



Fusion de données multicapteurs pour la capture de mouvement

Bernardino Benito Salmeron-Quiroz

► To cite this version:

Bernardino Benito Salmeron-Quiroz. Fusion de données multicapteurs pour la capture de mouvement. Automatique / Robotique. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2007. Français. NNT: . tel-00148577

HAL Id: tel-00148577

<https://theses.hal.science/tel-00148577>

Submitted on 22 May 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE JOSEPH FOURIER

N° attribué par la bibliothèque

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

THESE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UJF

Spécialité «**AUTOMATIQUE-PRODUCTIQUE**»

préparée au **GIPSA-lab, département Automatique (GRENOBLE IMAGE
PAROLE SIGNAL AUTOMATIQUE)**

dans le cadre de l'Ecole Doctorale
« **ÉLECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE, TELECOMMUNICATIONS,
SIGNAL** »

présentée et soutenue publiquement
par

BERNARDINO BENITO SALMERON-QUIROZ

Le 2 Mai 2007

**FUSION DE DONNEES MULTI-CAPTEURS POUR LA CAPTURE
DE MOUVEMENT**

Directeur de thèse : **MME. SUZANNE LESECQ**

Jury

M. NACIM RAMDANI	- Président
MME. SUZANNE LESECQ	- Directeur de thèse
M. HASSAN NOURA	- Rapporteur
M. VINCENT COCQUEMPOT	- Rapporteur
M. ALAIN BARRAUD	- Examineur
MME. CHRISTELLE GODIN	- Examinatrice
M. YANIS CARITU	- Invité

Table des matières

RESUME	ii
Table des matières	v
Liste des tableaux	x
Table des figures	xi
Chapitre	
1 Introduction	1
1.1 Présentation générale	1
1.2 Objectifs du travail réalisé	1
Liste des Références	2
2 Capture de Mouvement	3
2.1 Présentation	3
2.1.1 Définition de la technique	3
2.2 Classification des modèles de mouvement humain	4
2.2.1 Structures articulées	7
2.2.2 Analyse des caractéristiques du mouvement humain	10
2.3 Systèmes de capture de mouvement commercialisés	14
2.3.1 Introduction	14
2.3.2 Systèmes Magnétiques	15
2.3.3 Systèmes Optiques	23
2.3.4 Systèmes Mécaniques	28

	Page
2.4 Animation en 3D de personnages virtuels à partir des systèmes de capture de mouvement	33
2.4.1 Introduction	33
2.4.2 Techniques 3D pour la capture de mouvement	34
2.4.3 Connexions au personnage virtuel	35
2.5 Antériorité du projet «microcapture»	37
2.5.1 Cahier des charges et objectifs à atteindre	38
Liste des Références	40
3 Modélisation du problème et outils utilisés	43
3.1 Rotations et quaternions	43
3.1.1 Rappel sur les rotations	43
3.1.2 Introduction sur les quaternions	46
3.1.3 Algèbre des quaternions	47
3.2 Méthodes d'optimisation	49
3.2.1 Algorithmes d'optimisation sans contrainte	52
3.2.2 Méthodes à direction de descente	52
3.2.3 Exemples de méthodes à direction de descente	55
3.2.4 Détermination du pas	59
Liste des Références	60
4 Cas d'une seule centrale de mesures	62
4.1 Cas 6DDL, 2 modalités de mesure	64
4.1.1 Critère à optimiser	64
4.1.2 Prise en compte de l'évolution temporelle des paramètres en parallèle	67

	Page
4.1.3 Conclusion sur le cas à 6DDL	76
4.2 Cas 5DDL, deux modalités de mesure	78
4.3 Modèles de mesure et simulations	85
4.3.1 Critères d'évaluation de la qualité de l'estimation	87
4.3.2 Résultats obtenus	87
4.4 Comparaison entre les différentes techniques d'estimation d'attitude	100
4.5 Cas 6DDL : Trois modalités de mesure	104
4.5.1 Introduction	104
4.5.2 Rappels des outils mathématiques utilisés	106
4.5.3 Problème à résoudre	108
4.5.4 Observateur non linéaire de l'attitude	109
4.5.5 Détermination du quaternion de "pseudo-mesure"	112
4.5.6 Mise en œuvre, application sur des données simulées et réelles	113
4.6 Conclusion	118
Liste des Références	121
5 Cas de plusieurs centrales d'attitude	124
5.1 Cas de deux centrales d'attitude	124
5.1.1 Introduction	124
5.1.2 Notations et hypothèses	125
5.1.3 Méthode de résolution	128
5.1.4 Estimation de l'orientation de la première centrale d'attitude	129
5.1.5 Estimation de l'accélération au niveau de la deuxième cen- trale d'attitude	130

	Page
5.1.6 Estimation de l'orientation de la deuxième centrale par optimisation	131
5.1.7 Résultats obtenus avec des données simulées	132
5.2 Résultats obtenus avec des données réelles dans le cas de deux centrales	133
5.2.1 Campagne de mesure	136
5.2.2 Mouvements étudiés	137
5.2.3 Résultats obtenus	141
5.3 Cas de trois centrales de mesure	143
5.3.1 Instrumentation du bras et de la jambe	145
5.3.2 Résultats	151
5.3.3 Conclusion	152
Liste des Références	153
6 Conclusions	154
6.1 Perspectives	156
 ANNEXE	
A Rappels d'électromagnétisme	158
A.1 Loi de Coulomb	158
A.1.1 Champ et induction électriques	158
A.1.2 Champ et induction magnétiques	158
A.1.3 Conservation de l'électricité	159
A.1.4 Conducteurs et diélectriques	159
B Cas 6DDL : Trois modalités de Mesure	161

	Page
B.0.5 Premier cas	161
C Optimisation avec prediction	164
C.1 Optimisation avec un critère pondéré	164
BIBLIOGRAPHIE	169

Liste des tableaux

Tableaux	Page
1 Résumé de la Structure Arborescente des Segments Corporels	12
2 Vitesse de sportifs (course)	14
3 Résumé des caractéristiques Polhemus	22
4 Résumé des caractéristiques Ascension Technology	22
5 Spécifications Vicon	25
6 Spécifications Eagle Digital de Motion Analysis Corporation	27
7 Spécifications OptoTrak de Northern Digital Inc	28
8 Spécifications systèmes mécaniques	32
9 Produit de quaternions	48
10 Niveaux de bruits	100
11 Comparaison optimisation - Kalman (niveaux de bruits 1 et 2)	102
12 Comparaison optimisation - Kalman (niveaux de bruits 3 et 4)	103
13 Resumé de la Structure Arborescente des Segments Corporels	127

Table des figures

Figure		Page
1	Exemples de mouvement de la main	9
2	Repères du modèle du corps humain	9
3	Modèle du corps humain (tronc, bras et tête)	11
4	Marche - Course	13
5	Principe de la capture de mouvement avec un système magnétique . .	16
6	Système magnétique Polhemus	17
7	Fastrak	18
8	Système Startrak	19
9	Motion Star Wireless	20
10	Flock of Birds	21
11	Principe de fonctionnement des systèmes optiques	24
12	Système Vicon	25
13	Systèmes optique Motion Analysis	26
14	Marqueur de corps rigide	27
15	Système Mécaniques	29
16	Système Gypsy	30
17	Body Tracker de Puppet Works	31
18	J2000 de Puppet Works	31
19	Connexion de différents systèmes aux différentes parties du corps du personnage virtuel	36
20	Angles de Cardan	44

Figure		Page
21	Définition des angles d'Euler	45
22	Angles d'Euler	46
23	Estimation direct <i>6DDL</i>	67
24	avec bruit, droite, modèle calculé avec 3 points	69
25	avec bruit, parabole, modèle calculé avec 4 points	70
26	avec bruit, spline, modèle calculé avec 4 points	72
27	Heuristique avec q puis a puis q	74
28	Heuristique $q + 2$ accelerations puis ensemble	75
29	Cas de bornes larges	76
30	Cas de bornes serrées	77
31	Vecteur $\vec{u}$ donné en coordonnées sphériques	79
32	Simulation des mesures	86
33	Schéma Simulink pour la simulation des mesures	86
34	Estimation à $1Hz$ et niveau de bruit numéro 2/ quaternion en haut/ paramètres sphériques en bas	88
35	Estimation à $1Hz$ et niveau de bruit numéro 2 /accélération en haut et statistiques de l'estimation en bas	89
36	Estimation à $2Hz$ et niveau de bruit numéro 2 / quaternion en haut/ paramètres sphériques en bas	90
37	Estimation à $2Hz$ et niveau de bruit numéro 2 /accélération en haut et statistiques de l'estimation en bas	91
38	Estimation à $5Hz$ et niveau de bruit numéro 2 / quaternion en haut/ paramètres sphériques en bas	92
39	Estimation à $5Hz$ et niveau de bruit numéro 2 /accélération en haut et statistiques de l'estimation en bas	93
40	Comparaison, Optimisation Directe vs Heuristique 1	95

Figure	Page
41 Variation du point d'initialisation x_0	96
42 Variation du point d'initialisation x_0 / fichier source accélération . . .	97
43 Problème lié aux deux minima	98
44 Problème lié aux deux minima : Comportement de la routine à des instants proches	98
45 Problème lié aux deux minima : Comportement de la routine à des instants proches	99
46 Schéma décrivant l'estimation de l'attitude et des accélérations	114
47 Biais constant estimé	114
48 Comparaison des angles d'Euler simulés et estimés	115
49 Accélération Estimée et Accélération simulées	116
50 Description de la trajectoire	117
51 Angles d'Euler estimés pour le mouvement effectué	118
52 Accélération estimée pour le mouvement réalisé	119
53 Norme de l'accélération pour le mouvement réalisé par la voiture . . .	119
54 Robot Puma 560	125
55 Bras Articulé avec 2 segments	126
56 Obtention de q_1	129
57	131
58 Obtention de q_2	131
59 Génération des données pour le bras articulé (2 segments)	132
60 Module d'estimation des quaternions et des accélérations(2 segments)	132
61 Estimation du quaternion pour C_1 . En haut : comportement de q_{1est} et q_{1th} . En bas : écart= $q_{1est} - q_{1th}$	134

Figure		Page
62	Estimation du quaternion pour C_2 . En haut : comportement de q_{2est} et q_{2th} . En bas : écart = $q_{2est} - q_{2th}$	135
63	Centrale d'attitude 3GDMX	136
64	Groupe de minicentrale/microstrain 3GDMX	137
65	Acquisition des données	138
66	Manipulation 1 : Bras	139
67	Manipulation 2 : Jambe	140
68	Segments solidaires	140
69	Segments liés par une liaison rotule	141
70	3GDMX : Centrale au niveau du coude, mouvement lent	142
71	fmincon : Centrale au niveau du coude, mouvement lent	142
72	va13 : Centrale au niveau du coude, mouvement lent	143
73	Comparaison d'accélération angulaire	144
74	3GDMX : Quaternion de la main 3GDMX/fmincon/va13 via (Eq. 111)	145
75	fmincon : Quaternion de la main 3GDMX/fmincon/va13 via (Eq. 111)	145
76	va13 : Quaternion de la main 3GDMX/fmincon/va13 via (Eq. 111)	146
77	3GDMX : Quaternion de la main 3GDMX/fmincon/va13 via (Eq. 114)	146
78	fmincon : Quaternion de la main 3GDMX/fmincon/va13 via (Eq. 114)	147
79	va13 : Quaternion de la main 3GDMX/fmincon/va13 via (Eq. 114)	147
80	Bras Articulé avec 3 segments	148
81	Instrumentation du bras ou la jambe (cas de 3 centrales de mesure)	149
82	Cas de 3 centrales d'attitude, barre rigide	149
83	Cas de 3 centrales d'attitude, segments non solidaires	150
84	Estimation du quaternion bras "lent" au niveau de $C_3(\text{main})$	151

Figure	Page
85 Estimation de la vitesse angulaire bras "lent" au niveau de $C_3(\text{main})$.	151
86 Estimation de l'orientation dans un modèle virtuel	152

CHAPITRE 1

Introduction

1.1 Présentation générale

La capture de mouvement consiste à déterminer les positions successives d'un objet en mouvement. Les applications sont très variées et vont du domaine médical (chirurgie assistée par ordinateur) à celui de la réalité virtuelle (par exemple, des joysticks, des interfaces homme- machine, etc) en passant par les drones. Il s'agit de nouveaux marchés dont certains sont encore totalement à construire.

Le projet "micro capture" a pour but de réaliser un système de capture de mouvement humain (MoCap) à 6 degrés de liberté (6 DDL) mettant en œuvre une configuration minimale, à savoir un magnétomètre tri-axe et un accéléromètre tri-axe. Les études précédentes sur ce projet entre le LAG et le LETI ont permis de reformuler le problème en termes de quaternion [1][2]. Dans ce travail on s'intéresse au cas dynamique (les accélérations du corps ne sont plus négligeables) 6 DDL pour lequel on cherche à estimer les accélérations linéaires et l'orientation de l'objet en mouvement. La thèse s'est déroulée sous la direction de Suzanne LESECQ (LAG) et de Yanis CARITU(CEA/LETI), avec la participation de Christelle GODIN (CEA/LETI).

1.2 Objectifs du travail réalisé

Nous nous intéressons dans cette thèse à l'estimation de l'attitude d'un objet et de ses accélérations linéaires à partir des mesures délivrées par les trois accéléromètres et les trois magnétomètres. En fait, il s'agit de réaliser une étude de faisabilité et de proposer des stratégies permettant d'atteindre le but ci-dessus. Il faut d'ores et déjà noter que l'on dispose de 6 mesures et que l'on doit estimer 6 paramètres de l'objet (accélération suivant les trois axes de l'espace et rotation autour de ces axes), ce qui ne laisse pas de degrés de liberté. Des systèmes dégradés ont été également analysés.

L'étude a été réalisée dans une première étape en simulation dans l'environnement Matlab. Elle a ensuite donné lieu à une validation sur un prototype réel avec traitement des données en temps différé. Dans la suite de ce manuscrit, on nomme centrale d'attitude l'ensemble constitué du triaxe accéléromètre et du triaxe magnétomètre. Les trois axes de ces triaxes sont supposés orthogonaux, et au besoin, une procédure de calibration est appliquée aux mesures avant leur traitement.

Dans le chapitre deux, on s'est intéressé tout d'abord aux caractéristiques du mouvement humain. On décrit ensuite succinctement les systèmes de capture de mouvement commercialisés (systèmes magnétiques, mécaniques et optiques), ainsi que leur connection possible à un personnage virtuel. On donne également le cahier des charges imposé pour cette thèse. Ensuite, au chapitre trois, on présente les outils mathématiques nécessaires pour la paramétrisation de l'attitude et on décrit la technique d'optimisation utilisée pour l'estimation de l'attitude et des accélérations. L'analyse des différentes approches testées au cours du travail est exposée. Notons que ces approches ont été appliquées :

- au cas à 6DDL avec une centrale ;
- au cas à 5DDL avec une centrale ;
- au cas du mouvement d'un système articulé (en l'occurrence un bras) avec 2 et 3 centrales.

Finalement, on donne quelques conclusions sur les résultats obtenus ainsi que les limitations des stratégies testées.

Liste des Références

- [1] C. Bassompierre, *Capture de mouvement, DEA INPG*. Grenoble : Confidentiel, INPG, 2003.
- [2] S. Lesecq, *Capture de mouvement : Délivrable D2 Contrat Industriel LETI/LAG Formulation Quaternions et observabilité du problème*. Grenoble : Confidentiel, LAG-INPG, 2003.

CHAPITRE 2

Capture de Mouvement

2.1 Présentation

Dans ce chapitre, on résume quelques caractéristiques du mouvement humain (en termes, d'accélération, d'angles, d'articulations, de structure arborescente entres autres) et on expose différents systèmes de capture de mouvement commerciaux. On termine le chapitre par un exposé des objectifs à atteindre.

2.1.1 Définition de la technique

La capture du mouvement humain peut servir de technique d'animation de personnages virtuels. Les systèmes de capture du mouvement sont des outils "software" et "hardware " qui permettent l'acquisition en temps réel ou en temps différé du mouvement d'un objet ou d'un humain dans l'espace.

Différents systèmes de capture existent déjà sur le marché [1]. Ils diffèrent essentiellement par leur technologie [2]. Ils sont de nos jours fréquemment utilisés en production pour l'animation de personnages. Ces systèmes mesurent la position ou l'orientation des membres d'un acteur réel selon une fréquence d'échantillonnage qui leur est propre [3]. Les informations recueillies sont appliquées en temps réel ou en temps différé sur le personnage virtuel. Dans ce dernier cas, elles sont enregistrées et traitées par des logiciels spécifiques au système.

Les données saisies se présentent sous la forme de données de transformation en fonction du temps. Ces données peuvent être traitées et converties en courbes d'animation pour faciliter par exemple la retouche.

Les systèmes de capture de mouvement ont extrêmement évolué depuis leurs débuts en précision et en qualité. De nos jours, leur diversité permet d'animer un personnage dans son intégralité : corps, visage et mains.

L'animation obtenue par un système de capture du mouvement est utilisée soit à l'"état brut", soit comme une base de données servant de base de travail pour l'animateur. De nos jours, les logiciels qui associent les mouvements enregistrés dans la base de données au personnage virtuel sont un critère de choix du système souvent prioritaire.

L'idée première d'associer des capteurs à un acteur pour en acquérir le mouvement a lentement évolué vers l'utilisation de systèmes d'acquisition plus simples à mettre en oeuvre. Ils augmentent l'interactivité entre l'animateur et le personnage virtuel. De plus, ils ont l'avantage de proposer des solutions peu coûteuses en temps réel ou en temps différé.

2.2 Classification des modèles de mouvement humain

La problématique principale de la simulation/animation d'un objet est la spécification de son mouvement en termes de position, d'orientation et de déformation (si besoin est). Le corps humain en ce sens, peut être traité comme tout autre objet animable.

Il subit un ensemble de transformations géométriques qui lui permettent d'évoluer dans un environnement 3D. Ce qui différencie la simulation/animation d'un humain des autres objets animables est le nombre important d'articulations qui le caractérisent.

En effet, l'objet "humain" dans son ensemble peut être décomposé en 200 articulations dont la majorité sont couplées entre elles [4], ce qui conduit à un modèle cinématique complexe et à un temps de calcul qui peut être trop long si l'on souhaite animer le sujet dans son ensemble d'une manière réaliste (par exemple, on ne veut pas de saccades des mouvements, et on désire une vitesse de mouvement cohérente avec la vitesse réelle). Afin de réduire les temps de calcul, on ne s'intéresse en général qu'à un sous-ensemble de ces articulations défini suivant le mouvement à effectuer. Les techniques employées pour le calcul des déformations de ces articulations peuvent

être répertoriées en trois classes de modèles [5] [6] :

- le modèle descriptif : ce type d'approche tente de décrire les effets recherchés en spécifiant directement les angles à appliquer à chaque articulation du squelette [4] ;
- le modèle générateur : à l'opposé du précédent, cette approche tente de décrire les causes qui engendrent les effets désirés. Dans ces modèles, on fait l'hypothèse que le mouvement est dû à des effets dynamiques (qui se traduisent par la définition d'une représentation mécanique du système à animer) produits par un ensemble de sollicitations (ou forces)[4] [7] ;
- le modèle comportemental : ce type de modèle s'intéresse à simuler les phénomènes conduisant de la perception à l'action.

Les méthodes d'animation basées sur ces modèles cherchent à reproduire le plus "fidèlement" possible le mouvement ou le comportement humain. Cependant, le réalisme recherché est en but à des problèmes méthodologiques et techniques [5] [8] . La notion de réalisme est en effet très subjective. Elle dépend en premier lieu de la culture mais aussi de l'application visée. Ainsi, l'habitude de voir des personnes se déplacer autour de nous fait que la moindre approximation dans le mouvement est immédiatement perçue. A l'inverse, ce même mouvement adapté sur une autre structure, un animal par exemple (comme cela se fait pour les dessins animés) est, paradoxalement, accepté [4]. Ce paradoxe apparent est peut-être dû au fait que le mouvement généré sur cette nouvelle structure nous est moins familier, et que ses imperfections ne sont pas détectées. Le modèle géométrique du corps humain joue un rôle important dans la recherche de réalisme du mouvement [9]. De plus, la situation dans laquelle se trouve le personnage influence la manière de bouger. Ainsi, une marche militaire sortie de son environnement ne paraît pas réaliste car elle est trop saccadée. Pour tenir compte de ce type de critère, il faut donc pouvoir mettre en évidence le processus

de décision qui a provoqué le mouvement. Le choix du critère de décision, que l'on appelle "commande" est donc essentiel à un modèle d'humanoïde synthétique.

Ces problèmes apparaissent dans les applications audiovisuelles. En simulation du mouvement, le problème est différent car on connaît le type de geste que l'on souhaite simuler (à des fins d'analyse par exemple) [10]. De plus, suivant l'application, il est possible de définir précisément le critère que l'on cherche à optimiser. Par exemple, dans un mouvement sportif, on cherche à maximiser la performance en se rapprochant par exemple d'un geste de référence ou en cherchant à améliorer un paramètre particulier (vitesse, accélération, énergie, etc.) [5].

Les deux exemples ci-dessus (la marche militaire pour l'animation audiovisuelle et le geste sportif en simulation) montrent que le modèle du corps humain utilisé dépend du type d'application visé, et sa conception est guidée par le cahier des charges de l'application traitée. En simulation, le cahier des charges définit les mouvements que l'on cherche à visualiser et le critère à optimiser. En animation, on s'intéresse généralement à un réalisme visuel, le choix du critère restant libre.

En général, le corps est considéré comme une association de solides rigides représentés par des segments [11] et qui dépend de la méthode d'animation et de la simplification du corps humain. Ainsi, par exemple, la colonne vertébrale qui à l'origine comporte 24 vertèbres, peut être décomposée en 5 ou 6 articulations pour limiter la complexité du système. Les articulations (dans certaines modélisations on prend par exemple 200 articulations) comportent quant à elles, une à trois rotations d'axes concourants, et une translation dans le cas particulier de l'épaule [11].

Habituellement, le concepteur effectue un certain nombre de simplifications afin de répondre à des besoins spécifiques (simulation d'une partie du corps) ou afin de diminuer le coût de calcul. Cela conduit par exemple à une :

- diminution du nombre de liaisons (ne pas prendre en compte, par exemple,

- toutes les phalanges des doigts);
- simplification du modèle de calcul du mouvement de l'humanoïde.

Les mouvements complexes sont obtenus en associant entre elles un ensemble prédéfini de briques de mouvement élémentaire. Cette association est soumise à des contraintes spatio-temporelles qui assurent que les briques de mouvement conduisent à générer le mouvement complexe.

2.2.1 Structures articulées

Les structures articulées décrivent des objets possédant un mouvement global non rigide, mais dont chacune des parties constituantes se conforme isolément aux contraintes des mouvements rigides [12]. Ce type de modèle est utilisé pour représenter aussi bien les bras de robot que les corps des vertébrés à squelette interne. Il consiste en une chaîne de segments de longueur constante, reliés par des articulations possédant chacune un ou plusieurs degrés de liberté. Dans le cas du corps humain, il s'agit d'une articulation à trois rotations, physiologiquement contraintes en amplitude (et dont les axes ne sont pas toujours faciles à définir de façon précise).

A chaque segment est associé un repère cartésien local, centré en son articulation proximale¹, et défini de la manière suivante [12] :

- l'axe X , est l'axe principal du segment, orienté de l'articulation proximale vers l'articulation distale² autour duquel s'effectue la rotation interne/externe (ou roulis³) d'angle ψ ;
- l'axe Z , orienté de sorte que la flexion (ou tangage⁴) θ soit positive, est tel que les points du segment planaire (par exemple, la paume de la main) se trouvent dans le plan (X, Z) ;

¹Articulation autour de laquelle le repère cartésien local est donné.

²Articulation à laquelle est attachée l'articulation proximale.

³Roulis : mouvement d'oscillation autour d'un axe longitudinal.

⁴Tangage : déploiement angulaire autour d'un axe transversal. En aérospatial, c'est un écart angulaire autour d'un axe parallèle à l'axe latéral du véhicule.

- l'axe Y , est tel qu'il forme avec X et Z un trièdre direct. C'est l'axe d'abduction / adduction (ou lacet⁵), dont l'angle est noté φ .

Pour la paume droite par exemple, nous attachons au poignet un repère dont l'axe X est dirigé suivant la plus grande dimension de la main, et l'axe Z est orienté vers l'articulation à la base du pouce. Seules deux rotations sont permises au niveau de cette articulation.

Si cet ensemble d'orientations absolues est applicable à tous les segments, il est des cas où spécifier une orientation relative se révèle bien plus aisé. Par exemple, pour la main, il s'agit de donner explicitement les angles éventuellement sous forme de valeurs discrètes prédéfinies qui, une fois les angles du bras fixés, déterminent l'orientation de la main. Ce sont les 3 rotations successives :

- la rotation axiale de l'avant-bras, appliquée au niveau du coude (pronation⁶ / supination⁷ d'angle ψ_c) ;
- deux rotations au niveau du poignet (cf figure 1) : abduction⁸ / adduction⁹ d'angle φ_p et flexion / extension d'angle θ_p .

Dans bien des situations, il est nécessaire de ne fournir qu'un seul de ces angles (le plus souvent, la rotation radio-ulnaire¹⁰ de l'avant-bras). Pour résumer, tout le corps humain est modélisé sous la forme d'une chaîne articulée, y compris les éléments du visage. Le repère de référence absolue est situé à la base du torse (cf. figure 2).

⁵Lacet : mouvement d'oscillation autour d'un axe vertical.

⁶Pronation : mouvement de rotation axiale de l'avant-bras qui a pour effet de ramener la paume vers le sol

⁷Supination : mouvement de rotation axiale de l'avant-bras plaçant la paume vers le haut et le pouce vers l'extérieur.

⁸Abduction : mouvement qui écarte un membre du plan médian du corps, ou un doigt du plan médian de la main.

⁹Adduction : mouvement qui rapproche un membre du plan médian du corps, ou un doigt du plan médian de la main.

¹⁰Ensemble d'os composant le coude dont la rotation est considérée comme le seul degré de liberté existant.

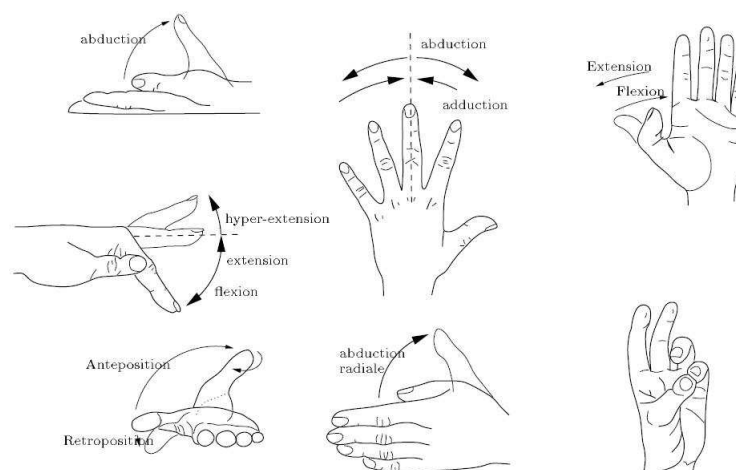


FIG. 1. Exemples de mouvement de la main

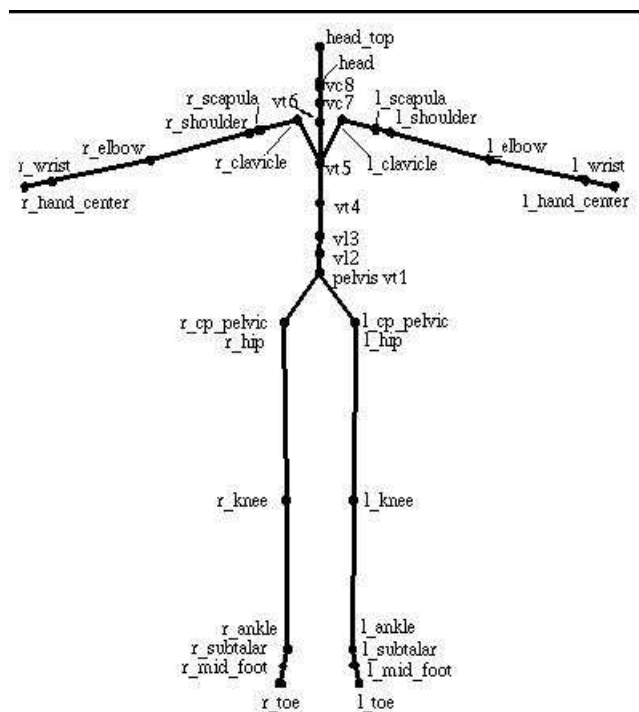


FIG. 2. Repères du modèle du corps humain

2.2.2 Analyse des caractéristiques du mouvement humain

L'étude bibliographique précédente montre que la modélisation du corps humain peut être faite avec un système polyarticulé. La manière dont les membres sont assemblés dépend de l'application ciblée. Ainsi le corps peut être modélisé (suivant le choix de modélisation géométrique) par les pieds, les membres inférieurs, l'ensemble tête + cou + tronc ou bien tête + cou et le tronc à part. Les membres supérieurs sont également modélisés. Les parties du corps humain sont modélisées par des structures indéformables (comme cité dans le paragraphe précédent). Certaines articulations peuvent être modélisées par des liaisons pivot (ne possédant qu'un seul degré de liberté en rotation) autour de l'axe transversal. Ainsi, logiquement on réduit la complexité à un seul mouvement de rotation. En effet, dans certains cas, on peut se ramener à des mouvements s'effectuant dans le plan sagittal¹¹ (2 dimensions) [5][13].

Le tableau 1 est le résumé des caractéristiques extraites de l'analyse bibliographique de [5][8][12][13]. Il décrit la structure arborescente des segments corporels et leur regroupement en macro-segments. Pour chacun, on a précisé l'articulation proximale attachée et les débattements du ou des degrés de liberté possibles (cf. figure 3). Les données ont été recueillies pour un sujet de complexion normale, de masse de 70kg et d'une taille de 1.82m [13].

Dans certaines références bibliographiques sur le mouvement humain [12], on trouve des séquences de mouvement. Par exemple, pour l'épaule, on peut décomposer les mouvements en différentes phases. Ainsi on a l'antépulsion (extension) du bras au cours de laquelle l'angle augmente de 80 °, puis la rétropulsion (flexion) du bras pour revenir à la position de repos qui sert de référence. Ces deux phases dynamiques sont précédées et suivies de périodes stables pendant lesquelles la position angulaire θ ne

¹¹C'est un plan vertical passant à travers le corps d'avant en arrière et divisant le corps en demi-droit et demi-gauche. Le plan sagittal cardinal passe à travers le centre de gravité et divise le corps en deux parties symétriques. Tous les autres plans "sagittaux" sont parallèles au plan sagittal cardinal. C'est aussi un plan vertical parallèle à un axe antéro-postérieur de la tête et passant par un point situé à mi-distance entre les deux yeux.

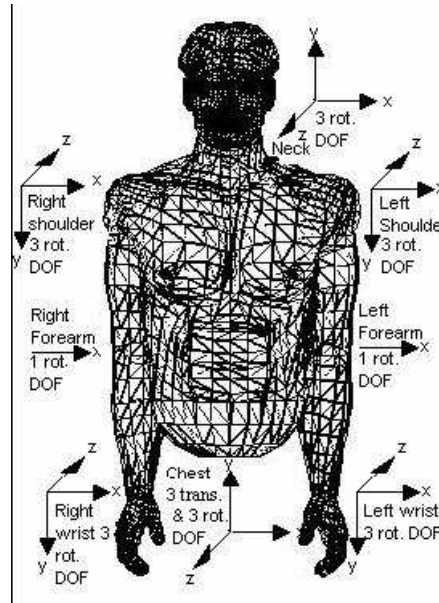


FIG. 3. Modèle du corps humain (tronc, bras et tête)

varie pas [13]. Ces décompositions de mouvement particuliers pouvaient nous servir de référence pour simuler des mouvements réalistes.

La détermination de la vitesse de déplacement d'un être humain n'est pas toujours aisée. En effet, le corps humain est une "machine" compliquée (nous en avons déjà donné un aperçu dans les paragraphes précédents, figure 2) dont les mouvements impliquent différentes articulations et un grand nombre de muscles. Chaque position du corps humain peut être décrite en donnant les angles des articulations. Le nombre d'angles nécessaires pour décrire de façon non ambiguë la position est appelé "degré" de liberté. Par exemple, la position du genou est décrite par un seul angle. On dit alors qu'il n'a qu'un seul degré de liberté. La cheville, quant à elle, permet des rotations autour de deux axes [13]. On dira donc qu'il y a deux degrés de liberté. Au total, il y a six degrés de liberté dans chaque jambe, ce qui nous suggère qu'il faut douze équations pour décrire le mouvement de la marche. Si l'on tenait compte de la flexibilité du pied et des mouvements des bras, on devrait ajouter d'autres équations.

Un modèle de la marche identifie vingt-neuf muscles dans chaque jambe [5], soit

Macro Segment	Nom	Angles et débatemement en °
Corps	Torse	$\theta = -5 : 5$ $\varphi = -5 : 15$ $\psi = -10 : 10$
	Hanche Cheville	$\theta = -9 : 9$ $\theta = -2 : 7$
Bras	Épaule	$\theta = -30 : 135$ $\varphi = -25 : 160$ $\psi = -35 : 95$
	Coude	$\varphi = 0 : 150$ $\psi = -85 : 80$
Main	Poignet	$\theta = -40 : 15$ $\varphi = -70 : 80$
	Pouce	$\theta = 0 : 60$ $\varphi = -10 : 80$
	Index	$\theta = -10 : 2$ $\varphi = 0 : 80$
	Majeur	$\theta = 0 : 10$ $\varphi = 0 : 85$
	Annulaire	$\theta = -2 : 8$ $\varphi = 0 : 100$
	Auriculaire	$\theta = -5 : 12$ $\varphi = 0 : 100$

TAB. 1. Résumé de la Structure Arborescente des Segments Corporels

cinquante-huit en tout. On doit également connaître la force que l'on peut exercer sur chaque muscle, mais il est impossible d'évaluer cinquante-huit inconnues en résolvant un ensemble de douze équations simultanées. On considère donc en général un modèle beaucoup plus simple dans ce cas [14][5][11].

Si l'on observe une personne marchant et que l'on essaie de découvrir l'origine du mouvement, on constate que les pieds se déplacent alternativement, chacun étant levé juste après que l'autre soit posé. Lorsqu'un pied est sur le sol, le genou est pratiquement déplié conservant la distance entre la hanche et la cheville pratiquement constante. Comme conséquence, le corps monte et descend d'environ 3cm à chaque pas. On est au point le plus élevé lorsque la jambe qui supporte le corps est verticale [13].

Rappelons maintenant qu'un corps se déplace le long d'un arc de cercle (cf. figure 4) [15] et on peut considérer son accélération dirigée vers le centre du cercle. Cette accélération est donnée par la vitesse au carré divisée par le rayon. Dans le cas d'un

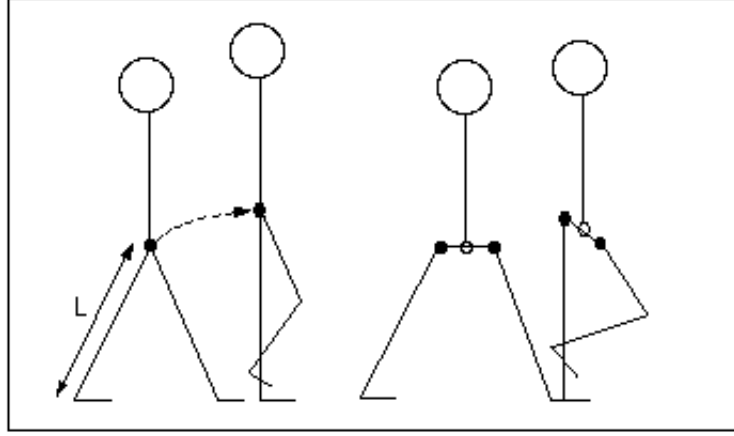


FIG. 4. Marche - Course

marcheur, le rayon est la longueur de la jambe, notée L . Ainsi, si la vitesse est v , l'accélération est donnée par v^2/L .

Lorsque le marcheur est à la verticale et sa jambe complètement tendue, le promeneur ne peut pas tomber avec une accélération supérieure à l'accélération gravitationnelle g . Ainsi :

$$v^2/L \leq g \quad (1)$$

$$|v| = \sqrt{g \cdot L} \quad (2)$$

Cette équation nous indique la vitesse maximale possible pour une personne "moyenne" [15].

Dans le cas des sportifs professionnels, les sprinters peuvent atteindre une vitesse maximale de $11.11m/s$. De même, on trouve par exemple pour les femmes, que la vitesse moyenne dans une course est de $6.41m/s$, et que pour les hommes, elle est de $6.90m/s$ (données extraites de courses de $1500m$ à un niveau de compétition professionnelle) [16]. D'autres vitesses moyennes [17] sont résumées dans le tableau 2

Épreuve	Date et lieu	Nom	Performance	Vitesse moyenne
vitesse 100m	Athènes 2005	Asafa Powell	9s77	10.622m/s
vitesse 200m	Atlanta 1996	Michael Johnson	19s32"	10.421m/s
vitesse 400m	Séville 1999	Michael Johnson	43s18	9.26m/s
1 heure	La Flèche 1991	Arturo Barrios	21.101km	5.86m/s
marathon	Berlin 2003	Paul Tergat	2h04mn55s	5.63m/s
vitesse 100m	Indianapolis 1988	F. Griffith Joyner	10s49"	9.512m/s
vitesse 200m	Séoul 1988	F. Griffith Joyner	21s34"	8.40m/s
vitesse 400m	Canberra 1985	Marita Koch	47s60	9.26m/s
1 heure	Borgholzhausen 1998	Tegla Loroupe	18.340km	5.094m/s
marathon	Londres 2003	Paula Radcliffe	2h15mn25s	5.19m/s

TAB. 2. Vitesse de sportifs (course)

2.3 Systèmes de capture de mouvement commercialisés

2.3.1 Introduction

Un système de capture de mouvement ou "motion capture" (MoCap) est un système capable de restituer la position et l'attitude (i.e. l'orientation) d'un objet en mouvement.

Les systèmes de capture de mouvement sont en grande partie destinés aux marchés du "divertissement" (dessin animé, effets spéciaux, jeux vidéo,...), de la réalité virtuelle ou augmentée et, de façon émergente, dans l'assistance au geste médical ou bien encore pour le suivi de mouvement de personnes à domicile. Cela justifie que dans la majorité des cas, la capture du mouvement soit assimilée à la capture du mouvement des humains et des animaux. Dans ces systèmes, le mouvement des points d'articulation et des membres [3][18] est reconstruit.

Dans les systèmes actuellement commercialisés, en général, chaque membre présent dans le geste est partitionné en un ensemble de sous-zones. A chaque sous-zone est associé un modèle de mouvement d'un corps rigide, l'ensemble des sous-zones décrivant un mouvement plus "riche" que celui obtenu par un corps rigide [19].

Les produits existants se divisent en plusieurs catégories. Les plus utilisés aujourd'hui sont les systèmes optiques et magnétiques. D'autres types de systèmes sont

également utilisés comme les systèmes mécaniques (à armatures) ou les systèmes hybrides (utilisant plusieurs de ces technologies simultanément).

Rappelons que la capture du mouvement est une technique coûteuse. Une séance de quelques heures d'enregistrement revient à des dizaines de milliers d'euros. En outre, le matériel mis en jeu est lui aussi coûteux [20][21] (voir les tableaux 3 et 4). À titre d'exemple, les marqueurs faciaux (capteurs mis sur le visage et qui peuvent être de deux types différents, à savoir, le marqueur passif qui est une demi sphère (avec un côté plat) et qui nécessite le calcul de sa position relative, et le marqueur "codé", sphérique, qui est relié au système de vision (caméra) et dont la position est connue par avance) reviennent environ à 7000 euros. Les "cyber gloves" (gants avec 18 ou 20 capteurs linéaires, avec une résolution de 0.5° et une fréquence d'échantillonnage de 150Hz) [22] valent entre 1100 et 2200 euros.

On décrit maintenant quelques systèmes de capture de mouvement commerciaux. Notons que des systèmes à base de triaxes accéléromètres, magnétomètres et de gyromètres commencent à émerger

2.3.2 Systèmes Magnétiques

Les systèmes magnétiques sont basés sur la mesure du champ magnétique dans un certain volume de capture. Les principaux fabricants de systèmes magnétiques de capture de mouvement pour l'animation sont Ascension, Polhemus et Metamotion [23][24][25]. Ils fonctionnent à l'aide d'une source de champ magnétique auxiliaire, constituée généralement de trois bobines à axes perpendiculaires. Le principe de fonctionnement des systèmes magnétiques est maintenant donné.

Un émetteur génère un champ magnétique modulé à basse fréquence sur un espace de travail sphérique de 3 à 15m de rayon, selon le type du système. Les antennes de l'émetteur sont placées orthogonalement pour définir le repère. Les fréquences d'échantillonnage sont comprises entre 30Hz et 144Hz [26] suivant la technologie

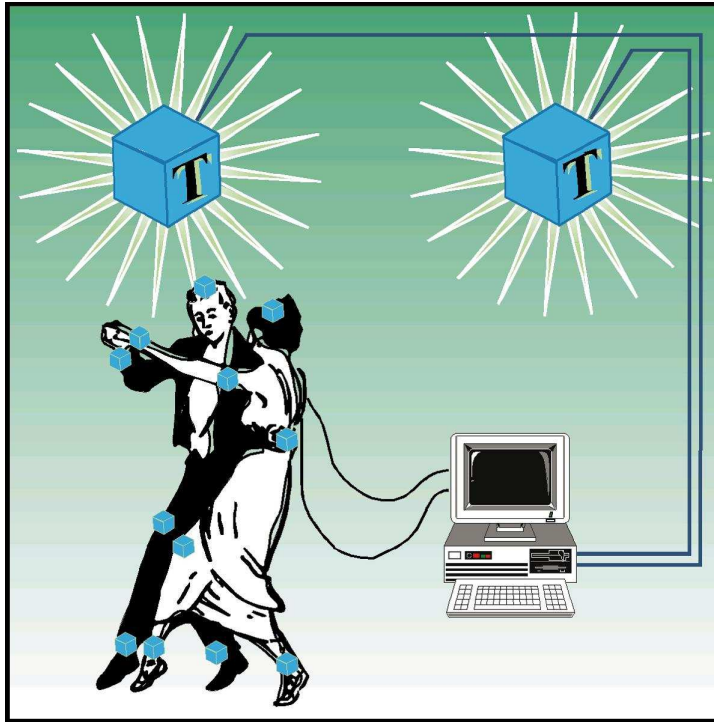


FIG. 5. Principe de la capture de mouvement avec un système magnétique

retenue et le nombre de capteurs utilisés. Les récepteurs munis du même système d'antennes déterminent leur position et orientation par rapport à l'émetteur par l'intermédiaire d'une unité de traitement qui leur est propre. Placés sur un objet mobile les récepteurs renvoient les informations de transformations du mobile par rapport à l'émetteur. L'émetteur et les récepteurs sont reliés à un boîtier ou une carte qui communique avec l'ordinateur via le port parallèle, le port série ou Ethernet (cf. figure 5). Les données sont envoyées à l'ordinateur soit en continu ("continuous mode"), soit à la demande ("polling mode").

Le matériel est piloté par un logiciel. Une liste d'instructions et un protocole de communication permettent de modifier les paramètres du matériel tels que la vitesse de transmission, la position et l'orientation de l'émetteur, le volume de travail, l'activité des récepteurs, etc. La communication avec le matériel se fait en codage ASCII ou binaire selon le degré de précision et de rapidité escompté. Afin de comprendre le



FIG. 6. Système magnétique Polhemus

principe de fonctionnement des systèmes magnétiques, on a mis quelques brefs rappels sur l'électromagnétisme en annexe de ce document [27].

Les systèmes magnétiques **Polhémus** et **Ascension** sont construits autour de deux technologies différentes qui induisent des différences principalement sur le coût, la fréquence d'échantillonnage, la précision de saisie, le volume de travail et la sensibilité aux perturbations magnétiques [26].

La société **Polhémus** existe depuis 20 ans. Elle a développé ces systèmes magnétiques (figure 6) autour de la technologie AC (bobines traversées par des courants alternatifs (onde sinusoïdale)). Aujourd'hui, la société propose des systèmes à 4, 16 ou 32 capteurs selon les modèles. Les fréquences d'échantillonnage sont comprises entre 30Hz et 120Hz [25][26].

Dans les systèmes **Polhémus**, le nombre de récepteurs actifs doit être réduit de manière inversement proportionnelle à la fréquence d'échantillonnage. Une unité électronique de filtrage élimine les problèmes de vibration des données dues au bruit du signal. **Polhémus** commercialise deux systèmes :



FIG. 7. Fastrak

- le Startrak (figure 8) présenté au public au Siggraph de 1997 est un système sans câbles. Il permet de saisir en temps réel les informations des récepteurs sur un volume de travail sphérique de $9m$ à $15m$ de diamètre et une fréquence d'échantillonnage de $120Hz$ pour chaque capteur. Le système peut être composé de 2 ensembles de récepteurs avec 16 capteurs pour chaque récepteur. Lorsque le récepteur se trouve entre $1.524m$ et $7.62m$ de l'antenne "Long Ranger" on obtient une précision en statique de $25.4mm$ en position, et de 2° en orientation ;
- le Fastrak (figure 7) est un boîtier sur lequel peuvent être connectés 4 récepteurs. La fréquence d'échantillonnage d'un récepteur est de $120Hz$ et varie suivant le nombre de récepteurs utilisés. Elle est réduite à $30Hz$ pour 4 récepteurs. Le volume de travail est de $3m$ de rayon. On peut travailler avec plusieurs boîtiers réglés sur des fréquences différentes et synchronisés entre eux (plus de 16 boîtiers peuvent être reliés utilisant 4 systèmes synchronisés). Chaque boîtier est connecté à l'ordinateur par un port série qui lui est associé. Le volume de travail utilisable dépend des perturbations subies dans l'espace et de l'antenne utilisée. Ainsi, lorsque le récepteur se trouve à $0.762m$ maximum de l'antenne, on peut avoir une précision maximale de mesure en statique de $0.762mm$ en position, et de 0.15° en orientation. Au-delà, la performance du système se dégrade.



FIG. 8. Système Startrak

Le champ généré est très sensible aux perturbations métalliques et contraint à l'installation du matériel dans un espace qui ne contient pas d'objets en métal. Pour réduire ces effets, le choix de la position de l'émetteur dans la zone de travail est important. Dans certains cas, on se sert du champ magnétique émis par l'antenne pour éliminer les effets d'un champ perturbateur moins puissant.

Pour remédier aux problèmes induits par les perturbations magnétiques [25], **Polhémus** a mis au point une technique de calibration de l'espace. Pour calibrer le volume de travail, on effectue des mesures à partir de capteurs alignés verticalement et déplacés suivant une grille tracée au sol. Le choix du maillage de la grille dépend de l'intensité des perturbations et vice-versa. Les mesures servent à établir des tableaux de correction du champ magnétique pendant la saisie. La technique de calibration est apparue avec l'Ultratrak (2 à 16 capteurs) et se configurait sur mémoire de type EE-PROM. Pour les nouveaux modèles de la marque **Polhémus**, cette configuration s'effectue par un logiciel, ce qui rend la technique nettement plus ergonomique [25].

La société **Ascension** commercialise un système concurrent aux systèmes



FIG. 9. Motion Star Wireless

Polhémus. D'après **Ascension**, la technologie magnétique DC¹²[28] est de 3 à 10 fois moins sensible aux interférences métalliques que la technologie AC utilisée par son concurrent [24][26].

La configuration du matériel est réputée "rapide" et ne requiert pas de calibration du volume de travail. Le système n'est ainsi pas lié à un environnement statique. Il peut être déplacé rapidement sans perte de temps de configuration de l'espace. Chacun des capteurs est associé à une unité électronique qui permet d'obtenir une fréquence d'échantillonnage de 120Hz à 144Hz (Pour le système Flock of Birds) fixée quel que soit le nombre de récepteurs. L'espace de travail est une demi-sphère de 4m de rayon autour de l'antenne. Ce champ peut être augmenté en utilisant plusieurs émetteurs.

Les systèmes **Ascension** Technology se répartissent en :

- le Motion star wireless (figure 9) : ce système a été le premier à fonctionner sans câbles. Il permet de capturer n'importe quel mouvement dans un volume de travail de 3.05m de rayon autour de l'antenne. La fréquence de capture est de 120Hz et le système fonctionne avec 18 capteurs et une précision pour la

¹²Ce type de système génère des impulsions de champ magnétique axial DC à partir d'une antenne placée dans un endroit fixe. Le système calcule la position et l'orientation en mesurant le champ magnétique reçu par le capteur suivant 3 axes orthogonaux, cela combiné avec l'effet du champ magnétique terrestre supposé constante.



FIG. 10. Flock of Birds

position en statique de $7.62mm$ à $1.54m$ de l'antenne, $15.24mm$ à $3.05m$ de l'antenne, et de 0.5° à $1.54m$ de l'antenne pour l'orientation. Les données sont transmises en temps réel à la station de travail. Les capteurs sont alimentés par une batterie d'une autonomie réelle d'environ 1 heure. Une autre version du MotionStar propose le même système avec fils et accepte jusqu'à 80 récepteurs ;

- le Flock of Birds (figure 10) : c'est le système concurrent du Fastrak de **Polhémus**. Il permet de connecter une trentaine de capteurs avec une fréquence d'échantillonnage pour chacun de $144Hz$, et une précision en statique de $1.8mm$ en position et 0.5° en orientation. Chaque récepteur est connecté à une unité électronique qui lui est propre. Les unités communiquent entre elles par un bus rapide spécifique Fast Bird Bus (FBB) [24].

Les tableaux 3 et 4 contiennent un comparatif entre les différents systèmes décrits. Les informations sont extraites des sites Web des deux sociétés **Polhemus** [25] et **Ascension** [24].

Comme on l'a déjà signalé, les systèmes magnétiques sont très sensibles aux per-

Spécifications techniques Polhémus	Startrak	Fastrak
Degrés de liberté	6 (posori ¹³)	6 (posori)
Nombre de capteurs (max)	32	64
Volume de travail i.e. rayon autour de l'antenne	de 0.685m jusqu'à 7.62m avec le Super Nova émetteur	de 1.2m jusqu'à 3m
Amplitude des orientations	pas de limite	pas de limite
Fréquence d'échantillonnage f_e	120Hz	120Hz
Précision en statique		
Position	10.16mm	0.762mm
Orientation	0.75 °	0.15 °
Communication	Ethernet / UDP ou TCP	RS-232
Prix	12 800 Euros	6 075 Euros

TAB. 3. Résumé des caractéristiques Polhemus

Spécifications techniques Ascension Technology	Flock of Birds	Motion Star Wireless
Degrés de liberté	6 (posori)	6 (posori)
Nombre de récepteurs (max)	32	80
Rayon autour de l'antenne	de 1.2m jusqu'à 3.05m	3.05m
Amplitude des orientations	$\pm 180^\circ$ Azimuth, Roulis $\pm 90^\circ$ Elévation	$\pm 180^\circ$ Azimuth, Roulis $\pm 90^\circ$ Elévation
Fréquence d'échantillonnage f_e	144Hz	120Hz
Précision en statique		
Position	10.16mm	0.762cm à 1.54m 1.524cm à 3.05m
Orientation	0.5 °	0.5 ° à 1.54m 1 ° à 3.05m
Communication	RS-232C	Ethernet, RS232C RS-485, SCSI
Prix	non connu	14 000 Euros

TAB. 4. Résumé des caractéristiques Ascension Technology

turbations magnétiques dans l'espace de travail. Si les perturbations magnétiques induites par le métal présent dans les planchers peuvent être facilement compensées, celles causées par la présence de métaux dans les murs, les plafonds et les interférences créées par les dispositifs électriques sont plus délicates à compenser.

L'installation d'un système magnétique dans un environnement non calibré, comme par exemple dans une exposition commerciale, peut alors donner des résultats inexploitable.

En résumé, les systèmes de capture de mouvement magnétiques ont les désavantages suivants :

- une sensibilité aux perturbations magnétiques ;
- un offset de la position des capteurs par rapport au centre des articulations (le centre du capteur ne correspond pas à celui de l'articulation) ;
- un besoin de recalibrer l'espace régulièrement ;
- un encombrement non négligeable ;
- une fréquence d'échantillonnage faible puisqu'elle peut descendre à 30Hz, ce qui interdit la capture de mouvement dynamique.

Les avantages de tels systèmes sont les suivants :

- la mesure de la vitesse ou de la position est possible, suivant la configuration du système ;
- une production à grande échelle ;
- un coût raisonnable pour certains systèmes. Néanmoins, ce coût est prohibitif pour des applications grand public.

2.3.3 Systèmes Optiques

Les systèmes de capture de mouvement optiques se composent de caméras infrarouges, d'un système informatique (hardware et logiciels) et de marqueurs ("markers") fixés sur la cible en mouvement (figure 11). Les systèmes détectent les mouvements

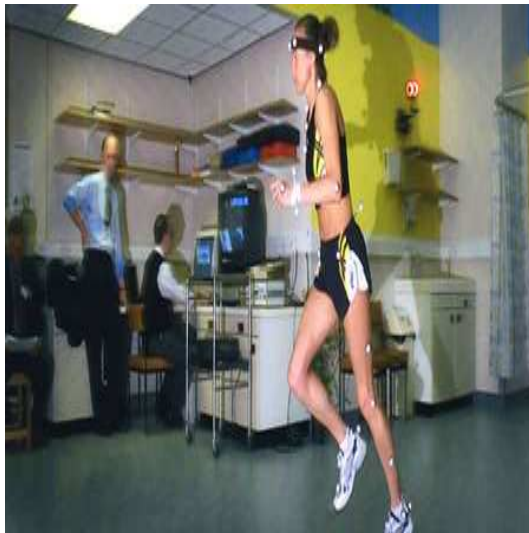
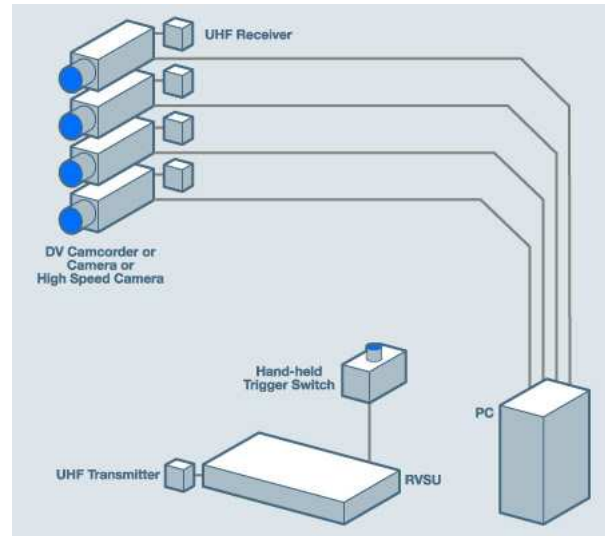


FIG. 11. Principe de fonctionnement des systèmes optiques

des personnes et les retranscrivent pour animer en temps réel des personnages en image de synthèse [29].

Les caméras sont disposées en cercle autour du volume de travail. Le nombre de caméras influe sur la précision et le temps de traitement. Généralement, on utilise 6 à 8 caméras pour les mouvements du corps et 1 à 2 caméras pour l'animation faciale [30][26]. Les marqueurs sont de petites sphères réfléchissantes. La position des sphères dans l'espace est calculée à partir des images produites par les caméras. Le centre de gravité de chaque sphère détermine la position du mobile. L'orientation est calculée à partir de 3 marqueurs formant un triangle. La taille des marqueurs varie suivant le volume de travail et le type de capture.

La vitesse d'échantillonnage varie entre $1Hz$ [31] et $2000Hz$ [32] suivant les systèmes, ce qui permet d'enregistrer des mouvements rapides et réalistes. Le suréchantillonnage des données facilite les calculs de filtrage des trajectoires [26]. Les

Plateau et spheres de **Vicon**

Système Vicon

FIG. 12. Système Vicon

Spécifications techniques	Vicon
Nombre de capteurs	50 marqueurs et capacité pour plus de 24 caméras
Champ de capture	$7m \times 4m \times 3m$
Précision	$4mm$ à $10m$
f_e	$120Hz/240Hz$
Résolution du capteur en Nombre de pixels	$1.3 \cdot 10^6$ Pixels (avec Vcam2) 648×484 Pixels (avec Vcam)
Prix	200 000 Euros

TAB. 5. Spécifications **Vicon**

principaux constructeurs de ces types de systèmes sont [32][31][21] :

- la société **Vicon** (caméra MoCap et système, figure 12) : la technologie de capture de mouvement de **Vicon** est une technique optique dite passive [33]. Les marqueurs sont placés sur la cible, le sujet ou l'objet. Ce sont simplement des sphères réfléchissantes. Les données sont obtenues à l'aide de caméras haute résolution (CMOS video camera). La fréquence d'échantillonnage f_e maximale vaut $240Hz$: elle permet de capturer des mouvements humains dynamiques. Les principales caractéristiques techniques sont résumées dans le tableau 5 ;



FIG. 13. Systèmes optique **Motion Analysis**

- la société **Motion Analysis Corporation** (caméra MoCap et Système de la figure 13) utilise des caméras numériques et une résolution 2352×1728 pixels avec une fréquence d'échantillonnage f_e de 200Hz (pour le cas des caméras Eagle4). Le système Falcon peut capturer des images avec 480 lignes verticales avec une fréquences d'échantillonnage de 60Hz ou de 120Hz . Ou peut aussi faire un enregistrement (au détriment de la qualité de l'image) à une fréquence d'échantillonnage de 180Hz à 240Hz . La précision du système Falcon est de 0.01mm en position sur une aire de travail de $12.192\text{m} \times 15.24\text{m}$. Les principales caractéristiques techniques sont résumées dans le tableau 6 ;
- La société **Northern Digital** avec le Système Optotrak permet l'identification automatique de marqueurs de corps rigides (MCR) avec une précision de 0.1mm et une résolution de 0.01mm en position. Ce système simple peut être utilisé pour des applications complexes (avec le même système, on peut faire l'enregistrement du corps, des bras ainsi que du visage). Il est capable d'avoir jusqu'à 256 marqueurs de corps rigides (MCR) qui permettent d'obtenir pour

Spécifications techniques	Eagle Digital de Motion Analysis Corporation
Nombre de capteurs	237 markers et 64 caméras
Champs de capture	$12.192m \times 15.24m$
f_e	200Hz
Résolution	0.01mm
Résolution du capteur en Nombre de pixels	1280×1024 Pixels
Prix	250 000 Euros

TAB. 6. Spécifications Eagle Digital de Motion Analysis Corporation

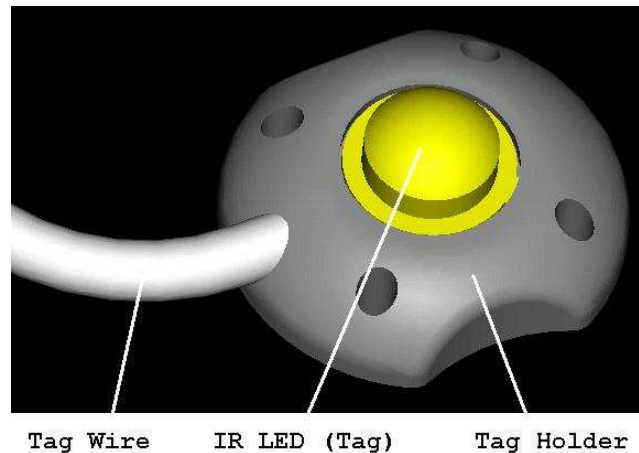


FIG. 14. Marqueur de corps rigide

chaque MCR la position et l'orientation grâce à 3 capteurs IRED (Infrared light emitting diodes) (figure 14). La fréquences d'échantillonnage dépend du nombre de MCR sur le sujet : elle est de $1000Hz$ divisée par le nombre de MCR. Ainsi dans le cas où il y a 8 MCR, la fréquences d'échantillonnage est de 125 Hz, ce qui sera insuffisant pour la capture de mouvements dynamiques. L'espace de travail est de $2.6m \times 3.5m \times 6m$. Les principales caractéristiques techniques sont résumées dans le tableau 7.

Les principaux avantages des systèmes optiques sont [31] :

- la précision qui dépend du système mais on peut avoir une précision en position

Spécifications techniques	OptoTrak de Northern Digital Inc
Nombre de capteurs et caméras	512 marqueurs et 32 caméras
Champs de vision	$2.6m \times 3.5m \times 6m$
Précision	Précision en X et Y : $0.1mm$ Précision en Z : $0.15mm$
f_e	1000Hz divisé par le nombre de MCR (normalement 8)
Résolution	Résolution 3D à 2.25m de la caméra de $0.01mm$
Prix	Non communiqué

TAB. 7. Spécifications OptoTrak de Northern Digital Inc

de $0.1mm$ à $0.01mm$ à $2m$ de la caméra, et de 0.5° en orientation ;

- une fréquence d'échantillonnage jusqu'à $240Hz$;
- la légèreté des marqueurs (masse d'environ $17g$) ;
- la diversité des types de mouvements (6DDL, pas de limites pour l'amplitude des orientations pour la capture de mouvement) ;
- un champ de capture jusqu'à $7m \times 4m \times 3m$.

Les inconvénients sont :

- des problèmes d'occlusions ;
- la saisie en différé. Le manque de "feedback" rend le jeu d'acteur difficile surtout pour des personnages dont la morphologie se différencie de la morphologie humaine ;
- un long temps de retouche (traitement par software).

2.3.4 Systèmes Mécaniques

Les systèmes mécaniques sont des exo-squelettes dont chaque articulation est munie d'un potentiomètre qui mesure la position et l'orientation du membre. En général, le squelette est une armature en matériaux composites avec des capteurs linéaires de position et d'orientation reliés entre eux (figure 15) si l'on cherche une position et



Exemple d'exosquelettes



Position des capteurs

FIG. 15. Système Mécaniques

une orientation relatives, ou avec une référence fixe si l'on cherche une position et une orientation absolue. Le positionnement des membres du squelette s'effectue dans l'espace (3D)[28].

L'exosquelette pour la capture de mouvement du corps n'est pas modulable. En revanche, ce type de système présente l'avantage de pouvoir fonctionner sans fil et dans un espace de travail pouvant atteindre en théorie plus de 300m de rayon autour de la centrale d'acquisition [20] . De plus il ne subit aucune perturbation externe d'ordre magnétique, et peut donc s'utiliser dans toutes les situations.

À chaque acquisition d'une image, la nouvelle position définit une nouvelle "clé d'animation". La capture de la position se fait en temps réel, image par image. L'orientation des membres est calculée en temps réel. Un récepteur de position et d'orientation indique le déplacement et l'orientation du corps dans l'espace. La fréquence d'échantillonnage varie suivant les systèmes de 30Hz [13] à 240Hz [23]. La précision



FIG. 16. Système Gypsy

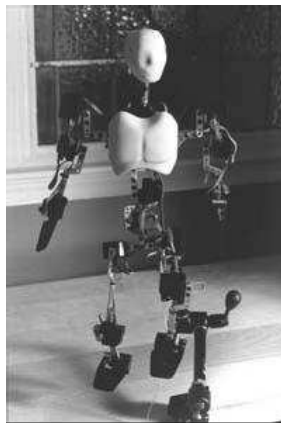
de mesure des angles de rotation peut atteindre 0.1° .

Quatre systèmes sont principalement distribués sur le marché [23] :

- le "Gypsy 2" (figure 16) fabriqué par **Analogus** et distribué par **ID8 Media** ;
- le "Body Tracker" (figure 17) de Puppet Works ;
- le "Monkey" de **Digital Image Design Incorporated**. Il se présente sous la forme d'un "jeu de construction" dont chaque pièce est modulable et s'assemble à la façon d'un jeu de "mécano" ;
- le J1000/2000 (figure 18) de **Puppet Works**. Il est livré pré-monté en configuration Bipède et peut être rapidement décomposé et reconstruit dans d'autres configurations. Le système est extrêmement facile à utiliser pour créer des mouvements de la partie supérieure du corps. **Puppet Works** vend également un exo-squelette spécifique à la partie supérieure du corps. Il peut être employé en même temps que l'exo-squelette de la partie inférieure du corps, son coût est



FIG. 17. Body Tracker de Puppet Works

FIG. 18. J2000 de **Puppet Works**

d'environ de 8500 USD.

Un comparatif des systèmes Gypsy 2 et du Body Tracker est donné dans le tableau 8. On remarque en particulier la valeur de leur fréquence d'échantillonnage qui dans le cas du Gypsy 2 ne permet pas la capture de mouvement dynamique.

Les systèmes mécaniques présentent comme principaux avantages :

- leur prix qui, par rapport aux systèmes optiques, est plus abordable ;
- le domaine de travail (champ de capture) des systèmes mécaniques est 28 fois

Specifications techniques	"Gipsy2" de ID8 Media	Body Tracker de Puppet Works
Nombre de capteurs	42 capteurs capables	26 capteurs
champ de travail	19m	25m
Précision	0.08 °	0.15 °
f_e	30,60,120Hz	> 240Hz
Prix	20000 Euros	non communiqué

TAB. 8. Spécifications systèmes mécaniques

plus grand que celui des configurations magnétiques standards et 7 fois plus grand que celui des configurations optiques ;

- la portabilité des systèmes puisqu'ils peuvent être utilisés dans divers scénarios, après reconfiguration de l'exo-squelette ;
- la facilité d'utilisation puisqu'ils n'exigent pas des opérateurs spécialisés, à la différence des systèmes magnétiques ou optiques ;
- la capture de mouvement peut être faite en temps réel, ce qui n'est pas le cas des systèmes optiques.

Les systèmes mécaniques présentent néanmoins deux inconvénients majeurs :

- l'encombrement du système sur le corps de l'acteur. Cette contrainte limite les mouvements de l'acteur tels que les cascades ou les prises de contact les plus simples ;
- le squelette est immuable et s'adapte uniquement à une morphologie humaine.

Remarque : Centrale inertielle

Dans ce paragraphe, on n'a pas présenté les centrales inertielles qui peuvent être utilisées pour la capture de mouvement.

Elles sont généralement constituées d'accéléromètres, de magnétomètres et de gyromètres. Une unité de calcul permet généralement d'obtenir en sortie de la centrale l'attitude du solide sur lequel elle est fixée.

Dans la suite de ce travail, on utilisera une des ces centrales commerciales, la 3GDMX de Micro Strain, et ce, à des fins de comparaison avec les résultats obtenus par notre dispositif de capture de mouvement. Notons que de telles centrales sont distribuées par exemple par :

- Micro Strain ;
- Xsens à 1750Euro ;
- Memsense.

Elles contiennent trois modalités de mesure. Comme on le verra dans le paragraphe 2.5, l'objectif de notre travail est de faire de la capture de mouvement à deux modalités de mesure, réduisant ainsi le coût, la masse et la consommation du système.

2.4 Animation en 3D de personnages virtuels à partir des systèmes de capture de mouvement

2.4.1 Introduction

Après avoir "capturé un mouvement", il faut pouvoir l'afficher et le "rejouer" afin de l'analyser ou encore de l'associer à d'autres séquences de mouvement.

À partir des données de position et orientation enregistrées, on cherche à animer une créature virtuelle. La capture de mouvement répond aux contraintes actuelles du marché. Elle permet de produire des films d'animation 3D à faibles coûts et sans compromis sur la qualité.

De nos jours, la simulation ainsi que l'animation par ordinateur se retrouvent dans différents domaines et pas uniquement le domaine de l'animation virtuelle. Le besoin de visualiser des informations dépasse maintenant la simple image en deux dimensions. Les tendances actuelles montrent un engouement certain pour la visualisation 3D [14] mais aussi pour l'animation de ces images. Ces besoins d'animation / simulation se retrouvent dans des domaines aussi divers que l'audiovisuel (plus particulièrement, la création de film et d'effets spéciaux) , les jeux vidéos (pour lesquels on cherche à améliorer à faible coût de calcul, la qualité des scènes animées), le milieu

industriel pour l'aide à la conception et pour le traitement des problèmes d'ergonomie, le milieu sportif pour simuler le mouvement en vue d'améliorer les performances ou pour diagnostiquer des baisses de niveau, entre autres.

Dans toutes ces applications, il est souvent nécessaire de faire de la capture de mouvement humain et après un traitement numérique, d'animer des personnages synthétiques en cherchant à reproduire de manière réaliste ce mouvement.

Ce réalisme peut prendre différents sens suivant le domaine d'application. Le mouvement humain est très complexe puisqu'il (voir paragraphes précédents) résulte de la mise en œuvre d'un grand nombre d'éléments dont les différents maillons ne sont que partiellement connus.

2.4.2 Techniques 3D pour la capture de mouvement

L'ordinateur prend de nos jours une place de plus en plus grande aux côtés de l'homme. Il est devenu notre instrument de travail ou de loisirs. Plus qu'une machine à calculer, l'ordinateur cherche, stocke, trie et filtre l'information, et l'homme interprète les données. Le rapport de communication entre l'homme et l'ordinateur est devenu primordial. L'interactivité est une des propriétés que l'on demande aujourd'hui aux systèmes informatiques. La capture du mouvement prend tout son intérêt avec cette évolution. Le traitement numérique des images obtenues est utilisé dans de nombreux secteurs qui vont du loisir à la rééducation de patients. Les coûts des machines et des logiciels diminuent et les puissances de calcul augmentent, permettant aussi de mettre en place des systèmes de traitement plus performants, ainsi que des logiciels d'animation plus simples à utiliser pour des animations complexes, avec un traitement s'approchant le plus possible du traitement en temps réel. La vraie limitation de ces systèmes est le système de capture lui même, qu'il soit mécanique, magnétique, optique ou hybride (mêlant différentes technologies) et son coût pour des applications grand public.

2.4.3 Connexions au personnage virtuel

Les progrès et développements des techniques de capture de mouvement ont permis d'envisager une grande diversité d'applications.

La généralisation de son utilisation s'appuie sur de nombreux dispositifs qui permettent de saisir et de reproduire le mouvement en temps réel ou peu différé, à partir de différents systèmes de capture de mouvement (MoCap), ces systèmes restent chers, et on attend le développement d'une technique bon marché pour une diffusion grand public des systèmes de capture de mouvement.

Actuellement, en couplant différents systèmes de capture et différentes techniques d'analyse [4], la capture du mouvement permet d'animer tous les membres d'un personnage virtuel (c.f arborescence de la figure 19) en "temps réel" ou en "temps différé". L'animation d'un personnage s'effectue de manière hiérarchisée :

- **l'animation du corps** concerne le tronc, les bras, les jambes, les mains et la tête du personnage virtuel. L'animation du corps s'effectue généralement à partir d'un système de capture magnétique ou optique. Les articulations principales du corps humain sont munies de capteurs mesurant des transformations de translation pour le premier système, et de rotations et translations pour le second. Les systèmes magnétiques sont utilisés dans l'animation en temps réel, et les systèmes optiques lors de l'animation en temps différé. Les systèmes d'exosquelettes sont moins performants, mais ont l'avantage d'être moins coûteux ;
- **l'animation des doigts des mains** s'obtient le plus souvent à partir de gants connus pour les applications de réalité virtuelle. Certaines fonctionnalités permettent de déterminer la position des doigts par rapport aux mouvements de la main ;
- **l'animation faciale** se décompose en "lipsync " et en "expressions" du visage du personnage virtuel. Le lipsync concerne essentiellement l'animation de la

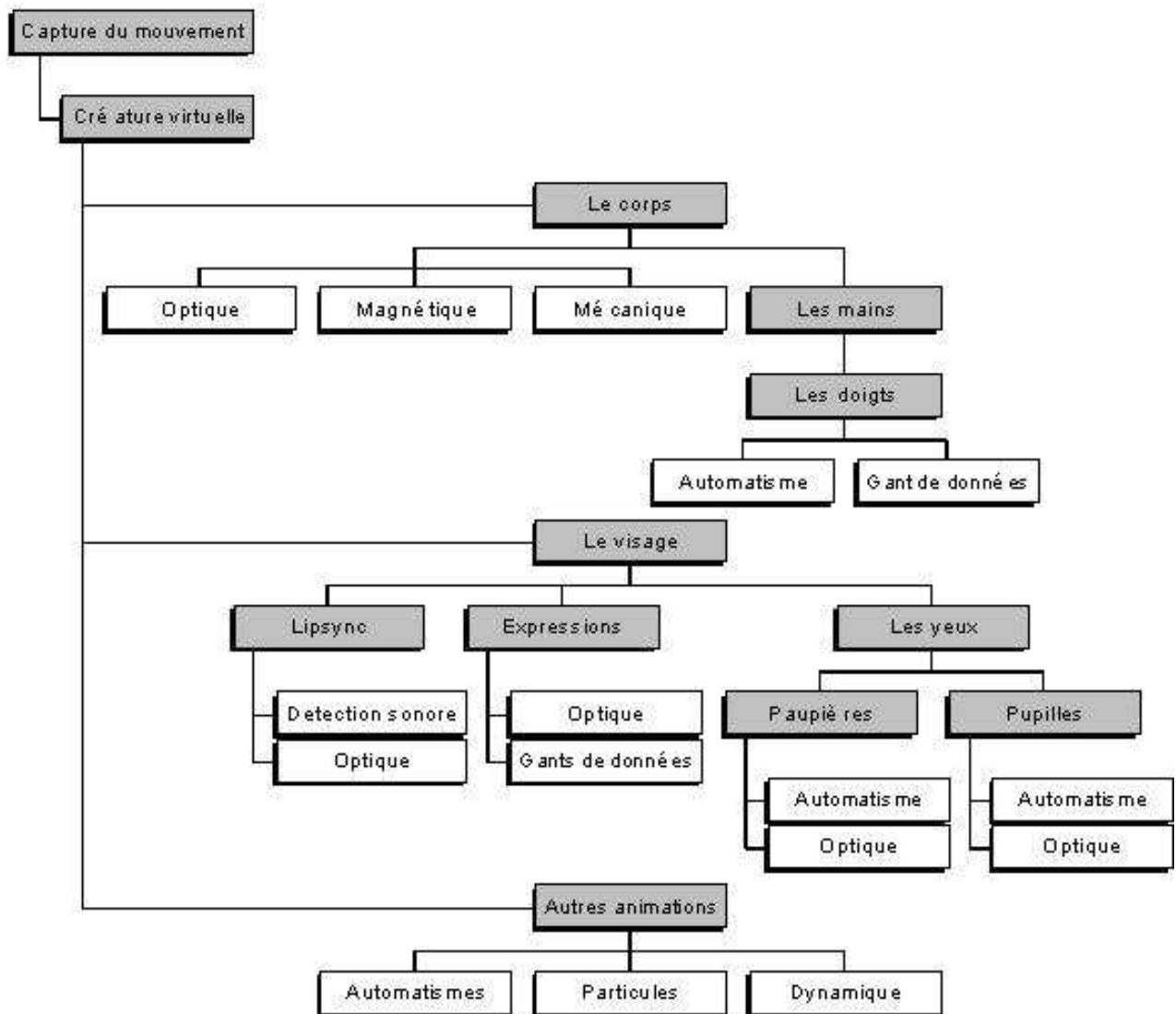


FIG. 19. Connexion de différents systèmes aux différentes parties du corps du personnage virtuel

bouche : ouverture et arrondie. La reconnaissance phonétique à partir d'une bande sonore a beaucoup évolué ces dernières années et permet de reconnaître raisonnablement jusqu'à huit phonèmes ou formes de bouches avec un faible taux d'erreurs. Les systèmes de capture optique ou les systèmes vidéos sont les plus appropriés pour saisir les expressions faciales. Ce type de systèmes a pour avantage de résoudre en même temps le lipsync et les expressions du personnage ;

- **L'animation spontanée** concerne les animations involontaires ou " réflexes " du corps humain : la respiration, le clignement des yeux, le mouvement des cheveux, etc. Ce type d'animation est résolu par des algorithmes d'automatisme qui prennent leurs origines dans les principes d'animation comportementale et dynamique. Combinés aux systèmes de capture de mouvement, des fonctionnalités appropriées enrichissent notablement l'animation du personnage virtuel.

Les animations prédéfinies sont stockées dans des bases de données. Ces primitives d'animations décrivent des comportements récurrents dans la gestuelle du personnage. L'utilisation de ces primitives permet de dépasser les contraintes liées au système de capture de mouvement et de faire exécuter au personnage virtuel des mouvements complexes non réalisés au cours de la capture du mouvement. Ces animations sont déclenchées soit par un manipulateur soit automatiquement, en fonction du comportement et de la situation du personnage virtuel dans son environnement à un instant donné.

2.5 Antériorité du projet «microcapture»

La relation existant entre le LAG et le CEA sur le projet "capture de mouvement" existe depuis 2002 [34]. Elle a abouti à plusieurs travaux, et a donné lieu à des stages de DEA [35]. Une modélisation en termes de quaternion unitaire a été proposée, ses avantages par rapport à d'autres modélisations ont été vérifiés. L'apport (en

termes de rapidité et complexité) de nouvelles méthodes de traitement des données a également été démontré. Pendant un temps, l'étude a été restreinte au cas de mouvements quasi-statiques [35], l'objectif étant de travailler sur le mouvement dynamique avec des études sur des systèmes dégradés (5DDL, 4DDL en particulier).

2.5.1 Cahier des charges et objectifs à atteindre

Pour cette thèse, il fallait disposer d'un modèle d'une partie du corps humain (un bras, une jambe). Ce modèle a été rapidement présenté au début de ce chapitre. Il est constitué d'une structure articulée avec des contraintes sur certaines articulations. Ainsi, le modèle est constitué d'un ensemble de segments du corps humain considéré comme des solides de longueur constante reliés entre eux par des liaisons possédant un ou plusieurs degrés de liberté. On associe un repère local, centré en l'articulation proximale, et dont les axes ont été définis sur la figure 2. Pour traiter le cas 6DDL, il sera nécessaire d'étudier l'effet des variations brusques de l'accélération.

Les mouvements humains auxquels on s'intéresse pour l'instant sont les gestes courants mais en gardant à l'esprit les contraintes imposées pour le mouvement sportif. La vitesse des mouvements considérés peut être décrite de plusieurs manières. Parmi elles, on trouve :

- la vitesse de réaction (temps séparant la perception d'un signal et le déclenchement d'une action) ;
- la vitesse de mouvement ou vitesse de détente (rapidité d'exécution du mouvement) ;
- la vitesse répétitive (capacité à enchaîner dans un temps très court un même mouvement) ;
- la vitesse d'enchaînement (capacité de passer très rapidement d'un type de mouvement à l'autre) ;
- la vitesse de liaison (capacité d'enchaîner très rapidement deux techniques, par

exemple, esquive et contre-attaque) ;

- la vitesse d’anticipation (capacité de réagir à un signal adverse à peine émis) ;
- la vitesse d’action (capacité d’imprimer au mouvement un rythme rapide) ;
- la vitesse des changements de rythme ou accélérations.

C’est en fait cette dernière qui nous intéresse (avec la valeur du jerk, c’est-à-dire de la dérivée de l’accélération) afin de définir les caractéristiques techniques de notre centrale d’attitude. En effet, le but étant de réaliser la capture de mouvement en temps réel, l’accélération joue un rôle très important d’autant plus que le système comporte des accéléromètres dont le signal pourrait être intégré deux fois pour obtenir la position de l’objet cible.

D’un point de vue pratique, on veut que le cahier des charges respecte certaines contraintes :

- pour l’angle, la vitesse de rotation maximale (en valeur absolue) sera de 4π *rad/s* ;
- la variation maximale de l’accélération (ou jerk) sera de $2g/s$ où g est le champ de gravité.

Pour satisfaire les contraintes imposées par la dynamique du corps humain, on a choisi une fréquence d’échantillonnage de $200Hz$. Notons que cette valeur est cohérente avec ce que l’on trouve dans la bibliographie sur le mouvement humain rapide [33] [32] [36].

Pour obtenir au moins une précision équivalente à celle obtenue par les systèmes commercialisés, on devrait avoir une précision au moins égale à 0.1° pour les angles et de $2mm$ à $7mm$ pour les positions [20] [21][25] [24]. Notons qu’actuellement le but n’est pas de fournir la position mais l’accélération du mobile. Néanmoins, la précision de cette dernière aura une influence directe sur la précision de la position.

En résumé, le but est de concevoir les algorithmes de traitement des données

issues d'une microcentrale d'attitude portative (si possible autonome) permettant de capturer des mouvements répondant aux caractéristiques suivantes :

- une vitesse angulaire maximale (en valeur absolue) de $4\pi rad/s$;
- un jerk maximal en (valeur absolue) de $2g/s$;
- une fréquence d'échantillonnage de $200Hz$;
- les capteurs dont on dispose sont un triaxe de magnétomètres et un triaxe d'accéléromètres.

Le traitement numérique proposé devra permettre de déterminer l'orientation du mobile dans l'espace et si possible ses trois accélérations linéaires. Dans le chapitre suivant, on va présenter la modélisation du système (c'est-à-dire le modèle des mesures fournies par les différents capteurs) aussi que les pistes suivies durant ce travail pour la fusion de données.

Liste des Références

- [1] L. F. Franck Multon, *Computer Animation of Human Walking*. Survey, INRIA, Juin 1998.
- [2] <http://c.chasserat.free.fr>, *Définition de MoCap et coût*, accès le 15 octobre 2004.
- [3] J. M. Rehg and T. Kanade, *Visual Tracking of High DOF Articulated Structures an Application to Human Hand Tracking*. Stockholm, Sweden : Third European Conf. On Computer Vision, May 1994.
- [4] F. Multon, *Contrôle du Mouvement des Humanoïdes de Synthèse*. Rennes : Thèse, Université de Rennes, 1998.
- [5] J. K. Hodgins, *Animating Human Athletes*. In *Robotics Research*, Hirose Springer- Verlag : Berlin, 1998.
- [6] H. Zordan, V. B., *Tracking and Modifying Upper-body Human Motion Data with Dynamic Simulation* *Computer Animation and Simulation '99*, Springer-Verlag, Wien, Sept. 1999.
- [7] J. A. N. Badler, *Representing and parameterizing agent behaviors*. Geneva, Switzerland : Proc. Computer Animation, IEEE Computer Society, 2002.
- [8] <http://www.cc.gatech.edu/gvu/animation/Areas/publications.html>, dernier accès novembre 2004.
- [9] J. R. J. Gratch, *Creating interactive virtual humans : Some assembly required*. IEEE Intelligent Systems, 2003.

- [10] <http://hms.upenn.edu/publications.html>, *Réalisme du mouvement*, dernier accès novembre 2004.
- [11] P. P. David Guiraud, *Contrôle du mouvement du membre inférieur humain paralysé sous stimulation électrique*. Piscataway, NJ, USA : IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2003.
- [12] <http://www-cal.univ-lille1.fr/lo/these/sommaire.htm>, dernier accès novembre 2004.
- [13] D. Amarantini, *Estimation des Efforts Musculaires à partir de données périphériques*. Thèse, Université Joseph Fourier, 07 juillet 2003.
- [14] H. Sun and D. Metaxas, *Animation of Human Locomotion Using Sagittal Elevation Angles*. Hong Kong : Proceedings of Pacific Graphics 2000, October 3-5, 2000.
- [15] <http://hypo.ge-dip.etat-ge.ch/www/math/html/node28.html>, *Marche Verticale*, accès le 20 juillet 2004.
- [16] http://www.oval.ucalgary.ca/Short_Track.asp, *Course*, accès le 20 juillet 2004.
- [17] http://fr.wikipedia.org/wiki/Athl%C3%A9tisme#Records_du_Monde, *Records*, accès le 25 Avril 2005.
- [18] <http://c.chasserat.free.fr>, *Définition de MoCap*, accès le 15 octobre 2004.
- [19] R. Guiziou, *Système de Contrôle d'Attitude et d'Orbite*. Notes de cours, DESS Air&Espace, Université de la Méditerranée-Aix-Marseille, Mai 1994.
- [20] <http://www.id8media.com/>, *information sur les caractéristiques techniques*, accès le 15 octobre 2004.
- [21] <http://www.postlogic.com/index.php>, *information sur les caractéristiques techniques*, accès le 15 novembre 2004.
- [22] http://www.immersion.com/3d/products/cyber_glove.php, *cyber_glove*, accès le 15 novembre 2004.
- [23] <http://www.puppetworks.com/products/bodytracker.shtml>
<http://www.puppetworks.com/products/parts.shtml>, *Body Tracker*, accès le 15 novembre 2004.
- [24] www.ascensiontech.com, *ascension*, accès le 15 novembre 2004.
- [25] www.polhemus.com, *polhemus*, accès le 15 novembre 2004.
- [26] F. Thevenet, *Animation en 3D de personnages virtuels à partir des systèmes de capture du mouvement*. ATI Paris-VIII, Saint-Denis : Thèse, DESS Air&Espace, ATI Paris-VIII, Octobre 1999.
- [27] <http://members.fortunecity.co.uk/chtigris01/electronique/HTML/ehf01/theorie/theorie.html#Maxwell>, *théorie électromagnétisme*, accès le 2 Septembre 2004.
- [28] G. B. Jeffrey Hightower, *A Survey and Taxonomy of Location Systems for Ubiquitous Computing*. Seattle, WA USA : University of Washington and IEEE Computer, Volume : 34, Issue : 8, August 24, 2001.

- [29] D. K. Bhatnagar, *Position trackers for Head Mounted Display systems*. Survey, 29th of March, 1993.
- [30] <http://www.maison-des-sciences.org/ecm/docs/capteurs>, *information sur les caractéristiques des techniques Magnétiques*, accès le 15 novembre 2004.
- [31] <http://www.vicon.com/home.jsp>, *ViconOptique*, accès le 2 Septembre 2004.
- [32] <http://www.motionanalysis.com/pdf/systemcomp.pdf>, *System Optique Motion*, accès le 15 octobre 2004.
- [33] <http://www.vicon.com/main/mocap/>, *Vicon Mocap*, accès le 2 Septembre 2004.
- [34] S. Lesecq, *Capture de mouvement : Délivrable D2 Contrat Industriel LETI/LAG Formulation Quaternions et observabilité du problème*. Grenoble : Confidentiel, LAG-INPG, 2003.
- [35] C. Bassompierre, *Capture de mouvement, DEA INPG*. Grenoble : Confidentiel, INPG, 2003.
- [36] <http://www.ndigital.com/index.html>
http://www.innsport.com/OptoTrak_System.htm, *Opto Trak*, accès le 2 Septembre 2004.

CHAPITRE 3

Modélisation du problème et outils utilisés

Ce chapitre est consacré à la présentation des outils de modélisation et de calculs qui seront utilisés par la suite pour la capture de mouvement.

Ainsi, on donne quelques notations sur "quaternion et rotation", puis on présente rapidement les techniques d'optimisation qui seront utilisées pour la résolution du problème.

3.1 Rotations et quaternions

Dans une première partie de ce travail, on s'est contenté de simuler le mouvement d'un objet rigide dans l'espace. On s'est servi de modèles générateurs qui décrivent mathématiquement l'évolution du mouvement du solide [1][2][3]. La compréhension de ces modèles générateurs a permis de proposer des solutions pour l'estimation de l'attitude et des accélérations d'un solide rigide.

3.1.1 Rappel sur les rotations

Il existe plusieurs formulations pour le repérage de l'attitude d'un corps dans l'espace (cf. figure 20). Par exemple, plusieurs systèmes d'angles peuvent être utilisés :

- les angles de Cardan (cf. figure 20) : $\rightarrow$ roulis (roll) ψ , lacet (pitch) θ , tangage (yaw) φ ;
- les angles d'Euler (cf. figure 21) : $\rightarrow$ précession ψ , nutation θ , rotation propre φ .

La définition de l'orientation d'un objet dans l'espace à base d'angles possède des indéterminations (ou non-définitions) d'angles dans certaines configurations [4][5], connues sous le terme de "Gimbal lock".

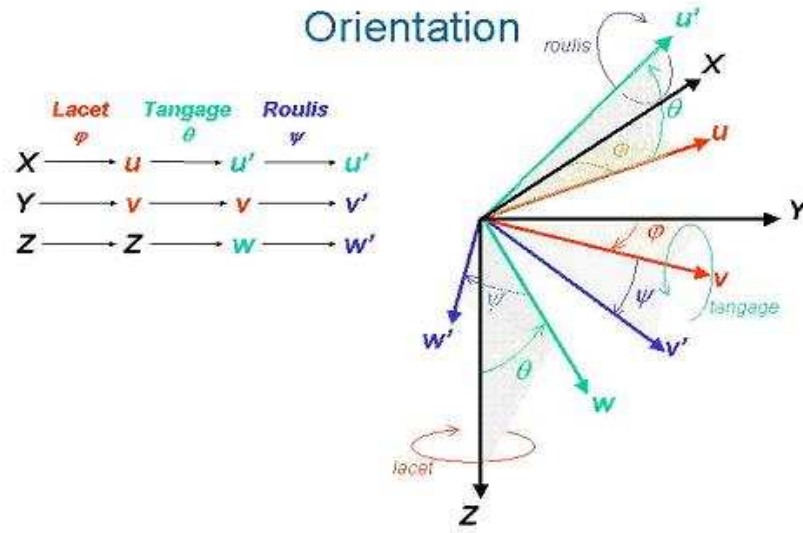


FIG. 20. Angles de Cardan

On définit maintenant la matrice de rotation induite par la formulation "angles d'Euler".

Angles d'Euler

La manière la plus simple de décrire une rotation dans un espace à trois dimensions est d'utiliser les angles d'Euler (figure 21) (ψ, θ, ϕ) . Le passage d'un repère $R_a = (X, Y, Z)$ à un repère $R = (x, y, z)$ s'effectue en 3 étapes. La chaîne des rotations est la suivante :

1. $R_a = (X, Y, Z)$ est transformé en (u, v, Z) par la rotation d'angle ϕ autour de Z ;
2. (u, v, Z) est transformé en (u, w, z) par la rotation d'angle θ autour de u ;
3. (u, w, z) est transformé en $R = (x, y, z)$ par la rotation d'angle ψ autour de z .

En composant ces trois rotations élémentaires, l'expression générale de la matrice de rotation $M_{R_a \rightarrow R}$ est donnée par :

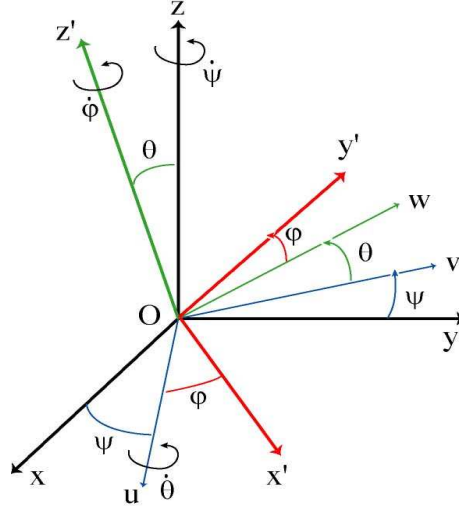


FIG. 21. Définition des angles d'Euler

$$M = \begin{bmatrix} \cos(\varphi) \cos(\psi) - \sin(\varphi) \cos(\theta) \sin(\psi) & -\sin(\varphi) \cos(\psi) - \cos(\varphi) \cos(\theta) \sin(\psi) & \sin(\theta) \sin(\psi) \\ \cos(\varphi) \sin(\psi) + \sin(\varphi) \cos(\theta) \sin(\psi) & -\sin(\varphi) \sin(\psi) + \cos(\varphi) \cos(\theta) \cos(\psi) & -\sin(\theta) \cos(\psi) \\ \sin(\varphi) \sin(\theta) & \vdots & \cos(\varphi) \cos(\theta) & \vdots & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Remarque :

Le "Gimbal Lock", correspond à la perte d'un degré de liberté. Comme la matrice de rotation finale dépend de l'ordre des multiplications, il est possible que parfois, l'une des rotations amène un axe à être confondu avec un autre axe de rotation. Il devient alors impossible de déterminer l'angle dont l'objet a été tourné sur cet axe, ce qui conduit au phénomène de Gimbal Lock. Par exemple, supposons qu'un objet tourné dans l'ordre Z, Y et X et que la rotation autour de Y soit de 90 ° (voir figure 22).

Dans ce cas, la rotation suivant Z se fait correctement, puisque c'est la première. La rotation autour de Y s'effectue aussi correctement. Néanmoins, après cette rotation, l'axe X tourné se retrouve superposé à l'axe Z initial. Ainsi, toute rotation autour de ce nouvel axe X tourne l'objet suivant l'axe Z initial, et il est devenu impossible de déterminer l'angle de rotation de l'objet autour de l'axe X.

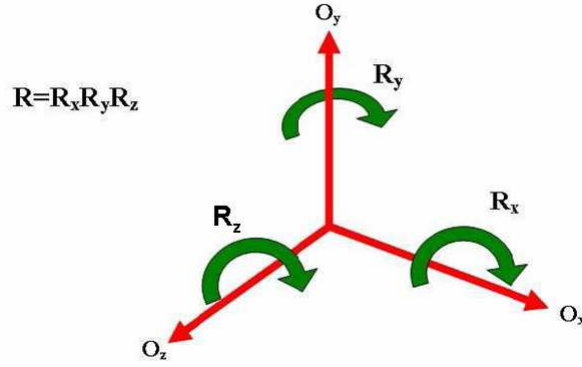


FIG. 22. Angles d'Euler

En prenant comme repère de référence celui de la figure 22, le problème du Gimbal Lock apparaît lorsque :

- si $R = R_x R_y R_z$ et si $R_y \approx \pm \frac{\pi}{2}$;
- si $R = R_x R_y R_x$ et si $R_y \approx 0$ ou $R_y \approx \pi$, ce qui ramène l'axe X sur l'axe Z .

Une solution pour pallier au problème de Gimbal Lock est de représenter les rotations à l'aide de quaternion unitaire, ce que nous présentons maintenant.

3.1.2 Introduction sur les quaternions

Les quaternions sont un type de nombres hypercomplexes, constituant une extension des nombres complexes. Rappelons qu'Hamilton a inventé (en 1843) la théorie algébrique des nombres complexes. Il cherchait à étendre la notion de nombre complexe à l'espace. Ses premiers travaux opérèrent sur des triplets. Les contraintes opératoires le poussèrent à considérer des quadruplets et à développer la théorie des quaternions (1852 et 1865) [6].

Définition 1

Un quaternion q est défini comme un nombre complexe. En identifiant un quaternion à un vecteur de $\mathbb{R}^4 = \mathbb{H}$, il s'écrit :

$$\begin{aligned} q &= q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k \\ q &= (q_0, q_1, q_2, q_3)^T \end{aligned} \tag{4}$$

où q_0, q_1, q_2, q_3 sont réels et $(1, i, j, k)$ est la base canonique de $\mathbb{R}^4$, c'est-à-dire que 1 désigne $(1, 0, 0, 0)$, i désigne $(0, 1, 0, 0)$, j désigne $(0, 0, 1, 0)$, k désigne $(0, 0, 0, 1)$. Par extension des nombres complexes de $\mathbb{C}$, on a $i^2 = j^2 = k^2 = -1$:

Remarque 1

Le quaternion peut également être interprété comme la combinaison d'un scalaire q_0 et d'un vecteur spatial $\vec{q}$:

$$q = (q_0; \vec{q}^T)^T \quad (5)$$

Remarque 2

Si $q_0 = 0$, q est un quaternion imaginaire pur et il est appelé vecteur quaternion. Lorsque $\vec{q} = \vec{0}$, q est un réel et il est appelé quaternion scalaire.

Définition 2

Le conjugué d'un quaternion q dénoté par $\bar{q}$ est défini par :

$$\bar{q} = (q_0; -\vec{q}^T)^T \quad (6)$$

Définition 3

Si le quaternion q n'est pas nul, il possède un inverse (unique) noté q^{-1} défini par :

$$q^{-1} = \frac{1}{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} \bar{q} \quad (7)$$

3.1.3 Algèbre des quaternions

Pour la suite de ce travail, on fera également référence aux propriétés suivantes.

Définition 4

Soit l'ensemble $\mathbb{H}$ des nombres des quaternions. On définit une addition et une multiplication dans $\mathbb{H}$ telle que pour tout $q, r \in \mathbb{H}$:

$$q + r = (q_0 + q_1i + q_2j + q_3k) + (r_0 + r_1i + r_2j + r_3k) \quad (8)$$

Produit	i	j	k
i	-1	k	-j
j	-k	-1	i
k	j	-i	-1

TAB. 9. Produit de quaternions

$$qr = (q_0r_0 - q_1r_1 - q_2r_2 - q_3r_3) + i(q_0r_1 + q_1r_0 + q_2r_3 - q_3r_2) + j(q_0r_2 + q_2r_0 + q_3r_1 - q_1r_3) + k(q_0r_3 + q_3r_0 + q_1r_2 - q_2r_1) \quad (9)$$

$$qr = -\vec{q} \cdot \vec{r} + \vec{q} \wedge \vec{r} \quad (10)$$

où "." et " $\wedge$ " représentent respectivement les produits scalaire et vectoriel des vecteurs dans $\mathbb{R}^3$. La partie scalaire du quaternion est l'opposé du produit scalaire de q et de r , et la partie vectorielle est leur produit vectoriel.

Remarque 3

L'algèbre des quaternions est partiellement anti-commutative, c'est-à-dire que :

$$1.i = i.1 = i \text{ mais } i.j = k \text{ et } j.i = -k.$$

Cette non commutativité est d'ailleurs tout à fait compatible avec une interprétation géométrique des quaternions, par exemple les rotations vectorielles dans le plan sont commutatives mais celles dans l'espace ne le sont pas.

Définition 5

Soient q et r deux quaternions imaginaires purs. Alors d'après le tableau 9, on a :

$$qr = (-q_1r_1 - q_2r_2 - q_3r_3) + i(q_2r_3 - q_3r_2) + j(-q_1r_3 + q_3r_1) + k(q_1r_2 - q_2r_1) \quad (11)$$

Définition 6

Un quaternion unitaire q est tel que $\|q\|_2 = \sqrt{q\bar{q}} = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} = 1$.

Il peut aussi s'écrire $q = (\cos \frac{\theta}{2}, \sin \frac{\theta}{2} \vec{u}^T)^T$ avec $\vec{u} = [x, y, z]^T \in \mathbb{R}^3$ tel que $\|\vec{u}\|_2 = 1$.

Remarque 4

On peut interpréter un quaternion unitaire comme une rotation dans l'espace $\mathbb{R}^3$ où x, y et z sont les composantes du vecteur unitaire autour duquel on tourne d'un angle θ .

Remarque 5

Notons que la matrice de rotation M sous-jacente au quaternion q est donnée par la formule de Rodrigues [4] :

$M_{(q)} = I + 2q_0(q_v \times) + 2(q_v \times)(q_v \times) \in \mathbb{R}^3$ où

$$(q_v \times) = \begin{bmatrix} 0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & 0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

La partie vectorielle du quaternion peut être calculée à partir de la matrice de rotation M par :

$$(q_v \times) = \frac{1}{2\sqrt{1 + \text{tr}(M)}}(M - M^T) \quad (13)$$

où $(q_v \times)$ est définie à l'équation (12).

3.2 Méthodes d'optimisation

Les techniques d'optimisation (minimisation ou maximisation) permettent, étant donné une fonction $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ d'un ensemble A vers les nombres réels $\mathbb{R}$, de chercher un élément x_0 de A tel que $f(x_0) \geq f(x)$ pour tous les x dans A («maximisation») ou tel que $f(x_0) \leq f(x)$ pour tous les x dans A («minimisation»).

Plusieurs problèmes théoriques et pratiques peuvent être étudiés dans ce cadre général. Typiquement, A est un sous-ensemble donné de l'espace euclidien¹, $\mathbb{R}^n$ souvent spécifié par un ensemble de contraintes, des égalités ou des inégalités que les éléments de A doivent satisfaire. Les éléments de A sont appelés les *solutions possibles* et la fonction f est appelée la *fonction objectif* ou *critère*. Une solution possible

¹Un espace euclidien est un espace vectoriel ou affine réel de dimension finie muni d'un produit scalaire. Dans un tel espace, on peut traiter des questions de longueur ou d'orthogonalité.

qui maximise (ou minimise, si c'est le but) la fonction objectif est appelée une *solution optimale*. Dans le cas particulier où A est un sous-ensemble de $\mathbb{N}^n$ ou de $\mathbb{N}^p \times \mathbb{R}^q$, on parle d'optimisation combinatoire². La "*meilleure solution*" (ou solution optimale) est celle qui minimise ou maximise la fonction objectif, le problème d'optimisation pouvant avoir plusieurs solutions optimales. En outre il peut y avoir plusieurs maxima ou minima locaux, où un minimum local x^* est défini comme un point tel que pour $\delta > 0$ et pour tous les x tels que $\|x - x^*\| \leq \delta$, $f(x) \geq f(x^*)$ est vraie. Cela signifie que dans un voisinage de x^* toutes les valeurs de la fonction sont plus grandes que la valeur en x^* . Les maxima locaux sont définis semblablement. En général, on trouve les minima (maxima) locaux. Cependant des connaissances additionnelles sur le problème (par exemple la convexité de la fonction objectif) sont nécessaires pour certifier que la solution trouvée soit un minimum (maximum) global. Sauf cas particuliers, hormis les techniques d'optimisation globale, il n'existe pas de méthode assurant que la solution retournée est bien un extremum global.

Les techniques pour résoudre les problèmes d'optimisation dépendent de la nature de la fonction objectif $f(x)$ et de l'ensemble A des contraintes à satisfaire. Les sous-domaines majeurs suivants existent [7] :

- la programmation linéaire (PL) étudie les cas où l'ensemble A est défini par des égalités et inégalités linéaires et $f(x)$ est linéaire. Elle peut également être utilisée si l'objectif est une fonction monotone croissante de chaque variable considérée. La programmation linéaire désigne également la manière de résoudre les problèmes de PL. La programmation linéaire est un domaine central de l'optimisation, car les problèmes de PL sont les problèmes d'optimisation les plus "faciles", toutes les contraintes y étant linéaires. Le terme programmation linéaire suppose que les solutions soient représentées par des

²Un problème d'optimisation combinatoire consiste à trouver la meilleure solution dans un ensemble discret dit ensemble des solutions réalisables. En général, cet ensemble est fini et il prend en compte les contraintes que doivent satisfaire les solutions réalisables.

variables réelles.

- la programmation linéaire en nombres entiers étudie les programmes linéaires dans lesquels certaines ou toutes les variables sont contraintes à prendre des valeurs entières. Il est important de savoir que ce type de problèmes d'optimisation est nettement plus difficile à résoudre que les PL à variables continues ;
- la programmation quadratique permet à la fonction objectif d'avoir des termes quadratiques, tandis que l'ensemble A reste spécifié avec des égalités et/ou inégalités linéaires ;
- la programmation non-linéaire étudie le cas général dans lequel l'objectif ou les contraintes ou les deux contiennent des parties non-linéaires ;
- la programmation stochastique étudie le cas dans lequel certaines des contraintes dépendent de variables aléatoires.

Pour les fonctions dérivables deux fois, des problèmes sans contraintes peuvent être résolus en trouvant les points où le gradient de la fonction est nul (par exemple les points stationnaires) et en utilisant la matrice Hessienne pour caractériser ce type de point. Si le Hessien est défini positif, le point est un minimum local ; s'il est défini négatif, un maximum local est trouvé et s'il est indéfini c'est un "point-selle".

En pratique, la matrice Hessienne d'une fonction f est la matrice carrée, notée $H(f)$, de ses dérivées secondes partielles. Plus précisément, étant donnée une fonction f de la variable réelle $(x_1, x_2, \dots, x_n) = x$, et en supposant que toutes les dérivées partielles secondes de f existent en ce point, le coefficient d'indice i, j de la matrice Hessienne de f vaut :

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j}$$

En d'autres termes, la matrice Hessienne est définie par :

$$H(f) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_1} & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 f}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

Si la fonction $f(x)$ est convexe sur l'ensemble A alors tout minimum local est aussi un minimum global. Des techniques numériques robustes et rapides existent pour optimiser des fonctions convexes deux fois dérivables.

Remarque 6 *Pour ce qui est de notre domaine d'application, une telle technique d'optimisation a été utilisée.*

En effet, on cherche à estimer l'attitude d'un corps rigide, paramétrée par un quaternion unitaire. On doit donc garantir qu'au cours de l'optimisation, la contrainte égalité $h(x) = q^T q - 1 = 0$ est conservée. Néanmoins, une paramétrisation en coordonnées sphériques du vecteur $\vec{u}$ permet de se ramener à un problème d'optimisation sans contraintes, la contrainte h étant implicitement prise en compte dans l'écriture de q .

3.2.1 Algorithmes d'optimisation sans contrainte

Toutes les méthodes numériques pour l'optimisation sans contrainte sont *itératives* ; c'est-à-dire qu'une première valeur $x^{(0)}$ de f est donnée, et qu'une séquence d'estimées $\{x^{(i)}\}$ de x^* est produite. Cette séquence, sous certaines conditions en $x^{(0)}$ et sur f convergera vers l'optimum x^* . Parmi ce type de méthodes, on trouve les méthodes de descente que l'on présente maintenant.

3.2.2 Méthodes à direction de descente

Dans ce paragraphe, nous introduisons une classe importante d'algorithmes de résolution des problèmes d'optimisation sans contrainte. Le concept est celui de di-

rection de descente. On le retrouve dans des contextes variés, et en particulier pour résoudre des problèmes avec contrainte.

Après avoir décrit comment fonctionne un algorithme à direction de descente, nous donnons quelques exemples d'algorithme de ce type. En particulier, l'algorithme du gradient, l'algorithme du gradient conjugué, l'algorithme de Newton et l'algorithme de quasi-Newton seront brièvement exposés.

Principes généraux

Considérons le problème d'optimisation sans contrainte :

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} f(x), \quad (14)$$

où $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ est supposée régulière. On s'intéresse ici à une classe d'algorithmes qui sont fondés sur la notion de direction de descente. On supposera donné un produit scalaire $\langle \cdot, \cdot \rangle$ sur $\mathbb{R}^n$ et on notera $\| \cdot \| = \langle \cdot, \cdot \rangle^{1/2}$ la norme associée. On note aussi $\nabla f(x)$ et $\nabla^2 f(x)$ le gradient et le hessien de f en x pour ce produit scalaire.

On dit que d est une *direction de descente* de f en $x \in \mathbb{R}^n$ si

$$\langle f'(x), d \rangle < 0 \quad (15)$$

Par définition du gradient, il revient au même de dire que $\langle \nabla f(x), d \rangle < 0$ ou encore que d fait avec l'opposé du gradient $-\nabla f(x)$ un angle θ strictement plus petit que 90° :

$$\theta := \arccos \frac{\langle -\nabla f(x), d \rangle}{\|\nabla f(x)\| \|d\|} \in [0, \frac{\pi}{2}[$$

Par définition de la dérivée, on voit que si d est une direction de descente, $f(x + \alpha d) < f(x)$ pour tout $\alpha > 0$ suffisamment petit et donc que f décroît dans la direction d . De telles directions sont intéressantes car, pour faire décroître f , il suffit de faire un déplacement le long de d . Les méthodes à direction de descente utilisent cette idée

pour minimiser une fonction. Elle construisent la suite des itérés $\{x_k\}_{k \geq 1}$ approchant une solution x^* optimale de (14) par la récurrence :

$$x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k, \quad \text{pour } k \geq 1 \quad (16)$$

où $\alpha_k > 0$ est appelé le *pas* et d_k est une direction de descente de f en x_k . Pour définir une méthode à direction de descente, il faut donc spécifier deux choses :

- dire comment la direction d_k est calculée. La manière de procéder donne le nom à l'algorithme ;
- dire comment on détermine le pas α_k .

Les algorithmes construits sur ce principe sont décrits par l'algorithme suivant.

Algorithme (Méthode à direction de descente)

1. Choix d'un itéré initial $x_1 \in \mathbb{R}^n$;
Initialisation : $k := 1$;
2. Test d'arrêt : Si $\nabla f(x_k) \simeq 0$, arrêt de l'algorithme ;
3. Choisir une direction de descente d_k ;
4. Recherche linéaire : déterminer un pas $\alpha_k > 0$; le long de d_k de manière à "faire décroître f suffisamment" ;
5. $x_{k+1} := x_k + \alpha_k d_k$;
Accroître k de 1 et retour à l'étape 2.

Dans les problèmes sans contrainte, le test d'arrêt de l'étape 2 porte sur la petitesse du gradient : $\nabla f(x_k) \simeq 0$. C'est en effet ce que suggère la condition d'optimalité $\nabla f(x^*) = 0$. On est parfois tenté d'arrêter l'algorithme si le critère f ne décroît presque plus. Ce test n'est pas sans risque et il vaut mieux ne pas l'utiliser, car une faible variation du critère peut se produire loin d'une solution. En effet, au premier ordre, $f(x_{k+1}) \simeq f(x_k)$ revient à $\alpha_k \langle \nabla f(x), d_k \rangle \simeq 0$, ce qui peut arriver si le pas α_k

est petit (c'est en général très suspect) ou si la direction de la descente fait avec l'opposé du gradient un angle proche de 90° (si le problème est bien conçu, cela traduit un mauvais conditionnement du problème).

Certains algorithmes convergent lorsque $\alpha_k = 1$ pour tout indice k . Mais le plus souvent, ces algorithmes ne sont définis et ne convergent que si le premier itéré x_1 est suffisamment proche d'une solution. Pour ces algorithmes, on peut voir l'introduction du pas α_k calculé comme une technique de *globalisation*, c'est-à-dire une technique permettant de forcer la convergence de la suite des itérés même lorsque le premier itéré est loin d'une solution.

3.2.3 Exemples de méthodes à direction de descente

On s'intéresse maintenant à quelques exemples d'algorithmes de directions de descente. On note :

$$g_k := \nabla f(x_k) \quad (17)$$

le gradient de f en x_k .

Algorithme du gradient (ou de la plus profonde descente)

Dans cet algorithme, on prend pour direction de recherche

$$d_k = -g_k$$

Cette direction est évidemment une direction de descente si x_k n'est pas un point stationnaire ($g_k \neq 0$) puisque :

$$f'(x_k) \cdot (-g_k) = -\|g_k\|^2 < 0.$$

Il porte le nom d'*algorithme du gradient* ou d'*algorithme de la plus profonde descente*. Cette dernière appellation vient du fait que, si g_k est non nul, on minimise le

modèle linéaire de f (développement au premier ordre) sur une boule de rayon $\Delta > 0$ quelconque :

$$\begin{cases} \min f(x_k) + \langle g_k, d \rangle \\ \|d\| \leq \Delta \end{cases}$$

La solution de ce problème est en effet $d = -(\delta/\|g_k\|)g_k$.

De ce fait, l'algorithme du gradient semble séduisant d'autant plus qu'il est facile à mettre en œuvre. On notera que, pour minimiser une fonction quadratique strictement convexe, l'algorithme demande en général un nombre infini d'itérations, alors que la solution est évidente et aisément calculable à la main ou par d'autres algorithmes en un nombre fini d'opérations. En pratique, on observe souvent que $-g_k$ est une bonne direction de descente loin d'une solution mais qu'elle est à éviter dès que l'on entre dans le voisinage d'une solution x^* , là où les termes du second ordre d'un développement de Taylor de f autour de x^* jouent un grand rôle. Or, le défaut de cet algorithme est d'ignorer la courbure de f , qui est décrite par le hessien de f .

Les techniques utilisés pour analyser le hessien servent en effet souvent de guide dans l'étude d'algorithmes plus complexes.

Algorithme du gradient conjugué

L'algorithme du gradient conjugué peut être vu comme une légère modification de l'algorithme du gradient puisque la direction le long de laquelle le pas α_k sera déterminé s'écrit ($k = 1$ est l'indice du premier itéré) :

$$d_k = \begin{cases} -g_1 & \text{si } k = 1 \\ -g_k + \beta_k d_{k-1} & \text{si } k \geq 2 \end{cases} \quad (18)$$

Le scalaire $\beta_k \in \mathbb{R}$ peut prendre différentes valeurs, ce qui donne à l'algorithme des propriétés différentes.

Remarquons que si on choisit α_{k-1} de manière à minimiser $\alpha \mapsto f(x_{k-1} + \alpha d_{k-1})$, ce qui implique que $\langle g_k, d_{k-1} \rangle = 0$, la direction d_k est bien de descente en un point non

stationnaire ($g_k \neq 0$), puisque :

$$f'(x_k) \cdot d_k = \|g_k\|^2 < 0 \quad (19)$$

Algorithme de Newton

Dans l'*algorithme de Newton* pour l'optimisation sans contrainte, on détermine une direction d_k par la formule suivante :

$$d_k = -\nabla^2 f(x_k)^{-1} g_k \quad (20)$$

Il faut évidemment que le hessien de f en x_k soit inversible pour que cette définition ait un sens.

Remarquons que si x^* est un minimum vérifiant les conditions d'optimalité du second ordre, $\nabla^2 f(x^*)$ est définie positive ($\langle \nabla^2 f(x^*) v, v \rangle > 0$, pour tout $v \neq 0$), et donc $\nabla^2 f(x)$ est également définie positive lorsque x est proche de x^* . Dans le voisinage d'une telle solution, d_k est bien définie et est une direction de descente puisque (on suppose aussi que $g_k \neq 0$) :

$$f'(x_k) \cdot d_k = -\langle g_k, \nabla^2 f(x_k)^{-1} g_k \rangle \quad (21)$$

Algorithme de quasi-Newton

Les *algorithmes de quasi-Newton* s'inspirent de la méthode de Newton pour définir la direction de recherche. Celle-ci s'écrit :

$$d_k = -M_k^{-1} g_k \quad (22)$$

où M_k est une matrice d'ordre n . En optimisation, on s'arrangera pour que M_k soit également définie positive ($\langle M_k v, v \rangle > 0$, pour tout $v \neq 0$). Dans ce cas, d_k est une direction de descente de f puisqu'avec $v_k = M_k^{-1} g_k \neq 0$, on a :

$$f'(x_k).d_k = -\langle g_k, M_k^{-1}g_k \rangle = -\langle M_k v, v \rangle < 0 \quad (23)$$

Algorithme de Gauss-Newton

On s'intéresse ici à un problème d'optimisation sans contrainte particulier, celui de minimiser la norme ℓ_2 d'une fonction $r : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^m$ (en général $m \gg n$, dont les composantes r_i sont appelées les *résidus* :

$$\min_{x \in \mathbb{R}^n} \frac{1}{2} \|r(x)\|_2^2 \quad (24)$$

C'est ce qu'on appelle un *problème de moindres carrés non linéaires*. On note $J(x) = r'(x)$ la jacobienne $m \times n$ de r en x . Alors le gradient et le Hessian de f pour le produit scalaire euclidien s'écrivent :

$$\nabla f(x) = J(x)^T r(x) \quad \text{et} \quad \nabla^2 f(x) = J(x)^T J(x) + \sum_{i=1}^m r_i(x) \nabla^2 r_i(x) \quad (25)$$

Dans l'*algorithme de Gauss-Newton*, on détermine d_k par :

$$d_k = -(J(x_k)^T J(x_k))^{-1} J(x_k)^T r(x_k) \quad (26)$$

Il faut supposer que $J(x_k)$ est injective pour que cette formule ait un sens. Comparée à la direction de Newton, cette direction n'utilise qu'une partie du Hessian de f , de manière à éviter le calcul des dérivées secondes des résidus, qui sont souvent coûteuses à évaluer.

Sous l'hypothèse d'injectivité de $J(x_k)$, la direction d_k est de descente lorsque x_k n'est pas stationnaire ($J(x_k)^T r(x_k) \neq 0$), puisque :

$$f'(x_k).d_k = \nabla f(x_k)^T d_k = -r(x_k)^T J(x_k) (J(x_k)^T J(x_k))^{-1} J(x_k)^T r(x_k) < 0 \quad (27)$$

3.2.4 Détermination du pas

Vue d'ensemble

Dans cette section nous allons décrire comment on peut déterminer un pas $\alpha_k > 0$ le long d'une direction de descente d_k . C'est ce qu'on appelle *faire de la recherche linéaire*. Il s'agit de réaliser deux objectifs.

Le premier objectif est de faire *décroître* f "suffisamment". Cela se traduit le plus souvent par la réalisation d'une inégalité de la forme :

$$\begin{aligned} f(x_k + \alpha_k d_k) &\leq f(x_k) + v_k \\ \text{avec } v_k &< 0 \end{aligned} \quad (28)$$

Le terme négatif v_k joue un rôle-clé dans la convergence de l'algorithme utilisant cette recherche linéaire. En effet, si $f(x)$ est bornée inférieurement (il existe une constante C telle que $f(x_k) \geq C$ pour tout x_k), alors ce terme tend nécessairement vers zéro : $v_k \mapsto 0$. C'est souvent à partir de la convergence vers zéro de cette suite que l'on parvient à montrer que le gradient lui-même doit tendre vers zéro. Le terme négatif devra prendre une forme bien particulière si l'on veut pouvoir en tirer de l'information nous voulons dire par là qu'il ne suffit pas d'imposer $f(x_k + \alpha_k d_k) < f(x_k)$.

Le second objectif de la recherche linéaire est d'*empêcher le pas* $\alpha_k > 0$ d'être *trop petit*, c'est-à-dire trop proche de zéro. Le premier objectif n'est en effet pas suffisant car l'inégalité (28) est en général satisfaite par un pas $\alpha_k > 0$ arbitrairement petit. Or, ceci peut entraîner une "fausse convergence", c'est-à-dire la convergence des itérés vers un point non stationnaire, comme le montre l'observation suivante. Si on prend

$$0 < \alpha_k \leq \frac{\varepsilon}{2^k \|d_k\|} \quad (29)$$

la suite générée $\{x_k\}$ est de Cauchy, puisque pour $1 \leq \ell < k$ on a

$$\|x_k - x_\ell\| = \left\| \sum_{i=\ell}^{k-1} \alpha_i d_i \right\| \leq \sum_{i=\ell}^{k-1} \frac{\varepsilon}{2^i} \rightarrow 0 \quad \text{lorsque } \ell \rightarrow \infty. \quad (30)$$

Donc $\{x_k\}$ converge, disons vers un point $\bar{x}$. En prenant $\ell = 1$ et $k \rightarrow \infty$ dans l'estimation ci-dessus, on voit que $\bar{x} \in \bar{\mathcal{B}}(x_1, \varepsilon)$ et donc $\bar{x}$ ne saurait être solution s'il n'y a pas de solution dans $\bar{\mathcal{B}}(x_1, \varepsilon)$. On a donc arbitrairement forcé la convergence de $\{x_k\}$ en prenant des pas très petits.

Application à l'algorithme du gradient conjugué

L'algorithme du gradient conjugué pour les fonctions quadratiques peut s'écrire :

Algorithme

1. On se donne $x_1 \in \mathbb{R}^n$;
2. On calcule le gradient $g_1 = Ax_1 - b$ et sa norme au carré $\gamma_1 = \|g_1\|_2^2$;
3. Pour $k = 1, 2, \dots$ faire :
 - (a) Si $\gamma_k \simeq 0$, on s'arrête ;
 - (b) Paramètre de conjugaison : si $k \geq 2$, $\beta_k = \gamma_k / \gamma_{k-1}$;
 - (c) Déplacement en x :

$$d_k = \begin{cases} -g_1 & \text{si } k = 1 \\ -g_k + \beta_k d_{k-1} & \text{si } k \geq 2 \end{cases} \quad (31)$$
 - (d) Déplacement en g : $p_k = Ad_k$;
 - (e) Calcul du pas : $\alpha_k = \gamma_k / (d_k^T p_k)$;
 - (f) Nouveau point : $x_{k+1} = x_k + \alpha_k d_k$;
 - (g) Nouveau gradient : $g_{k+1} = g_k + \alpha_k d_k$; $\gamma_{k+1} = \|g_{k+1}\|_2^2$.

Notons que tant que $g_k \neq 0$, les directions $g_1, \dots, g_k$ sont linéairement indépendantes. Cela résulte de la condition d'orthogonalité ($g_k^T g_i = 0$, $1 \leq i \leq k-1$). Les directions $d_1, \dots, d_k$ seront donc conjuguées, et le sous-espace vectoriel E_k sera de dimension k . Par conséquent, l'algorithme du gradient conjugué trouve la solution en au plus n itérations.

Liste des Références

- [1] L. Chai, *An Adaptive Estimator for Registration in Augmented Reality*. San Francisco, CA (USA) : Second IEEE and ACM Int'l Workshop on Augmented Reality (IWAR), Oct 23-32, 1999.
- [2] J. M. Rehg and T. Kanade, *Visual Tracking of High DOF Articulated Structures an Application to Human Hand Tracking*. Stockholm, Sweden : Third European Conf. On Computer Vision, May 1994.
- [3] L. V. Fernando Warner Dasilva, *An Architecture for Motion Capture Based Animation*. Brazilian Symposium of Computer Graphics and Image Processing, n SIBGRAPI, October 1997.
- [4] S. Lesecq, *Capture de mouvement : Délivrable D2 Contrat Industriel LETI/LAG Formulation Quaternions et observabilité du problème*. Grenoble : Confidentiel, LAG-INPG, 2003.
- [5] C. Bassompierre, *Capture de mouvement, DEA INPG*. Grenoble : Confidentiel, INPG, 2003.
- [6] [http ://fr.wikipedia.org/wiki/Quaternion](http://fr.wikipedia.org/wiki/Quaternion), *Définition du Quaternion*, accès le 20 Août 2004.
- [7] [http ://fr.wikipedia.org/wiki/Optimisation](http://fr.wikipedia.org/wiki/Optimisation), *Optimisation*, accès le 20 Avril 2006.

CHAPITRE 4

Cas d'une seule centrale de mesures

Le problème de l'estimation d'attitude d'un corps rigide a gagné un intérêt considérable depuis les années 1960 au sein des communautés scientifiques de l'aéronautique, de l'aérospatiale, de la commande et de la robotique. Ceci est dû au fait que beaucoup de systèmes tels que les vaisseaux spatiaux, les satellites, les hélicoptères, les missiles tactiques, des robots, des véhicules sous-marins par exemple, exigent une information précise d'attitude pour leur commande. L'attitude (orientation) d'un corps rigide peut être paramétrée par plusieurs méthodes : par exemple, les angles d'Euler, les angles de Cardan et le quaternion unitaire. Comme on l'a déjà dit, le quaternion donne une représentation non singulière de l'attitude. Pour plus de détails sur les représentations de l'attitude, le lecteur peut se référer à l'article de Shuster [1]. Dans la littérature, plusieurs approches ont été appliquées au problème de l'estimation de l'attitude. Ces estimateurs sont classés en trois familles principales.

La première, traite un problème de moindres carrés avec contrainte proposé initialement par Wahba [2] afin de trouver la matrice de rotation. Ce travail a mené au développement des différents algorithmes qui résolvent le problème de Wahba en termes de quaternion unitaire, tel que par exemple, la méthode nommée q-méthode, l'algorithme de QUEST ([3] pages 9-11). Ces techniques ont été adaptées pour estimer séquentiellement l'attitude [3].

La deuxième approche est dans le cadre du filtre de Kalman étendu [4] (EKF : Extended Kalman Filter). Son principal avantage concerne la capacité de fusionner des signaux acquis à partir de différents types de capteurs. Ces estimateurs ont donné lieu à différentes formulations du filtre tel que le "filtre étendu multiplicatif de Kalman" (Multiplicative Extended Kalman Filter (MEKF)) ou le "filtre étendu additif

de Kalman” (Additive Extended Kalman Filter (AEKF)), l’attitude était ici encore représentée par un quaternion [5]. Récemment, de nouvelles solutions du EKF standard ont été publiées, le lecteur pourra consulter [6] pour avoir un résumé de ces méthodes.

La troisième approche est issue de la théorie de l’automatique non linéaire : des observateurs non linéaires sont appliqués au problème de la détermination d’attitude [7] [8] [9]. Dans cette approche, la convergence de l’erreur vers zéro est prouvée dans le sens de Lyapunov.

Depuis une décennie, le problème de l’estimation de l’attitude a été appliqué à de nouveaux domaines, tels que, la capture de mouvement humain, la réalité virtuelle et la biomécanique. L’estimation de l’attitude est effectuée grâce à des mesures obtenues à partir de différents capteurs d’inertie, à savoir, des accéléromètres et des gyromètres [10]. En outre, afin d’estimer l’orientation complète, des magnétomètres sont ajoutés. En conséquence, les trois familles d’approches qui viennent d’être citées ont été adaptées à ces contextes particuliers.

A partir des mesures fournies par ces capteurs et par intégration, on peut remonter à l’attitude (une intégration) et à la position (deux intégrations). Puisque les capteurs sont bruités, ceci induit une dérive (écart) dans la position et l’orientation déduites par intégration, qui s’accroît avec le temps. Pour corriger cette dérive accumulée, il est nécessaire de réinitialiser périodiquement [11][12] les routines d’intégration.

Dans ce travail, on s’intéresse à l’estimation de l’attitude (et si possible de l’accélération du solide) en utilisant des techniques d’optimisation, et ceci si possible uniquement à partir des mesures fournies par les triaxes accéléromètre et magnétomètre.

Dans la suite de ce chapitre, on présente l’approche retenue (utilisation d’une technique d’optimisation) pour estimer l’attitude et les accélérations d’un objet rigide dans le cas d’une unique centrale constituée d’un triaxe accéléromètre et d’un

triaxe magnétomètre. On s'intéresse ensuite à l'apport de la modalité de mesure gyrométrique. Des données simulées et réelles illustrent le propos. Notons que l'annexe B présente une partie des simulations effectuées et qu'une synthèse des résultats obtenus y est présentée.

4.1 Cas 6DDL, 2 modalités de mesure

4.1.1 Critère à optimiser

Comme on l'a déjà rappelé, la formulation quaternion permet de lever l'indétermination induite par les angles d'Euler [13][14]. Le problème que l'on souhaite résoudre consiste alors à minimiser la fonction [13] :

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (q^T A_j q - v_{mes}(j))^2 \quad (32)$$

où $v_{mes} \in \mathbb{R}^6$ est le vecteur des 6 mesures ($n = 6$ pour un triaxe accéléromètre et un triaxe magnétomètre). Les variables recherchées sont donc le quaternion q et les accélérations a :

$$x = [q_0, q_1, q_2, q_3, a_x, a_y, a_z]^T \quad (33)$$

sous la contrainte :

$$\sum_{i=0}^3 q_i^2 = 1 \quad (34)$$

Le modèle des différentes mesures s'écrit :

$$v_{mod}(j) = q^T A_j q \quad (35)$$

où les matrices A_1, A_2, A_3 sont respectivement :

$$A_1 = \begin{bmatrix} g_0(1) + a_x & 0 & -g_0(3) - a_z & g_0(2) + a_y \\ 0 & g_0(1) + a_x & g_0(2) + a_y & g_0(3) + a_z \\ -g_0(3) - a_z & g_0(2) + a_y & -g_0(1) - a_x & 0 \\ g_0(2) + a_y & g_0(3) + a_z & 0 & -g_0(1) - a_x \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} g_0(2) + a_x & g_0(3) + a_z & 0 & -g_0(1) + a_x \\ g_0(3) + a_z & -g_0(2) - a_y & g_0(1) + a_x & 0 \\ 0 & g_0(1) + a_x & g_0(2) + a_y & g_0(3) + a_z \\ -g_0(1) - a_y & 0 & g_0(3) + a_z & -g_0(2) - a_y \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} g_0(3) + a_z & -g_0(2) - a_y & g_0(1) + a_z & 0 \\ -g_0(2) - a_y & -g_0(3) - a_z & 0 & g_0(1) + a_x \\ g_0(1) + a_x & 0 & -g_0(3) - a_z & g_0(2) + a_y \\ 0 & g_0(1) + a_x & g_0(2) + a_y & g_0(3) + a_z \end{bmatrix} \quad (38)$$

et $g_0 = [g_0(1), g_0(2), g_0(3)]^T$ est le champ de gravité lorsque la centrale de mesure est en position de référence.

Les matrices A_4 à A_6 s'expriment en fonction du champ magnétique $b_0 = [b_0(1), b_0(2), b_0(3)]^T$ de référence :

$$A_4 = \begin{bmatrix} b_0(1) & 0 & -b_0(3) & b_0(2) \\ 0 & b_0(1) & b_0(2) & b_0(3) \\ -b_0(3) & b_0(2) & -b_0(1) & 0 \\ b_0(2) & b_0(3) & 0 & -b_0(1) \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} b_0(2) & b_0(3) & 0 & -b_0(1) \\ b_0(3) & -b_0(2) & b_0(1) & 0 \\ 0 & b_0 & b_0(2) & b_0(3) \\ -b_0(1) & 0 & b_0(3) & -b_0(2) \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} b_0(3) & -b_0(2) & b_0(1) & 0 \\ -b_0(2) & -b_0(3) & 0 & b_0(1) \\ b_0(1) & 0 & -b_0(3) & b_0(2) \\ 0 & b_0(1) & b_0(2) & b_0(3) \end{bmatrix} \quad (41)$$

Remarque 7 Le problème à traiter s'apparente à un problème d'identification des paramètres x . Cette identification est effectuée à chaque instant de mesure.

Remarque 8 On ne considère ici que les accélérations linéaires. Les accélérations tels que l'accélération centripète et de Coriolis sont négligées.

Remarque 9 L'expression du gradient $g(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial x}$ où $x = [q_0, q_1, q_2, q_3, a_x, a_y, a_z]^T$ et $f(x)$ est calculée en deux étapes :

1. calcul du gradient suivant $q = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T$:

$$g_q = 2 \sum_{j=1}^6 [A_j q (q^T A_j q - v_{mes}(j))] \quad (42)$$

2. calcul du gradient suivant les accélérations $a = [a_x, a_y, a_z]$. Notons que seules les matrices A_1, A_2, A_3 dépendent de l'accélération propre du mobile :

$$g_a = \sum_{j=1}^3 \left[\left(q^T A_j q - v_{mes}(j) \right) q^T \frac{\partial A_j}{\partial a} q \right] \quad (43)$$

ou encore

$$g_{a_i}(x) = \sum_{j=1}^n (q^T A_j q - v_{mes}(j)) q^T \frac{\partial A_j}{\partial a_i} q \quad \text{avec } i = x, y, z \quad (44)$$

Le gradient est donné par la composition des deux gradients calculés ci-dessus :

$$g(x) = [g_q, g_a]^T \quad (45)$$

Tout d'abord, pour le cas 6DDL, on a essayé d'estimer l'attitude (via le quaternion) et si possible également les accélérations propres du mobile. Sur la figure 23, on montre l'un des résultats obtenus en utilisant la formulation matricielle. Pour cette première approche, appelée par la suite "optimisation directe", et qui correspond à la détermination conjointe de l'accélération et du quaternion, les résultats ne sont pas satisfaisants. En effet, on constate une divergence très rapide des valeurs calculées par rapport à leurs valeurs théoriques.

Ces mauvais résultats sont la conséquence d'une quantité insuffisante d'informations pour pouvoir résoudre le problème à 6DDL à partir des six mesures considérées. On envisage alors d'explorer plusieurs pistes, en particulier :

- la prise en compte de l'évolution temporelle des paramètres (q, a) ;
- la mise en place d'une heuristique pour l'optimisation ;
- l'ajout d'une troisième modalité de mesure ;

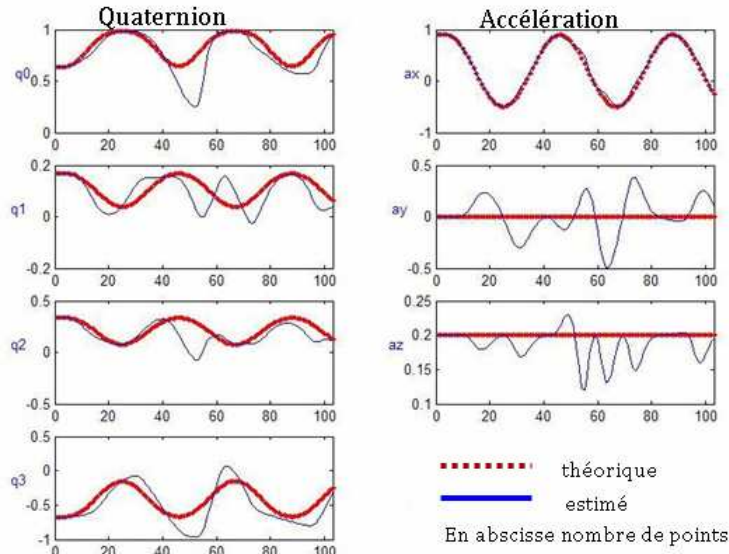


FIG. 23. Estimation direct 6DDL

- la réduction du problème à un problème à 5 degrés de liberté.

Notons néanmoins que cette première étape du travail nous a permis de donner des expressions matricielles des différents calculs qui seront utilisées dans la suite de ce travail.

4.1.2 Prise en compte de l'évolution temporelle des paramètres en parallèle

On s'est intéressé à un critère pondéré qui tienne compte de l'évolution passée des paramètres estimés. On détermine $x = [q_0, q_1, q_2, q_3, a_x, a_y, a_z]^T$ en minimisant la fonction $f(x)$ mais cette fois-ci en prenant en compte une prédiction des paramètres $\hat{x}$ et un coefficient de pondération μ pour chaque état. De ce fait, μ est une matrice $\in \mathbb{R}^{7 \times 7}$ dont la diagonale contient des coefficients de pondération qui donnent plus ou moins de confiance aux différentes estimées. En effet, les magnétomètres ne sont pas sensibles aux accélérations ce qui permet de leur attacher un coefficient μ élevé même en présence d'accélérations.

L'idée sous jacente de cette approche est que les mouvements qu'on essaie d'es-

timer doivent être "doux" et que la prédiction ne doit pas être "loin" du paramètre recherché. Le problème d'optimisation devient alors :

$$\min_x \left(f(x) = \frac{1}{2} \left[\mu_0 \left(\sum_{j=1}^n (q^T A_j q - v_{mes}(j))^2 \right) + \left\| \sqrt{I_7 - \mu} (\hat{x} - x) \right\|_2^2 \right] \right) \quad (46)$$

avec $q^T q - 1 = 0$

et I_7 est la matrice identité de dimension 7×7 .

Ce nouveau critère $f(x)$ induit un gradient modifié. Si le poids est identique pour tous les paramètres, on obtient à partir du gradient $g(x)$ (45) le nouveau gradient $g_{modif}(x)$:

$$g_{modif}(x) = \mu \cdot g(x) - (1 - \mu)(\hat{x} - x) \quad (47)$$

avec $\mu_0 = \mu$.

Pour la prédiction de $\hat{x}$, on a testé plusieurs modèles, à savoir une droite, une parabole et une spline cubique. L'influence du nombre de points utilisés pour déterminer le modèle de prédiction a été également étudiée.

Utilisation d'une droite ou d'une parabole pour la prédiction

Dans un premier temps, on a choisi des polynômes de degré 1 et 2 (c'est-à-dire une droite et une parabole) comme modèle de prédiction de $\hat{x}$. On s'est intéressé à ces fonctions en raison de la facilité de calcul de leurs paramètres [15].

Soient n un entier strictement positif et $P_0, P_1, \dots, P_n$ une famille de $n + 1$ points $P_i = (x_i, y_i)$ tels que $x_0 < x_1 < \dots < x_n$. Il existe un unique polynôme P de degré n appelé polynôme d'interpolation, tel que pour tout $i = 0, \dots, n$ $P(x_i) = y_i$. On est en fait amené à résoudre un système linéaire de $n + 1$ équations à $n + 1$ inconnues.

Il faut noter également que si le nombre de points $n + 1$ utilisés pour identifier le polynôme P est supérieur au degré du polynôme P , le polynôme recherché est un

polynôme de lissage. Ses coefficients sont obtenus par la résolution d'un problème de moindres carrés.

Modèle de prédiction : droite

On montre dans la figure 24 le résultat de l'estimation du quaternion et des accélérations en utilisant comme modèle de prédiction une droite avec 3 points pour la prédiction. La valeur prédite correspond à $\hat{x}$ tandis que x est l'estimé. On a aussi indiqué la valeur simulée, notée théorique

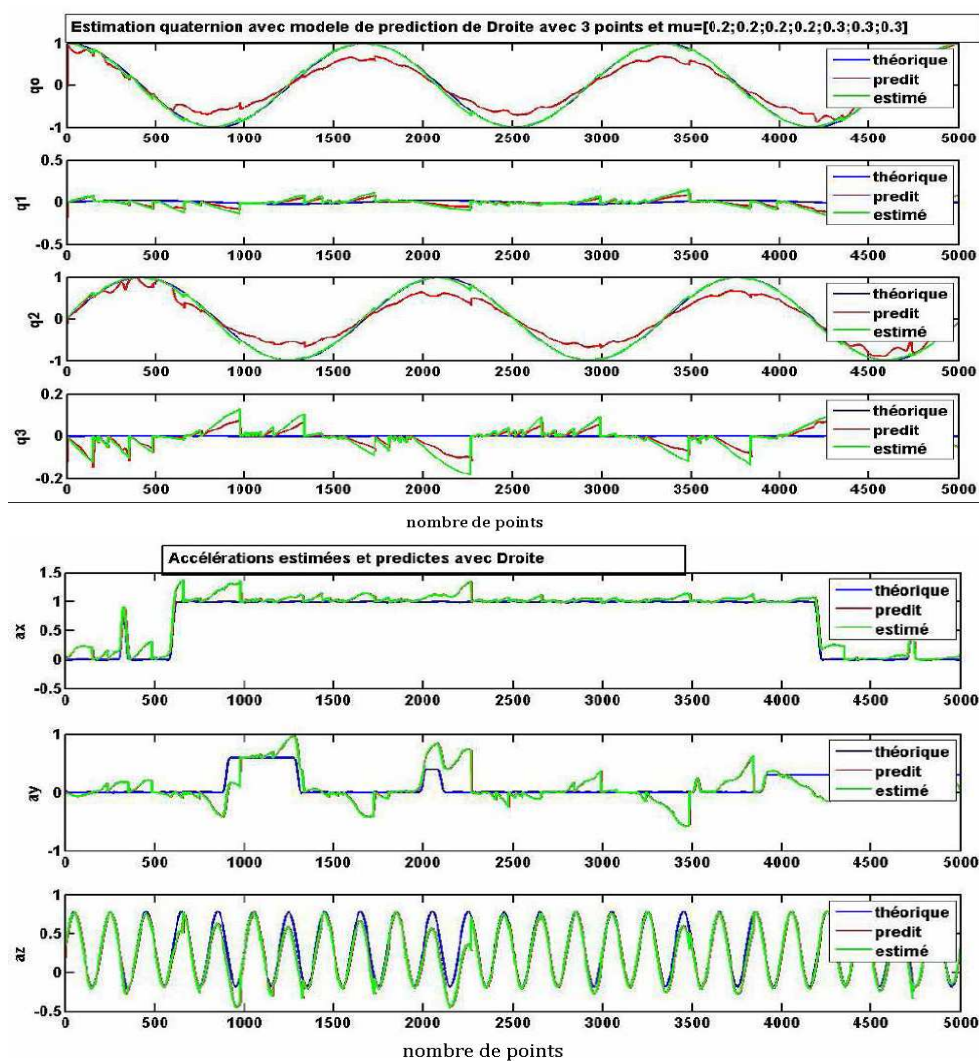


FIG. 24. avec bruit, droite, modèle calculé avec 3 points

Modèle de prédiction : parabole

On montre dans la figure 25 le résultat de l'estimation du quaternion et des accélérations en utilisant une parabole avec 4 points pour la prediction.

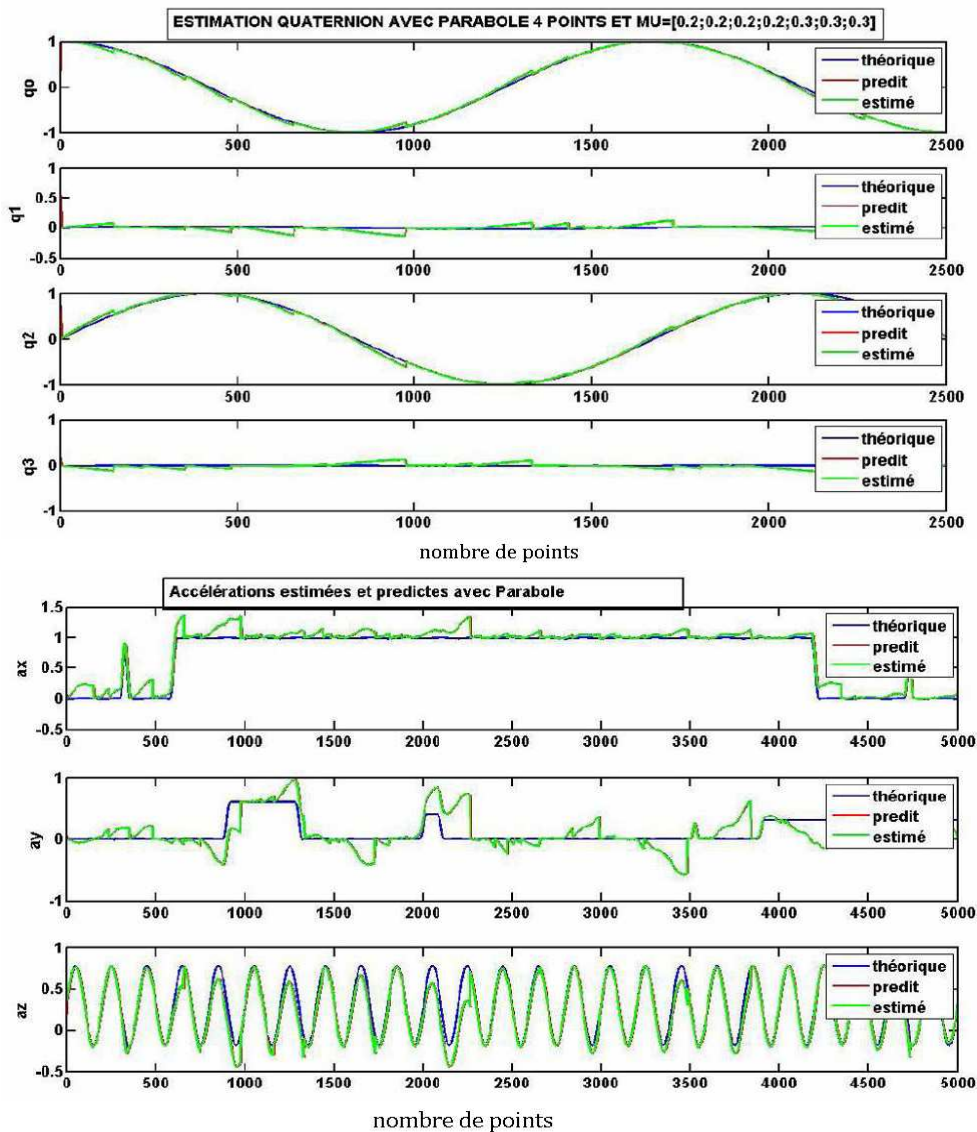


FIG. 25. avec bruit, parabole, modèle calculé avec 4 points

Utilisation d'une spline cubique pour la prédiction

On a également utilisé comme modèle de prédiction une spline cubique [16]. Pour une spline cubique d'interpolation, on dispose de $n + 1$ points et on veut une courbe

lisse qui passe par ces $n + 1$ points. Pour cela, on cherche un polynôme cubique qui passe par chaque couple de points définissant les n intervalles. Les dérivées premières et secondes doivent être continues.

En résumé, soit n un entier strictement positif et $I = \{x_i, i = 0, \dots, n, a < x_0 < \dots < x_n = b\}$ une subdivision de l'intervalle $[a, b]$. On appelle spline cubique définie sur la subdivision I , une application S de $[a, b]$ dans $\mathbb{R}$ telle que :

- S est de classe C^2 sur l'intervalle $[a, b]$;
- la restriction de S à chaque intervalle $[x_i, x_{i+1}]$ est un polynôme de degré trois ;
- les dérivées premières et secondes à gauche et à droite en chaque point de raccordement sont égales.

Modèle de prédiction : spline

On montre dans la figure 26 les résultats de l'estimation du quaternion et des accélérations en utilisant une spline avec 4 points pour la prediction.

Analyse des résultats obtenus

Bien qu'il existe une amélioration des résultats, le choix du modèle reste délicat (droite, parabole, spline cubique) ainsi que le nombre de points utilisés pour l'estimation de $\hat{x}$. Pour nos essais, nous avons testé :

- pour la droite, un calcul du modèle de prédiction avec 2, 3 ou 4 points ;
- pour la parabole, un calcul du modèle de prédiction avec 3, 4, 5, 7 points ;
- pour la spline cubique, un calcul du modèle de prédiction avec 2, 3, 4, 5, 6, 7 points.

En analysant les différents essais, les choix suivants semblent pertinents :

- 2 points sont utilisés pour estimer le modèle d'interpolation de type "droite" ;
- 3 ou 4 points sont utilisés pour estimer le modèle d'interpolation de type "parabole" ;

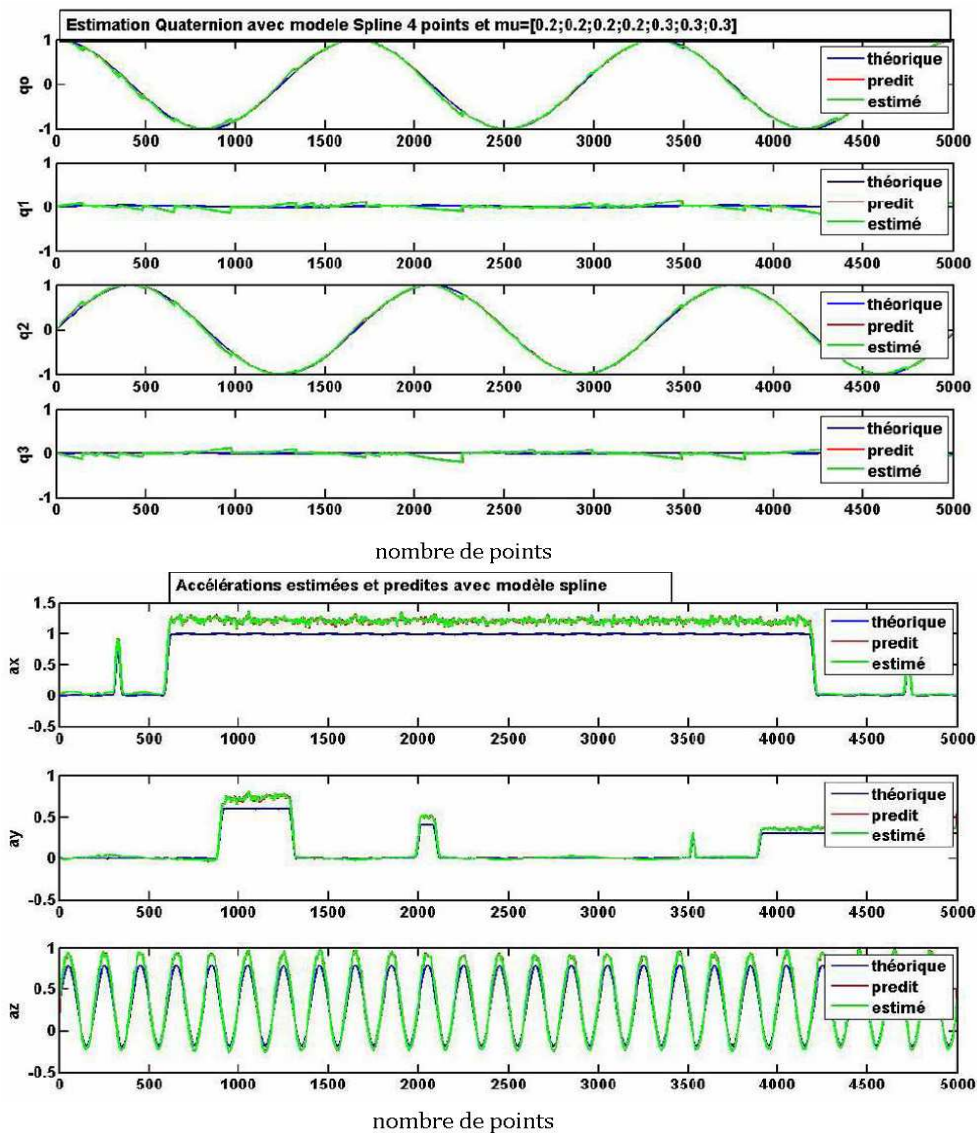


FIG. 26. avec bruit, spline, modèle calculé avec 4 points

- 3 ou 4 points sont utilisés pour estimer le modèle d'interpolation de type "spline cubique".

Pour la plupart des trajectoires testées, le modèle de prédiction à base de spline cubique semble être une bonne méthode d'interpolation, ce qui est confirmé par les résultats obtenus (cf. figure 26) et des observations faites dans la littérature du domaine [16].

Pour ce qui est de l'influence de μ (et donc indirectement de $\hat{x}$) sur le calcul de l'optimum, on constate que le choix de sa valeur est fondamental (et difficile) et qu'il apporte une réelle amélioration des résultats lorsque le mouvement n'est pas constant.

Néanmoins, l'approche proposée, même si elle permet d'améliorer les résultats n'est pas satisfaisante car elle ne donne pas de bons résultats pour la plage de dynamique fixée par le cahier des charges. Elle nécessite en outre le choix d'un modèle de prédiction et d'un paramètre de pondération. Notons que le choix du modèle de prédiction induit des hypothèses sur les mouvements à capturer.

Mise en place d'une heuristique pour l'optimisation

Suite aux résultats précédents, on a tenté de diminuer le nombre de degrés de liberté de l'optimisation. L'heuristique mise en place consiste en fait à optimiser non pas sur toutes les variables du vecteur x en même temps, mais à supposer certaines composantes comme constantes. On s'est aperçu (résultat prévisible) qu'on ne peut pas garantir de converger vers la solution théorique. Deux heuristiques différentes ont été évaluées :

1. une première heuristique (faite en trois étapes) en calculant dans la première étape $q \in \mathbb{R}^4, \|q\|_2 = 1$, l'accélération $a \in \mathbb{R}^3$ étant supposée constante et égale à l'accélération à l'instant d'échantillonnage précédent puis dans la seconde étape $a \in \mathbb{R}^3$, le quaternion étant supposé constant égal à la valeur obtenue dans la première étape, puis de nouveau q , l'accélération étant supposée constante et égale à la valeur obtenue dans la deuxième étape ;
2. une autre heuristique (en trois étapes) calculant dans la première étape q ainsi que 2 accélérations, la troisième accélération étant supposée inchangée par rapport à l'instant d'échantillonnage précédent puis dans une deuxième étape "la troisième accélération" puis enfin l'ensemble des variables de x .

Pour ces deux heuristiques, on a trouvé des résultats satisfaisants (avec une fréquence d'échantillonnage de 200Hz et des accélérations "lentes"), même lorsque le vecteur d'initialisation x_0 de l'optimisation est "loin" de la solution théorique. On a reporté sur les figures 27 et 28 les résultats obtenus .

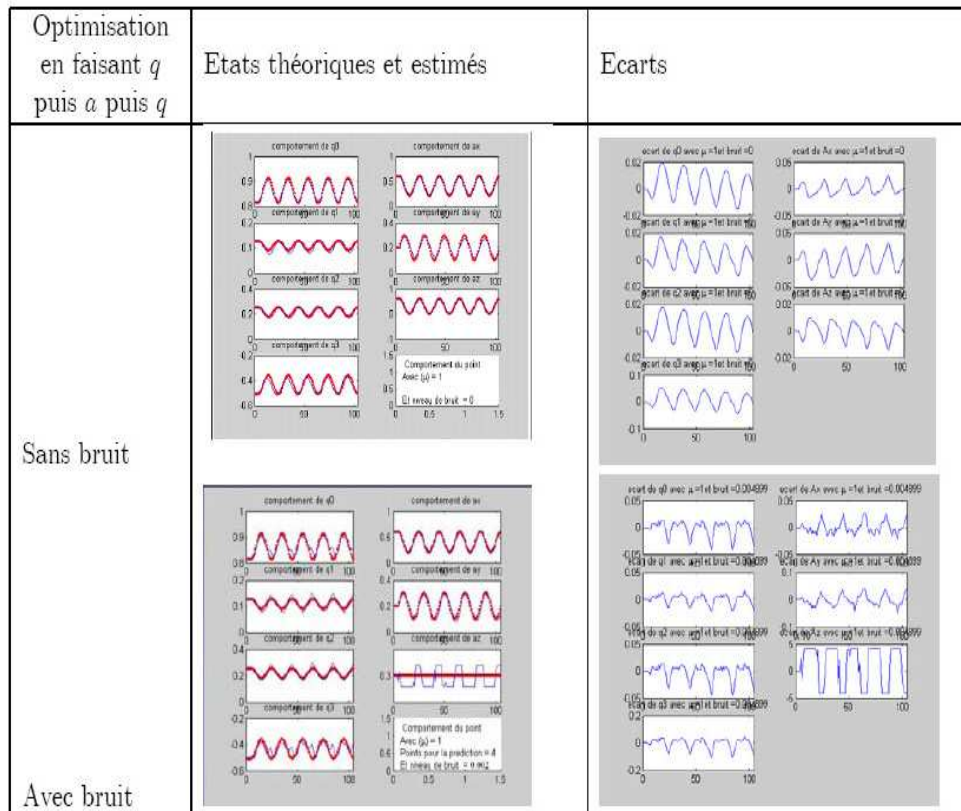
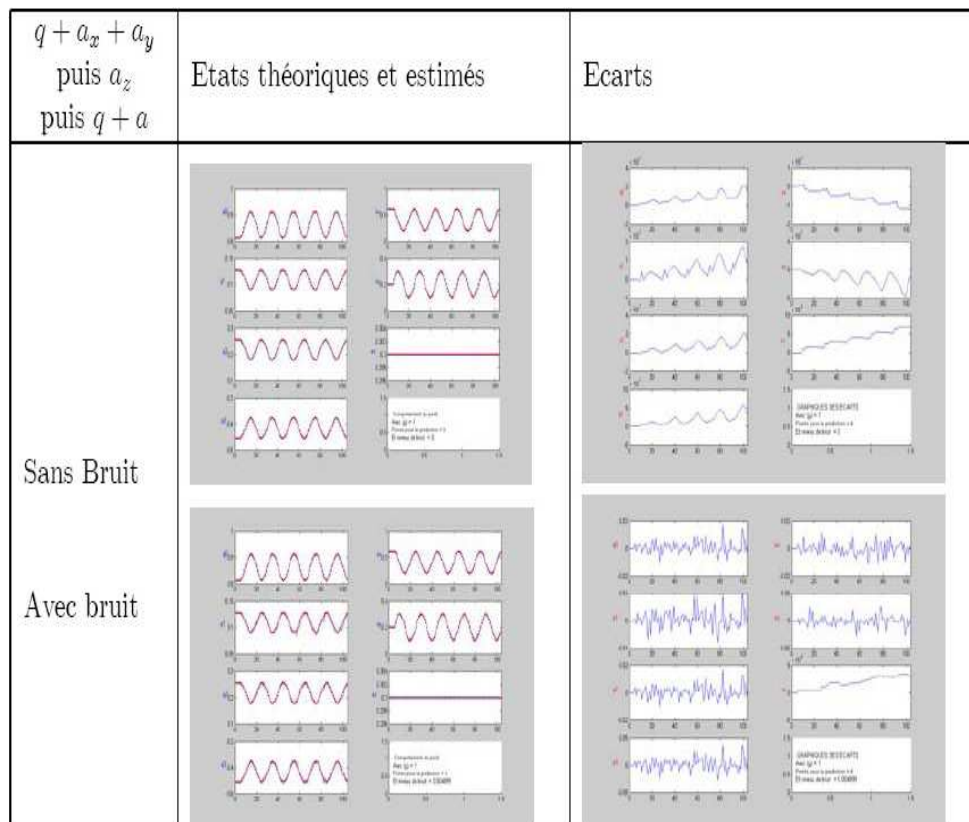


FIG. 27. Heuristique avec q puis a puis q

On s'est également intéressé à imposer un domaine de recherche le plus restreint possible pour la recherche des paramètres, compte tenu des variations maximales possibles sur les différentes variables recherchées. Cette approche a été effectuée en résolvant le problème "complet" (6DDL, recherche de x sans heuristique). On a constaté l'importance cruciale d'un bon choix de la valeur initiale de x_0 fournie à la routine d'optimisation. Ici encore, cette technique ne pourra être appliquée avec des

FIG. 28. Heuristique $q + 2$ accelerations puis ensemble

données réelles, d'autant plus si le niveau de bruit est important.

Cas des bornes "larges"

On recherche le quaternion tel que $q_i \in [-1, +1]$ $i = 1$ à 4 . On impose à l'accélération de rester dans l'intervalle $[-g, +g]$.

Bornes serrées sur q et a

On restreint les bornes sur les quaternions et les accélérations. On tient compte de la valeur de l'état précédemment estimé et des dynamiques maximales du mouvement.

On constate sur la figure (30) que seule une utilisation de bornes serrées sur q et a permet d'obtenir des trajectoires "lisses". Notons que l'initialisation de la procédure est primordiale.

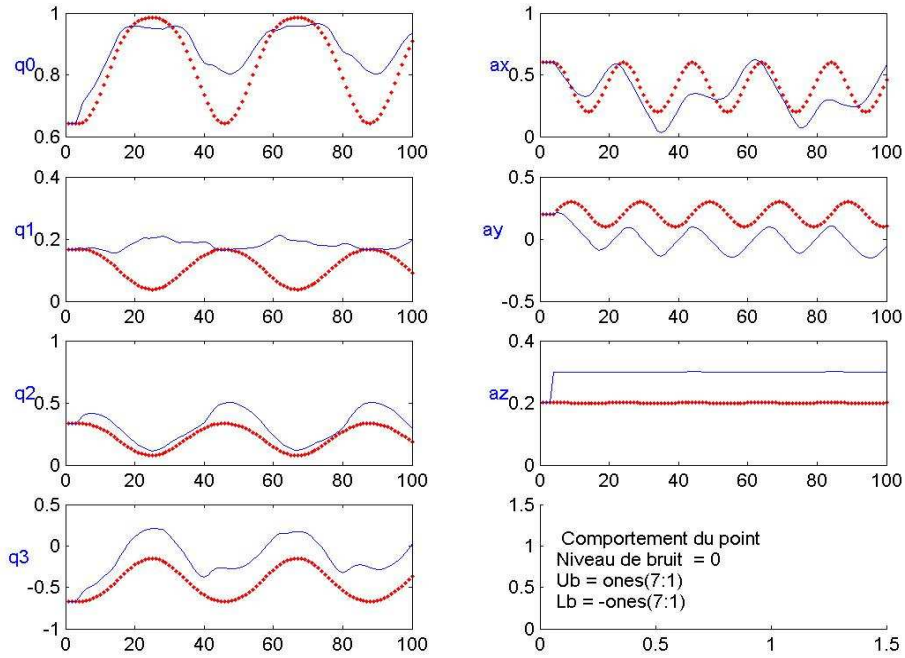


FIG. 29. Cas de bornes larges

4.1.3 Conclusion sur le cas à 6DDL

Dans cette partie du travail, on a proposé plusieurs pistes pour estimer l'attitude et les accélérations d'un objet rigide dans le cas de la capture de mouvement à deux modalités de mesure. On s'est donc intéressé au cas dynamique (les accélérations du corps ne sont plus négligeables) à 6DDL. On a montré que le problème à 6DDL (attitude et accélération) ne peut pas être résolu dans le cas général avec les deux modalités de mesure accéléromètre et magnétomètre. Ce résultat était prévisible puisqu'on recherchait 6 paramètres indépendants en fusionnant six mesures, les magnétomètres étant sensibles à l'attitude et les accéléromètres étant sensibles à l'attitude et aux accélérations. Or il a été montré [17] que dans ce cas le problème admet une infinité de solutions ce qui explique ce résultat.

En outre, puisqu'il existe une infinité de solutions (proches les unes des autres), il est impossible de converger vers la "bonne" solution (minimum du critère plat le long

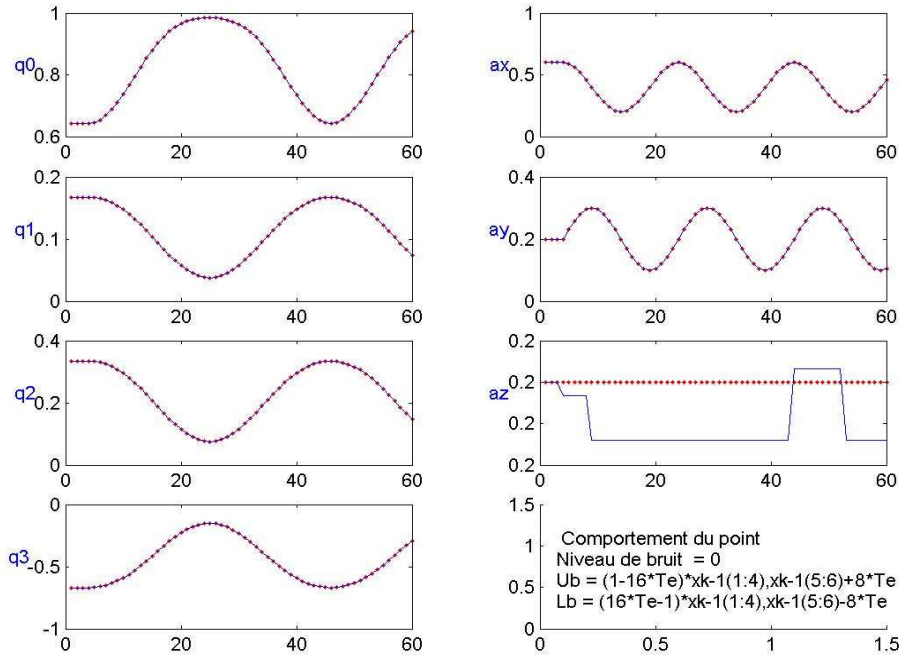


FIG. 30. Cas de bornes serrées

d'une ligne).

On a proposé plusieurs approches permettant de résoudre le problème lorsque les accélérations ne sont pas nulles mais restent faibles ou bien lorsque l'une d'entre elle est connue ou reste dans un intervalle "serré".

Ces différentes approches ont en fait permis de concevoir des algorithmes fiables pour résoudre des problèmes de taille restreinte (5DDL, 4DDL). Ainsi, considérer qu'une des accélérations est constante ou bien qu'elle varie peu entre deux bornes au cours du temps revient de fait à un problème à 5DDL. Ce dernier sera traité au paragraphe 4.2. Une grande quantité d'essais sur différentes dynamiques ont été effectués afin d'analyser les limitations des solutions algorithmiques proposées.

Le travail effectué sur le cas 6DDL nous a donc ouvert des perspectives nouvelles pour la résolution des problèmes à 5DDL et 4DDL. Il nous montre également que la résolution du problème 6DDL passe par l'ajout d'une troisième modalité de mesure.

Ce point sera abordé au paragraphe 4.5 dans lequel on traite de l'estimation de l'attitude et des accélérations par fusion des données issues d'un triaxe accéléromètre, d'un triaxe magnétomètre et de trois gyromètres montés de manière orthogonale. On va s'intéresser maintenant à un problème dégradé, à 5DDL, en utilisant un critère qui ne fasse appel qu'à deux accélérations et au quaternion.

4.2 Cas 5DDL, deux modalités de mesure

On cherche à estimer l'attitude q et deux composantes de l'accélération a à partir des mesures fournies par les triaxes accéléromètres et magnétomètres. La troisième composante de a est supposée connue, mais pas forcément nulle. Les formules (32) à (45) adaptées au cas 5DDL peuvent être utilisées pour estimer les paramètres q et a . Elles nécessitent l'emploi d'une routine d'optimisation avec contrainte. Dans cette partie, on présente les résultats obtenus avec une formulation du quaternion qui tienne compte explicitement de la contrainte $\|q\|_2 = 1$, ce qui ne nécessitera pas une routine d'optimisation avec contrainte

Pour ce faire, $\vec{u}$ (voir la définition 6 du paragraphe 3.1.3) est défini en coordonnées sphériques.

Formulation du problème

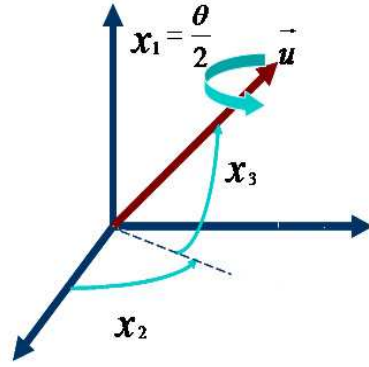
La fonction à optimiser reste identique à celle de l'équation (32) :

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (q^T A_j q - v_{mes}(j))^2 \quad (48)$$

où $q^T A_j q$ est le modèle la $j^{ième}$ mesure, et $n = 6$. Les paramètres recherchés sont maintenant :

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ a_1 \ a_2]^T \quad (49)$$

L'axe $\vec{u}$ du quaternion est exprimé en coordonnées sphériques (fig 31), ce qui donne :

FIG. 31. Vecteur $\vec{u}$ donné en coordonnées sphériques

$$q = \begin{bmatrix} \cos(x_1) \\ \sin(x_1) \vec{u} \end{bmatrix} \quad (50)$$

avec

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} \cos(x_2)\cos(x_3) \\ \sin(x_2)\cos(x_3) \\ \sin(x_3) \end{bmatrix} \text{ et } \|\vec{u}\|_2 = 1 \quad (51)$$

On note $\vec{a} = [a_1 \ a_2 \ a_k]^T$ le vecteur des accélérations où k correspond à l'axe suivant lequel l'accélération est connue. a_k est la valeur de cette accélération connue.

Avec cette formulation, on n'aura pas besoin d'utiliser une routine d'optimisation avec contrainte (égalité). En revanche, on devra résoudre des fonctions trigonométriques ce qui, pour une application temps réel, peut être pénalisant.

Suivant le cas considéré (c'est-à dire $a_k = a_x$ ou $a_k = a_y$ ou $a_k = a_z$), les matrices s'écrivent de manière différente. On présente ici le cas où l'accélération suivant z est supposée connue. Ainsi les matrices $A_j, j = 1 : 6$, des modèles de mesure (35) s'écrivent respectivement :

$$A_1 = \begin{bmatrix} g_0(1) + a_1 & 0 & -g_0(3) - a_k & g_0(2) + a_2 \\ 0 & g_0(1) + a_1 & g_0(2) + a_2 & g_0(3) + a_k \\ -g_0(3) - a_k & g_0(2) + a_2 & -g_0(1) - a_1 & 0 \\ g_0(2) + a_2 & g_0(3) + a_k & 0 & -g_0(1) - a_1 \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} g_0(2) + a_1 & g_0(3) + a_k & 0 & -g_0(1) + a_1 \\ g_0(3) + a_k & -g_0(2) - a_2 & g_0(1) + a_1 & 0 \\ 0 & g_0(1) + a_1 & g_0(2) + a_2 & g_0(3) + a_k \\ -g_0(1) - a_2 & 0 & g_0(3) + a_k & -g_0(2) - a_2 \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} g_0(3) + a_k & -g_0(2) - a_2 & g_0(1) + a_k & 0 \\ -g_0(2) - a_2 & -g_0(3) - a_k & 0 & g_0(1) + a_1 \\ g_0(1) + a_1 & 0 & -g_0(3) - a_k & g_0(2) + a_2 \\ 0 & g_0(1) + a_k & g_0(2) + a_2 & g_0(3) + a_k \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$A_4 = \begin{bmatrix} b_0(1) & 0 & -b_0(3) & b_0(2) \\ 0 & b_0(1) & b_0(2) & b_0(3) \\ -b_0(3) & b_0(2) & -b_0(1) & 0 \\ b_0(2) & b_0(3) & 0 & -b_0(1) \end{bmatrix} \quad (55)$$

$$A_5 = \begin{bmatrix} b_0(2) & b_0(3) & 0 & -b_0(1) \\ b_0(3) & -b_0(2) & b_0(1) & 0 \\ 0 & b_0 & b_0(2) & b_0(3) \\ -b_0(1) & 0 & b_0(3) & -b_0(2) \end{bmatrix} \quad (56)$$

$$A_6 = \begin{bmatrix} b_0(3) & -b_0(2) & b_0(1) & 0 \\ -b_0(2) & -b_0(3) & 0 & b_0(1) \\ b_0(1) & 0 & -b_0(3) & b_0(2) \\ 0 & b_0(1) & b_0(2) & b_0(3) \end{bmatrix} \quad (57)$$

Écriture matricielle du Gradient

L'écriture matricielle de la fonction à optimiser $f(x)$ conduit à un calcul simplifié du gradient $g(x)$. Ainsi, on obtient pour le calcul du gradient suivant l'accélération a_l , $l = 1, 2$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x)}{\partial a_l} &= \frac{1}{2} \cdot 2 \sum_{j=1}^6 (q^T A_j q - v_{mes}(j)) \cdot q^T \frac{\partial A_j}{\partial a} q \\ &= \sum_{i=1}^3 (q^T A_i q - v_{mes}(i)) \cdot q^T \frac{\partial A_i}{\partial a} q \\ &= (q^T A_1 q - v_{mes}(1)) \cdot q^T \frac{\partial A_1}{\partial a} q + (q^T A_2 q - v_{mes}(2)) \cdot q^T \frac{\partial A_2}{\partial a} q + \\ &\quad (q^T A_3 q - v_{mes}(3)) \cdot q^T \frac{\partial A_3}{\partial a} q \\ g_a &= \frac{\partial f(x)}{\partial a_l} = q^T \left[\sum_{i=1}^3 (q^T A_i q - v_{mes}(i)) \cdot \frac{\partial A_i}{\partial a} \right] q \end{aligned} \quad (58)$$

Les matrices $\frac{\partial A_i}{\partial a}$ s'écrivent respectivement :

$$\frac{\partial A_1}{\partial a_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{Dérivée de } A_1 \text{ suivant l'axe } x$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial a_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Dérivée de } A_1 \text{ suivant l'axe } y$$

$$\frac{\partial A_1}{\partial a_k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Dérivée de } A_1 \text{ suivant l'axe } z$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial a_x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Dérivée de } A_2 \text{ suivant l'axe } x$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial a_y} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{Dérivée de } A_2 \text{ suivant l'axe } y$$

$$\frac{\partial A_2}{\partial a_k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Dérivée de } A_2 \text{ suivant l'axe } z$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial a_x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Dérivée de } A_3 \text{ suivant l'axe } x$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial a_y} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Dérivée de } A_3 \text{ suivant l'axe } y$$

$$\frac{\partial A_3}{\partial a_k} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Dérivée de } A_3 \text{ suivant l'axe } z$$

Le quaternion est maintenant écrit avec trois angles, ce qui donne pour le gradient suivant x_1, x_2, x_3 :

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_{(1:3)}} = \left[\frac{\partial f(x)}{\partial q} \right]^T \begin{bmatrix} \frac{\partial q_0}{\partial x_1} & \frac{\partial q_0}{\partial x_2} & \frac{\partial q_0}{\partial x_3} \\ \frac{\partial q_1}{\partial x_1} & \frac{\partial q_1}{\partial x_2} & \frac{\partial q_1}{\partial x_3} \\ \frac{\partial q_2}{\partial x_1} & \frac{\partial q_2}{\partial x_2} & \frac{\partial q_2}{\partial x_3} \\ \frac{\partial q_3}{\partial x_1} & \frac{\partial q_3}{\partial x_2} & \frac{\partial q_3}{\partial x_3} \end{bmatrix} \quad (59)$$

$$g_{x(1:3)} = \left[\frac{\partial f(x)}{\partial x_{(1:3)}} \right]^T$$

Or :

$$\begin{aligned} \frac{\partial f(x)}{\partial q_i} &= \sum_{j=1}^6 (q^T A_j q - v_{mes}(j)) \cdot \frac{\partial (q^T A_j q - v_{mes}(j))}{\partial q_i} \quad i = 1 : 4 \\ \frac{\partial f(x)}{\partial q} &= \sum_{j=1}^6 (q^T A_j q - v_{mes}(j)) 2A_j q \end{aligned} \quad (60)$$

$$\frac{\partial f(x)}{\partial x_{(1:3)}} = \left[\frac{\partial f(x)}{\partial q} \right]^T \frac{\partial q}{\partial x_{(1:3)}}$$

Le gradient de $f(x)$ est donné par la composition des deux gradients calculés ci-dessus (équations 59 et 58).

$$g(x) = \begin{bmatrix} g_{x(1:3)} \\ g_a \end{bmatrix} \quad (61)$$

Écriture matricielle du Hessian

L'écriture matricielle de la fonction à optimiser conduit à un calcul simplifié du Hessian :

$$F(x) = \frac{\partial g(x)}{\partial x} = \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} \quad (62)$$

Ici, le calcul est réalisé en trois temps. On s'intéresse tout d'abord aux termes de dérivée seconde suivant les trois angles $x_{(1:3)}$. Pour cela, on calcule :

$$\frac{\partial^2 f(x)}{\partial q^2} = 2 \sum_{j=1}^6 [(q^T A_j q - v_{mes}(j)) \cdot A_j + A_j q 2q^T A_j] \quad (63)$$

$$= 2 \sum_{j=1}^6 [(q^T A_j q - v_{mes}(j)) \cdot A_j + 2A_j q q^T A_j]$$

$$H_q = \frac{\partial g_q}{\partial x_{(1:3)}} = \frac{\partial g_q}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial x_{(1:3)}} = \left[\frac{\partial}{\partial q} \left(\frac{\partial f}{\partial q} \cdot \frac{\partial q}{\partial x} \right) \right] \quad (64)$$

$$H_q = \left[\frac{\partial^2 f}{\partial q^2} \cdot \frac{\partial q}{\partial x} \right]^T$$

Suivant l'accélération, le calcul du Hessien est :

$$g_a = \frac{\partial f(x)}{\partial a} = q^T \left[\sum_{i=1}^3 [(q^T A_i q - v_{mes}(i)) \cdot \frac{\partial A_i}{\partial a}] \right]$$

$$g_a = \begin{bmatrix} (q^T A_1 q - v_{mes}(1)) q^T \frac{\partial A_1}{\partial a_1} q + (q^T A_2 q - v_{mes}(2)) q^T \frac{\partial A_2}{\partial a_1} q + (q^T A_3 q - v_{mes}(3)) q^T \frac{\partial A_3}{\partial a_1} q \\ (q^T A_1 q - v_{mes}(1)) q^T \frac{\partial A_1}{\partial a_2} q + (q^T A_2 q - v_{mes}(2)) q^T \frac{\partial A_2}{\partial a_2} q + (q^T A_3 q - v_{mes}(3)) q^T \frac{\partial A_3}{\partial a_2} q \end{bmatrix} \quad (65)$$

Cette dernière expression conduit à :

$$H_a(1,1) = q^T \left(q^T \cdot \frac{\partial A_1}{\partial a_1} q \cdot \frac{\partial A_1}{\partial a_1} + q^T \cdot \frac{\partial A_2}{\partial a_1} q \cdot \frac{\partial A_2}{\partial a_1} + q^T \cdot \frac{\partial A_3}{\partial a_1} q \cdot \frac{\partial A_3}{\partial a_1} \right) q$$

$$H_a(2,1) = q^T \left(q^T \cdot \frac{\partial A_1}{\partial a_1} q \cdot \frac{\partial A_1}{\partial a_2} + q^T \cdot \frac{\partial A_2}{\partial a_1} q \cdot \frac{\partial A_2}{\partial a_2} + q^T \cdot \frac{\partial A_3}{\partial a_1} q \cdot \frac{\partial A_3}{\partial a_2} \right) q$$

$$H_a(1,2) = q^T \left(q^T \cdot \frac{\partial A_1}{\partial a_2} q \cdot \frac{\partial A_1}{\partial a_1} + q^T \cdot \frac{\partial A_2}{\partial a_2} q \cdot \frac{\partial A_2}{\partial a_1} + q^T \cdot \frac{\partial A_3}{\partial a_2} q \cdot \frac{\partial A_3}{\partial a_1} \right) q$$

$$H_a(2,2) = q^T \left(q^T \cdot \frac{\partial A_1}{\partial a_2} q \cdot \frac{\partial A_1}{\partial a_2} + q^T \cdot \frac{\partial A_2}{\partial a_2} q \cdot \frac{\partial A_2}{\partial a_2} + q^T \cdot \frac{\partial A_3}{\partial a_2} q \cdot \frac{\partial A_3}{\partial a_2} \right) q$$

On a donc

$$H_a = \begin{bmatrix} H_a(1,1) & H_a(1,2) \\ H_a(2,1) & H_a(2,2) \end{bmatrix} \quad (66)$$

On s'intéresse maintenant aux termes diagonaux du Hessien. Soit :

$$\begin{aligned}
g_{x(1:3)} &= \left[\frac{\partial q}{\partial x_{(1:3)}} \right]^T \left[\frac{\partial f(x)}{\partial q} \right] \\
g_{x(1:3)} &= \left[\frac{\partial q}{\partial x_{(1:3)}} \right]^T \left[\sum_{j=1}^6 (q^T A_j q - v_{mes}(j)) \cdot 2A_j \cdot q \right]
\end{aligned} \tag{67}$$

On a alors :

$$\frac{\partial g_x}{\partial a_l} = \left[\frac{\partial q}{\partial x} \right]^T \left[\sum_{j=1}^6 \left(\frac{\partial \sum_{j=1}^6 (q^T A_j q - v_{mes}(j)) \cdot 2A_j \cdot q}{\partial a_l} \right) \right] \quad l = 1, 2 \tag{68}$$

avec

$$H_{(g_q/a)}(1,1) = \sum_{j=1}^3 \left((q^T A_j q - v_{mes}(j)) 2 \frac{\partial A_j}{\partial a_1} q + q^T \frac{\partial A_j}{\partial a_1} q A_j q \right) \in \mathbb{R}^4 \tag{69}$$

$$H_{(g_q/a)}(1,2) = \sum_{j=1}^3 \left((q^T A_j q - v_{mes}(j)) 2 \frac{\partial A_j}{\partial a_2} q + q^T \frac{\partial A_j}{\partial a_2} q A_j q \right) \in \mathbb{R}^4 \tag{70}$$

De même, on a :

$$\frac{\partial g_a}{\partial x_{(1:3)}} = \left[\frac{\partial g_a}{\partial q} \right]_{(1 \times 4)}^T \left[\frac{\partial q}{\partial x_{(1:3)}} \right]_{(4 \times 3)} \tag{71}$$

avec :

$$\frac{\partial g_a}{\partial q} \sum_{j=1}^3 \left((q^T A_j q - v_{mes}(j)) 2 \frac{\partial A_j}{\partial a} q + 2A_j q q^T \frac{\partial A_j}{\partial a} q \right) \tag{72}$$

ce qui donne :

$$\frac{\partial g_a}{\partial q} = \begin{bmatrix} 2 \left\{ \begin{pmatrix} (q^T A_1 q - v_{mes}(1)) 2 \frac{\partial A_1}{\partial a_1} q + q^T \frac{\partial A_1}{\partial a_1} q A_1 q + \\ (q^T A_2 q - v_{mes}(2)) 2 \frac{\partial A_2}{\partial a_1} q + q^T \frac{\partial A_2}{\partial a_1} q A_2 q + \\ (q^T A_3 q - v_{mes}(3)) 2 \frac{\partial A_3}{\partial a_1} q + q^T \frac{\partial A_3}{\partial a_1} q A_3 q \end{pmatrix} \right\} \\ 2 \left\{ \begin{pmatrix} (q^T A_1 q - v_{mes}(1)) 2 \frac{\partial A_1}{\partial a_2} q + q^T \frac{\partial A_1}{\partial a_2} q A_1 q + \\ (q^T A_2 q - v_{mes}(2)) 2 \frac{\partial A_2}{\partial a_2} q + q^T \frac{\partial A_2}{\partial a_2} q A_2 q + \\ (q^T A_3 q - v_{mes}(3)) 2 \frac{\partial A_3}{\partial a_2} q + q^T \frac{\partial A_3}{\partial a_2} q A_3 q \end{pmatrix} \right\} \end{bmatrix} \quad (73)$$

Finalement, le Hessien est donné par «l'assemblage» des différents blocs. Il a la forme suivante :

$$F(x) = \begin{bmatrix} H_{x(1:3)} & \frac{\partial g_x}{\partial a} \\ \frac{\partial g_a}{\partial x} & H_a \end{bmatrix} \quad (74)$$

4.3 Modèles de mesure et simulations

Les simulations ont été réalisées selon les spécifications données dans les références [18] et [19] (cahier de charges). Pour simuler les mesures, un modèle a été développé sous Simulink (voir Figure 33). L'obtention de ces mesures peut être résumée en 5 étapes (Figure 32) :

1. tout d'abord, les paramètres (3 valeurs pour les coordonnées sphériques du quaternion et 3 valeurs pour les 3 composantes d'accélération) sont simulés (sinusoïdes et triangles) ;
2. ils sont ensuite filtrés pour limiter leur dynamique à 50Hz ;
3. puis le modèle de mesure ($v_{mod}(j) = q^T A_j q$) est appliqué ;
4. un bruit est ajouté (bruit blanc, Gaussien, 4 niveaux de bruit définis dans la référence [19] et reportés au tableau (10)) ;

5. un second filtrage passe-bas de Butterworth d'ordre 1 suivi d'un échantillonneur de fréquence d'échantillonnage 200Hz simulant le filtrage et l'échantillonnage du système d'acquisition sont appliqués.

La durée d'une simulation est de 100s.

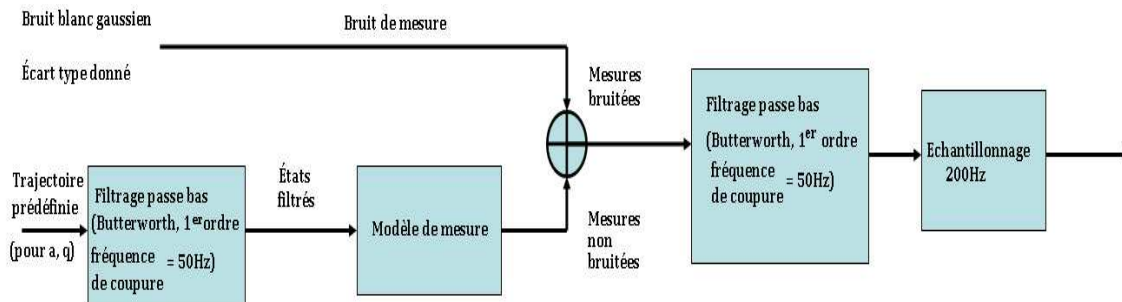


FIG. 32. Simulation des mesures

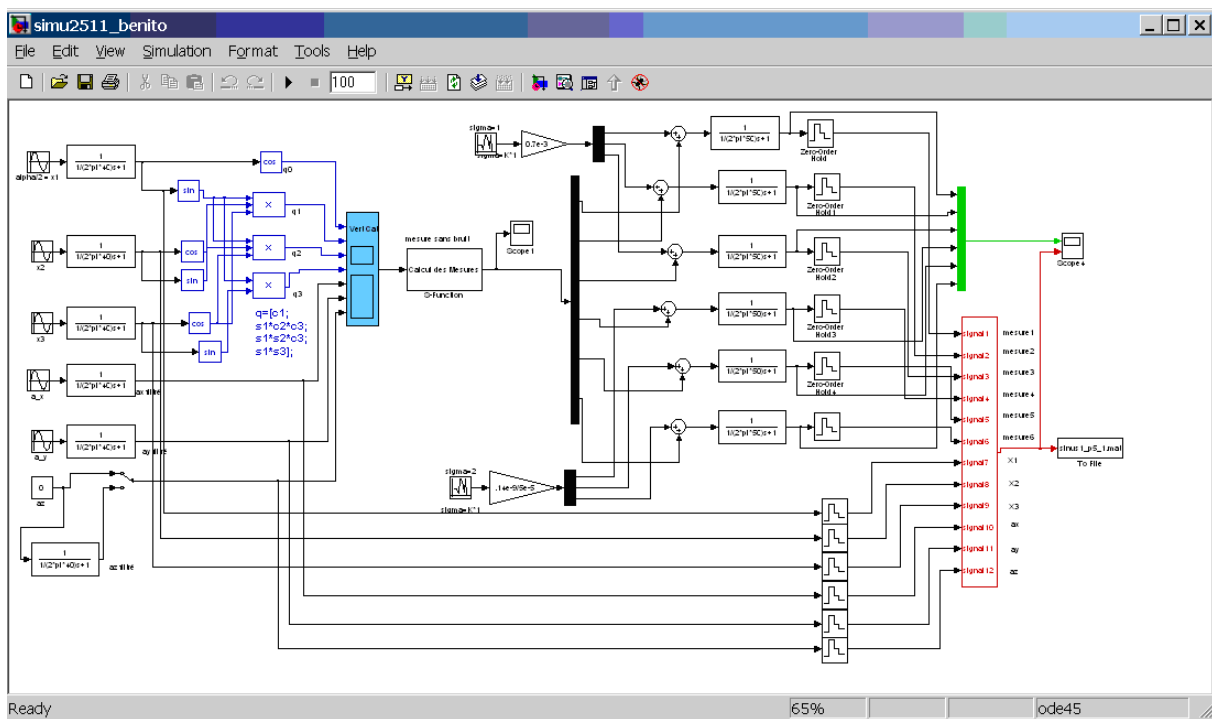


FIG. 33. Schéma Simulink pour la simulation des mesures

4.3.1 Critères d'évaluation de la qualité de l'estimation

Les critères d'évaluation pour la qualité de l'estimation sont les suivants :

- racine de l'erreur quadratique moyenne (REQM) :

$$REQM = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_{(est)} - y)^2}$$

- pourcentage de points pour lesquels l'erreur est supérieure à 10% de la pleine échelle (*NSUP*) ;
- instant (en seconde) du premier point pour lequel l'erreur dépasse 10% de la pleine échelle (*TSUP*). Ce temps peut être vu comme le temps pendant lequel on peut avoir confiance dans le résultat.

4.3.2 Résultats obtenus

On s'est d'abord intéressé à résoudre le problème à *5DDL* avec deux modalités de mesures.

Les résultats montrés ici correspondent à des mouvements à "basse" fréquence.

Les caractéristiques du mouvement simulé sont :

- Signal d'entrée : variation sinusoidale à *1Hz* et *2Hz* de x_1, x_2, x_3 , fichier *sinus_1_5_1* ;
- Accélération, variation sinusoidale à *1Hz* et *2Hz* sur a_x, a_y, a_z étant connue et constante ;
- Niveau de bruit : 1 (voir tableau (10)).

Les figures 34-35 reportent les résultats pour des dynamiques à *1Hz*. Comme prévu, les résultats sont "bons" à condition de respecter les conditions énoncées dans le paragraphe 4.1.2. En outre, les mouvements réalisés doivent être lents (fréquence de moins de *1Hz*) pour que l'estimation de l'attitude et des deux accélérations reste correcte.

Pour des dynamiques plus élevées (C.3-C.4-38-39) on voit que l'existence de

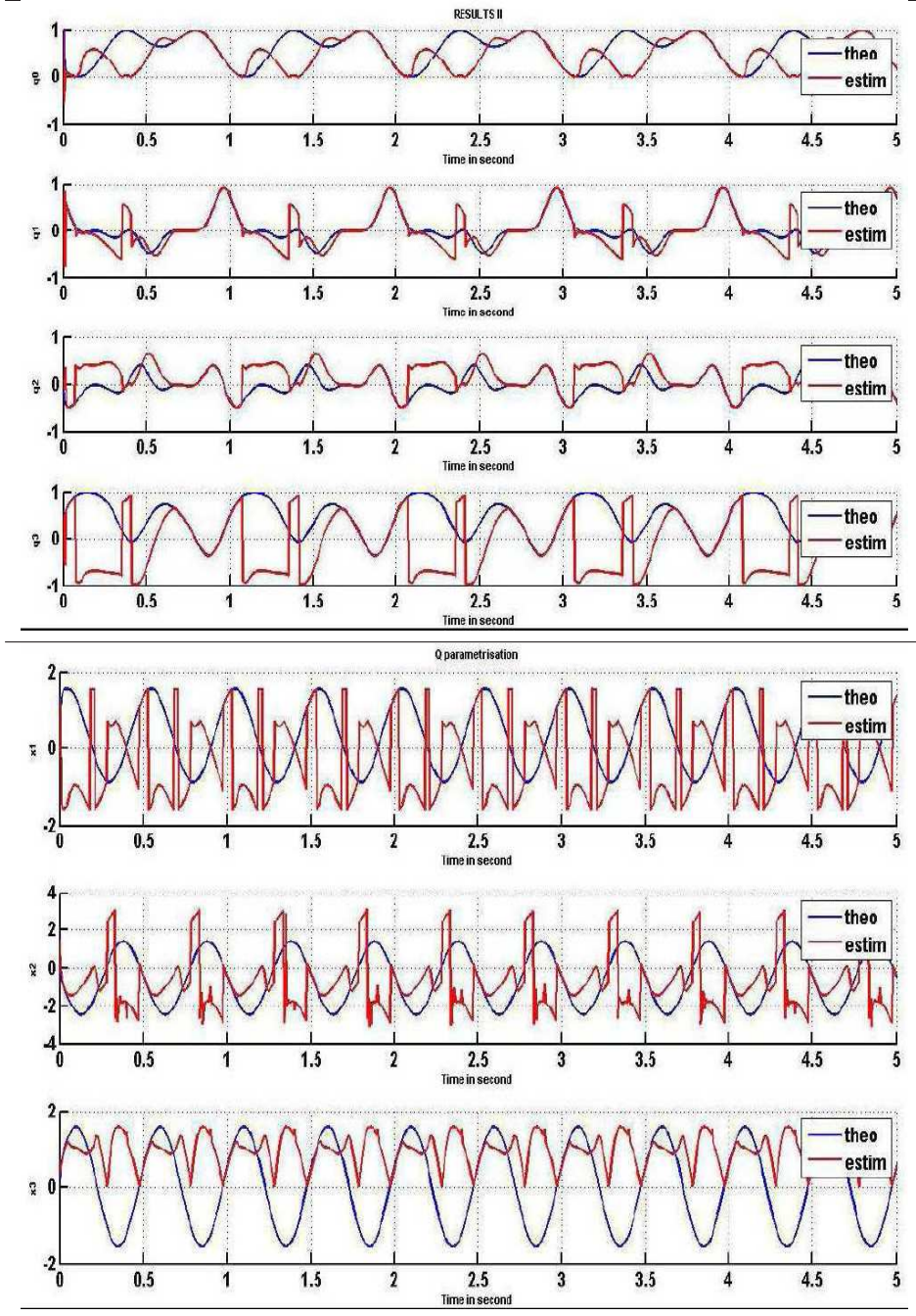


FIG. 34. Estimation à 1Hz et niveau de bruit numéro 2/ quaternion en haut/ paramètres sphériques en bas

deux solutions conduit à des paramètres parfois "faux". On peut remarquer que l'on ne converge pas systématiquement vers la solution théorique. En effet, il a été démontré ([17]) que le problème à 5DDL admet deux solutions, l'algorithme d'optimisation cal-

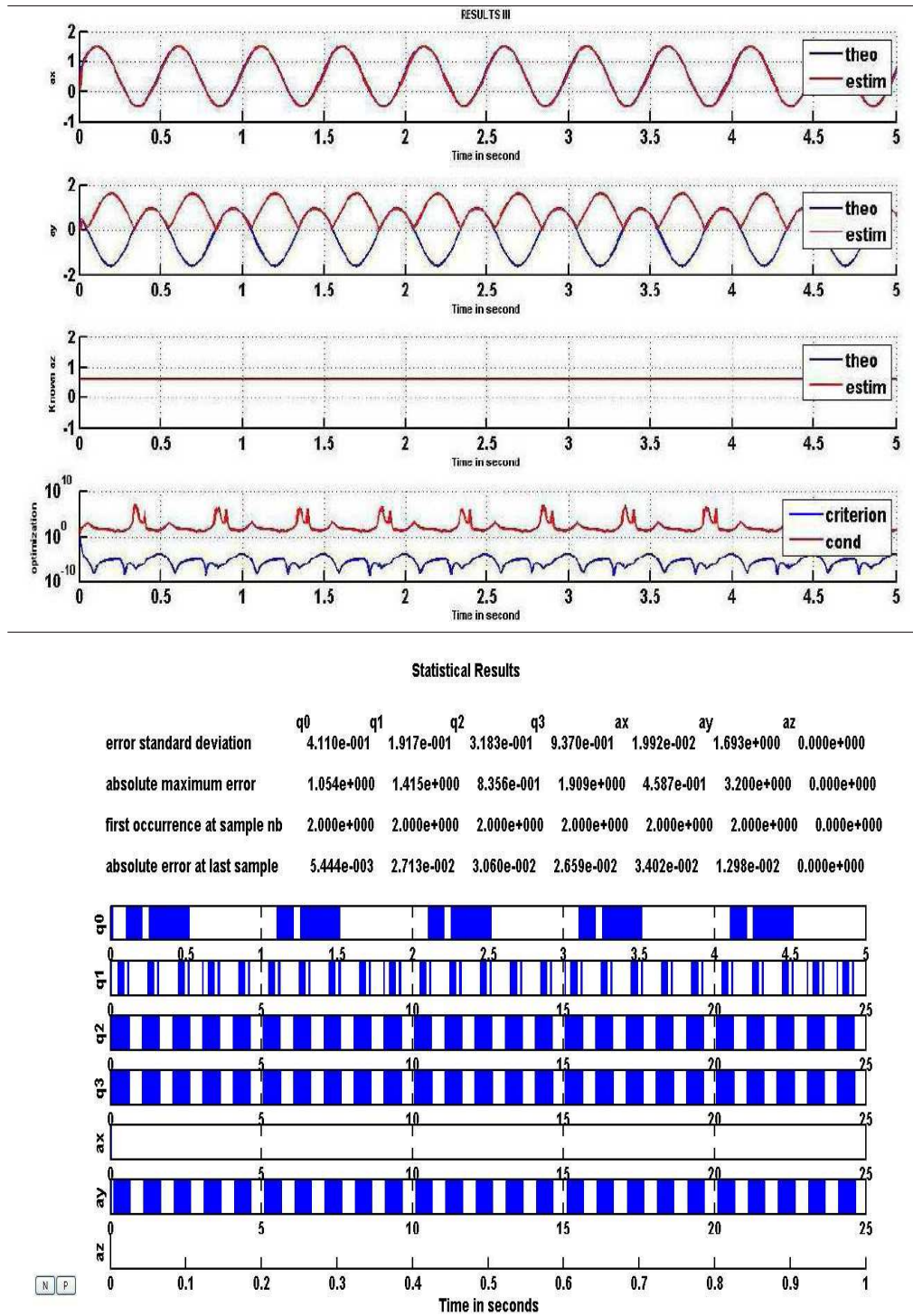


FIG. 35. Estimation à 1Hz et niveau de bruit numéro 2 /accélération en haut et statistiques de l'estimation en bas

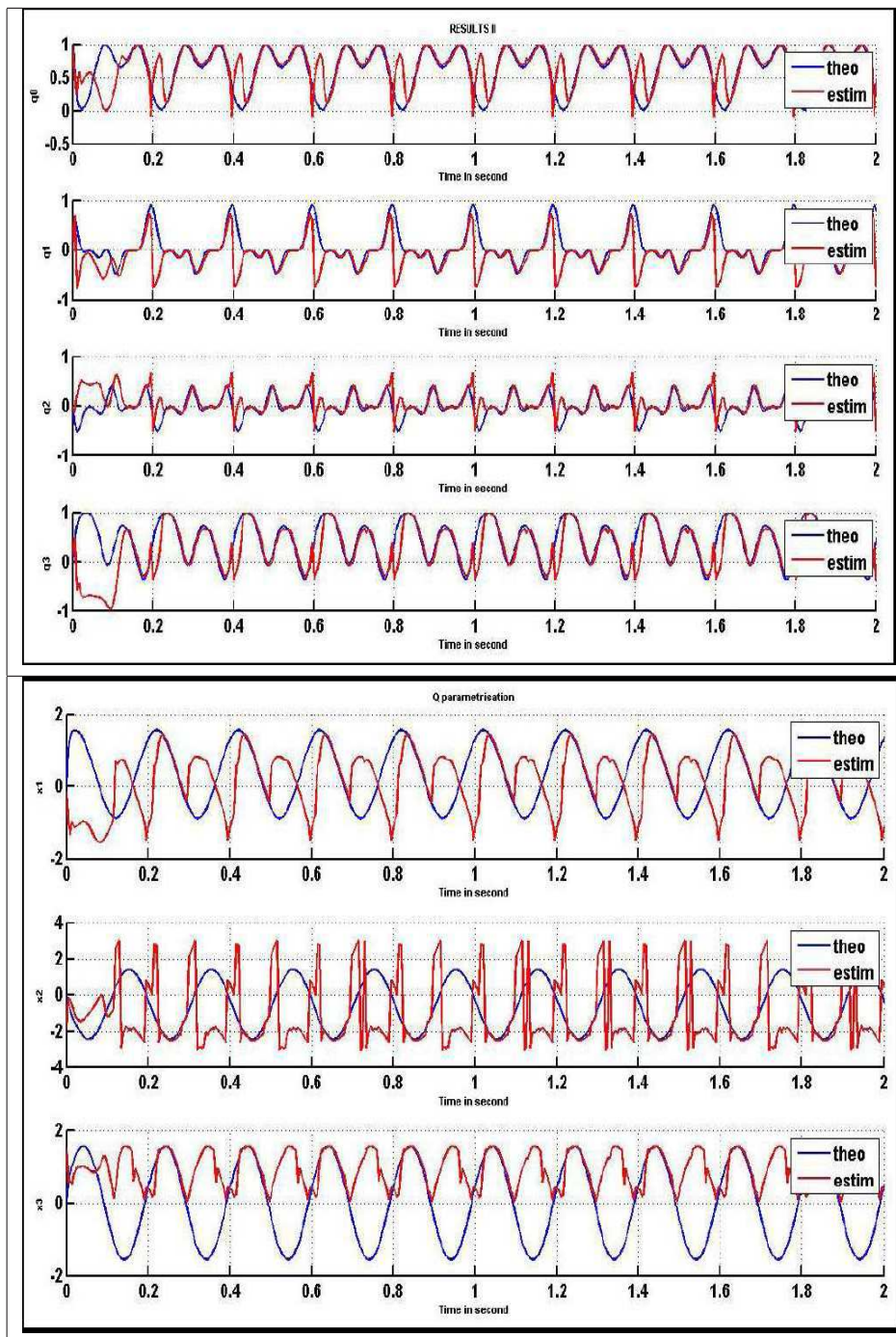


FIG. 36. Estimation à 2Hz et niveau de bruit numéro 2 / quaternion en haut/ paramètres sphériques en bas

culant l'une ou l'autre. Compte tenu des résultats obtenus on a implanté deux heuristiques :

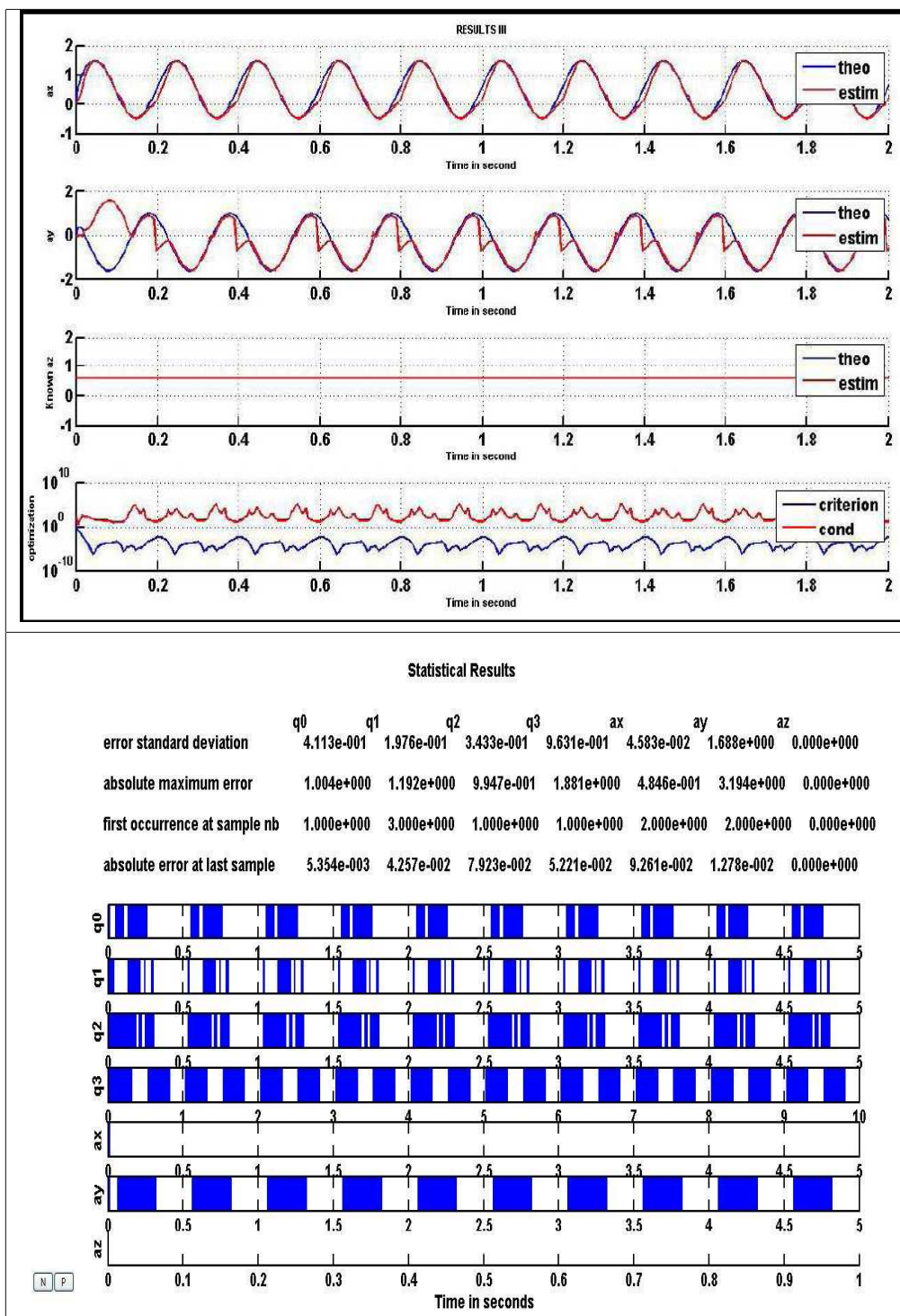


FIG. 37. Estimation à 2Hz et niveau de bruit numéro 2 /accélération en haut et statistiques de l'estimation en bas

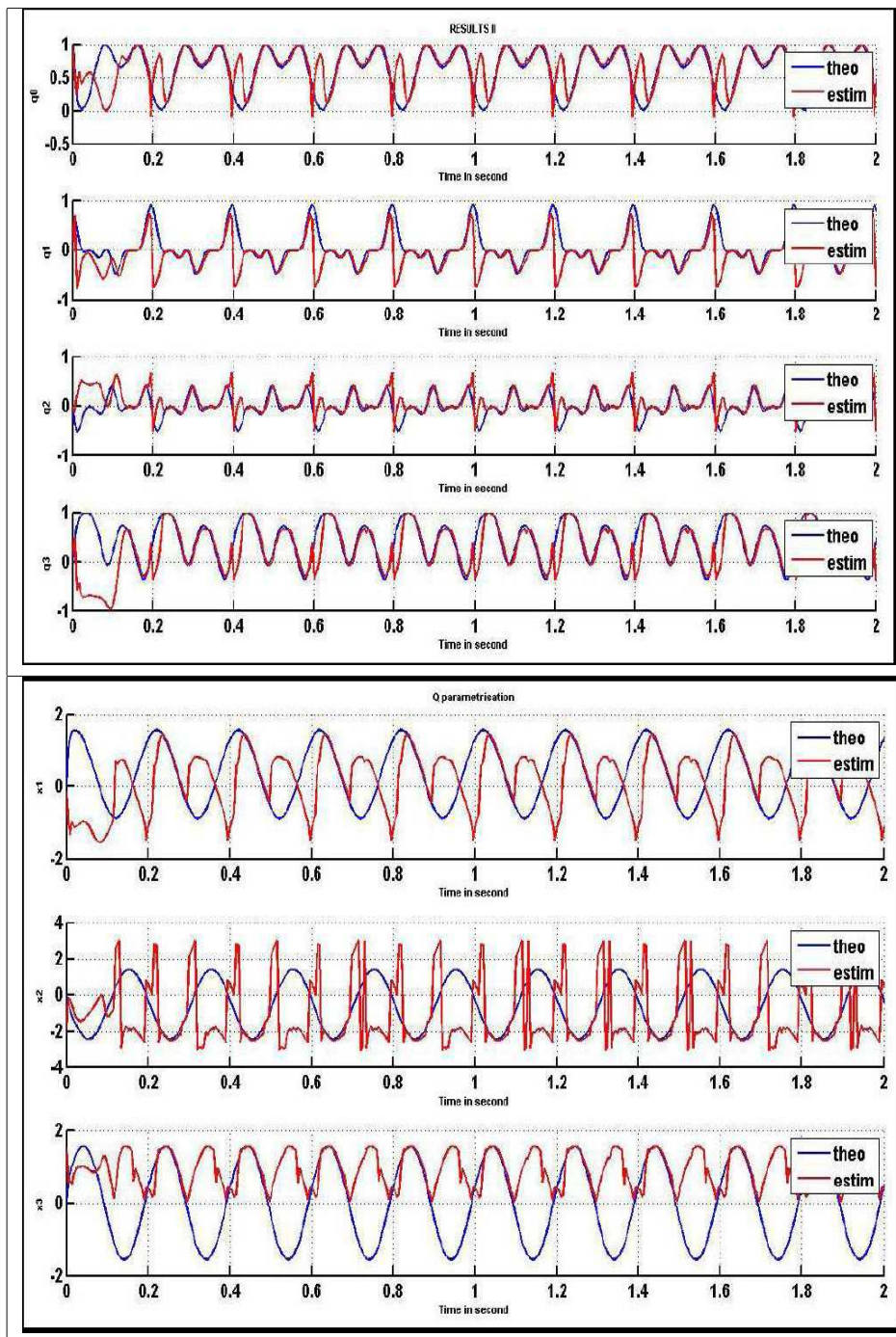


FIG. 38. Estimation à 5Hz et niveau de bruit numéro 2 / quaternion en haut/ paramètres sphériques en bas

1. on remplace le quaternion q par son opposé. En effet q et $-q$ correspondent à la même attitude ;

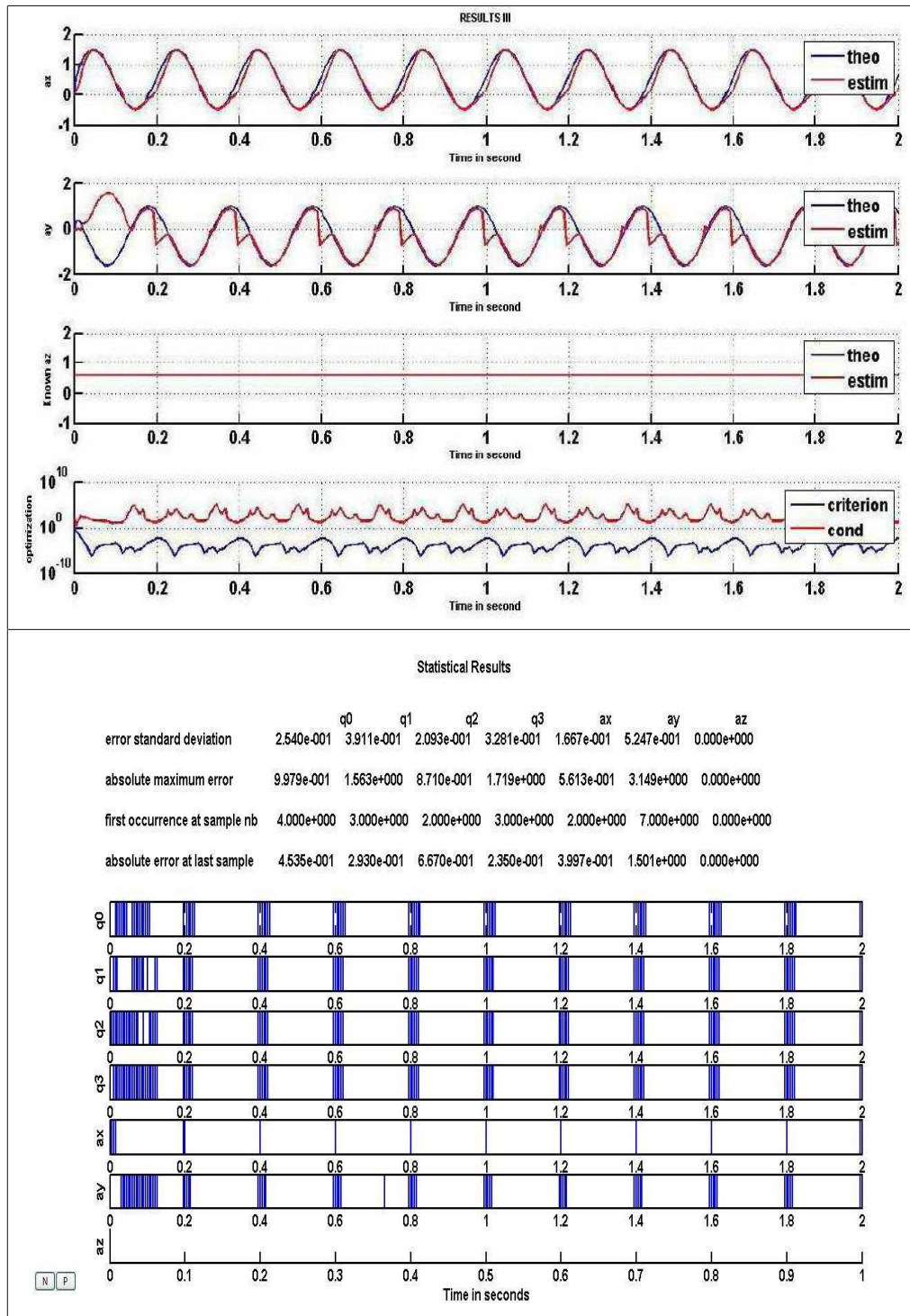


FIG. 39. Estimation à 5Hz et niveau de bruit numéro 2 /accélération en haut et statistiques de l'estimation en bas

2. on fait plusieurs initialisations, c'est-à-dire, qu'on perturbe le point initial x_0 (donné à l'optimisation). On retient pour estimé le point ayant le plus petit critère. Cette heuristique avait pour objectif d'éviter un éventuel minimum local. Or grâce à cette heuristique on s'est rendu compte qu'il existait deux minima ayant un critère équivalent. Cela a été démontré dans [17].

Remplacement du quaternion par son opposé (heuristique 1)

Une des heuristiques implémentées a été de prendre le quaternion opposé (Figure 40) lorsque la distance entre deux quaternion aux instant k et $k - 1$ est grande (une erreur supérieure à 10%). On présente ici les résultats obtenus pour l'optimisation du critère (48).

Les caractéristiques du mouvement simulé sont :

- signal d'entrée : variation sinusoidale à 1Hz de x_1, x_2, x_3 , fichier *sinus_1_5_1* ;
- accélération, variation sinusoidale à 1Hz sur a_x, a_y, a_z connue ;
- niveau de bruit : 1 (voir tableau (10)).

On constate que dans certains cas (Figure 40, partie de gauche), la solution fournie semble être opposée au quaternion théorique. Cela pourrait correspondre en fait à une même rotation, puisque q et $-q$ conduisent à la même orientation de l'objet. L'algorithme trouve alors moins de solutions "fausses" mais le résultats reste insatisfaisant.

Perturbation du point initial (heuristique 2)

Le remplacement du quaternion obtenu par optimisation par son opposé, lorsque la distance $\|q_k - q_{(k-1)}\|$ entre deux instants est grande (supérieure ou égale 10% d'erreur), apporte de meilleurs résultats, même s'ils restent encore insatisfaisants. C'est pourquoi on a exploré une autre heuristique, mais cette fois-ci, fondée sur l'idée de

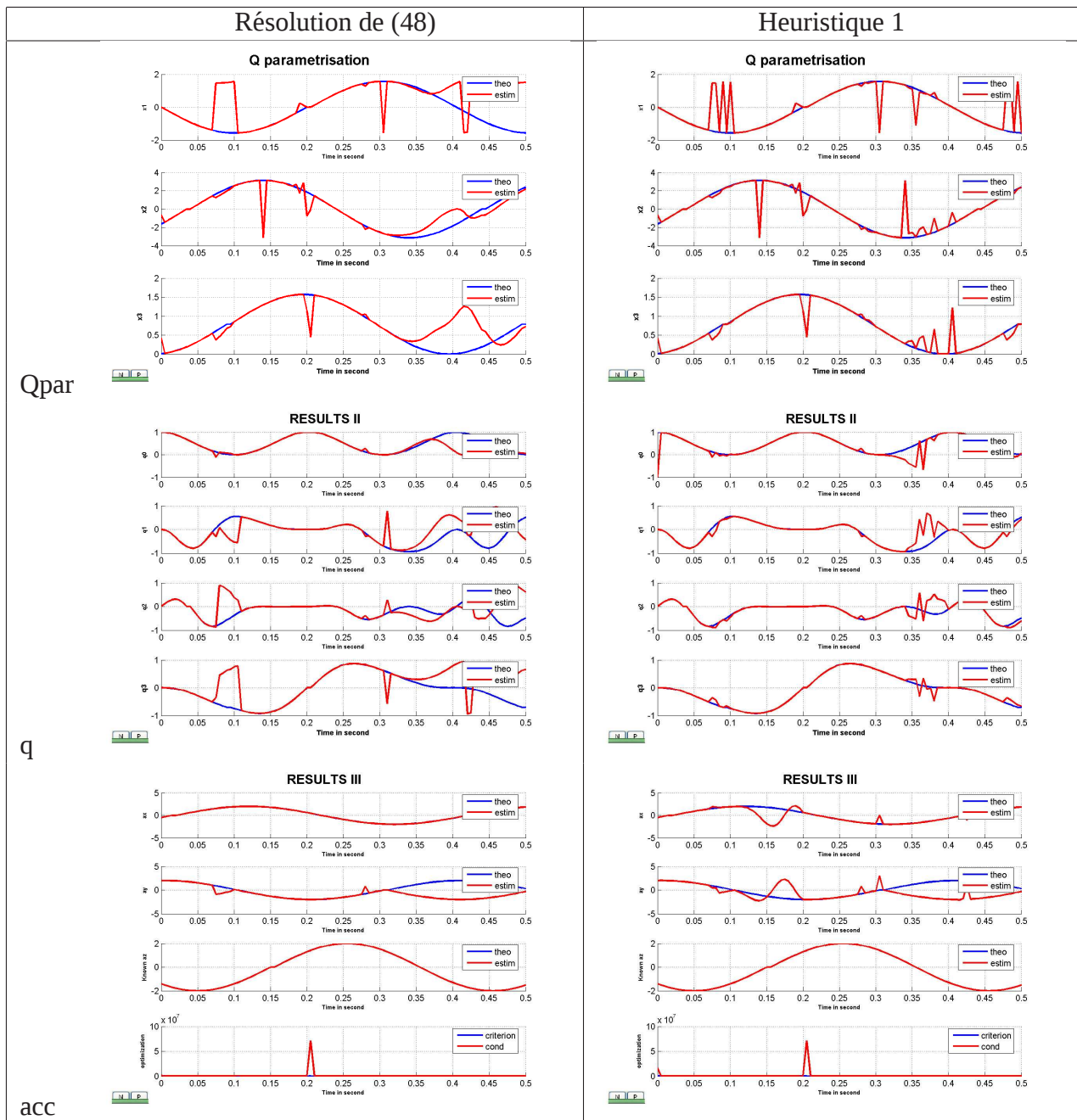


FIG. 40. Comparaison, Optimisation Directe vs Heuristique 1

faire varier le point initial de la routine d'optimisation, puisque ce point initial est crucial pour l'optimisation. On retient alors pour état estimé la solution présentant le critère le plus faible.

Dans cette partie, on montre le résultats obtenu lorsqu'on fait varier l'initialisation

de la routine d'optimisation (cf. figures 41 et 42) . Notons que le choix du point initial x_0 (la façon dont on le choisit, étant de supposer qu'on pose la minicentrale d'attitude et on prend le point de départ l'état en repos) fourni à la routine d'optimisation est primordial pour pouvoir converger correctement vers la solution théorique.

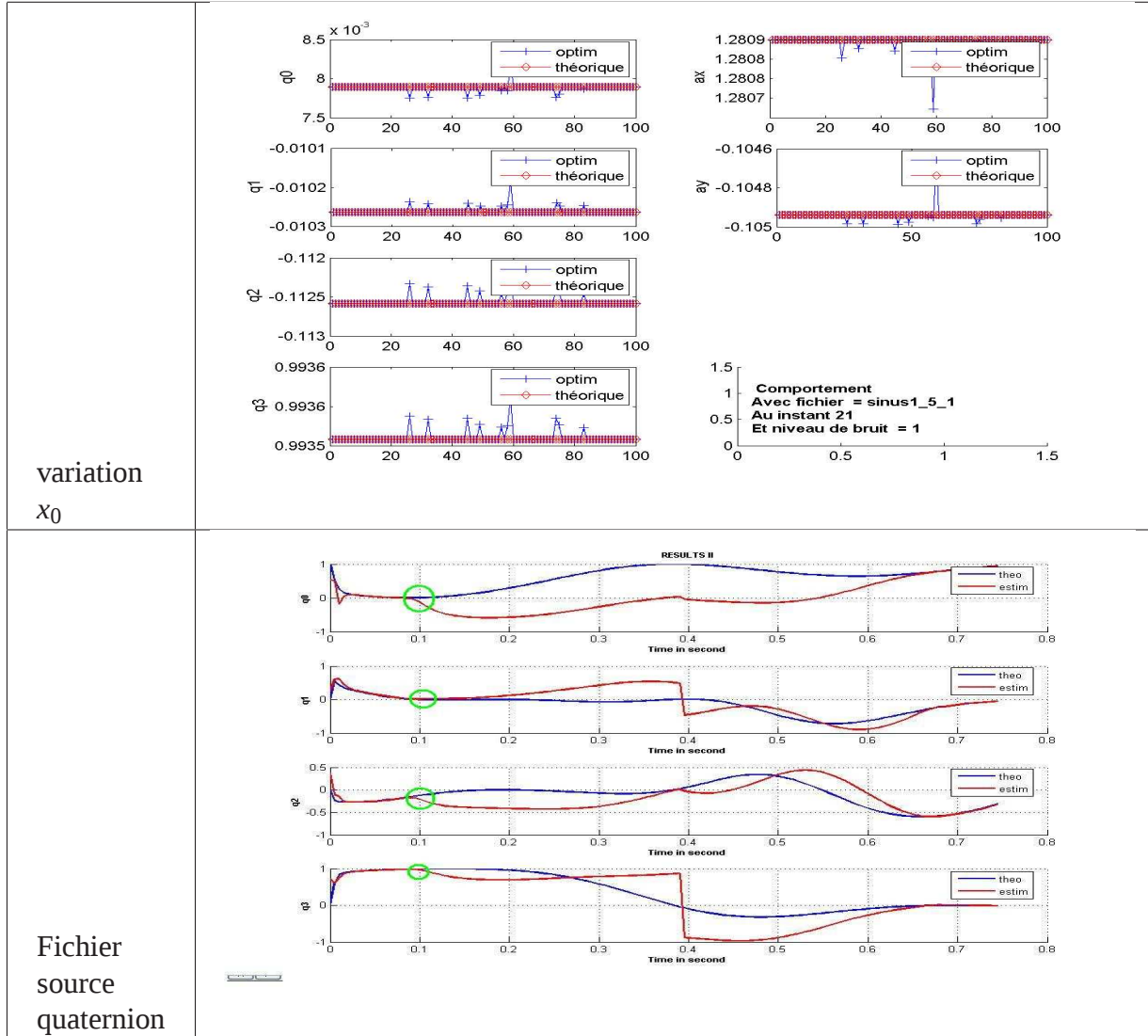


FIG. 41. Variation du point d'initialisation x_0

Dans les figures 41-42 on montre le résultat de la variation du point d'initialisation x_0 à un instant donné, on fait varier aléatoirement le point d'initialisation, afin d'essayer de trouver le minimum global. Cette technique devrait être améliorée, en

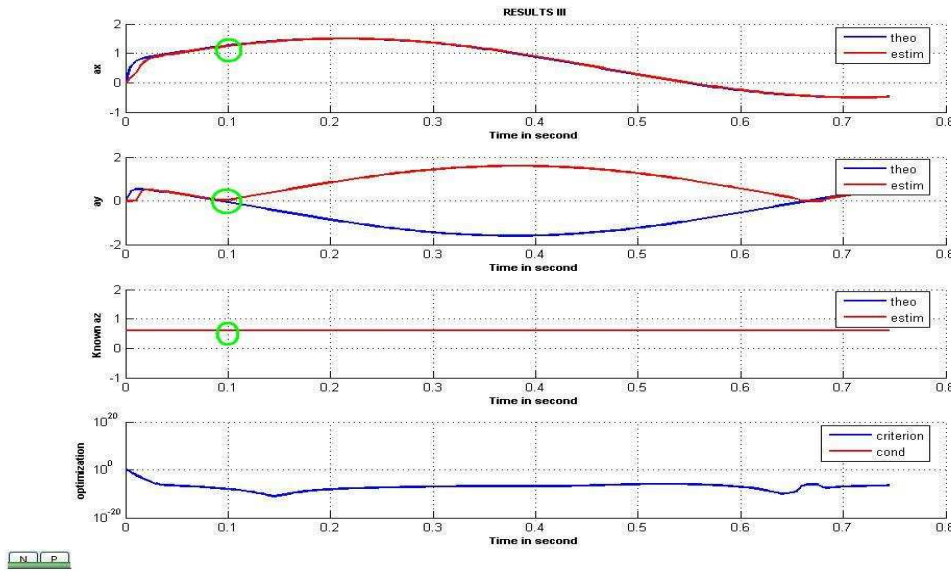


FIG. 42. Variation du point d'initialisation x_0 / fichier source accélération

utilisant par exemple des techniques d'optimisation globale.

Afin de voir comment se comporte l'optimisation, nous avons réalisé plusieurs initialisations. Il faut se rendre à l'évidence que la résolution du problème à *5DDL* ne conduit pas systématiquement à une solution unique, il existe des situations où deux vecteurs d'états estimés conduisent à un même minimum pour le critère (cf. annexe 4.3.2).

Problème de deux minimum

Dans certains cas, deux minima du critère sont obtenus par l'algorithme d'optimisation en fonction de l'initialisation de la routine. Cela est dû au fait qu'il existe deux solutions au problème [17], sur la figure 43, on montre le résultats à partir d'un simulé avec [19] [18].

Pour le cas *5DDL*, on a démontré qu'il existe 2 solutions au problème d'optimisation. Ces solutions correspondent à un critère du même ordre de grandeur rendant impossible le choix de la "bonne" solution. Cela signifie qu'il existe plusieurs jeu de paramètres conduisant aux mêmes mesures et que le problème n'est pas inversible. De

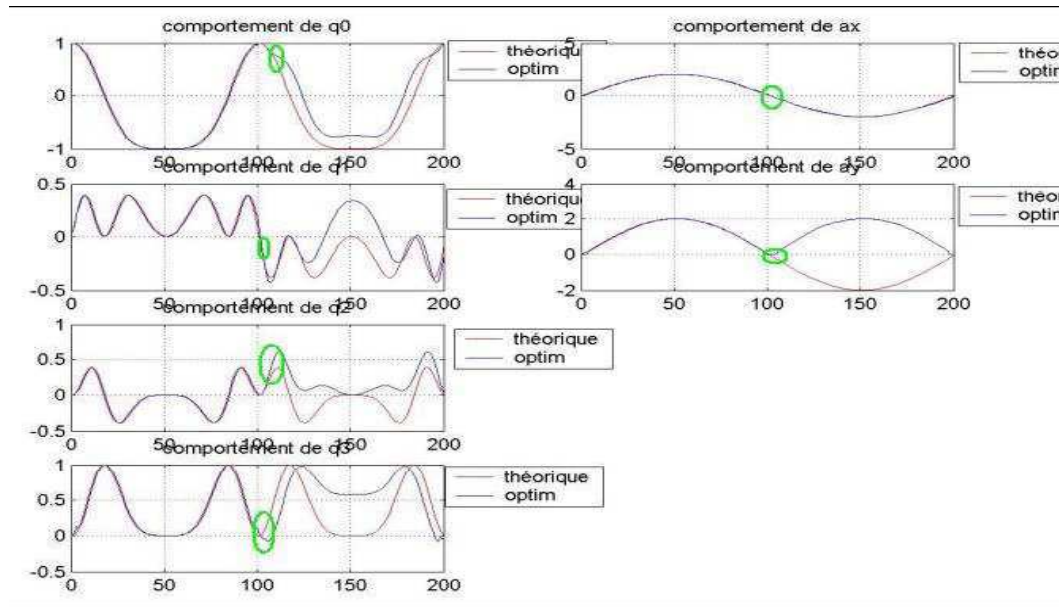


FIG. 43. Problème lié aux deux minima

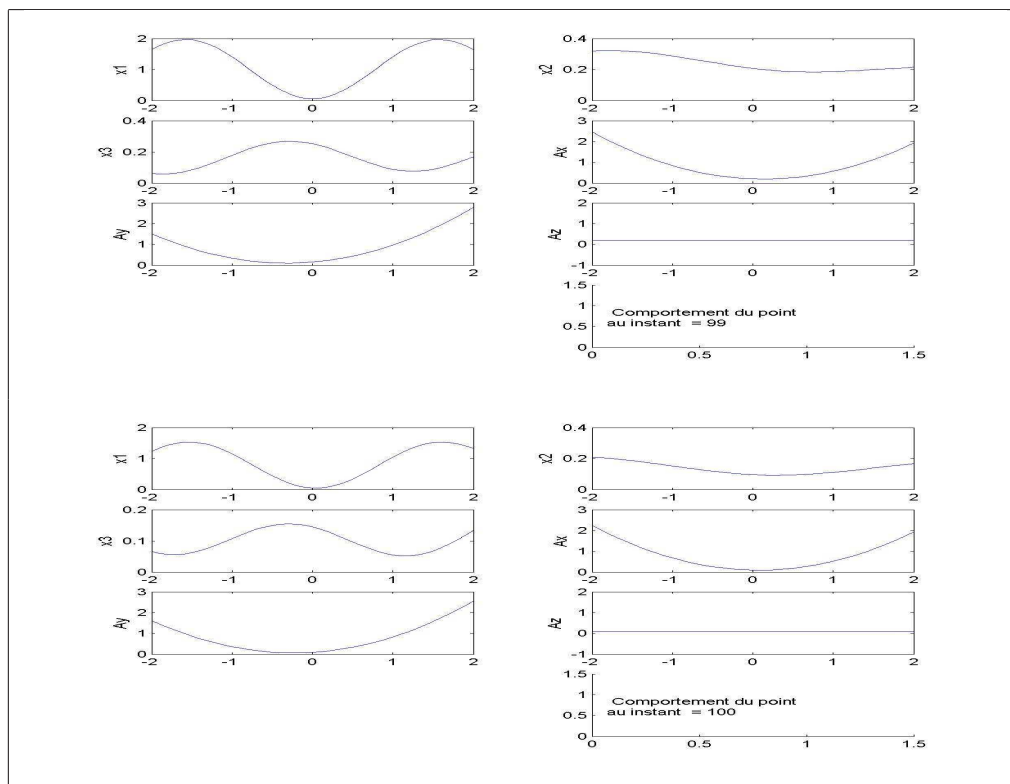


FIG. 44. Problème lié aux deux minima : Comportement de la routine à des instants proches

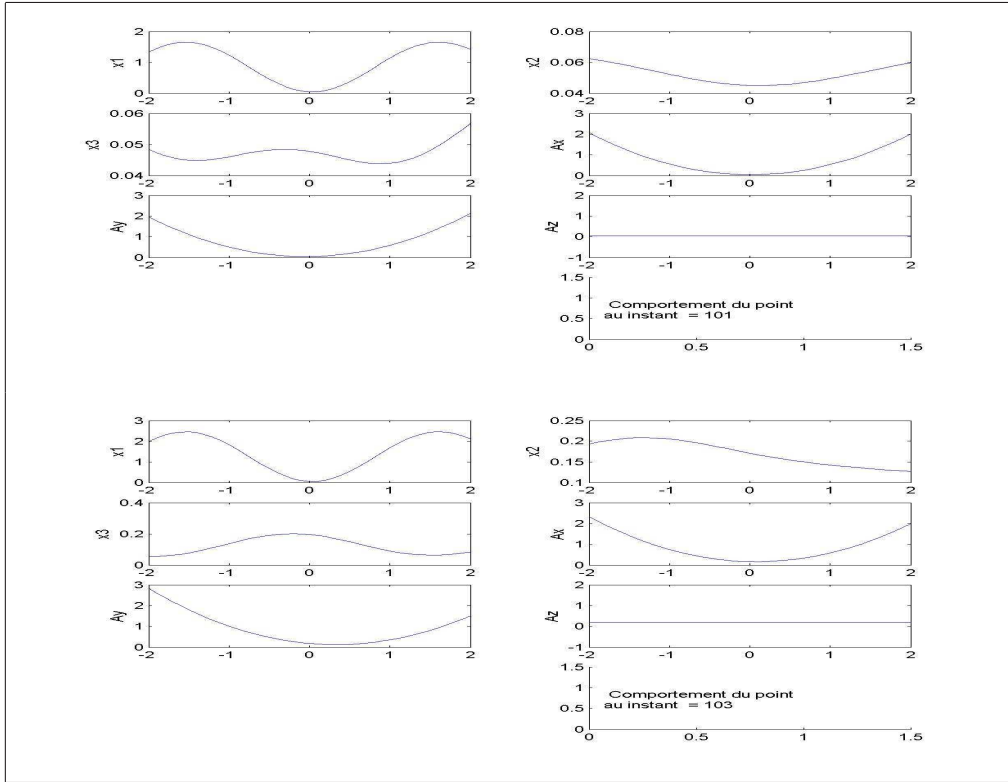


FIG. 45. Problème lié aux deux minima : Comportement de la routine à des instants proches

plus nous pouvons constater une non symétrie des solutions.

A 5DDL, si les paramètres initiaux sont connus, il est possible, avec des variations lentes et peu de bruit, de suivre l'évolution des paramètres (en initialisant l'optimisation avec le résultat précédent) en restant à proximité de la solution recherchée. Néanmoins, la solution trouvée en perturbant légèrement le point initial reste encore insatisfaisante et le temps de calcul devient trop important : de quelques minutes, il passe à environ 2 heures de calcul (expérience faite avec un PC Pentium (R) 4 CPU 3 GHz, 896 Mo de RAM).

Sur les figures (41-42) de l'annexe 4.3.2, on a reporté le résultats obtenu pour q et a lorsque cette procédure d'initialisation multiple de la routine d'optimisation est mise en œuvre.

4.4 Comparaison entre les différentes techniques d'estimation d'attitude 100

Niveau de bruit	Accéléromètres	Magnétomètres
1	0.7mg	0.14nT
2	1.4mg	1.4nT
3	3.5mg	14nT
4	7mg	140nT

TAB. 10. Niveaux de bruits

4.4 Comparaison entre les différentes techniques d'estimation d'attitude

Deux familles de méthodes ont été testées pour estimer l'état : une approche par optimisation et une autre par filtrage de Kalman. Dans les deux cas, on cherche à estimer les coordonnées sphériques du quaternion et les deux accélérations inconnues à partir des mesures et de l'accélération supposée connue. Pour l'approche par optimisation, deux algorithmes sont utilisés :

1. **va13** : un algorithme d'optimisation sans contraintes ;
2. **fmincon** : un algorithme d'optimisation avec contrainte permettant d'ajouter des bornes sur l'évolution des états.

Pour les paramètres théoriques, nous avons simulé des sinus déphasés, avec des offsets différents pour des fréquences k variant de 0.1Hz à 10Hz , avec les 4 niveaux de bruit donnés dans le Tableau 10.

$$x_1 = \sin(2 * \frac{\pi}{4} * k * T_e) + \frac{\pi}{4}$$

$$x_2 = \sin(2 * \pi * k * T_e)$$

$$x_3 = \sin(2 * \frac{\pi}{4} * k * T_e) + \frac{\pi}{4}$$

$$a_x = \sin(2 * \pi * k * T_e)$$

$$a_y = \sin(2 * \pi * k * T_e)$$

$$a_z = \text{constante} = 0.6$$

$$T_e = 1/200s$$

Nous avons comparé 3 méthodes :

- le filtrage de Kalman avec approximation polynômiale ;

4.4 Comparaison entre les différentes techniques d'estimation d'attitude 101

- l'optimisation sans contrainte avec $val3$;
- l'optimisation avec contraintes ($fmincon$) permettant de réduire le domaine de recherche en utilisant le point précédent et des hypothèses sur la variation maximale des états entre deux instants de mesure.

Les résultats sont donnés dans les tableaux (11) et (12). Pour chaque cas simulé les critères (sur l'accélération $NSUP_{(Acc)}$ et $TSUP_{(Acc)}$ et le quaternion $NSUP_Q$ et $TSUP_Q$) définis au paragraphe 4.3 sont reportés.

Nous pouvons constater que l'on ne peut pas établir de règle ou de limite de fonctionnement pour chacune des méthodes. Néanmoins quelques grandes tendances se dégagent.

Les simulations durent 100s. Nous avons grisé les cases pour lesquelles $NSUP$ (le pourcentage de points estimés avec une erreur supérieure à 10%) est inférieur à 10% : ces simulations correspondent à des cas pour lesquels la majorité des points sont correctement estimés.

Pour le *bruit1*, et les basses fréquences (0.1Hz, 0.2Hz et 0.5Hz) les états sont correctement estimés quelle que soit la méthode utilisée. Au-delà, les résultats sont plus délicats à analyser.

L'analyse de $TSUP$ (caractères gras) montre que pour les fréquences 2Hz, 5Hz et 10Hz, l'estimation diverge systématiquement et rapidement (la plupart du temps avant 1s).

Il faut remarquer que pour $TSUP$, les résultats donnés pour les approches par optimisation sont trompeurs, puisque l'instant du premier décrochage peut apparaître bien avant celui du filtrage de Kalman. En pratique on constate que les états estimés par optimisation «raccrochent» de manière périodique tandis que ceux calculés via le filtrage de Kalman divergent définitivement. Nous avons surligné en vert la méthode (sur les 3) qui donne les meilleurs résultats au sens du critère $TSUP$ ($TSUP$ le plus

4.4 Comparaison entre les différentes techniques d'estimation d'attitude 102

			Fréquence (Hz)						
			0.1	0.2	0.5	1	2	5	10
Bruit 1	NSUP_Q (%)	fmincon	8.75	2.99	7.45	5.7	62.6	70.15	74.85
		kalman	0	0	1.945	87.025	77.77	77.93	77.645
		va13	0.315	0.225	0.165	13.89	14.22	37.56	59.03
	TSUP_Q (s)	fmincon	0.38	3.26	0.065	0.025	0.01	0.01	0.015
		kalman	█	█	0.205	0.08	0.28	0.045	0.01
		va13	22.965	11.475	5.715	0.13	0.06	0.015	0.005
	NSUP_Acc (%)	fmincon	29.9	29.7	29.65	48.35	74.65	82.65	95.2
		kalman	0	0	1.945	87.025	77.77	77.93	77.645
		va13	0.891	0.594	0.396	15.692	15.592	8.9595	12.474
	TSUP_Acc (s)	fmincon	1.495	0.71	0.24	0.045	0.045	0.005	0.005
		kalman	█	█	0.095	0.035	0.235	0.055	0.02
		va13	15.93	7.955	3.935	2.05	1.525	1.005	0.045
Bruit 2	NSUP_Q (%)	fmincon	8.75	8.4	7.45	5.7	48.1	70.05	81.7
		kalman	28.99	0	1.945	87.025	78.03	77.88	77.865
		va13	45.765	23.025	0.165	9.3	14.22	7.53	9.045
	TSUP_Q (s)	fmincon	0.38	0.185	0.065	0.025	0.75	0.01	0.015
		kalman	67.605	█	0.205	0.08	0.28	0.045	0.01
		va13	9.085	0.675	5.715	0.13	0.06	0.015	0.005
	NSUP_Acc (%)	fmincon	29.9	29.7	29.6	49.1	76.7	82.35	95.05
		kalman	28.99	0	1.945	87.025	78.03	77.88	77.865
		va13	52.767	26.581	0.396	10.543	15.592	8.9595	12.474
	TSUP_Acc (s)	fmincon	1.145	0.515	0.16	0.045	0.005	0.005	0.005
		kalman	33.42	0	0.095	0.035	0.235	0.055	0.02
		va13	15.93	7.775	3.935	2.05	1.525	1.005	0.045

TAB. 11. Comparaison optimisation - Kalman (niveaux de bruits 1 et 2)

4.4 Comparaison entre les différentes techniques d'estimation d'attitude 103

Bruit 3	NSUP_Q (%)	fmincon	8.8	8.4	55.75	79.2	54.8	68.4	74.6
		kalman	44.55	39.83	1.94	87.025	77.6	78.37	78.115
		va13	45.99	23.145	5.205	8.58	14.22	7.425	9.015
	TSUP_Q (s)	fmincon	0.38	0.185	3.23	0.825	1.125	0.01	0.015
		kalman	27.61	3.78	0.205	0.08	0.28	0.045	0.01
		va13	16.56	4.535	1.615	0.945	0.06	0.015	0.005
	NSUP_Acc (%)	fmincon	29.95	29.75	24.05	48.75	74.6	82.5	95.25
		kalman	44.55	39.83	1.94	87.025	77.6	78.37	78.115
		va13	53.312	26.878	7.722	9.9	15.592	8.8605	12.474
	TSUP_Acc (s)	fmincon	1.12	0.495	0.155	0.04	0.005	0.005	0.005
		kalman	13.41	1.7	0.095	0.035	0.235	0.055	0.02
		va13	15.885	7.955	4.435	2.09	1.525	1.005	0.045
Bruit 4	NSUP_Q (%)	fmincon	8.8	8.5	60.7	52	53.3	70.1	63.35
		kalman	53.335	78.48	0	87.025	77.655	77.915	78.465
		va13	49.06	23.31	0.24	4.77	7.155	7.335	8.94
	TSUP_Q (s)	fmincon	0.38	0.185	2.76	0.83	1.5	0.01	0.015
		kalman	23.43	3.78	0	0.085	0.28	0.045	0.01
		va13	1.305	4.41	5.71	1.65	0.945	0.015	0.005
	NSUP_Acc (%)	fmincon	34.45	35.45	34.55	47.45	75.1	82.6	95.35
		kalman	53.335	78.48	0	87.025	77.655	77.915	78.465
		va13	44.06	27.027	0.6435	5.4945	7.92	8.7615	12.474
	TSUP_Acc (s)	fmincon	0.08	0.11	0.04	0.005	0.005	0.005	0.005
		kalman	13.42	1.69	0	0.04	0.235	0.055	0.02
		va13	15.555	7.93	3.92	2.085	1.79	1.005	0.045

TAB. 12. Comparaison optimisation - Kalman (niveaux de bruits 3 et 4)

important), autrement dit celle qui «diverge» le moins vite.

De la même manière, nous avons souligné en *jaune* la méthode qui donne le NSUP le plus faible, autrement dit celle qui estime le plus de points correctement sur la durée de la simulation (100s). Pour le *bruit1* (le plus faible) et les fréquences 0.1Hz et 0.2Hz

(les plus faibles), le filtrage de Kalman se comporte parfaitement et donne des résultats supérieurs à *va13* et *fmincon*. Cependant *va13* donne aussi de bons résultats avec NSUP (nombre de points d'erreur supérieure à 10%) compris entre 0.3% et 0.9% dans ces cas. Pour des bruits de niveau supérieur, aucune conclusion n'a pas pu être tirée quant à la technique à utiliser préférentiellement.

4.5 Cas 6DDL : Trois modalités de mesure

4.5.1 Introduction

L'étude précédent nous a montré que le problème à 6DDL ne peut être résolu avec 2 modalités de mesure. On va donc ajouter la modalité de mesure gyrométrique.

Les gyromètres fournissent une information sur l'attitude après integration de leurs mesures. Cependant, étant donné que les mesures des gyromètres sont affectées par ses biais "lentement" variables, l'estimation de l'attitude basée sur les gyromètres diverge lentement de la "vraie" attitude. D'autre part, avec trois accéléromètres et trois magnétomètres montés perpendiculairement et alignés avec les axes ($x; y; z$) du corps rigide, il est possible d'obtenir une information sur l'attitude. En fait, cette dernière affirmation est vraie uniquement lorsque les mouvements du corps sont considérés statiques ou quasi-statiques, car les accéléromètres mesurent alors uniquement le vecteur de la pesanteur. Cependant, dans le cas général, les accéléromètres mesurent également toutes les forces d'inertie, par exemple les vibrations et les accélérations de corps. Physiquement, les accélérations dues au mouvement et à la pesanteur ne sont pas distinguables.

Diverses études ont été menées afin de tenir compte des accélérations de corps. Dans [20], les auteurs étudient le problème de l'estimation de l'attitude dans le cas d'un robot à jambes et une attention particulière est donnée à la présence des accélérations. L'algorithme est une combinaison de deux filtres linéaires de Kalman. Une commutation de l'un à l'autre permet de considérer les phases de "basse" et "haute"

accélération. Si des accélérations "élevées" et "constantes" se produisent, les mesures du gyroscope sont intégrées et il apparaît un biais sur les estimées qui augmente au cours du temps. Le même type de technique est mise en place dans [21] où un filtre étendu modifié de Kalman (EKM) est considéré. En outre, dans [21] le modèle cinématique du robot est pris en compte et des capteurs dirigés vers un objet fixe sont ajoutés.

Beaucoup de travaux récents traitent d'applications spécifiques pour lesquelles le problème d'estimation de l'attitude est résolu grâce à la connaissance supplémentaire de la dynamique du système et de capteurs additionnels. Par exemple, dans [22], un observateur non-linéaire est construit afin d'estimer l'attitude d'un avion PVTOL (planar vertical take-off and landing). Néanmoins, la conception de l'observateur est basée sur l'hypothèse que la position horizontale est disponible, ce qui en soit est un problème complexe, car cette position doit être connue avec précision. Dans [23], les auteurs traitent le problème de l'estimation de l'attitude pour un système VTOL UAV (Vertical Take-Off and Landing Unmanned Aerial Vehicle), ces types de système étant sous-actionnés. Dans [23], le traitement des signaux des accéléromètres pour séparer le champ de gravité des accélérations du corps est basé sur la constatation qu'il n'existe pas de changement du champ de gravité et que l'accélération est par nature transitoire.

Dans cette partie de la thèse, deux approches sont conjointement employées, à savoir un observateur non-linéaire [24] et une technique d'optimisation pour estimer l'attitude. L'observateur non-linéaire proposé permet en outre d'estimer le biais du gyromètre. Cet observateur travaille avec une erreur sur une "pseudo-mesure" du quaternion, cette erreur est obtenue à partir du quaternion calculé via l'équation cinématique et du quaternion fourni par la résolution d'un problème d'optimisation, tel que ceux qu'on a présenté ci-avant. En fait, ce dernier problème est divisé en trois étapes. Tout d'abord, les accélérations de corps sont estimées à partir du quaternion calculé à l'ins-

tant précédent. Puis, l'influence des accélérations de corps est "enlevée" des mesures des accéléromètres. En utilisant les mises à jour des accéléromètres ainsi que les mesures des magnétomètres, un quaternion de pseudo-mesure est estimé via une technique d'optimisation. De cette façon, le quaternion "pseudo-mesuré" est peu sensible aux accélérations de corps. Il faut remarquer qu'aucune hypothèse sur l'amplitude de l'accélération est faite, et qu'aucun procédé de commutation d'un observateur à un autre est nécessaire. Par conséquent, le principal avantage de l'approche proposée dans ce paragraphe par rapport aux autres approches de la littérature est que l'attitude estimée demeure valide même en présence d'accélérations. De même, le biais du gyromètre est estimé en ligne.

4.5.2 Rappels des outils mathématiques utilisés

Rappelons que l'estimation de l'attitude est réalisée en estimant un quaternion unitaire. Le quaternion est composé d'un vecteur unitaire $\vec{u}$ connu sous le nom d'axe d'Euler, et d'une rotation d'angle θ autour de cet axe. Le quaternion q alors est défini par :

$$q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\theta}{2} \\ \vec{u} \sin \frac{\theta}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_0 \\ \vec{q} \end{pmatrix} \in \mathbb{H} \quad (75)$$

où

$$\mathbb{H} = \{q \mid q_0^2 + \vec{q}^T \vec{q} = 1, q = [q_0 \ \vec{q}^T]^T, q_0 \in \mathbb{R}, \vec{q} \in \mathbb{R}^3\} \quad (76)$$

Le quaternion unitaire q permet de représenter la rotation d'un repère système coordonné $N(x_n, y_n, z_n)$ (par exemple le repère "North-East-Down") en un repère $B(x_b, y_b, z_b)$ attaché au centre de gravité du corps rigide.

Si $\vec{r}$ est un vecteur exprimé dans N , alors ses coordonnées dans B sont données par :

$$b = \bar{q} \otimes r \otimes q \quad (77)$$

où $b = [0 \ \vec{b}^T]^T$ et $r = [0 \ \vec{r}^T]^T$ sont les quaternions associés aux vecteurs $\vec{b}$ et $\vec{r}$ respectivement. $\otimes$ représente la multiplication des quaternions et $\bar{q}$ est le quaternion conjugué de q , déjà vu au chapitre 2 :

$$\bar{q} = [q_0 \ -\vec{q}^T]^T \quad (78)$$

La matrice de rotation $M(q)$ correspondant au quaternion d'attitude q , est calculée par la formule de Rodrigues :

$$M(q) = (q_0^2 - \vec{q}^T \vec{q})I_3 + 2(\vec{q}\vec{q}^T - q_0[\vec{q}^\times]) \quad (79)$$

où I_3 est la matrice identité de dimension 3 et :

$$[\xi^\times] = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{pmatrix}^\times = \begin{pmatrix} 0 & -\xi_3 & \xi_2 \\ \xi_3 & 0 & -\xi_1 \\ -\xi_2 & \xi_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (80)$$

De ce fait, les coordonnées du vecteur $\vec{r}$ exprimées dans le repère β sont :

$$\vec{b} = M(q)\vec{r} \quad (81)$$

Notons que le quaternion d'erreur de l'attitude utilisé pour quantifier l'écart entre les deux attitudes q_1 et q_2 est donné par :

$$q_e = q_1 \otimes \bar{q}_2 \quad (82)$$

On note $\vec{\omega} = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$ le vecteur des vitesses angulaires du corps dans le repère B attaché au corps rigide relativement au repère inertiel N , donné dans B . Alors, l'équation cinématique est donnée par :

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{\vec{q}} \end{pmatrix} &= \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -\vec{q}^T \\ I_3 q_0 + [\vec{q}^\times] \end{pmatrix} \vec{\omega} \\ &= \frac{1}{2} \Xi(q) \vec{\omega} \end{aligned} \quad (83)$$

4.5.3 Problème à résoudre

On cherche à estimer l'attitude et l'accélération du corps. On suppose que le système est équipé d'un triaxe accéléromètre, d'un triaxe magnétomètre et de trois gyromètres montés de manière orthogonale.

Les magnétomètres mesurent le champ magnétique dans le repère B . Leurs mesures sont notées $\vec{b}_M$. Les accéléromètres mesurent l'ensemble de toutes les forces inertielles et le champ gravitationnel. Leurs mesures exprimées dans B sont notées $\vec{b}_A$. Les mesures $\vec{\omega}_G$ des gyromètres présentent une bonne stabilité sur une période courte. Néanmoins, elles sont affectées par un biais qui provoque une dérive de la mesure au cours du temps. Donc, le biais du gyromètre doit être estimé en ligne et compensé. On rappelle maintenant les modèles de mesure qui seront utilisés pour cet observateur. Il faut remarquer qu'on utilise ici la matrice $M(q)$ et pas les matrices A_j pour exprimer les mesures fournies par les triaxes accéléromètre et magnétomètre. Ce choix a été fait par souci de compacité des écritures.

Gyromètres

La vitesse angulaire $\vec{\omega} = [\omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3]^T$ est mesurée par les gyromètres, qui sont supposés montés de manière orthogonale. La sortie du gyromètre est perturbée par différents facteurs comme par exemple de biais et du bruit. En l'absence de rotation, le signal de sortie peut être modélisé comme la somme d'un bruit blanc Gaussien et d'une fonction lentement variable. Étant donné qu'une phase d'intégration est implantée dans l'observateur, la moindre dérive de la mesure du gyromètre produira une estimation fautive de l'attitude. Le biais est noté $\mathbf{v}$, il appartient à $\mathbb{R}^3$. Les mesures des gyromètres sont donc modélisées par [25] :

$$\vec{\omega}_G = \vec{\omega} + \vec{v} + \vec{\eta}_G \quad (84)$$

$$\dot{\vec{v}} = -T^{-1}\vec{v} + \vec{\eta}_v \quad (85)$$

où $-T^{-1}$ est une matrice diagonale qui permet de définir la dynamique du biais.

Triaxe accéléromètre

Étant donné que le triaxe accéléromètres est fixé au corps rigide, les mesures sont données dans le repère du corps B . La sortie des accéléromètres peut être décrite par :

$$\vec{b}_A = M(q)(\vec{a} + \vec{g}) + \vec{\eta}_A \quad (86)$$

où $\vec{g} = [0 \ 0 \ g]^T$ et $\vec{a} \in \mathbb{R}^3$ sont le vecteur du champ de gravité et les accélérations inertielles du corps respectivement, toutes les deux données dans le repère fixe N . $g = 9.81 \text{ m/sec}^2$ est la constante gravitationnelle et $\vec{\eta}_A \in \mathbb{R}^3$ est le vecteur des bruits, supposés indépendants blancs et Gaussiens.

Triaxe magnétomètre

Le vecteur du champ magnétique $\vec{h}_M$ mesuré dans le repère fixe N est supposé être $\vec{h}_M = [h_{M_x} \ 0 \ h_{M_z}]^T$. Les mesures du triaxe magnétomètre sont faites dans le repère B mobile. Elle sont modélisées par :

$$\vec{b}_M = M(q)\vec{h}_M + \vec{\eta}_M \quad (87)$$

où $\vec{\eta}_M \in \mathbb{R}^3$ représente la perturbation du champs magnétique. Cette perturbation est supposée être modélisée par des bruits blancs Gaussiens et indépendants.

4.5.4 Observateur non linéaire de l'attitude

L'observateur non linéaire [24] prenant en compte le biais ainsi que la mise à jour de l'erreur est donné par :

$$\dot{\hat{q}}(t) = \frac{1}{2}\Xi(\hat{q}) \left[\vec{\omega}_G - \hat{\vec{v}} + K_1 \vec{\varepsilon} \right] \quad (88)$$

$$\dot{\hat{\vec{v}}} = -T^{-1}\hat{\vec{v}} - K_2 \vec{\varepsilon} \quad (89)$$

où T a été défini dans l'équation (85) et $K_i, i = 1, 2$ sont des paramètres constants, $\hat{q}(t)$ étant la prédiction de l'attitude à l'instant t . Il est obtenu grâce à l'intégration de l'équation cinématique (88) en utilisant la mesure de la vitesse angulaire $\vec{\omega}_G$, le biais estimé $\hat{v}$ et $\vec{\varepsilon} = \vec{q}_e$ qui est la partie vectorielle du quaternion d'erreur q_e . Il ne faut pas oublier que q_e mesure l'écart entre $\hat{q}(t)$ et la pseudo-mesure de l'attitude $q_{ps}(t)$ (90). Dans cette partie du travail, $q_{ps}(t)$ est obtenu à partir des mesures des accéléromètres et magnétomètres par une technique d'optimisation.

En faisant la combinaison de (83), (85) et (88), le modèle de l'erreur est donné par :

$$\dot{q}_e = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \vec{\gamma}^T \\ -\vec{\gamma} & [2\vec{\omega}^\times] + [\vec{\gamma}^\times] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_{e_0} \\ \vec{q}_e \end{pmatrix} \quad (90)$$

$$\dot{\hat{v}} = -T^{-1}\hat{v} + K_2 \vec{\varepsilon} \quad (91)$$

où $\vec{\gamma} = \tilde{v} + K_1 \vec{\varepsilon}$, et $\tilde{v} = \vec{v} - \hat{v}$. Le système (90) - (91) admet deux points d'équilibre ($q_{e_0} = 1, \vec{q}_e = 0, \tilde{v} = 0$) et ($q_{e_0} = -1, \vec{q}_e = 0, \tilde{v} = 0$). Cela est dû au fait que les quaternions q et $-q$ représentent la même attitude. A partir de (75), on obtient :

$$q_{e_0} = 1 \Rightarrow \theta = 0$$

$$q_{e_0} = -1 \Rightarrow \theta = 2\pi \text{ (de manière générale } 2n\pi \text{)}$$

Cela correspond néanmoins à un seul point d'équilibre dans l'espace physique 3D. Pour prouver la convergence de l'observateur, on suppose que :

$$\vec{\eta}_G = \vec{\eta}_v = 0, \quad \hat{q}_{ps}(t) \approx q(t) \quad (92)$$

où $q(t)$ est le "vrai" quaternion d'attitude du corps. Alors, la convergence est garantie si et seulement si :

$$|q_{e_0}| \rightarrow 1, \quad \vec{q}_e \rightarrow 0, \quad \tilde{v} = \vec{v} - \hat{v} \rightarrow 0 \quad (93)$$

Théorème 1 *Considérons les états d'équilibre du système (90)-(91) et soit $\vec{\omega}_G$ la mesure de la vitesse angulaire. Alors, le point d'équilibre ($q_{e_0} = 1, \vec{q}_e = 0, \tilde{v} = 0$) est globalement asymptotiquement stable.*

Preuve 1 Soit la fonction candidate de Lyapunov V , qui est définie positive, sans contraintes, de classe C^2 :

$$V = K_2((1 - q_{e0})^2 + \vec{q}_e^T \vec{q}_e) + \frac{1}{2} \tilde{v}^T \tilde{v} \quad (94)$$

La dérivée de (94), en utilisant (90) et (91), est donnée par :

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -2K_2\dot{q}_{e0} + \tilde{v}^T \dot{\tilde{v}} \\ &= -K_2\tilde{v}^T \vec{q}_e + \tilde{v}^T (-T^{-1}\tilde{v} + K_2\vec{\varepsilon}) \\ &= -K_2(\tilde{v}^T + K_1\vec{\varepsilon}^T)\vec{q}_e - \tilde{v}^T T^{-1}\tilde{v} + K_2\tilde{v}^T \vec{\varepsilon} \end{aligned} \quad (95)$$

Puisque $\vec{\varepsilon} = \vec{q}_e$ et $\tilde{v}^T \vec{q}_e = \vec{q}_e^T \tilde{v}$, l'équation (96) devient :

$$\dot{V} = -K_2K_1\vec{q}_e^T \vec{q}_e - \tilde{v}^T T^{-1}\tilde{v} \leq 0 \quad (96)$$

De ce fait, $\vec{q}_e \rightarrow 0$. Par conséquence, $q_{e0} \rightarrow \pm 1$. Si les conditions initiales du modèle d'erreur du point initial sont loin des deux points d'équilibre, l'erreur convergera asymptotiquement vers le point ($q_{e0} = 1$, $\vec{q}_e = 0$, $\tilde{v} = 0$) où $V = \dot{V} = 0$. En réalité, ce point d'équilibre est un point attracteur tandis que le point ($q_0 = -1$, $\vec{q} = 0$, $\vec{\omega} = 0$) est un point "repoussant". De l'équation (94), il peut être remarqué que si les états sont dans le point repoussant, les états resteront dans ce point pour $t > 0$. Néanmoins, si une petite perturbation Δq_{e0} apparaît (en gardant les conditions $-1 \leq q_0 \leq 1$), elle produira une diminution de la valeur de V , et étant donné que $\dot{V} < 0$ pour tout point (à l'exception des points d'équilibre où $\dot{V} = 0$), on obtient $q_{e0} \rightarrow 1$, ce qui conclut la preuve.

Remarque 1 Dans la pratique, une erreur physique de zéro dans l'attitude (soit $q_e = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$ ou $q_e = [-1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$) est souhaitée dans un temps minimum et avec aussi le minimum d'effort, à partir d'un point initial quelconque. Le point d'équilibre ($q_{e0} = -1$, $\vec{q}_e = 0$, $\tilde{v} = 0$) peut être considéré comme un point d'attraction d'équilibre pour le modèle d'erreur si $\varepsilon = -\vec{q}_e$ est utilisé dans la mise à jour. Alors, en prenant :

$$\dot{\hat{q}}(t) = \frac{1}{2}\Xi(\hat{q}) \left[\vec{\omega}_G - \hat{\tilde{v}} + K_1 \text{sign}(q_0)\vec{\varepsilon} \right] \quad (97)$$

$$\dot{\hat{\tilde{v}}} = -T^{-1}\hat{\tilde{v}} - K_2 \text{sign}(q_0)\vec{\varepsilon} \quad (98)$$

avec $\vec{\varepsilon} = \vec{q}_e$, il est possible d'assurer que la rotation d'angle minimal θ ou $2\pi - \theta$ est choisie. Cela peut être démontré de manière triviale en adaptant la preuve 1.

4.5.5 Détermination du quaternion de "pseudo-mesure"

Le quaternion pris comme pseudo-mesure $q_{ps}(t)$ est calculé à partir des mesures des accéléromètres et des magnétomètres. En fait, les accéléromètres sont sensibles non seulement au champ de gravité mais aussi aux accélérations propres du corps. Dans le cas où les accélérations $\vec{a}$ ne sont pas négligeables, l'attitude calculée en utilisant directement les mesures fournies par les capteurs sans tenir compte du fait qu'elles reflètent aussi les accélérations, est loin du "vrai" vecteur d'attitude. Donc, le problème à résoudre est comparable à celui abordés au paragraphes 4.1 et 4.2 précédents. Ici, on propose une démarche en trois étapes permettant d'estimer q_{ps} après avoir "minimisé" l'influence de l'accélération $\vec{a}$.

En premier lieu, on cherche à estimer les accélérations inertielles à partir des mesures des accéléromètres et du quaternion $\hat{q}(t)$ obtenu à partir de l'équation (88) :

$$\vec{a} = M(\hat{q})^T (\vec{b}_A - M(\hat{q})\vec{g}) \quad (99)$$

Une fois le vecteur $\vec{a}$ estimé, il est "retranché" aux mesures des accéléromètres pour pouvoir utiliser seulement l'information de la projection du champ de gravité dans le repère mobile B . On se ramène ainsi artificiellement à un problème d'estimation de l'attitude quasi-statique. Une deuxième modalité de mesure est nécessaire pour estimer l'attitude. C'est pourquoi le triaxe magnétomètre est utilisé, puisqu'il mesure le champs magnétique terrestre projeté dans le repère mobile B .

Les mesures obtenues par les accéléromètres et magnétomètres sont modélisées par (86) et (87) respectivement. Puis, un quaternion optimal $q_{ps}(t)$ est trouvé à l'aide d'une routine d'optimisation avec contrainte (égalité) en minimisant le critère $f(q)$:

$$q_{ps} = \arg \min_q \left\{ f(q) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n (q^T A_j q - v_{mes}(j))^2 \right\} \quad (100)$$

où $v_{mes} \in \mathbb{R}^n$, $n = 6$, est le vecteur des 6 mesures, avec la contrainte :

$$\sum_{i=0}^3 q_i^2 = 1 \quad (101)$$

La variable obtenue est appelée quaternion de "pseudo-mesure" q_{ps} et les accélérations du corps rigide sont supposées égales à $\hat{a}$ (équation (99)).

On peut prouver que le problème (100) admet deux solutions globales [17], à savoir q_{ps} and $-q_{ps}$. En fait q_{ps} et $-q_{ps}$ donnent la même orientation dans $\mathbb{R}^3$ de l'objet, ce qui lève toute ambiguïté quant à l'attitude de l'objet. La routine d'optimisation est initialisée avec $\hat{q}(t)$ qui a été estimé à l'instant d'échantillonnage précédent. Un choix adapté de la période d'échantillonnage permet de garantir que le quaternion obtenu en résolvant l'équation (100) est toujours proche de $\hat{q}(t)$.

Le schéma décrivant l'estimateur complet ($\hat{q}$, $\vec{a}$, $\hat{v}$) est donné la figure 46. L'algorithme dans la partie basse du schéma cherche à estimer le "meilleur" quaternion qui relie les mesures du champ de gravité et du champ magnétique mesurées dans le repère B attaché au corps rigide. Ce quaternion de pseudo-mesure $q_{ps}(t)$ est comparé à $\hat{q}(t)$ obtenu par intégration de l'équation cinématique (97), afin de calculer l'erreur $\vec{\epsilon}$.

4.5.6 Mise en œuvre, application sur des données simulées et réelles

La méthodologie proposée pour l'estimation de l'attitude et des accélérations a été implantée et testée avec des données simulées et réelles, l'objectif étant de valider l'algorithme.

Données Simulées

Afin de valider les performances de l'algorithme d'estimation, plusieurs situations ont été simulées. On commente maintenant le résultat de l'un de ces cas. D'autres cas

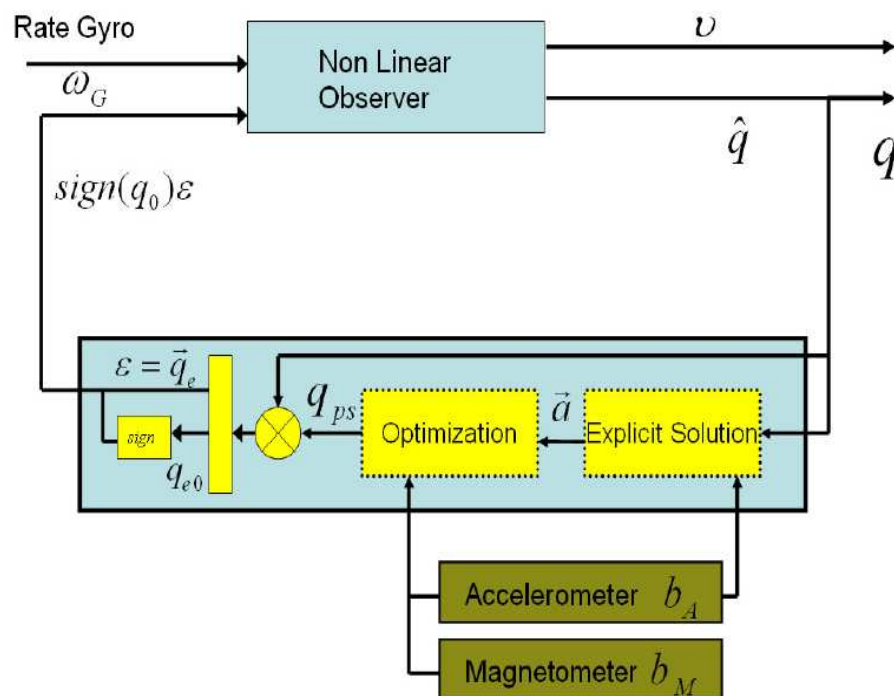


FIG. 46. Schéma décrivant l'estimation de l'attitude et des accélérations

sont donnés dans l'annexe B.

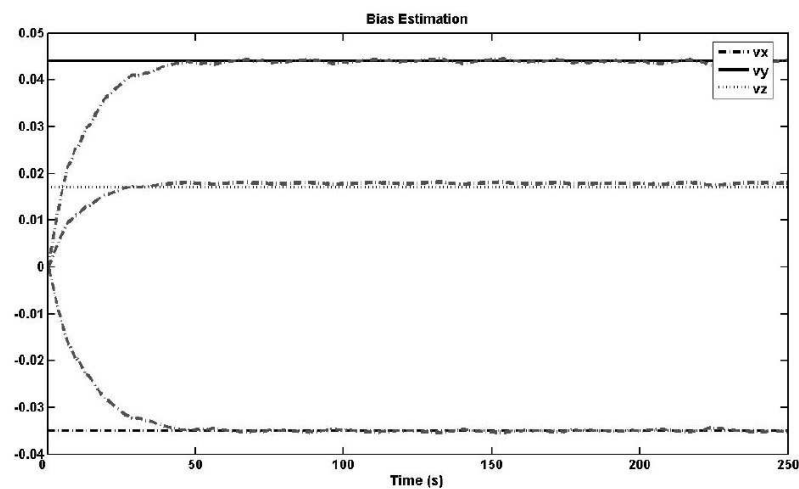


FIG. 47. Biais constant estimé

L'accélération $\vec{a}$ est montrée sur la figure 49. Comme on peut l'observer, on a choisi de simuler des accélérations en échelons ainsi que des accélérations périodiques.

Il est évident que $\vec{a}$ n'est plus négligeable et qu'on n'est donc pas dans le cas d'un mouvement quasi-statique. On montre dans la figure 48 l'attitude exprimée à l'aide des angles d'Euler car leur interprétation est plus intuitive que celle de la représentation de l'attitude via le quaternion même si le calcul est réalisé avec le quaternion. Le mouvement simulé présente des changements abrupts. Le biais du gyromètre a été choisi égal à $\vec{v} = [-0.38 \ 0.45 \ 0.18]^T$ et la figure 47 montre son estimation $\hat{\vec{v}}$. On constate donc que les états estimés convergent bien vers leurs valeurs théoriques (cf. figures 47 à 49).

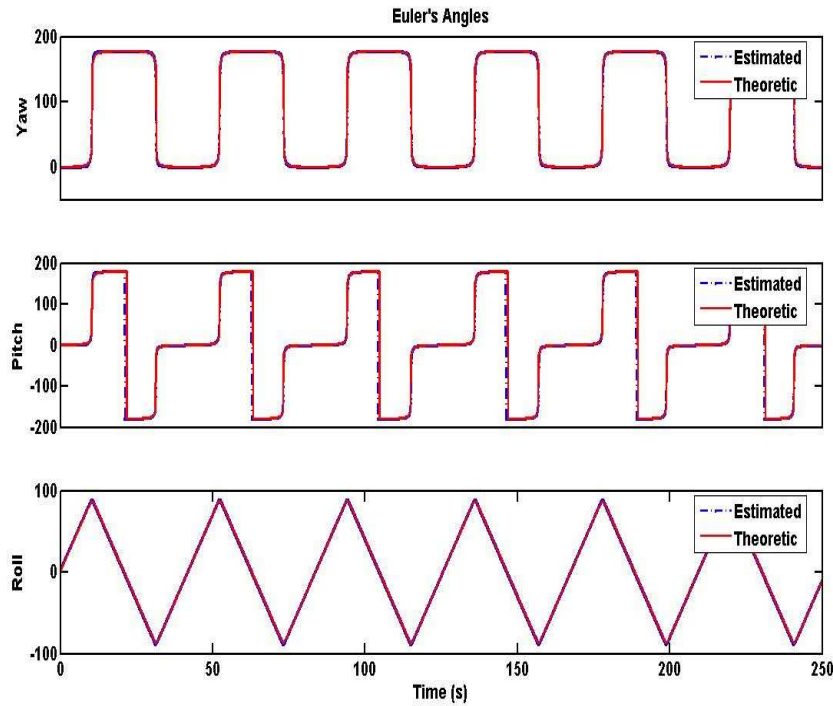


FIG. 48. Comparaison des angles d'Euler simulés et estimés

Données Réelles

Pour cette partie de la validation, une centrale d'attitude commerciale (UCM) a été utilisée [26] afin de disposer des trois modalités de mesure décrites dans la section 4.5.3. Cette centrale d'attitude donne en outre les angles d'Euler. Ici encore l'estima-

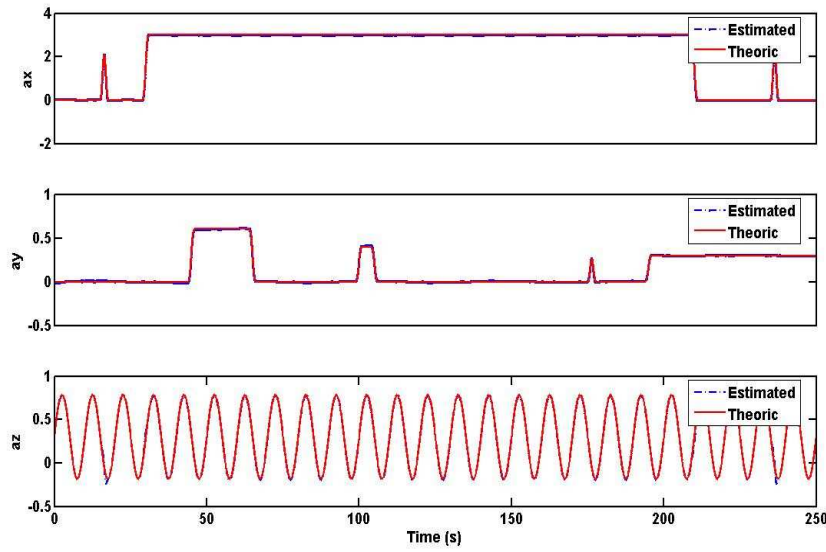


FIG. 49. Accélération Estimée et Accélération simulées

tion de l'attitude est faite en utilisant le quaternion unitaire, alors que, pour des raisons de comparaison, on a converti le quaternion en angles d'Euler.

Pendant cette partie du travail, l'UCM est placée dans une voiture¹. Les angles d'Euler fournis par l'UCM (nommés UCM-Angles) ainsi que les 9 mesures sont enregistrés. Les UCM-Angles sont comparés aux angles obtenus par transformation du quaternion d'attitude estimé par la méthodologie proposée (nommés q-Angles). La trajectoire de la voiture est composée de mouvements rectilignes et circulaires (voir figure 50). Comme on peut l'observer dans les figures 51 et 52, les états obtenus par l'algorithme de la figure 46 convergent vers les valeurs attendues. Les angles de tangage et de roulis restent à peu près constants, ce qui est cohérent avec les mouvements faits. Il faut remarquer que la comparaison entre les UCM-Angles et les q-Angles est difficile car l'UCM ne peut pas être considérée comme un étalon de la mesure de l'attitude. En fait, aucune information sur l'algorithme interne à l'UCM n'est disponible. De même, l'UCM ne fournit pas directement les accélérations du véhicule. Cepen-

¹Cette application a permis de montrer que la procédure développée peut être utilisée dans des configurations totalement différentes de la capture de mouvement humain

dant, à titre de comparaison, les accélérations sont calculées à partir de la matrice de rotation (données par les UCM-Angles) et du vecteur de gravité $\vec{g}$. Dans la figure 52, les accélérations sont données dans le repère fixe N . Comme on pouvait s'y attendre, la composante de $\vec{a}$ suivant l'axe z_n est proche de zéro. De plus, la composant de $\vec{a}$ au long de l'axe x_n paraît saturée, ce qui n'est pas cohérent avec le mouvement circulaire réalisé. L'accélération estimée avec l'observateur semble quant à elle réaliste sans qu'on puisse juger de sa qualité.

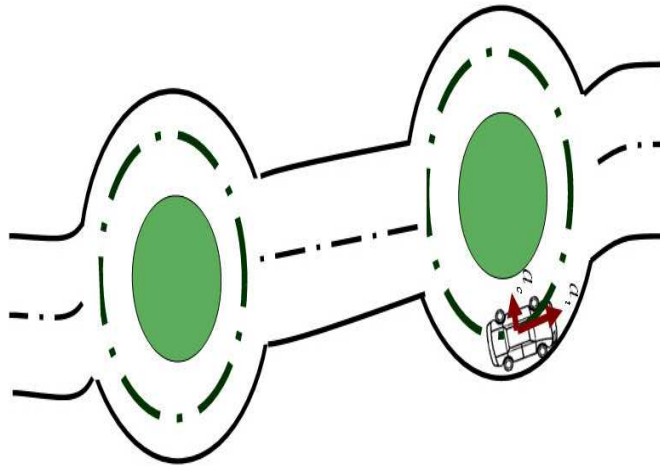


FIG. 50. Description de la trajectoire

Conclusion sur le cas à trois modalités de mesure

Dans cette partie du travail, une nouvelle méthodologie d'estimation de l'attitude et des accélérations d'un solide est proposée. La centrale d'attitude contient 9 capteurs, à savoir, un triaxe accéléromètre, un triaxe magnétomètre et trois gyromètres. Un observateur non linéaire est proposé et sa convergence est prouvée. Un quaternion considéré comme "pseudo-mesure" est obtenu à partir des mesures des accéléromètres et magnétomètres en utilisant une méthode d'optimisation avec contraintes. Il faut remarquer que l'influence des accélérations du corps est enlevée des mesures du triaxe

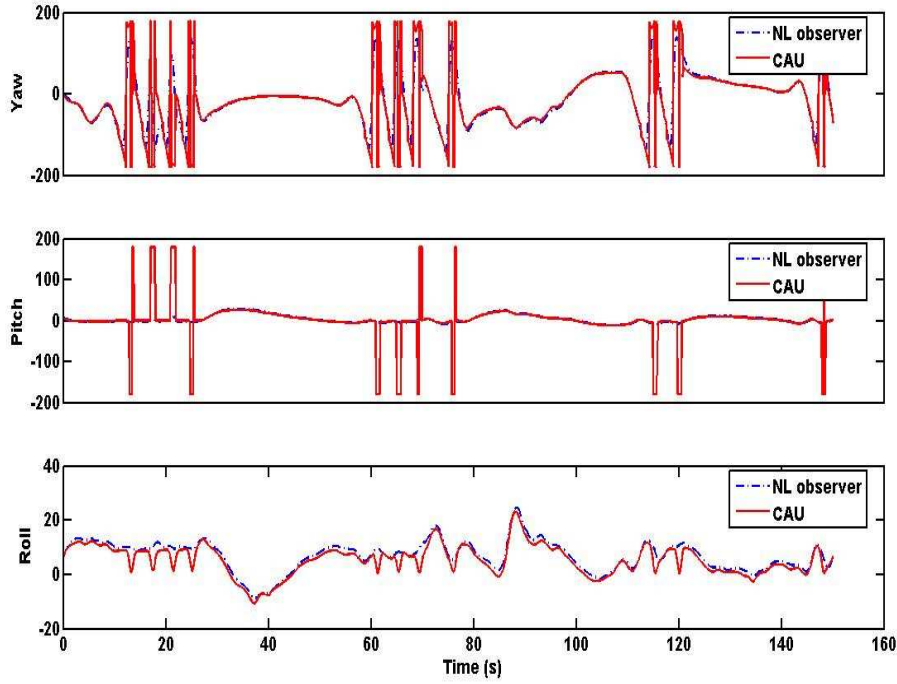


FIG. 51. Angles d'Euler estimés pour le mouvement effectué

accéléromètre avant l'obtention de la pseudo-mesure. Ainsi, le quaternion de pseudo-mesure dépend peu des valeurs des accélérations. En outre, l'hypothèse classique " $\vec{a}$ faible" n'est plus nécessaire. Ainsi, la solution proposée ne nécessite pas l'implantation de deux observateurs et le basculement de l'un à l'autre au cours du temps.

L'observateur non linéaire implanté avec le calcul de la pseudo-mesure a été testé et validé avec données simulées et réelles. Les résultats trouvés sont encourageants car l'erreur est faible et le coût calcul est peu important, ce qui a permis d'implanter une version temps réel de l'algorithme d'estimation conjoint de l'attitude et de l'accélération.

4.6 Conclusion

Dans ce chapitre, on a montré le travail effectué lorsqu'on utilise une seule centrale d'attitude composée d'une configuration minimale à savoir, un triaxe

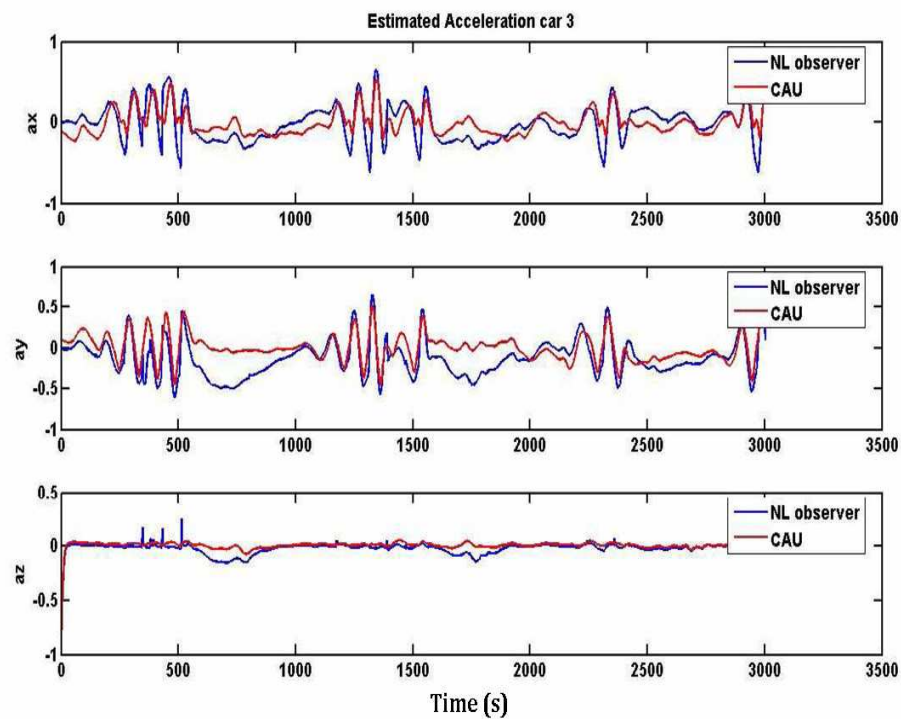


FIG. 52. Accélération estimée pour le mouvement réalisé

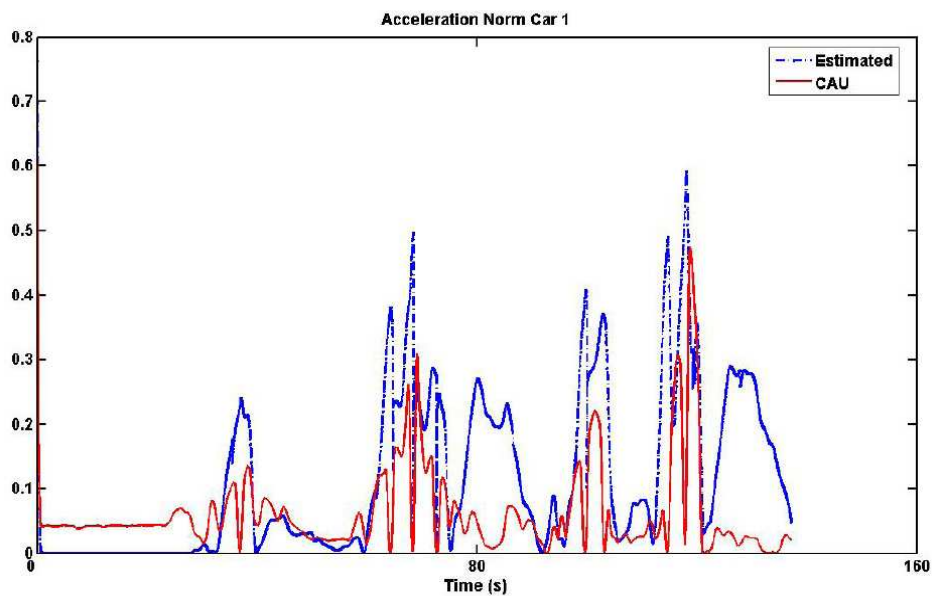


FIG. 53. Norme de l'accélération pour le mouvement réalisé par la voiture

magnétomètre et un triaxe accéléromètre, développée au sein du CEA-LETI. Plusieurs cas ont été traités afin d'estimer le quaternion d'attitude et les accélérations d'un corps

rigide selon un cahier de charges validé par une étude bibliographique. On a réalisé aussi une étude de faisabilité et on propose des stratégies permettant d'atteindre le but décrit ci-avant.

Dans la première partie du chapitre, le cas dynamique, nommé *6DDL*, est abordé, les accélérations du corps ne sont pas négligeables. L'utilisation d'un algorithme d'optimisation du type quasi-Newton est proposée. Afin de valider la démarche proposée, nous avons réalisé une grande quantité d'essais. On a montré, qu'à *6DDL*, pour une même mesure, on a un continuum de solutions. Ce résultat était prévisible car on cherchait à estimer six paramètres en fusionnant six mesures. On a ensuite envisagé des adaptations de cette approche. Ainsi, on s'est intéressé à un critère pondéré qui tienne compte de l'évolution passée des états et pondère l'information issues des capteurs. Pour la prédiction $\hat{x}$ ($x \in \mathbb{R}^7$), plusieurs modèles (à savoir, droite, paraboles et spline) ont été testés. Or, même si l'on observe une amélioration des résultats, le choix du modèle ainsi que du nombre de points nécessaires pour l'estimation de $\hat{x}$ est difficile et fondamental pour améliorer les résultats. De même, plusieurs heuristiques cherchant à diminuer le nombre de variables à optimiser en même temps ont été envisagées. Une première proposition était d'estimer $q \in \mathbb{R}^4$, les accélérations $a \in \mathbb{R}^3$ étant supposées constantes et égales à l'accélération à l'instant d'échantillonnage précédent. Ensuite on estimait les accélérations (q supposé constant) et à nouveau une estimation de q . Une autre tentative était d'estimer $x \in \mathbb{R}^6$, une accélération étant prise comme constante et égale à l'accélération à l'instant d'échantillonnage précédent, puis on estimait cette accélération et enfin l'ensemble x . Pour ces deux heuristiques, les résultats obtenus sont améliorés mais le temps nécessaire pour effectuer l'ensemble des étapes (3 optimisations) rend son implémentation en temps réel irréaliste. En outre, le problème du continuum de solution pour le cas à *6DDL* n'est pas levé.

Néanmoins, les différentes approches faites ont permis de proposer des algo-

rithmes lorsqu'on diminue le nombre de variables à estimer. En particulier, dans le paragraphe 4.2, le problème est dégradé au cas *5DDL*. Dans ce cas, une des accélérations est supposée connue (pas nécessairement nulle). On sait que dans ce cas, les solutions du problème sont au nombre de 2. Ces solutions correspondent à un critère du même ordre de grandeur rendant impossible le choix de la "bonne" solution. Cela signifie qu'il existe plusieurs états du système produisant les mêmes mesures et que le problème n'est pas inversible. Remarquons que si l'état initial est connu, il est possible, avec des variations lentes et peu de bruit, de suivre l'évolution des états (en initialisant l'optimisation avec le résultat trouvé à l'instant d'échantillonnage précédent).

Finalement, dans le paragraphe 4.5, on a traité l'estimation de l'attitude et des accélérations par fusion de données issues d'un triaxe magnétomètre, d'un triaxe accéléromètre et de trois gyromètres afin de pouvoir résoudre le cas dynamique *6DDL*. En effet, les expériences passées montrent que la résolution d'un tel problème passe par l'ajout d'une modalité de mesure. Un observateur non linéaire est proposé et on démontre sa convergence. L'estimation d'un quaternion de "pseudo-mesure" est faite à partir de la fusion des données des triaxes magnétomètre et accéléromètre en utilisant une variation de la routine d'optimisation utilisée précédemment au cas à *3DDL* (estimation de l'attitude). L'influence des accélérations du corps est enlevée des mesures afin d'obtenir un quaternion qui ne soit pas trop perturbé par les accélérations. La comparaison avec une centrale d'attitude du commerce est délicate car on ignore les algorithmes qui sont implantés dans cette centrale d'attitude. Néanmoins, les résultats obtenus sont satisfaisants et cohérents avec les mouvements simulés ou réalisés.

Dans tous les cas traités, les différentes approches ont été testées et validées avec des données simulées et réelles, afin de vérifier la cohérence entre le quaternion d'attitude et des accélérations estimées et les états simulés ou de référence.

Liste des Références

- [1] M. Shuster, *A survey of attitude representations*. Journal of the Astronautical Sciences (ISSN 0021-9142), vol. 41, no. 4, p. 439-517, 1993.
- [2] G. Whaba, *A Least Squares Estimate of Spacecraft Attitude*. SIAM Review, 1965.
- [3] D. Choukroun, *Novel methods for attitude determination using vector observations*. Israel Institute of Technology, Haifa, Israel, Thesis, 2003.
- [4] E. Lefferts, F. Markley, and M. Shuster, *Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation*. Orlando, FL : American Institute of Aeronautics and Astronautics, Aerospace Sciences Meeting, 20th, 17 p, Jan 11-14, 1982.
- [5] F. Markley, *Attitude Error Representations for Kalman Filtering*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 0731-5090 vol.26 no.2 (311-317), 2003.
- [6] M. F.L., Crassidis, J.L., and Y. Cheng, *Nonlinear Attitude Filtering Methods*. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2005.
- [7] S. Salcudean, *A globally convergent velocity observer for rigid body motion*. IEEE Transactions on Automatic Control, Volume : 36, Issue : 12, p. : 1493-1497, Dec 1991.
- [8] B. Vik and T. Fossen, *An Nonlinear Observer for GPS and INS Integration*. Orlando, FL, USA : 40th IEEE Conference on Decision and Control, p. : 2956-2961 vol.3, 2001.
- [9] J. Thienel and R. Sanner, *A coupled nonlinear spacecraft attitude controller and observer with an unknown constant gyro bias and gyro noise*. IEEE Transactions on Automatic Control, Volume : 48, Issue : 11, On pages : 2011- 2015, Nov. 2003.
- [10] S. Beeby, Ensell, G., Kraft, M., and W. N., *MEMS Mechanical Sensors*. Artech House, Inc., 2004.
- [11] L. Chai, *An Adaptive Estimator for Registration in Augmented Reality*. San Francisco, CA (USA) : Second IEEE and ACM Int'l Workshop on Augmented Reality (IWAR), Oct 23-32, 1999.
- [12] L. V. Fernando Warner Dasilva, *An Architecture for Motion Capture Based Animation*. Brazilian Symposium of Computer Graphics and Image Processing, n SIBGRAPI, October 1997.
- [13] S. Lesecq, *Capture de mouvement : Délivrable D2 Contrat Industriel LETI/LAG Formulation Quaternions et observabilité du problème*. Grenoble : Confidentiel, LAG-INPG, 2003.
- [14] C. Bassompierre, *Capture de mouvement, DEA INPG*. Grenoble : Confidentiel, INPG, 2003.
- [15] E. B. Jeroen B.J. Smeets, *Independent control of the digits predicts an apparent hierarchy of visuo motor channels in grasping*. Organisation for Scientific Research (NWO) : Organisation for Scientific Research (NWO), June 2002.

- [16] J. G. Hale and F. E. Pollick, *Playing Sticky Hands With A Humanoid Robot*. USA : Rapport University of Glasgow, USA, 2002.
- [17] S. Lesecq and A. Barraud, *Dispositif de mesure de mouvement*. Grenoble, France : Confidentiel, Capture de mouvement : Bilan des travaux réalisés durant la période octobre 2004-juin 2005, 2005.
- [18] Y. Caritu, *Cahier des charges étude LAG*. France : LETI, Février 2003.
- [19] C. Godin, *Spécification des comparaisons de méthodes d'optimisation et de filtrage de Kalman pour la centrale d'attitude à 6 capteurs*. France : Rapport CEA-LETI, confidentiel, 2005.
- [20] R. H. and X. Hu, *Drift-free attitude estimation for accelerated rigid bodies*. Automatica, 2004.
- [21] S. P. Singh and J. Kenneth, *Attitude Estimation for Dynamic Legged Locomotion Using Range and Inertial Sensors*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'05, 2005.
- [22] A. Sanchez, I. Fantoni, R. Lozano, and J. De Leon Morales, *Nonlinear estimation of the pvtol aircraft attitude*. Oaxaca, Mexico : 2nd IFAC Symposium on System, Structure and Control, 2004.
- [23] R. Mahony, T. Hamel, and J. Pflimlin, *Complementary filter design on the special orthogonal group $SO(3)$* . Barcelona, Spain : 44th IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference, CDC'05 and ECC'05, 2005.
- [24] J. Guerrero-Castellanos, S. Lesecq, M. Marchand, and J. Delamare, *Estimación de la Orientación : aplicación a un mini-helicóptero con cuatro rotores*. México D.F., México : Congreso Nacional de Control Automático 2006, UNAM, Pages : 1-6, Octubre, 18 - 20, 2006.
- [25] R. Brown and P. Hwang, *Introduction to Random Signal and Applied Kalman Filtering*. Wiley, New York, 1997.
- [26] Microstrain, *Tracking system microstrain*. www.microstrain.com/products.aspx, 2006.

CHAPITRE 5

Cas de plusieurs centrales d'attitude

5.1 Cas de deux centrales d'attitude

5.1.1 Introduction

Dans cette partie de la thèse, on s'est intéressé au cas de plusieurs centrales d'attitude utilisées pour l'estimation des accélérations et de l'attitude dans le cas d'une chaîne articulée. On suppose que les liaisons sont de type rotule. Nous avons testé les techniques développées au chapitre 4 dans le cadre de la capture de mouvement d'un bras ou d'une jambe en ajoutant des hypothèses sur les accélérations à différents points du bras.

Pour cela, il nous a fallu étudier d'abord des robots d'architecture parallèle à forts débattements angulaires. Nous nous sommes concentré sur les robots dits "légers" c'est-à-dire dont tous les actionneurs sont solidaires au bâti en vue de limiter les masses en mouvement, ce qui offre des performances dynamiques supérieures aux autres robots [1]. Bien que les outils développés soient valables pour tous les types de robots parallèles, nous nous sommes basés exclusivement sur des robots avec des articulations modélisées par des liaisons rotules ou pivots. Dans l'étude de bibliographie que l'on a fait sur les robots, on s'est rendu compte que les modèles géométriques directs (MGD) sont difficiles à déterminer [1], [2]. En effet, comme pour les humains, il existe un fort couplage entre le mouvement des différentes chaînes cinématiques. En conséquence, une trajectoire simple demande souvent une action parfaitement coordonnée de l'ensemble des organes de commande.

Dans ce chapitre, on présente les résultats obtenus pour l'estimation de l'attitude d'une chaîne articulée lorsque deux ou trois centrales d'attitude sont utilisées.

On peut trouver des boîtes à outils Matlab dédiées à la simulation des robots articulés. En particulier, la "Robotic Toolbox" possède un modèle du robot PUMA

560 (voir figure 54).

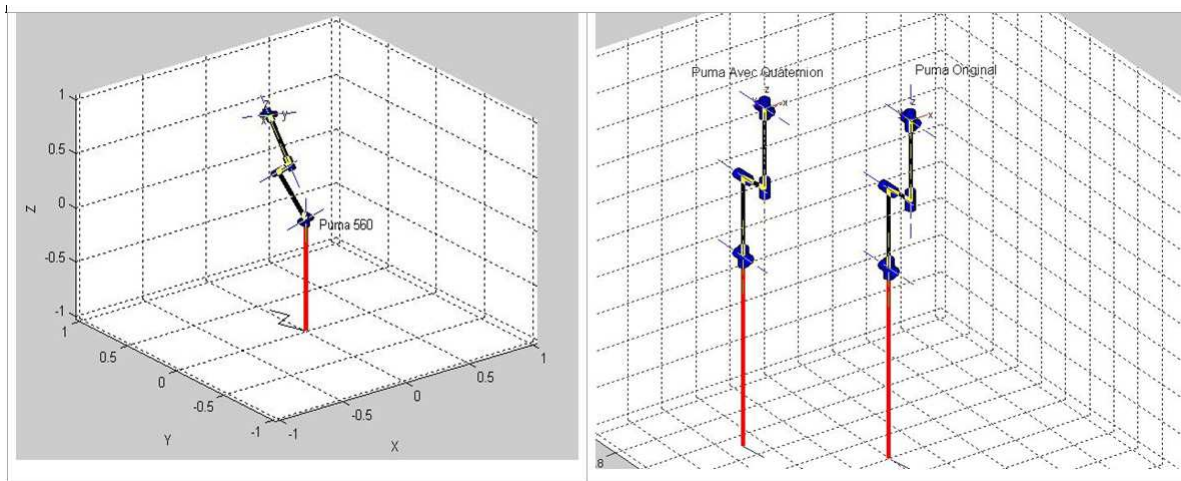


FIG. 54. Robot Puma 560

Pour pouvoir simuler le mouvement d'un bras ou d'une jambe avec cette boîte à outils, il faut modifier le modèle du robot de manière à pouvoir modéliser des liaisons rotule (3R). Il faut aussi modifier les largeurs des segments et les matrices d'inertie. Ce point est difficile, puisqu'on ne dispose pas de connaissances sur les valeurs réalistes qu'il faudrait choisir pour ces moments d'inertie ou bien encore sur les couples à appliquer. Cela demanderait une analyse bibliographique complète de manière à adapter le modèle du robot PUMA à un humain, travail qui n'a pas été réalisé dans cette thèse.

5.1.2 Notations et hypothèses

Le bras et la jambe peuvent être modélisés par des segments rigides et des liaisons type rotule. Leur modélisation est en outre plus simple que celle d'autres parties du corps telles que par exemple, la main ou l'épaule. Dans la suite de ce chapitre, on prendra pour notations celles données dans la figure 55. Sur le schéma, on voit apparaître :

- ℓ_{EN} , la distance existant entre le centre de rotation de la liaison rotule et la position de la minicentrale d'attitude ;

- ℓ_n , la distance entre la position de la minicentrale et l'extrémité du segment ;
- C_n minicentrales (triaxe magnétomètre + triaxe accéléromètre) qui fournissent les accélérations (gravitationnelle et propre) et le champ magnétique. Ainsi, les mesures délivrées par C_1 dans le repère lié au segment sont : $mes_n = [a_x \ a_y \ a_z \ b_x \ b_y \ b_z]^T$.

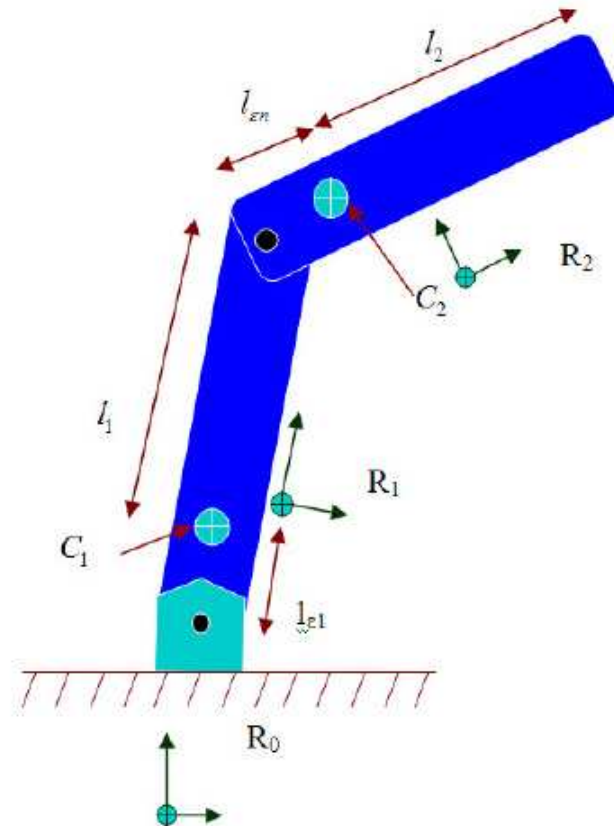


FIG. 55. Bras Articulé avec 2 segments

On s'intéresse à des liaisons rotules (3R). Les limitations en rotation sont rappelées pour chaque articulation dans le tableau 13 [3].

Pour cette partie du travail, on cherche à estimer l'attitude des différents segments à partir des mesures fournies par le triaxe accéléromètre et le triaxe magnétomètre et en faisant des hypothèses sur l'accélération de manière à diminuer le nombre d'inconnues. On souhaite en fait se ramener si possible à un cas 3DDL (accélération connue). Dans

Macro Segment	Nom	Angles et débattement en °
Bras	Épaule	$\theta = -30 : 135$ $\varphi = -25 : 160$ $\psi = -35 : 95$
	Coude	$\varphi = 0 : 150$ $\psi = -85 : 80$
Main	Poignet	$\theta = -40 : 15$ $\varphi = -70 : 80$

TAB. 13. Résumé de la Structure Arborescente des Segments Corporels

un premier temps, on travaille avec la paramétrisation sphérique (paragraphe 4.2) du quaternion, puis avec le quaternion unitaire (avec contrainte égalité, définition (6)). On utilisera donc respectivement, $va13$ et $fmincon$. La fonction à optimiser au niveau de chaque centrale reste toujours la même, à savoir :

$$f(x) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^6 (q^T A_j q - v_{mes}(j))^2 \quad (102)$$

mais cette fois-ci, x correspond uniquement à l'attitude.

$$x = [q_0 \quad q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T \quad (103)$$

L'accélération au niveau de l'articulation i est calculée par :

$$\vec{a}_i = \vec{w}_i \wedge (\vec{w}_i \wedge \vec{\ell}_i) + \vec{w}_i \wedge \vec{\ell}_i + \vec{a}_{i-1} \quad (104)$$

L'accélération au niveau de la centrale C_i est donnée par :

$$\vec{a}_{Ci} = \vec{a}_{i-1} + \vec{w}_i \wedge (\vec{w}_i \wedge \vec{\ell}_i) + \vec{w}_i \wedge \vec{\ell}_i + \vec{a}_{i-1} \quad (105)$$

où i est le numéro de l'articulation et $j = \varepsilon_i$ lorsque l'accélération est calculée au niveau de la centrale ou bien $j = i$ si l'accélération est calculée à l'extrémité du segment. Les accélérations sont supposées connues ou bien estimées à l'aide de l'équation (104).

Pour la centrale d'attitude la plus proche du point de rotation de R_0 , l'accélération est supposée nulle car $\vec{\ell}_{\varepsilon 1} \approx 0 \Rightarrow \vec{a}_1 = \vec{0}$

Pour la deuxième minicentrale d'attitude, on suppose que l'accélération est égale à celle de l'extrémité du premier segment, obtenue avec :

$$\vec{a}_1 = \vec{w}_1 \wedge (\vec{w}_1 \wedge \vec{\ell}_1) + \vec{w}_1 \wedge \vec{\ell}_1 \quad (106)$$

En outre, on prend $\vec{\ell}_{\varepsilon 2} \approx 0 \Rightarrow \vec{a}_{C2} = \vec{a}_1$, avec $\vec{a}_{C2}$ l'accélération au niveau de la centrale C_2

5.1.3 Méthode de résolution

Comme on l'a indiqué dans les paragraphes précédents, une grande quantité d'essais avec différentes dynamiques a été effectuée afin de vérifier la validité des hypothèses faites et de la technique implantée. On a déjà indiqué que les six mesures disponibles ne permettent pas de résoudre le problème (à 6DDL) d'estimation de l'attitude et des accélérations. On s'est donc intéressé au problème à 5DDL, en utilisant un critère défini en fonction du quaternion q et de deux accélérations.

Ici encore, le critère a été écrit avec une paramétrisation sphérique du quaternion (quaternion normalisé) ou bien la prise en compte de la contrainte égalité $\|q\|_2 = 1$.

Lorsqu'on traite un problème à 6DDL ou à 5DDL au niveau de chaque centrale de mesure, on aboutit, comme on pouvait s'y attendre, à des conclusions similaires à celle du chapitre 4 :

1. on a un continuum de solutions dans le cas 6DDL ;
2. on a deux solutions différentes (non symétriques) pour le problème à 5DDL.

Pour des mouvements lents (dynamiques inférieures à 5Hz), on obtient des résultats proches des attitudes simulées.

Néanmoins, comme on pouvait s'y attendre, dans les autres cas, la convergence ne peut pas être garantie, et ce de manière non contrôlée.

Pour toutes ces raisons, on a envisagé de " dégrader " encore notre système pour envisager une démarche *3DDL* avec les considérations sur les accélérations déjà décrites ci-avant. Cela oblige à prédire le comportement de l'accélération au point d'attache de la minicentrale d'attitude, d'où les hypothèses que l'on vient de présenter pour les accélérations.

5.1.4 Estimation de l'orientation de la première centrale d'attitude

Pour la première minicentrale, on détermine le quaternion par minimisation de l'équation (102), en supposant que :

$$l_{\varepsilon 1} = 0 \Rightarrow \quad \vec{a}_1 = \vec{0} \quad (107)$$

A partir des mesures $mes_1 = [a_x \ a_y \ a_z \ b_x \ b_y \ b_z]$ fournies par le triaxe accéléromètre et le triaxe magnétomètre de la première minicentrale attachée au premier segment, on obtient q_1 . En résumé, pour C_1 , le quaternion q_1 est obtenu suivant la figure 56 sur laquelle sont résumées les hypothèses de travail.

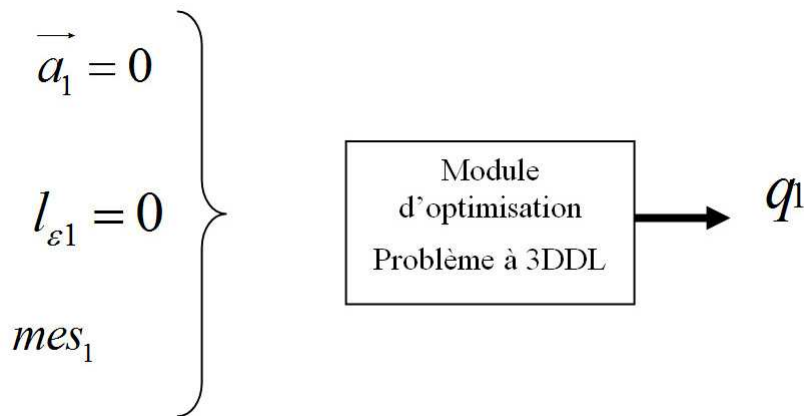


FIG. 56. Obtention de q_1

5.1.5 Estimation de l'accélération au niveau de la deuxième centrale d'attitude

Pour obtenir le quaternion correspondant à la deuxième centrale d'attitude, on doit passer par une étape d'estimation numérique de certaines grandeurs, ce qui est la conséquence des hypothèses retenues.

Puisqu'on suppose que l'accélération est donnée par (104), on doit calculer la vitesse angulaire ω en estimant $\dot{q}$ et $\dot{\omega}$ [4] :

$$\vec{\omega} = 2Q\dot{q} \quad (108)$$

avec

$$Q = \begin{bmatrix} -q_1 & -q_2 & -q_3 \\ q_0 & -q_3 & q_2 \\ q_3 & q_0 & -q_1 \\ -q_2 & q_1 & q_0 \end{bmatrix} \quad (109)$$

Les calculs de $\dot{q}$ et de l'accélération angulaire $\dot{\omega}$ à l'instant k sont donnés par une différence finie sur des données filtrées :

$$\dot{q} = \frac{q_{k-1} - q_k}{Te} \quad (110)$$

$$\vec{\dot{\omega}} = \frac{\vec{\omega}_{k-1} - \vec{\omega}_k}{Te} \quad (111)$$

où Te est la période d'échantillonnage donnée en secondes.

On montre ici le résultat de l'un des tests réalisés pour valider les hypothèses ci-avant. On a choisi :

$$\theta = \sin(2\pi T_e k) \text{ avec } k = 1 : 1 : 500 \quad Te = 1/200s$$

$$\vec{u} = [0 \quad 0 \quad 1]^T$$

On obtient les résultats de la figure 57. A gauche on représente le comportement de ω simulée et ω calculée. On trace à droite l'écart existant entre ω simulée et de ω calculée. On peut observer que l'écart entre les vitesses angulaires simulées et estimées est négligeable (de l'ordre de 10^{-15}). L'accélération à l'extrémité de la première liaison rigide sera donnée par l'équation (104), avec $l_{e2 \approx 0}$ et l'équation (105) :

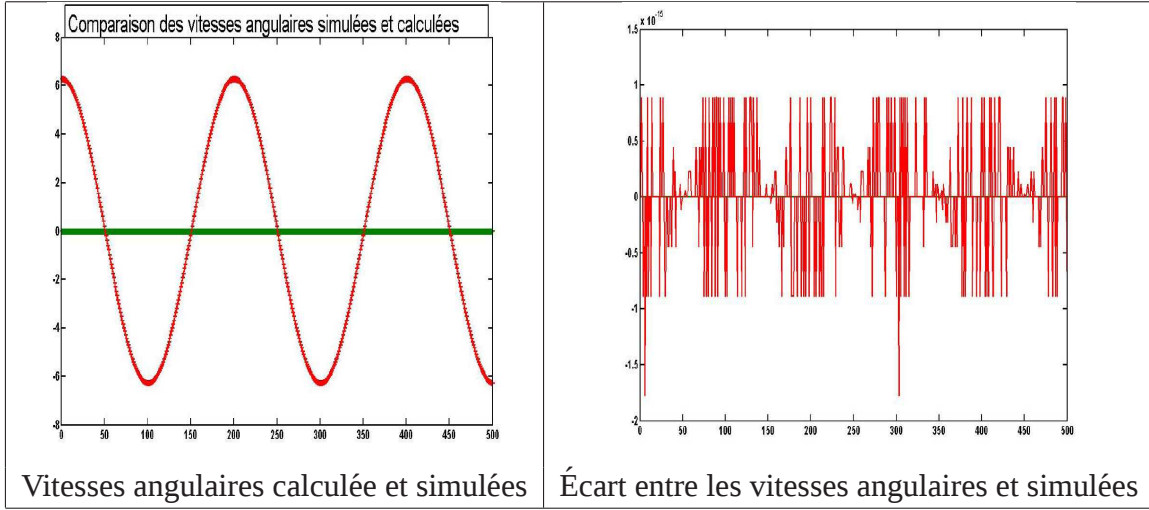
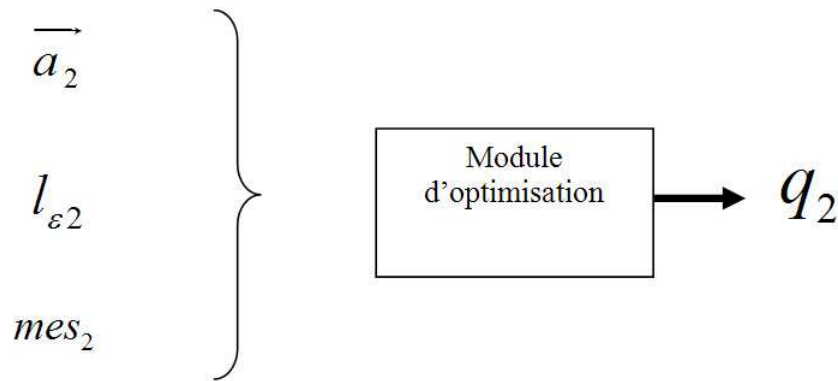


FIG. 57.

$$\vec{a}_{C2} \approx \vec{a}_1 = w_{1est} \wedge (w_{1est} \wedge \vec{\ell}_1) + w_{1est} \wedge \vec{\ell}_1 \quad (112)$$

5.1.6 Estimation de l'orientation de la deuxième centrale par optimisation

Une fois l'accélération $\vec{a}_{C2}$ estimée, on peut maintenant déterminer le quaternion de la deuxième minicentrale d'attitude. Ainsi, on peut calculer q_2 par optimisation (102) en se ramenant à un problème à 3DDL. Le quaternion q_2 est donc obtenu à partir des mesures et hypothèses résumées sur la figure 58.

FIG. 58. Obtention de q_2

5.1.7 Résultats obtenus avec des données simulées

Un module de calcul indépendant et générique a été développé sous Matlab de manière à pouvoir exploiter notre démarche pour un système ayant plus de deux segments. Pour $n = 2$, le module de génération des données est appelé par :

$$[mes_1, mes_2] = simul(\theta_1, \vec{u}_1, \theta_2, \vec{u}_2);$$

Il calcule les mesures en fonction des angles θ_i et des vecteurs $\vec{u}_i$ avec $i = 1$ ou 2 qui définissent les quaternions q (voir Figure 59).

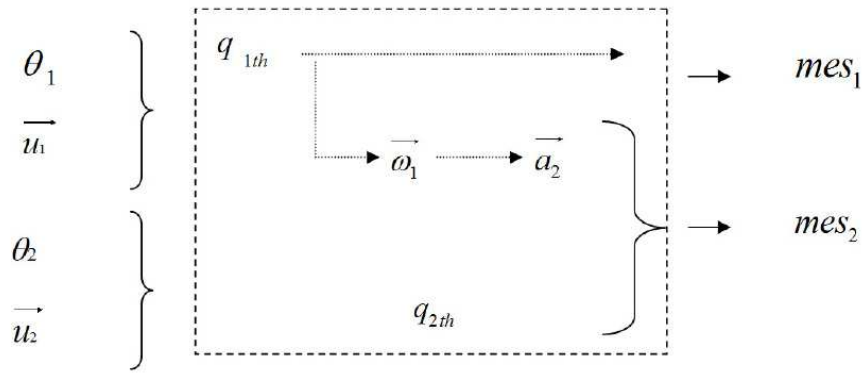


FIG. 59. Génération des données pour le bras articulé (2 segments)

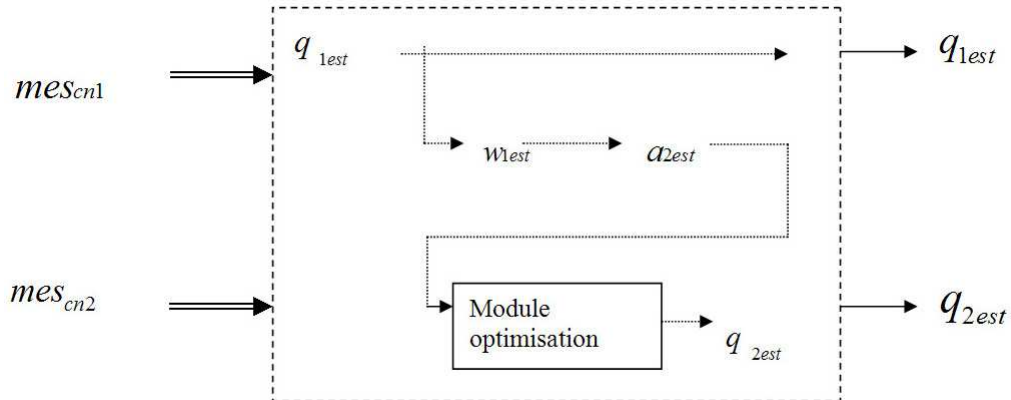


FIG. 60. Module d'estimation des quaternions et des accélérations(2 segments)

Le principe du module d'estimation des quaternions (q_1 et q_2) est donné sur la figure 60. Son appel est donné par :

$$[q_{n1opt}, q_{n2opt}, acc_{n2est}, acc_{n1est}, \omega_{1est}] = estim(l_{e1}, l, mes_1, mes_2) \quad (113)$$

Pour cette approche, qui correspond à la détermination du quaternion à partir de l'équation (102), on s'est en fait ramené au cas à 3DDL. Les résultats sont satisfaisants. En effet, on constate une concordance entre le quaternion calculé et le quaternion simulé. On montre maintenant le résultat de l'une de ces simulations. La trajectoire simulée est donnée par :

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \sin(2\pi T_e k) \\ \vec{u}_1 &= [0.5\cos(2\pi 10T_e k) \quad -0.1\sin(2\pi 10T_e k) \quad 1] \\ \vec{d}_1 &= [0 \quad 0 \quad 0] \\ \theta_2 &= 0.8(10T_e k) \\ \vec{u}_2 &= [1 \quad -0.5\cos(2\pi 10T_e k) \quad 0] \\ \text{avec } k &= 0 : 300 \text{ et } T_e = 1/300 \text{ s} \end{aligned}$$

On a reporté sur les figures 61 et 62 les résultats obtenus pour les quaternions estimés pour les deux centrales C_1 et C_2 et les quaternions simulés q_{1th} et q_{2th} .

On constate que lorsque le quaternion q_{1th} possède des variations brusques, on a une dégradation du quaternion estimé q_{1est} . Or cela implique que le quaternion q_{2est} est lui aussi mal estimé car il dépend de manière directe du comportement de q_{1est} et pas uniquement des mesures de la minicentrale C_2 comme c'était le cas dans les approches 6DDL et 5DDL du chapitre 4.

On constate néanmoins, que l'écart entre les quaternions théoriques et estimé reste "faible", au moins pour C_1 . Ainsi, on a décidé d'appliquer la procédure précédente à des données réelles.

5.2 Résultats obtenus avec des données réelles dans le cas de deux centrales

On souhaite valider l'approche proposée avec des données réelles. Rappelons que cette démarche revient en fait à se ramener à un problème à 3DDL en estimant de proche en proche les accélérations. Ainsi, avec les mesures accélérométriques et magnétométriques au niveau de chaque centrale d'attitude C_i , on estime uniquement le quaternion q_i .

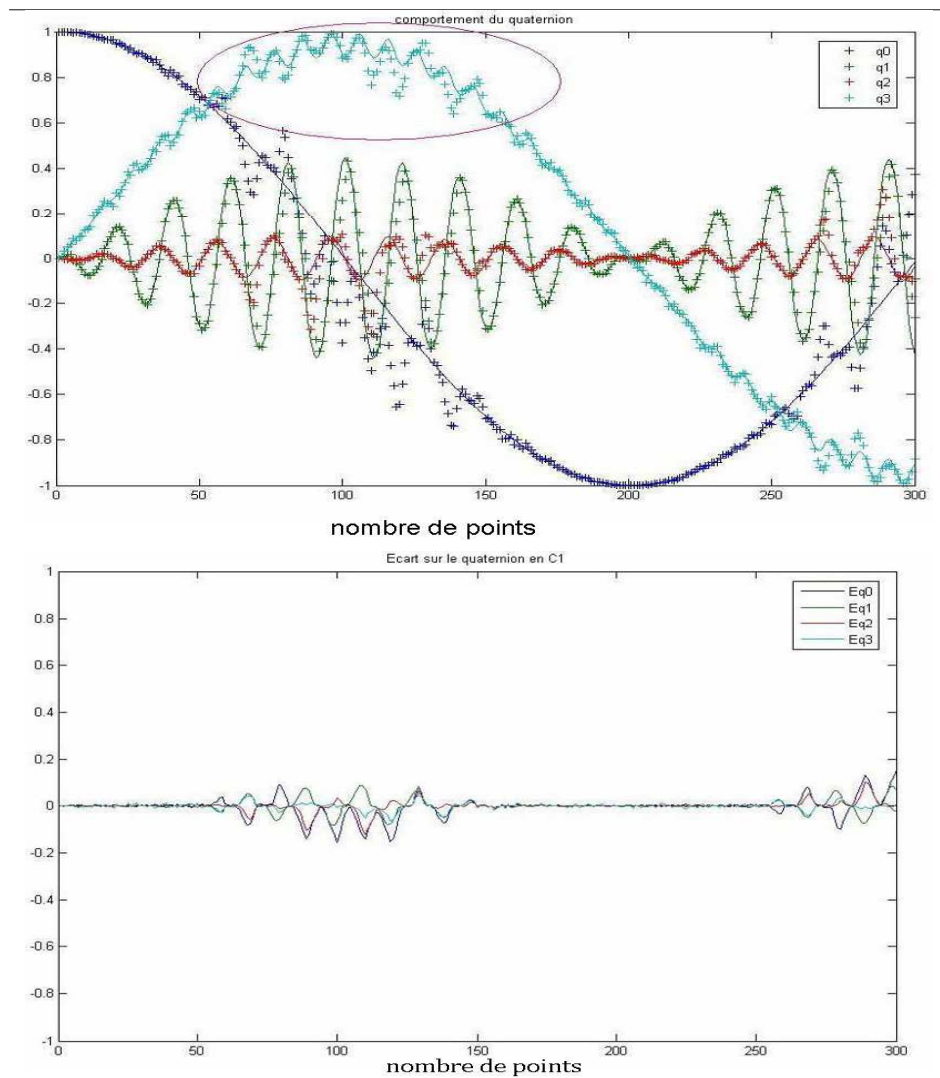


FIG. 61. Estimation du quaternion pour C_1 . En haut : comportement de q_{1est} et q_{1th} . En bas : écart = $q_{1est} - q_{1th}$

On s'intéresse au cas d'un bras. Pour valider l'approche, on a effectué la comparaison des résultats obtenus par la minicentrale du CEA-LETI (comportant le triaxe magnétomètre et le triaxe accéléromètre) avec ceux fournis par un système commercial (MicroStrain 3GDMX) dont les caractéristiques principales sont :

- 3 accéléromètres pour mesurer le champ de gravité ;
- 3 magnétomètres pour mesurer le champ magnétique ;
- 3 gyromètres pour mesurer la variation de rotation autour de leur axe sensible ;

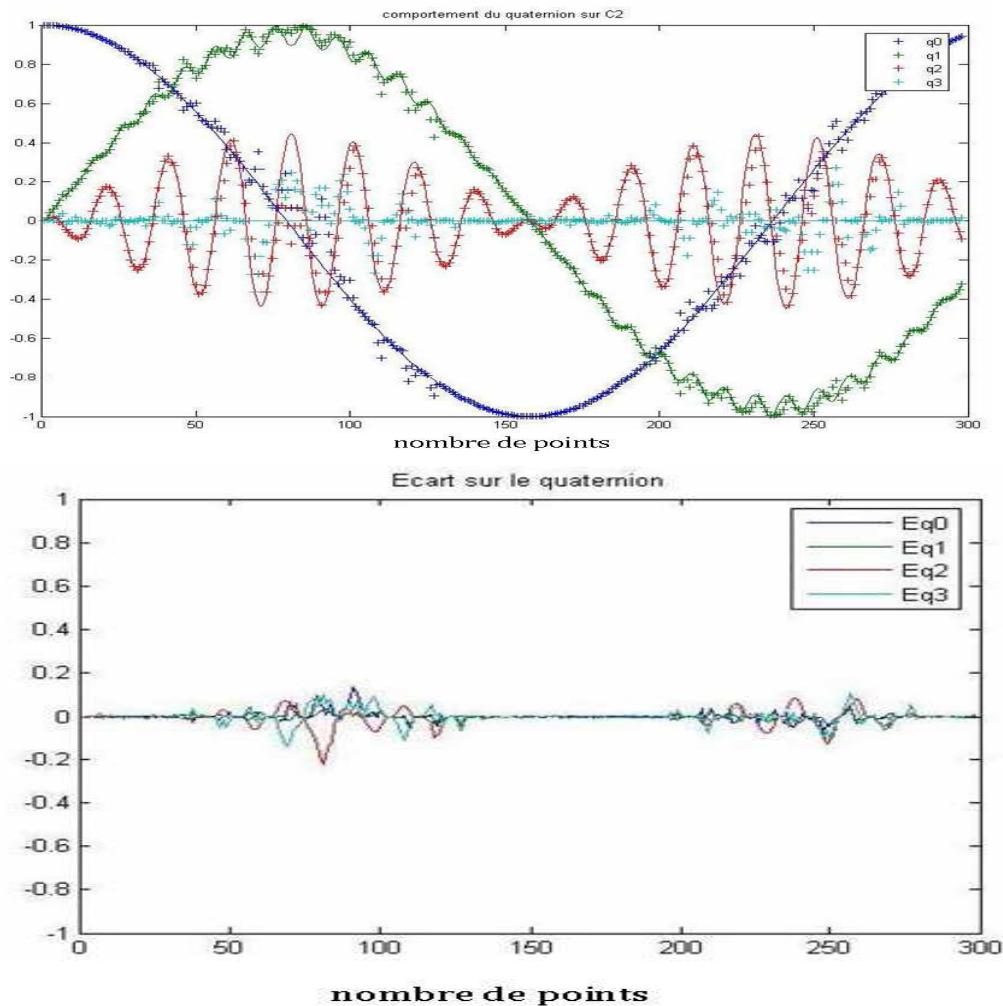


FIG. 62. Estimation du quaternion pour C_2 . En haut : comportement de q_{2est} et q_{2th} . En bas : écart = $q_{2est} - q_{2th}$

- un capteur de température ;
- des amplificateurs d'instrumentation pour conditionner les sorties des capteurs ;
- un convertisseur 12-bit analogique-numérique ;
- un calculateur permettant de fournir directement le quaternion ou les matrices d'orientation ou bien les angles d'Euler.

Les spécifications techniques du 3GDMX sont :

- plage d'orientation de 360° suivant tous les axes ;
- vitesse angulaire : $\pm 300^\circ/\text{s}$ maximum ;



FIG. 63. Centrale d'attitude 3GDMX

- résolution angulaire $< 0.1^\circ$;
- sorties : Matrice d'orientation ou Quaternion ou Angles d'Euler, ou mesures.

Les gammes de mesure des capteurs sont :

- gyromètre : $\pm 360^\circ/s$;
- accéléromètres : $\pm 3g$;
- magnétomètre : $\pm 1.2Gauss$.

5.2.1 Campagne de mesure

Lors de la campagne de mesure, on a mis la première minicentrale C_1 (Médaille 1) au niveau du coude (pour le cas du bras) ou au niveau de la cuisse (cas de la jambe) et la deuxième minicentrale, C_2 (Médaille 2) au niveau de la main (cas bras) ou au niveau du tibia (cas de la jambe) (voir figures 66 et 67). On a attaché ces deux minicentrales C_1, C_2 aux centrales Microstrain 3GDMX pour obtenir une référence d'orientation (figure 64). Pour l'acquisition des données, il nous a fallu deux postes de travail (PC + alimentation + cartes mémoire), un pour chaque ensemble minicentrale/Microstrain 3GDMX.

A chaque groupe de minicentrale est associé un repère cartésien local, centré en l'articulation proximale, et défini de la manière suivante :

- l'axe X est l'axe principal du segment, orienté de l'articulation proximale vers

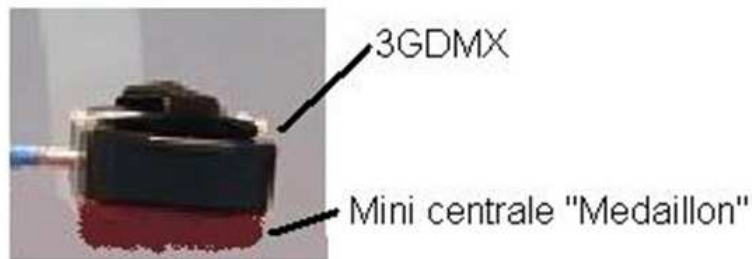


FIG. 64. Groupe de minicentrale/microstrain 3GDMX

l'articulation distale autour duquel s'effectue la rotation interne/externe (ou roulis) ;

- l'axe Z , orienté de sorte que la flexion (ou tangage) θ soit positive, est tel que les points du segment planaire (par exemple, la paume de la main) se trouvent dans le plan (X, Z) ;
- l'axe Y est tel qu'il forme avec X et Z un trièdre direct.

Le matériel utilisé est donc (voir Figure 65) :

- 2 microstrain 3GDMX ;
- 2 médaillons et leur système d'acquisition autonome "trident" ;
- 2 PC ;
- 2 fixations microstrain - Médaille.

5.2.2 Mouvements étudiés

Dans un premier temps, on a considéré des mouvements composés de rotations des macro-segments bras et jambe, cela afin que les perturbations dues aux mouvements des muscles (contraction par exemple) soient les plus faibles possibles.

Manipulation 1 : Mouvements du bras

Les groupes de centrales utilisés sont :

- au coude, une microstrain 3GDMX et la minicentrale M12 ;

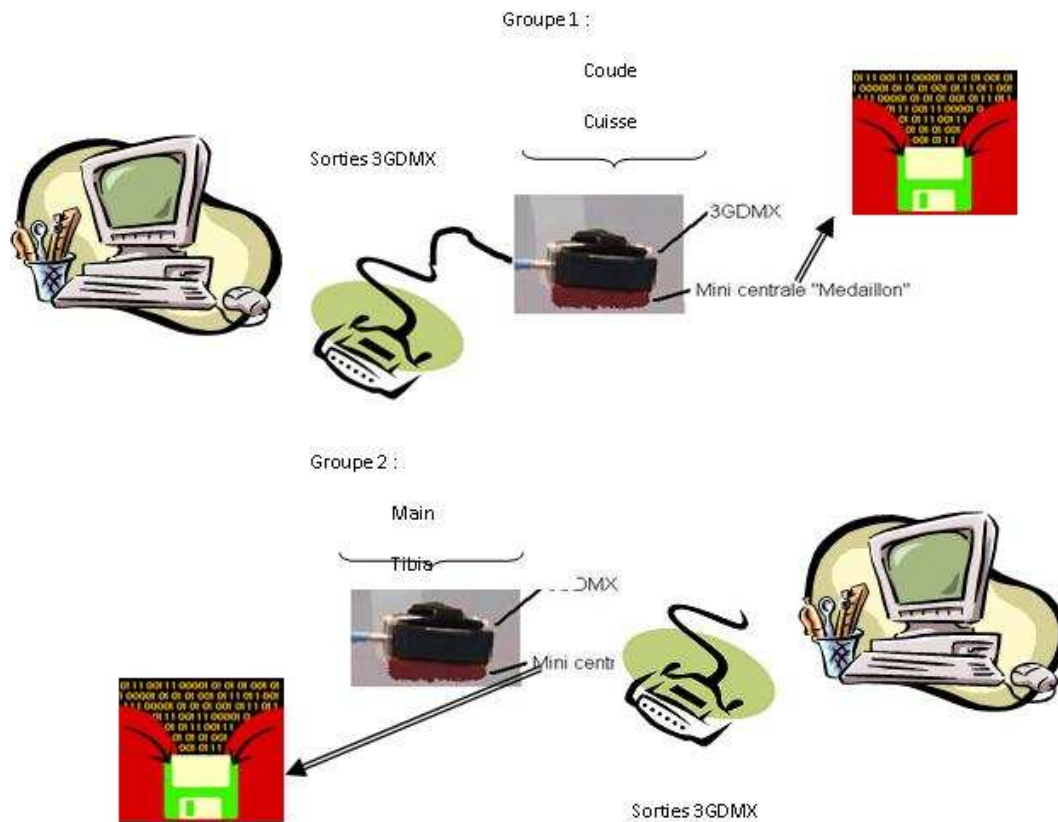


FIG. 65. Acquisition des données

- dans la main, une microstrain 3GDMX et la minicentrale M14.

La séquence de mouvements réalisés est décomposée en mouvements lents et rapides selon la démarche suivante ;

- mouvement autour de l'axe Y, main fixe ;
- mouvements autour de l'axe Z, main fixe ;
- cercles autour de X ;
- mouvements autour de l'axe X, main fixe (rotation de tout le bras) ;
- mouvements autour de l'axe Y, la main effectuant un mouvement autour de l'axe Y ;
- mouvements autour de l'axe Z, la main effectuant un mouvement autour de



FIG. 66. Manipulation 1 : Bras

l'axe Z (difficile) ;

- mouvements autour de l'axe X, le coude étant fixe (rotation du poignet).

Manipulation 2 : Mouvements de la jambe

Dans ce cas, les groupes de centrales utilisées sont :

- sur la cuisse, à l'extérieur, une centrale 3GDMX et la minicentrale M12 ;
- sur le tibia, proche du genou, une centrale 3GDMX et la minicentrale M14.

La séquence de mouvements réalisés est :

- mouvement suivant l'axe Y, le tibia étant fixe (droite-gauche) ;
- mouvements suivant l'axe Z, le tibia étant fixe (avant-arrière) ;
- rotations autour de l'axe X (toute la jambe) ;
- mouvements suivant l'axe X, le tibia étant fixe ;
- mouvements suivant l'axe Y, le tibia tournant autour de l'axe Y ;
- mouvements autour de l'axe Z, le tibia tournant autour de l'axe Z (pédalage).



FIG. 67. Manipulation 2 : Jambe

Pour ces deux séquences de mouvements, on voit qu'on a effectué des postures telles qu'on devrait obtenir :

a) Cas $q_2 = q_1$, les deux segments considérés étant solidaires et alignés (voir figure 68) :

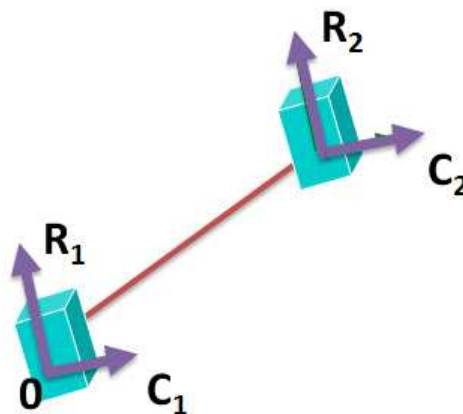


FIG. 68. Segments solidaires

b) Cas $q_2 \neq q_1$, le deuxième segment tournant autour de la liaison rotule qui existe entre les 2 segments (voir figure 69) :

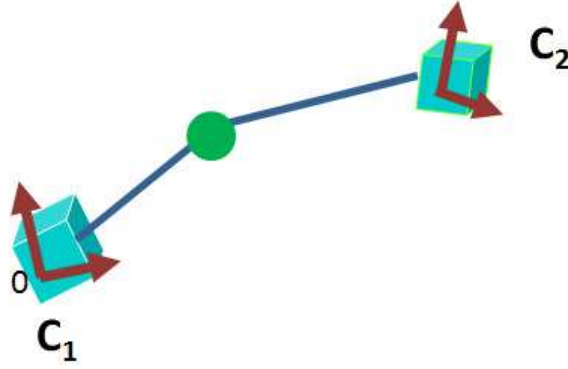


FIG. 69. Segments liés par une liaison rotule

5.2.3 Résultats obtenus

Les résultats "3GDMX" servent de référence.

Les figures (70-71-72) montrent les résultats obtenus pour la campagne de mesure sur le bras, au niveau du coude. Comme on peut le constater, q_{1est} obtenu via va13 (paramétrisation sphérique) présente des sauts dûs au fait qu'on a des difficultés d'estimation autour de $x_1 \approx \frac{\pi}{2}$ et/ou $x_2 \approx \frac{\pi}{2}$ et/ou $x_3 \approx 0$. Ces sauts dans le quaternion q_1 induisent des erreurs pour q_{2est} , car il est lié de manière étroite à q_1 et est utilisé pour estimer $\vec{a}_2$ via les équations (108) et (104).

On a également remarqué qu'une erreur d'estimation de l'accélération angulaire induit une erreur sur $\vec{a}_2$ et donc une erreur sur q_2 . Aussi on propose d'utiliser une formulation semblable à celle utilisée dans ([4] et [5]), qui est :

$$\vec{\omega} = 2Q\dot{q} \quad (114)$$

Cette modification du calcul de $\vec{\omega}$ est validée sur des données simulées reportées sur la figure (73). Cette modification a ensuite été appliquée aux données de la cam-

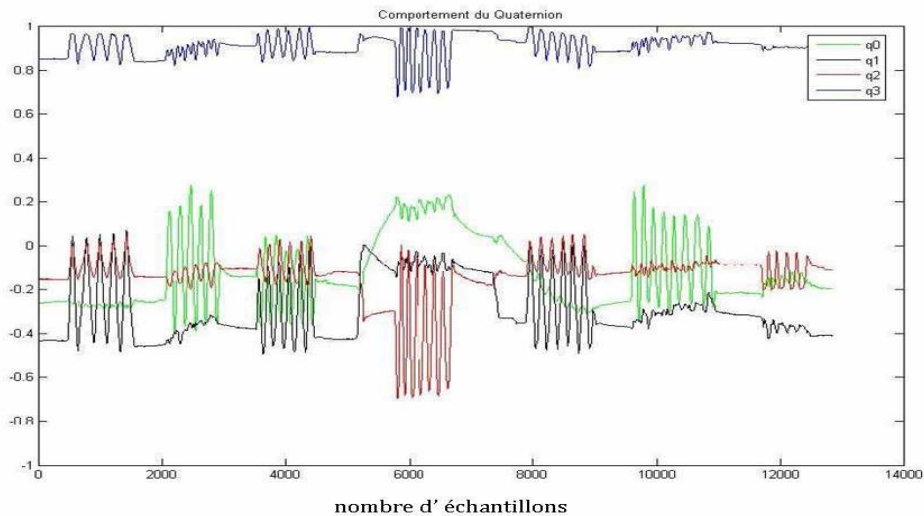


FIG. 70. 3GDMX : Centrale au niveau du coude, mouvement lent

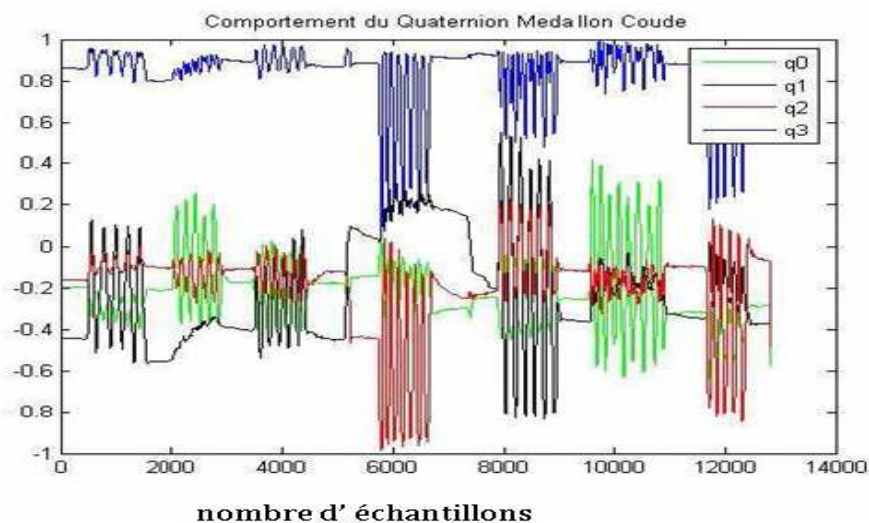


FIG. 71. fmincon : Centrale au niveau du coude, mouvement lent

pagne de mesure que l'on vient de décrire. Les autres hypothèses de calculs sont identiques à celles du paragraphe 5.1.3. Les résultats obtenus avec le 3GDMX, va13 et fmincon sont montrés dans les figures 74-75-76 (pour le cas de l'estimation de $\dot{\omega}$ via (111)) et les figures (77-78-79)(pour le cas de l'estimation de $\dot{\omega}$ via (114)). Avec cette dernière approche les résultats sont clairement améliorés pour la centrale C_1 et par conséquent, pour le calcul du quaternion q_{2est} , notamment dans le cas de l'optimisa-

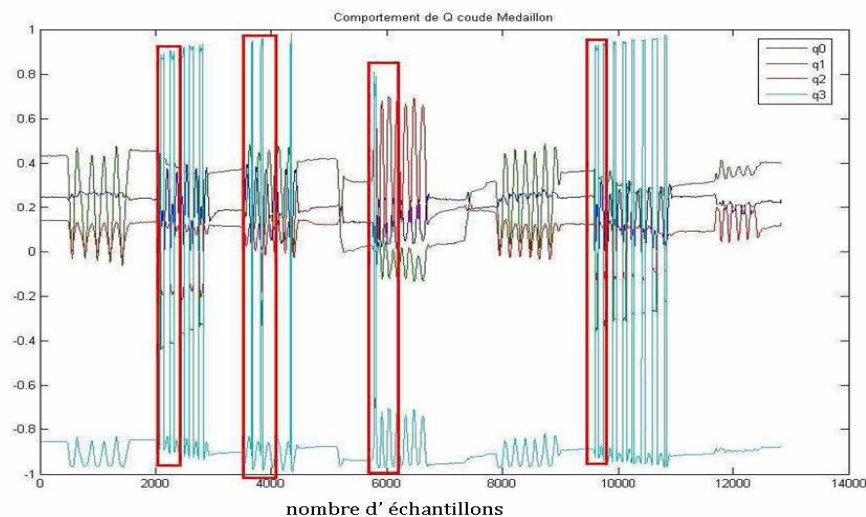


FIG. 72. va13 : Centrale au niveau du coude, mouvement lent

tion via fmincon.

5.3 Cas de trois centrales de mesure

On s'est ensuite intéressé au cas de trois centrales d'attitude pour l'estimation des accélérations et de l'attitude d'une partie du corps humain. Ici encore, on a utilisé une centrale 3GDMX de Microstrain et des minicentrales développée par le CEA-LETI appelées médaillon. Rappelons que ces médaillons sont constitués de triaxes accéléromètre et magnétomètre.

Dans cette nouvelle campagne de mesures, on s'est intéressé encore au cas du bras et de la jambe. Les articulations sont supposées être modélisées par des liaisons rotules et les segments sont considérés être des barres rigides. Sur la figure 80 on voit apparaître :

- $\ell_{\varepsilon n}$ la distance existant entre le centre de rotation de la liaison rotule et la position de la minicentrale d'attitude ;
- ℓ_n la distante entre la position de la minicentrale et l'extrémité du segment ;
- C_n minicentrales (triauxe magnétomètre + triaxe accéléromètre) qui mesurent les accélérations (gravitationnelle et propre) et champ magnétique $mes_n =$

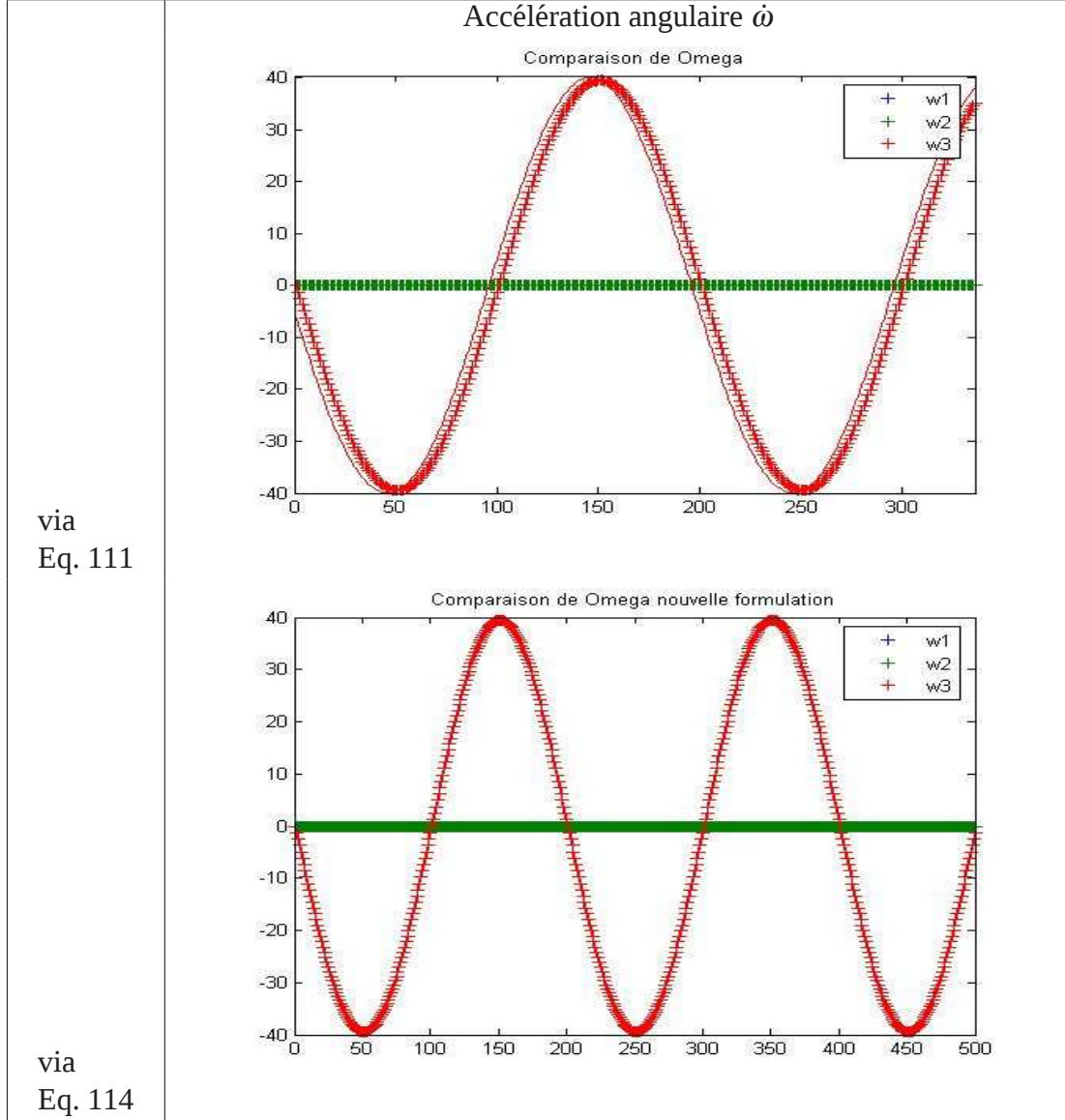


FIG. 73. Comparaison d'accélération angulaire

$[a_x \ a_y \ a_z \ b_x \ b_y \ b_z]^T$ dans le repère lié au segment.

On cherche donc à estimer l'attitude de chaque segment à partir des mesures fournies par le triaxe accéléromètre et le triaxe magnétomètre de C_j en faisant des hypothèses identiques à celles présentées dans le paragraphe (5.1.6). L'accélération à l'extrémité d'un segment est donnée par l'équation (104). On prend les hypothèses suivantes :

$$- \ell_{\varepsilon 1} = 0, \ell_{\varepsilon 2} = 0, \ell_{\varepsilon 3} = 0$$

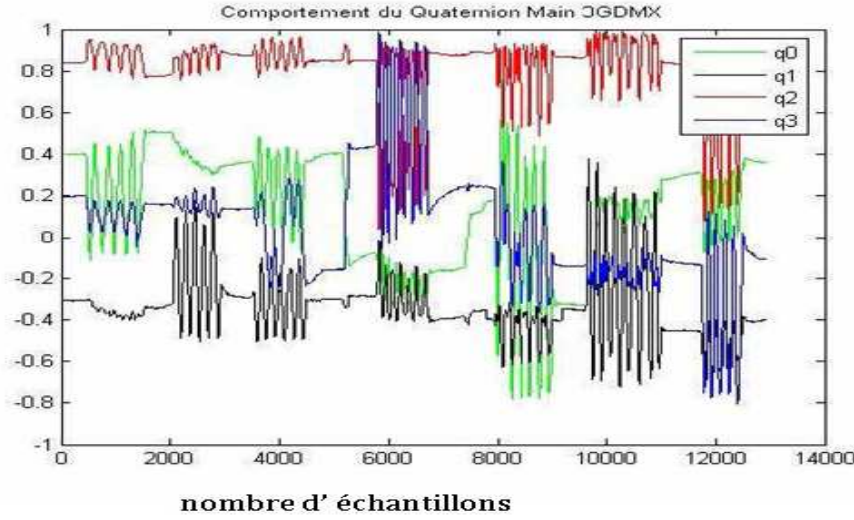


FIG. 74. 3GDMX : Quaternion de la main 3GDMX/fmincon/va13 via (Eq. 111)

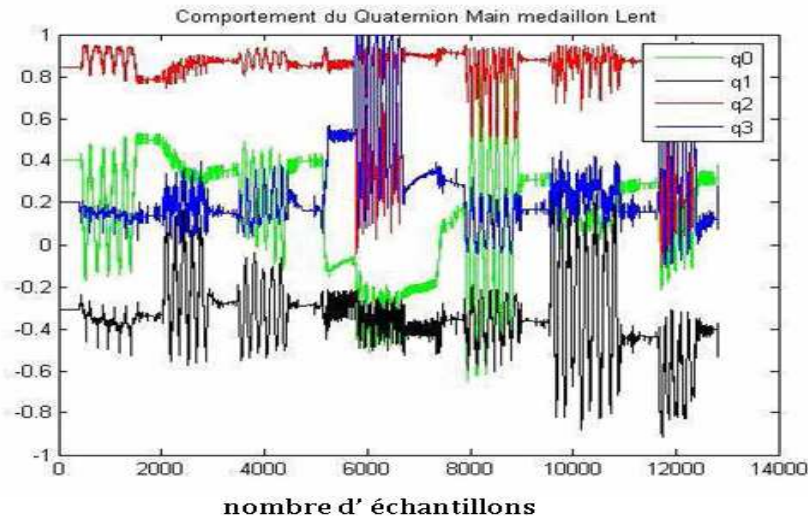


FIG. 75. fmincon : Quaternion de la main 3GDMX/fmincon/va13 via (Eq. 111)

- $a_1 \cong 0$
- $\vec{d}_2 \cong \vec{\omega}_1 \times (\vec{\omega}_1 \times \vec{\ell}_1) + \vec{\omega}_1 \times \vec{\ell}_1$
- $\vec{d}_3 \cong \vec{\omega}_2 \times (\vec{\omega}_2 \times \vec{\ell}_2) + \vec{\omega}_2 \times \vec{\ell}_2$

5.3.1 Instrumentation du bras et de la jambe

On a utilisé pour cette campagne de mesures 3 médaillons constitués de triaxes accéléromètre et magnétomètre, ainsi qu'une carte d'acquisition trident. On également

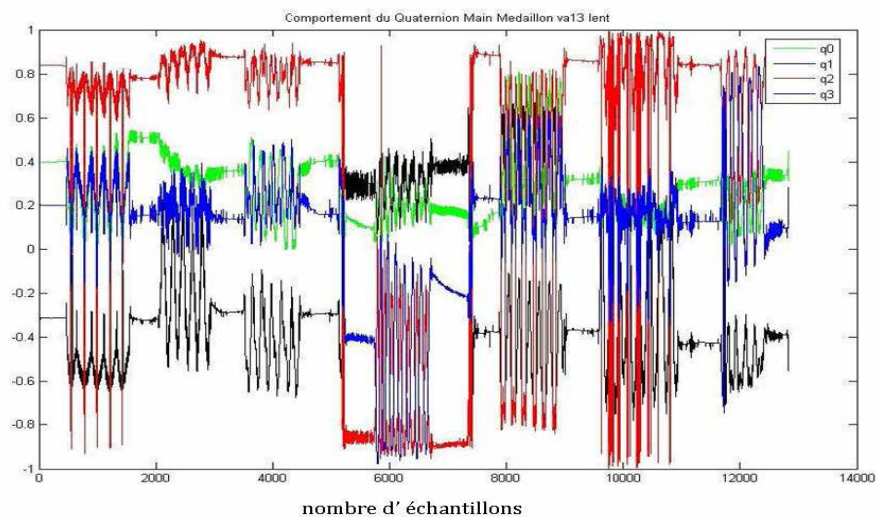


FIG. 76. va13 : Quaternion de la main 3GDMX/fmincon/va13 via (Eq. 111)

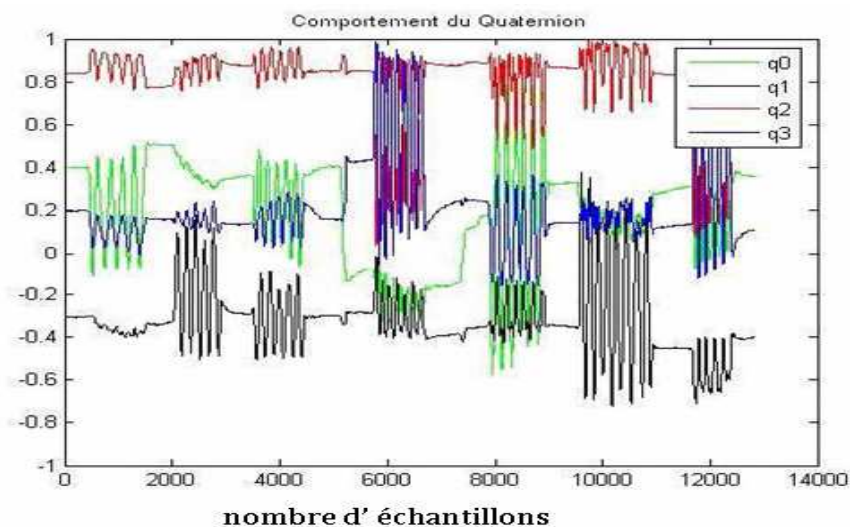


FIG. 77. 3GDMX : Quaternion de la main 3GDMX/fmincon/va13 via (Eq. 114)

utilisé une centrale microstrain 3GDMX (3 accéléromètres, 3 magnétomètres, 3 gyromètres), reliées à l'ordinateur par une liaison série.

Le bras droit a été équipé avec 3 médaillons et 1 microstrain 3GDMX placés comme suit.

- en haut du bras, en extérieur, à proximité de l'épaule, un médaillon ;
- sur l'avant bras, juste après le coude, à l'intérieur, un médaillon, dénommé

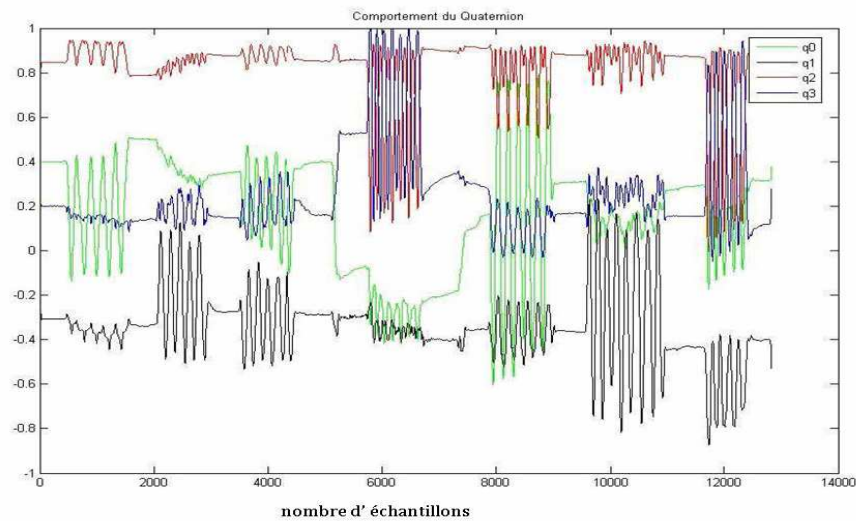


FIG. 78. fmincon : Quaternion de la main 3GDMX/fmincon/va13 via (Eq. 114)

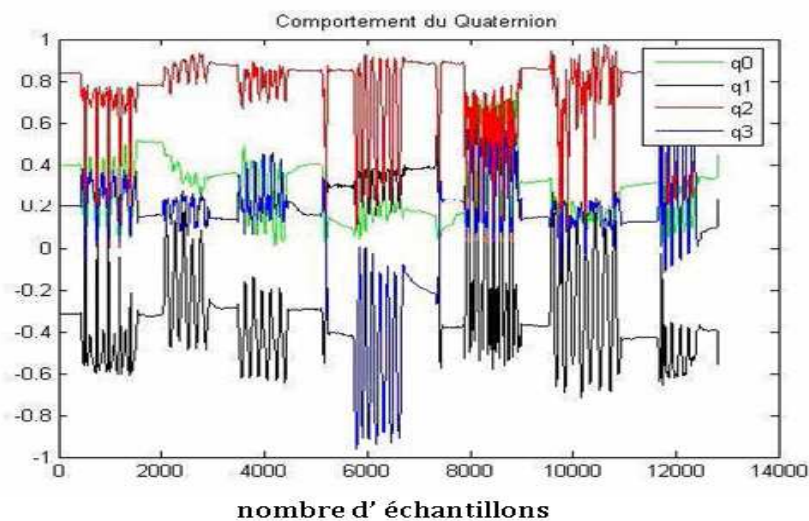


FIG. 79. va13 : Quaternion de la main 3GDMX/fmincon/va13 via (Eq. 114)

”coude”;

- dans la paume de la main, un médaillon et un 3GDMX, nommé ”main”.

Dans le cas de la jambe droite, les minicentrales ont été placées de la manière suivante :

- sur l’os du bassin, en extérieur, un médaillon et un 3GDMX, nommé ”bassin”;
- au dessus du genou, en extérieur un médaillon ”genou”;

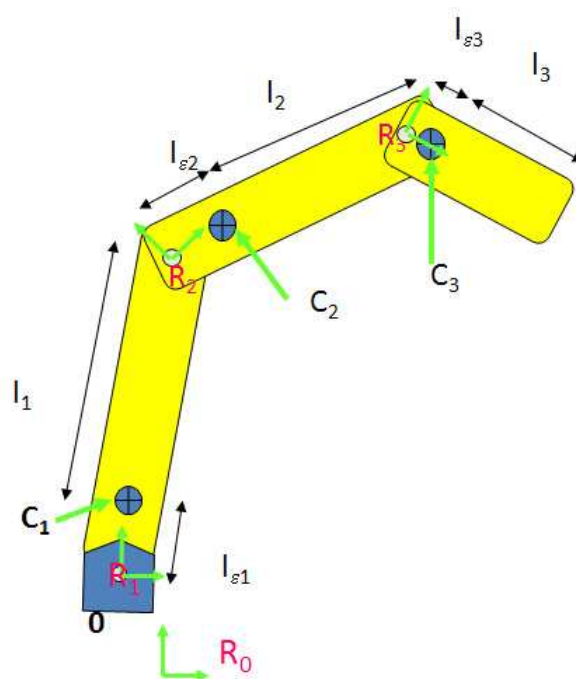


FIG. 80. Bras Articulé avec 3 segments

- sur la cheville, un médaillon appelé "pied".

Un schéma de la disposition des centrales sur le corps est donné sur la figure 81.

Description des mouvements réalisés

Pour les ensembles "bras" ou "jambe", on a effectué des mouvements lents ou rapides autour des axes du repère R_1 . Ainsi la minicentrale C_3 est supposée solidaire de la minicentrale C_2 qui elle-même est supposée solidaire de la minicentrale C_1 , les macrosegments étant considérés comme une barre rigide. On a donc, $q_1 = q_2 = q_3$ (voir figure 82).

Une seconde famille de mouvements considère des rotations lentes ou rapides autour des axes des différents repères R_1, R_2, R_3 . De ce fait, les macrosegments ne sont plus solidaires. On vérifie alors, $q_1 \neq q_2 \neq q_3$ (voir figure 83).

Dans le cas du bras, la séquence de mouvements est décomposée en deux phases, respectivement "lente" et "rapide". Chacune de ces phases est donnée par :

2 Types de centrales d'attitude

- Médaillon (3a3m)
- 3GDMX (3a3m3g) → Référence

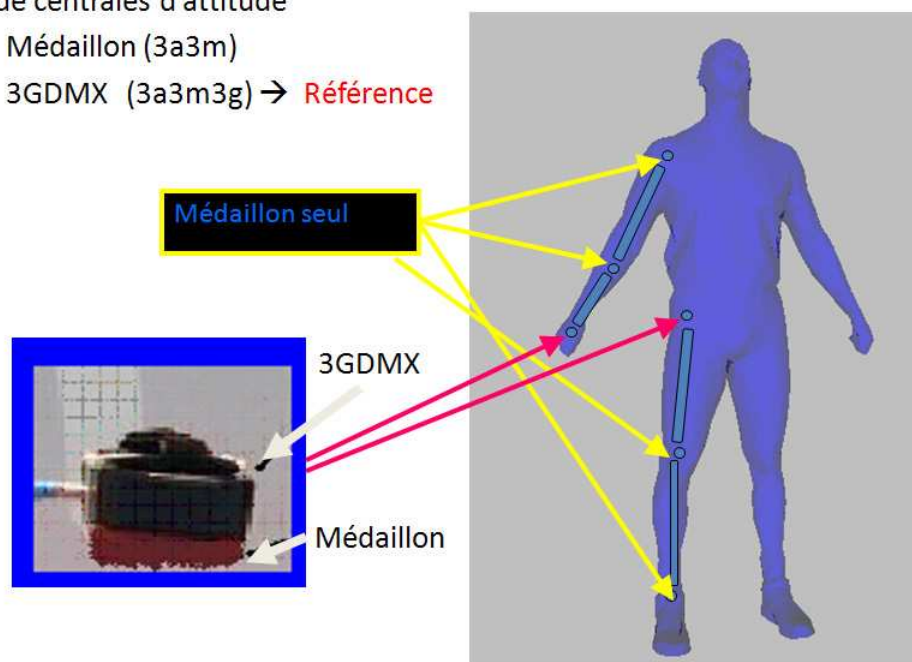


FIG. 81. Instrumentation du bras ou la jambe (cas de 3 centrales de mesure)

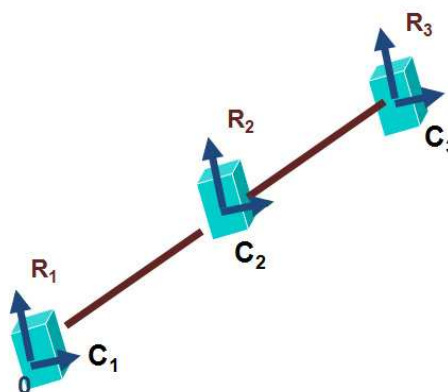


FIG. 82. Cas de 3 centrales d'attitude, barre rigide

• le bras est tendu :

Le mouvement a été décomposé de la façon suivante :

- mouvement horizontal, la paume droite est tournée vers la gauche ;
- mouvement vertical, la paume est dirigée vers le haut ;
- une rotation trigonométrique, la paume vers la gauche.

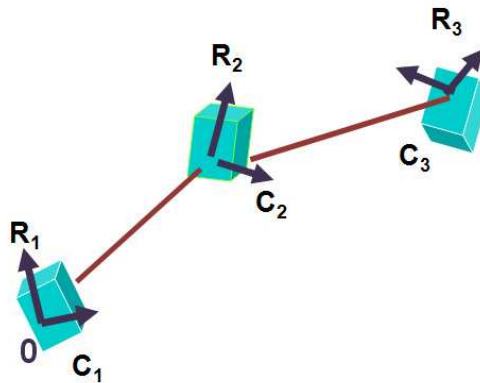


FIG. 83. Cas de 3 centrales d'attitude, segments non solidaires

- **le bras se plie au coude :**

- mouvement horizontal, la paume dirigée vers la gauche ;
- l'avant bras passe de la position horizontale à la position verticale, la paume est dirigée vers le haut.

- **le bras se plie au niveau du coude et du poignet :**

- mouvement horizontal, la paume dirigée vers la gauche (au départ) ;
- l'avant bras passe de la position horizontale à la position verticale, la paume est dirigée vers le haut (au départ).

Dans le cas de la jambe, la séquence est réalisée en considérant que le pied est fixe.

- flexion lente ;
- balancer gauche-droit lent ;
- rotation lente ;
- flexion rapide ;
- balancer gauche-droit rapide ;
- rotation rapide.

5.3.2 Résultats

A partir des mesures enregistrées par les médaillons, on a utilisé les modules de programmation décrits au paragraphe 5.1.7. On compare l'estimation de l'orientation de la main à celle obtenue via la centrale d'attitude commerciale 3GDMX.

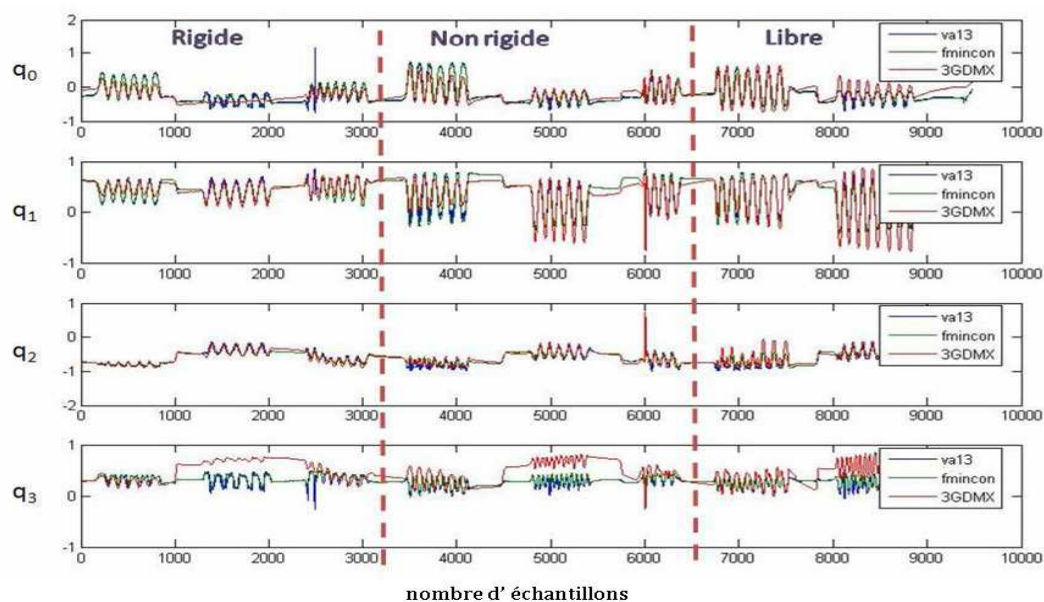


FIG. 84. Estimation du quaternion bras "lent" au niveau de C_3 (main)

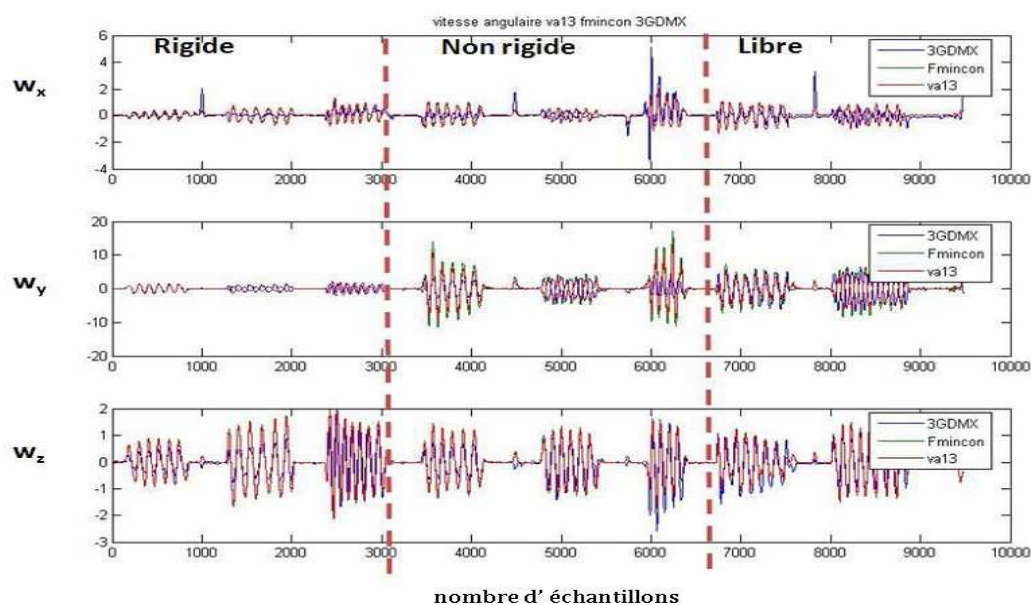


FIG. 85. Estimation de la vitesse angulaire bras "lent" au niveau de C_3 (main)

Les figures 84 et 85 montrent le quaternion estimé par le 3GDMX et le quaternion estimé à partir des algorithmes développés et ceci, dans le cas de la main. On peut remarquer que l'estimation de l'orientation avec la méthode proposée dans ce travail est cohérent avec celle délivrés par le 3GDMX. En outre, on peut observer une dérive du quaternion calculé par le système commercial 3GDMX, en particulier dans les phases quasi-statiques. Ce point demanderait à être analysé en détail, mais on ne dispose pas d'information sur l'algorithme implanté.

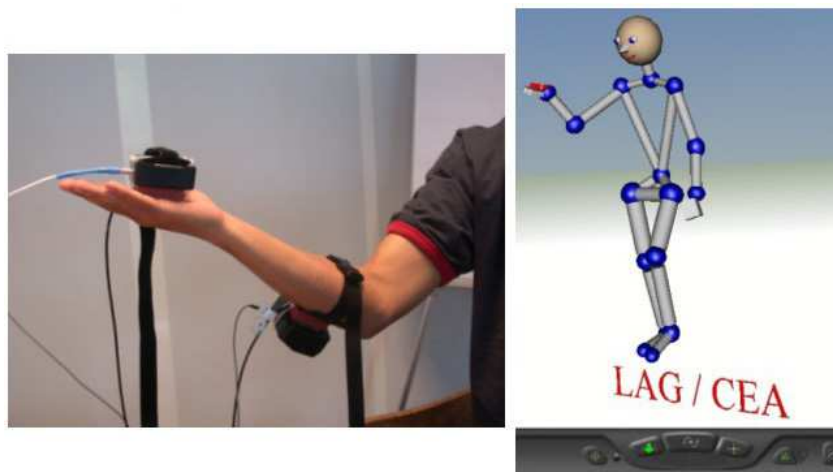


FIG. 86. Estimation de l'orientation dans un modèle virtuel

Un autre moyen de vérification utilisé a été d'utiliser l'animation d'un personnage virtuel en 3-D (voir figure 86), qui prenne en compte l'attitude fournie par la centrale d'attitude commercial et celle obtenue via l'algorithme proposé. Grâce à ce modèle virtuel, on peut observer que l'algorithme proposé fournit une attitude "plus stable" (pas de sauts observés alors qu'on en a avec le 3GDMX) et cohérente avec les mouvements réalisés.

5.3.3 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, on a proposé une nouvelle approche pour l'estimation des accélérations et du quaternion, dans le cas de la capture de mouvement d'une chaîne articulée. Avec des hypothèses ad-hoc, on se ramène à un problème à

3DDL, on réalise une estimation numérique des accélérations, et on s'affranchit ainsi de leurs estimations.

L'estimation du quaternion q_{1est} pour la première minicentrale est effectuée de manière correcte à condition de respecter les hypothèses données, à savoir $\ell_\varepsilon \approx 0$ et accélérations lentes. Dès que ces hypothèses ne sont plus valides, l'algorithme proposé ne permet pas de calculer une valeur cohérente de q_{1est} , ce qui conduit à avoir le quaternion q_{2est} lui aussi mal estimé, car ils sont liés de manière étroite.

Dans le cas de l'utilisation de trois centrales, sous les hypothèses proposées pour 2 centrales et dans le cas de mouvements lents, on peut estimer correctement l'orientation et l'accélération propre de la chaîne articulée.

Une grande quantité de tests ont été réalisés afin de valider la cohérence de l'orientation 3-D des segments et des accélérations estimées avec les valeurs théoriques ou de référence.

La démarche proposée a été validée sur des données réelles en comparant les résultats obtenus avec ceux fournis par la centrale commerciale 3GDM.

Liste des Références

- [1] S. Krut, *Contribution à l'étude des robots parallèles légers, 3T-1R et 3T-2R à forts débattements angulaires*. Ph.D. Thesis, Université Montpellier II, Montpellier, 13 Novembre 2003.
- [2] J. T. . R. J. Milgram, *Complete Path Planning for Closed Kinematic Chains with Spherical Joints*. The International Journal of Robotics Research, Vol. 21, No. 9, 773-789, September 2002.
- [3] B. B. Salmeron Quiroz, *Fusion de données multi-capteurs pour la capture de mouvement*. LAG / CEA, 2004.
- [4] G. P. Davailus, *The Application Of Quaternion Algebra To Gyroscopic Motion, Navigation, And Guidance*. Keystone, Colorado : AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit, 21 - 24 August 2006.
- [5] J. Merlet, *A parser for the interval evaluation of analytical functions and its applications to engineering problems*. J. of Symbolic Computation, Vol. 31, pp. 475-486, 2001.

CHAPITRE 6

Conclusions

Dans ce mémoire, nous avons étudié et comparé différents algorithmes pour l'estimation de l'orientation ainsi que des accélérations linéaires pour des applications de capture de mouvement. Une première partie du manuscrit concerne l'étude des différents membres du corps humain et les systèmes commerciaux qui existent pour réaliser la capture de mouvement, ceci afin de valider la cohérence et les capacités de la centrale d'attitude développée au sein du CEA-LETI. Ainsi, il apparaît que le système de capture de mouvement développé doit permettre de capturer :

- une vitesse angulaire de $4\pi rad/s$;
- un jerk maximal de $2g/s$.

Il faut donc, une fréquence d'échantillonnage de $200Hz$.

Les capteurs dont on dispose sont un triaxe magnétomètre et un triaxe accéléromètre. Le but du travail réalisé était de proposer des méthodes numériques capables d'estimer (si possible) l'orientation et les accélérations linéaires pour des dynamiques respectant ces contraintes. On a modélisé l'attitude avec un quaternion unitaire, car contrairement à la paramétrisation par des angles d'Euler (qui est la représentation la plus répandue), le quaternion présente plusieurs avantages. En effet pour représenter une rotation avec un quaternion, on utilise non plus une série de rotations successives autour de chaque axe mais un vecteur unitaire et un angle de rotation autour de ce vecteur.

Le travail effectué est présenté dans trois chapitres. Dans le chapitre 3 la modélisation du problème est présentée. Dans le chapitre 4, le cas d'une seule centrale d'attitude est abordé en proposant plusieurs approches de traitement des mesures issues des capteurs afin d'estimer le quaternion d'attitude et les accélérations linéaires

d'un objet rigide. Enfin, dans le chapitre 5, le cas de plusieurs centrales d'attitude est traité dans le cas de l'étude d'un bras articulé avec pour application le mouvement d'un bras ou d'une jambe.

Au chapitre 4, on a proposé une méthode d'optimisation directe nommée cas *6DDL*, qui correspond au cas de l'estimation de l'attitude (via le quaternion $q \in \mathbb{R}^4$) et de l'accélération $a \in \mathbb{R}^3$ du mobile. On est alors en présence de 7 variables à estimer sous la contrainte $\|q\|_2 = 1$. Les six capteurs actuellement disponibles ne permettent pas de réaliser la phase d'optimisation, car avec les mesures fournies, on ne dispose pas de degré de liberté. On a envisagé une prédiction de l'état du mobile, et la minimisation d'un critère pondéré par la prédiction des états. La véritable difficulté ici réside dans le choix du modèle de prédiction. Le nombre de points nécessaires à chaque modèle de prédiction est étudié et les résultats obtenus correspondent bien à ce qu'on trouve dans la littérature. On constate que les résultats sont améliorés à condition des faire de mouvements de dynamique inférieures à 5Hz.

Suite aux résultats à *6DDL*, on a envisagé de dégrader le problème à *5DDL*, en utilisant un critère qui fasse appel uniquement à deux accélérations et au quaternion. On a alors deux solutions au problème d'optimisation alors que dans le cas à *6DDL*, il existe une infinité de solutions. En outre, si l'état initial est connu, il est possible, avec des variations lentes et peu de bruit, de suivre l'évolution des paramètres et de trouver une "bonne" estimation de l'attitude et des deux accélérations inconnues.

Enfin, on a envisagé le cas à *6DDL* avec trois modalités de mesure, à savoir en utilisant 9 mesures fournies par un triaxe accéléromètre, un triaxe magnétomètre et trois gyromètres. Un observateur non linéaire est proposé et sa convergence est prouvée. Un quaternion pris comme pseudo-mesure est obtenu à partir de la fusion de données des accéléromètres et magnétomètres en utilisant la méthode d'optimisation avec contraintes testée auparavant. L'avantage de ce travail est que l'observateur

développé permet de s'affranchir de l'amplitude de l'accélération. Les résultats trouvés sont encourageants car l'erreur observée est faible et le coût calcul est réduit.

Dans le chapitre 5, on traite le cas de plusieurs centrales d'attitude lorsqu'on s'intéresse à la capture de mouvement de chaînes articulées. On se ramène au niveau de chaque centrale de mesure à un problème à *3DDL* en faisant des hypothèses sur la géométrie de la chaîne articulée et les accélérations au niveau des liaisons pivots ou rotule. Pour valider cette démarche, plusieurs campagnes de mesures ont été effectuées. Un modèle virtuel du corps a été programmé afin d'avoir une visualisation 3D de l'estimation de l'orientation obtenue via la démarche proposée. Avec ce modèle virtuel, on peut observer que la minicentrale médaillon sous les hypothèses faites fournit des résultats cohérents avec ceux attendus alors que la centrale commerciale comporte des sauts dans le mouvement reconstruit incohérents avec les mouvements réalisés.

Tout le travail réalisé et présenté dans ce mémoire demanderait à être validé en comparant les résultats obtenus avec l'attitude fournie par un système de capture de mouvement pris pour étalon.

6.1 Perspectives

Dans cette thèse on a proposé un certain nombre de solutions permettant d'estimer l'attitude et les accélérations linéaires d'un mobile dans l'espace.

Au cours de mes expérimentations, on s'est aperçu que la centrale *3GDMX* ne peut être considérée comme un étalon. Toutes les démarches développées devront être valides avec un tel système étalon.

D'autre part, on pourra songer à utiliser le quaternion dual, en modifiant les équations cinématiques. Ainsi, on pourra naturellement tenir compte des effets de translation qui apparaissent dans le mouvement de l'épaule par exemple. La difficulté sera alors d'ordre métrologique car l'enrichissement du modèle augmentera le nombre de paramètres à estimer, et il faudra pouvoir disposer de nouvelles mesures

pour résoudre le problème.

ANNEXE A

Rappels d'électromagnétisme

A.1 Loi de Coulomb

La loi de Coulomb nous donne l'intensité de la force d'attraction électrostatique s'exerçant entre deux charges q et q' , placées à une distance r l'une de l'autre :

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{qq'}{r^2} \quad (\text{A.1})$$

Cela permet d'introduire une première notion importante : la *permittivité* ϵ_0 , ϵ_0 est la permittivité de l'air ou du vide, et vaut $8.85 \cdot 10^{-12} \text{F.m}^{-1}$. On utilise généralement la permittivité relative, qui, pour un milieu donné, est $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$.

A.1.1 Champ et induction électriques

Considérons à nouveau deux charges q et q' . La charge q' perturbe l'espace environnant ; cette perturbation est un champ électrique, désigné par E . Ce champ soumet la charge q à la force d'attraction déjà définie, qu'on peut écrire ainsi :

$$F = q.E \quad (F \text{ en Newton}, q \text{ en Coulomb}, E \text{ en } \text{V.m}^{-1}) \quad (\text{A.2})$$

A.1.2 Champ et induction magnétiques

Si maintenant la charge électrique q' est en mouvement avec une vitesse v' , elle va créer un champ magnétique H , auquel correspond une induction magnétique :

$$B = \mu.H \quad (\text{A.3})$$

(H en A.m^{-1} , B en Tesla)

μ est une autre caractéristique du milieu : sa perméabilité magnétique. Pour le vide, et en pratique pour l'air, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{H.m}^{-1}$. Si la charge q arrive dans ce

champ magnétique avec une vitesse v , elle se trouve soumise à une force dirigée perpendiculairement à v et à B pour former un repère direct :

$$F = q.v \wedge .B \quad (A.4)$$

A.1.3 Conservation de l'électricité

Si dans un espace donné il existe des charges électriques fixes et en mouvement, les premières se traduisent par une densité de charge ρ (en $C.m^{-3}$), et les secondes par une densité de courant j (en $A.m^{-3}$). Ces deux grandeurs varient d'un point à l'autre de l'espace, et avec le temps. En un point quelconque, et à tout instant, ρ et j vérifient l'équation de conservation de l'électricité :

$$\text{div} j + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (A.5)$$

A.1.4 Conducteurs et diélectriques

On définit les milieux conducteurs à partir de la loi d'Ohm $j = \sigma.E$, où le coefficient σ représente la conductivité du milieu, exprimée en $\Omega^{-1}.m^{-1}$. Pour un hypothétique conducteur parfait, on aurait :

$$\sigma = \infty \text{ et } |j| < \infty \Rightarrow E = 0 \Rightarrow H = 0 \Rightarrow j = 0$$

Le courant ne peut donc exister que sous forme de courant de surface. Un *diélectrique parfait* présenterait une conductivité nulle, et ne pourrait contenir ni charges libres, ni courant de conduction.

En fait, un corps donné est plus ou moins conducteur et plus ou moins diélectrique, suivant la fréquence. C'est le rapport $\frac{\sigma}{\omega.\epsilon}$ (ω étant la pulsation, $\omega = 2\pi.f$) qui indique les importances relatives du courant de conduction, c'est-à-dire du caractère conducteur du milieu (σ), et du courant de déplacement, c'est-à-dire de son

caractère diélectrique ($\omega\varepsilon$). Pour un bon conducteur, $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} \gg 1$, et pour un bon diélectrique, $\frac{\sigma}{\omega\varepsilon} \ll 1$.

ANNEXE B

Cas 6DDL : Trois modalités de Mesure

Afin de valider les performances de l'algorithme d'estimation lorsque trois modalités de mesure sont utilisées, plusieurs cas ont été simulés. Ci-dessous, on montre les résultats de différentes expériences.

Dans la première figure B.1, le mouvement simulé vérifie :

B.0.5 Premier cas

- $n = 5000$. (nombre de points);
- $T_e = 0.05s$;
- $a = [a_x; a_y; a_z]^T$
 - $a_x(1 : 299) = 0$;
 - $a_x(300 : 350) = 8 * triangle$;
 - $a_x(600 : 4200) = 3$;
 - $a_x(4700 : 4750) = 9 * triangle$;
 - $a_x(4751 : 5000) = 0$;
 - $a_y(900 : 1300) = 0.6$;
 - $a_y(2000 : 2100) = 0.4$;
 - $a_y(3500 : 3550) = triangle$;
 - $a_y(3900 : 5000) = 0.3$.
 - $a_z = (0.3 + 0.5 * \sin(2 * \pi * 0.1 * T_e * n))$.
- $a = [a_x; a_y; a_z]^T$
- $\omega = [p_i; q_i; r_i]^T$;
 - $p_i = 0.01 * (0.3 + 0.1 * \sin(2 * \pi * 0.1 * T_e * n))$;
 - $q_i = 0.5 * (0.3 + 0.01 * \sin(2 * \pi * 1 * T_e * n))$;
 - $r_i = 0 * (0.3 + 0.01 * \sin(2 * \pi * 1 * T_e * n))$;

– q est défini par l'équation (B.1) :

$$M_{sm} = \begin{bmatrix} 0 & -p_i & -q_i & -r_i \\ p_i & 0 & r_i & -q_i \\ q_i & -r_i & 0 & p_i \\ r_i & q_i & -p_i & 0 \end{bmatrix} \quad (B.1)$$

$$M_{smd} = e^{(0.5 * M_{sm} * T_e)}$$

$$q_0 = M_{smd} * q_0$$

$$q = q_0 / \text{norm}(q_0)$$

Les calculs sont réalisés en utilisant la modélisation "quaternion". Par facilité d'interprétation, on représente l'attitude avec les angles d'Euler tels que définis au chapitre 3.

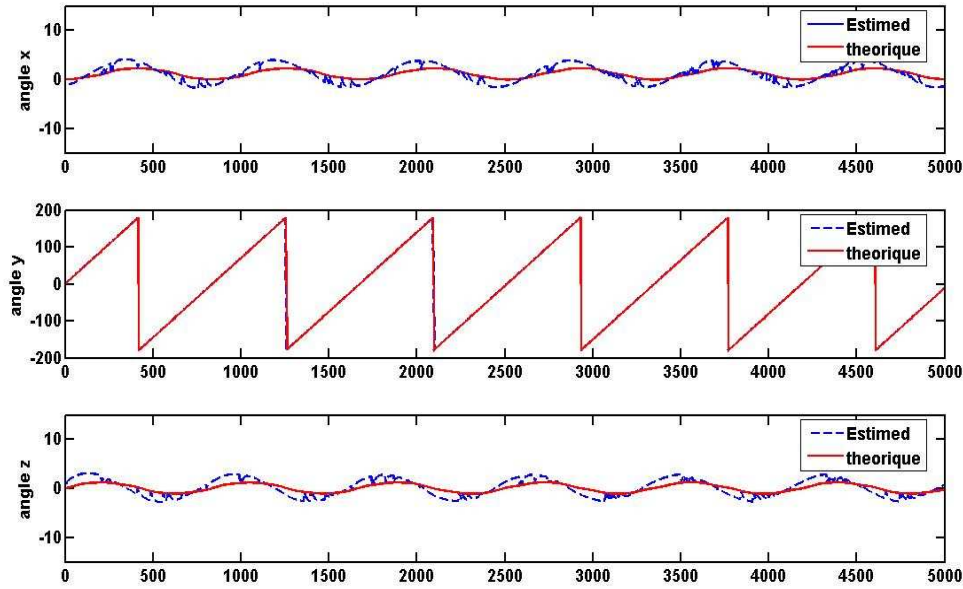


FIG. B.1. Comparaison des angles d'Euler simulés et estimés

Dans la figure B.2, on représente le quaternion pour la trajectoire simulée donnée à partir de l'équation (B.1).

On note une bonne adéquation entre les grandeurs simulées et estimées.

La figure B.3 représente les accélérations simulées et estimées. Les profils simulés font apparaître des échelons, des impulsions et des variations sinusoïdales. On voit une

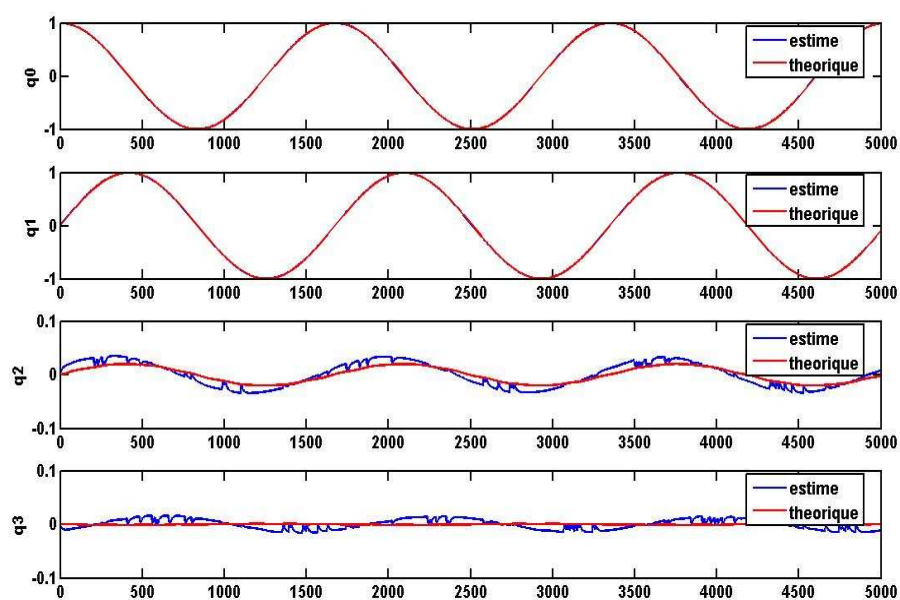


FIG. B.2. Comparaison des quaternions simulés et estimés

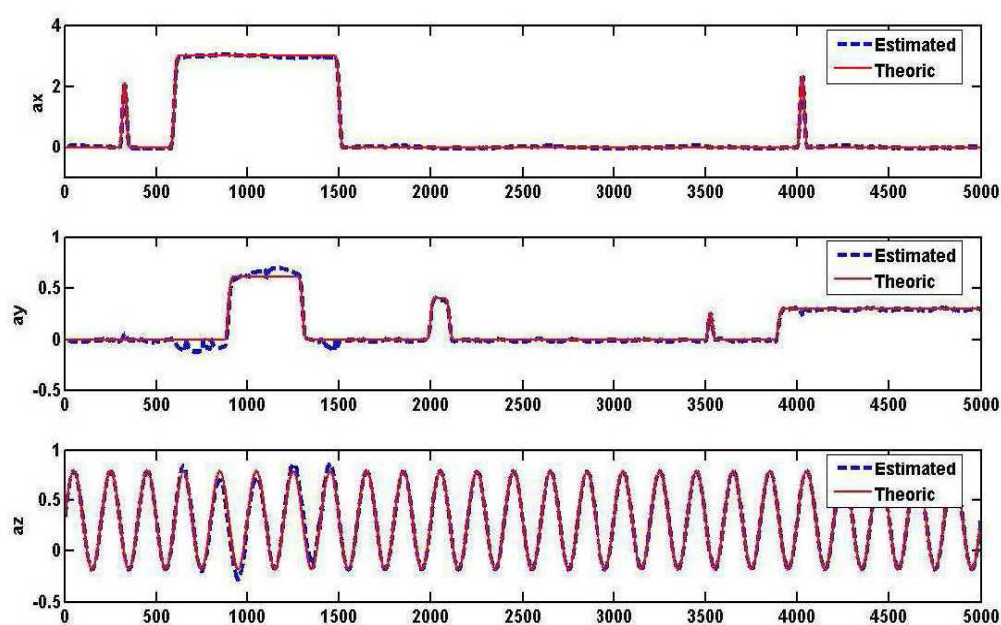


FIG. B.3. Accélérations estimées et simulées

excellente adéquation entre les valeurs simulées et estimées.

ANNEXE C

Optimisation avec prediction

C.1 Optimisation avec un critère pondéré

On s'est intéressé à un critère pondéré qui tienne compte de l'évolution passée des paramètres d'état. On détermine $q = [q_0, q_1, q_2, q_3]^T$ et deux accélérations, la troisième étant supposée connue et inchangée, en minimisant la fonction $f(x)$ tel que :

$$\min_x \left(f(x) = \frac{1}{2} \left[\mu \left(\sum_{j=1}^n (q^T A_j q - v_{mes}(j))^2 \right) + \| (\sqrt{I - \mu} \hat{x} - x) \|_2^2 \right] \right) \quad (C.1)$$

où $q^T A_j q$ est le modèle de la j^{ieme} mesure, avec cette fois-ci :

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ a_1 \ a_2]^T \quad (C.2)$$

L'axe $\vec{u}$ du quaternion est exprimé en coordonnées sphériques (défini en 4.2), mais cette fois-ci en prenant en compte une prédiction de l'état $\hat{x}$ et un coefficient de pondération μ pour chaque triaxe magnétomètre et accéléromètre. De ce fait, μ est une matrice de 5×5 dont la diagonale contient les coefficients de pondération. Ceci permet d'attacher plus de confiance aux mesures fournies par les magnétomètres qu'à celles fournies par les accéléromètres.

Pour la prédiction de $\hat{x}$, on a garde le modèle de prédiction utilisant une spline cubique avec 4 points pour la prédiction. Ci-dessous, on donne un aperçu des résultats avec cette nouvelle approche.

Comme on peut le constater sur les figures C.1 - C.2 et C.3 - C.4 les paramètres sont estimés de manière correcte dans le cas de "basse" fréquence. Pour ce qui est de l'influence de μ (et donc indirectement de $\hat{x}$) sur le calcul de l'optimum, on constate que son influence est primordial en particulier lorsque le mouvement n'est pas

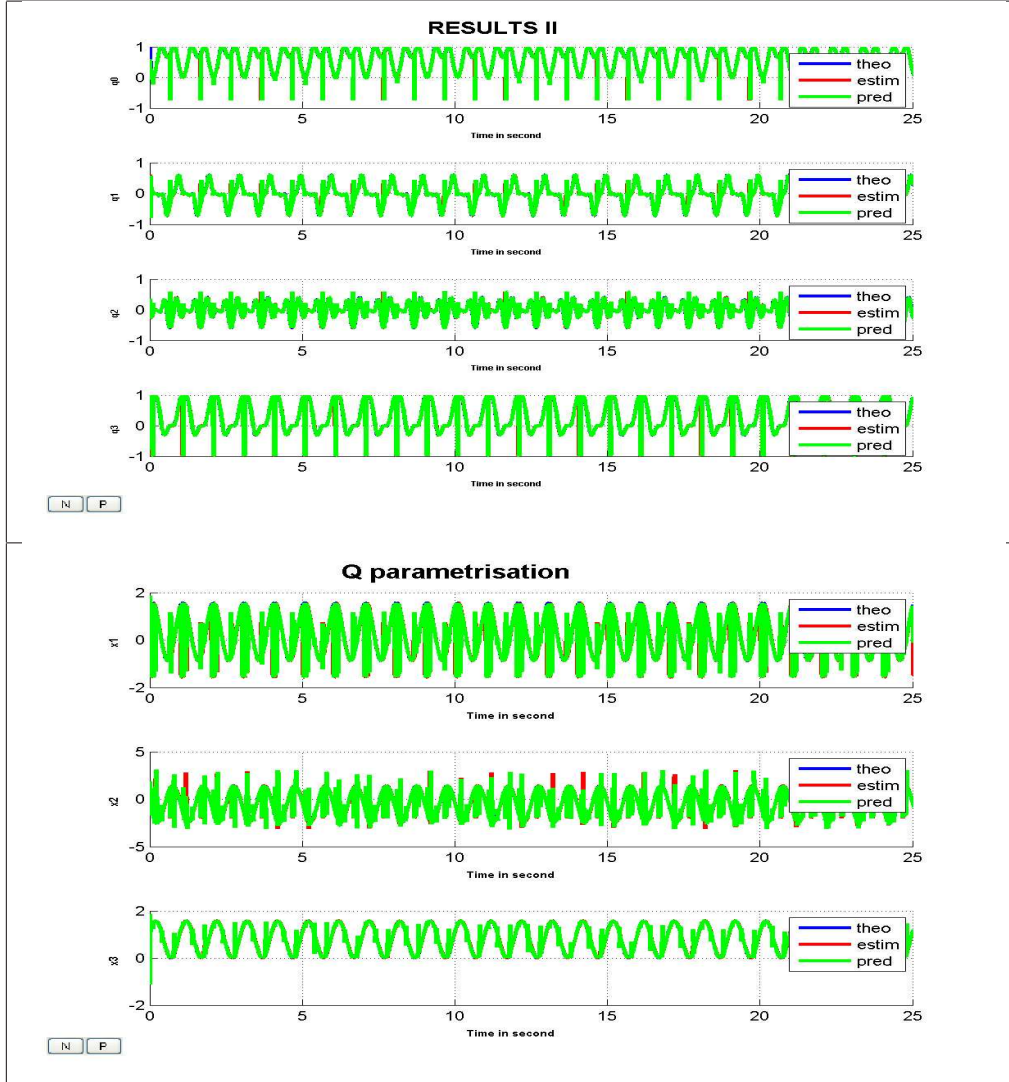


FIG. C.1. Estimation à 1Hz et niveau de bruit 2

constant. Notons qu'on pondère de manière différente chacun des paramètres prédits ($\mu \in \mathbb{R}^5$) avec $\mu = [0.2; 0.2; 0.2; 0.3; 0.3]^T$.

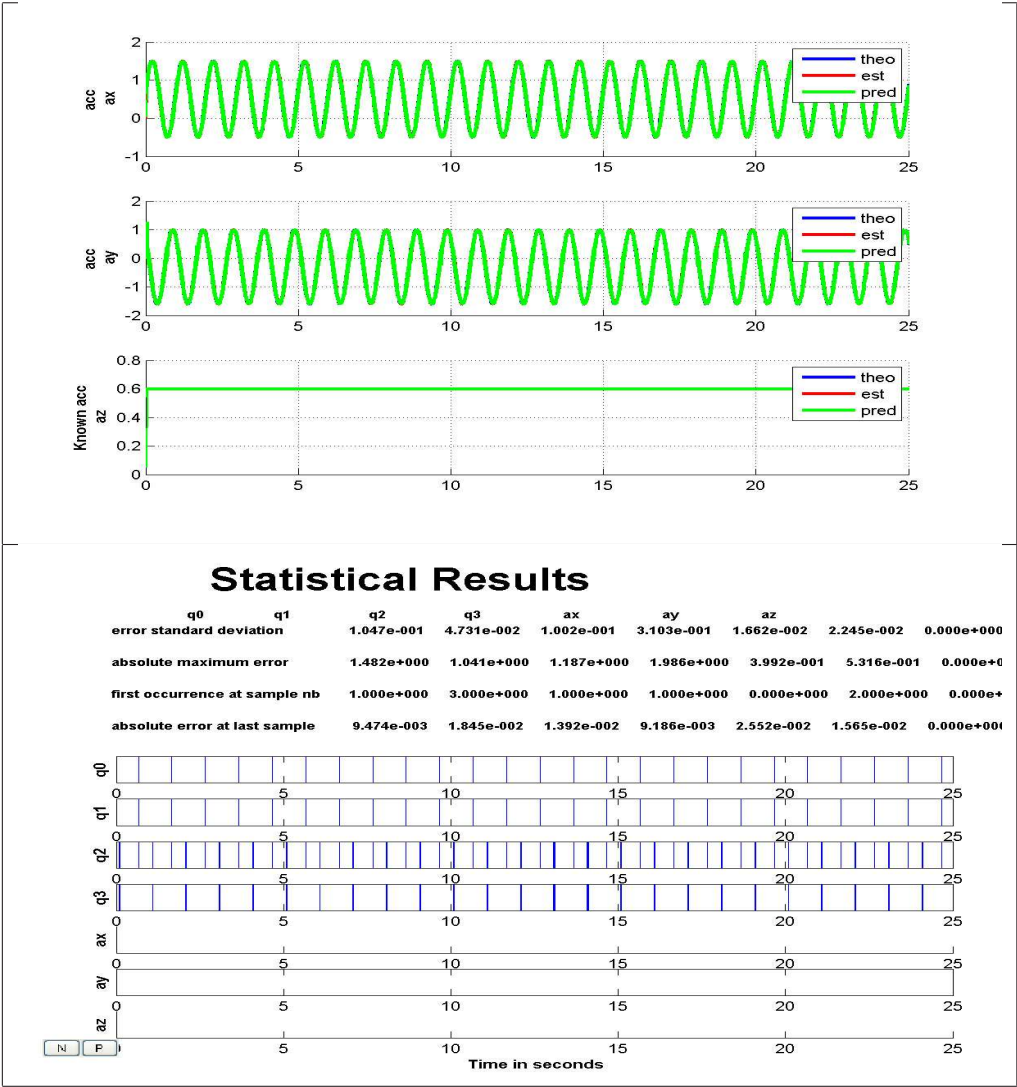
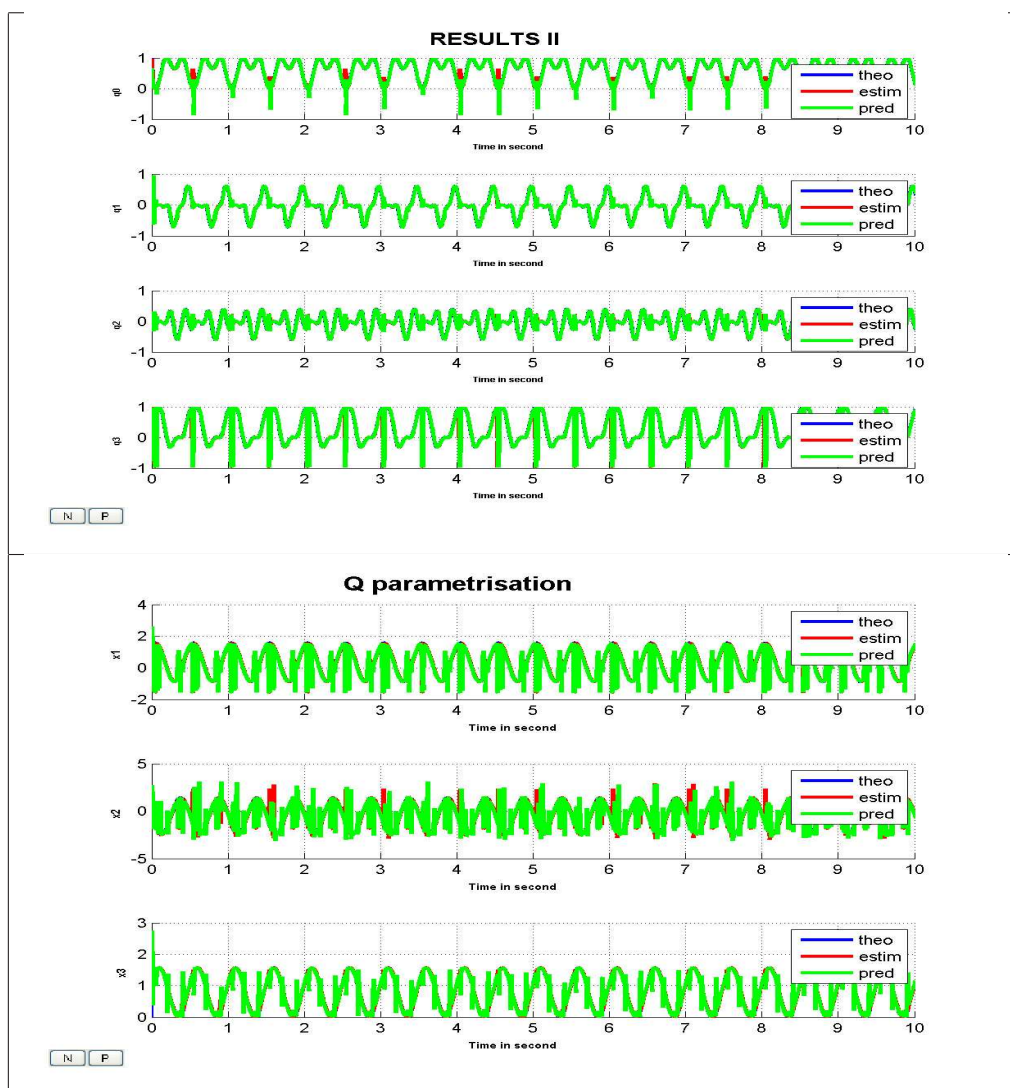


FIG. C.2. Estimation à 1Hz et niveau de bruit 2



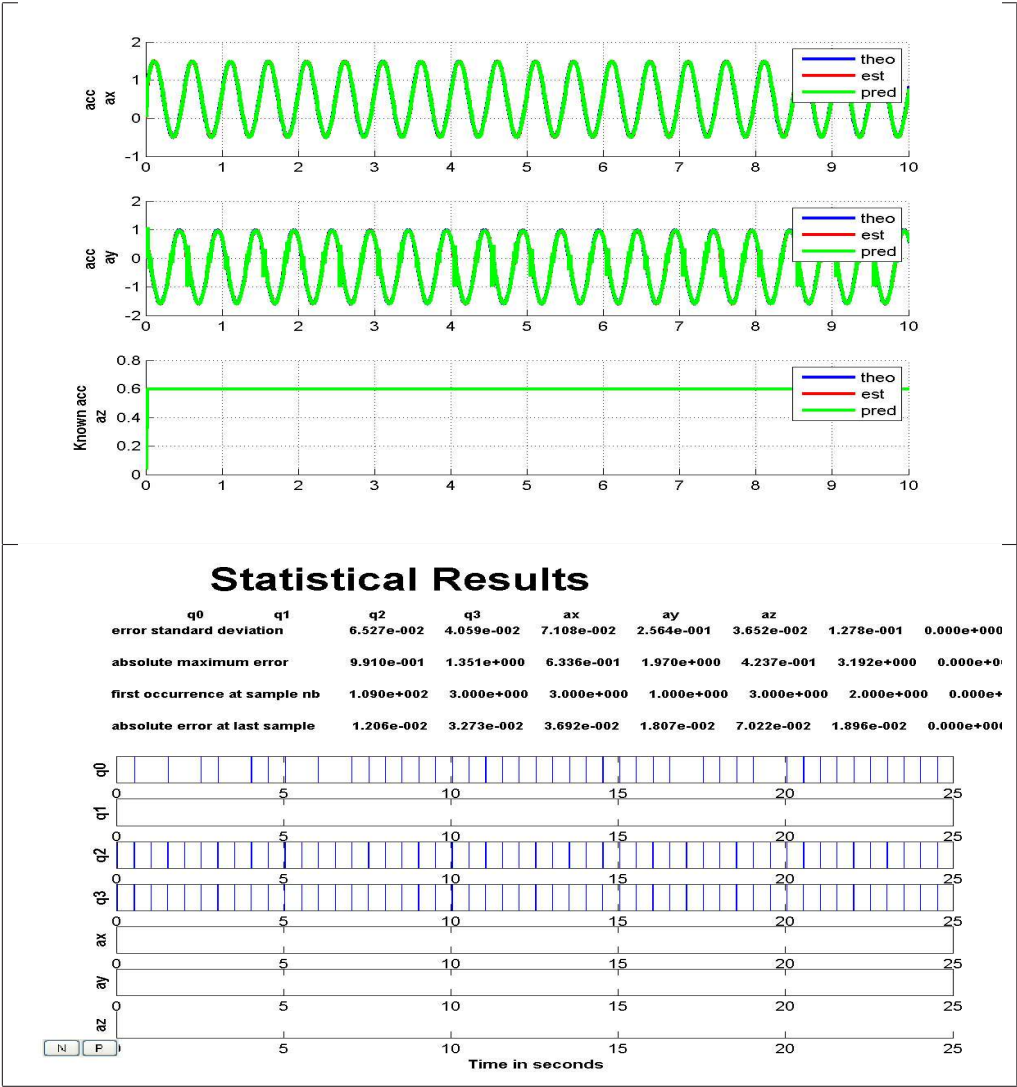


FIG. C.4. Estimation à 2Hz et niveau de bruit 2

BIBLIOGRAPHIE

- Amarantini, D., *Estimation des Efforts Musculaires à partir de données périphériques*. Thèse, Université Joseph Fourier, 07 juillet 2003.
- Bassompierre, C., *Capture de mouvement, DEA INPG*. Grenoble : Confidentiel, INPG, 2003.
- Beeby, S., Ensell, G., Kraft, M., and N., W., *MEMS Mechanical Sensors*. Artech House, Inc., 2004.
- Bhatnagar, D. K., *Position trackers for Head Mounted Display systems*. Survey, 29th of March, 1993.
- Brown, R. and Hwang, P., *Introduction to Random Signal and Applied Kalman Filtering*. Wiley, New York, 1997.
- Caritu, Y., *Cahier des charges étude LAG*. France : LETI, Février 2003.
- Chai, L., *An Adaptive Estimator for Registration in Augmented Reality*. San Francisco, CA (USA) : Second IEEE and ACM Int'l Workshop on Augmented Reality (IWAR), Oct 23-32, 1999.
- Choukroun, D., *Novel methods for attitude determination using vector observations*. Israel Institute of Technology, Haifa, Israel, Thesis, 2003.
- Davailus, G. P., *The Application Of Quaternion Algebra To Gyroscopic Motion, Navigation, And Guidance*. Keystone, Colorado : AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference and Exhibit, 21 - 24 August 2006.
- David Guiraud, P. P., *Contrôle du mouvement du membre inférieur humain paralysé sous stimulation électrique*. Piscataway, NJ, USA : IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2003.
- Fernando Warner Dasilva, L. V., *An Architecture for Motion Capture Based Animation*. Brazilian Symposium of Computer Graphics and Image Processing, n SIBGRAPI, October 1997.
- F.L., M., Crassidis, J.L, and Cheng, Y., *Nonlinear Attitude Filtering Methods*. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference, 2005.
- Franck Multon, L. F., *Computer Animation of Human Walking*. Survey, INRIA, Juin 1998.
- Godin, C., *Spécification des comparaisons de méthodes d'optimisation et de filtrage de Kalman pour la centrale d'attitude à 6 capteurs*. France : Rapport CEA-LETI, confidentiel, 2005.
- Guerrero-Castellanos, J., Lesecq, S., Marchand, M., and Delamare, J., *Estimación de la Orientación : aplicación a un mini-helicóptero con cuatro rotores*. México D.F., México : Congreso Nacional de Control Automático 2006, UNAM, Pages : 1-6, Octubre, 18 - 20, 2006.

- Guiziou, R., *Système de Contrôle d'Attitude et d'Orbite*. Notes de cours, DESS Air&Espace, Université de la Méditerranée-Aix-Marseille, Mai 1994.
- H., R. and Hu, X., *Drif-free attitude estimation for accelerated rigid bodies*. Automatica, 2004.
- Hale, J. G. and Pollick, F. E., *Playing Sticky Hands With A Humanoid Robot*. USA : Rapport University of Glasgow, USA, 2002.
- Hodgins, J. K., *Animating Human Athletes*. In *Robotics Research*, Hirose Springer-Verlag : Berlin, 1998.
- <http://c.chasserat.free.fr>, *Définition de MoCap*, accès le 15 octobre 2004.
- <http://c.chasserat.free.fr>, *Définition de MoCap et coût*, accès le 15 octobre 2004.
- <http://fr.wikipedia.org/wiki/Quaternion>, *Définition du Quaternion*, accès le 20 Août 2004.
- <http://hms.upenn.edu/publications.html>, *Réalisme du mouvement*, dernier accès novembre 2004.
- <http://hypo.ge-dip.etat.ge.ch/www/math/html/node28.html>, *Marche Verticale*, accès le 20 juillet 2004.
- <http://members.fortunecity.co.uk/chtigris01/electronique/HTML/ehf01/theorie/theorie.html#Maxwell>, *théorie electromagnetisme*, accès le 2 Septembre 2004.
- <http://www-cal.univ-lille1.fr/lo/these/sommaire.htm>, dernier accès novembre 2004.
- <http://www.cc.gatech.edu/gvu/animation/Areas/publications.html>, dernier accès novembre 2004.
- <http://www.id8media.com/>, *information sur les caractéristiques techniques*, accès le 15 octobre 2004.
- http://www.immersion.com/3d/products/cyber_glove.php, *cyber_glove*, accès le 15 novembre 2004.
- <http://www.maison-des-sciences.org/ecm/docs/capteurs>, *information sur les caractéristiques des techniques Magnétiques*, accès le 15 novembre 2004.
- <http://www.motionanalysis.com/pdf/systemcomp.pdf>, *System Optique Motion*, accès le 15 octobre 2004.
- <http://www.ndigital.com/index.html>
- http://www.innsport.com/OptoTrak_System.htm, *Opto Trak*, accès le 2 Septembre 2004.
- http://www.oval.ucalgary.ca/Short_Track.asp, *Course*, accès le 20 juillet 2004.
- <http://www.postlogic.com/index.php>, *information sur les caractéristiques techniques*, accès le 15 novembre 2004.
- http://www.puppetworks.com/products_bodytracker.shtml
- http://www.puppetworks.com/products_parts.shtml, *Body Tracker*, accès le 15 novembre 2004.

- <http://www.vicon.com/home.jsp>, *ViconOptique*, accès le 2 Septembre 2004.
- <http://www.vicon.com/main/mocap/>, *Vicon Mocap*, accès le 2 Septembre 2004.
- http://fr.wikipedia.org/wiki/Athl%C3%A9tisme#Records_du_Monde, *Records*, accès le 25 Avril 2005.
- <http://fr.wikipedia.org/wiki/Optimisation>, *Optimisation*, accès le 20 Avril 2006.
- J. Gratch, J. R., *Creating interactive virtual humans : Some assembly required*. IEEE Intelligent Systems, 2003.
- Jeffrey Hightower, G. B., *A Survey and Taxonomy of Location Systems for Ubiquitous Computing*. Seattle, WA USA : University of Washington and IEEE Computer, Volume : 34, Issue : 8, August 24, 2001.
- Jeroen B.J. Smeets, E. B., *Independent control of the digits predicts an apparent hierarchy of visuo motor channels in grasping*. Organisation for Scientific Research (NWO) : Organisation for Scientific Research (NWO), June 2002.
- Krut, S., *Contribution à l'étude des robots parallèles légers, 3T-1R et 3T-2R à forts débattements angulaires*. Ph.D. Thesis, Université Montpellier II, Montpellier, 13 Novembre 2003.
- Lefferts, E., Markley, F., and Shuster, M., *Kalman Filtering for Spacecraft Attitude Estimation*. Orlando, FL : American Institute of Aeronautics and Astronautics, Aerospace Sciences Meeting, 20th, 17 p, Jan 11-14, 1982.
- Lesecq, S., *Capture de mouvement : Délivrable D2 Contrat Industriel LETI/LAG Formulation Quaternions et observabilité du problème*. Grenoble : Confidentiel, LAG-INPG, 2003.
- Lesecq, S. and Barraud, A., *Dispositif de mesure de mouvement*. Grenoble, France : Confidentiel, Capture de mouvement : Bilan des travaux réalisées durant la période octobre 2004-juin 2005, 2005.
- Mahony, R., Hamel, T., and Pflimlin, J., *Complementary filter design on the special orthogonal group $SO(3)$* . Barcelona, Spain : 44th IEEE Conference on Decision and Control and the European Control Conference, CDC'05 and ECC'05, 2005.
- Markley, F., *Attitude Error Representations for Kalman Filtering*. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 0731-5090 vol.26 no.2 (311-317), 2003.
- Merlet, J., *A parser for the interval evaluation of analytical functions and its applications to engineering problems*. J. of Symbolic Computation, Vol. 31, pp. 475-486, 2001.
- Microstrain, *Tracking system microstrain*. www.microstrain.com/products.aspx, 2006.
- Milgram, J. T. . R. J., *Complete Path Planning for Closed Kinematic Chains with Spherical Joints*. The International Journal of Robotics Research, Vol. 21, No. 9, 773-789, September 2002.
- Multon, F., *Contrôle du Mouvement des Humanoïdes de Synthèse*. Rennes : Thèse, Université de Rennes, 1998.

- N. Badler, J. A., *Representing and parameterizing agent behaviors*. Geneva, Switzerland : Proc. Computer Animation, IEEE Computer Society, 2002.
- Rehg, J. M. and Kanade, T., *Visual Tracking of High DOF Articulated Structures an Application to Human Hand Tracking*. Stockholm, Sweden : Third European Conf. On Computer Vision, May 1994.
- Salcudean, S., *A globally convergent velocity observer for rigid body motion*. IEEE Transactions on Automatic Control, Volume : 36, Issue : 12, p. : 1493-1497, Dec 1991.
- Salmeron Quiroz, B. B., *Fusion de données multi-capteurs pour la capture de mouvement*. LAG / CEA, 2004.
- Sanchez, A., Fantoni, I., R.Lozano, and De Leon Morales, J., *Nonlinear estimation of the pvtol aircraft attitude*. Oaxaca, Mexico : 2nd IFAC Symposium on System, Structure and Control, 2004.
- Shuster, M., *A survey of attitude representations*. Journal of the Astronautical Sciences (ISSN 0021-9142), vol. 41, no. 4, p. 439-517, 1993.
- Singh, S. P. and Kenneth, J., *Attitude Estimation for Dynamic Legged Locomotion Using Range and Inertial Sensors*. IEEE International Conference on Robotics and Automation, ICRA'05, 2005.
- Sun, H. and Metaxas, D., *Animation of Human Locomotion Using Sagittal Elevation Angles*. Hong Kong : Proceedings of Pacific Graphics 2000, October 3-5, 2000.
- Thevenet, F., *Animation en 3D de personnages virtuels à partir des systemes de capture du mouvement*. ATI Paris-VIII, Saint-Denis : Thèse, DESS Air&Espace, ATI Paris-VIII, Octobre 1999.
- Thienel, J. and Sanner, R., *A coupled nonlinear spacecraft attitude controller and observer with an unknown constant gyro bias and gyro noise*. IEEE Transactions on Automatic Control, Volume : 48, Issue : 11, On pages : 2011- 2015, Nov. 2003.
- Vik, B. and Fossen, T., *An Nonlinear Observer for GPS and INS Integration*. Orlando, FL, USA : 40th IEEE Conference on Decision and Control, p. : 2956-2961 vol.3, 2001.
- Whaba, G., *A Least Squares Estimate of Spacecraft Attitude*. SIAM Review, 1965.
- www.ascensiontech.com, *ascension*, accès le 15 novembre 2004.
- www.polhemus.com, *polhemus*, accès le 15 novembre 2004.
- Zordan, V. B., H., *Tracking and Modifying Upper-body Human Motion Data with Dynamic Simulation Computer Animation and Simulation '99*, Springer-Verlag, Wien, Sept. 1999.

FUSION DE DONNEES MULTI-CAPTEURS POUR LA CAPTURE DE MOUVEMENT.

RESUME : Cette thèse est située dans le contexte des applications de la capture de mouvement humain dont le but est d'inférer la position du corps humain. Les systèmes de capture de mouvement sont des outils "software" et hardware " qui permettent le traitement en temps réel ou en temps différé de données permettant de retrouver le mouvement (position, orientation) d'un objet ou d'un humain dans l'espace. Différents systèmes de capture de mouvement existent sur le marché. Ils diffèrent essentiellement par leur technologie mais nécessitent une adaptation de l'environnement et parfois l'équipement de la personne. Dans cette thèse, on présente un nouveau système de capture de mouvement permettant d'obtenir l'orientation 3D ainsi que l'accélération linéaire d'un mobile à partir des mesures fournies par une minicentrale, développée au sein du CEA-LETI. Cette minicentrale utilise une configuration minimale, à savoir un triaxe magnétomètre et un triaxe accéléromètre. Dans ce travail, on propose différents algorithmes d'estimation de l'attitude et des accélérations recherchées. La rotation est modélisée à l'aide d'un quaternion unitaire.

Dans un premier temps, on a considéré le cas d'une seule centrale d'attitude. On s'est intéressé au problème à 6DDL, dont le but est d'estimer l'orientation d'un corps rigide et ses trois accélérations linéaires à partir des mesures fournies par la minicentrale et d'un algorithme d'optimisation du type de Quasi-Newton. Comme on pouvait s'y attendre, le problème présente une infinité de solutions puisqu'il n'y a pas de degrés de liberté pour la routine d'optimisation (6 paramètres à estimer, 6 mesures). On a alors utilisé un critère pondéré qui tient compte de l'évolution passée des variables d'état, sans obtenir une amélioration sensible. Ensuite, on s'est intéressé à des problèmes dégradés, tel que le cas 5DDL: on cherche à estimer deux accélérations et l'attitude, en faisant des hypothèses sur la nature du mouvement. Enfin, un observateur non linéaire est proposé afin de traiter le cas 6DDL, grâce à la fusion de données issues de trois gyromètres, du triaxe magnétomètre et du triaxe accéléromètre. Dans un second temps, on s'est intéressé au cas de la capture de mouvement de chaînes articulées (bras et jambe).

A partir d'hypothèses ad-hoc sur les accélérations au niveau des liaisons pivot, on reconstruit le mouvement de la chaîne articulée (orientation) du segment ainsi que l'accélération en des points particuliers du segment. Ces différentes approches ont été validées avec des données simulées et réelles. Une interphase de visualisation a été développée afin de prouver la faisabilité de l'estimation de l'orientation et accélérations des segments d'une chaîne articulée.

Des simulations et des validations des différentes approches ont été effectuées, pour la visualisation, un modèle virtuel du corps humain en VRML est réalisé, prouvant la faisabilité de l'estimation de l'orientation et accélération des membres étudiés.

MOTS-CLEFS : Capture de mouvement humain, Quaternion, Optimisation, Estimation d'attitude, Estimation de l'accélération linéaire.

FUSION DE DONNEES MULTI-CAPTEURS POUR LA CAPTURE DE MOUVEMENT.

ABSTRACT: This thesis deals with motion capture (MoCap) which goal is to acquire the attitude of human's body. In our case, the arm and the leg are considered. The MoCap trackers are made of "software" and "hardware" parts which allow acquisition of the movement of an object or a human in space in real or differed time. Many MoCaps systems still exist, but they require an adaptation of the environment. In this thesis, a low cost, low weight attitude central unit (UCN namely a triaxes magnetometer and a triaxes accelerometer), is used. This attitude central unit has been developed within the CEA-LETI. In this work, we propose different algorithms to estimate the attitude and the linear accelerations of a rigid body. For the rotation parametrization, the unit quaternion is used.

Firstly, the estimation of the attitude and the accelerations (6DDL case) from the measurements provided by ACU is done via an optimization technique. As expected, the problem has an infinity of solutions since there are no degree of freedom for the optimization routine (6 parameters to be estimated, 6 measurements). Then, we focused on simple problems, such as 5DDL problem. In this case the attitude and only two of the accelerations values are estimated. In order to deal with the case 6DDL case, a nonlinear observer is proposed. The measurements are provided by 3 rate gyros, a triaxes magnetometer and a triaxe accelerometer.

The motion capture of articulated chains (arm and leg) is also studied with ad-hoc assumptions on the accelerations in the pivot connections, the orientation of the segments as well as the accelerations in particular points of the segments can be estimated. The different approaches proposed in this work have been evaluated with simulated data and real data.

KEYWORDS: Human motion capture, Quaternion, Optimization, Attitude estimation, Linear acceleration estimation.