HAL
open science

Mesure des champs magnétiques alternatifs et continus dans les plasmas naturels : développement d'un magnétomètre searchcoil à bande étendue.

Paul Leroy

To cite this version:

Paul Leroy. Mesure des champs magnétiques alternatifs et continus dans les plasmas naturels : développement d'un magnétomètre searchcoil à bande étendue.. domain_other. Université de Versailles-Saint Quentin en Yvelines, 2007. Français. NNT : . tel-00143222

HAL Id: tel-00143222

https://theses.hal.science/tel-00143222

Submitted on 24 Apr 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE de

L'UNIVERSITÉ DE VERSAILLES SAINT QUENTIN EN YVELINES

Spécialité :

CAPTEURS ET MESURES POUR L'ENVIRONNEMENT SPATIAL

présentée par **Paul LEROY**

pour obtenir le grade de docteur ès Sciences

MESURES DES CHAMPS MAGNÉTIQUES ALTERNATIFS ET CONTINUS DANS LES PLASMAS NATURELS :

DÉVELOPPEMENT D'UN MAGNÉTOMÈTRE SEARCH-COIL A BANDE ÉTENDUE

Soutenue publiquement au CETP le 01 février 2007

Composition du jury :

Mr Kamel Boukheddaden	Président
Mr Christophe Coillot	Directeur de thèse
Mr Christophe Dolabdjian	Rapporteur
Mr Hamid Kokabi	Rapporteur
Mr Jean-Claude Lalaurie	Examinateur
Mr Vincent Mosser	Examinateur
Mr Frédéric Nguyen Van Dau	Examinateur
Mr Alain Roux	Directeur de thèse

Centre d'étude des Environnements Terrestre et Planétaires
Institut Pierre Simon Laplace
10-12, avenue de l'Europe 78140 VÉLIZY

Résumé

Français

Le CETP a une expertise reconnue depuis de nombreuses années dans le domaine des capteurs de champs magnétiques alternatifs en environnement spatial (plasmas naturels et magnétosphère). Ces magnétomètres nommés searchcoils, sont constitués d'un noyau en matériau ferromagnétique sur lequel est bobiné un fil de cuivre. De récentes améliorations ont été apportées aux searchcoils en travaillant sur la forme de leur noyau magnétique : des instruments plus petits et plus légers, à sensibilité égale, ont pu être réalisés pour la mission multisatellite THEMIS par exemple. Par principe, le searchcoil ne permet pas de mesurer les champs magnétiques continus. Dans les expériences spatiales, cette mesure est confiée au magnétomètre fluxgate. Les capteurs de champs magnétiques issus des technologies employées pour la microélectronique (dépôts en couches minces, semiconducteurs), tels que les capteurs à effet Hall ou les magnétorésistances, n'ont pas des sensibilités comparables à celles des fluxgates, et ce, à au moins trois ordres de grandeur près! Le point de départ de notre travail est d'ajoindre au searchcoil un capteur de champ magnétique continu issu de la microélectronique en utilisant le noyau magnétique pour améliorer sa sensibilité et tenter d'atteindre les performances des fluxgates. Ce nouvel instrument aurait pour intérêt de proposer une mesure redondante sur le champ magnétique continu, en utilisant une technologie différente du fluxgate, sans augmentation de l'encombrement puisque le searchcoil est peu modifié par l'introduction du microcapteur.

English

Since many years, the CETP has been producing magnetometers to measure alternative magnetic fileds in space (natural plasmas and magnetosphere). Those magnetometers, called searchcoils, are constituted by a ferromagnetic core on which a copper coil is wound. Recently, improvements have been made on the shape of the core to achieve lighter magnetometers, all things being equal. Such magnetometers will be onboard the NASA/THEMIS satellites for example. Due to its physical principle, the searchcoil is not able to measure DC magnetic fields and in scientific space missions, those fields are measured by fluxgates. Magnetic field sensors are widely used in microelectronics but those sensors are far less sensitive than fluxgates (by three orders of magnitude at least). Let us cite Hall effect devices and magnetoresistive sensors. The aim of this work has been to add a DC magnetic sensor, from microelectronics, to the searchcoil and to use the ferromagnetic core of the searchcoil to improve the sensitivity of the DC sensor. The new instrument could provide redundancy on the measurement of the DC magnetic field onboard scientific spacecraft, without any significant increase in mass on the searchcoil.

Remerciements

Je remercie tout d'abord mes directeurs, Christophe Coillot et Alain Roux, qui m'ont permis d'effectuer ma thèse dans des conditions optimales, tant des points de vue scientifique et technique que du point de vue humain. Je souhaite à tous les doctorants de pouvoir bénéficier d'un encadrement de cette qualité. Alain m'a très tôt fait confiance pour proposer l'instrument pour des expérimentations internationales sur fusée et même sur satellite. Christophe a permis au magnétomètre d'être près à temps pour l'expérience de tir fusée NASA/CHARM. Je loue sa ténacité et sa volonté qui ont permis au projet d'aboutir. Il m'a également encouragé à présenter mes résultats dans des congrès internationaux et à publier. Mais au delà de ses qualités professionnelles, ce sont ses qualités humaines que j'ai pu apprécier.

Je remercie Hervé de Féraudy de m'avoir accueilli au CETP. Les conditions de travail des doctorants y sont, je pense, l'archétype d'une bonne relation entre un laboratoire et les étudiants en thèse qu'il accueille.

Je remercie Jean-Claude Lalaurie, Vincent Mosser et Frédéric Nguyen Van Dau d'avoir accepté de participer à mon jury, Kamel Boukheddaden de l'avoir présidé ainsi que les rapporteurs Christophe Dolabdjian et Hamid Kokabi pour leurs remarques et leurs conseils.

Dans le cadre de cette thèse j'ai été amené à travailler avec les sociétés ITRON, représentée par Vincent Mosser et THALES, représentée par Frédéric Nguyen Van Dau. Je tiens à souligner le très bon accueil qui m'a été réservé dans ces entreprises et la disponibilité de leurs représentants. Certaines parties de cette thèse n'auraient pas pu aboutir sans leur investissement dans notre collaboration.

Au CETP, j'ai également interagi naturellement avec le département Instrumentation Terrestre et Spatiale, dirigé par Monique Dechambre. Je tiens en particulier à lui exprimer toute ma gratitude pour m'avoir permis de terminer ma thèse dans de bonnes conditions après mon recrutement en tant qu'Ingénieur de Recherche au laboratoire.

Finalement, j'ai une pensée affectueuse pour tous les gens que j'ai côtoyé durant ces trois années, qui ont contribué chaleureusement à la bonne ambiance qui règne au CETP : Abdel, Charlotte, les Christophe, Dominique, Frédéric, Joël, Jean-Paul, Laurent, Marilyne, Sébastien...

... et merci à Karine.

Chapitre 1

Introduction

Le CETP a une expertise reconnue depuis de nombreuses années dans le domaine des capteurs de champs magnétiques alternatifs en environnement spatial (plasmas naturels et magnétosphère). Ces magnétomètres, les fluxmètres, plus souvent nommés searchcoils, sont constitués d'un noyau en matériau ferromagnétique sur lequel est bobiné un fil de cuivre. Les variations de champ magnétique font apparaître une tension aux bornes de ce bobinage qui est une image du champ que l'on veut mesurer et le noyau amplifie le champ magnétique extérieur.

De récentes améliorations ont été apportées aux searchcoils en travaillant sur la forme de leur noyau magnétique : des instruments plus petits et plus légers, à sensibilité égale, ont pu être réalisés pour la mission multisatellite THEMIS par exemple. Comparativement aux searchcoils de la mission CLUSTER, qui mesuraient $28\,cm$ de long par antenne (une antenne mesure un axe et il en faut trois pour mesurer toutes les composantes du champ magnétique), les modèles de THEMIS mesuraient $17\,cm$ de long par antenne. Pour les futures missions MMS et Bepi-Colombo, les antennes mesureront $10\,cm$ de long.

Par principe, le searchcoil ne permet pas de mesurer les champs magnétiques continus. Dans les expériences spatiales, cette mesure est confiée au magnétomètre à vanne de flux, dit magnétomètre fluxgate. Les capteurs de champs magnétiques issus des technologies employées pour la microélectronique (dépôts en couches minces, semi-conducteurs), tels que les capteurs à effet Hall ou les magnétorésistances, n'ont pas des sensibilités comparables à celles des fluxgates, et ce, à au moins trois ordres de grandeur près ! Le point de départ de notre travail (cf figure 1.1) est d'ajoindre au searchcoil un capteur de champ magnétique continu issu de la microélectronique en utilisant le noyau magnétique pour améliorer sa sensibilité et tenter d'atteindre les performances des fluxgates. Ce nouvel instrument aurait pour intérêt de proposer une mesure redondante sur le champ magnétique continu, en utilisant une technologie différente du fluxgate, sans augmentation de l'encombrement puisque le searchcoil est peu modifié par l'introduction du microcapteur.

Le deuxième chapitre présente l'environnement d'étude auquel est dédié notre instrument (§ 2.1 et 2.2), ainsi qu'une application de la mesure multisatellite du champ magnétique à l'estimation de la densité de courant dans l'espace et son incidence sur la sensibilité requise pour l'instrumentation (§ 2.3). Dans le troisième chapitre, nous étudierons les principes des magnétomètres utilisés actuellement dans le milieu spatial pour les gammes de fréquences qui nous intéressent (du continu à quelques kHz).

Ensuite, nous présenterons les microcapteurs de champ magnétique auxquels nous nous sommes intéressés pour atteindre notre objectif. Nous avons développé (§ 4.1.2) un préamplificateur très faible bruit permettant la réduction des bruits basses fréquences des

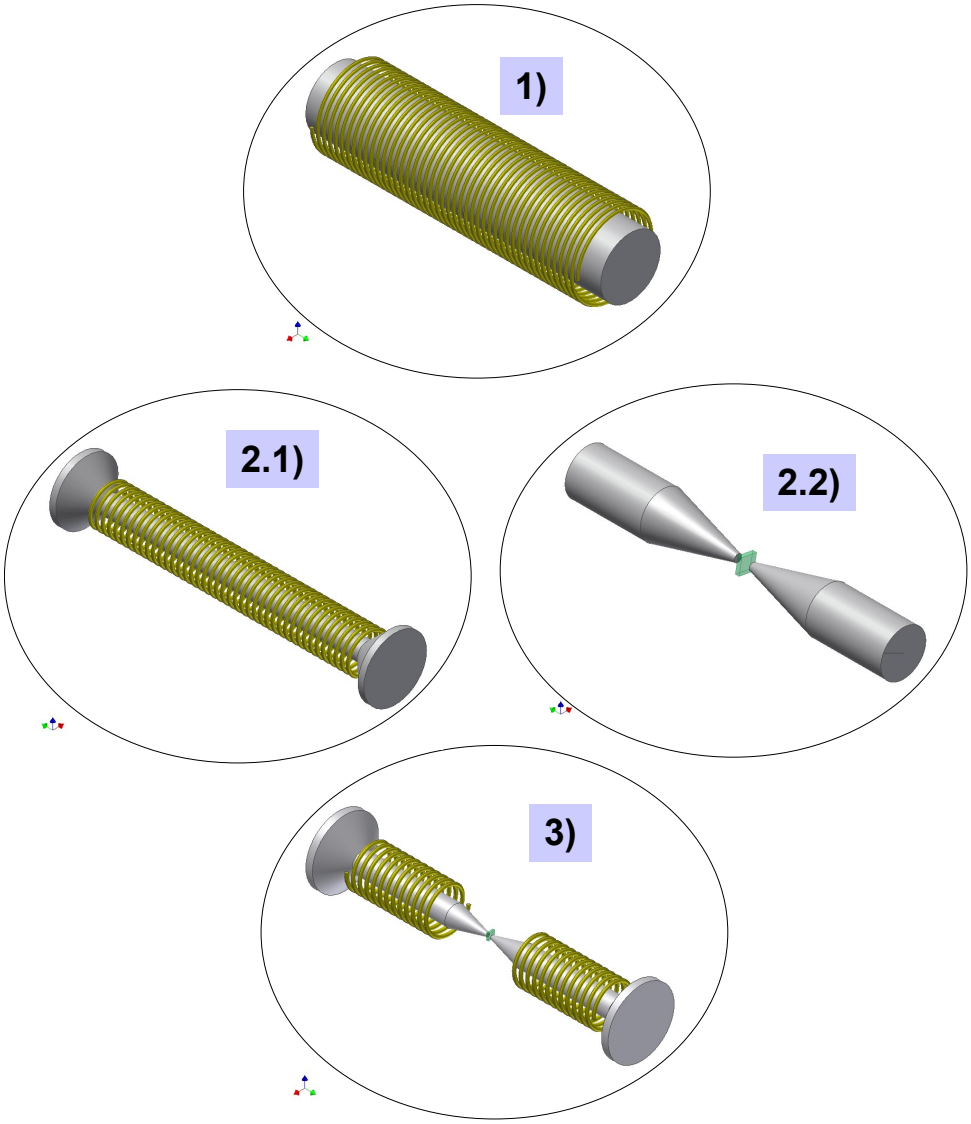


FIG. 1.1 – Synoptique général de l'évolution du concept de l'instrument : 1) searchcoil CLUSTER, 2.1) amélioration de la forme du noyau pour les searchoils MMS, et 2.2) utilisation du noyau pour amplifier le champ magnétique sur la zone sensible d'un micro-capteur ; 3) objectif instrumental : un instrument hybride, mesurant les champs alternatifs et continus.

capteurs à effet Hall d'au moins deux ordres de grandeur. Ce préamplificateur est doté d'une solution originale permettant simultanément l'élimination des offsets parasites de l'électronique et de s'affranchir des bruits basses fréquences à la fois du capteur et des amplificateurs.

Les résultats sur l'amplification magnétique nous ont amené à la recherche de solutions technologiques à la réduction de l'épaisseur des microcapteurs pour les inclure dans notre système complet. Pour ce travail, nous avons bénéficié du soutien de V. Mosser (société ITRON) et de S. Cassette (Unité Mixte de Physique CNRS/THALES). Deux options ont été étudiées : l'amincissement global et l'amincissement localisé (§ 4.1.3).

Les capteurs magnétorésistifs sont présentés aux paragraphes 4.2 et 4.3. Nous nous sommes intéressés aux capteurs à effet Hall planaire, développés chez THALES, dont nous avons modifié un peu le design au CETP pour les adapter à notre application (§ 4.2). Les jonctions tunnel magnétiques ont fait l'objet d'un dépôt de brevet en France, en cours d'extension à l'étranger, pour la suppression de leurs offsets (§ 4.3).

Dans le chapitre 5 nous décrirons les effets de la forme des noyaux ferromagnétiques et nous verrons qu'il est possible d'améliorer la sensibilité des microcapteurs d'au moins deux ordres de grandeur. Après une étude théorique des effets d'amplification magnétique, dont les valeurs sont vraiment surprenantes (§ 5.1), nous étayons cette modélisation par des simulations (§ 5.2). Un dispositif expérimental a permis de confirmer ces résultats en laboratoire (§ 5.3), avec lequel nous avons mesuré des améliorations de sensibilité de 450 au maximum pour un capteur Hall. Nous montrerons comment ces concentrateurs, conçus à l'origine pour les capteurs à effet Hall classique, peuvent être adaptés pour des capteurs sensibles à des champs transverses, typiquement des capteurs magnétorésistifs (dépôt de brevet en cours).

Nous présenterons l'analyse systématique d'une forme de concentrateurs magnétiques pour microcapteur. Le chapitre 6 concerne l'ébauche du développement d'un outil pour l'automatisation de la recherche de forme. Nous avons reformulé le problème sous la forme d'un problème d'optimisation sous contrainte (§ 6.1) devant utiliser un code de magnétostatique développé durant la thèse, basé sur une méthode de différences finies (§ 6.2 et 6.3). Ce code est validé sur plusieurs géométries de test et ses résultats sont comparés aux résultats produits par le code commercial Flux2D.

Le travail de thèse a suivi plusieurs axes qui ont permis d'aboutir à la réalisation d'un prototype triaxe embarqué sur le tir de fusée NASA/CHARM[1] prévu pour l'hiver 2007. Si ce tir est concluant, ce magnétomètre pourrait être proposé sur la mission multisatellite NASA/MMS[2]. Avant la conclusion général de ce rapport, le chapitre 7 présente le magnétomètre triaxe conçu pour le tir fusée CHARM. Ce dernier est bien entendu basé sur les développements et acquis du travail de thèse qui concernent les capteurs Hall :

- utilisation du design de l'électronique présenté au chapitre 3 pour chacune des trois voies DC du magnétomètre ;
- utilisation de capteurs à effet Hall aminci globalement et reporté sur les supports présentés § 4.1.3 ;
- conception et gestion d'une solution mécanique originale pour l'ensemble bobinages/noyaux magnétiques/capteur à effet Hall, avec de fortes contraintes sur le positionnement et l'ajustement, en partenariat avec la Division Technique de l'INSU.

[1] Correlation of High-frequencies and Auroral Roar Measurements
[2] Magnetospheric Multi Scale

Table des matières

1 Introduction **4**

2 Exploration de l'environnement ionisé terrestre **10**
2.1 Notion de plasma 10
2.1.1 Généralités sur les plasmas 10
2.1.2 Plasmas naturels non-collisionnels 14
2.2 Exploration de l'environnement ionisé terrestre 14
2.2.1 Historique 15
2.2.2 Représentations statique et dynamique de la magnétosphère terrestre 16
2.2.2.1 Représentation statique 16
2.2.2.2 Aspect dynamique 17
2.3 Mesure multipoint d'une densité de courant 20
2.3.1 Introduction 20
2.3.2 Etude de cas simples 21

3 Magnétomètres spatiaux **29**
3.1 Viser juste : Caractéristiques techniques requises 29
3.2 Le fluxgate 33
3.2.1 Introduction 33
3.2.2 Fonctionnement 34
3.2.3 Traitement du signal de mesure 38
3.2.4 Implémentations particulières 39
3.3 Le Search coil 40
3.3.1 Introduction 40
3.3.2 Un capteur de flux où un circuit résonnant ? 46
3.3.3 Conclusion 49
3.4 SQUID et magnétomètre à hélium 49
3.4.1 SQUID (Exemple embarqué sur la sonde Gravity Probe) 49
3.4.2 Magnétomètre à hélium 4 (Exemple embarqué sur la sonde Mariner 3) 52

4 Effet Hall /Magnétorésistances **56**
4.1 Capteurs à effet Hall 57
4.1.1 Fonctionnement, sensibilité 57
4.1.1.1 L'effet Hall 57
4.1.1.2 Capteur à puits quantique ITRON (ex-Schlumberger) . . 60
4.1.1.3 Sensibilités absolue et NEMI 62
4.1.1.4 Heuristique pour déterminer le courant de polarisation . 64

4.1.1.5 Suppression des offsets et du bruit basse fréquence . . . 67
4.1.2 Dispositif électronique pour capteur à effet Hall, principe et réalisation . . . 68
4.1.2.1 Principe de mesure . . . 68
4.1.2.2 Polarisation du capteur . . . 70
4.1.2.3 Synoptique du préamplificateur, première version . . . 70
4.1.2.4 Synoptique du préamplificateur, version finale . . . 73
4.1.3 Amincissement des capteurs et supports de capteurs amincis . . . 73
4.2 Capteurs magnétorésistifs . . . 76
4.2.1 Magnétorésistances anisotropes (MRA ou AMR) . . . 78
4.2.1.1 Description du phénomène . . . 78
4.2.2 L'effet Hall planaire . . . 78
4.2.2.1 Présentation du capteur AMR THALES . . . 79
4.2.2.2 Fonctionnement . . . 79
4.2.3 Evolution du design du capteur THALES . . . 83
4.2.4 Jonctions tunnel magnétiques (TMR) . . . 84
4.3 Réduction des offsets des TMR, brevet FR 04 13831 . . . 86
4.3.1 Présentation du dispositif . . . 86
4.3.2 Calcul de l'amplitude du fondamental de la tension de sortie . . . 88
4.3.2.1 Première méthode . . . 88
4.3.3 Parité en champ et sensibilité maximale . . . 90
4.3.4 Conclusion et quelques idées . . . 93

5 Etude des noyaux magnétiques 94
5.1 Généralités . . . 94
5.1.1 Réponse de la matière à un champ magnétique . . . 94
5.1.2 Cas d'un ellipsoïde, définition du gain magnétique . . . 96
5.1.2.1 Ellipsoïde aimanté . . . 96
5.1.2.2 Ellipsoïde non aimanté . . . 96
5.1.2.3 Notion de gain magnétique . . . 97
5.1.3 Cas d'un tore avec entrefer . . . 99
5.1.4 Cas d'un cylindre . . . 101
5.1.4.1 La conservation et la concentration de flux magnétique . 103
5.1.4.2 Cas d'un cylindre avec entrefer . . . 104
5.2 Modélisation avec Flux2D . . . 106
5.2.1 Forme de base . . . 106
5.2.1.1 Loi de variation $G_m = f(l_e)$ . . . 106
5.2.1.2 Variation de l'amplification magnétique en fonction de la géométrie . . . 107
5.2.1.3 Figures . . . 109
5.2.2 Conclusions sur la recherche de forme . . . 113
5.2.2.1 Paramètres pertinents pour la conception . . . 113
5.2.2.2 Amplification magnétique pour les magnétorésistances . 114
5.2.2.3 Conclusion . . . 117
5.3 Dispositif de validation de l'amplification magnétique : méthode et résultats 117

6 Optimisation de forme des concentrateurs **121**
6.1 Introduction à l'optimisation de forme 121
6.2 Présentation du code de magnétostatique 123
6.2.1 Ecriture du problème 123
6.2.2 Simplification des équations dans le cas axisymétrique 124
6.2.2.1 Calcul de **a** 124
6.2.2.2 Calcul de **b** 125
6.2.3 Discrétisation 125
6.3 Présentation de l'algorithme 126
6.3.1 Discrétisation, cas général 126
6.3.2 Discrétisation, cas particuliers 128
6.3.2.1 Conditions aux bords 128
6.3.2.2 Conditions aux interfaces 129
6.3.2.3 Calcul de **b** 132
6.3.3 Méthodes itératives de résolution 132
6.3.4 Validation 133
6.3.4.1 Cas test 1 : le double cône 134
6.3.4.2 Cas test 2 : la sphère 134
6.3.4.3 Cas test 3 : le concentrateur magnétique 136
6.4 Conclusion 136

7 Conclusion et perspectives **140**
7.1 MAD : un Magnétomètre AC/DC pour la mission CHARM 140
7.2 Conclusion générale et perspectives 147

Bibliographie **149**

Chapitre 2

Exploration de l'environnement ionisé terrestre

Le magnétomètre développé dans cette thèse est dédié à la **mesure des champs magnétiques, continus (DC) et alternatifs (jusqu'à quelques kHz), dans l'espace**. Une des applications de ces mesures est l'étude de l'environnement ionisé de la terre, fortement déterminé par l'interaction entre le champ magnétique terrestre et un vent de plasma émis par la couronne solaire. Cet environnement est un domaine d'investigation en soi mais il est également un lieu privilégié pour l'étude des plamas chauds sous une forme naturelle, plasmas que l'on retrouve sous forme artificielle dans les prototypes de réacteurs de fusion thermonucléaire de type tokamak par exemple, avec les applications d'actualité qu'on connaît, dans la recherche de nouvelles formes de production de l'énergie électrique.

Après avoir présenté la notion de plasma (§ 1.1), nous nous intéresserons à l'environnement ionisé de la terre (§ 1.2). Nous poursuivrons par l'application des mesures des champs magnétiques dans le cas des missions multisatellites à la mesure des densités de courant (§ 1.3).

2.1 Notion de plasma

2.1.1 Généralités sur les plasmas

Historique

Après les états solide, liquide et gazeux, l'état plasma est parfois surnommé «quatrième état de la matière». Ce "quatrième état" de la matière est peu présent dans notre environnement immédiat et c'est pourquoi il nous est assez peu familier. Pourtant, 99 % de la matière dans l'univers est dans l'état plasma.

Historiquement le terme « plasma » a été utilisé en physique pour la première fois par le physicien américain Irving Langmuir dans un article sur le comportement des gaz ionisés dans les tubes à décharge [1]. En fait, on ne sait pas exactement pourquoi il a choisi ce nom ! La citation originale tirée de son article est la suivante :

"Except near the electrodes, where there are sheaths containing very few electrons, the ionized gas contains ions and electrons in about equal numbers so that the resultant space charge is very small. We shall use the name plasma to describe this region containing

balanced charges of ions and electrons."

D'après [2], le choix du terme "plasma" pourrait être :
- soit une référence au plasma sanguin, dans lequel les éléments cellulaires sont en suspension, sans attache les uns aux autres, tout comme les ions et les électrons du plasma ;
- soit une référence à la racine grecque qui signifie "ouvrage façonné" à la façon dont la décharge lumineuse prend la forme du tube où elle se produit dans un tube à décharge.

Voici pour l'étymologie !

En ce qui concerne les plasmas naturels, en matière de radiocommunication, en 1901 Marconi mettait en évidence un phénomène de réflexion des ondes électromagnétiques sur la haute atmosphère en établissant une liaison radio transatlantique entre les Cornouailles et Terre Neuve malgré la rotondité de la terre. Dès 1902, Oliver Heaviside (en Angleterre) et Arthur Edwin Kennelly (aux États-Unis) émettaient l'hypothèse de la présence de couches ionisées dans la haute atmosphère, entre 60 et 800 km d'altitude, dites couches de Heaviside-Kennelly mais ce n'est qu'en 1925 qu'Edward Appleton prouve par l'expérience que notre atmosphère est ionisée à partir d'une certaine altitude, ouvrant la porte à l'étude des plasmas naturels qui s'étendra plus tard aux exemples que nous présenterons par la suite. En 1955, les débuts des recherches sur la fusion thermonucléaire ont fortement relancé la physique des plasmas et plus récemment, les études ont porté sur les interactions plasma/surface pour les technologies de fabrication en micro-électronique ou les traitements de surface par exemple.

A l'origine, un plasma désignait un gaz entièrement ionisé globalement neutre. Puis, on a étendu la définition aux plasmas partiellement ionisés, dans lesquels les proportions de particules chargées libres sont suffisantes pour que leurs comportements diffèrent d'un gaz neutre. Puis, la physique des plasmas s'est intéressée à la dynamique des faisceaux d'électrons, de protons, d'ions lourds : des plasmas non neutres. Des physiciens théoriciens s'intéressent même à ce qu'on appel des plasmas de quarks. Le plasma de matière est constitué d'électrons et d'ions trop chauds (trop énergétiques) pour former des atomes, et le plasma de quarks est formé de quarks trop chauds pour se recombiner et former des neutrons, protons, etc... Dans ce qui suit il n'est question que de plasmas à base d'électrons, d'ions et de protons typiquement.

Exemples de plasmas et notion de chauffage

On peut distinguer les plasmas naturels :
- étoiles, couronne solaire, milieu interplanétaire, environnements des objets du sytème solaire (planètes, comètes), jets galactiques (flux de matière collimaté éjecté par un système céleste), nébuleuses (nuages de gaz et de poussières interstellaires), quasar (astre d'apparence stellaire dont le spectre présente un fort décalage vers le rouge), pulsar (source céleste d'émissions brèves et extrêmement régulières de rayonnement radioélectrique, lumineux, X ou γ) ;
- aurores boréales ;
- éclairs ;
- ionosphère (environnement atmosphérique partiellement ionisé, entre 60 et 800 km d'altitude) ;
- vent solaire ;

des plasmas industriels :
- décharges (disjoncteurs haute-tension, tubes à décharge) ;
- plasmas de traitement pour dépôt, gravure, modification de surface, dopage par implantation ionique ;
- propulsion par plasma ;
- fusion thermonucléaire ;
- applications pour le futur : traitement des déchets, stérilisation, amélioration de combustion...

Cet état de la matière n'est finalement pas si éloigné de notre quotidien que cela puisque nous rencontrons des gaz partiellement ionisés (mélanges de gaz et de plasma) dans les décharges, naturelles comme la foudre, ou artificielles comme dans les lampes à décharge dites "néons", dans les flammes, dans la nouvelle génération d'écrans plats, en microélectronique pour les technologies de dépôt et de gravure (technique de gravure sêche, dite "dry etching technology" par exemple), pour les traitements de surface...

Pour fabriquer un plasma il faut apporter à la matière, constituée d'atomes, une quantité d'énergie suffisante pour dissocier les électrons des noyaux atomiques (phénomène d'ionisation). Comme ces particules sont chargées, le plasma se comporte de manière différente d'un gaz (ou d'un solide) en présence de champs électriques et/ou magnétiques. Les plasmas peuvent être de natures très différentes, leurs propriétés ainsi que les théories et les modèles les décrivant également. Ce qui distingue fondamentalement un plasma d'un gaz est son caractère électromagnétique : d'une part ses particules sont sensibles aux champs électromagnétiques qui régissent leurs mouvements et d'autre part les champs sont créés par les densités de charges ρ et par les courants $\mathbf{j}$ de ces particules. Dans un plasma, toute fluctuation de champ est accompagnée d'un mouvement de matière et tout mouvement de matière est accompagné de variations de champs !

Pour créer un plasma à partir d'un gaz, il faut donc lui apporter de l'énergie, le "chauffer", pour arracher les électrons des atomes et les ioniser partiellement ou totalement. Cette énergie peut être apportée par l'intermédiaire :
- des décharges électriques, comme dans les lampes à décharge : une différence de tension (haute tension) est appliquée aux bornes d'un tube rempli de néon ou d'argon à basse pression, les électrons libres sont accélérés entre les deux électrodes et subissent des chocs avec le gaz ambiant, perdant une partie de leur énergie cinétique qui permet l'ionisation du gaz neutre ;
- de la température, comme dans la couronne solaire (de l'ordre de $4 \times 10^6\,K$, ce qui est difficilement réalisable sur terre !). En effet, si l'énergie cinétique moyenne d'un ensemble d'atomes maintenus à l'équilibre thermodynamique ($k_B T$, où k_B est la constante de Boltzmann et T la température en Kelvin) est de l'ordre de l'énergie d'ionisation de l'atome, la fraction d'atomes ionisés devient significative ;
- de l'absorption de rayonnement, comme pour l'ionosphère avec le rayonnement UV du soleil par exemple ;
- d'ondes électromagnétiques aux fréquences caractéristiques du plasma.

Les densités de particules et les températures sont extrêmement variables suivant les types de plasma que l'on considère. A titre de comparaison et pour interpréter le graphe de la figure 2.1, l'atmosphère neutre qui nous entoure à une densité de particules d'environ $3 \times 10^{25}\,m^{-3}$ pour une température de $273\,K$.

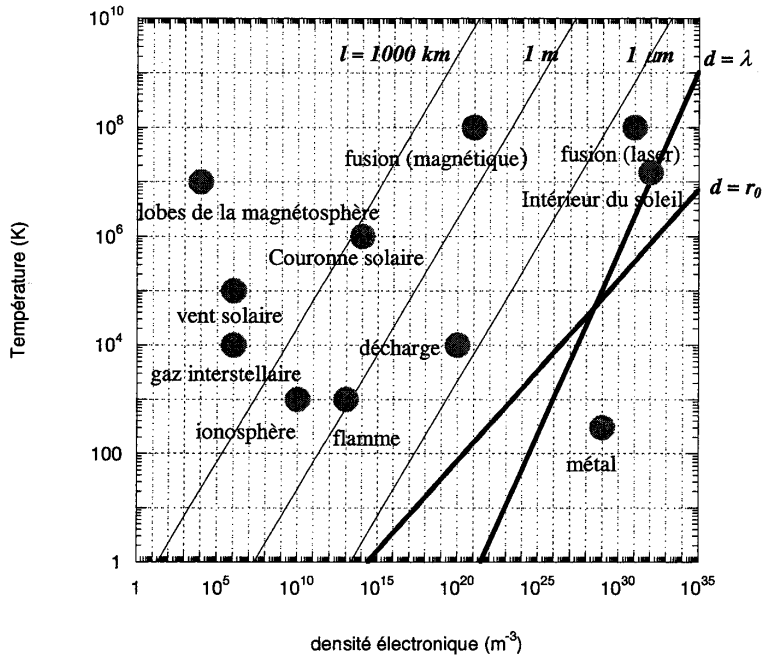


FIG. 2.1 – Ordres de grandeur de la densité électronique et de la températures de quelques plasmas. Les deux droites en gras représente deux façons de fixer une limite entre plasmas collisionnels et plasmas non-collisionnels. Les plasmas naturels objet d'exploration de notre magnétomètre sont non-collisionnels.
(Doc. issu de [3])

2.1.2 Plasmas naturels non-collisionnels

Revenons maintenant à l'objet d'investigation de notre magnétomètre. Comme nous l'avons vu, les étoiles, la couronne solaire, le milieu interplanétaire, les environnements des objets du sytème solaire (planètes, comètes), les jets galactiques, sont constitués de plasma. Ces plasmas naturels sont très chauds et très dilués, ce qui réduit les collisions binaires entre particules (électrons et ions en particulier). Cette absence de collisions a certaines conséquences très importantes, par exemple : l'absence de friction entre des électrons et des ions qui se déplacent le long d'un champ magnétique conduit a priori à une conductivité classique infinie le long du champ magnétique. En théorie, un champ électrique, même faible, parallèle au champ magnétique induirait un courant parallèle infini !

En réalité, **dans les plasmas non collisionnels, des processus physiques vont se substituer aux collisions**. On parle alors d'instabilités de plasma. Dans les plasmas naturels comme dans les plasmas de laboratoire, elles ont des conséquences importantes sur :

- le chauffage ;
- le transport ;
- le confinement du plasma par un champ magnétique. Par exemple, le confinement dans les tokamaks (machines de laboratoire destinées à réaliser la fusion contrôlée) est détruit par les instabilités dites en "dents de scie".

L'étude des ondes et des turbulences dans les plasmas chauds peut se faire :

- en laboratoire : seuls les dispositifs de type tokamak approchent les conditions des plasmas non collisionnels. Autant ces machines peuvent permettre l'étude de nouvelles sources d'énergie, autant l'étude physique des plasmas chauds y est très difficile de par leur complexité, les technologies mises en oeuvre (aimants à supraconducteur par exemple), et l'influence de la mesure sur le comportement du plasma ;
- en milieu naturel : par exemple, on peut sonder in situ et de façon non destructive l'environnement ionisé de la terre.

L'étude de l'environnement ionisé de la terre présente un intérêt non seulement pour la physique des plasmas chauds, mais aussi pour la connaissance de l'environnement des missions spatiales, souvent hostile aux hommes et aux systèmes. Pour terminer, les processus qui se développent dans l'environnement ionisé de la terre ont des conséquences parfois positives et esthétiques comme dans le cas des aurores boréales, parfois destructrices comme dans le cas de ruptures de lignes à haute tension dans les régions de hautes latitudes sous l'action des courants induits par les perturbations du plasma magnétosphérique.

2.2 Exploration de l'environnement ionisé terrestre

La magnétosphère terrestre est l'ensemble des lignes de champ magnétique de la Terre situées au-delà de l'ionosphère, c'est-à-dire au-dessus de $800\,km$ d'altitude. S'il n'y avait pas de vent solaire, les lignes du champ magnétique de la Terre seraient semblables à celles d'un aimant droit isolé. En réalité, la magnétosphère agit comme un écran et protège la surface terrestre des excès du vent solaire, nocifs pour la vie. Elle s'oppose au vent solaire comme un pilier de pont dévie le courant d'une rivière. En contrepartie le vent solaire déforme le champ magnétique de la Terre (cf figure 2.2) en lui donnant une forme de

comète. Mercure, la Terre, Jupiter, Saturne, Uranus et Neptune possèdent leur propre magnétosphère. La présentation qui suit est inspirée d'un article de vulgarisation sur la mission multi-satellite Cluster, paru en 1996 [4].

2.2.1 Historique

A partir de mesures sur terre, les expériences de Storey en 1953, sur la signature d'éclairs d'orages déclenchés dans l'hémisphère opposé au point d'observation et son interprétation des ondes "whistler" (ondes électromagnétiques à des fréquences sonores, typiquement quelques kHz, qu'on pouvait "écouter" avec des transducteurs appropriés et qui produisaient un sifflement, d'où le terme), ont permis de mettre en évidence l'existence d'un plasma piégé par le champ magnétique terrestre (plasmasphère). Cette découverte a été ensuite confirmée in situ par l'envoi de sondes spatiales et de satellites en orbite autour de la terre.

Van Allen, en explorant l'environnement ionisé lointain de la terre grâce aux mesures de compteurs Geiger embarqués sur les satellites Explorer 1 et 3, a mis en évidence l'existence de "ceintures de radiation" contenant des électrons et des ions très énergétiques (de quelques MeV à quelques GeV) piégés par le champ magnétique terrestre. La terre est entourée au niveau de son équateur magnétique par deux zones de forme toroïdale où le niveau de radiations pourrait être mortel pour un astronaute sans protection. Ces deux zones font partie de la magnétosphère et son appelées "ceintures de radiation de Van Allen".

La première, située à environ $5000\,km$ d'altitude contient des protons très énergétiques. La ceinture extérieure, plus large et plus variable, se déploie entre 20000 et $36000\,km$ d'altitude et contient des électrons énergétiques. Ces deux ceintures sont des milieux globalement neutres. Les doses de radiation correspondantes constituent une contrainte importante pour les missions spatiales. Par exemple, le satellite GIOVE-A[1], lancé en 2005 pour valider le futur lancement des 30 satellites de la constellation GALILEO pour le GPS européen, est en orbite à $23260\,km$. Il traverse donc une des ceintures de Van Allen et une de ses tâches consiste à caractériser l'environnement radiatif que devront affronter ses successeurs.

L'utilisation de satellites pour l'exploration de l'environnement ionisé de la terre a permis l' "exploration" de ce milieu, c'est à dire la cartographie du milieu, implicitement supposé sationnaire dans le temps. Malheureusement, les missions monosatellite ne permettent pas de rendre compte des phénomènes dynamiques qui se développent lors de l'interaction du vent solaire avec le champ magnétique terrestre en ne permettant pas de distinguer les variations spatiales des variations temprorelles au sein du plasma.

Le vent solaire est un plasma complètement ionisé (d'électrons et de protons principalement) issu de la couronne solaire. Il a un mouvement radial par rapport au soleil. Sa vitesse est d'environ 300 à 400 $km.s^{-1}$ par rapport à l'orbite de la terre, sa densité de 5 à $10\,m^{-3}$ à quelques eV (à comparer avec les $3 \times 10^{25}\,m^{-3}$ de l'atmosphère terrestre !). Le vent solaire interagit avec le champ magnétique de la terre : de forme dipolaire en l'absence de vent, celui-ci se déforme en s'écrasant du côté jour pour s'étirer du côté nuit (cf figure 2.2).

[1] Galileo In-Orbit Validation Element-A, e satellite B devant être lancé en 2006.

2.2.2 Représentations statique et dynamique de la magnétosphère terrestre

2.2.2.1 Représentation statique

L'interaction du vent solaire et de la magnétosphère se caractérise par l'apparition d'enveloppes minces, des discontinuités (cf figure 2.2), dans l'environnement de la terre :

- une onde de choc de forme parabolique marque la limite de la région où le vent solaire en expansion radiale reçoit une information sur la présence de la magnétosphère terrestre. Le plasma supersonique ralentit et devient subsonique ;
- la magnétopause, qui marque la limite de l'influence directe du champ magnétique terrestre. On note une discontinuité sur la direction et/ou le module du champ magnétique ;
- les cornet polaires, qui sont a priori une zone privilégiée pour la pénétration du vent solaire dans la "cavité magnétosphérique", définie par l'ensemble des lignes de force du champ magnétique ayant au moins un pied sur terre.

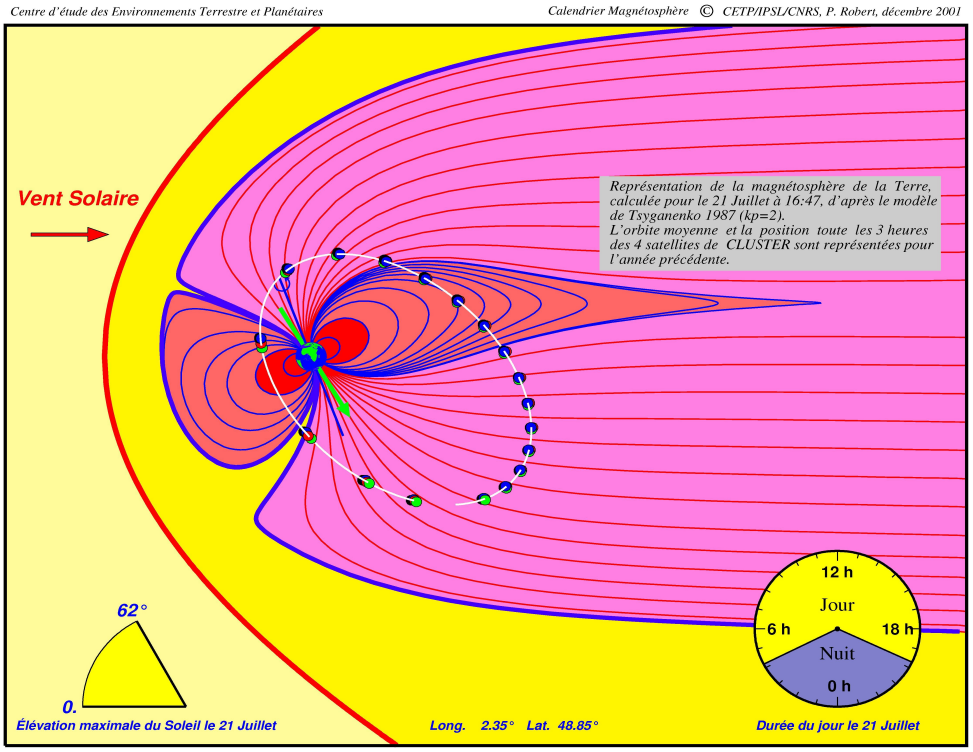


FIG. 2.2 – Représentation par le modèle de Tsyganenko de l'environnement ionisé de la terre [4]. C'est une vue moyenne calculée à partir de centaines de milliers de mesures effectuées par des satellites différents, à des instants et en des endroits différents. L'image livrée vaut pour une valeur de l'activité magnétique déterminée à partir des perturbations du champ magnétique mesurées au sol, de l'inclinaison particulière du dipôle magnétique et de l'axe de rotation de la terre par rapport au plan de l'écliptique.
(Doc. fourni par P. Robert CETP)

Le modèle de Tsyganenko qui a servi à la représentation de la figure 2.2 ne livre pas un cliché instantané de la géométrie des lignes de force du champ magnétique terrestre déformées par le vent solaire. Ce modèle est une vue moyenne calculée à partir de centaines

de milliers de mesures effectuées par des satellites différents, à des instants et en des endroits différents. L'image livrée vaut pour une valeur de l'activité magnétique déterminée des perturbations du champ magnétique mesurées au sol, de l'inclinaison particulière du dipôle magnétique et de l'axe de rotation de la terre par rapport au plan de l'écliptique.

La terre est prolongée par une queue magnétique qui se développe dans la direction opposée au soleil et s'étend sur des dizaines de milliers de kilomètres. Des champs magnétiques opposés en direction y sont séparés par une couche neutre où le champ est extrêmement faible (de l'odre du nT). La mesure des champs magnétiques dans la couche neutre impose des caractéristiques techniques très sévères vue la faiblesse des champs mesurés. La partie centrale de la queue magnétosphérique est un accélérateur de plasma, les particules y passent de quelques eV à quelques centaines d'eV pour les électrons et à quelques keV pour les ions.

2.2.2.2 Aspect dynamique

Les enveloppes minces, quelques centaines de kilomètres pour la magnétopause et le choc par exemple, décrites dans le paragraphe précédents fixent les conditions aux limites, en tailles et directions des champs électriques et magnétiques déterminant les mouvements du plasma dans les cavités délimitées. Ces parois constituent donc des zones très importantes à étudier. C'est à ces interfaces que sont déterminés les couplages entre les plasmas situés dans les différentes cavités. Elles sont le lieu de discontinuités en densité, température, vitesse dirigée, champ magnétique. Les phénomènes qui y ont lieu varient simultanément dans le temps et dans l'espace.

L'absence de collisions binaires facilite le développement d'instabilités, ce qui se traduit par la croissance dans les régions critiques de fluctuations très intenses. Les interfaces sont sujets à des mouvements rapides et à des variations temporelles rapides. Les régions critiques sont en général en mouvement avec des vitesses supérieures à la vitesse des satellites et des sondes spatiales ce qui fait qu'il est impossible de distinguer des variations spatiales de variations temporelles avec un unique satellite.

Le projet Cluster et ses successeurs (THEMIS[2], et plus tard MMS[3]) proposent une stratégie de mesures multipoint (quatre dans les cas de Cluster et MMS, cinq dans le cas de THEMIS) pour caractériser les structures dynamiques qui se développent à l'interface entre deux plasmas couplés par leurs champs magnétiques et pouvoir distinguer variations spatiales et variations temporelles.

Mission THEMIS, sous-orages magnétiques La magnétosphère terrestre est une structure très dynamique. Sur la figure 2.2, on distingue une zone définie par l'ensemble des lignes du champ terrestre ayant les deux pieds sur terre (lignes fermées). Côté nuit, la limite entre les lignes fermées et les lignes ouvertes a une localisation très fluctuante (typiquement de 10 à 100 rayons terrestres) et on parle de reconfiguration de la queue magnétique lorsque des changements apparaissent. En fait, la dynamique comprend plusieurs étapes : tout d'abord, cette limite s'approche de la terre, ce qui correpond à une phase d'accumulation d'énergie provenant du vent solaire dans la queue magnétique, puis cette énergie est libérée lors des sous-orages magnétiques. Pour l'instant, on ne sais pas où se situe le phénomène déclenchant le sous-orage.

[2]Time History of Events and Microscale Interactions during Substorms
[3]Magnetospheric Multi Scale

Les orages magnétiques sont des reconfigurations globales de la magnétosphère affectant même la partie interne de la magnétosphère, à l'échelle de quelques jours. Les sous-orages sont des variations plus rapides et ils sont directement liés à la formation des aurores boréales. Ils peuvent apparaître même en l'absence d'orage.

Il y a deux modèles différents (cf figure 2.3) qui caractérisent l'endroit où prennent naissance les sous-orages et seule une mission multisatellite permettra de trancher entre ces deux modèle : c'est l'objectif de THEMIS[4]. La mission comporte cinq satellites, trois localisés dans la zone "disruption current" ($\simeq 60000\,km$ de la terre), un avant la localisation présumée de la zone de reconnexion[5] ($\simeq 120000\,km$) et le dernier après cette zone. Ces cinq satellites ont des orbites équatoriales et ne peuvent donc faire du "timing" (étude de la propagation des phénomènes par leur variation dans le temps et dans l'espace) que quand tous les satellites sont alignés. Durant la durée de vie de la mission, ils devraient pouvoir observer quelques dizaines de sous orages.

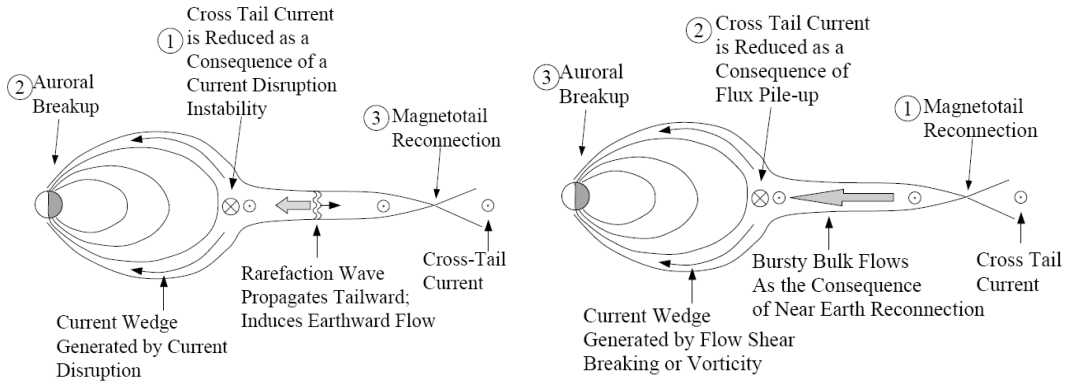


FIG. 2.3 – Deux modèles pour la caractérisation des sous-orages magnétiques : la mission THEMIS permettra de mesurer les évolutions de la magnétosphère dans le temps en plusieurs points simultanément et de trancher, de manière impartiale entre ces deux possibilités, comme l'aurait fait la déesse de la justice Themis.
(Doc. NASA)

Missions Cluster et MMS Ces deux missions sont basées sur la même idée : faire des mesures simultanées en quatre points, dans l'idéal situés aux sommets d'un tétraèdre régulier. L'orbite de Cluster est une orbite polaire alors que MMS a une orbite équatoriale.

Voici deux exemples d'applications des mesures multipoint dans le cas de Cluster :

1. Au niveau de la magnétopause, le plasma de la magnétogaine est plus dense que le plasma piégé dans la magnétosphère. Comme dans le cas du vent qui souffle sur la mer, il apparaît des instabilités de Kelvin-Helmholtz à l'origine d'un système de vagues se développant à l'interface entre les deux plasmas (cf fig. 2.4). Les mesures multipoint permettent d'observer les mouvements de la normale à la surface de la discontinuité en quatre points de mesure et de distinguer les variations spatiales de l'interface (propagation des vagues), des variations temporelles des caractéristiques de la région critique.

[4]Time History of Events and Macroscale Interactions during Substorms
[5]voir la figure 2.5 pour la présentation de la reconnexion magnétique.

2. Il y a plusieurs façons de décrire la physique des plasmas (descriptions cinétique, fluide, MHD...). Quelle que soit la représentation choisie **les opérateurs différentiels, rot, div, grad, doivent être calculés**. Pour étudier l'existence d'équilibre entre champs et particules, on peut prendre par exemple l'équation de Maxwell-Ampère $\mathbf{rotb} = \mu_0 \mathbf{j}$, qui lie le rotationnel du champ magnétique $\mathbf{b}$ à la densité de courant $\mathbf{j}$ (information sur les particules). Cette dernière est très difficile à mesurer dans les milieux très peu denses. Avec quatre satellites, on peut estimer le rotationnel de $\mathbf{b}$. $\mathbf{j}$ joue un rôle déterminant dans la topologie des ligne de champ et dans les équilibres au niveau des interfaces entre deux plasmas. La configuration en vol des satellites va avoir une incidence sur la précision de l'estimation des rotationnels, divergences, gradients des valeurs scalaires et vectorielles mesurées à bord de chacun des satellites. Nous allons étudier ce problème sur le cas de la densité de courant dans le paragraphe suivant.

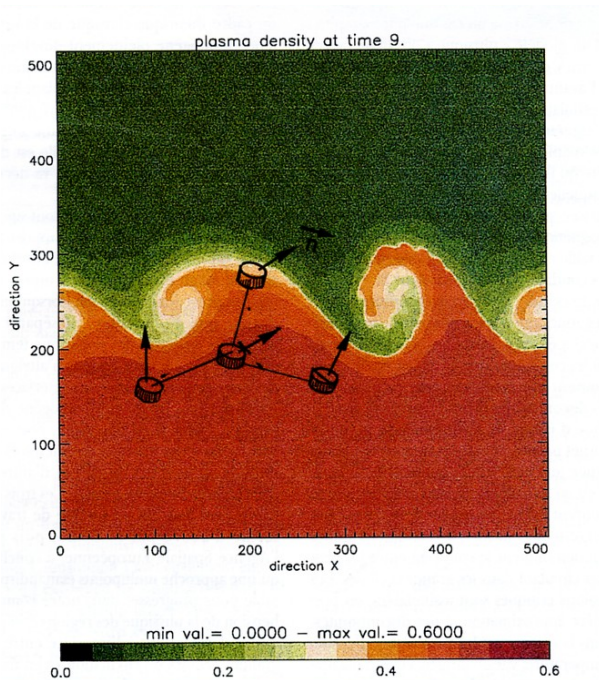


FIG. 2.4 – Résultat d'une simulation de l'interaction entre un plasma en mouvement (le plasma du vent solaire) et la magnétopause. Le code de couleur en bas représente la densité, plus forte de la magnétogaine en bas, que de l'autre côté de la magnétopause, où le plasma est au repos au début de la simulation. Pendant la simulation, une instabilité de Kelvin-Helmholtz se développe, en forme de vague. Avec plusieurs satellites, il est possible de distinguer les variations spatiales des variations temporelles associées au développement de cette instabilité.
(Doc. tiré de [4])

La mission MMS (Magnetospheric MultiScale) est destinée plus particulièrement à l'étude du phénomène de reconnexion magnétique (cf figure 2.5). Alors que la distance entre les satellites MMS est de l'ordre du rayon de Larmor des électrons, échelle de dissipation de certaines instabilités, CLUSTER vise l'échelle du rayon de Larmor des ions, qui correspond à l'épaisseur des couches de courant.

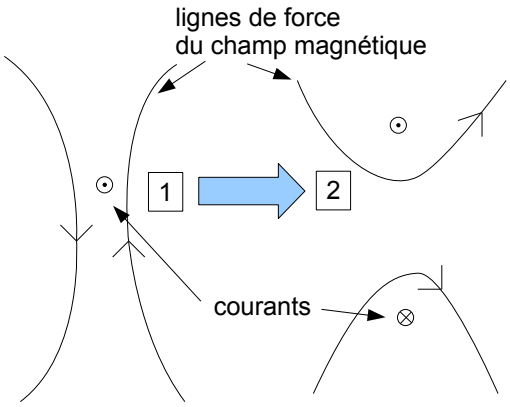


FIG. 2.5 – Phénomène de reconnexion magnétique : deux lignes de forces du champ magnétique orientées dans des sens opposés ($\boxed{1}$) se "reconnectent" ($\boxed{2}$). Des structures de courant particulières accompagnent le phénomène.

2.3 Mesure multipoint d'une densité de courant

2.3.1 Introduction

Parmi les applications possibles de la mesure simultanée des paramètres d'un plasma en plusieurs points, l'application qui vient immédiatement à l'esprit est le calcul de la densité de courant $\mathbf{j}$ par l'intermédiaire du rotationnel du champ magnétique $\mathbf{rot}\,\mathbf{b} = \mathbf{j}$. On peut utiliser deux méthodes d'estimation pour calculer le courant à partir des mesures de champs magnétiques des quatre satellites :

- soit par une méthode des différences finies, en discrétisant l'opérateur rotationnel ;
- soit par une méthode d'intégrale de contour : en utilisant la formule de Stokes, on passe du flux du rotationnel de $\mathbf{b}$ à travers une surface S à la circulation de $\mathbf{b}$ le long d'un contour fermé C délimitant cette surface, soit $\int_S \mathbf{rot}\,\mathbf{b}.\mathbf{dS} = \oint_C \mathbf{b}.\mathbf{dl} = \int_S \mu_0 \mathbf{j}.\mathbf{dS}$.

Dans la situation simple où les satellites sont disposés aux sommets d'un tétraèdre, avec le satellite 1 au centre d'un repère orthonormé et les trois autres satellites respectivement sur les axes x, y, et z (cf fig.2.6), les deux méthodes de calcul sont considérablement simplifiées. Dans le cas de la première méthode, l'opérateur rotationnel discrétisé permet alors d'écrire :

$$\begin{aligned}
\mathbf{j} &= \begin{pmatrix} \frac{\partial b_z}{\partial y} - \frac{\partial b_y}{\partial z} \\ \frac{\partial b_x}{\partial z} - \frac{\partial b_z}{\partial x} \\ \frac{\partial b_y}{\partial x} - \frac{\partial b_x}{\partial y} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} \frac{b_{z3}-b_{z1}}{d_3} - \frac{b_{y4}-b_{y1}}{d_4} \\ \frac{b_{x4}-b_{x1}}{d_4} - \frac{b_{z2}-b_{z1}}{d_2} \\ \frac{b_{y2}-b_{y1}}{d_2} - \frac{b_{x3}-b_{x1}}{d_3} \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

On peut aussi obtenir directement chaque composante de $\mathbf{j}$ en applicant l'intégrale de contour sur une seule face du tétraèdre. Par exemple, on utilise la face délimitée par les satellites 1, 2 et 4 pour calculer j_y. Dans le cas général, il faut écrire un système de

trois équations à trois inconnues (j_x, j_y, et j_z) en choisissant arbitraitement 3 faces du tétraèdre [5, 6].

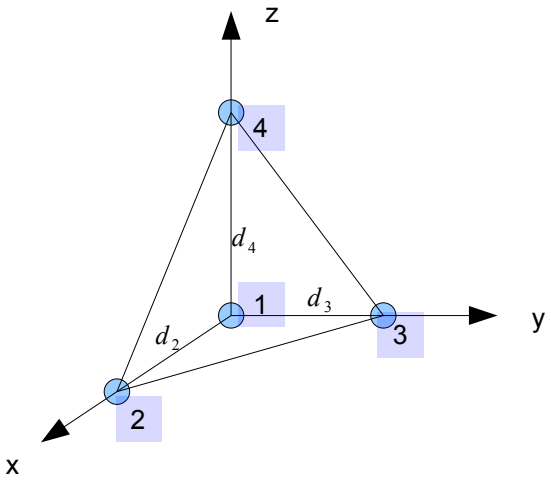


FIG. 2.6 – Configuration simple pour le calcul des trois composantes du vecteur courant **j** par la donnée du champ magnétique en quatre points de mesure. On peut utiliser une méthode de différences finies pour discrétiser l'opérateur rotationnel ou utiliser la méthode calculant la circulation de **b** sur le contour de la surface délimitée par les points 1, 3, et 4 pour calculer directement j_x par exemple.

Les deux méthodes citées précédemment donnent les mêmes résultats [7]. Cependant, le calcul de **j** ne peut pas être parfait pour plusieurs raisons :

- l'incertitude sur la position des satellites dans l'espace ;
- le bruit intrinsèque du capteur ou une incertitude sur son positionnement sur le satellite ;
- l'erreur faite en remplaçant l'opérateur différentiel par son expression aux différences finies ;
- l'erreur faite en considérant que la densité de courant est homogène au sein du tétraèdre lorsque l'on fait le calcul ;
- la forme du tétraèdre, qui en réalité évolue le long de la trajectoire, en raison de la mécanique céleste.

2.3.2 Etude de cas simples

On peut étudier l'influence de chaque source d'erreur sur la précision de la mesure de la densité de courant **j** calculée en considérant deux configurations simples [7, 8], représentées sur la figure 2.7. Ces deux configurations sont axisymétriques par rapport à l'axe z défini par les satellites 1 et 4, la densité de courant se réduit à sa composante j_z :

- une première configuration dans laquelle le groupe de satellites traverse un tube de courant homogène de densité $j_z = 10^{-8}\,A.m^{-2}$, de rayon $R = 10^3\,km$, dirigé selon l'axe passant par les satellites 1 et 4 (cf figure 2.6). Cette configuration est dite "en forme de marche" ;
- une deuxième configuration dans laquelle le groupe de satellites traverse une structure de courant dirigé selon l'axe passant par les satellites 1 et 4, mais dont l'intensité suit une loi gaussienne de maximum $J_{MAX} = 10^{-8}\,A.m^{-2}$ au centre ($x = 0$ et $y = 0$)

et d'écart type R, soit $j_z(r) = J_{MAX} \exp\left(\frac{-r^2}{2R^2}\right)$, où r est la distance à l'axe z. Cette configuration est dite de "forme Gaussienne".

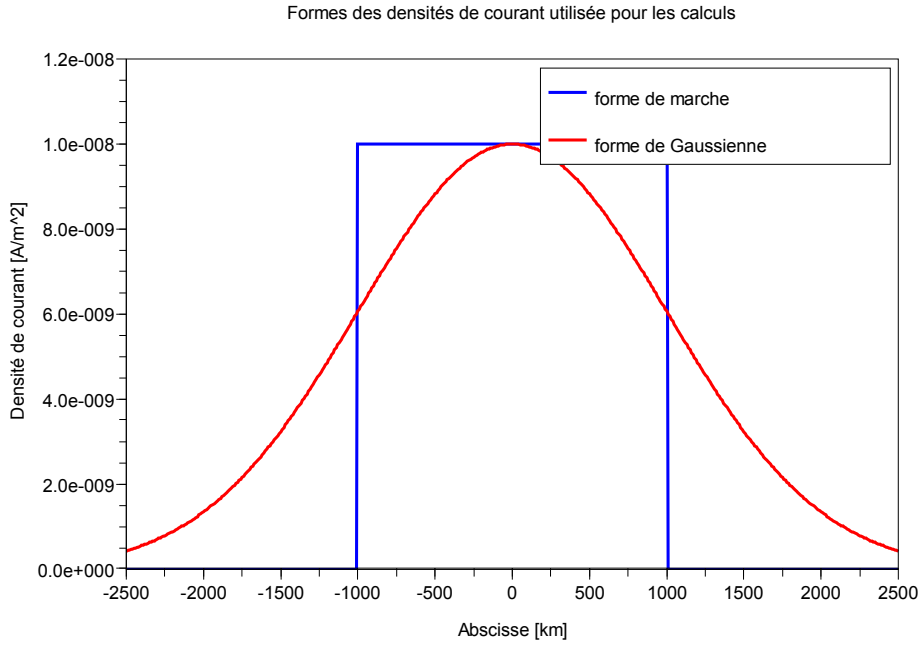


FIG. 2.7 – Tracé des deux formes de densité de courant utilisées pour la présentation des mesures multipoints de $\mathbf{j}$. Le premier cas est une répartition axisymétrique, de type cylindrique, et le deuxième cas est une répartition de type gaussienne, également axisymétrique. On a représenté dans les deux cas un profil selon l'axe x.

Dans les deux cas, ces densités de courant sont à l'origine d'un champ magnétique axisymétrique que l'on peut calculer analytiquement (en utilisant le théorème d'ampère par exemple). Les champs générés dans les deux cas sont tracés sur la figure 2.8.

On suppose que les satellites se déplacent dans la configuration de la figure 2.6, le long de l'axe x, de l'abscisse $-2500\,km$ à l'abscisse $+2500\,km$. L'étude consiste à comparer la densité de courant calculée $\mathbf{j}_C$ (estimée au centre de gravité du tétraèdre grâce à la différenciation de l'opérateur rotationnel) à la valeur théorique $\mathbf{j}_M$ calculée analytiquement au centre de gravité du tétraèdre.

Nous allons nous intéresser au cas idéal, dans lequel la seule source d'erreur vient de la discrétisation de l'opérateur rotationnel. On suppose donc que la distance intersatellites est parfaitement connue et que le champ magnétique est parfaitement mesuré.

On prend deux valeurs pour les distances intersatellites :$d_2 = d_3 = d_4 = 250\,km$ et $d_2 = d_3 = d_4 = 500\,km$, conformément à l'exemple traité dans [7].

Résultats

Répartition cylindrique

Dans le cas de la répartition de courant cylindrique (fig.2.9), on remarque que la densité est parfaitement calculée lorsque tous les satellites sont à l'intérieur de la structure de courant mais que les choses se gâtent sur les bords et en dehors ! En fait, si on fait

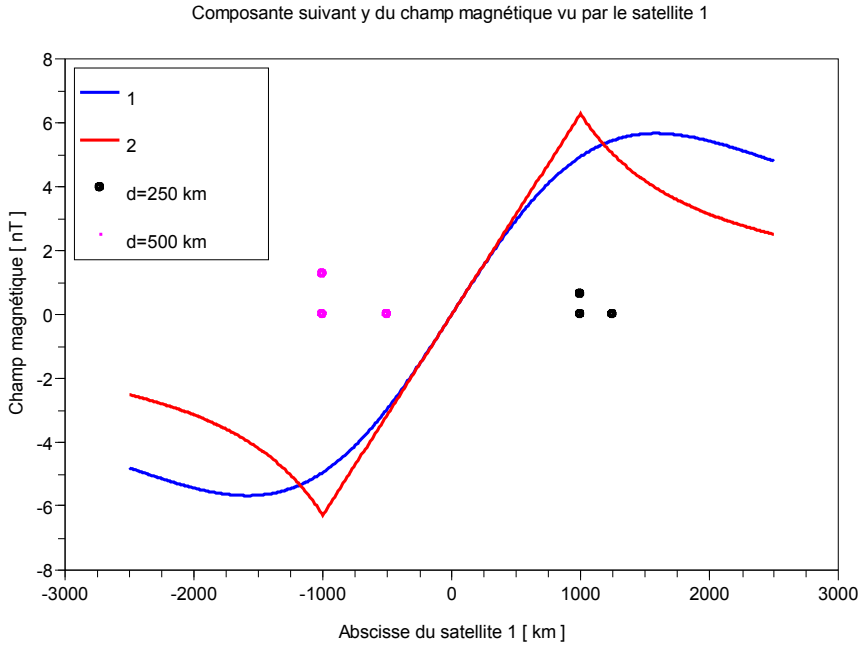


FIG. 2.8 – Champ magnétique vu par le premier satellite du tétraèdre. On suppose que la constellation se déplace selon l'axe x, dans la configuration proposée figure 2.6. Dans ce cas, le champ n'a qu'une composante, b_y. Les points représentent trois satellites de Cluster qui sont dans le même plan et rendent compte de la taille du tétraèdre par rapport au filament de courant.

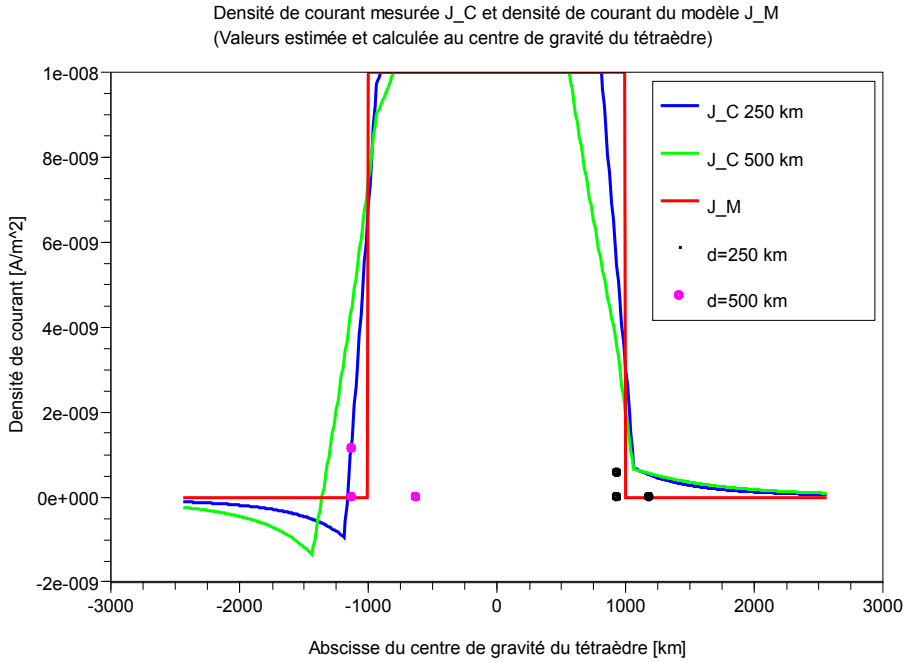


FIG. 2.9 – Résultats de l'estimation du courant j_z, pour une densité de courant cylindrique et pour les deux configurations du tétraèdre. Les points représentent trois satellites de Cluster qui sont dans le même plan et rendent compte de la taille du tétraèdre par rapport au filament de courant.

tendre la distance intersatellites vers 0, la forme se rapproche, heureusement, de la forme du modèle.

Dans le cas où le tétraèdre est extérieur à la structure, $div\,\mathbf{b}$ n'est pas nulle lorsque l'on fait le calcul avec l'opérateur div discrétisé. Sur la figure 2.10, on a tracé la divergence de $\mathbf{b}$, estimée au centre de gravité du tétraèdre en discrétisant l'opérateur div de la manière suivante

$$div\mathbf{b} \quad = \quad \frac{b_{x2} - b_{x1}}{d_2} + \frac{b_{y3} - b_{y1}}{d_3}$$

sachant que $b_z = 0$ et que cette dernière expression n'est valable que dans le cas très particulier considéré pour la position des satellites. On constate qu'elle n'est pas nulle et que cela s'aggrave lorsque le centre de gravité du tétraèdre traverse le bord de la densité de courant, c'est à dire la zone dans laquelle l'erreur fait sur l'estimation de j_z semble la plus grande. Les écarts entre la valeur théorique et la valeur estimée pourraît peut-être être diminué en pondérant la valeur estimée par un coefficient dépendant de sa divergence.

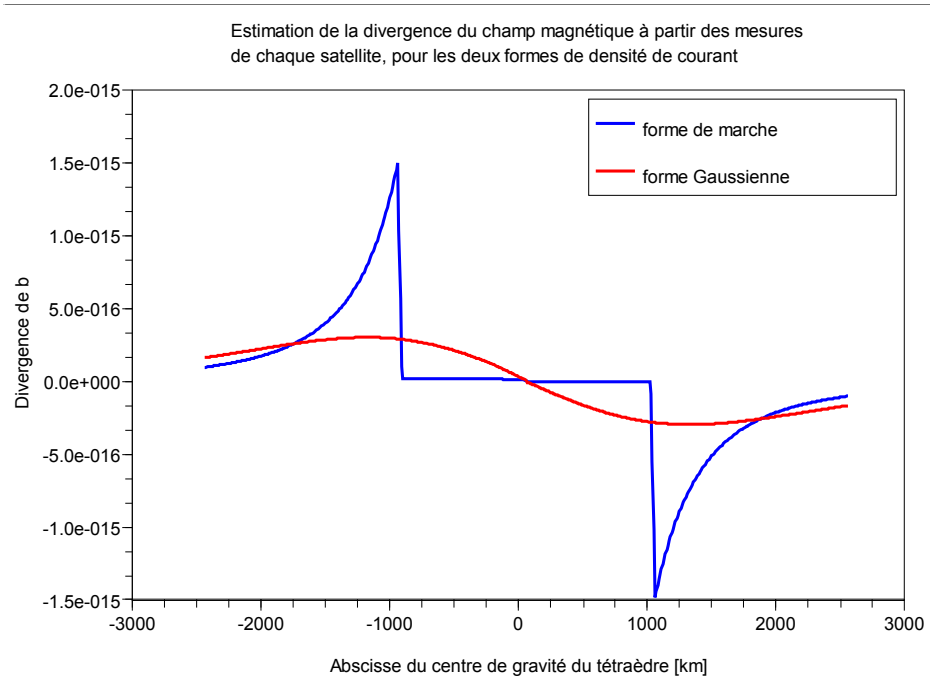


FIG. 2.10 – Comparaison des valeurs estimées pour la divergence de $\mathbf{b}$, calculée au centre de gravité du tétraèdre en discrétisant l'opérateur div, pour les deux formes de densité de courant, dans la configuration $d_2 = d_3 = d_4 = 250\,km$.

Dans les deux configurations du tétraèdre, plus la distance intersatellites est grande, plus l'erreur sur l'estimation de j_z est importante.

Répartition Gaussienne

Dans le cas de la répartition Gaussienne (figure 2.11), plus représentative de la réalité que le cas d'école de la répartition en marche carrée, homogène dans un cylindre, on constate que l'estimation de j_z est bonne, même dans la deuxième configuration des

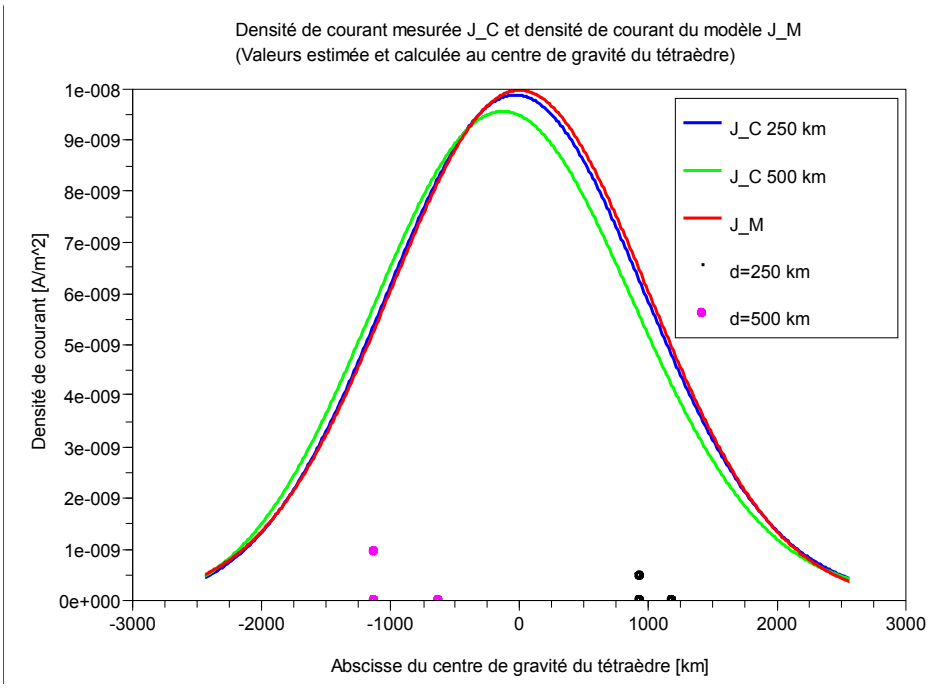


FIG. 2.11 – Résultats de l'estimation du courant j_z, pour une densité de courant cylindrique et pour les deux configurations du tétraèdre.

satellites. Pourtant, la divergence du champ magnétique n'est pas nulle non plus (cf fig. 2.10).

La configuration optimale des satellites va dépendre des échelles des mesures à effectuer :

1. la distance moyenne entre satellites doit être inférieure à l'échelle de ce que l'on veut estimer (gradient par exemple), ce que l'on constate ici en notant une détérioration sur l'estimation de j_z lorsque la distance intersatellites augmente ;
2. cette distance doit cependant être suffisament importante pour que les instruments puissent mesurer la variation du paramètre étudié, dans la limite de la sensibilité des instruments de mesure. Si les satellites sont trop proches, la variation de champ entre les deux points de mesures sera inférieure à la sensibilité de l'instrument.

Erreurs sur l'estimation de j

L'estimation du paramètre densité de courant à partir du rotationnel de $\mathbf{b}$ dépend aussi de la forme du tétraèdre. La qualité de l'estimation de $\mathbf{j}_C$ en fonction de la forme de la constellation est étudiée dans [8] dans les cas simples des densités de courant cylindrique et gaussienne. Cette étude est également faite dans [4, 9] en considérant cette fois des champs magnétiques simulés avec le modèle de Tsyganenko pour une orbite Cluster (cf fig. 2.12). Pour caractériser la forme du tétraèdre, les auteurs utilisent la valeur des axes ($a \geq b \geq c$) de l'ellipsoïde dans lequel s'inscrit la constellation de satellites. Ils définissent :

- l'élongation, par le paramètre $E = 1 - b/a$;
- l'aplatissement, par le paramètre $A = 1 - c/a$.

Un tétraèdre presque plat va correspondre à $A = 1$ et $E = 0$, soit $a = b$ et $c \ll a$, alors que si $A = E = 0$, le tétraèdre est régulier.

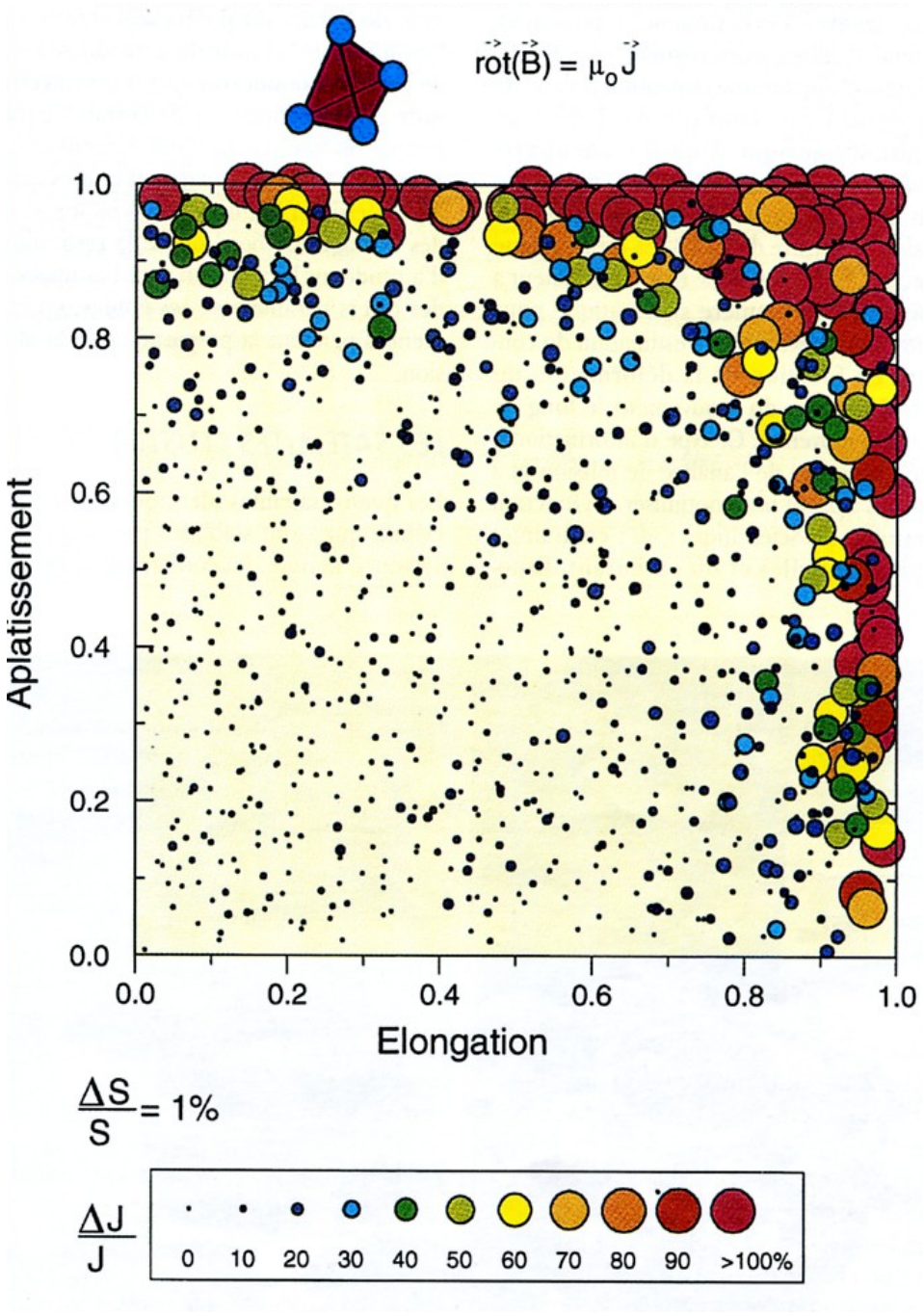


FIG. 2.12 – Précision de l'estimation de la densité de courant à partir de la mesure multipoints de **b** par les satellites Cluster. Chaque cercle correspond à une simulation du passage du tétraèdre à travers une structure localisée porteuse de courant. Le diamètre des cercles figure la précision de l'estimation de **j** et une erreur aléatoire sur la mesure de la position des satellites. Cette erreur a plus ou moins d'influence suivant la forme de la constellation.
(Doc. tiré de [4])

Les échelles peuvent être très différentes suivant la direction (gradients plus grands dans la direction parallèle à la normale à une région critique que dans un plan perpendiculaire à cette normale). Les distances entre les satellites vont évoluer au cours du temps à cause de leur mouvements relatifs par rapport au centre de gravité du tétraèdre. Les manoeuvres du tétrèdre sont limitées par la quantité de carburant embarqué qui constitue une part importante de la masse totale des satellites et l'estimation de la densité de courant par exemple peut être complètement erronée si les satellites sont mal placés.

Influence des mesures multipoints sur l'instrumentation

Les possibilités offertes par les mesures multipoints entraînent de nouvelles contraintes sur les instruments. Dans [7], il est dit que dans le cas simple d'une densité de courant homogène dans un cylindre, et en considérant

1. que cette densité est traversée en un temps Δt, dans les conditions des paragraphes précédents (distance intersatellites $d_2 = d_3 = d_4 = D$) ;
2. que la densité est mesurée correctement pendant toute la durée de la traversée du filament (on néglige les défauts d'estimation de j_z sur les bords) ;

alors l'incertitude sur la mesure de chacune des composantes de $\mathbf{b}$ est directement liée à l'incertitude sur $\mathbf{j}$ par la relation

$$\frac{\Delta J}{J} = 2\sqrt{3}\frac{R}{D}\frac{\Delta B}{B_s},$$

où $\Delta J = J_C - J$ et B_s est la valeur du champ magnétique au bord du tube de courant $B_s = \frac{RJ_{MAX}\mu_0}{2}$. Ceci conduit à

$$\Delta B = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{4\sqrt{3}}\frac{\Delta J}{J} JD.$$

où J est la densité de courant dans le filament cylindrique, à évaluer. Si on veut avoir $\frac{\Delta J}{J} < 0.1$ par exemple, la relation précédente se réécrit

$$\Delta B > 10\frac{4\pi \times 10^{-7}}{4\sqrt{3}}\frac{\Delta J}{J} JD. \tag{2.1}$$

Pour comparer le résultat précédent avec la sensibilité de l'instrument, exprimée en $nT/\sqrt{Hz}$, il faut passer du domaine temporel au domaine fréquentiel. Pour simplifier l'étude, on suppose qu'en traversant le filament en un temps Δt, on relève un signal de fréquence $\Delta f = 1/\Delta t$. Pour une erreur de type bruit gaussien, la mesure étant intégrée sur le temps Δt de traversée du cylindre de courant, on obtient [10, 11] une condition sur la sensibilité

$$\Delta B_\omega > \frac{4\pi \times 10^{-7}}{4\sqrt{3}}\frac{\Delta J}{J} JD,$$

où ΔB_ω est en $nT/\sqrt{Hz}$.

Cette dernière relation donne une condition sur la sensibilité du capteur nécessaire pour mesurer correctement le filament de courant traversé en un temps Δt correspondant à la valeur de fréquence $\Delta f = 1/\Delta t$, et ceci pour un certain rapport entre la densité à mesurer et la distance entre les satellites. Pour chaque temps Δt on peut calculer la sensibilité nécessaire. Par exemple, en prenant les valeurs caractéristiques $J = 10^{-8}\,A.m^{-2}$ et $D = 1000\,km$, en souhaitant avoir $\frac{\Delta J}{J} = 10\,\%$, on obtient $\Delta B_\omega > 0.2\,nT/\sqrt{Hz}$. Avec les mêmes valeur pour J et $\frac{\Delta J}{J}$, mais $D = 200\,km$, on obtient cette fois, $\Delta B_\omega > 40\,pT/\sqrt{Hz}$.

Au niveau de la justesse, avec $J = 10^{-8}\,A.m^{-2}$, $D = 1000\,km$, et $\frac{\Delta J}{J} = 10\,\%$, on obtient $\Delta B > 2\,nT$, ce qui est possible pour un fluxgate. Avec $D = 200\,km$, la condition sur la justesse devient $\Delta B > 0.4\,nT$, ce qui est assez proche des caractéristiques des fluxgates actuels ($\approx 0.1\,nT$).

Chapitre 3

Magnétomètres spatiaux

Dans ce chapitre, nous allons présenter les magnétomètres spatiaux utilisés actuellement **pour la gamme de fréquences qui nous intéresse, du continu à quelques** kHz**.** Nous commencerons par spécifier les caractéristiques requises pour un magnétomètre pour les missions spatiales en terme de sensibilité, précision, résolution et justesse (§ 2.1). Nous poursuivrons par la présentation des magnétomètres utilisés actuellement. En ce qui concerne les domaines de fréquence, le fluxgate (§ 2.2) est utilisé pour la mesure des champs magnétiques continus alors que les champs magnétiques alternatifs sont plutôt réservés au searchcoil (§ 2.3). **Ces deux derniers sont des magnétomètres vectoriels**, ils fournissent le module et l'orientation du champ magnétique. Nous finirons par la présentation de deux autres types de magnétomètres (§ 2.4) : les magnétomètres à résonnance magnétique (en particulier le magnétomètre à Hélium 4), et les SQUID. Ces derniers nécessitent d'importants moyens de mise en oeuvre puisqu'ils requièrent l'utilisation de matériaux supraconducteurs et donc un système de refroidissement adéquate.

3.1 Viser juste : Caractéristiques techniques requises

Commençons par définir les termes utilisés pour décrire les caractéristiques techniques des magnétomètres embarqués. Nous allons nous intéresser aux deux magnétomètres les plus courants, le fluxgate et le searchcoil. La figure 3.1 montre le tableau récapitulatif des caractéristiques de ces intruments pour la mission multisatellite MMS.

Les termes anglais utilisés sont les suivants, avec leur traduction en français :

- "accuracy", on trouve aussi "error" ou "stability", traduit "justesse" ;
- "precision", on trouve aussi "repeatability", traduit "précision" ;
- "sensivity", la "sensibilité" ;
- "resolution", la "résolution".

On remarque sur la figure 3.1 que :

- les magnétomètres continus sont caratérisés en résolution, précision et justesse ;
- les magnétomètres alternatifs sont caractérisés en résolution et sensibilité.

Table 1. *Performance and resource specifications for the SMART Optimized Payload*

FIELDS (Sensor/Unit)	AFG (w/boom)	DFG (w/boom)	SCM	SDP (w/booms)	ADP (w/booms)	EDI	CEB
Number of Packages	1	1	1	4	2	2	1
Mass/Package (kg)	1.9±10%	1.9± 0%	0.6±10%	[illegible]	[illegible]	[illegible]±10%	3.4±15%
*Pwr/Package (W)	n/a	n/a	0.2±20%	[illegible]	[illegible]	[illegible]5±10%	10.5±15%
Vol./Package (cm^3)	5x5x3	4x4x3	10x2x2	[illegible]	[illegible]	[illegible]19x35	8x20x20
Burst Rate (kbps)	7.7	7.7	191.6	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
Fast Survey (kbps)	0.95	0.95	1.1	3.4	1.7	1.5	n/a
Slow Survey (bps)	192	96	0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	n/a
Daily Cmd Vol. (kB)	2.0	2.0	2.0	[illegible]	[illegible]	[illegible]	0.5
Package Location	3m boom	3m boom	DFG Boom	4[illegible]	[illegible]	Op[illegible]	Deckplate
Resolution	0.005 nT	0.005 nT	~ 0.01 pT	[illegible]	[illegible]	[illegible]	n/a
Sensitivity/Precision	0.05 nT	0.05 nT	2 x 10^{-5} nT/$Hz^{1/2}$ @ 1 kHz	1[illegible] @ 10 kHz	[illegible] @ 10 kHz	[illegible] (|B| < 60 nT)	n/a
Accuracy	0.1 nT**	0.1 nT**	N/A	[illegible]	[illegible]	[illegible]	n/a
Surv. Freq. Range	0-8 Hz	0-8 Hz	2–10000 Hz	0–100 kHz	[illegible]	0-4 Hz	n/a
Burst Freq. Range	0-64 Hz	0-64 Hz	2–100000 Hz	0-100 kHz	[illegible]	0-20 Hz	n/a
Heritage	ISEE, Polar, ST5	Equator-S, ROMAP	Ulysses, Cassini, Cluster II	Polar, Freja, Cluster II	Cluster II (electronics)	Equator-S, Cluster II	ST5, FAST, Cluster II

** depends on in flight calibration using Electron Drift Instrument

AFG Analog FluxGate
DFG Digital FluxGate
SCM Search Coil Magnetometer

Le magnétomètre DC doit être **stable à mieux que 100pT pendant 1000s**, sur toute l'échelle de variation de température du satellite

Deux modes de mesure:
0.02 - 600 nT
1.3 - 40000 nT

FIG. 3.1 – Caractéristiques techniques pour les magnétomètres de la mission multisatellite NASA/MMS.

Précision et justesse

La précision est souvent confondue avec la justesse ("accuracy"). Il est plus facile d'expliquer la différence entre ces deux notions en introduisant l'aspect statistique d'une mesure. Si on mesure un grand nombre de fois une donnée fixe (par exemple un champ magnétique de référence), on dit que :

- la justesse est la différence entre la valeur moyenne des mesures obtenues et la valeur réelle de l'étalon. La justesse est liée à des variations très lentes de la valeur moyenne ;
- la précision est l'écart type entre les mesures. On peut trouver d'autres définitions, mais elles sont toutes basées sur le même principe : la précision, c'est la dispersion des mesures autour de la valeur moyenne.

Le problème de la justesse est un problème dit de dérive de l'instrument. Par exemple, on sait que les magnétomètres fluxgates ont des offsets qui dérivent peu à peu et il apparaît un biais dans la mesure des champs magnétiques continus. C'est pourquoi, dans le tableau récapitulatif des caractéristiques techniques requises pour la mission MMS par exemple, il est fait référence à un réétalonnage périodique des fluxgates grâce à l'instrument EDI (Electron Drift Instrument). Les dérivent de justesse doivent être limitées pour cette mission à $100\,pT$ sur une période de $1000\,s$, et ce, sur toute l'échelle de variation de température du satellite. Les fluxgates peuvent également être réétalonnés au moyen de la mesure d'un magnétomètre absolu à résonnance magnétique (magnétomètre à hélium sur la sonde Mariner 4, lancée en 1964, ou sur la mission SWARM, lancement prévu en 2009 ; magnétomètre à effet Overhauser sur le satellite Oersted, lancé en 1999).

Pour illustrer d'une autre manière la distinction entre précision et justesse, prenons l'exemple de joueurs de fléchettes, ou de tireurs à l'arc ! La figure 3.2 donne le résultat d'une compétition entre quatre joueurs. Par analogie, on lie le centre de la cible à la

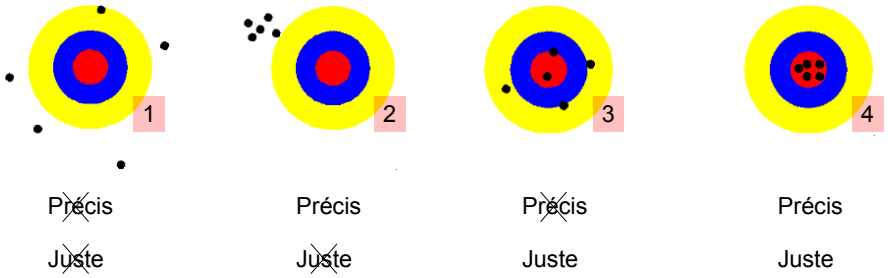


FIG. 3.2 – Analogie des performances d'un magnétomètre et de celles de quatre tireurs à l'arc.

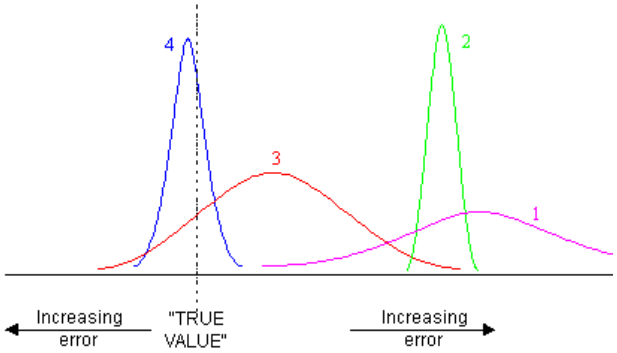


FIG. 3.3 – Représentation statistique des performances des tireurs si on les fait tirer un très grand nombre de fois. Les joueurs sont référencés par les numéros figurant sur la figure 3.2.

valeur de champ magnétique à mesurer (valeur réelle), chaque "tir" figurant une mesure de ce champ de référence supposé continu (valeur mesurée).

Pour ces tireurs, par ordre d'apparition :

1. tireur peu précis et peu juste, incorrigible !
2. tireur précis mais pas juste, celui-ci peut-être corrigé, si on décale sa position, il mettra toutes ses flèches au centre. C'est une bonne analogie du problème de la dérive d'offset des fluxgates : au bout d'un certain temps, leur offset est ajusté (littéralement !), lors des séquences d'étalonnage en vol ("in flight calibration") ;
3. tireur juste mais peu précis ;
4. tireur parfait, analogue de l'instrument idéal !

Revenons à une présentation statistique de ces notions, sur la figure 3.3, on a représenté le résultat de la compétition après un très grand nombre de tirs de chaque joueur. On retrouve la notion d'écart type, liée à la précision, et la notion de justesse, liée à l'écart entre la valeur moyenne lue et la valeur réelle à mesurer.

En pratique, la justesse est une variation lente de la valeur moyenne des mesures dans un champ fixe de référence et la précision est plutôt due à des variations rapides.

Sensibilité

La sensibilité ("sensitivity") est la plus petite valeur de champ magnétique mesurable par le capteur **à une fréquence donnée**. Par capteur, on peut entendre le capteur seul ou le capteur et son électronique de conditionnement du signal. Le bruit peut avoir une origine intrinsèque au capteur utilisé ou être ajouté par l'électronique (bruits thermique, de grenaille, Flicker [12]). La sensibilité est le bruit (densité spectrale de bruit) du capteur à une fréquence donnée ramené à la grandeur d'entrée. Pour une mesure de champ magnétique, son unité est le $T/\sqrt{Hz}$, ou en général ses sous-multiples : $nT\sqrt{Hz}$, $pT/\sqrt{Hz}$ et même $fT/\sqrt{Hz}$. Pour un capteur idéal, un champ magnétique nul dans l'espace devrait fournir une réponse nulle en sortie du capteur, indépendemment de toute considération de conditionnement de signal entre le capteur et la mesure lue en sortie. Malheureusement, le capteur n'étant pas parfait, il existe tout de même un signal, aléatoire, en sortie. Ce bruit possède une densité spectrale de puissance et la sensibilité à une fréquence donnée est le plus petit champ alternatif mesurable à cette fréquence avant que le bruit n'empêche de distinguer le champ à mesurer. La sensibilité est également qualifiée de "NEMI - Noise Equivalent Magnetic Induction", bruit équivalent d'induction magnétique.

Le terme sensibilité est parfois utilisé pour les magnétomètres continus à la place de précision. En fait, techniquement, la mesure de sensibilité à très faible fréquence pour obtenir une valeur en $nT/\sqrt{Hz}$ par exemple, est irréalisable à cause du temps d'intégration des analyseurs de spectre, voire sans aucun sens et on passe donc à la notion de précision, qui est une grandeur intégrée du bruit sur la bande passante de l'instrument. La précision dépend donc du conditionnement du signal.

Considérons l'exemple du magnétomètre Oersted [13] dont la sensibilité est de $6.2\,pT/\sqrt{Hz}$ à $1\,Hz$. Pour une densité spectrale de bruit en sortie de ce capteur en $1/f$ (cf fig. 3.4), alors la précision du capteur vaut

$$precision \quad = \quad \sqrt{\int_{f_{min}}^{f_{MAX}} dsp(f)\,df}$$

où $f_{min} = 0.06\,Hz$ et $f_{MAX} = 10\,Hz$ sont les limites de la bande passante du capteur, qui peuvent venir d'un filtre analogique ou d'un traitement numérique, et $S(f) = (1 - f)/f + 6.2$ est la sensibilité en $pT/\sqrt{Hz}$. La densité sectrale de puissance vaut $dsp(f) = S^2(f)$. Dans ce cas d'école, la précision vaudrait $18\,pT\,RMS$, c'est la valeur efficace du bruit intégré dans la bande de mesure. Ce n'est pas exactement la valeur donnée dans l'article cité, ce qui vient certainement d'une forme de bruit basse fréquence différente de $1/f$. En réalité, la forme est plus typiquement en $1/f^{\beta}$, où β est un paramètre qui dépend du magnétomètre et vaut typiquement entre 0.5 et 1.5.

En fait, pour des fréquences extrèmement basse, de l'ordre de $10\,mHz$, on ne peut plus mesurer $dsp(f)$ et on passe dans le domaine des dérives d'offset, caractérisées par la justesse. Pour mesurer la justesse, on utilise deux instruments identiques et on étudie la variation relative des valeurs affichées, sur une période longue, dans un champ magnétique constant.

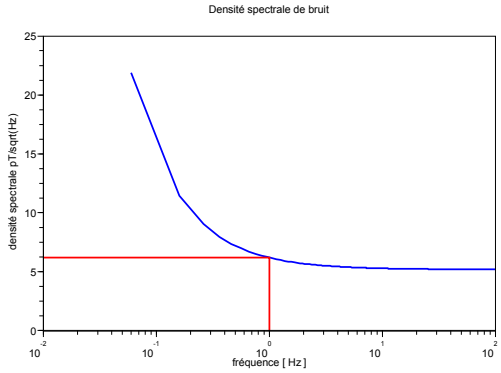


FIG. 3.4 – Sensibilité (densité spectrale de bruit), en $pT/\sqrt{Hz}$ typique pour un magnétomètre continu.

Résolution

La résolution est liée quant à elle à la technique de conditionnement du signal. La plus petite variation de champ magnétique détectable en sortie du capteur va dépendre de la qualité du conditionnement du signal, et du nombre de bits disponible pour la conversion analogique numérique.

Pour résumer sur ces deux dernières notions :

- la sensibilité est la plus petite variation de champ magnétique mesurable en entrée du capteur, c'est une caractéristique intrinsèque du capteur ;
- la résolution dépend de l'environnement du capteur, c'est la plus petite variation de champ magnétique mesurable en sortie de la chaine de mesure. En générale, elle est directement liée à la qualité de la numérisation.

3.2 Le fluxgate

3.2.1 Introduction

Un fluxgate est consitué d'un tore en matériau ferromagnétique sur lequel on vient placer deux bobinages :

- un bobinage d'excitation (excitation coil), bobiné de façon homogène le long du tore ;
- un bobinage de mesure (pickup coil), bobiné autour de l'anneau.

Le bobinage d'excitation a pour effet de saturer le matériau magnétique périodiquement, à la fréquence fondamentale f_0 (typiquement quelques kHz). Le signal de mesure peut-être soit le courant qui traverse le bobinage mis en court-cicuit, relevé par l'intermédiaire d'un tore en matériau magnétique, soit la tension aux bornes de ce bobinage qui est ensuite amplifiée. Le signal mesuré contient des harmoniques pairs et impairs de la fréquence d'excitation

L'électronique de mesure permet d'extraire la valeur du champ magnétique du signal mesuré à travers le pickup coil [14]. Pour cela, on utilise la mesure du champ magnétique qui est contenue dans les harmoniques du signal. Le second harmonique, $2 \times f_0$, est le plus fréquemment utilisé. Nous allons nous intéresser au principe général de fonctionne-

ment plus en détail puis quelques exemples d'implémentations particulières ainsi que les caratéristiques de modèles embarqués sur des missions spatiales.

3.2.2 Fonctionnement

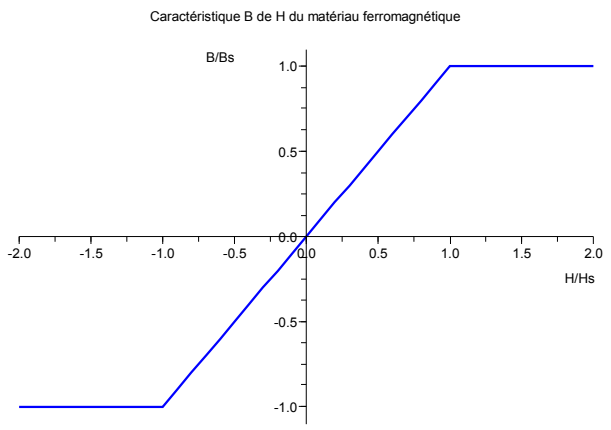


FIG. 3.5 – Caractéristique idéalisée du matériau magnétique, les grandeurs sont normalisées par leurs valeurs à saturation, H_s et B_s.

On considère un matériau ferromagnétique ayant une caractéristique $B(H)$ idéalisée présentée figure 3.5, où B est l'induction magnétique en T et H le champ magnétique en $A.m^{-1}$ (fondamentalement, c'est l'induction B, par l'intermédiaire de la force de Lorentz, qui dévie les particules chargées, le champ magnétique H étant plutôt un intermédiaire de calcul). Typiquement, pour un ruban de matériau amorphe recuit sous contrainte de composition $Co_{66.5}Fe_{3.5}Si_{12}B_{18}$, utilisé pour le magnétomètre Oersted [13], on obtient $\mu_0 H_s = 0.34\,T$ et $B_s = 0.64\,T$.

Si on applique une tension alternative sinusoïdale aux bornes du bobinage d'excitation, on génére un champ magnétique sinusoïdal $h = H_{MAX}\,\sin\omega_0 t$. Ce champ crée une induction dans le matériau magnétique, proportionnelle à h tant que $h < H_s$. Pour $h > H_s$, $b = Bs$.

Le signal relevé sur le bobinage de mesure reste sinusoïdal tant que l'excitation est inférieure au champ à saturation H_s du matériau. La tension obtenue sur le bobinage de mesure se justifie par l'application de la loi de Lenz

$$\begin{aligned} e &= -\frac{d\Phi}{dt} \\ &= -NS < \mu_{app} > \frac{db}{dt}, \end{aligned}$$

qui relie le flux total du champ magnétique b au travers du bobinage de mesure à la valeur de la tension induite aux bornes de ce bobinage. Le terme $< \mu_{app} >$ sera explicité par la suite, dans le paragraphe de présentation du searchcoil.

Pour simplifier, on suppose que le bobinage est constitué de N spires qui voient toutes le même champ (la même induction, en toute rigueur) b, homogène sur la surface de chaque spire et on considère la projection de b parallèle à la normale des spires. Si on place le bobinage de mesure en court-circuit, on mesure le courant lié à cette tension et si on utilise simplement un amplificateur à très haute impédence d'entrée, on mesure directement e (cf figure 3.6). Intéressons-nous au cas où l'on mesure e.

Quand $|h| > H_s$, alors $b = B_s$ et $e = 0$, sinon $b = k\,h$ et $e = -NS\,k\,H_{MAX}\,\omega_0 \cos\omega_0 t$ (cf exemple figure 3.7). En présence d'un champ magnétique extérieur H_e, on a alors

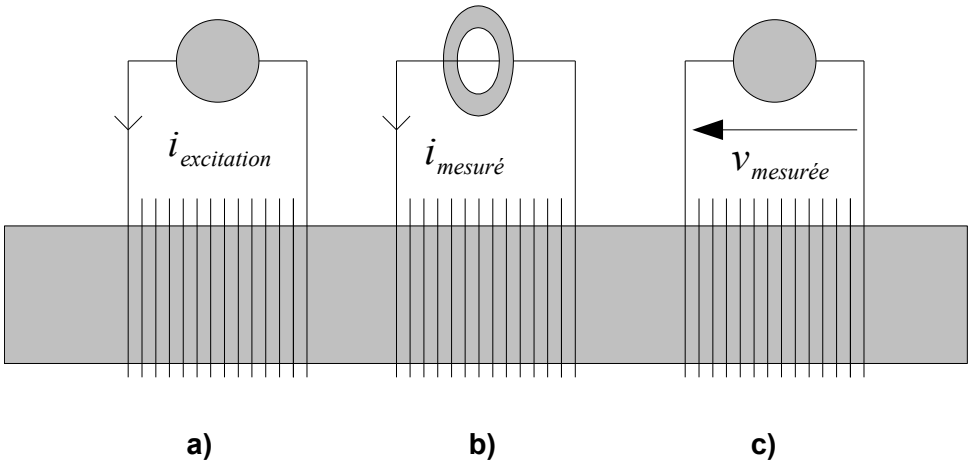


FIG. 3.6 – Principe général du fluxgate. a) Le bobinage d'excitation crée un champ alternatif dans le matériau ferromagnétique. L'induction générée est limitée par la saturation du matériau et on relève b) soit le courant induit dans le bobinage de mesure en court-circuit, c) soit la tension induite dans le bobinage de mesure.

$h = H_{MAX} \sin \omega_0 t + H_e$, ce qui va modifier l'allure de la tension mesurée à cause du déplacement du cycle de saturation du matériau magnétique. Si $H_e > 0$, alors le matériau sera moins longtemps saturé pour les champs négatifs mais plus longtemps pour les champs positifs (cf figure 3.7).

On peut décomposer la tension e en série de Fourrier puisqu'elle est périodique de période ω_0. On va voir maintenant que suivant la valeur de H_{MAX} par rapport à H_s, le deuxième harmonique du signal relevé livre une information directe sur le champ extérieur à mesurer H_e. C'est pour cette raison que classiquement, le fluxgate était basé sur la détection synchrone du deuxième harmonique.

Les calculs analytiques sont classiques et nous ne les reprendrons pas en détail ici. Nous avons utilisé le logiciel Scilab pour tracer les valeurs des premiers harmoniques en fonction de H_e, pour plusieur valeurs de H_{MAX}.

Cas où $H_{MAX} < H_s$ Dans ce cas, on peut noter qu'il existe une zone dans laquelle les harmoniques 1 et 2, notés h_1 et h_2 ont une valeur constante (cf figure 3.8). En effet, tant que le matériau magnétique n'est pas saturé, la tension relevée est un cosinus parfait. Ce fonctionnement ne permet donc pas de mesurer des champs inférieurs à $H_s - H_{MAX}$. Pour des champs plus importants, on remarque que l'amplitude de l'harmonique 2 varie linéairement avec H_e sur une certaine plage de valeurs.

Cas où $H_{MAX} = H_s$ C'est un cas limite dans lequel l'harmonique deux permet de détecter un champ nul et de mesurer son amplitude, mais pas de façon linéaire pour des champs très faibles (cf figure 3.9).

Cas où $H_{MAX} > H_s$ Dans ce cas, on constate que l'harmonique 2 nous permet de mesurer la valeur de H_e sur une certaine plage de linéarité (cf figure 3.10). L'harmonique 1 ne permet ni de déterminer l'orientation du champ magnétique ni de mesurer son amplitude d'une façon simple, c'est à dire par une relation linéaire. Pour déterminer l'amplitude

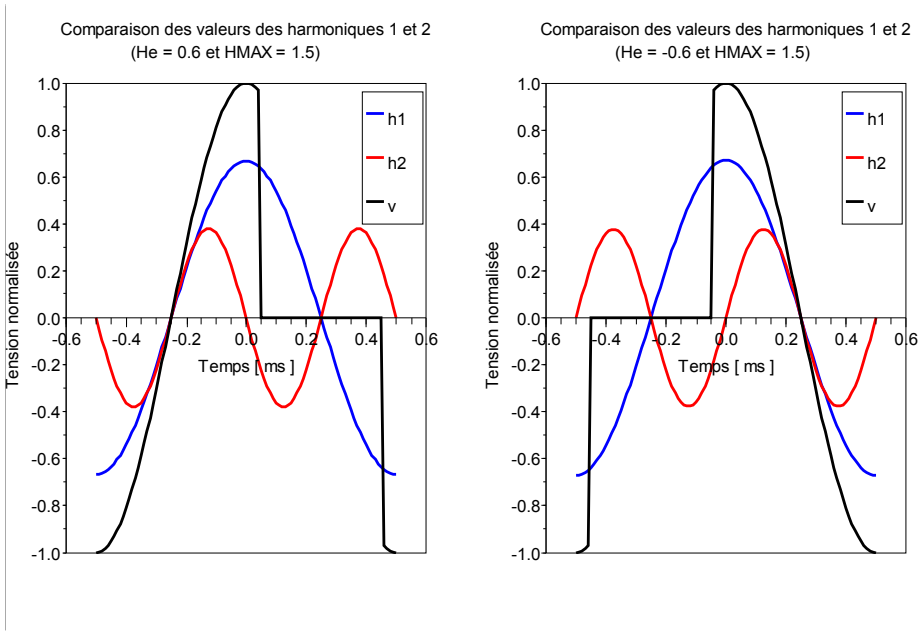


FIG. 3.7 – Exemple des formes d'ondes que l'on peut observer dans le cas simple. On a tracé la réponse observée v (tension induite) sur le bobinage de mesure pour deux valeurs de champ extérieur H_e, ainsi que les harmoniques 1 et 2 de cette tension. On remarque immédiatement que l'information d'orientation du champ extérieur est contenue dans la phase de l'harmonique 2.

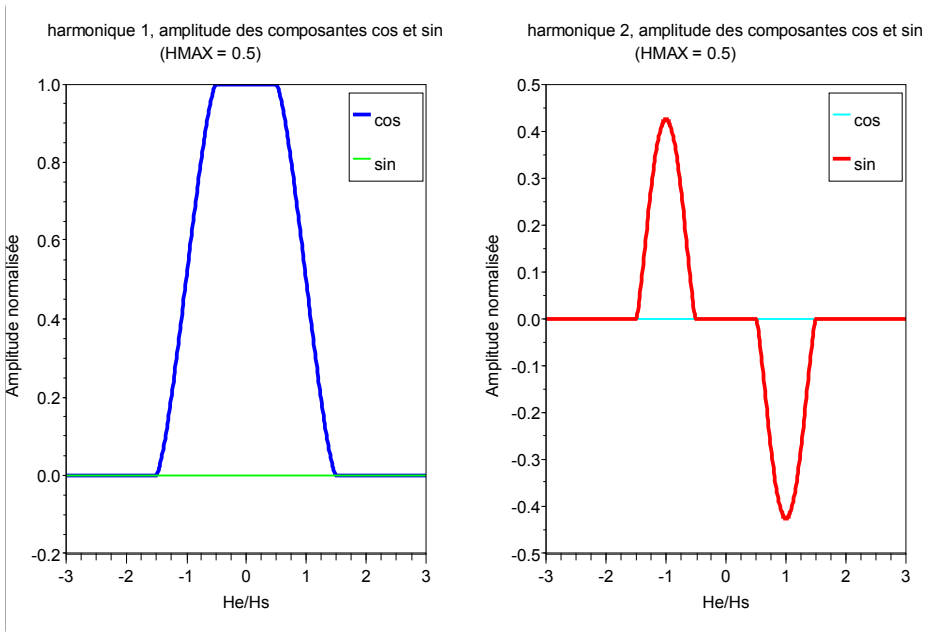


FIG. 3.8 – Tracé de la valeur des composantes cos et sin des deux premiers harmoniques, dans le cas où $H_{MAX} < H_s$.

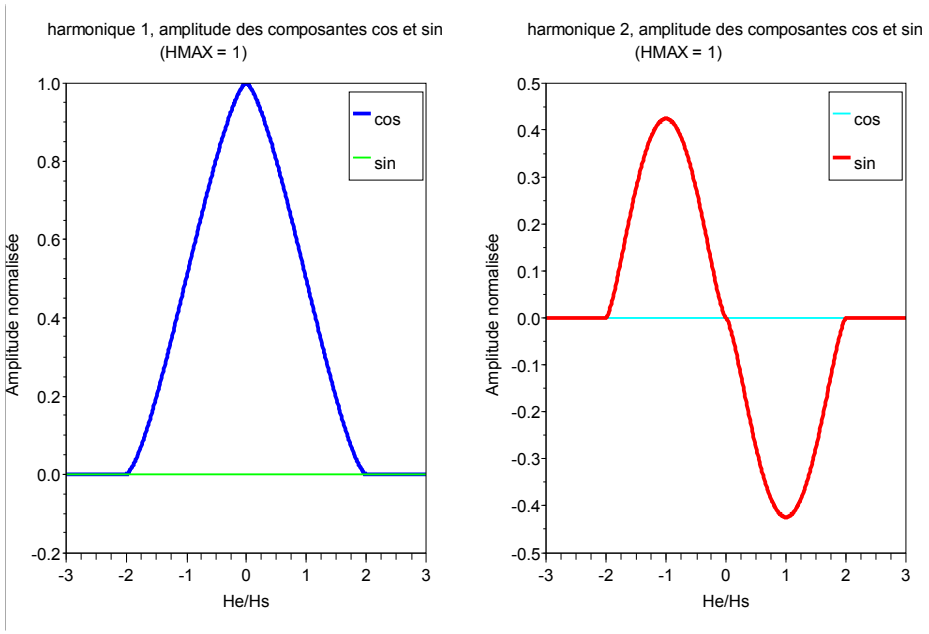


FIG. 3.9 – Tracé de la valeur des composantes cos et sin des deux premiers harmoniques, dans le cas où $H_{MAX} = H_s$.

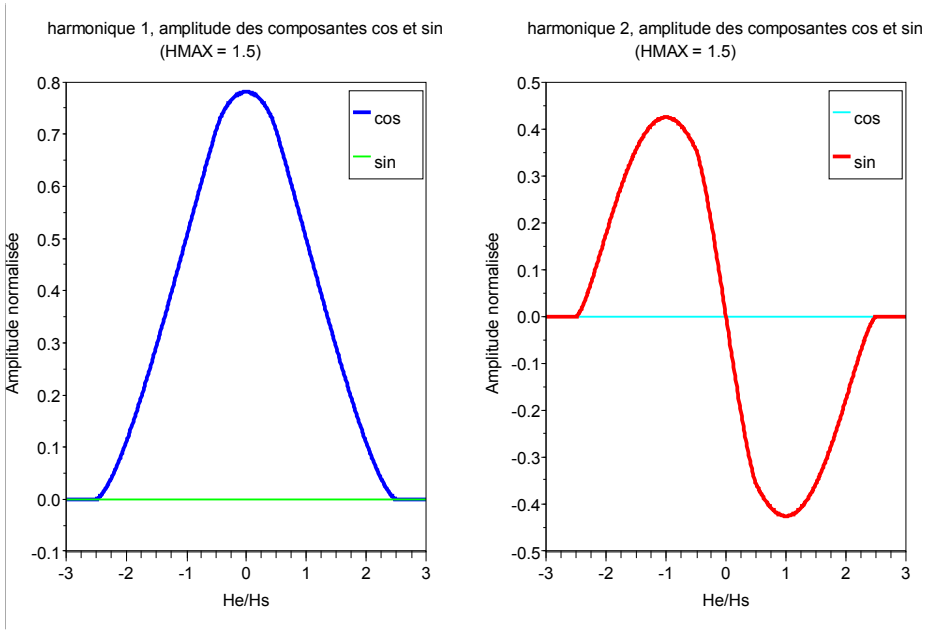


FIG. 3.10 – Tracé de la valeur des composantes cos et sin des deux premiers harmoniques, dans le cas où $H_{MAX} > H_s$.

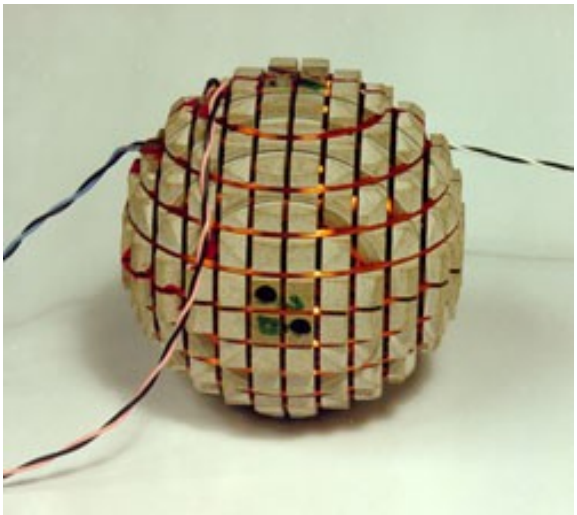


FIG. 3.11 – Système triaxe de compensation de champ magnétique, Compact Spherical Coil, développé au Oersted - DTU.

du champ avec h_1, il faudrait inverser numériquement la caractéristique $h_1 = f(H_e)$. La figure 3.7 illustre bien la façon dont h_2 nous donne l'information sur l'orientation du champ : la sinusoïde est déphasée d'un angle π dans le cas d'un champ négatif.

3.2.3 Traitement du signal de mesure

Pendant très longtemps et jusqu'à l'avènement de l'informatique, l'extraction de la valeur du champ magnétique a été faite de façon analogique. Comme nous l'avons vu précédemment, l'harmonique 2 du signal mesuré se prête bien à un traitement analogique puisqu'il est proportionnel, dans une certaine plage de linéarité, au champ à mesurer.

Classiquement, dans la méthode du deuxième harmonique, on utilise un filtre passe-bande après le préamplificateur (amplification au choix du courant induit ou de la tension induite), suivi d'un démodulateur synchrone et d'un filtre passe-bas. Ces éléments permettent de redresser l'harmonique 2 dépendant du champ magnétique et de le convertir en une valeur de tension continue ou basse fréquence.

Pour accroître la linéarité du capteur, on peut mettre en oeurvre une méthode dite à "flux nul" : on injecte alors un courant dans des bobines de contre-réaction pour annuler le champ H_e et n'utiliser le capteur que dans une à champ nul (à l'origine de la figure 3.10). Dans ce cas, la mesure du champ magnétique est déduite du système de contre-réaction. Sur un magnétomètre triaxe, on peut utiliser un système de compensation par axe ou un système global triaxe comme dans le CSC (Compact Spherical Coil) développé à l'université technique du Danemark, Oersted - DTU [13], dans lequel trois bobinage orthogonaux sont répartis dans des encoches pratiquées sur une sphère (cf fig. 3.11).

Plus récemment, sont apparus les fluxgates numériques. Dans ces capteurs, on réduit le nombre d'éléments analogiques en numérisant après amplification le signal issu du bobinage de détection à une fréquence de $4 * f_0$, voire plus (cf figure 3.12). **Le premier étage est maintenant large bande**, et tous les harmoniques sont numérisés, dans les limites de la bande passante de l'amplificateur bien entendu.

Le traitement analogique du signal (démodulation synchrone) est remplacé par un traitement numérique implémenté dans un FPGA (Field Programable Gate Array) ou

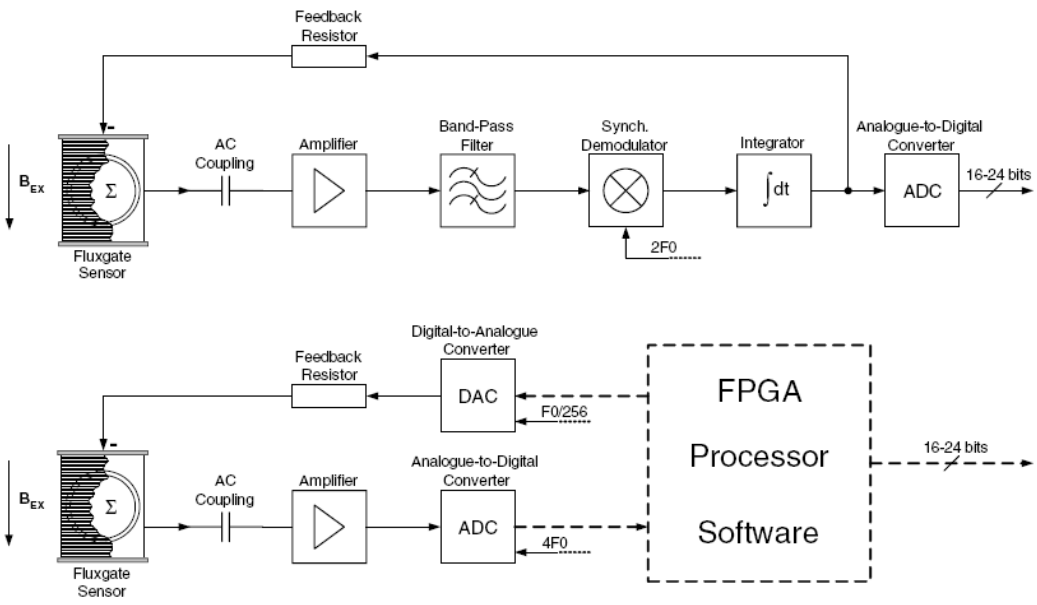


FIG. 3.12 – Synoptiques des traitements analogique (en haut) et numérique (en bas) pour les magnétomètres fluxgates (voir texte).
(Doc. issu de [15])

un DSP (Digital Signal Processor). Le signal de contre réaction est fourni par un convertisseur digital/analogique (DAC) contrôlé par la DPU (Digital Processing Unit). Le nombre réduit d'éléments analogique améliore la robustesse vis à vis des changements de température et des perturbations électromagnétiques. L'instrument est également plus flexible (dynamique, fréquence de sortie des données). Récemment, des convertisseurs $\Sigma\Delta$ ont été utilisés à la place des traditionnels convertisseurs à approximations successives [15], ce qui permet d'avoir des conversions analogique/numérique sur plus de 20 bits.

3.2.4 Implémentations particulières

Dans un article paru en 2003 [15], l'auteur annonce les performances suivantes pour son fluxgate numérique :

- une résolution d'environ $10\,pT$;
- une consommation d'environ $500 - 700\,mW$;
- une masse d'environ $250\,g$.

Sur la mission Cluster, lancée en 2000, chaque fluxgate triaxe pesait $290\,g$ plus $48\,g$ de couverture thermique. Le boitier électronique pesait $2090\,g$ pour une consommation de $2460\,mW$ en fonctionnement normal (données Imperial College, Londres). Le magnétomètre possédait plusieurs gammes de mesures, avec des résolutions différentes (fig. 3.13).

Pour le satellite Oersted, lancé en 1999, le magnétomètre était le CSC, présenté sur la figure 3.11, les données techniques peuvent être trouvées dans [13], l'électronique consommait $940\,mW$ et les capteurs $160\,mW$ pour une échelle de $\pm 65536\,nT$ (mesures exclusivement dans une zone proche de la terre) avec une résolution de $500\,pT$ (conversion analogique/numérique sur 18 bits), et une justesse de $\pm 500\,pT$, sur une échelle de variation de température de $-20^{\circ}C$ à $40^{\circ}C$.

Range No.	Range	Resolution
2	−64 nT to +63.97 nT	7.8×10^{-3} nT
3	−256 nT to +255.87 nT	3.1×10^{-2} nT
4	−1024 nT to +1023.5 nT	0.125 nT
5	−4096 nT to +4094 nT	0.5 nT
7	−65536 nT to +65504 nT	8 nT

FIG. 3.13 – Echelles de mesure des fluxgates embarqués sur la mission Cluster.

Pour la mission MMS, dans le tableau de la figure 3.1, on peut relever les valeurs suivantes pour les fluxgates analogique et digital :
- resolution $5\,pT$;
- précision $50\,pT$;
- justesse $100\,pT$.

3.3 Le Search coil

3.3.1 Introduction

Le search coil est un instrument qui est plus sensible que le fluxgate pour la mesure des champs magnétiques alternatifs. On trouve assez difficilement des comparatifs de sensibilités (exprimées en $nT/\sqrt{Hz}$, $pT/\sqrt{Hz}$ voire $fT/\sqrt{Hz}$) entre ces deux instruments (cf figure 3.14), bien qu'en toute rigueur on puisse mesurer les champs alternatifs avec un fluxgate : tout est une question de sensibilité et de bande passante (cf [16]).

Le search coil, tout comme le fluxgate, est un magnétomètre basé sur la loi de Lenz (également appelée loi de Lenz-Faraday) qui, au prix de quelques hypothèses que nous allons préciser, peut s'écrire sous une forme simplifiée

$$\begin{aligned} e &= -\frac{d\Phi}{dt} \\ &= -\frac{d}{dt}\sum_N b_k(t)\,S_k(t) \\ &= -\frac{d}{dt}\sum_N \mu_0\mu_{k\,app}(t)\,h_k(t)\,S_k(t)\,, \end{aligned} \tag{3.1}$$

où e est la tension aux bornes d'un bobinage de N spires de surface S_k. Φ est le **flux total** d'induction magnétique dans le bobinage, c'est la somme des flux par spire $\Phi_k(t) = b_k(t)\,S_k(t)$. Cette formule est simplificatrice car elle suppose que
- le champ magnétique $\mathbf{h}$ est perpendiculaire à la surface de chaque spire et son amplitude $h_k(t)$ est homogène sur chaque S_k ;
- la perméabilité est homogène sur chaque spire ;
- ces deux dernières conditions permettant d'écrire $b_k(t) = \mu_0\mu_{k\,app}(t)\,h_k(t)$.

Pour l'appplication qui nous intéresse, ces conditions ne sont pas restrictives.

La relation 3.1 se développe en trois termes, caractéristiques de trois types de magnétomètres

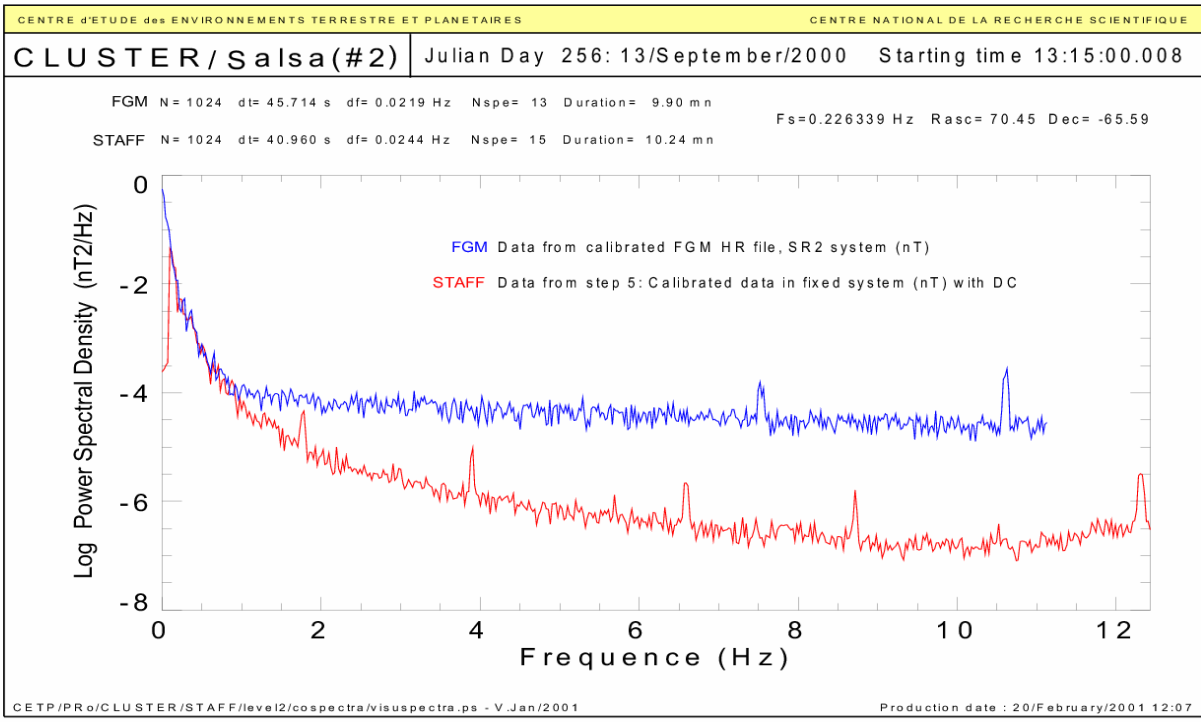


FIG. 3.14 – Comparatif des sensibilités du searchcoil et du fluxgate embarqués sur CLUSTER, pendant une période de faible activité magnétique. L'intersection des sensibilités, soit le moment où le searchcoil devient plus sensible que le fluxgate, se produit pour une fréquence d'environ $1\,Hz$, et une sensibilité de $10\,pT/\sqrt{Hz}$.

$$e = -\sum_N S_k(t)\,\mu_0\mu_{k\,app}(t)\,\frac{d}{dt}(h_k(t)) \tag{3.2}$$

$$-\sum_N S_k(t)\,\mu_0(t)\,h_k(t)\,\frac{d}{dt}(\mu_{k\,app}(t)) \tag{3.3}$$

$$-\sum_N \mu_0\mu_{k\,app}(t)\,h_k(t)\,\frac{d}{dt}(S_k(t))\,, \tag{3.4}$$

le terme 3.2 est la base de fonctionnement du searchcoil, le terme 3.3 celle du fluxgate et le terme 3.4 concerne les magnétomètres à bobinage tournant (mesure des champs DC). Dans le cas du searchcoil, **on considère que la perméabilité est invariante dans le temps (mais pas dans l'espace, c'est à dire le long du noyau)**, et que le bobinage est statique dans le champ à mesurer. Ce qui revient à ne considérer que le terme "searchcoil" dans la loi de Lenz

$$e = -\sum_N S_k\,\mu_0\mu_{k\,app}\,\frac{d}{dt}(h_k(t))\,.$$

La somme discrète sur les spires peut s'écrire sous forme intégrale. En effet, en considérant un bobinage cylindrique d'axe z, de longueur L et de section constante S, on définit la densité linéique de spires $n = \frac{N}{L}$ et on obtient

$$e = -\int_L S\,\mu_0\mu_{app}(z)\,\frac{d}{dt}(h(t,z))\,n dz$$

avec $h(t,z)$ qui remplace $h_k(t)$ et $\mu_{app}(z)$ qui remplace $\mu_{k\,app}$.

Prenons le cas d'une simple bobine d'axe z dans le vide ($\mu_{app} = 1$ sur tout le bobinage). En présence d'un champ magnétique d'amplitude $h_0(t) = H_{MAX}\sin\omega t$ dirigé suivant l'axe z, on peut écrire que

$$e = -NS\mu_0 H_{MAX}\omega\cos\omega t\,,$$

et on constate que l'amplitude de la tension e est directement liée à la pulsation ω du champ. **Pour un champ continu,** $e = 0$. Par principe, le searchcoil ne permet pas de mesurer les champs magnétiques continus.

En fait, on peut mesurer un champ continu avec un search coil en profitant du spin[1] d'un satellite ou d'une fusée. Dans ce cas, au fonctionnement "searchcoil", s'ajoute un fonctionnement de bobinage tournant et on obtient une hybridation de deux principes découlant de la loi de Lenz.

En pratique, le bobinage d'un search coil est réalisé sur un noyau en matériau ferromagnétique qui a des propriétés d'amplification de l'induction. Le terme $\mu_{app}(z)$ caractérise cette propriété d'amplification. Dans le vide, on peut toujours écrire que $\mathbf{b}_0 = \mu_0\mathbf{h}_0$. En présence d'un matériau magnétique, et en particulier d'un cylindre, on peut écrire que $\mathbf{b} = \mu_0\mu_{app}\,\mathbf{h}_0$, en supposant qu'à l'intérieur du barreau, l'induction $\mathbf{b}$ est colinéaire à $\mathbf{h}_0$ (ce qui est vrai dans notre système). Dans ce cas

[1] rotation d'un satellite ou d'une fusée destinée à stabiliser leur attitude le long de leur trajectoire.

$$\mu_{app} = \frac{\mathbf{b}}{\mathbf{b}_0}$$

caractérise bien une capacité d'amplification de l'induction par le barreau magnétique.

Nous allons préciser maintenant la distinction entre la perméabilité intrinsèque d'un matériau magnétique (perméabilité relative μ_R) et la perméabilité apparente μ_{app}.

Perméabilité intrinsèque et perméabilité apparente

On peut donner cette première définition, volontairement très générale pour la perméabilité relative d'un matériau magnétique : on appelle perméabilité ce qui lie le champ magnétique à l'induction. **Dans un milieu homogène, linéaire et isotrope (LHI), la perméabilité est un scalaire** et $\mathbf{b} = \mu\mathbf{h}$. Dans l'air, $\mathbf{b} = \mu_0\mathbf{h}$ où $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ est la perméabilité du vide. Dans des cas plus complexes, la perméabilité peut être une matrice dépendant de $\mathbf{h}$, de la température...

La perméabilité relative d'un matériau LHI (à partir de maintenant, nous ne considérons que ce type de matériau) est le coefficient défini par la relation $\mathbf{b} = \mu_0\mu_R\,\mathbf{h}$. On la mesure dans des géométries fermées (typiquement des tores) : en effet, dans une géométrie ouverte (une barre par exemple), l'aimantation $\mathbf{m}$ produite par le champ $\mathbf{h}_0$ génère un champ démagnétisant $\mathbf{h}_D$, qui s'ajoute au champ appliqué $\mathbf{h}_0$ (cf § 4.1). La relation liant le champ magnétique à l'induction est alors

$$\mathbf{b} = \mu_0(\mathbf{h}_0 + \mathbf{h}_D + \mathbf{m})\,.$$

μ_R **est définie en l'absence de champ démagnétisant**, ce qui se produit dans des géométries fermées, ou au centre de géométries très allongées par exemple. C'est une caractéristique intrinsèque du matériau magnétique.

Dans le cas d'une géométrie ouverte (présence de champ démagnétisant), on parlera alors de perméabilité apparente μ_{app}. Par définition, $\mathbf{b} = \mu_0\mu_{app}\mathbf{h}_0$. Au centre d'un cylindre long, la perméabilité apparente est proche de la perméabilité relative.

Poursuivons le développement de la loi de Lenz dans le cas du searchcoil

$$\begin{aligned} e &= -n\,S\,\mu_0\frac{d}{dt}(h_0(t))\int_L \mu_{app}(z)\;dz \\ &= -n\,S\,H_{MAX}\omega\cos\omega t\int_L \mu_0\mu_{app}(z)\,dz\,. \end{aligned}$$

Exemple de perméabilité apparente (=gain magnétique)

Pour éclairer le propos, observons l'induction dans un cylindre de matériau de perméabilité relative $\mu_R = 1000$ plongé dans un champ magnétique homogène de module $b_0 = 1\,nT$. La figure 3.15 est le résultat de la simulation axisymétrique de ce cylindre dont on a extrait un profil de l'induction le long de l'axe du cylindre.

On peut noter sur la figure 3.15 que l'induction prend une forme de cloche dans le noyau et qu'elle a une valeur très faible aux extrémités du barreau comparativement à la valeur au centre. Pour profiter pleienement de l'amplification offerte par le barreau, il faut donc bobiner sur une fraction du noyau et non pas sur sa totalité (typiquement les

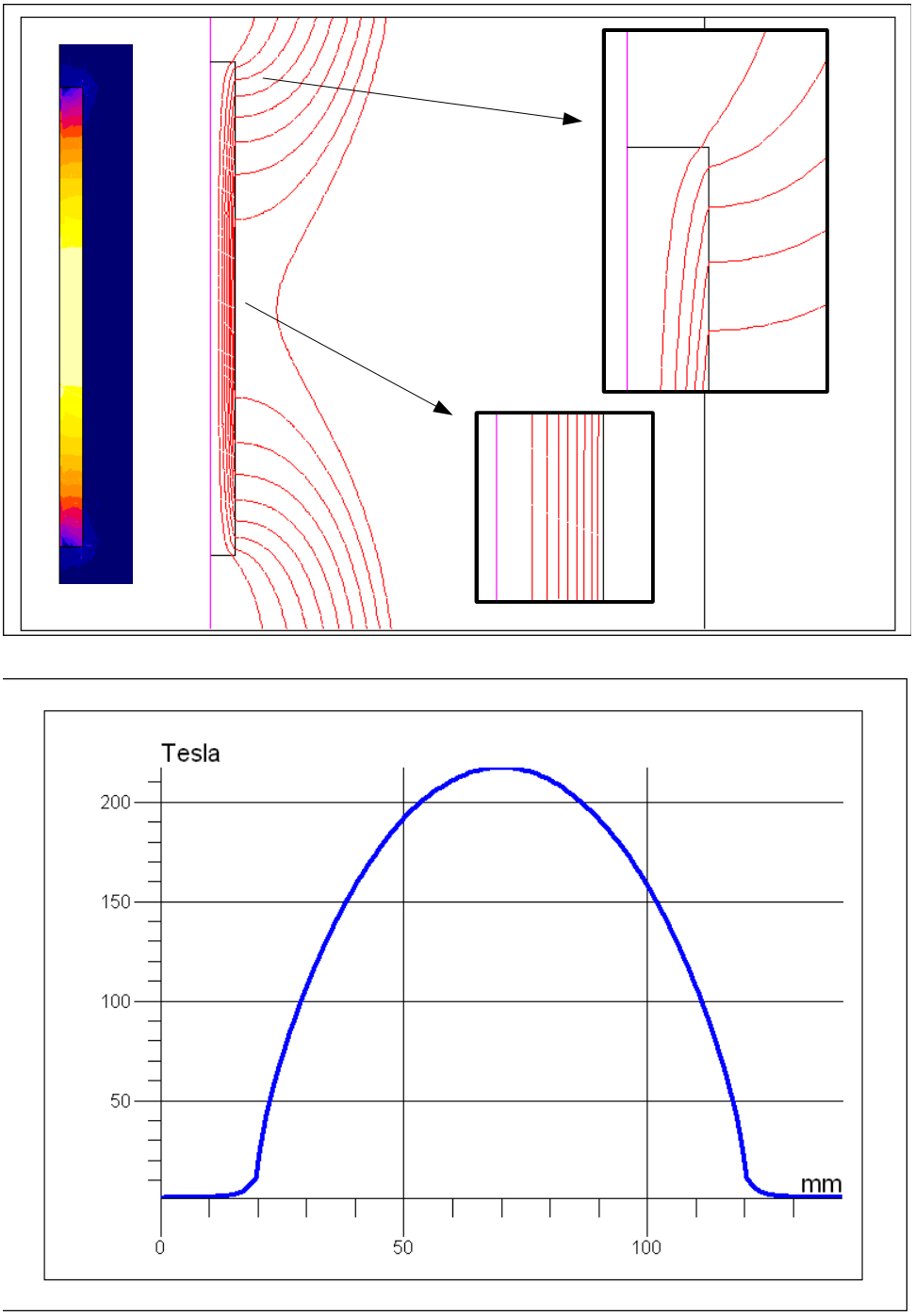


FIG. 3.15 – Simulation d'un noyau ferromagnétique ($\mu_R = 1000$) cylindrique de longueur $100\,mm$ et de diamètre $4\,mm$. Au dessus : simulation Flux2D, avec un aperçu de l'induction dans le cylindre, en couleur, et le profil des lignes de flux dans le barreau. En dessous : profil de l'induction le long de l'axe du cylindre, les valeurs en ordonnée sont des gains magnétiques (simulations effectuées avec un champ initial de $1\,T$ dans le vide pour simplifier la lecture des résultats).

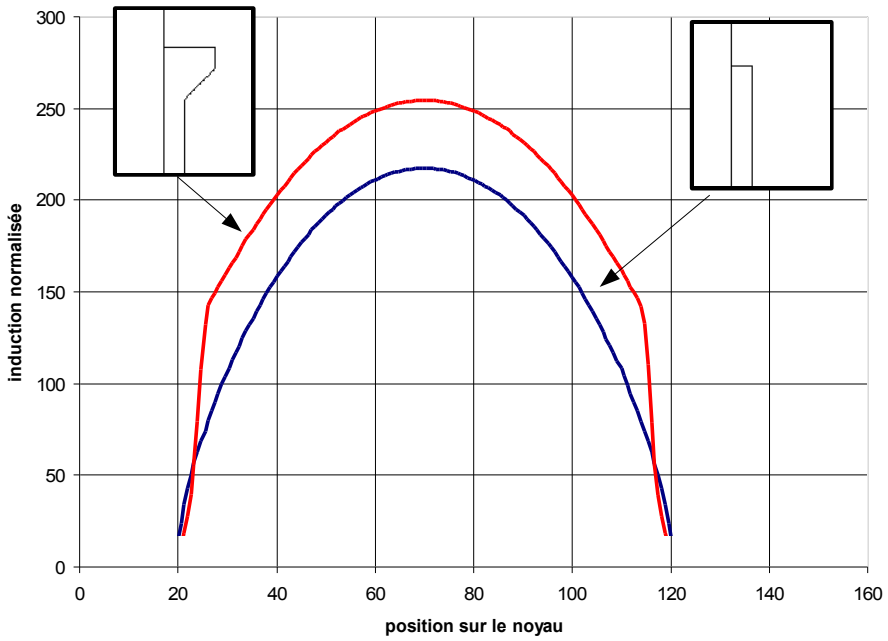


FIG. 3.16 – Comparatif des profils d'induction pour un noyau cylindrique classique et pour un noyau avec des extrémités évasées. Les évasements permettent de canaliser le flux magnétique sur les bords et donc de pouvoir bobiner efficament sur toute la longueur du noyau.

deux tiers). Une nouvelle forme optimisée dotée d'extrémités évasées, permet d'obtenir des valeurs considérables d'amplification, y compris aux extrémités du barreau, ce qui permet de tirer partie d'une plus grande amplification magnétique sur toute la longueur du noyau (cf figure 3.16).

Poursuivons le développement de la loi de Lenz pour connaître explicitement la relation qui lie l'induction à mesurer à la tension induite aux bornes du bobinage

$$\begin{aligned} e &= -n\,\omega\,S\,B_0 \cos\omega t \int_L \mu_{app}(z)dz \\ &= -n\,\omega\,S\,B_0 \cos\omega t\,L\,<\mu_{app}>, \end{aligned} \tag{3.5}$$

où $<\mu_{app}>$est la moyenne du gain magnétique sur la longueur de bobinage. Flux2D permet de calculer l'intégrale de la formule 3.5 le long d'une ligne ou sur une surface. On peut maintenant calculer le gain du capteur, le rapport entre la tension e et l'induction initiale dans le vide, que l'on cherche à mesurer

$$\begin{aligned} G_{searchcoil} &= \frac{e}{B_0} \\ &= N\,\omega\,S\,<\mu_{app}>. \end{aligned} \tag{3.6}$$

Ceci suppose que les spires sont bobinées directement sur le noyau, S étant ici la section du cylindre. En pratique, on peut prendre S comme surface pour toutes les spires car la majeure partie de l'induction est canalisée dans le noyau, et ceci, même dans le cas d'un bobinage sur plusieurs couches.

Pour un bobinage sur les deux tiers d'un noyau de $100\,mm$ de long, $4\,mm$ de diamètre et de perméabilité relative $\mu_R = 10000$, on a $\int_L \Phi(z)dz = 186 \times 10^{-3}\,Weber.mm$, ce qui, pour un bobinage de 10000 spires et une fréquence de $1\,kHz$, nous donne

$$G_{searchcoil} = 11681\,\frac{V}{T}$$

3.3.2 Un capteur de flux où un circuit résonnant ?

Théoriquement, le gain du search coil devrait croître infiniment avec la fréquence (cf équation 3.5). En réalité, il n'en est pas ainsi car un bobinage est également un circuit électrique ! Il possède une résistance due à la résistivité du fil de cuivre qui constitue les spires ($\rho = 16 \times 10^{-9}\,\Omega.m$ environ, cela peut dépendre du type de cuivre, de la température...), soit une résistance totale

$$R = \frac{\rho l}{S},$$

pour un bobinage de longueur l et une surface moyenne des spires S. Mais il possède également une inductance L, qui générère un champ magnétique induit si elle est traversée par un courant, et last but not least, une capacité C, provenant des condensateurs élémentaires formés par chaque couple de spires. Tous ces condensateurs sont mis en parallèle et constituent la capacité totale C, placée aux bornes du bobinage. Un bobinage de searchcoil comportant en général quelques milliers voire dizaines de milliers de spires, cette capacité a un ordre de grandeur de quelques pF.

Ainsi, le bobinage n'est pas simplement un capteur de flux, c'est également un circuit résonnant, de pulsation caractéristique $\frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Terme inductif L Pour évaluer l'inductance d'un bobinage, on peut utilise le logiciel flux2D. En toute rigueur, si le bobinage avait un comportement purement inductif et que l'on mesurait la tension à ses bornes avec un amplificateur d'impédance d'entrée infinie, l'inductance n'interviendrait pas dans la mesure. En pratique, la capacité parasite C entre en résonance avec l'inductance du bobinage : même si le bobinage est en l'air, la tension induite par un champ extérieur va générer un courant dans la capacité parasite et créer une résonance. Au lieu d'avoir un gain proportionnel à la fréquence, la forme du gain est celle donnée sur la figure 3.17 où l'on voit bien la résonance principale du bobinage simple. Au delà de la fréquence de résonance, la tension induite est tout simplement shuntée par la capacité C et le gain diminue en $\frac{1}{C\omega}$.

C n'est pas facilement prévisible. Flux2D ne permet pas la calculer mais certaines relations, empiriques ou issues de modèles physiques simples, peuvent être trouvées dans la littérature [14]. L'ordre de grandeur de cette capacité est de quelques pF. On peut la calculer empiriquement en mesurant la fréquence de résonnance naturelle du searchcoil et en appliquant la formule bien connue des circuit résonnant $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$

$$C = \frac{1}{L\omega_0^2}.$$

C dépend de nombreux paramètres : le nombre de spires, leur écartement, la permittivité de l'isolant, la façon de bobiner les spires. En bobinant plusieurs couches de fil de

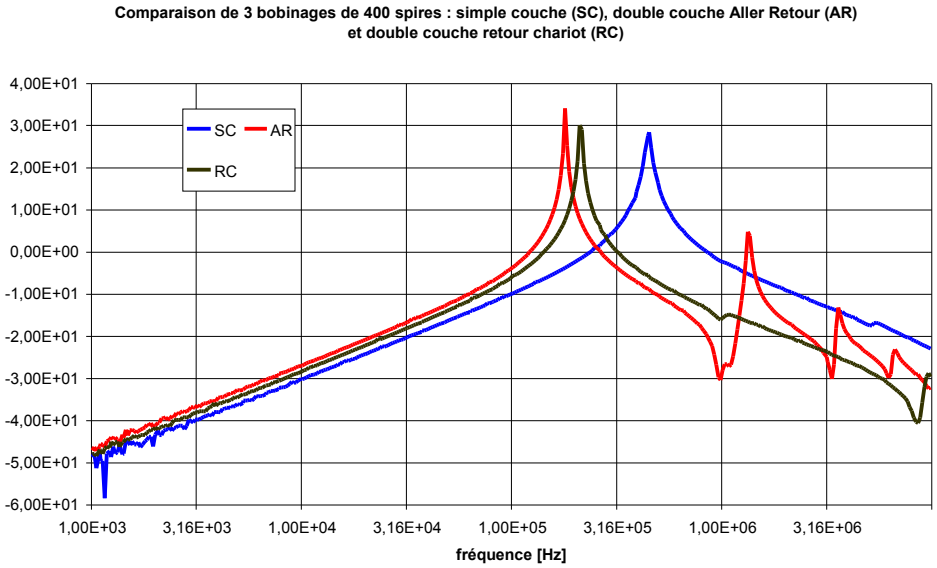


FIG. 3.17 – Mesures effectuées sur trois bobinages ayant le même nombre de spire. Le bobinage simple ne présente pas de résonnances secondaires. Le bobinage de deux couches bobinées en aller-retour résonne aux hautes fréquences alors que son homologue avec fil de retour non. Ceci est lié à la résonnace entre l'inductance du bobinage et leurs capacités parasites.
(Doc. J. Moutoussamy CETP)

cuivre, des résonnances multiples peuvent apparaître si on bobine les couches successivement de gauche à droite puis de droite à gauche. Si on bobine une couche en revenant au début de la spire précédente par un "fil de retour", alors ces résonnances multiples en haute fréquence disparaissent. Il existe d'autres techniques pour atténuer ces "résonances secondaires" [14].

Il est intéressant de noter que le problème des résonances multiples en hautes fréquences est critique dans le cadre d'un nouveau type de magnétomètre searchcoil développé au laboratoire : le magnétomètre double bande, proposé pour la mission Bepi-Colombo (mission ESA en coopération avec le Japon, à destination de Mercure, lancement prévu en août 2013). En effet, ce searchcoil possède deux bobinages, un hautes fréquences (HF) et un basses fréquences (BF). Les résonnances multiples du bobinage BF perturbent les mesures du bobinage HF d'où la nécessité de s'en affranchir.

Le phénomène de résonnance se retrouve également dans les fluxgates, qui sont également constitués en partie par des enroulements sur des noyaux ferromagnétiques. Il existe plusieurs possibilités pour s'affranchir du problème de résonnance du bobinage de détection, au moins en ce qui concerne la résonance principale et nous allons en présenter deux au paragraphe suivant.

Montage à amplificateur à contre-réaction en courant Une solution pour s'affranchir de la résonnance principale peut être d'utiliser un amplificateur de courant (cf montage fig.3.18) directement sur le bobinage, qui a pour effet de court-circuiter la capacité parallèle.

Ce type d'amplificateur opérationnel peut être utilisé dans le cas des fluxgates comme

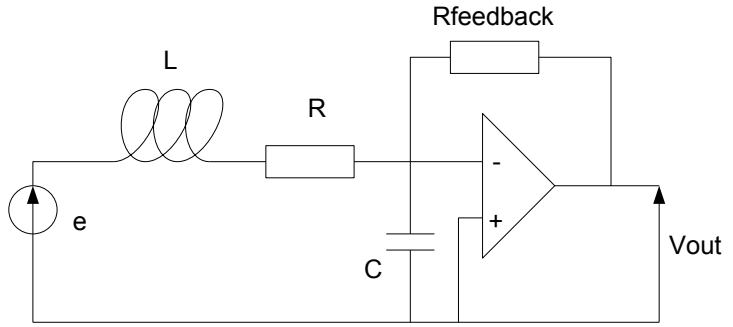


FIG. 3.18 – Configuration de mesure du courant parcourant le bobinage de détection. Dans ce cas, la capacité de sortie est court-cicuitée par l'amplificateur à contre-réaction en courant.

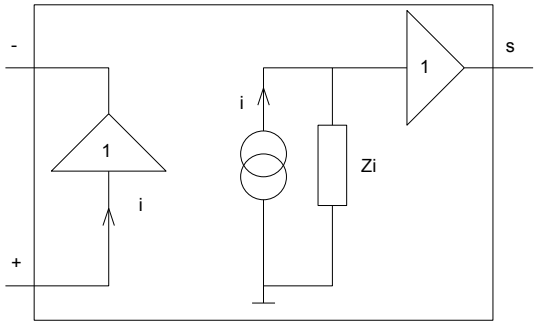


FIG. 3.19 – Schéma de principe d'un amplificateur opérationnel à contre-réaction en courant.

des searchcoils, lorsque l'on veut mesurer le courant parcourant les bobinages de mesure (mis en court-circuit) de ces deux magnétomètres.

Sur le schéma de principe de la figure 3.19, on voit que ce type d'ampli est constitué ainsi :

- une entrée "+" à haute impédance, reliée à un amplificateur de tension de gain 1 et de sortie à impédance nulle, parcouru par le courant i ;
- une entrée "-" à très faible impédance ;
- en interne, le courant i est recopié puis injecté à travers une grande impédance de sortie Z_i. La tension aux bornes de Z_i est recopiée par un amplificateur de tension de grande impédance d'entrée et d'impédance de sortie nulle.

Lorsque l'amplificateur fonctionne en régime linéaire, la valeur du courant sortant de la patte moins est nulle (c'est l'équivalent dual de $V_+ = V_-$ pour les amplificateurs à contre-réaction en tension). Ainsi, si on connecte notre bobinage directement sur la borne moins, le courant traversant la résistance de contre-réaction est égal au courant traversant le bobinage et la tension de sortie vaut simplement

$$s = R_{feedback} * i_{bobinage} .$$

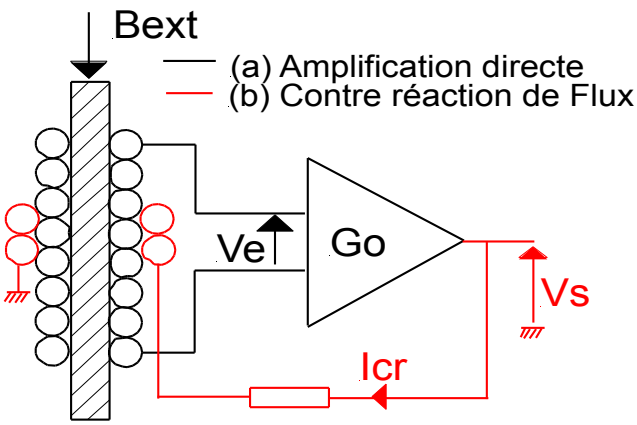


FIG. 3.20 – Configuration d'amplification de la tension de sortie du bobinage. L'utilisation d'une résistance de contre-réaction permet d'écraser la résonnance principale du bobinage. Un gain important dans la chaine directe de conversion induction/tension permet de stabiliser le gain général du système et de s'affranchir de variation dues à la température notamment.

Montage à contre-réaction en champ Une autre façon de s'affranchir de la résonnance principale du bobinage est d'utiliser une résistance de contre-réaction : on réinjecte une partie du flux mesuré dans le bobinage afin d'écraser la résonnance naturelle de ce dernier (cf figure 3.20).

Dès lors que le flux induit par le courant circulant dans le bobinage devient du même ordre de grandeur que le flux généré par le champ magnétique à mesurer, alors l'expression du gain (eq. 3.6) n'est plus valable.

3.3.3 Conclusion

Pour conclure, nous présentons sur la figure 3.21 les mesures de fonction de transfert et de sensibilité des searchcoils de la mission THEMIS, réalisés par le CETP.

3.4 SQUID et magnétomètre à hélium

3.4.1 SQUID (Exemple embarqué sur la sonde Gravity Probe)

Il existe deux types de matériaux supraconducteurs :

- les matériaux "basses températures" (LTS - Low Temperature Superconductors), qui fonctionnent typiquement à la température de l'hélium liquide, soit $4.2\,K$;
- les matériaux dits "hautes températures" (HTS - High Temperature Supercondutors), fonctionnant typiquement à la température de l'azote liquide, soit $77\,K$.

Le magnétomètre à SQUID, Superconducting Quantum Interference Device, est le magnétomètre le plus sensible pour mesurer les champs continus faibles et il peut même concurencer le searchcoil pour certaines gammes de fréquences. Les sensibilités que présentent ces capteurs sont de quelques $fT/\sqrt{Hz}$ du continu à quelques MHz pour les SQUID LTS ! Pour les SQUID HTS, le bruit étant en gros proportionnel à la température (ce bruit est un bruit blanc, de type bruit de Jonhson, qui vient de la résistance des

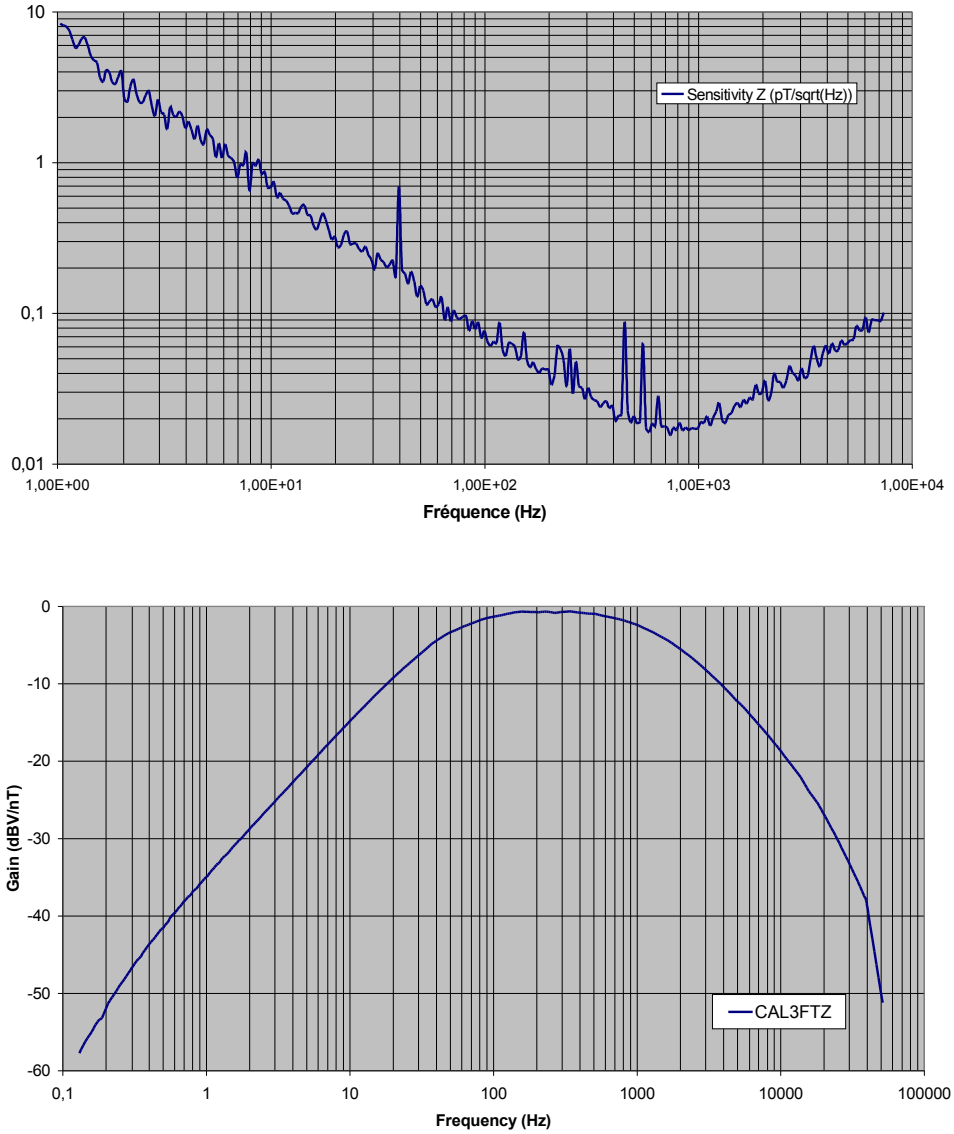


FIG. 3.21 – Sensibilité du système complet searchcoil/préamplificateur et fonction de transfert pour les forts signaux des instruments de la mission THEMIS.
(Doc. C. Coillot CETP)

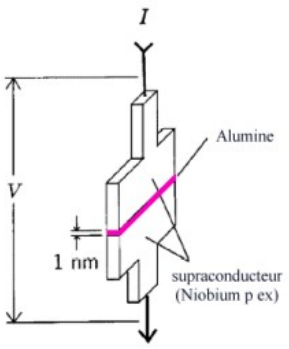


FIG. 3.22 – Shéma de principe d'une jonction Josephson : deux parties supraconductrices sont séparées par une jonction isolante. Il existe un courant tunnel i_{supra} qui est relié à la différence de phase $\Delta\Phi$ entre les fonctions d'onde des paires de Cooper de part et d'autre de la jonction par la relation $i_{supra} = i_c \sin \Delta\Phi$.

jonctions de Josephson que contient le SQUID), on passe à quelques dizaines de $fT/\sqrt{Hz}$ sur l'étendue de la bande de mesure.

Malheureusement, pour les missions spatiales en tout cas, le SQUID est basé sur des comportements particuliers des matériaux supraconducteurs et requière donc un équipement cryogénique lourd.

Effet Meissner et quantification du flux Une caractéristique inhérente aux matériaux supraconducteurs, outre que leur résistivité est nulle, est que le flux magnétique n'y pénètre pas : c'est l'effet Meissner. Lorsqu'un anneau supraconducteur est refroidi, le flux magnétique dans l'anneau est quantifié : il ne peut prendre que des valeurs multiples d'un quantum (fluxon) $\Phi_0 = \frac{h}{2e} = \frac{6.626\times10^{-34}}{2*1.603\times10^{-19}} = 2 \times 10^{-15}\,Wb$, où h est la constante de Planck et e la charge d'un électron. L'anneau génère un courant d'écran tel que le flux magnétique à l'intérieur de la boucle soit maintenu à la valeur du multiple du fluxon la plus proche. Le courant d'écran a donc une caractéristique en dents de scies périodique en fonction du flux appliqué Φ_a et de l'inductance de l'anneau supraconducteur L.

Jonction Josephson et liens faibles Si deux régions supraconductrices sont rapprochées l'une de l'autre (cf figure 3.22), des paires d'électrons dites paires de Cooper[2] vont être capables de passer par effet tunnel d'une région à l'autre. Le franchissement du gap par effet tunnel est appelé effet Josephson et une jonction isolante entre deux supraconducteurs est nommée jonction Josephson. De même que les supraconducteurs, le gap possède un courant critique i_c, généralement inférieur au courant critique du matériau supraconducteur I_c, au delà duquel il apparaît une chute de tension à ses bornes quand un courant le traverse.

Le fonctionnement des jonctions Josephson est très bien décrit dans la référence [17] et nous ne le détaillerons pas ici.

Les jonctions Josephson font partie de ce que l'on nomme plus généralement des "liens faibles". Un lien faible peut être constitué par une fine couche d'isolant (jonction SIS - Superconducting/Insulator/Superconducting), un rétrécissement de la section de

[2]dans les supraconducteurs, le courant est véhiculé par des pairs d'électrons, les paires de Cooper.

l'anneau, une fine couche de matériau métallique non supraconducteur (SNS - Superconducting/Normal/Superconducting).

Pour fabriquer un SQUID, on place un (SQUID RF) ou plusieurs (SQUID DC) liens faibles dans un anneau supraconducteur. En présence d'un champ magnétique, le supraconducteur réagit en tentant de maintenir le flux total qui le traverse à une valeur multiple de Φ_0 mais cette réaction est contrariée par la présence des liens faibles. En fait, la jonction Josephson va permettre de récupérer l'information sur le champ magnétique de deux manières très différentes, selon les fonctionnements SQUID DC et RF.

Le SQUID désigne spécifiquement l'anneau supraconducteur muni de ses liens faibles. En pratique, le champ magnétique à mesurer est capté par une boucle extérieure couplée magnétiquement au SQUID. Le système est également contre-réactionné pour être polarisé sur un maximum de sensibilité, comme pour le fluxgate.

Conclusion Des SQUIDS ont déjà volé dans l'espace, comme pour la mission Gravity Probe, destinée à valider certaines théories d'Albert Einstein. L'application visée n'était pas la mesure du champ magnétique spatial mais la mesure de l'axe de rotation d'un gyroscope constitué d'une sphère en quartz recouverte d'un alliage supraconducteur au niobium. Une partie de la charge utile était logée dans un vase de Dewar (bouteille thermos) de diamètre $2.74\,m$ et de hauteur $2.74\,m$, rempli de 2441 litres d'hélium superfluide à $1.8\,K$: aux grands maux les grands remèdes !

Les SQUID intéressent bien évidemment les laboratoires travaillant sur les mesures magnétiques en milieu spatial. Mais les conclusions de leurs études pour l'instant se résument assez bien par : tant qu'il n'existera pas de cryostats légers, peu encombrants et à faible consommation, le SQUID ne sera pas un bon candidat à la succession des fluxgates et des searchcoils !

3.4.2 Magnétomètre à hélium 4 (Exemple embarqué sur la sonde Mariner 3)

Le magnétomètre à Hélium 4 fait partie de la catégorie des magnétomètres à résonance nucléaire (NMR - Nuclear Magnetic Resonance). Les premiers magnétomètres à résonance nucléaire étaient basés sur le phénomène de précession des protons dans un champ magnétique. Les protons possèdent un moment angulaire et un moment magnétique : un disque massif avec un axe consitué d'un aimant permanent, en rotation, constitue une analogie simple de ces particules. Tout comme un gyroscope se met à tourner dans un mouvement de précession quand il est soumis à la gravité (cf les excellents films du site www.gyroscope.com), ces particules vont subir une précession si elles sont plongées dans un champ magnétique : le couple exercé par le champ extérieur tend à modifier leur axe de rotation et génère la précession.

Dans le magnétomètre à protons, les particules sont polarisées par un champ magnétique continu, elles s'alignent avec ce champ. Ensuite, ce champ de polarisation est coupé et on relève la fréquence du signal généré par la précession des protons dans le champ magnétique à mesurer. La fréquence de précession est proportionnelle au champ à mesurer. **Ce magnétomètre est dit absolu car la valeur du champ mesuré est liée à une constante physique (le moment magnétique du proton μ_p)** et ne dépend que du module du champ magnétique à mesurer. L'amplitude du signal de précession dépend de l'orientation du champ à mesurer par rapport au champ de polarisation : ce magnétomètre n'est pas isotrope et à partir d'un certain angle entre le champ à mesurer

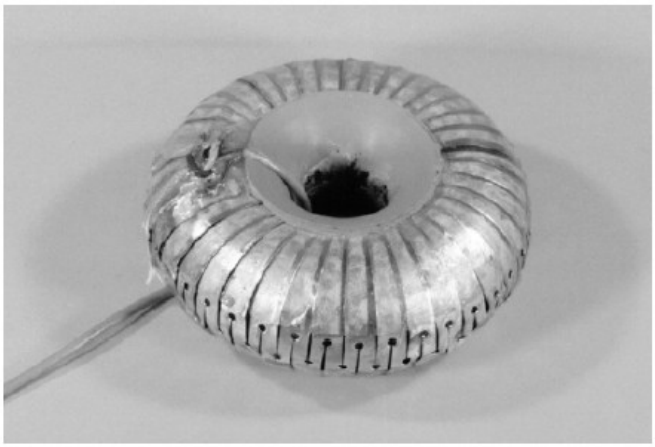


FIG. 3.23 – Exemple d'un magnétomètre à protons. Le capteur a une forme toroïdale pour le rendre isotrope : le champ à mesurer ne peut être colinéaire au champ de polarisation qu'en deux points du tore et on peut toujours relever un signal de précession.

et le champ de polarisation, le signal de précession est tellement faible qu'il n'est plus mesurable. Pour rendre le capteur isotrope, une solution consiste à utiliser un champ polarisant toroïdal (cf figure 3.23).

Dans les magnétomètres à hélium, ce ne sont pas les protons mais les électrons qui vont interagir avec les champs à mesurer, on parle d'Electron Spin Resonance (ESR).

Principe du magnétomètre à hélium 4 L'atome d'hélium comporte un noyau avec deux protons et deux neutrons. L'hélium 4 désigne un isotope de l'hélium. Il est stable sous forme gazeuse à température ambiante et son noyau possède deux neutrons en plus et le même nombre d'électrons (par définition d'un isotope). Au repos, les deux électrons de l'hélium 4 occupent la première orbitale et cette configuration est notée $1s^2$, ce qui correspond au terme[3] (term symbol) 1^1S_0 et à la configuration électronique suivante :

2 s |__| p __|__|__

1 s ↑↓

Dans le magnétomètre à hélium 4, les atomes d'hélium sont excités par une décharge lumineuse HF (on forme un plasma, comme dans les lampes à décharge !) et amenés dans un état métastable dont le terme est 2^3S_1, qui correspond à la configuration électronique suivante :

2 s |__| p ↑ _|__|↑ _

1 s |__|

[3]ce terme est une façon de représenter la configuration électronique d'un atome du point de vue de sa dernière orbitale. Il fait intervenir le moment angulaire orbital total L (en notation spectroscopique $s = 0$, $p = 1$, $d = 2$...), le moment angulaire total J et le nombre quantique total de spin S. Le terme s'écrit $^{2S+1}L_J$.

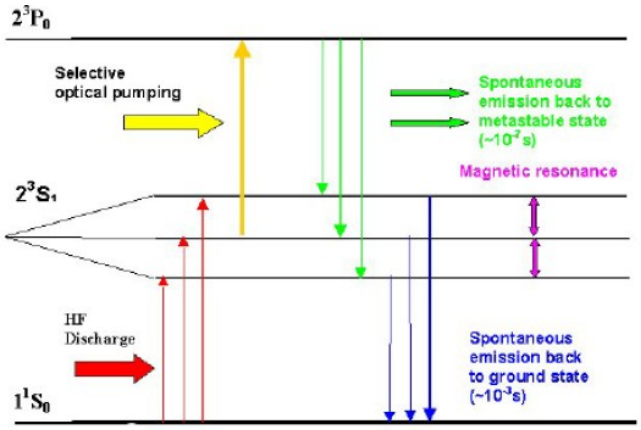


FIG. 3.24 – Synoptique de fonctionnement d'un magnétomètre à hélium à pompage optique, représentation des niveaux d'énergie.

La présence d'un champ magnétique va diviser le niveau d'énergie 2^3S_1 en trois niveau d'énergie, par effet Zeeman, les niveaux notés $+1$, -1 et 0 sont séparés par $\Delta E = h\nu_0 = 2.\mu_e.B_0$, où $h = 6.626 \times 10^{-34}$ est la constante de Planck et $\mu_e = 9.285 \times 10^{-4}$ est le moment magnétique d'un électron libre.

Le pompage optique consiste à augmenter l'excitation de certains électrons dans le gaz en utilisant une émission lumineuse (avec un LASER par exemple). Le terme vient de l'analogie avec le pompage d'un liquide, qui augmente l'énergie potentielle de ce liquide. Les électrons $2^3S_1(0)$ passe dans l'état de plus haute énergie 2^3P_0, qui correspond à la configuration électronique suivante :

2 s |_ _| p ↑ _| ↑ _|_ _

1 s |_ _|

La transition des électrons correspond à une absorption de la lumière de pompage jusqu'à ce que tous les électrons $2^3S_1(0)$ soient passés dans l'état 2^3P_0 et que la cellule de plasma redevienne transparente. L'utilisation d'un champ magnétique $B(t) = B_1 \cos(2\pi\nu_0)$, avec $\nu_0 = 2\gamma_e B_0$, permet, par ESR, de faire transiter des électrons des niveaux $2^3S_1(+1)$ et $2^3S_1(-1)$ vers le niveau $2^3S_1(0)$, et la cellule redevient plus opaque en absorbant la lumière (cf synoptique fig. 3.25). On utilise une cellule photosensible pour mesurer l'opacité de la cellule d'hélium et en déduire la fréquence du champ de résonnance magnétique qui fournit l'information sur le module du champ magnétique à mesurer.

Les angles entre la polarisation de la lumière de pompage, la direction du champ de résonnance magnétique et la direction du champ à mesurer sont importants et pour certaines valeurs (comme dans le magnétomètre à protons), le signal de mesure s'évanouit. Plusieurs solution existent pour rendre le dispositif isotropique (variation de la polarisation de la lumière de pompage, modification de l'orientation du champ de résonnance), et il est même possible d'envisager un fonctionnement vectoriel. Le CEA/LETI a déjà réalisé un démonstrateur ayant une sensibilité de $1\,pT/\sqrt{Hz}$ sur chaque axe (bande passante de $100\,Hz$), pour une sonde de $50\,g/50\,cm^3$ environ ($10\,cm$ de long pour un diamètre de $2.5\,cm$), cf figure 3.25.

Les magnétomètres absolus ou scalaires mesurent le module du champ magnétique

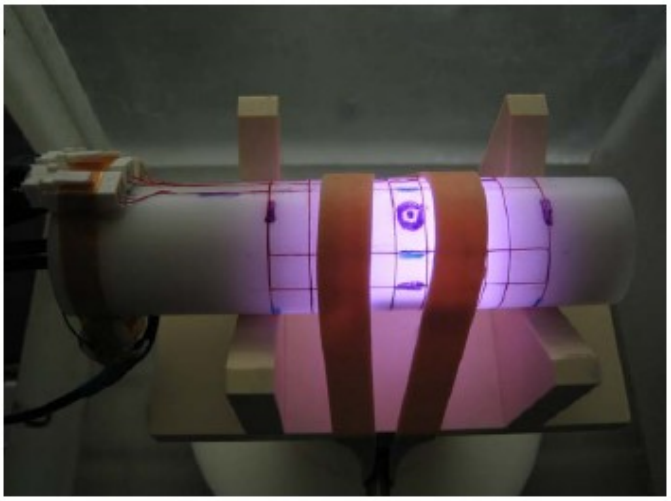


FIG. 3.25 – Réalisation d'un magnétomètre à hélium, au CEA/LETI. Ce capteur possède un mode vectoriel, il mesure $10\,cm$ de long pour un diamètre de $2.5\,cm$. On distingue bien sur cette photo la décharge lumineuse HF, à distinguer du faisceau LASER de pompage, qu'on ne voit pas sur cette photo.

sans fournir d'information sur son orientation. Ils sont en général utilisés pour étalonner le fluxgate par l'information sur le module du champ magnétique continu. Ce principe sera utilisé sur la mission SWARM dédiée à l'observation du champ magnétique terrestre. Chacun des trois satellites de la constellation (deux altitudes, 450 et $530\,km$, lancement prévu en 2009) sera équipé d'un magnétomètre à hélium développé au CEA. Les objectifs techniques requis sont une précision de $0.15\,nT$ pour une justesse meilleure que $0.05\,nT$ sur trois mois, alors que le fluxgate devra avoir une précision de $0.5\,nT$ pour une justesse de $0.5\,nT$ sur une année. Dans le document de présentation technique de la mission SWARM, le terme "accuracy" est utilisé à la place de "precision" et le terme "stability" à la place de "accuracy".

Chapitre 4

Effet Hall /Magnétorésistances

Certes, les capteurs de champ magnétique sont embarqués sur des satellites, mais ils sont également omniprésents dans notre environnement proche ! Ils trouvent aussi bien leur place dans l'électronique grand public :

- utilisation des magnétorésistances géantes pour réaliser des têtes de lecture de disques durs ;
- utilisation de jonctions tunnel magnétiques pour fabriquer des MRAM (Magnetic RAM : mémoires magnétiques à accès aléatoire). L'avantage de la MRAM est d'être non volatile : en l'absence d'énergie électrique, l'information est conservée, ce qui est très intéressant pour limiter la consommation en veille par exemple, et pour permettre de redémarrer un PC dans l'état exact d'avant la veille en un minimum de temps[1] ;
- boussole électronique dans les systèmes GPS pour automobile : le GPS situe la voiture dans l'espace et la boussole oriente la carte qu'on est en train de lire !

que dans les systèmes de mesure et de contrôle industriels :

- mesures de courants électriques (compteur d'énergie américain ITRON, basé sur des capteurs à effet Hall) ;
- mesures d'angles ou de position (cf [18], matrice de capteurs à effet Hall intégrés avec leur système d'élimination des offsets, à laquelle on peut adjoindre des capteurs magnétorésistifs)...

Certains des capteurs utilisés dans les applications précitées sont réalisés par des moyens issus de la microélectronique : dépôts en couches minces, gravure... Les technologies intégrées permettent la fabrication de capteurs de très faibles dimensions, et permettent d'intégrer sur la même puce les circuits de polarisation et de traitement du signal ainsi que beaucoup d'autres fonctions supplémentaires (conversion analogique numérique, auto-étalonnage, capteurs de grandeurs physiques différentes sur une même plateforme, actionneurs...). Très répandues et bon marché, les technologies CMOS sur silicium sont particulièrement attrayantes. Le développement des dépôts de matériaux ferromagnétiques[2] et antiferromagnétiques[3] en couches minces (fer, nickel, cobalt, manganèse) a permis le

[1] Noter que dans les MRAM et dans les disques durs, les magnétorésistances sont utilisées en tant que détecteurs, et non pas en tant que capteurs : on cherche à déterminer la valeur d'un bit, 0 ou 1, et non pas à mesurer la valeur du champ magnétique.

[2] matériaux qui s'aimantent très fortement en présence d'un champ magnétique.

[3] matériaux à susceptibilité faible et positive. En dessous de la température dite de Néel, les moments magnétiques se divisent en sous-réseaux d'aimantation égales et opposées (dans les cas les plus simples). Ce sont les "interactions d'échange négatives" entre atomes voisins qui créent ces arrangements antiparallèles.

développement des capteurs magnétorésistifs et le développement de l'électronique de spin en général, avec pour répercussion dans notre quotidien la réalisation des MRAM notamment.

Ainsi, on peut réaliser des capteurs magnétiques à l'aide des technologies standard de la microélectronique. Ces capteurs utilisent principalement

- les effets de la force de Lorentz sur le mouvement des porteurs de charge (électrons, trous) avec pour conséquence principale l'effet Hall (§ 4.1) ;
- les effets magnétorésistifs (§ 4.2) : magnétorésistances anisotropes, magnétorésistances géantes, jonctions tunnel magnétiques...

Bien que l'intégration des systèmes de polarisation et de traitement du signal permettent d'accroître leurs performances, ces capteurs présentent généralement une sensibilité médiocre, comparée aux fluxgates et aux searchcoils dans leurs bandes de fréquences respectives, ce qui limite leur utilisation à la mesure de champs moyens à forts. Dans le cadre des développements d'instruments pour l'exploration spatiale, l'aspect économie d'échelle par la fabrication d'un grand nombre de capteurs grâce aux technologies de la microélectronique nous intéresse peu. En revanche, la conception de dispositifs petits, légers et à faible consommation d'énergie sont autant d'atouts pour être sélectionné sur une mission spatiale.

Une voie pour améliorer la sensibilité de ces capteurs consiste à ajouter certains éléments sur la couche de passivation d'une puce standard à l'aide de techniques de microfabrication comme le dépôt de couches minces. Par exemple, à l'aide d'un dépôt de matériau ferromagnétique et d'une étape de gravure, il est possible d'ajouter des concentrateurs de flux magnétique pour augmenter la sensibilité d'un capteur sur silicium (cf figure 4.1). La particularité de notre dispositif instrumental est d'utiliser le noyau du fluxmètre pour améliorer la sensibilité de ce microcapteur.

Dans ce chapitre, nous allons présenter les capteurs que nous avons sélectionnés (§ 4.1 et § 4.2), ainsi que le dispositif électronique nous avons conçu pour les capteurs à effet Hall (§ 3.1.2). Ce dernier permet non seulement de réduire le bruit basse fréquence du capteur Hall, mais il contient également une solution originale pour limiter les offsets résiduels en sortie du système inhérents à la méthode de mesure. Avec nos partenaires, nous avons validé des solutions pour réduire l'épaisseur des capteurs à effet Hall, ce qui nous a amené à concevoir des supports spéciaux pour ces capteurs modifiés (§ 3.1.3).

Nous avons également sélectionné des magnétorésistances anisotropes THALES pour une utilisation dans notre instrument. Après une présentation du fonctionnement du capteur (§ 3.2.1 et § 3.2.2), nous présentons un design modifié pour adapter le capteur à notre système (§ 3.2.3). Nous terminerons par la présentation d'une méthode pour la suppression des offsets dans les jonctions tunnel magnétiques. Cette méthode a fait l'objet d'un brevet (§ 4.3).

4.1 Capteurs à effet Hall

4.1.1 Fonctionnement, sensibilité

4.1.1.1 L'effet Hall

Les capteurs à effet Hall reposent sur les effets de la force de Lorentz [20] sur les porteurs de charge quasi-libres dans la matière condensée, plus particulièrement dans les semi-conducteurs. En présence d'un champ électrique $\mathbf{e}$ et d'un champ magnétique $\mathbf{b}$, il

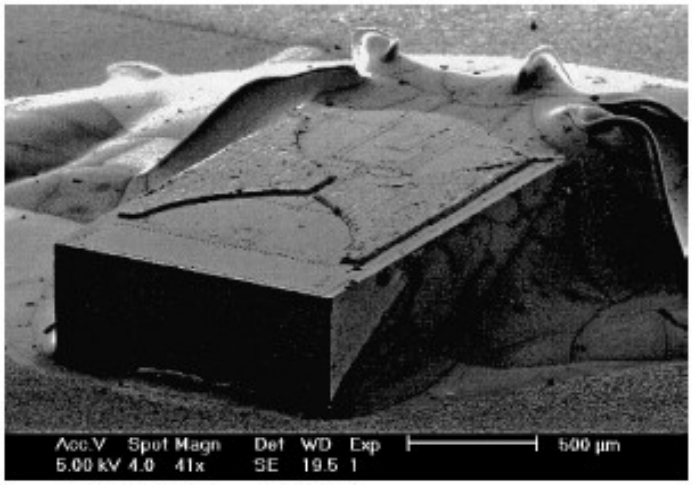


FIG. 4.1 – Concentrateurs en matériau ferromagnétique pour améliorer le gain d'un capteur à effet Hall cylindrique, le facteur de conversion atteint est de $2000\,V/AT$. Le seuil de détection de champ magnétique est de $70\,nT/\sqrt{Hz}$, sur une bande de fréquence de $1\,mHz$ à $10\,Hz$.
(D'après [19])

s'exerce une force sur une particule se déplaçant à la vitesse $\mathbf{v}$

$$\mathbf{F} = q\,\mathbf{e} + q\,(\mathbf{v} \times \mathbf{b}) \ ,$$

où q est la charge de la particule ($+e$ pour un trou et $-e$ pour un électron). Le premier terme de cette force est souvent appelé force électrostatique et le deuxième terme force de Lorentz. On trouve parfois les dénominations termes électrique et magnétique de la force de Lorentz.

Considérons un parallélépipède long et fin, de longueur L, de largeur W (width) et d'épaisseur T (thickness). Supposons qu'on y applique un champ électrique extérieur $\mathbf{e}_{ext}$. Prenons l'exemple d'un semi-conducteur dopé N, les porteurs majoritaires sont alors des électrons et en l'absence de champ magnétique, ces électrons vont dériver dans le semi-conducteur, avec une vitesse

$$\mathbf{v}_{dn} = -\mu_n \mathbf{e}_{ext} \ ,$$

où μ_n est la mobilité des électrons. Le courant d'électrons associé sera ainsi

$$\begin{aligned} \mathbf{j}_n &= nq\mathbf{v}_{dn} \\ &= ne\mu_n \mathbf{e}_{ext} \ , \end{aligned}$$

où n est la densité volumique d'électrons (cf schéma de principe figure 4.2).

Si on applique un champ magnétique $\mathbf{b}$ le long de l'axe z de l'échantillon, alors une force magnétique s'exerce sur les électrons, le long de l'axe y

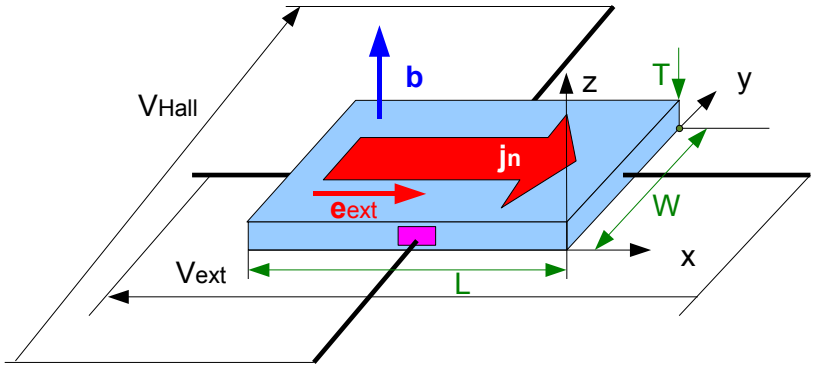


FIG. 4.2 – Schéma de principe pour la présentation de l'effet Hall. Un ruban de semi-conducteur dopé N, dont les porteurs de charge majoritaires sont des électrons est parcouru par un courant $\mathbf{j}_n$ dû à l'action du champ électrique extérieur $\mathbf{e}_{ext}$ généré par la tension V_{ext}. En magenta, on a représenté les contacts ohmiques permettant de relever la tension de Hall qui apparaît en présence d'un champ magnétique.

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_n &= q\,(\mathbf{v}_{dn} \times \mathbf{b}) \\ &= e\mu_n\,(\mathbf{e}_{ext} \times \mathbf{b}) \\ &= -e\mu_n E_{ext}\,B\,\mathbf{u}_y\,,\end{aligned}$$

où E_{ext} est le module du champ électrique $\mathbf{e}_{ext}$. Pour le cas d'école présenté, la force magnétique est colinéaire à l'axe y. Cette force va avoir tendance à pousser les électrons vers une face du ruban et à les écarter de l'autre face : la neutralité du semi-conducteur n'est plus respectée et il apparaît un champ électrique, appelé champ de Hall ($\mathbf{e}_{Hall}$) entre les faces du ruban. Ce champ s'oppose au mouvement des charges provoqué par le champ magnétique. A l'équilibre, si le ruban est assez long, la force exercée par le champ de Hall sur les électrons s'oppose parfaitement à la force magnétique

$$q\,(\mathbf{v}_{dn} \times \mathbf{b}) + q\,\mathbf{e}_H = 0\,,$$

dans ce cas, la direction de circulation des charges est parallèle aux bords du ruban. En toute rigueur, le champ de Hall est celui qui équilibre parfaitement les effets de la force magnétique : si le ruban est court, les lignes de courant sont courbées et l'équilibre n'a pas le temps de se faire sur la longueur du ruban, le courant n'est pas parallèle aux bords, les lignes de courant sont plus longues et il apparaît un effet magnétorésistif. On a

$$\begin{aligned}\mathbf{e}_H &= -\,(\mathbf{v}_{dn} \times \mathbf{b}) \\ &= \mu_n\,(\mathbf{e}_{ext} \times \mathbf{b})\,.\end{aligned}$$

L'effet notable de l'apparition du champ de Hall est surtout la création d'une tension, la tension de Hall, entre les bords du ruban : c'est cette tension que l'on mesure dans les capteurs à effet Hall (cf contacts ohmiques sur la figure 4.2) car elle est proportionnelle au champ magnétique $\mathbf{b}$. En effet

$$\begin{aligned} V_H &= \int_W \mathbf{e}_H.\mathbf{dy} \\ &= \mu_n E_{ext} BW \,, \end{aligned}$$

le signe de cette tension dépend de la convention adoptée pour faire l'intégrale. Pour définir le coefficient de Hall, revenons à la définition du champ de Hall

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_H &= -\left(\mathbf{v}_{dn} \times \mathbf{b}\right) \\ &= \frac{1}{en}\left(\mathbf{j}_n \times \mathbf{b}\right) \\ &= -R_H\left(\mathbf{j}_n \times \mathbf{b}\right) \,. \end{aligned}$$

Le coefficient de Hall est un paramètre qui caractérise l'effet Hall au sein d'un matériau particulier. Son unité est le $V\,m\,A^{-1}\,T^{-1}$ ou $\Omega\,m\,T^{-1}$. Dans notre cas d'école, $R_H = \frac{1}{qn}$.

Si on considère le capteur à effet Hall comme un circuit électrique à quatre pôles, en ne s'intéressant qu'à l'aspect fonctionnel, on peut écrire la relation entre la tension de Hall et le champ magnétique à mesurer (la composante du champ magnétique mesurée étant la projection $B_\perp$ du champ total $\mathbf{b}$ sur la normale au plan du ruban)

$$V_{Hall} = \frac{R_H}{T} I B_\perp \,, \tag{4.1}$$

$I = \mathbf{j}_n.W.T$ est le courant traversant le ruban, fixé par la tension V_{ext}. Il paraît évident, d'après la relation précédente que pour augmenter le gain, il suffit d'augmenter le courant de polarisation, mais :

1. la vitesse des porteurs de charge dans le semi-conducteur est limitée (vitesse de saturation). Au delà d'une certaine amplitude du champ de polarisation $\mathbf{e}_{ext}$, le courant n'augmente plus ;
2. on ne peut pas augmenter indéfiniment le champ électrique extérieur, à cause des risques de claquage du semiconducteur ;
3. augmenter le courant permet d'augmenter le gain, mais cela augmente également le bruit du capteur, au moins pour des fréquences inférieures à quelques dizaines de kHz. Ce phénomène sera détaillé au paragraphe 4.1.1.3.

4.1.1.2 Capteur à puits quantique ITRON (ex-Schlumberger)

Notre partenariat avec la société ITRON nous a permis d'utiliser des puces à effet Hall développées à l'origine par Schlumberger en collaboration avec le GES[4] pour la fabrication de compteurs électriques aux Etats Unis.

ITRON (Schlumberger à l'époque) en partenariat avec le GES a mené une étude sur les hétérostructures III-V[5]. L'idée était de réaliser un puits quantique qui confine les électrons dans une épaisseur extrêmement fine d'une structure en couches. Les électrons forment un gaz à deux dimensions (2DEG - 2D Electron Gaz), ce qui assure une densité volumique de porteurs de charge constante dans le puit et une grande mobilité des porteurs de charge [20].

[4]Groupe d'Etude des Semiconducteurs, Montpellier

[5]les hétérostructures sont des jonctions réalisées entre des semiconducteurs composés de matériaux différents, par exemple une couche InAs entre deux couches AlGaAsSb [20].

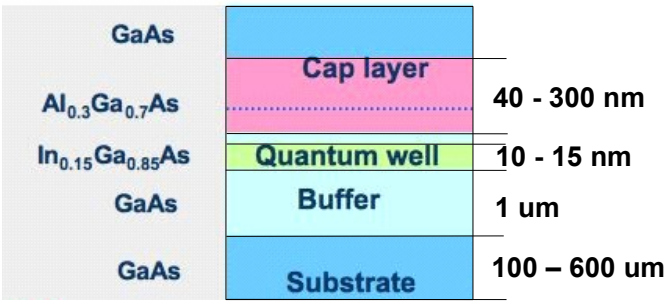


FIG. 4.3 – Structure d'un puits quantique (Doc. V.Mosser/ITRON [21]).

La figure 4.3 montre la structure typique d'un puits quantique, par une coupe dans l'épaisseur du matériau sensible. Au niveau fabrication, le matériau sensible est livré en plaquette de plusieurs pouces de diamètre et par une succession d'étape de gravure et de dépôts métalliques, on aboutit au capteur (cf figure 4.4). La première étape consiste à graver le matériau actif jusqu'au substrat (cf figure 4.3) en isolant des motifs en forme de croix. Ces "croix de Hall" sont en fait la réalisation pratique du ruban du cas d'école : deux branches sont utilisées pour la polarisation et deux branches pour la mesure de la tension de Hall. Après l'isolation des motifs actifs, on réalise une série d'étapes permettant de déposer les métallisations pour la prise de contacts électriques par bonding. Ces étapes sont détaillées sur l'exemple particulier d'une magnétorésistance anisotrope (§ 3.2.3) dont nous avons effectué le nouveau design tandis que pour les capteurs à effet Hall, le design a été modifié modifié par Vincent Mosser (ITRON) afin de nous permettre d'atteindre nos objectifs expérimentaux.

Par rapport au silicium (Si), l'arséniure de gallium (GaAs) présente une meilleure mobilité des électrons et moins d'effets de type piézo-électriques. La mobilité à température ambiante du gaz 2D de nos capteurs est de $0.7\,m^2/V/s$. Un autre matériau de base pour la réalisation du matériau sensible est l'InP (phosphure d'indium) mais il est beaucoup plus cher et la technologie de réalisation est moins accessible.

La forme de croix de la zone sensible de nos capteurs à effet Hall permet de s'affranchir des problèmes dus à une structure classique plane : les lignes de champs sont habituellement déviées par les contacts de polarisation, zones de faible résistivité (électrodes). En déportant les contacts aux extrémités de la croix, on diminue d'autant cet effet parasite. De plus, la mesure en croix permet de profiter d'une structure intrinsèque en forme de pont de Wheatstone pour corriger les effets de la dérive thermique et des différents bruits (cf § 4.1.1.5 et 3.1.2).

Une caractéristique des capteurs à effet Hall quantique utilisés est que le courant de saturation dans le semiconducteur prend la forme suivante : $I_{sat} = e.W.n_s.v_s$, où

- v_s est la vitesse de saturation des porteurs, dans l'arséniure de gallium (AsGa), elle vaut de l'ordre de $1 \times 10^5\,m/s$;
- W varie entre $80\,\mu m$ et $200\,\mu m$ pour les capteurs utilisés ;
- $n_s = 8.5 \times 10^{15} m^{-2}$ est la densité de porteurs de charge dans le canal (dans les capteurs à puits quantique, les électrons forment un gaz 2D, d'où l'unité de n).

I_{sat} vaut ainsi quelques mA pour les puces les moins larges (capteurs commerciaux, $W = 60\,\mu m$) et un peu plus pour les grandes puces spécialement conçues pour notre instrument

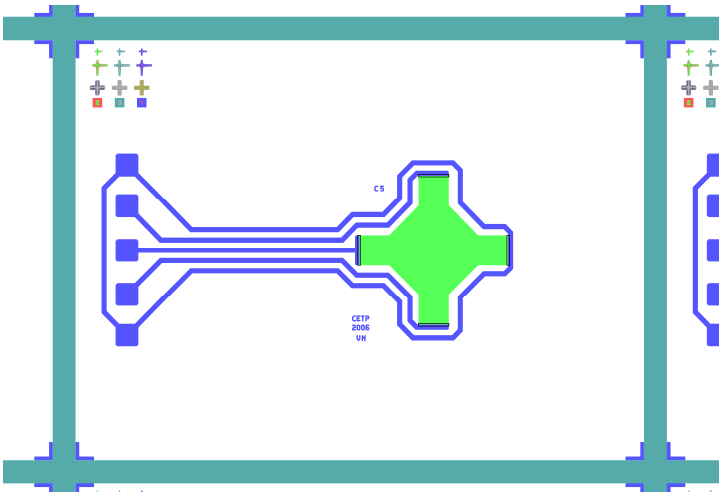


FIG. 4.4 – Capteur à effet Hall, puce nue, de dimensions $3\,mm$ par $4\,mm$. On distingue en vert, la zone sensible en forme de croix. Sur la gauche se trouvent les plots pour la prise de contact par bonding afin de relier le capteur au monde extérieur, ces plots sont reliés aux branches de la croix par des dépôts métalliques.

($W = 200\,\mu m$). Pour une cellule dont la résistance d'entrée vaut $3\,k\Omega$ environ, il faut imposer une tension de $30\,V$ pour obtenir un courant de $10\,mA$. En théorie, plus les branches de la croix de Hall sont larges, moins le bruit en courant est important. Le bruit excédentaire à basse fréquence suit en effet une loi en $\frac{I_{pol}}{W}$ (cf paragraphe suivant), où I_{pol} est le courant de polarisation du capteur.

4.1.1.3 Sensibilités absolue et NEMI

La sensibilité absolue d'un capteur à effet Hall est son facteur de conversion pour les grands signaux, c'est à dire son gain, indépendemment de toute considération sur le bruit

$$\begin{aligned} S_A &= \left|\frac{V_H}{B_\perp}\right| \\ &= K_H\, I_{pol}\,. \end{aligned}$$

A la différence notable du searchcoil, le gain des capteurs Hall est constant en fonction de la fréquence, mais il peut varier en fonction de la température, du courant de polarisation, du packaging (risque d'effets piézorésistifs si le capteur est contraint)... La sensibilité relative en fonction du courant de polarisation est définie par

$$\begin{aligned} K_H &= \frac{S_A}{I_{pol}} \\ &= \left|\frac{1}{I_{pol}}\frac{V_H}{B_\perp}\right|\,. \end{aligned}$$

K_H s'exprime en $V/A\,T$, où Ω/T. Pour les capteurs ITRON utilisés, $K_H = 700\,V/A.T$ environ, à comparer à $K_H = 2000$ pour l'exemple cité en introduction d'un capteur à

effet Hall cylindrique muni de concentrateurs en matériau ferromagnétique. Avec $K_H = 700$ et $I_{pol} = 1\,mA$, la tension mesurée en sortie du capteur devrait valoir $0.7\,V/T$. Au dessous d'une certaine valeur de champ (typiquement $1\,\mu T$ pour un capteur à effet Hall simplement amplifié), le signal de mesure est noyé dans le bruit intrinsèque du capteur, du moins pour les basses fréquences.

En utilisant la relation 4.1, on devrait avoir

$$K_H = \frac{R_H}{T}.$$

Dans la réalité, K_H diffère de cette expression obtenue en partant d'un cas d'étude simple, et on écrit

$$\begin{aligned} K_H &= G_H \frac{R_H}{T} \\ &= G_H \frac{r_H}{qnT}. \end{aligned}$$

G_H est appelé facteur de correction géométrique, et r_H est le facteur de Hall des porteurs majoritaires (cf [20]). Dans certains cas, n dépend de la profondeur de pénétration dans le matériau supraconducteur et cette expression se met sous la forme d'une intégrale $N_s = \int_T n(z)dz$. Si n est constant quelle que soit la profondeur, $N_s = nT$. N_s s'exprime en m^{-2}.

Une différence fondamentale entre la structure classique et celle à puits quantique se situe au niveau de l'expression de la constante K_H : dans le cas classique $K_H = \frac{r_H}{e.n_s}$, et dans la structure à puits quantique $K_H = \frac{1}{e.n_s}$. Ceci permet une meilleure stabilité de K_H en fonction de la température :

- $T < 150K$, K_H est constante ;
- $T > 180K$, $\frac{1}{K_H}.\frac{dK_h}{dT} = -140ppm/K$.

Dans le meilleur des mondes possible (en tout cas celui des capteurs de champ magnétique), la tension de Hall devrait être nulle en l'absence de champ magnétique. Or le capteur Hall délivre une tension aléatoire. On note N_{V_H} la tension de bruit en sortie du capteur à effet Hall. On a coutume de dire que la tension de bruit en sortie du capteur se divise en deux termes (cf figure 4.5) :

- un terme indépendant de la fréquence, dit terme de bruit thermique, noté $N_{V_H}^{th}$, qui est un bruit blanc et dépend de la résistance d'entrée du capteur. Dans notre cas, $R_{in} = 3000\,\Omega$ environ, et $N_{V_H}^{th} = \sqrt{4k_BTR_{in}} = \sqrt{4 * 1.38 \times 10^{-23} * 293 * 3000} = 7.0\,nV/\sqrt{Hz}$ (pour une estimation rapide du bruit de Johnson d'une résistance pure à température ambiante on utilise $N_{V_H}^{th} = 0.13\sqrt{R}$, avec le résultat en $nV/\sqrt{Hz}$) ;
- un terme qui décroît en fonction de la fréquence, dit terme en $1/f$, que l'on note $N_{V_H}^{LF} = \alpha f^{-\beta}$, où α et β sont des termes dépendants du matériau utilisé.

Sur la figure 4.6, on a représenté la mesure de la tension de Hall d'un capteur ITRON destiné au comptage d'énergie, en fonction de la fréquence, et pour plusieurs courants de polarisation. On constate que quel que soit le courant de polarisation, la valeur finale du bruit à haute fréquence (au moins quelques dizaines de kHz) tend vers une constante, le bruit thermique de la cellule. En l'occurence, ce bruit est un peu supérieur au bruit thermique prévu ($-157\,dB\,V/\sqrt{Hz} = 18\,nV/\sqrt{Hz}$). L'excédent de bruit peut venir de la polarisation de la cellule, du bruit en courant de l'amplificateur, qui passe à travers la

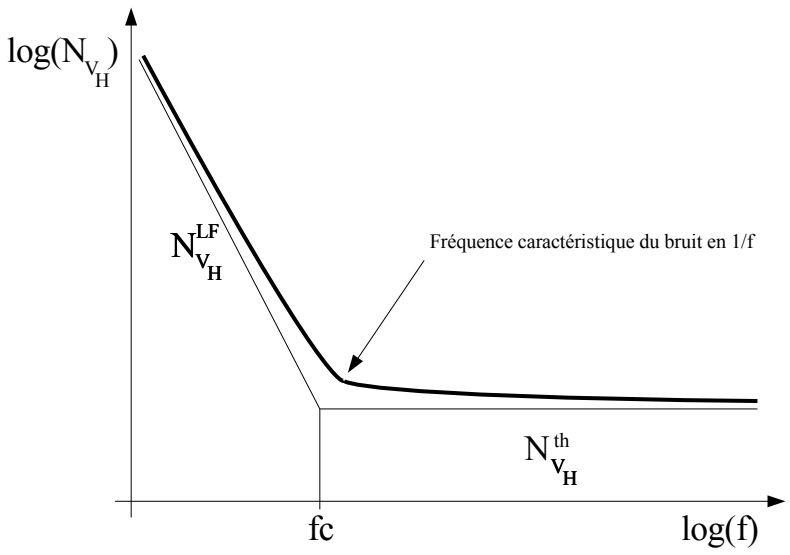


FIG. 4.5 – Représentation simplifiée de la tension de bruit en sortie d'un capteur à effet Hall. On écrit la tension de bruit comme la somme de deux termes, un terme basses fréquences (LF), et un terme indépendant de la fréquence, dit bruit thermique : $N_{V_H} = N^{th}_{V_H} + N^{LF}_{V_H} = 4k_BTR_{in} + \alpha f^{-\beta}$.

résistance du capteur (ce terme est en général négligeable), du bruit en tension en entrée de l'amplificateur. La forme réelle de la tension de bruit suit donc approximativement le modèle précité.

Du point de vue capteur, la grandeur qui nous intéresse est la sensibilité, en $nT/\sqrt{Hz}$. Pour convertir la tension de bruit en sensibilité (on trouve également le terme de NEMI - Noise Equivalent Magnetic Induction), il faut diviser N_{V_H} par le gain de la puce (sa senbilité absolue)

$$\begin{aligned} S_{NEMI} &= \frac{N_{V_H}}{S_A} \\ &= \frac{N_{V_H}}{K_H * I_{pol}} . \end{aligned}$$

On a représenté cette sensibilité sur la figure 4.7, en fonction de la fréquence et pour différents courants de polarisation. **La sensibilité ne varie pas en fonction du courant de polarisation pour les basses fréquences**, ce qui confirme que le bruit à basse fréquence, également appelé bruit excédentaire, est proportionnel au courant. Par contre, dès qu'on aborde la zone de bruit thermique, au delà de quelques kHz, alors un gain supérieur dû à un courant de polarisation important permet d'améliorer la sensibilité. D'un point de vue sensibilité intrinsèque, il est inutile d'augmenter le courant de polarisation au delà du seuil qui permet au signal utile d'être supérieur au bruit de l'électronique.

4.1.1.4 Heuristique pour déterminer le courant de polarisation

Supposons que l'on veuille mesurer un champ magnétique alternatif de fréquence $10\,Hz$, et que notre électronique ait un bruit de $100\,nV/\sqrt{Hz}$ à cette fréquence. Le cap-

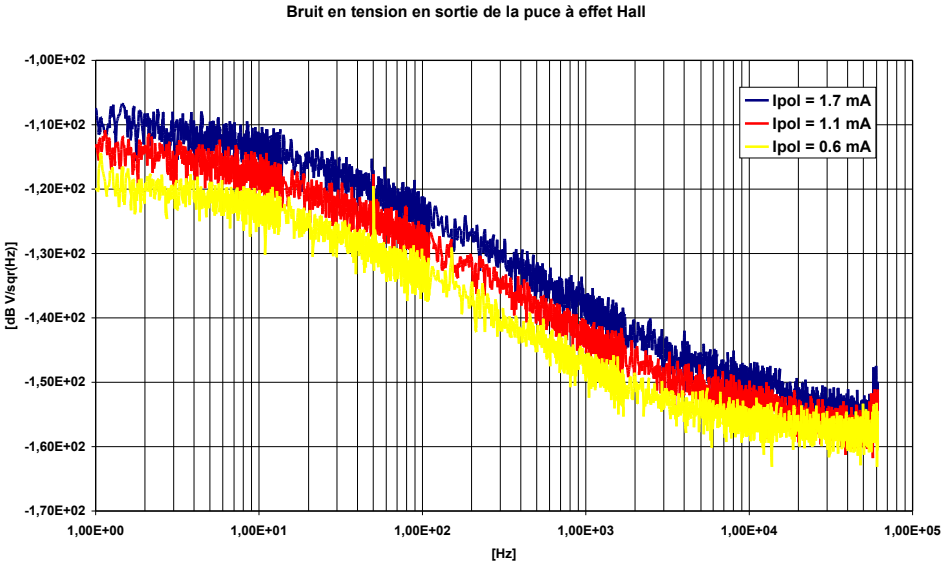


FIG. 4.6 – Mesure de la tension de sortie d'une puce à effet Hall, polarisée par des courants I_{pol} différents. On remarque que le bruit augmente pour les faibles fréquences : le capteur à effet Hall sans conditionnement spécial a une sensibilité très mauvaise par rapport aux fluxgates. Il mesure des champs de l'ordre du μT, là où le fluxgate peut avoir des précisions de l'ordre de la dizaine de pT. Il y a environ 5 ordres de grandeurs sur la précision de ces deux capteurs à basses fréquences !

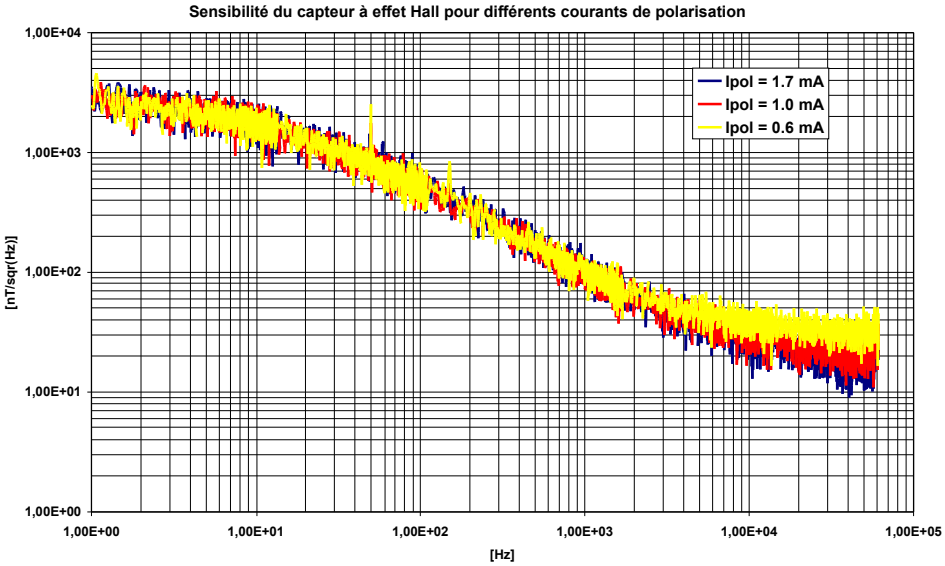


FIG. 4.7 – Sensibilité brute du capteur à puits quantique ITRON. Il est notable de constater que la sensibilité ne varie pas en fonction du courant de polarisation pour les basses fréquences !

teur ne peut détecter que des champs dont l'amplitude est supérieure à sa sensibilité intrinsèque à cette fréquence (environ $2\,\mu T/\sqrt{Hz}$ @ $10\,Hz$ pour le capteur ITRON, selon nos mesures). On peut calculer le courant de polarisation minimum permettant au signal correspondant au champ magnétique détectable minimum d'être supérieur au bruit de l'électronique à cette fréquence

$$\begin{aligned} K_H I_{pol} B_{detectable} &> 100\,nV \\ I_{pol} &> \frac{100 \times 10^{-9}}{700 * 2 \times 10^{-6}} \\ &> 71\,\mu A\,. \end{aligned}$$

En deçà de ce courant de polarisation, le signal est noyé dans le bruit en entrée de l'électronique. Au delà, le bruit **et** le signal utile croissent proportionnellement au courant de polarisation !

Cependant, il existe des techniques pour s'affranchir du bruit basses fréquences dans les capteurs à effet Hall (§ 4.1.1.5 et 3.1.2). Quoiqu'il en soit, le bruit thermique ne peut pas être éliminé par un dispositif électronique. Il constitue une limite théorique de sensibilité pour un capteur qui n'est pas doté d'un dispositif de concentration de champ magnétique extérieur (cf figure 4.1).

Une façon d'améliorer globalement la sensibilité d'un capteur est d'amplifier (sans rajouter de bruit bien entendu !) le champ magnétique sur sa zone sensible. En effet, la sensibilité d'un capteur situé à l'intérieur d'un concentrateur de champ magnétique peut s'exprimer

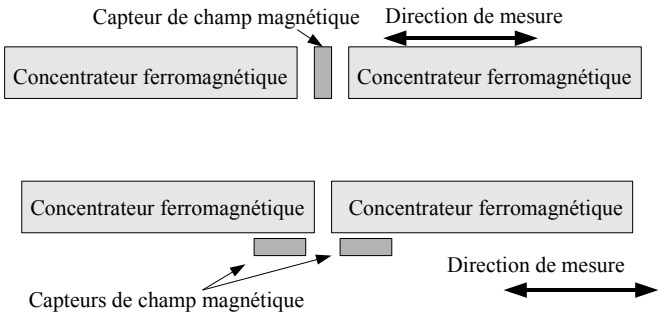


FIG. 4.8 – Deux configurations différentes pour profiter de l'amplification du champ magnétique générée par deux concentrateurs en matériau ferromagnétique.

$$S_{NEMI} = \frac{N_{out}}{G_{mag} S_A G_{elec}},$$

où G_{elec} est le gain de l'électronique de conditionnement du signal et N_{out} est le bruit de sortie du système complet. On peut ainsi améliorer la sensibilité du capteur grâce à une amplification du champ magnétique (G_{mag}).

Ce principe est connu et dans la littérature, on trouve plusieurs configurations pour profiter des effets d'amplification du champ magnétique par des concentrateurs : le capteur peut être situé entre deux noyaux en matériau ferromagnétique, ou près de l'entrefer situé entre deux concentrateurs, comme proposé dans [22, 23, 24] (cf figure 4.8). Bien que la première solution impose des caractéristiques contraignantes sur l'épaisseur du capteur, nous nous sommes focalisés sur celle-ci car l'étude des concentrateurs magnétiques dans cette configuration nous a révélé que l'on pouvait espérer des gains supérieurs à quelques centaines sur la sensibilité du capteur à effet Hall, tandis que dans la littérature, les amplifications ne dépassent pas quelques dizaines. Ces résultats seront présentés au chapitre 4.

4.1.1.5 Suppression des offsets et du bruit basse fréquence

La réduction des offsets et du bruit basse fréquence dans les capteurs Hall peut se faire de différentes manières, et notamment par la conception d'un dispositif électronique adapté au type de capteur qu'on utilise. Nous allons présenter quelques méthodes permettant de s'affranchir de ces défauts. Les première et deuxième méthodes nécessitent des configurations particulières de capteurs qui diffèrent des notres. La troisième méthode ne nous permettrait pas de mesurer des champs magétiques DC, en tout cas elle n'améliore pas les choses pour des champs très lentement variables ($< 1\,Hz$).

La quatrième méthode que l'on va présenter pour réduire les offsets et le bruit basse fréquence dans les limites fixées par le bruit thermique du capteur est la méthode de rotation des contacts. C'est le principe que nous avons mis en oeuvre et le paragraphe 3.1.2 lui est consacré.

Méthode de cross-correlation Cette solution est proposée dans [25] pour améliorer la sensibilité des capteurs à basse fréquence. Le montage classique consiste à mesurer le signal délivré par un capteur Hall avec deux amplificateurs de tension. En corrélant

les signaux relevés, ce montage permet de s'affranchir des bruits d'entrée en tension des amplificateurs mais pas du bruit intrinsèque du capteur. Le montage proposé dans cet article consiste à utiliser deux capteurs Hall fabriqués d'un bloc, l'un au dessus de l'autre. Les signaux sont relevés par deux amplificateurs différents et cette fois ci, la corrélation des signaux permet d'atténuer le bruit intrinsèque du capteur en même temps que les bruits en tension et en courant des amplificateurs.

Cette méthode est adaptée pour les basses fréquences puisqu'elle requière une étape de moyennage (corrélation) qui diminue la bande passante du système complet.

Capteurs Hall appareillés Solution présentée dans [20] : les structures en pont de Wheatstone de deux capteurs à effet Hall appareillés, ainsi qu'un câblage astucieux, permettent de supprimer la composante d'offset par sommation.

Méthode par modulation du courant de polarisation Dans cette méthode, le courant de polarisation est variable, par exemple sinusoïdal $I_{pol} = I \sin \omega_I t$. Pour un champ sinusoïdal $B_\omega = B \sin \omega_B t$, le signal utile est transposé aux fréquences $\omega_I \pm \omega_B$, alors que la composante d'offset est simplement transposée à la fréquence ω_I. En effet, le signal de sortie du capteur s'écrit

$$\begin{aligned} v(t) &= K_H I_{pol} B_\omega + (R_{offset} + r_n) I_{pol} + v_H^{th} \\ &= K_H I B \sin \omega_I t \sin \omega_B t + (R_{offset} + r_n) I \sin \omega_I t + v_H^{th}, \end{aligned}$$

où v_H^{th} est un terme de bruit thermique, R_{offset} représente la résistance d'offset du capteur et r_n les fluctuations basses fréquences de l'offset. Dans ce cas, il suffit d'un filtrage approprié pour supprimer la composante d'offset. Cette solution n'est malheureusement pas valable si l'on veut mesurer des champs proches du continu, car dans ce cas, $\Delta\omega = \omega_I - \omega_B$ tend vers zéro et le filtrage ne peut plus distinguer le signal utile du signal d'offset.

4.1.2 Dispositif électronique pour capteur à effet Hall, principe et réalisation

Cette section décrit la conception du dispositif électronique développé pendant ma thèse. Il permet non seulement de réduire considérablement le bruit excédentaire basses fréquences d'une cellule de Hall, mais aussi de supprimer les offsets parasites introduits par l'électronique lors de la rotation des contacts de polarisation.

4.1.2.1 Principe de mesure

Le signal en sortie de la cellule de Hall peut être modélisé par une composante utile $K_H.I.B$ à laquelle s'ajoutent des composantes parasites dues : à la résistance d'offset $R_{offset}.I$ et à ses fluctuations $r_n.I$, et à une composante de bruit thermique (bruit de Johnson) v_n^{th}. Le bruit basse fréquence est modélisé par une variation de la résistance d'offset, ce qui rend compte de la dépendance du bruit excédentaire en fonction du courant de polarisation.

La croix de Hall a une structure intrinsèque en pont de Wheatstone (cf figure 4.10). L'offset [26] est dû à un déséquilibre du pont et le bruit excédentaire se comporte comme un offset aléatoire (la tension de bruit est proportionnelle au courant

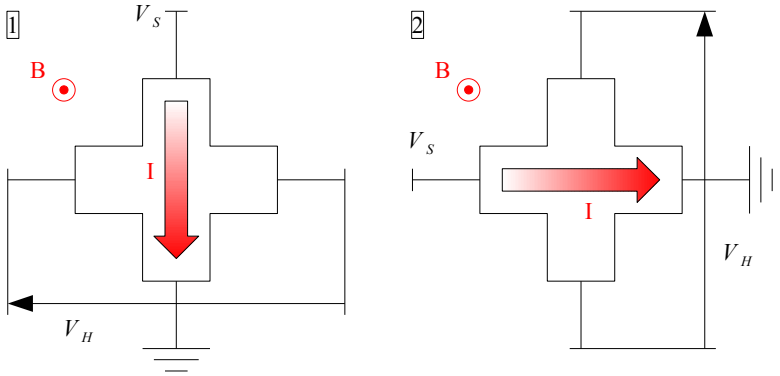


FIG. 4.9 – Dans la méthode de rotation des contacts, pour la suppression des offsets et du bruit basse fréquence, le rôle des contacts de la croix de Hall est périodiquement inversé : tout d'abord, on polarise par deux contact opposés en mesurant sur les deux autres pôles, et ensuite, on inverse les rôles. Suivant les cas, soit le signal utile, soit l'offset et le bruit basse fréquence de l'amplificateur sont modulés à la fréquence de rotation (=commutation) des contacts.

de polarisation). Le déséquilibre est à l'origine de l'apparition d'une tension de pont, qui conserve sa valeur si on déplace tous les contacts du pont d'un quart de tour alors que dans le même temps, la tension de Hall change de signe.

Suivant l'orientation du courant de polarisation et de la mesure de la tension de Hall (cf exemple figure 4.9), il y a au moins deux façons d'effectuer la rotation des contacts :

1. Dans la première configuration, l'offset est modulé (=transposé à des fréquences multiples de la fréquence de commutation des contacts f_0) et le signal utile est laissé dans sa bande de base

$$\begin{array}{rcl} V_{H1} & = & +K_H.I.B + R_{offset}.I + r_n.I + v_n^{th} \\ V_{H2} & = & +K_H.I.B - R_{offset}.I - r_n.I + v_n^{th} \end{array} .$$

   Dans ce cas, il suffit d'additionner les signaux pour retrouver le signal utile débarrassé des offsets et du bruit excédentaire, ou plus simplement, d'effectuer un filtrage passe-bas en sortie de l'amplificateur.

2. Dans la deuxième configuration, l'offset est laissé dans sa bande de base alors que le signal utile est modulé

$$\begin{array}{rcl} V_{H1} & = & +K_H.I.B + R_{offset}.I + r_n.I + v_n^{th} \\ V_{H2} & = & -K_H.I.B + R_{offset}.I + r_n.I - v_n^{th} \end{array} .$$

   Le signal utile est transposé aux multiples de la fréquence de rotation des contacts, le traitement étant équivalent à une modulation d'amplitude par un signal carré, d'amplitude ± 1 à la fréquence de rotation des contacts. Ceci permet au signal utile de ne pas être noyé dans le bruit basses fréquences en entrée des amplificateurs. C'est la solution que nous avons utilisée pour la conception du dispositif électronique de la mission CHARM.

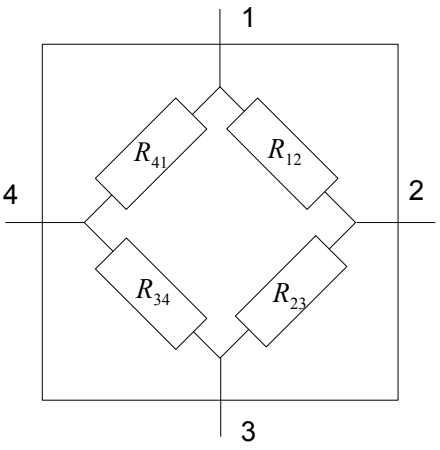


FIG. 4.10 – Schéma d'un capteur à effet Hall, du point de vue de la polarisation. Les résistances intercontacts valent environ 3000 Ω pour nos capteurs.

Le bruit résultant sur le signal utile, après modulation et démodulation, est en gros le bruit intrinsèque du capteur à la fréquence de commutation (par exemple pour $f_0 = 1kHz$, la sensibilité sera en gros de $100\,nT/\sqrt{Hz}$, d'après la figure 4.7). A des fréquences de plusieurs dizaines de kHz, on atteint les limites du bruit blanc dû à la seule résistance d'entrée de la croix et représenté par la tension v_n^{th}.

4.1.2.2 Polarisation du capteur

Un équivalent électrique simple, à l'exclusion de toute considération de mesure de champ magnétique, des capteurs à effet Hall est le pont de Wheastone, présenté figure 4.10. Ce schéma permet d'étudier la polarisation du capteur ainsi que de préciser l'effet de la rotation des contacts sur l'offset et les bruit basses fréquences comme nous l'avons vu au paragraphe précédent.

Les contacts de polarisation et les contacts de mesure doivent être isolés entre eux. La figure 4.11 présente trois solutions pour polariser un capteur et mesurer la tension de Hall. Dans la première solution, la polarisation est reliée à la masse du système. Dans ce cas, il faut utiliser un amplificateur différentiel pour relever la tension de Hall. C'est la solution retenue pour le préamplificateur que nous avons conçu. Pour la deuxième solution, on polarise avec un système isolé de la masse (par exemple un transformateur, si on polarise avec un courant alternatif), on peut utiliser des structures d'amplification simples pour relever la tension de Hall. La troisième solution est basée sur un système original de masse virtuelle. Avec un amplificateur opérationnel monté en suiveur, on applique un potentiel fictif nul à l'une des branches de mesure de la croix de Hall. Ce procédé n'est pas très approprié à la méthode de rotation des contacts.

4.1.2.3 Synoptique du préamplificateur, première version

La première version finalisée, le BBM (Bread Board Model), de notre dispositif électronique était basée sur l'architecture présentée figure 4.12 :

- immédiatement après le capteur, la matrice d'interrupteurs réalise la permutation des contacts de polarisation et de mesure selon le principe deux du paragraphe

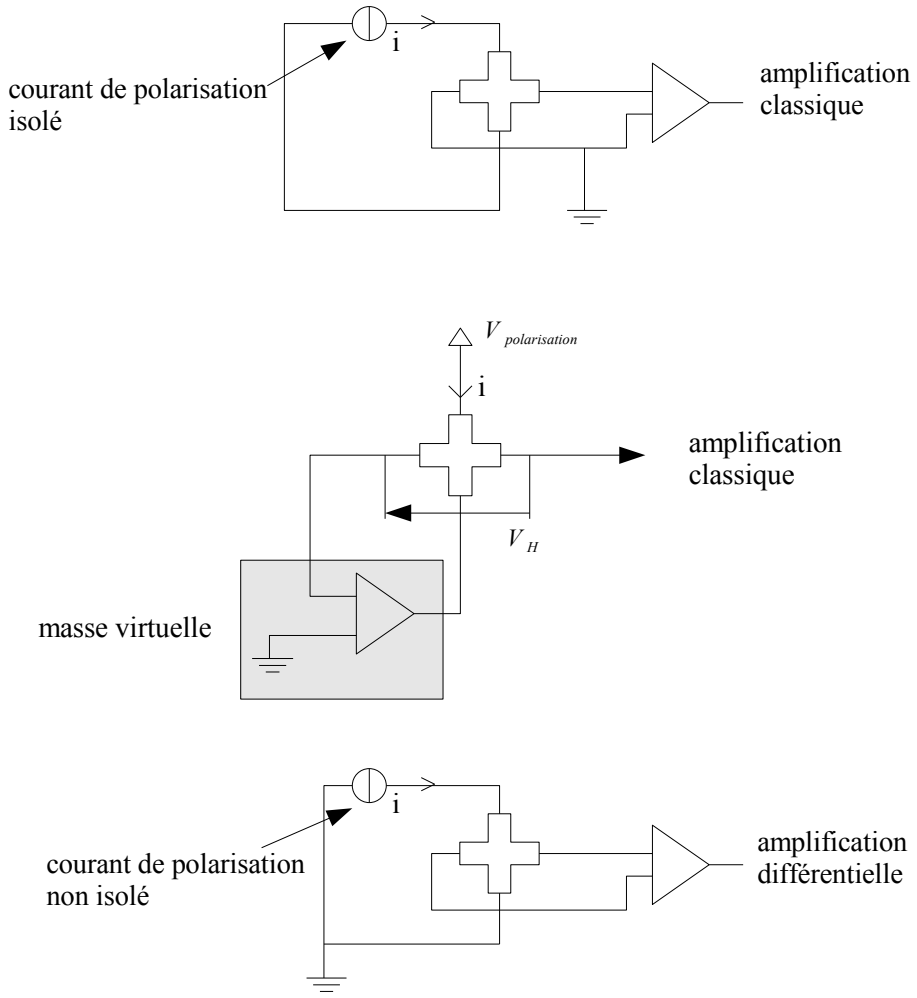


FIG. 4.11 – Solutions pour la polarisation et la mesure des capteurs Hall : a) polarisation isolée et mesure classique b) polarisation avec masse virtuelle et mesure classique c) polarisation non isolée et mesure différentielle.

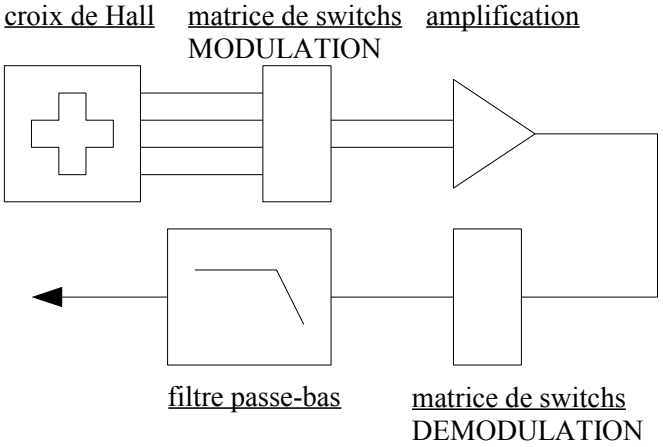


FIG. 4.12 – Synoptique du préamplificateur dans sa première version. Les pics de tension provoqués par la rotation des contacts saturent périodiquement l'électronique et créent une composante parasite qui provoque un offset en sortie, mais les bruits basses fréquences sont tout de même atténués d'au moins deux ordres de grandeur. Dans la deuxième version, un échantillonneur/bloqueur permet de résoudre le problème de l'offset.

§ 4.1.2.1. Le signal utile, conformément à ce principe est modulé par un signal carré d'amplitude ± 1 et de fréquence f_0, alors que les offsets sont laissés dans leur bande de base ;

- un amplificateur différentiel faible bruit permet d'augmenter l'amplitude du signal utile. Son gain est limité par le fait que les signaux parasites sont également amplifiés ;
- un étage de démodulation, où l'on remultiplie le signal utile **et** les offsets par un signal carré d'amplitude ± 1 et de fréquence f_0, grâce à une matrice d'interrupteurs du même type que la première. A ce niveau, le signal utile est ramené dans sa bande de base et les offsets et les bruits basses fréquences sont transposés à des multiples de f_0 ;
- un étage de filtrage, qui permet de n'obtenir en sortie que le signal utile, débarrassé de ses offsets.

En pratique, des pics de surtension apparaissent lors de la rotation des contacts, en sortie de la première matrice d'interrupteurs. Ces pics saturent les différents étages d'amplification et sont responsables d'une composante d'offset en sortie du préamplificateur. Ils peuvent être limités en soignant le routage des pistes reliant le capteur aux câbles, mais leur amplitude reste suffisament importante pour saturer les amplificateurs.

Nous avons essayé d'implanter un filtre passe-haut après le premier étage d'amplification pour supprimer les offsets du capteur et de l'amplificateur différentiel avant la démodulation. En pratique, les pics de surtension ne permettent pas d'utiliser ce principe immédiatement car les pics sont dissymétriques.

C'est en travaillant sur le filtrage intermédiaire que nous avons mis au point la deuxième version du préamplificateur, qui inclut un étage d'échantillonage/blocage.

Les mesures de sensibilité sur cette première version du préamplificateur sont présentées figure 4.13.

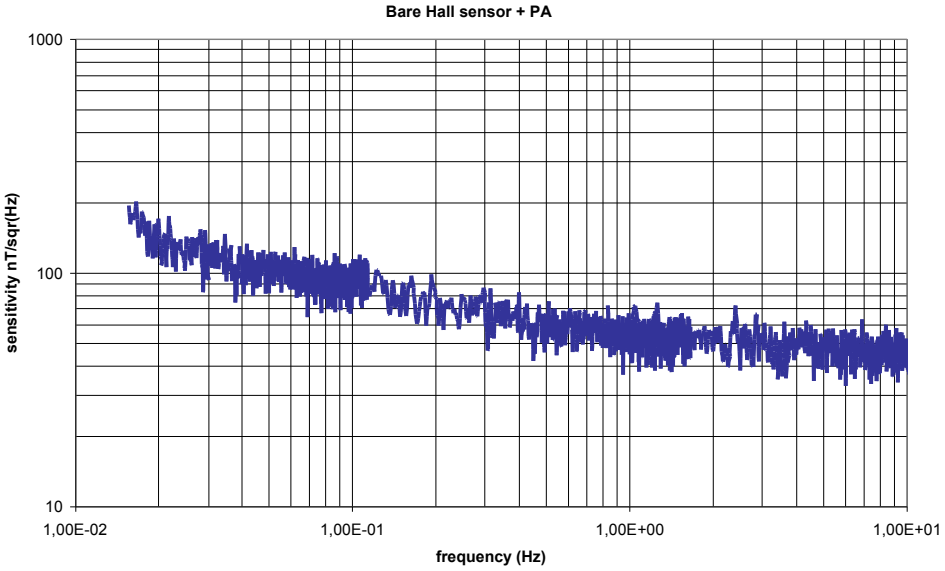


FIG. 4.13 – Mesures de sensibilité sur le préamplificateur. On gagne plusieurs ordres de grandeur sur les basses fréquences. La bande passante de l'amplificateur est d'environ $200\,Hz$.

4.1.2.4 Synoptique du préamplificateur, version finale

Cette version de l'amplificateur (cf figure 4.14) a été dupliquée trois fois pour chacune des trois voies continues du magnétomètre destiné à l'expérience fusée NASA/CHARM. Elle permet de s'affranchir des bruits basses fréquences et des offsets, aussi bien du capteur que de ceux introduits par l'électronique de rotation des contacts.

Le système comprend maintenant un échantilloneur/bloqueur situé après le premier étage d'amplification différentielle. Ce dernier échantillonne la tension de Hall lorsqu'elle est stabilisée, après le pic de commutation. Les chronogrammes représentés sur la figure sont gérés par un circuit programmable très faible consommation (moins de $1\,mA$). L'offset résiduel en sortie du préamplificateur est quasiment supprimé et la sensibilité du préamplificateur est identique à la première version.

4.1.3 Amincissement des capteurs et supports de capteurs amincis

Comme nous le verrons par la suite, pour bénéficier des effets de nos concentrateurs de champ magnétique, il est nécessaire d'avoir un capteur fin. Le substrat est assez épais dans ces capteurs (typiquement $600\,\mu m$) alors que la zone utile est très fine (voir la coupe du capteur plus haut). En partenariat avec V. Mosser et A .Kerlain (ITRON), nous avons validé deux procédés d'amincissement avec la société THALES. L'amincissement global est un amincissement purement mécanique, par polissage. Il est possible d'amincir plusieurs puces en même temps : les puces à effet Hall sont collées par leur face avant sur un châssis puis la face arrière de la puce suit des mouvements rotatifs en étant pressée sur un support qui est couvert d'un liquide abrasif. On surveille l'amincissement en faisant des mesures régulières de l'épaisseur totale. L'épaisseur des capteurs polis est de $70\,\mu m$;

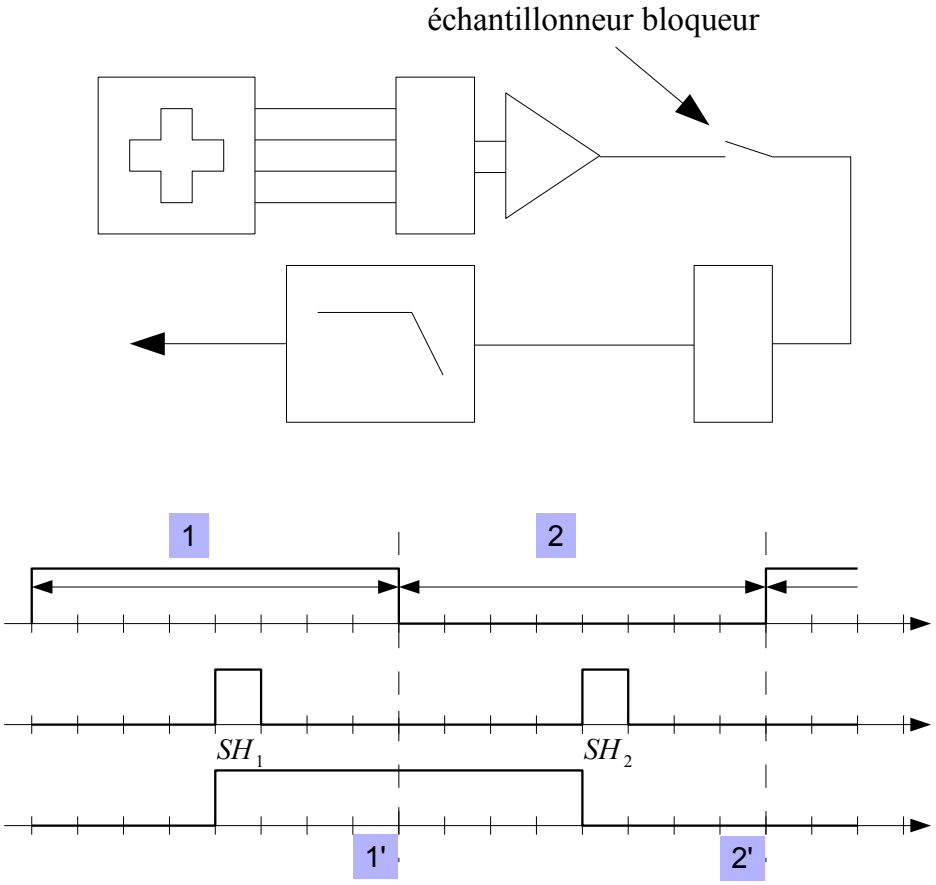


FIG. 4.14 – Synoptique de la version finale du préamplificateur. Les temps de commutation des matrices d'interrupteurs de modulation et de démodulation, ainsi que de l'échantillonneur/bloqueur, sont gérés par un circuit programmable. Les étapes 1' et 2' de commutation de la matrice de sortie sont décalées par rapport aux étapes 1 et 2 de la matrice d'entrée. On attend que le pic de commutation soit terminé pour procéder à l'échantillonnage (Sample and Hold).

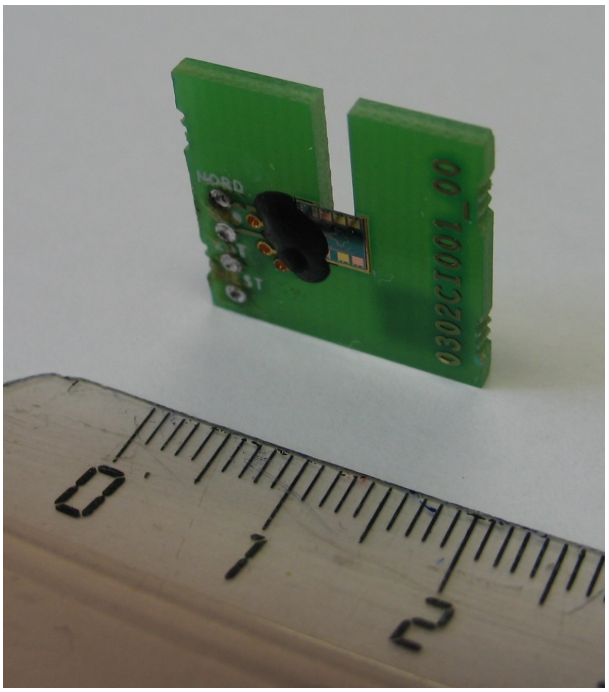


FIG. 4.15 – Support en époxy FR4 pour le collage d'une puce à effet Hall amincie. On distingue les sérigraphies, qui permettent de relier électriquement le support au préamplificateur et la puce au support.

La deuxième méthode d'amicissement est l'amincissement local [27] : après une première étape d'amincissement global à 200 μm environ, un ensemble d'étapes basées sur des techniques de réalisation de composants à été utilisé : dépôt métallique, dépôt de silice, gravure ICP (Inductively Coupled Plasma)... Ces étapes permettent de graver un trou de forme cylindrique sur la face arrière de la puce, juste sous la zone sensible du capteur, pour atteindre des épaisseurs de quelques dizaines de μm au niveau de la zone sensible.

Nous avons principalement utilisé la première technique, notamment pour la réalisation d'un nouveau jeu de capteurs, car elle est plus simple à mettre en oeuvre. De plus, un amincissement global pose moins de problèmes pour le positionnement des concentrateurs magnétiques car pour la deuxième méthode, il faut que le concentrateur s'insère parfaitement dans la gravure de la face arrière, ce qui est difficile compte tenu des dimensions des concentrateurs (cf chapitre suivant).

Les capteurs amincis globalement requièrent un environnement mécanique adapté à leur placement entre les concentrateurs que nous avons dimensionnés. Pour le modèle de validation de concentration magnétique qui sera présenté au chapitre 4.3, nous avons travaillé sur une solution de circuit imprimé en époxy type FR4 (voir figure 4.15), sérigraphié. Cette technique permet une conception et une fabrication rapides, puisqu'elle ne fait appel qu'à des techniques classiques en réalisation de circuits imprimés. La sérigraphie permet de venir souder les câbles reliant la puce au préamplificateur. La puce est reliée aux sérigraphies par des microfils (bonding) qui sont recouverts d'une goutte de résine protectrice. Le glob top est placé de manière à laisser un accès direct à la zone sensible de la puce pour pouvoir approcher le concentrateur magnétique au plus près de la surface du capteur.

	Résistance	$\frac{\Delta R}{R}$ %	$\Delta\Omega/\Omega$	Signal de sortie
AMR	10	1	0.1	1
GMR	10	10	1	$\times 10$
TMR	1000	10	100	$\times 1000$

TAB. 4.1 – Comparatif des ordres de grandeurs des variations de magnétorésistance pour les AMR, GMR et TMR. On prend comme référence d'amplitude le signal issu d'une AMR.
(Doc. F. Nguyen Van Dau UMP CNRS/THALES)

Pour le magnétomètre triaxe destiné au tir fusée CHARM, nous avons opté pour un support en céramique usinée et sérigraphiée (cf figure 4.16). Ce dernier comporte une empreinte d'une profondeur égale à l'épaisseur de la puce à effet Hall qui permet de positionner la puce, qui est collée directement sur le support avec une colle qualifiée pour les expériences spatiales. Comme dans le cas précédent, le support est sérigraphié et il permet de venir souder les câbles reliant la puce au préamplificateur. La puce est reliée aux sérigraphies par des microfils (bonding) qui sont recouvert d'une goutte de résine protectrice (glob top, qualifié spatial également). Le glob top est placé de manière à laisser un accès direct à la zone sensible de la puce pour pouvoir approcher le concentrateur magnétique au plus près de la surface du capteur.

4.2 Capteurs magnétorésistifs

> "*iron acquires an increase of resistance in the conduction of electricity along, and a diminution of resistance to the conduction of electricity across, the lines of magnetisation*"
>
> William Thomson (Lord Kelvin), 1857

Notre partenaire industriel THALES, au sein de l'unité mixte de physique CNRS THALES, a une activité de recherche amont en électronique de spin et s'intéresse en particulier aux dispositifs tels que : magnétorésistances anisotropes (AMR), magnétorésistances géantes (GMR), jonctions tunnel magnétiques (TMR)... les descriptions complètes et détaillées de ces technologies ne seront pas présentées ici mais on pourra se référer à la bibliographie abondante sur ces sujets, par exemple [28, 29, 30].

Les AMR THALES (dites capteurs à effet Hall planaire) en sont à un développement suffisamment mature pour envisager l'intégration de puces existantes et opérationnelles dans un capteur à concentration de flux (§ 4.2.1).

La dérive en température des GMR étant importante, cette technologie requière des moyens particuliers de mise en oeuvre (montage de plusieurs capteurs en pont de Wheastone). Ce capteur se prête mal à l'intégration dans notre dispositif et nous avons décidé de nous intéresser plus particulièrement aux jonctions tunnel magnétiques. Cette technologie est moins mature que les AMR mais les perspectives en terme de sensibilité sont prometteuses, même sans recourir à un système externe d'amplification du champ magnétique. Cependant, nous avons restreint nos études sur les TMR à la recherche de solutions pour la suppression de leurs offsets, qui est un inconvénient majeur (§ 4.3).

Le tableau 4.1 présente un comparatif des ordres de grandeur des signaux en sortie des différents types de capteurs magnétorésistifs que nous avons considérés.

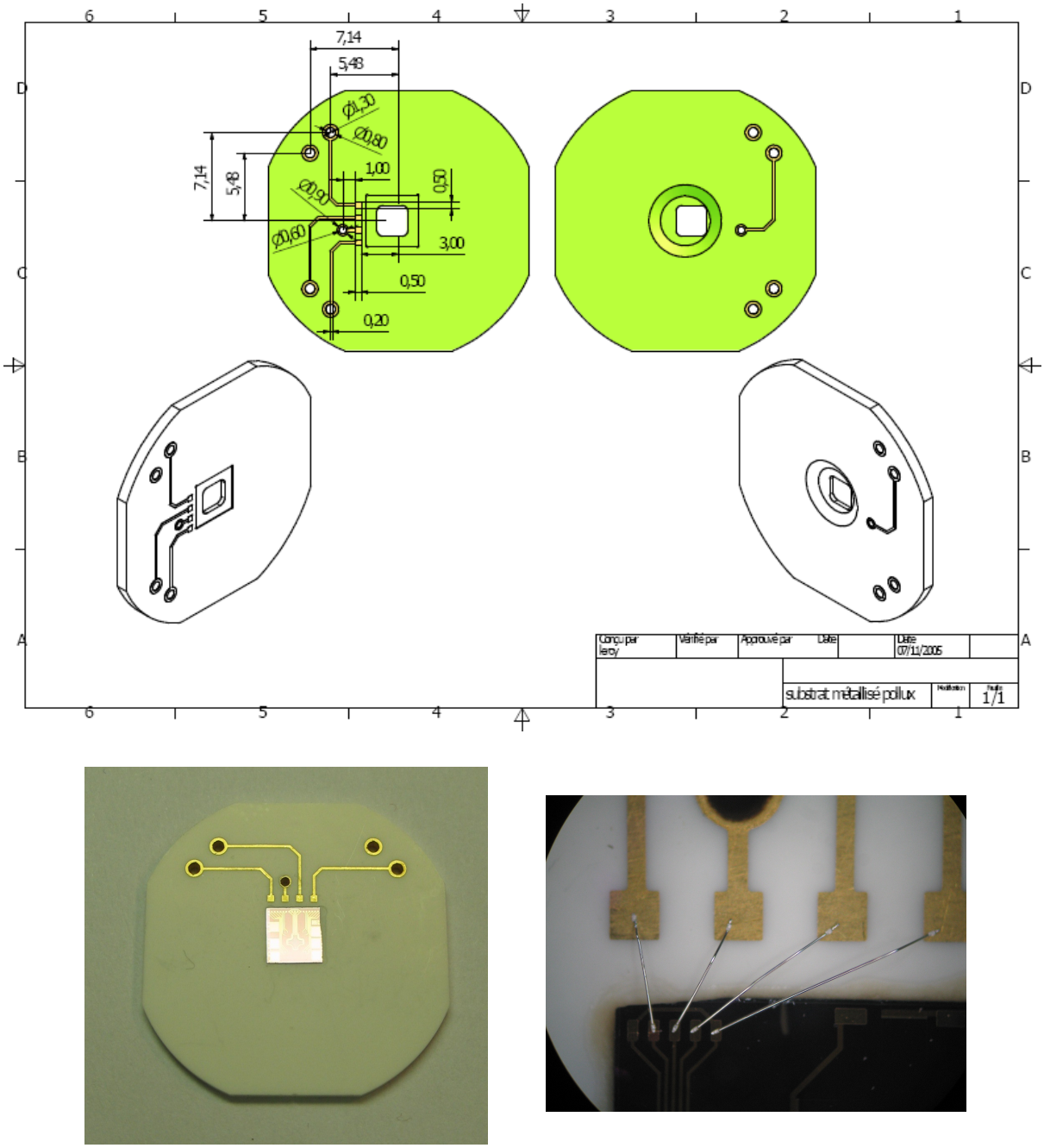


FIG. 4.16 – Support pour le report d'une puce à effet Hall, dessins de conception. En bas à gauche, la réalisation en céramique sérigraphiée, avec la puce reportée, sans le glob top, et à droite, un zoom sur les microfils reliant la puce à effet Hall à la sérigraphie du support.

4.2.1 Magnétorésistances anisotropes (MRA ou AMR)

4.2.1.1 Description du phénomène

L'effet magnétorésistif se caractérise par la variation de la résistance d'un matériau en fonction de son état de magnétisation. Comme on peut changer la magnétisation d'un matériau en lui appliquant un champ magnétique, ce phénomène est naturellement utilisé pour détecter les champs magnétiques.

L'effet magnétorésistif ordinaire L'effet magnétorésistif ordinaire est dû à la force de Lorentz. Dans un matériau de forme parallélépipédique, de longueur L et de largeur W, parcouru par un courant, cette force déforme le parcours des charges libres dans l'échantillon et l'accroît, ce qui augmente la résistivité du matériau. Pour cet effet, il est nécessaire d'avoir des géométries de rapports L/W petits. Dans le cas contraire, les lignes de courants redeviennent parallèles aux faces sous l'action du champ de Hall et c'est l'effet Hall qui entre en jeu, tel que décrit en 4.1.1.1.

L'effet magnétorésistif extraordinaire Cet effet apparaît dans les matériaux ferromagnétiques. Il a été découvert par William Thomson (Lord Kelvin) en 1857. Il dépend de l'orientation du champ magnétique par rapport à la direction de propagation du courant électrique. C'est pourquoi il est appelé effet de magnétorésistance anisotrope. Il apparait pour des champs magnétiques plus faibles que l'effet ordinaire. Son origine physique est liée à des couplages spin-orbite dans les matériaux ferromagnétiques.

Pour réaliser des AMR, on utilise souvent des films fins de FeNi (permalloy). L'avantage de ces matériaux est d'être facilement magnétisables. La saturation est notamment atteinte pour des champs de l'ordre de $1\,mT$. On peut obtenir des coefficients de magnétorésistance de l'ordre de 2.5%. La finesse du film (quelques nm) permet d'obtenir des échantillons constitués d'un monodomaine magnétique car l'épaisseur du matériau ne permet pas l'apparition de parois magnétiques (cf [28, 31, 32]). Dans un monodomaine, l'aimantation est constante en amplitude et sa direction peut être modifiée par un champ magnétique extérieur.

4.2.2 L'effet Hall planaire

Le capteur étudié est basé sur l'effet Hall planaire. Cet effet, conséquence de la magnétorésistance, se manifeste par une différence de potentiel, dépendant du champ magnétique, entre les deux côtés d'un conducteur parcouru par un courant. Cette différence de potentiel, dans un métal ferromagnétique, dépend de la direction de l'aimantation. Cette direction est elle-même influencée par le champ magnétique. Dans un milieu isotrope, l'aimantation s'aligne avec le champ magnétique extérieur et ne dépend pas de son module. Par contre, si il existe une direction d'anisotropie, l'aimantation tend à rester dans la direction dite facile et le champ magnétique extérieur fera pivoter plus ou moins l'aimantation. La direction de l'aimantation et par conséquent la tension dépend alors de la direction et du module du champ magnétique appliqué.

Il faut noter que le champ mesuré est dans le plan du capteur, à la différence du capteur à effet Hall classique. Le matériau de base étant un conducteur, le dispositif est a priori très peu sensible aux radiations, à la différence notable des capteurs Hall à semi-conducteur. Cette caractéristique pourraît être un atout dans le cas d'une utilisation spatiale.

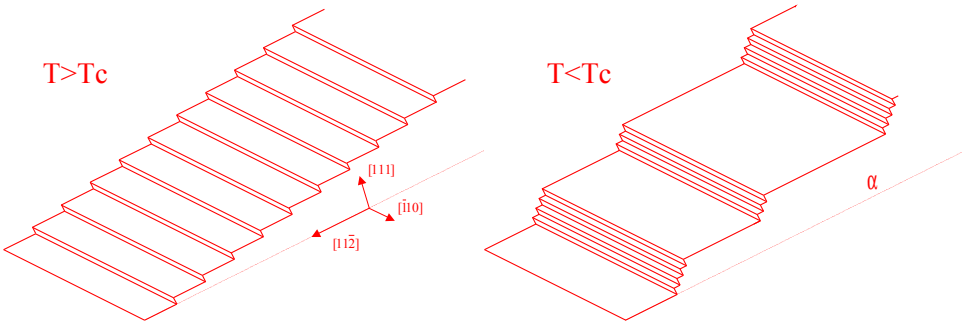


FIG. 4.17 – Phénomène step bunching : le refroidissement contrôlé d'un wafer en silicium désorienté provoque l'apparition de reliefs transversaux parallèles. Une anisotropie géométrique uniaxiale est créée dans le wafer.

4.2.2.1 Présentation du capteur AMR THALES

Le matériau actif du capteur AMR THALES possède une géométrie en forme de croix. Ce matériau est obtenu par des dépôts métalliques sur une tranche (wafer) de silicium coupée en biais par rapport aux axes du cristal de départ et traitée thermiquement pour provoquer le phénomène de step bunching ("amas de marches") : le refroidissement contrôlé d'un wafer de silicium (111) désorienté[6] [11-2], fait apparaître des reliefs transversaux dans une direction privilégiée du cristal, parallèles entre eux et traversant le wafer d'un bout à l'autre (cf figure 4.17).

Ensuite, des dépôts successifs de manganèse, de palladium, de fer, de fer/nickel (permalloy), viennent constituer le matériau actif du capteur (cf figure 4.18).

Pour isoler des motifs en forme de croix, ce wafer de plusieurs pouces de diamètre est ensuite traité par gravure chimique jusqu'au substrat. Par la suite, d'autres dépôts métalliques et divers traitements (cf § 3.2.3) permettent de relier la zone active (la croix), aux pads sur lesquels se font les bondings (cf figure 4.19).

4.2.2.2 Fonctionnement

L'effet Hall planaire est très bien décrit dans les rapports des stages que F. Montaigne a effectué en 1995 et 1996 au Laboratoire centrale de recherche THOMSON-CSF (futur THALES Research & Technology, à Corbeville) [33, 34]. Nous n'allons reprendre ici que le fonctionnement en tant que capteur de champ magnétique.

Comme nous venons de le voir, dans un métal ferromagnétique, la présence d'un champ magnétique modifie la conductivité. La résistivité n'est pas la même selon que le courant est parallèle ou perpendiculaire à l'aimantation ($\rho_{\parallel}$ ou $\rho_{\perp}$).

A priori, ces résistivités dépendent du champ, mais dans un monodomaine ferromagnétique, c'est l'aimantation (constante en module) qui est prépondérante, ces résistivités ne dépendent donc pas du champ mais de l'aimantation.

Dans notre dispositif, la direction de l'aimantation dépend du champ magnétique coplanaire au capteur et est contenue dans le plan du dépôt en couche mince. L'angle θ est l'angle entre la direction de l'aimantation et l'axe d'anisotropie du capteur. Dans

[6] le wafer est découpé dans un lingot cylindrique avec un léger angle d'inclinaison par rapport à l'axe du lingot.

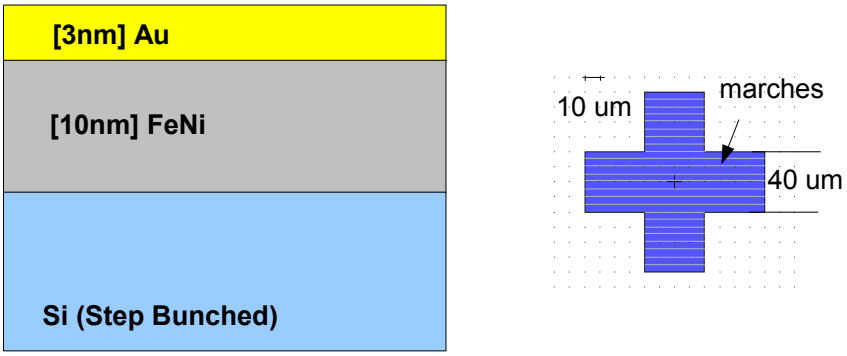


FIG. 4.18 – A gauche : structure en couche de la zone sensible des capteurs magnétorésistifs Thales. Le substrat silicium "step bunché" est recouvert de diverses couches dont une ferromagnétique en permalloy (FeNi). Le wafer de plusieurs pouces de diamètre est ensuite gravé chimiquement jusqu'au substrat pour isoler des motifs en forme de croix, comme pour la réalisation des capteurs à effet Hall classique. A droite : forme finale de la zone sensible du capteur à effet Hall planaire. Les "marches" sont dirigées horizontalement dans toute la zone.

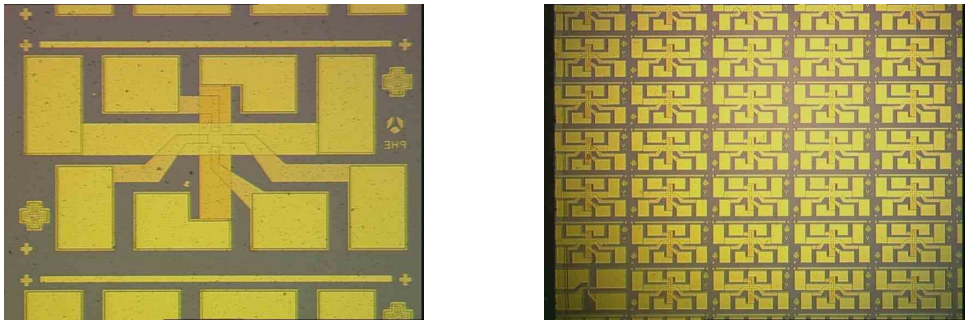


FIG. 4.19 – A gauche : photographie d'un capteur AMR (dimensions $1\,mm \times 2\,mm$). La zone sensible est une croix que l'on devine au centre de la photographie. Huit plots rectangulaires permettent de connecter la puce avec son environnement extérieur par bonding (polarisation, mesure de tension, asservissement à champ nul...). Le capteur mesure des champs magnétiques dans le plan de la photograhie, dont la direction est parallèle au petit côté du capteur. A droite : vue éloignée du wafer. Les technologies employées permettent de réaliser plusieurs capteurs en même temps, la seule limite étant la dimension du wafer.

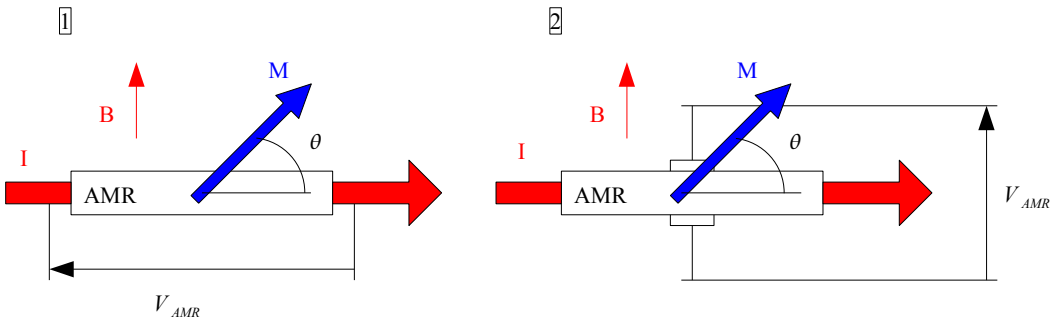


FIG. 4.20 – Dans les magnétorésistances ayant une anisotropie uniaxiale, et constituées d'un monodomaine magnétique, l'aimantation est constante en module et s'incline d'un angle θ par rapport à l'axe d'anisotropie en fonction du champ appliqué. On peut relever deux tensions qui correspondent aux effets magnétorésistifs longitudinal $\boxed{1}$ et transversal $\boxed{2}$.

la croix, les effets magnétorésistifs longitudinal et transversal sont à l'origine de tensions aux bornes de la zone sensible (cf figure 4.20)

$$\begin{aligned} V_{\parallel} &= \frac{\rho_0}{e} I + \frac{\Delta\rho}{2e} I \cos 2\theta \\ V_{\perp} &= \frac{\Delta\rho}{2e} I \sin 2\theta \,. \end{aligned}$$

La tension $V_{\perp}$ est caractéristique de l'effet Hall planaire. Comme nous allons le voir, l'origine physique de cet effet n'a rien à voir avec celle de l'effet Hall classique, c'est un effet magnétorésistif extraordinaire. La mesure de la tension transversale présente deux avantages :

- il n'y a pas le terme constant $\frac{\rho_0}{e} I$ qui est grand devant le terme utile ($\Delta\rho$ est de l'ordre du pourcent), qui introduit du bruit et une dérive thermique de l'ordre du pourcent par Kelvin ;
- la sensibilité est maximale pour $\theta = 0$, donc dans la direction facile dont est proche l'aimantation. Alors qu'avec la tension longitudinale, la sensibilité est maximale pour $\theta = 45^\circ$, loin de la direction facile. Si on veut travailler avec cette tension, il faut recourir à des méthodes de polarisation, soit pour forcer la direction du courant à être inclinée d'un angle de 45° par rapport à l'axe d'anisotropie (dispositif dit "barber pole"), soit pour forcer l'aimantation à être au repos à 45° par rapport à l'axe d'anisotrpie.

La mesure de l'effet Hall planaire est donc plus avantageuse et nous allons nous focaliser sur le terme $V_{\perp}$ (renommé V). La tension de sortie vaut donc

$$\begin{aligned} V &= I \frac{\Delta R}{2} \sin 2\theta \\ &= I \Delta R \sin\theta \cos\theta \end{aligned}$$

avec $\Delta R = \frac{\Delta\rho}{e}$. Il nous reste maintenant à préciser la relation entre le champ à mesurer B et θ.

Cas d'un champ orthogonal au courant La position de l'aimantation est telle que l'énergie magnétique du système soit minimale. L'énergie du système contient deux termes : un terme dû au champ appliqué $-\overrightarrow{B}.\overrightarrow{M}$ et un terme modélisant l'anisotropie magnétique[7] . En l'absence d'anisotropie, l'énergie est bien minimale si le champ et l'aimantation sont dans la même direction ($-\overrightarrow{B}.\overrightarrow{M} = -BM$).

Dans notre cas, l'anisotropie est uniaxiale, il existe deux directions faciles au repos,$\theta = 0^\circ$ et $\theta = 180^\circ$. On modélise cette anisotropie par une énergie potentielle $-\alpha M \cos 2\theta$. L'énergie du système vaut, à une constante près

$$\begin{aligned} E &= -\overrightarrow{B}.\overrightarrow{M} - \alpha M \cos 2\theta \\ &= -BM\cos(\frac{\pi}{2} - \theta) - \alpha M \cos 2\theta\,. \end{aligned}$$

Puisque la position de l'aimantation doit minimiser l'énergie, la dérivée de l'énergie doit s'annuler. Avec

$$\frac{dE}{d\theta} = -BM\cos\theta + 2\alpha M \sin 2\theta\,,$$

on doit avoir $\theta =^{+}_{-} \frac{\pi}{2}$ ou $\sin\theta = \frac{B}{4\alpha}$.

Quand la seconde solution existe, c'est la seule qui corresponde à un minimum. On pose $B_{anisotropie} = 4\alpha$ et on a finalement

si $\lvert B\rvert > B_{anisotropie}$	$\theta =^{+}_{-} \frac{\pi}{2}$
si $\lvert B\rvert < B_{anisotropie}$	$\sin\theta = \frac{B}{B_{anisotropie}}$

où $B_{anisotropie}$ est une caractéristique de l'anisotropie uniaxiale du matériau sensible. Quand le champ dépasse la valeur $B_{anisotropie}$, l'anisotropie n'a plus d'effet et l'aimantation s'aligne sur le champ. Sinon, l'aimantation s'éloigne plus ou moins de la direction facile suivant la valeur du champ.

Quand $B < B_{anisotropie}$, on a deux solutions possibles θ et $\pi - \theta$. Il y a deux directions faciles, le même champ peut produire deux aimantations différentes suivant l'état du système à champ nul.

Observons maintenant la valeur de la tension $V = I\frac{\Delta R}{2}\sin 2\theta = I\Delta R \sin\theta\cos\theta$. Si $\lvert B\rvert < B_{anisotropie}$

$$\begin{aligned} V &= I\Delta R \frac{B}{B_{anisotropie}} \cos\arcsin\left(\frac{B}{B_{anisotropie}}\right) \\ &= \frac{B}{B_{anisotropie}}\sqrt{1 - \left(\frac{B}{B_{anisotropie}}\right)^2}\,. \end{aligned}$$

Pour les faibles champs, on peut linéariser

[7] Il existe aussi une énergie qui maintient l'aimantation dans le plan mais celle-ci est constante et ne dépend pas du champ.

$$V = \pm \frac{\Delta R}{B_{anisotropie}} I B .$$

On a une tension proportionnelle au champ appliqué selon l'axe perpendiculaire à la direction de facile aimantation.

Champ de direction quelconque Considérons le cas d'un champ faisant un angle ϕ quelconque avec la direction de facile aimantation (champ dans le plan du film). L'énergie vaut alors $E = -BM\cos(\theta - \phi) - \frac{B_{anisotropie}}{4} M \cos 2\theta$.

La dérivée de l'énergie s'annule si $B\sin(\theta - \phi) + \frac{B_{anisotropie}}{2} \sin 2\theta = 0$.

Soit : $\sin\theta\cos\phi - \sin\phi\cos\theta = -\frac{B_{anisotropie}}{B} \sin\theta\cos\theta$.

Cette équation n'a pas de solution analytique sauf pour des cas particuliers comme le précédent. Sous l'action d'un champ fort l'aimantation s'alignerait sur le champ. Pour les champs faibles devant le champ d'anisotropie, l'aimantation tourne peu par rapport à la direction facile.

Pour les champs faibles, on peut négliger $\cos\phi$ devant $\frac{B_{anisotropie}}{B}\cos\theta$. L'équation devient alors $\frac{B_{anisotropie}}{B}\sin\theta\cos\theta = \sin\phi\cos\theta$ et donc $\sin\theta = \frac{B\sin\phi}{B_{anisotropie}}$

On retrouve les résultats précédents en considérant uniquement la projection du champ sur l'axe perpendiculaire au courant $B\sin\phi$. **Ce capteur permet donc de mesurer une composante du champ magnétique**, et est donc un bon candidat pour la fabrication d'un capteur vectoriel !

4.2.3 Evolution du design du capteur THALES

Pour placer le capteur à effet Hall plan dans notre dispositif d'amplification du champ magnétique, nous avons procédé à des modifications de son design. La fabrication du capteur requière 5 niveaux de masque différents et nous allons détailler maintenant ces étapes de fabrication. Les modifications sur le design du capteur ont été faites au CETP, sur les conseils de Frédéric Nguyen Van Dau (THALES) et à partir d'un design existant. L'objectif était de permettre au capteur de s'insérer entre deux concentrateurs magnétique (cf géométrie au chapitre 4). La réalisation des masques a été confiée à la société Photronics (cf figure 4.21).

Niveau 1 Gravure du matériau sensible jusqu'au substrat : on isole des motifs en croix. La technique consiste à recouvrir le wafer d'une résine photosensible. On place ensuite le masque sur le wafer et on insole la résine. Les parties insolées sont enlevées grâce à un révélateur et ensuite on grave partout sauf à l'endroit où il reste de la résine. Ce masque est le seul de type "fond clair" : le motif bleu que l'on voit est le seul endroit du masque recouvert de chrome occultant. Ainsi, la résine sera enlevée partout sauf au niveau de la croix qui sera le motif qui restera après gravure.

Niveau 2 Dépôts métalliques reliant la croix aux pads prévus pour le bonding. Ce masque est dit "fond sombre", comme tous les suivants d'ailleurs. Le dépôt se fait par la technique dite de "lift off" : on recouvre de résine le wafer et cette fois ci, sur le masque, le chrome est partout sauf au niveau du motif en couleur. La résine est insolée et après révélation, il en reste partout sauf au niveau du motif. On dépose du métal partout et

lors de la dernière étape, le métal déposé sur le reste de la résine s'en va en même temps qu'elle.

Niveau 3 Après avoir recouvert le wafer d'une couche isolante, on pratique des ouvertures dans l'isolant afin de pouvoir accéder aux pads.

Niveau 4 Dépôt d'une piste métallique au dessus de la croix par lift off, qui permettra éventuellement d'appliquer un champ magnétique sur la zone sensible du capteur dans l'objectif d'un fonctionnement à flux nul.

Niveau 5 Même traitement que pour le niveau trois.

Niveau 6 Dépôt d'une piste métallique perpendiculaire à la précédente, qui permet de retourner l'aimantation dans le monodomaine magnétique de l'AMR. L'aimantation peut basculer entre ses deux positions d'équilibre. Lors de ce basculement, l'offset éventuel sur la tension de mesure conserve le même signe alors que la tension de mesure change de signe. Ceci permet de supprimer les offsets résiduels de l'AMR.

Au moment de la rédaction de ce mémoire la réalisation d'un nouveau jeu de capteurs AMR destinés à mesurer leur sensibilité pour valider ce design était en cours. Les résultats de ces tests devait permettre de lancer une fabrication spécifique de ce nouveau jeu de capteurs destinés à être amincis comme les capteurs à effet Hall classiques pour intégration entre nos concentrateurs. Les masques ont été fabriqués par la société Photronics.

4.2.4 Jonctions tunnel magnétiques (TMR)

Les jonctions tunnel magnétiques sont constituées de deux électrodes métalliques magnétiques séparées par une fine couche isolante. L'application d'une tension entre les électrodes permet le passage des électrons à travers la barrière isolante par effet tunnel. La règle d'or de Fermi stipule que la densité de courant qui traverse la barrière est proportionnelle à la densité d'états au niveau de Fermi de l'électrode réceptrice multipliée par la densité d'états au niveau de Fermi de l'électrode émettrice.

Dans le cas de matériaux ferromagnétiques il convient de distinguer les densités d'états au niveau de Fermi selon les directions de spin des électrons dans les électrodes. En effet ces matériaux sont polarisés en spin, la densité d'états au niveau de Fermi est plus grande pour les électrons de spin $\uparrow$ que pour ceux de spin $\downarrow$.

On suppose que la transmission à travers la barrière conserve le spin des électrons. Les électrons qui ont traversé parviennent donc sur l'électrode réceptrice avec une orientation de spin liée à l'aimantation de l'électrode émettrice. L'idée consiste à faire varier l'orientation relative des aimantations des deux électrodes comme dans le cas des vannes de spin (cf [29, 30]).

Si on se rappelle que la transmission à travers la barrière conserve le spin et que ce dernier caractérise en première approche l'orientation parallèle ou antiparallèle d'un électron dans un champ magnétique, alors :

- si les aimantations des électrodes ont des directions opposées, un électron de type $\uparrow$ dans l'électrode émettrice est de type $\downarrow$ dans l'électrode réceptrice. Selon la règle d'or de Fermi, la densité de courant sera faible ;

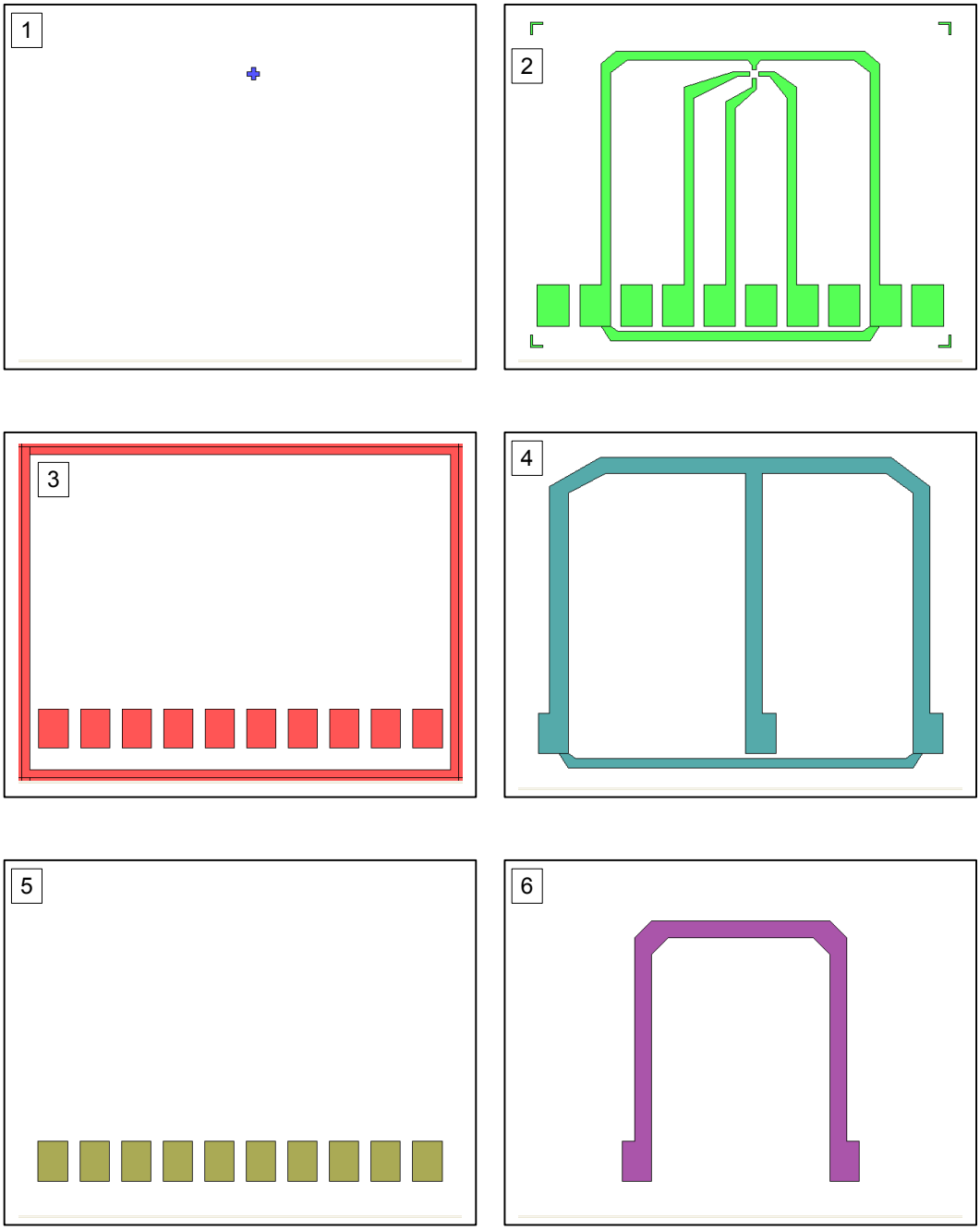


FIG. 4.21 – Dessin des six niveaux de masque (placés de gauche à droite et de haut en bas) nécessaires pour fabriquer un capteur à effet Hall planaire à partir d'un wafer de matériau sensible. Sur les masques, ces motifs sont reproduits les uns à côté des autres et l'on fabrique des dizaines de capteurs sur un seul wafer (taille d'un motif $3\,mm \times 4\,mm$).

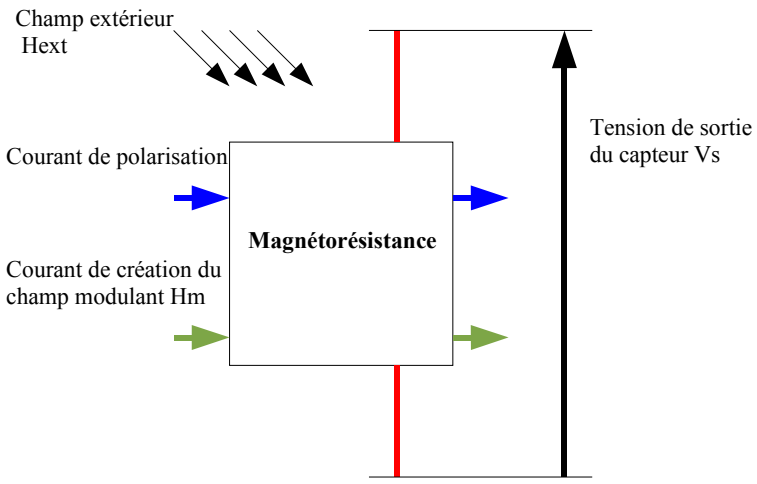


FIG. 4.22 – Schéma du dispositif.

– si les aimantations des électrodes ont des directions identiques, un électron de type ↑ dans l'électrode émettrice est de type ↑ dans l'électrode réceptrice. Selon la règle d'or de Fermi, la densité de courant sera élevée.

Un des problèmes majeurs pour l'utilisation des TMR est leur offset. Les solutions pour s'en affranchir sont assez complexes et font souvent appel à des designs en pont de Wheastone. Comme la résistivité de la barrière tunnel varie exponentiellement en fonction de son épaisseur, il est très difficile d'équilibrer ce pont. Une méthode, développée chez THALES consistait à mettre un grand nombre de jonctions tunnel dans chaque branche d'un pont de Wheastone de manière à moyenner la dispersion sur la valeur des résistances de chacune des jonctions.

Nous avons proposé un procédé qui a fait l'objet d'un dépôt de brevet : le prochain paragraphe y est consacré.

4.3 Réduction des offsets des TMR, brevet FR 04 13831

Un des problèmes inhérents aux magnétorésistances à effet tunnel est la sensibilité de sa résistance d'offset à la température. Il existe des techniques permettant de s'en affranchir, notamment les ponts de Wheastone. Nous proposons un autre procédé ne requérant qu'une seule jonction à laquelle on applique un champ dit de modulation.

4.3.1 Présentation du dispositif

Le système étudié (figure 4.22) se compose d'une magnétorésistance, traversée par un courant de polarisation et munie d'un dispositif permettant d'appliquer un champ magétique modulant H_m sur la partie sensible du capteur. En sortie, on obtient une tension, image des variations de la magnétorésistance et donc des variations du champ magnétique total.

On peut décrire la résistance TMR comme la somme d'une composante constante, dite d'offset, et d'une composante variable, dépendant du champ magnétique total : $R_{TMR} =$

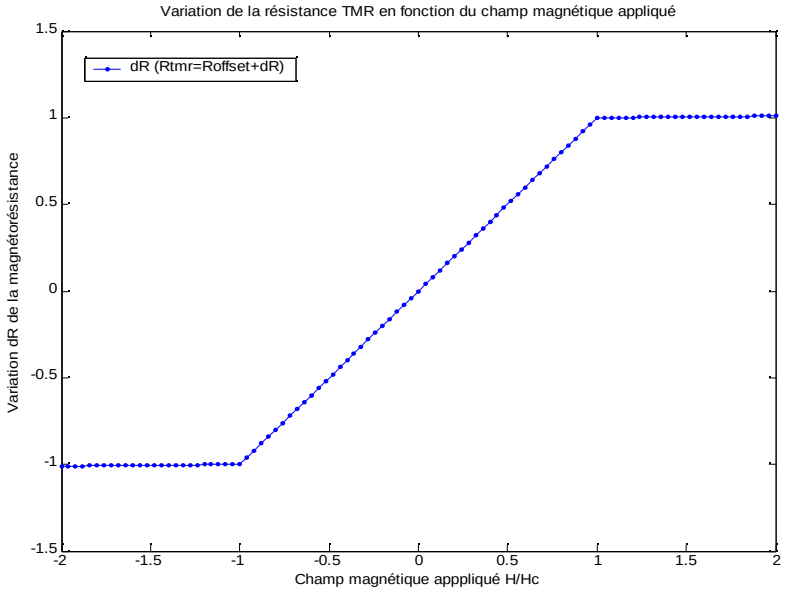


FIG. 4.23 – Courbe idéalisée résistance en fonction du champ. La caractéristique présente trois zones, la zone centrale, de pente g_1 et les deux zones latérales, de pente g_2.

$R_{offset} + \delta R = R_{offset}(1 + \frac{\delta R}{R_{offset}})$.

On considère que la courbe R_{TMR} en fonction du champ magnétique H_{app} est composée de trois segments de droite, un de coefficient directeur g_1, et deux de coefficients directeurs g_2. Les changements de pente se font pour les valeurs H_c et $-H_c$ du champ appliqué (figure 4.23).

La tension de sortie vaut la résistance TMR à un coefficient près, $V_{out} = R_{TMR}\, I_{pol}$, on peut l'écrire : $V_s = V_{offset} + v_s$. La méthode proposée par la suite est indépendante de toute composante continue et dès lors, on utilisera une représentation pratique pour les calculs des variations de v_s (figure 4.24).

Le procédé présenté consiste à moduler le champ magnétique appliqué à la TMR de telle sorte qu'on parvienne aux coudes de saturation de la variation de magnétorésistance.

Le champ magnétique appliqué H_{app} est constitué de la composante H_{ext}, lentement variable, que l'on veut mesurer, et d'un champ modulant qui comprend un terme constant H_0 et un terme sinusoïdal d'amplitude H_a. On a

$$\begin{aligned} H_{app} &= H_{ext} + H_0 + H_a(\theta) \\ H_{app} &= H_{ext} + H_0 + H_a cos(\theta)\,. \end{aligned}$$

Avant et après le coude de saturation, la tension de sortie du dispositif, qui est une image des variations de la résistance R_{TMR} (figure 4.25) s'écrit

$$\begin{aligned} V_s(H_{app} < H_c) &= g_1 H_{app} \\ &= g_1(H_{ext} + H_0 + H_a cos(\theta)) \\ V_s(H_{app} > H_c) &= g_1 H_c + g_2(H_{app} - H_c) \\ &= g_1 H_c + g_2(H_{ext} + H_0 + H_a cos(\theta) - H_c) \\ &= g_1 H_c + g_2(H_{ext} + H_0 + H_a cos(\theta) - (H_{ext} + H_0 + H_a cos(\theta_0)) \\ &= g_1 H_c + g_2(H_a cos(\theta) - H_a cos(\theta_0))\,, \end{aligned}$$

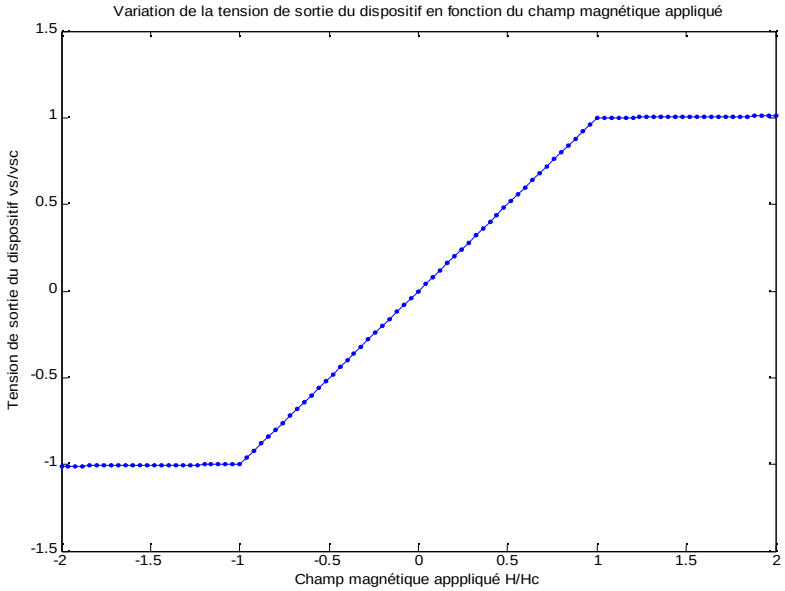


FIG. 4.24 – Courbe idéalisée tension de sortie en fonction du champ.

où θ_0 est l'angle définit par : $H_{ext} + H_0 + H_a cos(\theta_0) = H_c$, soit $cos(\theta_0) = \frac{H_c - H_{ext} - H_0}{H_a}$.

4.3.2 Calcul de l'amplitude du fondamental de la tension de sortie

4.3.2.1 Première méthode

On suppose que $H_a < H_c$ et $H_c - H_0 - H_a < H_{ext} < H_c - H_0 + H_a$. Ceci veut dire que quoiqu'il arrive, la valeur du champ magnétique extérieur sera telle que H_{app} aura des excursions de part et d'autre de la valeur H_c.

On remarquera la propriété de la courbe $f(\theta) = f(-\theta)$, la courbe est paire. Donc la décomposition en série de Fourier est une somme de cosinus (et d'une composante continue).

On note tout d'abord que :

$$\begin{array}{rcl} \int_{\theta_1}^{\theta_2} cos(\theta) & = & sin(\theta_2) - sin(\theta_1) \\ \int_{\theta_1}^{\theta_2} cos^2(\theta) & = & \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{1+cos2\theta}{2} \\ & = & \frac{\theta_2-\theta_1}{2} + \frac{sin2\theta_2}{4} - \frac{sin2\theta_1}{4} \end{array}$$

On décompose l'intervalle d'intégration en deux parties, et on calcule l'amplitude du premier harmonique sur une demi-période.

Première partie

$$\begin{array}{rcl} \int_0^{\theta_0} (g_1 H_c + g_2(H_{ext} + H_0 + H_a cos(\theta) - H_c)) cos\theta d\theta & = & [(g_1 - g_2)H_c + g_2(H_{ext} + H_0)] sin\theta_0 \\ & + & g_2 H_a (\frac{\theta_0}{2} + \frac{sin2\theta_0}{4}) \,. \end{array}$$

Deuxième partie

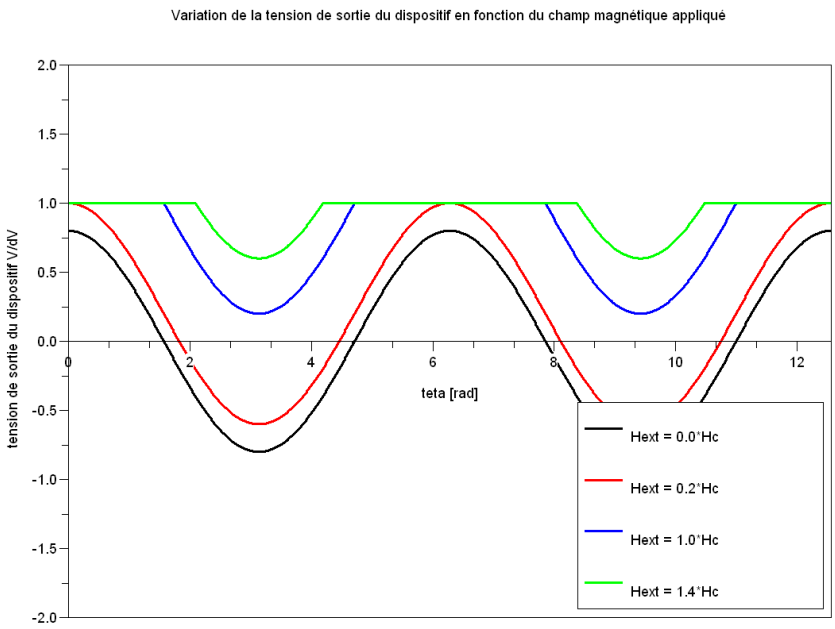


FIG. 4.25 – Tensions de sortie du dispositif, avec $H_a = 0.8 * H_c$.

$$\begin{aligned}\int_{\theta_0}^{\pi} g_1(H_{ext} + H_0 + H_a cos\theta)cos(\theta)d\theta &= -g_1(H_{ext} + H_0)sin\theta_0 \\ &+ g_1 H_a(\tfrac{\pi-\theta_0}{2} - \tfrac{sin2\theta_0}{4})\,.\end{aligned}$$

Somme des deux

$$\begin{aligned}\int_0^{\pi} v_s(\theta)cos(\theta)d\theta &= (g1-g2)(H_c - H_{ext} - H_0)sin\theta_0 \\ &+ (g_2 - g_1)(\frac{\theta_0}{2} + \frac{sin2\theta_0}{4}) \\ &+ g_1 H_a \frac{\pi}{2}\,.\end{aligned}$$

Le terme $(g1-g2)(H_c-H_{ext}-H_0)sin\theta_0$ peut également s'écrire $(g1-g2)H_a cos\theta_0 sin\theta_0 = (g1-g2)H_a\frac{sin2\theta_0}{2}$.

L'amplitude du premier harmonique vaut, au coefficient $2/\pi$ près

$$\begin{aligned}h_1 &= (g1-g2)H_a\tfrac{sin2\theta_0}{2} + (g_2-g_1)H_a(\tfrac{\theta_0}{2} + \tfrac{sin2\theta_0}{4}) + g_1 H_a \tfrac{\pi}{2} \\ &= (g1-g2)H_a\tfrac{sin2\theta_0}{4} + (g_2-g_1)H_a\tfrac{\theta_0}{2} + g_1 H_a\tfrac{\pi}{2}\,.\end{aligned}$$

Finalement, on a $\boxed{h_1 = H_a(\frac{g_2-g_1}{\pi}\theta_0 + \frac{g1-g2}{2\pi}sin2\theta_0 + g_1)}$.

On peut réécrire cette formule en observant que

$$\begin{aligned}sin2\theta_0 &= 2sin\theta_0 cos\theta_0 \\ &= 2 * \frac{H_c - H_{ext} - H_0}{H_a}\sqrt{1 - cos\theta_0^2}\end{aligned}$$

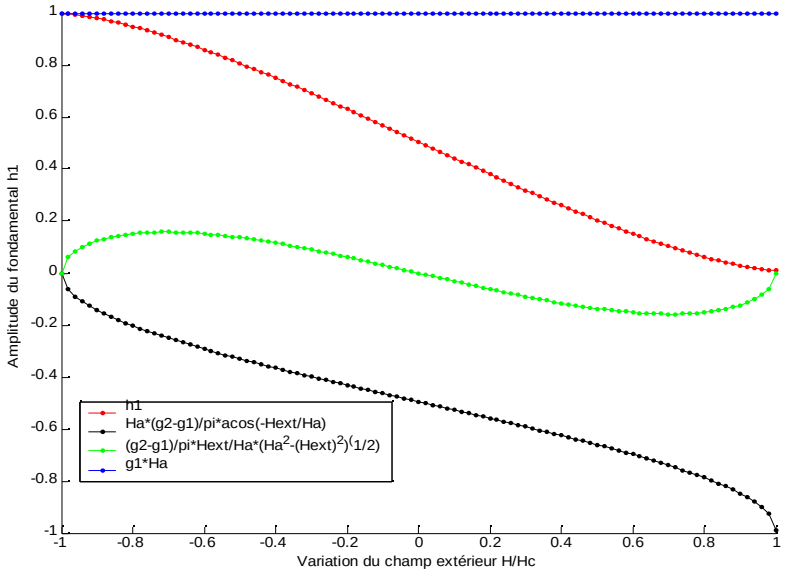


FIG. 4.26 – Amplitude du fondamental de la tension de sortie.

$$
\begin{aligned}
&= 2 * \frac{H_c - H_{ext} - H_0}{H_a}\sqrt{1 - (\frac{H_c - H_{ext} - H_0}{H_a})^2} \\
&= 2 * \frac{H_c - H_{ext} - H_0}{H_a^2}\sqrt{H_a^2 - (H_c - H_{ext} - H_0)^2}\,.
\end{aligned}
$$

Par suite, le module du fondamental de la tension de sortie s'écrit

$$\boxed{h_1 = H_a \frac{g_2 - g_1}{\pi} arcos(\frac{H_t - H_{ext} - H_0}{H_a}) + \frac{g1 - g2}{\pi}\frac{H_t - H_{ext} - H_0}{H_a}\sqrt{H_a^2 - (H_t - H_{ext} - H_0)^2} + g_1 H_a}.$$

On peut tracer les variation de cette amplitude, dans les limites de validité de notre calcul, à savoir : $H_a < H_c$ et $H_c - H_a - H_0 < H_{ext} < H_c + H_a - H_0$.

La dérivée de ce module par rapport à H_{ext} vaut $\boxed{\frac{dh_1}{dH_{ext}} = 2\frac{g_2 - g_1}{\pi}\sqrt{1 - (\frac{H_c - H_{ext} - H_0}{H_a})^2}}$ (en utilisant les formules $sin(acosx) = \sqrt{1 - x^2}$, $\frac{d(acosx)}{dx} = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, et $(f^{-1})' = \frac{1}{f'} o f^{-1}$). Cette dérivée est maximale pour $H_c = H_{ext} + H_0$, on a donc tout intérêt à étudier le cas où on ajoute une composante continue au champ de modulation, pour se placer à l'optimum de sensibilité à champ nul (qui correspond également à l'échelle maximale).

Sur la figure 4.27, nous avons représenté l'amplitude des premiers harmoniques de la tension de sortie en fonction du champs extérieur à mesurer. On constate que seuls les harmoniques de rang 1 et 3 permettent de discriminer la direction du champ. L'amplitude des variations de l'harmonique 1 est pus grande que celles de l'harmonique de rang 3. Dans le prochain paragraphe, nous allons étudirer les variations de h_1 dans le cas où $H_c = H_{ext} + H_0$.

4.3.3 Parité en champ et sensibilité maximale

En appliquant un champ continu $H_0 = H_c$ et un champ modulé de même amplitude, on obtient une sensibilité maximale du système et une réponse symétrique en champ. Le

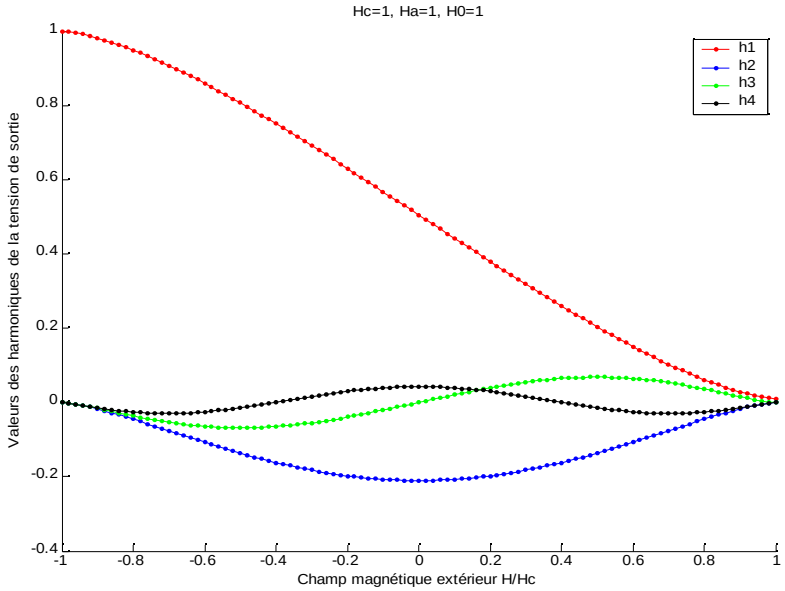


FIG. 4.27 – Amplitude de quelques harmoniques de rang supérieur à un.

champ appliqué s'écrit alors : $H_{app} = H_{ext} + H_0 + H_a cos\theta$, avec $H_0 = H_c$. L'amplitude du premier harmonique devient

$$\boxed{h_1 = H_a \frac{g_2 - g_1}{\pi} arcos(\frac{-H_{ext}}{H_a}) + \frac{g1 - g2}{\pi} \frac{-H_{ext}}{H_a} \sqrt{H_a^2 - H_{ext}^2} + g_1 H_a}.$$

On peut tracer la variation de cette amplitude en fonction du champ extérieur (figure 4.28).

On peut faire un développement limité au permier ordre de cette expression finale

$$\begin{aligned} h_1 &= H_a \frac{g_2 - g_1}{\pi} arcos(\frac{-H_{ext}}{H_a}) + \frac{g1 - g2}{\pi} \frac{-H_{ext}}{H_a} \sqrt{H_a^2 - H_{ext}^2} + g_1 H_a \\ &= H_a \frac{g_2 - g_1}{\pi} (\frac{\Pi}{2} - (\frac{-H_{ext}}{H_a})) \\ &+ \frac{g1 - g2}{\pi} \frac{-H_{ext}}{H_a} H_a (1 - \frac{1}{2} (\frac{H_{ext}}{H_a})^2) \\ &+ g_1 H_a \,. \end{aligned}$$

Et donc, on obtient

$$\boxed{h_1 = H_a \frac{g_2 - g_1}{\pi} (\frac{\Pi}{2} + \frac{H_{ext}}{H_a}) + \frac{g2 - g1}{\pi} H_{ext} + g_1 H_a}.$$

On peut ajouter cette approximation sur la courbe du tracé de h1 (figure 4.29).

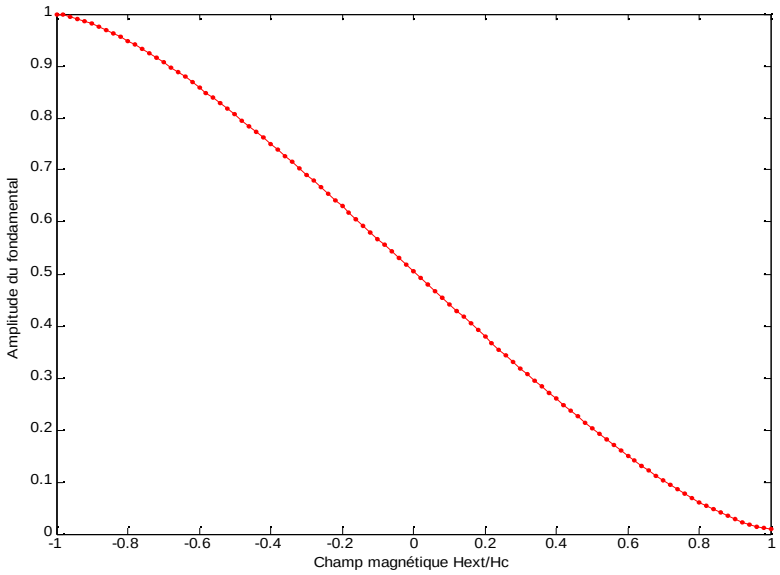


FIG. 4.28 – Amplitude du premier harmonique en fonction du champ extérieur.

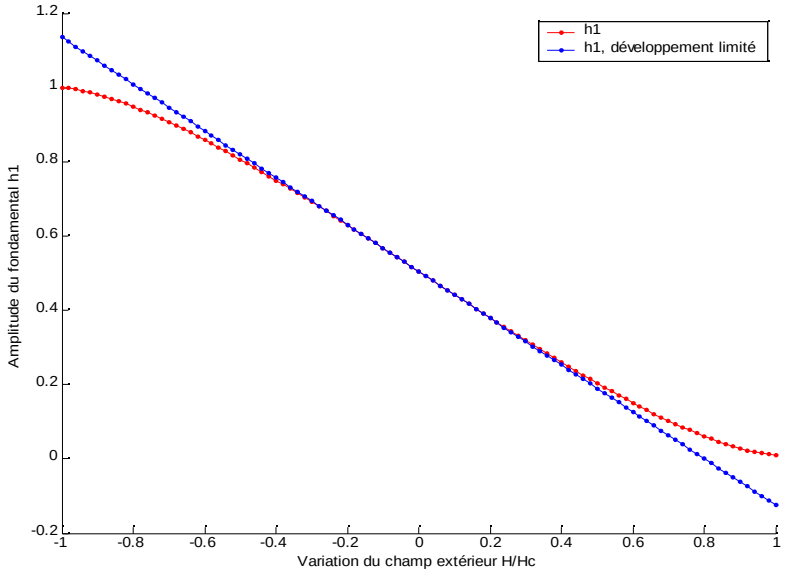


FIG. 4.29 – Amplitude du premier harmonique en fonction du champ extérieur.

4.3.4 Conclusion et quelques idées

En mesurant l'amplitude du fondamental de la tension de sortie, avec un dispositif de détection synchrone réglé sur la fréquence de modulation du champ, on obtient l'information désirée sur la valeur du champ magnétique extérieur. Cette information est indépendante de tout problème lié à l'offset de résistance de la puce utilisée. Pour augmenter la plage de mesure du capteur, on peut envisager un procédé de compensation qui rajoute un champ continu au champ statique à mesurer (à inclure dans la composante continue dans ce cas là).

On pourrait envisager la conception d'un capteur à champ nul : en présence d'un champ extérieur lentement variable, on impose un champ nul sur la puce par l'intermédiaire de la composante continue du champ de modulation, et l'amplitude du fondamental de la tension de sortie (maintenue à 0.5) permet de contrôler la valeur du champ H_0, toujours sans problème d'offset.

Chapitre 5

Etude des noyaux magnétiques

Comme nous l'avons succintement vu en introduction du chapitre précédent, la sensibilité d'un microcapteur peut être améliorée si l'on parvient à amplifier le champ magnétique sur sa zone active. La configuration retenue pour cette étude est celle où le microcapteur est placé entre deux concentrateurs séparés par un entrefer. Après l'exposition d'éléments de modélisation du comportement d'un solide en matériau ferromagnétique placé dans un champ magnétique, en nous basant sur des exemples simples (ellipsoïde, tore, cylindre), nous verrons que la propriété de conservation du flux magnétique peut être mise à profit dans les géométries cylindriques pour atteindre des niveaux inédits d'amplification magnétique (5.1). Ensuite, nous présenterons une étude systématique d'une forme intuitive de concentrateurs à l'aide du logiciel flux2D (5.2), afin d'en déduire des paramètres géométriques pertinents pour la conception optimale de concentrateurs magnétiques (5.2.2). Par ailleurs, nous présenterons une adaptation originale de la géométrie des concentrateurs magnétiques pour qu'ils puissent être utilisés dans le cas de capteurs de champ magnétique à sensibilité transverse tels que les magnétorésistances (§ 4.2.2.2). Enfin, le paragraphe 4.3 est consacré à la présentation du dispositif de validation avec lequel nous avons mesuré des amplifications magnétiques de plus de 400 sur des capteurs à effet Hall classique.

5.1 Généralités

5.1.1 Réponse de la matière à un champ magnétique

Lorsqu'un corps en matériau ferromagnétique est plongé dans un champ magnétique $\mathbf{h}_0$, le champ magnétique à l'intérieur de l'objet $\mathbf{h}$ diffère du champ initial en amplitude et en direction. Le champ initial provoque une réaction de la matière dans laquelle il apparaît une aimantation $\mathbf{m}$. Cette aimantation est à l'origine de la création d'un champ démagnétisant $\mathbf{h}_d$ tel que le champ total s'écrit

$$\boxed{\mathbf{h} = \mathbf{h}_0 + \mathbf{h}_d}.$$

Dans un matériau tel qu'un aimant permanent, même en l'absence de champ extérieur, le champ total n'est pas nul et il vaut le champ démagnétisant créé par l'aimantation (cf 5.1.2.1)

$$\mathbf{h} \;=\; \mathbf{h}_d\,.$$

Dans le cas d'un cylindre uniformément aimanté, $\mathbf{h}_d$ est opposé à l'aimantation, c'est pourquoi il est qualifié de démagnétisant. Notons que dans le cas d'un tore plongé dans un champ magnétique axisymétrique, le champ démagnétisant est nul et c'est pour cela que cette géométrie est adaptée pour les mesures de perméabilité relative. En fait, nous avons affaire à un système bouclé (cf figure 5.1) : le champ magnétique initial $\mathbf{h}_0$ génère l'aimantation $\mathbf{m}$, laquelle modifie la valeur du champ magnétique total $\mathbf{h}$ en rajoutant la composante $\mathbf{h}_d$, qui est un effet dépendant de la géométrie.

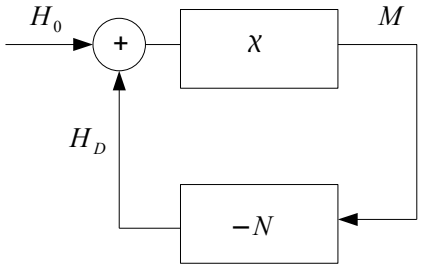


FIG. 5.1 – Représentation synoptique de la réaction d'un matériau ferromagnétique à un champ magnétique extérieur [35]. L'aimantation générée par la matière est responsable de l'apparition d'un champ démagnétisant qui se superpose au champ initial.

Susceptibilité magnétique La suceptibilité magnétique relie l'aimantation au champ magétique $\mathbf{h}$, elle peut prendre plusieurs formes, selon la nature du matériau que l'on considère :

- dans un matériau linéaire, $\mathbf{m}(x,y,z) = \chi(x,y,z)\,\mathbf{h}(x,y,z)$, où $\chi(x,y,z)$ est la matrice de susceptibilité. La linéarité suppose que $\chi(x,y,z)$ ne varie pas en fonction du module du champ magnétique (pas d'effet de saturation du matériau) ;
- dans un matériau linéaire et homogène $\mathbf{m}(x,y,z) = \chi\,\mathbf{h}(x,y,z)$, où l'expression de χ est valable dans tout le matériau ;
- dans un matériau linéaire, homogène et isotrope (LHI), $\mathbf{m}(x,y,z) = \chi\mathbf{h}(x,y,z)$, où χ est un simple scalaire. Les ferrites qui constituent les noyaux magnétiques de certains searchcoils peuvent être considérées comme LHI, dans le cadre d'un fonctionnement en champs faibles. Dans les milieux LHI, $\mathbf{b} = \mu\mathbf{h} = \mu_0(\mathbf{h}+\mathbf{m}) = \mu_r\mu_0\mathbf{h}$, avec $\boxed{\mu_r = 1+\chi}$.

Coefficients de champ démagnétisant La matrice des coefficients de champ démagnétisant $\mathbf{N}$ relie le champ démagnétisant $\mathbf{h}_d$ à l'aimantation $\mathbf{m}$ en un point particulier de l'espace

$$\mathbf{h}_d(x,y,z) \quad = \quad -\mathbf{N}(x,y,z).\mathbf{m}(x,y,z)\,.$$

Dans quelques cas particuliers, cette matrice est indépendante de l'endroit où l'on se situe dans le matériau

$$\mathbf{h}_d(x,y,z) \quad = \quad -\mathbf{N}.\mathbf{m}(x,y,z)\,.$$

De plus, pour certaines géométries, la relation entre l'aimantation et le champ démagnétisant $\mathbf{h}_d$, qui dépend de la géométrie du matériau, peut être exprimée analytiquement est simple et a une expression analytique.

5.1.2 Cas d'un ellipsoïde, définition du gain magnétique

5.1.2.1 Ellipsoïde aimanté

Le premier cas d'étude que nous proposons est celui d'une géométrie ellipsoïdale, dans laquelle l'aimantation est uniforme en module et en orientation. Dans ce cas simple, l'origine du champ magnétique est donc exclusivement due à l'aimantation du matériau. Dans le cas particulier d'un ellipsoïde **uniformément aimanté**, ramené à ses axes de symétrie, la matrice $\mathbf{N}$ est diagonale et ses coefficients ont une expression analytique [35, 36, 37] qui est

$$\mathbf{N}_{\substack{x\\y\\z}} = \frac{a.b.c}{2}\int_0^\infty \frac{ds}{\left(s+\begin{matrix}a^2\\b^2\\c^2\end{matrix}\sqrt{(s+a^2)(s+b^2)(s+c^2)}\right)}. \tag{5.1}$$

avec $N_x + N_y + N_z = 1$.

La formule précédente caractérise l'effet d'une **aimantation uniforme dans le solide étudié**. L'utilisation de l'expression analytique des coefficients démagnétisants dans d'autres situations doit conserver cette hypothèse valide, et notamment dans le cas où l'on étudie le comportement d'un ellipsoïde en matériau ferromagnétique plongé dans un champ homogène (cf 5.1.2.2).

Poursuivons un peu l'étude de l'expression 5.1. Dans le cas d'un ellipsoïde de révolution, de longueur a selon son axe de révolution et de diamètre b :

– si $r = \frac{b}{a} > 1$, on a

$$N = \frac{1}{r^2-1}\left[\frac{1}{\sqrt{r^2-1}}.acosh(r) - 1\right],$$

où N est le coefficient démagnétisant suivant l'axe de révolution de l'ellipsoïde ;

– si $r < 1$, on a

$$N = \frac{1}{r^2-1}\left[1 - \frac{r}{\sqrt{1-r^2}}.acosh(r)\right].$$

5.1.2.2 Ellipsoïde non aimanté

Nous allons maintenant étudier le cas d'un ellipsoïde en matériaux LHI de perméabilité χ plongé dans un champ magnétique constant $\mathbf{h}_0$. Cet ellipsoïde n'est pas aimanté dans un champ extérieur nul. L'utilisation des formules donnant les coefficients de champ démagnétisant suppose l'uniformité de l'aimantation dans l'ellipsoïde et nous devrons vérifier a posteriori que cette hypothèse était bien valide.

On écrit

$$\begin{bmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{bmatrix} = \chi \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix},$$

avec

$$\begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{0x} \\ h_{0y} \\ h_{0z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} h_{dx} \\ h_{dy} \\ h_{dz} \end{bmatrix},$$

et

$$\begin{bmatrix} h_{dx} \\ h_{dy} \\ h_{dz} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} N_x.m_x \\ N_y.m_y \\ N_z.m_z \end{bmatrix}.$$

On peut déduire des expressions précédentes que

$$\begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{0x} \\ h_{0y} \\ h_{0z} \end{bmatrix} - \chi \begin{bmatrix} N_x.h_x \\ N_y.h_y \\ N_z.h_z \end{bmatrix}.$$

On obtient donc

$$m_{\substack{x \\ y \\ z}} = \frac{\chi}{1 + N_{\substack{x \\ y \\ z}} \chi} h_{\substack{0x \\ 0y \\ 0z}}. \tag{5.2}$$

Les trois relations obtenues sont appelées droites de champ démagnétisant et ces résultats sont valables dans tout l'ellipsoïde. L'aimantation est uniforme dans l'ellipsoïde, on peut donc utiliser les expressions analytiques des coefficients de champ démagnétisant. On notera que deux ellipsoïdes homothétiques ont les mêmes coefficients démagnétisants.

5.1.2.3 Notion de gain magnétique

On définit le gain magnétique G_{mag} comme le rapport $\frac{B}{B_0}$ où B_0 est le module de l'induction initialement présente dans le vide avant introduction d'un noyau ferromagnétique et B est le module de l'induction au même point en présence du matériau. Cette définition suppose implicitement que l'induction initiale $\mathbf{b}_0 = \mu_0 \mathbf{h}_0$ et l'induction dans le noyau $\mathbf{b}$ sont colinéaires de telle sorte qu'on puisse simplement faire le rapport de leurs modules respectifs. Par la suite, nous supposerons que cette hypothèse est vraie dans les cas que nous étudierons et nous ne la rappellerons pas, mais il faut garder à l'esprit que ce n'est pas vrai dans le cas général.

Dans le cas de l'ellipsoïde, le gain magnétique a une expression analytique. En partant de l'expression générale $\mathbf{h} = \mathbf{h}_0 + \mathbf{h}_d$, on obtient

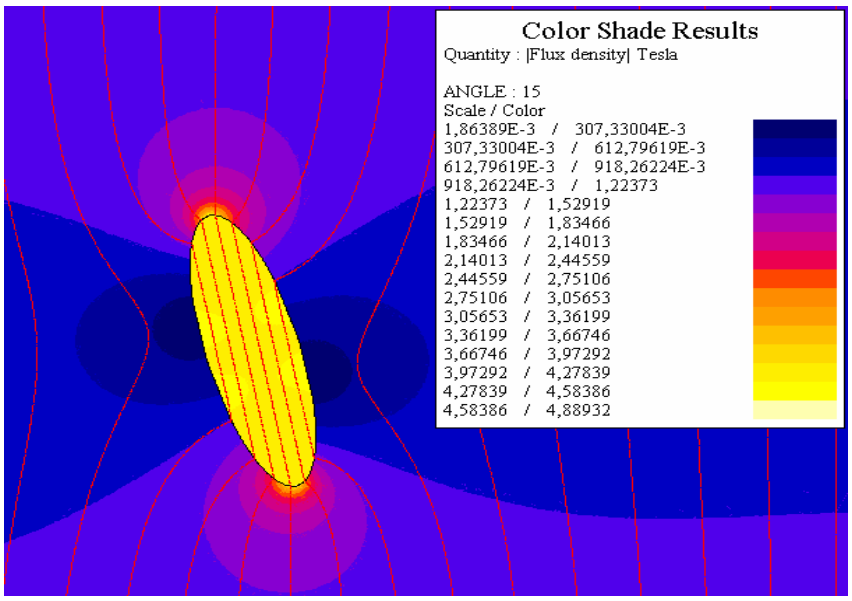


FIG. 5.2 – Simulation en 2D planaire d'une ellipse inclinée dans un champ magnétique uniforme dirigé verticalement. On constate que l'induction est homogène dans le solide, les lignes de champ, en rouge, sont bien parallèles entre elles. L'échelle de couleur est une échelle en valeurs de gain magnétique.

$$\begin{aligned}\mathbf{h} &= \mathbf{h}_0 + \mathbf{h}_d \\ &= \mathbf{h}_0 - \mathbf{N}\mathbf{m} \\ &= \mathbf{h}_0 - \mathbf{N}\chi\mathbf{h}\,,\end{aligned}$$

soit

$$\mathbf{h} + \mathbf{N}\chi\mathbf{h} = \mathbf{h}_0\,.$$

En posant $i = x, y, z$, on poursuit le calcul par composante suivant chaque axe

$$\begin{aligned}h_i(1 + N_i\chi) &= h_{0i} \\ \frac{h_i}{h_{0i}} &= \frac{1}{1 + N_i\chi} \\ \frac{b_i}{b_{0i}} &= \frac{\mu_R}{1 + N_i(\mu_R - 1)}\,.\end{aligned}$$

Cette dernière expression du gain magnétique est valable dans tout l'ellipsoïde. Il faut noter que si la perméabilité relative du matériau est grande (et que $N_i\mu_R \gg 1$), alors le gain magnétique tend vers $\frac{1}{N_i}$: ce sont les effets de la géométrie qui sont prépondérants lorsqu'on considère des matériaux de grande perméabilité.

5.1.3 Cas d'un tore avec entrefer

Considérons le cas d'un tore en matériau perméable, LHI, de diamètre moyen l, et avec un entrefer de longueur l_e. Considérons un tube de flux s'appuyant sur le tore, dont une des faces est dans le tore et l'autre dans l'entrefer (voir figure 5.3). On définit un tube de flux, en prenant comme hypothèse que l'induction est perpendiculaire aux deux faces extrêmes du tube de flux et tangente à la face latérale. Cela revient à dire que l'induction est tangente à des cercles dont le centre est le centre du tore. On suppose également que les lignes de flux ne s'épanouissent pas dans l'entrefer et que l'induction reste homogène.

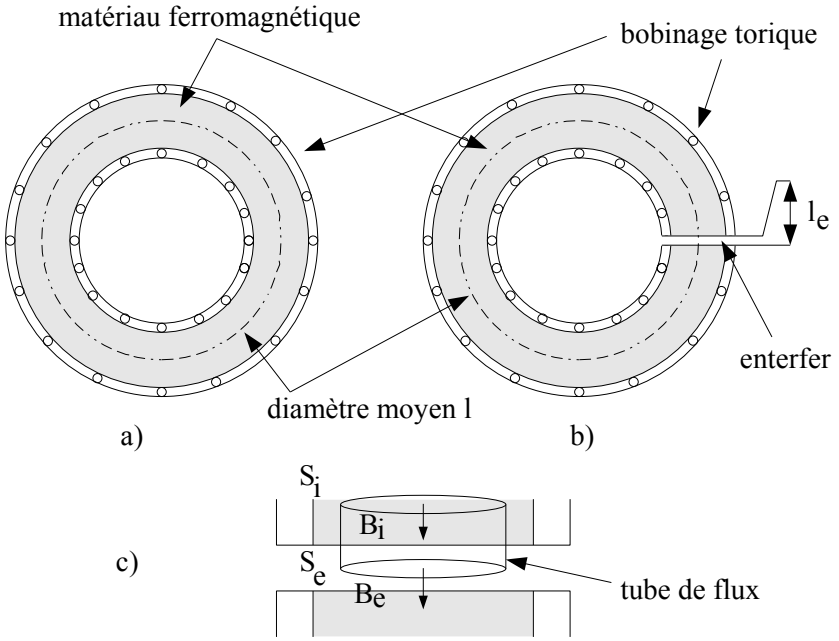


FIG. 5.3 – Etude du cas d'un tore avec entrefer. présentation du dispositif, sans entrefer (a) et avec entrefer (b). (c) Application du théorème de conservation du flux de **b** à travers une surface fermée à un tube de flux dont une face est dans le tore et l'autre face dans l'entrefer.

On peut appliquer le principe de conservation du flux

$$B_i.S_i \;=\; B_e.S_e\,.$$

On en déduit que $B_i = B_e = B$, l'induction dans le matériau est donc égale à l'induction dans l'entrefer.

Appliquons le théorème d'Ampère à un contour circulaire passant dans le tore. On suppose que le champ magnétique **h** de module H est tangent à ce contour à l'intérieur du matériau comme dans l'entrefer. On écrit donc

$$H_i.(l - l_e) + H_e.l_e \;=\; I\,,$$

avec $I = ni$, où i est l'intensité du courant qui parcoure les n spires du bobinage toroïdal (cf fig. 5.3). On peut réécrire ce résultat en faisant apparaitre B

$$\begin{aligned} \frac{B}{\mu_0\mu_r}.(l-l_e)+\frac{B}{\mu_0}.l_e &= I \\ B &= \frac{I}{\frac{l-l_e}{\mu_0\mu_r}+\frac{l_e}{\mu_0}} \\ B &= \frac{I.\mu_0.\mu_r}{l+l_e(\mu_r-1)} \\ B &= \frac{I.\mu_0}{l}.\frac{\mu_r}{1+\frac{l_e}{l}(\mu_r-1)}\,. \end{aligned} \tag{5.3}$$

En l'absence de tore, le champ magnétique vaut $B_0 = \frac{I.\mu_0}{l}$. On peut supposer par exemple que le bobinage est réparti uniformément sur le contour du tore imaginaire et appliquer le théorème d'Ampère pour obtenir ce résultat.

En présence du tore sans entrefer, le champ, au même endroit, vaut $B = \frac{I.\mu_0.\mu_r}{l}$ (on retrouve le même résultat qu'en posant $l_e = 0$ dans la relation 5.3). **Le matériau magnétique permet donc une amplification maximale valant sa perméabilité relative.** On peut écrire la relation entre B et B_0 sous l'expression d'un gain magnétique G_{mag}

$$\begin{aligned} G_{mag} &= \frac{B}{B_0} \\ &= \frac{\mu_r}{1+\frac{l_e}{l}.(\mu_r-1)}\,. \end{aligned}$$

D'après le paragraphe précédent, $G_{mag} = \frac{\mu_R}{1+N(\mu_R-1)}$, alors on a

$$N = \frac{l_e}{l}\,.$$

Cette relation n'est bien entendu valable que pour les cas où l'entrefer est suffisament petit pour que l'on puisse négliger l'épanouissement des lignes de flux dans l'air et ainsi appliquer directement le théorème de conservation du flux. On retrouve bien une valeur d'amplification maximale pour $l_e = 0$, valant la perméabilité relative initiale du matériau.

On peut représenter la relation précédante par le système bouclé de la figure 5.4. On a donc une chaine directe de gain $\boxed{\mu_r}$ et une chaine de retour dont le gain vaut $\boxed{\frac{l_e}{l} * \frac{\mu_R-1}{\mu_R}}$. On constate bien que la contre-réaction du système opère par l'intermédiaire du champ démagnétisant et de l'entrefer.

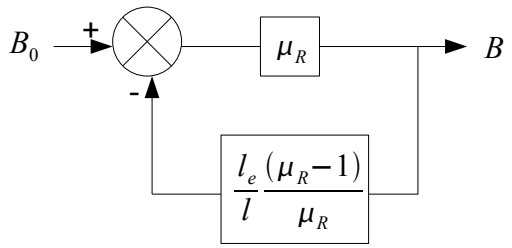


FIG. 5.4 – Représentation du cas du tore bobiné sous forme d'un système bouclé : le gain de la chaîne directe est élevé et le rebouclage se fait par l'intermédiaire de l'entrefer.

Application numérique Pour fixer les idées, prenons $l = 50\,mm$, $l_e = 1\,mm$ et un matériau de perméabilité initiale $\mu_r = 2500$. On peut calculer la valeur du champ démagnétisant dans le tore, en utilisant la relation $H_i = H_0 + H_D$. Avec $H_i = \frac{H_0}{1+\frac{1}{50}(2500+1)} \simeq \frac{H_0}{50}$, on trouve que $H_D = -\frac{49}{50}H_0$. Dans le même temps, l'induction passe de B_0 à $B = \frac{I.\mu_0}{l}.\frac{\mu_r}{1+\frac{l_e}{l}(\mu_r-1)} = 50B_0$. On peut distinguer deux effets :

- le champ à l'intérieur a diminué, c'est l'effet démagnétisant ;
- l'induction a augmenté, c'est l'effet d'amplification magnétique.

Dans les structures ouvertes, l'étude de la réponse de la matière à un champ magnétique extérieur est plus complexe comme nous allons le voir dans le paragraphe suivant.

5.1.4 Cas d'un cylindre

Dans le cas d'un cylindre, qui nous intéresse particulièrement pour la modélisation des searchcoils et du magnétomètre couplé searchcoil/microcapteur, il n'existe malheureusement pas de solution analytique universelle pour le calcul du gain magnétique. L'induction dans le cylindre n'est pas homogène, comme nous l'avons vu dans le paragraphe sur le searchcoil. Pour définir le gain magnétique, on suppose que l'induction dans le barreau est colinéaire à l'induction initiale $\mathbf{b}_0$. Ceci est vrai dans la zone d'intérêt d'un barreau, limitée à une fraction de sa longueur. Cela dépend du rapport longueur sur diamètre du cylindre considéré (cf figure 5.5).

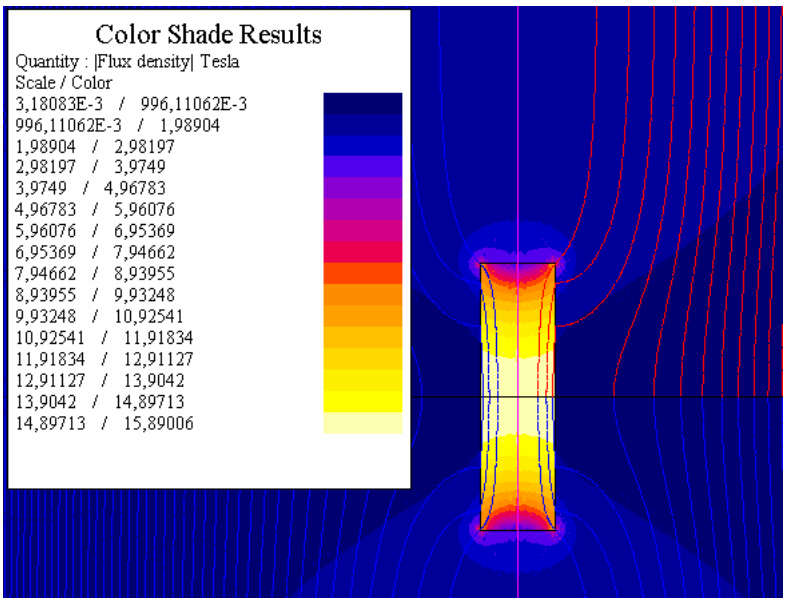


FIG. 5.5 – Simulation en 2D axisymétrique d'un cylindre dans un champ magnétique uniforme dirigé verticalement, selon l'axe du barreau. L'induction n'est pas homogène dans le solide, à la différence de l'ellipsoïde, les lignes de champ, en rouge, ne sont plus parallèles entre elles sauf dans la zone centrale du barreau. L'échelle de couleur est une échelle en valeur de gain magnétique.

Des études empiriques et analytiques ont été menées par R. M. Bozorth [38, 39] sur l'influence de la géométrie sur la perméabilité apparente des cylindres et des ellipsoïdes. Il a notamment fait des mesures sur des échantillons cylindriques et ellipsoïdaux. Dans un cylindre, le paramètre pertinent est le rapport longueur sur diamètre $m = L/D$.

Dans un cylindre allongé, le champ démagnétisant est très faible au centre et donc la perméabilité apparente approche la valeur de la perméabilité relative. En effet, en repartant de la formule générale pour le gain magnétique $\frac{\mu_R}{1+N(\mu_R-1)}$, on retrouve bien la perméabilité relative en faisant tendre N vers 0. Ici, on ne considère qu'un seul coefficient de champ démagnétisant : dans la zone d'étude du barreau magnétique, l'induction est parallèle aux bords du cylindre et l'aimantation lui est colinéaire. Note : lorsque le cylindre est incliné par rapport au champ magnétique initial, on considère que l'induction dans le cylindre vaut le gain magnétique par la projection de $\mathbf{b}_0$ sur l'axe du cylindre.

Avec Flux2D, nous avons simulé les expériences de Bozorth et les résultats que nous trouvons (cf figure 5.6) sont conformes à ceux de [38]. Le gain magnétique tend asymptotiquement vers la perméabilité relative du matériau magnétique en fonction du rapport $m = L/D$. Cette étude tend à montrer que le gain magnétique ne peut pas dépasser la valeur de la perméabilité relative dans un cylindre en matériau ferromagnétique.

Dans le cas particulier des cylindres longs ($m > 10$) et de perméabilité relative grande, la formule empirique de Neumann et Warmuth [39] permet d'estimer le coefficient de champ démagnétisant **au centre du cylindre**

$$N = \frac{4.02 \log_{10} m - 0.92}{2m^2}. \tag{5.4}$$

Si l'on veut atteindre le gain maximum en augmentant m, on va se heurter rapidement aux limites de la mise en forme du matériau réel (les géométries pour lesquelles $m = 100$ par exemple seraient difficiles à fabriquer dans un matériau ferrite), de l'encombrement, du poids du noyau... Nous allons voir dans le paragraphe suivant que d'autres paramètres que le rapport m influent localement sur le gain magnétique et permettent d'obtenir des gains magnétiques très importants.

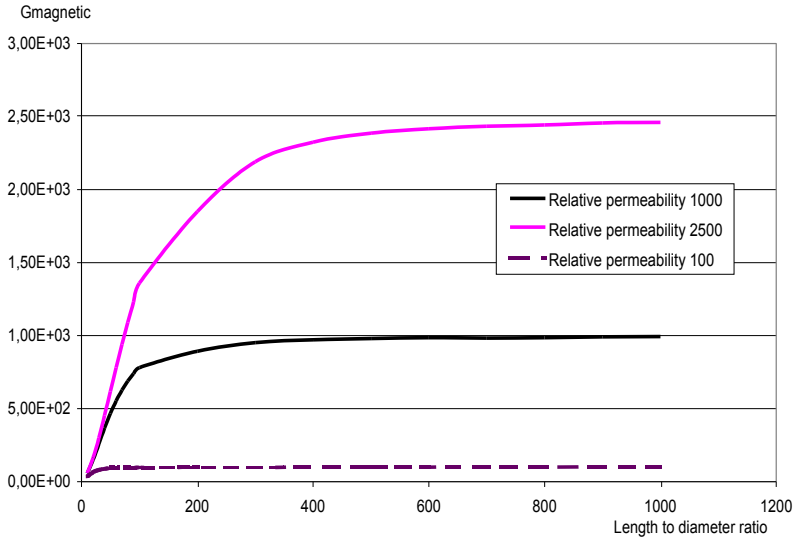


FIG. 5.6 – Résultats de simulations avec Flux2D. Variations du gain magnétique au centre d'un cylindre de perméabilité variable et de rapport L/D variable. Plus L/D est grand, plus le gain magnétique (la perméabilité apparente) se rapproche de la perméabilité relative du matériau.

Pour obtenir un ordre de grandeur du gain magnétique au centre d'un cylindre, on peut également utiliser la valeur du coefficient de champ démagnétisant suivant l'axe d'un ellipsoïde de révolution inscrit dans le cylindre. Cette expression analytique approchée du coefficient démagnétisant est utile dans le cadre d'une optimisation de forme [40].

5.1.4.1 La conservation et la concentration de flux magnétique

La perméabilité du matériau choisi étant toujours beaucoup plus grande que celle de l'air ($\simeq 1000$ pour une ferrite typiquement), on peut supposer que les lignes de champ magnétique sont bien canalisées par le noyau ferromagnétique. On peut donc appliquer le théorème de conservation du flux qui stipule que le flux de l'induction à travers une surface fermée est nul (**b** est à divergence nulle). Prenons le cas d'un cylindre que l'on aminci dans sa zone centrale.

On peut supposer que cette zone centrale est un tube de flux (voir figure 5.7), on obtient

$$\begin{aligned} B_1 S_1 &= B_2 S_2 \\ \frac{B_1}{B_0} &= \frac{S_2}{S_1}\frac{B_2}{B_0} \\ G_{mag\,1} &= G_{mag\,2}\frac{r_2^2}{r_1^2}\,. \end{aligned}$$

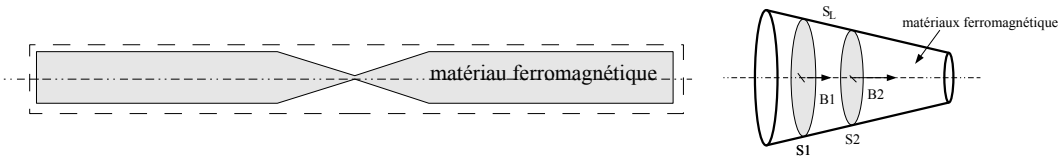


FIG. 5.7 – Application de la conservation du flux de **b** à travers un tube de flux qui s'appuie sur les bords d'un cylindre aminci dans sa partie centrale.

On peut en déduire qu'en amincissant le cylindre dans sa partie centrale de $r_{initial}$ à r_{final}, le gain magnétique final G_{final} sera relié au gain magnétique au centre du barreau cylindrique $G_{initial}$ par la relation

$$G_{final} = \frac{r_{initial}^2}{r_{final}^2} G_{initial}\,,$$

où $G_{initial} = \frac{\mu_R}{1+N(\mu_R-1)}$ conformément à ce que nous avons vu précédemment. Cette expression suggère que ce procédé de réduction de section pour augmenter le gain magnétique permette même de dépasser la perméabilité relative du matériau qui est la limite d'amplification magnétique dans le cas du tore étudié précédemment ainsi que pour l'ellipsoïde.

C'est effectivement ce que nous avons vérifié par simulation de la géométrie de la figure 5.7. Un exemple des ordres de grandeur des valeurs de gain magnétique que l'on obtient au centre d'un cylindre aminci est donné dans le tableau 5.1.

μ_R	2500	2500	2500	100000
m	10	25	50	50
N	0.0155	0.0038	0.0012	0.0012
$G_{initial}$	63	238	625	826
$G_{final} = r^2_{initial}/r^2_{final} G_{initial} = 100$	6300	23800	62500	82600

TAB. 5.1 – Tableau donnant quelques valeurs typiques de coefficients démagnétisants dans des cylindres de rapports m et de perméabilités différents. Au centre du barreau, le gain magnétique peut être nettement supérieur à la valeur de la perméabilité relative.

5.1.4.2 Cas d'un cylindre avec entrefer

Comme nous venons de le voir, on peut obtenir des **gains magnétiques très élevés localement** en profitant de l'effet de concentration du flux magnétique par rétrécissement de la section d'un cylindre. Mais pour pouvoir profiter de cette amplification au niveau du capteur à effet Hall, il nous faut **couper ce concentrateur en deux parties pour pouvoir y placer le microcapteur**. Il s'agit maintenant de déterminer ce qu'il en est du gain magnétique dans un cylindre divisé en deux.

Nous allons commencer par étudier un système simple composé de deux cylindres en matériau ferromagnétique séparés par un entrefer variable. Les lignes de flux magnétique s'épanouissent un peu autour de l'entrefer et une partie non négligeable de l'amplification est perdue. En fait, quand on sépare le cylindre en deux parties, le gain magnétique maximum reste à l'intérieur des demi-noyaux : on obtient deux maximums dans le profil de l'induction le long du sytème. Les noyaux sont capables d'amplifier l'induction dans l'entrefer mais le gain ne peut pas excéder la perméabilité relative du matériau.

Dans l'exemple d'un tore avec entrefer (paragraphe 5.1.3), l'expression du gain magnétique est

$$G_{mag} = \frac{\mu_r}{1 + \frac{l_e}{l}.(\mu_r - 1)}.$$

Dans le cylindre, intuitivement, on peut supposer que le gain magnétique va également suivre une loi en forme de fraction rationnelle de la longueur de l'entrefer l_e. Les simulations effectuées sur un cylindre avec entrefer pour plusieurs valeurs de l'entrefer permettent de calculer la meilleure approximation, au sens des moindres carrés, de la loi de variation des valeurs de gain obtenues, par la fonction $\frac{1}{a+bl_e}$. Cette approximation de la loi de variation est une bonne approximation de la loi de variation des données simulées (cf figure 5.8).

On peut alors extrapoler pour déterminer la valeur maximale du gain, à entrefer nul, ce qui est délicat à simuler puisque le maillage de l'entrefer devient alors infiniment petit (pour nos simulations, on ne pouvait pas descendre eb dessous des entrefers d'environ $10\,\mu m$). L'extrapolation semble validée, puisqu'elle permet, pour un entrefer nul, de retrouver la valeur du gain magnétique dans un cylindre rétréci au centre. Le tableau 5.2 récapitule des comparaisons des gains obtenus par trois méthodes différentes : les simulations du cylindre aminci avec Flux2D, la prédiction de la valeur du gain au centre du barreau aminci avec la formule de Neumann et Warmuth et le rapport $\frac{r^2_{final}}{r^2_{initial}}$ et l'extrapolation de la valeur de gain à entrefer nul en utilisant les simulations avec entrefer et l'approximation par fraction rationnelle.

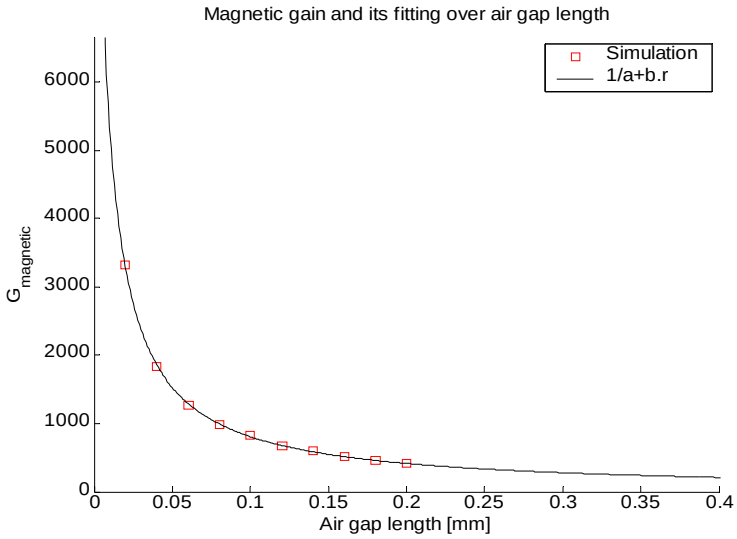


FIG. 5.8 – Résultats de simulation du gain magnétique dans l'entrefer d'un cylindre aminci (Φ du cylindre $20\,mm$, Φ au centre $1\,mm$, $L = 200\,mm$, $\mu_R = 1000$). Les carrés rouges sont les valeurs calculées par Flux 2D et la ligne noire représente l'approximation de la loi $G_{mag} = f(l_e)$ par la fraction rationnelle $\frac{1000}{7.014\times10^{-2}+1167l_e}$ (obtenue par la méthode des moindres carrés).
(Doc. tirée de [41])

r_{final}	$1\,mm$	$2\,mm$	$5\,mm$
Simulation	5210	1360	231
Prédiction	6411	1603	256
Extrapolation	6130	1510	246

TAB. 5.2 – Tableau comparatif des valeurs de gain magnétique maximum trouvées en partant : de la simulation directe du cylindre aminci avec flux2D, de la prédiction avec la formule de Neumann et Warmuth combinée à l'amplification de l'induction et enfin de l'extrapolation à partir des résultats des simulations.

5.2 Modélisation avec Flux2D

Cette section est consacrée à l'étude du gain magnétique dans une géométrie intuitive donnée, dont on fait varier les paramètres géométriques. Le système, composé de deux demi-noyaux de longueur l espacés d'un entrefer de dimension l_e négligeable devant l, aura pour dimensions hors tout maximales celles d'un cylindre de $200\,mm$ de longueur et de $20\,mm$ de diamètre. Pour faciliter la présentation, toutes les figures contenant les résultats de simulation seront renvoyées au paragraphe 5.2.1.3.

5.2.1 Forme de base

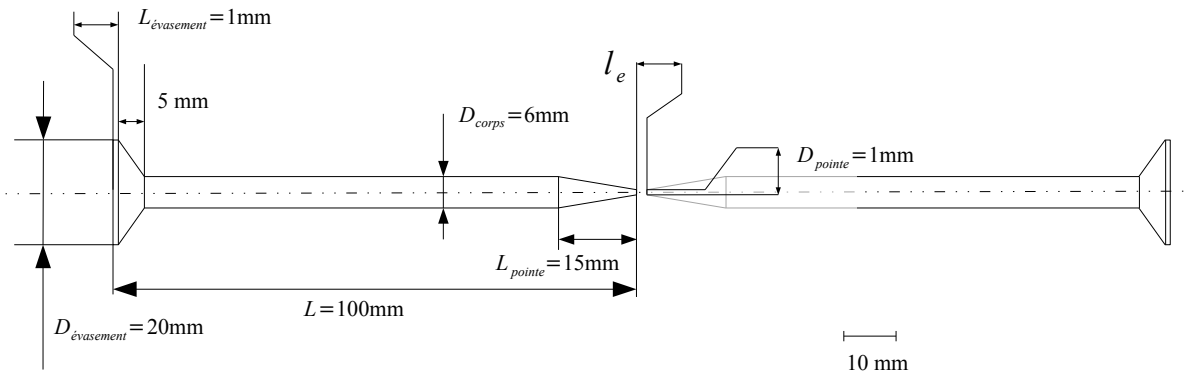


FIG. 5.9 – Forme intuitive prise pour l'exemple de l'étude des variations du gain magnétique au centre du concentrateur.

La forme de référence est constituée de deux demi-noyaux ($\mu_R = 1000$), pourvus d'un évasement et d'une pointe, entre lesquels on laisse un entrefer (cf figure 5.9). Comme vu dans le paragraphe de présentation du searchcoil, les évasements permettent de mieux canaliser le flux magnétique. Ces demi-noyaux, qui font office de concentrateurs magnétiques, sont plongés dans un champ magnétique initial de module $B_0 = 1\,nT$ orienté suivant l'axe du système. Les valeurs en ordonnées des graphes présentés par la suite sont en T et permettent de déduire la valeur du gain magnétique par une simple division par B_0.

5.2.1.1 Loi de variation $G_m = f(l_e)$

Lorsque ce sera nécessaire dans la suite, on supposera que la loi de variation de l'amplification magnétique dans l'entrefer suit celle qui a été proposée au paragraphe 5.1.4.2, à savoir $G_m = \frac{B}{B_0} = \frac{1}{a+b.l_e}$, et on a utilisé Scilab pour calculer les coefficients a et b optimaux au sens des moindres carrés. Cette loi a un domaine utile allant de quelques microns à un millimètre environ : au delà du millimètre, la taille de l'entrefer n'est plus intéressante du point de vue de l'amplification magnétique (voir figure 5.13). En deçà du micromètre, l'entrefer est pratiquement nul et les deux noyaux sont collés, ce qui n'a aucun intéret pour notre application.

Nous avons découvert que la valeur de l'induction magnétique n'est pas constante sur un profil radial partant de l'axe de symétrie du concetrateur et s'étendant jusqu'au bord

de la zone la plus étroite du noyau lorsque nous avons raffiné le maillage dans la zone centrale du système à entrefer nul. L'induction au niveau le plus étroit des noyaux n'est plus homogène sur la section et il devient difficile de définir un terme d'amplification magnétique (figure 5.12 et 5.11). Nous avons choisi de prendre la moyenne du gain sur un tel profil comme valeur de gain à entrefer nul.

La variation du gain magnétique en fonction de l'entrefer dans le cas de la géométrie initiale est représentée figure 5.10.

5.2.1.2 Variation de l'amplification magnétique en fonction de la géométrie

Nous présentons ici les résultats de simulations dans lesquelles nous faisons varier les paramètres géométriques de la forme de base. Pour chaque paramètre qui varie, tous les autres paramètres gardent leur valeur définie figure 5.9.

Longueur de la pointe L_{pointe} Ici, nous évaluons l'incidence de la longueur de la pointe des demi-noyaux, en gardant la longueur totale du concentrateur constante, ce qui fait juste varier la pente au niveau de la zone amincie. Ce paramètre influe très peu sur la valeur de l'amplification magnétique dans l'entrefer (figure 5.14).

Rayon du corps $D_{corps}/2$ C'est un paramètre important de la géométrie, le gain présente un maximum suivant ses variations à entrefer donné. Un corps trop large entraîne une diminution du gain. Sur la figure globale et sur les abaques de la figure 5.15, on distingue nettement ce maximum pour un entrefer donné.

L'examen des simulations, montre qu'il existe un rayon optimal pour le noyau. Un raisonnement physique simple permet d'expliquer pourquoi. Le rayon optimal doit satisfaire à deux exigences contradictoires :

- comme nous l'avons mentionné plus tôt, le rapport m détermine l'amplification magnétique dans un cylindre ferromagnétique. Plus il est grand et mieux on amplifie l'induction à l'intérieur du barreau. Pour augmenter m à encombrement constant en longueur, il suffit de diminuer le rayon ;
- le diamètre de la zone amincie du cylindre est limité par la taille de la zone sensible du capteur à effet Hall que l'on veut y placer (typiquement $\Phi = 1\,mm$) et par des contraintes techniques (rupture du matériau, si on amincit trop). A r_{final} minimum fixé, le gain croît avec le rapport $\frac{r^2_{initial}}{r^2_{final}}$, et donc un rayon de cylindre plus important favorise l'amplification magnétique.

Rayon des évasements $D_{evasement}/2$ Ce paramètre est assez influent sur le gain magnétique (figure 5.16). Sa limite supérieure est fixée par l'encombrement prévu pour le capteur et par la masse totale des concentrateurs, si elle est limitée par le budget de masse de l'instrument.

Longueur des évasements $L_{evasement}$ Ce paramètre influe très peu sur la valeur de l'amplification magnétique dans l'entrefer (figure 5.17). A priori, en terme de masse, il vaut mieux le prendre le plus petit possible pour limiter l'impact des évasements sur la masse et l'encombrement et sur la zone bobinable du capteur.

Longueur totale d'un demi noyau L Ce paramètre est assez influent sur l'amplification magnétique (figure 5.18). Les variations conséquentes de l'amplification sont cependants visibles pour les entrefers fin, dans le cas du prototypage, en prenant un entrefer de 100 μm, les gains valent, 684 (respectivement 840 et 866) pour une longueur de 90 mm (respectivement 100 et 110 mm). La valeur de la longueur des noyaux est volontairement limitée par l'encombrement total du système et son poids.

5.2.1.3 Figures

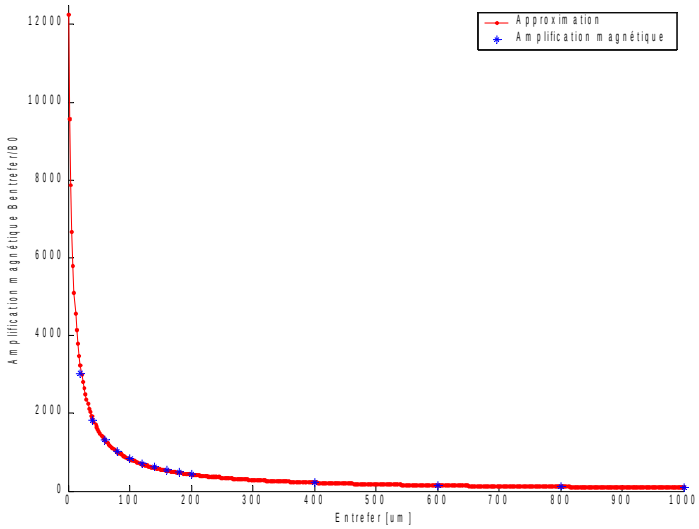


FIG. 5.10 – Approximation Matlab du gain magnétique.

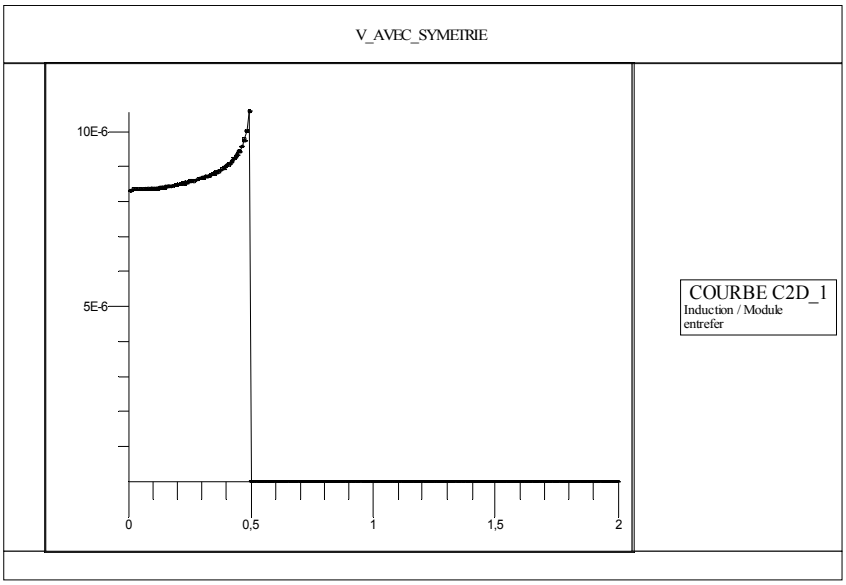


FIG. 5.11 – Gain magnétique, sans entrefer, section la plus étroite.

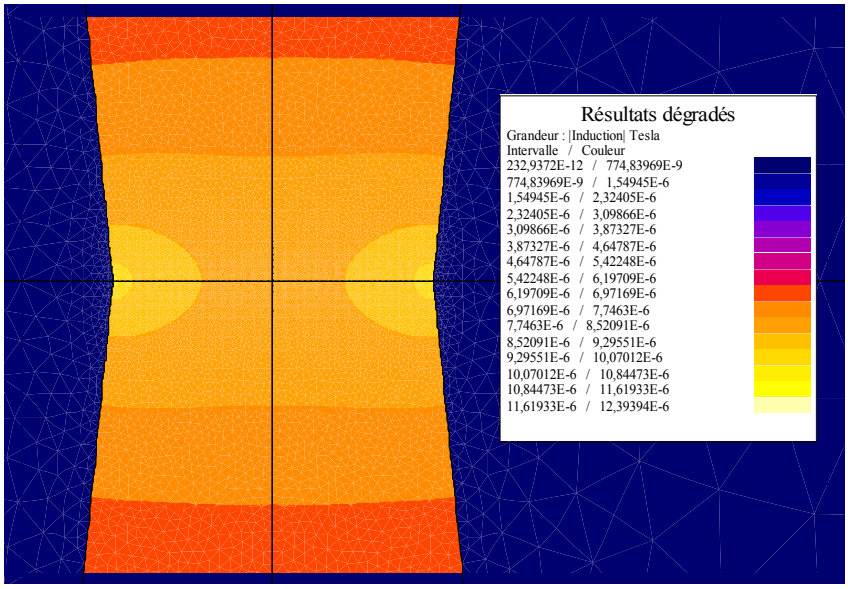


FIG. 5.12 – Répartition de l'induction, sans entrefer, section la plus étroite.

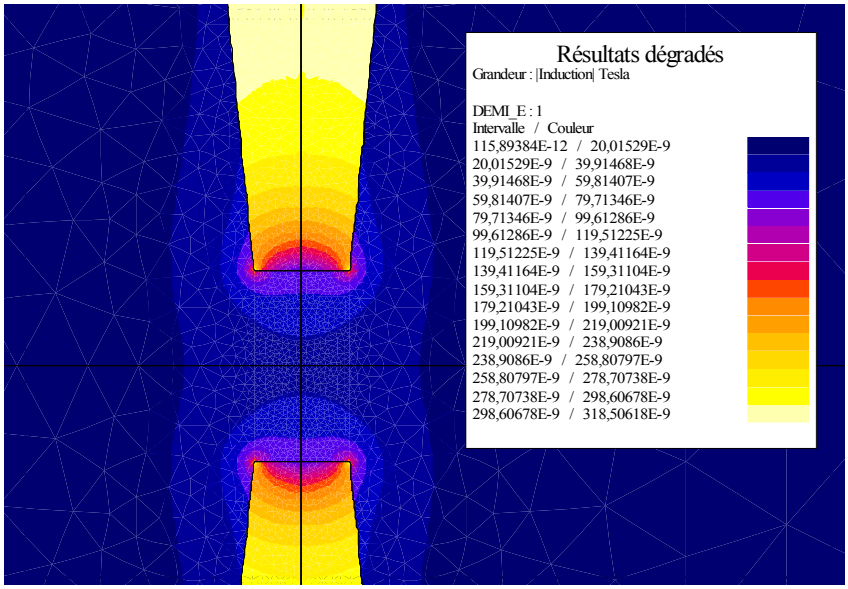


FIG. 5.13 – Induction dans la pointe, entrefer de $2000\mu m$. Les entrefers trop grands, $1\,mm$ et au delà, ne sont pas intéressants car on perd tout le bénéfice de l'amplification de champ par les demi-noyaux.

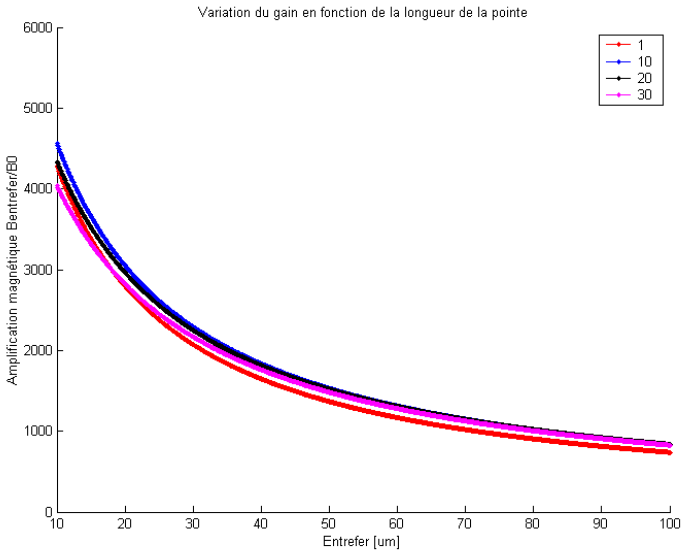


FIG. 5.14 – Variation du gain en fonction de la longueur de la pointe L_{pointe}.

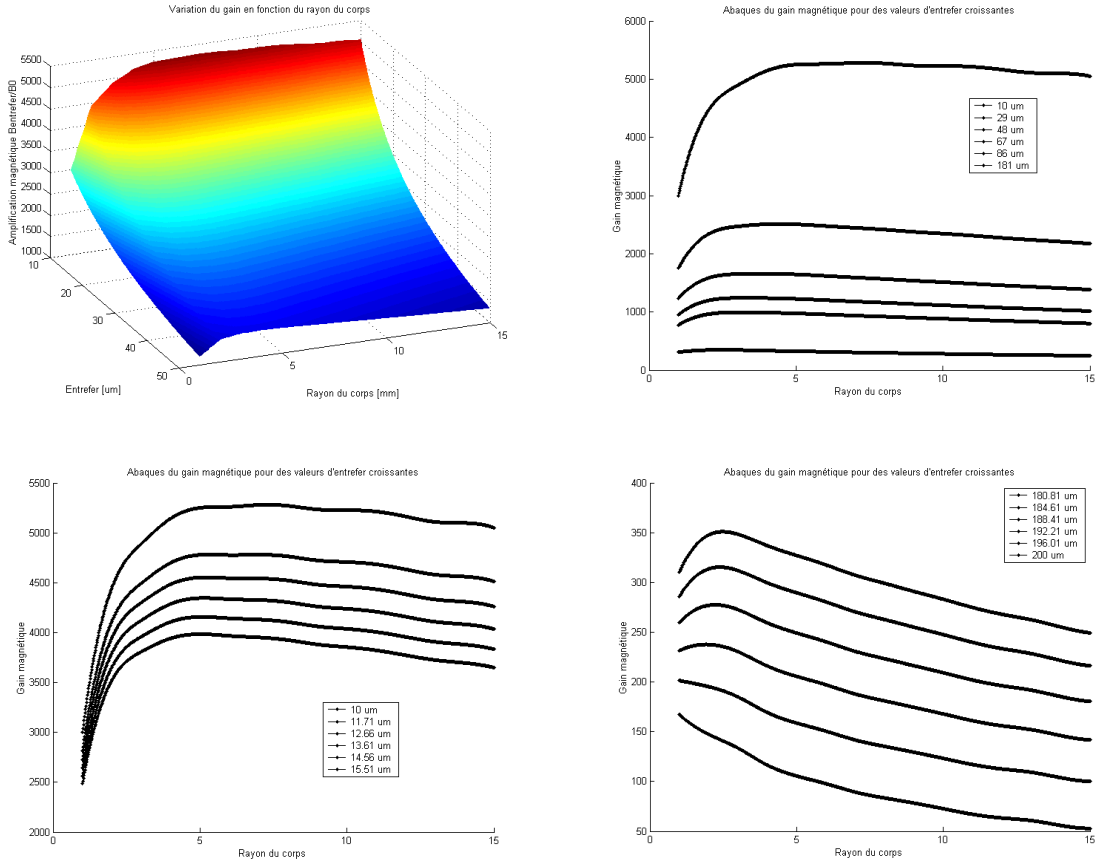


FIG. 5.15 – Abaques du gain magnétique en fonction du rayon du corps $D_{corps}/2$. Le premier graphe est une vue d'ensemble et chacun des autres graphes représente les variations de gain magnétique en fonction du rayon du corps à entrefer fixe.

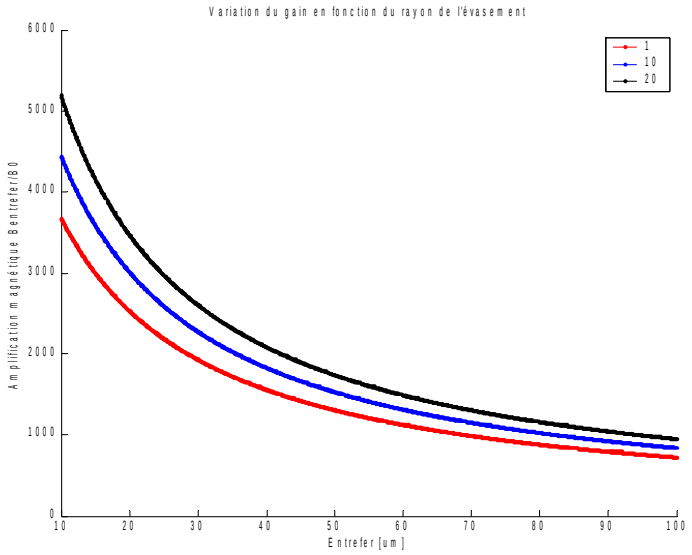


FIG. 5.16 – Variation du gain en fonction du rayon des évasements $D_{evasement}/2$.

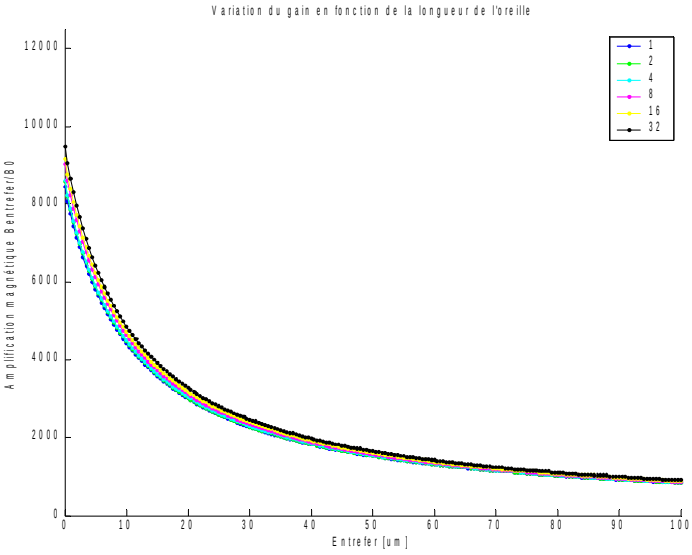


FIG. 5.17 – Variation du gain en fonction de la longueur des évasements $L_{evasement}$.

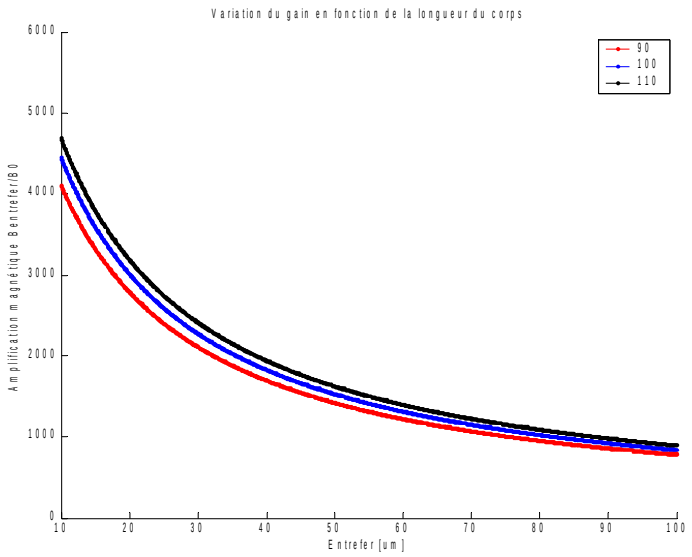


FIG. 5.18 – Variation du gain en fonction de la longueur totale d'un demi-noyau L.

5.2.2 Conclusions sur la recherche de forme

5.2.2.1 Paramètres pertinents pour la conception

Longueur de la région amincie La région amincie doit avoir une longueur suffisante pour permettre la conservation du flux : si la diminution de la section est trop brutale, certaines lignes de flux sortent du noyau et le gain magnétique est détérioré. Si cette condition est respectée, alors la conservation du flux décrit bien le comportement d'amplification présenté auparavant.

Longueur du noyau Plus le noyau est long, plus la valeur du gain magnétique avant la réduction de section est importante. L'influence de ce paramètre est asymptotique, au delà d'une certaine longueur, ce n'est plus la peine d'augmenter la taille du noyau : l'amélioration en terme de gain magnétique sera négligeable. En outre, la longueur peut-être limitée par l'application.

Rayon du noyau Comme nous l'avons mentionné plus haut, le rayon doit satisfaire aux exigences antagonistes de la canalisation du flux (grand rapport L/D à encombrement constant) et de l'effet de concentration du flux (rapport $\frac{r^2_{initial}}{r^2_{final}}$ maximum pour un r_{final} fixé par les dimensions de la zone utile du capteur Hall que l'on veut y placer). Il existe un optimum entre ces deux critères. Sur la figure 5.19, on a tracé les valeurs de cet optimum pour différentes valeurs de l'entrefer, dans le cas de la géométrie de base (fig. 5.9).

Matériau ferromagnétique Plusieurs types de matériaux peuvent être utilisés pour réaliser les concentrateurs. Parmis les matériaux de perméabilité élevée, on peux citer les ferrites [42] ($\mu_R = 10^3 - 10^4$) et les aciers magnétiques [43, 44] ($\mu_R = 10^4 - 10^6$). Pour notre application, les ferrites présentent l'avantage d'être facilement usinables. De plus, leurs caractéristiques fréquentielles permettent d'envisager des fréquences de fonctionnement élevées (jusqu'à quelques MHz pour certaines applications) intéressantes pour les

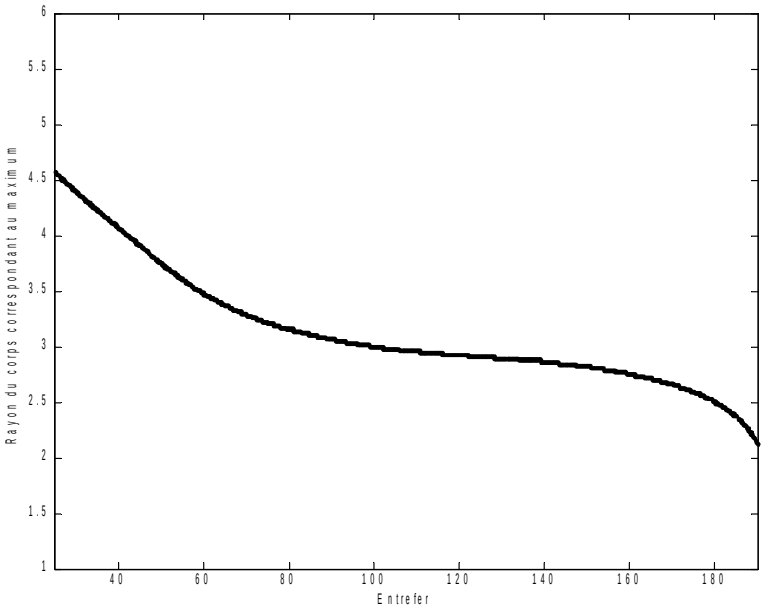


FIG. 5.19 – Rayon du corps optimal à entrefer donné.

searchcoils. Les aciers magnétiques sont actuellement difficiles à mettre en forme (bien que certains développpements amont laissent entrevoir des solutions passant par la métallurgie des poudres, utilisée pour les ferrites) et les problèmes de courants de Foucault limitent leur fonctionnement dans les hautes fréquences à cause de leur faible résistivité.

Les contraintes de masse sur les satellites doivent également être prises en compte et la ferrite a une densité $\rho \simeq 4800\,kg/m^3$ inférieure à celle des aciers magnétiques $\rho \simeq 7800\,kg/m^3$.

Notre étude a montré que selon la forme des concentrateurs, on peut atteindre des gains magnétiques très importants même avec un matériau qui n'a pas une très grande perméabilité et dans notre cas, l'utilisation des ferrites présente des avantages même si elle ont des perméabilités inférieures à celles des aciers magnétiques.

La perméabilité d'un matériau ferromagnétique est dépendante de sa température et cette contrainte est très importante en milieu spatial, où les instruments doivent fonctionner dans des plages de températures allant de $-100^{\circ}C$ à $-100\,^{\circ}C$. La société THALES a mis au point des ferrites adaptées à l'amplitude thermique subie par les équipements d'une mission spatiale, qui nous garantissent une perméabilité importante sur la gamme de températures de fonctionnement. Dans notre système, les variations de la perméabilité sont partiellement atténuées par le fait que nous étudions des géométries ouvertes. Comme nous l'avons vu précédemment, dans les géométries ouvertes, si la perméabilité est très grande, l'amplification magnétique dépend surtout du coefficient de champ démagnétisant.

5.2.2.2 Amplification magnétique pour les magnétorésistances

Comme nous venons de le montrer, la sensibilité de certains capteurs peut être améliorée en disposant de noyaux magnétiques au centre desquels le capteur est positionné. L'amplification obtenue va dépendre de la distance entre les deux noyaux : plus cette

distance est faible, plus l'amplification est élevée. Nous avons montré que l'amplification peut localement excéder la perméabilité relative du matériau magnétique et atteindre des amplifications de plus de 1000, lorsque la distance entre les deux noyaux est de l'ordre de $100\,\mu m$. Dans le cas des capteurs à effet Hall cela permet d'envisager des sensibilité de l'ordre de $100\,pT/\sqrt{Hz}$ à $1\,Hz$. Toutefois, ce type d'amplification est possible pour des capteurs dont l'épaisseur de la zone sensible peut être réduite dans des proportions importantes, ce qui est plus difficilement le cas des capteurs type AMR, GMR, TMR ou GMI dont la sensibilité au champ magnétique est dans le sens transverse.

Par exemple, la puce AMR THALES présentée précédemment s'apparente à un parallélépipède de dimensions $2\,mm \times 1\,mm \times 100\,\mu m$ et dans ce cas, la distance entre les noyaux devrait valoir au moins la largeur de la puce ($1\,mm$) et l'amplification serait alors faible puisque la distance entre les noyaux serait importante.

Nous avons montré qu'il existe une variante de la solution avec entrefer qui permet de conserver les bénéfices de l'amplification magnétique même dans le cas des capteurs sensibles à des champs transverses. Cette solution est présentée sur la figure 5.20, les simulations avec Flux3D sur la figure 5.21. Les concentrateurs sont fendus, l'épaisseur de la fente valant environ $100\,\mu m$ sur les figures. Le capteur de champ transverse vient s'insérer entre les deux noyaux, dans la fente. Pour cette solution, nous avons cherché à profiter de l'épanouissement des lignes de flux magnétique autour des deux extrémités des noyaux magnétiques.

Entre deux noyaux classiques, non fendus, l'épanouissement du champ magnétique se situe à l'extérieur de la zone située entre les deux extrémités des noyaux. Le champ est tangent à des demi-cercles centrés sur l'entrefer : la mesure de ce champ d'épanouissement est utilisée directement dans [23] pour bénéficier des effets d'amplification magnétique de noyaux en matériau ferromagnétique. Non seulement il est difficile de s'assurer de la direction du champ magnétique dans la zone d'épanouissement, mais en plus, le gain magnétique y est considérablement plus faible que dans l'entrefer même.

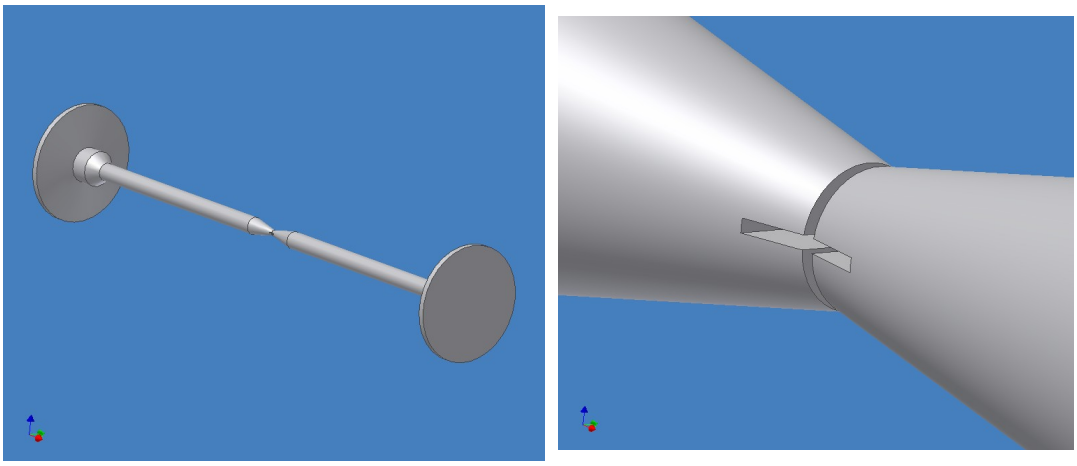


FIG. 5.20 – Evolution à partir de la solution de concentrateurs adaptés pour les capteurs à effet Hall classique. N'importe quel capteur de champ tranverse, type magnétorésistance au sens large, peut être inséré dans les fentes pratiquées sur les concetrateurs. La zone sensible du capteur ($40\,\mu m$ de large pour le capteur à effet Hall planaire) doit se situer dans l'entrefer.

L'invention [45] permet de faire en sorte que les effets d'épanouissement puissent

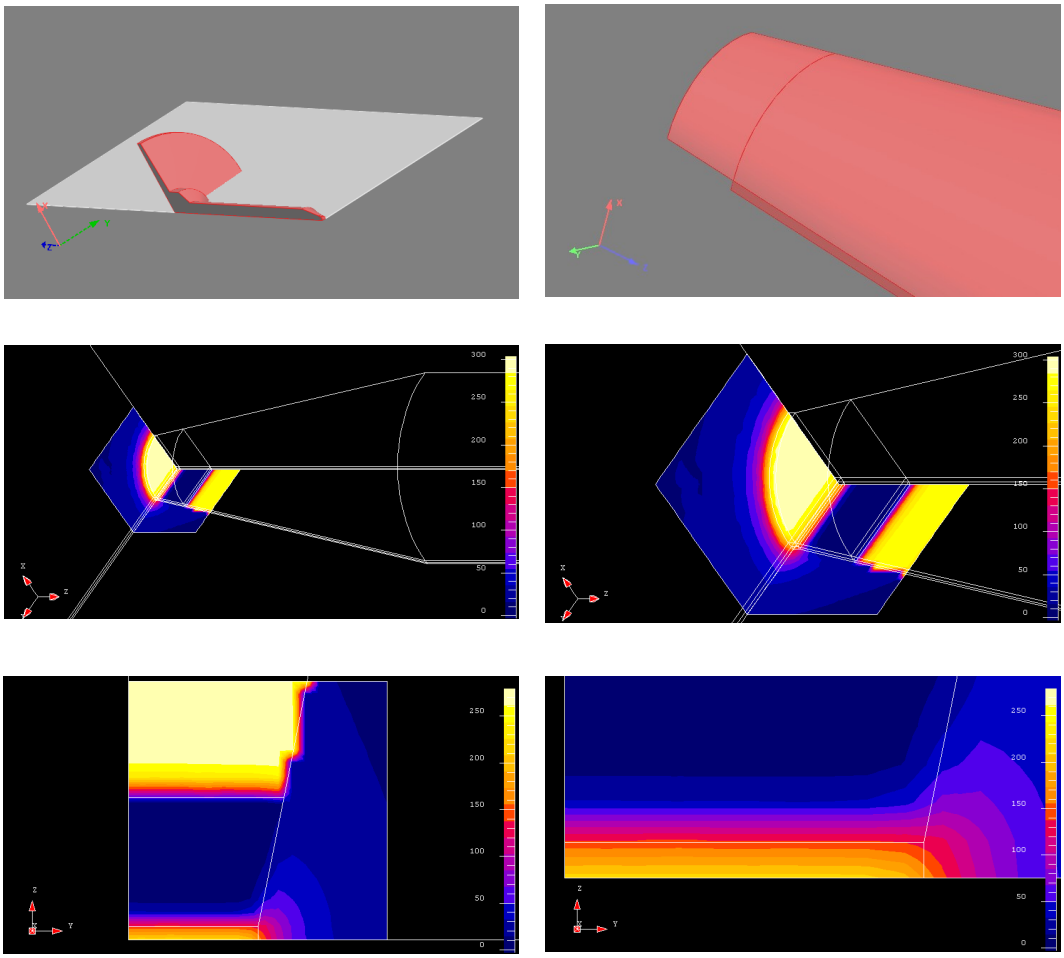


FIG. 5.21 – Simulations en 3D du dispositif modifié pour les capteurs de champ transverse. Sur les dessins du haut, on voit le dispositif simulé, qui, compte tenu des symétries, vaut 1/8 de la géométrie complète. Au milieu et en bas sont représentés les résultats d'une simulation, d'abord selon deux plans en même temps, puis dans une coupe coplanaire à l'entrefer. Les valeurs des échelles de couleurs sont en gain magnétique. On constate que le capteur transverse bénéficie de ce gain si sa zone sensible est à l'intersection de la fente et de l'entrefer.

s'additionner : ainsi, la proximité de deux zones d'épanouissement, caractérisées par des champs tangents à des demi-cercles aboutit à des champs magnétiques de direction parallèle à la longueur des noyaux. Le nouveau design des magnétorésistances est adapté à cette modification des concentrateurs : les plots utilisés pour le câblage par micro-fils sont tous du même côté et suffisamment éloignés pour pouvoir insérer le capteur aminci dans les concentrateurs tout en pouvant le relier à son préamplificateur. L'amplification magnétique obtenue est aussi élevée dans la zone que nous désignerons par fente que dans l'entrefer, dès lors que l'épaisseur de la fente est égale à la distance d'entrefer.

5.2.2.3 Conclusion

Pour améliorer la sensibilité des capteurs à effet Hall, nous allons les placer entre deux concentrateurs magnétiques. Grâce aux effets :

- de canalisation du flux magnétique, en prenant des noyaux suffisament allongés ;
- de concentration du flux magnétique sur la zone active du capteur placé entre deux concentrateurs ;

nous pouvons envisager des améliorations de sensibilité du microcapteur de l'ordre de quelques centaines. L'optimisation de la forme des concentrateurs, pour obtenir un maximum de gain pour un encombrement donné est donc un défi qui vaut la peine d'être relevé. Notre dispositif de validation (§ 4.3) nous a permis d'atteindre des valeurs de gain magnétique de quelques centaines sur la zone sensible d'un capteur à effet Hall, sans ajout de bruit.

Pour la conception du concentrateur du point de vue capteur à effet Hall, et pour notre géométrie de base, les paramètres prépondérants pour les variations du gain magnétique dans l'entrefer sont le rayon et la longueur du noyau, le rayon des évasements, et, par dessus tout, la longueur de l'entrefer. Pour la conception de l'instrument complet, il a fallu également étudier la valeur du flux total récupérable par le bobinage du searchcoil, qui est couplé au capteur de champ continu.

Le type d'étude présenté précédemment est très laborieux : dès que l'on veut étudier des combinaisons de paramètres et non plus simplement l'effet de la variation d'un paramètre sur le gain magnétique pour une géométrie donnée, le nombre de simulations et le temps de dépouillement des résultats deviennent vite rédhibitoires. C'est pourquoi nous avons essayé de changer de démarche et nous sommes orientés vers une méthode d'optimisation sous contrainte pour essayer d'étudier des formes de façon plus automatique. Cette démarche est développée dans le chapitre suivant.

Néanmoins, la première approche nous a permis de préciser les paramètres déterminant la qualité de notre forme de base et c'est également la technique qui a été utilisée pour définir la géométrie des noyaux uilisés pour la réalisation de l'instrument complet présenté au dernier chapitre. La première approche a l'avantage de ne faire appel qu'à des outils existants (Flux2D, Scilab) et d'être relativement facile à mettre en oeuvre si on témoigne de suffisamment de rigueur !

5.3 Dispositif de validation de l'amplification magnétique : méthode et résultats

L'objectif de ce dispositif est de mesurer expérimentalement une courbe de variation de gain magnétique en fonction de l'entrefer entre deux concentrateurs en ferrite. Pour

cela, nous avons utilisé des capteurs à effet Hall à puits quantique ITRON, amincis à une épaisseur de $70\,\mu m$. Ces capteurs sont reportés sur un support en époxy, déjà évoqué au chapitre 3. Le support est relié au préamplificateur décrit au chapitre 3 par deux paires torsadées blindées.

Le support en époxy est inséré dans un bati en Delrin (voir figure 5.22) sur lequel sont vissées deux tables micrométriques. Sur ces tables, des supports permettent de placer les noyaux en ferrite de part et d'autre de la zone sensible du capteur à effet Hall. Les tambours des tables micrométriques permettent de contrôler les déplacements des noyaux à environ $10\,\mu m$ près.

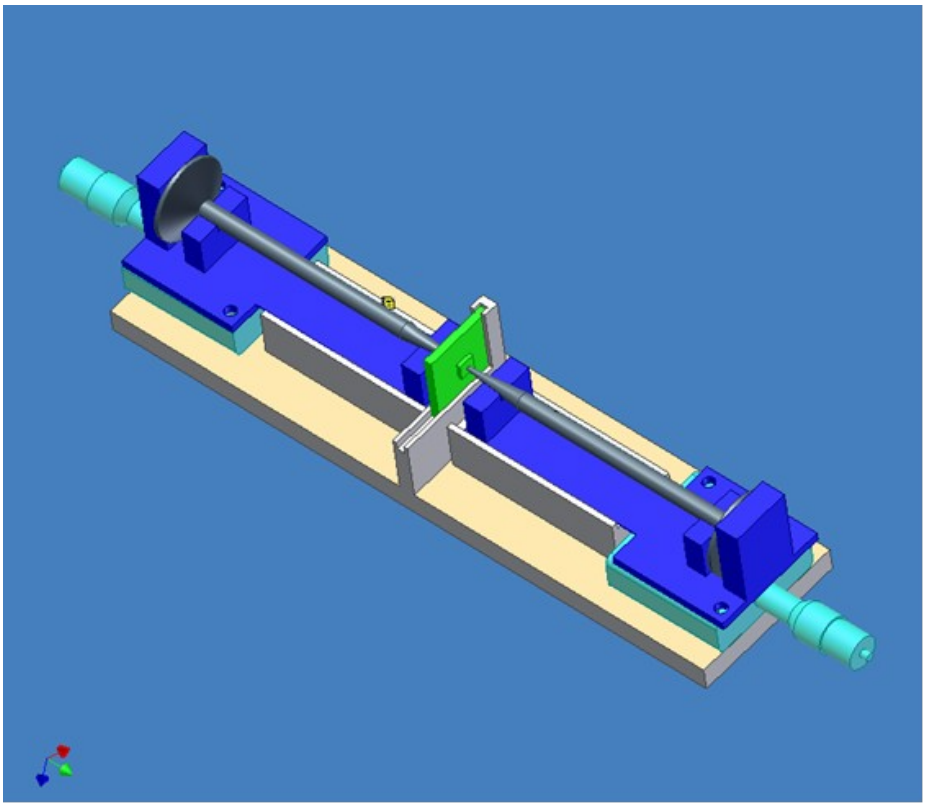
Le protocole expérimental est le suivant : on place le système sans les concentrateurs magnétiques dans des bobines de Helmholtz afin de mesurer la fonction de transfert initiale du système complet. Ensuite, on enlève le support en époxy et on règle les tables micrométriques pour que les pointes des noyaux soient en contact. Cette étape permet de faire le zéro pour la mesure de la longueur de l'entrefer entre les concentrateurs.

On recule ensuite les noyaux en bout de course des tables pour pouvoir replacer le support époxy.

Une fois ce réglage effectué, pour plusieurs valeurs d'entrefer, variant de moins de $100\,\mu m$ à plusieurs mm, on a mesuré le gain magnétique du système complet entre le quasi-continu et $50\,Hz$. Les valeurs comparées des simulations de gain et des mesures effectuées avec notre dispositif sont tracées sur la figure 5.23. Il y a une très bonne corrélation entre les simulations et les mesures. Il y a un léger jeu dans les tables micrométriques qui peut provoquer un écart entre les deux types de données entre deux séries de mesure mais la courbe ne fait que se translater légèrement d'un delta constant de longueur de l'entrefer. Le gain maximum mesuré était de 450 environ.

La zone centrale du système était placée dans le champ d'une loupe binoculaire pour contrôler la proximité de la pointe des concentrateurs de la zone sensible du capteur afin de ne pas détériorer sa surface lors de la progression des pointes.

Nous avons vérifié qu'aucun bruit n'était rajouté par la présence des noyaux magnétiques en plaçant l'ensemble dans une boite en μ-métal et en effectuant des mesures de sensibilité avec et sans noyau magnétique : le gain en sensibilité est strictement égal au gain magnétique et le bruit avec les noyau magnétique est le même que le bruit du capteur nu.



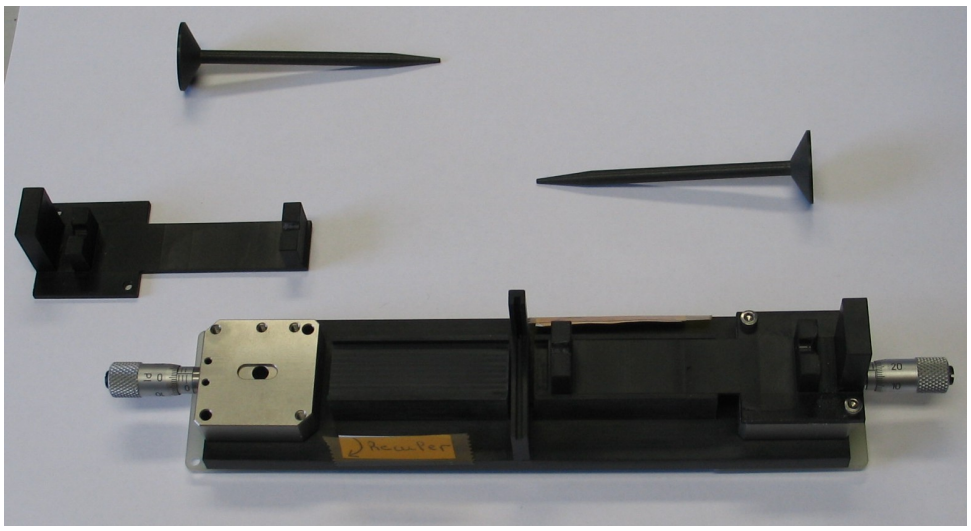


FIG. 5.22 – Dispositif de validation, dessin du projet et réalisation pratique.

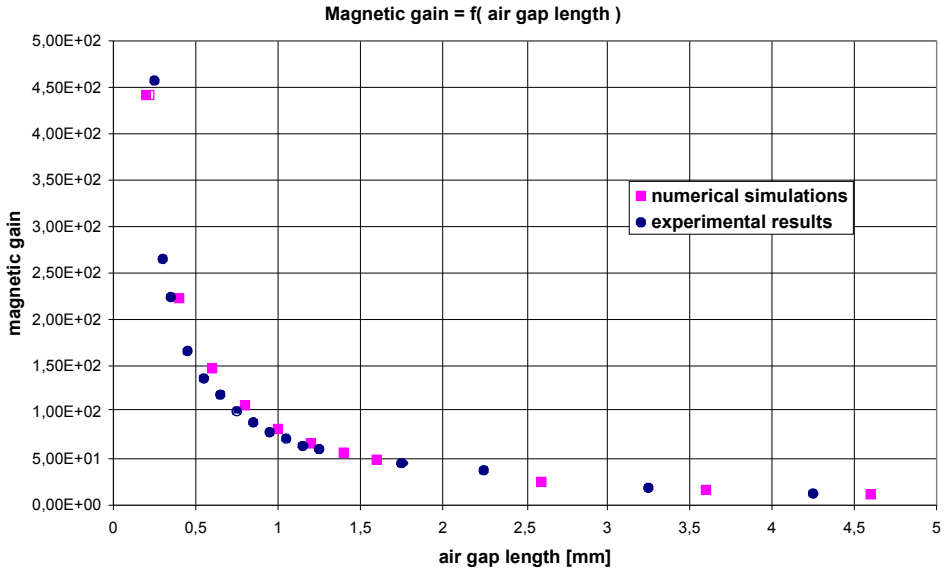


FIG. 5.23 – Comparaison des valeurs de gain magnétique mesurées avec notre dispositif de validation et les simulations des concentrateurs avec Flux2D.

Chapitre 6

Optimisation de forme des concentrateurs

La recherche intuitive de formes optimales, avec le logiciel de simulation, est particulièrement laborieuse. Aussi, nous avons cherché à élaborer une méthode permettant une recherche automatique de forme pour des concentrateurs magnétiques.

La méthode d'optimisation est présentée au paragraphe 6.1. Le code commercial Flux2D étant fermé et difficile, voire impossible, à interfacer avec une routine d'optimisation "maison", nous avons opté pour l'écriture d'un code de magnétostatique (§ 6.2), que l'on pourra manipuler à loisir et coupler avec une procédure d'optimisation sous contrainte. Ce code utilise une méthode des différences finies.

6.1 Introduction à l'optimisation de forme

Nous allons commencer par étudier un cas relativement simple, à deux paramètres pour présenter la démarche d'optimisation [40, 41, 46]. L'instrumentation spatiale est fortement conditionnée par la masse, le volume et les performances des instruments que l'on peut embarquer. Un instrument doit être certes sensible mais il doit également respecter les budgets de masse attribués à l'expérience. Le compromis masse/sensibilité peut se mettre sous la forme d'un problème d'optimisation, l'objectif étant de minimiser une fonction de coût

$$\min\left(\alpha M + \frac{\beta}{G_{mag}}\right) ,$$

où Mest la masse du concentrateur de flux et G_{mag} le gain magnétique en son centre. α et β sont des coefficients qui pondèrent chaque terme de la fonction de coût.

On commence avec un premier dimensionnement intuitif (cf figure 6.1). L'objectif est de maximiser le gain magnétique au centre du noyau complet en respectant un budget de masse donné. Le noyau de référence mesure $200\,mm$ de longeur, sa section minimale à un diamètre de $1\,mm$, de perméabilité relative $\mu_R = 1000$ et de densité $\rho = 6.1\,g/cm^3$. On impose des limites d'encombrement telles que le noyau final doit être inclus dans un cylindre de $200\,mm$ de long et de diamètre $20\,mm$.

Cette solution est alors utilisé comme base de comparaison des fonctions de coûts dans le cas de deux matériaux ferromagnétiques différents : une ferrite ($\mu_R = 2500$ et $\rho = 4800\,kg/m^3$) et un acier magnétique ($\mu_R = 100000$ et $\rho = 7800\,kg/m^3$). On détermine

$\alpha = \frac{1}{M_0}$ et $\beta = G_{mag\,0}$, à partir du dimensionnement de référence de masse M_0 et de gain magnétique $G_{mag\,0}$ (gain au centre du noyau de référence).

Les résultats présentés sur la figure 6.1 sont les calculs de la fonction de coût pour les deux matériaux magnétiques, en fonction des deux paramètres géométriques choisis pour l'optimisation. Le budget de masse fixé, $100\,g$ interdit certaines combinaisons des paramètres géométriques (zones hachurées) sur lesquels on pratique l'optimisation, L et R.

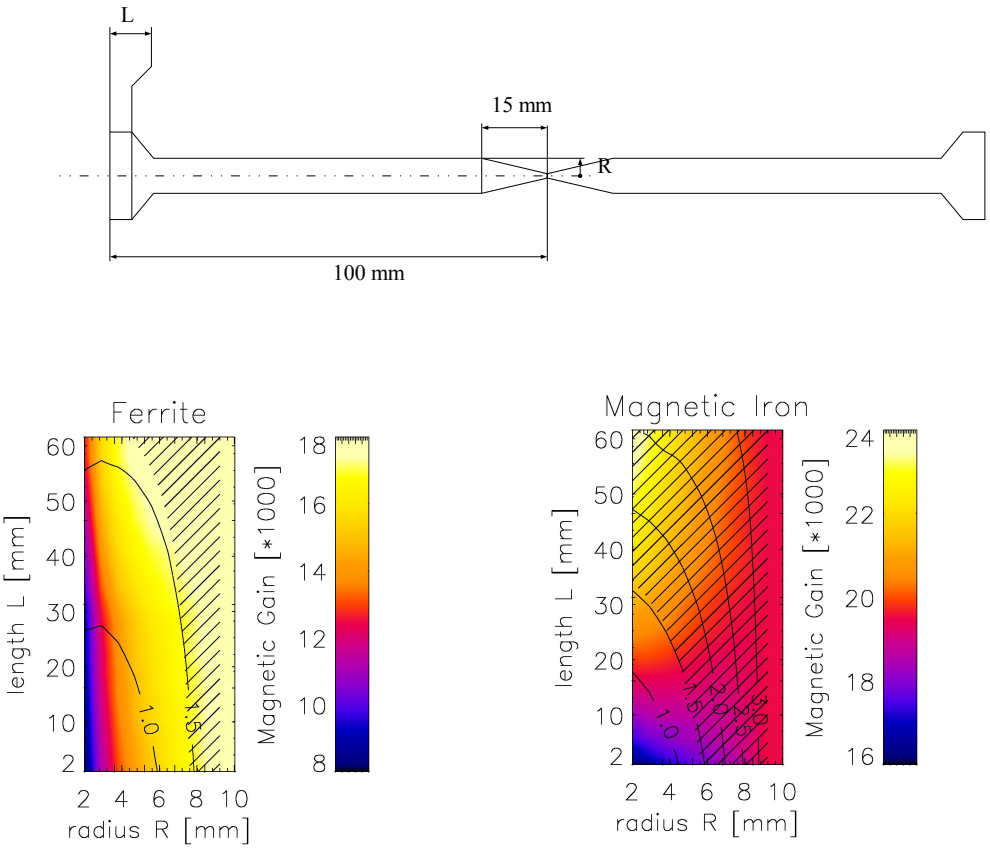


FIG. 6.1 – Représentation de la fonction de coût pour les cas du matériau ferrite (à gauche) et de l'acier magnétique (à droite). Le budget de masse fixé, $100\,g$ interdit certaines combinaisons des paramètres géométriques (zones hachurées).

Cette méthode est contraignante puisqu'elle nécessite de mener les simulations pour chaque couple de paramètres géométriques. Pour automatiser le procédé, il nous faut un programme permettant de calculer les dérivées partielles de notre fonction de coût par rapport aux paramètres géométriques de notre système : par exemple, dans ce paragraphe, les deux paramètres géométriques L et R. Pour cela, nous avons écrit un code de magnétostatique que nous présentons aux paragraphe suivant.

Une optimisation sous sontrainte du dimensionnement d'un searchcoil est présentée dans [40], elle est basée sur une formulation du problème semblable à celle présentée ici. Les méthodes d'optimisation font appel à des algorithmes bien décrits dans la littérature ([46] par exemple) : méthode du gradient, méthode de Newton, méthode du gradient conjugué, algorithmes génétiques... et nous ne les présenterons pas ici.

6.2 Présentation du code de magnétostatique

L'objectif de cette partie du travail est d'élaborer un outil permettant de calculer le gain magnétique dans un noyau ferromagnétique axisymétrique à partir d'un profil donné. Cet outil pourra ensuite être couplé avec une routine d'optimisation pour automatiser le procédé de recherche de forme.

Il nous faut résoudre les équations de Maxwell dans le cas du problème magnétostatique axisymétrique d'une pièce en matériau ferromagnétique plongée dans un champ magnétique homogène et stationnaire.

Hypothèses de travail :

- en l'absence de matériau ferromagnétique, le champ magnétique est homogène, stationnaire et orienté parallèment à l'axe du domaine d'étude ;
- il n'y a aucun terme de courant de source ni de courant induit ;
- le matériau ferromagnétique est linéaire, homogène et isotrope, on a donc notamment la relation $\mathbf{m} = \chi\mathbf{h}$, qui lie l'aimantation dans le matériau ferromagnétique au champ magnétique.

6.2.1 Ecriture du problème

On se rappelle que dans le vide [37, 35], l'équation régissant l'induction est $\mathbf{rot}\,\mathbf{b} = \mu_0\mathbf{j}_0$ et que celle régissant le champ magnétique est $\mathbf{rot}\,\mathbf{h} = \mathbf{j}_0$. Dans le modèle de Laplace [31], on représente la matière aimantée par l'ajout d'un terme de courant supplémentaire $\mathbf{j}_M$. On peut prouver que dans notre cas, en l'absence de sources de courant, ce dernier terme est nul. En effet, on écrit

$$\begin{aligned}
\mathbf{j}_M &= \mathbf{rot}\,\mathbf{m} \\
&= \mathbf{rot}\,\chi\mathbf{h} \\
&= \chi\mathbf{rot}\,\mathbf{h} \\
&= \chi\mathbf{j}_0 \\
&= 0\,.
\end{aligned}$$

L'équation de l'induction en présence de matière aimantée s'exprime

$$\boxed{\mathbf{rot}\,\mathbf{b} = \mu_0\left(\mathbf{j}_0 + \mathbf{j}_M\right) = 0}\,.$$

En utilisant le potentiel vecteur $\mathbf{a}$ défini par la relation $\mathbf{b} = \mathbf{rot}\,\mathbf{a}$, le problème s'écrit simplement :

- $\mathbf{rot}(\mathbf{rot}\,\mathbf{a}) = 0$, dans tout le volume considéré, autant à l'intérieur qu'à l'extérieur du matériau ferromagnétique ;
- à cette équation s'ajoutent des conditions de traversée de la surface entre le matériau magnétique et le vide qui seront précisées plus loin.

On développe la relation précédente en $\mathbf{rot}(\mathbf{rot}\,\mathbf{a}) = \mathbf{grad}(div(\mathbf{a})) - \triangle\mathbf{a}$. La condition de jauge de Coulomb permet d'écrire

$$\mathbf{rot}(\mathbf{rot}\,\mathbf{a}) = -\triangle\mathbf{a}\,.$$

.

6.2.2 Simplification des équations dans le cas axisymétrique

6.2.2.1 Calcul de a

L'opérateur Laplacien vectoriel en coordonnées cylindriques s'écrit

$$\triangle \mathbf{a} = \begin{cases} \Delta a_r - \frac{1}{r^2}(a_r + 2\frac{\partial a_\theta}{\partial \theta}) \\ \Delta a_\theta - \frac{1}{r^2}(a_\theta - 2\frac{\partial a_r}{\partial \theta}) \\ \Delta a_z \end{cases} .$$

En modélisation axisymétrique, puisque $a_r = a_z = 0$, et $\frac{\partial a_\theta}{\partial \theta} = 0$, et en notant $a_\theta = a$, on obtient

$$\triangle \mathbf{a} = \begin{cases} 0 \\ \Delta a - \frac{1}{r^2} a \\ 0 \end{cases} .$$

Développons la dernière expression :

$$\begin{aligned} \Delta a - \frac{1}{r^2} a &= \frac{1}{r}\partial_r(r\partial_r a) + \frac{1}{r^2}\partial_\theta^2 a + \partial_z^2 a - \frac{1}{r^2} a \\ &= \partial_r^2 a + \partial_z^2 a + \frac{1}{r}\partial_r a - \frac{1}{r^2} a \\ &= \partial_r^2 a + \partial_z^2 a + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r} a\right) \\ &= \frac{\partial^2 a}{\partial z^2} + \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ra)\right) \end{aligned}$$

Le changement de variable $v = ra$ permet d'obtenir la forme la plus symétrique en r et en z

$$\Delta a - \frac{1}{r^2} a = \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial z}\right) . \tag{6.1}$$

Le problème en magnétostatique s'écrit alors simplement :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r} = 0 , \tag{6.2}$$

c'est cette dernière équation qui est la plus propice aux discrétisations.
Les continuités aux interfaces des milieux magnétiques sont alors [47] :

- v continu (composante normale de $\mathbf{b}$ continue) ;
- $\frac{1}{\mu}\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial n}$ continu (composante tangentielle de $\mathbf{h}$ continue), on trouve aussi parfois la condition équivalente $\frac{1}{\mu}\frac{\partial v}{\partial n}$ continu.

Développons une partie de cette dernière condition :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial v}{\partial n} &= \mathbf{grad} v.\mathbf{n} \\
&= \left| \begin{array}{c} \frac{\partial v}{\partial r} \\ \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial \theta} \\ \frac{\partial v}{\partial z} \end{array} \right. . \left| \begin{array}{c} n_r \\ n_\theta \\ n_z \end{array} \right. \\
&= \left| \begin{array}{c} \frac{\partial v}{\partial r} \\ 0 \\ \frac{\partial v}{\partial z} \end{array} \right. . \left| \begin{array}{c} n_r \\ 0 \\ n_z \end{array} \right. \\
&= n_r \frac{\partial v}{\partial r} + n_z \frac{\partial v}{\partial z} .
\end{aligned}$$

On obtient ainsi la condition à la traversée d'une interface entre deux matériaux de perméabilités respectives $\mu_1$et μ_2. A l'interface entre ces deux milieux, la quantité $\frac{1}{\mu}\frac{1}{r}\left(n_r\frac{\partial v}{\partial r} + n_z\frac{\partial v}{\partial z}\right)$ est continue. On verra par la suite comment interpréter cette condition.

6.2.2.2 Calcul de b

Pour l'algorithme final, on ne calculera que la valeur de a, puis, à la fin de l'exécution, on en déduira $\mathbf{b}$ par la relation $\mathbf{rot\,a} = \mathbf{b}$. En coordonnées cylindriques

$$\mathbf{rot\,a} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{1}{r}\frac{\partial a_z}{\partial \theta} - \frac{\partial a_\theta}{\partial z} \\ \frac{\partial a_r}{\partial z} - \frac{\partial a_z}{\partial r} \\ \frac{1}{r}(\frac{\partial}{\partial r}(r a_\theta) - \frac{\partial a_r}{\partial \theta}) \end{array} \right. .$$

En rappelant que $a_r = a_z = 0$, et en notant $a_\theta = a$, on obtient :

$$\mathbf{rot\,a} = \left\{ \begin{array}{c} -\frac{\partial a}{\partial z} \\ 0 \\ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r a) \end{array} \right. . \tag{6.3}$$

6.2.3 Discrétisation

La méthode des différences finies utilise la formule de Taylor pour discrétiser les opérateurs des équations de Maxwell [48]. Considérons le cas général d'une fonction $u(x, y)$ dérivable dans les deux directions x et y. Connaissant la valeur de u au point (x, y), on peut écrire la valeur au point $(x + h, y + k)$ grâce à la formule de Taylor

$$\begin{aligned}
u(x+h, y+k) &= u(x,y) + \left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right) u(x,y) + \\
&+ \frac{1}{2!}\left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right)^2 u(x,y) + ... + \\
&+ \frac{1}{(n-1)!}\left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right)^{n-1} u(x,y) + R_n
\end{aligned} \tag{6.4}$$

où le reste R_n est

$$R_n = \frac{1}{n!}\left(h\frac{\partial}{\partial x} + k\frac{\partial}{\partial y}\right)^n u(x+\xi h, y+\xi k) \text{ pour } 0<\xi<1$$

ou encore

$$R_n = \mathcal{O}[(|h|+|k|)^n].$$

Stabilité d'un schéma numérique Un schéma numérique est dit convergent quand la différence entre la solution numérique et la solution exacte tend vers zéro à mesure que le pas de temps et la distance entre noeuds tendent vers zéro. Dans le cas magnétostatique, seule la convergence en espace nous intéresse. Pour une e.d.p la stabilité d'un schéma numérique est une condition nécessaire et suffisante pour assurer la convergence si le schéma est consistant.

Le choix de la formule utilisée pour la dérivée première est très important pour la convergence de l'algorithme dans le cas d'une dérivée par rapport au temps mais en statique, nous ne sommes pas concernés par ce problème. Dans les problèmes dynamiques, le choix entre schéma explicite et schéma implicite est déterminant pour la convergence de l'algorithme.

6.3 Présentation de l'algorithme

Le domaine d'étude est une grille rectangulaire (cf. figure 6.2). Pour un problème axisymétrique, le bord gauche constitue l'axe de la symétrie de révolution et le bord droit, par révolution, constitue la paroi du domaine cylindrique. Le potentiel v défini précédemment est l'inconnue que l'on cherche à calculer.

Conformément à la figure 6.2, chaque point du maillage permet d'écrire une équation à 5 inconnues (sauf sur les bords de la grille comme il est précisé par la suite), faisant intervenir le point concerné et ses 4 voisins immédiats, par discrétisation de l'équation générale 6.2. Les axes sont orientés pour une lecture matricielle des indices i et j par rapport au positionnement des points sur la grille, i pour l'axe z et j pour l'axe r.

La figure 6.3 montre la distinction entre les points du maillage dans un cas très simple.

6.3.1 Discrétisation, cas général

Pour la résolution du problème, on discrétise l'équation générale $\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r} = 0$, en tous les points de la grille d'étude, sauf sur les bords qui constituent des cas à part et sont explicités par la suite. Dans le cas général, en utilisant les indices j pour l'axe r et i pour l'axe z, on obtient :

$$\begin{aligned}
\frac{v_{i,j+1}+v_{i,j-1}-2v_{i,j}}{\Delta r^2} + \frac{v_{i+1,j}+v_{i-1,j}-2v_{i,j}}{\Delta z^2} - \frac{v_{i,j+1}-v_{i,j-1}}{2r.\Delta r} &= 0 \\
\frac{v_{i,j+1}+v_{i,j-1}-2v_{i,j}}{\Delta r^2} + \frac{v_{i+1,j}+v_{i-1,j}-2v_{i,j}}{\Delta z^2} - \frac{v_{i,j+1}-v_{i,j-1}}{2(j\Delta r)\Delta r} &= 0 \\
\alpha^2(v_{i,j+1}+v_{i,j-1}-2v_{i,j}) + \beta^2(v_{i+1,j}+v_{i-1,j}-2v_{i,j}) - \frac{\alpha^2}{2j}(v_{i,j+1}-v_{i,j-1}) &= 0
\end{aligned}$$

avec $r = j\Delta r$ au point (i,j) considéré, $\alpha = \frac{1}{\Delta r}$ et $\beta = \frac{1}{\Delta z}$, on obtient

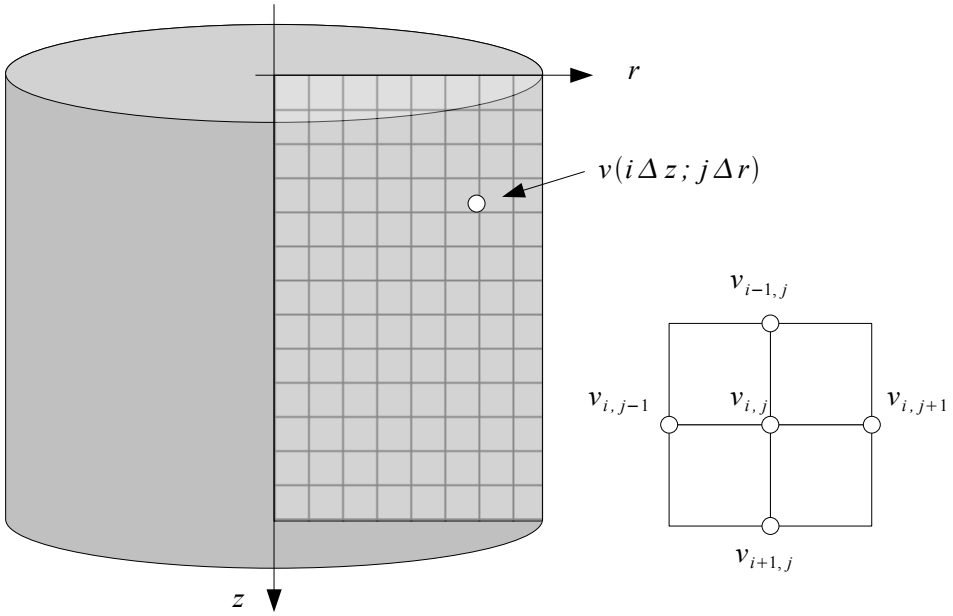


FIG. 6.2 – Le domaine d'étude est un cylindre, le problème est invariant par rotation autour de son axe, le but est de calculer l'inconnue v aux points de la grille, en utilisant la méthode des différences finies.

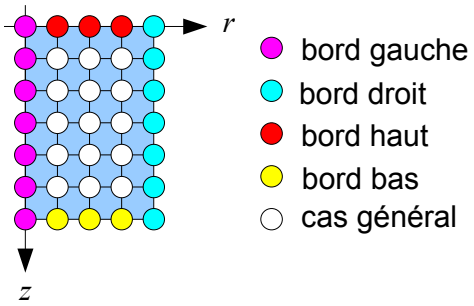


FIG. 6.3 – Ecriture du problème dans le vide, sur une grille élémentaire de $7 * 5$ points.

	β^2	
$\alpha^2\left(1+\frac{1}{2j}\right)$	$-2(\alpha^2+\beta^2)$	$\alpha^2\left(1-\frac{1}{2j}\right)$
	β^2	

Compte-tenu des notations employées pour la description de la position des points dans le maillage, dans le tableau précédent, les points sont décrit par ordre d'indice i croissant, vers le bas.

En fait, chaque point nous permet d'écrire une équation à 5 inconnues et on aboutit finalement à un système d'équations linéaires, comportant autant d'équations que de points du maillage. On peut donc présenter ce système sous forme matricielle. On écrit un vecteur colonne à partir des valeurs inconnues du potentiel vecteur en chaque point du maillage et le système complet s'écrit

$$A \begin{pmatrix} (v)^1_{j=1\ldots N_z} \\ (v)^2_{j=1\ldots N_z} \\ \ldots \\ (v)^{N_r}_{j=1\ldots N_z} \end{pmatrix} - b \;=\; 0,$$

où A est une matrice et b est un vecteur, contenant les informations de conditions aux limites. Nous allons d'abord expliciter les conditions aux limites avant de donner la forme de A dans le cas d'un espace vide sans matériau ferromagnétique. Ensuite, nous intégrerons dans cette matrice les conditions de passage aux interfaces entre le vide et le matériau ferromagnétique.

6.3.2 Discrétisation, cas particuliers

Après avoir discrétisé l'équation générale sur les points internes de la grille, nous allons maintenant nous intéresser à l'expression des conditions aux limites.

6.3.2.1 Conditions aux bords

Conditions sur les bords haut et bas

On impose sur ces deux bords une condition de Neumann $\frac{\partial v}{\partial n} = 0$.

Elle se traduit par l'égalité $v_{i-1,j} = v_{i+1,j}$ qui nous arrange puisque $v_{i-1,j}$ est en dehors du domaine pour le bord haut et $v_{i+1,j}$ est en dehors du domaine pour le bord bas.

Conditions sur l'axe et sur le bord droit

La relation $\Phi = \int_S \mathbf{b}.\mathbf{dS} = \oint_L \mathbf{a}.\mathbf{dl}$ lie le flux Φ de l'induction $\mathbf{b}$ à la circulation du potentiel vecteur $\mathbf{a}$ le long d'un contour fermé L qui délimite la surface S pour le flux. Dans le cas d'un domaine vide, la circulation de $\mathbf{a}$ le long d'un cercle de rayon r centré sur l'axe du domaine, s'écrit simplement $\int_L \mathbf{a}.\mathbf{dl} = 2\pi r.a(r,z)$, où $a(r,z)$, noté a pour alléger l'expression, est la valeur de l'unique composante de $\mathbf{a}$, perpendiculaire au domaine d'étude. Par suite, $2\pi r.a = 2\pi.v = \Phi$.

Par définition, $v = 0$ sur le bord gauche (axe du domaine axisymétrique). En ce qui concerne le bord droit, on fait une hypothèse pour notre modélisation : l'induction est homogène dans l'espace en l'absence de matériau ferromagnétique, elle vaut B_0 et est dirigée vers le bas, parallèlement à l'axe du domaine d'étude ; lorsque nous ajouterons le noyau, on supposera que le domaine est suffisament grand pour que l'induction soit toujours homogène sur le bord du domaine et égale à la valeur pour le domaine vide.

La remarque précédente mène à écrire

$$\begin{aligned} 2\pi.v &= \Phi \\ &= \int_S \mathbf{b}.\mathbf{dS} \\ &= \int_S B_0.dS \\ &= B_0 \pi r^2, \end{aligned}$$

soit $v = \frac{r^2 B_0}{2}$ sur le bord droit. Cette condition est équivalente à imposer un certain flux de $\mathbf{b}$ dans le domaine. Supposer que le flux garde cette valeur en présence du noyau

suppose un domaine assez grand : pour vérifier que cette condition est remplie, on étudiera simplement la valeur de l'induction au bord en présence du noyau, elle doit toujours valoir B_0. En l'absence de matériau magnétique, l'induction doit être constante dans l'espace d'étude, ce qui constituera un premier critère de validation du code : si on impose un flux nul sur l'axe (par définition) et un certain flux sur le bord du domaine, l'induction doit être homogène dans le domaine et orientée parallèlement à l'axe de symétrie.

Si on prend un domaine de rayon 1 et qu'on veut une induction dans le vide de $1\,T$, v vaudra donc 0 sur l'axe et $0.5\,T.m^2$ au bord droit du domaine.

6.3.2.2 Conditions aux interfaces

La présence du noyau ferromagnétique dans le domaine d'étude va modifier les équations que nous avons écrites dans le cas général. A la traversée d'une interface, l'expression $\frac{1}{\mu}\left(n_r\frac{\partial v}{\partial r}+n_z\frac{\partial v}{\partial z}\right)$ est continue [47]. Nous allons commencer par étudier ces traversées sur un cas simple, le cas d'un noyau cylindrique, centré sur l'axe du domaine. Ensuite, nous verrons comment généraliser les conditions obtenues pour des géométries plus complexes.

Premier cas de traversée (cf figure 6.4)

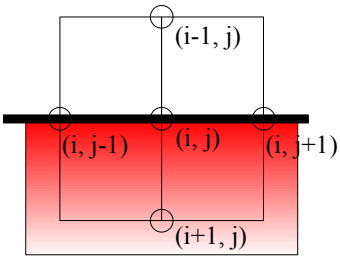


FIG. 6.4 – Premier cas de traversée, le milieu A, figuré en rouge dégradé, est un milieu de perméabilité μ_r et le milieu B est un milieu de perméabilité relative 1, comme le vide.

Dans le milieu A Un développement en série de Taylor nous permet d'écrire

$$\begin{aligned} v_{i+1,j} &= v_{i,j}+\Delta Z\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_A+\frac{\Delta Z^2}{2}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)_A \\ \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)_A &= 2\beta^2\left[v_{i+1,j}-v_{i,j}-\frac{1}{\beta}\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_A\right]. \end{aligned} \tag{6.5}$$

Remplaçons cette expression de la dérivée seconde dans la relation (6.2).

$$\begin{aligned} 2\beta^2\left[v_{i+1,j}-v_{i,j}-\frac{1}{\beta}\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_A\right]+\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}-\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r} &= 0 \\ -2\beta\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_A &= \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r}-\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}-2\beta^2(v_{i+1,j}-v_{i,j}) \end{aligned}$$

Dans le milieu B

$$\begin{aligned} v_{i-1,j} &= v_{i,j} - \Delta Z \left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_B + \frac{\Delta Z^2}{2}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)_B \\ \left(\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right)_B &= 2\beta^2\left[v_{i-1,j} - v_{i,j} + \frac{1}{\beta}\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_B\right] \end{aligned}$$

et, par suite, en substituant cette relation dans 6.2

$$\begin{aligned} 2\beta^2\left[v_{i-1,j} - v_{i,j} + \frac{1}{\beta}\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_B\right] + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} - \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r} &= 0 \\ 2\beta\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_B &= \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} - 2\beta^2(v_{i-1,j} - v_{i,j}) \end{aligned}$$

Condition à la traversée La quantité $\frac{1}{\mu}\left(n_r\frac{\partial v}{\partial r} + n_z\frac{\partial v}{\partial z}\right)$ doit être continue à l'interface milieu ferromagnétique/vide. Ici, l'expression de la quantité à conserver se réduit au terme $\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)$ puisque $n_r = 0$. Ainsi, on peut écrire que

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_A &= \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial v}{\partial z}\right)_B \\ \frac{1}{\mu_R}\left(-\frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + 2\beta^2(v_{i+1,j} - v_{i,j})\right) &= \frac{1}{r}\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} - 2\beta^2(v_{i-1,j} - v_{i,j})\,. \end{aligned}$$

On peut alors déterminer les coefficients faisant intervenir les différentes valeurs de v aux points voisins de (i, j), en regroupant tous les termes de cette équation dans le membre de droite. Ces valeurs sont reportées dans le tableau suivant :

	$2\beta^2$	
$\alpha^2(1+\frac{1}{2j})(\frac{1}{\mu_R}+1)$	$-2(\alpha^2+\beta^2)\left(\frac{1}{\mu_R}+1\right)$	$\alpha^2(1-\frac{1}{2j})(\frac{1}{\mu_R}+1)$
	$\frac{2\beta^2}{\mu_R}$	

.

Deuxième cas de traversée (cf figure 6.5)

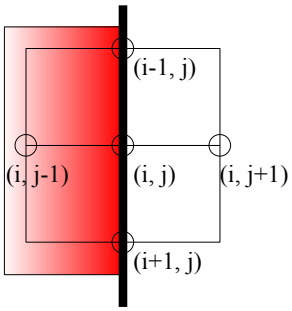


FIG. 6.5 – Deuxième cas de traversée.

Dans le milieu A Un développement en série de Taylor nous permet d'écrire

$$\begin{aligned} v_{i,j-1} &= v_{i,j} - \Delta R \left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_A + \frac{\Delta R^2}{2}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}\right)_A \\ \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}\right)_A &= 2\alpha^2 \left[v_{i,j-1} - v_{i,j} + \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_A\right]. \end{aligned}$$

Remplaçons cette expression de la dérivée seconde dans la relation (6.2), on obtient alors

$$\begin{aligned} 2\alpha^2 \left[v_{i,j-1} - v_{i,j} + \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_A\right] + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{1}{r}\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_A &= 0 \\ \left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_A \left[2\alpha - \frac{\alpha}{j}\right] &= -\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + 2\alpha^2 (v_{i,j} - v_{i,j-1}). \end{aligned}$$

Dans le milieu B Un développement en série de Taylor nous permet d'écrire

$$\begin{aligned} v_{i,j+1} &= v_{i,j} + \Delta R \left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_B + \frac{\Delta R^2}{2}\left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}\right)_B \\ \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2}\right)_B &= 2\alpha^2 \left[v_{i,j+1} - v_{i,j} - \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_B\right]. \end{aligned}$$

Remplaçons cette expression de la dérivée seconde dans la relation (6.2), on obtient alors

$$\begin{aligned} 2\alpha^2 \left[v_{i,j+1} - v_{i,j} - \frac{1}{\alpha}\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_B\right] + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} - \frac{1}{r}\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_B &= 0 \\ \left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_B \left[2\alpha + \frac{\alpha}{j}\right] &= \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + 2\alpha^2 (v_{i,j+1} - v_{i,j}). \end{aligned}$$

Condition à la traversée La quantité $\frac{1}{\mu}\left(n_r \frac{\partial v}{\partial r} + n_z \frac{\partial v}{\partial z}\right)$ doit être continue à l'interface milieu ferromagnétique/vide. Ici, l'expression de la quantité à conserver se réduit au terme $\frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)$ puisque $n_z = 0$. Ainsi, on peut écrire que

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu}\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_A &= \frac{1}{\mu_0}\left(\frac{\partial v}{\partial r}\right)_B \\ \frac{1}{\mu_R}\left[-\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + 2\alpha^2 (v_{i,j} - v_{i,j-1})\right]\frac{1}{2 - \frac{1}{j}} &= \left[\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + 2\alpha^2 (v_{i,j+1} - v_{i,j})\right]\frac{1}{2 + \frac{1}{j}} \end{aligned}$$

On peut ainsi déterminer les coefficients faisant intervenir les différentes valeurs de v aux points voisins de (i, j), en regroupant tous les termes de cette équation dans le membre de droite. Ces valeurs sont reportées dans le tableau suivant :

	$\beta^2\left(-\frac{1}{\mu_R(2-\frac{1}{j})}-\frac{1}{2+\frac{1}{j}}\right)$	
$-\frac{2\alpha^2}{\mu_R(2-\frac{1}{j})}$	$2(\alpha^2+\beta^2)\left(\frac{1}{\mu_R(2-\frac{1}{j})}+\frac{1}{2+\frac{1}{j}}\right)$	$-\frac{2\alpha^2}{2+\frac{1}{j}}$
	$\beta^2\left(-\frac{1}{\mu_R(2-\frac{1}{j})}-\frac{1}{2+\frac{1}{j}}\right)$	

.

Troisième cas de traversée (cf figure 6.6)

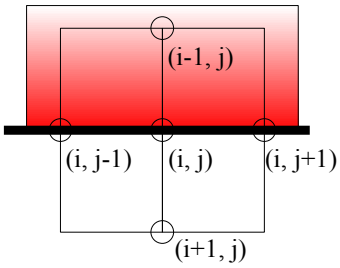


FIG. 6.6 – Troisième cas de traversée.

Par un raisonnement similaire au premier cas, les coefficients faisant intervenir les points alentour de (i, j) sont alors :

	$\frac{2\beta^2}{\mu_R}$	
$\alpha^2(1+\frac{1}{2j})(\frac{1}{\mu_R}+1)$	$-2(\alpha^2+\beta^2)\left(\frac{1}{\mu_R}+1\right)$	$\alpha^2(1-\frac{1}{2j})(\frac{1}{\mu_R}+1)$
	$2\beta^2$	

6.3.2.3 Calcul de b

La discrétisation de l'équation 6.3 permet de calculer les deux composantes de **b**, après avoir calculé les valeurs de a par l'intermédiaire de v

$$\mathbf{rot\,a} = \begin{cases} -\frac{\partial a}{\partial z} \\ 0 \\ \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(ra) \end{cases},$$

$$\mathbf{b} = \begin{cases} -\frac{a_{i+1,j}-a_{i-1,j}}{2\Delta z} \\ 0 \\ \frac{1}{j}\frac{(j+1)a_{i,j+1}-(j-1)a_{i,j-1}}{2\Delta r} \end{cases}.$$

6.3.3 Méthodes itératives de résolution

La discrétisation de l'équation modélisant notre système nous a permis d'écrire un système linéaire. La résolution de ce système peut se faire de différentes manières :

- l'inversion directe, par une méthode de type pivot de Gauss ;
- l'inversion itérative, avec par exemple les méthodes de Jacobi, la méthode de Gauss-Seidel ou la méthode de relaxation [48, 49].

Le choix d'une méthode de résolution dépend du nombre d'opérations nécessaires pour atteindre la solution. A mesure que le nombre d'équation croît et dépasse une certaine limite, une résolution itérative devient plus rapide qu'une méthode directe. Dans notre cas, nous avons utilisé un maillage régulier pour décrire notre système, ce qui implique de mailler tout l'espace avec une seule taille de maille, et donc d'appliquer la contrainte de bonne description du problème aux interfaces à l'ensemble du domaine, les méthodes itératives s'imposaient donc vu le nombre élevé de points du maillage. Nous avons utilisé la méthode de Gauss-Seidel [48, 46].

Un maillage adaptatif, qui consiste à raffiner le maillage dans les endroits où le potentiel v varie beaucoup, typiquement aux interfaces, permettrait de réduire la taille du problème à résoudre en réduisant le nombre de points à calculer dans les zones où v varie peut. Ce point n'a pas été implémenté dans notre étude mais on peut trouver des éléments d'introduction à cette technique dans la référence [50].

Les langages type Fortran ou C sont mieux adaptés à la résolution des problèmes comportant de nombreuses boucles que Matlab et Scilab. C'est pourquoi ce code a d'abord été écrit en Fortran puis transcrit en C pour un développement plus pratique dans des environnements libres type Linux dans lesquels les outils libres de développement sont plus nombreux pour le C que pour le Fortran.

Le code C a ensuite été interfacé avec le logiciel Scilab, qui est plus convivial que le couple éditeur de texte/compilateur et ne nécessite pas l'étape de compilation propre au C. Sous Windows, cette interface se fait au moyen d'une DLL[1] qui est créée en utilisant des options de compilation spéciales et quelques instructions (instructions en C++ pour être exact) concernant l'appel de la fonction compilée par un programme extérieur (pour nous, Scilab). Le fonctionnement et le lien entre les différents codes est présenté sur le synoptique.

Nous avons rajouté une interface graphique pour rendre plus conviviale la saisie des paramètres, le lancement de la résolution et l'affichage des résultats sous Scilab.

6.3.4 Validation

Nous avons commencé par valider le code sur le cas élémentaire d'un cylindre dont les parois coïncidaient avec le maillage et où seuls les "coins" de la pièce pouvaient poser problème au niveau des conditions d'interface (combinaison de deux conditions d'interface). Ces premières validations ont été encourageantes et donnaient les mêmes résultats que le logiciel Flux2D pour une configuration identique.

Malheureusement, dans le cas de géométries plus complexes, comme un double cône (§ 6.3.4.1) il s'est avéré nécessaire de modifier la prise en compte des conditions d'interface lorsque le vecteur normal à l'interface n'est pas selon les axes r et z (cf figure 6.7). Dans le cas du double cône, les limites entre le matériau magnétique et le vide passent par des points du maillage, ce qui nous a permis de valider la combinaison d'une traversée entre la pièce et le vide lorsque le vecteur normal a des composantes longitudinales et radiales. La modification des conditions d'interface consiste à discrétiser directement la condition de continuité $\frac{1}{\mu}\left(n_r\frac{\partial v}{\partial r}+n_z\frac{\partial v}{\partial z}\right)$, ce qui donne, dans le cas de la figure 6.7, pour le point $(i,\, j)$

$$\frac{1}{\mu_R}\left(n_r\frac{v_{i,j}-v_{i,j-1}}{\Delta r}+n_z\frac{v_{i+1,j}-v_{i,j}}{\Delta z}\right) \;=\; \left(n_r\frac{v_{i,j+1}-v_{i,j}}{\Delta r}+n_z\frac{v_{i-1,j}-v_{i,j}}{\Delta z}\right).$$

[1] Dynamic Linked Library

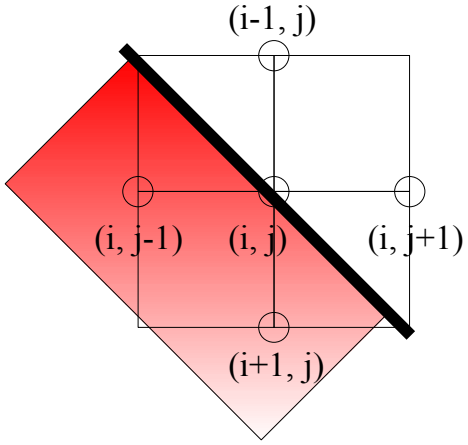


FIG. 6.7 – Cas d'interface plus complexe, où le vecteur normal n'est ni le long de l'axe r, ni le long de l'axe z.

Ensuite, nous nous sommes intéressé au cas d'une une sphère (§ 6.3.4.2), dans lequel l'interface matériau magnétique/vide ne passe pas forcément par les points du maillage. Le dernier cas est celui d'un concentrateur magnétique (§ 6.3.4.3), qui constitue le cas qui nous intéresse particulièrement pour notre optimisation. Pour la résolution itérative, on part d'une solution initiale qui est la solution exacte du problème en l'absence de matériau ferromagnétique.

6.3.4.1 Cas test 1 : le double cône

Ce premier cas test est un double cône, de perméabilité 1000, de hauteur 1 et de rayon maximal 0.5, placé au centre du domaine d'étude de rayon 2 et de hauteur 4. Le paramètre Δ vaut 0.01, ce qui fait que le maillage est constitué de 400 points suivant l'axe z et de 200 points suivant l'axe r. Sur la figure 6.8, nous avons représenté les résultats de simulation, avec un zoom sur le solide lui-même en haut. Les axes des abscisses et des ordonnées sont en nombre de points du maillage et l'échelle des couleurs représente les valeurs du gain magnétique.

Sur la partie basse de la figure, nous avons représenté les comparaisons des valeurs d'induction suivant deux chemins dans le domaine d'étude : le premier chemin est une coupe transversale au milieu de la pièce, qui part de l'axe du solide et arrive au bord du domaine. Le deuxième chemin suit l'axe de symétrie du domaine. Les résultats de Flux2D et de notre code sont parfaitement cohérents.

6.3.4.2 Cas test 2 : la sphère

Le deuxième cas test est une sphère ferromagnétique ($\mu_R = 1000$), de rayon 0.5, située au milieu du domaine de rayon 2 et de hauteur 4. Les simulations ont été exécutées avec un paramètre $\Delta = 0.01$, ce qui fait que le domaine d'étude est maillé par une grille de 200 points suivant son rayon et de 400 points suivant sa hauteur. Sur la figure 6.9, nous avons représenté les résultats de simulation obtenus avec notre code (partie supérieure de la figure) : les axes des abscisses et des ordonnées ont pour unité des nombres de points et l'échelle des couleurs représente les valeurs du gain magnétique. Sur la partie inférieure de la figure, nous comparons les résultats obtenus avec Flux2D pour la simulation du

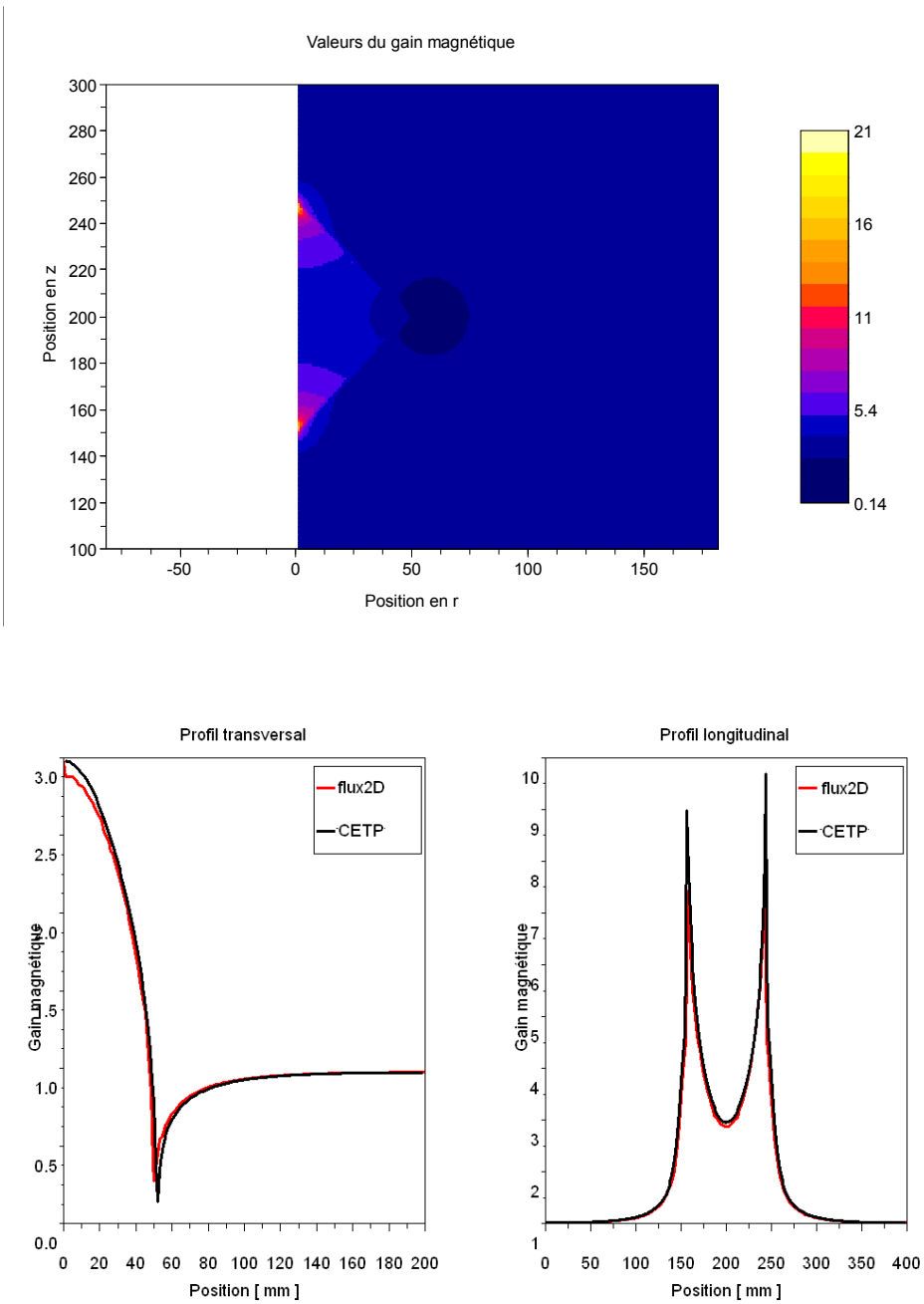


FIG. 6.8 – Résultat de la simulation d'un double cône, la figure supérieure représente les valeurs du module de l'induction, normalisées par le champ initial. En bas, on a comparé les valeurs du module de l'induction calculées par Flux2D et le code CETP, le long de deux profils particuliers, le long de l'axe de symétrie puis le long d'un chemin radial, partant du centre de la géométrie.

même objet, utilisés comme valeurs de référence. On constate que les résultats des deux codes sont heureusement cohérents entre eux.

Pour une sphère, les coefficients démagnétisants sont tous les trois égaux et valent $\frac{1}{3}$ dans toute la sphère. L'homogénéité de l'induction dans la sphère (cf figure 6.9) est bien conforme à la théorie. La formule théorique du gain magnétique est

$$G_{mag} = \frac{\mu_R}{1 + N(1 + \mu_R)},$$

ce qui donne, avec $N = \frac{1}{3}$ et $\mu_R = 1000$

$$G_{mag} = 2.9,$$

ce qui est également conforme à la valeur obtenue par simulation. Nous avons également vérifié que les valeurs de l'induction aux bords du domaine d'étude sont bien de 1.

6.3.4.3 Cas test 3 : le concentrateur magnétique

Nous avons finalement validé le code sur le cas qui nous intéresse particulièrement : le cas d'un concentrateur magnétique dont la géométrie est donnée sur la figure 6.10. Nous envisageons d'effectuer l'optimisation sur des géométries sans entrefer dans un premier temps, ce qui a facilité l'écriture du code de magnétostatique. En effet, pour prendre en compte un entrefer, il est indispensable de recourir au maillage adaptatif pour ne pas décrire l'entrefer avec la même précision que le domaine d'étude.

Cette fois-ci, nous nous sommes limités à la simulation de la moitié de la géométrie pour raison de symétrie : cela permet de réduire la taille du domaine d'étude par deux, et donc de diminuer d'autant le nombre de points du maillage. Le maillage a été raffiné pour bien décrire la pointe du concentrateur. Le domaine mesure 100 de rayon et 150 de hauteur et $\Delta = 0.1$, ce qui donne un maillage de 1000×1500 points. Nous voyons ici apparaître un défaut de la méthode du maillage régulier : c'est la dimension du plus petit détail qui fixe les dimensions du maillage global. Ainsi, les bords du maillage sont décrits avec la même précision que la zone critique (zone la plus étroite du concentrateur).

6.4 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre la formulation du problème de la recherche de formes optimales pour les concentrateurs magnétiques en tant que problème d'optimisation sous contrainte. Nous avons arrété nos développements sur ce point à l'écriture et à la validation du code de magnétostatique qui sert de base au calcul de la fonction de coût qui caractérise l'optimisation. Ce code, écrit en langage C, est interfacé avec le logiciel Scilab pour faciliter son utilisation et pouvoir séparer l'aspect simulation électromagnétique de l'aspect optimisation. La prochaine étape dans ce travail consistera à sélectionner et à coder l'algorithme d'optimisation proprement dit.

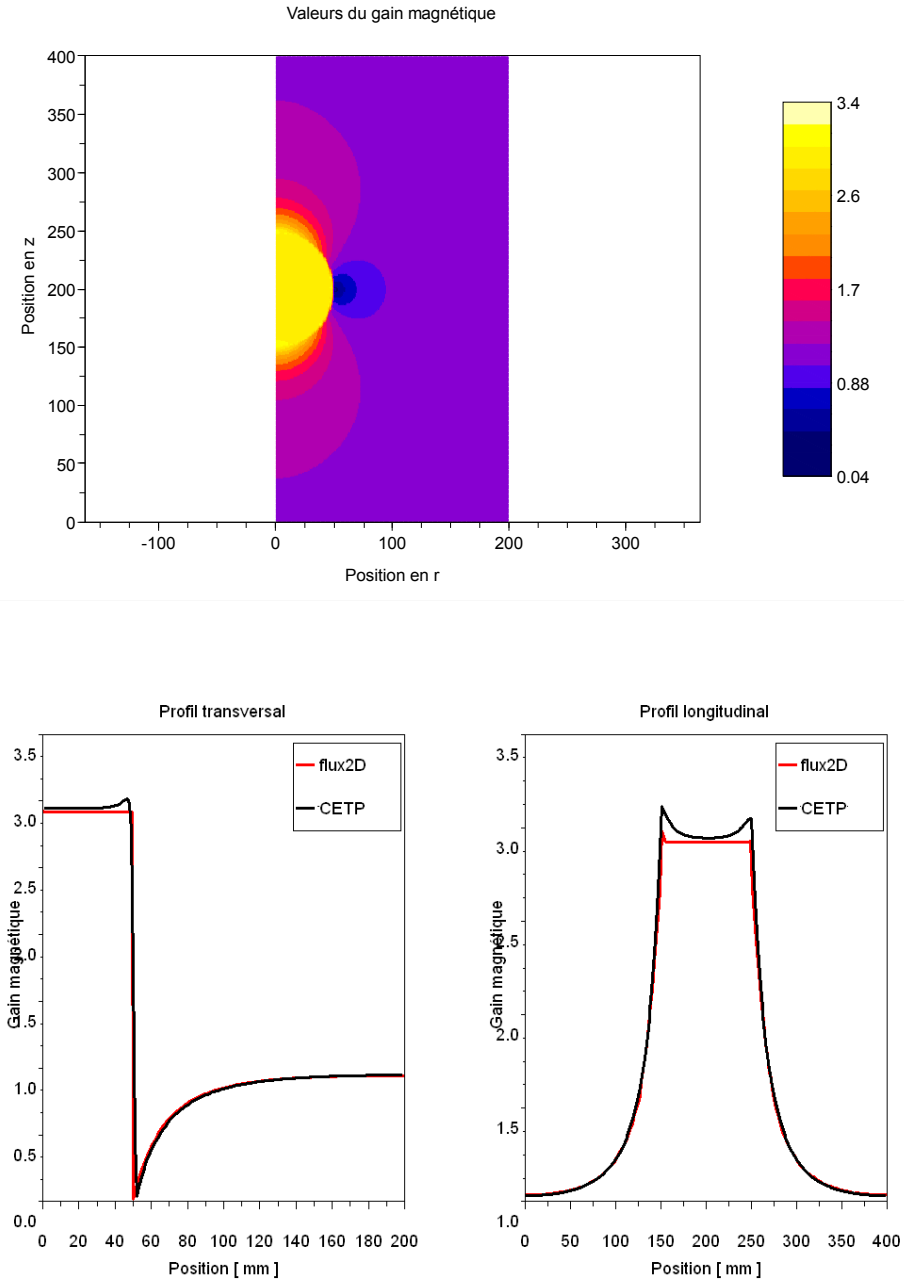


FIG. 6.9 – Résultat de la simulation d'une sphère, la figure supérieure représente les valeurs du module de l'induction, normalisées par le champ initial. En bas, on a comparé les valeurs du module de l'induction calculées par Flux2D et le code CETP, le long de deux profils particuliers, le long de l'axe de symétrie puis le long d'un chemin radial, partant du centre de la géométrie.

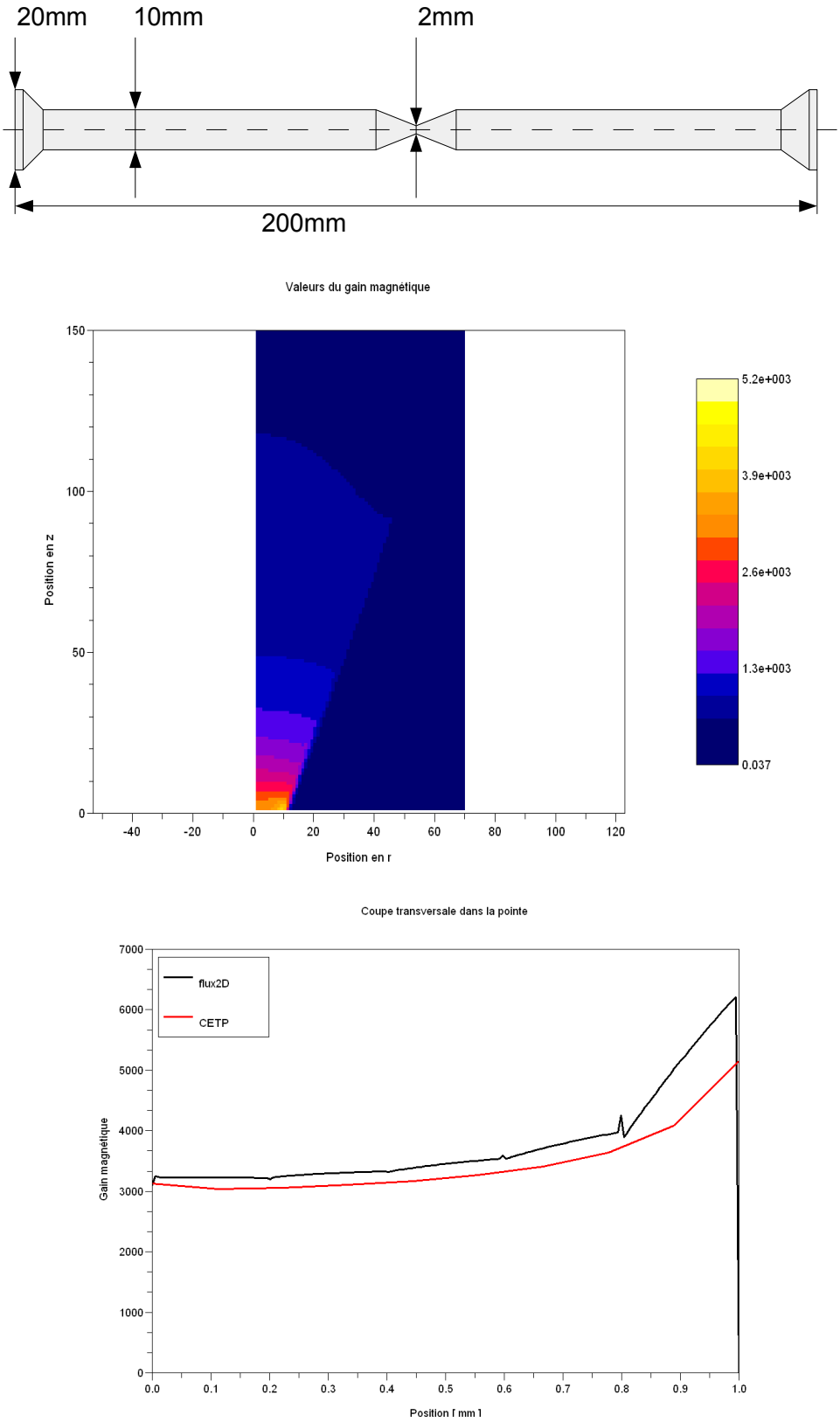


FIG. 6.10 – Sur la partie supérieure, nous avons représenté la géométrie simulée, typique d'un concetrateur magnétique. Au milieu, nous avons fait un zoom sur les résultats de simulation, sur la partie la plus intéressante qui est la pointe. On devine aisément la géométrie de cette pointe. Les axes sont gradués en points du maillage, le pas de quantification était de 0.1 mm. En bas, nous avons représenté le module de l'induction le long d'un chemin partant de l'axe du concentrateur jusqu'au bord de la partie la plus fine. Ces résultats sont comparés avec ceux de Flux2D pour la même géométrie.

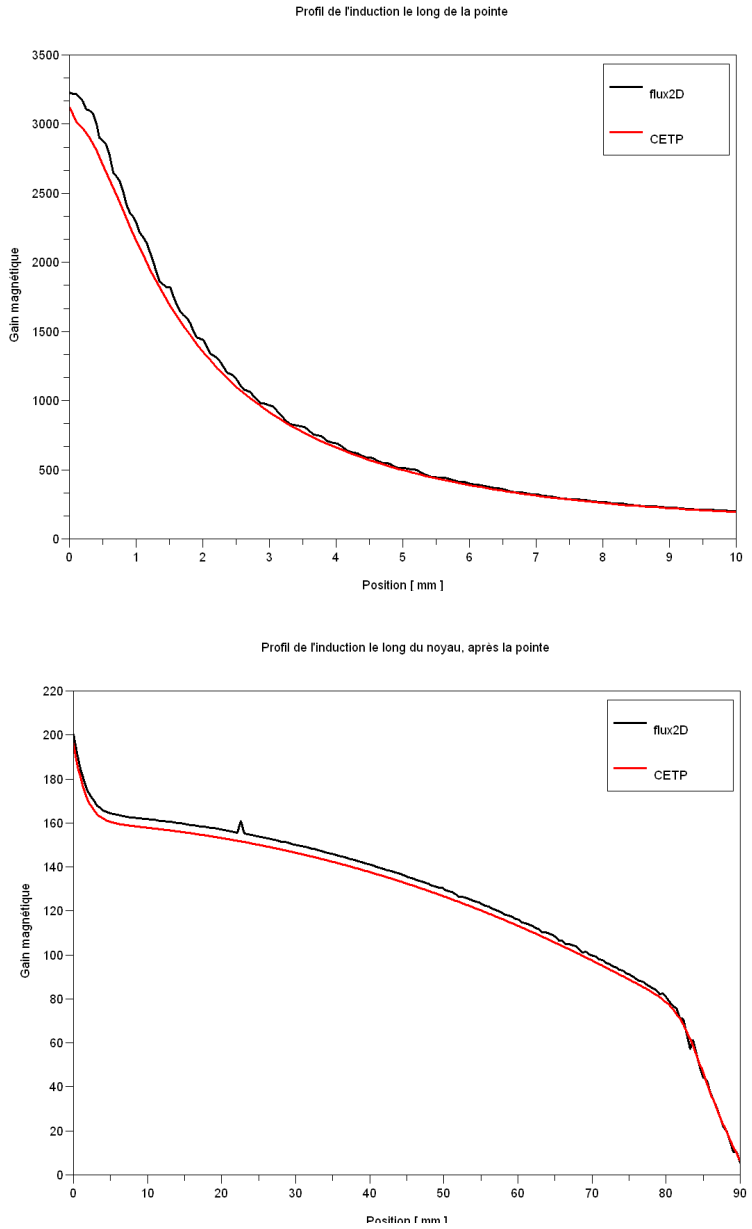


FIG. 6.11 – Résultat de la simulation d'un concentrateur magnétique. Sur chaque graphe, on a comparé les valeurs du module de l'induction calculées par Flux2D et le code CETP, le long de profils particuliers : dans une coupe transverse au centre du noyau, le long de la pointe et le long du corps du noyau, juste après la pointe, dans le prologement du profil du graphe précédent

Chapitre 7

Conclusion et perspectives

Ce dernier chapitre est consacré à la présentation du magnétomètre triaxe de la mission CHARM qui est une synthèse des travaux menés pendant cette thèse. Nous analyserons ensuite les perspectives pour la poursuite des développements des magnétomètres hybrides searchcoil/microcapteur.

7.1 MAD : un Magnétomètre AC/DC pour la mission CHARM

Les rugissements auroraux sont des émissions radio naturelles observées sur terre dans les régions aurorales à des fréquences proches de $3\,MHz$ et $4.5\,MHz$. Les ondes de Langmuir et les ondes hybrides hautes jouent un rôle important dans l'ionosphère aurorale : non seulement elles permettent le transfert d'énergie entre particules mais ces ondes génèrent également des radiations qui se propagent et permettent d'étudier les processus plasma à distance (ce sont les "rugissements"). Comprendre le rôle dynamique des ondes de Langmuir et des ondes hybrides hautes ainsi que les mécanismes et les caractéristiques des radiations électromagnétiques résultantes observables sur terre sont les objectifs de CHARM (Correlation of High-frequencies and Auroral Roar Measurements).

Pour atteindre les objectifs scientifiques définis précédemment, la fusée CHARM sera lancée vers une aurore boréale, à l'hiver 2007. C'est un tir balistique dont l'apogée atteindra une altitude suborbitale d'au moins $800\,km$, pendant ou immédiatement après le déclenchement d'un sous-orage magnétique. L'altitude de $800\,km$ est nécessaire pour avoir un temps de vol suffisament long dans les régions dans lesquels ont peut détecter des ondes de Langmuir aurorales. Les satellites géosynchrones (GEOS, LANL[1]) seront utilisés pour estimer l'énergie stockée dans la queue magnétique et observer les phases du sous-orage. Le lancement sera effectué à partir des données d'une caméra plein-ciel située à Kaktovik (Alaska). D'autres sources d'information seront utilisées pour décider du lancement : les magnétomètres ULF à Kaktovik, et une caméra plein-ciel à Fort Yukon, qui fournira des images de la localisation en latitude du sous-orage et des précisions sur son activité.

Nous allons présenter maintenant les caractéristiques du magnétomètre AC/DC embarqué sur la mission CHARM.

[1]Los Alamos National Laboratory

Bobinages

Les bobinages ont été conçus au laboratoire avec pour objectif une sensibilité minimale de $2\,pT/\sqrt{Hz}$ sur les bords de la bande passante ($10\,Hz$ pour la borne inférieure). Il y deux bobinages par axe de mesure, un pour chaque demi-noyau. Le fil est bobiné sur une carcasse en Peek (Polyétheréthercéthone, compagnie Victrex [51]) dans laquelle le noyau magnétique vient s'insérer.

Après avoir sélectionné une forme de noyau optimale du point de vue du capteur que l'on va placer entre les concentrateurs, on a calculé le bobinage permettant d'obtenir la sensibilité désirée à $10\,Hz$. Pour calculer la sensibilité, on divise le bruit total en entrée de l'amplificateur du searchcoil par le gain du searchcoil. On écrit

$$S_{NEMI} = \frac{\sqrt{e_{PA}^2 + (Ri_{PA})^2 + 4k_BTR}}{G_{searchcoil}},$$

où R est la résistance du searcoil, $e_{PA} = 4\,nV/\sqrt{Hz}$ @ $10Hz$ et i_{PA} (négligeable dans notre cas) sont les bruits en tension et en courant en entrée du préamplificateur. A cette fréquence, la capacité parasite n'intervient pas, et on peut simplement écrire, pour deux bobinages en série, que le gain $G_{searchcoil}$ vaut

$$\begin{aligned} G_{searchcoil} &= 2\,N < \mu_{eff} > S_{spire}\,\omega \\ &= N < \mu_{eff} > (\pi D)^2\,f\,, \end{aligned}$$

$< \mu_{eff} >$ est évalué par simulation avec Flux2D, c'est la moyenne du gain magnétique le long du concentrateur, D est le diamètre utile d'une spire, soit le diamètre du noyau, puisque l'on considère que toute l'induction captée par la spire est canalisée dans le noyau.

Electronique

La structure retenue pour les trois voies DC est celle présentée au chapitre 4. Un seul circuit programmable commande les interrupteurs des trois voies. Pour les searchcoils, nous avons utilisé une structure d'amplificateur déjà disponible au laboratoire légèrement modifiée pour s'adapter aux caractéristiques des deux bobinages présentés précédemment. A bord de la fusée, nous disposons d'une numérisation sur 16 bits pour la voie DC, ce qui, pour une pleine échelle de $\pm 40\,\mu T$ (lancement le long du champ magnétique terrestre), donne un pas de quantification de $\frac{80\,\mu T}{2^{16}} \simeq 1.2\,nT$. Le signal du searchcoil est numérisé et traité par un analyseur de bord, développé en dehors du cadre de cette thèse, qui permet d'envoyer directement des spectres du champ magnétique, ce qui nécessite moins de moyen de télémesure que la transmission de formes d'onde temporelles.

Structure mécanique

La géométrie des noyaux a été calculée pour obtenir un gain magnétique de 500 entre les concentrateurs, avec un entrefer de $100\,\mu m$. Ces noyaux doivent être maintenus alignés. Ceci se fait au moyen des deux carcasses sur lesquelles ont vient bobiner directement les bobinages du searchcoil. La longueur d'entrefer qui sépare les deux concentrateurs magnétiques doit être contrôlée et doit satisfaire deux critères : les pointes doivent être

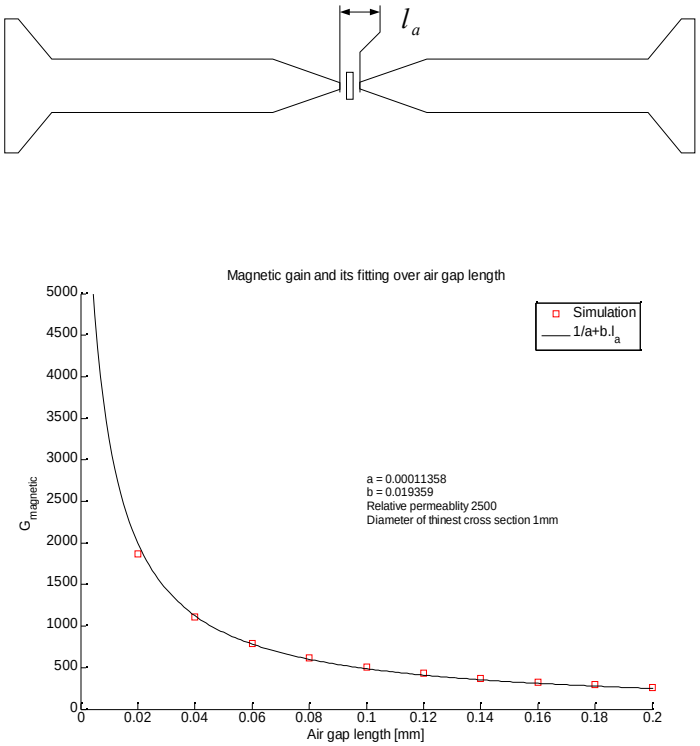


FIG. 7.1 – Gain en fonction de l'entrefer pour la géométrie de noyau proposée ci-dessus.

suffisament proches pour obtenir une bonne amplification magnétique sur le capteur Hall mais il ne doit surtout pas y avoir contact entre les pointes et le capteur.

Les variations du gain magnétique en fonction de l'entrefer entre les concentrateurs qui ont été utilisés pour le dispositif de validation sont représentées sur la figure 7.1. Nous allons utiliser cet exemple pour étudier l'influence de la dilatation thermique sur le positionnement longitudinal des concentrateurs et par conséquent sur le gain magnétique.

Le constructeur Ferroxcube (www.ferroxcube.com) donne les coefficients de dilatation thermique (linear expansion coefficient) suivants pour les différents types de ferrite (manganèse-zinc et nickel-zinc) :

Property	MnZn ferrite	NiZn ferrite	Unit
Linear expansion coefficient	$10 - 12 \times 10^{-6}$	$7 - 8 \times 10^{-6}$	K^{-1}

.

Ceci est conforme aux valeurs fournies par Richard Lebourgeois (THALES), qui donnait un ordre de grandeur inférieur à $10 \times 10^{-6}\, K^{-1}$pour les ferrites développées pour les magnétomètres de la mission MMS (MnZn).

Partons du schéma de principe de la figure 7.2. Si on suppose que la bague de maintien figurée en gris sur le shéma ne se dilate pas, on peut utiliser la formule approchée de la variation du gain en fonction de l'entrefer pour calculer les variations supposées du gain magnétique sur l'étendue de la gamme de température $-100^{\circ}C/+100^{\circ}C$. La longueur de ferrite subissant les effets de dilatation qui nous intéressent est comprise entre les deux extrémités de la bague de maintien. Par exemple, pour une bague de longueur $l = 10\, mm$, la longueur d'entrefer l_a variera entre

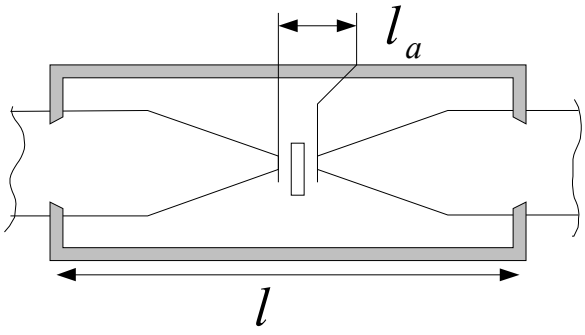


FIG. 7.2 – Schéma de principe de positionnement des pointes de deux concentrateurs magnétiques. La dilatation thermique a des effet sur la longueur de l'entrefer et par conséquent sur le gain magnétique. Pour limiter ces problème, on a cherché à réduire la boucle de dilatation en plaçant le dispositif de positionnement au plus près de l'entrefer.

$$100\,\mu m + 10\,mm * (100\,^{\circ}C - 20^{\circ}C) * 10 \times 10^{-6} \quad = \quad 108\,\mu m\,,$$

et

$$100\,\mu m + 10\,mm * (-100\,^{\circ}C - 20^{\circ}C) * 10 \times 10^{-6} \quad = \quad 88\,\mu m\,.$$

Avec la formule approchée suivante, on peut calculer les variations du gain magnétique correspondantes

$$G_{magn} \quad = \quad \frac{1}{1.1358 \times 10^{-4} + 1.9359 \times 10^{-2}}\,.$$

Pour un entrefer de $100\,\mu m$, le gain vaut 488. Supposons un montage à température ambiante, le tableau suivant récapitule les variations maximales de gain magnétique pour la pleine échelle de température ($-100^{\circ}C/+100^{\circ}C$), **avec une longueur d'entrefer initiale** $l_a = 100\,\mu m$:

l	$min(l_a)$	$MAX(l_a)$	$MAX(G_{magn})$	G_{magn}	$min(G_{magn})$
$10\,mm$	$88\,\mu m$	$108\,\mu m$	550	488	454
			+12.7 %	100 %	−7 %
$20\,mm$	$76\,\mu m$	$116\,\mu m$	631	488	424
			+29.3 %	100 %	−13.1 %
$30\,mm$	$64\,\mu m$	$124\,\mu m$	739	488	398
			+51.4 %	100 %	−18.4 %

.

Au niveau de la conception, notre recommandation principale est la suivante : il faut minimiser la distance entre les points d'attache des noyaux. Si la tolérance sur l'entrefer que nous avons donnée est respectée ($100\,\mu m \pm 5\,\mu m$), les variations de gain à prévoir sont les suivantes :

	$95\,\mu m$	$100\,\mu m$	$105\,\mu m$
G_{magn}	466	488	512
	$-4.5\,\%$	$100\,\%$	$+4.9\,\%$

.

L'étude de la dilatation thermique a aboutit à la conception, avec la Division Technique de l'INSU d'un dispositif de positionnement du microcapteur entre les noyaux magnétiques. Ce dispositif est constitué de deux parties entre lesquels le support en céramique sérigraphiée sur lequel est reporté le capteur à effet Hall est pris en sandwhich. Les deux parties du dispositif de centrage maintiennent les extrémité des concentrateurs à une distance de moins de $50\,\mu m$ de chaque côté de la puce à effet Hall, qui mesure $70\,\mu m$ d'épaisseur. La figure 7.3 présente un dessin de conception des centreurs. Le matériau utilisé est le Peek, mais une solution en céramique pourraît être envisagée pour les futurs modèle.

Sensibilités des voies AC et DC

Les sensibilités des voies AC et DC de l'instrument intégré sur CHARM sont présentées figure 7.4. On peut noter immédiatement que les trois voies DC n'ont pas les mêmes sensibilités. La meilleure des trois voies à une sensibilité de l'ordre de $100\,pT/\sqrt{Hz}$ à $10\,Hz$. La bande passante des capteurs est assez large et lors des intégrations, on a pu constater que les capteurs DC mesuraient des composantes de champ magnétique à la fréquence du réseau américain ($60\,Hz$).

Les trois voies n'ont pas des capteurs à effet Hall de même épaisseur. La voie z comporte un capteur d'une épaisseur d'environ $200\,\mu m$, ce qui explique la sensibilité dégradée de cet axe de mesure. Pour la voie la plus performante, le gain magnétique est d'environ 450, ce qui est conforme à nos prédictions. Les ajustements mécaniques ont été effectués en prenant une marge de $15\,\mu m$ par rapport aux côtes de référence. Les différences sur les deux voies les plus sensibles sont simplement dues à une légère dispersion sur l'ajustement mécanique. Il faut également signaler que ces mesures ont été effectuées au laboratoire, en boite μ-métal. Des mesures dans un environnement plus calme, par exemple au centre d'essai de Chambon-la-Forêt, auraient été plus adaptée mais les contraintes d'emploi-du-temps très serrées pour fournir l'instrument ne nous ont pas permis d'effectuer le déplacement.

Il est intéressant de constater que les searchcoils des trois voies ont la même sensibilité, bien que les entrefers entre les concentrateurs magnétiques soient différents : d'environ $100\,\mu m$ dans le meilleur des cas, on passe à plus de $200\,\mu m$ dans le pire cas. Ce qui montre que l'entrefer n'a pas d'effet global sur la sensibilité du searchcoil.

Cet instrument est la première réalisation de ce type de magnétomètre et on peut estimer que l'on peut encore gagner environ un ordre de grandeur sur la sensibilité en optimisant l'électronique, qui demeure assez bruyante à cause notamment de l'utilisation de composants intégrés pour l'étape d'échantillonnage/blocage. L'utilisation de noyaux un peu plus longs permettrait de réduire la masse des bobinage en augmentant le gain magnétique le long des concentrateurs et d'améliorer simultanément la sensibilité du capteur DC.

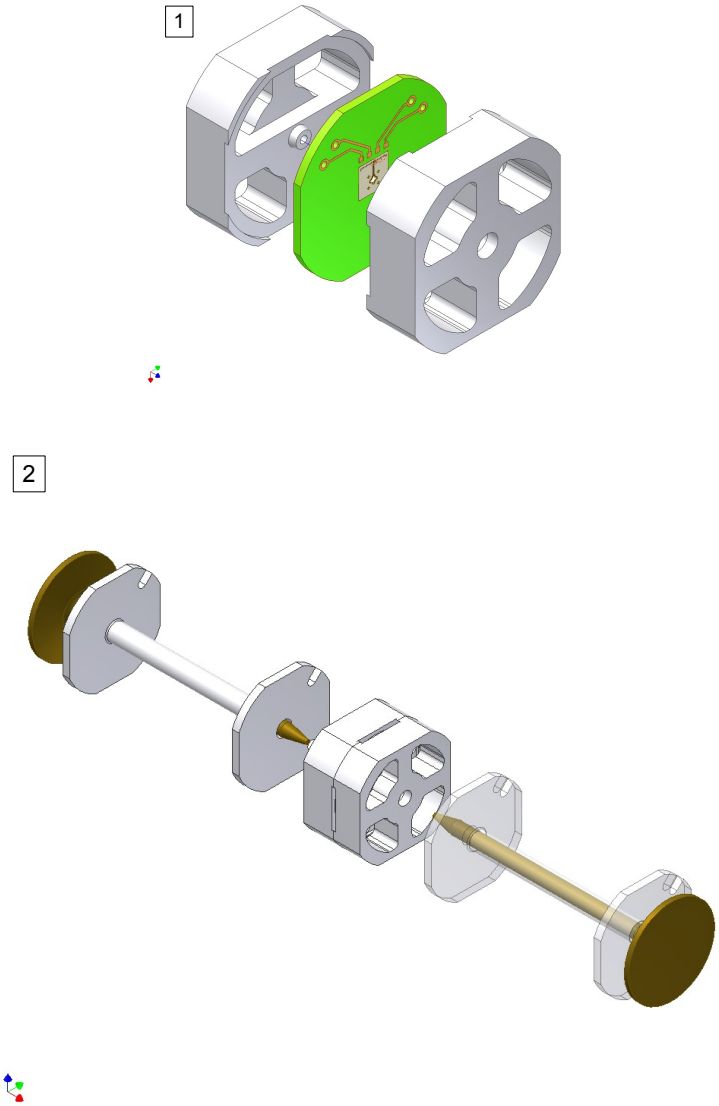


FIG. 7.3 – 1 Dessin de conception du dispositif de centrage qui permet de maintenir la plaque sérigraphiée sur laquelle est fixé le capteur Hall. Les centreurs, avant et arrière, sont percés d'un cône dans leur zone centrale. Ces deux cônes permettent de positionner longitudinalement les pointes des concentrateurs au plus près du capteur à effet Hall. 2 Dessin de conception des carcasses dans lesquelles sont placés les concentrateurs magnétiques. Les bobinages du searchcoil sont bobinés directement sur ces carcasses.

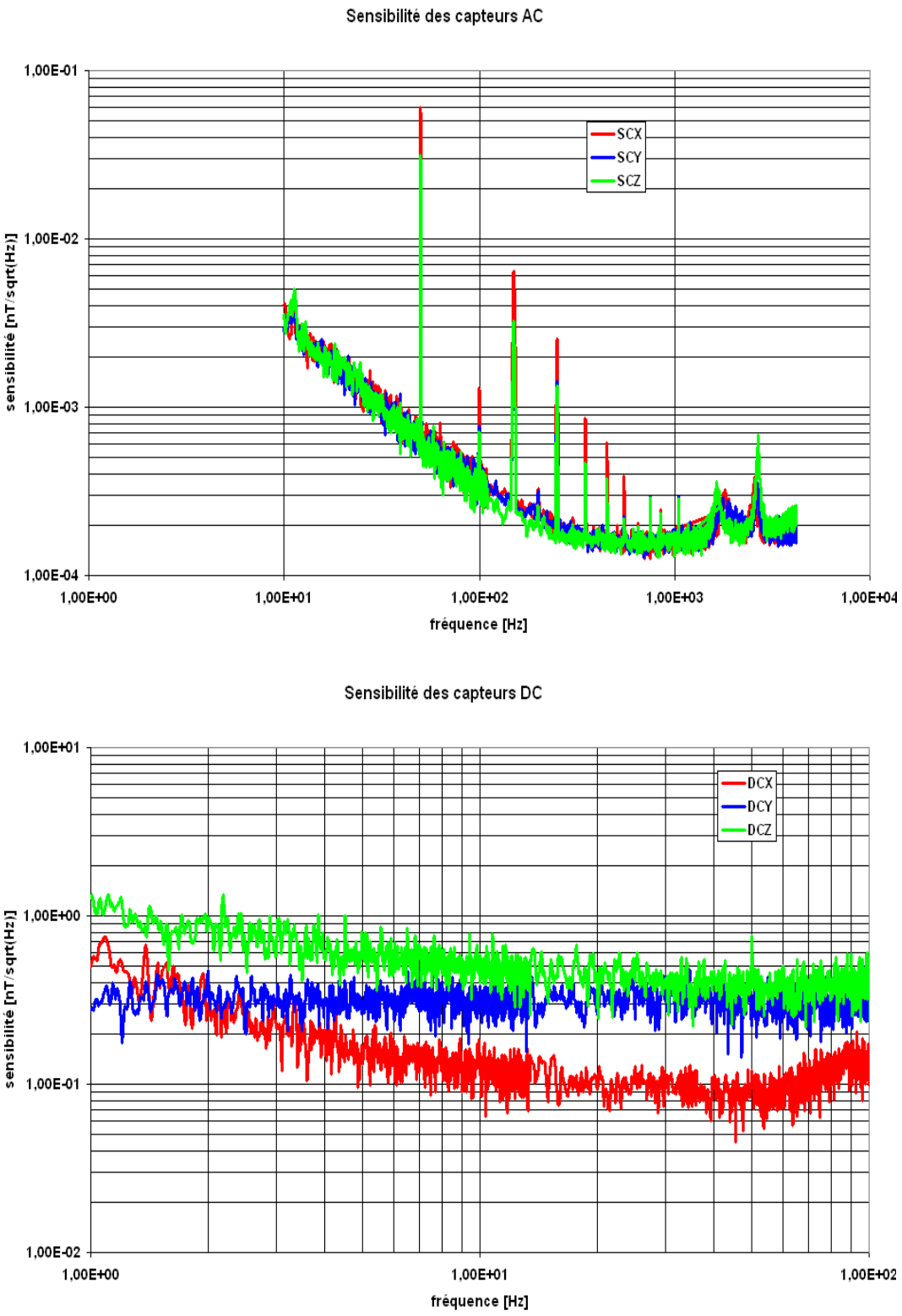


FIG. 7.4 – Sensibilité des parties AC et DC du MAD de la mission CHARM. La dispersion sur la sensibilité des voies DC est expliquée dans le texte. Les trois voies AC ont des sensibilités identiques, malgré une dispersion sur les valeurs des entrefers entre les concentrateurs magnétiques pour les trois voies.

7.2 Conclusion générale et perspectives

Cette thèse avait pour objet la conception et la réalisation d'un magnétomètre hybride searchcoil/microcapteur. Pour satisfaire cet objectif, nous avons travaillé sur plusieurs domaines en parallèle. Chacun de ces domaines a fait l'objet de développements soit théoriques, soit technologiques.

Tout d'abord, l'étude des microcapteurs nous a permis de sélectionner les candidats adaptés à notre concept d'instrument. Nous avons développé une électronique originale de réduction des bruits basses fréquences des capteurs à effet Hall. Cette électronique permet également de remédier au problème des offsets, inhérent à la méthode de mesure par rotation des contacts. Avec nos partenaires industriels, nous avons validé deux procédés d'amincissement des capteurs à effet Hall. L'étude des capteurs magnétorésistifs nous a permis de proposer une solution de suppression des offsets des magnétorésistances à effet tunnel (dépôt de brevet [52]). Pour bénéficier des effets d'amplification du champ magnétique du noyau d'un searchcoil, nous avons travaillé sur le design des capteurs magnétorésistifs à effet Hall plan THALES.

Les capteurs à effet Hall classique sont naturellement bien adaptés à l'intégration entre deux concentrateurs magnétiques. Nous l'avons montré par la modélisation et la simulation (publication [53]), qui confirment que des gains importants sont possibles en utilisant une forme de concentrateurs magnétiques exploitant les effets tant de la canalisation du flux que de la concentration du champ magnétique. Notre dispositif de validation expérimentale a confirmé cet appport des simulations et de la modélisation (présentation orale au congrès IEEE-EMSA'06, European conference on Magnetic Sensors and Actuators, Bilbao, Espagne, et publication [54]). Grâce à la simulation, nous avons également prouvé que les capteurs à sensibilité transverse peuvent bénéficier des effets de l'amplification magnétique importante fournie par le noyau modifié d'un searchcoil (dépôt de brevet en cours lors de la rédaction de ce mémoire [45]).

Nous avons proposé de reconsidérer la conception des concentrateurs magnétiques du point de vue d'une optimisation sous contrainte (présentation au congrès international IEEE-SSD'05, Systems Signals and Devices, Sousse, Tunisie, et publication [41]). Ce procédé d'optimisation a été développé au laboratoire pour le cas d'un searchcoil, optimisé en terme de masse et de sensibilité. Ce travail a également été présenté au congrès IEEE-EMSA'06 (publication en tant que co-auteur [40]). Pour ce faire, la première étape de notre démarche consistait à développer un code de magnétostatique interfaçable avec une routine d'optimisation. Ce code a été validé et comparé avec le code commercial Flux2D sur des cas test et sur une géométrie typique de concentrateur ferromagnétique.

L'ensemble des développements de cette thèse a servi à la conception d'un magnétomètre hybride triaxe pour le tir fusée CHARM (lancement hiver 2007). Un dessin de conception de ce modèle triaxe est présenté sur la figure 7.5 ainsi qu'une photo de l'instrument prise lors des intégrations de CHARM en novembre 2006.

La réalisation du dispositif d'amplification adapté aux capteurs à sensibilité transverse et l'utilisation des magnétorésistances en tant que microcapteur dans un magnétomètre hybride sont des perspectives très intéressantes à relativement cours terme. Au niveau de l'optimisation de forme, notre code devra évoluer pour permettre de mailler finement les zones dans lesquelles une description très précise du problème est nécessaire, typiquement dans la pointe d'un concentrateur magnétique, voire dans un entrefer, et de mailler plus grossièrement les zones où le potentiel vecteur varie peu, comme les bords du domaine d'étude. Cette évolution du code pourra se faire en parallèle de la sélection et du déve-

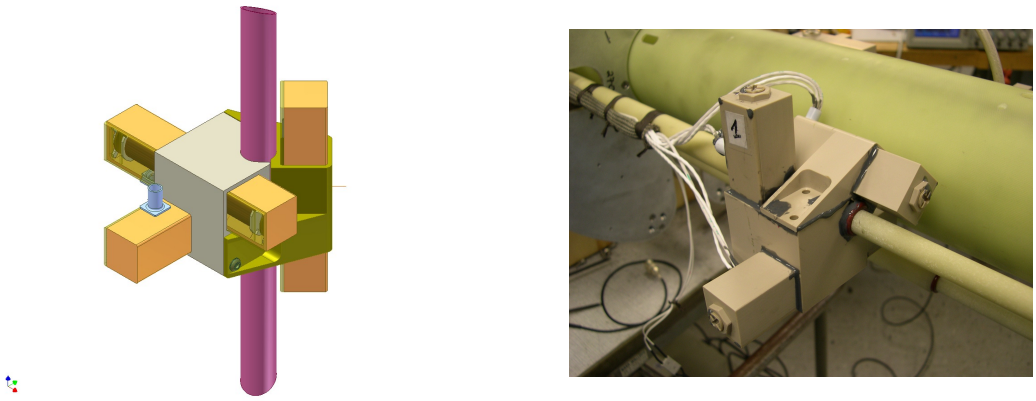


FIG. 7.5 – Modèle de vol triaxe du magnétomètre hybride searchcoil/microcapteur embarqué sur la fusée NASA/CHARM (lancement hiver 2007). A droite, sur le dessin de conception, on distingue, pour un des axes, les carcasses sur lesquelles sont bobinées les deux parties du searchcoil et les évasements des concentrateurs en ferrite. La partie cylindrique en violet est une partie du bras sur lequel est placé le magnétomètre. Le support triaxe est consitué de deux parties qui viennent se fixer sur le mât. A gauche, une photo de l'intégration de l'instrument sur un des mâts déployable de CHARM.

loppement du ou des algorithmes d'optimisation permettant l'étude automatique de la forme des concentrateurs magnétiques.

Si les résultats fournis par le magnétomètre triaxe de la fusée CHARM sont probants, ce modèle triaxe, ou l'un de ses successeurs utilisant des magnétorésistances, pourrait être embarqué sur les satellites de la mission MMS.

Enfin, les magnétorésistances à effet tunnel reste des candidates potentielles à la réalisation de magnétomètres petits et très sensibles. Le développement de la solution proposée pour la suppression de leurs offset est plus que jamais d'actualité au moment de la rédaction de ce mémoire.

Bibliographie

[1] I. Langmuir, "Oscillations in ionized gases," in *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.*, vol. 14, 1928, p. 628.

[2] C. C. for Plasma Science, *http ://www.plasmacoalition.org/what.htm.*

[3] G. Belmont and L. Rezeau, *Introduction à la physique des plasmas.* CETP - Centre d'étude des environnements terrestres et planétaires, 2003.

[4] A. Roux, "La mission spatiale cluster," *Nouvelle revue d'aéronautique et d'astronautique*, no. 3, pp. 37–52, 1996.

[5] A. Balogh, *The CLUSTER Mission : Scientific and Technical Aspects of the Instrument.* Noordwick, The Nederlands : ESA Publications, october 1988, no. ESA SP-1103.

[6] M. Dunlop, A. Balogh, D. Southwood, R. Elphic, K. Glassmeier, and F. Neubauer, "Configurational sensitivity of multipoint magnetic field measurements," in *Proceedings of the International Workshop on Space Plasma Physics Investigations by Cluster and Regatta*, no. ESA SP-306, 1990.

[7] P. Robert and A. Roux, "Accuracy of the estimate of j via multipoint measurements," in *Proc. Int. Workshop on Plasma Physics Investigations by Cluster and Regatta*, no. ESA SP-306 (May 1990), Graz, Austria, February 1990, pp. 29–35.

[8] ——, "Influence of the shape of the tetraedron on the accuracy of the estimate of the current density," 1993.

[9] P. Robert, A. Roux, and O. Coeur-Joly, "Validity of the estimate of the current density along cluster orbit with simulated magnetic data," in *Proceedings of the Cluster Workshop on Physical Measurements and Mission Oriented Theory*, no. ESA SP-371 (June 1995), Toulouse, France, November 1994.

[10] M. Savelli, J. Comallonga, and L. Boggiano, "Bruit de fond et mesure," *Techniques de l'Ingénieur*, no. E 1550 - R 310.

[11] B. Demoulin, "Fonctions aléatoires," *Techniques de l'Ingénieur*, no. R 220.

[12] G. Vasilescu, *Bruits et Signaux Parasites.* DUNOD, 1999.

[13] O. V. Nielsen, J. R. Petersen, F. Primdahl, P. Brauer, B. Hernando, A. Fernandez, J. M. G. Merayo, and P. Ripka, "Development, construction and analysis of the oersted fluxgate magnetometer," *Measurement Science and Technology*, vol. 6, 1995.

[14] P. Ripka, *Magnetic Sensors and Magnetometers.* Artech House, 2001.

[15] W. Magnes, D. Pierce, A. Valavanoglou, J. Means, W. B. C. Russel, K. Schwingenschuh, and G. Graber, "A sigma-delta fluxgate magnetometer for space applications," *Measurement Science and Technology*, vol. 14, 2003.

[16] P. Ripka, F. Primdahl, O. V. Nielsen, J. Petersen, and A. Ranta, "A.c. magnetic-field measurements using the fluxgate," *Sensors and Actuators A*, vol. 46-47, 1995.

[17] D. Bloyer and C. Gunther, "Les squids et leurs applications," *Techniques de l'Ingénieur*, no. R 928.

[18] R. Wunderlich, C. Thomas, and K. Schumacher, "A monolithic positioning system," *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 39, no. 2, pp. 320–326, February 2004.

[19] R. S. Popovic, "Not-plate-like hall magnetic sensors and their applications," *Sensors and actuators*, vol. 85, pp. 9–17, 2000.

[20] ——, *Hall Effect Devices.* Institute of Physics, 2004.

[21] V. Mosser, F. Kobbi, S. Contreras, J. M. Mercy, and O. Callen, "Low-cost 2deg magnetic sensor with metrological performances for magnetic field and current sensing," in *TRANSDUCERS'97 International Conference on Solid-State Sensors and Actuators*, Chicago, June 1997, pp. 401–404.

[22] H. Blanchard, F. D. Montmollin, J. Hubin, and R. S. Popovic, "Highly sensitive hall sensor in cmos technology," in *TRANSDUCERS 99.* Sendai, Japan : The 10th International Conference on Solid-State Sensors and Actuators, June 1999.

[23] P. M. Drljaca, F. Vincent, P. A. Besse, and R. S. Popovic, "Design of planar magnetic concentrators for high sensitivity hall devices," *Sensors and Actuators*, vol. 97, pp. 10–14, 2002.

[24] P. M. Drljaca, V. Schlageter, F. Vincent, and R. S. Popovic, "High sensitivity hall magnetic sensors using planar micro and macro flux concentrators," in *TRANSDUCERS 01 EUROSENSORS XV.* Munich, Germany : The 11th International Conference on Solid-State Sensors and Actuators, June 2001.

[25] G. Jung, "Magnetic noise mesurements using cross-correlated hall sensors arrays," *Applied Physics Letters*, vol. 78, no. 3, January 2001.

[26] J. Przybytek, V. Mosser, and Y. Haddab, "Lf noise in cross hall effect devices - geometrical study," *Proceedings of the SPIE*, vol. 5113, pp. 475–483, 2003.

[27] S. Cassette, *Réalisation de dispositifs à effet Hall amincis pour concentrateurs de champ magnétique.* THALES Research and Technology, 2005.

[28] S. Tumanski, *Thin Film Magnetoresistive Sensors.* Insitut of Physics, 2001.

[29] B. Dieny and J. Fedeli, "Capteurs magnétorésistifs," *Techniques de l'Ingénieur*, no. R 416.

[30] M. Hehn, F. Montaigne, and A. Schuhl, "Magnétorésistance géante et électronique de spin," *Techniques de l'Ingénieur*, no. E 2 135.

[31] E. du Trémolet de Lacheisseries, *Magnétisme Tome 1 : Fondements.* PUG, 1999.

[32] ——, *Magnétisme Tome 2 : Matériaux et applications.* PUG, 1999.

[33] F. Montaigne, *Etude d'un capteur de champ magnétique à effet Hall planaire et conception de l'électronique associée.* THALES (ex - Laboratoire central de recherche THOMNSON-CSF), 1995.

[34] ——, *Boussole intégrée.* THALES (ex - Laboratoire central de recherche THOMNSON-CSF), 1996.

[35] P. Brissonneau, *Magnétisme et matériaux magnétiques.* HERMES, 1997.

[36] J. A. Osborn, "Demagnetizing factors of the general ellipsoid," *Physical review*, vol. 67, no. 11 and 12, pp. 351–357, June 1 and 15 1945.

[37] E. du Trémolet de Lacheisseries, *Magnétisme.* PUG, 1999.

[38] R. M. Bozorth, *Ferromagnetism.* IEEE PRESS, 1993.

[39] R. M. Bozorth and D. M. Chapin, "Demagnetizing factors of rods," *Journal of Applied Physics*, vol. 13, no. 5, pp. 320–326, May 1942.

[40] C. Coillot, J. Moutoussamy, P. Leroy, G. Chanteur, and A. Roux, "Improvements on the design of searchcoil magnetometer for space experiments," *[accepted 2006] IEEE Sensors Letter, EMSA Proceedings.*

[41] P. Leroy, C. Coillot, A. F. Roux, and G. M. Chanteur, "Optimization of the shape of magnetic field concentrators to improve the sensitivity of hall sensors," *Technisches Messen*, no. 6, 2006.

[42] www.mag-inc.com.

[43] www.imphyalloys.com.

[44] www.vacuumschmeltze.de.

[45] C. Coillot, P. Leroy, G. Chanteur, A. Roux, and F. N. V. Dau, "Amplificateur magnétique pour capteurs magnétiques de faible épaisseur à sensibilité longitudinale, notamment amr, gmr, tmr ou gmi," *Dépôt en cours.*

[46] J.-C. Culioli, *Introduction à l'optimisation.* ELLIPSES, 1994.

[47] L. Pichon and A. Razek, "Force calculation in axisymmetric induction devices using a hybrid fem-bem technique," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 26, no. 2, pp. 1050–1053, March 1990.

[48] E. Saatdjian, *Phénomènes de transport et leurs résolutions numériques.* Polytechnica, 1998.

[49] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical Recipes in C. SECOND EDITION.* Cambridge University Press, 1992.

[50] http ://seesar.lbl.gov/anag/staff/martin/AMRPoisson/AMR.html.

[51] D. E. P. Products, *Profil des Plastiques Techniques.* Distributeur : www.vacour-plastique.com, 1997.

[52] P. Leroy, F. N. V. Dau, and A. Friederich, "Procédé de mesure d'un champ magnétique faible et capteur de champ magnétique à sensibilité améliorée," *N° de publication 2 880 131, N° d'enregistrement national 04 13831.*

[53] P. Leroy, C. Coillot, A. F. Roux, and G. M. Chanteur, "High magnetic field amplification for improving the sensitivity of hall sensors," *IEEE Sensors Journal*, no. 3, June 2006.

[54] P. Leroy, C. Coillot, V. Mosser, A. Roux, and G. Chanteur, "Use of magnetic concentrators to highly improve the sensitivity of hall effect sensors," *[accepted 2006] IEEE Sensors Letter, EMSA Proceedings.*