle$  qui engendrent un chauffage. De plus, la durée de vie des états  $m \neq 3$  doit être suffisamment courte pour que le refroidissement soit rapide mais elle doit être suffisamment longue pour que le régime des bandes résolues soit satisfait.

Nous présentons ci-dessous une mesure de la qualité de la polarisation du faisceau. Nous présentons par la même occasion la méthode de mesure du champ magnétique appliqué au nuage d'atome.

Ensuite, la durée de vie des sous-niveaux magnétiques instables est estimée par une mesure de la durée de la polarisation. Le nombre de photons nécessaire pour polariser les atomes est aussi mesuré.

### Mesure de la polarisation et du champ magnétique

Le laser utilisé pour le repompage est un faisceau laser horizontal dont la direction de propagation fait un angle  $\beta = 45^\circ$  avec la direction du champ magnétique (voir figure 4.19). L'axe de quantification choisi étant la direction du champ magnétique, pour que ce laser ne contienne pas de composante  $\sigma^-$ , sa polarisation doit être

$$\epsilon = \frac{\cos \beta}{\sqrt{1 + \sin^2 \beta}} \Pi + \sqrt{2} \frac{\sin \beta}{\sqrt{1 + \sin^2 \beta}} \sigma^+ = \frac{1}{\sqrt{3}} \Pi + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sigma^-. \quad (4.34)$$

Pour mesurer la polarisation des atomes, nous utilisons des spectres Raman pris avec les lasers Raman co-propageants de façon à ce que les transitions ne dépendent pas de l'état du centre de masse des atomes. L'un des faisceaux est polarisé linéairement dans la direction du champ magnétique, l'autre a une polarisation orthogonale, comme présenté figure 4.15. Ainsi les transitions Raman possibles entre  $F = 3$  et  $F = 4$  s'accompagnent d'un changement du niveau magnétique de  $\pm 1$ .

Comme les deux états  $F = 3$  et  $F = 4$  ont des effets Zeeman opposés (voir figure 4.15), un spectre Raman effectué sur des atomes non polarisés est constitué de 8 pics régulièrement espacés comme sur la courbe en pointillés de la figure 4.16. Par contre, un spectre effectué avec des atomes polarisés dans  $m = 3$ , ne contient que deux pics correspondant aux transitions  $|F = 3, m = 3\rangle \rightarrow |F = 4, m = 4\rangle$  et  $|F = 3, m = 3\rangle \rightarrow |F = 4, m = 2\rangle$ . La courbe en ligne continue de la figure 4.16 est un spectre Raman pris après 3 ms de polarisation avec une intensité du laser 3-2 d'environ  $0.3I_{sat}$ . Le temps de polarisation est suffisamment long pour que la polarisation ait atteint son état stationnaire. Ce spectre est compatible avec une polarisation parfaite. Une majoration de la population  $\Pi_2$  de  $|m = 2\rangle$  est

$$\Pi_2 < 0.1\Pi_3, \quad (4.35)$$

---

$|6S_{1/2}, F = 4\rangle$ .

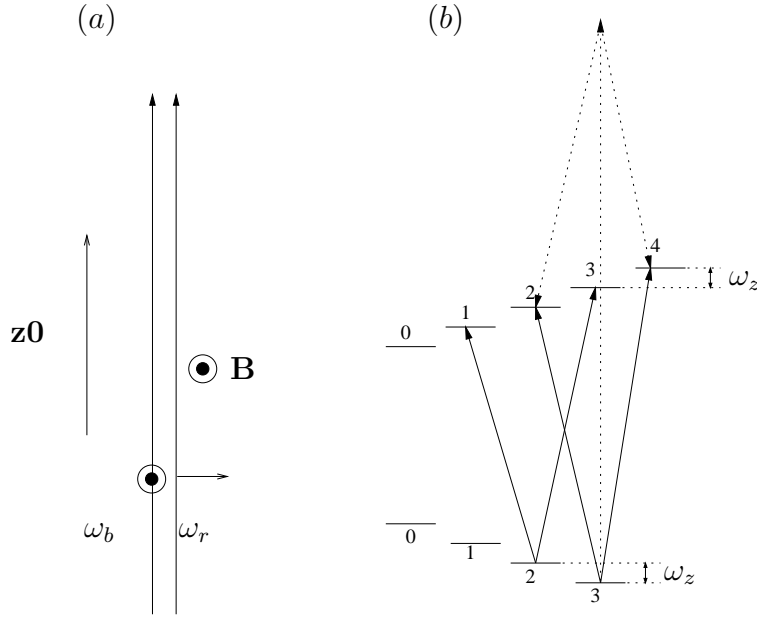


Figure 4.15: (a) : direction et polarisation des faisceaux Raman utilisés pour mesurer la polarisation des atomes et le champ magnétique. (b) : couplages Raman entre les sous-niveaux magnétiques. La polarisation du faisceau Raman bleu étant  $\Pi$ , aucun changement de niveau magnétique n'a lieu à l'absorption d'un photon de ce faisceau. Par contre, le faisceau Raman rouge ayant une composante de polarisation  $\sigma^+$  et une composante  $\sigma^-$ , le niveau magnétique de l'atome peut être modifié de  $\pm 1$  à l'émission stimulée.

où  $\Pi_3$  est la population de  $|m = 3\rangle$ . Cette mesure procure une estimation de la puissance de la composante de polarisation  $\sigma_-$  du laser de repompage. En effet, en négligeant l'émission spontanée vers  $m = 1$ , et en admettant que la limite des faibles intensités est vérifiée et donc que les taux d'excitation sont proportionnels à l'intensité du laser, les populations  $\Pi_3$  et  $\Pi_2$  de  $m = 3$  et  $m = 2$  vérifient, à l'état stationnaire,

$$\Pi_3 \frac{15}{21} P_{\sigma_-} = \Pi_2 \frac{5}{21} P_{\Pi}, \quad (4.36)$$

où  $P_{\sigma_-}$  et  $P_{\Pi}$  sont les puissances du laser 3-2 dans les composantes de polarisation  $\sigma_-$  et  $\Pi$ . Les facteurs  $\frac{5}{21}$  et  $\frac{15}{21}$  sont les carré des facteurs de Clebsh-Gordan des transitions  $|F = 3, m = 2\rangle \rightarrow |F' = 2, m' = 2\rangle$  et  $|F = 3, m = 3\rangle \rightarrow |F' = 2, m' = 2\rangle$ . Les équations 4.36 et 4.35 donnent

$$P_{\sigma_-} < 0.03 P_{\Pi}. \quad (4.37)$$

Cette proportion relative de mauvaise polarisation de 3% est environ la meilleure polarisation que l'on peut espérer réaliser compte tenu de la qualité des lames biréfringentes utilisées.

Dans cette analyse, la réabsorption de photons a été négligée. Comme les photons spontanés émis peuvent être réabsorbés par des atomes dans  $|F = 3, m = 3\rangle$ , la réabsorption de photons rend difficile la polarisation des atomes. Si la polarisation du faisceau de pompage optique est parfaite, on s'attend quand même à accumuler tous les atomes dans l'état noir  $|F = 3, m = 3\rangle$ . Mais le temps nécessaire à la polarisation sera plus important. Par contre, si la polarisation du faisceau n'est pas parfaite, on s'attend à ce que l'état stationnaire de polarisation des atomes soit plus mauvais qu'en l'absence de réabsorption. Dans l'expérience, le nuage d'atomes est optiquement dense (densité optique de l'ordre de 2). Pourtant, nous n'avons pas observé de dépendance de la polarisation des atomes avec le nombre d'atomes.

Les spectres Raman co-propageants sont aussi utiles pour mesurer la différence d'énergie Zeeman notée  $\omega_z$  entre deux niveaux adjacents et l'ajuster à la fréquence d'oscillation.

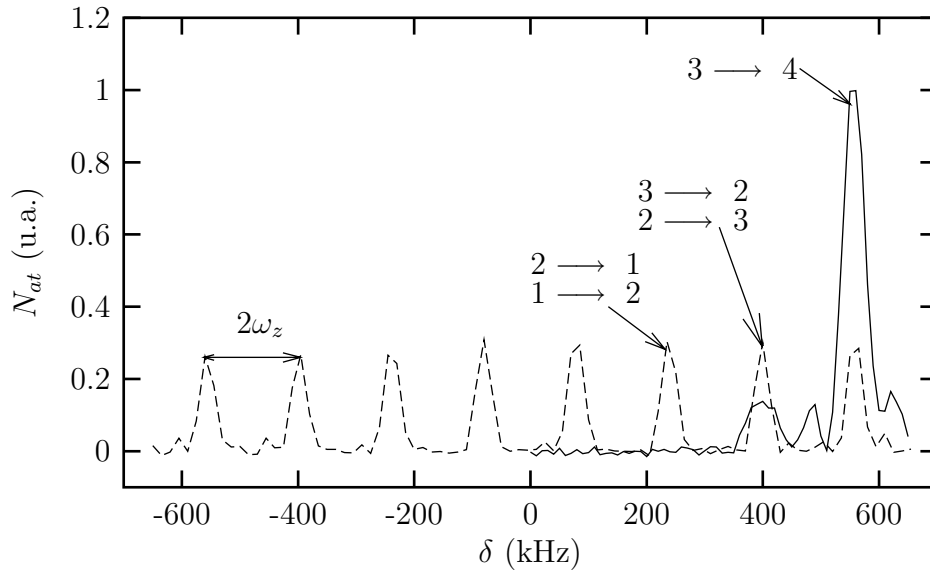


Figure 4.16: *Spectres Raman co-propageants.* En pointillés, spectre obtenu sur des atomes non polarisés. En ligne continue, spectre obtenu après 3.6 ms de polarisation avec une intensité du laser 3-2 d'environ  $0.3I_{sat}$ . La puissance des lasers Raman est choisie de façon à réaliser une impulsion  $\Pi$  pour la transition  $|F = 3, m = 3\rangle \rightarrow |F = 4, m = 4\rangle$ .

### Durée du pompage optique

La largeur en énergie  $\Gamma'$  de  $m = 2$  induite par son couplage  $\hbar\Omega/2$  avec l'état excité, paramètre important pour le refroidissement, s'écrit

$$\Gamma' = \frac{\Omega^2}{\Gamma}. \quad (4.38)$$

Prenant en compte le coefficient de Clebsch-Gordan et le fait que seulement le tiers de la puissance est dans la composante de polarisation  $\Pi$  qui est la seule à coupler  $m = 2$  à l'état excité, 4.38 s'écrit

$$\Gamma' = \frac{5}{21} \frac{1}{3} \frac{\Gamma}{2} \frac{I}{I_{sat}} = \frac{5}{126} \Gamma \frac{I}{I_{sat}} \simeq 1250 \frac{I}{I_{sat}} \text{ ms}^{-1}, \quad (4.39)$$

où  $I$  est l'intensité du faisceaux 3-2. Ainsi, pour avoir  $\Gamma' = 10 \text{ kHz}$ , il faut prendre  $I/I_{sat} \simeq 0.05$ .

Si l'intensité du faisceau 3-2 peut être mesurée, une mesure directe du paramètre  $\Gamma'$  est difficile. D'autre part, dans le cas où le couplage du YAG est de l'ordre ou plus grand que  $\Gamma'$ , les atomes sont susceptibles d'effectuer plusieurs transferts Raman et d'aller ainsi dans  $m = 1, 0, ..$  avant d'être repompés.  $\Gamma'$  n'est alors pas le seul paramètre du refroidissement.

Pour avoir une indication de l'effet du faisceau 3-2, nous avons mesuré le temps nécessaire pour polariser les atomes initialement non polarisés. On s'attend à ce que ce temps de polarisation soit plus grand que  $\Gamma'$  mais du même ordre de grandeur. Pour cette mesure, nous utilisons des spectres Raman co-propageants comme ceux de la figure 4.16. La hauteur du pic de droite de tels spectres Raman est proportionnelle au nombre d'atomes dans  $m = 3$ , et l'étude de son évolution en fonction de la durée de l'impulsion du laser 3-2, permet de mesurer le temps nécessaire pour polariser. On appelle durée de polarisation le temps de croissance à  $1/e$  d'un ajustement exponentiel de l'évolution de la hauteur de ce pic. Comme les faisceaux du YAG sont susceptibles d'induire un couplage entre niveaux magnétiques, il est préférable pour cette étude d'appliquer l'impulsion du laser après la coupure des faisceaux YAG. Le graphe 4.17 donne la durée de la polarisation en fonction de l'intensité du laser 3-2.

Pour des intensités inférieures à  $0.03 I_{sat}$ , le temps de polarisation est à peu près inversement proportionnel à l'intensité, comme attendu. Quantitativement, pour des intensités inférieures à  $0.03 I_{sat}$ ,

$$\Gamma_{\text{polar}} \simeq 100 \frac{I}{I_{sat}} \text{ ms}^{-1}. \quad (4.40)$$

Le temps de polarisation est environ 12 fois plus long que la durée de vie de  $m = 2$  estimée à partir de la mesure de l'intensité et de l'équation 4.39. On s'attend à un temps de polarisation plus long car, initialement, des atomes sont dans des niveaux magnétiques "éloignés" de  $|m = 3\rangle$ .

Pour des intensités élevées, on s'attend à ce que la durée de la polarisation soit limitée par  $1/\omega_z$ . En effet, en plus de  $|m = 3\rangle$ , il existe un état non couplé à la lumière dans lequel les atomes peuvent s'accumuler qui est une superposition de différents niveaux magnétiques. Les atomes quittent cet état en un temps de l'ordre de  $1/\omega_z$  qui est le temps typique de déphasage entre sous niveaux magnétique. Cette saturation doit apparaître lorsque  $\Gamma'$  devient de l'ordre de  $\omega_z$ . Sur le graphe 4.17, une saturation de l'inverse du temps de polarisation apparaît pour  $\Gamma' \simeq 3 \text{ ms}^{-1}$ .

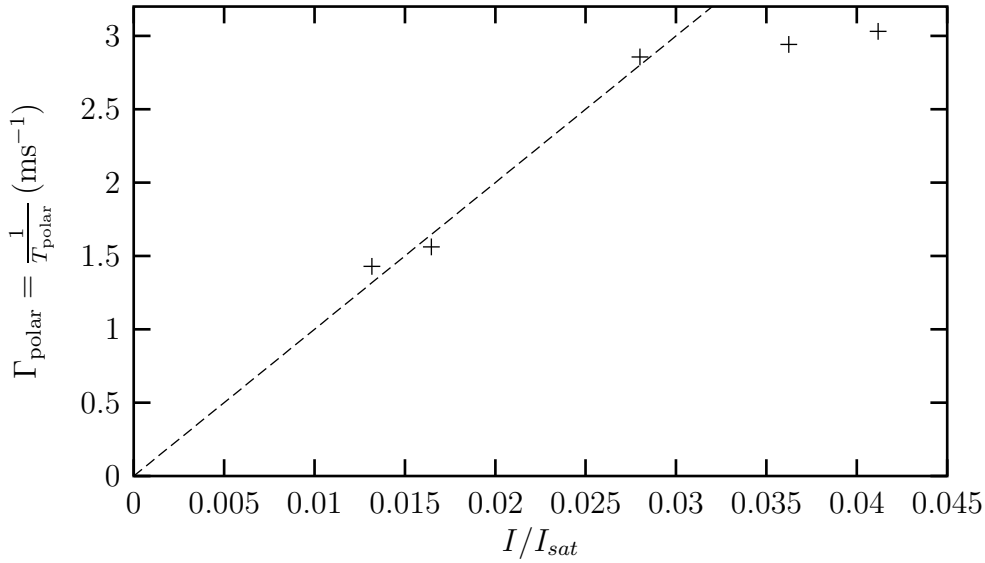


Figure 4.17: Durrée de la polarisation en fonction de l'intensité du laser 3-2. La droite correspond à  $\Gamma_{polar} = 100I/I_{sat} \text{ ms}^{-1}$ .

Nous pouvons aussi mesurer le nombre de photons nécessaire à la polarisation. Cette information, ajoutée au résultat de la mesure du temps de polarisation, permet une estimation d'une durée de vie moyenne des niveaux-magnétiques  $|m \neq 3\rangle$ . Pour cela, nous mesurons la quantité de mouvement transférée aux atomes dans la direction du faisceau 3-2, l'impulsion de polarisation étant appliqué juste après la coupure du YAG. Cette quantité de mouvement s'obtient à partir de la mesure, sur une image prise après un temps de vol de 7ms, du déplacement du centre de masse du nuage d'atomes<sup>13</sup>. La figure 4.18 donne la quantité de mouvement transférée au nuage d'atomes en fonction de l'impulsion de polarisation. Le nombre de photons nécessaire à la polarisation est de l'ordre de 6. Ainsi, une estimation de la durée de vie moyenne des niveaux-magnétiques  $|m \neq 3\rangle$  est obtenue en divisant le temps de polarisation par 6.

Dans cette étude, les atomes sont initialement totalement non polarisés. Ceci n'est pas le cas lors du refroidissement. On s'attend à ce que le nombre de photons spontanés nécessaire pour repomper les atomes transférés dans  $|m = 2\rangle$  soit en fait beaucoup plus faible.

### 4.3.3 Couplage dû au YAG

Pour le refroidissement, un couplage entre le sous-niveau magnétique  $m = 3$  et le sous niveau magnétique  $m = 2$  est nécessaire. De plus, ce couplage doit agir sur le mou-

<sup>13</sup>La direction de propagation du faisceau 3-2 est orthogonale à la direction du faisceau sonde. La variation de quantité de mouvement des atomes due à l'absorption de photons est donc dans l'axe horizontal des images

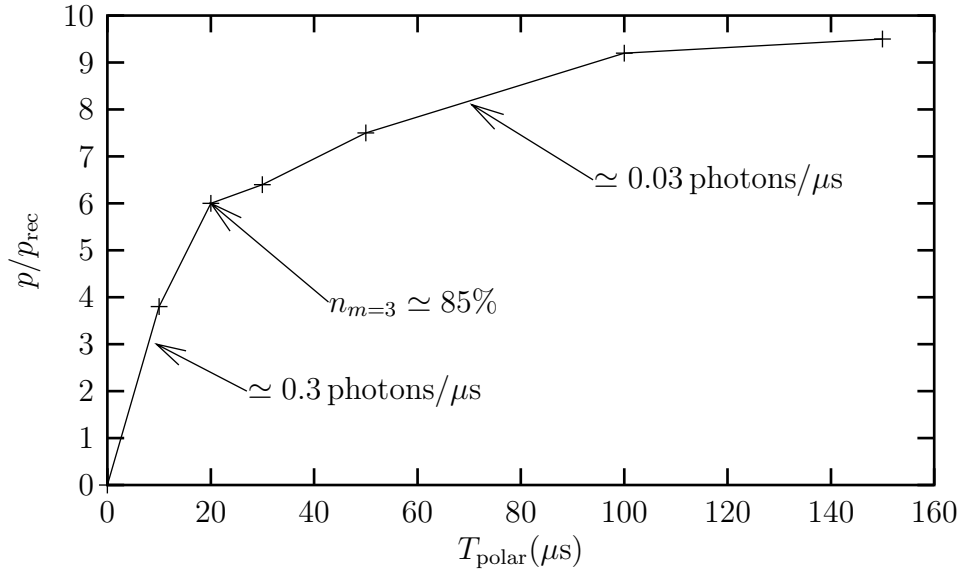


Figure 4.18: *Quantité de mouvement transférée aux atomes en fonction de la durée du pulse de polarisation.*  $p_{\text{rec}} = \hbar k/m$  est la variation de quantité de mouvement lors de l'absorption d'un photon. L'intensité du laser 3-2 est  $I = I_{\text{sat}}$  et la différence d'énergie Zeeman entre niveaux adjacents est de 80 kHz.

vement vertical de l'atome de façon à ce que le niveau vibrationnel  $n$  de  $m = 3$  soit couplé au niveau vibrationnel  $n - 1$  de  $m = 2$ . Comme expliqué au paragraphe 4.3.1, l'énergie de l'état  $|m = 2, n - 1\rangle$  est amenée au niveau de l'énergie de  $|m = 3, n\rangle$  par un champ magnétique. Ainsi, les transitions  $|m = 3, n\rangle \rightarrow |m = 2, n - 1\rangle$  peuvent être réalisées par des transferts Raman utilisant uniquement les faisceaux YAG du piège dipolaire. Cependant, si la polarisation des deux faisceaux YAG est linéaire et parallèle selon Ox, tout l'état fondamental  $6S_{1/2}$  est déplacé en énergie de la même quantité : il n'y a pas de couplage entre sous-niveaux de  $6S_{1/2}$  (voir paragraphe 3.1.1). Pour introduire un couplage entre les sous-niveaux magnétiques, on modifie donc la polarisation de l'un des deux bras du YAG. Nous avons choisi de modifier la polarisation du faisceau montant. La direction du champ magnétique est alors choisie le plus judicieusement possible, comme expliqué ci-dessous. Le calcul du couplage entre sous-niveaux magnétiques dû aux faisceaux YAG est ensuite présenté. Il permet de choisir la polarisation qui fournira le refroidissement le plus efficace. Enfin, une mesure expérimentale du couplage Raman dû aux faisceaux YAG est reportée.

### Choix de la direction du champ magnétique

Les polarisations des faisceaux YAG après la modification de la polarisation du bras montant sont données figure 4.19. Les polarisations des deux faisceaux YAG sont orthogonales à la direction  $Z$  de propagation du faisceau montant. Donc en choisissant



$Z$  comme axe de quantification, aucun des deux faisceaux n'a de composante  $\Pi$ . Dans cette situation, l'effet du YAG est celui d'un potentiel dipolaire ne dépendant pas du sous-niveau de  $6S_{1/2}$  plus celui d'un champ magnétique fictif dans la direction  $Z$ . En effet, le désaccord du YAG étant très grand devant la largeur en énergie des structures hyperfines de  $6S_{1/2}$ ,  $6P_{1/2}$  et  $6P_{3/2}$ , on peut se restreindre à calculer son effet dans la base fine de l'état fondamental. L'état fondamental est divisé en deux sous-niveaux de moment cinétique  $\pm\hbar/2$ . Pour qu'une transition Raman couple l'états  $m_J = 1/2$  à l'état  $m_J = -1/2$ , il faut qu'il y ait absorption d'un photon  $\Pi$  et émission d'un photon  $\sigma^+$  ou absorption d'un photon  $\sigma^-$  et émission d'un photon  $\Pi$ . Or, ceci est impossible car aucun des deux faisceaux YAG n'a de composante de polarisation  $\Pi$ . Ainsi, si l'axe de quantification est l'axe  $Z$ , les deux états  $m_J = 1/2$  et  $m_J = -1/2$  ne sont pas couplés. L'effet du YAG est donc la somme d'un décalage global en énergie plus l'effet d'un champ magnétique dans la direction  $Z$ .

Ainsi, le YAG introduira un couplage maximum entre niveaux magnétiques pour un axe de quantification orthogonal à  $Z$ . Dans l'expérience, la direction du champ magnétique est  $x$ . Le couplage du YAG est donc maximum. D'autre part, avec ce choix de la direction du champ magnétique, les termes d'énergie sont identiques pour tous les sous-niveaux magnétiques.

### Calcul du couplage dans le cas général

La polarisation du faisceau montant s'écrit, dans le cas général,

$$\begin{aligned}\epsilon &= \cos \alpha \mathbf{x}^0 + \sin \alpha e^{i\phi} \mathbf{Y}^0 \\ &= \cos \alpha \mathbf{x}^0 + \mu \mathbf{Y}^0\end{aligned}\quad (4.41)$$

Les vecteurs unitaires et orthogonaux  $\mathbf{x}^0$  et  $\mathbf{Y}^0$  sont définis figure 4.19 :  $\mathbf{x}^0$  est le vecteur unitaire horizontal du plan de polarisation du faisceau montant.

Pour calculer l'effet du YAG sur  $6S_{1/2}$ , le plus simple est de se placer dans la base fine, ce qui est justifié car le désaccord du YAG est très grand devant les structures hyperfines de  $6S_{1/2}$ ,  $6P_{3/2}$  et  $6P_{1/2}$ . L'état fondamental a un moment cinétique  $1/2$ . L'axe de quantification choisi est la direction du champ magnétique  $\mathbf{x}^0$ . Le couplage entre les états  $m_J = 1/2$  et  $m_J = -1/2$  est, en notant  $V_{YAG}$  le couplage entre l'état fondamental et les états excités et  $\Delta_1 = 54$  THz et  $\Delta_2 = 69$  THz les désaccords par rapports aux transitions D1 et D2,

$$\begin{aligned}V_{1/2 \rightarrow -1/2} &= -\frac{1}{\Delta_1} \sum_{m_J=-1/2}^{1/2} \underbrace{\langle 6S_{1/2}, -1/2 | V_{YAG} | 6P_{1/2}, m_J \rangle}_{\text{Emission induite}} \underbrace{\langle 6P_{1/2}, m_J | V_{YAG} | 6S_{1/2}, 1/2 \rangle}_{\text{Absorption}} \\ &\quad -\frac{1}{\Delta_2} \sum_{m_J=-3/2}^{3/2} \langle 6S_{1/2}, -1/2 | V_{YAG} | 6P_{3/2}, m_J \rangle \langle 6P_{3/2}, m_J | V_{YAG} | 6S_{1/2}, 1/2 \rangle\end{aligned}\quad (4.42)$$

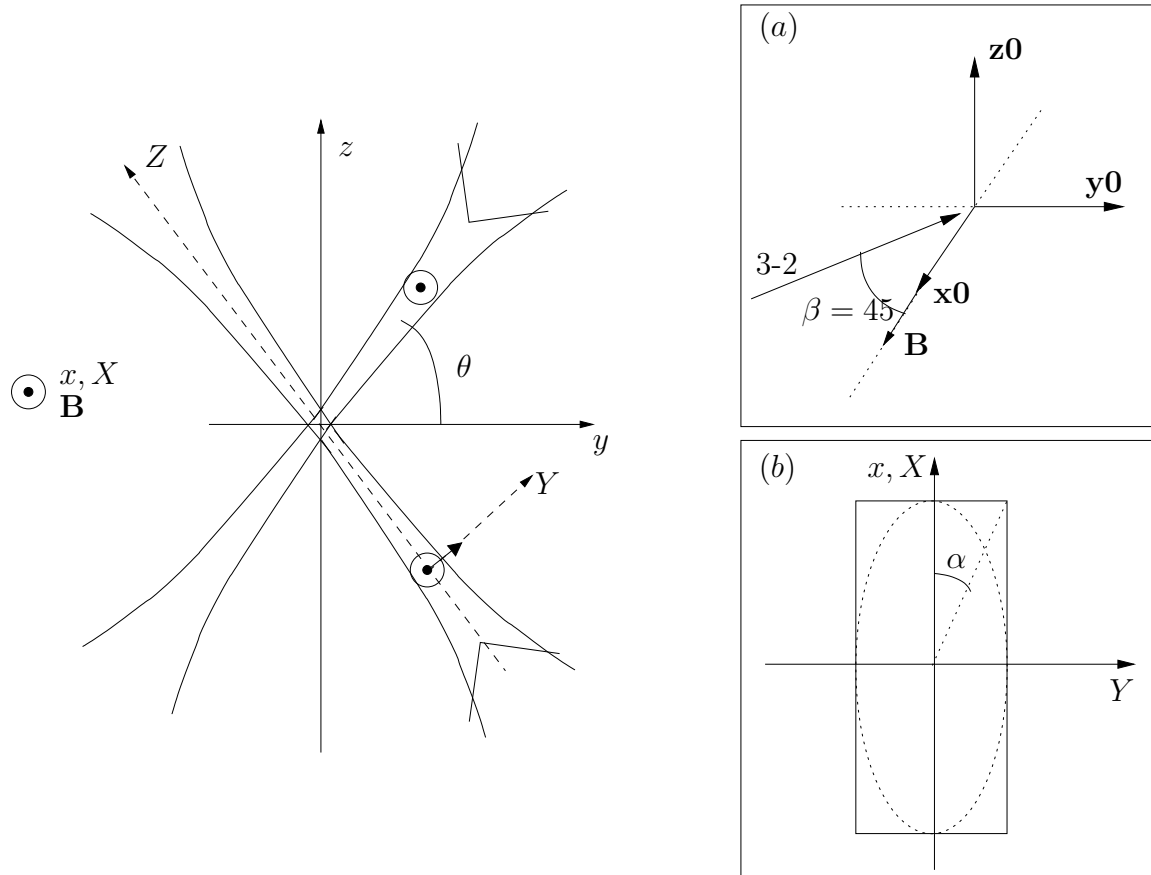


Figure 4.19: Configuration utilisée pour le refroidissement par bandes latérales dans  $F = 3$ . Sur la perspective cavalière (a), la direction du faisceau repompeur en résonance avec la transition  $6S_{1/2}, F = 3 \rightarrow 6P_{3/2}, F' = 2$  est représentée. La figure (b) est une représentation de la polarisation du faisceau YAG montant. Selon la phase relative des composantes de polarisation selon  $Y$  et  $X$ , la polarisation peut être linéaire, elliptique ou une superposition des deux. Pour le refroidissement, la polarisation est choisie linéaire.

Pour le refroidissement, la transition qui intervient est une transition entre  $m = 3$  et  $m = 2$  qui modifie le niveau vibrationnel. Dans le calcul 4.42, il faut donc prendre en compte le couplage du YAG agissant sur le centre de masse de l'atome.

Comme la distribution en vecteur d'onde de chacun des deux faisceaux gaussiens a une largeur de l'ordre de  $1/80\mu\text{m}$  très petite devant le vecteur d'onde typique des atomes, on négligera les changements d'impulsion lors de l'absorption/émission dûs à une redistribution de photons à l'intérieur de chaque faisceau, ce qui revient à considérer localement les deux faisceaux comme des ondes planes de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_1$  et  $\mathbf{k}_2$ . Le changement d'impulsion d'un atome après absorption et émission dans le même bras est nul. Ces processus n'agissent donc pas sur la fonction d'onde externe de l'atome. Par

contre, le changement d'impulsion d'un atome après absorption dans le bras descendant et émission dans le bras montant ou vice versa est

$$\Delta k \mathbf{z}^0 = \pm 2k \sin \theta \mathbf{z}^0. \quad (4.43)$$

L'action sur le centre de masse de l'atome associée à ces processus est donc  $e^{\pm 2ik \sin \theta z}$ .

L'axe de quantification étant  $\mathbf{x}^0$ , la polarisation du bras descendant est  $\Pi$  et celle du bras montant est, d'après 4.41,

$$\epsilon = \cos \alpha \Pi + \frac{\mu}{\sqrt{2}}(\sigma^- - \sigma^+). \quad (4.44)$$

On note  $d_0$ , le couplage dipolaire entre l'état fondamental  $l = 0$  et l'état excité  $l = 1$ . La puissance dans chaque bras est identique et on note  $E_0$  le champ électrique de l'onde du bras descendant. Le couplage du YAG entre différents niveaux de la structure fine est, pour une polarisation donnée, proportionnel aux coefficients de Clebsch-Gordan, comme montré au 2.3.

Le couplage 4.42 s'écrit donc

$$\begin{aligned} V_{1/2 \rightarrow -1/2} = & -\frac{1}{\Delta_1} d_0^2 \left( -\frac{\sqrt{2}}{3} E_0 \frac{\mu^*}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\Delta k z} \quad \text{abs. } \Pi \text{ dans (FD),} \quad \text{ém. } \sigma_+ \text{ dans (FM)} \right. \\ & + \frac{\sqrt{2}}{3} E_0 \frac{\mu}{\sqrt{2}} E_0 e^{-i\Delta k z} \quad \text{abs. } \sigma_- \text{ dans (FM),} \quad \text{ém. } \Pi \text{ dans (FD)} \\ & - \frac{\sqrt{2}}{3} E_0 \frac{\mu}{\sqrt{2}} E_0 \quad \text{abs. } \sigma_- \text{ dans (FM),} \quad \text{ém. } \Pi \text{ dans (FM)} \\ & \left. + \frac{\sqrt{2}}{3} E_0 \frac{\mu^*}{\sqrt{2}} E_0 \right) \quad \text{abs. } \Pi \text{ dans (FM),} \quad \text{ém. } \sigma_+ \text{ dans (FM)} \\ & -\frac{1}{\Delta_2} d_0^2 \left( +\frac{\sqrt{2}}{3} E_0 \frac{\mu^*}{\sqrt{2}} E_0 e^{i\Delta k z} \right. \\ & - \frac{\sqrt{2}}{3} E_0 \frac{\mu}{\sqrt{2}} E_0 e^{-i\Delta k z} \\ & + \frac{\sqrt{2}}{3} E_0 \frac{\mu}{\sqrt{2}} E_0 \\ & \left. - \frac{\sqrt{2}}{3} E_0 \frac{\mu^*}{\sqrt{2}} E_0 \right) \end{aligned} \quad (4.45)$$

où (FD) et (FM) désignent respectivement le faisceau descendant et le faisceau montant. Cette équation se simplifie en

$$V_{1/2 \rightarrow -1/2} = -\frac{1}{3} \frac{1}{4} U_0 \Delta_{YAG} \left( \frac{1}{\Delta_1} - \frac{1}{\Delta_2} \right) (\mu e^{i\Delta k z} - \mu^* e^{-i\Delta k z} + \mu - \mu^*), \quad (4.46)$$

où  $U_0 = 4E_0^2 d_0^2 / \Delta_{YAG}$  est la profondeur du potentiel lorsque les deux bras du YAG ont des polarisations linéaires et parallèles.

Le couplage entre  $|F = 3, m = 3\rangle$  et  $|F = 3, m = 2\rangle$ , est obtenu à partir de 4.46 en développant ces états dans la base fine. On a

$$V_{m=3 \rightarrow m=2} = -\frac{1}{\sqrt{8}} \frac{\sqrt{3}}{2} V_{1/2 \rightarrow -1/2}. \quad (4.47)$$

Le calcul des termes d'énergie  $V_{1/2}$  et  $V_{-1/2}$  se fait de la même manière que celui du couplage  $V_{1/2 \rightarrow -1/2}$ . Seules les composantes de polarisation dans la direction  $\mathbf{x}^0$

interviennent. A cause de la symétrie des coefficients de Clebsch-Gordan, on trouve  $V_{1/2} = V_{-1/2}$ . Donc tous les sous-niveaux magnétiques sont soumis au même potentiel. Comme la composante  $\Pi$  du bras montant est moins importante que pour des polarisations parallèles, le terme d'interférence est moins important. La profondeur du piège est donc diminuée et le contraste de la modulation d'intensité selon  $0z$  diminue. Si on note  $\omega_x^0, \omega_y^0$  et  $\omega_z^0$  les fréquences d'oscillations lorsque les polarisations des faisceaux du YAG sont parallèles, les fréquences d'oscillations avec la polarisation 4.35 sont

$$\begin{cases} \omega_x = \omega_x^0 \sqrt{\frac{1 + \cos(\alpha)}{2}} \\ \omega_y = \omega_y^0 \sqrt{\frac{1 + \cos(\alpha)}{2}} \\ \omega_z = \omega_z^0 \sqrt{\cos(\alpha)} \end{cases} \quad (4.48)$$

Les minimums des micro-puits sont situés en  $\Delta k z = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi \dots$

### Polarisation permettant le meilleur refroidissement

L'expression générale du couplage entre les sous-niveaux  $|m = 3\rangle$  et  $|m = 2\rangle$  de  $F = 3$  est donné par 4.46,  $\mu$  tant défini par 4.41. Le couplage dépend de la phase de  $\mu$ , c'est-à-dire de la phase relative entre les deux composantes de polarisation du faisceau montant. Cette dépendance du couplage avec la phase de  $\mu$  et donc avec la phase relative entre la composante de polarisation selon  $\mathbf{Y}^0$  du faisceau montant et le faisceau descendant<sup>14</sup> provient d'un phénomène d'interférence. En effet, les deux processus "absorption dans le faisceau montant-émission dans le faisceau descendant" et "absorption dans le faisceau descendant-émission dans le faisceau montant" contribuent au couplage. La figure 4.20 présente le potentiel dipolaire (qui est le même pour tous les sous-niveaux de  $6S_{1/2}$ ), et le couplage entre  $|m = 2\rangle$  et  $|m = 3\rangle$  dans les cas où  $\mu$  est réel et imaginaire pur. Pour une raison de parité, seule la composante réelle de  $\mu$  introduit un couplage entre les sous niveau-magnétiques qui soit susceptible de modifier le niveau vibrationnel de 1. Ainsi, seule cette composante de polarisation est utile au refroidissement.

Pour montrer cette propriété, considérons le micro-puits centré en  $z = 0$ . Si  $\mu$  est réel, ce qui correspond à une polarisation du faisceau montant linéaire tournée, alors d'après 4.46 et 4.47, le couplage entre  $m = 3$  et  $m = 2$  s'écrit

$$\frac{1}{2}\Omega_{m=3 \rightarrow m=2} = -\frac{1}{\sqrt{8}} \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} U_0 \Delta_{YAG} \left( \frac{1}{\Delta_1} - \frac{1}{\Delta_2} \right) 2i \sin \alpha \sin(\Delta k z). \quad (4.49)$$

Il est impair en  $z$  et couple donc le niveau vibrationnel  $n$  aux niveaux  $n \pm 1, n \pm 3, \dots$  Avec une telle polarisation, il est donc possible de refroidir. Par contre, si  $\mu$  est

<sup>14</sup>Dans les calculs, l'origine de l'axe  $z$  est choisi de façon à ce que la phase relative des composantes de polarisation horizontales soit nulle en  $z = 0$

imaginaire pur, le couplage entre  $m = 3$  et  $m = 2$  s'écrit

$$\frac{1}{2}\Omega_{m=3 \rightarrow m=2} = -\frac{1}{\sqrt{8}} \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} U_0 \Delta_{YAG} \left( \frac{1}{\Delta_1} - \frac{1}{\Delta_2} \right) 2 \sin \alpha (\cos(\Delta k z) + 1). \quad (4.50)$$

Ce couplage, pair en  $z$ , ne couple le niveaux vibrationnel  $n$  qu'aux niveaux vibrationnels  $n, n \pm 2, n \pm 4, \dots$ . Une telle polarisation n'induera donc pas de refroidissement sur la première bande latérale.

Ainsi, pour  $\alpha$  donné, la polarisation linéaire est celle qui maximise le couplage entre niveaux vibrationnels voisins. On choisira donc cette polarisation pour le refroidissement.

Le calcul du couplage entre les états vibrationnels  $|m = 3, n\rangle$  et  $|m = 2, n - 1\rangle$  se fait à partir de 4.49.  $\Delta k = 2 \sin(\theta_{YAG})k$  est petit devant la largeur en impulsion de l'état fondamental selon Oz. Donc, si  $n$  n'est pas trop élevé, on peut approximer  $\sin(\Delta k z)$  par  $2\eta \sin(\theta_{YAG})(a + a^+)$ . Le couplage entre  $|n\rangle$  et  $|n - 1\rangle$  est alors

$$\frac{1}{2}\Omega_{m=3, n \rightarrow m=2, n-1} = -i \frac{\sqrt{3}}{12\sqrt{2}} U_0 \Delta_{YAG} \left( \frac{1}{\Delta_1} - \frac{1}{\Delta_2} \right) \sin(\alpha) \eta \sin(\theta_{YAG}) \sqrt{n}. \quad (4.51)$$

Pour une profondeur du piège telle que la fréquence d'oscillation lorsque les polarisations sont parallèles est de 80kHz et pour un angle  $\alpha = 20$ , on calcule

$$\Omega_{m=3, n=1 \rightarrow m=2, n=0} \simeq 6 \text{ kHz}. \quad (4.52)$$

### Mise en oeuvre expérimentale

Dans l'expérience, la méthode utilisée pour modifier la polarisation du YAG a subi plusieurs modifications. Nous présentons ici le dernier dispositif expérimental mis au point qui est aussi le plus performant car il permet un contrôle électronique de la polarisation et donc sa modification éventuelle en cours d'expérience. La modification de la polarisation est effectuée par des lames à cristaux liquides (marque : Midowlack Optics). La biréfringence de ces lames dépend d'un champ électrique oscillant appliqué. Pour une tension nulle, le déphasage entre les deux composantes de polarisation est d'environ  $240^\circ$ . Le déphasage introduit par la lame diminue lorsque l'on applique un champ électrique oscillant à une fréquence de 10 kHz. Sa valeur minimum est atteinte pour une amplitude 20 V. La biréfringence est alors faible : le déphasage est de  $10^\circ$ . La polarisation du faisceau montant du YAG est contrôlé par deux lames à cristaux liquides placées l'une derrière l'autre. Les axes de la première sont inclinés de  $45^\circ$  par rapport à la polarisation linéaire incidente. Si on note  $\mathbf{x}^0$  l'axe de la polarisation incidente et  $\mathbf{y}^0$  le vecteur orthogonal, la polarisation après la première lame est

$$\epsilon = \cos(\phi_1/2) \mathbf{x}^0 + \sin(\phi_1/2) e^{i\frac{\pi}{2}} \mathbf{y}^0, \quad (4.53)$$

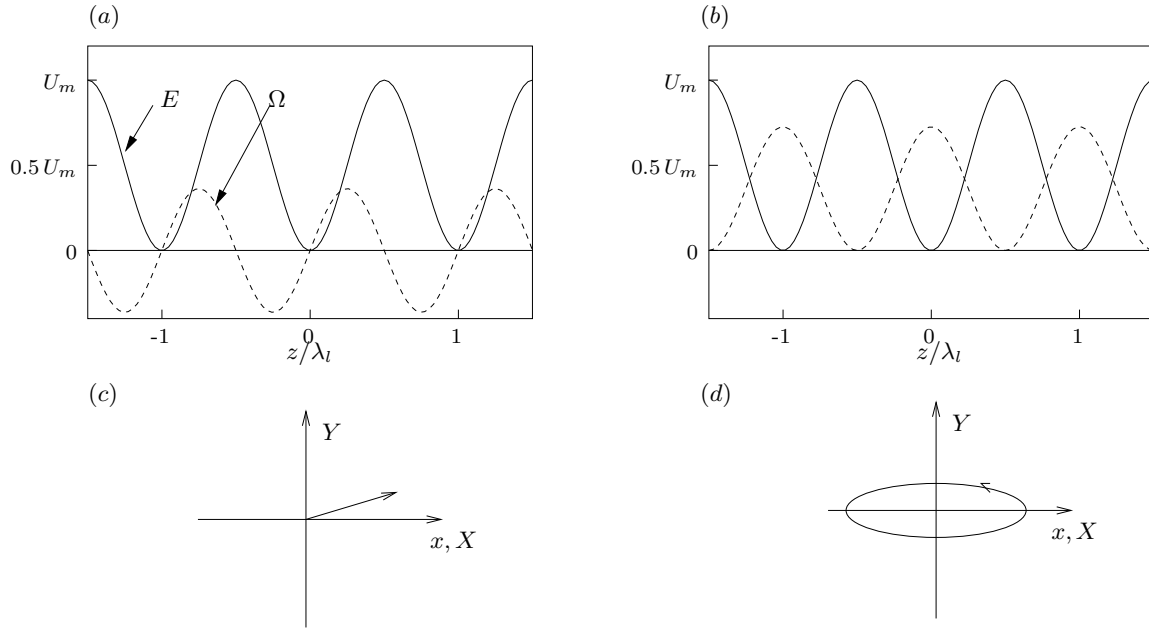


Figure 4.20: Couplage du YAG entre  $|F = 3, m = 3\rangle$  et  $|F = 3, m = 2\rangle$  avec  $\mu$  réel (a, c) et  $\mu$  imaginaire pur (b, d) en fonction de la position des atomes.  $U_m$  est la profondeur du potentiel. L'échelle en position ( $\lambda_l = 665$  nm) est la période du potentiel. En ligne continue est représentée le potentiel dipolaire, identique pour tous les sous-niveaux. La référence des énergies est choisie de façon à ce que le potentiel soit nul au fond des micro-puits. Le couplage, représenté en ligne pointillée a été multiplié par 80 pour plus de lisibilité. Les figures (c) et (d) montrent la polarisation du faisceau montant dans les deux cas.

où  $\phi_1$  est le déphasage introduit par la lame. La deuxième lame a ses axes parallèles à  $\mathbf{x}^0$  et  $\mathbf{y}^0$  et son déphasage est ajusté pour compenser le déphasage de  $\pi/2$  introduit par la première lame et les déphasages entre les deux polarisations  $\mathbf{x}^0$  et  $\mathbf{y}^0$  introduits par les miroirs ultérieurs et la biréfringence de la face d'entrée de la cellule. Ainsi, la polarisation au niveau des atomes est une polarisation linéaire faisant un angle  $\phi_1/2$  avec la direction du champ magnétique. Cet angle est simplement contrôlé par la tension appliquée à la première lame à retard variable.

### Mesure expérimentale du couplage

Pour avoir une estimation expérimentale du couplage du YAG, nous observons, en présence d'un champ magnétique amenant en résonance les transitions  $|m = 3, n\rangle \rightarrow |m = 2, n - 1\rangle$ , la dépolarisation d'atomes initialement polarisés dans  $m = 3$  à l'aide d'une impulsion intense du laser 3-2. Pour cela, nous étudions, sur des spectres Raman co-propageants, l'évolution temporelle de la hauteur du pic correspondant à la transition Raman  $|F = 3, m = 3\rangle \rightarrow |F = 4, m = 4\rangle$  et celle du pic correspondant aux

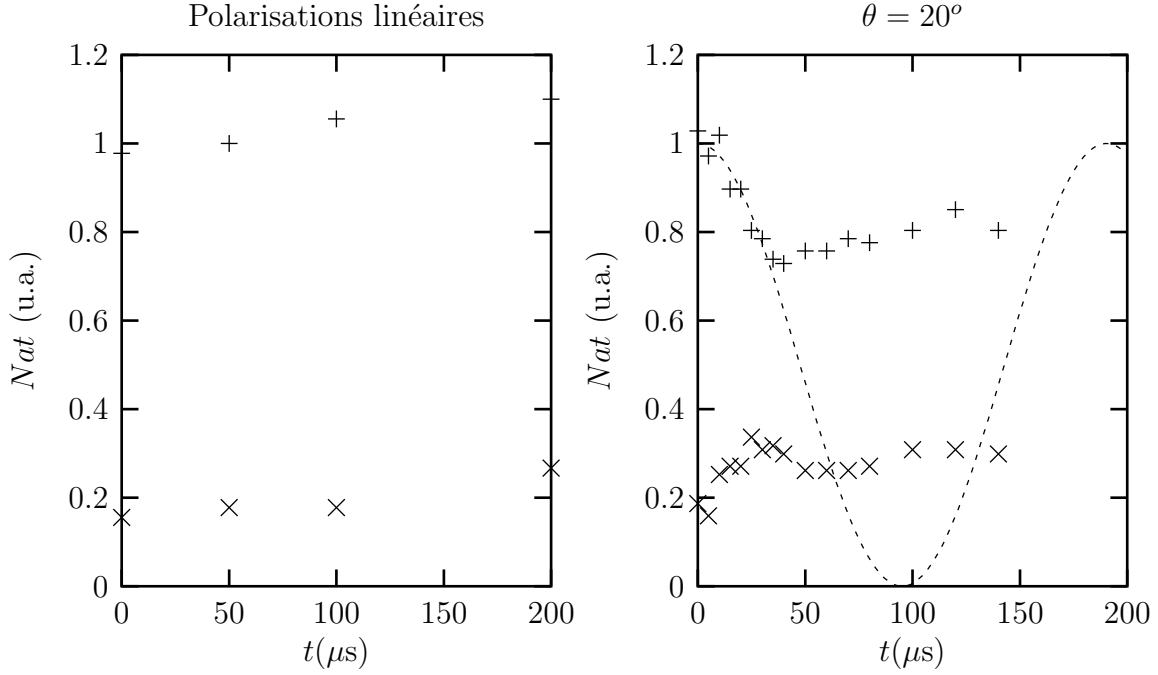


Figure 4.21: Evolution, en fonction du temps, des pics de spectres Raman co-propageants correspondant à la transition  $|F = 3, m = 3\rangle \rightarrow |F = 4, m = 4\rangle$  (+) et aux transitions  $|F = 3, m = 3\rangle \rightarrow |F = 4, m = 2\rangle$  et  $|F = 3, m = 2\rangle \rightarrow |F = 4, m = 3\rangle$  (×). Les atomes ont été initialement polarisés dans  $m = 3$ .

transitions  $|F = 3, m = 3\rangle \rightarrow |F = 4, m = 2\rangle$  et  $|F = 3, m = 2\rangle \rightarrow |F = 4, m = 3\rangle$ . La figure 4.21 présente ces évolutions dans le cas d'une polarisation des faisceaux du YAG linéaires et parallèles en (a) et faisant un angle de  $20^\circ$  (b). Dans le premier cas, aucune dépolarisation n'est visible. Dans le deuxième cas, on observe un début d'oscillation qui se brouille au delà de  $50 \mu s$ . Un tel brouillage des oscillations est attendu. En effet, la fréquence de Rabi de la transition  $|m = 3, n\rangle \rightarrow |m = 2, n - 1\rangle$  dépend du niveau vibrationnel ( $\Omega \propto \sqrt{n + 1}$ ) et les atomes peuplent plusieurs niveaux vibrationnels. Avec la température initiale de  $26 \mu K$ , on attend que les oscillations se brouillent en un temps de l'ordre de  $\sqrt{\frac{\hbar \omega_{osc}}{k_B T}} \Omega_0 \simeq 0.4 / \Omega_0$ , où  $\hbar \Omega_0 / 2$  est le couplage entre  $|m = 3, n = 1\rangle \rightarrow |m = 2, n = 0\rangle$ . Ainsi, les oscillations doivent s'amortir en un temps plus court que la période d'oscillation. Pour mesurer la fréquence de Rabi moyenne, nous avons ajusté les 40 premières microsecondes de la courbe par une sinusoïde d'amplitude 1 (voir note <sup>15</sup>). La fréquence de Rabi mesurée est de 5 kHz. Cette valeur est proche de la valeur théorique de 6 kHz prédite par 4.51.

Dans l'analyse précédente, nous avons supposé que tous les atomes contribuaient

<sup>15</sup>Une approche plus rigoureuse consisterait à étudier le spectre en fréquence de l'évolution obtenue. On s'attend à avoir des composantes aux fréquences  $\sqrt{n} \Omega_0$ , où  $n = 1, 2, \dots$

aux oscillations. Or cela n'est pas le cas. Tout d'abord, les atomes dans l'état vibrationnel  $n = 0$  de  $m = 3$  ne sont pas dépolarisés par les faisceaux YAG car aucune transition Raman vers  $m = 2$  n'est à résonance. Avec la température initiale, cela correspond à environ 14% des atomes. De plus, le champ magnétique ne rend résonante la transition  $|m = 3, n\rangle \rightarrow |m = 2, n - 1\rangle$  que pour une fréquence d'oscillation donnée. Ainsi, la transition dépolarisante  $|m = 3, n\rangle \rightarrow |m = 2, n - 1\rangle$  n'est résonante que pour certains atomes du pièges. Ceux dont la fréquence d'oscillation diffère d'environ  $\Omega_0 \simeq 5$  kHz de la fréquence centrale ne sont pas transférés dans  $m = 2$ . Avec une largeur typique de la distribution des fréquences d'oscillation de 30 kHz (visible sur un spectre Raman tel que celui de la figure 4.6), on s'attend à ce que seul un petit nombre d'atomes contribuent aux oscillations. La prise en compte quantitative de cet effet est difficile. Qualitativement, la fréquence de Rabi moyenne du couplage  $|m = 3, n\rangle \rightarrow |m = 2, n - 1\rangle$  est en fait plus importante que celle trouvée en ajustant le départ de l'oscillation par une sinusoïde d'amplitude 1.

## Conclusion

Les éléments nécessaires au refroidissement (le champ magnétique, le couplage Raman dû au YAG et le pompage optique dans  $F = 3, m = 3$  par le laser 3-2) ont été discutés ci-dessus. Nous avons testé, de façon indépendante, leur effet sur les atomes. Ainsi, le décalage Zeeman introduit par le champ magnétique peut être mesuré sur un spectre Raman pris avec des faisceaux Raman co-propageants comme celui de la figure 4.15. Il peut ainsi être ajusté de façon à égaler la fréquence d'oscillation. Celle-ci est elle-même mesurée sur un spectre Raman pris, en l'absence de champ magnétique, avec des faisceaux Raman contrepropageants comme sur la figure 4.6. D'autre part, la qualité de la polarisation du laser 3-2 peut être optimisée en utilisant des spectres Raman. Nous pouvons réaliser une polarisation des atomes supérieure à 90%. La largeur en énergie des niveaux magnétiques  $m \neq 3$  peut être estimée expérimentalement en mesurant le temps nécessaire à la polarisation ainsi que le nombre de photons absorbés. Enfin, le couplage Raman a été étudié en détail pour réaliser le meilleur montage expérimental. Un ordre de grandeur de son amplitude a été mesuré en observant la dépolarisation qu'il induit. L'utilisation de lames à retard variable permet le contrôle électronique de la polarisation des faisceaux du YAG. Cette possibilité sera exploitée plus tard comme montré au chapitre 6.

L'observation du refroidissement lui-même reste cependant la mesure la plus intéressante et il fait l'objet de la section suivante. L'optimisation de l'expérience sur le signal de refroidissement lui-même est présenté.

### 4.3.4 Refroidissement

Les images, prises après un temps de vol, présentées figure 4.22 mettent en évidence un refroidissement dans la direction verticale. L'intensité du laser 3-2 est ici de de



$2.4 \times 10^{-2} I_{sat}$  et la polarisation du bras montant du YAG fait un angle de  $20^\circ$  avec l'horizontale. La figure 4.23 présente l'évolution de la largeur de la distribution en vitesse dans la direction verticale en fonction du temps de refroidissement. Le refroidissement est très efficace mais cependant, les atomes n'atteignent pas l'état fondamental. Le nombre vibrationnel moyen à l'état stationnaire est  $\langle n \rangle \simeq 0.35$ , ce qui correspond à environ 65% des atomes dans l'état fondamental.

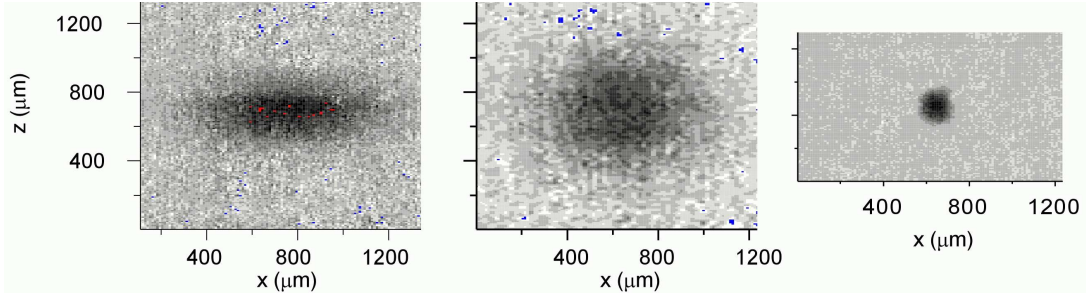


Figure 4.22: Les deux images de gauche sont prises après 8 ms de temps de vol. Sur la première image, les atomes ont subi 15 ms de refroidissement et la largeur quadratique moyenne verticale du nuage est de  $124 \mu\text{m}$ . La deuxième image est prise sans refroidissement et la largeur du nuage est de  $220 \mu\text{m}$ . La largeur quadratique moyenne du nuage piégé, déduite de la dernière image prise sans temps de vol, est de  $51 \mu\text{m}$ . L'échelle est identique pour les trois images.

Pour optimiser le refroidissement et chercher à comprendre l'origine de la limite du refroidissement, nous avons mesuré la variation de l'efficacité du refroidissement en fonction des différents paramètres de l'expérience.

### Résonance en champ magnétique

Le premier paramètre que nous cherchons à optimiser est la valeur du champ magnétique. Sur la figure 4.24(b), est représenté la largeur de la distribution en vitesse verticale en fonction de la différence d'énergie Zeeman  $\omega_z$  entre niveaux magnétiques adjacents. Le refroidissement est appliqué pendant 5 ms ce qui est environ 4 fois le temps de refroidissement à  $1/e$  pour  $\omega_z = 74 \text{ kHz}$ . La polarisation du bras montant du YAG est linéaire avec  $\alpha = 20^\circ$ . Le temps de polarisation par le laser de repompage est de l'ordre de 0,3 ms. Le graphe 4.24(a) qui présente un spectre Raman donne la fréquence d'oscillation verticale qui est d'environ 75 kHz. On observe bien une résonance piquée autour du champ magnétique qui réalise  $\omega_z = \omega_{osc}$ . La largeur de cette résonance pour la courbe la plus large est de 28 kHz.

Les deux courbes représentées correspondent à deux largeurs de distribution de fréquences d'oscillation différentes comme montré sur les spectres Raman. Une distribution en fréquence d'oscillation fine est obtenue à l'aide d'un nettoyage comme décrit au paragraphe 4.2.3. La largeur de la résonance en champ magnétique décroît lorsque

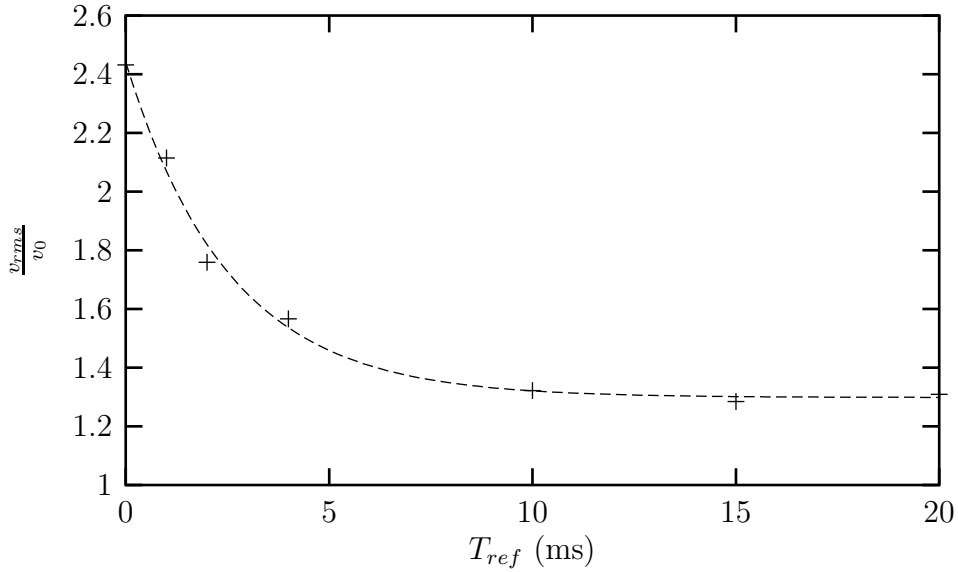


Figure 4.23: *Evolution de la largeur quadratique moyenne de la distribution en vitesse dans la direction verticale en fonction du temps pendant lequel le laser 3-2 est allumé.  $v_0$  est la largeur quadratique moyenne de l'état fondamental. La courbe en pointillée est un ajustement exponentiel des données et le temps de refroidissement trouvé est 2.5 ms.*

la dispersion des fréquences d'oscillation diminue. Ce comportement était attendu car la largeur induite par le laser 3-2 sur les sous-niveaux magnétiques  $m \neq 3$ , estimée à partir du temps de polarisation à  $20 \text{ ms}^{-1} = 2\pi \times 3,2 \text{ kHz}$ , est moins importante que la largeur à mi-hauteur de la résonance la plus large. Donc, pour un champ magnétique donné, l'efficacité du refroidissement est moindre pour certains atomes. Dans l'espoir d'augmenter l'efficacité du refroidissement, nous avons modulé le champ magnétique de façon à ce que la différence d'énergie Zeeman entre niveaux magnétiques adjacents  $\omega_z$  soit modulée sur une plage de 22 kHz. La période de la modulation était de 3 ms et nous l'avons appliquée pendant un temps de refroidissement de 100 ms. Mais cette modulation n'a apporté aucune amélioration du refroidissement.

### Polarisation du faisceau montant du YAG

La polarisation du YAG est un paramètre très important du refroidissement puisque le couplage entre niveaux magnétiques en dépend fortement comme expliqué au paragraphe 4.3.3. Elle est contrôlée à l'aide de deux lames à retard variable comme décrit au paragraphe 4.3.3. La tension appliquée à la première lame définit l'angle  $\alpha$  dont est tournée la polarisation par rapport à la direction du champ magnétique (direction horizontale  $\mathbf{x}^0$ ). La deuxième lame contrôle la phase  $\phi$  entre la composante de la polarisation parallèle au champ magnétique et celle qui lui est orthogonale. L'efficacité

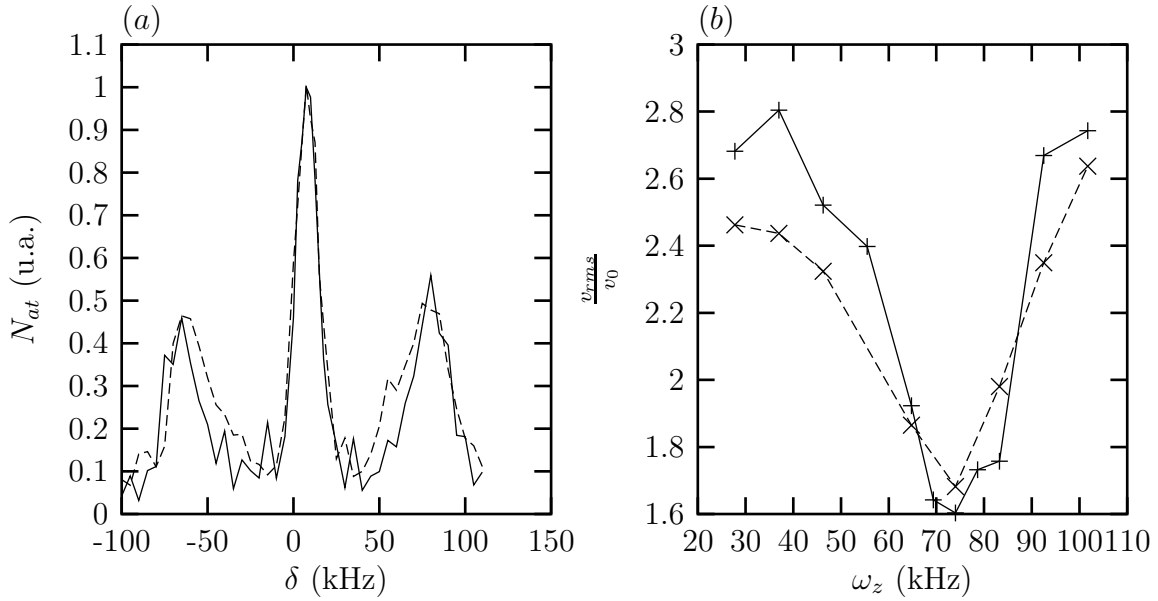


Figure 4.24: (b) :Variation de l'efficacité du refroidissement en fonction du champ magnétique. En abscisse, est reporté la différence d'énergie Zeeman entre deux niveaux magnétique adjacents.  $v_0$  est la largeur en vitesse de l'état fondamental pour une fréquence d'oscillation de 75 kHz. Les deux courbes correspondent à deux largeurs de distribution de fréquences d'oscillation différentes. Cette différence de largeur est visible sur les spectres Raman présentés sur le graphe (a).

du refroidissement dépend de la tension appliquée à chacune de ces deux lames. Nous présentons tout d'abord l'effet de la deuxième lame, c'est-à-dire de la valeur de  $\phi$ , sur le refroidissement. Ensuite,  $\phi$  étant ajustée à sa valeur optimale, nous étudions l'effet de l'angle  $\alpha$  en modifiant la tension appliquée à la première lame.

Dans un premier temps, l'angle  $\alpha$  est fixé à  $20^\circ$ . Le couplage entre niveaux vibrationnels voisins est maximum quand  $\phi = 0$  (ou  $\pi$ ) et nul quand  $\phi = \pm\pi/2$ . Pour voir l'effet de la tension appliquée à la lame, nous étudions la température atteinte après refroidissement en fonction de la tension appliquée à la lame, comme présenté figure 4.25. Sur cette figure, la largeur de la distribution en vitesse obtenue après 30 ms de refroidissement est tracée en fonction de la position du potentiomètre qui règle la tension appliquée à la lame. Le temps à  $1/e$  de décroissance de la largeur de la distribution en vitesse est d'environ 10 ms lorsque le potentiomètre est à sa valeur optimale de 2.3. On aperçoit sur ce graphe deux valeurs pour lesquelles le refroidissement est quasiment inexistant. Cela correspond, d'après les calculs du paragraphe 4.3.3, à des situations où le déphasage  $\phi = \pm\pi/2$ . La courbe est très piquée aux alentours de ces valeurs et l'optimum de refroidissement n'est pas prononcé. Ce comportement est attendu car, comme le temps de refroidissement choisi est long, seules des diminutions du couplage de l'ordre d'un facteur 3 par rapport au couplage maximum induisent une diminution notable de la température atteinte. Un même graphe pris avec un temps

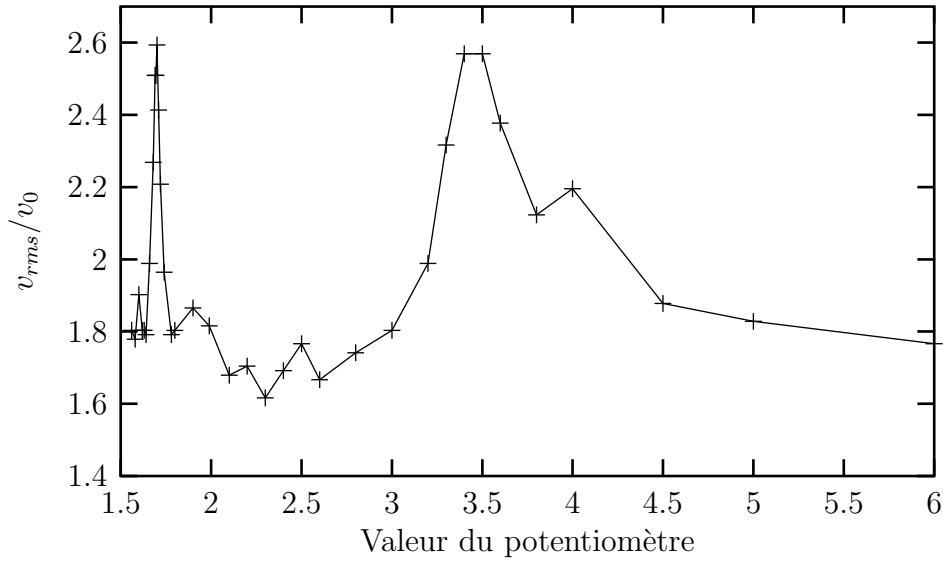


Figure 4.25: Largeur de la distribution en vitesse obtenue après refroidissement en fonction de la tension appliquée à la deuxième lame à retard variable.  $v_0$  est la largeur quadratique moyenne de l'état fondamental.

de refroidissement de l'ordre de 10 ms donne un optimum de refroidissement beaucoup plus prononcé.

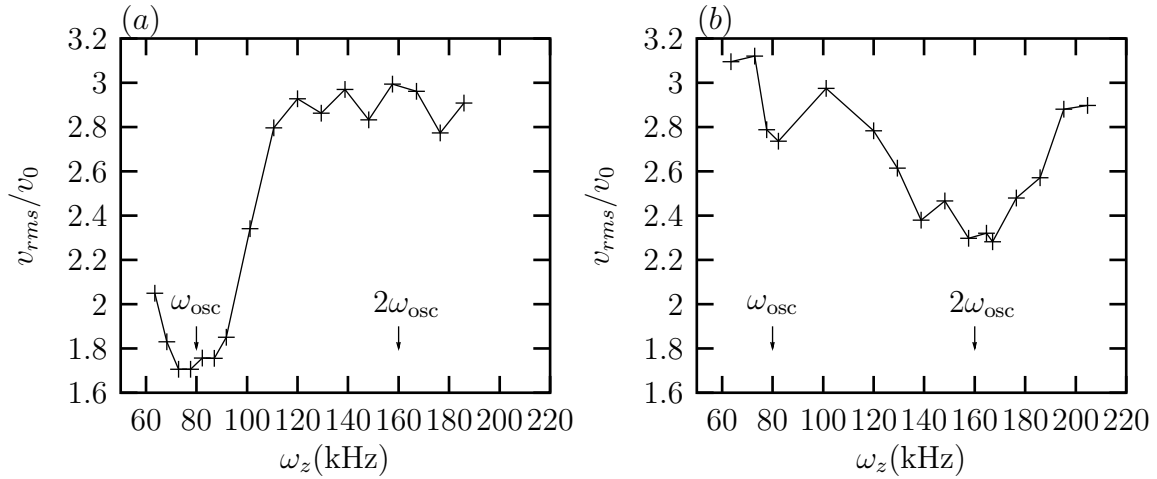


Figure 4.26: Refroidissement obtenu en 30 ms en fonction de la différence d'énergie Zeeman  $\omega_z$  entre deux niveaux adjacents.  $v_{rms}$  est la largeur quadratique moyenne de la distribution en vitesse et  $v_0 = \sqrt{\hbar m \omega / 2}$  est la largeur de l'état fondamental pour  $\omega_{osc} = 80$  kHz. Le graphe (a) a été effectué avec  $\phi = 0$  et le graphe (b) avec  $\phi = \pi$ .

Nous avons montré au paragraphe 4.3.3 que, si la polarisation du faisceau montant

du YAG est linéaire ( $\phi = 0$ ), alors il n'existe pas de couplage entre niveaux magnétiques qui modifie le niveau vibrationnel de deux unités. Par contre, si  $\phi = \pi/2$ , un tel couplage est non nul. Un refroidissement utilisant des transitions  $n \rightarrow n - 2$  est donc impossible dans le premier cas mais possible dans le second. Un tel refroidissement peut avoir lieu lorsque le champ magnétique appliqué est tel que  $\omega_z = 2\omega_{osc}$ . La figure 4.26 présente la température atteinte après 30 ms de refroidissement en fonction du champ magnétique pour  $\phi = 0$  sur le graphe (a) et pour  $\phi = \pi$  sur le graphe (b). Les valeurs du potentiomètre correspondant à ces deux valeurs de  $\phi$ , déduits de la figure 4.25, sont 1.7 et 2.3. Dans le cas où  $\phi = 0$ , aucun refroidissement ne se produit lorsque  $\omega_z = 2\omega_{osc}$ . Par contre, pour  $\phi = \pi/2$ , on observe un refroidissement pour cette valeur du champ magnétique, ce qui prouve l'existence d'un couplage  $n \rightarrow n - 2$ . Le refroidissement sur la deuxième bande latérale accumule les atomes dans les deux états  $n = 0$  et  $n = 1$  et est à priori très efficace car l'énergie enlevée par cycle de refroidissement est environ  $2\omega_{osc}$ . Cependant, le couplage  $n \rightarrow n - 1$  est beaucoup plus faible que le couplage  $n \rightarrow n$  qui existe lorsque  $\phi = 0$  car il est d'ordre deux en  $\eta = kz_0$ . Ceci explique que le refroidissement obtenu après 30 ms de refroidissement est peu important.

Pour étudier l'effet de la première lame, on se place maintenant dans le cas où  $\phi = 0$ . L'angle  $\alpha$  que fait la polarisation YAG avec la direction du champ magnétique détermine le couplage entre niveaux magnétiques. La figure 4.27 montre la variation de l'efficacité du refroidissement avec  $\theta$ . Le refroidissement est appliqué pendant 20 ms. La courbe est symétrique comme attendue et le refroidissement est presque nul pour  $\alpha = 0$ . Pour refroidir, on choisit  $\theta$  de 20 à 30°. Le couplage entre  $|m = 3, n = 1\rangle$  et  $|m = 3, n = 0\rangle$  est alors d'environ 5kHz ce qui est de l'ordre de la largeur  $\Gamma'$  du niveau  $|m = 2\rangle$ .

## Conclusion

Le refroidissement varie bien comme attendu en fonction des différents paramètres. Cependant, le nombre d'atomes accumulés dans l'état fondamental n'excède pas 70% environ. Un petit modèle du refroidissement, obtenu en faisant certaines approximations, est décrit dans la section suivante. Il n'explique pas la limite du refroidissement observée expérimentalement.

## 4.4 Modèle de refroidissement par bandes latérales

Le refroidissement par bandes latérales effectué peut être modélisé assez simplement dans certaines limites. Dans le refroidissement par bandes latérales dans l'état  $F = 3$ , la population du niveau excité  $|6P_{3/2}, F' = 2\rangle$  est toujours très faible car le couplage induit par le repompeur est très petit devant la largeur de  $|6P_{3/2}, F' = 2\rangle$ . On peut dans ces conditions faire une élimination adiabatique de l'état excité et ne considérer que les sous-niveaux magnétiques de  $F = 3$ . Seul le sous niveau  $m = 3$  est stable. Les

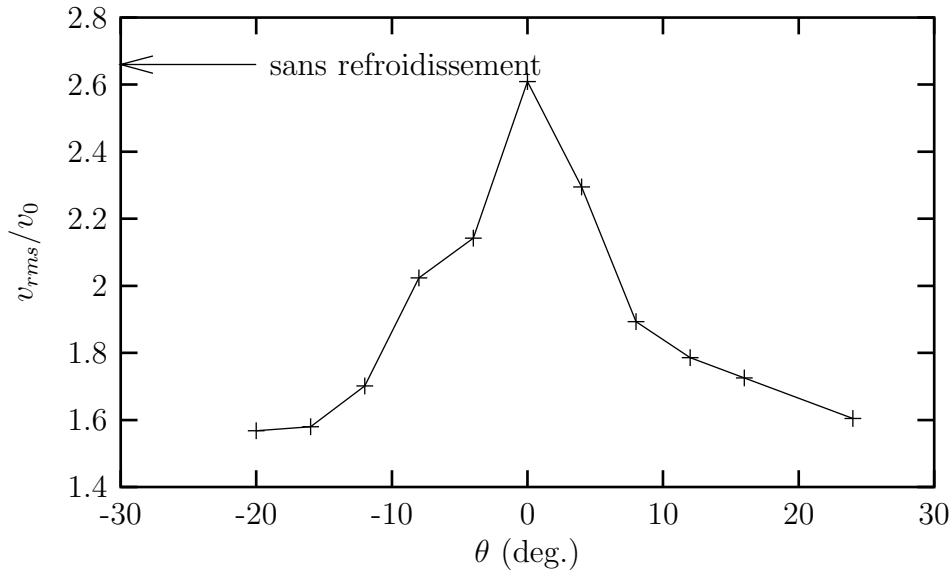


Figure 4.27: *Largeur quadratique moyenne de la distribution en vitesse pour différentes valeurs de l'angle dont est tournée la polarisation du bras montant.  $v_0 = \sqrt{m\hbar\omega/2}$  est la largeur en vitesse de l'état fondamental. Le refroidissement est appliqué pendant 20 ms.*

autres ont une largeur en énergie de l'ordre de  $\Gamma'$  finie due à la présence du repompeur. Il existe une superposition d'états  $m$  non couplée à l'état excité par le repompeur mais elle est couplée aux autres états par le champ magnétique. Elle a donc elle aussi une durée de vie finie qui, dans la limite où  $\Gamma'$  est très inférieur à l'effet Zeeman, est du même ordre que  $1/\Gamma'$ . Un traitement prenant en compte tout l'état  $F = 3$  peut se faire en écrivant une équation maîtresse prenant en compte le niveau vibrationnel et le niveau magnétique. Cependant, les calculs sont très compliqués et je n'ai pas essayé de les faire.

Pour extraire la physique sans conduire des calculs lourds, on modélise le système par un système à deux niveaux  $|f\rangle$  et  $|e\rangle$  dont l'état excité  $|e\rangle$  a une largeur en énergie  $\Gamma'$ . Le refroidissement d'un tel système dans un potentiel harmonique a été étudié [62, 64, 65] pour expliquer le refroidissement obtenu sur des ions piégés. Je présente ici un résonnement simple. On ne considérera qu'un seul degré de liberté,  $z$ , de fréquence d'oscillation  $\omega_{osc}$ .

Pour le refroidissement, un couplage entre l'état fondamental et l'état excité est établi. Dans notre expérience, ce couplage est assuré par une transition à deux photons du laser YAG. On l'écrit sous la forme

$$V_L = V(z)(|e\rangle \langle g| + |g\rangle \langle e|). \quad (4.54)$$

L'état excité a une énergie  $\hbar\omega_{osc}$  de façon à ce que la transition  $|f, n\rangle \rightarrow |e, n-1\rangle$  soit à résonance. Cette condition est assurée grâce au champ magnétique dans notre

expérience.

L'étude de l'évolution des populations des différents états atomiques nécessite l'écriture d'une équation maîtresse faisant intervenir tous les états  $|f, n\rangle$  et  $|e, n\rangle$ . Aucune équation analytique donnant le taux de refroidissement ne peut en être déduite dans le cas général et l'état stationnaire ne peut être calculé qu'au prix d'importantes astuces mathématiques[64]. Par contre, le cas limite où le couplage  $V$  est beaucoup plus faible que la largeur  $\Gamma'$  de l'état excité conduit à des calculs simples. En effet, dans cette limite, la population de l'état excité est toujours très faible et on peut faire une élimination adiabatique de l'état excité [65] ou appliquer une théorie perturbative [62]. Je propose ici un raisonnement plus simple valable uniquement dans la limite de Lamb Dicke. Considérons un atome dans l'état fondamental de niveau vibrationnel  $n : |f, n\rangle$ . Il est couplé par  $V$  aux états vibrationnels excités mais seule la transition  $|f, n\rangle \rightarrow |e, n-1\rangle$  est à résonance. Nous négligerons les autres transitions. Le taux de départ de  $|f, n\rangle$  induit par son couplage avec  $|e, n-1\rangle$  est, dans la limite des faibles saturations,

$$\Gamma_{eff}(n) = \frac{\Gamma'}{\hbar^2} \frac{|\langle n-1|V|n\rangle|^2}{\frac{\Gamma'^2}{4}}. \quad (4.55)$$

La quantité  $|\langle n-1|V|n\rangle|^2$  est, dans le cas du couplage  $V = V_0 \sin(\Delta kz)$  induit par le laser YAG,

$$|\langle n-1|V|n\rangle|^2 = V_0^2 \left| \langle n-1| \left( \Delta kz + \frac{1}{6}(\Delta kz)^3 + \dots \right) |n\rangle \right|^2 \quad (4.56)$$

Or  $\Delta k = 2k_{YAG} \sin(\theta)$  est de l'ordre de  $k_{Cs}$ . Donc, dans la limite de Lamb-Dicke,  $\Delta kz$  est très petit. On peut donc ne garder que le premier terme du développement et, en écrivant  $z = z_0(a + a^\dagger)$ , il vient

$$|\langle n-1|V|n\rangle|^2 = nV_0^2(\Delta kz_0)^2 = nV_1^2. \quad (4.57)$$

Donc, 4.55 devient

$$\Gamma_{eff}(n) = 4n \frac{V_1^2}{\hbar^2 \Gamma'}. \quad (4.58)$$

Lors de l'émission spontanée d'un photon, la probabilité pour que l'atome change de niveau vibrationnel est, dans la limite de Lamb-Dicke, très faible et on la négligera. Ainsi, à l'issue d'un processus "transfert dans  $|e\rangle$ -émission d'un photon spontané", le niveau vibrationnel de l'atome a diminué de 1. Donc la variation du niveau vibrationnel moyen est

$$\frac{d}{dt}n = -n4 \frac{V_1^2}{\hbar^2 \Gamma'}. \quad (4.59)$$

En moyennant sur la population des niveaux vibrationnels, on obtient

$$\frac{d}{dt}\langle n \rangle = -4\langle n \rangle \frac{V_1^2}{\hbar^2 \Gamma'} \quad (4.60)$$

Ainsi, le niveau vibrationnel moyen et donc l'énergie diminuent exponentiellement avec une constante de temps

$$\tau_{ref} = \frac{\hbar^2 \Gamma'}{4V_1^2}. \quad (4.61)$$

D'après ces calculs, les atomes à l'issue du refroidissement sont accumulés dans l'état fondamental. En effet en négligeant toute transition hors résonance comme nous l'avons fait, l'état fondamental est stable. En fait, par des transitions hors résonance, les atomes dans l'état fondamental vont pouvoir passer dans des états vibrationnels excités et l'équilibre atteint ne correspond plus à l'état fondamental. Dans le cas du refroidissement dans  $F = 3$ , par parité, l'état fondamental  $|m = 3, n = 0\rangle$  n'est couplé qu'aux états  $|m = 2, n = 1, 3, 5.. \rangle$ . On négligera les couplages vers les niveaux vibrationnels  $n > 1$  car, dans la limite de Lamb-Dicke, ils sont très inférieurs au couplage vers le niveau vibrationnel  $n = 1$ . Ainsi, on ne considère que le processus dans lequel  $|m = 3, n = 0\rangle$  est transféré vers  $|m = 2, n = 1\rangle = |e, n = 1\rangle$ .

Une fois transférés dans  $|e, n = 1\rangle$ , les atomes retombent dans l'état fondamental par émission spontanée. Comme la condition de Lamb Dicke est satisfaite, la probabilité de peupler un état vibrationnel différent de  $|n = 1\rangle$  est très faible et on la néglige. Finalement, le seul processus envisagé est un départ de  $|f, n = 0\rangle$  vers  $|f, n = 1\rangle$ . Il s'effectue à un taux

$$\Gamma_{n=0 \rightarrow n=1} = \frac{\Gamma' |\langle 1|V|0\rangle|^2}{\hbar^2 \frac{\Gamma'^2}{4} + 4\omega_{osc}^2} \simeq \frac{\Gamma' V_1^2}{\hbar^2 4\omega_{osc}^2} \quad (4.62)$$

Le niveau  $|f, n = 1\rangle$  est, quant à lui, couplé de façon résonance à  $|e, n = 0\rangle$  qui se désexcite vers  $|f, n = 0\rangle$  avec une très grande probabilité. Le taux de transfert de la population de  $|f, n = 1\rangle$  vers  $|f, n = 0\rangle$  est

$$\Gamma_{n=1 \rightarrow n=0} = \frac{\Gamma' |\langle 1|V|0\rangle|^2}{\hbar^2 \frac{\Gamma'^2}{4}} \simeq \frac{4V_1^2}{\hbar^2 \Gamma'} \quad (4.63)$$

A l'état stationnaire, les populations  $\Pi_0$  et  $\Pi_1$  de  $|n = 1\rangle$  et  $|n = 0\rangle$  ne varient pas. Les deux processus précédents, représentés figure 4.28, s'équilibrent donc. On a alors

$$\Pi_1 \Gamma_{n=1 \rightarrow n=0} = \Pi_0 \Gamma_{n=0 \rightarrow n=1}, \quad (4.64)$$

ce qui donne

$$\Pi_1 = \frac{\Gamma'}{16\omega_{osc}^2} \Pi_0. \quad (4.65)$$

L'excès d'énergie dû à l'absorption hors résonance est donc

$$E_{eq} = \frac{\hbar \Gamma'^2}{16\omega_{osc}}. \quad (4.66)$$



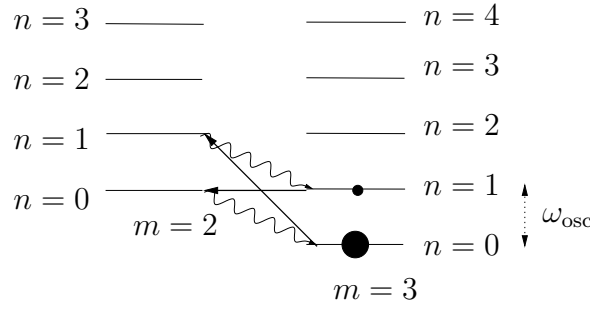


Figure 4.28: *Les deux processus en compétition qui définissent l'état stationnaire du refroidissement.*

Dans cette analyse, on a systématiquement supposé que l'émission spontanée ne s'accompagnait d'aucun changement de niveau vibrationnel, ce qui correspond à négliger l'énergie apportée par l'émission spontanée par rapport à l'énergie vibrationnelle. L'énergie déposée à la suite de l'émission spontanée est de quelques énergies de recul. En effet, plusieurs photons peuvent être nécessaires pour pomper les atomes dans  $m = 3$ . On notera  $s_z E_{rec}$  l'augmentation d'énergie moyenne du mouvement vertical à l'issue de l'émission spontanée ( $s_z$  est de l'ordre de 1. Il dépend du nombre de photons nécessaires pour pomper les atomes dans  $|F = 3, m = 3\rangle$  et de la polarisation des photons émis par rapport à l'axe  $z$ ). La prise en compte de cette énergie diminue la constante de temps de refroidissement d'un facteur  $(1 - s_z \omega_{rec}/\omega_{osc})$ . Le refroidissement est toujours limité par des excitations hors résonance de l'état fondamental mais une excitation hors résonance apporte, en tenant compte de l'énergie de recul,  $\hbar(\omega_{osc} + s_z \omega_{rec})$ . En tenant compte de ce facteur et de la diminution de l'efficacité du refroidissement, l'énergie finale s'écrit, au premier ordre en  $\omega_{rec}/\omega_{osc}$ ,

$$E_{eq} = \frac{\hbar \Gamma'^2}{16 \omega_{osc}} \left( 1 + 2 \frac{s_z \omega_{rec}}{\omega_{osc}} \right) \quad (4.67)$$

### Comparaison avec l'expérience

Dans notre expérience, la largeur du niveau excité  $\Gamma'$  est de l'ordre du kHz. Par exemple, pour le refroidissement présenté figure 4.23, la puissance mesurée du laser 3-2 est de  $2,4 \times 10^{-2} I_{sat}$ . La largeur en énergie de l'état  $|m = 2\rangle$  estimée à partir de 4.39 est alors de  $30 \text{ ms}^{-1}$  ( $\Gamma'/(2\pi) \simeq 5 \text{ kHz}$ ). D'autre part, le temps de polarisation à  $1/e$  mesuré à partir d'atomes non polarisés est de  $0.35 \text{ ms}$ , ce qui, sachant qu'environ 6 photons sont nécessaires pour polariser, donne un taux d'excitation moyen de  $17 \text{ ms}^{-1}$ , du même ordre de grandeur que la valeur calculée. La polarisation du bras montant du YAG étant tournée d'un angle de  $20^\circ$  par rapport à l'horizontale, la fréquence de Rabi du couplage du YAG est de l'ordre de  $5 \text{ kHz}$ . Pour ces paramètres, on a mesuré un temps de refroidissement à  $1/e$  de  $\tau_{ref} = 2,6 \text{ ms}$  et un état stationnaire correspondant à  $E_{eq} = E_{eq} = 0,35 \omega_{osc}$ . Or d'après les formules 4.61 et 4.67, en prenant  $\Gamma'/(2\pi) = 5 \text{ kHz}$

et  $2V/\hbar = 5$  kHz,

$$\begin{cases} \tau_{\text{ref}} = 0.03 \text{ ms} \\ E_{\text{eq}} = 0.004\hbar\omega_{\text{osc}} \end{cases} \quad (4.68)$$

Le temps de refroidissement obtenu expérimentalement est 100 fois plus grand, ainsi que l'énergie d'équilibre. Une prise en compte de l'énergie  $s_z E_{\text{rec}}$  libérée lors de l'émission spontanée ne change pas beaucoup les estimations et n'explique pas l'écart avec la théorie.

En fait, les calculs précédents, valables pour des faibles saturations, ne s'appliquent pas dans notre cas où  $\Gamma' \simeq V$ . La saturation des transitions peut expliquer une augmentation du temps de refroidissement car le taux d'excitation du niveau vibrationnel  $n$ , au lieu d'augmenter proportionnellement à  $n$  comme dans 4.58, sature à une valeur  $\Gamma'/2$ . D'autre part, la largeur de la distribution des fréquences d'oscillation dans le nuage d'atomes, de l'ordre de 20 kHz, est plus importante que la largeur de l'excitation de l'ordre de  $\Gamma'$ . Certains atomes sont donc hors résonance et leur refroidissement est donc plus lent.

Les deux éléments ci-dessus n'expliquent cependant pas la valeur très élevée de l'énergie d'équilibre observée expérimentalement.



## Chapter 5

# Manipulation de l'état quantique du mouvement

La méthode de refroidissement utilisant les deux sous niveaux hyperfins  $F = 3$  et  $F = 4$  décrite au paragraphe 4.2 permet d'accumuler environ 90% des atomes dans l'état fondamental du mouvement dans la direction verticale. A partir de cet état quantique quasiment pur, une manipulation cohérente des atomes peut produire d'autres états quantiques. Nous avons ainsi produit des états vibrationnels excités, des superpositions cohérentes d'états vibrationnels et des états comprimés. Ces derniers sont, comme l'état fondamental, des états d'incertitude minimum mais leur largeur en impulsion peut être plus petite que celle de l'état fondamental, cette diminution étant compensée par un étalement plus important en position. Ces manipulations de l'état des atomes ont été rendues possibles grâce à deux techniques. D'une part, la grande flexibilité des transitions Raman a permis de produire les états vibrationnels et leur superpositions. D'autre part, la possibilité de modifier rapidement le piège dipolaire a permis la production d'états comprimés. De plus, par la coupure rapide du piège et la technique de temps de vol, nous observons directement la distribution en impulsion de l'état quantique produit. Comme un nombre important d'atomes sont piégés, une image unique donne accès à la distribution en impulsion de l'état quantique. Dans le cas d'un état non stationnaire, l'évolution de cette distribution en fonction du temps suffit à caractériser complètement la fonction d'onde. La distribution en impulsion de l'état vibrationnel  $|n = 1\rangle$  a ainsi été visualisée pour la première fois. La fonction d'onde de  $|n = 1\rangle$  a un noeud et sa distribution en impulsion, inexplicable classiquement, est une belle illustration de la mécanique quantique.

Un ion unique dans un piège de Paul a aussi été refroidi dans l'état fondamental du mouvement par la méthode du refroidissement par bandes latérales[15]. De multiples états quantiques purs ont été réalisés à partir de cet état pur[20, 21]. Leur caractérisation utilisait la dépendance de la fréquence de Rabi du couplage  $n \rightarrow n + 1$  avec le niveau vibrationnel  $n$ . Une analyse spectrale des oscillations induite par un tel couplage donne les populations des différents niveaux vibrationnels.

Pour des atomes neutres, un état quantique quasiment pur a pu être réalisé à l'issue d'un refroidissement évaporatif dans des pièges magnétiques pour un gaz de Bosons[30]. Grâce à la statistique de Bose, l'accumulation d'une grande partie des atomes dans un état quantique pur (condensation de Bose) apparaît pour une température bien plus élevée que l'énergie séparant l'état quantique fondamental du premier état excité[9]. L'état quantique produit est cependant très différent de l'état quantique d'un atome unique dans le piège à cause des interactions entre atomes[31]. La production de condensats de Bose dans un état quantique différent de l'état correspondant à l'équilibre thermodynamique est difficile à obtenir. Cependant, des condensats de Bose dans un état de moment cinétique non nul ont été réalisés récemment[66, 67]. Pour un atome unique, un tel état est une superposition d'états vibrationnels excités dans les différentes direction du mouvement. Mais dans ces expériences, les interactions entre atomes modifient de façon importante la fonction d'onde.

## 5.1 Etats vibrationnels

Le premier état quantique pur que nous avons produit est l'état vibrationnel  $|n = 1\rangle$ . Les atomes, initialement refroidis dans l'état fondamental  $|F = 3, n = 0\rangle$ , sont transférés dans l'état  $|F = 4, n + 1\rangle$  à l'aide d'une transition Raman. Pour avoir une efficacité de transfert proche de 1, nous utilisons une impulsion balayée en fréquence identique à celle utilisée pour mesurer l'efficacité du refroidissement. Comme le montre le graphe 4.11, une telle impulsion appliquée avec un désaccord initial de 120 kHz, transfère environ 80% des atomes dans  $|F = 4, n = 1\rangle$ . Une image par absorption, qui ne détecte que les atomes transférés dans  $F = 4$ , est ensuite prise après un temps de vol. La distribution en vitesse de  $|n = 1\rangle$ ,

$$P_{n=1}(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}v_0^3}v^2 e^{\frac{v^2}{2v_0^2}}, \quad (5.1)$$

est représentée figure 5.1. Elle a deux maximum en  $v = \pm\sqrt{2}v_0$  et s'annule en  $v = 0$ . L'image des atomes prise avec 10 ms de temps de vol (5.2(b)) a bien la double structure attendue. Cependant, comme le montre la coupe verticale de cette image 5.2(d), la distribution spatiale des atomes ne s'annule pas entre les deux pics. Ceci est uniquement dû à un effet de taille initiale du nuage d'atomes comme nous le montrons ci-dessous. Si la distribution en vitesse  $P(v)$  des atomes ne dépend pas de leur position, la distribution spatiale des atomes  $F(z)$  après un temps de vol  $t_{dv}$  est

$$F_{t_{dv}}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} P(v)F_0(z - vt_{dv})dv = \int_{-\infty}^{\infty} F_0(z_0)\frac{1}{t_{dv}}P\left(\frac{z - z_0}{t_{dv}}\right)dz_0, \quad (5.2)$$

où  $F_0$  est la distribution spatiale initiale du nuage.  $F_0$  est mesurée à l'aide d'une image prise sans temps de vol. Elle est bien ajustée par une gaussienne de largeur rms  $\sigma_0 = 56 \mu\text{m}$ . En supposant que tous les atomes sont dans  $|n = 1\rangle$  ( $P = P_{n=1}$ ), la

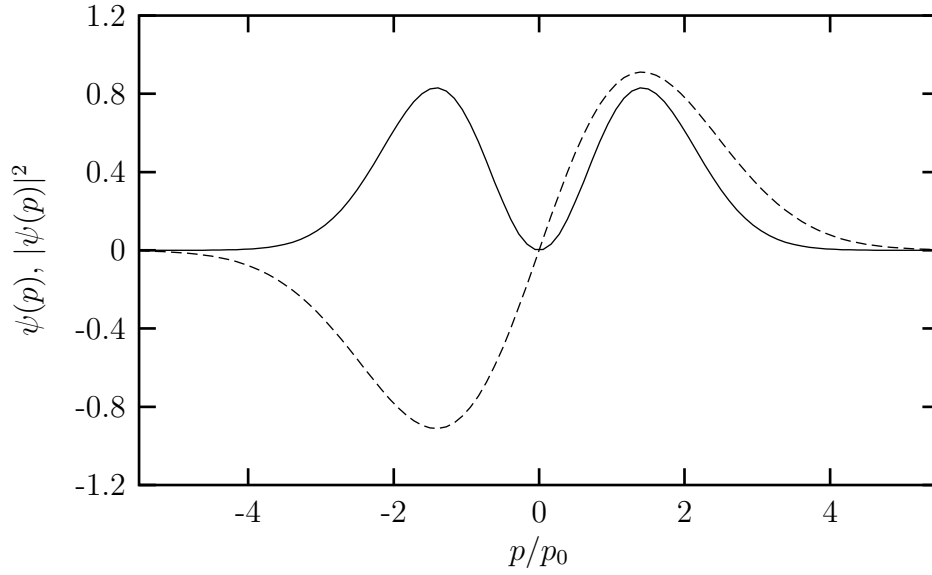


Figure 5.1: *Distribution en impulsion de l'état vibrationnel  $|n = 1\rangle$ . La fonction d'onde est représentée en ligne pointillées.  $p_0 = \sqrt{\hbar m \omega_{\text{osc}}/2}$  est la largeur quadratique moyenne de l'état fondamental.*

fonction  $F_{t_{av}}$  calculée en prenant pour  $F_0$  une gaussienne de largeur  $\sigma_0$ , est la courbe en trait plein de la figure 5.2(e). Le seul paramètre libre, l'amplitude, a été ajustée à la main. Cette courbe reproduit très bien les données expérimentales, ce qui montre que l'on a bien produit l'état quantique pur  $|n = 1\rangle$ .

Des niveaux vibrationnels plus élevés sont aussi réalisables. Pour produire l'état vibrationnel  $|n = 2\rangle$  par exemple, on peut, à partir de l'état fondamental, réaliser une transition Raman augmentant le niveau vibrationnel de 2. Cependant, le couplage Raman  $n \rightarrow n + 2$  est très faible dans la limite de Lamb-Dicke car il est d'ordre 2 en  $\eta = kz_0$ . En effet, alors que l'équation 4.26 montre que ce couplage est nul à l'ordre 1 en  $\eta = kz_0$ , le développement de 4.23 à l'ordre 2 introduit un couplage  $n \rightarrow n + 2$ . Comme nous ne disposons pas d'une puissance Raman suffisante pour réaliser efficacement une telle transition, nous avons utilisé une méthode différente, en plusieurs étapes. Dans un premier temps, l'état  $|F = 4, n = 1\rangle$  est produit comme précédemment. Ensuite, on peut effectuer une transition  $|F = 4, n = 1\rangle \rightarrow |F = 3, n = 2\rangle$ . Pour faire une image des atomes, il faut alors les pomper optiquement dans  $F = 4$  et tous les atomes sont détectés. L'utilisation de plusieurs impulsions nécessite, pour avoir, à la fin, un niveau vibrationnel pur, une très bonne efficacité de transfert. Ainsi, si chaque impulsion a une efficacité de transfert de l'ordre de 80% (valeur typique obtenue pour les bandes latérales), seulement 64% des atomes sont à la fin dans  $|F = 3, n = 1\rangle$ .

Nous avons obtenu un résultat meilleur en procédant en trois étapes. Nous produisons d'abord  $|F = 4, n = 1\rangle$ , puis nous effectuons une impulsion  $|F = 4, n\rangle \rightarrow |F = 3, n\rangle$  sans changement de niveau vibrationnel. Une telle impulsion peut avoir une efficacité

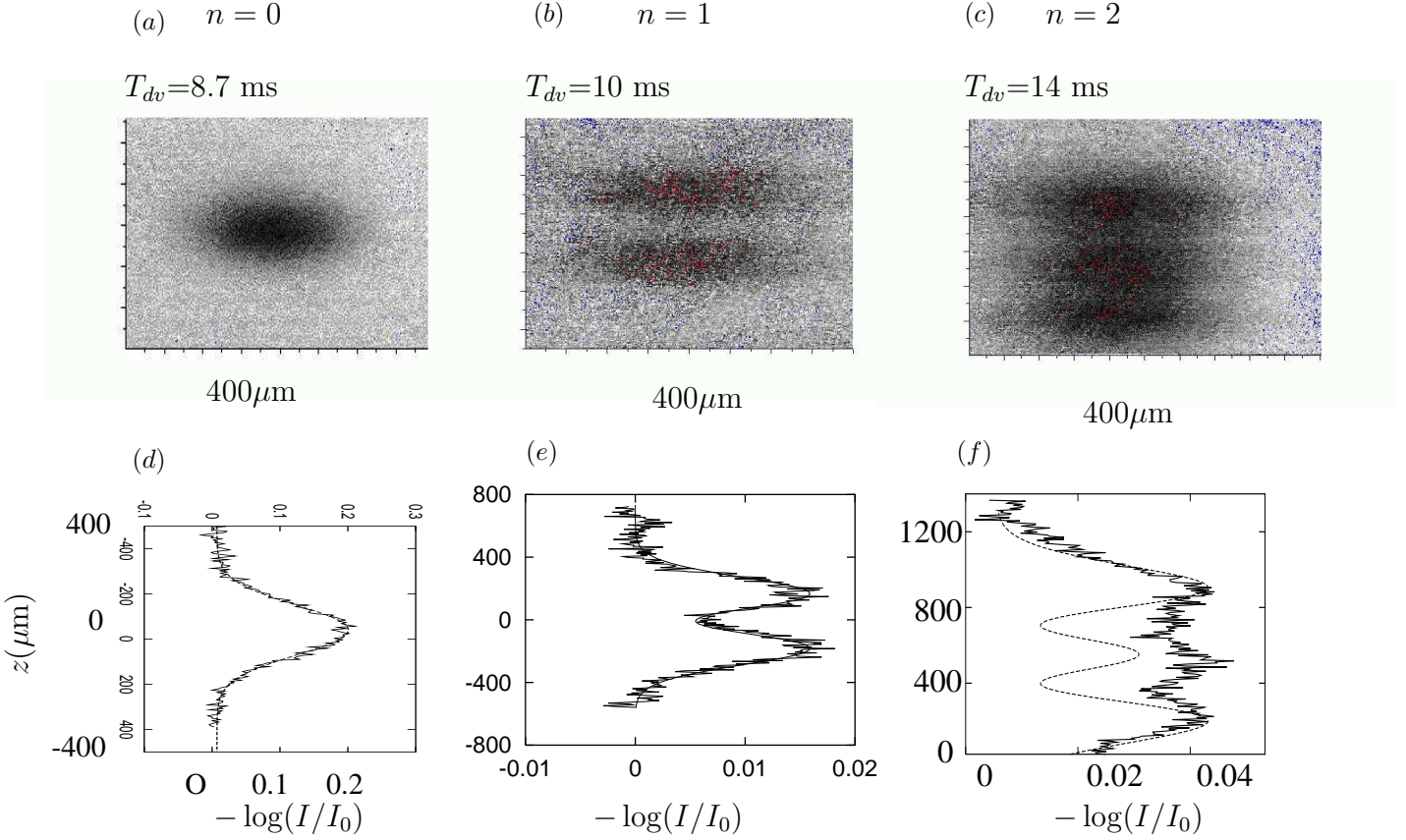


Figure 5.2: Images des atomes préparés dans  $|n=0\rangle$ ,  $|n=1\rangle$  et  $|n=2\rangle$ . Le temps de vol de chaque image est indiqué sur chaque figure. Les coupes verticales sont représentées sous les images. Les courbes non bruitées sont les distributions attendues pour un état quantique pur. Elles résultent d'une convolution de la distribution en vitesse de l'état vibrationnel avec la distribution suivant  $z$  du nuage avant le temps de vol.

de transfert très proche de 1 car le couplage est très important. Ensuite, une deuxième impulsion effectuant la transition  $|F=3, n\rangle \rightarrow |F=4, n+1\rangle$  est effectuée. Lors de la détection, seuls les atomes transférés dans  $F=4$  sont détectés. La figure 5.2(c) présente une image prise après un temps de vol de 14 ms. On distingue les trois bosses caractéristiques de la distribution en vitesse de  $|n=2\rangle$ . Cependant, la distribution en vitesse de  $|n=2\rangle$  s'annule en  $v = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\hbar\omega/m}$ , ce qui n'est pas le cas de la distribution en position à l'issue du temps de vol. L'effet de taille initiale n'explique pas un contraste aussi faible que sur la figure 5.2. La population de l'état  $|n=2\rangle$  n'est donc pas de 100%. Ceci est sans doute dû aux atomes qui étaient restés dans  $|F=3, n=0\rangle$  à l'issue de la première impulsion. Ceux-ci ont en effet été transféré dans  $|F=4, n=0\rangle$  lors de la deuxième impulsion.

## 5.2 Superposition d'états vibrationnels

Ayant obtenu les états quantiques stationnaires  $|n = 0\rangle$  et  $|n = 1\rangle$ , nous avons ensuite cherché à produire des superpositions cohérentes de ces deux états. Ceci est effectué, à partir de l'état fondamental, à l'aide d'une impulsion Raman d'une durée de  $11 \mu\text{s}$  suffisamment courte pour ne pas résoudre la structure vibrationnelle de la transition. En effet, la période d'oscillation verticale d'environ  $14 \mu\text{s}$  pour ces expériences ( $\omega_{\text{osc}} = 2\pi \times 70 \text{ kHz}$ ), est légèrement plus grande que  $11 \mu\text{s}$ . Une telle impulsion peut donc transférer les atomes à la fois vers  $n = 0$  et  $n = 1$ , créant dans l'état  $F = 4$  une superposition cohérente des deux niveaux vibrationnels. La population des niveaux vibrationnels plus élevés est quasiment nulle. En effet, les transferts de  $n = 0$  vers  $n = 2, 3, \dots$  sont négligeables car les couplages permettant ces transitions, d'ordre  $2, 3, \dots$  en  $\eta$ , sont beaucoup plus petits que les couplages vers  $n = 0$  et  $n = 1$ . De plus, nous choisissons une impulsion suffisamment peu puissante pour que des transferts  $|F = 3, 0\rangle \rightarrow |F = 4, n\rangle \rightarrow |F = 3, n'\rangle \rightarrow |F = 4, n''\rangle$  soient quasiment inexistantes : seulement environ 50% des atomes sont transférés dans  $F = 4$ .

Le rapport des populations transférées dans les états  $n = 0$  et  $n = 1$  dépend du désaccord de l'impulsion Raman. Pour un désaccord nul, la population transférée dans  $|F = 4, n = 1\rangle$  est très petite. Elle augmente lorsque le désaccord augmente et est plus importante que la population transférée dans  $|F = 4, n = 0\rangle$  pour un désaccord égal à la fréquence d'oscillation.

Dans le cas d'un désaccord nul, l'état produit dans  $F = 4$  est une superposition

$$|0\rangle + \alpha |1\rangle, \quad |\alpha| \ll 1. \quad (5.3)$$

La distribution en impulsion d'un tel état est quasiment gaussienne et son évolution est une oscillation presque sans aucune déformation. En effet, comme  $|\alpha|$  est petit, l'état produit est quasiment l'état cohérent

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|}{2}} \left( |0\rangle + \alpha |1\rangle + \frac{\alpha^2}{\sqrt{2}} |2\rangle + \dots \right). \quad (5.4)$$

Or l'évolution d'un tel état est une oscillation sans déformation. Cette évolution est l'oscillation classique d'un nuage d'atomes ayant la même distribution initiale en position et en impulsion que l'état cohérent  $\alpha$ . La distribution en vitesse des atomes, un temps  $t$  après la fin de l'impulsion Raman, est mesurée par une image prise avec un temps de vol de 8 ms. La figure 5.3(d) donne les coupes verticales des images pour différents temps d'évolution. La forme de la distribution reste gaussienne mais son centre oscille, comme attendu. L'amplitude pic-pic des oscillations en vitesse est de  $9.0 \text{ mm/s} = 8.86 v_0$ , ce qui correspond à une population relative de  $n = 1$  de 0.08 ( $\alpha = 0.28$ ).

En choisissant le bon désaccord, on peut égaliser les populations transférées dans  $n = 0$  et  $n = 1$ . L'état produit est alors  $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + e^{i\phi}|1\rangle)$ . L'évolution attendue



de la distribution en vitesse d'un tel état est reportée figure 5.3(b). Expérimentalement, le désaccord qui permet de reproduire le mieux l'évolution attendue est de 50 kHz ( $0.7\omega_{osc}$ ). La figure 5.3(c) donne les coupes d'images prises après 8 ms de temps de vol, en fonction du temps séparant la fin de l'impulsion Raman de la coupure du piège. Comme la taille initiale du nuage, d'environ  $50 \mu\text{m}$ , est peu importante par rapport à la largeur des distributions obtenues après temps de vol, ces coupes donnent essentiellement la distribution en vitesse des atomes. L'évolution de ces distributions reproduit raisonnablement l'évolution attendue et est très différente de l'évolution classique d'une distribution en impulsion.

## 5.3 Etats comprimés

### Etats comprimés en optique

La notion d'états comprimés a été développée en optique quantique. Ces états permettent d'améliorer la précision des interféromètres en réduisant les fluctuations quantiques de la mesure effectuée. C'est pourquoi leur production fait l'objet d'études importantes en optique quantique<sup>1</sup>. La définition et les propriétés de ces états sont présentées très simplement ci-dessous où l'on ne considère qu'un seul mode du champ.

Un mode du champ électromagnétique de fréquence  $\omega$  est décrit par l'hamiltonien d'un oscillateur harmonique  $H = \hbar(\omega a^+ a + 1/2)$ . L'opérateur champ électrique  $E$  s'écrit  $E = E_0(a + a^+)$ . Sa variable conjuguée<sup>2</sup>  $E_c = iE_0(a - a^+)$  est proportionnelle au potentiel vecteur. Comme  $E$  et  $E_c$  sont conjuguées, pour tout état du champ, les largeurs quadratiques moyennes des distributions en  $E$  et en  $E_c$  vérifient

$$\Delta E \Delta E_c \geq E_0^2. \quad (5.5)$$

De façon générale, si on définit  $E_\theta$  par  $E_\theta = E_0(e^{i\theta} a + e^{-i\theta} a^+)$ ,  $\Delta E_\theta$  et  $\Delta E_{\theta+\pi/2}$  vérifient aussi l'inégalité

$$\Delta E_\theta \Delta E_{\theta+\pi/2} \geq E_0^2. \quad (5.6)$$

L'égalité dans cette inégalité n'est vérifiée, pour tout  $\theta$ , que pour le vide qui est l'état d'énergie minimum et tous les états cohérents. Pour ces états, on a pour tout  $\theta$ ,  $\Delta E_\theta = E_0$ .

Les états comprimés se caractérisent par une variance de l'une des quadratures du champ électrique  $E_\theta$  inférieure à celle du vide. D'après la relation d'incertitude entre  $E_\theta$  et sa variable conjuguée  $E_{\theta+\pi/2}$ , la variance en  $E_{\theta+\pi/2}$  est au contraire plus importante que celle du vide. Une représentation utile d'un état du champ est sa fonction de Wigner  $W(E, E_c)$ . Elle est définie par le fait que, pour tout  $\theta$ , la distribution de la variable  $E_\theta$  est la projection de  $W$  sur l'axe  $E_\theta$  faisant un angle  $\theta$  avec  $E$  dans le plan  $(E, E_c)$ . Ainsi un état comprimé a une représentation de Wigner typique similaire à celle représentée figure 5.4.

<sup>1</sup>Pour une présentation des états comprimés en optique, voir [68] et les références à l'intérieur.

<sup>2</sup>Leur commutateur est  $2iE_0^2$ .

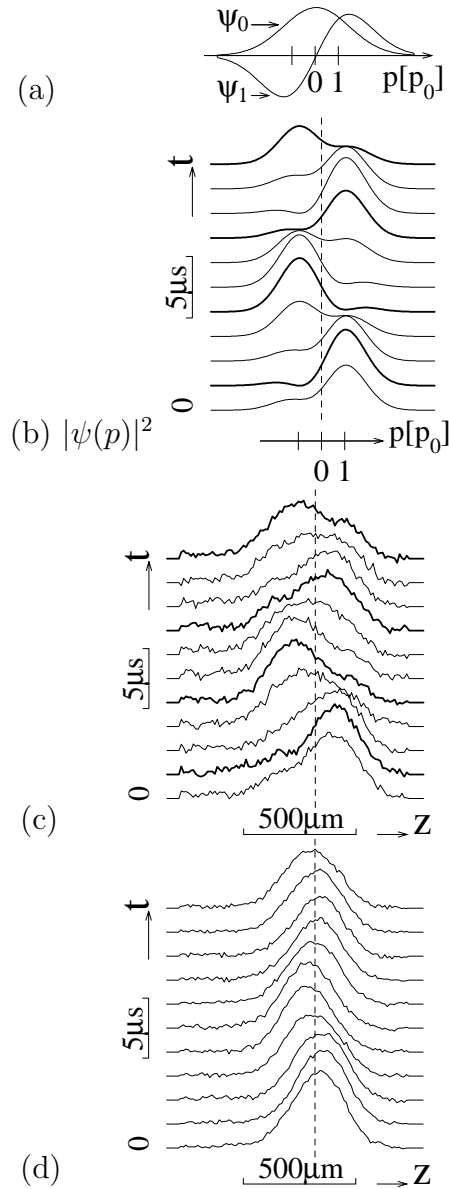


Figure 5.3: Evolution de la distribution en impulsion (c) d'une superposition des niveaux vibrationnels  $|n = 0\rangle$  et  $|n = 1\rangle$  avec des poids égaux et (d) d'un état cohérent à très faible nombre vibrationnel moyen ( $\langle n \rangle = 0.08$ ). Les courbes sont les coupes verticales d'images prises après 8 ms de temps de vol. Le temps  $t$  d'évolution dans le piège (qui est la durée séparant la fin de l'impulsion Raman et la coupure du piège), nul pour la première coupe, est augmenté de  $2\mu\text{s}$  d'une coupe à l'autre. La figure (b) donne l'évolution de la distribution en vitesse d'une superposition de  $|n = 0\rangle$  et  $|n = 1\rangle$  avec des poids égaux.

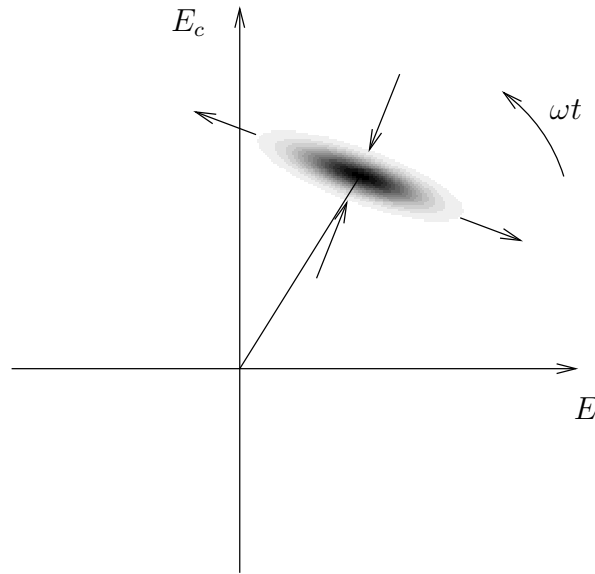


Figure 5.4: Représentation de Wigner d'un état comprimé du champ électromagnétique.

L'évolution de  $W$  sous l'effet de  $H_0$  est une rotation dans le plan  $(E, E_c)$  à la fréquence  $\omega$ . Donc la quadrature selon laquelle la distribution est comprimée tourne elle aussi. La distribution en champ électrique étant la projection de  $W$  sur l'axe  $E$ , la rotation de  $W$  entraîne une évolution périodique de sa largeur de fréquence  $2\omega$ , comme représenté figure 5.5.

Les états comprimés, sont obtenus à partir d'un état cohérent, par l'utilisation de processus non linéaires<sup>3</sup>. L'une des méthodes de production utilise un amplificateur paramétrique optique.

La détection des états comprimés est effectuée par détection homodyne. Cette technique permet de mesurer la distribution selon une quadrature  $E_{\theta(t)}$ , où l'angle  $\theta(t) = \theta + \omega t$  accompagne la rotation de la distribution de Wigner.

### Etat comprimés du mouvement d'une particule piégée

Le hamiltonien d'une particule piégée est formellement similaire à celui d'un mode du champ électromagnétique, la position étant l'analogue du champ électrique et l'impulsion celui du potentiel vecteur. Il est donc naturel d'étudier les états comprimés d'une particule piégée. Par analogie avec les états comprimés en optique, la distribution en impulsion d'un tel état  $|\psi\rangle$  évolue à la fréquence  $2\omega$ , la largeur oscillant entre une valeur inférieure à celle de l'état fondamental et une largeur supérieure.

Des états comprimés du mouvement ont déjà été obtenus sur des ions piégés. Leur

<sup>3</sup>Des états comprimés peuvent cependant être directement fournis par la source Laser dans le cas des diodes laser.

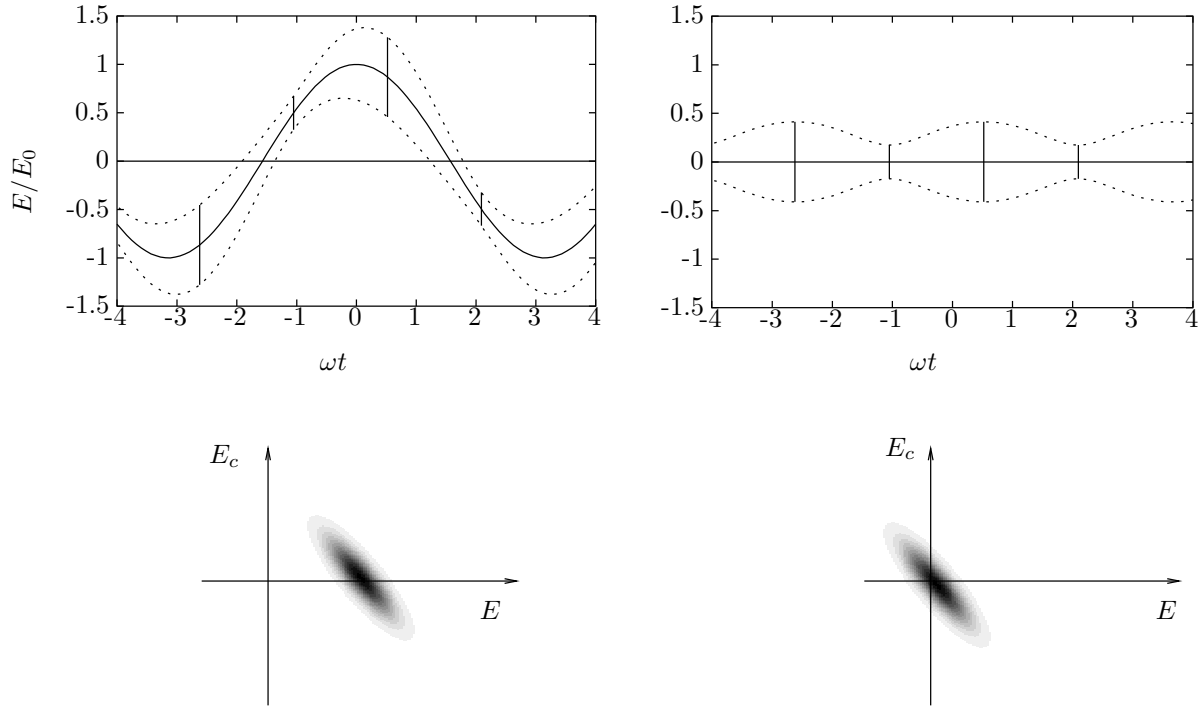


Figure 5.5: *Evolution de la distribution en champ électrique d'états comprimés. A droite, est représenté le vide comprimé. Les lignes solides représentent la valeur moyenne du champ électrique. Les lignes pointillées correspondent aux valeurs du champ électrique deux fois moins probables que la valeur moyenne. Sous les graphes, la distribution de Wigner au temps  $t = 0$  est représentée.*

production par amplification paramétrique[20] est très similaire à celle d'états comprimés en optique par amplification paramétrique<sup>4</sup>. La production d'états comprimés du mouvement par modification brutale de la raideur du potentiel piégeant est aussi possible[59]. Cette méthode a été appliquée dans un régime classique[69]. Dans cette expérience, la largeur de la distribution en impulsion reste toujours supérieure à celle de l'état fondamental et les atomes ne sont pas dans un état quantique pur.

Dans notre expérience, les états comprimés sont obtenus très simplement par une extinction temporaire du potentiel piégeant. Nous avons pu ainsi obtenir une réduction de la largeur en impulsion d'un facteur 4. Contrairement aux expériences réalisées avec les ions, nous pouvons, à l'aide d'images prises après un temps de vol, mesurer à chaque instant la distribution en impulsion de l'état des atomes.

La suite du chapitre est organisée comme suit. Tout d'abord, on fera le calcul de l'évolution attendue des atomes lors de la séquence temporelle utilisée. La compréhension de l'expérience est très simple si on utilise l'image géométrique associée à la distri-

<sup>4</sup>Nous reviendrons au paragraphe 5.3.5 sur ce mode de production des états comprimés.

bution dans l'espace des phases de l'état des atomes (distribution de Wigner). Dans un premier temps, nous utiliserons donc ce point de vue. Dans un deuxième temps, nous analyserons l'évolution en utilisant un point de vue différent qui consiste à calculer l'évolution des opérateurs, notamment l'opérateur annihilation d'une excitation  $a$ . Nous retrouverons ensuite l'image géométrique à partir de la deuxième approche, faisant ainsi le lien avec la première approche. Le point de vue de Heisenberg conduit lui-aussi à des calculs très simples que nous présenterons. Finalement, nous montrerons que les états produits à l'issue d'une excitation paramétrique sont bien identiques à ceux réalisés dans notre expérience. Ainsi, les états comprimés réalisés ici sont identiques à ceux réalisés sur des ions piégés par amplification paramétrique et aux états comprimés obtenus en optique.

Nous présentons ensuite nos résultats expérimentaux.

Dans ce qui suit, pour alléger l'écriture, on choisit comme unité de longueur  $\sqrt{\hbar/(m\omega_{osc})}$ , comme unité de temps  $1/\omega_{osc}$  et comme unité de masse  $m$ . On a ainsi

$$\hbar = m = \omega_{osc} = 1. \quad (5.7)$$

On omettra donc, dans les expressions ces constantes. La taille quadratique moyenne de l'état fondamental est, avec ces unités,  $1/\sqrt{2}$ .

### 5.3.1 Analyse utilisant la fonction de Wigner

Dans notre expérience, le vide comprimé est obtenu, à partir de l'état fondamental, après extinction du potentiel piégeant pendant une durée  $\tau_1$  de quelques micro-secondes. Le plus simple pour comprendre les expériences est de considérer la fonction de Wigner de l'état  $|\psi\rangle$  du centre de masse des atomes

$$W(z, p) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ipu} \langle z + u/2 | \psi \rangle \langle \psi | z - u/2 \rangle du = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ivz} \langle p + v/2 | \psi \rangle \langle \psi | p - v/2 \rangle dp. \quad (5.8)$$

Si le potentiel  $V$  vu par les atomes est nul, linéaire ou d'ordre 2 en  $x$ , alors  $W$  obéit à l'équation d'évolution classique d'une distribution dans l'espace des phases

$$\left. \frac{dW}{dt} \right)_{\text{part}} = \frac{\partial W}{\partial z} p + \frac{\partial W}{\partial p} \left( -\frac{\partial V}{\partial z} \right) + \frac{\partial W}{\partial t} = 0. \quad (5.9)$$

L'évolution de  $W$  est donc celle d'une distribution classique pendant toute l'expérience :  $W$  "suit" les trajectoires classiques dans l'espace des phases.<sup>5</sup> Initialement,  $W$  est la distribution de Wigner de l'état fondamental

$$W_0(z, p) = \frac{1}{\pi} e^{-z^2} e^{-p^2}. \quad (5.10)$$

---

<sup>5</sup>Même si  $W$  n'est pas une distribution classique car elle a des parties négatives (comme la distribution de Wigner de  $|n=1\rangle$ ), son évolution est classique.

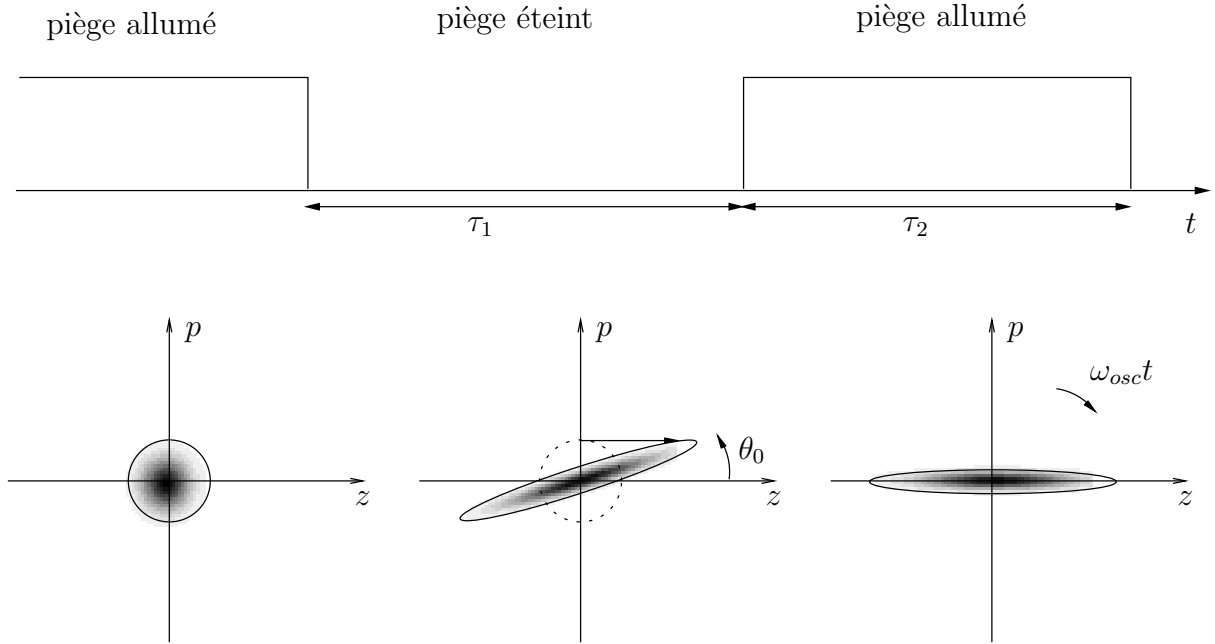


Figure 5.6: *Séquence expérimentale utilisée pour produire des états comprimés. On a représenté les fonctions de Wigner avant l'extinction du YAG, à la fin de la période d'extinction du YAG et à la fin de la séquence.*

Durant la phase d'extinction du piège,  $W$  se déforme. Les points  $(z, p)$  ayant une impulsion positive se déplacent vers la droite sur le graphe 5.6 et ceux d'impulsion négative se déplacent vers la gauche. Au bout d'un temps  $\tau_1$ ,  $W$  est une ellipse dont le grand axe fait un angle  $\theta_0$  avec l'axe  $z$ .

Le potentiel piégeant est ensuite rallumé. L'évolution de la fonction de Wigner dans l'espace des phases est alors une rotation à la fréquence  $\omega_{\text{osc}}$ . Lorsque le grand axe de l'ellipse est confondu avec l'axe  $x$ , la distribution en impulsion, qui est la projection de la fonction de Wigner sur l'axe  $p$ , est plus fine que celle de l'état fondamental. Par contre, lorsque le grand axe de l'ellipse est confondu avec l'axe  $p$ , la distribution en impulsion est très large. Ainsi, la largeur de la distribution en impulsion oscille entre une valeur plus petite que celle de l'état fondamental et une valeur plus grande. L'état produit est bien un état comprimé. Le volume occupé dans l'espace des phases est constant sous l'effet d'une évolution hamiltonienne. Donc l'état produit est bien un état d'incertitude minimum.

Plus quantitativement, au bout du temps  $\tau_1$ , on a

$$W(z, p) = W_0(z - p\tau_1, p) = \frac{1}{\pi} e^{-p^2} e^{-(z-p\tau_1)^2}. \quad (5.11)$$

On fait le changement de variable suivant

$$\begin{cases} z &= z_\theta \cos \theta - p_\theta \sin \theta \\ p &= z_\theta \sin \theta + p_\theta \cos \theta \end{cases} \quad (5.12)$$

Géométriquement,  $z_\theta$  et  $p_\theta$  sont les projections sur les axes  $(z_\theta, p_\theta)$  faisant un angle  $\theta$  avec les axes  $(Oz, Op)$  du point de coordonnées  $(z, p)$ .

$W$  s'écrit alors

$$W(z_\theta, p_\theta) = \frac{1}{\pi} \exp \left[ - \left\{ p_\theta^2 \left( \cos^2 \theta + (\sin \theta + \tau_1 \cos \theta)^2 \right) + z_\theta^2 \left( \sin^2 \theta + (\cos \theta - \tau_1 \sin \theta)^2 \right) + 2p_\theta z_\theta (\cos \theta \sin \theta - (\cos \theta - \tau_1 \sin \theta)(\sin \theta + \tau_1 \cos \theta)) \right\} \right] \quad (5.13)$$

Le terme en  $z_\theta p_\theta$  s'annule pour  $\theta_0$  satisfaisant

$$\tan(2\theta_0) = \frac{2}{\tau_1}. \quad (5.14)$$

L'équation 5.13 se simplifie alors en

$$W(z_{\theta_0}, p_{\theta_0}) = \frac{1}{\pi} e^{- \left( \frac{p_{\theta_0}^2}{\tan^2(\theta_0)} + z_{\theta_0} \tan^2(\theta_0) \right)} \quad (5.15)$$

On retrouve bien ici que l'état produit est un état d'incertitude minimum car les largeurs quadratiques moyennes des deux variables conjuguées  $z_{\theta_0}$  et  $p_{\theta_0}$  vérifient

$$\Delta z_{\theta_0} \Delta p_{\theta_0} = \frac{\tan(\theta_0)}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2} \tan(\theta_0)} = \frac{1}{2}. \quad (\hbar = 1) \quad (5.16)$$

Après que le potentiel piégeant est rallumé, les trajectoires classiques dans l'espace des phases sont des cercles parcourus à la vitesse angulaire  $\omega_{osc}$ . Donc  $W$  tourne et, au bout d'un temps  $\tau_2$ ,  $W$  a tourné d'un angle  $-\omega_{osc}\tau_2$ .  $W$  s'écrit toujours comme en 5.15,  $z_\theta$  et  $p_\theta$  étant maintenant les projections sur les axes faisant un angle

$$\theta_2 = \theta_0 - \omega_{osc}\tau_2 = \theta_0 - \tau_2, \quad (\omega_{osc} = 1) \quad (5.17)$$

par rapport aux axes  $(Oz, Op)$ . Lorsque  $\theta_2 = 0$ , la largeur quadratique moyenne de la distribution en vitesse est minimum et vaut

$$\Delta p_{min} = \frac{\tan(\theta_0)}{\sqrt{2}}. \quad (5.18)$$

Lorsque  $\theta_2 = -\pi/2, -3\pi/2, \dots$ , la largeur de la distribution en vitesse est maximum et vaut

$$\Delta p_{max} = \frac{1}{\sqrt{2} \tan(\theta_0)}. \quad (5.19)$$

Pour calculer la distribution en vitesse à chaque instant, on fait le changement de variables qui fait passer des variables  $(z_{\theta_2}, p_{\theta_2})$  aux variables  $(z, p)$ . On a alors

$$W = \frac{1}{\pi} e^{-\left( \frac{(p \cos \theta_2 - z \sin \theta_2)^2}{\tan^2 \theta_0} + (p \sin \theta_2 + z \cos \theta_2)^2 \tan^2 \theta_0 \right)} \quad (5.20)$$

La distribution en impulsion  $P(p)$  s'obtient en projetant  $W$  sur l'axe  $p$ . On a donc

$$P(p) = \int_{-\infty}^{\infty} W(x, p) dx. \quad (5.21)$$

Le calcul de cette intégrale à partir de 5.20 donne

$$P(p) = e^{-\frac{p^2}{2\sigma^2}}, \quad (5.22)$$

avec

$$\sigma^2 = \frac{1}{4} \left( \frac{2 - \sin^2(2\theta_0)}{\sin(2\theta_0)} - 2 \frac{\cos(2\theta_0)}{\sin^2(2\theta_0)} \cos(2\theta_2) \right). \quad (5.23)$$

En exprimant  $\theta_0$  et  $\theta_2$  en fonction de  $\tau_1$  et  $\tau_2$ , on a

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \frac{1}{2} \left( \left( 1 + \frac{\tau_1^2}{2} \right) - \tilde{\tau}_1 \sqrt{1 + \frac{\tau_1^2}{4}} \cos(2\theta_2) \right) \\ &= \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{\tau_1^2}{2} - \tau_1 \sin(2\tau_2) - \frac{\tau_1^2}{2} \cos(2\tau_2) \right) \end{aligned} \quad (5.24)$$

On a donc bien une oscillation de la largeur de la distribution en impulsion de fréquence  $2\omega_{\text{osc}}$ .

### 5.3.2 Calcul à partir de la fonction d'onde

Il existe d'autres façons de calculer l'évolution de l'état des atomes après l'interruption pendant une durée  $\tau_1$  du piège. Nous présentons ici un calcul n'utilisant pas la fonction de Wigner. Bien qu'il n'offre pas d'interprétation visuelle évidente, il amène à des calculs plus simples.

Durant la phase d'extinction du piège, le hamiltonien est

$$H_1 = \frac{P^2}{2} \quad (5.25)$$

et dans le piège, le hamiltonien est

$$H_2 = \frac{P^2}{2} + \frac{Z^2}{2}. \quad (5.26)$$

Si  $U(0, t)$  est l'opérateur d'évolution entre l'instant  $t = 0$  et le temps  $t$ , on note, pour tout opérateur  $b$ ,

$$\tilde{b}(t) = U(0, t)bU(0, t)^{-1}. \quad (5.27)$$



Les éléments de matrice de l'opérateur  $\tilde{b}(t)$  entre deux états qui évoluent sont conservés au cours du temps. En particulier, si  $b|\phi\rangle = 0$ , on a à chaque instant  $\tilde{b}(t)|\phi\rangle(t) = 0$ . Dans l'expérience, l'état initial est l'état fondamental  $|n=0\rangle$  qui vérifie

$$a|n=0\rangle = 0. \quad (5.28)$$

Après l'extinction du piège puis une évolution dans le piège d'une durée  $\tau_2$ , l'état du système, noté  $|\psi\rangle$  vérifie donc

$$\tilde{a}(\tau_1 + \tau_2)|\psi\rangle = 0. \quad (5.29)$$

En exprimant  $\tilde{a}$ , en représentation d'impulsion, en fonction des opérateurs  $P$  et  $Z = i\hbar \frac{d}{dp}$ , l'équation 5.29 fournira une équation différentielle vérifiée par  $\psi(p)$ .

Durant la phase d'extinction du piège, on a

$$\begin{cases} i \frac{d}{dt} \tilde{P} = [H_1, \tilde{P}] \\ i \frac{d}{dt} \tilde{Z} = [H_1, \tilde{Z}] \end{cases} \quad (5.30)$$

Comme,  $H_1 = \tilde{H}_1$  ce système s'écrit

$$\begin{cases} i \frac{d}{dt} \tilde{P} = 0 \\ i \frac{d}{dt} \tilde{Z} = -\tilde{P} \end{cases} \quad (5.31)$$

La solution de ce système est

$$\begin{cases} \tilde{P}(t) = P \\ \tilde{Z}(t) = Z - Pt \end{cases} \quad (5.32)$$

Donc, à la fin de l'extinction, on a

$$\tilde{a}(\tau_1) = \frac{1}{\sqrt{2}}(Z + (i - t_1)P). \quad (5.33)$$

Après un temps  $\tau_2$  dans le piège, on a

$$\tilde{a}(\tau_1 + \tau_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}(U(\tau_1, \tau_1 + \tau_2)ZU(\tau_1, \tau_1 + \tau_2) + (i - t_1)U(\tau_1, \tau_1 + \tau_2)PU(\tau_1, \tau_1 + \tau_2)). \quad (5.34)$$

Les opérateurs

$$\begin{cases} \bar{Z}(t) = U(\tau_1, \tau_1 + t)ZU(\tau_1, \tau_1 + t) \\ \bar{P}(t) = U(\tau_1, \tau_1 + t)PU(\tau_1, \tau_1 + t) \end{cases} \quad (5.35)$$

évoluent selon

$$\begin{cases} i \frac{d}{dt} \bar{P} = [H_2, \bar{P}] \\ i \frac{d}{dt} \bar{Z} = [H_2, \bar{Z}] \end{cases} \quad (5.36)$$

Cette équation donne, comme  $U(\tau_1, \tau_1 + t)H_2U^{-1}(\tau_1, \tau_1 + t) = H_2$ ,

$$\begin{cases} i \frac{d}{dt} \bar{P} = \bar{Z} \\ i \frac{d}{dt} \bar{Z} = -\bar{P} \end{cases} \quad (5.37)$$

Donc

$$\begin{cases} \bar{P}(\tau_2) = P \cos \tau_2 + Z \sin \tau_2 \\ \bar{Z}(\tau_2) = -P \sin \tau_2 + Z \cos \tau_2 \end{cases} \quad (5.38)$$

Finalement, on trouve

$$\tilde{a}(\tau_1 + \tau_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} ((\cos \tau_2 - (\tau_1 - i) \sin \tau_2) Z + (-\sin \tau_2 + (i - \tau_1) \cos \tau_2) P) \quad (5.39)$$

L'équation 5.29 s'écrit alors

$$i (\cos \tau_2 - (\tau_1 - i) \sin \tau_2) \frac{d}{dp} \psi + (-\sin \tau_2 + (i - \tau_1) \cos \tau_2) p \psi = 0. \quad (5.40)$$

La résolution de cette équation différentielle donne  $\psi(p) = e^{-\alpha p}$ . La largeur quadratique moyenne de la distribution en impulsion est  $\sigma = 1/(2\sqrt{\mathcal{R}e(\alpha)})$ . Avec un peu de calculs, on retrouve bien 5.24.

### 5.3.3 Lien entre les deux méthodes

Il est possible de retrouver l'interprétation géométrique de l'évolution de l'état des atomes à partir du calcul précédent. Pour cela, on exprime  $\tilde{a}$ , défini par équation 5.39, en fonction des opérateurs  $a$  et  $a^+$  :

$$\tilde{a} = \frac{1}{2} ((\cos \tau_2 + i \sin \tau_2)(2 + i\tau_1)a + (\cos \tau_2 - i \sin \tau_2)(-i\tau_1)a^+) \quad (5.41)$$

En posant,

$$\begin{cases} \text{Sh}^2(u) = \text{Ch}^2(u) - 1 = \frac{\tau_1^2}{4} \\ \tan(2\phi) = -\frac{2}{\tau_1} \\ \tan(2\Theta) = \frac{2}{\tau_1} \text{ donc } \Theta = \frac{\phi}{2} - \frac{\pi}{4} \end{cases} \quad (5.42)$$

cette équation se simplifie en

$$\tilde{a} = \underbrace{e^{i\Theta}}_{\text{rotation initiale}} \left( \text{Ch}(u) \quad \underbrace{e^{i(\tau_2+\phi)}}_{\text{rotation finale}} \quad a + \text{Sh}(u)e^{-i(\tau_2+\phi)}a^+ \right) \quad (5.43)$$

Sur cette expression, l'interprétation géométrique est simple. Pour le voir, il faut connaître les deux transformations décrites ci-dessous.

### Rotation

Tout d'abord la transformation  $U$  transformant  $a$  en

$$\hat{a} = e^{i\theta} a \quad (5.44)$$

correspond à une rotation dans l'espace des phases de  $\theta$ . En effet, l'observable  $Z_\phi = 1/\sqrt{2}(e^{i\phi}a + e^{-i\phi}a^+)$  est transformée en

$$Z_\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(e^{i(\phi+\theta)}a + e^{-i(\phi+\theta)}a^+) = Z_{\phi+\theta}. \quad (5.45)$$

Or, en notant  $|\psi\rangle$  et  $|\hat{\psi}\rangle$  l'état du système avant et après la transformation, on a, pour tout  $\phi$ ,

$$\langle \hat{\psi} | \hat{Z}_\phi | \hat{\psi} \rangle = \langle \psi | Z_\phi | \psi \rangle. \quad (5.46)$$

En choisissant  $\phi = \alpha - \theta$  et en utilisant 5.45, on obtient

$$\langle \hat{\psi} | Z_\alpha | \hat{\psi} \rangle = \langle \psi | Z_{\alpha-\theta} | \psi \rangle. \quad (5.47)$$

De même, on montre

$$\begin{cases} \langle \hat{\psi} | Z_\alpha^2 | \hat{\psi} \rangle = \langle \psi | Z_{\alpha-\theta}^2 | \psi \rangle \\ \langle \hat{\psi} | Z_\alpha^3 | \hat{\psi} \rangle = \langle \psi | Z_{\alpha-\theta}^3 | \psi \rangle \\ \dots \end{cases} \quad (5.48)$$

Donc la distribution de probabilités de la variable  $z_\alpha$  après la transformation est égale à la distribution de probabilité de la variable  $z_{\alpha-\theta}$  à l'instant initial. Ceci étant vrai pour tout angle  $\alpha$ , la distribution de Wigner après la transformation est obtenue par rotation de  $\theta$  de la fonction de Wigner initiale.

### Compression-dilatation

La deuxième transformation intervenant est la transformation  $U$  dans laquelle  $a$  devient

$$\hat{a} = Chu a + Shu a^+ \quad (5.49)$$

Les états comprimés sont souvent définis, en optique quantique, comme les états cohérents d'opérateurs  $\hat{a}$  et  $\hat{a}^+$  s'écrivant selon 5.49. L'état comprimé  $|\hat{\alpha}\rangle$  vérifie donc

$$\hat{a} |\hat{\alpha}\rangle = \alpha |\hat{\alpha}\rangle. \quad (5.50)$$

Cet état est obtenu après la transformation  $U$  à partir de l'état cohérent  $|\alpha\rangle$ . En particulier, l'état comprimé  $|\hat{0}\rangle$  vérifiant

$$\hat{a} |\hat{0}\rangle = 0 \quad (5.51)$$

est obtenu à partir de l'état fondamental  $|0\rangle$ . Cet état est appelé vide comprimé.

Nous allons montrer que la transformation  $U$  correspond à une compression selon l'axe  $z$  et une dilatation selon l'axe  $p$ , ce qui justifie la définition ci-dessus. En effet, l'opérateur  $Z$  est modifié en

$$\hat{Z} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a} + \hat{a}^+) = (\text{Chu} + \text{Shu})Z = e^u Z. \quad (5.52)$$

Donc, pour tout  $|\phi\rangle$ ,

$$\begin{cases} \langle \hat{\phi} | Z | \hat{\phi} \rangle = e^{-u} \langle \phi | Z | \phi \rangle \\ \langle \hat{\phi} | Z^2 | \hat{\phi} \rangle = e^{-2u} \langle \phi | Z^2 | \phi \rangle \\ \dots \end{cases} \quad (5.53)$$

De même, comme l'opérateur  $P$  est modifié en

$$\hat{P} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a} - \hat{a}^+) = (\text{Chu} - \text{Shu})P = e^{-u} P, \quad (5.54)$$

on a

$$\begin{cases} \langle \hat{\phi} | P | \hat{\phi} \rangle = e^u \langle \phi | P | \phi \rangle \\ \langle \hat{\phi} | P^2 | \hat{\phi} \rangle = e^{2u} \langle \phi | P^2 | \phi \rangle \\ \dots \end{cases} \quad (5.55)$$

Ainsi, la largeur de la distribution en  $z$  est divisée par  $e^u$  ( $> 1$ ) et celle en  $p$  est divisée par  $e^{-u}$  ( $< 1$ ). Comme

$$e^{2u} e^{-2u} = 1, \quad (5.56)$$

$$\langle \hat{\phi} | P^2 | \hat{\phi} \rangle \langle \hat{\phi} | Z^2 | \hat{\phi} \rangle = \langle \phi | Z^2 | \phi \rangle \langle \phi | P^2 | \phi \rangle. \quad (5.57)$$

Donc si l'état initial était un état d'incertitude minimum avant la transformation, il le reste après.

Nous ne nous sommes intéressé jusqu'ici qu'à la distribution selon deux axes particuliers du plan de phase. Ceci ne suffit pas à caractériser complètement la modification de la fonction de Wigner. Pour prouver que cette transformation est bien une compression suivant l'axe  $z$  et une dilatation suivant l'axe  $p$ , nous calculons ci-dessous la fonction d'onde en représentation d'impulsion à l'issue de la transformation en fonction de la fonction d'onde précédant la transformation. On considère donc un état initial quelconque  $|\phi\rangle$  de fonction d'onde  $\phi(z)$ . Cet état est transformé en l'état  $|\hat{\phi}\rangle$  de fonction d'onde  $\hat{\phi}(z)$ . On a

$$\hat{\phi}(z) = \langle z | \hat{\phi} \rangle = \langle z | U | \phi \rangle = \langle U^{-1} z | \phi \rangle. \quad (5.58)$$

Or  $|U^{-1}z\rangle$  est vecteur propre de  $\hat{Z}$  de valeur propre  $z$ . En effet,

$$\hat{Z} |U^{-1}z\rangle = U^{-1} Z U U^{-1} |z\rangle = U^{-1} z |z\rangle = z |U^{-1}z\rangle. \quad (5.59)$$

Dorénavant, on notera  $|\hat{z}\rangle$  le ket  $|U^{-1}z\rangle$ . En utilisant 5.52 on vérifie alors que,

$$|\hat{z}\rangle = e^{-u/2} |e^{-u}z\rangle. \quad (5.60)$$

Le terme multiplicatif assure la relation d'orthogonalité entre les  $|\hat{z}\rangle$ . Donc, 5.58 donne

$$\hat{\phi}(z) = e^{-u/2} \langle e^{-u}z | \phi \rangle = e^{-u/2} \phi(ze^{-u}). \quad (5.61)$$

Ainsi la fonction d'onde en position est comprimée. Cette modification de fonction d'onde correspond, à la modification de la fonction de Wigner

$$\hat{W}(z, p) = W(e^{-u}z, e^u p). \quad (5.62)$$

### Conclusion

Après l'étude précédente des transformations correspondant à une rotation et à une dilatation-compression, l'interprétation géométrique de 5.43 est simple. Cette transformation de l'opérateur  $a$  est induite par la succession de transformations suivantes :

- une rotation d'angle  $\Theta$
- une compression selon l'axe  $x$  d'un facteur  $e^u$  accompagnée d'une compression selon l'axe  $p$  d'un facteur  $e^{-u}$
- une rotation d'angle  $\tau_2 + \phi$ .

Nous pouvons d'autre part vérifier directement que la transformation de la distribution de Wigner à l'issue de l'extinction du piège (durée  $\tau_1$ ) et de l'évolution dans le potentiel (durée  $\tau_2$ ) est bien donnée par une suite de transformations décrite ci-dessus. Par simplicité, nous le montrerons dans le cas où  $\tau_2 = 0$ .

La transformation de la fonction de Wigner est l'évolution classique

$$W_f(z, p) = W_0(z + p\tau_1, p), \quad (5.63)$$

qui correspond à une évolution libre. Or la transformation

$$\begin{pmatrix} z' \\ p' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \tau_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z \\ p \end{pmatrix} \quad (5.64)$$

est équivalente à la succession de transformations donnée ci-dessus. En effet on vérifie, grâce aux formules de trigonométrie et aux définitions 5.42, que

$$\begin{pmatrix} 1 & \tau_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta \\ -\sin \Theta & \cos \Theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{-u} & 0 \\ 0 & e^u \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \quad (5.65)$$

### 5.3.4 Point de vue de Heisenberg

Je présente ici une dernière approche pour calculer la largeur en impulsion à l'issue de la séquence temporelle de la figure 5.6. Ce calcul utilise la représentation de Heisenberg dans laquelle le ket représentant l'état des atomes n'évolue pas mais les opérateurs  $P$  et  $Z$  évolue selon

$$\begin{cases} \frac{d}{dt}P_H = -[H, P] \\ \frac{d}{dt}Z_H = -[H, Z]. \end{cases} \quad (5.66)$$

En notant  $U_1 = e^{iH_1\tau_1}$  l'opérateur d'évolution pendant la phase d'extinction et  $U_2 = e^{iH_2\tau_2}$  l'opérateur d'évolution dans le piège, on a

$$P_H(\tau_1 + \tau_2) = U_1^+ U_2^+ P U_2 U_1. \quad (5.67)$$

Or

$$\begin{cases} U_2^+ P U_2 = \cos(\tau_2)P - \sin(\tau_2)Z \\ U_2^+ Z U_2 = \cos(\tau_2)Z + \sin(\tau_2)P \end{cases} \quad (5.68)$$

et

$$\begin{cases} U_1^+ P U_1 = P \\ U_1^+ Z U_1 = Z + \tau_1 P \end{cases} \quad (5.69)$$

Donc

$$P_H(\tau_1 + \tau - 2) = \cos \tau_2 P - \sin \tau_2 (Z + \tau_1 P). \quad (5.70)$$

Ce qui s'écrit aussi, en notant

$$\begin{cases} \alpha = \sqrt{(\cos \tau_2 - \tau_1 \sin \tau_2)^2 + \sin^2 \tau_2} \\ \cos(\theta) = \frac{\cos \tau_2 - \tau_1 \sin \tau_2}{\alpha} \\ \text{et } \sin \theta = \frac{\sin \tau_2}{\alpha} \end{cases} \quad (5.71)$$

$$P_H(\tau_1 + \tau - 2) = \frac{1}{\alpha} (P \cos \theta + Z \sin \theta). \quad (5.72)$$

Donc la distribution en impulsion à la fin de la séquence est la distribution initiale de la variable

$$\bar{p} = \frac{1}{\alpha} (p \cos \theta + z \sin \theta) \quad (5.73)$$

Or, comme la fonction de Wigner initiale est invariante par rotation, la distribution de probabilité de la variable  $\cos(\theta)p + \sin(\theta)z$  est identique à la distribution de probabilité de la variable  $p$ , c'est à dire  $|\psi(p)|^2$ . Donc, finalement,

$$|\psi(\tau_1 + \tau_2, p)|^2 = \frac{1}{\alpha} \left| \psi \left( 0, \frac{p}{\alpha} \right) \right|^2 \quad (5.74)$$

Ainsi, la distribution en impulsion finale se déduit de la distribution en impulsion initiale par une compression d'un facteur  $\alpha$ .

$\alpha$  s'écrit aussi

$$\alpha = 1 + \frac{\tau_1^2}{2} - \tau_1 \sin(2\tau_2) - \frac{\tau_1^2}{2} \cos(2\tau_2). \quad (5.75)$$

On retrouve donc bien le même facteur que dans l'équation 5.24

### 5.3.5 Obtention d'états comprimés par amplification paramétrique

Les états comprimés peuvent être obtenus par des méthodes différentes de celle que nous avons utilisée. Une technique qui a été appliquée au cas d'ions piégés est l'oscillation paramétrique. Cette technique est aussi utilisée en optique quantique pour obtenir des états comprimés. Nous montrons ici que le résultat d'une excitation paramétrique est bien un état comprimé similaire à ceux que nous avons produits.

D'après le paragraphe 5.3.3, toute évolution  $U$  modifiant l'opérateur  $a$  en l'opérateur

$$\hat{a} = UaU^{-1} = e^{i\phi} \left( e^{i\theta} \text{Ch}(u)a + e^{-i\theta} \text{Sh}(u)a^+ \right) \quad (5.76)$$

produit une compression d'un facteur  $e^u$  sur la fonction d'onde en représentation  $z$ , suivie d'une rotation éventuelle si  $\theta \neq 0$ . Nous avons montré que la coupure temporaire du potentiel est équivalente à une telle transformation. Le calcul ci-dessus prouve qu'une telle évolution est aussi induite par une oscillation paramétrique, c'est-à-dire une modulation, à la fréquence  $2\omega_{\text{osc}}$ , de la fréquence d'oscillation.

Lors d'une oscillation paramétrique, le hamiltonien est alors

$$H = \frac{P^2}{2} + \frac{1}{2}(1 + \alpha \cos(2t))Z^2 = \underbrace{\frac{1}{2} + a^+a}_{H_0} + \frac{\alpha}{2} \cos(2t) \frac{1}{2} (a^2 + a^{+2} + 1 + 2a^+a). \quad (5.77)$$

Le terme en  $a^{+2}$  peut induire une augmentation du niveau vibrationnel de 2. Dans l'évolution de  $\cos(2t)$ , seule la composante  $e^{-i2t}$  est résonante avec ce processus. On négligera l'autre composante. De même, pour le terme en  $a^2$ , on ne gardera que la composante de fréquence positive de  $\cos(2t)$ . Le terme  $1 + 2a^+a$  ne change pas le niveau vibrationnel. Comme il est hors résonance, on le néglige. Ainsi, le hamiltonien se simplifie en

$$H = H_0 + \frac{1}{4} \left( \alpha e^{i2t} a^2 + \alpha e^{-2it} a^{+2} \right). \quad (5.78)$$

L'évolution de  $\hat{a}(t) = U^{-1}(t)aU(t)$  et de  $\hat{a}^+$  est alors

$$\begin{cases} i \frac{d}{dt} \hat{a} &= -\hat{a} &+ \alpha e^{-2it} \hat{a}^+ \\ i \frac{d}{dt} \hat{a}^+ &= -\alpha e^{2it} \hat{a} &+ \hat{a}^+ \end{cases} \quad (5.79)$$

Pour éliminer le terme d'évolution libre, on pose  $\tilde{a} = e^{-it}a$  et on a

$$\begin{cases} i \frac{d}{dt} \tilde{a} &= \alpha \tilde{a}^+ \\ i \frac{d}{dt} \tilde{a}^+ &= -\alpha \tilde{a} \end{cases} \quad (5.80)$$

La solution de ce système est

$$\tilde{a} = \text{Ch}(\alpha t)a + i\text{Sh}(\alpha t)a^+. \quad (5.81)$$

$\hat{a}$  s'écrit donc bien sous la forme 5.76. Le résultat de l'amplification paramétrique est donc bien une compression.

Les états comprimés d'ions piégés ont été obtenus en allumant deux faisceaux contrepropageants hors résonance et dont la différence de fréquence est  $\Delta\omega = 2\omega_{osc}$ . Des transitions Raman à deux photons sont susceptibles de modifier le niveau vibrationnel de l'ion. Les seuls processus à résonance sont l'augmentation ou la diminution du niveau vibrationnel de deux selon le faisceau dans lequel un photon est absorbé et celui dans lequel il est émis. En négligeant les processus hors résonance, le hamiltonien a la forme de l'hamiltonien d'excitation paramétrique 5.78. Ainsi, si l'ion est initialement dans l'état fondamental, à l'issue de l'interaction avec les lasers Raman, l'état de l'ion est le vide comprimé. Une interprétation directe de cette expérience en terme d'amplification paramétrique est possible. En effet, l'interaction entre les deux lasers Raman et l'ion est décrite par un potentiel dipolaire. Ce potentiel dipolaire est modulé spatialement à cause de l'interférence entre les deux faisceaux et sa courbure au niveau de l'ion piégé modifie la fréquence d'oscillation vue par l'ion. Les deux lasers n'ayant pas la même fréquence, la figure d'interférence entre les lasers est animée d'une vitesse  $\Delta\omega/(2k)$ . Ainsi, la courbure du potentiel dipolaire au niveau de l'ion piégé est modulée à la fréquence  $2\omega_{osc}$ , ce qui induit une modification de la fréquence d'oscillation à la même fréquence.

### 5.3.6 Analyse des résultats

La séquence expérimentale permettant l'obtention d'états comprimés, appelée séquence de compression, consiste en une coupure du potentiel de durée  $\tau_1$  suivie d'un temps d'évolution  $\tau_2$  dans la potentiel harmonique (voir figure 5.6 ). A l'issue de cette évolution, une image prise après un temps de vol permet de mesurer la distribution en vitesse des atomes. La figure 5.7(c) montre une image prise après 10 ms de temps de vol après une séquence de compression avec  $\tau_1 = 8 \mu s$  et  $\tau_2 = 0.4 \mu s$ . Avec ce choix de  $\tau_2$  la largeur de la distribution en vitesse est minimum et est 4 fois plus faible que celle de l'état fondamental. La distribution en vitesse est déduite à partir d'un ajustement gaussien des coupes verticales des images et d'une déconvolution de la taille initiale du nuage. La distribution initiale des atomes dans le piège, mesurée sur une image prise sans temps de vol, est bien ajustée par une gaussienne de largeur quadratique moyenne  $z_0 = 53 \mu m$ . L'évolution de la largeur quadratique moyenne de la distribution en vitesse en fonction de  $\tau_2$  est donnée figure 5.8 pour deux valeurs de  $\tau_1$  différentes. Ces figures montrent des oscillations de fréquence  $2\omega_{osc}$ . Ces oscillations correspondent à la rotation dans l'espace des phases de la distribution de Wigner. Pour une valeur de  $\tau_1$  plus importante, la réduction maximum de la largeur de la distribution en vitesse est plus importante. Ce comportement est attendu car "l'étirement" de la distribution de Wigner pendant l'extinction du piège est d'autant plus grand que  $\tau_1$  est important. Les courbes en pointillés des graphes de la figure 5.8 donnent l'évolution attendue par l'équation 5.24. Les données expérimentales correspondant aux temps  $\tau_2$  petits sont en bon accord avec cette prédiction. Cependant, les données expérimentales montrent un amortissement important non expliqué par 5.24. Un calcul utilisant 5.24 mais prenant



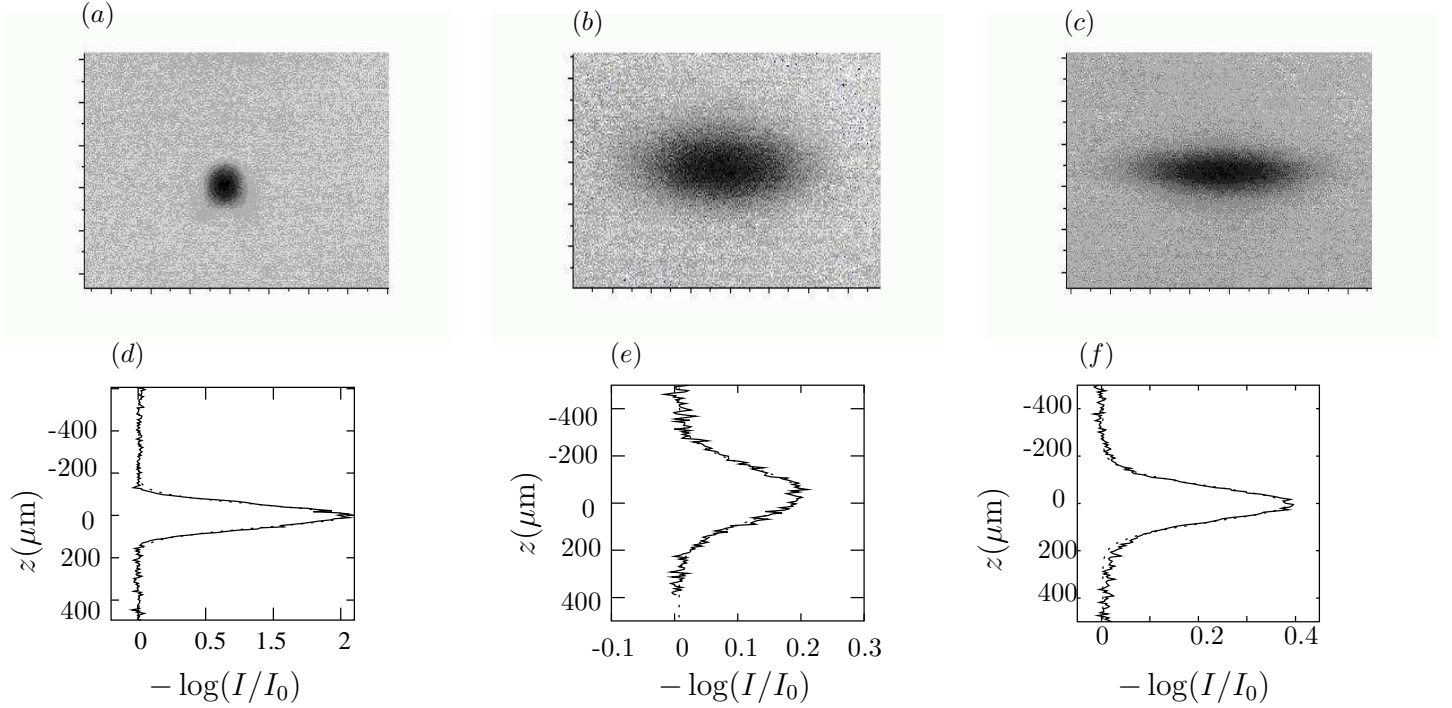


Figure 5.7: (a) : Image des atomes piégés. Images prises après 14.5 ms de temps de vol d'atomes dans l'état fondamental  $|n = 0\rangle$  (b) et d'atomes dans un état comprimé obtenu avec  $\tau_1 = 8 \mu\text{s}$  et  $\tau_2 = 0.4 \mu\text{s}$  (c). Les coupes verticales (c),(d) et (e) ont été ajustées par des gaussiennes représentées en pointillés. La largeur de la distribution en vitesse en (c) est 4 fois plus faible que celle de l'état fondamental.

en compte la distribution des fréquences d'oscillations des atomes est tracé en ligne continue figure 5.24. La distribution des fréquences d'oscillation est elle-même calculée numériquement à partir de la mesure de la taille du nuage dans le piège et de la taille des faisceaux du YAG. Cette dernière est inférée de la mesure par spectre Raman des fréquences d'oscillation maximum donnant l'intensité maximum des faisceaux du YAG et de la mesure de la puissance dans chaque bras du YAG. Ce calcul reproduit bien l'amortissement présenté par les données expérimentales.

Dans les expériences, le potentiel vu par les atomes n'est pas complètement harmonique. Il s'écrit  $U = -U_0 \cos^2(\pi z/\lambda_l)$ . Cependant, comme nous le montrons ci-dessous, le temps de coupure  $\tau_1$  est suffisamment court pour que l'anharmonicité du potentiel n'intervienne pas sur l'échelle de temps des expériences.

Classiquement, l'anharmonicité du potentiel  $U = -U_0 \cos^2(\pi/\lambda_l z)$  a deux effets. Tout d'abord, elle produit un brouillage des oscillations. En effet, la fréquence d'oscillation décroît à mesure que l'amplitude de l'oscillation augmente. La dispersion des positions initiales engendre donc une dispersion des fréquences d'oscillation. D'autre part, à cause de l'anharmonicité, la distribution en impulsion ne reste pas gaussienne. En

effet, la distribution dans l'espace des phases prend une forme de S car les points les plus éloignés tournent plus lentement.

Quantiquement, on s'attend aussi à un brouillage des oscillations et à une modification de la forme de la distribution en vitesse. Le phénomène non classique attendu est la présence de réurgences des oscillations dues au fait qu'un nombre fini de fréquences interviennent [69].

Pour les temps de coupure utilisés dans l'expérience, l'anharmonicité n'intervient pas durant les premières oscillations. En effet, lorsque le potentiel est rallumé après une extinction de durée  $\tau_1$ , l'énergie moyenne des atomes est, en supposant le potentiel harmonique,

$$E = \underbrace{\left\langle \frac{p^2}{2m} \right\rangle}_{E_c} + \underbrace{\left\langle \frac{1}{2} m \omega_{\text{osc}}^2 z^2 \right\rangle}_{E_p} = -U_0 + \frac{\hbar \omega_{\text{osc}}}{4} + \frac{1}{2} m \omega_{\text{osc}}^2 (z_0^2 + v_0^2 \tau_1^2), \quad (5.82)$$

où  $z_0$  et  $v_0$  sont les largeurs quadratiques moyennes des distributions en position et en vitesse de l'état fondamental. Cette équation se simplifie en

$$E = -U_0 + \frac{\hbar \omega_{\text{osc}}}{2} + \frac{1}{4} \hbar \omega_{\text{osc}} (\omega_{\text{osc}} \tau_1)^2. \quad (5.83)$$

Dans ce calcul, on a négligé une éventuelle anharmonicité du piège. L'effet de l'anharmonicité est de diminuer cette énergie car le potentiel réel est moins raide qu'un potentiel harmonique pour les  $z$  grands. Cette correction est d'environ 20% pour  $\tau_1 = 8 \mu\text{s}$  et  $\omega_{\text{osc}} = 2\pi \times 80 \text{ ms}^{-1}$ . Le niveau vibrationnel moyen, calculé à partir de 5.82 est de

$$\langle n \rangle = \frac{1}{4} (\omega_{\text{osc}} \tau_1)^2. \quad (5.84)$$

Pour  $\tau_1 = 8 \mu\text{s}$  et  $\omega_{\text{osc}} = 2\pi \times 80 \text{ ms}^{-1}$ , on a donc

$$\langle n \rangle \simeq 4.0. \quad (5.85)$$

En fait, le potentiel n'étant pas harmonique, les états propres du potentiel ne sont pas exactement ceux d'un potentiel harmonique et leurs énergies propres ne sont pas données par  $n\hbar\omega_{\text{osc}}$ . La variation de la fonction d'onde des états propres peut modifier la forme de la distribution en impulsion des atomes. La variation des énergies propres introduit dans l'évolution des atomes des fréquences de Bohr différentes qui vont introduire un amortissement des oscillations. En ne tenant compte que du terme en  $z^4$  du développement du potentiel, un calcul perturbatif donne la correction à apporter aux états propres et à leurs énergies. On calcule alors que le  $n^{\text{ième}}$  état propre a une composante orthogonale au niveau vibrationnel  $n$  dont la norme est de l'ordre de  $10^{-6}n^4$ . Pour les niveaux vibrationnels peuplés à l'issue de l'extinction du piège, la modification des états propres est donc négligeable. D'autre part, on calcule que l'énergie du  $n^{\text{ième}}$  état propre diffère de  $\hbar\omega(1/2 + n)$ , d'une quantité

$$\delta E_n = -\frac{1}{4} \hbar \omega_{\text{osc}} \left( \frac{\pi z_0}{\lambda_l} \right)^2 n^2. \quad (5.86)$$

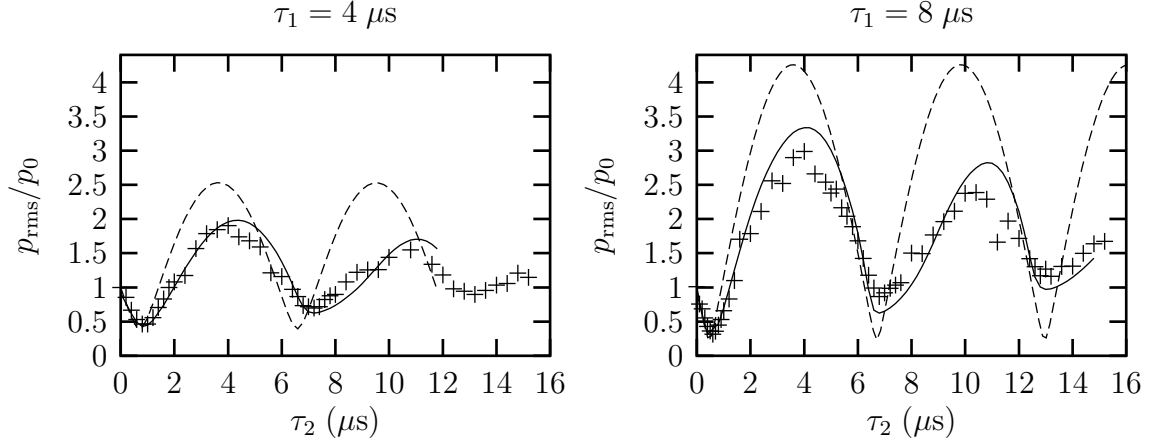


Figure 5.8: Oscillations de la largeur de la distribution en impulsion en fonction de  $\tau_2$  pour deux valeurs de  $\tau_1$  différentes. Les croix correspondent aux données expérimentales. Les courbes en pointillés, obtenues à partir de l'équation 5.24, donnent l'évolution attendue dans le cas d'une fréquence d'oscillation unique. Les courbes continues sont le résultat d'un calcul prenant en compte la largeur de la distribution en fréquences d'oscillation ( $z_{rms} = 53 \mu m$ ).

Dans les expériences, on s'intéresse à l'évolution de la largeur de la distribution en impulsion, donc à l'évolution de  $\langle p^2 \rangle$ . Au deuxième ordre en  $\eta = kz_0$ , les fréquences de Bohr qui interviennent sont les différences d'énergie entre les niveaux  $n$  et les niveaux  $n \pm 2$ . Cette fréquence de Bohr est  $2\hbar\omega_{osc}$  pour  $n = 0$  car l'anharmonicité est négligeable. Pour le niveau vibrationnel moyen  $n = 4$  peuplé à l'issue de l'extinction du piège, cette fréquence de Bohr est de l'ordre de

$$2\hbar\omega_{osc} - (\delta E_4 - \delta E_6) \simeq 2\hbar\omega_{osc} - 0.016 \times 2\hbar\omega_{osc}. \quad (5.87)$$

Ainsi, la dispersion des fréquences de Bohr est de l'ordre de 1,6%. On s'attend donc à un amortissement des oscillations en un temps de l'ordre de 60 périodes d'oscillation. Ce temps est très grand devant le temps de brouillage observé qui est dû à la dispersion des fréquences d'oscillation.

### 5.3.7 Etat $|n = 1\rangle$ comprimé

Nous pouvons aussi appliquer la séquence de compression (figure 5.6) après avoir préparé les atomes dans l'état vibrationnel  $|n = 1\rangle$ . L'analyse utilisant la fonction de Wigner est toujours valable mais la distribution de Wigner initiale est maintenant la distribution de Wigner de  $|n = 1\rangle$

$$W_1(z, p) = \frac{1}{\pi} \left( \frac{z^2}{z_0^2} + \frac{p^2}{p_0^2} - 1 \right) e^{-\frac{z^2}{2z_0^2}} e^{-\frac{p^2}{2p_0^2}}. \quad (5.88)$$

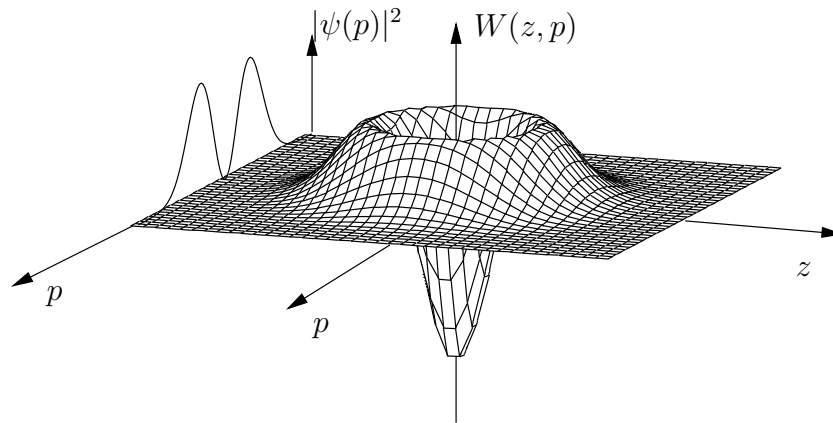


Figure 5.9: *Distribution de Wigner  $W$  du niveau vibrationnel  $|n = 1\rangle$ . Cette distribution est non-classique car elle est négative au centre. La distribution en impulsion obtenue en projetant  $W$  sur l'axe  $p$  est aussi représentée.*

Cette fonction, représentée figure 5.9 subit les mêmes transformation que la fonction de Wigner de  $|n = 0\rangle$ . Elle est “étirée” pendant la coupure du piège puis elle tourne dans le plan de l'espace des phases à la vitesse angulaire  $\omega_{osc}$ . La distribution en impulsion présente toujours la même structure mais elle est alternativement dilatée et comprimée. Le facteur de compression est toujours donné par 5.75.

La figure 5.10 donne des coupes verticales d'images prises avec différents temps  $\tau_2$ . Le temps de vol de 4.8 ms est trop court pour que l'on puisse résoudre la structure de la distribution en vitesse initiale. Par contre, lorsque la distribution en impulsion est dilatée, l'expansion du nuage est plus importante et la taille initiale du nuage est négligeable. On observe bien que la distribution en impulsion est constituée de deux pics comme celle de l'état  $|n = 1\rangle$ .

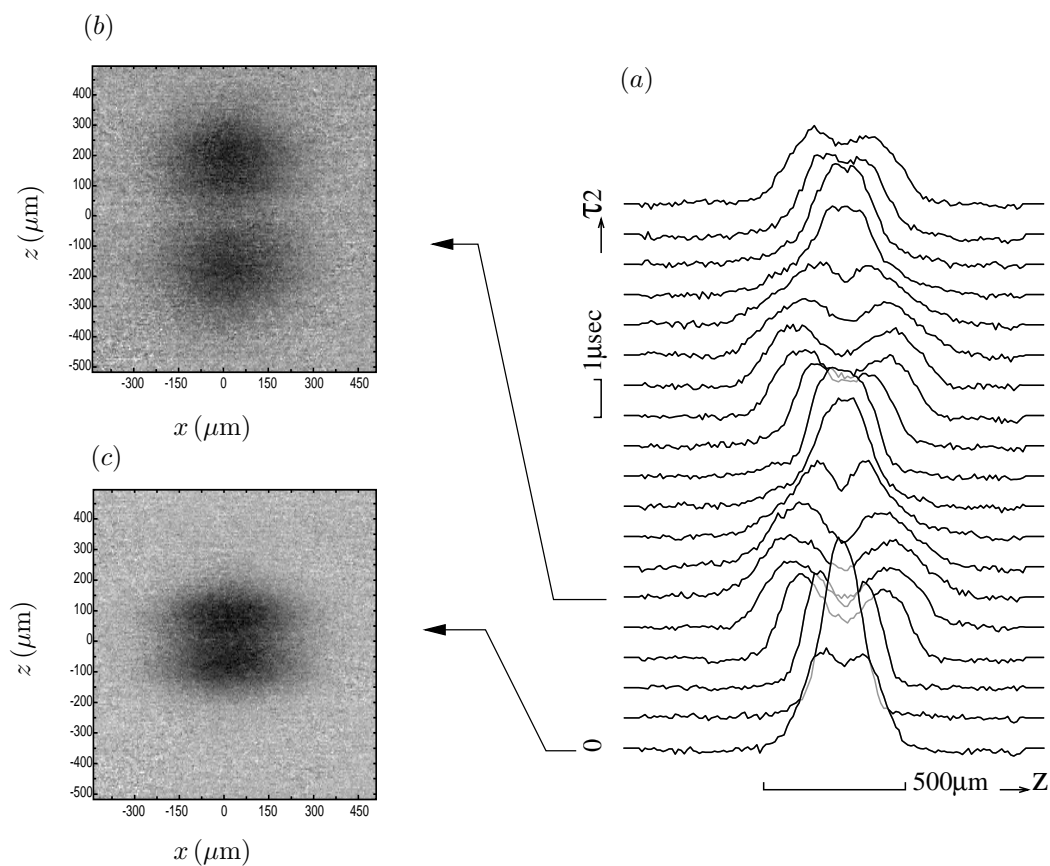


Figure 5.10: (a) : Evolution temporelle de la distribution en vitesse de l'état comprimé  $n = 1$ . Les courbes sont des coupes verticales d'images prises après  $4.8\text{ ms}$  de temps de vol. Les images (b) et (c) sont prise avec  $\tau_2 = 4\mu\text{s}$  (b) (maximum de dilatation) et  $\tau_2 = 0$  (c).

## Chapter 6

# Refroidissement à 3 dimensions et collisions entre atomes fortement confinés

e refroidissement par bandes latérales, présenté au chapitre 4, refroidit non seulement le mouvement vertical mais enlève globalement de l'énergie au nuage d'atomes. En effet, dans la condition de Lamb Dicke, l'énergie reçue par un atome à l'issue d'un "cycle de fluorescence" (transfert Raman puis pompage optique) est négative. On peut donc utiliser ce refroidissement pour refroidir le mouvement dans les trois directions. Un couplage est alors nécessaire entre le mouvement horizontal et vertical pour transférer de l'énergie de l'un à l'autre. Nous utilisons simplement celui introduit par les collisions élastiques.

Ce refroidissement peut se comprendre simplement de la façon suivante. A l'issue du refroidissement par bandes latérales, la plupart des atomes sont dans l'état fondamental du mouvement vertical. Par contre, l'énergie du mouvement horizontal n'a pas été diminuée. Le gaz est alors hors d'équilibre thermodynamique, la "température" du mouvement vertical étant plus faible que celle du mouvement horizontal. A l'issue de collisions élastiques, une partie de l'énergie du mouvement horizontal est convertie en énergie du mouvement vertical, ce qui se traduit par une augmentation de la population des niveaux vibrationnels excités. Une nouvelle application du refroidissement par bandes latérales va alors à nouveau éliminer de l'énergie au système en ramenant les atomes dans l'état fondamental du mouvement vertical. Le refroidissement par bandes latérales peut en fait être utilisé en continu, ce que nous faisons.

L'utilisation du refroidissement par bandes latérales pour refroidir le mouvement horizontal semble plus intéressant que le refroidissement Raman standard[12, 55]. En effet, une limite importante de l'efficacité du refroidissement Raman est due au chauffage induit par la réabsorption de photons<sup>1</sup>. Or, on s'attend à ce que cette limite soit moins

---

<sup>1</sup>Les pertes induites par les collisions en présence de photons limitent aussi le refroidissement puisqu'elles limitent sa durée.

importante dans le cas du refroidissement par bandes latérales. En effet, dans le refroidissement par bande latérale, l'énergie enlevée lors d'un transfert Raman est égale à la fréquence d'oscillation verticale. Cette diminution d'énergie est plus importante que celle qui accompagnerait un transfert Raman modifiant l'impulsion de  $2\hbar k$  pour des atomes de vitesse proche de  $v_0$ , largeur en vitesse de l'état fondamental du mouvement vertical. Donc, même si le chauffage dû à la réabsorption de photons lors de l'émission spontanée est identique dans les deux techniques de refroidissement, le refroidissement "par cycle de fluorescence" est plus important pour le refroidissement par bandes latérales.

Nous avons tout d'abord observé ce refroidissement du mouvement horizontal avec la technique de refroidissement utilisant des transitions Raman entre  $F = 3$  et  $F = 4$  que nous avons mise au point. Ce refroidissement s'accompagnait d'une pertes d'atomes d'un facteur 2 environ pour un nombre d'atomes initial de 150 000. Nous avons imaginé que ces pertes pouvaient être dues à des collisions inélastiques entre des atomes dans les états hyperfins fondamentaux  $F = 4$  et  $F = 3$ . Nous nous sommes alors tourné vers une deuxième technique de refroidissement qui venait d'être proposée par Vuletic et al. à la suite de nos travaux[61]. Cette méthode de refroidissement présente le double avantage de produire un nuage polarisé (et donc d'augmenter la densité dans l'espace des phases) et de ne pas utiliser l'état hyperfin  $F = 4$ , instable vis-à-vis des collisions.

Avec ce refroidissement, nous avons obtenu une température horizontale de l'ordre de  $0.7\hbar\omega_{osc}$ , ce qui correspond à une largeur de la distribution en vitesse dans chacune des directions horizontales de  $1.2 v_0$  où  $v_0$  est celle de l'état fondamental du mouvement vertical. Nous observons que le refroidissement devient ensuite fortement inefficace. En effet, lorsque la température horizontale est inférieure à environ  $k_B T_h \sim \hbar\omega_{osc}$ , peu d'atomes ont une énergie du mouvement horizontal suffisante pour peupler les niveaux vibrationnels excités à l'issue d'une collision. Nous avons proposé une méthode pour surmonter cette difficulté qui consiste à modifier le piège en cours d'expérience de façon à conserver un couplage important entre les degrés de libertés horizontaux et vertical.

Contrairement à ce que nous espérions, ce type de refroidissement s'accompagne aussi de pertes d'atomes. Ces pertes peuvent être dues à des pertes par collisions faisant intervenir un atome dans l'état excité.

A l'issue du refroidissement, le gaz d'atomes piégés est confiné verticalement (dans chaque micro-puits) sur une taille de 22 nm (taille quadratique moyenne de l'état fondamental du mouvement). Or, les collisions à faible énergie entre atomes de Cesium dans l'état  $|F = 3, m = 3\rangle$  (état dans lequel les atomes sont polarisés) sont caractérisées par la longueur de diffusion  $a$  qui est de l'ordre de  $-60$  nm. On peut alors se demander si les propriétés collisionnelles sont modifiées par la présence du potentiel confinant. Lors d'un séjour au laboratoire, D. Petrov et G. Shlyapnikov, associés à M. Holzman, se sont intéressés à cette question. Dans un premier temps, ils ont calculé l'énergie de champ moyen d'un gaz confiné dans une direction et à une température très inférieure à l'énergie d'oscillation[70]. Ils obtinrent le résultat très intéressant selon lequel cette

énergie de champ moyen dépend du confinement et de l'énergie des atomes et, dans le cas du Cesium dans  $|F = 3, m = 3\rangle$ , peut s'annuler et changer de signe. Ces calculs ne s'appliquent pas à notre situation mais nous avons pensé qu'une modification des propriétés collisionnelles due au confinement pouvait apparaître aux températures que nous atteignons. Pour essayer de détecter un tel effet, nous avons fait des mesures de temps de relaxation par collision, en fonction de la température. En effet, des travaux précédents ont montré qu'il y a une résonance de la section efficace à énergie nulle [71, 72] jusqu'à des températures de l'ordre de  $2 \mu\text{K}$ . Nous avons cherché à voir si cette résonance subsistait avec le confinement sur une taille de 20 nm dans notre piège.

Le chapitre est organisé de la façon suivante. Nous présentons tout d'abord le refroidissement du mouvement horizontal par les deux techniques de refroidissement par bandes latérales que nous avons mises au point. Nous présentons ensuite la technique du refroidissement en deux étapes. Une section est réservée à la présentation des pertes accompagnant le refroidissement. Enfin, l'étude des propriétés collisionnelles du gaz est décrite dans la dernière partie.

## 6.1 Refroidissement à 3 dimensions

À l'issue du refroidissement dans la direction verticale, le nuage d'atomes est hors d'équilibre thermodynamique. L'énergie du mouvement dans la direction verticale est environ 4.5 fois plus faible que l'énergie du mouvement dans chacune des deux autres directions. Si le refroidissement est arrêté, le nuage relaxe vers un équilibre thermodynamique. Cette thermalisation est observée par deux méthodes différentes.

### Observation de la thermalisation

Une première méthode permettant de voir cette thermalisation est une technique spectroscopique utilisant des transitions Raman entre les états hyperfins  $F = 3$  et  $F = 4$ . On utilise pour cela une transition Raman balayée en fréquence identique à celle décrite au paragraphe 4.2.5 : son spectre est suffisamment large pour s'adresser à tous les atomes, elle résout la structure vibrationnelle et son efficacité de transfert est de l'ordre de 80%. Appliquée sur la transition qui diminue le niveau vibrationnel de 1 (bande latérale rouge), elle transfère dans  $F = 4$  les atomes qui étaient dans les niveaux vibrationnels excités. On peut donc ainsi mesurer le nombre d'atomes dans les niveaux vibrationnels excités. En appliquant cette impulsion un temps d'attente variable après la fin du refroidissement, on mesure l'évolution de la population dans les niveaux excités. Le graphe 6.1 donne l'évolution obtenue après un refroidissement par bandes latérales utilisant les niveaux  $F = 3$  et  $F = 4$ .

Une deuxième méthode pour mesurer la thermalisation consiste à prendre des images de temps de vol après différents temps d'attente. On peut ainsi mesurer l'évolution des distributions en vitesse dans la direction verticale et horizontale. La figure 6.2 donne l'évolution obtenue. L'avantage de cette méthode est de fournir non seulement



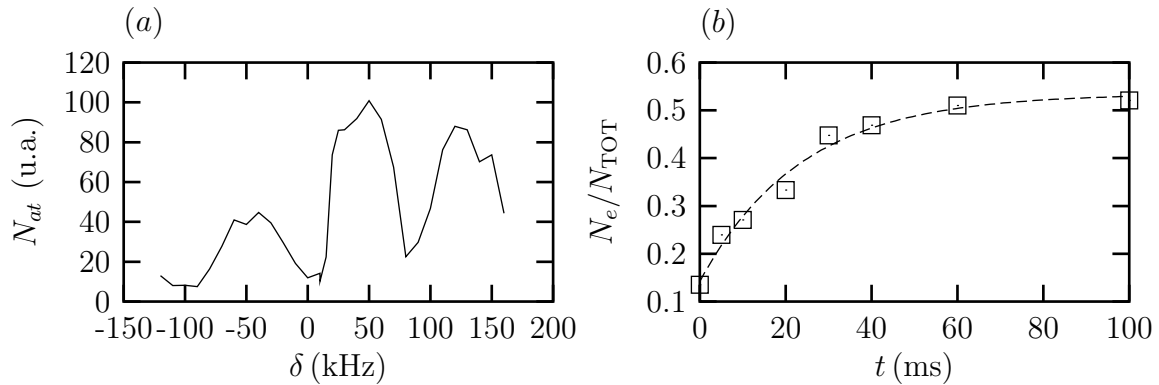


Figure 6.1: (a) : Exemple de spectre Raman effectué avec des impulsions balayées. (b) : Evolution du nombre d'atomes dans les niveaux vibrationnels excités en fonction du temps suivant le refroidissement. Le nombre porté en ordonnée est le rapport entre la hauteur de la bande rouge et de la bande centrale des spectres Raman. Un ajustement exponentiel donne une constante de temps de 23 ms.

l'énergie cinétique du mouvement vertical mais aussi l'énergie cinétique du mouvement horizontal. On peut alors vérifier que l'énergie cinétique totale est conservée<sup>2</sup>. C'est cette technique que nous utiliserons pour étudier les thermalisations comme décrit au paragraphe 6.4.1.

### Mise en évidence du rôle des collisions

Si la thermalisation est due aux collisions élastiques entre atomes, on s'attend à ce que le temps de thermalisation soit inversement proportionnel au nombre d'atomes. Ceci est en bon accord avec les données expérimentales comme le montre le graphe 6.3. On en conclue donc que la thermalisation est due aux collisions. Ce fait était attendu, comme expliqué ci-dessous.

A priori, une autre cause possible de la thermalisation serait l'ergodicité des trajectoires dans le piège. En effet, le potentiel piégeant, dans chaque micro-puits, comporte des termes en  $x^2z^2$  et  $y^2z^2$  pouvant coupler les mouvements horizontaux et verticaux. Ces termes s'interprètent comme une dépendance de la fréquence d'oscillation verticale (resp. horizontale) avec la position horizontale (resp. verticale). Avec la température initiale de  $20\mu\text{K}$ , la dispersion en fréquences d'oscillation verticale est de l'ordre de 10%. Cependant, à cause de la grande différence entre les fréquences d'oscillations horizontales et verticales  $\omega_z$  et  $\omega_x$ , on ne s'attend pas à ce que ce couplage entre le mouvement vertical et horizontal induise un transfert d'énergie. On peut comprendre ceci classiquement. Le mouvement horizontal module la fréquence d'oscillation verticale. Or la fréquence de cette modulation,  $2\omega_x$ , est beaucoup plus faible que  $2\omega_z$  qui est la fréquence de résonance de l'amplification paramétrique. Avec une amplitude de

<sup>2</sup>Dans le régime hydrodynamique on ne s'attend pas à ce que l'énergie cinétique soit conservée : au contraire, on s'attend à avoir des oscillations de l'énergie cinétique.

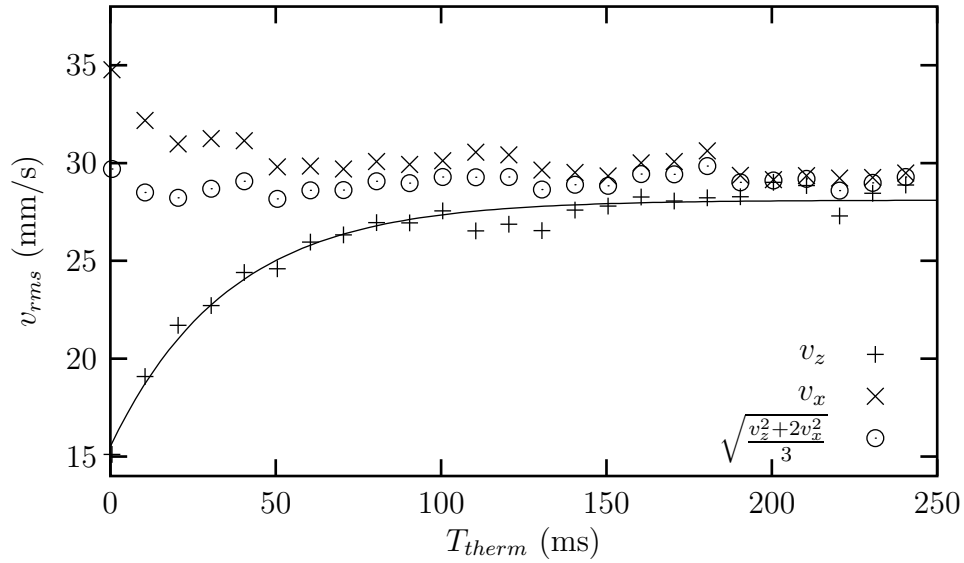


Figure 6.2: Evolution de la largeur de la distribution en vitesse verticale et horizontale. Chaque point est obtenu à partir d'un ajustement gaussien d'une image prise après un temps de vol de 8 ms. Les ronds donnent la vitesse associée à l'énergie cinétique moyenne par degré de liberté en supposant que les deux degrés de liberté horizontaux ont la même distribution en vitesse. Une fonction exponentielle a été ajustée à l'évolution de la largeur de la distribution en vitesse verticale. Le refroidissement initial a été obtenu par un refroidissement par bandes latérales dans  $F = 3$

la modulation de seulement 10%,  $2\omega_x$  est très loin de la zone d'instabilité paramétrique dont la largeur est  $\omega_z/10$  et l'énergie du mouvement vertical n'est pas modifiée. Une simulation numérique confirme ce résultat. Quantiquement, ce phénomène est encore plus simple à comprendre. En effet, le critère d'adiabaticité est largement vérifié ce qui assure qu'il n'y a pas de transfert de population entre différents niveaux vibrationnels du mouvement vertical lors de la modulation de la fréquence d'oscillation verticale dûe au mouvement horizontal.

### Possibilité du refroidissement horizontal

Nous avons vérifié que la température atteinte à l'issue de la thermalisation est plus petite que la température du nuage avant le refroidissement, ce qui est bien le résultat attendu avec un paramètre de Lamb Dicke inférieur à un. En effet, le refroidissement retire alors globalement de l'énergie aux atomes. On peut donc tirer profit du couplage, dû aux collisions, entre les degrés de libertés horizontaux et vertical pour retirer de l'énergie au mouvement horizontal uniquement avec le refroidissement dans la direction verticale.

Le refroidissement du mouvement horizontal par le refroidissement par bandes

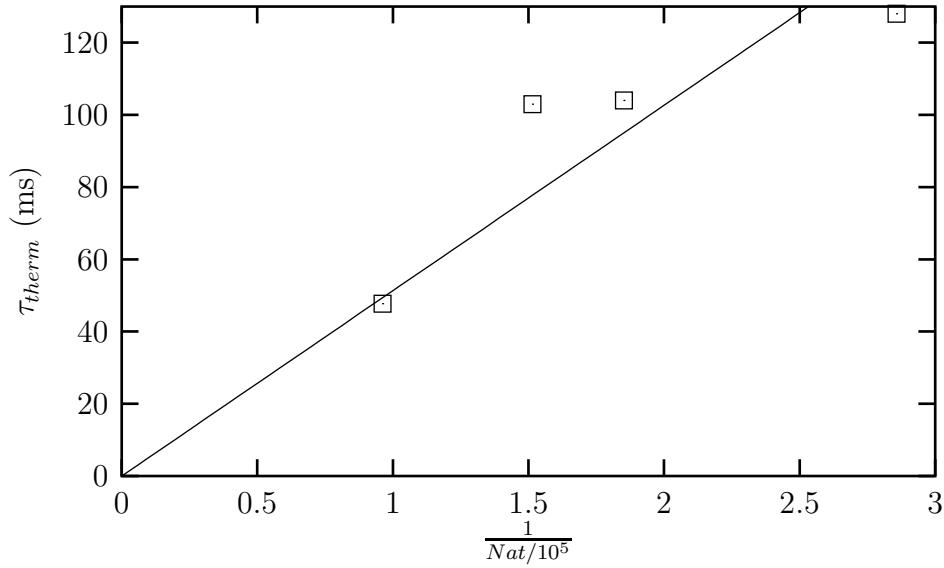


Figure 6.3: Temps de thermalisation en fonction de l'inverse du nombre d'atomes dans le piège. Les différences de température d'un point à l'autre sont inférieures à 16%. La droite est un ajustement linéaire  $\tau_{therm} = a/N_{at}$ .

latérales utilisant des transitions Raman entre les deux sous-niveaux hyperfins  $F = 3$  et  $F = 4$  fait l'objet de la section suivante. Nous décrivons ensuite les résultats obtenus par le refroidissement par bandes latérales n'utilisant que l'état hyperfin  $F = 3$ .

### 6.1.1 Refroidissement Raman entre $F = 3$ et $F = 4$

Le refroidissement à trois dimensions peut être obtenu en utilisant la méthode de refroidissement par bandes latérales entre  $F = 3$  et  $F = 4$  que nous avons décrite au chapitre 4. Pour refroidir dans la direction horizontale, nous répétons la séquence de refroidissement, décrite au paragraphe 4.2.5, pendant un temps long devant le temps de thermalisation. Si les séquences de refroidissement sont répétées à un taux trop important, nous observons, au lieu d'un refroidissement, un chauffage du mouvement horizontal. Ceci est sans doute dû à une probabilité non nulle de transfert dans  $F = 4$  sans changement de niveau vibrationnel lors de l'impulsion Raman. En effet, à l'issue d'un transfert dans  $F = 4$  sans changement de niveau vibrationnel suivi d'un pompage optique dans  $F = 3$ , l'énergie des atomes augmente en moyenne de quelques énergies de recul. Ces processus engendrent donc un chauffage. Si une séquence de refroidissement est appliquée alors que tous les atomes sont dans l'état vibrationnel fondamental, seuls ces processus ont lieu. Le résultat est donc uniquement un chauffage du nuage d'atomes. Pour éviter ce chauffage, il faut attendre que les niveaux vibrationnels excités aient été à nouveau peuplés par des collisions avant d'effectuer une séquence de refroidissement. Nous avons trouvé un optimum du refroidissement du mouvement horizontal lorsque

les séquences de refroidissement étaient espacées de 2 ms. La figure 6.4 donnent des images de temps de vol avant le refroidissement et après 330 ms de refroidissement. La largeur quadratique moyenne de la distribution en vitesse horizontale, de 29 mm/s avant le refroidissement, est abaissée à 22 mm/s, ce qui correspond à une diminution de l'énergie cinétique moyenne par degré de liberté de  $h \times 144$  kHz à  $h \times 87$  kHz. La température est donc abaissée de 14  $\mu$ K à 8  $\mu$ K.

Le refroidissement s'accompagne d'une perte d'atomes : après 330 ms de refroidissement, la moitié des atomes ont été perdus. Une cause éventuelle de ces pertes peut être les collisions impliquant des atomes de  $F = 4$  avec changement de structure hyperfine. Les collisions mettant en jeu un atome dans l'état excité peuvent aussi induire des pertes par pertes radiatives ou changement de structure fine[43]. Ces pertes sont intrinsèques à tout refroidissement utilisant l'émission spontanée comme processus dissipatif.

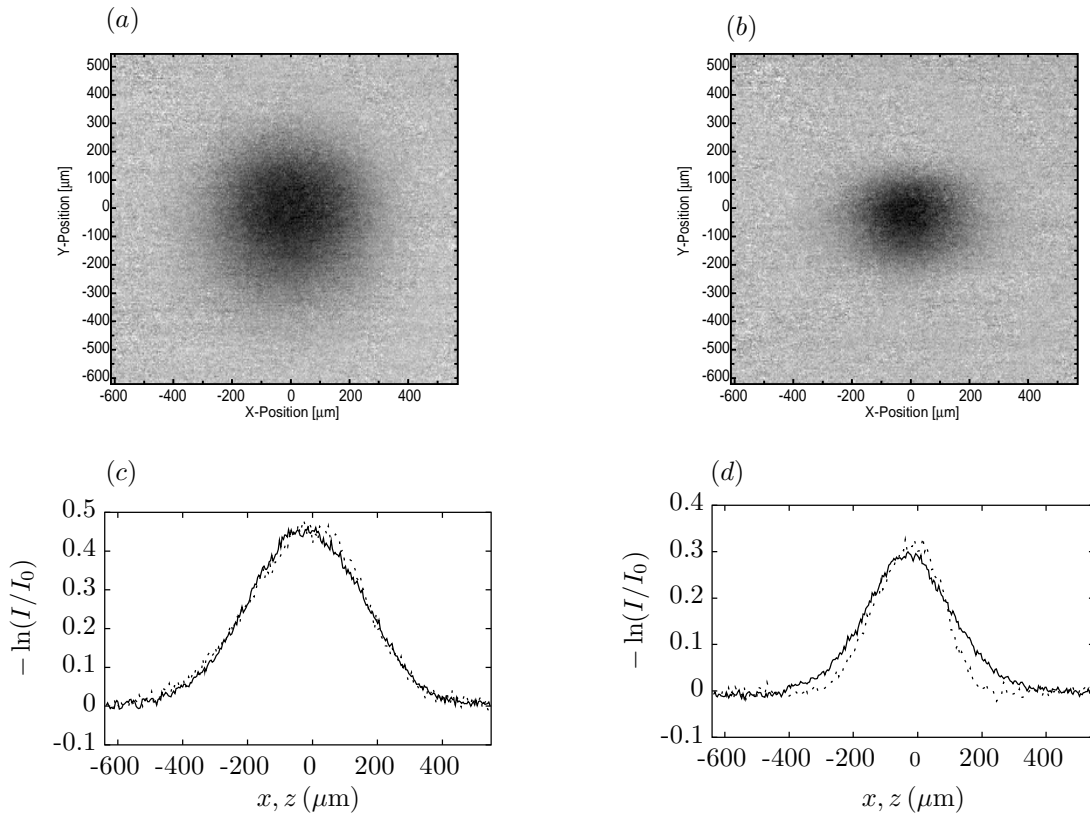


Figure 6.4: Images de temps de vol (6 ms de temps de vol) prises sans refroidissement (a) et après 330 ms de refroidissement (b). Les graphes (c) et (d) donnent les coupes verticales (pointillés) et horizontales (lignes continues) des images. La situation finale est légèrement hors d'équilibre thermodynamique.

### 6.1.2 Refroidissement dans l'état hyperfin $F = 3$

Pour avoir un gaz d'atomes polarisés et pour diminuer les pertes d'atomes, nous avons mis en oeuvre le refroidissement par bandes latérales n'utilisant pas le sous niveau hyperfin de plus haute énergie  $F = 4$  proposé par Vuletic et al[61]. Ce refroidissement du mouvement vertical est effectué en continu, comme présenté au paragraphe 4.3.1. Pour refroidir le mouvement horizontal, le plus simple est donc de l'appliquer en continu pendant un temps long comparé au temps de thermalisation.

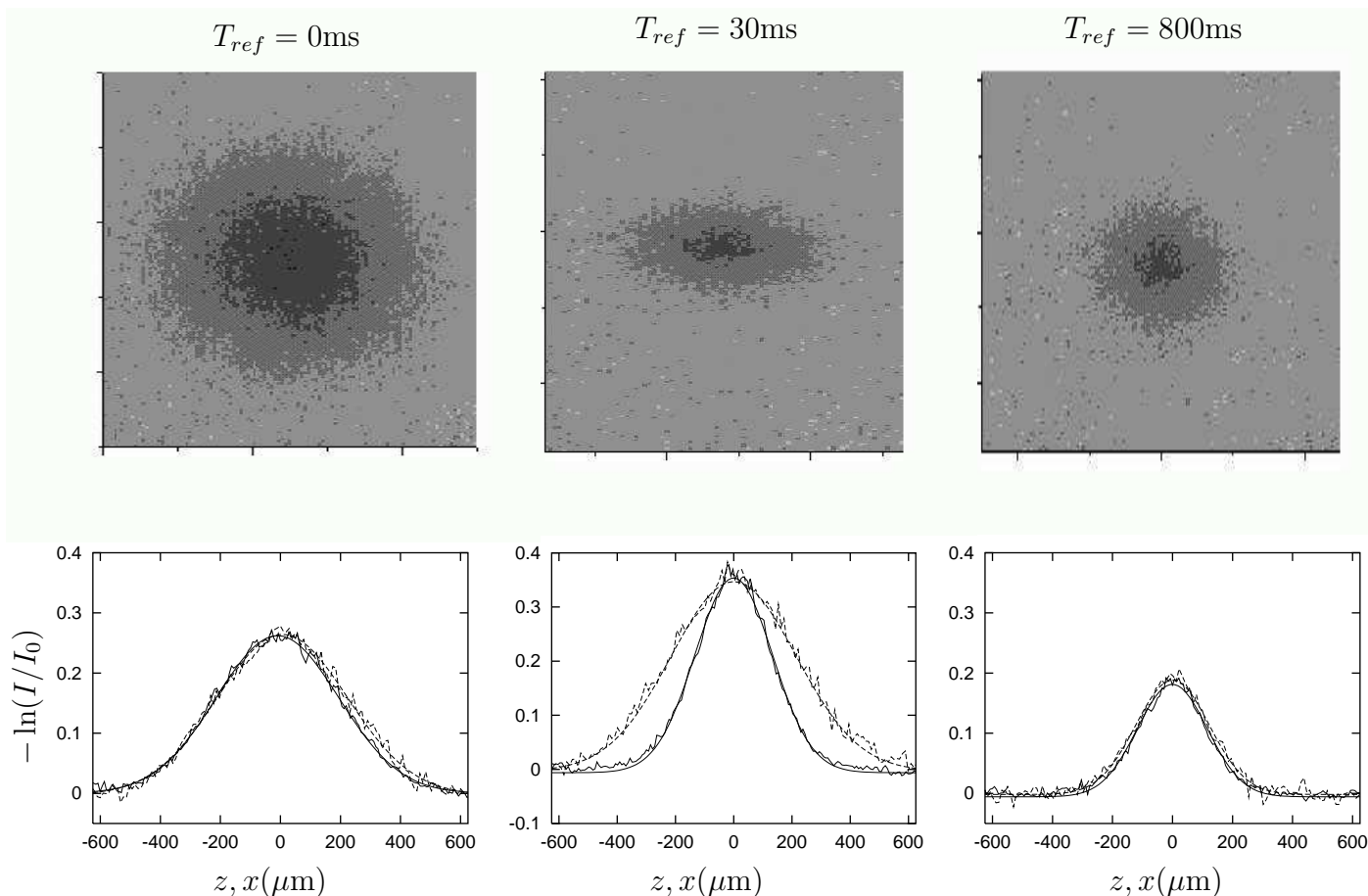


Figure 6.5: Images prises après 8 ms de temps de vol d'atomes ayant subi un refroidissement de durée variable. Sous chacune des images, est représentée, en trait continu, une coupe de la distribution verticale et, en courbe pointillée, une coupe de la distribution horizontale. Chacune des coupes a été ajustée par une gaussienne.

La puissance du laser 3-2 est optimisée expérimentalement pour maximiser le refroidissement du mouvement horizontal. Si la puissance du laser est trop importante, le mouvement horizontal est chauffé. Ceci est sans doute dû à des transferts Raman hors résonance de l'état fondamental du mouvement vertical et à des excitations de  $|m = 3, F = 3\rangle$  par une mauvaise polarisation du laser 3-2. La puissance du laser 3-2

qui optimise le refroidissement horizontal est typiquement de  $2.5 \times 10^{-3}$  mW/cm<sup>2</sup>, ce qui est dix fois plus faible que la puissance utilisée pour refroidir efficacement le mouvement vertical (voir paragraphe 4.3.4). La figure 6.5 qui présente des images prises après un temps de vol de 8 ms pour divers temps de refroidissement, met en évidence le refroidissement des degrés de liberté horizontaux. Plus quantitativement, la figure 6.6 donne l'évolution de la largeur de la distribution en vitesse horizontale calculée à partir d'un ajustement gaussien des coupes des images de temps de vol. Dans la limite où le temps de refroidissement dans la direction verticale est très supérieur au temps de thermalisation, la largeur de la distribution en vitesse selon  $z$  est toujours à son état stationnaire. Ceci est le cas sur la figure 6.6. Notons que la largeur de la distribution en vitesse horizontale commence par augmenter de 26.5 mm/s à 28 mm/s durant les 15 premières millisecondes. Cet échauffement est dû aux photons spontanés émis lors du refroidissement vertical initial. Ensuite, grâce aux collisions, de l'énergie cinétique du mouvement horizontal est transférée au mouvement vertical, qui lui est refroidi. L'énergie du mouvement horizontal diminue alors clairement.

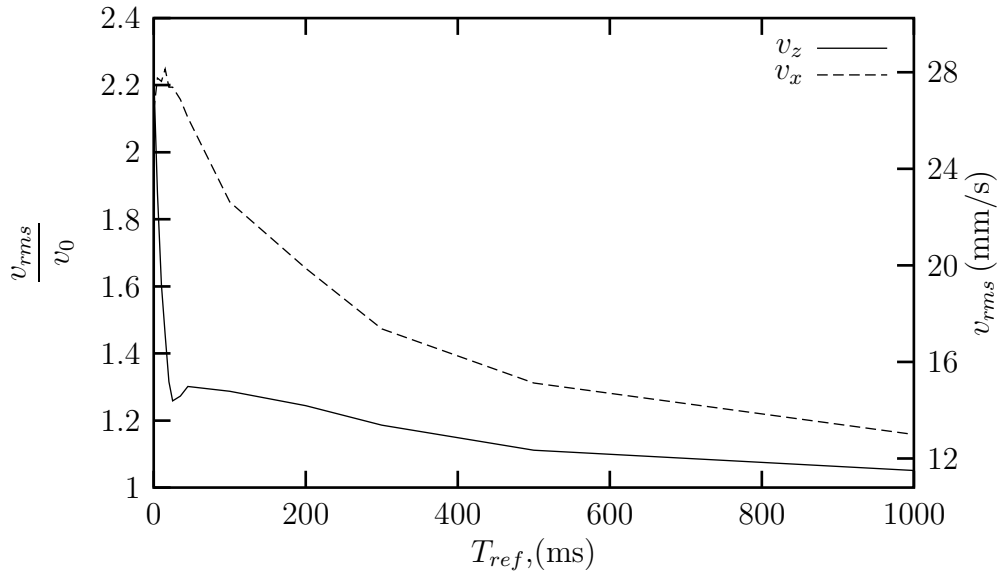


Figure 6.6: *Evolution de la largeur de la distribution en vitesse verticale et horizontale.  $v_0$  est la largeur en vitesse de l'état fondamental dans la direction verticale. Le calcul de la largeur quadratique moyenne de la distribution en vitesse, effectué à partir d'un ajustement gaussien des images de temps de vol, prend en compte la taille initiale du nuage dans la direction verticale. Celle-ci est elle-même déterminée par un ajustement gaussien d'une image des atomes piégés.*

Le taux de refroidissement horizontal diminue avec le taux de collisions donc avec le nombre d'atomes. Si le nombre d'atomes est trop petit (figure 6.7), le taux de refroidissement horizontal induit par les collisions n'est pas suffisant pour compenser un chauffage dû à une mauvaise polarisation du laser 3-2 ou bien à des transferts

Raman hors résonance : le refroidissement du mouvement horizontal ne se produit pas. Sur la figure 6.7, la largeur en vitesse dans la direction verticale est la même pour un nombre d'atomes variant du simple au double. Cette information montre que, pour cette expérience, la limite du refroidissement vertical n'est pas due au chauffage du mouvement vertical causé par le transfert d'énergie par collisions du mouvement horizontal au mouvement vertical.

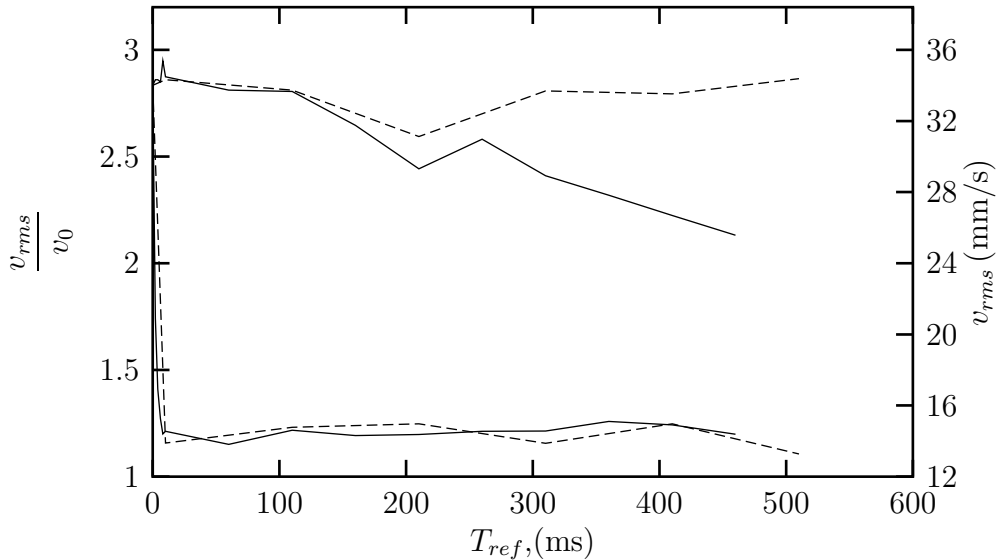


Figure 6.7: Evolution de la largeur des distributions en vitesse verticale et horizontales pour deux valeurs différentes du nombre d'atomes (courbe en trait continu :  $N = 110000$ , courbe en pointillés :  $N = 260000$ ).  $v_0 = 12$  mm/s est la largeur en vitesse de l'état fondamental.

Le refroidissement dans la direction horizontale devrait continuer jusqu'à ce l'équilibre thermodynamique soit atteint. Si le nombre vibrationnel moyen obtenu dans la direction verticale est très inférieur à 1, alors la température est inférieure à l'énergie de l'état fondamental  $\hbar\omega_{osc}/2$  et, à l'équilibre thermodynamique, la largeur de la distribution en vitesse dans la direction horizontale est plus petite que celle de la direction verticale. Cependant, pour des températures horizontales  $T_x$  inférieures à  $\hbar\omega_{osc}/2$ , le nombre d'atomes susceptible de peupler des niveaux vibrationnels excités est très faible. On s'attend donc à ce que le taux de refroidissement soit de moins en moins important. La figure 6.8 montre que, dans les expériences, le refroidissement horizontal s'arrête quasiment avant que la largeur de la distribution en vitesse horizontale n'ait atteint celle de l'état fondamental dans la direction verticale.

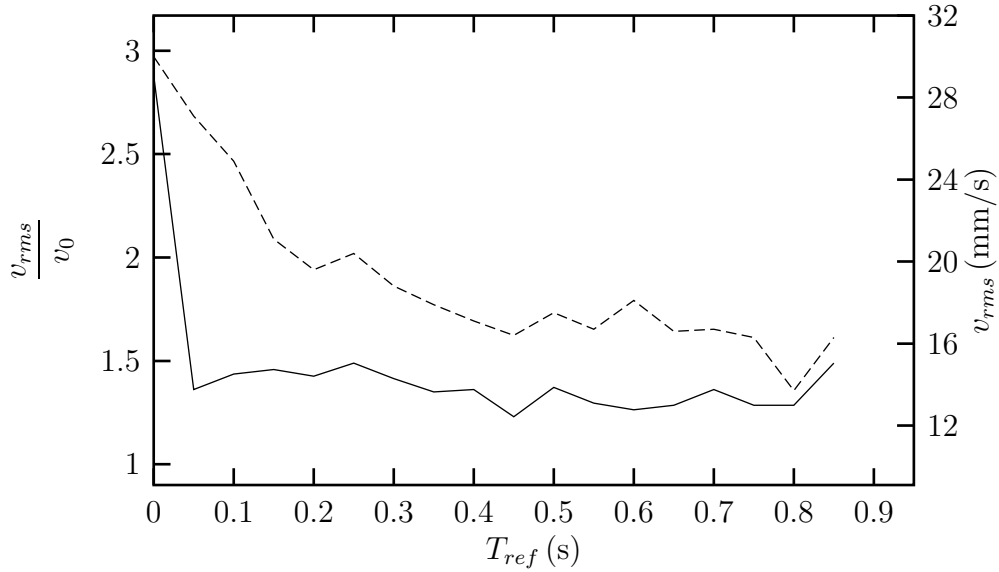


Figure 6.8: *Evolution de la largeur de la distribution en vitesse avec la durée du refroidissement. La fréquence d'oscillation verticale est de 70 kHz.  $v_0 = 10,1$  mm/s est la largeur rms en vitesse de l'état fondamental. Le refroidissement du mouvement vertical s'arrête après environ 400 ms lorsque la largeur de la distribution en vitesse horizontale est  $1.7 v_0$ .*

## Conclusion

Nous avons pu refroidir les atomes dans la direction horizontale jusqu'à une température  $k_B T = 0.7 \hbar \omega_{osc}$ , ce qui correspond à une largeur quadratique moyenne de la distribution en vitesse de  $1,2 v_0$ , où  $v_0 \simeq 11$  mm/s est la largeur de l'état fondamental du mouvement vertical. La température correspondante est de  $3 \mu\text{K}$ .

Grâce à ce refroidissement, nous avons atteint une densité pic dans l'espace des phases  $n \lambda_{DB}^3 \simeq 1.3 \times 10^{-3}$ , où  $\lambda_{DB} = \hbar \sqrt{2\pi/mk_B T}$  est la longueur d'onde de de Broglie, et  $n$  est la densité pic dans le micro-puits central. Cette densité dans l'espace des phases correspond à un nombre d'atomes dans le micro-puits central de 450, à une température de  $4.3 \mu\text{K}$ . La densité pic est  $n = 4 \times 10^{12}$  atomes/cm<sup>3</sup>.

Sur les graphes présentés figures 6.8, 6.7 et 6.6, les limites du refroidissement sont différentes. Plusieurs phénomènes peuvent expliquer ce comportement. Tout d'abord, l'efficacité du refroidissement fluctue probablement de jour en jour car nous ne contrôlons pas bien les paramètres de l'expérience comme la puissance du laser de repompage sur la transition  $|F=3\rangle \rightarrow |F'=2\rangle$ . D'autre part, l'efficacité du refroidissement dépend du nombre d'atomes comme présenté au paragraphe 6.3.

Le refroidissement s'accompagne de pertes d'atomes. Typiquement, lors du refroidissement de la température initiale d'environ  $10 \mu\text{K}$  à une température d'environ  $5 \mu\text{K}$ , on perd un facteur 2 en nombre d'atomes. Ces pertes d'atomes qui accompagnent



le refroidissement seront discutées au paragraphe 6.3

## 6.2 Refroidissement en deux étapes

Expérimentalement, le refroidissement s'arrête quasiment lorsque l'énergie cinétique moyenne dans la direction horizontale  $Ec_x$  est de l'ordre de  $0.56\hbar\omega_{\text{osc}}$  (largeur de la distribution en vitesse de  $1.5v_0$  où  $v_0$  est la largeur en vitesse de l'état fondamental). Ceci est sans doute dû au fait que le nombre d'atomes qui ont une énergie suffisante pour peupler les états vibrationnels excités à l'issue d'une collision est alors faible. La puissance du refroidissement horizontal est donc fortement diminué. Plus quantitativement, pour qu'une paire d'atomes dans l'état fondamental ait une énergie suffisante pour peupler les niveaux vibrationnels excités à l'issue d'une collision, il faut que l'énergie cinétique dans le centre de masse soit supérieure à  $2\hbar\omega_{\text{osc}}$ . En effet, pour des raisons de parité, l'état final dans le centre de masse doit être un état vibrationnel pair<sup>3</sup>. Or la probabilité pour qu'une paire d'atomes ait une énergie cinétique supérieure à  $2\hbar\omega_{\text{osc}}$  est  $e^{-2\hbar\omega_{\text{osc}}/k_B T}$  (voir note <sup>4</sup>). Ainsi, le nombre de collisions susceptibles de peupler les niveaux vibrationnels excités diminue exponentiellement avec la température. Pour la température horizontale initiale d'environ  $3\hbar\omega_{\text{osc}}$  (largeur de la distribution en vitesse par degré de liberté de  $2.5v_0$ , où  $v_0$  est la largeur de l'état  $|n=0\rangle$ ), la probabilité pour qu'une paire d'atomes ait l'énergie suffisante pour peupler les niveaux vibrationnels excités est  $P \simeq 0.5$ . Lorsque la température horizontale est de  $1/2\hbar\omega_{\text{osc}}$  (largeur de la distribution en vitesse par degré de liberté de  $v_0$ ), cette probabilité chute à 0.02. La figure 6.9 illustre cette inhibition du couplage entre les degrés de libertés horizontaux et vertical à faible température.

Pour continuer le refroidissement à un taux élevé, il faut augmenter le couplage par collisions entre les mouvements horizontaux et vertical. A cet effet, on peut augmenter le rapport entre  $Ec_x$  et  $\hbar\omega_{\text{osc}}$ . Une plus grande proportion d'atomes aura alors l'énergie suffisante pour peupler les niveaux vibrationnels excités suivant  $z$  à l'issue d'une collision. Une façon simple de réaliser cette situation est de tourner la polarisation du bras montant du YAG faisant passer l'angle  $\alpha$  (voir figure 4.19) de  $\alpha_1$  à  $\alpha_2 > \alpha_1$ . Les fréquences d'oscillation verticale et horizontales sont diminuées car le contraste du réseau d'intensité diminue. Notons  $\omega_{\text{osc}}^0$  et  $\omega_x^0$  les fréquences d'oscillation verticale et horizontales lorsque les deux bras du YAG sont polarisés parallèlement. Avec un angle

<sup>3</sup>Nous reviendrons sur ce point au paragraphe 6.4.2

<sup>4</sup> La distribution des vitesses relatives vérifie une loi de Boltzmann à la température  $T$  du gaz, pour une masse  $m/2$ . Or à deux dimensions, la densité d'états est indépendante de l'énergie. Donc, la probabilité  $p(E)dE$  pour que l'énergie cinétique d'une paire d'atomes dans le référentiel de son centre de masse (énergie cinétique de la particule fictive), soit comprise entre  $E$  et  $E + dE$  est simplement proportionnelle à  $e^{-E/k_B T} dE$ . Après normalisation, on trouve  $p(E) = \frac{1}{k_B T} e^{-E/k_B T}$ .

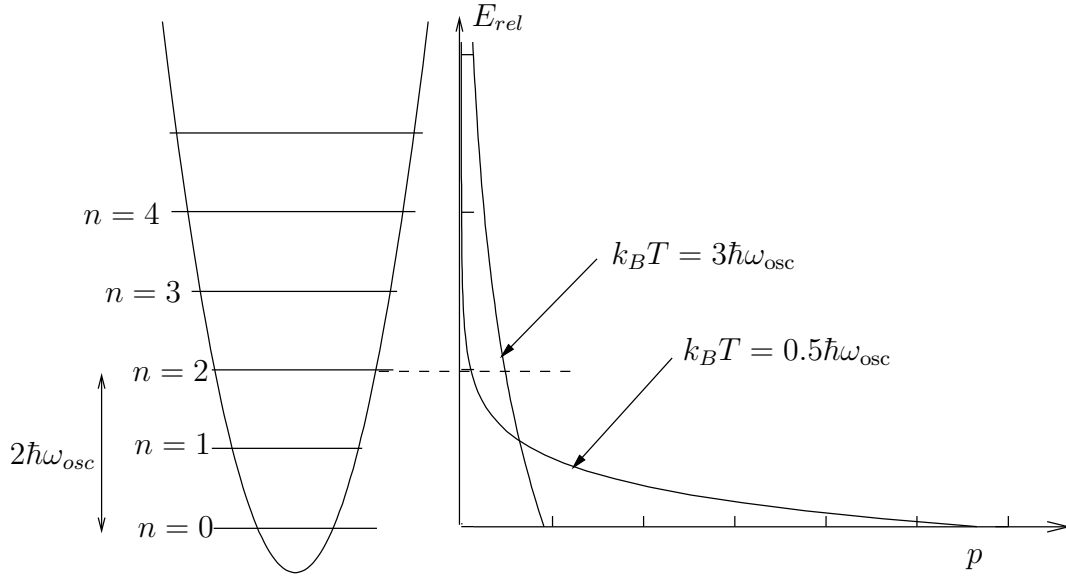


Figure 6.9: *Distribution en énergie cinétique du mouvement horizontal pour une température  $k_B T = 3\hbar\omega_{\text{osc}}$  (largeur quadratique moyenne de la distribution en vitesse (par degré de liberté) 2.5 fois plus grande que celle de l'état fondamental) et une température  $k_B T = \hbar\omega_{\text{osc}}/2$  (largeur de la distribution en vitesse égale à celle de l'état fondamental).*

$\alpha$  entre les polarisations, ces fréquences d'oscillation deviennent

$$\begin{cases} \omega_{\text{osc}} = \omega_{\text{osc}}^0 \sqrt{\cos \alpha} \\ \omega_x = \omega_x^0 \sqrt{\frac{1+\cos \alpha}{2}} \end{cases} \quad (6.1)$$

Ainsi, lorsque l'on passe d'un angle  $\alpha_1$  à un angle  $\alpha_2$  plus grand, le rapport entre les fréquences d'oscillation horizontales et verticales augmente. Si le changement de polarisation est effectué en un temps long devant les périodes d'oscillation des atomes, en l'absence de collisions, la population des niveaux vibrationnels est stationnaire. L'énergie des mouvements verticaux et horizontaux évolue donc proportionnellement aux fréquences d'oscillations. Comme la fréquence d'oscillation horizontale diminue moins que la fréquence d'oscillation verticale, le rapport  $E_{c_x}/(\hbar\omega_{\text{osc}})$  augmente bien. Les collisions vont alors transférer de l'énergie du mouvement horizontal au mouvement vertical et un refroidissement appliqué avec cette nouvelle valeur de  $\alpha$  va diminuer l'énergie du système<sup>5</sup>.

Nous avons réalisé un tel refroidissement en deux étapes. La polarisation du YAG est commandée par la tension appliquée à une lame à retard variable et le critère

<sup>5</sup>Le refroidissement par bandes latérales sera cependant moins efficace pour une polarisation tournée de  $\alpha_2$  car la fréquence d'oscillation est plus faible. S'il ne fonctionne pas du tout, on peut envisager de laisser le gaz thermaliser avec une polarisation tournée de  $\alpha_2$ , puis revenir à une polarisation tournée de  $\alpha_1$  pour appliquer le refroidissement par bandes latérales.

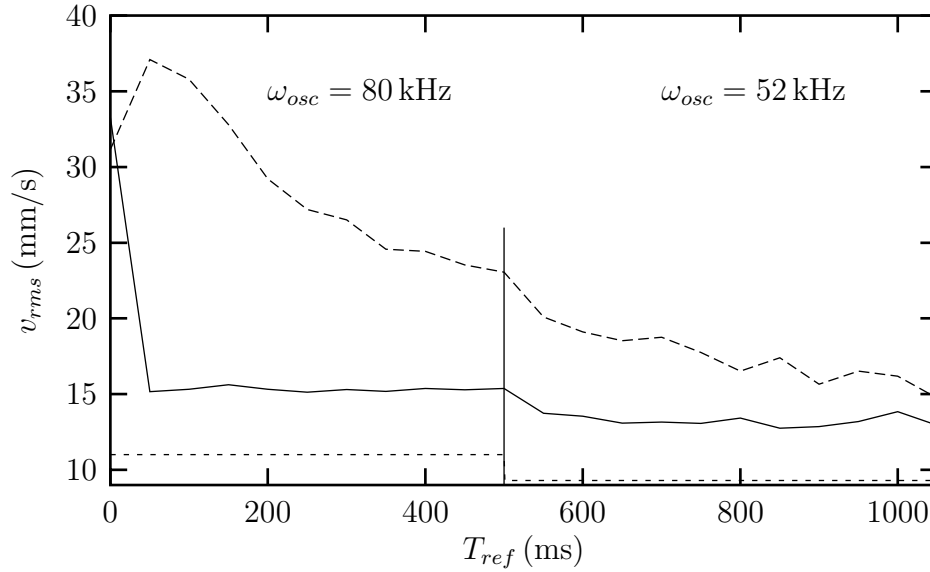


Figure 6.10: *Refroidissement en deux étapes. Les lignes en pointillées donnent la largeur de l'état fondamental du mouvement dans la direction verticale pour les deux valeurs de fréquences d'oscillation.*

d'adiabaticité mécanique lors du changement de polarisation est assuré par le temps de réaction de la lame qui est de l'ordre de 10 ms.

Pour pouvoir refroidir après la rotation de la polarisation, le champ magnétique est diminué après la modification de la polarisation de façon à satisfaire la nouvelle condition de résonance. Enfin, après le passage en  $\alpha_2$ , la puissance du laser 3-2 est diminuée d'un facteur 4 environ, une puissance plus élevée induisant un chauffage dans la direction horizontale. Le graphe 6.10 donne l'évolution de la largeur des distributions en vitesse horizontale et verticale lors du refroidissement en deux étapes. La fréquence d'oscillation verticale, mesurée en optimisant l'efficacité du refroidissement avec le champ magnétique, passe de  $\omega_1 = 80$  kHz pour  $\alpha_1$  à  $\omega_2 = 53$  kHz pour  $\alpha_2$ . Pour mettre ici en évidence l'existence d'un refroidissement en  $\alpha_2$ , le changement de fréquence d'oscillation a lieu avant d'avoir atteint un état stationnaire.

A l'issue du refroidissement en  $\alpha_2$ , la polarisation du YAG est ramenée à la valeur  $\alpha_1$  de façon adiabatique. La compression étant plus importante dans la direction verticale que dans la direction horizontale, l'énergie du mouvement vertical augmente plus que celle du mouvement horizontal. Ainsi, si le gaz a été refroidi en  $\alpha_2$  jusqu'à une température  $k_B T/2 = E_{c_x} = \mu \hbar \omega_{osc}/4$ , après le passage en  $\alpha_1$ , le rapport entre la température et  $\omega_{osc}$  a diminué. Si  $\mu$  est proche de 1, alors on peut obtenir après la compression, un gaz dont la température est inférieure à l'énergie de l'état fondamental dans la direction verticale. La distribution en vitesse devrait alors être plus étalée dans la direction verticale que dans la direction horizontale. Mais, la température atteinte par le refroidissement en  $\alpha_2$  n'est pas suffisamment faible pour que l'on atteigne ce

régime. Les températures les plus faibles obtenues en utilisant un refroidissement en  $\alpha_2$  puis en revenant à  $\alpha_1$  vérifient  $k_B T/2 \simeq 1.2\hbar\omega_{osc}/4$ . Ces températures ont été également atteintes uniquement par un refroidissement en  $\alpha_1$ .

### 6.3 Pertes lors du refroidissement

Le refroidissement s'accompagne de pertes importantes. Ainsi, à l'issue du refroidissement du mouvement horizontal jusqu'à une température proche de  $0.7\hbar\omega_{osc}$ , le nombre d'atomes est divisé par un facteur allant de 2 à 3. Ces pertes sont probablement dues à des collisions en présence de photons (photoassociation de molécules excitées ou excitation d'une paire excitée dans l'état répulsif). Comme mentionné auparavant, plusieurs phénomènes peuvent intervenir[43, 73] : changement de structure interne, pertes radiatives, et formation d'une molécule dans l'état fondamental[52]. Le mécanisme de ces pertes s'explique par le raisonnement semi-classique suivant. Si une paire d'atomes est excitée dans l'état excité attractif, les atomes sont accélérés l'un vers l'autre avec un potentiel à longue portée en  $-1/r^3$ . Ainsi, lorsqu'un photon spontané est émis, l'énergie cinétique peut avoir augmenté de façon importante. Une fois dans leur état fondamental, les atomes n'interagissent presque plus et l'énergie cinétique acquise peut induire une perte si elle est plus importante que la profondeur du piège. Ces pertes sont appelées pertes radiatives<sup>6</sup>. De plus, lorsque les atomes de la paire excitée sont proches l'un de l'autre, l'état interne des atomes peut être modifié, de l'énergie interne étant transférée en énergie cinétique. L'énergie cinétique des atomes est alors plus grande que la profondeur du piège, ce qui engendre des pertes. Enfin, la paire excitée peut se désexciter dans un état moléculaire fondamental. Ce phénomène normalement rare car la paire d'atomes passe peu de temps à une distance faible, peut être important pour le Cesium[52].

Ces types de pertes sont d'autant plus importantes que la densité d'atomes est élevée. Pour identifier la nature des pertes obtenues expérimentalement, nous avons donc cherché à détecter une dépendance éventuelle du taux de perte avec le nombre d'atomes.

Pour cela nous avons appliqué le refroidissement après différents temps d'attente dans le piège dipolaire. Pendant ce temps d'attente, le nombre d'atomes diminue à cause des collisions avec le gaz résiduel. Différents temps d'attente correspondent donc à différents nombres d'atomes. Par contre, la température initiale ne dépend pas du temps d'attente. La figure 6.11 donne les pertes observées pour des nombres d'atomes initiaux variant d'un facteur 2.2. Ces données sont compatibles avec un taux de perte exponentiel au cours du refroidissement. La constante de temps ne varie quasiment pas lorsque le nombre d'atomes initial varie.

L'analyse de ces données est complexe. En effet, le taux de pertes par atome dû

---

<sup>6</sup>Ces pertes peuvent aussi être dues à l'excitation d'une paire excitée dans l'état répulsif. Dans ce cas, les atomes sont accélérés en s'éloignant l'un de l'autre.

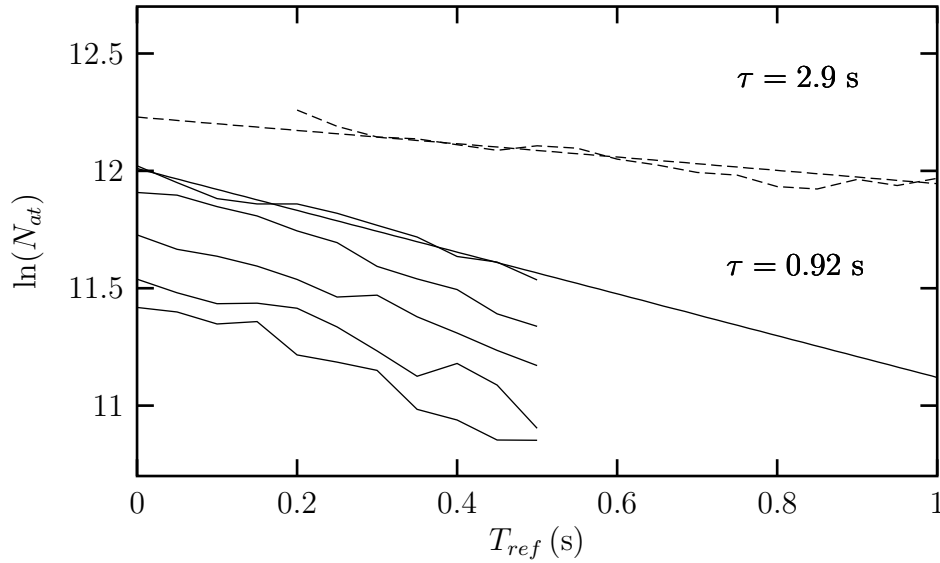


Figure 6.11: Evolution du nombre d'atomes en fonction de la durée du refroidissement pour différents nombres d'atomes initiaux. La courbe en pointillés donne la durée de vie du piège en l'absence de refroidissement. Les températures après 60 et 500 ms de refroidissement pour chacune de ces courbes sont données figure 6.12.

aux collisions faisant intervenir un atome excité est proportionnel à deux facteurs : la densité d'atomes et le taux d'excitation des atomes[43].

### Variation de la densité

La densité est proportionnelle à  $N_{\text{at}}/(v_x^2 v_z)$ , où  $N_{\text{at}}$  est le nombre d'atomes et  $v_x$  et  $v_z$  sont les largeurs en vitesse dans les directions horizontales et verticale. La figure 6.12 donne, pour chacune des courbes représentées figure 6.11, les largeurs en vitesse horizontale et verticale après 60 ms de refroidissement et après 500 ms de refroidissement. Les largeurs en vitesse ne sont pas vraiment identiques pour des nombres d'atomes différents : elles diminuent d'environ 20% lorsque le nombre d'atomes diminue d'un facteur 2.2. Ainsi, pour la courbe à plus faible nombre d'atomes de la figure 6.11, la densité n'est qu'environ  $1/2.2 * (1/0.8)^3 = 0.89$  fois plus petite que la densité correspondant à la courbe ayant le nombre d'atomes le plus important. Ainsi, l'écart en densité reste faible entre les différentes courbes de la figure 6.11. Nos données ne sont donc pas incompatibles avec un taux de pertes proportionnel à la densité, comme attendu si les pertes sont le résultat de processus à deux atomes (photoassociation).

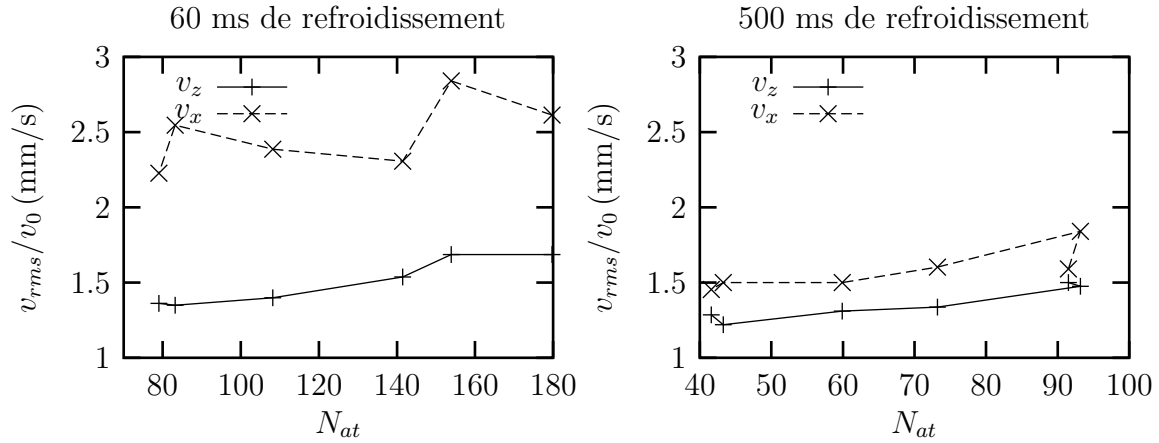


Figure 6.12: *Largeur de la distribution en vitesse horizontale (pointillés) et verticale (ligne solide) en fonction du nombre d'atomes. Les deux graphes correspondent à des temps de refroidissement différents.*

### Taux d'excitation

Le taux de pertes dûes à l'excitation de paires excitées est d'autant plus important que le taux d'excitation est élevé. Ce facteur dépend de la température verticale et des caractéristiques du refroidissement. Si tous les atomes sont dans l'état fondamental, le taux d'excitation est un taux d'excitation résiduel qui est dû à des transferts Ramans hors résonance et à des excitations des atomes dans  $|m = 3\rangle$  à cause d'une mauvaise polarisation du laser 3-2. Mais si la température est non nulle le taux d'excitation augmente à cause du refroidissement. Avec les températures faibles que nous avons dans la direction verticale, on peut penser que cet excès du taux d'excitation est petit devant le taux d'excitation résiduel. Le taux d'excitation ne dépend alors presque pas de la température. Ceci peut expliquer que pour les différentes courbes de la figure 6.11, qui correspondent à des densités presque identiques mais à des températures différentes, nous avons des taux de pertes identiques.

En conclusion, les pertes reportées sur le graphe 6.11 ne sont pas incompatibles avec des pertes à deux corps dûes à la photoassociation de molécules excitées.

### Estimation des pertes radiatives

Le taux de pertes par collisions faisant intervenir un atome excité et un atome dans l'état fondamental a été calculé[43, 74, 75] pour rendre compte des pertes observées dans les pièges magnéto-optiques. Dans un piège magnéto-optique, le taux de pertes dû aux collisions avec changement de structure fine et celui dû aux pertes radiatives sont du même ordre de grandeur[74]. Mais un piège magnéto-optique a une plage de capture ("profondeur") de l'ordre du Kelvin, bien supérieure à la profondeur de notre piège ( $\simeq 130 \mu\text{K}$ ). Or, le taux de pertes radiatives est d'autant plus important que le

piège est peu profond. En effet, même une paire d'atomes relativement éloignée peut, pendant qu'elle est excitée, être suffisamment accélérée pour avoir une énergie cinétique finale supérieure à la profondeur du piège. Julienne et Vigué ont montré que le taux de pertes radiatives variait comme  $U^{-5/6}$  où  $U$  est la profondeur du potentiel[74]. Ainsi, dans notre piège, pour un taux d'excitation donné, on s'attend à ce que les pertes radiatives soient  $1.7 \times 10^3$  fois plus importantes que dans un piège d'une profondeur de 1 K.

Par contre, le taux de pertes par changement de structure fine est indépendant de la profondeur du piège car l'écart d'énergie de la structure fine de l'état excité ( $\Delta E/\hbar \simeq 10^{14} Hz$ ) est très supérieur aux profondeurs des pièges considérés. Donc, si dans un piège magnéto-optique, les deux taux de pertes sont similaires, dans notre piège, le taux de pertes radiatives est donc bien supérieur au taux de pertes dû aux changements de structure hyperfine.

Le taux de pertes radiatives, par atome, peut s'écrire  $n_e K$  où  $n_e$  est la densité d'atomes dans l'état excité. La constante  $K$  dépend du désaccord du laser et de la température. Dans un piège magnéto-optique de Cesium à  $100 \mu K$  et pour un désaccord en fréquence  $-\Gamma/(2\pi) = -5 MHz$ , P. S. Julienne et J. Vigué ont calculé  $K \simeq 0.5 \times 10^{-11}$ [74]. Dans notre expérience, on s'attend à un coefficient  $K$  plus important d'un facteur  $1.7 \times 10^3$  à cause de la faible profondeur du piège. Une estimation a priori et assez grossière de la population dans l'état excité dans notre expérience peut être faite comme suit. Si le niveau vibrationnel moyen est faible, on s'attend à ce que la population de l'état excité soit imposée par les transferts Raman hors résonance et les excitations de  $|F = 3, m = 3\rangle$  dues à une mauvaise polarisation du laser 3-2. Le premier processus est négligeable avec une puissance du laser 3-2 de l'ordre de  $2.5 \times 10^{-3} I_{\text{sat}}$ . En effet, la largeur de  $|m = 2, F = 3\rangle$  est alors de  $3 \text{ ms}^{-1}$ , ce qui est très faible devant 80 kHz. La population de l'état excité due au deuxième processus est de l'ordre de  $1/2 \times 5 \times 10^{-2} \times 2.5 \times 10^{-3} = 0.5 \times 10^{-4}$  pour une puissance relative de mauvaise polarisation de 5%. Ainsi, la densité d'atomes dans l'état excité est de l'ordre de  $n_e \simeq n \times 0.6 \times 10^{-4}$ , où  $n$  est la densité d'atomes.

Le taux de pertes par atome est donc  $\beta n$ , où  $\beta \sim 0.5 \times 10^{-11} \times 0.6 \times 10^{-4} \times 1.7 \times 10^3 \simeq 0.5 \times 10^{-12} \text{ cm}^{-3}/\text{s}$ . Avec la densité de  $5 \times 10^{11} \text{ atomes}/\text{cm}^3$  que nous avons typiquement, le taux de pertes vaut  $\beta n \simeq 0.3 \text{ s}^{-1}$ . Ce taux de pertes est donc de l'ordre du taux de pertes dû au gaz résiduel. Il est de l'ordre de grandeur du taux de pertes mesuré.

Bien sûr, le calcul précédent n'est qu'une évaluation d'un ordre de grandeur. Pour avoir une estimation plus précise du taux de pertes, deux quantités doivent être calculées ou mesurées plus précisément. Le facteur  $K$  peut être calculé dans notre cas en reprenant les calculs de la référence [43]. Enfin, la population dans l'état excité peut être estimée plus finement en fonction du nombre vibrationnel moyen si l'on connaît le couplage Raman du YAG, la puissance du laser 3-2 et sa polarisation. Une mesure directe peut être effectuée en récoltant la fluorescence du nuage d'atomes. Cependant, cette mesure demande une très grande sensibilité car le taux de photons spontanés reste faible.

### Dépendance du refroidissement avec le nombre d'atomes

La figure 6.12 met en évidence une dépendance du refroidissement avec le nombre d'atomes : le refroidissement est plus efficace à faible nombre d'atomes. Cet effet peut être dû à l'excès de chauffage produit par la réabsorption de photons pour un nombre d'atomes important. Cet excès de chauffage est proportionnel au nombre  $n_{\text{reabs}}$  de fois qu'un photon est réabsorbé avant de quitter le piège. Or  $n_{\text{reabs}}$  est d'autant plus important, à une température donnée, que le nombre d'atomes est important. On s'attend donc à une température d'équilibre d'autant plus importante que le nombre d'atomes est important.

Un autre phénomène peut induire un chauffage qui dépend du nombre d'atomes : l'augmentation d'énergie à l'issue de l'excitation d'une paire d'atomes. En effet, même si l'augmentation d'énergie cinétique n'est pas suffisante pour expulser les atomes du piège (pertes radiatives), les atomes après l'émission spontanée peuvent avoir une énergie cinétique plus importante. Ce processus induit un chauffage du nuage d'atomes d'autant plus important que la densité d'atomes est grande[76].

## 6.4 Effet du confinement sur les collisions

Les atomes dans l'état fondamental du mouvement dans la direction verticale sont confinés sur une taille quadratique moyenne  $l = \sqrt{\hbar/(2m\omega_{\text{osc}})} \simeq 20$  nm. Or, la longueur de diffusion d'atomes de Césium libres polarisés dans l'état  $|F = 3, m = 3\rangle$  est environ  $a \simeq -60$  nm<sup>7</sup>. On peut dans ces conditions s'attendre à une modification importante des propriétés collisionnelles des atomes confinés. D.Petrov et al. ont étudié l'interaction de champ moyen d'un gaz de Boson confiné dans la direction horizontale et suffisamment froid pour que l'énergie du mouvement horizontal soit très inférieure à l'énergie de point zéro du mouvement verticale[70]. Ils ont montré que, si l'interaction de champ moyen est attractive pour des confinements verticaux faibles, il est possible, lorsque la taille du confinement est inférieure à la longueur de diffusion, de rendre l'interaction effective répulsive. Or le Césium polarisé dans  $|F = 3, m = 3\rangle$  a une longueur de diffusion négative. Ainsi, à une température suffisamment faible pour que seule la diffusion en onde s'intervienne, l'énergie de champ moyen est négative ce qui correspond à une interaction effective attractive entre atomes. Dans notre expérience, d'après les calculs de D. Petrov et al, la fréquence d'oscillation verticale est suffisante pour que l'interaction de champ moyen soit positive à faible température. Ce

---

<sup>7</sup>Un calcul de  $a$  a été effectué dans [77] (1998) en utilisant les mesures de sections efficaces de collision, les déplacements collisionnels dans les horloges et les taux de collisions inélastiques (Voir références dans [77]). Ce calcul donne  $a = -12$  nm. Cependant, des mesures ultérieures de taux de collisions élastiques à des températures inférieures à  $1 \mu\text{K}$  ne sont pas compatibles avec cette valeur de  $a$ [71]. La valeur de  $|a|$  déduite de ces données est  $|a| = 67$  nm. L'observation d'une résonance de Feshbach [78] est compatible avec  $a = -60$  nm. Un calcul effectué après l'observation de nombreuses résonances de Feshbach [79] donne une longueur de diffusion encore plus grande de 138 nm.



résultat a motivé une étude détaillée des propriétés des collisions dans notre géométrie aux températures que nous atteignons.

Le développement de la section efficace de collision donne[80]

$$\sigma = \frac{8\pi a^2}{1 + k^2 a^2}, \quad (6.2)$$

où  $k$  est le vecteur d'onde de la particule fictive dans le centre de masse. Pour des énergies de collisions supérieures à  $k_B \times 4 \mu\text{K}$ , qui est la température la plus basse que nous atteignons, la section efficace diffère peu de la valeur de résonance à énergie nulle[80]

$$\sigma = \frac{8\pi}{k^2}. \quad (6.3)$$

Des expériences effectuées dans des pièges magnétiques peu confinant ont bien montré que, pour des températures comprises entre  $5 \mu\text{K}$  et  $50 \mu\text{K}$ , la section efficace de collision pouvait être approximée par (6.3)[71, 72]. Ces expériences consistent à observer une thermalisation due aux collisions. Une simulation Monte-Carlo utilisant l'expression (6.3) est bien compatible avec leur résultats expérimentaux.

Si le confinement modifie les propriétés collisionnelles, on peut s'attendre à ce que la résonance de diffusion disparaisse pour des atomes confinés sur une taille de l'ordre de 20 nm. Nous avons cherché à observer un tel effet en mesurant des temps de thermalisation en fonction de la température. La thermalisation consiste, dans les expériences faites, en une redistribution d'énergie entre les degrés de liberté horizontaux et le mouvement vertical.

Un calcul quantique s'appliquant à nos expériences a été réalisé ultérieurement par D. Petrov et G. Shliapnikov et nous l'avons comparé à nos résultats expérimentaux.

La suite de cette section est organisée de la façon suivante. Nous décrivons dans un premier temps les expériences effectuées. Les prédictions quantiques de D. Petrov et G. Shlyapnikov sont ensuite exposées puis comparées aux expériences. Nous présentons ensuite une prédiction classique dans laquelle les collisions sont traitées comme des collisions à trois dimensions vérifiant la propriété de résonance à énergie nulle. Ce calcul est en accord les résultats établis par le calcul quantique de D. Petrov et al. dans le cas des températures élevées. Enfin, une interprétation du résultat du calcul quantique dans la limite opposée des températures faibles est proposée.

### 6.4.1 Expériences effectuées

Pour étudier les propriétés collisionnelles du gaz confiné, nous observons une thermalisation. Pour cela, une situation initiale hors d'équilibre thermodynamique doit être produite. Le plus simple pour l'analyse des données est de choisir une situation initiale telle que seules les collisions puissent rétablir l'équilibre thermodynamique. Dans notre expérience, nous préparons les atomes avec une "température" horizontale  $T_h$  différente de la "température" verticale  $T_v$ . La notion de "température" verticale ou horizontale

a ici un sens car, pour chaque degré de liberté, la loi de Boltzmann est vérifiée<sup>8</sup>. L'état initial est obtenu après avoir appliqué le refroidissement par bandes latérales pendant un certain temps. Si la constante de temps du refroidissement vertical est très inférieure au temps de collisions, l'énergie du mouvement dans la direction verticale prend rapidement une valeur d'équilibre proche de l'énergie de l'état fondamental alors que l'énergie des mouvements horizontaux diminue beaucoup plus lentement. L'écart en énergie entre les degrés de liberté est d'autant plus petit que le refroidissement est appliqué longtemps, comme représenté figure 6.6.

Dans le cas d'un potentiel purement harmonique d'axes propres  $x, y$  et  $z$ , seules les collisions peuvent échanger de l'énergie entre le mouvement horizontal et vertical. Dans notre cas, le potentiel n'est pas véritablement harmonique<sup>9</sup>. Cependant, comme nous l'avons expliqué au paragraphe 6.1, l'écart important entre les fréquences d'oscillations verticales et horizontales, empêche tout échange d'énergie dû au potentiel entre ces degrés de liberté. Ainsi, seules les collisions sont responsables de la thermalisation. Ceci a été testé expérimentalement en mesurant le temps de thermalisation en fonction du nombre d'atomes  $N$  présent dans le piège (figure 6.3).

### Les mesures proprement dites

La mesure de temps de thermalisation en fonction de la température du nuage se fait de la façon suivante. Le refroidissement par bandes latérales dans l'état hyperfin  $|F = 3\rangle$  est tout d'abord appliqué pendant un certain temps  $T_{\text{ref}}$ . A l'issue de ce refroidissement, on laisse le nuage thermaliser dans le noir (tous les lasers à l'exception du laser YAG sont éteints) pendant un certain temps  $T_{\text{therm}}$ . Enfin, une image de temps de vol est enregistrée. Pour avoir un meilleur signal sur bruit, nous moyennons une vingtaine d'images prises pour la même séquence expérimentale. En recommençant ce cycle pour différents temps de thermalisation  $T_{\text{therm}}$ , on peut ainsi observer la thermalisation. La prise d'une courbe de thermalisation prend environ 40 minutes. Finalement nous enregistrons de telles thermalisations pour différents temps de refroidissement  $T_{\text{ref}}$  de façon à explorer toute la gamme de température dont nous disposons. L'expérience est automatisée pour prendre ces données, qui peuvent s'étaler sur une journée ou une nuit. La figure 6.13 donne 5 courbes de thermalisations obtenues une même journée. On vérifie que l'expérience est stable en s'assurant que, pour une courbe de thermalisation donnée, le nombre d'atomes ne fluctue pas trop. Les fluctuations observées sont de l'ordre de 10%. D'autre part, on vérifie que l'énergie cinétique moyenne est constante lors de la thermalisation.

La température maximum que nous pouvons atteindre est de l'ordre de  $20 \mu\text{K}$ . C'est

---

<sup>8</sup>En effet, on vérifie expérimentalement que la distribution en vitesse est gaussienne dans les directions horizontales et verticale. D'autre part, l'absence d'oscillations montre que l'énergie est bien répartie entre énergie cinétique et potentielle pour chaque degré de liberté.

<sup>9</sup>Le potentiel n'est pas purement quadratique en  $x, y, z$ . Il comporte des termes d'ordre supérieur couplant les degrés de liberté.

la température du nuage d'atomes avant tout refroidissement. Elle est limitée par la profondeur du piège d'environ  $150 \mu\text{K}$ . La température minimum pour laquelle nous pouvons observer une thermalisation est de  $4 \mu\text{K}$  environ, ce qui correspond à une énergie cinétique moyenne par degré de liberté  $E_c \simeq 38 \text{ kHz}$  qui est environ  $0.48\hbar\omega_{\text{osc}}$ .

Pour chaque courbe de thermalisation, nous déduisons un temps de thermalisation qui est le temps à  $1/e$  fourni par un ajustement exponentiel de l'évolution de la largeur de la distribution en vitesse verticale. La précision de la mesure dépend de la température initiale. Plus la température initiale est faible, moins la mesure est précise car la variation de la largeur de la distribution en vitesse est faible. Par exemple, pour le deuxième graphe de la figure 6.13, la déviation standard de la constante de temps est de 11%. Sur le quatrième graphe, cette incertitude passe à 20%.

Il est intéressant de noter que les temps de thermalisation obtenus à faible température sont de l'ordre de 10 ms. Comme ils sont de l'ordre de l'inverse du taux de collision (sans tenir compte de l'inhibition de la thermalisation due à la quantification des niveaux d'énergie dans la direction verticale<sup>10</sup>), le taux de collision est de l'ordre de 100 Hz. Les fréquences d'oscillation horizontales étant de l'ordre de 175 Hz, le gaz est à la limite du régime hydrodynamique. La signature du régime hydrodynamique serait l'apparition d'oscillations de la largeur de la distribution en vitesse lors de la thermalisation<sup>11</sup>. Or, nous n'avons pas observé d'oscillations.

### Mesure des fréquences d'oscillations horizontales

Pour comparer les temps de thermalisation obtenus avec les prédictions théoriques, il est nécessaire de connaître la densité d'atomes. La mesure de la taille du nuage d'atomes piégés et du nombre total d'atomes est pour cela suffisante. Cependant, pour des températures de l'ordre de la moitié de l'énergie d'oscillation, la largeur quadratique moyenne horizontale du nuage d'atomes, de l'ordre de  $10 \mu\text{m}$  pour des fréquences d'oscillation de 200 Hz, est comparable à la limite de résolution de notre système optique, comme montré figure 6.14. Une mesure directe de l'étalement horizontal des atomes dans chaque micro-puits est donc très imprécise aux faibles températures.

<sup>10</sup>Nous reviendrons sur ce phénomène au paragraphe 6.4.5

<sup>11</sup>Une sous-partie de la section 6.4.4 est consacré à ces oscillation.

Figure 6.13: *Figure de la page suivante : Exemple de mesures de thermalisation. Les graphes de gauche donnent l'évolution de la largeur quadratique moyenne dans la direction horizontale  $v_x$  (carrés blancs) et verticale  $v_z$  (étoiles). Les carrés noirs représentent l'énergie cinétique moyenne  $\sqrt{(2v_x^2 + v_z^2)}/3$ . L'évolution de  $v_z$  est ajustée par une exponentielle (courbe continue). On a indiqué sur chaque graphe le temps à  $1/e$  de cet ajustement. Les graphes de droites donnent le nombre d'atomes correspondant à chacune des thermalisations. Sur les graphes 2 et 4, les courbes en pointillées sont le résultat prédit par le calcul quantique de D. Petrov et G. Shlyapnikov.*

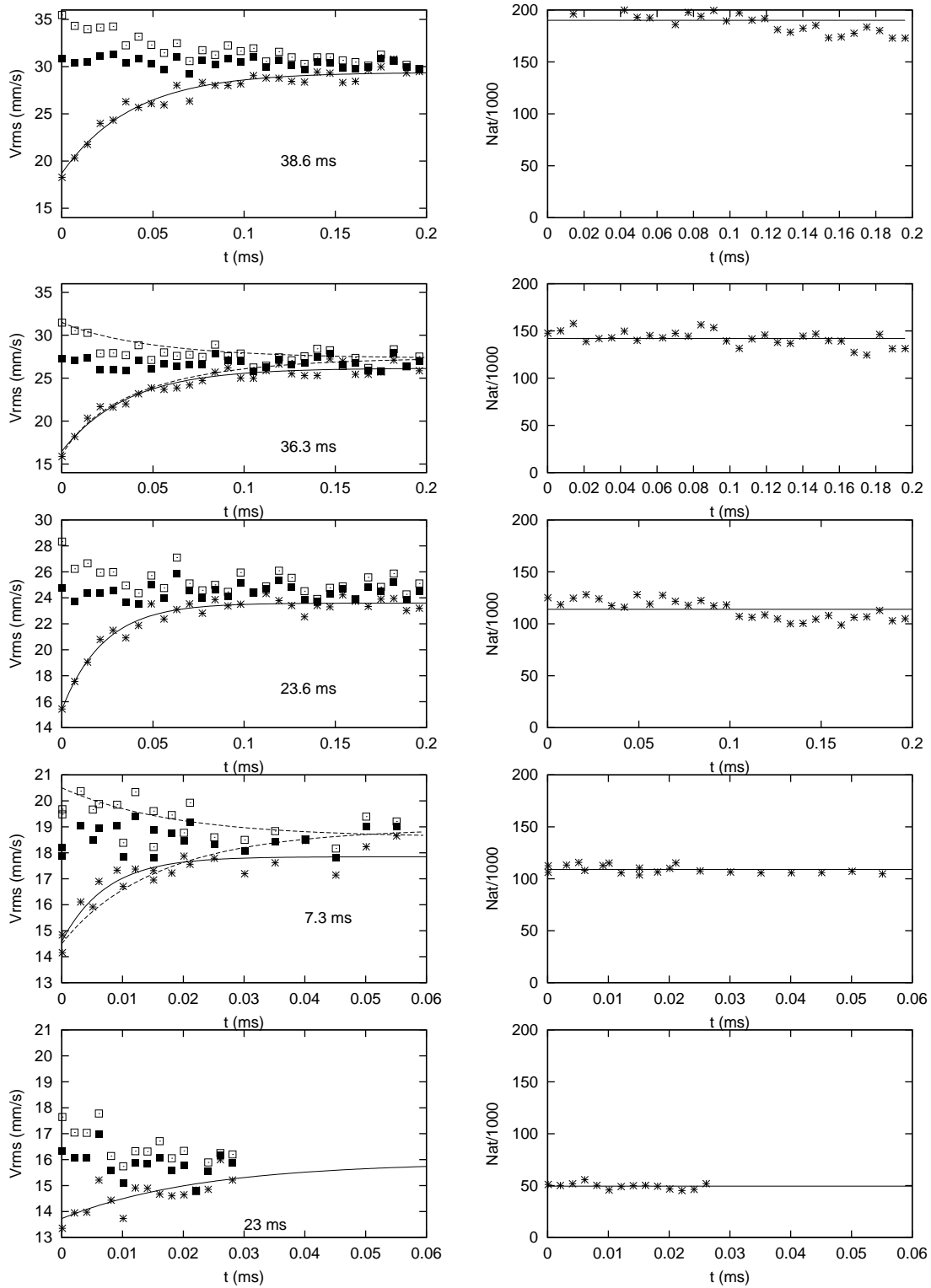


Figure 6.13: Voir la légende page précédente.

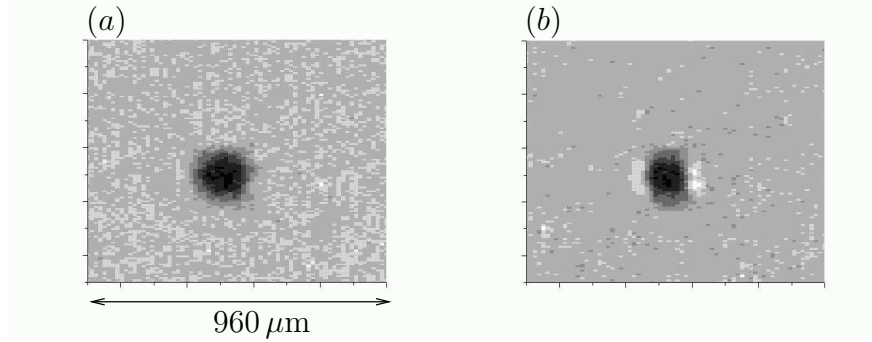


Figure 6.14: Images du piège avant (a) et après 400 ms de refroidissement (b). La largeur quadratique moyenne du nuage dans la direction horizontale est de  $40 \mu\text{m}$  avant le refroidissement. La taille horizontale du nuage après le refroidissement est plus petite que la résolution du système optique : une structure de diffraction est visible. La taille du nuage dans la direction verticale ne change pas car les atomes sont confinés verticalement dans des micro-puits indépendants.

Pour remédier à ce problème, nous utilisons une autre méthode pour calculer l'étalement du nuage dans les directions horizontales, plus indirecte mais plus précise. La taille quadratique moyenne du nuage piégé  $x_{rms}$  est reliée à la vitesse quadratique moyenne  $v_{rms}$  par

$$x_{rms} = \frac{v_{rms}}{\omega}. \quad (6.4)$$

$v_{rms}$  est fourni directement par une image de temps de vol. En effet, pour un temps de vol  $T_{dv} = 8$  ms qui est le temps de vol typique utilisé, l'étalement du nuage après le temps de vol dans la direction horizontale est bien plus important que sa taille initiale et la distribution du nuage après temps de vol donne la distribution en vitesses<sup>12</sup>. Une mesure indépendante de  $\omega$  permet alors de calculer  $x_{rms}$ .

La mesure de la fréquence d'oscillation est effectuée en utilisant le chauffage paramétrique induit par une modulation de l'intensité du laser YAG. En effet, comme présenté au paragraphe 3.4.3, une modulation de l'intensité du YAG induit une modulation des fréquences d'oscillation du piège. Si la fréquence de cette modulation est suffisamment proche de  $2\omega$ , où  $\omega$  est une fréquence d'oscillation du piège, le nuage d'atomes est chauffé. La mesure des fréquences d'oscillation consiste donc à mesurer le chauffage en fonction de la fréquence de la modulation. Une modulation de l'intensité  $I$  du laser d'amplitude pic à pic  $\Delta I$  induit un chauffage du mouvement des atomes dans la direction Ox si la fréquence de la modulation vérifie[81]

$$2\omega_x^0 - \frac{\omega_x^0 \Delta I}{2 I} < \omega_{mod} < 2\omega_x^0 + \frac{\omega_x^0 \Delta I}{2 I}, \quad (6.5)$$

<sup>12</sup>En effet, l'étalement du nuage est  $x_{tdv} = v_{rms} T_{dv} \sqrt{1 + 1/(\omega T_{dv})^2}$ . Pour  $\omega \simeq 200$  Hz et  $T_{dv} = 8$  ms cette équation donne  $x_{tdv} \simeq v_{rms} T_{dv} \sqrt{1 + 0.01}$ . Ainsi, l'erreur commise sur le calcul de  $v_{rms}$  en négligeant la taille initiale est de l'ordre de 0.5%.

où  $\omega_x^{02}$  est la valeur moyenne du carré de la fréquence d'oscillation. La mesure de  $\omega_x$  sera donc d'autant plus précise que l'amplitude de la modulation est faible. Cependant, l'amplitude de la modulation ne doit pas être trop faible. En effet, comme le chauffage est d'autant plus faible que l'amplitude de l'oscillation est petite, une amplitude de la modulation trop faible ne permet pas de détecter un chauffage pendant la durée de vie du piège. D'autre part, le piège consiste en fait en une superposition de micro-pièges et la dispersion des fréquences d'oscillation des atomes est de l'ordre de 10%. Pour chauffer tout le nuage d'atomes, l'amplitude de la modulation d'intensité doit donc être au moins de 10%. Dans les expériences, on utilise une modulation d'amplitude de l'ordre de 15% de l'intensité maximum induisant un chauffage paramétrique sur une plage en fréquence de  $0.15\omega^0$ . Le calcul de la constante de temps du chauffage à résonance donne[81]

$$\tau_{param} = \frac{4}{\omega^0 \frac{\Delta I}{I^0}} \simeq \frac{4}{0.15\omega^0}. \quad (6.6)$$

Dans les expériences, pour avoir un chauffage suffisant, on applique la modulation d'intensité pendant 0.2 s.

Lorsque l'on applique cette modulation à un nuage d'atomes non refroidi, quasiment aucun chauffage n'est détecté. Par contre, le nombre d'atomes piégés diminue. Cet effet s'interprète comme de l'évaporation qui apparaît dès que la température est plus élevée que la température initiale. Cette évaporation entraîne un refroidissement s'opposant au chauffage paramétrique et explique les pertes observées. Pour remédier à ce problème, on applique la modulation à un nuage d'atomes refroidis dans les trois dimensions grâce au refroidissement par bandes latérales. On observe alors bien un chauffage du nuage pour des fréquences d'oscillation proches de 280 et 350 Hz (voir figure 6.15). Les fréquences d'oscillations horizontales déduites du graphe 6.15 sont d'environ 175 Hz et 140 Hz. Leur rapport est de 0.8, ce qui est bien de l'ordre de  $\sin \theta = 0.79$ . La précision de cette mesure des fréquences d'oscillation est d'environ 5%.

### 6.4.2 Prédiction quantiques

Dimitri Petrov et Gora Shlyapnikov ont effectué un calcul quantique des sections efficaces de collision dans le cas d'un gaz confiné à une dimension[82]. A partir de ce calcul, ils ont obtenus une prédiction des temps de thermalisations entre les directions horizontales et le mouvement vertical. Le calcul suppose que la portée du potentiel d'interaction entre atomes est très petite devant la taille de l'état fondamental dans la direction confinée. La portée du potentiel d'interaction entre atomes de Cs est d'environ 10nm. Or, pour une fréquence d'oscillation de 80 kHz, la taille quadratique moyenne de l'état fondamental est de l'ordre de 20 nm. Ce calcul est donc à la limite de sa validité dans notre expérience.

Les propriétés collisionnelles entre deux atomes sont calculées dans le référentiel du centre de masse en étudiant l'évolution de la position relative des deux atomes. Cette

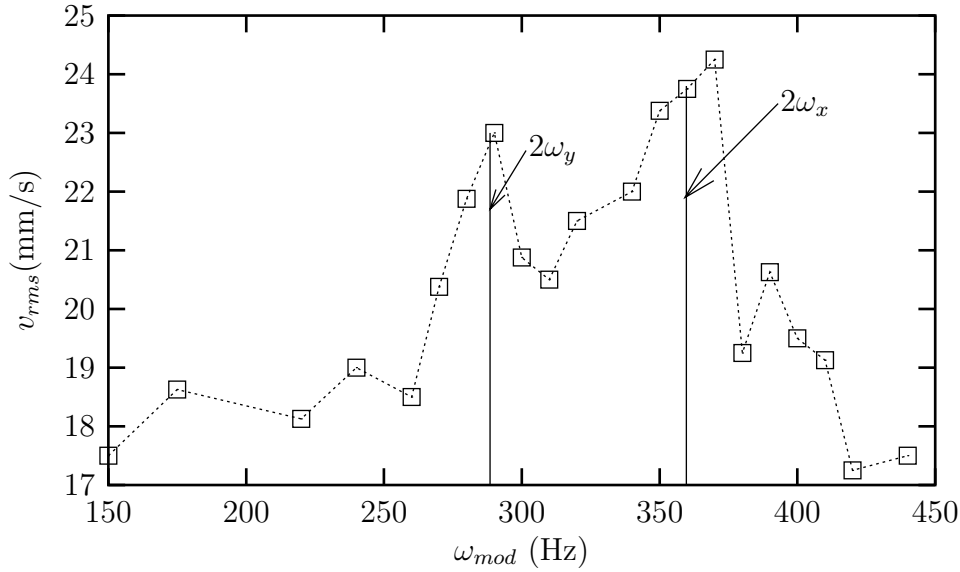


Figure 6.15: *Largeur quadratique moyenne de la distribution en vitesse horizontale en fonction de la fréquence de la modulation en intensité du laser YAG. La modulation d'amplitude  $\Delta I/I \simeq 0.13\%$  est appliquée pendant 200 ms. Les mesures sont effectuées à l'aide d'images prises après 8 ms de temps de vol.*

étude est celle d'une particule fictive, de masse  $m/2$  soumise à un potentiel confinant de même fréquence d'oscillation  $\omega_{\text{osc}}$  que les atomes et au potentiel d'interaction entre les atomes. Comme ces deux potentiels sont pairs en  $z$ , la parité de l'état de la particule fictive est inchangée. Ainsi, seul un changement pair du niveau vibrationnel peut avoir lieu à l'issue de la collision. D'autre part, si la particule fictive est dans un état vibrationnel impair, la probabilité pour qu'elle soit en  $z = 0$  est nulle. Dans la limite où le potentiel d'interaction, centré en  $z = 0$ , a une portée beaucoup plus petite que la taille  $l = \sqrt{\hbar/(2m\omega_{\text{osc}})}$ , la particule fictive ne voit alors quasiment pas ce potentiel. Donc les états vibrationnels de la particule fictive à considérer pour les collisions sont les états vibrationnels pairs. Ainsi, les seules collisions à considérer sont celles lors desquelles le niveau vibrationnel de la particule fictive passe de  $2n$  à  $2k$ . Le calcul donne une section efficace pour que, à la suite d'une collision, la particule fictive passe d'un état  $|2k, \mathbf{q}\rangle$  à un état  $|2n, \mathbf{q}'\rangle$

$$\sigma_{nk}(E) = \frac{|f_{nk}(E)|^2}{2q}, \quad (6.7)$$

où  $E = \hbar^2 q^2/m$  est l'énergie cinétique du mouvement horizontal avant la collision. La fonction sans dimension  $f_{nk}$  (voir note <sup>13</sup>), non nulle seulement si l'énergie  $E$  de la

<sup>13</sup>A 2 dimensions,  $\sigma$  est une longueur

collision est supérieure à  $2\hbar\omega_{\text{osc}}$ , s'écrit

$$f_{nk}(E) = f_{00}(E)\phi_{2n}(0)\phi_{2k}(0) \quad (6.8)$$

où  $\phi_{2n}$  et  $\phi_{2k}$  sont les fonctions d'onde des niveaux vibrationnels  $|2n\rangle$  et  $|2k\rangle$  et la fonction  $f_{00}$  est représentée figure 6.16 pour une longueur de diffusion de  $-60$  nm et un confinement vertical de fréquence d'oscillation  $\omega_{\text{osc}} = 2\pi \times 80$  kHz.

La fonction  $|f_{nk}|^2$  a une interprétation directe en terme de taux de collisions. En effet, le taux des collisions faisant passer de l'état vibrationnel  $|2n\rangle$  à l'état vibrationnel  $|2k\rangle$  avec une énergie cinétique du mouvement horizontal comprise entre  $E$  et  $E + dE$  est

$$\Gamma_{\text{coll}}(E, n, k)dE = n_{2D}(E, n)\sigma_{nk}(E)\frac{2\hbar q}{m}dE, \quad (6.9)$$

où  $n_{2D}(E, n)$  est la densité à deux dimensions multipliée par la probabilité pour qu'une paire d'atome ait un mouvement relatif d'énergie cinétique du mouvement horizontal  $E = \hbar^2 q^2/m$  et de niveau vibrationnel du mouvement vertical  $n$ . En fonction de la fonction  $|f_{nk}|^2$ , ceci s'écrit simplement

$$\Gamma_{\text{coll}}(E, n, k) = \frac{\hbar}{m}n_{2D}(E, n)|f_{nk}|^2 = \frac{\hbar}{m}n_{2D}(E, n)|f_{00}|^2\phi_{2n}^2(0)\phi_{2k}^2(0) \quad (6.10)$$

Une équation différentielle donnant l'évolution de l'énergie du mouvement horizontal et vertical peut être établie à partir de 6.7. Ce calcul suppose que, à chaque instant, la distribution des états du mouvement selon chacun des axes propres du piège suit une loi de Boltzmann. Cette hypothèse est justifiée si le taux de collision est petit devant la période d'oscillation horizontale<sup>14</sup>. Pour des faibles écarts à l'équilibre, seul les termes linéaires en la différence de température peuvent être retenus. La variation d'énergie du mouvement horizontal est alors exponentielle et la constante de temps de thermalisation entre la direction verticale et les directions horizontales peut être calculée directement à partir de 6.7. Dans cette limite des faibles écarts à l'équilibre, la largeur de la distribution en vitesse évolue elle aussi exponentiellement avec la même constante de temps  $\tau_{\text{therm}}$ . Cette constante de temps est inversement proportionnelle à la densité moyenne à deux dimensions

$$\bar{n}_{2D} = \frac{Nm\omega_x\omega_y}{4\pi k_B T}. \quad (6.11)$$

L'expression de la constante de temps  $\tau_{\text{therm}}$  dans le cas général n'est pas analytique. La quantité  $1/(n_{3D}(0)v_{\text{rms}}\tau_{\text{therm}})$  est, en fonction de  $1/T$ , tracée en tirets sur le graphe 6.17.  $n_{3D}(0)$  est la densité pic dans le piège et  $v_{\text{rms}} = \sqrt{k_B T/m}$  est la vitesse quadratique moyenne par degré de liberté. Deux cas limites opposés donnent une expression analytique simple pour  $\tau_{\text{therm}}$ .

<sup>14</sup>Nous reviendrons au paragraphe suivant sur cette hypothèse.



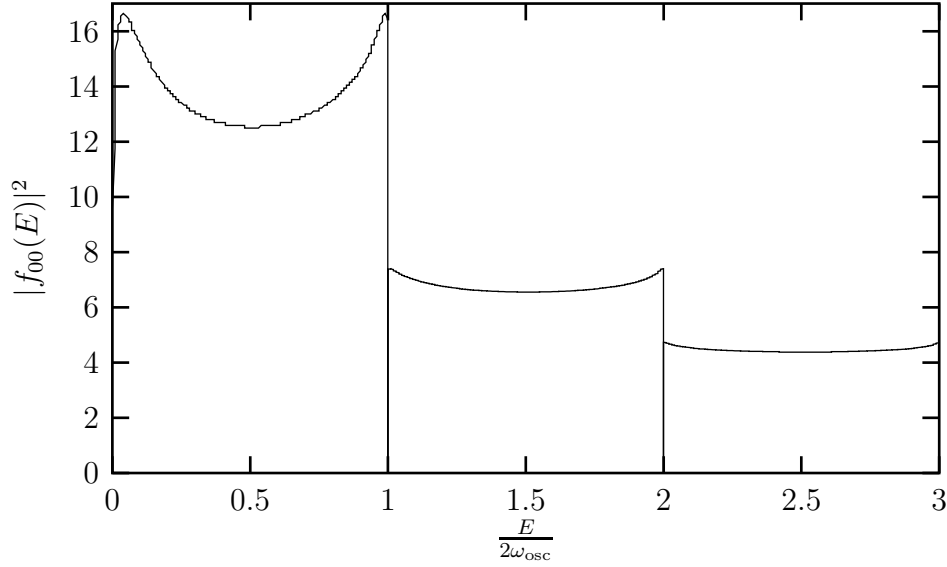


Figure 6.16: Fonction  $|f_{00}|^2$  en fonction de l'énergie  $E$  de la collision dans le centre de masse.  $\phi_0(0)^2\phi_{2k}(0)^2|f_{00}|^2/(2q)$ , où  $q = m\sqrt{E}/\hbar$ , est la section efficace des collisions faisant passer de l'état vibrationnel  $|0\rangle$  à l'état vibrationnel  $|2k\rangle$  pour une énergie cinétique du mouvement relatif horizontal  $E$ . Ce graphe est calculé pour un confinement correspondant à une fréquence d'oscillation de 80 kHz et pour une longueur de diffusion de -60 nm.

Tout d'abord, Dans le cas limite où la température est très supérieure à  $\hbar\omega_{osc}$  et  $\hbar^2/(2ma^2)$ , où  $a$  est la longueur de diffusion, le calcul donne[82]

$$\tau_{therm} = \frac{1}{\bar{n}_{2D}} \frac{15mk_B T}{32\hbar^2\omega_z}. \quad (6.12)$$

Dans notre expérience, si  $k_B T \gg \hbar\omega_{osc}$ , alors la condition  $k_B T \gg \hbar^2/(2ma^2)$  est elle aussi vérifiée car  $a > \sqrt{\hbar/(2m\omega_{osc})}$ . L'équation 6.12 est donc valable dès que  $k_B T \gg \hbar\omega_{osc}$ . Avec cette expression de  $\tau_{therm}$ , la quantité  $1/(n_{3D}(0)v_{rms}\tau_{therm})$  est proportionnelle à l'inverse de la température. En utilisant la relation  $n_{3D}(0) = \sqrt{2m/(\pi k_B T)}\omega_{osc}\bar{n}_{2D}$ , elle s'écrit

$$\frac{1}{n_{3D}(0)v_{rms}\tau_{therm}} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{32\hbar^2}{15mk_B T}. \quad (6.13)$$

Elle est représentée par la droite continue du graphe 6.17.

D'autre part, dans le cas limite opposé où  $k_B T \ll \max(1/a^2, 1/l^2)$ ,  $l = \sqrt{\hbar/(2m\omega_{osc})}$  étant la taille quadratique moyenne de l'état fondamental, le calcul donne

$$\tau_{therm} = \frac{1}{\bar{n}_{2D}} \frac{9m}{64\hbar} \left(1 + \frac{16l^2}{9\pi a^2}\right) e^{\frac{\hbar\omega_0}{k_B T}}. \quad (6.14)$$

Dans notre expérience,  $a > l$  et la condition d'application de cette équation est simplement  $k_B T \ll \hbar \omega_{osc}$ . D'après cette expression de  $\tau_{\text{therm}}$ , la quantité  $1/(n_{3D}(0)v_{rms}\tau_{\text{therm}})$  s'écrit, en utilisant la relation  $n_{3D}(0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{l} \bar{n}_{2D}$  (avec la condition  $k_B T \ll \hbar \omega_{osc}$ , les atomes sont dans l'état fondamental du mouvement vertical),

$$\frac{1}{n_{3D}(0)v_{rms}\tau_{\text{therm}}} = l \sqrt{\frac{\pi m}{2k_B T}} \frac{64\hbar}{9m} \frac{1}{1 + \frac{8l^2}{9\pi a^2}} e^{-\frac{\hbar \omega_{osc}}{k_B T}}. \quad (6.15)$$

Ainsi, à faible température, la quantité  $1/(n_{3D}(0)v_{rms}\tau_{\text{therm}})$  décroît avec  $1/T$  comme  $e^{-(\hbar \omega_{osc}/(k_B T))}/\sqrt{T}$ . Sur le graphe 6.17, la valeur maximum de  $1/T$  n'est pas suffisante pour voir cette décroissance exponentielle vers 0. Cependant, on voit que la prédiction théorique devient plus faible que la loi linéaire attendue d'après l'expression 6.13.

### 6.4.3 confrontations avec les résultats expérimentaux

Si la température est très grande devant  $\hbar \omega_{osc}$ , le calcul de D. Petrov montre que la quantité  $1/(n_{3D}(0)v_{rms}\tau_{\text{therm}})$  est inversement proportionnelle à  $1/T$ . C'est aussi ce que l'on attend d'un calcul classique avec une section efficace de collision résonnante ( $\sigma = 8\pi/k^2$ ) comme nous le verrons au paragraphe 6.4.4. Nous avons donc choisi de tracer la quantité  $1/(n_{3D}(0)v_{rms}\tau_{\text{therm}})$  en fonction de  $1/T$  et de la comparer aux résultats expérimentaux.

#### Moyenne sur les différents micro-puits

Le temps de thermalisation dans un piège est proportionnel au nombre d'atomes. Or notre piège consiste en une superposition de micro-pièges et les micro-pièges excentrés contiennent peu d'atomes. Le temps de thermalisation est donc plus long pour les micro-pièges excentrés. De même, après un temps de refroidissement donné, on s'attend à ce que la largeur de la distribution en vitesse horizontale soit plus importante pour les micro-pièges excentrés que pour les micro-pièges centraux. En effet, l'efficacité du refroidissement horizontal est d'autant plus importante que le taux de collision est important.

Dans l'analyse des données, nous ne tenons pas compte du second effet. Nous supposons donc qu'au début de la thermalisation la distribution en vitesse est la même dans tous les micro-puits. Après un temps de thermalisation donné, comme l'évolution de la distribution en vitesse est différente dans les micro-puits différents, on s'attend à ce que la distribution en vitesse ne soit plus vraiment gaussienne. D'autre part, on ne s'attend pas à ce que l'évolution de la largeur quadratique moyenne de la vitesse soit parfaitement exponentielle. Cependant, dans les expériences, l'évolution des largeurs des distributions en vitesse horizontale et verticale sont compatibles avec une loi exponentielle. Le taux initial de décroissance de la largeur de la distribution en vitesse verticale (la pente initiale) est la moyenne des taux de décroissance dans chacun des micro-puits. Comme ce taux est lui-même proportionnel au nombre d'atomes, le taux de variation

initial est le taux de variation que l'on aurait pour un micro-puits dans lequel le nombre d'atomes est le nombre moyen d'atomes par micro-puits  $\bar{N}$ . Expérimentalement, on mesure sur une image des atomes piégés que la distribution du nombre d'atomes par micro-puits en fonction de la hauteur  $z$  du micro-puits est gaussienne avec une largeur quadratique moyenne  $\Delta z_{\text{tot}}$ .  $\bar{N}$  est alors

$$\bar{N} = N \frac{\lambda_l}{2\sqrt{\pi}\Delta z_{\text{tot}}}, \quad (6.16)$$

où  $N$  est le nombre d'atomes total et  $\lambda_l = 0.665 \mu\text{m}$  est la période du réseau lumineux.

Ainsi, le temps de thermalisation que nous mesurons est celui que l'on aurait pour un nombre d'atomes par micro-puits  $\bar{N}$ . Typiquement  $\bar{N}$  est de 1000 au début du refroidissement.

### Quantité tracée

Les points expérimentaux tracés sur le graphe 6.17 ( $1/(n_{3D}(0)v_{rms}\tau_{\text{therm}})$  en fonction de  $1/T$ ) sont déterminés comme suit :

- $n_{3D}(0) = \frac{\bar{N}}{(2\pi)^{3/2}x_{rms}y_{rms}z_{rms}}$  est la densité pic pour un nombre moyen d'atomes par micro-puits au début de la thermalisation. Les grandeurs  $x_{rms}$ ,  $y_{rms}$  et  $z_{rms}$  sont elles-mêmes calculées, à partir des largeurs des distributions en vitesses initiales, par la relation  $X_{rms} = V_{rms}/\omega$  valable pour chaque degré de liberté même dans le régime quantique.
- $v_{rms}$  est la largeur quadratique moyenne initiale de la distribution en vitesse horizontale.
- $\tau_{\text{therm}}$  est le temps à  $1/e$  obtenu par un ajustement exponentiel de l'évolution de la largeur de la distribution en vitesse verticale.
- Enfin, l'abscisse  $1/T$  est calculée pour la température horizontale initiale. On a donc  $1/T = k_B/(mv_{rms}^2)$ .

### Validité du calcul

Le courbe théorique du graphe 6.17 est calculée en supposant que les écarts à l'équilibre sont petits (linéarisation). Or les thermalisations prises après un temps de refroidissement court (température importante) correspondent à un écart initial important entre les températures initiales horizontales et verticale. La condition de validité des faibles écarts à l'équilibre n'est pas remplie et le calcul de l'évolution par linéarisation peut s'avérer faux. Un calcul numérique de l'évolution de la largeur de la distribution en vitesse sans supposer un faible écart à l'équilibre a été effectué par D.Petrov pour des situations initiales correspondant aux situations expérimentales. L'évolution trouvée n'est en effet pas tout à fait exponentielle. Cependant, l'écart relatif entre les taux

relatifs de décroissance  $(1/v)dv/dt$  initial et final est faible (10%). Cette évolution est donc très proche de celle prévue par le calcul linéarisé.

### Conclusion

Les points expérimentaux sont en relativement bon accord avec la prédiction théorique. La dispersion des points expérimentaux de la figure 6.17 a deux origines.

Pour des expériences prises un même jour, elle reflète l'imprécision des mesures températures et des fluctuations éventuelles du nombre d'atomes. La précision sur la mesure du nombre d'atomes est de 10% et celle sur la mesure du temps de thermalisation est de 10% pour les températures élevées et de 20% pour les températures faibles. Or pour des fréquences d'oscillations fixées, la quantité tracée est proportionnelle à

$$\frac{1}{\frac{N}{v_{rms}v_z} \tau_{\text{therm}}}, \quad (6.17)$$

où  $v_{rms}$  et  $v_z$  sont les largeurs initiales des distributions en vitesse horizontales et verticales. En ajoutant les incertitudes de chacune des quantités, on trouve une précision de 40% pour les points correspondant à une température faible. La barre d'erreur tracée sur le graphe 6.17 rend compte de cette incertitude.

De plus, d'un jour à l'autre, des déviations systématiques peuvent être causées par une mauvaise mesure de l'intensité du faisceau sonde ou une mauvaise mesure des fréquences d'oscillations. Les fréquences d'oscillations sont mesurées à 5% près environ. Comme elles interviennent au cube dans la quantité tracée (calcul de la densité), on peut s'attendre à une erreur de 15%.

En conclusion, nos données expérimentales ne sont pas incompatibles avec la prédiction théorique. Elles ne sont pas suffisamment précises pour pouvoir détecter un éventuel écart à la loi 6.13. Or, comme nous le montrons ci-dessous, cette loi est le comportement attendu pour la thermalisation d'un gaz classique présentant une section efficace de collision résonante  $8\pi/k^2$ . Nous n'avons donc pas vu de disparition de la résonance de diffusion.

#### 6.4.4 Calcul classique avec résonance de diffusion

Je présente ici un calcul du temps de thermalisation dans lequel le mouvement des atomes est traité classiquement et la section efficace de collision entre atomes est celle correspondant aux collisions entre atomes libres. Pour que le traitement classique des atomes soit valable, il faut que le nombre de niveaux vibrationnels peuplés soit très important et donc que la température soit très supérieure à  $\hbar\omega_{osc}$ . De plus, de même que dans l'équation de Boltzmann, les collisions seront supposées ponctuelles. Cette supposition implique que l'échelle des variations spatiales de la densité des atomes est très supérieure à la racine de la section efficace de collision. Avec une section efficace

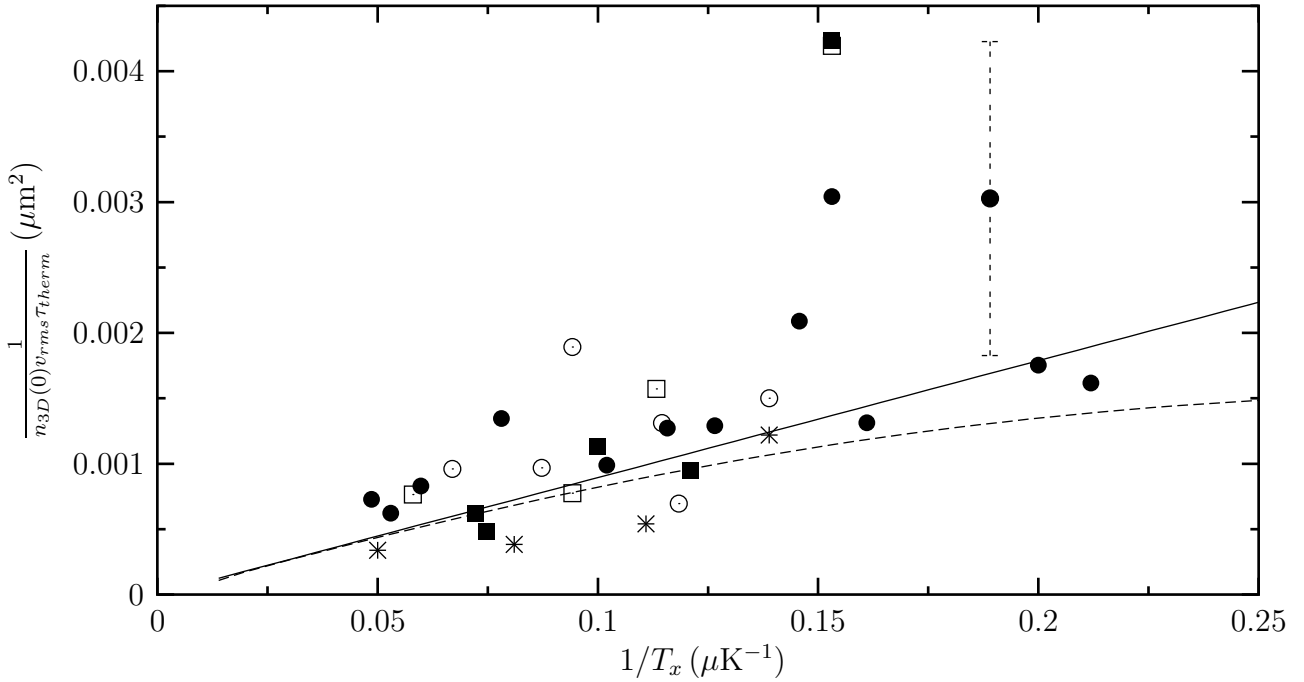


Figure 6.17: Comparaison des résultats expérimentaux de thermalisation avec les calculs théoriques. Les différents symboles correspondent à différents jours d'expériences. La droite continue correspond à l'équation 6.12 valable aux températures élevées. La courbe en tiretés est le résultat du calcul quantique sans approximations.

vérifiant 6.3, cette condition s'écrit

$$\Delta z \Delta k \gg 1 \quad (6.18)$$

où  $\Delta z$  est l'étalement du nuage et  $\hbar \Delta k$  sa largeur en impulsion. Cette inégalité est vérifiée si la température est très supérieure à  $\hbar \omega_{osc}$ . Les deux conditions précédentes sont les mêmes. Donc, outre la supposition que les propriétés collisionnelles ne sont pas modifiées par le confinement, la seule condition de validité du calcul présenté ci-dessous est que la température vérifie

$$k_B T \gg \hbar \omega_{osc}. \quad (6.19)$$

Il est intéressant de comparer cette théorie aux expériences. En effet, dans cette théorie classique, on suppose que les propriétés collisionnelles sont celles des atomes libres. Si ce calcul est en accord avec nos résultats, on peut dire qu'aucune modification des propriétés collisionnelles n'est mise en évidence.

A l'équilibre thermodynamique, tous les degrés de liberté ont la même énergie. Ainsi, en notant  $E_z$  l'énergie totale du mouvement dans la direction verticale et  $E_\rho$

l'énergie totale du mouvement horizontal, la quantité

$$\Delta E = E_z - \frac{1}{2}E_\rho \quad (6.20)$$

s'annule à l'équilibre. Il est donc naturel de s'intéresser à l'évolution de cette quantité. Le mouvement des atomes dans le piège ne modifie pas l'énergie totale du mouvement dans chacun des degrés de liberté. Par contre, les collisions peuvent induire un transfert d'énergie entre le degré de liberté vertical et les degrés de libertés horizontaux. Ainsi, la variation de  $\Delta E$  est uniquement due aux collisions. Les collisions étant supposées ponctuelles, à l'issue d'une collision, seule de l'énergie cinétique peut être transférée du mouvement horizontal au mouvement vertical. Lors d'une collision entre deux atomes de vitesses initiales  $\mathbf{v}_1$  et  $\mathbf{v}_2$  et de vitesses finales  $\mathbf{v}_3$  et  $\mathbf{v}_4$ , la variation de  $\Delta E$  est

$$\delta(\Delta E) = \frac{1}{2}m \left( v_{3z}^2 + v_{4z}^2 - v_{1z}^2 - v_{2z}^2 - \frac{1}{2} \left( v_{3\rho}^2 + v_{4\rho}^2 - v_{1\rho}^2 - v_{2\rho}^2 \right) \right), \quad (6.21)$$

où l'indice  $\rho$  (resp.  $z$ ) réfère à la composante horizontale (resp. verticale) du vecteur. Or, par conservation de l'énergie totale,

$$v_{1\rho}^2 + v_{2\rho}^2 - v_{3\rho}^2 - v_{4\rho}^2 = v_{3z}^2 + v_{4z}^2 - v_{1z}^2 - v_{2z}^2. \quad (6.22)$$

Donc

$$\delta(\Delta E) = \frac{m}{2} \frac{3}{2} \left( v_{3z}^2 + v_{4z}^2 - v_{1z}^2 - v_{2z}^2 \right). \quad (6.23)$$

Pour le calcul du transfert d'énergie entre degrés de liberté, on note  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v})d^3\mathbf{r}d^3\mathbf{v}$  le nombre d'atomes dans l'élément de volume  $d^3\mathbf{r}d^3\mathbf{v}$  entourant le point  $\mathbf{r}, \mathbf{v}$  de l'espace des phases. En un point donné, le nombre de collisions par seconde faisant passer deux atomes des vitesses  $\mathbf{v}_1$  et  $\mathbf{v}_2$  aux vitesses respectives  $\mathbf{v}_3$  et  $\mathbf{v}_4$  est

$$dN_{12 \rightarrow 34} = W_{12 \rightarrow 34} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_1) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_2) \quad (6.24)$$

De même le nombre de collisions par seconde transférant deux atomes des vitesses  $\mathbf{v}_3$  et  $\mathbf{v}_4$  aux vitesses  $\mathbf{v}_1$  et  $\mathbf{v}_2$  est, comme  $W_{12 \rightarrow 34} = W_{34 \rightarrow 12}$ ,

$$dN_{34 \rightarrow 12} = W_{12 \rightarrow 34} f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_3) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_4) \quad (6.25)$$

La variation de  $\Delta E$  due aux collisions  $12 \rightarrow 34$  et  $34 \rightarrow 12$  ayant lieu au point  $\mathbf{r}$  est donc

$$\left. \frac{d\Delta E}{dt} \right)_{12 \leftrightarrow 34} = \frac{3}{2} \frac{m}{2} (v_{1z}^2 + v_{2z}^2 - v_{3z}^2 - v_{4z}^2) W_{12 \rightarrow 34} (f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_4) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_3) - f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_1) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_2)). \quad (6.26)$$

La variation de  $\Delta E$  est donc

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta E}{dt} = & \int d^3\mathbf{r} \frac{1}{4} \\ & \int d^3\mathbf{v}_1 d^3\mathbf{v}_2 d^3\mathbf{v}_3 d^3\mathbf{v}_4 \frac{m}{2} \frac{3}{2} (v_{1z}^2 + v_{2z}^2 - v_{3z}^2 - v_{4z}^2) W_{12 \rightarrow 34} (f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_4) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_3) - f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_1) f(\mathbf{r}, \mathbf{v}_2)). \end{aligned} \quad (6.27)$$

Le facteur  $1/4$  est dû au fait que chaque type de collision  $\alpha\beta \leftrightarrow \gamma\delta$  apparaît 4 fois dans la somme sur les vitesses ( $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \mathbf{v}_3, \mathbf{v}_4$ ), ces quatre occurrences correspondant aux termes  $\alpha\beta \rightarrow \gamma\delta$ ,  $\beta\alpha \rightarrow \delta\gamma$ ,  $\gamma\delta \rightarrow \alpha\beta$  et  $\delta\gamma \rightarrow \beta\alpha$ .

Si le taux de collision est plus important que la fréquence d'oscillation horizontale, la largeur de la distribution en vitesse horizontale est modifiée avant que les atomes n'aient eu le temps d'osciller. Ainsi, dans les directions horizontales, après un temps de l'ordre de quelques collisions, la distribution en vitesse ne correspond plus à la distribution en position et l'oscillation des atomes va ensuite entraîner une oscillation de la largeur de la distribution en vitesse. Par contre, si le taux de collisions est beaucoup plus petit que la fréquence d'oscillation des atomes, pour chaque degré de liberté, l'écart entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle reste toujours très petit devant la variation globale d'énergie nécessaire à l'établissement de l'équilibre thermodynamique. En effet, les temps de collisions des différents atomes se répartissent sur plusieurs périodes d'oscillation et les oscillations entre l'énergie cinétique et potentielle induites par chaque atome se brouillent.

On suppose que cette limite est bien vérifiée (régime "sans collisions"). D'autre part, on suppose que la distribution en vitesse et en position dans chaque direction est gaussienne. Enfin, comme les collisions sont isotropes et comme initialement les deux degrés de liberté horizontaux ont la même énergie, il est naturel de supposer qu'ils gardent une énergie égale au cours de la thermalisation. Ainsi, à chaque instant, la distribution  $f$  s'écrit

$$f(\mathbf{v}_\rho, v_z, \rho, z) = \frac{\sqrt{\omega_x \omega_y \omega_z}}{2\pi^3 \left(\frac{\theta_\rho}{m}\right)^2 \frac{\theta_z}{m}} e^{-\frac{m\mathbf{v}_\rho^2}{2\theta_\rho}} e^{-\frac{mv_z^2}{2\theta_z}} e^{-\frac{m\omega_x x^2}{2\theta_\rho}} e^{-\frac{m\omega_y y^2}{2\theta_\rho}} e^{-\frac{m\omega_z z^2}{2\theta_z}} \quad (6.28)$$

où  $\theta_\rho$  et  $\theta_z$  évoluent au cours du temps.

À partir de cet ansatz gaussien, on peut calculer 6.27. L'intégrale sur  $\mathbf{v}_3$  et  $\mathbf{v}_4$  peut être remplacée par une intégrale à deux dimensions sur l'angle de déviation dans le centre de masse de la collision,  $W_{12 \rightarrow 34}$  étant remplacé par

$$W_{12 \rightarrow 34} = |\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1| \frac{\sigma}{4\pi} \quad (6.29)$$

Dans les expériences effectuées, la vitesse moyenne des atomes est très supérieure à la vitesse  $\hbar/(ma)$  à partir de laquelle la formule 6.3 n'est plus valable. Pour presque toutes les collisions,  $\sigma$  est donc bien définie par 6.3 et on utilise donc 6.3. Le calcul des intégrales est compliqué si aucune supposition n'est faite sur  $\theta_z$  et  $\theta_\rho$ . Par contre, si on suppose que l'écart initial entre  $\theta_z$  et  $\theta_\rho$  est faible, on peut linéariser en  $\theta_z - \theta_0$  et en  $\theta_\rho - \theta_0$ , où  $\theta_0$  est la température d'équilibre. On obtient alors

$$\frac{d\Delta E}{dt} = -\frac{2}{15\sqrt{\pi}} \bar{n} \frac{8\pi\hbar^2}{\left(\frac{m}{2}\right)^2 \frac{\theta_0}{m}} \sqrt{\frac{\theta_0}{m}} N(\theta_z - \theta_\rho). \quad (6.30)$$

où  $\bar{n}$  est la densité moyenne dans le piège. En remplaçant  $N(\theta_z - \theta_\rho)$  par  $\Delta E$  on a

$$\frac{d\Delta E}{dt} = -\frac{2}{15\sqrt{\pi}} \bar{n} \frac{8\pi\hbar^2}{\left(\frac{m}{2}\right)^2 \frac{\theta_0}{m}} \sqrt{\frac{\theta_0}{m}} \Delta E. \quad (6.31)$$

Ainsi, on attend une évolution exponentielle de  $\Delta E$ . A cet ordre du calcul, la vitesse quadratique moyenne dans chacune des directions évolue aussi exponentiellement avec la même constante de temps

$$\tau_{therm} = \frac{15\sqrt{\pi}}{2} \frac{1}{\bar{n} \frac{8\pi\hbar^2}{\left(\frac{m}{2}\right)^2 \frac{\theta_0}{m}} \sqrt{\frac{\theta_0}{m}}} = \frac{15\sqrt{\pi}}{2} \frac{1}{\bar{n}\sigma(v_{rms})v_{rms}}, \quad (6.32)$$

où  $v_{rms} = \sqrt{\theta_0/m}$  est la vitesse quadratique moyenne et  $\sigma(v_{rms})$  la section efficace pour une vitesse relative égale à  $v_{rms}$ .

Or  $\bar{n}$  s'écrit

$$\bar{n} = \bar{n}_{2D} \frac{\omega_{osc}}{2\sqrt{\pi}\sqrt{\frac{\theta_0}{m}}}, \quad (6.33)$$

Donc  $\tau_{therm}$  s'écrit en fonction de la densité moyenne à deux dimensions  $\bar{n}_{2D}$

$$\tau_{therm} = \frac{1}{\bar{n}_{2D}} \frac{15 m \theta_0}{32 \hbar^2 \omega_z}. \quad (6.34)$$

On retrouve l'équation 6.12, valable tant que  $k_B T \gg \hbar\omega_{osc}$  et  $k_B T \gg \hbar^2/(2ma^2)$ .

Donc, on peut dire que, dans le cas où  $k_B T \gg \hbar\omega_{osc}$  et  $k_B T \gg \hbar^2/(2ma^2)$ , même si les atomes sont confinés sur une taille inférieure à la longueur de diffusion, aucune modification des propriétés collisionnelles n'a lieu : la thermalisation s'explique par un calcul classique où les propriétés collisionnelles sont celles existant entre atomes libres ( $\sigma = 8\pi/k^2$  car  $k_B T \gg \hbar^2/(2ma^2)$ ). Ainsi, pour voir des effets du confinement sur les propriétés de collisionnelles, il faut que la température ne soit pas grande devant  $\hbar\omega_{osc}$ .

Le calcul classique précédent peut s'étendre à deux situations différentes. Nous avons tout d'abord poursuivi le calcul dans le cas où l'écart initial en température est trop important pour pouvoir linéariser. D'autre part, nous nous sommes intéressé au cas où le taux de collisions est de l'ordre ou plus grand que la fréquence d'oscillation.

### Au delà de la linéarisation

Il peut être intéressant de poursuivre le calcul classique précédent dans le cas où l'écart initial en énergie est important. Le développement à l'ordre 1 en  $\theta_z - \theta_\rho$  n'est alors plus valable. Un calcul de 6.27 sans linéariser mais en supposant toujours un ansatz gaussien 6.28 donne

$$\frac{d}{dt}(\theta_z - \theta_\rho) = \frac{\pi}{6} m \bar{n} \left( \frac{8\pi\hbar^2}{\left(\frac{m}{2}\right)^2} \right) \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{\frac{m\theta_z}{2}}} \left( -\theta_z \frac{\theta_0 + \theta_z}{\theta_0 - \theta_z} + \frac{\arctan \sqrt{\frac{3(\theta_0 - \theta_z)}{2\theta_z}}}{\sqrt{\frac{3(\theta_0 - \theta_z)}{2\theta_z}}} \left( \frac{3\theta_0}{2} - \frac{\theta_z}{2} \right) \frac{3\theta_z - \theta_0}{\theta_0 - \theta_z} \right), \quad (6.35)$$



où  $\theta_0$  est la valeur d'équilibre de  $\theta_z$ .

### Transition avec le régime hydrodynamique

J'ai préféré me restreindre ici à un calcul spécifique à la situation expérimentale étudiée et uniquement valable dans la limite où le taux de collisions est beaucoup plus faible que la période d'oscillation. En effet, comme expliqué ci-dessus, cette condition justifie l'utilisation de l'ansatz 6.28. Dans le cas où le taux de collision n'est pas très petit devant la période d'oscillation, le calcul précédent n'est plus valable. On s'attend à voir apparaître des oscillations. Pour rendre compte de ce régime et pour voir la limite de validité du traitement précédent, nous avons repris les calculs de l'article de D. Guery-Odelin et al. [83] dans le cas d'une résonance de diffusion ( $\sigma = 8\pi/k^2$ ). Ce calcul est valable pour des faibles écarts à l'équilibre car il est linéarisé. D'autre part, il suppose que la géométrie du piège est cylindrique ( $\omega_x = \omega_y$ ). Ceci n'est pas le cas dans notre expérience mais on ne s'attend pas à des changements qualitatifs important du fait de l'anisotropie dans le plan  $(x, y)$ . L'intérêt du calcul de [83] est de décrire aussi bien le régime où le taux de collision est faible que celui où le taux de collisions est élevé (régime hydrodynamique). Nous reprenons ici les notations de [83]. Les 6 équations couplées sur les  $\langle \chi_i \rangle$  gardent la même forme mais le terme  $\langle \chi_6 I_{\text{coll}} \rangle$  s'écrit

$$\langle \chi_6 I_{\text{coll}} \rangle = \frac{\chi_6}{\tau}, \quad (6.36)$$

où

$$\tau = \frac{15\sqrt{\pi}}{4} \frac{1}{\bar{n} \sqrt{\frac{\theta_0}{m} \frac{8\pi\hbar^2}{(\frac{m}{2})^2 \frac{\theta_0}{m}}}} \quad (6.37)$$

$\tau$  s'écrit simplement en fonction du temps  $\tau_{\text{therm}}$  défini par 6.32 et correspondant à la constante de temps de thermalisation dans le régime "sans collision" : on a

$$\tau = \frac{1}{2} \tau_{\text{therm}}. \quad (6.38)$$

A partir des équations de [83], de 6.36 et 6.37, on calcule l'évolution de l'énergie cinétique du mouvement horizontal pour une situation initiale correspondant à notre expérience. Pour un temps de collision  $\tau$  supérieur à  $5/\omega_x$ , ce calcul redonne l'évolution exponentielle attendue d'après 6.30. Par contre pour un temps plus court, on voit apparaître des oscillations. Les graphes 6.18 montrent le passage au régime hydrodynamique. D'après ces graphes, des oscillations d'amplitude supérieure à un dixième de la variation globale apparaissent dès que  $\tau = 5/\omega_{\text{osc}}$ , ce qui correspond à 5 ms avec nos fréquences d'oscillations horizontales. Ceci correspond à un temps de thermalisation à  $1/e$  de  $2\tau = 10$  ms. Ainsi, on s'attend à voir apparaître des oscillations dès que le temps de thermalisation devient plus petit que 10 ms. Dans la limite où le taux de collision est très grand, ces oscillations ne sont presque plus amorties (régime hydrodynamique). Dans les expériences, on a mesuré des temps de thermalisation de 7.5 ms environ. Mais nous n'avons pas vu d'oscillations.

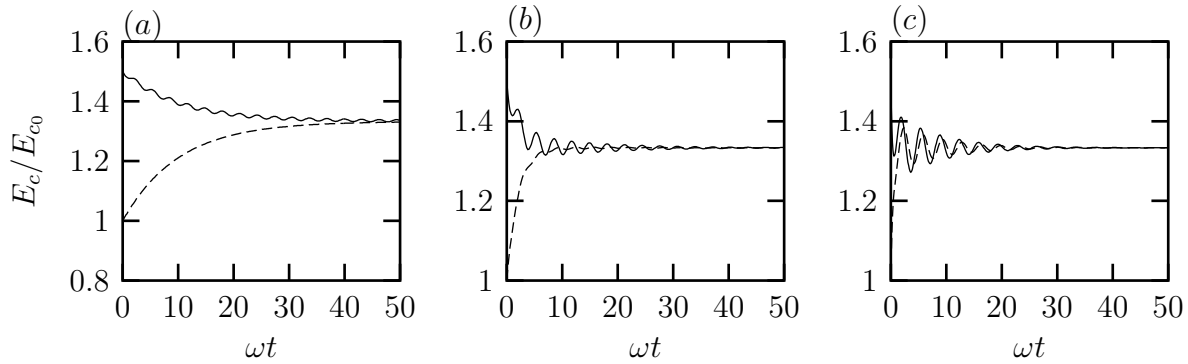


Figure 6.18: *Thermalisations à la limite du régime hydrodynamique. Les courbes donnent l'évolution de l'énergie cinétique du mouvement horizontal par degré de liberté (courbe continue) et de l'énergie cinétique du mouvement vertical (courbe pointillée). Le rapport entre les fréquences d'oscillation horizontales et verticales est  $0.175/80 = 2.2 \times 10^{-3}$  comme dans notre expérience. Le paramètre  $\tau$  défini équation 6.37 est de  $0.2/\omega_x$  (c),  $1/\omega_x$  (b) et  $5/\omega_x$  (a). Avec une fréquence d'oscillation horizontale de 175 Hz comme celle que nous avons,  $10/\omega_x = 9.1$  ms.*

En fait, comme nous le verrons dans la section suivante, aux températures inférieures à environ  $\hbar\omega_{osc}$  ( $5 \mu\text{K}$ ) le temps de thermalisation entre les mouvements horizontaux et verticaux est beaucoup plus petit que le taux des collisions ne modifiant pas le niveau vibrationnel du mouvement vertical. Or, dans les expériences, pour une température de  $5 \mu\text{K}$  environ, nous avons mesuré un temps de thermalisation entre les mouvements horizontaux et verticaux de l'ordre de 10 ms à la limite du régime hydrodynamique. Il est donc probable que, pour ces expériences, le régime hydrodynamique était vérifié pour les collisions ne modifiant pas le niveau vibrationnel du mouvement vertical. Pour le voir, il faut créer une situation hors d'équilibre thermodynamique dans le plan  $(x, y)$ , puis regarder l'évolution des distributions en vitesse horizontales.

### 6.4.5 Inhibition de la thermalisation pour une température faible

On s'intéresse ici au cas limite où l'énergie des atomes est très inférieure à la fréquence d'oscillation. La température vérifie donc

$$k_B T \ll \hbar\omega_{osc}. \quad (6.39)$$

Le seul traitement rigoureux des collisions est ici celui effectué par D. Petrov et G. Shlyapnikov, présenté dans le paragraphe 6.4.2, dans lequel le mouvement est quantifié dans la direction verticale.

Cependant, dans ce paragraphe, je propose de retrouver l'expression 6.14 avec un raisonnement peu rigoureux. Dans ce calcul "avec les mains", les collisions sont traitées

comme des collisions à trois dimensions et on utilise la propriété de résonance de diffusion 6.3.

Le temps de thermalisation est lié au taux de collision. Si l'on suppose que les collisions sont des collisions à trois dimensions avec une section efficace de diffusion vérifiant 6.3, on a

$$\Gamma_{coll} \propto nv\sigma, \quad (6.40)$$

où  $n$  est la densité à trois dimensions typique,  $v$  la vitesse typique des atomes et  $\sigma$  la section efficace typique. Pour des températures très inférieures à  $\hbar\omega_{osc}$ , l'extension du nuage d'atomes dans la direction verticale est la taille  $l$  de l'état fondamental du mouvement et la densité s'écrit

$$n = n_{2D} \frac{1}{l}, \quad (6.41)$$

où  $n_{2D}$  est la densité à deux dimensions. D'autre part, la vitesse horizontale des atomes est inférieure à leur vitesse typique verticale lorsque  $k_B T \ll \hbar\omega_{osc}$ . Donc, dans 6.40  $v$  peut être remplacée par la largeur en vitesse de l'état fondamental  $\hbar/(ml)$  et  $\sigma$ , donnée par 6.3, peut être calculée pour cette même vitesse. Ainsi, 6.40 donne

$$\Gamma_{coll} \propto \frac{n_{2D}}{l} \frac{\hbar}{ml} 8\pi l^2 \propto \frac{\hbar n_{2D}}{m}. \quad (6.42)$$

Ce taux de collision ne dépend pas de la température. Cet effet est bien prédit par la théorie quantique de D. Petrov et G. Shlyapnikov pour des températures inférieures à  $\hbar\omega_{osc}$  mais pas trop faibles. En effet, le taux de collision est donné par une moyenne sur la distribution en énergie des paires d'atomes de  $\hbar|f_{00}(E)|^2 n_{2D}/m$ . Or  $|f_{00}(E)|^2$  est à peu près constante pour des énergies inférieures à  $2\hbar\omega_{osc}$ , comme présenté sur le graphe 6.16. Donc le taux de collision est constant. Il vaut, d'après le graphe 6.16,  $14\hbar n_{2D}/m$ . En fait, pour des températures très faibles, la théorie quantique des collisions prévoit une chute du taux de collisions. La chute de  $|f_{00}(E)|^2$  correspondante n'intervient qu'aux énergies très faibles<sup>15</sup>. C'est pourquoi elle n'est pas visible sur le graphe. Nous reviendrons sur ce point au paragraphe suivant.

Le taux de collision 6.42 serait sans doute un bon ordre de grandeur de l'inverse du temps de thermalisation entre différentes directions horizontales. Cependant, le temps de thermalisation entre les degrés de liberté horizontaux et le mouvement vertical est en fait beaucoup plus petit. En effet, les niveaux d'énergie dans la direction verticale sont quantifiés. Pour peupler un état vibrationnel excité, il faut fournir une énergie multiple de la fréquence d'oscillation. La variation d'énergie dans la direction verticale à l'issue d'une collision est en fait un nombre pair de fois la fréquence d'oscillation. En effet, comme expliqué au paragraphe 6.4.2, seul l'état du mouvement relatif entre les deux atomes peut être modifié lors d'une collision et le changement de niveau vibrationnel

<sup>15</sup>Cette décroissance n'apparaît que pour  $2a \ln(\hbar\omega_{osc}/(\pi k_B T))/(l\sqrt{\pi}) \gg 1$ [70]. Dans notre cas, cela correspond à  $k_B T \ll 0.3\hbar\omega_{osc}$ . Pour ces faibles énergies,  $|f_{00}|^2$  est proportionnelle à  $1/(\ln(\hbar\omega_{osc}/(\pi E)))^2$ . Ainsi, la diminution du taux de collision est très lente (dépendance logarithmique)

de la particule fictive est un nombre pair. Ainsi, seules les paires d'atomes ayant une énergie cinétique du mouvement horizontal supérieure à  $2\hbar\omega_{osc}$  peuvent induire un transfert d'énergie du mouvement horizontal au mouvement vertical. Donc, pour une température très inférieure à  $\hbar\omega_{osc}$ , seule une petite partie des atomes contribuent au transfert d'énergie entre le mouvement horizontal et vertical.

On s'intéresse au cas où initialement tous les atomes sont dans l'état fondamental du mouvement vertical. Si la distribution de vitesse horizontale suit une loi de Boltzmann avec une température  $k_B T$ , la probabilité pour qu'un atome ait une énergie suffisante pour, à l'issue d'une collision, peupler les niveaux vibrationnels excités est (voir note 4)

$$N_c = e^{-\frac{2\hbar\omega_{osc}}{k_B T}}. \quad (6.43)$$

On néglige ici l'énergie de l'autre atome prenant part à la collision. Le nombre de collisions par seconde et par atome transférant de l'énergie au mouvement vertical est donc de l'ordre de

$$\Gamma'_{coll} \simeq \Gamma_{coll} e^{-\frac{2\hbar\omega_{osc}}{k_B T}} \simeq \frac{\hbar n_{2D}}{m} e^{-\frac{2\hbar\omega_{osc}}{k_B T}} \quad (6.44)$$

Parmi les atomes ayant une énergie supérieure à  $2\hbar\omega_{osc}$ , seul un nombre exponentiellement faible ont une énergie suffisante pour peupler les états  $|n=4\rangle, |n=6\rangle, \dots$ . On peut donc les négliger et ne considérer que les collisions transférant une énergie égale à  $2\hbar\omega_{osc}$  au mouvement vertical. Ainsi, la variation de l'énergie du mouvement vertical par atome est de l'ordre de

$$\frac{d}{dt} E_z \simeq 2\hbar\omega_{osc} \Gamma'_{coll} \simeq 2\hbar\omega_{osc} \frac{\hbar n_{2D}}{m} e^{-\frac{2\hbar\omega_{osc}}{k_B T}} \quad (6.45)$$

Or la variation d'énergie du mouvement vertical par atome nécessaire pour atteindre l'équilibre thermodynamique est, en négligeant la variation relative de la température horizontale,

$$\Delta E_z = E_{zeq} - \frac{\hbar\omega_{osc}}{2} \simeq \hbar\omega_{osc} e^{-\frac{\hbar\omega_{osc}}{k_B T}}. \quad (6.46)$$

Le temps de thermalisation vérifie alors,

$$\frac{1}{\tau_{therm}} \simeq \frac{1}{\Delta E_z} \frac{d}{dt} E_z \sim \frac{1}{\hbar\omega_{osc} e^{-\frac{\hbar\omega_{osc}}{k_B T_0}}} \frac{\hbar n_{2D}}{m} 2\hbar\omega_{osc} e^{-\frac{2\hbar\omega_{osc}}{k_B T_0}} \sim \frac{n_{2D} \hbar}{m} e^{-\frac{\hbar\omega_{osc}}{k_B T_0}}. \quad (6.47)$$

Ainsi, la thermalisation devient très lente lorsque  $k_B T \ll \hbar\omega_{osc}$ . On retrouve l'expression 6.14, dans la limite où  $l \ll a$ . Cette condition est cohérente avec le fait que l'on ait utilisé, pour dériver 6.47, l'expression de la section efficace 6.3. Ainsi, l'inhibition de la thermalisation entre les degrés de libertés horizontaux et vertical aux températures faibles s'explique uniquement par la quantification des niveaux d'énergie dans la direction verticale et par la conservation de la parité du mouvement relatif lors des collisions. Aucune modification de la nature microscopique des collisions n'est mise en évidence.

Néanmoins, cette inhibition de la thermalisation serait intéressante à observer. Mais une thermalisation dans la limite où  $k_B T \ll \hbar\omega_{osc}$  est très difficile à observer expérimentalement. En effet, la population transférée dans le niveau vibrationnel  $n = 1$ ,  $p_1 = e^{-\hbar\omega_{osc}/\theta_0}$ , est très faible. De même la variation d'énergie dans la direction horizontale,  $\Delta E_\rho = -\Delta E_z = -\hbar\omega_{osc}e^{-\hbar\omega_{osc}/\theta_0}$ , est très petite devant l'énergie initiale. En effet,

$$\frac{\Delta E_\rho}{E_\rho} = \frac{\hbar\omega_{osc}}{4\theta_i} e^{-\hbar\omega_{osc}/\theta_0} < \frac{\hbar\omega_{osc}}{4\theta_i} e^{-\hbar\omega_{osc}/\theta_i} \ll 1 \quad (6.48)$$

Par exemple, considérons le cas où la température initiale est de  $0.5\hbar\omega_{osc}$  (largeur de la distribution en vitesse dans la direction horizontale égale à celle de l'état fondamental) qui est à la limite de validité du calcul. On a alors, à la fin de la thermalisation  $p_1 = 0.13$ . La variation relative d'énergie du mouvement horizontal n'est que de 7%.

#### 6.4.6 Caractère bi-dimensionnel des collisions à très faible énergie

Les expériences de thermalisations entre les mouvements horizontaux et vertical peuvent s'interpréter, comme montré aux deux paragraphes précédents, en considérant que les collisions sont tri-dimensionnelles et ont les mêmes propriétés qu'entre atomes libres.

Cependant, les collisions ne peuvent plus être considérées comme des collisions tri-dimensionnelles à très faible énergie. En effet, le calcul quantique des collisions effectué par D. Petrov et G. Shlyapnikov[70, 82], prévoit à très faible énergie un taux de collision

$$|f_{00}(E = \frac{\hbar^2 q^2}{m})|^2 \propto \frac{1}{\left(\ln\left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}ql}\right)\right)^2} \quad (6.49)$$

Ce comportement est à peine visible sur le graphe 6.16 car il n'apparaît qu'à très faible énergie (voir note 15). Cette décroissance du taux de collision est une modification de la nature microscopique des collisions dû au confinement.

Pour voir cette modification des propriétés collisionnelles, il faut que la température du gaz soit très faible devant l'énergie d'oscillation. Des expériences de thermalisations entre les degrés de liberté horizontaux peuvent alors présenter le caractère bi-dimensionnel. Ce régime est cependant très difficile à atteindre. Le plus simple consiste peut être à transférer un condensat de Bose-Einstein dans un piège suffisamment confinant pour que l'énergie des atomes du condensat soit très inférieure à la fréquence d'oscillation du confinement. On peut alors mesurer la dépendance de l'énergie de champ moyen avec la raideur du confinement.

# Chapter 7

## Conclusion

Durant ma thèse, nous avons refroidi, pour la première fois, des atomes piégés dans l'état fondamental du mouvement dans une direction. Pour cela, les atomes étaient confinés dans les micro-puits indépendants d'un réseau lumineux très désaccordé réalisé au croisement de deux faisceaux d'un laser YAG. Le confinement important, dans la direction verticale, produit au fond de chaque micro-puits nous a permis, en appliquant la méthode de refroidissement optique appelée refroidissement par bandes latérales, d'accumuler les atomes dans l'état fondamental du mouvement vertical. A partir de cet état quantique pur, nous avons préparé d'autres états quantiques. En particulier, nous avons préparé les atomes dans l'état vibrationnel excité  $|n = 1\rangle$ . Cet état est un état non classique : aucune distribution classique dans l'espace des phases d'un nuage piégé ne peut correspondre à une distribution en impulsion indépendante du temps et s'annulant pour l'impulsion nulle. En effet, la seule distribution dans l'espace des phases qui, sous l'effet d'un potentiel harmonique, est animée d'un mouvement de rotation et qui reproduit à chaque instant la distribution en impulsion de  $|n = 1\rangle$  est la fonction de Wigner de  $|n = 1\rangle$ . Or celle-ci comporte une partie négative : elle n'a pas d'interprétation classique.

Des ions avaient auparavant été préparés dans un tel état. L'originalité de notre travail se situe dans la visualisation directe de la fonction d'onde en impulsion. En effet, dans les expériences faites avec les ions, la caractérisation de l'état des ions est indirecte. Elle utilise la mesure de la fréquence de Rabi d'une transition à deux photons modifiant l'état vibrationnel : la fréquence de Rabi de cette transition dépend en effet de l'état initial.

Nous avons aussi préparé une superposition cohérente des niveaux vibrationnels  $|n = 0\rangle$  et  $|n = 1\rangle$ .

Enfin, nous avons préparé des états comprimés du mouvement. La distribution en impulsion de tels états a une largeur plus petite que celle de l'état fondamental. L'inégalité d'Heisenberg est toujours vérifiée grâce à une distribution en position plus large. Nous avons visualisé l'évolution de la distribution en vitesse d'un tel état : la largeur de la distribution oscille entre une valeur plus petite que celle de l'état

fondamental et une valeur plus importante. Nous avons mis en évidence ces oscillations. L'amortissement dû à la dispersion des fréquences d'oscillation ne nous permet pas de voir plus de deux oscillations.

Le contrôle quantique du mouvement des atome dans un piège est la condition préalable à plusieurs propositions théoriques dans le domaine du contrôle et du calcul quantique. Ainsi, il a été proposé d'utiliser des atomes piégés aux noeuds d'un réseau lumineux pour réaliser des états intriqués à plusieurs atomes[84, 85]. Pour cela, un couplage entre les atomes situés à des noeuds différents est nécessaire. De plus, ce couplage doit dépendre de l'état interne des atomes. Les méthodes proposées utilisent des réseaux de différentes polarisations qui piègent différemment les sous-niveaux de l'atome. Ces réseaux sont initialement superposés. En décalant un réseau par rapport à l'autre, on peut, selon leur état interne, superposer des atomes initialement séparés. L'interaction entre atomes dans leur état fondamental[85] ou l'interaction entre dipôles atomiques induit par un laser désaccordé[84] est ensuite utilisée pour coupler ces atomes. Les atomes sont ensuite ramenés à leur position initiale. Ces méthodes supposent que le mouvement quantique des atomes est parfaitement contrôlé puisque cette interaction dépend de l'état du centre de masse des atomes. A. Sorensen et K. Molmer[86] ont proposé d'utiliser cette méthode pour simuler le modèle d'Ising. Ils proposent aussi d'utiliser un état intriqué à plusieurs atomes pour diminuer le bruit de projection quantique associé à une mesure l'interférométrie et pouvoir ainsi améliorer les horloges atomiques. Beaucoup plus généralement, les atomes sont de bons candidats pour la réalisation d'un ordinateur quantique. En effet, étant neutres ils interagissent peu avec des charges extérieures et l'on peut espérer réaliser des systèmes ayant des temps de cohérence longs (il faut que les intrications entre atomes soient préservées un temps suffisant pour effectuer le calcul quantique). Cependant, un système pouvant réaliser un ordinateur quantique avec des atomes reste à trouver.

Dans un deuxième temps, nous avons refroidi les atomes dans les trois directions. Dans le piège dipolaire croisé que nous avons utilisé, les atomes sont aussi confinés transversalement par la forme gaussienne des faisceaux. Les atomes sont ainsi confinés dans des micro-pièges en forme de crêpe, la fréquence d'oscillation verticale (de l'ordre de 80 kHz) étant environ 400 fois plus importante que les fréquences d'oscillations horizontales. Pour cela, nous avons appliqué la méthode de refroidissement par bande latérales mise au point par Vuletic et al.[61] qui polarise les atomes dans l'état de plus basse énergie. Ce refroidissement n'agit que sur la direction verticale. Le mouvement horizontal est refroidi grâce à son couplage avec le mouvement vertical introduit par les collisions élastiques. Nous avons refroidi le mouvement horizontal jusqu'à une température  $k_B T \simeq 0.7\hbar\omega_{osc}$ , où  $\omega_{osc} \simeq 2\pi \times 80$  kHz est la fréquence d'oscillation verticale. Pour une telle température horizontale, le couplage par les collisions entre les mouvements horizontaux et vertical est très inefficace car très peu d'atomes ont une énergie suffisante pour peupler les niveaux vibrationnels excités à l'issue d'une collision. La densité dans l'espace des phase maximum que nous avons obtenue est  $n\lambda_{DB}^3 \simeq 1,2 \times 10^{-3}$ .  $\lambda_{DB} = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T} = 70$  nm est la longueur d'onde de de

Broglie, et  $n = 5 \times 10^{12}$  atomes/cm<sup>3</sup> est la densité pic dans le micro-puits central. Cette densité dans l'espace des phases correspond à un nombre d'atomes dans le micro-puits central de 550, à une température de 5  $\mu$ K.

Nous nous sommes ensuite intéressé aux propriétés collisionnelles des atomes très confinés dans la direction verticale. Les atomes dans l'état fondamental du mouvement vertical sont confinés sur une distance de 20 nm. Or les collisions entre les atomes libres sont caractérisées à basse énergie par la longueur de diffusion  $a \simeq -60$  nm, la section efficace étant donnée par  $\sigma = 8\pi a^2$ . On s'est alors posé la question de savoir si les propriétés collisionnelles étaient modifiées par le confinement. La section efficace  $8\pi a^2$  n'est atteinte que pour des énergies suffisamment faibles. Tant que la longueur d'onde  $2\pi/k$  associée au mouvement relatif entre les atomes est inférieure à la longueur de diffusion  $a$ , la section efficace a sa valeur maximum  $8\pi/k^2$ . Ce comportement de la section efficace avec le vecteur d'onde donc l'énergie avait été mis en évidence dans des expériences réalisées sur des atomes piégés dans des pièges magnétiques[34, 78]. Nous avons cherché à mettre en évidence une modification de la section efficace dûe au confinement. Pour cela, nous avons mesuré des temps de thermalisation. Dans ces expériences, la situation hors d'équilibre initiale consiste en une différence de température entre les mouvements horizontaux et verticaux. Nous n'avons mis en évidence aucune modification des propriétés collisionnelles. En effet, nous montrons que nos résultats sont compatibles avec un calcul classique supposant que la section efficace de collision est celle d'atomes libres. Un calcul quantique réalisé par D Petrov [82] montre que, pour les expériences que nous avons faites, on ne s'attend pas à voir une modification des propriétés collisionnelles. Le seul phénomène dû au confinement est une inhibition de la thermalisation aux températures faibles dûes à la quantification des énergies du mouvement vertical. Cependant, cet effet reste faible pour les températures que nous avons atteintes et l'incertitude des mesures prises à faible température ne nous permet pas de l'observer.

Le calcul quantique montre qu'une modification des propriétés collisionnelles apparaît bien dans un gaz confiné mais seulement pour des énergies très inférieures à l'énergie d'oscillation  $\hbar\omega_{\text{osc}}$ . Le taux de collisions chute alors comme  $1/(\log(1/\sqrt{2\pi}kl))$ . Dans cette formule  $l = \sqrt{\hbar/(2m\omega_{\text{osc}})}$  est la taille quadratique moyenne de l'état fondamental et  $q = \sqrt{mE/\hbar^2}$ , où  $E$  est l'énergie cinétique du mouvement horizontal dans le centre de masse, est le vecteur d'onde de la particule fictive. Pour mesurer expérimentalement cette chute du taux de collisions, une expérience de thermalisation entre les degrés de liberté horizontaux à très faible température est nécessaire.

Cette modification des propriétés collisionnelles dûes au confinement peut être très utile pour atteindre la condensation de Bose-Einstein du Cesium. En effet, pour un confinement faible et pour un champ magnétique plus petit que quelques Gauss, les atomes de Cesium, dans l'état fondamental  $|F = 3, m = 3\rangle$ , ont des interactions attractives. Un condensat de Bose Einstein d'atomes de Cesium est alors instable dès que le nombre d'atomes excède  $0.67\sqrt{\hbar/(2m\omega)}1/|a|$ , où  $\omega$  est la fréquence d'oscillation du piège[87]. Ainsi, pour qu'un condensat de 100 atomes soit stable, il faut que les



fréquences d'oscillation soient inférieures à 1 Hz. Pour pouvoir avoir un condensat stable avec des fréquences d'oscillations plus élevées, il est nécessaire de modifier les propriétés collisionnelles pour que les interactions deviennent répulsives. Une méthode possible consiste à utiliser un champ magnétique[32]. Dans ce but, Vuletic et al.[78] ont ainsi recherché les zones de champs magnétiques pour lesquelles la longueur de diffusion était modifiée[78] (résonance de Feshbach). A l'issue de leur calculs, D. Petrov et al.[70] ont proposé une autre méthode pour avoir un condensat de Cesium. En effet, ils ont montré que les interactions pouvaient devenir attractives pour un confinement assez important. Ainsi, il serait possible d'avoir un condensat de Cesium stable dans un piège même à champ magnétique nul si le confinement est suffisamment important.

En conclusion, l'utilisation d'un piège très confinant dans une direction permet d'appliquer la méthode de refroidissement optique très puissante de refroidissement par bandes latérales. Les densités dans l'espace des phases obtenues sont les plus importantes obtenues par refroidissement optique. A partir de la densité dans l'espace des phases obtenue, il peut être envisagé de continuer à refroidir par refroidissement évaporatif. Le taux de collisions obtenu à la fin du refroidissement est très élevé puisque les temps de thermalisation que nous avons obtenus sont de l'ordre de 10 ms. Ceci devrait permettre un refroidissement évaporatif efficace. Il devrait permettre de diminuer la température sans perdre beaucoup d'atomes (profondeur du piège grande devant la température) en un temps plus court que la durée de vie du piège. Mais la mise en oeuvre d'un tel refroidissement n'est pas évidente. Tout d'abord, le nombre d'atomes très faible dont nous disposons (environ 500 atomes par plans) ne nous permet pas de perdre beaucoup d'atomes. Pour effectuer un refroidissement évaporatif, il serait intéressant de piéger plus d'atomes en utilisant un piège dipolaire croisé constitué de faisceaux de plus grande taille. De plus, une technique efficace de refroidissement évaporatif dans un piège optique reste encore à élaborer.

A la fin du refroidissement par bandes latérales, la température est environ  $k_B T = 1.2 \hbar \omega_{osc}$ . Le degré de liberté vertical est quasiment gelé. Si l'on continue à refroidir pour atteindre le régime de dégénérescence quantique, le degré de liberté vertical deviendra totalement gelé ( $k_B T \ll \hbar \omega_{osc}$  et les atomes sont dans l'état fondamental du mouvement vertical). Des phénomènes différents de ceux observés dans un piège peu confinant sont alors attendus. Tout d'abord, comme la densité dans l'espace des phases, est proportionnelle à  $1/T^2$  et non  $1/T^3$  comme à trois dimensions, la température critique varie comme  $\sqrt{N}$  et non comme  $N^{3/2}$  comme à trois dimensions[88]. De plus, à des températures proches de la température critique, on s'attend à avoir un quasi-condensat : le condensat n'est pas cohérent sur toute son étendue mais seulement sur des zones[70] de taille inférieures à la taille du nuage. Cette transition, connue sous le nom de transition de Kosterlitz-Thouless, n'existe que pour un gaz dont un degré de liberté est gelé thermiquement. Enfin, comme montré par D. Petrov et al [70], les propriétés collisionnelles peuvent être modifiées. Ceci est particulièrement intéressant pour le Cesium qui, en l'absence de confinement, a des interactions attractives qui rendent instable un éventuel condensat.

# Appendix A

## Couplage à deux photons par l'intermédiaire d'un état hors résonance non peuplé.

Un champs laser couple les états fondamentaux d'un atome à ses états excités. Ainsi, le sous espace  $6S_{1/2}$  du Cesium est couplé aux sous espaces  $6P_{1/2}$  et  $6P_{3/2}$ . Cependant, si le laser est très loin de résonance par rapport aux transitions atomiques, les populations des états excités resteront négligeables. Par contre, le laser peut induire un couplage entre les sous-niveaux de l'état fondamental qui correspond à des transitions Raman stimulées dans lesquelles un photon du laser est absorbé et un autre est réémis. De tels couplages Ramans sont à l'origine de deux phénomènes physiques. Tout d'abord, le couplage à deux photons entre des états de même état interne mais d'impulsion différente sont responsable du potentiel dipolaire vu par l'atome. De plus, les couplages Raman peuvent induire des transitions entre différents états internes de l'atome.

Pour que ces transitions soient efficaces, le désaccord de la transition à deux photons doit être plus faible que la valeur du couplage. Dans le cas où les états entre lesquels on veut effectuer une transition n'ont pas la même énergie, on peut utiliser deux lasers de fréquence différentes pour que la transition à deux photons dans laquelle un photon est absorbé dans un laser et un photon est émis dans l'autre laser soit résonnante. Par exemple, on utilise deux lasers dont la différence de fréquence est proche de l'énergie hyperfine 9.19.. GHz pour coupler efficacement des états des deux sous-niveaux hyperfins  $F = 3$  et  $F = 4$ .

Nous proposons ici de déterminer le couplage effectif entre états fondamentaux en fonction du couplage entre les états fondamentaux et excités induit par les lasers. Nous utiliserons pour cela l'image de l'atome habillé dans laquelle le champ laser est quantifié. Tout d'abord, le cas où l'absorption et l'émission induite sont à la même fréquence est traité. Le calcul est ensuite généralisé au cas d'un couplage Raman faisant intervenir des fréquences différentes.

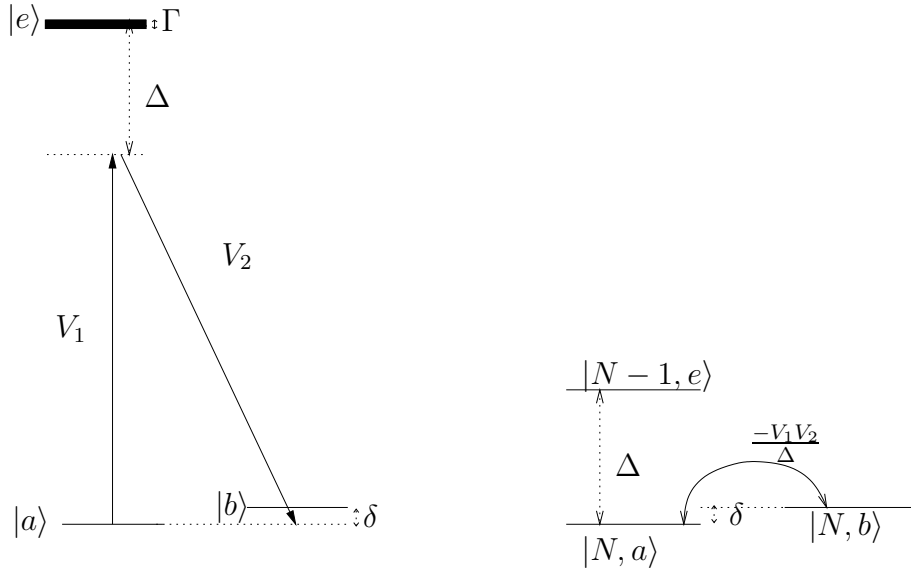


Figure A.1: Couplage à deux photons entre deux états dont l'énergie diffère d'une quantité  $\delta$ . Le dessin de droite donne les énergies des états habillés.

## A.1 Cas d'absorption et d'émission à la même fréquence

Considérons deux états fondamentaux  $|a\rangle$  et  $|b\rangle$  couplés tous les deux à un même état excité  $|e\rangle$  à cause de la présence d'un champ laser. On note  $\Delta$  le désaccord du laser comme défini figure A.1. Ce désaccord est très supérieur à la largeur  $\Gamma$  de l'état excité et aux couplages  $V_1$  et  $V_2$  de façon à ce que l'excitation des transitions  $|a\rangle \rightarrow |e\rangle$  et  $|b\rangle \rightarrow |e\rangle$  soit négligeable. On considère que l'état du champ est un état de Fock à  $N$  photons. L'état  $|\hat{a}\rangle = |N, a\rangle$  est couplé à l'état  $|\hat{e}\rangle = |N-1, e\rangle$ , cet état étant lui-même couplé à l'état  $|\hat{b}\rangle = |N, b\rangle$ <sup>1</sup>. L'énergie de  $|\hat{b}\rangle$  ne diffère de celle de  $|\hat{a}\rangle$  que d'une quantité  $\delta$  très petite devant  $\Delta$  qui est l'énergie de l'état intermédiaire  $|\hat{e}\rangle$ . Le hamiltonien est, dans la base  $(|\hat{a}\rangle, |\hat{b}\rangle, |\hat{e}\rangle)$ ,

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & V_1 \\ 0 & \delta & V_2 \\ V_1^* & V_2^* & \Delta \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

L'évolution d'un état  $|\phi\rangle = c_a |\hat{a}\rangle + c_b |\hat{b}\rangle + c_e |\hat{e}\rangle$ , est donnée par <sup>2</sup>

$$i \frac{d}{dt} |\phi\rangle = H |\phi\rangle. \quad (\text{A.2})$$

<sup>1</sup>On néglige ici le processus non résonnant couplant  $|N, a\rangle$  à  $|N+1, e\rangle$ . Ceci suppose donc que  $\Delta$  est très petit devant la fréquence de la transition  $|a\rangle \rightarrow |e\rangle$ .

<sup>2</sup>On choisit les unités de façon à ce que  $\hbar = 1$ .

Le terme en  $\Delta$  dans  $H$  induit des oscillations très rapides. En plus de cette fréquence élevée correspondant à des transferts de population très faibles (hors résonance), une évolution de  $c_a$  et  $c_b$  va avoir lieu à des fréquences beaucoup plus faibles. L'équation A.2 donne

$$i \frac{d}{dt} c_e = \Delta c_e + V_1^* c_a + V_2^* c_b. \quad (\text{A.3})$$

L'approximation séculaire consiste à ne considérer que les fréquences petites devant  $\Delta$ . Le terme de gauche de A.3 est alors négligeable devant le terme  $\Delta c_e$  et A.3 devient

$$0 = \Delta c_e + V_1^* c_a + V_2^* c_b. \quad (\text{A.4})$$

L'équation A.2 projetée sur  $c_a$  et  $c_b$  donne alors

$$\begin{cases} i \frac{dc_a}{dt} = -V_1 \frac{1}{\Delta} (V_1^* c_a + V_2^* c_b) \\ i \frac{dc_b}{dt} = \delta c_b - V_2 \frac{1}{\Delta} (V_1^* c_a + V_2^* c_b) \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Ceci correspond à une évolution sous l'effet d'un hamiltonien effectif

$$H_{eff} = \begin{pmatrix} -\frac{|V_1|^2}{\Delta} & -\frac{V_1 V_2^*}{\Delta} \\ -\frac{V_2 V_1^*}{\Delta} & \delta - \frac{|V_2|^2}{\Delta} \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Les termes diagonaux représentent un décalage en énergie des états. Les termes non diagonaux représentent le couplage effectif entre ces deux états fondamentaux. Ce couplage est inversement proportionnel au désaccord et proportionnel à  $\sqrt{I_1 I_2}$  où  $I_1$  et  $I_2$  sont les intensités des composantes du champ laser responsable des couplages  $V_1$  et  $V_2$ .

L'analyse faite ci-dessus est valide tant que la population de l'état intermédiaire reste très faible. Ceci est vérifié si

$$\Delta \gg V_1, V_2. \quad (\text{A.7})$$

De plus, pour que l'approximation séculaire soit valable, il faut que les fréquences apparaissant dans A.6 soient très petites devant  $\Delta$ . Donc, il faut que

$$\delta \ll \Delta. \quad (\text{A.8})$$

## A.2 Cas d'absorption et d'émission à des fréquences différentes.

Les sous-niveaux hyperfins  $F = 3$  et  $F = 4$  de  $6S_{1/2}$  sont séparés en énergie de  $\omega_{HF} = 9.19.. \text{GHz}$ . Avec une telle séparation en énergie, un transfert à deux photons de même fréquence efficace de l'un à l'autre nécessiterait une intensité lumineuse énorme. D'autre part, on souhaite que l'intensité du couplage soit suffisamment faible pour pouvoir être sélectif en énergie.

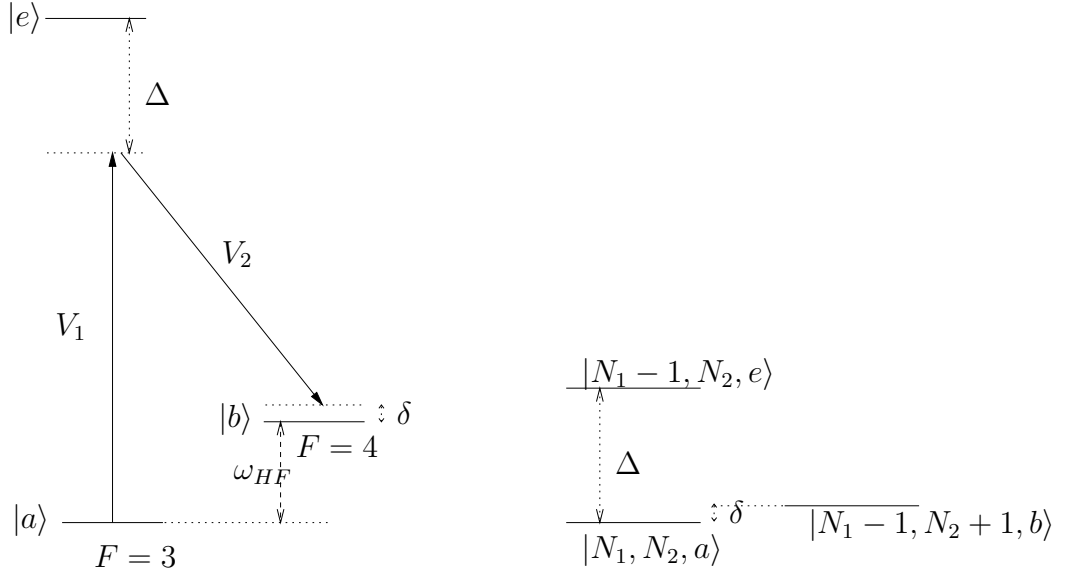


Figure A.2: *Couplage à deux photons entre deux états d'énergie très différentes utilisant deux fréquences différentes. Sur le dessin de gauche, les énergies des états de l'atome et les fréquences des lasers sont représentées. Le dessin de droite donne les énergies des états habillés.*

Pour surmonter ce problème, on utilise deux lasers dont la différence de fréquence  $\omega_b - \omega_r$  est proche de  $\omega_{HF}$  de sorte qu'une transition à deux photons est presque à résonance comme présentée sur la figure A.2.

Considérons un états de  $F = 3$  noté  $|a\rangle$  et un état de  $F = 4$  noté  $|b\rangle$  couplés par une transition à deux photons. Il existe donc un état excité  $|e\rangle$  couplé à  $|a\rangle$  par le laser de plus haute fréquence (laser 1) et couplé à  $|b\rangle$  par le laser de plus basse fréquence (laser 2). On note  $V_1$  et  $V_2$  les couplages correspondant aux transitions  $|a\rangle \rightarrow |e\rangle$  et  $|b\rangle \rightarrow |e\rangle$ . On suppose, comme précédemment, que l'état initial du champ pour chaque fréquences est un état de Fock, l'état global étant  $|N_1, N_2\rangle$ . L'état  $|\hat{a}\rangle = |N_1, N_2, a\rangle$  est couplé à l'état  $|\hat{e}\rangle = |N_1 - 1, N_2, e\rangle$  lui-même couplé à  $|\hat{b}\rangle = |N_1 - 1, N_2 + 1, b\rangle$ <sup>3</sup>. En prenant pour référence des énergies, l'énergie de l'état  $|\hat{a}\rangle$ , l'énergie de l'état  $|\hat{b}\rangle$  est  $\delta$  et celle de  $|\hat{e}\rangle$  est  $\Delta$ , comme présenté figure A.2. On se place dans le cas où  $\delta \ll \Delta$ . Le hamiltonien, dans la base  $(|\hat{a}\rangle = |N_1, N_2, a\rangle, |\hat{b}\rangle = |N_1 - 1, N_2 + 1, b\rangle, |\hat{e}\rangle = |N_1 - 1, N_2, e\rangle)$  est

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & V_1 \\ 0 & \delta & V_2 \\ V_1^* & V_2^* & \Delta \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

<sup>3</sup>De même que précédemment, on se place dans le cas où  $\Delta \ll \omega_{at}$  de sorte que le processus dans lequel l'état intermédiaire est  $|N_1, N_2 + 1, e\rangle$  est négligeable.

On retrouve le même hamiltonien que précédemment (équation A.1). Donc, une approximation séculaire donne le même un hamiltonien effectif A.6 dans la base  $(|\hat{a}\rangle, |\hat{b}\rangle)$ .

Le couplage effectif est donc

$$V_{eff} = -\frac{V_1 V_2}{\Delta}. \quad (\text{A.10})$$

Les conditions de validité sont toujours A.7 et A.8. Le désaccord  $\Delta$  n'est pas nécessairement grand devant  $\omega_{HF}$  puisque la fréquence  $\omega_{HF}$  n'apparaît plus dans les états habillés.



# Appendix B

## Transferts Raman par passage adiabatique

Le transferts Raman d'atomes entre les sous-niveaux hyperfins  $F = 3$  et  $F = 4$  de l'état fondamental du Césium peuvent être effectués de plusieurs façons. La première méthode consiste à utiliser des lasers Raman dont le désaccord est ajusté pour être à résonance avec la transition que l'on veut effectuer. Lors de l'impulsion, le désaccord ne varie pas : ces impulsions sont appelées impulsions monochromatiques. Cependant, de telles impulsions ne sont pas toujours adaptées aux situations expérimentales. Un autre type d'impulsion, transférant les atomes dans  $F = 4$  par passage adiabatique peut être utilisé. Le spectre d'excitation d'une telle impulsion peut se rapprocher d'une forme rectangulaire. De plus, l'efficacité de transfert est proche de 1 et ne dépend pas, dans certaines limites<sup>1</sup>, de la valeur du couplage Raman. Un tel profil est utile à plusieurs reprises dans l'expérience : nettoyage des fréquences d'oscillation (voir paragraphe 4.2.3), refroidissement (voir paragraphe 4.2.4) et production des niveaux vibrationnels excités (voir 5.1).

Après un rappel des propriétés des impulsions monochromatiques, le principe des impulsions balayés est décrit.

### B.1 Impulsions monochromatiques carrées

Lors d'une impulsion monochromatique à résonance, les atomes effectuent des oscillations de Rabi : la population de l'état  $F = 4$  oscille avec une période  $2\pi/\Omega$ , où  $\Omega$  est la fréquence de Rabi du couplage Raman<sup>2</sup>. En effectuant une impulsion de durée  $T_\pi = \pi/\omega$  (impulsion  $\pi$ ) les atomes sont transférés dans  $F = 4$  avec une probabilité de 1.

Lorsque tous les atomes n'ont pas la même fréquence de transition, l'impulsion

---

<sup>1</sup>La suite de cet appendice précise la zone de validité

<sup>2</sup> $\Omega = 2V$  où  $V$  est le couplage



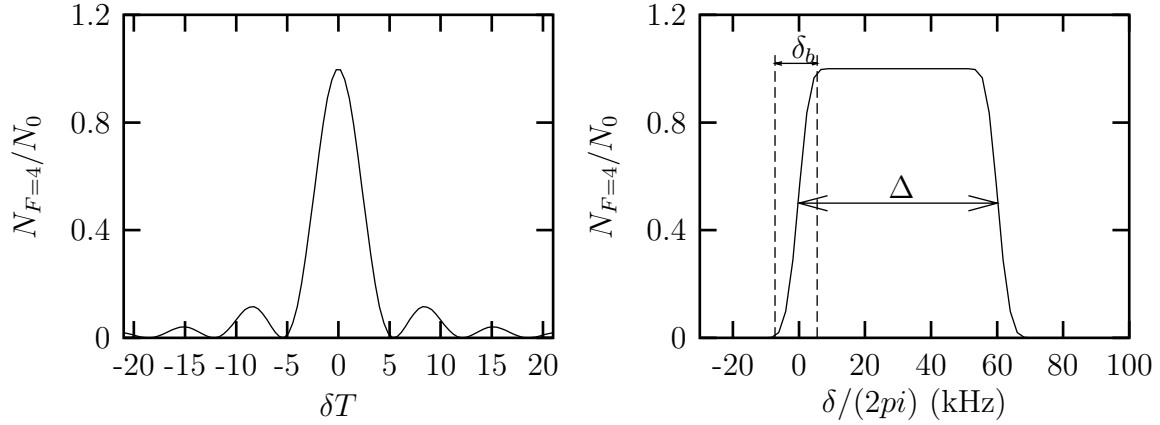


Figure B.1: *spectre d'excitation d'une impulsion monochromatique (a) et d'une impulsion balayée (b).  $T$  est la durée de l'impulsion. La puissance de l'impulsion en (a) a été choisie de façon à réaliser une impulsion  $\pi$  pour les atomes à résonance. Le spectre (b) est calculé numériquement en intégrant l'équation de Shrödinger. La durée de l'impulsion est de 1 ms, la fréquence de Rabi du couplage est de  $2\pi \times 10$  kHz et la plage de balayage du désaccord des faisceaux est de  $2\pi \times 60$  kHz. Le profil de l'impulsion est donné figure B.3. Cette impulsion correspond à l'impulsion utilisée pour le refroidissement Raman décrit au paragraphe 4.2.4*

n'est pas à résonance avec tous les atomes. Pour transférer efficacement une grande partie des atomes, la largeur du profil d'excitation de l'impulsion doit être plus grande que la dispersion des fréquences d'oscillation. La largeur spectrale d'une impulsion monochromatique  $\pi$ , donnée figure B.1, est de l'ordre de  $1/T_\pi$ . Ainsi, pour transférer efficacement un ensemble d'atomes ayant une dispersion de fréquence de transition  $\Delta$ , une impulsion de durée inférieure à  $1/\Delta$  est nécessaire.

Cependant, la forme du spectre d'excitation d'une impulsion monochromatique ne convient pas toujours. Par exemple, pour refroidir les atomes (voir paragraphe 4.2.4) on veut transférer les atomes dans  $F = 4$  en diminuant leur niveau vibrationnel de 1 tout en respectant la condition des bandes résolues. Or la dispersion des fréquences d'oscillation des atomes, donc des fréquences de transition, est importante (environ 25% de la fréquence d'oscillation centrale). L'utilisation d'une impulsion monochromatique suffisamment courte pour s'adresser à tous les atomes ne respecterait alors pas la condition des bandes résolues nécessaire lors du refroidissement.

En fait, le profil d'excitation souhaité pour le refroidissement des atomes est un profil comme celui représenté figure B.1 (b) : il est suffisamment large pour recouvrir la dispersion des fréquences d'oscillation mais ses bords sont suffisamment raides pour respecter la condition des bandes résolues.

Un tel spectre d'excitation peut être réalisé à l'aide d'une succession d'impulsions monochromatiques suffisamment longues pour reproduire les bords raides du spectre d'excitation désiré et centrées à des fréquences différentes de façon à recouvrir la

largeur du profil désiré. Cependant, un tel spectre d'excitation peut être produit beaucoup plus simplement à l'aide d'une impulsion unique dont le désaccord est balayé au court du temps. Le transfert des atomes de  $F = 3$  à  $F = 4$  est alors effectué par passage adiabatique.

Les impulsions balayées présentent un autre avantage par rapport aux impulsions monochromatiques : elles peuvent transférer efficacement dans  $F = 4$  des atomes subissant des couplages Raman très différents. Ceci n'est pas le cas d'une impulsion monochromatique pour laquelle la condition  $\pi$  n'est vérifiée que pour un couplage Raman donné. Dans le cas du transfert dans  $F = 4$  avec diminution du niveau vibrationnel, cette propriété des impulsions balayées est très intéressante puisque le couplage Raman, proportionnel à  $\sqrt{n+1}$ , peut présenter une grande dispersion. Ainsi, avec la température initiale de l'ordre de  $8\hbar\omega_{osc}$ , la distribution des couplages Ramans du transfert diminuant le niveau vibrationnel de 1 s'étale typiquement entre  $\Omega_0$  et  $3\Omega_0$ .

## B.2 Transfert par passage adiabatique

Pour transférer les atomes, le désaccord des faisceaux Raman est balayé durant l'impulsion. Lorsque le désaccord Raman passe par la condition de résonance, les atomes sont transférés dans  $F = 4$  par passage adiabatique. Pour comprendre ce transfert, il est commode de considérer les états de l'atome habillé par les faisceaux Raman. Ainsi, on considèrera l'état

$$|1\rangle = |N_b, N_r, F = 3\rangle \quad (\text{B.1})$$

où  $N_b$  et  $N_r$  désignent respectivement le nombre de photons dans le laser Raman bleue et rouge. Cet état est couplé, par un transfert Raman, à l'état habillé

$$|2\rangle = |N_b - 1, N_r + 1, F = 4\rangle. \quad (\text{B.2})$$

Si le couplage est nul, alors les deux états  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$  sont les états propres du système. La différence d'énergie entre les deux états est simplement le désaccord Raman  $\delta$ . L'effet d'un couplage de fréquence de Rabi  $\Omega$  est de modifier les états propres et les énergies propres sur une plage de désaccord de largeur environ  $\Omega$  autour de la résonance. Les niveaux d'énergie du système en fonction de  $\delta$  sont représentés figure B.2. L'états stationnaire de plus faible énergie est continument modifié de  $|1\rangle$  pour  $\delta$  très négatif à  $|2\rangle$  pour  $\delta$  très positif. Si, lors de l'impulsion, le désaccord est balayé suffisamment lentement, l'atome, initialement dans l'état  $F = 3$ , donc dans l'état habillé  $|1\rangle$ , est transféré dans l'état  $|2\rangle$ , donc dans  $F = 4$ , après le passage de la résonance.

La condition de suivi adiabatique a une interprétation classique et géométrique simple. En effet, le système étant un système à deux niveau, son évolution peut se modéliser par celle d'un spin  $1/2$ . Un champ magnétique  $B_o$  selon  $z$  induit un écart en énergie de  $\delta$  entre les deux états  $|m = 1/2\rangle$  et  $|m = -1/2\rangle$ , analogues des états  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$ . Le couplage  $\Omega/2$  est réalisé par un champ magnétique selon  $x$ . Classiquement, le spin tourne autour du champ magnétique total à une fréquence de Larmor  $\Omega_{\text{Larmor}} =$

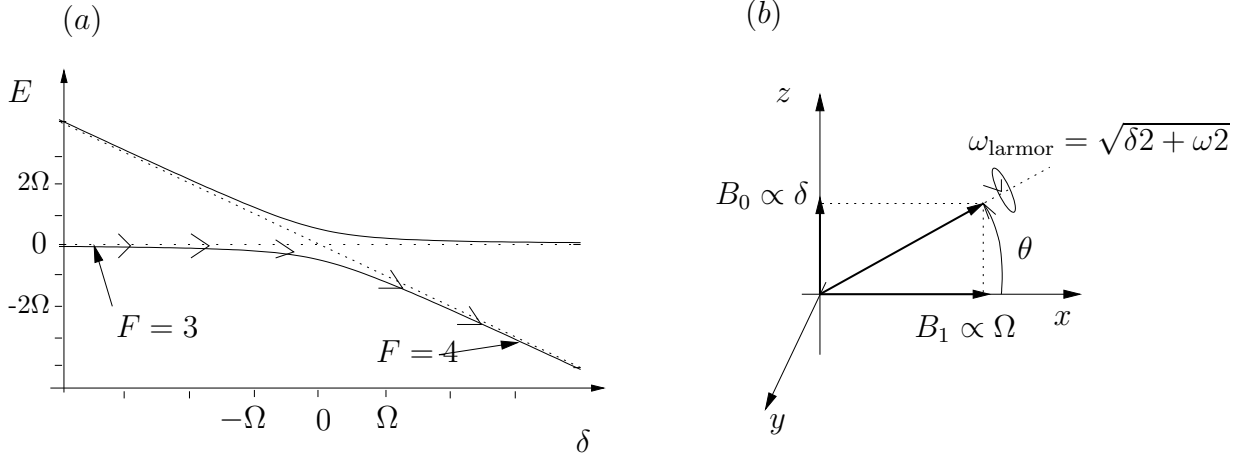


Figure B.2: (a) : Niveaux d'énergie des états habillés en fonction du désaccord Raman  $\delta$ . En pointillé est représentée l'énergie des états  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$  correspondant aux états  $F = 3$  et  $F = 4$  en l'absence de couplage. Les lignes continues sont les niveaux d'énergie des états stationnaires en présence du couplage  $\Omega$ . (b) : analogie avec un spin  $1/2$ .

$\sqrt{\delta^2 + \Omega^2}$ . Lors du balayage de  $\delta$ , l'angle  $\theta$  que fait le champ magnétique avec l'axe  $x$  est modifié. Le spin suit l'évolution de la direction du champ magnétique si

$$\frac{d}{dt}\theta \ll \Omega_{\text{Larmor}} = \sqrt{\delta^2 + \Omega^2} \quad (\text{B.3})$$

Cette condition d'adiabaticité est la plus stricte lors du passage à résonance où le champ magnétique vertical est nul. En utilisant  $\theta \simeq \delta/\Omega$ , elle s'écrit

$$\frac{d}{dt}\delta \ll \Omega^2, \quad (\text{B.4})$$

ce qui donne

$$\frac{\Delta}{T_{\text{bal}}} \ll \Omega^2, \quad (\text{B.5})$$

où  $T_{\text{bal}}$  est le temps de balayage du désaccord et  $\Delta$  la plage de balayage.

Les impulsions utilisées sont représentées figure B.3. La puissance des faisceaux Ramans est modulée selon un profil de Blackman[89, 58]. Il en est donc de même du couplage Raman qui est proportionnel à la puissance des faisceaux. Le désaccord Raman est balayé lors de l'impulsion. D'après la condition d'adiabaticité B.5, plus la fréquence de Rabi est importante plus on peut balayer rapidement le désaccord Raman. La vitesse de balayage est adaptée de façon à ce que, à chaque instant, le rapport  $(\frac{d}{dt}\delta)/\Omega^2$  soit constant.

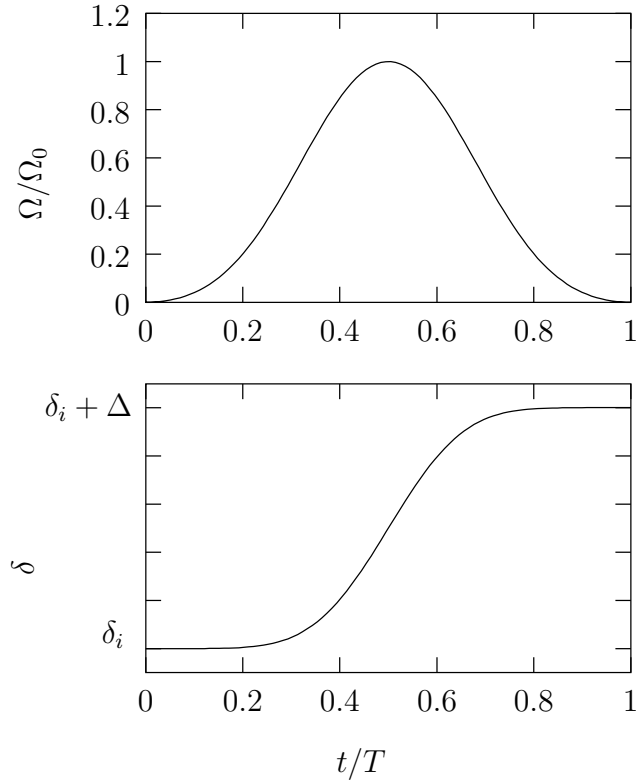


Figure B.3: *Evolution du désaccord Raman  $\delta$  et de la fréquence de Rabi du couplage Raman  $\Omega$  lors d'une impulsion balayée.*

### Largeur des bords de l'impulsion

Jusqu'ici, nous ne nous sommes intéressé qu'à la condition d'adiabaticité lors du croisement de niveau (passage à résonance). Nous avons cependant supposé que les atomes étaient, au début du balayage de  $\delta$ , dans un état propre du système atome-champ. Si cela n'est pas le cas, les deux états propres sont peuplés et, à l'issue du balayage du désaccord, les deux états  $|1\rangle$  (atomes dans  $F = 3$ ) et  $|2\rangle$  (atomes dans  $F = 4$ ) seront peuplés. L'efficacité du transfert dans  $F = 4$  est donc réduite. La zone de désaccords initiaux pour lesquels, à l'issue du branchement (montée de la fréquence de Rabi de 0 à sa valeur maximum  $\Omega_0$ ), les deux états propres du système atome-champ sont peuplés définit la largeur  $\delta_b$  du bord de l'impulsion.

Quelle que soit la façon dont se fait le branchement du couplage Raman,  $\delta_b$  est de l'ordre ou inférieure à la fréquence de Rabi maximum  $\Omega_0$ . En effet, lorsque le désaccord initial est plus grand que  $\Omega_0$ , les états propres de l'atome habillé sont alors quasiment identiques aux états  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$  pour lesquels l'état atomique est l'état pur  $F = 3$  et  $F = 4$  respectivement.

Pour que  $\delta_b$  soit inférieure à  $\Omega_0$ , le branchement du couplage Raman doit être assez lent. En effet, lorsque le désaccord initial est plus petit que  $\Omega_0$ , les états propres de

l'atome habillé sont très différents des états non perturbés  $|1\rangle$  et  $|2\rangle$ . Si le couplage Raman est introduit brusquement, les atomes vont peupler les deux états propres après le branchement. Pour que les atomes, initialement dans  $|F = 3\rangle$  soient transférés adiabatiquement dans l'état propre du système habillé lors du branchement, la fréquence de Rabi ne doit pas augmenter trop vite. La condition d'adiabaticité se déduit de l'analogie avec l'évolution d'un spin  $1/2$ . Lors du branchement, le désaccord  $\delta$  est constant. Par contre le couplage Raman  $\Omega$  croît de 0 à sa valeur maximum  $\Omega_0$ . Ceci correspond à un champ magnétique selon  $z$  constant et une augmentation du champ magnétique selon  $x$ . L'angle  $\theta$  passe de  $\pi/2$  à une valeur inférieure. Le spin suit adiabatiquement l'évolution de la direction du champ magnétique si celle-ci est très inférieure à la fréquence de Larmor. Cette condition est la plus stricte initialement quand le champ magnétique est le plus faible. En approximant  $\theta$  par  $\pi/2 - \Omega/\delta$ , elle s'écrit

$$\frac{d\Omega}{dt} \frac{1}{\delta} \ll \delta, \quad (\text{B.6})$$

ce qui donne

$$\frac{\Omega_0}{T_{\text{branch}}} \ll \delta^2, \quad (\text{B.7})$$

où  $T_{\text{branch}}$  est le temps de montée de la fréquence de Rabi. Ainsi, lorsque la largeur  $\delta_b$  est limitée par l'adiabaticité du branchement ( $\delta_b < \Omega_0$ ), elle vérifie

$$\delta_b \simeq \sqrt{\frac{\Omega_0}{T_{\text{branch}}}}. \quad (\text{B.8})$$

Cette équation est valable tant que  $\Omega_0 < 1/T_{\text{branch}}$ . Pour des fréquences de Rabi plus élevées ou des temps plus courts,  $\delta_b$  est de l'ordre de  $\Omega_0$ .

Dans le cas des impulsions Raman utilisées représentées figure B.3, le temps de branchement  $T_{\text{branch}}$  est du même ordre que la durée  $T$  de l'impulsion elle-même. De même le temps de balayage est de l'ordre de  $T$ . Dans ces conditions, pour avoir une impulsion ayant un profil presque rectangulaire, donc pour avoir

$$\delta_b < \Delta, \quad (\text{B.9})$$

la largeur des bords de l'impulsion est toujours donnée par B.8. En effet, si cela n'était pas le cas,  $T$  serait inférieur à  $\Omega_0^{-1}$  et la largeur des bords serait de l'ordre de  $\Omega_0$ . La condition B.5 donnerait alors

$$\Delta \ll \Omega_0^2 T < \Omega_0. \quad (\text{B.10})$$

Ainsi, la largeur du balayage  $\Delta$  serait inférieure à  $\Omega_0$  qui est la largeur des bords de l'impulsion. Ceci ne correspondrait pas à un profil rectangulaire.

La largeur des bords de l'impulsion est donc donnée par B.8.

**Choix d'une impulsion**

En conclusion, pour produire une impulsion balayée sur une plage de désaccord  $\Delta$  et dont les bords ont une largeur  $\delta_b$ , la fréquence de Rabi  $\Omega_0$  et la durée  $T$  de l'impulsion doivent vérifier

$$\begin{cases} \delta_b \simeq \sqrt{\frac{\Omega_0}{T}} \\ \frac{\Delta}{T} \ll \Omega_0^2 \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

On trouve alors la condition sur  $T$  suivante

$$T \gg \left(\frac{\Delta}{\delta_b}\right)^{4/3} \frac{1}{\Delta}. \quad (\text{B.12})$$

Dans l'expérience, la durée des impulsions est limitée à environ 1 ms. En effet, pour des impulsions plus longues, des décohérences dûes à des causes extérieures détériorent le transfert. L'équation ci-dessus donne donc une limite aux balayages possibles. Ainsi, pour avoir un profil tel que  $\Delta \simeq 5\delta_b$ , il faut une durée  $T$  très supérieure à  $8/\Delta$ . La plage de balayage minimum possible est donc de l'ordre de 10 kHz.

De plus, la deuxième condition de B.11 donne la largeur du balayage maximum que l'on peut obtenir. La valeur maximum du couplage Rabi pour une transition ne modifiant pas le niveau vibrationnel est de l'ordre de  $450 \text{ ms}^{-1} = 2\pi \times 70 \text{ kHz}$ . Pour la transition faisant passer du niveau vibrationnel  $n = 0$  au niveau vibrationnel  $n = 1$ , cette fréquence de Rabi doit être multipliée par le facteur de Lamb-Dicke  $\eta \simeq 0.14$ . La fréquence de Rabi maximum pour cette transition est alors de l'ordre de  $10 \text{ kHz} = 60 \text{ ms}^{-1}$ . La valeur maximum de la quantité  $\Omega^2 T$  est donc de  $3600 \text{ ms}^{-1}$ . La largeur maximum du balayage  $\Delta$  que l'on peut faire est donc de l'ordre de 300 kHz (plus faible d'un facteur 10). Expérimentalement, la largeur maximum du balayage pour avoir un taux de transfert supérieur à 80% est de l'ordre de 60 kHz. Cette valeur est juste suffisante pour recouvrir la dispersion des fréquences d'oscillation.



# Appendix C

## Niveaux d'énergie du Cesium



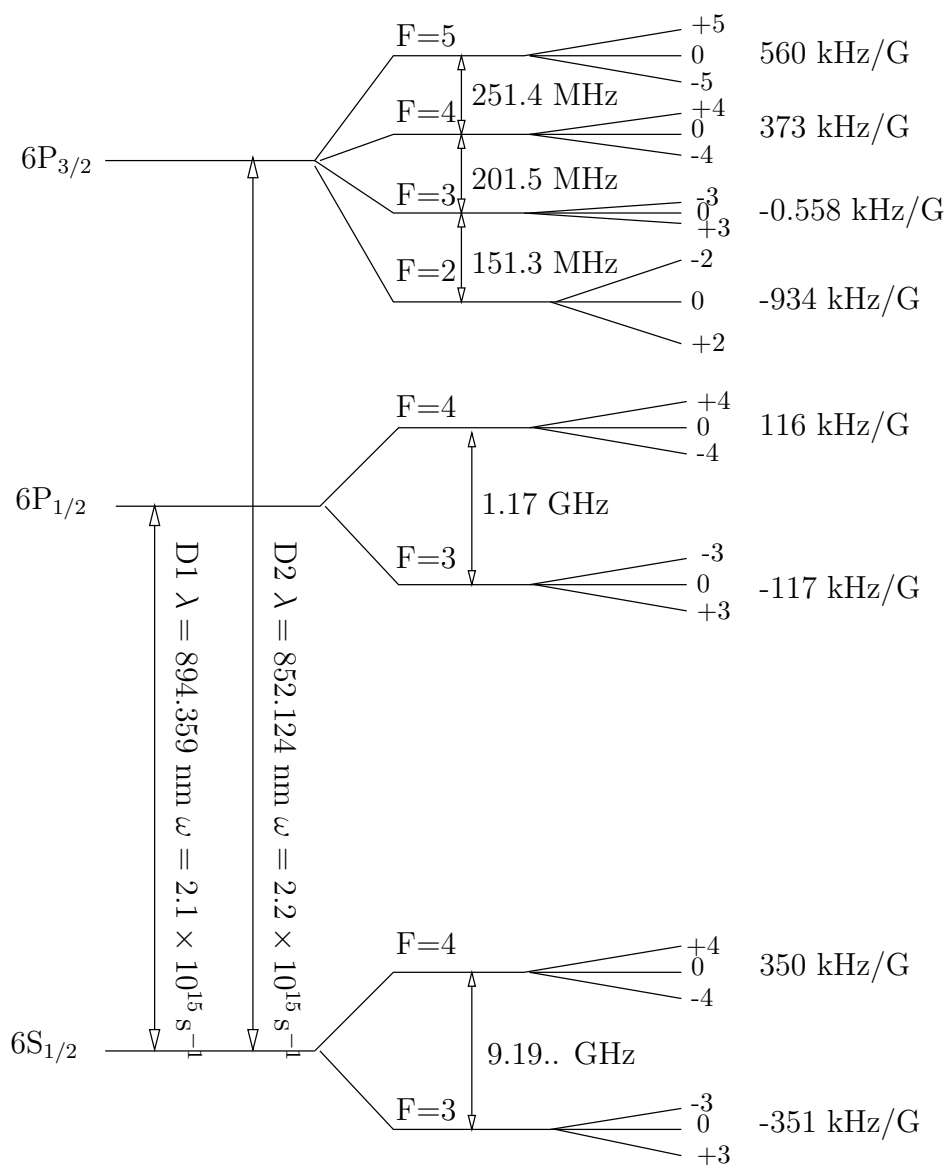


Figure C.1: Niveaux d'énergie du Cesium. Les déplacements Zeeman indiqués correspondent à l'écart d'énergie Zeeman entre niveaux magnétiques adjacents.

# Bibliography

- [1] Edité par E. ARMONDO, W. D. PHILLIPS, ET F. STRUMIA. *Proceedings of the Internationla School of Physics "Enrico Fermi": "Laser Manipulation of Atoms and Ions"*. North Holland, Amsterdam, 1992.
- [2] A. L. MIGDALL, J. V. PRODAN, ET W. D. PHILLIPS. First observation of magnetically trapped neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.* **54** , 2596, 1985.
- [3] T. BERGEMAN, G. EREZ, ET H. J. METCALF. Magnetostatic trapping fields for neutral atoms. *Phys. Rev. A* **35** , 1535, 1987.
- [4] E. A. CORNELL, C. MONROE, ET C. E. WIEMAN. Multiply Loaded, ac Magnetic Trap for Neutral Atoms. *Phys. Rev. Lett.* **67** , 2439, 1991.
- [5] S. CHU, J. E. BJORKHOLM, A. ASHKIN, J.P. GORDON, ET L.W. HOLLBERG. Proposal for optically cooling atoms to temperatures of the order of  $10^{-6}$  K. *Optics Letters* **11** , 73, 1986.
- [6] R. GRIMM. *Advances in Atomic, Molecular and Optical Physics* **42** , 95, 2000.
- [7] *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics*, volume **37**, page 181. B. Bederson and H. Walther, 1996.
- [8] KERSON HUANG. *Statistical mechanics*. Wiley, New York, wiley édition, 1987.
- [9] B. DIU, C. GUTHMANN, D. LEDERER, ET B. ROULET. *Physique statistique*. Hermann, Paris.
- [10] M. KASEVICH ET S. CHU. *Phys. Rev. Lett.* **69** , 1741, 1992.
- [11] J. REICHEL, F. BARDOU, M. DAHAN, E. PEIK, S. RAND, C. SALOMON, ET C. COHEN-TANNOUDJI. Raman cooling of cesium below 3 nK: new approach inspired by Levy flight statistic. *Phys. Rev. Lett.* **75** , 4575, 1995.
- [12] H. J. LEE, C. S. ADAMS, M. KASEVICH, ET S. CHU. Raman cooling of atoms in an optical dipole trap. *Phys. Rev. Lett.* **76** , 2658, 1996.

- [13] H. J. LEE ET S. CHU. Atomic spin polarisation by Raman cooling. *Phys. Rev. A* **57** , 2905, 1998.
- [14] H. PERRIN, A. KUHN, I. BOUCHOULE, T. PFAU, ET C. SALOMON. Raman cooling of spin-polarized cesium atoms in a crossed dipole trap. *Europhys. Lett.* **46**(2) , 141, 1999.
- [15] F. DIEDRICH, J. C. BERGQUIST, W. M. ITANO, ET D. J. WINELAND. Laser cooling to the Zero-Point Energy of Motion. *Phys. Rev. Lett.* **62** , 403, 1989.
- [16] W. M. ITANO, J. C. BERGQUIST, J. J. BOLLINGER, ET D. J. WINELAND. Laser Colling of Trapped Ions. in *Proceedings of thes international school of physics "Enrico Fermi" : Laser Manipulation of Atoms and Ions*, Edité par NORTH HOLLAND, page 519, Amsterdam, 1992.
- [17] H. PERRIN, A. KUHN, I. BOUCHOULE, ET C. SALOMON. Sideband cooling of neutral atoms in a far-detuned optical lattice. *Europhys. Lett.* **42** , 395, 1998.
- [18] S. E. HAMMANN, D. L. HAYCOK, G. KLOSE, P. H. PAX, I. H. DEUTSCH, ET P. S. JESSEN. Resolved-Sideband Raman Cooling to the Ground State of an Optical Lattice. *Phys. Rev. Lett.* **80** , 4149, 1998.
- [19] K. BURNETT. Ultracold interactions and mean-field theory of Bose-Einstein condensates. in *Proceedings of the international school of physics "Enrico Fermi"*, page 265, Amsterdam, 1998. IOS press.
- [20] D. M. MEEKHOF, C. MONROE, B. E. KING, W. M. ITANO, ET D. J. WINELAND. Generation of non-classical states of a trapped atom. *Phys. Rev. Lett.* **76** , 1796, 1996.
- [21] C. MONROE, D. M. MEEKHOF, ET D. J. WINELAND. A "Schrödinger Cat" Superposition State of an Atom. *Science* **272** , 1131, 1996.
- [22] J. M. KOSTERLITZ. The critical properties of the two-dimensional  $xy$  model. *J. Phys. C* **7** , 1046, 1974.
- [23] W. PAUL. Electromagnetic traps for charged and neutral particles. in *Proceedings of the Internaltionla School of Physics "Enrico Fermi": "Laser Manipulation of Atoms and Ions"*, page 497, Amsterdam, 19992. North Holland.
- [24] W. NEUHAUSER, M. HOHENSTATT, ET P. TOSCHEK. Optical-Sideband Cooling of Visible Atom Cloud Confined in Parabolic Well. *Phys. Rev. Lett.* **41** , 233, 1978.
- [25] J. T. M. VALRAVEN ET T. W. HIJMANS. Atomic hydrogen in magnetostatic traps. *Physica B* **197** , 417, 1994.

- [26] STEVEN CHU. The manipulation of neutral particles. *Rev. Mod. Phys.* **70** , 685, 1998.
- [27] C. COHEN TANNOUJJI. Manipulating atoms with photons. *Rev. Mod. Phys.* **70** , 707, 1998.
- [28] WILLIAM D. PHILLIPS. Laser cooling and trapping of neutral atoms. *Rev. Mod. Phys.* **70** , 721, 1998.
- [29] W. KETTERLE ET D. E. PRITCHARD. Trapping and focussing ground state atoms with static fields. *Appl. Phys.* **B 54** , 403, 1992.
- [30] M. ANDERSON, J. ENSHER, M. MATTHUS, C. WIEMAN, ET E. CORNEL. *Science* **269** , 198, 1995.
- [31] *Proceedings of the international school of physics "Enrico Fermi"*, Amsterdam, 1998. IOS press.
- [32] D. J. HEINZEN. Ultracold atomic collisions. in *Proceedings of the international school of physics "Enrico Fermi"*, page 351, Amsterdam, 1998. IOS press.
- [33] J. SODING, D. GUERY-ODELIN, P. DESBIOLLES ANS G. FERRARI, ET J. DALIBARD. Giant spin relaxation of an ultracold Cesium gas. *Phys. Rev. Lett.* **80** , 1869, 1998.
- [34] D. GUERY-ODELIN, J. SODING, P. DESBIOLLES, ET J. DALIBARD. Is Bose-Einstein condensation of atomic Cesium possible ? *Europhys. Lett.* **44** , 25, 1998.
- [35] G. SANTARELLI, PH. LAURENT, P. LEMONDE, ET A. CLAIRON. Quantum Projection Noise in an Atomic Fountain : a High Stability Cesium Frequency Standard. *Phys. Rev. Lett.* **82** , 4619, 1999.
- [36] T. L. GUSTAVSON, P. BOUYER, ET M. A. KASEVICH. Precision Rotation Measurements with an Atom Interferometer Gyroscope. *Phys. Rev. Lett.* **78** , 2046, 1997.
- [37] M. J. SNADDEN, J. M. MCGUIRK, P. BOUYER, K. G. HRITOS, ET M. A. KASEVICH. Measurement of the Earth's Gravity Gradient with an Atom Interferometer-Based Gravity Gradiometer. *Phys. Rev. Lett.* **81** , 971, 1998.
- [38] C. COHEN-TANNOUJJI, J. DUPONT-ROC, ET G. GRYNBERG. *Processus d'interaction entre photons et atomes*. Editions du CNRS, 1988.
- [39] A. RAUSCHENBEUTEUL, G. NOGUES, S. OSNAGHI, P. BERTET, M. BRUNE, J. M. RAIMOND, ET S. HAROCHE. Coherent operation of a tunable quantum phase gate in cavity QED. *Phys. Rev. Lett.* **83** , 5166, 1999.

- [40] T. WALKER, D. SESKO, ET C. WIEMAN. Collective behavior of optically trapped neutral atoms. *Phys. Rev. Lett.* **64** , 408, 1990.
- [41] M. DREWSSEN, P. LAURENT, A. NADIR, G. SANTARELLI, A. CLAIRON, Y. CASTIN, D. GRISON, ET C. SALOMON. Investigation of sub-Doppler cooling effects in a cesium magneto-optical trap. *Appl. Phys.* **B 59** , 283, 1994.
- [42] C. J. COOPER, G. HILLENBRAND, J. RINK, C. G. TOWNSEND, K. ZETIE, ET C. J. FOOT. The temperature of atoms in a magneto-optical trap. *Euro. Phys. Lett.* **28** , 397, 1994.
- [43] A. GALLAGHER ET D. E. PRITCHARD. Exoergic Collisions of Cold Na\*-Na. *Phys. Rev. Lett.* **63** , 957, 1989.
- [44] S. J. M. KUPPENS, K. L. CORWIN, K. W. MILLER, T. E. CHUPP, ET C. E. WIEMAN. Loading an optical dipole trap. *Phys. Rev. A* **62** , 13406, 2000.
- [45] M. WEIDEMÜLLER, T. ESSLINGER, ET M. A. OL'SHANI. A novel scheme for efficient cooling below the photon recoil limit. *Europhys. Lett.* **27(2)** , 109, 1994.
- [46] D. BOIRON, A. MICHAUD, J. M. FOURNIER, L. SIMARD, M. SPRENGER, G. GRYNBERG, ET C. SALOMON. Cold and dense Cesium clouds in far-detuned dipole traps. *Phys. Rev. A* **57(6)** , R4106, 1998.
- [47] C. S. ADAMS, H. J. LEE, N. DAVIDSON, M. KASEVICH, ET S. CHU. Evaporative cooling in a crossed dipole trap. *Phys. Rev. Lett.* **74** , 3577, 1995.
- [48] K. HELMERSON, A. MARTIN, ET D. PRITCHARD. Laser cooling of magnetically trapped neutral atoms. *J. Opt. Soc. Am. B* **9** , 1988, 1992.
- [49] C. C. BRADLEY, C. A. SACKETT, J. J. TOLLET, ET R. G. HULET. Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions. *Phys. Rev. Lett.* **75** , 1687, 1995.
- [50] J. REICHEL. *Refroidissement Raman et vols de Lévy : atomes de Césium au nanokelvin*. Thèse de Doctorat, Université Paris 6, (1996, ).
- [51] H. LEE. *Atomic Physics 14*. 1994.
- [52] A. FIORETTI, D. COMPARAT, A. CRUBELLIER, O. DULIEU, F. MASNOU-SEEUWS, ET P. PILLET. Formation of cold Cs<sub>2</sub> molecules through photoassociation. *Phys. Rev. Lett.* **80** , 4402, 1998.
- [53] Y. CASTIN, J. I. CIRAC, ET M. LEWENSTEIN. Reabsorption of light by trapped atoms. *Phys. Rev. Lett.* **80** , 5305, 1998.

- [54] J. I. CIRAC, M. LEWENSTEIN, ET P. ZOLLER. Collective laser Cooling of trapped atoms. *Europhys. Lett.* **35** , 647, 1996.
- [55] A. KUHN, H. PERRIN, W. HÄNSEL, ET C. SALOMON. Three dimensional Raman cooling unding velocity selective rapid adiabatic passage. *OSA TOPS on Ultracold Atoms and BEC*, 1996.
- [56] D. BOIRON. *Etude du refroidissement et du piégeage d'atomes de Cesium dans des structures lumineuses a faible taux de diffusion*. Thèse de Doctorat, Université Paris 6, 1998.
- [57] T. A. SAVARD, K. M. O'HARA, ET J. E. THOMAS. Laser-Noise-Induced heating in far-off resonance trap. *Phys. Rev. A* **56** , R1095, 1997.
- [58] HÉLÈNE PERRIN. *Refroidissement d'atomes de Cesium confinés dans un piège dipolaire très désaccordé*. Thèse de Doctorat, Université de Paris 6, (1998, ).
- [59] D. J. HEINZEN ET D. J. WINELAND. Quantum-limited cooling abd detection of Radio-frequency oscillations by laser-cooled ions. *Phys. Rev. A* **42** , 2977, 1990.
- [60] C. MONROE, D. M. MEEKHOF, B. E. KING, S. R. JEFFERTS, W. M. ITANO, ET D. J. WINELAND. Resolved-Sideband Raman Cooling of a Bound Atom to the 3D Zero-Point Energy. *Phys. Rev. Lett.* **75** , 4011, 1995.
- [61] V. VULETIC, C. CHIN, A. KERMAN, ET S. CHU. Degenerate Raman Sideband Cooling of Trapped Cesium Atoms at Very High Atomic Densities. *Phys. Rev. Lett.* **81** , 5768, 1998.
- [62] D. J. WINELAND ET W. M. ITANO. A voir. *Phys. Rev. A* **20** , 1521, 1979.
- [63] C. COHEN-TANNOUJJI. Cours du Collège de France (1985-1986). Disponible sur le réseau.
- [64] M. LINDBERG. Steady-state of a laser-cooled trapped ion in the Lamb-Dicke limit. *J. Phys. B* **17** , 2129, 1984.
- [65] J. JAVANAINEN. *J. Opt. Soc. Am.* **B 1** , 111, 1984.
- [66] K. W. MADISON, F. CHEVY, W. WOHLLEBEN, ET J. DALIBARD. Vortex Formation in a Stirred Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.* **84** , 806, 2000.
- [67] B. P. MATTHEUWS, B. P. ANDERSON, P.C. HALJAN, D. S. HALL, C. E. WIEMAN, ET E. A. CORNELL. Vortices in a Bose-Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.* **83** , 2498, 1999.
- [68] *A guide to experiments in quantum optics*. Wiley-VCH, Weinheim, 1996.

- [69] G. RAITHEL, G. BIRKL, W. D. PHILLIPS, ET S. L. ROLSTON. Compression and Parametric Driving of Atoms in Optical Lattices. *Phys. Rev. Lett.* **78** , 2928, 1997.
- [70] D. S. PETROV, M. HOLZMANN, ET G. V. SHLYAPNIKOV. Bose-Einstein condensation in quasi-2D trapped gases. *Phys. Rev. Lett.* **84** , 2551, 2000.
- [71] S. A. HOPKINS, S. WEBSTER, J. ARLT, P. BRANCE, S. CORNISH, O. MARAGO, ET C. J. FOOT. Measurement of elastic cross-section for cold Cesium (3,-3) collisions. *Phys. Rev. A* **61** , 3270, 2000.
- [72] D. GUERY-ODELIN. *Opt. Exp.* **2** , 323, 1998.
- [73] P. S. JULIENNE. Theory of ultracold atomic collisions. in *Proceedings of the international school of physics "Enrico Fermi" : Laser Manipulation of Atoms and Ions*, page 746, Amsterdam, 1992. North-Holland.
- [74] P. S. JULIENNE ET J. VIGUÉ. Cold collisions of ground- and excited-state alkali-metal atoms. *Phys. Rev. A* **44** , 4464, 1991.
- [75] P. D. LETT, K. MOLMER, S. D. GENSEMER, K. Y. N. TAN, A. KUMARAKRISHNAN, C. D. WALLACE, ET P. L. GOULD. Hyperfine structure modifications of collisional losses from light-force traps. *J. Phys. B* **28** , 65, 1995.
- [76] P. PILLET, A. CRUBELLIER, A. BLETON, O. DULIEU, P. NOSBAUM, I. MOURACHKO, ET F. MASNOU-SEEUWS. Photoassociation in a gas of cold alkali atoms: I. Perturbative quantum approach. *J. Phys. B* **30** , 2801, 1997.
- [77] S. J. J. M. F. KOKKELMANS, B. J. VERHAA, ET K. GIBBLE. Prospect for Bose-Einstein Condensation in Cesium. *Phys. Rev. Lett.* **81** , 951, 1998.
- [78] V. VULETIC, A. KERMAN, C. CHIN, ET S. CHU. Observation of Low-Field Feshbach Resonances in Collisions of Cesium Atoms. *Phys. Rev. Lett.* **82** , 1406, 1999.
- [79] P.J. LEO, C. WILLIAMS, ET P.S. JULIENNE. The collision properties of ultracold  $^{133}\text{Cs}$  atoms. *Phys. Rev. Lett.* **85** , 2721, 2000.
- [80] L. LANDAU ET E. LIFCHITZ. *Mecanique quantique*. Mir, Moscou.
- [81] L. LANDAU ET E. LIFCHITZ. *Mecanique*. Mir, Moscou.
- [82] D. PETROV ET GORA SHLYAPNIKOV. preprint, 2000.
- [83] D. GUERY-ODELIN, F. ZAMBELLI, J. DALIBARD, ET S. STRINGARI. Collective oscillations of a classical gas confined in harmonic traps. *Phys. Rev. A* **60** , 4851, 1999.

- [84] D. JAKSCH, H. J. BRIEGEL, J. I. CIRAC, C. W. GARDINER, ET P. ZOLLER. Entanglement of Atoms via Cold Controlled Collisions. *Phys. Rev. Lett.* **82** , 1975, 1999.
- [85] G. K. BRENNEN, C. M. CAVES, P. S. JESSEN, ET I. D. DEUTSCH. Quantum Logic Gates in Optical Lattices. *Phys. Rev. Lett.* **82** , 1060, 1999.
- [86] A. SORENSEN ET K. MOLMER. Spin-Spin Interaction and Spin Squeezing in an Optical Lattice. *Phys. Rev. Lett.* **83** , 2274, 1999.
- [87] A. L. FETTER. Theory of a dilute low-temperature trapped Bose condensate. in *Bose-Einstein condensation in atomic gases*, Edité par M. INGUSCIO, S. STRINGARI, ET C. E. WIEMAN, page 225, Amsterdam, 1999. IOS Press.
- [88] V. BAGNATO ET D. KLEPPNER. Bose-Einstein condensation in low-dimensional traps. *Phys. Rev. A* **44** , 7439, 1991.
- [89] R. B. B. BLACKMAN ET J. W. TUKEY. *The measurement of power spectra*, page 98. Dover publication, New York.