



HAL
open science

Contribution à l'étude numérique des régimes transitoires dans les réseaux à très haute tension

Philippe Auriol

► **To cite this version:**

Philippe Auriol. Contribution à l'étude numérique des régimes transitoires dans les réseaux à très haute tension. Energie électrique. Université Claude Bernard - Lyon I, 1972. Français. NNT : . tel-00144163

HAL Id: tel-00144163

<https://theses.hal.science/tel-00144163>

Submitted on 2 May 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

présentée

DEVANT L'UNIVERSITE CLAUDE BERNARD - LYON

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR-INGENIEUR

par

Philippe AURIOL

Ingénieur I. E. G.

SUJET

Contribution à l'étude numérique des
régimes transitoires dans les réseaux
à très haute tension

Soutenue le 3 Novembre 1972 devant la Commission d'Examen.

JURY

M.M. A. SARAZIN

Président

R. PAUTHENET

J. C. SABONNADIÈRE

M. TERRENOIRE

} *Examineurs*

M. POUARD

Invité

Nous tenons à exprimer nos profonds remerciements à :

Monsieur le Professeur SARAZIN, Directeur de l'U.E.R. de Physique Nucléaire de l'Université Claude Bernard à Lyon, qui a bien voulu nous faire l'honneur de présider le jury.

Nous adressons nos respectueux remerciements à :

Monsieur le Professeur PAUTHENET, Directeur de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electrotechnique et de Génie Physique à Grenoble, qui a bien voulu honorer le jury de sa présence.

Monsieur SABONNADIÈRE, Maître de Conférences, nous a proposé ce sujet passionnant. Par son aide et ses conseils éclairés, il nous a constamment guidé tout au long de cette étude. Qu'il trouve ici l'expression de notre plus profonde gratitude.

Nous exprimons nos vifs sentiments de reconnaissance à :

Monsieur TERRENOIRE, Maître de Conférences, Directeur du Centre de Calcul Interuniversitaire de Lyon-Saint-Etienne, et à :

Monsieur POUARD, de la Direction des Etudes et Recherches de l'E.D.F., pour avoir accepté de participer à ce jury.

Nous présentons nos remerciements les plus sincères à :

Monsieur COMPARAT, Directeur de l'Ecole Centrale de Lyon, qui nous a permis de mener à bien ce travail dans ses laboratoires, en collaboration avec ceux de l'Institut National Polytechnique de Grenoble.

Que Messieurs DUBANTON et GERVAIS, du service E.R.M.E.L. de l'E.D.F., trouvent ici l'assurance de ma reconnaissance pour leur précieuse et amicale collaboration.

Nous remercions particulièrement nos camarades Chercheurs et le Personnel du laboratoire d'Electrotechnique de l'E.C.L. pour l'ambiance favorable qu'ils ont su créer et l'aide permanente que nous avons trouvée auprès d'eux, ainsi qu'à Madame CHABERT et Monsieur PREBET pour le soin qu'ils ont apporté à la réalisation pratique de cette thèse.

Président : M. Le Professeur J. BOIDIN.

1er Vice-Président : M. R. TOURAINE, Maître de Conférences agrégé.

2ème Vice-Président : M. P. PONCET, Maître-Assistant.

3ème Vice-Président : M. D. SETTELEN, Etudiant.

UNITES D'ENSEIGNEMENT ET DE RECHERCHE

UNITES

DIRECTEURS

U.E.R. médicale Grange-Blanche	M. le Professeur D. GERMAIN
U.E.R. médicale Alexis-Carrel	M. le Professeur C. GIROD
U.E.R. médicale LYON-Nord	M. le Professeur A. BERTOYE
U.E.R. médicale LYON-Sud-Ouest	M. le Professeur L. TOLOT
U.E.R. des Sciences pharmaceutiques	M. M. CARRAS, Maître de conférences agrégé
U.E.R. des Techniques de Réadaptation	M. le Professeur P. MOUNIER-KUHN
U.E.R. de Biologie humaine	M. J.C. CZYBA, Maître de conférences agrégé
U.E.R. d'Education Physique et Sportive	M. A. MILLON, Professeur E.P.S.
U.E.R. des Sciences Odontologiques	M. R. VINCENT
U.E.R. de Mathématiques	M. le Doyen J. BRACONNIER
U.E.R. de Physique	M. le Professeur M. DUFAY
U.E.R. de Chimie et Biochimie	M. le Professeur D. GAUTHERON
U.E.R. des Sciences de la Nature	M. le Professeur L. DAVID
U.E.R. de Biodynamique et Psychopédagogie	M. le Professeur R. FONTANGES
U.E.R. de Physique nucléaire	M. le Professeur A. SARAZIN
U.E.R. de Mécanique	M. le Professeur J. MATHIEU
Observatoire	M. le Professeur J. H. BIGAY
Institut Universitaire de Technologie 1	M. le Professeur B. POUYET
Institut Universitaire de Technologie 2	M. J. GALLET

Secrétaire Général : M. P. IZAUTE.

INTRODUCTION

Le transport de l'énergie électrique se pose de manière de plus en plus aigüe étant donnée la croissance rapide de la quantité d'énergie à transporter quotidiennement. En effet, les besoins des villes et des zones industrielles augmentent sans cesse, et des conditions d'esthétique ou d'environnement nécessitent l'installation des ensembles de production dans des sites éloignés des centres de consommation.

De ce fait, des études technico-économiques récentes ont montré l'intérêt de prévoir les futurs réseaux à des échelons de tension très élevés, de l'ordre du million de volts.

La conception technologique de telles lignes de transport d'énergie doit tenir compte non seulement des conditions de régime permanent mais aussi des régimes transitoires dont l'importance peut, dans certaines cas, être prépondérante du point de vue de l'isolement.

On conçoit donc facilement l'intérêt des méthodes d'études des régimes non sinusoidaux, applicables à la prédétermination de la nature et de la forme des ondes de tensions et de courant qui peuvent se propager sur ces réseaux. Cette prédétermination peut être effectuée de deux façons complémentaires : d'une part l'étude analogique à l'aide d'analyseurs transitoires, qui sont de véritables calculateurs analogiques particuliers, d'autre part à l'aide de méthodes numériques implantées sur des ordinateurs.

Jusqu'à ces dernières années, les exploitants de réseaux et les constructeurs donnaient la préférence à l'analyseur transitoire, qui permet une meilleure visualisation des phénomènes physiques. Néanmoins, il semble que les méthodes numériques, par leur souplesse, leur fiabilité et leur rapidité d'exécution tendent à prendre le pas sur les études analogiques.

Parmi les méthodes numériques on distingue trois grandes familles : celles qui utilisent des transformations intégrales (transformation de Laplace ou transformation de Fourier modifiée){1} {2} {3}, celles du type Bergeron {4} ou des ondes mobiles {5} {6} et les méthodes aux différences finies {7} {8} {9} {10}.

Si le choix définitif ne s'est point encore porté de manière unanime sur l'une ou l'autre d'entre elles, il semble que les deux premiers groupes soient proches de leurs possibilités maximales, tandis que les méthodes aux différences finies, quoiqu'encore assez peu développées, se révèlent de plus en plus prometteuses.

C'est pour cette raison que, en collaboration étroite avec le service des Etudes et Recherches de l'E.D.F. (ERMEL), nous avons, au sein de notre équipe, fait porter notre effort sur cette dernière méthode.

Une première étude, effectuée par J.C. SABONNADIÈRE ^{11}, puis par A. N'DIR ^{8}, a permis de dégager les caractères d'un schéma semi-implicite et d'une méthode associée, appelée Méthode de Double Balayage; son application à l'ensemble d'une ligne et de son système d'alimentation a donné lieu à la mise au point d'une première version du programme PEGASE (Programme d'Etude Générale et d'Analyse des Surtensions d'Enclenchement) .

Le travail que nous présentons ci-après est une extension de ces résultats à l'étude d'un réseau de transport d'énergie complexe, comportant un nombre quelconque d'éléments à constantes réparties, voire non linéaires.

Dans le premier chapitre, nous exposerons la méthode de Double Balayage, ses principales caractéristiques, et son application au calcul de surtensions d'enclenchement lors de la mise sous tension d'une ligne à vide à partir d'un seul générateur.

Le chapitre II, qui est le plus important de notre travail, est consacré à l'extension de notre méthode numérique au traitement d'un réseau de transport d'énergie comportant un nombre quelconque de lignes triphasées et de générateurs, mais un seul jeu de barres, à partir duquel une ligne à vide est mise sous tension.

Dans le chapitre III, nous avons généralisé les méthodes mises au point et appliquées dans le chapitre précédent, en traitant le calcul des régimes transitoires dans des réseaux à très haute tension non maillés formés d'un nombre quelconque de lignes et de deux jeux de barres, dans un premier temps, et d'un nombre quelconque de lignes et de jeux de barres ensuite.

Nous avons regroupé dans le chapitre IV quelques résultats obtenus à l'aide des programmes de calculs établis dans les chapitres II et III; nous présentons également des comparaisons avec des courbes résultant d'essais sur analyseur transitoire de réseaux, ou d'essais réels "in situ", ce qui permet de juger la fiabilité de nos méthodes.

Enfin, on trouvera dans le chapitre V l'esquisse d'une méthodologie d'utilisation de nos programmes de calculs à des fins d'essais industriels; nous nous appuierons pour cela sur deux exemples: le calcul des phénomènes transitoires qui se développent dans un réseau complexe, d'abord lors de l'apparition d'un défaut en ligne, ensuite lors de la mise sous tension d'éléments triphasés non linéaires, tels que résistances ou inductances.

SOMMAIRE

	<i>pages</i>
<u>Introduction</u>	I
Chapitre I : <u>Exposé de la méthode de Double Balayage</u>	1
I - A : Formulation du problème	2
I - B : Forme caractéristique normale	4
I - C : Résolution Numérique	10
I - D : Conclusion	18
Chapitre II : <u>Etude de l'enclenchement d'une ligne à vide à partir d'un jeu de barres alimenté par un nombre quelconque de lignes</u>	19
II - A : Description des éléments constitutifs du réseau	20
II - B : Etude en régime Transitoire	21
II - C : Régime Permanent	41
II - D : Conclusion	49
Chapitre III : <u>Extension à un réseau complexe non maillé</u>	50
III - A : Réseau comportant deux jeux de barres distincts	51
III - B : Extension à un réseau complexe non maillé	57
III - C : Conclusion	61
Chapitre IV : <u>Essais Justificatifs</u>	63
IV - A : Comparaisons avec des essais sur réseau THT	64
IV - B : Comparaisons avec des essais sur analyseur transitoire	67
IV - C : Justification de la représentation exacte d'un réseau complexe	70

Chapitre V	: <u>Essai d'une méthodologie d'utilisation</u> <u>de nos programmes de calcul</u>	73
V - A	: Etude Transitoire de défauts en ligne	74
V - B	: Eléments non linéaires	80
V - C	: Conclusion	89
	<u>Conclusion</u>	90
	<u>Bibliographie</u>	92

CHAPITRE I

EXPOSE DE LA METHODE DE DOUBLE BALAYAGE

L'étude et la mise au point d'une méthode numérique originale de calcul des surtensions transitoires dans une ligne de transport d'énergie ont été effectuées par J.C. SABONNADIÈRE et A. N'DIR [11] [12].

La thèse de Mr A. N'DIR a remarquablement contribué à la création et au développement d'une méthode aux différences finies, appelée Méthode de Double Balayage, appliquée à l'étude du régime transitoire d'une ligne longue triphasée lors de sa mise sous tension. Il convenait alors d'utiliser cet outil remarquable pour l'analyse d'un réseau plus complexe, ce qui est fait dans les chapitres qui vont suivre. Mais, auparavant, nous pensons utile sinon nécessaire d'exposer les principales caractéristiques de cette méthode.

I - A. FORMULATION DU PROBLEME.

Considérons une ligne multifilaire de longueur λ , composée de m conducteurs en présence du sol.

Si nous appelons $V(x,t)$ et $I(x,t)$ les vecteurs de dimension m représentant respectivement les tensions simples et les courants dans les fils de ligne, les équations de la propagation sur une telle ligne s'écrivent :

$$\text{I-A}_1 \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial x} V(x,t) = R \cdot I(x,t) + L \frac{\partial}{\partial t} I(x,t) \\ \frac{\partial}{\partial x} I(x,t) = G \cdot V(x,t) + C \frac{\partial}{\partial t} V(x,t) \end{array} \right.$$

lorsque nous prenons comme origine des longueurs l'extrémité "réceptrice" de la ligne.

Les matrices R, L, C, G , de dimension $m \times m$, ont pour éléments les constantes kilométriques de la ligne considérée, respectivement: résistances, inductances, capacités, conductances.

Nous considérons ces éléments comme passifs et constants : nous ne tiendrons donc pas compte de la variation des paramètres en fonction du temps et/ou de la fréquence.

Pour compléter le système I-A1, nous devons lui adjoindre les conditions initiales et aux limites.

L'extrémité réceptrice au cours de cet exposé est supposée à vide et la condition à la limite côté récepteur s'écrit donc :

$$\text{I-A}_2 \quad I(0,t) = 0 \quad \forall t$$

Nous supposons que la ligne, à l'instant $t=0$, comporte une charge résiduelle Q , en régime stable; d'où les conditions initiales caractérisant l'état de la ligne :

$$\text{I-A}_3 \quad \left\{ \begin{array}{l} V(x,0) = Q \\ I(x,0) = 0 \end{array} \right. \quad \forall x$$

La condition à la limite côté générateur est définie par un système différentiel dont le rang dépend de la complexité du générateur et du disjoncteur; ce dernier est muni de résistances de fermeture RF , supposées variables au cours de l'enclenchement. Nous écrivons cette condition :

$$I-A4 \quad F\left(V(\lambda, t), \frac{\partial V(\lambda, t)}{\partial t}, \frac{\partial^2 V(\lambda, t)}{\partial t^2}, \dots, I(\lambda, t), \frac{\partial I(\lambda, t)}{\partial t}, \frac{\partial^2 I(\lambda, t)}{\partial t^2}, \dots, RF(t)\right) = 0$$

où λ est la longueur de la ligne considérée (figure I-A).

La résolution du système formé par les équations I-A1, -A2, -A3, -A4, nous fournit les tensions et intensités à toute date t en tous les points x de la ligne ($0 \leq x \leq \lambda$). Nous effectuerons cette résolution à l'aide d'une méthode numérique aux différences finies, mais après avoir mis ce système sous une forme mieux adaptée à son traitement.

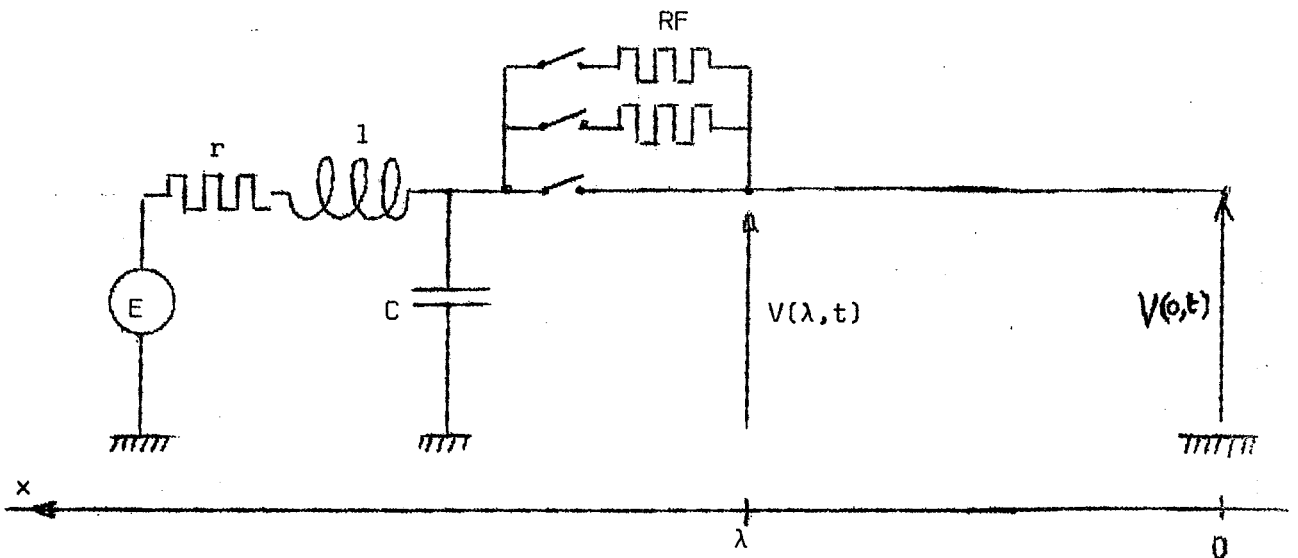


Figure I-A

I - B. FORME CARACTERISTIQUE NORMALE.

I - B. 1) Pour résoudre plus aisément le problème que nous venons de formuler, nous cherchons à diagonaliser partiellement l'équation de la ligne.

En posant :

$$u = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_m \\ I_1 \\ \vdots \\ I_m \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -L \\ -C & 0 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 0 & -R \\ -G & 0 \end{pmatrix}$$

nous écrivons le système I-A1 :

$$I-B10 \quad I_{2m} \frac{\partial u}{\partial x} + B \frac{\partial u}{\partial x} + Du = 0$$

avec I_{2m} = matrice unité d'ordre $2m$

Appliquons à I-B10 une transformation linéaire qui met le système sous forme normale, en posant $X = Tu$:

$$I-B11 \quad TT^{-1} \frac{\partial X}{\partial x} + TBT^{-1} \frac{\partial X}{\partial t} + TDT^{-1} X = 0$$

L'idée de la méthode consiste à choisir T pour que TBT^{-1} soit une matrice diagonale.

Posons :

$$C_1^{-1} = TBT^{-1}$$

On démontre que, si C_1 est diagonale, elle a pour éléments les inverses des valeurs propres de B , qui sont égales à $\pm \sqrt{\mu_i}$; μ_i = valeurs propres de $(L.C)$
 $i = 1, 2, \dots, m$

On constate alors que les m valeurs diagonales de C_1 représentent les vitesses de propagation des divers modes de la ligne sans perte correspondante.

L'existence de la matrice T est liée au fait que, pour une ligne à Très Haute Tension, la dissymétrie entre les phases entraîne des modes assez différents les uns des autres, et donc que B est diagonalisable.

I - B. 2) Forme normale.

Nous pouvons mettre l'équation matricielle I-B11 sous la forme

$$\frac{\partial}{\partial x} X + C_1^{-1} \frac{\partial}{\partial t} X + TDT^{-1} X = 0$$

soit encore :

I-B20

$$\frac{\partial}{\partial t} X + C_1 \frac{\partial}{\partial x} X + C_1 TDT^{-1} X = 0$$

Pour partitionner cette relation, nous posons :

$$U = \begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_m \end{pmatrix} \quad W = \begin{pmatrix} X_{m+1} \\ \vdots \\ X_{2m} \end{pmatrix} \quad P = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{\mu_1}} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{\mu_2}} & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{\mu_m}}$$

$$[C_1 T D T^{-1}] = \begin{pmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{pmatrix}$$

Nous obtenons le système :

I-B21

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} U + P \frac{\partial}{\partial x} U + A_1 U + A_2 W = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} W - P \frac{\partial}{\partial x} W + A_3 U + A_4 W = 0 \end{cases}$$

I-B21 est, par définition, l'équation caractéristique normale de la ligne.

La mise sous forme normale est subordonnée à l'existence de la matrice de transformation T; nous allons chercher à la déterminer.

I - B. 3) Calcul de la matrice de mode T :

Soient T_V et T_I les matrices des modes de courant et de tension de la ligne considérée. Nous écrivons :

$$\text{I-B30} \quad \begin{cases} v = T_V V \\ i = T_I I \end{cases}$$

Les relations ci-dessus transforment le système I-A1 en ses composantes de modes, c'est-à-dire en un système de la forme :

$$\text{I-B31} \quad \begin{cases} \frac{\partial V_K}{\partial x} = \mathcal{L}_K \frac{\partial I_K}{\partial t} + \mathcal{R}_K I_K \\ \frac{\partial I_K}{\partial x} = \mathcal{C}_K \frac{\partial V_K}{\partial t} + \mathcal{G}_K V_K \end{cases} \quad (K = 1, 2, \dots, m)$$

où $\mathcal{L}_K, \mathcal{R}_K, \mathcal{C}_K, \mathcal{G}_K$, sont les composantes linéiques du mode k .

Cherchons alors la matrice H_K qui met sous forme normale le système des composantes de mode I-B31. Pour cela, effectuons le changement de variables défini ainsi :

$$\begin{vmatrix} U_K \\ W_K \end{vmatrix} = H_K \cdot \begin{vmatrix} V_K \\ I_K \end{vmatrix}$$

et portons dans I-B31. On obtient :

I-B32

$$\frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} U_K \\ W_K \end{bmatrix} + H_K \begin{bmatrix} 0 & -\mathcal{L}_K \\ -\mathcal{C}_K & 0 \end{bmatrix} H_K^{-1} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} U_K \\ W_K \end{bmatrix} + H_K \begin{bmatrix} 0 & -R_K \\ -\mathcal{G}_K & 0 \end{bmatrix} H_K^{-1} \begin{bmatrix} U_K \\ W_K \end{bmatrix} = 0$$

Nous calculons la matrice H_K pour que le produit :

$$H_K \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\mathcal{L}_K \\ -\mathcal{C}_K & 0 \end{bmatrix} \cdot H_K^{-1} \text{ soit une matrice diagonale, d'après la définition même de } H_K. \text{ Nous obtenons alors :}$$

$$H_K = \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{\frac{\mathcal{L}_K}{\mathcal{C}_K}} \\ 1 & \sqrt{\frac{\mathcal{L}_K}{\mathcal{C}_K}} \end{bmatrix}$$

De ce fait le système initial I-B31 devient :

$$\text{I-B33} \quad \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} U_K \\ W_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \sqrt{2\mathcal{L}_K \mathcal{C}_K} & -\frac{1}{\sqrt{2\mathcal{L}_K \mathcal{C}_K}} \end{bmatrix} \cdot \frac{\partial}{\partial x} \begin{bmatrix} U_K \\ W_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\mathcal{G}_K}{2\mathcal{C}_K} + \frac{R_K}{2\mathcal{L}_K} & \frac{\mathcal{G}_K}{2\mathcal{C}_K} - \frac{R_K}{2\mathcal{L}_K} \\ \frac{\mathcal{G}_K}{2\mathcal{C}_K} - \frac{R_K}{2\mathcal{L}_K} & \frac{\mathcal{G}_K}{2\mathcal{C}_K} + \frac{R_K}{2\mathcal{L}_K} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_K \\ W_K \end{bmatrix} = 0$$

qui est l'équation caractéristique normale d'une ligne monophasée.

Nous poserons par la suite

$$Z_{c_K} = \sqrt{\frac{\mathcal{L}_K}{\mathcal{C}_K}}, \text{ impédance caractéristique du mode } K.$$

Si nous appliquons m fois la transformation de matrice H_k , en écrivant :

$$X = \begin{bmatrix} U_1 \\ \vdots \\ U_m \\ W_1 \\ \vdots \\ W_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U \\ W \end{bmatrix}$$

nous déterminons la relation entre les composantes de modes et les composantes normales :

I-B34

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_m \\ I_1 \\ \vdots \\ I_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{I_{o_m}}{2} & \frac{I_{o_m}}{2} \\ -\frac{Y_c}{2} & \frac{Y_c}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ W \end{bmatrix}$$

avec I_{o_m} = matrice unité d'ordre m, et

$$Y_c = \begin{bmatrix} 1/Z_{c_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/Z_{c_2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & 1/Z_{c_m} \end{bmatrix}$$

Par cette relation I-B34, les m systèmes I-B31 sont mis sous la forme suivante I-B35, qui est par définition la forme caractéristique normale :

$$\text{I-B35} \quad \begin{cases} \frac{\partial U}{\partial t} + p \frac{\partial U}{\partial x} + A_1 U + A_2 W = 0 \\ \frac{\partial W}{\partial t} - p \frac{\partial W}{\partial x} + A_3 U + A_4 W = 0 \end{cases}$$

Ce système est tel que tous les coefficients des vecteurs de mode U et W sont des matrices diagonales, de dimension m. Les éléments non nuls de ces matrices sont définis par :

$$P = (p_K) ; A_1 = (a_{1K}) = A_4 ; A_2 = (a_{2K}) = A_3$$

avec, pour $K = 1, 2, \dots, m$:

$$p_K = \frac{1}{\sqrt{2} \epsilon_K} ; a_{1K} = \frac{\xi_K}{2\zeta_K} + \frac{R_K}{2\zeta_K} ; a_{2K} = \frac{\xi_K}{2\zeta_K} - \frac{R_K}{2\zeta_K}$$

Des relations I-B34 et I-B30, il est facile de déduire la matrice de transformation T qui permet d'obtenir la forme normale I-B35 :

$$\text{I-B36} \quad T^{-1} = 1/2 \begin{bmatrix} T_V & T_V \\ -T_I Y_C & T_I Y_C \end{bmatrix}$$

Remarque : La matrice T, ainsi que les matrices diagonales P, A₁, A₂ ne dépendent que des caractéristiques de modes. Cette propriété permet donc une mise sous forme normale immédiate de toute ligne dont on connaît les modes, qui sont facilement calculés à partir des données géométriques de la ligne.

I - C. RESOLUTION NUMERIQUE.

La résolution numérique des équations de propagation sous forme normale se fait par la méthode de Double Balayage appliquée à un schéma aux différences finies stable que nous allons déterminer ci-dessous.

I - C. 1) Schéma numérique.

Nous considérons une ligne triphasée définie par ses trois composantes de modes, en négligeant toutes les conductances g_k . Son équation normale, d'après le système I-B35, est :

$$\text{I-C10} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial U}{\partial t} + P \frac{\partial U}{\partial x} + \alpha(U - W) = 0 \\ \frac{\partial W}{\partial t} - P \frac{\partial W}{\partial x} + \alpha(-U + W) = 0 \end{array} \right.$$

avec $\{P_i\} = \frac{1}{\sqrt{L_i C_i}}$ et $\{\alpha_i\} = \frac{R_i}{2L_i}$ pour $i = 1, 2, 3$.

Ecrivons les conditions initiales, déduites de I-A2 :

$$\text{I-C11} \quad U(x,0) = W(x,0) = T_0 \quad \forall x$$

et les conditions aux limites :

+ au récepteur = ligne à vide

$$\text{I-C12} \quad U(0,t) = W(0,t)$$

+ au générateur : d'après la relation I-A4, nous écrivons une équation de la forme suivante, où $E(t)$ est le vecteur "sources de tension"

$$E(t) = \phi \left(V(\lambda,t), \frac{\partial}{\partial t} V(\lambda,t), \frac{\partial^2}{\partial t^2} V(\lambda,t), I(\lambda,t), \frac{\partial}{\partial t} I(\lambda,t), \frac{\partial^2}{\partial t^2} I(\lambda,t), RF(t) \right)$$

Dans cette dernière équation, nous effectuons le changement de variables défini par

$$\begin{pmatrix} v \\ i \end{pmatrix} = T^{-1} \begin{pmatrix} U \\ W \end{pmatrix}, \text{ afin de la mettre sous la forme :}$$

I-C13

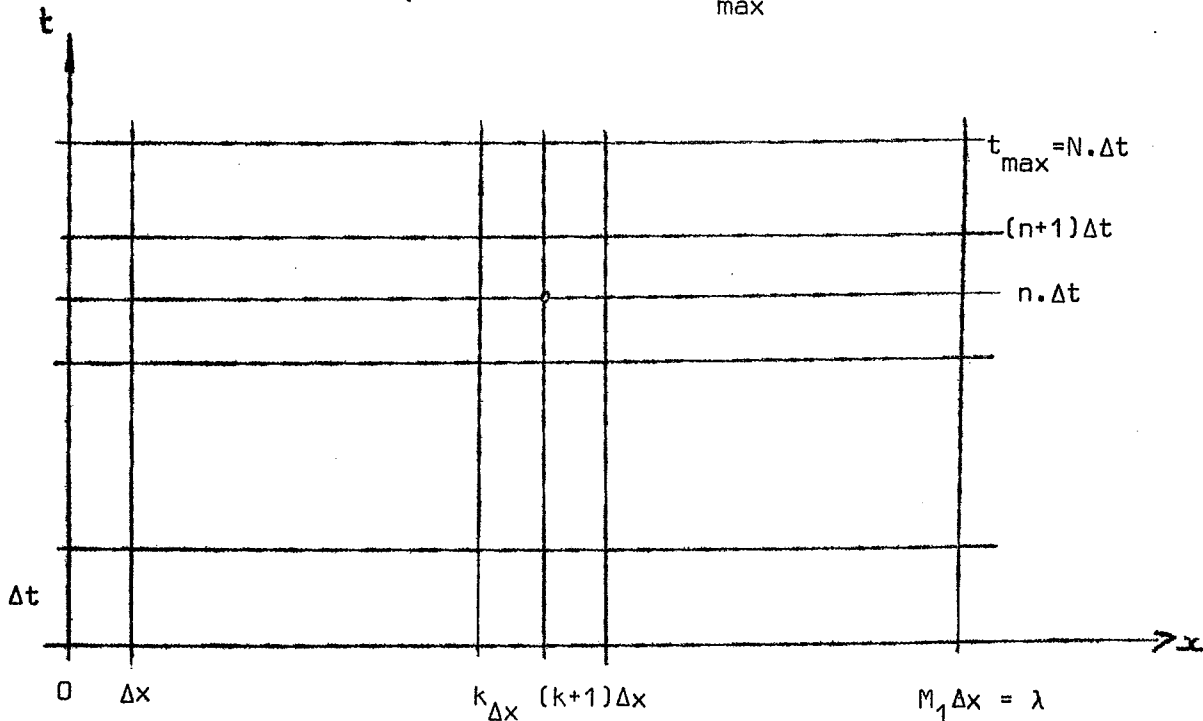
$$1_2 X(\lambda, t) = 2.T.E(t)$$

Le problème à résoudre est maintenant défini par l'ensemble des 4 relations I-C10, -C11, -C12, -C13.

Nous remplaçons ce système par un problème aux différences finies :

Dans le plan (x, t) , nous prenons une grille rectangulaire, définie par

$$\begin{aligned} x &= k \cdot \Delta x & 0 \leq k \leq M_1 & \text{ avec } \lambda = M_1 \cdot \Delta x \\ t &= n \cdot \Delta t & 0 \leq n \leq N & t_{\max} = N \cdot \Delta t \end{aligned}$$



Le schéma utilisé est du type mixte, c'est-à-dire constitué par la somme pondérée d'un schéma entièrement implicite faisant intervenir la valeur de variables à l'instant $(n+1)\Delta t$ et au pas $(k+1)\Delta x$, et d'un schéma entièrement explicite faisant intervenir les variables à l'instant $(n+1)\Delta t$ mais au pas $k\Delta x$.

Nous écrivons le système I-C10 sous sa forme discrétisée :

$$L_{\Delta x} X^{(\Delta x)} = f(\Delta x)$$

et l'ensemble des conditions initiales et aux limites :

$$I_{\Delta x} X^{(\Delta x)} = \phi(\Delta x)$$

Les opérateurs $L_{\Delta x}$ et $I_{\Delta x}$ ont été définis ainsi :

$$L_{\Delta x} X^{(\Delta x)} \equiv \begin{cases} \theta_1 (U_{k+1}^{n+1} - U_{k+1}^n) + (I_{O_3} - \theta_1) (U_k^{n+1} - U_k^n) + r\theta_2 (U_{k+1}^{n+1} - U_k^{n+1}) \\ + r(I_{O_3} - \theta_2) (U_{k+1}^n - U_k^n) + \alpha \frac{\Delta t}{2} (U_{k+1}^{n+1} + U_k^n - W_{k+1}^{n+1} - W_k^n) \\ \theta_1' (W_{k+1}^{n+1} - W_{k+1}^n) + (I_{O_3} - \theta_1') (W_k^{n+1} - W_k^n) - r\theta_2 (W_{k+1}^{n+1} - W_k^{n+1}) \\ - r(I_{O_3} - \theta_2) (W_{k+1}^n - W_k^n) + \alpha \frac{\Delta t}{2} (-U_{k+1}^{n+1} - U_k^n + W_{k+1}^{n+1} + W_k^n) \end{cases}$$

I-C14

$$I_{\Delta x} X^{(\Delta x)} \equiv \begin{cases} U_k^0 \\ W_k^0 \\ W_0^n - U_0^n \\ \psi \left[U_{M_1}^n + W_{M_1}^n, (U_{M_1}^{n+1} - U_{M_1}^{n-1} + W_{M_1}^{n+1} - W_{M_1}^{n-1})/2\Delta t, \right. \\ \left. (U_{M_1}^{n+1} + W_{M_1}^{n+1} - 2(U_{M_1}^n + W_{M_1}^n) + W_{M_1}^{n-1} + U_{M_1}^{n-1})/\Delta t^2, \dots \right] \end{cases}$$

Dans ces formules les matrices θ_1 , θ_2 , θ_1' sont diagonales, et leurs éléments sont des valeurs numériques comprises entre 0 et 1 caractérisant le schéma.

La matrice r est diagonale, et ses éléments $r_j = p_j \frac{\Delta t}{\Delta x}$ sont caractéristiques de la ligne et de la discrétisation.

Le système aux différences finies à résoudre est donc :

$$\text{I-C15} \quad \left\{ \begin{array}{l} L_{\Delta x} X^{(\Delta x)} = 0 \\ U_k^0 = T.Q \\ W_k^0 = T.Q \\ W_0^n - U_0^n = 0 \\ 1_{\Delta x} X^{(\Delta x)} = 2 T.E(n.\Delta t) \end{array} \right.$$

Nous le mettons sous la forme condensée :

$$\text{I-C16} \quad \left\{ \begin{array}{l} L_{\Delta x} X^{(\Delta x)} = 0 \\ 1_{\Delta x} X^{(\Delta x)} = \phi^{(\Delta x)} \end{array} \right.$$

On démontre, par l'étude de $\|X^{(\Delta x)}\|$, $\|\phi^{(\Delta x)}\|$ et $\|f^{(\Delta x)}\|$, que la précision de la solution est en (Δx) et qu'elle peut même être portée à $(\Delta x)^2$ par une meilleure discrétisation de l'équation au générateur.

Remarque : Dans le choix du schéma de discrétisation, le nombre et la répartition des conditions aux limites est déterminant. En effet, si nous n'avons qu'une seule condition ou deux conditions au même point, nous aurions le choix entre un schéma explicite facile à calculer mais instable, et un schéma implicite très stable mais demandant un calcul trop important. Mais, nous avons deux conditions aux limites, une à chaque extrémité de la ligne; c'est pourquoi le schéma choisi constitue une méthode originale qui résulte d'un compromis entre un large domaine de stabilité et un temps minimal de calcul numérique.

I - C. 2) Méthode de Double Balayage :

Cette méthode est basée sur l'existence, en un point quelconque de la ligne, d'une relation linéaire entre les vecteurs U et W. Cette relation est traduite en une équation équivalente entre les accroissements ΔU et ΔW pris comme nouvelles variables :

$$I-C20 \quad \begin{cases} \Delta U_k = U_k^{n+1} - U_k^n \\ \Delta W_k = W_k^{n+1} - W_k^n \end{cases}$$

L'utilisation du schéma aux différences finies I-C15 montre alors que cette relation peut être étendue à tous les autres points de la ligne. Ainsi, connaissant l'état de la ligne à l'instant $n.\Delta t$, nous pouvons calculer son état à l'instant $(n+1)\Delta t$, et par suite à toute date t ; c'est ce que nous allons montrer :

Introduisons les nouvelles variables dans l'équation $L_{\Delta x} X^{(\Delta x)} = 0$ du système I-C16; nous obtenons un nouveau système, qu'on écrit ainsi :

$$I-C21 \quad \begin{cases} \Delta U_k = A_1 \cdot \Delta U_{k+1} + A_2 \cdot \Delta W_{k+1} + C_k^n \\ \Delta W_k = B_1 \cdot \Delta U_{k+1} + B_2 \cdot \Delta W_{k+1} + D_k^n \end{cases}$$

Les matrices A_1, A_2, B_1, B_2 sont diagonales, et leurs éléments ne dépendent que des paramètres $\theta_1, \theta_1', \theta_2, r, \alpha, \Delta t$; par contre, les vecteurs C_k^n et D_k^n dépendent en plus de l'état de la ligne à l'instant $(n.\Delta t)$ et aux points $(k.\Delta x)$ et $(k+1)\Delta x$.

Supposons alors qu'il existe une relation linéaire entre ΔU_{k_0} et ΔW_{k_0} en un point k_0 de la grille :

$$I-C22 \quad \Delta U_{k_0} = E_{k_0} \cdot \Delta W_{k_0} + F_{k_0}$$

Portons cette relation dans le système I-C21, à la condition que $\det(A_1 - E_{k_0} \cdot B_1) \neq 0$, nous obtenons :

$$\Delta U_{k_0+1} = (A_1 - E_{k_0} \cdot B_1)^{-1} \left[(E_{k_0} \cdot B_2 - A_2) \Delta W_{k_0+1} + E_{k_0} \cdot D_{k_0}^n - C_{k_0}^n \right]$$

c'est-à-dire une relation linéaire entre ΔU_{k_0+1} et ΔW_{k_0+1} , ce qui signifie qu'une telle relation peut être propagée le long de la ligne.

Dans le cas d'une ligne à vide, si les conditions de stabilité exposées plus loin sont satisfaites, on a toujours $\det(A_1 - E_{k_0} \cdot B_1) \neq 0$,

Nous en déduisons immédiatement des relations de récurrence sur E_k et F_k :

$$\text{I-C23} \quad \begin{cases} E_{k+1} = (A_1 - E_k \cdot B_1)^{-1} \cdot (E_k \cdot B_2 - A_2) \\ F_{k+1} = (A_1 - E_k \cdot B_1)^{-1} \cdot (F_k + E_k \cdot D_k^n - C_k^n) \end{cases}$$

Les systèmes I-C21 et I-C23 nous permettent alors théoriquement de résoudre le problème aux différences finies car ils nous fournissent ΔU_k et ΔW_k , c'est-à-dire U_k^{n+1} et W_k^{n+1} à partir de U_k^n et W_k^n . Encore faut-il déterminer une relation linéaire de la forme de I-C22; or une telle relation existe aux deux extrémités de la ligne, et, notamment à l'extrémité à vide où nous pouvons écrire :

$$U_0^n = W_0^n \quad \forall n$$

d'où la relation :

$$\text{I-C24} \quad \begin{cases} \Delta U_0 = E_0 \cdot \Delta W_0 + F_0 \\ \text{avec } E_0 = I_{0_3} \text{ matrice unité d'ordre 3, et } F_0 = 0 \end{cases}$$

Dans le cas d'un récepteur quelconque, même non linéaire, il existe toujours une relation différentielle entre $V(o,t)$ et $I(o,t)$ et nous pouvons toujours définir E_0 et F_0 au voisinage du point de fonctionnement, à chaque instant.

Au générateur, la condition à la limite sera mise sous la forme matricielle :

$$\text{I-C25} \quad AM \cdot \Delta U_{M_1} + BM \cdot \Delta W_{M_1} = EG^n$$

Le programme de calcul s'organise ainsi :
connaissant U_k^n et W_k^n à l'instant $n \cdot \Delta t$ pour $k = 0, 1, \dots, M_1$, -et notamment pour $n = 0$ -, nous en déduisons les vecteurs C_k^n , D_k^n et EG^n .

La relation I-C24 permet d'initialiser le calcul des E_k et F_k qui se fait ensuite à l'aide des relations I-C23. Connaissant E_{M_1} et F_{M_1} , nous calculons ΔU_{M_1} et ΔW_{M_1} par le système :

$$\text{I-C26} \quad \begin{cases} \Delta U_{M_1} = E_{M_1} \cdot \Delta W_{M_1} + F_{M_1} \\ AM \cdot \Delta U_{M_1} + BM \cdot \Delta W_{M_1} = EG^n \end{cases}$$

Puis à partir de ΔU_{M_1} et ΔW_{M_1} , les équations I-C21 nous permettent de calculer tous les ΔU_k et ΔW_k , pour $k = M_1, M_1-1, \dots, 1, 0$.

L'état de la ligne à l'instant $(n+1)\Delta t$ est ensuite obtenu grâce aux relations I-C20.

Et nous pouvons alors recommencer le processus suivant l'organigramme du calcul présenté à la figure I-C

I - C. 3) Stabilité, convergence.

Cette étude utilise les définitions de Godunov et Ryabenki [13], ainsi que les théorèmes qu'ils ont établis.

Considérons le système aux différences finies I-C5, écrit ainsi :

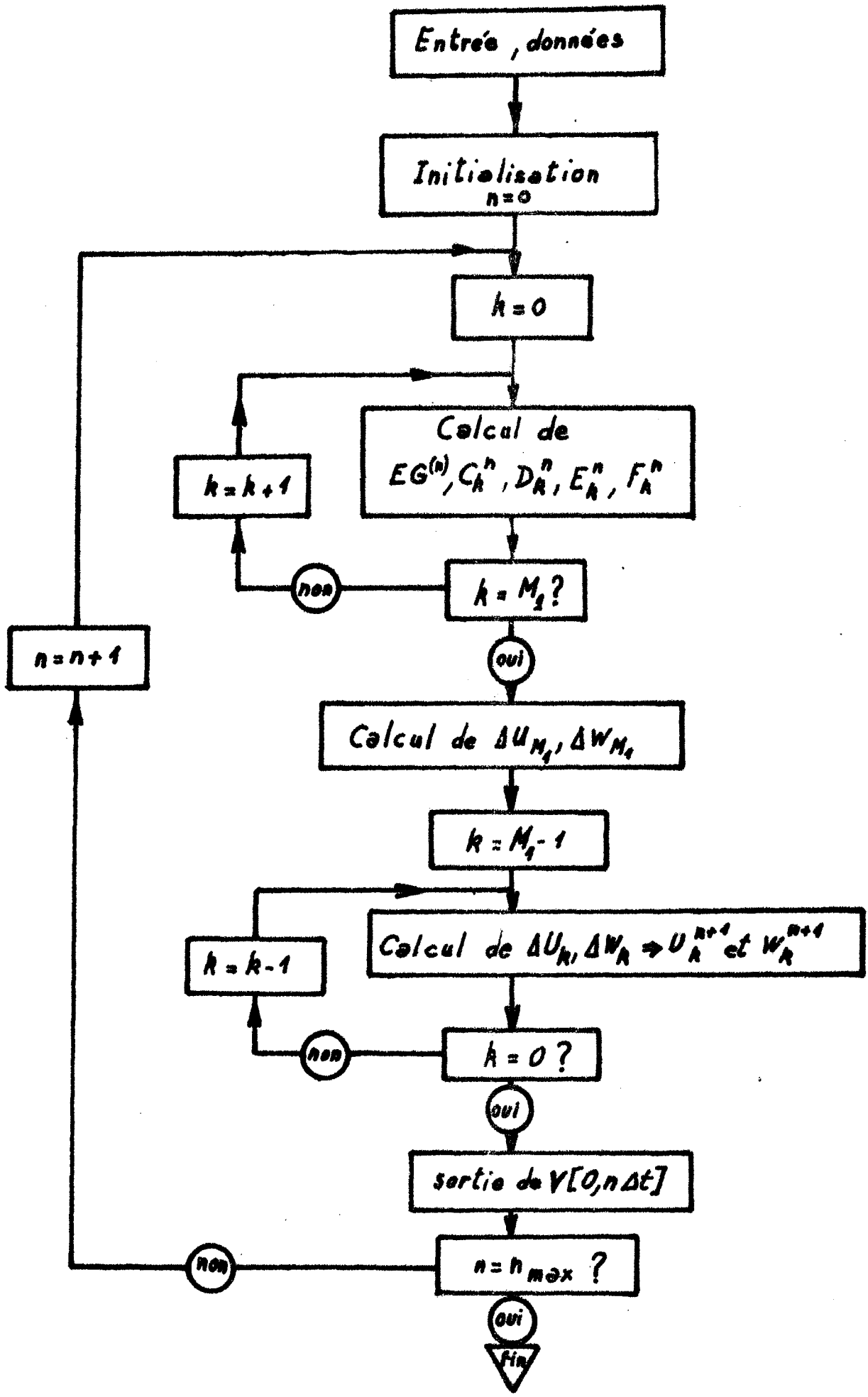
$$\begin{cases} L_{\Delta x} X^{(\Delta x)} = 0 \\ I_{\Delta x} X^{(\Delta x)} = \phi^{(\Delta x)} \end{cases}$$

En réduisant ce système à la forme

$X^{n+1} = R_{\Delta x} \cdot X^n + \Delta t \cdot H^n$, avec X^0 donné, on démontre, sous certaines conditions, que l'étude de $R_{\Delta x}$ et H^n permet de définir la stabilité du schéma et, compte tenu de l'étude de la précision, sa convergence. A cet effet, après avoir déterminé $R_{\Delta x}$ et H^n , on étudie le spectre de la famille $\{R_{\Delta x}\}$, en cherchant à quelles conditions il est contenu dans le cercle unité; de nouvelles conditions sont introduites par la détermination de majorants de $\|X^0\|$ et $\|H^n\|$ indépendants de Δx .

Finalement, on démontre { 8 } qu'un système de conditions nécessaires et suffisantes pour que le schéma aux différences soit stable, et que l'approximation soit convergente, est :

$$\text{I-C30} \quad \left\{ \begin{array}{l} r_j \theta_{2j} + \theta_{1j} > 1 \\ r_j \theta_{2j} \neq 1/2 - \theta_{1j} \\ r_j \theta_{2j} \neq \theta'_{1j} - 1/2 \\ \theta_{1j} + r_j \theta_{2j} - 1/2 - r_j/2 \geq 0 \\ \theta'_{1j} - r_j \theta_{2j} - 1/2 + r_j/2 \leq 0 \\ r_j \theta_{2j} > \theta'_{1j} + \alpha_j \Delta t/2 \end{array} \right. \quad (j=1,2,3)$$



Entrée, données

Initialisation
 $n=0$

$k=0$

Calcul de
 $EG^{(n)}, C_R^n, D_R^n, E_R^n, F_R^n$

$k = k + 1$

non

$k = M_1 ?$

oui

$n = n + 1$

Calcul de $\Delta U_{M_1}, \Delta W_{M_1}$

$k = M_1 - 1$

Calcul de $\Delta U_k, \Delta W_k \Rightarrow U_k^{n+1}$ et W_k^{n+1}

$k = k - 1$

non

$k = 0 ?$

oui

sortie de $V[0, n\Delta t]$

non

$n = n_{max} ?$

oui

Fin

Conclusion :

Nous venons d'exposer brièvement une méthode numérique d'étude des régimes transitoires d'une ligne de transport d'énergie en Très Haute Tension. Une des remarquables propriétés de cette méthode est la parfaite connaissance de ses conditions de stabilité et de précision, ce qui constitue souvent le point faible d'autres méthodes numériques.

Mise au point par A. N'DIR (14), elle a été appliquée de façon très satisfaisante à l'étude statistique des surtensions d'enclenchement d'une ligne triphasée unique. Les caractéristiques de cette méthode justifiaient une extension générale de son emploi à un réseau triphasé plus complexe, ce qui fait l'objet des chapitres suivants.

CHAPITRE II

ETUDE DE L'ENCLenchement D'UNE LIGNE A VIDE A PARTIR D'UN JEU DE BARRES ALIMENTE PAR UN NOMBRE QUELCONQUE DE LIGNES

Nous avons cherché à appliquer la méthode de double balayage à un réseau de transport d'énergie à très haute tension. Dans ce but, une première étape a été de mettre au point une méthode de résolution d'un réseau constitué d'un seul jeu de barres, alimenté par N lignes triphasées, et à partir duquel nous mettons sous tension une ligne longue triphasée.

Ce réseau sera constitué de la façon suivante (figure II-1) :

- * N générateurs triphasés quelconques, mais symétriques.
- * De chaque générateur est issue une ligne triphasée, déterminée par sa longueur et ses constantes linéiques.
- * Ces N lignes convergent sur un jeu de barres unique connecté, par l'intermédiaire d'un disjoncteur muni de résistances de fermeture, à une ligne dont l'extrémité réceptrice est à vide.
- * La ligne à mettre sous tension peut avoir des charges résiduelles.

Nous considérons que l'ensemble du réseau n'a qu'un seul niveau de tension; dans le cas contraire, nous ramènerons toutes les impédances et sources de tension situées du côté basse tension d'un transformateur au côté haute tension, et ainsi de suite jusqu'au plus haut niveau de tension, qui sera pris comme référence.

De plus, le problème sera traité en variables relatives au point de vue tension, avec pour référence la tension de crête entre phase et terre au jeu de barres en régime permanent avant l'enclenchement :

$$1 \text{ p.u.} = \sqrt{\frac{2}{3}} U_{ij} \text{ au jeu de barres.}$$

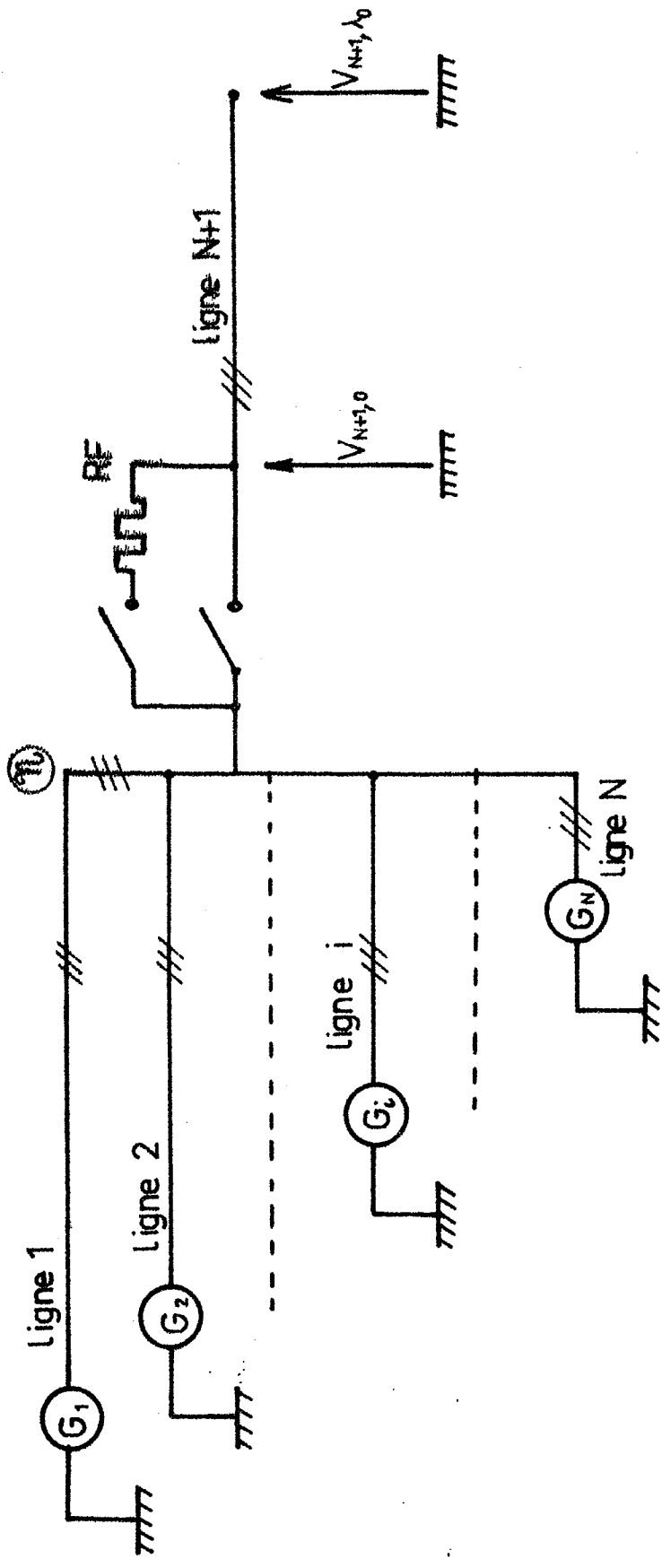


Figure II-1
Schéma général unifilaire du réseau triphasé étudié

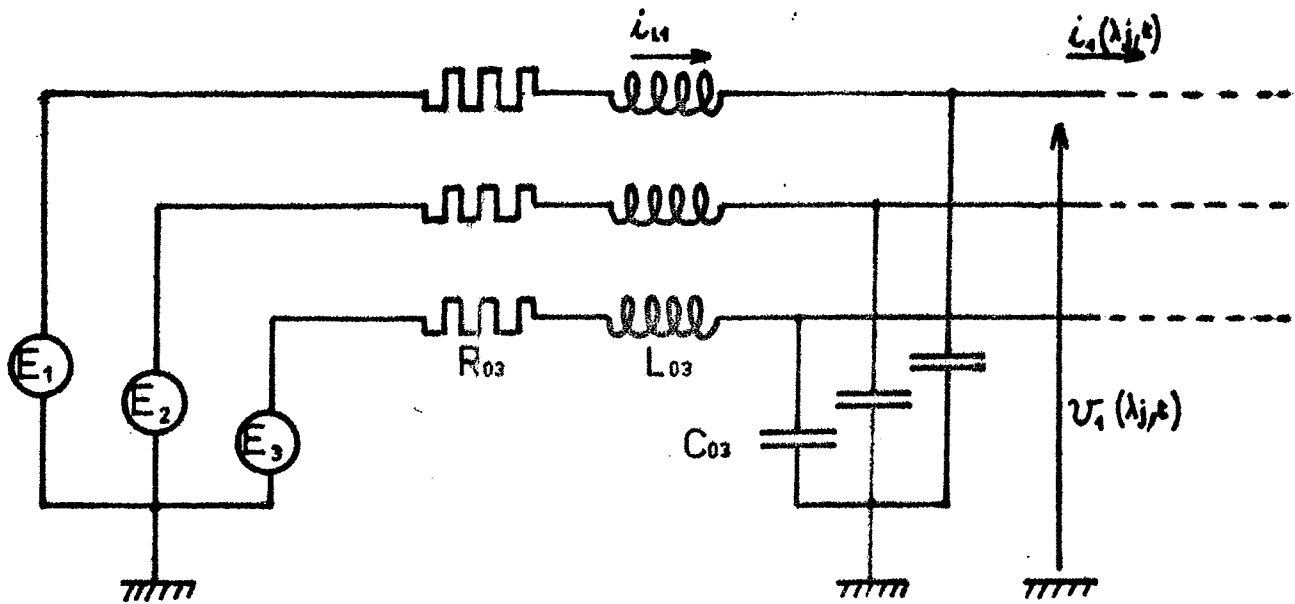


Figure II-2

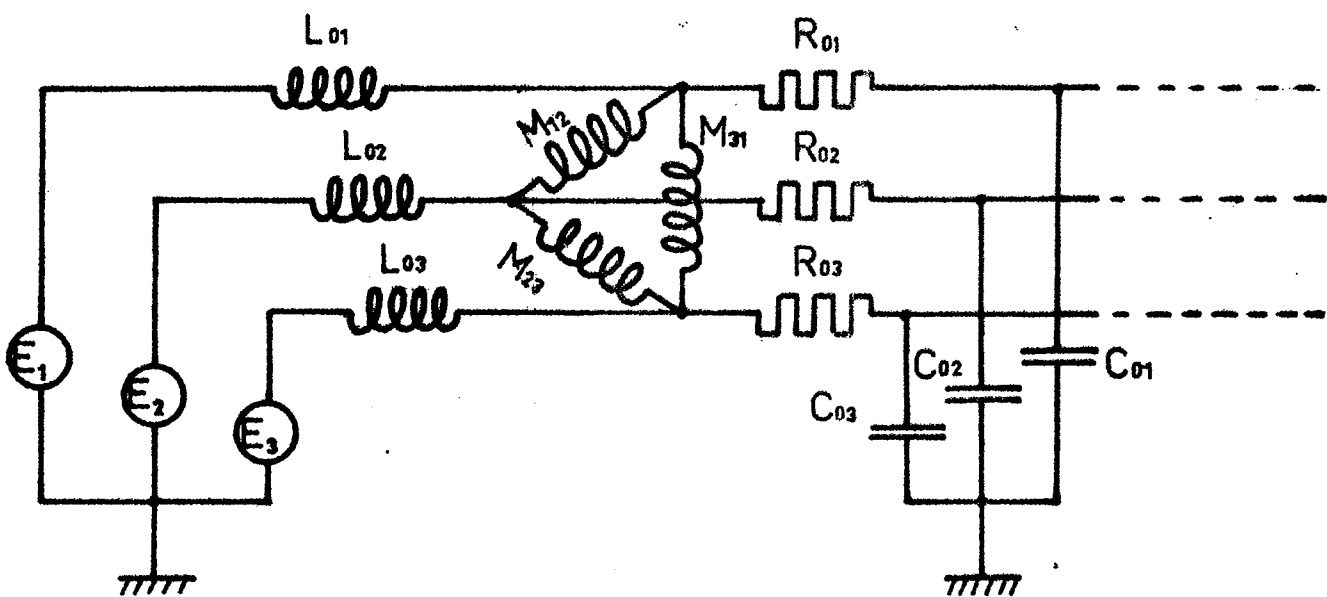


Figure II-3

Schémas équivalents de générateurs

Remarquons ici que, contrairement aux problèmes de calculs de réseaux en régime permanent où l'on prend traditionnellement une base-tension et une base-puissance, nous n'avons ici qu'une base-tension, les impédances étant prises en valeur réelle.

II - A. DESCRIPTION DES ELEMENTS CONSTITUTIFS DU RESEAU.

II - A. 1) Les Générateurs.

Nous avons pris comme schéma équivalent d'un générateur celui de la figure II-2, auquel nous ramènerons tout système d'alimentation symétrique plus complexe.

Un générateur sera donc défini par les valeurs suivantes :
force électromotrice, résistance, inductance, capacité par rapport à la terre, pour chaque phase. Il est possible de considérer le cas du neutre mis à la terre à travers une impédance Z non nulle, en rajoutant $Z/3$ en série dans chaque phase. Nous examinerons plus loin le cas de générateurs dissymétriques.

Dans le cas d'existence de transformateurs, nous prendrons un schéma équivalent en T, et nous calculerons les résistances, inductances et capacités équivalentes par phase, de manière à nous ramener au schéma équivalent du générateur de la figure II-2, ou de la figure II-3 s'il existe un couplage inductif entre les phases (transformateur étoile-triangle).

II - A. 2) Les Lignes.

Chaque ligne relie un système générateur au jeu de barres. Les caractéristiques de ces lignes ont été prises identiques, ce qui est justifié pour un réseau de transport d'énergie en très haute tension à un seul échelon de tension. Le cas de lignes à tensions différentes, donc de caractéristiques différentes, interconnectées par des transformateurs, ne complique en rien le problème théorique, mais nécessite un encombrement en mémoire du calculateur plus important, et augmente le temps de calcul. Il est possible de prendre en compte une ligne de longueur nulle, ce qui revient à considérer un générateur connecté directement au jeu de barres.

La ligne dont on étudie la mise sous tension est de caractéristiques identiques aux lignes précédentes, mais sa longueur est supposée différente de zéro; nous étudierons plus loin une application originale de ce cas particulier. L'extrémité réceptrice de cette ligne est à vide, mais en fait l'introduction d'une charge **passive asymétrique** ne présente aucune difficulté, et a été effectivement réalisée par ailleurs.

Précisons enfin que l'origine des longueurs est prise au jeu de barres pour toutes les lignes.

II - A. 3) Le Disjoncteur.

Nous avons simulé un disjoncteur triphasé muni d'un étage de résistances de fermeture, sans tenir compte du phénomène de pré-amorçage. Il y a donc trois contacts de résistances et trois contacts principaux, mais il est très facile de simuler un plus grand nombre de résistances d'enclenchement.

Pour déterminer les instants de fermeture de chaque contact, nous devons nous fixer une origine : considérons la tension entre la phase 1 et la terre au jeu de barres; cette tension, en régime permanent, s'annule toutes les 10 ms ($f = 50$ Hz), avec une dérivée alternativement positive et négative. C'est le dernier passage par zéro de cette tension, avec une dérivée positive, avant la fermeture du premier contact qui est pris comme origine des temps.

Le réseau étant ainsi parfaitement défini, nous avons mis au point une méthode de calcul du régime transitoire qui est l'objet du paragraphe suivant.

II - B. ETUDE EN REGIME TRANSITOIRE.

II - B. 1) Introduction.

Le programme PEGASE { 8 } traitait le cas de la mise sous tension d'une seule ligne à vide alimentée par un système générateur à constantes localisées pouvant être assez complexe.

Dans ces conditions, la relation linéaire entre les variables DU_k et DW_k à déterminer pour pouvoir appliquer la méthode de Double Balayage s'exprime facilement à l'extrémité à vide de la ligne; c'est encore vrai dans le cas d'une ligne terminée par une inductance de compensation ou un transformateur.

Mais, ici, l'extrémité réceptrice des lignes considérées est formée par le noeud du réseau : nous sommes donc amenés à exprimer la relation linéaire entre les accroissements DU_k et DW_k aux extrémités génératrices de chaque ligne, et à propager cette relation jusqu'au jeu de barres où nous résoudrons alors un système linéaire de $3x(N+1)$ équations. Comme nous avons pris l'origine des distances en ce point, nous effectuerons un balayage de chaque ligne inversé par rapport à PEGASE, y compris pour la ligne à mettre sous tension.

Pour des raisons de symétrie dans les calculs, nous avons pris comme sens positif pour les intensités dans toutes les $(N+1)$ lignes celui d'une intensité se dirigeant vers le jeu de barres \mathcal{N} .
Nous aurons donc en ce point \mathcal{N} :

$$\text{II - B.1} \quad \sum_{j=1}^{N+1} I_j(0,t) = 0 \quad \forall t$$

II - B. 2) Application de la méthode de Double Balayage :

a) Calculs préliminaires :

Nous avons vu que l'application de la méthode de double balayage était subordonnée à l'existence d'une relation linéaire entre les variables U et W en un point x_0 de la ligne ; les vecteurs U et W sont reliés aux vecteurs tension et courant par

$$\text{II-B20} \quad \begin{cases} V = T(U+W)/2 \\ I = T Y_c (-U+W)/2 \end{cases}$$

La relation linéaire, que nous déterminons à l'extrémité génératrice de la ligne, est traduite en une relation analogue entre les variables :

$$\text{II-B21} \quad \begin{cases} \Delta U_k = U_k^{n+1} - U_k^n \\ \Delta W_k = W_k^{n+1} - W_k^n \end{cases}$$

Le schéma aux différences finies décrit au chapitre I se transforme alors en celui-ci :

$$\text{II-B22} \quad \begin{cases} (\theta_1 + r\theta_2 + \alpha \frac{\Delta t}{2}) \Delta U_{k+1} - \alpha \frac{\Delta t}{2} \Delta W_{k+1} + (I_{03} - \theta_1 - r\theta_2) \Delta U_k + (r + \alpha \frac{\Delta t}{2}) U_{k+1}^n \\ \quad + (-r + \alpha \frac{\Delta t}{2}) U_k^n - \alpha \frac{\Delta t}{2} (W_{k+1}^n + W_k^n) = 0 \\ (\theta_1' - r\theta_2' + \alpha \frac{\Delta t}{2}) \Delta W_{k+1} - \alpha \frac{\Delta t}{2} \Delta U_{k+1} + (I_{03} - \theta_1' + r\theta_2') \Delta W_k + (-r + \alpha \frac{\Delta t}{2}) W_{k+1}^n \\ \quad + (r + \alpha \frac{\Delta t}{2}) W_k^n - \alpha \frac{\Delta t}{2} (U_{k+1}^n + U_k^n) = 0 \end{cases}$$

Nous mettons ensuite ce système sous la forme :

$$\text{II-B23} \quad \begin{cases} \Delta U_{k+1} = A_1 \Delta U_k + A_2 \Delta W_k + C_{k+1}^n \\ \Delta W_{k+1} = B_1 \Delta U_k + B_2 \Delta W_k + D_{k+1}^n \end{cases}$$

Dans ces équations, les matrices A_1 , A_2 , B_1 , B_2 sont diagonales; leurs éléments non nuls sont définis par :

$$\begin{cases} A_1(i,i) = (r_i \theta_{2i} + \theta_{1i} - 1) / ((\theta_{1i} + r_i \theta_{2i} + \alpha \frac{\Delta t}{2}) - \left(\frac{\alpha_i \Delta t}{2}\right)^2) / (\theta_{1i}' - r_i \theta_{2i}' + \alpha_i \frac{\Delta t}{2}) \\ A_2(i,i) = (\alpha_i \frac{\Delta t}{2}) (\theta_{1i}' - r_i \theta_{2i}' - 1) / ((\theta_{1i} + r_i \theta_{2i} + \alpha \frac{\Delta t}{2}) (\theta_{1i}' - r_i \theta_{2i}' + \alpha_i \frac{\Delta t}{2}) - \left(\frac{\alpha_i \Delta t}{2}\right)^2) \end{cases}$$

$$\text{II-B24} \left\{ \begin{aligned}
 B_1(i,i) &= (\alpha_i \frac{\Delta t}{2}) (\theta_{1i} + r_i \theta_{2i} - 1) / ((\theta_{1i} + r_i \theta_{2i} + \alpha_i \frac{\Delta t}{2}) (\theta_{1i} - r_i \theta_{2i} + \\
 &\alpha_i \frac{\Delta t}{2}) - (\alpha_i \frac{\Delta t}{2})^2) \\
 B_2(i,i) &= (\theta_{1i} - r_i \theta_{2i} - 1) / ((\theta_{1i} - r_i \theta_{2i} + \alpha_i \frac{\Delta t}{2}) - (\alpha_i \frac{\Delta t}{2})^2 / (\theta_{1i} + r_i \theta_{2i} + \\
 &\alpha_i \frac{\Delta t}{2})) \\
 &\text{pour } i = 1, 2, 3
 \end{aligned} \right.$$

De même, C_{k+1}^n et D_{k+1}^n sont des vecteurs qui dépendent de l'état de la ligne à l'instant $n \cdot \Delta t$, et ils ont pour composantes :

$$\text{II-B25} \left\{ \begin{aligned}
 C_{k+1}^n(i) &= \left[(\theta_{1i} - r_i \theta_{2i}) \cdot ((r_i - \alpha_i \frac{\Delta t}{2}) \cdot U_k^n(i) - (r_i + \alpha_i \frac{\Delta t}{2}) U_{k+1}^n(i) + \right. \\
 &\alpha_i \frac{\Delta t}{2} (W_{k+1}^n(i) + W_k^n(i))) + (r_i \alpha_i \frac{\Delta t}{2}) \cdot (U_k^n(i) - U_{k+1}^n(i) + \\
 &W_{k+1}^n(i) - W_k^n(i)) \left. \right] / \left[(\theta_{1i} + r_i \theta_{2i} + \alpha_i \frac{\Delta t}{2}) \cdot (\theta_{1i} - r_i \theta_{2i} + \alpha_i \frac{\Delta t}{2}) \right. \\
 &\left. - (\alpha_i \frac{\Delta t}{2})^2 \right] \\
 D_{k+1}^n(i) &= \left[(\theta_{1i} + r_i \theta_{2i}) \cdot ((r_i - \alpha_i \frac{\Delta t}{2}) \cdot W_{k+1}^n(i) - (r_i + \alpha_i \frac{\Delta t}{2}) \cdot W_k^n(i) + \right. \\
 &\alpha_i \frac{\Delta t}{2} (U_{k+1}^n(i) + U_k^n(i))) + (r_i \alpha_i \frac{\Delta t}{2}) (U_k^n(i) - U_{k+1}^n(i) + \\
 &W_{k+1}^n(i) - W_k^n(i)) \left. \right] / \left[(\theta_{1i} + r_i \theta_{2i} + \alpha_i \frac{\Delta t}{2}) \cdot (\theta_{1i} - r_i \theta_{2i} + \alpha_i \frac{\Delta t}{2}) \right. \\
 &\left. - (\alpha_i \frac{\Delta t}{2})^2 \right]
 \end{aligned} \right.$$

Supposons qu'il existe, en un point $(k+1)\Delta x$ une relation linéaire telle que :

$$\text{II-B26} \quad \Delta U_{k+1} = E_{k+1} \cdot \Delta W_{k+1} + F_{k+1}$$

Cherchons alors la relation qui permet de définir E_k et F_k , s'ils existent. Pour cela, portons la relation II-B26 dans le système II-B23, il vient :

$$E_{k+1} \Delta W_{k+1} + F_{k+1} = A_1 \Delta U_k + A_2 \Delta W_k + C_{k+1}^n$$

ou encore :

$$E_{k+1} (B_1 \cdot \Delta U_k + B_2 \cdot \Delta W_k + D_{k+1}^n) + F_{k+1} = A_1 \cdot \Delta U_k + A_2 \cdot \Delta W_k + C_{k+1}^n$$

Groupons les termes en ΔU_k et ΔW_k :

$$(E_{k+1} \cdot B_1 - A_1) \cdot \Delta U_k = (A_2 - E_{k+1} \cdot B_2) \cdot \Delta W_k + C_{k+1}^n - F_{k+1} - E_{k+1} \cdot D_{k+1}^n$$

Si $\det(E_{k+1} \cdot B_1 - A_1) \neq 0$, nous obtenons enfin :

$$\Delta U_k = (E_{k+1} \cdot B_1 - A_1)^{-1} \cdot \left[(A_2 - E_{k+1} \cdot B_2) \Delta W_k + C_{k+1}^n - F_{k+1} - E_{k+1} \cdot D_{k+1}^n \right]$$

Les relations de récurrence qui définissent les matrices E_k et F_k sont donc les suivantes :

$$\text{II-B27} \quad \begin{cases} E_k = (E_{k+1} \cdot B_1 - A_1)^{-1} \cdot (A_2 - E_{k+1} \cdot B_2) \\ F_k = (E_{k+1} \cdot B_1 - A_1)^{-1} \cdot (C_{k+1}^n - F_{k+1} - E_{k+1} \cdot D_{k+1}^n) \end{cases}$$

Par suite, les matrices A_1 , B_1 , A_2 , B_2 étant diagonales, si, en un point $k_0 \cdot \Delta x$ de la ligne, la matrice E_{k_0} est diagonale, alors toutes les matrices E_k sont diagonales. Nous initialisons notre balayage à l'extrémité génératrice de la ligne, c'est-à-dire pour $k = M$; or, si le générateur considéré est symétrique, E_M sera une matrice diagonale. Une simplification de la programmation, et une réduction importante du temps de calcul, expliquent

ainsi pourquoi nous n'avons considéré que des générateurs symétriques, tout en nous réservant la possibilité de traiter des cas particuliers dissymétriques.

Notre hypothèse se trouve justifiée par le fait que les systèmes générateurs en très haute tension, comportant de plus des postes de transformation, présentent dans la réalité un taux de dissymétrie particulièrement faible.

b) Mise en oeuvre :

Nous considérons donc une relation linéaire au générateur de la ligne j , à l'instant $n \cdot \Delta t$:

$$\text{II-B28} \quad \Delta U_{j,M} = E_{j,M} \cdot \Delta W_{j,M} + F_{j,M}^n$$

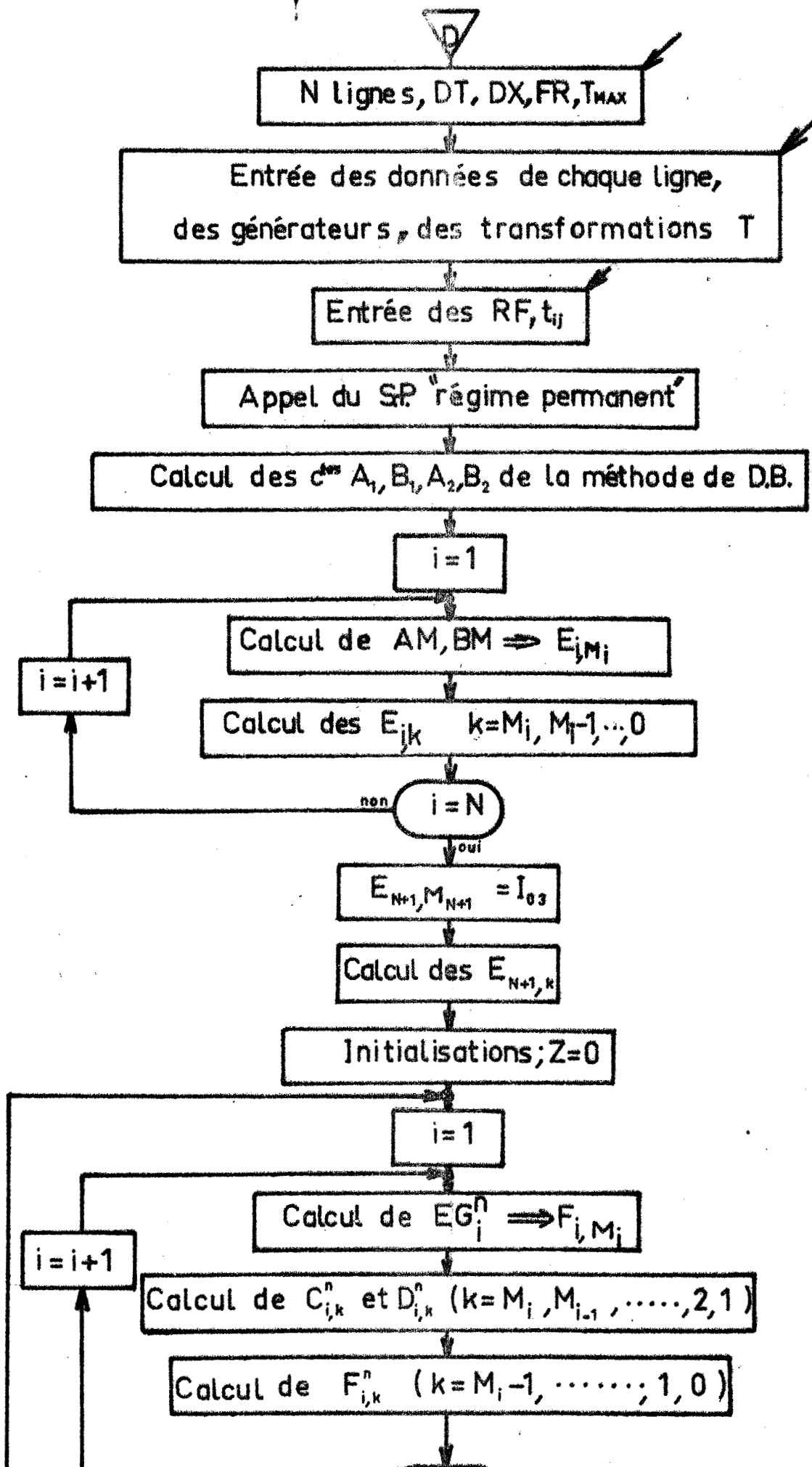
Connaissant $U_{j,k}^n$ et $W_{j,k}^n$ à ce même instant, pour $k = M_j, M_{j-1}, \dots, 1, 0$, nous en déduisons les vecteurs $C_{j,k}^n$ et $D_{j,k}^n$ par les relations II-B25, et ensuite les matrices $E_{j,k}$ et $F_{j,k}^n$ par les équations II-B27 et II-B28. Nous effectuons cette résolution pour les $(N+1)$ lignes du réseau. Nous obtenons donc au jeu de barres \mathcal{N} toutes les matrices $E_{j,0}$ et $F_{j,0}^n$ pour $j = 1, 2, \dots, N, N+1$.

Nous résolvons alors le système de $N+1$ équations linéaires, comme nous l'exposerons au paragraphe suivant, ce qui nous permet de calculer tous les accroissements $\Delta U_{j,0}$ et $\Delta W_{j,0}$ au point \mathcal{N} pour $j = 1, 2, \dots, N, N+1$. A partir de ces valeurs de $\Delta U_{j,0}$ et $\Delta W_{j,0}$, nous calculons les accroissements en chaque point de chaque ligne, c'est-à-dire $\Delta U_{j,k}$ et $\Delta W_{j,k}$ pour $k = 1, 2, \dots, M_j$, et $j = 1, 2, \dots, N+1$, à l'aide des équations II-B23. L'état de la ligne j à l'instant $(n+1)\Delta t$ est ensuite obtenu en utilisant les relations II-B21. Nous effectuons ces calculs pour chaque ligne du réseau, et nous connaissons alors l'état du réseau à l'instant $(n+1)\Delta t$, c'est-à-dire tous les $U_{j,k}^{n+1}$ et $W_{j,k}^{n+1}$.

Nous pouvons ensuite itérer le processus autant de fois que nous le désirons, suivant l'organigramme de la figure II-4.

c) Stabilité, convergence :

Le calcul que nous venons d'exposer procède par un balayage "inversé" par rapport à la méthode décrite au chapitre précédent, mais le schéma de discrétisation est resté le même. Par conséquent les conditions de stabilité liées à la discrétisation des équations des télégraphistes demeurent inchangées. De plus, seul le côté "récepteur" des lignes est modifié, puisque nous sommes passés d'une extrémité à vide à une extrémité connectée à un jeu de barres, ce qui n'introduit pas de nouvelle contrainte.



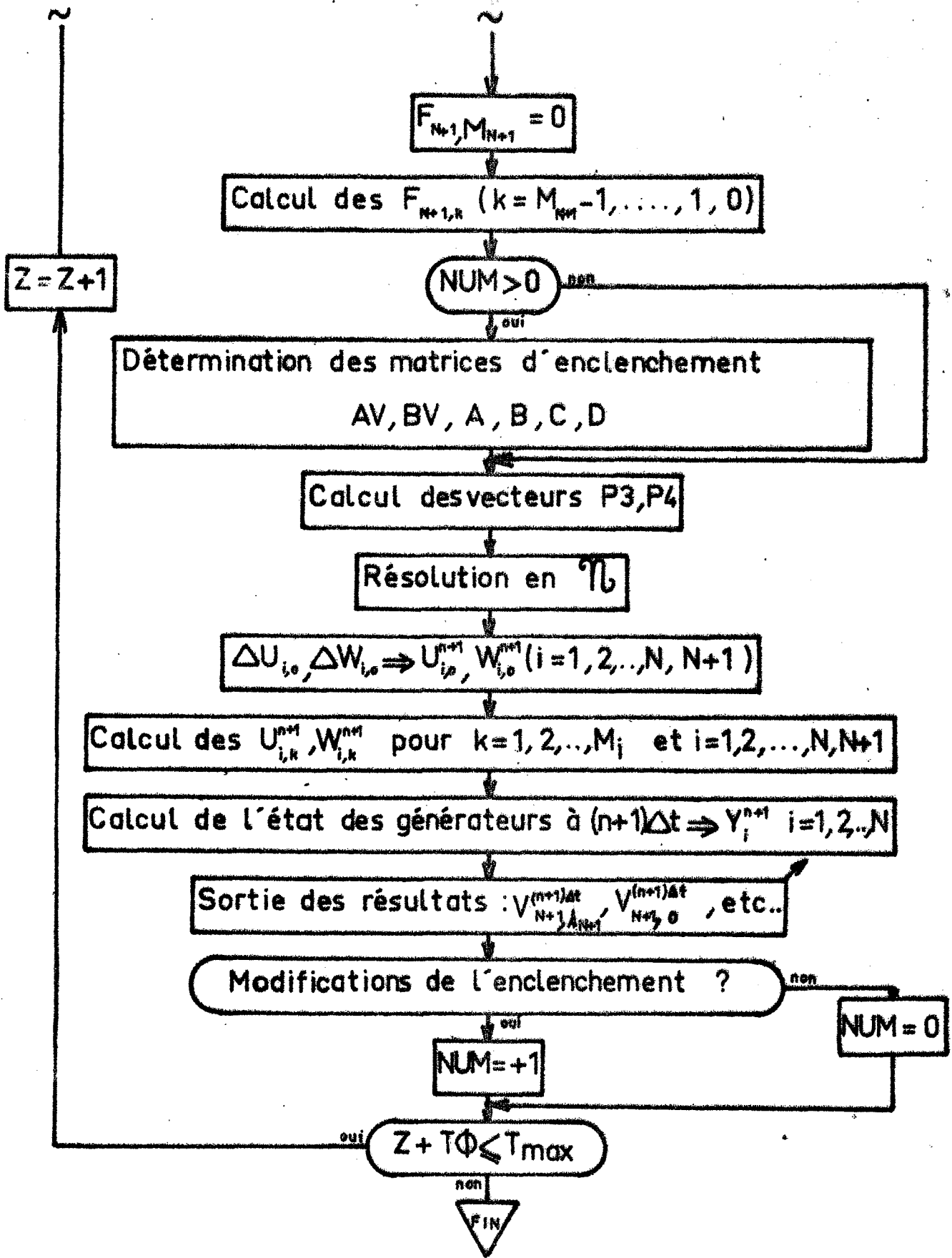


Figure II-4

Organigramme pour un seul noeud

Par conséquent nous pouvons admettre que les conditions I-C30 représentent les conditions de stabilité et de convergence de notre méthode de résolution, ce qui n'a pas encore été contredit par l'expérience.

II - B. 3) Mise en équation des générateurs :

L'équation à la limite à l'extrémité génératrice de la ligne de longueur λ est un système de 3 équations différentielles dont l'ordre m dépend de la complexité du générateur :

II-B31

$$F\left(V(\lambda, t), \frac{\delta}{\delta t} V(\lambda, t), \frac{\delta^2}{\delta t^2} V(\lambda, t), \dots, I(\lambda, t), \frac{\delta}{\delta t} I(\lambda, t), \frac{\delta^2}{\delta t^2} I(\lambda, t), \dots\right) = 0$$

Dans cette équation $V(\lambda, t)$ et $I(\lambda, t)$ représentent les vecteurs des tensions simples et des intensités par phase aux bornes de l'ensemble générateur comprenant éventuellement des transformateurs et des inductances de compensation. Nous transformons ces 3 équations différentielles d'ordre n en un système de $3n$ équations différentielles du premier ordre :

$$\text{II-B32} \quad \frac{d}{dt} X(\lambda, t) = H_1 X(\lambda, t) + H(\lambda, t)$$

où $X(\lambda, t)$ est un vecteur de dimension $3n$.

Dans le cas que nous envisageons, schématisé par la figure II-2, l'équation II-B31 est d'ordre deux s'il n'y a pas d'inductance de compensation, et d'ordre trois dans les cas contraire.

La résolution numérique du système II-B32, auquel il nous faut ajouter l'état initial du générateur est effectué par une méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. (15)

Nous allons dans ce qui suit expliciter la détermination des matrices E_M et F_M , issues de la discrétisation des équations différentielles du générateur.

Les équations d'un réseau équivalent au schéma II-2 s'écrivent :

$$\text{II-B33} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta}{\delta t} V_k(t) = \frac{1}{C_{o_k}} I_{L_k}(t) - \frac{1}{C_{o_k}} I_k(t) \\ \frac{\delta}{\delta t} I_{L_k}(t) = \frac{-1}{L_{o_k}} V_{c_k}(t) - \frac{R_{o_k}}{L_{o_k}} I_{L_k}(t) + \frac{E_k(t)}{L_{o_k}} \end{array} \right. \quad k = 1, 2, 3$$

avec $V_k(t) = V_k(\lambda, t)$; $I_k(t) = I_k(\lambda, t)$

Déterminons les matrices Y, H et H_1 ainsi :

$$Y = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \dots \\ I_{L1} \\ I_{L2} \\ I_{L3} \end{array} \right| = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} Y_1 \\ \dots \\ Y_2 \end{array} \right| \quad ; \quad H = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{c} - I_1(t)/C_{o_1} \\ - I_2(t)/C_{o_2} \\ - I_3(t)/C_{o_3} \\ + E_1(t)/L_{o_1} \\ + E_2(t)/L_{o_2} \\ + E_3(t)/L_{o_3} \end{array} \right| \end{array}$$

$$H_1 = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 1/C_{o_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/C_{o_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/C_{o_3} \\ -1/L_{o_1} & 0 & 0 & -R_{o_1}/L_{o_1} & 0 & 0 \\ 0 & -1/L_{o_2} & 0 & 0 & -R_{o_2}/L_{o_2} & 0 \\ 0 & 0 & -1/L_{o_3} & 0 & 0 & -R_{o_3}/L_{o_3} \end{array} \right| \end{array}$$

Avec ces notations le système s'exprime sous forme matricielle :

$$\text{II-B34} \quad \frac{dY}{dt} = H_1 Y + H$$

Si $Y_n = Y(n, \Delta t)$ est l'approximation de Y à l'instant $n \cdot \Delta t$, la méthode de Runge Kutta d'ordre 4 permet de calculer Y_{n+1} en fonction de Y_n et des coefficients du système :

$$\text{II-B35} \quad \left\{ \begin{array}{l} Y_{n+1} = Y_n + \frac{\Delta t}{6} \sum_{j=1}^4 \gamma_j K_j \\ \text{avec } K_j = F(n\Delta t + \delta_j \Delta t, Y_n + \delta_j \Delta t K_{j-1}); \end{array} \right.$$

$$\gamma_j = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad \delta_j = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/2 \\ 1/2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad ; \quad \text{et } F(t, y) = H_1 Y + H$$

Tous calculs faits, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \text{II-B36} \quad Y_{n+1} = & (I_{o_6} + \Delta t H_1 + \frac{\Delta t^2}{2!} H_1^2 + \frac{\Delta t^3}{3!} H_1^3 + \frac{\Delta t^4}{4!} H_1^4) \cdot Y_n + \frac{\Delta t}{6} H_{(n+1)} \\ & + (\frac{\Delta t}{6} I_{o_6} + \frac{\Delta t^2}{6} H_1 + \frac{\Delta t^3}{12} H_1^2 + \frac{\Delta t^4}{24} H_1^3) \cdot H_{(n)} + (\frac{2\Delta t}{3} I_{o_6} \\ & + \frac{\Delta t^2}{3} H_1 + \frac{\Delta t^3}{12} H_1^2) \cdot H_{(n+1/2)} \end{aligned}$$

ce que nous écrirons matriciellement

$$\text{II-B37} \quad Y_{n+1} = PA \cdot Y_n + PA\emptyset \cdot H_{(n)} + P \cdot H_{(n+1/2)} + \frac{\Delta t}{6} H_{(n+1)}$$

La méthode de double balayage ne nous permet pas de connaître un vecteur à un instant fractionnaire en Δt . Nous serons donc amenés à remplacer dans le vecteur $H_{(n+1/2)}$ les courants $I(\lambda, (n+1/2)\Delta t)$ par :

$$1/2 (I(\lambda, (n+1)\Delta t) + I(\lambda, n\Delta t))$$

ce qui nous donne

$$H_{(n+1/2)} = \begin{pmatrix} - I_1(\lambda, n\Delta t)/2C_{o_1} \\ \vdots \\ + E_1((n+1/2)\Delta t)/L_{o_1} \\ \vdots \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} - I_1(\lambda, n\Delta t)/2C_{o_1} \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix} = JE_n + JS_{n+1}$$

D'où enfin le schéma discret du générateur :

$$\text{II-B38} \quad Y_{n+1} = PA \cdot Y_n + PA\emptyset \cdot H_{(n)} + P \cdot JE_{(n)} + P \cdot JS_{(n+1)} + \frac{\Delta t}{6} H_{(n+1)}$$

Connaissant à l'instant $n \cdot \Delta t$ les vecteurs :

$V(\lambda, n\Delta t)$, $I(\lambda, n\Delta t)$ et $I_L(\lambda, n\Delta t)$, l'équation II-B38 nous fournit une relation linéaire entre $V(\lambda, (n+1)\Delta t)$ et $I(\lambda, (n+1)\Delta t)$, que nous transformerons pour obtenir l'équation linéaire cherchée entre les vecteurs ΔU_M et ΔW_M , définis comme en II-B21.

Pour cela, partitionnons II-B38 :

$$\begin{vmatrix} Y_{1,n+1} \\ Y_{2,n+1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} PA_1 \\ PA_2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} Y_{1,n} \\ Y_{2,n} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} PA\emptyset_1 \\ PA\emptyset_2 \end{vmatrix} \cdot H_{(n)} + \begin{vmatrix} P_1 & P_2 \\ P_3 & P_4 \end{vmatrix} \cdot (JE_n + JS_{n+1}) + \frac{\Delta t}{6} H_{(n+1)}$$

En notant $\text{diag}(a_i)$ = matrice diagonale d'élément a_i , nous tirons de ci-dessus

$$\text{II-B39} \quad V(\lambda, n+1) = PA_1 \cdot \begin{vmatrix} Y_{1n} \\ Y_{2n} \end{vmatrix} + PA\emptyset_1 \cdot H_n + (P_1 \ P_2) JE_n - \left[P_1 \cdot \text{diag}\left(\frac{1}{2C_{o_i}}\right) + \left(\text{diag}\frac{\Delta t}{6C_{o_i}}\right) \right] I(\lambda, n+1)$$

Effectuons alors dans II-B39 la transformation normale II-B20; on obtient :

$$\text{II-B391} \quad T.(U_M^{n+1} + W_M^{n+1}) + \left(P_1 \cdot \text{diag} \left(\frac{1}{2C_{o_i}} \right) + \text{diag} \left(\frac{\Delta t}{6C_{o_i}} \right) \right) \cdot T.Y_c \cdot (-U_M^{n+1} + W_M^{n+1}) =$$

$$2 \cdot \left[PA_1 \cdot Y_n + PA\emptyset \cdot H_n + (P_1 \ P_2) \cdot JE_n \right]$$

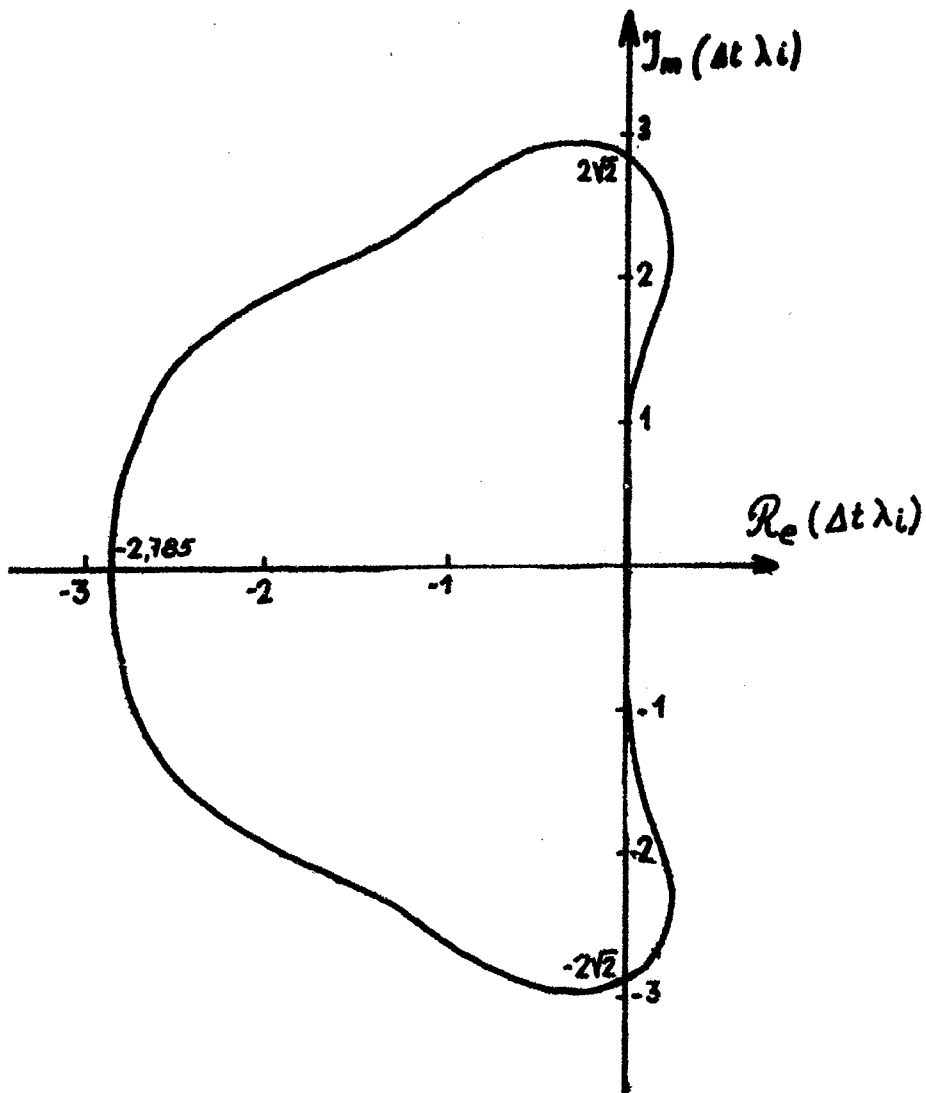
En prenant pour nouvelles variables ΔU_M et ΔW_M définies en II-B21, nous avons la relation suivante :

$$\text{II-B392} \quad \left\{ \begin{array}{l} AM \cdot \Delta U_M + BM \cdot \Delta W_M = EG_{(n)} \\ \text{avec} \\ AM = T \cdot \left(P_1 \cdot \text{diag} \left(\frac{1}{2C_{o_i}} \right) + \text{diag} \left(\frac{\Delta t}{6C_{o_i}} \right) \right) \cdot T \cdot Y_c \\ BM = T \cdot \left(P_1 \cdot \text{diag} \left(\frac{1}{2C_{o_i}} \right) + \text{diag} \left(\frac{\Delta t}{6C_{o_i}} \right) \right) \cdot T \cdot Y_c \\ EG_{(n)} = 2 \cdot \left[PA_1 \cdot Y_{(n)} + PA\emptyset \cdot H_{(n)} + (P_1 \ P_2) \cdot JE_{(n)} \right] - AM \cdot U_M^n - BM \cdot W_M^n \end{array} \right.$$

En supposant AM inversible, nous pouvons en déduire la relation linéaire cherchée au générateur :

$$\text{II-B393} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta U_M = E_M \cdot \Delta W_M + F_M \\ \text{avec} \\ E_M = -AM^{-1} \cdot BM \\ F_M = AM^{-1} \cdot EG_{(n)} \end{array} \right.$$

Remarque : 1) F_M est un vecteur dépendant du temps, contrairement à la matrice E_M ; de plus, si le générateur est parfaitement symétrique, on peut démontrer que cette matrice E_M est diagonale.
 2) L'hypothèse d'existence de AM^{-1} est équivalente à la condition de stabilité de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4.



Echelle: abscisse 5cm=1
ordonnée 4cm=1

Figure II-7
Domaine de stabilité de la méthode de
Runge-Kutta d'ordre 4

Compte tenu des remarques précédentes, nous pouvons admettre que la relation linéaire entre les variables ΔU_M et ΔW_M au générateur est parfaitement déterminée, ce qui rend possible l'application de la méthode de Double Balayage sur chaque ligne du réseau.

Stabilité {16}

La méthode de Runge-Kutta d'ordre 4 est stable si, λ_1 étant les valeurs propres de la matrice H_1 , nous avons
$$\left| \sum_{k=1}^4 \frac{(\lambda_1 \Delta t)^k}{k!} \right| < 1$$

pour $i = 1, 2, \dots, m$.

Le domaine de stabilité est représenté figure II-7

Dans le cas d'un générateur symétrique sans inductance de compensation, les valeurs propres de H_1 se réduisent à 2 valeurs propres multiples, d'expression

$$\lambda = \frac{-R_0 \pm j \sqrt{\frac{4L_0}{C_0} - R_0^2}}{2L_0}$$

Leur module est alors $|\lambda_1| = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Nous retrouvons ici l'importance de la fréquence propre du générateur, et de la source en général:

II-B. 4) Résolution au jeu de barres.

a) Après avoir exprimé une relation linéaire à l'instant $n \cdot \Delta t$ à chaque générateur, et propagé cette relation sur chaque ligne jusqu'au jeu de barres au cours d'un premier balayage, il convient maintenant de résoudre en ce noeud \mathcal{N} du réseau le système linéaire de $N+1$ équations résultant de la convergence de N Lignes "amont" et d'une ligne "aval" en cours d'enclenchement.

Nous considérons le schéma de la figure II-5 :

* N lignes alimentent le jeu de barre \mathcal{N} ; aux instants $t \leq 0$, ces lignes fonctionnent en régime permanent, supposé ici connu par les vecteurs tension et courant en tous les points de chaque ligne, et notamment en \mathcal{N} .

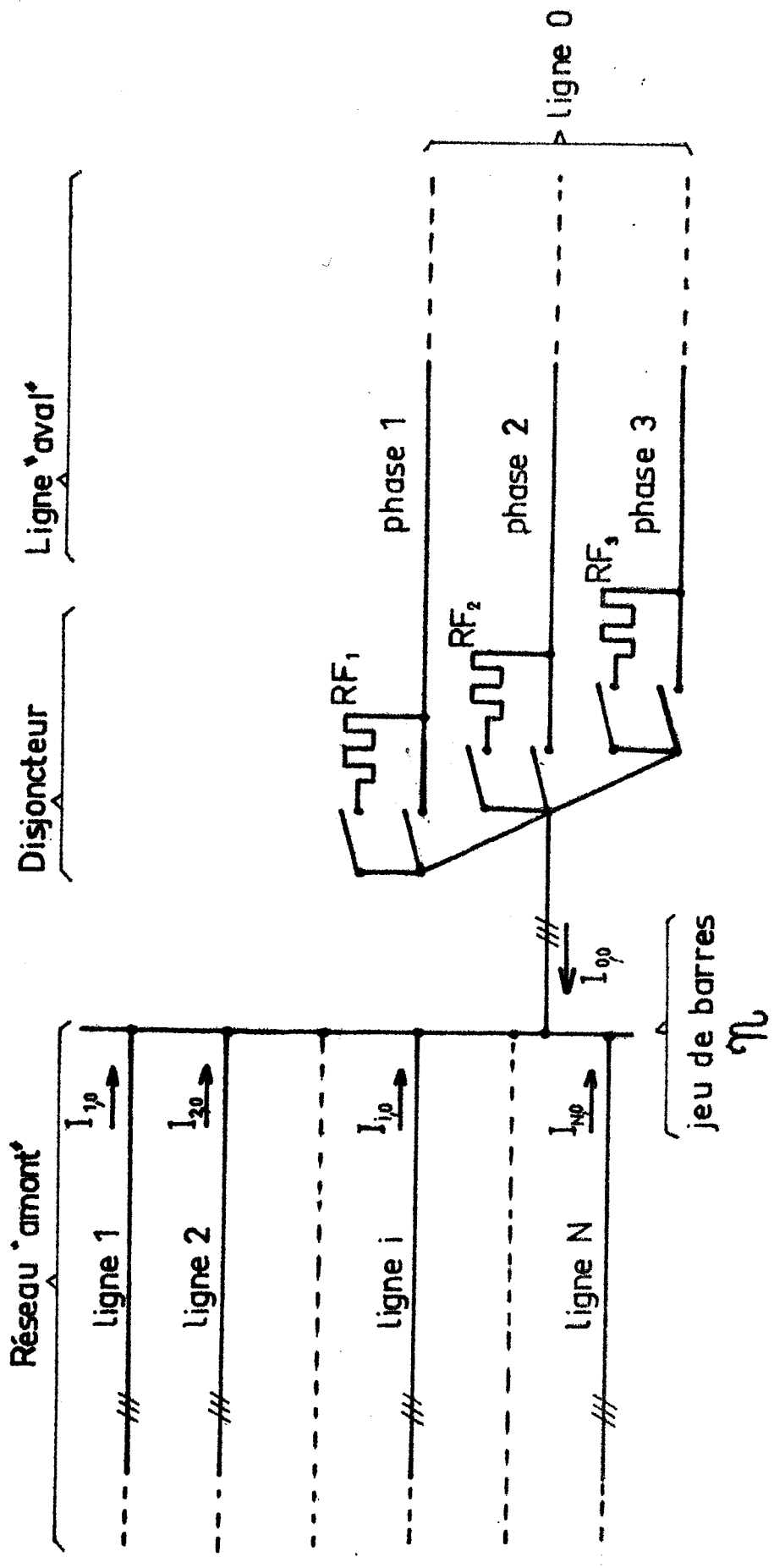


Figure II-5
 Résolution au jeu de barres \mathcal{N}

+ La ligne à enclencher est connectée à n par l'intermédiaire d'un disjoncteur assimilé à une résistance variant de façon discontinue, et d'une manière quelconque sur les trois phases; le nombre d'étages de résistances sur chaque phase est identique, mais cette condition n'est pas rédhibitoire pour notre étude.

B) A un instant quelconque $n.\Delta t$, nous pouvons écrire au point n les équations suivantes :

a) avant le début de l'enclenchement :

$$\text{II-B41} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{i_1} = V_{i_2} = V_{i_3} = \dots = V_{i_n} \\ \sum_{k=1}^N I_{i_k} = 0 \quad i = 1, 2, 3 \\ I_{i_0} = 0 \end{array} \right.$$

b) après l'enclenchement des 3 phases ($RF_i \geq 0$) :

$$\text{II-B42} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_{i_1} = V_{i_2} = \dots = V_{i_N} \\ V_{i_0} - V_{i_N} = RF_i \cdot I_{i_0} \quad i = 1, 2, 3 \\ \sum_{k=1}^N I_{i_k} = - I_{i_0} \end{array} \right.$$

c) états intermédiaires :

Seules les trois dernières équations du système II-B42 sont modifiées. Nous avons alors, en réécrivant ce système sous forme matricielle :

$$\text{II-B43} \quad \left\{ \begin{array}{l} V_1 = V_2 = \dots = V_N \\ \sum_{k=1}^N I_k + I_0 = 0 \\ AV.(V_N - V_0) = BV.I_0 \end{array} \right.$$

En fait, ce système peut aussi s'appliquer aux deux premiers cas a) et b) :

+ en effet, si aucune phase n'est enclenchée, nous avons

$$AV = 0 ; \quad BV = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

et nous retrouvons le système II-B41;

+ et si toutes les phases sont enclenchées, nous avons :

$$AV = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} ; \quad BV = \begin{pmatrix} RF_1 & 0 & 0 \\ 0 & RF_2 & 0 \\ 0 & 0 & RF_3 \end{pmatrix}$$

et nous retrouvons II-B42.

Par contre, si, par exemple, seule la phase 2 est enclenchée, nous avons

$$AV = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad BV = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & RF_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Donc une variation dans l'état du réseau au cours d'un enclenchement ou d'un déclenchement se traduira par une modification des éléments diagonaux des matrices AV et BV, le système à résoudre restant inchangé par ailleurs.

C'est pourquoi nous avons résolu la partie invariante de ce système une fois pour toutes, le réduisant à un système de 6 équations ayant, seules, des coefficients variables suivant les instants. Nous réalisons donc ainsi un gain de temps de calcul intéressant.

γ) Pour ce faire, nous effectuons d'abord la transformation normale II-B20, et le système II-B43 devient :

$$\left(U_1 + W_1 = U_2 + W_2 = \dots = U_N + W_N \right) \quad (\alpha)$$

$$\text{II-B44} \left\{ \begin{array}{l} \sum_{k=1}^n \left(Y_{c_k} (-U_k + W_k) \right) - T^{-1} \cdot AV \cdot T \cdot Y_{c_0} (-U_0 + W_0) = 0 \quad (\beta) \\ T^{-1} \cdot AV \cdot T \cdot (U_n + W_n - U_0 - W_0) = T^{-1} \cdot BV \cdot T \cdot Y_{c_0} (-U_0 + W_0) \quad (\gamma) \end{array} \right.$$

Les (N+1) relations matricielles linéaires entre les nouvelles variables ΔU et ΔW définies en I-B21 s'ajoutent à ces équations :

$$\Delta U_k = E_k \cdot \Delta W_k + F_k \quad k = 0, 1, 2, \dots, N$$

Ecrivons la partie (α) du système II-B44 aux instants $n \cdot \Delta t$ et $(n+1) \Delta t$; nous en déduisons immédiatement :

$$\Delta U_1 + \Delta W_1 = \Delta U_2 + \Delta W_2 = \dots = \Delta U_N + \Delta W_N$$

Appliquant les relations II-B45, nous en tirons ΔW_k ($k = 1, 2, \dots, N-1$) en fonction de ΔW_N :

$$\text{II-B46} \quad \Delta W_k = (I_{o_3} + E_k)^{-1} \cdot [(E_N + I_{o_3}) \cdot \Delta W_N + F_N - F_k]$$

I_{o_3} = matrice unité de dimension 3
Ceci n'est exact qu'à la condition

$$\det(I_{o_3} + E_k) \neq 0 \quad k = 1, 2, \dots, N-1$$

De même, la partie (β) du système II-B44, écrite aux instants $n \cdot \Delta t$ et $(n+1) \cdot \Delta t$, nous conduit à

$$\sum_{k=1}^N \left[Y_{c_k} (-\Delta U_k + \Delta W_k) \right] - T^{-1} \cdot AV \cdot T \cdot Y_{c_0} (-\Delta U_0 + \Delta W_0) = 0$$

ce qui, en appliquant les relations II-B45, s'écrit, tous calculs faits :

$$\begin{aligned}
 \text{II-B47} \quad & \left[\sum_{k=1}^{N-1} \left[Y_{c_k} (I_{o_3} - E_k) (I_{o_3} + E_k)^{-1} \right] (I_{o_3} + E_N) + Y_{c_N} (I_{o_3} - E_N) \right] \cdot \Delta W_N - \\
 & - \left[T^{-1} \cdot AV \cdot T \cdot Y_{c_o} (I_{o_3} - E_o) \right] \cdot \Delta W_o = \\
 & \sum_{k=1}^{N-1} \left[Y_{c_k} (I_{o_3} - E_k) \cdot (I_{o_3} + E_k)^{-1} \cdot F_k \right] + \sum_{k=1}^{N-1} (Y_{c_k} (I_{o_3} - E_k) (I_{o_3} + E_k)^{-1} \cdot (-F_N)) \\
 & + \sum_{k=1}^N Y_{c_k} \cdot F_k + T^{-1} \cdot AV \cdot T \cdot Y_{c_o} \cdot (-F_o)
 \end{aligned}$$

Cette équation matricielle nous donne une première relation entre les vecteurs ΔW_N et ΔW_o .

La partie (γ) du système II-B44 va nous fournir une deuxième relation entre ces mêmes vecteurs; elle s'écrit :

$$T^{-1} \cdot AV \cdot T \cdot (\Delta U_N + \Delta W_N - \Delta U_o - \Delta W_o + U_N^n + W_N^n - U_o^n - W_o^n) = T^{-1} \cdot BV \cdot T \cdot Y_{c_o} \cdot (-\Delta U_o + \Delta W_o - U_o^n + W_o^n)$$

A l'aide des relations linéaires $\Delta U_k = E_k \cdot \Delta W_k + F_k$, nous en tirons la relation :

$$\begin{aligned}
 T^{-1} \cdot AV \cdot T \left[(I_{o_3} + E_N) \cdot \Delta W_N + F_N - (I_{o_3} + E_o) \Delta W_o - F_o + U_N^n + W_N^n - U_o^n - W_o^n \right] = \\
 T^{-1} \cdot BV \cdot T \cdot Y_{c_o} \cdot \left[(I_{o_3} - E_o) \cdot \Delta W_o - F_o - U_o^n + W_o^n \right]
 \end{aligned}$$

que nous écrivons enfin :

$$\begin{aligned}
 \text{II-B48} \quad & \left[T^{-1} \cdot AV \cdot T \cdot (I_{o_3} + E_N) \right] \Delta W_N - \left[T^{-1} \cdot AV \cdot T \cdot (I_{o_3} + E_o) + T^{-1} \cdot BV \cdot T \cdot Y_{c_o} (I_{o_3} - E_o) \right] \Delta W_o = \\
 & T^{-1} \cdot AV \cdot T \cdot \left[F_o - F_N - U_N^n - W_N^n + U_o^n + W_o^n \right] + (T^{-1} \cdot BV \cdot T \cdot Y_{c_o}) (-F_o - U_o^n + W_o^n)
 \end{aligned}$$

Les deux équations matricielles II-B47 et II-B48 forment le système cherché de 6 équations à 6 inconnues que nous écrivons ainsi :

$$\text{II-B49} \quad \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta W_0 \\ \Delta W_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_4 \\ P_3 \end{pmatrix}$$

$$\text{avec} \quad A = -T^{-1} \cdot AV \cdot T \cdot (I_{O_3} + E_0) - T^{-1} \cdot BV \cdot T \cdot Y_{C_0} \cdot (I_{O_3} - E_0)$$

$$B = T^{-1} \cdot AV \cdot T \cdot (I_{O_3} + E_N)$$

$$C = -T^{-1} \cdot AV \cdot T \cdot Y_{C_0} \cdot (I_{O_3} - E_0)$$

$$D = PP_1 \cdot (I_{O_3} + E_N) + Y_{C_N} \cdot (I_{O_3} - E_N) \text{ en posant } PP_1 = \sum_{k=1}^{N-1} Y_{C_k} \cdot (I_{O_3} - E_k) \cdot (I_{O_3} + E_k)^{-1}$$

$$P_4 = T^{-1} \cdot AV \cdot T \cdot [F_0 - F_N + U_0^n + W_0^n - U_N^n - W_N^n] + T^{-1} \cdot BV \cdot T \cdot Y_{C_0} \cdot [-F_0 - U_0^n + W_0^n]$$

$$P_3 = PP_1 \cdot (-F_N) + \sum_{k=1}^n Y_{C_k} \cdot F_k + T^{-1} \cdot AV \cdot T \cdot Y_{C_0} \cdot (-F_0) + \sum_{k=1}^{N-1} [Y_{C_k} \cdot (I_{O_3} - E_k) \cdot (I_{O_3} + E_k)^{-1} \cdot F_k]$$

Ce système appelle quelques commentaires :

- + Remarquons tout d'abord que les matrices A, B, C, sont indépendantes du temps, mais dépendent de la configuration du réseau et ne seront donc à recalculer que lors d'une modification du réseau (variation de RF),
- + Par contre, la matrice D ne dépend que du réseau amont et sera calculée une fois pour toutes dans notre programme; de plus, cette matrice D sera diagonale si le réseau amont est symétrique : tout ceci nous suggère une méthode rapide de résolution de ce système.

Si $\det(D) \neq 0$, nous écrivons II-B49 sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \Delta W_N = D^{-1} \cdot (P_3 - C \cdot \Delta W_0) \\ A \cdot \Delta W_0 + B \cdot \Delta W_N = P_4 \end{cases}$$

Si $\det(BD^{-1}C-A) \neq 0$, nous avons :

$$\text{II-B491} \quad \begin{cases} \Delta W_0 = (B \cdot D^{-1} \cdot C - A)^{-1} \cdot (B \cdot D^{-1} \cdot P_3 - P_4) \\ \Delta W_N = D^{-1} \cdot (P_3 - C \cdot \Delta W_0) \end{cases}$$

Ce système nous donne donc directement les vecteurs ΔW_0 et ΔW_N .

Ensuite, les équations du type II-B46 nous permettent de calculer ΔW_k à partir de ΔW_N , avec $k = 1, 2, \dots, N-1$.

Nous avons ainsi obtenu tous les vecteurs ΔW_k , pour $k = 0, 1, 2, \dots, N$.

Il suffit de porter ces valeurs dans les relations II-B45, pour calculer tous les vecteurs ΔU_k de $k=0$ à $k=N$.

$$\text{Sachant que} \quad \begin{cases} \Delta U_k = U_k^{n+1} - U_k^n \\ \Delta W_k = W_k^{n+1} - W_k^n \end{cases} \quad \forall k,$$

nous en déduisons les valeurs des vecteurs de mode U_k et W_k au jeu de barre \mathcal{N} à l'instant $(n+1)\Delta t$.

Nous avons donc résolu le système des $6(n+1)$ équations entre les transformées des tensions et courants au noeud \mathcal{N} , passant ainsi de l'instant $n \cdot \Delta t$ à l'instant $(n+1)\Delta t$.

Il nous faut maintenant établir l'état de chaque point des $N+1$ lignes du réseau, et ceci par un balayage divergent de \mathcal{N} vers les extrémités "génératrices" de ces lignes.

II - B. 5) Balayage divergent à l'instant $(n+1)\Delta t$:

Nous avons obtenu, pour chaque ligne $j = 0, 1, \dots, N$, les vecteurs $\Delta U_{j,k}$ et $\Delta W_{j,k}$ au point $k = 0$, c'est-à-dire en \mathcal{N} .

Il nous faut donc calculer $\Delta U_{j,k}$ et $\Delta W_{j,k}$ pour $k = 1, 2, \dots, M_j$.

Pour cela, nous utilisons les formules II-B23 que nous rappelons :

$$\text{II-B23} \quad \begin{cases} \Delta U_{k+1} = A_1 \cdot \Delta U_k + A_2 \cdot \Delta W_k + C_{k+1}^n \\ \Delta W_{k+1} = B_1 \cdot \Delta U_k + B_2 \cdot \Delta W_k + D_{k+1}^n \end{cases}$$

Nous avons déjà calculé C_{k+1}^n et D_{k+1}^n lors du balayage convergent en \mathcal{N} .

Appliquant les relations linéaires II-B45, nous obtenons le système :

$$\text{II-B51} \quad \begin{cases} \Delta W_{j,k+1} = (B1_j \cdot E_{j,k} + B2_j) \cdot \Delta W_j + B1_j \cdot F_{j,k} + D_{j,k+1}^n \\ \Delta U_{j,k+1} = E_{j,k+1} \cdot \Delta W_{j,k+1} + F_{j,k+1} \end{cases}$$

Ce système nous permet, à partir de $\Delta W_{j,0}$ et $\Delta U_{j,0}$, de calculer de proche en proche tous les $\Delta U_{j,k}$ et $\Delta W_{j,k}$ de la ligne j , jusqu'à son extrémité génératrice.

Ensuite, à l'aide des relations

$$\begin{cases} U_{j,k}^{n+1} = U_{j,k}^n + \Delta U_{j,k} \\ W_{j,k}^{n+1} = W_{j,k}^n + \Delta W_{j,k} \end{cases}$$

nous obtenons l'état de tous les points k de toutes les lignes j à l'instant $(n+1)\Delta t$.

Considérons alors la ligne j du réseau amont pour $x = \lambda_j$, c'est-à-dire aux bornes du système générateur de cette ligne : nous connaissons maintenant les tensions et les courants à ces bornes à l'instant $(n+1)\Delta t$.

Mais, pour pouvoir itérer le calcul, nous devons connaître le vecteur-courant I_L des inductances internes au générateur.

Pour cela, reprenons l'équation matricielle II-B38, elle s'écrit :

$$\text{II-B38} \quad \begin{pmatrix} Y_1^{n+1} \\ Y_2^{n+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} PA_1 \\ PA_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Y_1^n \\ Y_2^n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} PA\emptyset_1 \\ PA\emptyset_2 \end{pmatrix} \cdot H^n + \begin{pmatrix} P_1 & P_2 \\ P_3 & P_4 \end{pmatrix} \cdot (JE^n + JS^{n+1}) + \frac{\Delta t}{6} H^{n+1}$$

avec $Y_1^n = V_i(\lambda, n\Delta t)$; $Y_2^n = I_{L_i}(n\Delta t)$

$$H^n = \begin{pmatrix} \frac{-I_i(\lambda, n\Delta t)}{C_{o_i}} \\ \frac{E_i(n\Delta t)}{L_{o_i}} \end{pmatrix} \quad JE^n = \begin{pmatrix} \frac{-I_i(\lambda, n\Delta t)}{2C_{o_i}} \\ \frac{E_i((n+1/2)\Delta t)}{L_{o_i}} \end{pmatrix}$$

$$JS^{n+1} = \begin{pmatrix} \frac{-I_i(\lambda, (n+1)\Delta t)}{2C_{o_i}} \\ 0 \end{pmatrix}$$

pour $i = 1, 2, 3$.

Nous sommes à l'instant $(n+1)\Delta t$, donc nous connaissons les vecteurs $U(\lambda, (n+1)\Delta t)$ et $W(\lambda, (n+1)\Delta t)$, c'est-à-dire, par l'intermédiaire de la transformation II-B20, les tensions et intensités aux bornes du générateur à cet instant, et à fortiori aux instants précédents.

Nous calculons donc le vecteur $I_L((n+1)\Delta t)$ par l'équation :

$$Y_2^{n+1} = PA \cdot Y_2^n + PA\emptyset_2 \cdot H^n + (P_3 \ P_4) (JE^n + JS^{n+1}) + \frac{\Delta t}{6} H^{n+1}$$

parce que $Y_2^{n+1} = I_L((n+1)\Delta t)$.

Alors, l'état de chaque générateur j ($j=1,2,\dots,N$) est entièrement connu à l'instant $(n+1)\Delta t$, ainsi que celui de toutes les lignes du réseau : nous pouvons maintenant itérer le processus pour passer à l'instant $(n+2)\Delta t$, et ainsi de suite...

II - C. REGIME PERMANENT.

L'étude en régime transitoire décrite au paragraphe précédent nous permet d'obtenir l'état du réseau à l'instant $(n+1)\Delta t$, si nous connaissons son état à l'instant $n.\Delta t$. Pour pouvoir appliquer cette étude nous sommes amenés à initialiser le calcul, donc à connaître l'état de tout le réseau considéré à une date t_0 , qui est prise comme origine des temps pour notre étude en régime transitoire.

II - C. 1) Ligne en régime permanent.

On sait qu'une ligne monophasée, de constantes linéiques r , l , c , g et de longueur λ , est équivalente, en régime permanent, à un quadripole défini par

II-C11

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_\lambda \\ \bar{I}_\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{ch} n\lambda & Z_c \operatorname{sh} n\lambda \\ \frac{1}{Z_c} \operatorname{sh} n\lambda & \operatorname{ch} n\lambda \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{I}_0 \end{pmatrix}$$

$\begin{pmatrix} \bar{V}_0 \\ \bar{I}_0 \end{pmatrix}$ représente la tension et l'intensité, définies dans le plan complexe, à l'extrémité "réceptrice" de la ligne, et $\begin{pmatrix} \bar{V}_\lambda \\ \bar{I}_\lambda \end{pmatrix}$ à l'extrémité "génératrice":

n , constante de propagation, et Z_c , impédance caractéristique, sont définies par ($\omega = 2\pi f$) :

$$n^2 = (r + j\omega l)(g + j\omega c) ; \quad Z_c^2 = \frac{r + j\omega l}{g + j\omega c} ;$$

Or, si nous considérons une ligne triphasée définie par ses constantes linéiques R, L, C, G , qui sont des matrices de dimension E , nous pouvons, par une transformation adaptée, diagonaliser ces quatre matrices et ramener le régime permanent de cette ligne triphasée à la superposition du régime permanent de 3 lignes monophasées de caractéristiques différentes.

En particulier, si la ligne est symétrique, toute transformation T de la forme :

$$\text{II-C12} \quad T = \begin{pmatrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \alpha_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \alpha_1 & -\alpha_2 - \beta_2 & -\alpha_3 - \beta_3 \end{pmatrix}$$

diagonalise les matrices R, L, C, G , et les valeurs diagonales sont les constantes homopolaires, directes et inverses de la ligne.

Donc, pour obtenir le régime permanent, il nous suffit de transformer notre réseau triphasé en 3 réseaux monophasés, de calculer les régimes permanents de ces 3 réseaux, et d'appliquer la transformation inverse pour revenir au réseau réel.

II - C. 2) Etude d'un réseau monophasé de même configuration.

(figure II-6)

Nous considérons un réseau monophasé de même configuration que le réseau "amont" à étudier. En effet, la ligne à enclencher n'a aucun lien avec ce réseau pour $t \leq t_0$, et nous calculerons à part son régime permanent.

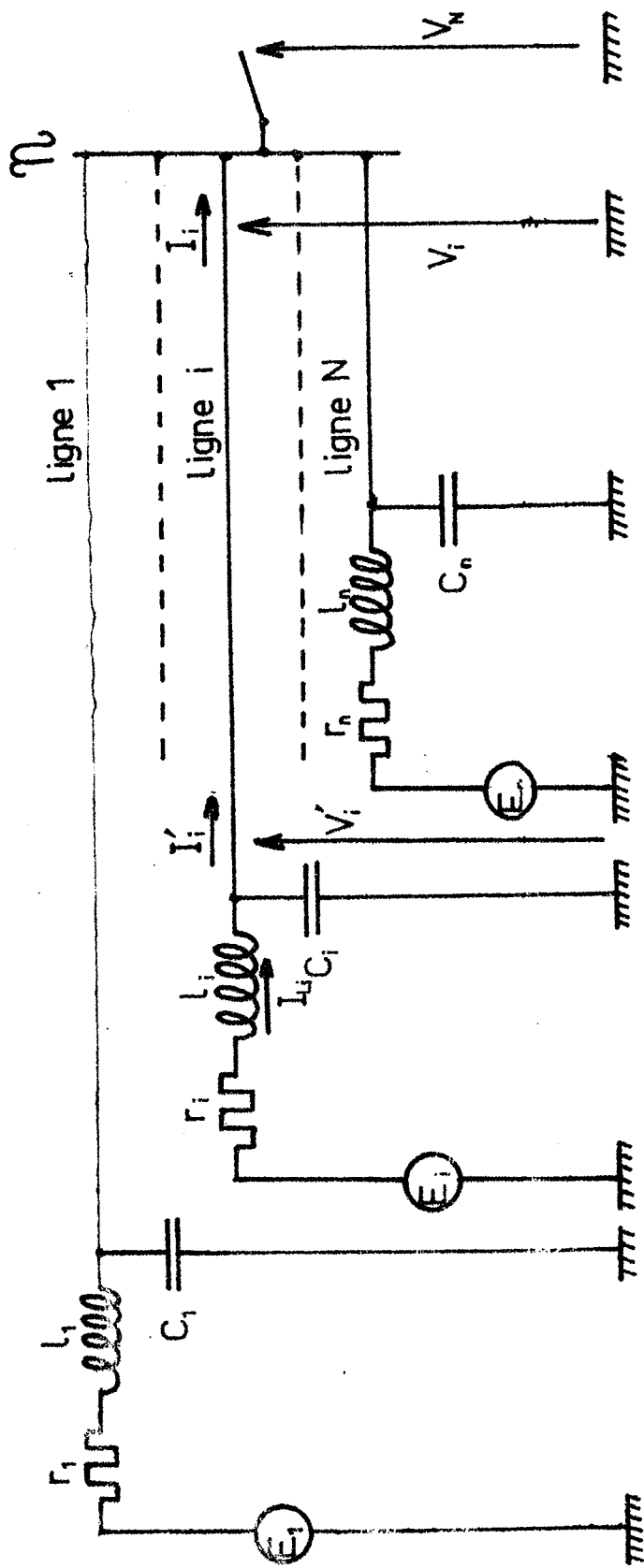


Figure II-6

Réseau monophasé amont en régime permanent

Chaque ligne i ($i = 1, 2, \dots, N$), de longueur λ_i , est issue d'un générateur de f.e.m. E_i , de résistance et inductance internes r_i et l_i de capacité par rapport à la terre C_i ; toutes les lignes convergent au noeud \mathcal{N} .

Si \bar{V}'_i et \bar{I}'_i sont les variables complexes tension et intensité à l'extrémité génératrice de la ligne i , et \bar{V}_i et \bar{I}_i à l'autre extrémité, les relations II-C11 nous permettent d'écrire :

$$\text{II-C21} \quad \begin{pmatrix} \bar{V}'_i \\ \bar{I}'_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{ch } \bar{n}_i \lambda_i & \bar{Z}_{C_i} \text{ sh } \bar{n}_i \lambda_i \\ \frac{\text{sh } \bar{n}_i \lambda_i}{\bar{Z}_{C_i}} & \text{ch } \bar{n}_i \lambda_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{V}_i \\ \bar{I}_i \end{pmatrix}$$

Si \bar{I}_{L_i} est l'intensité dans l'inductance interne du générateur i , nous écrivons :

$$\text{II-C22} \quad \begin{pmatrix} \bar{E}_i \\ \bar{I}_{L_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - l_i c_i \omega^2 + j r_i c_i \omega & r_i + j l_i \omega \\ j c_i \omega & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{V}'_i \\ \bar{I}'_i \end{pmatrix}$$

Notons que si la ligne considérée est à vide, cette relation s'écrit :

$$\begin{cases} E_i = 0 \\ \begin{pmatrix} 0 \\ \bar{I}_{L_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{V}'_i \\ \bar{I}'_i \end{pmatrix} \end{cases}$$

Nous déduisons de l'ensemble des équations II-C21 et II-C22 une nouvelle expression :

$$\text{II-C23} \left\{ \begin{array}{l} \begin{pmatrix} \bar{E}_i \\ \bar{I}_{L_i} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\alpha}_i & \bar{\beta}_i \\ \bar{\delta}_i & \bar{\gamma}_i \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{V}_i \\ \bar{I}_i \end{pmatrix} \\ \text{avec} \\ \bar{\alpha}_i = \text{chn}_i \lambda_i \cdot (1 - l_{i,c_i} \omega^2 + jr_{i,c_i} \omega) + \frac{\text{shn}_i \lambda_i}{Z_{ci}} (r_i + jl_i \omega) \\ \bar{\beta}_i = Z_{ci} \text{shn}_i \lambda_i \cdot (1 - l_{i,c_i} \omega^2 + jr_{i,c_i} \omega) + \text{chn}_i \lambda_i \cdot (r_i + jl_i \omega) \\ \bar{\gamma}_i = Z_{ci} \text{shn}_i \lambda_i \cdot (jc_i \omega) + \text{chn}_i \lambda_i \\ \bar{\delta}_i = \text{chn}_i \lambda_i \cdot (jc_i \omega) + \frac{\text{shn}_i \lambda_i}{Z_{ci}} \end{array} \right.$$

Ecrivons alors les lois de Kirchhoff au noeud \mathcal{N} :

$$\text{II-C24} \left\{ \begin{array}{l} \bar{V}_1 = \bar{V}_2 = \dots = \bar{V}_N \\ \sum_{i=1}^N \bar{I}_i = 0 \end{array} \right.$$

Du système II-C23 nous tirons immédiatement

$$\bar{E}_i = \bar{\alpha}_i \bar{V}_N + \bar{\beta}_i \bar{I}_i \quad i = 1, 2, \dots, N$$

soit, encore, les courants dans chaque ligne en \mathcal{N} :

$$\text{II-C25} \quad \bar{I}_i = \frac{\bar{E}_i - \bar{\alpha}_i \bar{V}_N}{\bar{\beta}_i}$$

Ces valeurs portées dans la deuxième équation du système II-C24, nous donnent l'équation finale :

$$\sum_{i=1}^N \frac{\bar{E}_i - \bar{\alpha}_i \bar{V}_N}{\bar{\beta}_i} = 0$$

d'où nous déduisons la valeur de la tension commune \bar{V}_N au noeud \mathcal{N} :

$$\text{II-C26} \quad \bar{V}_N = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{\bar{E}_i}{\bar{\beta}_i}}{\sum_{i=1}^N \frac{\bar{\alpha}_i}{\bar{\beta}_i}}$$

Ensuite, la relation II-C25 nous fournit les intensités \bar{I}_i pour tout $i = 1, 2, \dots, N$; les relations II-C21 permettent de calculer alors \bar{V}_i' et \bar{I}_i' , et avec le système II-C22 nous obtenons l'intensité \bar{I}_{L_i} dans la réactance interne du générateur i .

Par une méthode analogue au théorème de Fallou, nous avons déterminé toutes les tensions et les intensités à chaque extrémité de toute ligne du réseau. Or, pour initialiser le calcul du régime transitoire, nous devons connaître pour chaque ligne i , les tensions et intensités en chaque point $k \cdot \Delta x$ de la ligne, pour $k = 1, 2, \dots, M_i$.

Nous pouvons les obtenir par la relation matricielle :

$$\begin{pmatrix} \bar{V}_{i,k} \\ \bar{I}_{i,k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{ch}(n_i \cdot k \Delta x) & Z_{ci} \text{sh}(n_i \cdot k \Delta x) \\ \frac{\text{sh}(n_i \cdot k \Delta x)}{Z_{ci}} & \text{ch}(n_i \cdot k \Delta x) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \bar{V}_N \\ \bar{I}_i \end{pmatrix}$$

Nous verrons plus loin un calcul plus direct nous donnant les composantes de mode $U_{i,k}$ et $W_{i,k}$ à l'instant considéré.

Nous obtenons les valeurs réelles des tensions et des intensités en prenant les sources de tension E_i en phase, cette phase étant prise comme origine.

Donc

$$E_i = |\bar{E}_i| \cdot \sin \omega t_0$$

et, par exemple pour la tension en \mathcal{N} nous avons :

$$V_N = \left[\begin{array}{c} \sum_{i=1}^N \frac{E_i}{\beta_i} \\ \sum_{i=1}^N \frac{\alpha_i}{\beta_i} \end{array} \right] \sin(\omega t_0 + \phi_N) \quad \text{avec } \phi_N = \text{Arg.} \left[\begin{array}{c} \sum_{i=1}^N \frac{\bar{E}_i}{\beta_i} \\ \sum_{i=1}^N \frac{\alpha_i}{\beta_i} \end{array} \right]$$

II - C. 3) Initialisation du calcul.

Il nous suffit de répéter 3 fois le calcul précédent, en changeant à chaque fois les valeurs numériques des impédances, des sources de tensions et de leurs phases, pour reconstituer l'état du réseau triphasé réel en régime permanent à l'instant t_0 , en appliquant la transformation inverse de celle définie en II-C12.

Néanmoins, ces valeurs initiales des tensions et intensités vont être exploitées dans nos calculs sous forme de composantes normales U et W définies par :

$$\begin{cases} V = T(U+W)/2 \\ I = T Y_c (-U+W)/2 \end{cases}$$

c'est-à-dire

$$\begin{cases} U = T^{-1}V - Z_c T^{-1} I \\ W = T^{-1}V + Z_c T^{-1} I \end{cases} \quad \text{avec } Z_c = Y_c^{-1}$$

Donc, si nous prenons la même transformation T pour l'étude en régime permanent et pour l'étude en régime transitoire, nous aurons directement par chaque calcul monophasé une composante des vecteurs U_k et W_k , pour toute ligne $i = 1, 2, \dots, N$.

Z_c est une matrice diagonale, dont les éléments sont les impédances caractéristiques de mode.

Nous allons pouvoir ainsi améliorer notre calcul du régime permanent :

Les sources de tension, prises en phase pour chaque générateur i , ont pour expression :

$$(\bar{E}_i) = |E_i| \cdot \begin{pmatrix} \sin(\omega t_0) \\ \sin(\omega t_0 - 2\pi/3) \\ \sin(\omega t_0 + 2\pi/3) \end{pmatrix}$$

d'où l'on déduit, vu l'expression de la matrice T (II-C12) :

$$T^{-1} \cdot E_i = \begin{pmatrix} 0 \\ E_i^D \sin(\omega t_0) \\ E_i^I \sin(\omega t_0 + \phi_i) \end{pmatrix}$$

Prenons, par exemple, les composantes directes, et effectuons le calcul exposé dans le paragraphe précédent; nous obtenons \bar{V}_N et \bar{I}_i pour $i = 1, 2, \dots, N$. Calculons alors, pour chaque ligne i au noeud \mathcal{N} les valeurs complexes suivantes :

$$\begin{cases} \bar{U}_{i,0}^D = \bar{V}_N^D - \bar{Z}_{c_i}^D \cdot \bar{I}_{i,0}^D \\ \bar{W}_{i,0}^D = \bar{V}_N^D + \bar{Z}_{c_i}^D \cdot \bar{I}_{i,0}^D \end{cases}$$

Ensuite, en appliquant les relations II-C27 aux points $m\Delta x$ et $(m+1)\Delta x$, nous obtenons :

$$\text{II-C32} \quad \begin{cases} U((m+1)\Delta x) = U(m, \Delta x) \cdot e^{-\bar{n} \cdot \Delta x} \\ W((m+1)\Delta x) = W(m, \Delta x) \cdot e^{+\bar{n} \cdot \Delta x} \end{cases}$$

Nous calculons alors de proche en proche tous les $\bar{U}_{i,k}^D$ et $\bar{W}_{i,k}^D$ pour $k = 1, 2, \dots, M_i$, et nous les convertissons ensuite en valeurs réelles en prenant module et argument des valeurs complexes, et en tenant compte de la phase des sources de tension par rapport à l'origine. Ou bien, nous calculons d'abord

$$\begin{cases} U_{i,0}^D = |\bar{U}_{i,0}^D| \cdot \sin(\omega t_0 + \arg(\bar{U}_{i,0}^D)) \\ W_{i,0}^D = |\bar{W}_{i,0}^D| \cdot \sin(\omega t_0 + \arg(\bar{W}_{i,0}^D)) \end{cases}$$

et les relations II-C32 impliquent alors les expressions :

II-C33

$$\begin{cases} U_{i,k}^D = |\bar{U}_{i,0}^D| \cdot e^{-k \cdot \Delta x} \mathcal{R}(\bar{n}_i) \cdot \sin(\omega t_0 + \arg(\bar{U}_{i,0}^D) - k \cdot \Delta x \cdot \mathcal{J}(\bar{n}_i)) \\ W_{i,k}^D = |\bar{W}_{i,0}^D| \cdot e^{+k \cdot \Delta x} \mathcal{R}(\bar{n}_i) \cdot \sin(\omega t_0 + \arg(\bar{W}_{i,0}^D) + k \cdot \Delta x \cdot \mathcal{J}(\bar{n}_i)) \end{cases}$$

pour $k = 1, 2, \dots, M_i$ et $i = 1, 2, \dots, N$.

avec $\mathcal{R}(\bar{n}_i)$ = partie réelle de la constante de propagation \bar{n}_i de la ligne i

$\mathcal{J}(\bar{n}_i)$ = partie imaginaire de la constante de propagation \bar{n}_i de la ligne i

Un calcul analogue avec les composantes inverses nous donne la troisième composante de tous les vecteurs U et W , la première étant nulle s'il n'y a pas de f.e.m. homopolaire.

Nous avons donc toutes les valeurs initiales pour le réseau amont, y compris l'état des générateurs.

La ligne "aval" peut présenter des charges résiduelles que nous exprimerons en valeurs relatives de tension (p.u.) pour chaque phase. Dans ce cas, $I_{0,k} = 0$ en tout point k de cette ligne, et l'on a

$$U_{0,k} = W_{0,k} = T \cdot V_0 \quad \forall k = 0, 1, \dots, M_0$$

où V_0 est la matrice des tensions résiduelles sur chaque phase

$$V_0 = \begin{bmatrix} V_{1_0} \\ V_{2_0} \\ V_{3_0} \end{bmatrix}$$

II - D. CONCLUSION.

Les possibilités d'extension à des réseaux plus complexes, implicitement contenues dans la thèse de Mr A. N'DIR, sont donc développées dans notre étude, et ont été effectivement appliquées. Nous avons mis au point un programme de calcul de régimes transitoires de manoeuvre d'une ligne à vide, en prenant en compte la configuration réelle de la source. Cette représentation exacte de l'ensemble des lignes alimentant le jeu de barres, fournit des résultats bien plus proches de la réalité que celle qui consiste à assimiler la source à un générateur unique équivalent à l'ensemble du réseau "amont".

Au cours de notre travail nous avons été amenés à effectuer le balayage des lignes dans des sens quelconques, sans pour autant introduire de restriction à l'application de la méthode.

Nous avons ainsi montré que la méthode de Double Balayage s'emploie aussi bien dans le sens inverse que dans le sens direct, et que ceci n'affecte en rien les conditions de stabilité et de convergence.

De plus, les programmes résultant des processus de calcul exposés dans ce chapitre sont opérationnels sur des calculateurs de taille modeste, et dans des temps de calcul raisonnables.

Nous pouvons donc conclure que la méthode d'étude de régimes transitoires, précédemment développée, pour un réseau comportant un seul jeu de barres présente, du point de vue économique, un intérêt réel, comparativement à diverses méthodes numériques { 2 } { 4 } ou analogiques actuellement utilisées.

CHAPITRE III

EXTENSION A UN RESEAU COMPLEXE NON MAILLE

Nous venons d'exposer une première extension importante de la méthode de Double Balayage, l'appliquant ainsi à plusieurs lignes triphasées qui constituent un réseau comportant un seul jeu de barres. Dans la réalité, nous constatons que les réseaux de transport d'énergie à Très Haute Tension, bien que faiblement interconnectés, sont composés de noeuds producteurs, de noeuds consommateurs, et de noeuds d'interconnexion, reliés par un certain nombre de lignes longues triphasées. Par conséquent, nous devons poursuivre notre étude, et développer nos programmes de calcul des phénomènes transitoires à l'analyse d'un réseau non maillé formé d'un nombre quelconque de lignes et de jeu de barres; c'est l'objet du présent chapitre.

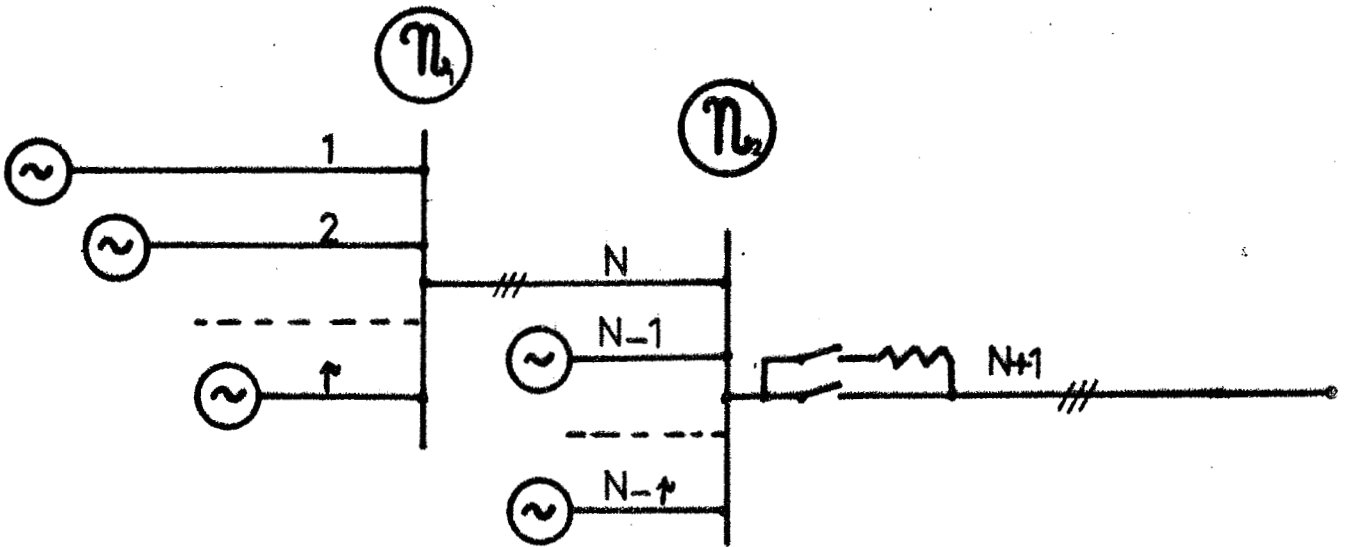


Figure III-1

Schéma unifilaire d'un réseau à 2 jeux de barres

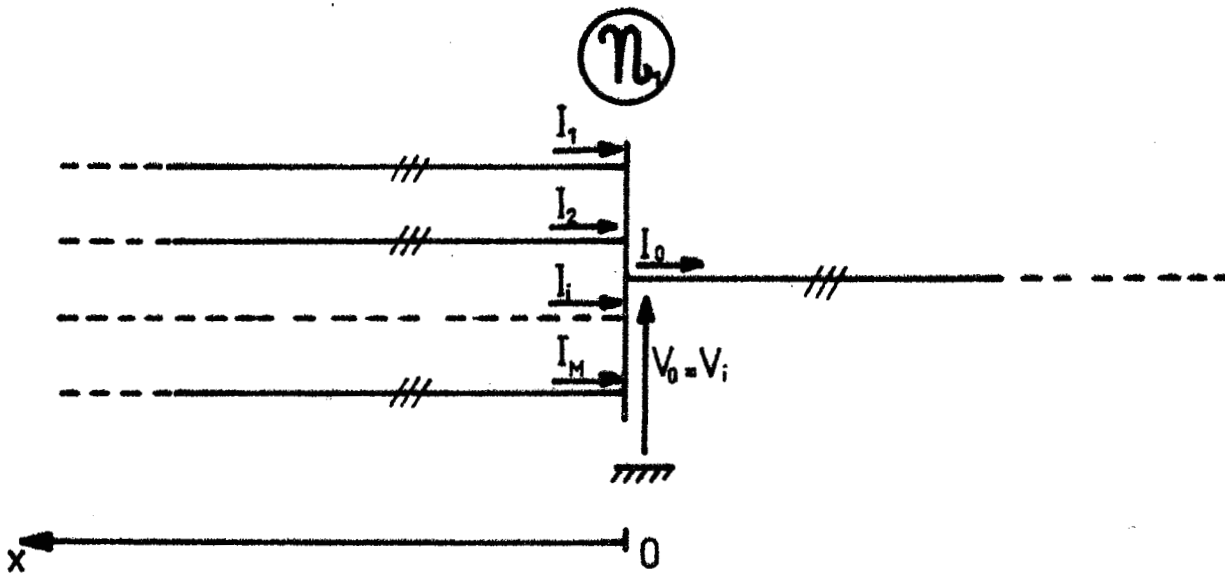


Figure III-2

Jeu de barres entièrement connecté

III - A. RESEAU COMPORTANT DEUX JEUX DE BARRES DISTINCTS. :

Entre un réseau comportant un seul jeu de barres, et un réseau bien plus complexe, nous abordons une étape essentielle constituée par l'étude d'un réseau comportant deux jeux de barres distincts reliés par une seule ligne de transport d'énergie, et un nombre quelconque de lignes alimentant ces deux noeuds du réseau.

Un schéma du système étudié est donné figure III-1.

La première partie de cette étude est nécessairement la résolution des équations du réseau à un jeu de barres entièrement connecté.

III - A. 1) Résolution à un jeu de barres entièrement connecté :

Considérons un jeu de barres sur lequel convergent en permanence M lignes triphasées, et d'où est issue une ligne unique. Dans l'exposé qui suit, l'indice 0 est relatif à cette ligne, et le sens positif des intensités est défini par la figure III-2.

Si V_i et I_i , vecteurs de dimension 3, sont les tensions et les intensités de la ligne i au jeu de barres, les lois de Kirchhoff nous permettent d'écrire, à l'instant $n \cdot \Delta t$, le système suivant :

$$\text{III-A10} \quad \begin{cases} V_0^n = V_1^n = \dots = V_i^n = \dots = V_M^n \\ \sum_{i=1}^M I_i^n = I_0^n \end{cases}$$

Transformons ce système par les équations II-B20, nous obtenons :

$$\begin{cases} T(U_0^n + W_0^n)/2 = T(U_1^n + W_1^n)/2 = \dots = T(U_M^n + W_M^n)/2 \\ T.Y_{c_0} (-U_0^n + W_0^n)/2 = \sum_{i=1}^M T.Y_{c_i} (-U_i^n + W_i^n)/2 \end{cases}$$

En multipliant à gauche chaque membre d'équations par la matrice T^{-1} , le système devient :

$$\text{III-A11} \quad \left\{ \begin{array}{l} U_0^n + W_0^n = U_1^n + W_1^n = \dots = U_M^n + W_M^n \\ Y_{c_0} \cdot (-U_0^n + W_0^n) = \sum_{i=1}^M Y_{c_i} (-U_i^n + W_i^n) \end{array} \right.$$

Ecrivons ces relations III-A11 à l'instant $(n+1)\Delta t$, et retranchons les 2 systèmes membre à membre; compte tenu de la définition II-B21 des accroissements ΔU et ΔW , nous obtenons les nouvelles relations :

$$\text{III-A12} \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta U_0 + \Delta W_0 = \Delta U_1 + \Delta W_1 = \dots = \Delta U_M + \Delta W_M \\ Y_{c_0} \cdot (-\Delta U_0 + \Delta W_0) = \sum_{i=1}^M Y_{c_i} \cdot (-\Delta U_i + \Delta W_i) \end{array} \right.$$

Montrons alors que, si nous connaissons une relation linéaire entre les accroissements ΔU_i et ΔW_i de chaque ligne i au jeu de barres à l'instant $n.\Delta t$, nous pouvons trouver une relation linéaire entre ΔU_0 et ΔW_0 dans ces mêmes conditions.

En effet, supposons connues les matrices E_i et F_i , pour chaque ligne i , représentant les coefficients de la relation entre les accroissements ΔU_i et ΔW_i à l'instant $n.\Delta t$ au jeu de barres :

$$\text{III-A13} \quad \Delta U_i = E_i \cdot \Delta W_i + F_i \quad i = 1, 2, \dots, M$$

Portons ces relations dans le système III-A12.

I_{0_3} étant la matrice unité de dimension 3, nous obtenons :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta U_0 + \Delta W_0 = (I_{0_3} + E_1)\Delta W_1 + F_1 = \dots = (I_{0_3} + E_M)\Delta W_M + F_M \\ Y_{c_0} \cdot (-\Delta U_0 + \Delta W_0) = \sum_{i=1}^M Y_{c_i} \cdot \left((I_{0_3} - E_i)\Delta W_i - F_i \right) \end{array} \right.$$

Sous réserve que $\det(I_{0_3} + E_i) \neq 0$, le système précédent devient :

$$\text{III-A14} \quad \begin{cases} \Delta W_i = (I_{O_3} + E_i)^{-1} \cdot \Delta U_o + \Delta W_o - F_i & i = 1, 2, \dots, M \\ Y_{C_o} \cdot (-\Delta U_o + \Delta W_o) = \sum_{i=1}^M Y_{C_i} \left[(I_{O_3} - E_i)(I_{O_3} + E_i)^{-1} (\Delta U_o + \Delta W_o - F_i) - F_i \right] \end{cases}$$

Considérons la dernière équation matricielle de III-A14, et groupons les coefficients de ΔU_o et ΔW_o :

$$\left[\sum_{i=1}^M (Y_{C_i} \cdot (I_{O_3} - E_i)(I_{O_3} + E_i)^{-1}) + Y_{C_o} \right] \Delta U_o = \left[Y_{C_o} - \sum_{i=1}^M Y_{C_i} \cdot (I_{O_3} - E_i)(I_{O_3} + E_i)^{-1} \right] \cdot \Delta W_o + \sum_{i=1}^M (Y_{C_i} \cdot [(I_{O_3} - E_i)(I_{O_3} + E_i)^{-1} \cdot F_i - F_i])$$

soit encore :

$$\left(Y_{C_o} + \sum_{i=1}^M Y_{C_i} \cdot (I_{O_3} - E_i)(I_{O_3} + E_i)^{-1} \right) \cdot \Delta U_o = \left(Y_{C_o} - \sum_{i=1}^M Y_{C_i} \cdot (I_{O_3} - E_i)(I_{O_3} + E_i)^{-1} \right) \cdot \Delta W_o + 2 \sum_{i=1}^M (Y_{C_i} \cdot (I_{O_3} + E_i)^{-1} \cdot F_i)$$

Si nous supposons que $\det \left(Y_{C_o} + \sum_{i=1}^M Y_{C_i} \cdot (I_{O_3} - E_i)(I_{O_3} + E_i)^{-1} \right) \neq 0$

nous obtenons finalement une relation de la forme $\Delta U_o = E_o \cdot \Delta W_o + F_o$, où les matrices E_o et F_o ont pour expression :

$$E_o = \left[Y_{C_o} + \sum_{i=1}^M (Y_{C_i} \cdot (I_{O_3} - E_i)(I_{O_3} + E_i)^{-1}) \right]^{-1} \times \left[Y_{C_o} - \sum_{i=1}^M (Y_{C_i} \cdot (I_{O_3} - E_i)(I_{O_3} + E_i)^{-1}) \right]$$

$$\text{III-A15} \left\{ \begin{aligned}
 F_0 &= \left[Y_{c_0} + \sum_{i=1}^M \left(Y_{c_i} (I_{03} - E_i) (I_{03} + E_i)^{-1} \right) \right]^{-1} \times \\
 &\left[2 \cdot \sum_{i=1}^M \left(Y_{c_i} (I_{03} + E_i)^{-1} \cdot F_i \right) \right]
 \end{aligned} \right.$$

Ainsi, sous certaines conditions, nous pouvons déterminer entièrement une relation linéaire entre les vecteurs ΔU_0 et ΔW_0 à l'extrémité "génératrice" de la ligne issue du jeu de barres, à chaque instant $n \cdot \Delta t$, à partir des relations en ce point entre les vecteurs ΔU_i et ΔW_i des lignes alimentant ce jeu de barres.

Par conséquent, la condition essentielle pour appliquer la méthode de Double Balayage à un réseau comportant un tel élément est parfaitement remplie, et nous pouvons aborder l'étude générale du régime transitoire du réseau à deux jeux de barres.

III - A. 2) Etude transitoire d'un réseau à deux jeux de barres :

Considérons le réseau de la figure III-1, constitué de N lignes et comportant deux jeux de barres \mathcal{N}_1 et \mathcal{N}_2 reliés par une ligne unique. A partir d'un de ces deux noeuds, \mathcal{N}_2 , nous mettons sous tension une ligne à vide, indicée N+1, et nous étudions le régime transitoire du réseau complet. Les extrémités "génératrices" des N-1 lignes convergeant sur l'un ou l'autre des jeux de barres sont soit à vide, soit connectées à un système générateur analogue à ceux décrits dans les chapitres précédents. Ce calcul est conduit d'une manière analogue à celui d'un système ne comportant qu'un seul jeu de barres, et s'organise ainsi :

Connaissant l'état de tous les points de chaque ligne à l'instant $n \cdot \Delta t$, nous déterminons, à l'extrémité "génératrice" des (N-1) lignes non issues d'un jeu de barres, les coefficients matriciels E et F de la relation linéaire caractéristique de chaque extrémité. Le calcul de ces relations est le même que celui exposé au chapitre II.

Nous calculons ensuite, de proche en proche, tous les coefficients en chaque point de ces (N-1) lignes, c'est-à-dire que nous propageons chaque relation vectorielle linéaire jusqu'aux extrémités "réceptrices". Nous procédons de même pour la ligne N+1.

Deux cas se présentent alors : la ligne considérée aboutit soit au jeu de barres d'enclenchement \mathcal{N}_1 , soit à l'autre jeu de barres \mathcal{N}_2 . Prenons l'ensemble des p lignes appartenant au deuxième cas : nous déterminons, comme il est exposé dans le paragraphe précédent (III-A-1), les éléments de la relation linéaire caractérisant en \mathcal{N}_1 l'extrémité "génératrice" de la ligne N, qui relie les deux noeuds du réseau. Nous propageons ensuite cette relation jusqu'au jeu de barres d'enclenchement \mathcal{N}_2 .

En ce point, nous sommes en mesure d'écrire un système linéaire vectoriel de (N-p+1) équations à (N-p+1) inconnues, où (N-p) est le nombre total de lignes connectées à \mathcal{N}_2 . Nous résolvons alors ce système, en appliquant la méthode décrite au chapitre précédent (II-B-4).

Nous obtenons ainsi tous les vecteurs ΔU_i et ΔW_i en ce point \mathcal{N}_2 , et par suite les vecteurs de mode U_i et W_i en \mathcal{N}_2 à l'instant $(n+1)\Delta t$, pour toutes les lignes $i = N-p+1, N-p, \dots, N-1, N, N+1$.

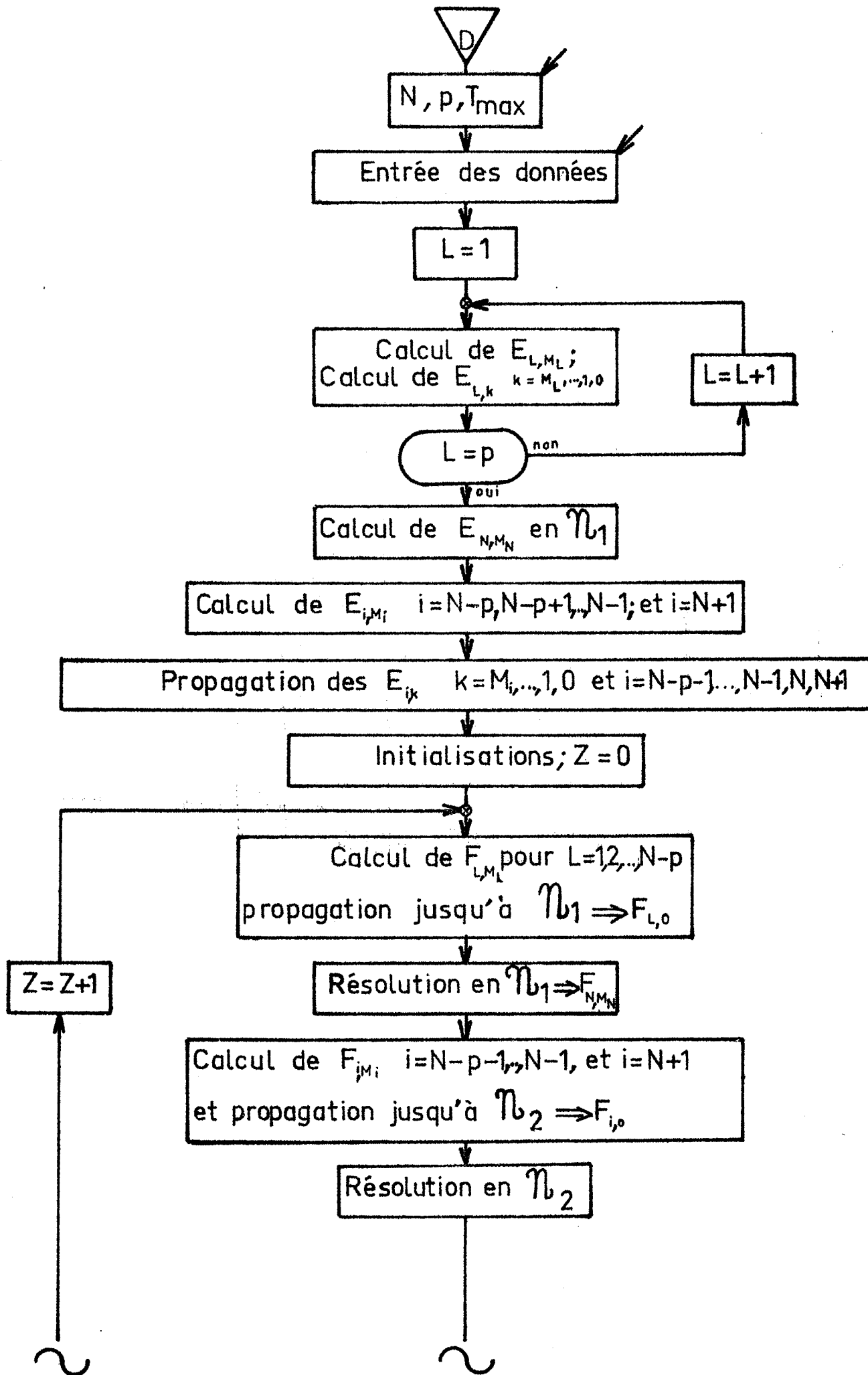
Nous propageons ensuite ces nouvelles valeurs le long de ces N-p lignes par la récurrence inverse. Nous calculons ainsi l'état de ces lignes à l'instant $(n+1)\Delta t$, jusqu'à leur extrémité "génératrice", ainsi que celui de la ligne N+1 mise sous tension.

Dans le cas de la ligne N, qui relie \mathcal{N}_1 et \mathcal{N}_2 , nous obtenons donc ΔU_{M_N} et ΔW_{M_N} , valeurs des accroissements des vecteurs U_{M_N} et W_{M_N} à l'extrémité connectée à \mathcal{N}_1 , c'est-à-dire à l'extrémité "réceptrice" des p lignes aboutissant à \mathcal{N}_1 . Les relations III-A14 nous permettent à ce moment là de calculer les valeurs de $\Delta W_{i,0}$ en \mathcal{N}_1 , $i = 1, 2, \dots, p$, pour ces p lignes, et ensuite nous déterminons les vecteurs $\Delta U_{i,0}$ par les relations III-A13. Comme précédemment, nous propageons alors ces valeurs par la récurrence inverse jusqu'à l'extrémité "génératrice" de ces lignes.

La dernière étape consiste à calculer l'état des générateurs, puisque nous avons balayé une fois dans chaque sens toutes les (N+1) lignes du réseau. Nous avons ainsi obtenu l'état du réseau complet à l'instant $(n+1)\Delta t$, et nous pouvons recommencer un calcul identique pour franchir le pas de temps suivant.

L'organigramme de cette méthode est présenté à la figure III-3.

L'initialisation du calcul est faite, comme dans le cas d'un réseau ne comportant qu'un seul jeu de barres, par le calcul du régime permanent des N lignes du réseau "amont", à l'instant t_0 pris comme instant de premier enclenchement de la ligne N+1, qui peut avoir des charges résiduelles. Ce programme de régime permanent s'organise d'une façon identique à celui décrit au chapitre précédent (II-C) et nous éviterons par conséquent de le décrire à nouveau.



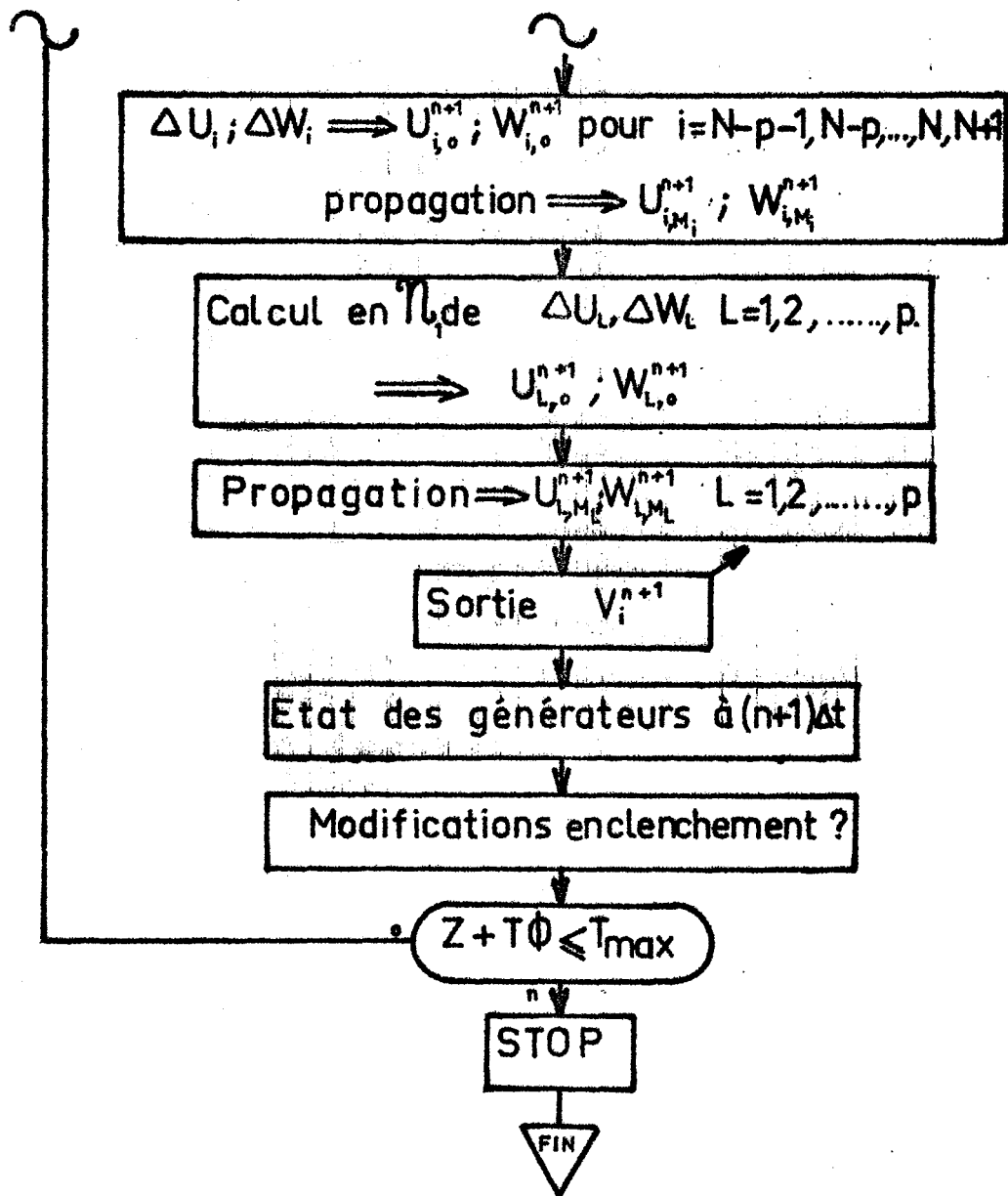


Figure III-3
Réseau à deux nœuds

III - B. EXTENSION A UN RESEAU COMPLEXE NON MAILLÉ :

Après avoir appliqué notre méthode de calcul de régimes transitoires à un réseau de transport d'énergie ne comportant qu'un seul jeu de barres, et ensuite à un réseau plus complexe comportant deux jeux de barres reliés par une ligne longue triphasée, nous sommes tout naturellement amenés à une généralisation complète de ce travail; nous allons donc traiter maintenant le cas d'un réseau complexe non maillé, comprenant un nombre quelconque de lignes à Très Haute Tension, de jeux de barres, et de générateurs.

III - B. 1) Analyse du réseau.

Pour appliquer une méthode numérique à un réseau complexe, nous devons tout d'abord analyser les constituants de ce réseau de façon à l'adapter au traitement par l'ordinateur. Pour cela, nous utilisons les principes généraux de la méthode des graphes {17}, adaptée à notre cas particulier.

Nous devons donc introduire dans un calculateur numérique un réseau complexe, formé d'un nombre quelconque de branches et de noeuds. Néanmoins, ce réseau est non maillé, c'est-à-dire de type arborescent; donc, en considérant uniquement le schéma unifilaire représentatif, nous pouvons simplifier le problème par quelques remarques :

- . les noeuds du réseau (jeu de barres) sont reliés entre eux par une seule branche (ligne triphasée).
- . il n'existe qu'un seul chemin pour aller d'un noeud à un autre (réseau non maillé).
- . pour définir le sens positif des intensités, nous prenons un graphe orienté.
- . enfin, comme nous étudions la réponse du réseau à une manoeuvre sur une ligne à vide, cette ligne sera indiquée 0, et le jeu de barres où s'effectue la manoeuvre sera pris comme sommet de l'arbre.

Nous ne retenons donc pour notre étude que le réseau "amont", et nous attribuons au noeud d'enclenchement le numéro 1. Nous rangeons ensuite le graphe par niveaux à partir du sommet, et nous numérotions d'abord entièrement les noeuds du niveau 1, puis du niveau 2, et ainsi de suite jusqu'au plus haut niveau.

Enfin, pour les lignes dont une extrémité est soit à vide, soit connectée à un générateur, nous supposons cette extrémité reliée à un noeud fictif numéro 0, qui symbolise en fait la terre. Ayant numéroté tous les noeuds du réseau, nous pouvons répertorier toutes les branches, c'est-à-dire les lignes triphasées reliant les divers jeux de barres. Cette numérotation est faite dans un ordre quelconque, de préférence en partant du niveau le plus élevé et en remontant vers le sommet. Les branches sont orientées toujours vers le sommet de l'arbre; de plus, dans le cas d'un générateur directement connecté à un jeu de barres, nous interposons entre ce générateur et ce jeu de barres une ligne triphasée fictive de longueur nulle, mais qui constitue une branche réelle supplémentaire du graphe.

Nous appelons NN le nombre total de noeuds et NL le nombre total de lignes du réseau "amont". Nous avons ainsi complètement identifié notre graphe, que nous pouvons maintenant décrire par sa matrice d'incidence, notée INL, et dont chaque élément est ainsi défini :

$$\text{INL}(N,L) = \begin{cases} + 1 & \text{si la ligne numéro L est incidente au noeud numéro N} \\ - 1 & \text{si la ligne numéro L est issue du noeud numéro N} \\ 0 & \text{dans tous les autres cas} \end{cases}$$

Ce tableau à deux entrées comporte sur un côté les numéros des noeuds et sur l'autre côté les numéros des lignes; il est donc de dimension NNxNL. De plus, pour simplifier les calculs, nous utilisons, à partir de INL, deux autres tableaux à une seule dimension INA et LND, ainsi définis:

INA(N) = nombre de lignes incidentes au noeud N

$$\text{LND}(L) = \begin{cases} + 1 & \text{si une extrémité de la ligne L est issue du noeud 0} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Dans notre programme, nous décrivons entièrement une ligne triphasée par 2 cartes données, ou par 3 cartes si la ligne est à vide ou connectée à un générateur, c'est-à-dire issue du noeud 0, de la manière suivante :

carte n° 1 = n° ligne; n° noeud départ, n° noeud arrivée; longueur;

carte n° 2 = constantes kilométriques de la ligne, paramètres $\theta_1, \theta_2, \theta_1'$

carte n° 3 (éventuellement) = caractéristiques du système générateur

Ainsi, les matrices INL, INA et LND seront directement calculées par l'ordinateur à partir des données précédentes, et le calcul des phénomènes transitoires pourra s'effectuer, dans un temps réduit et avec une taille mémoire raisonnable.

III - B. 2) Régime transitoire d'un réseau complexe :

Notre programme de calcul est décrit par l'organigramme de la figure III-4.

Après avoir défini le nombre de lignes et de jeux de barres formant le réseau étudié, nous introduisons chaque ligne, ses constantes kilométriques et ses paramètres de discrétisation. Nous calculons pour chacune les coefficients matriciels indépendants du temps, définis par les relations de propagation II-B24 au chapitre II. De même, lorsqu'il existe un générateur connecté à cette ligne, nous calculons les matrices AM et BM, définies par le système II-B392, à partir desquelles nous définissons la relation linéaire à l'extrémité "génératrice" entre les accroissements $\Delta U_{M,i}$ et $\Delta W_{M,i}$. Le réseau étant ainsi complètement défini, nous poursuivons les calculs préliminaires en déterminant les matrices $E(L,k)$, caractérisant la relation linéaire :

$$\text{III-B1} \quad \Delta U_{L,k} = E_{L,k} \cdot \Delta W_{L,k} + F_{L,k}$$

entre les accroissements des vecteurs de mode au point d'abscisse $k \cdot \Delta x$ de la ligne numéro L; nous considérons d'abord les lignes issues du noeud 0 (générateur ou ligne à vide) et nous propageons la matrice $E_{L,k}$, indépendante du temps, par les relations II-B27, jusqu'au premier jeu de barres. Quand nous avons accompli ces calculs sur toutes les lignes issues du plus haut niveau (noeud 0) nous déterminons, à chaque noeud du niveau juste inférieur, la matrice E_{J,M_j} caractérisant l'extrémité "génératrice" de la ligne J issue du noeud considéré, en appliquant les relations III-A15; nous propageons ensuite comme ci-dessus, jusqu'au noeud suivant, et pour tous les noeuds du même niveau.

Et nous itérons ensuite le procédé jusqu'au noeud numéro 1, c'est-à-dire le jeu de barres où s'effectue l'enclenchement. Après diverses initialisations, nous commençons alors le calcul des matrices qui dépendent du temps. Nous effectuons d'abord un calcul analogue à celui exposé ci-dessus : pour chaque ligne L issue d'un générateur, nous calculons la deuxième matrice F_{L,M_L} caractérisant la relation linéaire, du type III-B1, à l'extrémité génératrice de la ligne L. Nous propageons ensuite ces relations, d'une façon strictement identique au calcul des matrices $E_{I,k}$, pour calculer toutes les matrices $F_{L,k}$ en tous les points du réseau, et jusqu'au jeu de barres d'enclenchement (noeud 1). Nous procédons de même pour la ligne mise sous tension.

Possédant maintenant tous les éléments, nous pouvons résoudre le système formé par les relations linéaires entre les accroissements $\Delta U_{L,0}$ et $\Delta W_{L,0}$ pour toutes les lignes convergeant à ce jeu de barres. Nous effectuons cette résolution en appliquant la méthode décrite au chapitre II-B.4. Nous obtenons ainsi tous les vecteurs de modes ΔU_1 et ΔW_1 en ce noeud 1, et par suite les vecteurs de modes U_1 et W_1 en ce point à l'instant $(n+1)\Delta t$ à partir des valeurs à l'instant $n.\Delta t$, et pour toutes les lignes i convergeant à ce jeu de barres.

Nous propageons alors ces valeurs par les récurrences inverses, jusqu'aux noeuds constituant le niveau 1. En ces points, nous calculons les valeurs des vecteurs de modes à l'instant $(n+1)\Delta t$ à l'extrémité "réceptrice" de chaque ligne incidente à chaque noeud du niveau 1, par l'intermédiaire des relations III-A14 et III-A13. Nous recommençons un calcul analogue jusqu'aux noeuds suivants, qui constituent le niveau 2, et ainsi de suite jusqu'au niveau le plus élevé, c'est-à-dire au noeud fictif 0. En chaque générateur, nous calculons alors les intensités dans les inductances internes (cf chapitre II-B-3) à l'instant $(n+1)\Delta t$.

Nous connaissons maintenant complètement l'état du réseau à l'instant $(n+1)\Delta t$ à partir de l'instant $(n.\Delta t)$ et nous pouvons connaître les valeurs des tensions ou des intensités en n'importe quel point du réseau.

Après une éventuelle modification du système à l'enclenchement, nous recommençons un calcul identique pour franchir le pas de temps suivant.

Comme précédemment, les valeurs initiales des tensions et des intensités dans tout le réseau "amont" sont déterminées par un sous-programme de régime permanent, qui utilise les matrices décrivant le graphe du réseau.

L'organigramme de cette méthode (figure III-4) explicite plus en détail le calcul que nous venons d'exposer.

III - C. CONCLUSION

Nous venons donc de présenter dans ce chapitre III la généralisation de la méthode de Double Balayage à l'étude d'un réseau complexe, mais non maillé. Nous sommes en mesure d'étudier à présent les phénomènes transitoires dans un réseau de transport d'énergie en Très Haute Tension, sans pour cela être dans l'obligation d'utiliser un calculateur numérique de grandes dimensions et des temps de calcul exorbitants; ces avantages particulièrement intéressants sont dûs essentiellement au large domaine de stabilité et à la précision de la méthode de discrétisation employée, qui nécessite des pas de temps de 10^{-5} à 10^{-3} secondes, donc relativement grands, pour une précision tout à fait admissible.

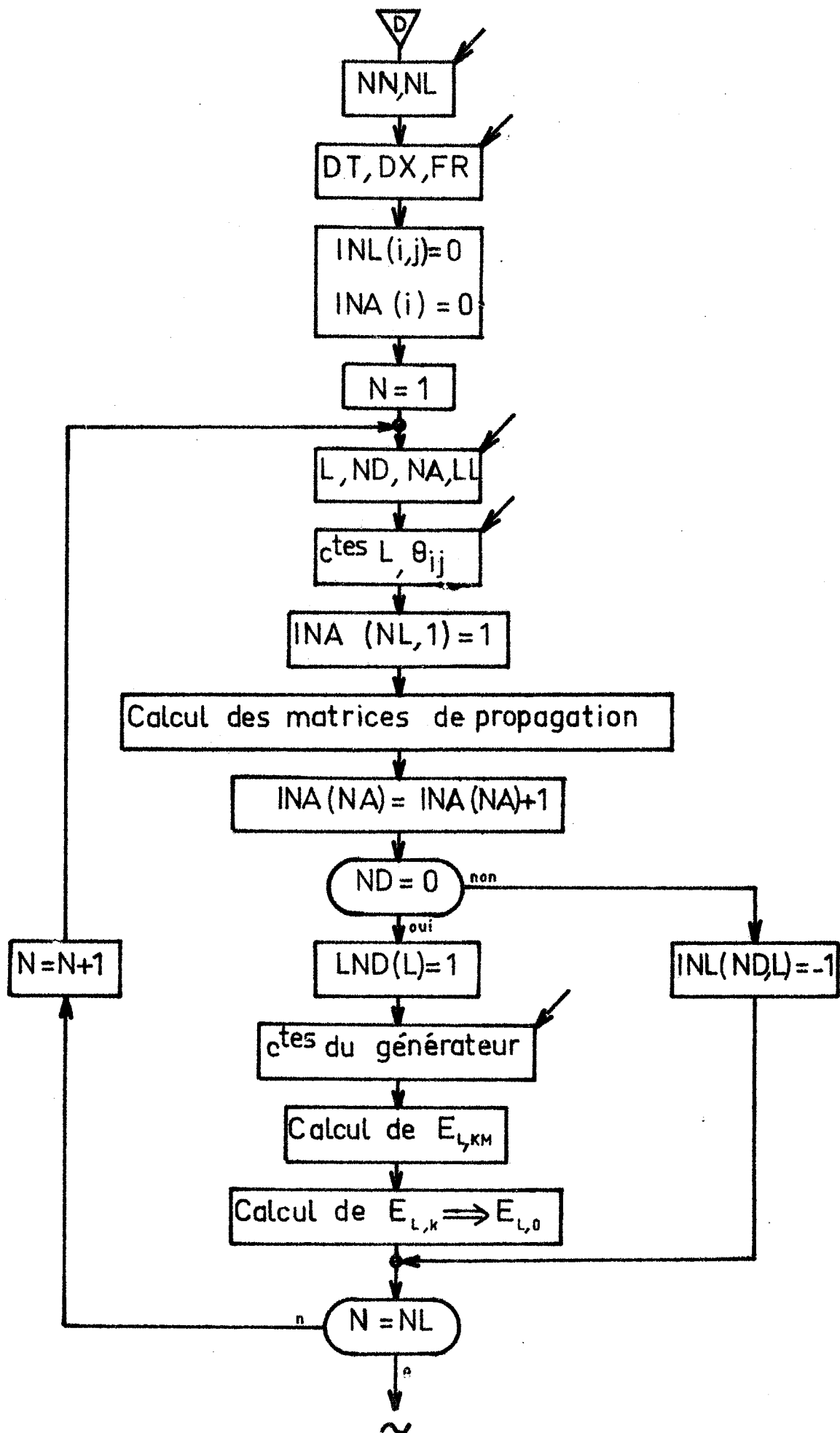
Ces possibilités étaient démontrées dans le cas d'une ligne unique, et nous avons ainsi prouvé qu'elles s'étendent à un système bien plus complexe, et par là plus proche des préoccupations actuelles.

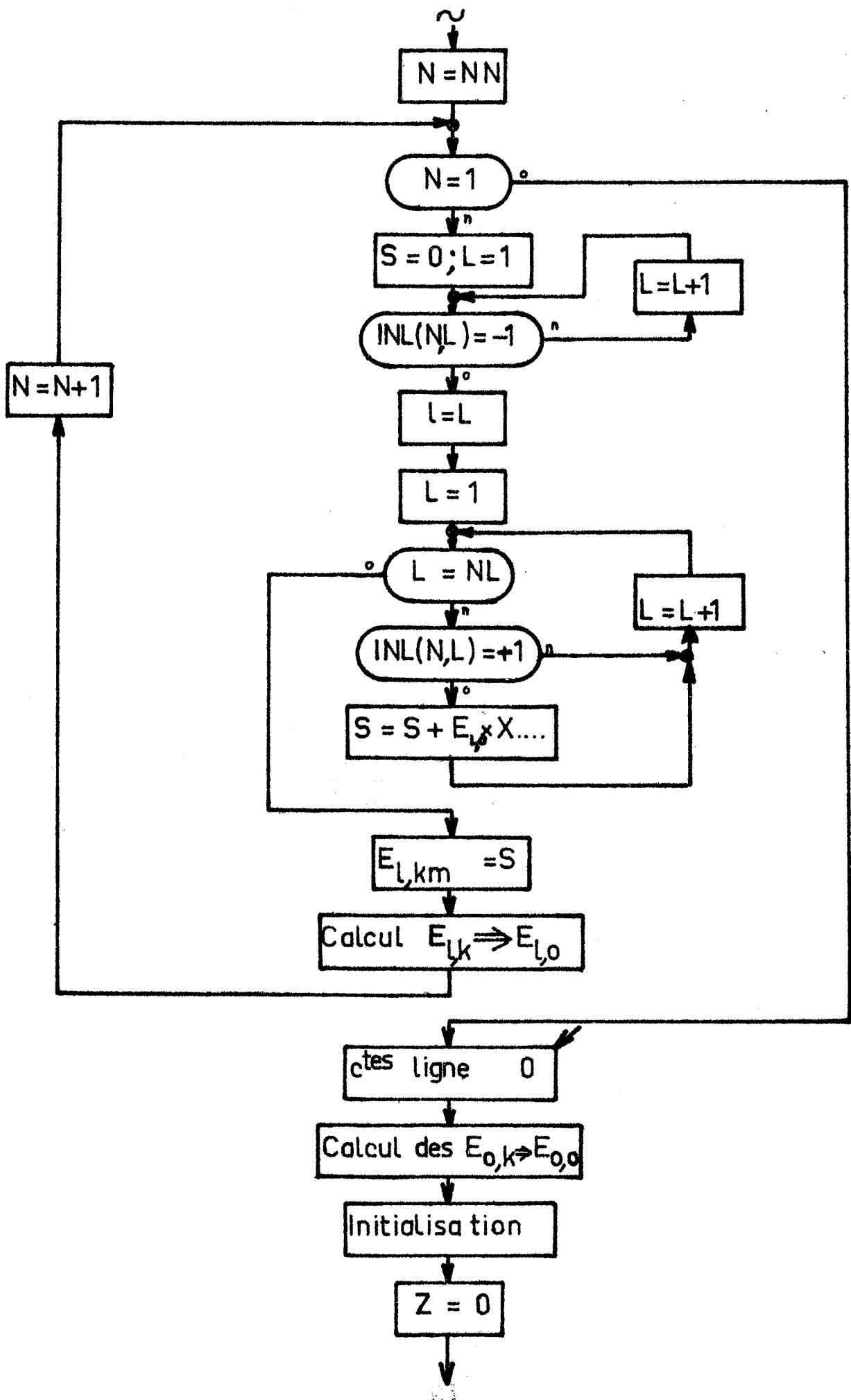
Néanmoins, nous avons toujours apporté une restriction à notre étude, en ne traitant que des réseaux de type arborescent. Ceci s'explique par deux raisons :

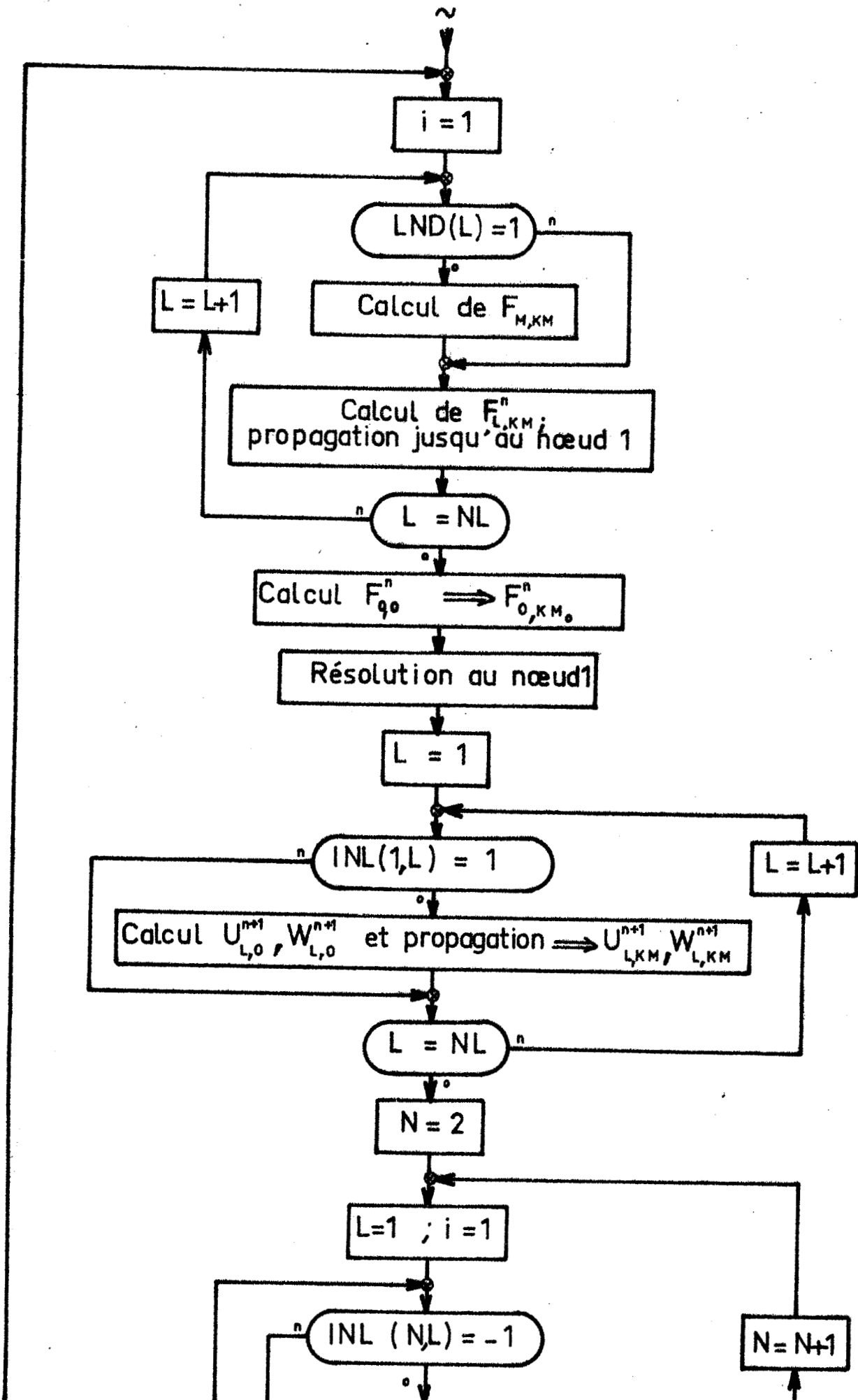
- + tout d'abord, notre but était d'étudier les réseaux de transport d'énergie actuels, en Très Haute Tension (735 kV et plus), et futurs, en Ultra Haute Tension (plus de 1000 kV). Or, ces réseaux sont très peu maillés, ou interconnectés, et l'on peut presque toujours définir avec une approximation satisfaisante, un réseau arborescent alimentant la ligne à mettre sous tension.

+ d'autre part, notre méthode est basée sur la propagation de relations linéaires matricielles le long des lignes du réseau : dans le cas d'un réseau non maillé, nous ne propageons que des matrices de dimension 3, le plus souvent diagonales; or, chaque boucle du réseau multiplie la dimension de ces matrices par un facteur 2, ce qui augmente très sensiblement la taille en mémoire de notre programme, ainsi que le temps de calcul.

Néanmoins, il n'existe aucune impossibilité théorique à analyser des réseaux maillés, seules des considérations économiques rentrent en ligne de compte. C'est pourquoi nous nous sommes limités, provisoirement, à l'étude des réseaux arborescents en régime transitoire.







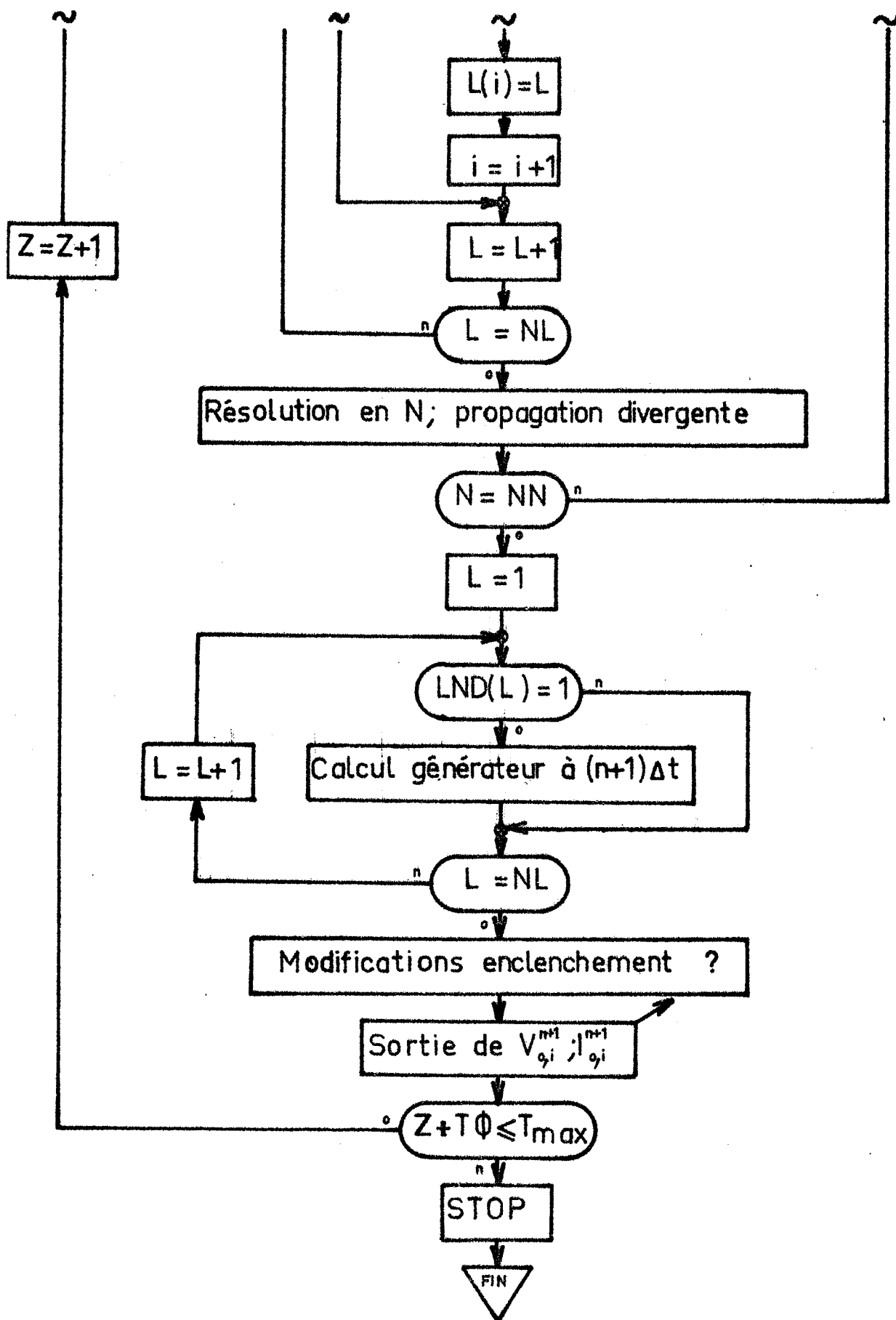


Figure III-4

Organigramme général
d'un réseau complexe non maillé

CHAPITRE IV

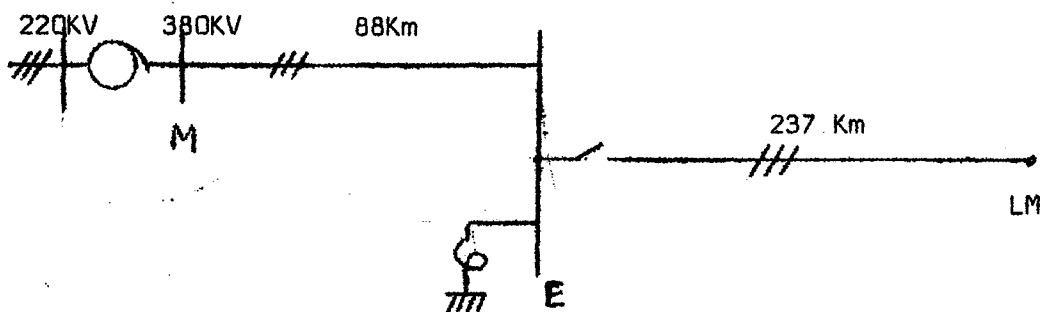
ESSAIS JUSTIFICATIFS

Noys venons d'exposer une méthode numérique d'étude des surtensions transitoires apparaissant dans un réseau complexe de transport d'énergie lors de la mise sous tension d'une des lignes de ce réseau, à partir de ces processus d'analyse, nous avons créé et mis au point des programmes de calcul qui nous permettent d'obtenir les tensions et les intensités en n'importe quel point du réseau étudié. Mais, à priori, nous ne pouvons pas affirmer que les résultats obtenus correspondent à la réalité. Afin de justifier leur exactitude, nous allons comparer les courbes déterminées à l'aide de notre méthode numérique avec diverses courbes obtenues soit expérimentalement sur un réseau réel à Très Haute Tension, soit à l'aide d'un analyseur transitoire élaboré.

IV - A. COMPARAISONS AVEC DES ESSAIS SUR RESEAU A TRES HAUTE TENSION.

Le service Etudes et Recherches de l'EDF nous a obligeamment fourni quelques enregistrements oscillographiques de tensions transitoires établis lors de la manoeuvre d'une ligne à vide sur le réseau français à 400 KV.

1) Réseau réel : Lors de l'essai, le schéma du réseau était le suivant :



a) en M :

+ la puissance de court-circuit, en 225 KV, est

$$P_{sc} = 5,6 \text{ MVA} \quad \text{avec} \quad \frac{Z_0}{Z_1} = 1,4$$

+ l'auto-transformateur 225/380/21KV ($Y_n/Y_n/D$) est à tertiaire ouvert;

$$X_1 \approx 60 \Omega \quad ; \quad X_0 \approx 61 \Omega$$

b) en E :

+ l'inductance de compensation triphasée, de 100 MVAR, n'est pas connectée.

+ le disjoncteur n'est pas muni de résistances de fermeture.

+ les instants d'enclenchement sont :

$$t_1 = 4,06 \text{ ms} \quad t_2 = 9,24 \text{ ms} \quad t_3 = 7,05 \text{ ms}$$

c) en LM :

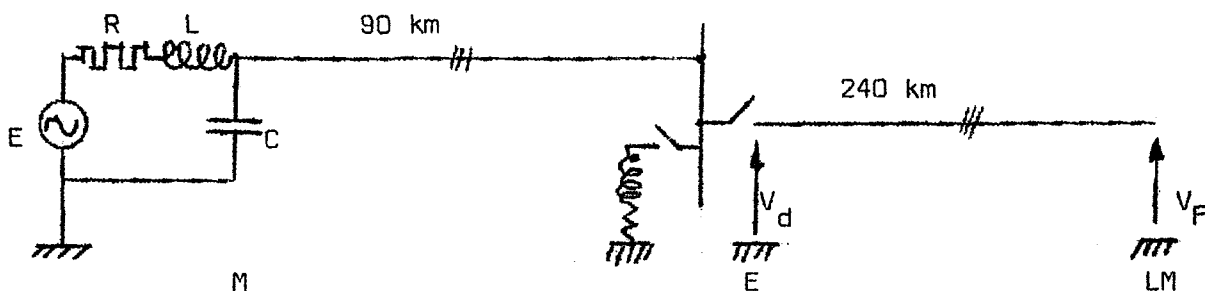
l'extrémité réceptrice est à vide.

d) Lignes :

les lignes triphasées sont des lignes françaises à 400 KV, non transposées, dont la configuration était donnée par ailleurs. Les fils de garde n'existent qu'au voisinage immédiat des postes de connexion.

2) Réseau simulé sur ordinateur :

Nous avons adopté le schéma suivant : (représentation unifilaire)



a) en M :

le générateur équivaut à l'ensemble du système d'alimentation
a pour caractéristiques, par phase :

$$R = 0,5 \Omega \quad L = 300 \text{ mH} \quad C = 10 \text{ nF}$$

b) en E :

les instants d'enclenchement sont, en ms :

$$+ \text{ pour un pas de temps } \Delta t = 10^{-4} \text{ s} : t_1 = 4,1; \quad t_2 = 9,2; \quad t_3 = 7,0;$$

$$+ \text{ pour } \Delta t = 5 \cdot 10^{-5} \text{ s} : t_1 = 4,05; \quad t_2 = 9,25; \quad t_3 = 7,05;$$

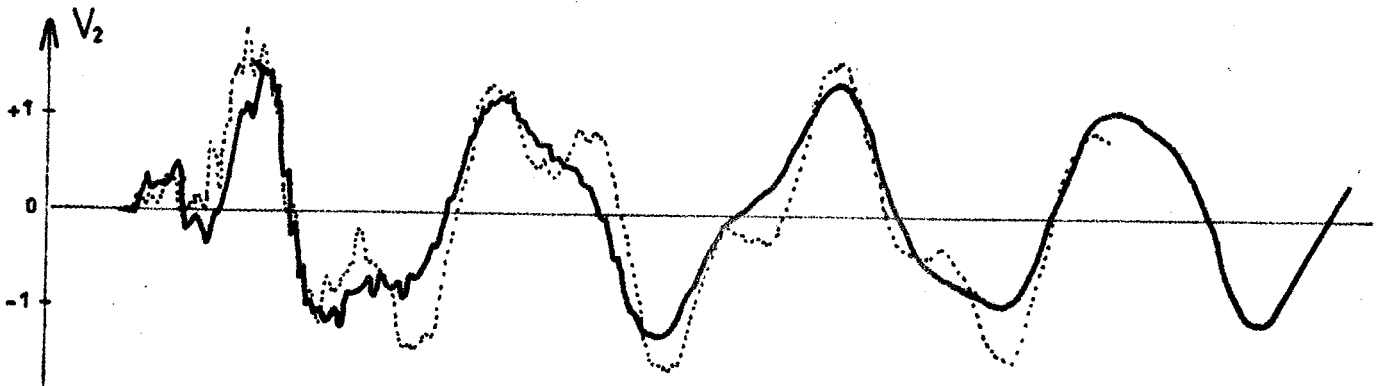
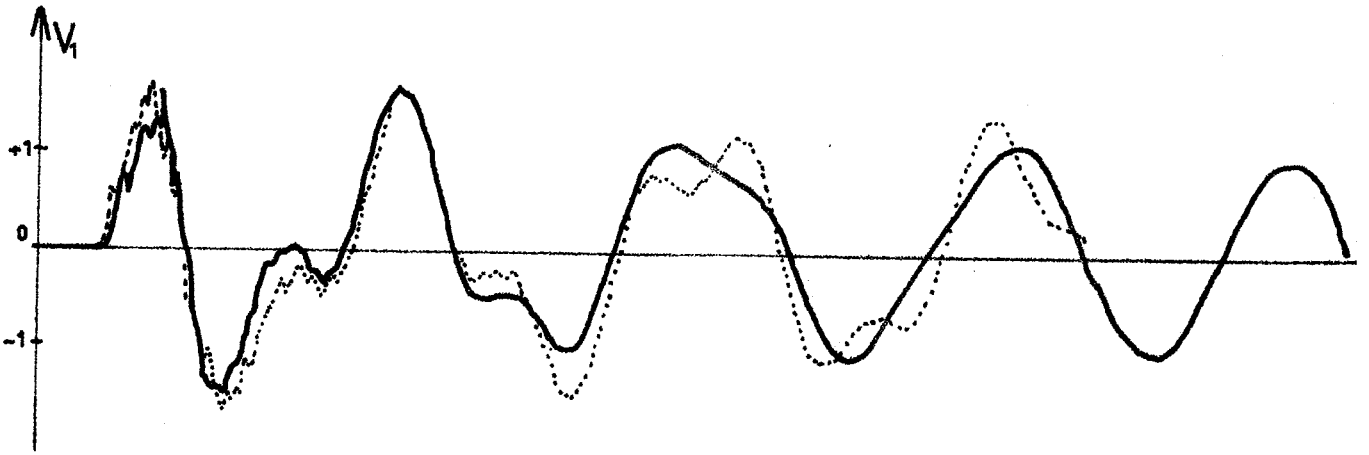
c) Lignes :

les caractéristiques, adaptées à notre méthode numérique, sont les suivantes :

$r_+ = 0,050 \Omega/\text{km}$	$r_- = 0,045 \Omega/\text{km}$	$r_o = 2,3 \Omega/\text{km}$
$l_+ = 1,07 \text{ mH}/\text{km}$	$l_- = 0,98 \text{ mH}/\text{km}$	$l_o = 2,7 \text{ mH}/\text{km}$
$c_+ = 10,7 \text{ nF}/\text{km}$	$c_- = 11,4 \text{ nF}/\text{km}$	$c_o = 6,8 \text{ nF}/\text{km}$

Essai réel sur réseau: —

Méthode numérique :



.10 ms .

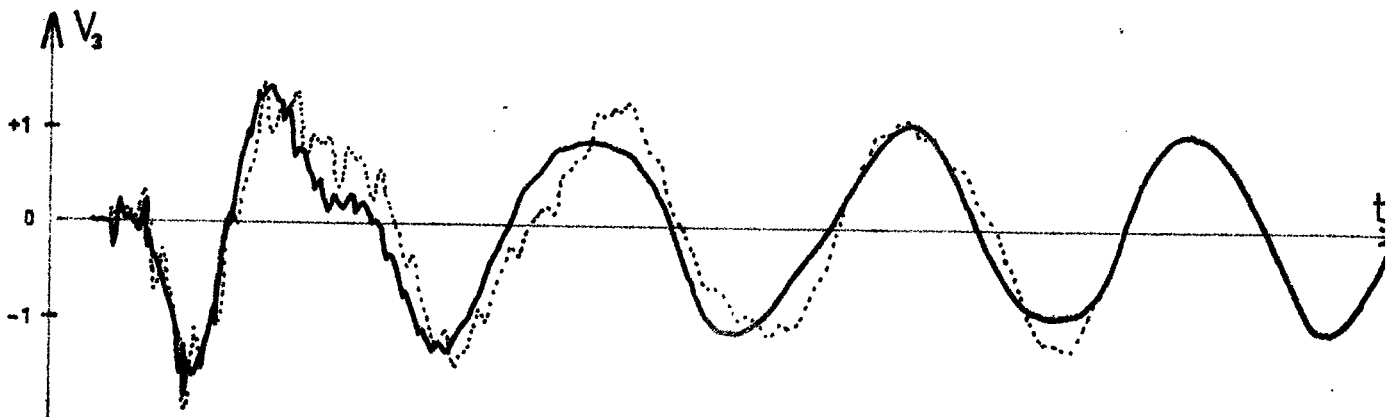
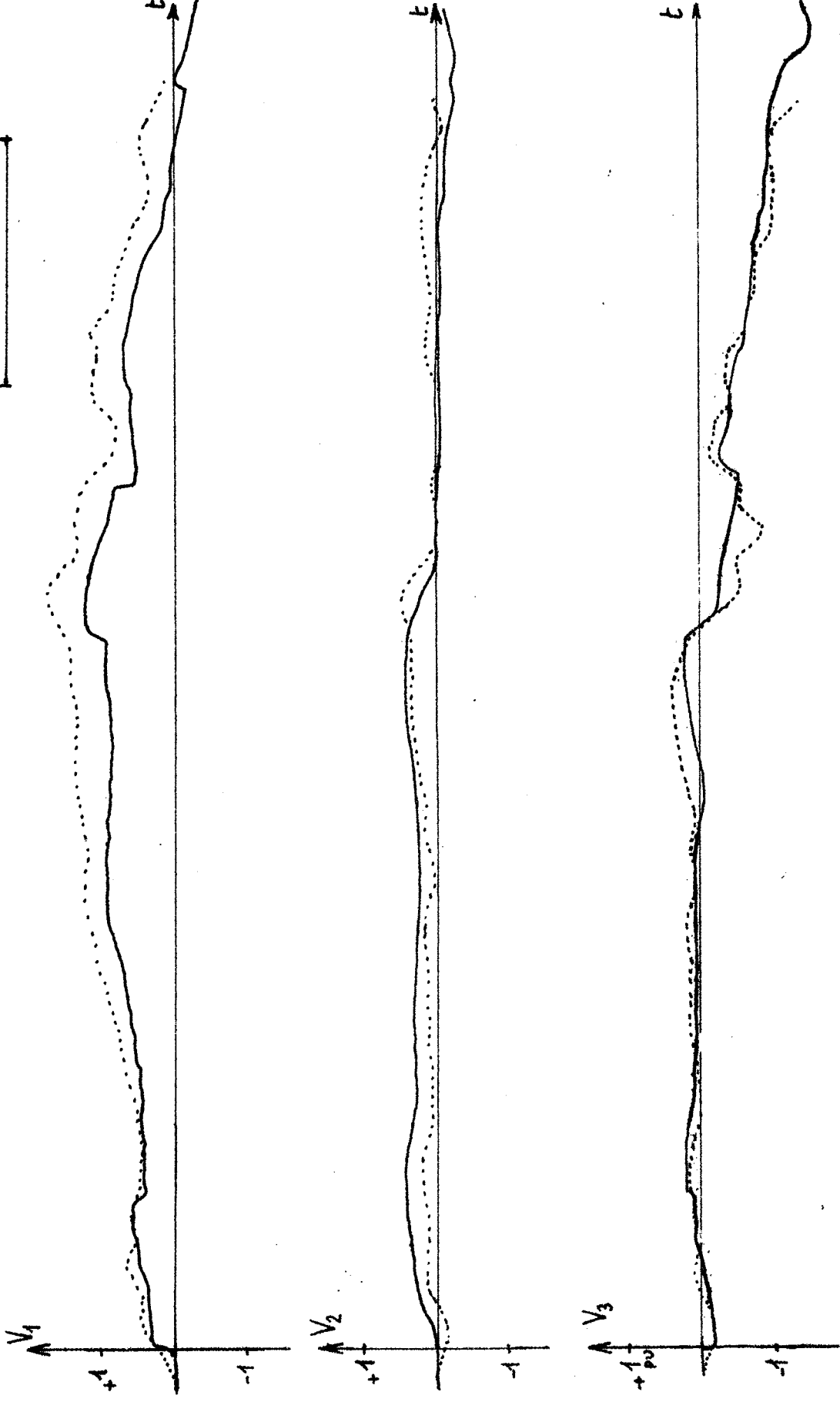


Fig. IV A-1

1 ms



Essai réel sur réseau : —
Méthode Numérique :

Les courbes obtenues en LM, extrémité réceptrice de la ligne à vide, sont comparées à la figure IV-A-1 ($\Delta t = 10^{-4}$ s), pendant les 80 premières millisecondes, et à la figure IV-A-2 ($\Delta t = 5.10^{-5}$ s) pour les premières millisecondes.

Conclusion :

Les courbes que nous avons obtenues présentent une assez bonne similitude avec les relevés expérimentaux. Néanmoins, nous constatons certaines différences, d'une part sur les formes d'ondes, d'autre part sur les valeurs maximales. Ces écarts s'expliquent par diverses raisons :

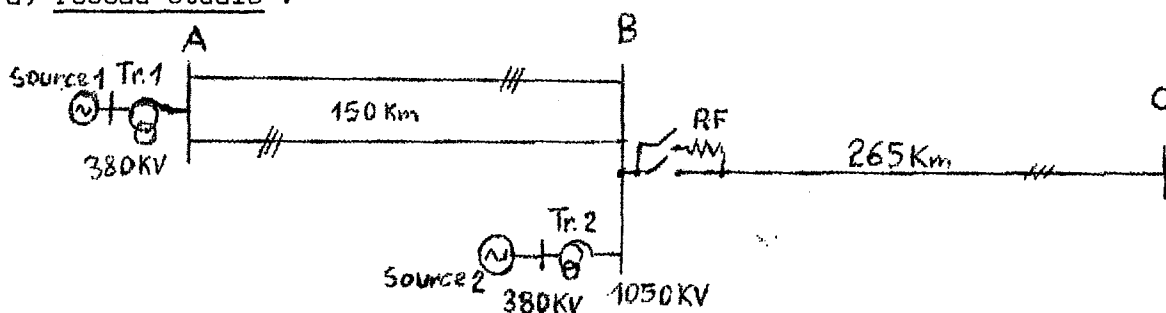
- + dans notre méthode, nous ne tenons pas compte de la variation des paramètres des lignes, avec la fréquence des ondes qui les parcourent; en effet, nous calculons traditionnellement les caractéristiques linéiques pour une fréquence moyenne de 1000 à 1500 Hz, qui est la fréquence moyenne prépondérante du régime transitoire de la ligne.
- + ensuite, le traitement par ordinateur nous impose une discrétisation de la ligne, ce qui, ajouté au fait que nous prenons les mêmes valeurs moyennes des constantes linéiques pour l'ensemble des lignes, implique une représentation non rigoureusement exacte des lignes réelles.
- + enfin, et surtout, il est particulièrement difficile de définir, avec une bonne approximation, l'état complet d'un réseau complexe à un instant précis donné, et principalement les puissances de court-circuit à chaque jeu de barres, c'est-à-dire les inductances et capacités des générateurs pris équivalents à l'ensemble des systèmes d'alimentation; ce fait est relativement important, parce que les régimes transitoires sont très sensibles à une faible variation des inductances caractérisant les générateurs. .

IV - B. COMPARAISONS AVEC DES ESSAIS SUR ANALYSEUR TRANSITOIRE.

IV - B. 1) Essai n° 1

Dans le cadre d'études du groupe de travail 13-05 de la CIGRÉ (Conférences Internationales des Grands Réseaux Electriques), un essai d'enclenchement sur un réseau-test fictif à Ultra Haute Tension, a été proposé à diverses équipes de recherche à la fin de l'année 1971. Des essais ont alors été effectués, et notamment au CESI (Centro Elettrotecnico Sperimentale Italiano, Milano), qui nous a très aimablement fourni des oscillogrammes enregistrés sur analyseur transitoire de réseau (document CIGRE 13-71 (WG.05)30). Nous présentons ci-dessous des comparaisons entre ces résultats et les courbes que nous avons obtenues par nos programmes de calcul.

a) réseau étudié :



+ sources 1 et 2 : puissance de court-circuit $P_{sc} = 30 \text{ GVA}$ à 380 KV

$$X_0/X_1 = 1$$

+ transformateurs 1 et 2 : 2 x 2000 MVA $X_{H-L} = 12\%$; $X_{H-T} = 32\%$;

$$X_{L-T} = 20\% ; \quad (\text{référence } 2000\text{MVA})$$

+ le disjoncteur est équipé d'un étage de résistances de fermeture

$$RF = 300 \Omega$$

Instants d'enclenchement :

phase 1	41°30'	167°30'
phase 2	102°	229°30'
phase 3	102°	228°30'

+ ligne : la configuration moyenne de la ligne fictive à 1050 KV était donnée par ailleurs. La ligne à enclencher comportait des charges résiduelles, définies en p.u. de $\sqrt{\frac{2}{3}}$. 1050 KV :

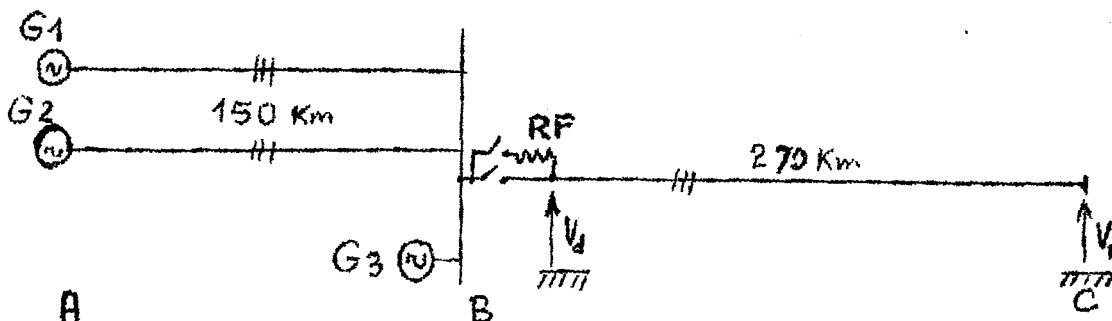
phase 1 = - 1

phase 2 = + 1

phase 3 = + 1

b) réseau simulé sur ordinateur :

Pour simplifier le calcul, nous avons remplacé la source 1 et les deux lignes parallèles de 150 km par deux sources de puissance moitié reliées chacune à une seule ligne de 150 km. Nous obtenons alors le réseau suivant, strictement équivalent du point de vue électrique puisqu'il n'existait aucune interaction entre les deux lignes parallèles :



+ générateurs

G_1 et G_2 :	$R = 3 \Omega$	$L = 500 \text{ mH}$	$C = 0,5 \mu\text{F}$
G_3 :	$R = 1,5 \Omega$	$L = 250 \text{ mH}$	$C = 1 \mu\text{F}$

+ lignes 1050 KV : nous avons pris comme caractéristiques d'une ligne non transposée les valeurs suivantes :

r_+ = 0,055 Ω/km	r_- = 0,047 Ω/km	r_0 = 2,50 Ω/km
l_+ = 0,88 mH/km	l_- = 0,79 mH/km	l_0 = 2,32 mH/km
C_+ = 13,3 nF/km	C_- = 14,5 nF/km	C_0 = 9 nF/km

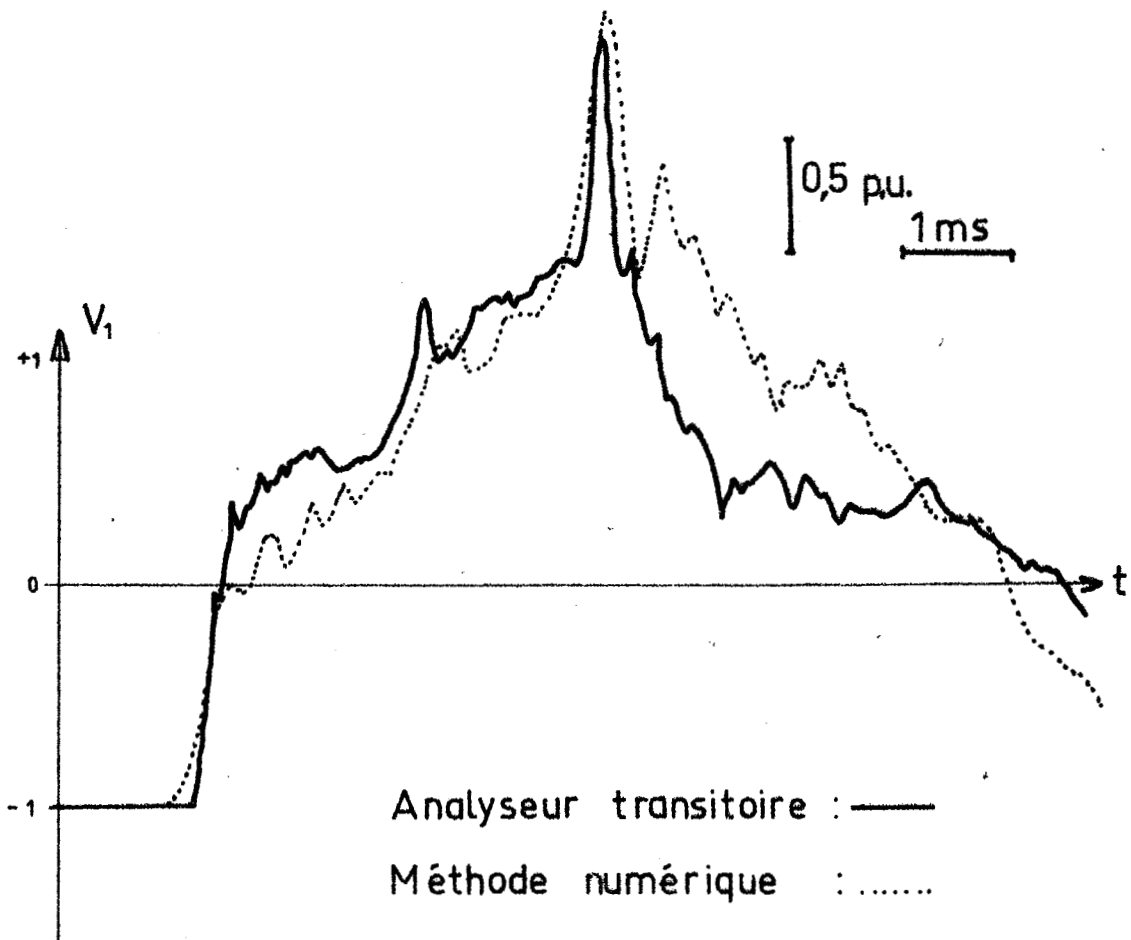
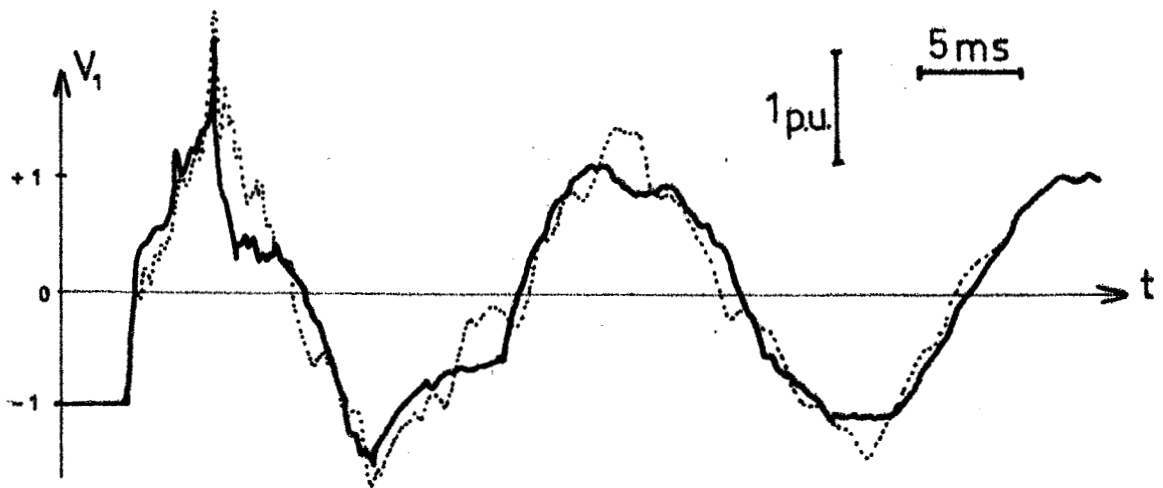
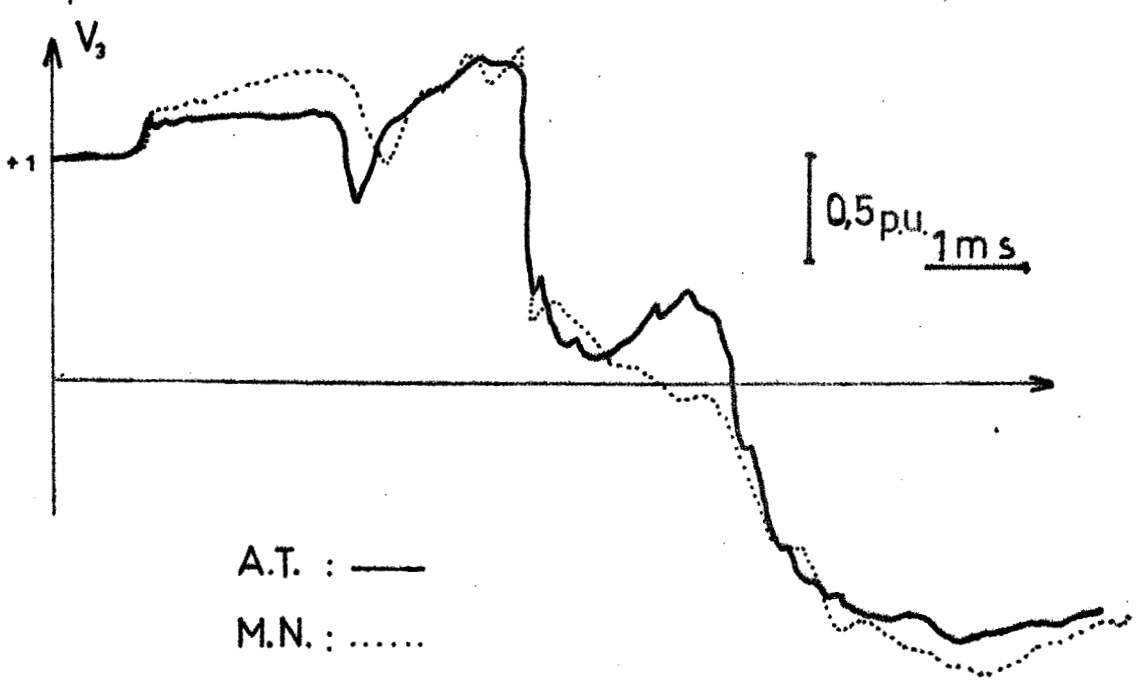
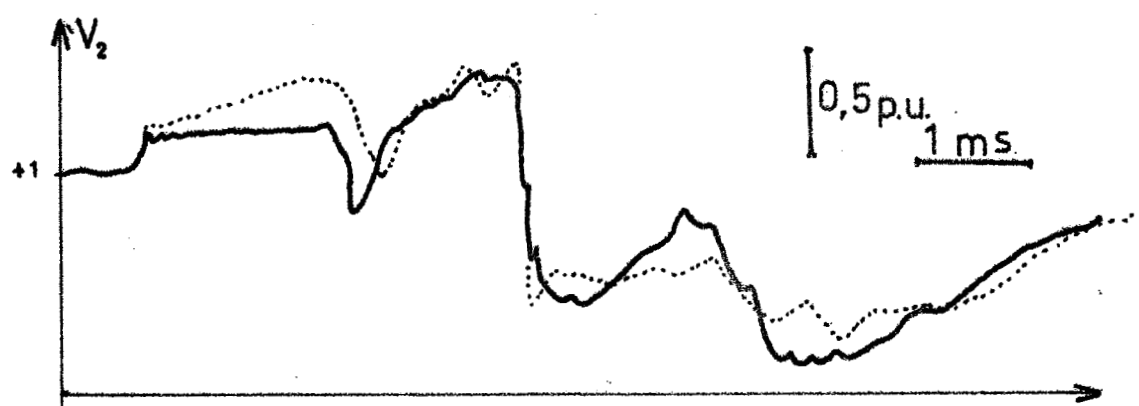
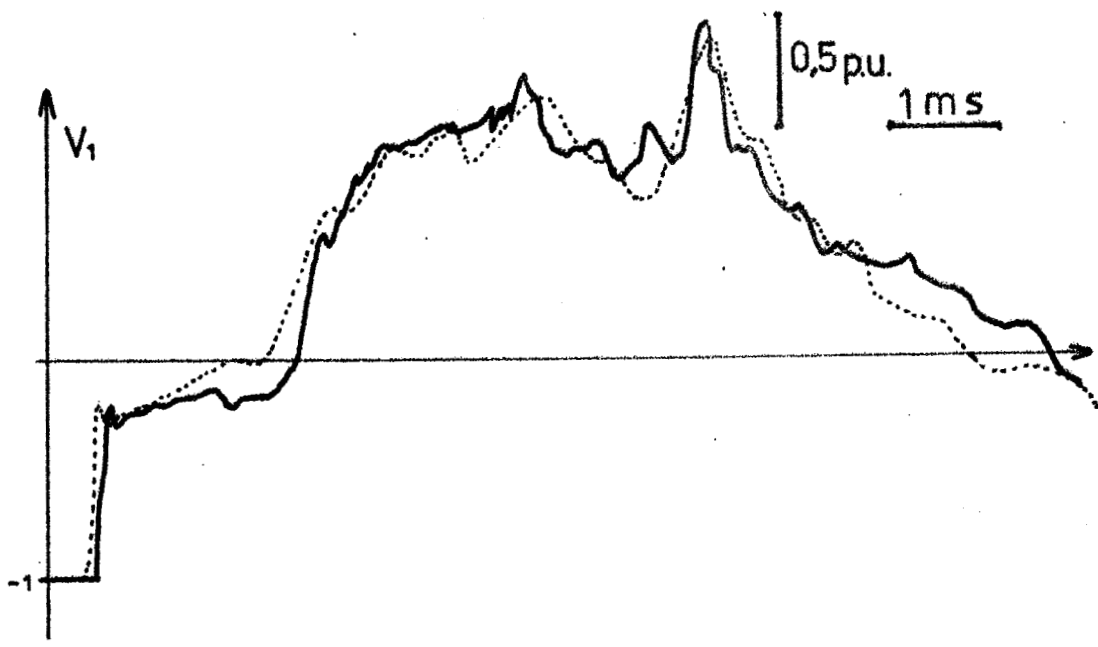


Fig. IV B4



A.T. : —
M.N. :

Fig. IV B-2

+ instants d'enclenchement, en millisecondes, pour $\Delta t = 10^{-4}$ s et
 $\Delta x = 15$ km :

$t_1 = 2,3$ ms	$t'_1 = 9,3$ ms
$t_2 = 5,7$	$t'_2 = 12,8$
$t_3 = 5,7$	$t'_3 = 12,7$

Nous présentons, à la figure V-B-1, une comparaison entre les courbes que nous avons calculées et les oscillogrammes relevés sur analyseur transitoire, pour la tension simple entre la phase 1 et la terre à l'extrémité réceptrice de la ligne connectée, c'est-à-dire au point C; la courbe inférieure est un agrandissement des 10 premières millisecondes de la courbe supérieure. A la figure V-B-2, on peut comparer les tensions simples obtenues sur les trois phases à l'extrémité génératrice de la même ligne; c'est-à-dire au point B.

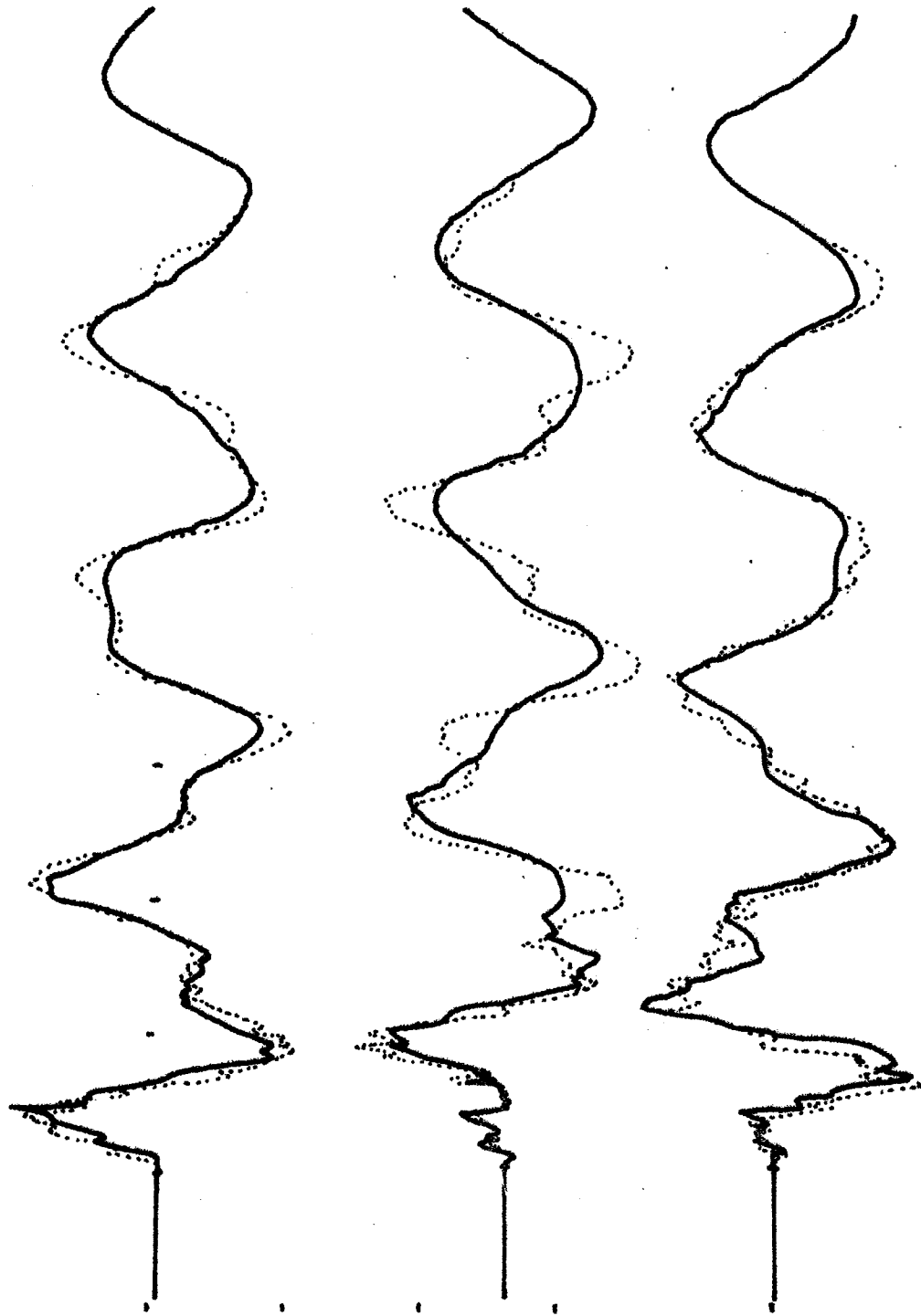
Conclusion :

La concordance entre la simulation analogique et notre méthode numérique de calcul est satisfaisante, surtout si l'on tient compte du fait que nous avons étudié des lignes non transposées, c'est-à-dire assymétriques, alors que les oscillogrammes dont nous disposons sont relatifs à une configuration de lignes analogues mais entièrement symétriques.

IV - B. 2) Essai n° 2 :

Nous considérons à nouveau l'essai effectué sur le réseau français à 400 KV.

Une simulation analogique sur analyseur transitoire a été effectuée par le service des Etudes et Recherches de l'EDF. C'est une comparaison entre ces oscillogrammes et nos résultats numériques que nous présentons à la figure IV-B-3. Bien que présentant quelques différences sensibles, notamment pour les valeurs maximales et pour des vitesses de propagation légèrement différentes, les courbes que nous avons obtenues semblent parfaitement acceptables pour simuler les phénomènes transitoires.



Analyseur transitoire : —

Méthode numérique :

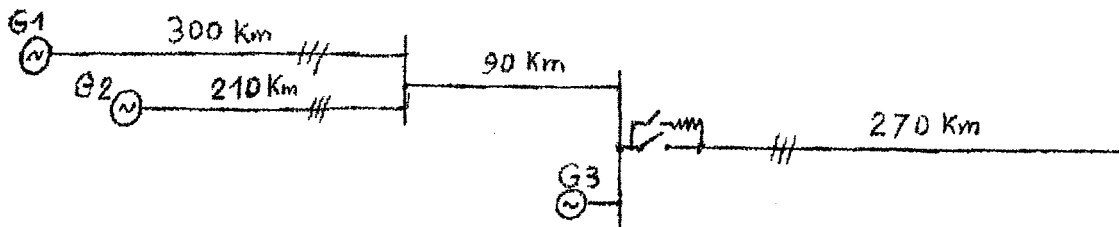
Fig. IV B-3

IV - C. JUSTIFICATION DE LA REPRESENTATION EXACTE D'UN RESEAU COMPLEXE.

Nous terminerons ce chapitre de présentation de résultats par un essai justifiant la nécessité de représenter assez fidèlement le réseau "amont" d'alimentation d'un jeu de barres lors de la manoeuvre d'une ligne à vide à partir de ce point.

a) A cet effet, nous avons considéré le réseau schématisé ainsi :

(réseau A)



Les valeurs numériques prises en considération sont les suivantes :

+ générateurs :

G_1	$R = 0,06 \Omega$	$L = 75 \text{ mH}$	$C = 50 \text{ nF}$
G_2	$R = 0,055 \Omega$	$L = 62 \text{ mH}$	$C = 50 \text{ nF}$
G_3	$R = 0,10 \Omega$	$L = 209 \text{ mH}$	$C = 50 \text{ nF}$

+ lignes :

$r_D = r_I = 0,03 \Omega/\text{km}$	$r_o = 0,8 \Omega/\text{km}$
$l_D = l_I = 0,6 \text{ mH/km}$	$l_o = 2 \text{ mH/Km}$
$C_D = c_I = 11,0 \text{ nF/Km}$	$c_o = 9 \text{ nF/km}$

+ disjoncteur : un seul étage de résistances de fermeture $R_F = 300 \Omega$

les instants d'enclenchement sont, en millisecondes :

$t_1 = 5,0$	$t'_1 = 10,0$
$t_2 = 7,0$	$t'_2 = 12,0$
$t_3 = 8,5$	$t'_3 = 11,5$

La ligne à connecter comporte les charges résiduelles suivantes, en p.u. :

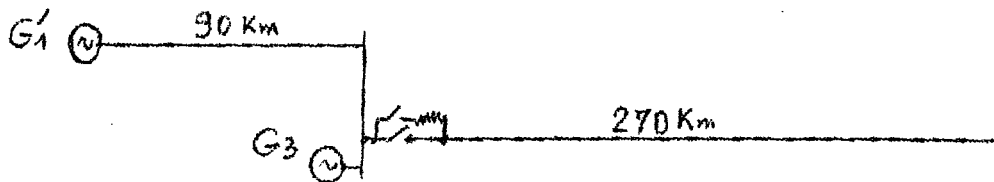
phase 1 = -1

phase 2 = +1

phase 3 = +1

b) Nous avons effectué le même essai, dans les mêmes conditions, mais en remplaçant les générateurs G_1 et G_2 , ainsi que les lignes auxquelles ils sont connectés, par un seul et unique générateur, G'_1 , obtenant alors le réseau suivant :

(réseau B)



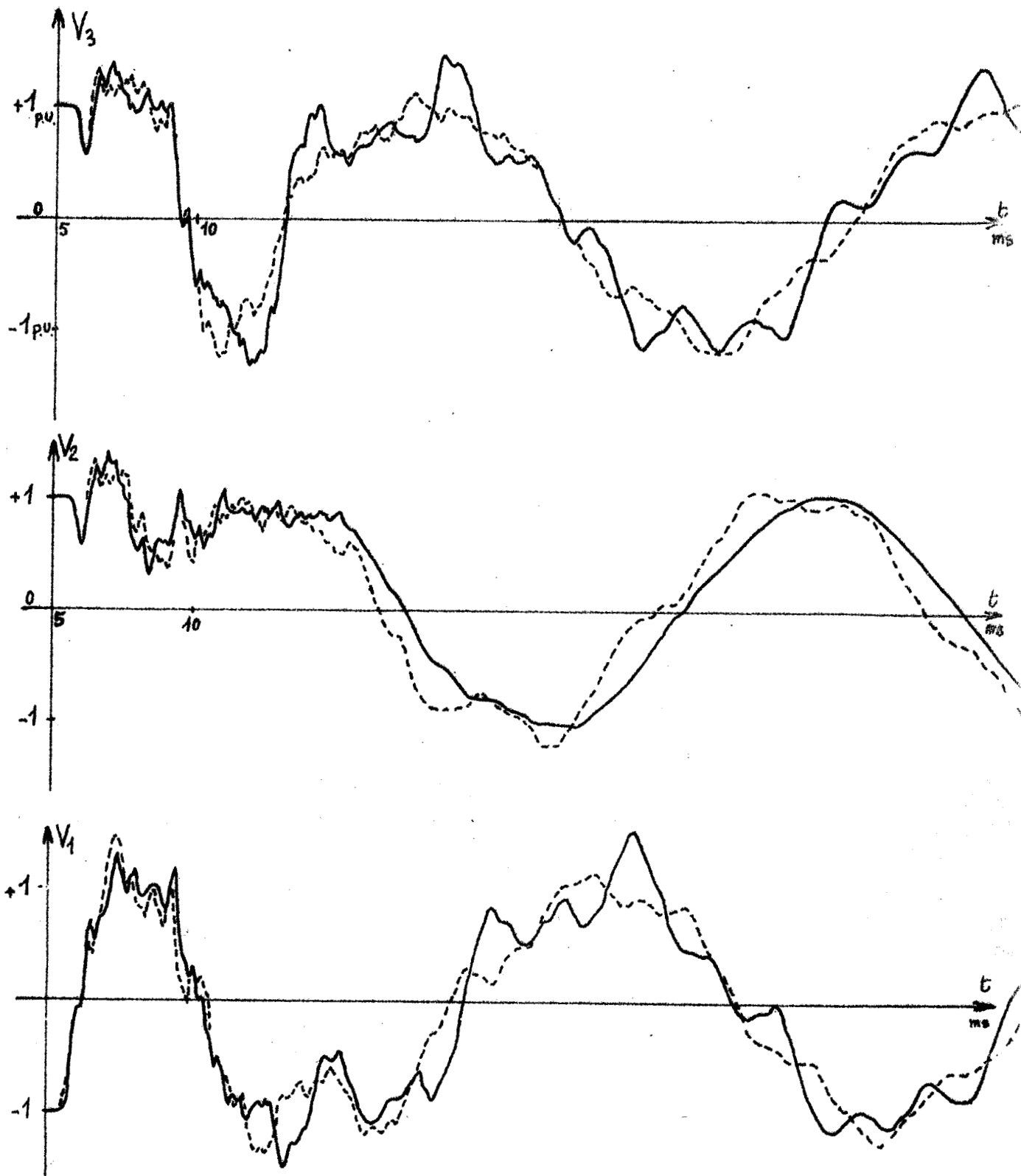
Le générateur équivalent G'_1 a pour caractéristiques :

$$G'_1 : R = 1 \Omega \quad L = 110 \text{ mH} \quad C = 0,1 \mu\text{F}$$

Les autres valeurs numériques sont inchangées.

c) Nous présentons à la figure IV-C-1 les tensions simples à l'extrémité réceptrice de la ligne mise sous tension, et à la figure IV-C-2 les tensions simples à l'extrémité génératrice de cette même ligne.

Nous constatons ainsi des différences sensibles entre les phénomènes transitoires des réseaux A et B, et notamment l'apparition dans le réseau B d'un régime transitoire, inexistant dans le réseau, qui correspond à une fréquence d'oscillation du système à constantes localisées équivalent à la source.



Tensions en fin de ligne { 2 noeuds : —
 1 noeud equivalent : - - - -

Fig. IV C-1

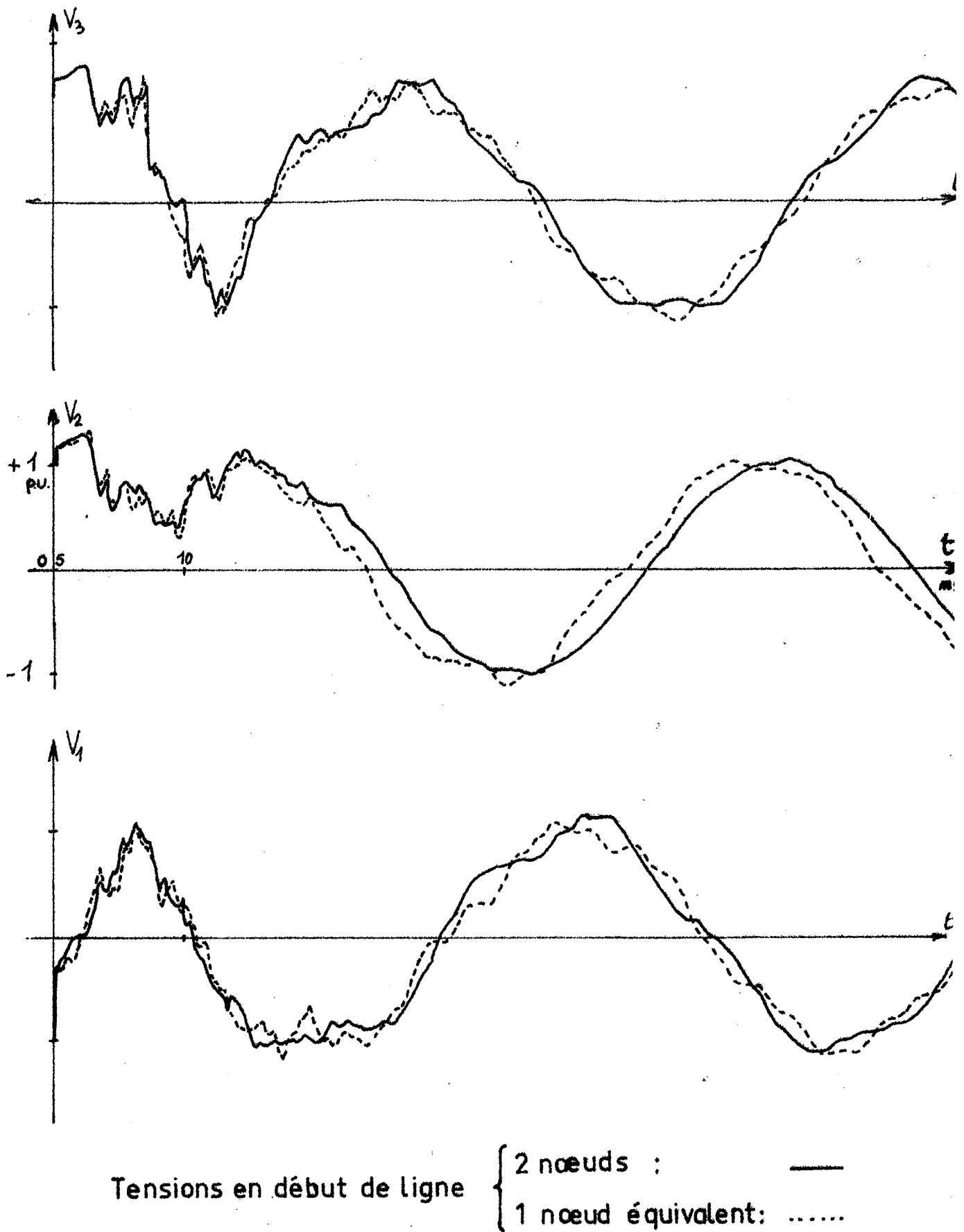


Fig. IV C-2

CONCLUSION

Les comparaisons que nous venons d'effectuer entre notre méthode numérique d'une part, et des essais sur réseau ou sur analyseur d'autre part, paraissent prouver l'exactitude de la théorie utilisée et la fiabilité des programmes de calcul que nous avons élaborés. En effet, il existe une bonne similitude entre nos courbes obtenues par ordinateur et les oscillogrammes expérimentaux ou analogiques; néanmoins, il apparaît certaines différences, mais nous pensons qu'elles proviennent beaucoup plus d'une définition incomplète de l'ensemble des données des problèmes étudiés que d'une inexactitude systématique. C'est ainsi que la connaissance très approximative des puissances de court-circuit aux divers jeux de barres d'un réseau en essai peut entraîner des écarts très importants sur les régimes transitoires ainsi déterminés; de même, la non-représentation de la variation des constantes linéiques en fonction de la fréquence implique certains écarts sur les courbes calculées.

Cependant, et compte tenu des restrictions précédentes, nous pouvons affirmer que notre méthode numérique de calcul des phénomènes transitoires dans les réseaux complexes représente un réel progrès par rapport à la plupart des méthodes numériques actuellement opérationnelles; de ce fait, elle se place alors au-dessus des analyseurs transitoires de réseau dans un certain nombre de domaines, tant d'un point de vue scientifique qu'économique, grâce à sa souplesse d'application, son coût d'utilisation réduit, et sa fiabilité.

CHAPITRE V

ESSAI D'UNE METHODOLOGIE D'UTILISATION DE NOS PROGRAMMES DE CALCUL

Jusqu'à maintenant, nous avons procédé de la manière suivante : partant d'un problème existant réellement, surtensions de manoeuvre sur une ligne longue triphasée, par exemple, nous avons défini et mis au point une méthode d'étude de ce régime transitoire, puis nous l'avons traduite en programme de calcul sur ordinateur, et enfin nous avons estimé l'approximation des résultats obtenus par rapport aux valeurs réelles. Ainsi, une série de programmes opérationnels a été créée, qui permet d'analyser la majorité des réseaux en Très Haute Tension ou Ultra Haute Tension. Or, ces outils d'analyse paraissent assez puissants, et l'emploi que nous en avons fait jusqu'à présent est, somme toute, limité à des cas importants mais particuliers. Il convient maintenant de procéder d'une méthodologie inverse, c'est-à-dire que nous allons rechercher comment nous pouvons adapter et appliquer nos programmes de calcul à l'étude de divers phénomènes transitoires dans les réseaux de transport d'énergie. Pour cela, nous allons étudier quelques cas réels importants, autres que les surtensions de manoeuvre, ce qui nous permettra d'apprécier l'adaptativité de notre méthode et de nos programmes de calcul à des problèmes très divers.

V - A. ETUDE TRANSITOIRE DE DEFAUTS EN LIGNE :

Lors de la conception ou du choix d'un disjoncteur, il est nécessaire de déterminer son pouvoir de coupure. Mais, il est souvent utile de connaître la forme et les caractéristiques des ondes de tension et d'intensité durant les premiers instants d'apparition d'un défaut aux bornes-mêmes de l'appareil ou en un point quelconque de la ligne alimentée. De plus, cette étude peut être très utile pour le calcul des caractéristiques optimales des relais de déclenchement et de réenclenchement rapide. C'est pourquoi il nous a paru intéressant d'adapter nos programmes de calcul à la détermination de phénomènes transitoires résultant de l'apparition d'un défaut en ligne.

V - A. 1) Adaptation des programmes :

Notre méthode est basée sur la résolution au jeu de barres de manoeuvre d'un système linéaire d'équations entre les accroissements ΔU et ΔW des différentes lignes convergeant en ce point. Pour conserver ce procédé, nous avons eu l'idée d'assimiler le défaut à une ligne triphasée à vide de longueur nulle, et le lieu d'apparition de ce défaut à un jeu de barres supplémentaire du réseau, scindant ainsi la ligne en défaut en 2 tronçons. A l'instant d'apparition du défaut, pris comme origine des temps, nous fermons simultanément les trois phases de ce jeu de barres fictif, connectant ainsi directement le défaut à la ligne de transport, et nous étudions le comportement transitoire de l'ensemble du réseau (figure V-A1). Il est bien entendu que les constantes kilométriques des lignes considérées ici ne sont pas les mêmes que celles que nous prenions pour les calculs de surtensions de manoeuvres, parce que les fréquences des phénomènes transitoires sont nettement plus basses lors de l'apparition d'un défaut. Cette constatation nous permet aussi de choisir des pas de temps plus grands, ce qui réduit ainsi le coût des essais sur calculateur numérique.

Nous ne retenons que des défauts purement résistifs, ce qui est suffisant pour la présente analyse; mais d'autres cas, inductifs, capacitifs ou une combinaison de ces derniers, pourront être aisément envisagés.

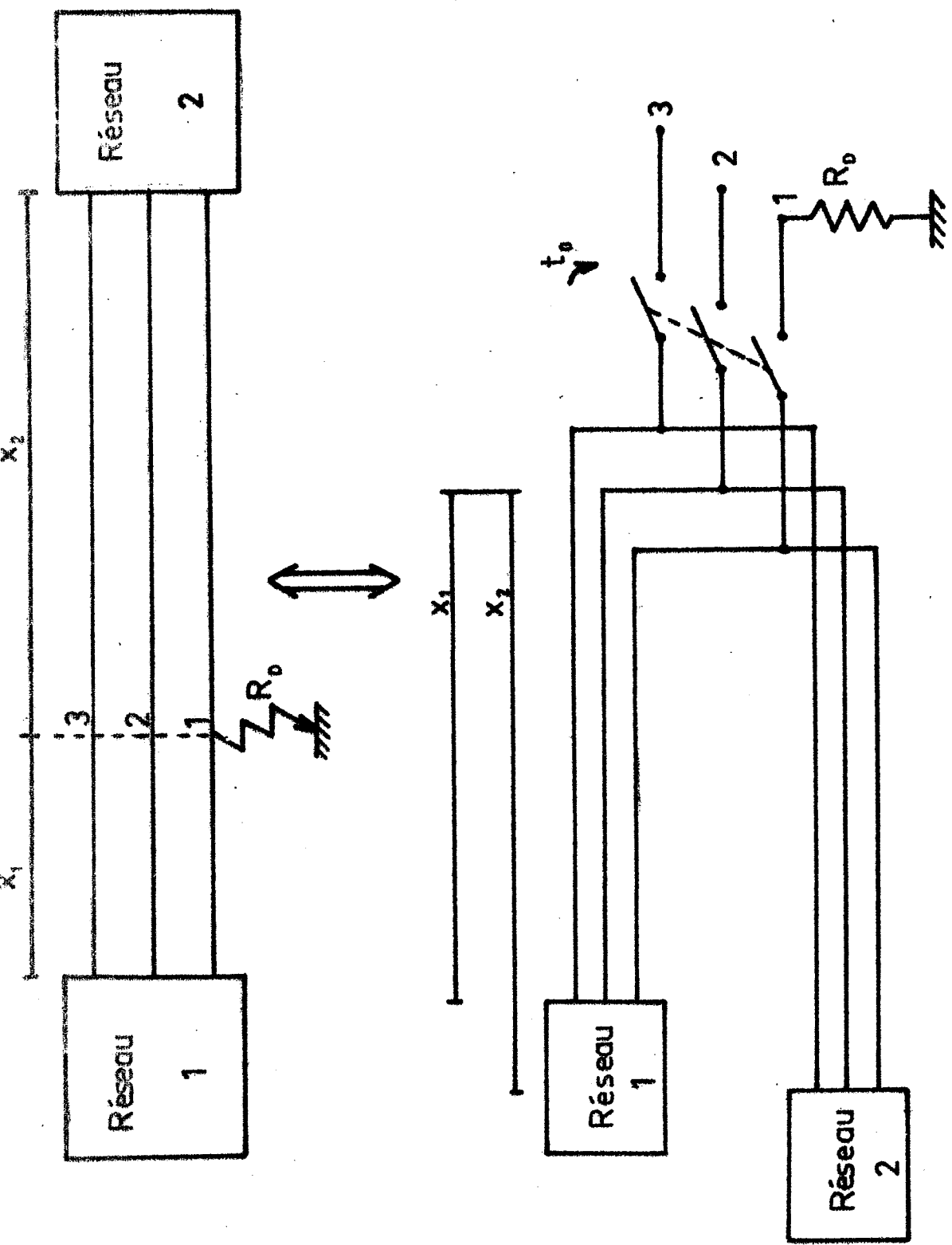


Figure V-A1

V - A. 2) Simulation du défaut :

Nous assimilons donc le défaut à une ligne triphasée de longueur nulle, de mêmes caractéristiques que la ligne étudiée. Nous n'étudions que deux cas particuliers de défauts : a) résistance R_C entre la phase 1 et la terre. b) résistance R_C entre la phase 2 et la phase 3.

Nous prendrons aussi en considération le cas d'un court-circuit franc, pour lequel $R_C = 0$.

Tous les autres défauts résistifs étant des combinaisons de ces deux cas, nous avons estimé suffisant de nous limiter à ces essais, qui montrent la fiabilité de nos programmes dans ce domaine des défauts en ligne.

La méthode de Double Balayage est basée sur l'existence d'une relation linéaire entre les vecteurs de modes en un point de la ligne considérée. Nous allons donc déterminer cette relation pour la ligne représentant le défaut.

Comme à l'accoutumée, nous écrivons sous forme matricielle les équations du défaut reliant les vecteurs tension et intensité :

$$V-A21 \quad A.V. \approx B.I.$$

Par exemple, dans le cas d'une résistance R branchée entre la phase 1 et la terre, les équations du défaut :

$$\begin{cases} V_1 = RI_1 \\ I_2 = 0 \\ I_3 = 0 \end{cases}$$

nous donnent les matrices A et B de l'équation V-A.21 :

$$V-A22 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} R & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dans le cas d'une résistance R' connectée entre les phases 2 et 3, ces matrices s'écrivent :

V-A23

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -R' \end{pmatrix}$$

Remarquons que la matrice B est toujours inversible, sauf quand la résistance est nulle.

Nous transformons alors la relation linéaire V-A21 entre les vecteurs V et I en une autre relation entre les vecteurs de mode U et W , à l'aide du système II-B20. T étant la transformation normale, et Y la matrice d'admittance caractéristique de la ligne, nous obtenons la nouvelle équation traduisant le défaut, à l'instant $n.\Delta t$:

$$T^{-1}.AT.(U^n + W^n) - T^{-1}.B.T.Y.(-U^n + W^n) = 0$$

nous mettons cette équation sous la forme :

$$V-A24 \quad T^{-1}(AT + BTY).U^n = T^{-1}(BTY - AT).W^n$$

Ecrivons cette équation à l'instant $(n+1)\Delta t$ et retranchons membre à membre; compte tenu de la définition des accroissements ΔU et ΔW , nous obtenons :

$$T^{-1}(AT + BTY).\Delta U = T^{-1}(BTY - AT)\Delta W$$

La relation linéaire cherchée caractérisant la ligne de longueur nulle qui simule le défaut est donc la suivante :

$$V-A25 \quad \left\{ \begin{array}{l} \Delta U_o = E_o \cdot \Delta W_o + F_o \\ \text{avec} \\ F_o \equiv 0 \quad \text{et} \quad E_o = (AT + BTY)^{-1} \cdot (BTY - AT) \end{array} \right.$$

sous réserve que $\det(AT + BTY) \neq 0$

Nous avons effectivement calculé l'expression littérale de la matrice E_o , en fonction de Y_1 et de R , et en prenant une matrice T correspondant à une ligne symétrique; nous avons ainsi vérifié son existence pour les divers cas de défauts qui nous préoccupent.

En particulier, pour un défaut phase 1-Terre, on trouve :

$$\text{V-A26a} \quad E_{1,0} = \begin{pmatrix} d + 2Y_1 & 2Y_1 & 0 \\ 4Y_0 & d + 4Y_0 & 0 \\ 0 & 0 & d \end{pmatrix}$$

en posant $d = 3R \cdot Y_0 \cdot Y_1 - Y_1 - 2Y_0$

et pour un défaut phase 2 - phase 3, on obtient :

$$\text{V-A26b} \quad E_{2,3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2-RY_1}{2+RY_1} \end{pmatrix}$$

Ces valeurs sont obtenues après diverses simplifications, notamment une division par R . Néanmoins, l'expérience a prouvé que, par continuité, les expressions ci-dessus sont encore valables dans le cas $R = 0$.

V - A. 3) Régime transitoire, résultats :

a) Résolution :

Ayant déterminé la relation linéaire caractérisant la ligne de longueur nulle à enclencher, nous pouvons maintenant utiliser un de nos programmes de calcul adapté au réseau "amont". Dans ce programme, nous introduisons directement les matrices E_o et F_o , de la ligne à mettre sous tension, au jeu de barres de manoeuvre; les instants d'enclenchement seront identiques, et égaux à la date d'apparition du défaut. Dans le cas d'une importante série d'essais, nous serons amenés à simplifier la résolution du système d'équations linéaires au jeu de barres, décrite au chapitre II-B-4, allégeant ainsi notre programmes de calcul

La détermination du régime transitoire se fait donc ensuite d'une façon rigoureusement identique à celle de l'original du programme utilisé; bien entendu, il n'y a pas lieu de propager la relation linéaire le long de la ligne mise sous tension; les précédents organigrammes restent donc valables. De plus, dans le cas d'un défaut fugitif, il est facile de simuler sa disparition spontanée, en transformant la ligne constituant le défaut en une ligne à vide, toujours de longueur nulle; on sait qu'alors les coefficients de la relation linéaire ont pour expression :

$$F_0 \equiv 0 \quad ; \quad E_0 \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

b) Résultats :

Nous considérons le réseau schématisé figure V-A2, constitué de deux générateurs reliés par une ligne longue triphasée. Nous simulons un défaut en un point quelconque de cette ligne, le réseau étant en régime permanent. Les courbes obtenues dans les divers cas étudiés correspondent aux données suivantes :

+ Générateurs

$$G_1 : U_N = 400 \text{ KV} \quad r_0 = 2,0 \, \Omega ; \quad l_0 = 311 \text{ mH} ; \quad c_0 = 10^{-7} \text{ F}$$

$$G_2 : U_N = 400 \text{ KV} \quad r_0 = 1,5 \, \Omega ; \quad l_0 = 115 \text{ mH} ; \quad c_0 = 10^{-7} \text{ F}$$

valeurs par phase

$$\frac{X_0}{X_1} = 1$$

+ ligne (voisine des lignes à 400 KV de l'EDF)

$$\lambda = 240 \text{ km} \quad \Delta t = 10^{-4} \text{ s} \quad \Delta x = 15 \text{ km}$$

$$R_D = R_I = 0,05 \, \Omega/\text{km} \quad R_0 = 1,5 \, \Omega/\text{km}$$

$$L_D = L_I = 1,07 \text{ mH}/\text{km} \quad L_0 = 2,7 \text{ mH}/\text{km}$$

$$C_D = C_I = 10,7 \text{ nF}/\text{km} \quad C_0 = 6,8 \text{ nF}/\text{km}$$

+ défaut

localisation : à 150 km de G_1 , donc à 90 km de G_2

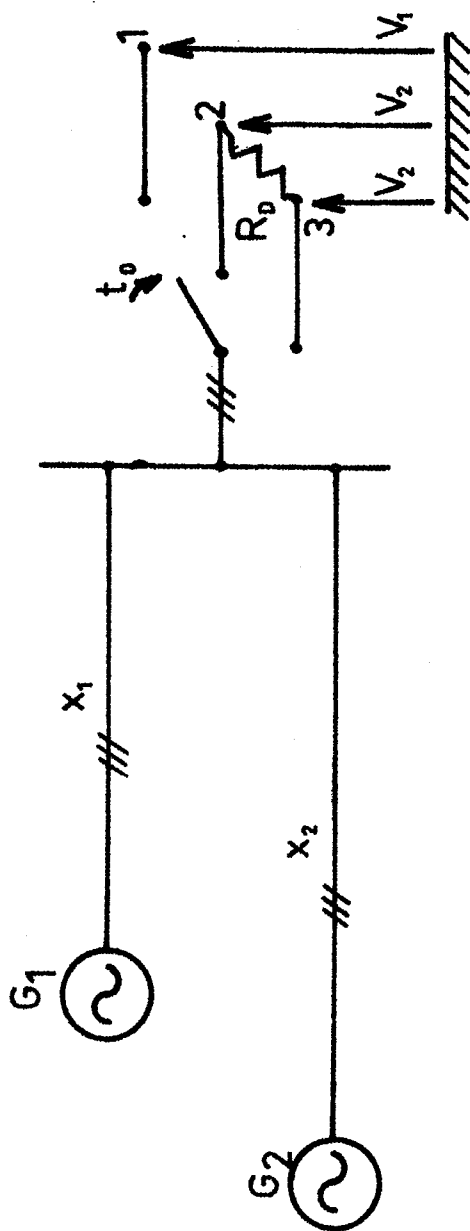
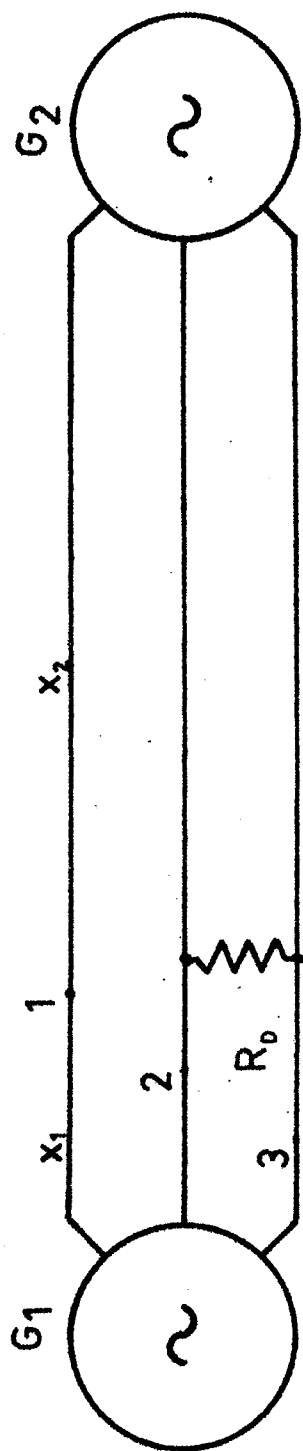


Figure V-A2

+ cas n° 1 = figure V-A3

défaut fugitif phase 1-terre ; $R = 3 \Omega$; $t_0 = + 5\text{ms}$; $t_1 = +43 \text{ ms}$;

+ cas n° 2 = figure V-A4

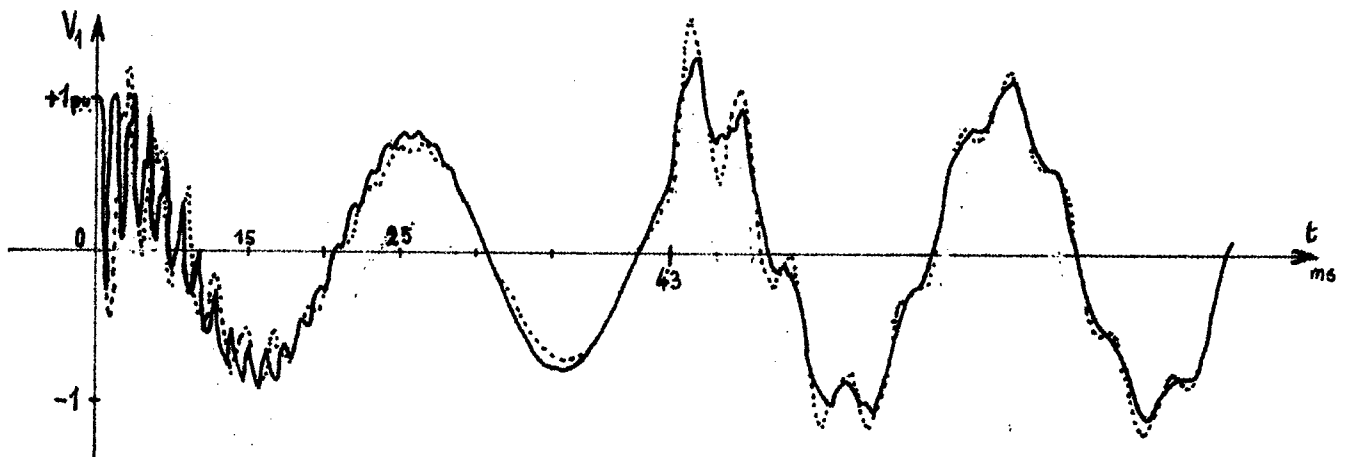
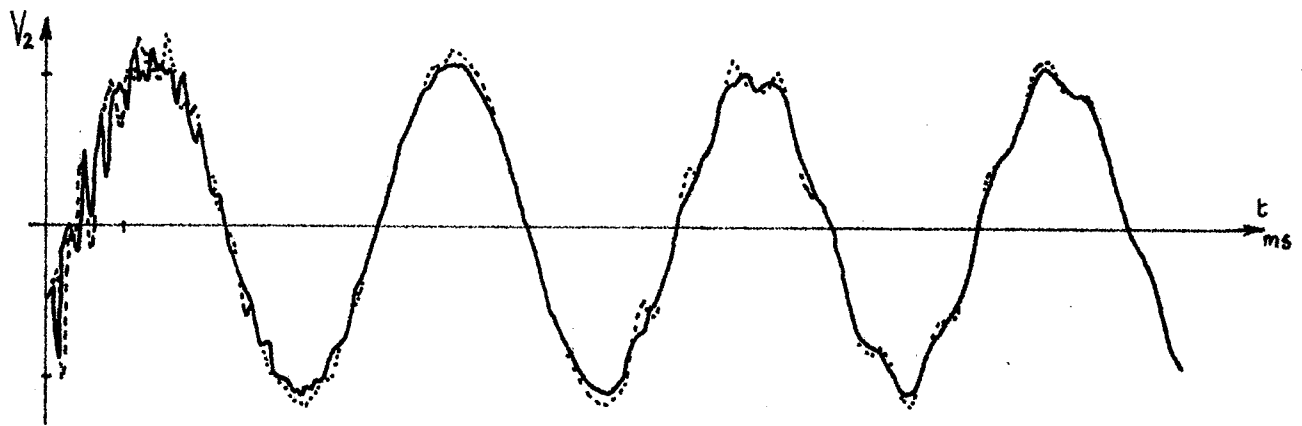
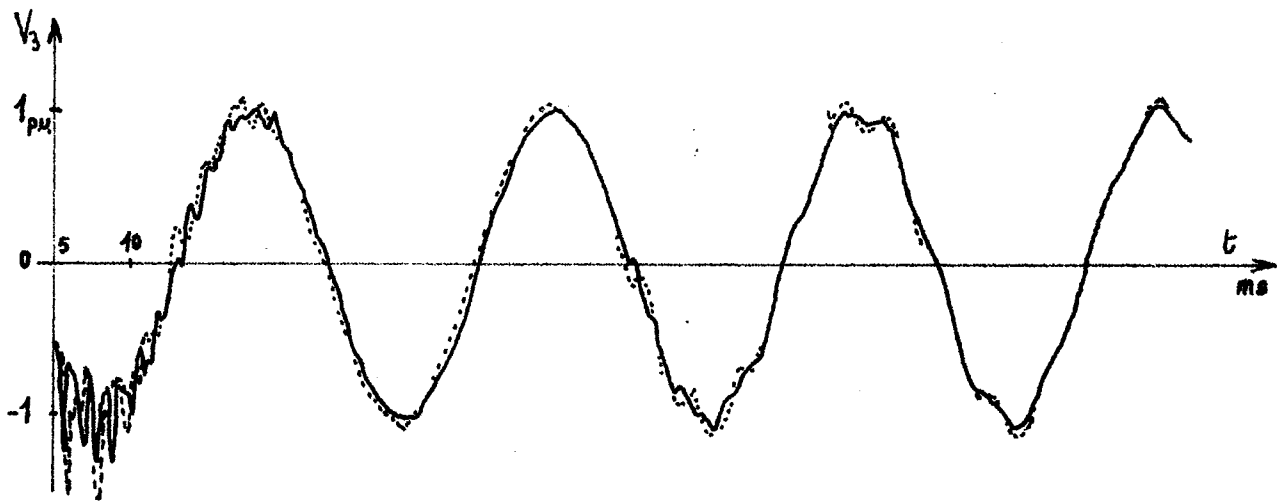
défaut permanent phase 1-terre ; $R = 5 \Omega$; $t_0 = + 5 \text{ ms}$

+ cas n° 3 = figure V-A5

défaut permanent phase 2-phase 3 ; $R = 5 \Omega$; $t_0 = + 5 \text{ ms}$

L'origine des instants d'enclenchement est prise, comme d'habitude, au dernier passage par zéro de la tension simple de la phase 1, dérivée positive, à l'endroit d'apparition du défaut. Les tensions sont exprimées en variables relatives, tandis que les résistances sont en valeurs réelles; la correspondance entre la base de tension et celle d'intensité est donc immédiate. Nous n'avons malheureusement pas eu la possibilité de comparer les résultats précédents avec des essais réels. Néanmoins, d'après les comparaisons satisfaisantes du chapitre précédent, et compte tenu de l'allure générale de ces courbes caractéristiques de défauts, nous pouvons légitimement penser que nos programmes sont assez bien habilités à traiter et analyser les divers problèmes que posent les régimes transitoires dans les réseaux lors de l'apparition de défauts en ligne.

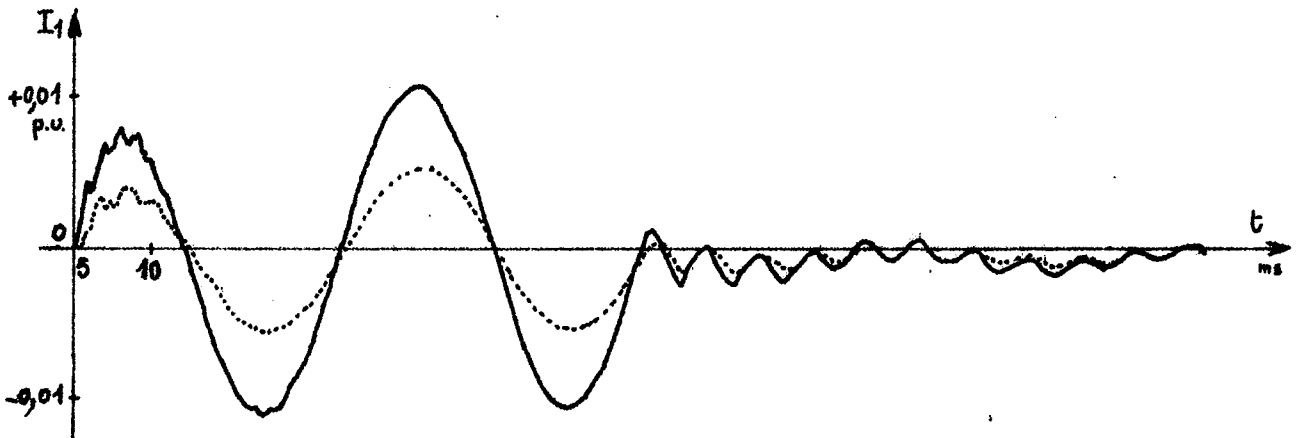
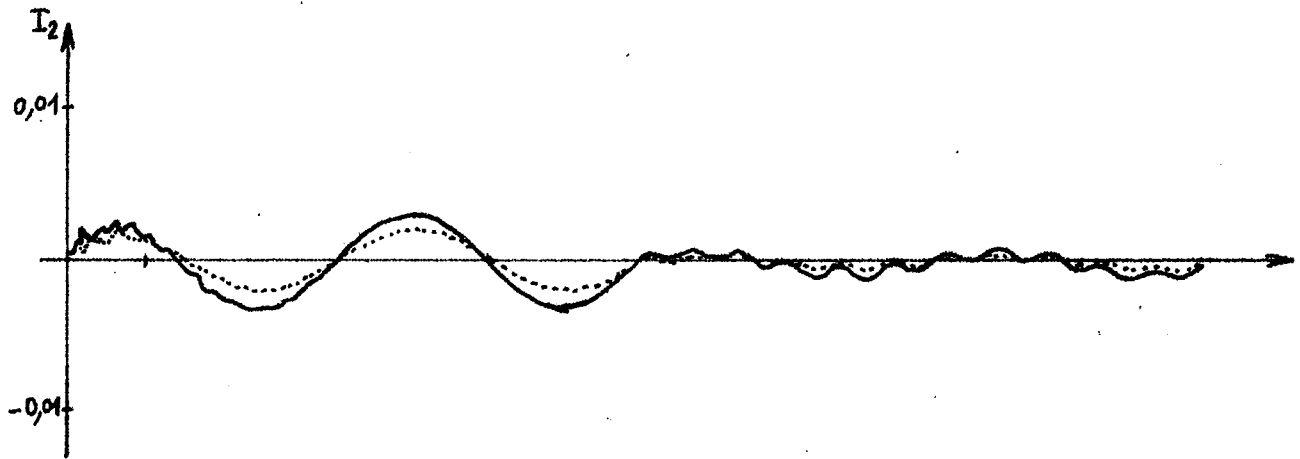
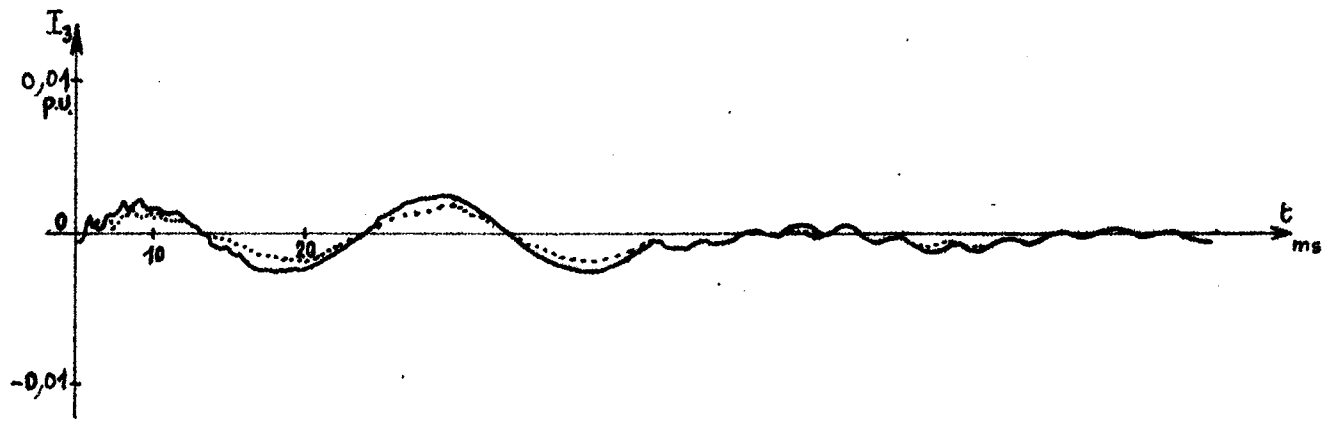
De plus, moyennant quelques modifications supplémentaires, nous pouvons envisager l'étude des tensions transitoires de rétablissement, tout au moins au-delà des premières dizaines de microsecondes.



a) Tensions aux bornes de $\begin{cases} G1: \text{---} \\ G2: \text{—} \end{cases}$

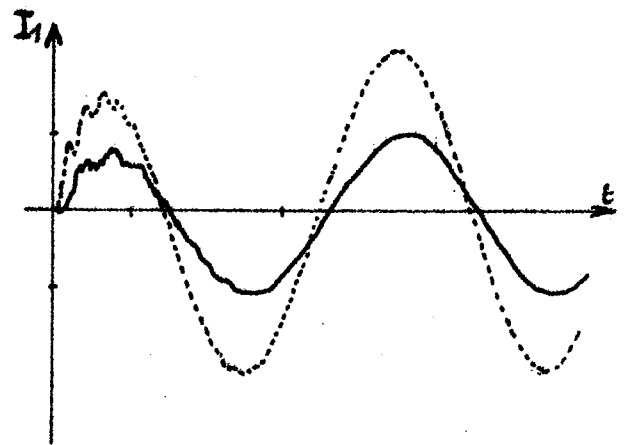
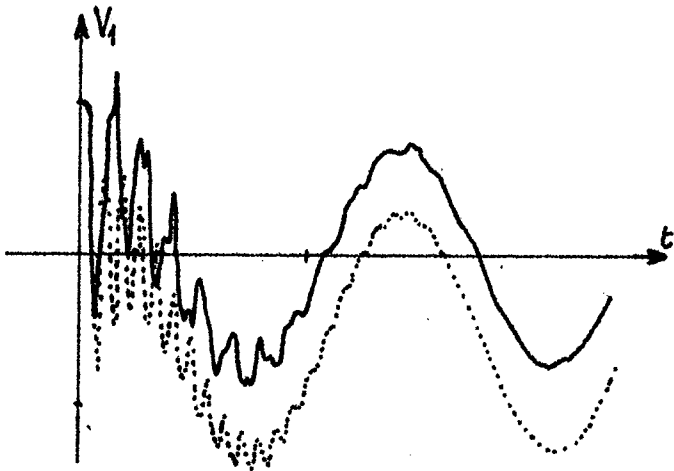
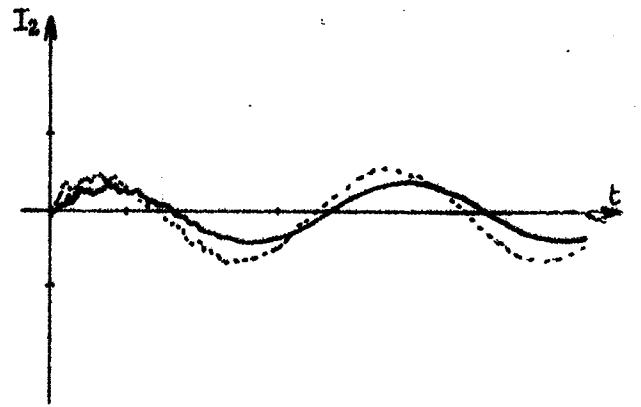
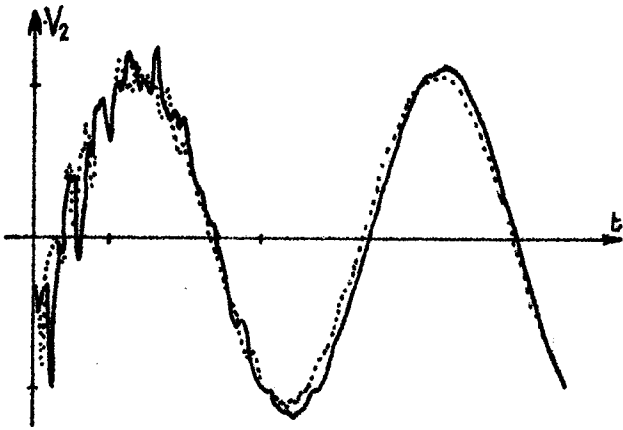
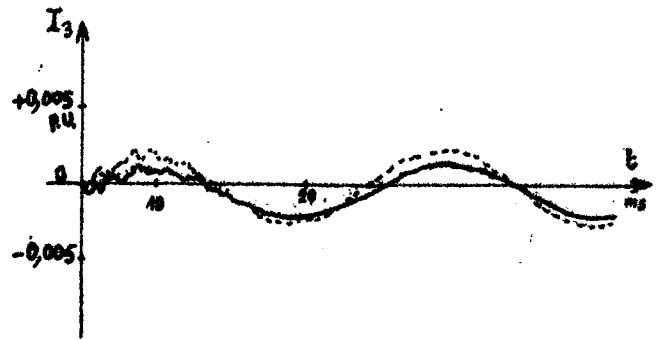
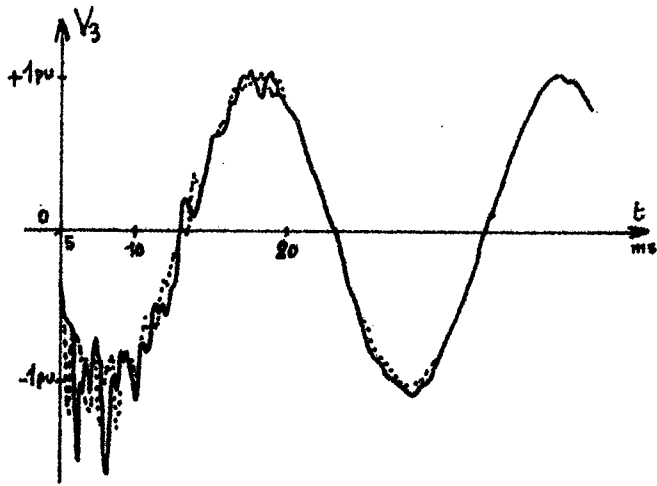
Défaut fugitif phase1-Terre $R=3 \Omega$

figure $\underline{V-A-3-a}$)



Intensités issues de : $\begin{cases} G1: \text{-----} \\ G2: \text{—————} \end{cases}$
 Défaut fugitif ph1-T.

figure V-A-3-b)



Tensions

Intensités

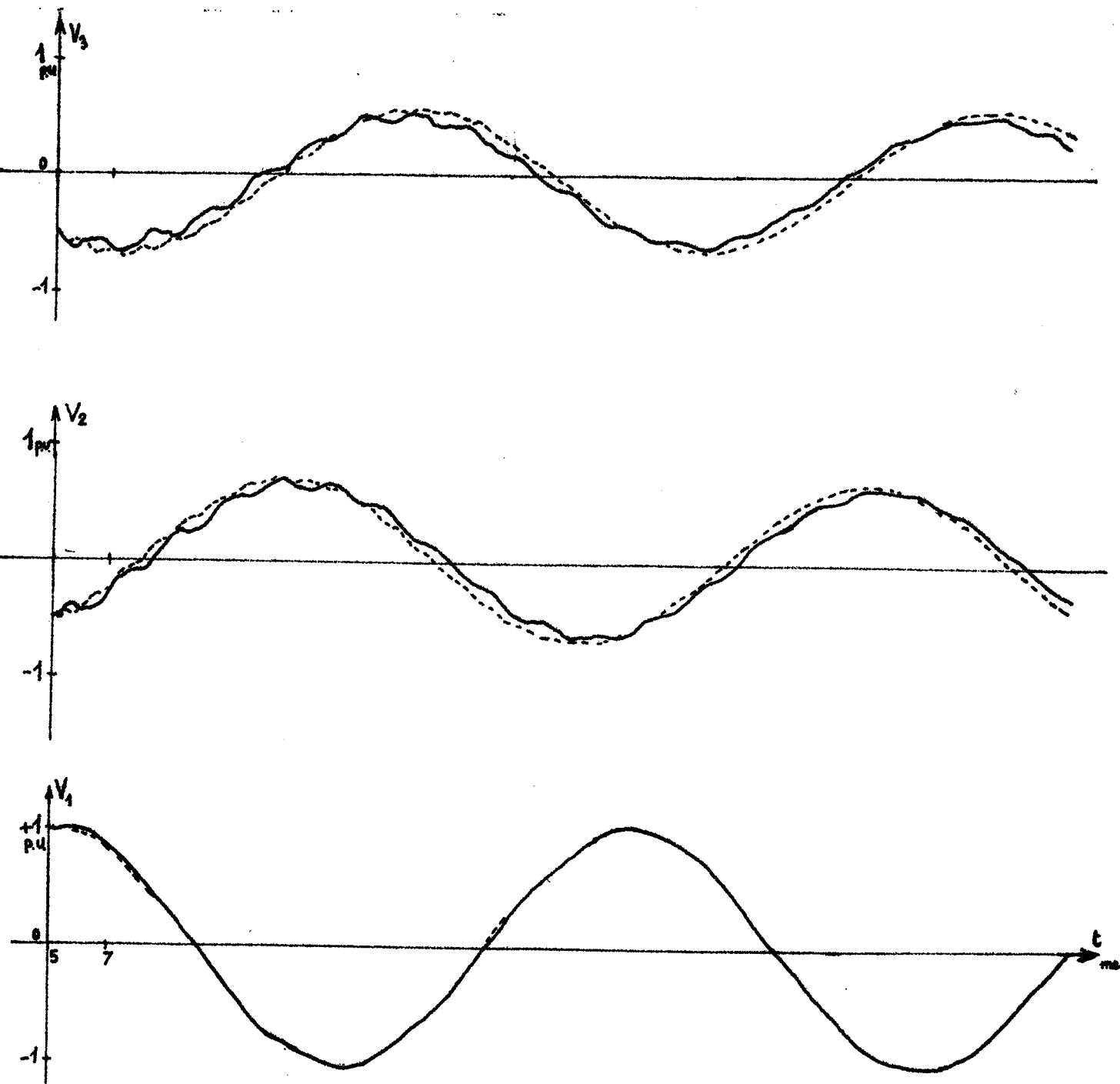
G1: —————

G2: ·········

Défaut permanent Phase1-Terre

$R=5 \Omega$

figure V-A-4

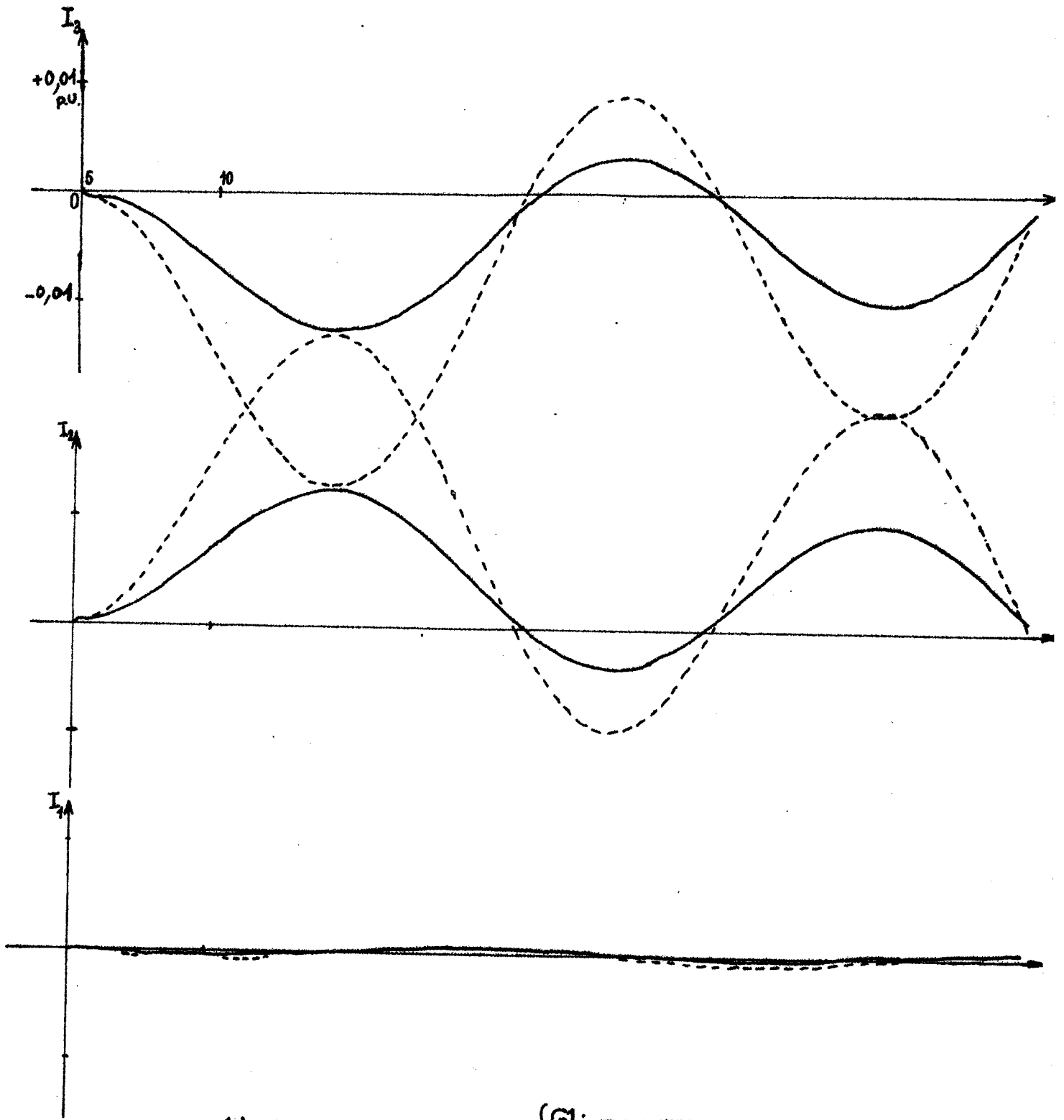


a) Tensions aux bornes de $\begin{cases} G1: \text{—} \\ G2: \text{- - -} \end{cases}$

Défaut ph.2-ph.3

$R = 5 \Omega$

figure V-A-5-a)



b) Intensités issues de $\begin{cases} G1: \text{———} \\ G2: \text{- - - -} \end{cases}$

figure V-A-5-b)

V - B. ELEMENTS NON LINEAIRES.

Les réseaux de transport d'énergie en Très Haute Tension sont connectés à des réseaux de plus faible tension par des transformateurs extrêmement puissants. D'autre part, afin de compenser la capacité globale d'une ligne longue à vide, des inductances de compensation sont parfois connectées aux jeux de barres.

Or ces éléments, de dimensions imposantes, fonctionnent en régime permanent assez près de leurs performances maximales.

Ainsi, quand apparaissent des surtensions ou des surintensités transitoires, ces constituants du réseau atteignent facilement un fonctionnement en régime saturé, et se comportent alors comme des éléments triphasés non linéaires. Il peut alors se produire des surintensités, ou des phénomènes de ferro-résonance. D'autre part, les parafoudres à résistance non linéaire tendent à être de plus en plus utilisés. Nous avons donc jugé intéressant d'étudier comment nous pourrions introduire, dans nos programmes de calcul, des éléments à constantes localisées non linéaires.

Cependant, pour simplifier au maximum les modifications éventuelles, nous n'avons traité que le cas de mise sous tension d'un élément non linéaire à un jeu de barres alimenté par un réseau de transport d'énergie quelconque, que nous nommerons par la suite réseau "amont". (figure V-B1).

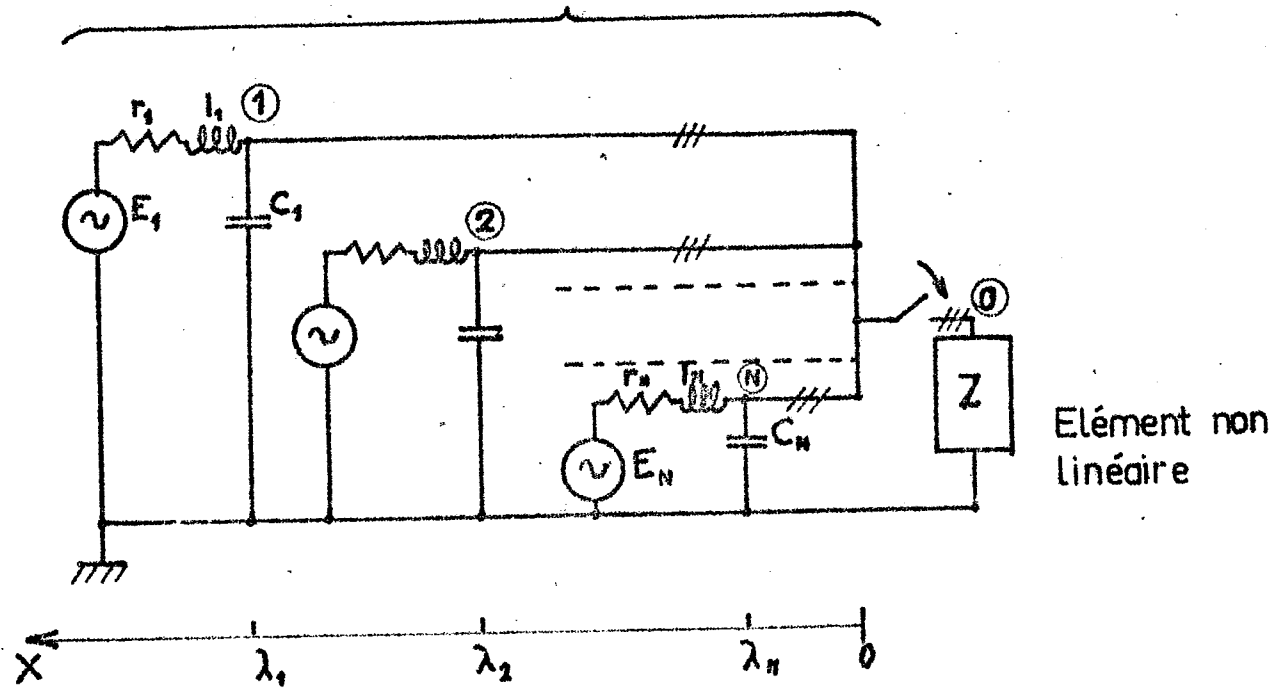
V - B. 1) Etude de l'enclenchement d'une résistance triphasée non linéaire :

Dans un premier temps, nous avons étudié une méthode simple de traitement par ordinateur numérique d'un élément triphasé non linéaire. C'est pourquoi nous considérons dans ce paragraphe trois résistances monophasées variables en fonction de l'intensité qui les parcourt, branchées entre chaque phase et la terre.

Comme précédemment, nous allons écrire une relation linéaire à un instant $n.\Delta t$ entre les tensions et les intensités, caractérisant l'élément triphasé. Nous traduirons ensuite cette relation en une relation similaire entre les accroissements des vecteurs de mode.

Cependant, à cause de la non linéarité de l'élément, nous serons contraints de procéder par approximations successives pour déterminer les matrices E_0^n et F_0^n , et ce à chaque instant $n.\Delta t$.

Réseau "amont" linéaire



Elément non linéaire

Figure V-B1

Soit une résistance triphasée variable avec l'intensité; la tension à ses bornes, en fonction de l'intensité qui la parcourt, a pour expression :

$$\begin{pmatrix} V_1(t) \\ V_2(t) \\ V_3(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R(i_1(t)) & 0 & 0 \\ 0 & R(i_2(t)) & 0 \\ 0 & 0 & R(i_3(t)) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

que nous écrirons désormais :

$$V-B11 \quad V = R(I).I$$

Comme pour le traitement des défauts, nous supposons l'élément triphasé connecté à l'extrémité d'une ligne de longueur nulle, d'admittance caractéristique Y, et ceci afin de conserver l'homogénéité des formules.

Appliquons la transformation normale T à V-B11, et écrivons la relation obtenue aux instants n.Δt et (n+1) t, il vient :

$$U^n + W^n = T^{-1} R(I^n) T Y (-U^n + W^n)$$

$$U^{n+1} + W^{n+1} = T^{-1} R(I^{n+1}) T Y (-U^{n+1} + W^{n+1})$$

Retranchons membre à membre, et nous obtenons une relation linéaire entre les accroissements ΔU et ΔW :

$$\begin{aligned} \Delta U + \Delta W &= T^{-1} R(I^{n+1}) T Y (-\Delta U - U^n + \Delta W + W^n) \\ &\quad - T^{-1} R(I^n) T Y (-U^n + W^n) \end{aligned}$$

ceci s'écrit encore :

$$\begin{aligned} (I_{O_3} + T^{-1} R(I^{n+1}) T Y) \Delta U &= (T^{-1} R(I^{n+1}) T Y - I_{O_3}) \Delta W \\ &\quad + T^{-1} R(I^{n+1}) T Y (W^n - U^n) \\ &\quad - T^{-1} R(I^n) T Y (W^n - U^n) \end{aligned}$$

Nous obtenons enfin la relation linéaire cherchée :

$$V-B12 \quad \begin{cases} \Delta U_0 = E_0^n \cdot \Delta W_0 + F_0^n \\ E_0^n = (T^{-1}R(I^{n+1})TY + I_{03})^{-1} \cdot (T^{-1}R(I^{n+1})TY - I_{03}) \\ F_0^n = (T^{-1}R(I^{n+1})TY + I_{03})^{-1} \cdot (T^{-1} \cdot (R(I^{n+1}) - R(I^n))T \cdot Y \cdot (W^n - U^n)) \end{cases}$$

avec la condition : $\det(T^{-1}R(I^{n+1})TY + I_{03}) \neq 0$

La connaissance de cette relation à l'extrémité "réceptrice" de la "ligne" à enclencher, c'est-à-dire au jeu de barres d'enclenchement, va nous permettre de résoudre le système d'équations linéaires entre les ΔU_i et ΔW_i des lignes i aboutissant à ce jeu de barres, et nous allons pouvoir déterminer l'état du réseau au nouvel instant $(n+1) \cdot \Delta t$.

Après l'introduction dans le calculateur de la courbe $R(I)$, le calcul s'organise ainsi : pour le réseau "amont", nous utilisons le programme adapté à sa configuration; nous propageons les relations linéaires jusqu'au noeud d'enclenchement. Nous connaissons donc les intensités dans la résistance triphasée à la date $n \cdot \Delta t$, c'est-à-dire I^n , et par suite $R^n = R(I^n)$.

Nous prenons alors $R(I^{n+1}) = R^n$, et nous effectuons une première résolution au jeu de barres, ce qui nous permet de calculer les intensités supposées dans la résistance à l'instant $(n+1) \cdot \Delta t$, soit I_1^{n+1} .

A cette valeur, correspond une valeur de la résistance triphasée $R(I_1^{n+1})$.

Deux cas se présentent alors :

- ou bien $R(I_1^{n+1}) = R^n$, et les nouvelles intensités I_1^{n+1} sont les bonnes valeurs.

- ou bien $R(I_1^{n+1}) \neq R^n$, et alors les valeurs calculées I_1^{n+1} sont fausses.

Dans la deuxième hypothèse, nous prenons $R(I^{n+1}) = R(I_1^{n+1})$ dans les expressions V-B12, et nous recommençons le même calcul. Nous réitérons le procédé jusqu'à ce que nous obtenions $R(I_{i+1}^{n+1}) = R(I_i^{n+1})$,

(en réalité $|R(I_{i+1}^{n+1}) - R(I_i^{n+1})| < \epsilon$), le calcul étant mené simultanément sur les trois phases.

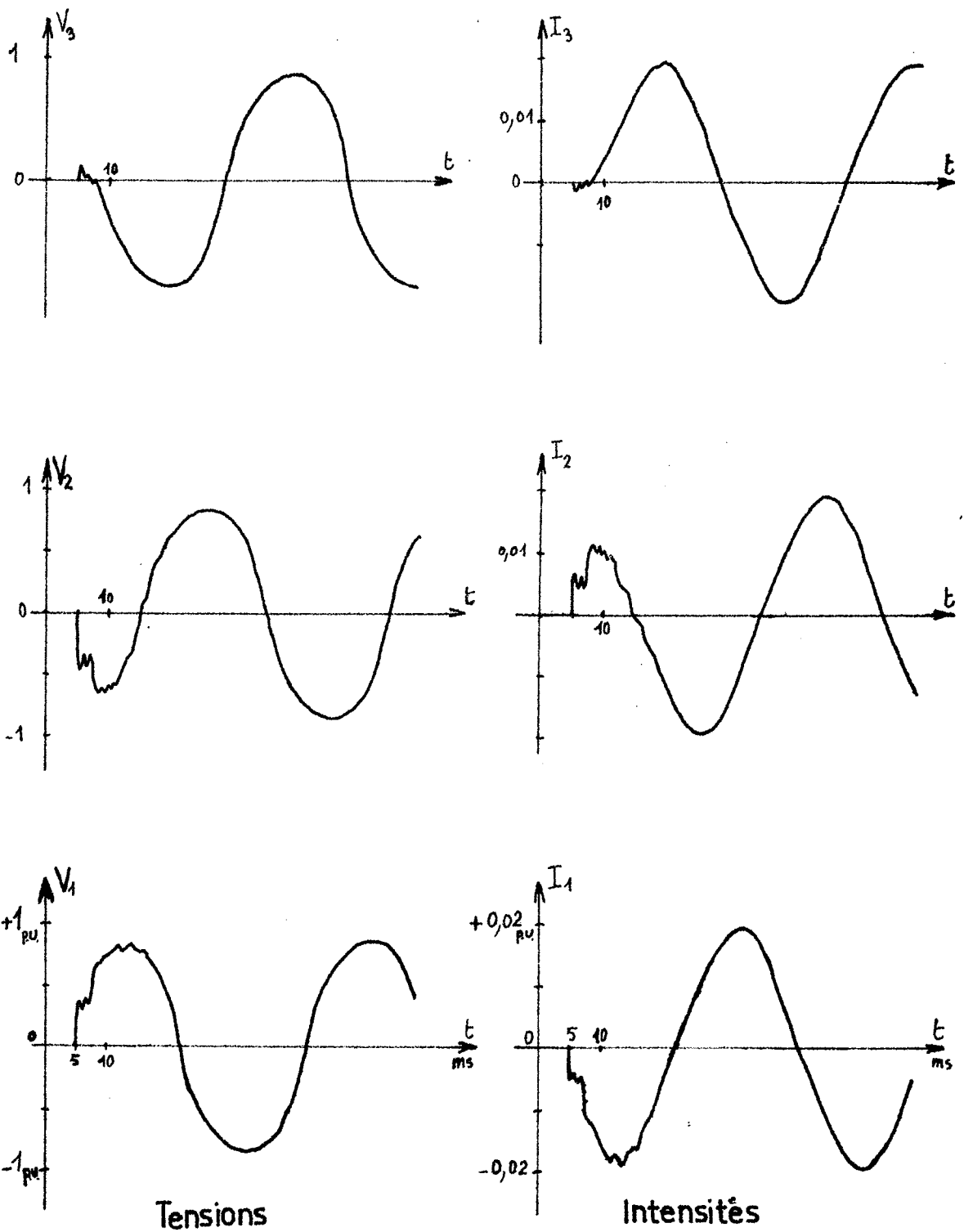


Figure V-B-3

Ayant calculé des valeurs correctes de E_0^n et F_0^n , nous déterminons ensuite les vraies valeurs des tensions et intensités pour l'élément non linéaire, et nous propageons les nouvelles valeurs des vecteurs de mode par les récurrences inverses sur l'ensemble des lignes du réseau "amont". Nous obtenons donc ainsi l'état de l'ensemble du réseau étudié à l'instant $(n+1).\Delta t$, et nous pouvons réitérer l'algorithme. L'organigramme est analogue à celui présenté plus loin à la figure V-B4. Un exemple de courbes obtenues est donné à la figure V- B3; il est à noter que, la plupart du temps, une seule itération est suffisante pour déterminer correctement les valeurs de E_0^n et F_0^n , le maximum observé étant de 3 itérations.

V - B. 2) Etude d'une inductance de compensation triphasée non linéaire:

Afin d'étudier le régime transitoire d'un réseau comportant une inductance variable avec l'intensité qui la parcourt, nous avons choisi le cas d'une inductance de compensation triphasée non linéaire, constituée de 3 inductances monophasées branchées entre chaque phase et la terre. Ces trois inductances identiques sont schématisées chacune par une résistance fixe R_0 , assez faible, en série avec une inductance pure importante $L(I)$. Comme pour le cas précédent d'une résistance non linéaire, la non-linéarité de l'élément nous contraint à procéder par approximations successives pour déterminer les matrices E_0^n et F_0^n , et à chaque instant $n.\Delta t$. Si V est la tension aux bornes d'une inductance de compensation, et I l'intensité qui la parcourt, nous écrivons :

$$V-B21 \quad V = RI + \frac{d}{dt} (L(I).I)$$

Nous mettons cette équation sous la forme suivante :

$$V-B22 \quad \left(L(I) + \frac{dL(I)}{dI} . I \right) . \frac{dI}{dt} = V - RI$$

Nous obtenons 3 équations analogues pour les 3 phases.

Nous mettons cette relation sous la forme suivante :

$$\frac{dI}{dt} = - aI + bV$$

Donc, pour la phase i , à l'instant $n \cdot \Delta t$, les coefficients a_i et b_i ont pour expression :

$$a_i = \frac{+ R_i}{L_i + \frac{dL_i}{dI_i} \cdot I_i} \quad ; \quad b_i = \frac{1}{L_i + \frac{dL_i}{dI_i} \cdot I_i}$$

Regroupant les trois équations du type V-B22 sous une forme matricielle, nous obtenons la nouvelle relation ;

$$\frac{d}{dt} I = - a \cdot I + b \cdot I$$

V-B23 avec

$$a = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 \end{pmatrix} ; \quad b = \begin{pmatrix} b_1 & 0 & 0 \\ 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & b_3 \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{pmatrix} ; \quad I = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix}$$

Pour discrétiser ce système, nous prenons un schéma implicite pour les termes a et b , dans le but d'augmenter la stabilité de notre méthode d'intégration; c'est-à-dire que l'équation V-B23 s'écrit, à l'instant $n \cdot \Delta t$:

V-B24

$$\frac{dI^n}{dt} = - a^{n+1} I^n + \frac{a^{n+1}}{R} \cdot V^n$$

Nous sommes donc amenés à effectuer des itérations pour déterminer la valeur correcte de a^{n+1} , c'est-à-dire de l'expression

$$\left(L(I^{n+1}) + \frac{dL(I^{n+1})}{dI^{n+1}} \cdot I^{n+1} \right)$$

Nous combinons à cette méthode, du type prédiction-correction, une méthode Runge Kutta d'ordre 4 pour intégrer l'équation V-B24, mais en prenant pour a^{n+1} la valeur calculée au cours de l'itération précédente.

Ainsi, à l'instant $n.\Delta t$, nous connaissons I^n et V^n , donc a^n et b^n ; nous prenons, pour une première itération, $a^{n+1} = a_0^{n+1} = a^n$, et nous appliquons la méthode de Runge Kutta d'ordre 4 à l'équation V-B24, avec ces valeurs. Nous obtenons une première valeur des courants, I_1^{n+1} , ce qui nous donne a_1^{n+1} ; si $a_1^{n+1} = a_0^{n+1}$, la valeur de I_1^{n+1} est estimée correcte, sinon, nous considérons à nouveau l'équation V-B24, en prenant $a^{n+1} = a_1^{n+1}$, et nous recommençons les calculs. Nous arrêtons les itérations lorsque nous avons $a_{i+1}^{n+1} = a_i^{n+1}$, et une dernière application de la méthode de Runge Kutta nous permet d'obtenir la bonne valeur de I^{n+1} .

Nous ne reviendrons pas sur le calcul des coefficients de la méthode de Runge Kutta, déjà exposé au chapitre II-B3.

Tous calculs faits, en posant $a^{n+1} \equiv H_1$ et $\frac{a^{n+1}}{R} \equiv H$, matrices diagonales de dimension 3, nous obtenons :

$$V-B25 \quad I^{n+1} = A_1 I^n + H(A_2 + \frac{A_3}{2}).(V^n) + H(\frac{\Delta t}{6} I_{O_3} + \frac{A_3}{2}).(V_0^{n+1})$$

où A_1, A_2, A_3 sont des matrices diagonales, définies ainsi :

$$\left\{ \begin{aligned} A_1 &= I_{O_3} + \Delta t.H_1 + \frac{\Delta t^2}{2!} H_1^2 + \frac{\Delta t^3}{3!} H_1^3 + \frac{\Delta t^4}{4!} H_1^4 \\ A_2 &= \frac{\Delta t}{6} I_{O_3} + \frac{\Delta t^2}{6} H_1 + \frac{\Delta t^3}{12} H_1^2 + \frac{\Delta t^4}{24} H_1^3 \\ A_3 &= \frac{2\Delta t}{3} I_{O_3} + \frac{\Delta t^2}{3} H_1 + \frac{\Delta t^3}{12} H_1^2 \end{aligned} \right.$$

Appliquons la transformation de mode T à la relation V-B25 :

$$V-B26 \quad Y(-U^{n+1} + W^{n+1}) = T^{-1}.A_1 T Y(-U^n + W^n) + T^{-1}.H.(A_2 + A_3/2) T (U^n + W^n) \\ + T^{-1}.H.(\Delta t/6.I_{O_3} + A_3/2) T (U^{n+1} + W^{n+1})$$

La définition des accroissements ΔU et ΔW nous permet d'écrire cette équation sous la forme suivante :

$$\begin{cases}
 K_1 \cdot \Delta U = K_2 \cdot \Delta W + K_3 \cdot U^n + K_4 \cdot W^n \\
 \text{où:} \\
 K_1 = -Y - T^{-1} \cdot H \left(\frac{\Delta t}{6} I_{O_3} + A_3/2 \right) T ; K_2 = -Y + T^{-1} \cdot H \left(\frac{t}{6} I_{O_3} + A_3/2 \right) T \\
 K_3 = T^{-1} \cdot H \cdot \left(A_2 + \frac{A_3}{2} \right) T - T^{-1} A_1 T Y - K_1 ; \\
 K_4 = T^{-1} \cdot H \cdot \left(A_2 + \frac{A_3}{2} \right) T + T^{-1} A_1 T Y + K_2
 \end{cases}$$

V-B27

Ainsi, sous réserve que $\det(K_1) \neq 0$, nous obtenons la relation linéaire cherchée :

$$\begin{cases}
 U_o = E_o^n \cdot W_o + F_o^n \\
 \text{avec} \\
 E_o^n = K_1^{-1} \cdot K_2 \text{ et } F_o^n = K_1^{-1} \cdot (K_3 \cdot U^n + K_4 \cdot W^n)
 \end{cases}$$

V-B28

Nous venons donc de déterminer les coefficients E_o^n et F_o^n de la relation linéaire qui caractérise, comme dans le cas d'une simple résistance triphasée, la ligne de longueur nulle équivalente à l'inductance triphasée à connecter au jeu de barres.

Nous effectuons alors le calcul du régime transitoire d'une manière identique à celui résultant de la mise sous tension d'une résistance non linéaire.

Nous introduisons les courbes, expérimentales ou théoriques, $L(I)$ et $\frac{dL(I)}{dI}$

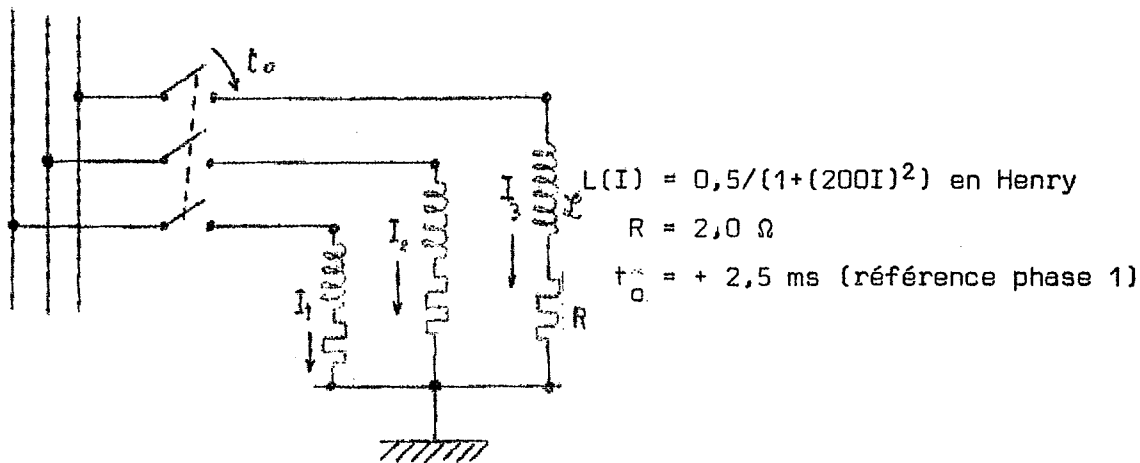
Utilisant le programme adapté à la configuration du réseau "amont" nous propageons les relations linéaires caractéristiques des lignes constituant ce réseau jusqu'au noeud d'enclenchement. La résolution du système obtenu en ce point nous permet de calculer les intensités supposées, à l'instant $(n+1)\Delta t$; à partir de l'instant $n \cdot \Delta t$, dans l'inductance triphasée soit I_1^{n+1} . A cette valeur, correspond une valeur de l'inductance triphasée $L(I_1^{n+1})$.

Si nous avons $L(I_1^{n+1}) = L(I^n)$, à la précision souhaitée, alors les valeurs calculées sont estimées correctes; sinon, nous réitérons la résolution au jeu de barres jusqu'à ce que nous obtenions $L(I_{i+1}^{n+1}) = L(I_i^{n+1})$, le calcul s'effectuant simultanément sur les trois phases.

Les tensions et intensités ainsi obtenues étant jugées satisfaisantes, nous les propageons dans le réseau "amont" jusqu'aux systèmes générateurs, et nous calculons ainsi l'état de tous les points du réseau complet au nouvel instant $(N+1)\Delta t$; nous sommes alors en mesure de reprendre l'algorithme pour franchir le pas de temps suivant.

L'organigramme est présenté à la figure V-B4.

Nous présentons à la figure V-B5 un exemple typique de mise sous tension d'une inductance de compensation triphasée à partir d'un jeu de barres alimenté par deux lignes longues de transport d'énergie. Nous avons choisi le schéma suivant pour cet élément non linéaire.



Le schéma de calcul utilisé peut paraître à première vue un peu complexe, mais l'utilisation d'un schéma implicite dans la résolution itérative du système non linéaire de fonction a permis d'assurer une stabilité suffisante à la méthode. {19}

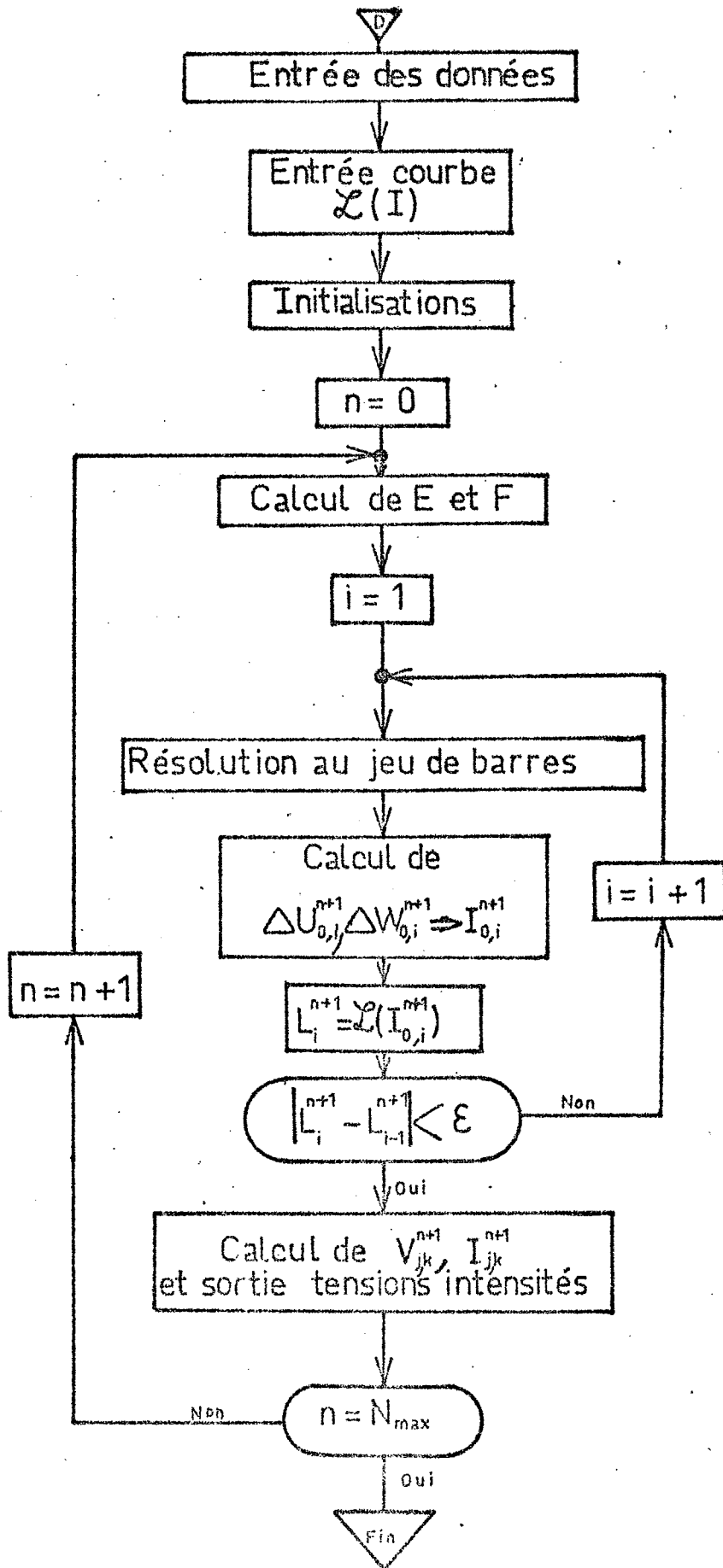
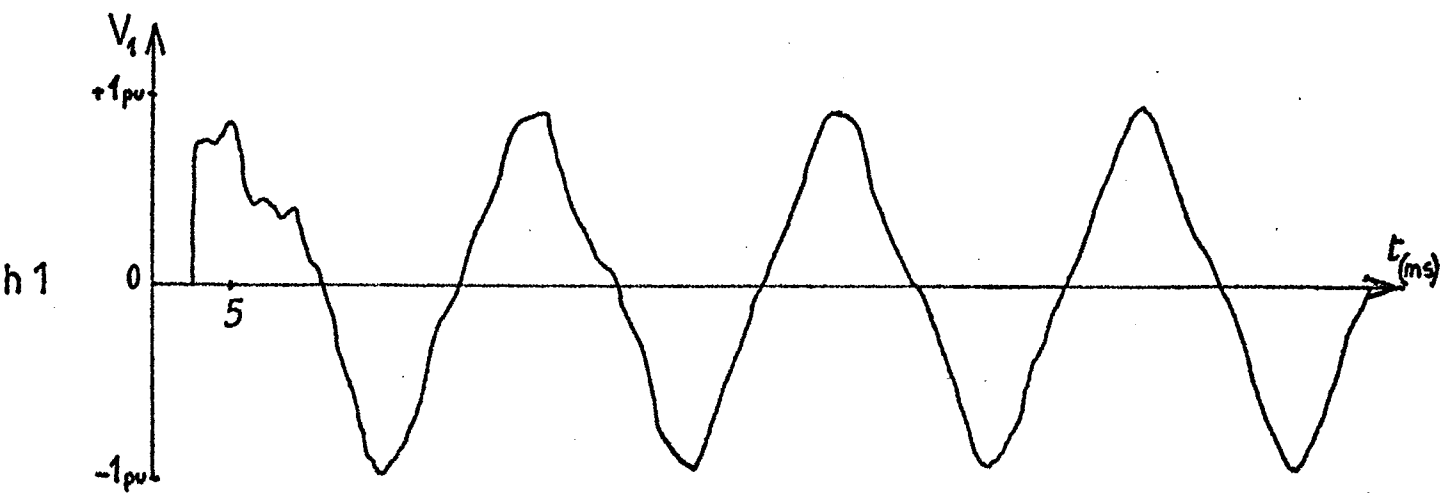
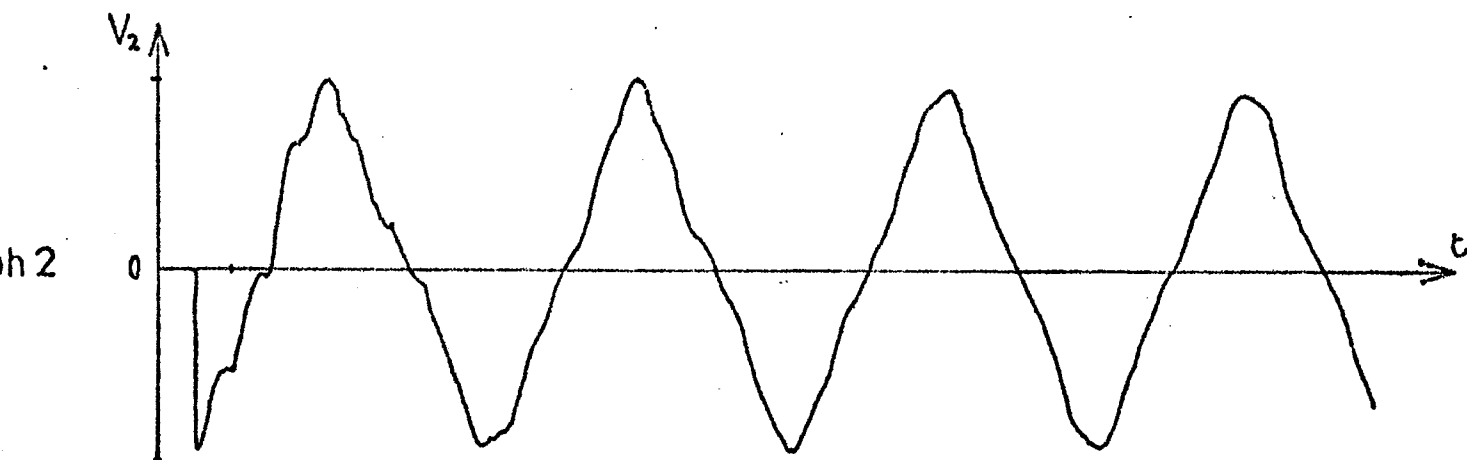
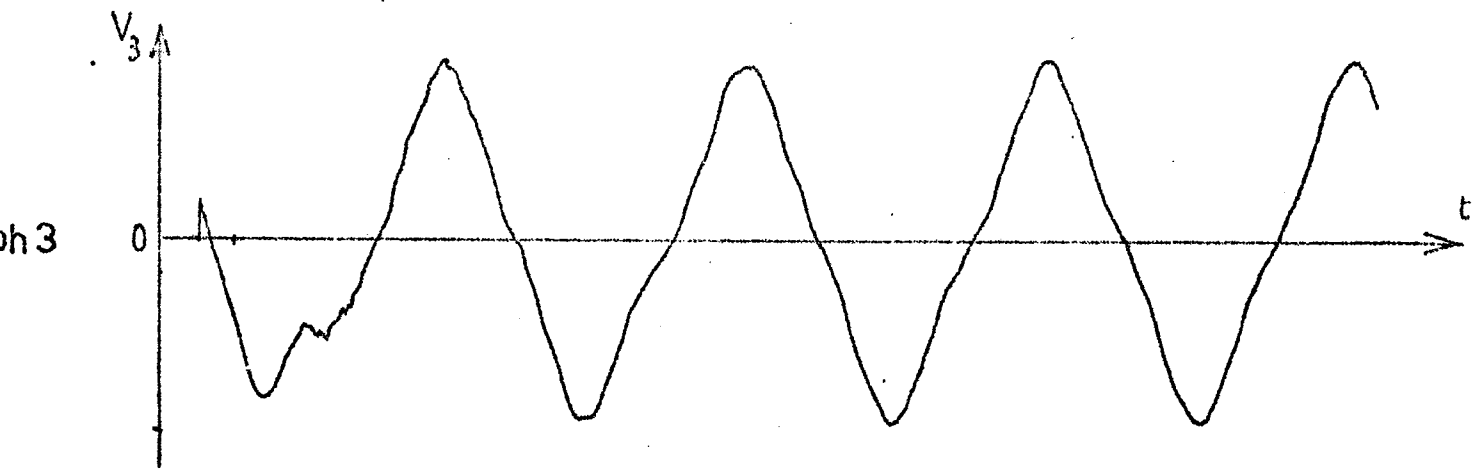
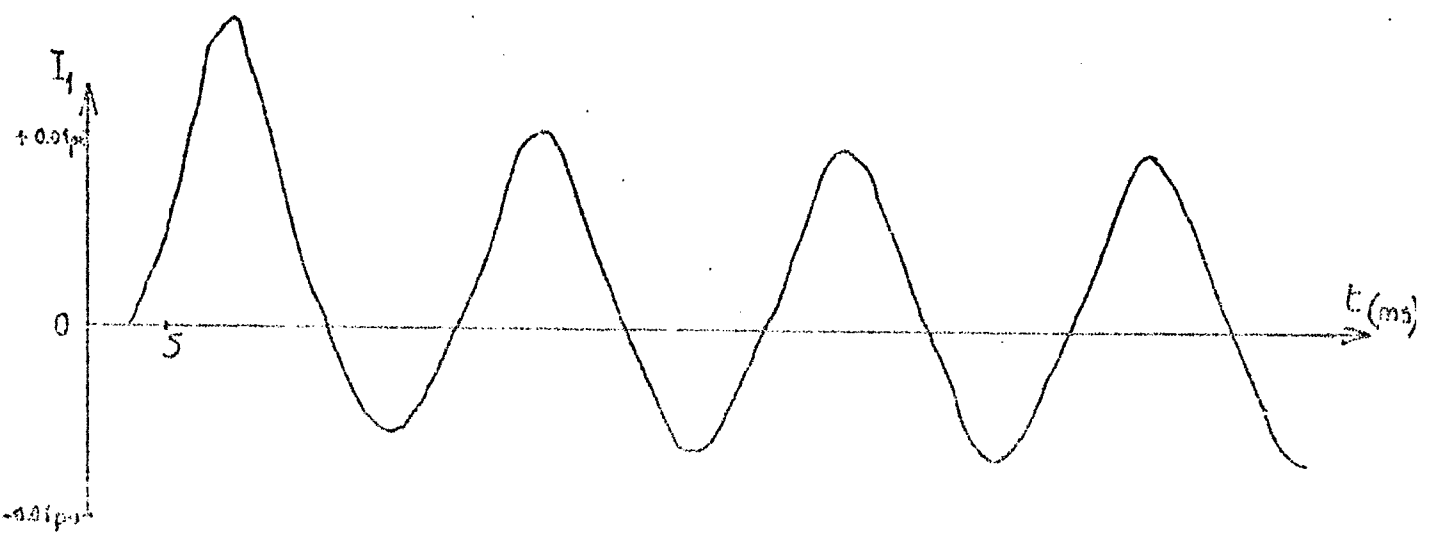
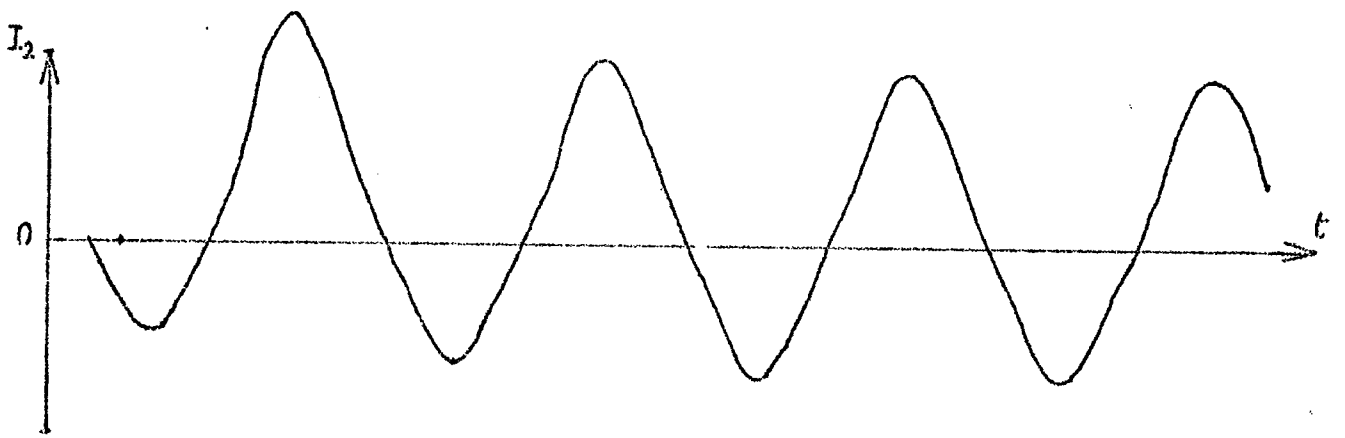
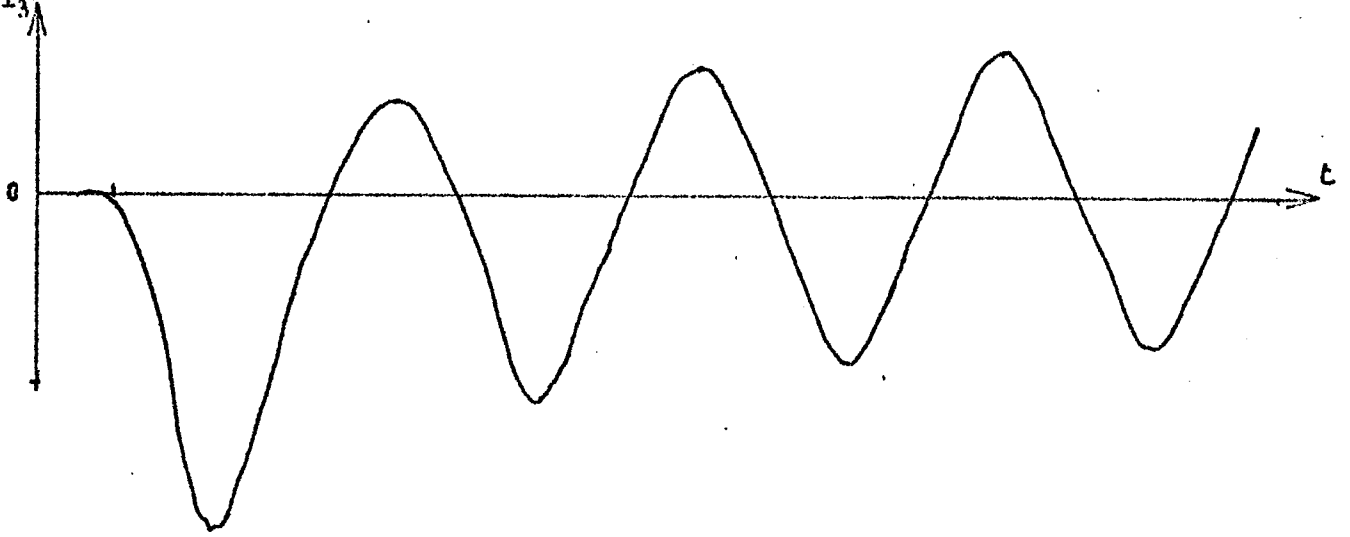


Figure V-B 4





V.B.5 b) Intencit as

V - C. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons montré comment l'on peut adapter simplement les méthodes et les programmes de calcul que nous avons mis au point, à la détermination de phénomènes transitoires très différents qui apparaissent dans les réseaux de transport d'énergie.

Nous avons esquissé, à partir de cas particuliers divers, une méthodologie d'utilisation des instruments d'analyse décrits dans les chapitres précédents qui, malgré leur domaine d'application très vaste, nécessitent un encombrement minimal en mémoire de l'ordinateur et un temps de calcul modeste.

Par ces exemples d'applications, qui ne constituent que quelques éléments d'une liste non limitée, nous pensons avoir ouvert la voie à une utilisation industrielle plus importante de ces programmes de calcul, à des fins d'essais systématiques de régimes transitoires dans les réseaux à Très Haute Tension, ce qui était, récemment encore, le domaine exclusif des analyseurs transitoires de réseaux. {20}

CONCLUSION

L'importance des études des phénomènes transitoires dans la conception technologique des réseaux à Très Haute Tension n'est plus à démontrer. C'est pourquoi, depuis plusieurs années, de nombreuses équipes de chercheurs travaillent à la mise au point et à l'application de diverses méthodes de simulation ou de calcul des régimes transitoires des réseaux de transport d'énergie.

Les moyens d'analyse utilisés jusqu'à ce jour se divisent en deux grandes catégories : les analyseurs transitoires de réseaux, de plus en plus proches des calculateurs analogiques, et les méthodes numériques dont le développement, quoique plus récent, n'en est pas moins sensible. Parmi ces dernières, les méthodes aux différences finies, qui étaient considérées, il y a peu de temps encore, comme trop onéreuses et peu fiables, commencent aujourd'hui à prendre une importance de plus en plus grande.

C'est une contribution modeste à ce développement que nous nous sommes efforcés d'apporter par ce travail, au cours duquel nous avons généralisé à un réseau complexe une méthode numérique aux différences finies remarquable pour sa stabilité et sa précision, dont le champ d'application était par trop restreint.

Poursuivant les intéressants travaux de Mr A. N'DIR, nous avons créé d'abord une méthode de calcul des régimes transitoires lors de la mise sous tension d'une ligne à vide à partir d'un jeu de barres alimenté par plusieurs lignes longues triphasées; nous avons ensuite largement étendu nos processus de calcul au traitement des phénomènes transitoires qui apparaissent lors d'une manoeuvre dans un réseau complexe non maillé, formé d'un nombre quelconque de lignes et de jeux de barres, ce qui nous permet de traiter dès à présent les actuels réseaux en Très Haute Tension, ou d'aider à la prospection des futurs réseaux à Ultra Haute Tension.

Bien entendu, pour chacune des méthodes exposées tout au long de ce travail, nous avons écrit les programmes correspondants, en Fortran IV qui, implantés sur les ordinateurs de l'Ecole Centrale de Lyon et de l'Institut de Mathématiques Appliquées de Grenoble, nous ont permis de vérifier la bonne concordance de nos résultats avec soit des essais réels, soit d'autres procédés d'analyse fiables.

Enfin, nous avons essayé de préfacier une certaine méthodologie d'utilisation des outils d'analyse que nous avons créés et optimisés, espérant ainsi démontrer l'intérêt scientifique et économique qu'ils sont en mesure d'apporter.

Dans nos futurs travaux, nous nous efforcerons d'une part de perfectionner nos modèles par la recherche de la représentation précise d'éléments de plus en plus complexes (parafoudres, transformateurs, effet couronne, etc) et d'autre part d'améliorer la méthodologie d'utilisation de nos méthodes et programmes de manière à accroître leur efficacité opérationnelle.

Si, dans un proche avenir, ces programmes pouvaient être effectivement et systématiquement employés pour des essais industriels, et contribuer ainsi à la conception optimale de futurs ensembles à Ultra Haute Tension, nous serions alors largement récompensés.

Bibliographie :

- {1} WEDEPOHL, MOHAMED - Multi conductor transmission lines. Theory of natural modes and Fourier integral applied to transients analysis - Proceeding IEE, September 1969.
- {2} BATTISSON, DAY, MULLINEUX, PARTON, REED - Calculation of switching phenomena in power systems (Proceeding IEE, April 1967)
- {3} HEDMAN - Theoretical evaluation of multiphase propagation (1971 W.P.M I.E.E.E.)
- {4} DOMMEL - Digital computer solution of electromagnetic transients in single and multiphase networks - IEEE trans. PAS, vol.88, April 1969.
- {5} THOREN, CARLSSON - A digital computer programm for the calculation of switching and lightning surges on power systems - IEEE Trans. PAS, vol. 89, February 1970.
- {6} HEDMANN - Attenuation of travelling waves on three-phases lines. (I.E.E.E. paper 70 TP - 544 PWR, 1970, S.P.M. I.E.E.E.)

- {7} C. DUBANTON, F. BLANCHON, J. ROUX : Détermination numérique des surtensions d'enclenchement dans un réseau complexe de transport d'énergie - Bulletin de la D.E.R. d'EDF, série B n° 3 1971.
- {8} A. N'DIR : Contribution à l'étude des surtensions de manoeuvre sur les lignes à Très Haute Tension. Thèse de Doctorat d'Etat - Juin 1971 Grenoble.
- {9} C. DUBANTON, F. BLANCHON, J.C. SABONNADIÈRE, A.N'DIR : Digital computation of switching surges on transmission lines. - P.S.C.C. September 1972 Grenoble.
- {10} S.N. TALUKDAR - Algorithms for the simulation of transients in multiphase variable parameter transmission lines - IEEE Trans. PAS vol. 91 March-April 1972.
- {11} A. N'DIR et J.C. SABONNADIÈRE - Formulation et étude numérique du calcul des surtensions internes sur les lignes longues polyphasées C.R. Acad. Sc. Paris - tome 270, pp 212-215, 20 Avril 1970.

- {12} A. N'DIR et J.C. SABONNADIÈRE - Détermination de conditions nécessaires et suffisantes de stabilité dans la résolution numérique des équations de propagation sur les lignes longues polyphasées. C.R. Acad. Sc. Paris - tome 272, pp. 1019-1022, 20 Avril 1970.
- {13} GODUNOV et RYABENKI - The theory of difference schemes - North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1964.
- {14} J.C. SABONNADIÈRE et A.N'DIR ; A computer aided analysis of switching overvoltages on EHV lines - Paper n° IV C - PICA Conférence - Boston 1971.
- {15} FORSYTH and WASOW - Finite difference methods for partial differential equations - John Wiley and Son's, New York, 1964.
- {16} ABBAS I. ABDEL KARIM - The stability of the fourth order Runge-Kutta method for solution of system of differential equations. Communications of the A.C.M. Vol. 9/ n° 2/ February 1966.
- {17} H.J. ADLER - Quelques méthodes d'utilisation des ordinateurs dans l'analyse des grands réseaux électriques - Thèse de Docteur-Ingénieur Juin 1972, Lyon.
- {18} C. DUBANTON et G. GERVAIS : Surtensions de manoeuvre à l'enclenchement des lignes à vide. Influence de la puissance et de la configuration du réseau, répartition statistique. Rapport 33-05 CIGRE 1972.
- {19} Ph. AURIOL et J.C. SABONNADIÈRE - Etude numérique du régime transitoire d'un réseau de transport d'énergie comportant un élément non linéaire. C.R. Acad. Sc. Paris, tome 275, pp. 275-278, 21 Août 1972.
- {20} A. CLERICI, G. RUCKSTUHL, A. VIAN - Influence of shunt-reactors on switching surges - I.E.E.E. Trans. PAS, vol. 89, November-December 1970.
- {21} Ph. AURIOL et J.C. SABONNADIÈRE - Application de la méthode de Double Balayage à la détermination des régimes transitoires dans un réseau de transport d'énergie à Très Haute Tension. 1972 Canadian I.E.E.E. Communications and E.H.V. Conference Montreal 9,10 Novembre 1972.