



HAL
open science

SIMULATION NUMERIQUE DU TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE EN MILIEUX FLUIDES ET POREUX

Ramdane Younsi

► **To cite this version:**

Ramdane Younsi. SIMULATION NUMERIQUE DU TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE EN MILIEUX FLUIDES ET POREUX. Sciences de la Terre. Université des Sciences et de la Technologie Houari Boumediene, 2002. Français. NNT: . tel-00148969

HAL Id: tel-00148969

<https://theses.hal.science/tel-00148969>

Submitted on 23 May 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE DES SCIENCES ET DE LA TECHNOLOGIE HOUARI BOUMEDIENNE

FACULTE DES SCIENCES PHYSIQUES

DEPARTEMENT DE MECANIQUE DES FLUIDES ET ENERGETIQUE

LABORATOIRE DE MECANIQUE DES FLUIDES THEORIQUE ET APPLIQUEE

THÈSE

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR D'ÉTAT EN PHYSIQUE

Spécialité: Mécanique des Fluides

Par

Ramdane YOUNSI

**SIMULATION NUMERIQUE DU TRANSFERT
DE CHALEUR ET DE MASSE EN MILIEUX
FLUIDES ET POREUX**

Soutenue le 18 Décembre 2002 devant la Commission d'Examen:

Mr. M. BOUHADEF	Professeur	(U.S.T.H.B.)	Président
Mr. D. KALACHE	Professeur	(U.S.T.H.B.)	Rapporteur
Mr. E. K. SI AHMED	Professeur	(U.S.T.H.B.)	Examineur
Mr. F. SOUIDI	Maître de conférences	(U.S.T.H.B.)	Examineur
Mr. L. OUFER	Maître de conférences	(U.S.T.H.B.)	Examineur
Mr. N. ZERAIBI	Maître de conférences	(U.B.)	Examineur

DEDICACES

A

Mes parents,

Ma grand-mère,

Mes frères,

Ma fiancée,

Tous mes proches,

Tous mes amis,

Tous ceux qui m'ont aidé et encouragé.

Avant - Propos

Le présent travail a été réalisé au Laboratoire de mécanique des fluides théorique et appliquée, sous la direction de monsieur D. KALACHE. Qu'il me soit permis de lui exprimer ma profonde gratitude et mes sincères remerciements de m'avoir guidé et encouragé tout au long de ce travail.

Monsieur le professeur M. BOUHADF m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury, malgré ses multiples occupations, qu'il veuille trouver ici, l'expression de ma gratitude pour l'intérêt qu'il a porté à mon travail.

Je suis très sensible à l'honneur que me fait monsieur le Professeur E. K. SI AHMED, en acceptant, malgré ses nombreuses charges, de participer à ce jury.

Je suis extrêmement reconnaissant à monsieur F. SOUIDI, maître de conférence à l'U.S.T.H.B et je le remercie d'avoir bien voulu accepter de juger ce travail.

J'ai vivement apprécié la considération que m'a témoigné Monsieur L. OUFER, maître de conférence à la Faculté des génie des procédés de l'U.S.T.H.B, en acceptant de faire partie de ce jury.

Mes remerciements vont également à monsieur N. ZERAIBI, maître de conférence à l'université de Boumerdes, pour l'intérêt qu'il a porté à ce travail et pour sa participation au jury d'examen.

Enfin, je ne saurais oublier mes collègues du laboratoire en particulier N. KADEM, N. CHALLAL, D. BAAZIZ, et tous mes amis notamment A. HARKATI qui, aux diverses circonstances, m'ont apporté leur aide dans le déroulement de ce travail. Je suis heureux de leur témoigner ici toute ma reconnaissance et ma sympathie.

Sommaire

Introduction générale	1
------------------------------------	---

Chapitre I: Généralités et revue bibliographique

I.1. Considérations préliminaires.....	3
I.2. Le volume élémentaire représentatif	3
I.2.1. Porosité	5
I.2.2. Perméabilité.....	6
I.3. Loi de Darcy généralisée	7
I.4. Revue bibliographique	10
I.5. Conclusion.....	22

Chapitre II : Formulation mathématique

II.1. Introduction	23
II.2. Modèle physique	23
II.3. Hypothèses simplificatrices.....	24
II.4. Equations du problème.....	25
II.5. Adimensionnement des équations de conservation.....	28
II.6. Conditions aux limites.....	31
II.7. Conclusion	31

Chapitre III : Modélisation numérique

III.1. Introduction	32
III.2. Principe de la méthode des volumes finis	32
III.2.1. Equation différentielle gouvernante.....	32
III.2.2. Maillage et volume de contrôle	33

III.2.3. Discrétisation des équations de conservation	33
A. Flux de diffusion -convection	34
B. Simplification de l'expression du flux	35
C. Linéarisation du terme source	35
D. Equation finale de discrétisation	36
E. Non linéarités	37
F. Solution des équations algébriques	38
III.2.4. Considérations pour le champ dynamique	38
A. Difficultés	38
B. Notion de maillage décalé	39
III.2.5. Discrétisation des équations dynamiques	39
A. Equations du mouvement	39
B. Equation de correction de vitesse	41
C. Equation de correction de pression	41
D. Algorithme SIMPLER	43
E. Critère de convergence	44
III.2.6. Schéma d'interpolation	45
III.3. Application de la méthode des volumes finis à notre problème	47
III.3.1. Discrétisation des équations du mouvement	47
III.3.1.1. Équation du mouvement en X	47
III.3.1.2. Équation du mouvement en Y.....	48
III.3.1.3. Équation de correction de pression	49
III.3.2. Discrétisation de l'équation de l'énergie	51
III.3.3. Discrétisation de l'équation de la soluté	52
III.4. Sensibilité de la solution au maillage.....	52
III.5. Validation du code de calcul	54
III.6. Conclusion	56

Chapitre IV : Résultats et discussions

IV.1. Introduction.....	57
IV.2. Effet de la perméabilité de la couche poreuse « Da ».....	58
IV.2.1. Structure de l'écoulement.....	58
IV.2.2. Profils de vitesse, température et concentration.....	62
IV.2.3. Transfert de chaleur et de matière.....	66
IV.3. Effet de la couche poreuse « Xp ».....	68
IV.3.1. Structure de l'écoulement.....	68
IV.3.2. Profils de vitesse, température et concentration.....	71
IV.3.3. Transfert de chaleur et de matière.....	74
IV.4. Effet du Nombre de Rayleigh (Ra).....	79
IV.4.1. Structure de l'écoulement.....	79
IV.4.2. Profils de vitesse, température et concentration.....	81
IV.4.3. Transfert de chaleur et de matière.....	81
IV.5. Effet du Nombre de Lewis et du rapport de poussée.....	84
IV.5.1. Structure de l'écoulement.....	84
IV.5.2. Transfert de chaleur et de matière.....	92
III.6. Conclusion	95
Conclusion générale.....	96
Références bibliographiques.....	99
Annexe	106

NOMENCLATURE

- A : Rapport d'allongement de la cavité =H/L
- C : Concentration dimensionnelle du soluté
- C_p : Chaleur spécifique [$J\ kg^{-1}\ K^{-1}$]
- D : Diffusivité massique [$m^2\ s^{-1}$]
- Da : Nombre de Darcy= K/H^2
- g : Accélération de la pesanteur [$m\ s^{-2}$]
- H : Hauteur de la cavité [m]
- h : Coefficient d'échange convectif
- \bar{h} : Coefficient d'échange convectif moyen
- J : Flux total (diffusion+convection)
- k : Conductivité thermique [$w\ m^{-1}K^{-1}$]
- k_{eff} : Conductivité thermique effective= $\epsilon k_f + (1 - \epsilon)k_p$ [$w\ m^{-1}K^{-1}$]
- K : Perméabilité du milieu poreux [m^2]
- L : Largeur de la cavité [m]
- Le : Nombre de Lewis= α/D
- N : Rapport des forces de volume= $\beta_s \Delta C / \beta_T \Delta T$
- Nu : Nombre de Nusselt moyen
- P : Pression
- P' : Correction de pression
- Pr : Nombre de Prandtl = ν/α
- R_D : Rapport de diffusivité massique
- R_k : Rapport de conductivité thermique
- R_V : Rapport des viscosité dans le terme de Brinkman
- Ra : Nombre de Rayleigh = $g\beta_T \Delta T H^3 / \alpha_p \nu$
- S : Terme source
- Sh : Nombre de Sherwood moyen
- S_C : Partie constante du terme source linéarisé
-

- S_p : Coefficient de Φ_p dans l'expression du terme source linéarisé
 t : Temps [s]
 T : Température dimensionnelle [K]
 U : Composante adimensionnelle horizontale du vecteur vitesse
 U' : Correction de la vitesse U
 V : Composante adimensionnelle verticale du vecteur vitesse
 V' : Correction de la vitesse V
 \vec{V} : Vecteur vitesse
 X : Coordonnée horizontale adimensionnelle
 X_p : Epaisseur de la couche poreuse
 Y : Coordonnée verticale adimensionnelle

Symboles Grecs:

- α : Diffusivité thermique = $k_{\text{eff}}/(\rho C_p)_f$
 α_Ω : Coefficient de sous relaxation
 β_T : Coefficient d'expansion thermique [K⁻¹]
 β_s : Coefficient d'expansion solutale [K⁻¹]
 ρ : Masse volumique [kg m⁻³]
 μ : Viscosité dynamique [kg m⁻¹ s⁻¹]
 μ_{eff} : Viscosité équivalente dans le modèle de Brinkman [kg m⁻¹ s⁻¹]
 ν : Viscosité cinématique [m² s⁻¹]
 ε : Porosité
 ΔT : Différence de température entre les parois verticales = $T_1 - T_2$
 ΔC : Différence de concentration entre les parois verticales = $C_1 - C_2$
 Ω : Fonction généralisée
 Θ : Température adimensionnelle = $T - (T_1 + T_2)/2 / \Delta T$
 Φ : Concentration adimensionnelle = $C - (C_1 + C_2)/2 / \Delta C$
 Γ : Coefficient de diffusion
 ω : Domaine de calcul
-

$\Delta\tau$: Pas de temps

τ : Temps adimensionnelle = tH^2/α

δX : Distance dans la direction X entre deux nœuds consécutifs

δY : Distance dans la direction Y entre deux nœuds consécutifs

ΔX : Longueur dans la direction X du volume de contrôle

ΔY : Longueur dans la direction Y du volume de contrôle

Indices :

eff : Effectif

i : Initiale

l : Liquide

M : Moyen

P: Poreux

1 : Chaude

2 : Froide

Symbole spécial : [a , b] : Maximum entre les deux valeurs de a et b

Liste des Figures

Figure (I.1): Représentation du volume élémentaire représentatif, sur lequel est moyennée la propriété P.....	4
Figure (I.2): Cavité poreuse dont les parois horizontales sont soumises à des conditions de Dirichlet en température et concentration.....	11
Figure (I.3): Cavité poreuse dont les parois verticales sont soumises à des conditions de Dirichlet en température et concentration.....	11
Figure (I.4): Cavité partiellement occupée par une couche poreuse horizontale.....	11
Figure (I.5): Cavité partiellement occupée par une couche poreuse verticale.....	11
Figure (II.1): Géométrie du problème.....	23
Figure (III.1): Volume de contrôle.....	34
Figure (III.2): Maillage décalé.....	39
Figure (III.3): Volumes de contrôle pour U et V.....	40
Figure (III.4): Schéma du volume de contrôle pour U.....	46
Figure (III.5): Schéma du volume de contrôle pour U.....	46
Figure (III.6): Schéma du volume de contrôle pour P.....	49
Figure (III.7): Influence du nombre de nœuds sur le nombre de Nusselt moyen ($N=1$, $Le=10$, $Da=10^{-5}$, $Pr=7$, $A=1$, $X_p=0.2$)	54
Figure (III.8): Influence du nombre de nœuds sur le nombre de Sherwood moyen ($N=1$, $Le=10$, $Da=10^{-5}$, $Pr=7$, $A=1$, $X_p=0.2$)	54

Figure (IV.1): Carte d'isovaleurs en fonction du nombre de Darcy ($A=1$, $X_p=0.2$, $Pr=7$, $Ra=10^5$, $Le=10$, $N=1$)	60
Figure (IV.2): Carte d'isovaleurs en fonction du nombre de Darcy ($A=1$, $X_p=0.2$, $Pr=7$, $Ra=10^6$, $Le=10$, $N=1$)	61
Figure (IV.3): Evolution des profils de vitesse, température et concentration sur le plan médian horizontal pour différentes valeurs du nombre de Darcy ($A=1$, $X_p=0.2$, $Ra=10^5$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$)	64
Figure (IV.4): Evolution des profils de vitesse verticale, température et concentration sur le plan médian horizontal pour différentes valeurs du nombre de Darcy ($A=1$, $X_p=0.2$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$)	65
Figure (IV.5): Evolution du transfert de chaleur moyen en fonction du nombre de Darcy ($A=1$, $X_p=0.2$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$)	67
Figure (IV.6): Evolution du transfert de masse moyen en fonction du nombre de Darcy ($A=1$, $X_p=0.2$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$)	67
Figure (IV.7): Carte d'isovaleurs en fonction de l'épaisseur de la couche poreuse ($A=1$, $Da=1$, $Pr=7$, $Ra=10^6$, $Le=10$, $N=1$)	69
Figure (IV.8): Carte d'isovaleurs en fonction de l'épaisseur de la couche poreuse ($A=1$, $Da=10^{-6}$, $Pr=7$, $Ra=10^6$, $Le=10$, $N=1$)	70
Figure (IV.9): Evolution des profils de vitesse verticale, température et concentration sur le plan médian horizontal pour différentes épaisseurs de la couche poreuse ($A=1$, $Da=1$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$)	72
Figure (IV.10): Evolution des profils de vitesse verticale, température et concentration sur le plan médian horizontal pour différentes épaisseurs de la couche poreuse ($A=1$, $Da=10^{-6}$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$)	73
Figure (IV.11): Evolution du transfert de chaleur moyen avec l'épaisseur de la couche poreuse pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh ($A=1$, $Da=10^{-6}$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$)	75

Figure (IV.12): Evolution du transfert de matière moyen avec l'épaisseur de la couche poreuse pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh ($A=1$, $Da=10^{-6}$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$)	75
Figure (IV.13): Evolution du transfert de chaleur moyen avec l'épaisseur de la couche poreuse pour différentes valeurs du nombre de Darcy ($A=1$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$)	76
Figure (IV.14): Evolution du transfert de matière moyen avec l'épaisseur de la couche poreuse pour différentes valeurs du nombre de Darcy ($A=1$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$)	76
Figure (IV.15): Evolution du transfert de chaleur moyen avec l'épaisseur de la couche poreuse différentes valeurs du rapport de poussée N ($A=1$, $Da=10^{-6}$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$)	78
Figure (IV.16): Evolution du transfert de matière moyen avec l'épaisseur de la couche poreuse pour différentes valeurs du rapport de poussée N ($A=1$, $Da=10^{-6}$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$)	78
Figure (IV.17): Carte d'isovaleurs en fonction du nombre de Rayleigh ($A=1$, $X_p=0.2$, $Da=10^{-6}$, $Pr=7$, $N=1$, $Le=10$)	80
Figure (IV.18): Evolution des profils de vitesse verticale, température et concentration sur le plan médian horizontal pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh ($A=1$, $X_p=0.2$, $Da=10^{-6}$, $Pr=7$, $N=1$, $Le=10$)	82
Figure (IV.19): Evolution du transfert de chaleur moyen avec le nombre de Rayleigh pour différentes valeurs du nombre de Darcy ($A=1$, $X_p=0.2$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$)	83
Figure (IV.20): Evolution du transfert de matière moyen avec le nombre de Rayleigh pour différentes valeurs du nombre de Darcy ($A=1$, $X_p=0.2$, $Pr=7$, $N=1$, $Le=10$)	83
Figure (IV.21): Carte d'isovaleurs en fonction du rapport de poussée N ($A=1$, $X_p=1$, $Da=10^{-4}$, $Pr=7$, $Ra=10^6$, $Le=1$)	86

Figure (IV.22): Carte d'isovaleurs en fonction du rapport de poussée N ($A=1, Da=10^{-4}, Pr=7, Ra=10^6, Le=10$)	87
Figure (IV.23): Carte d'isovaleurs en fonction du rapport de poussée N ($A=1, X_p=1, Da=10^{-4}, Pr=7, Ra=10^6, Le=100$)	88
Figure (IV.24): Carte d'isovaleurs en fonction du rapport de poussée N ($A=1, X_p=1, Da=10^{-4}, Pr=7, Ra=10^6, Le=1$)	89
Figure (IV.25): Carte d'isovaleurs en fonction du rapport de poussée N ($A=1, X_p=1, Da=10^{-4}, Pr=7, Ra=10^6, Le=10$)	90
Figure (IV.26): Carte d'isovaleurs en fonction du rapport de poussée N ($A=1, X_p=1, Da=10^{-4}, Pr=7, Ra=10^6, Le=100$)	91
Figure (IV.27): Evolution du transfert de chaleur moyen avec le rapport de poussée N pour différentes valeurs du nombre de Lewis ($A=1, X_p=1, Da=10^{-4}, Ra=10^6, Pr=7$)	94
Figure (IV.28): Evolution du transfert de matière moyen avec le rapport de poussée N pour différentes valeurs du nombre de Lewis ($A=1, X_p=1,$ $Da=10^{-4}, Ra=10^6, Pr=7$)	94

Liste des Tableaux

Tableau (I.1): Porosité de quelques matériaux.....	5
Tableau (I.2): Perméabilité de quelques matériaux.....	7
Tableau (II.1): Expressions de Γ_{Ω} et S_{Ω} pour les différentes équations.	29
Tableau (II.2): Conditions aux limites sous forme adimensionnelle.....	30
Tableau (III.1): Expressions des termes sources linéarisés (S_C et S_P) pour les différentes équations.....	36
Tableau (III.2): Influence de la taille du maillage sur le transfert de chaleur ($N=1$, $Le=10$, $Da=10^{-5}$, $Pr=7$, $A=1$, $X_p=0.2$).....	53
Tableau (III.3): Influence de la taille du maillage sur le transfert de masse ($N=1$, $Le=10$, $Da=10^{-5}$, $Pr=7$, $A=1$, $X_p=0.2$).....	53
Tableau (III.4): Comparaison des nombres de Nusselt et Sherwood moyens dans le cas du milieu fluide ($A=1$, $Pr=7$, $Le=100$, et $Gr_T = 10^5$)	55
Tableau (III.5): Comparaison des nombres de Nusselt et Sherwood moyens dans le cas du milieu fluide ($A=1$, $Pr=7$, $N=20$, et $Gr_T = 10^5$)	55
Tableau (III.6): Comparaison du nombre d Nusselt moyen dans le cas du modèle de Darcy en convection thermique ($A=1$, $Pr=0.71$)	55
Tableau (III.7): Comparaison du nombre de Nusselt moyen dans le cas du modèle de Darcy - Brinkman en convection thermique ($A=1$, $Pr=1$)	56

***INTRODUCTION
GENERALE***

INTRODUCTION GENERALE

L'étude, présentée dans ce mémoire, s'inscrit dans le cadre de l'étude macroscopique des transferts de chaleur et de masse et des écoulements, dans les processus se caractérisant par la présence simultanée, d'un milieu fluide et d'une couche poreuse. La recherche dans ce domaine couvre un champ très vaste. Car les applications concernées sont extrêmement variées. On peut citer les procédés de séchage, l'isolation thermique, les écoulements géophysiques, la croissance cristalline, ...etc.

Dans le cas des milieux poreux, les études de la convection naturelle d'origine thermique où les gradients de masse volumique sont issus uniquement du champ de température, ont fait l'objet de beaucoup de travaux expérimentaux et théoriques. De la présence d'un gradient de concentration dans le fluide, soulève d'autres problèmes, dus à la compétition des forces volumiques d'origine thermique et solutale, dont les propriétés de diffusion sont différentes ; c'est la convection thermosolutale.

L'étude de ce mode de convection en milieu fluide ou poreux s'est particulièrement développée ces dernières années vu son intérêt pour la résolution de certains problèmes technologiques importants tel que le changement de phase où la zone diphasique, dite zone pâteuse, est représentée par un milieu poreux saturé par un fluide binaire. Il est donc pertinent, pour définir la distribution des transferts dans de tels

systemes, de caractériser les écoulements de convection thermosolutale dans les deux milieux (Fluide+Poreux).

Dans cette présente étude, nous nous proposons d'analyser les transferts de chaleur et de masse induits par des écoulements dus aux forces de volumes d'origine thermique et solutale d'un fluide binaire dans une cavité rectangulaire, entièrement ou partiellement occupée par une matrice poreuse uniforme et isotrope.

La présentation de ce mémoire est articulée de la façon suivante:

Le premier chapitre est consacré à une synthèse bibliographique des travaux théoriques, expérimentaux et numériques ayant trait à la convection thermique et/ou solutale en cavité entièrement ou partiellement poreuse, pour diverses configurations et pour différentes conditions aux limites.

Le modèle physique choisi, les équations gouvernantes ainsi que les conditions aux limites associées constituent le deuxième chapitre.

Le troisième chapitre est consacré à la présentation de la méthode des volumes finis et sa mise en oeuvre pour la discrétisation des équations du problème ainsi que la validation de notre algorithme de calcul.

Nous rassemblons dans le chapitre quatre les principaux résultats numériques de cette étude. Les commentaires, interprétations et analyse des divers résultats sont présentés à partir des distributions de certaines grandeurs physiques.

En fin nous terminons ce travail par une conclusion générale qui résume les principaux résultats obtenus. Quelques recommandations pour les études futures sont finalement émises.

CHAPITRE I

REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

GENERALITES ET REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1. Introduction

On appelle un milieu poreux toutes matrices solides comportant des vides ou cavités au travers desquelles un fluide peut s'écouler. Ces espaces vides qui peuvent être connectés sont appelés pores. On rencontre plusieurs matériaux poreux dans la nature ou l'industrie. Il peut s'agir d'empilement de billes, de panneaux de fibre de verre, de béton, de roche, de gisement de pétrole, de sable,....., etc.

Un milieu poreux est caractérisé principalement par, deux propriétés macroscopiques liées entre elles et qui sont la porosité et la perméabilité.

Du fait que la disposition et la taille de ces pores soient irrégulières, la variation des paramètres régissant cet écoulement, sera elle aussi irrégulière. En pratique, ces paramètres sont mesurés à l'échelle macroscopique (moyenné). La technique utilisée et la méthode spatiale, définie comme étant une moyenne appropriée sur un volume élémentaire représentatif (V.E.R.) suffisamment large, figure (I.1).

I.2. Le volume élémentaire représentatif

Lorsqu'on étudie les écoulements en milieu poreux, deux échelles s'imposent pour la description des phénomènes [1] :

- L'échelle des pores, ou microscopique, à l'intérieur de laquelle les grandeurs locales peuvent très largement varier. En général cette échelle est associée au diamètre moyen des pores, d .
- L'échelle du milieu poreux, ou macroscopique, caractéristique de variations significatives de ces mêmes grandeurs, définies en moyennes, sur un certain volume de milieu poreux. Cette échelle macroscopique est associée à une dimension géométrique du milieu, L_a .

Les grandeurs macroscopiques, caractérisant le milieu poreux, ont donc des moyennes de grandeurs microscopiques correspondantes, sur une taille grande devant l'échelle de leurs fluctuations microscopiques, mais petite devant celle des variations à l'échelle macroscopique. Ainsi si l désigne la dimension caractéristique du V.E.R., l doit satisfaire la double inégalité suivante : $d < l < L_a$.

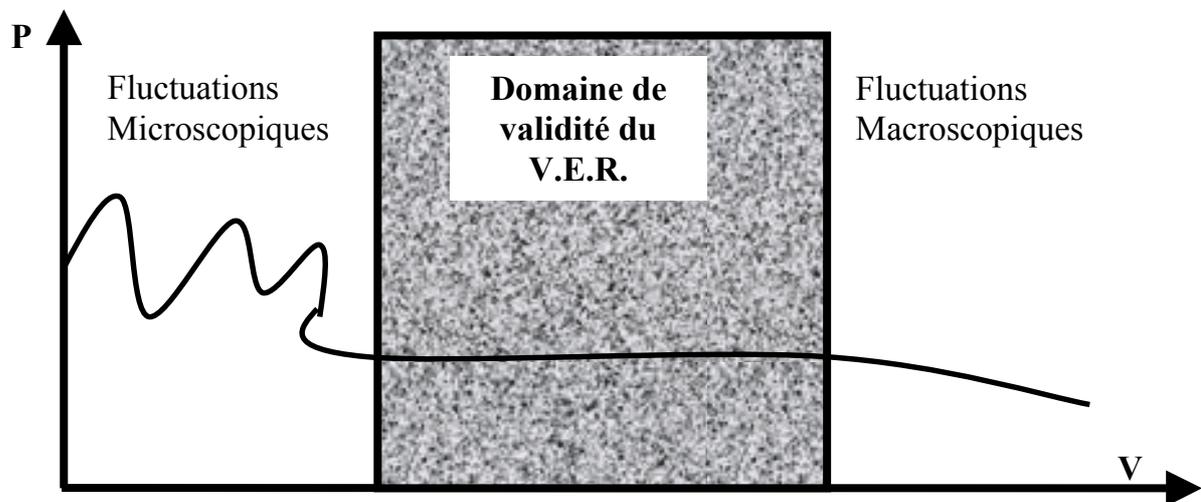


Figure (I.1) : Représentation du volume élémentaire représentatif, sur lequel est moyennée la propriété P .

Les paramètres caractérisant le milieu poreux sont donc obtenus par prise de moyenne sur le V.E.R. Cependant, dans ce qui suit nous présentons une définition macroscopique de ces paramètres qui apparaissent dans ces différents modèles empiriques.

I.2.1. Porosité

La porosité est définie comme étant le rapport du volume occupé par ces pores (espaces vides) au volume du milieu poreux.

$$\varepsilon = \frac{\text{volume des pores}}{\text{volume total du milieu poreux}}$$

Des mesures expérimentales faites par Kaviany [2] donnent dans le tableau(I.1) ci dessous quelques valeurs de la porosité pour différents matériaux.

Matériaux	Porosité
Matériau mousseux	0.98
Fibre de verre	0.88 – 0.93
Fil à tisser	0.68 – 0.76
Grains de silice	0.65
Poudre d'ardoise noire	0.57 – 0.66
Cuir	0.56 – 0.59
Catalyseur	0.45
Granulé de pierres	0.44 – 0.45
Terre	0.43 – 0.54
Sable	0.37 – 0.50
Poudre de silice	0.37 – 0.49
Sphère bien empilée	0.36 – 0.43
Filtre de cigarettes	0.17 – 0.49
Briques	0.12 – 0.34
Poudre de cuivre	0.09 – 0.34
Pierre à chaud, Dolomite	0.04 – 0.10
Houille	0.02 – 0.07

Tableau (I.1) : Porosité de quelques matériaux.

I.2.2. Perméabilité

La perméabilité traduit la facilité avec laquelle le fluide s'écoule dans le milieu poreux sous l'effet d'un gradient de pression. La perméabilité notée K dépend uniquement de la porosité et de la géométrie de la matrice solide. La relation de Kozeny – Carmen (1937), donne une estimation de la perméabilité K pour un milieu poreux non consolidé constitué d'éléments identiques de géométrie simple :

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^3}{36C_0 (1-\varepsilon)^2}$$

ou d désigne une dimension caractéristique des éléments constituant la matrice poreuse et C_0 une constante dépendant de la forme des grains ($3.6 < C_0 < 5$).

Ergun [3], établit une expression semblable à l'équation de Kozeny – Carmen en considérant l'écoulement unidirectionnel d'un fluide incompressible au sein d'une colonne poreuse constituée de particules sphériques, de diamètres d , et soumise à un gradient de pression :

$$K = \frac{d^2 \varepsilon^3}{150(1-\varepsilon)^2}$$

Ce qui correspond à une valeur de C_0 de la loi de Kozeny – Carmen de 4.16.

Le tableau ci-dessous représente la perméabilité de quelques matériaux poreux définis d'après Sheidegger [4].

Matrice	Perméabilité[m ²]
Briques	$4.8.10^{-15} - 2.2.10^{-13}$
Pierre à chaud, Dolomite	$2.0.10^{-15} - 4.5.10^{-14}$
Cuir	$9.5.10^{-14} - 1.2.10^{-13}$
Poudre d'ardoise noire	$4.9.10^{-14} - 1.2.10^{-13}$
Terre	$2.9.10^{-13} - 1.4.10^{-11}$
Fibres de verre	$2.4.10^{-11} - 5.1.10^{-11}$
Sable	$2.0.10^{-11} - 1.8.10^{-10}$
Cheveux artificiels	$8.3.10^{-10} - 1.2.10^{-9}$
Plaque de liège	$3.3.10^{-10} - 1.5.10^{-9}$
Fils à tisser	$3.8.10^{-9} - 1.10^{-8}$
Cigarette	$1.1.10^{-9}$

Tableau (I.2) : Perméabilité de quelques matériaux.

I.3. Loi de Darcy généralisée

La dynamique des fluides homogènes dans, les milieux poreux, est décrite par la loi de Darcy [5], établie en 1856 sur des fondements expérimentaux. Cette loi, établie à partir d'écoulements unidirectionnels sur des colonnes de sables, a mis en évidence la proportionnalité du gradient de pression appliqué et le débit d'eau traversant la colonne de sable. Depuis, les sciences hydrogéologiques sont basées sur la loi de Darcy même pour les écoulements multidirectionnels. Elle s'écrit :

$$\vec{\nabla}P = -\frac{\mu}{K} \vec{V} \quad (I.1)$$

où \vec{V} est la vitesse de filtration, μ est la viscosité dynamique du fluide, K est la perméabilité du milieu poreux et $\vec{\nabla}P$ le gradient de pression appliqué.

Mais la loi de Darcy, encore largement utilisée, s'est avérée insuffisante. Parmi ses insuffisances réside dans le fait qu'elle ne peut pas traduire l'influence de la nature du fluide sur l'écoulement notamment près des parois. En effet, avec ce modèle, la condition de non glissement aux parois est retenue quel que soit le fluide considéré. Cette équation ne tient pas compte non plus d'éventuels effets inertiels.

- **Formulation de Brinkman**

Dans le cadre du calcul de la force visqueuse exercée par un fluide sur des particules sphériques composant un milieu poreux, Brinkman(1947) a étendu la loi de Darcy en introduisant un terme équivalent au terme de diffusion visqueuse dans la loi de Stokes

$$\bar{\nabla}P = -\frac{\mu}{K}\bar{V} + \mu_{\text{eff}}\bar{\nabla}^2V \quad (\text{I.2})$$

Cette loi empirique est connue sous le nom de la formulation de Darcy-Brinkman. Le premier terme de droite de l'équation (I.2) est le terme de Darcy et le deuxième et appelé le terme de Brinkman.

Brinkman justifie cette loi empirique par le fait que, pour les faibles valeurs de la perméabilité K , l'équation (I.2) dégénère en loi de Darcy, équation (I.1), et lorsque la perméabilité tend vers l'infini, on retrouve l'équation de Stokes. La difficulté dans l'utilisation de ce modèle réside dans l'évaluation de la viscosité équivalente μ_{eff} .

- **Formulation de Forchheimer**

Dans le cas d'un écoulement de faible intensité, l'équation de Darcy suffit pour décrire l'écoulement. En revanche, avec l'augmentation de la vitesse, l'effet inertiel, non linéaire devient important et l'équation de Darcy devient insuffisante pour décrire l'écoulement. Ward [6] propose dans ce cas de remplacer l'équation de Darcy par l'équation :

$$\bar{\nabla}P = -\frac{\mu}{K} \bar{\nabla} + bK^{-1/2} \rho_f |\bar{\nabla}| \bar{\nabla} \quad (I.3)$$

Le premier terme du second membre est le terme de Darcy et le second terme est connu sous le nom de terme de Forchheimer, b étant une constante adimensionnelle. L'étude de Ward a montré que pour des vitesses relativement faibles, le terme de Darcy est prédominant, l'équation de Darcy constitue alors une bonne approximation de l'équation de Darcy-Forchheimer. En revanche, pour des vitesses d'écoulement assez élevées, le terme convectif de Forchheimer devient prépondérant. Le rapport de ces deux termes représente à une constante près le nombre de Reynolds à l'échelle du pore.

$$Re_p = \frac{VK^{1/2}}{\nu}$$

- **Terme convectif**

Wooding [7] a proposé une extension de l'équation de Darcy en introduisant un terme convectif par analogie avec les équations de Navier-Stokes.

$$\frac{\rho}{\varepsilon^2} (\bar{\nabla} \cdot \bar{\nabla}) \bar{\nabla} = -\bar{\nabla}P - \frac{\mu}{K} \bar{\nabla} \quad (I.4)$$

Le terme de gauche de l'équation (I.4) est le terme de convection qui tient compte des effets inertiels quand les vitesses sont importantes.

Des travaux théoriques et numériques, Vafai et Tien [8], Lauriat et Prasad [9] et Lage [10] montrent que le terme de convection ne tient pas compte des déviations de sources par rapport au terme de Darcy. Ils optent alors pour le terme de Forchheimer pour tenir compte des effets inertiels. Il a été aussi montré que la simple équation de Darcy était insuffisante pour décrire un écoulement en milieu poreux, en particulier l'influence de la viscosité du fluide dans la zone pariétale.

Dans la suite de ce travail et compte tenu des gammes des paramètres choisis, nous retenons la formulation de Darcy – Brinkman et

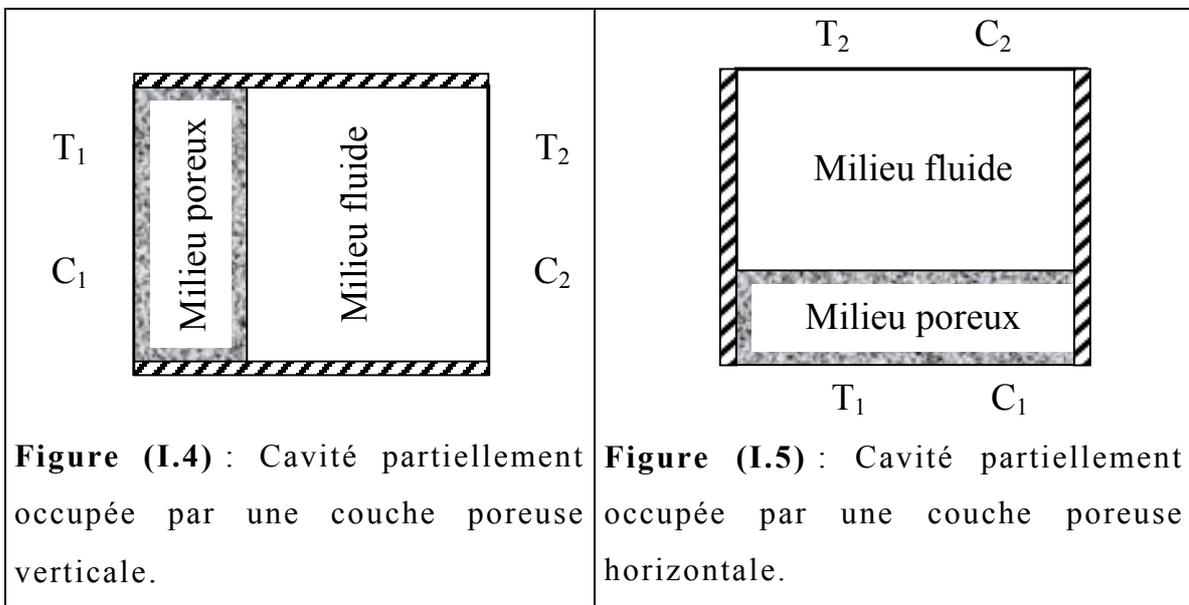
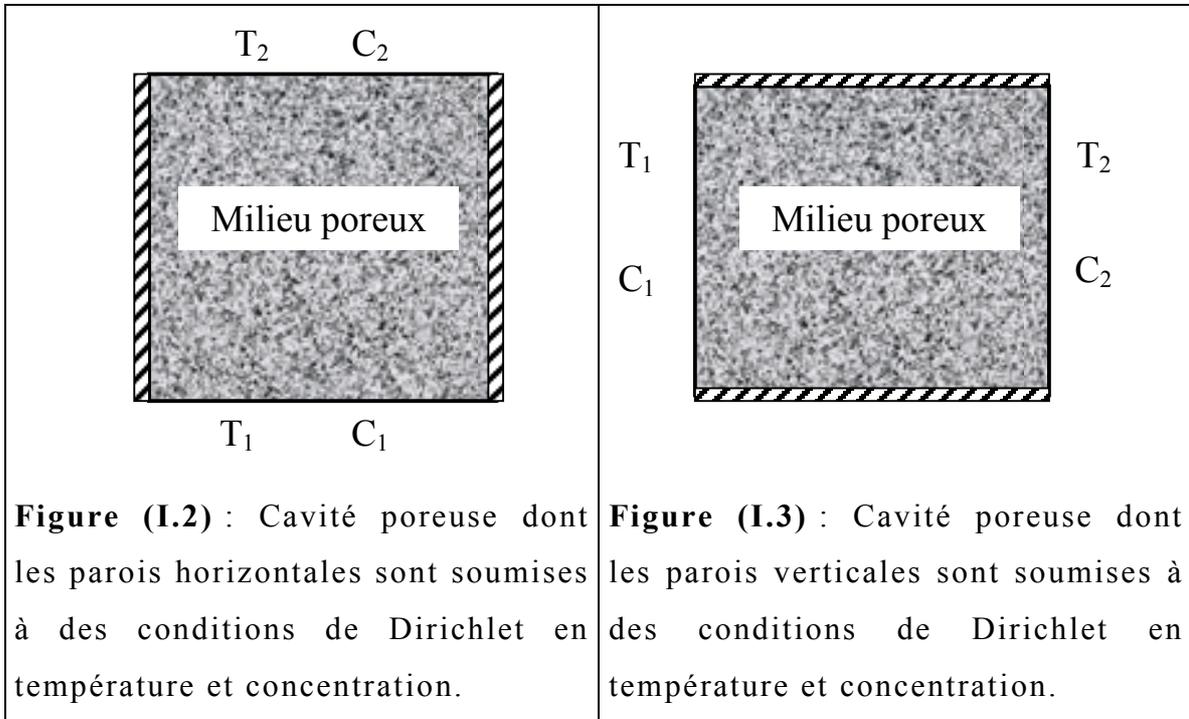
Forchheimer avec une viscosité effective égale à la viscosité du fluide. Le terme advectif est maintenu dans l'équation de conservation de la quantité de mouvement parce que notre principale motivation est d'étudier les transferts et les structures d'écoulement dans un milieu saturé par un fluide binaire et entièrement ou partiellement poreux. Dans la section suivante, une revue bibliographique regroupe les travaux les plus importants qui traitent des écoulements et transferts induits par convection thermosolutale dans les milieux poreux.

I.4. Revue bibliographique

Dans cette section, nous présentons une recherche bibliographique sur la convection thermosolutale en milieux confinés remplis de milieux poreux et saturés par des fluides. Comme on l'a déjà signalé, la convection naturelle dans les milieux poreux est présente dans de très nombreux processus naturels ou industriels. Les exemples sont multiples et nous pouvons citer quelques-uns : la récupération de pétrole, l'isolation thermique, les mouvements convectifs dans les océans qui sont dus, d'une part, à la présence de gradient de température, et d'autre part, à la distribution non uniforme de la concentration du sel, les phénomènes de changement de phase des métaux, où la convection affecte directement la structure micrographique et les propriétés mécaniques et thermophysiques des alliages,..., etc.

Deux grands types de configuration sont considérés dans la majorité des travaux disponibles dans la littérature, et relatif à la convection naturelle double diffusive en milieux poreux. La première configuration est celle d'une cavité poreuse dont les parois horizontales sont soumises à des conditions de Dirichlet en température et en concentration ou à des conditions de flux uniformes de chaleurs

et de matières. Les parois verticales étant adiabatiques et imperméables, figure(I.2). Dans la seconde configuration, se sont les parois verticales qui son soumises à des conditions de Dirichlet, figure(I.3).



Parmi les premières études portant sur le sujet, nous pouvons citer les travaux de Nield [11]. Ces travaux ont été menés dans des couches horizontales soumises à des gradients opposés de température et de

concentration. Le nombre de Rayleigh critique, marquant le seuil de l'apparition de la convection a été prédit par cet auteur pour divers types de conditions aux limites. Par la suite, Tauton et Lightfoot [12] ont, de leur côté, étudié le problème de la stabilité dans une couche poreuse horizontale saturée par un fluide binaire. Les parois horizontales étaient maintenues à des températures et des concentrations constantes. En utilisant la théorie de la stabilité linéaire, ces auteurs ont déterminé les nombres de Rayleigh critiques délimitant trois régimes de convection différents. Le premier régime stable, est caractérisé par l'état de repos du fluide. Cet état peut être maintenu jusqu'à un nombre de Rayleigh critique au-dessus duquel débute la convection oscillante (deuxième régime). Le troisième nombre de Rayleigh critique caractérise le seuil de la convection marginale. Muray et Chen [13] ont réalisé une étude expérimentale, sur des billes en verre et de l'eau distillée, qui confirme le nombre de Rayleigh critique de filtration, obtenu par Nield.

Rudraiah et al. [14] ont présenté une analyse de stabilité non linéaire plus exhaustive, où ils ont également évalué les transferts thermiques et massiques pour des nombres de Rayleigh poreux thermique et solutale allant respectivement jusqu'à 300 et 70. L'influence du rapport des diffusivités thermique et solutale, du nombre de Prandtl, et de la perméabilité sur l'écoulement convectif ont également été analysés.

Jang et Chang [15] ont analysé l'instabilité de la convection dans un milieu adjacent à une paroi horizontale chauffée par le bas, et présentent des résultats numériques pour des nombres de Lewis compris entre 1 et 10 et des rapports de forces de volume variant de – 0.5 à 4. Les auteurs ont montré que le nombre de Rayleigh poreux thermique critique augmente avec la décroissance du nombre de Lewis qui caractérise le rapport entre la diffusion thermique et massique. Le

transfert de chaleur et de masse dans une couche poreuse avec des températures et des concentrations imposées sur les parois horizontales a été étudié analytiquement par Trevisan et Bejan [16] pour des nombres de Rayleigh poreux thermiques élevées (50 à 2000) et dans le cas d'un écoulement de Darcy dont les forces de volumes sont essentiellement d'origine thermique. L'analyse des ordres de grandeurs a permis d'établir différentes échelles pour le transfert de masse en fonction du nombre de Lewis. Chen et Chen [17] ont considéré cette configuration pour étudier la convection double diffusive en utilisant une équation de conservation générale comptant les termes de Darcy, Brinkman et Forchheimer.

Younsi et al. [18] ont analysé la structure de l'écoulement dans le cas du chauffage par le bas d'une cavité trapézoïdal entièrement poreuse. Ils ont également déterminé les transferts thermique et massique (nombre de Nusselt et nombre de Sherwood) pour des nombres de Rayleigh allant de 10^3 à 10^6 . L'influence de la perméabilité, de l'inclinaison de la cavité ainsi que le rapport de forme a également été étudiée. Un régime d'écoulement multicellulaire a été mis en évidence pour différentes valeurs du rapport de forme de la cavité

Le problème de la convection thermosolutale dans une couche poreuse horizontale a été considéré par Poulikakos [19] sur la base du modèle de Brinkman. En utilisant l'analyse de la stabilité linéaire, cet auteur a déterminé le seuil des écoulements convectifs oscillant et stationnaire en fonction du nombre de Darcy. Bejan et Khair [20] ont présenté une étude fondamentale sur la convection thermosolutale au voisinage d'une plaque adjacente à un milieu poreux, et saturé par un fluide binaire. Quatre régimes possibles ont été identifiés, selon les valeurs du rapport des forces de volume N , et du nombre de Lewis, Le . Les gammes de N [-4 à 5] et Le [1 à 100]. Des corrélations pour les nombres de Nusselt et de Sherwood ont été déterminées pour chacun

des régimes. Ces résultats ont été plus tard comparés au travail de Lai et Kulacki [21] qui ont fait une analyse de N [-1 à 10] et des nombres de Lewis compris entre 0.1 et 100.

Trevisan et Bejan [22] ont également examiné la convection double diffusive dans une cavité poreuse dont les parois verticales étaient maintenues à des températures et concentrations constantes. A l'aide du modèle de Darcy, les auteurs ont comparé leurs résultats à une analyse d'ordre de grandeur pour un rapport de poussée compris entre -5 et 3, le nombre de Lewis entre 0.1 et 10 et pour une Rayleigh poreux $Ra^*=200$. L'ordre des grandeurs des taux de transfert de chaleur et de masse a été déterminé en fonction du nombre de Rayleigh thermique, Ra_T , du rapport de volume N , et du nombre de Lewis, Le . Ces résultats sont en bon accord avec ceux obtenus numériquement. Par ailleurs, ils ont noté une disparition totale de l'écoulement convectif lorsque $N=-1$ et $Le=1$.

Dans une étude récente, Younsi et al. [23] se sont intéressés au comportement de l'écoulement ainsi que les transferts dans la gamme des grands nombres de Rayleigh thermique, lorsque les forces de volume d'origine thermique et massique sont opposées. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forcheheimer a été pris en compte. Le nombre de Lewis varie de 10 à 100, le nombre de Rayleigh 10^6 à 10^7 et le rapport des forces de volume de 1 à 20. Pour une valeur donnée du nombre de Lewis, les auteurs ont observé une structure multicellulaire correspondant à la compétition entre la convection thermique et la convection solutale. A partir d'une certaine valeur du rapport de poussée N , la structure de l'écoulement devient monocellulaire indiquant que le régime de transfert est solutale pur. Le caractère transitoire des coefficients des transferts thermique est massique a été mis en évidence.

La convection naturelle due à des flux de chaleur et de masse imposés sur une couche poreuse verticale a été étudiée par Alavyoon [24] et Alavyoon et al. [25]. En se basant sur le concept de l'écoulement parallèle, ces auteurs ont développé des solutions analytiques concordants bien avec les simulations numériques, si on exclut le cas où les forces de volume sont égales et opposées ($N=-1$). Pour cette situation, la solution analytique de Alavyoon et al. indique un état de diffusion pure, alors que leur simulation numérique, prédit une solution convective. Dans cette dernière étude, les auteurs ont montré l'existence d'un certain rapport de poussée N , où la convection double diffusive est oscillatoire. Une solution analytique a été développée dans ce cas. Le cas où les forces de volume d'origine thermique et solutale sont dominantes a également été analysé.

Pour une cavité carrée soumise aux mêmes conditions limites, une étude de Mamou et al. [26] a montré qu'en modifiant les conditions initiales en termes de champs de pression, de température, de concentration et de vitesse, on aboutit à des solutions multiples en régime stationnaire dans le cas où les forces de volume sont opposées et pratiquement égales ($N=-1$).

A l'aide du modèle de Darcy, Bian et al. [27] ont analysé analytiquement et numériquement l'effet d'un champ magnétique transversal sur une couche poreuse horizontale et verticale. Les auteurs ont conclu que le champ magnétique affecte sensiblement la structure de l'écoulement ainsi que le transfert thermique. Un bon accord entre la solution analytique et numérique est observé dans le cas de la cavité horizontale.

Prasad et Tuntomo [28] ont utilisé l'équation de Darcy-Forchheimer pour étudier la convection naturelle dans une cavité poreuse rectangulaire pour une gamme étendue des principaux paramètres. Ils ont analysé l'influence du paramètre inertiel sur l'écoulement et le

transfert de chaleur. Les auteurs ont montré que le nombre de Nusselt diminue avec l'augmentation du paramètre inertiel. Un critère de transition de l'équation de Darcy vers celle étendue au régime de Forchheimer est également discuté. Dans le même contexte, Bejan et Poulikakos [29] et Lauriat et Prasad [30] ont mis en évidence la différence des résultats obtenus à l'aide d'un modèle de Darcy et d'un modèle de Darcy-Forcheheimer ou Darcy-Brinkman-Forcheheimer. Vasseur et Robillard [31] ont également analysé le comportement des écoulements et des transferts par convection naturelle en utilisant des équations de couches limites déduites de la formulation de Darcy-Brinkman. Ils mettent en évidence la forte incidence des effets de parois sur l'écoulement et le transfert thermique. Ces effets qui se traduisent par la réduction de l'intensité de l'écoulement, sont d'autant plus prononcés que le milieu poreux est très perméable.

Dans une étude Rosenberg et Spera [32], dans le cas du régime de Darcy et en régime permanent, des corrélations pour les nombres de Nusselt et de Sherwood basées sur des résultats numériques ont été établies, avec des forces de volumes d'origine thermique et solutale opposées ayant un rapport variant de 0 à 0.04, le nombre de Lewis variant de 10 à 100 et le nombre de Rayleigh poreux thermique de 100 à 600. Ces corrélations montrent la dépendance du nombre de Nusselt et du nombre de Sherwood avec ces paramètres.

Nithiarasu et al. [33] ont étudié la convection double diffusive dans un milieu poreux saturé par un fluide binaire. Les termes d'inertie de Forchheimer et de Navier-Stokes ainsi que le terme visqueux de Brinkman ont été considérés. Leurs résultats sont présentés pour un Rayleigh de filtration de l'ordre de $Ra_t=200$, dans le cas de $Pr=1$ et un soluté caractérisé par un nombre de Lewis modéré, $Le=2$. Cette étude montre l'apparition des écoulements secondaires pour un rapport épousée compris entre -1 et 0 dont l'amplitude augmente avec lorsque

la perméabilité diminue. Les auteurs ont attribué ce phénomène aux rôles importants des effets inertiels, visqueux et des forces non linéaires à une perméabilité élevée. Il a été aussi montré que les effets de porosité du milieu poreux sur le taux de transfert thermique et massique deviennent plus importants lorsque la valeur du nombre de Darcy est élevée. Dans le cas d'une cavité carrée remplie par un milieu poreux avec des températures et concentrations constantes le long des murs verticaux, et des flux de chaleur et de masse nuls sur les parois horizontales, Goyeau et al. [34] ont examiné les forces de volume d'origine thermique et solutale sont coopérantes, le modèle de Darcy-Brinkman a été pris en compte. L'influence du nombre de Darcy, du nombre de Rayleigh poreux thermique, du nombre de Lewis et du rapport des forces de volumes sur le transfert thermique et massique a été présenté. L'effet des paramètres physiques gouvernant la même configuration a aussi été considéré par Lin et al. [35]. Il a été démontré que l'augmentation du rapport de poussée N induit un temps plus court pour atteindre le régime permanent. Trevisan et Bejan [36] ont mené une étude analytique basée sur la linéarisation d'Ossen pour l'écoulement de couche limite dans le cas de $Le=1$ et sur l'étude.

Angirasa et al. [37] ont réalisé une étude numérique sur les transferts thermiques et massiques au voisinage d'une plaque verticale immergée dans un milieu poreux saturé. Une attention particulière a été portée sur les effets de poussées opposées pour des coefficients de diffusion thermique et solutale différents. Les simulations ont permis d'expliquer le processus complexe de renversement d'écoulement et d'établir des corrélations pour $Le=10$, $N=-2$ et pour un nombre de Rayleigh poreux thermique compris entre 10^3 et 10^5 .

Dans le cas d'un milieu composite, la cavité peut alors contenir simultanément une couche poreuse et une couche fluide en interaction, c'est le cas de l'isolation thermique par des isolants fibreux au niveau

des parois actives, réduisant ainsi l'écoulement et les transferts. Grâce à cette configuration, on peut modéliser les processus de changement de phase où l'on observe généralement l'existence d'une zone pâteuse constituée de dendrites se développant dans cette zone.

En convection purement thermique, les études d'un milieu composé de couche poreuse et d'une couche fluide, horizontale et chauffées par le bas concernent les phénomènes d'instabilité convectives de la couche fluide, figure(I.4). Ces études sont résumées dans le travail de Nield [38-39] et Somerton et Catton [40]. Ces derniers ont considéré la formulation de Darcy – Brinkman comme équation de quantité de mouvement, combinée avec les conditions de raccordement à l'interface. Dans la même configuration Chen et Chen [41] ont développé une étude théorique de la convection naturelle par une analyse de stabilité linéaire. Ces auteurs adoptent la formulation à deux domaines en considérant l'équation de Navier – Stokes dans la couche fluide, celle de Darcy dans le milieu poreux, avec des conditions de raccordement à l'interface. L'influence du rapport de l'épaisseur de la couche fluide et de la couche poreuse sur l'écoulement convectif a été présentée. Une épaisseur relative critique de l'ordre de 0.13 a été trouvée. En dessous de cette valeur, l'écoulement se développe essentiellement dans la couche poreuse, tandis que pour les valeurs supérieures ou égales à 0.13, l'écoulement se trouve confiné dans la couche fluide. Une étude expérimentale des mêmes auteurs [42] vient confirmer ces prédictions théoriques. Nishimura et al [43] ont également considéré la même configuration avec des conditions de Dirichlet imposées sur les parois verticales. L'équation de Navier-Stokes écrite dans la couche fluide et celle de Darcy-Brinkman dans la couche poreuse sont raccordées à l'interface à l'aide de la continuité des vitesses, des contraintes et des pressions. Un bon accord est relevé entre les résultats des simulations et les mesures expérimentales.

En convection solutale, on peut citer le travail de Rubin [44] qui concerne le critère de stabilité d'une couche poreuse horizontale soumise à des gradients de température et de salinité verticaux. En utilisant une approche basée sur la méthode des éléments finis, il a été montré que l'hétérogénéité d'un milieu poreux change le critère d'instabilité et la structure de l'écoulement convectif.

Concernant le cas de cavité rectangulaire soumise à un gradient de température et partiellement occupée par une couche poreuse verticale, figure(I.5), on peut citer le travail de Poulikakos et Bejan [45] dans lequel l'influence de la variation de la perméabilité et des épaisseurs des sous couches verticales est analysée. Les auteurs ont montré que le transfert thermique est sensiblement influencé par l'épaisseur et la perméabilité de ces sous couches. Lai et Kulacki [46] ont simulé le même problème, mais avec les deux types de conditions Neumann et Dirichlet. Ces auteurs sont arrivés aux mêmes conclusions que Bejan et Poulikakos [45].

Sath et al. [47] ont examiné numériquement le transfert de chaleur par convection naturelle thermique dans une cavité rectangulaire partiellement occupée par une couche poreuse verticale. En utilisant le modèle de Darcy-Brinkman dans la couche poreuse et l'équation de Navier-Stokes dans le milieu fluide, les auteurs ont montré que le terme de Brinkman permet de satisfaire la condition d'un glissement aux parois solides et à l'interface. Des conditions de raccordement des vitesses verticales et horizontales, des contraintes normales et tangentielles ainsi que des températures et des flux de chaleur sont explicitement imposées à l'interface. Il a été montré que le transfert thermique diminue fortement en présence de la couche poreuse. L'un des résultats essentiels auxquels ces auteurs ont abouti, est l'existence d'un minimum pour le nombre de Nusselt en fonction de l'épaisseur de la couche poreuse, lorsque la conductivité du milieu poreux est

supérieure à celle du fluide. Le même problème a été traité numériquement et expérimentalement par Beckermann et al. [48]. Ces auteurs ont combiné la formulation de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans le milieu poreux et l'équation de Navier-Stokes dans le milieu fluide pour aboutir à une seule équation valable dans toute la cavité, le passage d'un milieu à l'autre se faisant à travers un paramètre binaire qui peut valoir 0 ou 1. Les résultats de visualisation des écoulements, les mesures de températures et du transfert de chaleur se trouvent en général en bonne concordance avec les résultats du modèle numérique. L'une des observations des auteurs est que pour des nombres de Rayleigh poreux thermiques faibles, l'écoulement prend place essentiellement dans la couche fluide et que le transfert de chaleur dans le milieu poreux se fait essentiellement par conduction. Par ailleurs, pour des valeurs élevées de la perméabilité du milieu poreux, l'effet de pénétration du fluide devient plus important et modifie notablement le transfert de chaleur dans toute la cavité.

Song et Viskanta [49] ont également réalisé une étude numérique et expérimentale en cavité partiellement poreuse. Le modèle de Darcy-Brinkman-Forchheimer anisotrope a été pris en compte. L'analyse de l'anisotrope en perméabilité sur le transfert thermique et les structures de l'écoulement a été illustrée. Le Breton et al. [50] ont réalisé une étude numérique sur la convection naturelle thermique dans une cavité dont les parois verticales sont chauffées différentiellement et bordées par deux fines couches poreuses. La formulation à un seul domaine a été utilisée avec les conditions sur la conductivité et la perméabilité suivante

$$\begin{cases} k(X, Y) = k_f \\ K(X, Y) = \infty \end{cases} \text{ for } X_p < X < 1/A$$

$$\begin{cases} k(X, Y) = k_p \\ K(X, Y) = K_p \end{cases} \text{ for } 0 < X < X_p$$

Où $k(X,Y)$ est la conductivité thermique et $K(X,Y)$ la perméabilité, et X_p et l'épaisseur de la sous couche poreuse.

L'effet des différents paramètres du problème tels que l'épaisseur de la couche poreuse, la perméabilité ainsi que le nombre de Rayleigh thermique a été considéré. Les auteurs ont montré que le transfert de chaleur décroît considérablement en introduisant deux couches poreuses symétriques, et cette décroissance est d'autant plus importante que le nombre de Rayleigh thermique augmente et la perméabilité faible. Dans la même configuration, Younsi et al. [51] ont analysé la convection double diffusive dans une cavité partiellement poreuse. Les auteurs ont utilisé une seule équation de quantité de mouvement valable dans toute la cavité, ce qui permet d'affranchir du problème les conditions aux limites hydrodynamiques à l'interface milieu poreux / milieu fluide. L'effet des paramètres gouvernant le problème, tels que la perméabilité, l'épaisseur de la couche poreuse et le rapport de poussée a été mis en évidence. Il a été montré, à partir des profils de vitesse et des coefficients de transfert thermique et massique, que pour une couche poreuse de faible perméabilité, quelle que soit son épaisseur induit une chute abrupte des transferts, et l'écoulement est confiné dans la couche fluide.

Dans le cas d'une cavité verticale partiellement remplie par un milieu poreux dont les parois extérieures sont chauffées latéralement et en considérant une source de chaleur interne de flux de chaleur constant nous citons le travail de Du et Bilgen [52] qui ont analysé numériquement le transfert de chaleur en faisant varier le rapport de forme de la cavité, l'épaisseur et la position de la couche poreuse.

Younsi et al. [53] ont analysé l'influence d'un champ magnétique transversal sur la convection thermosolutale dans une cavité verticale partiellement occupée par une couche poreuse. Les auteurs ont combiné la formulation de Darcy-Brinkman-Forchheimer dans le milieu poreux

et l'équation de Navier-Stokes dans le milieu fluide pour aboutir à une seule équation valable dans toute la cavité. Des simulations numériques ont été effectuées pour une large gamme de paramètres. Le nombre de Hartman caractérisant l'intensité du champ magnétique de 0 à 100 et le nombre de Darcy de 10^{-8} à 1. L'un des résultats essentiels auquel les auteurs ont abouti est que le champ magnétique affecte considérablement la structure de l'écoulement ainsi que les transferts thermique et massique.

En utilisant le modèle de Darcy-Brinkman, Gobin et al. [54] ont analysé la convection naturelle double diffusive dans une cavité composite fluide-poreuse. Les auteurs ont réalisé leurs simulations pour un rapport de forme $A=2$, et pour une épaisseur de la couche poreuse $e=0.2$. Pour un rapport des forces de volume $N=10$, et un nombre de Lewis compris entre 10 et 100, les auteurs ont montré que la perméabilité du milieu poreux joue un rôle important dans l'apparition des écoulements multicellulaires.

I.5. Conclusion

A travers cette étude bibliographique, on constate, à notre connaissance, que les études concernant le transfert de chaleur et de masse induit par la convection naturelle thermosolutale dans les milieux composés, soumis à des températures et concentrations horizontales sont quasiment inexistantes. Ceci nous a incités, vu le grand champ d'applications, à développer ce thème de recherche. Il s'agit donc d'étudier l'influence des paramètres gouvernant le problème sur la structure de l'écoulement ainsi que sur les transferts thermique et massique .

CHAPITRE II

FORMULATION MATHÉMATIQUE

FORMULATION MATHÉMATIQUE**II.1. Introduction**

Dans ce chapitre nous décrivons et nous formulons le modèle physique, les hypothèses simplificatrices ainsi que les conditions aux limites appropriées.

II.2. Modèle physique

Le modèle physique étudié est représenté sur la figure (II.1). C'est une cavité rectangulaire de hauteur H et de longueur L partiellement remplie d'une couche poreuse verticale d'épaisseur x_p et saturée par un fluide binaire. On appelle $A=H/L$ le rapport de forme de l'enceinte. Les parois verticales sont soumises à des conditions de Dirichlet en température et concentration, tandis que les parois horizontales sont maintenues adiabatiques et imperméables (conditions de Neuman).

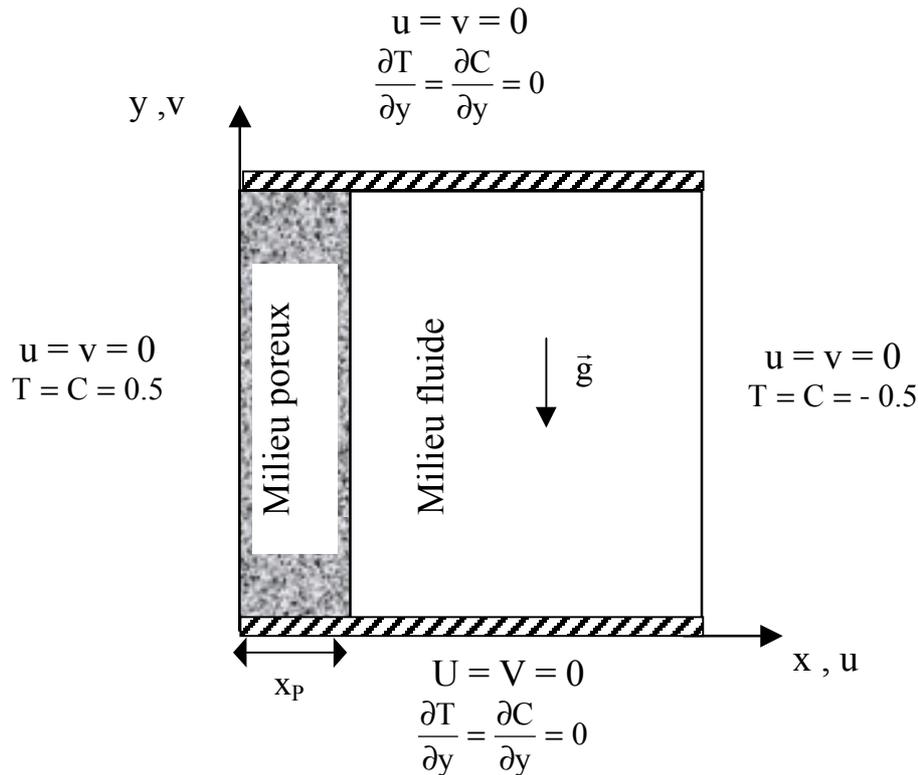


Figure (II.1): Géométrie du problème.

II.3. Hypothèses simplificatrices

Les hypothèses simplificatrices retenues dans notre étude des phénomènes de convection naturelle sont les suivantes:

- La solution binaire est un fluide newtonien, incompressible et satisfaisant l'hypothèse de Boussinesq.
- L'écoulement du fluide au sein de la cavité est laminaire et bidimensionnel.
- On suppose que la matrice poreuse est isotrope, homogène et en équilibre thermodynamique avec le fluide.
- Les propriétés thermophysiques du fluide sont constantes dans la gamme de température et de concentration étudiée.

- On néglige le transfert d'énergie par rayonnement ainsi que les effets de Soret et Dufour.

II.4. Equations du problème

Equations de conservation :

Les équations ont été formulées en termes de variables primitives (U.V.P). Nous avons opté pour cette formulation plutôt que la formulation vorticité/fonction de courant pour les raisons suivantes:

- Elle utilise des variables qui ont une signification physique.
- Les conditions aux limites sont déterminées d'une façon simple.
- On obtient directement le champ de pression qui sert à la détermination de la masse volumique dans le cas d'un fluide compressible.

Comme on l'a déjà signalé, les équations de Navier Stokes à l'échelle du pore restent valables mais leur résolution est impossible, vu la complexité géométrique du milieu poreux. Ces considérations imposent l'utilisation d'une méthode d'homogénéisation dite méthode des prises de moyennes qui consiste à intégrer les équations de conservation locales sur un volume élémentaire représentatif « V.E.R. » qui doit être suffisamment grand en comparaison avec l'échelle du pore pour que le milieu poreux soit assimilé à un milieu continu où la résolution des équations de conservation macroscopique ainsi obtenues devient possible.

Les difficultés qui se posent dans le cas des milieux composés, se situent au niveau de l'écriture des équations de conservation qui décrivent l'écoulement et les transferts dans les deux milieux, ainsi que l'établissement des conditions limites au niveau de l'interface

fluide/poreux. Il existe en fait deux approches permettant de palier ces difficultés :

- ***Approche à deux domaines :***

Beavers et Joseph [55] proposent une formulation à deux domaines : les équations de Navier-Stokes dans le domaine fluide et l'équation de Darcy dans le milieu poreux. Le problème de la condition de glissement à l'interface du domaine fluide et du milieu poreux est surmonté en exprimant la continuité de la contrainte tangentielle qui fait intervenir un coefficient de frottement, la perméabilité du milieu poreux, la vitesse du fluide et la vitesse de filtration dans le milieu poreux. L'inconvénient de cette approche réside dans la définition de la position de l'interface qui est généralement rugueuse et influe énormément sur le coefficient de frottement [2].

- ***Approche à un seul domaine :***

Cette seconde approche consiste à écrire une seule équation pour tout le domaine (Navier Stokes incluant le terme de Darcy), et le passage du milieu poreux au milieu fluide se fait par une variation de la perméabilité [50]. Dans la zone fluide la perméabilité tend vers l'infini et le terme de Darcy devient négligeable devant le terme de diffusion visqueuse et le terme d'advection et on retrouve l'équation de Navier-Stokes. Sur le reste du domaine où la perméabilité est faible, l'équation de conservation de la quantité du mouvement se traduit par l'équation de Darcy corrigée éventuellement par les termes de Brinkman et Forchheimer. Les conditions de raccordement à l'interface sont alors implicitement vérifiées à travers le terme de diffusion.

Dans notre travail, nous adopterons donc l'approche à un seul domaine ; équations de Navier Stokes incluant les termes de Darcy-Brinkman et Forchheimer.

Compte tenu des hypothèses émises précédemment, les équations classiques de conservation sont les suivantes :

- Conservation de la masse:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{II.1})$$

- Conservation de la quantité du mouvement suivant x:

$$\rho_f \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon^2} (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) u \right) = - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu_{\text{eff}} \nabla^2 u - \frac{\rho_f C_f}{\sqrt{K}} |\vec{v}| u - \frac{\mu}{K} u \quad (\text{II.2})$$

- Conservation de la quantité du mouvement suivant y:

$$\rho_f \left(\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{1}{\varepsilon^2} (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) v \right) = - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu_{\text{eff}} \nabla^2 v - \frac{\rho_f C_f}{\sqrt{K}} |\vec{v}| v - \frac{\mu}{K} v + \rho_f \vec{g} \quad (\text{II.3})$$

- Conservation de l'énergie:

$$(\rho c)_m \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c)_f (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) T = \vec{\nabla} \cdot (k_{\text{eff}} \cdot \vec{\nabla} T) \quad (\text{II.4})$$

- Conservation de l'espèce chimique:

$$\varepsilon \frac{\partial C}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) C = \vec{\nabla} \cdot (D_{\text{eff}} \cdot \vec{\nabla} C) \quad (\text{II.5})$$

La vitesse \vec{V} est la vitesse de Darcy ou vitesse de filtration ; les grandeurs P, T et C sont respectivement les grandeurs moyennées de la pression, de la température et de la concentration ; ε est la porosité du milieu poreux ; ρ la masse volumique du fluide ; μ et μ_{eff} sont respectivement la viscosité dynamique du fluide et du milieu poreux ; σ est le rapport des chaleurs spécifiques du milieu équivalent et du fluide ; k_{eff} et D_{eff} sont respectivement la conductivité thermique et la

diffusivité massique du milieu équivalent et g représente l'accélération de la pesanteur.

II.5. Adimensionnement des équations de conservation

L'emploi des variables réduites dans les équations permet d'approcher de plus près la réalité des phénomènes physiques, car leurs existences et leurs évolutions sont indépendantes du système d'unités de mesure utilisé pour les étudier. On peut dire aussi que ces variables permettent d'obtenir des informations générales, qui jouent un rôle prépondérant dans les similitudes. En effet, pour ramener les équations phénoménologiques sous une forme adimensionnelle, il est nécessaire de définir, moyennant des grandeurs caractéristiques, des changements de variables.

Les équations du problème sont rendues adimensionnelles à l'aide des grandeurs de référence suivantes :

grandeurs de référence :

La longueur : H

Le temps : H^2/α

La vitesse : α/H

L'écart de température: $\Delta T = T_1 - T_2$

L'écart de concentration: $\Delta C = C_1 - C_2$

Les variables réduites sont alors données par:

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{H}, \quad (U, V) = \frac{(u, v)H}{\alpha}, \quad \tau = \frac{t\alpha}{H^2}, \quad P = \frac{\varepsilon^2 H^2 p}{\rho_f \alpha^2}, \quad \Theta = \frac{T - (T_1 + T_2)/2}{\Delta T},$$

$$\Phi = \frac{C - (C_1 + C_2)/2}{\Delta C}, \quad \sigma = \frac{\varepsilon(\rho C_p)_f + (1 - \varepsilon)(\rho C_p)_s}{(\rho C_p)_f} \quad (\text{II.6})$$

Le système d'équations définissant le mouvement s'écrit alors sous la forme adimensionnelle:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{II.7})$$

$$\varepsilon \frac{\partial U}{\partial \tau} + (\vec{V} \cdot \vec{V})U = -\frac{\partial P}{\partial X} + \varepsilon R_V \text{Pr} \nabla^2 U - \frac{C_f \varepsilon^2}{\sqrt{\text{Da}}} |\vec{V}| U - \varepsilon^2 \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Da}} \right) U \quad (\text{II.8})$$

$$\varepsilon \frac{\partial V}{\partial \tau} + (\vec{V} \cdot \vec{V})V = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \varepsilon R_V \text{Pr} \nabla^2 V - \frac{C_f \varepsilon^2}{\sqrt{\text{Da}}} |\vec{V}| V - \varepsilon^2 \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Da}} \right) V + \varepsilon^2 \text{Ra} \cdot \text{Pr} (\Theta + N\Phi) \quad (\text{II.9})$$

$$\sigma \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} + (\vec{V} \cdot \vec{V})\Theta = R_k \nabla^2 \Theta \quad (\text{II.10})$$

$$\varepsilon \frac{\partial \Phi}{\partial \tau} + (\vec{V} \cdot \vec{V})\Phi = \frac{R_D}{\text{Le}} \nabla^2 \Phi \quad (\text{II.11})$$

La mise sous forme adimensionnée des équations de conservation fait apparaître des nombres sans dimensions caractéristiques du problème. Ces paramètres, outre le rapport de forme de la cavité ($A=H/L$) sont au nombre de cinq :

Le nombre de Prandtl : $\text{Pr} = \nu/\alpha$

Le nombre de Rayleigh : $\text{Ra} = g\beta_T \Delta T H^3 / \alpha \nu$

Le nombre de Darcy : $\text{Da} = K/H^2$

Le nombre de Lewis : $\text{Le} = \alpha/D$

Le rapport de poussée : $N = \beta_c \Delta C / \beta_T \Delta T$

R_k , R_D et R_V sont respectivement les rapports de conductivité, diffusivité et viscosité du milieu équivalent et celle du fluide.

Toutes les équations qui gouvernent notre problème peuvent s'écrire sous la forme conservative suivante:

$$A_{\Omega} \frac{\partial \Omega}{\partial \tau} + (\vec{V} \cdot \vec{V}) \Omega = \vec{V} \cdot (\Gamma_{\Omega} \vec{V} \Omega) + S_{\Omega} \quad (\text{II.12})$$

Où Ω représente les variables du problème (U, V, Θ, Φ), Γ_{Ω} et S_{Ω} sont respectivement le coefficient de diffusion et le terme source. Les expressions de Γ_{Ω} et S_{Ω} sont indiquées dans le tableau(II.1).

Equations	Ω	A_{Ω}	Γ_{Ω}	Terme source S_{Ω}
* de continuité	1	0	0	
* de quantité de mouvement en X	U	ε	$\varepsilon R_V \text{Pr}$	$-\frac{\partial P}{\partial X} - \frac{C_f \varepsilon^2}{\sqrt{\text{Da}}} \vec{V} U - \varepsilon^2 \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Da}} \right) U$
* de quantité de mouvement en Y	V	ε	$\varepsilon R_V \text{Pr}$	$-\frac{\partial P}{\partial Y} - \frac{C_f \varepsilon^2}{\sqrt{\text{Da}}} \vec{V} V - \varepsilon^2 \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Da}} \right) V + \varepsilon^2 \text{Ra} \text{Pr} (\Theta + N\Phi)$
* de l'énergie	Θ	σ	R_k	0
* de la soluté	Φ	ε	$\frac{R_D}{\text{Le}}$	0

Tableau (II.1): Expressions de Γ_{Ω} et S_{Ω} pour les différentes équations.

Dans la suite de ce travail, nous considérons le problème stationnaire, les termes transitoires contenus dans notre système d'équations seront donc supprimés.

En fin, nous exprimons les transferts de chaleur et de masse sur la paroi active par les nombres adimensionnés de Nusselt (Nu) et Sherwood (Sh) définis par :

$$\left. \begin{aligned} \text{Nu}_0 &= \int_0^1 \left[\frac{\partial \Theta}{\partial X} \right]_{X=0} dY \\ \text{Sh}_0 &= \int_0^1 \left[\frac{\partial \Phi}{\partial X} \right]_{X=0} dY \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.13})$$

II.6. Conditions aux limites

Les conditions aux limites du problème sont de plusieurs types: des conditions limites de Dirichlet en température et concentration sont imposées sur les parois verticales, tandis que les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables au flux de masse (condition du type Neuman). Ces différentes conditions sont résumées dans le tableau(II.2).

Conditions	Vitesse	Température	Concentration
Paroi S	$U = V = 0$	$\frac{\partial \epsilon}{\partial Y} = 0$	$\frac{\partial \Phi}{\partial Y} = 0$
Paroi N	$U = V = 0$	$\frac{\partial \epsilon}{\partial Y} = 0$	$\frac{\partial \Phi}{\partial Y} = 0$
Paroi W	$U = V = 0$	$\epsilon = 0.5$	$\Phi = 0.5$
Paroi E	$U = V = 0$	$\epsilon = -0.5$	$\Phi = -0.5$

Tableau (II.2): Conditions aux limites sous forme adimensionnelle.

II.7. Conclusion

Après avoir posé les équations dynamiques, thermique et massique, ainsi que les conditions aux limites associées, nous allons modéliser le problème. Pour cela la méthode des volumes finis a été sélectionnée pour la discrétisation des équations. Les questions relatives à la technique de résolution, au traitement des interfaces ainsi que la validation du code de calcul sont abordées dans le chapitre suivant.

CHAPITRE III

MODELISATION NUMERIQUE

MODELISATION NUMERIQUE

III.1. Introduction

La procédure numérique retenue pour la résolution du système d'équations couplées (II.1)-(II.10), gouvernant la convection thermosolutale dans une cavité partiellement poreuse avec les conditions limites écrites précédemment, est basée sur la méthode des volumes finis. Cette méthode classique est due à Patankar [53]. Elle utilise une formulation des équations en variables primitives (vitesse – pression).

III.2. Principe de la méthode des volumes finis

III.2.1. Equation différentielle gouvernante

Les phénomènes physiques impliquant l'écoulement d'un fluide, le transfert de chaleur et le transfert de masse, sont gouvernés par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, d'énergie, des espèces chimiques,... etc. Ces principes sont exprimés par des équations différentielles. Si on note par Ω la variable dépendante, les équations de conservation possèdent une forme commune, qui est donnée par:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{V} \Omega) = \nabla \cdot (\Gamma \vec{\nabla} \Omega) + S \quad (\text{III.1})$$

avec:

$\nabla \cdot (\rho \vec{V} \Omega)$: terme convectif.

$\nabla \cdot (\Gamma \vec{\nabla} \Omega)$: terme de diffusion.

S : terme source.

Γ : coefficient de diffusion.

Equation de continuité:

La difficulté majeure dans le calcul du champ de vitesse, réside dans le champ de pression, qui est inconnu. Cependant, ce champ de pression est implicitement spécifié dans l'équation de continuité. Quand ce champ de pression est substitué dans les équations du mouvement, le champ de vitesse résultant satisfait l'équation de continuité. Le couplage entre le champ de pression et le champ de vitesse est utilisé dans l'élaboration d'une procédure de calcul pour le champ dynamique.

III.2.2. Maillage et volume de contrôle

La méthode des volumes finis consiste à diviser le domaine de calcul en un certain nombre de volumes de contrôle. La variable dépendante considérée est calculée en ces points. Les équations algébriques définies en ces nœuds, sont obtenues par intégration des équations de conservation à travers les volumes de contrôle, pour chaque nœud.

III.2.3. Discrétisation des équations de conservation

Pour une situation bidimensionnelle, en régime permanent, l'équation différentielle (III.1) peut s'écrire, en considérant une direction i , sous la forme suivante:

$$\rho U_i \frac{\partial \Omega}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\Gamma \frac{\partial \Omega}{\partial x_i} \right) + S \quad (\text{III.2})$$

En combinant les flux convectifs et diffusifs (III.1), le flux total (convection- diffusion) J_i s'écrit alors:

$$\frac{\partial J_i}{\partial x_i} = S \quad (\text{III.3})$$

avec

$$J_i = \rho U_i \Omega - \Gamma \frac{\partial \Omega}{\partial x_i} \quad (\text{III.4})$$

En intégrant l'équation (III.3) à travers le volume de contrôle représenté dans la figure (III.2), on obtient:

$$J_w A_w - J_e A_e + J_s A_s - J_n A_n - \bar{S} \Delta V = 0 \quad (\text{III.5})$$

Dans l'équation (III.5), les quantités $J_{e,w,n,s}$ représentent les flux totaux sur les faces des volumes de contrôle; S est le terme source, et ΔV le volume. Les $A_{e,w,n,s}$ sont les aires de chaque face du volume de contrôle.

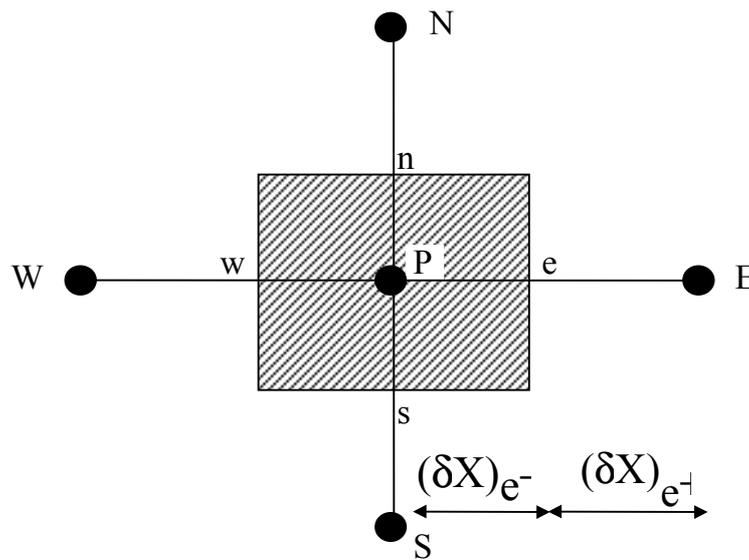


Figure (III.1): Volume de contrôle.

A. Flux de diffusion -convection:

Considérons la région entre les points P et E de la figure (III.1). Si un problème unidimensionnel de convection - diffusion est résolu entre les points P et E, un profil exponentiel de Ω est obtenu comme solution exacte. La solution exponentielle conduit à:

$$J_e = F_e \left(\Omega_P + \frac{\Omega_P - \Omega_E}{\exp(P_e) - 1} \right) \quad (\text{III.6})$$

où le nombre de Peclet, P_e , est donné par:

$$P_e = \frac{F_e}{D_e} \quad (\text{III.7})$$

$F_e = \rho U_e A_e$ est le débit d'écoulement, et D_e la conductance de diffusion. Le coefficient de diffusion Γ_e est évalué par une moyenne harmonique [57] à travers le volume de contrôle. L'expression de D_e est alors:

$$D_e = A_e \left(\frac{(\delta x)_{e^-}}{\Gamma_P} + \frac{(\delta x)_{e^+}}{\Gamma_E} \right)^{-1} \quad (\text{III.8})$$

les distances $(\delta x)_{e^-}$ et $(\delta x)_{e^+}$ [57] sont représentées sur la figure (III.1).

B. Simplification de l'expression du flux:

L'équation (III.6) peut s'écrire sous la forme suivante:

$$J_e = F_e \Omega_P + \{ D_e A (|P_e|) + [- F_e, 0] \} (\Omega_P - \Omega_E) \quad (\text{III.9})$$

avec
$$A(|P_e|) = \frac{|P_e|}{(\exp(|P_e|) - 1)}$$

Le calcul des exponentielles est assez long, de plus il n'est pas exact pour les situations bidimensionnelles et tridimensionnelles avec terme source. Pour ces raisons, des approximations pour l'expression du flux ont été utilisées [57].

C. Linéarisation du terme source:

Souvent le terme source S dépend de la variable Ω . Il est exprimé comme une fonction linéaire de Ω_P . la méthode de la tangente [57] est recommandée dans la linéarisation du terme source; elle consiste à écrire:

$$\bar{S} = S^* + \left[\frac{dS}{d\Omega} \right]^* (\Omega_P - \Omega_E) \quad (\text{III.10})$$

la formule de linéarisation peut s'écrire alors:

$$\bar{S} = S_C + S_P \Omega_P \quad (\text{III.11})$$

S_P est le coefficient de Ω_P est S_C est la partie de S qui ne dépend pas explicitement de Ω_P .

Le symbole * est utilisé pour noter la valeur de Ω_P à une itération donnée. Il est souhaitable lors de la linéarisation que S_P soit négatif, car un S_P positif peut causer une divergence.

Les valeurs des termes sources linéarisés (S_C et S_P) pour les différentes équations sont résumées dans le tableau (III.1).

Equation	Ω	S_C	S_P
* Continuité	1	0	0
* Mouvement suivant X	U	$\frac{C_f \varepsilon^2 U^3}{\sqrt{Da} \vec{V} }$	$-\frac{C_f \varepsilon^2}{\sqrt{Da}} \vec{V} - \frac{C_f \varepsilon^2 U^2}{\sqrt{Da} \vec{V} } - \varepsilon^2 \left(\frac{Pr}{Da} \right)$
* Mouvement suivant Y	V	$\frac{C_f \varepsilon^2 V^3}{\sqrt{Da} \vec{V} } + \varepsilon^2 Ra.Pr(\Theta + N\Phi)$	$-\frac{C_f \varepsilon^2}{\sqrt{Da}} \vec{V} - \frac{C_f \varepsilon^2 V^2}{\sqrt{Da} \vec{V} } - \varepsilon^2 \left(\frac{Pr}{Da} \right)$
* Energie	Θ	0	0
* Soluté	Φ	0	0

Tableau (III.1): Expressions des termes sources linéarisés (S_C et S_P) pour les différentes équations.

D. Equation finale de discrétisation:

La substitution des relations précédentes dans l'équation (III.5) conduit à l'équation finale de discrétisation suivante:

$$a_P \Omega_P = a_E \Omega_E + a_W \Omega_W + a_N \Omega_N + a_S \Omega_S + b \quad (\text{III.12})$$

avec

$$\left. \begin{aligned} a_E &= D_e A(|P_e|) + [-F_e, 0] \\ a_W &= D_w A(|P_w|) + [F_w, 0] \\ a_N &= D_n A(|P_n|) + [-F_n, 0] \\ a_S &= D_s A(|P_s|) + [F_s, 0] \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.13})$$

$$b = S_C \Delta V \quad (\text{III.14})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S - S_P \Delta V \quad (\text{III.15})$$

F_e , F_w , F_n et F_s sont les débits de masse à travers les faces respectives du volume de contrôle. Les nombres de Peclet et leurs conductances de diffusion sont définis dans les équations (III.7), (III.8) respectivement. L'équation (III.31) peut s'écrire sous la forme généralisée suivante:

$$a_P \Omega_P = \sum_{nb} a_{nb} \Omega_{nb} + b \quad (\text{III.16})$$

l'indice nb note les nœuds voisins de P, et la sommation est faite à travers tous les nœuds voisins (e,w,n,s).

E. Non-linéarités:

Le plus souvent, les coefficients de l'équation (III.12) dépendent de la variable Ω . La présence de ces non-linéarités, nécessite une résolution itérative. Quand toutes les valeurs de Ω cessent de changer, après plusieurs opérations du système itératif, la solution finale est obtenue. La solution par un procédé itératif ne converge pas toujours, une divergence peut avoir lieu suite aux non-linéarités. Pour éviter cette divergence, le processus de convergence est ralenti d'une itération à une autre. Le moyen permettant de contrôler la divergence

est appelé technique de sous-relaxation. Elle consiste à introduire un facteur de sous-relaxation α compris entre 0 et 1 dans l'équation (III.16) comme suit:

$$\Omega_P = \Omega_P^* + \alpha_{\Omega} \left(\frac{\sum_{nb} a_{nb} \Omega_{nb} + b}{a_P} - \Omega_P^* \right) \quad (\text{III.17})$$

Ω_P^* est la valeur de Ω_P obtenue à une itération précédente.

L'équation ci-dessus peut aussi s'écrire sous la forme:

$$\frac{a_P}{\alpha_{\Omega}} \Omega_P = \sum_{nb} a_{nb} \Omega_{nb} + b + \frac{(1 - \alpha_{\Omega}) a_P}{\alpha_{\Omega}} \Omega_P^* \quad (\text{III.18})$$

F. Solution des équations algébriques:

La technique ligne par ligne; qui combine entre une méthode directe(algorithme de Thomas) et une méthode itérative (Gauss Seidel) [57-60], est utilisée pour la résolution des équations algébriques. Elle consiste à appliquer l'algorithme de Thomas pour trouver les valeurs de Φ pour une direction et une position données. Les valeurs de Ω des nœuds des positions avoisinantes sont estimées lorsque toutes les positions seront considérées, une itération est accomplie par la technique ligne par ligne. Le processus peut être répété en choisissant les positions dans l'autre direction.

III.2.4. Considérations pour le champ dynamique

A. Difficultés:

L'analyse des équations gouvernantes pour les composantes de vitesse u_i révèle que ces dernières ne peuvent être obtenues directement par la résolution des équations du mouvement. En effet, ces équations contiennent le gradient de pression $-\frac{\partial P}{\partial x_i}$ qui est un terme source important, lequel n'est pas exprimé en terme de u_i ou d'autres

variables. Cependant, la pression est indirectement spécifiée à travers l'équation de continuité. Une autre difficulté surgit aussi pour les équations du mouvement et de continuité. Si les vitesses et les pressions sont calculées aux mêmes nœuds, plusieurs champs physiques irréels peuvent être considérés comme solutions. L'un des remèdes pour cet inconvénient est le maillage décalé.

B. Notion de maillage décalé:

La figure (III.2) montre une partie d'un maillage adapté au cas bidimensionnel. Dans le maillage décalé, les composantes de vitesse sont portées sur les faces des volumes de contrôle. Toutes les autres variables Ω , y compris la pression, sont calculées aux nœuds principaux.

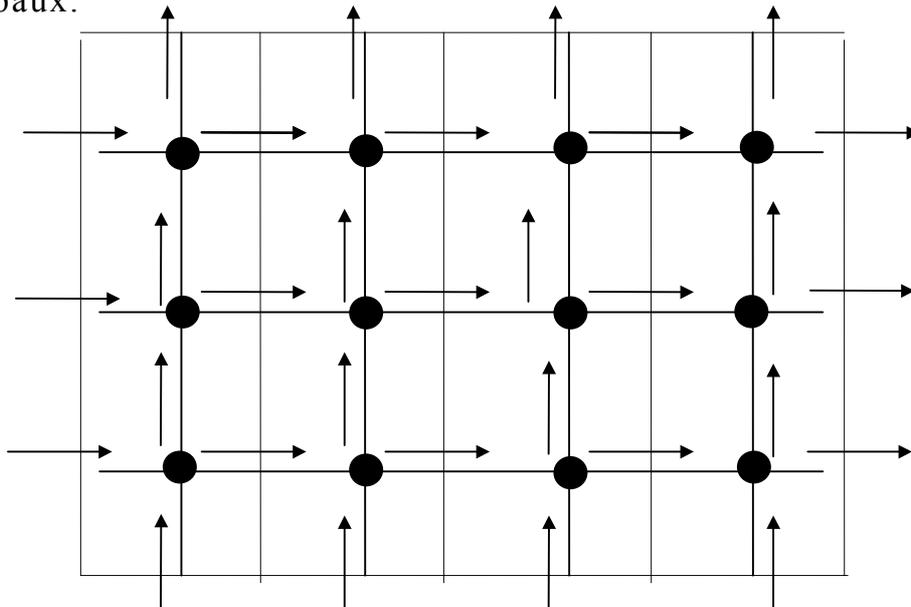


Figure (III.2): Maillage décalé.

III.2.5. Discrétisation des équations dynamiques

A. Equations du mouvement:

Les volumes de contrôle correspondant à U et V sont mentionnés dans la figure (III.3) l'équation du mouvement discrétisée au nœud (e) s'écrit alors:

$$a_e U_e = \sum_{nb} a_{nb} U_{nb} + A_e (P_P - P_E) + b. \quad (III.19)$$

b est le terme source incluant les autres termes sources autre que la pression, et A_e est l'aire à travers laquelle s'exercent les forces de pression. Les expressions des coefficients a_{nb} , a_e et b sont identiques à celles données dans les équations (III.13), (III.14) et (III.15), sauf que le décalage de la géométrie des volumes de contrôle doit être pris en compte dans la détermination des conductances diffusives D et des débits de masse F_i .

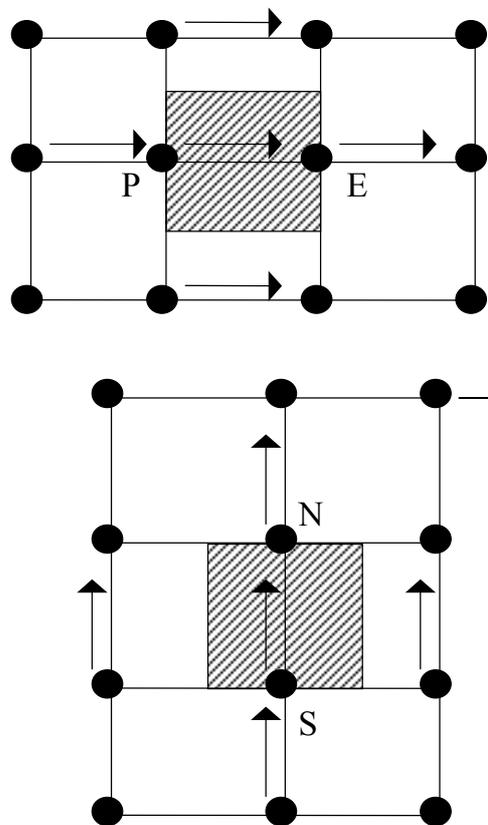


Figure (III.3): Volumes de contrôle pour U et V.

Notons par U^* le champ de vitesse basé sur le champ de pression estimé P^* , on a alors:

$$\left. \begin{aligned} a_e U_e^* &= \sum_{nb} a_{nb} U_{nb}^* + b + A_e (P_P^* - P_E^*) \\ a_n V_n^* &= \sum_{nb} a_{nb} V_{nb}^* + b + A_n (P_P^* - P_N^*) \end{aligned} \right\} \quad (III.20)$$

B. Equation de correction de vitesse:

Soient P , U , V respectivement les meilleures valeurs approchées de pression et des vitesses. Et soient P' , U' , et V' des valeurs à apporter pour corriger la solution notée par (*). Les bonnes valeurs seront donc:

$$\left. \begin{aligned} P &= P^* + P' \\ U &= U^* + U' \\ V &= V^* + V' \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.21})$$

En manipulant les équations (III.19), (III.20), et (III.21) et en négligeant les termes $\sum_{nb} a_{nb} U'_{nb}$ et $\sum_{nb} a_{nb} V'_{nb}$, on obtient:

$$\left. \begin{aligned} a_e U'_e &= A_e (P'_P - P'_E) \\ a_n V'_n &= A_n (P'_P - P'_N) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.22})$$

$$\text{posons } d_e = \frac{A_e}{a_e} \text{ et } d_n = \frac{A_n}{a_n} \quad (\text{III.23})$$

on obtient après substitution, les équations de vitesses suivantes:

$$\left. \begin{aligned} U_e &= U_e^* + d_e (P'_P - P'_E) \\ V_n &= V_n^* + d_n (P'_P - P'_N) \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.24})$$

C. Equation de correction de pression:

L'intégrale de l'équation de continuité dans le volume de contrôle correspondant aux nœuds principaux, figure (III.1) est donnée par:

$$(\rho UA)_w - (\rho VA)_e + (\rho VA)_s - (\rho VA)_n = 0 \quad (\text{III.25})$$

Comme U_e et V_n sont les bonnes valeurs, elles doivent donc satisfaire l'équation de continuité (III.25), la substitution de leurs expressions; équation (III.24) dans l'équation (III.25) donne:

$$a_p P'_p = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b_p \quad (III.26)$$

avec

$$\left. \begin{aligned} a_E &= (\rho dA)_e \\ a_W &= (\rho dA)_w \\ a_N &= (\rho dA)_n \\ a_S &= (\rho dA)_s \\ a_p &= a_E + a_W + a_N + a_S \end{aligned} \right\} \quad (III.27)$$

$$\text{et } b_p = (\rho U^* A)_w - (\rho U^* A)_e + (\rho V^* A)_s - (\rho V^* A)_n \quad (III.28)$$

Une fois que l'équation précédente est résolue, on peut corriger les vitesses et non pas la pression. Afin d'augmenter la vitesse de convergence de la solution, l'algorithme SIMPLER [57] propose la procédure suivante pour la correction de la pression. L'équation nécessaire pour obtenir le champ de pression peut être dérivée comme suit:

Premièrement, l'équation de mouvement discrétisée (III.19) est écrite sous la forme:

$$U_e = \frac{\sum_{nb} a_{nb} U_{nb} + b}{a_e} + d_e (P_p - P_E) \quad (III.29)$$

maintenant on définit des pseudo-vitesses par:

$$\left. \begin{aligned} \hat{U}_e &= \frac{\sum_{nb} a_{nb} U_{nb} + b}{a_e} \\ \hat{V}_n &= \frac{\sum_{nb} a_{nb} V_{nb} + b}{a_n} \end{aligned} \right\} \quad (III.30)$$

ces vitesses sont composées de vitesses voisines sans le terme des forces de pression, alors l'équation (III.29) devient:

$$\left. \begin{aligned} U_e &= \hat{U}_e + d_e(P_P - P_E) \\ V_n &= \hat{V}_n + d_n(P_P - P_N) \end{aligned} \right\} \quad (III.31)$$

Il est facile de voir la similitude entre ces équations et les équations (III.24). Les vitesses \hat{U}_e et \hat{V}_n apparaissent à la place des vitesses U_e^* et V_n^* , et la pression P prend elle même la place de P' . Donc l'équation de pression peut être écrite sous la forme:

$$a_P P_P = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + b_P \quad (III.32)$$

où les a_i sont les mêmes que ceux définis dans l'équation (III.29)

et

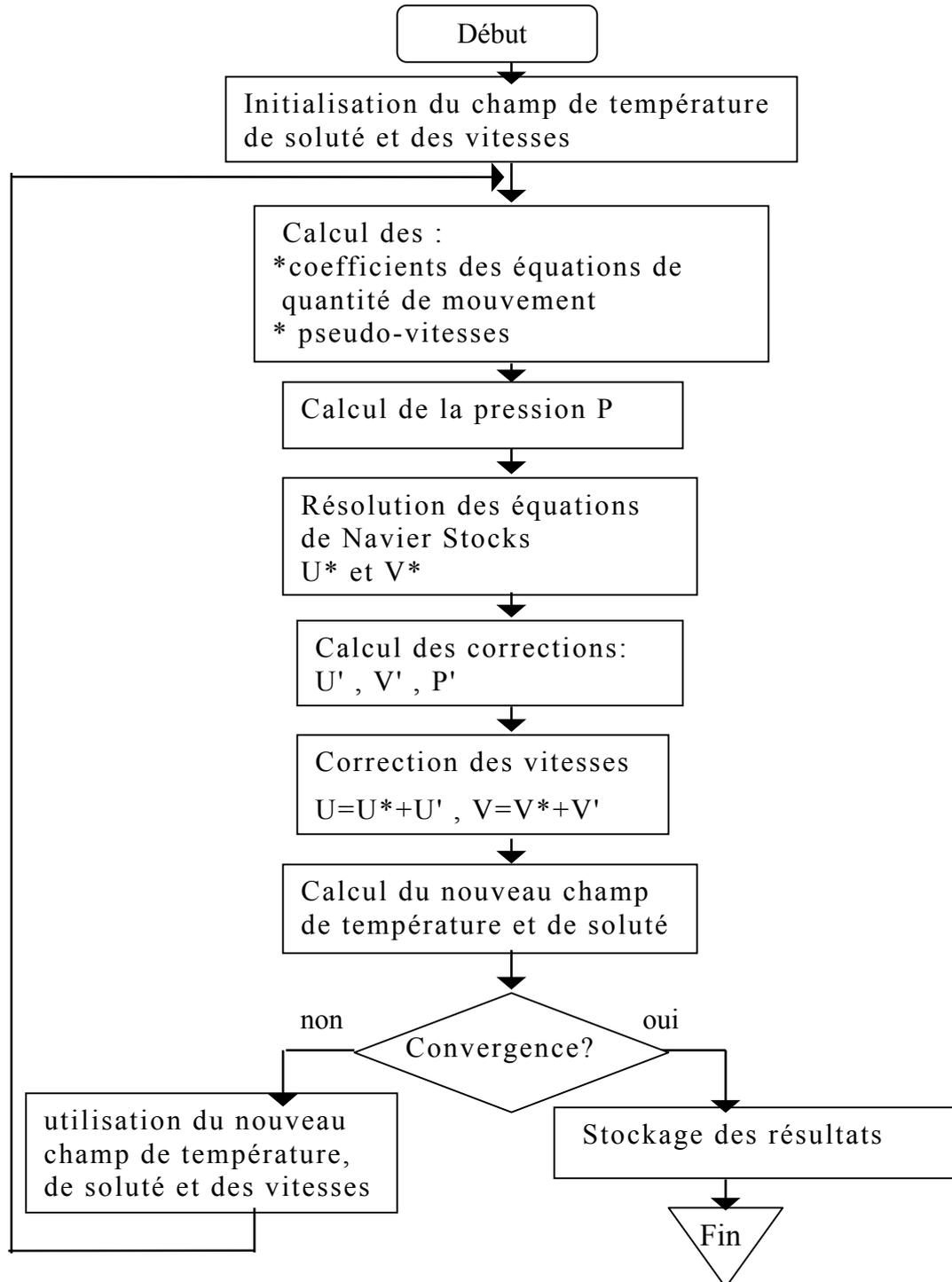
$$b_P = (\rho \hat{U} A)_w - (\rho \hat{U} A)_e + (\rho \hat{V} A)_s - (\rho \hat{V} A)_n \quad (III.33)$$

Discussion sur l'algorithme SIMPLER:

L'omission des termes $\sum_{nb} a_{nb} U'_{nb}$ et $\sum_{nb} a_{nb} V'_{nb}$ dans la procédure de calcul itérative n'influe pas sur la solution finale. En effet, quand les termes sources b deviennent nuls, les corrections de pression p' deviennent nulles. De ce fait, la solution obtenue satisfait les équations du mouvement ainsi que l'équation de continuité. A cause des non-linéarités, des coefficients de relaxation sont utilisés pour éviter une divergence au dépend d'une convergence ralentie.

D. Algorithme SIMPLER:

L'algorithme SIMPLER consiste à résoudre les équations de pression et de correction de pression pour corriger les vitesses. Les opérations séquentielles pour cet algorithme sont:



Organigramme général de résolution (SIMPLER).

E. Critère de convergence:

On dit qu'un processus itératif a atteint la convergence; qui veut dire approcher au mieux la solution stable des systèmes d'équations en un nombre optimal d'itérations, lorsque les itérations ultérieures ne

produisent aucun changement significatif dans les valeurs des variables dépendantes Ω . Pratiquement, on exprime cette convergence par un test d'arrêt du processus itératif appelé aussi «critère de convergence» qui dépend de la nature du problème et des objectifs du calcul.

Un critère approprié est celui qui porte sur les résidus de quantité de mouvement, de la masse et de la température. Ces résidus sont définis par:

$$R_{\Omega} = \sum_{nb} a_{nb} \Omega_{nb} - b - a_p \Omega_p$$

Quand l'équation discrétisée est satisfaite, R_{Ω} tend vers zéro.

Mathématiquement, on traduit ça par l'inégalité:

$$\sum_{\alpha} |R_{\Omega}| \leq \varepsilon_{\Omega}$$

α : domaine de calcul.

ε_{Ω} : valeur infiniment petite caractérisant l'erreur sur la solution obtenue, fixé à 10^{-4} dans cette étude.

III.2.6. Schéma d'interpolation

Dans l'équation (III.13), $A(|P_e|)$ est une fonction caractérisant le schéma d'interpolation. Pour que le schéma choisi nous assure d'une part la réalité physique du phénomène et d'autre part la conservation des quantités physiques, la deuxième règle de base exige que les coefficients a_E , a_W , a_N , et a_S doivent être tous positifs [57] d'où la fonction d'interpolation $A(|P_e|)$ doit être positive. Il faut noter que la précision de la solution dépend énormément du schéma choisi. On utilise le schéma d'approximation de la loi puissance, qui semble être beaucoup plus consistant. Ce schéma s'avère très efficace puisque il approche beaucoup mieux la solution exacte, et il est le plus recommandé dans les problèmes de Convection - Diffusion, pour toutes les situations (bidimensionnelles et tridimensionnelles). Sa fonction

d'interpolation est donnée comme suit:

$$A(|P_e|) = [0, (1 - 0.1|P_e|)^5]$$

Le symbole $[a, b]$ désigne le maximum entre les deux valeurs a et b.

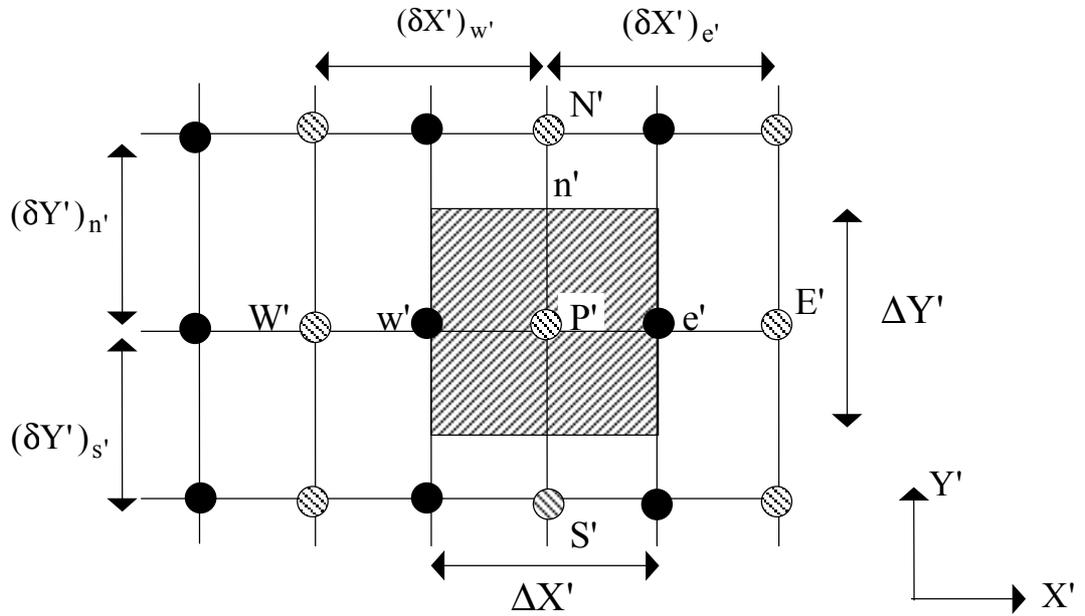


Figure (III.4): Schéma du volume de contrôle pour U.

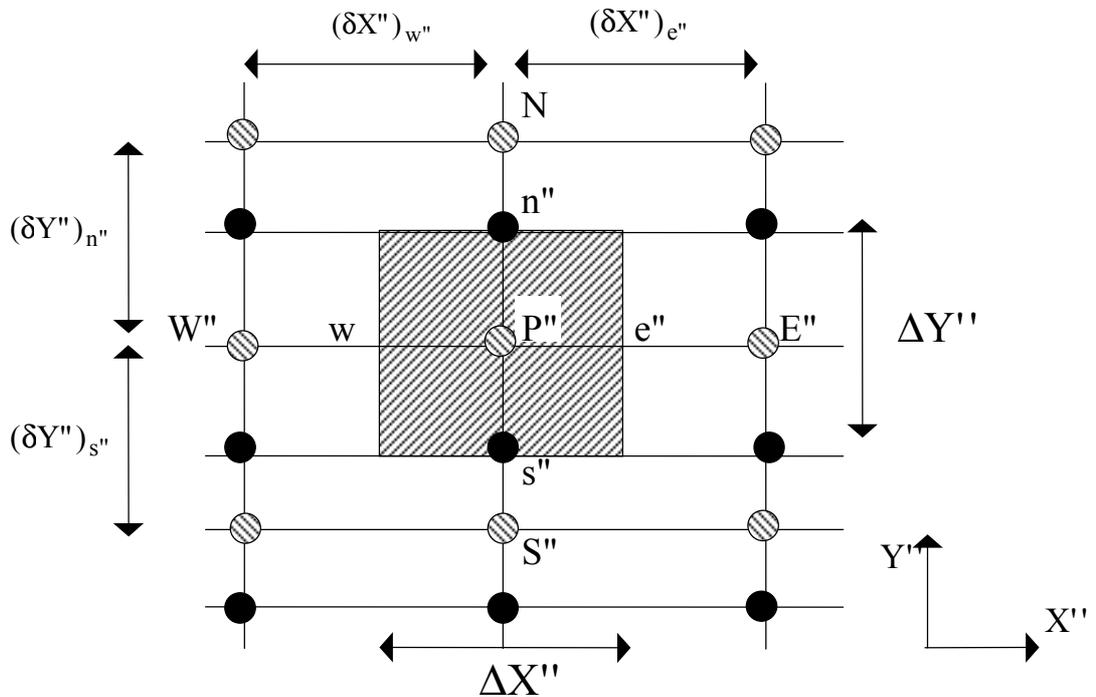


Figure (III.5): Schéma du volume de contrôle pour V.

III.3. Application de la méthode des volumes finis à notre problème

On rappelle les équations qui régissent le mouvement:

$$\frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} = 0 \quad (\text{III.34})$$

$$(\vec{V} \cdot \vec{V})U = -\frac{\partial P}{\partial X} + \varepsilon R_V \text{Pr} \nabla^2 U - \frac{C_f \varepsilon^2}{\sqrt{\text{Da}}} |\vec{V}| U - \varepsilon^2 \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Da}} \right) U \quad (\text{III.35})$$

$$(\vec{V} \cdot \vec{V})V = -\frac{\partial P}{\partial Y} + \varepsilon R_V \text{Pr} \nabla^2 V - \frac{C_f \varepsilon^2}{\sqrt{\text{Da}}} |\vec{V}| V - \varepsilon^2 \left(\frac{\text{Pr}}{\text{Da}} \right) V + \varepsilon^2 (\Theta + N\Phi) \quad (\text{III.36})$$

$$(\vec{V} \cdot \vec{V})\Theta = R_k \nabla^2 \Theta \quad (\text{III.37})$$

$$(\vec{V} \cdot \vec{V})\Phi = \frac{R_D}{\text{Le}} \nabla^2 \Phi \quad (\text{III.38})$$

III.3.1 Discrétisation des équations du mouvement

III.3.1.1. Equation du mouvement en X

Comme on l'a déjà signalé, l'équation du mouvement dans la direction X sera intégrée dans le volume de contrôle décalé vers la droite, figure (III.4). D'après cette figure, on peut noter que les nœuds w' , P' et e' correspondent respectivement aux nœuds P, e et E. L'intégration de l'équation du mouvement dans la direction X à travers le volume de contrôle de la figure (III.4) et après arrangement donne:

$$a_{P'} U_{P'} = a_{E'} U_{E'} + a_{W'} U_{W'} + a_{N'} U_{N'} + a_{S'} U_{S'} + (P_P - P_E) \Delta Y + b' \quad (\text{III.39})$$

les coefficients a_i sont définis dans l'équation (III.13), alors que les expressions des conductances diffusives et les débits volumiques sont donnés par:

$$\left. \begin{aligned} D_{e'} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X'}\right)_{e'} \Delta Y' & F_{e'} &= U_{e'} \Delta Y' \\ D_{w'} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X'}\right)_{w'} \Delta Y' & F_{w'} &= U_{w'} \Delta Y' \\ D_{n'} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y'}\right)_{n'} \Delta X' & F_{n'} &= V_{n'} \Delta X' \\ D_{s'} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y'}\right)_{s'} \Delta X' & F_{s'} &= V_{s'} \Delta X' \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.40})$$

avec $\Gamma = \varepsilon R_v \text{Pr}$, $b' = S_c \Delta X' \Delta Y'$ et

Les valeurs de S_c et S_p sont données dans le tableaux (III.1)

III.3.1.2. Equation du mouvement en Y

L'intégration de l'équation du mouvement dans la direction η est faite dans le volume de contrôle décalé vers le haut, figure (III.5), et les nouveaux nœuds seront désignés par P'' , E'' , W'' et N'' et les interfaces par e'' , w'' , n'' et s'' . D'après cette figure, on peut noter que les nœuds s'' , P'' , et n'' correspondent respectivement aux nœuds P , n et N .

En utilisant les mêmes démarches d'intégration qu'en X , la discrétisation de l'équation du mouvement dans la direction Y est obtenue comme suit:

$$a_{P''} V_{P''} = a_{E''} V_{E''} + a_{W''} V_{W''} + a_{N''} V_{N''} + a_{S''} V_{S''} + (P_P - P_N) \Delta X'' + b'' \quad (\text{III.41})$$

où les coefficients $a_{i''}$ sont définis dans l'équation (III.13), et les expressions des flux diffusifs et les débits volumiques prennent la forme:

$$\left. \begin{aligned} D_{e''} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X''}\right)_{e''} \Delta Y'' & F_{e''} &= U_{e''} \Delta Y'' \\ D_{w''} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X''}\right)_{w''} \Delta Y'' & F_{w''} &= U_{w''} \Delta Y'' \\ D_{n''} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y''}\right)_{n''} \Delta X'' & F_{n''} &= V_{n''} \Delta X'' \\ D_{s''} &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y''}\right)_{s''} \Delta X'' & F_{s''} &= V_{s''} \Delta X'' \end{aligned} \right\} \quad (III.42)$$

$\Gamma = \epsilon R_V Pr$, et le terme source est donné par:

$$b'' = S_c \Delta X'' \Delta Y'' \quad (III.43)$$

la valeur de $\Theta_{P''}$ et $\Phi_{P''}$ aux interfaces sera calculée de la manière suivante:

$$\left. \begin{aligned} \Theta_{P''} &= f_e \Theta_P + (1-f_e) \Theta_N \\ \Phi_{P''} &= f_e \Phi_P + (1-f_e) \Phi_N \end{aligned} \right\} \quad (III.43)$$

et f_e est un facteur d'interpolation [57] définis par:

$$f_e = \frac{(\delta X'')_{n''}}{2(\Delta Y'')} \quad (III.44)$$

III.3.1.3. Equation de correction de pression

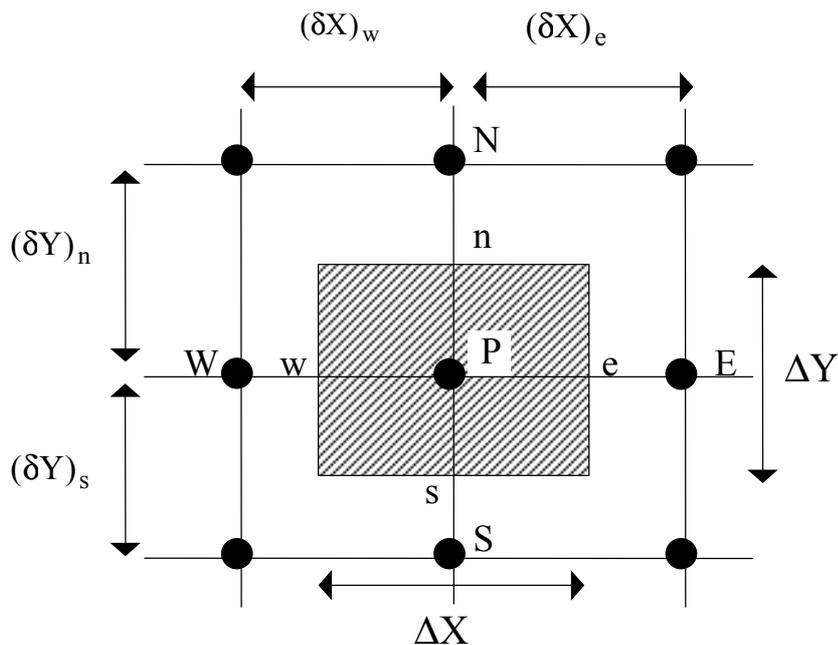


Figure (III.6): Schéma du volume de contrôle pour P.

L'intégration de l'équation de continuité pour le volume de contrôle de la figure (III.6) donne:

$$\int_s^e \int_w^e \frac{\partial U}{\partial X} dXdY + \int_s^e \int_w^e \frac{\partial V}{\partial Y} dXdY = 0 \quad (\text{III.45})$$

soit après intégration et simplification, et en utilisant les mêmes démarches que celles faites dans c), l'équation précédente prend la forme:

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b_{P'} \quad (\text{III.46})$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (\text{III.47})$$

$$\left. \begin{array}{ll} a_E = d_e \Delta Y & a_W = d_w \Delta Y \\ a_N = d_n \Delta X & a_S = d_s \Delta X \end{array} \right\} \quad (\text{III.48})$$

avec:

$$\left. \begin{array}{l} d_e = \frac{A_e}{a_e} = \frac{\Delta Y}{a_e} \\ d_w = \frac{A_w}{a_w} = \frac{\Delta Y}{a_w} \\ d_n = \frac{A_n}{a_n} = \frac{\Delta X}{a_n} \\ d_s = \frac{A_s}{a_s} = \frac{\Delta X}{a_s} \end{array} \right\} \quad (\text{III.49})$$

avec

$$b_{P'} = (U_w^* - U_e^*) \Delta Y + (V_s^* - V_n^*) \Delta X \quad (\text{III.50})$$

l'indice (*) désigne la valeur des variables de l'itération précédente. On fait le même raisonnement pour obtenir le champ de pression, on obtient alors:

$$a_P P_P = a_E P_E + a_W P_W + a_N P_N + a_S P_S + b_P \quad (\text{III.51})$$

où les coefficients a_i sont ceux définis dans l'équation (III.39) et b_P prend la forme:

$$b_P = (\hat{U}_w - \hat{U}_e)\Delta Y + (\hat{V}_s - \hat{V}_n)\Delta X \quad (III.52)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{U}_{p'} &= \frac{\sum_{nb'} a_{nb'} U_{nb'}}{a_{p'}} \\ \hat{V}_{p''} &= \frac{\sum_{nb''} a_{nb''} V_{nb''}}{a_{p''}} \end{aligned} \right\} \quad (III.53)$$

III.3.2. Discrétisation de l'équation de l'énergie

L'intégration de l'équation de l'énergie est faite dans le volume de contrôle correspondant aux nœuds principaux, figure (III.6).

$$\int_{s_w}^n \int_{s_w}^e U \frac{\partial \Theta}{\partial X} dXdY + \int_{s_w}^n \int_{s_w}^e V \frac{\partial \Theta}{\partial Y} dXdY = R_k \int_{s_w}^n \int_{s_w}^e \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2} \right) dXdY \quad (III.54)$$

après intégration et arrangement des termes, l'équation de l'énergie discrétisée s'écrit comme:

$$a_P \Theta_P = a_E \Theta_E + a_W \Theta_W + a_N \Theta_N + a_S \Theta_S \quad (III.55)$$

où les coefficients a_i sont définis dans l'équation (III.13), les flux diffusifs et les débits volumiques prennent la forme:

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X} \right)_e \Delta Y & F_e &= U_e \Delta Y \\ D_w &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X} \right)_w \Delta Y & F_w &= U_w \Delta Y \\ D_n &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y} \right)_n \Delta X & F_n &= V_n \Delta X \\ D_s &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y} \right)_s \Delta X & F_s &= V_s \Delta X \end{aligned} \right\} \quad (III.56)$$

$$\Gamma = R_k$$

III.3.3. Discrétisation de l'équation de la soluté

L'intégration de l'équation de la soluté est faite dans le volume de contrôle correspondant aux nœuds principaux, figure (III.6).

$$\int_{s_w}^{n_e} \int U \frac{\partial \Phi}{\partial X} dXdY + \int_{s_w}^{n_e} \int V \frac{\partial \Phi}{\partial Y} dXdY = \frac{R_D}{Le} \int_{s_w}^{n_e} \int \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial Y^2} \right) dXdY \quad (III.57)$$

après intégration et arrangement des termes, l'équation de l'énergie discrétisée s'écrit comme:

$$a_P \Phi_P = a_E \Phi_E + a_W \Phi_W + a_N \Phi_N + a_S \Phi_S \quad (III.58)$$

où les coefficients a_i sont définis dans l'équation (III.13), les flux diffusifs et les débits volumiques prennent la forme:

$$\left. \begin{aligned} D_e &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X} \right)_e \Delta Y & F_e &= U_e \Delta Y \\ D_w &= \left(\frac{\Gamma}{\delta X} \right)_w \Delta Y & F_w &= U_w \Delta Y \\ D_n &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y} \right)_n \Delta X & F_n &= V_n \Delta X \\ D_s &= \left(\frac{\Gamma}{\delta Y} \right)_s \Delta X & F_s &= V_s \Delta X \end{aligned} \right\} \quad (III.59)$$

$$\Gamma = \frac{R_D}{Le}$$

III.4. Sensibilité de la solution au maillage

L'influence de la taille et la répartition des nœuds sur la solution exprimée par les transferts thermique et massique moyens à la paroi active « gauche » est illustrée par les figures (III.7) et (III.8) est dans les tableaux (III.2) et (III.3). Une répartition irrégulière « sinusoïdale » des nœuds est utilisée pour résoudre plus précisément les phénomènes physiques présents notamment en régime de couche limite caractérisé par l'existence de forts gradients dans les zones pariétales. A partir de ces tableaux et figures il apparaît que la taille de

la grille augmente avec le nombre de Rayleigh. Les transferts thermique et massique deviennent insensibles au nombre de nœuds à partir de la grille 60×60 . Dans la suite de notre travail, on adoptera pour des raisons de compromis précision / temps de calcul un maillage sinusoïdal 71×71 .

Nu_0							
Maillage	16×16	31×31	46×46	61×61	71×71	91×91	101×101
Ra							
10^3	1.053	1.053	1.052	1.052	1.052	1.052	1.052
10^4	1.519	1.530	1.541	1.541	1.541	1.541	1.541
10^5	2.140	2.251	2.262	2.268	2.295	2.295	2.295
10^6	3.010	3.237	3.279	3.299	3.330	3.360	3.362

Tableau (III.2): Influence de la taille du maillage sur le transfert de chaleur ($N=1$, $Le=10$, $Da=10^{-5}$, $Pr=7$, $A=1$, $X_p=0.2$).

Sh_0							
Maillage	16×16	31×31	46×46	61×61	71×71	91×91	101×101
Ra							
10^3	1.838	1.881	1.886	1.886	1.887	1.887	1.887
10^4	2.444	2.643	2.671	2.680	2.732	2.741	2.741
10^5	3.307	3.643	3.724	3.753	3.801	3.815	3.815
10^6	10.400	10.16	10.132	10.141	10.170	10.180	10.185

Tableau (III.3): Influence de la taille du maillage sur le transfert de masse ($N=1$, $Le=10$, $Da=10^{-5}$, $Pr=7$, $A=1$, $X_p=0.2$).

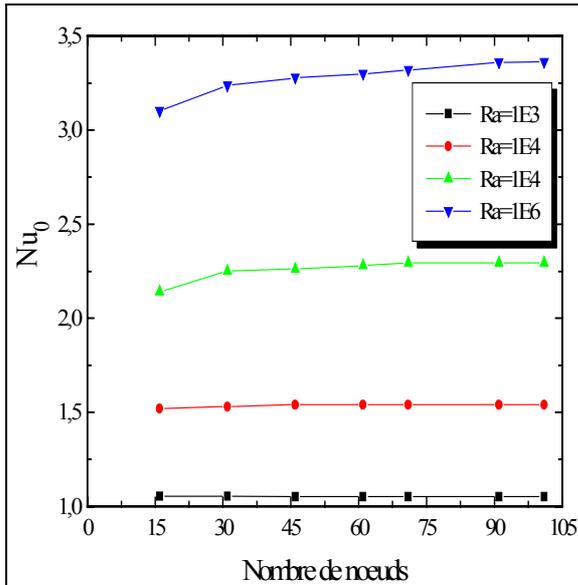


Figure (III.7): Influence du nombre de nœuds sur le nombre de Nusselt moyen, ($N=1$, $Le=10$, $Da=10^{-5}$, $Pr=7$, $A=1$, $X_p=0.2$).

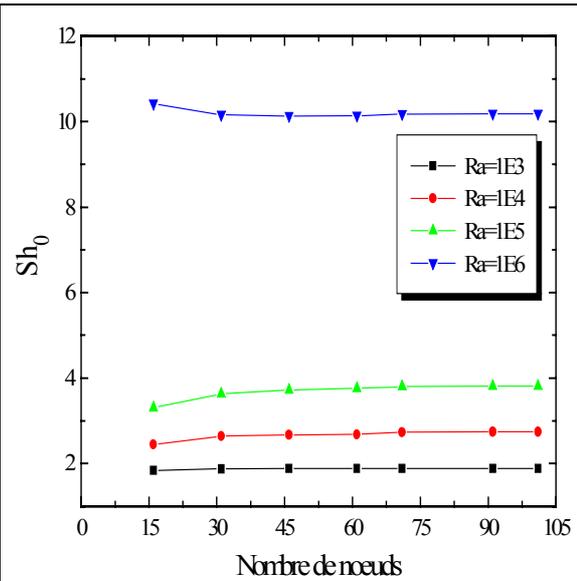


Figure (III.8): Influence du nombre de nœuds sur le nombre de Sherwood moyen ($N=1$, $Le=10$, $Da=10^{-5}$, $Pr=7$, $A=1$, $X_p=0.2$).

III.5. Validation du code de calcul

Les programmes que nous avons élaboré pour résoudre les équations de base tant en milieu fluide qu'en milieu poreux ont été validés en prenant comme référence certaines études numériques disponibles dans la littérature. Les résultats de Bennacer [61] obtenus dans le cas d'une cavité rectangulaire contenant un fluide binaire, ont été utilisés comme référence pour tester notre code numérique concernant le milieu fluide, tableaux (III.4) et (III.5). Cette comparaison est très satisfaisante car l'erreur relative sur les nombres de Nusselt et Sherwood est inférieure à 2%. Par ailleurs, nos programmes pour les milieux poreux ont été validés à l'aide des résultats des références [30], [36] et [33] pour le modèle de Darcy, et les références [30] [33] pour le modèle de Darcy – Brinkman. Les résultats des simulations sont résumés dans les tableaux (III.6) et (III.7)

et montrent une très bonne concordance avec ceux trouvés dans la littérature (erreur relative sur le nombre de Nusselt moyen inférieure à 2%).

N	1	5	7	10	14	20	
Nu_0	Bennacer [61]	8.42	7.97	7.01	6.40	5.98	5.43
	Présent travail	8.40	7.95	6.98	6.37	5.93	5.36
Sh_0	Bennacer [61]	42.59	50.95	53.22	59.19	61.26	65.70
	Présent travail	42.58	50.93	53.19	59.15	61.21	65.63

Tableau (III.4): Comparaison des nombres de Nusselt et Sherwood moyens dans le cas du milieu fluide ($A=1$, $Pr=7$, $Le=100$, et $Gr_T = 10^5$).

Le	1	3	6	10	20	30	
Nu_0	Bennacer [61]	19.07	14.34	10.18	7.66	5.93	5.33
	Présent travail	19.07	14.30	10.14	7.60	5.87	5.25
Sh_0	Bennacer [61]	19.07	25.69	30.83	35.34	42.48	47.28
	Présent travail	19.07	25.64	30.78	35.28	42.40	47.17

Tableau (III.5): Comparaison des nombres de Nusselt et Sherwood moyens dans le cas du milieu fluide ($A=1$, $Pr=7$, $N=20$, et $Gr_T = 10^5$).

Nu_0				
$Ra^*=Ra.Da$	Lauriat et Prasad [30]	Trevisian et Bejan [36]	Nithiarasu et al. [33]	Present travail
10	1.07		1.08	1.06
50		2.02	1.958	1.936
100	3.09	3.27	3.02	2.98
500			8.38	8.32
1000	13.41	18.38	12.514	12.49

Tableau (III.6): Comparaison du nombre d Nusselt moyen dans le cas du modèle de Darcy en convection thermique ($A=1$, $Pr=0.71$).

Nu_0				
Ra*	Da	Lauriat et Prasad [30]	Nithiarasu et al. [33]	Présent travail
10	10^{-6}	1.07	1.08	1.06
100	10^{-6}	3.06	3.00	2.98
1000	10^{-6}	13.2	12.25	12.11
10	10^{-2}	1.02	1.02	0.99
100	10^{-2}	1.7	1.71	1.68
1000	10^{-2}	4.26	4.26	4.24

Tableau (III.7): Comparaison du nombre de Nusselt moyen dans le cas du modèle de Darcy - Brinkman en convection thermique ($A=1$, $Pr=1$).

III.6. Conclusion

Le code numérique étant validé dans différentes situations en convection double diffusive en milieux fluide et poreux, nous procédons par la suite à nos simulations numériques pour dégager l'influences des paramètres physiques caractérisant le problème.

CHAPITRE IV

RESULTATS ET DISCUSSIONS

RESULTATS ET DISCUSSIONS

IV.1. Introduction

Après avoir mis au point et validé notre modèle numérique grâce aux résultats disponibles dans la littérature, nous nous proposons d'étudier les transferts de chaleur et de masse par convection naturelle thermosolutale dans une enceinte partiellement ou entièrement occupée par une couche poreuse.

Parmi les paramètres gouvernant le système d'équation, outre le rapport de forme de la cavité (A) et l'épaisseur de la couche poreuse (X_p), nous distinguons le nombre de Darcy (Da) qui caractérise la perméabilité du milieu, le nombre de Rayleigh (Ra) thermique qui caractérise l'écart de la température, le rapport des forces de poussée (N), le nombre de Lewis (Le) qui caractérise le rapport des diffusions thermique et solutale et en fin le nombre de Prandtl caractérisant la nature du fluide.

La gamme de variation des paramètres est :

$$10^3 \leq Ra \leq 10^7, 10^{-7} \leq Da \leq 1, 1 \leq Le \leq 100, -20 \leq N \leq 20 \text{ et } 0 \leq X_p \leq 1.$$

Dans cette étude nous nous limitons au cas d'un fluide à nombre de Prandtl supérieur à 1, $Pr=7$. Ce choix est motivé par le fait que la plupart des travaux expérimentaux utilisant essentiellement des solutions aqueuses ($Pr=7$, dans lesquelles le nombre de Lewis est supérieur à 1 à cause de la différence importante entre la diffusivité

thermique et massique. La porosité du milieu poreux $\varepsilon=0.4$ ce qui fait un coefficient inertiel $C_f=0.56$ d'après la relation d'Ergun [3].

Les rapport des diffusivités thermiques du milieu équivalent au fluide (R_k), des diffusivités moléculaires du milieu équivalent au fluide (R_D) et les rapports des viscosités (R_V) sont pris égaux à l'unité.

IV.2. Influence de la perméabilité de la couche poreuse (Da)

Nous portons dans cette section notre attention sur les conséquences de la pénétration de l'écoulement dans la couche poreuse ainsi que sur les transferts thermique et massique. Nous nous sommes placés dans le cas d'une épaisseur de la couche $X_p=0.2$ et nous avons fait varier la perméabilité de cette couche à travers le nombre de Darcy.

Les simulations sont réalisées sur une très large gamme du nombre de Darcy $[1,10^{-9}]$ pour deux valeurs du nombre de Rayleigh $Ra=10^5$ et 10^6 . Les autres paramètres du problème sont maintenus constants ($N=1$, $Le=10$, $Pr=7$, $A=1$).

IV.2.1. Structure de l'écoulement

La carte des isovaleurs représentée sur les figures (IV.1) et (IV.2) pour les différentes valeurs du nombre de Darcy indique une forte influence sur la structure de l'écoulement, l'intensité de l'écoulement augmente avec le nombre de Darcy et cette croissance est d'autant plus élevée que Ra est élevée à cause de l'intensité de l'écoulement. Pour les différentes valeurs de Da , nous avons obtenu un écoulement monocellulaire dont le sens est horaire avec une stratification thermique et massique. Pour Da très faible ($Da \leq 10^{-6}$), on constate que l'écoulement ne pénètre pas dans la couche poreuse (absence de cellule de recirculation), le milieu poreux se comporte comme une paroi solide. Les isothermes et isoconcentrations, parallèles à la paroi

verticale dans la couche poreuse viennent confirmer ces remarques. Au fur et à mesure que le nombre de Darcy augmente, un écoulement s'installe dans la couche poreuse et pour des Da de l'ordre de 10^{-2} et au delà, la pénétration de l'écoulement est presque totale (l'écoulement dans la couche poreuse et fluide se confond) on tend vers le cas d'un écoulement dans une cavité entièrement fluide.

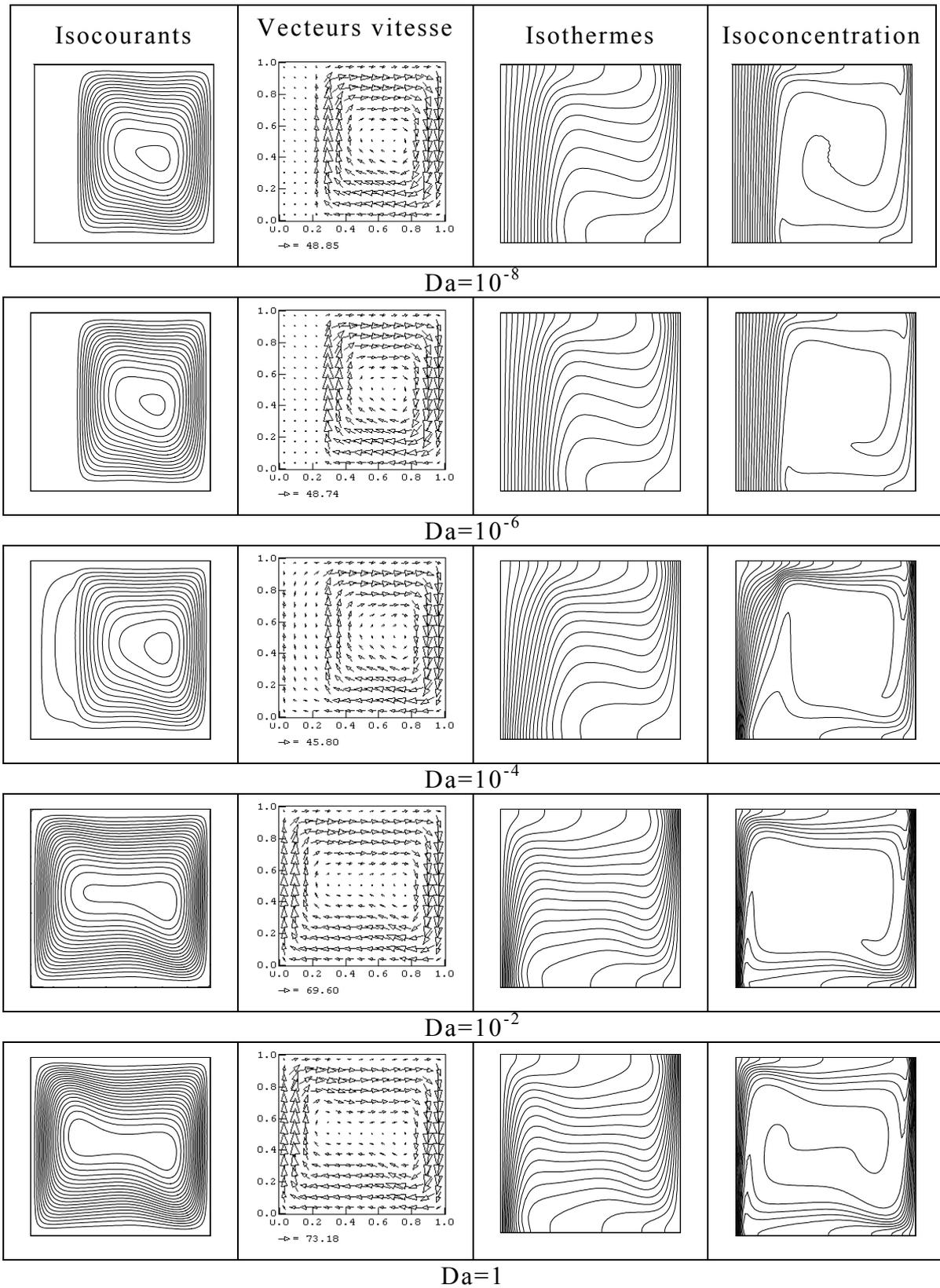


Figure (IV.1): Carte d'isovaleurs en fonction du nombre de Darcy ($A=1$, $Xp=0.2$, $Pr=7$, $Ra=10^5$, $Le=10$, $N=1$).

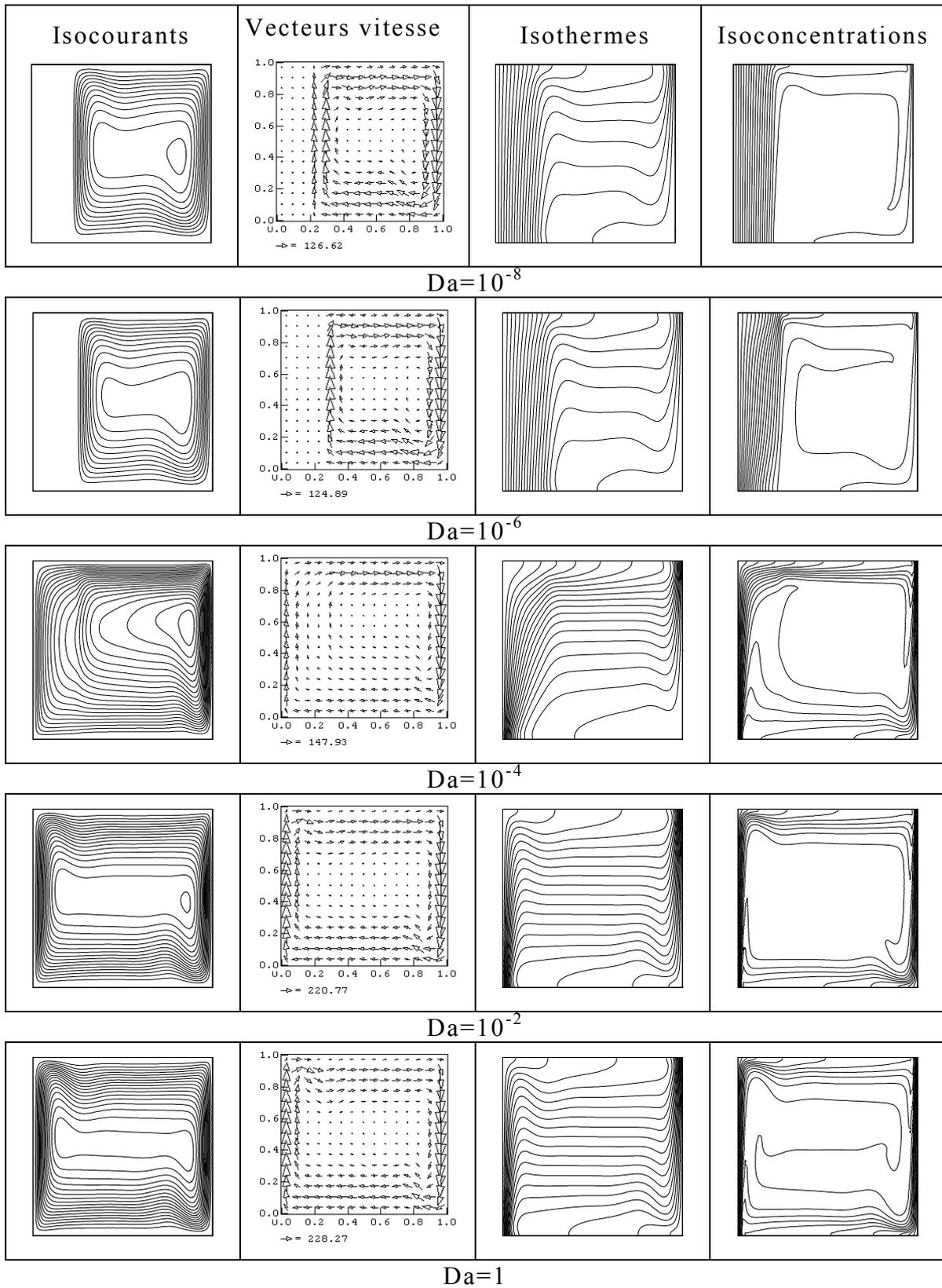


Figure (IV.2): Carte d'isovaleurs en fonction du nombre de Darcy ($A=1$, $Xp=0.2$, $Pr=7$, $Ra=10^6$, $Le=10$, $N=1$).

IV.2.2. Profils de vitesse, température et concentration

Afin de bien illustrer l'effet de la perméabilité de la couche poreuse, nous avons reporté sur la figure (IV.3a) le profil de la composante verticale de la vitesse dans le plan médian horizontal, pour différentes valeurs du nombre de Darcy avec $A=1$, $X_p=0.2$, $Ra=10^5$, $Pr=7$, $Le=10$ et $N=1$. Nous remarquons que pour les faibles valeurs de Da ($Da=10^{-6}$), la vitesse dans la couche poreuse est nulle, l'interface fluide / poreux se comporte comme une paroi solide sur laquelle se développe une couche limite alors que dans la couche fluide la vitesse présente un maximum. Plus le nombre de Darcy augmente, l'écoulement dans la couche poreuse commence à s'intensifier avec un profil quasi linéaire le long de celle-ci. Le maximum de la vitesse dans la zone fluide diminue mais reste toujours important que celui dans la couche poreuse. Cette dernière demeure encore peu perméable et le mode de Darcy prédomine, ce qui justifie le profil quasi linéaire. A partir de $Da=10^{-2}$ la vitesse dans la couche poreuse devient plus importante que dans la couche fluide. Pour les perméabilités élevées les deux écoulements dans les couches fluide et poreuse se confondent et on tend vers un écoulement dans une cavité entièrement fluide. Le décalage du pic de la vitesse vers la droite avec le nombre de Darcy indique l'importance croissante du terme de Brinkman qui agit sur une zone pariétal de plus en plus large. Nous avons aussi tracé les profils de température et concentration pour différentes valeurs du nombre de Darcy, figures (IV.3b) et (IV.3c). On constate que le gradient de concentration augmente avec le nombre de Darcy, la couche limite solutale est d'autant plus fine que la perméabilité augmente, ce qui se traduit par un transfert de matière plus élevé. Nous distinguons sur cette figure de fort gradients qui s'atténuent d'autant plus que le nombre de Darcy diminue. Pour des perméabilités élevées, les gradients de température croît avec le nombre de Da jusqu'à

atteindre le profil de couche limite pour une cavité entièrement fluide pour $Da=1$. nous pouvons interpréter ce phénomène par le fait que pour les faibles valeurs de Da , l'écoulement advectif est du type thermosolutale dans les deux domaines fluide et poreux. Au fur et à mesure que Da augmente l'intensification de l'écoulement qui s'en suit n'affecte pas le champ de concentration que sur la couche poreuse. Les profils de vitesse sur la couche poreuse sont essentiellement dus aux forces solutales. L'augmentation du nombre de Darcy favorise l'écoulement dans la couche poreuse ce qui favorise l'augmentation de l'effet des forces thermiques et par conséquent la convection redevient thermosolutale et se traduit par un accroissement du nombre de Nusselt. Les gradients de température et de concentration sont d'autant plus importants dans la couche poreuse que Ra augmente, figure (IV.4).

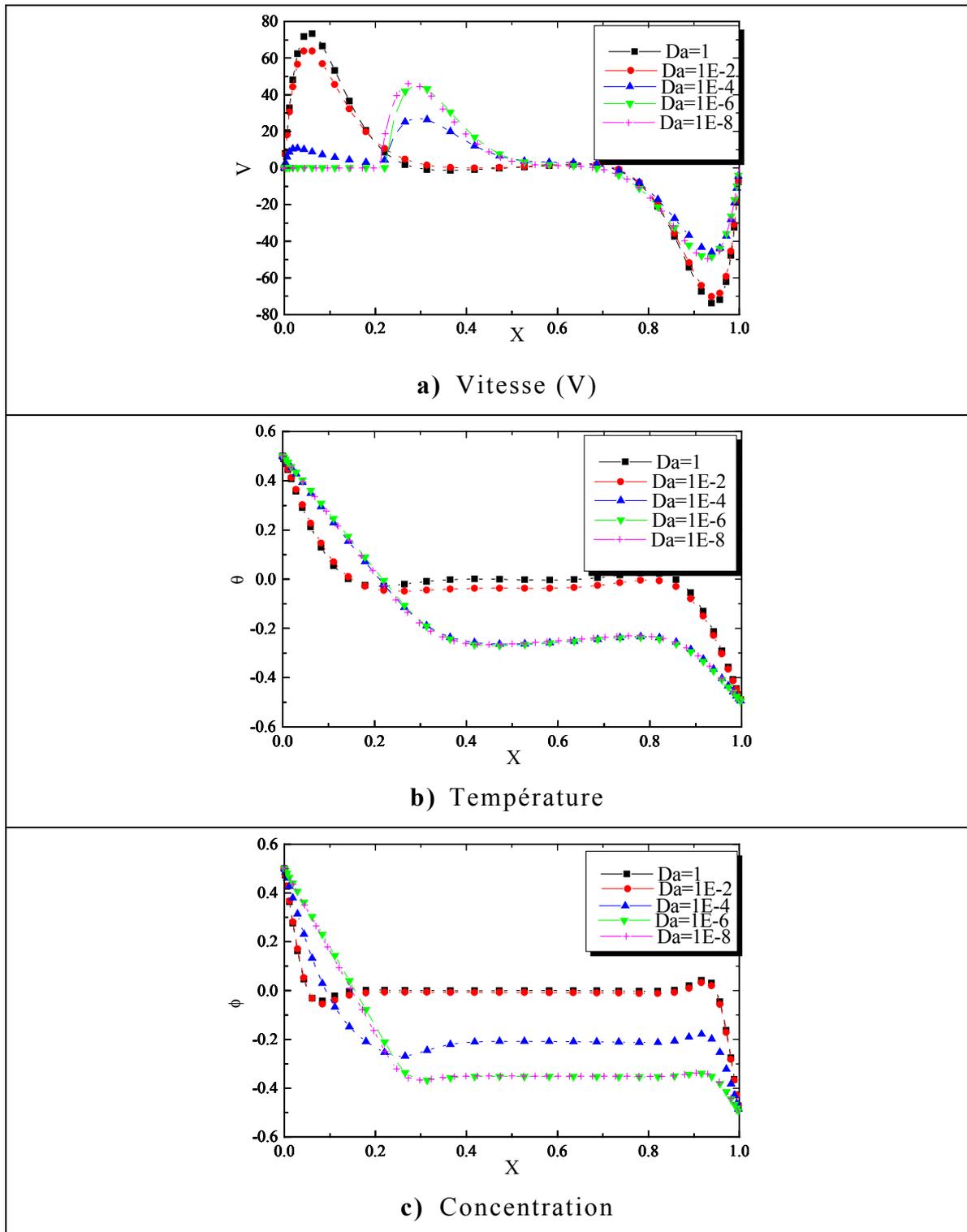


Figure (IV.3): Evolution des profils de vitesse, température et concentration sur le plan médian horizontal pour différentes valeurs du nombre de Darcy ($A=1$, $X_p=0.2$, $Ra=10^5$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$).

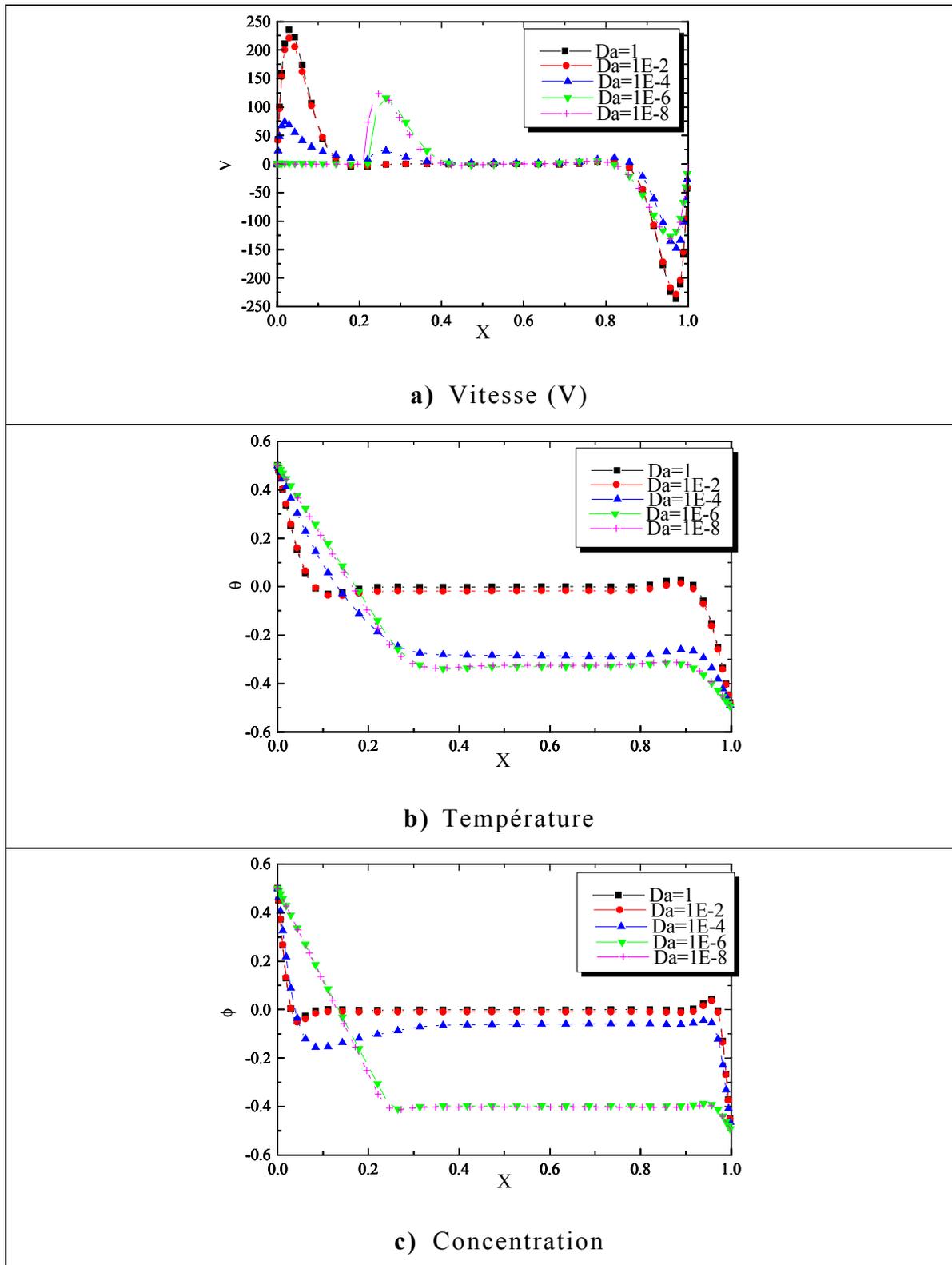


Figure (IV.4): Evolution des profils de vitesse verticale, température et concentration sur le plan médian horizontal pour différentes valeurs du nombre de Darcy ($A=1$, $X_p=0.2$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$).

IV.2.3. Transfert de chaleur et de masse

Sur les figures (IV.5) et (IV.6), nous avons reporté l'évolution des nombres de Nusselt et de Sherwood, qui caractérisent les transferts thermique et massique respectivement, en fonction du nombre de Darcy pour $Ra=10^4$, 10^5 et 10^6 . A partir de ces figures on peut distinguer trois zones :

Au faibles valeurs de la perméabilité ($Da \leq 10^{-5}$), les nombres de Nusselt et Sherwood demeurent pratiquement constants, la couche poreuse dans cette gamme de Da se comporte comme une paroi imperméable, où l'écoulement et quasiment nul.

Pour les valeurs élevées de la perméabilité ($Da \geq 10^2$), les transferts thermique et massique sont plus importants et indépendants du nombre de Darcy. Ceci s'explique par le fait que le terme de Darcy dans le système d'équations gouvernant devient négligeable devant les termes convectifs et de diffusion visqueuse, les transferts sont donc plus élevés et tendent vers une valeur limite constante qui est d'autant plus élevée que le nombre de Rayleigh augmente

Pour une couche poreuse à perméabilité intermédiaire ($10^{-5} \leq Da \leq 10^2$), on constate une forte augmentation du nombre de Nusselt et Sherwood. Aux faibles valeurs de la perméabilité, $Da \leq 10^{-7}$, Sh varie de 2.54 à 3.82 et Nu de 1.5 à 2.97 ce qui correspond à une augmentation de 50% et 98% respectivement lorsque Ra passe de 10^4 à 10^6 . à l'autre extrémité, $Da \geq 10^2$, la variation est plus importante, Sh passe de 6.04 à 25.2, soit une augmentation de 317% et Nu passe de 2.17 à 10 soit une augmentation de 360%. L'accroissement des transferts thermique et massique est donc d'autant plus marqué que le nombre de Rayleigh augmente.

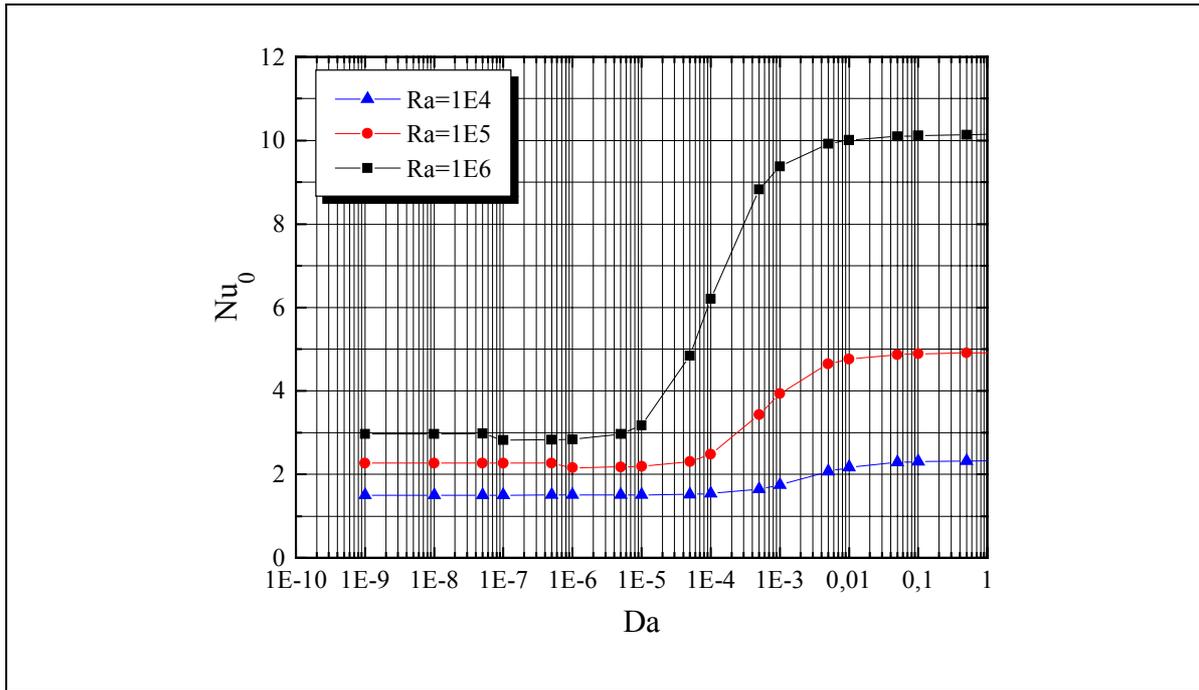


Figure (IV.5): Evolution du transfert de chaleur moyen en fonction du nombre de Darcy ($A=1$, $X_p=0.2$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$).

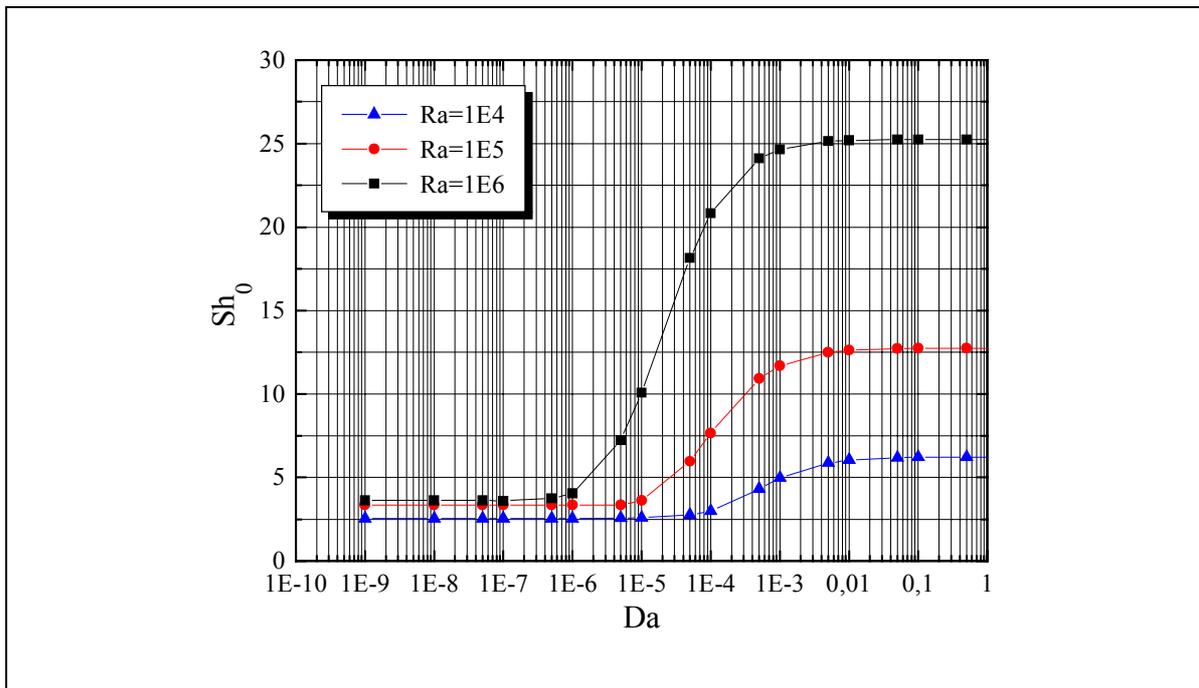


Figure (IV.6): Evolution du transfert de masse moyen en fonction du nombre de Darcy ($A=1$, $X_p=0.2$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$).

IV.3. Influence de la couche poreuse (X_p)

IV.3.1. Structure de l'écoulement

Après avoir analysé l'influence de la perméabilité de la couche poreuse, on va s'intéresser maintenant à l'épaisseur de la couche poreuse. Pour cela nous avons représenté sur les figures (IV.7) et (IV.8) la carte des isovaleurs en fonction de la couche poreuse pour $Da=1$ qui correspond à une couche poreuse perméable et $Da=10^{-6}$ qui correspond à une couche poreuse de très faible perméabilité. Les autres paramètres sont maintenus constants ($A=1$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$ et $N=1$). Aux valeurs élevées de la perméabilité, on peut s'attendre à ce que le milieu poreux n'ait pas d'influence, et qu'on ait un comportement de milieu fluide quelle que soit l'épaisseur de la couche poreuse X_p . Pour les faibles perméabilités ($Da=10^{-6}$), la couche poreuse se comporte comme une paroi solide. L'écoulement est confiné dans la zone fluide. Au fur et à mesure que la couche poreuse augmente, l'écoulement est de plus en plus faible, caractérisé par une couche limite hydrodynamique et des pentes de stratification de température et de concentration de plus en plus fortes. On ne détecte presque aucun écoulement dans la couche poreuse. Les isothermes et isoconcentrations sont parallèles aux parois verticales signifiant ainsi que les transferts dans cette zone sont purement double diffusifs, car pour cette gamme de perméabilité la couche poreuse se comporte comme une paroi solide, alors que pour des perméabilités élevées ($Da=1$), l'épaisseur de la couche poreuse n'influe pas sur la structure de l'écoulement (les écoulements dans la zone poreuse et fluide se confondent).

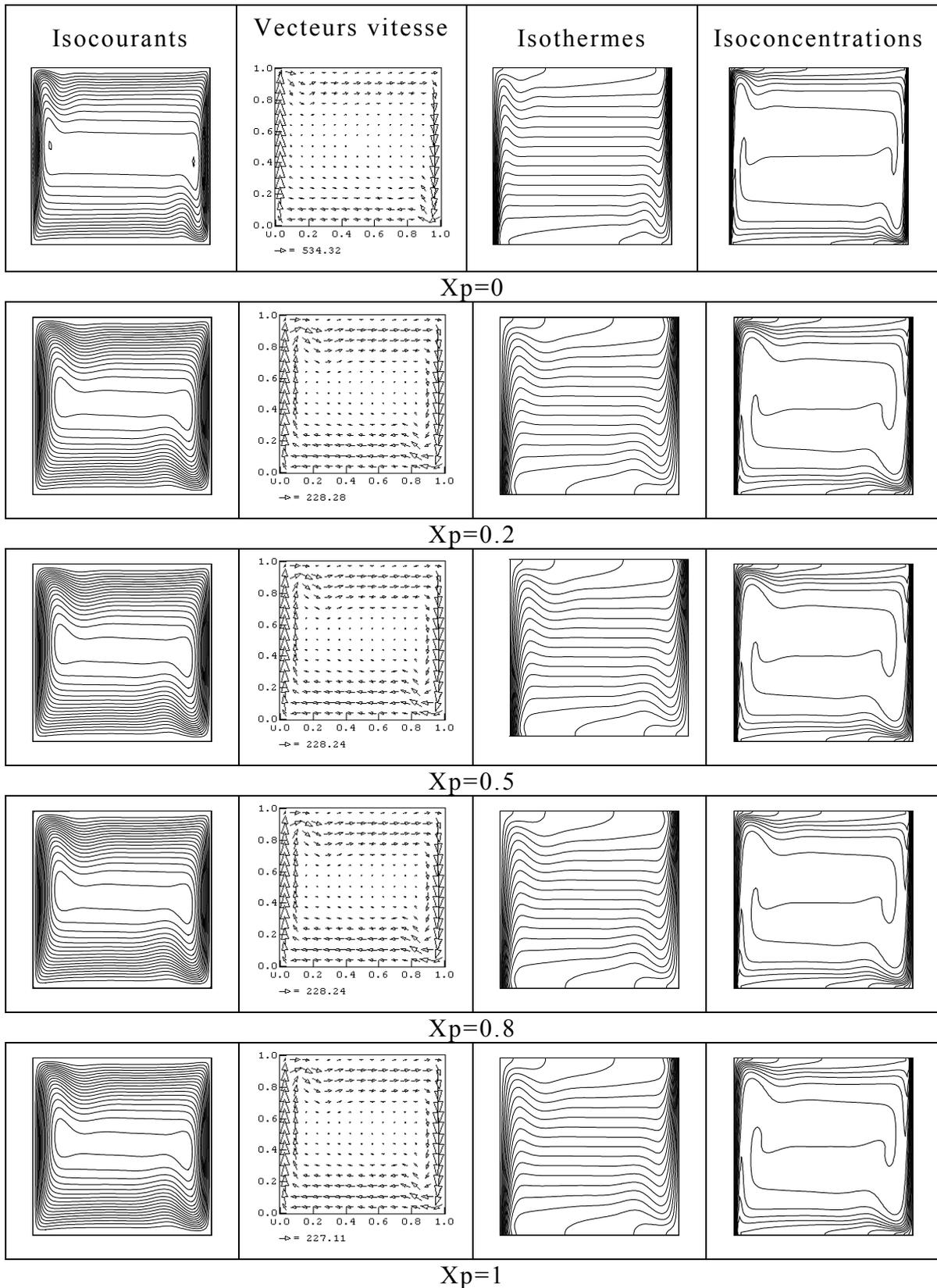


Figure (IV.7): Carte d'isovaleurs en fonction de l'épaisseur de la couche poreuse ($A=1, Da=1, Pr=7, Ra=10^6, Le=10, N=1$).

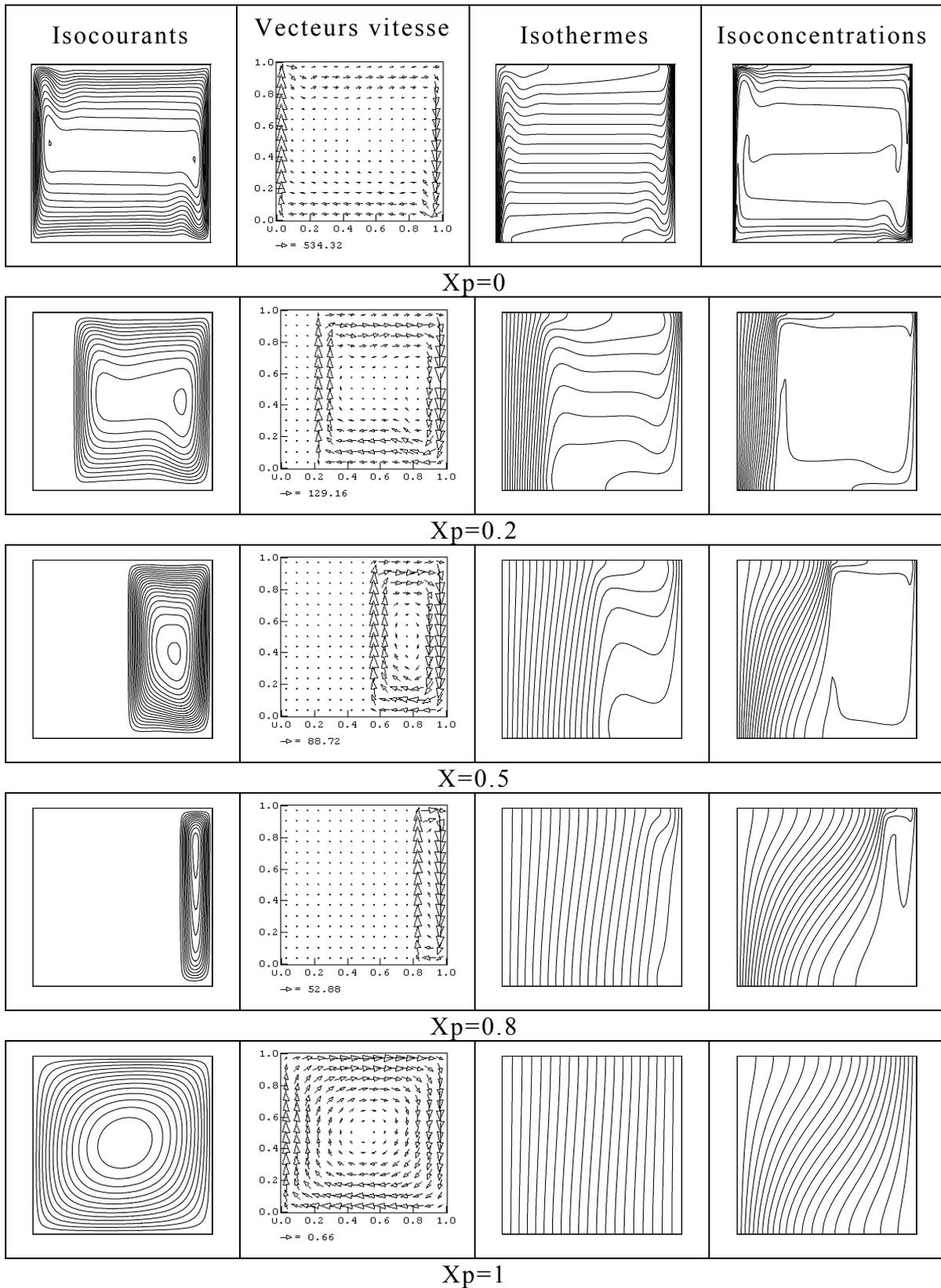


Figure (IV.8): Carte d'isovaleurs en fonction de l'épaisseur de la couche poreuse ($A=1, Da=10^{-6}, Pr=7, Ra=10^6, Le=10, N=1$).

IV.3.2. Profils de vitesse, température et concentration

Les figures (IV.9) et (IV.10) illustrent l'évolution des profils de vitesse, température et concentration sur le plan médian horizontal de la cavité pour différentes valeurs de l'épaisseur de la couche poreuse. Comme on l'a déjà signalé auparavant, l'introduction d'une couche poreuse de forte perméabilité, quelle que soit son épaisseur, ne modifie pas le profil des vitesses qui ressemble au profil obtenu en cavité entièrement fluide, caractérisé par des couches limites hydrodynamiques, figure (IV.9a). Par contre l'introduction d'une couche poreuse de faible perméabilité « $Da=10^{-6}$ », figure (IV.10a), entraîne une chute abrupte du maximum de vitesse dans la zone fluide, tandis que dans la zone poreuse, la vitesse demeure nulle quel que soit X_p , ce qui démontre bien que les transferts se font essentiellement par diffusion dans cette zone. Les profils de température et concentration, figures (IV.9b-10b).et (IV.9c-10c), illustrent le profil classique de couches limites pour $X_p=0$. lorsque l'épaisseur de la couche poreuse augmente, les gradients thermique et massique dans cette zone sont très affaiblis sur une large échelle spatiale et tend vers un profil quasi diffusif pour $X_p=1$ « cavité entièrement poreuse ».

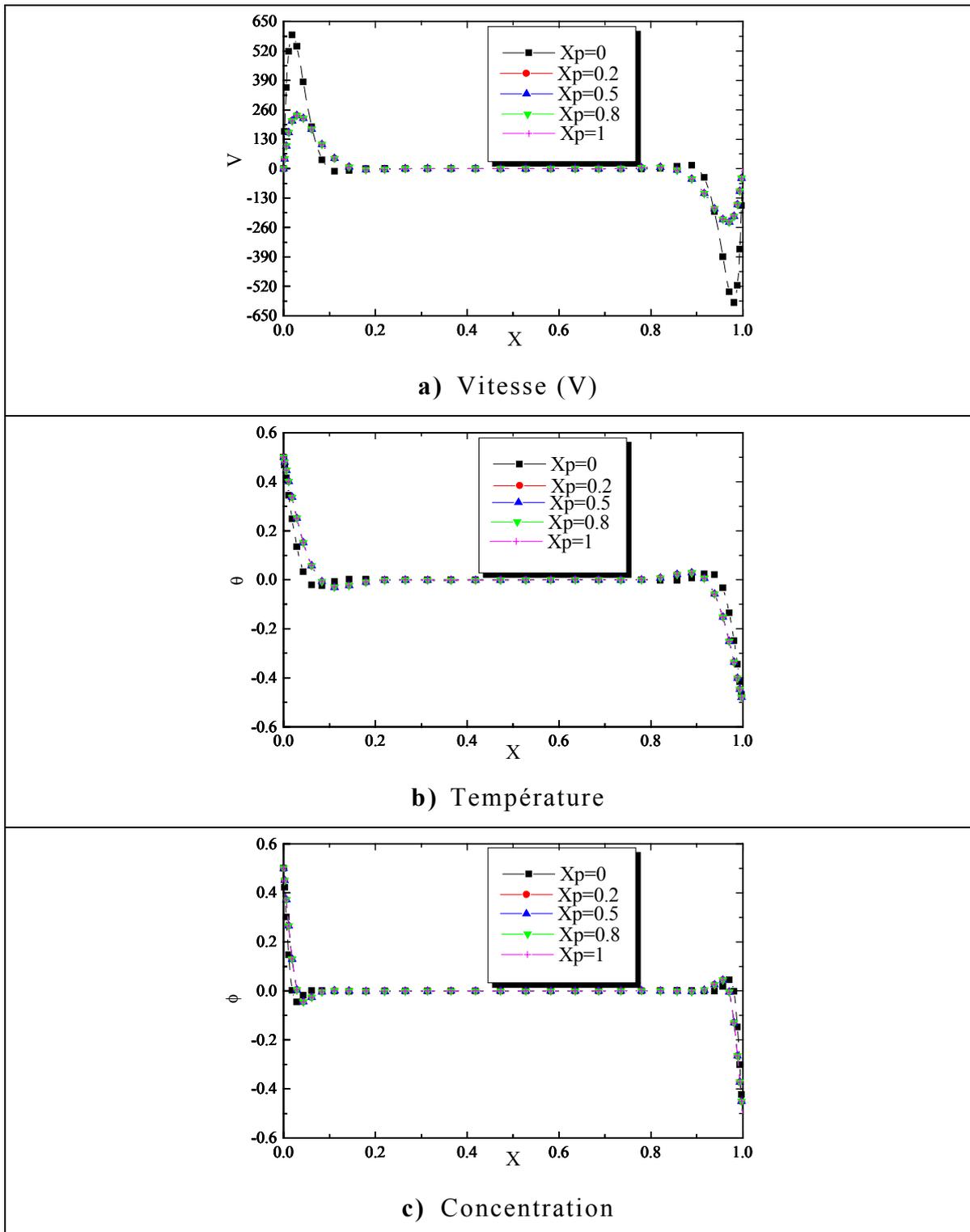


Figure (IV.9): Evolution des profils de vitesse verticale, température et concentration sur le plan médian horizontal pour différentes épaisseurs de la couche poreuse ($A=1$, $Da=1$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$).

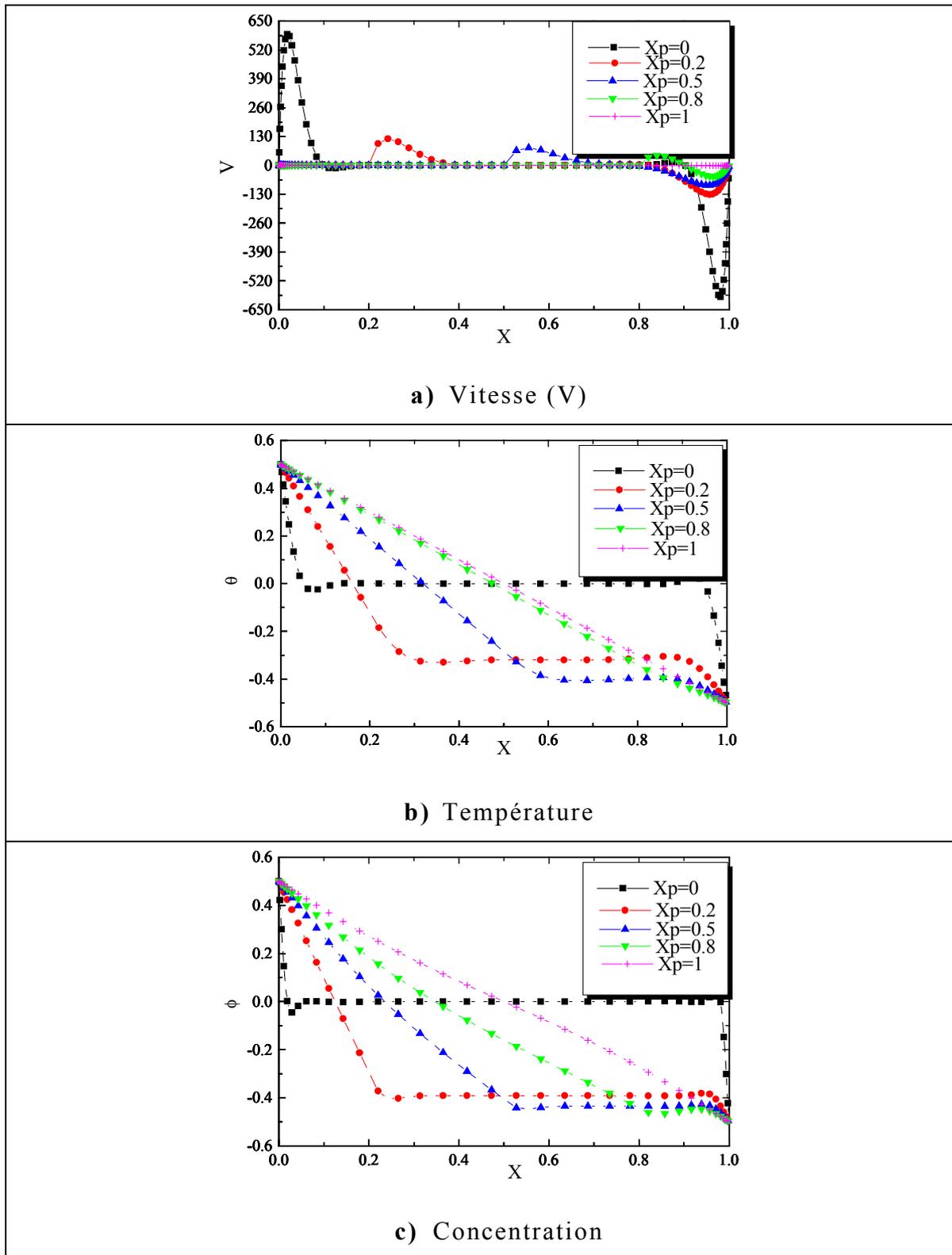


Figure (IV.10): Evolution des profils de vitesse verticale, température et concentration sur le plan médian horizontal pour différentes épaisseurs de la couche poreuse ($A=1$, $Da=10^{-6}$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$).

IV.3.3. Transfert de Chaleur et de matière

Afin d'analyser l'effet de la couche poreuse sur les transferts thermique et massique, nous avons représenté sur les figures (IV.11) et (IV.12) l'évolution des nombres de Nusselt et de Sherwood moyens en fonction de X_p pour $Ra=10^4$, $Ra=10^5$ et $Ra=10^6$. les transferts sont plus importants avec l'accroissement du nombre de Rayleigh quelle que soit l'épaisseur de la couche poreuse. Il n'est pas nécessaire d'introduire une grande épaisseur de la couche poreuse pour réduire de façon considérable les transferts de chaleur et de matière au niveau de la paroi active. Le nombre de Sherwood diminue d'un rapport de 5 lorsque la couche poreuse occupe seulement 10% de la largeur totale de la cavité. Ce comportement, relevé aussi pour le nombre de Nusselt est conforme aux observations faites en convection thermique pure [48].

L'effet de la couche poreuse sur les transferts de chaleur et de matière pour différentes perméabilités est illustré sur les figures (IV.13) et (IV.14). Les nombres de Darcy caractérisant la couche poreuse allant d'un milieu faiblement perméable, $Da=10^{-6}$ à un milieu fortement perméable $Da=1$ les autres paramètres sont maintenus fixes. L'allure des transferts avec la couche poreuse ressemble à celle décrite précédemment à savoir décroissance des nombres de Nusselt et Sherwood avec l'accroissement de la couche poreuse. Cette décroissance est d'autant plus faible que le nombre de Darcy est élevé. Ceci s'explique par le fait que le terme de Darcy, ou résistance à l'écoulement devient de moins en moins important avec l'augmentation du nombre de Darcy. Enfin on note une faible chute du nombre de Sherwood lorsque X_p passe de 0.9 à 1 « cavité entièrement poreuse ». ce comportement, relevé aussi pour le transfert de chaleur, est conforme aux observations faites en convection thermique par Le Breton et al [48] et Beckerman et al. [46].

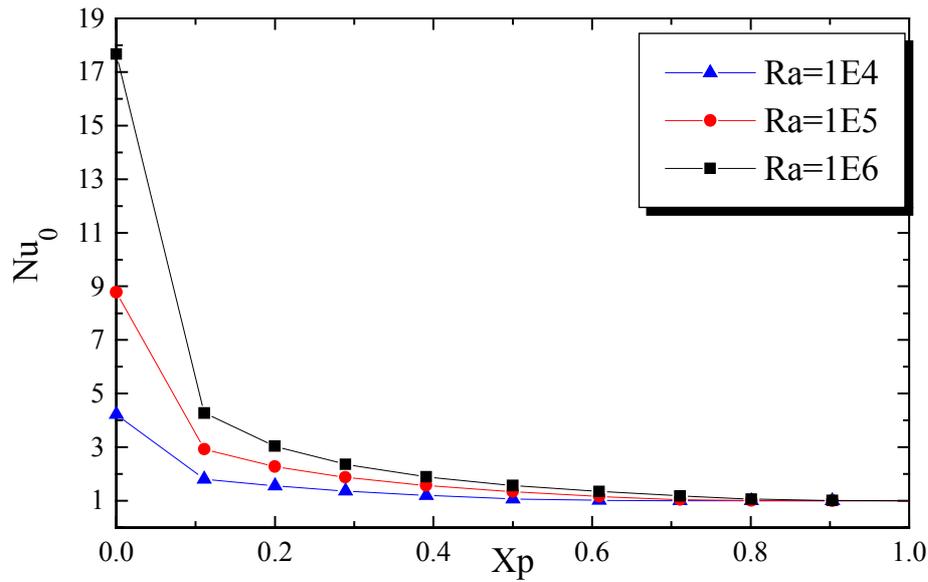


Figure (IV.11): Evolution du transfert de chaleur moyen avec l'épaisseur de la couche poreuse pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh ($A=1$, $Da=10^{-6}$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$).

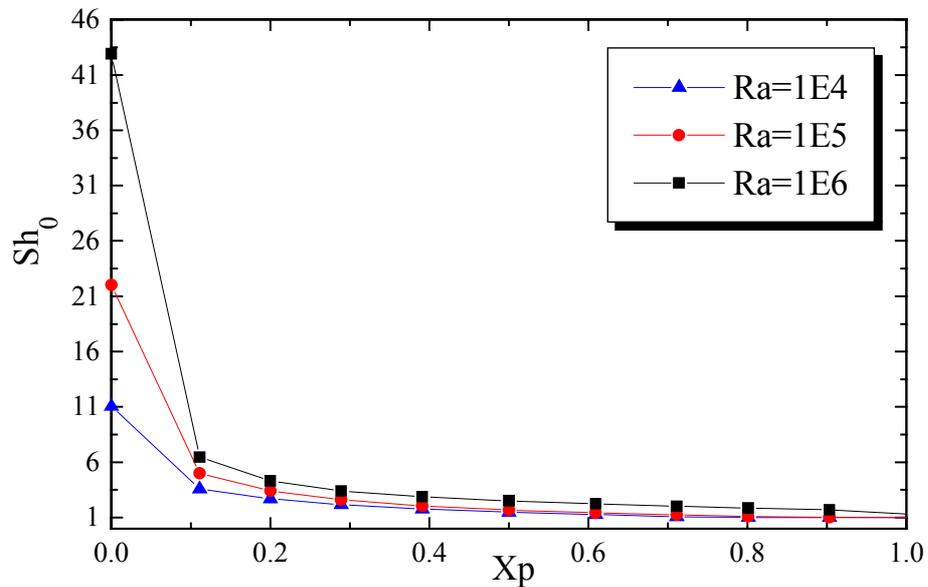


Figure (IV.12): Evolution du transfert de matière moyen avec l'épaisseur de la couche poreuse pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh ($A=1$, $Da=10^{-6}$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$).

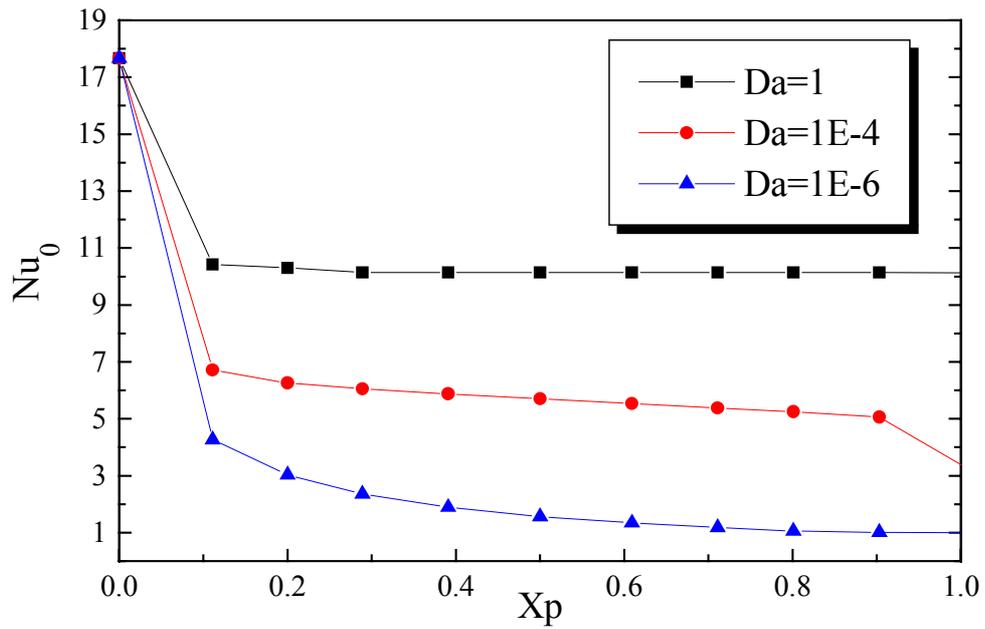


Figure (IV.13): Evolution du transfert de chaleur moyen avec l'épaisseur de la couche poreuse pour différentes valeurs du nombre de Darcy ($A=1$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$).

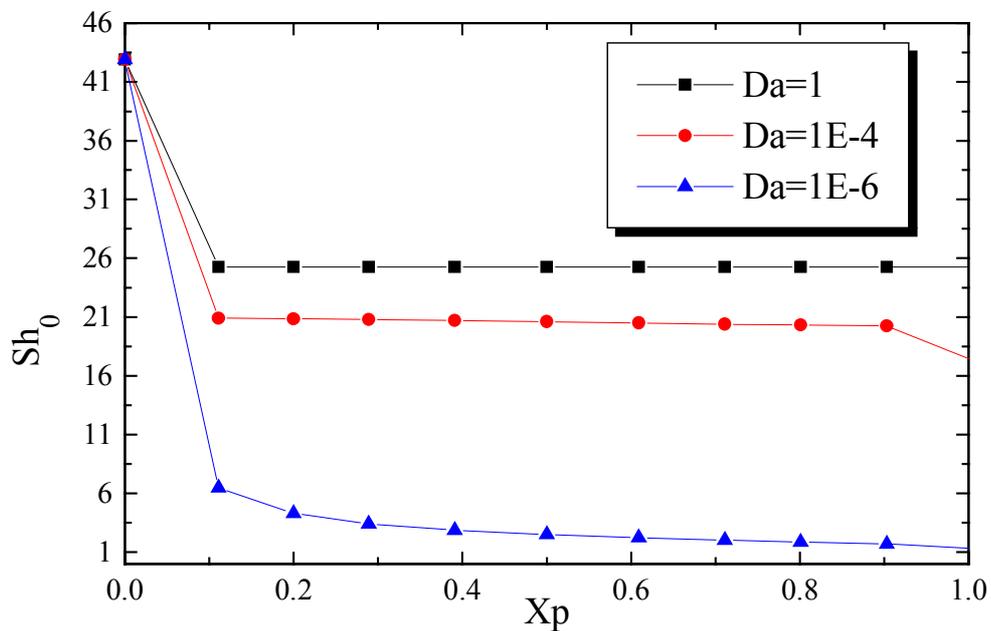


Figure (IV.14): Evolution du transfert de matière moyen avec l'épaisseur de la couche poreuse pour différentes valeurs du nombre de Darcy ($A=1$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$).

Nous avons aussi analysé l'influence de la couche poreuse dans le cas de l'écoulement convectif où la contribution des forces de volume N due à la concentration vient s'ajouter à celle des forces de volume dû à la température. Nous avons choisi pour valeurs de $N=0, 5, \text{ et } 10$. Les résultats pour le transfert de chaleur sont illustrés sur la figure (IV.15). la tendance du nombre de Nu avec X_p pour $N=5$ et 10 et la même que celle observée pour $N=1$ « section précédente ». cependant, le transfert de chaleur est plus faible dans le cas de $N \gg 1$. La décroissance de nombre de Nusselt avec l'augmentation des forces de volume est due au changement de type d'écoulement quand on passe du cas thermique dominant au cas solutal dominant.

Contrairement au transfert de chaleur, le transfert de matière illustré sur la figure (IV.16), pour les mêmes valeurs du rapport de poussée, augmente avec N pour X_p donnée. Cet accroissement du nombre de Sherwood est dû à l'intensification de l'écoulement, qui est d'autant plus forte que l'épaisseur de la couche poreuse est faible.

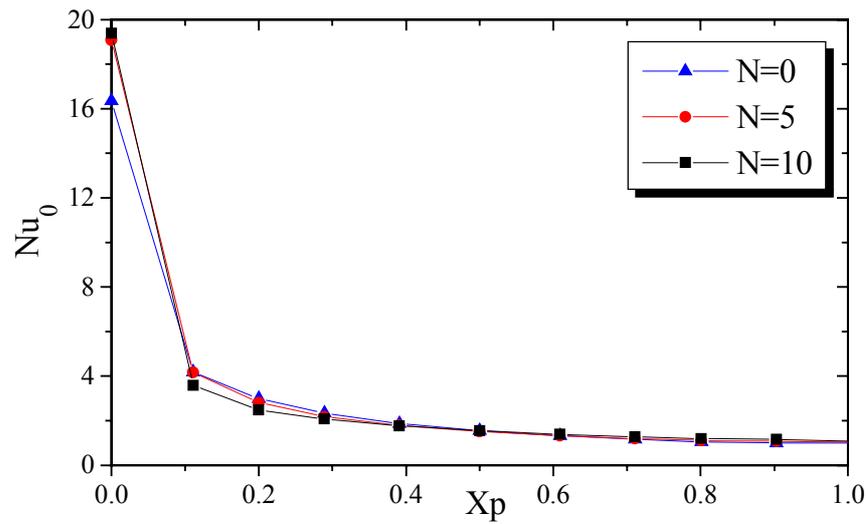


Figure (IV.15): Evolution du transfert de chaleur moyen avec l'épaisseur de la couche poreuse différentes valeurs du rapport de poussée N ($A=1$, $Da=10^{-6}$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$).

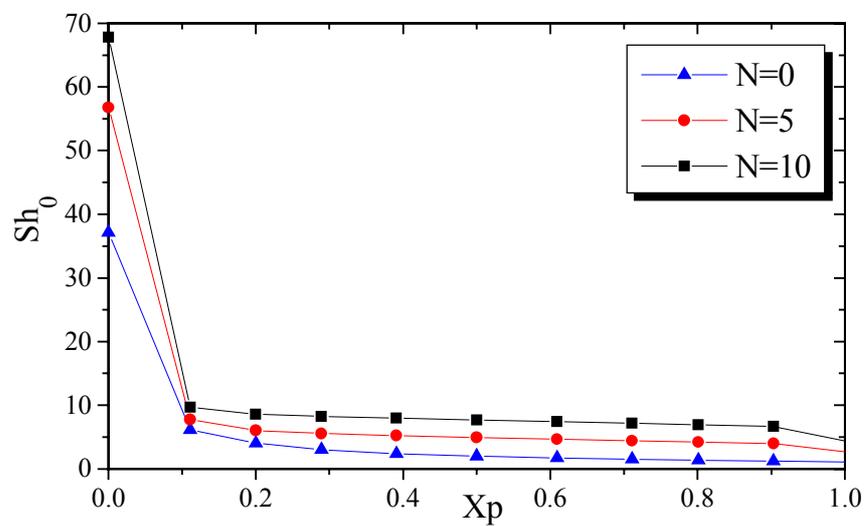


Figure (IV.16): Evolution du transfert de matière moyen avec l'épaisseur de la couche poreuse pour différentes valeurs du rapport de poussée N ($A=1$, $Da=10^{-6}$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$).

IV.4. Effet du nombre de Rayleigh

Dans cette section, pour une couche poreuse de faible imperméabilité ($Da=10^{-6}$), nous avons envisagé d'intensifier l'écoulement dans la couche poreuse à travers le nombre de Rayleigh. Les autres paramètres sont maintenus fixes ($A=1$, $Xp=0.2$, $Pr=7$, $Le=10$ et $N=1$).

IV.4.1. Structure de l'écoulement

Les résultats de la figure (IV.17) illustrent l'évolution de la carte des isovaleurs (lignes de courant, vecteurs vitesses, isothermes et isoconcentrations) pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh. Les lignes de courants montrent que pour les faibles valeurs de Ra , l'écoulement est confiné dans la zone fluide dont le sens de rotation est horaire. La couche poreuse est donc imperméable, et la structure des isothermes et isoconcentrations, parallèles à la paroi verticale de la cavité signifie que les transferts thermique et massique sont purement diffusifs dans cette zone, tandis que dans la zone fluide un régime de couche limite prédomine. Nous remarquons que pour $Ra=10^7$ l'écoulement dans la couche poreuse est plus prononcé, les isothermes et isoconcentrations sont, plus incurvées, indiquant des gradients de température et concentrations plus importants. Ceci s'explique par le fait que l'augmentation du nombre de Rayleigh, induit une augmentation du nombre de Rayleigh poreux thermique de filtration ($Ra_t=Ra.Da$) relative à la couche poreuse, paramètre déterminant l'intensité de l'écoulement dans le milieu poreux.

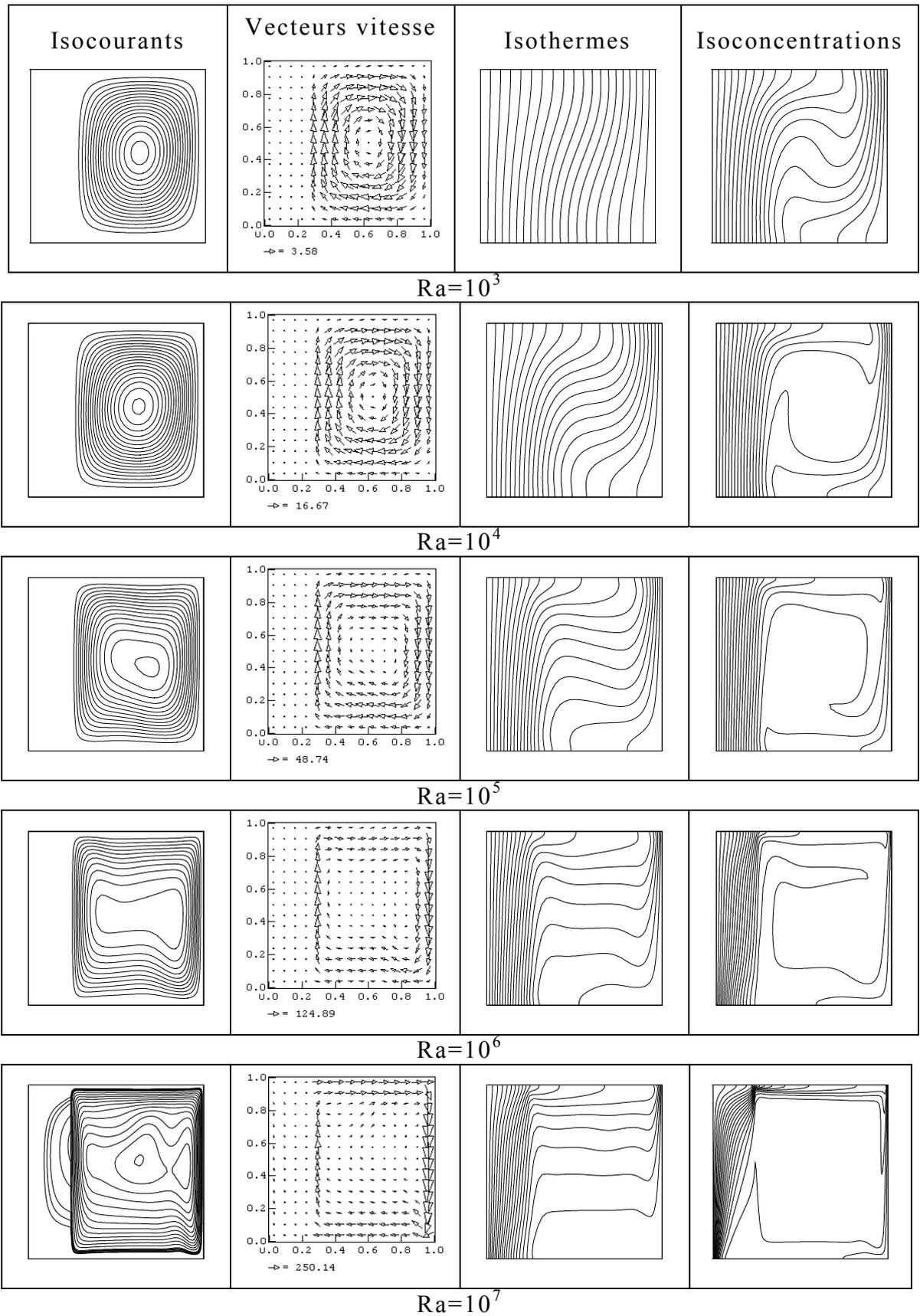


Figure (IV.17): Carte d'isovaleurs en fonction du nombre de Rayleigh ($A=1, X_p=0.2, Da=10^{-6}, Pr=7, N=1, Le=10$).

IV.4.2. Profils de vitesse, température et concentration

Les observations faites précédemment peuvent être corroborées à partir de la figure (IV.18) où nous avons reporté les profils de vitesse, température et concentration sur le plan médian horizontal. Cette figure illustre les profils classiques de couche limite hydrodynamique, thermique et solutale dans la zone fluide, alors que dans la zone poreuse, les vitesses sont quasi-nulles. Au fur et à mesure que le nombre de Rayleigh augmente, un écoulement commence à s'installer dans la couche poreuse et les pentes des température et concentration dans cette zone indiquent un accroissement du champ thermique et massique.

IV.4.3. Transfert de chaleur et de matière

Les figures (IV.19) et (IV.20) illustrent l'évolution des nombres de Nusselt et de Sherwood respectivement en fonction de Rayleigh pour différentes valeurs du nombre de Darcy. Quelle que soit la valeur de la perméabilité, pour $Ra \leq 10^3$, les valeurs de Nu et Sh sont constantes et presque proches de la valeur conductive. A partir de cette valeur du nombre de Rayleigh, les transferts thermique et massique augmentent avec Ra quelque soit la valeur de Da. La pente des transferts est d'autant plus faible que Da diminue. Ceci s'explique par le fait que l'accroissement de la perméabilité favorise la contribution des forces visqueuses contenues dans le terme $R_v \nabla^2 V$ de l'équation de quantité de mouvement. Les transferts de matière sont plus sensibles à l'écoulement à cause du nombre de $Le=10$.

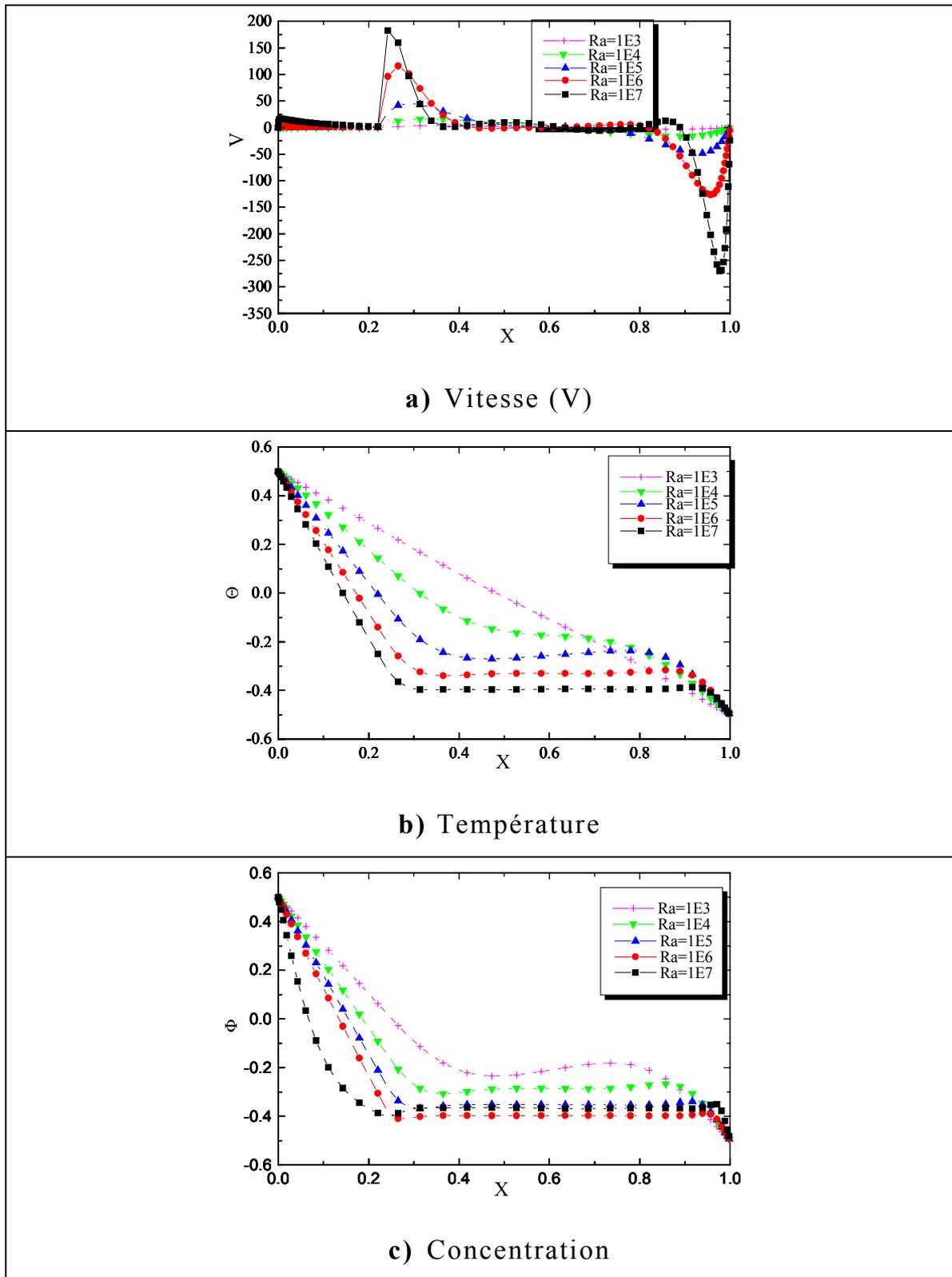


Figure (IV.18): Evolution des profils de vitesse verticale, température et concentration sur le plan médian horizontal pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh ($A=1$, $X_p=0.2$, $Da=10^{-6}$, $Pr=7$, $N=1$, $Le=10$).

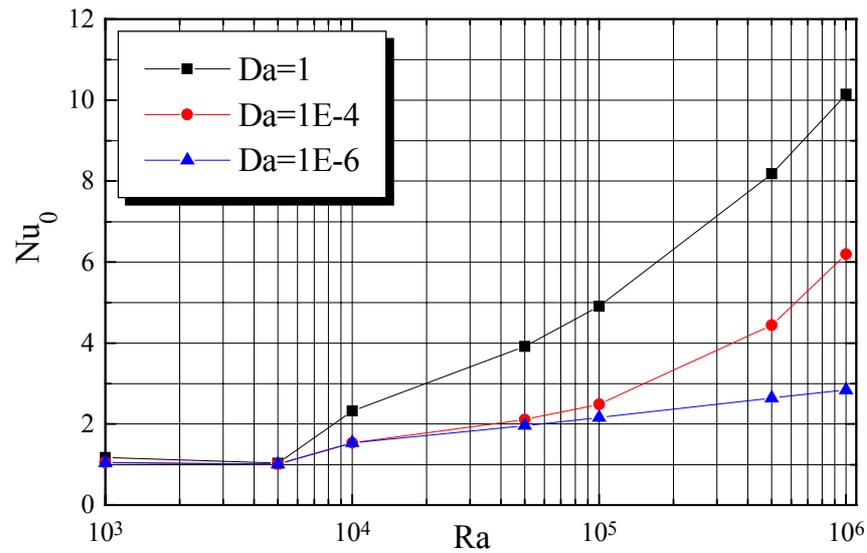


Figure (IV.19): Evolution du transfert de chaleur moyen avec le nombre de Rayleigh pour différentes valeurs du nombre de Darcy ($A=1$, $Xp=0.2$, $Ra=10^6$, $Pr=7$, $Le=10$, $N=1$).

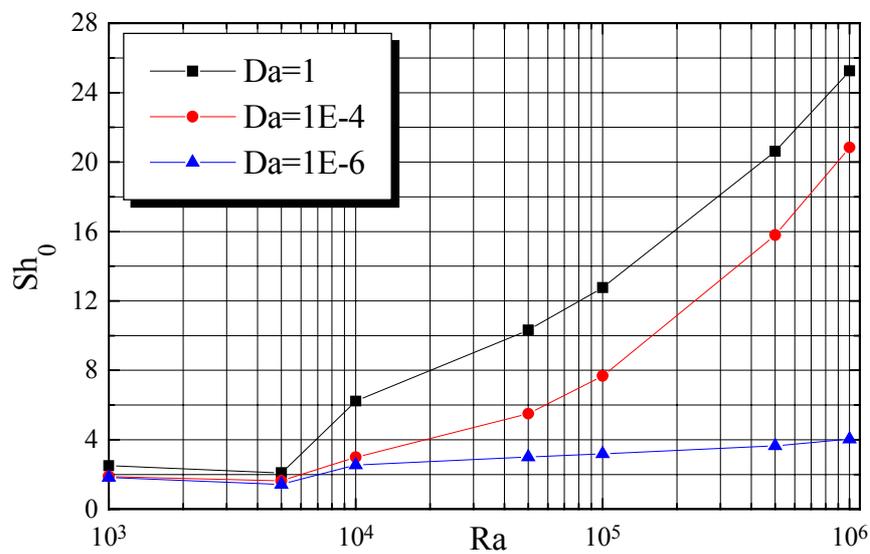


Figure (IV.20): Evolution du transfert de matière moyen avec le nombre de Rayleigh pour différentes valeurs du nombre de Darcy ($A=1$, $Xp=0.2$, $Pr=7$, $N=1$, $Le=10$).

IV.5. Effet du rapport de poussée N et du nombre de Lewis

Les résultats que nous allons maintenant présenter concernent les transferts thermique et massique ainsi que les structures de l'écoulement au sein de la cavité entièrement poreuse ($X_p=1$). Nous considérons aussi bien le cas de la convection thermosolutale coopérante (les forces de volume thermique et solutale agissent dans le même sens, $N \geq 0$) que le cas où les deux forces s'opposent ($N < 0$). La gamme des valeurs envisagée ici s'étend de -20 à 20 pour N , de 1 à 100 pour Le , les autres paramètres sont maintenus constants ($A=1$, $X_p=1$, $Da=10^{-4}$, $Pr=7$, $Ra=10^6$).

IV.5.1. Structure de l'écoulement

Afin d'illustrer l'effet du rapport des forces de poussée N , nous avons représenté sur les figures (IV.21), (IV.22) et (IV.23) la carte d'isovaleurs respectivement pour $Le=1$, 10 et 100 . Nous avons considéré en premier lieu le cas coopérant ($N \geq 0$). Pour $Le=1$ (la diffusivité thermique α est égale à la diffusivité massique D), les forces de volume thermique et solutale sont comparables, les isothermes et isoconcentrations se confondent quelle que soit la valeur de N . Pour $N=0$, l'écoulement circule dans le sens horaire, car il est entraîné uniquement par la force de volume thermique. Au fur et à mesure que le rapport de poussée augmente, la structure de l'écoulement s'intensifie. Aux valeurs élevées de N , un régime de couche limite se met en place, ce qui induit une stratification verticale en concentration et par conséquent on tend vers un écoulement solutal dominant, qui est de plus en plus rapide que le nombre de Lewis augmente.

Les conclusions faites dans le cas coopérant ($N \geq 0$) restent applicables à $N \leq 1$, pour les différentes valeurs du nombre de Lewis considérées, figures (IV.24), (IV.25) et (IV.26). La gamme du rapport N considérée

est $[-1 -20]$. L'écoulement dans ce cas circule dans le sens trigonométrique. Pour $Le=1$, lorsque $N=-1$, les forces de volume thermique et solutale sont comparables et opposées. Leur résultante est donc pratiquement nulle, et par conséquent il n'y a pas de recirculation dans la cavité. Il existe néanmoins une différence au niveau de la structure d'écoulement par rapport au cas coopérant qui consiste à l'existence du régime multicellulaire. Ce dernier est dû au fait que l'effet de la température sur la densité n'est pas négligeable devant celui de la concentration au sein de la cavité. Pour les valeurs élevées de $|N|$ ($N=-5$ pour $Le=100$), l'effet thermique devient négligeable devant celui de l'effet solutal, et n'arrive plus à perturber de façon significative la zone stratifiée en concentration, les isothermes deviennent des droites parallèles à la paroi verticale, indiquant ainsi que le transfert thermique devient principalement conductif à N grand. La valeur de N pour laquelle le régime devient monocellulaire (solutal dominant) est d'autant plus élevée que Le est grand. En effet, pour $Le=10$, à partir de $N=-2$ on obtient un régime monocellulaire, alors que $Le=100$, c'est à partir de $N=-3$ que les effets solutaux l'emportent sur les effets thermiques et l'écoulement se renverse donnant naissance à une structure monocellulaire circulant dans le sens trigonométrique (régime solutal dominant).

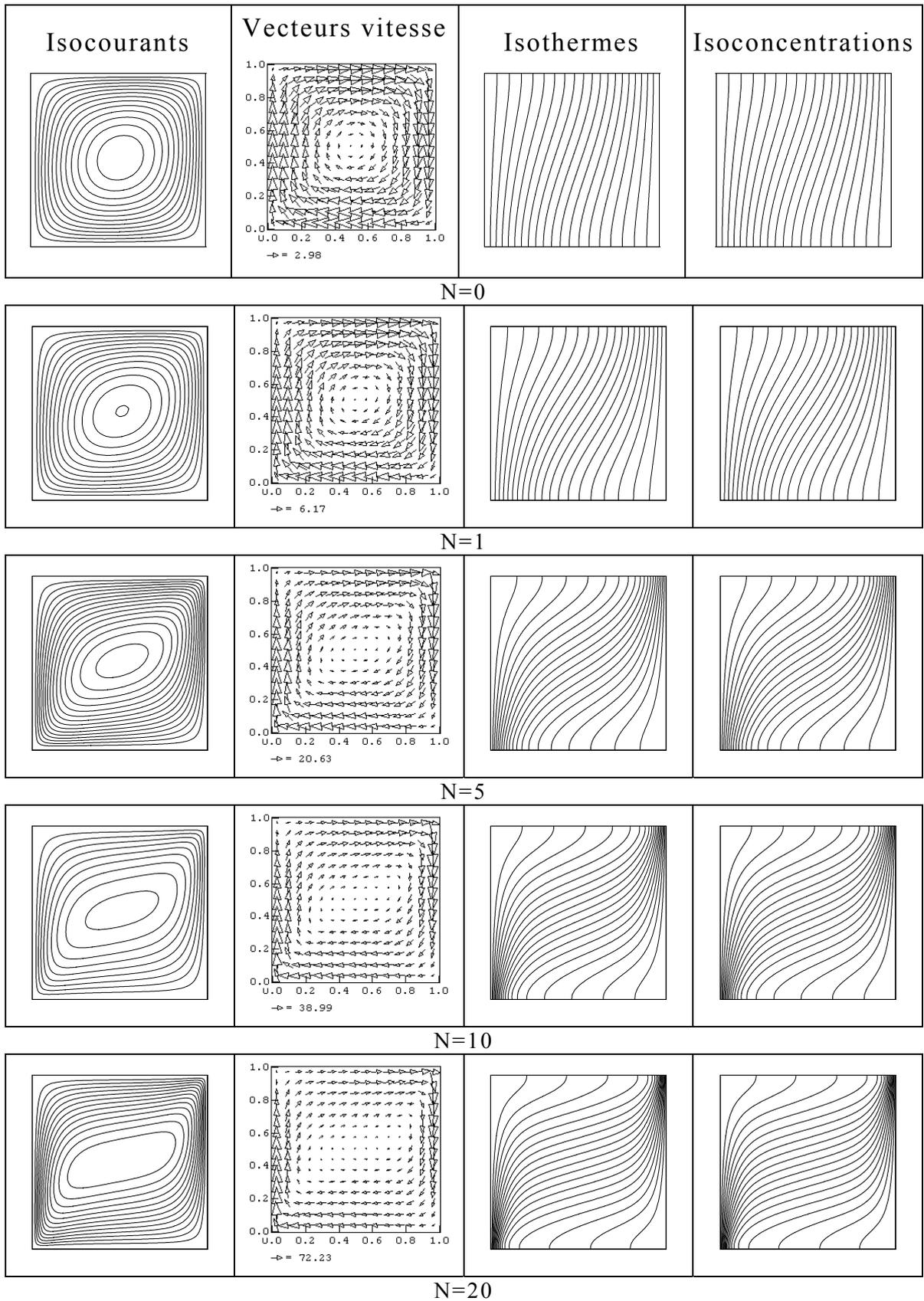


Figure (IV.21): Carte d'isovaleurs en fonction du rapport de poussée N ($A=1, X_p=1, Da=10^{-4}, Pr=7, Ra=10^6, Le=1$).

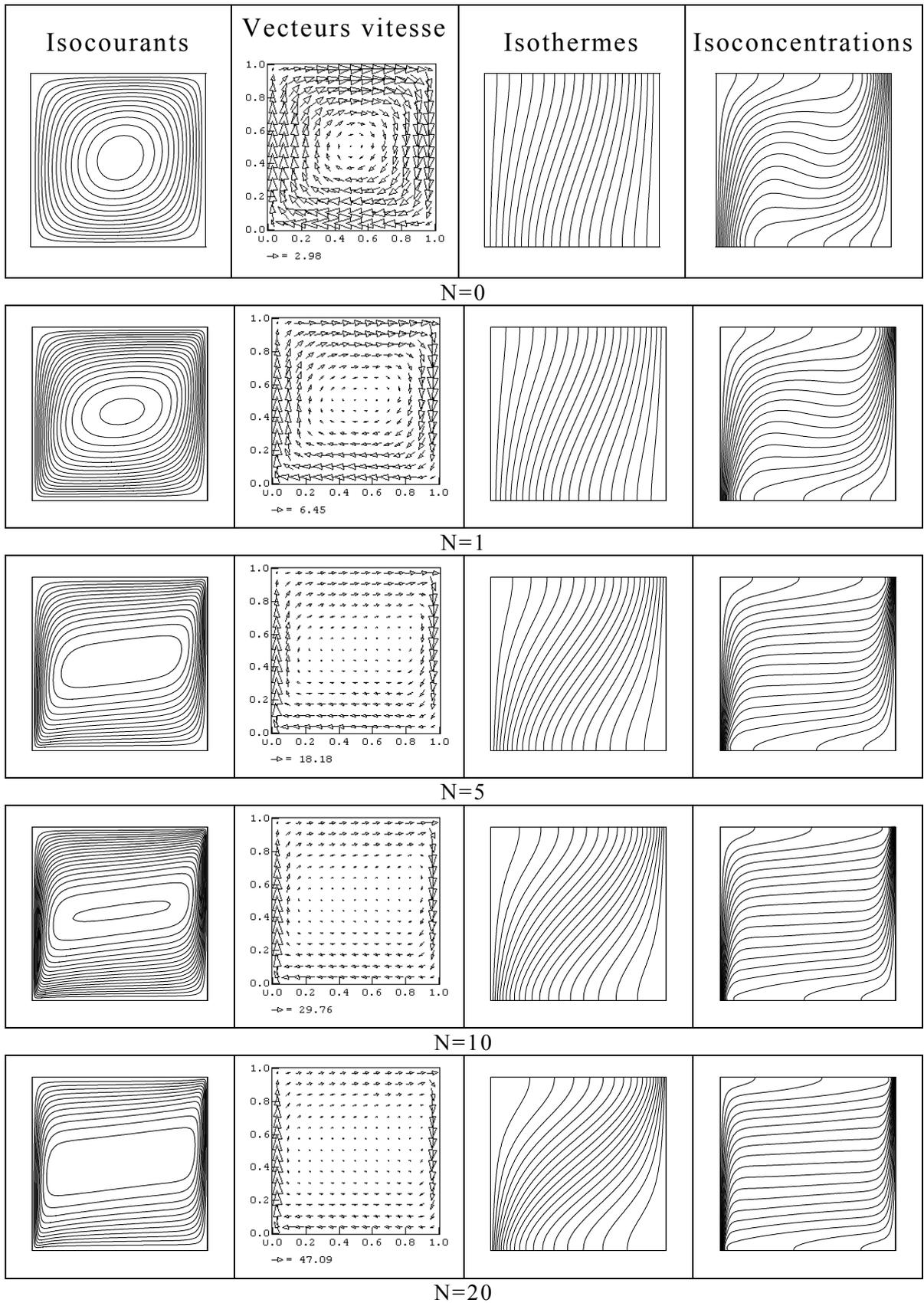


Figure (IV.22): Carte d'isovaleurs en fonction du rapport de poussée N ($A=1, Da=10^{-4}, Pr=7, Ra=10^6, Le=10$).

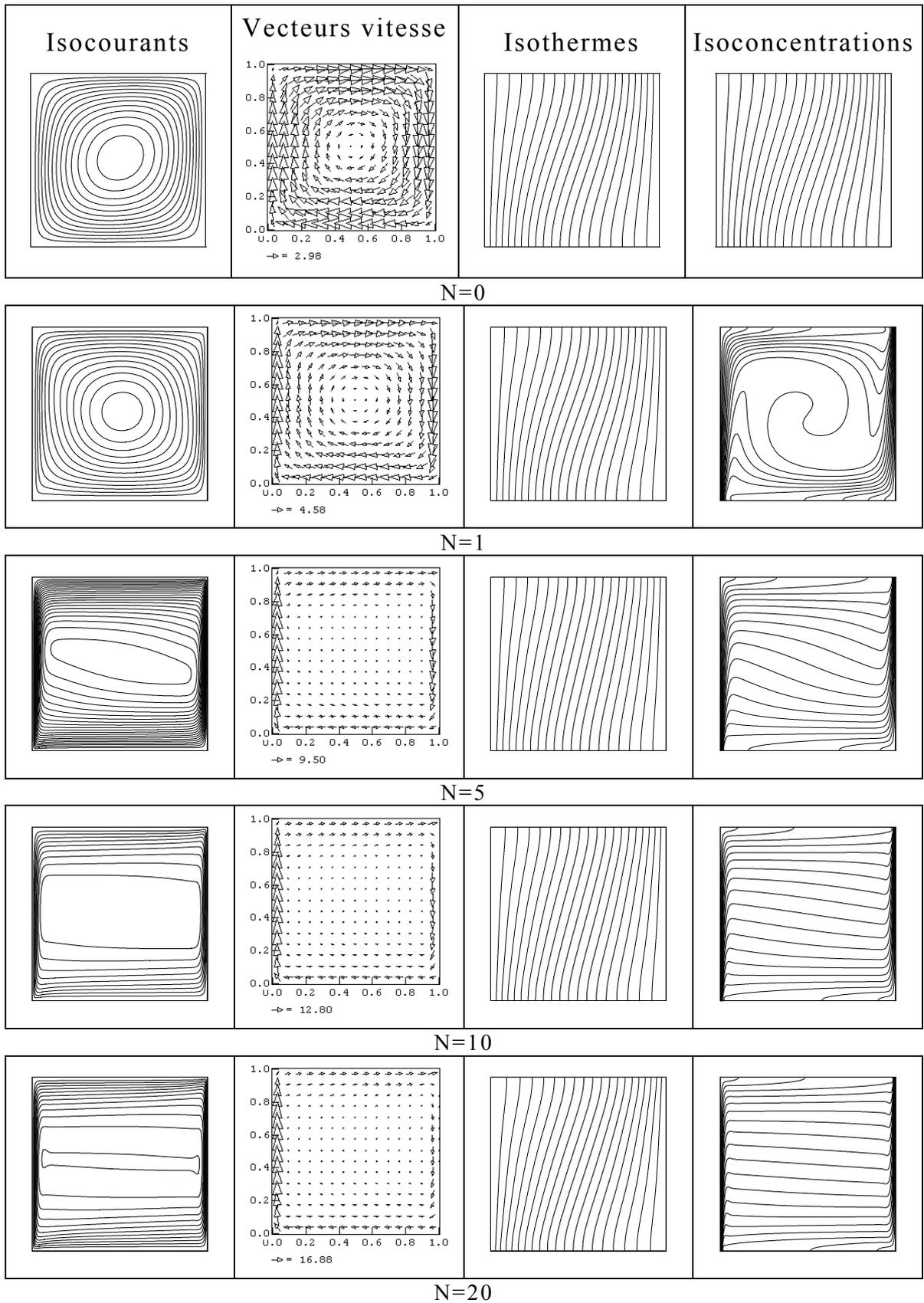


Figure (IV.23): Carte d'isovaleurs en fonction du rapport de poussée N ($A=1, X_p=1, Da=10^{-4}, Pr=7, Ra=10^6, Le=100$).

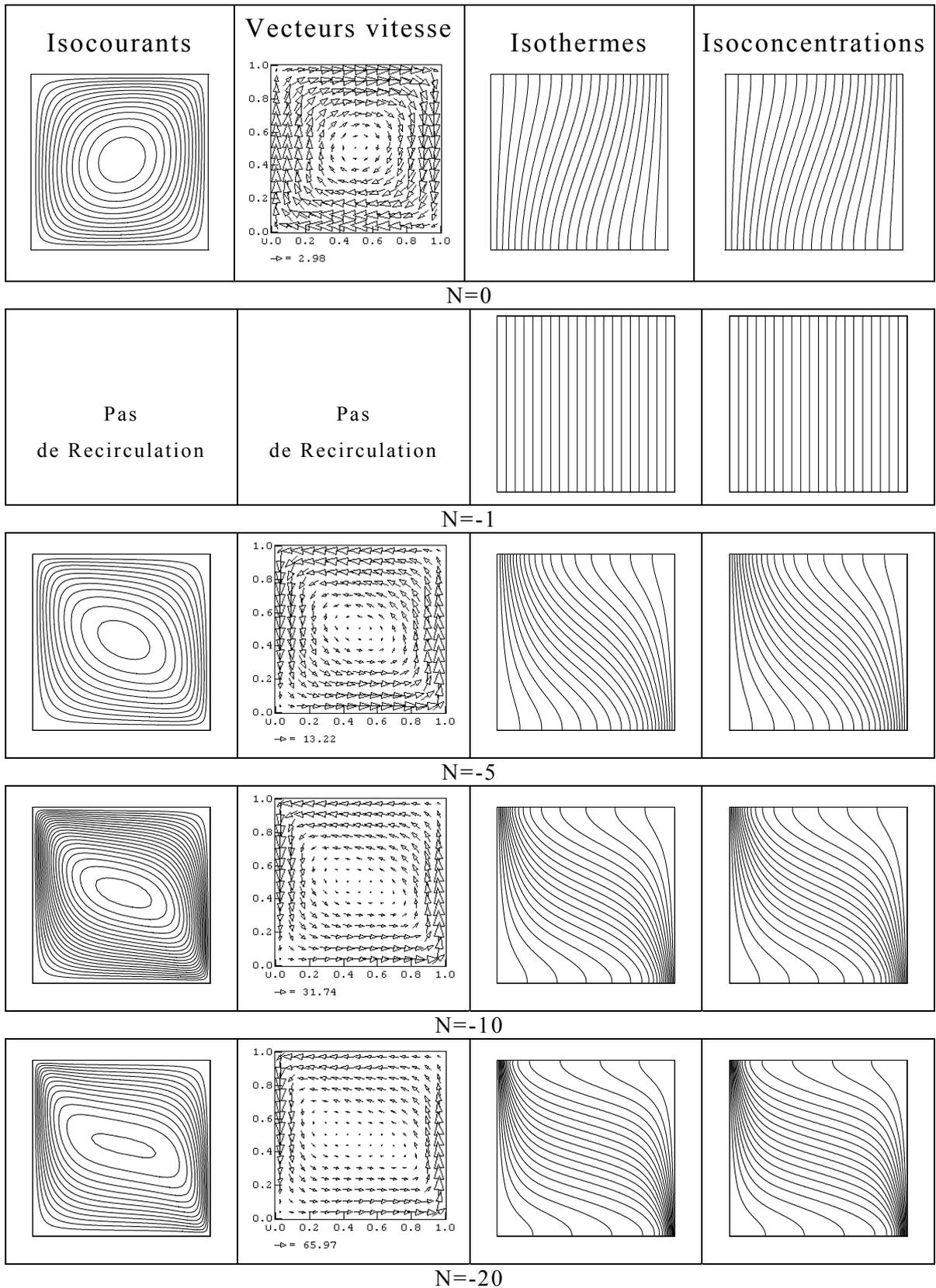


Figure (IV.24): Carte d'isovaleurs en fonction du rapport de poussée N ($A=1, X_p=1, Da=10^{-4}, Pr=7, Ra=10^6, Le=1$).

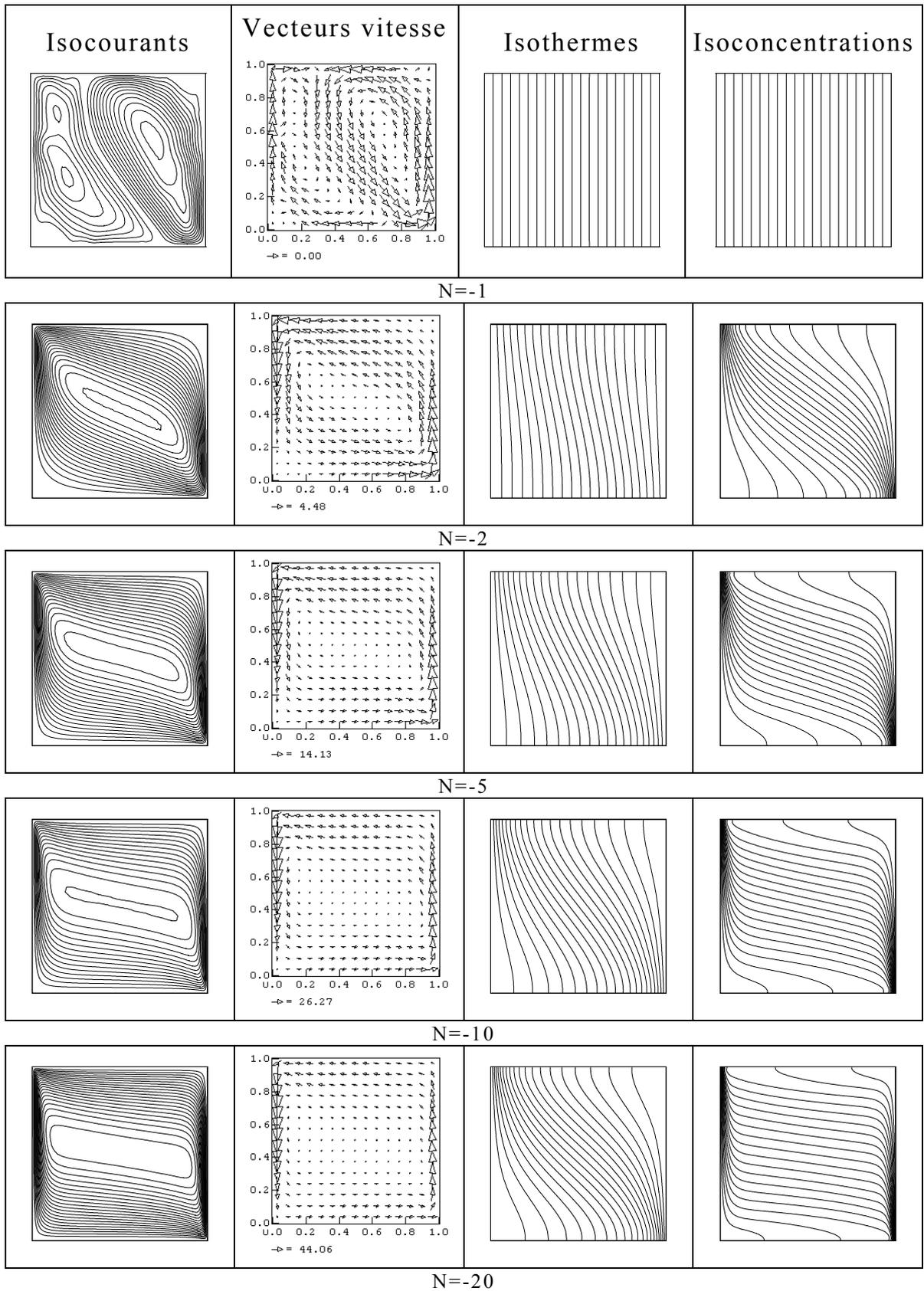


Figure (IV.25): Carte d'isovaleurs en fonction du rapport de poussée N ($A=1, X_p=1, Da=10^{-4}, Pr=7, Ra=10^6, Le=10$).

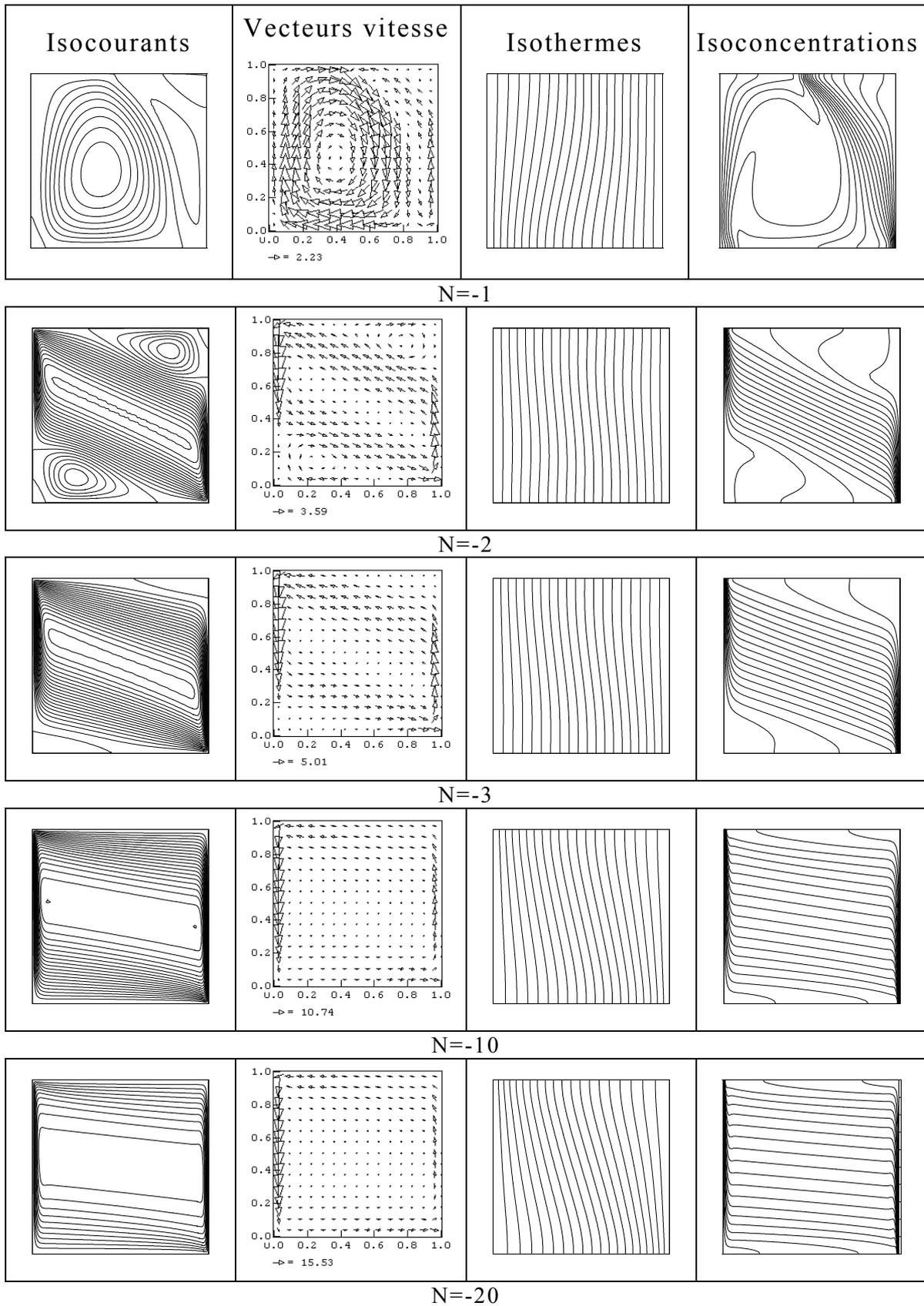


Figure (IV.26): Carte d'isovaleurs en fonction du rapport de poussée N ($A=1, X_p=1, Da=10^{-4}, Pr=7, Ra=10^6, Le=100$).

IV.5.2. Transfert thermique et massique

La figure (IV.27) représente le transfert de chaleur moyen à la paroi (Nu_0) en fonction de N pour plusieurs valeurs du nombre de Lewis (Le). Aux valeurs faibles de Le , Nu_0 croît avec N , ce qui est en bon accord avec les résultats donnés dans la littérature [57]. Tandis que pour les valeurs élevées de Le ($Le=10$ et 100), Nu_0 décroît avec N . En effet, lorsque les rapports des forces de volume augmentent et que les deux effets (thermique et solutal) se renforcent, on s'attend à ce que l'écoulement soit plus intense, et que les transferts soient accrus. Bien au contraire, on constate d'après la figure que le transfert thermique est presque conductif. Ceci s'explique par le fait que lorsque N et Le sont élevés, la variation de la densité, et surtout celle de la concentration et l'écoulement se produisent très près de la paroi active, principalement dans la couche limite solutale. figure (IV.22-23). On voit que la stratification en concentration occupe toute la hauteur de la cavité, alors que les isothermes sont presque parallèles à la paroi verticale, ce qui conduit à un transfert de chaleur pratiquement conductif ($Nu_0=1$).

Le principal fait mis en évidence sur cette courbe est la différence du comportement du nombre de Nu_0 selon les valeurs du nombre de Le . Pour $Le=1$, l'augmentation du transfert de chaleur ne fait que traduire l'intensification de l'écoulement. Pour les valeurs de Lewis relativement élevées, on aboutit à une situation paradoxale, où l'augmentation du terme source à travers le rapport de poussée N , conduit à une diminution du nombre de Nu_0 . Pour un nombre de Le donné, le comportement de transfert thermique pour la cas opposé ($N<0$) est similaire à celui relevé pour $N>0$, avec un léger écart qui s'estompe lorsque $|N| \gg 1$.

La figure (IV.28) nous montre l'évolution du transfert de matière moyen en fonction de N pour $Le = 1, 10$ et 100 . Comme on peut s'y

attendre, on remarque que le nombre de Sherwood augmente avec N , traduisant le fait que le terme source de l'équation du mouvement augmente avec le rapport de poussée. Aussi on constate que, à N donné, le transfert massique croît avec Le , puisque l'augmentation de ce dernier se produit à travers le nombre de Schmidt Sc (Pr étant fixe). Outre le fait que le transfert massique augmente avec $N > 0$, les transferts sont beaucoup moins importants pour $N \leq 1$. En effet, pour $Le = 10$ par exemple, $Sh = 1.01$ pour $N = -1$ et 5.35 pour $N = 1$, soit une différence de 81%, et cet écart diminue au fur et à mesure que $|N| \gg 1$, $Sh = 15.96$ pour $N = -15$ et $Sh = 16.71$ pour $N = 15$ soit un écart de 4.5%. D'après l'allure du transfert massique, par symétrie par rapport à l'axe $N = -1$ on peut représenter les résultats du transfert de matière pour $N \leq 1$ à partir des résultats de $N > 0$. Ces observations sont en bon accord avec les résultats de Nithiarasu et al.[31]

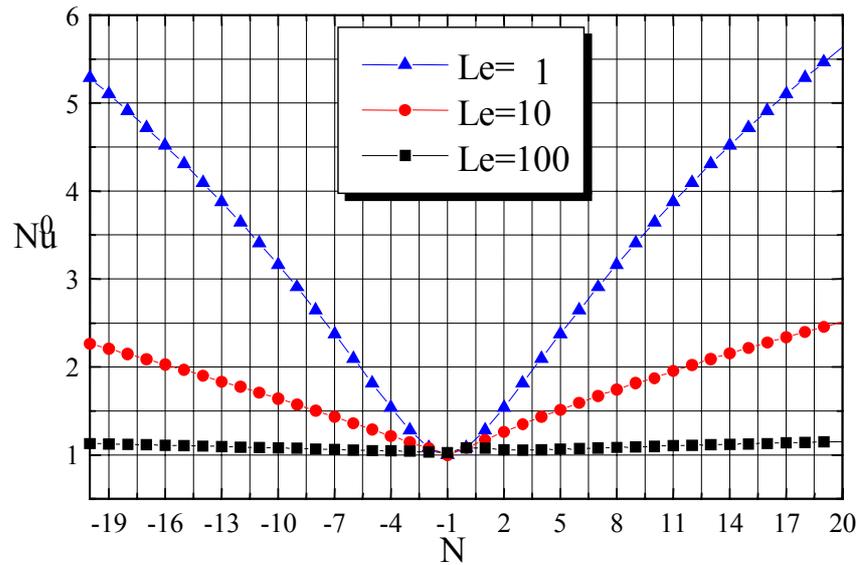


Figure (IV.27): Evolution du transfert de chaleur moyen avec le rapport de poussée N pour différentes valeurs du nombre de Lewis ($A=1$, $Xp=1$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^6$, $Pr=7$).

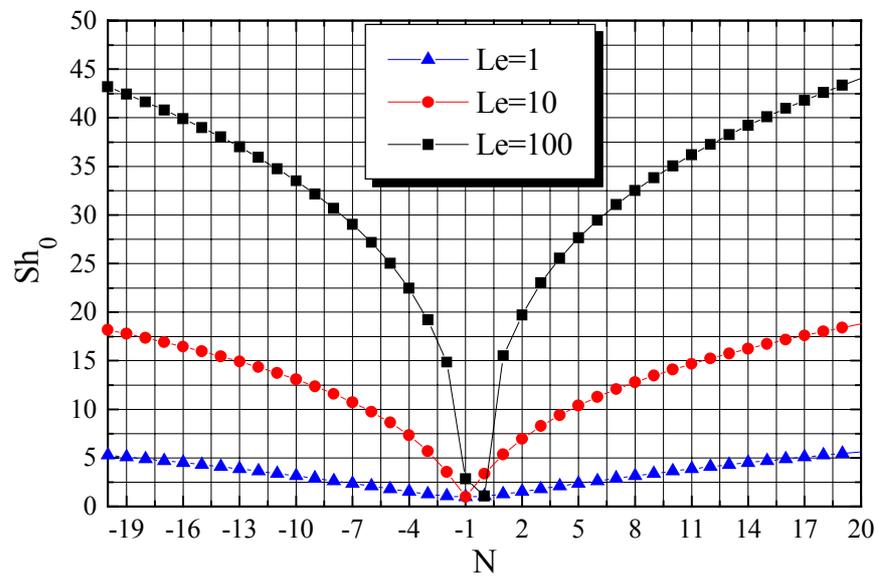


Figure (IV.28): Evolution du transfert de matière moyen avec le rapport de poussée N pour différentes valeurs du nombre de Lewis ($A=1$, $Xp=1$, $Da=10^{-4}$, $Ra=10^6$, $Pr=7$).

II.7. Conclusion

Nous nous sommes intéressées dans ce chapitre aux écoulements et aux transferts dans les milieux fluides et poreux. La variation de l'épaisseur de la couche poreuse a permis de passer d'un domaine totalement fluide à un domaine complètement poreux. Dans nos simulations, nous avons fait varier l'épaisseur de la couche poreuse X_p et les autres paramètres essentiels à savoir le nombre de Darcy (Da), le nombre de Rayleigh (Ra), le nombre de Lewis (Le) et le rapport de poussée (N). La dépendance des écoulements avec les différents paramètres du problème a été mise en évidence. L'existence d'une très mince couche poreuse de faible perméabilité a pour conséquence une chute extrêmement sensible des transferts thermique et massique. Nous avons aussi mis en exergue l'influence du rapport de poussée ainsi que du nombre de Lewis. Trois régimes d'écoulement ont été clairement identifiés.

Enfin, l'influence de la porosité de la couche poreuse sur les transferts a été analysée. Il a été trouvé que les coefficients de transfert thermique et massique augmentent avec la porosité de la couche.

CONCLUSION GENERALE

Conclusion générale

Dans cette thèse, nous avons présenté une étude numérique du transfert de chaleur et de masse par convection naturelle dans une cavité entièrement et partiellement poreuse. La configuration géométrique du modèle physique est une cavité rectangulaire avec des conditions aux frontières thermiques et solutales de types Dirichlet (température et concentration constantes) et Neuman (flux constant de chaleur et de masse). Ce type d'écoulements dans de tels milieux est en effet très peu étudié actuellement.

En se basant sur les approximations de Boussinesq, nous avons développé le modèle mathématique décrivant le phénomène de la convection thermosolutale dans les milieux fluide et poreux. Une méthode numérique basée sur l'approche des volumes de contrôle a été utilisée. Compte tenu de la difficulté du problème et du nombre important de paramètre mis en jeu dans de tels phénomènes physiques, nous avons considéré une certaine plage de paramètres. Nous avons mis au point un modèle numérique basé sur une méthode de volumes finis pour résoudre les équations de conservation gouvernant les écoulements, puis nous avons testé le code de calcul en se basant sur des résultats de publications antérieurs.

En premier lieu, la variation de la perméabilité de la couche poreuse ; à travers le nombre de Darcy, et ses influences sur les transferts thermiques et massiques ont été mises en évidence. Trois zones ont été clairement identifiées. Pour la gamme de paramètres envisagée, l'aspect inattendu concerne le minimum de transfert de chaleur trouvé à un nombre de Darcy de l'ordre de 10^{-6} et pour une épaisseur de la

couche poreuse $X_p=0.2$. Ce minimum correspond à une restructuration de l'écoulement.

Dans une autre étape, nous avons analysé l'influence de la couche poreuse X_p sur la structure de l'écoulement ainsi que sur les transferts thermique et massique. Pour des faibles valeurs de la perméabilité, la présence d'une couche poreuse aussi fine que possible a pour conséquence une chute abrupte des transferts. Cette décroissance est d'autant plus faible que la perméabilité augmente. Pour des valeurs élevées de la perméabilité, la structure de l'écoulement ainsi que les transferts thermique et massique ne sont plus sensibles à l'épaisseur de la couche poreuse.

En fonction du rapport des forces de poussée N , nous avons pu mettre en évidence en convection thermosolutale trois régimes d'écoulement :

- Écoulement monocellulaire pour les faibles valeur de N caractérisé par la dominance de la convection thermique.
- Un écoulement multicellulaire où les effets thermique et solutale sont comparables pour les valeurs intermédiaires de N
- Et enfin un régime monocellulaire caractérisé par la prédominance de l'effet solutale.

L' effet du nombre de Rayleigh qui caractérise l'intensité de la convection naturelle à été mis en évidence. Les transferts thermiques et massique augmentent avec le nombre de Rayleigh, et cet accroissement et d'autant plus important que la perméabilité augmente.

Dans la présente étude, le modèle mathématique est basé sur des hypothèses simplificatrices. De façon à vérifier ces modèles, il serait souhaitable d'effectuer des mesures expérimentales. Il serait aussi intéressant de modifier le code numérique afin de tenir compte des effets tridimensionnels ainsi que de la variation des propriétés physique du fluide. Une autre limitation importante de cette étude provient de l'hypothèse du régime laminaire. Une étude des

instationarités et des régimes de transition nous semble pourtant avoir un intérêt réel.

En outre, dans certaines applications pratiques, les milieux poreux sont anisotropes et les transferts de chaleur et de masse interagissent. L'étude de l'influence des effets d'anisotropie en perméabilité et en conductivité thermique et celles des effets Soret et Dufour est hautement recommandée.

REFERENCES
BIBLIOGRAPHIQUES

Références bibliographiques

- [1] **S. A. Bories**, Fragment de description de la physique des transferts thermiques dans le sous – sol.
La Houille Blanche, Vol. 3 pp. 312-219 (1985).
 - [2] **M. Kaviany**, Principles of heat transfer in porous media.
Springer, (1995).
 - [3] **S. Ergun**, Fluid flow through packed columns.
Chem. Eng. Progr., Vol. 48, pp. 88-94 (1988).
 - [4] **E. Scheidegger**, The Physics of flow through porous media.
3rd Edition, University of Toronto Press, (1974).
 - [5] **H. Darcy**, Les fontaines publiques de la ville de Dijon.
Paris, Victor Dalmont (1856).
 - [6] **J. C. Ward**, Turbulent flow in porous media.
J. Hyd. Div. ASCE, Vol. 90, pp. 1-12 (1964).
 - [7] **R. A. Wooding**, Steady state free thermal convection of liquid in a saturated permeable medium.
J. Fluid Mech., Vol. 2, pp. 273-285 (1957).
 - [8] **K. Vafai et C. L. Tien**, Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 24, pp. 195-203 (1981).
 - [9] **G. Lauriat et V. Prasad**, Natural convection in vertical porous cavity: Numerical study for Brinkman – extended Darcy formulation.
ASME J. Heat Transfer, Vol. 109, pp. 688-696 (1987).
 - [10] **J. L. Lage**, Effect of the convective inertia term on Bénard convection in a porous medium.
Num. Heat Transfer, Vol. 22, pp. 469-485 (1992).
 - [11] **A. D. Nield**, Onset of thermohaline convection in a porous medium.
Water Resources Res., Vol. 4, pp. 553-560 (1968).
-

- [12] **J. W. Taunton, E. N. Lightfoot et T. Green**, Thermohaline instability and salt fingers in porous medium.
Phys. Fluids, Vol. 15, pp. 748-753 (1972).
- [13] **B. J. Muray et C. F. Chen**, Double – diffusive convection in a porous medium.
J. Fluid Mech., Vol. 230, pp. 147-166 (1989).
- [14] **N. Rudraiah, P. K. Srimani et R. Friedrich**, Finite amplitude convection in a two components fluid-porous layer.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 25, pp. 715-722 (1982).
- [15] **J. Y. Jang et W. J. Chang**, The flow and the vortex instability of horizontal natural convection in porous medium resulting from combined heat and mass buoyancy effects.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 31, pp. 769-777 (1988).
- [16] **O. V. Trevisan et A. Bejan**, Mass and heat transfer by high Rayleigh number convection in a porous medium heated from below.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 30, pp. 2341-2356 (1987).
- [17] **F. Chen et C. F. Chen**, Double – diffusive fingering convection in a porous medium.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 36, pp. 793-807 (1993).
- [18] **R. Younsi, A. Harkati et D. Kalache**, Numerical simulation of heat and mass transfer in trapezoidal porous cavity heated from below .
7th European days on contemporary thermodynamics, 312-319 (2001).
- [19] **D. Poulikakos**, The non-Darcian regime for vertical boundary layer natural convection in porous medium.
Int. Commun. Heat Mass Transfer, Vol. 13, pp. 587-598 (1986).
- [20] **A. Bejan et K. R. Khair**, Heat and mass transfer by natural convection in a porous medium.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 28, pp. 909-918 (1985).
-

- [21] **F. C. Lai et F. A. Kulacki**, Coupled heat and mass transfer by natural convection from vertical surfaces in porous media.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 34, pp. 1189-1194 (1991).
- [22] **O. V. Trevisan et A. Bejan**, Natural convection with combined heat and mass transfer buoyancy effects in a porous medium.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 28(7), pp. 1597-1611 (1985).
- [23] **R. Younsi, A. Harkati et D. Kalache**, Numerical simulation of double diffusive natural convection in porous cavity: Opposing flow.
Arabian J. for Sc. and Eng. , Vol. 26(2b), pp. 145-155 (2002).
- [24] **F. Alavyoon**, On natural convection in vertical porous enclosures due to prescribed fluxes of heat and mass at the vertical boundaries.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 36, pp. 2479-2498 (1993).
- [25] **F. Alavyoon, Y. Masuda et S. Kimura**, On natural convection in vertical porous enclosures due to opposing fluxes of heat and mass at the vertical walls.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 37, pp. 195-206 (1994).
- [26] **M. Mamou, P. Vasseur, et E. Bilgen**, Multiple solutions for double – diffusive convection in a vertical porous enclosure.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 30(10), pp. 1787-1798 (1995b).
- [27] **N. Bian, P. Vasseur, E. Bilgen, et F. Meng**, Effect of an electromagnetic field on natural convection in an inclined porous layer.
Int. J. Heat and Fluid Flow Vol. 17(1), pp. 36-44 (1996).
- [28] **V. Prasad et A. Tuntomo**, Inertia effects on natural convection in a vertical porous cavity.
Num. Heat Transfer, Vol. 11, pp. 295-320 (1987).
- [29] **A. Bejan et D. Poulikakos**, The non-Darcian regime for vertical boundary layer natural convection in porous medium.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 27(5), pp. 717-722 (1984).
-

- [30] **G. Lauriat et V. Prasad**, Non – Darcian effect on natural convection in a vertical porous enclosure.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 32(11), pp. 2135-2148 (1989).
- [31] **P. Vasseur et L. Robillard**, The Brinkman model for boundary layer regime in a rectangular cavity with uniform heat flux from the side.
Int. J. Heat and Fluid Flow Vol. 30(4), pp. 717-727 (1987).
- [32] **N. D. Rosenberg et F. J. Spera**, Thermohaline convection in a porous medium heated from below.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 35, pp. 1261-1273 (1992).
- [33] **P. Nithiarasu, K. N. Seetharamu et T. Sundararajan**, Double – diffusive natural convection in an enclosure filled with fluid – saturated porous medium: A generalized Non – Darcy Approach.
Num. Heat Transfer, Vol. A(30), pp. 413-426 (1996).
- [34] **B. Goyeau, J. P. Songbe et D. Gobin**, Numerical study of double – diffusive natural convection in a porous cavity using the Darcy – Brinkman formulation.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 39(7), pp. 1363-1378 (1996b).
- [35] **T. F. Lin, C. C. Huang et T. S. Chang**, Transient binary mixture natural convection in a square enclosures.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 133, pp. 287-299 (1990).
- [36] **O. V. Trevisan et A. Bejan**, Mass and heat transfer by natural convection in a vertical slot filled with porous medium.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 30, pp. 403-415 (1986).
- [37] **D. Angirasa et G. P. Peterson**, Combined heat and mass transfer by natural convection with opposing buoyancy effects in a fluid saturated porous medium.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 40(12), pp. 2755-2773 (1997).
- [38] **D. A. Nield**, Onset of convection in a fluid layer overlying a layer of a porous medium.
J. Fluid Mech. ,Vol.81, pp. 513-522 (1977).
-

- [39] **D. A. Nield**, The boundary correction for the Rayleigh – Darcy problem: Limitation of the Brinkman equation.
J. Fluid Mech. ,Vol.128, pp. 37-46 (1983).
- [40] **C. W. Somerton et I. Catton**, On the thermal instability of superposed porous and fluid layers.
J. Heat Transfer. , Vol.104, pp. 160-165 (1982)
- [41] **F. Chen et C. F. Chen**, Onset of finger convection in a horizontal porous layer underlying a fluid layer.
J. Heat Transfer, Vol.110, pp. 403-409 (1988).
- [42] **F. Chen et C. F. Chen**, Experimental investigation of convection stability in a superposed fluid and porous layer when heated from below.
J. Fluid Mech. ,Vol.207, pp. 321-311 (1989).
- [43] **T. Nishimura, T. Takumi, T. Shiraishi, M. Kawamura et H. Oze**, Numerical analysis of natural convection in a rectangular enclosure horizontally divided into fluid and porous regions.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 29(6), pp. 889-898 (1986).
- [44] **H. Rubin**, Onset of thermohaline convection in heterogeneous porous media.
Israel J. Technology, Vol. 19, pp. 110-117 (1981).
- [45] **D. Poulikakos et A. Bejan**, Natural convection in vertically and horizontally layered porous media heated from the side.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 26(12), pp. 1805-1814 (1983).
- [46] **F. C. Lai et F. A. Kulacki**, Natural convection across a vertical layered porous cavity.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 31(6), pp. 1247-1260 (1988).
- [47] **S. B. Sathe et T. W. Tong**, Measurements of natural convection in partially porous rectangular enclosures of aspect ratio 5.
Int. Comm. Heat Mass Transfer, Vol. 15, pp. 203-212 (1988).
-

- [48] **C. Beckermann, R. Viskanta et S. Ramadhyani**, Natural convection in vertical enclosures containing simultaneously fluid and porous layers.
J. Fluid Mech., Vol. 186, pp. 257-281 (1988).
- [49] **M. Song et R. Viskanta**, Natural convection flow and heat transfer within a rectangular enclosure containing a vertical porous layer.
Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 37(16), pp. 2425-2438 (1994).
- [50] **P. Le Breton J. P. Caltagirone et E. Arquis**, Natural convection in a square cavity with thin porous layers on its vertical walls.
J. Heat Transfer, Vol. 113, pp. 892-898 (1991)
- [51] **R. Younsi, A. Harkati et D. Kalache**, Heat and mass transfer in composite fluid-porous layer: Effect of permeability.
Arabian J. for Sc. and Eng. , Vol. 27(2c), pp. 145-155 (2001).
- [52] **Z. G. Du et E. Bilgen**, Natural convection in vertical cavities with partially filled heat – generating porous media.
Num. Heat Transfer, Vol. A(18), pp. 371-386 (1990).
- [53] **R. Younsi, A. Harkati et D. Kalache**, Numerical simulation of heat and mass transfer in composite fluid-porous layer with transverse magnetic field.
Comp. Ass. Mech. And Eng. Sc. J., Vol. 10(1), (2003).
- [54] **Gobin, B. Goyeau et J. P. Songbe**, Double – diffusive natural convection in a composite fluid – porous layer.
J. Heat Transfer, Vol. 120, pp. 234-242 (1998).
- [55] **G. S. Beavers et D. D. Joseph**, Boundary conditions at a naturally permeable wall.
J. Fluid Mech., Vol. 30(1), pp. 197-207 (1967).
- [56] **E. Arquis et J.P. Caltagirone**, Sur les conditions hydrodynamiques au voisinage d'une interface milieu fluide-milieu poreux : application à la convection naturelle.
C. R. Acad. Sc. Parie, Serie II, Vol. 30, pp. 1-4, (1984).
-

- [57] **S. V. Patankar**, Numerical heat transfer and fluid flow.
Hemisphere, New York (1980).
- [58] **J. P. Roache**, Résolution numérique des équations aux dérivées partielles.
- [59] **A. Gourdin et M. Boumhart**, Méthodes numériques appliqués.
- [60] **D. Euvrard**, Analyse numérique en mécanique des fluides.
- [61] **R. Bennacer**, Convection naturelle thermosolutale: simulation numérique des transferts et des structures d'écoulement.
Thèse de Doctorat, Université Paris 6 (1993).
-

RESUME

Dans cette thèse, les transferts de chaleur et de masse par convection naturelle en milieux fluides et poreux ont été étudiés numériquement. Les parois verticales sont soumises à des températures et concentrations constantes, tandis que les parois horizontales sont adiabatiques et imperméables. Le phénomène de la convection thermosolutale est régi par les équations de conservation de la masse, de la quantité de mouvement, de l'énergie et de la concentration. Le milieu poreux est modélisé suivant le modèle général de Darcy – Brinkman – Forchheimer. L'écoulement convectif est régi par différents paramètres de contrôle, à savoir le nombre de Rayleigh (Ra), le rapport des forces de volume (N), le nombre de Prandtl (Pr), le nombre de Lewis (Le), le nombre de Darcy (Da) et la porosité ϵ de la matrice poreuse. La méthode des volumes de contrôle a été employée pour résoudre les équations de base en milieux fluide et poreux. Concernant la validation du code de calcul, l'accord obtenu entre nos résultats et ceux disponibles dans la littérature s'est avéré excellent. L'influence des paramètres physiques et géométriques est examinée. L'augmentation de l'épaisseur de la couche poreuse de faible perméabilité réduit considérablement les transferts thermique et massique. La décroissance du transfert de chaleur avec l'accroissement du rapport des forces de volume à nombre de Lewis élevé est mise en évidence. Par ailleurs, dans un souci de mettre à la disposition de l'ingénieur un outil lui permettant d'évaluer les transferts thermiques et massiques ayant lieu dans une configuration de type considérée, des corrélations sont proposées.

Mots clés: *Double diffusion, milieux poreux, transfert de chaleur et de masse, convection opposée, corrélations, volumes finis.*

ABSTRACT

In this thesis, heat and mass transfer by natural convection in confined fluid and porous media has been studied numerically. Two of its parallel walls are maintained at constant and different temperature and concentrations. The other two walls are impermeable and well insulated. The thermosolutal convective phenomena inside the enclosure is described by Navier-Stokes equations, the energy and species conservation equations. The porous media is modeled according to the Darcy-Brinkman and Forchheimer model. The convective flow is governed by the Rayleigh number (Ra), the buoyancy ratio (N), the Prandtl number (Pr), the Lewis number (Le), the Darcy number and the porosity ϵ . The control volume approach is employed to solve the governing equations. Concerning the validation of the numerical algorithm, The results are found to be in excellent agreement with those of previous work. The influence of the physical and geometrical parameters is examined. Results shows that increasing of porous layer thickness reduces the global heat and mass transfer for low values of permeability. The decrease in heat transfer with increasing buoyancy ratio at high Lewis numbers is analyzed. Furthermore, in order to put a the disposal of the engineer a tool allowing him to evaluate the thermal and solutal transfer taking place in the considered type configuration, a correlations are proposed.

Key Words: *Double diffusion, porous media, heat and mass transfer, opposing flow, correlations, finite volume method.*