HAL
open science

Source atomique cohérente dans des pièges optique et magnétique: réalisation d'un laser à atomes guidé

William Guerin

To cite this version:

William Guerin. Source atomique cohérente dans des pièges optique et magnétique: réalisation d'un laser à atomes guidé. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Paris Sud - Paris XI, 2007. Français. NNT : . tel-00146375v1

HAL Id: tel-00146375

https://theses.hal.science/tel-00146375v1

Submitted on 14 May 2007 (v1), last revised 3 Jun 2008 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Numéro d'ordre : 8652

LABORATOIRE CHARLES FABRY DE L'INSTITUT D'OPTIQUE

UNIVERSITÉ PARIS-SUD 11

U.F.R. SCIENTIFIQUE D'ORSAY

THÈSE

présentée par

William GUERIN

pour obtenir

le grade de DOCTEUR EN SCIENCES

DE L'UNIVERSITÉ PARIS-SUD 11.

Spécialité : PHYSIQUE

Sujet :

SOURCE ATOMIQUE COHÉRENTE DANS DES PIÈGES OPTIQUE ET MAGNÉTIQUE : RÉALISATION D'UN LASER À ATOMES GUIDÉ

Thèse soutenue le 4 mai 2007 devant le jury composé de :

M. Pierre PILLET	Président
M. Noël DIMARCQ	Rapporteur
M. Jacques VIGUÉ	Rapporteur
M. Bruno DESRUELLE	Examinateur
M. Ernst RASEL	Examinateur
M. Alain ASPECT	Directeur de thèse
M. Philippe BOUYER	Membre invité

Remerciements

Les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit ont été effectués au Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique. Je remercie son directeur, Pierre Chavel, pour l'intérêt constant qu'il porte aux travaux des doctorants.

J'ai eu la chance d'être accueilli au sein du groupe d'Optique Atomique, dirigé par Alain Aspect. Je remercie Alain de m'avoir fait confiance, ainsi que pour les précieux conseils dont il m'a fait bénéficier tout au long de la thèse. Je le remercie particulièrement pour sa forte implication dans la réflexion et l'écriture du papier sur le laser à atomes guidé.

Je remercie Pierre Pillet, Noël Dimarcq, Jacques Vigué, Ernst Rasel et Bruno Desruelle pour l'intérêt qu'ils ont manifesté en participant au jury, et plus particulièrement Noël Dimarcq et Jacques Vigué pour avoir accepté de rapporter ce manuscrit. À travers la présence de Bruno Desruelle, je souhaite également remercier la DGA pour avoir financer ma bourse de thèse.

Le travail présenté dans ce manuscrit est évidemment celui d'une équipe, et ce point est primordial. En effet, seule la bonne ambiance au sein de l'équipe, accompagnée d'une bonne dose d'humour et d'auto-dérision, rend supportable les caprices de la manip. Une petite blague dans les moments difficiles, tel est le secret.

Notre petite équipe fut encadrée par Philippe Bouyer, dont l'enthousiasme et l'optimisme débordant sont sans aucun doute un des moteurs de réussite des expériences dont il a la charge. Je le remercie pour son aide dans toute circonstance et pour la liberté qu'il nous laisse, au quotidien, qui nous permet d'expérimenter à loisir nos propres idées.

Quand je suis arrivé, en stage de DEA, en avril 2003, c'est déjà une "Équipe Pince" au grand complet qui m'a accueilli. Yann Le Coq, qui avait initié la construction de la manip à la fin de sa thèse et était en post-doc, Marie Fauquembergue, en thèse depuis le tout début de l'expérience, et qui avait donc construit tout ce que j'avais sous les yeux, avec l'aide de Jean-Félix Riou, qui l'avait assez vite rejointe. Tous trois m'ont facilement accueilli, encadré pendant mon stage, et m'ont guidé dans mon apprentissage des atomes froids. Je leur en suis grandement reconnaissant.

Je dois en effet avouer que même si j'avais mon montage à moi sur le coin

de la table (la pince optique), les discussions qui se déroulaient dans la pièce sur l'optimisation et le debuggage de la manip, en vue de l'obtention du premier condensat, étaient bien plus intéressantes, et même si je n'y comprenais pas grand chose, j'ai passé une grande partie de mon stage à simplement regarder et écouter ce qui se passait autour de moi. Tout le monde répondait patiemment à mes questions de béotien, et quand l'occasion se présentait, on me laissait même mettre les mains dans la manip. Avec le recul, je crois qu'un tel stage d'immersion est la meilleure manière de débuter une thèse. Les aléas de l'expérience ont quelque peu retardé l'obtention du premier BEC, au grand regret de mes camarades, mais ça m'a finalement permis, à l'automne 2003, alors que je débutais officiellement ma thèse, de contribuer activement aux re-réglages de la manip après les quelques péripéties de l'été, et ainsi de prendre ma part à la quête du BEC. Cette période fut sans doute la plus exaltante ! Les quelques nuits à l'Institut, assis sur DJOBI dans le petit coin, à optimiser les rampes d'évaporation, comptent parmi les moments les plus mémorables. Je me souviendrai longtemps des facéties de Yann avec le manche à balai, ou encore de sa pomme coupée en quatre avec le réglet poussiéreux vers 4h du mat'. Merci à Philippe d'être venu nous apporter le champagne vers 2h dans la nuit du 28 au 29 novembre 2003 ! Le reste de la nuit, avec Marie et Jean-Félix, n'est pas racontable...

Il me paraît clair que Yann et Marie, présents dès le début de la construction de l'expérience, doivent être pleinement associés aux résultats présentés dans ce manuscrit. Je remercie particulièrement Yann pour avoir continué de nous encadrer à distance à coups de longs e-mails transatlantiques. Je remercie chaleureusement Marie de nous avoir léguer une si jolie manip (trop jolie d'ailleurs, c'est toujours nous qui récupérons les visiteurs et journalistes) et pour les moments de complicité que nous avons pu avoir. Là encore, je ne résiste pas à la tentation d'évoquer le fou rire consécutif à son exclamation peu choyée, suite à un sale coup de MIRAGE, et le fou rire encore plus grand, quelques jours plus tard, après une série d'interjections qui allaient nous rapporter, à Jean-Félix et moi, quelques friandises. C'était mega-drôle !

Rapidement après l'obtention du premier BEC, Jean-Félix et moi nous sommes retrouvés binômés, pendant presque deux ans, soit une grande partie de nos thèses. J'ai énormément bénéficié de ses connaissances, de sa rigueur et de sa grande capacité de travail. Il ne fait aucun doute que les résultats que nous avons obtenus ensemble sont les fruits de notre complémentarité et de notre interaction. Les anecdotes sont trop nombreuses et je n'évoquerai donc que la douche de coca subie par MIRAGE en représailles d'une excitation cathodique incontrôlée ! Globalement, on s'est bien marré. Merci.

Puis Vincent Josse nous a rejoint pour sauver la recherche. Ses talents de volleyeur, mais surtout d'écriture d'article, sous la pression et à toute heure, ont été absolument essentiels, et j'ai eu beaucoup de plaisir à travailler avec lui.

Ses qualités humaines en feront un chef d'équipe apprécié de nombreuses générations de thésards, et ses qualités scientifiques entraînent déjà l'expérience vers de nouveaux horizons passionnants, qui seront, j'en suis sûr, pleins de succès.

Au printemps 2006, Juliette Billy est venu rajeunir l'équipe, qui en avait bien besoin. Malgré les nombreux bizutages que nous (et la manip) lui avons fait subir, elle a su garder son sourire et son enthousiasme. Je la remercie pour les bons moments passés ensemble, et regrette que ceux-ci n'aient pu être plus nombreux. Je lui souhaite bonne chance pour la suite, et en particulier bon courage pour le déménagement.

Zhanchun Zuo arrived a bit later. I thank her for her enthusiasm and her kindness, and I wish her luck and success with the experiment.

Je souhaite également bonne chance à Alain Bernard, qui vient de rejoindre l'équipe. Je suis sûr que la nouvelle équipe Pince, Vincent-Juliette-Alain-Zhanchun, va former une vraie Dream Team *(je ne parle pas du volley !). Bonne chance et tenez-moi au courant de vos résultats !*

Je remercie également les stagiaires qui ont travaillé avec nous, Gaël Varoquaux et John Gaebler. Je tiens particulièrement à remercier John, qui a significativement contribué à la réflexion collective sur le laser à atomes guidé, pour sa gentillesse et son efficacité.

Enfin, last but not least*, il est deux membres de l'équipe tout aussi indispensables qu'intemporels : nos talentueux électroniciens, André Villing et Frédéric Moron, sans lesquels, nul n'en doute, nos manips ne marcheraient pas. Je les remercie pour leur disponibilité et leur bonne humeur à toute épreuve, malgré ce qu'on fait parfois subir à leurs montages. J'apprécie tout particulièrement la curiosité dont fait preuve Frédéric envers nos manips.*

Au delà de l'équipe Pince, je souhaite remercier l'ensemble des membres du groupe d'optique atomique, avec qui c'est un plaisir de pouvoir discuter, de physique comme d'autres choses, lors des pauses. L'ambiance conviviale qui règne au sein du groupe est une grande chance.

Les voyages liés aux conférences sont également des moments propices pour lier des liens amicaux. Je pense notamment à Mathilde et nos atterrissages mouvementés (je pourrais aussi parler des bars à cocktails d'Hannovre), et à Jean-Baptiste, avec qui j'ai partagé, à Innsbrück et Vienne, de nombreux Apfelstrudels (mit Vanille Eis und warmer schokoladen Sauce, les meilleurs).

J'ai eu également le plaisir, pendant ces années de thèse, d'enseigner les TP d'optique à SupOptique. Je remercie Lionel Jacubowiez de m'avoir fait confiance, et l'ensemble du service des TP pour leur aide (et également pour leurs prêts de matériel au labo).

Enfin, je remercie l'ensemble des services techniques et administratifs de l'Institut, en particulier Jocelyne Armand, toujours d'une redoutable efficacité, l'ate-

lier du verre, qui nous a quelques fois bien dépanné, et Graça Martins pour le tirage du manuscrit.

Pour terminer, je souhaite remercier ma famille et mes amis pour leur soutien tout au long de ces années.

Table des matières

Introduction **9**

1 Des atomes froids à l'optique atomique cohérente guidée **15**
1.1 L'optique atomique 15
1.1.1 Dualité onde-corpuscule 15
1.1.2 Quelques composants d'optique atomique 16
1.1.3 Un exemple d'application : l'interférométrie atomique . . . 17
1.1.4 Limites 19
1.2 La condensation de Bose-Einstein : une source cohérente pour l'optique atomique 20
1.2.1 Condensation de Bose-Einstein et effet laser 20
1.2.2 Rappel : la cohérence en optique 21
1.2.3 Cohérence d'un condensat : quelques expériences 22
1.3 Les lasers à atomes 24
1.3.1 Coupleurs de sortie 24
1.3.2 Études antérieures 26
1.3.3 Rôle de la gravité 27
1.4 Les guides d'onde atomique 27
1.4.1 Rapide revue 27
1.4.2 Propagation d'ondes de matière en configuration guidée . . 28
1.5 Conclusion 29

2 Production et caractérisation d'un condensat **31**
2.1 Condensation de Bose-Einstein 31
2.1.1 Un effet de la statistique quantique 31
2.1.2 Description du condensat 35
2.1.2.1 Effet des interactions 35
2.1.2.2 Équation de Gross-Pitaevskii 35
2.1.2.3 Approximation de Thomas-Fermi 36
2.2 Vue d'ensemble de l'expérience 38
2.2.1 Cycle expérimental 38
2.2.2 Système à vide 39
2.2.3 Cheminement dans l'espace des phases 40
2.3 La source atomique : un jet ralenti 41

2.3.1 Le four . . . 41
2.3.2 Ralentissement Zeeman . . . 42
2.4 Le piège magnéto-optique et la mélasse optique . . . 43
2.4.1 Piège magnéto-optique . . . 43
2.4.2 Le Dark SPOT . . . 46
2.4.3 La mélasse . . . 46
2.4.4 Bilan du refroidissement laser . . . 47
2.5 Piégeage magnétique et évaporation . . . 48
2.5.1 Piège magnétique de Ioffe-Pritchard . . . 48
2.5.2 Électroaimant partiellement ferromagnétique . . . 49
2.5.3 Transfert et compression . . . 52
2.5.4 Caractérisation . . . 53
2.5.5 Évaporation radiofréquence . . . 55
2.5.6 Condensation . . . 57
2.6 Imagerie et analyse des images . . . 59
2.6.1 Imagerie par absorption . . . 60
2.6.2 Système optique . . . 61
2.6.3 Analyse des images . . . 63
2.6.3.1 Expansion d'un nuage thermique avec $T \gg T_c$ . . . 63
2.6.3.2 Expansion d'un condensat pur . . . 64
2.6.3.3 Cas d'un nuage au voisinage de T_c . . . 66
2.6.4 Imagerie par fluorescence . . . 68
2.7 Conclusion . . . 69

3 Lasers à atomes à extraction gravitationnelle 71
3.1 Description théorique . . . 71
3.1.1 Équations de Gross-Pitaevskii couplées . . . 72
3.1.2 Approximations . . . 75
3.1.3 Fonction d'onde du laser . . . 76
3.1.4 Taux de couplage . . . 79
3.1.4.1 Régime de couplage faible . . . 79
3.1.4.2 Prise en compte du champ moyen . . . 81
3.2 Réalisation expérimentale . . . 83
3.2.1 Paramètres expérimentaux . . . 83
3.2.2 Stabilité du biais . . . 84
3.2.3 Battements entre deux lasers à atomes issus du même condensat . . . 86
3.3 Mode transverse d'un laser à atomes : effet des interactions . . . 88
3.3.1 Observations expérimentales . . . 88
3.3.2 Interprétation . . . 89
3.3.3 Modèle théorique : propagation d'un laser à atomes multimode . . . 91

3.3.4 Résultats 96
3.4 Conclusion 98

4 Manipulation optique d'atomes froids 99
4.1 Potentiel dipolaire 100
4.1.1 Principe 100
4.1.2 Influence de la structure multi-niveaux de l'atome 101
4.1.3 Principales caractéristiques 102
4.2 Dispositif expérimental 104
4.2.1 Description et caractérisation 105
4.2.1.1 La source laser 105
4.2.1.2 Montage optique et mécanique 105
4.2.1.3 Caractérisation optique 107
4.2.2 Mise en place sur l'expérience : alignement sur les atomes . 111
4.2.3 Propriétés du piège 114
4.2.3.1 Profondeur, chauffage et durée de vie 114
4.2.3.2 Fréquences 116
4.3 Perspectives : transport de l'échantillon vers une zone plus accessible 118
4.4 Conclusion 120

5 Laser à atomes guidé 121
5.1 Condensation dans le piège hybride 121
5.1.1 Caractéristiques du piège 121
5.1.2 Évaporation et condensation 123
5.2 Le laser à atomes guidé : réalisation et caractérisation expérimentale 126
5.2.1 Cycle 126
5.2.2 Laser à atomes guidé 128
5.2.3 Potentiel ressenti par les atomes du laser 129
5.2.3.1 Variation longitudinale 130
5.2.3.2 Variation transverse 132
5.2.3.3 Récapitulatif 134
5.2.4 Contrôle de l'accélération et longueur d'onde 135
5.2.5 Mode transverse 137
5.2.6 Conclusion intermédiaire 139
5.3 Description théorique du laser à atome guidé 139
5.3.1 Formalisme 139
5.3.2 Dynamique longitudinale 141
5.3.3 Fonction d'onde transverse 142
5.3.3.1 Dans le guide 142
5.3.3.2 Dans la zone du condensat 143
5.4 Couplage radiofréquence 144
5.4.1 Condition de résonance 145

5.4.2 Taux de couplage : approximation semi-classique 146
5.4.3 Fonction d'onde longitudinale 148
5.4.4 Taux de couplage : calcul quantique 152
5.4.5 Lien avec l'expérience 154
5.5 Adaptation de mode 155
5.5.1 Effet d'un défaut de centrage 155
5.5.2 Approximation de densité locale 158
5.5.3 Suivi adiabatique du mode fondamental 161
5.5.4 Conclusion sur le mode transverse 163
5.6 Conclusion et perspectives 163

Conclusion **167**

A Rubidium et lasers **169**
A.1 L'atome de rubidium 87 169
A.2 Les lasers 170

B Approximation de Zubarev et Kim **173**
B.1 Principe de l'approximation 173
B.2 Application au cas d'un guide à symétrie cylindrique 175

C Articles **177**
« Partially ferromagnetic electromagnet for trapping and cooling neutral atoms to quantum degeneracy » 179
« Beam Quality of a Nonideal Atom Laser » 187
« Guided Quasicontinuous Atom Laser » 191

Bibliographie **195**

Introduction

En 1924, le physicien indien Satyendranath Bose introduisit une nouvelle statistique pour les photons, permettant de déduire la loi du rayonnement du corps noir [1]. Aussitôt, Albert Einstein eut l'idée d'étendre cette statistique à toute particule [2, 3]. Nous savons aujourd'hui que seules les particules de spin entier, appelées bosons, obéissent à la statistique de Bose-Einstein, alors que les particules de spin demi-entier, les fermions, obéissent à la statistique de Fermi-Dirac. Einstein remarqua également un comportement étrange prévu par cette nouvelle statistique : en deçà d'une température seuil, les particules ont tendance à toutes s'accumuler dans l'état quantique le plus bas (ou niveau fondamental) de la boîte ou du piège dans lequel elles sont confinées. Néanmoins, ce phénomène de *condensation de Bose-Einstein* a lieu pour une température tellement basse qu'il était à l'époque inimaginable de l'atteindre un jour.

La condensation de Bose-Einstein a été mentionnée dès les années 30 comme une possible explication de la superfluidité de l'helium liquide [4]. On sait aujourd'hui que cette intuition était la bonne. De même, c'est la condensation de Bose-Einstein de paires d'électrons qui est à l'origine de la supraconductivité (théorie BCS [5]). Mais dans ces systèmes, les interactions entre particules rendent la situation assez éloignée du cas du gaz idéal traité par Einstein, et bien plus compliquée. De manière à pouvoir étudier expérimentalement la condensation de Bose-Einstein en tant que telle, en traitant les interactions entre atomes comme une perturbation, il est nécessaire d'avoir un condensat beaucoup plus dilué, c'est-à-dire à l'état gazeux. Malheureusement, le prix à payer pour une plus faible densité est une température de condensation encore plus basse. Les recherches ont commencé sur l'hydrogène polarisé, dans les années 1980, car cet élément est reste gazeux jusqu'à une température nulle. Ces travaux ont notamment permis le développement d'une méthode de refroidissement, dit "évaporatif" [6], qui s'est révélée essentielle à l'obtention des premiers condensats de Bose-Einstein gazeux. Elle n'a toutefois pas permis, à elle seule, d'aboutir à la condensation.

De manière contemporaine, s'est développé le domaine du refroidissement d'atomes par laser [7]. En utilisant l'action mécanique de la lumière sur les atomes, on peut les piéger et les refroidir, jusqu'à des températures extrêmement basses, de l'ordre de quelques microkelvins. Le développement des techniques de

refroidissement laser a été couronné par le prix Nobel 1997 [8–10]. Néanmoins, les températures les plus basses s'obtiennent au détriment de la densité, et ces techniques n'ont pas non plus permis, à elles seules, d'atteindre la condensation.

C'est finalement en combinant les deux techniques, refroidissement laser et refroidissement évaporatif, que les premiers condensats de Bose-Einstein dans des gaz diluées d'alcalin ont été obtenus en 1995 [11–13]. De cette découverte, qui valut le Prix Nobel 2001 à Eric A. Cornell, Carl E. Wieman [14] et Wolfgang Ketterle [15], a émergé un domaine entier, à l'intersection de la physique atomique et de la physique de la matière condensée : l'étude des gaz quantiques. Un grand nombre d'éléments ont été condensés (le rubidium 87 [11], le lithium [12, 16], le sodium [13], l'hydrogène [17], le rubidium 85 [18], l'hélium métastable [19, 20], le potassium [21], le césium [22], l'ytterbium [23] et le chrome [24]) et, au delà des condensats de Bose, il existe également une recherche importante sur les gaz fermioniques dégénérés [25, 26], ainsi que sur les condensats de molécules [27], en particulier en lien avec le régime BCS.

La richesse du domaine s'illustre par la grande variété de sujets abordés, et il serait vain de tenter d'en dresser une liste. On peut néanmoins citer, à titre d'illustration, les études sur la thermodynamique des gaz quantiques, en particulier l'effet des interactions interatomiques ou de la dimensionnalité ; les études sur les propriétés de superfluidité (les vortex par exemple) ; l'étude des gaz quantiques dans des réseaux optiques, qui permettent de simuler des problèmes de physique du solide ; ou encore leur utilisation dans le domaine de l'information quantique.

Enfin, les propriétés de *cohérence* des condensats de Bose-Einstein sont d'un grand intérêt pour le domaine de l'*optique atomique*. Il s'agit d'apprendre à contrôler le mouvement des atomes, ou des ondes de matière, d'une manière analogue au contrôle que l'optique traditionnelle exerce sur les photons, ou ondes lumineuses. Ce domaine s'est développé en parallèle des progrès réalisés dans le refroidissement d'atomes, car plus les atomes sont froids, mieux on peut contrôler leur mouvement, puisqu'on réduit leur agitation thermique. On augmente de plus leur cohérence, puisqu'alors leur dispersion en énergie, ou largeur spectrale, est réduite. Dans ce contexte de l'optique atomique, la condensation de Bose-Einstein représente l'analogue de l'effet laser : tous les atomes sont dans le même mode.

Notre expérience d'optique atomique

Sur notre expérience, nous sommes intéressés par l'utilisation des condensats de Bose-Einstein comme source atomique cohérente. Dans le contexte de l'in-

terférométrie atomique en particulier [28–30], on s'attend à ce que l'utilisation d'une source cohérente apporte un gain significatif en sensibilité, tout comme les lasers le font en interférométrie optique. Au delà des applications en interférométrie atomique, l'étude expérimentale des problèmes de propagation d'onde de matière nécessite en général de disposer d'une onde *monochromatique*.

Afin de répondre à ces attentes, on peut créer un *laser à atomes* en extrayant une onde de matière d'un condensat [31–34], formant ainsi un faisceau atomique cohérent. Néanmoins l'utilité d'un tel laser à atomes pour l'interférométrie atomique de précision est toujours une question ouverte, et ceci pour plusieurs raisons :

- Un condensat contient forcément un nombre d'atomes limité. De plus, il faut plusieurs secondes, voire dizaines de secondes, pour en créer un. Par conséquent, il est difficile d'obtenir un laser à atomes ayant un flux important, et fonctionnant en régime continu. Ainsi, les seuls lasers à atomes réalisés jusqu'à présent sont *quasi-continus*, c'est-à-dire fonctionnent jusqu'à vidage du condensat, et ont des flux relativement modestes.
- Même si les analogies avec les lasers photoniques sont grandes, il y a aussi des différences, les deux principales étant que les atomes sont des particules massives, et qui interagissent facilement (par des collisions) entre elles. Les interactions peuvent conduire à des effets néfastes qu'il convient d'étudier, voire contrôler. La gravité, quant à elle, empêche de contrôler convenablement le faisceau, en induisant une forte accélération vers le bas. En particulier, la longueur d'onde atomique est fortement réduite au cours de la propagation.

Ce manuscrit vise à apporter quelques réponses aux questions soulevées par notre deuxième point ci-dessus[1]. Nous étudions, qualitativement et quantitativement, l'effet des interactions sur le profil transverse d'un laser à atomes, et montrons en particulier que les interactions entre le condensat-source et le faisceau atomique sont susceptibles de dégrader fortement ce dernier. Nous présentons ensuite un modèle de propagation d'un laser à atomes ayant un profil quelconque. Dans un deuxième temps, nous nous intéressons à l'injection d'un laser à atomes dans un guide d'onde. Notre guide d'onde, créé optiquement, est horizontal, et ceci est donc un bon moyen de s'affranchir de la gravité. Nous montrons que notre configuration offre un bon contrôle sur les paramètres du faisceau, en particulier la longueur d'onde, qui peut rester constante au cours de la propagation, de l'ordre de grandeur des longueurs d'onde optiques. Mentionnons d'ores et déjà que notre configuration est compatible avec une réalisation sur puce, et offre donc

[1] Concernant le fonctionnement en régime continu et avec un fort flux, des recherches sont actuellement menées dans le but de réaliser un tel laser à atomes par évaporation directe d'un jet atomique jusqu'à la dégénérescence [35–37].

une réelle perspective d'application à la fabrication d'interféromètres atomiques miniatures. Ce schéma permet également d'obtenir un faisceau guidé ayant à la fois une grande longueur d'onde et une grande finesse spectrale, ce qui est idéal pour l'étude des problèmes de propagation d'onde de matière.

Plan du mémoire

Le premier chapitre, introductif, se veut être une présentation plus complète du contexte de nos travaux. Nous introduisons de manière plus détaillée le domaine de l'optique atomique, en insistant sur le contexte de l'interférométrie atomique. Puis nous présentons la condensation de Bose-Einstein et quelques expériences ayant étudié la cohérence des nuages dégénérés. Nous présentons ensuite brièvement l'état de l'art concernant les lasers à atomes, puis concernant les guides d'onde atomique. Nous évoquons enfin les études sur la propagation d'onde de matière en configuration guidée.

Le deuxième chapitre, consacré à la condensation de Bose-Einstein, commence par donner les éléments théoriques nécessaires dans la suite du manuscrit. Dans un deuxième temps, nous décrivons le dispositif expérimental sur lequel se sont déroulées nos expériences. Il s'agit d'une expérience de condensation de Bose-Einstein du rubidium 87, dont la construction a fait l'objet de la thèse de Marie Fauquembergue [38] et d'une partie des thèses de Yann Le Coq [39] et Jean-Félix Riou [40], notre contribution intervenant à la fin. Une spécificité de notre dispositif est l'utilisation d'un piège ferromagnétique hybride, permettant d'avoir un fort confinement pour une intensité électrique raisonnable [41]. Le lecteur pourra trouver de plus amples informations dans ces quatre références. Toutefois, certaines mesures et évolutions récentes ne sont présentées que dans ce manuscrit.

Au chapitre 3, nous présentons la réalisation de lasers à atomes, ainsi que leur description théorique. Nous présentons ensuite nos études sur le mode transverse du faisceau [42]. Nous montrons que les interactions avec le condensat-source conduisent à une accumulation de rayons atomiques, ou *caustiques*, sur les bords du faisceau. Nous nous inspirons ensuite des outils de l'optique photonique pour introduire le facteur de qualité M^2 du faisceau et proposer un modèle de propagation d'un faisceau laser de profil quelconque. Ces travaux s'inscrivent dans la continuité de ceux de Y. Le Coq [39, 43], et ont été réalisés avec lui-même et J.-F. Riou. Le modèle de la propagation, en particulier, est beaucoup plus détaillé dans [40,44], nous n'en présentons dans ce manuscrit que les grandes lignes.

Nous présentons ensuite, au chapitre 4, notre dispositif de manipulation optique d'atomes. C'est cette *pince optique*, très anisotrope, qui est utilisée comme guide d'onde au chapitre 5. Nous présentons d'abord les principes d'un tel piège

et explicitons ses propriétés essentielles. Nous détaillons ensuite le montage expérimental correspondant, ainsi que sa caractérisation. Nous évoquons à la fin la possibilité d'utiliser cette pince optique comme outil de transport des échantillons atomiques.

Enfin, nous présentons dans le dernier chapitre notre réalisation d'un laser à atomes guidé [45]. Nous en détaillons la procédure d'obtention, et en particulier la condensation dans le piège *hybride*, obtenu à l'intersection des pièges magnétique et optique. Nous donnons ensuite les principales caractéristiques du faisceau atomique guidé. Nous montrons, en particulier, que nous pouvons conserver une longueur d'onde constante au cours de la propagation, et que celle-ci peut être ajustée. Nous obtenons expérimentalement une longueur d'onde de l'ordre de 0.5 μm. La deuxième partie du chapitre est plus théorique. Nous explicitons d'abord le formalisme permettant de décrire le laser à atomes dans le guide, puis le couplage avec le condensat dans cette configuration particulière. Nous montrons enfin que notre configuration assure une adaptation de mode adiabatique, permettant d'avoir un faible nombre de modes transverses excités, et ultimement un faisceau monomode. Nous concluons sur les perspectives d'utilisation d'une telle source atomique cohérente guidée.

CHAPITRE 1

Des atomes froids à l'optique atomique cohérente guidée

Ce chapitre introductif a pour but de placer dans leur contexte les travaux décrits dans les quatre chapitres suivants du manuscrit.

Nous commençons par une introduction générale à l'optique atomique, et mettons l'accent sur une application prometteuse, l'interférométrie atomique. Nous présentons ensuite la condensation de Bose-Einstein, et passons en revue les expériences démontrant la cohérence de ces nuages dégénérés. Nous présentons alors brièvement l'état de l'art concernant les lasers à atomes, ondes de matière extraits de ces condensats, et évoquons les limites actuelles à leur utilisation, en particulier le rôle néfaste de la gravité. Nous présentons alors, dans un dernier paragraphe, la thématique de l'optique atomique guidée, à travers les diverses réalisations expérimentales de guides d'onde atomique et les travaux théoriques sur la propagation des ondes de matière en configuration guidée[1].

1.1 L'optique atomique

1.1.1 Dualité onde-corpuscule

En 1923, Louis de Broglie généralisa la dualité onde-corpuscule de la lumière à toute particule matérielle, et leur associa une longueur d'onde inversement proportionnelle à leur impulsion p [46],

$$\lambda_{\mathrm{dB}} = \frac{h}{p} \,, \tag{1.1}$$

où h est la constante de Planck. Cette intuition fut rapidement confirmée expérimentalement par les expériences de Davisson et Germer sur la diffraction des électrons par un réseau cristallin [47].

Dans un gaz à l'équilibre thermodynamique, la vitesse quadratique moyenne des atomes est reliée à la température T. On définit alors la longueur d'onde de

[1] Nous ne prétendons à aucune exhaustivité sur aucun des domaines précités.

de Broglie *thermique*, comme l'extension du paquet d'onde, ou encore *longueur de cohérence*, associée à la distribution en vitesse du gaz,

$$\Lambda_T = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_{\mathrm{B}} T}} \ , \tag{1.2}$$

où m est la masse de l'atome et k_{B} la constante de Boltzmann.

Refroidir les atomes représente alors un double intérêt. Non seulement on réduit leur dispersion en vitesse, ce qui a pour conséquence de diminuer leur propension à s'étaler (la divergence d'un faisceau, par exemple) et d'augmenter la cohérence de la source (fine dispersion en énergie), mais en plus on augmente leur longueur d'onde, c'est-à-dire qu'on favorise l'émergence et l'observation d'effets ondulatoires. C'est donc assez naturellement que l'optique atomique s'est développée, à partir des années 1980, en parallèle des progrès réalisés dans le refroidissement d'atomes [8–10].

1.1.2 Quelques composants d'optique atomique

Les premiers éléments d'optique atomique ont été démontrés sur des jets thermiques. Un des tout premiers composants, par exemple, est une lentille permettant de focaliser le jet, réalisée à l'aide de la force dipolaire induite par un laser contrapropageant [48]. Des réseaux de diffraction ont ensuite été démontrés, obtenus soit à l'aide d'une onde stationnaire lumineuse [49, 50], soit à partir d'un élément matériel microstructuré [51]. Des efforts ont également été menés pour produire des jets plus intenses et collimatés, en appliquant les techniques de refroidissement laser dans les directions transverses [52, 53].

Beaucoup de groupes se sont également intéressés aux miroirs à atomes [Fig. 1.1]. On peut, par exemple, utiliser la force dipolaire répulsive (§4.1) créée par une onde évanescente désaccordée vers le bleu, obtenue par réflexion totale interne sur une interface [54–58] ; ou un champ magnétique créé sur une surface [59] ou une microstructure [60]. Les propriétés de ces miroirs, et en particulier leur spécularité, ont été intensément étudiées, notamment à Orsay [61]. Notons que la plupart de ces systèmes ont été utilisés avec des atomes froids issus d'un piège magnéto-optique (§2.4.1).

Un autre élément important, notamment pour réaliser des interféromètres, est une séparatrice. On peut utiliser pour cela un réseau lumineux, selon le principe de la diffraction de Bragg en optique [50]. Deux faisceaux optiques de longueur d'onde λ_{L} contrapropageants forment une onde stationnaire, au passage de laquelle les atomes sont diffractés en acquérant une impulsion transverse de $n \times 2\hbar k_{\mathrm{L}}$, $n \in \mathbb{Z}$. Ce processus multiphotonique ne change pas l'état interne de l'atome. Une autre approche est d'utiliser deux faisceaux dont la différence en

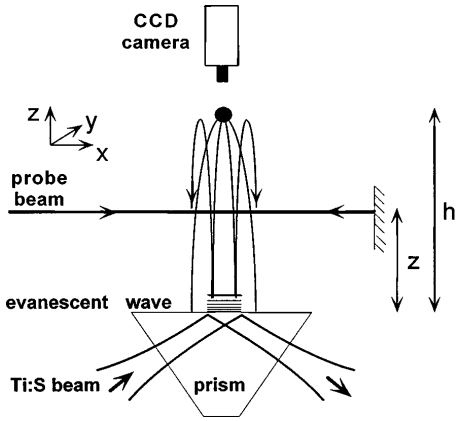


FIG. 1.1 – *Schéma de principe d'un miroir à atomes. Une onde évanescente répulsive est créée par réflexion totale interne sur la face d'un prisme. Ce potentiel répulsif fait rebondir les atomes incidents. La figure est extraite de [58].*

énergie correspond à l'écart hyperfin du niveau fondamental atomique. En absorbant un photon d'un faisceau et en le réémettant dans l'autre mode, les atomes reçoivent une impulsion $\hbar\|\mathbf{k_1} - \mathbf{k_2}\|$ et changent d'état interne. On parle alors de transition Raman [62].

On peut également obtenir une séparatrice en réalisant un guide d'onde en forme de Y. Ceci a été démontré avec deux guides optiques se croisant [63,64], et avec des guides magnétiques sur micro-structure [65,66]. Des travaux théoriques indiquent qu'une telle séparatrice préserve la cohérence [67] et pourrait donc être utilisée dans des interféromètres atomiques en configuration guidée.

1.1.3 Un exemple d'application : l'interférométrie atomique

Grâce aux éléments précédemment développés, et en particulier les séparatrices, des interféromètres atomiques ont pu être démontrés. Avec des microstructures, on a pu réaliser des expériences de fente d'Young [68,69], et en combinant trois réseaux, un interféromètre de type Mach-Zehnder [70].

Ce même type de géométrie a ensuite été utilisé en remplaçant les réseaux matériels par la lumière, via des transferts d'impulsion de type Raman [62,71], ou par un champ magnétique changeant l'état Zeeman [72]. Dans ces schémas, l'état interne de l'atomes n'est pas le même dans les différents bras, l'interféromètre est dit de Ramsey-Bordé [73].

Enfin, des interféromètres atomiques de Mach-Zehnder ont également été obtenus en utilisant la diffraction sur des ondes stationnaires lumineuses [74,75].

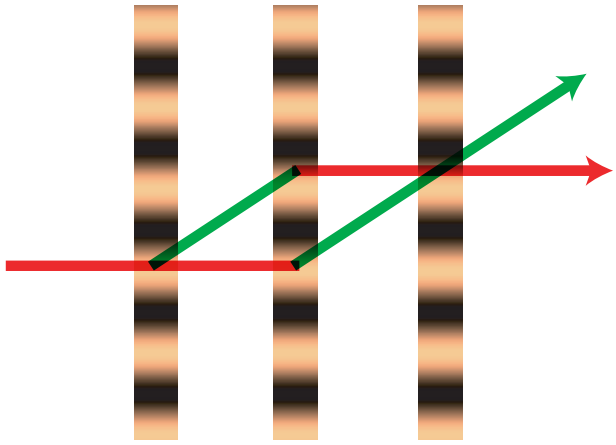


FIG. 1.2 – *Schéma de principe d'un interféromètre atomique de type Mach-Zehnder. Les paquets d'ondes atomiques sont séparés et recombinés à l'aide de réseaux lumineux.*

Après ces premières expériences de démonstration, des interféromètres de haute précision ont été développés, pour la mesure de constantes fondamentales d'abord [76], et puis surtout dans le domaine des *senseurs inertiels*. C'est ainsi que des gyromètres [28, 29, 77] et des accéléromètres, servant en l'occurrence à sonder la gravité [30, 78], ont été développés et sont toujours l'objet d'intenses recherches.

Il y a un intérêt tout particulier à utiliser l'interférométrie atomique pour la réalisation de senseurs inertiels : la sensibilité théoriquement atteignable est considérablement plus grande qu'avec leurs homologues photoniques. Cela peut se comprendre intuitivement en remarquant que les atomes ont une masse, contrairement aux photons. Plus précisément, si l'on évalue par exemple le déphasage de l'effet Sagnac induit par une vitesse angulaire $\mathbf{\Omega}$ sur un interféromètre d'aire $\mathbf{A}$, on obtient[2]

$$\Delta\phi_{\text{photons}} = \frac{2\omega}{c^2}\,\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{A} \quad \text{et} \quad \Delta\phi_{\text{atomes}} = \frac{2m}{\hbar}\,\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{A}\ . \tag{1.3}$$

Ainsi, *à aire égale*, l'effet Sagnac introduit un déphasage plus important dans un interféromètre atomique d'un facteur

$$\frac{mc^2}{\hbar\omega} \sim 10^{11}\ . \tag{1.4}$$

[2]On peut aussi écrire l'équation (1.3) sous une forme indépendante du type de particule, $\Delta\phi = \frac{4\pi}{\lambda v}\,\mathbf{\Omega}\cdot\mathbf{A}$, où λ et v sont la longueur d'onde et la vitesse de propagation des particules, atomes ou photons.

Une telle sensibilité intrinsèque rend les gyroscopes atomiques compétitifs même en considérant les aires importantes qui peuvent être réalisées avec les interféromètres optiques. Ainsi, une sensibilité de l'ordre de 6×10^{-10} rad.s^{-1} sur une seconde d'intégration a pu être démontrée [77]. Le lecteur pourra trouver dans [79] une introduction plus détaillée au domaine des senseurs inertiels atomiques, comportant notamment la description de plusieurs montages expérimentaux.

1.1.4 Limites

Une première limite aux senseurs inertiels atomiques développés jusqu'alors est liée à l'incohérence de la source : il est impossible de mesurer des grands déphasages. En d'autres termes, comme pour un interféromètre optique utilisé avec de la lumière blanche, l'interféromètre doit fonctionner proche de la *teinte plate*. Si l'on s'en éloigne, les franges se brouillent et le contraste diminue [Fig. 1.3]. Dans le cas photonique, cela se voit directement sur la formule (1.3) : le déphasage dépend de la fréquence de l'onde lumineuse, et celle-ci doit donc être bien définie. Dans le cas atomique, ceci provient du fait que l'*aire* de l'interféromètre dépend de la vitesse longitudinale du faisceau atomique, puisque l'impulsion transverse fournie par la séparatrice [Fig. 1.2] est constante.

Ceci nous amène à une deuxième limitation : pour augmenter l'aire de l'interféromètre (ou, de manière équivalente, le temps d'interrogation), il faut diminuer la vitesse longitudinale incidente, c'est-à-dire augmenter la longueur d'onde de

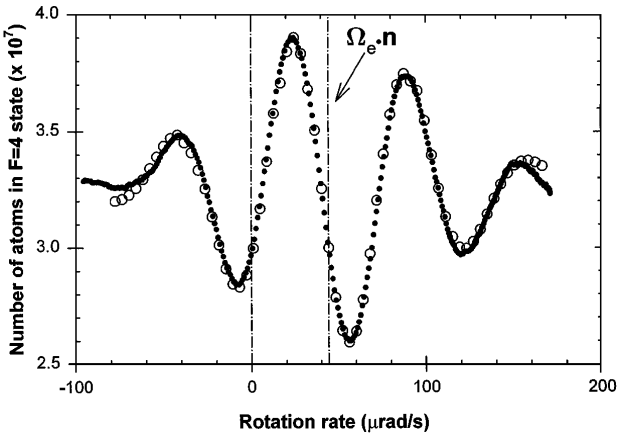


FIG. 1.3 – *Interférogramme obtenu sur l'expérience de gyromètre à atomes de Stanford [29]. La position du maximum de l'enveloppe du contraste permet de mesurer la vitesse de rotation du référentiel associé au dispositif. Il s'agit ici de la rotation de la Terre. Le contraste diminue rapidement lorsqu'on s'éloigne de la frange centrale, car la source est incohérente.*

de Broglie du faisceau atomique. C'est pourquoi les nouveaux interféromètres développés actuellement utilisent des atomes froids et non plus des jets thermiques (voir par exemple [80]). Néanmoins, le temps d'interrogation reste limité par la gravité, qui accélère les atomes, et dont l'influence est d'autant plus limitante que les atomes sont lents.

On peut alors envisager de réaliser des interféromètres en configuration guidée, de manière à s'affranchir de la gravité, en utilisant des guides horizontaux. Ceci pourrait également permettre de répondre à une autre attente, la miniaturisation des dispositifs, puisqu'on sait créer des guides d'onde sur des microstructures (§1.4).

Nous allons évoquer dans les prochains paragraphes ces différents points. Au paragraphe suivant, nous présentons la condensation de Bose-Einstein et montrons que ce phénomène offre une source cohérente pour l'optique atomique. Nous expliquons au paragraphe 1.3 que l'on peut extraire à partir de ces condensats un faisceau cohérent d'atomes. Enfin, au dernier paragraphe, nous présentons l'état de l'art concernant les guides d'onde atomique, ainsi que les thématiques d'études sur la propagation d'ondes de matière dans de tels guides.

1.2 La condensation de Bose-Einstein : une source cohérente pour l'optique atomique

Nous présentons dans cette partie la condensation de Bose-Einstein avec des arguments physiques simples, une présentation plus rigoureuse sera donnée au chapitre 2. Nous évoquons ensuite les propriétés de cohérence des condensats.

1.2.1 Condensation de Bose-Einstein et effet laser

Lorsque la température d'un échantillon atomique diminue, sa longueur d'onde de de Broglie thermique augmente (Eq. 1.2). Alors qu'à température ambiante cette longueur d'onde est de l'ordre de la dizaine de picomètres (avec la masse de l'atome de rubidium), soit plus petite que le rayon de Bohr, et donc totalement négligeable, elle atteint une taille de l'ordre de la dizaine de microns pour une température de l'ordre du microkelvin. Cette taille peut alors être du même ordre de grandeur qu'une autre distance caractéristique du système : la distance moyenne entre atomes $d = n^{1/3}$, où n est la densité atomique.

On comprend alors que dans ce cas, les atomes ne peuvent plus être considérés comme des petites particules indépendantes les unes des autres. Le comportement du gaz est profondément modifié par les effets ondulatoires, car les fonctions d'onde atomiques commencent à se recouvrir entre elles. Il en résulte un effet collectif, que l'on peut interpréter comme une interférence entre ces

fonctions d'onde, constructive dans le cas des bosons : c'est la condensation de Bose-Einstein. Les atomes s'accumulent dans l'état fondamental de la boîte ou du piège dans lequel ils sont confinés, formant ainsi une fonction d'onde *macroscopique*[3].

Ce phénomène est intimement lié à l'effet laser. La statistique des bosons impose en effet que la probabilité qu'un atome aille peupler un état donné, suite à une collision par exemple, est d'autant plus grande que cet état est déjà peuplé d'autres atomes. L'émission stimulée dans une cavité laser correspond à ce phénomène d'amplification bosonique.

Un condensat de Bose-Einstein dans un piège est donc l'analogue atomique des photons occupant tous le même mode de la cavité d'un laser en optique photonique. On attend donc d'un condensat des propriétés de cohérence analogues [81].

1.2.2 Rappel : la cohérence en optique

En optique la cohérence peut être caractérisée par les fonctions de corrélation du champ électrique [82]. Par exemple, la fonction de corrélation temporelle du premier ordre

$$g^{(1)}(\tau) = \frac{\langle E^\star(t)E(t+\tau)\rangle}{\langle E^\star(t)E(t)\rangle} \tag{1.5}$$

caractérise la cohérence temporelle. C'est une fonction en cloche centrée en 0, de maximum 1 et décroissant vers 0 avec une largeur caractéristique définissant le temps de cohérence. Ainsi, le contraste d'un système d'interférence autour de la différence de marche δ est donné par $g^{(1)}(\delta/c)$. De manière analogue, on définit la fonction de corrélation spatiale du premier ordre afin de caractériser la cohérence spatiale.

De même, on peut définir des fonctions de corrélation d'ordre supérieur. La fonction de corrélation du deuxième ordre mesure par exemple les corrélations de l'intensité. Dans le cas temporel, elle s'écrit ainsi

$$\begin{aligned} g^{(2)}(\tau) &= \frac{\langle E^\star(t)E^\star(t+\tau)E(t)E(t+\tau)\rangle}{\langle E^\star(t)E(t)\rangle^2} \,, \\ &= \frac{\langle I(t)I(t+\tau)\rangle}{\langle I(t)I(t)\rangle} \,. \end{aligned} \tag{1.6}$$

Dans le cas d'une source complètement cohérente (un laser monomode idéal), les fonctions de corrélation $g^{(1)}(\tau)$ et $g^{(2)}(\tau)$ valent 1 quel que soit τ. Dans le

[3]La situation est bien différente dans le cas de fermions, car le principe d'exclusion de Pauli interdit à deux fermions d'occuper le même état.

cas d'une source incohérente caractérisée par une statistique gaussienne, on a la relation suivante :

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + |g^{(1)}(\tau)|^2 \ . \tag{1.7}$$

On voit alors dans ce cas que $g^{(2)}(\tau)$ tend vers 1 lorsque τ tend vers l'infini, alors que $g^{(2)}(0) = 2$. La probabilité de détecter deux photons quasi-simultanément est donc deux fois plus importante qu'à grande différence de temps. Ce phénomène de "groupement" de photons, ou *bunching* en anglais, est connu sous le nom d'effet Hanbury Brown et Twiss [83].

Enfin, on peut encore étendre ces définitions aux fonctions de corrélation d'ordre supérieur, et un champ *complètement* cohérent vérifie un nombre infini de conditions sur toutes les fonctions de corrélation ($g^{(n)}(\mathbf{r}, \tau) = 1 \ \forall n$), tandis qu'on parlera de cohérence partielle d'ordre n si seulement les n premières conditions sont satisfaites.

1.2.3 Cohérence d'un condensat : quelques expériences

En optique atomique, on définit les fonctions de corrélation du champ atomique exactement de la même manière, en remplaçant les champs électriques E et $E^\star$ par les champs atomiques $\hat{\Psi}$ et $\hat{\Psi}^\dagger$.

Pour un condensat, la cohérence spatiale du premier ordre a été démontrée de façon spectaculaire dès 1997 dans le groupe de W. Ketterle au MIT, en faisant interférer deux condensats indépendants [84]. Le très bon contraste des franges obtenues [Fig. 1.4] sur toute l'étendue de l'interférogramme démontre la cohérence spatiale à longue portée.

Une mesure plus quantitative de la longueur de cohérence L_c a été ensuite effectuée dans le même groupe, par l'intermédiaire de la mesure de la distribution en impulsion du condensat [85], c'est-à-dire sa *largeur spectrale*. On a en effet

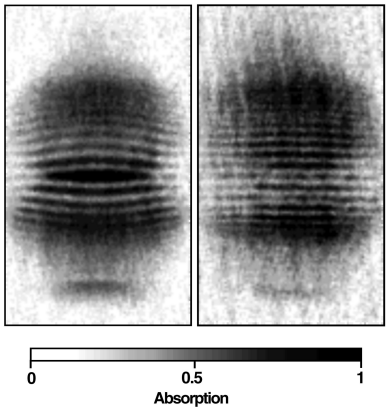


FIG. 1.4 – *Interférences entre deux condensats se recouvrant après temps de vol. L'image est tirée de [84].*

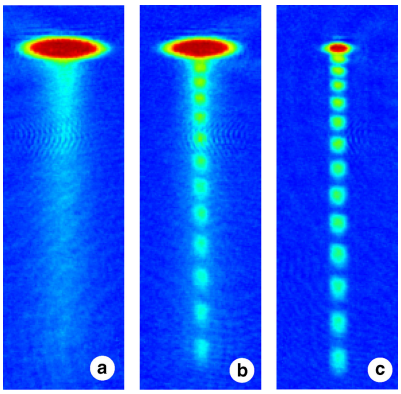


FIG. 1.5 – *Battements entre 2 faisceaux atomiques issus d'un même nuage extraits, à des hauteurs différentes. (a) nuage thermique, (b) nuage partiellement condensé, (c) condensat pur. La figure est extraite de [90].*

$L_c \sim \hbar/\Delta p$. Ils ont pu montrer que la longueur de cohérence était de l'ordre de la taille du condensat[4].

Une mesure directe de la fonction de corrélation spatiale a ensuite été réalisée à Gaithersburg [89] par une méthode interférométrique : un condensat est séparé en deux copies, puis recombiné à l'aide d'impulsions de Bragg. Le contraste des franges obtenues est alors mesuré en fonction de la séparation spatiale des deux copies de condensat qui interfèrent. Les résultats sont compatibles avec une phase uniforme le long du condensat.

Enfin, citons également l'expérience de Munich [90] dans laquelle on observe le battement de deux lasers à atomes issus de deux points différents du condensat [Fig. 1.5]. La mesure du contraste en fonction de la température a pu mettre en évidence l'apparition de l'ordre à longue portée lors de la condensation (voir aussi le §3.2.3).

La cinétique de l'établissement de la cohérence lors de la condensation a également été l'objet de plusieurs expériences récentes [91, 92].

La cohérence du deuxième ordre a, quant à elle, été étudiée plus récemment, dans une série d'expériences différentes visant à mesurer les fonctions de corrélation $g^{(2)}$, spatiale [93, 94] ou temporelle [95]. Dans cette dernière expérience, la mesure a été effectués sur un laser à atomes, en étudiant la statistique d'arrivée des atomes du faisceau grâce à une cavité de haute finesse permettant la détection d'atomes uniques. Toutes ont pu mettre en évidence la différence entre atomes condensés et thermiques, dans le sens attendu.

Il est à noter que la simple mesure de l'énergie d'expansion d'un condensat

[4]La situation est moins simple dans le cas d'un condensat très anisotrope (ou quasi-condensat) : voir les études de notre groupe sur ce sujet [86–88].

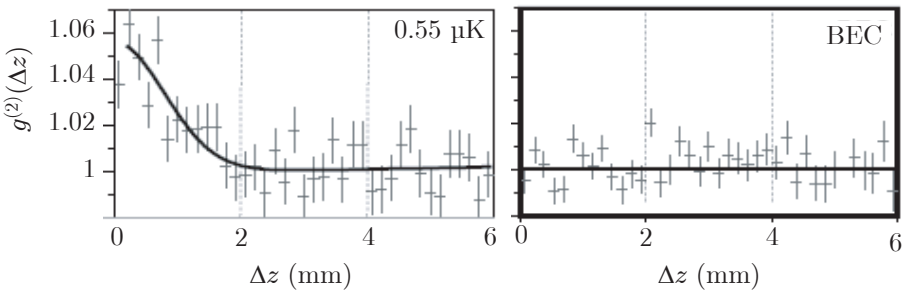


FIG. 1.6 – *Observation de l'effet Hanbury-Brown et Twiss sur un gaz d'helium métastable. À gauche, la fonction de corrélation spatiale $g^{(2)}$ dans la direction z est représentée dans le cas d'atomes thermiques (la valeur à l'origine ne monte pas à 2 à cause de la résolution limitée du détecteur). À droite, on voit que cet effet disparaît pour des atomes condensés : dans ce cas $g^{(2)}(0) = 1$. La figure est adaptée de [93].*

constitue une mesure de $g^{(2)}(0)$ [96]. En effet, l'énergie d'expansion est due aux interactions entre atomes (§2.6.3), dues aux collisions, et est donc proportionnel à la probabilité de trouver deux atomes à la même position, ce qui correspond bien à la corrélation à courte portée de la densité atomique.

De même, comme cela a été montré expérimentalement dans [97], le taux de collisions à trois corps est six fois plus important pour des atomes thermiques que pour des atomes condensés, ce qui est lié au fait que dans le cas cohérent, $g^{(3)}(0) = 1$, alors que dans le cas incohérent, $g^{(3)}(0) = 3! = 6$.

Toutes ces mesures mettent clairement en évidence les propriétés de cohérence des condensats de Bose-Einstein et justifie l'analogie avec les lasers en optique. Il semble donc naturel de pousser l'analogie un peu plus loin en produisant, à partir d'un condensat, un faisceau cohérent, le laser à atomes.

1.3 Les lasers à atomes

On appelle laser à atomes un faisceau atomique extrait de manière cohérente d'un condensat de Bose-Einstein. Outre un condensat dans un piège, servant de réservoir ou *cavité*, il faut un coupleur de sortie préservant la cohérence.

1.3.1 Coupleurs de sortie

Plusieurs types de coupleurs de sortie ont été à ce jour démontrés [Fig. 1.7].

Dès 1997, l'équipe du MIT [31] a produit un laser à atomes impulsionnel en appliquant une série d'impulsions brèves et intenses de rayonnement radiofré-

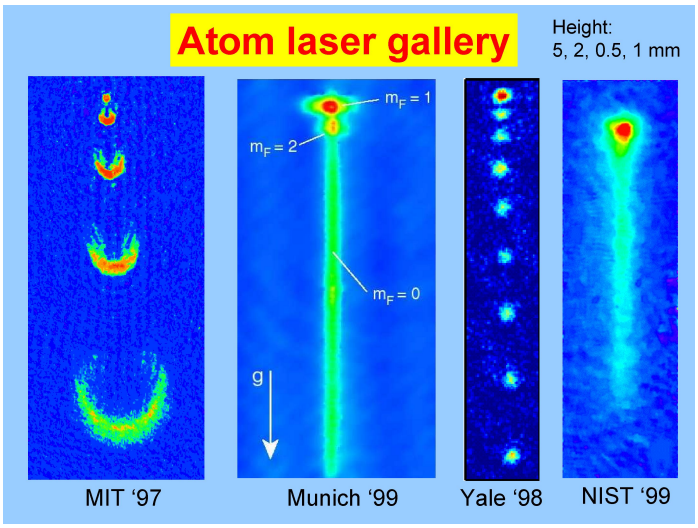


FIG. 1.7 – *Premières réalisations de laser à atomes, avec des méthodes de couplage différentes. Les figures sont extraites de [31], [33], [32] et [34] respectivement.*

quence (RF) permettant d'induire une transition entre un sous-état magnétique piégé (le condensat étant initialement piégé magnétiquement) et un sous-état insensible au champ magnétique. Les atomes non piégés s'échappent alors sous l'effet de la gravité.

Ce même type de coupleur RF a ensuite été utilisé à Munich [33] puis à Orsay [43], mais de manière continue cette fois : le champ radiofréquence est appliqué continûment et avec une amplitude suffisamment faible pour n'extraire qu'un faible flux d'atomes (§3.1.4). Ce processus peut alors durer plusieurs dizaines de millisecondes, jusqu'au vidage du condensat. On parle alors de laser quasi-continu. C'est ce type de coupleur que nous avons mis en œuvre sur notre expérience (Chapitres 3 et 5).

Un autre type de couplage à changement d'état interne consiste à utiliser une paire de faisceaux Raman pour induire la transition [34, 98]. Cette technique permet en outre d'impulser aux atomes une vitesse initiale, dont la direction n'est donc plus nécessairement verticale. En revanche, les atomes sont ensuite bien sûr accélérés par la gravité.

Citons également deux autres méthodes alternatives. À Yale [32], un condensat a été chargé dans un réseau lumineux vertical. Les atomes peuvent alors s'échapper par effet tunnel induit par la gravité. Comme il y a plusieurs modes de sortie verrouillés en phase, le laser est impulsionnel. Enfin, un laser à atomes "tout optique" a été réalisé dans le groupe de M. Weitz [99] en abaissant la profondeur d'un piège optique contenant un condensat. Des atomes peuvent alors s'échapper vers le bas (toujours à cause de la gravité) par simple déversement.

Enfin, deux équipes, à l'ENS de Paris et à l'Université du Michigan, développe actuellement une méthode ambitieuse, visant à évaporer directement un jet atomique jusqu'à la dégénérescence [35–37]. Le but ultime est de réaliser un laser à atomes à fort flux et réellement continu, toutes les autres méthodes énoncées ci-dessus étant limitées dans leur temps d'application par le vidage du condensat.

1.3.2 Études antérieures

Sur le plan théorique, les lasers à atomes, et notamment le couplage, ont été l'objet de nombreuses études. Sur le plan expérimental, en revanche, la majorité des travaux réalisés antérieurement à cette thèse avait été effectuée dans le groupe de Munich. Nous pouvons citer la réalisation d'éléments d'optique pour un laser à atomes tel qu'un miroir magnétique [100], ainsi qu'un dispositif de détection continue [101]. La cohérence temporelle du faisceau a pu être vérifiée [102] en observant une onde stationnaire créée par la réflexion sur une pente de potentiel très raide [Fig. 1.8]. Néanmoins, seuls les temps courts (correspondant à une largeur spectrale de 700 Hz, limite de la résolution de la mesure) ont pu être testés. Le temps de cohérence d'un laser à atomes, ou de manière équivalente sa largeur spectrale, est donc toujours, d'un point de vue expérimental, une question ouverte.

Enfin, à Orsay, la divergence d'un laser à atomes à été étudiée [39, 43]. Nos propres travaux sur le mode transverse d'un laser à atomes (§3.3) s'inscrivent dans la continuité de ces études.

Mentionnons également les efforts actuellement menés dans le groupe de Canberra vers la réalisation de laser à atomes à fort flux [98]. Les propriétés statistiques des lasers à atomes ont également été l'objet d'expériences récentes [95,103]

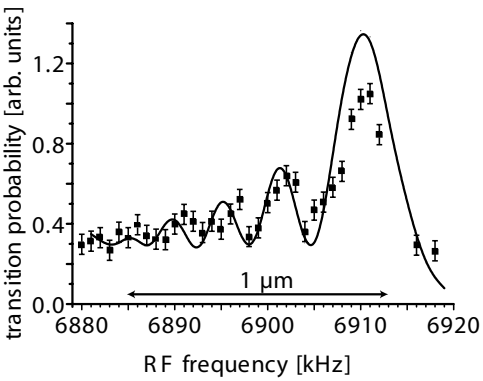


FIG. 1.8 – *Observation d'une figure d'interférence à la réflexion d'un laser à atomes sur une pente de potentiel. De la mesure du contraste, les auteurs ont pu déduire le temps de cohérence du laser. Celui-ci est limité par l'élargissement spectral dû à la durée finie du couplage (§3.2). La figure est tirée de [102].*

dans le groupe de T. Esslinger.

1.3.3 Rôle de la gravité

Dans tous les schémas décrits précédemment, la gravité joue un rôle primordial. Dans la plupart des cas (tous à l'exception du couplage Raman), c'est elle qui permet aux atomes de sortir de la zone du condensat ; et dans tous les cas, la gravité gouverne la dynamique de propagation du faisceau atomique après son extraction. Il est donc extrêmement difficile d'obtenir un contrôle satisfaisant du faisceau. De plus, l'accélération induite par la gravité provoque une décroissance rapide de la longueur d'onde de de Broglie atomique, ce qui rend les effets ondulatoires liés à la dynamique longitudinale difficilement observables.

Ce problème est en fait général à toute expérience d'optique atomique[5]. Une solution consiste à ne plus travailler dans l'espace libre[6], mais plutôt en configuration guidée. Des guides d'onde atomique se sont donc développés afin de répondre, entre autre, à ce problème.

1.4 Les guides d'onde atomique

Nous allons d'abord passer rapidement en revue les différentes techniques utilisées pour créer des guides d'onde atomique, puis nous évoquerons les sujets d'études que cela ouvre sur les problèmes de propagation d'ondes de matière.

1.4.1 Rapide revue

Les techniques de guidage d'atomes reposent soit sur la force dipolaire créée par un laser désaccordé (§4.1), soit sur un champ magnétique créant un piège unidimensionnel.

Dans la première catégorie, on peut citer l'utilisation d'une fibre creuse pour guider la lumière, cette dernière guidant les atomes [105, 106]. Grâce à la fibre, les atomes ne sont pas nécessairement guidés en ligne droite. Un inconvénient de cette technique, en revanche, est la faible efficacité d'injection dans le guide, même en utilisant des atomes froids [107]. Il en effet difficile de focaliser un jet d'atomes thermiques sur la petite ouverture de la fibre. Une autre approche consiste à n'utiliser qu'un faisceau laser pour guider verticalement un nuage d'atomes froids, le guide optique servant alors à supprimer l'expansion transverse [108]. Enfin, un condensat a été relâché dans un guide optique constitué d'un faisceau annulaire (mode de Laguerre-Gauss d'ordre 1) désaccordé vers le bleu [109]. La force est alors répulsive et les atomes sont guidés dans la zone sombre.

[5] À l'exception, évidemment, des futures expériences en microgravité [104].
[6] On utilisera abusivement le terme d'espace libre, même s'il y a la gravité.

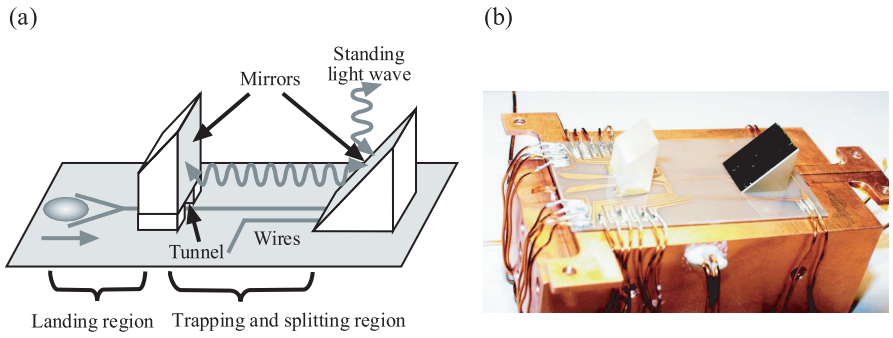


FIG. 1.9 – *Schéma et photo d'un interféromètre de Michelson implémenté sur une puce à atomes. La figure est adaptée de [127].*

Outre les guides magnétiques de grande longueur déjà évoqués, dans lesquels un jet atomique est évaporé [36,37], on peut simplement obtenir un guide à partir d'un piège magnétique classique, en relâchant le confinement longitudinal. Cette technique a été utilisée récemment pour étudier l'expansion unidimensionnelle d'un condensat dans un potentiel désordonné rajouté optiquement [110–112]. De manière alternative, la combinaison d'un simple fil parcouru par un courant électrique et d'un champ magnétique homogène permet de créer un guide parallèle au fil [113–116]. On peut obtenir un résultat similaire avec plusieurs fils parallèles entre eux [117]. Enfin, ce principe peut être implémenté à l'aide de fils microscopiques déposés sur un substrat, c'est-à-dire une puce à atomes [118–121]. Après des premières démonstrations avec des atomes thermiques, des condensats ont pu être relâchés dans de tels guides magnétiques sur puce [122, 123].

Des géométries plus complexes sont également à l'étude, tels que des guides toriques réalisés magnétiquement [124–126]. Enfin, l'utilisation de guides miniatures pour l'interférométrie devient de plus en plus réaliste. C'est ainsi qu'un réseau de guides optiques se croisant, formant potentiellement de multiples interféromètres de Mach-Zehnder miniatures, a été démontré avec des atomes thermique [64]. Sur puce, des interféromètres de type Michelson [Fig. 1.9] et Mach-Zehnder ont été réalisés et utilisés avec des condensats [127, 128].

1.4.2 Propagation d'ondes de matière en configuration guidée

Outre les futures applications de ce genre de guide à la construction d'interféromètres miniatures, la propagation d'onde de matière en configuration guidée est un vaste sujet d'étude. Il s'agit d'étudier le comportement des ondes de matière au passage de différents obstacles, l'aspect guidage permettant de réduire le problème à une dimension. La physique de ces phénomènes de *transport quantique*

est particulièrement riche du fait de la présence d'interactions entre particules, donnant lieu à des effets non linéaires [129, 130].

Pour ne citer que deux exemples particuliers, mentionnons les études actuelles sur la propagation d'ondes de matière en milieu désordonné, à la fois expérimentales [110–112] et théoriques [131, 132], le but ultime étant d'observer la localisation d'Anderson [133]. Les expériences actuelles, réalisées en lâchant un condensat, sont limitées par la dispersion en énergie et les interactions au sein du nuage atomique.

Un autre exemple est la transmission à travers une double bosse de potentiel [134, 135]. La microcavité ainsi formée présente des résonances et joue donc le rôle de filtre spectral, ou encore d'interféromètre atomique de Fabry-Perot. De plus, les interactions rendent la cavité non linéaire, ce qui rend la transmission bistable. Ces études restent pour le moment théoriques.

Toutes ces applications nécessitent des conditions assez restrictives sur la source atomique utilisée. Aussi est-il nécessaire d'avoir une grande finesse spectrale. En effet, les phénomènes de transport quantique sont en général très dépendants de l'énergie du faisceau (avec des résonances, par exemple) et il est donc nécessaire de bien maîtriser cette énergie. De plus, une grande longueur d'onde est nécessaire car celle-ci doit être au moins de l'ordre de la taille caractéristique des obstacles impliqués, afin que les effets quantiques soient importants. Enfin, il est également préférable d'avoir un contrôle sur la quantité d'interactions au sein du faisceau. Pour observer certains effets, comme la réflexion quantique par exemple, les interactions ont un rôle néfaste [136].

1.5 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre l'intérêt particulier qu'ont les condensats de Bose-Einstein pour l'optique atomique, grâce à leur cohérence. Il est possible de relâcher ces condensats dans des guides d'onde ou encore en extraire de manière quasi-continue un faisceau d'onde de matière cohérente. Nous avons évoqué les limites de ces deux approches. En relâchant simplement un condensat dans un guide [109–112, 122, 123, 125], on ne contrôle pas le flux, le nuage présente alors de fortes interactions (il est dans le régime de Thomas-Fermi), et sa dispersion en énergie est relativement grande, de l'ordre de son potentiel chimique, soit quelques kilohertz (§5.4). Au contraire, en utilisant un coupleur de sortie quasi-continu pour produire un laser à atomes, on peut maîtriser le flux et avoir une plus grande finesse spectrale (§3.1.4). Néanmoins, l'accélération induite par la gravité fait décroître la longueur d'onde de de Broglie au cours de la propagation, ce qui est défavorable aussi bien aux applications interférométriques qu'aux études sur le transport quantique. La solution est de combiner les avantages de

ces deux approches, en couplant un laser à atomes quasi-continu dans un guide d'onde horizontal.

L'obtention d'un tel laser sera présentée au chapitre 5, comme un aboutissement des travaux présentés dans cette thèse. Les chapitres 2, 3 et 4 retracent, en quelque sorte, les étapes intermédiaires, à savoir faire un condensat, puis un laser à atomes et ensuite mettre en place un piège optique pouvant servir de guide. C'est en combinant le tout que l'on peut obtenir un laser à atomes guidé.

CHAPITRE 2

Production et caractérisation d'un condensat

Nous nous intéressons dans ce chapitre à la réalisation expérimentale de condensats de Bose-Einstein, ainsi qu'à leur description et caractérisation. Nous donnons donc quelques éléments théoriques, dans une première partie, utiles à la compréhension du phénomène de condensation et la description des condensats. La suite du chapitre est consacrée à une présentation du dispositif expérimental permettant l'obtention d'un condensat de Bose-Einstein de Rubidium 87. Ce dispositif est le troisième du groupe d'Optique Atomique sur la condensation du ^{87}Rb. Il a donc bénéficié, pour sa conception, de l'expérience accumulée sur les premiers [137–139]. Une présentation des évolutions entre le premier dispositif et le nôtre se trouve dans la thèse de Y. Le Coq [39], qui a initié la conception et la réalisation de ce dernier. Sa description complète pourra être trouvée dans la thèse de M. Fauquembergue [38]. De plus, un grand nombre de détails non présentés ici se trouvent dans la thèse de J.-F. Riou [40]. Enfin, l'annexe A contient les informations nécessaires sur l'atome de rubidium, ainsi que la description précise des transitions laser utilisées, accompagnée d'une description sommaire des sources laser.

2.1 Condensation de Bose-Einstein

Nous allons dans cette première partie présenter le phénomène de condensation, puis donner les quelques éléments théoriques nécessaires à la description des condensats.

2.1.1 Un effet de la statistique quantique

Le phénomène de condensation est une conséquence directe de la statistique quantique des bosons. Celle-ci ne s'écarte significativement de la statistique classique de Boltzmann qu'à très basse température.

Un premier critère pour savoir si la statistique classique est capable de décrire correctement le gaz est de vérifier que chaque particule peut bien être considé-

rée comme ponctuelle et indépendante des autres. Il s'agit donc de comparer la distance moyenne entre particule à la "taille quantique" d'une particule, c'est-à-dire sa longueur d'onde de de Broglie. Quand celle-ci n'est plus négligeable, les effets quantiques commencent à se faire sentir. Ainsi, en notant n la densité du gaz, nous pouvons d'ores et déjà établir un premier critère d'apparition des effets quantiques sur la statistique du gaz :

$$n\Lambda_T^3 \simeq 1. \tag{2.1}$$

La mise en équation plus rigoureuse de la transition de Bose-Einstein se trouve dans les livres de physique statistique, dans le cas d'un gaz dans une boîte principalement, par exemple dans [140]. Le cas d'un gaz piégé est traité en détail dans [141]. Nous ne donnons que l'essentiel ici.

Considérons un gaz *parfait* (sans interaction) de N atomes à température T dans un piège harmonique tridimensionnel. Nous verrons dans la suite que ceci constitue une bonne représentation des pièges que nous utilisons. Le potentiel de piégeage s'écrit, à une constante près,

$$U = \frac{1}{2} m \left(\omega_x^2\, x^2 + \omega_y^2\, y^2 + \omega_z^2\, z^2\right). \tag{2.2}$$

Nous prenons l'énergie du niveau fondamental comme étant le zéro d'énergie. Dans ce cas, la distribution de Bose s'écrit de la façon suivante :

$$f(E_i) = \frac{1}{e^{(E_i-\mu)/k_\mathrm{B}T} - 1} \quad \text{avec} \quad N = \sum_i f(E_i)\ , \tag{2.3}$$

où $f(E_i)$ est le nombre moyen d'occupation de l'état quantique i d'énergie E_i et μ le potentiel chimique. Afin que $f(E_i)$ soit toujours positif, le potentiel chimique[1] doit être inférieur à E_i et ce pour tout i. Par conséquent, celui-ci est toujours négatif. De plus, lorsque T tend vers 0, μ tend nécessairement vers 0 sans quoi aucun état ne serait peuplé. Notons $z = e^{\mu/k_\mathrm{B}T}$ la fugacité du système, alors comprise entre 0 et 1.

On suppose $T \gg E_{i+1} - E_i$. Alors, le taux d'occupation varie peu d'un niveau à l'autre et on peut écrire la somme de l'équation (2.3) sous forme continue :

$$N = \int_0^\infty f(E)\, \rho(E)\, dE\ , \tag{2.4}$$

[1]Par définition, $\mu = -T(\partial S/\partial N)_{E=\mathrm{cste}}$, où S est l'entropie du système.

où $\rho(E)$ est la densité d'état. Dans un piège harmonique, elle vaut :

$$\rho(E) = \frac{E^2}{2(\hbar\bar{\omega})^3} \quad \text{avec} \quad \bar{\omega} = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}. \tag{2.5}$$

Le calcul de l'intégrale (2.4) donne alors le résultat suivant :

$$N = \left(\frac{k_\mathrm{B}T}{\hbar\bar{\omega}}\right)^3 g_3(z) \quad \text{avec} \quad g_\alpha(z) = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{z^l}{l^\alpha}. \tag{2.6}$$

Or la fonction[2] g_3 est bornée sur l'intervalle $[0,1]$, et il semblerait donc que le nombre d'atomes le soit aussi ! La valeur maximale est atteinte pour $z \to 1$, c'est-à-dire quand $\mu \to 0$. À cette limite, le taux d'occupation du niveau fondamental (équation (2.3) avec $E_i = 0$ et $\mu \to 0$) tend vers l'infini. Or en écrivant (2.4), on a pondéré chaque niveau par $\rho(E)$, qui est nul en $E = 0$. On a donc négligé l'état fondamental, qui pourtant joue un rôle prépondérant. Ainsi, on doit calculer séparément la contribution de l'état fondamental N_0, le passage à la limite continue ne pouvant être valable que pour les états excités N_e. L'équation (2.6) se réécrit alors en utilisant (2.3) pour N_0 :

$$\begin{aligned} N &= N_0 + N_e \\ &= \frac{z}{1-z} + \left(\frac{k_\mathrm{B}T}{\hbar\bar{\omega}}\right)^3 g_3(z). \end{aligned} \tag{2.7}$$

Au delà de

$$N_e^{max} = g_3(1)\left(\frac{k_\mathrm{B}T}{\hbar\bar{\omega}}\right)^3 \simeq 1.202\left(\frac{k_\mathrm{B}T}{\hbar\bar{\omega}}\right)^3, \tag{2.8}$$

tout atome supplémentaire devra se trouver dans l'état fondamental, dont la population peut alors devenir macroscopique : c'est la condensation de Bose-Einstein. Ce phénomène de *saturation des états excités* apparaît également si on baisse la température à nombre d'atomes constant. La relation (2.8) donne alors la température critique[3]

$$T_c = 0.94\,\frac{\hbar\bar{\omega}}{k_\mathrm{B}}\,N^{1/3} \tag{2.9}$$

en-dessous de laquelle on observe la condensation.

Remarquons que, si N est grand, cette température est bien telle que $k_\mathrm{B}T \gg \hbar\bar{\omega}$, ce qui justifie *a posteriori* le passage à la limite continue pour calculer la

[2]Les fonctions g_α sont les fonctions polylogarithmes [142]. Un cas particulier est $g_\alpha(1) = \zeta(\alpha)$, où ζ est la fonction de Riemann.

[3]L'expression donnée n'est rigoureusement valable qu'à la limite thermodynamique. Le nombre fini de particules entraîne une correction sur T_c, de l'ordre du pourcent pour $N \sim 5\times10^6$ atomes [143].

population des états excités, et insiste sur le fait que la condensation n'est en aucun cas un phénomène purement thermique, mais est bien dû aux propriétés quantiques des bosons.

Des équations (2.7) et (2.9) on peut également déduire la proportion d'atomes dans l'état fondamental, ou fraction condensée, en fonction de la température :

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3 . \tag{2.10}$$

Un condensat est donc "pur" à $T = 0$.

Lien avec le critère intuitif

Cherchons maintenant à écrire la distribution spatiale du gaz de Bose piégé pour $T \geq T_c$. Il faut pour cela réécrire l'intégrale (2.4) mais en fonction de la position $\mathbf{r}$ et de l'impulsion $\mathbf{p}$, avec $E(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \mathbf{p}^2/2m + U(\mathbf{r})$. L'intégration sur $\mathbf{p}$ donne alors la distribution spatiale

$$n(\mathbf{r}) = \frac{1}{\Lambda_T^3}\, g_{3/2}\left(z\, e^{-U(\mathbf{r})/k_\mathrm{B}T}\right) . \tag{2.11}$$

Au seuil de la condensation, $z \simeq 1$ et on peut écrire

$$n(0)\Lambda_T^3 = g_{3/2}(1) \simeq 2.612 . \tag{2.12}$$

Nous noterons $\mathcal{D} = n(0)\Lambda_T^3$ et l'appellerons "densité dans l'espace des phases" ou "paramètre de dégénérescence". C'est le taux d'occupation d'une cellule de l'espace des phases, de volume h^3, dont l'interprétation physique est celle donnée au premier paragraphe de cette partie : lorsque $\mathcal{D} \sim 1$, les fonctions d'onde atomiques commencent à se recouvrir. C'est donc bien le paramètre pertinent pour situer la transition.

Remarques :

- Si nous avions traité la condensation de Bose-Einstein dans une boîte, nous aurions abouti au même critère, avec la densité au centre $n(0)$ changée en densité moyenne, celle-ci étant de toute façon uniforme en l'absence de potentiel.
- Lorsque $x \to 0$, $g_\alpha(x) \sim x$. Pour un gaz classique, $z \to 0$, et l'expression (2.11) redonne bien une distribution de Boltzmann. De plus, le paramètre de dégénérescence se confond alors avec la fugacité z. Dans le cas d'un piège harmonique, il est aisé de donner son expression,

$$\mathcal{D}_{T \gg T_c} = N \left(\frac{\hbar\bar{\omega}}{k_\mathrm{B}T}\right)^3 , \tag{2.13}$$

particulièrement transparente : pour chaque dimension, les atomes se répartissent sur un nombre d'états de l'ordre de $k_{\mathrm{B}}T/\hbar\omega$.

2.1.2 Description du condensat

2.1.2.1 Effet des interactions

Afin de décrire correctement les condensats [143] que nous obtenons expérimentalement, il est nécessaire de prendre en compte l'effet des interactions[4]. Celles-ci sont dues aux collisions entre atomes.

Le traitement des collisions et leur influence sur la description statistique d'un gaz est en général un problème compliqué. Heureusement, travailler avec des atomes ultra-froids permet de simplifier considérablement le problème [145, 146].

Les atomes ayant une énergie cinétique faible, nous ne considérons que les collisions de plus basse énergie (dites dans l'onde s). Nous prenons de plus pour l'amplitude de diffusion $f(k)$ la limite lorsque $k \to 0$ (k est le vecteur d'onde atomique relatif entre 2 atomes). On a alors

$$f(k \to 0) \approx -a\,, \tag{2.14}$$

où a est la longueur de diffusion. Ainsi, cette grandeur est suffisante pour caractériser la collision. Pour le ^{87}Rb, $a = 5.3$ nm. Le signe positif de a signifie que les interactions sont répulsives.

De plus, nous travaillons avec des gaz suffisamment dilués ($na^3 \ll 1$) pour faire une approximation supplémentaire, de type champ moyen, consistant à décrire l'effet des interactions s'exerçant sur un atome par un potentiel dû aux $N - 1 \approx N$ autres atomes. Ce potentiel s'écrit alors[5] :

$$U_{\mathrm{int}}(\mathbf{r}) = g_{\mathrm{coll}}\, n(\mathbf{r})\ , \tag{2.15}$$

où $g_{\mathrm{coll}} = 4\pi\hbar^2 a/m$ est la constante de couplage due aux collisions.

2.1.2.2 Équation de Gross-Pitaevskii

Prenons un condensat pur, à $T = 0$, contenant N atomes. On considère alors que les atomes ont tous la même fonction d'onde ϕ et que l'état $|\psi\rangle$ représentant le condensat s'écrit comme le produit des fonctions d'onde individuelles

[4] Outre la description du condensat, les interactions changent également la valeur de T_c, en la rabaissant de quelques pourcents (8 % avec nos paramètres) [143, 144].

[5] L'expression donnée n'est valable que dans le cas d'interactions entre atomes condensés ou ayant des degrés de liberté internes différents. Le terme d'interaction est multiplié par un facteur 2 dans le cas d'atomes indiscernables non condensés [96].

(approximation de Hartree-Fock [143, 146]). Il s'écrit donc :

$$|\psi\rangle = \sqrt{N}\,|\phi(0)\rangle\,|\phi(1)\rangle\,...\,|\phi(N)\rangle\ , \tag{2.16}$$

où chaque $|\phi(i)\rangle$ est la fonction d'onde à une particule, normalisée à 1 ($|\psi\rangle$ est donc normalisée à N). Cela revient à considérer le champ atomique comme classique. On a alors l'évolution temporelle

$$\psi(\mathbf{r}, t) = \phi_0(\mathbf{r})\, e^{-i\mu t/\hbar}\,, \tag{2.17}$$

et ϕ_0 vérifie l'équation de Schrödinger non-linéaire, ou équation de Gross-Pitaevskii,

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U + g_{\text{coll}}\,|\phi_0|^2\right]\phi_0 = \mu\,\phi_0\,, \tag{2.18}$$

avec $|\phi_0(\mathbf{r})|^2 = n(\mathbf{r})$ et μ le potentiel chimique du condensat. Contrairement au cas du gaz parfait, celui-ci est non nul et positif. C'est l'augmentation d'énergie du système due à l'ajout d'une particule,

$$\mu = \frac{\partial E}{\partial N}\ . \tag{2.19}$$

À l'inverse, il s'agit de l'énergie qu'il faut fournir au système pour extraire un atome du condensat. Pour ces raisons, on qualifie souvent le potentiel chimique d'*énergie du condensat*. Pour autant, ce n'est pas l'énergie par particule car à cause des interactions répulsives, le potentiel chimique est supérieur à l'énergie moyenne. En effet, lorsqu'on ajoute une particule, on apporte non seulement l'énergie correspondante, mais en plus l'énergie d'interaction de toutes les autres particules est augmentée. Plus précisément, comme l'énergie d'interaction par particule est proportionnelle au nombre total d'atomes, on a [143], avec des notations évidentes,

$$\mu = \frac{E_{\text{cin}} + E_{\text{pot}} + 2E_{\text{int}}}{N}\ . \tag{2.20}$$

2.1.2.3 Approximation de Thomas-Fermi

Lorsqu'on travaille avec un nombre d'atomes important, l'énergie d'interaction peut être très supérieure à l'énergie cinétique. On peut alors négliger la contribution de cette dernière dans l'équation de Gross-Pitaevskii (2.18) [147]. Celle-ci devient alors algébrique :

$$U(\mathbf{r}) + g_{\text{coll}}\,|\phi(\mathbf{r})|^2 = \mu\ . \tag{2.21}$$

Ainsi, dans ce que l'on appelle le régime de Thomas-Fermi, la fonction d'onde pour le condensat prend la forme

$$\begin{aligned} |\phi_0(\mathbf{r})| &= \sqrt{\frac{\mu - U(\mathbf{r})}{g_{\text{coll}}}} \qquad \text{pour} \quad U(\mathbf{r}) \leq \mu\ , \\ &= 0 \qquad\qquad\qquad\quad \text{sinon.} \end{aligned} \tag{2.22}$$

Dans le cas d'un piège harmonique (Eq. 2.2), le profil de densité a la forme d'une parabole inversée [Fig. 2.1] :

$$n(r) = n_0 \max\left[1 - \left(\frac{x}{R_x}\right)^2 - \left(\frac{y}{R_y}\right)^2 - \left(\frac{z}{R_z}\right)^2, 0\right], \tag{2.23}$$

où les rayons de Thomas-Fermi sont donnés par

$$R_i = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}}, \; i = x, y, z. \tag{2.24}$$

Le potentiel chimique se calcule en normalisant la fonction d'onde à N :

$$\mu = \frac{\hbar\bar{\omega}}{2}\left(15\frac{aN}{\bar{\sigma}}\right)^{2/5}, \tag{2.25}$$

où $\bar{\sigma} = \sqrt{\hbar/m\bar{\omega}}$ est la taille du mode fondamental de l'oscillateur harmonique associée à $\bar{\omega}$. La densité au centre vaut

$$n_0 = \frac{\mu}{g_{\text{coll}}} = \frac{15N}{8\pi R_x R_y R_z}. \tag{2.26}$$

La condition de validité du régime de Thomas-Fermi s'écrit $Na \gg \sigma_i$ ou encore $\mu \gg \hbar\omega_i$. Ceci est largement vérifié quelque soit la direction pour les nombres d'atomes avec lesquels on travaille, et nous utiliserons l'approximation de Thomas-Fermi dans toute la suite du manuscrit[6].

Remarquons que ces conditions de validité impliquent également que l'on a $R_i \gg \sigma_i$: outre une modification de la forme de la fonction d'onde de l'état fondamental (parabolique au lieu de gaussienne), sa taille caractéristique est également substantiellement modifiée. Les interactions répulsives font augmenter la taille du condensat et diminuer sa densité, comme on peut le voir en figure 2.1.

Enfin, il est à noter que l'approximation de Thomas-Fermi n'est plus valable sur les bords du condensat, puisque la densité tend vers 0. La fonction d'onde comporte en réalité de petites ailes, au niveau desquelles la densité décroît exponentiellement sur une taille caractéristique [148]

$$d_i = \sigma_i \left(\frac{\sigma_i}{2R_i}\right)^{1/3} < \sigma_i \ll R_i. \tag{2.27}$$

[6] Avec des configurations de piégeage très anisotropes, il se peut que le régime de Thomas-Fermi ne soit atteint que dans les directions les moins confinantes.

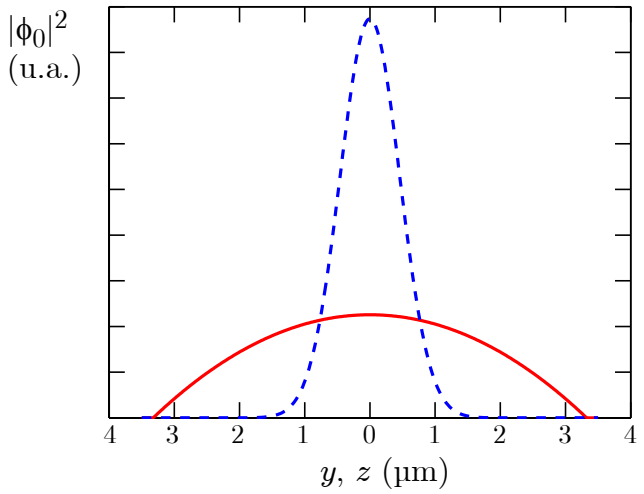


FIG. 2.1 – *Densité $|\phi_0|^2$ dans le régime de Thomas-Fermi (trait continu), pour l'une des directions y ou z (les fréquences de piégeage sont les mêmes dans ces directions, voir §2.5.2). Nous avons représenté en tireté une gaussienne correspondant au mode fondamental sans interaction. Les deux courbes ont la même norme* à une dimension. *En réalité, à trois dimensions, le rapport entre la densité pic dans le mode fondamental sans interaction et dans le régime de Thomas-Fermi est encore beaucoup plus grand que sur la figure.*

2.2 Vue d'ensemble de l'expérience

La production d'un condensat de Bose-Einstein nécessite plusieurs étapes qui s'enchaînent de manière séquentielle. L'expérience se déroule donc par cycles.

2.2.1 Cycle expérimental

Les grandes étapes du cycle expérimental sont représentées sur la figure 2.2. La première phase est celle du chargement du piège magnéto-optique (PMO) (§2.4) à partir d'un jet ralenti (§2.3). Celle-ci dure plusieurs secondes afin de collecter le plus d'atomes possible dans le PMO. Le nuage atomique subit ensuite plusieurs courtes étapes de refroidissement plus poussé, appelées "Dark SPOT" (§2.4.2) et "mélasse" (§2.4.3). Les atomes sont alors transférés dans un piège purement magnétique (§2.5) dans lequel ils subissent une compression, puis une phase de refroidissement dit "évaporatif" (§2.5.5) permettant d'atteindre, après 27 secondes, la condensation de Bose-Einstein. S'ensuit finalement l'imagerie du nuage atomique (§2.6), précédée de l'expansion du nuage. Il est important de noter que l'imagerie est destructive, et que le cycle expérimental doit donc être répété après chaque observation. Le contrôle temporel précis et répétable de l'ensemble de l'expérience est donc une nécessité.

FIG. 2.2 – *Chronogramme simplifié du cycle expérimental.*

Cette exigence est atteinte grâce à un *séquenceur*, module électronique programmé informatiquement, dont l'exécution du cycle s'appuie sur une horloge interne indépendante de l'ordinateur. La résolution temporelle est de 1 μs et la synchronisation entre les différentes sorties (analogiques ou numériques) est à mieux que 5 ns. Plus de détails sur le séquenceur peuvent être trouvés dans la thèse de J. Estève [149].

2.2.2 Système à vide

Le piégeage d'atomes ultra-froids suppose une absence totale de contact avec de la matière à température ambiante. L'ensemble de l'expérience doit donc se dérouler sous vide, celui-ci devant être d'autant plus poussé que l'étape d'évaporation est longue. Pour que cette étape soit la plus efficace possible, il est en effet nécessaire de minimiser les pertes dues aux collisions avec le gaz résiduel. La qualité du vide est donc une exigence cruciale pour une expérience de condensation de Bose-Einstein.

Un schéma de l'ensemble du système à vide[7] est présenté en figure 2.3. L'enceinte est constituée de deux parties, séparées par une vanne et un long tube maintenant un différentiel de pression. D'un coté (à gauche sur notre schéma) se trouve la source atomique : le four (§2.3.1). Cette partie est pompée par une pompe primaire et une pompe turbomoléculaire, et le vide atteint est de l'ordre de 10^{-9} mbar. De l'autre coté se trouve une cellule en quartz, zone dans laquelle les refroidissements laser (PMO) et évaporatif se déroulent. Cette cellule est débouchante et prolongée d'une chambre secondaire, elle-même pompée par une pompe ionique de 100 L/s et une pompe à sublimation de titane. Le vide dans cette chambre secondaire, mesuré avec une jauge ionique, atteint $\approx 10^{-11}$ mbar. Cette pression est suffisamment basse pour permettre la production d'un condensat. Cependant la condensation ne se déroule pas dans cette chambre secondaire, mais dans la cellule, qui est notablement plus proche de la source, zone dans laquelle la pression est plus élevée. Il est donc absolument nécessaire de placer

[7] Le lecteur désireux de se familiariser avec les techniques du vide trouvera dans le livre [150] les réponses à ses questions.

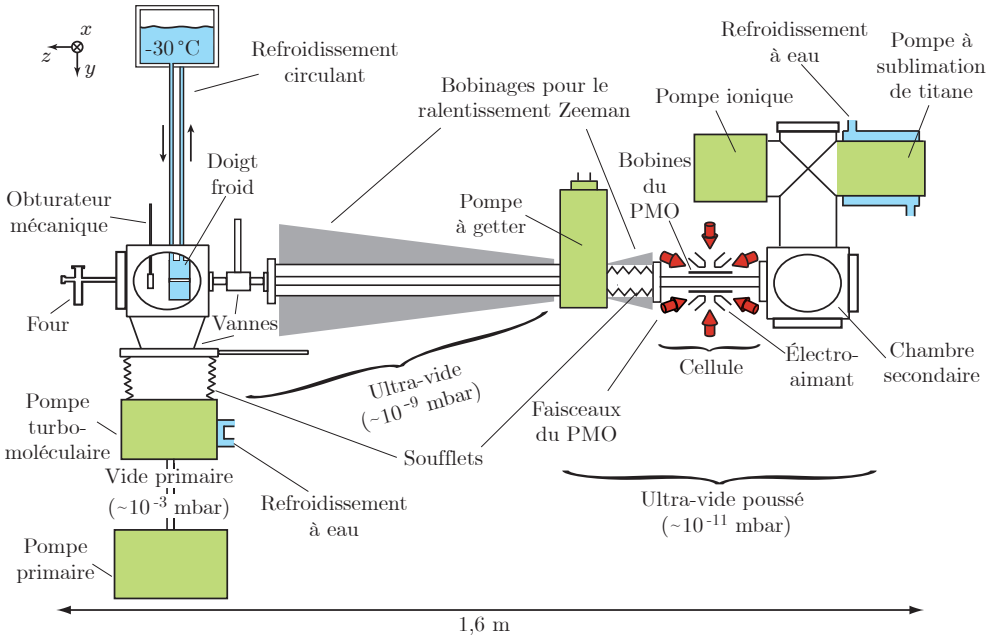


FIG. 2.3 – *Vue d'ensemble du système à vide.*

une autre pompe, dans notre cas une pompe à getter, entre la source et la cellule, afin d'isoler tout à fait les deux parties[8].

2.2.3 Cheminement dans l'espace des phases

Nous avons vu que le paramètre pertinent pour repérer la condensation de Bose-Einstein était la densité dans l'espace des phases, liée à la densité atomique au centre du piège n_0 et à la température par

$$\mathcal{D} = n_0 \Lambda_T^3. \tag{2.28}$$

On peut donc visualiser l'effet des différentes étapes dans un diagramme de phase [Fig. 2.4] tracé en fonction des paramètres n_0 et Λ_T.

Notre point de départ est constitué de rubidium sous forme de vapeur à une pression de 10^{-4} mbar et une température de 120 °C. La densité dans l'espace des phases est alors de quelques 10^{-15}. Nous devons gagner 15 ordres de grandeur !

[8]Dans l'hypothèse (favorable) où l'on néglige le dégazage à l'intérieur du tube, et parce que les diamètres des tubes de part et d'autre de la cellule sont les mêmes, la pression évolue linéairement entre la zone source et la chambre secondaire. Sachant qu'il y a environ 80 cm d'un côté et 20 cm de l'autre, la pression dans la cellule serait, sans la pompe à getter, un cinquième de celle dans la zone source, ce qui est bien trop grand.

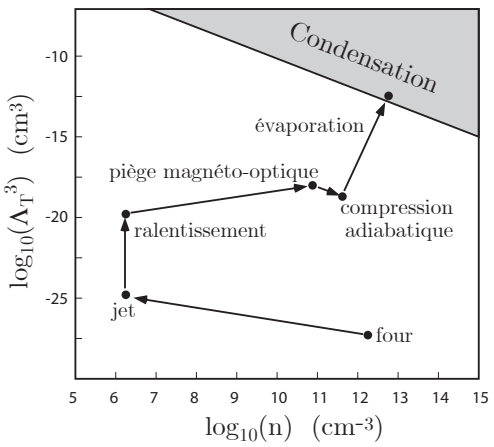


FIG. 2.4 – *Chemin dans l'espace des phases vers la condensation.*

2.3 La source atomique : un jet ralenti

Dans cette partie nous décrivons rapidement la source atomique permettant de charger le piège magnéto-optique : un jet issu d'un four, ralenti grâce à un "ralentisseur Zeeman".

2.3.1 Le four

Le four est constitué d'une réserve de quelques grammes de rubidium, initialement contenu à l'état solide dans une ampoule de verre [Fig. 2.5]. Nous chauffons le four à une température de 120 °C environ. À cette température, le

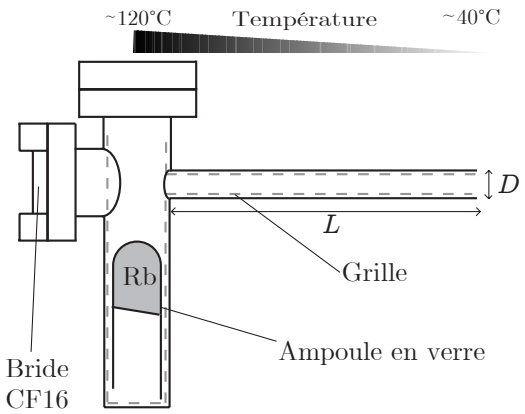


FIG. 2.5 – *Schéma du four. Un gradient de température est appliqué le long du tube, ce qui permet de faire migrer le rubidium liquide vers l'intérieur du four, par capillarité le long de la grille. Le four est dit* à recirculation.

rubidium est liquide, à l'équilibre avec une pression de vapeur saturante de l'ordre de 10^{-4} mbar [151]. Un tube de diamètre $D = 5$ mm et de longueur $L = 100$ mm permet de laisser échapper une partie des atomes, ceux-ci formant alors un jet de divergence $\theta = D/L \simeq 0.05$ rad. Le flux *utile*, c'est-à-dire correspondant aux 27.8 % de l'isotope 87, est alors d'environ 5×10^{11} at/s. La vitesse moyenne du jet est d'environ 360 m/s, et celui-ci doit donc être ralenti afin d'être piégé par le PMO, dont la vitesse maximale de capture est d'environ 20 m/s.

2.3.2 Ralentissement Zeeman

Nous ralentissons le jet atomique à l'aide d'un ralentisseur Zeeman, dont les premières démonstrations ont été effectuées dans le groupe de W. D. Phillips [152, 153].

Son principe est assez simple [Fig. 2.6] : il s'agit d'exploiter la conservation de l'impulsion lorsqu'un atome absorbe ou émet un photon. Ainsi, en plaçant un faisceau laser résonant de manière contrapropageante au jet atomique, chaque absorption d'un photon d'impulsion $\hbar k$ va diminuer la vitesse de l'atome de la quantité $v_r = \hbar k/m = 5.9$ mm/s (cette quantité est appelée "vitesse de recul"). En revanche, la réémission spontanée du photon par l'atome a lieu de manière aléatoire dans toutes les directions, et se moyenne donc à zero si un grand nombre de cycles est effectué. L'émission spontanée est cependant responsable d'une diffusion des atomes dans les directions transverses, ce qui revient à augmenter progressivement la divergence du jet [154].

Aux vitesses considérées, l'effet Doppler n'est pas du tout négligeable : pour $v = 360$ m/s, le décalage Doppler vaut $v/\lambda \simeq 460$ MHz, ce qui est très supérieur à la largeur de la raie atomique $\Gamma/2\pi = 6$ MHz. Ainsi, un atome subissant la décélération sort rapidement de résonance. Pour que le ralentissement continue de fonctionner, il faut maintenir l'atome à résonance avec le laser. On utilise pour cela l'effet Zeeman : à l'aide d'un champ magnétique décroissant, on compense

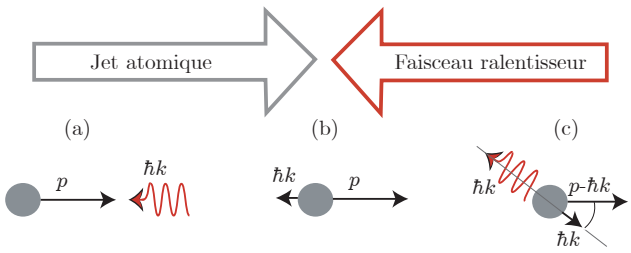


FIG. 2.6 – *Action du faisceau ralentisseur sur le jet atomique. Lors de l'absorption d'un photon (a), l'atome voit son impulsion diminuer de $\hbar k$ (b). La réémission du photon (c) contribue en moyenne à faire diverger le jet, mais la vitesse dans la direction de propagation est bien diminuée.*

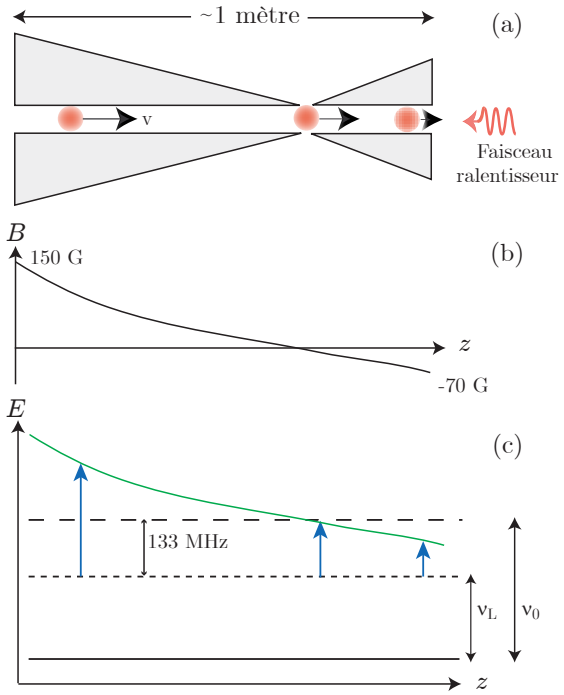


FIG. 2.7 – *Schéma du ralentisseur. (a) : Schéma des solénoïdes créant le champ magnétique décroissant. (b) : Champs magnétique en fonction de la position. (c) : Les fréquences laser et atomique sont ν_L et ν_0 respectivement. L'effet Doppler (flèches) change la fréquence apparente du laser. L'effet Zeeman permet de compenser ce décalage (courbe continue). Le désaccord à champ nul a été choisi non nul (133 MHz) de manière à ce que le faisceau ralentisseur ne perturbe pas le PMO, et inversement.*

la variation d'effet Doppler par la variation de l'effet Zeeman [Fig. 2.7].

Cette technique ne permet cependant pas de ralentir toutes les classes de vitesse présentes initialement dans le jet. De plus, la taille de la zone de capture (le PMO) est trop petite pour capturer tous les atomes émis dans l'angle solide dû à la divergence du jet. Tout ceci réduit le flux réellement ralenti et capturé par le PMO [40]. Au final, le taux de chargement est d'environ 10^8 at/s.

2.4 Le piège magnéto-optique et la mélasse optique

La suite du refroidissement laser se déroule dans la cellule et est constituée d'une succession d'étapes. La principale est le piège magnéto-optique (PMO), qui piège et refroidit (à 3 dimensions) les atomes suffisamment ralentis à l'étape précédente. Ensuite une technique appelée "Dark SPOT", visant à augmenter la densité du nuage atomique, est appliquée. Enfin une étape de "mélasse optique" permet d'abaisser encore la température de l'échantillon.

2.4.1 Piège magnéto-optique

Le principe du piège magnéto-optique a été proposé par J. Dalibard au milieu des années 1980 et sa première réalisation expérimentale a eu lieu dans le groupe

de S. Chu et D. E. Pritchard en 1987 [155].

Son fonctionnement repose sur une force de friction permettant de ralentir les atomes et une force de rappel permettant de les piéger. On combine pour cela trois paires de faisceaux laser contrapropageants proches d'une résonance atomique et un gradient de champ magnétique.

La force de friction est obtenue grâce à l'effet Doppler : les lasers sont légèrement désaccordés vers le rouge de la transition, de manière à ce qu'un atome animé d'une vitesse $\mathbf{v}$ voit le laser contrapropageant à son mouvement rapproché de sa résonance de la quantité $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ alors que le laser opposé, ayant tendance à le pousser, est éloigné de la résonance atomique, et voit donc son effet diminué. Ce mécanisme, appelé refroidissement Doppler, donne donc lieu à une force de friction.

Cette force est en revanche indépendante de la position de l'atome (à l'intérieur de la zone de croisement des laser) et celui-ci n'est donc pas piégé. Afin de créer une force de rappel, on rajoute un champ magnétique inhomogène (un gradient) qui induit un effet Zeeman jouant exactement le même rôle que l'effet Doppler du paragraphe précédent, mais de manière sensible à la position cette fois [Fig. 2.8].

La mise en équation de ces deux forces pourra être trouvée dans de nombreuses références, par exemple [7, 156]. Le temps caractéristique d'amortisse-

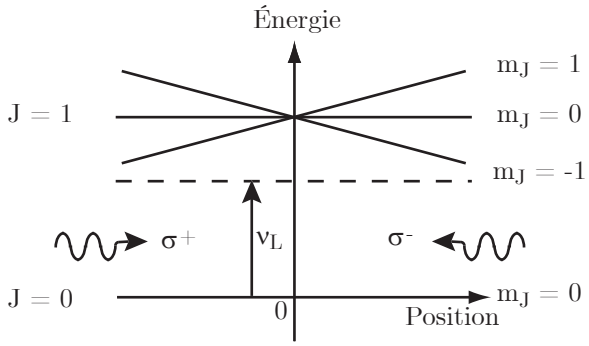


FIG. 2.8 – *Principe de la force de rappel du piège magnéto-optique. On considère le problème à une dimension, avec un atome à deux niveaux. Le champ magnétique lève la dégénérescence du niveau $J = 1$. L'énergie des sous-états m_J dépend alors linéairement de la position car le champ magnétique appliqué est un gradient. Les deux lasers contrapropageants sont polarisés σ^+ et σ^- et ne peuvent donc induire de transition que vers l'un des sous-états. En étant légèrement désaccordés vers le rouge de la transition, leur effet donne lieu à une force de rappel vers $r = 0$. Grâce à l'effet Doppler, une force de friction apparaît également car l'atome absorbe majoritairement les photons de l'onde contrapropageante à son mouvement (effet non représenté ici).*

ment de ce piège est de l'ordre de la milliseconde.

La cellule dans laquelle se trouve le PMO est dessinée en figure 2.9. Les bobines créant le champ magnétique du PMO sont constituées de circuits imprimés, eux-même placés au plus près de la cellule. Le gradient de champ magnétique est de 15 G/cm dans la direction verticale et de deux fois moins dans les directions horizontales (le piège est donc anisotrope). Les six faisceaux du PMO sont constitués de la superposition de faisceaux "pièges" et de faisceaux "repompeurs" (voir §A.2). Les faisceaux pièges ont une intensité d'environ 1 mW/cm^2 pour une extension, limitée par la taille de la cellule elle-même, d'environ 1 cm^2. L'ensemble du banc optique permettant de créer les différents faisceaux est présenté dans les thèses [38, 40].

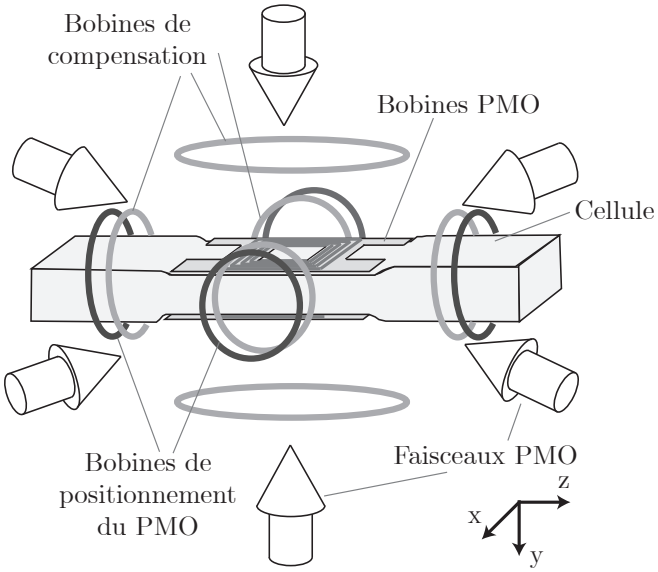


FIG. 2.9 – *Représentation de la cellule en quartz dans laquelle se déroulent toutes nos expériences. Les faisceaux laser et les différentes bobines nécessaires au PMO sont dessinés. Les faisceaux laser sont répartis en quatre bras dits latéraux (ou horizontaux) et deux verticaux. Les bobines du PMO sont créées sur des circuits imprimés. Le courant circule dans un sens opposé dans les deux bobines afin de créer un gradient. Des bobines de positionnement sont placées en série et servent à ajuster précisément la position du zéro de champ magnétique. Pour ces bobines, le courant circule dans le même sens dans chaque paire, afin de créer un biais. Des bobines dites de compensation sont elles allumées en permanence et servent à compenser les champs magnétiques extérieurs, ce qui est crucial pour l'étape de mélasse (§2.4.3).*

Nous collectons dans le PMO au plus 10^9 atomes en une douzaine de seconde. La température atteinte en théorie par le refroidissement Doppler est $T_{\mathrm{D}} = 146\ \mu$K. Expérimentalement, la température du PMO est de l'ordre de 500 μK. Cette limitation est due aux processus collectifs engendrés par le grand nombre d'atomes piégés : la diffusion multiple de photons par les atomes engendre une force effective répulsive entre atomes. C'est pour réduire ces effets que W. Ketterle a proposé et mis en œuvre, en 1993, une technique appelée Dark SPOT (pour *Dark Spontaneous Optical Trap*) [157].

2.4.2 Le Dark SPOT

Afin d'éviter la diffusion multiple, il suffit de sortir les atomes du cycle de refroidissement en les laissant se dépomper (voir §A.2). Il faut cependant les conserver ! La technique du Dark SPOT consiste donc à placer au centre du PMO une zone noire dans laquelle les faisceaux repompeurs sont absents, tout en laissant une couronne de lumière autour, afin de conserver et refroidir les atomes atteignant la périphérie du piège.

Expérimentalement, nous réalisons l'image d'un cache noir (de surface environ 1 mm^2) sur le trajet du repompeur latéral. Durant la phase de PMO, les atomes dans cette zone sont repompés par le repompeur vertical. Ensuite, l'étape de Dark SPOT consiste à éteindre ce dernier faisceau pendant une cinquantaine de millisecondes. Cette étape n'est parfois pas très efficace, probablement parce que de la lumière diffusée provenant du repompeur latéral continue d'atteindre la zone noire. Nous utilisons alors une étape supplémentaire, que nous appelons "Ultra Dark SPOT", consistant à appliquer un faisceau *dépompeur* sur la zone noire. Ce faisceau est superposé au bras vertical. Nous obtenons alors des nuages dont la température est de l'ordre de la température Doppler[9].

2.4.3 La mélasse

Enfin, la dernière étape du refroidissement laser est une mélasse optique. Il s'agit d'éteindre le champ magnétique du PMO et d'augmenter le désaccord des faisceaux pièges (de -16 à -36 MHz) afin d'optimiser le refroidissement. Dans cette configuration, les atomes s'étendent, mais la diminution de la densité est faible car le temps de la mélasse est court (6 ms). En revanche, l'abaissement de la température est conséquent car un mécanisme de refroidissement dit "sub-Doppler" a lieu [158]. Il s'agit de l'effet Sysiphe [159,160], qui implique la structure hyperfine de l'atome et les gradients de polarisation créés par les paires de faisceaux pièges en configuration $\sigma^+ - \sigma^-$. Le nuage atteint alors une température de 50 μK.

[9] On pourrait également s'attendre à ce que la densité augmente puisque la diffusion multiple est supprimée. C'est effectivement le cas, mais de manière assez marginale, car la zone noire n'est pas beaucoup plus petite que la taille initiale du PMO.

2.4.4 Bilan du refroidissement laser

Le chronogramme de la figure 2.10 permet de résumer les différentes étapes du refroidissement laser. À leur issue, nous avons environ 6×10^8 atomes à 50 μK. La densité dans l'espace des phases est alors de 10^{-7}. Nous avons donc fait environ la moitié du chemin vers la condensation.

Le refroidissement laser ne permet pas, à lui seul, d'atteindre la condensation[10]. Les effets de diffusion multiple rendent l'obtention de températures extrêmement basses incompatible avec une forte densité. De même, le mouvement de recul dû à l'échange d'impulsion avec la lumière empêche d'atteindre des températures inférieures à la température de recul

$$T_{\mathrm{r}} = \frac{\hbar^2 k^2}{m k_{\mathrm{B}}} = 0.36\ \mu\mathrm{K}\ , \tag{2.29}$$

sauf avec quelques techniques particulières [162, 163], qui malheureusement impliquent également une baisse importante de la densité et ne peuvent donc pas suffire à obtenir la condensation. Jusqu'à maintenant, tous les condensats ont été obtenus après une étape de refroidissement évaporatif ayant lieu dans un piège conservatif.

ÉTAPES / LASERS	Chargement PMO	PMO	Dark SPOT	Ultra Dark SPOT	Mélasse
Ralentisseur	—				
Piège	—	—	—	—	—
Dépompeur				—	
Rep. latéral	—	—	—	—	—
Rep. central	—	—			—
Rep. ralentisseur	—				
DUREE	12 s	1 s	50 ms	25 ms	6 ms

FIG. 2.10 – *Séquence temporelle du refroidissement laser. La partie grisée pour le faisceau piège indique un changement du désaccord.*

[10] On entend par refroidissement laser l'utilisation de la force de pression de radiation. Le refroidissement évaporatif pouvant être également mis en œuvre dans un piège dipolaire, il existe des condensats "tout optique" [161].

2.5 Piégeage magnétique et évaporation

Le refroidissement évaporatif est assuré dans un piège magnétique. La première démonstration expérimentale de ce type de piège pour des atomes neutres a eu lieu dans le groupe de W. D. Phillips en 1985 [164].

2.5.1 Piège magnétique de Ioffe-Pritchard

Le principe d'un tel piège repose sur l'interaction entre le moment magnétique $\boldsymbol{\mu}$ d'un atome neutre et un champ magnétique statique. Elle donne lieu au potentiel

$$U(\mathbf{r}) = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}). \tag{2.30}$$

En utilisant la théorie des perturbations et en développant au premier ordre en champ[11], on obtient l'expression suivante,

$$U(\mathbf{r}) = g_F \, m_F \, \mu_B \, |\mathbf{B}(\mathbf{r})| \, , \tag{2.31}$$

où g_F est le facteur de Landé de l'état hyperfin considéré, m_F le nombre quantique correspondant à la projection du moment magnétique sur l'axe de quantification et μ_B le magnétron de Bohr ($\mu_B/h \simeq 1.4$ MHz/G, 1 G= 10^{-4} T). Le signe du potentiel dépend du signe du produit $g_F \, m_F$. Cependant il n'est pas possible de créer un maximum de champs magnétique statique (théorème de Wing [165]). On ne peut donc piéger les atomes que dans un minimum de champ, dans un état pour lequel $g_F \, m_F > 0$ ("low field seeker" en anglais) c'est-à-dire dont le spin est anti-aligné avec le champ. Nous avons choisi de travailler avec l'état $|F = 1, m_F = -1>$ pour lequel $g_F \simeq -1/2$.

Dans l'équation (2.31), le potentiel ne dépend que du module du champ car on suppose que le moment magnétique de l'atome adapte en permanence son orientation à celle du champ. Cette hypothèse de suivi adiabatique du champ est justifiée lorsque les fréquences d'oscillation du piège magnétique (de quelques hertz à quelques kilohertz dans les expériences d'atomes froids) sont faibles devant la fréquence de Larmor $U(\mathbf{r})/h$. Cette condition impose une valeur minimum non nulle au module du champ $|\mathbf{B}(\mathbf{r})|$. Les pertes dues à la dépolarisation des atomes par le passage dans une zone de champ trop faible sont appelées pertes de Majorana. Avec un champ minimum de quelques gauss, la fréquence de Larmor est de quelques megahertz et ces pertes sont négligeables.

Nous utilisons la configuration de Ioffe-Pritchard [166], combinant un champ quadrupolaire assurant le confinement radial via un gradient b' de champ magnétique, et un champ dipolaire permettant d'avoir un biais non nul B_0 ainsi qu'une

[11] Le second ordre est négligeable pour l'état $|F = 1, m_F = -1>$ mais prépondérant pour $|F = 1, m_F = 0>$. Nous en reparlerons dans les chapitres traitant des lasers à atomes.

courbure b'' dans la troisième direction. L'expression du module du champ dans cette configuration est alors

$$B(x,y,z) = \sqrt{\left(B_0 + \frac{b''x^2}{2}\right)^2 + \left(b'^2 - \frac{b''B_0}{2}\right)(y^2+z^2)}\,. \tag{2.32}$$

Dans tout le manuscrit, x est la direction du dipole et y, z sont les directions du quadrupôle, y étant celle de la gravité [Fig. 2.12].

Un développement au second ordre de cette expression permet d'exprimer le potentiel de piégeage sous forme harmonique, ce qui est une très bonne approximation lorsque la température est suffisamment basse ($T \ll 200\ \mu$K) :

$$U = U_0 + \frac{1}{2}m\,(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2). \tag{2.33}$$

Les pulsations ω_i selon les trois directions de l'espace sont données par :

$$\begin{aligned} \omega_x &= \sqrt{\frac{\mu_B}{2m}b''}, \\ \omega_{y,z} &= \sqrt{\frac{\mu_B}{2m}\left(\frac{b'^2}{B_0} - \frac{b''}{2}\right)} \simeq \sqrt{\frac{\mu_B}{2m}\frac{b'^2}{B_0}}\,, \end{aligned} \tag{2.34}$$

où nous avons remplacé $g_F m_F$ par 1/2. L'expression approchée pour $\omega_{y,z}$ est valable à 1.5 % près dans la configuration de piège magnétique la plus décomprimée que nous serons amenés à utiliser, et avec une encore bien meilleure précision la plupart du temps.

2.5.2 Électroaimant partiellement ferromagnétique

Une spécificité du groupe d'optique atomique d'Orsay est l'utilisation de matériaux ferromagnétiques pour produire les pièges magnétiques [41, 167][12]. Un pôle ferromagnétique placé dans une bobine excitatrice a pour effet de guider et concentrer les lignes de champs jusqu'à l'entrefer. Le champ magnétique créé dans l'entrefer est ainsi équivalent à celui créé par deux bobines placées à l'extrémité du pôle ferromagnétique [Fig. 2.11]. Les bobines peuvent donc être éloignées de la cellule, ce qui réduit considérablement les contraintes techniques les concernant. On peut par exemple utiliser du fil de plus grand diamètre afin de réduire la dissipation thermique et faciliter ainsi l'évacuation de la chaleur. De plus, le pôle ferromagnétique peut être placé très proche de la cellule, ce qui permet d'avoir

[12] L'article [41] est reproduit en annexe C et contient une présentation plus détaillée de notre électroaimant et des circuits électroniques.

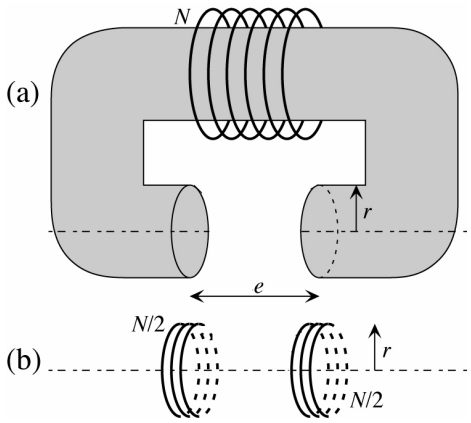


FIG. 2.11 – *(a) Schéma de principe d'un électroaimant à pôle ferromagnétique. (b) Circuit magnétique équivalent.*

un gradient de champ important pour un courant dans les bobines relativement modeste[13]. Notons toutefois que les matériaux ferromagnétiques présentent une saturation au delà de laquelle l'augmentation du courant dans les bobines ne permet pas d'augmenter le champ magnétique. Cette saturation peut aussi être un avantage car elle réduit les fluctuations magnétiques dues aux fluctuations de courant. En pratique, nous travaillons dans ce régime.

Dans la configuration de piégeage la plus utilisée, les principales caractéristiques de l'électroaimant sont les suivantes :
- Le gradient $b' = 830$ G/cm pour un courant dans les bobines du quadrupôle de 60 A (saturation),
- La courbure du champ dipolaire $b'' = 82$ G/cm^2,
- Le biais $B_0 = 7.1$ G.

Ces caractéristiques correspondent aux fréquences de piégeage suivantes :
- $\omega_x/2\pi = 8.2$ Hz,
- $\omega_{y,z}/2\pi = 280$ Hz.

Ces valeurs sont celles de la configuration *comprimée* dans laquelle le biais du dipôle a été compensé grâce à l'utilisation d'une autre paire de bobines plus éloignées, l'anti-dipôle [Fig. 2.12], parcourues par un courant de sens opposé à celui du dipôle. Cette méthode permet d'abaisser sensiblement le biais $B_0 = B_D - B_{AD}$ d'une cinquantaine de gauss à quelques gauss en ne diminuant que marginalement la courbure [41].

Un inconvénient de l'utilisation du ferromagnétisme est la présence de champs

[13]Ceci est évidemment au prix d'un encombrement important autour de la cellule.

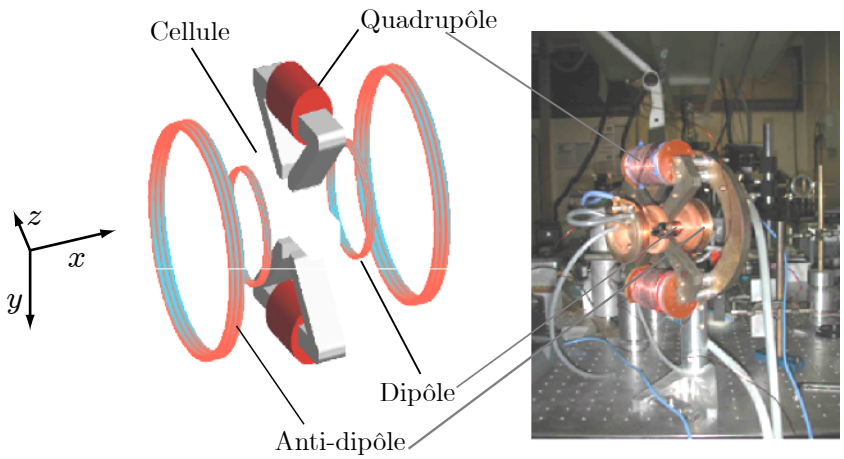


FIG. 2.12 – *Schéma et photo de l'électroaimant. L'ensemble de la structure a un diamètre d'environ 20 cm.*

rémanents : le champ magnétique ne s'annule pas lorsque le courant dans les bobines est coupé. De plus, cette valeur résiduelle dépend de l'aimantation préalable via un cycle d'hystérésis. La nouveauté de notre dispositif [41] par rapport au précédent [167] est de n'utiliser le ferromagnétisme que pour le quadrupôle. Par conséquent, le champ rémanent épouse la géométrie de celui-ci, et il suffit d'ajouter une seule paire de bobines, dont la géométrie est la même que celle du quadrupôle, parcourue par un courant de sens opposé, pour compenser le champ rémanent. La valeur du courant circulant dans ces bobines doit être ajustée en fonction du cycle magnétique. Ceci est fait en regardant en fluorescence la diffusion des atomes lors de la mélasse. L'explosion de celle-ci est lente et isotrope lorsque tous les champs sont bien compensés. Ceci est également valable pour les autres champs magnétiques parasites (terrestre, dû à la pompe ionique, etc), pour lesquelles trois autres paires de bobines sont utilisées.

Une autre caractéristique importante est le temps de coupure du piège magnétique. Il doit en effet être le plus court possible afin de ne pas induire d'erreur sur les mesures de température atomique (§2.6.3). Pour cela, la structure ferromagnétique est constitué d'un matériau laminé afin de limiter les courants de Foucault. Des circuits électroniques adéquats [38,41] permettent alors d'avoir des temps de coupure de 130 et 55 μs pour le quadrupôle et le dipôle respectivement. Ces temps sont effectivement très petits devant le temps caractéristique d'évolution du nuage (3 ms) et peuvent donc être négligés.

Enfin, un autre paramètre crucial, notamment pour la production de lasers

à atomes, est la stabilité du biais magnétique. Pour qu'elle soit la meilleure possible, il est nécessaire d'utiliser des alimentations stabilisées de haute qualité. De plus, la mise en série des bobines dipôle et anti-dipôle assure une réjection de mode commun. Nous avons mesuré des fluctuations coup sur coup de l'ordre du milligauss ainsi que des dérives lentes du même ordre de grandeur. La mesure a été faite à l'aide de lasers à atomes et sera décrite en détail au paragraphe 3.2.2.

2.5.3 Transfert et compression

À la suite de la mélasse, nous dépompons les atomes dans l'état $F = 1$ en appliquant une impulsion de faisceau dépompeur d'une durée de 2 ms. Ensuite, le piège magnétique est allumé, d'abord dans sa configuration non comprimé (courant nul dans l'anti-dipôle et intensité de seulement 5 A dans le quadrupôle) car sa taille est alors adaptée au nuage atomique. Une compression adiabatique a ensuite lieu [Fig. 2.13]. Cette compression augmente la température et la densité du nuage, de sorte que la densité dans l'espace des phases est conservée (adiabaticité). En revanche, le taux de collision, proportionnel à la densité, et qui doit être le plus grand possible pour favoriser l'évaporation, est augmenté.

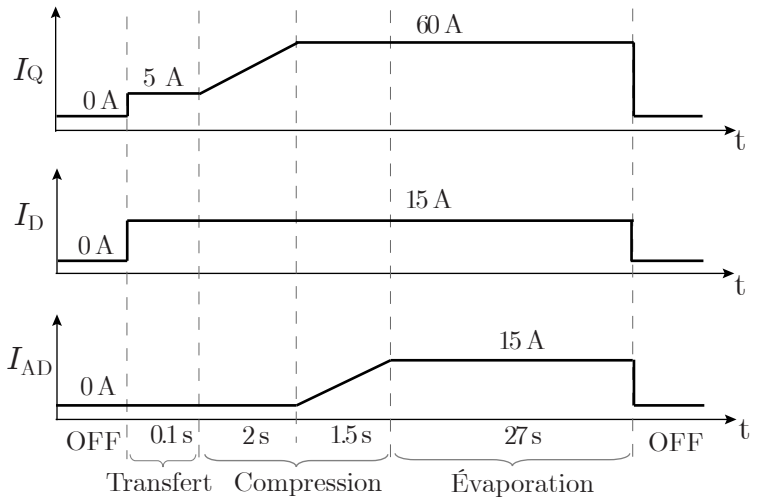


FIG. 2.13 – *Chronogramme du cycle magnétique, représentant les courants du quadrupôle I_Q, du dipôle I_D et de l'anti-dipôle I_{AD}. La compression adiabatique a lieu en deux étapes : on augmente d'abord le gradient via le courant du quadrupôle, puis on abaisse le biais en faisant circuler le courant dans l'anti-dipôle.*

Au final, les conditions initiales[14] avant l'évaporation sont les suivantes :
- Le nombre d'atomes[15] N est de 1.5 à 2 $\times 10^8$,
- La température T est de 200 à 250 μK,
- Le taux de collisions moyen γ_{coll} est de 20 s^{-1},
- La densité au centre n_0 est de 3×10^{11} atomes/cm^3,
- La densité dans l'espace des phases est de 7×10^{-7}.

2.5.4 Caractérisation

Fréquences de piégeage

Les fréquences de piégeage sont des paramètres expérimentaux essentiels dont la connaissance est nécessaire pour calculer les caractéristiques des nuages atomiques à partir des images que l'on en fait (§2.6.3). Ces fréquences dépendent des gradient, courbure et biais magnétiques. Le biais est bien déterminé expérimentalement via la fréquence de la fin de la rampe d'évaporation (§2.5.5) nécessaire pour éliminer tous les atomes, ou encore plus précisément en cherchant à obtenir des lasers à atomes (§3.2). En revanche, les deux autres grandeurs ne peuvent être mesurées *in situ*. Elles l'ont été en externe avec un gaussmètre [38, 41]. Il est donc préférable de mesurer directement ces fréquences, en regardant les oscillations du nuages d'atomes. Notre système d'imagerie ne permet cependant pas d'avoir accès à la direction du dipôle, seule la fréquence transverse a donc pu être mesurée.

Pour ce faire, nous observons les oscillations d'un nuage froid (température de l'ordre du μK). Pour déclencher ces oscillations, nous allumons un gradient magnétique (fourni par les bobines du PMO) pendant quelques millisecondes, ce qui a pour effet de déplacer le nuage, puis nous éteignons brutalement ce gradient. Celui-ci n'est cependant pas assez important pour provoquer des oscillations détectables avec le piège magnétique comprimé. Nous avons donc fait la mesure avec un courant dans le quadrupôle de 2.5 A. Le gradient est alors de 102 G/cm et les autres paramètres étant inchangés, la fréquence transverse attendue est $\omega_{y,z}/2\pi = 34$ Hz.

La mesure dans la direction z est présentée en figure 2.14. Nous mesurons en fait l'oscillation en position après temps de vol, car l'oscillation *in situ* n'est pas détectable. Un ajustement par une fonction sinusoïdale donne $\omega_z/2\pi = 34.9 \pm 0.1$ Hz. Une mesure similaire pour la direction y a donné $\omega_y/2\pi = 33.7 \pm 0.2$ Hz. L'accord avec les mesures indépendantes du gradient est donc très bon et valide

[14] Ces conditions initiales, concernant le nombre d'atomes et la température, varient selon la manière exacte dont est optimisée l'expérience. En général, quand le nombre d'atomes est plus élevé, la température l'est aussi.

[15] Le transfert dans le piège magnétique fait perdre un facteur 3 sur le nombre d'atomes, seul l'état $m_F = -1$ étant piégé.

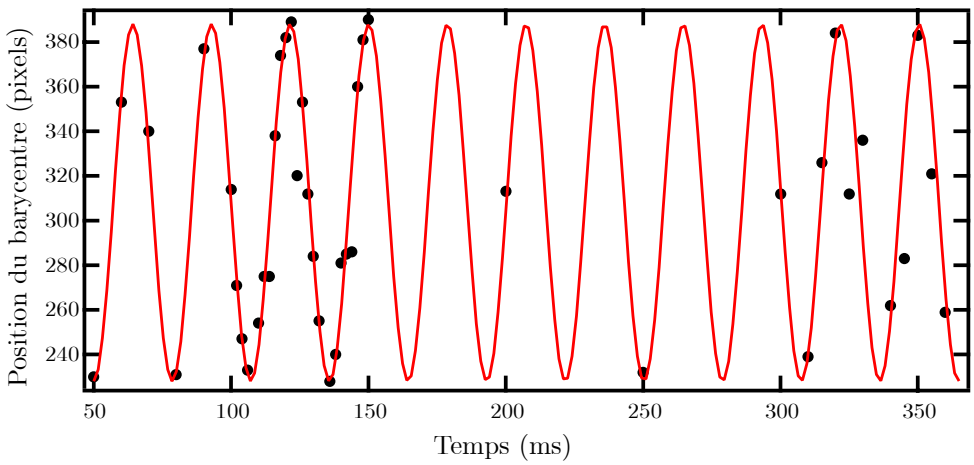


FIG. 2.14 – *Oscillations du centre de masse du nuage atomique, après temps de vol, dans la direction z. La fréquence correspondante est $\omega_z/2\pi = 34.9 \pm 0.1$ Hz, en accord avec la mesure indépendante du gradient du quadrupôle.*

les valeurs de fréquences données précédemment à 3 % près.

Durée de vie et taux de chauffage

Au cours de l'évaporation, le mécanisme de refroidissement est en compétition avec les mécanismes de pertes et de chauffage. Les pertes d'atomes ont essentiellement deux origines : la lumière parasite à résonance et les collisions avec le gaz résiduel présent dans l'enceinte à vide.

La lumière parasite a pour effet de dépolariser les atomes. En effet, après avoir absorbé un photon, la réémission peut désexciter l'atome dans un état non piégé magnétiquement. Pour s'affranchir de cet effet, nous utilisons des caches noirs afin d'isoler le banc d'optique du reste de l'expérience, et nous soignons particulièrement cette isolation pour la lumière du repompeur, puisque c'est elle qui est résonante avec les atomes piégés magnétiquement.

Une fois la lumière parasite éliminée, la durée de vie des atomes piégés magnétiquement est limitée par les collisions avec le gaz résiduel. C'est pourquoi la qualité du vide est si cruciale. Au niveau de la cellule, le vide est de l'ordre de quelques 10^{-11} mbar. Ceci permet d'obtenir une durée de vie de l'ordre[16] de 150 s [Fig. 2.15], largement suffisante pour obtenir un condensat (l'évaporation dure 27 s).

[16]La pression étant une donnée fluctuante dans le temps (en fonction de l'heure de la journée, de la date de la dernière sublimation, etc), la durée de vie est également fluctuante, typiquement entre 120 et 200 s.

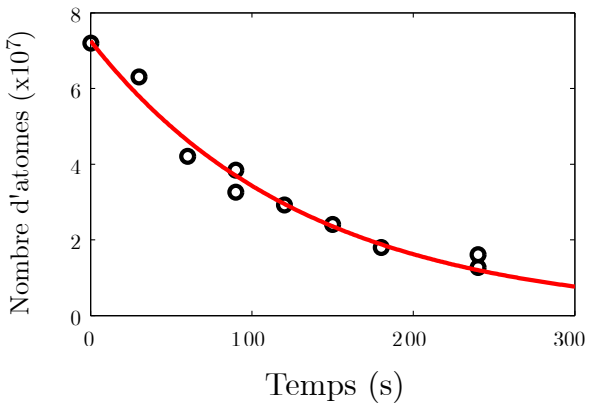


FIG. 2.15 – *Nombre d'atomes restant dans le piège magnétique en fonction du temps. La décroissance est exponentielle, de temps caractéristique 133 s.*

De même, plusieurs mécanismes peuvent engendrer du chauffage (voir la revue [168]). Le taux de chauffage que nous mesurons expérimentalement est de l'ordre de 0.1 μK/s. Des mécanismes susceptibles de correspondre à cet ordre de grandeur sont les collisions à fort paramètre d'impact en régime diffractif avec la vapeur de rubidium présente dans la cellule [138, 169] et les collisions avec le "nuage de Oort" [168]. Ce taux de chauffage n'est pas suffisant pour nous gêner dans l'obtention d'un condensat.

Fluctuation du nombre d'atomes

La stabilité du nombre d'atomes d'un cycle à l'autre est une qualité essentielle de nos expériences. Nous avons mesuré des fluctuations coup sur coup du nombre d'atomes dans le piège magnétique avant évaporation de l'ordre de 5 % (écart-type).

2.5.5 Évaporation radiofréquence

La dernière étape de notre chemin vers la condensation est l'évaporation radiofréquence. Cette technique a d'abord été utilisée sur l'hydrogène polarisé dans l'équipe de D. Kleppner [170], et plus tard sur les alcalins [171]. C'est elle qui a permis d'obtenir la condensation, et l'évaporation, radiofréquence ou non, est encore aujourd'hui un passage obligé vers la condensation.

Principe

Son principe est simple : enlever de l'échantillon les atomes les plus chauds,

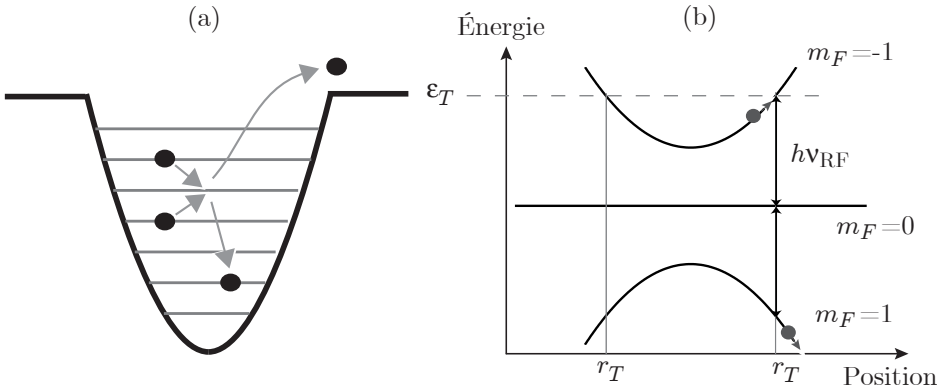


FIG. 2.16 – *(a) Principe de l'évaporation : à la suite d'une collision, un atome très énergétique s'échappe du piège. (b) Schéma de principe (à une dimension) du couteau radiofréquence. À trois dimension, la surface de résonance est une ellipsoïde (cas harmonique).*

en tronquant le piège à une hauteur donnée [Fig. 2.16(a)], de manière à diminuer l'énergie moyenne, et donc la température. En revanche, le fait que cela permette d'augmenter la densité dans l'espace des phases n'est pas évident. En effet, la diminution de la température est d'autant plus importante que l'atome qui s'échappe est très énergétique, mais les atomes sont d'autant moins nombreux qu'ils sont énergétiques. Les événements efficaces (un atome très énergétique s'échappe) sont donc rares, et sont en compétition avec les autres sources de pertes, notamment celles liées aux collisions avec le gaz résiduel.

Les conditions pour que l'évaporation soit efficace sont donc les suivantes :

- Avoir initialement un taux de collision γ_{coll} le plus élevé possible (Eq. 2.48). C'est en effet à la suite d'une collision qu'un atome peut s'échapper du piège. C'est aussi grâce aux collisions que l'échantillon se rethermalise. C'est donc le paramètre le plus pertinent à optimiser, avant ou pendant l'évaporation [172].
- Avoir la durée de vie τ la plus grande possible.
- Trouver le bon compromis concernant l'énergie de troncature $\varepsilon_T = \eta k_{\mathrm{B}} T$. En effet, plus η est grand, plus le refroidissement est important et lent à la fois. De plus, ε_T doit être contrôlée de manière dynamique afin de s'adapter à la baisse de température, sans quoi l'évaporation ralentirait au cours du refroidissement.

De nombreuses références traitent de ce problème, par exemple [172,173] (voir aussi [38] pour une application à notre dispositif expérimental). Nous retiendrons que l'énergie de troncature est optimisée avec $\eta \simeq 7$. Il existe alors différents régimes en fonction du produit $\gamma_{\mathrm{coll}}\tau$, rapport entre le taux de collisions utiles au

processus de refroidissement et le taux de pertes néfastes. Si $\gamma_{\text{coll}}\tau$ est trop faible, l'évaporation est inefficace, c'est-à-dire que le refroidissement n'est pas suffisant pour compenser la perte d'atomes, et la densité dans l'espace des phases diminue. Avec $\gamma_{\text{coll}}\tau$ plus grand, l'évaporation peut être *simplement efficace*, c'est-à-dire que la densité dans l'espace des phases augmente car la température diminue suffisamment, mais la densité spatiale diminue également, et avec elle le taux de collisions et donc l'efficacité de l'évaporation. Dans le cas le plus favorable ($\gamma_{\text{coll}}\tau \gg 100$)[17], on a un régime d'*emballement* : la densité dans l'espace des phases augmente, et le taux de collision également. L'évaporation est donc de plus en plus efficace, et permet d'aboutir à la condensation.

Notons qu'expérimentalement, nous sommes profondément dans le régime d'emballement, puisque $\gamma_{\text{coll}}\tau \simeq 3000$.

Mise en œuvre expérimentale

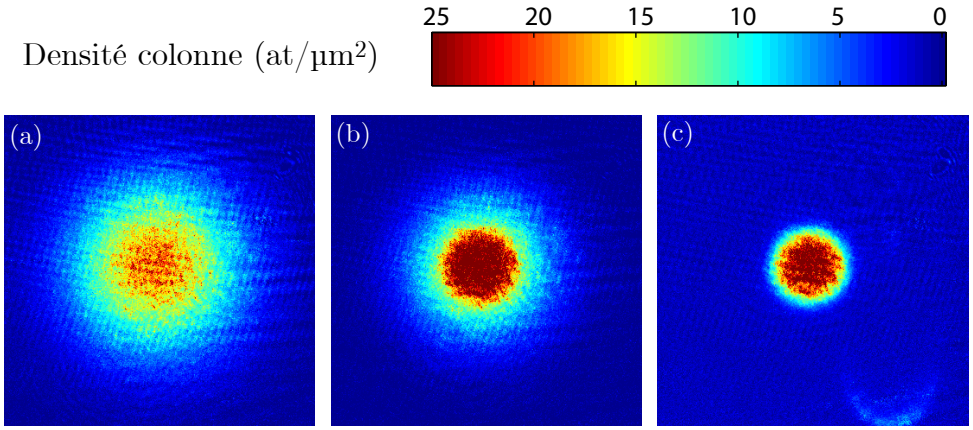
La troncature du potentiel magnétique est obtenue en appliquant un champ radiofréquence résonant avec l'écart en énergie entre les sous-niveaux $|F=1, m_F=-1>$ et $|F=1, m_F=0>$ [Fig. 2.16(b)]. L'amplitude du champ radiofréquence est choisie élevée de manière à ce que la probabilité de transition lorsqu'un atome atteint la surface de résonance $\{U(r) = h\nu_{\text{RF}}\}$ soit quasi-unitaire. De plus, cela engendre une transition à deux photons vers l'état $|F = 1, m_F = -1 >$ permettant d'éjecter rapidement l'atome.

Nous utilisons comme antenne radiofréquence les bobines du PMO (en configuration Helmholtz cette fois, voir [41]), alimentées par un synthétiseur Anritsu MG3641A, lui-même contrôlé informatiquement par GPIB. En pratique, la rampe radiofréquence, linéaire par morceaux, démarre à 64 MHz et dure 27 s. Son allure précise n'est pas critique [38].

2.5.6 Condensation

Nous atteignons la température de condensation vers 5.2 MHz, avec $T_c \simeq 700$ nK et $N = 5 \times 10^6$ atomes. En baissant encore la RF, un pic de plus forte densité apparaît au centre du nuage (le condensat), tandis que le pourtour (le nuage thermique) se réduit petit à petit [Fig. 2.17]. Nous obtenons un condensat pur (nuage thermique non détectable) contenant un million d'atomes pour une valeur de fin de rampe vers 5.1 MHz. Les fluctuations du nombre d'atomes dans le condensat ont été mesurées à environ 6 % coup sur coup, mais des fluctuations plus lentes (sur des temps caractéristiques de l'ordre de l'heure) d'amplitude environ 10 % sont également souvent présentes.

[17] Le critère exact dépend de la forme du piège et de la valeur choisi pour η.



RF = 5.17 MHz	RF = 5.12 MHz	RF = 5.05 MHz
T = 0.74 µK	T = 0.63 µK	Condensat pur
Nuage thermique	Frac. cond. ~40 %	

FIG. 2.17 – *Transition vers la condensation. Nous avons représenté le cas d'un nuage thermique proche du seuil de condensation (a), un nuage mixte (b) et un condensat quasi pur (c). Il s'agit des images expérimentales (densité colonne) de nuages après 28 ms de temps de vol. La radiofréquence indiquée est la valeur de la fin de la rampe d'évaporation.*

Durée de vie du condensat

La densité pic au sein d'un condensat d'un million d'atomes dans notre piège est $n_0 \simeq 5\times10^{14}$ (formule 2.26). À une telle densité, le processus de recombinaison à trois corps devient important. Il s'agit de la rencontre simultanée de trois atomes : deux d'entre eux se recombinent pour former une molécule, le troisième emporte l'énergie cinétique nécessaire pour assurer la conservation de l'énergie du processus global. Les trois atomes sont alors perdus, car le troisième est chaud et s'évapore.

Le nombre d'atomes évolue alors selon

$$\frac{1}{N}\frac{dN}{dt} = -K_3 \langle n^2 \rangle \ . \tag{2.35}$$

Si le condensat reste dans le régime de Thomas-Fermi, la forme parabolique du profil de densité permet de calculer $\langle n^2 \rangle = 8n_0^2/21$, ce qui compte tenu de l'expression de $n_0 = \mu/g_{\text{coll}}$, donne [174]

$$\dot{N} = -c_3 K_3 \, N^{9/5} \quad \text{avec} \quad c_3 = \frac{15^{4/5}}{168\pi^2}\left(\bar{\sigma}^2\sqrt{a}\right)^{-12/5} \ . \tag{2.36}$$

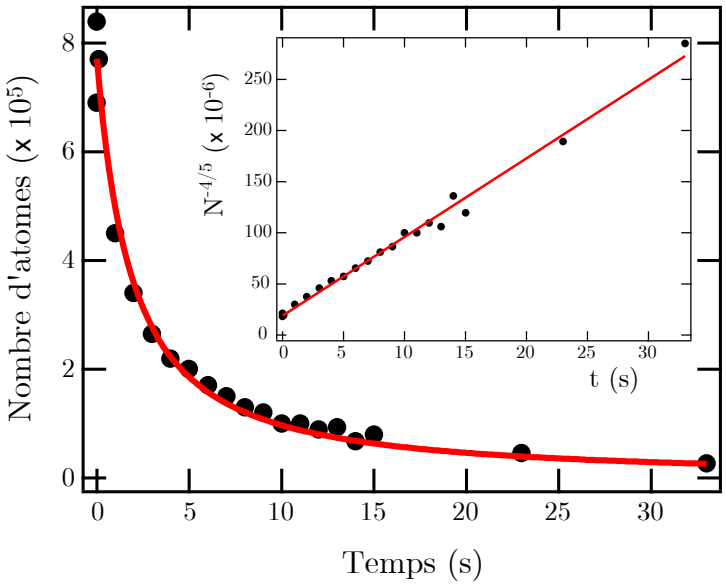


FIG. 2.18 – *Durée de vie d'un condensat dans le piège magnétique. L'ajustement est réalisé par la formule (2.37). Nous avons tracé en encart $N(t)^{-4/5}$ et obtenons bien une variation linéaire, confirmant ainsi que les pertes sont bien dues aux collisions à trois corps.*

Cette équation se résout alors sous la forme

$$N(t)^{-4/5} = N_0^{-4/5} + \frac{4}{5} c_3 K_3 \, t \; . \tag{2.37}$$

Nous avons tracé en figure 2.18 l'évolution du nombre d'atomes d'un condensat en fonction du temps, et nous pouvons vérifier que les données expérimentales s'ajustent bien par la fonction (2.37). En laissant N_0 et K_3 comme paramètre libre, l'ajustement donne $K_3 = 7.1 \times 10^{-30}$ cm^6/s, en très bon accord avec la valeur $K_3 = (5.9 \pm 1.9) \times 10^{-30}$ cm^6.s^{-1} du rubidium condensé dans l'état $|F = 1, m_F = -1\rangle$ mesurée dans [97].

2.6 Imagerie et analyse des images

La séquence expérimentale s'achève toujours par la prise d'une image. Il existe plusieurs méthodes pour imager un nuage atomique, et nous renvoyons le lecteur à la référence [175] pour une revue. La plus utilisée car la plus fiable quantitativement est l'imagerie par absorption, et c'est cette méthode que nous avons utiliser tout au long de cette thèse. Toutefois, la détection par fluorescence peut également être utilisée afin de détecter de très faibles nombres d'atomes, à condition

de disposer d'une caméra d'une grande efficacité. Cette technique a été implémentée à la fin de cette thèse, et nous la décrirons donc succinctement à la fin de cette partie.

2.6.1 Imagerie par absorption

Le principe est d'illuminer le nuage atomique avec un laser (dit "sonde") proche de la résonance et de collecter la lumière restante après la traversée du nuage. Par comparaison avec une image de référence, on mesure ainsi l'absorption due au nuage atomique, directement proportionnelle à la densité colonne, c'est-à-dire la densité atomique intégrée selon l'axe de propagation du faisceau sonde. Notons qu'en plus de l'absorption, le faisceau subit également un déphasage s'il n'est pas parfaitement à résonance.

Plus quantitativement, l'absorption peut être simplement décrite par une loi de type Beer-Lambert à la condition que l'intensité $I_0(y,z)$ du faisceau incident (se propageant selon x) soit petite devant l'intensité de saturation $I_{\text{sat}} = 1.67\,\text{mW/cm}^2$. Dans ce cas, en notant $I_{\text{T}}(y,z)$ l'intensité transmise et $n(x,y,z)$ la densité du nuage atomique, on a :

$$I_{\text{T}}(y,z) = I_0(y,z)\,\exp\left(-\sigma(\delta)\int n(x,y,z)\,dx\right). \tag{2.38}$$

Dans cette expression σ est la section efficace d'absorption, qui dépend du désaccord δ par rapport à la transition considérée, $F = 2 \rightarrow F' = 3$ dans notre cas (voir §A.2) :

$$\sigma(\delta) = \frac{\sigma_0}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2} \tag{2.39}$$

où $\sigma_0 = \mathcal{C} \times 3\lambda^2/2\pi$ est la section efficace à résonance. Le coefficient $\mathcal{C}$ est un facteur correctif prenant en compte la structure multi-niveaux de d'atome. Sans faire d'hypothèse sur la polarisation des atomes (mal connue après la coupure du piège magnétique et le temps de vol) et sachant que la sonde est polarisée linéairement, on ne peut que borner ce facteur correctif à l'intervalle [1/3, 3/5], ce qui est très peu précis. Néanmoins, une hypothèse raisonnable consiste à supposer que les atomes n'ont pas de polarisation privilégiée après temps de vol. On peut alors prendre la moyenne des coefficients de branchement des différentes transitions, et ainsi évaluer $\mathcal{C} = 7/15$ [40]. Une vérification expérimentale est cependant nécessaire et peut être effectuée en faisant l'image d'un condensat (§2.6.3).

Concrètement, l'intensité sonde est de l'ordre de 100 μW/cm^2, soit inférieure à $I_{\text{sat}}/10$. De plus, afin de tenir compte de l'inhomogénéité spatiale du faisceau (gaussien), chaque image avec atomes est accompagnée d'une autre image servant de référence, prise quelques millisecondes plus tard (70 ms) sans atomes. La

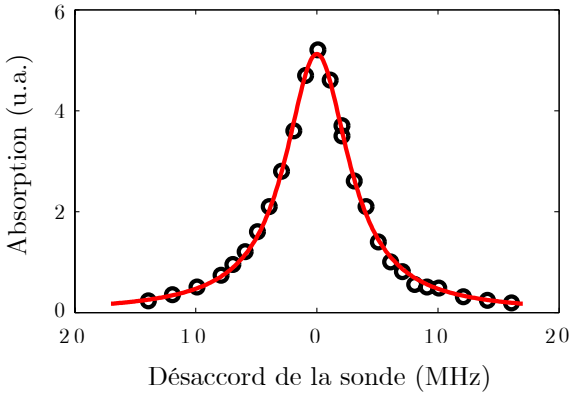


FIG. 2.19 – *Absorption en fonction du désaccord de la sonde. L'ajustement lorentzien (Eq. 2.39) donne* $\Gamma = 6.3$ *MHz, soit légèrement plus que la largeur de la transition atomique.*

densité colonne $\rho(y, z)$ est ainsi déterminée simplement par la division des deux images :

$$\rho(y, z) = \frac{1}{\sigma(\delta)} \ln \left(\frac{I_{\text{ref}}(y, z)}{I_{\text{at}}(y, z)} \right). \tag{2.40}$$

Toutes les images expérimentales présentées dans ce manuscrit sont ainsi des représentations bidimensionnelles, en niveaux de gris ou fausses couleurs, de $\rho(y, z)$. La durée de l'impulsion sonde est en général de 50 μs, ce qui est assez long pour intégrer un signal suffisant avec la caméra, et assez court pour pouvoir négliger toute dynamique pendant la prise d'image (déplacement du nuage et diffusion des atomes due aux photons) [175]. La plupart des images sont prises à résonance.

2.6.2 Système optique

Les images sont enregistrées par une caméra CCD (modèle *Pixelfly QE* de chez PCO Imaging) ayant une dynamique de 12 bits (4096 niveaux de gris), dont 2 de bruit, et une efficacité quantique d'environ 35 % à 780 nm. La matrice est constituée de 1390×1024 pixels de taille 6.45×6.45 μm^2. Afin d'alléger le poids informatique des images, nous effectuons la plupart du temps un *binning* des pixels, ce qui multiplie leur taille par 2 (leur surface par 4).

Le nuage atomique est imagé sur la caméra via un système optique de transport d'image, constitué de deux objectifs de Clairaut en configuration $f' - 2f' - f'$ [Fig. 2.20]. L'avantage de cette configuration afocale est que son grandissement vaut 1 même si le nuage atomique n'est pas précisément au foyer de la première lentille. Les Clairauts sont corrigés de l'aberration sphérique mais présentent de fortes aberrations de champ (coma, astigmatisme). Aussi l'ensemble du banc de

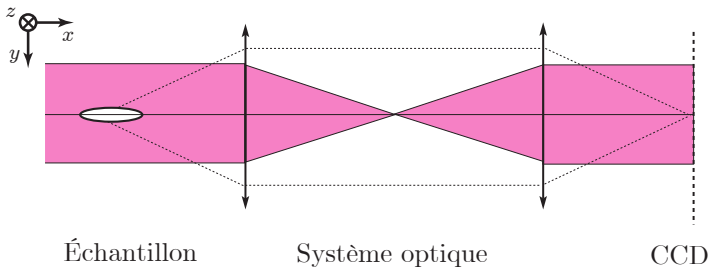


FIG. 2.20 – *Schéma de principe du système optique utilisé pour l'imagerie par absorption. Les deux objectifs, de focales $f' = 120$ mm, sont en configuration afocale.*

l'imagerie est-il fixé à une platine de translation 2 axes permettant de régler l'axe du système sur les atomes.

Lorsque nous avons besoin d'une plus grande résolution, nous utilisons un objectif de microscope $\times 4$ (le grandissement mesuré est de 4.1) en plus du système de transport d'image. La taille effective des pixels binnés est alors de 3.15 μm. Sauf indication contraire, toutes les images expérimentales présentes dans ce manuscrit ont été prises dans cette configuration.

L'ouverture numérique de l'ensemble du système est de 0.1, ce qui limite la résolution optique à environ 5 μm (rayon de la tache d'Airy correspondant à l'ouverture). Atteindre cette résolution impose, en plus d'être sur l'axe optique, de régler précisément la mise au point sur les atomes. Pour ce faire, il est nécessaire

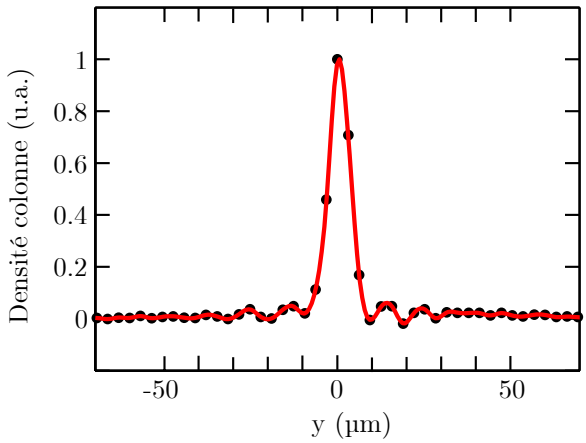


FIG. 2.21 – *Réponse percussionnelle de l'imagerie selon la direction y. L'objet utilisé comme point source est un nuage atomique très froid et allongé dans la direction z (voir le chapitre 4 sur la pince optique). Le tracé continu est une interpolation numérique, pour guider l'œil.*

de disposer d'un objet le plus petit possible, mais pas trop dense (pour éviter les phénomènes de réfraction). Nous utilisons donc un laser à atomes collimaté ou un nuage très froid allongé dans la pince optique, et les images de ces objets très fins correspondent alors à la réponse percussionnelle de l'imagerie. Un tel exemple de mesure est présenté en figure 2.21. Le résultat n'est pas vraiment compatible avec la résolution attendue si le système optique était parfait. L'aberration sphérique des doublets n'est en réalité pas négligeable et limite la résolution à 8 μm environ (distance entre le centre de la tache de la figure 2.21 et son premier zéro).

2.6.3 Analyse des images

La plupart de nos images ne sont pas prises *in situ* mais après la coupure brutale du piège et un *temps de vol* pendant lequel les nuages s'étendent, sous l'effet de leur énergie cinétique initiale dans le cas d'un gaz thermique (§2.6.3.1), ou des interactions répulsives entre atomes dans le cas d'un condensat (§2.6.3.2). Il est donc nécessaire de relier les paramètres physiques pertinents (température, densité, potentiel chimique, etc) aux grandeurs mesurées après expansion.

2.6.3.1 Expansion d'un nuage thermique avec $T \gg T_\mathrm{c}$

Le nuage est alors bien décrit par la statistique de Maxwell-Boltzmann. Sa distribution en vitesse est donc une gaussienne dont la largeur r.m.s.,

$$\Delta v_i = \sqrt{\frac{k_\mathrm{B}T}{m}}\ , \tag{2.41}$$

est la même selon chaque axe $i = x, y, z$ et ne dépend que de la température. En revanche, la distribution en densité initiale dans le piège,

$$n(x, y, z) = n_0\, e^{-U(x,y,z)/k_\mathrm{B}T}\ , \tag{2.42}$$

dépend de la forme du piège, et n'est gaussienne que lorsque le piège peut être approximé par un potentiel harmonique (cas où le nuage a une extension faible, c'est-à-dire une température basse). Sa largeur r.m.s. peut néanmoins être calculée numériquement pour toute température en utilisant l'expression du potentiel donnée par les équations (2.31) et (2.32). Dans le cas harmonique elle s'écrit

$$\sigma_i(0) = \sqrt{\frac{k_\mathrm{B}T}{m\omega_i^2}}. \tag{2.43}$$

Après un temps de vol du durée t_v, la distribution en position des atomes est élargie de $\Delta v^2 t_\mathrm{v}^2$, donc

$$\sigma_i(t_\mathrm{v}) = \sqrt{\sigma_i^2(0) + \tfrac{k_\mathrm{B}T}{m} t_\mathrm{v}^2} \qquad \text{dans le cas général,} \tag{2.44}$$

$$= \sigma_i(0)\sqrt{1 + \omega_i^2 t_\mathrm{v}^2} \qquad \text{dans le cas harmonique.} \tag{2.45}$$

En pratique, nous choisissons des temps de vol suffisamment longs pour que la largeur initiale soit très faible devant l'élargissement dû à la température[18]. Par conséquent, nous pouvons utiliser un ajustement gaussien du profil de densité pour déterminer $\sigma_i(t_\mathrm{v})$. Remarquons que l'équation (2.44) est valable quelque soit le piège initial. C'est ainsi en mesurant la taille r.m.s. du nuage en fonction du temps de vol que l'on détermine la température dans un PMO par exemple.

Un ajustement gaussien permet donc de déterminer le nombre d'atomes (par intégration) et la température. Les autres paramètres pertinents s'en déduisent alors facilement. La densité *au centre* du piège s'obtient par normalisation de la distribution de densité (2.42). Dans le cas harmonique, on a

$$n_0 = N\bar{\omega}^3 \left(\frac{m}{2\pi k_\mathrm{B} T}\right)^{3/2}, \tag{2.46}$$

avec $\bar{\omega}^3 = \omega_x\omega_y\omega_z$, et la densité *moyenne* $\bar{n}$ vaut $n_0/\sqrt{8}$.

De la connaissance de la température, on peut également déduire la vitesse thermique moyenne,

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_\mathrm{B}T}{\pi m}}, \tag{2.47}$$

ce qui donne finalement le taux de collisions,

$$\gamma_\mathrm{coll} = n\sigma_\mathrm{coll}\bar{v}\sqrt{2}. \tag{2.48}$$

Dans cette expression[19], le $\sqrt{2}$ provient du fait que c'est la vitesse moyenne *relative* entre atomes qui importe [172] et σ_coll est la section efficace de collision. À basse température[20], $\sigma_\mathrm{coll} = 8\pi a^2$.

2.6.3.2 Expansion d'un condensat pur

Un condensat est pur à température nulle. En pratique, nous parlons de condensat pur lorsque la fraction thermique est indétectable expérimentalement ($T \ll T_\mathrm{c}$). Le profil de densité *in situ* est alors parabolique (approximation de Thomas-Fermi, cf. §2.1.2.3), de rayon toutefois trop petit pour être correctement résolu. Dans les directions transverses (y, z) il est typiquement de 3 μm.

On fait donc subir au condensat un temps de vol. On peut montrer [176, 177] que le profil de densité d'un condensat en expansion est juste modifié par

[18]Ceci n'est vrai que dans le plan transverse, mais c'est justement celui qu'on regarde.

[19]L'équation (2.48) permet de calculer le taux de collision moyen ($n \to \bar{n}$) et au centre ($n \to n_0$).

[20]L'expression donnée n'est valable qu'à basse température. En plus grande généralité, on pourra utiliser la formule $\sigma_\mathrm{coll} = 8\pi a^2/(1 + k^2a^2)$, où k est le vecteur d'onde de la particule réduite, dont la valeur moyenne est reliée à la température de l'échantillon.

un facteur d'échelle $b_i(t)$ et conserve sa forme initiale parabolique. Ces facteurs d'échelle ont été calculés analytiquement dans le cas d'un piège isotrope [177] ou au contraire très anisotrope [176]. C'est ce dernier cas qui nous intéresse, puisque

$$\epsilon = \frac{\omega_x}{\omega_{y,z}} \simeq 8.2/280 \ll 1. \tag{2.49}$$

En posant $\tau = \omega_{y,z} t_{\mathrm{v}}$, les facteurs d'échelle s'expriment de la manière suivante :

$$b_{y,z} = \sqrt{1+\tau^2}\,, \tag{2.50}$$

$$b_x = 1 + \epsilon^2 \left(\tau \arctan(\tau) - \ln\left(\sqrt{1+\tau^2}\right)\right). \tag{2.51}$$

Contrairement au cas thermique, l'expansion est cette fois anisotrope, et l'ellipticité du nuage s'inverse au cours de l'expansion, puisque c'est dans la direction la plus confinante que l'expansion est la plus rapide[21]. Dans notre cas expérimental d'un condensat dans le piège magnétique, l'imagerie se trouve selon l'axe long du condensat, nous ne voyons donc que les directions transverses.

L'intégration de la densité atomique après expansion selon l'axe x donne lieu à la densité colonne

$$\rho(y,z,t_{\mathrm{v}}) = \frac{5\,N}{2\pi R_y(t_{\mathrm{v}}) R_z(t_{\mathrm{v}})} \left(\max\left[1 - \left(\frac{y}{R_y(t_{\mathrm{v}})}\right)^2 - \left(\frac{z}{R_z(t_{\mathrm{v}})}\right)^2, 0\right]\right)^{3/2}, \tag{2.52}$$

avec $R_i(t_{\mathrm{v}}) = R_i\, b_i(t_{\mathrm{v}})$. L'ajustement de l'image par la formule (2.52) permet de déterminer le nombre d'atomes et les rayons de Thomas-Fermi. Tous les paramètres du condensat sont alors connus, par exemple le potentiel chimique s'exprime

$$\mu = \frac{\hbar\bar{\omega}}{2}\left(\frac{15Na}{\bar{\sigma}}\right)^{2/5} = \frac{1}{2} m\omega_i^2 R_i^2\,, \tag{2.53}$$

avec $\bar{\sigma} = \sqrt{\hbar/m\bar{\omega}}$, et la densité au centre

$$n_0 = \frac{15N}{8\pi R_x R_y R_z}. \tag{2.54}$$

La densité moyenne vaut cette fois $\bar{n} = 4n_0/7$.

Remarquons que les rayons de Thomas-Fermi et le nombre d'atomes condensés, obtenus par l'ajustement avec l'équation (2.52), ne sont en réalité pas indépendants, comme on peut le voir sur la relation (2.53). La vérification de leur

[21] Cet effet n'est pas une signature directe de la condensation mais est juste dû au régime hydrodynamique ($\gamma_{\mathrm{coll}} > \omega_{y,z}$) [178]. En pratique toutefois, les paramètres expérimentaux sont tels que cela va ensemble.

cohérence permet de valider l'ajustement et par là le fait qu'on a bien affaire à un condensat pur. En effet, lorsqu'un nuage thermique est présent, l'ajustement a tendance à surestimer le rayon du nuage.

Cette propriété permet également de vérifier que le facteur correctif $\mathcal{C}$ évoqué plus haut (§2.6.1) est en bonne approximation égal à 7/15. Remarquons toutefois que cette méthode n'est pas très précise, puisque le rayon de Thomas-Fermi varie comme $N^{1/5}$. Le nombre d'atomes n'est donc pas connu avec une grande précision[22]. Cela est toutefois suffisant pour les expériences présentées dans ce manuscrit.

Au final, nous pouvons résumer les paramètres typiques des condensats obtenus :
- $N = 10^6$ atomes,
- $n_0 = 4.8 \times 10^{14}$ atomes/cm^3,
- $R_x = 110$ μm,
- $R_{y,z} = 3.3$ μm,
- $\mu/h = 3.7$ kHz.

Signalons que lorsque l'expérience est particulièrement bien optimisée, le nombre d'atomes peut être plus grand, jusqu'à $\sim 2 \times 10^6$. La mesure du nombre d'atomes est alors problématique, car le nuage reste très dense, même après temps de vol, et la partie transmise de la sonde est alors indétectable : l'absorption *sature*. On peut dans ce cas désaccorder la sonde loin de la résonance [179].

2.6.3.3 Cas d'un nuage au voisinage de T_c

Lorsque le nuage est proche de la dégénérescence, la statistique quantique doit être prise en compte. La distribution de densité dans le piège est alors donnée par l'équation (2.11). L'intégration selon la direction x donne une densité colonne [175]

$$\rho(y,z,0) = \frac{1}{\Lambda_T^3} g_2 \left[\exp\left(\frac{\mu}{k_\mathrm{B}T} - \frac{y^2}{2\sigma_y(0)} - \frac{z^2}{2\sigma_z(0)} \right) \right], \tag{2.55}$$

où μ est le potentiel chimique. Le temps de vol t_v modifie ensuite la distribution spatiale selon les mêmes lois d'échelle que pour un gaz thermique loin de la dé-

[22] Une autre propriété permet de calibrer le nombre d'atomes : la détermination de la température critique T_c, par une mesure de la fraction condensée en fonction de la température (Eq. 2.10 et correction due aux interactions [144]). Cette méthode est un peu plus précise car la température critique varie comme $N^{1/3}$.

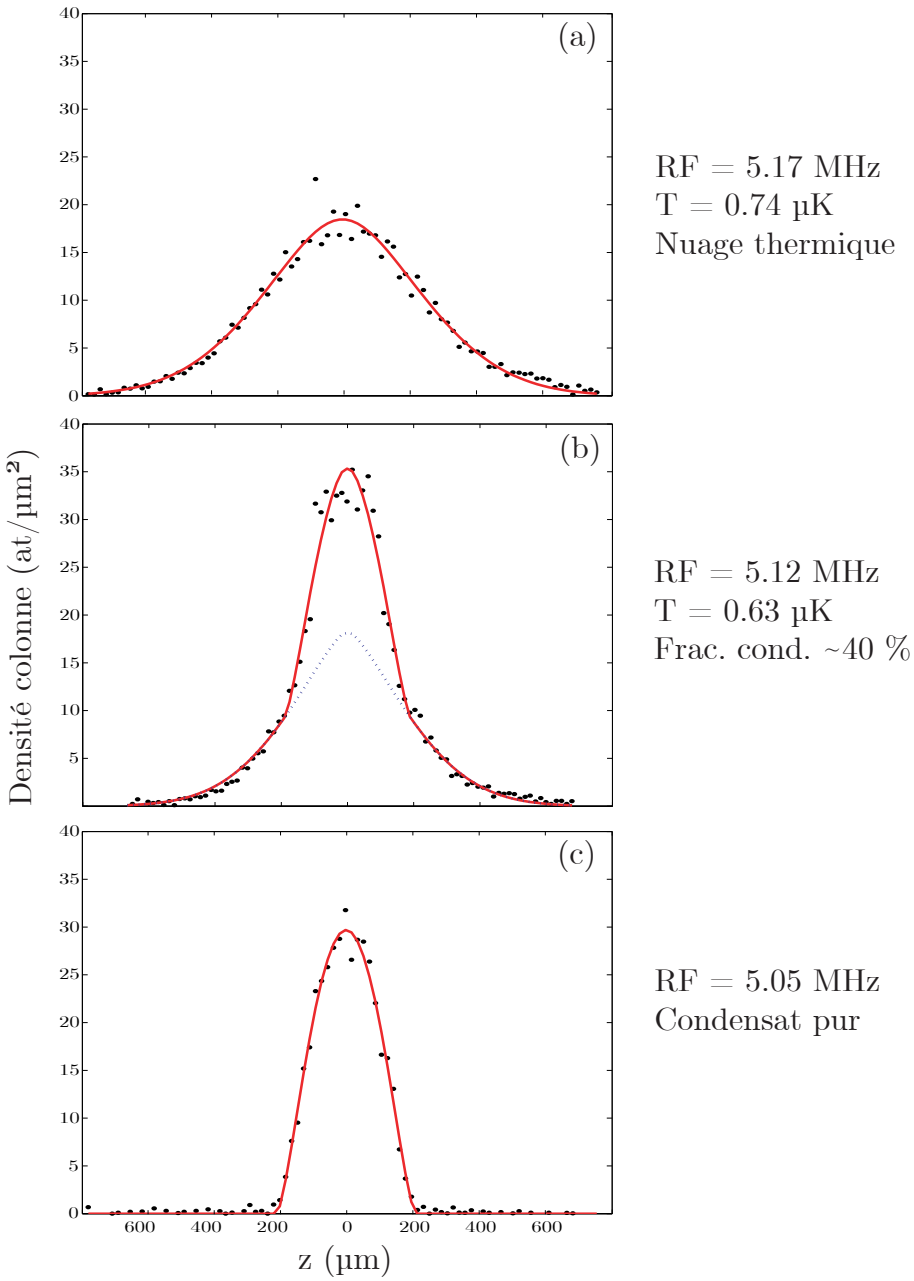


FIG. 2.22 – *Transition vers la condensation. Nous avons représenté le cas d'un nuage thermique proche du seuil de condensation (a), un nuage mixte (b) et un condensat quasi pur (c). Il s'agit de coupes selon l'axe z des images expérimentales (densité colonne) de nuages après un temps de vol de 28 ms. La radiofréquence indiquée est la valeur de la fin de la rampe d'évaporation. Les ajustements des atomes thermiques sont réalisés avec la fonction de Bose g_2 (Eq. 2.55) et ceux des parties condensés par une parabole inversée, tronquée et intégrée (Eq. 2.52).*

générescence[23] (Eq. 2.45).

L'ajustement par la fonction de Bose est nécessaire au voisinage de T_c. Lorsqu'on atteint des températures plus basses, un pic de densité de forme parabolique apparaît alors au centre du nuage : c'est le condensat, dont la forme est dominée par les interactions (régime de Thomas-Fermi). L'apparition d'une telle structure bi-modale est la signature claire de la condensation de Bose-Einstein.

L'ajustement du nuage mixte procède alors en deux temps. Nous excluons d'abord la zone centrale et ajustons uniquement les ailes par la fonction de Bose (2.55), ce qui permet de déterminer le nombre d'atomes et la température du nuage thermique. Nous retranchons alors le nuage thermique et ajustons le résidu avec un profil de Thomas-Fermi (2.52), afin cette fois de caractériser la partie condensée. La figure 2.22 montre l'évolution du profil atomique, lorsque la température diminue, d'un nuage thermique à un condensat pur.

2.6.4 Imagerie par fluorescence

Le rapport signal à bruit de notre système d'imagerie par absorption n'est pas limité par le bruit de la caméra, mais par le bruit de notre faisceau sonde. Si les variations globales d'intensité n'ont pas de conséquence (elles se traduisent par une constante, non prise en compte, dans le profil de densité atomique calculé), le bruit à l'intérieur du faisceau se traduit par un bruit sur l'image finale. Dans notre situation expérimentale, ce bruit est bien au-delà du bruit de photon, malgré nos efforts pour soigner le montage. Les instabilités mécaniques du faisceau posent également problème, car si le faisceau se décale légèrement entre les deux images (la première sans atome, la deuxième avec atomes), cela revient à rajouter un bruit supplémentaire. De plus, dans ce cas, les structures présentes dans le profil d'intensité du faisceau, telles que des franges ou des petits anneaux[24], ne disparaissent pas totalement lors de la division d'images.

Afin de s'affranchir de ces bruits liés à la sonde, on peut avoir intérêt à faire de l'imagerie par fluorescence. Notamment, si l'on dispose d'une caméra de grande efficacité, on pourra, à condition d'éviter soigneusement toute lumière parasite, détecter de très faibles nombres d'atomes. Dans ce but, nous avons acquis une caméra amplifiée EMCCD[25] (modèle C9100 de Hamamatsu), dont l'efficacité quantique vaut 0.45 à 780 nm, et dont le signal détecté par chaque pixel est amplifié, avec un gain pouvant être choisi entre 6 et 2000. L'avantage de cette

[23] On néglige dans cette discussion les éventuels effets des collisions, notamment hydrodynamiques, qui peuvent légèrement modifier l'expansion (en la rendant anisotrope par exemple). Voir la thèse de F. Gerbier pour une discussion de ces effets [86].

[24] Ceux-ci sont dus au rubidium déposé sur les parois de la cellule. Cela forme des points noirs, qui ne sont pas au plan objet de l'imagerie, et dont l'image constitue donc des anneaux.

[25] *Electron Multiplier Charge Couple Device.*

amplification est que le bruit d'obscurité de la caméra augmente bien moins vite que le gain, et peut donc devenir négligeable. Il reste, bien sûr, à diminuer le plus possible toute lumière parasite, dont le bruit correspondant est également amplifié.

Plus précisément, en utilisant le gain maximum, le bruit de la caméra (bruit de lecture équivalent avant amplification) est inférieur à un électron, ce qui correspond donc à environ deux photons. Nous éclairons les atomes avec les faisceaux pièges, ramenés à résonance, et nous disposons donc d'assez de puissance pour saturer la transition. Pendant une impulsion de durée t_{fluo}, le nombre de photons diffusés par atomes est donc de l'ordre de $\Gamma t_{\text{fluo}}/2$, soit de l'ordre de 1000 photons pour une impulsion de 50 μs. Avec une ouverture numérique $ON = 0.15$, nous en collectons une fraction $\simeq ON^2 \sim 0.02$, soit environ 20 photons par atomes, c'est-à-dire 10 effectivement détectés. Nous voyons donc que le bruit de la caméra n'est pas limitant, même jusqu'à la détection d'un atome par pixel (nous supposons que l'image d'un atome ne s'étale pas sur plusieurs pixels).

Enfin, le caractère incohérent de l'imagerie par fluorescence supprime les franges qui apparaissent souvent sur les images par absorption, à cause des réflexions parasites sur les faces de la cellule [Fig. 2.23].

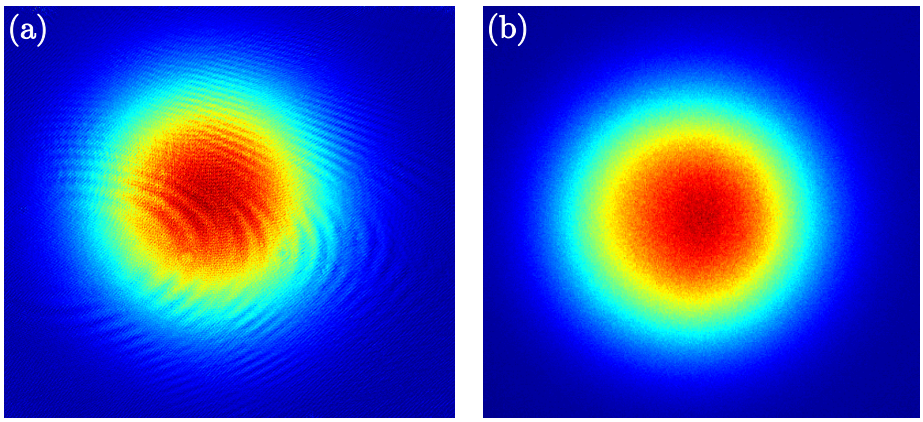


FIG. 2.23 – *Comparaison de deux images de nuages atomiques (contenant* 2×10^8 *atomes, avant évaporation) prises en absorption (a) et en fluorescence (b). Les franges parasites ne sont pas présentes dans l'image par fluorescence.*

2.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le dispositif expérimental permettant d'obtenir un condensat de Bose-Einstein, ainsi que la manière de caractériser les nuages atomiques ainsi produits. Ce dispositif nous permet d'obtenir des

condensats d'environ un million d'atomes de manière stable et répétable, en un cycle d'une quarantaine de secondes.

Nous allons pouvoir ensuite utiliser ce condensat comme source cohérente pour des expériences d'optique atomique, en produisant des lasers à atomes.

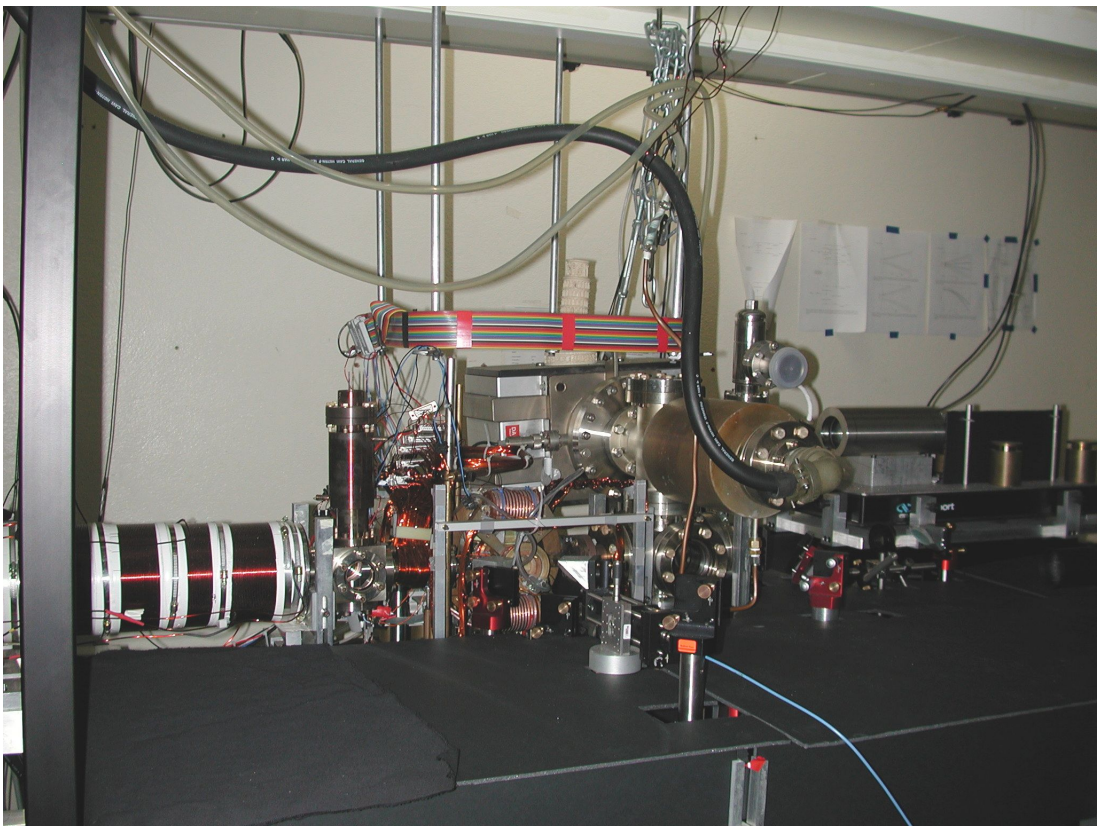


FIG. 2.24 – *Vue générale du dispositif expérimental. La partie source (four) est hors du champ, à gauche. Le banc laser est caché sous les cartons noirs.*

CHAPITRE 3

Lasers à atomes à extraction gravitationnelle

Une fois l'obtention d'un condensat acquise, nous souhaitons l'utiliser comme source cohérente d'atomes, c'est-à-dire produire un laser à atomes. Nous avons pour cela mis en œuvre la méthode la plus simple, à savoir le couplage radiofréquence (RF) [33]. Une fraction des atomes est couplée vers un état insensible au champ magnétique et subit alors l'accélération de la gravité, créant ainsi un jet continu d'atomes issu du condensat et se propageant ensuite vers le bas. Nous allons décrire dans ce chapitre la réalisation de tels lasers à atomes.

Nous présentons dans un premier temps quelques éléments théoriques permettant de traiter ces lasers ainsi que le couplage RF (§3.1). Nous présentons ensuite leur réalisation expérimentale (§3.2). Ce sera également l'occasion de présenter les mesures des fluctuations du biais magnétique (§3.2.2), et de discuter d'une expérience de battements entre lasers à atomes issus du même condensat (§3.2.3). Enfin, nous rapportons nos études sur le mode transverse du laser à atomes (§3.3), et particulièrement sur l'effet important que peuvent avoir les interactions avec le condensat sur la qualité du faisceau. Nous serons pour cela amenés à définir le *facteur de qualité* M^2 du laser à atomes, en utilisant la profonde analogie avec les lasers photoniques.

3.1 Description théorique

La réalisation d'un laser à atomes nécessite, outre un condensat, un coupleur de sortie. Il s'agit donc d'autoriser des atomes à sortir du piège magnétique. Nous utilisons pour cela la même technique qu'à l'étape d'évaporation (§2.5.5), c'est-à-dire un champ radiofréquence induisant une transition entre l'état piégé $|F = 1, m_F = -1\rangle$ et l'état non piégé $|F = 1, m_F = 0\rangle$. Cette fois cependant, la fréquence du champ est telle que le couplage a lieu dans le condensat (CBE), et son amplitude est choisie beaucoup plus faible, de manière à ce que la probabilité de transition soit petite, permettant ainsi l'obtention d'un faible flux continu d'atomes issus du condensat. Nous allons dans cette partie préciser ces deux notions : position et amplitude du couplage. Cela passe par une description théorique succincte du système {CBE + laser + RF}. On trouvera des présentations

plus complètes ou alternatives dans [39, 40, 86].

3.1.1 Équations de Gross-Pitaevskii couplées

Le système est décrit par trois équations de Gross-Pitaevskii couplées, une pour chaque sous-niveau magnétique $m_F = -1, 0, 1$. Dans le cas le plus général, elles s'écrivent

$$i\hbar\frac{\partial\Psi_{m_F}}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V_{m_F}(\mathbf{r}) + \sum_{m_{F'}} g_{\text{coll}}(m_F, m_{F'})\,|\Psi_{m_{F'}}|^2\right]\Psi_{m_F} + \sum_{m_{F'}} W_{\text{rf}}^{m_F,m_{F'}}\Psi_{m_{F'}}\ . \tag{3.1}$$

Dans cette expression, il est nécessaire d'expliciter les termes $W_{\text{rf}}^{m_F,m_{F'}}$ de couplage RF et les potentiels V_{m_F} appliqués aux atomes. Nous verrons ensuite qu'un certain nombre d'approximations sont heureusement possibles.

Termes de couplage

Le hamiltonien de couplage est donné par $\hat{W}_{\text{rf}} = -\boldsymbol{\mu}\cdot\mathbf{B}_{\text{rf}}$ où $\boldsymbol{\mu}$ est le moment magnétique de l'atome, et $\mathbf{B}_{\text{rf}} = B_{\text{rf}}\cos(\omega_{\text{rf}}t)\mathbf{e_y}$ est le champ radiofréquence rayonné par l'antenne, perpendiculaire à l'axe de polarisation des atomes. En négligeant la variation spatiale du champ (la longueur d'onde correspondante est très grande devant la dimension du condensat) et la variation de l'orientation du spin atomique le long du nuage, l'hamiltonien de couplage dans la base des $|F, m_F\rangle$ s'écrit

$$\hat{W}_{\text{rf}} = -\hbar\Omega_{\text{rf}}\cos(\omega_{\text{rf}}t)\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}\ , \tag{3.2}$$

où Ω_{rf} est la fréquence de Rabi, reliée à l'amplitude du champ magnétique par

$$\hbar\Omega_{\text{rf}} = \frac{|g_F|\mu_B B_{\text{rf}}}{\sqrt{2}}\ . \tag{3.3}$$

En se plaçant dans le référentiel du champ tournant et en négligeant la partie anti-résonante, le terme en $\cos(\omega_{\text{rf}}t)$ est remplacé par $1/2$. Ainsi, les termes non nuls, ceux pour lesquels $|m_F - m_{F'}| = 1$, intervenant dans les équations (3.1) s'écrivent simplement

$$W_{\text{rf}} = \frac{\hbar\Omega_{\text{rf}}}{2} = \frac{\mu_B B_{\text{rf}}}{4\sqrt{2}}\ . \tag{3.4}$$

Potentiels

Les potentiels V_{m_F} incluent la gravité $-m\,g\,y$ et le potentiel magnétique, qui dépend de l'état m_F considéré. Nous avons vu son expression au chapitre 2 (Eq. 2.31) mais nous nous sommes limités au premier ordre en champ, celui-ci étant largement prépondérant pour les états de m_F non nul. En revanche, il est nécessaire de tenir compte du second ordre pour l'état $m_F = 0$. Le développement au second ordre de la formule de Breit-Rabi [180] donne pour l'état $F = 1$

$$U = g_F\, m_F\, \mu_B\, B - \left(1 - \frac{m_F^2}{4}\right) \frac{\mu_B^2\, B^2}{\hbar\omega_{\mathrm{hf}}}\ , \tag{3.5}$$

où $\omega_{\mathrm{hf}}/2\pi = 6.8$ GHz est l'écart hyperfin entre les niveaux $F = 1$ et $F = 2$ de la multiplicité fondamentale. En utilisant l'expression (2.32) du champ magnétique, on trouve pour l'état $m_F = 0$ le potentiel Zeeman quadratique

$$U_{\mathrm{zq}} = -\frac{\mu_B^2 B_0^2}{\hbar\omega_{\mathrm{hf}}} - \frac{1}{2} m(\omega_{\mathrm{zq},x}^2 x^2 + \omega_{\mathrm{zq},y}^2 y^2 + \omega_{\mathrm{zq},z}^2 z^2)\ , \tag{3.6}$$

avec pour toute direction $i = x, y, z$,

$$\omega_{\mathrm{zq},i} = 2\omega_i \sqrt{\frac{\mu_B B_0}{\hbar\omega_{\mathrm{hf}}}}\ , \tag{3.7}$$

où les ω_i sont les fréquences de piégeage de l'état $m_F = -1$ définies au paragraphe 2.5.1. On peut remarquer que le terme sous la racine a un numérateur de l'ordre de quelques megahertz alors que son dénominateur est de l'ordre de quelques gigahertz. On peut donc bien négliger cet effet Zeeman du second ordre pour les états $m_F = \pm 1$. Étant donné les temps de chute typiques utilisés dans nos expériences de laser à atomes ($\sim 10{-}15$ ms), on peut également le négliger pour la direction du dipôle x, la fréquence correspondante étant inférieure au hertz. Nous noterons donc simplement ω_{zq} la courbure du potentiel Zeeman quadratique dans les directions transverses y, z. En utilisant la formule approchée (2.34), on peut réécrire son expression,

$$\omega_{\mathrm{zq}} = \mu_B b' \sqrt{\frac{2}{m\hbar\omega_{\mathrm{hf}}}}\ , \tag{3.8}$$

et constater qu'elle ne dépend en fait que du gradient b' du champ magnétique, et pas du biais. Dans la configuration usuelle de piège comprimé utilisée pour produire le condensat et la plupart des lasers à atomes de ce chapitre, la fréquence correspondante est $\omega_{\mathrm{zq}}/2\pi = 21$ Hz.

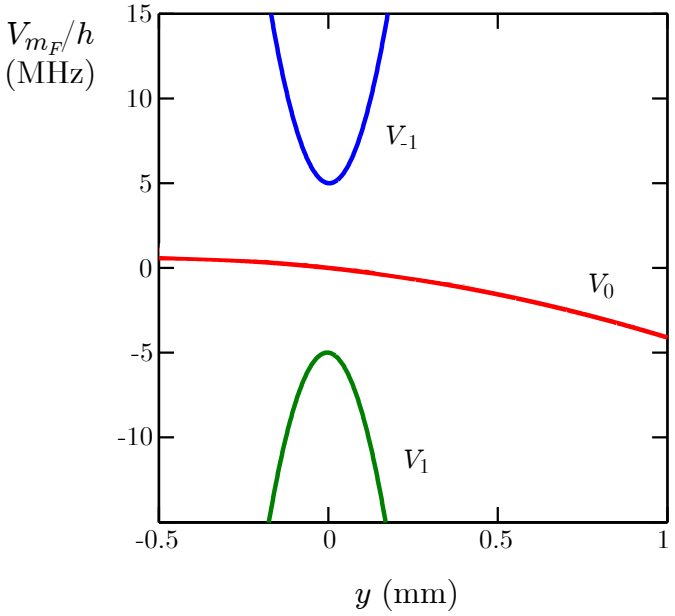


FIG. 3.1 – *Potentiels s'appliquant aux différents sous-états magnétiques.*

Finalement, les différents potentiels s'écrivent

$$V_{-1}(x,y,z) = \frac{\mu_B B_0}{2} + \frac{1}{2}\, m\, (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) - m\, g\, y\ , \tag{3.9}$$

$$V_0(x,y,z) = -\frac{1}{2}\, m\, \omega_{\mathrm{zq}}^2\, (y^2 + z^2) - m\, g\, y\ , \tag{3.10}$$

$$V_1(x,y,z) = -\frac{\mu_B B_0}{2} - \frac{1}{2}\, m\, (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) - m\, g\, y\ . \tag{3.11}$$

Dans cette expression, nous avons négligé le terme constant de l'équation (3.6) devant les termes constants $\pm\mu_B B_0/2$ intervenant dans le potentiel des autres états. Nous choisissons l'origine des trois coordonnées au centre magnétique, ce qui détermine également l'origine des énergies. Nous rappelons que l'axe y est orienté vers le bas. Enfin, remarquons que l'effet de la gravité est de décaler le minimum (maximum) du potentiel magnétique de l'état $m_F = -1$ ($m_F = 1$ ou $m_F = 0$), sans changer sa courbure. Ce décalage, appelé "sag", vaut, pour $m_F = \pm 1$, $\mp g/\omega_y^2$. Le condensat est donc centré en $y_0 = 3.2$ μm [Fig. 3.2]. De même, le maximum du potentiel de V_0 est décalé de $g/\omega_{\mathrm{zq}}^2 = -540$ μm. Bien sûr, au voisinage de $y = 0$, le potentiel V_0 est linéaire de pente mg. Les potentiels sont représentés en figure 3.1.

3.1.2 Approximations

Les équations de Gross-Pitaevskii (3.1) permettent de décrire le système {CBE + laser + RF} et de le simuler numériquement par exemple. Néanmoins, une telle simulation n'est pas nécessaire dans la plupart des cas, car un grand nombre de simplifications sont possibles.

- La longueur de diffusion du rubidium 87 ne dépend pratiquement pas de la polarisation atomique ($a = 5.3$ nm). Dans la suite, nous écrirons donc simplement $g_{\text{coll}} = 4\pi\hbar^2 a/m$, indépendamment de m_F.
- Nous utilisons une amplitude radiofréquence suffisamment faible pour que la probabilité d'une transition à deux photons soit négligeable. L'état $m_F = 1$ n'est donc pas peuplé, et nous le négligerons dans toute la suite. Pour simplifier la lecture, nous appellerons Ψ_{CBE} et Ψ_{laser} les fonctions d'onde des deux autres états, respectivement $m_F = -1$ et $m_F = 0$.
- De plus, la faible amplitude du champ RF entraîne également une faible probabilité de couplage. Nous reviendrons sur ce critère dans la suite. Cela entraîne deux simplifications supplémentaires.
  - On peut considérer que le condensat se vide très peu. Il reste donc à l'équilibre, et on négligera donc l'effet du couplage sur la fonction d'onde du condensat.
  - À l'inverse, le laser est peu peuplé. Il n'est de plus pas confiné, mais au contraire dilaté par l'accélération de la gravité. La densité du faisceau est donc faible, et on négligera le terme d'interaction $g_{\text{coll}}|\Psi_{\text{laser}}|^2$.
- Enfin, nous décrirons le condensat dans l'approximation de Thomas-Fermi (§2.1.2.3).

Avec ces approximations, le condensat est décrit simplement, et le laser vérifie l'équation de Schrödinger dépendante du temps

$$i\hbar\frac{\partial\Psi_{\text{laser}}}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V_{\text{laser}}(\mathbf{r})\right]\Psi_{\text{laser}} + W_{\text{rf}}\Psi_{\text{CBE}} \tag{3.12}$$

où le terme d'interaction avec le condensat peut être considéré comme un simple potentiel statique, la densité du condensat étant en régime stationnaire. Ainsi

$$V_{\text{laser}}(\mathbf{r}) = V_0(\mathbf{r}) + g_{\text{coll}}\,|\Psi_{\text{CBE}}(\mathbf{r})|^2\ . \tag{3.13}$$

Les potentiels $V_{\text{CBE}} = V_{-1}$ et V_{laser} sont représentés (à une dimension) sur la figure 3.2.

Étant ramené à une équation de Schrödinger linéaire, on peut décomposer la fonction d'onde du laser sur la base des états propres, qui dans notre cas forment un continuum, le laser n'étant en effet pas confiné, puisqu'il se propage

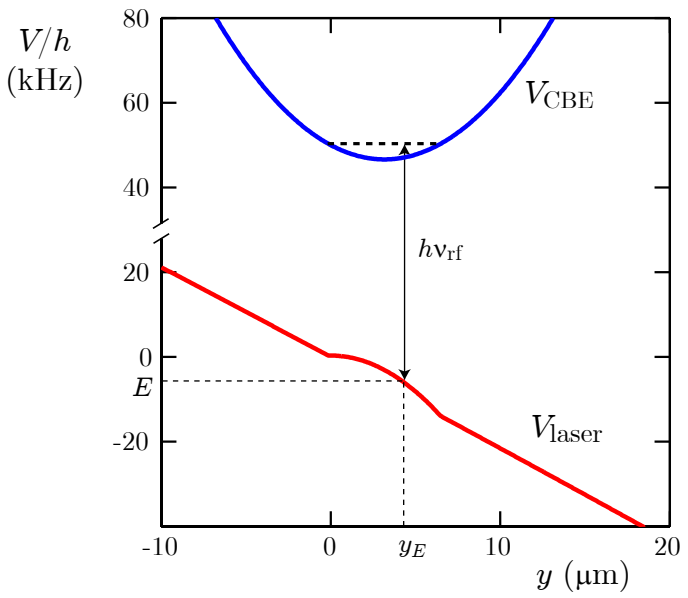


FIG. 3.2 – *Potentiels subis par les atomes du condensat V_{CBE} et du laser à atomes V_{laser}. L'écart dû au biais ($\sim$ 5 MHz) a été réduit d'un facteur 100. A l'échelle de cette représentation, l'effet Zeeman quadratique est négligeable.*

verticalement, principalement sous l'effet de la gravité. On a donc

$$|\Psi_{\mathrm{laser}}\rangle = \int_E \gamma_E(t)\, |\Psi_E\rangle\, e^{-iE/\hbar}\,, \tag{3.14}$$

où les $|\Psi_E\rangle$ sont les fonctions propres du continuum vérifiant l'équation de Schrödinger indépendante du temps

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V_{\mathrm{laser}}(\mathbf{r})\right] |\Psi_E\rangle \;= E\, |\Psi_E\rangle\,. \tag{3.15}$$

Les éléments de matrice du couplage s'écrivent finalement

$$\langle \Psi_{\mathrm{CBE}}|\hat{W}_{\mathrm{rf}}|\Psi_E\rangle = \frac{\hbar\Omega_{\mathrm{rf}}}{2} \int \Psi_{\mathrm{CBE}}(\mathbf{r})\, \Psi_E(\mathbf{r})\, d\mathbf{r}\,. \tag{3.16}$$

Il est donc nécessaire de connaître les fonctions d'onde du continuum afin de calculer cette intégrale de recouvrement.

3.1.3 Fonction d'onde du laser

Pour les calculer, on va opérer une simplification supplémentaire, consistant à ne considérer que la gravité comme potentiel subit par l'état $m_F = 0$. Cela

consiste principalement à négliger la courbure due au champ moyen du condensat, l'effet Zeeman étant effectivement très négligeable à l'échelle de la zone de couplage. Nous reviendrons sur cette hypothèse dans la suite.

Dans ce cas, les trois dimensions de l'espace sont découplées, et la fonction d'onde du laser est le produit de deux ondes planes dans les directions transverses x, z et d'une fonction ϕ_E solution de l'équation différentielle

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\phi_E}{dy^2} - mgy\,\phi_E = E\phi_E \ , \tag{3.17}$$

que l'on peut réécrire sous la forme

$$\frac{d^2\phi_E}{dy^2} + \frac{y - y_E}{l^3}\,\phi_E = 0 \ , \tag{3.18}$$

avec

$$y_E = -\frac{E}{mg} \ , \tag{3.19}$$

$$l = \sqrt[3]{\frac{\hbar^2}{2m^2 g}} \simeq 0.3\,\mu\text{m} \ . \tag{3.20}$$

Les deux solutions linéairement indépendantes de cette équation différentielle sont connues et sont les fonctions d'Airy de première et seconde espèce Ai et Bi [181]. La combinaison linéaire correspondant à une onde propagative vers les y croissant (condition d'onde sortante) s'écrit

$$\phi_E(y) \propto \text{Ai}\left(-\frac{y - y_E}{l}\right) - i\text{Bi}\left(-\frac{y - y_E}{l}\right) \ . \tag{3.21}$$

Ces deux fonctions et le module de Ai$-i$Bi sont représentés en figure 3.3. On observe que la fonction d'onde ϕ_E est oscillante dans la partie $y > y_E$. Plus précisément, dans cette zone, la fréquence des oscillations évolue comme $\sqrt{y}$ et le carré de l'amplitude (la densité) évolue comme $1/\sqrt{y}$. Ces comportements se comprennent très bien physiquement. La partie oscillante correspond à une onde dont la fréquence augmente et l'amplitude diminue suite à l'accélération de la gravité.

On observe également une forte divergence de la partie imaginaire de ϕ_E, c'est-à-dire Bi, dans la partie $y < y_E$. En fait, Bi est non normalisable, et lorsqu'on cherche à calculer le taux de couplage, par exemple, on prendra plutôt la solution stationnaire au lieu de la solution propagative, c'est-à-dire qu'on introduit une boîte fictive qui annule la fonction d'onde sur ses parois (on fait tendre la taille

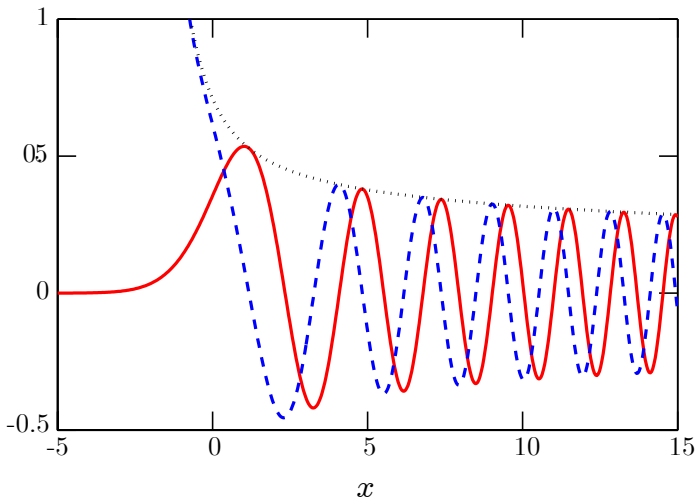


FIG. 3.3 – *Fonctions d'Airy Ai$(-x)$ (trait continu) et Bi$(-x)$ (tireté). Nous avons tracé en pointillé le module de Ai$-i$Bi.*

de la boîte vers l'infini à la fin du calcul). Alors la fonction d'onde du laser à atomes s'écrit

$$\phi_E(y) = \frac{A}{\sqrt{l}} \operatorname{Ai}\left(-\frac{y - y_E}{l}\right) , \tag{3.22}$$

où A est un facteur de normalisation sans dimension.

Dans la partie $y < y_E$, la fonction ϕ_E décroît de manière exponentielle. Cette décroissance correspond à la zone classiquement interdite, puisque correspondant à une énergie gravitationnelle $-m\,g\,y$ supérieure à E. Au voisinage de y_E, la fonction d'onde comporte un lobe étroit de largeur $\sim l$, et enfin oscille rapidement du côté $y > y_E$.

Cette allure confère à la fonction d'Airy une propriété essentielle : lorsqu'on calcule son intégrale de recouvrement avec une fonction beaucoup plus large devant la taille caractéristique l, ce qui est le cas de la fonction d'onde du condensat, la fonction d'Airy peut être approximée par un δ de Dirac centré en y_E. Cela signifie que l'élément de matrice (3.16) est simplement proportionnel à $\Psi_{\mathrm{CBE}}(y_E)$.

D'un point de vue plus physique, cela signifie que le couplage est localisé au voisinage de y_E. Cette position est le point dont l'énergie potentielle correspond à l'énergie totale. C'est donc le point de rebroussement classique, où la vitesse est nulle et donc la densité maximale. Cette position du couplage est donc une simple conséquence de la conservation de l'énergie

$$E = E_{\mathrm{CBE}} - h\nu_{\mathrm{rf}} \tag{3.23}$$

et de l'impulsion au cours du couplage, l'impulsion initiale et celle du photon RF

étant négligeables. On pourra donc retenir que changer la valeur de ν_{rf} permet de contrôler la hauteur d'extraction y_E du laser au sein du condensat (équations 3.19 et 3.23).

L'approximation consistant à remplacer la fonction d'Airy par un Dirac dans (3.16) correspond donc à une approximation semi-classique, puisqu'elle néglige l'incertitude en position de la zone de couplage, de l'ordre de l. Ceci n'est justifié que lorsque la densité du condensat ne varie pas significativement à l'échelle de l, ce qui est le cas dans notre expérience, car $l \ll R_y$, excepté lorsque le couplage s'effectue très près du bord du condensat.

3.1.4 Taux de couplage

Le calcul du taux de couplage s'effectue ensuite par application de la règle d'or de Fermi [182],

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \Psi_{\mathrm{CBE}} | \hat{W}_{\mathrm{rf}} | \Psi_E \rangle|^2 \rho(E) \ . \tag{3.24}$$

On trouvera dans la référence [183] le calcul du coefficient de normalisation A de l'équation (3.22) et de la densité d'état $\rho(E)$. Au final, on obtient l'expression suivante,

$$\begin{aligned} \Gamma(E) &= \frac{\pi \hbar \Omega_{\mathrm{rf}}^2}{2mg} \int |\Psi_{\mathrm{CBE}}(x, y_E, z)|^2 \, dx \, dz \\ &= \frac{\pi \hbar \Omega_{\mathrm{rf}}^2}{2mg} \frac{15}{16 R_y} \left[\max \left(1 - \left(\frac{y_0 - y_E}{R_y} \right)^2 , 0 \right) \right]^2 \\ &= \frac{15\pi}{16} \frac{\hbar \Omega_{\mathrm{rf}}^2}{\Delta} \left[\max \left(1 - \left(\frac{y_0 - y_E}{R_y} \right)^2 , 0 \right) \right]^2 , \end{aligned} \tag{3.25}$$

où $\Delta = 2m\, g\, R_y \simeq h \times 14$ kHz est la largeur spectrale du continuum, c'est-à-dire la largeur de la gamme d'énergies pour lesquelles un couplage est possible. Dans cette expression, la fonction d'onde du condensat doit être normalisée à 1 et non à N afin d'obtenir un taux de couplage Γ et non un flux d'atomes couplés $\mathcal{F}$.

3.1.4.1 Régime de couplage faible

Dans un tel cas, deux cas limites sont envisageables [182]. Si $h\Gamma \gg \Delta$, alors le continuum est *étroit* et peut être considéré comme un état discret, le couplage engendrant des oscillations de Rabi entre les deux états, d'amplitude modulée par une décroissance exponentielle de temps caractéristique Γ^{-1}. On obtient dans ce cas un laser impulsionnel [31]. Au contraire, lorsque $h\Gamma \ll \Delta$, le continuum est

large, et seule la décroissance exponentielle subsiste[1]. Γ^{-1} est la durée de vie de l'état discret, ou, de manière équivalente, Γ est l'élargissement spectral du laser à atomes dû au couplage. C'est dans ce dernier cas que l'on se place dans toutes les expériences décrites dans ce mémoire. Remarquons que cette condition rend impossible l'obtention d'un couplage continu avec un taux arbitrairement grand [185].

Les hypothèses que nous avons formulées au paragraphe 3.1.2 sur la faible amplitude du couplage imposent en plus que le temps t_{laser} et le taux du couplage soient tels que $\Gamma\, t_{\text{laser}} \ll 1$ afin de ne pas dépeupler significativement le condensat source. Néanmoins, tout ce qui précède reste valable à la condition, moins restrictive, que le couplage ne crée pas d'excitations dans le condensat, c'est-à-dire que la fonction d'onde du condensat s'adapte adiabatiquement au nombre d'atomes condensés $N(t)$ variant dans le temps. Il faut alors prendre en compte la dépendance temporelle de $R_y(t) \propto N(t)^{1/5}$ dans ce qui précède, induisant une dépendance temporelle de Γ par l'intermédiaire de $N(t)$. Dans ce cas, l'évolution de $N(t)$ est donnée par l'équation non linéaire

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\Gamma(N(t))\, N(t)\ . \tag{3.26}$$

La condition de suivi adiabatique est [183]

$$h\Gamma \lesssim \frac{(\hbar\omega_y)^2}{\mu}\ . \tag{3.27}$$

Avec nos paramètres expérimentaux typiques (§2.6.3.2), cette condition impose $\Gamma \lesssim 20$ Hz, ce qui signifie que l'on ne doit pas coupler, par exemple, plus de 20% des atomes en 10 ms. Cette condition est bien plus restrictive que la condition de couplage faible $\Gamma \ll \Delta/h \simeq 14$ kHz.

Largeur spectrale du laser à atomes

Nous venons d'évoquer le fait que le couplage avec le continuum induisait un élargissement spectral Γ du laser à atomes. Un autre phénomène à prendre en compte est la durée finie du couplage, qui induit également, par transformée de Fourier, un élargissement. Or dans le régime de couplage faible, on a $\Gamma\, t_{\text{laser}} \ll 1$, et c'est donc cette contribution qui domine. Cela a pu être vérifié dans l'expé-

[1] Nous simplifions volontairement notre propos. En réalité, le paramètre pertinent auquel il faut comparer Γ est le temps de mémoire t_{m} du continuum [184]. Le régime de couplage faible est atteint lorsque $\Gamma t_{\text{m}} \ll 1$. Dans le cas où la gravité est le seul potentiel s'appliquant au laser, on a bien $t_{\text{m}} \simeq \hbar/\Delta$. Si l'on prend en compte le champ moyen, t_{m} dépend de la position du couplage.

rience [102] (avec $t_{\text{laser}} \leq 1.5$ ms). La largeur spectrale du laser à atomes est donc de l'ordre de t_{laser}^{-1}, et on voit alors tout l'intérêt de travailler en régime continu[2].

3.1.4.2 Prise en compte du champ moyen

Nous avons jusque là raisonné dans le potentiel gravitationnel seul, pour lequel les fonctions propres sont connues. Nous avons vu que dans ce cas, la fonction d'onde est suffisamment piquée pour autoriser une approximation semi-classique, le taux de couplage étant alors simplement proportionnel à la densité du condensat au point de rebroussement classique. En réalité, cette approche semi-classique est valable dans un grand nombre de cas, à chaque fois que le calcul de l'intégrale de recouvrement peut s'approximer par un Dirac autour du point de rebrousse-

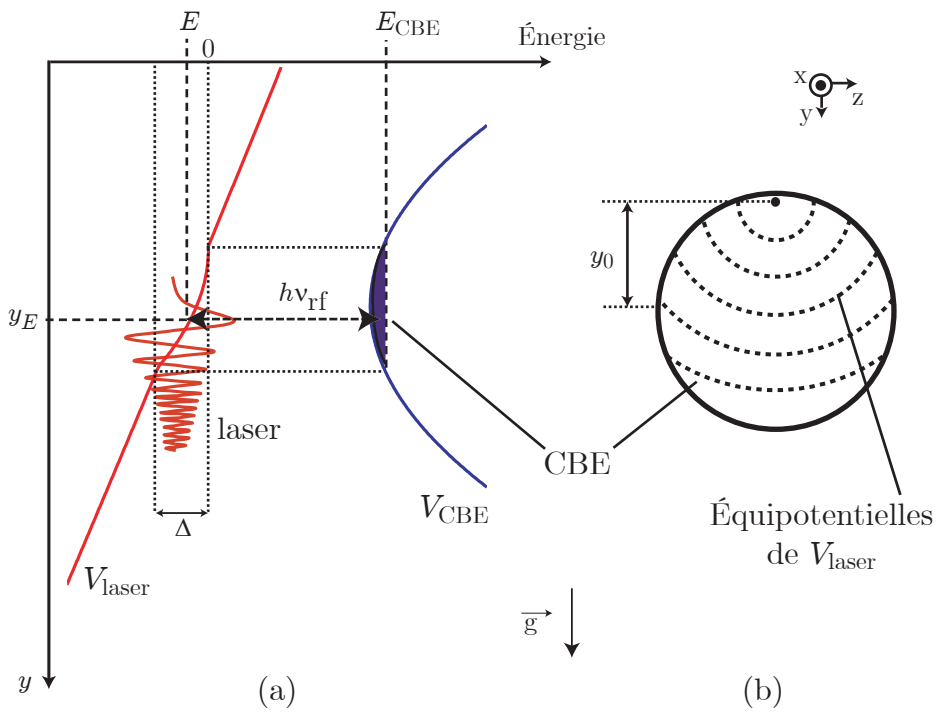


FIG. 3.4 – *Schéma de principe d'un laser à atomes. (a) Les potentiels $V(0, y, 0)$ sont représentés et la condition de résonance (3.23) est mise en évidence. Avec nos conventions, l'origine des énergies est au sommet de la bosse du potentiel V_{laser}. (b) Schéma des équipotentielles de V_{laser} au sein du condensat, qui sont aussi les surfaces de couplage RF. Le potentiel de champ moyen du condensat a pour effet de courber ces surfaces.*

[2]Une limite ultime, analogue à la limite Schawlow-Townes pour un laser photonique, est due à la diffusion de la phase du condensat à température non nulle [186].

ment classique, c'est-à-dire à chaque fois que la fonction d'onde du laser oscille suffisamment rapidement (à l'échelle du condensat) pour que seul le premier lobe contribue à l'intégrale de recouvrement. En terme plus rigoureux, il faut que l'action des chemins partant du point de rebroussement classique jusqu'à la sortie du condensat soit grande devant $\hbar$ [86]. La transition se produit alors essentiellement aux points de rebroussement classique, ce qui est équivalent au principe de Franck-Condon en physique moléculaire [187]. On a alors dans ce cas la formule générale pour le taux de couplage

$$\Gamma(E) = \frac{\pi\hbar\Omega_{\mathrm{rf}}^2}{2} \int d^3\mathbf{r}\, |\Psi_{\mathrm{CBE}}(\mathbf{r})|^2\, \delta\left(V_{\mathrm{laser}}(\mathbf{r}) - E\right) \ , \tag{3.28}$$

l'énergie du laser E étant toujours donnée par la fréquence RF via $E = E_{\mathrm{CBE}} - h\nu_{\mathrm{rf}}$ [Fig. 3.4(a)]. L'énergie du condensat est donnée par

$$E_{\mathrm{CBE}} = \left(\frac{1}{2}\mu_B B_0 + \frac{1}{2}m\omega_y^2 y_0^2\right) + \mu \ . \tag{3.29}$$

Les deux premiers termes regroupent l'énergie magnétique et gravitationnelle à la position du condensat y_0 et μ est le potentiel chimique, qui est bien l'énergie à fournir pour retirer une particule du condensat (§2.1.2.2). La condition de résonance définit une surface d'extraction au sein du condensat [Fig. 3.4(b)] que l'on appelle souvent "couteau RF", comme dans le contexte de l'évaporation. L'effet des interactions entre atomes étant indépendant du sous-état magnétique, les surfaces de résonance se confondent, dans le condensat, avec les équipotentielles magnétiques de l'état $m_F = -1$. Ce sont donc des ellipsoïdes centrées sur le centre magnétique. Comme le décalage y_0 (sag) est légèrement inférieur au rayon du condensat R_y, le centre magnétique se situe au sein du condensat.

La variation du taux de couplage en fonction de la fréquence (ou position) du coupleur, ou encore *spectre radiofréquence* du condensat [33], calculée par la formule (3.28), est représentée en figure 3.5. Sa forme asymétrique est due à la courbure des surfaces de couplage. La discontinuité de la dérivée de cette courbe en $E = 0$ n'est pas physique mais est due à la nature semi-classique de l'approximation aboutissant à (3.28). Un traitement quantique autoriserait en effet un couplage non nul même avec la condition de résonance non strictement respectée. Cet effet est toutefois négligeable.

Remarque :

Pour une position du couplage pas trop proche du bord du condensat, on peut considérer le potentiel de champ moyen comme étant en forme de parabole inversée (on néglige la troncature), et une résolution analytique de l'équation de Schrödinger est alors possible [40]. À une dimension en revanche, le problème de l'effet de la troncature ne se pose pas et nous présenterons un tel calcul dans le cas du laser à atomes guidé (§5.3 5). Pour les lasers décrits dans ce chapitre, l'approximation semi-classique est suffisante.

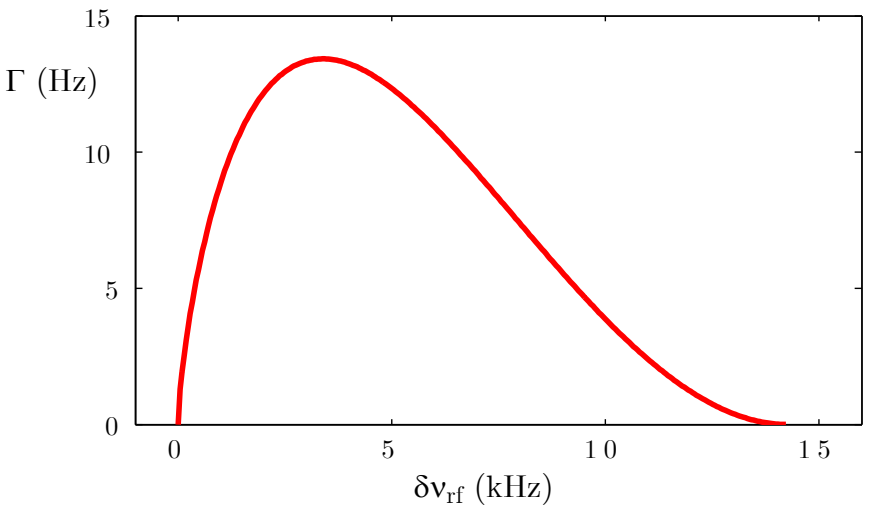


FIG. 3.5 – *Spectre radiofréquence du condensat. Il s'agit du taux de couplage en fonction de la RF, calculé à partir de l'équation (3.28) en prenant* $\Omega_{\rm rf}/2\pi = 100$ *Hz et un condensat d'un million d'atomes dans le piège magnétique comprimé. Nous avons tracé en fonction de* $\delta\nu_{\rm rf} = -E/h$. *La largeur spectrale du condensat est de* 14 *kHz.*

3.2 Réalisation expérimentale

3.2.1 Paramètres expérimentaux

Pour la réalisation de lasers à atomes, nous utilisons la même antenne radiofréquence que celle utilisée pour l'évaporation (c'est à dire les bobines du PMO). Nous utilisons en revanche une puissance radiofréquence beaucoup plus faible, d'un facteur $\sim 10^3$, afin d'être dans les conditions de couplage faible. Nous avons typiquement une fréquence de Rabi associée au champ RF de l'ordre de la centaine de hertz, soit un taux de couplage de l'ordre de la dizaine de hertz.

Le temps de couplage est typiquement de 10 à 20 ms. Au delà, la dilution du faisceau consécutif à son accélération et son éventuelle divergence, rend sa détection problématique. Nous faisons suivre ce temps de couplage par quelques millisecondes de chute libre pendant lesquelles le champ magnétique est éteint, afin de repomper les atomes et prendre les images. La largeur spectrale correspondante est donc typiquement[3] de 50 à 100 Hz.

La longueur du faisceau est de 1 à 2 mm. Soulignons que celle-ci est plus grande que ce qu'elle serait compte tenu de la gravité seule. L'effet Zeeman quadratique contribue en effet à accélérer les atomes vers le bas, et rallonge donc le

[3]Il s'agit simplement ici d'un ordre de grandeur, car il faudrait tenir compte du profil temporel du coupleur RF.

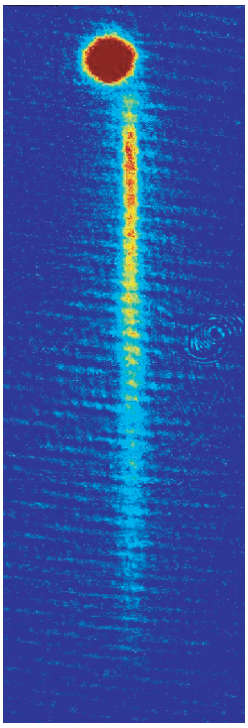


FIG. 3.6 – *Image expérimentale de laser à atomes. La durée du couplage est de 10 ms. L'image est prise après la coupure du piège magnétique et 7 ms de temps de vol. Le champ de l'image est de* 0.7×2 *mm*^{2}*. Le condensat est légèrement déplacé par un effet Stern et Gerlach à la coupure. La continuité du faisceau démontre qualitativement la stabilité du biais.*

faisceau de manière non négligeable. Par exemple, sur l'image présentée en figure 3.6, le faisceau a une longueur d'environ 1.6 mm, alors que celle-ci ne serait que de 1.3 mm sans l'effet Zeeman quadratique.

3.2.2 Stabilité du biais

La réalisation expérimentale d'un laser à atomes nécessite un certain nombre de précautions expérimentales. En particulier, l'expérience doit être la plus stable possible pendant la durée du couplage, mais également d'une réalisation à l'autre. Le paramètre le plus critique est la valeur du biais magnétique B_0. En effet, cette grandeur est directement reliée à la condition de résonance (3.23) par l'intermédiaire de E_{CBE} (3.29). Toute fluctuation du biais entraîne donc au mieux une fluctuation de la hauteur du couplage (3.19), et au pire pas de couplage du tout, la largeur spectrale du condensat étant finie (Eq. 3.25).

Plus précisément, il faut que les fluctuations du biais δB_0 entraînent des fluctuations en énergie du condensat très inférieures à la largeur spectrale Δ de ce dernier. On doit donc avoir

$$\delta B_0 \ll \frac{2\Delta}{\mu_B} \simeq 20 \text{ mG} \tag{3.30}$$

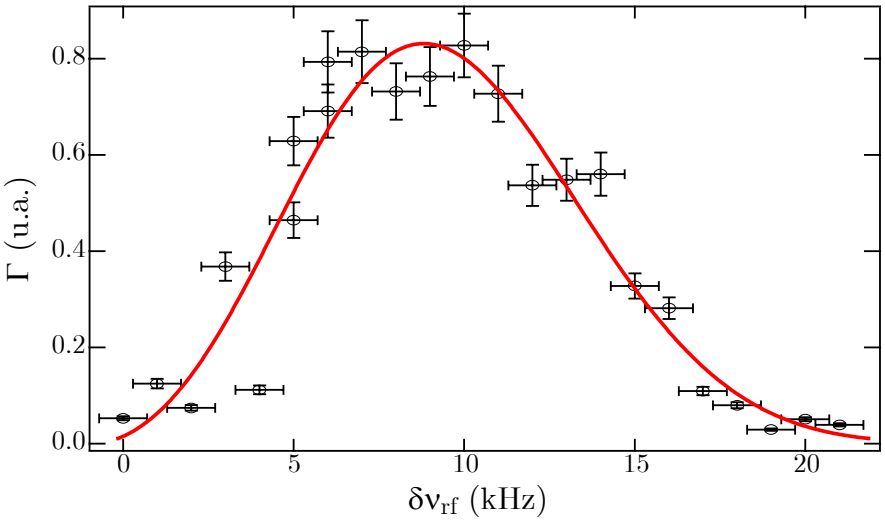


FIG. 3.7 – *Spectre radiofréquence du condensat. L'ajustement est réalisé par une convolution entre le taux de couplage théorique calculé par (3.28) et une gaussienne de largeur r.m.s. σ tenant compte d'un élargissement dû aux fluctuations rapides du biais. Nous obtenons $\sigma = 3$ kHz. Les barres d'erreurs verticales (respectivement horizontales) sont données par les fluctuations coup sur coup du nombre d'atomes dans le condensat (respectivement du biais).*

afin que la position du coupleur ne bouge que faiblement à l'échelle du condensat. Typiquement, on veut donc une stabilité de l'ordre du milligauss. Il faut pour cela un environnement magnétique bien contrôlé. En général, un blindage magnétique serait nécessaire pour supprimer les bruits magnétiques environnementaux. Néanmoins, nous obtenons une telle stabilité sur notre expérience sans blindage. Nous soupçonnons que la structure ferromagnétique de l'électroaimant, très proche de la cellule, possède un effet de blindage intrinsèque. Enfin, la stabilité relative nécessaire est de l'ordre de 10^{-4}, ce qui nécessite une alimentation de courant stabilisée de haute qualité. De plus, la mise en série des bobines dipôles et anti-dipôles assurent une réjection de mode commun [38,41] permettant de diminuer significativement l'impact des fluctuations de courant sur les fluctuations du biais.

À partir de la courbe de couplage 3.7, on peut effectuer une mesure quantitative des fluctuations du biais magnétique. Il suffit de choisir une fréquence de couplage au voisinage de laquelle le taux de couplage varie presque linéairement (par exemple autour de $\delta\nu_{\mathrm{rf}} = 13$ kHz sur la courbe de la figure 3.7), et de mesurer le taux de couplage sur un grand nombre de réalisations. Les fluctuations de ce taux de couplage sont alors facilement reliées à la variation de la condition de résonance et donc aux fluctuations du biais.

En pratique, le taux de couplage n'est pas directement mesurable sur une seule image, car un temps de vol long est nécessaire pour mesurer le nombre d'atomes dans le condensat. Nous réalisons donc des mesures du nombre d'atomes dans le condensat à long temps de vol, alternativement avec et sans couplage. Nous soustrayons (quadratiquement) ensuite aux fluctuations du nombre d'atomes couplés les fluctuations du nombre d'atomes dans le condensat (6 %), en considérant que les deux bruits ne sont pas corrélés.

Nous trouvons des fluctuations coup sur coup d'environ 1 mG (soit 700 Hz), ce qui est bien faible devant $\Delta = 14$ kHz, et permet de réaliser des lasers à atomes de manière stable et répétable. Nous observons également des dérives lentes, de l'ordre du mG/h, qui peuvent provenir des dérives en température de l'électroaimant. Enfin, les fluctuations rapides devant le temps de couplage (10 ms) sont quant à elles plus difficiles à évaluer. Nous pouvons déjà constater que les lasers à atomes que nous obtenons expérimentalement sont visiblement continus, et par conséquent qu'elles sont également petites devant Δ. Nous pouvons tenter de les évaluer en considérant qu'elles doivent induire un élargissement de la courbe de couplage que nous mesurons. Ainsi, en convoluant la courbe théorique 3.5 par une gaussienne de largeur r.m.s. σ ajustable, nous obtenons une mesure des fluctuations rapides, qui sera toutefois biaisée par les éventuelles dérives lentes ayant eu lieu pendant la prise de donnée. Ainsi, l'ajustement de la courbe présentée en figure 3.5 donne un élargissement $\sigma = 3$ kHz alors que celle présentée dans [41] (Annexe C) correspond à un élargissement deux fois moindre, correspondant respectivement à 4 et 2 milligauss. Finalement, on peut conclure que les fluctuations rapides sont *au plus* de quelques milligauss.

3.2.3 Battements entre deux lasers à atomes issus du même condensat

Une expérience relativement simple à effectuer avec des lasers à atomes est la réalisation de battements entre deux ondes de matière issues du même condensat [90]. Cela permet de mettre en évidence, de manière très visuelle, le caractère ondulatoire du faisceau atomique, ainsi que le caractère spatialement cohérent de la source dont il est issu (§1.2.3).

Le principe est d'utiliser non pas une, mais deux valeurs de radiofréquence simultanément, de manière à créer deux coupleurs de sortie séparés spatialement dans le condensat. Par exemple, si les interactions sont négligeables, les deux coupleurs sont séparés de $\Delta y_E = h\Delta\nu_{\mathrm{rf}}/mg$, la différence d'énergie entre les deux lasers à atomes étant $h\Delta\nu_{\mathrm{rf}}$. Les ondes atomiques se recouvrent ensuite au cours de leur propagation et, comme en optique avec des lasers de longueurs d'onde légèrement différentes, donnent lieu à des battements [Fig. 3.8], dont le bon contraste démontre la cohérence spatiale du condensat, au moins à l'échelle de Δy_E.

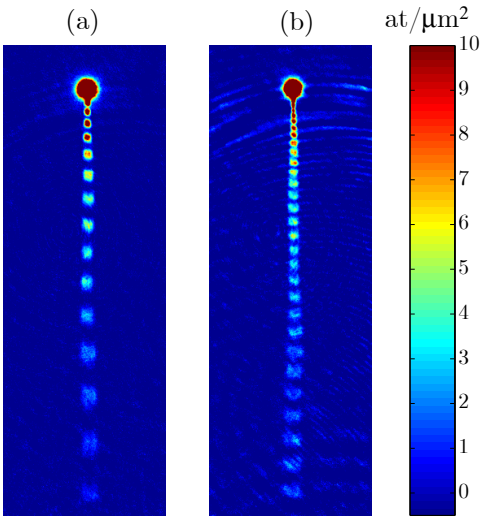


FIG. 3.8 – *Expérience de battements entre deux lasers à atomes issus du même condensat. La différence de fréquence entre les deux couteaux est 1 kHz (a) et 2 kHz (b), correspondant respectivement à une séparation spatiale des coupleurs de 0.5 et 1 µm. Le champ de chaque image est* 0.63×1.8 *mm*^{2}.

Expérimentalement, par souci de simplicité, on crée les deux couteaux RF par modulation d'amplitude (avec suppression de porteuse) d'un unique synthétiseur de fréquence, mais ceci est bien rigoureusement équivalent à deux radiofréquences différentes[4]. La fréquence centrale est choisie à peu près au centre du condensat, et la fréquence de modulation $\Delta\nu_{\mathrm{rf}}/2$ permet de régler l'écart entre les deux couteaux. De plus, pour éviter la dégradation du faisceau (voir le paragraphe suivant), on diminue le confinement du piège magnétique (en diminuant le courant dans le quadrupôle) jusqu'à une fréquence transverse de 35 Hz. L'effet des interactions est alors négligeable, et l'effet Zeeman quadratique également.

Le battement entre les deux faisceaux donne alors lieu à une modulation de la densité atomique du type [90]

$$n_{\mathrm{laser}}(y) \propto \frac{1}{\sqrt{y}} \left[1 + \cos\left(\Delta\omega_{\mathrm{rf}} \sqrt{\frac{2y}{g}} + \phi \right) \right] , \tag{3.31}$$

où le facteur en $1/\sqrt{y}$ est dû à la dilatation du faisceau consécutif à l'accélération de la gravité, et le facteur $\sqrt{2y/g}$ est le temps de chute correspondant à l'altitude y. L'ajustement des données expérimentales par cette formule est montré en figure 3.9. L'accord est excellent, sans qu'il y ait eu besoin d'introduire un contraste inférieur à un.

[4]Il suffit pour s'en convaincre d'écrire la fameuse identité $2\cos(a)\cos(b) = \cos(a+b) + \cos(a-b)$.

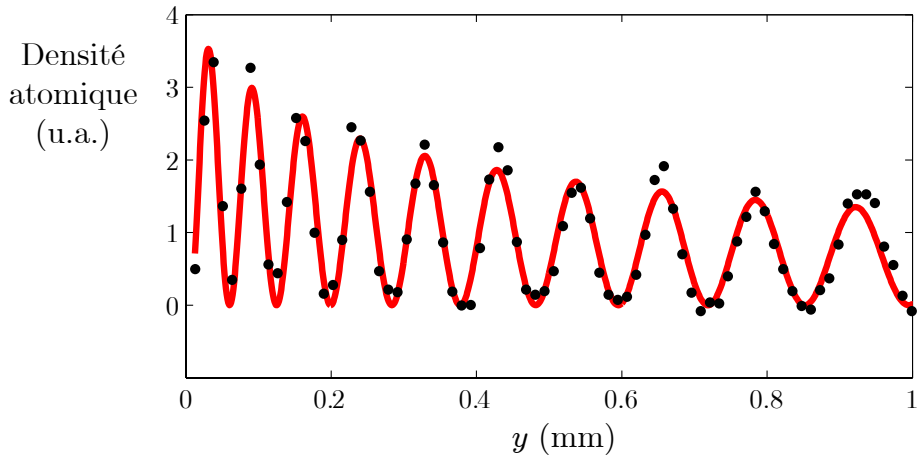


FIG. 3.9 – *Ajustement de la densité atomique en fonction de l'altitude par la formule (3.31), dans laquelle y est remplacé par $y - y_E$, y_E étant un paramètre libre de l'ajustement. L'expression (3.31) est en effet une forme asymptotique valable loin des points de rebroussement. Les données correspondent à une coupe selon la verticale de l'image 3.8(a).*

3.3 Mode transverse d'un laser à atomes : effet des interactions

Nous rapportons dans cette section les résultats présentés dans [42] (Annexe C) sur le mode transverse d'un laser à atomes. Une spécificité de notre dispositif est en effet d'observer les directions transverses du condensat, celles pour lesquelles le confinement est fort. L'effet des fortes interactions entre le laser à atomes et le condensat, engendrant une dégradation de la qualité du faisceau, est alors parfaitement visible.

3.3.1 Observations expérimentales

Comme expliqué précédemment (§3.1.4), changer la valeur de la radiofréquence permet de faire varier la hauteur de la zone de couplage au sein du condensat. Lorsque l'extraction a lieu en haut du condensat, les atomes doivent en traverser toute la partie inférieure avant de se propager dans l'espace libre[5]. Durant leur traversée du condensat, les atomes du laser sont alors soumis au potentiel de champ moyen $g_{\text{coll}} n(\mathbf{r})$, où $n(\mathbf{r})$ est la densité atomique du condensat. Ce potentiel étant répulsif (parabole inversée), on s'attend à ce qu'il entraîne un effet de divergence du faisceau, comme cela a été montré dans [43].

[5]Nous appellerons espace libre la zone en dehors du condensat, même si les atomes restent soumis à des potentiels : la gravité et l'effet Zeeman quadratique.

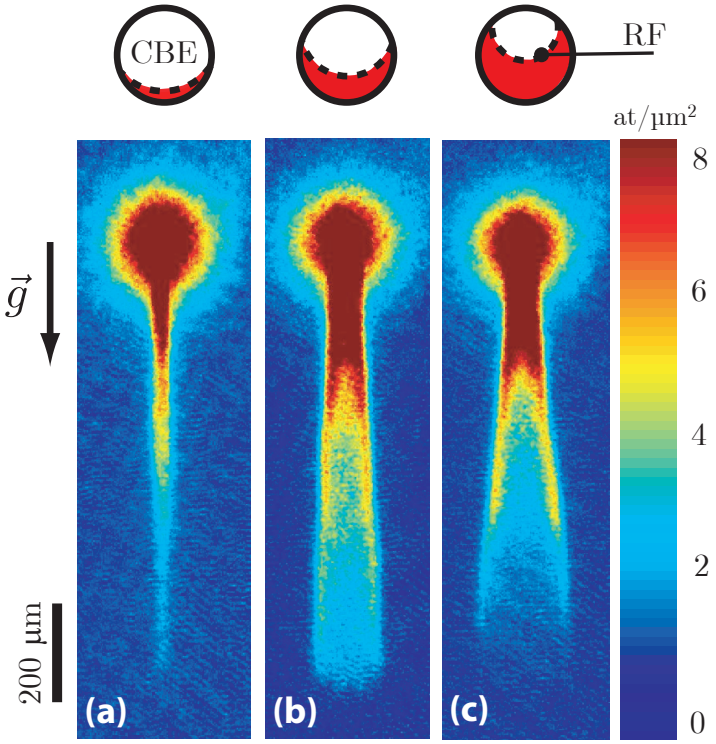


FIG. 3.10 – *Effet des interactions sur le mode transverse. Plus le laser est extrait en haut du condensat, plus l'épaisseur du condensat à traverser par le laser est grande et plus les interactions entre le laser et le condensat dégradent la qualité du faisceau atomique. Remarquons que la taille du condensat sur ces images est exagérée de manière artificielle : le temps de vol étant très court (1 ms), la densité est telle que l'indice de réfraction du condensat déforme fortement son image [16].*

Nos observations montrent un effet beaucoup plus important qu'une simple divergence [Fig. 3.10]. En plus d'une divergence globale, une structure apparaît dans le profil transverse du faisceau : les rayons atomiques s'accumulent sur les bords du faisceau. Cet effet de *caustiques* est d'autant plus fort que l'épaisseur de condensat traversée est importante. Des observations similaires, quoique moins flagrantes, ont été également rapportées par le groupe de Munich [188].

Notons que cet effet disparaît lorsque la courbure du potentiel répulsif est moins forte, telle qu'en décomprimant le piège magnétique (voir par exemple les lasers de la figure 3.8).

3.3.2 Interprétation

Qualitativement, on peut décrire cet effet de caustiques en terme classique, en considérant les trajectoires atomiques. Celles-ci sont de simples lignes droites

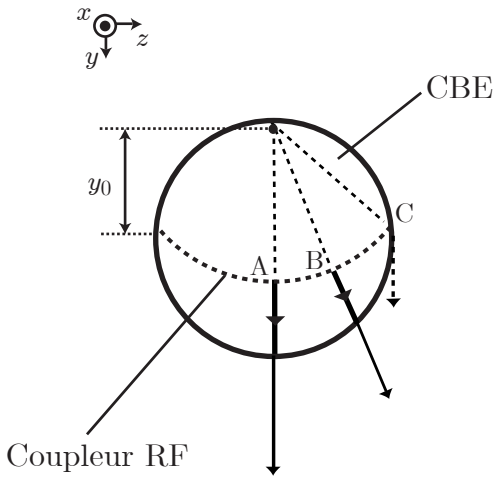


FIG. 3.11 – *Schéma de principe de l'effet de caustiques. Les atomes issus du centre du couteau radiofréquence (A) et ceux issus du bord du condensat (C) sortent avec une vitesse transverse nulle. Entre les deux (zone B), la vitesse transverse est non nulle et a donc un maximum. Au cours de la propagation, ce maximum conduit à une accumulation de trajectoires sur les bords du faisceau. De plus, les trajectoires issues de B et C se croisent : des franges d'interférences sont attendues.*

car le potentiel est central. Du fait de la gravité, son origine n'est pas le centre du condensat mais le centre magnétique [Fig. 3.11].

Lorsqu'un atome A est émis du centre du condensat, le potentiel répulsif lui confère une vitesse principalement vers le bas. Au contraire, un atome B partant du coté du coupleur radiofréquence est sensiblement défléchi sur le coté et acquiert une vitesse transverse. Enfin, un atome C issu du bord du condensat ne subit presque pas l'effet du champ moyen. Ainsi la répartition en vitesse dans sa composante transverse à la sortie du condensat connaît un maximum. Après propagation, il en résulte une accumulation de trajectoires sur les côtés du faisceau. De plus, les trajectoires des atomes B et C se recoupent, et il en résulte une figure d'interférence [189], non observée expérimentalement (voir §3.3.4).

Une description en termes plus ondulatoire est également possible (et souhaitable !). On peut en effet considérer le condensat comme une lentille divergente agissant sur les rayons du laser à atomes, le potentiel d'interaction se traduisant par un déphasage des rayons. Dans le cas d'une simple divergence [39,43], la courbure du potentiel répulsif est suffisamment faible pour permettre de traiter le condensat comme un objet de phase mince [190] et de ne garder que les premiers ordres du développement du déphasage. L'effet du condensat est alors analogue

à celui d'une lentille mince parfaite, et le problème peut être traité dans le cadre d'une *approximation paraxiale*.

Ces approximations ne sont plus valides dans le cas d'un confinement plus important, correspondant à notre expérience. Le profil du faisceau est alors modifié très rapidement, au sein même du condensat, et les rayons les plus déviés n'ont rien de paraxial. Par analogie, on peut considérer que la déformation du faisceau ainsi engendrée s'apparente à une *aberration* et le condensat à une lentille épaisse.

Enfin, cette interprétation, en terme d'*optique géométrique*, ne suffit pas à rendre compte parfaitement de la propagation du faisceau, car la *diffraction*, c'est-à-dire l'étalement du paquet d'onde atomique dans les directions transverses, n'est pas non plus a priori négligeable.

Ces analogies avec l'optique nous ont conduit à développer un modèle semi-analytique de la propagation d'un laser à atomes de profil quelconque, en s'appuyant sur les méthodes de l'optique utilisées pour décrire les lasers multimodes.

3.3.3 Modèle théorique : propagation d'un laser à atomes multimode

Nous ne décrivons ici que les grandes lignes du modèle. Une présentation complète se trouve dans la thèse de J.-F. Riou [40] ainsi que dans l'article [44].

Notons dès maintenant les approximations utilisées dans l'ensemble du modèle :

- Nous négligeons les interactions entre atomes au sein du laser. En effet, dans la zone de recouvrement avec le condensat, celles-ci sont négligeables devant les interactions avec le condensat. Ensuite, le faisceau est suffisamment dilué à cause de l'accélération de la gravité.
- Le condensat étant très allongé dans la direction x du dipôle, nous négligeons toute dynamique selon x. Nous considérons donc chaque plan (y, z) indépendamment, et nous pouvons ensuite sommer sur tous ces plans, en pondérant par leur poids respectif, pour comparer aux images expérimentales.
- Enfin, nous traitons le couplage RF dans l'approximation semi-classique (§3.1.4) et le condensat dans l'approximation de Thomas-Fermi (§2.1.2.3).

Notre démarche est de décrire la propagation du laser à atomes en s'inspirant des techniques de calcul et des approximations précédemment développées pour l'optique photonique. Nous aimerions notamment étendre le formalisme des matrices $ABCD$ [191] au cas d'un laser à atomes de profil quelconque. En effet, ce formalisme a l'avantage de décrire la propagation d'un faisceau de manière algébrique, en prenant en compte la diffraction et les potentiels s'appli-

quant aux atomes, la gravité et l'effet Zeeman quadratique. L'utilisation des matrices $ABCD$ en optique atomique a été proposée par C. Bordé [192, 193] et appliquée avec succès à la situation expérimentale de la divergence des lasers à atomes [39,43]. Ce formalisme reposant sur l'approximation paraxiale, dans le cas de la simple divergence, l'action du condensat lui-même a pu être décrite par une matrice $ABCD$ correspondant à une lentille mince. Une autre approximation, assez bonne en pratique, a consisté à supposer le faisceau atomique gaussien.

Dans le cas d'un faisceau non gaussien, c'est-à-dire non idéal, l'optique des lasers multimodes nous enseigne que l'utilisation des matrices $ABCD$ est également possible [194]. Il faut néanmoins pouvoir appliquer l'approximation paraxiale. Dans le cas atomique, et suite à l'accélération de la gravité, le faisceau atteint toujours le régime paraxial au bout d'un certain temps de chute : le vecteur d'onde transverse devient très petit devant le vecteur d'onde axial. Dans notre cas, le faisceau entre dans le régime paraxial au bout de 150 μm environ. Une autre approche est donc nécessaire au début de la propagation.

Régime non paraxial

Pour calculer le profil du faisceau dans la première partie de la propagation, dans le régime non paraxial, nous utilisons deux approches successives, elles aussi issues de l'optique.

Au sein même du condensat, c'est-à-dire entre la surface de couplage et la frontière du condensat, nous utilisons l'approximation WKB [195]. C'est tout à fait l'analogue de l'approximation *eikonale* en optique : le calcul inclut la phase, intégrée le long du rayon, mais néglige les effets de diffraction. Ceci est une bonne approximation pour traiter la traversée du condensat car le chemin est court (quelques microns), et sur une aussi petite distance la diffraction est négligeable. De plus, le potentiel à traiter étant relativement simple, le calcul est analytique.

Une fois connu le front d'onde en sortie du condensat, il faut le propager jusqu'à une centaine de microns plus bas. Le rayonnement à partir d'une surface où le champ est connu est le problème classique de la diffraction en optique. L'équation d'onde en optique atomique étant la même qu'en optique classique (l'équation de Schrödinger et l'équation de Helmoltz ont exactement la même forme), le problème peut être résolu de la même manière, à partir du calcul d'une intégrale de Kirchhoff [196] sur le contour Γ [Fig. 3.12(b)] fermé à l'infini et s'appuyant sur la frontière du condensat. Le potentiel $V_{\text{laser}}(\mathbf{r})$ s'appliquant aux atomes (en dehors du condensat : gravité et effet Zeeman quadratique) est pris en compte par un indice de réfraction effectif du milieu inhomogène $n(\mathbf{r}) = \sqrt{1 - V(\mathbf{r})/E}$, où E est l'énergie du laser [Fig. 3.12(a)].

L'avantage de combiner ces deux approches est qu'elle permet de traiter naturellement l'interface condensat/espace libre, ce que ne permet pas la méthode des propagateurs de Feynmann [197]. La différence fondamentale est que nous propa-

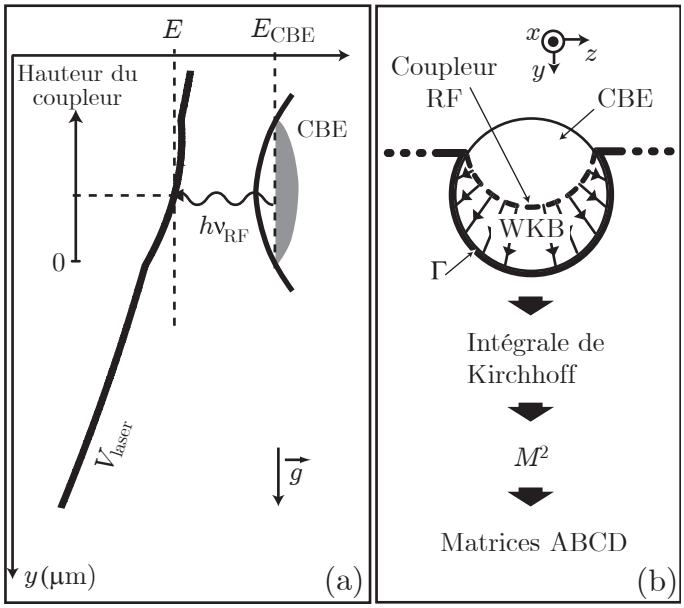


FIG. 3.12 – *(a) Schéma de principe du couplage, permettant de rappeler quelques notations utilisées dans cette partie. (b) Schéma synthétique des différentes étapes du modèle. La propagation au sein du condensat est traitée grâce à l'approximation WKB (ou eikonale). Puis la propagation dans l'espace libre est calculée par une intégrale de Kirchhoff le long du contour* Γ*. Enfin, dans le régime paraxial, le facteur de qualité* M^2 *peut être déterminé et le formalisme des matrices* $ABCD$ *utilisé.*

geons des surfaces d'onde, comme en optique traditionnelle, alors que les propagateurs usuels de la mécanique quantique traitent des paquets d'onde. Lorsque le potentiel est continu par morceaux seulement, et avec une frontière à deux dimensions non séparables, on ne sait pas raccorder les propagateurs. De même, on ne saurait pas simplement raccorder par continuité les fonctions propres des deux milieux. Enfin, soulignons qu'elle permet de calculer la propagation du faisceau jusqu'à n'importe quelle distance, même si nous souhaitons ensuite utiliser la méthode des matrices $ABCD$ une fois dans le régime paraxial. Les différentes étapes du modèle sont résumées sur la figure 3.12(b).

Régime paraxial

Dans le domaine paraxial, l'application du formalisme des matrices $ABCD$ à un faisceau de profil quelconque nécessite la décomposition du front d'onde sur les modes de Hermite-Gauss, modes propres de la propagation[6]. La propagation

[6]ou les modes de Laguerre-Gauss si la symétrie cylindrique est respectée (ce qui est rarement le cas dans une cavité laser).

entre les instants t et t' de chaque mode s'effectue alors par l'application de la loi $ABCD$:

$$q(t') = \frac{Aq(t) + B}{Cq(t) + D} \ , \tag{3.32}$$

où q est le rayon de courbure complexe, défini par

$$\frac{1}{q(t)} = \mathcal{C}(t) + \frac{iM^2}{2\sigma^2(t)} \ . \tag{3.33}$$

Ici, $\mathcal{C}$ est la courbure réelle du front d'onde, σ est la largeur r.m.s. du faisceau dans la direction transverse z et on a introduit le facteur de qualité M^2 du faisceau [198–200]. Il exprime la déviation à la limite de diffraction. Par définition, il vaut

$$\Delta z \ \Delta k_z \ = \ \frac{M^2}{2} \ , \tag{3.34}$$

où $\Delta k_z = \Delta p_z/\hbar$ et Δz sont les racines carrées des moments d'ordre deux (ou largeurs r.m.s., c'est-à-dire $\Delta z = \sigma$) *pris au col du faisceau*, ou waist, celui-ci étant par définition l'endroit où $\mathcal{C} = 0$. La relation d'incertitude de Heisenberg s'écrit donc $M^2 \geq 1$. Enfin, notons qu'en optique atomique, il est plus approprié de paramétrer la propagation par le temps t plutôt que par la position y car la vitesse de propagation n'est pas constante, contrairement à l'optique photonique.

Afin de calculer le M^2 du faisceau, il faut appliquer la relation (3.34) au waist. Cependant, le faisceau étant divergent, le waist ne se trouve pas dans la zone paraxiale. Il peut même être virtuel, c'est-à-dire en retrait du condensat, ce qui est un comportement normal pour une lentille divergente. Néanmoins, le M^2 étant invariant à travers un système optique parfait (sans aberration), il suffit de retrancher la courbure effective du faisceau [201],

$$\mathcal{C} = \frac{i}{2\int z^2|\psi|^2 dz} \int \left(\psi \frac{d\psi^*}{dz} - \frac{d\psi}{dz}\psi^* \right) z \, dz \ , \tag{3.35}$$

opération équivalente au passage à travers une lentille mince parfaite. Le M^2 est ensuite déterminé par l'application de la relation (3.34) à la fonction d'onde $e^{-\mathcal{C}z^2/2}\psi(z)$.

Une fois la courbure $\mathcal{C}$ et le facteur de qualité M^2 déterminés, le rayon de courbure complexe q l'est également (Eq. 3.33) et le front d'onde peut être décomposé sur la base des modes hermito-gaussien,

$$\Phi_n(z) = \left(\frac{M^2}{2\pi}\right)^{1/4} \frac{e^{i(2n+1)\phi}}{\sqrt{2^n n! \sigma}} \exp\left(i\frac{z^2}{2q}\right) H_n\left(\sqrt{\frac{M^2}{2}}\frac{z}{\sigma}\right) \ , \tag{3.36}$$

où nous avons omis pour alléger l'écriture la dépendance en t de Φ_n, σ, q et de la phase de Gouy ϕ. H_n est le polynôme de Hermite d'ordre n. L'évolution de q

(et donc de σ) est donnée par la loi $ABCD$ (Eq. 3.32) et l'évolution de la phase de Gouy est donnée par [44]

$$\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\hbar M^2}{4m\sigma(t)^2} \ . \tag{3.37}$$

Une fois la décomposition effectuée, la propagation du front d'onde atomique est donc complètement déterminée par les formules (3.32) et (3.37).

Notons que l'évolution de la taille r.m.s. $\sigma(t)$ obtenue par la loi $ABCD$ (Eq. 3.32) est en soi une donnée intéressante, et qui ne nécessite pas la décomposition sur les modes propres. Elle permet d'écrire une formule de Rayleigh généralisée qui peut être comparée à l'expérience, l'ajustement des données expérimentales par cette loi permettant en retour de mesurer le facteur de qualité M^2 du faisceau.

Dans l'espace libre (sans effet Zeeman quadratique) par exemple, on obtient la relation suivante

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sqrt{1 + \left(\frac{M^2 \hbar t}{2m\sigma_0}\right)^2} \ , \tag{3.38}$$

où σ_0 est la taille au waist et l'origine des temps est pris au passage du waist.

Remarques :

- Le cas de l'espace libre est tellement simple que la relation (3.38) peut s'obtenir directement à partir de (3.34).
- Par analogie à l'optique, la relation (3.38) permet de définir un "temps de Rayleigh" [39] $T_R = 2m\sigma_0/M^2\hbar$. La diffraction est négligeable sur un temps de propagation $t \ll T_R$. Par exemple, pour $M^2 = 1$ et $\sigma_0 = R_z/\sqrt{5} \sim 1.3$ μm (taille r.m.s. du condensat source), le temps correspondant est de 5 ms. Ce temps est grand devant le temps nécessaire aux atomes pour sortir du condensat ($\sim$ 1 ms), ce qui justifie l'approximation eikonale pour traiter cette partie de la propagation. En revanche, ce temps est inférieur au temps total de propagation, ce qui justifie la nécessité d'un formalisme incluant la diffraction en dehors du condensat.
- En écrivant $t = 2y/v(y)$ (équation du mouvement classique avec origine au waist) et $\lambda_{\mathrm{dB}}(y) = h/mv(y)$, l'équation (3.38) se réécrit sous une forme exactement similaire à l'équation de Rayleigh des faisceaux gaussiens optiques

$$\sigma(y) = \sigma_0 \sqrt{1 + \left(\frac{M^2 \lambda_{\mathrm{dB}}(y)}{2\pi\sigma_0^2}\right)^2 y^2} \ . \tag{3.39}$$

  Comme en optique, la longueur d'onde est multipliée par le facteur de qualité M^2 dans la loi de propagation du faisceau, la forme de celle-ci étant inchangée.

Dans notre cas expérimental, la prise en compte de l'effet Zeeman quadratique amène à la loi de Rayleigh suivante :

$$\sigma^2(\tau) = \sigma_0^2 \cosh^2(\omega_{\mathrm{zq}}\tau) + \left(\frac{M^2\hbar}{2m\omega_{\mathrm{zq}}}\right)^2 \frac{\sinh^2(\omega_{\mathrm{zq}}\tau)}{\sigma_0^2}, \tag{3.40}$$

où σ_0 est la taille au waist et τ le temps séparant le point d'observation et la position du waist virtuel. La fonction reliant τ à la position d'observation y prend en compte, outre la gravité, l'accélération verticale due à l'effet Zeeman quadratique, ainsi que l'effet de lentille divergente du condensat pour déterminer le temps de focalisation, négatif car virtuel. Cette donnée et celle de la taille au waist σ_0 sont obtenues grâce à la première partie du modèle. Ensuite, l'ajustement de l'évolution de la taille du faisceau par l'équation (3.40) avec M^2 comme paramètre libre permet de mesurer le facteur de qualité du faisceau.

3.3.4 Résultats

Notons d'abord que l'ensemble du modèle a été comparé à une simulation numérique de l'équation de Gross-Pitaevskii (prenant en compte les interactions au sein du laser), et que l'accord est excellent, sauf dans deux cas extrêmes :

- Lorsque le couplage se situe très haut dans le condensat, des atomes peuvent partir vers le haut, le sommet du potentiel expulsant se trouvant à l'intérieur même du condensat. Ces trajectoires peuvent sortir et re-rentrer plusieurs fois dans le condensat, et la prise en compte de ces trajectoires est beaucoup plus complexe et nécessiterait une simulation numérique. Ces trajectoires ont donc été négligées.
- Lorsque le couplage se situe au contraire très bas dans le condensat, la frontière du condensat est très proche du point de rebroussement classique, et l'approximation WKB n'est alors plus très bonne.

Un exemple de profils théoriques obtenus et le profil expérimental correspondant sont représentés en figure 3.13. La forme globale montre un très bon accord. Néanmoins, la non visibilité des franges sur les profils expérimentaux est quelque peu décevante. Selon toute vraisemblance, cela est dû aux limites de notre système d'imagerie. En effet, même si l'interfrange augmente avec le temps de chute, la densité atomique, et donc le rapport signal à bruit, diminuent dans le même temps, et il n'est donc pas évident de résoudre ces structures. Il est tout de même possible de choisir une altitude d'observation (600 μm de propagation par exemple, comme en figure 3.13) à laquelle l'interfrange est plus grande que la résolution de l'imagerie (§2.6.2) et la figure bien contrastée. Néanmoins, ce qu'on appelle usuellement "résolution" est l'écart minimal entre deux points infiniment fins permettant de les distinguer, mais il s'agit d'un cas limite impliquant une forte chute de contraste. Lorsque l'on a affaire à un objet comportant

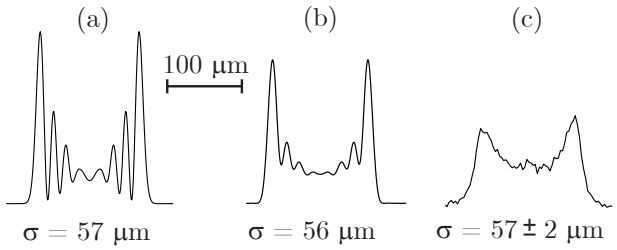


FIG. 3.13 – *Profils théoriques et expérimental du laser à atomes après 600 μm de propagation, pour une hauteur de couplage de 3.55 μm [Fig. 3.10(c)]. (a) Profil dans le plan $x = 0$. (b) Profil après intégration selon x (densité colonne). Nous tenons compte de la réponse de l'imagerie (voir §2.6.2). (c) Profil expérimental. La largeur r.m.s. σ est quasiment la même dans les trois cas.*

des structures épaisses et dont le contraste n'est pas maximal, une simulation précise du système d'imagerie est nécessaire pour prédire la visibilité ou non des structures. Il s'agit dans ce cas de convoluer l'objet avec la réponse percussionnelle de l'imagerie [Fig. 2.21], ou de manière équivalente, d'appliquer à l'objet la Fonction de Transfert de Modulation (FTM) dans l'espace de Fourier [202]. Celle-ci se déduit de la réponse percussionnelle par une transformée de Fourier[7]. Nous pouvons également, lors de ce calcul, tenir compte de la mise au point plus ou moins bonne selon les plans considérés, l'objet étant en effet allongé dans la direction d'intégration. Le résultat est présenté en figure 3.13(b) et met en évidence la réduction importante du contraste des franges par l'imagerie. Notons que si le système optique était limité par la diffraction, l'effet serait beaucoup moins important.

Si nous n'avons pu distinguer les franges, on peut en revanche constater que la mesure de la largeur r.m.s. du faisceau est en excellent accord avec la prédiction théorique. Cette taille est en effet très peu sensible aux petits détails de l'objet. Les images expérimentales permettent donc facilement, par la mesure de la taille quadratique du faisceau en fonction de l'altitude de chute, de mesurer le facteur de qualité M^2 du faisceau [Fig. 3.14(a)], comme décrit au paragraphe précédent. La figure 3.14(b) montre le facteur de qualité M^2 en fonction de la position du

[7]Nous simplifions volontairement la discussion. En réalité, il existe une différence entre la FTM en éclairage cohérent et la FTM en éclairage incohérent. Physiquement, cela est dû au fait que l'on doit appliquer la convolution entre l'objet et la réponse percussionnelle avec les amplitudes complexes du champ dans le premier cas, et avec les intensités dans le deuxième. Or notre mesure de la réponse percussionnelle (§2.6.2) s'effectue évidemment sur l'intensité, et ne donne donc pas directement accès à la FTM cohérente, qui est celle qui nous intéresse, puisqu'on "éclaire" notre objet avec un laser. Nous avons donc ajusté la réponse percussionnelle mesurée par celle calculée à partir d'une FTM cohérente comportant des termes d'aberration sphériques et de défaut de mise au point servant de paramètres d'ajustement.

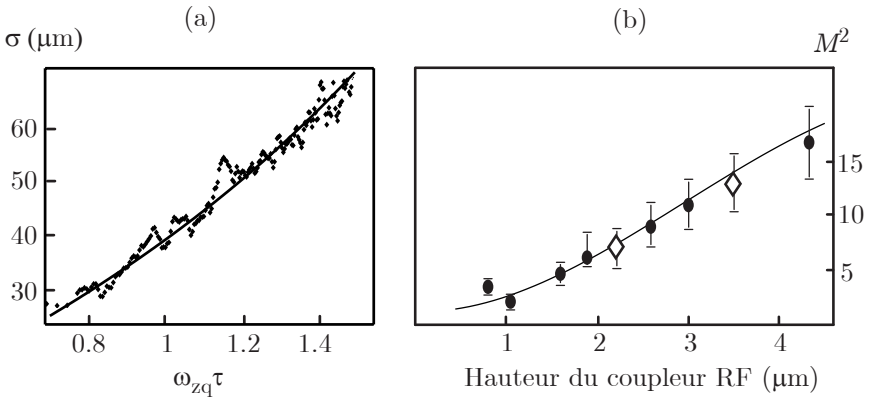


FIG. 3.14 – *(a) Exemple d'ajustement de l'évolution de la largeur r.m.s. du faisceau par l'équation de Rayleigh généralisée (3.40). Nous tirons de cet ajustement la valeur du M^2, qui est le seul paramètre libre. (b) Mesure du M^2 du laser à atomes pour différentes hauteurs du coupleur de sortie, repérées par rapport au bas du condensat. La courbe en trait plein est la prédiction théorique extraite du modèle. Les deux points repérés par des losanges blancs correspondent aux lasers des images 3.10(b) et 3.10(c).*

coupleur de sortie. Nous mesurons des facteurs de qualité compris entre $M^2 \sim 1$ et $M^2 \approx 17$.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, le premier traitant des lasers à atomes, nous avons présenté les éléments théoriques nécessaires à la compréhension du couplage radiofréquence, qui est la méthode que nous avons choisie sur notre expérience pour extraire les ondes de matière. Puis la procédure expérimentale a été détaillée, et le paramètre le plus crucial, les fluctuations du biais magnétique, a été caractérisé. La stabilité requise pour produire des lasers à atomes quasi-continus, de façon stable et répétable, est atteinte. Nous avons ensuite mis à profit cette capacité pour étudier l'effet des interactions avec le condensat source sur le mode transverse du faisceau atomique, qui subit une forte distorsion à la traversée du condensat. Nous nous sommes attachés à quantifier la qualité du faisceau atomique en généralisant à l'optique atomique les outils de l'optique des lasers photoniques. Cela nous a amené à développer un modèle de propagation d'un laser à atomes multimode transverse, c'est-à-dire de profil quelconque. Outre son efficacité, puisque faisant peu appel au calcul numérique, cette étude a permis, sur le plan conceptuel, de souligner la profonde analogie entre les lasers à atomes et leurs homologues photoniques.

CHAPITRE 4

Manipulation optique d'atomes froids

Nous abordons dans ce chapitre une nouvelle thématique, la manipulation d'atomes à l'aide d'un piège optique. Cette thématique rejoindra celle des lasers à atomes lorsque nous montrerons, au chapitre suivant, comment utiliser ce piège optique comme guide d'onde pour un laser à atomes. Ce n'est cependant pas la seule application possible d'un piège optique. L'avantage en effet de ce type de piège est sa grande flexibilité. On peut ainsi relativement facilement modifier et contrôler sa position de manière dynamique et donc transporter d'un point à un autre un nuage atomique [203]. De plus, en modulant très rapidement la position du piège, à l'aide de déflecteurs acousto-optiques par exemple, on peut dessiner un piège de forme quelconque [204]. Enfin, le potentiel de piégeage est pratiquement insensible au niveau hyperfin ou au spin de l'atome, ce qui permet l'étude des condensats de spineurs [205]. C'est aussi la propriété fondamentale à la base de notre méthode de couplage du laser à atomes dans le guide (Chapitre 5).

La première démonstration expérimentale de ce type de piège pour des atomes neutres a été réalisée dans le groupe de S. Chu en 1986 [206], suite à une proposition théorique d'Ashkin quelques années auparavant [207]. Un condensat a été piégé optiquement pour la première fois en 1998 [208]. Mentionnons enfin que les *pinces optiques* sont couramment utilisées en biologie pour manipuler de petits objets tels que des cellules ou des ribosomes [209].

Nous allons présenter dans un premier temps les principes physiques et les caractéristiques d'un piège optique, encore appelé *piège dipolaire* (§4.1), et détaillerons ensuite le montage expérimental que nous avons mis en œuvre et sa caractérisation (§4.2). Enfin, nous évoquerons la possibilité qu'offre notre dispositif de transporter l'échantillon atomique dans une zone d'étude disposant de plus larges accès mécaniques et optiques (§4.3).

4.1 Potentiel dipolaire

4.1.1 Principe

La force de pression de radiation, utilisée pour le refroidissement laser, résulte du transfert d'impulsion entre la lumière et la matière lors de cycles d'absorption-émission spontanée. Des cycles d'absorption-émission *stimulée* sont également possibles. Si l'onde lumineuse est inhomogène, c'est-à-dire que ce n'est pas une onde plane, elle contient plusieurs vecteurs d'onde $\mathbf{k}$ et l'émission stimulée peut alors se faire dans un mode différent de l'absorption. Ce processus donne donc lieu à un transfert d'impulsion, c'est-à-dire une force, appelée force dipolaire. On montre [210] que cette force est proportionnelle au gradient de l'intensité lumineuse. Elle dérive donc d'un potentiel, directement proportionnel à l'intensité lumineuse.

Dans le cas d'un atome à deux niveaux (transition de pulsation ω_0 et de largeur Γ) interagissant avec une onde lumineuse de pulsation ω_L et d'intensité $I(\mathbf{r})$, et dans le cas d'un fort désaccord $\delta = \omega_0 - \omega_\mathrm{L}$ (quand $|\delta| \gg \Gamma$), le potentiel dipolaire s'exprime [211]

$$U_\mathrm{dip}(\mathbf{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3}\left(\frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega_\mathrm{L}} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega_\mathrm{L}}\right) I(\mathbf{r}) \ . \tag{4.1}$$

Nous pouvons reconnaître dans cette expression un terme résonant et un terme anti-résonnant. Celui-ci est souvent omis, néanmoins il peut ne pas être négligeable lorsque le désaccord est très grand. Dans notre cas expérimental, nous avons $\lambda_\mathrm{L} = 1064$ nm et ce terme contribue pour environ 10%. On notera dans la suite

$$\widetilde{\delta} = \left(\frac{1}{\omega_0 - \omega_\mathrm{L}} + \frac{1}{\omega_0 + \omega_\mathrm{L}}\right)^{-1} \ , \tag{4.2}$$

de manière à pouvoir retenir la formule plus légère suivante,

$$U_\mathrm{dip}(\mathbf{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3}\,\frac{\Gamma}{\widetilde{\delta}}\, I(\mathbf{r}) \ . \tag{4.3}$$

La dépendance en $I/\tilde{\delta}$ du potentiel a deux conséquences importantes :

- Le signe du potentiel dépend du signe du désaccord. Ainsi, un laser désaccordé vers le bleu aura un effet de répulsion sur les atomes, alors qu'avec un laser désaccordé vers le rouge, les atomes sont attirés vers les maxima d'intensité.
- La force de pression de radiation varie quant à elle en $I/\tilde{\delta}^2$. En augmentant le désaccord, on peut donc la rendre négligeable devant la force dipolaire

et ainsi obtenir un piège purement conservatif. Le prix à payer est évidemment une plus grande intensité lumineuse nécessaire pour obtenir un piège dipolaire de même profondeur.

Ainsi, nous choisissons un piège fortement désaccordé vers le rouge, afin d'obtenir un piège conservatif en focalisant le faisceau. Ce type de piège est appelé "FORT" dans la littérature anglo-saxonne, pour *Far-Off-Resonance Trap*.

4.1.2 Influence de la structure multi-niveaux de l'atome

Les formules données ci-dessus ne sont valables que pour un atome à deux niveaux. Les structures fine et hyperfines de l'atome nécessitent de raffiner un peu notre modèle, en prenant en compte dans l'expression du potentiel dipolaire toutes les transitions possibles partant de l'état fondamental $|f_i\rangle$ vers les états excités $|e_j\rangle$. Toutes les transitions n'ont pas la même probabilité, et celle-ci dépend de i et j, c'est à dire des nombres quantiques caractérisant les deux états, ainsi que de la polarisation q de la lumière ($q = 0$ pour une polarisation linéaire et $q = \pm 1$ pour une polarisation circulaire $\sigma^{\pm}$). On pourra donc écrire le potentiel ressenti par un atome dans l'état $|f_i\rangle$ [211]

$$U_{\mathrm{dip},i}(\mathbf{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2}\frac{\Gamma}{\omega_0^3} I(\mathbf{r}) \sum_j \frac{C_{i,j,q}}{\widetilde{\delta_{i,j}}} \ , \tag{4.4}$$

où chaque coefficient $C_{i,j,q}$ rend compte de la force de la transition :

$$C_{i,j,q} = |\langle i|d_q|j\rangle|^2/d^2 \ , \tag{4.5}$$

où d_q est la projection sur l'axe q de l'opérateur (vectoriel) moment dipolaire, et d le dipôle[1] de la transition $S \to P$. Ce dernier a déjà été mis en facteur dans l'expression (4.4) puisque le rapport Γ/ω_0^3 ne dépend pas de la transition considérée mais uniquement de d^2 (formule A.1).

Le calcul de l'élément de matrice du dipôle en fonction de q et des nombres quantiques $i = \{J, F, m_F\}$, $j = \{J', F', m'_F\}$ se fait par l'application du théorème de Wigner-Eckart (Complément $\mathrm{D_X}$ de [212]). La dépendance en q et m_F, m'_F implique les coefficients de Clebsh-Gordan et la dépendance en J, J', F, F' fait intervenir les coefficients "6j" de Wigner. On trouvera le calcul par exemple dans les références [40, 151, 213].

Le désaccord intervenant au dénominateur de chaque terme est, dans notre configuration expérimentale d'un piège optique très désaccordé, de l'ordre de

[1] On se restreint à la transition $S \to P$, les autres transitions possibles étant caractérisées par un moment dipolaire beaucoup plus faible, et il n'y a pas de transition proche de 1064 nm.

100 THz. On pourra alors sans problème négliger les infimes variations de ce désaccord dues à la structure hyperfine, de quelques GHz pour l'état fondamental et de quelques centaines de MHz pour les états excités. Cela permet de regrouper les termes et de ne faire intervenir que deux désaccords, par rapport aux raies D1 et D2. On aboutit à [211]

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}, m_F, q) = -\frac{\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} I(\mathbf{r}) \left(\frac{1 - q g_F m_F}{\widetilde{\delta_1}} + \frac{2 + q g_F m_F}{\widetilde{\delta_2}} \right) , \tag{4.6}$$

avec $\widetilde{\delta_1}$ et $\widetilde{\delta_2}$ les désaccords respectifs (incluant les termes anti-résonnants) par rapport aux raies D1 et D2, ω_0 et Γ caractérisant une des raies D. Les applications numériques montrent que dans notre cas, les variations de polarisation engendrent au plus une fluctuation du potentiel de $\pm 1\%$ autour de la valeur obtenue pour une polarisation π. On négligera donc dans la suite cette dépendance avec la polarisation. Notons également que si l'on applique les formules valables pour un atomes à deux niveaux avec l'une ou l'autre des 2 raies, l'erreur est au plus de 5%.

4.1.3 Principales caractéristiques

Nous allons dans cette section donner les formules essentielles pour calculer la profondeur et les fréquences du piège, ainsi que le taux d'émission spontanée. Nous allons pour cela supposer que le faisceau est gaussien et se propage selon l'axe z. Son intensité s'écrit donc

$$I(x, y, z) = \frac{2P}{\pi w(z)^2} \exp\left(-2 \frac{x^2 + y^2}{w(z)^2} \right) \quad \text{avec} \quad w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_r} \right)^2} , \tag{4.7}$$

où w_0 est le col (ou waist) du faisceau, $z_r = \pi w_0^2 / \lambda$ sa longueur de Rayleigh, λ sa longueur d'onde et P sa puissance.

Profondeur

À partir des équations (4.6) et (4.7) nous pouvons réécrire le potentiel sous la forme

$$U_{\text{dip}}(x, y, z) = -\frac{U_0}{1 + z^2/z_r^2} \exp\left(-2 \frac{x^2 + y^2}{w(z)^2} \right) , \tag{4.8}$$

où U_0 est la profondeur du piège optique :

$$U_0 = \frac{P}{w_0^2} \frac{c^2 \Gamma}{\omega_0^3} \left(\frac{1}{\widetilde{\delta_1}} + \frac{2}{\widetilde{\delta_2}} \right) . \tag{4.9}$$

La valeur de la profondeur détermine à partir de quelle température on peut espérer piéger des atomes. En pratique, les atomes s'échappent par évaporation jusqu'à une température telle que

$$k_{\mathrm{B}}T \sim U_0/10 \ , \tag{4.10}$$

et il est donc nécessaire d'avoir une profondeur bien supérieure à la température du nuage. Dans notre configuration expérimentale, la profondeur est typiquement de quelques dizaines de microkelvins.

Fréquences du piège

À partir du développement limité à l'ordre deux en x, y, z de l'expression (4.8), on peut écrire

$$U_{\mathrm{dip}}(x,y,z) = U_0 \left(-1 + \frac{z^2}{z_r^2} + 2\frac{x^2+y^2}{w_0^2} \right) \ , \tag{4.11}$$

ce qui correspond à un piégeage harmonique avec les pulsations suivantes :

$$\begin{aligned} \omega_{x,y} &= \sqrt{\frac{4U_0}{mw_0^2}} \ , \\ \omega_z &= \sqrt{\frac{2U_0}{mz_r^2}} \ . \end{aligned} \tag{4.12}$$

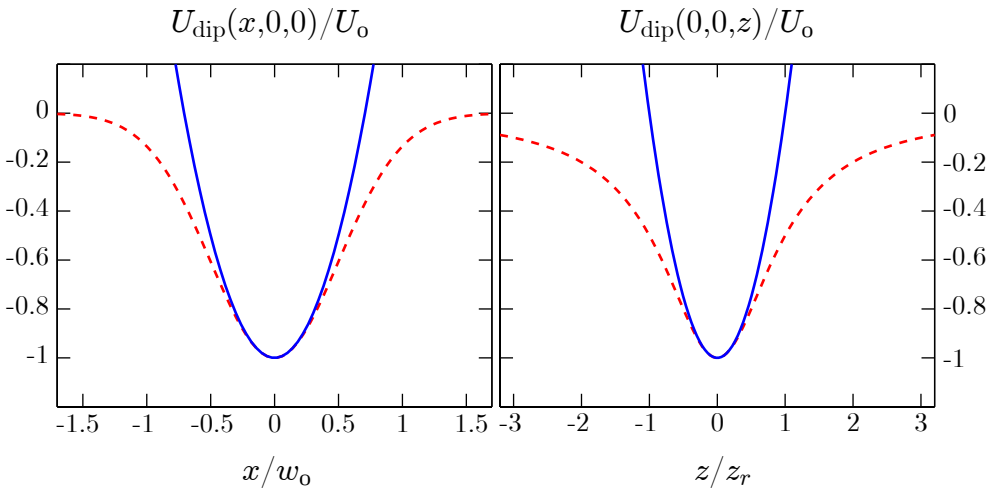


FIG. 4.1 – *Approximation du potentiel créé par un faisceau gaussien (rouge tireté) par un potentiel harmonique (ligne bleue continue). (a) Dans les directions transverses x, y, le potentiel réel est gaussien. (b) Selon l'axe de propagation z, le potentiel réel est lorentzien.*

On peut visualiser sur la figure 4.1 que cette approximation n'est valable qu'au voisinage immédiat de l'origine.

Taux d'emission spontanée

Bien que le choix d'un grand désaccord rend la force dipolaire largement prépondérante sur la force de pression de radiation, il est tout de même nécessaire de calculer le taux d'émission spontanée, car celle-ci, de part son caractère aléatoire, induit un chauffage du nuage, qui peut ne pas être négligeable. Ce taux est donné par [211]

$$\Gamma_{\mathrm{sp}}(\mathbf{r}) = \frac{\pi c^2 \omega_{\mathrm{L}}^3}{2\hbar} \frac{\Gamma^2}{\omega_0^6} \left(\frac{1}{\widetilde{\delta}_1^{\,2}} + \frac{2}{\widetilde{\delta}_2^{\,2}} \right) I(\mathbf{r}) \ . \tag{4.13}$$

On pourra également retenir la formule plus simple suivante, valable pour un atomes à deux niveaux :

$$\Gamma_{\mathrm{sp}}(\mathbf{r}) \simeq \frac{\Gamma}{\widetilde{\delta}} \left(\frac{\omega_{\mathrm{L}}}{\omega_0} \right)^3 \frac{-U(\mathbf{r})}{\hbar} \ . \tag{4.14}$$

Chaque cycle d'absorption-émission spontanée fournit à l'échantillon une énergie thermique de deux fois l'énergie de recul, résultant en une augmentation de la température

$$\dot{T} = T_{\mathrm{rec}} \langle \Gamma_{\mathrm{sp}}(\mathbf{r}) \rangle / 3 \ , \tag{4.15}$$

où T_{rec} est la température de recul[2] (Eq. 2.29). Le taux d'émission spontanée doit être moyenné spatialement sur le nuage et dépend donc de la température de l'échantillon. Dans le cas d'un piège FORT, les atomes sont piégés au maximum d'intensité, et en utilisant l'approximation harmonique, on peut écrire $\langle -U(\mathbf{r}) \rangle = U_0 - 3/2\, k_{\mathrm{B}} T$. En pratique toutefois, on a $k_{\mathrm{B}} T \ll U_0$ donc la dépendance avec la température peut être omise.

4.2 Dispositif expérimental

Nous présentons dans cette section notre dispositif expérimental de pince optique, sa mise en œuvre sur l'expérience, et ses principales caractéristiques.

[2] Le facteur 1/3 est dû au fait que la température de recul est définie comme la température *unidimensionnelle* correspondant à l'énergie de recul.

4.2.1 Description et caractérisation

4.2.1.1 La source laser

Nous utilisons un laser Nd:YAG continu de la gamme *Mephisto* de chez Innolight. Ce laser délivre un faisceau monomode transverse ($M^2 < 1.1$) de longueur d'onde $\lambda_{\mathrm{L}} = 1064$ nm et de puissance $P_{\max} = 2$ W. La cavité est monolithique, ce qui lui confère une très grande stabilité : intégré sur une bande de fréquence de 10 Hz à 2 MHz, le bruit d'intensité relatif est inférieur à 10^{-3}, et la dérive de fréquence est de l'ordre de 1 MHz/min. Ces performances sont obtenues également grâce aux asservissements en température du cristal et des diodes de pompe ainsi que d'une boucle de rétroaction sur le bruit.

Le laser dispose d'une entrée externe de modulation en intensité, que nous utilisons pour contrôler de manière dynamique la puissance du faisceau, y compris pour la coupure du piège optique à la fin du cycle. Le temps de coupure mesuré est de 140 μs, ce qui est suffisamment court devant le temps d'évolution du nuage (§2.6.3).

Nous injectons ensuite le faisceau dans une fibre à maintien de polarisation. Pour ce faire, nous utilisons d'abord une lame $\lambda/4$ afin de corriger la polarisation légèrement elliptique du faisceau en sortie du laser, puis une lame $\lambda/2$ permettant d'orienter la polarisation linéaire du faisceau parallèlement à un des axes propres de la fibre[3]. L'efficacité du couplage est de l'ordre de 60 %.

4.2.1.2 Montage optique et mécanique

Une fois fibré, le faisceau est acheminé vers le reste du montage [Fig. 4.2], qui se situe sur une platine de translation motorisée (modèle M-STSPW300 de chez Newport) dont l'axe de déplacement est l'axe de propagation du faisceau z. Ainsi, on peut déplacer l'ensemble du montage optique afin de régler précisément la position du foyer selon z ou encore transporter le nuage atomique. La précision de son positionnement est inférieure au micron, grâce à une lecture optique de la position et à un asservissement du moteur. La course de la platine est de 30 cm et sa vitesse maximale de déplacement est de 6 cm/s. Afin de minimiser les vibrations en mode de déplacement, l'ensemble du banc sur lequel repose le montage est isolé de la platine par des cubes de sorbothane, matériau absorbant les vibrations de fréquences supérieures à 3 Hz.

Le coupleur de sortie de la fibre permet d'obtenir un faisceau collimaté dont le waist est environ 2 mm. À l'aide de deux miroirs, le faisceau est ensuite réglé sur l'axe d'un système optique de focalisation. Celui-ci est constitué de deux doublets convergents corrigés *a priori* de l'aberration sphérique. L'ensemble forme un système d'ouverture numérique 0.03 permettant de focaliser à une distance

[3]Une fibre à maintien de polarisation fonctionne comme un matériau biréfringent : si le faisceau incident est polarisé linéairement avec un angle quelconque, il ressort elliptique.

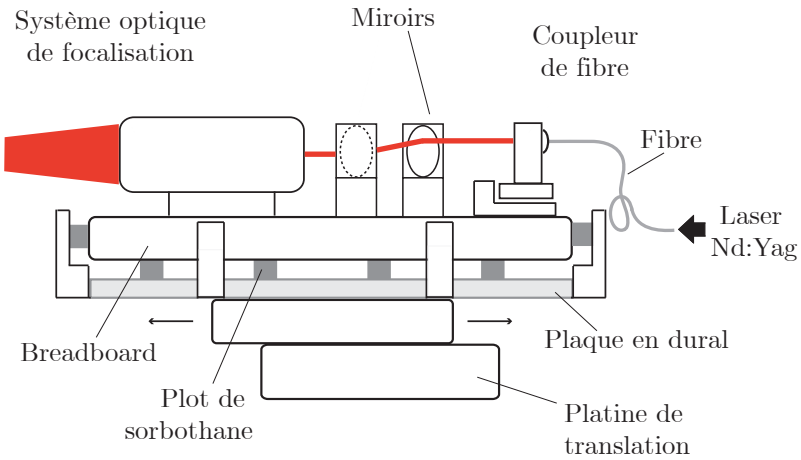


FIG. 4.2 – *Schéma du montage de la pince optique sur la platine de translation.*

d'un mètre sur un waist image d'une vingtaine de microns. Cette grande distance de travail est imposée par la géométrie de notre expérience. Le réglage du faisceau sur l'axe du système de focalisation doit être soigné afin d'éviter les aberrations de champ (coma et astigmatisme).

Le faisceau est ensuite acheminé vers les atomes par deux miroirs, dont le deuxième se trouve sur le chemin du faisceau ralentisseur (il est non réfléchissant à 780 nm). Ainsi, l'axe de la pince optique est confondu avec l'axe du faisceau ralentisseur [Fig. 4.3]. Nous ajoutons également sur le trajet du faisceau une lame de verre, de façon à réfléchir quelques pourcents de l'intensité[4]. Le faisceau réfléchi est envoyé d'une part vers une photodiode à quatre quadrants et d'autre part vers une caméra CCD.

La photodiode à quatre quadrants est utilisée pour asservir la position de la pince optique. Il s'est en effet avéré à l'usage qu'il y avait des fluctuations lentes de la position du faisceau, d'amplitude environ une dizaine de microns au niveau du foyer. Ces fluctuations peuvent être dues aux dérives thermiques, aux turbulences de l'air ou encore aux vibrations mécaniques de basse fréquence. Pour les éliminer, on construit un signal d'erreur à l'aide de la photodiode à quatre quadrants et on rétroagit sur le premier miroir en sortie du système de focalisation, dont la monture comporte deux cales piézoélectriques. L'asservissement est un proportionnel-intégrateur de bande passante 50 Hz. Il a permis de réduire les fluctuations à une amplitude d'environ 1 μm.

Afin de lutter contre les fluctuations rapides, nous avons soigné la stabilité mécanique de l'ensemble du montage. Ainsi, outre les plots de sorbothane, nous

[4]La lame est traitée anti-reflet sur une des faces, et possède un coefficient de réflexion de 16% sur l'autre face, indépendant de la polarisation.

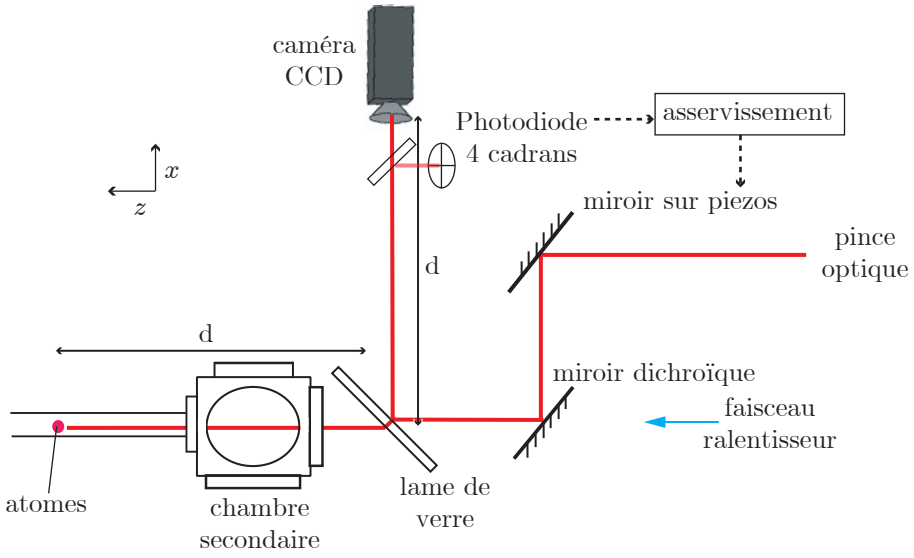


FIG. 4.3 – *Chemin du faisceau de la pince optique.*

avons par exemple utilisé des pieds "massifs" pour les deux miroirs de renvoi. Nous avons également construit une grande "boîte" autour de l'expérience pour limiter la convection de l'air et les bruits d'origine acoustique. Ces efforts ont porté leur fruits, comme nous le verrons au paragraphe 4.2.3.

La caméra CCD, quant à elle, est utile dans la procédure d'alignement de la pince optique sur les atomes, comme expliqué au paragraphe 4.2.2. On peut aussi l'utiliser pour visualiser le faisceau, et ainsi caractériser optiquement le piège dipolaire.

4.2.1.3 Caractérisation optique

En prenant des images du faisceau à l'aide de la caméra CCD et en déplaçant la platine de translation, on peut facilement observer le profil du faisceau et son évolution au voisinage du foyer. Quelques profils à différentes positions z sont reportés en figure 4.4(a). Nous pouvons constater la présence d'un anneau assez important autour du lobe central, celui-ci étant par ailleurs bien ajustable par une gaussienne [Fig. 4.5(b)] dont le waist est de l'ordre de 23 μm, proche de la limite théorique attendue, due à la diffraction, de 20 μm. Le petit élargissement et l'anneau sont dus à de l'aberration sphérique, bien que toutes les optiques sur le trajet du faisceau soient censées en être dépourvues.

On voit également que le profil du faisceau se dégrade assez rapidement lorsqu'on s'éloigne du foyer. En particulier, vers les $z < 0$ (nous rappelons que l'axe z est orienté dans le sens de propagation du faisceau), les anneaux prennent de plus en plus d'importance, provoquant une décroissance rapide de l'intensité pic

au centre du lobe. En figure 4.5(c) est reportée l'évolution de l'intensité maximale (seul le lobe central est pris en compte) en fonction de z. L'asymétrie au voisinage du foyer confirme l'hypothèse de l'aberration sphérique. En s'éloignant du foyer, on observe également des rebonds. Néanmoins, les nuages atomiques que nous manipulons avec la pince optique n'ont pas une extension suffisamment grande pour aller explorer ces parties du potentiel et donc en pratique, seule la zone centrale est significative. Dans cette zone, nous pouvons ajuster la variation de l'intensité par la fonction

$$I_{\max}(z) = I_0 \left(1 - \frac{z^2}{z_r^2} - \frac{z^3}{z_3^3}\right) , \tag{4.16}$$

dans laquelle le terme en z^3 a été rajouté "à la main" pour tenir compte de l'asymétrie introduite par l'aberration sphérique. L'accord est bon et nous obtenons $z_r = 3.1$ mm et $z_3 = -4.4$ mm. On peut remarquer que la distance de Rayleigh n'est pas reliée au waist par la formule usuelle mais est sensiblement plus grande.

Au final, si l'on tient compte de la perte de puissance due à la présence de l'anneau (presque 40 %), on pourra utiliser les formules données dans la partie 4.1.3 pour les faisceaux gaussiens, avec les w_x, w_y, z_r mesurés. Il faut en revanche prendre garde à ne pas trop s'éloigner du centre du piège, car alors le faisceau est fortement dégradé et le piège devient très anharmonique. De plus, la profondeur calculée de cette manière ne correspond pas à la profondeur effective du piégeage, puisque les atomes peuvent fuir, à condition d'avoir la bonne direction, vers les $z > 0$ avec une énergie sensiblement plus basse que U_0 [Fig. 4.4(c)]. Elle est en revanche correcte d'un point de vue énergétique (déplacement lumineux).

Compte tenu de ces mesures, nous pouvons donner les valeurs caractéristiques du piège, avec la puissance comme paramètre ajustable. Les applications numériques sont données pour une puissance $P = 1$ W en sortie de la fibre optique, ce qui est à peu près le maximum utilisable. On rappelle que la profondeur et le taux d'émission spontanée sont proportionnels à la puissance P, tandis que les fréquences sont en $\sqrt{P}$.

- La profondeur : $U_0/k_{\mathrm{B}} = 100$ μK.
- La fréquence transverse : $\omega_{x,y}/2\pi = 1.3$ kHz.
- La fréquence longitudinale : $\omega_z/2\pi = 7$ Hz.
- Le taux d'émission spontanée : $\Gamma_{\mathrm{sp}} = 0.35$ s^{-1}.

L'émission spontanée, qui doit absolument être évitée lorsqu'on cherche à manipuler un nuage très froid, pourra être réduite en baissant la puissance. En effet, compte tenu de la profondeur, on peut n'utiliser qu'un dixième de la puissance maximale pour piéger un nuage à une température de, par exemple, 1 μK. Le taux de chauffage induit par l'émission spontanée (Eq. 4.15) est alors de 4 nK/s, soit totalement négligeable devant les autres sources de chauffage (§4.2.3.1).

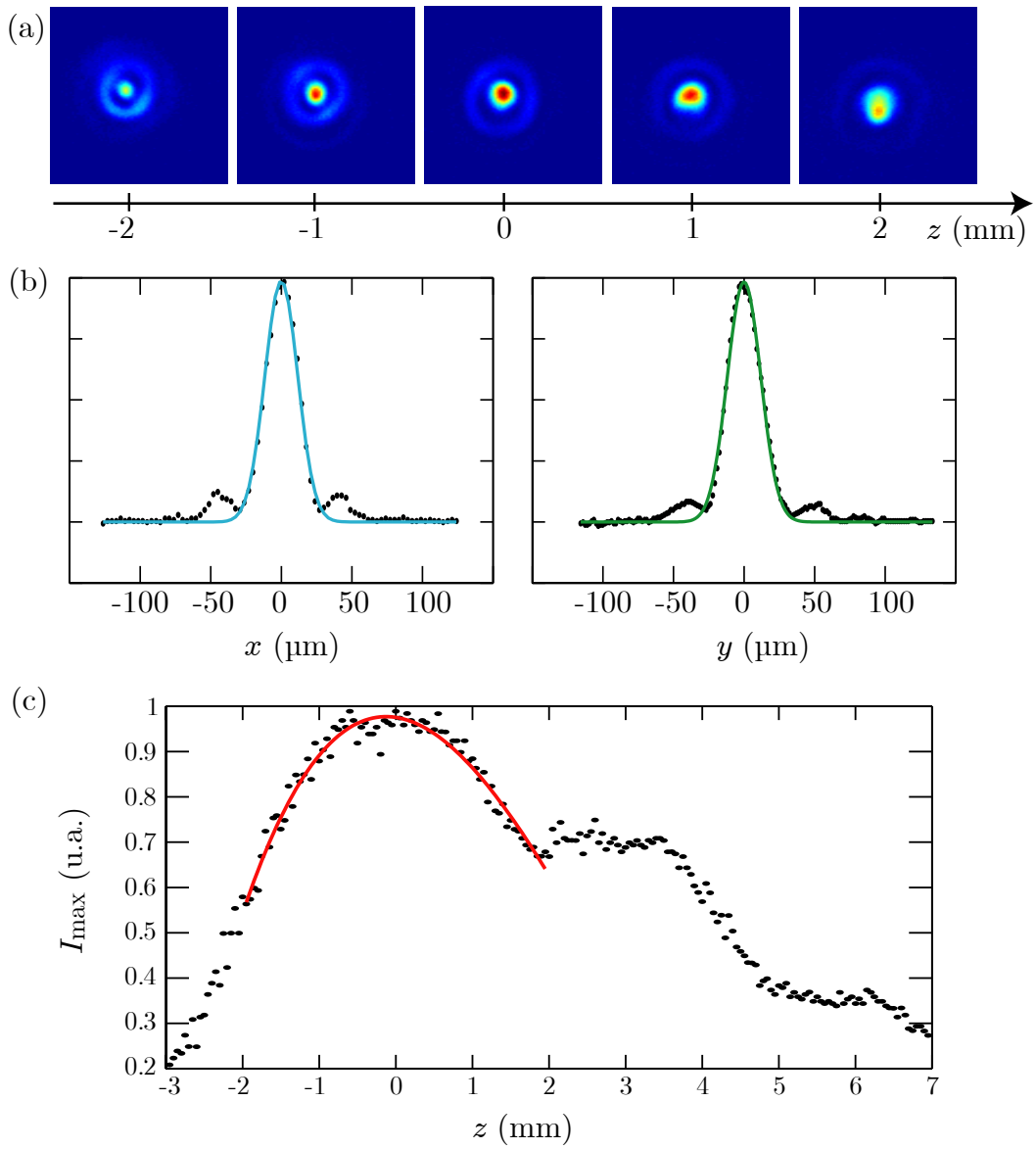


FIG. 4.4 – *Caractérisation de la pince optique, avec l'ouverture totale (voir texte). L'origine de l'axe z est choisie au meilleur foyer, c'est-à-dire à l'endroit où l'intensité est maximale. (a) Profils transverses de la pince optique. Le champ de chaque image est de 250×250 μm^2. (b) Coupes dans les deux directions transverses du faisceau à $z = 0$. L'ajustement par une gaussienne, en ne prenant pas en compte les rebonds, permet de mesurer les waists. On obtient $w_x = 23.4$ μm et $w_y = 23.7$ μm. (c) Intensité maximale en fonction de z. Seul le lobe central est pris en compte. La courbe continue est un ajustement, au voisinage de l'origine, par l'équation (4.16). On obtient $z_r = 3.1$ mm et $z_3 = -4.4$ mm.*

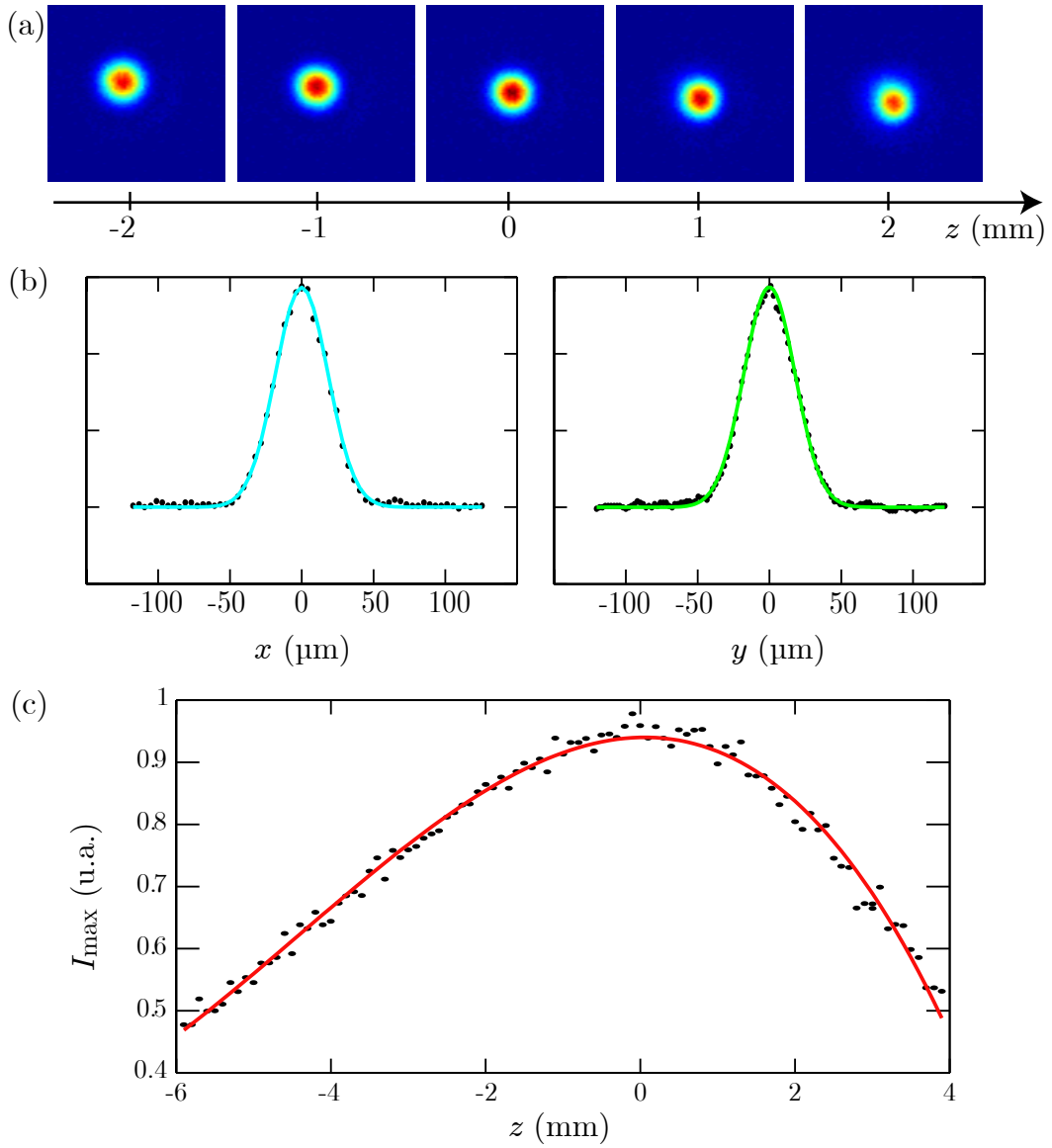


FIG. 4.5 – *Caractérisation de la pince optique, avec un diaphragme de diamètre* $\simeq 3$ *mm en entrée du système de focalisation. L'origine de l'axe* z *est choisie au meilleur foyer, c'est-à-dire à l'endroit où l'intensité est maximale. (a) Profils transverses de la pince optique. Le champ de chaque image est de* 250×250 μm^2. *(b) Coupes dans les deux directions transverses du faisceau à* $z = 0$. *L'ajustement par une gaussienne permet de mesurer les waists. On obtient* $w_x = 36.7$ μm *et* $w_y = 35.7$ μm. *(c) Intensité maximale en fonction de* z. *La courbe continue est un ajustement par l'équation (4.16). L'ajustement colle parfaitement à la courbe expérimentale et donne* $z_r = 6.3$ *mm et* $z_3 = 8.1$ *mm.*

Afin d'améliorer la qualité du faisceau, on peut travailler avec une ouverture numérique plus faible de manière à réduire l'influence des aberrations. Il faudrait alors prévoir un système de réduction de la taille du faisceau (télescope) avant le système de focalisation. Une méthode plus brutale, mais plus rapide à mettre en œuvre, consiste à simplement mettre un diaphragme. Les mêmes caractérisations sont présentées en figure 4.5, avec un diaphragme de diamètre $\simeq 3$ mm (transmission de 45 %) à l'entrée du système de focalisation.

On peut constater que dans ce cas, le faisceau est bien gaussien sur une plage beaucoup plus grande, et que les anneaux ont disparu [Fig. 4.5(a)]. Il reste néanmoins un résidu d'aberration sphérique, puisque l'asymétrie de la variation d'intensité maximale en fonction de z est toujours présente [Fig. 4.5(c)]. De plus, le confinement est nettement moins important, et en particulier le confinement longitudinal est très faible. Le choix de la configuration utilisée (avec ou sans diaphragme) dépendra donc de l'application envisagée.

Dans ces conditions, les paramètres obtenus avec un watt en sortie de la fibre (avant le diaphragme) sont les suivants :
- La profondeur : $U_0/k_\mathrm{B} = 30\ \mu$K.
- La fréquence transverse : $\omega_{x,y}/2\pi = 470$ Hz.
- La fréquence longitudinale : $\omega_z/2\pi = 2$ Hz.
- Le taux d'émission spontanée : $\Gamma_\mathrm{sp} = 0.1\ \mathrm{s}^{-1}$.

4.2.2 Mise en place sur l'expérience : alignement sur les atomes

La mise en place sur l'expérience a nécessité une méthode d'alignement non triviale de la pince optique sur les atomes. En effet, la géométrie de l'expérience ne permet pas d'avoir une imagerie directe de la position respective du nuage et du faisceau. Notre méthode consiste à réaliser une imagerie indirecte, c'est-à-dire faire l'image du plan xOy réel, dans lequel se trouve le nuage atomique, sur un autre plan en dehors du système à vide, sur lequel on superpose une matrice CCD. L'image est réalisée par réflexion partielle sur une lame de verre [Fig. 4.6]. La pince optique se réfléchit partiellement sur la lame et nous voyons donc sa position sur la CCD. En revanche, l'image du nuage est virtuelle, et nous ne pouvons donc pas la voir directement. Pour voir le nuage, le PMO en fluorescence dans un premier temps, toute imagerie par absorption étant de toute façon impossible, nous disposons d'une autre caméra CCD, associée à un téléobjectif de macro-photographie (longue focale mais possibilité de mise au point à une courte distance) qui permet de regarder à la fois le PMO, par réflexion sur la lame, et la matrice CCD par transmission. On règle alors la position de la matrice CCD de manière à ce qu'elle et le PMO puissent être vus nets simultanément, ce qui assure le bon positionnement de la CCD dans la direction longitudinale.

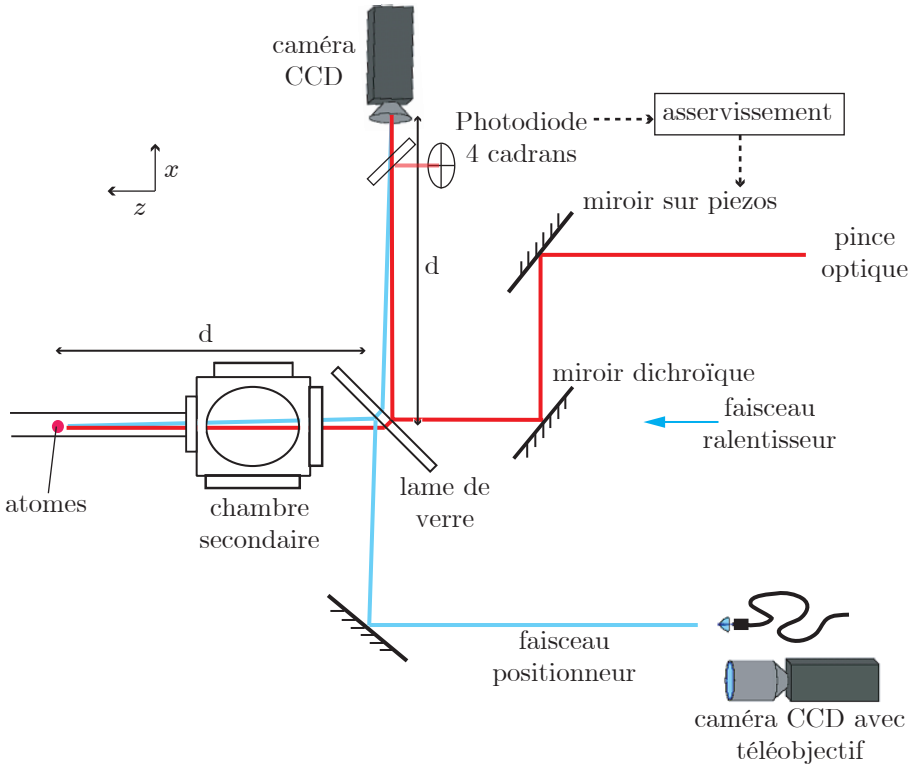


FIG. 4.6 – *Système d'alignement de la pince optique. Dans un premier temps, la caméra avec téléobjectif permet de positionner convenablement l'autre caméra CCD, puis le faisceau positionneur permet de repérer le nuage atomique.*

Cela permet aussi de centrer transversalement la CCD sur l'image du PMO (ou réciproquement, on peut jouer sur la lame et ne pas bouger la caméra).

Cette première étape permet d'aligner la pince optique sur le PMO, à une précision de quelques millimètres selon z (le PMO étant un objet naturellement flou, la mise au point n'est pas très précise) et à quelques centaines de microns près selon les autres directions. Néanmoins, cela n'est pas suffisant pour piéger des atomes dans la pince optique. En effet, la profondeur de celle-ci ne permet de piéger des atomes qu'à une température de quelques microkelvins, c'est-à-dire dans un piège magnétique après évaporation[5]. Dans ce cas, le nuage est beaucoup plus petit que la taille du PMO initial, particulièrement dans la direction verticale y. Par exemple, à 10 μK, la taille du nuage est $\sigma_x \times \sigma_y = 600 \times 18\ \mu\text{m}^2$. Pour ne pas avoir à balayer, à chaque alignement, tout l'axe vertical tous les 10 μm, nous devons affiner le repérage initial de la position du nuage, en particulier lorsque

[5]On pourrait éventuellement piéger des atomes issus d'une mélasse, mais le volume de capture de la pince optique par rapport au volume de la mélasse rendrait le taux de transfert négligeable.

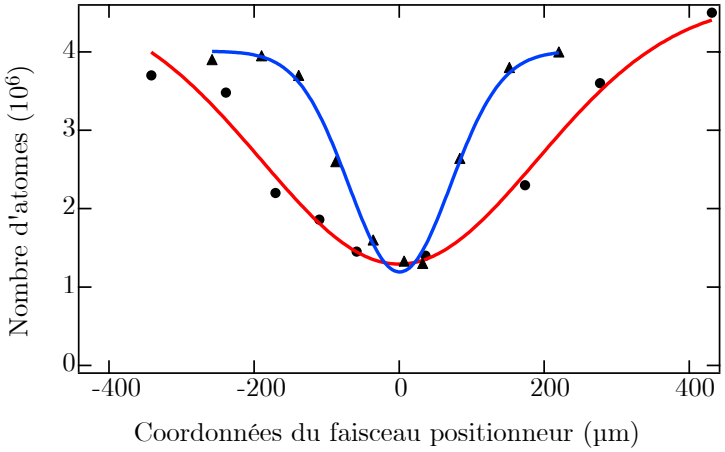


FIG. 4.7 – *Nombre d'atomes restant dans le piège magnétique en fonction de la position sur la CCD du faisceau positionneur. Cercles et ligne rouge : selon x. Triangles et ligne bleue : selon y. L'ajustement est gaussien. Selon y, cela correspond à un waist de* 140 μm*, cohérent avec la taille du faisceau positionneur. Selon y, la taille de* 210 μm *correspond à la convolution de la taille du faisceau et de la taille du nuage (sa température est 360 nK). Notons que le centre de chaque courbe est repéré à bien mieux (quelques microns seulement) que sa largeur.*

celui-ci est froid.

Nous utilisons pour cela un faisceau, dit "positionneur" [Fig. 4.6], dérivé du faisceau repompeur, et qui est donc à résonance avec les atomes dans le piège magnétique. Les atomes absorbant un photon ont une probabilité importante de se désexciter vers un état non piégé magnétiquement. La rencontre du faisceau positionneur et du nuage piégé magnétiquement se traduit donc par une perte d'atomes de ce dernier. L'avantage est que le faisceau positionneur, contrairement à la pince optique, n'a pas besoin d'être très petit (son waist est supérieur à 100 μm) et le nuage n'a pas besoin d'être très froid. On pourra donc déceler un effet du faisceau positionneur lorsque le nuage n'est pas encore évaporé (et donc plus gros), puis baisser progressivement sa température, en ajustant au fur et à mesure la position du faisceau. Il faut aussi baisser progressivement sa puissance (ou le temps d'application) pour que la perte d'atomes soit détectable sans être totale. Finalement, quand le nuage est suffisamment froid, nous réalisons un balayage, dans les deux directions, de manière à repérer précisément le centre du nuage [Fig. 4.7].

À l'aide de la CCD, on superpose ensuite la pince optique sur le centre du faisceau positionneur, et cela est suffisamment précis pour détecter des atomes piégés dans la pince optique [Fig. 4.8]. Nous allumons pour cela la pince optique en une rampe de 500 ms, puis nous éteignons (soudainement) le piège magnétique. On peut ensuite ajuster finement la position de la pince en jouant sur les

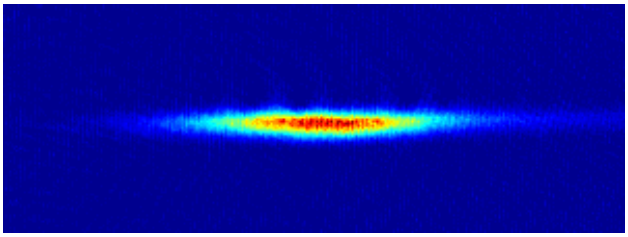


FIG. 4.8 – *Atomes piégés dans la pince optique. L'image est prise après 1 s de piégeage et 2 ms de temps de vol. Il y a environ 4 millions d'atomes à 6 μK. Le champ de l'image est* 3.9×1.5 *mm*^{2}.

piézoélectriques et en optimisant le nombre d'atomes transférés dans la pince optique.

4.2.3 Propriétés du piège

Nous allons maintenant donner quelques propriétés importantes de notre piège dipolaire, mesurées directement avec les atomes.

4.2.3.1 Profondeur, chauffage et durée de vie

Nous avons vu que la profondeur de notre piège dipolaire était au plus de quelques dizaines de microkelvins. Les atomes piégés doivent donc avoir une température suffisamment basse pour qu'une fraction importante ne s'échappe pas par évaporation. La température du nuage s'équilibre à une température telle que $U_0 = \eta k_\mathrm{B} T$, avec η en général de l'ordre de 10 (cela dépend du taux de collision dans l'échantillon). De plus, si le nuage subit un chauffage, cela se traduit alors par une perte d'atomes et réduit la durée de vie des atomes dans la pince optique. Les trois grandeurs, profondeur, taux de chauffage et durée de vie, sont donc liées.

Plus précisément, dN atomes évaporés emportent une énergie

$$dE = (\eta + \kappa) k_\mathrm{B} T dN \ , \tag{4.17}$$

où κ est de l'ordre de 1 (plus précisément, κ dépend de η). Cela correspond à une variation de température pour les atomes restant, après rethermalisation, telle que

$$E - dE = (N - dN) \times 3 k_\mathrm{B} (T - dT) \ , \tag{4.18}$$

avec $E = 3 N k_\mathrm{B} T$. En combinant ces équations, on obtient

$$\frac{dT}{T} = \frac{\eta + \kappa - 3}{3} \frac{dN}{N} \ . \tag{4.19}$$

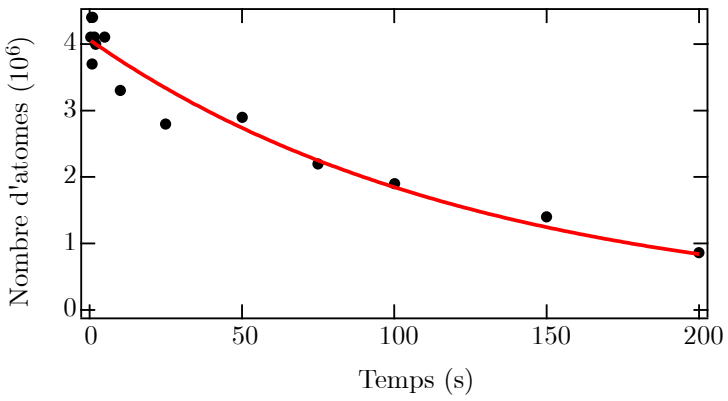


FIG. 4.9 – *Durée de vie des atomes piégés optiquement. La décroissance est ajustée par une exponentielle de temps caractéristique* $\tau = 130 \pm 10$ *s.*

En introduisant les dérivées temporelles et en utilisant $U_0 = \eta k_\mathrm{B} T$ et $\kappa \sim 1$, on obtient le lien entre la profondeur du piège U_0, le taux de chauffage $\dot{T}_\mathrm{ch}$ et la durée de vie τ des atomes dans la pince optique *due au chauffage* :

$$k_\mathrm{B}\dot{T}_\mathrm{ch} = \frac{\eta - 2}{3\eta}\,\frac{U_0}{\tau}\ . \tag{4.20}$$

Le facteur numérique $(\eta - 2)/3\eta$ varie entre 0.22 et 0.28 pour η entre 6 et 13. On pourra donc prendre

$$k_\mathrm{B}\dot{T}_\mathrm{ch} \simeq 0.25\, U_0/\tau\ . \tag{4.21}$$

Une mesure de la durée de vie des atomes dans la pince optique est présentée en figure 4.9. Nous obtenons $\tau = 130 \pm 10$ s, ce qui est du même ordre de grandeur que la durée de vie limitée par le vide (§2.5.4). L'obtention d'une telle durée de vie a toutefois nécessité un important travail de stabilisation mécanique du montage. En effet, toute fluctuation en position du piège optique se traduit par du chauffage [214]. Nous avons ainsi constaté une amélioration significative en augmentant la taille (et la masse !) des pieds supportant les deux miroirs de renvoi de la pince optique. De même, la grosse boîte entourant l'expérience, en diminuant les fluctuations de l'air et les bruits d'origine acoustique, a permis d'allonger la durée de vie. Notons que la mesure présentée en figure 4.9 a été effectuée avant la mise en place des transducteurs piézoélectriques, et que ceux-ci ont eu pour effet de très légèrement diminuer la durée de vie, à 115 s environ, de même que la fermeture de la boucle d'asservissement (corrigeant les dérives lentes, qui n'induisent pas de chauffage mais nuisent à la répétabilité de l'expérience), a diminué la durée de vie à 105 s. Cela reste toutefois largement suffisant.

Afin d'évaluer le taux de chauffage via l'équation (4.21), il faut mesurer la durée de vie avec une profondeur plus faible, de manière à rendre les pertes dues au chauffage plus grandes que les pertes dues au gaz résiduel. Nous avons réalisé une telle mesure avec une profondeur d'environ 20 μK, et avons obtenu une durée de vie de 53 s (avec les piézos en boucle ouverte). Si l'on tient compte des pertes dues au gaz résiduel, cela correspond à une durée de vie liée au chauffage seul d'environ 80 s, ce qui donne un taux de chauffage de 60 nK/s. Cette évaluation n'est pas très précise car on évacue de la discussion la baisse de profondeur effective dans certaines directions à cause des aberrations. Néanmoins, on peut conclure que le taux de chauffage est du même ordre de grandeur dans la pince optique que dans le piège magnétique, c'est-à-dire de l'ordre de 100 nK/s, et ceci sans stabilisation active, ce qui est particulièrement remarquable étant donné le grand bras de levier entre le montage et les atomes ($\sim$ 1 m).

4.2.3.2 Fréquences

Méthode de mesure

De même que pour le piège magnétique (§2.5.4), on mesure les fréquences caractéristiques du piège en regardant le nuage osciller. Dans la direction longitudinale z, on déclenche les oscillations en décalant le foyer de la pince optique par rapport au piège magnétique. Lorsqu'on éteint ce dernier, le nuage est alors excentré et commence à osciller. Le résultat de cette mesure pour deux valeurs différentes de la puissance est reportée en figures 4.10(a) et 4.10(b).

Pour la fréquence transverse dans la direction verticale y (nous n'avons pas pu mesurer la fréquence selon x, mais elle est a priori très proche de celle selon y), nous déclenchons les oscillations en éteignant brutalement la pince optique et en la rallumant $t_{\text{off}} = 1$ ms plus tard. Pendant ce temps, le nuage s'est déplacé sous l'effet de la gravité de $\delta y = g\, t_{\text{off}}^2/2 = 5$ μm. Cette amplitude des oscillations *in situ* est trop faible pour être détectée expérimentalement. Nous mesurons alors les oscillations en position du nuage après temps de vol, ce qui revient à mesurer les oscillations *in situ* en vitesse. Leur amplitude est $\delta v = \omega_y\, \delta y$ et correspond à une amplitude d'oscillation en position après un temps de vol t_{v} de $d = \omega_y\, \delta y\, t_{\text{v}}$. Cette amplitude doit être beaucoup plus grande que la taille du nuage après expansion, qui vaut à long temps de vol $\sigma = \sigma_0\, \omega_y\, t_{\text{v}}$. Il faut donc que la taille initiale σ_0 du nuage soit plus petite que 5 μm, c'est-à-dire avoir un nuage très froid[6]. Nous avons donc réalisé la mesure à l'aide d'un condensat obtenu dans le piège hybride (voir §5.1). Le résultat est reporté en figure 4.10(c).

[6]On pourrait aussi imaginer augmenter t_{off} mais alors le nuage ne resterait plus dans la zone harmonique, ce qui pourrait fausser la mesure.

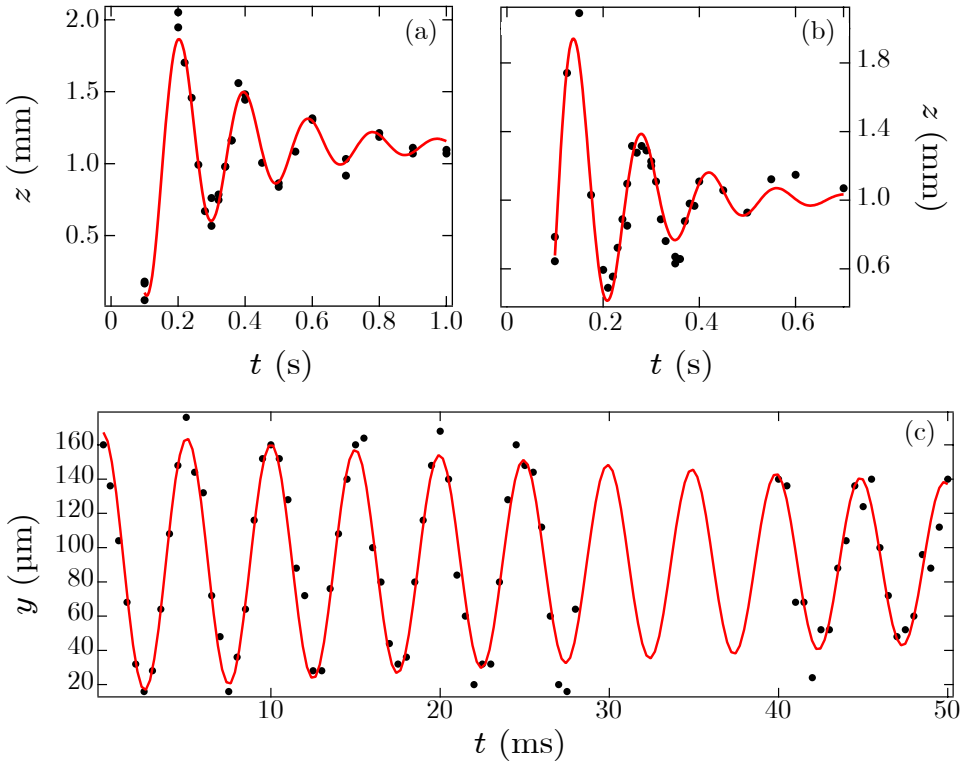


FIG. 4.10 – *Mesure des fréquences d'oscillation du piège dipolaire. Pour une puissance de 0.57 W (a) et 1.1 W (b) en sortie de fibre (configuration sans diaphragme), nous mesurons une fréquence longitudinale de* 5.2 ± 0.1 *Hz et* 7.1 ± 0.1 *Hz. L'ajustement est effectué avec une sinusoïde amortie. (c) Mesure de la fréquence transverse, en configuration avec diaphragme, pour une puissance (après le diaphragme) de 140 mW. L'ajustement par une sinusoïde amortie donne une fréquence de* 201.0 ± 0.4 *Hz.*

Résultats et commentaires

On constate que les trois oscillations présentent un amortissement. Cet amortissement est dû à l'anharmonicité du piège. Il est faible dans la direction transverse (temps caractéristique de l'ordre de 0.1 s) et n'influence donc pas la mesure. Il est en revanche beaucoup plus important dans la direction z (temps caractéristique aussi de l'ordre de 0.1 s). Cela est dû au fait que le nuage s'étale dans la direction z au cours de l'expérience et il est donc difficile de rester dans la zone harmonique. De plus, on peut déceler une légère asymétrie : l'amplitude des oscillations est plus importante d'un coté que de l'autre. Cet effet est dû au terme en z^3 dans la variation du potentiel en fonction de z.

En utilisant notre connaissance du potentiel tirée de l'analyse du profil du

faisceau (§4.2.1.3) et sachant la puissance utilisée pour chaque mesure, on peut calculer la fréquence attendue. Selon z, les deux puissances utilisées (en sortie de fibre) sont $P = \{0.57; 1.1\}$ W, et avec les waists et z_r mesurés dans la configuration sans diaphragme [Fig. 4.4], on obtient $\omega_z/2\pi = \{5.2; 7.2\}$ Hz. Les mesures donnent $\omega_z/2\pi = \{5.2 \pm 0.1; 7.1 \pm 0.1\}$ Hz. Elles sont donc en parfait accord avec la prévision, malgré l'anharmonicité.

Dans le cas de la direction transverse, nous présentons une mesure réalisée dans la configuration avec diaphragme (waist de 36 μm) car la zone harmonique est plus grande et le résultat plus précis. La puissance utilisée est cette fois de 140 mW après le diaphragme, et on attend alors une fréquence de 265 Hz. Or nous obtenons 201 ± 0.4 Hz, ce qui est nettement moins. Nous avons également fait une mesure en configuration sans diaphragme et pour une puissance plus grande (570 mW), et avons obtenu une fréquence mesurée de 738 Hz pour une fréquence attendue de 960 Hz. Dans les deux cas, correspondant à des configurations pourtant assez différentes, la fréquence calculée à partir du profil du faisceau est 1.3 fois plus grande que la fréquence mesurée avec les atomes. Ce facteur 1.3 reste à ce jour inexpliqué. On prendra bien sûr la fréquence mesurée avec les atomes comme étant la bonne, et cette fréquence est bien caractérisée, ce qui est l'essentiel pour la suite.

4.3 Perspectives : transport de l'échantillon vers une zone plus accessible

Une des limitations actuelles de notre expérience est le manque d'accès optiques dans la zone de production du condensat. En effet, le condensat est obtenu dans une cellule relativement petite (hauteur de seulement 1 cm), sur laquelle sont accolées les bobines pour le PMO, le tout inséré dans la structure de l'électroaimant, les pôles ferromagnétiques comme les bobines du dipôle venant au plus près de la cellule pour avoir le plus grand confinement possible [Fig. 4.11].

Pour cette raison, la cellule est débouchante et prolongée par une chambre secondaire [Fig. 2.3] disposant de larges hublots sur les six côtés. Le centre de la cellule et le centre de cette chambre sont séparés de 26 cm. De plus, le montage de la pince optique est situé sur une platine de translation motorisée et programmable (par GPIB), ayant une course de 30 cm. La pince optique peut donc être utilisée pour transporter un condensat (ou un nuage très froid) dans la chambre secondaire. Cette technique a été utilisée avec succès par le groupe de W. Ketterle dès 2001 [203].

Intérêt de cette stratégie

Transporter un nuage atomique ultrafroid sur une distance de plusieurs cen-

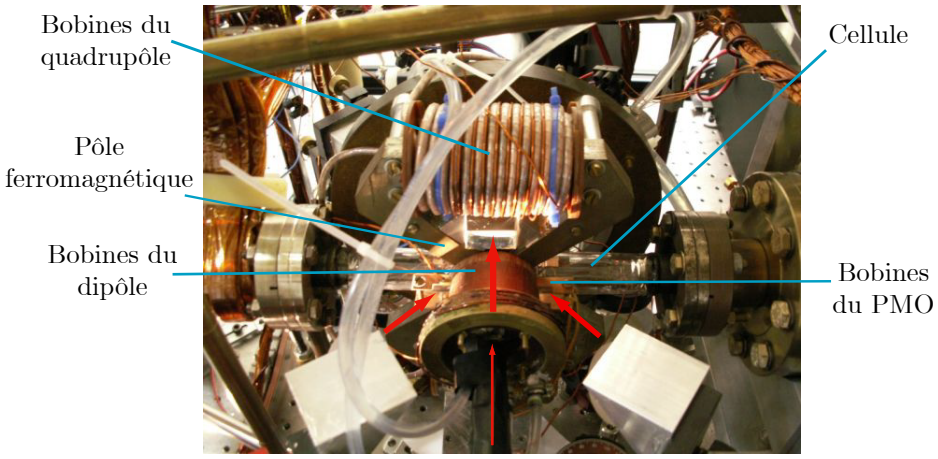


FIG. 4.11 – *Plongé au cœur du dispositif expérimental. Les flèches rouges épaisses symbolisent les faisceaux du PMO (celui du haut se réfléchit sur le cube) tandis que la flèche fine représente le faisceau sonde, qui traverse le dipôle par un trou d'un centimètre de diamètre, non visible sur la photo.*

timètres est loin d'être simple. Il faut en particulier lutter contre les vibrations pendant le transport afin d'éviter tout chauffage. On pourrait arguer que cette approche est plus difficile (ou en tout cas au moins aussi difficile) que de créer un condensat dans une structure laissant plus d'accès optique (au prix d'autres difficultés techniques, telles que plusieurs centaines d'ampères nécessaires à la création d'un piège magnétique suffisamment confinant, par exemple).

Il y a néanmoins un avantage particulier à séparer la zone de production du condensat de sa zone d'utilisation : celui de pouvoir ouvrir le système plus facilement. En effet, si l'on souhaite ajouter des dispositifs de manipulation du condensat à l'intérieur même du système à vide, tels qu'une lentille ou des bobines ou encore une puce, alors il n'est pas évident que ce dispositif soit compatible avec l'obtention du condensat (s'il doit être très proche du nuage, par exemple, il peut gêner le passage des faisceaux du PMO). De plus, il faudrait très certainement démonter le piège magnétique de production du condensat, et probablement une partie de l'optique du PMO autour, à chaque fois que l'on veut manipuler ou changer ce dispositif. Enfin, c'est dans la zone de production du condensat que le vide est le plus critique (car c'est là que se déroule l'évaporation, étape longue), et la perspective de casser le vide à cet endroit est donc extrêmement désagréable.

Si la zone d'étude et/ou manipulation du condensat est séparée de sa zone de production, et notamment par une vanne ultra-vide[7], alors l'ouverture de la chambre secondaire, afin de faire évoluer son contenu, pose nettement moins de

[7]Ce qui n'est pas le cas actuellement, mais le sera tout prochainement, après le déménagement de l'expérience à Palaiseau (juin 2007).

problème. La plus grande place permet également d'envisager une plus grande variété de dispositifs. Cela donne donc une grande *flexibilité* à l'ensemble de l'expérience. De plus, la production d'une source continue d'atomes condensés devient envisageable [215], en maintenant un condensat dans la chambre secondaire, pendant qu'un nouveau est fabriqué, puis amené.

Premiers tests

Nous ne pouvons pas prétendre avoir travaillé sérieusement sur le sujet du transport au cours de cette thèse, par manque de temps. Nous nous sommes contentés d'un simple test : réaliser un aller-retour[8] de distance totale 26 cm, soit la distance requise pour transporter un nuage de la cellule au centre de la chambre secondaire. Ce test, réalisé avec des atomes thermiques, s'est révélé positif, même si une proportion importante des atomes a été perdue pendant le transport. Environ 10 % des atomes ont pu être conservés, et ceci sans aucune optimisation de la vitesse ou de l'accélération du déplacement. On peut même envisager optimiser le profil de la trajectoire de manière à minimiser les excitations du nuage induites par le transport [38]. Enfin, il est permis de penser qu'un aller-retour est moins favorable qu'un aller simple. Ces études pourront faire l'objet d'une prochaine thèse.

4.4 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre le montage de la pince optique, sa mise en place sur l'expérience, et sa caractérisation. Ce travail a constitué une étape essentielle de cette thèse, au terme de laquelle la pince optique est devenu le principal outil de manipulation du condensat.

Nous nous sommes concentrés dans ce chapitre sur l'aspect piégeage du potentiel dipolaire, mais le caractère très anisotrope du piège en question permet également d'utiliser ce dispositif comme un guide, du moins sur quelques millimètres. C'est cet aspect qui est mis à profit pour l'obtention d'un laser à atomes guidé.

[8] Nous n'avons pas encore installé de dispositif d'imagerie dans la chambre secondaire.

CHAPITRE 5

Laser à atomes guidé

Nous présentons dans ce chapitre nos résultats sur l'obtention d'un laser à atomes guidé [45]. Celui-ci est produit par couplage quasi-continu à partir d'un réservoir d'atomes condensés, situé dans le piège *hybride* obtenu à l'intersection des piège magnétique et optique. Le faisceau atomique se propage ensuite dans la pince optique, très anisotrope, servant alors de guide d'onde.

Nous détaillons dans un premier temps la procédure expérimentale d'obtention d'un tel laser, en commençant par la condensation dans le piège hybride, qui nécessite des précautions particulières. Nous donnons ensuite les principales caractéristiques du faisceau : intensité, longueur d'onde et mode transverse. Nous présentons ensuite une description théorique du laser à atomes guidé. Nous calculons sa fonction d'onde (§5.3) et détaillons le processus de couplage et d'extraction (§5.4). Enfin, nous présentons quelques perspectives d'amélioration et d'utilisation de ce nouvel outil pour l'optique atomique.

5.1 Condensation dans le piège hybride

Nous présentons dans cette section la réalisation d'un condensat dans le piège hybride obtenu au croisement de la pince optique et du piège magnétique. Ceci constitue l'étape préliminaire à la réalisation d'un laser à atomes guidé.

5.1.1 Caractéristiques du piège

La géométrie de l'expérience est rappelée en figure 5.1. Les deux types de piège, magnétique et optique, sont anisotropes, mais dans des directions différentes. Le piège magnétique est allongé selon la direction du dipôle x, tandis que le piège optique est allongé selon la direction de propagation du laser z. Par conséquent, selon la direction considérée, le confinement peut être largement dominé par un piège devant l'autre. Ainsi, dans la direction x, l'effet du piège magnétique est négligeable, tandis que dans la direction z, le confinement est assuré par le piège magnétique. Selon y en revanche, les deux pièges peuvent avoir un confinement important. En fait, un tel piège, très confinant dans toutes les directions, n'est pas vraiment favorable à l'obtention d'un condensat, ou en tout cas d'un condensat comportant un grand nombre d'atomes, car alors la densité

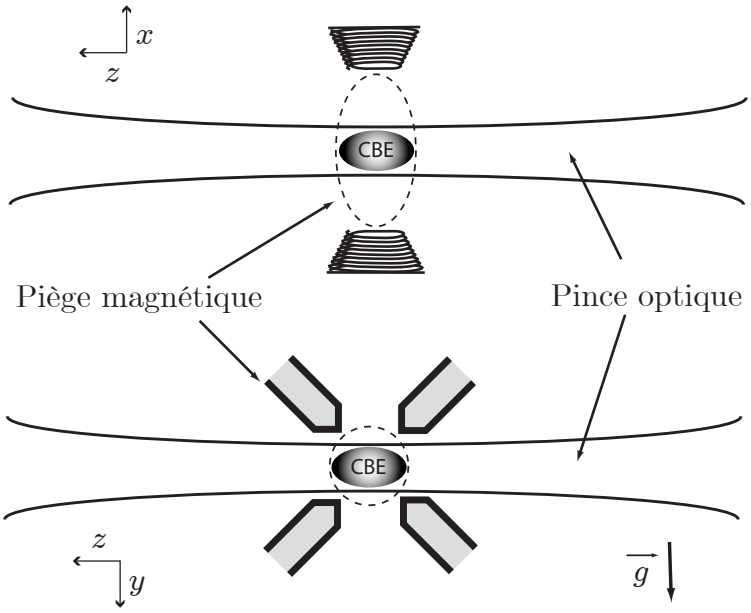


FIG. 5.1 – *Géométrie de l'expérience. Le "piège hybride" est obtenu à l'intersection entre le piège magnétique et la pince optique.*

atomique est tellement forte que le taux de recombinaison à trois corps devient une source majeure de perte. Il nous est en fait apparu impossible de transférer sans trop de perte un nuage très froid (donc très dense) dans ce piège hybride sans auparavant décomprimer le piège magnétique.

Nous décomprimons donc le piège magnétique en abaissant le gradient du quadrupôle à une valeur de 100 G/cm, correspondant à un courant dans les bobines de 2.5 A. C'est dans ces conditions que les fréquences transverses du piège magnétique ont été mesurées (§2.5.4), et elles sont de 34 et 35 Hz respectivement dans les directions y et z. Aussi le confinement dans le piège hybride est-il toujours largement dominé par le piège magnétique dans la direction z, tandis qu'il est largement dominé dans la direction y, comme pour x, par la pince optique.

Au final, on peut écrire, avec des notations évidentes (on omettra dans la suite les indices supérieurs lorsqu'il n'y aura pas d'ambiguïté),

$$\omega_x^{\mathrm{PH}} = \omega_x^{\mathrm{PO}} \ , \quad \omega_y^{\mathrm{PH}} = \omega_y^{\mathrm{PO}} \ , \quad \omega_z^{\mathrm{PH}} = \omega_z^{\mathrm{PM}} \ . \tag{5.1}$$

L'erreur commise en négligeant le piège le moins influent est au plus de l'ordre d'un pourcent, pour les paramètres typiques que nous utilisons, c'est-à-dire une puissance laser telle que $\omega_x^{\mathrm{PO}}/2\pi = 200$ à 500 Hz.

5.1.2 Évaporation et condensation

Nous évaporons dans le piège magnétique comprimé jusqu'à atteindre une température proche du seuil. L'idée est que nous ne voulons pas décomprimer un nuage déjà condensé car cela engendre des oscillations qui ne s'amortissent pas (ou peu). D'un autre côté, nous ne voulons pas non plus utiliser une grande puissance laser, de manière à limiter le confinement du piège hybride, et il faut donc que le nuage soit suffisamment froid. Enfin, plus le nuage est froid, meilleur est le recouvrement géométrique entre le nuage piégé magnétiquement et le piège optique, et donc meilleur sera le transfert. Décomprimer puis allumer la pince optique sur un nuage proche du seuil nous semble donc être un bon compromis[1]. Chaque étape, décompression puis allumage de la pince optique, est effectuée adiabatiquement en 500 ms.

Une deuxième étape d'évaporation, dans le piège hybride, est alors nécessaire. Nous utilisons toujours une rampe décroissante de radiofréquence, mais cette fois, les atomes ne peuvent s'échapper que selon l'axe z, puisque c'est la seule direction dans laquelle ils ne sont pas confinés par la pince optique (les atomes évaporés sont dans l'état anti-piégeant $|F = 1, m_F = 1\rangle$ et sont donc expulsés par le champ magnétique). Cette étape d'évaporation est donc peu efficace, et est en compétition avec les pertes importantes dues aux collisions à trois corps, car malgré la décompression du piège magnétique, le piège hybride reste très confinant. Finalement, nous arrivons à obtenir la condensation après quelques secondes d'évaporation dans le piège hybride, mais avec un nombre d'atomes plus modeste que ce que nous obtenons dans le piège magnétique seul. Nous avons typiquement 1 à 2×10^5 atomes condensés dans le piège hybride. En figure 5.2 sont représentées deux images de nuages partiellement et presque totalement condensés après temps de vol. Contrairement aux condensats obtenus dans le piège magnétique, nous voyons clairement ici l'anisotropie du nuage. Cette anisotropie n'est pas présente dans le nuage thermique, ce qui permet également de rendre plus flagrant le profil en double structure.

Remarques :

- On pourrait penser qu'afin d'améliorer l'efficacité de l'évaporation, on peut, en plus de la RF, évaporer optiquement, c'est-à-dire baisser progressivement la profondeur du piège dipolaire, afin que l'évaporation puisse avoir lieu dans toutes les directions. En fait, cela ne marcherait pas. En effet, les atomes qui s'échapperaient ainsi de la pince optique seraient encore loin de la surface d'évaporation magnétique, puisque justement dans les directions transverses le nuage est fortement confiné par le piège dipolaire. Ces atomes constitueraient donc un réservoir d'atomes tièdes, piégés magnétiquement, tout à fait néfaste.

[1] Une procédure légèrement différente sera présentée au paragraphe 5.2.1.

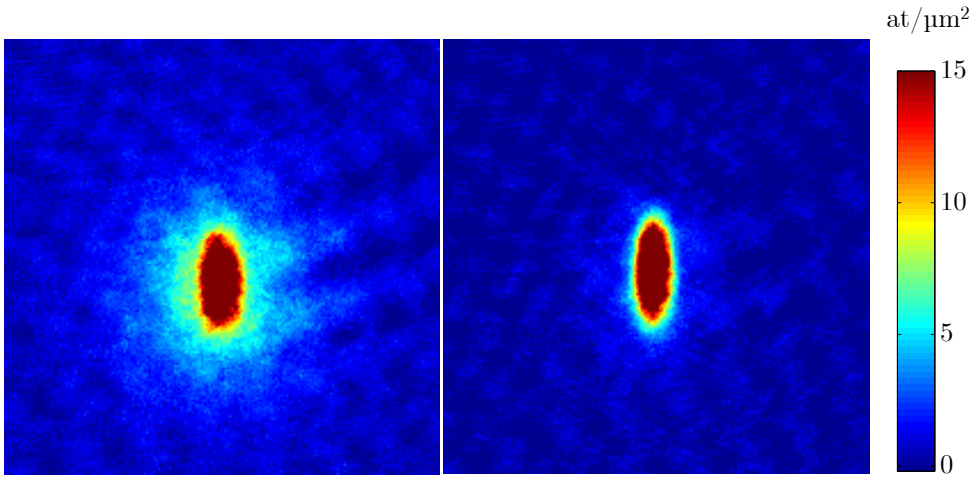


FIG. 5.2 – *Condensation dans le piège hybride. Les images sont obtenues après un temps de vol de 17 ms, pour deux valeurs différentes de fin de rampe d'évaporation. À gauche, la fraction condensée est d'environ 20 % pour un nombre d'atomes de* 4.2×10^5. *À droite, le condensat est quasi pur et contient* 1.5×10^5 *atomes. Le champ de chaque image est de* 600×600 μm^2.

– Nous avons pu observer au cours de ces expériences un "effet dimple" : allumer la pince optique, même adiabatiquement, augmente la densité dans l'espace des phases, grâce au changement de forme du potentiel de piégeage [208, 216, 217]. Concrètement, cela se traduit par l'apparition d'une petite fraction condensée après l'allumage de la pince optique, sans même avoir commencé la deuxième évaporation, et alors que le nuage initial était entièrement thermique.

Expansion

Contrairement au cas du piège magnétique, l'imagerie du nuage ne se fait pas le long de l'axe de symétrie du piège hybride. Nous pouvons donc observer l'inversion d'anisotropie caractéristique de l'expansion d'un nuage dans le régime hydrodynamique, dans notre cas un condensat. Les images expérimentales sont reportées en figure 5.3.

La mesure de la vitesse d'expansion dans la direction y donne directement accès à la valeur du potentiel chimique du condensat. On obtient $\mu/h = 4.2$ kHz, en bon accord (à 10 % près) avec la fréquence et le nombre d'atomes.

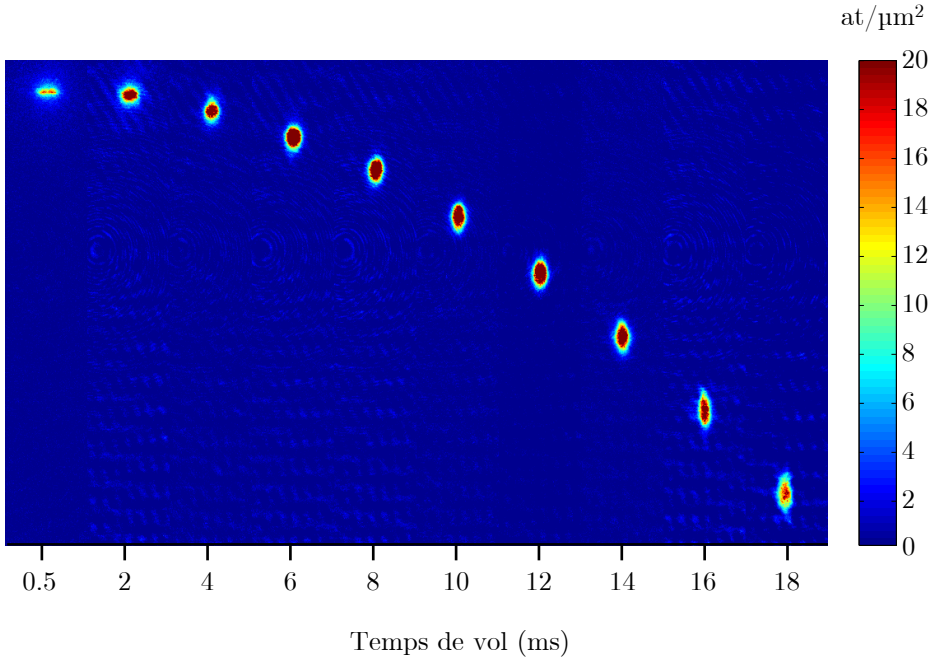


FIG. 5.3 – *Expansion du condensat obtenu dans le piège hybride. L'inversion d'ellipticité est bien visible. Sur la première image, la forte densité du condensat entraîne un effet de lentille produisant un halo parasite. La hauteur de chute maximale est 1.8 mm.*

Durée de vie du condensat

De même qu'au chapitre 2 (§2.5.6), la durée de vie du condensat est un paramètre essentiel. Malgré le nombre d'atomes plus modeste, le très fort confinement du piège hybride fait que les pertes à trois corps sont là aussi le phénomène dominant. Les mesures sont reportées en figure 5.4 et sont en bon accord avec cette hypothèse.

Finalement, les pertes à trois corps sont le facteur le plus limitant dans l'obtention du condensat dans le piège hybride, aussi bien en terme de nombre d'atomes condensés que de durée de vie du condensat. Ceci est dû au fort confinement du piège hybride, causé par la géométrie croisée des deux pièges à partir desquels il est produit. Signalons toutefois que cette géométrie a pour avantage que le positionnement de la pince optique n'est critique que dans une seule direction. Enfin, un autre avantage de cette configuration apparaîtra au paragraphe 5.2.4.

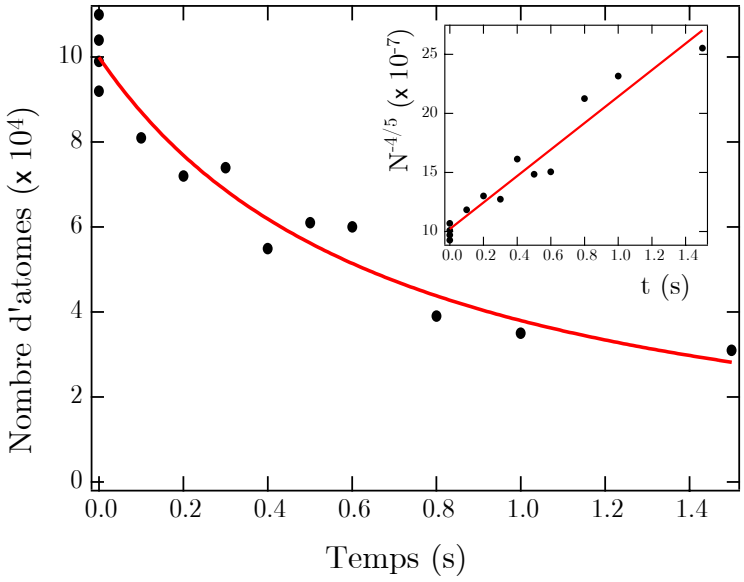


FIG. 5.4 – *Durée de vie du condensat dans le piège hybride. La courbe est ajustée par la formule (2.37) avec K_3 comme paramètre libre. On obtient $K_3 \simeq 10^{-29}$ $cm^6.s^{-1}$, c'est-à-dire le bon ordre de grandeur. L'encart permet de vérifier que les pertes sont effectivement principalement dues aux collisions à trois corps.*

5.2 Le laser à atomes guidé : réalisation et caractérisation expérimentale

Nous allons dans cette section décrire en détail la procédure expérimentale d'obtention du laser à atomes guidé ainsi que ces principales caractéristiques. Nous serons amené à décrire précisément les potentiels auxquels celui-ci est soumis (§5.2.3), afin de comprendre le comportement du faisceau. Nous montrons que notre configuration permet un contrôle de l'accélération, et ultimement de la vitesse, des atomes du laser, autorisant ainsi l'obtention d'un laser à atomes à grande longueur d'onde (§5.2.4). Enfin, nous montrons qu'un faible nombre de modes transverses du guide sont peuplés (§5.2.5)

Nous nous contenterons dans cette partie d'explications physiques simples des phénomènes, nous présenterons une modélisation plus rigoureuse de notre système dans les sections suivantes (§5.3, §5.4 et §5.5).

5.2.1 Cycle

La première étape consiste à obtenir un condensat dans le piège hybride. Nous utilisons une procédure légèrement différente de celle présentée dans la section

précédente, dont le but est que le guide d'onde formé par la pince optique passe au plus près possible du centre du piège magnétique. Pour une raison qui sera justifiée ultérieurement (§5.5.1), cela permet de minimiser le nombre de modes transverses peuplés dans le guide. Dans la procédure utilisée précédemment, nous décomprimons fortement le piège magnétique avant d'allumer la pince optique. Cela a pour effet de décaler la position du nuage, à cause de la gravité, d'une quantité g/ω_{PM}^2 valant 200 μm pour $\omega_{\mathrm{PM}}/2\pi = 35$ Hz. Il faut donc adapter la position de la pince à cet effet pour piéger les atomes, et le piège hybride est alors assez éloigné du centre magnétique.

La solution idéale consisterait à ne pas décomprimer le piège magnétique avant d'allumer la pince optique. Comme expliqué précédemment (§5.1.2), les pertes liées aux collisions à trois corps sont alors trop importantes. Une solution intermédiaire consiste à ne décomprimer que légèrement, de manière à ne pas entraîner un grand décalage, mais suffisamment toutefois pour réduire sensiblement la densité. Nous décomprimons donc dans un premier temps jusqu'à une fréquence transverse du piège magnétique d'environ 130 Hz (soit un courant dans les bobines du quadrupôle de 10 A). Le décalage correspondant n'est que de 15 μm, ce qui est de toute façon l'ordre de grandeur vraisemblable de la précision avec laquelle on positionne la pince optique sur les atomes (le waist étant de 24 μm). Une fois le piège optique allumé, celui-ci piège les atomes dans les directions x et y et nous pouvons décomprimer le piège magnétique jusqu'à la fréquence de 35 Hz sans que cela entraîne de décalage supplémentaire. Dans ce chapitre, la fréquence transverse typique de la pince optique est $\omega_{\mathrm{PO}}/2\pi = 360$ Hz. À l'issue

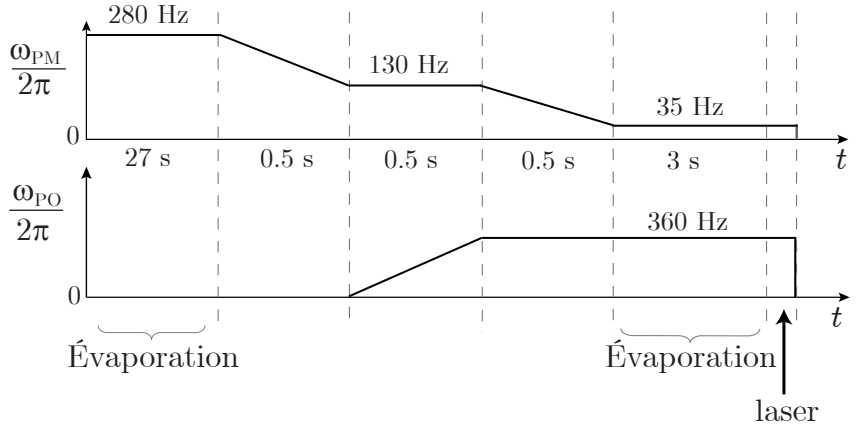


FIG. 5.5 – *Cycle expérimental d'obtention d'un laser à atomes guidé. La décompression du piège magnétique s'effectue en deux étapes, de façon à minimiser l'écart entre la position du piège hybride et le centre du piège magnétique. Les fréquences indiquées sont les fréquences transverses de chaque piège, respectivement y, z pour le piège magnétique (PM) et x, y pour le piège optique (PO).*

du cycle, dont un chronogramme est représenté en figure 5.5, nous obtenons un condensat contenant environ 10^5 atomes.

5.2.2 Laser à atomes guidé

Une fois obtenu un condensat dans le piège hybride, nous utilisons la même technique de couplage que celle déjà utilisée pour produire les lasers à atomes du chapitre 3, à savoir un champ radiofréquence ($\sim$ 5 MHz) induisant une transition entre l'état piégé magnétiquement $|F = 1, m_F = -1\rangle$ et celui peu sensible au champ magnétique $|F = 1, m_F = 0\rangle$. Dans notre configuration de piégeage hybride [Fig. 5.6(a)], le piège magnétique est responsable du confinement selon l'axe de propagation z du guide optique. En revanche, il est important de rappeler que le piégeage dipolaire est insensible à la polarisation atomique. Les atomes dans $m_F = 0$ ressentent donc le même confinement optique que les atomes condensés, mais ne sont en revanche plus confinés selon z. Ils peuvent donc se propager librement dans cette direction, guidés par la pince optique [Fig. 5.6(b)].

La première propriété évidente de ce laser à atomes guidé est qu'il se propage horizontalement ! Aussi ne subit-il pas l'accélération de la gravité. Nous pouvons voir sur l'image 5.6(b) que le faisceau atomique s'est propagé sur environ 1 mm en une centaine de milliseconde, alors qu'un faisceau se propageant sous l'effet

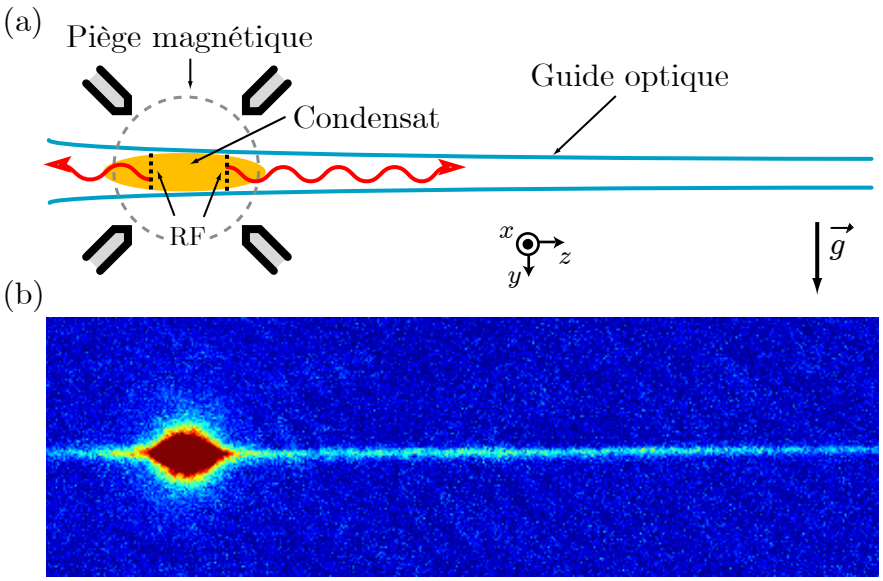


FIG. 5.6 – *(a) Rappel de la géométrie de l'expérience. (b) Image d'un laser à atomes guidé. Le champ de l'image est de 1.4 mm et la durée du couplage est de 100 ms.*

de la gravité parcours la même distance en dix fois moins de temps (ou, il parcourrait dans le même temps une distance cinquante fois plus grande). Ce laser permet donc des temps d'opération beaucoup plus longs. De manière équivalente, nous pouvons dire qu'il a une longueur d'onde beaucoup plus grande. Nous reviendrons sur ces questions au paragraphe 5.2.4, dans lequel nous examinerons plus en détail la dynamique longitudinale du laser.

Autre paramètre important, le flux $\mathcal{F}$ est de l'ordre de quelques 10^5 atomes par seconde. Nous extrayons donc à chaque réalisation quelques 10^4 atomes en quelques dizaines de millisecondes. En s'étalant sur 1 mm, le faisceau a une densité linéique $n_{1\mathrm{D}}$ de quelques dizaines d'atomes par microns. Ces différentes grandeurs sont reliées par

$$n_{1\mathrm{D}} = \frac{\mathcal{F}}{v} \,, \tag{5.2}$$

où v est la vitesse de propagation de l'onde atomique. Des paramètres typiques sont $\mathcal{F} = 3 \times 10^5$ at/s, $v = 10$ mm/s et $n_{1\mathrm{D}} = 30$ at/μm.

5.2.3 Potentiel ressenti par les atomes du laser

Pour comprendre le comportement du laser, il est nécessaire de décrire le potentiel dans lequel il se propage, noté $V_{\mathrm{laser}}(x, y, z)$. Celui-ci résulte de l'addition de plusieurs potentiels :

- Le confinement de la pince optique, noté V_{PO}. Nous noterons de plus

$$\omega_\perp = \omega_x^{\mathrm{PO}} = \omega_y^{\mathrm{PO}} \,, \quad \omega_z = \omega_z^{\mathrm{PO}} \,.$$

- L'effet Zeeman quadratique, noté V_{zq}, s'appliquant aux atomes dans l'état $|F = 1, m_F = 0\rangle$ (S3.1.1). Seule sa contribution selon z a une importance car il est négligeable devant le confinement transverse du guide optique dans les autres directions. Nous noterons ω_{zq} sa courbure caractéristique (expulsante).
- La gravité $-m\,g\,y$.
- Le potentiel de champ moyen d'interaction avec le condensat-source, noté V_{coll}.

Enfin, on notera V_{CBE} le potentiel de piégeage s'appliquant aux atomes condensés. Ces derniers, dans le piège hybride, sont confinés dans les directions x, y par la pince optique et dans la direction z par le piège magnétique, dont le potentiel sera noté V_{PM} et la courbure selon z, ω_{PM}.

Toutes les notations et hypothèses présentées dans cette partie seront utilisées dans toute la suite du chapitre.

5.2.3.1 Variation longitudinale

Nous allons d'abord expliciter la variation du potentiel dans la direction de propagation z. Nous nous plaçons donc, dans ce paragraphe, en $x = y = 0$, les origines de ces coordonnées étant placées au centre magnétique.

Un avantage de notre configuration est que les confinements longitudinaux de la pince optique et de l'effet Zeeman quadratique sont à la fois faibles, et du même ordre de grandeur. Dans le cas du piège magnétique décomprimé à 35 Hz, le gradient quadrupolaire est de 100 G/cm et l'effet Zeeman du second ordre donne lieu à une courbure expulsante de $\omega_{\mathrm{zq}}/2\pi = 2.6$ Hz seulement (Eq. 3.8). Nous pouvons créer une courbure confinante de même valeur avec la pince optique, avec une puissance laser relativement faible. En effet, compte tenu des mesures présentées aux paragraphes 4.2.1.3 et 4.2.3.2, cela correspond à une puissance laser pour la pince optique de $P = 130$ mW en sortie de fibre (en configuration sans diaphragme). La fréquence transverse du guide optique est alors de $\omega_\perp/2\pi = 360$ Hz (en prenant en compte le facteur correctif de 1.3, voir §4.2.3), valeur tout à fait raisonnable. Aussi avons nous choisi de travailler dans cette configuration, de manière à minimiser la courbure longitudinale et ainsi avoir affaire à un guide d'accélération longitudinale constante.

En revanche, on peut, si on le souhaite, décaler longitudinalement la position du waist de la pince optique de la distance z_0 par rapport au piège magnétique. De cette manière, on privilégie une direction d'extraction, puisqu'alors les atomes sont attirés par le foyer optique. Plus précisément, nous écrivons

$$V_{\mathrm{guide}}(0,0,z) = -\frac{1}{2}m\omega_{\mathrm{zq}}^2 z^2 + \frac{1}{2}m\omega_z^2(z-z_0)^2 + \mathrm{cste}\ . \tag{5.3}$$

Lorsque $\omega_{\mathrm{zq}} = \omega_z$, les courbures se compensent, et il ne reste qu'un potentiel linéaire, de pente $m\omega_z^2 z_0$, décroissant vers le waist.

À ce stade, il nous faut préciser les origines des coordonnées et des énergies. Dans l'écriture qui précède, l'origine des z est au centre magnétique. Ce n'est pas la position du condensat, car celui-ci est légèrement attiré par le centre du piège optique. Le minimum du piège hybride

$$V_{\mathrm{CBE}} = V_{\mathrm{guide}} + V_{\mathrm{PM}}\ , \tag{5.4}$$

se situe en

$$z_{\mathrm{CBE}} = \frac{\omega_z^2}{\omega_{\mathrm{PM}}^2 + \omega_z^2}\ z_0 \simeq \frac{\omega_z^2}{\omega_{\mathrm{PM}}^2} z_0\ . \tag{5.5}$$

Nous allons effectuer le changement de variable $z - z_{\mathrm{CBE}} \to z$, afin de placer l'origine de l'axe z au centre du condensat, ce qui facilitera l'écriture du potentiel

de champ moyen V_{coll}. Le potentiel optique est alors centré en z_{PO} avec

$$z_{\text{PO}} = z_0 - z_{\text{CBE}} = \frac{\omega_{\text{PM}}^2}{\omega_{\text{PM}}^2 + \omega_z^2}\, z_0 \simeq z_0 \ , \tag{5.6}$$

et le potentiel magnétique (de piégeage initial, mais aussi de l'effet Zeeman quadratique) est centré en

$$z_{\text{PM}} = -z_{\text{CBE}} = -\frac{\omega_z^2}{\omega_{\text{PM}}^2} z_{\text{PO}} \tag{5.7}$$

Enfin, on choisit l'origine des énergies telle que $V_{\text{guide}}(0) = 0$.

On a donc finalement

$$V_{\text{guide}}(0,0,z) = -m\omega_z^2 z_{\text{PO}}\, z \ . \tag{5.8}$$

En contrôlant z_{PO}, on peut donc *régler l'accélération* subie par les atomes du laser guidé. Avec z_{PO} de l'ordre du millimètre, par exemple, l'accélération est de l'ordre de 0.3 m/s^2, soit plus de 30 fois plus faible que l'accélération de la gravité.

Le potentiel de champ moyen dû au condensat, quant à lui, s'écrit dans l'approximation de Thomas-Fermi (§2.1.2.3)

$$V_{\text{coll}} = \max\left(\mu - V_{\text{CBE}}, 0\right) \ , \tag{5.9}$$

où $V_{\text{CBE}} = V_{\text{guide}} + V_{\text{PM}}$.

En additionnant les deux potentiels, on a donc

$$\begin{aligned} V_{\text{laser}} &= V_{\text{guide}} + V_{\text{coll}} \\ &= \begin{cases} \mu - V_{\text{PM}} & \text{dans le CBE,} \\ V_{\text{guide}} & \text{hors du CBE,} \end{cases} \end{aligned} \tag{5.10}$$

c'est-à-dire

$$V_{\text{laser}}(0,0,z) = \begin{cases} \mu - m\omega_z^2 z_{\text{PO}} z - \frac{1}{2} m\omega_{\text{PM}}^2 z^2 & \text{pour } z \in [-R_z, R_z], \\ -m\omega_z^2 z_{\text{PO}} z & \text{pour } z \notin [-R_z, R_z]. \end{cases} \tag{5.11}$$

Il s'agit donc d'un potentiel linéaire en dehors du condensat et d'un potentiel quadratique expulsant, centré au centre magnétique z_{PM}, dans la zone du condensat [Fig. 5.7]. La valeur du potentiel chimique avec nos paramètres typiques (10^5 atomes condensés) est $\mu/h = 3.2$ kHz, et le rayon de Thomas-Fermi selon z vaut $R_z = 25\ \mu$m.

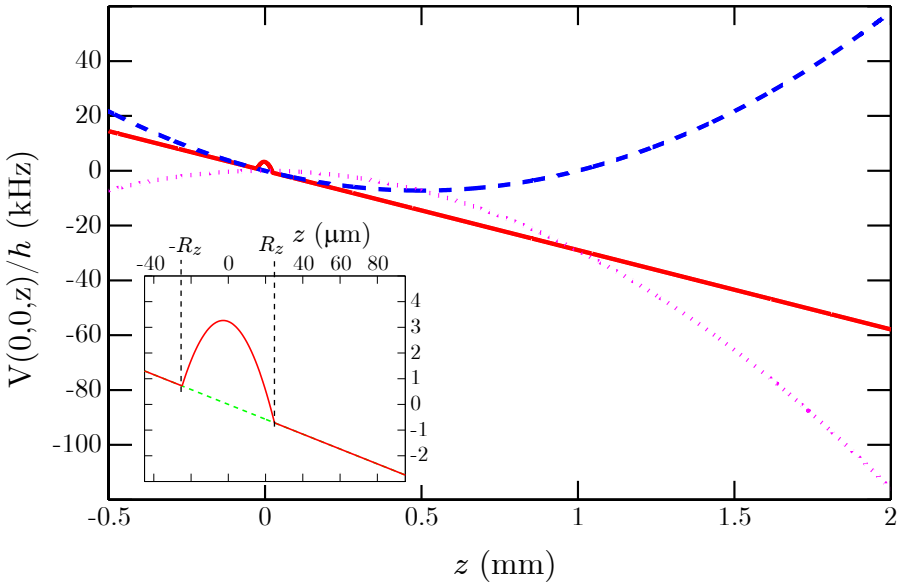


FIG. 5.7 – *Variation selon z des différents potentiels ressentis par les atomes du laser guidé. V_{laser} (trait continu rouge), est la somme du potentiel optique (tireté bleu), du potentiel Zeeman quadratique (pointillé mauve) et du potentiel de champ moyen V_{coll}. Encart : zoom au voisinage de l'origine. V_{guide} est en pointillé vert. Nous avons choisi pour la figure $z_{\text{PO}} = 0.5$ mm, ce qui donne $z_{\text{PM}} = -2.8$ μm.*

5.2.3.2 Variation transverse

Nous allons maintenant examiner la variation du potentiel dans les directions transverses. En dehors de la zone du condensat, il s'agit simplement d'un potentiel harmonique, que nous prendrons symétrique, de courbure $\omega_\perp$ indépendante de z. Ces approximations, servant principalement à alléger les écritures, sont justes à quelques pourcents près (mieux que 2% pour la symétrie, environ 10% pour la variation de $\omega_\perp$ en fonction de z sur une distance d'un millimètre, la distance de Rayleigh caractérisant la pince optique étant de plusieurs millimètres). La position du potentiel est légèrement décalée vers le bas par la gravité ("sag" de $g/\omega_\perp^2 = 1.9$ μm avec $\omega_\perp/2\pi = 360$ Hz), mais il suffit de choisir correctement l'origine des coordonnées pour que cela n'apparaisse pas.

Nous allons en revanche faire une autre approximation, importante cette fois. Nous allons supposer que le potentiel {guide optique + gravité} est parfaitement centré sur le piège magnétique, c'est-à-dire passe par le centre magnétique. Cela est vrai à quelques microns près. Nous reviendrons ultérieurement sur les conséquences de cette approximation, au paragraphe 5.5.1.

Ainsi, on prendra l'origine des axes x et y au centre du condensat, qui est éga-

lement, avec cette hypothèse, au centre des potentiels magnétique et de guidage. Finalement,

$$V_{\text{guide}}(x, y, z) = \frac{1}{2} m\omega_\perp^2 (x^2 + y^2) - m\omega_z^2 z_{\text{PO}} z \ . \tag{5.12}$$

On pourra également noter $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ et $\mathbf{r} = (x, y)$.

Dans la zone de recouvrement avec le condensat, il faut tenir compte du potentiel de champ moyen. Comme le confinement transverse du condensat est dominé par la pince optique, le champ moyen de celui-ci compense le confinement transverse de cette dernière, c'est-à-dire, du guide. Aussi obtient-on globalement un potentiel harmonique avec un fond plat [Fig. 5.8] dont la largeur est donnée par le rayon de Thomas-Fermi du condensat $R_\perp$ dépendant de z

De manière plus rigoureuse, on peut appliquer le raisonnement précédemment utilisé pour exprimer le potentiel de champ moyen selon z (équations 5.4, 5.9 et 5.10), et on obtient, pour $|r| < R_\perp(z)$,

$$V_{\text{laser}} = \mu - V_{\text{PM}} \ . \tag{5.13}$$

Il apparaît donc dans cette zone un potentiel opposé au potentiel magnétique. Néanmoins, la faible courbure magnétique rend cette variation de potentiel négligeable à l'échelle du rayon transverse $R_\perp$ du condensat : avec nos paramètres,

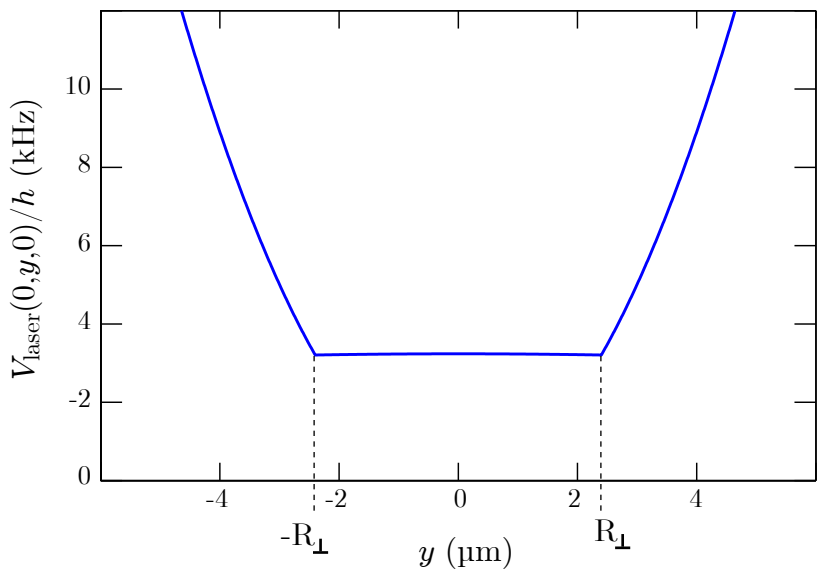


FIG. 5.8 – *Potentiel ressenti par les atomes du laser guidé dans les directions transverses, en $z = 0$. Le champ moyen du condensat compense exactement le fond du puits (la petite courbure expulsante due au champ moyen est à peine perceptible).*

en $z = 0$, $R_\perp = 2.4$ μm, et $m\omega_{\rm PM}^2 R_\perp^2/2h \simeq 30$ Hz seulement dans la direction y, et encore moins selon x (direction du dipôle). Nous pourrons donc négliger cette petite courbure et considérer que le fond est plat.

5.2.3.3 Récapitulatif

Il peut être utile, à ce stade, de récapituler les hypothèses effectuées pour écrire le potentiel $V_{\rm laser}$ ressenti par les atomes du laser à atomes guidé :

- Symétrie cylindrique dans le guide et courbure transverse $\omega_\perp$ indépendante de z.
- Le faible confinement longitudinal du guide compense exactement la courbure expulsante due à l'effet Zeeman quadratique : $\omega_z = \omega_{\rm zq}$.
- Nous décrivons le condensat et son potentiel d'interaction en utilisant l'approximation de Thomas-Fermi.
- Le guide est parfaitement centré sur le piège magnétique.

Les deux premières approximations servent principalement à alléger les écritures et sont sans grande conséquence, nous pourrions nous en passer. L'approximation de Thomas-Fermi ne permet pas de décrire correctement le potentiel au voisinage immédiat de $z \approx \pm R_z$, mais est très bien vérifiée partout ailleurs. Enfin, nous examinerons les conséquences d'un positionnement différent du guide optique au paragraphe 5.5.1. Avec ces hypothèses, la courbure résiduelle du piège magnétique apparaissant par l'intermédiaire du champ moyen du condensat est négligeable, et l'ensemble du problème possède la symétrie cylindrique d'axe z.

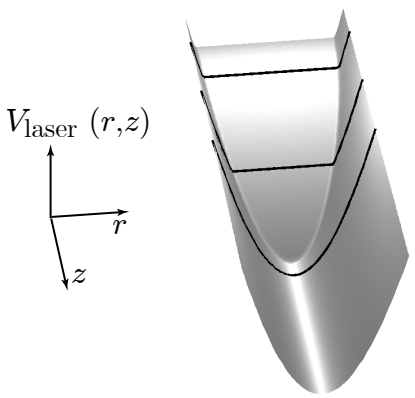


FIG. 5.9 – *Représentation de l'évolution du potentiel en fonction de r et z. Lorsque z passe de 0 à R_z, la taille du fond plat diminue progressivement jusqu'à s'annuler.*

Le potentiel global est résumé sur la figure 5.9. Il n'est pas séparable dans la zone du condensat. Néanmoins, on pourra utiliser l'écriture suivante,

$$V_{\text{laser}}(r,z) = V_\perp(r,z) + V_\parallel(z) \ , \tag{5.14}$$

qui n'introduit pas d'approximation supplémentaire. Les expressions de $V_\perp$ et $V_\parallel$ sont récapitulées dans le tableau ci-dessous :

	$z \in [-R_z, R_z]$	$z \notin [-R_z, R_z]$
$V_\perp(r,z)$	$\max\left[\frac{1}{2}m\omega_\perp^2\left(r^2 - R_\perp(z)^2\right), 0\right]$	$\frac{1}{2}m\omega_\perp^2 r^2$
$V_\parallel(z)$	$\mu - m\omega_z^2 z_{\text{PO}} z - \frac{1}{2}m\omega_{\text{PM}}^2 z^2$	$-m\omega_z^2 z_{\text{PO}} z$

5.2.4 Contrôle de l'accélération et longueur d'onde

Comme évoqué précédemment, l'horizontalité du guide permet de supprimer l'influence de la gravité sur la propagation du laser à atomes. Plus précisément, nous avons vu au paragraphe précédent que notre configuration est particulièrement flexible, puisque la courbure longitudinale de la pince optique peut être compensée par l'effet Zeeman quadratique. Il en résulte un potentiel linéaire dont la pente est ajustable en jouant sur la position z_{PO} du waist de la pince optique (Eq. 5.8). Nous pouvons pour cela utiliser la platine de translation motorisée.

Une configuration intéressante est évidemment celle où l'on annule l'accélération. On obtient alors un laser à atomes dont la vitesse de propagation est constante, c'est-à-dire dont *la longueur d'onde est fixe.*

À titre d'illustration, nous présentons en figure 5.10 des mesures d'accélération obtenues pour deux configurations expérimentales différentes. Dans la première, nous avons centré au mieux la pince optique, de manière à minimiser l'accélération. Nous observons en effet une accélération difficilement mesurable et quasiment négligeable, $a_1 = 0.07 \pm 0.06$ m/s^2, la propagation étant dominée par la vitesse initiale. Une telle valeur d'accélération, de l'ordre de $g/100$, peut être due à un défaut d'horizontalité du guide de l'ordre d'un centième de radian, soit 0.5°, ou par un décalage $z_0 \sim 300$ μm, soit $\sim z_R/10$. Dans les deux cas, il s'agit de l'ordre de grandeur de la précision à laquelle nous sommes capable de contrôler ces paramètres[2]. Dans la deuxième réalisation, un décalage $z_0 \sim 1$ mm

[2]Il y a également une incertitude liée à l'anharmonicité du potentiel.

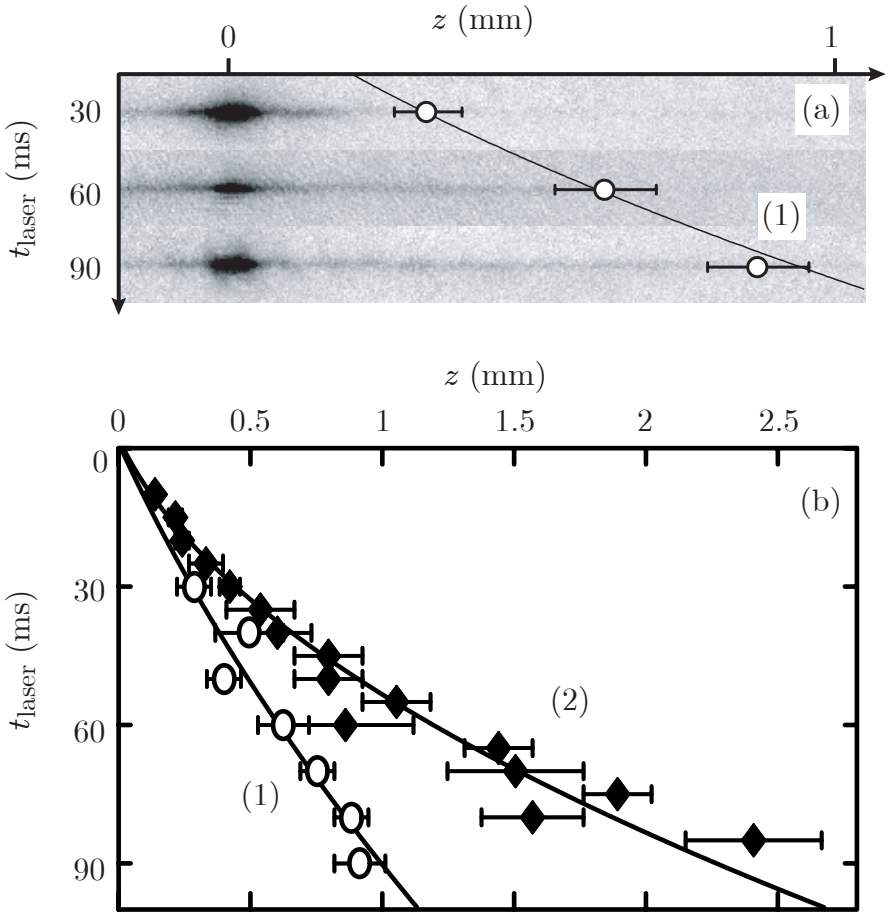


FIG. 5.10 – *Propagation du laser à atomes. (a) Mesure de la position du front d'onde en fonction du temps sur les images expérimentales. (b) Deux mesures, numérotées (1) et (2), de la position du front d'onde en fonction du temps, obtenues pour des configurations expérimentales différentes (voir texte), sont ajustées par des polynômes du second degré. On mesure ainsi les vitesses initiales et les accélérations. On trouve* $a_1 = 0.07 \pm 0.06$ *m/s*^{2} *et* $a_2 = 0.36 \pm 0.04$ *m/s*^{2}*, soit respectivement* $g/140$ *et* $g/30$*. L'accélération* a_1 *est en fait peu mesurable car quasiment négligeable devant l'effet de la vitesse initiale, identique dans les deux réalisations,* $v_0 = 9 \pm 2$ *mm/s.*

provoque une accélération $a_2 = 0.36 \pm 0.04$ m/s^2. Nous démontrons ainsi que nous pouvons contrôler l'accélération subie par le faisceau atomique.

La vitesse initiale, quant à elle, est $v_0 = 9 \pm 2$ mm/s. Comme on peut le comprendre intuitivement en regardant le potentiel tracé dans l'encart de la figure

5.7, cette vitesse initiale est donnée par le potentiel répulsif dû aux interactions entre les atomes du laser et le condensat. L'amplitude de celui-ci est de 3 à 4 kHz, ce qui correspond en terme de vitesse à 5 à 6 mm/s. Notre mesure expérimentale est quelque peu supérieure. Une explication possible de ce désaccord est l'éventuelle présence dans le faisceau d'atomes issus du nuage thermique résiduel. Il est en effet difficile d'obtenir une fraction condensée supérieure à 80 %, ce qui signifie que la température du nuage est de 150 à 200 nK. Les atomes ayant une énergie de 5 à 6 fois l'énergie thermique moyenne (ce qui correspond à la queue de la distribution) ont alors une vitesse de 9 mm/s. Ces atomes sont très peu nombreux, mais notre méthode de mesure ne permettant pas de les discriminer des autres, leur effet ne peut être exclu. Nous avancerons également une autre hypothèse dans la suite de ce chapitre.

La longueur d'onde de de Broglie correspondante, $\lambda_{\mathrm{dB}} = h/mv$, est de 0.5 μm. Cette longueur d'onde est quasi-constante sur plus d'un millimètre de propagation. À titre de comparaison, un laser à atomes accéléré par la gravité a une longueur d'onde, au bout de 1 mm de chute libre (soit après seulement 14 ms de propagation), de 33 nm. Nous avons donc augmenté la longueur d'onde du laser à atomes, en le guidant, de plus d'un ordre de grandeur, et bien au delà en considérant une distance de propagation plus grande. La longueur d'onde du laser à atomes est de l'ordre de grandeur des longueurs d'onde optiques, ce qui ouvre de nombreuses perspectives d'études des propriétés de propagation d'onde de matière à travers des obstacles façonnés par des potentiels dipolaires. Enfin, nous verrons que l'on peut a priori ajuster cette longueur en jouant sur les paramètres du couplage (fréquence RF) et ainsi, ultimement, obtenir un laser à atomes à longueur d'onde *accordable*.

La possibilité d'avoir un laser à atomes ayant une grande longueur d'onde, fixe au cours de la propagation, est un point clef, et novateur, de notre dispositif.

5.2.5 Mode transverse

Une caractéristique importante lorsqu'on traite d'ondes guidées est leur mode transverse. Dans notre cas, le guide optique est intrinsèquement multimode, c'est-à-dire qu'il supporte un grand nombre de modes, sa profondeur étant bien plus grande que l'écart entre modes : $U_0/\hbar\omega_\perp \sim 750$.

Afin d'évaluer le nombre de modes peuplés, on mesure l'énergie d'expansion dans la direction transverse à laquelle notre imagerie donne accès, c'est-à-dire y. En pratique, on mesure la largeur r.m.s σ (via un ajustement par une gaussienne) du faisceau après un temps de vol t_{v}. L'évolution de la taille est alors donnée par

$$\sigma(t_{\mathrm{v}})^2 = \sigma_0^2 + \langle v_y^2 \rangle \, t_{\mathrm{v}}^2 \, , \tag{5.15}$$

où $\sqrt{\langle v_y^2 \rangle}$ est la vitesse quadratique moyenne dans la direction y. La taille *in situ*

σ_0 est trop petite pour être résolue, et en pratique, l'ajustement donne donc une taille limitée par la résolution du système d'imagerie.

Notre mesure, pour laquelle nous avons coupé le guide après 60 ms de propagation, est reportée en figure 5.11. Nous obtenons $\sqrt{\langle v_y^2 \rangle} = 2.1 \pm 0.1$ mm/s. En utilisant la symétrie cylindrique du problème, nous devons multiplier cette valeur par $\sqrt{2}$ pour obtenir la vitesse quadratique moyenne $\sqrt{\langle v_r^2 \rangle}$ à deux dimensions. L'énergie d'expansion est égale à $m\langle v_r^2 \rangle/2$. Celle-ci correspond à l'énergie cinétique, et éventuellement d'interaction, dans le guide. Nous verrons dans la suite que l'énergie d'interaction est négligeable. Nous devons alors simplement doubler le résultat, afin d'ajouter l'énergie potentielle, pour finalement arriver à l'évaluation suivante de l'énergie transverse,

$$E_\perp = (5.4 \pm 0.8)\hbar\omega_\perp \ , \tag{5.16}$$

dans laquelle l'incertitude prend en compte l'incertitude sur la fréquence transverse ($\sim 10\%$).

Si nous raisonnons en nombre de modes, et en supposant que le guide est parfaitement symétrique, seuls les modes à symétrie cylindrique sont peuplés, et on peut alors écrire $E_\perp = (2n+1)\,\hbar\omega_\perp$, ce qui fait un "$n$ moyen" de seulement $\langle n \rangle = 2.2 \pm 0.4$. Nous n'observons pas de structure particulière dans le profil du faisceau après expansion pouvant nous faire supposer, par exemple, que seul le mode $n = 2$ serait peuplé. Nous concluons donc de ces mesures et observations que le nombre de modes significativement peuplés est de l'ordre de *quelques unités seulement*. Nous reviendrons dans la suite sur les phénomènes à l'origine de ce nombre de modes et sur les perspectives d'amélioration.

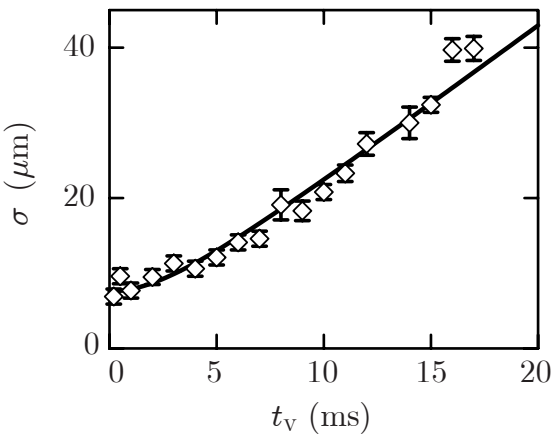


FIG. 5.11 – *Évolution de la largeur r.m.s. du faisceau atomique au cours d'un temps de vol. Les données expérimentales sont ajustées par l'équation 5.15.*

5.2.6 Conclusion intermédiaire

Dans ce premier paragraphe traitant du laser à atomes guidé, nous avons décrit les aspects expérimentaux de notre réalisation, et avons mesuré les principales caractéristiques du laser, telles que son flux, sa longueur d'onde et l'énergie de son mode transverse. Nous avons néanmoins laissé un grand nombre de points en suspens, tels qu'une description précise du couplage ou de la dynamique de propagation du faisceau, ou encore sur le mode transverse. Afin de clarifier ces points, nous allons dans la suite de ce chapitre donner une description théorique du laser à atomes guidé et du couplage.

5.3 Description théorique du laser à atome guidé

Nous nous intéressons dans cette partie à la fonction d'onde de l'état fondamental du potentiel V_{laser}. Le caractère très allongé de notre configuration autorise une approximation d'adiabaticité, ce qui permet de découpler la dynamique transverse de la dynamique longitudinale. La dynamique longitudinale peut alors être modélisée par des équations hydrodynamiques, tandis que la fonction d'onde transverse peut se calculer analytiquement.

5.3.1 Formalisme

Dans notre système, toutes les directions ne jouent clairement pas le même rôle. Le condensat et le faisceau atomique sont très allongés dans la direction de propagation z. Dans ces conditions, il est approprié d'écrire la fonction d'onde du laser à atomes guidé sous la forme [218]

$$\Psi(\mathbf{r}, z, t) = \phi(z, t)\, \psi_\perp(\mathbf{r}, z) \ , \tag{5.17}$$

avec les conventions de normalisation

$$\int |\psi_\perp|^2 d\mathbf{r} = 1 \ , \tag{5.18}$$

$$\int |\Psi|^2 d\mathbf{r} = |\phi(z, t)|^2 = n_{1\text{D}}(z) \ , \tag{5.19}$$

où $n_{1\text{D}}$ est la densité linéique. On peut alors dériver les équations de Gross-Pitaevskii vérifiées par ϕ et $\psi_\perp$ en utilisant la méthode variationnelle habituelle (voir par exemple [145]). On obtient les deux équations couplées suivantes [218],

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V_{\text{laser}} + g_{\text{coll}}|\phi\, \psi_\perp|^2 + \frac{\hbar^2}{2m|\phi|^2} \left| \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|^2 \right] \psi_\perp = \mu\, \psi_\perp \ , \tag{5.20}$$

où μ est le potentiel chimique du laser à atomes guidé (on notera à partir de maintenant μ_{CBE} celui du condensat), et

$$\begin{aligned} i\hbar\frac{\partial\phi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} + \left(\frac{\hbar^2}{2m}\int|\nabla_\perp\psi_\perp|^2 d\mathbf{r}\right)\phi \\ + \left(\int V_{\mathrm{laser}}|\psi_\perp|^2 d\mathbf{r}\right)\phi + g_{\mathrm{coll}}\left(\int|\psi_\perp|^4 d\mathbf{r}\right)|\phi|^2\phi\ . \end{aligned} \tag{5.21}$$

Pour obtenir ces équations, nous avons omis la dépendance en temps de $\psi_\perp$, c'est-à-dire, en fait, le lien entre les variables z et t. Il s'agit d'une *approximation adiabatique* : la dynamique transverse est suffisamment rapide pour s'adapter adiabatiquement à l'évolution longitudinale.

De même, nous ferons une *approximation de densité locale*, qui consiste à négliger la composante selon z du laplacien s'appliquant sur $\psi_\perp$ dans (5.20). Avec cette hypothèse, l'équation de Gross-Pitaevskii vérifiée par $\psi_\perp$ peut se simplifier en considérant z non plus comme une variable, mais comme un paramètre, c'est-à-dire que l'équation devient bidimensionnelle. On pourra alors parler de "mode transverse" concernant $\psi_\perp$. Cette approximation se justifie si l'échelle sur laquelle varie le profil transverse est petite devant l'échelle de variation longitudinale.

L'approximation de densité locale, parfois appelée approximation adiabatique, est couramment utilisée dans les problèmes en configuration guidée [129, 130, 218, 219] et, comme souligné dans [129], est valable dans un grand nombre de cas, même quand le faisceau subit des variations de potentiel assez abruptes. Nous vérifierons à la fin de ce chapitre qu'elle est bien justifiée dans notre configuration expérimentale (§5.5).

En utilisant la séparation du potentiel V_{laser}, déjà introduite précédemment, en une partie transverse et une partie longitudinale (Eq. 5.14), nous pouvons réécrire l'équation (5.20) sous la forme

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta_\perp + V_\perp + g_{\mathrm{coll}}\, n_{\mathrm{1D}}\,|\psi_\perp|^2\right]\psi_\perp = \tilde{\mu}(z)\,\psi_\perp\ , \tag{5.22}$$

où $\Delta_\perp$ ne porte que sur les degrés de liberté transverses, et

$$\tilde{\mu}(z) = \mu - \left(\frac{\hbar^2}{2m|\phi|^2}\left|\frac{\partial\phi}{\partial z}\right|^2 + V_\parallel(z)\right) \tag{5.23}$$

est le potentiel chimique effectif *local* du faisceau atomique [219]. Il se déduit du potentiel chimique total μ par soustraction des énergies cinétique et potentielle longitudinales. Comme on peut le voir sur (5.22), il prend en compte les énergies

cinétique et potentielle transverses et l'énergie d'interaction dépendant de $n_{1\mathrm{D}}(z)$. On peut donc le réécrire[3]

$$\tilde{\mu}(z) = \int \left(\frac{\hbar^2}{2m} |\nabla_\perp \psi_\perp|^2 + V_\perp |\psi_\perp|^2 + g_{\mathrm{coll}} n_{1\mathrm{D}} |\psi_\perp|^4 \right) d\mathbf{r} \ . \tag{5.24}$$

En utilisant l'expression de $\tilde{\mu}(z)$ ci-dessus, on peut simplifier considérablement l'équation (5.21) portant sur ϕ, qui se ramène alors à l'équation de Schrödinger

$$i\hbar \frac{\partial \phi}{\partial t} = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + (V_\parallel(z) + \tilde{\mu}(z)) \right] \phi \tag{5.25}$$

dans un potentiel effectif prenant en compte $\tilde{\mu}(z)$.

Les deux équations (5.22) et (5.25) permettent donc de calculer la fonction d'onde du laser à atomes guidé. Remarquons que ces équations sont toujours couplées par l'intermédiaires de $n_{1\mathrm{D}}(z) = |\phi(z)|^2$ et $\tilde{\mu}(z)$.

5.3.2 Dynamique longitudinale

La dynamique longitudinale, donnée par l'équation (5.25), peut se réécrire en utilisant les grandeurs physiques $n_{1\mathrm{D}}$, la densité linéique, et v, la vitesse. L'intérêt est que ces grandeurs sont directement mesurables expérimentalement.

On introduit pour cela la notation $\phi = \sqrt{n_{1\mathrm{D}}}\, e^{i\mathcal{S}}$. Le champ de vitesse classique est alors donné par $v = \hbar \nabla \mathcal{S}/m$. En insérant ces notations dans l'équation de Gross-Pitaevskii portant sur ϕ (Eq. 5.25) et en égalisant les parties réelles et imaginaires, on obtient les équations [218]

$$\frac{\partial n_{1\mathrm{D}}}{\partial t} = -\frac{\partial (n_{1\mathrm{D}} v)}{\partial z} \ , \tag{5.26}$$

$$\hbar \frac{\partial S}{\partial t} = -\frac{1}{2} m v^2 - (V_\parallel + \tilde{\mu}) + \frac{\hbar^2}{2m n_{1\mathrm{D}}^{1/2}} \frac{\partial^2 n_{1\mathrm{D}}^{1/2}}{\partial z^2} \ . \tag{5.27}$$

En dérivant cette dernière équation par rapport à z, on obtient une équation équivalente à l'équation d'Euler en hydrodynamique,

$$m \frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{2} m v^2 + V_\parallel(z) + \tilde{\mu}(z) - \frac{\hbar^2}{2m n_{1\mathrm{D}}^{1/2}} \frac{\partial^2 n_{1\mathrm{D}}^{1/2}}{\partial z^2} \right) \ . \tag{5.28}$$

Les équations (5.26) et (5.28) ne portent alors plus que sur les grandeurs physiques $n_{1\mathrm{D}}$ et v. Le dernier terme de (5.28) correspond à la "pression quantique" et, pour un système très allongé comme le nôtre, pourra être négligé sans problème.

[3] Il s'agit bien du potentiel chimique et non de l'énergie, car le terme d'interaction devant $|\psi_\perp|^4$ est $g_{\mathrm{coll}} n_{1\mathrm{D}}$ et non $g_{\mathrm{coll}} n_{1\mathrm{D}}/2$ (Eq. 2.20).

En se plaçant en régime stationnaire, on obtient alors des équations qui explicitent la conservation du flux $\mathcal{F}$ et de l'énergie E au cours de la propagation

$$n_{1\mathrm{D}}(z)\, v(z) = \mathcal{F}\,, \tag{5.29}$$

$$\frac{1}{2}mv(z)^2 + V_{\parallel}(z) + \tilde{\mu}(z) = E_{\mathrm{laser}}\,. \tag{5.30}$$

Les constantes $\mathcal{F}$ et E_{laser} sont déterminées par les conditions de couplage, qui seront explicitées au paragraphe 5.4. Le potentiel chimique local $\tilde{\mu}$, quant à lui, dépend de la dynamique transverse, que nous explicitons au paragraphe suivant.

5.3.3 Fonction d'onde transverse

Nous examinons d'abord la fonction d'onde dans le potentiel de guidage seul, puis dans la zone de recouvrement avec le condensat.

5.3.3.1 Dans le guide

Dans le guide, le potentiel transverse est simple puisqu'il s'agit d'un oscillateur harmonique à deux dimensions. La fonction d'onde de l'état fondamental dépend néanmoins de l'importance des interactions.

Dans le régime d'interactions fortes, on peut faire l'approximation de Thomas-Fermi, c'est-à-dire que l'on néglige, comme à trois dimensions (§2.1.2.3), le terme d'énergie cinétique dans l'équation de Gross-Pitaevskii. La fonction d'onde est alors de forme parabolique de rayon $R = \sqrt{2\tilde{\mu}/m\omega_\perp^2}$. On calcule le potentiel chimique en normalisant la fonction d'onde, et on obtient dans ce cas

$$\tilde{\mu} = 2\hbar\omega_\perp\sqrt{an_{1\mathrm{D}}}\,. \tag{5.31}$$

Le domaine de validité du régime de Thomas-Fermi est donné par $an_{1\mathrm{D}} \gg 1$: l'énergie associée aux interactions doit être grande devant celle de l'état fondamental sans interaction.

Au contraire, lorsque $an_{1\mathrm{D}} \ll 1$, il s'agit du régime d'interactions faibles. On peut alors traiter ces dernières de manière perturbative, en considérant qu'elles ne déforment pas la fonction d'onde. Celle-ci est alors une gaussienne de largeur r.m.s. $\sigma = \sqrt{\hbar/m\omega_\perp}$, et on calcule la correction sur l'énergie en évaluant l'énergie d'interaction via

$$\frac{E_{\mathrm{int}}}{N} = \frac{g_{\mathrm{coll}}\, n_{1\mathrm{D}}}{2}\int |\Psi_\perp|^4 d\mathbf{r} = \hbar\omega_\perp an_{1\mathrm{D}} \tag{5.32}$$

On obtient finalement le potentiel chimique effectif (Eq. 2.20),

$$\tilde{\mu} = \hbar\omega_\perp(1 + 2an_{1\mathrm{D}}) \ . \tag{5.33}$$

Enfin, dans le régime intermédiaire $an_{1\mathrm{D}} \sim 1$, on peut résoudre numériquement l'équation de Gross-Pitaevskii. Une approche alternative est d'utiliser l'approximation présentée par A. L. Zubarev et Y. E. Kim dans [220]. Dans le cas d'un piège symétrique, cette approximation conduit à une formule analytique pour l'énergie du mode fondamental. Nous présentons cette méthode et son application au cas d'un guide à symétrie cylindrique dans l'annexe B.

Lien avec l'expérience

Expérimentalement, nous mesurons une densité linéique au plus de $n_{1\mathrm{D}} = 50$ at/μm. Cela correspond à un paramètre d'interaction $an_{1\mathrm{D}} < 0.3$. Dans ces conditions, on pourra utiliser l'approximation d'interaction faible et la formule (5.33).

De plus, nous pouvons conclure que les interactions n'influencent que peu une mesure de l'énergie d'expansion. En particulier, pour revenir à la mesure expérimentale du paragraphe 5.2.5, l'énergie excédentaire par rapport à l'énergie du mode fondamental ne peut être attribuée aux interactions. Enfin, dans le cas des niveaux excités, la fonction d'onde est plus large, et les interactions sont encore moins importantes en valeur absolue, et a fortiori en valeur relative.

Nous pouvons également conclure que l'influence de $\tilde{\mu}$ dans l'équation (5.30) est faible, comparé à $V_\parallel$, et cela justifie a posteriori l'analyse des données expérimentales présentées sur la propagation du laser à atomes guidé (§5.2.4), pour laquelle seul le potentiel $V_\parallel$ a été pris en compte.

5.3.3.2 Dans la zone du condensat

La situation dans la zone du condensat peut paraître un peu plus compliquée. En fait, la seule différence entre le potentiel subi par les atomes du laser guidé et celui subi par le condensat, interactions incluses, est la présence du potentiel magnétique. En effet, les deux sous-états magnétiques ressentent le même potentiel dipolaire et possèdent la même longueur de diffusion, donc seule leur sensibilité au champ magnétique les différencie. Or nous avons vu qu'à l'échelle du rayon transverse du condensat, le piège magnétique, décomprimé jusqu'à une fréquence de piégeage de 35 Hz, est tout à fait négligeable (voir la figure 5.8).

Nous en concluons donc que dans la zone de recouvrement avec le condensat, c'est-à-dire pour $|z| < R_z$, la fonction d'onde transverse du laser à atomes, $\psi_\perp$, a la même forme que la fonction d'onde du condensat. Dans l'approximation de Thomas-Fermi et dans l'hypothèse du couplage faible (§3.1.4), la fonction d'onde

n'est pas perturbée par le couplage, et il s'agit d'une parabole inversée de rayon

$$R_\perp(z) = \sqrt{\frac{2\mu_{\mathrm{CBE}}}{m\omega_\perp^2}\left(1 - \frac{z^2}{R_z^2}\right)} \,. \tag{5.34}$$

Compte tenu de la normalisation, la fonction d'onde s'écrit

$$\psi_\perp = \left[\frac{2}{\pi R_\perp(z)^2}\,\max\left(1 - \frac{r^2}{R_\perp(z)^2}, 0\right)\right]^{1/2} \,. \tag{5.35}$$

Dans la zone $|z| \sim R_z$, où l'approximation de Thomas-Fermi n'est plus valable, cette description n'est pas adaptée. On pourra alors résoudre numériquement l'équation de Gross-Pitaevskii.

Quant au potentiel chimique effectif, il est très faible dans la zone du condensat, puisque la fonction d'onde est large (peu d'énergie cinétique et d'interaction) et le potentiel est plat (quasiment pas d'énergie potentielle). Typiquement, les énergies cinétique et d'interaction sont de l'ordre de $\hbar^2/mR_\perp^2$, soit ~ 20 Hz au centre du condensat. Lorsque z tend vers R_z, le potentiel chimique augmente et tend vers sa valeur dans le guide (donnée au paragraphe précédent). Néanmoins, dans la zone du condensat, on pourra négliger $\tilde{\mu}(z)$ dans l'équation (5.25), puisque sa variation est faible devant l'amplitude du potentiel longitudinal $V_\parallel$, qui vaut $\mu_{\mathrm{CBE}} \sim 3$ kHz.

5.4 Couplage radiofréquence

Nous nous attachons dans cette section à décrire de manière plus rigoureuse le couplage radiofréquence dans la configuration particulière permettant de créer un laser à atomes guidé, en particulier afin de rattacher les constantes E_{laser} et $\mathcal{F}$ (Équations 5.29 et 5.30) aux conditions expérimentales, à savoir l'amplitude et la fréquence du champ RF. La démarche est la même que dans le cas d'un laser à atomes se propageant sous l'effet de la gravité, et nous serons donc amenés, dans un premier temps, à expliciter la condition de résonance imposée par le couplage RF, puis, dans un deuxième temps, à calculer le recouvrement entre la fonction d'onde du condensat et celle du laser à atomes.

Dans un souci de simplicité, nous nous plaçons dans cette partie dans le cas d'une pente nulle dans le guide ($z_{\mathrm{PO}} = z_{\mathrm{PM}} = 0$). On a donc

$$V_\parallel(z) = \max\left(\mu_{\mathrm{CBE}} - \frac{1}{2}m\omega_{\mathrm{PM}}^2 z^2, 0\right) \,. \tag{5.36}$$

5.4.1 Condition de résonance

Comme dans le cas des lasers à atomes se propageant sous l'effet de la gravité, présentés au chapitre 3, le couplage radiofréquence vérifie la condition de résonance

$$E_{\text{laser}} = E_{\text{CBE}} - h\nu_{\text{rf}} \ . \tag{5.37}$$

L'énergie du laser à atomes contient cette fois deux composantes distinctes. Celle correspondant aux degrés de liberté transverses est quantifiée à cause du confinement. Longitudinalement, en revanche, le potentiel n'est pas confinant et il y a donc un continuum d'énergie accessible, l'énergie étant une fonction continue de la seule coordonnée z :

$$h\nu_{\text{rf}} = E_{\text{CBE}} - E_{\perp}(z) - E_{\parallel}(z) \ . \tag{5.38}$$

Ainsi, dans une vision semi-classique, à chaque énergie de couplage $h\nu_{\text{rf}}$ correspond une position de couplage z_E, définie par la relation (5.38). Cependant, nous avons vu, au cours de la section précédente, que l'énergie transverse est très faible dans la zone du condensat, excepté sur le bord ($|z| \sim R_z$) où elle tend vers une valeur de l'ordre de $\hbar\omega_{\perp}$. Étant donné que la situation d'un couplage au bord du condensat nous intéresse guère, puisqu'il correspond à un taux de couplage très faible, nous pouvons négliger $E_{\perp}$ devant $E_{\parallel}$ dans tous les cas pertinents. Il faudra néanmoins se souvenir que l'on ne peut pas avoir $E_{\text{laser}} < E_{\perp}(z \geq R_z)$, et ce que l'on calculera pour de telles énergies n'aura pas de sens. On notera dans la suite $E = E_{\text{laser}}$.

Avec ces réserves, nous pouvons donner la position du couplage, qui correspond au point de rebroussement classique du potentiel $V_{\parallel}$, en fonction de la radiofréquence utilisée,

$$z_E = \pm\sqrt{\frac{2h(\nu_{\text{rf}} - \nu_0)}{m\omega_{\text{PM}}^2}} \ , \tag{5.39}$$

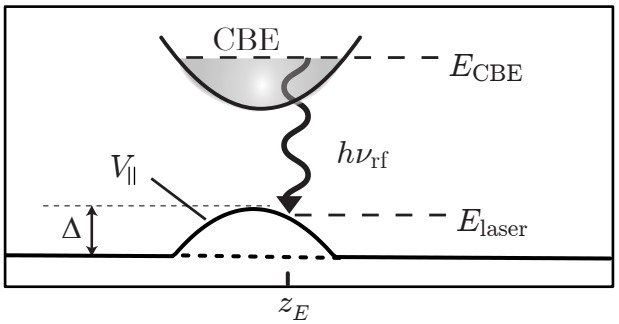


FIG. 5.12 – *Schéma de principe du couplage radiofréquence. La condition de résonance en z_E est mise en évidence (nous avons omis celle en $-z_E$ pour simplifier).*

où ν_0 est la fréquence permettant un couplage au centre du condensat.

Notons que la largeur spectrale du continuum Δ est donnée par le potentiel chimique du condensat [Fig. 5.12]. Elle est donc de l'ordre de 3 kHz, soit nettement plus faible que dans le cas des lasers à atomes soumis à la gravité, pour lesquels on a $\Delta = 2mgR_y \simeq h \times 13$ kHz (§3.1.4.2). Ceci doit de plus être comparé aux fluctuations coup sur coup du biais magnétique (changeant E_{CBE}), de l'ordre du kilohertz (§3.2.2). On voit donc qu'il est plus difficile de produire des lasers à atomes guidés avec des conditions de couplage précisément répétables.

5.4.2 Taux de couplage : approximation semi-classique

La dynamique selon z n'étant pas quantifiée, il est légitime de tester l'approximation semi-classique, consistant à considérer le couplage comme localisé au point de rebroussement z_E. Il s'agit donc d'appliquer la formule (3.28) [86], rappelée ici :

$$\Gamma(E) = \frac{\pi\hbar\Omega_{\mathrm{rf}}^2}{2} \int d\mathbf{r}dz\, |\Psi_{\mathrm{CBE}}|^2\, \delta\left(V_{\parallel}(z) - E\right) \ . \tag{5.40}$$

Nous utilisons pour la fonction d'onde du condensat les mêmes notations que pour le laser à atomes, c'est-à-dire

$$\Psi_{\mathrm{CBE}}(\mathbf{r}, z) = \phi_{\mathrm{CBE}}(z)\, \psi_{\mathrm{CBE}}(\mathbf{r}, z) \ , \tag{5.41}$$

avec les conventions de normalisation

$$\int |\Psi_{\mathrm{CBE}}|^2 d\mathbf{r} = |\phi_{\mathrm{CBE}}(z,t)|^2 = n_{1\mathrm{D}}^{\mathrm{CBE}}(z)/N \ , \tag{5.42}$$

$$\int |\psi_{\mathrm{CBE}}|^2 d\mathbf{r} = 1 \ , \tag{5.43}$$

où $n_{1\mathrm{D}}$ est la densité linéique et N le nombre d'atomes. La fonction d'onde Ψ_{CBE} du condensat doit être normalisée à l'unité pour obtenir le taux de couplage, et non le flux, via la formule (5.40). Pour un condensat dans le régime de Thomas-Fermi, on a

$$n_{1\mathrm{D}}^{\mathrm{CBE}}(z) = \frac{15N}{16R_z} \left[\max\left(1 - \frac{z^2}{R_z^2}, 0\right)\right]^2 \ . \tag{5.44}$$

De plus la fonction d'onde du condensat peut être prise réelle, et on a donc

$$\phi_{\mathrm{CBE}}(z) = \sqrt{\frac{15}{16R_z}} \max\left(1 - \frac{z^2}{R_z^2}, 0\right) \ . \tag{5.45}$$

L'intégration sur $\mathbf{r}$ donne

$$\Gamma(E) = \frac{\pi\hbar\Omega_{\mathrm{rf}}^2}{2} \int dz\, |\phi_{\mathrm{CBE}}(z)|^2\, \delta\left(V_{\parallel}(z) - E\right) \ , \tag{5.46}$$

et on aboutit à une formule identique à l'équation (3.25), obtenue au chapitre 3 dans le cas des couteaux plans, dans laquelle l'accélération de la gravité est remplacée par l'accélération locale du potentiel[4]

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\hbar\Omega_{\mathrm{rf}}^2}{2} \frac{n_{\mathrm{1D}}^{\mathrm{CBE}}(z_E)}{m\omega_{\mathrm{PM}}^2 z_E} \ . \tag{5.47}$$

Ici, nous avons fait apparaître la densité du condensat, et il s'agit donc du flux. De plus, nous ne prenons en compte qu'un seul côté d'extraction. En utilisant les expressions de z_E (5.39) et $n_{\mathrm{1D}}^{\mathrm{CBE}}$ (5.44), on obtient

$$\Gamma(\delta\nu_{\mathrm{rf}}) = \frac{15\pi}{64} \frac{\hbar\Omega_{\mathrm{rf}}^2}{\mu_{\mathrm{CBE}}^{5/2}} \frac{\left(\mu_{\mathrm{CBE}} - h\delta\nu_{\mathrm{rf}}\right)^2}{\sqrt{h\delta\nu_{\mathrm{rf}}}} \ , \tag{5.48}$$

où nous avons défini $h\delta\nu_{\mathrm{rf}} = \mu_{\mathrm{CBE}} - E$ ($\delta\nu_{\mathrm{rf}} = 0$ pour un couplage au sommet du condensat) pour faire apparaître la fréquence du coupleur. La courbe est tracée en figure 5.13, avec $\Omega_{\mathrm{rf}}/2\pi = 20$ Hz.

Comme on peut le constater sur la courbe ou les formules, le calcul semi-classique fait apparaître une divergence pour un couplage au centre du condensat. À cet endroit, la pente du potentiel s'annule, ce qui empêche de considérer le couplage comme localisé. Une autre manière de comprendre pourquoi le modèle semi-classique ne peut fonctionner au voisinage du maximum du potentiel est de voir que pour une valeur de l'énergie très légèrement inférieure, le couplage est maximal, alors que pour une énergie immédiatement supérieure, le couplage est nul. Cela n'est bien sûr pas réaliste, et seul un modèle quantique plus complet peut gommer la discontinuité.

Remarquons que ce problème ne se pose pas à trois dimensions, même si le potentiel connaît un maximum au sein du condensat, car dans ce cas, la surface du couteau RF tend vers zéro suffisamment rapidement, ce qui permet d'annuler le taux de couplage sans discontinuité[5].

[4] La pente du potentiel apparaît lorsqu'on fait le changement de variable, de l'énergie vers la position, dans le Dirac de l'intégrale.

[5] Comme mentionné au paragraphe 3.1.4, il reste dans ce cas une discontinuité dans la dérivée de Γ par rapport à l'énergie.

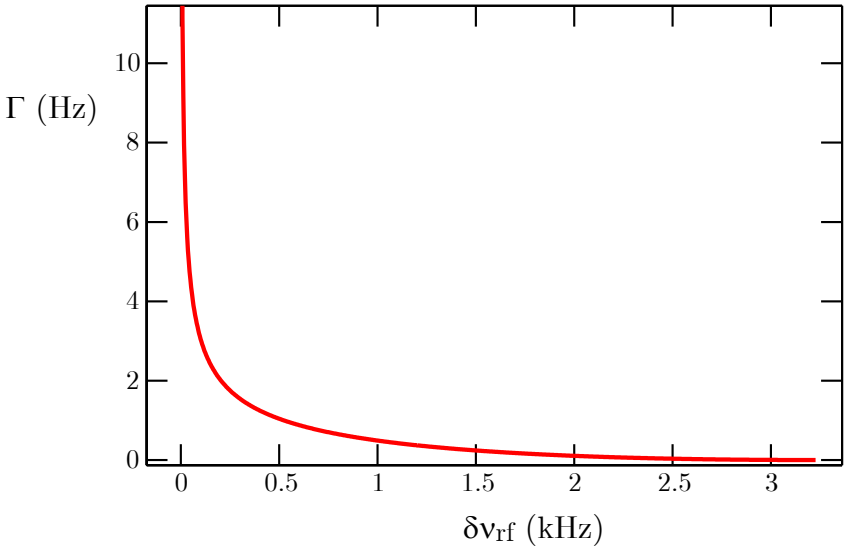


FIG. 5.13 – *Taux de couplage* Γ *en fonction de la fréquence RF, calculé de manière semi-classique (formule 5.48).*

Nous allons donc présenter un calcul quantique s'appuyant sur la règle d'or de Fermi. Cela nécessite préalablement de connaître les fonctions propres longitudinales du laser à atomes guidé, afin de calculer leur recouvrement avec la fonction d'onde du condensat (§3.1.4).

5.4.3 Fonction d'onde longitudinale

Nous nous intéressons maintenant à la fonction d'onde longitudinale $\phi(z)$, solution de l'équation de Schrödinger dans le potentiel $V_\parallel(z) + \tilde{\mu}(z)$ (Eq. 5.25). Celle-ci est non linéaire, car elle comporte le terme $\tilde{\mu}(z)$, qui dépend en général de $n_{1\mathrm{D}}(z) = |\phi(z)|^2$. Cependant, comme on l'a vu précédemment, ce terme, correspondant aux interactions intra-laser, peut être négligé dans la zone du condensat. En dehors, dans le cas d'un faisceau non accéléré, sa valeur $\tilde{\mu} = \hbar\omega_\perp(1 + 2an_{1\mathrm{D}})$ est indépendante de z. Cette constante en énergie peut alors disparaître dans le changement de variable $E \to E - \tilde{\mu}$, ce qui revient à considérer qu'elle abaisse l'amplitude effective du potentiel V_{coll} dû au champ moyen du condensat [Fig. 5.14].

Finalement, nous nous intéressons à la situation simplifiée suivante, dans laquelle les atomes du laser guidé ressentent le potentiel $V_\parallel(z)$ défini par morceaux

$$V_\parallel(z) = \begin{cases} V_0 - \frac{1}{2}m\omega_{\mathrm{PM}}^2 z^2 & \text{pour } z \in [-R_z, R_z], \\ 0 & \text{pour } z \notin [-R_z, R_z], \end{cases} \tag{5.49}$$

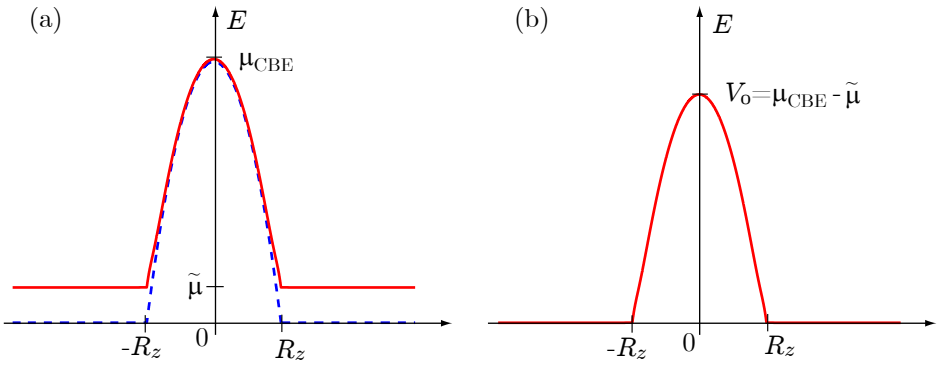


FIG. 5.14 – *(a) En tireté bleu, potentiel longitudinal $V_\parallel = V_{\rm coll}$ ressenti par le laser à atomes guidé. Le potentiel effectif global $V_\parallel(z) + \mu(z)$ est représenté en trait continu rouge (il s'agit d'un schéma de principe et non d'un calcul exact). (b) Après le changement de variable $E \to E - \tilde{\mu}$, l'amplitude effective du potentiel devient $V_0 = \mu_{\rm CBE} - \tilde{\mu}$*

avec $\omega_{\rm PM}/2\pi = 35$ Hz, courbure selon z du piège magnétique décomprimé.

Il s'agit donc de résoudre l'équation de Schrödinger indépendante du temps,

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial z^2} + V_\parallel(z)\right]\phi = E\,\phi\,, \tag{5.50}$$

séparément dans les deux zones, puis les solutions sont raccordées par continuité. En dehors du condensat, il s'agit d'une onde plane, de vecteur d'onde k tel que $E = \hbar^2 k^2/2m$.

Dans la zone de recouvrement avec le condensat, on se ramène à l'équation adimensionnée

$$\left[\frac{d^2}{dX^2} + X^2 + \varepsilon\right]\,\phi = 0\,, \tag{5.51}$$

à l'aide des changements de variables suivants :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_{\rm PM}}}, \quad X = \frac{z}{\sigma}, \quad z_E = \sqrt{\frac{V_0 - E}{m\omega_{\rm PM}^2/2}}, \quad \varepsilon = -\frac{z_E^2}{\sigma^2} = \frac{E - V_0}{\hbar\omega_{\rm PM}/2}\,. \tag{5.52}$$

L'énergie réduite ε est repérée par rapport au sommet de la bosse de potentiel, et est donc négative dans les cas intéressants ; $z_{\rm E}$ est le point de rebroussement classique.

Les solutions de cette équation sont connues [221] et s'écrivent

$$\phi_e(X) = e^{-iX^2/2}\,{\rm F}(\frac{1+i\varepsilon}{4}\,|\,\frac{1}{2}\,|\,iX^2)\,, \tag{5.53}$$

$$\phi_0(X) = X e^{-iX^2/2}\,{\rm F}(\frac{3+i\varepsilon}{4}\,|\,\frac{3}{2}\,|\,iX^2)\,, \tag{5.54}$$

où $\mathrm{F}(a|b|x)$ sont les fonctions hypergéometriques confluentes [222]. La combinaison linéaire de ces deux fonctions propres, respectivement paire et impaire, correspondant à une onde propagative vers les X croissants, s'écrit

$$\phi(X) \propto e^{i\pi/4}\Gamma(\frac{1-i\varepsilon}{4})\,\phi_e(X) - 2\Gamma(\frac{3-i\varepsilon}{4})\,\phi_0(X)\,, \tag{5.55}$$

où Γ désigne la fonction Gamma.

Afin de traiter du couplage radiofréquence, nous nous intéressons dans la suite la solution en onde stationnaire, la fonction paire ϕ_e. Nous supposerons que la fonction d'onde s'annule sur les parois d'une boîte en $X = \pm L$, grandeur qui disparaîtra à la fin des calculs. Nous noterons de plus $\alpha = (1+i\varepsilon)/4$ pour alléger les écritures. Sachant que l'ensemble du problème est symétrique, nous n'écrirons les formules que pour $X > 0$.

La fonction d'onde ϕ_e est raccordée à une onde plane stationnaire, qui s'écrit

$$\phi(X > \rho_z) = \frac{\sin(\kappa X + \varphi)}{\sqrt{L}}\,, \tag{5.56}$$

avec les grandeurs adimensionnées

$$\rho_z = \frac{R_z}{\sigma}\,, \quad \kappa = \sqrt{\varepsilon + \varepsilon_0}\,, \quad \varepsilon_0 = \frac{V_0}{\hbar\omega_{\mathrm{PM}}/2}\,. \tag{5.57}$$

Afin de calculer dans la suite le taux de couplage, et malgré la notation $n_{1\mathrm{D}} = |\phi|^2$, nous normalisons la fonction d'onde à 1 et non au nombre d'atome total constituant le laser à atomes.

La continuité de la fonction d'onde et de sa dérivée en $X = \rho_z$ permet de calculer la phase φ et le coefficient multiplicatif de ϕ_e. On obtient[6]

$$\phi(X < \rho_z) = \frac{\sin(\kappa\rho_z + \varphi)}{\sqrt{L}}\,\frac{e^{-iX^2/2}\,\mathrm{F}(\alpha|1/2|iX^2)}{e^{-i\rho_z^2/2}\,\mathrm{F}(\alpha|1/2|i\rho_z^2)}\,, \tag{5.58}$$

avec

$$\varphi = -\kappa\rho_z + \arctan\left[\frac{i\kappa}{\rho_z}\left(1 - 4\alpha\frac{\mathrm{F}(\alpha+1|3/2|i\rho_z^2)}{\mathrm{F}(\alpha|1/2|i\rho_z^2)}\right)^{-1}\right]\,. \tag{5.59}$$

Nous traçons en figure 5.15 la fonction $\phi(z)$ ainsi calculée pour différentes valeurs de ε. Nous pouvons observer que lorsque $\varepsilon < 0$ (c'est-à-dire $E < \mu_{\mathrm{CBE}}$), la fonction d'onde a un comportement similaire à celui de la fonction d'Airy, fonction d'onde d'un laser à atomes se propageant dans le potentiel gravitationnel

[6] Le calcul ne pose pas de difficulté particulière, la seule subtilité étant l'utilisation de la relation $\frac{d\mathrm{F}}{dx}(a|b|x) = (a/b)\mathrm{F}(a+1|b+1|x)$ pour calculer la dérivée de ϕ_e.

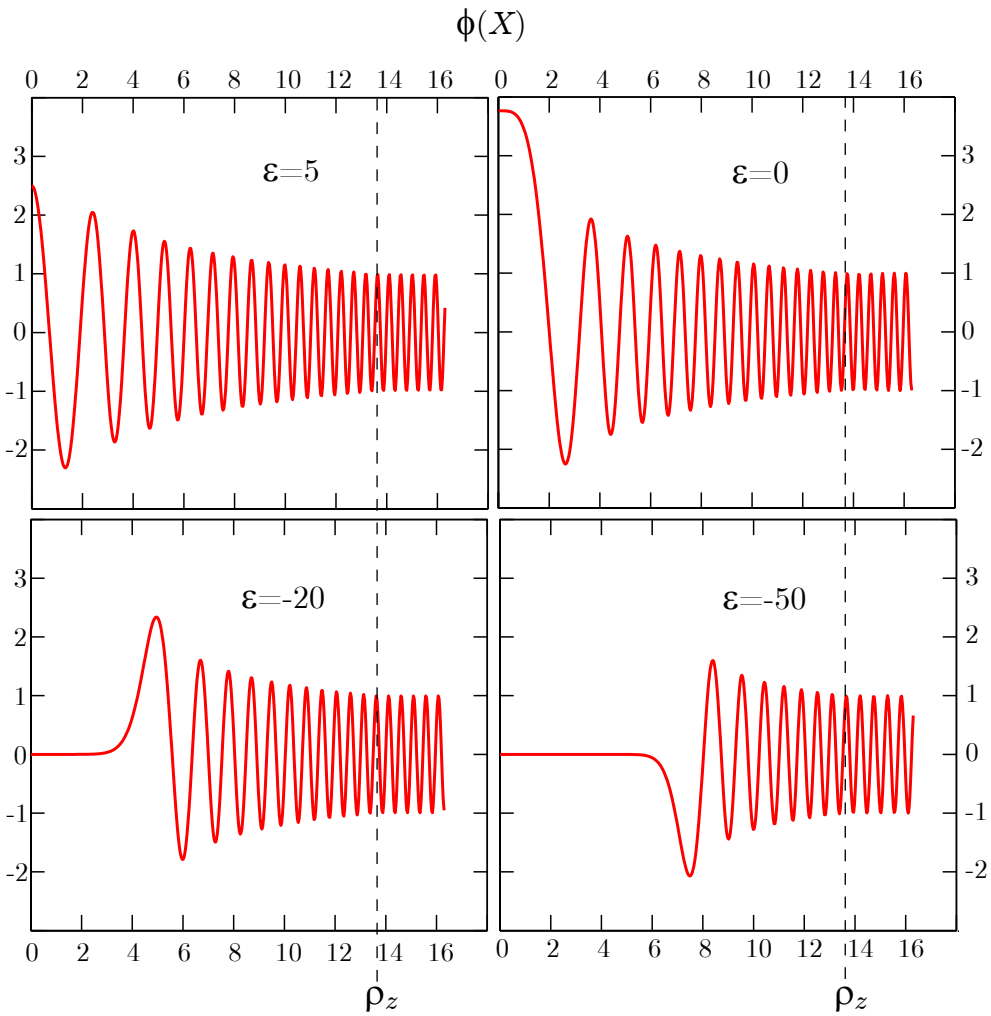


FIG. 5.15 – *Fonctions d'onde $\phi(X)$ pour différentes valeur de l'énergie réduite ε. Une énergie réduite positive signifie que l'énergie de l'onde est supérieure à l'amplitude du potentiel. À droite de $\rho_z = R_z/\sigma$, la fonction d'onde est une onde plane stationnaire. Avec un nombre d'atomes condensé de 10^5, on a $\rho_z = 13.6$.*

seul : présence d'un lobe principal au niveau du point de rebroussement classique z_E, décroissance exponentielle dans la zone classiquement interdite $z < z_E$, et oscillations de fréquence accélérée et d'amplitude décroissante dans la zone $z > z_E$. Au contraire, lorsque $\varepsilon > 0$, l'énergie de la particule est supérieure à la hauteur du potentiel, la fonction d'onde oscille partout : classiquement, la particule "passe" sans jamais s'arrêter.

Remarques :

– Nous pourrions étendre ce calcul au cas d'un guide ayant une pente non

nulle. Il faudrait alors se connecter à la fonction d'Airy, fonction propre dans le guide linéaire, plutôt qu'à une onde plane. Néanmoins, cela ne changerait rien à l'allure de la fonction d'onde dans la zone du condensat.

– Notons que le raccordement entre la fonction d'onde dans la zone du condensat et la fonction d'onde en dehors ne se fait aisément que parce que nous sommes ramenés, grâce au guide, à un problème unidimensionnel. À deux dimensions, il s'agit en fait du problème présenté au chapitre 3 (§3.3) : la prise en compte du champ moyen du condensat pour calculer la fonction d'onde du laser à atomes nécessite alors un certain nombre d'approximations particulières.

5.4.4 Taux de couplage : calcul quantique

Le taux de couplage est donné par l'application de la règle d'or de Fermi [182],

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\hbar}\left(\frac{\hbar\Omega_{\mathrm{rf}}}{2}\right)^2 \rho(E)\left|\int \Psi^*_{\mathrm{CBE}}\Psi_E\, d\mathbf{r}dz\right|^2 . \tag{5.60}$$

Dans cette expression, Ω_{rf} est la fréquence de Rabi associée au champ radiofréquence, $\rho(E)$ est la densité d'état au voisinage de l'énergie du laser E, Ψ_E et Ψ_{CBE} sont respectivement les fonctions d'onde du laser et du condensat, normalisée à l'unité. On notera dans la suite I l'intégrale de recouvrement. Celle-ci s'écrit

$$I = \int\left(\int \psi_{\mathrm{CBE}}(\mathbf{r},z)\psi_E(\mathbf{r},z)d\mathbf{r}\right)\phi_{\mathrm{CBE}}(z)\phi_E(z)dz . \tag{5.61}$$

Cette intégrale se calcule donc en deux étapes.

Recouvrement transverse

Lorsque nous avons cherché à déterminer la fonction d'onde transverse du laser à atomes guidé dans la zone de recouvrement avec le condensat (§5.3.3.2), nous avons conclu que celle-ci avait la même forme que la fonction d'onde du condensat (l'argument étant que les potentiels s'appliquant aux atomes du condensat et du laser, interactions incluses, sont les mêmes). Par conséquent, et compte tenu des normalisations, nous avons simplement

$$\int \psi_{\mathrm{CBE}}(\mathbf{r},z)\psi_E(\mathbf{r},z)d\mathbf{r} = 1, \tag{5.62}$$

et ceci pour tout $|z| \lessapprox R_z$.

Ceci est un résultat très important, car il indique que les atomes ne sont couplés qu'à l'état fondamental du potentiel transverse. Cela justifie d'ailleurs pourquoi nous ne nous sommes pas intéressés, jusqu'alors, aux niveaux excités.

Recouvrement longitudinal

On calcule numériquement l'intégrale

$$I = \int \phi_{\mathrm{CBE}}(z)\phi_E(z)dz \tag{5.63}$$

en utilisant les expressions des fonctions d'onde calculées précédemment (équations 5.45 et 5.58). Nous traçons en figure 5.16 l'évolution de I^2 en fonction de E. Nous pouvons constater que la courbe est très piquée en $E \approx \mu_{\mathrm{CBE}}$. À cet endroit en effet, la densité du condensat et l'amplitude du lobe principal de la fonction propre de l'oscillateur harmonique inversé sont maximales [Fig. 5.15].

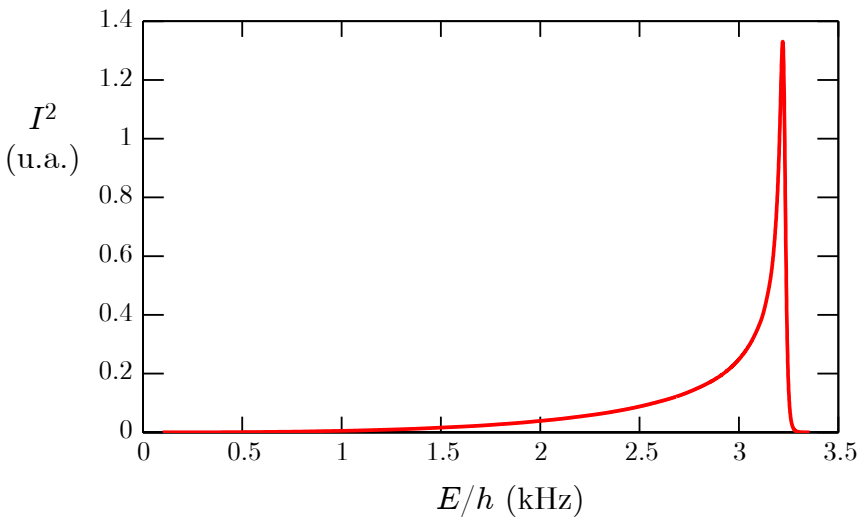


FIG. 5.16 – *Recouvrement entre la fonction d'onde du condensat et la fonction d'onde de l'état fondamental du guide, en fonction de l'énergie E.*

Densité d'état

Afin appliquer la règle d'or de Fermi, il ne nous reste plus qu'à connaître la densité d'état. Celle-ci est la même que s'il n'y avait pas la bosse de potentiel, puisque la quantification s'effectue grâce à une barrière de potentiel (fictive) située en dehors de cette zone. C'est donc la densité d'état de l'espace libre [182],

$$\rho(E) = \frac{L}{2\pi\hbar}\sqrt{\frac{2m}{E}}\,. \tag{5.64}$$

Taux de couplage

Finalement, nous calculons le taux de couplage en appliquant la formule (5.60), et traçons le résultat en fonction de $\delta\nu_{\mathrm{rf}} = (\mu_{\mathrm{CBE}} - E)/h$ [Fig. 5.17]. Nous avons pris une fréquence de Rabi de 20 Hz.

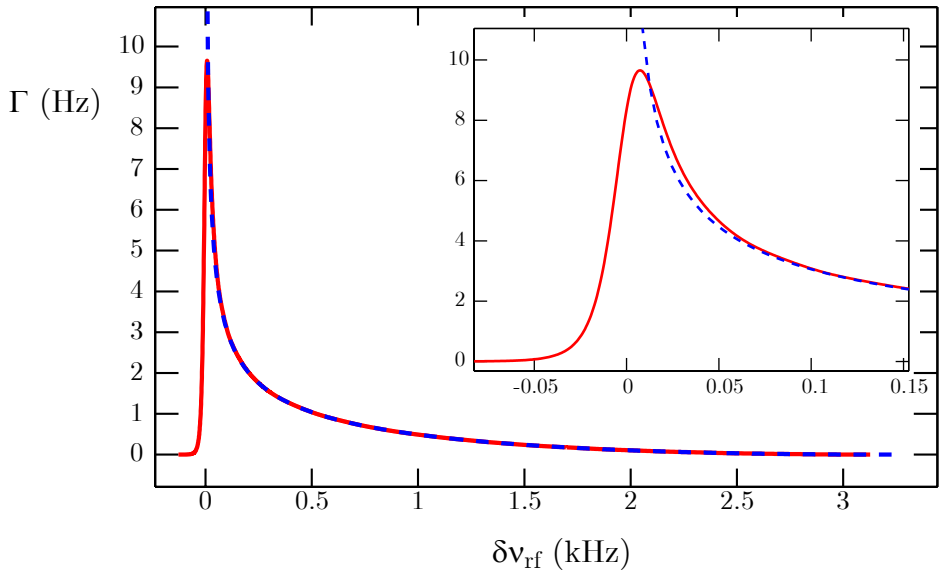


FIG. 5.17 – *Taux de couplage* Γ *en fonction de la fréquence RF. Le résultat du calcul à partir de la règle d'or de Fermi est tracé en trait continu rouge . Nous rappelons, à titre de comparaison, le résultat du calcul semi-classique (Eq. 5.48) (tireté bleu). La zone* $E \approx \mu_{\mathrm{CBE}}$ *est représentée plus en détail dans l'encart.*

Bien que la densité d'état varie dans un sens opposé, l'allure du spectre de couplage est quasiment identique à celle de l'intégrale de recouvrement. La largeur totale de la courbe est de l'ordre de μ_{CBE}, mais le taux de couplage passe par un maximum très piqué au voisinage de $E \approx \mu_{\mathrm{CBE}}$. Du côté $E > \mu_{\mathrm{CBE}}$, le taux de couplage décroît rapidement, de manière exponentielle, sur une échelle caractéristique de l'ordre de $\hbar\omega_{\mathrm{PM}}$. Il s'agit en effet de la partie classiquement interdite. Les modèles quantique et semi-classique donnent des résultats différents seulement au voisinage de $E \approx \mu_{\mathrm{CBE}}$, sur une zone de largeur de l'ordre de $\sigma = \sqrt{\hbar/m\omega_{\mathrm{PM}}}$.

5.4.5 Lien avec l'expérience

Les fluctuations coup sur coup du biais magnétique étant de l'ordre du kilohertz, nous n'avons pu résoudre expérimentalement l'allure du spectre de couplage avec une précision suffisante. Remarquons que la stabilité en position de la

pince optique est également cruciale. En effet, ce que nous appelons “biais” dans le contexte de cette configuration est en fait l'énergie magnétique du condensat, dont la position est déterminée par la pince optique. Une fluctuation en position de la pince optique se traduit donc par une fluctuation de la condition de résonance. C'est pour supprimer ce problème que nous avons mis en place l'asservissement en position de la pince optique .

Les réalisations expérimentales se situent dans la zone $E/h \simeq 2$ à 3 kHz, correspondant à un taux de couplage, en prenant en compte les deux côtés d'extraction, $\Gamma \simeq 1$ à 4 Hz. Cela signifie qu'en 100 ms d'opération, 10 à 40 % des atomes sont extraits du condensat. En deçà de ce flux, la détection du faisceau d'atomes devient problématique, surtout lorsqu'on l'observe après expansion. Dans ces conditions, nous sommes bien dans le régime du couplage faible, au sens de la décroissance exponentielle du niveau discret vers le continuum [184], mais pas au sens du suivi adiabatique de la fonction d'onde du condensat (§3.1.4). Des excitations peuvent donc être créées au sein du condensat par le couplage. Il peut alors y avoir des atomes couplés avec une vitesse initiale non nulle. Ceci est donc une autre hypothèse pour expliquer le surplus d'énergie cinétique observée lors de la propagation du faisceau (§5.2.4).

5.5 Adaptation de mode

Nous revenons dans cette partie sur le sujet du mode transverse du laser à atomes guidé. Deux questions, en particulier, restent ouvertes à ce stade. Comment expliquer l'énergie transverse mesurée ? Peut-on, ultimement, obtenir un faisceau monomode ? Pour répondre à ces question, nous revenons sur deux approximations que nous avons utilisées dans ce chapitre : le parfait centrage du guide optique sur le piège magnétique, et l'approximation adiabatique pour calculer la fonction d'onde transverse.

5.5.1 Effet d'un défaut de centrage

Lorsque nous avons écrit le potentiel transverse dans la zone du condensat (§5.2.3.2), nous avons formulé l'hypothèse que le guide (potentiel optique légèrement décalé par la gravité) était parfaitement centré sur le piège magnétique. Une conséquence de cette hypothèse est que la courbure du piège magnétique, exhibée par le potentiel répulsif de champ moyen du condensat, est négligeable[7] [Fig. 5.8].

[7] On rappelle ici que le potentiel ressenti par les atomes du laser s'écrit $V_{\text{laser}} = V_{\text{guide}} + V_{\text{coll}} = \mu - V_{\text{PM}}$ (équations 5.4, 5.9 et 5.10).

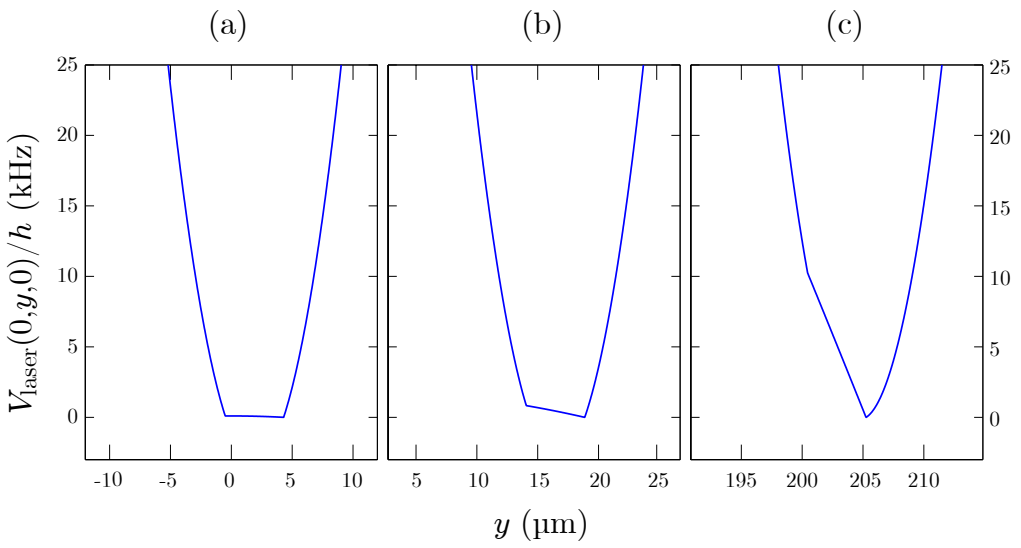


FIG. 5.18 – *Potentiel transverse selon y, calculé au centre du condensat ($z = 0$), pour différentes positions du guide optique par rapport au centre magnétique (sur lequel nous fixons l'origine des y). (a) Le guide optique est centré sur le piège magnétique, le décalage résiduel est dû à la gravité. Le potentiel au fond du guide est quasiment plat. (b,c) Le guide est décalé respectivement de 15 μm et 200 μm, ce qui correspond à la position du nuage dans le piège magnétique seul, décomprimé respectivement à 130 Hz et 35 Hz.*

Cela n'est vrai qu'au voisinage du centre du piège magnétique, car à l'échelle du rayon du condensat, le champ magnétique varie peu : $V_{\text{PM}}(R_\perp) - V_{\text{PM}}(0) \simeq h \times 30$ Hz. En revanche, si l'on s'éloigne de cette position d'une quantité Δy, l'amplitude de variation de ce potentiel devient

$$V_{\text{PM}}(\Delta y - R_\perp) - V_{\text{PM}}(\Delta y + R_\perp) \simeq 2m\omega_{\text{PM}}^2 \Delta y R_\perp \ . \tag{5.65}$$

Cette valeur peut devenir importante, par exemple, pour $\Delta y = 100$ μm, cela donne une amplitude de 5 kHz, ce qui est considérable [Fig. 5.18].

Une manière plus intuitive de comprendre cet effet est de considérer le décalage transverse du condensat, sensible au champ magnétique, par rapport au guide [Fig. 5.19]. Le gradient magnétique, correspondant à un potentiel de pente $m\omega_{\text{PM}}^2 \Delta y$, décale transversalement le condensat par rapport au potentiel de guidage ressenti par le laser à atomes, de fréquence $\omega_\perp$, d'une quantité

$$\delta y = \frac{\omega_{\text{PM}}^2}{\omega_\perp^2} \Delta y \ . \tag{5.66}$$

Ce défaut de "mode-matching" entre le condensat et les modes propres du guide provoque un couplage vers les niveaux excités. Pour $\Delta y = 100$ μm, par exemple,

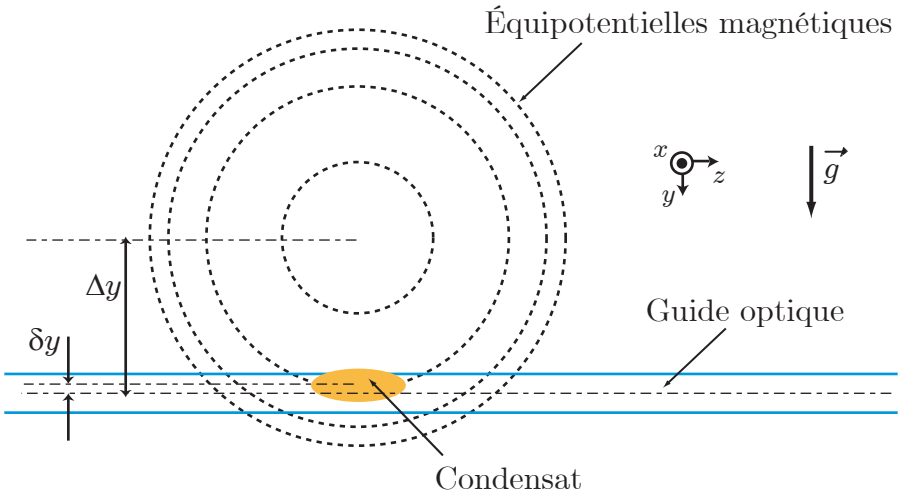


FIG. 5.19 – *Schéma de principe du décalage du condensat par rapport au guide, induit par le piège magnétique, lorsque le guide n'est pas parfaitement centré.*

le décalage correspondant vaut $\delta y \simeq 1$ μm, à comparer avec la taille du mode fondamental du guide, donné par le rayon du condensat à l'endroit du couplage (2.4 μm en $z = 0$).

Cet effet doit être pris en compte dans la procédure expérimentale. En effet, lors de la décompression du piège magnétique, la gravité décale la position du condensat par rapport au centre magnétique d'une quantité $\Delta y = g/\omega_{\mathrm{PM}}^2$. Il faut alors placer la pince optique à cet endroit pour piéger les atomes. Il en résulte un décalage $\delta y = g/\omega_\perp^2 \simeq 1.9$ μm, ou, de manière équivalente, une pente mg dans le potentiel transverse [5.19(c)]. C'est dans le but de minimiser cet effet que nous décomprimons le piège magnétique en deux étapes. De cette manière, le décalage du nuage par rapport au centre magnétique au moment où l'on allume le guide optique est $\Delta y = g/\omega_{\mathrm{PM1}}^2$, avec $\omega_{\mathrm{PM1}}/2\pi = 130$ Hz (voir la figure 5.5). Ensuite, la décompression supplémentaire jusqu'à $\omega_{\mathrm{PM2}}/2\pi = 35$ Hz n'a pas d'effet sur la position du nuage puisque celui-ci est maintenu par le guide. Le décalage finalement induit magnétiquement entre le condensat et le guide est

$$\delta y = \frac{\omega_{\mathrm{PM2}}^2}{\omega_\perp^2}\Delta y = \frac{g}{\omega_\perp^2}\frac{\omega_{\mathrm{PM2}}^2}{\omega_{\mathrm{PM1}}^2} \simeq 0.14\ \mu\mathrm{m}. \tag{5.67}$$

Cette configuration correspond au potentiel tracé en figure 5.18(b).

Afin d'évaluer le nombre de modes susceptibles d'être couplés au condensat dans cette situation, on peut résoudre numériquement l'équation de Schrödinger [223] dans le potentiel 1D représenté en figure 5.18(b), et calculer l'intégrale

de recouvrement entre la fonction d'onde du condensat et les différents modes propres. Au centre du condensat ($z_E = 0$), on obtient que les 4 premiers modes ont un recouvrement significatif, respectivement de 0.29, 0.37, 0.21 et 0.11 (le cinquième mode étant à 0.01). Cela correspond à un "n moyen" $\langle n \rangle = 1.2$, ce qui est moitié moins que ce que nous avons mesuré expérimentalement (§5.2.5). Néanmoins, ce calcul n'a qu'une valeur indicative, car pour être plus précis, il faudrait tenir compte des deux dimensions x, y, qui ne jouent plus le même rôle, et des interactions. Il permet toutefois de confirmer que ce phénomène d'excentrement du condensat par rapport au guide provoque un couplage vers plusieurs modes.

Remarquons que cet effet n'est significatif que dans la direction y, car selon x, direction du dipôle, le confinement du piège magnétique est beaucoup plus faible (fréquence de 8 Hz). Or c'est justement dans la direction y que l'on mesure l'énergie transverse (§5.2.5). Il se peut donc que nous surestimions cette énergie transverse lorsque nous extrapolons à deux dimensions en utilisant la symétrie cylindrique.

Afin de contrecarrer ce problème, on peut imaginer replacer la pince optique (à l'aide des cales piézoélectriques, par exemple) au centre magnétique, une fois les atomes piégés, ou pousser plus loin la décompression du piège magnétique. Cette limitation n'est donc pas de nature fondamentale. On peut alors continuer à supposer que le guide est parfaitement centré sur le piège magnétique, afin de savoir si, dans cette situation idéale, on attend un faisceau monomode.

5.5.2 Approximation de densité locale

Nous avons calculé au paragraphe 5.3.3.2 la fonction d'onde transverse du laser à atomes dans le mode fondamental du guide. Nous avons utilisé la connaissance de cette fonction d'onde pour traiter le couplage radiofréquence, et avons en particulier montré que dans les conditions expérimentales adéquates (guide parfaitement centré sur le piège magnétique), seul le mode fondamental transverse du guide est couplé au condensat. Afin de valider ce résultat, il faut vérifier que l'approximation de densité locale que nous avons effectuée au paragraphe 5.3.1, sur laquelle repose la calcul de la fonction d'onde, est justifiée.

Il s'agit de vérifier la condition suivante,

$$\frac{\partial^2 \psi_\perp}{\partial z^2} \ll \Delta_\perp \psi_\perp \ , \tag{5.68}$$

qui permet d'obtenir une équation de Gross-Pitaevskii bidimensionnelle (Eq. 5.22).

Dans le guide, en régime d'interaction faible, la fonction d'onde transverse ne dépend par de z, ou très peu, si l'on tient compte de la variation de la fréquence

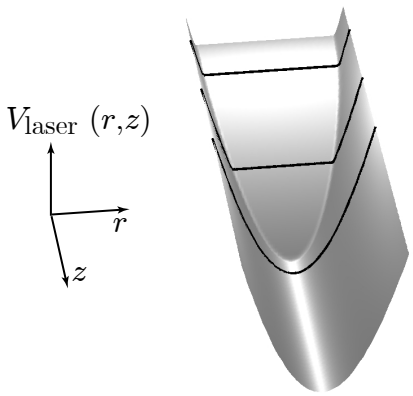


FIG. 5.20 – *Rappel de l'allure du potentiel en fonction de r et z. Lorsque z passe de 0 à R_z, la taille du fond plat diminue progressivement jusqu'à s'annuler.*

transverse du piège dipolaire avec z. Étant donné la grande distance de Rayleigh (3 mm) de la pince optique, la condition (5.68) est respectée sans problème.

Il en est de même au voisinage du centre du condensat, grâce à la forte anisotropie du piège hybride. On peut le vérifier facilement avec l'expression de la fonction d'onde (5.35) pris en $z = 0$. En revanche, lorsqu'on s'éloigne de $z = 0$, et en particulier dans le voisinage $z \approx R_z$, cela n'a rien d'évident.

Nous ne disposons pas d'approximation permettant de donner une expression analytique de la fonction d'onde dans cette "zone frontière". Nous avons donc résolu numériquement l'équation de Gross-Pitaevskii[8] à deux dimensions (5.22) (ou plutôt l'équation de Schrödinger, puisque nous traitons les interactions de manière perturbative) dans chaque plan, ce qui équivaut à calculer la fonction d'onde globale en utilisant l'approximation adiabatique. Le résultat du calcul est présenté en figure 5.21(b).

Nous pouvons alors vérifier numériquement que la fonction d'onde ainsi calculée vérifie bien la condition (5.68) presque partout. En effet, le calcul des laplaciens transverse et longitudinal montre que partout où la fonction d'onde prend une valeur significative[9], le rapport entre le laplacien longitudinal et le laplacien transverse est effectivement très petit devant un, à l'exception du voisinage très immédiat de $r = 0$, $z = R_z$. En ce point, le rapport vaut environ 0.15 [Fig. 5.21(c)]. Cela signifie qu'en ce point, notre calcul de la fonction d'onde transverse par une équation à deux dimensions n'est pas très précise. Néanmoins, le rapport

[8]Nous continuons d'utiliser, en revanche, l'approximation de Thomas-Fermi pour décrire le potentiel de champ moyen du condensat s'appliquant aux atomes du lasers.

[9]La condition (5.68) ne peut être respectée en tout point, puisque sur les bords de la fonction d'onde, il y a des points d'inflexion qui annulent le laplacien transverse.

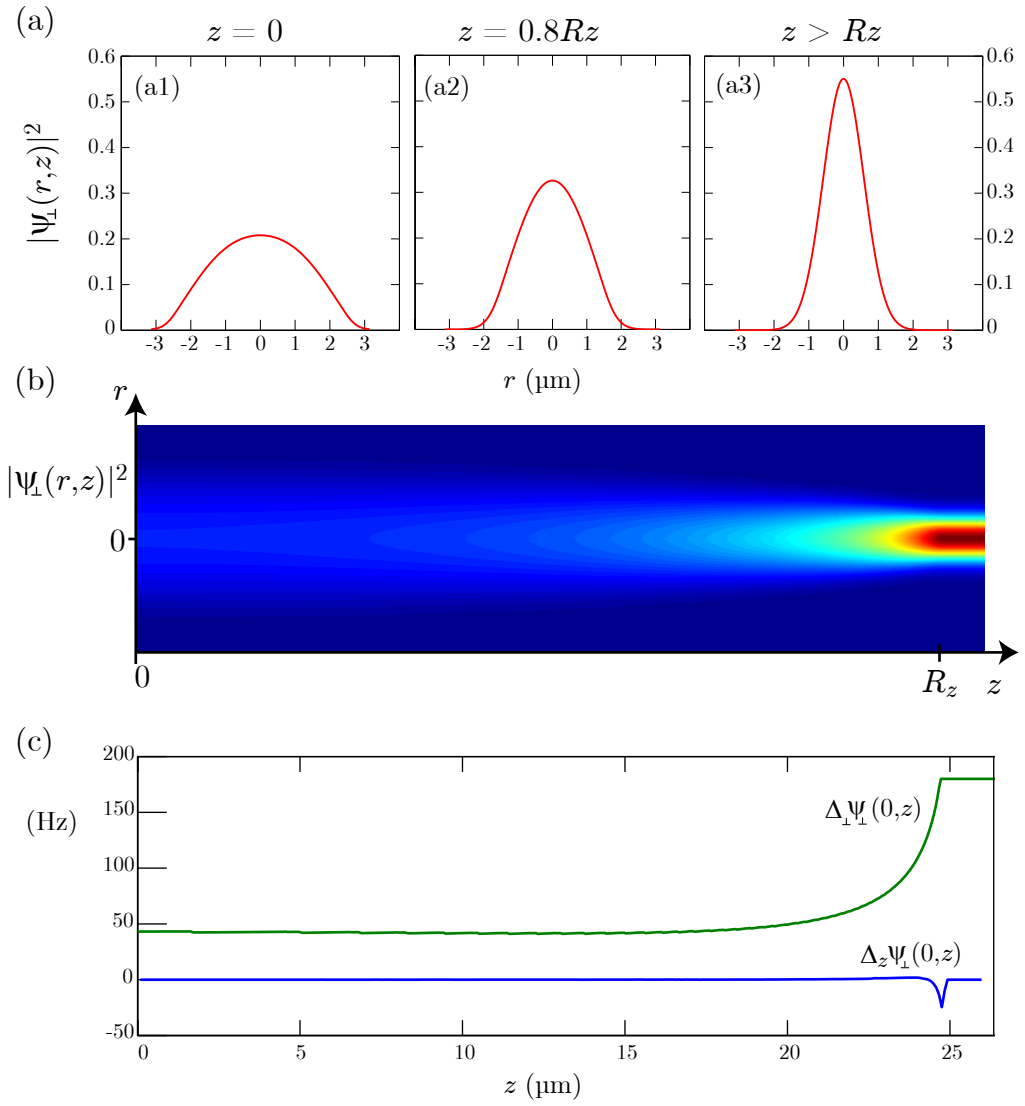


FIG. 5.21 – *(a) Fonction d'onde transverse du laser à atomes guidé, calculée par une résolution de l'équation (5.22), pour différentes positions z. (b) Reconstruction tridimensionnelle de la fonction d'onde transverse calculée tranche par tranche. (c) Laplaciens longitudinal et transverse, pris en $r = 0$. Nous nous ramenons à une énergie, exprimée en Hz, en multipliant par $\hbar^2/2m$. Le rapport entre les deux laplaciens est au plus de 0.15, au voisinage de $z \approx R_z$.*

reste sensiblement inférieur à un, et la notion de "mode transverse" garde donc son sens. Enfin, lorsque nous traitons du couplage radiofréquence, seule la zone où le recouvrement avec le condensat est non négligeable ($z \lessapprox R_z$) nous intéresse. Les calculs basés sur l'approximation de densité locale sont alors valides.

5.5.3 Suivi adiabatique du mode fondamental

Ces résultats ne sont toutefois pas suffisants pour conclure que le faisceau doit forcément être monomode une fois dans le guide. Il faut pour cela vérifier qu'au cours de l'évolution *temporelle* de $\psi_\perp$, lors de la propagation, il n'y a pas de couplage vers les modes excités du guide.

On peut reformuler le problème de la manière suivante. La fonction d'onde transverse "initiale" du laser à atomes, juste après le couplage, en z_E, a la largeur du condensat ($R_\perp \simeq 2.4$ μm pour un couplage au centre [Fig. 5.21(a1)]). Puis elle se propage jusqu'à finalement atteindre le guide, dans laquelle elle aura une taille sensiblement plus petite, de l'ordre de la taille de l'oscillateur harmonique $\sqrt{\hbar/m\omega_\perp} \simeq 0.57$ μm [Fig. 5.21(a3)]. Si ce passage d'une fonction d'onde à l'autre était soudain, on calculerait la projection de la fonction d'onde initiale sur les modes propres du guide, et on obtiendrait quelques modes peuplés. Ici, ce passage du point d'extraction au guide se fait sur un temps de quelques millisecondes. Il s'agit donc de savoir si, lorsque la fonction d'onde transverse sort progressivement de la zone de recouvrement avec le condensat, la variation de potentiel (rappelé en figure 5.20) est suffisamment lente pour autoriser un suivi adiabatique de l'état fondamental.

Pour un hamiltonien H et un système initialement dans l'état propre $|n\rangle$, la condition de suivi adiabatique, qui doit être vérifiée pour tout t, s'écrit [224][10]

$$\sum_{m\neq n} \frac{1}{|\omega_{mn}(t)|} \frac{|\dot{H}_{mn}(t)|}{|E_{mn}(t)|} = \sum_{m\neq n} \left| \frac{\langle m(t)|\dot{n}(t)\rangle}{\omega_{mn}(t)} \right| \ll 1\,, \tag{5.69}$$

où $E_{mn} = \hbar\omega_{mn} = E_m - E_n$.

Il s'agit donc de calculer le recouvrement de la dérivée de la fonction d'onde $\psi_\perp$ précédemment calculée avec les fonctions d'onde des états excités. En utilisant $\partial_t = v(z)\partial_z$, on peut écrire que le couplage avec l'état excité représenté par ψ_m est négligeable si pour tout z, on a

$$\mathcal{A}_m(z) = \left| \frac{\hbar\, v(z)}{E_m(z) - E_\perp(z)} \int \frac{\partial\psi_\perp(z)}{\partial z} \psi_m(z) d\mathbf{r} \right| \ll 1\,. \tag{5.70}$$

Il nous faut donc calculer les états excités du potentiel transverse. L'algorithme de résolution de l'équation de Schrödinger que nous utilisons [223] ne permettant pas de traiter le potentiel à deux dimensions avec une résolution suffisante[11], nous avons effectué ce calcul à une dimension. Bien que le potentiel $V_\perp$

[10] Ce critère n'est pas adapté à toutes les situations physiques, voir la discussion dans [225].

[11] Il faut diagonaliser une matrice $M \times M$, où M est le nombre de points utilisés pour échantillonner l'espace.

ne soit pas séparable dans la zone du condensat, il est à symétrie cylindrique, et on s'attend donc à ce que ce que cela ne change pas beaucoup le résultat.

Par raison de symétrie, le recouvrement avec les niveaux excités impairs est nul. De plus, le calcul montre que seul le recouvrement avec le premier niveau excité pair est non négligeable. Nous reportons en figure 5.22 le calcul de $\mathcal{A}_2(z)$. Nous avons pris pour $v(z)$ la vitesse due au mouvement classique dans le potentiel $V_\parallel$, avec pour point de départ le centre du condensat, ce qui est l'hypothèse la plus pessimiste (la vitesse est la plus grande à la fin).

On voit alors qu'au voisinage de $z \approx Rz$, $\mathcal{A}_2$ atteint sa valeur maximale, d'environ 0.17. Cette valeur reste sensiblement plus petite que l'unité, et il est donc légitime de penser que l'évolution est bien suffisamment lente pour autoriser le suivi adiabatique du mode fondamental. De plus, si l'on raffinait notre calcul, en allant au delà de l'approximation de Thomas-Fermi pour décrire le champ moyen du condensat, ou au delà de l'approximation de densité locale pour décrire la fonction d'onde transverse du laser, on constaterait certainement un lissage de l'évolution selon z de la fonction d'onde transverse. Notre calcul de $\mathcal{A}_2$ est donc vraisemblablement une borne supérieure. Enfin, nous pourrions modifier légèrement les conditions expérimentales, en décomprimant un peu plus le piège

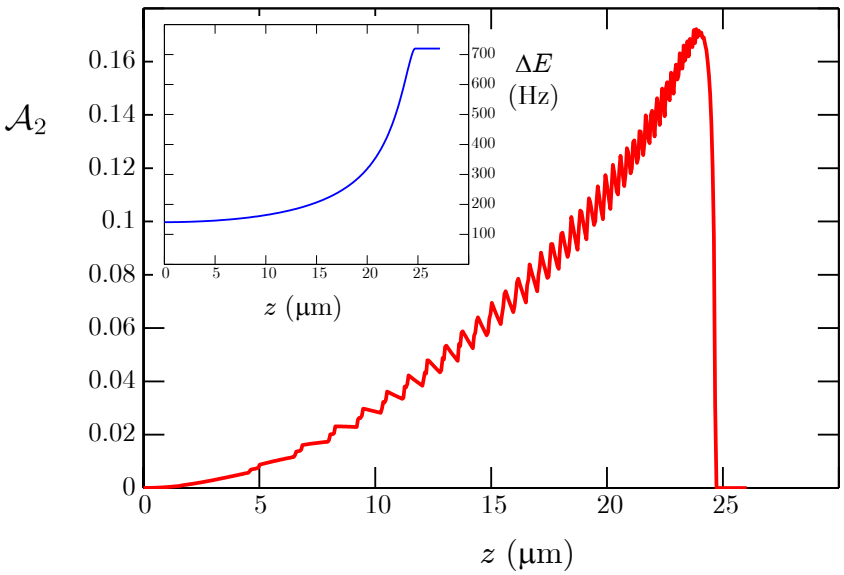


FIG. 5.22 – *Vérification de la condition d'adiabaticité $\mathcal{A}_m(z) \ll 1$, calculé à une dimension, pour $m = 2$, valeur qui maximise $\mathcal{A}_m$. Les petites oscillations sont du bruit numérique. Nous avons tracé en encart la variation de $\Delta E = E_2 - E_\perp$. C'est en effet l'augmentation de l'écartement entre les niveaux qui limite leur couplage.*

magnétique par exemple, de manière à favoriser encore plus cette adaptation de mode.

5.5.4 Conclusion sur le mode transverse

Nous en concluons donc que notre configuration doit permettre l'obtention d'un faisceau se propageant dans le mode transverse fondamental du guide. Cela n'était pas évident a priori, car le champ moyen du condensat élargit la fonction d'onde de départ par rapport à la taille du mode fondamental du guide. Si cela conduisait à une excitation des modes transverses, cela aurait été l'analogue de la dégradation du mode transverse du laser à atomes, dû aux interactions avec le condensat, observé dans le cas d'une propagation sous l'effet de la gravité (§3.3).

Expérimentalement, on peut attribuer le nombre de modes observé à des imperfections d'origine technique. Il y a bien sûr le problème exposé au premier paragraphe sur le décalage entre le condensat et le guide, susceptible de peupler quelques modes transverses. Nous avons également évoqué, dans les sections antérieures, la présence éventuelle d'excitations dans le condensat, dues au couplage. Ces excitations entraînent des fluctuations de densité locales dans le condensat, de telle sorte que le suivi adiabatique de la fonction d'onde du laser guidé puisse ne plus être assuré. Enfin, la présence dans le guide de quelques atomes issus du nuage thermique résiduel pourrait, par l'intermédiaire de collisions, envoyer des atomes du laser vers des états excités.

5.6 Conclusion et perspectives

Nous avons présenté dans ce chapitre nos résultats sur la réalisation d'un laser à atomes en configuration guidée. Le grand avantage de guider le faisceau est de s'affranchir de l'accélération de la gravité, ce qui permet d'obtenir un faisceau de longueur d'onde fixe au cours de la propagation, longueur d'onde qui peut alors être du même ordre de grandeur que les longueurs d'onde optiques. Ceci a pu être démontré expérimentalement, et notamment grâce à notre configuration particulière de pièges croisés, qui permet de compenser le confinement longitudinal du guide optique par l'effet Zeeman du second ordre induit par le piège magnétique.

Notre méthode expérimentale repose sur l'obtention du condensat-source dans un piège hybride constitué pour partie du guide dans lequel se propage le laser à atomes. Cette configuration assure une efficacité de couplage optimale, puisque tous les atomes extraits du condensat sont effectivement injectés dans le guide[12].

[12] Ce schéma n'est pas sans rappeler les diodes laser fibrées, ou *pigtailed*, en optique.

Nous montrons de plus que ce schéma assure intrinsèquement une bonne adaptation de mode et doit permettre l'obtention d'un laser à atomes guidé monomode.

Notre dispositif comporte encore des imperfections, que nous croyons ne pas être de nature fondamentale, mais technique. Une des principales améliorations visées, à court terme, est l'obtention d'un faisceau monomode. Il faudra pour cela soigner particulièrement le positionnement de la pince optique par rapport au piège magnétique, ou pousser encore plus loin la deuxième décompression du piège magnétique, de manière à optimiser l'adaptation de mode entre le condensat et le guide.

Nous pouvons également envisager l'obtention d'une longueur d'onde encore plus grande, en diminuant le confinement du condensat (donc l'amplitude du potentiel d'interaction) ou en choisissant une position d'extraction plus éloignée du centre. Il faudra de même diminuer le taux de couplage, afin d'éviter toute excitation. Pour tout cela, il est nécessaire de disposer de moyens d'observation plus sensibles. Nous avons donc récemment réalisé l'acquisition d'une caméra CCD amplifiée (EMCCD) qui permettra de détecter, en fluorescence, un très faible nombre d'atomes (§2.6.4).

Enfin, nous pourrons envisager l'installation d'un blindage magnétique afin de réduire les fluctuations du biais magnétique, qui nuisent au contrôle répétable de l'énergie du laser à atomes.

Avec ces quelques améliorations, le laser à atomes guidé est la source atomique parfaitement adaptée à l'étude expérimentale des propriétés quantiques de propagation d'ondes de matière. L'observation d'effets quantiques au passage d'un obstacle requiert un faisceau possédant une longueur d'onde du même ordre de grandeur que la taille de l'obstacle. Un certain nombre d'études expérimentales ont été réalisées, sur la réflexion quantique [226], par exemple, ou la propagation en milieu désordonné [110–112], à l'aide de condensats de Bose-Einstein. Ces expériences sont limitées par la présence d'interactions importantes [136] ou par la dispersion en énergie, ou largeur spectrale, de l'ordre du potentiel chimique du condensat. En utilisant un couplage quasi-continu, on peut à la fois obtenir un faisceau d'une grande finesse spectrale (dont la limite fondamentale est donnée par le taux de couplage ou l'inverse du temps d'opération, soit dans notre cas la dizaine de hertz) et un contrôle, via le taux de couplage, de la quantité d'interaction dans le faisceau, de manière à éviter, ou au contraire étudier, les effets non linéaires [129, 130].

Nous envisageons par exemple, sur notre expérience, de réaliser une barrière de potentiel à l'aide d'un laser désaccordé vers le bleu, focalisé sur une taille de l'ordre du micron. Le laser à atomes guidé ayant une longueur d'onde similaire, il devrait être possible de mettre en évidence une transmission tunnel. Il sera possible, dans un second temps, de réaliser une double barrière de po-

tentiel, c'est-à-dire une microcavité. Des calculs préliminaires réalisés avec nos paramètres expérimentaux [227] montrent qu'il devrait être possible d'observer les résonances dues à l'existence d'états liés à l'intérieur de la cavité [135]. Les effets non linéaires liés aux interactions entre atomes, à l'intérieur de la microcavité, peuvent également donner lieu à de la bistabilité [134]. Ces expériences seront l'objet de la prochaine thèse se déroulant sur l'expérience.

Conclusion

Nous avons présenté dans ce mémoire quelques expériences ayant trait aux lasers à atomes, faisceaux cohérents d'onde de matière extraits de manière quasi-continue d'un condensat de Bose-Einstein. Nous avons particulièrement étudié les analogies et les différences avec les lasers photoniques, avec pour fil conducteur le désir d'une plus grande maîtrise des faisceaux atomiques.

Nous avons montré que les fortes interactions entre atomes du laser et du condensat-source sont responsables d'une dégradation importante du profil transverse du faisceau atomique. L'importance des interactions constitue une différence essentielle avec l'optique photonique. Néanmoins, ceci n'est pas sans rappeler, si l'on veut y voir une analogie, les effets non linéaires dans les cristaux au sein des cavités laser, qui peuvent induire de l'auto-focalisation et dégrader le mode transverse. Nous avons alors étendu le formalisme de l'optique gaussienne (matrices $ABCD$) au cas d'un faisceau atomique de profil quelconque. Cela a permis de caractériser les faisceaux par un paramètre global, le facteur de qualité M^2. Surtout, cela a permis de souligner que les approximations usuelles de l'optique peuvent se révéler utiles à l'étude de la propagation des ondes de matière.

Une autre différence fondamentale entre les ondes électromagnétiques et les ondes de matière est que ces dernières sont sensibles à la gravité. Les lasers à atomes étudiés jusqu'alors subissent donc une accélération au cours de leur propagation, et par conséquent leur longueur d'onde de de Broglie n'est pas fixe mais décroît rapidement. Afin d'éviter cette situation, il est nécessaire de guider horizontalement l'onde de matière. Nous avons mis en place à cet effet un piège dipolaire très allongé dont le confinement est insensible au sous-niveau magnétique. En créant le condensat à l'intersection des pièges magnétique et optique, on peut ensuite extraire l'onde de matière vers le guide. Nous montrons que notre configuration assure une bonne adaptation de mode et permet d'obtenir un faisceau dont la longueur d'onde est constante au cours de la propagation. Nous obtenons expérimentalement une longueur d'onde de 0.5 μm, fixe sur 1 mm de propagation. Des améliorations techniques, en cours d'étude au laboratoire à l'heure où ces lignes sont écrites, devraient permettre d'obtenir des longueurs d'onde encore plus grandes ainsi qu'un faisceau monomode.

Avec ce nouvel outil, notre expérience s'oriente vers l'optique atomique cohé-

rente *et* guidée. Le laser à atomes guidé, combinant à la fois une grande longueur d'onde et de faibles interactions, est en effet la source atomique idéale pour les études expérimentales sur les propriétés quantiques de propagation d'ondes de matière.

Soulignons que ce schéma, condensation dans un piège hybride et laser guidé optiquement, est tout à fait compatible avec un système miniaturisé. Aussi pouvons-nous imaginer une prochaine génération de dispositif expérimental combinant la technologie des puces atomiques avec des guides optiques créés eux aussi avec des éléments miniatures [228], voire sur la même puce que le piège magnétique. Ceci pourrait permettre, à terme, la mise au point d'interféromètres atomiques guidés miniatures [64].

Enfin, nous pouvons également évoquer d'autres possibilités offertes par un système de pince optique. En utilisant par exemple des modulateurs acousto-optiques, on peut déplacer le piège dipolaire ou encore le déformer, grâce à l'utilisation de plusieurs fréquences. On peut ainsi créer un double puits de manière dynamique, c'est-à-dire une séparatrice, en utilisant deux fréquences [229]. On peut également imaginer moduler très rapidement les fréquences, de manière à ce que les atomes ne ressentent que le potentiel moyen. Cela est le cas si la fréquence de modulation est grande devant les fréquences caractéristiques du piège dipolaire sans modulation [204]. De cette manière, on peut "dessiner" des guides d'onde de formes variées, par exemple un tore. L'étude des propriétés de propagation de condensats dans ce type de piège est un domaine très actif actuellement, aussi bien sur le plan théorique [230, 231] qu'expérimental [124–126, 232]. Jusqu'à maintenant, ce type de piège a été réalisé magnétiquement, et l'utilisation d'un dispositif optique apporterait plus de flexibilité. Ceci pourra constituer un futur axe de recherche sur notre expérience, toujours dans le domaine de l'optique atomique cohérente guidée.

ANNEXE A

Rubidium et lasers

A.1 L'atome de rubidium 87

Nous présentons dans cette partie quelques informations que nous croyons utiles sur l'atomes de rubidium 87, sans toutefois prétendre à aucune exhaustivité. Le lecteur pourra trouver une présentation plus complète dans [151], d'où est tiré pratiquement tout ce qui est donné ici.

– **Propriétés physiques**

Nombre atomique	$Z = 37$
Abondance relative	27.8%
Masse	$m = 1.44 \times 10^{-25}$ kg
Liquéfaction	$T_{\mathrm{L}} = 39.3°\mathrm{C}$
Vaporisation	$T_{\mathrm{V}} = 688°\mathrm{C}$
Spin nucléaire	$I = 3/2$
Longueur de diffusion[1]	$a = 5.3$ nm
Constantes de recombinaison à 3 corps[2]	$K_3 = 5.8 \times 10^{-30}$ cm^6.s^{-1}

– **Propriétés de la raie D_2**

Longueur d'onde (air)	$\lambda = 780.03$ nm
Largeur de raie	$\Gamma/2\pi = 6.07$ MHz
Intensité de saturation	$I_{\mathrm{sat}} = 1.67$ mW/cm^2
Température Doppler	$T_D = 146\ \mu$K
Énergie de recul	$E_r/h = 3.77$ kHz
Vitesse de recul	$v_r = 5.88$ mm/s
Température de recul	$T_r = 362$ nK

[1]La longueur de diffusion est pratiquement indépendante des sous-états considérés. Cette propriété n'est pas générale mais particulière au rubidium 87.

[2]Nous donnons la valeur de [97] mesurée pour un condensat dans l'état $|F=1, m_F=-1>$. Pour des atomes thermiques, le taux donné doit être multiplié par 6 (§1.2.3).

– **Raies** $5^2S \rightarrow 5^2P$

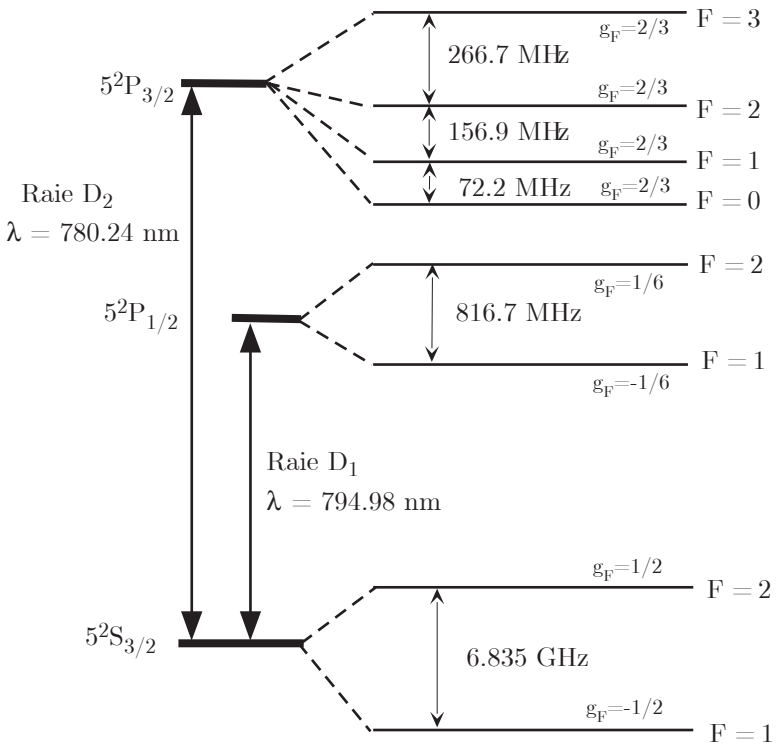


FIG. A.1 – *Raies D_1 et D_2 du ^{87}Rb. Seule la raie D_2 intervient dans le processus de refroidissement laser (Chapitre 2). Les longueurs d'onde sont ici données dans le vide.*

Nous rappelons ici la relation entre le taux d'émission spontanée Γ et le dipôle $d = 2.53$ C.m, associé à la transition $S \rightarrow P$, indépendant de l'état fin ou hyperfin [182] :

$$\Gamma = \frac{8\pi^2 d^2}{3\varepsilon_0 \hbar \lambda^3} \ . \tag{A.1}$$

A.2 Les lasers

Nos sources lasers utilisées pour le refroidissement et l'imagerie sont uniquement des lasers à semi-conducteur. Nous les montons en cavité étendue à l'aide d'un réseau, afin de les affiner et les accorder spectralement. Un dispositif de spectroscopie par absorption saturée sert ensuite à asservir le laser sur la transition atomique voulue. Enfin, des modulateurs acousto-optiques (MAO) servent

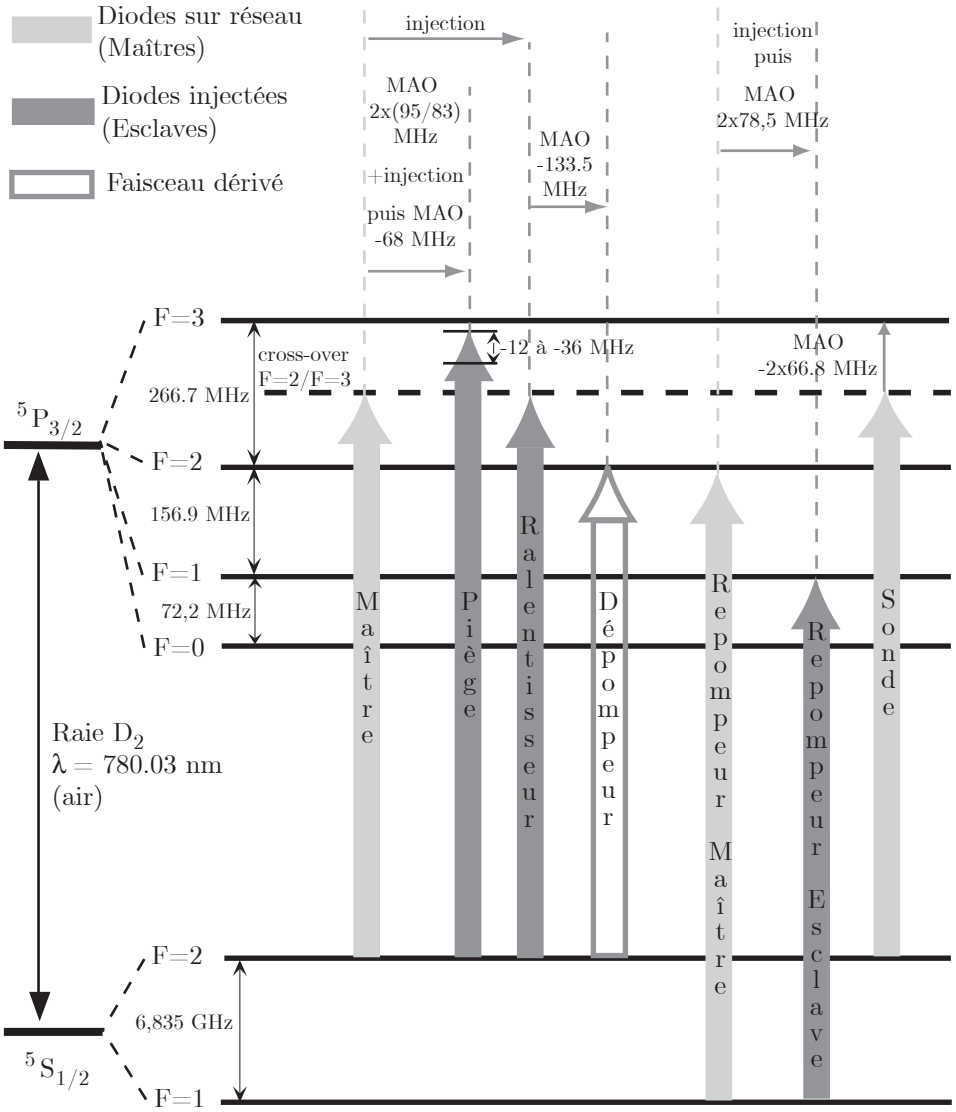


FIG. A.2 – *Synoptique des lasers utilisés pour le refroidissement et l'imagerie.*

à régler certains lasers sur une raie différente de celle de l'asservissement. Tout ceci fait perdre de la puissance, et ces diodes sur réseau servent donc en général à injecter une autre diode laser, lui transmettant ainsi ses caractéristiques spectrales sans perte de puissance. La diode sur réseau est dite "maître" et la diode injectée "esclave". Chaque diode esclave débite donc 70 à 80 mW, avec une largeur de raie inférieure à 1 MHz. Nous renvoyons le lecteur intéressé à la thèse de M. Fauquembergue [38] pour de plus amples détails sur les sources laser et leurs asservissements.

La figure A.2 résume ce qu'il faut savoir sur les transitions utilisées. Nous

utilisons la transition fermée $F = 2 \rightarrow F' = 3$ pour le piège et l'imagerie. Nous l'utilisons aussi pour le ralentissement, mais le laser est désaccordé de 133 MHz car le champ magnétique est non nul à la sortie du ralentisseur Zeeman.

Malgré le désaccord, la probabilité d'exciter le niveau $F' = 2$ au cours d'un cycle avec un retour possible vers $F = 1$ est non nulle. Le temps caractéristique de ce dépompage est 0.8 ms. Il est donc nécessaire de superposer au piège et au ralentisseur[1] un faisceau repompeur partant de $F = 1$ (et arrivant en l'occurrence sur $F' = 2$). En revanche, pour transférer les atomes dans le piège magnétique dans l'état $F = 1$, nous utilisons cette fois un dépompeur. Ce dépompeur est également utilisé pendant la phase dite d'Ultra Dark Spot (§2.4.2). Enfin, les atomes issus du piège magnétique sont repompés avant la prise d'image (pendant leur temps de vol) puisque la sonde est accordée sur $F = 2 \rightarrow F' = 3$. En revanche, le temps d'exposition est suffisamment court ($50\,\mu$s) pour qu'il ne soit pas nécessaire de repomper *pendant* la prise d'image.

[1] La dynamique de repompage/dépompage pendant le ralentissement est loin d'être triviale, voir [40] pour une discussion approfondie.

ANNEXE B

Approximation de Zubarev et Kim

Nous avons présenté au paragraphe 5.3.3.1 le calcul de la fonction d'onde de l'état fondamental d'un guide harmonique à deux dimensions, en utilisant des approximations correspondant à deux régimes extrêmes. Lorsque $an_{1\mathrm{D}} \gg 1$, où a est la longueur de diffusion et $n_{1\mathrm{D}}$ est la densité linéique, les interactions sont fortes et on peut faire l'approximation de Thomas-Fermi. Au contraire, lorsque $an_{1\mathrm{D}} \ll 1$, les interactions sont faibles et peuvent être traitées de manière perturbative. Dans le régime intermédiaire, lorsque $an_{1\mathrm{D}} \sim 1$, on peut résoudre numériquement l'équation de Gross-Pitaevskii. Une approche alternative est d'utiliser l'approximation présentée par A. L. Zubarev et Y. E. Kim dans [220]. Les formules données dans leur article ne s'appliquent directement que dans le cas d'un piège tridimensionnel, mais la méthode reste valable quelque soit le nombre de dimensions. Il nous a donc semblé utile de dériver ici les équations correspondantes à deux dimensions. De plus, dans le cas d'un piège symétrique, cela conduit à des formules analytiques simples (B.13 et B.15).

B.1 Principe de l'approximation

Nous nous plaçons dans le cadre d'un piège harmonique. L'énergie par particule est donnée par la fonctionnelle

$$\frac{E}{N} = \langle\Psi| \sum_{i=x,y,z} H_i |\Psi\rangle + \frac{g_{\mathrm{coll}} N}{2} \int |\Psi|^4 d\mathbf{r} \ , \tag{B.1}$$

où chaque hamiltonien H_i s'écrit

$$H_i = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{1}{2} m\omega_i^2 x_i^2 \ . \tag{B.2}$$

Nous introduisons alors le hamiltonien approché

$$\tilde{H}_i = \frac{\hbar\omega_i}{2}\sqrt{\gamma_i} + \frac{1}{2} m\omega_i^2 (1-\gamma_i) x_i^2 \ , \tag{B.3}$$

où γ_i est un paramètre compris entre 0 et 1. Nous pouvons alors réécrire l'énergie sous la forme

$$\frac{E}{N} = \langle\Psi| \sum_{i=x,y,z} (H_i - \tilde{H}_i)|\Psi\rangle + \langle\Psi| \sum_{i=x,y,z} \tilde{H}_i|\Psi\rangle + \frac{g_{\rm coll}N}{2} \int |\Psi|^4 d\mathbf{r} \ . \tag{B.4}$$

L'approximation de [220] consiste à négliger le premier terme de (B.4), c'est-à-dire à remplacer H_i par $\tilde{H}_i$ dans (B.1). Le hamiltonien $\tilde{H}_i$ ne comporte pas d'opérateur différentiel, et l'équation de Gross-Pitaevskii se résout donc comme dans le cas de l'approximation de Thomas-Fermi. Celle-ci, qui consiste à négliger l'énergie cinétique, est obtenue pour $\gamma_i = 0$. Ici, on a rajouté "à la main" une énergie cinétique $\hbar\omega\sqrt{\gamma_i}/2$, et en contrepartie on a diminué le confinement de la fonction d'onde en remplaçant ω_i par $\tilde{\omega}_i = \sqrt{1-\gamma_i}\,\omega_i$ dans le potentiel. On obtient donc la formule suivante pour l'énergie,

$$\frac{E_{\rm ZK}}{N} = \sum_{i=x,y,z} \frac{\hbar\omega_i}{2}\sqrt{\gamma_i} + \frac{E_{\rm TF}(\tilde{\omega}_x, \tilde{\omega}_y, \tilde{\omega}_z)}{N} \ , \tag{B.5}$$

où $E_{\rm TF}$ est l'énergie obtenue avec l'approximation de Thomas-Fermi, dans un piège de courbures $\tilde{\omega}_i$. De même, on a

$$\mu_{\rm ZK} = \sum_{i=x,y,z} \frac{\hbar\omega_i}{2}\sqrt{\gamma_i} + \mu_{\rm TF}(\tilde{\omega}_x, \tilde{\omega}_y, \tilde{\omega}_z) \ , \tag{B.6}$$

et les rayons de la fonction d'onde s'en déduisent par la formule habituelle (équation 2.24).

Examinons maintenant le terme négligé (premier terme de B.4). On a

$$H_i - \tilde{H}_i = h_i - \frac{\hbar\omega_i}{2}\sqrt{\gamma_i} \ , \tag{B.7}$$

avec

$$h_i = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{1}{2}m\omega_i^2\gamma_i x_i^2 \ , \tag{B.8}$$

qui est l'hamiltonien d'un oscillateur harmonique de courbure $\omega_i\sqrt{\gamma_i}$. Par conséquent, quelque soit la fonction d'onde, on a toujours $\langle\Psi|h_i|\Psi\rangle \geq \hbar\omega_i\sqrt{\gamma_i}/2$, et donc

$$\langle\Psi|H_i - \tilde{H}_i|\Psi\rangle \geq 0 \ . \tag{B.9}$$

L'approximation consistant à remplacer H_i par $\tilde{H}_i$ conduit donc à *sous-estimer* l'énergie. Par conséquent, on cherchera les paramètres γ_i qui *maximisent* l'expression (B.5). Cette optimisation peut se faire numériquement. Toutefois, dans le cas d'un piège symétrique, un seul coefficient γ intervient, et nous pouvons donner des formules analytiques.

B.2 Application au cas d'un guide à symétrie cylindrique

Dans un guide à deux dimensions possédant la symétrie cylindrique, caractérisé par une courbure ω, l'énergie dans le régime de Thomas-Fermi s'écrit[1]

$$\frac{E_{\mathrm{TF}}}{N} = \frac{4}{3}\hbar\omega\sqrt{an_{1\mathrm{D}}} \ . \tag{B.10}$$

L'approximation de Zubarev et Kim conduit donc à la formule

$$\frac{E_{\mathrm{ZK}}}{N} = \hbar\omega\left(\sqrt{\gamma} + \frac{4}{3}\sqrt{1-\gamma}\sqrt{an_{1\mathrm{D}}}\right) \ . \tag{B.11}$$

La maximisation de cette expression amène à la valeur suivante du paramètre γ,

$$\gamma = \left(1 + \frac{16}{9}an_{1\mathrm{D}}\right)^{-1} \ , \tag{B.12}$$

et finalement à une expression simple de l'énergie par particule :

$$\frac{E_{\mathrm{ZK}}}{N} = \hbar\omega\sqrt{1 + \frac{16}{9}an_{1\mathrm{D}}} \ . \tag{B.13}$$

De même, le potentiel chimique s'écrit

$$\mu_{\mathrm{ZK}} = \hbar\omega\left(\sqrt{\gamma} + 2\sqrt{1-\gamma}\sqrt{an_{1\mathrm{D}}}\right) \ , \tag{B.14}$$

ce qui conduit à l'expression

$$\mu_{\mathrm{ZK}} = \hbar\omega\frac{1 + \frac{8}{3}an_{1\mathrm{D}}}{\sqrt{1 + \frac{16}{9}an_{1\mathrm{D}}}} \ . \tag{B.15}$$

Nous comparons en figure B.1 les différentes approximations possibles permettant de calculer l'énergie du mode fondamental, en fonction du paramètre adimensionné $an_{1\mathrm{D}}$.

Lorsque $an_{1\mathrm{D}} \ll 1$, on peut faire l'approximation des faibles interactions, consistant à supposer que la fonction d'onde n'est pas déformée par les interactions. On obtient la formule $E/N = \hbar\omega(1+an_{1\mathrm{D}})$. Cette approximation revient à surestimer la densité et donc l'énergie. À l'inverse, l'approximation de Thomas-Fermi (Eq. B.10), en négligeant l'énergie cinétique, sous-estime l'énergie totale.

[1] On obtient ce résultat en utilisant l'expression de μ (5.31) et la relation $\mu = \partial E/\partial N$.

Elle est valide lorsque $an_{1\mathrm{D}} \gg 1$. L'approximation de Zubarev et Kim se situe entre les deux précédentes.

Afin d'évaluer son degré d'exactitude, nous la comparons également à une résolution numérique de l'équation de Gross-Pitaevskii. Nous pouvons constater qu'elle donne un résultat très proche de l'évaluation exacte, l'écart le plus important étant de l'ordre de 2 % pour $an_{1\mathrm{D}} \sim 1$ (dans cette zone, les deux autres cas limites sont très éloignés). À partir de $an_{1\mathrm{D}} < 0.3$, néanmoins, la limite des interactions faibles donne de meilleurs résultats.

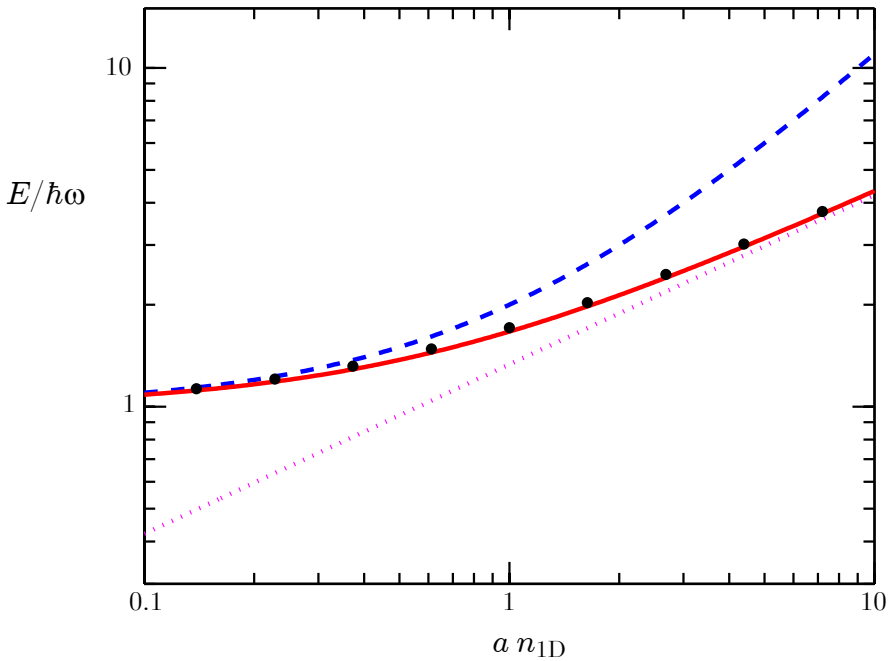


FIG. B.1 – *Énergie du niveau fondamental dans un piège harmonique à deux dimensions de pulsation ω, en fonction de $an_{1\mathrm{D}}$. En trait continu rouge est représentée l'énergie calculée à l'aide de l'approximation de Zubarev et Kim, les points sont calculés par une résolution numérique de l'équation de Gross-Pitaevskii, tandis que les approximations de faibles interactions et de fortes interactions (Thomas-Fermi) sont respectivement en tireté bleu et pointillés mauves.*

ANNEXE C

Articles

Partially ferromagnetic electromagnet for trapping and cooling neutral atoms to quantum degeneracy

M. Fauquembergue, J.-F. Riou, W. Guerin, S. Rangwala, F. Moron, A. Villing, Y. Le Coq, P. Bouyer, A. Aspect et M. Lécrivain

Rev. Sci. Instrum. **76**, 103104 (2005)

Beam Quality of a Nonideal Atom Laser

J.-F. Riou, W. Guerin, Y. Le Coq, M. Fauquembergue, V. Josse, P. Bouyer et A. Aspect

Phys. Rev. Lett. **96**, 070404 (2006)

Guided Quasicontinuous Atom Laser

W. Guerin, J.-F. Riou, J. P. Gaebler, V. Josse, P. Bouyer et A. Aspect

Phys. Rev. Lett. **97**, 200402 (2006)

Partially ferromagnetic electromagnet for trapping and cooling neutral atoms to quantum degeneracy

M. Fauquembergue, J-F. Riou, W. Guerin, S. Rangwala,[a] F. Moron, A. Villing, Y. Le Coq, P. Bouyer, and A. Aspect
Groupe d'Optique Atomique, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Unité Mixte de Recherche (UMR) 8501 du Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), Bâtiment 503 Campus Universitaire d'Orsay, 91403 Orsay Cedex, France

M. Lécrivain
Systèmes et Applications des Technologies de l'Information et de Energie (SATIE), Laboratoire de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, Unité Mixte de Recherche (UMR) 8029 du Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), 61, Avenue du Président Wilson, 94235 Cachan Cedex, France

(Received 5 July 2005; accepted 5 September 2005; published online 19 October 2005)

We have developed a compact partially ferromagnetic electromagnet to produce an Ioffe-Pritchard trap for neutral atoms. Our structure permits strong magnetic confinement with low power consumption. Compared to the previous iron-core electromagnet [B. Desruelle, V. Boyer, P. Bouyer, G. Birkl, M. Lécrivain, F. Alves, C. Westbrook, and A. Aspect, Eur. Phys. J. D **1**, 255 (1998)], it allows for easy compensation of remnant fields and very high stability, along with cost-effective realization and compactness. We describe and characterize our apparatus and demonstrate trapping and cooling of ^{87}Rb atoms to quantum degeneracy. Pure Bose-Einstein condensates containing 10^6 atoms are routinely realized on a half-minute cycle. In addition we test the stability of the magnetic trap by producing atom lasers. © *2005 American Institute of Physics.*
[DOI: 10.1063/1.2090407]

I. INTRODUCTION

The realization of Bose-Einstein condensates (BECs) of a dilute gas of trapped atoms[1] has opened the way to great improvements in the domain of atom optics and atom interferometry. The macroscopic population of atoms in a single quantum state is the matter-wave analog to a laser in optics[2–5] for which the generalization of its use has revolutionized interferometry technology.[6–8] It is therefore expected that the use of Bose-Einstein condensed atoms will advance the field of atom optics and nonlinear atom optics.[9] In particular, BECs will bring about an unprecedented level of accuracy in atom interferometry.[10–12]

In the several years since their first observation, BECs have been studied extensively.[13] In most cases the condensate properties themselves are the focus of the investigations. Relatively little work has been done so far using a condensate as a tool to explore questions in other fields.[11,14,15] Therefore, developing a system that could be used for these purposes is worthwhile, but needs a special focus in the conception of the key elements. One of the main challenges when designing such a BEC apparatus is to produce in a stable and reproducible way Bose-Einstein condensates with a large number of atoms. For that, one needs to optically collect many atoms and have a long lifetime for the atoms in the trap where the atoms will be cooled down to a few hundred nanokelvins. To reach these ultralow temperatures and enter the quantum degeneracy regime, evaporative cooling of trapped atoms[16] remains at this time the most efficient method. This technique relies on a sufficiently high binary collision rate in order to allow fast thermalization of the external degrees of freedom of the atoms.[17] Thus, besides requiring an ultrahigh vacuum and a sophisticated timing system, the major challenge lies in designing an adequate and easy-to-use nondissipative trap with high confinement, either using magnetic or optical fields, which forms the core element of each BEC experiment. Potential applications, such as inertial sensors in space,[14] mandate the highest gradients for the lowest power.

Several groups around the world have unveiled condensate-producing technologies that may in the future prove to fullfill the requirements.

One such system involves "macroscopic" magnets, either permanent or electrically controlled.[18–21] A magnetic configuration commonly used is the Ioffe-Pritchard trap configuration[22] because it avoids trap losses due to nonadiabatic spin flips: a quadrupolar linear trap providing the radial confinement is combined with a dipolar trap providing the axial confinement. To increase the density of trapped atoms and ensure a high collision rate, tight confinement is necessary. To accomplish those requirements, Ioffe traps typically dissipate kilowatts of power necessitating considerable cooling and stabilization as well as causing electronic switching problems. Different structures of magnetic traps have been widely used and a few, such as the quadrupole-Ioffe-configuration (QUIC) traps,[20] the ferromagnetic traps,[18] the permament magnets,[21] or a combination[19] have very low power consumption. Another system called "atom chip" in-

[a]Present address: Raman Research Institute, C.V. Raman Avenue, Sadashivanagar, Bangalore 560080, India.

 © 2005 American Institute of Physics

Downloaded 24 Oct 2005 to 193.55.10.104. Redistribution subject to AIP license or copyright, see http://rsi.aip.org/rsi/copyright.jsp

volves a surface magneto-optical trap (MOT) and a magnetic trap based on a wafer with lithographically patterned wires.[23] This technology is compact, generates condensates with unprecedented rapidity, and holds promise for eventually being simpler and more robust than traditional condensate machines. Nevertheless it requires more expertise to fabricate[24] and might not allow for high fluxes because of its small size. The latest approach is the all-optical method.[25] By eliminating the magnetic trap altogether, this method indeed may eventually become the simplest route to BEC, but the need for high-power lasers makes it still difficult with the present technology.

Our system is a hybrid magnetic trap that falls in the first category. It uses strong iron core magnets to produce radial confining fields and low-power electromagnetic coils to produce axial confinement and a bias field. The ferromagnets guide and concentrate the magnetic flux where it is needed, i.e., on the atoms, and thus can be used to create a compact and light apparatus that consumes very little power. They are used above saturation threshold and thus, do not need to be actively temperature controlled such as permanent magnets[21] and only need moderate cooling compared to electromagnetic coils producing the same field. The tight confinement from the ferromagnets ensures that we have the necessary collision rate to evaporatively cool the atoms. The longitudinal bias field, the only parameter for which stability is critical, is produced by servocontrolled electromagnetic coils, which are water cooled.

In this article, we report on the development of this new hybrid electromagnet. In Sec. II we explain the main advantages of ferromagnetic trapping. In Secs. III and IV we describe this electromagnet and present the way it is used to cool ^{87}Rb atoms. In Sec. V we present stability measurements made using atom lasers.

II. WHY FERROMAGNETIC TRAPPING?

Ferromagnetic structures,[18] which have been developed[26] in our group, make possible high gradient fields with reasonable power consumption and large condensates. Ferromagnetism[27] manifests itself when exciting a magnetic material with coils. This excitation orientates the microscopic magnetic moments, so that field in the material is enhanced. Due to the high permittivity of ferromagnetic materials, the ferromagnetic core guides the magnetic flux. To understand this effect, let us consider the magnetic circuit represented in Fig. 1.

The two tips are separated by a gap e of a few centimeters. The ferromagnetic structure has a total length l and a section $S \propto r^2$. The whole structure is excited by a coil of N loops driven by a current I, leading to an excitation NI. From Ampere's theorem,[28] we can introduce the reluctance R_{iron},

$$R_{\text{iron}} = \oint_{\Gamma_i} \frac{dl}{\mu_r \mu_0} \simeq \frac{l}{\mu_r \mu_0}, \tag{1}$$

inside the iron core and R_{gap},

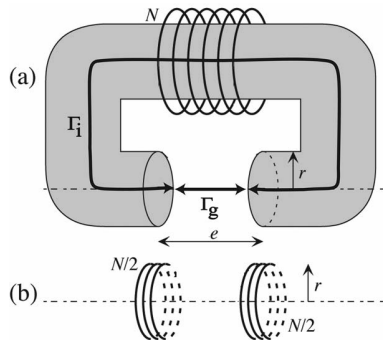


FIG. 1. (a) Ferromagnetic structure excited by a coil made of N loops, with a gap e between the north pole and the south pole. (b) Equivalent magnetic circuit.

$$R_{\text{gap}} = \oint_{\Gamma_g} \frac{dl}{\mu_0} \simeq \frac{e}{\mu_0}, \tag{2}$$

in the gap between the tips. A simple relation between the excitation NI and the magnetic flux BS can be written

$$BS = \frac{NI}{R_{\text{iron}} + R_{\text{gap}}}. \tag{3}$$

Since μ_r is very large ($\mu_r > 10^4$) for ferromagnetic materials, only the gap contribution is important ($\mu_r \gg l/e$).[29] A more complete calculation[31] shows that the field created in the gap is similar to that created with two coils of excitation $NI/2$ placed close to the tips as represented in Fig. 1. Thus, guiding of the magnetic field created by arbitrary large coils far away from the rather small trapping volume is achieved. This is only true if a yoke links a north pole to a south pole. If not, no guiding occurs and the field in the gap is significantly reduced.

Ferromagnetic materials are also subjected to hysteresis cycles generating remnant fields which must be compensated to offer an appropriate magnetic environment. This is somewhat difficult to accomplish as long as some coupling exists between the dipole and the quadrupole causing the remnant field to have a complex geometry. In this case, several additional coils are required to provide the right compensating field as previously described in Ref. 18. To avoid these couplings, we use a partially ferromagnetic electromagnet where iron cores are only used where strong fields (gradients) are needed (i.e., the quadrupole part of the Ioffe-Pritchard configuration). With this configuration, we can independently act on the bias and the gradients, and the remnant fields retain a simple geometry.

III. DESCRIPTION AND CHARACTERIZATION OF THE ELECTROMAGNET

The configuration of the electromagnet is shown in Figs. 2 and 3. The quadrupole field is produced by two ferromagnetic pieces, each one composed of two poles in a way very similar to Fig. 1. Each ferromagnetic piece is excited by a coil of 5 cm diameter made with a hollow copper wire (5 mm diameter) with ten windings. The hollow wire allows the exciting coils to be water cooled. Poles are 2 cm wide and are beveled mainly in order to better guide the magnetic field

Downloaded 24 Oct 2005 to 193.55.10.104. Redistribution subject to AIP license or copyright, see http://rsi.aip.org/rsi/copyright.jsp

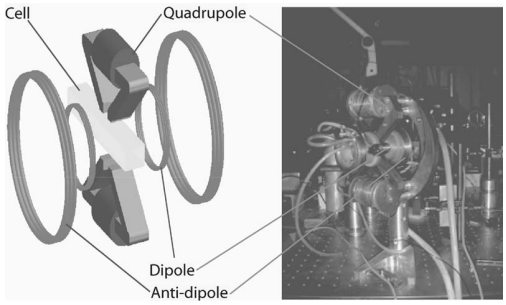


FIG. 2. Scheme and photo of the electromagnet.

but also to leave some space for the vertical magneto-optical trap beams. The dipolar coils are 100 turn coils of copper wire excited by equal current and separated from each other by 3 cm. They are conical to facilitate the path of the magneto-optical trap beams and positioned on a macor and brass support, which is also water cooled. Another pair of electromagnetic coils called "antidipole coils" is used to make the bias adjustable. These coils are larger than the dipole coils, separated from each other by 10 cm and placed at the support termination. The dipole and antidipole coils are mounted in series, but with the currents flowing in opposite directions, so as to cancel out noise in the magnetic field due to current fluctuations. We can set the value for the bias field by controlling the number of windings of the antidipole coils.[32]

A. Static performances of the ferromagnetic structure

The maximum achievable quadrupole gradient b' is 830 G/cm, obtained for a saturating current of 60 A (see Fig. 4). We limit the current in the dipole coils to 15 A, beyond which heating becomes too important. With this value, a bias B_0 and a curvature b'' of, respectively, 54 G and 150 G/cm^2 are obtained for the dipole and 49 G and 68 G/cm^2 for the antidipole (see Fig. 5). The total bias can thus be varied from 54 to 5 G.

The modulus of the magnetic field created by the electromagnet is then given by

$$B = \sqrt{\left(B_0 + \frac{b''x^2}{2}\right)^2 + \left(b'^2 - \frac{b''B_0}{2}\right)(y^2+z^2)}. \tag{4}$$

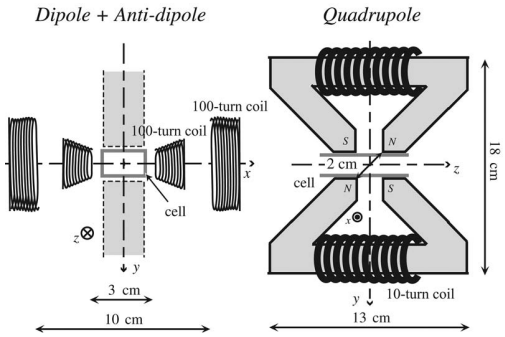


FIG. 3. (a) Configuration of the dipole and antidipole coils. (b) Configuration of the quadrupole poles.

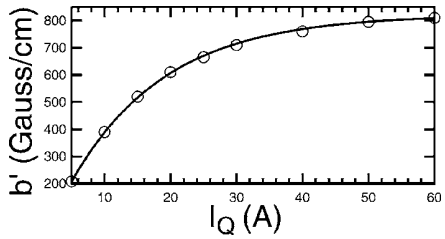


FIG. 4. Magnetic gradient of the quadrupolar field intensity I_Q.

B. Dynamical properties

The dynamical characteristics of the electromagnet are also of great interest since it is necessary to be able to switch on and off the magnetic field in times shorter than the oscillation period of the trap. There are two important reasons for this condition. The first one is that we wish to transfer the atoms from the magneto-optical trap to the magnetic trap without a loss of density. The second reason is due to the way we image the atomic cloud: it is released from the trap and expands ballistically before being illuminated by a near-resonant probe beam (absorption imaging[33]). From the images, we can deduce temperature, density, and the number of trapped atoms.

To avoid eddy currents in the ferromagnetic structure, which would limit switching times, we use a laminated material. It is worth noting that the shape of the present quadrupole is simple enough to be easily produced by assembling inexpensive laser-cut sheets of ferromagnetic material. It consists of 100-μm-thick iron-silicium plates, each isolated from the other.

To control the switching times, we use a capacitor C in series with the coils of inductance L. To turn on the magnetic field, the capacitors (C_{charge}) are first loaded with a high voltage supply U. Then the energy $1/2C_{\text{charge}}U^2$ accumulated in the capacitors is transferred to the coils in a time equal to $2\pi\sqrt{LC_{\text{charge}}}/4$, i.e., a quarter of a period of the oscillating circuit. Then the power supply takes over. The same idea applies to the procedure to switch off the magnetic field, but now, the switch off current will charge a capacitor called $C_{\text{discharge}}$ which limits overvoltage in the circuit at switch off. For our setup, the switching time is 150 μs. The electronic circuit used for the quadrupole is presented in Fig. 6. For the

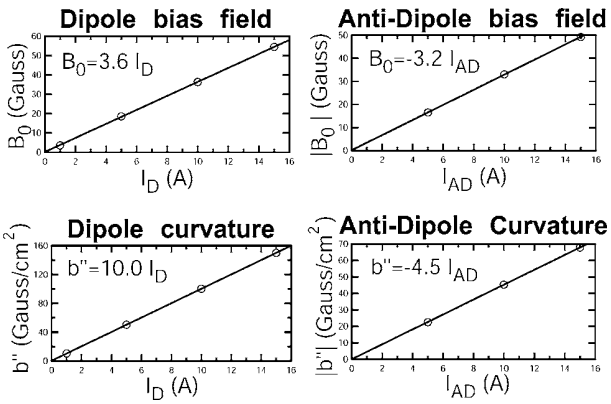


FIG. 5. Bias and curvatures of the fields vs currents I_D and I_{AD} flowing, respectively, in the dipole and in the antidipole.

Downloaded 24 Oct 2005 to 193.55.10.104. Redistribution subject to AIP license or copyright, see http://rsi.aip.org/rsi/copyright.jsp

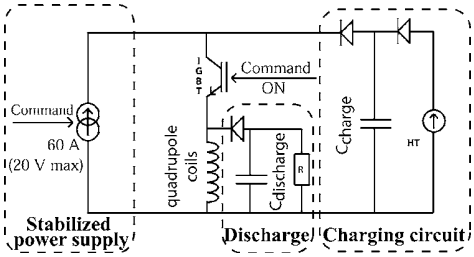


FIG. 6. Electronic scheme of the control of the current in the quadrupole coils (L=1.2 mH). Switching times are assured by the two capacities with C_{charge}=8.8 μF and $C_{\text{discharge}}$=3.14 μF. They are coupled with diodes to limit the oscillation to a quarter of period.

dipolar coils (Fig. 7), the switching procedure is the same, but now we also ramp the current in antidipole coils by using a metal-oxide-semiconductor field-effect transistor (MOSFET) so as to precisely adjust the bias at a low value B_0 without decreasing the curvature b''.

C. Canceling of the remnant magnetic field

To generate the compensating field in order to cancel remnant fields, two thin coils (1-mm-diameter wire) have been rolled on the two quadrupole exciting coils. They have thus the same configuration and the compensation field automatically possesses the right geometry to cancel the remnant field. The procedure to find the compensation current is quite simple. We adjust the current after having cooled atoms into a magneto-optical trap[34] and then cut the MOT magnetic field. If the compensating current is too high or too low, the remnant field provokes a rotation of the atomic cloud, a situation which can be compared to the mechanical Hanle effect.[35] At the right value, there is no rotation anymore, which can be seen by observing fluorescence along the x axis.

We should stress the point that the remnant fields are so easy to compensate only because we limited the ferromagnetic structure to the quadrupolar plane so as to suppress coupling between quadrupole and dipole.

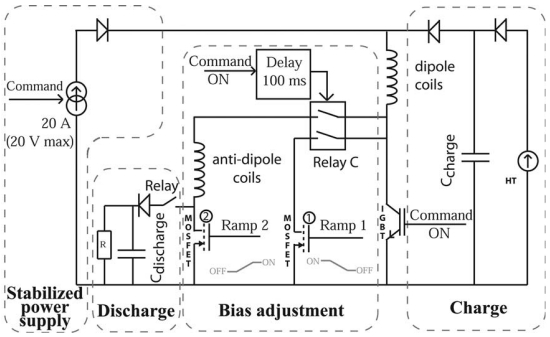


FIG. 7. Electronic scheme of the control of the current in the dipole (L =0.22 mH) and antidipole coils (L=0.14 mH). Switching times are assured by the two capacitors with $C_{\text{charge}}=C_{\text{discharge}}=1$ μF. They are coupled with diodes to limit the oscillation to a quarter of period. The two MOSFETs allow for a control of the current in the antidipole coils.

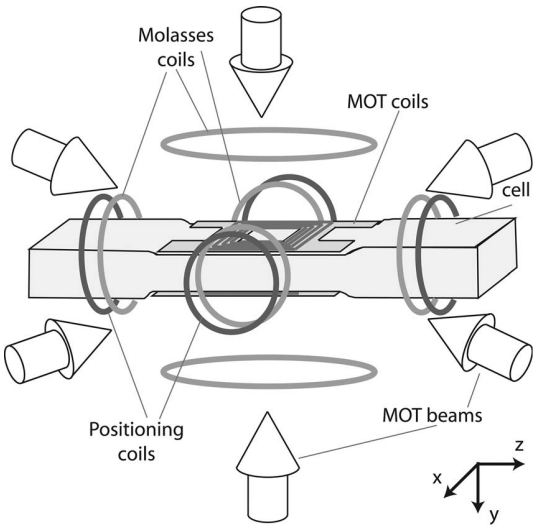


FIG. 8. Configuration of the coils used for the compensation of the external fields (molasses coils in light gray) and the coils used for positioning the MOT (positioning coils in dark grey). Positioning the MOT in the vertical direction is insured by an imbalance in the MOT coils currents.

IV. ATOMS TRAPPED IN THE ELECTROMAGNET

In order to trap the atoms, the electromagnet is placed around a 1 cm square section parallelepipedic glass vacuum cell (see Fig. 8). The atoms are first loaded into a magneto-optical trap whose magnetic field is produced by two thin printed circuits (400 μm thick) positioned along the y direction. On each one are imprinted 6.5 loops which are 1 mm wide and 35 μm thick, such that the full resistance is 1 Ω. A current of 2 A in those circuits generates a spherical quadrupole field with an axial gradient of 15 G/cm. A slave laser, injected by a grating stabilized diode laser, produces the six independent circularly polarized trapping beams with a diameter of 1 cm. The MOT sequence ends with an optical molasses[36] phase during which the spherical quadrupole field is switched off and the laser frequency is detuned. It is important that there is no residual magnetic field—bias or gradient—during the molasses phase so as not to disturb the sub-Doppler cooling mechanism. To ensure this requirement, three pairs of coils ("Molasses coils" in Fig. 8) are placed along the three axes to compensate any residual fields (terrestrial field, ionic pump field,…) additional to remnant fields. We obtain 6×10^8 atoms at 50 μK after the molasses.

Then, the atoms are optically transferred into the $F=1$ hyperfine state, in which only the $m_F=-1$ sublevel experiences an attractive potential which can be harmonically approximated around the minimum of the magnetic field with the following trapping frequencies:

$$\omega_{\text{ax}} = \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{m} b''}, \tag{5}$$

$$\omega_{\text{rad}} = \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{m}\left(\frac{b'^2}{B_0} - \frac{b''}{2}\right)}, \tag{6}$$

where $g_F=-1/2$ is the Landé factor and μ_B the Bohr magneton. The values of the trap parameters are presented in Table I.

Downloaded 24 Oct 2005 to 193.55.10.104. Redistribution subject to AIP license or copyright, see http://rsi.aip.org/rsi/copyright.jsp

TABLE I. Characteristics of the noncompressed trap (NCIPT) and the compressed trap (CIPT). ω_{rad} and ω_{ax} are, respectively, the radial and axial trapping frequencies of the magnetic trap.

Trap	B_0 (G)	b'' (G/cm^2)	b' (G/cm)	ω_{rad} (Hz)	ω_{ax} (Hz)
NCIPT	54	150	200	$2\pi\times 15$	$2\pi\times 11$
CIPT	5	82	830	$2\pi\times 330$	$2\pi\times 8$

The magnetic Ioffe-Pritchard trap (IPT) is switched on by applying a current of 15 A in the dipole coils and 5 A in the quadrupole exciting coils. These values are selected so that the size of the two traps—MOT and IPT—are well matched. Moreover, the centers of the two traps have to overlap, otherwise the atoms will acquire a larger energy during the transfer. To adjust the relative position of the trap centers, we have added two pairs of coils in a Helmholtz configuration in series with the MOT's coil. They act on the field in the x and z directions. Variable resistances are added in parallel to the three pairs of coils (including the MOT coils) as shown in Fig. 9, allowing for tuning of the current in the positioning coils. The MOT, which will be centered around the zero of the magnetic field, can now be placed appropriately using the positioning coils system described above.

It is to be noted that the right values for each resistance must be found following an iterative method. By moving the center of the MOT, as explained above, the magnetic environment is slightly modified and the molasses coils need to be fine tuned. This in turn displaces the MOT and we have to center the cloud again.

After having transferred the atoms into the IPT, current in the quadrupole is increased to 60 A and the current in the antidipole coils is slowly ramped up. At this point, the quadrupole field gradient reaches 830 G/cm and the bias is reduced to 5 G. This provides a tight trap for which the collision rate is around 60 s^{-1}, more than one order of magnitude larger than before compression.

The compression of the trap is adiabatically done in one second in order to minimize the loss of phase space density. Compression time is thus chosen larger than the oscillation time and the rethermalization time. Current values at each stage are summarized in Fig. 10. At this stage, we obtain typically 2×10^8 atoms at 250 μK, i.e., a phase-space density of 5×10^{-7}.

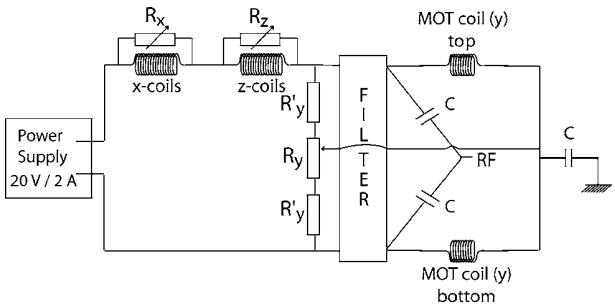


FIG. 9. Electronic scheme for rf circuit and positioning circuit of the MOT relative to the magnetic trap. R_x, R_y, and R_z are variable resistances. The filter cuts frequencies ranging from 1 MHz to 1 GHz and ensures the proper circulation of the rf signal in the MOT coils. Likewise, capacitors force the current to flow in the opposite direction in the coils.

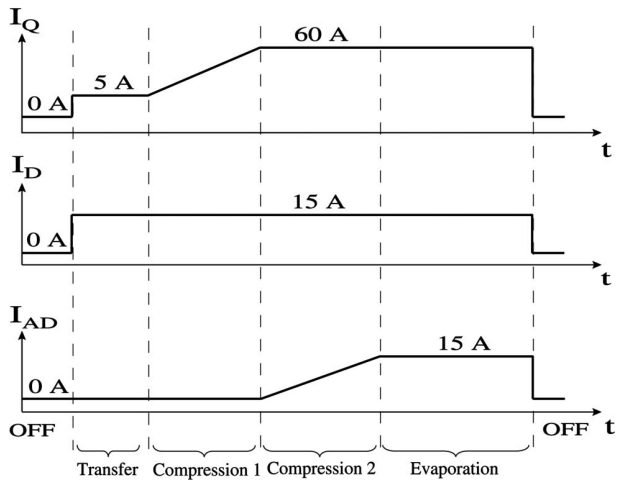


FIG. 10. Temporal sequence for magnetic cycle. I_Q, I_D, and I_{AD} are currents, respectively, in quadrupole, dipole, and antidipole coils.

Finally, evaporative cooling of the atoms is performed by rf-induced spin flips. The rf magnetic field is produced by the MOT coils (Fig. 9), in which the rf current now flows in the same direction for both coils such that the field is nearly homogeneous on the atoms. It is applied perpendicular to the IPT magnetic field at the center of the trap. Then, the radio frequency is swept from 70 MHz to a final value of around 4.2 MHz. Figure 11 shows images of cooled atomic clouds after 25 ms of ballistic expansion for different final values of the ramp. The sudden appearence of the BEC can be seen in the density profile measured by absorption imaging along the x axis, as the distribution becomes bimodal. The distribution of thermal atoms is Gaussian and is represented by a dashed line in the profiles, whereas the distribution of condensed atoms is an inverted parabola (in the Thomas-Fermi

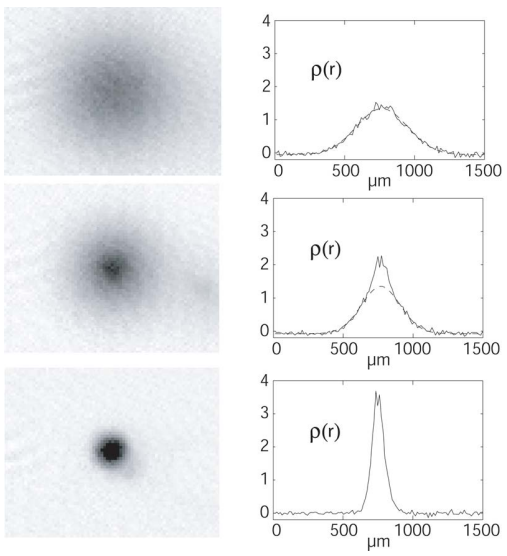


FIG. 11. Atomic cloud, 25 ms after release of the trap, for different final values of the radio-frequency ramp: (a) 4.28 MHz, (b) 4.24 MHz, and (c) 4.20 MHz. $\rho(r)$ is the position-dependent atomic density (arbitrary units).

Downloaded 24 Oct 2005 to 193.55.10.104. Redistribution subject to AIP license or copyright, see http://rsi.aip.org/rsi/copyright.jsp

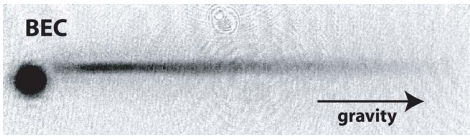


FIG. 12. 10 ms of atom laser. The BEC is displaced from the begining of the beam due to a slight Stern-Gerlach effect at the switch off of the trap. The continuity of the laser beam shows qualitatively that the magnetic field is stable.

approximation).[37] For decreasing temperatures (lower final rf frequency), the fraction of thermal atoms decreases and at sufficiently low temperatures, we obtain a pure condensate containing 10^6 atoms.

V. STABILITY

One efficient way to check the stability of the bias created by the electromagnet is to produce atom lasers by radio-frequency outcoupling[5] (Fig. 12) and measure the spectral width of the condensate.

The principle of weak radio-frequency outcoupled atom lasers has been developed in Ref. 38. Main features are summarized in Fig. 13. The condensate is displaced from the center of the magnetic field due to gravity. Thus, it crosses magnetic equipotentials in the vertical direction only. By applying radiofrequency one flips the spin of atoms from the trapped state $|F=1,m_F=-1\rangle$ to the untrapped one $|F=1,m_F=0\rangle$. The wave falls under the effect of gravity into the continuum of Airy functions.[39] This gives rise to an atom laser since the source (the condensate) is fully coherent.[40] The radio-frequency value ν_{RF} is directly related to the difference in energy between the two involved states,

$$h\nu_{\mathrm{RF}} = E_{\mathrm{BEC}} - E_{\mathrm{free}}(\mathbf{r}) = E_{\mathrm{bias}} + \mu - E_{\mathrm{free}}(\mathbf{r}),$$

where $E_{\mathrm{free}}(\mathbf{r})$ stands for the potential energy of outcoupled atoms and depends on the extracting point $\mathbf{r}$, and μ and E_{bias}, respectively, the chemical potential and the magnetic potential energy of the BEC. For a given radio frequency, fluctuations of the coupling zone are only related to bias fluctuations through E_{bias}.

To quantitavely give an estimation on the stability of the experiment, we have to determine the spectral width of the condensate. For a given weak radio-frequency power, we have measured the number of extracted atoms as a function of the value of the rf knife (experimental points in Fig. 14). If we assume that the number N_e of extracted atoms is proportional to the number of condensed atoms on the surface

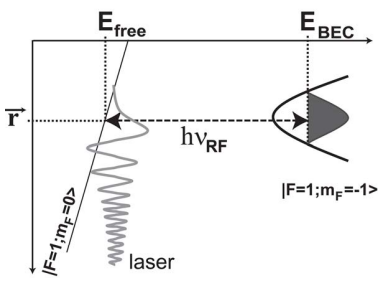


FIG. 13. Principle of radio-frequency coupling of an atom laser.

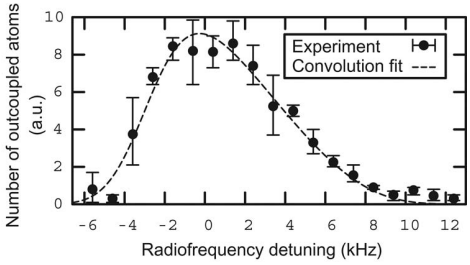


FIG. 14. Comparison between the experimental width and a Thomas-Fermi width broadened by a bias instability of 2 mG. The curve is clearly asymmetric due to the fact that the radio-frequency knife has a strong curvature since the gravitational displacement $g/\omega_{\mathrm{rad}}^2=2.3$ μm is shorter than the Thomas-Fermi radius $R_y=3$ μm.

$\Gamma(\delta\nu)$ defined by the rf value ν_{RF} (i.e., one neglects the effect of interactions on the coupling rate[38]). Taking a Thomas-Fermi profile for the condensate leads to

$$N_e(\delta\nu) \propto \int_{\Gamma(\delta\nu)} d\mathbf{x}\, \max\left(1 - \sum_{i=x,y,z} \left(\frac{x_i}{R_i}\right)^2; 0\right),$$

where $\delta\nu = \nu_{\mathrm{RF}} - \nu_0$ is the difference between the outcoupling radio frequency and its value in the center of the BEC, and x_i and R_i being, respectively, the coordinate and the Thomas-Fermi radius of the dimension i. The surface $\Gamma(\delta\nu)$ corresponding to the radio-frequency knife resonance condition is defined by

$$\omega_{\mathrm{ax}}^2 x^2 + \omega_{\mathrm{rad}}^2 (y^2 + z^2) + 2gy = \frac{2h}{m}\delta\nu.$$

If we assume that fluctuations are Gaussian with rms value σ, the final output flux is the convolution between this noise and N_e,

$$F(\delta\nu) = \int du\, N_e(u) e^{-(u-\delta\nu)^2/2\sigma^2}.$$

We have fitted the experimental data with F as shown in Fig. 14, and we obtain $\sigma=1.5$ kHz. This broadening could come from bias variations during one scan.

In order to look more precisely for the different time scales involved in these fluctuations, we have fixed the rf outcoupler at a detuning of +5 kHz and we have looked at the long term drift and fluctuations of the number of outcoupled atoms. Once we have deduced the effects of atom number fluctuations in the original BEC (8%), we have measured a drift of 500 Hz/h (0.7 mG/h) and rms fluctuations of 700 Hz which correspond to shot-to-shot bias fluctuations of 1 mG.

Nevertheless, it is likely that the rapid fluctuations are also of the order of 1 mG, which is sufficient to produce stable quasicontinuous atom lasers as one can see in Fig. 12.

VI. DISCUSSION

In this article, we have presented the realization of a new generation hybrid electromagnet designed to produce large Bose-Einstein condensates containing 1×10^6 rubidium atoms. Due to the compact ferromagnetic design (20 cm diameter) one achieves gradients as large as 830 G/cm which are

Downloaded 24 Oct 2005 to 193.55.10.104. Redistribution subject to AIP license or copyright, see http://rsi.aip.org/rsi/copyright.jsp

sufficient to compress the atomic cloud for an efficient runaway evaporative cooling. The total power consumption is less than 800 W which is easy to dissipate. Due to the lamellar structure of the ferromagnetic core and the driving electronic circuit, eddy currents are suppressed and the switching time is reduced to 150μs. The high stability of the bias (fluctuations measured to be of the order of 1 mG) enables us to produce stable radio-frequency outcoupled quasicontinuous atom lasers.

ACKNOWLEDGMENTS

The author (Y.L.C.) acknowledges support from the CNES postdoctoral fellowship program. This work is part of the CNES supported ICE project (DA No. 10030054) with initial support from Laboratoire National d'Essai, Délégation Générale de l'Armement (Contract No. 99-34-050), the European Union (Cold Quantum Gas network), and INTAS (Contract No. 211-855). The authors would like to thank John Gaebler for his careful reading of this manuscript.

[1] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell, Science **269**, 198 (1995); C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet, Phys. Rev. Lett. **75**, 1687 (1995); C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet, *ibid.* **79**, 1170 (1997); K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995); C. C. Bradley, C. A. Sackett, and R. G. Hulet, *ibid.* **78**, 985 (1997).
[2] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **78**, 582 (1997).
[3] B. P. Anderson and M. A. Kasevich, Science **282**, 1686 (1998).
[4] E. W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, J. Wen, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, Science **283**, 1706 (1999).
[5] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. **82**, 3008 (1999).
[6] W. W. Chow, J. Gea-Banacloche, L. M. Pedrotti, V. E. Sanders, W. Schleich, and M. O. Scully, Rev. Mod. Phys. **57**, 61 (1985).
[7] G. E. Stedman, Z. Li, C. H. Rowe, A. D. McGregor, and H. R. Bilger, Phys. Rev. A **51**, 4944 (1995).
[8] G. E. Stedman, Rep. Prog. Phys. **60**, 615 (1997).
[9] L. Deng, E. W. Hagley, J. Wen, M. Trippenbach, Y. Band, P. S. Julienne, J. E. Simsarian, K. Helmerson, S. L. Rolston, and W. D. Phillips, Nature (London) **398**, 218 (1999).
[10] T. L. Gustavson, P. Bouyer, and M. A. Kasevich, Phys. Rev. Lett. **78**, 2046 (1997).
[11] S. Gupta, K. Dieckmann, Z. Hadzibabic, and D. E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **89**, 140401 (2002).
[12] M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn, and W. Ketterle, Science **275**, 637 (1996).
[13] E. A. Cornell and C. E. Wieman, Rev. Mod. Phys. **74**, 875 (2002); W. Ketterle, *ibid.* **74**, 1131 (2002).
[14] Y. L. Coq, J. A. Retter, S. Richard, A. Aspect, and P. Bouyer, cond-mat/0501520.
[15] J. M. McGuirck, D. Harber, J. Obrecht, and E. Cornell, Phys. Rev. A **69**, 062905 (2004).
[16] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. A. Joffe, M. R. Andrews, and W. Ketterle, Phys. Rev. Lett. **74**, 5202 (1995).
[17] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, and J. T. M. Walraven, Phys. Rev. A **53**, 381 (1996).
[18] B. Desruelle, V. Boyer, P. Bouyer, G. Birkl, M. Lécrivain, F. Alves, C. Westbrook, and A. Aspect, Eur. Phys. J. D **1**, 255 (1998).
[19] H. Lewandowski, D. Harber, D. Whitaker, and E. Cornell, J. Low Temp. Phys. **132**, 309 (2003).
[20] T. Esslinger, I. Bloch, and T. Hänsch, Phys. Rev. A **58**, R2664 (1998).
[21] J. J. Tollett, C. C. Bradley, C. A. Sackett, and R. G. Hulet, Phys. Rev. A **51**, R22 (1995).
[22] D. E. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **51**, 1336 (1983).
[23] W. Hänsel, P. Hommelhoff, T. W. Hänsch, and J. Reichel, Nature (London) **413**, 498 (2001).
[24] J. Estève, C. Aussibal, T. Schumm, C. Figl, D. Mailly, I. Bouchoule, C. I. Westbrook, and A. Aspect, Phys. Rev. A **70**, 043629 (2004).
[25] M. D. Barrett, J. A. Sauer, and M. S. Chapman, Phys. Rev. Lett. **87**, 010404 (2001).
[26] P. Bouyer, A. Aspect, M. Lecrivain, B. Desruelle, and V. Boyer, France Patent No. 00 02704 (2nd March 2000).
[27] N. Ashcroft and N. Mermin, *Solid State Physics* (Brooks-Cole, Belmont, 1976).
[28] J. Jackson, *Classical Electrodynamics* (Wiley, New York, 1962).
[29] The case of very small gap where $R_{\text{iron}} \geqslant R_{\text{gap}}$ was studied in Ref. 30. In this case, the ferromagnetic materials amplify the magnetic field in the gap.
[30] V. Vuletic, T. W. Hänsch, and C. Zimmermann, Europhys. Lett. **36**, 349 (1996).
[31] B. Desruelle, Thesis, Université Paris XI, 1999.
[32] It is worth noting that having an adjustable bias is not simple in the case of an entire ferromagnetic structure: the anti-dipole field would couple into the ferromagnetic structure, which would lead to a deexcitation of the material and would reduce the longitudinal curvature too much.
[33] W. Ketterle, D. S. Durfee, and D. M. Stamper-Kurn, in Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases, *Proceedings of the International School of Physics (Enrico Fermi), Course CXL, Varenna, Italy, 7–17 July, 1998* (IOS Press, Amsterdam, 1999).
[34] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. Pritchard, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987).
[35] R. Kaiser, N. Vansteenkiste, A. Aspect, E. Arimondo, and C. Cohen-Tannoudji, Z. Phys. D: At., Mol. Clusters **18**, 17 (1991).
[36] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989).
[37] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
[38] F. Gerbier, P. Bouyer, and A. Aspect, Phys. Rev. Lett. **86**, 4729 (2001).
[39] L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Quantum Mechanics* (Butterworth-Heyneman Ltd., London, 1980).
[40] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, Nature (London) **403**, 166 (2000).

Downloaded 24 Oct 2005 to 193.55.10.104. Redistribution subject to AIP license or copyright, see http://rsi.aip.org/rsi/copyright.jsp

Beam Quality of a Nonideal Atom Laser

J.-F. Riou,* W. Guerin, Y. Le Coq,† M. Fauquembergue, V. Josse, P. Bouyer, and A. Aspect

Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Centre National de la Recherche Scientifique et Université Paris Sud 11, Bât. 503, Campus Universitaire d'Orsay, 91403 Orsay Cedex, France

(Received 11 September 2005; published 24 February 2006)

We study the propagation of a noninteracting atom laser distorted by the strong lensing effect of the Bose-Einstein condensate (BEC) from which it is outcoupled. We observe a transverse structure containing caustics that vary with the density within the residing BEC. Using the WKB approximation, Fresnel-Kirchhoff integral formalism, and *ABCD* matrices, we are able to describe analytically the atom-laser propagation. This allows us to characterize the quality of the nonideal atom-laser beam by a generalized M^2 factor defined in analogy to photon lasers. Finally we measure this quality factor for different lensing effects.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.96.070404 PACS numbers: 03.75.Pp, 39.20.+q, 41.85.Ew, 42.60.Jf

Optical lasers have had an enormous impact on science and technology, due to their high brightness and coherence. The high spatial quality of the beam and the little spread when propagating in the far-field enable applications ranging from the focusing onto tiny spots and optical lithography [1] to collimation over astronomic distances [2]. In atomic physics, Bose-Einstein condensates (BECs) of trapped atoms [3] are an atomic equivalent to photons stored in a single mode of an optical cavity, from which a coherent matter wave (atom laser) can be extracted [4,5]. The possibility of creating a continuous atom laser [6] promises spectacular improvements in future applications [7–11] where perfect collimation or strong focusing [12–14] are of prior importance. Nevertheless, these properties depend drastically on whether the diffraction limit can be achieved. Thus, characterizing the deviation from this limit is, as for optical lasers [15], of crucial importance. For example, thermal lensing effects in optical laser cavities, which cause significant decollimation, can also induce aberrations that degrade the transverse profile. In atom optics, a trapped BEC weakly interacting with the outcoupled atom-laser beam acts as an effective thin lens which leads to the divergence of the atom laser [16] without affecting the diffraction limit. When the lensing effect increases, dramatic degradations of the beam are predicted [17], with the apparition of caustics on the edge of the beam.

In order to quantitatively qualify the *atom-laser beam quality*, it is tempting to take advantage of the methods developed in optics to deal with nonideal laser beams, i.e., above the diffraction limit. Following the initial work of Siegman [18] who introduced the quality factor M^2 which is proportional to the space-beam-width (divergence $\times$ size) product at the waist, it is natural to extend its definition to atom optics as

$$\Delta x \Delta k_x = \frac{M^2}{2}, \tag{1}$$

where Δx and $\Delta k_x = \Delta p_x/\hbar$ characterize, respectively, the size and the divergence along x (Δp_x is the width of the momentum distribution). Equation (1) plays the same role as the Heisenberg dispersion relation: it expresses how many times the beam deviates from the diffraction limit.

In this Letter, we experimentally and theoretically study the quality factor M^2 of a nonideal, noninteracting atom-laser beam. First, we present our experimental investigation of the structures that appear in the transverse profile [19]. We show that they are induced by the strong lensing effect due to the interactions between the trapped BEC and the outcoupled beam. Then, using an approach based on

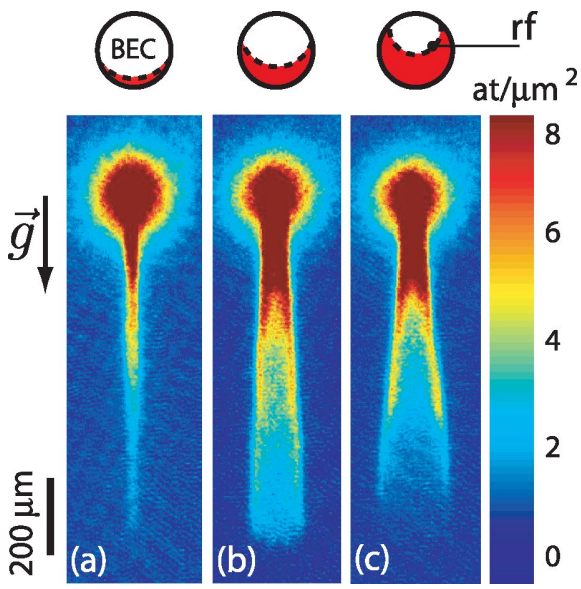


FIG. 1 (color). Absorption images of a nonideal atom laser, corresponding to density integration along the elongated axis of the BEC. The figures correspond to different height of rf outcoupler with respect to the bottom of the BEC: (a) 0.37 μm, (b) 2.22 μm, (c) 3.55 μm. The graph above shows the rf outcoupler (dashed line) and the BEC slice (red) which is crossed by the atom laser. This results in the observation of caustics. The field of view is 350 μm $\times$ 1200 μm for each image.

 © 2006 The American Physical Society

the WKB approximation and the Fresnel-Kirchhoff integral formalism, we are able to calculate analytical profiles which agree with our experimental observations. This allows us to generalize concepts introduced in [18] for photon laser and to calculate the quality factor M^2. This parameter can then be used in combination with the paraxial $ABCD$ matrices [20] to describe the propagation of the nonideal beam via the evolution of the rms width. Finally, we present a study of the M^2 quality factor as a function of the thickness of the BEC-induced output lens.

Our experiment produces atom lasers obtained by radio frequency (rf) outcoupling from a BEC [5,21]. The experimental setup for creating condensates of ^{87}Rb is described in detail in [22]. Briefly, a Zeeman-slowed atomic beam loads a magneto-optical trap in a glass cell. About 2×10^8 atoms are transferred in the $|F, m_F\rangle = |1, -1\rangle$ state to a Ioffe-Pritchard magnetic trap, which is subsequently compressed to oscillation frequencies of $\omega_y = 2\pi \times 8$ Hz and $\omega_{x,z} = 2\pi \times 330$ Hz in the dipole and quadrupole directions, respectively. A 25 s rf induced evaporative cooling ramp results in a pure condensate of $N = 10^6$ atoms, cigar-shaped along the y axis.

The atom laser is extracted from the BEC by applying a rf field a few kHz above the bottom of the trap, in order to couple the trapped state to the weakly antitrapped state $|1, 0\rangle$. The extracted atom-laser beam falls under the effect of both gravity $-mgz$ and second order Zeeman effect $V = -m\omega^2(x^2 + z^2)/2$ [23] with $\omega = 2\pi \times 20$ Hz [see Fig. 2(a)]. The rf outcoupler amplitude is weak enough to avoid perturbation of the condensate so that the laser dynamics is quasistationary [21] and the resulting atom flux is low enough to avoid interactions within the propagating beam. Since the BEC is displaced vertically by the gravitational sag, the value of the rf outcoupler frequency $\nu_{\rm rf}$ defines the height where the laser is extracted [5]. After 10 ms of operation, the fields are switched off and absorption imaging is taken after 1 ms of free fall with a measured spatial resolution of 6 μm. The line of sight is along the weak y axis so that we observe the transverse profile of the atom laser in the (z, x) plane.

Typical images are shown in Fig. 1. Transverse structures, similar to the predictions in [17], are clearly visible in Figs. 1(b) and 1(c). The laser beam quality degrades as the rf outcoupler is higher in the BEC (i.e., the laser beam crosses more condensate), supporting the interpretation that this effect is due to the strong repulsive interaction between the BEC and the laser. This effect can be understood with a semiclassical picture. The mean-field interaction results in an inverted harmonic potential of frequencies ω_i (in the directions $i = x, y, z$) which, in the Thomas-Fermi regime, are fixed by the magnetic confinement [16,24]. The interaction potential expels the atoms transversally, as illustrated in Fig. 2(b). Because of the finite size of the condensate, the trajectories initially at the center of the beam experience more mean-field repulsion than the ones initially at the border. This results in accumulation of trajectories at the edge of the atom-laser beam [17], in a similar manner to caustics in optics. This picture enables a clear physical understanding of the behavior observed in Fig. 1: if $\nu_{\rm rf}$ is chosen so that extraction is located at the bottom of the BEC [Fig. 1(a)], the lensing effect is negligible and one gets a collimated beam. As the rf outcoupler moves upwards [Figs. 1(b) and 1(c)], a thicker part of the condensate acts on the laser and defocusing, then caustics appear. We verified that when sufficiently decreasing the transverse confinement of the trapped BEC, i.e., making the interaction with the outcoupled atoms negligible, the atom laser is collimated at any rf value [25].

In order to describe quantitatively the details of the profiles of the nonideal atom laser one could solve numerically the Gross-Pitaevskii equation (GPE) [17,19]. As we show here, another approach is possible, using approximations initially developed in the context of photon optics and extended to atom optics. These approximations allow calculation of the atom-laser propagation together with the characterization of its rms width evolution by means of the quality factor M^2, in combination with $ABCD$ matrices. Note, however, that these matrices can only be used in the paraxial regime, i.e., when the transverse kinetic energy is smaller than the longitudinal one [16]. This condition does not hold in the vicinity of the BEC, and thus we split the atom-laser evolution into three steps [Fig. 2(b)] where we use different formalisms in close analogy with optics: (I) WKB inside the condensate (eikonal), (II) Fresnel-Kirchhoff integral outside the con-

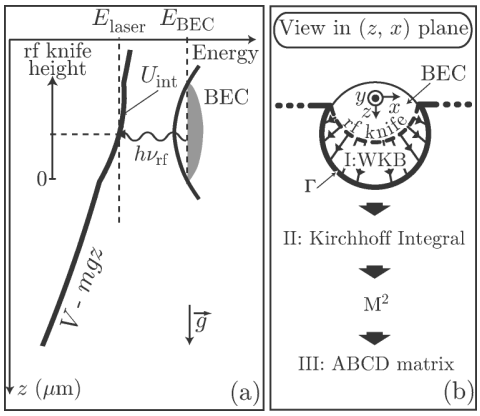


FIG. 2. (a) Principle of the rf outcoupler: the radio frequency $\nu_{\rm rf} = (E_{\rm BEC} - E_{\rm laser})/h$ selects the initial position of the extracted atom-laser beam. The laser is then subjected to the condensate mean-field potential $U_{\rm int}$, to the quadratic Zeeman effect V, and to gravity $-mgz$. For the sake of clarity, V has been exaggerated on the graph. (b) Representation of the two-dimensional theoretical treatment: (I) inside the condensate, phase integral along atomic paths determines the laser wave front at the BEC output (WKB approximation). (II) A Fresnel-Kirchhoff integral on the contour Γ is used to calculate the stationary laser wave function at any point below the condensate. (III) As soon as the beam enters the paraxial regime, we calculate the M^2 quality factor and use $ABCD$ matrix formalism.

densate and, (III) paraxial *ABCD* matrices after sufficient height of fall. In all the following, we do not include interactions within the atom laser since they are negligible for the very dilute beam considered in this Letter. In addition, the condensate is elongated along the y axis, so that the forces along this direction are negligible and we consider only the dynamics in the (z, x) plane.

First, we consider that the atoms extracted from the condensate by the rf outcoupler start at zero velocity from $\mathbf{r}_0$. In region (I) the total potential (resulting from gravity and interactions with the trapped BEC) is cylindrically symmetric along the y axis. The trajectories are thus straight lines [see Fig. 2(b)]. The beam profile $\psi(\mathbf{r}_1)$ at the BEC border is obtained thanks to the WKB approximation, by integrating the phase along classical paths of duration τ_0

$$\psi(\mathbf{r}_1) \propto \frac{1}{\sqrt{\sinh(2\omega_z\tau_0)}} e^{i\int_{\mathbf{r}_0}^{\mathbf{r}_1}\mathbf{k}(\mathbf{r})\cdot d\mathbf{r}}\psi_{\mathrm{BEC}}(\mathbf{r}_0), \qquad (2)$$

where ψ_{BEC} is the condensate wave function and the prefactor ensures the conservation of the flux.

The atom laser being in a quasistationary state, the wave function satisfies in region (II) the time-independent Schrödinger equation at a given energy E in the potential $V - mgz$. Since this equation is analogous to the Helmoltz equation [26,27] in optics, the Fresnel-Kirchhoff integral formalism can be generalized to atom optics as [28]

$$\psi(\mathbf{r}) \propto \oint_\Gamma d\boldsymbol{l}\cdot[G_E\nabla_1\psi(\mathbf{r}_1) - \psi(\mathbf{r}_1)\nabla_1 G_E]. \qquad (3)$$

We take the contour Γ along the condensate border and close it at infinity [see Fig. 2(b)]. The time-independent Green's function $G_E(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1)$ is analytically evaluated from the time-domain Fourier transform of the Feynman propagator $K(\mathbf{r}, \mathbf{r}_1, \tau)$ [28,29] calculated by means of the van Vleck formula [30]. Using $\psi(\mathbf{r}_1)$ from Eq. (2), the wave function $\psi(\mathbf{r})$ is then known at any location $\mathbf{r}$. We verified the excellent agreement of this model with a numerical integration of the GPE including intralaser interactions, thus confirming that they remain negligible throughout propagation.

The method using a Kirchhoff integral is demanded only for the early stages of the propagation. As soon as the paraxial approximation becomes valid, the *ABCD* matrix formalism can be used to describe the propagation of the beam. An example of a profile calculated in the central plane ($y = 0$) is presented in Fig. 3(a). In Fig. 3(b) we add the profiles of all y planes, taking into account the measured resolution of the imaging system. In Fig. 3(c) we present the corresponding experimental profile. The overall shape is in good agreement with theory, and the differences can be explained by imperfections in the imaging process and bias fluctuations during outcoupling. The rms size of the three profiles, which depend very smoothly on the details of the structure, are the same within experimental uncertainties. Thus, hereafter, as in the case of propagation of optical laser using the M^2 parameter, we only consider the evolution of the rms size of the atom laser.

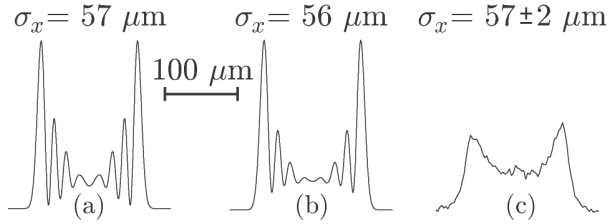


FIG. 3. Beam profile after 600 μm of propagation for an outcoupler height of 3.55 μm: (a) calculated in the central plane $y = 0$, (b) resulting from the integration along the line of sight y, (c) obtained experimentally. Deviations between the curves (b) and (c) can be attributed to imperfections in the imaging process and bias fluctuations. Note that for all three profiles, the overall shape is preserved and the calculated rms width in the central plane is in agreement with the measured one within experimental errors.

To calculate the beam width change in the paraxial regime, we define, following [18], a generalized complex radius of curvature

$$\frac{1}{q(\xi)} = C(\xi) + \frac{iM^2}{2\sigma_x^2(\xi)}, \qquad (4)$$

where σ_x is the rms width of the density profile and $\xi(t)$ a reduced variable which describes the time evolution of the beam such that $\xi = 0$ corresponds to the position of the waist. Equation (4) involves an invariant coefficient, the beam-quality factor M^2, as defined in Eq. (1). This coefficient, as well as the effective curvature $C(\xi)$, can be extracted from the wave front in the paraxial domain, as explained in [31]. In optics, the generalized complex radius obeys the same *ABCD* propagation rules as does a Gaussian beam of the same real beam size, if the wavelength λ is changed to $M^2\lambda$ [20]. Similarly, the complex radius $q(\xi)$ follows here the *ABCD* law for matter waves [16], and we obtain the rms width

$$\sigma_x^2(\xi) = \sigma_{x0}^2\cosh^2(\xi) + \left(\frac{M^2\hbar}{2m\omega}\right)^2\frac{\sinh^2(\xi)}{\sigma_{x0}^2}, \qquad (5)$$

where σ_{x0} is taken at the waist.

This generalized Rayleigh formula allows us to measure M^2. In the inset of Fig. 4, the evolution of the transverse rms width σ_x versus propagation ξ, taken from experimental images, is compared to the one given by Eq. (5), where σ_{x0} is calculated with our model. For a chosen rf outcoupler position, we fit the variation of the width with a single free parameter M^2. We then plot the measured value of M^2 versus the ouput coupler height (Fig. 4), and we find good agreement with theory.

In conclusion, we have characterized the transverse profile of an atom laser. We demonstrated that, in our case, lensing effect when crossing the condensate is a critical contributor to the observed degradation of the

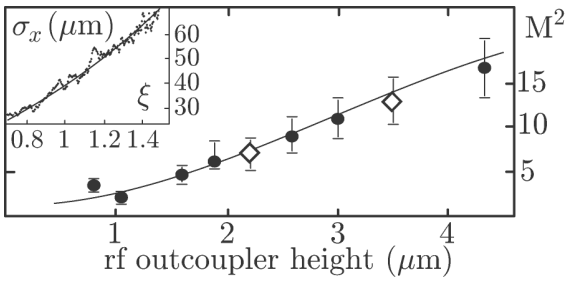


FIG. 4. M^2 quality factor vs rf outcoupler distance from the bottom of the BEC: theory (solid line), experimental points (circles). The two diamonds represent the M^2 for the two nonideal atom lasers shown in Figs. 1(b) and 1(c). The rf outcoupler position is calibrated by the number of outcoupled atoms. Inset: typical fit of the laser rms size with the generalized Rayleigh formula [Eq. (5)] for rf outcoupler position 3.55 μm.

beam. We showed that the beam-quality factor M^2, initially introduced by Siegman [18] for photon laser, is a fruitful concept for describing the propagation of an atom-laser beam with $ABCD$ matrices, as well as for characterizing how far an atom laser deviates from the diffraction limit. For instance, it determines the minimal focusing size that can be achieved with atomic lenses provided that interactions in the laser remain negligible [14,32]. This is of essential importance in view of future applications of coherent matter waves as, for example, when coupling atom lasers onto guiding structures of atomic chips [33]. In addition, if interactions within atom laser become nonnegligible, a further treatment could be developed in analogy with the work of [34] for nonlinear optics.

The authors would like to thank S. Rangwala, A. Villing, and F. Moron for their help on the experiment, L. Sanchez-Palencia and I. Bouchoule for fruitful discussions, and R. Nyman for careful reading of the manuscript. This work is supported by CNES (DA:10030054), DGA (Contracts No. 9934050 and No. 0434042), LNE, EU (Grants No. IST-2001-38863, No. MRTN-CT-2003-505032, and No. FINAQS STREP), INTAS (Contract No. 211-855), and ESF (BEC2000+).

*Email address: Jean-Felix.Riou@iota.u-psud.fr
Electronic address: http://atomoptic.iota.u-psud.fr
†Present address: NIST, Mailcode 847.10, 325 Broadway, Boulder, CO 80305-3328, USA.

[1] R. Ito and S. Okazaki, Nature (London) **406**, 1027 (2000).
[2] P. L. Bender *et al.*, Science **182**, 229 (1973).
[3] M. H. Anderson *et al.*, Science **269**, 198 (1995); K. B. Davis *et al.*, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995); C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, and R. G. Hulet, Phys. Rev. Lett. **75**, 1687 (1995).
[4] M.-O. Mewes *et al.*, Phys. Rev. Lett. **78**, 582 (1997); B. P. Anderson *et al.*, Science **282**, 1686 (1998); E. W. Hagley *et al.*, Science **283**, 1706 (1999).
[5] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. **82**, 3008 (1999).
[6] A. P. Chikkatur *et al.*, Science **296**, 2193 (2002); T. Lahaye *et al.*, Phys. Rev. A **72**, 033411 (2005).
[7] P. Bouyer and M. A. Kasevich, Phys. Rev. A **56**, R1083 (1997).
[8] Y.-J. Wang *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94**, 090405 (2005).
[9] Y. Shin *et al.*, Phys. Rev. A **72**, 021604(R) (2005).
[10] E. te Sligte *et al.*, Appl. Phys. Lett. **85**, 4493 (2004); G. Myszkiewicz *et al.*, Appl. Phys. Lett. **85**, 3842 (2004).
[11] Y. Le Coq *et al.*, cond-mat/0501520.
[12] I. Bloch, M. Kohl, M. Greiner, T. W. Hansch, and T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. **87**, 030401 (2001).
[13] I. Shvarchuck *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 270404 (2002).
[14] A. S. Arnold, C. MacCormick, and M. G. Boshier, J. Phys. B **37**, 485 (2004).
[15] A. E. Siegman, in *Solid State Lasers: New Developments and Applications*, edited by M. Inguscio and R. Wallenstein (Plenum, New York, 1993), p. 13.
[16] Y. Le Coq *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 170403 (2001).
[17] T. Busch, M. Kohl, T. Esslinger, and K. Molmer, Phys. Rev. A **65**, 043615 (2002).
[18] A. E. Siegman, IEEE J. Quantum Electron. **27**, 1146 (1991).
[19] Similar observations had been reported in M. Köhl *et al.*, Phys. Rev. A **72**, 063618 (2005).
[20] P. A. Bélanger, Opt. Lett. **16**, 196 (1991).
[21] F. Gerbier, P. Bouyer, and A. Aspect, Phys. Rev. Lett. **86**, 4729 (2001); Phys. Rev. Lett. **93**, 059905(E) (2004).
[22] M. Fauquembergue *et al.*, Rev. Sci. Instrum. **76**, 103104 (2005).
[23] B. Desruelle *et al.*, Phys. Rev. A **60**, R1759 (1999).
[24] F. Dalfovo *et al.*, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
[25] We also verified that the lensing effect varies very little with condensate atom number since the Thomas-Fermi radius, and thus the part acting on the atom laser varies as $N^{1/5}$ [24].
[26] M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 2002), 7th ed.
[27] C. Henkel, J.-Y. Courtois, and A. Aspect, J. Phys. II **4**, 1955 (1994).
[28] Ch. J. Bordé in *Fundamental Systems in Quantum Optics*, edited by J. Dalibard (Elsevier, New York, 1991); Ch. J. Bordé, C. R. Acad. Sci. Paris, t. 2, Série IV 509 (2001).
[29] R. P. Feynman and A. R. Hibbs, *Quantum Mechanics and Path Integrals* (McGraw-Hill, New York, 1965).
[30] J. H. van Vleck, Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A. **14**, 178 (1928).
[31] A. E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, Mill Valley, California, 1986).
[32] For a focusing size R the transverse kinetic energy deduced from Eq. (1) is $(M^2)^2\hbar^2/4mR^2$, whereas the interaction energy reads $2\pi\hbar^2 a\mathcal{F}/vmR^2$, with a, v, and $\mathcal{F}$ being respectively the scattering length, the on-axis beam velocity, and the flux. Interactions are thus negligible if $\mathcal{F}/v \ll (M^2)^2/8\pi a$.
[33] See special issue on "Atom Chips: Manipulating Atoms and Molecules with Microfabricated Structures," edited by C. Henkel, J. Schmiedmayer, and C. Westbrook [Eur. Phys. J. D 35, No. 1 (2005)].
[34] C. Paré and P. A. Bélanger, Opt. Quantum Electron. **24**, S1051 (1992).

Guided Quasicontinuous Atom Laser

W. Guerin,* J.-F. Riou, J. P. Gaebler,† V. Josse, P. Bouyer, and A. Aspect
Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, CNRS et Université Paris Sud 11, Campus Polytechnique, RD 128, 91127 Palaiseau, France
(Received 12 July 2006; published 13 November 2006)

We report the first realization of a guided quasicontinuous atom laser by rf outcoupling a Bose-Einstein condensate from a hybrid optomagnetic trap into a horizontal atomic waveguide. This configuration allows us to cancel the acceleration due to gravity and keep the de Broglie wavelength constant at 0.5 μm during 0.1 s of propagation. We also show that our configuration, equivalent to pigtailing an optical fiber to a (photon) semiconductor laser, ensures an intrinsically good transverse mode matching.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.200402 PACS numbers: 03.75.Pp, 39.20.+q, 41.85.Ew, 42.60.Jf

The Bose-Einstein condensation of atoms in the lowest level of a trap represents the matter-wave analog to the accumulation of photons in a single mode of a laser cavity. In analogy to photonic lasers, atom lasers can be obtained by outcoupling from a trapped Bose-Einstein condensate (BEC) to free space [1–3]. However, since atoms are massive particles, gravity plays an important role in the laser properties: in the case of rf outcouplers, it lies at the very heart of the extraction process [4] and in general, the beam is strongly accelerated downwards, causing a rapid decrease of the de Broglie wavelength. With the growing interest in coherent atom sources for atom interferometry [5–7] and new studies of quantum transport phenomena [8–14] where large and well-defined de Broglie wavelengths are desirable, a better control of the atomic motion during its propagation is needed. One solution is to couple the atom laser into a horizontal waveguide, so that the effect of gravity is canceled, leading to the realization of a coherent matter wave with constant wavelength.

We report in this Letter on the realization of such a guided quasicontinuous atom laser, where the coherent source, i.e., the trapped BEC, and the guide are *merged* together in a hybrid combination of a magnetic Ioffe-Pritchard trap and a horizontally elongated far off-resonance optical trap constituting an atomic waveguide (see Fig. 1). The BEC, in a state sensitive to both trapping potentials, is submitted to a rf outcoupler yielding atoms in a state sensitive only to the optical potential, resulting in an atom laser propagating along the weak confining axis of the optical trap. In addition to canceling the effect of gravity, this configuration has several advantages. First, coupling into a guide from a BEC rather than from a thermal sample [15] allows us to couple a significant flux into a small number of transverse modes of the guide. Second, the weak longitudinal trapping potential of the guide can be compensated by the antitrapping potential due to the second order Zeeman effect acting onto the outcoupled atoms, resulting in an atom laser with a quasi-constant de Broglie wavelength. Third, using an rf outcoupler rather than releasing a BEC into a guide [14,16] results into quasicontinuous operation, thus insuring sharp linewidth, and gives a better control on the beam parameters. Indeed, changing the frequency of the outcoupler allows one to *tune* the value of the de Broglie wavelength of the atom laser, and adjusting the rf coupler power allows one to independently vary the atom-laser density from the interacting regime to the noninteracting one [17]. In particular, those advantages open new prospects for studying quantum transport phenomena, as, for instance, quantum reflection [18], where interactions dramatically suppress the reflection probability [19]. Finally, in spite of the lensing effect due to the interaction of the atom laser with the trapped BEC [3,20], adiabatic transverse mode matching results into the excitation of only a small number of transverse modes, and we discuss the possibility of achieving single transverse mode operation.

Our setup [21] produces magnetically trapped cold clouds of ^{87}Rb in the $|F, m_F\rangle = |1, -1\rangle$ state. After evaporative cooling to 1 μK, an optical guide produced by 120 mW of Nd:YAG laser ($\lambda = 1064$ nm) focused on a waist of 30 μm is superimposed along the z direction and after a final evaporation ramp of 6 s [22], Bose-Einstein condensation is directly obtained in the optomagnetic trap. We estimate the condensed fraction to 80% ($T \approx 0.4T_c \approx$ 150 nK) with 10^5 atoms in the BEC. In this hybrid trap, the

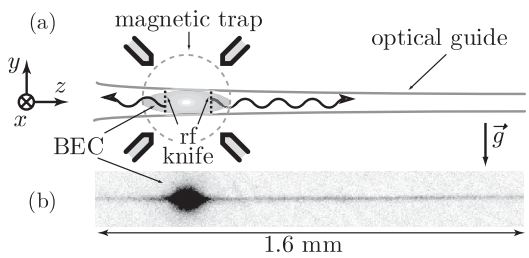


FIG. 1. (a) Setup. The BEC is produced at the intersection of a magnetic trap and a horizontal elongated optical trap acting as a waveguide for the atom laser. A "rf knife" provides outcoupling into the waveguide and an atom laser is emitted on both sides. (b) Absorption image (along x) of a guided atom laser after 100 ms of outcoupling.

 © 2006 The American Physical Society

optical guide ensures a tight transverse confinement, with oscillation frequencies $\omega_{x,y}/2\pi = \omega_\perp/2\pi = 360$ Hz, large compared to those of the magnetic trap ($\omega_x^m/2\pi = 8$ Hz and $\omega_y^m/2\pi = 35$ Hz). In contrast, the confinement along the z axis is due to the shallow magnetic trap with an oscillation frequency $\omega_z^m/2\pi = 35$ Hz. The chemical potential is then $\mu_{\rm BEC}/h \simeq 3.2$ kHz and the Thomas-Fermi radii are $R_z = 25\ \mu$m and $R_\perp = 2.4\ \mu$m. The guided atom laser is obtained by rf-induced magnetic transition [2] between the $|1, -1\rangle$ state and the $|1, 0\rangle$ state, which is submitted to the same transverse confinement due to the optical guide, but is not sensitive (at first order) to the magnetic trapping. We thus obtain a guided coherent matter wave propagating along the optical guide [Fig. 1(b)]. This configuration, where the optical guide dominates the transverse trapping of both the source BEC and the atom laser, enables to collect the outcoupled atoms into the guide with 100% efficiency.

As explained below, the propagation of the guided atom laser, after leaving the region of interaction with the remaining BEC, is dominated by a potential $V_{\rm guide}(z)$ resulting from the repulsive second order Zeeman effect $V_{\rm ZQ}(z) = -m\omega_{\rm ZQ}^2(z - z_m)^2/2$ and the weakly trapping optical potential $V_{\rm op}(z) = m\omega_{\rm op}^2(z - z_0)^2/2$, where z_m and z_0 are, respectively, the magnetic and optical trap centers relative to the BEC center [23]. For our parameters the curvatures of $V_{\rm ZQ}(z)$ and $V_{\rm op}(z)$ cancel each other ($\omega_{\rm op}/2\pi \simeq \omega_{\rm ZQ}/2\pi = 2$ Hz), so that $V_{\rm guide}(z)$ is nearly linear, with a slope corresponding to an acceleration $a_{\rm guide} = \omega_{\rm op}^2 z_0$, several orders of magnitude smaller than gravity [Fig. 2]. Then the atom-laser velocity remains almost constant at $v = 9\ {\rm mm \cdot s^{-1}}$, corresponding to a de Broglie wavelength $\lambda_{\rm db} = h/mv$ of 0.5 μm.

Besides its de Broglie wavelength, an atom laser is characterized by its flux. In quasicontinuous rf outcoupling and in the weak coupling regime [4,24], this flux can be controlled by adjusting the rf power. We work at a flux $\mathcal{F} = 5 \times 10^5\ {\rm at \cdot s^{-1}}$ which is appropriate for efficient absorption imaging of the atom laser. The dimensionless parameter $n_{\rm 1D}a_s$ characterizing the interactions [25] is about 0.25. In this expression, $a_s = 5.3$ nm is the (3D) atomic scattering length and $n_{\rm 1D}$ is the linear density ($n_{\rm 1D} = \mathcal{F}/v \simeq 45\ {\rm at \cdot \mu m^{-1}}$ at $v = 9\ {\rm mm \cdot s^{-1}}$). For $n_{\rm 1D}a_s < 1$ we are in the "1D mean-field" regime [26], where the mean-field intralaser interaction may influence the longitudinal dynamics but not the transverse one.

Our modeling of the dynamics of the guided atom laser is based on the formalism used in [25]. The strong transverse confinement allows us to assume that the quantized transverse dynamics adiabatically follows the slowly varying transverse potential as the laser propagates along the z axis. In this "quasi-1D regime", the laser wave function takes the form

$$\Psi(\vec{r}, t) = \phi(z, t)\psi_\perp(\vec{r}_\perp, z), \tag{1}$$

with the normalization $\int |\psi_\perp|^2 d\vec{r}_\perp = 1$ so that the linear

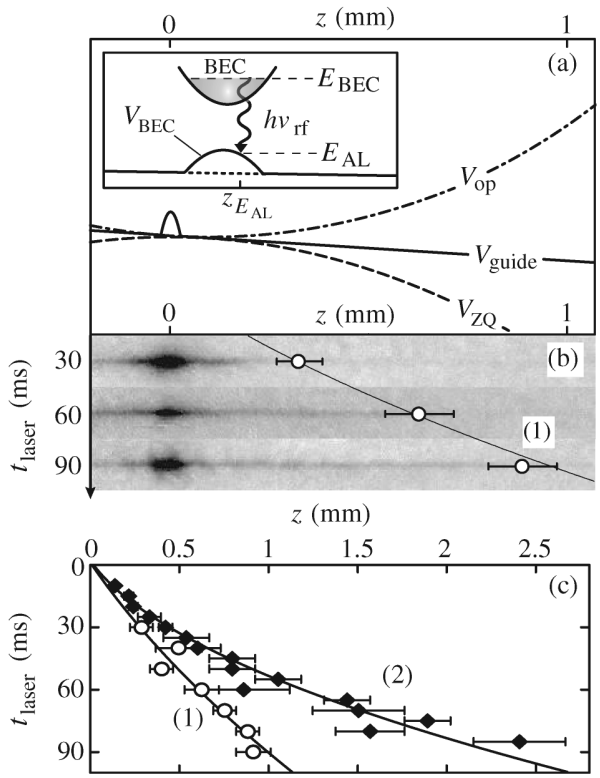


FIG. 2. Longitudinal dynamics of the guided atom laser. (a) Longitudinal potential $V_{\rm guide} + V_{\rm BEC}$, sum of the quadratic Zeeman (dashed line), optical (dash-dot line), and BEC mean-field (inset) potentials. (b) Guided atom laser after different lasing times $t_{\rm laser}$. These images allow us to determine the wave front position (estimated error bars are shown). (c) Wave front position versus $t_{\rm laser}$ for two different adjustments of the optical potential. Each set of data is fitted by a second degree polynomial, yielding the same initial velocity $v_0 = 9 \pm 2\ {\rm mm \cdot s^{-1}}$, and different accelerations $a_1 = 0.07 \pm 0.06\ {\rm m \cdot s^{-2}}$ (1) and $a_2 = 0.36 \pm 0.04\ {\rm m \cdot s^{-2}}$ (2).

density is $n_{\rm 1D} = \int |\Psi|^2 d\vec{r}_\perp = |\phi(z, t)|^2$. In the following we will assume that $\psi_\perp(\vec{r}_\perp, z)$ is the ground state of the local transverse potential including the mean-field interaction due to the BEC, so that it matches perfectly the BEC transverse shape in the overlap region and evolves smoothly to a Gaussian afterwards. The longitudinal dynamics can then be described in terms of hydrodynamical equations, bearing on $n_{\rm 1D}$ and the phase velocity $v = \hbar\nabla\mathcal{S}/m$ such that $\phi = \sqrt{n_{\rm 1D}}e^{i\mathcal{S}}$. In the stationary regime, for an atom laser of energy $E_{\rm AL}$, these equations reduce to the atomic flux and energy conservations:

$$n_{\rm 1D}(z)v(z) = \mathcal{F}, \tag{2}$$

$$\tfrac{1}{2}mv(z)^2 + V_{\rm guide}(z) + \mu(z) = E_{\rm AL}. \tag{3}$$

The quantity $\mu(z)$ is an effective local chemical potential which takes into account both intralaser interaction and transverse confinement [25]. Inside the BEC, $\mu(z)$ is dominated by the interaction with the trapped BEC and we can

rewrite $\mu(z) = V_{\rm BEC}(z) = \mu_{\rm BEC}(1 - z^2/R_z^2)$. Outside the BEC and in the 1D mean-field regime, one has $\mu(z) = \hbar\omega_\perp[1 + 2a_s n_{\rm 1D}(z)]$.

To write Eq. (3), we have neglected the longitudinal quantum pressure since the density $n_{\rm 1D}$ varies smoothly along z. With this simplification, Eqs. (2) and (3) are equivalent to the standard WKB approximation. The amplitude of $\phi(z, t)$ is determined by the flux $\mathcal{F}$ [Eq. (2)] and its phase $\mathcal{S}(z)$ can be derived from the classical motion of an atom of energy $E_{\rm AL}$ submitted to the 1D potential $V_{\rm AL}(z) = V_{\rm guide}(z) + \mu(z)$. The parameters $E_{\rm AL}$ and $\mathcal{F}$, determining the atom-laser wave function, are fixed by the frequency and power of the output coupler.

In the weak coupling regime, the coupling between the trapped BEC and the continuum of propagating atom-laser wave functions can be described by the Fermi golden rule (see [4] and references therein). The atom-laser energy is thus given by the resonance condition

$$E_{\rm AL} = E_{\rm BEC} - h\nu_{\rm rf}, \tag{4}$$

where $E_{\rm BEC}$ is the BEC energy, and the coupling rate, which determines $\mathcal{F}$, depends on the overlap integral between the BEC and the atom-laser wave functions. For a uniformly accelerated atom laser, the longitudinal wave function $\phi(z, t)$ is an Airy function with a narrow lobe around the classical turning point $z_{E_{\rm AL}}$, defined by $v(z_{E_{\rm AL}}) = 0$ in Eq. (3), and the overlap integral is proportional to the BEC wave function at $z_{E_{\rm AL}}$ [4]. This can be interpreted by the so-called Franck-Condon principle, which states that the rf coupler selects, via the resonance condition, the atom-laser extraction position $z_{E_{\rm AL}}$ [27]. In contrast to the case where the atom laser is extracted by gravity, here the acceleration due to $V_{\rm guide}(z)$ is small enough that the potential $V_{\rm AL}(z)$ is dominated by the bump $V_{\rm BEC}(z)$ [Fig. 2(a)], so that there are two outcoupling points corresponding to two atom lasers emitted on both sides of the trapped condensate [Fig. 2(b)]. If the slope of the potential $ma(z_{E_{\rm AL}})$ varies slowly around the outcoupling point at the scale of the first lobe of the corresponding Airy function, the atom-laser wave function can be locally approximated by the Airy function and we can use the result of [4] where gravity acceleration is replaced by $a(z_{E_{\rm AL}})$:

$$\mathcal{F} = \frac{\pi\hbar\Omega_{\rm rf}^2}{2}\frac{n_{\rm 1D}^{\rm BEC}(z_{E_{\rm AL}})}{ma(z_{E_{\rm AL}})}. \tag{5}$$

Here $\Omega_{\rm rf}$ is the Rabi frequency characterizing the rf coupling between the different atomic internal states, and $n_{\rm 1D}^{\rm BEC}(z) = \int d\vec{r}_\perp |\psi_{\rm BEC}(\vec{r}_\perp, z)|^2$ is the condensate linear density. More rigorously, one can solve the Schrödinger equation in a parabolic antitrapping potential [28]. We checked that the two calculations give the same result when the local slope approximation is valid, and the second approach is necessary only when the coupling is close to the maximum of the potential bump. As expected, the flux is then predicted to reach its maximum value.

The modeling above allows us to analyze our experimental data. First, for a Rabi frequency of $\Omega_{\rm rf}/2\pi = 40$ Hz, a BEC of $N_{\rm BEC} \simeq 10^5$ atoms and assuming a coupling at about 5 μm from the center of the BEC, Eq. (5) gives $\mathcal{F} = 5 \times 10^5$ at $\cdot$ s^{-1}, in agreement with the observed decay of the atom number in the BEC. Second, this modeling shows that with our parameters, the axial dynamics of the atom laser associated to Eqs. (2) and (3) is revealed by the propagation of the wave front of the atom laser [Fig. 2(b)]. Indeed, out of the region of overlap with the trapped BEC, and for a coupling close to the potential maximum, the atoms have a kinetic energy of the order of the BEC chemical potential ($\mu_{\rm BEC}/h \simeq 3.2$ kHz), large compared to $\mu(z)$ [$\mu(z)/h \sim \omega_\perp/2\pi = 360$ Hz]. We can thus neglect $\mu(z)$ in Eq. (3), and out of the BEC the wave front acceleration is dominated by $V_{\rm guide}(z)$, while the atomic velocity just leaving the BEC is determined by $V_{\rm BEC}(z_{E_{\rm AL}})$. For an outcoupling at the center of the BEC, the expected value is $v_0 \simeq 5.4$ mm $\cdot$ s^{-1}, somewhat less than the observed value $v_0 = 9 \pm 2$ mm $\cdot$ s^{-1}. The discrepancy will be discussed below.

We now turn to the transverse mode of the guided atom laser. To characterize it, we measure the transverse energy using a time-of-flight: after 60 ms of propagation, the optical guide is suddenly switched off and we measure the expansion along the y axis. The evolution of the rms size is directly related to the transverse kinetic energy according to $\sigma(t)^2 = \sigma_0^2 + \langle v_y^2\rangle t^2$, where σ_0 is the resolution of the imaging system (7.5 μm) which dominates the initial transverse size (0.6 μm). A fit gives $\langle v_y^2\rangle = 4.5 \pm 0.2$ mm^2/s^2. Assuming cylindrical symmetry, this corresponds to a total transverse energy $E_\perp = (5.5 \pm 0.8)\hbar\omega_\perp$, i.e., an average excitation quantum number of 2 along each transverse direction. This shows that only a few transverse modes are excited, and we may wonder whether single transverse mode operation is achievable.

Actually, we expect the atom laser to be outcoupled in its lowest transverse mode. Indeed, the transverse potential experienced by an atom in the atom laser has the same shape as the one experienced by an atom of the BEC, i.e., in the Thomas-Fermi approximation, quadratic trapping edges and a flat bottom of width $2R_\perp(z)$. As z increases, this width decreases monotonically to 0 until the point where the atom laser leaves the BEC and experiences a pure harmonic potential. A numerical simulation shows that this evolution is smooth enough to enable the transverse atom-laser wave function $\psi_\perp(\vec{r}_\perp, z)$ to adiabatically adjust to the local ground state, resulting in the prediction of almost single-mode emission. The observed multimode behavior may be attributed to different experimental imperfections, which can be fixed in future experiments. First, if the magnetic trap is not exactly centered on the optical guide, transverse mode matching between the BEC and the guide is not perfect. Second, excitation of higher

transverse modes can be provoked by the position noise of the guide (we observe a heating rate of 100 nK/s). Finally, a numerical resolution of the coupled Gross-Pitaevskii equations suggests that at our value of the atomic flux, the BEC decay is not adiabatic enough [4] so that the outcoupling could induce excitations inside the BEC and thus increase the energy transferred to the atom laser. This might also explain why the observed values of atom-laser velocity correspond to an energy somewhat larger than μ_{BEC}.

In conclusion, we have demonstrated a scheme for efficiently coupling a BEC into a waveguide. We have obtained a guided atom laser with an almost constant de Broglie wavelength, at a value of 0.5 μm, and by coupling near the boundary of the BEC it should be possible to obtain even larger de Broglie wavelengths. Such values are of interest for experiments in atom interferometry as, for instance, the coherent splitting at the crossing of two matter-wave guides [29,30], which could be implemented in miniaturized components [31]. Furthermore, as the atomic wavelength reaches values similar to visible light wavelength, transport properties through wells, barriers, or disordered structures engineered with light should enter the quantum regime [8–14]. Also the control of the atom-laser flux offers the possibility to tune the amount of interaction inside the guided atom-laser beam. For instance, the possibility of combining a large and well-defined de Broglie wavelength together with a density small enough to suppress interactions, should provide the conditions to observe Anderson-like localization [13]. On the other hand, the interacting regime should allow investigation of effects such as the breakdown of superfluidity through obstacles [9,10], or nonlinear resonant transport [11,12]. We thus believe that our scheme constitutes a very promising tool for further development of coherent guided atom optics.

The authors would like to thank M. Fauquembergue and Y. Le Coq for their help at the early stages of the experiment and D. Clément for fruitful discussions. The Groupe d'Optique Atomique is a member of IFRAF. This work is supported by CNES (No. DA:10030054), DGA (Contracts No. 9934050 and No. 0434042), LNE, EU (Grants No. IST-2001-38863, No. MRTN-CT-2003-505032 and FINAQS STREP) and ESF (No. BEC2000+ and QUDEDIS).

*Email address: William.Guerin@institutoptique.fr
Electronic address: www.atomoptic.fr
†Present address: JILA, University of Colorado, 440 UCB, Boulder, CO 80309-0440, USA.

[1] M.-O. Mewes *et al.*, Phys. Rev. Lett. **78**, 582 (1997); B. P. Anderson and M. A. Kasevich *et al.*, Science **282**, 1686 (1998); E. W. Hagley *et al.*, Science **283**, 1706 (1999); G. Cennini *et al.*, Phys. Rev. Lett. **91**, 240408 (2003); N. P. Robins *et al.*, Phys. Rev. Lett. **96**, 140403 (2006).
[2] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, Phys. Rev. Lett. **82**, 3008 (1999).
[3] Y. Le Coq *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 170403 (2001).
[4] F. Gerbier, P. Bouyer, and A. Aspect, Phys. Rev. Lett. **86**, 4729 (2001). Note that the expression of the extraction rate calculated in this Letter must be corrected by a factor of 2, see Phys. Rev. Lett. **93**, 059905(E) (2004).
[5] P. Bouyer and M. A. Kasevich, Phys. Rev. A **56**, R1083 (1997).
[6] S. Gupta *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 140401 (2002).
[7] Y.-J. Wang *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94**, 090405 (2005).
[8] P. Leboeuf and N. Pavloff, Phys. Rev. A **64**, 033602 (2001).
[9] F. Catalliotti *et al.*, New J. Phys. **5**, 71 (2003).
[10] N. Pavloff, Phys. Rev. A **66**, 013610 (2002).
[11] I. Carusotto, Phys. Rev. A **63**, 023610 (2001).
[12] T. Paul, K. Richter, and P. Schlagheck, Phys. Rev. Lett. **94**, 020404 (2005).
[13] T. Paul *et al.*, Phys. Rev. A **72**, 063621 (2005).
[14] D. Clément *et al.*, Phys. Rev. Lett. **95**, 170409 (2005); C. Fort *et al.*, Phys. Rev. Lett. **95**, 170410 (2005); T. Schulte *et al.*, Phys. Rev. Lett. **95**, 170411 (2005).
[15] M. J. Renn *et al.*, Phys. Rev. Lett. **75**, 3253 (1995); J. Fortàgh *et al.*, Phys. Rev. Lett. **81**, 5310 (1998); J. Denschlag, D. Cassetari, and J. Schmiedmayer, Phys. Rev. Lett. **82**, 2014 (1999); D. Müller *et al.*, Phys. Rev. Lett. **83**, 5194 (1999); L. Pruvost *et al.*, Opt. Commun. **166**, 199 (1999); N. H. Dekker *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84**, 1124 (2000); M. Key *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84**, 1371 (2000); B. K. Teo and G. Raithel, Phys. Rev. A **63**, 031402 (2001); P. Cren *et al.*, Eur. Phys. J. D **20**, 107 (2002).
[16] K. Bongs *et al.*, Phys. Rev. A **63**, 031602 (2001); W. Hänsel *et al.*, Nature (London) **413**, 498 (2001); A. E. Leanhardt *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 040401 (2002); J. Fortàgh *et al.*, Appl. Phys. Lett. **81**, 1146 (2002); S. Gupta *et al.*, Phys. Rev. Lett. **95**, 143201 (2005).
[17] In contrast to the scheme proposed by E. Mandonnet *et al.* Eur. Phys. J. D **10**, 9 (2000), our scheme does not demand interactions to play a significant role.
[18] F. Shimizu, Phys. Rev. Lett. **86**, 987 (2001).
[19] T. A. Pasquini *et al.*, Phys. Rev. Lett. **97**, 093201 (2006).
[20] J.-F. Riou *et al.*, Phys. Rev. Lett. **96**, 070404 (2006).
[21] M. Fauquembergue *et al.*, Rev. Sci. Instrum. **76**, 103104 (2005).
[22] Because of the strong rf, evaporated atoms are in the antitrapping $|1, 1\rangle$ state and escape rapidly along the guide axis.
[23] Because of the optical trap, the BEC is shifted from the magnetic trap center by $z_m = -(\omega_{\mathrm{op}}/\omega_z^m)^2 z_0$.
[24] N. P. Robins *et al.*, Phys. Rev. A **72**, 031606(R) (2005).
[25] A. Jackson, G. Kavoulakis, and C. Pethick, Phys. Rev. A **58**, 2417 (1998).
[26] C. Menotti and S. Stringari, Phys. Rev. A **66**, 043610 (2002).
[27] Y. B. Band, P. S. Julienne, and M. Trippenbach, Phys. Rev. A **59**, 3823 (1999).
[28] H. A. Fertig and B. I. Halperin, Phys. Rev. B **36**, 7969 (1987).
[29] O. Houde, D. Kadio, and L. Pruvost, Phys. Rev. Lett. **85**, 5543 (2000).
[30] R. Dumke *et al.*, Phys. Rev. Lett. **89**, 220402 (2002).
[31] G. Birkl *et al.*, Opt. Commun. **191**, 67 (2001).

Bibliographie

[1] S. Bose, "Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese", *Z. Phys.* **26**, 178 (1924).

[2] A. Einstein, "Quantentheorie des einatomigen idealen Gases.", *Sitzungber. Preuss. Akad. Wiss.* **22**, 261 (1924).

[3] A. Einstein, "Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung", *Sitzungber. Preuss. Akad. Wiss.* **23**, 3 (1925).

[4] F. London, "The λ-phenomenon of liquid helium and the Bose-Einstein degeneracy", *Nature* **141**, 643 (1938).

[5] J. Bardeen, L. Cooper, et J. Schrieffer, "Theory of Superconductivity", *Phys. Rev.* **108**, 1175 (1957).

[6] H. F. Hess, "Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen", *Phys. Rev. B* **34**, 3476 (1986).

[7] H. Metcalf et P. van der Straten, *Laser cooling and Trapping* (Springer, New York, 1999).

[8] S. Chu, "The manipulation of neutral particles", *Rev. Mod. Phys.* **70**, 685 (1998).

[9] C. Cohen-Tannoudji, "Manipulating atoms with photons", *Rev. Mod. Phys.* **70**, 707 (1998).

[10] W. D. Phillips, "Laser cooling and trapping of neutral atoms", *Rev. Mod. Phys.* **70**, 721 (1998).

[11] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, et E. A. Cornell, "Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor", *Science* **269**, 198 (1995).

[12] C. C. Bradley, C. A. Sackett, J. J. Tollett, et R. G. Hulet, "Evidence of Bose-Einstein condensation in an atomic gas with attractive interactions", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 1687 (1995), et *Phys. Rev. Lett.* 79, 1170(E) (1997).

[13] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D. M. Kurn, et W. Ketterle, "Bose-Einstein condensation in a gas of sodium atoms", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3969 (1995).

[14] E. A. Cornell et C. E. Wieman, "Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments", *Rev. Mod. Phys.* **74**, 875 (2002).

[15] W. Ketterle, "When atoms behave as waves : Bose-Einstein condensation and the atom laser", *Rev. Mod. Phys.* **74**, 1131 (2002).

[16] C. C. Bradley, C. A. Sackett, et R. G. Hulet, "Bose-Einstein condensation of Lithium : observation of limited condensate number", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 985 (1997).

[17] D. G. Fried, T. C. Killian, L. Willmann, D. Landhuis, S. C. Moss, D. Kleppner, et T. J. Greytak, "Bose-Einstein condensation of atomic hydrogen", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3811 (1998).

[18] S. L. Cornish, N. R. Claussen, J. L. Roberts, E. A. Cornell, et C. E. Wieman, "Stable ^{85}Rb Bose-Einstein condensate with widely tunable interactions", *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1795 (2000).

[19] A. Robert, O. Sirjean, A. Browaeys, J. Poupard, C. Westbrook, et A. Aspect, "A Bose-Einstein condensate of metastable atoms", *Science* **292**, 1320 (2001).

[20] F. Pereira-Dos Santos, J. Léonard, J. Wang, C. Barrelet, F. Perales, E. Rasel, C. S. Unnikrishnan, M. Leduc, et C. Cohen-Tannoudji, "Bose-Einstein condensation of metastable helium", *Phys. Rev. Lett.* **86**, 3459 (2001).

[21] G. Modugno, G. Ferrari, G. Roati, R. J. Brecha, A. Simoni, et M. Inguscio, "Bose-Einstein condensation of potassium atoms by sympathetic cooling", *Science* **294**, 1320 (2001).

[22] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H.-C. Nägerl, et R. Grimm, "Bose-Einstein condensation of cesium", *Science* **299**, 232 (2003).

[23] Y. Takasu, K. Maki, K. Komori, T. Takano, K. Honda, M. Kumakura, T. Yabuzaki, et Y. Takahashi, "Spin-Singlet Bose-Einstein Condensation of Two-Electron Atoms", *Phys. Rev. Lett.* **91**, 040404 (2003).

[24] A. Griesmaier, J. Werner, S. Hensler, J. Stuhler, et T. Pfau, "Bose-Einstein Condensation of Chromium", *Phys. Rev. Lett.* **94**, 160401 (2005).

[25] B. DeMarco et D. S. Jin, "Onset of Fermi degeneracy in a trapped atomic gaz", *Science* **285**, 1703 (1999).

[26] A. G. Truscott, K. E. Strecker, W. I. McAlexander, G. B. Partridge, et R. G. Hulet, "Observation of Fermi pressure in a gas of trapped atoms", *Science* **291**, 2570 (2001).

[27] M. Greiner, C. A. Regal, et D. S. Jin, "Emergence of a molecular Bose-Einstein condensate from a Fermi gas", *Nature* **426**, 537 (2003).

[28] A. Lenef, T. Hammond, E. Smith, M. Chapman, R. Rubenstein, et D. E. Pritchard, "Rotation Sensing with an Atom Interferometer", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 760 (1997).

[29] T. L. Gustavson, P. Bouyer, et M. A. Kasevich, "Precision rotation measurements with an atom interferometer gyroscope", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 2046 (1997).

[30] M. J. Snadden, J. M. McGuirk, P. Bouyer, K. G. Haritos, et M. A. Kasevich, "Measurement of the Earth's gravity gradient with an atom interferometer-based gravity gradiometer", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 971 (1998).

[31] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, et W. Ketterle, "Output coupler for Bose-Einstein condensed atoms", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 582 (1997).

[32] B. P. Anderson et M. A. Kasevich, "Macroscopic quantum interference from atomic tunnel arrays", *Science* **282**, 1686 (1998).

[33] I. Bloch, T. W. Hänsch, et T. Esslinger, "Atom laser with a cw output coupler", *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999).

[34] E. W. Hagley, L. Deng, M. Kozuma, J. Wen, K. Helmerson, S. L. Rolston, et W. D. Phillips, "A well-collimated quasi-continuous atom laser", *Science* **283**, 1706 (1999).

[35] E. Mandonnet, A. Minguzzi, R. Dum, I. Carusotto, Y. Castin, et J. Dalibard, "Evaporative cooling of an atomic beam", *Eur. Phys. J. D* **10**, 9 (2000).

[36] T. Lahaye, J. M. Vogels, K. J. Günter, Z. Wang, J. Dalibard, et D. Guéry-Odelin, "Realization of a Magnetically Guided Atomic Beam in the Collisional Regime", *Phys. Rev. Lett.* **93**, 093003 (2004).

[37] S. E. Olson, R. R. Mhaskar, et G. Raithel, "Continuous propagation and energy filtering of a cold atomic beam in a long high-gradient magnetic atom guide", *Phys. Rev. A* **73**, 033622 (2006).

[38] M. Fauquembergue, *Réalisation d'un dispositif de condensation et de transport d'un échantillon cohérent d'atomes*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris XI, 2004.

[39] Y. Le Coq, *Condensats de Bose-Einstein et lasers à atomes*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris XI, 2002.

[40] J.-F. Riou, *Étude des propriétés de propagation d'un laser à atomes*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris XI, 2006.

[41] M. Fauquembergue, J.-F. Riou, W. Guerin, S. Rangwala, F. Moron, A. Villing, Y. Le Coq, P. Bouyer, A. Aspect, et M. Lécrivain, "Partially ferromagnetic electromagnet for trapping and cooling neutral atoms to quantum degeneracy", *Rev. Sci. Instrum.* **76**, 103104 (2005).

[42] J.-F. Riou, W. Guerin, Y. Le Coq, M. Fauquembergue, V. Josse, P. Bouyer, et A. Aspect, "Beam Quality of a Nonideal Atom Laser", *Phys. Rev. Lett.* **96**, 070404 (2006).

[43] Y. Le Coq, J. H. Thywissen, S. A. Rangawala, F. Gerbier, S. Richard, G. Delannoy, P. Bouyer, et A. Aspect, "Atom laser divergence", *Phys. Rev. Lett.* **87**, 170403 (2001).

[44] J.-F. Riou *et al.*, "Propagation of multimode atom lasers", *en préparation* (2007).

[45] W. Guerin, J.-F. Riou, J. P. Gaebler, V. Josse, P. Bouyer, et A. Aspect, "Guided Quasicontinuous Atom Laser", *Phys. Rev. Lett.* **97**, 200402 (2006).

[46] L. de Broglie, "Ondes et Quanta", *Compt. Ren.* **177**, 507 (1923).

[47] C. J. Davisson et L. H. Germer, "Scattering of Electrons by a Single Crystal of Nickel", *Nature* **119**, 558 (1927).

[48] J. E. Bjorkholm, R. R. Freeman, A. Ashkin, et D. B. Pearson, "Observation of Focusing of Neutral Atoms by the Dipole Forces of Resonance-Radiation Pressure", *Phys. Rev. Lett.* **41**, 1361 (1978).

[49] P. E. Moskowitz, P. L. Gould, S. R. Atlas, et D. E. Pritchard, "Diffraction of an atomic beam by standing-wave radiation", *Phys. Rev. Lett.* **51**, 370 (1983).

[50] P. J. Martin, B. G. Oldaker, A. H. Hiklich, et D. E. Pritchard, "Bragg scattering of atoms from a standing light wave", *Phys. Rev. Lett.* **60**, 515 (1988).

[51] D. W. Keith, M. L. Schattenburg, H. I. Smith, et D. E. Pritchard, "Diffraction of Atoms by a Transmission Grating", *Phys. Rev. Lett.* **61**, 1580 (1988).

[52] A. Aspect, N. Vansteenkiste, R. Kaiser, H. Haberland, et M. Karrais, "Preparation of a pure intense beam of metastable helium by laser cooling", *Chem. Phys.* **145**, 307 (1990).

[53] B. Masterson, C. Tanner, H. Patrick, et C. Wieman, "High-brightness, high-purity spin-polarized cesium beam", *Phys. Rev. A* **47**, 2139 (1993).

[54] V. I. Balykin, V. S. Letokhov, Y. B. Ovchinnikov, et A. I. Sidorov, "Quantum-state-selective mirror reflection of atoms by laser light", *Phys. Rev. Lett.* **60**, 2137 (1988), et *Phys. Rev. Lett.* **61**, 902 (1988).

[55] M. A. Kasevich, D. S. Weiss, et S. Chu, "Normal-incidence reflection of slow atoms from an optical evanescent wave", *Opt. Lett.* **15**, 607 (1990).

[56] C. Aminoff, A. Steane, P. Bouyer, P. Desbiolles, J. Dalibard, et C. Cohen-Tannoudji, "Cesium atoms bouncing in a stable gravitational cavity", *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3083 (1993).

[57] W. Seifert, C. S. Adams, V. I. Balykin, C. Heine, Y. Ovchinnikov, et J. Mlynek, "Reflection of atoms from enhanced evanescent waves", *Phys. Rev. A* **49**, 3814 (1994).

[58] A. Landragin, G. Labeyrie, C. Henkel, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, C. I. Westbrook, et A. Aspect, "Specular versus diffuse reflection of atoms from an evanescent wave atomic mirror", *Opt. Lett.* **21**, 1591 (1996).

[59] T. M. Roach, H. Abele, M. G. Boshier, H. L. Grossman, K. P. Zetie, et E. A. Hinds, "Realization of a magnetic mirror for cold atoms", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 629 (1995).

[60] K. S. Johnson, M. Drndić, J. H. Thywissen, G. Zabow, R. M. Westervelt, et M. Prentiss, "Atomic deflection using an adaptative microelectromagnet mirror", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1137 (1998).

[61] N. Westbrook, *Les miroirs à atomes*, Habilitation à diriger les recherches, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris XI, 2000.

[62] M. Kasevich et S. Chu, "Atomic interferometry using stimulated Raman transitions", *Phys. Rev. Lett.* **67**, 181 (1991).

[63] O. Houde, D. Kadio, et L. Pruvost, "Cold Atom Beam Splitter realized with 2 crossing dipole guides", *Phys. Rev. Lett.* **85**, 5543 (2000).

[64] R. Dumke, T. Müther, M. Volk, W. Ertmer, et G. Birkl, "Interferometer-Type Structures for Guided Atoms", *Phys. Rev. Lett.* **89**, 220402 (2002).

[65] D. Cassettari, B. Hessmo, R. Folman, T. Maier, et J. Schmiedmayer, "Beam splitter for guided atoms", *Phys. Rev. Lett.* **85**, 5483 (2000).

[66] D. Müller, E. A. Cornell, M. Prevedelli, P. D. D. Schwindt, A. Zozulya, et D. Z. Anderson, "Waveguide atom beam splitter for laser-cooled neutral atoms", *Opt. Lett.* **25**, 1382 (2000).

[67] H. Kreutzmann, U. Poulsen, M. Lewenstein, R. Dumke, W. Ertmer, G. Birkl, et A. Sanpera, "Coherence Properties of Guided-Atom Interferometers", *Phys. Rev. Lett.* **92**, 163201 (2004).

[68] O. Carnal et J. Mlynek, "Young's double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer", *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2689 (1991).

[69] F. Shimizu, K. Shimizu, et H. Takuma, "Double-slit interference with ultracold metastable neon atoms", *Phys. Rev. A* **46**, R17 (1992).

[70] D. W. Keith, C. R. Ekstrom, Q. A. Turchette, et D. E. Pritchard, "An interferometer for atoms", *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2693 (1991).

[71] F. Riehle, T. Kister, A. Witte, J. Helmcke, et C. J. Bordé, "Optical Ramsey spectroscopy in a rotating frame : Sagnac effect in a matter-wave interferometer", *Phys. Rev. Lett.* **67**, 177 (1991).

[72] J. Robert, C. Miniatura, S. LeBoiteux, J. Reinhardt, V. Bocvarski, et J. Baudon, "Atomic interferometry with metastable hydrogen atoms", *Europhys. Lett.* **16**, 629 (1991).

[73] C. J. Bordé, "Atomic interferometry with internal state labelling", *Phys. Lett. A* **140**, 10 (1989).

[74] D. M. Giltner, R. W. McGowan, et S. A. Lee, "Atom interferometer based on Bragg scattering of atoms from standing light waves", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2638 (1995).

[75] E. M. Rasel, M. K. Oberthaler, H. Batelaan, J. Schmiedmayer, et A. Zeilinger, "Atom Wave Interferometry with Diffraction Gratings of Light", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2633 (1995).

[76] D. S. Weiss, B. C. Young, et S. Chu, "Precision measurement of the photon recoil of an atom using atomic interferometry", *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2706 (1993).

[77] T. L. Gustavson, A. Landragin, et M. A. Kasevich, "Rotation Sensing with a dual atom interferometer Sagnac gyroscope", *Class. Quantum Grav.* **17**, 1 (2000).

[78] A. Peters, K. Chung, et S. Chu, "High-precision gravity measurements using atom interferometry", *Metrologia* **38**, 25 (2001).

[79] P. Bouyer, *Interférométrie atomique : des sources d'atomes refroidies aux lasers à atomes*, Habilitation à diriger les recherches, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris XI, 2005.

[80] B. Canuel *et al.*, "Six-Axis Inertial Sensor Using Cold-Atom Interferometry", *Phys. Rev. Lett.* **97**, 010402 (2006).

[81] C. Cohen-Tannoudji, Propriétés de cohérence des condensats de Bose-Einstein, Cours au Collège de France, 1999-2000, disponible sur http ://www.phys.ens.fr/cours/college-de-france.

[82] R. J. Glauber, "The Quantum Theory of Optical Coherence", *Phys. Rev.* **131**, 2529 (1963).

[83] R. Hanbury Brown et R. Q. Twiss, "A Test of a New Type of Stellar Interferometer on Sirius", *Nature* **178**, 1406 (1956).

[84] M. R. Andrews, C. G. Townsend, H.-J. Miesner, D. S. Durfee, D. M. Kurn, et W. Ketterle, "Observation of Interference Between Two Bose-Einstein Condensates", *Science* **275**, 637 (1997).

[85] J. Stenger, S. Inouye, A. P. Chikkatur, D. M. Stamper-Kurn, D. E. Pritchard, et W. Ketterle, "Bragg Spectroscopy of a Bose-Einstein Condensate", *Phys. Rev. Lett.* **82**, 4569 (1999), et *Phys. Rev. Lett.* **84**, 2283 (2000).

[86] F. Gerbier, *Condensats de Bose-Einstein dans un piège anisotrope*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris VI, 2003.

[87] S. Richard, *Spectroscopie en impulsion des fluctuations de phase de condensats de Bose-Einstein très allongés*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris XI, 2003.

[88] M. Hugbart-Fouché, *Étude des propriétés de cohérence d'un condensat de Bose-Einstein à l'équilibre et hors équilibre*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris XI, 2005.

[89] E. W. Hagley *et al.*, "Measurement of the Coherence of a Bose-Einstein Condensate", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3112 (1999).

[90] I. Bloch, T. W. Hänsch, et T. Esslinger, "Measurement of the spatial coherence of a trapped Bose gas at the phase transition", *Nature* **403**, 166 (2000).

[91] M. Hugbart, J. A. Retter, A. F. Varón, P. Bouyer, A. Aspect, et M. J. Davis, "Population and phase coherence during the growth of an elongated Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. A* **75**, 011602 (2007).

[92] S. Ritter, A. Öttl, T. Donner, T. Bourdel, M. Kohl, et T. Esslinger, "Observing the Formation of Long-Range Order during Bose-Einstein Condensation", *Phys. Rev. Lett.* **98**, 090402 (2007).

[93] M. Schellekens, R. Hoppeler, A. Perrin, J. V. Gomes, D. Boiron, A. Aspect, et C. I. Westbrook, "Hanbury Brown Twiss Effect for Ultracold Quantum Gases", *Science* **310**, 648 (2005).

[94] S. Fölling, F. Gerbier, A. Widera, O. Mandel, T. Gericke, et I. Bloch, "Spatial quantum noise interferometry in expanding ultracold atom clouds", *Nature* **434**, 481 (2005).

[95] A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl, et T. Esslinger, "Correlations and counting statistics of an atom laser", *Phys. Rev. Lett.* **95**, 090404 (2005).

[96] W. Ketterle et H.-J. Miesner, "Coherence properties of Bose-Einstein condensates and atom lasers", *Phys. Rev. A* **56**, 3291 (1997).

[97] E. A. Burt, R. W. Ghrist, C. J. Myatt, M. J. Holland, E. A. Cornell, et C. E. Wieman, "Coherence, correlations, and collisions :

What one learns about Bose-Einstein condensates from their decay", *Phys. Rev. Lett.* **79**, 337 (1997).

[98] N. P. Robins, C. Figl, S. A. Haine, A. K. Morrison, M. Jeppesen, J. J. Hope, et J. D. Close, "Achieving Peak Brightness in an Atom Laser", *Phys. Rev. Lett.* **96**, 140403 (2006).

[99] G. Cennini, G. Ritt, C. Geckeler, et M. Weitz, "All-Optical Realization of an Atom Laser", *Phys. Rev. Lett.* **91**, 240408 (2003).

[100] I. Bloch, M. Köhl, M. Greiner, T. W. Hänsch, et T. Esslinger, "Optics with an atom laser beam", *Phys. Rev. Lett.* **87**, 030401 (2001).

[101] M. Köhl, T. W. Hänsch, et T. Esslinger, "Continuous detection of an atom laser beam", *Phys. Rev. A* **65**, 021606 (2002).

[102] M. Köhl, T. W. Hänsch, et T. Esslinger, "Measuring the temporal coherence of an atom laser beam", *Phys. Rev. Lett.* **87**, 160404 (2001).

[103] M. Köhl, A. Öttl, S. Ritter, T. Donner, T. Bourdel, et T. Esslinger, "Time interval distributions of atoms in atomic beams", *Appl. Phys. B* **86**, 391 (2006).

[104] R. Nyman *et al.*, "I.C.E. : a transportable atomic inertial sensor for test in microgravity", *Appl. Phys. B* **84**, 673 (2006).

[105] M. J. Renn, D. Montgomery, O. Udovin, D. Z. Anderson, C. E. Wieman, et E. A. Cornell, "Laser-guided atoms in hollow-core fibers", *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3253 (1995).

[106] H. Ito, T. Nakata, K. Sakaki, M. Ohtsu, K. Lee, et W. Jhe, "Laser spectroscopy of atoms guided by evanescent wave in micron-sized hollow optical fibers", *Phys. Rev. Lett.* **76**, 4500 (1996).

[107] D. Müller, E. A. Cornell, D. Z. Anderson, et E. R. I. Abraham, "Guiding laser-cooled atoms in hollow core fibers", *Phys. Rev. A* **61**, 033411 (2000).

[108] L. Pruvost, D. Marescaux, O. Houde, et H. T. Duong, "Guiding and cooling of cold atoms in a dipole guide", *Opt. Comm.* **166**, 199 (1999).

[109] K. Bongs, S. Burger, S. Dettmer, D. Hellweg, J. J. Arlt, W. Ertmer, et K. Sengstock, "A waveguide for Bose-Einstein condensates", *Phys. Rev. A* **63**, R31602 (2001).

[110] D. Clément, A. Varón, M. Hugbart, J. Retter, P. Bouyer, L. Sanchez-Palencia, D. Gangardt, G. V. Shlyapnikov, et A. Aspect, "Suppression of Transport of an Interacting Elongated Bose-Einstein Condensate in a Random Potential", *Phys. Rev. Lett.* **95**, 170409 (2005).

[111] C. Fort, l. Fallani, V. Guarrera, J. Lye, m. Modugno, D. Wiersma, et M. Inguscio, "Effect of optical disorder and single defects on the expansion of a Bose-Einstein condensate in a one-dimensional waveguide", *Phys. Rev. Lett.* **95**, 170410 (2005).

[112] T. Schulte, S. Drenkelforth, J. Kruse, W. Ertmer, j. Arlt, K. Sacha, J. Zakrzewski, et M. Lewenstein, "Route towards Anderson-like localisation of Bose-Einstein condensate in disordered optical lattices", *Phys. Rev. Lett.* **95**, 170411 (2005).

[113] J. Schmiedmayer, "Guiding and Trapping of neutral atoms on a wire", *Phys. Rev. A* **52**, R13 (1995).

[114] J. Fortágh, A. Grossmann, C. Zimmermann, et T. W. Hänsch, "Miniaturized wire trap for neutral atoms", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5310 (1998).

[115] J. Denschlag, D. Cassetari, et J. Schmiedmayer, "Guiding neutral atoms with a wire", *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2014 (1999).

[116] D. Müller, D. Z. Anderson, R. J. Gro, P. D. D. Schwindt, et E. A. Cornell, "Guiding neutral atoms around curves with lithographically patterned current-carrying wires", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 5194 (1999).

[117] M. Key, I. G. Hughes, W. Rooijakkers, B. E. Sauer, E. A. Hinds, D. J. Richardson, et P. G. Kazansky, "Propagation of Cold Atoms along a Miniature Magnetic Guide", *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1371 (2000).

[118] J. Reichel, W. Hänsel, et T. W. Hänsch, "Atomic micromanipulation with magnetic surface traps", *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3398 (1999).

[119] N. H. Dekker, C. S. Lee, V. Lorent, J. H. Thywissen, S. P. Smith, M. Drndić, R. M. Westervelt, et M. Prentiss, "Guiding neutral atoms with a chip", *Phys. Rev. Lett.* **84**, 1124 (2000).

[120] R. Folmann, P. Krüger, D. Cassetari, B. Hessmo, T. Maier, et J. Schmiedmayer, "Controlling cold atoms using nanofabricated surfaces : atom chips", *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4749 (2000).

[121] J. Fortágh et C. Zimmermann, "Magnetic microtraps for ultracold atoms", *Rev. Mod. Phys.* **79**, 235 (2007).

[122] A. E. Leanhardt, A. P. Chikkatur, D. Kielpinski, Y. Shin, T. L. Gustavson, W. Ketterle, et D. E. Pritchard, "Propagation of Bose-Einstein condensates in a magnetic waveguide", *Phys. Rev. Lett.* **89**, 040401 (2002).

[123] J. Fortágh, H. Ott, G. Schlotterbeck, C. Zimmermann, B. Herzog, et D. Wharam, "Microelectromagnets for trapping and manipulating ultracold atomic quantum gases", *Appl. Phys. Lett.* **81**, 1146 (2002).

[124] J. A. Sauer, M. D. Barret, et M. S. Chapman, "Storage ring for neutral atoms", *Phys. Rev. Lett.* **87**, 270401 (2001).

[125] S. Gupta, K. W. Murch, K. L. Moore, T. Purdy, et D. M. Stamper-Kurn, "Bose-Einstein Condensation in a circular waveguide", *Phys. Rev. Lett.* **95**, 143201 (2005).

[126] A. S. Arnold, C. S. Garvie, et E. Riis, "Large magnetic storage ring for Bose-Einstein condensates", *Phys. Rev. A* **73**, 041606 (2006).

[127] Y.-J. Wang, D. Z. Anderson, V. M. Bright, E. A. Cornell, Q. Diot, T. Kishimoto, M. Prentiss, R. A. Saravanan, S. R. Segal, et S. Wu, "Atom Michelson Interferometer on a Chip Using a Bose-Einstein Condensate", *Phys. Rev. Lett.* **94**, 090405 (2005).

[128] M. Horikoshi et K. Nakagawa, "Dephasing due to atom-atom interaction in a waveguide interferometer using a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. A* **74**, 031602 (2006).

[129] P. Leboeuf et N. Pavloff, "Bose-Einstein beams : Coherent propagation through a guide", *Phys. Rev. A* **64**, 033602 (2001).

[130] N. Pavloff, "Breakdown of superfluidity of an atom laser past an obstacle", *Phys. Rev. A* **66**, 013610 (2002).

[131] T. Paul, P. Leboeuf, N. Pavloff, K. Richter, et P. Schlagheck, "Nonlinear transport of Bose-Einstein Condensates through waveguides with disorder", *Phys. Rev. A* **72**, 063621 (2005).

[132] M. Modugno, "Collective dynamics and expansion of a Bose-Einstein condensate in a random potential", *Phys. Rev. A* **73**, 013606 (2006).

[133] P. W. Anderson, "Absence of Diffusion in Certain Random Lattices", *Phys. Rev.* **109**, 1492 (1958).

[134] I. Carusotto, "Nonlinear atomic Fabry-Perot interferometer : From the mean-field theory to the atom blockade effect", *Phys. Rev. A* **63**, 023610 (2001).

[135] T. Paul, K. Richter, et P. Schlagheck, "Nonlinear Resonant Transport of Bose-Einstein Condensates", *Phys. Rev. Lett.* **94**, 020404 (2005).

[136] T. A. Pasquini, M. Saba, G.-B. Jo, Y. Shin, W. Ketterle, D. E. Pritchard, T. A. Savas, et N. Mulders, "Low Velocity Quantum Reflection of Bose-Einstein Condensates", *Phys. Rev. Lett.* **97**, 093201 (2006).

[137] B. Desruelle, *Évaporation par radio-fréquence et condensation de Bose-Einstein d'un gaz d'alcalins en régime de champ fort*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris XI, 1999.

[138] V. Boyer, *Condensation de Bose-Einstein avec un électroaimant à noyeau ferromagnétique : stratégies de refroidissement dans les champs magnétiques intenses*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris XI, 2000.

[139] C. Aussibal, *Réalisation d'un condensat de Bose-Einstein sur une microstructure*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris XI, 2003.

[140] B. Diu, C.Guthmann, D. Lederer, et B. Roulet, *Physique statistique* (Hermann, Editeur des sciences et des arts, 1989).

[141] C. Cohen-Tannoudji, Condensation de Bose-Einstein ; gaz sans interactions, Cours au Collège de France, 1997-1998, disponible sur http ://www.phys.ens.fr/cours/college-de-france.

[142] E. W. Weisstein, Polylogarithm, From MathWorld–A Wolfram Web Resource, http ://mathworld.wolfram.com/Polylogarithm.html.

[143] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, et S. Stringari, "Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases", *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).

[144] F. Gerbier, J. H. Thywissen, S. Richard, M. Hugbart, P. Bouyer, et A. Aspect, "Critical temperature of a trapped, weakly interacting Bose gas", *Phys. Rev. Lett.* **92**, 030405 (2004).

[145] C. Cohen-Tannoudji, Condensation de Bose-Einstein des gaz atmoiques ultrafroids ; effets des interactions, Cours au Collège de France, 1998-1999, disponible sur http ://www.phys.ens.fr/cours/college-de-france.

[146] Y. Castin, dans *Coherent atomic matter waves, Lecture Notes of Les Houches Summer School*, édité par R. Kaiser, C. Westbrook, et F. David (EDP Sciences and Springer-Verlag, 2000), "Bose-Einstein condensates in atomic gases : simple theoretical results", e-print : cond-mat/0105058.

[147] G. Baym et C. J. Pethick, "Ground-state properties of magnetically trapped Bose-condensed Rubidium gas", *Phys. Rev. Lett.* **76**, 6 (1996).

[148] F. Dalfovo, L. Pitaevskii, et S. Stringari, "Order Parameter at the Boundary of a Trapped Bose Gas", *Phys. Rev. A* **54**, 4213 (1996).

[149] J. Estève, *Du miroir au guide d'onde atomique : effets de rugosité*, Thèse de Doctorat, Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique, Université Paris VI, 2004.

[150] A. Roth, *Vacuum technology* (North-Holland, Amsterdam, 1979).

[151] D. A. Steck, Rubidium 87 D Line data, disponible sur le site internet http ://steck.us/alkalidata.

[152] W. D. Phillips et H. Metcalf, "Laser deceleration of an atomic beam", *Phys. Rev. Lett.* **48**, 596 (1982).

[153] J. Prodan, A. Migdall, W. D. Phillips, I. So, H. Metcalf, et J. Dalibard, "Stopping atoms with laser light", *Phys. Rev. Lett.* **54**, 992 (1985).

[154] M. A. Joffe, W. Ketterle, A. Martin, et D. E. Pritchard, "Transverse cooling and deflection of an atomic beam inside a Zeeman slower", *J. Opt. Soc. Am. B* **10**, 2257 (1993).

[155] E. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, et D. Pritchard, "Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure", *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).

[156] C. Cohen-Tannoudji, J. Dalibard, P. Desbiolles, et D. Guery-Odelin, Atomes ultra-froids, Cours du DEA de Physique Quantique, disponible sur http ://www.lkb.ens.fr/∼dalibard/.

[157] W. Ketterle, K. B. Davis, M. A. Joffe, A. Martin, et D. E. Pritchard, "High Densities of Cold Atoms in a *Dark* Spontaneous-Force Optical Trap", *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2253 (1993).

[158] P. D. Lett, R. N. Watts, C. I. Westbrook, W. Phillips, P. L. Gould, et H. J. Metcalf, "Observation of atoms laser-cooled below the Doppler limit", *Phys. Rev. Lett.* **61**, 169 (1988).

[159] J. Dalibard et C. Cohen-Tannoudji, "Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients : simple theoretical-models", *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2023 (1989).

[160] P. J. Ungar, D. S. Weiss, E. Riis, et S. Chu, "Optical molasses and multilevel atoms : theory", *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, 2058 (1989).

[161] M. D. Barrett, J. A. Sauer, et M. S. Chapman, "All-Optical Formation of an Atomic Bose-Einstein Condensate", *Phys. Rev. Lett.* **87**, 010404 (2001).

[162] A. Aspect, E. Arimondo, R. Kaiser, N. Vansteenkiste, et C. Cohen-Tannoudji, "Laser cooling below the one-photon-recoil energy by velocity-selective coherent population trapping", *Phys. Rev. Lett.* **61**, 826 (1988).

[163] M. Kasevich et S. Chu, "Laser cooling below a photon recoil with three-level atoms", *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1741 (1992).

[164] A. L. Migdall, J. V. Prodan, W. D. Phillips, T. H. Bergeman, et H. J. Metcalf, "First observation of magnetically trapped neutral atoms", *Phys. Rev. Lett.* **54**, 2596 (1985).

[165] W. H. Wing, "On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic fields", *Prog. Quant. Electr.* **8**, 181 (1984).

[166] D. E. Pritchard, "Cooling neutral atoms in a magnetic trap for precision spectroscopy", *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1336 (1983).

[167] B. Desruelle, V. Boyer, P. Bouyer, G. Birkl, M. Lécrivain, F. Alves, C. Westbrook, et A. Aspect, "Trapping cold neutral atoms with an iron-core electromagnet", *Euro. Phys. J. D* **1**, 255 (1998).

[168] E. A. Cornell, J. R. Ensher, et C. E. Wieman, dans *Proceedings of the International School of Physics - Enrico Fermi*, édité par M. Inguscio, S. Stringari, et C. Wieman (IOS Press, 1999), "Experiments in dilute atomic Bose-Einstein condensation".

[169] S. Bali, K. M. O'Hara, M. E. Gehm, S. R. Granade, et J. E. Thomas, "Quantum-diffractive background gas collision in atom-trap heating and loss", *Phys. Rev. A* **60**, R29 (1999).

[170] N. Masuhara, J. M. Doyle, J. C. Sandberg, D. Kleppner, T. J. Greytak, H. F. Hess, et G. P. Kochanski, "Evaporative cooling of spin-polarized atomic hydrogen", *Phys. Rev. Lett.* **61**, 935 (1988).

[171] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. A. Joffe, M. R. Andrews, et W. Ketterle, "Evaporative cooling of sodium atoms", *Phys. Rev. Lett.* **74**, 5202 (1995).

[172] W. Ketterle et N. J. van Druten, "Evaporative Cooling of Trapped Atoms", *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **37**, 181 (1996).

[173] C. Cohen-Tannoudji, Atomes ultrafroids : Piègeage non dissipatif et refroidissement évaporatif, Cours au Collège de France, 1996-1997, disponible sur http ://www.phys.ens.fr/cours/college-de-france.

[174] J. Söding, D. Guéry-Odelin, P. Desbiolles, F. Chevy, H. Inamori, et J. Dalibard, "Three-body decay of a rubidium Bose-Einstein condensate", *Appl. Phys. B* **69**, 257 (1999).

[175] W. Ketterle, D. S. Durfee, et D. M. Stamper-Kurn, dans *Proceedings of the International School of Physics - Enrico Fermi*, édité par M. Inguscio, S. Stringari, et C. E. Wieman (IOS Press, 1999), "Making, probing and understanding Bose-Einstein Condensates".

[176] Y. Castin et R. Dum, "Bose-Einstein condensates in time-dependent traps", *Phys. Rev. Lett.* **77**, 5315 (1996).

[177] Y. Kagan, E. L. Surkov, et G. V. Shlyapnikov, "Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential", *Phys. Rev. A* **54**, R1753 (1996).

[178] Y. Kagan, E. L. Surkov, et G. V. Shlyapnikov, "Evolution of a Bose gas in anisotropic time-dependent traps", *Phys. Rev. A* **55**, R18 (1997).

[179] L. V. Hau, B. D. Busch, C. Liu, Z. Dutton, M. M. Burns, et J. A. Golovchenko, "Near resonant spatial images of confined Bose-Einstein condensates in the '4D' magnetic bottle", *Phys. Rev. A* **58**, R54 (1998).

[180] G. Breit et I. Rabi, "Measurement of nuclear spin", *Phys. Rev.* **38**, 2082 (1931).

[181] E. W. Weisstein, Airy Functions, From MathWorld–A Wolfram Web Resource, http ://mathworld.wolfram.com/AiryFunctions.html.

[182] G. Grynberg, A. Aspect, et C. Fabre, *Introduction aux lasers et à l'optique quantique* (Ellipses, 1997).

[183] F. Gerbier, P. Bouyer, et A. Aspect, "Quasicontinuous atom laser in the presence of gravity", *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4729 (2001), et *Phys. Rev. Lett.* **93**, 059905(E) (2004).

[184] M. W. Jack, M. Naraschewski, M. J. Collet, et D. F. Walls, "Markov approximation for the atomic output coupler", *Phys. Rev. A* **59**, 2962 (1999).

[185] N. P. Robins, A. K. Morisson, J. J. Hope, et J. D. Close, "Limits to the flux of a continuous atom laser", *Phys. Rev. A* **72**, 031606(R) (2005).

[186] R. Graham, "Decoherence of Bose-Einstein Condensates in traps at finite temperature", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5262 (1998).

[187] Y. B. Band, P. S. Julienne, et M. Trippenbach, "Radio-frequency output coupling of the Bose-Einstein condensate for atom lasers", *Phys. Rev. A* **59**, 3823 (1999).

[188] M. Köhl, T. Busch, K. Molmer, T. W. Hänsch, et T. Esslinger, "Observing the profile of an atom laser beam", *Phys. Rev. A* **72**, 063402 (2005).

[189] T. Busch, M. Köhl, T. Esslinger, et K. Mölmer, "Transverse mode of an atom laser", *Phys. Rev. A* **65**, 043615 (2002), et *Phys. Rev.* A **65**, 069902(E) (2002).

[190] C. Henkel, J.-Y. Courtois, et A. Aspect, "Atomic diffraction by a thin phase grating", *J. Phys. II* **4**, 1955 (1994).

[191] H. Kogelnik et T. Li, "Laser beams and resonators", *Appl. Opt.* **5**, 1966 (1966).

[192] C. J. Bordé, dans *Fundamental systems in quantum optics*, édité par J. Dalibard, J.-M. Raimond, et J. Zinn-Justin (Elsevier Science, 1991), "Propagation of Laser Beams and of Atomic Systems", Les Houches Lectures, Session LIII, 1990.

[193] C. J. Bordé, "Theoretical tools for atom optics and atom interferometry", *C. R Acad. Sci. Paris* **t. 2, Série IV**, 509 (2001).

[194] P. Bélanger, "Beam propagation and the ABCD ray matrices", *Opt. Lett.* **16**, 196 (1991).

[195] A. Messiah, *Mécanique quantique tome I* (Dunod, 1995).

[196] M. Born et E. Wolf, *Principle of Optics*, 7me éd. (Cambridge Univ. Press, 2002).

[197] P. Storey et C. Cohen-Tannoudji, "The Feynman path integral approach to atomic interferometry. A tutorial", *J. Phys. II France* **4**, 1999 (1994).

[198] M. W. Sasnett, dans *The Physics and Technology of Laser Resonators*, édité par D. R. Hall et P. E. Jackson (Adam Hilger, New York, 1989), "Propagation of multimode laser beams : the M^2 factor".

[199] A. E. Siegman, dans *Optical Resonators*, édité par D. A. Holmes (SPIE, 1990), "New developments in laser resonators", Proc. SPIE **1024**, 2 (1990).

[200] A. E. Siegman, dans *Laser Resonators and Coherent Optics : Modeling, Technology, and Applications*, édité par A. Bhowmik (SPIE, 1993), "Defining, measuring, and optimizing laser beam quality", Proc. SPIE **1868**, 2 (1993).

[201] A. E. Siegman, "Defining the effective radius of curvature for a nonideal optical beam", *IEEE J. Quantum Electron.* **27**, 1146 (1991).

[202] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*, 2me éd. (McGraw-Hill, 1996).

[203] T. L. Gustavson, A. P. Chikkatur, A. Görlitz, S. Gupta, D. E. Pritchard, et W. Ketterle, "Transport of Bose-Eistein condensates with optical tweezers", *Phys. Rev. Lett.* **88**, 020401 (2002).

[204] R. Dum, A. Sanpera, K.-A. Suominen, M. Brewczyk, M. Kuś, K. Rzażewski, et M. Lewenstein, "Wave Packet Dynamics with Bose-Einstein Condensates", *Phys. Rev. Lett.* **80**, 06005 (1998).

[205] H. Schmaljohann, M. Erhard, J. Kronjäger, M. Kottke, S. van Staa, L. Cacciapuoti, J. J. Arlt, K. Bongs, et K. Sengstock, "Dynamics of $F = 2$ Spinor Bose-Einstein Condensates", *Phys. Rev. Lett.* **92**, 040402 (2004).

[206] S. Chu, J. Bjorkholm, A. Ashkin, et A. Cable, "Experimental observation of optically trapped atoms", *Phys. Rev. Lett.* **57**, 314 (1986).

[207] A. Ashkin, "Trapping of Atoms by Resonance Radiation Pressure", *Phys. Rev. Lett.* **40**, 729 (1978).

[208] D. M. Stamper-Kurn, M. Andrews, A. P. Chikkatur, S. Inouye, H. J. Miesner, J. Stenger, et W. Ketterle, "Optical confinement of a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **80**, 2027 (1998).

[209] K. C. Neuman et S. M. Block, "Optical trapping", *Rev. Sci. Instrum.* **75**, 2787 (2004).

[210] C. Cohen-Tannoudji, Forces exercées par des photons sur des atomes, Cours au Collège de France, 1982-1983, disponible sur http ://www.phys.ens.fr/cours/college-de-france.

[211] R. Grimm, M. Weidemüller, et Y. Ovchinnikov, "Optical dipole traps for neutral atoms", *Adv. At. Mol. Opt. Phys.* **42**, 95 (2000).

[212] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, et F. Laloë, *Mécanique Quantique, tome II*, 2me éd. (Hermann, Editeur des sciences et des arts, 1973).

[213] I. H. Deutsch et P. Jessen, "Quantum-state control in optical lattices", *Phys. Rev. A* **57**, 1972 (1997).

[214] T. Savard, K. O'Hara, et J. Thomas, "Laser-noise-induced heating in far-off resonance optical traps", *Phys. Rev. A* **56**, R1095 (1997).

[215] A. P. Chikkatur, Y. Shin, A. E. Leanhardt, D. Kielpinski, E. Tsikata, T. L. Gustavson, D. E. Pritchard, et W. Ketterle, "A continuous source of Bose-Einstein condensed atoms", *Science* **296**, 2193 (2002).

[216] P. W. H. Pinkse, A. Mosk, M. Weidmüller, M. W. Reynolds, T. W. Hijmans, et J. T. M. Walraven, "Adiabatically changing the phase-space density of a trapped Bose gas", *Phys. Rev. Lett.* **78**, 990 (1997).

[217] D. M. Stamper-Kurn, H.-J. Miesner, A. P. Chikkatur, S. Inouye, J. Stenger, et W. Ketterle, "Reversible formation of a Bose-Einstein condensate", *Phys. Rev. Lett.* **81**, 2194 (1998).

[218] A. Jackson, G. Kavoulakis, et C. Pethick, "Solitary waves in clouds of Bose-Einstein condensed atoms", *Phys. Rev. A* **58**, 2417 (1998).

[219] T. Lahaye, P. Cren, C. Roos, et D. Guery-Odelin, "Propagation of guided cold atoms", *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* **8**, 315 (2003).

[220] A. L. Zubarev et Y. E. Kim, "Analytical approximation for the nonlinear dynamics of a Bose-Eintein condensate", *Phys. Rev. A* **65**, 035601 (2002).

[221] H. A. Fertig et B. I. Halperin, "Transmission coefficient of an electron through a saddle-point potential in a magnetic field", *Phys. Rev. B* **36**, 7969 (1987).

[222] E. W. Weisstein, Confluent Hypergeometric Function of the First Kind, From MathWorld–A Wolfram Web Resource, http ://mathworld.wolfram.com/ConfluentHypergeometricFunctionoftheFirstKind.html.

[223] C. C. Marston et G. G. Balint-Kurti, "The Fourier grid Hamiltonian method for bound state eigenvalues and eigenfunctions", *J. Chem. Phys.* **91**, 3571 (1989).

[224] M. S. Sarandy et D. A. Lidar, "Adiabatic approximation in open quantum systems", *Phys. Rev. A* **71**, 012331 (2005).

[225] D. M. Tong, K. Singh, L. C. Kwek, et C. H. Oh, "Sufficiency Criterion for the Validity of the Adiabatic Approximation", *Phys. Rev. Lett.* **98**, 150402 (2007).

[226] T. A. Pasquini, Y. Shin, C. Sanner, M. Saba, A. Schirotzek, D. E. Pritchard, et W. Ketterle, "Quantum Reflection from a Solid Surface at Normal Incidence", *Phys. Rev. Lett.* **93**, 223201 (2004).

[227] J. Billy, *Réalisation de potentiels lumineux pour l'optique atomique guidée*, Rapport de stage de fin d'étude, Institut d'Optique *Graduate School*, 2006.

[228] G. Birkl, F. Buchkremer, R. Dumke, et W. Ertmer, "Atom Optics with Microfabricated Optical Elements", *Opt. Commun.* **191**, 67 (2001).

[229] Y. Shin, M. Saba, T. A. Pasquini, W. Ketterle, D. E. Pritchard, et A. E. Leanhardt, "Atom Interferometry with Bose-Einstein Condensates in a Double-Well Potential", *Phys. Rev. Lett.* **92**, 050405 (2004).

[230] H. Saito et M. Ueda, "Emergence of Bloch Bands in a Rotating Bose-Einstein Condensate", *Phys. Rev. Lett.* **93**, 220402 (2004).

[231] S. Schwartz, M. Cozzini, C. Menotti, I. Carusotto, P. Bouyer, et S. Stringari, "One-dimensional description of a Bose-Einstein condensate in a rotating closed-loop waveguide", *New Journal of Physics* **8**, 162 (2006).

[232] K. W. Murch, K. L. Moore, S. Gupta, et D. M. Stamper-Kurn, "Dispersion management using betatron resonances in an ultracold-atom storage ring", *Phys. Rev. Lett.* **96**, 013202 (2006).

Résumé

Un “laser à atomes” est un faisceau atomique extrait d’un condensat de Bose-Einstein, nuage d’atomes piégé et refroidi jusqu’à la dégénérescence quantique. Dans la perspective de futures applications de cette source atomique cohérente, par exemple à l’interférométrie atomique de précision, il est nécessaire de bien maîtriser les propriétés du faisceau. Certaines caractéristiques, en particulier, rendent les lasers à atomes bien différents des lasers photoniques, comme la présence d’interactions fortes entre les atomes, et leur sensibilité à la gravité.

Nous rapportons dans ce manuscrit une étude du mode transverse d’un laser à atomes, et montrons que celui-ci est fortement dégradé par les interactions avec le condensat-source. Par extension du formalisme existant pour les ondes optiques, nous caractérisons le faisceau par un facteur de qualité M^2.

Dans un deuxième temps, nous mettons en œuvre une méthode permettant de s’affranchir de la gravité, qui habituellement accélère les atomes et fait décroître très rapidement la longueur d’onde de de Broglie de l’onde de matière. Nous utilisons pour cela un guide optique, formé d’un piège dipolaire très anisotrope, pour guider le laser à atomes horizontalement. Nous obtenons ainsi un laser à atomes dont la longueur d’onde est fixe au cours de la propagation, de l’ordre de 0.5 μm. Afin d’injecter de manière efficace le faisceau dans le guide, nous créons le condensat dans le piège *hybride* obtenu à l’intersection du guide optique et d’un piège magnétique. Nous montrons que cette configuration assure intrinsèquement une bonne adaptation de mode.

Mots clés

Atomes froids – Optique atomique – Condensat de Bose-Einstein – Laser à atomes – Pince optique – Guide d’onde

Abstract

An “atom laser” is an atomic beam extracted from a Bose-Einstein condensate, which is a cloud of trapped atoms, cooled down to quantum degeneracy. For the prospect to use this coherent atomic source in future applications, as for instance precision atom interferometry, a sufficient control over the beam properties is needed. In particular, some characteristics make atom lasers different from photonic lasers, as the strong interaction between atoms, and their sensitivity to gravity.

In this manuscript, we report a study of the transverse mode of an atom laser, and we show that it is highly degraded by interactions with the source-condensate. By extending the formalism of photonic laser optics, we characterize the beam by a quality factor M^2.

In a second part, we demonstrate a method allowing to cancel the effect of gravity, which usually accelerates the atoms, thus causing a rapid decrease of the matterwave de Broglie wavelength. We use an optical waveguide, consisting of a very elongated dipole trap, to guide the atom laser horizontally. We thus obtain an atom laser with a constant wavelength over the propagation, at a value of 0.5 μm. In order to efficiently couple the beam into the guide, we produce the condensate in the *hybrid* trap obtained at the intersection of the optical guide and a magnetic trap. We show that this configuration ensures an intrinsically good transverse mode matching.

Key Words

Cold atoms – Atom optics – Bose-Einstein Condensate – Atom laser – Optical tweezers – Waveguide