



**HAL**  
open science

# TRANSPARENCE ACOUSTIQUE DE DOUBLES PAROIS REMPLIES DE MATÉRIAUX GRANULAIRES.

Jean-Daniel Chazot

► **To cite this version:**

Jean-Daniel Chazot. TRANSPARENCE ACOUSTIQUE DE DOUBLES PAROIS REMPLIES DE MATÉRIAUX GRANULAIRES.. Acoustique [physics.class-ph]. INSA de Lyon, 2006. Français. NNT: . tel-00142256

**HAL Id: tel-00142256**

**<https://theses.hal.science/tel-00142256>**

Submitted on 18 Apr 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# **Thèse**

**présentée pour obtenir le grade de docteur**

**devant l'Institut National des  
Sciences Appliquées de Lyon**

**École doctorale : Mécanique, Énergétique, Génie Civil, Acoustique (MEGA)**

**Formation doctorale : Acoustique**

**Jean-Daniel Chazot**

**Agrégé de Mécanique de l'ENS Cachan**

# **Transparence acoustique de doubles pa- rois remplies de matériaux granulaires**

**Soutenue le 13 décembre 2006 devant le jury composé de**

**Noureddine Atalla  
Jean-Yves Cavallé  
Alain Combescure  
Jean-Louis Guyader  
Jean Kergomard  
Denis Lafarge**

**Rapporteur  
Directeur de thèse  
Président du Jury  
Directeur de thèse  
Rapporteur  
Examineur**



*À l'école, en algèbre, j'étais du genre Einstein.  
Mais plutôt Franck qu'Albert.  
(Philippe Geluck)*



# Remerciements

Je tiens en premier lieu à remercier Jean-Louis Guyader pour m'avoir donné l'occasion de réaliser cette thèse au Laboratoire Vibrations Acoustique, et pour ses nombreux conseils m'ayant permis de mener à bien ce travail. Je tiens aussi à remercier Jean-Yves Cavaillé ainsi que Laurent Chazeau pour leur intérêt sur mon travail, leurs remarques perspicaces, et le temps qu'ils ont su me consacrer.

Je remercie également tous les membres du Laboratoire Vibrations Acoustique pour les discussions fructueuses autour de la machine à café, pour leur accueil chaleureux, et pour la bonne ambiance au sein du laboratoire propice au bon déroulement de ma thèse. Merci aussi à tous les doctorants et les jeunes docteurs pour avoir participé de façon active à cette bonne ambiance. Enfin, je tiens à remercier ceux qui ont dû, de gré ou de force, partager mon bureau au cours de ces années : Morvan, Calin, et François.

Je suis très reconnaissant à Messieurs Jean Kergomard et Noureddine Atalla pour le temps consacré à la relecture de ce manuscrit et pour leurs conseils sur la réalisation finale de ce rapport, et à Messieurs Alain Combescure et Denis Lafarge pour avoir aimablement accepté de faire parti de mon Jury de Thèse.

Je tiens par ailleurs à remercier Ivan Iordanoff, Eric Maire, Olivier Caty, Thomas Dreher, et Séverine Dumas pour leur contribution scientifique à ce travail de thèse.

Merci encore à Eric Chatelêt, Luc Gaudiller et toute l'équipe d'Eurinsa pour m'avoir permis de réaliser un enseignement de mécanique générale en Eurinsa.

Merci aussi à Cyrille Demanet pour m'avoir donné l'occasion d'assister à une série de mesure dans le laboratoire d'essais acoustiques de Lafarge.

Enfin, merci à toute ma famille pour m'avoir soutenu et encouragé non seulement au cours de cette thèse, mais depuis toujours.

---



---

# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>i</b>
<b>Table des matières</b>	<b>i</b>
<b>Table des figures</b>	<b>vii</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xv</b>
<b>Liste des notations</b>	<b>xvii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>I- État de l'art</b>	<b>2</b>
1.1 Transmission du son au travers des parois simples et doubles . . . . .	3
1.1.1 Rayonnement Acoustique . . . . .	4
1.1.2 Transmission Acoustique . . . . .	6
1.1.3 Modélisation de l'excitation de la paroi par champ diffus . . . . .	13
1.1.4 Etudes expérimentales et normes . . . . .	14
1.2 Matériaux poroélastiques . . . . .	16
1.2.1 Modélisation du fluide équivalent . . . . .	17
1.2.2 Modélisation avec prise en compte de l'élasticité du squelette . . . . .	19
1.2.3 Caractérisation des matériaux acoustiques . . . . .	20
1.2.4 Méthodes mises en oeuvres pour la modélisation des matériaux poroélastiques . . . . .	21
1.2.5 Cas particulier des matériaux granulaires . . . . .	22
1.3 Conclusions et positionnement de notre problématique dans le contexte scientifique actuel . . . . .	23
<b>II- Calcul de la transparence acoustique par la méthode des mobilités</b>	<b>25</b>
2.1 Méthode des mobilités . . . . .	25
2.1.1 Cas du couplage ponctuel . . . . .	25

---



2.1.2	Cas du couplage surfacique avec la méthode des mobilités de surface . . . . .	27
2.2	Réponse vibro-acoustique d'une double paroi par la méthode des mobilités de surface . . . . .	30
2.3	Mobilités de pavés de plaque . . . . .	34
2.4	Mobilité acoustique de pavés de la cavité . . . . .	36
2.4.1	Description du problème . . . . .	36
2.4.2	Décomposition semi-modale de la pression . . . . .	37
2.5	Milieu semi-infini . . . . .	40
2.5.1	Pression rayonnée . . . . .	40
2.5.2	Puissance rayonnée . . . . .	41
2.6	Modélisation de la salle d'excitation . . . . .	42
2.6.1	Moyenne spatiale de la pression quadratique moyenne . . . . .	43
2.6.2	Pression sur les pavés bloqués . . . . .	44
2.7	Transmission acoustique au travers des doubles parois . . . . .	46
2.7.1	Calcul de la transparence acoustique . . . . .	46
2.7.2	Critère de convergence . . . . .	47
2.7.3	Étude paramétrique . . . . .	49
2.7.4	Influence des caractéristiques de la salle d'émission sur la transmission acoustique . . . . .	52
2.8	Résultats expérimentaux . . . . .	54
2.9	Conclusions . . . . .	58

### **III- Caractérisation théorique et expérimentale d'une excitation de type champ diffus à l'aide de pressions de pavés bloqués** **59**

3.1	Modélisation du champ diffus par cumul d'ondes planes et application à la méthode des mobilités de surface pour le calcul de la transparence acoustique d'une double paroi . . . . .	59
3.2	Comparaison des deux modélisations de l'excitation . . . . .	62
3.2.1	Comparaison sur l'indice d'affaiblissement d'une double paroi . . . . .	62
3.2.2	Influence de l'angle limite d'incidence . . . . .	64
3.2.3	Temps de calcul . . . . .	65
3.3	Index de diffusivité pariétale apparente . . . . .	66
3.3.1	Préambule d'introduction au "Boundary Diffuse Field Index" . . . . .	66
3.3.2	Critère de convergence du calcul du BDFI . . . . .	70
3.4	Analyse statistique théorique du BDFI . . . . .	71
3.4.1	Moyenne spatiale du BDFI . . . . .	71
3.4.2	Écart type spatial du BDFI . . . . .	75
3.5	Approche expérimentale du BDFI . . . . .	78

3.5.1	Étude du BDFI local . . . . .	78
3.5.2	Étude statistique du BDFI sur une surface rigide . . . . .	79
3.5.3	Étude de la répartition des BDFI mesurés sur une surface rigide . . . . .	79
3.5.4	Effet des diffuseurs et de la dissymétrie de la salle sur les BDFI . . . . .	80
3.5.5	Caractérisation expérimentale de la fenêtre utilisée pour la mesure de transparence acoustique à l'aide des BDFI . . . . .	82
3.5.6	Étude de l'effet de niche sur les BDFI mesurés . . . . .	83
3.6	Conclusion . . . . .	84
<b>IV- Caractérisation acoustique d'un matériau granulaire</b>		<b>85</b>
4.1	Présentation du Modèle de Biot . . . . .	85
4.1.1	Lois de comportement . . . . .	86
4.1.2	Équations d'équilibre . . . . .	89
4.1.3	Effets visqueux . . . . .	89
4.1.4	Effets thermiques . . . . .	91
4.1.5	Les conditions limites . . . . .	93
4.2	Introduction du modèle Fluide/Fluide . . . . .	94
4.3	Résolution des équations d'équilibre par la méthode des éléments finis . . . . .	96
4.3.1	Formulation variationnelle basée sur le Principe des Travaux Virtuels . . . . .	97
4.3.2	Résolution par la méthode des éléments finis . . . . .	97
4.3.3	Application aux matériaux granulaires non cohésifs à l'aide du modèle Fluide-Fluide . . . . .	102
4.4	Résolution des équations d'équilibre par décomposition modale . . . . .	103
4.4.1	Test de référence . . . . .	105
4.5	Caractérisation acoustique des matériaux granulaires . . . . .	106
4.5.1	Mesure inverse des caractéristiques du matériau granulaire . . . . .	107
4.5.2	Caractérisation de l'impédance de transfert d'un échantillon de matériau granulaire . . . . .	121
4.6	Conclusions . . . . .	122
<b>V- Caractérisation de la transparence acoustique d'une double paroi remplie de matériau granulaire non cohésif à l'aide d'un modèle Fluide/Fluide</b>		<b>122</b>
5.1	Mesure de la transparence acoustique de doubles parois remplies de matériaux granulaires . . . . .	123
5.2	Calcul de la transparence acoustique de doubles parois remplies de matériaux granulaires . . . . .	125
5.2.1	Modèle fluide équivalent . . . . .	125
5.2.2	Modèle fluide/fluide . . . . .	126

5.3	Comportement des matériaux granulaires en transmission acoustique . . . . .	128
5.3.1	Phénomène de réfraction . . . . .	128
5.3.2	Amortissement des matériaux poreux . . . . .	130
5.3.3	Caractéristiques élastiques . . . . .	132
5.4	Étude comparative expérimentale . . . . .	133
5.4.1	Influence du compactage sur l'isolation acoustique de la double paroi .	133
5.4.2	Comparaison avec une plaque de PSE rigide . . . . .	134
5.4.3	Comparaison avec une mousse en polyuréthane . . . . .	135
5.4.4	Comparaison avec des billes collées . . . . .	135
5.5	Récapitulatif . . . . .	137
5.6	Conclusion . . . . .	139
<b>VI- Optimisation de la transparence acoustique par ajout de liens mécaniques</b>		<b>141</b>
6.1	Métaheuristiques pour l'optimisation combinatoire et l'affectation sous contraintes	141
6.1.1	Introduction . . . . .	142
6.1.2	Méthodes de résolution . . . . .	142
6.1.3	Métaheuristiques . . . . .	143
6.1.4	Algorithmes évolutifs . . . . .	144
6.1.5	Méthodes hybrides . . . . .	145
6.1.6	Conclusion . . . . .	145
6.2	Définition de la fonction coût . . . . .	146
6.3	Modélisation des liens mécaniques . . . . .	147
6.3.1	Modélisation du comportement dynamique des liens mécaniques . . . .	147
6.4	Étude théorique de l'influence des liens mécaniques sur le comportement de la double paroi . . . . .	149
6.4.1	Cas d'une double paroi sans liens mécaniques . . . . .	149
6.4.2	Cas d'une double paroi couplée avec quatre liens mécaniques . . . . .	150
6.4.3	Influence des propriétés du matériau constitutif des liens mécaniques .	152
6.5	Optimisation de l'isolation acoustique sur $[100Hz, 400Hz]$ . . . . .	155
6.5.1	Efficacité de l'optimisation . . . . .	155
6.5.2	Gain sur l'indice d'affaiblissement . . . . .	156
6.6	Optimisation de l'isolation acoustique sur $[200Hz, 300Hz] \cup [800Hz, 900Hz]$	157
6.6.1	Efficacité de l'optimisation . . . . .	157
6.6.2	Gain sur l'indice d'affaiblissement . . . . .	157
6.7	Comparaison des résultats obtenus avec les deux plages de fréquence . . . . .	159
6.8	Mesure de l'indice d'affaiblissement d'une double paroi couplée avec des liens mécaniques . . . . .	159
6.9	Influence de la position des liens mécaniques sur l'indice d'affaiblissement . .	161

---

6.10 Conclusion . . . . .	162
<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>163</b>
<b>Annexes</b>	<b>165</b>
<b>A Impédance de rayonnement</b>	<b>165</b>
<b>B Mesure des BDFI à l'aide d'une antenne de microphones</b>	<b>167</b>
<b>C Hexaèdre à 8 noeuds</b>	<b>171</b>
<b>D Brevet</b>	<b>173</b>
<b>E Propriétés élastiques des élastomères</b>	<b>183</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>184</b>

---



# Table des figures

1.1	Courbe de dispersion : Comparaison entre le nombre d'onde acoustique dans l'air et le nombre d'onde d'une plaque en flexion en aluminium de 2mm d'épaisseur . . . . .	7
1.2	Illustration du phénomène de coïncidence spatiale . . . . .	8
1.3	Modèles de simple et double paroi . . . . .	8
1.4	Illustrations des différents modèles basés sur la loi de masses pour une simple plaque en aluminium de 3.5mm d'épaisseur . . . . .	10
1.5	Cas de la double paroi en aluminium de 1.5mm et 2mm d'épaisseur séparée par 1cm d'air (en rouge) et comparaison avec une simple paroi équivalente de 3.5mm d'épaisseur (en bleu) . . . . .	11
1.6	Comparaison inter-laboratoire de mesure d'isolation acoustique sur deux specimens . . . . .	15
1.7	Lien entre la tortuosité du matériau et la géométrie des pores . . . . .	18
1.8	Lien entre la géométrie des pores et les longueurs caractéristiques visqueuse et thermique . . . . .	19
2.1	Schéma du cas élémentaire des deux systèmes linéaires couplés en un point . . . . .	26
2.2	Description de la double paroi étudiée . . . . .	30
2.3	Mobilité de structure de pavés - Plaque en aluminium : $L_x=1.5m$ , $L_y=0.96m$ , $L_z=0.002m$ - Taille des pavés : $\Delta_x=7.9cm$ , $\Delta_y=7.4cm$ - Pavé 42 : $X=[0.24m;0.32m]$ , $Y=[0.15m;0.22m]$ - Pavé 72 : $X=[1.11m;1.18m]$ , $Y=[0.22m;0.30m]$ . . . . .	35
2.4	Mobilité acoustique de pavés - Cavité : $L_x=1.5m$ , $L_y=0.96m$ , $L_z=0.01m$ - Taille des pavés : $\Delta_x=7.9cm$ , $\Delta_y=7.4cm$ - Pavé 42 : $X=[0.24m;0.32m]$ , $Y=[0.15m;0.22m]$ - Patch 72 : $X=[1.11m;1.18m]$ , $Z=[0.22m;0.30m]$ . . . . .	39
2.5	Calcul du rayonnement de la paroi B . . . . .	40
2.6	Mobilité de rayonnement de pavé - Paroi : $L_x=0.96m$ , $L_z=1.5m$ - Taille des pavés : $\Delta_x=7.9cm$ , $\Delta_z=7.4cm$ . . . . .	41
2.7	Schéma de la salle d'émission . . . . .	42
2.8	Niveau de la pression quadratique moyenne dans la salle d'émission - Salle d'émission : $l_x=11.5m$ , $l_y=8.69m$ , $l_z=4.03m$ - Position de la source : $X_s=2m$ , $Y_s=4m$ , $Z_s=1m$ , amplitude : $S_0 = 2$ - Fréquence de coupure : 187Hz . . . . .	43

---

<p>2.9 Niveau de pression sur deux pavés bloqués situés à <math>X_{124} = 6m, Y_{124} = 0m, Z_{124} = 1.75m</math> et <math>X_1 = 5.245m, Y_1 = 0m, Z_1 = 1.27m</math> - Salle d'émission : <math>l_x=11.5m, l_y=8.69m, l_z=4.03m</math> - Taille des pavés : <math>\Delta X = 0.08m, \Delta Z = 0.074m</math> - Position de la source : <math>X_s=2m, Y_s=4m, Z_s=1m</math>, amplitude : <math>S_0 = 2</math> - Fréquence de coupure : 187Hz . . . . .</p>	<p>45</p>
<p>2.10 Pressions sur les pavés bloqués d'une paroi (<math>L_x=0.96m, L_z=1.5m</math>) centrée en <math>X=6m, Y=0m, Z=1.75m</math> - Salle d'émission : <math>L_x=11.5m, L_y=8.69m, L_z=4.03m</math> - Taille des pavés : <math>\Delta X = 0.04m, \Delta Z = 0.037m</math> - Position de la source : <math>X_s=2m, Y_s=4m, Z_s=1m</math>, amplitude : <math>S_0 = 2</math> - Fréquence de coupure : 187Hz . . . . .</p>	<p>46</p>
<p>2.11 Influence du maillage sur le calcul de la transparence acoustique - Double paroi en acier (<math>L_x=0.6m, L_z=0.4m</math>), d'épaisseurs 2mm et 1.5mm, séparées par 1cm d'air . . . . .</p>	<p>48</p>
<p>2.12 Influence de l'amortissement de structure sur l'indice d'affaiblissement - Double paroi en aluminium (<math>L_x=0.96m, L_z=1.5m</math>), d'épaisseur 2mm et 1.5mm, séparées par 3cm d'air - Salle d'émission : <math>l_x=11.5m, l_y=8.69m, l_z=4.03m</math> - Fréquence de coupure : 187Hz . . . . .</p>	<p>50</p>
<p>2.13 Influence de l'amortissement dans la cavité sur l'indice d'affaiblissement - Double paroi en aluminium (<math>L_x=0.96m, L_z=1.5m</math>), d'épaisseur 2mm et 1.5mm, séparées par 3cm d'air - Salle d'émission : <math>l_x=11.5m, l_y=8.69m, l_z=4.03m</math> - Fréquence de coupure : 187Hz . . . . .</p>	<p>50</p>
<p>2.14 Influence de l'amortissement dans la salle d'excitation sur l'indice d'affaiblissement - Double paroi en aluminium (<math>L_x=0.96m, L_z=1.5m</math>), d'épaisseur 2mm et 1.5mm, séparées par 3cm d'air - Salle d'émission : <math>l_x=11.5m, l_y=8.69m, l_z=4.03m</math> - Fréquence de coupure : 187Hz . . . . .</p>	<p>51</p>
<p>2.15 Comparaison de l'indice d'affaiblissement obtenu avec deux salles d'émission de même volume - Double paroi en aluminium (<math>L_x=0.96m, L_z=1.5m</math>), d'épaisseur 2mm et 1.5mm, séparées par 3cm d'air - Taille des pavés : <math>\Delta X = 0.08m, \Delta Z = 0.074m</math> - Amplitude de la source : <math>S_0 = 2</math> - Fréquence de coupure : 187Hz</p>	<p>53</p>
<p>2.16 Distribution des pressions sur les pavés bloqués . . . . .</p>	<p>53</p>
<p>2.17 Schéma du dispositif expérimental . . . . .</p>	<p>55</p>
<p>2.18 Photos du montage expérimental . . . . .</p>	<p>55</p>
<p>2.19 Comparaison avec l'expérience en tiers d'octave - Double paroi en aluminium (<math>L_x=0.96m, L_z=1.5m</math>), d'épaisseur 2mm et 1.5mm, séparées par 1cm d'air, centrée en <math>X = 6m, Y = 0m, Z = 1.75m</math> - Salle d'émission : <math>L_x=11.5m, L_y=8.69m, L_z=4.03m</math> - Taille des pavés : <math>\Delta X = 0.08m, \Delta Z = 0.074m</math> - Position de la source : <math>X_s=2m, Y_s=4m, Z_s=1m</math>, amplitude : <math>S_0 = 2</math> - Fréquence de coupure : 187Hz - Amortissement de structure : 0.06 - Amortissement fluide : 0.035 . . . . .</p>	<p>56</p>
<p>2.20 Évaluation de la répétabilité des mesures - Double paroi en aluminium (<math>L_x=0.96m, L_z=1.5m</math>), d'épaisseur 2mm et 1.5mm, séparées par 1cm d'air . . . . .</p>	<p>57</p>

---

3.1	Comparaison de l'indice d'affaiblissement entre la modélisation de l'excitation par cumul d'ondes planes et la modélisation par décomposition modale - Double paroi en aluminium ( $L_x=0.96m$ , $L_z=1.5m$ ), d'épaisseurs 1.5mm et 1mm, séparée par 1cm d'air, centrée sur $X = 6m$ , $Y = 0m$ , $Z = 1.75m$ - Salle réverbérante : $L_x=11.5m$ , $L_y=8.69m$ , $L_z=4.03m$ - Taille des pavés : $\Delta X = 0.08m$ , $\Delta Z = 0.074m$ - Position de la source : $X_s=2m$ , $Y_s=4m$ , $Z_s=1m$ , amplitude : $S_0 = 2$ - Fréquence de coupure : 187Hz - Fréquence théorique de respiration : 393Hz . . . . .	63
3.2	Influence de l'angle limite d'incidence sur l'indice d'affaiblissement avec la modélisation par cumul d'ondes planes - Double paroi en aluminium ( $L_x=0.96m$ , $L_z=1.5m$ ), d'épaisseurs 1.5mm et 1mm, séparée par 1cm d'air, centrée sur $X = 6m$ , $Y = 0m$ , $Z = 1.75m$ - Salle réverbérante : $L_x=11.5m$ , $L_y=8.69m$ , $L_z=4.03m$ - Taille des pavés : $\Delta X = 0.08m$ , $\Delta Z = 0.074m$ - Position de la source : $X_s=2m$ , $Y_s=4m$ , $Z_s=1m$ , amplitude : $S_0 = 2$ - Fréquence de coupure : 187Hz . . . . .	64
3.3	Nombre de modes du local d'émission ( $L_x=11.5m$ , $L_y=8.69m$ , $L_z=4.03m$ ) par tiers d'octave . . . . .	65
3.4	Boundary Diffuse Field Index moyenné sur 247 pavés et sur une surface de $0.96m \times 1.5m$ - Pavés centrés sur $X=6m$ $Y=0m$ $Z=1.75m$ - Salle réverbérante : $L_x=11.5m$ , $L_y=8.69m$ , $L_z=4.03m$ - Taille des pavés : $\Delta X = 0.08m$ , $\Delta Z = 0.074m$ - Position de la source : $X_s=2m$ , $Y_s=4m$ , $Z_s=1m$ , amplitude : $S_0 = 2$ - Fréquence de coupure : 187Hz . . . . .	68
3.5	Boundary Diffuse Field Index en fonction de l'angle limite d'incidence d'après la théorie du champ diffus de Sabine . . . . .	69
3.6	Influence de la taille des pavés sur le calcul du Boundary Diffuse Field Index - Moyenne sur 247 pavés et sur une surface de $0.96m \times 1.5m$ centrée sur $X=6m$ $Y=0m$ $Z=1.75m$ - Salle réverbérante : $L_x=11.5m$ , $L_y=8.69m$ , $L_z=4.03m$ - Position de la source : $X_s=2m$ , $Y_s=4m$ , $Z_s=1m$ , amplitude : $S_0 = 2$ - Fréquence de coupure : 187Hz . . . . .	70
3.7	Influence de la position de la source de la salle d'émission - Moyenne sur 247 pavés et sur une surface de $0.96m \times 1.5m$ centrée sur $X=6m$ $Y=0m$ $Z=1.75m$ - Taille des pavés : $\Delta X = 0.08m$ , $\Delta Z = 0.074m$ - Salle réverbérante : $l_x=11.5m$ , $l_y=8.69m$ , $l_z=4.03m$ - Amplitude de la source : $S_0 = 2$ - Fréquence de coupure : 187Hz . . . . .	72



3.8	Influence de la géométrie de la salle d'émission - Moyenne sur 247 pavés et sur une surface de 0.96m x 1.5m centrée sur X=6m Y=0m Z=1.75m - Taille des pavés : $\Delta X = 0.08m$ , $\Delta Z = 0.074m$ - Position de la source : Xs=2m, Ys=4m, Zs=1m, amplitude : $S_0 = 2$ - Fréquence de coupure : 187Hz . . . . .	75
3.9	Répartition du BDFI local calculé sur une surface discrétisée par pavés . . . . .	76
3.10	Influence de la position de la source de la salle d'émission - Moyenne sur 247 pavés et sur une surface de 0.96m x 1.5m centrée sur X=6m Y=0m Z=1.75m - Taille des pavés : $\Delta X = 0.08m$ , $\Delta Z = 0.074m$ - Salle réverbérante : lx=11.5m, ly=8.69m, lz=4.03m - Amplitude de la source : $S_0 = 2$ - Fréquence de coupure : 187Hz . . . . .	76
3.11	Influence de la géométrie de la salle d'émission - Moyenne sur 247 pavés et sur une surface de 0.96m x 1.5m centrée sur X=6m Y=0m Z=1.75m - Taille des pavés : $\Delta X = 0.08m$ , $\Delta Z = 0.074m$ - Position de la source : Xs=2m, Ys=4m, Zs=1m, amplitude : $S_0 = 2$ - Fréquence de coupure : 187Hz . . . . .	77
3.12	Boundary Diffuse Field Index (BDFI) expérimental . . . . .	78
3.13	Mesure du Boundary Diffuse Field Index sur un mur rigide à l'aide d'une antenne de microphones (moyenne sur 320 points) . . . . .	79
3.14	Cartographie du Boundary Diffuse Field Index sur un mur rigide mesuré à l'aide d'une antenne de microphones . . . . .	80
3.15	Comparaison du BDFI mesuré sur un mur rigide, et calculé par décomposition modale du champ de pression de la salle d'excitation . . . . .	81
3.16	Mesure du Boundary Diffuse Field Index sur une paroi en aluminium de 3mm d'épaisseur à l'intérieur de la niche à l'aide d'une antenne de microphones (moyenne sur 104 points) . . . . .	82
3.17	Comparaison des mesures de BDFI avec une paroi affleurante côté salle réverbérante puis affleurante coté niche . . . . .	83
4.1	Évolution du module du terme de dissipation visqueuse $-j\sigma\phi^2\frac{G(\omega)}{\omega}$ en fonction de la fréquence avec $\phi = 0,36$ , $\alpha_\infty = 1,37$ , $\sigma = 516,2 N.m^{-4}.s$ , $K_b = 110000 + 6838i Pa$ , $\Lambda = 0,000161m$ , et $\Lambda' = 0,00112m$ . . . . .	90
4.2	Influence des dissipations thermiques sur le module de compressibilité fluide avec $\phi = 0,36$ , $\alpha_\infty = 1,37$ , $\sigma = 516,2 N.m^{-4}.s$ , $K_b = 110000 + 6838i Pa$ , $\Lambda = 0,000161m$ , et $\Lambda' = 0,00112m$ . . . . .	92
4.3	Condition limite de déplacement imposé . . . . .	104
4.4	Comparaison des mobilités . . . . .	105
4.5	Expérience en tube de Kundt : montage classique . . . . .	106
4.6	Coefficient d'absorption obtenu avec des couches de billes de PSE d'épaisseurs différentes . . . . .	107

4.7	Impédance obtenue avec des couches de billes de PSE d'épaisseurs différentes .	108
4.8	Comparaison entre le coefficient d'absorption mesuré et celui recalé avec le modèle de Delany Bazley pour un échantillon de 12cm d'épaisseur de matériau granulaire constitué de billes en PSE de 19g/L . . . . .	109
4.9	Comparaison entre l'impédance de surface mesurée et celle recalée avec le modèle de Delany Bazley pour un échantillon de 12cm d'épaisseur de matériau granulaire constitué de billes en PSE de 19g/L . . . . .	110
4.10	Comparaison entre le coefficient d'absorption mesuré et celui recalé avec le modèle Fluide équivalent de Lafarge pour un échantillon de 12cm d'épaisseur de matériau granulaire constitué de billes en PSE de 19g/L . . . . .	112
4.11	Comparaison entre l'impédance de surface mesurée et celle recalée avec le modèle Fluide équivalent de Lafarge pour un échantillon de 12cm d'épaisseur de matériau granulaire constitué de billes en PSE de 19g/L . . . . .	112
4.12	Densité équivalente dans le fluide équivalent en fonction de la fréquence . . . . .	113
4.13	Célérité de ondes acoustiques dans le fluide équivalent en fonction de la fréquence	114
4.14	Comparaison entre le coefficient d'absorption mesuré et celui recalé avec le modèle de Biot-Allard pour un échantillon de 12cm d'épaisseur de matériau granulaire constitué de billes en PSE de 19g/L . . . . .	116
4.15	Comparaison entre l'impédance de surface mesurée et celle recalée avec le modèle de Biot-Allard pour un échantillon de 12cm d'épaisseur de matériau granulaire constitué de billes en PSE de 19g/L . . . . .	116
4.16	Comparaison du coefficient d'absorption mesuré et recalé avec le modèle Fluide/Fluide pour un échantillon de 12cm de matériau granulaire (PSE de 19g/L) . . . . .	118
4.17	Comparaison de l'impédance mesurée et recalée avec le modèle Fluide/Fluide pour un échantillon de 12cm de matériau granulaire (PSE de 19g/L) . . . . .	118
4.18	Empilement aléatoire de billes réalisé numériquement . . . . .	119
4.19	Empilement de billes de verre caractérisé par microtomographie . . . . .	120
4.20	Comparaison de l'impédance de transfert avec le modèle de fluide équivalent et la modèle fluide/fluide . . . . .	121
5.1	Amélioration de l'indice d'affaiblissement d'une double paroi en aluminium par ajout de billes de PSE . . . . .	124
5.2	Remplissage de la double paroi, avant et après l'expérience . . . . .	125
5.3	Comparaison du modèle fluide équivalent avec l'expérience - Double paroi en aluminium (Lx=0.96m, Lz=1.5m), d'épaisseur 2mm et 1.5mm, séparées par 1cm d'air . . . . .	126
5.4	Comparaison du modèle fluide/fluide avec l'expérience - Double paroi en aluminium (Lx=0.96m, Lz=1.5m), d'épaisseur 2mm et 1.5mm, séparées par 1cm d'air . . . . .	127
5.5	Représentation du phénomène de réfraction . . . . .	128

---

5.6	Suppression des ondes rasantes sur la deuxième paroi par réfraction dans le milieu granulaire . . . . .	129
5.7	Calcul de l'amortissement à 1000Hz d'une double paroi en aluminium (dimensions 1.5m x 0.96m, plaques de 1.5mm et 2mm, épaisseur de la lame d'air : 1cm) . . . . .	131
5.8	Influence des billes de PSE à l'intérieur de la double paroi sur l'amortissement .	131
5.9	Influence du compactage sur l'isolation acoustique de la double paroi . . . . .	133
5.10	Comparaison avec une plaque de PSE rigide . . . . .	134
5.11	Comparaison avec une mousse en polyuréthane . . . . .	135
5.12	Influence du collage des billes sur la transparence acoustique de la double paroi	136
5.13	Comparaisons expérimentales diverses . . . . .	137
6.1	Présentation du processus d'optimisation d'un algorithme génétique standard .	144
6.2	Mobilités d'un plot en élastomère - $L = 30mm, \emptyset = 25,5mm, E = 3,92MPa, \rho = 1760Kg/m^3, \eta_p = 0,2$ . . . . .	148
6.3	Comparaison entre les résultats expérimentaux et la prédiction avec le modèle théorique de l'indice d'affaiblissement d'une double paroi en aluminium - Dimensions : 1.5m x 0.96m - Épaisseurs des plaques : 1.5mm et 2mm, - Lamme d'air : 3cm . . . . .	150
6.4	Gamme de suspensions élastiques Radiaflex (Paulstra) . . . . .	151
6.5	Comparaison entre les résultats expérimentaux et la prédiction avec le modèle théorique de l'indice d'affaiblissement d'une double paroi en aluminium - Dimensions : 1.5m x 0.96m - Épaisseurs des plaques : 1.5mm et 2mm, - Lamme d'air : 3cm . . . . .	152
6.6	Influence de l'amortissement interne des liens mécaniques sur l'indice d'affaiblissement de la double paroi . . . . .	153
6.7	Influence de la section des liens mécaniques sur l'indice d'affaiblissement de la double paroi . . . . .	154
6.8	Influence de la raideur des liens mécaniques sur l'indice d'affaiblissement de la double paroi . . . . .	154
6.9	Répartitions des configurations testées selon leur résultat donné par la fonction coût . . . . .	155
6.10	Position optimale obtenue après optimisation de la fonction coût sur $[100Hz, 400Hz]$	156
6.11	Indice d'affaiblissement obtenu en ajoutant les 4 plots aux positions optimales .	156
6.12	Répartitions des configurations testées selon leur résultat donné par la fonction coût . . . . .	157
6.13	Position optimale obtenue après optimisation de la fonction coût sur $[200Hz, 300Hz] \cup [800Hz, 900Hz]$ . . . . .	158

---

---

6.14	Indice d'affaiblissement obtenu en ajoutant les 4 plots aux positions optimales .	158
6.15	Position optimale trouvée avec 4 liens mécaniques . . . . .	159
6.16	Comparaison de l'indice d'affaiblissement mesuré d'une double paroi avec 4 liens mécaniques optimisés, et sans liens mécaniques . . . . .	160
6.17	Influence de la position des plots sur l'indice d'affaiblissement . . . . .	161
B.1	Influence de l'antenne sur la mesure du BDFI local . . . . .	168
B.2	Comparaison du BDFI local mesuré avec un micro affleurant et avec un microphone rasant appartenant à une antenne de microphones . . . . .	168
B.3	Comparaison de la mesure du BDFI moyen sur un mur rigide à l'aide d'une antenne de micros (moyenne sur 160 points, et sur une surface de 1.5m par 0.96m) en changeant la position des 6 microphones dans la salle réverbérante .	169
C.1	Hexaèdre à 8 noeuds . . . . .	171
D.1	Schéma descriptif du montage . . . . .	176
D.2	Effet de l'ajout de billes de PSE sur l'indice d'affaiblissement d'une double paroi	176
D.3	Effet de la densité des billes de PSE sur l'indice d'affaiblissement . . . . .	177
D.4	Influence du choix du matériau constituant les billes . . . . .	177
D.5	Influence de la taille des billes sur l'indice d'affaiblissement de la double paroi	178
E.1	Composantes de la déformation en régime sinusoïdale - Extrait des Techniques de l'Ingénieur (Mar 98) . . . . .	183
E.2	Illustrations des lois de Williams-Landel-Ferry extraites des Techniques de l'Ingénieur (Mar 98) . . . . .	184

---



## Liste des tableaux

2.1	Fréquence maximale en fonction du critère de maillage choisi . . . . .	47
2.2	Temps de réverbération mesuré par tiers d'octave dans la salle réverbérante de dimensions : $L_x=11.5\text{m}$ , $L_y=8.69\text{m}$ , $L_z=4.03\text{m}$ - Fréquence de coupure : 187Hz	51
2.3	Caractéristiques des salles testées, de la position de la source, et de la position de la paroi . . . . .	52
3.1	Position des sources dans la salle d'émission - Dimensions de la salle : $l_x=11.5\text{m}$ , $l_y=8.69\text{m}$ , $l_z=4.03\text{m}$ . . . . .	71
4.1	Récapitulatif des caractéristiques du matériau granulaire à base de billes de PSE de 19g/L avec le modèle Fluide équivalent de Lafarge . . . . .	111
4.2	Récapitulatif des caractéristiques du matériau granulaire à base de billes de PSE de 19g/L avec le modèle de Biot-Allard . . . . .	115
4.3	Récapitulatif des caractéristiques du matériau granulaire à base de billes de PSE de 19g/L avec le modèle Fluide/Fluide . . . . .	117
5.1	Indices d'affaiblissement globaux obtenus pour les différents tests effectués . .	138

---



## Liste des notations

Nous avons regroupé ci-dessous les principales notations employées dans les différents chapitres du document. Dans la mesure du possible, nous avons tenté de conserver les mêmes notations d'un chapitre à l'autre. Nous présentons tout d'abord une liste générale puis des listes relatives aux différents chapitres. On notera que seules les notations qui diffèrent de celles précédemment définies seront données dans ces listes. Enfin, certaines notations, apparaissant uniquement de manière ponctuelle, ont été omises.

### Notations générales

$f$	Fréquence (Hz)
$\omega$	Pulsation (tr/s)
$\rho$	Masse volumique ( $Kg.m^{-3}$ )
$R(\theta)$	Indice d'affaiblissement pour une onde plane d'angle d'incidence $\theta$ (dB)
$R_d$	Indice d'affaiblissement en champ diffus (dB)
$m$	Masse (Kg)
$\tau$	Transparence acoustique
$\theta$ et $\varphi$	Angles d'incidence
$c$	Célérité des ondes acoustique dans l'air ( $m.s^{-1}$ )
$k$	Nombre d'onde ( $m^{-1}$ )

---



## Chapitre 1

$\gamma$	Rapport des chaleurs massiques
$P_0$	Pression ambiante
P, Q, R, et N	Coefficients d'élasticité de la théorie de Biot (MPa)
Pr	Nombre de Prandtl
$\mu$	Viscosité dynamique ( $N.m^{-2}.s^{-1}$ )
$\nu$	Viscosité cinématique ( $m^2.s^{-1}$ )
$\sigma$	Résistivité au passage de l'air ( $N.m^{-4}.s^{-1}$ )
$\phi$	Porosité
$\alpha_\infty$	Tortuosité
$\alpha_0$	Tortuosité en écoulement de Poiseuille
$\Lambda$	Longueur caractéristique visqueuse (m)
$\Lambda'$	Longueur caractéristique thermique (m)
$c$	Coefficient de correction visqueux
$c'$	Coefficient de correction thermique

---

## Chapitre 2

$Z_A(M, P)$	Impédance de transfert du système A (N.s/m)
$Y_A(M, P)$	Mobilité de transfert du système A (m/(s.N))
$V_A(M)$	Vitesse du système A en M (m/s)
$\tilde{V}_A(M)$	Vitesse avant couplage du système A en M (m/s)
$F_{B \rightarrow A}(M)$	Effort de B sur A appliqué en M (N)
$S_i$	Surface du pavé i ( $m^2$ )
$\langle \dots \rangle_i$	Moyenne spatiale sur le pavé i
$U(x, y)$	Déplacement (m)
$P(x, y)$	Pression (m)
$\Phi_{pq}$	Déformée propre d'une plaque
$\Psi_{pqr}$	Déformée propre d'une cavité
$\rho$	Densité volumique ( $Kg/m^3$ )
Lx, Lz	Dimensions des parois (m)
lx, ly, lz	Dimensions de la salle d'excitation (m)
$\eta_s$	Facteur de perte structural
E	Module d'Young (Pa)
D	Module de rigidité en flexion (Pa)
$\nu$	Coefficient de Poisson
$\Phi_{pq}$ et $\Psi_{pqr}$	Déformées propres d'une plaque et d'une cavité
$a_{pq}$ et $A_{pqr}$	Amplitudes des modes propres pq et pqr
$K_{pq}$ et $K_{pqr}$	Raideurs généralisées des modes propres pq et pqr
$M_{pq}$ et $M_{pqr}$	Masses généralisées des modes propres pq et pqr
$\omega_{pq}$ et $\omega_{pqr}$	Pulsations propres des modes propres pq et pqr ( $s^{-1}$ )
$N_{pq}$ et $N_{pqr}$	Normes des modes propres pq et pqr
k	Nombre d'onde ( $m^{-1}$ )
$\omega$	Pulsation ( $s^{-1}$ )
c	Célérité du son dans l'air ( $m.s^{-1}$ )
$d_{ij}$	Distance entre les centres des pavés i et j (m)
$P_{ray}$	Pression rayonnée (Pa)
$I_{ray}$	Intensité rayonnée (Pa)
$\lambda_a$	Longueur d'onde acoustique (m)
$\lambda_s$	Longueur d'onde de structure (m)
$c_{flx}$	Célérité des ondes de flexion (m/s)
$T_r$	Temps de réverbération (s)

## Chapitre 3

$j$	Nombre complexe
$k_x, k_y, k_z$	Composantes du nombre d'onde acoustique suivant x, y et z
$\theta, \varphi$	Angles d'incidence d'une onde plane sur une paroi
$\tau(\theta, \varphi)$	Transparence acoustique d'une paroi soumise à une onde plane incidente
$\tau_d$	Transparence acoustique en champ diffus
$\Omega$	Angle solide
$P_r$	Pression réverbérée (Pa)
$P_i$	Pression d'une onde plane (Pa)
$P_{Bloquée}$	Pression bloquée (Pa)
$BDFI$	Boundary Diffuse Field Index

---

## Chapitre 4

$\underline{\underline{\epsilon}}^s$	Tenseur des déformations de la phase solide
$\underline{\underline{\epsilon}}^f$	Tenseur des déformations de la phase fluide
$\vec{u}^s$	Vecteur des déplacement de la phase solide
$\vec{u}^f$	Vecteur des déplacement de la phase fluide
$\underline{\underline{\sigma}}^s$	Tenseur des contraintes de la phase solide
$\underline{\underline{\sigma}}^f$	Tenseur des contraintes de la phase fluide
$\gamma$	Rapport des chaleurs massiques
$P_0$	Pression ambiante
P, Q, R, et N	Coefficients d'élasticité de la théorie de Biot (MPa)
$K_b$	Coefficient de compressibilité du squelette dans le vide
$K_s$	Coefficient de compressibilité de la phase solide
$K_f$	Coefficient de compressibilité de la phase fluide
$\rho_0$	Densité volumique de la phase fluide ( $Kg.m^{-3}$ )
$\rho_1$	Densité volumique de la phase solide ( $Kg.m^{-3}$ )
$\vec{F}_{visc}$	Effort visqueux à l'interface fluide/solide
Pr	Nombre de Prandtl
$\mu$	Viscosité dynamique ( $N.m^{-2}.s^{-1}$ )
$\nu$	Viscosité cinématique ( $m^2.s^{-1}$ )
$\sigma$	Résistivité au passage de l'air ( $N.m^{-4}.s^{-1}$ )
$\phi$	Porosité
$\alpha_\infty$	Tortuosité
$\alpha_0$	Tortuosité en écoulement de Poiseuille
$k_0$	Perméabilité visqueuse ( $m^2$ )
$k'_0$	Perméabilité thermique ( $m^2$ )
$\Lambda$	Longueur caractéristique visqueuse (m)
$\Lambda'$	Longueur caractéristique thermique (m)
$c$	Coefficient de correction visqueux
$c'$	Coefficient de correction thermique
$G(\omega)$	Fonction de Johnson

## Chapitre 5

$\rho$	Densité volumique du plot ( $Kg.m^{-3}$ )
S	Surface du plot ( $m^2$ )
E	Module d'Young du plot (Pa)
$\eta_p$	Facteur de perte du plot
L	Longueur du plot (m)
$\emptyset$	Diamètre du plot (m)
$\omega$	Pulsation ( $s^{-1}$ )
$S_{rose}(\omega)$	Puissance du bruit rose ( $J.s^{-1}$ )
$\tau_r(\omega)$	Transparence acoustique en champ diffus
$H_A(\omega)$	Pondération du filtre A

---

# Introduction

Les doubles cloisons offrent des avantages considérables par rapport aux simples cloisons que ce soit dans le domaine des transports ou dans le domaine du bâtiment. Dans le premier cas, elles offrent la possibilité de dissocier la structure de l'habillage. Dans le second, le but principal recherché est l'amélioration de l'isolation thermique grâce à une cavité remplie ou non de matériaux isolants. Ces doubles cloisons permettent par ailleurs de limiter la masse de plus en plus critique dans le domaine des transports pour des raisons économiques évidentes. Enfin, au niveau acoustique les doubles parois ne sont pas sans intérêt puisqu'elles permettent d'améliorer nettement l'isolation acoustique en hautes fréquences. Or l'acoustique, longtemps négligée, est de nos jours un enjeu important de l'industrie. Non seulement la réglementation sur la pollution sonore, considérée comme une nuisance du premier ordre, devient plus exigeante, mais la qualité acoustique est devenu un critère de choix primordial lors de l'achat de la plupart des produits de consommation. C'est dans ce contexte que nous avons souhaité étudier la transmission acoustique des doubles parois.

Le principal problème acoustique des doubles parois se situe en basses fréquences, là où se produit le phénomène de respiration. Ce phénomène, caractérisé par la vibration des deux parois en opposition de phase, se traduit par une nette diminution des qualités acoustiques de la double parois. Nous avons donc centré notre problématique sur ce point particulier en cherchant à améliorer l'isolation des doubles parois dans la zone de respiration, sans toutefois la diminuer en hautes fréquences.

Notre démarche a consisté dans un premier temps à modéliser les phénomènes physiques liés à la transmission sonore au travers des doubles parois à l'aide d'un modèle numérique, et de confronter ce modèle à la réalité de l'expérience. Cette première étape a par ailleurs nécessité une étude plus approfondie sur la modélisation de l'excitation de type champ diffus. Deux solutions ont ensuite été envisagées pour améliorer les performances acoustiques de la double paroi : l'ajout de matériaux légers non cohésifs de type granulaires à l'intérieur de la cavité, et l'ajout

---

de liens mécaniques entre les deux parois. Le but recherché au travers de ces deux solutions était de créer un couplage entre les deux parois en basses fréquences pour contrer le phénomène de respiration tout en limitant le couplage en hautes fréquences. L'étude de matériaux granulaires légers s'est donc faite à partir de modèles utilisés pour les matériaux poreux classiques que nous avons adaptés au cas spécifique des matériaux granulaires légers non cohésifs. Concernant la mise en oeuvre de liens mécaniques entre les deux parois, l'étude a principalement porté sur le choix des positions optimales des liens mécaniques. Les méthodes classiques d'optimisation ont donc été utilisées à ses fins.

---

# I- État de l'art

Ce chapitre est destiné à établir l'état de l'art concernant la transmission du son au travers des parois simples et doubles, et la modélisation des matériaux poroélastiques. Ces deux domaines sont indépendants, et sont présentés séparément.

Les principaux travaux ayant servi à la compréhension ou à la modélisation des phénomènes physiques mis en jeux dans la transmission acoustique seront présentés en détails. Nous verrons ainsi les évolutions notables au cours des dernières décennies. Nous constaterons cependant les limites auxquelles sont encore confrontées la plupart des modèles. En effet, bien que les technologies informatiques aient connues un réel essor depuis les années 80-90, elles n'en demeurent pas moins limitées. Cela se traduit la plupart du temps par des limites fréquentielles liées à des temps de calcul rédhibitoires. L'exemple de la méthode des éléments finis est assez significative sur ce point de vue : elle devient très gourmande en temps de calcul dès lors que l'on monte en fréquence. Enfin, des études expérimentales seront aussi présentées. Ces dernières mettent notamment en relief les difficultés liées aux incertitudes de mesure telle que la reproductibilité des mesures de transmission acoustique.

## 1.1 Transmission du son au travers des parois simples et doubles

L'étude du rayonnement acoustique des structures a été très largement étudié, et fait d'ailleurs l'objet de plusieurs ouvrages de référence en la matière ((Ber p), (Fah p), et (Les p)). Nous allons donc dans un premier temps aborder le rayonnement acoustique pour comprendre les phénomènes liés au couplage vibroacoustique, puis nous nous intéresserons plus spécialement à la transmission du son au travers des simples et des doubles parois. Nous verrons que les premières études ont porté sur des cas simples avec notamment des hypothèses réductrices telle que

---



l'hypothèse de parois infinies. Elles ont néanmoins permis d'appréhender les différents phénomènes physiques mis en jeu et ont posé les bases nécessaires aux travaux ultérieurs. Enfin, nous verrons brièvement les différentes méthodes employées pour améliorer l'isolation acoustique des parois.

### 1.1.1 Rayonnement Acoustique

La compréhension des phénomènes de rayonnement acoustique est nécessaire pour l'étude visant à réduire la transparence acoustique des doubles parois. De nombreux travaux ont été effectués dans cette optique. Le cas de la plaque infinie a d'abord été développé, et a permis de mettre en évidence la fréquence critique des plaques qui correspond à une double coïncidence, spatiale et fréquentielle, entre les ondes de flexion et les ondes acoustiques. Elle est définie par la relation suivante :

$$f_c = \frac{c^2}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_s}{D}} .$$

$c$  est la célérité des ondes acoustiques,  $\rho_s$  est la masse surfacique du matériau, et  $D$  est la rigidité de flexion défini par  $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$  avec  $E$  le module d'Young du matériau, et  $\nu$  le coefficient de Poisson.

A cette fréquence particulière les ondes de flexions de la plaque et les ondes acoustiques se propagent à la même vitesse. En dessous de cette fréquence l'impédance de rayonnement de la plaque est purement imaginaire, et la plaque ne rayonne pas. Au-dessus, l'impédance de rayonnement est purement réelle, et la plaque rayonne.

Cependant, le rayonnement des plaques finies diffère grandement de celui des plaques infinies. Wallace, qui s'intéressa dans un premier temps au cas monodimensionnel d'une poutre (Wal 72a), s'est ensuite penché sur le problème de la plaque rectangulaire appuyée sur les bords et bafflée (Wal 72b). Il a ainsi déterminé le facteur de rayonnement modal  $\sigma_{mn} = \frac{W_{r_{mn}}}{\rho_0 c S \langle V_{mn}^2 \rangle}$  qui représente le rapport entre la puissance rayonnée par le mode  $mn$  considéré et la puissance rayonnée par un piston plan de même surface. Pour chaque mode, une fréquence critique existe telle que le mode rayonne peu en dessous de cette fréquence (c.-à-d.  $\sigma_{mn} < 1$ ), et qu'il soit totalement rayonnant en dessus (c.-à-d.  $\sigma_{mn} = 1$ ). Cette fréquence critique correspond à une coïncidence spatiale entre l'onde de flexion du mode  $mn$ , et l'onde acoustique ( $\lambda_{mn} = \lambda$ ), et

peut donc s'exprimer ainsi :

$$f_{c\ mn} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{L_y}\right)^2},$$

$L_x$  et  $L_y$  étant les dimensions de la plaque.

Le facteur de rayonnement modal permet alors de comparer les modes suivant leur efficacité de rayonnement, et Wallace montre ainsi que les modes impairs-impairs sont beaucoup plus rayonnants que les modes pairs-pairs. Pour les modes impairs-impairs, le facteur de rayonnement en dessous de la fréquence critique du mode dépend essentiellement de deux choses : l'aire comprise entre les lignes modales, et le facteur de forme de la plaque (rapport entre la longueur et la largeur de la plaque). Ce facteur de rayonnement est maximum lorsque l'aire intra-nodale est maximum et que le facteur de forme est égal à 1.

Maidanik (Mai 62) met quant à lui en évidence les zones effectives de rayonnement. Celles-ci se situent aux limites de la plaque du fait des phénomènes d'annulation des zones en opposition de phase. Les modes peuvent ensuite être classifiés en deux catégories : les modes de coin et les modes de bords. En dessous de la fréquence critique, les zones de rayonnement se comportent comme des monopôles découplés. En dessus de la fréquence critique, le comportement dépend de la déformée modale : pour des modes impairs-impairs (respectivement pair-impair, et pair-pair), le comportement est celui de 4 monopôles en phase (respectivement deux dipôles en phase, et un simple quadripôle).

Lomas et Hayek (LH 77) ont pour leur part étudié le cas d'une plaque rectangulaire avec des conditions limites élastiques. En utilisant les déformées d'une simple plaque appuyées, ils déterminent l'impédance de rayonnement. Seules les basses fréquences sont analysées car dans ce cas la convergence est rapide avec un nombre de modes restreints. Il faut cependant noter que cette méthode surestime les fréquences propres de la plaque. Il ressort de l'étude plusieurs choses. Premièrement, l'influence du fluide sur la plaque peut être vue comme une masse ajoutée représentée par la partie réactive de l'impédance de rayonnement. Cette réactance acoustique dépend de la déformée modale, et peut être négligée en haute fréquence. C'est pourquoi en basse fréquence une plaque immergée aura des fréquences de résonance plus faibles qu'une plaque dans le vide, alors qu'en haute fréquence elles seront quasi équivalentes. Ensuite, concernant l'impédance en un point de la plaque encastree, elle est deux fois plus faible que celle de la plaque appuyée due à une rigidité supérieure. Néanmoins, ceci n'est plus vrai en hautes fréquences où l'influence des conditions limites est grandement diminuée. Enfin, Lomas et Hayek montrent

que le pression et la puissance rayonnées ne sont que faiblement affectées par le changement de conditions limites.

Berry et Nicolas (BN 94) ont étudié l'influence de plusieurs paramètres sur le bruit rayonné par une paroi rectangulaire bafflée. Il ressort de cette étude diverses conclusions intéressantes. La première concerne le type d'excitation employée. La vitesse quadratique moyenne et la pression rayonnée diminuent en fonction de la fréquence après le premier mode pour une excitation de type force ponctuelle, alors qu'elles tendent à augmenter pour une excitation de type moment. Un moment permet donc de mieux exciter les modes hautes fréquences, mais n'a pas beaucoup d'influence sur le coefficient de rayonnement. Ensuite, l'influence des conditions limites est étudiée. L'augmentation de la rigidité des conditions limites a pour effet de décaler vers le haut les fréquences propres de la plaque. Le coefficient de rayonnement n'est quand à lui guère modifié sauf lorsqu'il s'agit de conditions libres sur les bords de la plaque. En effet, dans ce cas le coefficient de rayonnement est très faible en dessous de la fréquence critique, et la pression rayonnée est entièrement due au mouvement de piston. L'ajout de masses ponctuelles est aussi abordé. Lorsqu'elles sont placées à des positions distinctes du point d'excitation, les masses ponctuelles ont globalement peu d'efficacité pour diminuer les vibrations et la pression rayonnée. Lorsque la masse est ajoutée au point d'excitation, la mobilité de la structure en ce point est alors réduite et permet donc de réduire le bruit rayonné. On note par ailleurs un décalage vers le bas des fréquences propres lorsqu'on ajoute des masses, ainsi qu'une diminution des vibrations et du bruit rayonné dans les hautes fréquences. Enfin, Berry et Nicolas étudient l'influence de raidisseurs sur le comportement de la plaque. Ces derniers permettent une diminution du niveau de vibration mais ils augmentent le coefficient de rayonnement. Ainsi, le bruit rayonné est significativement réduit en basses fréquences jusqu'à une fréquence limite : la fréquence du premier mode de vibration du raidisseur.

### **1.1.2 Transmission Acoustique**

Les travaux de London et de Cremer sont à l'origine de l'étude sur la transmission du son au travers des parois. London, dans son travail sur les simples parois (Lon 49), a considéré des parois infinies excitées par une onde plane incidente oblique. Il a alors décrit le comportement des plaques soit par une impédance de type masse, soit en tenant compte de la résistance en flexion de la plaque. L'équation de mouvement des plaques qui en résulte permet donc de prendre en compte les effets de masse, de dissipation, et de résistance en flexion. Ensuite, à partir de l'expression de l'indice d'affaiblissement dans le cas d'une excitation par onde plane, et après intégration sur les angles d'incidence il en a déduit l'indice d'affaiblissement en champ dif-

---

fus. Plusieurs phénomènes importants ont ainsi été abordés. Le premier apparaît lorsque l'onde de flexion et l'onde acoustique ont des vitesses de propagation naturelles égales. Ceci entraîne une perte de l'isolation acoustique à une fréquence appelée fréquence critique de la plaque (cf. figure 1.1).

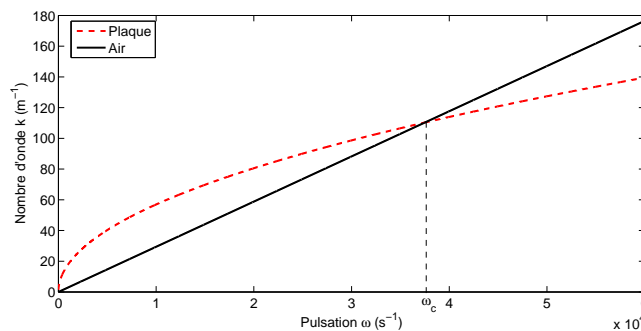


FIG. 1.1 – Courbe de dispersion : Comparaison entre le nombre d'onde acoustique dans l'air et le nombre d'onde d'une plaque en flexion en aluminium de 2mm d'épaisseur

Un autre aspect déterminant pour l'isolation acoustique est présenté au cours de ces travaux. Il s'agit de la coïncidence spatiale entre l'onde acoustique et l'onde de flexion illustrée par la figure 1.2. A chaque angle d'incidence correspond une fréquence dite de coïncidence telle que la longueur d'onde acoustique apparente ( $\lambda_a = \frac{\lambda}{\cos(\theta)}$ ) soit égale à la longueur des ondes de flexion. Dans le cas du champ diffus, la sommation sur les angles diminue l'effet de coïncidence. Ce dernier point est développé en détail par Mulholland et Lyon (ML 73) qui étudient la transmission du son par une plaque finie couplée à une cavité de chaque côté. Ils montrent notamment la participation importante des modes non résonants en dessous de la fréquence critique, due cette fois-ci à la coïncidence spatiale avec la longueur des ondes stationnaires.

London poursuit son travail par une étude sur les doubles parois (Lon 50). Cependant il se limite au cas de deux parois identiques, alors qu'en pratique les doubles parois sont conçues de manière dissymétrique de manière à éviter d'avoir la même fréquence critique pour les deux parois. Le deuxième aspect singulier hormis la coïncidence fréquentielle est le phénomène de respiration qui correspond au cas où la réactance des plaques est égale à la réactance de raideur de la lame d'air. Dans le cas d'une excitation de type onde plane, la fréquence de respiration dépend de l'angle d'incidence, alors qu'en champ diffus l'effet sur l'isolation acoustique se retrouve lissé sur une bande de fréquence plus large. Les effets liés à ce phénomène ne sont pas des moindres sur la qualité de la double paroi. En effet, elle s'avère être moins efficace pour l'isolation acoustique que la simple paroi lorsqu'il se produit. Cependant, une autre particularité de la double paroi qui lui confère un avantage non négligeable se situe en haute fréquence où les deux parois peuvent être considérées comme étant largement découplées. Un simple modèle

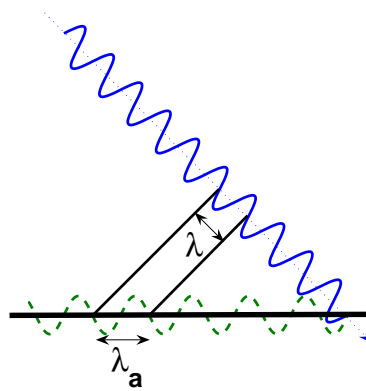


FIG. 1.2 – Illustration du phénomène de coïncidence spatiale

masse-ressort-masse (cf. figure 1.3) permet de mettre en évidence les principaux phénomènes évoqués pour la double paroi : la respiration, et le découplage en hautes fréquences.

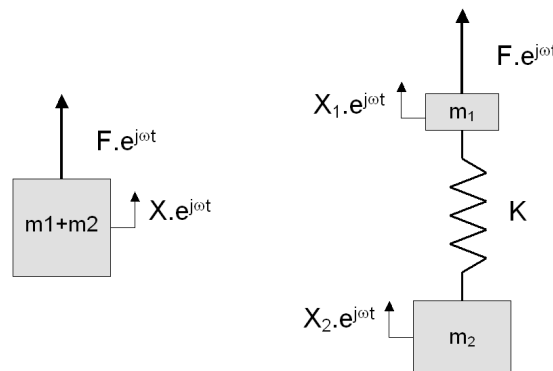


FIG. 1.3 – Modèles de simple et double paroi

Le déplacement  $X$  d'une masse  $(m_1 + m_2)$  excitée par un effort harmonique  $F$  est donné par :

$$X = -\frac{F}{(m_1 + m_2)\omega^2} \quad (1.1)$$

Dans le cas des doubles parois, la raideur de l'air entre en jeu ( $K = \frac{\rho c^2}{e \cos^2 \theta}$ ), et après calcul nous obtenons :

$$\begin{aligned} X_1 &= \left(1 - \frac{m_2 \omega^2}{K}\right) \frac{-F}{[m_1 + m_2 - \frac{m_1 m_2}{K} \omega^2] \omega^2} \quad , \\ X_2 &= \frac{-F}{[m_1 + m_2 - \frac{m_1 m_2}{K} \omega^2] \omega^2} \quad . \end{aligned} \quad (1.2)$$

Cette expression met bien en évidence la fréquence de respiration de la double paroi  $\omega =$

$\sqrt{\frac{m_1+m_2}{m_1m_2}} \cdot K$ . Par ailleurs, en haute fréquence les expressions se simplifient et donnent :

$$\begin{aligned} X_1 &\approx -\frac{F}{m_1\omega^2} , \\ X_2 &\approx \frac{F}{\frac{m_1m_2}{K}\omega^4} . \end{aligned} \quad (1.3)$$

Cette dernière expression montre quant à elle le découplage entre les deux parois qui se produit à plus haute fréquence. En effet, le rapport des amplitudes de déplacements des deux plaques fait bien apparaître un terme en  $\frac{m_2\omega^2}{K}$  qui tend vers l'infini en haute fréquence.

En gardant un comportement de masse pour les parois, des modèles simples ont été développés pour prédire la transparence acoustique des parois simples ou doubles. Il faut souligner par ailleurs que ces modèles ne nécessitent pas, comme c'est le cas pour le modèle de London, de données expérimentales. L'indice d'affaiblissement d'une plaque soumise à une onde plane à incidence normale est ainsi obtenue (Equ. 1.4), et prévoit une croissance de +6dB par octave de l'indice d'affaiblissement.

$$R = 20\log(m.f) - 45 \quad (1.4)$$

avec  $m$  : masse surfacique ( $Kg/m^2$ ),  $f$  : fréquence (Hz),  $R$  : indice d'affaiblissement (dB)

Cependant, cette loi de masse ne tient compte ni de la fréquence critique ni de l'excitation en champ diffus. De nouvelles expressions ont donc été proposées : la loi de masse pour une plaque excitée par une onde plane d'angle d'incidence  $\theta$  (cf. équation 1.5), la loi de masse en champ diffus (cf. équation 1.6), la loi de masse en champ diffus corrigée par Sewell permettant de prendre en compte les dimensions finies de la plaque en dessous de la fréquence critique (cf. équation 1.7), et la loi de masse en champ diffus corrigée par Cremer en dessus de la fréquence critique permettant de prendre en compte le phénomène de coïncidence (cf. équation 1.8).

$$R(\theta) = 20\log_{10} [m.f.\cos(\theta)] - 42 \quad (1.5)$$

$$R_d = 20\log_{10} [m.f] - 47 \quad (1.6)$$

$$R_d = 20\log_{10} [m.f] - 42 - 10\log_{10} \left[ \ln(k.\sqrt{S}) \right] + 20\log_{10} [1 - (f/f_c)^2] \quad (1.7)$$

$$20\log_{10} [m.f] - 42 + 10\log_{10} [(f/f_c) - 1] + 10\log_{10}(\eta) - 2 \quad (1.8)$$

Les résultats obtenus à l'aide de ces différentes expressions sont présentés sur la figure 1.4 pour une simple plaque en aluminium de 3.5mm d'épaisseur.

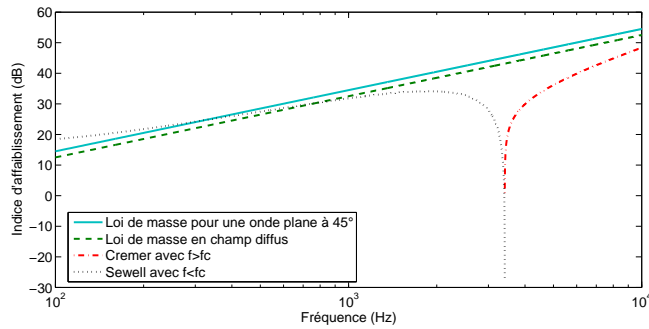


FIG. 1.4 – Illustrations des différents modèles basés sur la loi de masses pour une simple plaque en aluminium de 3.5mm d'épaisseur

Le cas des doubles parois a ensuite été étudié de façon similaire par Sharp. Il décompose le comportement de la double paroi en trois zones fréquentielles :

$$\begin{cases} R = 20\log_{10}((m_1 + m_2)f) - 47 & \text{pour } f < f_0 \\ R = R_1 + R_2 + 20\log_{10}(f.d) - 29 & \text{pour } f_0 < f < f_1 \\ R = R_1 + R_2 + 6 & \text{pour } f_1 < f \end{cases}$$

avec  $f_0$  la fréquence de respiration,  $d$  la distance entre les deux parois,  $m_i$  les masses surfaciques des plaques,  $f_i$  les fréquences critiques des plaques, et  $R_i$  les indices d'affaiblissement des plaques calculés avec le modèle de Cremer.

En dessous de la fréquence de respiration, l'indice d'affaiblissement croît de 6dB par octave, puis il augmente de 18dB par octave jusqu'à la fréquence critique minimale des plaques où se produit une nette diminution de l'isolation acoustique. Ensuite, au-dessus des fréquences critiques il continue d'augmenter de 18dB par octave. Il faut néanmoins noter que les premières résonances de la cavité ont tendance à diminuer l'isolation des doubles parois et lorsqu'elles se produisent, la croissance de l'indice d'affaiblissement est alors ramenée à 12dB par octave. La figure 1.5 présente une comparaison de l'indice d'affaiblissement entre une double paroi et une simple paroi de masse équivalente. Ces courbes nous montrent bien l'intérêt de la double paroi en haute fréquence, et son inefficacité en basse fréquence. Enfin, une autre formule a été proposée par Fahy (Fah p) pour inclure l'effet d'un matériau absorbant à l'intérieur des doubles parois sur la transmission acoustique.

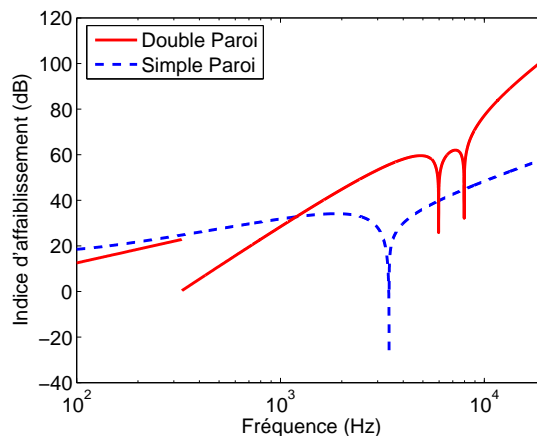


FIG. 1.5 – Cas de la double paroi en aluminium de 1.5mm et 2mm d'épaisseur séparée par 1cm d'air (en rouge) et comparaison avec une simple paroi équivalente de 3.5mm d'épaisseur (en bleu)

Les études respectives de Ballagh (Bal 04) et de Hongisto (Hon 06) passent en revue les différents modèles basés sur la loi de masse puis les comparent avec l'expérience. Cependant, lorsque la loi de masse n'est pas suffisante pour prédire la transparence acoustique, les méthodes analytiques basées sur une décomposition modale sont alors utilisées. Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 1.1.1, les modes propres de plaques appuyées sont couramment employés en basses fréquences pour le calcul de la réponse vibratoire et du rayonnement d'une simple plaque. Notons d'ailleurs que ce concept de modes a été introduit par Vogel (Vog p) et couramment repris depuis. Pour le calcul de la transmission acoustique entre deux salles, Gagliardini et coll. (GRG 91) ont utilisé de la même façon des séries de fonctions. Il est néanmoins nécessaire de connaître au préalable les modes propres du système global. Pour ce faire, il est possible de définir des sous-systèmes simples qu'il suffit ensuite de coupler. La technique des mobilités présentée par O'Hara (O'H 67) et de Petersson (Pet 86) peut être utilisée dans ce but. Dans le domaine du couplage de structures, cette méthode est assez courante (Moo 02) (MG 95), (Naj 93), (Bes 96). L'extension aux mobilités énergétiques a quant à elle été réalisée par Orifice et coll. (OCG 02), et appliquée au couplage fluide structure par Ryu (Ryu 02). Enfin, une méthode équivalente de fonctions de transfert définies par pavés a été récemment employée par Ouisse (OMCG 05) pour le couplage de sous-domaines acoustiques. L'utilisation des mobilités dans ce cas permet de caractériser chaque composante du problème vibroacoustique séparément, puis d'utiliser les équations de couplage pour résoudre le problème. Si donc un élément est modifié, seules ses mobilités propres devront être recalculées.

L'isolation acoustique des panneaux plus complexes a également été étudiée. Guyader (Guy 77),



(GL 78), (GL 80) a étudié par exemple le cas de plaques multicouches orthotropes. Les structures sandwich, et en nid d'abeilles ont été examinées par Nilsson (NN 02). L'ajout de liaisons mécaniques entre les doubles parois a été développée de façon analytique par Vernois (Ver 01). Nous pouvons aussi citer le cas des parois microperforées traité par Dupont (Dup 02). Enfin, les développements des modèles poroélastiques numériques (références (PA 97), (AHP 01)) ont permis d'étudier la transmission au travers des systèmes multicouches finis contenant les matériaux poroélastiques (PA 96).

Ces différents modèles analytiques permettent d'estimer de façon correcte l'indice d'affaiblissement de structure dont la géométrie peut se ramener à des formes simples. Lorsque cela n'est pas possible, d'autres outils sont nécessaires. Une revue des différentes méthodes numériques associées à la résolution de problèmes vibroacoustiques en basse fréquence a été réalisée par Atalla et Bernhard (AB 94). Ces méthodes sont couramment utilisées en basses fréquences où la réponse d'un système est typiquement dominée par un nombre restreint de modes. Les méthodes standard d'analyse basées sur les éléments finis, les éléments de frontière et les éléments infinis fournissent typiquement une description précise de la réponse. En hautes fréquences, de telles méthodes sont inutilisables du fait du grand nombre de modes, et du fait de la très forte sensibilité des modes d'ordre supérieur à de petites modifications des propriétés du système étudié. Les petites incertitudes dans la géométrie, les propriétés des matériaux et les conditions aux limites du système peuvent mener à de grandes incertitudes dans la réponse du système. Une description statistique du système devient donc nécessaire. L'analyse statistique d'énergie (SEA) est une méthode statistique qui fournit une bonne description de la réponse des sous-ensembles ayant de grandes dimensions comparées à la longueur d'onde. Price et Crocker (PC 70) l'ont utilisée pour la transmission au travers des double parois, ainsi que Craik et Smith (CS 00) qui l'ont appliquée au cas des panneaux légers. Cependant, cette méthode n'est pas très appropriée pour décrire la réponse des sous-ensembles raides qui sont petits comparés à une longueur d'onde. La méthode présentée par Shorter (SCL 05) permet de créer un modèle hybride qui couple des méthodes déterministes (EF, BEM, IE) avec des méthodes statistiques (SEA). Cette méthode n'a pas encore été appliquée à notre connaissance au cas des doubles parois.

Nous avons choisi pour notre part de décrire le comportement acoustique de la double paroi à l'aide de la méthode des mobilités mécanique et acoustique de surface. Ces mobilités peuvent être aisément calculées à l'aide de formules analytiques pour le cas des plaques et des cavités rectangulaires. Cette méthode est adaptée aux moyennes fréquences et nous a donc permis de bien mettre en évidence le phénomène qui nous intéressait : la respiration des double parois. Par

---

ailleurs, nous avons aussi pu ajouter des liens mécaniques entre les parois et nous avons ainsi étudié l'influence de ces liens sur l'isolation acoustique de la double paroi. L'optimisation de la position de ces liens mécaniques a ensuite été réalisée pour améliorer les qualités d'isolation de la double paroi autour de la fréquence de respiration.

### 1.1.3 Modélisation de l'excitation de la paroi par champ diffus

En acoustique architecturale, différentes méthodes sont employées pour caractériser la réponse acoustique d'une salle. Les méthodes classiquement utilisées (décomposition modale, tirs de rayon, sources images) ne sont pas toujours adaptées aux salles réverbérantes car elles nécessitent des temps de calculs trop importants. Pour palier ces difficultés, l'hypothèse de champ diffus est couramment employée, et conduit à utiliser d'autres méthodes telles que la méthode de Sabine, de Millington ou d'Eyring. Il s'agit là de méthodes énergétiques qui définissent les pertes engendrées par les réflexions multiples des ondes acoustiques sur les parois en fonction du libre parcours moyen des ondes. Le temps de réverbération de la salle peut ainsi être déterminé. Il permet de caractériser la salle dont le champ de pression est supposé être homogène au-dessus de la fréquence de Schroeder ( $f_{Schroeder} = \sqrt{\frac{c^3 Tr}{4 \ln(V)}}$  avec Tr le temps de réverbération, c la célérité du son, et V le volume du local). Ce temps peut aussi être relié à la surface d'absorption équivalente de la salle, et permet alors de calculer la puissance rayonnée par une source dans une chambre réverbérante. L'approche standard pour le calcul de la transparence acoustique en champ diffus consiste à décomposer le champ en ondes planes non-corrélées selon la théorie du champ diffus de Sabine, et à cumuler la transparence acoustique calculée pour chaque angle d'incidence :

$$\tau_{rev} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \tau(\theta, \varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) \cdot d\theta d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) \cdot d\theta d\varphi} .$$

Cependant, deux difficultés apparaissent lors du calcul de la transparence acoustique : le temps de calcul, et les hypothèses de champ diffus qui ne sont pas toujours vérifiées. Concernant le temps de calcul, d'autres approches permettent de le réduire de manière importante avec par exemple la méthode proposée par Spronck (Spr 71) et Guyader (GL 78) employant l'impédance de rayonnement des modes de plaque d'une manière réciproque. Une autre possibilité d'éviter le cumul des angles a été proposée par Coyette et coll. (CLRN 05). Cette méthode est basée sur la fonction de corrélation des ondes en champ diffus. Concernant les hypothèses de champ

diffus (ondes décorréélées et réparties de façon homogène dans tout angle solide), elles ne sont pas toujours très réalistes, notamment en basses fréquences. Afin de mieux recaler le modèle et l'expérience, un angle limite d'incidence est souvent introduit. Il permet notamment de supprimer les ondes rasantes, et ainsi de mieux modéliser la réalité du champ diffus. Cet angle est toutefois purement arbitraire, et ne permet pas d'employer la méthode de Spronck (Spr 71) et Guyader (GL 78).

#### **1.1.4 Etudes expérimentales et normes**

Des normes très précises ((AFN 95), (AFN 97)) définissent le mode opératoire pour la mesure de la transparence acoustique. Ces mesures supposent au préalable un champ diffus à l'émission. Cependant, plusieurs études ont montré qu'il existait d'importantes différences de mesure entre laboratoires, voire pour un seul laboratoire lorsque les conditions d'excitation ne sont pas les mêmes. L'étude comparative de Jones ((Jon 79)) sur 7 laboratoires a par exemple permis de mettre en évidence des variations importantes entre différents laboratoires, pouvant aller jusqu'à 2dB pour un même laboratoire. Une étude plus récente de Warnock, et Vorlander ((WV 93), (VW 93)) confirme les problèmes de reproductibilité inter-laboratoires des mesures de transparence acoustique en basses fréquences. Gagliardini et coll. (GRG 91) ont par la suite étudié l'influence des paramètres d'excitation (taille de la salle réverbérante, la position de la source, et amortissement de la salle réverbérante) sur la transparence acoustique en basses fréquences. Ils ont pour cela utilisé une approche modale pour la réponse de la salle réverbérante. Les résultats théoriques qu'ils présentent montrent des variations importantes de l'indice d'affaiblissement dues à un couplage modal entre la plaque et la salle réverbérante.

Enfin l'étude réalisée en commun sur 23 laboratoires européens présentée dans l'article de Fausti et coll. (FPS 99) montrent des écarts de plus ou moins 2.5dB par rapport à la moyenne entre les laboratoires sur l'indice d'affaiblissement global, et ce malgré les directives très précises de la norme actuelle. Les courbes d'indice d'affaiblissement obtenus sont présentées figure 1.6. Elles révèlent là encore de fortes disparités sur toute la gamme de fréquence et pas seulement en basses fréquences. Notons toutefois que la répétabilité des mesures dans un même laboratoire donne de meilleurs résultats.

Il ressort donc de ces différentes études que les hypothèses liées au champ diffus ne sont pas toujours respectées et ne permettent donc pas de garantir la reproductibilité des mesures. C'est pourquoi nous avons choisi de décrire le comportement de la salle en décomposant le champ de pression sur la base des modes propres de cavité fermée, et nous avons ensuite cherché à com-

---

parer cette méthode avec la méthode classique du cumul d'ondes planes décorréelées. L'avantage de la décomposition modale vient de la prise en compte des conditions d'excitation réelles (dimensions de la salle, position de la source, position de la fenêtre, temps de réverbération ...). Cette méthode permet donc d'avoir une idée précise de la diffusivité apparente du champ de pression pariétal.

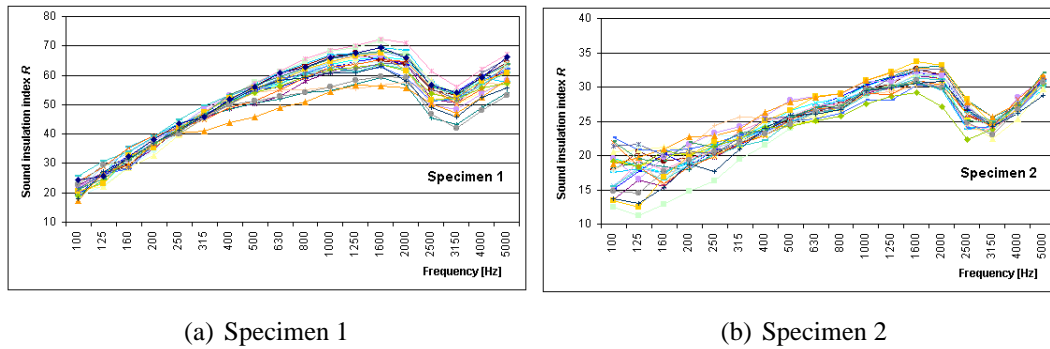


FIG. 1.6 – Comparaison inter-laboratoire de mesure d'isolation acoustique sur deux spécimens

## 1.2 Matériaux poroélastiques

Les poroélastiques regroupent un grand nombre de matériaux tels que les fibreux (ex : laine de verre), les mousses à pores ouverts ou fermés (ex : mélamine), et les matériaux granulaires. Les matériaux micro-perforés ((TW 05), (Dup 02)) peuvent aussi être considérés dans une moindre mesure comme des matériaux poreux puisque l'écoulement dans les micro-perforations s'effectue de la même façon que dans des pores quelconques. Nous pouvons aussi citer le cas particuliers des matériaux à double porosité (Oln 05) qui donnent de nouvelles perspectives à l'amélioration de l'absorption acoustique.

Ces différents matériaux sont aussi bien employés dans le domaine du bâtiment que des transports car ils permettent une nette amélioration de l'isolation acoustique des différentes structures sans augmentation importante de masse. Ils nécessitent cependant une étude préalable pour trouver la meilleure configuration à un problème donné. Le bruit engendré par les moteurs de camion a par exemple fait l'objet d'une étude visant à réduire de façon optimale, à l'aide d'un assemblage de matériaux poreux, le rayonnement du moteur vers l'extérieur pour répondre aux récentes normes de plus en plus exigeantes (TC 05). Nous pouvons aussi citer l'étude réalisée par Boeing (WG 05) qui confirme la volonté des industriels de pouvoir modéliser le comportement vibro-acoustique des matériaux poreux.

L'étude acoustique de ce type de matériaux peut se faire de deux façons différentes : soit en considérant le squelette comme totalement rigide, soit en considérant le squelette comme un solide viscoélastique. Dans le premier cas, l'interaction entre le fluide contenu dans les pores et le squelette rigide amène à considérer un fluide équivalent caractérisé par une densité équivalente et une célérité équivalente (ou nombre d'onde équivalent). Dans le deuxième cas, il existe un couplage inertiel entre les deux phases, mais aussi un couplage élastique. Nous allons dans ce chapitre présenter ces deux modélisations ainsi que leurs variantes, puis nous aborderons la caractérisation des matériaux poreux, et enfin nous présenterons les méthodes mises en oeuvre pour l'étude de tels matériaux. Le lecteur pourra trouver de plus amples détails liés à la modélisation des matériaux poreux dans l'ouvrage très complet de J.F. Allard (ADR<sup>+</sup> 89).

---

### 1.2.1 Modélisation du fluide équivalent

La propagation du son au travers d'un matériau poroélastique a d'abord été étudiée en considérant des pores cylindriques droits. Pour ce faire, la théorie de Kirchhoff est généralement employée. Zwikker et Kosten (ZK p) ont ainsi pu aboutir à une modélisation simplifiée permettant de découpler les effets thermiques et visqueux. Ce modèle permet de définir un fluide équivalent caractérisé par une densité volumique équivalente (cf. équation 1.9) et un module de compressibilité équivalent (cf. équation 1.10) prenant respectivement en compte les effets de viscosité et les effets thermiques.

$$\rho_{equ} = \frac{\rho}{F(\omega)} \quad (1.9)$$

$$K_{equ} = \frac{\gamma P_0}{\gamma - (\gamma - 1) F(P_r \cdot \omega)} \quad (1.10)$$

La fonction F introduite est définie à l'aide des fonctions de Bessel  $J_0$  et  $J_1$  :

$$F(\omega) = \left( 1 - \frac{2 J_1(s\sqrt{-j})}{s\sqrt{-j} J_0(s\sqrt{-j})} \right) .$$

La variable s est définie par  $s = \sqrt{\frac{\omega \rho R^2}{\mu}}$ , avec  $\mu$  : Viscosité dynamique (Pa.s),  $\rho$  : Masse volumique du fluide ( $Kg/m^3$ ),  $\omega$  : Pulsation (1/s). Elle peut aussi s'exprimer en fonction de la résistivité au passage de l'air  $\sigma$  et de la porosité  $\phi$  :  $s = \sqrt{\frac{8\omega\rho_0}{\sigma\phi}}$ .  $\gamma$  est le rapport des chaleurs massiques ( $C_p/C_v=1.4$  pour l'air), et  $\nu' = \frac{\nu}{P_r}$  avec Pr le nombre de Prandtl.

#### Complexification du modèle

Le modèle développé jusqu'ici considère des pores cylindriques droits. Or la réalité est bien plus complexe. En effet, à défaut d'être cylindriques et droits, les pores ont souvent des formes quelconques. C'est pourquoi plusieurs auteurs ont préconisé l'emploi de facteurs de correction. Un facteur de forme c a ainsi été ajouté pour prendre en compte la forme de la section du tube. Stinson et Champoux (SC 92) ont donné la valeur de ce facteur pour différentes formes géométriques simples. La tortuosité a aussi été définie pour prendre en compte l'inclinaison du tube, puis plus généralement la dispersion de la vitesse autour de la vitesse moyenne. Ce

paramètre ne dépend que de la géométrie des pores et peut donc être relié à des paramètres géométriques (cf. figure 1.7).

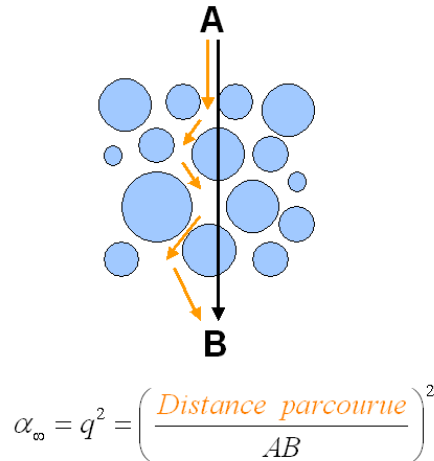


FIG. 1.7 – Lien entre la tortuosité du matériau et la géométrie des pores

Deux longueurs caractéristiques ont par ailleurs été introduites pour prendre en compte une forme de pore quelconque. Johnson (JPS 82) a introduit la longueur caractéristique visqueuse tandis qu'Allard a introduit la longueur caractéristique thermique. Ces longueurs peuvent être reliées à des paramètres géométriques lorsque les pores ont des formes simples (cf. figure 1.8) et représentent les rayons effectifs visqueux et thermique des pores. Dans le cas de pores cylindriques de section quelconque, les longueurs caractéristiques peuvent être reliées aux facteurs de forme visqueux et thermique par les relations suivantes :  $\Lambda = \frac{1}{c} \sqrt{\frac{8\alpha_{\infty}\eta}{\phi\sigma}}$  et  $\Lambda' = \frac{1}{c'} \sqrt{\frac{8\alpha_{\infty}\eta}{\phi\sigma}}$ . Elles sont toutefois mesurées en pratique par des méthodes inverses que nous présenterons plus loin.

Il faut par ailleurs noter que l'influence de la viscosité (resp. du couplage thermique) dépend fortement du rapport entre l'épaisseur de la couche limite visqueuse  $\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$  (resp. thermique  $\delta = \sqrt{\frac{2\nu'}{\omega}}$ ) et de la longueur caractéristique visqueuse (resp. thermique). Cela permet, selon la bande de fréquence étudiée, de négliger certains paramètres peu influents sur la propagation du son dans le matériau. Lorsque par exemple, la fréquence d'étude maximale est inférieure à la fréquence critique  $f_c = \frac{\eta\phi}{\rho_f k_0}$ , il est alors possible de négliger l'influence des longueurs caractéristiques dans le modèle de Biot ou de fluide équivalent. Ainsi en basses fréquences, la perméabilité (ou la résistivité au passage de l'air), la tortuosité et la porosité suffisent à décrire de manière correcte les phénomènes visqueux. En hautes fréquences, la longueur caractéristique est nécessaire pour prendre en compte les dimensions microgéométriques du matériau.

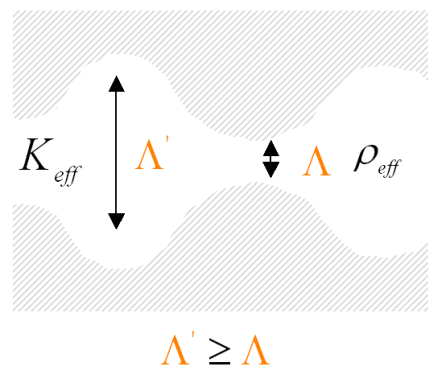


FIG. 1.8 – Lien entre la géométrie des pores et les longueurs caractéristiques visqueuse et thermique

### Modèle empirique de Delany et Bazley

Delany et Bazley (DB 70) ont proposé un modèle permettant d'obtenir le nombre d'onde équivalent ainsi que l'impédance caractéristique équivalente pour certains matériaux en fonction de la fréquence et de la résistance au passage de l'air. Il s'agit cependant d'une loi empirique basée sur une série d'expériences. Son domaine de validité est donc restreint au cas des matériaux fibreux.

### 1.2.2 Modélisation avec prise en compte de l'élasticité du squelette

Nous allons dans cette partie nous intéresser au modèle de Biot. Ce modèle développé dans les années 50 ((Bio 56b), (Bio 56a), (Bio 62)) permet de prendre en compte les deux phases des matériaux poreux : la phase fluide, et la phase solide, en tenant compte des différentes interactions pouvant exister entre les deux phases. Pour ce faire, il est nécessaire d'introduire un volume d'homogénéisation assez grand pour être représentatif du matériaux poreux, mais assez petit devant les longueurs d'ondes considérées. Les lois de comportement ainsi que les équations d'équilibre local présentées par la suite ne sont valides qu'à l'échelle du volume d'homogénéisation.

Les lois de comportement définies par Biot (équation 1.11) relient les tenseurs des contraintes solides  $\underline{\underline{\sigma}}^s$  et fluide  $\underline{\underline{\sigma}}^f$  au tenseur des déformations de la phase solide  $\underline{\underline{\varepsilon}}^s$  et de la phase fluide  $\underline{\underline{\varepsilon}}^f$ . Ainsi, l'élasticité relative à chacune des phases est prise en compte, de même que le couplage élastique entre les deux phases.



$$\begin{aligned}\underline{\underline{\sigma}}^s &= 2N\underline{\underline{\varepsilon}}^s + [P - 2N] \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^s)\underline{\underline{1}} + Q\text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^f)\underline{\underline{1}} \\ \underline{\underline{\sigma}}^f &= R\text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^f)\underline{\underline{1}} + Q\text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}^s)\underline{\underline{1}}\end{aligned}\quad (1.11)$$

Les différents modules élastiques introduits dans ces lois de comportements font intervenir les caractéristiques propres à chacune des phases, qui seront définies plus en détails par la suite.

L'équilibre local du milieu poroélastique se traduit dans le cas des matériaux poreux par deux équations (cf. équation 1.12) faisant intervenir des densités équivalentes  $\rho_{11}$  et  $\rho_{22}$  ainsi qu'une densité de couplage inertiel  $\rho_{12}$ . Ces différents termes sont reliés aux densités des deux phases ( $\rho_0$  pour le fluide, et  $\rho_1$  pour le solide), ainsi qu'aux caractéristiques géométriques du matériau poreux telles que la tortuosité  $\alpha_\infty$ , ou la porosité  $\phi$ .

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\text{div}}(\underline{\underline{\sigma}}^s) + \vec{f}_v^s &= \rho_{11}\vec{\gamma}^s + \rho_{12}\vec{\gamma}^f \\ \overrightarrow{\text{div}}(\underline{\underline{\sigma}}^f) + \vec{f}_v^f &= \rho_{22}\vec{\gamma}^f + \rho_{12}\vec{\gamma}^s\end{aligned}\quad (1.12)$$

Il faut par ailleurs noter que les phénomènes visqueux et thermiques présentés pour le fluide équivalent se retrouvent sous la même forme dans le modèle de Biot. Ainsi, les effets de viscosité se retrouvent dans les termes de densité  $\rho_{11}$ ,  $\rho_{12}$  et  $\rho_{22}$ , alors que les effets thermiques se retrouvent dans le module élastique fluide R.

### 1.2.3 Caractérisation des matériaux acoustiques

Les modèles, comme nous l'avons vu précédemment, sont de plus en plus complexes, et utilisent un grand nombre de paramètres pour décrire correctement la géométrie des pores. Or ces paramètres sont bien souvent difficiles à quantifier de prime abord, et nécessitent dans la plupart des cas une caractérisation expérimentale. Celle-ci peut se faire soit directement (BCH<sup>+</sup> 03), ou bien indirectement en recalant le modèle sur une expérience ((IIMR 01; CFB 05; DIR 04; FFS<sup>+</sup> 06; FBL<sup>+</sup> 06)). Lauriks (LBL<sup>+</sup> 05) établit une revue générale des principaux modèles et des méthodes de mesure utilisées pour la caractérisation des matériaux poreux. Les mesures directes se font à l'aide de différents outils spécifiques tel que le porosimètre ((BCH<sup>+</sup> 03)), ou bien par microtomographie. Cette dernière méthode présentée par Perrot (PPO 05) permet de reconstruire la microstructure du matériau à partir d'images 3D et d'en déduire ses propriétés macroscopiques. Cependant, la mesure inverse reste très avantageuse puisque avec une seule mesure en tube de Kundt, il est possible de déterminer tous les paramètres souhaités du matériau poreux. Il faut toutefois introduire des contraintes au problème d'optimisation permettant

de recalculer le modèle afin de garantir la validité physique des paramètres. En effet, le recalcul d'un modèle à 8 paramètres inconnus peut donner de très bons résultats avec des valeurs n'ayant aucun sens physique si aucune limite n'est mise en place.

Concernant la caractérisation mécanique des matériaux poreux, le travail de Jaouen (Jao 03) est intéressant. Il étudie notamment le cas des poutres, et le cas des plaques. Son travail présente la caractérisation des différents modules élastiques du matériau à partir d'une méthode inverse basée sur un modèle éléments finis pour les poutres et une formulation variationnelle pour les plaques. Il obtient ainsi de bons résultats par rapport à l'expérience, mais seulement lorsque l'épaisseur du matériau poreux reste faible.

#### **1.2.4 Méthodes mises en oeuvre pour la modélisation des matériaux poroélastiques**

Les différentes méthodes numériques utilisées dans la modélisation des matériaux poreux ont été passées en revue par Atalla (Ata 05). La première méthode qui a permis de décrire les matériaux poreux selon le modèle de Biot est la méthode des matrices de transfert (TMM : Transfert Matrix Method). Cette méthode est limitée au cas de couches infinies selon deux dimensions, et est de ce fait adaptée au calcul de l'absorption ou de l'impédance de surface des matériaux poreux. Le principe de cette méthode repose sur le calcul des amplitudes des ondes se propageant dans le milieu poreux. À partir des équations de Biot, il est possible de montrer qu'il existe trois ondes se propageant dans le matériau : deux ondes de cisaillement et une onde de compression. Les amplitudes des ondes, six au total en considérant les ondes aller et retour, sont ensuite déterminées grâce aux conditions limites.

La méthode des éléments finis est une bonne alternative lorsque l'on veut étudier des systèmes finis de forme quelconque. Deux formulations sont alors possibles : la formulation en déplacements ( $U, u$ ) présentée par Panneton et coll. (PA 96; PA 97), et la formulation mixte en déplacements pour le solide et en pression pour le fluide ( $U, P$ ) présentée par Atalla et coll. (APD 98; AHP 01; DPA 99). Bien que cette dernière formulation soit moins lourde en temps de calcul car elle ne prend en compte que 4 degrés de liberté par noeud au lieu de 6, elle n'en reste pas moins confrontée aux mêmes problèmes. En effet, le critère de maillage (cf. référence (Cas 05)) n'est pas en  $\lambda/6$  comme c'est le cas habituellement avec les matériaux homogènes, mais en  $\lambda/12$ . De plus, il n'est pas possible d'utiliser la base modale pour optimiser la résolution des équations d'équilibre par la méthode des éléments finis car les matrices de masse et de raideur sont dépendantes de la fréquence. Il faut donc, pour pouvoir résoudre les problèmes

---

complexes nécessitant un grand nombre de noeuds, faire appel à de nouveaux outils numériques spécifiques tels que l'approche de sous-structuration proposée par M.A. Hamdi ((HZM<sup>+</sup> 05)). La fréquence maximale d'étude reste néanmoins plutôt faible (de l'ordre de 400Hz).

### **1.2.5 Cas particulier des matériaux granulaires**

Les matériaux granulaires sont souvent considérés comme des matériaux poroélastiques à part entière et donc modélisés à l'aide d'un fluide équivalent ou du modèle de biot. Cependant, ils présentent d'autres particularités intéressantes, comme par exemple la faculté de dissiper de l'énergie au niveau des contacts inter-granulaires sous forme de chocs, de frottements ou encore de déformation viscoplastique. Ainsi, d'autres modélisations ont été utilisées pour décrire leur comportement mécanique. La théorie de Hertz régissant les déformations au niveau du contact sphère sphère a par exemple permis de décrire le comportement élastique d'un empilement de billes sphériques (CG 99). D'autres méthodes numériques plus complexes ont aussi été utilisées. Citons notamment la méthode DEM (Discret Element Modeling) (SAC 00) qui consiste à suivre chacune des particules au cours du temps en faisant varier leurs trajectoires, vitesses et accélérations en fonction des efforts aux contacts avec les autres particules grâce aux lois de la dynamique. Bien entendu, cette méthode se limite à un nombre restreint de billes et nécessite donc de considérer un domaine périodique.

#### **Amortissement des matériaux granulaires**

La plupart des récentes études sur l'amortissement des matériaux granulaires ont été effectuées à l'aide de la méthode des éléments discrets. Saeki (Sae 02) a notamment montré avec une étude expérimentale sur un amortisseur à particules que cette méthode permettait de modéliser de façon correcte l'amortissement du aux chocs entre les billes. Il a de plus souligné l'effet des matériaux constituant les billes sur l'amortissement, ainsi que la taille des billes par rapport à la cavité. De même Mao et coll. (MWXC 04) ont utilisé cette méthode pour caractériser l'amortissement des vibrations d'une poutre en flexion dans le domaine transitoire. Ainsi ils montrent le caractère fortement non linéaire de l'amortissement selon l'amplitude des vibrations, et mettent aussi en évidence l'importance de la compacité (rapport entre le volume des particules et le volume de la cavité) sur l'amortissement. Enfin, cette étude permet de découper la phase transitoire en 3 partie : la première partie est liée à la mise en mouvement des particules et permet une dissipation d'énergie significative ; la deuxième partie est dominée par les collisions interparticules et avec les parois de la cavité, et présente un maximum de dissipation d'énergie ;

---

enfin dans la troisième partie les particules ne sont plus en mouvement, et ne participent donc quasiment plus à l'amortissement. Il faut par ailleurs noter que contrairement au cas classique de l'amortissement structurel de type exponentiel, l'amortissement du aux chocs et aux frottements entre les particules provoque un affaiblissement de la vitesse de type plutôt linéaire en fonction du temps. L'étude plus expérimentale de Xu et coll. (XWC 04) a aussi permis d'analyser le comportement de ce type d'absorbeur dynamique sur le cas des plaques, et il en ressort les mêmes conclusions que pour le cas des poutres.

Enfin, le cas des tubes remplis de matériaux granulaires a aussi été analysé par Bourinet (Bou 96; BLH 99) en utilisant la théorie de Timoshenko. Cette méthode permet de mettre en évidence un maximum de dissipation à la fréquence de résonance du matériau granulaire. Cependant cette approche n'est valide que pour les premiers modes, et l'hypothèse d'amortissement linéaire utilisée n'est pas vérifiée en pratique.

### **Propagation acoustique**

La propagation acoustique dans les milieux granulaires fait l'objet de plusieurs thématiques de recherches. Cependant la plupart des recherches se font dans le domaine des ultrasons, et se focalisent sur la propagations des ondes dans la phase solide en négligeant la propagation des ondes dans le milieu fluide. Jia et Mills (JM 01) ont ainsi étudié la propagation des ondes au niveau des contacts intergranulaires en utilisant la théorie de Hertz. Ils ont ainsi pu mettre en évidence l'effet de diffusion des ondes dans le milieu granulaire, ainsi que l'effet de compaction au cours du temps. De même, Anfosso (Anf 03) s'est intéressée aux ondes de Rayleigh se propageant à la surface des billes.

Concernant la propagation des ondes en moyennes et basses fréquences, Allard et coll. (AHT<sup>+</sup> 98) ont montré qu'un simple modèle de fluide équivalent pouvait être utilisé pour prédire l'impédance de surface de la même manière que pour les matériaux poreux ou fibreux.

## **1.3 Conclusions et positionnement de notre problématique dans le contexte scientifique actuel**

Il nous est apparu intéressant, dans le cadre de cette thèse, de pouvoir dans un premier temps modéliser le comportement vibro-acoustique d'une double paroi autour du phénomène de respi-

---

ration à l'aide d'une méthode analytique. Pour cela, nous avons utilisé la méthode des mobilités de surface que nous avons appliquée ici au couplage fluide-structure. Cette méthode est non seulement adaptée aux moyennes fréquences qui nous intéressent, mais elle est aussi beaucoup moins lourde en temps de calcul que d'autres méthodes numériques telle que la méthode des éléments finis. Cette partie du travail est relatée dans le deuxième chapitre.

Nous nous sommes ensuite penchés sur l'aspect modélisation de l'excitation par champ diffus afin de décrire au mieux la réalité des conditions expérimentales. Cette étude a par ailleurs permis de définir un critère relatif à la diffusivité pariétale apparente. L'emploi d'un tel critère sur différentes salles d'émission peut être envisagé afin de mieux comprendre les problèmes de reproductibilité rencontrés lors de campagnes d'essais inter-laboratoires. Cette étude fait l'objet du troisième chapitre.

L'ajout de matériaux granulaires dans la cavité de la double paroi nous a ensuite intéressé du point de vue de la transmission acoustique. Il a fallu pour cela prendre en compte l'aspect mécanique et acoustique de ces matériaux, et un modèle de type Biot semblait donc le plus approprié par rapport à un modèle d'éléments discrets ou de fluide équivalent. Néanmoins, nous avons adapté ce modèle au cas particulier des matériaux granulaires non cohésifs. Pour cela nous avons négligé le cisaillement à l'intérieur du matériau granulaire, et nous nous sommes ainsi ramenés à un comportement de type fluide pour la partie solide. Cette simplification nous a alors permis d'utiliser une méthode de décomposition modale pour résoudre les nouvelles lois d'équilibre. L'intérêt d'une telle méthode réside dans le gain immédiat en temps de calcul permettant la résolution de problèmes de dimensions finies beaucoup plus rapidement qu'avec les méthodes classiques. Ce travail de modélisation et de caractérisation des matériaux est présenté au cours du quatrième chapitre.

Le cinquième chapitre étudie l'influence des matériaux granulaires sur la transmission acoustique d'une double paroi. Les modèles présentés au cours du quatrième chapitre sont donc appliqués ici pour le calcul de la transparence acoustique. Ensuite, une étude des principaux phénomènes ayant une influence sur l'isolation acoustique est présentée. Cette étude est complétée par des expériences comparatives avec différents matériaux d'isolation.

Enfin, une étude visant à améliorer l'isolation d'une double paroi par ajout de liens mécaniques a été réalisée. L'optimisation de la position de ces liens a été effectuée grâce à la méthode des mobilités de surfaces à l'aide d'algorithmes d'optimisation hybrides. Le sixième chapitre présente cette étude et les résultats obtenus à l'issue du processus d'optimisation.

---

## II- Calcul de la transparence acoustique par la méthode des mobilités

Nous allons dans ce chapitre présenter la méthode des mobilités de surface appliquée au calcul de la transparence acoustique des doubles parois. Les résultats théoriques obtenus sont ensuite comparés aux résultats expérimentaux. Une étude du critère de maillage pour le couplage vibro-acoustique est aussi réalisée, ainsi qu'une étude paramétrique permettant de mettre en évidence l'effet de l'amortissement structural ainsi que l'amortissement fluide dans la cavité sur la transparence acoustique de la double paroi. Une des parties importantes de la méthode présentée dans ce chapitre réside dans la modélisation de l'excitation de type champ diffus. Cette modélisation repose sur le calcul des pressions de pavés bloqués sur la plaque incidente à partir de la décomposition modale du champ de pression dans la salle d'émission. Les avantages liés à cette modélisation par rapport à la méthode classique habituellement employée (le cumul d'ondes planes décorréélées) seront plus amplement décrit dans le chapitre suivant.

### 2.1 Méthode des mobilités

#### 2.1.1 Cas du couplage ponctuel

La méthode des mobilités permet de calculer la réponse de systèmes linéaires couplés à partir de leur comportements indépendants. L'exemple suivant décrit les principes de la méthode des mobilités.

Considérons un système linéaire  $\Sigma$  constitué de deux sous-systèmes  $\Sigma_A$  et  $\Sigma_B$  couplés au point C.

---

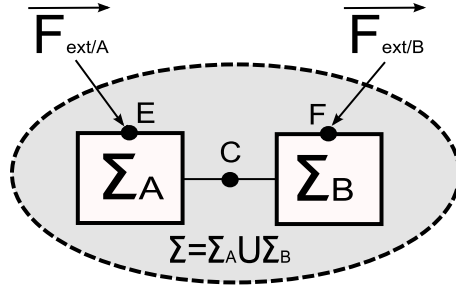


FIG. 2.1 – Schéma du cas élémentaire des deux systèmes linéaires couplés en un point

Nous supposons dans la suite de ce chapitre des mouvements harmoniques de pulsation  $\omega$ , et nous omettrons le terme temporel  $e^{j\omega t}$  par souci de simplicité. La première étape consiste donc à calculer les mobilités de transfert entre deux points quelconques M et Q pour chaque sous-système. Cette mobilité est définie comme étant le rapport de la vitesse au point M et de la force appliquée au point Q :  $Y(M, Q) = V(M)/F(Q)$ . A partir de cette mobilité  $Y(M, Q)$ , la vitesse au point M créée par un effort situé au point Q peut être calculée. Les efforts appliqués à chaque sous-système peuvent être décomposés en deux catégories : les efforts extérieurs au système global, et les efforts de couplage entre les sous-systèmes. Cela donne pour le sous-système A :

$$V_A(M) = \underbrace{Y_A(M, E) \cdot F_{ext \rightarrow A}(E)}_{\tilde{V}_A(M)} + \underbrace{Y_A(M, C) \cdot F_{B \rightarrow A}(C)}_{V_A^c(M)} \quad \forall M \in A \quad (2.1)$$

Deux vitesses peuvent être identifiées à partir de l'équation 2.1 : la vitesse avant couplage  $\tilde{V}_A(M)$ , et la vitesse générée par le couplage  $V_A^c(M)$ . La deuxième est produite par l'effort de couplage qui est inconnu, et qui apparaît aussi dans l'équation du sous-système B, en notant que  $F_{B \rightarrow A}(C) = -F_{A \rightarrow B}(C)$ .

$$V_B(M) = Y_B(M, F) \cdot F_{ext \rightarrow B}(F) + Y_B(M, C) \cdot F_{A \rightarrow B}(C) \quad \forall M \in B \quad (2.2)$$

Afin de pouvoir calculer la vitesse en un point quelconque du du système, il faut pouvoir déterminer les efforts de couplage. Pour cela, la condition de continuité au point C est nécessaire :  $V_A(C) = V_B(C)$ . L'effort de couplage peut ensuite s'écrire sous la forme suivante :

$$F_{B \rightarrow A} = \frac{Y_B(C, F) \cdot F_{ext \rightarrow B}(F) - Y_A(C, E) \cdot F_{ext \rightarrow A}(E)}{(Y_A(C, C) + Y_B(C, C))} \quad (2.3)$$

En utilisant l'équation (2.1) ou (2.2), la vitesse d'un point M quelconque du système peut être déterminée.

### 2.1.2 Cas du couplage surfacique avec la méthode des mobilités de surface

Lorsque le couplage entre les sous-systèmes est de type surfacique, les équations 2.1 et 2.2 doivent être adaptées. Les efforts extérieurs seront eux aussi considérés comme surfaciques, tandis que les vitesses et les efforts tangentiels seront négligés. Cette dernière hypothèse est réaliste pour les sous-systèmes acoustiques, et pour le couplage vibroacoustique lorsque la viscosité du fluide est négligeable. Les vitesses de couplage sont alors calculées en intégrant le produit de la mobilité et de l'effort de couplage (respectivement extérieur) sur la surface de couplage (respectivement excitée) :

$$V_A(M) = \int_{S_A} (Y_A(M, E) \cdot F_{ext \rightarrow A}(E)) dS + \int_{S_c} (Y_A(M, C) \cdot F_{B \rightarrow A}(C)) dS \quad \forall M \in A, \quad (2.4)$$

$$V_B(M) = \int_{S_B} (Y_B(M, F) \cdot F_{ext \rightarrow B}(F)) dS + \int_{S_c} (Y_B(M, C) \cdot F_{A \rightarrow B}(C)) dS \quad \forall M \in B. \quad (2.5)$$

Les efforts extérieurs du sous-système A (respectivement B) sont appliqués sur la surface  $S_A$  (respectivement  $S_B$ ), et les efforts de couplage sont appliqués sur la surface de couplage  $S_c$ .

La méthode de collocation peut alors être utilisée pour résoudre le problème, en discrétisant ainsi les surfaces :  $S_A = \bigcup_{i=1}^{N_A} S_{Ai}$  et  $S_{Ai} \cap S_{Aj} = \emptyset$ ,  $S_B = \bigcup_{i=1}^{N_B} S_{Bi}$  et  $S_{Bi} \cap S_{Bj} = \emptyset$ ,  $S_c = \bigcup_{i=1}^{N_c} S_{ci}$  et  $S_{ci} \cap S_{cj} = \emptyset$ .

Calculons dans un premier temps les vitesses moyennes sur un pavé  $i$  :

$$\langle V_A \rangle_i = \int_{S_{Ai}} \sum_{j=1}^{N_A} \left( \int_{S_{Aj}} (Y_A(M, E) \cdot F_{ext \rightarrow A}(E)) dE \right) dM + \int_{S_{Ai}} \sum_{j=1}^{N_c} \left( \int_{S_{cj}} (Y_A(M, C) \cdot F_{B \rightarrow A}(C)) dC \right) dM \quad \forall M \in A, \quad (2.6)$$



$$\langle V_B \rangle_i = \int_{S_{B^i}} \sum_{j=1}^{N_B} \left( \int_{S_{Bj}} (Y_B(M, E) \cdot F_{ext \rightarrow B}(E)) dE \right) dM + \int_{S_{B^i}} \sum_{j=1}^{N_c} \left( \int_{S_{Cj}} (Y_B(M, C) \cdot F_{A \rightarrow B}(C)) dC \right) dM \quad \forall M \in B . \quad (2.7)$$

Supposons ensuite que les efforts surfaciques sont constants sur les pavés ( $F(x, y) = \overline{F}_j = \langle F \rangle_j$  si  $(x, y) \in S_j$ ). Les équations (2.6) et (2.7) donnent alors :

$$\langle V_A \rangle_i = \sum_{j=1}^{N_A} \langle \langle Y_A \rangle_i \rangle_j \cdot \langle F_{ext \rightarrow A} \rangle_j + \sum_{j=1}^{N_c} \langle \langle Y_A \rangle_i \rangle_j \cdot \langle F_{B \rightarrow A} \rangle_j \quad , \quad (2.8)$$

$$\langle V_B \rangle_i = \sum_{j=1}^{N_B} \langle \langle Y_B \rangle_i \rangle_j \cdot \langle F_{ext \rightarrow B} \rangle_j + \sum_{j=1}^{N_c} \langle \langle Y_B \rangle_i \rangle_j \cdot \langle F_{A \rightarrow B} \rangle_j \quad . \quad (2.9)$$

Une nouvelle expression de la mobilité de transfert apparaît. Il s'agit du rapport entre la vitesse moyenne sur la pavé i et de l'effort surfacique sur le pavé j :

$$\langle \langle Y_A \rangle_i \rangle_j = \frac{\langle V \rangle_i}{\langle F \rangle_j} \quad , \quad (2.10)$$

$$\text{avec} \quad \langle V \rangle_i = \frac{\int_{S_i} \overline{V}(x, y) dx dy}{S_i} \quad \text{et} \quad \langle F \rangle_j = \frac{\int_{S_j} F(x, y) dx dy}{S_j} = \overline{F}_j \quad . \quad (2.11)$$

Le fait de supposer un effort surfacique constant sur les pavés est bien entendu une approximation valide seulement si les dimensions des pavés sont petites devant la longueur d'onde.

---

Les conditions de continuité sur les pavés de couplage donnent ensuite  $N_c$  équations (1 équation pour chaque pavé) :

$$\forall k \in [1, N_c] \quad \langle V_A \rangle_k = \langle V_B \rangle_k \quad . \quad (2.12)$$

Les équations 2.8 et 2.9 s'écrivent alors  $\forall k \in [1, N_c]$  :

$$\sum_{j=1}^{N_c} \langle \langle Y_A \rangle_k \rangle_j \cdot \langle F_{B \rightarrow A} \rangle_j + \sum_{j=1}^{N_c} \langle \langle Y_B \rangle_k \rangle_j \cdot \langle F_{B \rightarrow A} \rangle_j = \sum_{j=1}^{N_B} \langle \langle Y_B \rangle_k \rangle_j \cdot \langle F_{ext \rightarrow B} \rangle_j - \sum_{j=1}^{N_A} \langle \langle Y_A \rangle_k \rangle_j \cdot \langle F_{ext \rightarrow A} \rangle_j \quad . \quad (2.13)$$

Les matrices  $[Y_A]$  et  $[Y_B]$  sont définies telles que  $Y_A(i, j) = \langle \langle Y_A \rangle_i \rangle_j$  et  $Y_B(i, j) = \langle \langle Y_B \rangle_i \rangle_j$ , et les vecteurs  $\{F_{B \rightarrow A}\}$ ,  $\{F_{ext \rightarrow A}\}$  et  $\{F_{ext \rightarrow B}\}$  sont définis tels que  $F_{B \rightarrow A}(j) = \langle F_{B \rightarrow A} \rangle_j$ ,  $F_{ext \rightarrow A}(j) = \langle F_{ext \rightarrow A} \rangle_j$  et  $F_{ext \rightarrow B}(j) = \langle F_{ext \rightarrow B} \rangle_j$ .

L'équation (2.13) peut ainsi être réécrite sous forme matricielle, conduisant directement aux efforts de couplage surfaciques sur les pavés :

$$\{F_{B \rightarrow A}\} = ([Y_A] + [Y_B])^{-1} \cdot ([Y_B] \cdot \{F_{ext \rightarrow B}\} - [Y_A] \cdot \{F_{ext \rightarrow A}\}) \quad . \quad (2.14)$$

Les termes  $[Y_B] \cdot \{F_{ext \rightarrow B}\}$  et  $[Y_A] \cdot \{F_{ext \rightarrow A}\}$  sont assimilables à des vitesses avant couplage dues aux efforts extérieurs et notées respectivement  $\tilde{V}_B$  et  $\tilde{V}_A$ .

Cette extension de la méthode des mobilités au cas du couplage surfacique est appelée méthode des mobilités de surface, et est appliquée dans la suite à l'étude de la transmission acoustique au travers des doubles parois.

## 2.2 Réponse vibro-acoustique d'une double paroi par la méthode des mobilités de surface

Dans cette section, la méthode des mobilités de surface est appliquée à la réponse vibro-acoustique d'une double paroi couplée à une cavité et rayonnant dans un espace extérieur ouvert.

La première étape consiste à définir les sous-systèmes constitutifs du système global (cf. figure 2.2) : A : salle d'émission, B : Panneau incident, C : Cavité intermédiaire, D : Deuxième panneau, E : Milieu semi-infini.

Ensuite, il faut définir les surfaces de couplage :  $S_{AB}$  est la surface de couplage entre les systèmes A et B,  $S_{BC}$  est la surface de couplage entre les systèmes B et C,  $S_{CD}$  : est la surface de couplage entre les systèmes C et D,  $S_{DE}$  est la surface de couplage entre les systèmes D et E.

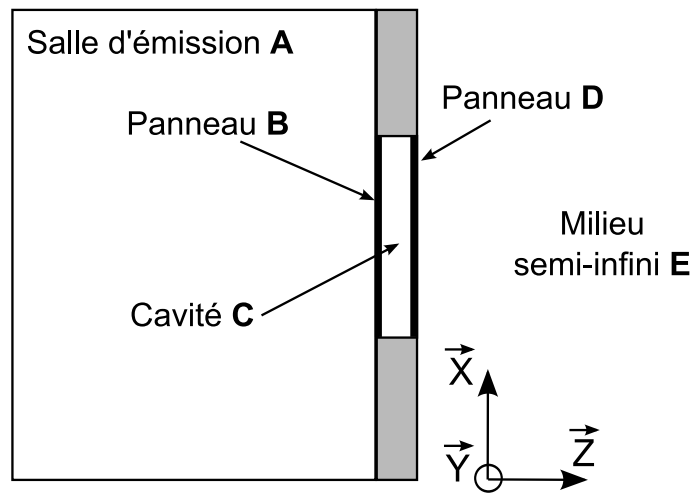


FIG. 2.2 – Description de la double paroi étudiée

Les équations gouvernant les vitesses des plaques, de la salle d'émission, de la cavité et du milieu semi-infini s'écrivent :

– Pour la surface de couplage de la salle d'émission :

$$\langle V_A \rangle_i = \langle \tilde{V}_A \rangle_i + \sum_{j=1}^{N_{AB}} \langle \langle Y_A \rangle_i \rangle_j \cdot \langle F_{(B \rightarrow A)} \rangle_j \quad . \quad (2.15)$$

– Pour la première plaque :

$$\langle V_B \rangle_i = \langle \tilde{V}_B \rangle_i + \sum_{j=1}^{N_{AB}} \langle \langle Y_B \rangle_i \rangle_j \cdot \langle F_{(A \rightarrow B)} \rangle_j + \sum_{j=1}^{N_{BC}} \langle \langle Y_B \rangle_i \rangle_j \cdot \langle F_{(C \rightarrow B)} \rangle_j \quad . \quad (2.16)$$

– Pour les surfaces de couplage de la cavité intermédiaire :

$$\forall i \in S_{BC} : \langle V_{C1} \rangle_i = \langle \tilde{V}_{C1} \rangle_i + \sum_{j=1}^{N_{BC}} \langle \langle Y_{C1} \rangle_i \rangle_j \cdot \langle F_{(B \rightarrow C)} \rangle_j + \sum_{k=1}^{N_{CD}} \langle \langle Y_{C1} \rangle_i \rangle_k \cdot \langle F_{(D \rightarrow C)} \rangle_k \quad , \quad (2.17)$$

$$\forall i \in S_{CD} : \langle V_{C2} \rangle_i = \langle \tilde{V}_{C2} \rangle_i + \sum_{j=1}^{N_{CD}} \langle \langle Y_{C2} \rangle_i \rangle_k \cdot \langle F_{(D \rightarrow C)} \rangle_k + \sum_{k=1}^{N_{BC}} \langle \langle Y_{C2} \rangle_i \rangle_j \cdot \langle F_{(B \rightarrow C)} \rangle_j \quad . \quad (2.18)$$

– Pour la deuxième plaque :

$$\langle V_D \rangle_i = \langle \tilde{V}_D \rangle_i + \sum_{k=1}^{N_{CD}} \langle \langle Y_D \rangle_i \rangle_k \cdot \langle F_{(C \rightarrow D)} \rangle_k + \sum_{k=1}^{N_{DE}} \langle \langle Y_D \rangle_i \rangle_k \cdot \langle F_{(E \rightarrow D)} \rangle_k \quad . \quad (2.19)$$

– Pour la surface de couplage du milieu semi-infini :

$$\langle V_E \rangle_i = \langle \tilde{V}_E \rangle_i + \sum_{k=1}^{N_{DE}} \langle \langle Y_E \rangle_i \rangle_k \cdot \langle F_{(D \rightarrow E)} \rangle_k \quad . \quad (2.20)$$

Le système d'équations (équations (2.15) à (2.20)) décrit toutes les interactions physiques prenant part à la réponse vibro-acoustique de la double paroi. Certains phénomènes peuvent toute-

fois être négligés. L'excitation acoustique de la première plaque peut par exemple être séparée en deux champs : celui provenant de la réponse de la salle en considérant la plaque bloquée, et le champ provenant de la pression rayonnée par la plaque dans le local d'émission. Le champ rayonné par les vibrations de la plaque est en général considéré comme un phénomène du deuxième ordre et de ce fait négligé. Par contre, le couplage entre la cavité intermédiaire et les deux plaques ne peut être négligé.

Les diverses simplifications évoquées nous permettent de modifier les équations (2.16) à (2.19) de la façon suivante :

– Pour la première plaque :

$$\langle V_B \rangle_i = \langle \tilde{V}_B \rangle_i + \sum_{j=1}^{N_{BC}} \langle \langle Y_B \rangle_i \rangle_j \cdot \langle F_{(C \rightarrow B)} \rangle_j \quad . \quad (2.21)$$

– Pour les surfaces de couplage de la cavité intermédiaire :

$$\forall i \in S_{BC} : \langle V_{C1} \rangle_i = \sum_{j=1}^{N_{BC}} \langle \langle Y_{C1} \rangle_i \rangle_j \cdot \langle F_{(B \rightarrow C)} \rangle_j + \sum_{k=1}^{N_{CD}} \langle \langle Y_{C1} \rangle_i \rangle_k \cdot \langle F_{(D \rightarrow C)} \rangle_k \quad , \quad (2.22)$$

$$\forall i \in S_{CD} : \langle V_{C2} \rangle_i = \sum_{k=1}^{N_{CD}} \langle \langle Y_{C2} \rangle_i \rangle_k \cdot \langle F_{(D \rightarrow C)} \rangle_k + \sum_{j=1}^{N_{BC}} \langle \langle Y_{C2} \rangle_i \rangle_j \cdot \langle F_{(B \rightarrow C)} \rangle_j \quad . \quad (2.23)$$

– Pour la deuxième plaque :

$$\langle V_D \rangle_i = \sum_{k=1}^{N_{CD}} \langle \langle Y_D \rangle_i \rangle_k \cdot \langle F_{(C \rightarrow D)} \rangle_k \quad . \quad (2.24)$$

L'excitation apparaît ici dans l'équation (2.21) comme une vitesse avant couplage  $\langle \tilde{V}_B \rangle_i$ . Celle-ci est calculée à partir des pressions de pavés bloqués ( $P_{Bloquée}$ ) appliquées sur la première plaque par le champ acoustique dans la cavité A. La vitesse de la première plaque peut alors s'écrire :

$$\langle \tilde{V}_B \rangle_i = \sum_j \langle \langle Y_B \rangle_i \rangle_j \cdot \langle P_{(Bloquée)} \rangle_j \cdot S_j \quad . \quad (2.25)$$


---

Les pressions de pavés bloqués sont calculés en intégrant la pression générée par une source dans la salle d'émission sur la plaque A en la supposant rigide (d'où le terme bloqué). Les dimensions de la salle, la position de la source, et la position de la fenêtre dans la salle sont ainsi pris en compte dans le calcul de la vitesse de la plaque A. Pour une cavité rectangulaire, les modes sont bien connu, et le calcul de la réponse de la salle est direct. Pour une salle de taille importante, les calculs sont bien entendus plus coûteux en temps. Cependant, il est important de noter que les pressions de pavés bloqués ne sont dépendantes que des caractéristiques de l'excitation et qu'il n'est pas nécessaire de les recalculer lorsque l'on désire étudier une autre paroi.

Enfin, les conditions de continuité sur les surfaces de couplages  $S_{BC}$  et  $S_{CD}$  s'écrivent :  $\forall i \in S_{BC} : \langle V_B \rangle_i = \langle V_C \rangle_i$ , et  $\forall i \in S_{CD} : \langle V_C \rangle_i = \langle V_D \rangle_i$ .

Ceci nous conduit au système suivant :

$$\begin{Bmatrix} \langle \tilde{V}_1 \rangle_i \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \langle Y_{C1} \rangle_i \rangle_j + \langle \langle Y_B \rangle_i \rangle_j & \langle \langle Y_{C1} \rangle_i \rangle_k \\ \langle \langle Y_{C2} \rangle_i \rangle_j & \langle \langle Y_{C2} \rangle_i \rangle_k + \langle \langle Y_D \rangle_i \rangle_k \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \langle F_{(B \rightarrow C)} \rangle_j \\ \langle F_{(D \rightarrow C)} \rangle_k \end{Bmatrix} . \quad (2.26)$$

La résolution de ce système (2.26) permet d'obtenir les efforts de couplage  $\langle F_{(B \rightarrow C)} \rangle_j$  et  $\langle F_{(D \rightarrow C)} \rangle_k$  et d'en déduire les vitesses de pavé après couplage en utilisant les équations (2.21), (2.22), (2.23), et (2.24).

---

## 2.3 Mobilités de pavés de plaque

Dans cette section, les mobilités de pavés de plaque sont calculées à partir de l'équation de mouvement des plaques en flexion de la théorie de Love-Kirchhoff (vibration de flexion des plaques minces) :

$$-\omega^2 \rho h U(x, y) + D^* \nabla^4(U(x, y)) = P(x, y) . \quad (2.27)$$

$D^*$  est la rigidité de flexion telle que  $D^* = \frac{E^* h^3}{12(1-\nu^2)}$ , avec  $E^* = E(1 + j\eta_s)$  le module d'Young complexe prenant en compte l'amortissement structural, et  $\eta_s$  is le facteur de perte.

Le terme d'excitation est défini sur le pavé  $j$  de la façon suivante :

$$P(x, y) = \begin{cases} \frac{\langle F \rangle_j}{S_j} & \text{si } (x, y) \in S_j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La décomposition modale du déplacement transverse avec des conditions limites appuyées sur les quatre bords s'écrit :

$$U(x_M, y_M) = \sum_{pq} a_{pq} \Phi_{pq}(x_M, y_M) . \quad (2.28)$$

Les déformées propres sont données ainsi :

$$\Phi_{pq}(x, y) = \sin\left(\frac{p\pi}{L_x}x\right) \sin\left(\frac{q\pi}{L_y}y\right) . \quad (2.29)$$

En introduisant l'équation (2.28) dans l'équation (2.27), et en utilisant l'orthogonalité des modes, nous arrivons directement à l'expression de l'amplitude modale :

$$a_{pq} = \frac{\langle F \rangle_j \left[ \int_j \Phi_{pq}(x, y) dS \right]}{S_j (K_{pq}^* - \omega^2 M_{pq})} . \quad (2.30)$$

avec  $K_{pq}^* = \int_S D^* \Phi_{pq} \nabla^4(\Phi_{pq}) dS = D^* \left[ \left(\frac{p\pi}{L_x}\right)^4 + \left(\frac{p\pi}{L_x}\right)^2 \cdot \left(\frac{q\pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{q\pi}{L_y}\right)^4 \right] \frac{L_x}{2} \frac{L_y}{2}$ ,

$M_{pq} = \int_S \rho h \Phi_{pq}^2 dS = \rho h \frac{L_x \cdot L_y}{4}$ ,

et  $\omega_{pq}^* = \sqrt{\frac{K_{pq}^*}{M_{pq}}}$ .

La mobilité de pavé définie par l'équation 2.10 peut alors s'obtenir :

$$\langle \langle YP \rangle_i \rangle_j = \frac{j\omega}{S_i S_j} \sum_{pq} \frac{[\int_i \Phi_{pq}(x, y) dS] \cdot [\int_j \Phi_{pq}(x, y) dS]}{M_{pq}[\omega_{pq}^{*2} - \omega^2]} \quad (2.31)$$

La figure (2.3) présente la mobilité d'entrée et la mobilité de transfert en fonction de la fréquence. Comme attendu, l'amplitude de la mobilité de transfert (trait fort) est plus faible que l'amplitude de la mobilité d'entrée (trait fin). Nous pouvons aussi remarquer que lorsque la fréquence augmente, la mobilité est plus régulière du fait du recouvrement modal. Cette tendance est cependant plus marquée pour la mobilité d'entrée que pour la mobilité de transfert. Enfin, la phase de la mobilité d'entrée est lissée en haute fréquence, contrairement à la mobilité de transfert qui varie en fonction du rapport entre la longueur de l'onde de flexion, et de la distance entre les pavés.

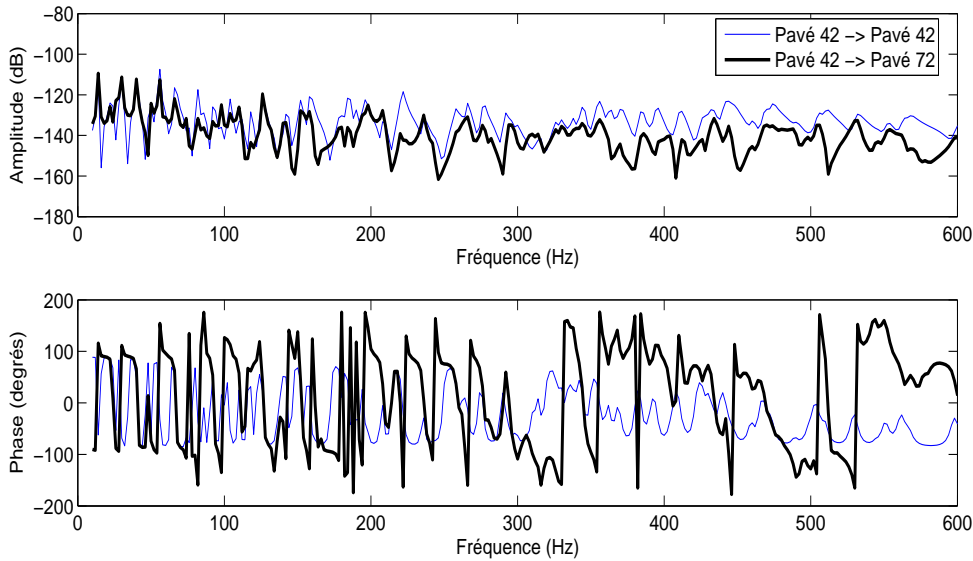


FIG. 2.3 – Mobilité de structure de pavés - Plaque en aluminium :  $L_x=1.5m$ ,  $L_y=0.96m$ ,  $L_z=0.002m$  - Taille des pavés :  $\Delta x=7.9cm$ ,  $\Delta y=7.4cm$  - Pavé 42 :  $X=[0.24m;0.32m]$ ,  $Y=[0.15m;0.22m]$  - Pavé 72 :  $X=[1.11m;1.18m]$ ,  $Y=[0.22m;0.30m]$



## 2.4 Mobilité acoustique de pavés de la cavité

Dans cette section, les mobilités acoustiques de pavés sont déterminées à partir de formulations analytiques.

### 2.4.1 Description du problème

Considérons le problème défini par l'équation 2.32. Des conditions de Neumann sont définies sur la surface latérale de la cavité  $\partial\Omega_-$  telle que  $x = 0$ ,  $x = L_x$ ,  $y = 0$ , et  $y = L_y$ . Des conditions de Dirichlet sont définies sur la surface  $\partial\Omega_+$  en  $z = 0$  et  $z = L_z$ . Une pression uniforme est définie sur le pavé  $j$  tel que  $z = z_j$ .

Le but est donc de calculer la vitesse normale moyenne sur le pavé  $i$  engendrée par l'excitation uniforme en pression sur le pavé  $j$ .

$$\begin{cases} \Delta P(M) + k^2 P(M) = 0 & \forall M \in \Omega \\ P(Q) = P_j & \forall Q \in S_j \\ \frac{\partial P(Q)}{\partial n} = 0 & \forall Q \in \partial\Omega_- \\ P(Q) = 0 & \forall Q \in \partial\Omega_+ \end{cases} \quad (2.32)$$

La résolution du problème passe par une décomposition modale de la pression sur les modes de cavité, et l'amortissement acoustique est pris en compte en introduisant une partie imaginaire dans le nombre d'onde :  $k^* = \frac{\omega}{c^*} = \frac{\omega}{c\sqrt{(1+j\eta_a)}}$ .

### 2.4.2 Décomposition semi-modale de la pression

La pression peut s'écrire sous forme d'une série modale en faisant apparaître des déformées propres en cosinus selon  $x$  et  $y$ , et une fonction de propagation selon  $z$  :

$$P(x, y, z) = \sum_{pq} \psi_{pq}(x, y) \cdot g(z)$$

avec  $\psi_{pq}(x, y) = \cos\left(\frac{p\pi}{L_x}x\right) \cos\left(\frac{q\pi}{L_y}y\right)$ .

En utilisant cette série modale dans l'équation d'Helmholtz 2.32, puis en multipliant par la déformée propre  $\psi_{pq}(x, y)$  et en intégrant sur la surface, nous obtenons :

$$\int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \left( \Delta \left( \sum_{pq} \psi_{pq}(x, y) \cdot g(z) \right) + k^2 \left( \sum_{pq} \psi_{pq}(x, y) \cdot g(z) \right) \right) \psi_{pq}(x, y) \cdot dx dy = 0 .$$

La propriété d'orthogonalité des modes permet de simplifier cette expression :

$$N_{pq} \left[ \left( \frac{d^2 g(z)}{dz^2} + (k^2 - k_{pq}^2) g(z) \right) \right] = 0 ,$$

avec  $N_{pq} = \int_0^{L_y} \int_0^{L_x} \psi_{pq}(x, y) dx dy$ , et  $k_{pq}^2 = \left(\frac{p\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{q\pi}{L_y}\right)^2$ .

Pour vérifier cette équation, la fonction de propagation  $g(z)$  s'écrit sous la forme suivante :

$$g_{pq}(z) = A_{pq} e^{-jk_z z} + B_{pq} e^{jk_z z} ,$$

avec  $k_z^2 = k^2 - k_{pq}^2 = k^2 - \left(\frac{p\pi}{L_x}\right)^2 - \left(\frac{q\pi}{L_y}\right)^2$ .

En supposant le cas d'une excitation en pression localisée en  $(x_j, y_j, z_j = 0)$ , les conditions limites s'écrivent ainsi :

$$P(x, y, 0) = \sum_{pq} \psi_{pq}(x, y) \cdot g_{pq}(0) = P_j \delta(x_j, y_j) \quad ,$$

et

$$P(x, y, L_z) = \sum_{pq} \psi_{pq}(x, y) \cdot g_{pq}(L_z) = 0 \quad .$$

Ces deux équations nous permettent alors de déterminer les coefficients  $A_{pq}$  et  $B_{pq}$  :

$$\begin{cases} A_{pq} = -\frac{\psi_{pq}(x_j, y_j) e^{2jk_z L_z}}{N_{pq}(1 - e^{2jk_z L_z})} \\ B_{pq} = \frac{\psi_{pq}(x_j, y_j)}{N_{pq}(1 - e^{2jk_z L_z})} \end{cases} .$$

La pression en n'importe quel point de la cavité engendrée par une excitation ponctuelle en pression est maintenant déterminée. En utilisant l'équation d'Euler, il est donc possible de calculer la vitesse particulière :

$$-j\omega\rho V_n(x, y, z) = \frac{\partial P(x, y, z)}{\partial n} = \sum_{pq} \psi_{pq}(x, y) \cdot \frac{dg(z)}{dz} .$$

Pour avoir la vitesse moyenne sur le pavé i, il suffit d'effectuer la moyenne de la déformée propre sur la surface de ce pavé :

$$\langle V_n \rangle_i = \frac{j}{\omega\rho} \sum_{pq} \langle \psi_{pq} \rangle_i \cdot [-jk_z A_{pq} e^{-jk_z z_i} + jk_z B_{pq} e^{jk_z z_i}] .$$

Par ailleurs pour prendre en compte une excitation uniforme en pression sur le pavé j, il suffit d'effectuer la moyenne de la déformée propre sur la surface de ce pavé j dans l'expression des coefficients  $A_{pq}$  et  $B_{pq}$  :

$$\begin{cases} A_{pq} = -\frac{\langle P \rangle_j \langle \psi_{pq} \rangle_j e^{2jk_z L_z}}{N_{pq}(1 - e^{2jk_z L_z})} \\ B_{pq} = \frac{\langle P \rangle_j \langle \psi_{pq} \rangle_j}{N_{pq}(1 - e^{2jk_z L_z})} \end{cases} .$$


---

L'expression de la mobilité s'écrit donc :

$$\langle\langle Y \rangle\rangle_{ij} = \frac{j}{\omega\rho} \sum_{pq} \langle\psi_{pq}\rangle_i \cdot [-jk_z A_{pq} e^{-jk_z z_i} + jk_z B_{pq} e^{jk_z z_i}] .$$

Pour le calcul dans le cas où l'excitation est en  $z = L_z$ , le problème étant antisymétrique, il n'est pas nécessaire de recalculer les mobilités d'entrée et de transfert.

La figure 2.4 illustre la variation de deux mobilités acoustiques de pavé en fonction de la fréquence. Les résultats présentés peuvent paraître surprenants car ils ne présentent pas de caractère modal. Cependant, le premier mode de cavité avec le problème de Dirichlet selon  $z$  est à une fréquence très élevée de l'ordre de 17000Hz. Ceci explique pourquoi aucune résonance n'apparaît dans la bande de fréquence étudiée.

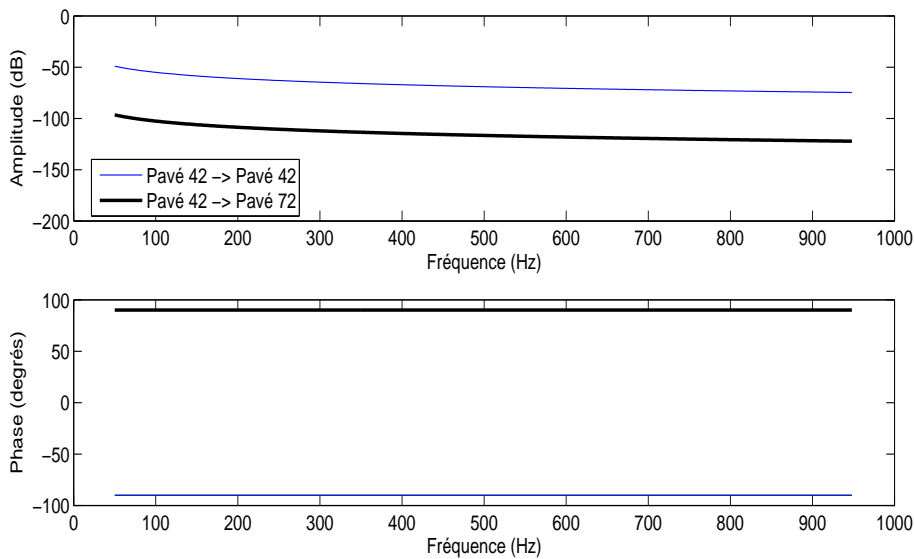


FIG. 2.4 – Mobilité acoustique de pavés - Cavité :  $L_x=1.5m$ ,  $L_y=0.96m$ ,  $L_z=0.01m$  - Taille des pavés :  $\Delta x=7.9cm$ ,  $\Delta y=7.4cm$  - Pavé 42 :  $X=[0.24m ; 0.32m]$ ,  $Y=[0.15m ; 0.22m]$  - Patch 72 :  $X=[1.11m ; 1.18m]$ ,  $Z=[0.22m ; 0.30m]$

## 2.5 Milieu semi-infini

Cette section décrit la méthode utilisée pour calculer la puissance rayonnée dans le milieu semi-infini.

### 2.5.1 Pression rayonnée

L'impédance de rayonnement est définie comme étant le rapport entre la pression rayonnée moyenne sur le pavé  $i$  et la vitesse moyenne sur le pavé  $j$  :  $\langle\langle Z \rangle\rangle_{i,j} = \frac{\langle P_{ray} \rangle_i}{\langle V \rangle_j}$ . Cette expression nous permet ensuite de calculer directement les pressions rayonnées sur les pavés à partir des vitesses de pavés (cf. figure 2.5).

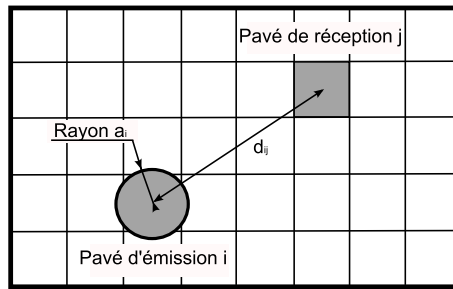


FIG. 2.5 – Calcul du rayonnement de la paroi B

Les calculs de l'impédance de rayonnement sont basés sur l'intégrale de Rayleigh, et sont détaillés en annexe A. Un cas particulier est défini lorsque le pavé émetteur et le pavé récepteur sont identiques (c.-à-d.  $i = j$ ). Dans ce cas l'impédance de rayonnement est donnée par l'équation 2.33 où ' $a_i$ ' est le rayon d'un pavé circulaire de surface  $S_i$ . Dans le cas où les deux pavés sont différents (c.-à-d.  $i \neq j$ ), l'équation 2.34 est alors utilisée pour calculer l'impédance de rayonnement, avec  $d_{ij}$  la distance entre les centres des pavés.

$$\langle\langle Z \rangle\rangle_{i,i} = \frac{\langle P_{ray} \rangle_i}{\langle V \rangle_i} = \rho_0 c [1 - \exp^{-jka}] \quad (2.33)$$

$$\langle\langle Z \rangle\rangle_{i,j} = \frac{\langle P_{ray} \rangle_i}{\langle V \rangle_j} = \frac{1}{2\pi} \rho_0 j \omega \frac{\exp^{-jk d_{ij}}}{d_{ij}} S_j \quad (2.34)$$

Les mobilités surfaciques de rayonnement sont obtenues par inversion de la matrice d'impé-

dance calculée à partir des équations précédentes A.4 et A.5. La figure 2.6 illustre le comportement des mobilités de rayonnement. L'amplitude de la mobilité de rayonnement décroît avec la fréquence ainsi qu'avec la distance entre les pavés. De plus, la phase varie en fonction du rapport entre la distance  $d_{ij}$  et la longueur d'onde acoustique. Enfin, l'amplitude de la mobilité d'entrée est beaucoup plus importante que l'amplitude de la mobilité de transfert, et sa phase varie peu avec la fréquence.

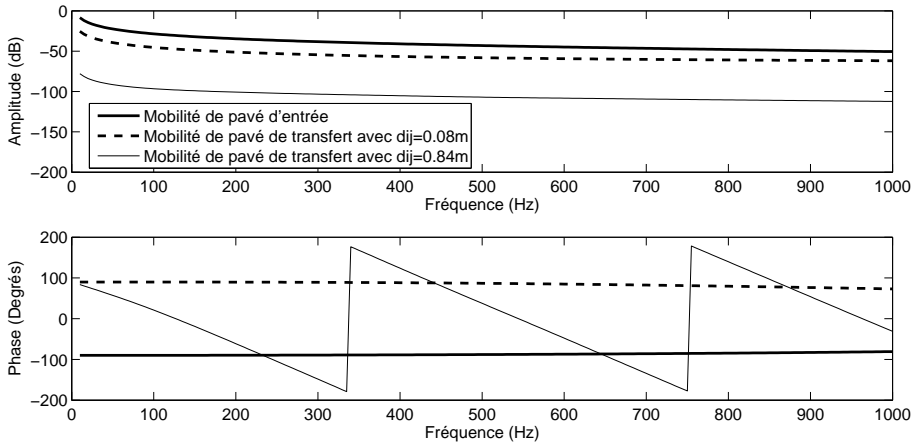


FIG. 2.6 – Mobilité de rayonnement de pavé - Paroi :  $L_x=0.96m$ ,  $L_z=1.5m$  - Taille des pavés :  $\Delta x=7.9cm$  ,  $\Delta z=7.4cm$

### 2.5.2 Puissance rayonnée

La puissance rayonnée est calculée à partir des vitesses de pavé et de la pression rayonnée sur les pavés, et s'obtient en multipliant l'intensité par la surface de la plaque. L'intensité rayonnée peut s'écrire en utilisant les mobilités de pavé de rayonnement de la façon suivante :

$$I_{rad} = \frac{1}{2} \sum_i Re\{\langle V \rangle_i^* \cdot \langle P_{rad} \rangle_i\} = \frac{1}{2} ([Y_{rad}]^{-1} \cdot \{V\})' \cdot \{V\}^* \quad (2.35)$$

## 2.6 Modélisation de la salle d'excitation

Cette section décrit un moyen simple de modéliser la salle d'excitation telle qu'elle est schématisée sur la figure 2.7 en utilisant son comportement modal. Deux quantités sont présentées : la pression quadratique moyenne qui est utilisée pour le calcul de l'intensité incidente, et les pressions de pavés bloqués qui sont utilisées pour le calcul des vitesses de pavés avant couplage dans l'équation 2.25. Pour calculer ces quantités, la paroi flexible est préalablement remplacée par un mur rigide.

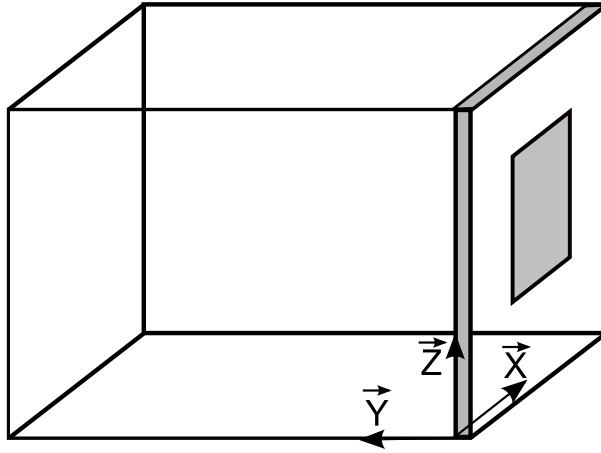


FIG. 2.7 – Schéma de la salle d'émission

La décomposition modale standard de la réponse de la salle s'écrit :

$$P(x, y, z) = \sum_{p,q,r} A_{pqr} \psi_{pqr}(x, y, z) . \quad (2.36)$$

L'amplitude et la norme modale sont respectivement données par  $A_{pqr} = \frac{\int_{\Omega} \psi_{pqr}(x,y,z) S(x,y,z) d\Omega}{(k^{*2} - k_{pqr}^2) \cdot N_{pqr}}$  et  $N_{pqr} = \int_{\Omega} \psi_{pqr}^2(x, y, z) d\Omega$ . Une source ponctuelle est utilisée :  $S(x, y, z) = S_0 \cdot \delta(x - x_0) \cdot \delta(y - y_0) \cdot \delta(z - z_0)$ . Enfin, le nombre d'onde  $k^*$  permet de prendre en compte l'amortissement dans le fluide grâce à une vitesse de propagation du son complexe :  $k^* = \frac{\omega}{c^*} = \frac{\omega}{c \sqrt{1 + j\eta_r}}$ , avec  $\eta_r = \frac{2.2}{f \cdot T_r}$  et  $T_r$  le temps de réverbération.

La salle d'excitation étant supposée parallélépipédique avec des murs rigides, les déformées propres sont de la forme suivante :

$$\psi_{pqr}(x, y, z) = \cos\left(\frac{p\pi}{lx}x\right) \cos\left(\frac{q\pi}{ly}y\right) \cos\left(\frac{r\pi}{lz}z\right) .$$

### 2.6.1 Moyenne spatiale de la pression quadratique moyenne

Le calcul de la moyenne spatiale de la pression quadratique moyenne utilisée pour la prédiction de la transparence acoustique est direct :

$$P_r^2 = \langle \langle P(x, y, z, t)^2 \rangle_T \rangle_{V_r} = \frac{1}{2} \frac{\sum_{pqr} \int_{V_r} (|A_{pqr}^2| \cos^2(\frac{p\pi x}{l_x}) \cos^2(\frac{q\pi y}{l_y}) \cos^2(\frac{r\pi z}{l_z})) dV}{V_r} . \quad (2.37)$$

avec  $V_r$  le volume de la salle, et  $l_x, l_y, l_z$  ses dimensions.

La figure 2.8 montre l'évolution de la pression quadratique moyenne donnée par l'équation 2.37 en fonction de la fréquence. En basse fréquence, malgré le volume important de la salle ( $400m^3$ ), le comportement modal est prédominant. Les modes (2,1,1) à 55Hz, (1,2,1) à 59Hz, et (2,2,1) à 65Hz sont clairement identifiables. En haute fréquence où le recouvrement modal est beaucoup plus important, les variations en fréquence de la pression quadratique moyenne sont lissées. La fréquence de coupure déterminée par la théorie de Sabine est ici égale à 187Hz, et correspond grossièrement à la limite entre le comportement modal et le champ diffus.

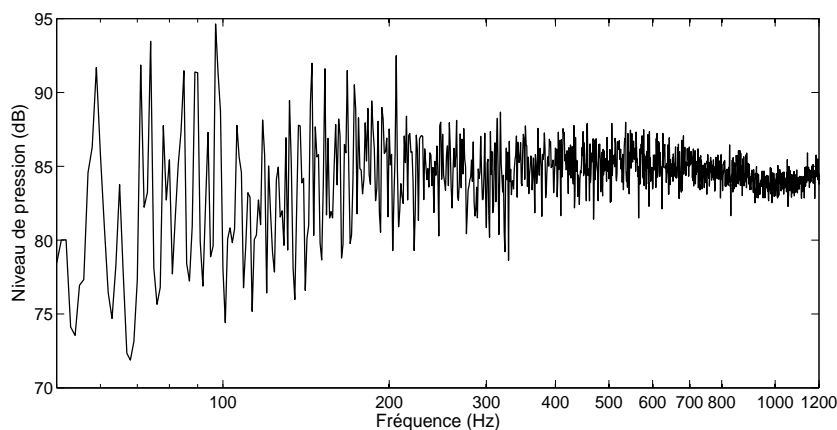


FIG. 2.8 – Niveau de la pression quadratique moyenne dans la salle d'émission - Salle d'émission :  $l_x=11.5m, l_y=8.69m, l_z=4.03m$  - Position de la source :  $X_s=2m, Y_s=4m, Z_s=1m$  , amplitude :  $S_0 = 2$  - Fréquence de coupure : 187Hz



### 2.6.2 Pression sur les pavés bloqués

La décomposition modale 2.36 de la réponse de la salle donne la distribution de la pression dans la salle. Cette expression permet de calculer les pressions de pavés bloqués en intégrant la pression sur la surface des pavés situés sur un mur rigide :

$$\langle P \rangle_i = \int_{S_i} \left( \sum_{p,q,r} A_{pqr} \psi_{pqr}(x, y_0, z) \right) dx dz . \quad (2.38)$$

Ces pressions de pavés bloqués sont ensuite utilisées dans l'équation 2.25 pour calculer les vitesses de pavés avant couplage, et permettre ainsi la résolution du système d'équations 2.21 à 2.24.

Les pressions de deux pavés bloqués sont présentées sur la figure 2.9. Les deux courbes ne sont pas vraiment superposables, mais il apparaît néanmoins un niveau moyen de pression identique (85dB). Ces différences au niveau des pics et des creux viennent évidemment des déformées propres. Une autre remarque peut être faite sur cette figure concernant les fortes variations d'amplitude présentes même en hautes fréquences contrairement à ce qui a pu être observé pour la pression quadratique moyenne (figure 2.8). Ce comportement des pressions de pavés bloqués est plutôt surprenant pour une salle d'aussi grand volume, mais il faut toutefois rappeler qu'il s'agit d'une quantité quasi-locale alors que la pression quadratique est moyennée sur tout le volume de la salle. Enfin, aucune fréquence limite ne peut être déterminée entre le comportement modal et le champ diffus pour la pression de pavés bloqués comme c'est le cas avec la pression quadratique où la fréquence de coupure donnée par la théorie de Sabine avait pu être observée.

---

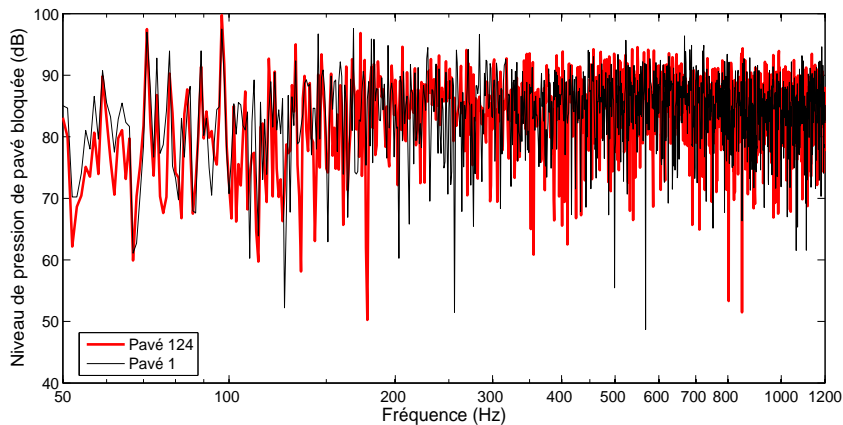


FIG. 2.9 – Niveau de pression sur deux pavés bloqués situés à  $X_{124} = 6m$ ,  $Y_{124} = 0m$ ,  $Z_{124} = 1.75m$  et  $X_1 = 5.245m$ ,  $Y_1 = 0m$ ,  $Z_1 = 1.27m$  - Salle d'émission :  $lx=11.5m$ ,  $ly=8.69m$ ,  $lz=4.03m$  - Taille des pavés :  $\Delta X = 0.08m$ ,  $\Delta Z = 0.074m$  - Position de la source :  $X_s=2m$ ,  $Y_s=4m$ ,  $Z_s=1m$ , amplitude :  $S_0 = 2$  - Fréquence de coupure : 187Hz

La distribution des pressions de pavés bloqués pour une paroi placée dans une salle réverbérante est présentée sur la figure 2.10. Nous pouvons remarquer que la longueur d'onde acoustique apparaît clairement à chaque fréquence. De plus, la diffusivité du champ acoustique apparent au niveau de la paroi n'est pas évidente, même à 700Hz ou 1000Hz. Ainsi, un changement de position de la paroi dans la salle réverbérante pourra conduire à des indices d'affaiblissement sensiblement différents, et ce surtout en basses fréquences.

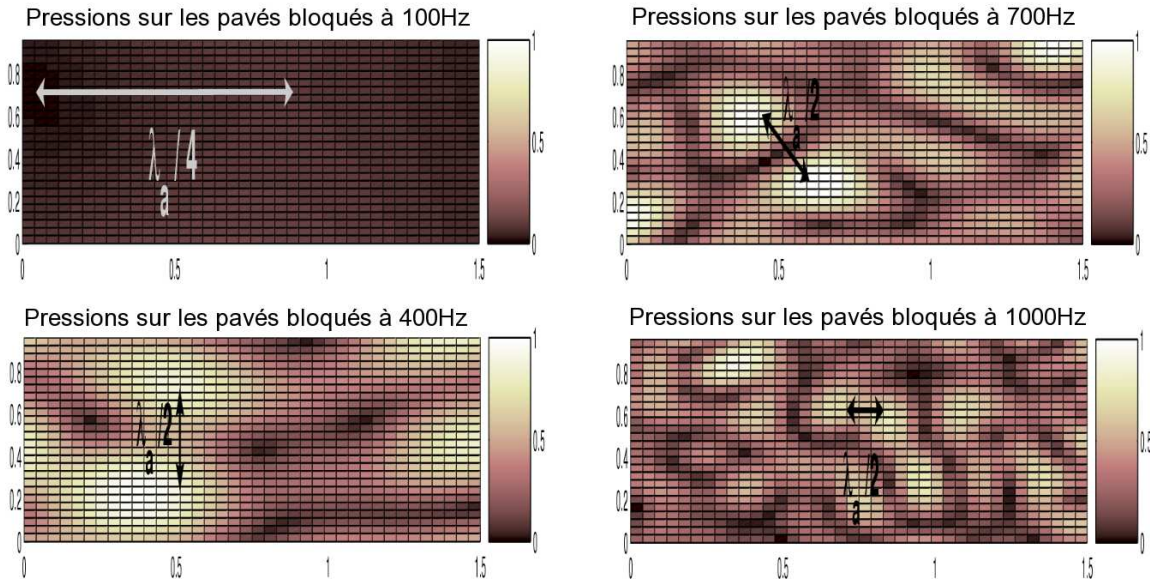


FIG. 2.10 – Pressions sur les pavés bloqués d’une paroi ( $L_x=0.96\text{m}$ ,  $L_z=1.5\text{m}$ ) centrée en  $X=6\text{m}$ ,  $Y=0\text{m}$ ,  $Z=1.75\text{m}$  - Salle d’émission :  $L_x=11.5\text{m}$ ,  $L_y=8.69\text{m}$ ,  $L_z=4.03\text{m}$  - Taille des pavés :  $\Delta X = 0.04\text{m}$ ,  $\Delta Z = 0.037\text{m}$  - Position de la source :  $X_s=2\text{m}$ ,  $Y_s=4\text{m}$ ,  $Z_s=1\text{m}$ , amplitude :  $S_0 = 2$  - Fréquence de coupure :  $187\text{Hz}$

## 2.7 Transmission acoustique au travers des doubles parois

Cette section présente le calcul de la transparence acoustique de la double paroi.

### 2.7.1 Calcul de la transparence acoustique

La transparence acoustique  $\tau_r$  est définie comme le rapport de la puissance transmise  $\Pi_t$  sur la puissance incidente  $\Pi_i$  :

$$\tau_r = \frac{\Pi_t}{\Pi_i} . \tag{2.39}$$

La puissance transmise peut être calculée grâce à la méthode des mobilités avec l’équation 2.35. La puissance incidente est quant à elle déduite de la pression quadratique moyenne dans la salle d’émission en utilisant le résultat classique de la méthode de Sabine :  $\Pi_i = S \cdot \frac{P_r^2}{4\rho_0 c}$ . Bien entendu, l’hypothèse de la théorie de Sabine n’est pas en général vérifiée pour les salles rectangulaires standards spécialement en basses fréquences, mais elle est néanmoins utilisée par souci de simplicité.

Ce calcul de la transparence acoustique à l'aide des pressions de pavés bloqués évite le cumul d'ondes planes sur les angles d'incidence qui est généralement employé. Or, lorsque l'on recherche une certaine précision, un nombre important d'ondes planes doit être pris en compte, et la méthode du cumul d'ondes conduit à un temps de calcul beaucoup plus important que celui nécessaire avec les pressions de pavés bloqués. La méthode développée ici présente donc un avantage non négligeable face à la méthode standard.

### 2.7.2 Critère de convergence

Le critère habituellement employé en éléments finis est donné par :  $\Delta L < \frac{\lambda_{min}}{6}$ , et parfois un critère  $\frac{\lambda_{min}}{4}$  est utilisé pour limiter le temps de calcul. Si nous prenons le même critère pour la méthode des mobilités de pavés, la dimension maximale d'un pavé pour pouvoir effectuer une étude jusqu'à 1000Hz est de 5.7cm pour le milieu fluide (8.5cm avec  $\frac{\lambda_{min}}{4}$ ). Pour la structure, il faut prendre en compte la longueur d'onde de flexion :  $\lambda = \frac{c_{flex}}{f} = \frac{1}{f} \sqrt{\omega}^4 \sqrt{\frac{Eh^2}{\rho * 12(1-\nu^2)}}$ .

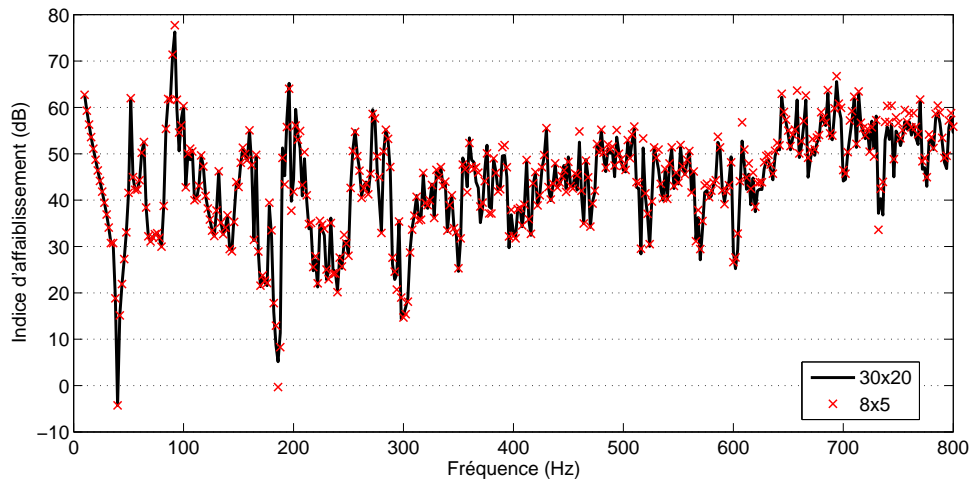
Quatre maillages ont été testés afin de pouvoir déterminer quel critère devait être respecté sur la dimension maximale des pavés pour pouvoir converger correctement. Le tableau 2.7.2 donne les limites fréquentielles pour chaque maillage avec différents critères acoustiques ou de structure. La figure 2.11(a) présente l'indice d'affaiblissement en bandes fines pour deux maillages différents. L'étude en tiers d'octave est quant à elle présentée figure 2.11(b) pour les quatre maillages.

Critère	$\lambda_a/6$	$\lambda_a/4$	$\lambda_a/2$	$\lambda_s/6$	$\lambda_s/4$	$\lambda_s/2$
Maillage 30x20	2833Hz	4250Hz	8500Hz	1026Hz	2309Hz	9237Hz
Maillage 21x16	1983Hz	2975Hz	5950Hz	503Hz	1132Hz	4526Hz
Maillage 15x10	1416Hz	2125Hz	4250Hz	256Hz	577Hz	2309Hz
Maillage 8x5	708Hz	1062Hz	2125Hz	64Hz	144Hz	577Hz

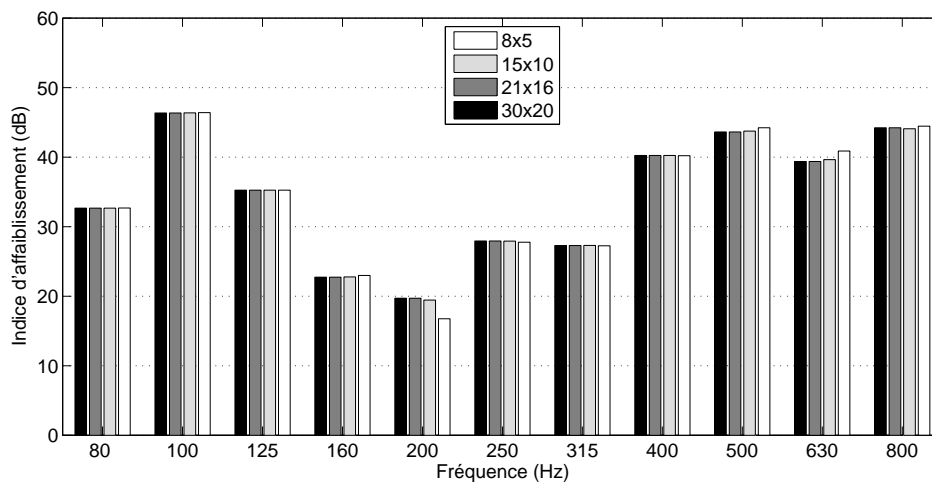
TAB. 2.1 – Fréquence maximale en fonction du critère de maillage choisi

Les maillages 30x20, 21x16 et 15x10 donnent des résultats similaires sur la bande de fréquence étudiée : les 3 courbes sont superposées et ne peuvent être distinguées. La courbe correspondant au maillage 8x5 commence à diverger vers 150-200Hz. Cette fréquence peut être vue comme la limite donnée par le critère  $\frac{\lambda_s}{4}$ . Les résultats obtenus avec le maillage 8x5 peuvent toutefois être considérés comme corrects jusqu'à 577Hz, limite fréquentielle qui correspond au critère

$\frac{\lambda_s}{2}$ . Ce résultat confirme le critère proposé en référence (OMCG 05) où les auteurs ont montré qu'un critère en  $\frac{\lambda}{2}$  pouvait être pris pour coupler des problèmes acoustiques linéaires avec une méthode similaire (méthode de fonction de transfert de pavés, PTF).



(a) Analyse en bandes fines



(b) Analyse en tiers d'octave

FIG. 2.11 – Influence du maillage sur le calcul de la transparence acoustique - Double paroi en acier ( $L_x=0.6m$ ,  $L_z=0.4m$ ), d'épaisseurs 2mm et 1.5mm, séparées par 1cm d'air

Dans la suite, les résultats présentés ont été obtenus en prenant un critère de maillage en  $\frac{\lambda_s}{2}$ .

### 2.7.3 Étude paramétrique

Dans cette section, nous étudions l'influence de plusieurs paramètres dans la transmission acoustique des doubles parois, et en particulier l'influence des coefficients d'amortissement. En effet, il n'est pas évident de connaître a priori avec précision leur valeur, et ils sont souvent utilisés a posteriori comme des paramètres de recalage. Il est donc important de connaître leurs effets sur la transmission acoustique. De plus, le modèle permet de prendre en compte les dimensions de la salle d'excitation, ainsi que la position de la fenêtre et de la source. Il semble donc intéressant d'étudier l'influence de ces paramètres sur la transmission acoustique, d'autant que plusieurs études ont montré qu'ils avaient un rôle important sur les mesures de transparence acoustique en basses fréquences, typiquement en dessous de 200Hz (cf. réf. (ML 73) et (KPK 94)).

#### **Amortissement dans la structure**

L'amortissement structural est difficile à évaluer de prime abord. De plus, il est important de noter que l'amortissement des plaques couplées à une cavité peut être supérieur à l'amortissement structural. Ce phénomène, qui est aussi visible sur l'amortissement de cavité, est lié à la dissipation viscothermique dans la couche limite (cf. (BVDHST 01)). Les effets de l'amortissement dans les plaques sont donc présentés figure 2.12. Son influence sur l'isolation acoustique est plus marquée en basse fréquence, mais elle est aussi présente en hautes fréquences. Ce résultat paraît assez surprenant car la transmission acoustique en dessous de la fréquence critique est liée aux modes non résonants qui ne sont pas sensibles à l'augmentation de l'amortissement (ici les fréquences critiques sont respectivement de 5971Hz et 7960Hz pour la plaque de 2mm d'épaisseur et pour la plaque de 1.5mm d'épaisseur).

---

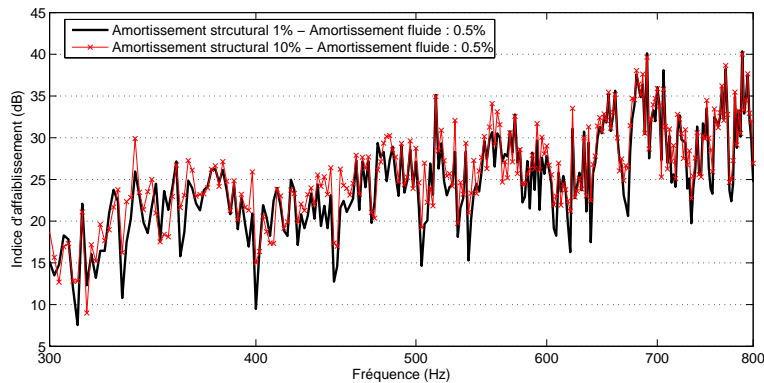


FIG. 2.12 – Influence de l'amortissement de structure sur l'indice d'affaiblissement - Double paroi en aluminium ( $L_x=0.96\text{m}$ ,  $L_z=1.5\text{m}$ ), d'épaisseur 2mm et 1.5mm, séparées par 3cm d'air - Salle d'émission :  $l_x=11.5\text{m}$ ,  $l_y=8.69\text{m}$ ,  $l_z=4.03\text{m}$  - Fréquence de coupure : 187Hz

### Amortissement dans la cavité

L'amortissement dans la cavité est généralement lié à l'amortissement du fluide. Il peut cependant y avoir des différences notables entre les deux, en particulier dans le cas d'une cavité de faibles dimensions où les phénomènes visqueux dus au cisaillement du fluide dans la couche limite sont importants ((BVDHST 01)). La figure 2.13 montre l'influence de l'amortissement dans la cavité sur la transmission acoustique des doubles parois. Les effets de l'amortissement sont plus marqués en hautes fréquences, et ont une plus grande influence sur les antipics où la transparence est importante. Dans la bande de fréquence considérée, les maximums de transparence acoustique sont dus aux résonances de la cavité, et peuvent donc être diminués en augmentant l'amortissement de la cavité comme on peut l'observer sur la figure 2.13.

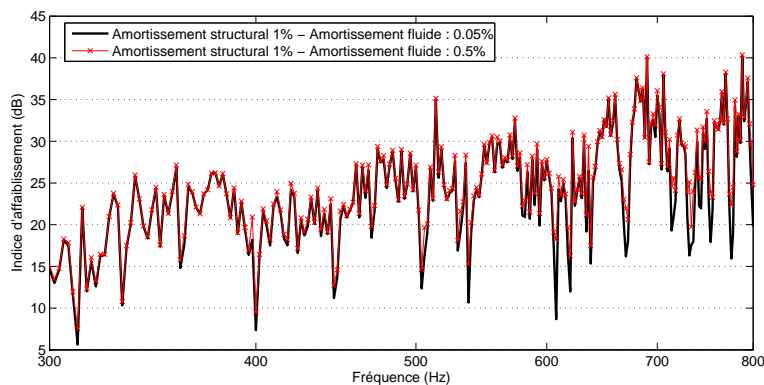


FIG. 2.13 – Influence de l'amortissement dans la cavité sur l'indice d'affaiblissement - Double paroi en aluminium ( $L_x=0.96\text{m}$ ,  $L_z=1.5\text{m}$ ), d'épaisseur 2mm et 1.5mm, séparées par 3cm d'air - Salle d'émission :  $l_x=11.5\text{m}$ ,  $l_y=8.69\text{m}$ ,  $l_z=4.03\text{m}$  - Fréquence de coupure : 187Hz

**Amortissement dans la salle d’excitation**

L’influence de l’amortissement de la salle d’excitation sur la transmission acoustique est présentée sur la figure 2.7.3. La courbe en trait fort représente l’indice d’affaiblissement obtenu avec l’amortissement calculé à partir des temps de réverbération mesurés (voir tableau 2.7.3) avec la formule suivante :  $\eta_r = \frac{2.2}{f \cdot T_r}$ . La courbe en trait fin représente l’indice d’affaiblissement obtenu en multipliant l’amortissement par 4. Les différences sont plus marquées en basses fréquences, mais peuvent aussi être remarquées à plus hautes fréquences. En effet, l’augmentation du recouvrement modal rend la distribution des pressions de pavés bloqués plus homogène, et permet d’expliquer pourquoi l’indice d’affaiblissement est lissé lorsque l’on augmente l’amortissement dans la cavité.

1/3 octave (Hz)	63	80	100	125	160	200	250	315	400	500	630	800	1000
Tr (s)	8.4	9.9	9.0	9.9	10.2	8.1	6.9	6.6	6.8	7.2	6.7	6.0	5.0

TAB. 2.2 – Temps de réverbération mesuré par tiers d’octave dans la salle réverbérante de dimensions : Lx=11.5m, Ly=8.69m, Lz=4.03m - Fréquence de coupure : 187Hz

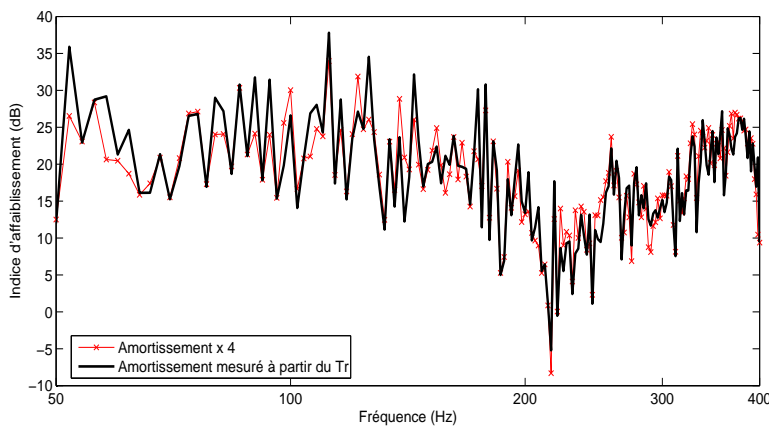


FIG. 2.14 – Influence de l’amortissement dans la salle d’excitation sur l’indice d’affaiblissement - Double paroi en aluminium (Lx=0.96m, Lz=1.5m), d’épaisseur 2mm et 1.5mm, séparées par 3cm d’air - Salle d’émission : lx=11.5m, ly=8.69m, lz=4.03m - Fréquence de coupure : 187Hz



### 2.7.4 Influence des caractéristiques de la salle d'émission sur la transmission acoustique

Plusieurs études comparatives ont montré des différences de mesures notables de la transparence acoustique entre laboratoires en basses fréquences, non seulement pour des salles de faible volume, mais aussi pour des salles de volume important (voir figure 1.6). Dans cette section, deux salles de volume identique sont étudiées. Les résultats obtenus avec la méthode des mobilités sont tracés sur la figure 2.15. Les différences obtenues sur l'indice d'affaiblissement peuvent aller jusqu'à 6dB pour la même double paroi. A 78Hz, la distribution des pressions de pavés bloqués pour les deux salles (cf. figure 2.16) permet de comprendre ces différences. Ce résultat était d'ailleurs prévisible puisque en dessous de la fréquence de coupure de la salle d'excitation (187Hz), le champ acoustique ne peut être considéré comme diffus. Néanmoins, il subsiste encore des différences à plus haute fréquence, ce qui est plus inattendu. Comme nous pouvons le voir sur la figure 2.16, bien que le champ soit plus diffus à 800Hz, les deux salles ne présentent pas la même distribution de pression sur la paroi. De plus, tant que la longueur d'onde de flexion n'est pas beaucoup plus grande que la longueur d'onde acoustique, les différences dans la distribution des pressions bloquées sur la paroi auront un effet sur la réponse de la paroi, et sur la transmission acoustique. Ainsi, même au-dessus de la fréquence critique, l'excitation de la paroi dépend des caractéristiques de la salle, de la position de la source, et de la position de la fenêtre dans laquelle est positionnée la paroi.

	$L_x$	$L_y$	$L_z$	$X_{source}$	$Y_{source}$	$Z_{source}$	$X_{pave\ central}$	$Z_{pave\ central}$
Salle 1	4.03m	5m	10m	0.8m	2m	2.5m	1.75m	5m
Salle 2	10m	5m	4.03m	2m	2m	1m	5m	1.75m

TAB. 2.3 – Caractéristiques des salles testées, de la position de la source, et de la position de la paroi

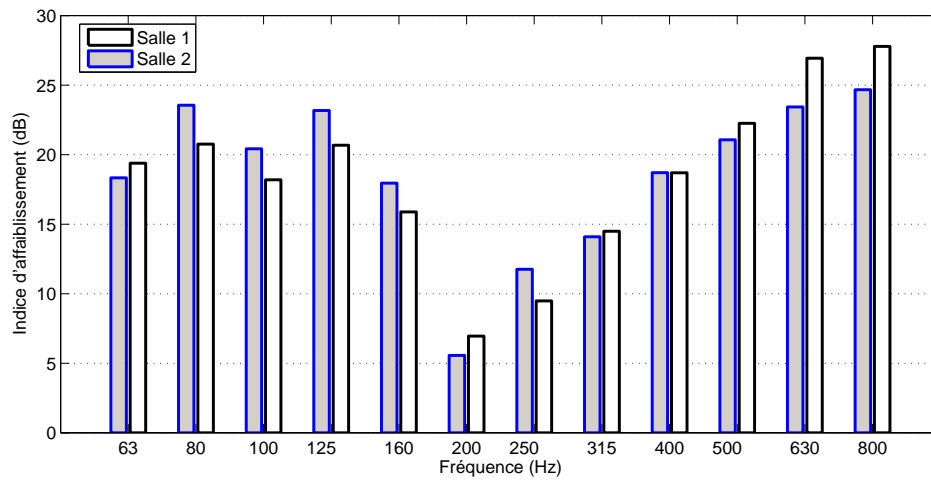


FIG. 2.15 – Comparaison de l’indice d’affaiblissement obtenu avec deux salles d’émission de même volume - Double paroi en aluminium ( $L_x=0.96m$ ,  $L_z=1.5m$ ), d’épaisseur 2mm et 1.5mm, séparées par 3cm d’air - Taille des pavés :  $\Delta X = 0.08m$ ,  $\Delta Z = 0.074m$  - Amplitude de la source :  $S_0 = 2$  - Fréquence de coupure : 187Hz

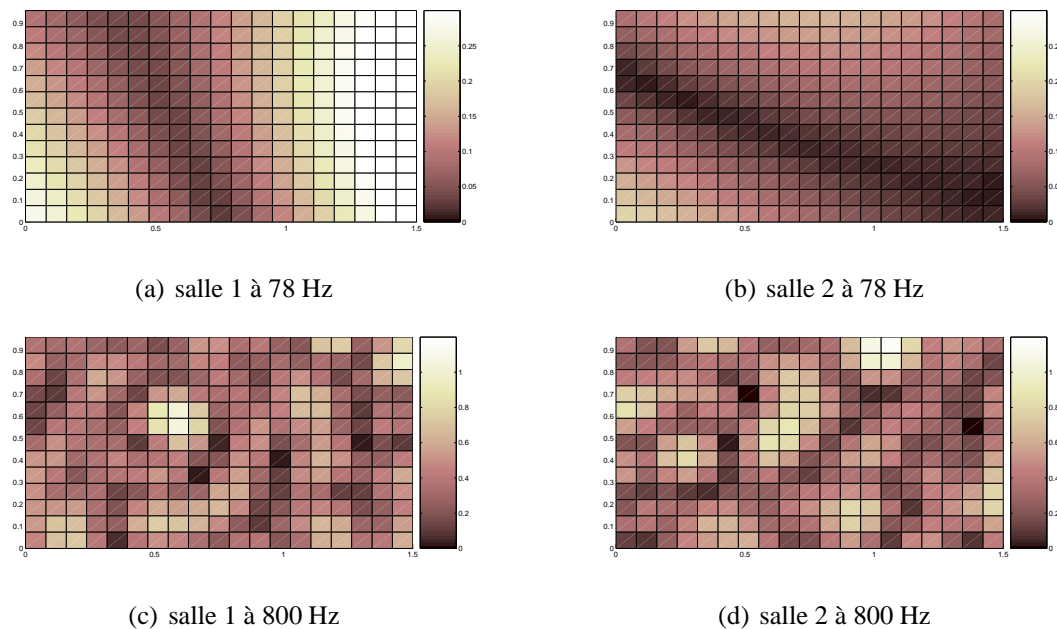


FIG. 2.16 – Distribution des pressions sur les pavés bloqués

## 2.8 Résultats expérimentaux

Le schéma 2.17 présente le montage expérimental. Les mesures de l'intensité rayonnée ont été effectuées à l'aide d'une sonde intensimétrique constituée de 2 microphones appairés en phase, séparés d'une distance de 5cm, et situés à 20cm de la paroi (cf. figure 2.18). Un robot a été utilisé afin de réaliser les mesures sur une centaine de points pour obtenir une moyenne spatiale de l'intensité. Il faut aussi souligner le fait que, bien que la mesure ne soit pas faite en chambre anéchoïque, un dispositif spécial (cf. figure 2.18) permet de s'affranchir des bruits provenant de l'extérieur ainsi que des réflexions sur les parois de la salle de réception.

La salle d'excitation est une chambre réverbérante conçue de manière à avoir un champ le plus diffus possible (cf. figure 2.18), c.-à-d. avec des murs non parallèles et des diffuseurs dans les coins. De plus, les dimensions de la salle (11.5m, 8.69m, et 4.03m) permettent d'obtenir un champ diffus à partir de 187Hz. Enfin, la mesure de la pression réverbérée est faite avec cinq microphones fixes.

L'indice d'affaiblissement de la double paroi a ainsi pu être mesuré. La double paroi testée est constituée de deux plaques en aluminium de dimensions : 1.5m x 0.96m, d'épaisseurs respectives 1.5mm et 2mm, et séparées par une lame d'air de 1cm. Les fréquences critiques des plaques sont de 7961Hz pour la plaque de 1.5 mm d'épaisseur, et de 5971Hz pour la plaque de 2 mm d'épaisseur. Enfin, la fréquence théorique de respiration de la double paroi en champ diffus est de 328Hz.

---

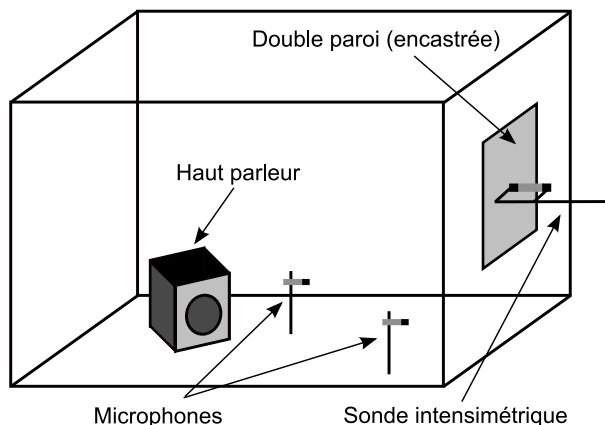


FIG. 2.17 – Schéma du dispositif expérimental

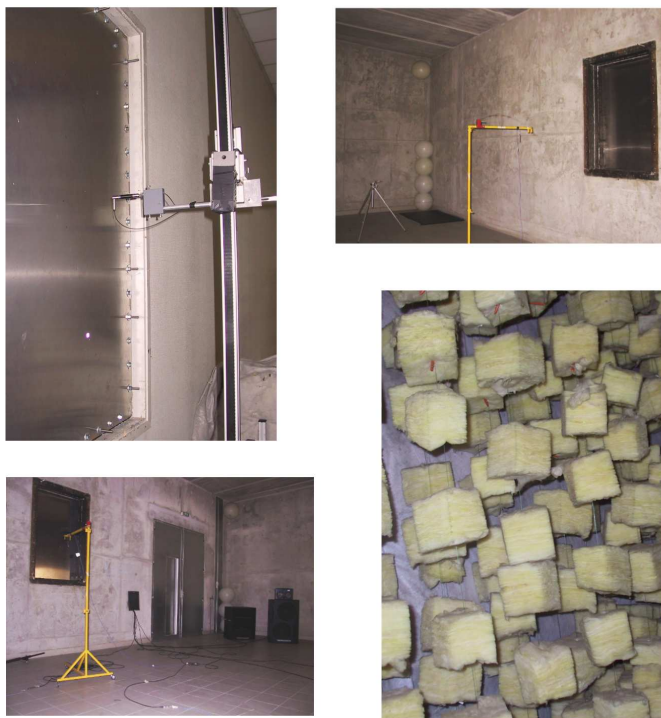
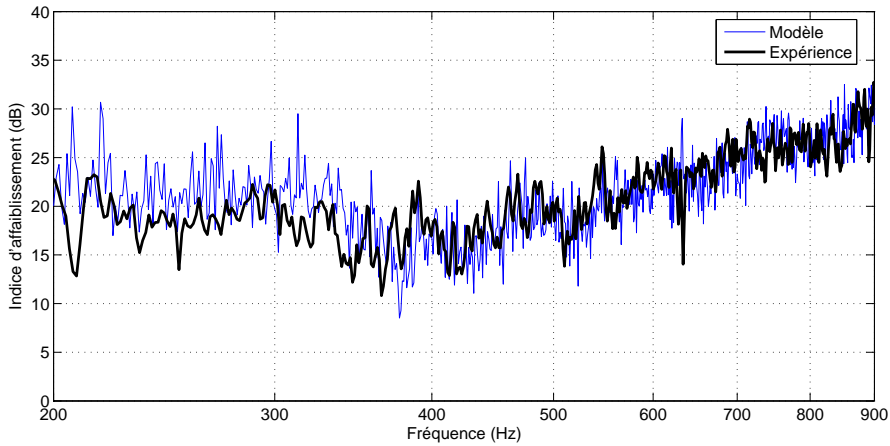
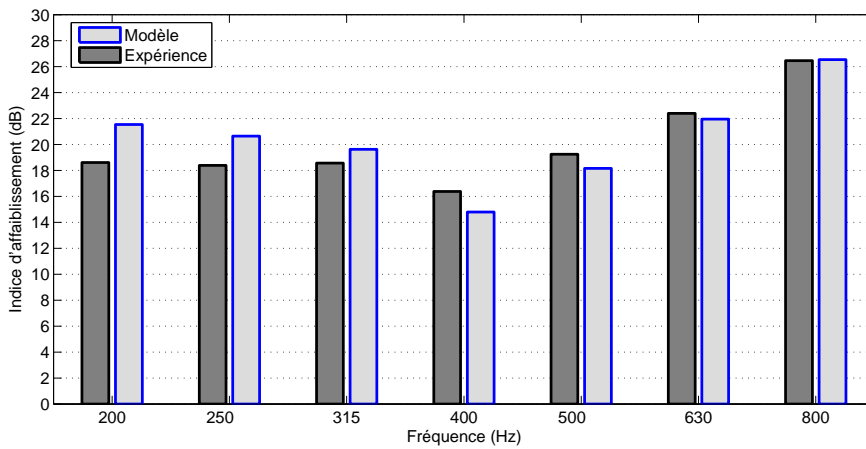


FIG. 2.18 – Photos du montage expérimental

Les figures 2.19(a) et 2.19(b) présentent la comparaison de l'indice d'affaiblissement de la double paroi obtenue par l'expérience et avec la méthode des mobilités de pavés. Le modèle donne la même tendance que les mesures, et les différences observées sur quelques tiers d'octave sont plutôt raisonnables. La méthode des mobilités peut donc être considérée comme fiable pour prédire l'indice d'affaiblissement au travers de doubles parois.



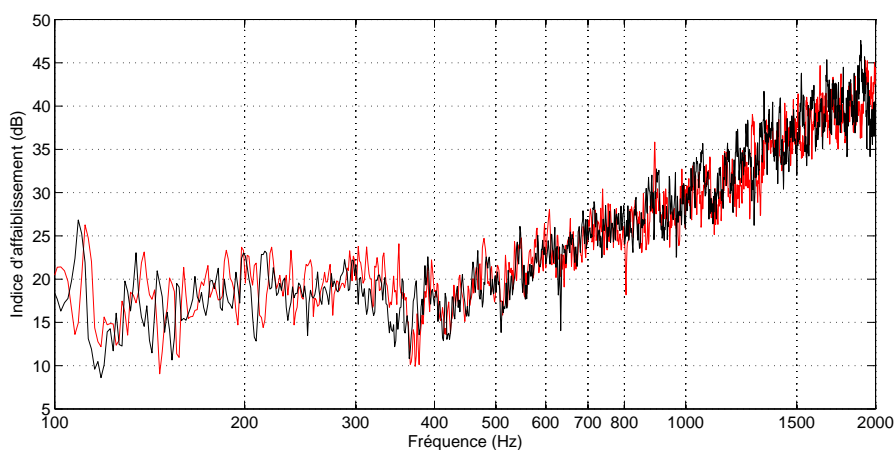
(a) Analyse en bandes fines



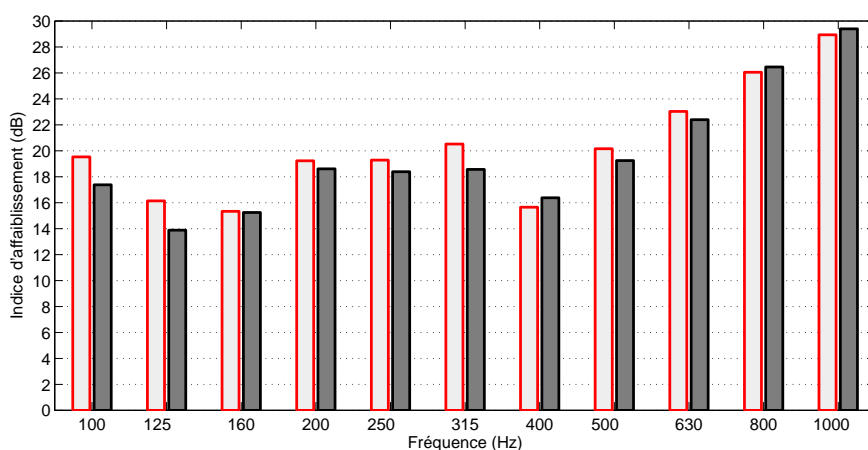
(b) Analyse en tiers d'octaves

FIG. 2.19 – Comparaison avec l'expérience en tiers d'octave - Double paroi en aluminium ( $L_x=0.96m$ ,  $L_z=1.5m$ ), d'épaisseur 2mm et 1.5mm, séparées par 1cm d'air, centrée en  $X = 6m$ ,  $Y = 0m$ ,  $Z = 1.75m$  - Salle d'émission :  $L_x=11.5m$ ,  $L_y=8.69m$ ,  $L_z=4.03m$  - Taille des pavés :  $\Delta X = 0.08m$ ,  $\Delta Z = 0.074m$  - Position de la source :  $X_s=2m$ ,  $Y_s=4m$ ,  $Z_s=1m$ , amplitude :  $S_0 = 2$  - Fréquence de coupure : 187Hz - Amortissement de structure : 0.06 - Amortissement fluide : 0.035

Afin d’avoir une ordre de grandeur de la répétabilité des mesures et de l’influence des paramètres de montage tel que le serrage des vis de maintien de la plaque, une deuxième mesure a été effectuée dans les mêmes conditions. Les résultats sont présentés sur la figure 2.20. Les écarts sont de l’ordre de 1dB, et sont plus importants en basses fréquences où ils peuvent atteindre 2dB sur certains tiers d’octave. Néanmoins, comparées à la norme ISO 140-3, ces valeurs sont plutôt faibles. Cette norme stipule que la différence entre deux résultats d’essais obtenus sur une éprouvette identique par un opérateur avec le même appareillage pendant un temps court ne doit pas dépasser certaines valeurs. A titre d’exemple la non-répétabilité ne doit pas dépasser 4,5dB à 100Hz et 1,5dB à 1000Hz. La fiabilité obtenue sur notre montage peut donc être considérée comme correcte.



(a) Analyse en bandes fines



(b) Analyse en tiers d’octaves

FIG. 2.20 – Évaluation de la répétabilité des mesures - Double paroi en aluminium ( $L_x=0.96m$ ,  $L_z=1.5m$ ), d’épaisseur 2mm et 1.5mm, séparées par 1cm d’air

## 2.9 Conclusions

La méthode des mobilités de pavés présentée dans cette partie permet de prédire la transparence acoustique des double parois. L'excitation est modélisée par des pressions de pavés bloqués calculées à partir de la réponse de la salle d'émission, prenant ainsi en compte les dimensions de la salle, la position de la source, et la position de la paroi. Un aspect numérique important de cette méthode est le critère de maillage en  $\frac{\lambda_g}{2}$ , moins restrictif que le critère habituellement utilisé en éléments finis. Le temps de calcul est aussi considérablement réduit comparé à la méthode classique du cumul des ondes planes décorréélées pour représenter un champ diffus. Enfin, la présente approche a été validée à l'aide d'une mesure réalisée sur une double paroi en aluminium.

---

## **III- Caractérisation théorique et expérimentale d'une excitation de type champ diffus à l'aide de pressions de pavés bloqués**

Cette partie présente la modélisation standard d'un champ diffus (c.-à-d. cumul d'ondes planes décorréélées) appliquée à la méthode des mobilités de pavés décrite dans le chapitre 2. Le calcul de la transparence acoustique est alors comparé aux résultats obtenus avec la modélisation du champ diffus définie à partir de la décomposition modale du champ de pression de la salle d'émission. Enfin, un nouvel indice permettant de quantifier, numériquement et expérimentalement, la diffusivité apparente du champ acoustique pariétal est défini : il s'agit du "Boundary Diffuse Field Index" (BDFI). Cet indice permet notamment de comparer la diffusivité pariétale apparente avec celle prédite par la théorie du champ diffus de Sabine.

### **3.1 Modélisation du champ diffus par cumul d'ondes planes et application à la méthode des mobilités de surface pour le calcul de la transparence acoustique d'une double paroi**

Au cours du chapitre 2, la modélisation du champ diffus a été effectuée en décomposant le champ de pression de la salle d'excitation sur les modes propres d'une cavité parallélépipédique à murs rigides, puis en intégrant cette pression sur la surface des pavés de la plaque incidente. Nous allons maintenant nous intéresser à la méthode classique pour la modélisation

---



d'un champ diffus, basée sur la théorie de Sabine : le cumul d'ondes planes décorrélées. Le calcul des pressions bloquées sur les pavés de la plaque incidente ne peut pas, dans ce cas, se faire directement. Il faut donc calculer la transparence acoustique de la paroi pour différentes ondes planes en faisant varier les angles d'incidence, puis en déduire la transparence en champ diffus.

Dans un premier temps, il est nécessaire de ne considérer qu'une seule onde plane incidente définie par 2 angles d'incidence  $\theta$  et  $\varphi$ . La pression en un point M(x,y,z) quelconque est alors donnée par l'équation 3.1.

$$P(x, y, z) = P_i \exp(-jk_x x - jk_y y_0 - jk_z z) \quad (3.1)$$

avec  $P_i$  l'amplitude de l'onde plane incidente,  $k_x = \frac{\omega}{c} \sin \theta \cos \varphi$ ,  $k_y = \frac{\omega}{c} \sin \theta \sin \varphi$ , et  $k_z = \frac{\omega}{c} \cos \theta$  les composantes du nombre d'onde caractéristique de l'onde incidente plane.

L'intensité incidente de cette onde plane selon la direction de propagation est alors donnée par :

$$I_i = \frac{P_i^2 \cos(\theta)}{2\rho_0 c}.$$

Afin de pouvoir utiliser cette modélisation avec la méthode des mobilités, il est nécessaire de calculer la pression sur les pavés bloqués engendrée par cette onde plane. Il suffit pour cela d'intégrer la pression de l'onde sur la surface  $S_i$  du pavé :

$$\langle P \rangle_i = \int_{S_i} P_i \exp(-jk_x x - jk_y y_0 - jk_z z) dx dz \quad (3.2)$$

La méthode des mobilités nous permet ensuite d'obtenir la puissance rayonnée par la double paroi, et d'en déduire sa transparence acoustique  $\tau(\theta, \varphi)$  qui dépend bien entendu des deux angles d'incidence  $\theta$  et  $\varphi$ .

La transparence acoustique en champ diffus  $\tau_d$  s'obtient ensuite en faisant le rapport d'intensités rayonnée et incidente générées par le cumul des ondes planes décorrélées sur un demi angle solide. Le calcul standard nous amène ainsi à l'équation (3.3). Lorsque l'on souhaite avoir une bonne précision, il est nécessaire de prendre en compte un nombre important d'ondes planes ce qui rend le calcul très coûteux en temps.

---

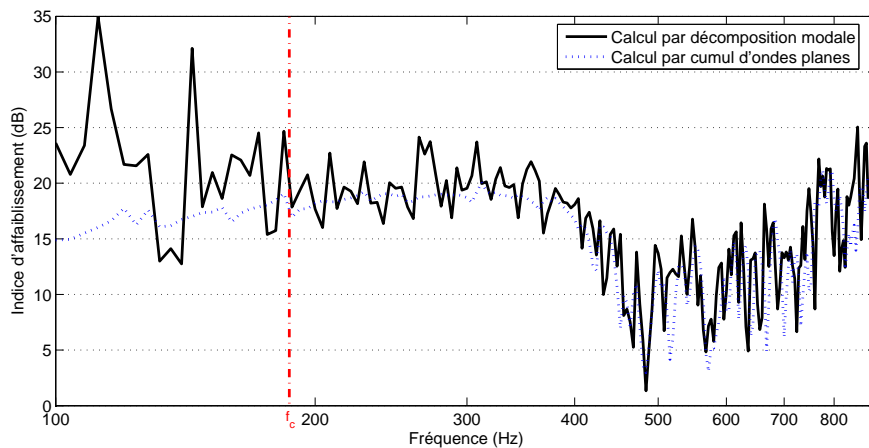
$$\tau_d = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \tau(\theta, \varphi) \cdot \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) \cdot d\theta d\varphi}{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin(\theta) \cdot \cos(\theta) \cdot d\theta d\varphi} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \tau(\theta, \varphi) \cdot \sin(2\theta) \cdot d\theta d\varphi}{2\pi} \quad (3.3)$$

Enfin, il faut noter que ce modèle représente un champ diffus parfait où tous les angles d'incidence sont présents, et où aucune onde plane n'est corrélée. Ces hypothèses ne sont pas toujours vérifiées en pratique, notamment en basses fréquences. Un angle limite d'incidence permettant de supprimer les ondes rasantes est donc couramment utilisé pour recalibrer le modèle sur l'expérience. Cependant, cet angle utilisé comme paramètre de recalage ne peut être déterminé a priori.

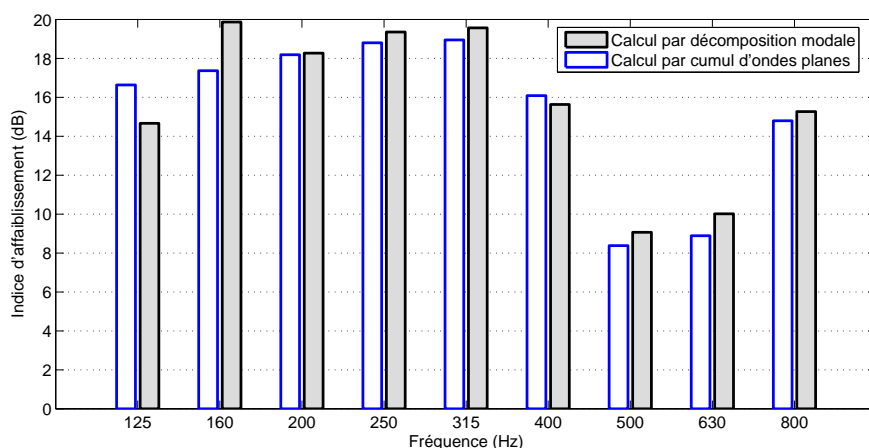
## **3.2 Comparaison des deux modélisations de l'excitation**

### **3.2.1 Comparaison sur l'indice d'affaiblissement d'une double paroi**

Le calcul de l'indice d'affaiblissement d'une double paroi a été effectué par la méthode des mobilités avec les deux modélisations différentes du champ de pression dans le local d'émission. La figure 3.1 présente les résultats obtenus pour une double paroi en aluminium de 1.5m par 0.96m, constituée de deux parois de 1.5mm et 1mm, et séparées par une lame d'air de 1cm d'épaisseur. Les résultats obtenus avec les deux modélisations présentent la même allure, sauf en basses fréquences et surtout au dessous de la fréquence de coupure (187Hz) où le champ ne peut pas être considéré comme diffus au dessous de 187Hz. On note de plus un fort lissage du résultat issu du cumul d'ondes décorréélées par rapport à la décomposition modale du local.



(a) Analyse en bandes fines



(b) Analyse en tiers d'octaves

FIG. 3.1 – Comparaison de l'indice d'affaiblissement entre la modélisation de l'excitation par cumul d'ondes planes et la modélisation par décomposition modale - Double paroi en aluminium ( $L_x=0.96m$ ,  $L_z=1.5m$ ), d'épaisseurs 1.5mm et 1mm, séparée par 1cm d'air, centrée sur  $X = 6m$ ,  $Y = 0m$ ,  $Z = 1.75m$  - Salle réverbérante :  $L_x=11.5m$ ,  $L_y=8.69m$ ,  $L_z=4.03m$  - Taille des pavés :  $\Delta X = 0.08m$ ,  $\Delta Z = 0.074m$  - Position de la source :  $X_s=2m$ ,  $Y_s=4m$ ,  $Z_s=1m$ , amplitude :  $S_0 = 2$  - Fréquence de coupure : 187Hz - Fréquence théorique de respiration : 393Hz

### 3.2.2 Influence de l'angle limite d'incidence

L'influence de l'angle limite sur l'indice d'affaiblissement est présentée en figure 3.2. Lorsqu'un angle limite d'incidence est introduit, l'effet des ondes rasantes est supprimé et la transparence acoustique est réduite. On peut aussi noter que les résultats obtenus par décomposition modale de la pression excitatrice correspondent dans la plupart des cas à ceux d'un champ diffus éliminant les ondes rasantes.

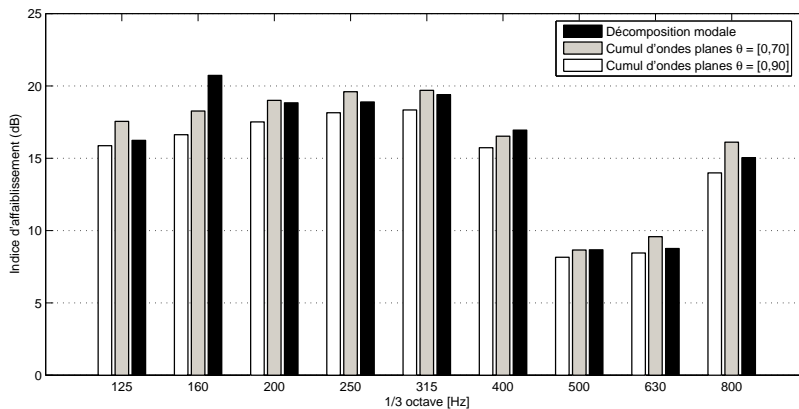


FIG. 3.2 – Influence de l'angle limite d'incidence sur l'indice d'affaiblissement avec la modélisation par cumul d'ondes planes - Double paroi en aluminium ( $L_x=0.96m$ ,  $L_z=1.5m$ ), d'épaisseurs 1.5mm et 1mm, séparée par 1cm d'air, centrée sur  $X = 6m$ ,  $Y = 0m$ ,  $Z = 1.75m$  - Salle réverbérante :  $L_x=11.5m$ ,  $L_y=8.69m$ ,  $L_z=4.03m$  - Taille des pavés :  $\Delta X = 0.08m$ ,  $\Delta Z = 0.074m$  - Position de la source :  $X_s=2m$ ,  $Y_s=4m$ ,  $Z_s=1m$ , amplitude :  $S_0 = 2$  - Fréquence de coupure : 187Hz

### 3.2.3 Temps de calcul

La modélisation de l'excitation par décomposition modale nécessite deux calculs préliminaires : le calcul des pressions sur les pavés bloqués, et le calcul de la pression quadratique moyenne dans la salle. Ces deux calculs sont très coûteux en temps car il est nécessaire de prendre en compte un nombre élevé de modes de cavité. En règle générale, tous les modes jusqu'à deux fois la fréquence maximale d'étude sont pris en compte. La figure 3.3 présente le nombre de modes par tiers d'octave. Pour effectuer par exemple des calculs jusqu'à 1000Hz, il faut prendre en compte tous les modes jusqu'à 2000Hz, soit plus de 200000 modes. Cependant, ces deux calculs ne dépendent que des conditions d'excitation. Une fois réalisés, ils peuvent donc être sauvegardés et réutilisés par la suite pour prédire la transparence acoustique de différents pavés.

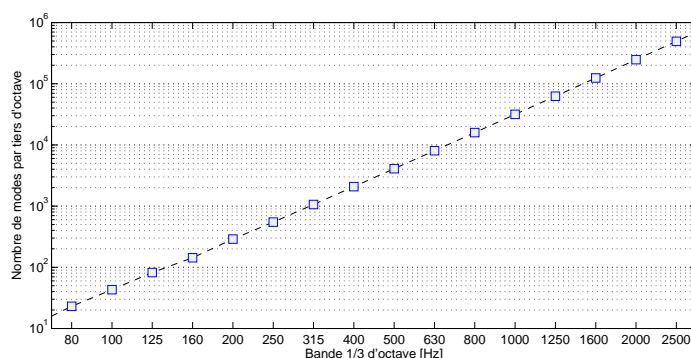


FIG. 3.3 – Nombre de modes du local d'émission (Lx=11.5m, Ly=8.69m, Lz=4.03m) par tiers d'octave

Dès lors que les pressions sur les pavés bloqués sont connues, le calcul de transparence acoustique en lui-même prend le même temps que le calcul de transparence acoustique pour une seule onde plane incidente. De ce fait, lorsque l'on souhaite avoir une certaine précision, et que plusieurs ondes planes doivent être prises en compte, la modélisation par cumul d'ondes planes devient beaucoup plus lourde en temps de calcul.

### 3.3 Index de diffusivité pariétale apparente

Sachant qu'il existe des différences entre la réalité et la modélisation classique du champ diffus, il est intéressant de pouvoir mesurer la diffusivité apparente du champ acoustique pariétal. Nous avons défini pour cela un index de diffusivité pariétale appelé "Boundary Diffuse Field Index" (BDFI) ou "Index de Diffusivité Pariétale Apparente" (IDPA), et défini comme étant le rapport entre la pression quadratique sur un pavé bloqué et la moyenne spatiale de la pression quadratique réverbérée. Cet index peut être obtenu par le calcul, mais aussi expérimentalement.

#### 3.3.1 Préambule d'introduction au "Boundary Diffuse Field Index"

La théorie de Sabine est dans un premier temps utilisée pour évaluer la valeur du BDFI. Ainsi, la valeur quadratique de la pression bloquée résultant de la pression incidente et de la pression réfléchie est obtenue en cumulant les ondes planes décorréliées sur tous les angles d'incidence. En notant que la pression d'une onde incidente contenue dans un angle solide  $d\Omega$  peut être reliée à la pression réverbérée avec la relation  $d(P_i^2) = (P_r^2) \frac{d\Omega}{4\pi}$ , nous obtenons directement le rapport souhaité :

$$P_{Bloquée}^2 = \int_{\Omega} 4 \cdot d(P_i^2) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \frac{4P_r^2 \sin(\theta) d\theta d\varphi}{4\pi} = 2(P_r)^2 . \quad (3.4)$$

Le BDFI théorique d'un champ diffus parfait selon la théorie de Sabine est donc égal à 2.

---

La modélisation de l'excitation par décomposition modale permet d'avoir une autre approche du BDFI qui tient compte des conditions d'excitation. En effet, le modèle développé dans le chapitre 2 donne directement la pression quadratique réverbérée (cf. équation 2.37), ainsi que la pression bloquée sur les pavés de la surface d'excitation (cf. équation 2.38). À partir de ces deux expressions, plusieurs informations sont disponibles : la moyenne spatiale du BDFI sur N pavés, la valeur locale du BDFI sur un pavé, ainsi que l'écart type spatial du BDFI sur N pavés :

$$BDFI_{moyen} = \frac{\sum_{i=1}^N \langle P_{Bloquée} \rangle_i^2}{N.P_r^2} ,$$

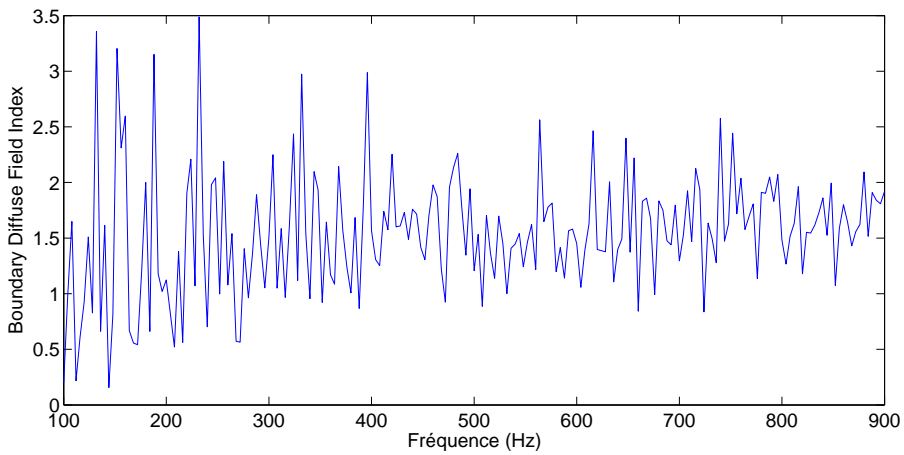
$$BDFI_{local} = \frac{\langle P_{Bloquée} \rangle_i^2}{P_r^2} ,$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( \frac{\langle P_{Bloquée} \rangle_i^2}{P_r^2} - BDFI_{moyen} \right)^2} .$$

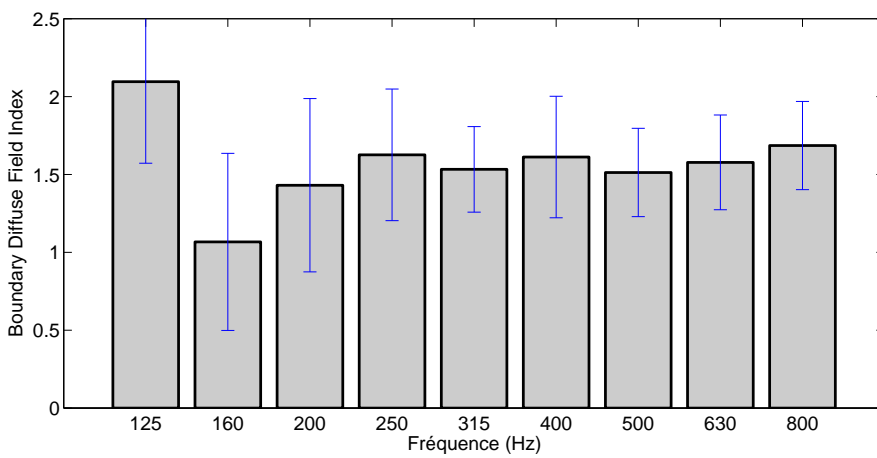
Les résultats de ces calculs sont présentés sur la figure 3.4. La moyenne spatiale est présentée en bandes fines et en tiers d'octave. Les écarts types sont eux seulement représentés sur le graphique en tiers d'octave sous formes de zones de tolérance. Les calculs sont ici réalisés sur une surface discrétisée en 247 pavés correspondant à la plaque incidente précédemment utilisée (cf. figure 3.1). L'analyse en bandes fines met en évidence de larges fluctuations avec des valeurs pouvant dépasser la limite de 2 établie précédemment, tandis que l'analyse en tiers d'octaves présente un BDFI qui tend vers 1,6 avec un écart type de 0,5. Ces deux observations remettent donc en cause les hypothèses de la théorie de Sabine qui supposent d'une part une isotropie du champ acoustique, et d'autre part une décorrélation des ondes. La première hypothèse implique que tous les angles d'incidence soient représentés. Si elle n'est pas vérifiée, le calcul du BDFI ne se fait pas sur la totalité du demi angle solide, et donne alors une valeur inférieure à 2. Si la deuxième hypothèse n'est pas vérifiée, l'effet inverse se produit et conduit à des valeurs supérieures à 2. En pratique les deux effets antagonistes se compensent, mais la valeur moyenne du BDFI indique cependant l'effet prédominant au niveau de la paroi d'excitation.

En basses fréquences les écarts importants avec la théorie de Sabine ne sont donc pas étonnants car le champ acoustique ne peut être considéré comme diffus en dessous de la fréquence de coupure qui est ici de 187Hz. Au dessous de cette fréquence, il n'y a pas recouvrement modal et le comportement de la salle est caractérisé par des modes isolés. Lorsque la fréquence augmente, le nombre important de modes et le recouvrement modal permettent d'obtenir une bonne diffusivité. Cependant la diffusivité apparente au niveau de la paroi n'est pas toujours acquise comme en témoigne l'évolution du BDFI au-dessus de 200Hz.





(a) Analyse en bandes fines



(b) Analyse en tiers d'octaves

FIG. 3.4 – Boundary Diffuse Field Index moyenné sur 247 pavés et sur une surface de 0.96m x 1.5m - Pavés centrés sur X=6m Y=0m Z=1.75m - Salle réverbérante : Lx=11.5m, Ly=8.69m, Lz=4.03m - Taille des pavés :  $\Delta X = 0.08m$ ,  $\Delta Z = 0.074m$  - Position de la source : Xs=2m, Ys=4m, Zs=1m, amplitude :  $S_0 = 2$  - Fréquence de coupure : 187Hz

En introduisant un angle limite d'incidence on arrive à mieux recaler les résultats en hautes fréquences et le BDFI théorique peut alors être déterminé en fonction de l'angle limite  $\theta_{max}$  (cf. figure 3.5). Lorsqu'un angle de  $78^\circ$  est pris en compte comme le suggère Cremer (Cre 42), le cumul d'ondes planes décorréélées donne alors un BDFI de 1,6 au lieu de 2 correspondant aux valeurs obtenues au-dessus de 200Hz.

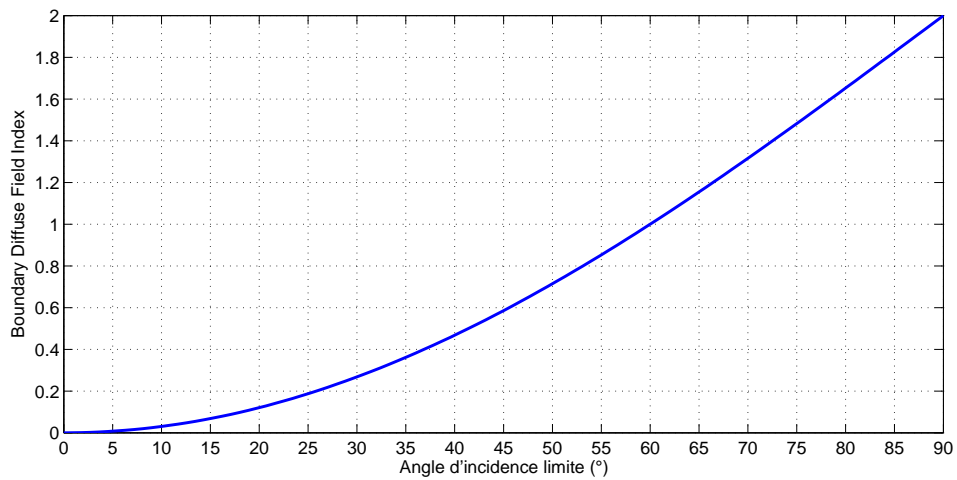


FIG. 3.5 – Boundary Diffuse Field Index en fonction de l'angle limite d'incidence d'après la théorie du champ diffus de Sabine

### 3.3.2 Critère de convergence du calcul du BDFI

Avant d'étudier plus en détails les résultats issus du BDFI, il est nécessaire de vérifier si le calcul issu de la décomposition modale du champ de pression de la salle d'excitation converge correctement. Pour cela, une étude sur la taille des pavés est effectuée.

L'influence de la taille des pavés sur la valeur du Boundary Diffuse Field Index est présentée sur la figure 3.6. Seule la taille des pavés varie : la position et le nombre des pavés restent inchangés. Sur la bande de fréquence étudiée les différences obtenues sur le BDFI avec des pavés de  $50\text{cm}^2$ ,  $16\text{cm}^2$  et des BDFI ponctuels sont faibles. Seuls les BDFI ponctuels commencent à diverger vers 700Hz, fréquence à partir de laquelle le critère en  $\lambda_a/6$  n'est plus respectée. Cette condition ne fait pas intervenir la taille des pavés, mais le nombre de pavés par longueur d'onde lié à la distance entre les pavés : il est nécessaire d'avoir au minimum 6 pavés par longueur d'onde. Tant que ce critère est respecté, la taille des pavés ne joue pas un rôle important sur le calcul du BDFI.

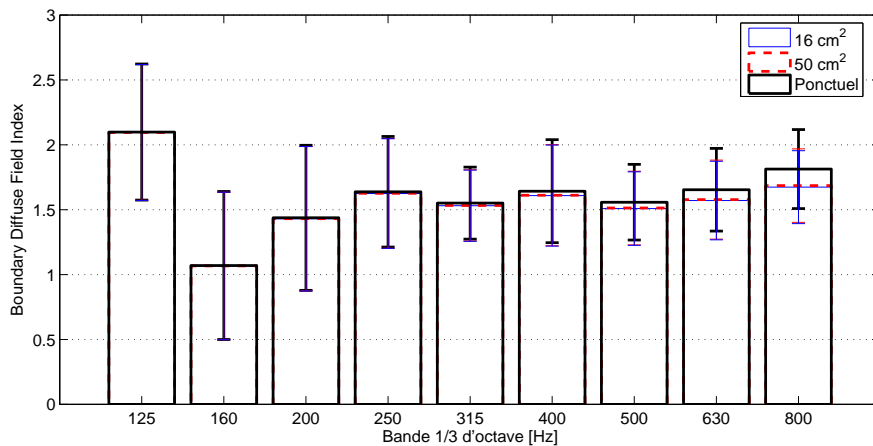


FIG. 3.6 – Influence de la taille des pavés sur le calcul du Boundary Diffuse Field Index - Moyenne sur 247 pavés et sur une surface de 0.96m x 1.5m centrée sur X=6m Y=0m Z=1.75m - Salle réverbérante : Lx=11.5m, Ly=8.69m, Lz=4.03m - Position de la source : Xs=2m, Ys=4m, Zs=1m, amplitude :  $S_0 = 2$  - Fréquence de coupure : 187Hz

### 3.4 Analyse statistique théorique du BDFI

L'étude en bandes fines du BDFI local sur un pavé n'est pas appropriée car sa valeur n'a aucune signification statistique. Il nous faut donc utiliser les moyennes fréquentielles (en tiers d'octaves) et spatiales sur la surface d'excitation pour donner un sens au BDFI. La suite de ce chapitre montre comment à partir de ces valeurs statistiques il est possible de caractériser la diffusivité du champ de pression pariétal. De plus, une corrélation entre les valeurs statistiques du BDFI et le calcul de l'indice d'affaiblissement est établie.

#### 3.4.1 Moyenne spatiale du BDFI

Comme établi précédemment, la valeur du BDFI d'un champ diffus parfait selon la théorie de Sabine est égal à 2. En effectuant une moyenne spatiale et fréquentielle, le BDFI calculé à partir des pressions de pavés bloqués devrait tendre vers cette valeur en hautes fréquences.

Pour le vérifier, le calcul du BDFI moyen a donc été effectué avec différentes configurations en faisant varier la position de la source dans le local d'excitation, et la géométrie de la salle d'excitation. Ces deux cas sont traités séparément.

#### Influence de la position de la source sur le BDFI

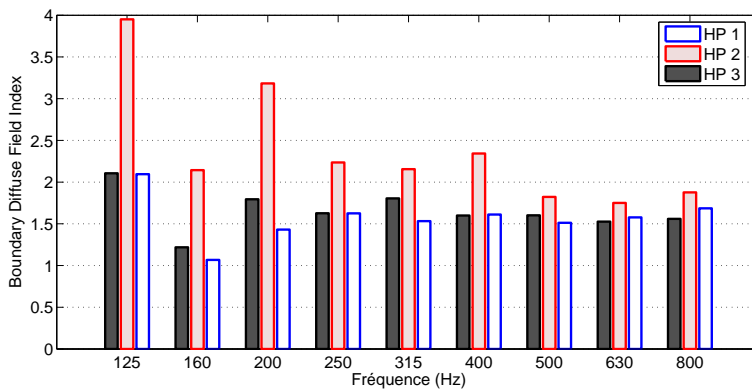
Trois positions de sources ont été testées (cf. tableau 3.1).

	$X_{source}$	$Y_{source}$	$Z_{source}$
Position HP 1	2m	4m	1m
Position HP 2	4m	2m	1.5m
Position HP 3	0.25m	0.25m	0.25m

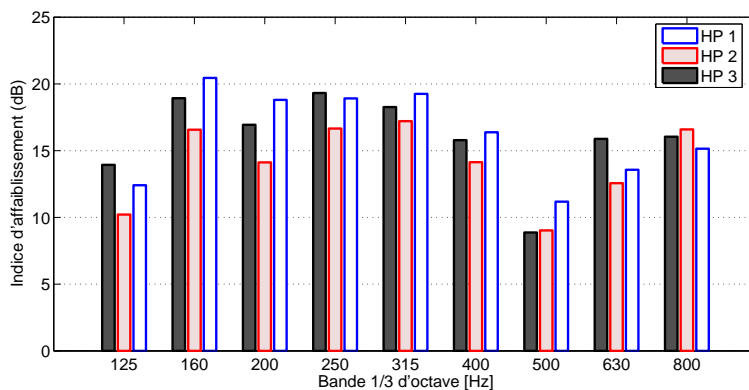
TAB. 3.1 – Position des sources dans la salle d'émission - Dimensions de la salle :  $l_x=11.5m$ ,  $l_y=8.69m$ ,  $l_z=4.03m$

Les résultats sont présentés sur la figure 3.7 et montrent un effet important de la position de la source jusqu'à 500Hz sur le BDFI. Les valeurs moyennes du BDFI tendent ensuite vers une même valeur. On remarque aussi qu'à partir de 500Hz les BDFI sont toujours inférieurs à 2. La corrélation des ondes acoustiques, à l'origine des BDFI supérieurs à 2, est donc moins

importante en hautes fréquences, et ne compense pas le manque de certains angles d'incidence, à l'origine des BDFI inférieurs à 2. Ces diverses observations confirment donc un comportement modal en basses fréquences, et une diffusivité supérieure en hautes fréquences mais n'atteignant jamais la diffusivité parfaite établie avec la théorie de Sabine. Il n'est cependant pas encore possible, à partir de ces résultats, de définir une limite fréquentielle permettant de définir un champ de pressions pariétales diffus.



(a) sur le calcul du Boundary Diffuse Field Index



(b) sur le calcul de l'indice d'affaiblissement

FIG. 3.7 – Influence de la position de la source de la salle d'émission - Moyenne sur 247 pavés et sur une surface de 0.96m x 1.5m centrée sur X=6m Y=0m Z=1.75m - Taille des pavés :  $\Delta X = 0.08m$ ,  $\Delta Z = 0.074m$  - Salle réverbérante :  $l_x=11.5m$ ,  $l_y=8.69m$ ,  $l_z=4.03m$  - Amplitude de la source :  $S_0 = 2$  - Fréquence de coupure : 187Hz

L'influence de la position de la source sur l'indice d'affaiblissement d'une double paroi est aussi présentée sur la figure 3.7. Des écarts importants sont observés avec les 3 positions de source non seulement en dessous de la fréquence de coupure de 187Hz, mais aussi en plus hautes fréquences. Cela confirme donc les résultats obtenus avec les BDFI : la diffusivité pariétale

n'est pas atteinte au-dessus de la fréquence de coupure malgré les grandes dimensions de la salle d'excitation.

La comparaison entre la variation de l'indice d'affaiblissement et la variation du BDFI selon la position de la source permet par ailleurs d'établir une certaine tendance générale. Pour un même tiers d'octave, lorsque le BDFI diminue entre deux positions de source, il en résulte généralement une augmentation de l'indice d'affaiblissement. Cela s'explique par une diminution de l'angle limite d'incidence limitant les effets liés aux ondes incidentes rasantes. Seule la valeur du BDFI obtenue avec la position HP 2 à 800Hz ne confirme pas cette tendance générale. Il faut donc en conclure que la seule valeur moyenne du BDFI ne permet pas de définir totalement la diffusivité du champ de pression pariétale. Elle ne permet notamment pas de dissocier les deux phénomènes principaux : la corrélation des ondes, et l'absence de certaines ondes dans le champ acoustique.

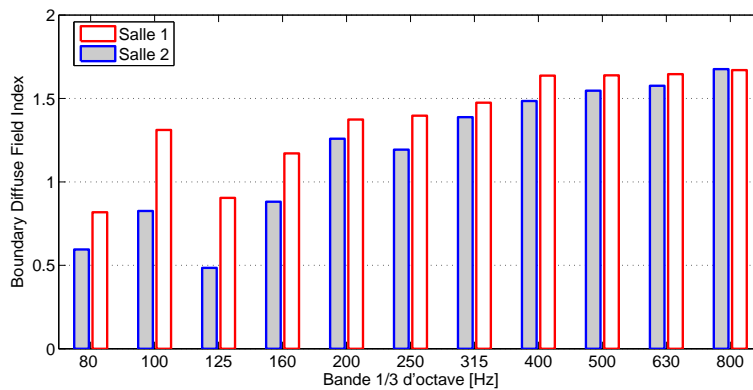
---

### **Influence de la géométrie de la salle sur le BDFI**

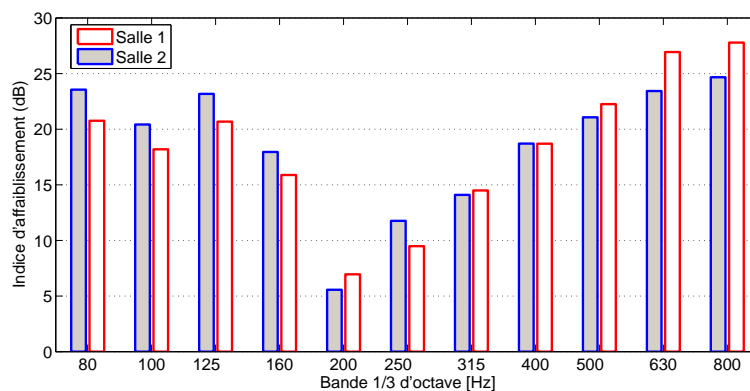
Deux géométries différentes de salle d'émission ayant le même volume sont étudiées (cf. tableau 2.7.4). Les résultats sont présentés sur la figure 3.8. La valeur moyenne du BDFI tend encore vers des valeurs comprises entre 1,5 et 2 correspondant à un champ acoustique limité en ondes incidentes rasantes. De plus, les écarts entre les deux salles sont plus importants en basses fréquences. On retrouve donc le comportement décrit précédemment avec les différentes positions de source.

Concernant la relation générale entre le BDFI et l'indice d'affaiblissement décrite dans la section précédente, elle n'apparaît plus aussi clairement sur la figure 3.8. En effet, en dessous de 200Hz les écarts importants sur les valeurs moyennes du BDFI permettent de retrouver la relation entre la valeur moyenne du BDFI et l'indice d'affaiblissement. Cependant au-dessus de 200Hz, les valeurs moyennes du BDFI sont quasiment équivalentes avec les deux salles tandis que les indices d'affaiblissement présentent des écarts importants. Il est donc nécessaire d'utiliser une autre valeur de comparaison, et l'écart type semble adapté pour expliquer ces disparités. Il permet en effet de traduire l'hétérogénéité du champ de pressions pariétales. Or, dès lors que l'homogénéité n'est pas garantie, un simple changement des conditions d'excitation entraîne une répartition différente des BDFI modifiant ainsi le comportement de la paroi excitée. Ainsi, l'écart type du BDFI est un indicateur de la variabilité des mesures de transparence acoustique aux conditions d'excitation. Lorsque l'écart type est grand, la tendance générale observée précédemment entre la valeur moyenne du BDFI et l'indice d'affaiblissement peut alors être masquée par l'hétérogénéité des BDFI.

---



(a) sur le calcul du Boundary Diffuse Field Index



(b) sur le calcul de l'indice d'affaiblissement

FIG. 3.8 – Influence de la géométrie de la salle d'émission - Moyenne sur 247 pavés et sur une surface de 0.96m x 1.5m centrée sur X=6m Y=0m Z=1.75m - Taille des pavés :  $\Delta X = 0.08m$ ,  $\Delta Z = 0.074m$  - Position de la source :  $X_s=2m$ ,  $Y_s=4m$ ,  $Z_s=1m$ , amplitude :  $S_0 = 2$  - Fréquence de coupure : 187Hz

### 3.4.2 Écart type spatial du BDFI

La figure 3.9 présente la répartition du BDFI local sur deux tiers d'octave différents, et sur une surface discrétisée en pavés. On voit clairement que la répartition spatiale n'est pas homogène sur toute la surface, que ce soit à 500Hz ou à 800Hz. L'écart type spatial est donc utilisé pour caractériser cette hétérogénéité du champ de pressions pariétales.



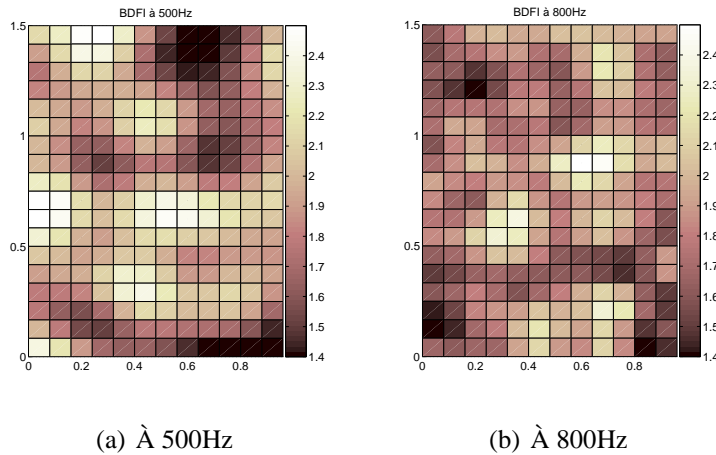


FIG. 3.9 – Répartition du BDFI local calculé sur une surface discrétisée par pavés

La comparaison avec les différentes positions de source est renouvelée avec l'écart type spatial du BDFI (figure 3.10). Une diminution globale des écarts types avec la fréquence est notée. Cependant, la valeur des écarts types reste importante même à 800Hz (entre 0,2 et 0,4). Ainsi, bien que l'homogénéité du champ de pressions pariétales augmente avec la fréquence, elle n'est pas garantie même en hautes fréquences. Ces grands écarts types permettent donc d'expliquer les différences obtenues sur l'indice d'affaiblissement à 800Hz entre les différentes positions de source alors que les valeurs moyennes des BDFI sont du même ordre de grandeur. Nous pouvons ainsi conclure que lorsque l'écart sur les valeurs moyennes est important, il est possible de faire un lien entre cette valeur moyenne et l'indice d'affaiblissement. Lorsque l'écart est faible, et que l'écart type est important, il n'est pas possible de faire un lien avec l'indice d'affaiblissement.

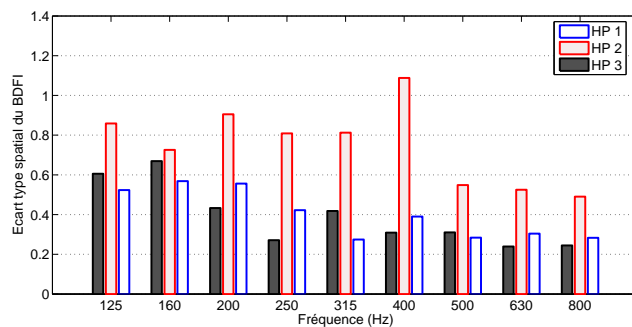


FIG. 3.10 – Influence de la position de la source de la salle d'émission - Moyenne sur 247 pavés et sur une surface de 0.96m x 1.5m centrée sur X=6m Y=0m Z=1.75m - Taille des pavés :  $\Delta X = 0.08m$ ,  $\Delta Z = 0.074m$  - Salle réverbérante :  $l_x=11.5m$ ,  $l_y=8.69m$ ,  $l_z=4.03m$  - Amplitude de la source :  $S_0 = 2$  - Fréquence de coupure : 187Hz

La comparaison de l'écart type obtenue avec les deux salles d'excitation confirme cette conclusion générale. En effet, au-dessus de 200Hz les écarts types restent importants et conduisent à des indices d'affaiblissement différents sans pour autant qu'il soit possible de relier ces différences avec la valeur moyenne des BDFI. En dessous de 200Hz, bien que les écarts types soient grands, les valeurs moyennes des BDFI sont bien distinctes et permettent d'expliquer les variations de l'indice d'affaiblissement.

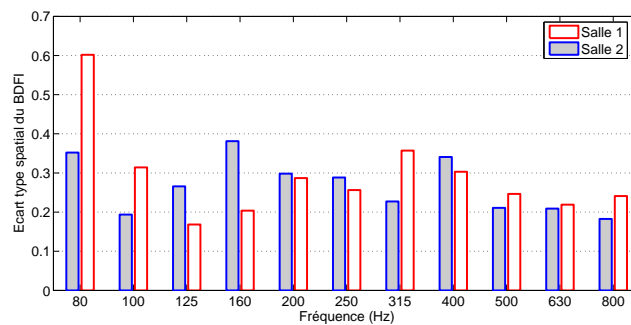


FIG. 3.11 – Influence de la géométrie de la salle d'émission - Moyenne sur 247 pavés et sur une surface de 0.96m x 1.5m centrée sur X=6m Y=0m Z=1.75m - Taille des pavés :  $\Delta X = 0.08m$ ,  $\Delta Z = 0.074m$  - Position de la source :  $X_s=2m$ ,  $Y_s=4m$ ,  $Z_s=1m$ , amplitude :  $S_0 = 2$  - Fréquence de coupure : 187Hz

### 3.5 Approche expérimentale du BDFI

#### 3.5.1 Étude du BDFI local

Une simple expérience a été réalisée avec un microphone affleurant au niveau de la paroi. Les résultats issus de la mesure sont présentés sur la figure 3.12. Il en ressort que la valeur asymptotique de 2 donnée par la théorie de Sabine n'est pas retrouvée dans la pratique. En effet, entre 400Hz et 4000Hz, la plupart des valeurs du BDFI se situent entre 1.8 et 2, mais certains tiers d'octave se démarquent totalement des autres et peuvent atteindre des valeurs avoisinant les 3. Ces résultats peuvent se comprendre en basses fréquences où certains modes sont prédominants. Ils sont néanmoins surprenants en hautes fréquences où la densité modale laisse espérer un champ de pression diffus. Une des hypothèses faite sur le champ diffus n'est donc pas toujours vérifiée : il s'agit de l'hypothèse de décorrélation des ondes planes.

Cette simple mesure en un point n'est cependant pas représentative de la valeur moyenne du BDFI sur une surface plus grande pouvant correspondre à la surface d'une plaque excitée en champ réverbérant. Il est donc important d'effectuer une série de mesure en différents points afin d'obtenir la moyenne spatiale du BDFI ainsi que l'écart type. Comme nous l'avons vu dans la partie théorique, ces deux valeurs sont des données importantes pour décrire la diffusivité pariétale.

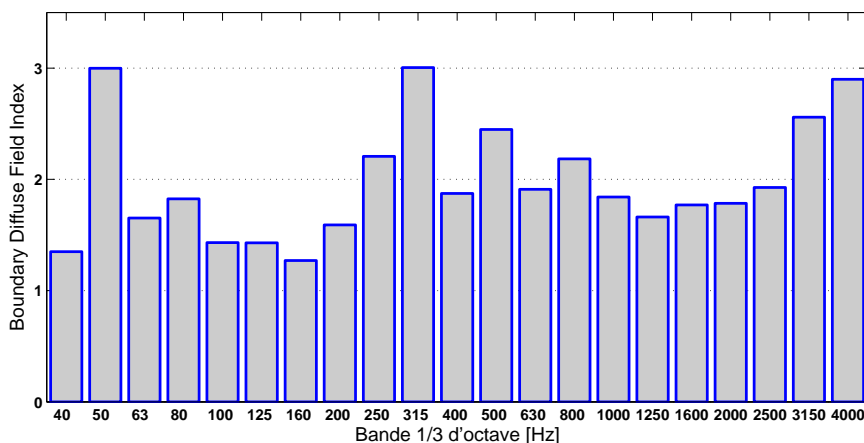


FIG. 3.12 – Boundary Diffuse Field Index (BDFI) expérimental

---

### 3.5.2 Étude statistique du BDFI sur une surface rigide

La valeur du BDFI ainsi que l'écart type entre les points a été réalisé à l'aide d'une antenne de microphones. La technique de mesure est plus amplement décrite en annexe B. Les résultats sont donnés sur la figure 3.13. Les valeurs du BDFI se stabilisent en hautes fréquences autour de 1,9 tandis que l'écart type diminue avec la fréquence. Cette tendance générale est cohérente avec la théorie de Sabine du champ diffus, et correspond à un angle d'incidence limite de  $87^\circ$ . D'autre part, il apparaît sur certains tiers d'octave des valeurs du BDFI importantes. À 125Hz par exemple, le BDFI prend une valeur de 2,5. Cela s'explique par une densité modale faible et donc l'influence majeure d'un mode de cavité, en l'occurrence le mode 0-0-3, sur la pression pariétale.

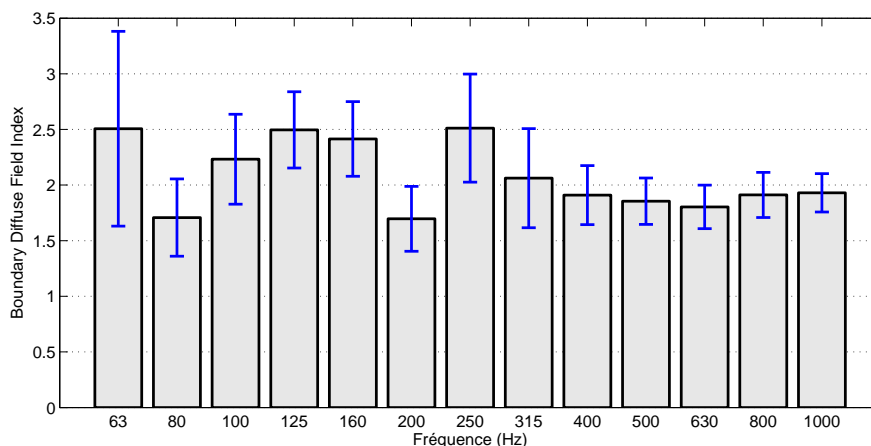


FIG. 3.13 – Mesure du Boundary Diffuse Field Index sur un mur rigide à l'aide d'une antenne de microphones (moyenne sur 320 points)

### 3.5.3 Étude de la répartition des BDFI mesurés sur une surface rigide

La répartition spatiale du BDFI n'est pas sans intérêt car, comme nous l'avons déjà souligné auparavant, elle est déterminante sur l'isolation acoustique de la paroi ainsi excitée. La figure 3.14 présente la répartition des BDFI mesurés sur la surface de la plaque. Il apparaît une certaine hétérogénéité du BDFI avec des valeurs variant entre 1,5 et 2,6. Ces valeurs locales ne présentent en soi pas un grand intérêt, mais elles montrent bien l'hétérogénéité qui existe sur la surface de la plaque incidente. Il semble par ailleurs que la répartition des BDFI soit plus homogène à 1000Hz qu'à 500Hz. Cependant, au vu des écarts types (0,2 à 500Hz et 0,15 à 1000Hz), l'homogénéité

est du même ordre de grandeur. Seule la répartition spatiale change selon la longueur des ondes acoustiques, mais la variabilité et donc l'hétérogénéité reste identique. Cette observation, pour le moins surprenante à une fréquence élevée et pour une salle de grande dimension, confirme la non diffusivité du champ pariétal malgré la dissymétrie de la salle et la présence de diffuseurs.

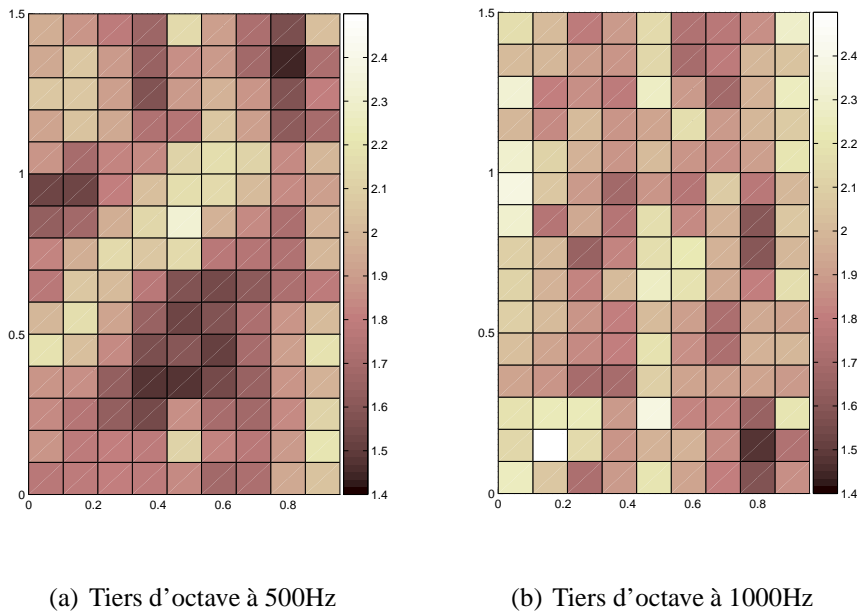


FIG. 3.14 – Cartographie du Boundary Diffuse Field Index sur un mur rigide mesuré à l'aide d'une antenne de microphones

### 3.5.4 Effet des diffuseurs et de la dissymétrie de la salle sur les BDFI

Les résultats comparatifs entre le calcul et la mesure sont présentés sur la figure 3.15. L'expérience et la théorie donnent des valeurs voisines de 2 au-dessus de 250Hz. Il apparaît quelques différences en basses fréquences où la théorie sous-estime le BDFI. Cela est principalement dû à la différence entre le calcul et la mesure de la pression réverbérée. En effet, le calcul donne la pression moyenne dans la salle réverbérante, tandis que la mesure ne s'effectue que sur un nombre fini de points. Elle ne permet donc pas d'obtenir une valeur représentative de la pression moyenne en basses fréquences où le champ acoustique n'est pas diffus. Néanmoins, il apparaît même en hautes fréquences des différences montrant un indice de diffusivité expérimental plus élevé que celui calculé. Cette réalité s'explique par le fait que le modèle théorique ne prend pas en compte les diffuseurs, et la géométrie dissymétrique de la salle. Or il s'avère, au vu de ces résultats sur le BDFI moyen, que la diffusivité pariétale apparente est améliorée

puisque l'on se rapproche de la valeur associée à un champ diffus parfait selon la théorie de Sabine. Néanmoins il est nécessaire de rappeler que la simple valeur moyenne du BDFI n'est pas suffisante pour décrire la diffusivité pariétale car comme nous l'avons montré auparavant avec l'écart type spatial, l'homogénéité n'est pas atteinte à 1000Hz. Les diffuseurs ainsi que les murs non parallèles jouent donc bien leur rôle de rendre le champ acoustique d'émission plus diffus, mais ne sont pas suffisants pour garantir l'homogénéité du champ de pressions pariétales.

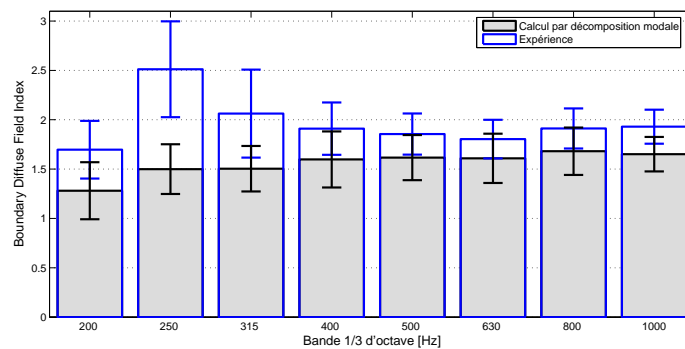
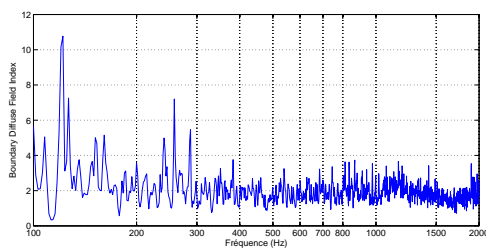


FIG. 3.15 – Comparaison du BDFI mesuré sur un mur rigide, et calculé par décomposition modale du champ de pression de la salle d'excitation

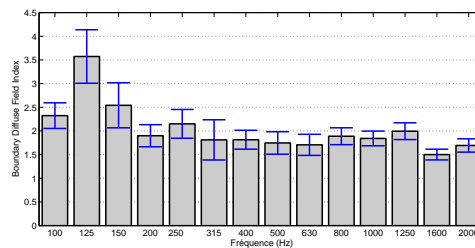
### 3.5.5 Caractérisation expérimentale de la fenêtre utilisée pour la mesure de transparence acoustique à l'aide des BDFI

Au vu des différents résultats présentés, le BDFI permet de caractériser correctement la diffusivité apparente aux limites, et peut ainsi être appliqué à la caractérisation de la fenêtre servant à la mesure de transparence acoustique. Pour ce faire une paroi de 3mm en aluminium a été posée dans la fenêtre.

Toutefois, trois points importants sont à prendre en considération pour l'analyse des mesures. Le premier est la présence de la niche qui limite les angles d'incidence. Ce point sera étudié plus en détail par la suite, toutefois nous retrouvons bien le phénomène de niche sur les résultats de la figure 3.16 puisque la valeur asymptotique du BDFI est proche de 1,5 ce qui correspond à un angle limite de  $75^\circ$  au lieu de  $87^\circ$  trouvé précédemment. Le deuxième point est la vibration de la paroi qui est bien plus forte que celle des murs en béton de la salle. La mesure des pressions bloquées est donc légèrement perturbée par la pression rayonnée par la paroi. Nous négligerons ce phénomène en hautes fréquences en le supposant du deuxième ordre devant la pression bloquée. Cependant, les premiers modes de la plaques en basses fréquences ne sont pas forcément négligeables. Enfin, comme nous l'avons déjà expliqué auparavant, la mesure de la pression réverbérée moyenne n'est pas efficace en basses fréquences et engendre des différences relativement importantes. Ces deux derniers points permettent donc d'expliquer les valeurs extrêmes du BDFI entre 100Hz et 315Hz.



(a) en bandes fines



(b) en tiers d'octave

FIG. 3.16 – Mesure du Boundary Diffuse Field Index sur une paroi en aluminium de 3mm d'épaisseur à l'intérieur de la niche à l'aide d'une antenne de microphones (moyenne sur 104 points)

### 3.5.6 Étude de l'effet de niche sur les BDFI mesurés

Concernant la niche, une expérience a été effectuée afin de quantifier son effet sur la mesure du BDFI. Pour cela, le BDFI a été mesuré sur une paroi affleurante côté salle réverbérante, puis affleurante côté niche. Les résultats sont présentés sur la figure 3.17, et montrent un effet important en dessous de 250Hz et faiblement influent au-dessus. L'effet des modes de la niche est donc bien visible. Néanmoins, bien que peu influent, l'effet de la niche au-dessus de 250Hz tend toujours à diminuer la valeur du BDFI. On retrouve donc l'effet connu de diminution de l'angle d'incidence limite.

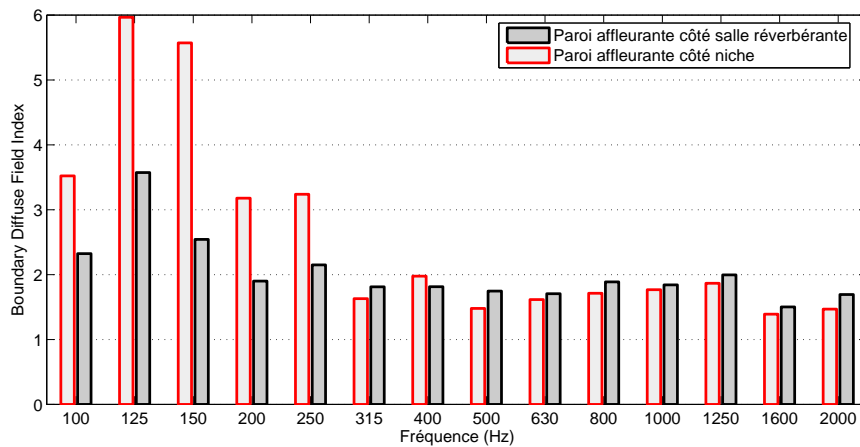


FIG. 3.17 – Comparaison des mesures de BDFI avec une paroi affleurante côté salle réverbérante puis affleurante coté niche



### 3.6 Conclusion

La méthode des mobilités présentée au chapitre 2 peut être utilisée en modélisant l'excitation de deux manières différentes : par cumul d'ondes planes décorréelées, ou par décomposition modale de la réponse de la salle d'émission. Les deux méthodes donnent des résultats sensiblement équivalents, mais la modélisation par décomposition modale présente certains avantages tels qu'un gain en temps de calcul, et la possibilité de prendre en compte la réalité des conditions d'excitation (dimensions de la salle, position de la source ou position de la paroi incidente).

Un index de diffusivité pariétale apparente a ensuite été défini (BDFI) dans le but de caractériser la diffusivité pariétale. Grâce à une analyse statistique de la répartition du BDFI sur une surface, il est donc possible de caractériser l'excitation d'une paroi soumise à un champ acoustique réverbérant. La pertinence des hypothèses de la théorie de Sabine (ondes décorréelées et champ acoustique isotrope) peut ainsi être évaluée. La moyenne ainsi que l'écart type donnés par la répartition spatiale du BDFI permettent alors de juger de la diffusivité du champ de pressions pariétales. Il s'avère finalement, d'après les différentes mesures de BDFI, que l'homogénéité n'est pas atteinte en hautes fréquences, malgré les grandes dimensions de la salle testée. La dissymétrie de la salle ainsi que la présence de diffuseurs permettent de se rapprocher en moyenne du champ diffus parfait, mais ne garantissent pas l'homogénéité du champ de pressions pariétales.

Les problèmes de reproductibilité de mesure de transparence acoustique peuvent donc s'expliquer à l'aide de ce nouvel index. Par ailleurs pour deux configurations différentes, il est possible d'établir une relation entre les moyennes du BDFI et les indices d'affaiblissement à condition que les deux moyennes soient suffisamment distinctes. Dans le cas où elles sont du même ordre de grandeur, l'hétérogénéité du champ donné par l'écart type spatial du BDFI ne permet pas de vérifier cette relation.

---

## IV- Caractérisation acoustique d'un matériau granulaire non cohésif à l'aide d'un modèle Fluide/Fluide

Il existe différents modèles, plus ou moins détaillés, permettant de décrire le comportement des matériaux poreux. Nous allons pour notre part nous intéresser au modèle de Biot. Ce dernier permet de tenir compte des propriétés de chacune des phases avec les couplages élastiques et inertiels existant entre les deux. Les méthodes de résolution telles que la méthode des matrices de transfert, ou la méthode des éléments finis permettent d'utiliser ce modèle pour la caractérisation des matériaux. Cependant la première méthode suppose des dimensions infinies, tandis que la seconde est très lourde en temps de calcul (6 ou 4 degrés de liberté par noeud selon la formulation utilisée, critère de maillage en  $\lambda/12$ , matrices de raideur et de masse variables en fréquence). Nous proposons ici un nouveau modèle pour la caractérisation des matériaux granulaires non cohésifs basé sur une simplification du modèle de Biot. Cette simplification considérable du modèle permet ensuite d'utiliser une méthode de résolution beaucoup plus simple et beaucoup moins coûteuse en temps de calcul.

### 4.1 Présentation du Modèle de Biot

Contrairement à un solide élastique isotrope homogène, un matériau poreux se compose de deux phases : la phase fluide et la phase solide. On distingue donc les tenseurs des dilatations fluides  $\underline{\underline{\varepsilon}}^f$  et solides  $\underline{\underline{\varepsilon}}^s$ , ainsi que les tenseurs des contraintes fluides  $\underline{\underline{\sigma}}^f$  et solides  $\underline{\underline{\sigma}}^s$ . La théorie de Biot ((Bio 56b), (Bio 56a), (Bio 62)) permet de décrire le comportement de ces matériaux en donnant les lois de comportement et les équations d'équilibre propres à chacune des phases. Avant d'explicitier plus en détails ces expressions, nous allons présenter les différentes notations

---

utilisées dans la suite du chapitre.

Les vecteurs des déplacements fluides  $\vec{u}^f = \begin{pmatrix} u_x^f \\ u_y^f \\ u_z^f \end{pmatrix}$  et solides  $\vec{u}^s = \begin{pmatrix} u_x^s \\ u_y^s \\ u_z^s \end{pmatrix}$  sont définis localement et permettent de calculer directement les tenseurs des déformations fluides et solides :

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^f = \frac{1}{2}(\underline{\underline{grad}}(\vec{u}^f) + {}^t\underline{\underline{grad}}(\vec{u}^f)) \quad (4.1)$$

$$\underline{\underline{\varepsilon}}^s = \frac{1}{2}(\underline{\underline{grad}}(\vec{u}^s) + {}^t\underline{\underline{grad}}(\vec{u}^s)) \quad (4.2)$$

Les dilatations volumiques sont alors obtenues en calculant la trace de ces tenseurs de déformation :  $\theta = tr(\underline{\underline{\varepsilon}}) = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = \vec{\nabla} \cdot \vec{u}$

### 4.1.1 Lois de comportement

Les relations de comportement 4.3 et 4.4 de chacune des phases fait apparaître un couplage élastique entre les deux phases. En effet, le tenseur des contraintes solides (respectivement fluides) est couplé au tenseur des déformations fluides (respectivement solides) à l'aide du coefficient de couplage Q.

$$\underline{\underline{\sigma}}^s = 2N\underline{\underline{\varepsilon}}^s + ((P - 2N)\theta^s + Q\theta^f).\underline{\underline{1}} \quad (4.3)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}^f = (Q\theta^s + R\theta^f).\underline{\underline{1}} \quad (4.4)$$

Les coefficients élastiques P, N et Q mis en jeu dans ces lois de comportement peuvent être exprimés en fonction de coefficients élastiques de chacune des phases. Il faut pour cela réaliser trois expériences fictives.

#### Première expérience

Lors de la première expérience, le matériau est soumis à un effort de cisaillement. Les lois de comportement donnent dans ce cas :

---

$$\underline{\underline{\sigma}}^s = 2N\underline{\underline{\varepsilon}}^s \quad (4.5)$$

$$\underline{\underline{\sigma}}^f = \underline{\underline{0}} \quad (4.6)$$

Le coefficient élastique  $N$  est donc égale au module de cisaillement du matériau poreux.

### Deuxième expérience

Dans la deuxième expérience, le matériau poreux est entourée d'une enveloppe flexible. L'extérieur est soumis à une pression  $P_1$ , tandis que la pression à l'intérieur des pores reste à la même pression initiale  $P_0 = 0$ . Les lois de comportement donnent dans ce cas :

$$-P_1 = (P - \frac{4}{3}N)\theta_1^s + Q\theta_1^f \quad (4.7)$$

$$0 = Q\theta_1^s + R\theta_1^f \quad (4.8)$$

Au cours de cette expérience la dilatation volumique de la phase solide est égale à la dilatation volumique qui aurait lieu dans le vide, et peut donc être reliée au module de compressibilité  $K_b$  du squelette :

$$\theta_1^s = \frac{-P_1}{K_b} \quad (4.9)$$

### Troisième expérience

Au cours de la dernière expérience, le matériau est soumis à une pression extérieure  $P_f$ , et il vient pour les lois de comportement :

$$-(1 - \phi)P_f = (P - \frac{4}{3}N)\theta_2^s + Q\theta_2^f \quad (4.10)$$

$$-\phi P_f = Q\theta_2^s + R\theta_2^f \quad (4.11)$$

La porosité  $\phi$  est ici définie comme étant le rapport du volume de la partie fluide sur le volume total du poreux :  $\phi = \frac{V^f}{V^f + V^s}$ .

La dilatation solide est cette fois directement reliée au module de compressibilité  $K_s$  du matériau constituant la phase solide :

$$\theta_2^s = \frac{-P_f}{K_s} \quad (4.12)$$

La dilatation fluide est quant à elle reliée au module de compressibilité  $K_f$  du fluide :

$$\theta_2^f = \frac{-P_f}{K_f} \quad (4.13)$$

### Définition des coefficients élastiques P, Q et N

Ces différentes équations permettent d'exprimer les coefficients P, Q et N en fonction du module de compressibilité du squelette  $K_b$ , celui du matériau constituant la partie solide  $K_s$ , celui de la partie fluide  $K_f$  et de la porosité  $\phi$  :

$$P = \frac{(1 - \phi) \left[ 1 - \phi - \frac{K_b}{K_s} \right] K_s + \phi \frac{K_s}{K_f} K_b}{1 - \phi - \frac{K_b}{K_s} + \phi \frac{K_s}{K_f}} + \frac{4}{3} N \quad (4.14)$$

$$Q = \frac{(1 - \phi) \left[ 1 - \phi - \frac{K_b}{K_s} \right] \phi K_s}{1 - \phi - \frac{K_b}{K_s} + \phi \frac{K_s}{K_f}} \quad (4.15)$$

$$R = \frac{\phi^2 K_s}{1 - \phi - \frac{K_b}{K_s} + \phi \frac{K_s}{K_f}} \quad (4.16)$$

En supposant que le matériau constituant la partie solide a un module de compressibilité bien supérieur au module de compressibilité du squelette, ces expressions se simplifient sous la forme suivante :

$$P = \frac{4}{3} N + K_b + \frac{(1 - \phi)^2}{\phi} K_f \quad (4.17)$$

$$Q = \frac{R(1 - \phi)}{\phi} \quad (4.18)$$

$$R = \phi K_f \quad (4.19)$$

Ces différentes expressions, simplifiées ou complètes, sont couramment employées avec le modèle de Biot.

---

### 4.1.2 Équations d'équilibre

Les équations d'équilibre local 4.20 et 4.21 font apparaître un terme de couplage inertiel  $\rho_a$  entre les deux phases :

$$\text{div}(\underline{\underline{\sigma}}^s) + \vec{F}_{visc} = (\rho_1 + \rho_a)\vec{\gamma}^s - \rho_a\vec{\gamma}^f \quad (4.20)$$

$$\text{div}(\underline{\underline{\sigma}}^f) - \vec{F}_{visc} = (\phi\rho_0 + \rho_a)\vec{\gamma}^f - \rho_a\vec{\gamma}^s \quad (4.21)$$

$\rho_1$  est la densité du squelette,  $\rho_0$  est la densité du fluide, et  $\rho_a$  est le terme de couplage inertiel. En effet, en l'absence de viscosité, il existe toujours un effet de masse ajoutée par le fluide sur le matériau et vice versa. Cette interaction inertielle entre les deux phases est due aux efforts engendrées sur une phase lorsque l'autre phase est soumise à une accélération. Elle ne dépend donc que de la géométrie des pores, et peut être reliée à la tortuosité  $\alpha_\infty$  du matériau poreux :  $\rho_a = \phi\rho_0(\alpha_\infty - 1)$ . Dans le cas où les pores sont des tubes cylindriques droits, l'interaction est nulle, la tortuosité est égale à  $\alpha_\infty = 1$  et on retrouve donc  $\rho_a = 0$  : il n'y a pas dans ce cas d'effet de masse ajoutée.

### 4.1.3 Effets visqueux

La viscosité du fluide engendre des efforts à l'interface fluide structure tant sur le fluide que sur la structure. Dans le cas d'un matériau poreux quelconque, ces efforts visqueux s'expriment en fonction de la porosité  $\phi$ , de la tortuosité  $\alpha_\infty$ , de la longueur caractéristique visqueuse  $\Lambda$ , de la résistivité au passage de l'air  $\sigma$ , et de la pulsation  $\omega$ . L'expression de cet effort donné par l'équation 4.22.

$$\vec{F}_{visc} = -\sigma\phi^2 G(\omega) \cdot \frac{\partial}{\partial t}(\vec{u}^s - \vec{u}^f) \quad (4.22)$$

La fonction  $G(\omega)$  est appelé fonction de Johnson, et est définie avec les différents paramètres cités précédemment selon l'expression suivante :

$$G(\omega) = \sqrt{\left(1 + \frac{4j\alpha_\infty^2\eta\rho_0\omega}{\sigma^2\Lambda^2\phi^2}\right)} \quad (4.23)$$

Il existe bien entendu des expressions plus simples permettant de définir les efforts visqueux dans le cas où les pores ont des géométries régulières. Pour tubes cylindriques par exemple, il est possible de supposer un écoulement de Poiseuille avec un fluide newtonien incompressible pour définir l'expression de ces efforts. La porosité, la tortuosité, la résistivité au passage de l'air et la longueur caractéristique visqueuse servent donc à prendre en compte la forme et les dimensions particulières des pores. Il faut par ailleurs noter que d'autres paramètres peuvent être utilisés et sont souvent rencontrés dans la littérature : le facteur de correction  $c$ , et la perméabilité visqueuse  $k_0$ . Ces derniers sont toutefois reliés aux précédents par les relations suivantes :

$$\Lambda = \frac{1}{c} \left( \frac{8\alpha_\infty \eta}{\phi \sigma} \right)^{1/2} \quad (4.24)$$

$$\sigma = \frac{\eta}{k_0} \quad (4.25)$$

$\eta$  est la viscosité dynamique du fluide en  $kg.m^{-1}.s^{-1}$  (la viscosité dynamique de l'air est de  $1,84.10^{-5}kg.m^{-1}.s^{-1}$ ).

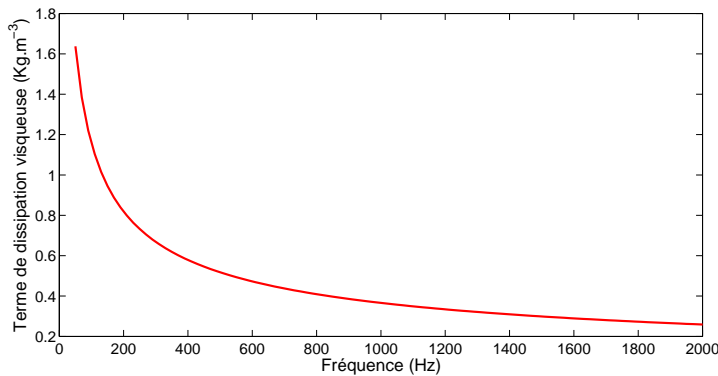


FIG. 4.1 – Évolution du module du terme de dissipation visqueuse  $-j\sigma\phi^2\frac{G(\omega)}{\omega}$  en fonction de la fréquence avec  $\phi = 0,36$ ,  $\alpha_\infty = 1,37$ ,  $\sigma = 516,2 N.m^{-4}.s$ ,  $K_b = 110000 + 6838i Pa$ ,  $\Lambda = 0,000161m$ , et  $\Lambda' = 0,00112m$

L'évolution du terme de densité volumique lié à la dissipation visqueuse est présentée sur la figure 4.1. L'effet dissipatif se produit principalement en basse fréquence. Néanmoins, bien que la densité volumique lié à la dissipation visqueuse diminue avec la fréquence et tende vers une valeur asymptotique, elle reste importante comparée à la densité volumique fluide.

Les efforts visqueux tangentiels ainsi que les couplages inertiels peuvent être introduits dans les équations d'équilibre sous forme de densités équivalentes en posant :

$$\rho_{11} = \rho_1 + \phi\rho_0(\alpha_\infty - 1) - j\sigma\phi^2\frac{G(\omega)}{\omega} \quad (4.26)$$

$$\rho_{12} = -\phi\rho_0(\alpha_\infty - 1) + j\sigma\phi^2\frac{G(\omega)}{\omega} \quad (4.27)$$

$$\rho_{22} = \phi\rho_0 + \phi\rho_0(\alpha_\infty - 1) - j\sigma\phi^2\frac{G(\omega)}{\omega} \quad (4.28)$$

On aboutit ainsi à la formulation forte en déplacement. En régime harmonique permanent de pulsation  $\omega$ , ces équations s'écrivent :

$$-\omega^2(\rho_{11}\vec{u}^s + \rho_{12}\vec{u}^f) = (P - N)\vec{\nabla}\vec{\nabla}\vec{u}^s + N\nabla^2\vec{u}^s + Q\vec{\nabla}\vec{\nabla}\vec{u}^f \quad (4.29)$$

$$-\omega^2(\rho_{22}\vec{u}^f + \rho_{12}\vec{u}^s) = R\vec{\nabla}\vec{\nabla}\vec{u}^f + Q\vec{\nabla}\vec{\nabla}\vec{u}^s \quad (4.30)$$

Cette formulation est basée sur des équations aux dérivées partielles. Elle est appelé formulation forte car elle nécessite des hypothèses de régularité plus forte (la solution du problème doit être deux fois continuellement différentiable). C'est cette formulation qui est utilisée dans la méthode des différences finies.

#### 4.1.4 Effets thermiques

Les phénomènes thermiques liés à la compression de l'air à l'intérieur des pores sont assez proches des phénomènes visqueux. En comparant par exemple le cas d'un tube cylindrique droit, l'écoulement du fluide se traduit par l'équation 4.31, tandis que les échanges thermiques se traduisent par l'équation 4.32. Ces deux équations présentent une grande similarité, et peuvent donc être traitées de la même façon. Pour des géométries de pores plus complexes, il est encore possible d'établir une analogie entre les deux phénomènes conduisant à une correspondance formelle entre les diverses expressions visqueuses et thermiques. Pour ce faire, de nouveaux paramètres thermiques sont nécessaires. Citons par exemple la longueur caractéristique thermique  $\Lambda'$ , le nombre de Prandtl  $Pr$ , ou la résistivité thermique  $\sigma'$ .



$$j\omega\rho V_z = -\frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[ \frac{\partial^2 V_z}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial^2 y} \right] \quad (4.31)$$

$$j\omega\frac{\gamma}{\nu'}\tau = -\frac{j\omega}{\kappa}p + \left[ \frac{\partial^2 \tau}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 \tau}{\partial^2 y} \right] \quad (4.32)$$

$\tau$  est la température en K,  $p$  est la pression en Pa,  $\gamma$  est le rapport des chaleurs massiques  $C_p/C_v$ ,  $\kappa$  est la conductivité thermique, et  $\nu'$  est défini par  $\nu' = \kappa/(\rho_0 C_v)$ .

Cependant, les effets thermiques, à l'inverse des effets visqueux, ne jouent pas sur la densité équivalente, mais sur le module de compressibilité du fluide. Pour arriver à l'expression finale de ce module donnée par l'équation 4.33, l'équation des gaz parfaits est utilisée pour faire le lien entre la variation de température et la compression du fluide. Notons par ailleurs que les effets thermiques sur la partie solide sont supposés négligeables par rapport à ceux sur la partie fluide. En effet, la partie solide est couramment considérée comme une source ou un puits infini de chaleur, et les variations de température ne sont donc pas prises en compte.

$$K_f = \frac{\gamma P_0}{\gamma - (\gamma - 1) \left[ 1 + \frac{\sigma' \phi}{j \text{Pr} \omega \rho_0 \alpha_\infty} G'_j (\text{Pr} \omega) \right]^{-1}} \quad , \quad (4.33)$$

avec  $G'_j (\text{Pr} \omega) = \left( 1 + \frac{4j\alpha_\infty^2 \eta \rho_0 \omega \text{Pr}}{\Lambda'^2 \sigma'^2 \phi^2} \right)^{1/2}$  et  $\Lambda' = \left( \frac{8\alpha_\infty \eta}{\phi \sigma'} \right)^{1/2}$ .

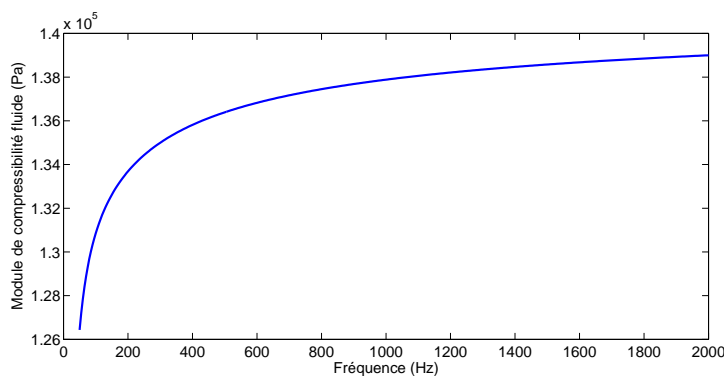


FIG. 4.2 – Influence des dissipations thermiques sur le module de compressibilité fluide avec  $\phi = 0,36$ ,  $\alpha_\infty = 1,37$ ,  $\sigma = 516,2 \text{ N.m}^{-4}.\text{s}$ ,  $K_b = 110000 + 6838i \text{ Pa}$ ,  $\Lambda = 0,000161\text{m}$ , et  $\Lambda' = 0,00112\text{m}$

L'évolution du module de compressibilité en fonction de la fréquence est présentée sur la figure 4.2. Il augmente avec la fréquence et tend vers le module de compressibilité de l'air à tempéra-

ture constante : 0,142 MPa. Ainsi, en hautes fréquences les effets thermiques sont plus faibles qu'en basses fréquences.

#### 4.1.5 Les conditions limites

Les conditions limites rencontrées peuvent être de plusieurs types pour permettre un couplage du matériau poroélastique avec différents milieux (fluide, élastique, ou poroélastique), et pour permettre une excitation en déplacements ou en efforts. Debergue (DPA 99) établit une liste des diverses conditions limites possibles dans le cadre de la formulation faible  $(U, P)$ .

Dans le cas que nous allons traiter par la suite, à savoir le calcul des mobilités d'une cavité fermée, il faut imposer des déplacements normaux fluides et solides nuls sur les bords rigides sauf sur le pavé d'excitation. Sur ce pavé, le couplage avec la paroi élastique impose une continuité des déplacements normaux fluides et solides avec le déplacement normal imposé  $U_n^i$ . Enfin, les effets de cisaillement transverse sur les bords rigides seront supposés être du deuxième ordre. Les conditions limites s'expriment donc ainsi :

$$\left. \begin{array}{l} U_n^s = U_n^f = 0 \\ \underline{\underline{\sigma}}^s \cdot \vec{t} = \underline{\underline{\sigma}}^f \cdot \vec{t} = \vec{0} \end{array} \right\} \text{ sur les parois rigides } ,$$

$$\left. \begin{array}{l} U_n^s = U_n^f = U_n^i \\ \underline{\underline{\sigma}}^s \cdot \vec{t} = \underline{\underline{\sigma}}^f \cdot \vec{t} = \vec{0} \end{array} \right\} \text{ sur le pavé d'excitation } .$$

Pour le calcul des mobilités, il est nécessaire de calculer l'effort engendré par les contraintes fluides et solides sur le pavé d'observation. La continuité des efforts sur ce pavé amène à la relation suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}}^t \cdot \vec{n} = ((\phi) \underline{\underline{\sigma}}^f + (1 - \phi) \underline{\underline{\sigma}}^s) \cdot \vec{n} .$$

Concernant maintenant le calcul de l'impédance de surface en tube de Kundt avec le modèle de Biot, les conditions limites diffèrent légèrement. L'excitation n'est plus cette fois ci réalisée par un couplage élastique, mais par un couplage acoustique avec le fluide extérieur. Dans ce cas, l'excitation est sous forme de pression imposée  $P^i$  :

$$\begin{cases} -(\phi) P^i = \underline{\underline{\sigma}}^f \cdot \vec{n} , \\ -(1 - \phi) P^i = \underline{\underline{\sigma}}^s \cdot \vec{n} . \end{cases}$$

A l'issue du calcul, le déplacement normal du fluide extérieur est déterminé par la relation suivante avec les déplacements normaux fluides et solides :

$$U_n^t = (\phi) U_n^f + (1 - \phi) U_n^s .$$

Nous verrons par la suite que pour le cas particulier des matériaux granulaires dont le module de compressibilité du squelette est proche de celui de l'air, il est possible d'utiliser des conditions d'efforts imposés pour la calcul de l'impédance de surface en tube de Kundt.

## 4.2 Introduction du modèle Fluide/Fluide

Nous allons maintenant présenter une nouvelle formulation propre à la description des matériaux granulaires non cohésifs permettant une résolution plus simple et plus rapide par décomposition modale.

Contrairement aux matériaux poreux classiques, le cisaillement interne aux matériaux granulaires lié aux frottements inter granulaires peut être négligé sous certaines conditions. Pour expliquer cette simplification considérable, considérons le cas d'une couche de matériau granulaire comprise entre deux plaques. Les contraintes de cisaillement sur la plaque inférieure dues à un déplacement transversal de la plaque supérieure peuvent être supposées nulles à condition qu'il y ait un nombre suffisant de billes dans l'épaisseur, et que la précharge exercée entre les deux plaques soit faible. En supposant ces deux conditions valides, il est possible de négliger le cisaillement de la partie solide qui peut alors être considérée comme un fluide équivalent. Ainsi, le modèle de Biot peut être simplifié en un modèle Fluide/Fluide propre aux matériaux granulaires.

Cette simplification apporte une modification des équations d'équilibre 4.20 et 4.20. La différence avec les équations de Biot se situe au niveau du terme relatif aux efforts internes dans un volume élémentaire de matière. Généralement, ce terme s'exprime par la divergence du tenseur des contraintes. Dans le cas des matériaux granulaires non cohésifs, nous supposons que le tenseur des contraintes de la phase solide peut se mettre sous une forme simplifiée identique au

tenseur des contraintes d'un fluide incompressible non visqueux :  $\sigma_s = -P_s \underline{1}$ , où  $P_s$  exprime la pression équivalente de la phase solide. Nous arrivons ainsi aux équations 4.34. Il faut par ailleurs noter que les couplages inertiels entre les deux phases liés aux phénomènes de viscosité sont toujours présents dans ces équations d'équilibre.

$$\begin{aligned} \omega^2 \rho_{11} \vec{u}_s + \omega^2 \rho_{12} \vec{u}_f &= \overrightarrow{\text{grad}} P_s \quad , \\ \omega^2 \rho_{22} \vec{u}_f + \omega^2 \rho_{12} \vec{u}_s &= \overrightarrow{\text{grad}} P_f \quad . \end{aligned} \quad (4.34)$$

Les déplacements solides et fluides peuvent ensuite être exprimés en fonction de la pression équivalente solide et de la pression fluide :

$$\begin{aligned} \vec{u}_s &= \frac{1}{\omega^2 \rho_{11}} \left[ \left( \frac{\rho_{12}^2}{\rho_{22} \rho_{11} + \rho_{12}^2} \right) + 1 \right] \overrightarrow{\text{grad}} P_s - \left( \frac{\rho_{22} \rho_{12}}{\rho_{22} \rho_{11} + \rho_{12}^2} \right) \frac{1}{\omega^2 \rho_{22}} \overrightarrow{\text{grad}} P_f \quad , \\ \vec{u}_f &= \left( 1 + \frac{\rho_{12}^2}{\rho_{22} \rho_{11}} \right)^{-1} \left[ -\frac{\rho_{12}}{\omega^2 \rho_{11} \rho_{22}} \overrightarrow{\text{grad}} P_s + \frac{1}{\omega^2 \rho_{22}} \overrightarrow{\text{grad}} P_f \right] \quad . \end{aligned}$$

Concernant les lois de comportement, elles sont issues de la théorie de Biot, mais nécessitent aussi une modification afin de tenir compte de la particularité des matériaux granulaires non cohésifs. En réutilisant le tenseur des contraintes solides précédemment introduit ( $\sigma_s = -P_s \underline{1}$ ), nous obtenons les nouvelles lois de comportement, qui peuvent être réduites à de simples équations scalaires :

$$\begin{aligned} -P_s &= P \text{div} (\vec{u}_s) + Q \text{div} (\vec{u}_f) \quad , \\ -P_f &= R \text{div} (\vec{u}_f) + Q \text{div} (\vec{u}_s) \quad . \end{aligned} \quad (4.35)$$

Les termes P, Q, et R peuvent être reliés au module élastique du squelette  $K_b$ , et au module de compressibilité de la partie fluide  $K_f$  à l'aide de la porosité  $\phi$  de la même façon que pour la théorie de Biot. En supposant que le volume solide reste constant au cours du temps (c.-à-d.  $K_s \gg K_b$ ), ces relations s'expriment ainsi :

$$\begin{aligned} P &= K_b + Q \frac{1-\phi}{\phi} \quad , \\ Q &= (1-\phi) K_f \quad , \\ R &= \phi K_f \quad . \end{aligned} \quad (4.36)$$

Les déplacements obtenus à partir des équations d'équilibre sont alors introduits dans les lois de comportements pour arriver aux équations suivantes :

$$\begin{aligned}
 -P_s &= P \left[ \frac{\rho_{22}}{(\rho_{22}\rho_{11}-\rho_{12}^2)\omega^2} \Delta P_s - \frac{\rho_{12}}{(\rho_{22}\rho_{11}-\rho_{12}^2)\omega^2} \Delta P_f \right] + Q \left[ -\frac{\rho_{12}}{(\rho_{22}\rho_{11}-\rho_{12}^2)\omega^2} \Delta P_s + \frac{\rho_{11}}{(\rho_{22}\rho_{11}-\rho_{12}^2)\omega^2} \Delta P_f \right] , \\
 -P_f &= R \left[ -\frac{\rho_{12}}{(\rho_{22}\rho_{11}-\rho_{12}^2)\omega^2} \Delta P_s + \frac{\rho_{11}}{(\rho_{22}\rho_{11}-\rho_{12}^2)\omega^2} \Delta P_f \right] + Q \left[ \frac{\rho_{22}}{(\rho_{22}\rho_{11}-\rho_{12}^2)\omega^2} \Delta P_s - \frac{\rho_{12}}{(\rho_{22}\rho_{11}-\rho_{12}^2)\omega^2} \Delta P_f \right] .
 \end{aligned}$$

Il vient, après réorganisation, la nouvelle formulation  $(P_s, P_f)$  des équations d'équilibre :

$$\begin{aligned}
 [A\Delta P_s + P_s] + B\Delta P_f &= 0 , \\
 [C\Delta P_f + P_f] + D\Delta P_s &= 0 ,
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

avec

$$\begin{cases}
 A = \left( P \frac{\rho_{22}}{(\rho_{22}\rho_{11}-\rho_{12}^2)\omega^2} - Q \frac{\rho_{12}}{(\rho_{22}\rho_{11}-\rho_{12}^2)\omega^2} \right) , \\
 B = \left( -P \frac{\rho_{12}}{(\rho_{22}\rho_{11}-\rho_{12}^2)\omega^2} + Q \frac{\rho_{11}}{(\rho_{22}\rho_{11}-\rho_{12}^2)\omega^2} \right) , \\
 C = \left( -Q \frac{\rho_{12}}{(\rho_{22}\rho_{11}-\rho_{12}^2)\omega^2} + R \frac{\rho_{11}}{(\rho_{22}\rho_{11}-\rho_{12}^2)\omega^2} \right) , \\
 D = \left( Q \frac{\rho_{22}}{(\rho_{22}\rho_{11}-\rho_{12}^2)\omega^2} - R \frac{\rho_{12}}{(\rho_{22}\rho_{11}-\rho_{12}^2)\omega^2} \right) .
 \end{cases}$$

### 4.3 Résolution des équations d'équilibre par la méthode des éléments finis

Nous allons dans un premier temps rappeler les bases de la méthode éléments finis sur le modèle de Biot complet avec la formulation  $(U_s, U_f)$ , puis nous l'appliquerons au modèle Fluide/Fluide propre aux matériaux granulaires non cohésifs.

### 4.3.1 Formulation variationnelle basée sur le Principe des Travaux Virtuels

La formulation variationnelle s'obtient en multipliant les équations d'équilibre (4.20) et (4.21) par des fonctions test cinématiquement admissibles, respectivement  $\vec{u}^{s*}$  et  $\vec{u}^{f*}$ , et en intégrant ensuite sur le domaine  $\Omega$ . Nous arrivons ainsi à la formulation variationnelle classique issue du Principe des Travaux Virtuels :

$$\int_{\Omega} [-tr(\underline{\underline{\sigma}}^s . \underline{\underline{\varepsilon}}^{s*}) + \omega^2(\rho_{11}\vec{u}^s + \rho_{12}\vec{u}^f)\vec{u}^{s*}] dV + \int_{\partial\Omega} \vec{T}^s \vec{u}^{s*} dS = 0 \quad (4.38)$$

$$\int_{\Omega} [-tr(\underline{\underline{\sigma}}^f . \underline{\underline{\varepsilon}}^{f*}) + \omega^2(\rho_{22}\vec{u}^f + \rho_{12}\vec{u}^s).\vec{u}^{f*}] dV + \int_{\partial\Omega} \vec{T}^f \vec{u}^{f*} dS = 0 \quad (4.39)$$

C'est cette formulation qui est utilisée dans la méthode des éléments finis.

### 4.3.2 Résolution par la méthode des éléments finis

Dans un premier temps, il faut discrétiser le domaine  $\Omega$  sous forme d'éléments volumiques  $\Omega_e$ .

Nous obtenons pour la partie solide :

$$\sum_e \left( \int_{\Omega_e} [-tr(\underline{\underline{\sigma}}^s . \underline{\underline{\varepsilon}}^{s*}) + \omega^2(\rho_{11}\vec{u}^s + \rho_{12}\vec{u}^f)\vec{u}^{s*}] dV_e + \int_{\partial\Omega_e} \vec{T}^s \vec{u}^{s*} dS_e \right) = 0 \quad , \quad (4.40)$$

et pour la partie fluide :

$$\sum_e \left( \int_{\Omega_e} [-tr(\underline{\underline{\sigma}}^f . \underline{\underline{\varepsilon}}^{f*}) + \omega^2(\rho_{22}\vec{u}^f + \rho_{12}\vec{u}^s).\vec{u}^{f*}] dV_e + \int_{\partial\Omega_e} \vec{T}^f \vec{u}^{f*} dS_e \right) = 0 \quad . \quad (4.41)$$

Nous allons maintenant tout ramener sous forme matricielle. Pour cela, on remplace les matrices de déformations et de contraintes par des vecteurs colonnes :

$$[\varepsilon^s] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^s \\ \varepsilon_{22}^s \\ \varepsilon_{33}^s \\ 2\varepsilon_{23}^s \\ 2\varepsilon_{13}^s \\ 2\varepsilon_{12}^s \end{bmatrix}, \quad [\varepsilon^f] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^f \\ \varepsilon_{22}^f \\ \varepsilon_{33}^f \\ 2\varepsilon_{23}^f \\ 2\varepsilon_{13}^f \\ 2\varepsilon_{12}^f \end{bmatrix}, \quad [\sigma^s] = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^s \\ \sigma_{22}^s \\ \sigma_{33}^s \\ \sigma_{23}^s \\ \sigma_{13}^s \\ \sigma_{12}^s \end{bmatrix}, \quad [\sigma^f] = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^f \\ \sigma_{22}^f \\ \sigma_{33}^f \\ \sigma_{23}^f \\ \sigma_{13}^f \\ \sigma_{12}^f \end{bmatrix}.$$

Avec cette notation, la trace du produit des matrices de contraintes et de déformations s'écrit maintenant :  $tr(\underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}}) = \sigma^t \cdot \varepsilon$ .

Des vecteurs globaux solide-fluide sont ensuite introduit :

$$\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma^s \\ \sigma^f \end{Bmatrix}, \quad \{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon^s \\ \varepsilon^f \end{Bmatrix}, \quad \{u\} = \begin{Bmatrix} u^s \\ u^f \end{Bmatrix}.$$

En utilisant ces nouvelles notations, il est possible de ramener les deux équations d'équilibre solide et fluide sous la forme d'une seule expression matricielle :

$$\sum_e \left[ \int_{\Omega_e} \left( -\{\sigma\}^t \cdot \{\varepsilon^*\} + \omega^2 \cdot \left( \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{12} & \rho_{22} \end{bmatrix} \{\vec{u}\} \right)^t \cdot \{\vec{u}^*\} \right) dV_e + \int_{\partial\Omega_e} \vec{T} \{\vec{u}^*\} dS_e \right] = 0 .$$

La méthode des éléments finis basée sur la méthode de Galerkin est utilisée pour résoudre cette équation. Il faut dans un premier temps discrétiser le domaine sous forme d'éléments volumiques caractérisés par un certain nombre de noeuds. Nous allons prendre ici comme éléments des hexaèdres isoparamétriques à 8 noeuds dont les fonctions de forme sont rappelées en annexe C. À chaque noeud est associé un vecteur de déplacements nodaux composé de 3 déplacements solides et de 3 déplacements fluides. Le champ de déplacement en tout point du volume élémentaire est ensuite interpolé à partir des déplacements aux noeuds et des fonctions de forme  $\psi_k(x, y, z)$  rassemblées dans une matrice  $[N]$  :

$$\begin{Bmatrix} u_x^s \\ u_y^s \\ u_z^s \\ u_x^f \\ u_y^f \\ u_z^f \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} N^{sf}(x, y, z) & 0 \\ 0 & N^{sf}(x, y, z) \end{bmatrix}}_{[N(x,y,z)]} \cdot \begin{Bmatrix} U1_x^s \\ U1_y^s \\ U1_z^s \\ \vdots \\ U8_x^s \\ U8_y^s \\ U8_z^s \\ U1_x^f \\ U1_y^f \\ U1_z^f \\ \vdots \\ U8_x^f \\ U8_y^f \\ U8_z^f \end{Bmatrix},$$

avec

$$[N^{sf}(x, y, z)] = \begin{bmatrix} \psi_1(x, y, z) & 0 & 0 & \dots & \psi_8(x, y, z) & 0 & 0 \\ 0 & \psi_1(x, y, z) & 0 & \dots & 0 & \psi_8(x, y, z) & 0 \\ 0 & 0 & \psi_1(x, y, z) & \dots & 0 & 0 & \psi_8(x, y, z) \end{bmatrix}.$$



Les lois de comportement du modèle de Biot sont mises sous formes matricielles à l'aide d'une matrice de comportement  $[C]$  :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}^s \\ \sigma_{22}^s \\ \sigma_{33}^s \\ \sigma_{23}^s \\ \sigma_{13}^s \\ \sigma_{12}^s \\ \sigma_{11}^f \\ \sigma_{22}^f \\ \sigma_{33}^f \\ \sigma_{23}^f \\ \sigma_{13}^f \\ \sigma_{12}^f \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} P & P-2N & P-2N & 0 & 0 & 0 & Q & Q & Q & 0 & 0 & 0 \\ P-2N & P & P-2N & 0 & 0 & 0 & Q & Q & Q & 0 & 0 & 0 \\ P-2N & P-2N & P & 0 & 0 & 0 & Q & Q & Q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ Q & Q & Q & 0 & 0 & 0 & R & R & R & 0 & 0 & 0 \\ Q & Q & Q & 0 & 0 & 0 & R & R & R & 0 & 0 & 0 \\ Q & Q & Q & 0 & 0 & 0 & R & R & R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{[C]} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^s \\ \varepsilon_{22}^s \\ \varepsilon_{33}^s \\ 2\varepsilon_{23}^s \\ 2\varepsilon_{13}^s \\ 2\varepsilon_{12}^s \\ \varepsilon_{11}^f \\ \varepsilon_{22}^f \\ \varepsilon_{33}^f \\ 2\varepsilon_{23}^f \\ 2\varepsilon_{13}^f \\ 2\varepsilon_{12}^f \end{bmatrix}.$$

Le vecteur des déformations peut aussi être relié au vecteur des déplacements grâce à une matrice  $[B]$  faisant intervenir les opérateurs de dérivées partielles :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^s \\ \varepsilon_{22}^s \\ \varepsilon_{33}^s \\ 2\varepsilon_{23}^s \\ 2\varepsilon_{13}^s \\ 2\varepsilon_{12}^s \\ \varepsilon_{11}^f \\ \varepsilon_{22}^f \\ \varepsilon_{33}^f \\ 2\varepsilon_{23}^f \\ 2\varepsilon_{13}^f \\ 2\varepsilon_{12}^f \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \end{bmatrix}}_{[B]} \begin{Bmatrix} u_x^s \\ u_y^s \\ u_z^s \\ u_x^f \\ u_y^f \\ u_z^f \end{Bmatrix}.$$

En résumé, nous avons :  $\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\}$ ,  $\{\varepsilon\} = [B]\{u\}$ , et  $\{u\} = [N]\{U_e\}$ . En introduisant

ces trois relations dans l'équation 4.3.2 et en prenant comme champ de déplacements virtuels le champ de déplacements réels, nous obtenons :

$$\begin{aligned} & \sum_e \left[ \int_{\Omega_e} \left( -([C][B][N][U_e])^t \cdot ([B][N][U_e]) + \omega^2 \cdot \left( \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{12} & \rho_{22} \end{bmatrix} [N][U_e] \right)^t \cdot ([N][U_e]) \right) dV_e \right] \\ &= - \sum_e \left[ \int_{\partial\Omega_e} \vec{T}([N][U_e]) dS_e \right] . \end{aligned}$$

Après réorganisation, les matrices de raideur et de masse élémentaires apparaissent :

$$\begin{aligned} & \sum_e \left[ -[U_e]^t \left[ \int_{\Omega_e} ([N]^t [B]^t [C]^t [B] [N]) dV_e \right] [U_e] + \omega^2 \cdot [U_e]^t \left[ \int_{\Omega_e} \left( [N]^t \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{12} & \rho_{22} \end{bmatrix}^t \cdot [N] \right) dV_e \right] [U_e] \right] \\ &= - \sum_e \left[ \int_{\partial\Omega_e} \vec{T}([N][U_e]) dS_e \right] . \end{aligned}$$

On aboutit alors à l'expression suivante :

$$\sum_e [-[U_e]^t [K_e] [U_e] + \omega^2 \cdot [U_e]^t [M_e] [U_e]] = - \sum_e \left[ \int_{\partial\Omega_e} \vec{T}([N][U_e]) dS_e \right] . \quad (4.42)$$

On peut noter au passage que ces matrices élémentaires sont symétriques et restent inchangées après transposition. En multipliant donc à droite par  $[U_e]^t$  et en transposant le tout, nous arrivons à :

$$\sum_e [[K_e][U_e] - \omega^2 \cdot [M_e][U_e]] = \sum_e \left[ \int_{\partial\Omega_e} [N]^t \vec{T} \cdot \vec{n} \cdot dS_e \right] . \quad (4.43)$$

À ce stade, il suffit de réaliser l'assemblage des matrices élémentaires pour arriver à une expression de la forme :  $[K] \cdot \{U\} = \{F\}$ , avec  $\{U\}$  le vecteur des déplacements fluides et solides sur l'ensemble des noeuds, et  $\{F\}$  le vecteur des efforts aux noeuds. En triant les variables connues en déplacement  $U_c$  et en effort  $F_c$ , et les variables inconnues en déplacement  $U_i$  et en effort  $F_i$ ,

il vient :

$$\begin{bmatrix} K1 & K2 \\ K3 & K4 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} U_i \\ U_c \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_i \\ F_c \end{Bmatrix} . \quad (4.44)$$

Après réorganisation, les déplacements et efforts inconnus s'obtiennent ainsi :

$$\begin{Bmatrix} U_i \\ F_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K1 & -Id \\ K3 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \left( \begin{Bmatrix} 0 \\ F_c \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K2 \\ K4 \end{bmatrix} \cdot \{ U_c \} \right) . \quad (4.45)$$

Les conditions limites sont donc introduites sous forme de déplacements ou d'efforts connus.

### 4.3.3 Application aux matériaux granulaires non cohésifs à l'aide du modèle Fluide-Fluide

Nous allons maintenant voir comment appliquer le modèle Fluide/Fluide avec la méthode éléments finis. Seule la loi de comportement est modifiée, et peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11}^s \\ \sigma_{22}^s \\ \sigma_{33}^s \\ \sigma_{11}^f \\ \sigma_{22}^f \\ \sigma_{33}^f \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} P & P & P & Q & Q & Q \\ P & P & P & Q & Q & Q \\ P & P & P & Q & Q & Q \\ Q & Q & Q & R & R & R \\ Q & Q & Q & R & R & R \\ Q & Q & Q & R & R & R \end{bmatrix}}_{[C]} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^s \\ \varepsilon_{22}^s \\ \varepsilon_{33}^s \\ \varepsilon_{11}^f \\ \varepsilon_{22}^f \\ \varepsilon_{33}^f \end{bmatrix} . \quad (4.46)$$

Ici le coefficient élastique P est égal à :  $P = K_b + Q \frac{1-\phi}{\phi}$ . Les calculs qui suivent après cette simplification de la loi de comportement sont identiques aux calculs présentés précédemment. La méthode des éléments finis appliquée au modèle fluide/fluide garde donc les mêmes inconvénients que ceux rencontrés avec le modèle de Biot : les calculs numériques restent en effet toujours très coûteux en temps, le nombre de degrés de libertés par noeud reste important, et les matrices de masse et de raideur dépendent toujours de la fréquence. Deux solutions sont alors envisageables pour réduire les temps de calcul. La première est de passer à une formulation

---

$(P_s, P_f)$  en éléments finis. Cela permet de réduire le nombre de degrés de liberté (2 au lieu de 6). La deuxième solution possible est la résolution des équations d'équilibre par la méthode de décomposition modale. C'est cette méthode que nous allons développer et utiliser par la suite.

## 4.4 Résolution des équations d'équilibre par décomposition modale

La formulation  $(P_s, P_f)$  des équations d'équilibre du modèle fluide/fluide peut être résolue par décomposition modale à l'aide des modes propres d'une cavité rectangulaire rigide définis par :

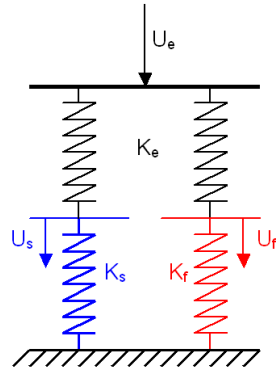
$$\psi_{pqr}(x, y, z) = \cos \frac{p\pi}{L_x}x \cos \frac{q\pi}{L_y}y \cos \frac{r\pi}{L_z}z.$$

Pour cela, il suffit de multiplier les équations 4.37 par le mode propre  $\psi_{pqr}$ , et en utilisant le théorème de Green, nous aboutissons aux équations suivantes :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} (A\Delta P_s + P_s) \psi_{pqr} d\Omega + \int_{\Omega} B\Delta P_f \psi_{pqr} d\Omega &= \int_{\Omega} (A\Delta \psi_p + \psi_p) P_s d\Omega \\ - \int_{\partial\Omega} A \left[ \psi_{pqr} \frac{\partial P_s}{\partial n} - P_s \frac{\partial \psi_{pqr}}{\partial n} \right] d\partial\Omega + \int_{\Omega} B\Delta \psi_{pqr} P_f d\Omega &- \int_{\partial\Omega} B \left[ \psi_{pqr} \frac{\partial P_f}{\partial n} - P_f \frac{\partial \psi_{pqr}}{\partial n} \right] d\partial\Omega, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} (C\Delta P_f + P_f) \psi_{pqr} d\Omega + \int_{\Omega} D\Delta P_s \psi_{pqr} d\Omega &= \int_{\Omega} (C\Delta \psi_p + \psi_p) P_f d\Omega \\ - \int_{\partial\Omega} C \left[ \psi_{pqr} \frac{\partial P_f}{\partial n} - P_f \frac{\partial \psi_{pqr}}{\partial n} \right] d\partial\Omega + \int_{\Omega} D\Delta \psi_{pqr} P_s d\Omega &- \int_{\partial\Omega} D \left[ \psi_{pqr} \frac{\partial P_s}{\partial n} - P_s \frac{\partial \psi_{pqr}}{\partial n} \right] d\partial\Omega. \end{aligned}$$

Notons au passage que les modes propres d'une cavité rigide sont tels que :  $\frac{\partial \psi_{pqr}}{\partial n} = 0$ , et qu'il est possible d'introduire les vitesses normales des phases solide et fluide avec les expressions respectives suivantes :  $\frac{\partial P_s}{\partial n} = j\rho_s \omega V_n^s$  et  $\frac{\partial P_f}{\partial n} = j\rho_f \omega V_n^f$ . Ces vitesses normales  $V_n^s$  et  $V_n^f$  sur  $\partial\Omega$  correspondent au champ de vitesse imposé, et sont supposées être égales entre elles. Cette condition limite, illustrée figure 4.3, est valide lorsque les deux phases ont un module de compressibilité du même ordre de grandeur ou lorsque le matériau poreux est couplé à un milieu très rigide (ex : plaque en aluminium). Dans le cas étudié, la rigidité de la partie solide est liée au contact entre les billes et est du même ordre de grandeur que la rigidité de la partie fluide, en l'occurrence l'air (0,142 MPa). La condition limite  $U_f = U_s$  est donc valide, que ce soit pour l'expérience en tube de Kundt ou bien pour l'expérience à l'intérieur de la double paroi en aluminium (rigidité 70 000 MPa).



$$(U_s \approx U_f) \Leftrightarrow ((K_s \approx K_f) \text{ ou } (K_e \gg K_s \text{ et } K_e \gg K_f))$$

FIG. 4.3 – Condition limite de déplacement imposé

Exprimons maintenant les pressions solide et fluide sous forme de séries modales :

$$\begin{cases} P_s(x, y, z) = \sum_{pqr} A_{pqr} \psi_{pqr}(x, y, z) \\ P_f(x, y, z) = \sum_{pqr} B_{pqr} \psi_{pqr}(x, y, z) \end{cases}$$

En injectant ces expressions dans les équations précédentes, nous obtenons les amplitudes modales suivantes :

$$A_{pqr} = \frac{Bk_{pqr}^2 B_{pqr} N_{pqr} - j\rho_s \omega V_n^s A \langle \psi_{pqr} \rangle_i - j\rho_f \omega V_n^f B \langle \psi_{pqr} \rangle_i}{N_{pqr} (1 - Ak_{pqr}^2)}, \quad (4.47)$$

$$B_{pqr} = \frac{\left( \frac{-ADk_{pqr}^2 j\omega}{(1 - Ak_{pqr}^2)} - j\omega D \right) \rho_s V_n^s \langle \psi_{pqr} \rangle_i + \left( \frac{BDk_{pqr}^2 j\omega}{(1 - Ak_{pqr}^2)} - j\omega C \right) \rho_f V_n^f \langle \psi_{pqr} \rangle_i}{N_{pqr} \left( (1 - Ck_{pqr}^2) - \frac{BDk_{pqr}^4}{(1 - Ak_{pqr}^2)} \right)}. \quad (4.48)$$

La pression moyenne créée par un déplacement imposé peut alors se calculer en faisant la moyenne des pressions pondérées par le rapport volumique des phases (c.-à-d. en utilisant la porosité) :  $P_t = (1 - \phi)P_s + \phi P_f$ .

### 4.4.1 Test de référence

Il est important de vérifier la validité du modèle sur un cas simple. Prenons le cas où les deux phases sont identiques et constituées d'air. Il n'y a donc aucun couplage inertiel ou visqueux, et les propriétés des deux phases sont similaires :  $Q = 0$ ,  $R = \phi K_f$ ,  $P = K_f$ ,  $\rho_{11} = \rho_0$ ,  $\rho_{12} = 0$ , et  $\rho_{22} = \phi \rho_0$ . Le modèle fluide-fluide permet de calculer la mobilité d'entrée d'un tube fermé. Il est ensuite possible de comparer les résultats analytiques et ceux de la méthode des mobilités appliquée à une simple cavité acoustique. Pour la méthode analytique, les fonctions de transfert entre 2 points dans un tube peuvent s'écrire sous forme d'impédance ou de mobilités :

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = -j\omega\rho \begin{bmatrix} \frac{\cos(kL)}{k \sin(kL)} & \frac{-1}{k \sin(kL)} \\ \frac{1}{k \sin(kL)} & \frac{-\cos(kL)}{k \sin(kL)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \frac{jk}{\omega\rho} \begin{bmatrix} -\frac{\cos(kL)}{\sin(kL)} & \frac{1}{\sin(kL)} \\ \frac{-1}{\sin(kL)} & \frac{\cos(kL)}{\sin(kL)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix}.$$

L'impédance d'entrée pour le tube fermé est donc égale à  $-j\rho c \frac{\cos(kL)}{\sin(kL)}$ .

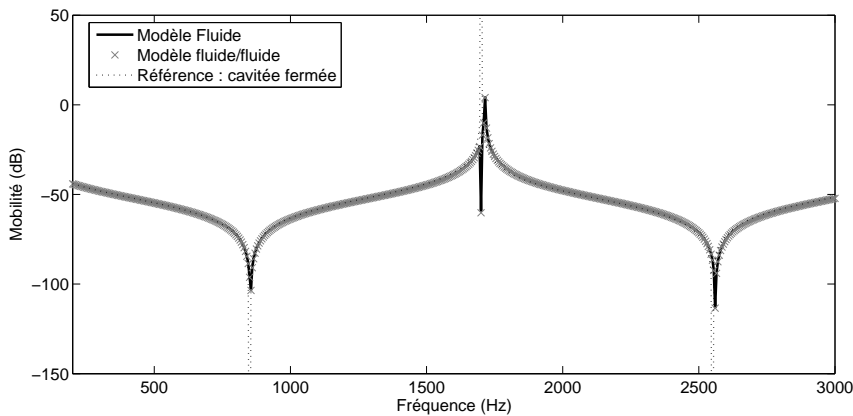


FIG. 4.4 – Comparaison des mobilités

Les résultats comparatifs avec les trois méthodes différentes montrent une bonne adéquation entre les modèles. Nous pouvons conclure avec ce simple exemple que le modèle fluide-fluide est cohérent avec les autres modèles.

## 4.5 Caractérisation acoustique des matériaux granulaires

Une des méthodes de caractérisation des matériaux habituellement utilisée en acoustique (cf. réf. (DIR 04), (CFB 05), et (IIMR 01)) consiste à recalcr un modèle sur une mesure d'impédance de surface d'un échantillon de matériau par la méthode des moindres carrés. La mesure s'effectue en tube de Kundt et permet de solliciter le matériau avec des ondes planes en incidence normale. Le schéma 4.5 représente le dispositif expérimental utilisé. La calibration s'effectue en bruit blanc en intervertissant la position des deux microphones et en mesurant les fonctions de transfert entre les deux microphones pour les deux positions. La mesure corrigée qui s'en suit est décrite par la norme ISO 10534-2. Il en résulte directement le facteur de réflexion, le coefficient d'absorption (cf. figure 4.6), ainsi que l'impédance de surface du matériau (cf. figure 4.7).

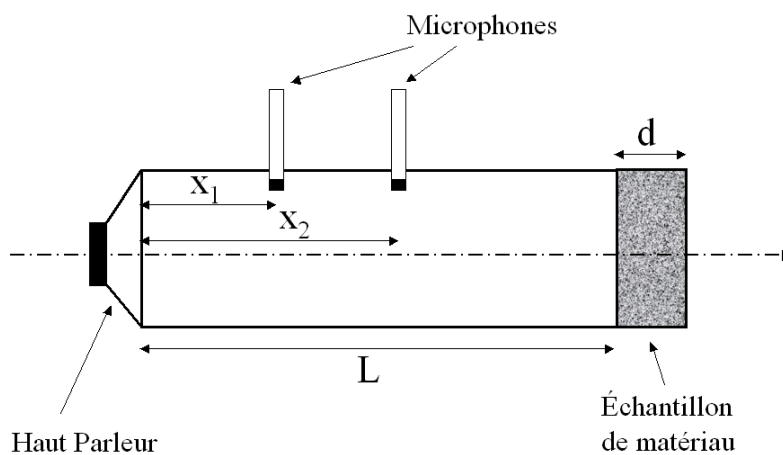


FIG. 4.5 – Expérience en tube de Kundt : montage classique

Comme le montre la figure 4.6, les mesures sur les faibles épaisseurs de matériaux ne donnent pas de bons résultats car le fait d'avoir une surface rigide en bout de tube implique des vitesses nulles au niveau de la paroi. Or les phénomènes visqueux et thermiques qui apparaissent dans les pores du matériau ne sont visibles que si le fluide est en mouvement. C'est pourquoi les faibles épaisseurs de matériau ne permettent pas de mettre en évidence les phénomènes d'absorption. Dès que l'épaisseur est suffisante, il apparaît un ou deux pics d'absorption. Les matériaux poreux usuels présentent des pics d'absorption lorsque l'épaisseur du matériau correspond au quart ou au trois quart de la longueur d'onde acoustique. Ici, un léger décalage est noté, et le maximum d'absorption est obtenu lorsque l'épaisseur du matériau correspond approximativement au cinquième ou au trois cinquièmes de la longueur d'onde acoustique. Le phénomène lié à ce maximum d'absorption est la présence d'ondes stationnaires dans le maté-

riau granulaire. Or ce phénomène doit effectivement apparaître lorsque l'épaisseur est égale au quart de la longueur d'onde. Il faut donc en conclure que la vitesse et la longueur des ondes acoustiques à l'intérieur du matériau sont plus faibles que dans l'air.

On peut noter par ailleurs l'apparition de certains artefacts autour de 850Hz. À cette fréquence la position du premier microphone se situe sur un noeud de pression lors de la phase de calibration ce qui engendre des problèmes de cohérence entre les deux microphones qui se répercutent ensuite sur les mesures. Dans la suite de l'étude ces valeurs ne sont pas prises en compte.

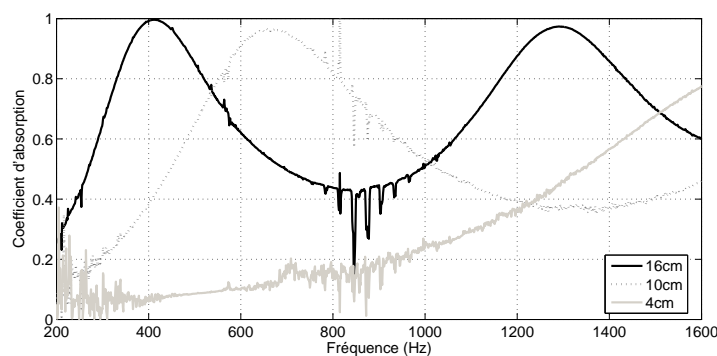


FIG. 4.6 – Coefficient d'absorption obtenu avec des couches de billes de PSE d'épaisseurs différentes

#### 4.5.1 Mesure inverse des caractéristiques du matériau granulaire

Il faut avant tout définir une fonction d'évaluation permettant de caractériser l'écart entre le modèle et la mesure. Celle-ci peut être définie soit à partir du coefficient d'absorption, soit à partir des parties réelles et imaginaires de l'impédance de surface. Ces deux dernières quantités sont plus riches en information que le coefficient d'absorption qui ne fournit lui qu'une valeur énergétique globale de l'absorption en surface du matériau. Par ailleurs, l'écart entre le modèle et l'expérience sera mesuré en effectuant la somme des différences quadratiques sur toute la bande de fréquence, et ce sur plusieurs épaisseurs de matériau pour obtenir des caractéristiques qui ne dépendent que du matériau et non de l'épaisseur du matériau. La fonction d'évaluation correspondante est donc définie telle que :

$$F_{\text{coût}} = \sum_e \sum_f \left\{ \left[ \text{Re} \left( Z_s^{\text{th}}(f, e) \right) - \text{Re} \left( Z_s^{\text{exp}}(f, e) \right) \right]^2 + \left[ \text{Im} \left( Z_s^{\text{th}}(f, e) \right) - \text{Im} \left( Z_s^{\text{exp}}(f, e) \right) \right]^2 \right\} . \quad (4.49)$$



avec  $Z_s^{th}(f, e)$  (respectivement  $Z_s^{exp}(f, e)$ ) l'impédance théorique (resp. expérimentale) à la fréquence  $f$  pour une épaisseur  $e$ .

L'impédance de surface du matériau granulaire constitué de billes de PSE est présentée en figure 4.7. C'est à partir de ces mesures que sont recalés les différents modèles.

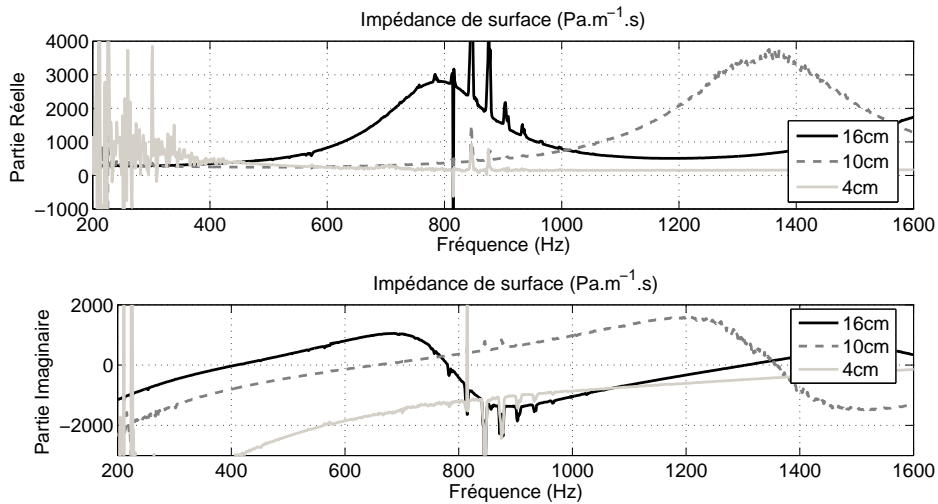


FIG. 4.7 – Impédance obtenue avec des couches de billes de PSE d'épaisseurs différentes

**À partir du modèle de Delany et Bazley**

Le modèle de Delany et Bazley (DB 70) est un modèle empirique permettant de calculer le nombre d'onde équivalent  $k_{equ}$  et l'impédance caractéristique  $Z_c$  d'un matériau poreux à l'aide d'un seul paramètre : la résistivité au passage de l'air  $\sigma$ . Les équations établies par Delany et Bazley sont les suivantes (les unités de poids, de temps et de longueur sont respectivement : le gramme, la seconde, et le centimètre) :

$$k_{equ}(\omega) = \frac{\omega}{c_0} [10,3.X^{(-0,59)} + i.(1 + 10,8.X^{(-0,7)})]$$

$$Z_c(\omega) = \rho_0 c_0 [1 + 9,08.X^{(-0,75)} - i.11,9.X^{(-0,73)}]$$

Le paramètre X dépend de la fréquence et de la résistivité au passage de l'air :  $X = f/\sigma$ .

La vitesse équivalente, la densité équivalente et l'impédance de surface peuvent ensuite être calculées :

$$c_{equ}(\omega) = \omega/k_{equ}(\omega)$$

$$\rho_{equ}(\omega) = \rho_0 c_0 \frac{k_{equ}(\omega)}{\omega}$$

$$Z_s(\omega) = Z_c(\omega).cosh(k_{equ}(\omega).e)/sinh(k_{equ}(\omega).e)$$

Les figures 4.8 et 4.9 présentent le coefficient d'absorption et l'impédance de surface obtenus avec le modèle de Delany Bazley recalé sur la mesure.

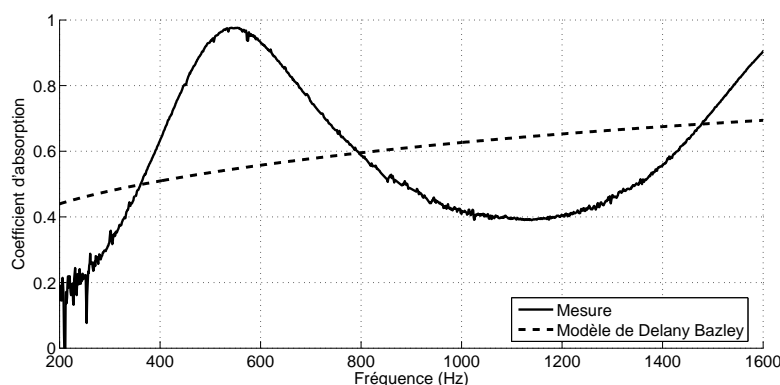


FIG. 4.8 – Comparaison entre le coefficient d'absorption mesuré et celui recalé avec le modèle de Delany Bazley pour un échantillon de 12cm d'épaisseur de matériau granulaire constitué de billes en PSE de 19g/L

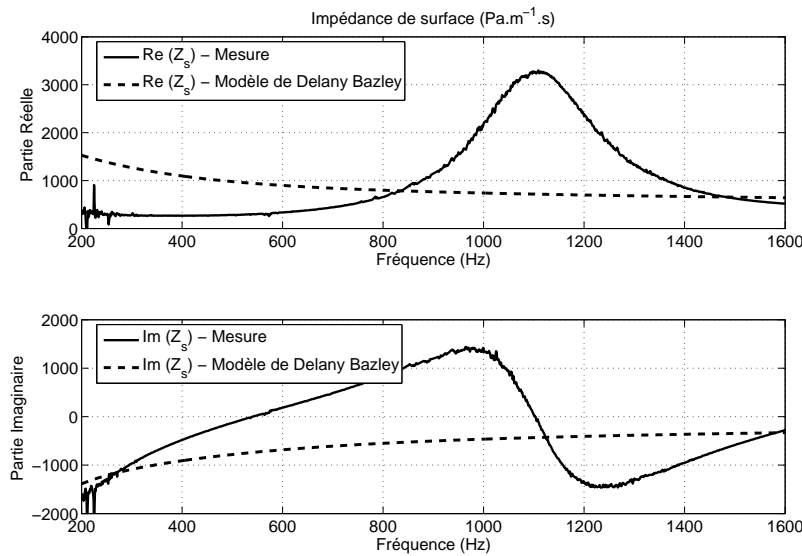


FIG. 4.9 – Comparaison entre l’impédance de surface mesurée et celle recalée avec le modèle de Delany Bazley pour un échantillon de 12cm d’épaisseur de matériau granulaire constitué de billes en PSE de 19g/L

L’optimisation de la fonction d’évaluation 4.49 avec le modèle de Delany Bazley donne une résistivité au passage de l’air de  $40291 N.m^{-4}.s$ . Cependant, cette valeur optimale semble intuitivement trop élevée. De plus, elle ne permet pas de décrire correctement le comportement du matériau granulaire. En effet, comme le montrent les figures 4.8 et 4.9, le coefficient d’absorption et l’impédance de surface obtenus avec le modèle de Delany Bazley ne présentent pas la bonne allure. Les raisons de cet échec viennent des limites du modèle. En effet, il s’agit d’un modèle empirique réalisé à partir d’expériences sur divers matériaux fibreux. Il se limite donc à ce type de matériaux, et ce dans une certaine plage de résistivité au passage de l’air. Il faut donc utiliser un modèle théorique plus précis tel que le modèle de fluide équivalent de Lafarge (BCH<sup>+</sup> 03) afin de pouvoir décrire de façon correcte le comportement des matériaux granulaires.

**À partir du modèle de fluide équivalent**

Différents modèles de fluide équivalent existent : le modèle d'Allard à 5 paramètres, le modèle d'Allard-Lafarge à 6 paramètres, et le modèle complet de Lafarge à 8 paramètres (ref. (BCH<sup>+</sup> 03)) qui va être utilisé par la suite. Les paramètres mis en jeu sont les suivants : la porosité  $\phi$ , la tortuosité en écoulement de poiseuille  $\alpha_0$ , les tortuosités visqueuse  $\alpha_\infty$  et thermique  $\alpha'$ , les perméabilités visqueuse  $k_0$  et thermique  $k'_0$ , et les longueurs caractéristiques visqueuse  $\Lambda$  et thermique  $\Lambda'$ .

Cette modélisation permet de calculer le module de compressibilité fluide équivalent  $K_{f_{equ}}$ , ainsi que la densité équivalente  $\rho_{equ}$ . Il vient ensuite aisément le calcul de l'impédance de surface. La mesure inverse des caractéristiques du matériau granulaire constitué de billes de PSE de 19g/L aboutit aux paramètres présentés dans le tableau 4.1.

Paramètre	Valeur optimale	Unité
$\phi$	0,45	
$\alpha_\infty$	1,3962	
$\alpha_0$	1,9826	
$\alpha'_0$	1,42	
$k_0$	$3,963.10^{-8}$	$m^2$
$k'_0$	$8,7613.10^{-8}$	$m^2$
$\Lambda$	$5,4057.10^{-4}$	m
$\Lambda'$	$9,1905.10^{-4}$	m

TAB. 4.1 – Récapitulatif des caractéristiques du matériau granulaire à base de billes de PSE de 19g/L avec le modèle Fluide équivalent de Lafarge

Le coefficient d'absorption et l'impédance de surface obtenus avec les paramètres optimisés sont comparés avec la mesure pour un échantillon de 12cm d'épaisseur (cf. figures 4.10 et 4.11). Le modèle de fluide équivalent ne se recale pas parfaitement avec la mesure : les courbes théoriques et expérimentales présentent la même allure, mais les amplitudes sont sensiblement différentes. Cependant, les valeurs des paramètres obtenues après optimisation ont toutes un sens physique et sont cohérentes avec la géométrie de la microstructure. La porosité de 0,45 est cohérente avec un empilement aléatoire de billes de différentes tailles. Les tortuosités  $\alpha_0$  et  $\alpha_\infty$  obtenues sont elles aussi du bon ordre de grandeur. Par ailleurs, la perméabilité visqueuse  $k_0$  indique une faible résistivité au passage de l'air de l'ordre de  $500N.m^{-4}.s$ . Cette valeur semble aussi cohérente avec la réalité du matériau qui n'offre pas de forte résistance au passage de l'air. Les longueurs caractéristiques  $\Lambda$  et  $\Lambda'$ , ainsi que les paramètres  $\alpha'_0$  et  $k'_0$  liés aux phénomènes

thermiques sont plus difficiles à évaluer. Les valeurs obtenues donnent néanmoins des ordres de grandeurs corrects par rapport aux valeurs couramment rencontrées pour les matériaux poreux usuels.

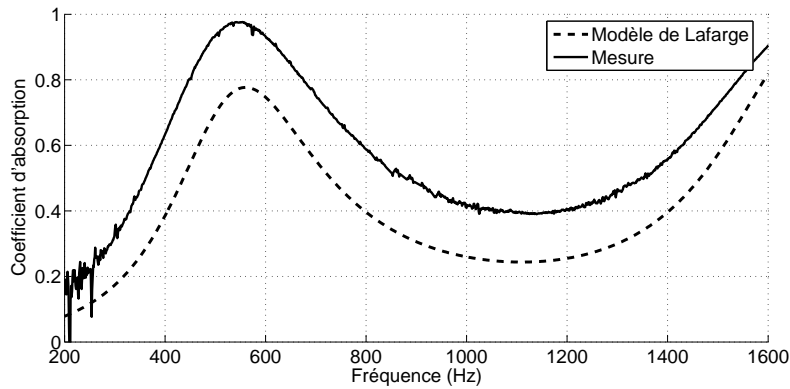


FIG. 4.10 – Comparaison entre le coefficient d'absorption mesuré et celui recalé avec le modèle Fluide équivalent de Lafarge pour un échantillon de 12cm d'épaisseur de matériau granulaire constitué de billes en PSE de 19g/L

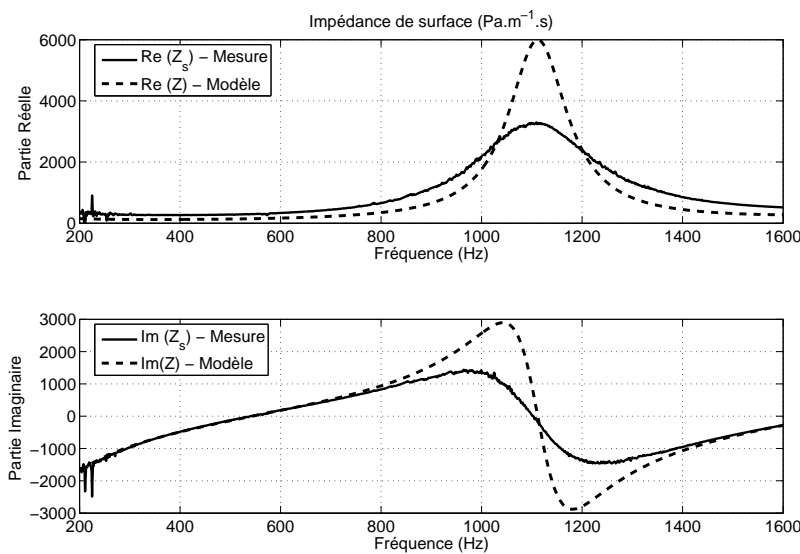


FIG. 4.11 – Comparaison entre l'impédance de surface mesurée et celle recalée avec le modèle Fluide équivalent de Lafarge pour un échantillon de 12cm d'épaisseur de matériau granulaire constitué de billes en PSE de 19g/L

Bien que ce modèle de fluide équivalent donne de meilleurs résultats que le modèle de Delany et Bazley, il ne se recale pas parfaitement sur la mesure en tube de Kundt. Pour améliorer ce recalage, la prise en compte de la phase solide semble nécessaire. Nous avons donc utilisé le modèle de Biot-Allard pour ce faire. Avant de présenter les résultats issus de ce modèle, il est quand même intéressant d'observer l'influence des effets viscothermiques sur la densité équivalente et sur la célérité équivalente de la partie fluide à l'aide du modèle de Lafarge.

La densité équivalente du fluide est présentée sur la figure 4.12. La partie réelle est quasi-constante sur la bande de fréquence étudiée, et toujours supérieure à la densité de l'air, tandis que la partie imaginaire de signe négatif, tend vers zéro. L'effet dissipatif rencontré est donc un phénomène plutôt basses fréquences. Il est ici uniquement lié à la dissipation d'énergie par frottements visqueux à l'interface fluide structure au niveau des pores.

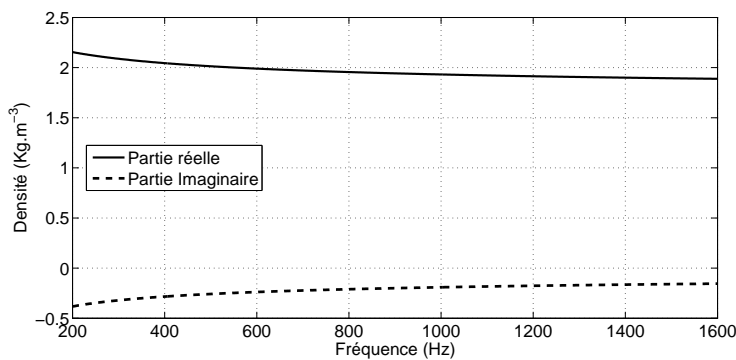


FIG. 4.12 – Densité équivalente dans le fluide équivalent en fonction de la fréquence

La célérité équivalente du fluide est présentée sur la figure 4.13. Elle augmente avec la fréquence et tend de façon asymptotique vers une valeur voisine de 275m/s. En outre, sa partie imaginaire est très importante en basses fréquences et diminue avec la fréquence. Là encore, les phénomènes dissipatifs sont plus importants en basses fréquences, mais dans ce cas ils tiennent aussi compte des dissipations thermiques. Cette différence de célérité entre les ondes se propageant dans le matériau granulaire et celles se propageant dans l'air provoque un phénomène de réfraction lorsque les ondes passent d'un milieu à l'autre. Ce phénomène sera étudié plus en détails dans le chapitre suivant concernant la transmission acoustique au travers de doubles parois remplies de matériau granulaire.

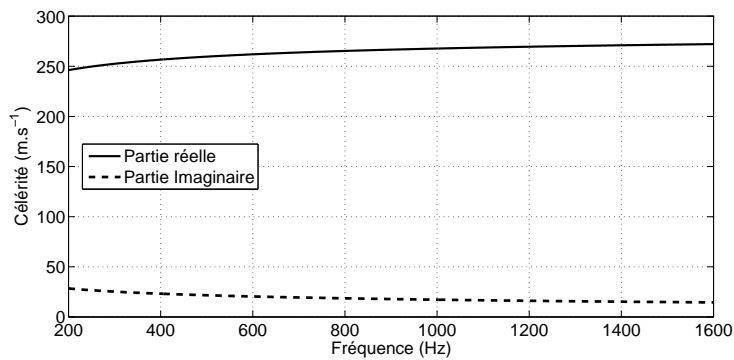


FIG. 4.13 – Célérité de ondes acoustiques dans le fluide équivalent en fonction de la fréquence

**À partir du modèle de Biot-Allard**

Le modèle de Biot-Allard utilise 5 paramètres : la porosité  $\phi$ , la tortuosité  $\alpha_\infty$ , la résistivité au passage de l'air  $\sigma$ , ainsi que les longueurs caractéristiques visqueuse  $\wedge$  et thermique  $\wedge'$ . À ces paramètres viennent s'ajouter le module de cisaillement du squelette défini par deux paramètres pour prendre en compte l'amortissement structural  $G = N(1 + j\eta)$ , et le coefficient de Poisson de la partie solide  $\nu$ .

Les paramètres liés à la partie solide sont censés être connus pour un matériau continu quelconque. Cependant, il s'agit ici de paramètres globaux relatifs à un matériau granulaire. Ils sont donc loin d'être évident à déterminer. C'est pourquoi nous avons choisi de les introduire comme paramètres dans le modèle de Biot-Allard. Seule la masse volumique du matériau est connue (ici nous avons  $\rho_1 = 19g.L^{-1}$ ).

Les résultats de l'optimisation conduisent aux valeurs présentées dans le tableau 4.2.

Paramètre	Valeur optimale	Unité
$\phi$	0,44148	
$\alpha_\infty$	1,2026	
$\sigma$	1000	$N.m^{-4}.s$
$G$	$11925 + 4258i$	$Pa$
$\nu$	0,49993	
$\wedge$	0,00024106	m
$\wedge'$	0,0007279	m

TAB. 4.2 – Récapitulatif des caractéristiques du matériau granulaire à base de billes de PSE de 19g/L avec le modèle de Biot-Allard

Le coefficient d'absorption et l'impédance de surface obtenus avec ce modèle et les paramètres optimisés sont comparés avec la mesure pour un échantillon de 12cm d'épaisseur (cf. figures 4.14 et 4.15). Le modèle de Biot-Allard donne de meilleurs résultats que le modèle précédent de fluide équivalent de Lafarge. En effet, les courbes théoriques et expérimentales se superposent de façon étonnante. La prise en compte de l'élasticité du squelette améliore donc les résultats théoriques. Concernant les valeurs des paramètres obtenues après optimisation, on retrouve une porosité proche de 0.4, une faible tortuosité, ainsi qu'une faible résistivité au passage de l'air. Les longueurs caractéristiques obtenues sont cohérentes avec les dimensions des pores (cf. figure 1.8). Enfin, un dernier point intéressant concerne les propriétés élastiques du squelette. Elles mettent en évidence un module de Coulomb très faible et un coefficient de Poisson très



élevé. Le squelette se rapproche donc d'un fluide incompressible, et l'hypothèse visant à négliger le cisaillement dans la partie solide pour pouvoir utiliser un modèle fluide-fluide est ainsi validée.

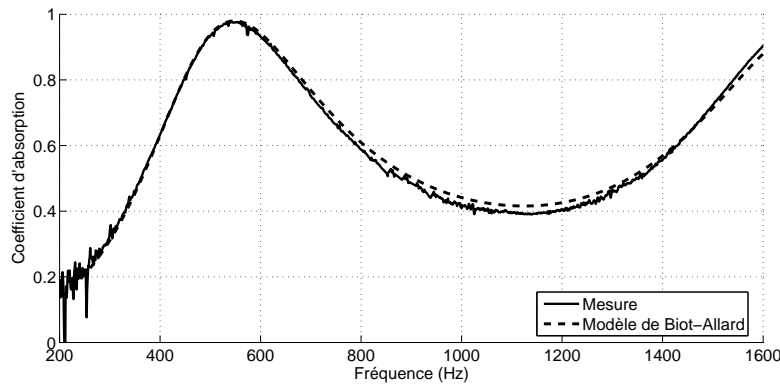


FIG. 4.14 – Comparaison entre le coefficient d'absorption mesuré et celui recalé avec le modèle de Biot-Allard pour un échantillon de 12cm d'épaisseur de matériau granulaire constitué de billes en PSE de 19g/L

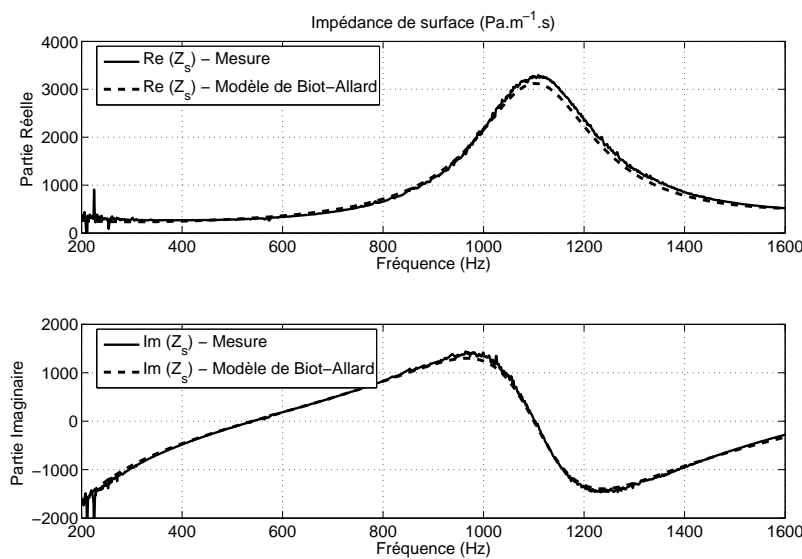


FIG. 4.15 – Comparaison entre l'impédance de surface mesurée et celle recalée avec le modèle de Biot-Allard pour un échantillon de 12cm d'épaisseur de matériau granulaire constitué de billes en PSE de 19g/L

**À partir du modèle fluide/fluide**

Le modèle fluide/fluide est assez similaire du modèle de Biot. Cependant le module de cisaillement ainsi que le module de Poisson ne sont plus nécessaires pour décrire le comportement de la partie solide. Ils sont remplacés par le module de compressibilité du squelette  $K_b$ . Les résultats de l'optimisation conduit aux valeurs présentées dans le tableau 4.3. Notons au passage que nous n'avons ici utilisé que les 5 paramètres du modèle d'Allard pour prendre en compte les dissipations viscothermiques. Ces 5 paramètres permettant d'arriver à de bons résultats, il n'a pas semblé utile de complexifier le modèle en prenant les 8 paramètres du modèle de Lafarge.

Paramètre	Valeur optimale	Unité
$\phi$	0,35788	
$\alpha_\infty$	1,3725	
$\sigma$	516,2	$N.m^{-4}.s$
$K_b$	$110000 + 6837,6i$	$Pa$
$c$	6,4929	
$c'$	0,932	

TAB. 4.3 – Récapitulatif des caractéristiques du matériau granulaire à base de billes de PSE de 19g/L avec le modèle Fluide/Fluide

Il est aussi possible de calculer les longueurs caractéristiques grâce à l'équation 4.24, et on trouve :  $\Lambda = 0,00016105m$ , et  $\Lambda' = 0,001122m$ .

Le coefficient d'absorption et l'impédance de surface obtenus avec ce modèle fluide-fluide et les paramètres optimisés sont comparés avec la mesure pour un échantillon de 12cm d'épaisseur (cf. figures 4.14 et 4.15). Nous arrivons à un bon recalage du modèle fluide/fluide avec l'expérience malgré les hypothèses et simplifications appliquées au modèle fluide-fluide. La principale simplification est celle visant à négliger le cisaillement de la partie solide. Cette simplification considérable est l'intérêt principal de ce modèle car elle permet une résolution beaucoup plus rapide par la méthode de décomposition modale. Cependant, dans le cas du tube de Kundt où l'échantillon n'est soumis qu'à des ondes longitudinales de traction compression, cette simplification ne joue aucun rôle. La deuxième hypothèse est liée à la méthode de résolution par décomposition modale, et plus particulièrement aux conditions limites de vitesses imposées égales sur les deux phases. Afin de pouvoir utiliser de telles conditions limites, nous avons supposé un module de compressibilité de la partie solide du même ordre de grandeur que le module de compressibilité de la partie fluide. Cela étant, malgré cette hypothèse forte, les résultats issus du modèle fluide-fluide recalent bien la mesure en tube de Kundt, et les valeurs des paramètres

obtenus après optimisation sont du même ordre de grandeur que celles obtenues avec le modèle de Biot-Allard : une porosité convenable de 0.35, une faible tortuosité, ainsi qu'une faible résistivité au passage de l'air. Les longueurs caractéristiques sont encore une fois assez élevées mais semblent être cohérentes avec la microstructure. Enfin, le module de compressibilité du squelette de 110000 Pa est de l'ordre de grandeur du module de compressibilité fluide de 142000 Pa. Ce module est intrinsèquement lié au contact entre les billes pouvant être modélisé par un contact de Hertz. Il n'est donc pas étonnant d'obtenir un module de compressibilité aussi faible étant donné que l'échantillon n'est soumis à aucune précharge. Une autre comparaison peut être effectuée avec les paramètres donnés par Allard (AHT<sup>+</sup> 98) pour un empilement de billes sphériques :  $\phi = 0,4$ ,  $\alpha_\infty = 1,37$ ,  $k_0 = 1,5 \cdot 10^{-9} m^2$ ,  $k'_0 = 5 \cdot 10^{-9}$ ,  $\Lambda = 0,09 mm$ ,  $\Lambda' = 0,32 mm$ . Ces valeurs sont très proches de celles obtenues avec le modèle fluide/fluide pour notre matériaux granulaire, et permettent donc d'être confiant sur la qualité des résultats obtenus par mesure inverse.

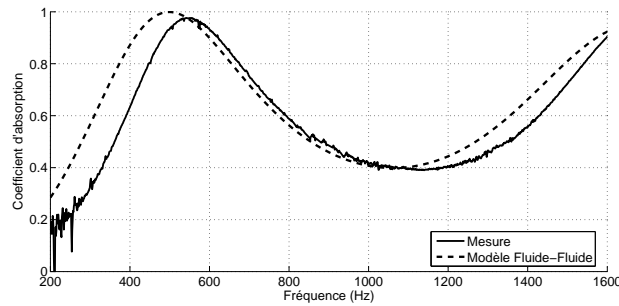


FIG. 4.16 – Comparaison du coefficient d'absorption mesuré et recalé avec le modèle Fluide/Fluide pour un échantillon de 12cm de matériau granulaire (PSE de 19g/L)

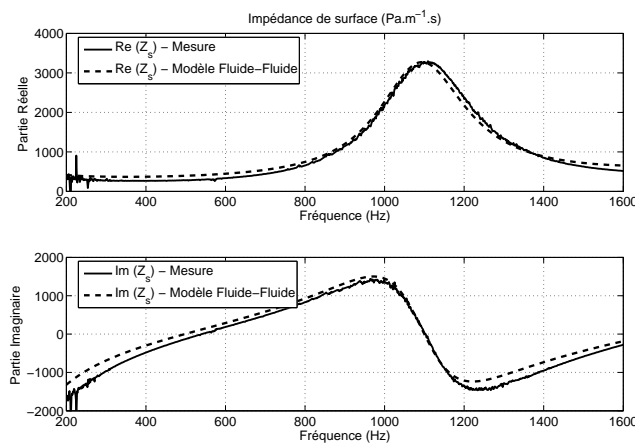


FIG. 4.17 – Comparaison de l'impédance mesurée et recalée avec le modèle Fluide/Fluide pour un échantillon de 12cm de matériau granulaire (PSE de 19g/L)

**Caractérisation d'empilement aléatoire de billes**

Un autre outil, numérique cette fois, peut être utilisé pour évaluer les paramètres tels que la tortuosité ou la porosité d'un matériau granulaire. Il suffit de générer un empilement de billes sphériques de façon aléatoire (cf. figure 4.18(a)). Ensuite en effectuant des coupes transversales dans cet empilement (cf. figure 4.18(b)), il est possible de déterminer la porosité et la tortuosité du matériau dans cette coupe. Une moyenne sur plusieurs coupes donne alors la valeur moyenne de la porosité et de la tortuosité du matériau. D'autres paramètres tels que les longueurs caractéristiques visqueuse et thermique peuvent aussi être mesurés grâce aux rayons des pores respectivement au niveau des étranglements et au niveau des élargissements. Le calcul moyen de ces paramètres par traitement d'image des coupes transversales n'a pas été effectué. Cependant, leur valeur semble plutôt être de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre, ce qui est bien cohérent avec les valeurs obtenues par mesure inverse.

L'empilement réalisé ici a été effectué avec des billes de 1mm de diamètre, et une variation de rayon de  $+/-0,3mm$ . La porosité obtenue est de 0,47, tandis que la tortuosité est de 1,27. L'optimisation à partir du modèle de fluide équivalent de Lafarge donne des résultats sensiblement équivalents (respectivement 0,45 et 1,4). Le modèle fluide-fluide donne des résultats légèrement différents mais toujours du même ordre de grandeur (respectivement 0,36 et 1,37). L'optimisation des paramètres liés aux différents modèles permet donc bien d'obtenir des valeurs proches de la réalité.

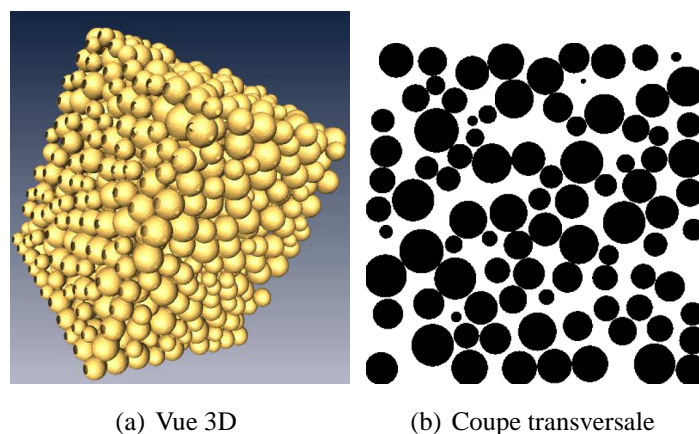


FIG. 4.18 – Empilement aléatoire de billes réalisé numériquement

### Caractérisation par microtomographie

Le principe de la microtomographie est de soumettre un échantillon de matériau à une source de rayons X. En aval de la source, un récepteur mesure l'absorption des rayons X au travers de l'échantillon. Cette absorption est liée au numéro atomique du matériau et à la densité du matériau. En effectuant plusieurs images de l'échantillon sous différents angles, il est possible de reconstruire l'image 3D de l'échantillon. Les traitements d'image permettent ensuite de mesurer la porosité, et la tortuosité du matériau.

Concernant les billes de polystyrène expansé, leur coefficient d'absorption étant très faible, la différence de contraste entre l'air et les billes n'est pas suffisante pour réaliser des images correctes de la micro structure. Pour cela, des billes de verre de dimensions équivalentes aux billes de polystyrène ont été utilisées. La reconstruction de l'empilement à partir de la mesure par microtomographie donne les images présentées en figure 4.19. La porosité mesurée sur ces images est de 0,36 tandis que la tortuosité moyenne obtenue est de 1,37. La mesure inverse à partir des modèles de fluide équivalent et fluide-fluide donnent les mêmes résultats (0,45 et 1,4 pour le modèle de fluide équivalent, et 0,36 et 1,37 pour le modèle fluide-fluide).

Nous pouvons donc voir que les différents résultats obtenus par microtomographie, et par mesure inverse sont similaires ce qui est plutôt encourageant sur la fiabilité de la méthode de mesure inverse.

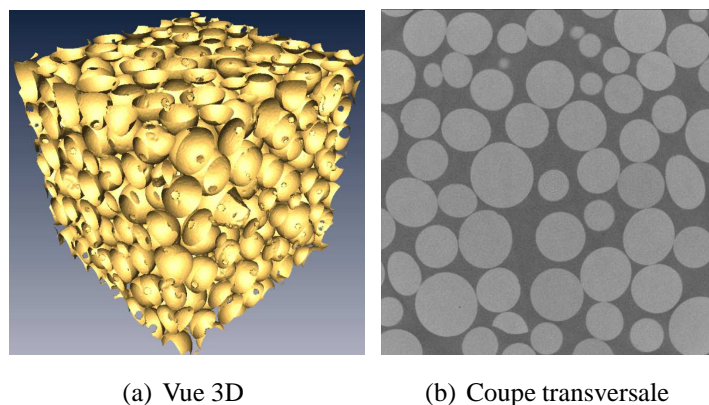


FIG. 4.19 – Empilement de billes de verre caractérisé par microtomographie

### 4.5.2 Caractérisation de l'impédance de transfert d'un échantillon de matériau granulaire

Les différents modèles utilisés, hormis le modèle de Delany Bazley, permettent de recalculer l'impédance de surface du matériau granulaire. Néanmoins, le modèle de fluide équivalent se distingue des deux autres par le fait qu'il ne prend pas en compte l'élasticité de la partie solide. L'effet sur l'impédance d'entrée est marqué, mais qu'en est-il de l'impédance de transfert ? La figure 4.20 présente une comparaison entre l'impédance de transfert calculée avec le modèle de fluide équivalent et celle calculée avec le modèle fluide-fluide. Il apparaît de fortes différences alors que les deux modèles se recalent bien sur l'impédance d'entrée. Le modèle de fluide équivalent peut donc engendrer des erreurs de calcul dans des applications où le couplage élastique n'est pas négligeable comme c'est le cas pour le calcul de la transparence acoustique de doubles parois remplies de matériaux granulaires que nous présenterons par la suite.

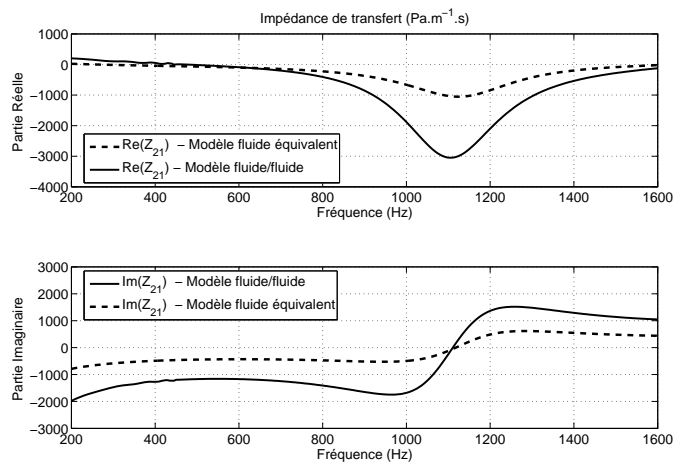


FIG. 4.20 – Comparaison de l'impédance de transfert avec le modèle de fluide équivalent et la modèle fluide/fluide

## 4.6 Conclusions

En conclusion, le modèle Fluide/Fluide présenté au cours de ce chapitre permet de caractériser les matériaux granulaires non cohésifs de façon correcte. Pour établir ce modèle une hypothèse forte a été faite sur la loi de comportement du matériau en négligeant le cisaillement interne dans la phase solide. Cela revient donc à considérer la phase solide comme un fluide équivalent.

La possibilité d'utiliser une résolution par décomposition modale est un autre aspect important de ce modèle. En effet, cette méthode de résolution permet de simplifier notablement la formulation et de gagner considérablement en temps de calcul. Cependant, cette méthode de résolution implique de nouvelles conditions limites en vitesses. Pour cela, il est nécessaire de s'assurer que le module de compressibilité de la phase solide est du même ordre de grandeur que celui de la phase fluide, ou que le module de compressibilité du milieu couplé au matériau granulaire est bien supérieur à celui des deux phases. Dans le cas de matériaux granulaires légers non précontraints, le module de la phase solide est bien du même ordre de grandeur que celui de la phase fluide.

Enfin, il est aussi important de noter l'avantage du modèle Fluide/Fluide sur le modèle de fluide équivalent puisqu'il permet de prendre en compte l'élasticité de la partie solide.

---

## **V- Transparence acoustique d'une double paroi remplie de matériau granulaire**

Ce chapitre est consacré à la transparence acoustique des doubles parois remplies de matériaux granulaires. Des mesures de transparence acoustique sont tout d'abord présentées. Ensuite, les modèles de fluide équivalent et fluide/fluide sont appliqués au calcul de la transparence acoustique, et les résultats obtenus sont alors comparés avec les mesures. Quelques compléments d'informations sont donnés sur les matériaux granulaires pour mieux comprendre leur influence sur la transmission acoustique, et notamment sur le phénomène de réfraction, l'amortissement interne, et la rigidité du matériau liée au contact entre les billes. Enfin, une étude expérimentale comparative est réalisée sur différents matériaux et permet de mettre en évidence la particularité des matériaux granulaires sur la transmission acoustique.

### **5.1 Mesure de la transparence acoustique de doubles parois remplies de matériaux granulaires**

L'amélioration de l'isolation acoustique des doubles parois à l'aide de matériaux classiques ayant déjà fait l'objet de plusieurs études, nous nous sommes intéressés aux matériaux granulaires, en nous limitant néanmoins aux matériaux granulaires légers pour garder un aspect pratique.

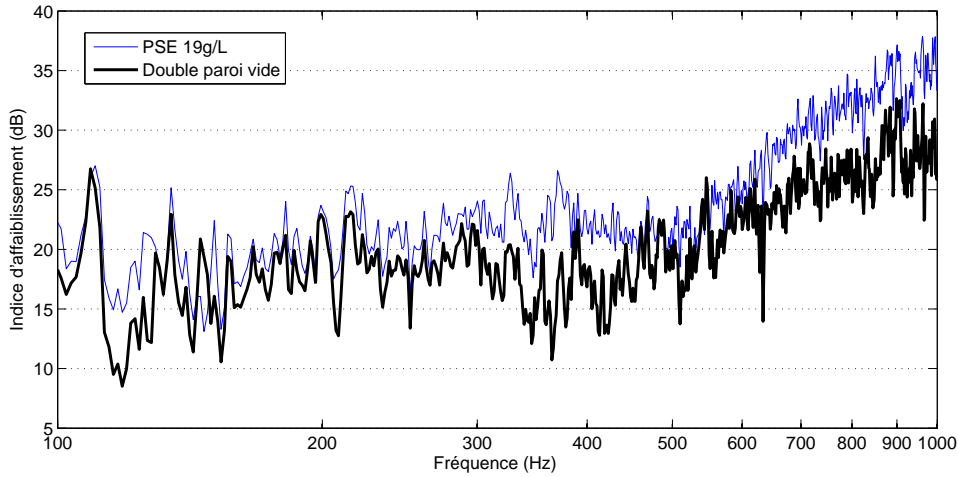
Notre approche a été dans un premier temps expérimentale. Ainsi, plusieurs types de matériaux granulaires ont été insérés dans une double paroi, puis des mesures de transparence acoustique identiques à celles présentées au chapitre 2 (cf. figure 2.17) ont mis en évidence les bonnes propriétés d'isolation des matériaux granulaires. Ces résultats nous ont conduit à déposer un

---

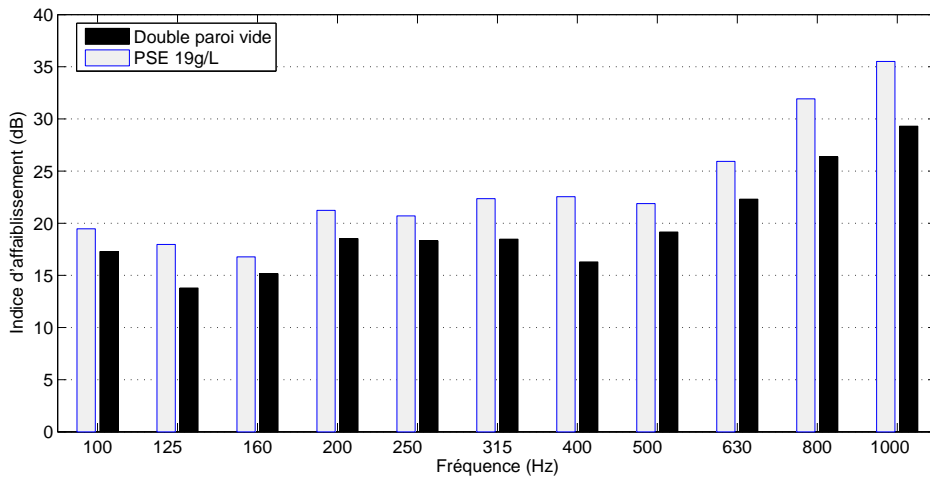


brevet dont le texte est présenté en annexe D.

La figure 5.1 illustre bien le gain apporté par l'ajout des matériaux granulaires. Nous pouvons observer sur cette figure que l'amélioration ne se situe pas seulement en hautes fréquences, mais aussi en basses fréquences, et notamment autour du phénomène de résonance.



(a) Analyse en bandes fines



(b) Analyse en tiers d'octave

FIG. 5.1 – Amélioration de l'indice d'affaiblissement d'une double paroi en aluminium par ajout de billes de PSE

Notons par ailleurs que les mesures présentées dans ce chapitre diffèrent légèrement de celles présentées en annexe D. En effet, l'ajout des matériaux granulaires s'est effectué de deux manières différentes. Pour les premières expériences présentées en annexe D, le remplissage des

billes s'est fait in situ par gravité sur la double paroi montée dans la fenêtre. Par la suite le remplissage des billes s'est fait avant le montage de la double paroi sur la fenêtre. Nous pouvons voir sur la photo 5.2 qu'un remplissage complet et homogène peut ainsi être obtenu. Cependant un effet de compactage des billes est visible lors de la dépose de la fenêtre.



(a) Avant la pose

(b) Après la dépose

FIG. 5.2 – Remplissage de la double paroi, avant et après l'expérience

## 5.2 Calcul de la transparence acoustique de doubles parois remplies de matériaux granulaires

### 5.2.1 Modèle fluide équivalent

La modélisation de type fluide équivalent nous permet d'introduire directement la densité équivalente et la célérité équivalente dans le modèle des mobilités de pavé pour le calcul de la transparence acoustique des doubles parois. Ces deux variables dépendent de la fréquence et sont calculées à partir des paramètres obtenus par mesure inverse (cf. tableau 4.1). Les résultats obtenus pour une double paroi en aluminium de 1,5m par 0,96m, constituée de plaques d'épaisseurs 2mm et 1,5mm, et séparées par 1cm de matériau granulaire en PSE de 19g/L sont présentés sur la figure 5.3. Nous voyons ici que le modèle de fluide équivalent n'est pas adapté en transparence acoustique. Il existe en effet un décalage important avec la réalité, et ce principalement sur la fréquence de respiration : d'une part elle se situe bien en dessous de la fréquence de respiration expérimentale, et d'autre part le phénomène de respiration est plus accentué que dans l'expérience. Comme nous l'avons déjà remarqué au chapitre précédent avec l'impédance

de surface et l'impédance de transfert, le modèle de fluide équivalent ne prend pas en compte l'élasticité de la partie solide. Or cette élasticité joue ici un rôle important dans la transmission acoustique au travers des doubles parois. C'est pourquoi notre matériau granulaire ne peut pas être modélisé par un simple modèle de fluide équivalent.

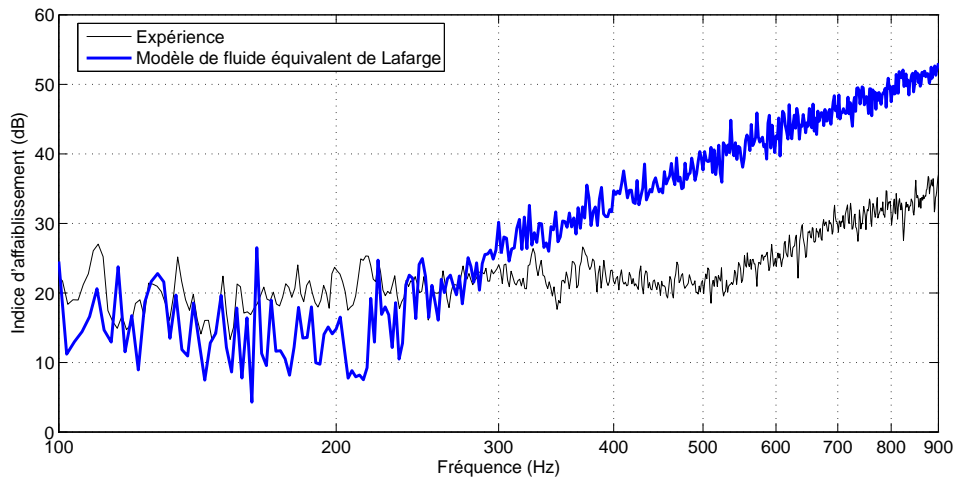


FIG. 5.3 – Comparaison du modèle fluide équivalent avec l'expérience - Double paroi en aluminium ( $L_x=0.96m$ ,  $L_z=1.5m$ ), d'épaisseur 2mm et 1.5mm, séparées par 1cm d'air

Le décalage en fréquence du phénomène se comprend aisément à partir de l'évolution de la célérité équivalente présentée en figure 4.13 : celle-ci est toujours inférieure à la célérité du son dans l'air. La raideur du fluide équivalent donnée par  $K = \frac{\rho_{equ} c_{equ}^2}{e \cos^2 \theta}$  est donc plus faible, ce qui explique le décalage vers les basses fréquences du phénomène de respiration.

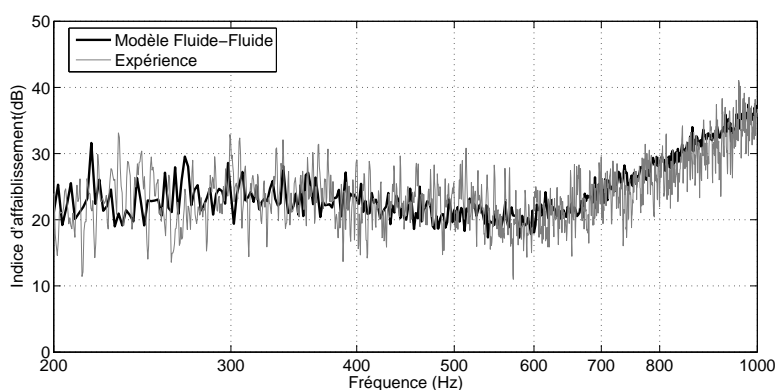
## 5.2.2 Modèle fluide/fluide

En utilisant le modèle fluide-fluide dans la méthode des mobilités de pavé, le calcul de la transparence acoustique d'une double paroi remplie de matériau granulaire est réalisable. Pour ce faire, l'équation d'Helmholtz (équation 2.32) est remplacée par les équations d'équilibre des matériaux granulaires données par le modèle fluide/fluide (équation 4.37). Les calculs qui s'en suivent, aboutissent à l'expression suivant de l'impédance de transfert entre les pavés  $i$  et  $j$  :

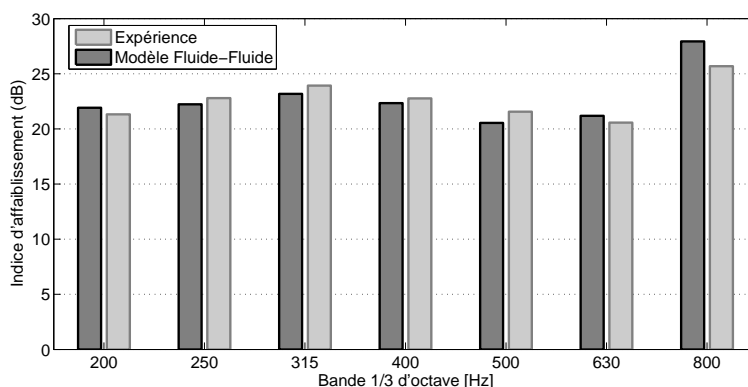
$$\langle \langle Z \rangle_j \rangle_i = \sum_{pqr} \left[ \int_{S_j} ((1 - \phi) A_{pqr} \psi_{pqr}(x, y, Z_j) + \phi B_{pqr} \psi_{pqr}(x, y, Z_j)) dx dy \right] \quad (5.1)$$

Les amplitudes modales  $A_{pqr}$  et  $B_{pqr}$  calculées en imposant des vitesses solide et fluide sur le

pavé  $i$  de la cavité sont données par les expressions 4.47 et 4.48. Les mobilités de surface s'obtiennent ensuite en inversant la matrice globale des impédances. Le calcul de la transparence acoustique est le même que dans le cas d'une cavité d'air, et il aboutit aux résultats présentés figures 5.4. La comparaison est établie à partir de l'expérience réalisée avec un remplissage de billes par gravité. On observe un très bonne prédiction de la transparence acoustique avec le modèle fluide/fluide. En effet, les courbes présentent la même allure, et les différences maximales en tiers d'octaves sont de l'ordre de 2dB, ce qui est satisfaisant au vue des critères de reproductibilité et de répétabilité de mesure donnés par la norme ISO 140-3.



(a) Analyse en bandes fines



(b) Analyse en tiers d'octaves

FIG. 5.4 – Comparaison du modèle fluide/fluide avec l'expérience - Double paroi en aluminium ( $L_x=0.96m$ ,  $L_z=1.5m$ ), d'épaisseur 2mm et 1.5mm, séparées par 1cm d'air

## 5.3 Comportement des matériaux granulaires en transmission acoustique

Plusieurs phénomènes propres aux matériaux granulaires sont importants pour bien comprendre le gain en isolation acoustique apporté par de tels matériaux. Le premier est le phénomène de réfraction dû au changement de vitesse de propagation des ondes acoustiques qui permet de limiter la transmission des ondes rasantes. Le deuxième est l'amortissement lié au contact et au frottement entre les billes qui permet de dissiper de l'énergie mécanique. Le dernier est la faible rigidité de ce type de matériau qui permet de limiter le couplage entre les deux parois.

### 5.3.1 Phénomène de réfraction

La célérité équivalente présentée en figure 4.13 permet d'expliquer l'amélioration de l'isolation acoustique par ajout de matériaux granulaires. En effet, bien que les dissipations visqueuses et thermiques soient à l'origine de pertes énergétiques à l'intérieur du matériau, il existe aussi un phénomène de réfraction des ondes acoustiques dans le matériau. La loi de Snell-Descartes ( $n_1 \cdot \sin(\theta_1) = n_2 \cdot \sin(\theta_2)$ ), illustrée par la figure 5.5, permet de mieux comprendre ce phénomène. Les indices de réfraction  $n_1$  du milieu 1 et  $n_2$  du milieu 2 se calculent avec la célérité des ondes acoustique dans chacun des milieu selon la formule suivante :  $n_i = c/v_i$ . L'angle de réfraction  $\theta_2$  des ondes dans le milieu 2 dépend donc du rapport des vitesses de propagation entre les deux milieux, et de l'angle d'incidence  $\theta_1$ .

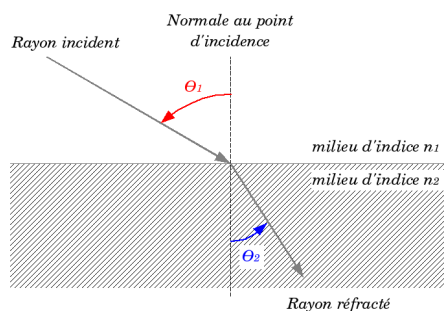


FIG. 5.5 – Représentation du phénomène de réfraction

Dans le cas des doubles parois, deux phénomènes de réfraction existent. Étant donné que la vitesse de propagation des ondes acoustiques dans le matériau granulaire est inférieure à la vitesse de propagation dans l'air, l'angle des ondes se propageant dans le matériau granulaire est inférieur à l'angle des ondes incidentes (cf. figure 5.6) . Ainsi, la deuxième paroi ne va

pas être excités par des ondes rasantes. Or la perte d'isolation acoustique du fait de ces ondes rasantes est bien connu. En les supprimant, on améliore donc les qualités acoustiques de la double paroi.

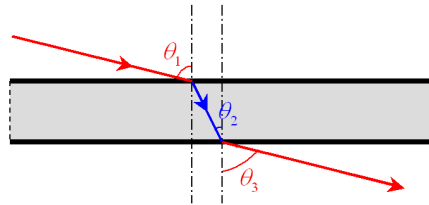


FIG. 5.6 – Suppression des ondes rasantes sur la deuxième paroi par réfraction dans le milieu granulaire

### 5.3.2 Amortissement des matériaux poreux

Les mécanismes liés à l'augmentation de l'indice d'affaiblissement peuvent provenir de différents phénomènes tels que la dissipation d'énergie acoustique dans les pores du matériau, la réfraction des ondes acoustiques due au changement de célérité des ondes, ou encore la diminution du niveau vibratoire des plaques due à une augmentation de l'amortissement dans la structure. C'est pourquoi il nous est apparu important de caractériser certains phénomènes tels que l'amortissement ajouté par les matériaux granulaires. Celui-ci a déjà été étudié par plusieurs auteurs comme nous l'avons vu dans le chapitre sur l'État de l'art. Cependant, l'amortissement lié aux dissipations dues aux frottements et aux chocs entre des billes d'acier ou des grains de sable est fondamentalement différent lorsqu'il s'agit de billes de polystyrène expansé. Nous avons donc cherché à caractériser de manière expérimentale l'amortissement des matériaux granulaires pour le cas particuliers de billes en polystyrène expansé.

Il est possible, de la même manière que pour l'acoustique des salles, de déterminer un temps de réverbération pour les vibrations de structure de type champ diffus. Celui-ci permet alors d'estimer le facteur de qualité et l'amortissement propre du système. Cependant, à l'inverse de l'acoustique, les temps de réverbération des structures sont très courts et ne sont pas toujours propices à la mesure par coupure de bruit blanc. Schroeder (Sch 65) a donc proposé une autre méthode adaptée aussi bien à l'acoustique qu'aux vibrations de structure. Celle-ci permet de calculer le temps de réverbération d'une structure à partir de la mesure de la réponse impulsionnelle du système sur différentes bandes de fréquences. En effet, il est possible de montrer que l'évolution de la réponse quadratique  $s^2(t)$  d'une salle à une coupure de bruit blanc est proportionnelle à l'intégrale de la réponse impulsionnelle quadratique  $r^2(x)$  de  $t$  à l'infini telle que :  $\langle s^2(t) \rangle = N \int_{-\infty}^t r^2(x) dx$ . Afin d'appliquer cette méthode, la double paroi a donc été excitée à l'aide d'un pot vibrant soumis à une impulsion filtrée sur le tiers d'octave souhaité. La réponse impulsionnelle est alors mesurée grâce à un accéléromètre. Il faut bien entendu s'assurer que le champ de vibration puisse être considéré comme diffus, et pour cela le recouvrement modal doit être suffisamment important. Tant que cette condition est satisfaite (c.-à-d. à partir d'une certaine fréquence), la position du pot vibrant et de l'accéléromètre ne sont pas très importantes. Il est cependant de coutume pour les basses fréquences de positionner le pot vibrant près d'un coin afin de pouvoir exciter le plus grand nombre de modes, ainsi que l'accéléromètre afin d'éviter au maximum les lignes nodales.

La figure 5.7 présente le résultat de l'intégration de la réponse impulsionnelle quadratique sur le tiers d'octave centré sur 1000Hz. Deux cas sont présentés : avec et sans matériaux granulaires. Pour chacun, la décroissance est représentée par une droite dont la pente nous permet de

---

calculer le temps de réverbération. La mesure à -60dB ou -30dB n'est pas envisageable dans le cas de vibrations de structures, et il faut donc se satisfaire d'une mesure du  $T_r$  à -10dB. De plus, vu la difficulté à pouvoir estimer la décroissance sur certains tiers d'octave, l'amortissement qui en résulte est de fait une valeur entachée d'une forte incertitude. Les résultats obtenus permettent néanmoins de comparer qualitativement l'amortissement de la double paroi avec et sans matériaux granulaires.

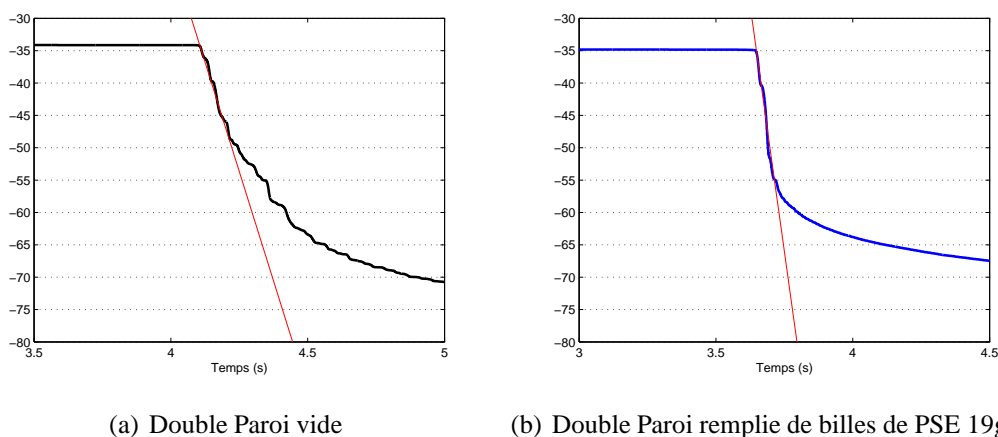


FIG. 5.7 – Calcul de l'amortissement à 1000Hz d'une double paroi en aluminium (dimensions 1.5m x 0.96m, plaques de 1.5mm et 2mm, épaisseur de la lame d'air : 1cm)

La figure 5.8 présente l'évolution de l'amortissement de la double paroi avec et sans matériaux granulaires. Il apparaît clairement, au-dessus de 200Hz, une augmentation de l'amortissement due aux matériaux granulaires. Plusieurs types de phénomènes dissipatifs sont à l'origine de cette augmentation : les chocs et les frottements entre les billes, ainsi que la dissipation visqueuse et thermique de l'air dans les pores.

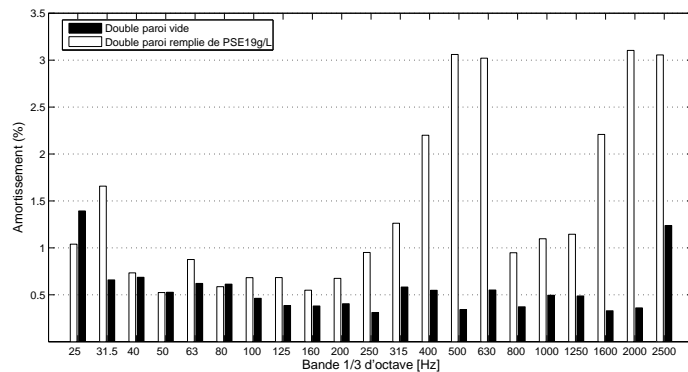


FIG. 5.8 – Influence des billes de PSE à l'intérieur de la double paroi sur l'amortissement



### 5.3.3 Caractéristiques élastiques

Les résultats de l'étude expérimentale réalisée par Séverine Dumas (Dum 06) au laboratoire GEMPPM ont montré que le coefficient élastique du matériau granulaire lié au contact entre les billes pouvait être relié au modèle de Hertz. D'autres modèles ont aussi été comparés tels que le modèle de Gibson-Ashby ou le modèle de Voigt, mais seul le modèle de Hertz aboutit à des résultats comparables avec l'expérience. Cette théorie permet de déterminer le rapprochement des solides en fonction des efforts exercés lorsque le contact est de type ponctuel. Plusieurs hypothèses sont nécessaires au préalable : aire du contact petite par rapport aux surfaces latérales, corps élastiques homogènes et isotropes, surface de contact plane, contact sans frottements et sans mouvements. En supposant ces hypothèses vérifiées, la théorie de Hertz conduit à l'expression suivante :  $N = K \cdot \delta^{3/2}$ .  $N$  est l'inter-effort entre les deux solides (en N),  $\delta$  est le rapprochement des deux solides (en m), et  $K$  est la raideur du contact (en N/m). Cette raideur dépend des modules d'Young des deux solides, des coefficients de Poisson des deux solides, et des rayons de courbures au niveau du contact. Cette loi se distingue du fait qu'elle n'est pas linéaire. Elle peut toutefois être linéarisée autour d'une valeur  $\delta_0$  sous la forme :  $N = K \cdot \delta_0^{1/2} \cdot \delta$ . Les résultats obtenus expérimentalement donnent des modules d'Young de 20 à 100MPa pour des billes de PSE de 19g/L. Les variations importantes du module sont liées à un arrangement des billes variable au cours du temps, et qui conduit à plus ou moins rigidifier la structure du matériau. Les résultats obtenus par mesure inverse avec le modèle fluide-fluide sont beaucoup plus faibles que ceux-ci (cf. tableau 4.3). Cependant, lorsque le matériau est sollicité acoustiquement au tube de Kundt pour la mesure de l'impédance de surface, aucune précharge n'est réalisée sur l'échantillon. À l'inverse, pour la mesure mécanique du module d'Young, il est nécessaire de soumettre l'échantillon à une précharge pour obtenir des résultats corrects. Les différences importantes de rigidité sont donc liées à ces conditions différentes de chargement initial.

---

## 5.4 Étude comparative expérimentale

Nous avons souhaité compléter notre étude des matériaux granulaires en comparant leurs performances acoustiques avec celles de matériaux classiques (mousse polyuréthane, plaque rigide de PSE, ...), et en évaluant l'influence du compactage ou du collage des billes sur la transmission acoustique. La suite de ce chapitre décrit les diverses expériences complémentaires effectuées, et présente les résultats obtenus. Les conclusions qui s'en suivent nous permettent alors de mieux comprendre les phénomènes liés à l'amélioration des performances acoustiques par l'utilisation des matériaux granulaires.

### 5.4.1 Influence du compactage sur l'isolation acoustique de la double paroi

Le fait de compacter les billes a pour effet de rigidifier la double paroi, et de limiter les mouvements entre les billes à l'intérieur de la cavité. L'indice d'affaiblissement de la double paroi avec et sans compactage des billes est présenté en figure 5.9. Il apparaît sur cette figure que le compactage n'a quasiment aucune influence au-dessus de 200Hz, et qu'il réduit l'isolation acoustique en dessous de cette fréquence. Il s'avère même que la double paroi avec les billes compactées donne de moins bons résultats que la double paroi vide. On retrouve donc un comportement de simple paroi sans les avantages liés au matériau granulaire, à savoir la dissipation d'énergie par contact des billes à basses fréquences.

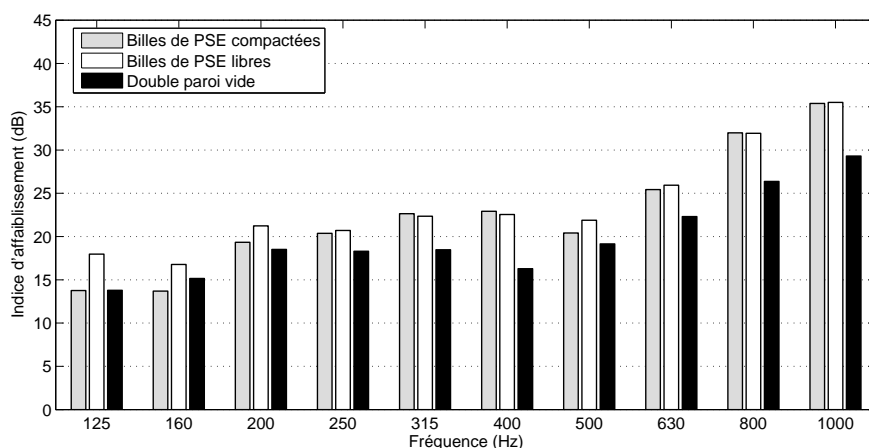


FIG. 5.9 – Influence du compactage sur l'isolation acoustique de la double paroi

### 5.4.2 Comparaison avec une plaque de PSE rigide

La mise en place d'une plaque de PSE rigide à l'intérieur de la double paroi permet de voir l'influence de la dissipation à travers les pores du matériau granulaire sur l'isolation acoustique de la double paroi. Les mesures présentées figure 5.10 montrent que la plaque de PSE rigide est aussi efficace, voire légèrement plus efficace, que les matériaux granulaires en basses fréquences. Ainsi, le plus important en basses fréquence n'est pas la dissipation à l'intérieur des pores, mais le couplage rigide introduit entre les deux plaques. Ce couplage permet de bloquer les deux parois entre elles et d'obtenir ainsi un comportement de simple paroi ne faisant pas apparaître le phénomène de respiration. En dessus de la fréquence de respiration, la plaque de PSE rigide perd de son efficacité par rapport au matériau granulaire. Il faut donc en conclure qu'au-dessus de la fréquence de respiration, le phénomène de dissipation visqueuse à l'intérieur des pores devient prépondérant.

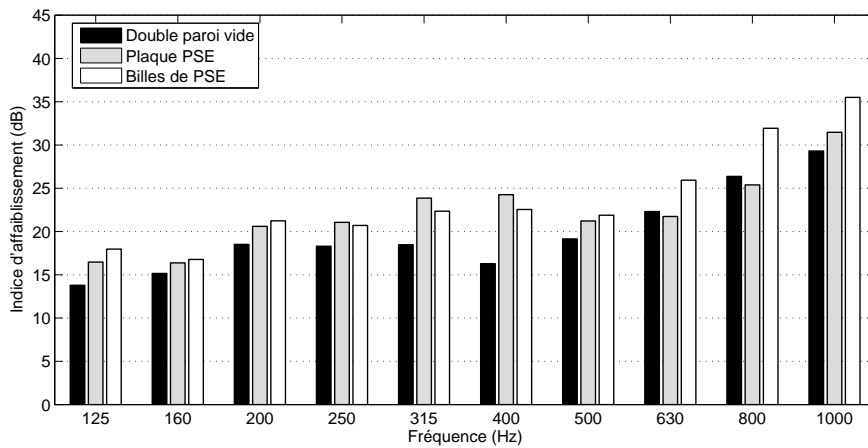


FIG. 5.10 – Comparaison avec une plaque de PSE rigide

### 5.4.3 Comparaison avec une mousse en polyuréthane

La comparaison de l'isolation acoustique obtenue avec une mousse de polyuréthane classique, et un matériau granulaire est présentée figure 5.11. Le matériau granulaire est moins efficace que la mousse au-dessus de la fréquence de respiration, mais il donne de meilleurs résultats en dessous de cette fréquence. Comme nous l'avons vu précédemment, au-dessus de la fréquence de respiration la dissipation visqueuse dans les pores du matériau a un rôle très important sur l'isolation acoustique. La mousse est donc plus performante dans ce domaine mais ne permet pas de coupler suffisamment les deux plaques entre elles pour réduire le phénomène de respiration. Or les matériaux granulaires ne semblent pas plus aptes à coupler les deux parois entre elles. En effet la rigidité de tels matériaux est faible et ne permet pas d'expliquer cette différence de comportement entre le matériau granulaire et la mousse. L'amélioration en basses fréquences par les matériaux granulaires peut donc être reliée à l'amortissement ajouté par les matériaux granulaires principalement sous forme de dissipation par frottements et chocs élastiques entre les billes.

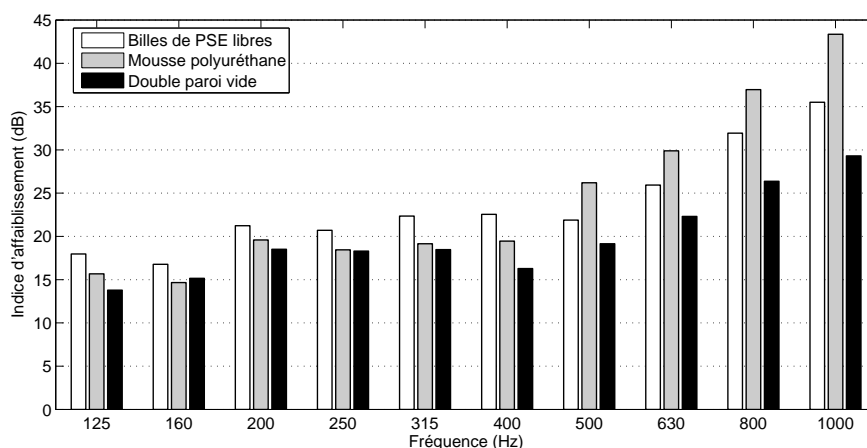


FIG. 5.11 – Comparaison avec une mousse en polyuréthane

### 5.4.4 Comparaison avec des billes collées

Le mouvement relatif des billes entre elles paraît avoir une influence en basses fréquences. Il est donc intéressant de voir l'effet du collage des billes sur la transparence acoustique. Les résultats de cette expérience avec collage des billes sont présentés sur la figure 5.12. Il est surprenant de voir comment le collage des billes améliore l'isolation acoustique de la double paroi. Cette amélioration est due à une augmentation des dissipations dans le matériau granulaire. En effet,

le collage réalisé, à défaut de bloquer totalement les billes entre elles, limite les mouvements d'ensemble des billes : les billes collées forment des agrégats de billes plus ou moins gros et non pas une plaque homogène rigide de billes. Ainsi, il ne peut y avoir de flux de billes dans la cavité, mais cela est compensé par un accroissement des frottements entre les billes. La dissipation par frottement est donc plus importante lorsque les billes sont collées. D'autre part les liens mécaniques réalisés par la colle au niveau du contact de Hertz sont faibles et de type viscoélastique. Il en résulte là aussi un amortissement plus important de la structure bénéfique pour l'isolation acoustique de la double paroi.

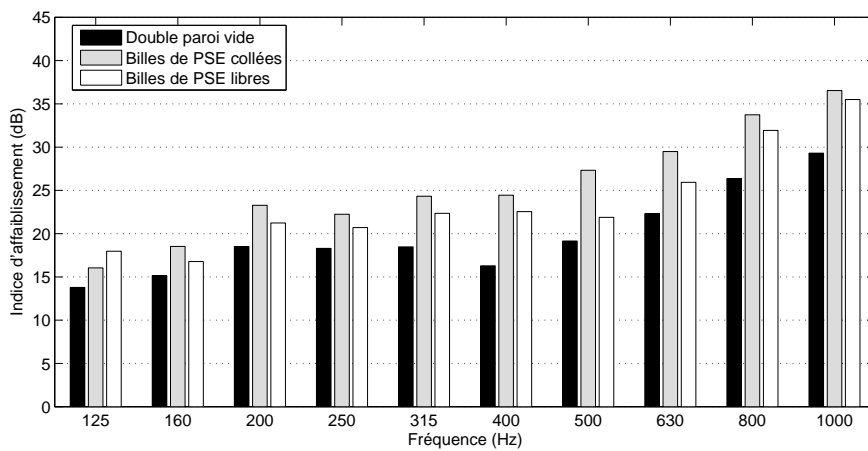


FIG. 5.12 – Influence du collage des billes sur la transparence acoustique de la double paroi

## 5.5 Récapitulatif

Au niveau expérimental, le graphique présenté en figure 5.13 présente un récapitulatif en bandes fines des indices d'affaiblissement obtenus avec différentes configurations. Il apparaît clairement qu'en dessous de 500Hz, la plaque de PSE donne les meilleurs résultats en isolation acoustique tandis qu'en dessus de 500Hz c'est la mousse de polyuréthane qui offre les meilleures isolations. Concernant les matériaux granulaires, ils associent les qualités de ces deux types d'isolant. A savoir une amélioration en basse fréquence légèrement inférieure à celle donnée par la plaque de PSE rigide, et une amélioration en plus hautes fréquences mais là encore légèrement inférieure à celle donnée par la mousse de polyuréthane. Il est donc possible de relier le phénomène d'amélioration en basse fréquence autour de la fréquence de respiration à une rigidification de la structure qui permet de retrouver le comportement de masse d'une simple paroi. L'amélioration en plus hautes fréquences est quand à elle reliée à la dissipation visqueuse à l'intérieur des pores du matériau granulaire similaire à celle que l'on retrouve pour les matériaux poreux classiques de type mousse.

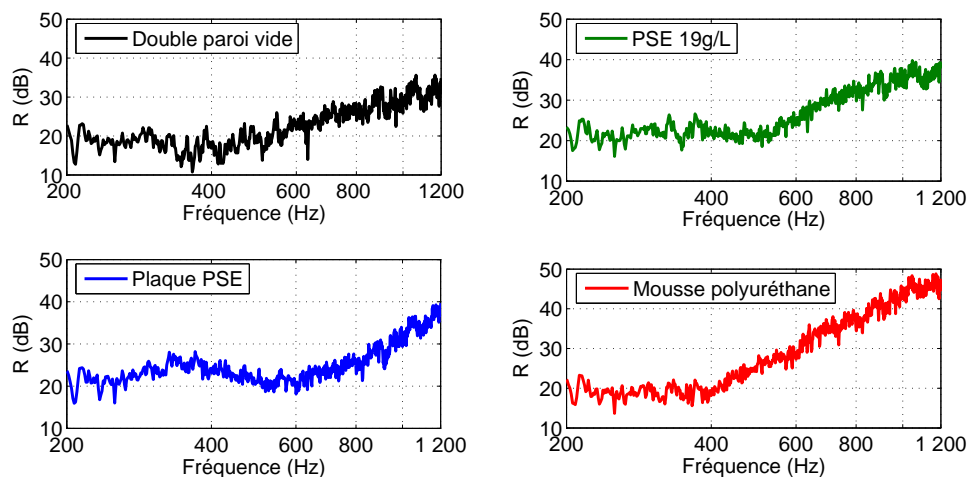


FIG. 5.13 – Comparaisons expérimentales diverses

Il est par ailleurs possible de comparer les divers matériaux à l'aide d'une valeur globale de l'indice d'affaiblissement filtrée par un bruit rose, ou par un bruit route. Ces deux types de bruit sont utilisés respectivement dans le domaine du bâtiment, et dans le domaine automobile. Les résultats sont présentés dans le tableau 5.5. Les billes de PSE collées donnent toujours les meilleurs résultats en isolation acoustique (de l'ordre de 4dB) devant les billes de PSE libres. La plaque de PSE rigide, la mousse de polyuréthane, et les billes compactes viennent ensuite dans l'ordre décroissant. Il est cependant nécessaire de rappeler qu'il s'agit de valeurs globales sur la bande de fréquence considérée, et la qualité d'isolation de tels matériaux ne peut donc être extrapolée à des fréquences plus élevées.

Test effectué	Rw rose (dB)	Rw rose (dBA)	Rw route (dB)	Rw route (dBA)
Double paroi vide	17.9	25.7	17.8	25.8
Billes de PSE	21.1	29.6	21.0	29.7
Mousse polyuréthane	19.3	29.0	19.1	29.0
Plaque PSE	20.1	28.2	20.0	28.2
Billes de PSE collées	22.0	32.1	21.8	32.1
Billes de PSE compactées	18.5	28.5	18.3	28.6

TAB. 5.1 – Indices d'affaiblissement globaux obtenus pour les différents tests effectués

## 5.6 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons mis en évidence plusieurs phénomènes liés à l'amélioration de la transparence acoustique des doubles parois remplies de matériaux granulaires. La rigidification autour de la fréquence de respiration permet de bloquer les deux parois entre elles, et ainsi de retrouver un comportement de simple paroi. Les phénomènes de dissipation d'énergie par frottement sec entre les billes, ou par frottement visqueux avec le fluide, permettent aussi d'augmenter l'isolation des doubles parois. Enfin, un phénomène particulier est aussi à l'origine des bonnes performances acoustiques des doubles parois remplies de matériaux granulaires : le phénomène de réfraction dû à une vitesse de propagation des ondes acoustiques plus faible dans le matériau granulaire.

Ces différents phénomènes sont bien pris en compte par le modèle fluide/fluide puisqu'il permet de prédire avec une bonne précision l'indice d'affaiblissement d'une double paroi remplie de matériaux granulaires. A contrario, le modèle de fluide équivalent ne permet pas prédire efficacement l'indice d'affaiblissement. Ainsi, bien que le modèle fluide/fluide soit basé sur une simplification importante du modèle de Biot, il est néanmoins bien adapté à la caractérisation et à la modélisation des matériaux granulaires.

---





## **VI- Optimisation de la transparence acoustique d'une double paroi par ajout de liens mécaniques**

Nous allons maintenant présenter une autre démarche visant à réduire la transparence acoustique des doubles parois. L'idée est de bloquer les deux parois à l'aide de liens mécaniques rigides en optimisant la position de ces derniers. Il est dans un premier temps nécessaire de modéliser le comportement des liens mécaniques à l'aide de mobilités de surface. Il est ensuite possible de prédire l'indice d'affaiblissement global de la double paroi avec les liens mécaniques grâce à la méthode de sous structuration employée dans le chapitre 2. L'optimisation de la position des liens à l'aide d'une fonction coût judicieusement choisie est alors effectuée sur ce modèle. Les résultats de cette étude théorique sont ensuite comparés avec des résultats expérimentaux.

### **6.1 Métaheuristiques pour l'optimisation combinatoire et l'affectation sous contraintes**

Nous allons dans ce chapitre présenter les principales méthodes d'optimisation afin de choisir la meilleure qui soit pour le problème d'optimisation de la transparence acoustique par ajout de liens mécaniques. Plus de détails pourront être trouvés dans l'article plus complet de Hao et coll. (HGH 99) qui passe en revue les différentes méthodes d'optimisation. Notons enfin que la mise en oeuvre de la méthode d'optimisation choisie a ensuite été effectuée à l'aide de la toolbox d'optimisation de Matlab.

---

### 6.1.1 Introduction

L'optimisation combinatoire consiste à trouver une solution  $S^*$  appartenant à un domaine  $X$  qui minimise une fonction coût  $f$ . Un problème d'affectation sous contraintes ajoute au problème d'optimisation classique certaines contraintes sur les paramètres à optimiser. Ces méthodes d'optimisation sont couramment utilisées en recherche opérationnelle, en mathématiques discrètes, et en informatique, et trouvent des applications dans toute sorte de domaines (gestion, ingénierie, conception, production, télécommunications, . . .). Elles peuvent être classées en deux catégories : les méthodes exactes, et les méthodes approchées qui perdent la complétude pour gagner en efficacité. En effet, Les méthodes exactes rencontrent des difficultés face aux applications de taille importante, et il existe depuis longtemps des méthodes approchées telles que les méthodes gloutonnes et l'amélioration itérative. Depuis une dizaine d'années, les métaheuristiques sont apparues. Elles sont basées sur un ensemble de concepts fondamentaux (ex : concept de la sélection naturelle pour les Algorithmes génétiques) qui permettent de concevoir des heuristiques pour un problème d'optimisation. Ainsi, les métaheuristiques sont adaptables, et applicables à une large classe de problèmes. Parmi les métaheuristiques, il existe les méthodes de voisinage et les algorithmes évolutifs.

### 6.1.2 Méthodes de résolution

L'approche de construction est probablement la plus ancienne, et la plus importante. Cette approche consiste à construire pas à pas une solution  $S$ , en affectant à chaque variable  $V_i$  une valeur  $v_i$ . Cette méthode nécessite deux heuristiques : une pour choisir la variable, et une pour choisir la valeur de la variable. L'approche de construction est représentée par les méthodes gloutonnes qui consistent à fixer à chaque étape la valeur d'une variable sans remettre en cause les choix précédents ; et par les méthodes avec retour arrière qui détectent les échecs, puis reviennent en arrière et recherchent d'autres valeurs. Les méthodes avec retour arrière sont en général complètes et de complexité exponentielle.

La recherche locale, aussi appelée la descente, ou l'amélioration itérative est une méthode très ancienne employant un processus itératif basé sur deux éléments essentiels : un voisinage, et une procédure exploitant le voisinage. A chaque itération, le processus permet de choisir un voisin qui améliore la configuration initiale. Cette méthode aboutit toujours à un optimum local, elle est simple et rapide, mais elle génère des solutions de qualité médiocre. Pour y remédier, on utilise souvent une méthode de relance aléatoire qui génère une nouvelle configuration, et qui relance une descente. D'autres améliorations sont possibles telles que l'acceptation de voisin de même

---

performance que la configuration courante, l'introduction de voisinage variable, les techniques de réduction, ou d'élargissement. La recherche locale est la base des méthodes métaheuristiques telles que la méthode tabou ou les méthodes hybrides.

### 6.1.3 Métaheuristiques

#### Le recuit simulé

Le recuit simulé s'inspire du processus de recuit physique utilisé en métallurgie. Ce processus cherche un état d'énergie minimale qui correspond à une structure stable du solide. A partir d'une haute température le matériau sous forme liquide est refroidi de manière quasi statique de sorte qu'à chaque température la matière trouve un équilibre thermodynamique. Le recuit simulé, développé par Metropolis et coll., utilise une méthode stochastique pour générer une suite d'état successifs du système en partant d'un état initial donné. Le nouvel état est accepté si l'énergie du système diminue. Sinon, il est accepté avec une probabilité définie par  $p(DE, T) = \exp(-DE/(C_b * T))$ . Le processus est donc itératif et cherche les configurations qui améliorent la fonction coût tout en autorisant de façon contrôlée des configurations qui la dégradent.

La performance du recuit simulé dépend essentiellement du schéma de refroidissement (réduction par paliers, continue, ou non-monotone).

#### La recherche Tabou

La recherche Tabou effectue une recherche dans l'espace des solutions de manière intelligente. La méthode examine un échantillonnage du voisinage de la solution courante, et retient la meilleure solution même si elle dégrade la fonction coût. Cependant pour éviter de tourner en rond et de revenir sur des configurations antérieures, la méthode tabou garde en mémoire les  $k$  dernières configurations visitées, et empêche tout mouvement qui conduit à ces configurations. Cette mémoire est appelée la liste tabou. Plusieurs mécanismes permettent d'améliorer les performances de la méthode tabou : l'aspiration qui lève le statut tabou d'une configuration si le mouvement permet d'atteindre une solution de qualité supérieure à celle de la meilleure solution trouvée, l'intensification et la diversification qui se basent sur l'utilisation d'une mémoire à long terme. Il n'existe cependant pas de résultats théoriques garantissant la convergence.

---

### 6.1.4 Algorithmes évolutifs

Ces algorithmes sont basés sur le processus d'évolution naturelle. Ils sont composés de trois éléments essentiels : une population composée de plusieurs configurations du problème donné, un mécanisme d'évaluation de chaque individu de la population, un mécanisme d'évolution permettant d'éliminer certains individus et de créer de nouveaux individus à partir des individus restants. Le processus itératif s'arrête lorsque la condition d'arrêt est vérifiée (ex : nombre de cycles maximum). Les opérateurs mis en jeu sont des opérateurs de sélection, de mutation, et de croisement. On peut distinguer trois grandes familles : les algorithmes génétiques, la programmation évolutive, et les stratégies d'évolution.

Les Algorithmes Génétiques (AG) sont la composante principale des algorithmes évolutifs. Ils font appel à trois opérateurs génétiques au cours du processus d'optimisation représenté figure 6.1 : la mutation, la sélection, et le croisement. Chaque configuration possible est représentée par un individu avec un génome caractéristique. Les chromosomes de l'individu sont les variables du problème, codées le plus souvent sous forme binaire. Le croisement permet de produire deux nouveaux individus (enfants) à partir de deux individus (parents) en prenant aléatoirement les variables des deux parents. Les parents sont sélectionnés parmi un ensemble d'individus selon un critère défini par la fonction coût. La mutation consiste à changer aléatoirement la valeur de certaines variables d'un individu.

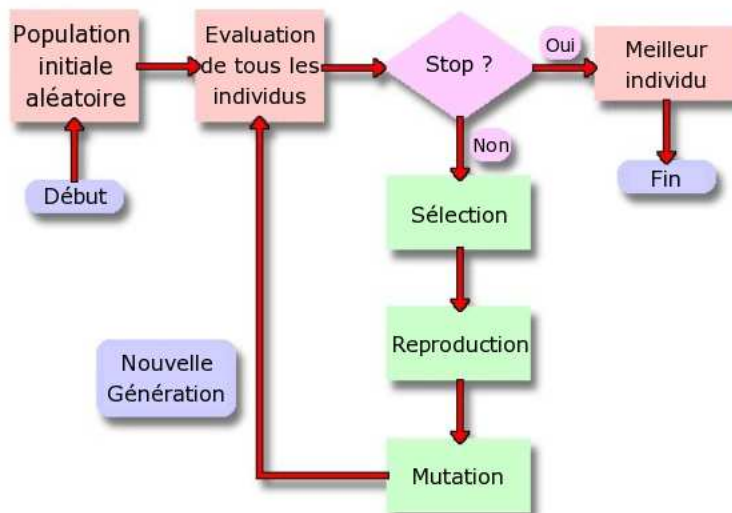


FIG. 6.1 – Présentation du processus d'optimisation d'un algorithme génétique standard

Des résultats théoriques ont permis de montrer la convergence des AG standards, cependant il est maintenant évident que pour être efficace en optimisation, il faut adapter les AG à chaque problème en intégrant les données spécifiques du problème. Ainsi, les AG spécialisés ou hybrides ont été largement utilisés dans de nombreux domaines, mais les AG purs ont donné des résultats médiocres en optimisation combinatoire.

### 6.1.5 Méthodes hybrides

Les méthodes hybrides utilisent des méthodes de voisinage avec un certain nombre d'itérations pour la recherche d'optimum locaux, et elles utilisent ensuite des algorithmes évolutifs pour combiner ces solutions. Cette approche a permis d'obtenir d'excellents résultats, voire les meilleurs sur certains problèmes de référence. Cependant, le temps de calcul peut devenir rédhibitoire lorsque le nombre d'individus employés est trop important.

### 6.1.6 Conclusion

La principale difficulté liée au problème d'optimisation de la transparence acoustique par ajout de liens mécaniques vient du temps de calcul nécessaire pour l'évaluation de la fonction coût. D'autre part, le nombre de solutions possibles étant important, la méthode choisie doit pouvoir associer une méthode de recherche locale à une méthode de diversification globale. Le choix d'une méthode hybride associant un algorithme génétique avec une méthode de gradient paraît donc judicieux. En effet, les algorithmes génétiques permettent d'explorer tout le domaine des solutions, tandis que la méthode de gradient associée permet d'effectuer des recherches locales en vue d'améliorer la solution obtenue. Il faut toutefois adapter l'algorithme génétique au cas considéré pour ne pas alourdir en temps de calcul. Pour ce faire, il est nécessaire de réduire le nombre d'individus ainsi que le nombre de générations, tout en prenant garde de ne pas converger de façon prématurée vers un super-individu en choisissant des opérateurs spécifiques de sélection et de croisement. Le plus connu pour éviter ce type de problème est la sélection par tournoi : on tire deux individus aléatoirement dans la population et on reproduit le meilleur des deux dans la nouvelle population. On refait cette procédure jusqu'à ce que la nouvelle population soit complète. Cette méthode donne de bons résultats. Toutefois, aussi importante que soit la phase de sélection, elle ne crée pas de nouveaux individus dans la population. Ceci est le rôle des opérateurs de croisement et de mutation. Malgré tout ces efforts pour éviter la convergence prématurée, il est nécessaire de relancer plusieurs fois le processus d'optimisation pour garantir la convergence vers un résultat correct.

---

## 6.2 Définition de la fonction coût

La fonction coût (équation 6.1) calcule la moyenne de la transparence acoustique filtrée en dBA et pondérée par un bruit rose :

$$f = \frac{\int_{\omega_1}^{\omega_2} \tau_r(\omega) H_A(\omega) S_{rose}(\omega) d\omega}{\int_{\omega_1}^{\omega_2} S_{rose}(\omega) d\omega} . \quad (6.1)$$

$H_A(\omega)$  correspond à la pondération du filtre A,  $S_{rose}(\omega)$  est la puissance du bruit rose, et  $\tau_r(\omega)$  est la transparence acoustique de la double paroi couplée avec des liens mécaniques. Cette transparence est obtenue à l'aide de la méthode des mobilité présentée dans le chapitre 2 (cf. équation 2.39) appliquée au cas des doubles parois couplées avec des liens mécaniques. La prise en compte des liens mécaniques dans le calcul de la transparence acoustique est détaillée par la suite.

Cette fonction a été définie ainsi pour plusieurs raisons. Premièrement le filtre A permet de prendre en compte la sensibilité de l'oreille. Ainsi, les fréquences où l'oreille est très sensible sont affectées d'un coefficient plus important dans le calcul de la fonction coût par rapport aux autres fréquences. Ensuite, la pondération de la fonction coût par un bruit rose est utilisée pour accentuer les basses fréquences par rapport aux hautes fréquences. Le bruit rose est en effet la source sonore couramment utilisée dans le domaine du bâtiment où les basses fréquences sont prédominantes. Enfin, un dernier point très important est le domaine sur lequel la fonction coût est évaluée. Le choix des valeurs limites  $\omega_1$  et  $\omega_2$  est donc primordial, ainsi que la valeur du pas d'intégration  $d\omega$ . Le but que l'on souhaite atteindre est la diminution de la transparence acoustique de la double paroi autour de sa fréquence de respiration sans pour autant détériorer ses qualités acoustiques à plus hautes fréquences. Néanmoins, le choix d'une large bande de fréquence conduit à des temps de calcul beaucoup trop longs pour la fonction d'évaluation, et de ce fait inappropriés pour l'optimisation. Nous avons donc dans un premier temps choisi une bande de fréquence uniquement centrée sur la fréquence de respiration (c.-à-d.  $[100Hz, 400Hz]$ ). Nous avons ensuite optimisé une fonction coût prenant en compte le comportement hautes fréquences de la double paroi (c.-à-d.  $[200Hz, 300Hz] \cup [800Hz, 900Hz]$ ).

## 6.3 Modélisation des liens mécaniques

### 6.3.1 Modélisation du comportement dynamique des liens mécaniques

Nous supposons dans la suite que le plot peut être considéré comme une poutre et nous ne prendrons en compte que les effets de traction compression en négligeant le cisaillement et la flexion du plot. Nous supposons par ailleurs que la loi de comportement est du type linéaire élastique. Nous nous placerons donc dans le cas où la température est bien supérieure à la température de transition vitreuse, et où le module d'Young est constant en fonction de la température et de la fréquence. Néanmoins, les effets de dissipation liés aux phénomènes viscoélastiques seront quand même pris en compte à l'aide d'un module d'Young complexe défini tel que  $E^* = E(1 + j\eta_p)$ , avec  $\eta_p$  le facteur d'amortissement structural. Nous pouvons ainsi utiliser l'équation d'équilibre des poutres en traction-compression (équation 6.2), et la résoudre par la méthode de décomposition modale.

$$\rho S \frac{\partial^2 U(z, t)}{\partial t^2} - E^* S \frac{\partial^2 U(z, t)}{\partial z^2} = F_i \delta(z - 0) + F_j \delta(z - L) \quad (6.2)$$

Les caractéristiques du lien mécanique sont définies ici par son module d'Young  $E$ , sa section  $S$ , sa masse volumique  $\rho$ , et son facteur d'amortissement structural  $\eta_p$ . Les déplacements et les efforts appliqués sont notés respectivement  $U$  et  $F$ . Enfin, le mouvement est supposé harmonique de pulsation  $\omega$ , et nous omettons le terme temporel  $e^{j\omega t}$  par souci de simplicité.

Le déplacement longitudinal peut être décomposé sur la base des modes propres d'une poutre libre-libre en traction compression :  $U(z) = \sum_n A_n \cos\left(\frac{n\pi}{L}z\right)$ . En utilisant la méthode de décomposition modale, les expressions associées au mode  $n$  de la masse généralisée, et de la raideur généralisée sont données par les expressions respectives suivantes :

$$M_n = \begin{cases} \rho SL & \text{si } n = 0 \\ \frac{\rho SL}{2} & \text{si } n \neq 0 \end{cases}$$

$$K_n = \begin{cases} E^* SL & \text{si } n = 0 \\ \frac{E^* SL}{2} \cdot \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 & \text{si } n \neq 0 \end{cases}$$

La pulsation propre qui en découle s'écrit ainsi  $\omega_n = \frac{n\pi}{L} \sqrt{\frac{E^*}{\rho}} = \frac{n\pi}{L} \cdot c_l$ , et fait apparaître la vitesse de propagation  $c_l$  des ondes longitudinales de traction compression.

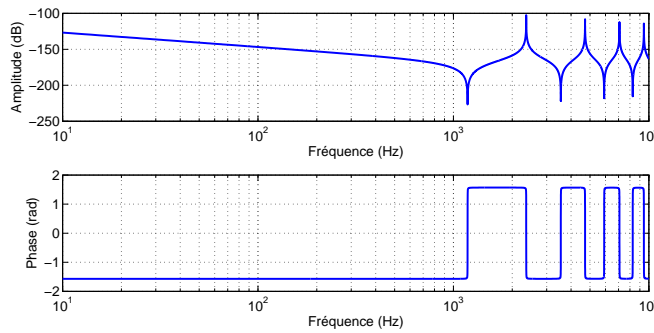


Nous obtenons après calcul les mobilités d'entrée (équation 6.3), et les mobilités de transfert (équation 6.4) :

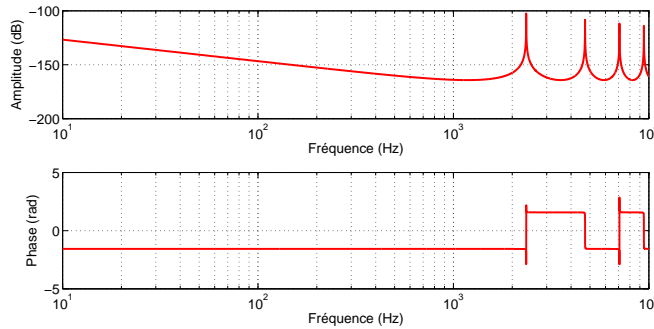
$$\langle\langle Y_{P1} \rangle\rangle_S = j\omega S^2 \sum_n \frac{1}{K_n - \omega^2 M_n} , \quad (6.3)$$

$$\langle\langle Y_{P2} \rangle\rangle_S = j\omega S^2 \sum_n \frac{\cos(n\pi)}{K_n - \omega^2 M_n} . \quad (6.4)$$

Ces deux mobilités  $\langle\langle Y_{P1} \rangle\rangle_S$  et  $\langle\langle Y_{P2} \rangle\rangle_S$  sont introduites dans l'équation 2.26 à la place respective des termes  $\langle\langle Y_{C1} \rangle\rangle_i$  et  $\langle\langle Y_{C2} \rangle\rangle_i$ . Les figures 6.2(a) et 6.2(b) présentent respectivement les mobilités d'entrée et de transfert des plots, en amplitude et en phase. Nous voyons clairement apparaître les premiers modes au-dessus de 1000Hz, tandis que le comportement du plot en dessous de cette fréquence est un comportement en raideur.



(a) Mobilité d'entrée



(b) Mobilité de transfert

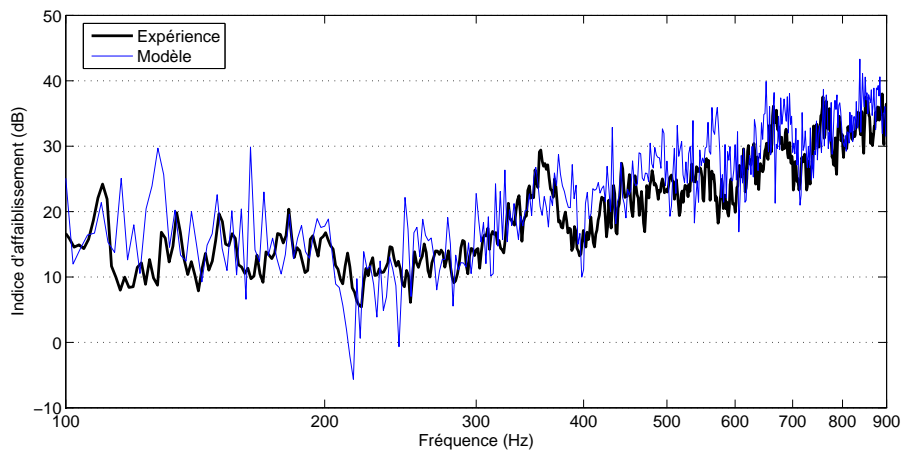
FIG. 6.2 – Mobilités d'un plot en élastomère -  $L = 30mm$ ,  $\emptyset = 25,5mm$ ,  $E = 3,92MPa$ ,  $\rho = 1760Kg/m^3$ ,  $\eta_p = 0,2$

## 6.4 Étude théorique de l'influence des liens mécaniques sur le comportement de la double paroi

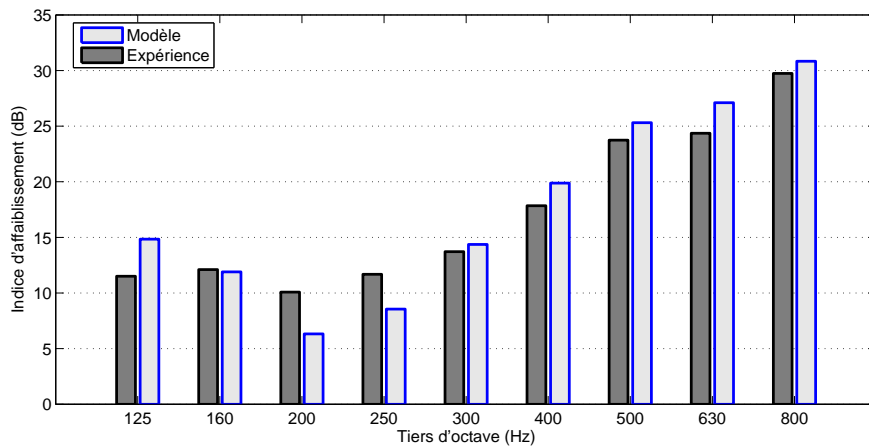
Avant d'optimiser la position des liens mécaniques, leur influence sur la transmission acoustique d'une double paroi est analysé. Le cas avec et sans liens mécaniques est donc étudié par le calcul et comparé avec l'expérience. Ces différents résultats sont présentés par la suite, et sont suivis d'une étude paramétrique permettant de mettre en évidence les propriétés des liens mécaniques sur l'isolation acoustique.

### 6.4.1 Cas d'une double paroi sans liens mécaniques

L'étude qui va suivre porte sur une double paroi en aluminium de 1.5m par 0.96m, d'épaisseurs 1.5mm et 2mm, et séparées par 3cm d'air. Il est nécessaire dans un premier temps de vérifier les résultats théoriques et expérimentaux sans aucun liens mécaniques. Les résultats comparatifs présentés en figure 6.3 montrent une bonne cohérence entre la théorie et l'expérience. Cependant, au niveau de la fréquence de respiration (189Hz), l'expérience ne présente pas la chute d'isolation acoustique prédite avec le modèle des mobilités de surface. La raison d'un tel écart entre la théorie et l'expérience s'explique par des dissipations visqueuses non prises en compte dans le modèle. En effet, les effets tangentiels de couche limite aux frontières de la cavité ne sont pas pris en compte dans le modèle. Or ces phénomènes sont prépondérants au niveau de la fréquence de respiration lorsque les deux plaques vibrent en opposition de phase (cf. (BVDHST 01)). Il n'est par ailleurs pas possible d'utiliser l'amortissement interne à la cavité pour recaler le modèle avec l'expérience autour de cette fréquence particulière car ce paramètre joue un rôle sur toute la plage de fréquence comme nous l'avons déjà montré avec la figure 2.13.



(a) Analyse en bandes fines



(b) Analyse en tiers d'octaves

FIG. 6.3 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et la prédiction avec le modèle théorique de l'indice d'affaiblissement d'une double paroi en aluminium - Dimensions : 1.5m x 0.96m - Épaisseurs des plaques : 1.5mm et 2mm, - Lame d'air : 3cm

### 6.4.2 Cas d'une double paroi couplée avec quatre liens mécaniques

Une expérience avec 4 liens mécaniques a ensuite été réalisée afin de valider leur modélisation. Nous avons choisi, pour cette expérience, des plots anti vibratoires couramment utilisés pour la réalisation de suspensions élastiques du même type que ceux présentés figure 6.4.

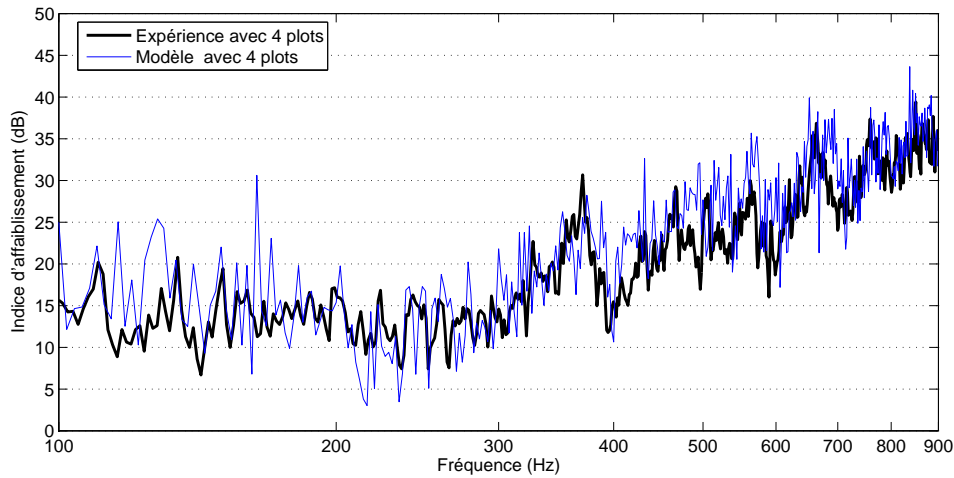
Il s'agit de plots en élastomère de forme cylindrique (longueur : 30mm, diamètre : 25,5mm). Les caractéristiques générales des élastomères sont rappelées en annexe E. Cependant, malgré



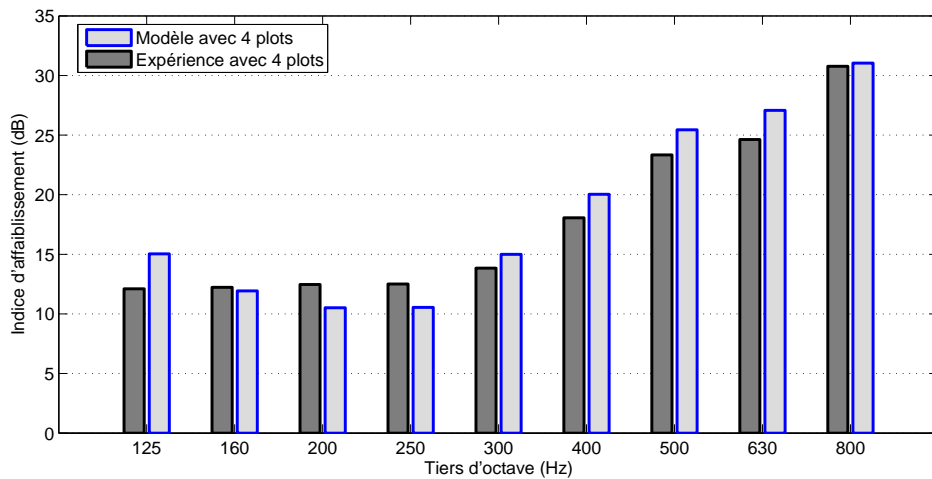
FIG. 6.4 – Gamme de suspensions élastiques Radiaflex (Paulstra)

le comportement variable en fréquence des caractéristiques d'élasticité des élastomères, nous les supposons constantes sur la plage de fréquence étudiée. Il est donc possible de définir, pour les plots considérés, une densité de  $1760\text{Kg}/\text{m}^3$ , un module élastique de  $3,92\text{MPa}$ , et un facteur d'amortissement caractéristique pouvant varier entre 2% et 10%, ce qui correspond à un facteur d'amortissement structural pouvant varier entre 4% et 20%.

Les résultats comparatifs entre le modèle et la mesure avec quatre plots sont présentés sur la figure 6.5. On observe une bonne adéquation entre la mesure et la théorie sauf autour de la fréquence de respiration où les phénomènes visqueux limitent la perte réelle d'isolation acoustique. Il est toutefois nécessaire de remarquer la faible influence des plots sur le comportement de la double paroi tant au niveau théorique qu'expérimental (cf. figure 6.3).



(a) Analyse en bandes fines



(b) Analyse en tiers d'octaves

FIG. 6.5 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et la prédiction avec le modèle théorique de l'indice d'affaiblissement d'une double paroi en aluminium - Dimensions : 1.5m x 0.96m - Épaisseurs des plaques : 1.5mm et 2mm, - Lame d'air : 3cm

### 6.4.3 Influence des propriétés du matériau constitutif des liens mécaniques

L'augmentation de l'amortissement interne des liens mécaniques leur permet de dissiper plus d'énergie lorsqu'ils travaillent en traction compression, et doit de ce fait permettre d'améliorer l'isolation acoustique des doubles parois. Par contre, lorsque les liens mécaniques ont un mouvement de corps solide, ce paramètre n'a plus aucune influence sur la transparence acoustique. La figure 6.6 présente des résultats sur l'indice d'affaiblissement d'une double paroi bloquée

par des liens mécaniques ayant des amortissements internes différents. Une légère amélioration de l'indice d'affaiblissement apparaît autour de la fréquence de respiration lorsque l'amortissement augmente. À cette fréquence, les deux parois vibrent en opposition de phase, et vont donc bien exciter les liens mécaniques en traction compression augmentant ainsi l'effet dissipatif de ces derniers. Les autres fréquences ne sont pas modifiées par ce changement d'amortissement. Il faut donc en conclure que les liens mécaniques ne sont pas, en dehors de la zone de respiration, sollicités en traction compression.

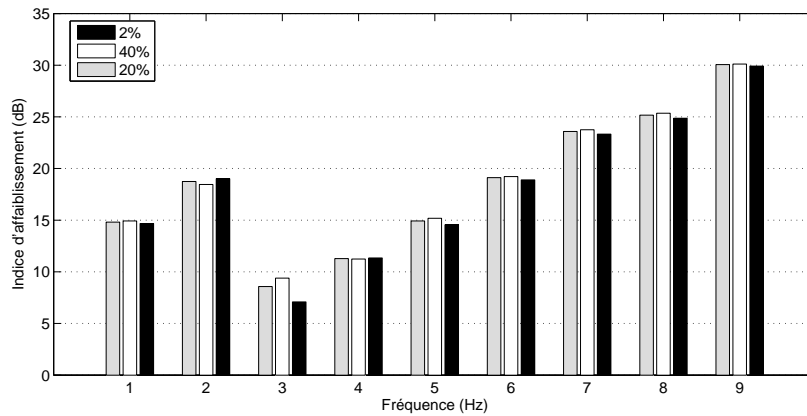


FIG. 6.6 – Influence de l'amortissement interne des liens mécaniques sur l'indice d'affaiblissement de la double paroi

La section des liens mécaniques joue un rôle important sur le comportement de la double paroi. En effet, comme le montre la figure 6.7, lorsque la section augmente l'isolation acoustique est améliorée, et ce surtout autour de la fréquence de respiration.

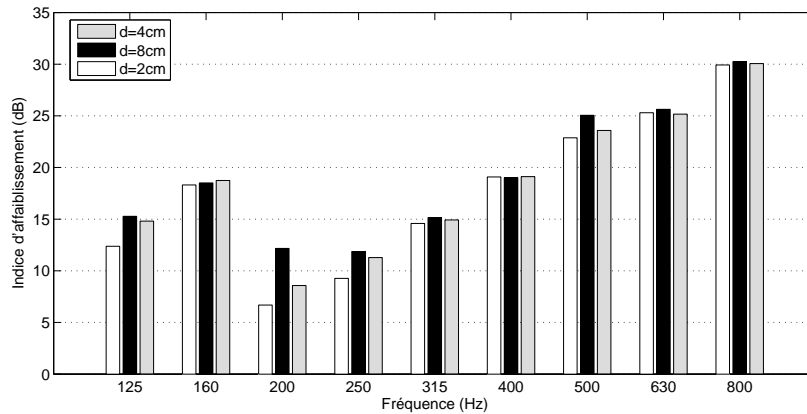


FIG. 6.7 – Influence de la section des liens mécaniques sur l'indice d'affaiblissement de la double paroi

La raideur des liens mécaniques permet de plus ou moins bien bloquer les deux parois entre elles autour de la fréquence de respiration. Les résultats obtenus en faisant varier cette raideur (figure 6.8) montrent que plus les liens mécaniques sont rigides, et plus on améliore l'isolation acoustique de la double paroi.

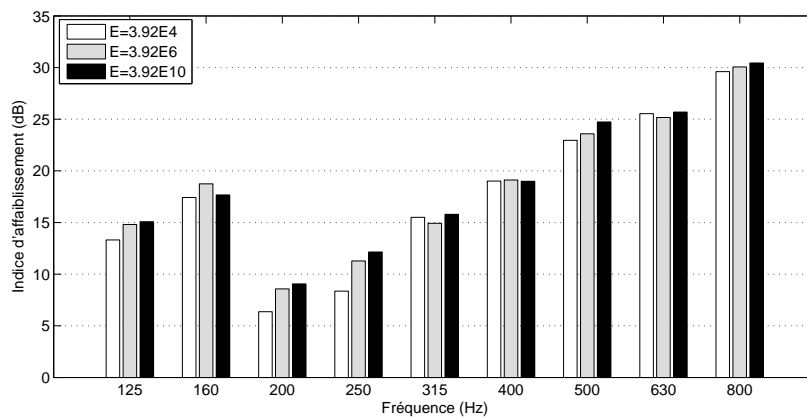


FIG. 6.8 – Influence de la raideur des liens mécaniques sur l'indice d'affaiblissement de la double paroi

## 6.5 Optimisation de l'isolation acoustique sur $[100Hz, 400Hz]$

Nous avons dans un premier temps cherché à améliorer les performances acoustiques de la double paroi autour du phénomène de respiration sans tenir compte des hautes fréquences. Pour cela nous avons choisi d'optimiser la fonction coût donnée par l'équation 6.1 sur la bande de fréquence  $[100Hz, 400Hz]$ .

### 6.5.1 Efficacité de l'optimisation

A la suite du processus d'optimisation, la seule façon de vérifier la convergence de l'algorithme vers une solution acceptable est de trier les configurations testées en fonction de leur score évalué à l'aide de la fonction coût. La répartition des différentes configurations testées permet alors non seulement de juger l'utilité du processus d'optimisation, mais aussi de vérifier si l'optimum est atteint. Dans le cas de l'optimisation de la position de 4 liens mécaniques entre les doubles parois, il est possible de différencier plusieurs classes, comme le montre la figure 6.9, donnant lieu à une répartition des solutions de type gaussienne. Deux conclusions émanent de ce graphique. Tout d'abord le résultat de l'optimisation, s'il ne s'agit pas de l'optimum global lui-même, est toutefois très proche de celui-ci. Par ailleurs, le nombre d'individus appartenant à la meilleure classe étant faible devant le nombre d'individus total, l'efficacité du processus d'optimisation est donc démontrée. La solution obtenue peut donc être considérée comme acceptable car même si une meilleure solution existe, le temps de calcul pour la trouver ne peut pas se justifier par le gain apporté par cette dernière.

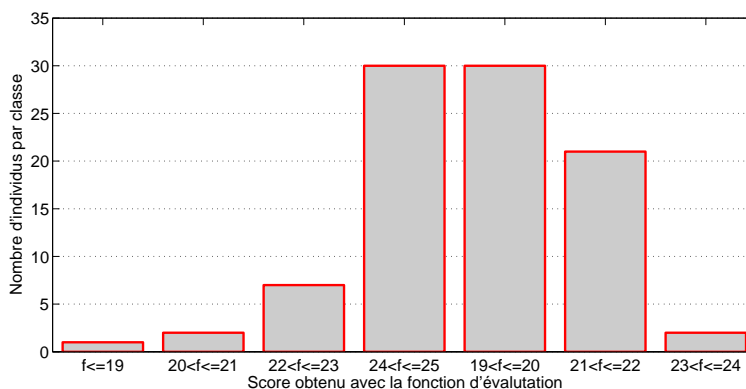


FIG. 6.9 – Répartitions des configurations testées selon leur résultat donné par la fonction coût



### 6.5.2 Gain sur l'indice d'affaiblissement

L'optimisation réalisée avec 4 plots conduit à la configuration optimale présentée sur la figure 6.10. Il est plutôt surprenant de trouver deux plots sur quatre proches des bords.

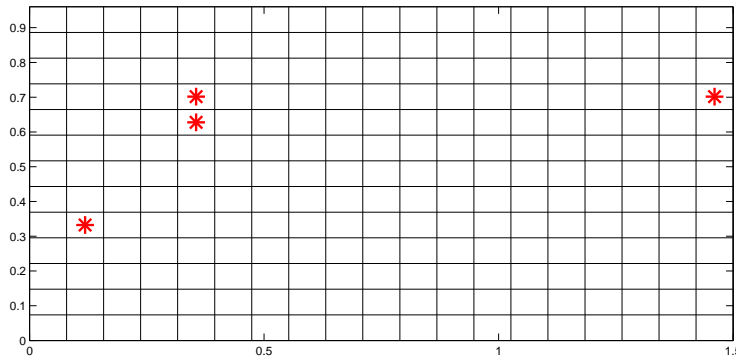


FIG. 6.10 – Position optimale obtenue après optimisation de la fonction coût sur  $[100Hz, 400Hz]$

L'indice d'affaiblissement obtenu avec l'ajout des 4 plots optimisés est comparé avec l'indice d'affaiblissement d'une double paroi sans aucun lien mécanique sur la figure 6.11. Seuls deux tiers d'octaves présentent un gain notable. En effet, à 200Hz et 250Hz l'indice d'affaiblissement gagne respectivement 6dB et 3,5dB. Ces gains théoriques sont très encourageants car ils ne détériorent pas l'isolation acoustique à plus haute fréquence.

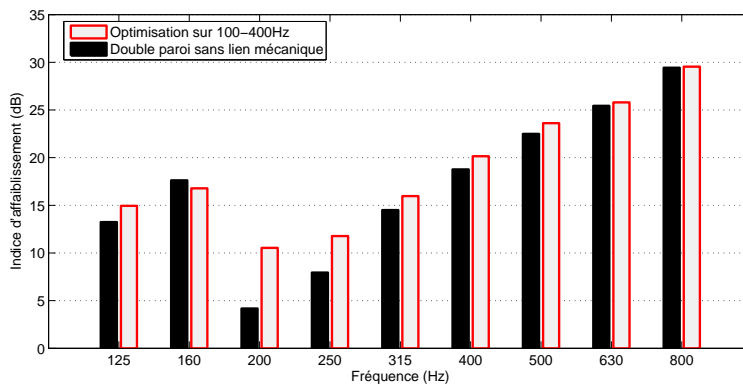


FIG. 6.11 – Indice d'affaiblissement obtenu en ajoutant les 4 plots aux positions optimales

## 6.6 Optimisation de l'isolation acoustique sur $[200Hz, 300Hz] \cup [800Hz, 900Hz]$

Les résultats obtenus étant particulièrement bons autour de la fréquence de respiration, il est intéressant de prendre en compte les hautes fréquences dans le calcul de la fonction coût afin de voir si dans le même temps une amélioration en hautes fréquences est réalisable. Pour cela nous avons choisi d'optimiser la fonction coût donnée par l'équation 6.1 sur la bande de fréquence  $[200Hz, 300Hz] \cup [800Hz, 900Hz]$ .

### 6.6.1 Efficacité de l'optimisation

De même que pour la première bande de fréquence, le traitement des configurations testées permet d'évaluer la performance de l'optimisation. Les résultats sont présentés sur la figure 6.12 et montrent une bonne convergence vers un optimum que l'on peut considérer comme acceptable.

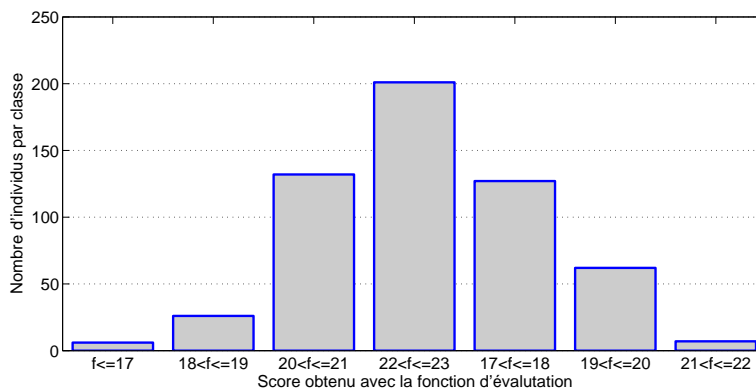


FIG. 6.12 – Répartitions des configurations testées selon leur résultat donné par la fonction coût

### 6.6.2 Gain sur l'indice d'affaiblissement

La nouvelle configuration obtenue est présentée sur la figure 6.13. Là encore, trois plots sur quatre se situent proches des bords. Il faut donc en conclure que le blocage des conditions limites tend à améliorer l'isolation acoustique des doubles parois sur la bande de fréquence considérée.

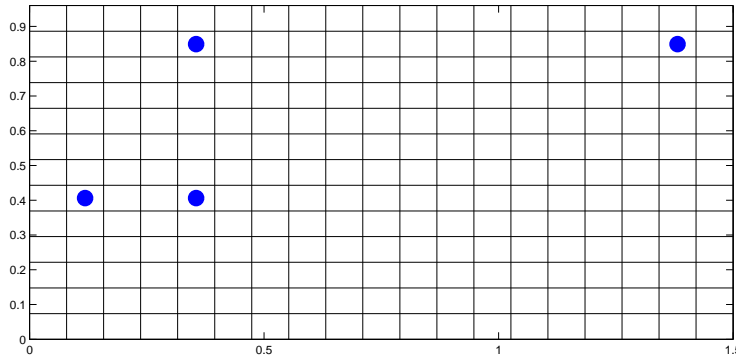


FIG. 6.13 – Position optimale obtenue après optimisation de la fonction coût sur  $[200Hz, 300Hz] \cup [800Hz, 900Hz]$

L'indice d'affaiblissement obtenu avec cette nouvelle configuration est donnée sur la figure 6.14. Autour de la fréquence de respiration, les gains sont encore très important (8dB à 200Hz, et 5dB à 250Hz). Cependant, sur de nombreux tiers d'octave les gains ne sont pas supérieurs à ceux obtenus avec la précédente plage de fréquence. Par ailleurs, le but recherché avec la nouvelle plage de fréquence n'est manifestement pas atteint. En effet, aucune augmentation notable de l'indice d'affaiblissement n'est notée sur le dernier tiers d'octave à 800Hz.

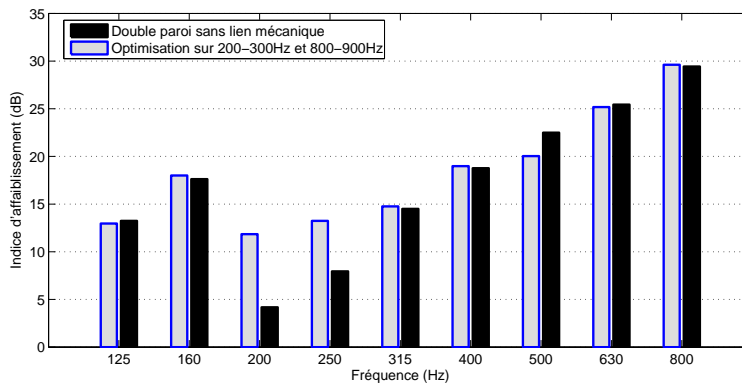


FIG. 6.14 – Indice d'affaiblissement obtenu en ajoutant les 4 plots aux positions optimales

## 6.7 Comparaison des résultats obtenus avec les deux plages de fréquence

Suite aux deux optimisations réalisées sur des bandes de fréquence différentes, deux configurations optimales ont été obtenues. En comparant ces deux configurations sur la figure 6.15, plusieurs similarités sont observées. Dans les deux cas les positions optimales ne se situent pas au centre de la plaque comme nous aurions pu penser de façon intuitive, mais plutôt sur les bords. De plus, dans les deux cas deux plots sur quatre sont alignés sur une même ligne correspondant au ventre des modes pairs selon  $x$ . Ces modes semblent donc jouer un rôle important dans la transmission acoustique au travers des doubles parois.

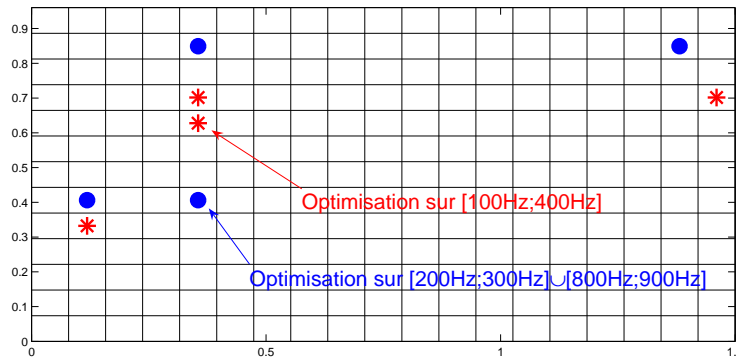


FIG. 6.15 – Position optimale trouvée avec 4 liens mécaniques

## 6.8 Mesure de l'indice d'affaiblissement d'une double paroi couplée avec des liens mécaniques

Les résultats obtenus expérimentalement avec 4 liens mécaniques dont la position a été optimisée sur  $[100Hz, 400Hz]$  sont présentés sur la figure (6.16). Les gains prédits par la théorie ( $6 - 7dB$ ) ne sont pas obtenus en pratique ( $2 - 3dB$ ). Plusieurs explications peuvent être données. Premièrement, les positions théoriques optimales se situent près des bords, et le fait d'avoir en pratique des plaques encastrées au lieu des plaques appuyées change notablement le comportement des jonctions mécaniques ajoutées. De plus, les ventres et les noeuds des modes sont légèrement décalés, ce qui diminue aussi l'influence des liens mécaniques alignés sur certains modes. En conclusion, les positions optimales trouvées en théorie dépendent fortement

des conditions limites. Enfin, un dernier point peut être souligné : l'effet de respiration particulièrement visible en théorie n'apparaît pas aussi marqué en pratique du fait de phénomènes de dissipation visqueuse non pris en compte dans la théorie. C'est pourquoi même sans liens mécaniques, l'indice d'affaiblissement mesuré est supérieur à celui trouvé par le calcul.

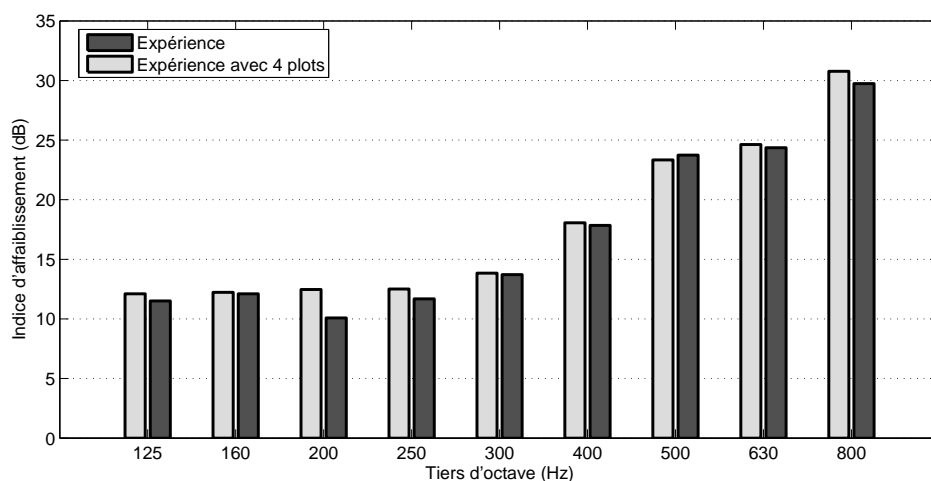
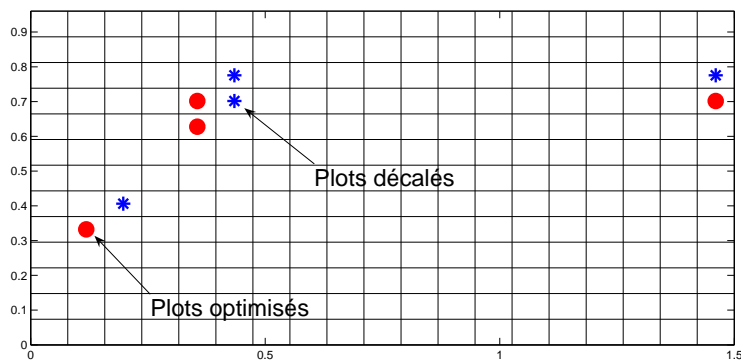


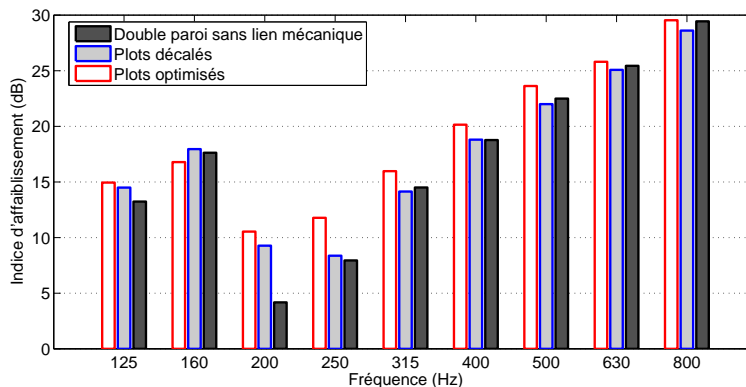
FIG. 6.16 – Comparaison de l'indice d'affaiblissement mesuré d'une double paroi avec 4 liens mécaniques optimisés, et sans liens mécaniques

## 6.9 Influence de la position des liens mécaniques sur l'indice d'affaiblissement

Les résultats expérimentaux amènent à penser que l'indice d'affaiblissement est très sensible aux conditions limites des parois. Cela peut s'expliquer par un indice d'affaiblissement très sensible à la position des plots. Afin d'évaluer l'influence de la position des plots sur l'indice d'affaiblissement, le calcul avec des plots légèrement décalés a donc été réalisé. La comparaison est présentée en figure 6.17. Un léger décalage des plots entraîne une perte considérable des performances acoustiques de la double paroi sur la majorité des tiers d'octaves. Cela confirme donc la cause des écarts entre le calcul où les plaques sont supposées appuyées, et l'expérience où les plaques sont encastrées.



(a) Position des plots



(b) Indice d'affaiblissement en tiers d'octaves

FIG. 6.17 – Influence de la position des plots sur l'indice d'affaiblissement

## 6.10 Conclusion

L'optimisation de la transparence acoustique des doubles parois par ajout de liens mécaniques donne de très bons résultats théoriques. Cependant les gains obtenus par le calcul ne sont pas mesurés dans la pratique. En effet, bien que l'on observe une nette amélioration lorsque les plots sont ajoutés, les performances ne sont pas celles escomptées. Cela s'explique principalement par des performances très sensibles à la position des plots. Un léger décalage de la position par rapport aux lignes modales engendre en effet une diminution des performances. De même un changement de conditions limites ne donne pas les mêmes positions optimales.

L'utilisation des méthodes d'optimisation pour améliorer l'isolation d'une structure de type double paroi est donc intéressante en pratique. Toutefois, le modèle utilisé dans le calcul de la fonction coût doit impérativement prendre en compte le plus précisément possible les conditions réelles pour garantir une efficacité maximale.

---

## Conclusions et perspectives

La modélisation de la transmission acoustique d'une double paroi par sous structuration à l'aide des mobilités de pavés donne de très bons résultats. Elle permet en effet de prédire la transparence acoustique d'une double cloison avec une bonne précision par rapport à l'expérience. Elle offre par ailleurs la possibilité d'étudier des fréquences assez élevées que les modèles classiques atteignent difficilement. Enfin, un autre aspect pratique de cette méthode est celui de la modularité. Il est par exemple très simple de remplacer un élément du système par un autre (une plaque en aluminium par une plaque en acier), sans avoir à refaire l'ensemble des calculs, les mobilités de chaque système pouvant être sauvegardées séparément.

L'étude sur la modélisation de l'excitation de type champ diffus par décomposition modale du champ de pression de la salle d'excitation a ensuite permis de mettre en évidence l'importance des conditions d'excitation sur la transmission acoustique au travers des doubles parois. Un nouveau critère a ainsi été mis en place afin de caractériser la diffusivité pariétale apparente, il s'agit du "Boundary Diffuse Field Index" (BDFI). Il est en effet courant d'utiliser la fréquence de coupure de Schroeder comme critère pour définir la limite entre le comportement modal d'une salle et le champ diffus, mais cette fréquence n'est pas adaptée pour caractériser la diffusivité du champ de pression pariétal. L'étude sur la moyenne spatiale, et l'écart type du BDFI a donc permis d'aborder cet aspect sous un nouvel angle. Deux hypothèses issues de la théorie de Sabine ont ainsi été revisitées. La première concerne la non corrélation des ondes incidentes, et la deuxième concerne l'isotropie du champ acoustique au niveau de la paroi d'excitation. Une analyse statistique de la répartition du BDFI sur une paroi permet donc de mieux comprendre les différences obtenues sur la mesure de transparence acoustique dans différents laboratoires. On peut envisager par la suite utiliser ce critère pour caractériser expérimentalement les laboratoires d'essais et proposer ainsi de nouvelles directives pour améliorer la reproductibilité des mesures.

L'amélioration de l'isolation acoustique à l'aide de matériaux granulaires a ensuite été étudiée. Un nouveau modèle a ainsi été proposé pour la caractérisation des matériaux granulaires légers

---



non cohésifs. Ce modèle se base sur une simplification forte du modèle de Biot. Le cisaillement interne de la phase solide est négligé, et permet ainsi d'obtenir un modèle fluide/fluide. La méthode de résolution par décomposition modale peut ensuite être appliquée et confère à ce modèle des performances accrues en temps de calcul. Ce modèle donne par ailleurs des résultats probants pour la caractérisation d'un matériau par mesure inverse.

L'ajout de matériaux granulaires à l'intérieur de la cavité d'une double paroi a ensuite été étudié. Là encore le modèle fluide/fluide permet de prédire correctement l'isolation de la double paroi. De plus, les gains importants sur l'isolation acoustique ont conduit à déposer un brevet. En effet, ces matériaux offrent des améliorations non seulement en hautes fréquences comme la plupart des matériaux poreux, mais aussi en basses fréquences. Le phénomène de réfraction, l'amortissement lié au frottement sec et visqueux, ainsi que le couplage faible entre les deux parois sont les principaux phénomènes à l'origine de cette amélioration de l'isolation acoustique.

Enfin le dernier point abordé concerne l'optimisation de la position de liens mécaniques en vue de l'amélioration des performances acoustiques des doubles parois. Les résultats théoriques obtenus à l'aide d'une méthode d'optimisation hybride donnent des améliorations significatives. Cependant, l'expérience donne des résultats légèrement moins bons. Les raisons d'un tel décalage avec l'expérience viennent principalement des conditions limites différentes pour les parois entre le modèle qui considère des plaques appuyées, et l'expérience où les plaques sont encastées. La transparence acoustique de la double paroi est en effet très sensible à la position des plots. Ce type d'amélioration peut donc être envisagé pour des applications industrielles, mais elle doit impérativement tenir compte des conditions limites réelles pour garantir de bonnes performances.

---

## Annexe A

### Impédance de rayonnement

L'intégrale de Rayleigh (équation A.1) est utilisée pour calculer la pression rayonnée sur la paroi. Deux intégrales peuvent être écrites selon la position du point d'observation. En effet, lorsque le point est situé sur la surface limite, la singularité de la fonction de Green est évitée en employant les coordonnées cylindriques (équation A.2).

$$P(M_0) = \int_{\partial\Omega_+} \left[ j\rho\omega V_n(Q) \frac{\exp(-jk \|QM_0\|)}{2\pi \|QM_0\|} \right] .dQ \quad \forall M_0 \in \Omega \quad (\text{A.1})$$

$$P(Q_0) = \int_{\partial\Omega_+} \left[ j\rho\omega V_n(Q) \frac{\exp(-jk \|QQ_0\|)}{2\pi \|QQ_0\|} \right] .dQ \quad \forall Q_0 \in \partial\Omega \quad (\text{A.2})$$

La surface vibrante  $\partial\Omega_+$  est ensuite discrétisée en pavés :

$$P(Q_0) = \sum_{j=1, j \neq i}^N \int_{S_j} \left[ j\rho\omega V_n(Q_j) \frac{\exp(-jk \|Q_j M_0\|)}{2\pi \|Q_j M_0\|} \right] dQ_j + \int_{S_i} \left[ j\rho\omega V_n(Q_i) \frac{\exp(-jk \|Q_i Q_0\|)}{2\pi \|Q_i Q_0\|} \right] dQ_i \quad (\text{A.3})$$

Si les dimensions du pavé sont petites, l'intégrale peut alors être approximée par la valeur au centre du pavé. De plus, la vitesse  $V_n(Q)$  étant approximée par une valeur uniforme sur la surface du pavé, elle peut sortir de l'intégrale. Ces hypothèses conduisent à l'approximation classique de l'intégrale :

$$\int_{S_j} \left[ j\rho\omega V_n(Q_j) \frac{\exp(-jk \|Q_j M_0\|)}{2\pi \|Q_j M_0\|} \right] dQ_j = \frac{1}{2\pi} \rho_0 j\omega \langle V \rangle_j \frac{\exp^{-jk d_{ij}}}{d_{ij}} S_j \quad (\text{A.4})$$

avec  $d_{ij}$  la distance entre deux pavés.

Cette approximation est valide seulement pour des pavés de surface assez petite, et en général un critère de discrétisation standard en  $\lambda/6$  est suffisant.

L'utilisation de coordonnées cylindriques permet de calculer l'intégrale de Rayleigh dans le cas du rayonnement d'un pavé sur lui même, en considérant un pavé circulaire de surface identique que le pavé d'origine. Le résultat est immédiat :

$$\int_{S_i} \left[ j\rho\omega V_n(Q_i) \frac{\exp(-jk \|Q_i Q_0\|)}{2\pi \|Q_i Q_0\|} \right] dQ_i = \rho_0 c \langle V \rangle_i [1 - \exp^{-jka}] \quad (\text{A.5})$$

## Annexe B

# Mesure des BDFI à l'aide d'une antenne de microphones

La mesure des BDFI à l'aide d'un seul microphone affleurant à la paroi n'est pas vraiment adaptée lorsqu'il s'agit d'effectuer un grand nombre de mesures. Pour cela il est préférable d'utiliser une antenne de microphones. Cependant, deux questions se posent : quelle est l'influence de la distance entre la paroi et l'antenne, et quelle est l'influence de l'antenne sur la mesure ? Une première expérience avec un microphone affleurant côté extérieur de la paroi a permis d'évaluer l'effet de l'antenne sur la pression pariétale. La figure B.1 présente les résultats de cette expérience à l'aide de l'index de diffusivité BDFI. Il en ressort que les mesures de pression bloquée avec antenne et sans antenne sont semblables jusqu'à 5kHz. Au dessus de cette fréquence, de légères différences apparaissent dues à des longueurs d'ondes plus faibles beaucoup plus sensibles à la présence ou non d'une antenne de microphones en champ proche.

Nous avons ensuite comparé les mesures obtenues avec le microphone affleurant côté extérieur de la paroi et un microphone appartenant à l'antenne. Deux positions d'antenne ont été testées : à 1cm de la paroi et à 4cm de la paroi. Les résultats présentés sur la figure B.2 montrent que le domaine de validité de la mesure dépend fortement de la position de l'antenne par rapport à la paroi. En effet, à 1cm de la paroi les BDFI mesurés avec l'antenne divergent de ceux mesurés avec le microphone affleurant à partir de 2kHz, tandis que lorsque l'antenne est à 4cm de la paroi, ils divergent à partir de 1kHz. Ces fréquences limites de validité sont à rapprocher du rapport entre la distance de l'antenne à la paroi et la longueur d'onde acoustique. A 1kHz (resp. 2kHz), la longueur d'onde acoustique est de 34cm (resp. 17cm). Le critère de validité qui ressort de ce test impose que la distance de l'antenne à la paroi soit inférieure au 8ème de la longueur d'onde acoustique (resp. au 16ème). Il est à noter que le critère obtenu avec l'antenne à 1cm

---

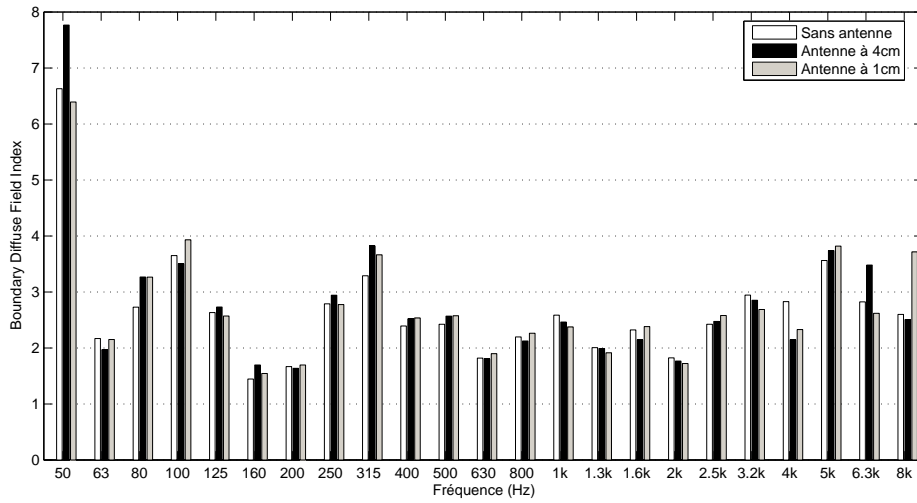


FIG. B.1 – Influence de l'antenne sur la mesure du BDFI local

et avec l'antenne à 4cm n'est pas le même. Cette différence peut être attribuée à la largeur des bandes de tiers d'octave qui augmentent avec la fréquence et qui ne permet donc pas de donner une valeur précise de la fréquence limite de validité.

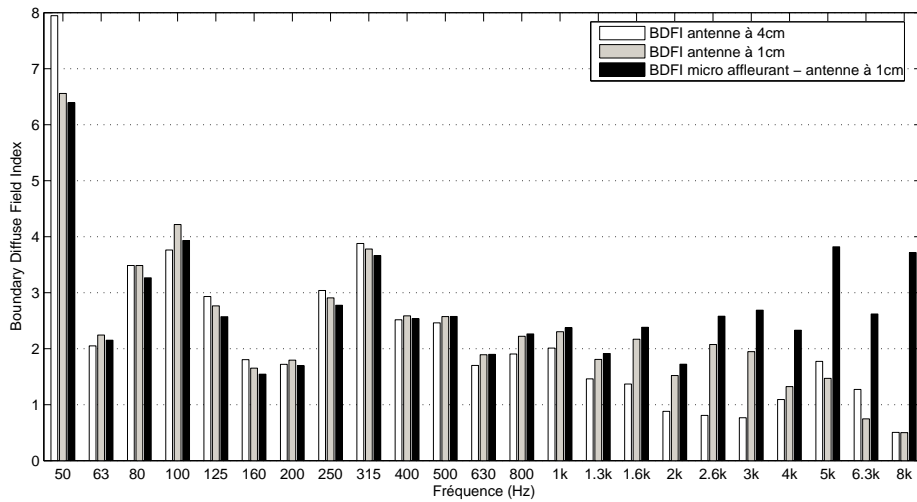


FIG. B.2 – Comparaison du BDFI local mesuré avec un micro affleurant et avec un microphone rasant appartenant à une antenne de microphones

Après avoir validé la technique de mesure par antenne de microphones, le cas d'un mur rigide en béton a été testé avec 160 points de mesure, et six microphones dans la salle réverbérante. La position de ces microphones est importante en basse fréquences, mais ne doit pas avoir d'influence en hautes fréquences. Pour vérifier cette hypothèse, nous avons mesuré le BDFI en changeant la position des microphones. Les résultats présentés sur la figure B.3 confirment l'hypothèse émise : la position des microphones à l'intérieur de la salle réverbérante influe faiblement sur la mesure du BDFI au dessus de 250Hz.

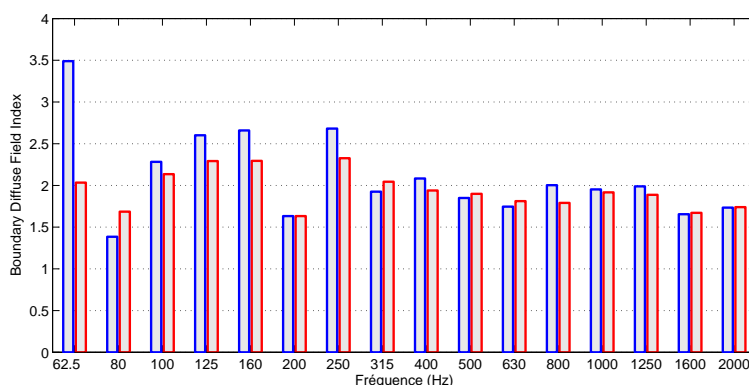


FIG. B.3 – Comparaison de la mesure du BDFI moyen sur un mur rigide à l'aide d'une antenne de micros (moyenne sur 160 points, et sur une surface de 1.5m par 0.96m) en changeant la position des 6 microphones dans la salle réverbérante



## Annexe C

### Hexaèdre à 8 noeuds

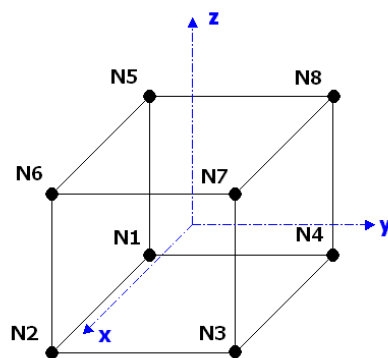


FIG. C.1 – Hexaèdre à 8 noeuds

Fonctions de forme associées à un élément hexaèdre à 8 noeuds :

$$\begin{aligned}
 \psi_1(x, y, z) &= \frac{1}{8} (1 - x) (1 - y) (1 - z) & \psi_5(x, y, z) &= \frac{1}{8} (1 - x) (1 - y) (1 + z) \\
 \psi_2(x, y, z) &= \frac{1}{8} (1 + x) (1 - y) (1 - z) & \psi_6(x, y, z) &= \frac{1}{8} (1 + x) (1 - y) (1 + z) \\
 \psi_3(x, y, z) &= \frac{1}{8} (1 + x) (1 + y) (1 - z) & \psi_7(x, y, z) &= \frac{1}{8} (1 + x) (1 + y) (1 + z) \\
 \psi_4(x, y, z) &= \frac{1}{8} (1 - x) (1 + y) (1 - z) & \psi_8(x, y, z) &= \frac{1}{8} (1 - x) (1 + y) (1 + z)
 \end{aligned}$$





## Annexe D

### Brevet

La présente invention concerne une structure de double paroi mince avec isolation acoustique, utilisable aussi bien dans le domaine des constructions fixes, notamment comme cloison séparatrice pour bâtiments, que dans le domaine des véhicules en vue de leur insonorisation. Les structures creuses, généralement à double paroi, sont de plus en plus utilisées par comparaison avec les structures pleines, car elles sont plus légères, tout en conservant une bonne résistance mécanique, mais aussi en raison de leurs propriétés intéressantes d'isolation acoustique et thermique. Toutefois, le comportement vibro-acoustique d'une double paroi est caractérisé par une transparence acoustique très forte, à la fréquence de respiration où les deux plaques constitutives de la double paroi vibrent en opposition de phase. Ce phénomène est particulièrement gênant dans le cas où l'espacement des deux plaques est faible, car la réduction constatée d'isolement acoustique se produit à une fréquence de forte perception de l'oreille humaine. Par contre, aux plus hautes fréquences sonores, la double paroi devient un excellent isolant phonique. On connaît déjà diverses propositions d'amélioration des doubles parois minces, notamment pour cloisons intérieures, qui consistent à placer, entre les deux plaques constitutives de la double paroi, un certain remplissage censé améliorer les propriétés d'isolation acoustique du panneau ainsi réalisé. Un remplissage avec des matériaux isolants phoniques classiques, tels que les mousses, est envisageable mais n'est pas particulièrement performant dans la zone fréquentielle où se produit le phénomène précédemment expliqué, ou conduit à des épaisseurs de doubles parois qui sont inutilisables dans les applications courantes. En effet, l'ajout de raideur entre les deux plaques de la double paroi, provoqué par de tels matériaux, conduit à un décalage de la zone de forte transmission acoustique vers les fréquences gênantes. De plus, les mousses sont généralement incorporées à des structures plus ou moins complexes, telles qu'enseignées par les documents suivants : 1 JP 10037341 : mousse supportée par un treillis métallique ; 2 JP 4372000 : mousse

---

mélangée à une poudre ; 3 JP 4194243 : mousse incorporant de fines particules. D'autres propositions connues consistent à introduire, dans la cavité délimitée par les deux plaques de la double paroi, des matériaux tels que des billes d'acier, des billes de verre, de la poudre de silice, du sable,... dont la densité élevée est rédhibitoire pour certaines applications. A titre d'exemples, peuvent être ici cités les documents : 3 JP 6017491, avec utilisation de poudre de silice placée dans de petits réceptacles ; 4 JP 4106243, avec utilisation de poudre de silice remplissant des alvéoles. Un autre type de solution, visant à alléger les panneaux réalisés, consiste à remplir la cavité entre plaques de micro-capsules enfermant un gaz autre que de l'air, par exemple d'hélium (voir document JP 3197743). La mise en œuvre est ici délicate, puisque les micro-capsules doivent être étanches, à ceci s'ajoutant le fait qu'un remplissage complémentaire de mousse est prévu entre les micro-capsules. Outre leur complexité et leur coût, les solutions actuelles ont aussi pour certaines, comme il résulte de ce qui précède, l'inconvénient d'imposer des partitionnements ou des cloisonnements entre les deux plaques, qui rigidifie la liaison entre ces deux plaques et supprime le principe même de la double paroi. La présente invention vise à remédier aux inconvénients précédemment exposés, et elle a donc pour objectif de fournir une structure de double paroi mince qui soit particulièrement efficace du point de vue de l'isolation acoustique, en améliorant notamment ses propriétés aux basses fréquences, tout en conservant une réalisation simple et économique, et également légère, autorisant des applications industrielles concrètes dans des domaines variés. A cet effet, l'invention a pour objet une structure de double paroi mince avec isolation acoustique, essentiellement caractérisée par le fait que, dans la cavité située entre les deux plaques de la double paroi, est placé un matériau granulaire léger, dont les grains ne sont liés ni entre eux, ni auxdites plaques. Par matériau granulaire léger, on entend ici un matériau dont la masse volumique est inférieure à 50 g/l, et en particulier un matériau dont la masse volumique est comprise entre 15 et 35 g/l. Ces valeurs peuvent être obtenues soit en choisissant une matière légère par elle-même, notamment une matière poreuse ou micro-poreuse, soit en utilisant une matière possédant une densité intrinsèque plus forte mais conformée en grains creux, par exemple remplis d'air. A cet égard, il est important de noter que, dans le cadre de la présente invention, les pores des grains ou leur volume intérieur, dans le cas de grains creux, peuvent être remplis d'air ou d'un autre gaz ordinaire, et non pas d'un gaz spécial tel que l'hélium (selon le document précité JP 3197743). En ce qui concerne le matériau constitutif des grains, et plus particulièrement les matières légères utilisables, il est avantageux d'employer des grains en polystyrène expansé (PSE) ou en polypropylène expansé (PPE), qui procurent directement des masses volumiques des valeurs souhaitées comprises entre 15 et 35 g/l. La nouveauté réside ainsi dans l'ajout, entre les deux plaques de la double paroi, d'une matière granulaire légère, laquelle possède des propriétés réfractantes des ondes sonores. Ce phénomène de réfraction des ondes acoustiques empêche la transmission du son, pour les ondes d'excitation possédant un angle d'incidence supérieur à un angle limite dépendant du milieu

---

de propagation. La réfraction des ondes acoustiques bloque donc certaines incidences d'ondes. Comme l'ont démontré les essais effectués par le Déposant, avec divers matériaux granulaires de différentes masses volumiques et de différentes grosseurs de grains, pour une même double paroi (double paroi avec plaques en aluminium, d'épaisseurs respectivement égales à 2 mm et 1,5 mm, la cavité délimitée par les deux plaques ayant une épaisseur de 10 mm), un gain énorme de l'ordre de 10 dB a été obtenu autour de la fréquence de respiration, qui se situe, pour une telle double paroi, vers 350-450 Hz. Un gain de 10 dB signifie que la puissance acoustique en sortie a été divisée par dix. On a aussi pu observer un gain en haute fréquence avec une pente de + 24 dB par octave au lieu de 12 dB par octave (sans remplissage de la cavité). L'ajout de matériau granulaire entre les deux plaques de la double paroi est donc, de façon surprenante, bénéfique à l'isolation acoustique dans toute la gamme de fréquences et, en particulier, autour de la fréquence de respiration. Ces résultats remarquables seront encore rendus plus apparents au vu du dessin annexé, commenté plus bas. On notera que la légèreté du matériau granulaire préconisé a pour avantage supplémentaire d'éviter tout tassement indésirable de ce matériau au cours du temps, notamment dans les applications aux cloisons verticales. Des résultats encore améliorés, du point de vue acoustique et mécanique, peuvent être obtenus en mélangeant des grains de grosseurs différentes, ce qui procure un remplissage plus complet et homogène de la cavité, une augmentation du nombre de points de contact entre grains, et une meilleure résistance mécanique du remplissage, réduisant encore davantage le risque de tassement. Les grains peuvent être réalisés en matériau à bonnes propriétés de glissement, ou être traités en surface de manière à améliorer leurs qualités de glissement, ce qui peut encore améliorer leur efficacité du point de vue de l'isolation acoustique. Selon un aspect essentiel de l'invention, la distinguant des propositions antérieures, les grains ne sont ni mélangés à une autre matière, ni liés entre eux ou aux plaques de la double paroi, et la nature granulaire du matériau évite elle-même de créer une liaison mécanique forte entre les deux plaques. Ceci permet aussi une mise en œuvre simple et aisée : il suffit en effet d'injecter le matériau sous forme de grains dans la cavité de la double paroi, pour obtenir directement une double paroi à isolation acoustique améliorée, et pour toute opération de maintenance, il suffit d'aspirer ces grains, ce qui est rendu aisé par leur légèreté. Il est aussi envisageable (sans créer de liaisons indésirables) de conditionner le matériau en grains dans une enveloppe en film plastique souple, elle-même introduite dans la cavité de la double paroi, ce qui peut d'une part faciliter la mise en place et surtout le retrait de ce matériau granulaire, et d'autre part confiner ce matériau en évitant par exemple qu'il s'échappe d'une cloison à la suite d'un perçage accidentel de celle-ci. De toute façon, l'invention sera mieux comprise à l'aide de la description qui suit, en référence au dessin schématique annexé représentant, à titre d'exemple, une forme d'exécution de cette structure de double paroi mince avec isolation acoustique, et illustrant son fonctionnement.

Figure D.1 est une vue partielle en perspective d'une telle double paroi, disposée verticalement

---

de manière à constituer une cloison ;

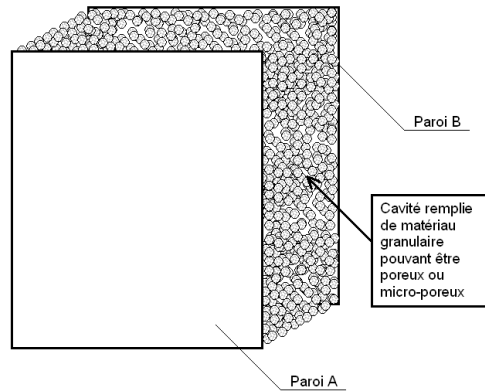


FIG. D.1 – Schéma descriptif du montage

Figure D.2 est un diagramme représentant, du point de vue de l'indice d'affaiblissement, une comparaison des résultats obtenus avec et sans matériau granulaire intermédiaire ;

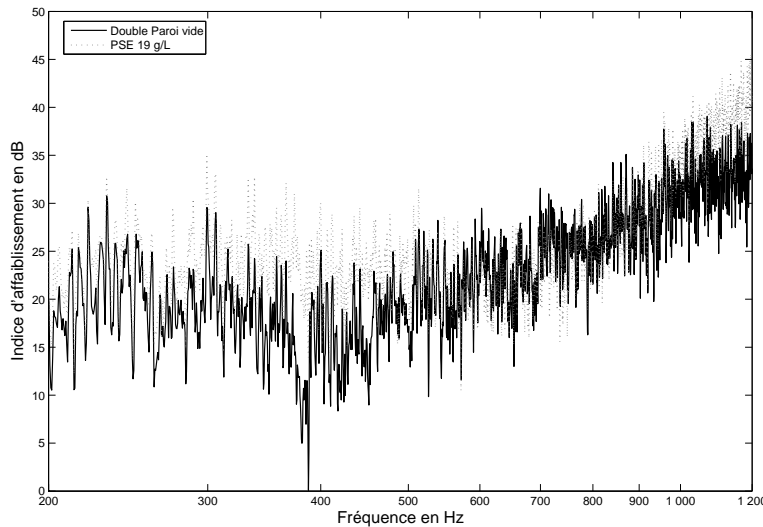


FIG. D.2 – Effet de l'ajout de billes de PSE sur l'indice d'affaiblissement d'une double paroi

Figures 3 à 5 sont des diagrammes comparant, toujours en termes d'indice d'affaiblissement, les résultats obtenus avec des matériaux granulaires de différentes densités.

Comme le montre la figure D.1, une double paroi, formant par exemple une cloison séparatrice verticale, comprend deux plaques rigides parallèles 2 et 3, séparées l'une de l'autre par une cavité intermédiaire 4, d'une certaine épaisseur E. Selon l'invention, la cavité intermédiaire 4

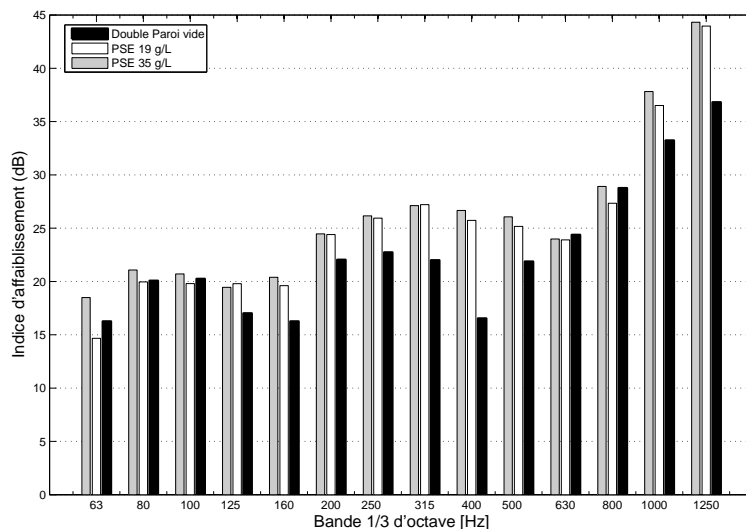


FIG. D.3 – Effet de la densité des billes de PSE sur l'indice d'affaiblissement

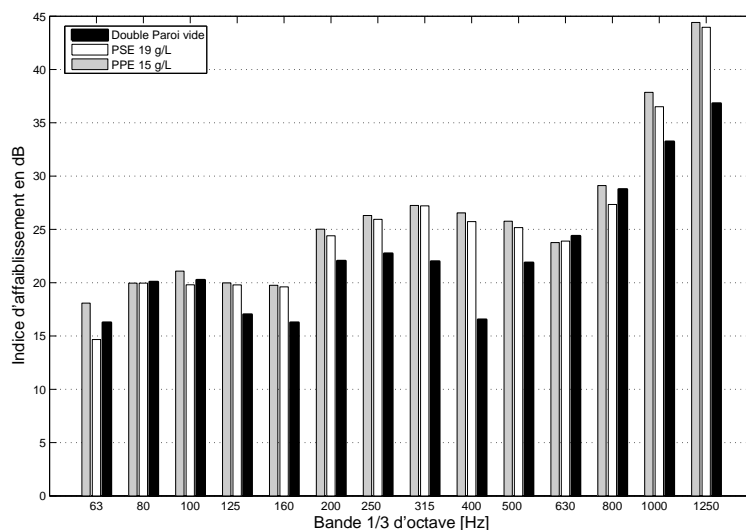


FIG. D.4 – Influence du choix du matériau constituant les billes

est remplie d'un matériau granulaire léger, formé de grains 5 qui, mis à part leurs points de contact, ne sont liés ni entre eux, ni aux deux plaques 2 et 3. La présence du matériau granulaire 5 entre les deux plaques 2 et 3 améliore grandement les propriétés d'isolation acoustique de la double paroi, comme l'illustre le diagramme de la figure D.2, qui traduit le résultat d'essais faits avec une double paroi en forme de panneau rectangulaire, d'une longueur de 1,5 m et d'une largeur de 0,96 m, dont les deux plaques 2 et 3 sont en aluminium et possèdent des épaisseurs respectives de 2 mm et 1,5 mm, tandis que sa cavité intermédiaire 4 possède une épaisseur E

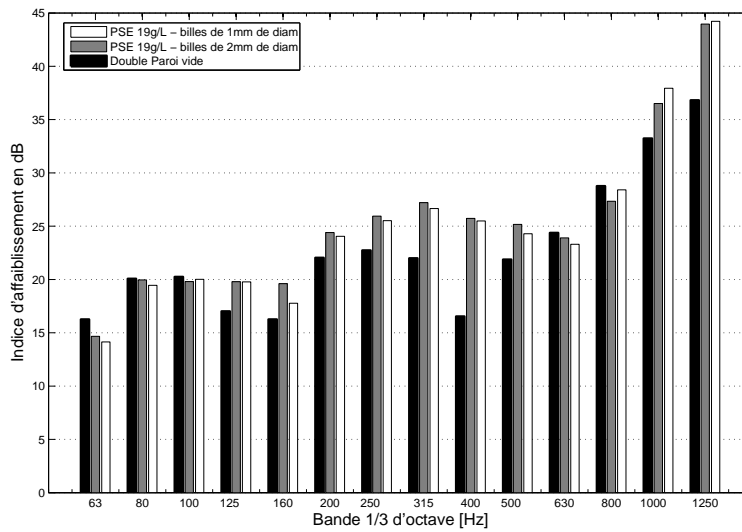


FIG. D.5 – Influence de la taille des billes sur l'indice d'affaiblissement de la double paroi

de 10 mm. Sur ce diagramme, l'indice d'affaiblissement exprimé en décibels est porté en ordonnées, tandis que les fréquences sonores exprimées en hertz sont portées en abscisses ; plus cet indice d'affaiblissement est élevé, et meilleur est l'isolement acoustique de la double paroi. La courbe inférieure de la figure D.2, en trait continu, est représentative de l'indice d'affaiblissement obtenu dans le cas d'une telle double paroi sans matériau granulaire intermédiaire. La courbe supérieure, en trait pointillé, est représentative de l'indice d'affaiblissement obtenu dans le cas de la même double paroi avec matériau granulaire, en l'occurrence du polystyrène expansé, possédant une masse volumique de 19 g/l. L'écart moyen entre les deux courbes est important, en particulier autour de la fréquence de respiration, soit vers 350-450 Hz, où cet écart est de l'ordre de 10 dB. Les figures 3, 4 et 5 illustrent, de façon comparative, les propriétés d'isolation acoustique obtenues, par bandes d'un tiers d'octave, avec divers matériaux granulaires, toujours en portant l'indice d'affaiblissement en ordonnées et les fréquences en abscisses. Sur ces trois figures, les barres verticales sombres se rapportent à la paroi double sans matériau granulaire intermédiaire. Sur la figure D.3, les barres verticales blanches se rapportent au polystyrène expansé (PSE) d'une masse volumique de 19 g/l, tandis que les barres verticales grises se rapportent au polystyrène expansé (PSE) d'une masse volumique de 35 g/l. Sur la figure D.4, comme précédemment, les barres verticales blanches se rapportent au polystyrène expansé (PSE) d'une masse volumique de 19 g/l, tandis que les barres verticales grises se rapportent au polypropylène expansé (PPE) d'une masse volumique de 15 g/l. Enfin, sur la figure D.5, les barres verticales blanches se rapportent à des billes de polystyrène expansé (PSE) d'un diamètre de 1 mm, tandis que les barres verticales grises se rapportent à des billes de polystyrène expansé (PSE) d'un diamètre de 2 mm, la masse volumique de ces billes étant dans

les deux cas égale à 19 g/l. Ces diagrammes font apparaître le gain moyen obtenu, par rapport à une paroi double sans matériau granulaire intermédiaire, dans les différents cas considérés, gain qui aux basses fréquences, se situe entre 3 et 10 décibels, sachant que : 5 un gain de 3 dB signifie que la puissance acoustique a été divisée par 2 ; 6 un gain de 6 dB signifie que la puissance acoustique a été divisée par 4 ; 7 un gain de 9 dB signifie que la puissance acoustique a été divisée par 8 ; 8 un gain de 10 dB signifie que la puissance acoustique a été divisée par 10. Un domaine particulier d'application de la structure de double paroi mince avec isolation acoustique, précédemment décrite dans sa constitution et ses propriétés, est le secteur du bâtiment et des constructions fixes, où des cloisons séparatrices avec isolation acoustique sont en particulier réalisables selon cette conception de double paroi. On peut ainsi envisager de concevoir et installer des nouvelles cloisons, sous la forme de panneaux préfabriqués ou de réaliser la réhabilitation de bâtiments avec amélioration de l'isolation acoustique, ceci par simple ajout de matériaux granulaires à l'intérieur de doubles cloisons existantes, ou encore de réaliser un cloisonnement acoustique de bureaux paysagés, sans constituer des séparations totales. Dans ce secteur, d'une façon générale, le gain de masse résultant d'un choix ciblé des matériaux granulaires utilisés n'est pas d'un intérêt considérable, et l'on peut éventuellement utiliser un matériau plus dense que les exemples précédemment indiqués, le choix d'un matériau granulaire économique étant par contre à privilégier. Dans le cas de la réhabilitation, le remplissage de doubles cloisons existantes permet d'améliorer de façon simple et peu coûteuse l'isolation acoustique des bâtiments existants. Un autre domaine d'application de l'invention est celui des transports et plus particulièrement le secteur des véhicules, que ceux-ci soient terrestres (domaine des véhicules automobiles et ferroviaires), ou qu'il s'agisse de véhicules pour transport aérien ou maritime. En effet, dans le secteur des transports, l'acoustique est actuellement un critère prépondérant pour le confort des passagers. De plus, la réduction des masses est devenue un objectif fondamental, pour des raisons de limitation de la consommation d'énergie et des rejets atmosphériques. C'est pourquoi la structure de double paroi avec isolation acoustique et de masse réduite, proposée par la présente invention, peut avoir de multiples applications dans ce secteur, et toutes les cavités participant à la transmission du son pourront être remplies par des matériaux granulaires légers, tels que préconisés. Par exemple, ces matériaux pourront prendre place à l'intérieur de portières de véhicules automobiles, de tabliers, de cloisons en contact avec l'extérieur, etc ... En particulier, dans le secteur de l'automobile, certains bruits caractéristiques se situent à une fréquence de 250 Hz, et la mise en œuvre de l'invention devrait ici permettre un gain de 10 dB à cette fréquence, dans l'habitacle d'un véhicule. Dans le domaine de l'aéronautique, où l'acoustique laisse encore grandement à désirer et où le gain de masse est une exigence évidente, il suffit d'injecter les matériaux granulaires légers dans les cloisons existantes des aéronefs pour en améliorer l'isolation acoustique. Pour toute opération de maintenance, fréquente dans ce domaine, il suffit d'aspirer lesdits matériaux, ou de les retirer directement si ces maté-

---



riaux sont conditionnés à l'intérieur de films plastiques souples. Comme il va de soi, et comme il ressort de ce qui précède, l'invention ne se limite pas aux seuls modes d'exécution et aux seules utilisations de cette structure de double paroi mince avec isolation acoustique qui ont été décrites ci-dessus, à titre d'exemples ; elle en embrasse, au contraire, toutes les variantes de réalisation et d'application respectant le même principe.

En particulier, l'on ne s'éloignerait pas du cadre de l'invention : 9 en utilisant des matériaux granulaires de toute nature chimique, et présentant toutes formes et dimensions, par exemple des billes de verre creuses, éventuellement en mélangeant des grains de grosseurs différentes ; 10 en disposant ces matériaux dans des doubles parois de toutes formes, non nécessairement d'épaisseur constante ; 11 en destinant ces doubles parois avec isolation acoustique à toutes utilisations nécessitant une insonorisation, par exemple dans le domaine industriel pour le capotage de machines.

## REVENDEICATIONS

1- Structure de double paroi mince avec isolation acoustique, caractérisée en ce que dans la cavité (4), située entre les deux plaques (2, 3) de la double paroi, est placé un matériau granulaire léger, dont les grains (5) ne sont liés ni entre eux, ni auxdites plaques (2, 3). 2- Structure de double paroi selon la revendication 1, caractérisée en ce que le matériau granulaire léger (5) possède une masse volumique inférieure à 50 g/l, de préférence comprise entre 15 et 35 g/l. 3- Structure de double paroi selon la revendication 1 ou 2, caractérisée en ce que le matériau granulaire léger (5) est constitué par une matière poreuse ou micro-poreuse. 4- Structure de double paroi selon la revendication 3, caractérisée en ce que le matériau granulaire léger est constitué de grains (5) en polystyrène expansé (PSE) ou en polypropylène expansé (PPE). 5- Structure de double paroi selon la revendication 1 ou 2, caractérisée en ce que le matériau granulaire léger est constitué de grains creux, par exemple remplis d'air. 6- Structure de double paroi selon la revendication 5, caractérisée en ce que le matériau granulaire léger est constitué de billes de verre creuses. 7- Structure de double paroi selon l'une quelconque des revendications 1 à 6, caractérisée en ce que le matériau granulaire léger est constitué par un mélange de grains (5) de grosseurs différentes. 8- Structure de double paroi selon l'une quelconque des revendications 1 à 7, caractérisée en ce que les grains (5) sont réalisés en matériau à bonnes propriétés de glissement, ou sont traités en surface de manière à améliorer leurs qualités de glissement. 9- Structure de double paroi selon l'une quelconque des revendications 1 à 8, caractérisée en ce que le matériau en grains (5) est conditionné dans une enveloppe en film plastique souple, introduite dans la cavité (4) de la double paroi. 10- Structure de double paroi selon l'une quelconque des revendications 1 à 9, utilisée comme cloison séparatrice avec isolation acoustique, dans le secteur du bâtiment et des constructions fixes. 11- Structure de double paroi selon l'une

---

quelconque des revendications 1 à 9, utilisée dans le secteur des transports pour l'insonorisation de véhicules, tels que des véhicules automobiles.

#### ABREGE

Structure de double paroi mince avec isolation acoustique

Dans la cavité (4), située entre les deux plaques (2, 3) de la double paroi, est placé un matériau granulaire léger, par exemple poreux, dont les grains (5) ne sont liés ni entre eux, ni aux plaques (2, 3). L'ajout d'un tel matériau granulaire améliore en particulier l'isolation acoustique de la double paroi aux basses fréquences, autour de la fréquence de respiration de cette double paroi. Applications : cloisons séparatrices pour bâtiments, insonorisation des véhicules.

---



## Annexe E

# Propriétés élastiques des élastomères

Les élastomères présentent des caractéristiques mécaniques spécifiques qui diffèrent largement de celles des matériaux classiques utilisés en construction tels que les métaux. Nous allons donc présenter brièvement le comportement dynamique de tels matériaux. De plus amples informations pourront être trouvées dans l'article de Pierre Martinon (Mar 98) sur les caractéristiques des élastomères.

Les élastomères ont un comportement viscoélastique. Ainsi, à la déformation élastique vient s'ajouter une déformation visqueuse qui engendre des pertes d'énergie à chaque cycle de déformation. La figure E.1 présente ce phénomène. La tangente de perte  $\tan(\delta)$  apparaît ici comme le retard de la déformation visqueuse sur l'excitation. Elle permet de définir un module d'Young complexe tel que :  $E^* = E'(1 + j.\tan(\delta))$ .

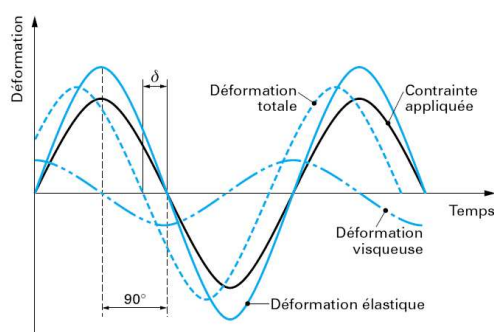
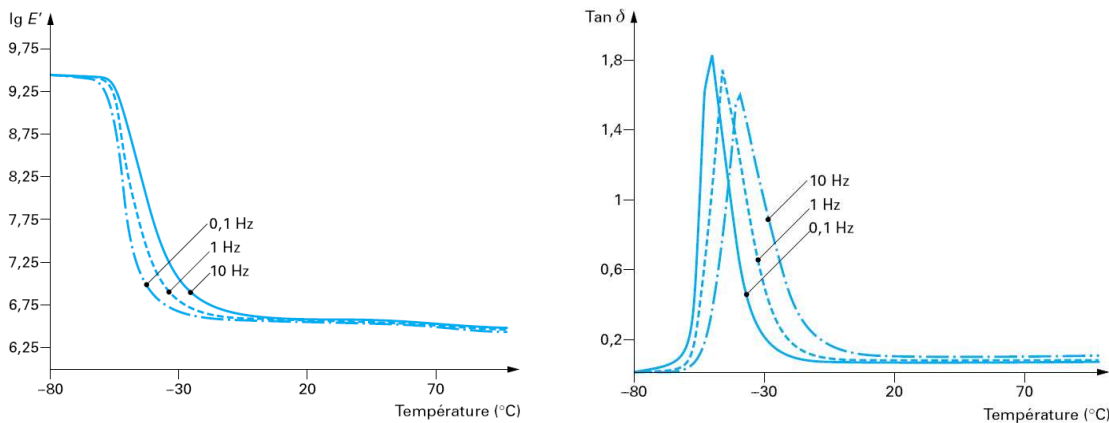


FIG. E.1 – Composantes de la déformation en régime sinusoïdale - Extrait des Techniques de l'Ingénieur (Mar 98)

Le module d'Young  $E'$  ainsi que la tangente de perte  $\tan(\delta)$  dépendent principalement de deux facteurs : la température, et la fréquence. Pour évaluer l'influence de ces paramètres, les équations empiriques de Williams-Landel-Ferry sont couramment employées. Les figures E.2 illustrent bien ces équations. La rigidité du matériau en fonction de la température se décompose en deux zones délimitées par la température de transition vitreuse de l'élastomère  $T_g$ . Lorsque la température augmente la rigidité diminue. À l'inverse, lorsque la fréquence d'excitation augmente, la rigidité augmente. Cette dernière propriété va à l'encontre de ce qui serait souhaitable pour réduire le phénomène de respiration des doubles parois. En effet, il serait préférable d'avoir un matériau rigide en basses fréquences pour bloquer les deux parois entre elles, et souples en hautes fréquences pour garder le découplage des deux parois. Concernant la tangente de perte, elle est maximum lorsque la température est égale à la température de transition vitreuse.



(a) Module dynamique d'un mélange à base de caou- (b) Valeurs de  $\tan \delta$  d'un mélange à base de caou-  
 tchouc naturel en fonction de la température tchouc naturel en fonction de la température

FIG. E.2 – Illustrations des lois de Williams-Landel-Ferry extraites des Techniques de l'Ingénieur (Mar 98)

## Bibliographie

- [AB 94] ATALLA N. et BERNHARD R.J. Review of numerical solutions for low-frequency structural-acoustic problems. *Applied Acoustics*, 1994, vol 43, p 271–294.
- [ADR<sup>+</sup> 89] ALLARD J.F., DEPOLLIER C., REBILLARD P., LAURIKS W. et COPS A. Inhomogeneous biot waves in layered media. *Journal of Applied Physics*, 1989, vol 66, n°6, p 2278–2284.
- [AFN 95] AFNOR . Acoustique - mesurage de l'isolement acoustique des immeubles et des éléments de construction - partie 3 : Mesurage en laboratoire de l'affaiblissement des bruits aériens par les éléments de construction. *ISO 140-3*, 1995.
- [AFN 97] AFNOR . Acoustique - mesurage de l'isolement acoustique des immeubles et des éléments de construction - partie 1 : Spécifications relatives aux laboratoires sans transmissions latérales. *ISO 140-1*, 1997.
- [AHP 01] ATALLA N., HAMDI M. A. et PANNETON R. Enhanced weak integral formulation for the mixed (u,p) poroelastic equations. *Journal of Acoustical Society of America*, 2001, vol 109, n°6, p 3065–3068.
- [AHT<sup>+</sup> 98] ALLARD J.F., HENRY M., TIZIANEL J., KELDERS L. et LAURIKS W. Sound propagation in air-saturated random packings of beads. *Journal of Acoustical Society of America*, 1998, vol 104, n°4.
- [Anf 03] ANFOSSO J. *Propagation Acoustique dans des Milieux Granulaires de Billes de Verre et d'Acier*. Thèse, Université de Paris 7, 2003.
- [APD 98] ATALLA N., PANNETON R. et DEBERGUE P. A mixed displacement-pressure formulation for poroelastic materials. *Journal of Acoustical Society of America*, 1998, vol 104, n°3, p 1444–1452.
-

- 
- [Ata 05] ATALLA N. An overview of the numerical modeling of poroelastic materials. **In** : SAPEM, ENTPE Lyon, 2005.
- [Bal 04] BALLAGH K.O. Accuracy of prediction methods for sound transmission loss. *Internoise Proceedings*, 2004.
- [BCH<sup>+</sup> 03] BROUARD B., CASTAGNÈDE B., HENRY M., LAFARGE D. et SAHRAOUI S. Mesure des propriétés acoustiques des matériaux poreux. *Techniques de l'ingénieur*, 2003, vol R6120.
- [Ber p] BERANEK L. *Noise Reduction*. New York : McGraw-Hill, 1960, 752 p.
- [Bes 96] BESSAC F. *Utilisation de valeurs propres et de vecteurs propres de couplage pour étudier le comportement vibro-acoustique des systèmes couplés*. Thèse, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 1996.
- [Bio 56a] BIOT M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. i.higher frequency range. *Journal of Acoustical Society of America*, 1956, vol 28, n°2, p 179–191.
- [Bio 56b] BIOT M.A. Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. i.low-frequency range. *Journal of Acoustical Society of America*, 1956, vol 28, n°2, p 168–178.
- [Bio 62] BIOT M.A. Generalized theory of acoustic propagation in porous dissipative media. *Journal of Acoustical Society of America*, 1962, vol 34, n°9, p 168–178.
- [BLH 99] BOURINET JM et LE HOUÉDEC D. A dynamic stiffness analysis of damped tubes filled with granular materials. *Computers and Structures*, 1999, vol 73, p 395–406.
- [BN 94] BERRY A. et NICOLAS J. Structural acoustics and vibrations behavior of complex panels. *Applied Acoustics*, 1994, vol 43, n°3, p 185–215.
- [Bou 96] BOURINET J.M. *Approche numérique et expérimentale des vibrations amorties de tubes remplis de matériaux granulaires*. Thèse, École Centrale de Nantes, 1996.
- [BVDHST 01] BASTEN T.G.H., VAN DER HOOGT P.J.M., SPIERING R.M.E.J. et TIJDEMAN H. On the acousto-elastic behaviour of double-wall panels with a viscothermal air layer. *Journal of Sound and Vibration*, 2001, vol 243, n°4, p 699–719.
-

- 
- [Cas 05] CASTEL F. Example of meshing rule for finite element modelling of simple and double porosity materials. **In** : SAPEM, ENTPE Lyon, 2005.
- [CFB 05] COURTOIS T., FALK T. et BERTOLINI C. An acoustical inverse measurement system to determine intrinsic parameters of porous samples. **In** : SAPEM, ENTPE Lyon, 2005.
- [CG 99] COSTE C. et GILLES B. On the validity of hertz contact law for granular material acoustics. *The European Physical Journal B*, 1999, vol 7, p 155–168.
- [CLRN 05] COYETTE J.P., LIELENS G., ROBBÉ M. et NEPLE P. An efficient method for evaluationg diffuse field joint acceptance functions for cylindrical and truncated conical geometries. *Journal of Acoustical Society of America*, March 2005, vol 117, n°3, p 1009–1019.
- [Cre 42] CREMER L. Theorie der schalldämmung dünner bei schragen einfall. *Akust*, 1942, vol Z.81.
- [CS 00] CRAIK R.J.M. et SMITH R.S. Sound transmission through leaf lightweight partitions - part i : airborne sound. *Applied Acoustics*, 2000, vol 61, p 223–245.
- [DB 70] DELANY M.E. et BAZLEY E.N. Acoustical properties of fibrous asorbent materials. *Applied Acoustics*, April 1970, vol 3, n°2.
- [DIR 04] DRAGONETTI R., IANNIELLO C. et ROMANO R. The use of an optimization tool to search non-acoustic parameters of porous materials. **In** : Inter-noise, Prague, 2004.
- [DPA 99] DEBERGUE P., PANNETON R. et ATALLA N. Boundary conditions for the weak formulation of the mixed (u,p) poroelasticity problem. *Journal of Acoustical Society of America*, 1999, vol 106, n°5, p 2383–2390.
- [Dum 06] DUMAS S. Caractérisation des propriétés élastiques des matériaux granulaires. **In** : Projet de Fin d'Études, Laboratoire GEMPPM, Insa de Lyon, 2006.
- [Dup 02] DUPONT T. *Transparence et absorption acoustiques des structures microperforées*. Thèse, INSA de Lyon, 2002.
- [Fah p] FAHY F. *Sound and structural vibration : Radiation Transmission and Response*. London : Academic, 1985, 309 p.
-



- 
- [FBL<sup>+</sup> 06] FELLAH Z.E.A., BERGER S., LAURIKS W., DEPOLLIER C., ARISTEGUI C. et CHAPELON J.Y. Measuring flow resistivity of porous materials at low frequencies range via acoustic transmitted waves (I). *Journal of Acoustical Society of America*, 2006, vol 119, n°4, p 1926–1928.
- [FFS<sup>+</sup> 06] FELLAH Z.E.A., FELLAH M., SEBAA N., LAURIKS W. et DEPOLLIER C. Measuring flow resistivity of porous materials at low frequencies range via acoustic transmitted waves (I). *Journal of Acoustical Society of America*, 2006, vol 119, n°4, p 1926–1928.
- [FPS 99] FAUSTI P., POMPOLI R. et SMITH R.S. An intercomparison of laboratory measurements of airborne sound insulation of lightweight plasterboard walls. *Building Acoustics*, 1999, vol 6, p 127–140.
- [GL 78] GUYADER J.L. et LESUEUR C. Acoustic transmission through orthotropic multilayered plates, part ii : Transmission loss. *Journal of Sound and Vibration*, 1978, vol 58, n°1, p 69–86.
- [GL 80] GUYADER J.L. et LESUEUR C. Transmission of reverberant sound through orthotropic viscoelastic multilayered plates. *Journal of Sound and Vibration*, 1980, vol 70, n°3, p 319–332.
- [GRG 91] GAGLIARDINI L., ROLLAND J. et GUYADER J.L. The use of a functional basis to calculate acoustic transmission between rooms. *Journal of Sound and Vibration*, 1991, vol 145, n°3, p 457–478.
- [Guy 77] GUYADER J.L. *Transparence Acoustique de plaques multicouhes orthotropes, viscoélastiques, finies*. Thèse, Université Claude Bernard, Lyon I, 1977.
- [HGH 99] HAO J.K., GALINIER P. et HABIB M. Métaheuristiques pour l'optimisation combinatoire et l'affectation sous contraintes. *Revue d'Intelligence Artificielle*, 1999.
- [Hon 06] HONGISTO V. Sound insulation of double panels - comparison of existing prediction models. *Acta Acustica united with Acustica*, 2006, vol 92, p 61–78.
- [HZM<sup>+</sup> 05] HAMDY M.A., ZHANG C., MEBAREK L., ANCIANT M. et MAHIEUX B. Engineering feedback on numerical simulation of fully trimmed vehicles using modified biot's theory. **In** : SAPEM, ENTPE, Vaulx en Velin, 2005.
- [IIMR 01] IANNACE G., IANIELLO C., MAFFEI L. et ROMANO R. Characteristic impedance and complex wave-number of limestone chips. **In** : 4th European Conference on Noise Control - Euronoise, 2001.
-

- 
- [Jao 03] JAOUEN L. *Contribution à la caractérisation mécanique de matériaux poro-visco-élastiques en vibro-acoustique*. Thèse, Université du Maine, Le Mans, 2003.
- [JM 01] JIA X. et MILLS P. Sound propagation in dense granular materials. **In** : *Powders and Grains*. Kishino, 2001.
- [Jon 79] JONES R.E. Intercomparaisons of laboratory determinations of airborne sound transmission loss. *Journal of Acoustical Society of America*, 1979, vol 66, n°1, p 148–164.
- [JPS 82] JOHNSON D.L., PLONA T.J. et SCALA C. Tortuosity and acoustic slow waves. *Physical review Letters*, 1982, vol 49, n°25, p 1840–1844.
- [KPK 94] KROPP W., PIETRZYK A. et KIHLMAN T. On the meaning of the sound reduction index at low frequencies. *Acta Acoustica*, 1994, p 379–392.
- [LBL<sup>+</sup> 05] LAURIKS W., BOECKX L., LECLAIRE P., KHURANA P. et KELDERS L. Characterisation of porous acoustic materials. **In** : SAPEM, ENTPE Lyon, 2005.
- [Les p] LESUEUR C. *Rayonnement acoustique des structures : vibroacoustique, interactions fluide-structure*. Paris : Ed. Eyrolles, 1988, 591 p.
- [LH 77] LOMAS N.S. et HAYEK S.I. Vibration and acoustic radiation of elastically supported rectangular plates. *Journal of Sound and Vibration*, 1977, vol 52, n°1, p 1–25.
- [Lon 49] LONDON A. Transmission of reverberant sound through single walls. *J. Research Nat. Bur. of Stand.*, 1949, vol 42, p 605.
- [Lon 50] LONDON A. Transmission of reverberant sound through double walls. *Journal of Acoustical Society of America*, March 1950, vol 22, p 270–279.
- [Mai 62] MAIDANIK G. Reponse of ribbed panels to reverberant acoustic fields. *Journal of Acoustical Society of America*, 1962, vol 34, n°6, p 809–826.
- [Mar 98] MARTINON P. Caractéristiques des élastomères. *Techniques de l'ingénieur*, 1998, vol K 380.
- [MG 95] MOORHOUSE A. T. et GIBBS B.M. Calculation of the mean and maximum mobility for concrete floors. *Applied Acoustics*, 1995, vol 45, p 227–245.
- [ML 73] MULHOLLAND K.A. et LYON R.H. Sound insulation at low frequencies. *Journal of Acoustical Society of America*, 1973, vol 54, n°4, p 867–878.
-

- [Moo 02] MOORHOUSE A. T. A dimensionless mobility formulation for evaluation of force and moment excitation of structures. *Journal of Acoustical Society of America*, September 2002, vol 112, n°3, p 972–980.
- [MWXC 04] MAO K., WANG M.Y., XU Z. et CHEN T. Simulation and characterization of particle damping in transient vibrations. *American Society of Mechanical Engineers - Journal of Vibration and Acoustics*, April 2004, vol 126.
- [Naj 93] NAJI S. *Etude des transmissions vibratoires par une méthode de mobilité mixte dans les assemblages par surface*. Thèse, Université Claude Bernard Lyon I, 1993.
- [NN 02] NILSSON E. et NILSSON A.C. Prediction and measurement of some dynamic properties of sandwich structures with honeycomb and foam cores. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, vol 251, p 409–430.
- [OCG 02] OREFICE G., CACCIOLATI C. et GUYADER J.L. The energy mobility. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, vol 254, n°2, p 269–295.
- [O’H 67] O’HARA J. Mechanical impedance and mobility concepts. *Journal of Acoustical Society of America*, 1967, vol 41, n°5, p 1180–1184.
- [Oln 05] OLNLY X. Acoustical properties of multiscales absorbing porous materials. **In** : SAPEM, ENTPE Lyon, 2005.
- [OMCG 05] OUISSÉ M., MAXIT L., CACCIOLATI C. et GUYADER J.L. Patch transfer functions as a tool to couple linear acoustics problems. *ASME Journal of Vibration and Acoustics*, OCTOBER 2005, vol 127, p 458–466.
- [PA 96] PANNETON R. et ATALLA N. Numerical prediction of sound transmission through finite multilayer systems with poroelastic materials. *Journal of Acoustical Society of America*, 1996, vol 100, n°1, p 346–354.
- [PA 97] PANNETON R. et ATALLA N. An efficient finite element scheme for solving the three dimensional poroelasticity problem in acoustics. *Journal of Acoustical Society of America*, 1997, vol 101, n°6, p 3287–3298.
- [PC 70] PRICE A.J. et CROCKER M.J. Sound transmission through double panels using statistical energy analysis. *Journal of Acoustical Society of America*, 1970, vol 47, n°3, p 683–693.
-

- 
- [Pet 86] PETERSSON B. A thin-plate model for the moment mobility at the intersection of two perpendicular plates. *Journal of Sound and Vibration*, 1986, vol 108, n°3, p 417–485.
- [PPO 05] PERROT C., PANNETON R. et OLNLY X. Computation of the dynamic bulk modulus of acoustic foams. **In** : SAPEM, ENTPE Lyon, 2005.
- [Ryu 02] RYU M.S. *Application des mobilités énergétiques au couplage fluide structure*. Thèse, INSA de Lyon, 2002.
- [SAC 00] SAAD M.H., ADHIKARI G. et CARDOSO F. Dem simulation of wave propagation in granular media. *Powder Technology*, 2000, vol 109, p 222–233.
- [Sae 02] SAEKI M. Impact damping with granular materials in a horizontally vibrating system. *Journal of Sound and Vibration*, 2002, vol 251, n°1, p 153–161.
- [SC 92] STINSON M.R. et CHAMPOUX Y. Propagation of sound and the assignment of shape factors in model porous materials having simple pore geometries. *Journal of Acoustical Society of America*, 1992, vol 91, n°2, p 685–695.
- [Sch 65] SCHROEDER M. New method of measuring reverberation time. *Journal of Acoustical Society of America*, 1965, vol 37, p 409.
- [SCL 05] SHORTER P.J., COTONI V. et LANGLEY R.S. Numerical and experimental validation of the hybrid fe-sea method. **In** : NOVEM Proceedings, St Raphaël, 2005.
- [Spr 71] SPRONCK F. *Transparence au son des parois minces viscoélastiques finies et infinies, simples ou multiples*. Thèse, Université Aix-Marseille 1, Marseille, 1971.
- [TC 05] THIVANT M. et CLOIX A. Boundary element energy method for the prediction of machinery encapsulation. **In** : SAPEM, ENTPE Lyon, 2005.
- [TW 05] THOMAS C. et WELTIN U. Mathematical formulation of microperforated absorbers as porous absorbers. **In** : ICSV, Lisbon, 2005.
- [Ver 01] VERNOIS L. *Transparence Acoustique des Doubles Parois*. Thèse, INSA Lyon, 2001.
- [Vog p] VOGEL T. *Sur les vibrations de certains systèmes élastiques dans un champ sonore*. Thèse, Faculté des sciences de Marseille, Marseille, 1947, 81 p.
-

- [VW 93] VORLÄNDER M. et WARNOCK A.C.C. Inter-laboratory comparison of low frequency sound transmission - conventionnal and intensity measurements. **In** : Proceedings of Internoise, Leuven, 1993.
- [Wal 72a] WALLACE C.E. Radiation resistance of a baffled beam. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1972, vol 51, n°3, p 936–945.
- [Wal 72b] WALLACE C.E. Radiation resistance of a rectangular panel. *Journal of the Acoustical Society of America*, 1972, vol 51, n°3, p 946–95.
- [WG 05] WESTON A. et GMERK M. Poro-elastic modeling : Review of current methods used in aircraft design. **In** : SAPEM, ENTPE Lyon, 2005.
- [WV 93] WARNOCK A.C.C. et VORLÄNDER M. Inter-laboratory comparison of low frequency sound transmission - finite element studies. **In** : Proceedings of Internoise, Leuven, 1993.
- [XWC 04] XU Z., WANG M.Y. et CHEN T. An experimental study of particle damping for beams and plates. *Transactions of the ASME*, 2004, vol 126, p 141–148.
- [ZK p] ZWIKKER C. et KOSTEN C.W. *Sound Absorbing Materials*. New York : Elsevier, 1949, 174 p.
-