



HAL
open science

Environnement actif pour la reconstruction tridimensionnelle de surfaces métalliques spéculaires par imagerie polarimétrique

Olivier Morel

► **To cite this version:**

Olivier Morel. Environnement actif pour la reconstruction tridimensionnelle de surfaces métalliques spéculaires par imagerie polarimétrique. Interface homme-machine [cs.HC]. Université de Bourgogne, 2005. Français. NNT: . tel-00157655v1

HAL Id: tel-00157655

<https://theses.hal.science/tel-00157655v1>

Submitted on 26 Jun 2007 (v1), last revised 2 Sep 2010 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée par

Olivier MOREL

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ

discipline Instrumentation et Informatique de l'Image

ENVIRONNEMENT ACTIF POUR LA RECONSTRUCTION TRIDIMENSIONNELLE DE SURFACES MÉTALLIQUES SPÉCULAIRES PAR IMAGERIE POLARIMÉTRIQUE

Soutenue le 17 novembre 2005 devant la commission d'examen

JURY

Laurent BIGUÉ	Professeur	Examineur
Vincent DEVLAMINCK	Professeur	Rapporteur
Henri GAGNAIRE	Professeur	Rapporteur
Patrick GORRIA	Professeur	Directeur de thèse
Christophe STOLZ	Maître de conférences	Encadrant

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été réalisés au Laboratoire Le2i (Laboratoire Électronique et Informatique de l'Image) sur le site du Creusot, d'octobre 2002 à septembre 2005.

Je remercie les Professeurs Michel Paindavoine, Directeur du laboratoire, et Fabrice Mériaudeau, Responsable de l'équipe creusotine, de m'avoir accueilli au Laboratoire Le2i.

Je souhaite vivement remercier Messieurs Vincent Devlaminck, Professeur de l'Université des Sciences et Technologies de Lille, et Henri Gagnaire, Professeur de l'Université des Sciences et Techniques de Saint-Etienne, pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant d'être rapporteurs de ce mémoire. Je remercie également Monsieur Laurent Bigué, Professeur de l'Université de Haute Alsace, d'avoir bien voulu participer au jury de ma soutenance.

J'exprime toute ma gratitude à mon directeur de thèse, Patrick Gorria, pour ses précieux conseils et ses remarques pertinentes, ainsi qu'à mon co-directeur de thèse, Christophe Stolz, pour son encadrement et son soutien.

Mes remerciements s'adressent également à tous les doctorants et enseignants-chercheurs du Creusot, avec qui j'ai eu l'immense plaisir de travailler durant cette thèse. Qu'Alexandra, Ben, David, Olivier, Jérôme, Michaël, Pierre, Ralph et Thierry trouvent ici l'expression de toute ma reconnaissance pour leur aide, et pour le reste.

Je remercie affectueusement mes amis, ma famille, mes parents, pour m'avoir supporté et encouragé, et plus particulièrement Aline, pour sa relecture précise et efficace.

Enfin, je ne peux oublier Aude, qui a partagé mes moments de doute et de satisfaction à travers la réalisation de ce travail, et qui a grandement participé à son accomplissement.

Résumé

Cette thèse est consacrée à la conception et au développement d'un système de reconstruction tridimensionnelle d'objets métalliques spéculaires par imagerie polarimétrique. Nous présentons tout d'abord une extension de la technique de "Shape from Polarization" aux surfaces métalliques. Après réflexion sur la surface, la lumière incidente non polarisée devient partiellement linéairement polarisée, en fonction de l'angle d'incidence et de l'indice de réfraction du matériau. Ainsi, les normales de la surface sont calculées à partir des paramètres de polarisation de la lumière réfléchie. L'ambiguïté concernant l'orientation des normales est ici levée grâce à un éclairage actif. Nous décrivons et comparons ensuite différentes méthodes de reconstruction tridimensionnelle de surfaces à partir d'un champ de normales. Pour finir, nous détaillons précisément le prototype développé, et nous en présentons une application pour la détection de défauts de forme.

Mots clés : imagerie polarimétrique, acquisition tridimensionnelle, surfaces métalliques spéculaires, éclairage actif, champ de normales.

Abstract

This thesis deals with a new automated tridimensional inspection system for specular metallic surfaces, based on polarization analysis. We first present an extension of the 'Shape from Polarization' method for dielectric to metallic surfaces. After being reflected, an unpolarized light wave becomes partially linearly polarized, depending on the surface normal and on the refractive index of the media it impinges on. Hence, by measuring the polarization parameters of the reflected light, the surface normals are computed. The ambiguity concerning the normals orientation is solved here with a new active lighting system. Then, we describe and compare numerical methods for reconstructing the tridimensional shape from the normals. Finally, the description of the whole acquisition prototype is given, and an application on shape defects detection is discussed.

Keywords : shape from polarization, tridimensional acquisition, specular metallic surfaces, active lighting system, height from gradients.

Table des matières

1	Introduction	1
1.1	Cadre et motivations	1
1.2	Contributions	2
1.3	Organisation du document	2
2	Contrôle qualité tridimensionnel par vision active	4
2.1	La vision active	4
2.1.1	État de l’art	5
2.1.2	Les paramètres de la vision active	6
2.1.2.1	Le capteur	6
2.1.2.2	L’éclairage	8
2.1.2.3	Les contraintes	9
2.2	L’inspection de surfaces spéculaires	11
2.2.1	Modélisation de la réflexion	11
2.2.1.1	Modèle lambertien	12
2.2.1.2	Modèle de Beckmann-Spizzichino	13
2.2.1.3	Modèle de Torrance-Sparrow	13
2.2.1.4	Modèle unifié de Nayar	14
2.2.1.5	Conclusion	14
2.2.2	Problématique	16
2.2.2.1	Techniques de Dark-Field et de Bright-Field	16
2.2.2.2	Système D-Sight	17
2.2.2.3	Objets à inspecter	18
2.2.3	Révélation des défauts d’aspect	19
2.2.3.1	Éclairage binaire	19
2.2.3.2	Machine d’inspection	19
2.3	Systèmes d’acquisition tridimensionnelle	21
2.3.1	Types d’informations 3D	22

2.3.2	Triangulation passive	22
2.3.3	Triangulation active	25
2.3.3.1	Projection d'un point ou d'un trait	26
2.3.3.2	Projection de patrons de lumière	27
2.3.4	Méthodes à champ de phases	29
2.3.4.1	Moiré d'ombre	29
2.3.4.2	Décalage de phase	30
2.3.4.3	Défectométrie	31
2.3.5	Scanning par temps de vol	32
2.3.6	"Shape from X"	33
2.3.6.1	Shape from Shading	33
2.3.6.2	Shape from Texture	33
2.3.6.3	Shape from Focus	34
2.4	Extraction d'informations tridimensionnelles de surfaces spéculaires . . .	35
2.4.1	Éclairages actifs	36
2.4.1.1	Système SHINY	36
2.4.1.2	Système à éclairages annulaires	38
2.4.2	Éclairages structurés	38
2.4.2.1	Vidéokératographie	39
2.4.2.2	Étude locale de surfaces	39
2.4.2.3	Reconstruction par projection de franges colorées	40
2.4.3	Systèmes reposant sur le mouvement	41
2.4.3.1	Suivi du reflet spéculaire	41
2.4.3.2	Estimation de la réflectance	42
2.5	Conclusion	43
3	Extraction d'informations 3D par images de polarisation	44
3.1	Rappels	44
3.1.1	Ondes planes	45
3.1.2	Polarisation elliptique	46
3.1.3	Polarisation partielle	47
3.1.4	Réflexion d'une onde sur une surface	49
3.1.5	Formalisme de Mueller	50
3.1.5.1	Polariseur linéaire	50
3.1.5.2	Polariseur partiel	51
3.1.5.3	Retardateur pur	51

3.1.5.4	Surface réfléchissante	52
3.2	Les capteurs polarimétriques	53
3.2.1	Polarimètres de Stokes	53
3.2.1.1	Montage statique	53
3.2.1.2	Montage dynamique	54
3.2.2	Polarimètres simplifiés	55
3.2.2.1	Principe	56
3.2.2.2	Montage avec un filtre polariseur	56
3.2.2.3	Montage avec des cristaux liquides nématiques en hélice	58
3.2.2.4	Montage avec retardateur à cristaux liquides nématiques	59
3.2.2.5	Montage stéréo	60
3.2.3	Mesure de contraste de polarisation	61
3.2.4	Représentation des paramètres de polarisation	62
3.2.4.1	Sphère de Poincaré	62
3.2.4.2	Analogie avec l'imagerie couleur	62
3.3	La polarisation en vision artificielle	64
3.3.1	Éclairage non polarisé	64
3.3.1.1	Étude de surfaces semi-réfléchissantes	65
3.3.1.2	Reconnaissance d'objets métalliques ou diélectriques	65
3.3.1.3	Séparation des composantes diffuse et spéculaire	66
3.3.2	Éclairage polarisé	67
3.3.2.1	Polarisation croisée	68
3.3.2.2	Dépolarisation	68
3.3.2.3	Amélioration de la triangulation active	69
3.3.2.4	Reconnaissance d'objets métalliques ou diélectriques	70
3.4	Shape from Polarization	71
3.4.1	Étude de la réflexion spéculaire	71
3.4.2	Relations entre les paramètres de polarisation et les normales	73
3.4.2.1	Relation entre l'angle de polarisation φ et l'angle ϕ	74
3.4.2.2	Relation entre le degré de polarisation ρ et l'angle θ	74
3.4.3	État de l'art	76
3.4.3.1	Éclairage polarisé circulairement	76
3.4.3.2	À partir de plusieurs points de vue	77
3.4.3.3	À partir d'un seul point de vue	78
3.4.4	Extension aux surfaces métalliques	79
3.5	Conclusion	80

4	Reconstruction à partir de champs de normales	82
4.1	Introduction	82
4.2	Méthodes locales	84
4.2.1	Principe	84
4.2.2	Méthode de Coleman et Jain	85
4.2.3	Méthode de Rodehorst	86
4.2.4	Méthode par estimation de hauteurs	87
4.2.5	Conclusion sur les méthodes locales	88
4.3	Méthodes reposant sur la relaxation	89
4.3.1	Filtres moyenneurs	90
4.3.2	Méthode de Gauss-Seidel	92
4.3.3	Méthode SOR	93
4.3.4	Méthodes multi-grilles	94
4.3.5	Conclusion au sujet des méthodes reposant sur la relaxation . . .	96
4.4	Méthodes globales	97
4.4.1	Transformée de Fourier	98
4.4.1.1	Principe	98
4.4.1.2	Application à des surfaces cartésiennes quelconques . . .	99
4.4.1.3	Amélioration de Wei-Klette	100
4.4.2	Méthodes projectives	101
4.4.2.1	Shapelets	101
4.4.2.2	Karaçali-Snyder	104
4.4.3	Conclusion sur les méthodes globales	108
4.5	Comparatifs	109
4.5.1	Surface théorique à pente moyenne nulle	109
4.5.1.1	Influence de la taille de la surface	110
4.5.1.2	Influence du bruit	110
4.5.2	Surface théorique à pente moyenne non nulle	111
4.5.2.1	Influence de la taille de la surface	111
4.5.2.2	Influence du bruit	112
4.5.3	Surface réelle	113
4.5.3.1	Influence de la taille de la surface	113
4.5.3.2	Influence du bruit	114
4.6	Conclusion	114

5	Système de reconstruction par imagerie de polarisation	116
5.1	Description générale	116
5.1.1	Système d'acquisition	116
5.1.2	Interface utilisateur	118
5.2	Caractéristiques de la caméra polarimétrique	119
5.2.1	Étude du polariseur tournant	119
5.2.2	Des images de polarisation aux paramètres de polarisation	120
5.3	Éclairage actif	123
5.3.1	Principe	123
5.3.2	Éclairage par quadrant	126
5.4	Évaluation des performances du système	126
5.4.1	Détermination de l'indice de réfraction	128
5.4.1.1	Valeur limite de l'angle de réflexion	128
5.4.1.2	Pseudo-indice de réfraction complexe	129
5.4.2	Comparaison du calcul des normales	130
5.5	Inspection de surfaces métalliques spéculaires	134
5.5.1	Indice de réfraction	134
5.5.2	Acquisition	135
5.5.3	Reconstruction des décors	136
5.5.4	Défauts de forme	138
5.6	Conclusion	139
6	Conclusion générale et perspectives	140
	Bibliographie	143
A	Relations pour la polarisation elliptique	154
B	Extension aux surfaces non parfaitement spéculaires	157

Chapitre 1

Introduction

Pour répondre à des problématiques de plus en plus complexes, les systèmes de vision industrielle s'orientent progressivement vers des dispositifs évolués visant à extraire des informations tridimensionnelles. Dans le domaine du contrôle qualité, bien que certains défauts d'aspect soient directement révélés sur une image (grâce notamment à des éclairages actifs), les informations tridimensionnelles concernant la surface de l'objet sont requises pour analyser en détail les défauts de forme.

1.1 Cadre et motivations

Ce travail de thèse a été effectué au laboratoire Le2i (Laboratoire Électronique et Informatique de l'Image, UMR-CNRS 5158), à l'IUT du Creusot. Le laboratoire, initialement spécialisé dans le contrôle qualité par vision artificielle, s'est progressivement tourné vers la vision tridimensionnelle, dans les domaines de l'acquisition et du traitement de l'information.

Les objets métalliques spéculaires constituent des pièces délicates à inspecter en vision artificielle. En effet, leur surface se comporte comme un miroir : tout l'environnement est réfléchi, et le capteur ne peut distinguer la surface réelle de la scène réfléchie. Par ailleurs, peu de systèmes d'inspection permettent de reconstruire la forme tridimensionnelle de ces objets. La nature très réfléchissante de la surface empêche l'utilisation des techniques classiques de triangulation. Confrontés à ces problèmes de numérisation, notre travail a été motivé par la recherche et le développement d'un système d'acquisition tridimensionnelle pour l'inspection d'objets métalliques spéculaires.

1.2 Contributions

Contrairement à la plupart des techniques, la méthode de “Shape from Polarization” s’appuie sur les réflexions spéculaires pour déterminer la forme des objets : l’étude du changement d’état de polarisation d’une onde lumineuse, lors de la réflexion, fournit des informations sur l’orientation de la normale à la surface. Cette méthode se déroule suivant trois étapes :

1. acquisition des paramètres de polarisation,
2. calcul du champ de normales,
3. reconstruction de la surface par intégration.

Jusqu’alors, cette technique a été employée uniquement pour des matériaux diélectriques : ces derniers sont plus polarisants que les matériaux métalliques. De plus, comme l’indice de réfraction des matériaux diélectriques est réel, le calcul du champ de normales à partir des paramètres de polarisation est simplifié. Nous montrons dans ce travail que la méthode est également applicable aux surfaces métalliques : nous avons établi une nouvelle relation utilisant l’indice de réfraction complexe, propre à ce type de surfaces.

Le calcul du champ de normales à partir des paramètres de polarisation soulève une ambiguïté concernant l’orientation des normales. Nous décrivons ici une méthode innovante, reposant sur l’utilisation d’un éclairage actif. Une fois le champ de normales calculé à partir des paramètres de polarisation, la surface tridimensionnelle des objets est reconstruite à l’aide d’un algorithme d’intégration.

Un état de l’art sur les techniques d’intégration des champs de normales nous a permis de sélectionner une méthode à la fois rapide et robuste.

Enfin, pour valider nos résultats théoriques, nous avons conçu un prototype complet visant à reconstruire la forme tridimensionnelle des objets métalliques spéculaires. Celui-ci pilote automatiquement la caméra polarimétrique, ainsi que l’éclairage actif.

1.3 Organisation du document

Après une brève introduction sur les définitions de la vision active, le chapitre 2 présente la problématique liée à l’inspection tridimensionnelle de surfaces métalliques spéculaires. Un état de l’art sur les techniques d’acquisition de modèles 3D est exposé, et met en évidence les limites des systèmes existants pour la numérisation d’objets fortement réfléchissants.

Le chapitre 3 rappelle quelques notions fondamentales d’optique concernant l’étude de la polarisation de la lumière. Nous présentons également différents types de capteurs

de polarisation, ainsi que leurs applications en vision artificielle. Enfin, nous décrivons la méthode de “Shape from Polarization”, que nous avons étendue aux objets métalliques.

Le champ des normales à la surface est déduit du calcul des paramètres de polarisation de la lumière réfléchie. Le chapitre 4 détaille les différentes méthodes de reconstruction tridimensionnelle de surfaces à partir d’un champ de normales. L’étude des caractéristiques des différents algorithmes nous a permis de choisir une méthode d’intégration adaptée.

Le prototype complet de reconstruction tridimensionnelle par imagerie polarimétrique est détaillé dans le chapitre 5. Nous décrivons ici plus précisément l’éclairage actif employé pour lever l’ambiguïté concernant l’orientation des normales. Après avoir exposé les performances et les limites du système, nous proposons une application à l’inspection de défauts de forme sur des objets métalliques spéculaires.

Chapitre 2

Contrôle qualité tridimensionnel par vision active

Au cours de ce premier chapitre, nous préciserons l'objet de notre travail, portant essentiellement sur l'inspection tridimensionnelle d'objets métalliques spéculaires. Ces derniers ont la propriété d'être entièrement réfléchissants, c'est la raison pour laquelle nous avons eu recours à des systèmes actifs, l'utilisation seule d'un capteur de vision s'avérant insuffisante.

Tout d'abord, nous donnerons une définition de la *vision active*, que nous illustrerons par quelques exemples. Dans un second temps, nous présenterons diverses méthodes d'inspection d'objets spéculaires. Par la suite, nous nous étendrons sur l'extraction d'informations tridimensionnelles, en décrivant notamment leurs représentations et les moyens d'acquisition.

2.1 La vision active

Les systèmes de vision ont souvent été inspirés du comportement visuel humain. Ainsi, il y a une quinzaine d'années, Aloimonos et Bandyopadhyay introduisaient le paradigme de *vision active* pour le domaine de la vision artificielle [Aloimonos et al., 1987]. Cette notion a dès lors mené à de nombreuses adaptations. Après un bref état de l'art, nous présenterons les paramètres actifs de la vision et montrerons dans quelle mesure la vision active intervient dans le contrôle qualité.

2.1.1 État de l’art

En comparant la supériorité d’un observateur actif par rapport à un observateur passif, Aloimonos et Bandyopadhyay ont démontré l’efficacité de la vision active. En effet, des problèmes mal posés ou instables, pour un observateur passif, peuvent devenir bien posés et stables pour un observateur actif. En supposant que la tâche à accomplir soit de reconnaître des objets 3D, l’observation passive doit se contenter d’un nombre réduit d’informations pour reconstruire la forme : le contour, la texture, les ombres. En revanche, une observation active (liée à un déplacement) permet d’améliorer la connaissance de la scène, et donc d’obtenir une reconstruction plus fidèle et plus robuste. Selon Aloimonos et Bandyopadhyay, un système de vision active se caractérise par une modification de ses paramètres visuels, dans le but d’extraire les données de la scène les plus appropriées à l’accomplissement d’une tâche précise.

La définition proposée par Bajcsy [Bajcsy, 1988] est davantage orientée vers le modèle humain et la robotique. Elle introduit la notion de *perception active* : le système modifie sa stratégie de perception, afin d’améliorer la connaissance de l’environnement. La perception active est ici présentée comme un système asservi (Figure 2.1).

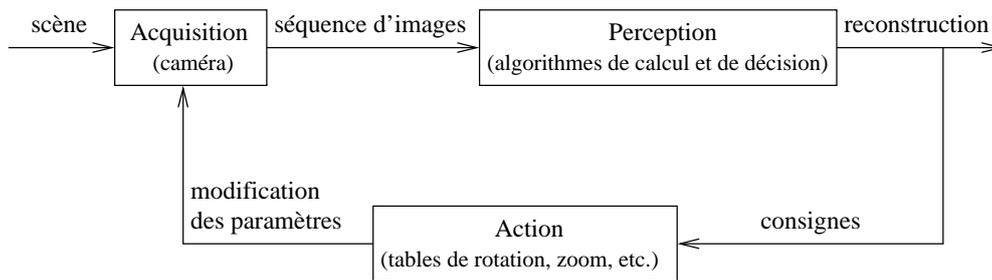


Figure 2.1 – Un schéma de vision active.

Les spécialistes de la reconstruction tridimensionnelle par des systèmes mobiles de vision ont adopté le terme de “vision active”, et l’ont comparé au terme de “*vision dynamique*” [Boukir, 1993; Marchand & Chaumette, 2003]. La vision dynamique décrit simplement la reconstruction 3D d’une scène à partir d’une séquence d’images, acquises par une caméra en déplacement : il s’agit de l’unique interprétation de la scène, par le biais du mouvement de l’observateur. Dans le cadre de la vision active, le mouvement est adapté à la conformation des objets à reconstruire, certaines trajectoires étant plus appropriées. Nous retrouvons les notions d’asservissement et de faculté d’adaptation, décrites par Bajcsy.

Toujours dans le domaine de la robotique et de la reconnaissance de l’environnement, il existe d’autres termes spécifiques, comme la *vision intentionnelle* [Aloimonos, 1993]

et la *vision animée* [Ballard, 1991]. La vision intentionnelle a pour objectif d’extraire uniquement les informations pertinentes selon une tâche donnée, et la vision animée tente de reproduire le comportement visuel humain (utilisation de têtes binoculaires actives).

Parallèlement, la définition donnée par Aloimonos et Bandyopadhyay a été étendue au contrôle par vision artificielle. En l’occurrence, les paramètres actifs du système ne sont plus limités aux seuls paramètres de la caméra, paramètres intrinsèques (ouverture, focale) ou extrinsèques (position, mouvement), mais également aux paramètres d’éclairage. Ainsi, selon Eltoft et De Figueiredo [Eltoft & de Figueiredo, 1995], les systèmes de vision active contrôlent les paramètres affectant l’acquisition et l’interprétation de l’image d’une scène : éclairage de la scène, position et orientation de la caméra, paramètres internes de la caméra, position et orientation des objets présents dans la scène. Par ailleurs, le terme de “vision active” est parfois employé pour caractériser la stéréovision active (utilisant un capteur et un projecteur de lumière), à l’opposé de la stéréovision passive (utilisant deux capteurs).

Urquhart et al. [Urquhart et al., 1993] proposent un système composé de deux caméras motorisées et d’un projecteur de lumière structurée (afin de faciliter la mise en correspondance des vues) : ainsi ils mettent en oeuvre conjointement les deux types de vision active.

2.1.2 Les paramètres de la vision active

Le contrôle qualité par vision artificielle utilise depuis longtemps des systèmes de vision active, afin de révéler plus efficacement et plus rapidement des défauts. Les paramètres actifs ne sont plus limités aux seuls paramètres de la caméra, l’éclairage et les contraintes appliquées sur l’objet deviennent des éléments actifs que le système peut contrôler.

D’une manière générale, les paramètres de la vision active peuvent être regroupés selon trois types : capteur, méthodes d’éclairage, et contraintes appliquées sur l’objet (Figure 2.2). Le choix de chacun d’entre eux doit être judicieux : si une contrainte thermique est appliquée à l’objet, le capteur devra être sensible à la contrainte et donc être de type thermique.

2.1.2.1 Le capteur

Les paramètres actifs du capteur sont de deux types : les paramètres intrinsèques (zoom, ouverture), et les paramètres extrinsèques (orientation, déplacement). Les cap-

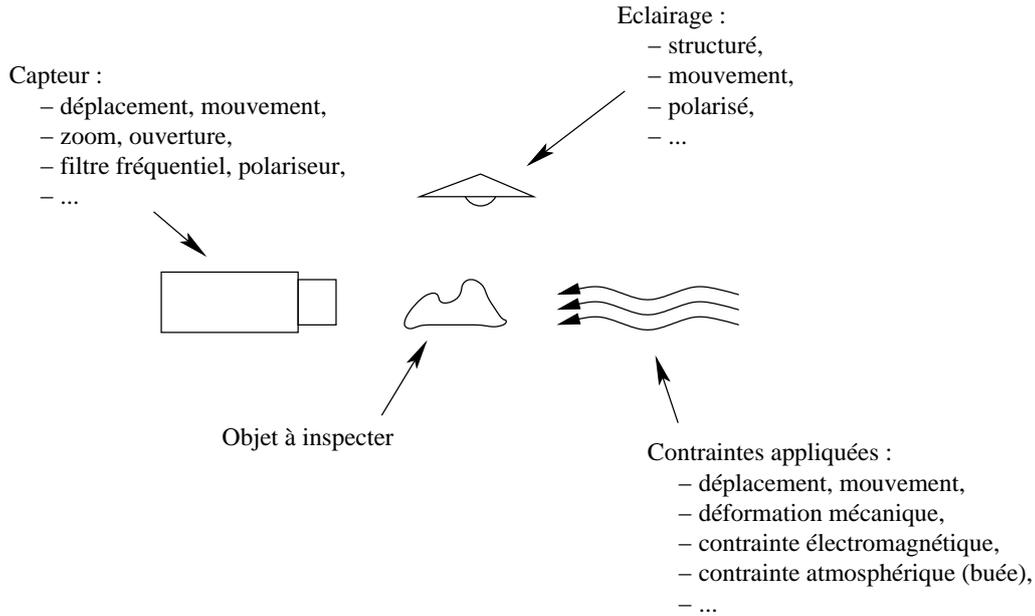


Figure 2.2 – Paramètres de la vision active.

teurs actifs sont généralement utilisés dans deux cas de figure : la reconstruction tridimensionnelle de l'environnement, ou la poursuite de cible.

Paramètres intrinsèques

L'extraction d'informations de profondeur en contrôlant les paramètres actifs des caméras est devenue un domaine à part entière en vision artificielle. Contrairement à la stéréovision, les propriétés de focus permettent ici d'extraire des paramètres de profondeur d'une scène, en s'affranchissant des problèmes liés à la correspondance d'images. Il existe deux méthodes distinctes pour remonter à l'information de profondeur : profondeur à partir de focalisation [Nayar & Nakagawa, 1990; Nayar & Nakagawa, 1994] (DFF) et profondeur à partir de défocalisation [Favaro & Soatto, 2002] (DFD). Dans le cas de la focalisation, il s'agit de déterminer la profondeur en un point, en cherchant la focale la mieux adaptée. Quant à la défocalisation, elle utilise un nombre limité d'images, avec une focale différente : la profondeur en tout point de la scène est calculée selon un algorithme d'estimation de flou. Ces deux techniques ont été étudiées et comparées par Xiong et Shaffer [Xiong & Shafer, 1993].

Un autre exemple de l'utilisation de focales variables est la séparation de couches transparentes [Schechner et al., 2000a]. Ce terme a été utilisé pour désigner les situations dans lesquelles une scène est semi-réfléchie sur une surface transparente. À l'aide d'une focale active, l'objectif est de déterminer à la fois l'image réfléchie, et l'image observée à travers la surface transparente.

Les filtres fréquentiels ou polariseurs, utilisés devant le capteur, peuvent également être considérés comme des paramètres actifs pour la vision. L'imagerie multispectrale a de nombreuses applications, notamment dans le domaine de la télédétection et de l'imagerie satellitale.

Paramètres extrinsèques

Le mouvement et l'orientation du capteur sont les paramètres les plus utilisés pour la reconstruction d'environnement par vision active. Boukir [Boukir, 1993] a étudié et comparé les méthodes dites de "reconstruction par vision dynamique" et "vision active" : il a montré l'intérêt de la rétroaction sur la qualité de la reconstruction tridimensionnelle.

Combinaison des paramètres

La poursuite en vision artificielle est l'exemple représentatif de l'utilisation des paramètres actifs intrinsèques et extrinsèques du capteur. Dans ce cas, la tâche imposée au système est le suivi d'objets en mouvement sur une scène. De plus, pour conserver sur l'imageur un objet de taille constante, le zoom doit être actif (réactif). L'asservissement agit donc à la fois sur l'orientation du capteur, mais également sur le zoom [Tordoff & Murray, 2001]. Sur la Figure 2.3, la séquence supérieure illustre l'acquisition de poursuite sans utilisation du zoom actif, contrairement à la séquence inférieure. Le zoom actif peut également être employé dans le domaine de la vision artificielle pour l'inspection de textures de surfaces métalliques [Wiltschi et al., 2000].

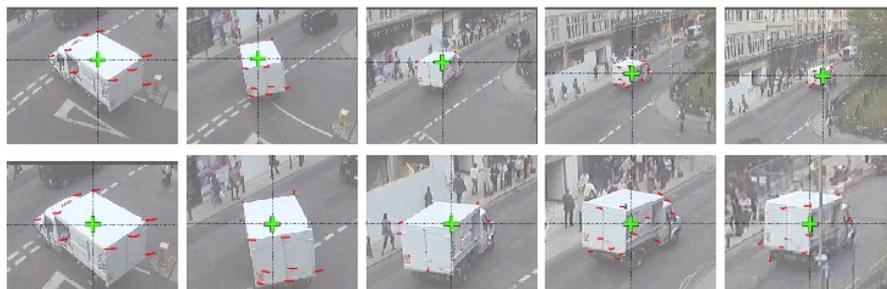


Figure 2.3 – Exemple de poursuite par vision active [Tordoff & Murray, 2001].

2.1.2.2 L'éclairage

En vision artificielle, l'éclairage est l'une des composantes les plus importantes, car l'acquisition et la qualité des images lui sont directement liées. Il est considéré comme un élément actif de la vision, puisqu'il peut être dynamique et changer d'aspect au cours

de l'acquisition. L'éclairage apparaît comme une grande problématique de la vision industrielle : des dispositifs particuliers permettent de révéler des défauts caractéristiques, lors de l'inspection d'objets.

Pour le contrôle d'aiguilles métalliques sur des seringues, Puente Leon et Beyerer [Puente Leon & Beyerer, 1997], utilisent un éclairage actif composé de huit éléments : un éclairage diffus, un éclairage rétro-éclairé, et six éclairages directionnels orientés différemment . L'extraction d'informations utiles pour l'inspection s'effectue grâce à une fusion des images obtenues. Comme le montre la Figure 2.4, le rétro-éclairage révèle la silhouette de l'objet, alors que l'éclairage diffus met en évidence sa texture.

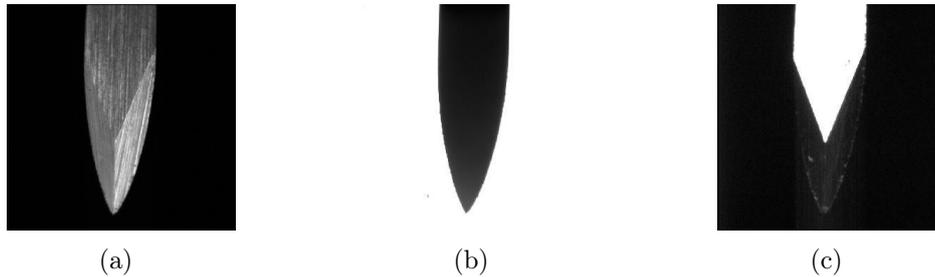


Figure 2.4 – Extraction d'informations à l'aide d'un éclairage actif : (a) aiguille sous éclairage diffus, (b) aiguille rétro-éclairée, (c) aiguille sous éclairage directionnel [Puente Leon & Beyerer, 1997].

L'éclairage peut être structuré afin d'extraire des informations tridimensionnelles de l'objet [Batlle et al., 1998; Salvi et al., 2004], ou d'inspecter des surfaces métalliques [Aluze et al., 2002; Delcroix et al., 2001; Ricky Lee et al., 2000]. Les éclairages de différentes longueurs d'onde, ou encore polarisés, constituent également des paramètres actifs pour la vision.

2.1.2.3 Les contraintes

La contrainte élémentaire est le déplacement de l'objet. D'autres contraintes peuvent être définies, et se répartir selon trois classes : les contraintes sans contact, les contraintes avec contact et les contraintes avec déformation. Ces dernières sont principalement employées dans le but d'étudier la résistance mécanique des objets, et n'appartiennent pas au domaine du contrôle non-destructif.

Contraintes sans contact

Les contraintes sans contact sont les paramètres physiques qui modifient l'environnement de l'objet : par exemple, les variations de température appliquées sur une pièce

peuvent contribuer à révéler des défauts à l'aide de caméras infrarouges. Dans ce domaine, il existe une technique appelée *thermographie active*, qui permet de détecter des manques de colle à l'intérieur de bouchons en plastique [Legrand et al., 2002]. Le principe de la thermographie active est illustré Figure 2.5.

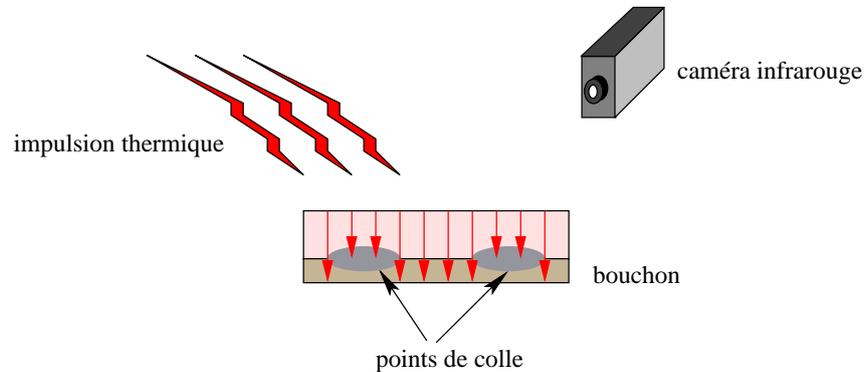


Figure 2.5 – Principe de la thermographie active.

Une impulsion thermique est générée en direction de l'objet à inspecter, la propagation de la chaleur au sein de l'objet est analysée avec une caméra thermique. Dans la mesure où la chaleur ne se propage pas à la même vitesse dans l'air et dans la colle, ce procédé actif détecte l'absence de points de colle à l'intérieur du bouchon (Figure 2.6).

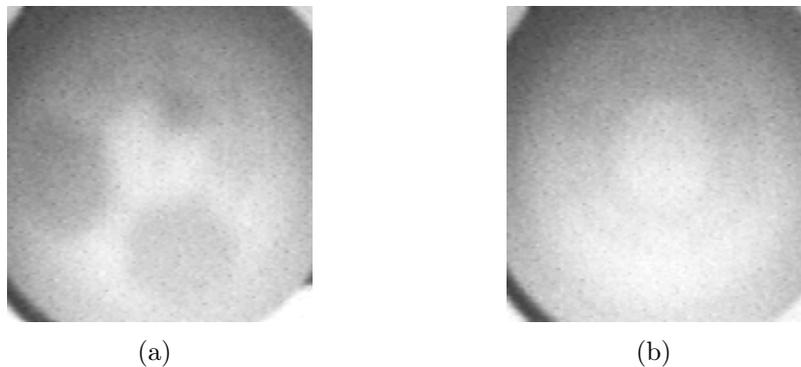


Figure 2.6 – Inspection de bouchons par thermographie active : (a) bouchon sans colle, (b) bouchon avec colle [Legrand et al., 2002].

Il est possible d'imaginer d'autres contraintes : par exemple, la génération de buée (contrainte atmosphérique) révélerait certaines informations sur des objets réfléchissants.

Contraintes avec contact

Il est possible d'étendre le domaine de la vision active, en exploitant les techniques de contrôle non destructif utilisées depuis de nombreuses années dans l'industrie [COFREND, 2005]. Une technique employée couramment pour la détection de défauts sur

des matériaux ferromagnétiques est la magnétoscopie. Cette méthode consiste à créer un flux d'induction magnétique intense, jusqu'à saturation magnétique, entraînant au voisinage des défauts, des flux de fuite. Le paramètre actif principal est le champ magnétique ; les flux de fuite étant révélés par des traceurs magnétiques, une contrainte avec contact est appliquée à l'objet.

2.2 L'inspection de surfaces spéculaires

Le contrôle d'objets fortement spéculaires a entraîné le développement de systèmes actifs de vision. En effet, lorsqu'un observateur humain souhaite inspecter un objet très réfléchissant, il se comporte de manière active : par exemple, il tourne l'objet, afin de chercher le reflet lumineux permettant de révéler un éventuel défaut.

Après un bref rappel sur la définition et la modélisation de la réflexion spéculaire, nous présenterons la problématique liée à l'inspection de surfaces fortement réfléchissantes. Des exemples de machines d'inspection de défauts d'aspect seront également présentés.

2.2.1 Modélisation de la réflexion

Même si les mécanismes de réflexion sont entièrement décrits par les lois de l'électromagnétisme, il apparaît impossible de les appliquer rigoureusement à un objet réel : cela supposerait de connaître parfaitement sa structure et sa nature. Du fait de cette limitation, de nombreux modèles ont été établis afin de représenter de manière approximative le phénomène de réflexion lumineuse. Comme le rappelle Brun [Brun, 2003], différents modèles de réflexions peuvent être employés selon la nature du matériau. L'auteur distingue notamment :

1. Les matériaux conducteurs, pour lesquels la réflexion est de type surfacique.
2. Les matériaux diélectriques : les phénomènes de réfraction au sein du matériau entraînent une modélisation plus complexe de la réflexion.
3. Les matériaux optiquement homogènes : l'indice de réfraction est constant à l'intérieur du matériau (les métaux, le verre, les cristaux).
4. Les matériaux optiquement in-homogènes, constitués de plusieurs éléments réagissant différemment suivant la longueur d'onde (le papier, les textiles, le plastique).

Les deux premiers points indiquent si le phénomène de réflexion est de type surfacique, alors que les deux derniers précisent la nature des phénomènes optiques apparaissant

à l'intérieur du matériau. Par ailleurs, la rugosité est un paramètre indispensable à la modélisation de la réflexion lumineuse. Les matériaux homogènes et parfaitement lisses réfléchissent la lumière dans une direction symétrique au rayon incident par rapport à la normale. Ce phénomène est appelé *réflexion spéculaire* (Figure 2.7). Inversement, des matériaux homogènes plus rugueux diffusent la lumière autour de la réflexion spéculaire. L'ensemble des rayons réfléchis est alors appelé *lobe spéculaire*. Enfin, pour des matériaux dont le mécanisme de rayonnement interne est important, on appelle *lobe diffus* la distribution des rayons réfléchis autour de la normale.

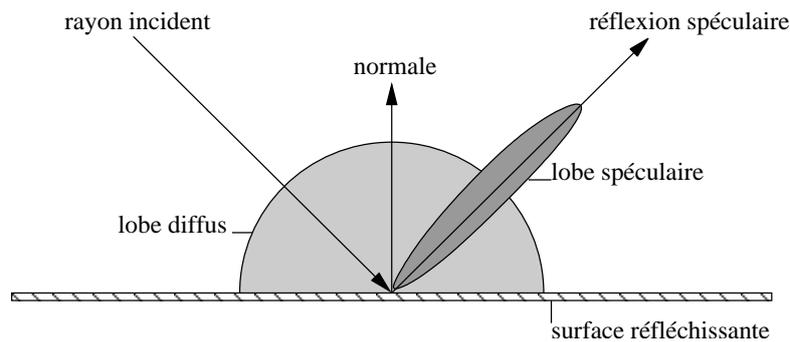


Figure 2.7 – Modélisation de la réflexion sur une surface.

2.2.1.1 Modèle lambertien

Le modèle lambertien est le modèle le plus utilisé pour représenter la réflexion diffuse au sein des matériaux diélectriques inhomogènes. Lorsqu'un rayon incident pénètre à l'intérieur du matériau, celui-ci est réfléchi et réfracté aléatoirement à l'intérieur. L'énergie est alors ré-émise de manière uniforme par la surface (Figure 2.8).

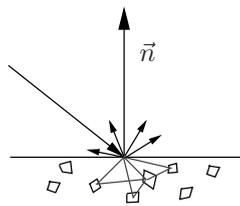


Figure 2.8 – Réflexion lambertienne.

L'intensité de l'énergie émise par un point est donc indépendante de la direction d'observation, et uniquement fonction de la quantité d'énergie incidente (voir le lobe diffus sur la Figure 2.7).

2.2.1.2 Modèle de Beckmann-Spizzichino

Le modèle de Beckmann-Spizzichino [Beckmann & Spizzichino, 1963] est une approche physique basée sur les lois de l'électromagnétisme, et sur la modélisation de la surface par des micro-aspérités. La forme de la surface est caractérisée par une distribution normale de moyenne nulle, et dont l'écart-type est lié à la rugosité de la surface. Un paramètre de corrélation est également introduit, afin de distinguer des surfaces ayant une distribution avec le même écart-type mais dont le comportement diffère en fonction de la fréquence spatiale des pics principaux (Figure 2.9).

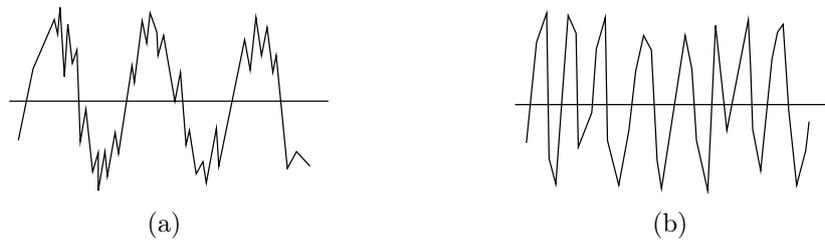


Figure 2.9 – Surfaces aléatoires avec même écart type, mais avec une distance de corrélation forte (a) et faible (b).

Ce modèle permet de caractériser à la fois le pic spéculaire et le lobe spéculaire. Une surface parfaitement lisse réfléchira la lumière selon le pic spéculaire, alors qu'une surface rugueuse réfléchira selon le lobe spéculaire. Une surface modérément rugueuse aura les deux composantes en fonction de son indice de rugosité. Ce modèle implique que :

- les irrégularités de la surface suivent une distribution normale de moyenne nulle,
- le rayon de courbure des irrégularités est supérieur, en tout point de la surface, à la longueur d'onde du rayon incident,
- le matériau est un conducteur parfait,
- la lumière incidente est polarisée orthogonalement au plan d'incidence,
- les ombrages et masquages des points de la surface ne sont pas pris en compte,
- les inter-réflexions ne sont pas traitées.

2.2.1.3 Modèle de Torrance-Sparrow

Contrairement au modèle précédent, le modèle de Torrance-Sparrow [Torrance & Sparrow, 1967] utilise une approche inspirée de l'optique géométrique, et fait donc abstraction de la nature électromagnétique de la lumière. La surface est ici composée d'un ensemble de *micro-facettes* planes qui se comportent comme des miroirs. Les normales

des micro-facettes sont distribuées de manière gaussienne autour de la normale principale \vec{n} de la surface (Figure 2.10).

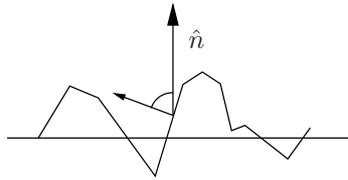


Figure 2.10 – Modèle de surface de Torrance-Sparrow.

Ce modèle permet de prendre en compte les effets d'ombrage et de masquage, et s'applique aussi bien aux matériaux métalliques qu'aux matériaux diélectriques. Les limitations imposées par ce modèle sont les suivantes :

- la taille des micro-facettes doit être beaucoup plus importante que la longueur d'onde de la lumière incidente,
- la source lumineuse doit être éloignée de l'objet,
- alors que le modèle simule le lobe spéculaire, le pic spéculaire n'est pas modélisé.

2.2.1.4 Modèle unifié de Nayar

Le modèle proposé par Nayar et al. [Nayar et al., 1991] est une synthèse des modèles de Beckmann-Spizzichino et de Torrance-Sparrow. En comparant les deux techniques, ils sont parvenus à modéliser la réflexion lumineuse en faisant intervenir les trois composantes : le pic spéculaire, le lobe spéculaire et la réflexion diffuse. Ce modèle décrit la réflexion d'une onde monochromatique pour les surfaces allant de l'état lisse à l'état rugueux. La Figure 2.11 montre le profil d'intensité lumineuse le long d'une sphère, vue par un utilisateur regardant du dessus, et dont la source lumineuse est orientée à 45° par rapport à l'horizontale.

2.2.1.5 Conclusion

Pour résumer, nous avons vu que le modèle lambertien qui permettait de décrire les réflexions à l'intérieur du matériau était plus adapté pour les matériaux diélectriques inhomogènes. Les modèles de Beckmann-Spizzichino et Torrance-Sparrow décrivent bien quand à eux la réflexion à la surface du matériau. Ces modèles sont adaptés lorsqu'une grande partie de la lumière est réfléchi (matériaux métalliques), ou lorsque la lumière qui pénètre le matériau est entièrement réfractée (matériaux diélectriques homogènes). Le modèle de Torrance-Sparrow ne prend pas en compte le pic spéculaire et ne peut

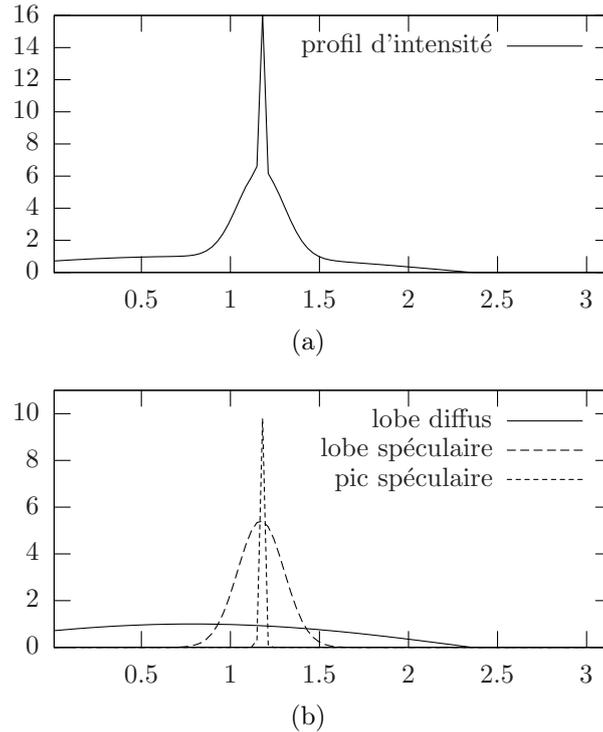


Figure 2.11 – Profil d'intensité le long de la sphère : (a) profil, (b) contribution de chaque composante de la réflexion. L'axe des ordonnées et l'axe des abscisses représentent respectivement l'intensité lumineuse et l'angle zénithal sur la sphère $[0, \pi]$.

donc être employé pour les matériaux parfaitement lisses. Quant au modèle unifié de Nayar, il décrit les réflexions lumineuses en combinant les trois précédents modèles.

Dans la mesure où les objets que nous avons étudiés sont en acier inoxydable, seules les réflexions dites surfaciques, caractérisées par le lobe et le pic spéculaires, peuvent être prises en compte. De plus, la surface de ces objets est considérée comme parfaitement spéculaire puisque cette dernière est polie à la manière d'un miroir. Nous avons vérifié cette propriété à l'aide d'un microscope 3D, en utilisant le critère défini par Nayar. Ce dernier a montré que le rapport entre l'altitude moyenne des irrégularités de la surface σ_h , et la longueur d'onde λ , permettait de quantifier la rugosité de la surface. Une surface est considérée comme parfaitement lisse lorsque le rapport vérifie : $\sigma_h/\lambda < 0,025$. Un microscope 3D nous a permis d'acquérir les paramètres de l'état de surface de l'objet, et nous avons trouvé $\sigma_h = 11 \text{ nm}$. Comme nous travaillons à une longueur d'onde voisine de 670 nm , le rapport est donc égal à $0,016$, ce qui vérifie bien la condition donnée par Nayar.

2.2.2 Problématique

Nous avons vu précédemment qu'une surface spéculaire réfléchissait la lumière comme un miroir. Comme nous pouvons le voir sur la Figure 2.12 la sphère spéculaire réfléchit tout l'environnement. Dès lors, si on inspecte passivement l'objet, il est impossible de distinguer l'objet lui-même (*le réel*), de la scène réfléchie (*le virtuel*). L'éclairage et l'environnement de l'objet jouent donc ici un rôle primordial, et la vision artificielle ne pourra faire abstraction de ces paramètres [Postaire, 2000]. Des techniques d'éclairage ont été mises au point afin d'inspecter de telles surfaces spéculaires, comme par exemple les techniques de *Dark-Field* ou *Bright-Field*, ou encore le système *D-Sight*.



Figure 2.12 – M.C. Escher, *Hand with Reflecting Sphere*, Lithographie, 1935.

2.2.2.1 Techniques de Dark-Field et de Bright-Field

La technique de *Dark-Field*, ou champ sombre est une méthode très répandue en microscopie [Sankaran et al., 1999]. Elle consiste à éclairer une surface réfléchissante par une source directionnelle avec un angle rasant (Figure 2.13(a)). Le capteur observe verticalement la surface, dans le but d'éliminer la composante lumineuse réfléchie spéculairement. Par conséquent, le champ observé est complètement sombre. Ainsi, toute irrégularité de surface (trous ou rayures) provoque une réflexion de la lumière dirigée vers la caméra. Les défauts de surface apparaissent lumineux, et contrastés, par rapport au champ sombre des zones saines (Figure 2.14(a)).

Inversement, la technique de *Bright-Field* utilise un capteur orienté selon la direction de la lumière réfléchie spéculairement (Figure 2.13(b)). Dans ce cas, le champ observé est

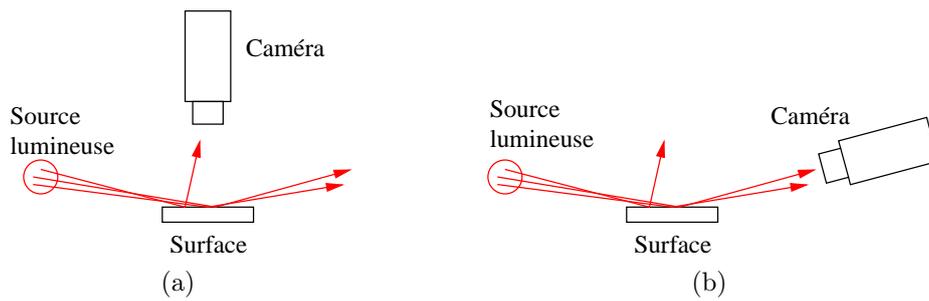


Figure 2.13 – Description des techniques de Dark-Field (a), et Bright-Field (b).

lumineux, contrairement aux zones affectées par des défauts de surfaces qui apparaissent sombres comme le montre la Figure 2.14(b).

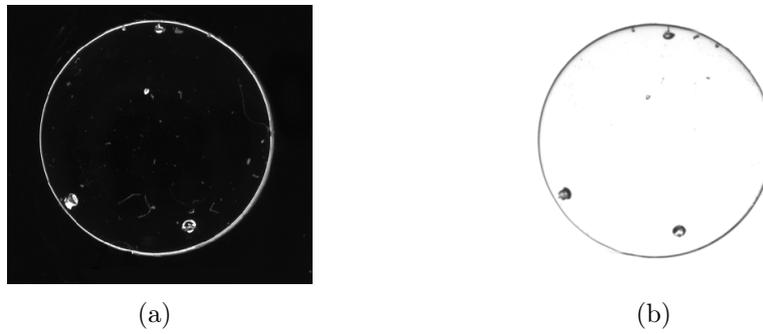


Figure 2.14 – Exemple d'images obtenues par Dark-Field (a) et Bright-Field (b).

2.2.2.2 Système D-Sight

Le système *D-Sight* est une technique optique d'inspection de surface, qui convertit les variations de courbure de surface en changement d'intensité lumineuse [Reynolds et al., 1993; Heida & Bruinsma, 1998]. Ce système d'inspection est composé d'une caméra, d'une source lumineuse directionnelle et d'un écran rétro-réfléchissant (Figure 2.15).

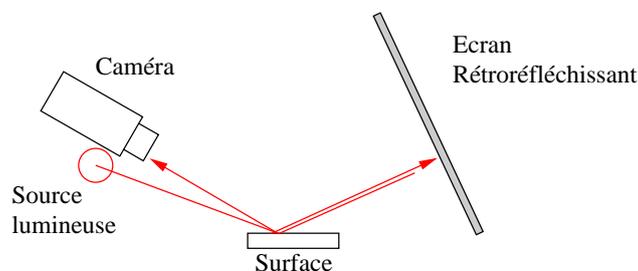


Figure 2.15 – Système D-sight.

L'objet à inspecter réfléchit la lumière provenant de la source lumineuse sur l'écran rétro-réfléchissant. Ce dernier est constitué de microbilles qui permettent de réfléchir les rayons incidents avec pratiquement le même angle d'incidence. La lumière est alors de nouveau réfléchi par l'objet et analysée par la caméra, proche de la source lumineuse. Une surface plane sans défaut donne une image d'intensité uniforme. Des variations locales d'intensité apparaissent lorsque la surface présente des distorsions ou des défauts de forme. Ainsi, les variations lumineuses traduisent des variations de pente. La Figure 2.16 présente un exemple d'application du système pour l'inspection de surfaces métalliques peintes.

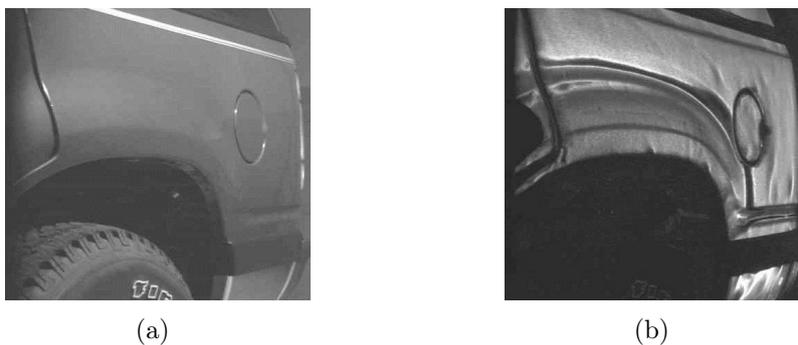


Figure 2.16 – Inspection de surface réfléchissante : (a) éclairage ambiant, (b) système D-Sight.

2.2.2.3 Objets à inspecter

Les objets que nous devons inspecter sont métalliques, et ont une surface spéculaire non nécessairement plane. Ainsi, les techniques précédemment citées de Bright-Field et de Dark-Field ne peuvent être directement appliquées. De plus, le système D-Sight est bien adapté pour des surfaces très réfléchissantes, mais pas parfaitement spéculaires, car la texture des microbilles de l'écran se reflète sur la surface.

Sur ces objets, obtenus par estampage puis polissage, il existe deux types de défauts :

- les défauts d'aspect,
- les défauts de forme.

Les *défauts d'aspect* apparaissent sur des parties de l'objet dont la courbure est relativement faible (Figure 2.17(a)). Nous distinguons quatre catégories de défauts : les trous, les rayures, la peau d'orange et les défauts de polissage. Pour inspecter ces défauts, les systèmes de contrôle par vision artificielle mettent en oeuvre des procédés qui permettent de révéler, sur une image d'aspect, la localisation des défauts.

Les *défauts de forme* se manifestent surtout au niveau des décors (Figure 2.17(b)). Ici, les informations tridimensionnelles doivent être extraites, afin de pouvoir caractériser les

défauts. C'est dans ce contexte que nous avons développé un système de reconstruction tridimensionnelle d'objets spéculaires.

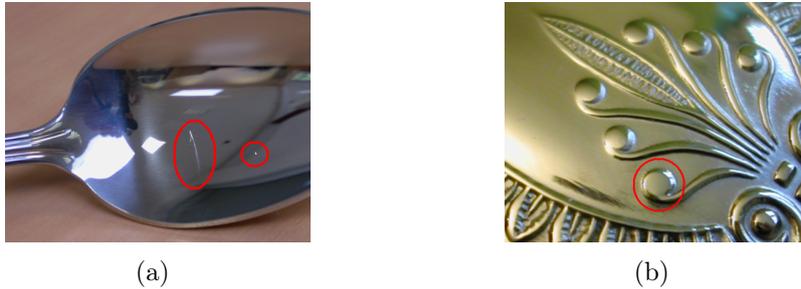


Figure 2.17 – Types de défauts : (a) défauts d'aspect (rayure, trou), (b) défaut de forme (déformation du décors).

2.2.3 Révélation des défauts d'aspect

Les machines d'inspection, permettant la révélation de défauts d'aspect sur des surfaces complexes et parfaitement spéculaires, utilisent largement des éclairage binaires.

2.2.3.1 Éclairage binaire

L'éclairage binaire s'inspire des techniques de Bright-Field et de Dark-Field décrites plus haut. La présence d'une irrégularité sur la surface produit une perturbation locale du vecteur normal à la surface, et, par conséquent, une variation de l'angle de réflexion spéculaire. Ainsi, en utilisant un éclairage binaire, au voisinage de la transition entre une zone sombre et une zone lumineuse, le défaut apparaîtra avec une luminosité inverse de celle de la surface parfaite (Figure 2.18).

Cette méthode d'éclairage a été utilisée avec succès par Aluze et Delcroix [Aluze, 1998; Delcroix, 2000; Gorria et al., 1998], dans le cadre de thèses industrielles traitant de l'inspection de produits de cosmétiques parfaitement spéculaires.

2.2.3.2 Machine d'inspection

Lors de l'inspection d'objets parfaitement spéculaires dont la surface n'est pas plane, il est indispensable de confiner l'objet à inspecter dans un environnement entièrement contrôlé. Pour sa thèse, Seulin [Seulin, 2002; Smith & Bors, 2002] a ainsi développé une machine d'inspection complète, en utilisation un éclairage binaire optimisé. La Figure 2.19, montrant le prototype développé, illustre bien la manière dont l'objet est

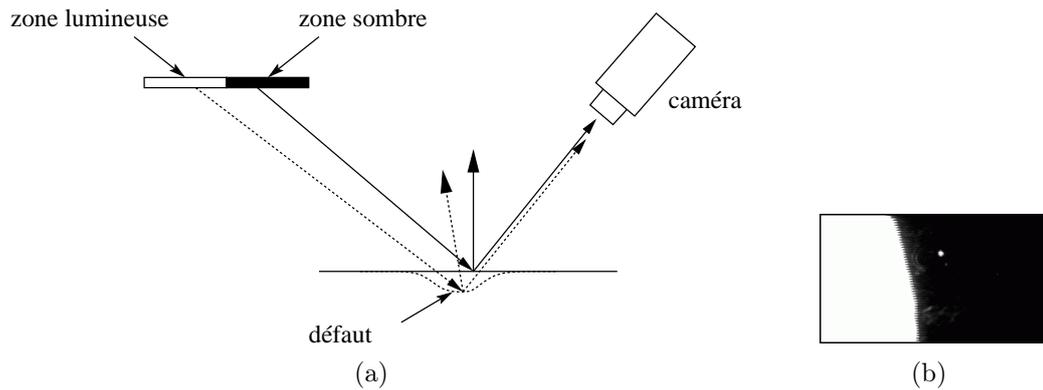


Figure 2.18 – Principe de l'éclairage binaire : en trait plein, réflexion sur la surface sans défaut, et en pointillé, réflexion sur la surface avec un défaut locale (a). Le défaut apparaît ici en blanc sur un fond noir (b).

confiné dans un environnement maîtrisé. Le système utilise un éclairage actif, constitué d'une succession de franges sombres, et de franges lumineuses. Un balayage par des translations successives de la structure d'éclairage assure ainsi une révélation par portion de la totalité des défauts de la surface. Afin d'augmenter le contraste entre les défauts et les zones saines, la caméra est volontairement saturée afin d'obtenir des défauts, qui apparaissent toujours lumineux. Pour chaque position de l'éclairage, une image est capturée par la caméra, conduisant à une séquence d'images (Figure 2.20).



Figure 2.19 – Prototype d'inspection de surfaces parfaitement spéculaires [Seulin, 2002].

La largeur des franges et le pas de translation de l'éclairage sont déterminés de manière à ce que la moyenne des images de la séquence donne une *image d'aspect* : les défauts apparaissent en blanc et les zones saines en niveau de gris moyen. L'image d'aspect obtenue (Figure 2.21) est ensuite facilement segmentable. Cette méthode est très efficace pour révéler des défauts d'aspect, mais elle ne permet pas de détecter des défauts de forme puisqu'elle n'extrait pas d'information tridimensionnelle de l'objet.

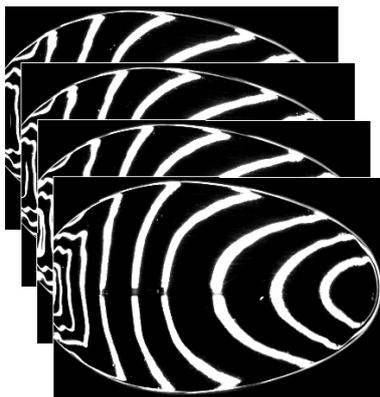


Figure 2.20 – Extrait d’une séquence d’images.

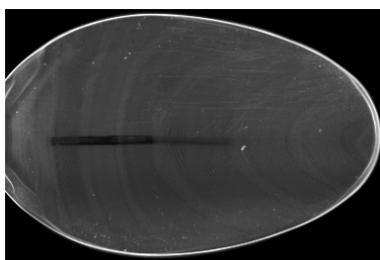


Figure 2.21 – Image d’aspect : les défauts apparaissent en blanc sur un fond en niveau de gris moyen.

2.3 Systèmes d’acquisition tridimensionnelle

Cette section décrit des systèmes d’acquisition tridimensionnelle, sans contact (pas de palpeur), appliqués sur des objets, et utilisant des phénomènes lumineux. Nous n’exposerons donc pas l’imagerie satellitale ou encore les systèmes employant les ultra-sons. Tout d’abord, nous décrirons différentes représentations de l’information tridimensionnelle. Ensuite, nous nous attacherons à présenter les diverses techniques d’acquisition, classées selon cinq grandes catégories : la triangulation passive, la triangulation active, les méthodes à champ de phase, le scanning par temps de vol et les méthodes de “Shape from X”. Nous ne décrirons que les méthodes principales, mais il existe des systèmes combinant plusieurs techniques. L’extraction d’informations tridimensionnelles est l’unique point étudié ici, les attributs d’apparence comme la couleur, la texture [Roy, 2004], appliqués aux objets ne seront pas traités. Un état de l’art, concernant les systèmes commerciaux d’acquisition tridimensionnelle, peut être consulté dans la référence [Goulette & Laugeau, 2002].

2.3.1 Types d'informations 3D

L'extraction d'informations tridimensionnelles mène à différents types de données, selon la méthode utilisée. Nous distinguons :

- le nuage de points,
- l'image de profondeur,
- le champ de normales.

Le nuage de points décrit l'ensemble des points situés sur la surface. Chacun des points est représenté par un triplet, contenant toutes ses coordonnées dans un référentiel donné (Figure 2.22(a)). Après l'acquisition, ces points peuvent être triangulés afin d'obtenir une approximation de la surface (Figure 2.22(b)).

L'image de profondeur représente un cas particulier du nuage de points. En effet, une image de profondeur est une image 2D dans laquelle chaque pixel est un point de l'objet, et la distance (ou profondeur) du point au plan image est donnée par la valeur du niveau de gris (Figure 2.22(c)).

Le champ de normales constitue une information tridimensionnelle très différente de celles citées précédemment : nous nous intéressons ici au comportement local de la surface, et non à la position des points. Les normales en tout point de la surface sont définies par les pentes locales de la surface (Figure 2.22(d)).

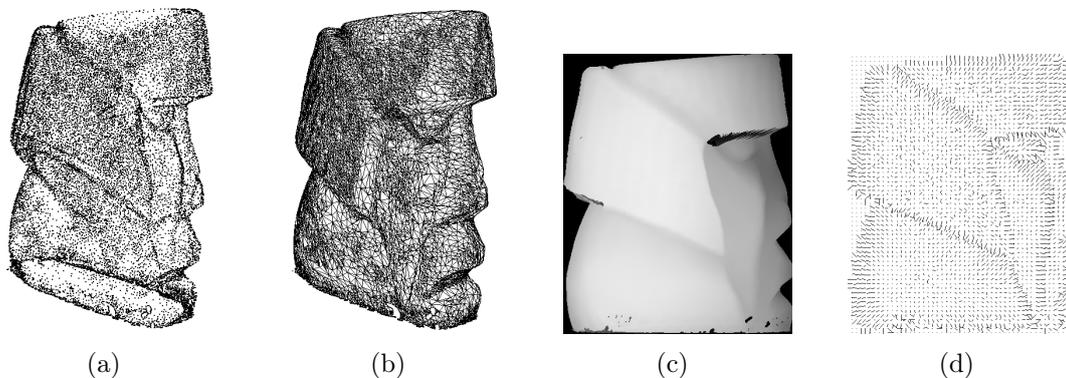


Figure 2.22 – Différentes représentations de l'information 3D : (a) nuage de points, (b) nuage de points triangulés, (c) image de profondeur, (d) champ de gradients.

2.3.2 Triangulation passive

Contrairement à la triangulation active, la triangulation passive ne nécessite aucune source de lumière spécifique additionnelle participant au principe de mesure. La stéréovision passive constitue la méthode de triangulation passive la plus répandue, son

principe est simple : utiliser deux points de vue différents d'un même objet afin d'en connaître les coordonnées tridimensionnelles. Cela nécessite le calibrage des caméras, leurs paramètres intrinsèques (focale, ouverture, etc.) et extrinsèques (positionnement dans l'espace) devant être connus. Les relations sont simplifiées dans le cas où les deux caméras ont même focale f , où leurs axes optiques sont parallèles, et où le modèle du sténopé est applicable (Figure 2.23).

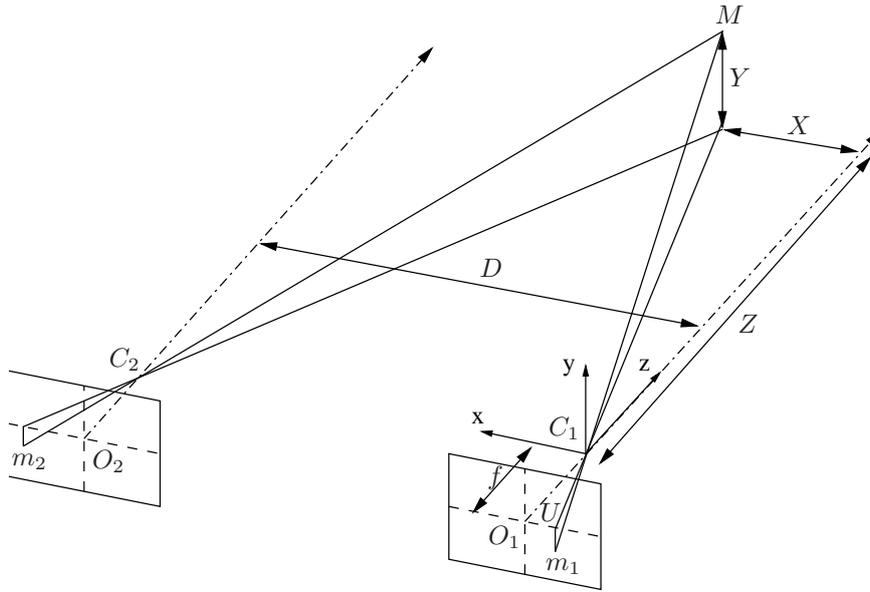


Figure 2.23 – Principe de la stéréovision passive.

Notons C_1, C_2 les centres optiques des deux caméras distantes de D , et O_1, O_2 les centres des images obtenues. Avec le modèle simplifié présenté, et en utilisant les formules de Thalès, on montre facilement que les coordonnées du point $M(X, Y, Z)$ dans le repère (C_1, x, y, z) sont données par :

$$X = \frac{O_1 U \cdot D}{O_1 m_1 - O_2 m_2}, \quad Y = \frac{U m_1 \cdot D}{O_1 m_1 - O_2 m_2}, \quad Z = \frac{f \cdot D}{O_1 m_1 - O_2 m_2}. \quad (2.1)$$

La quantité $O_1 m_1 - O_2 m_2$ représente la *disparité* au point m_1 .

La triangulation passive peut être étendue, en utilisant plusieurs points de vue, mais également en employant des systèmes à miroirs qui vont permettre de n'utiliser qu'une caméra (Figure 2.24). La réalisation des systèmes stéréoscopiques à miroirs est délicate et nécessite un capteur de grande dimension.

La principale difficulté de la stéréovision est la mise en correspondance des points de l'image de droite avec les points de l'image de gauche. Sur la Figure 2.23, le point M est bien identifié sur les deux images, mais dans les cas réels, les pixels voisins ont des colorations très proches empêchant la mise en correspondance directe. De plus, dans

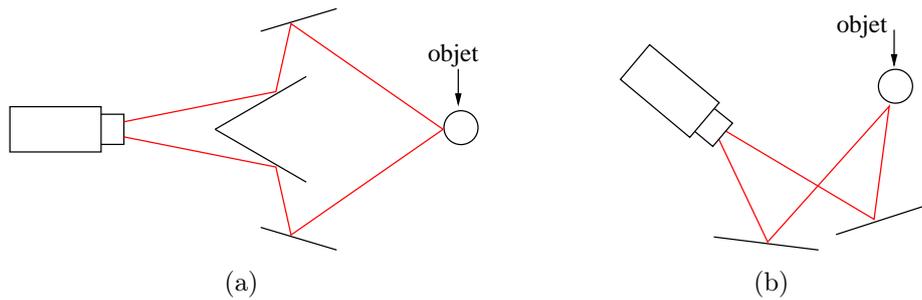


Figure 2.24 – Systèmes stéréoscopiques : (a) à quatre miroirs [Inaba et al., 1993; Mathieu & Devernay, 1995], (b) à deux miroirs [Gluckman & Nayar, 1998].

le cas des occlusions par exemple, les points n’ont pas de correspondant. La mise en correspondance a fait l’objet de nombreuses recherches, et les différentes approches se distinguent par les spécificités de l’objet à reconstruire. En effet, les objets uniformes ayant des contours marqués nécessitent l’emploi de méthodes basées sur l’extraction de primitives élémentaires : points, segments de droites, contours, etc (appariements non denses). En revanche, des objets texturés sans arêtes vives requièrent l’utilisation de méthodes globales, basées sur la correspondance de blocs, ou la minimisation de fonctions d’énergie (appariements denses).

La projection d’éclairage texturé permet de faciliter la mise en correspondance des points. Il s’agit de projeter sur la scène un motif d’éclairage présentant des zones aléatoires d’intensités lumineuses différentes. Des modèles commerciaux existent comme par exemple le C3D de “The Turing Institute” (Figure 2.25). Bien que l’éclairage structuré joue un rôle important dans la reconstruction, il ne participe pas directement à la mesure de l’information tridimensionnelle. C’est la raison pour laquelle cette technique reste classée parmi les méthodes de triangulation passive.

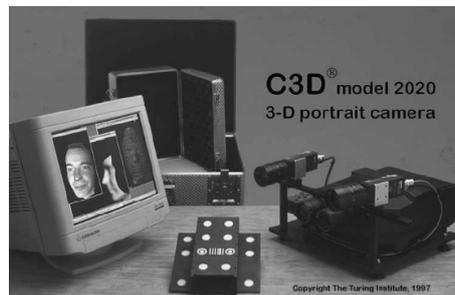


Figure 2.25 – Système commercial de stéréovision avec projection d’éclairage texturé.

2.3.3 Triangulation active

La technique de triangulation active se distingue de la technique passive dans la mesure où l'éclairage structuré participe à la reconstruction tridimensionnelle de l'objet. Le terme de *stéréovision active* est également employé : l'une des deux caméras est remplacée par une source lumineuse. De la même manière, le capteur et la source lumineuse devront être entièrement calibrés. La Figure 2.26 illustre le principe de triangulation qu'il est possible d'appliquer aux méthodes de reconstruction tridimensionnelle par projection de lumière.

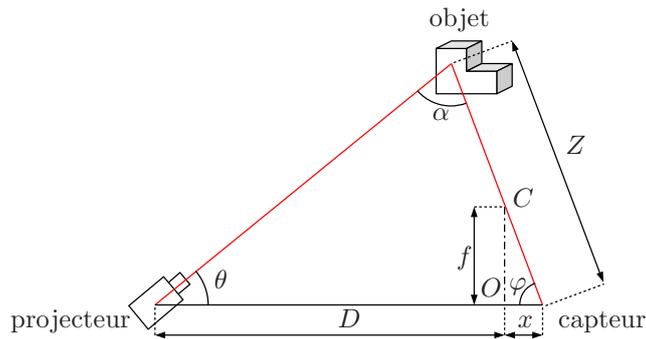


Figure 2.26 – Principe de la triangulation active.

Le centre optique du capteur est noté C , le centre de l'image O , et la focale f . L'orientation du projecteur θ est connue, ainsi que la distance D entre le projecteur et le capteur. Pour déterminer la profondeur Z en fonction de la déviation x lue sur l'image, nous appliquons la "loi des sinus" :

$$\frac{D+x}{\sin \alpha} = \frac{Z}{\sin \theta} = \frac{D+x}{\sin(\theta + \varphi)}. \quad (2.2)$$

Il vient :

$$Z = (D+x) \frac{\sin \theta}{\sin(\theta + \arctan \frac{f}{x})}. \quad (2.3)$$

Comme le montre la Figure 2.27, nous distinguons trois types de triangulation active suivant le motif lumineux projeté (point, trait, ou plan structuré). Par opposition à la triangulation passive, ces systèmes présentent l'avantage d'être beaucoup plus robustes puisqu'ils sont moins sensibles à l'éclairage ambiant.

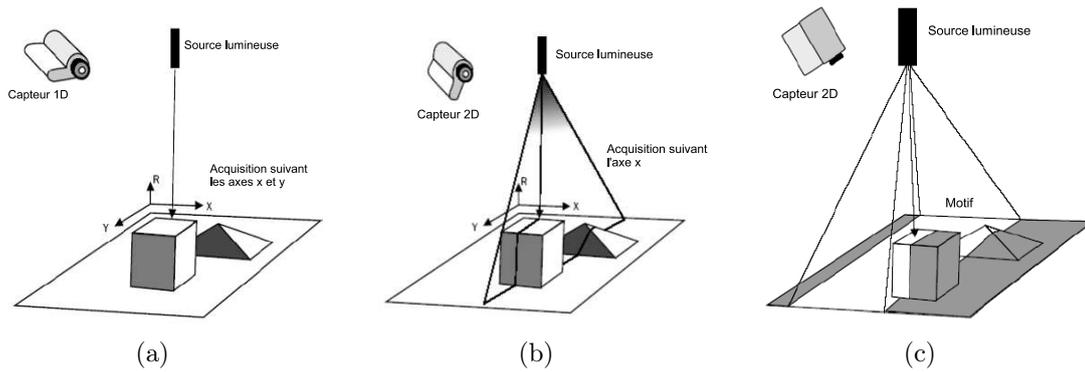


Figure 2.27 – Différents types de triangulation active : (a) projection d'un point lumineux, (b) projection d'un trait lumineux, (c) projection d'un patron de lumière.

2.3.3.1 Projection d'un point ou d'un trait

La projection d'un point ou d'un trait lumineux nécessite respectivement un faisceau laser ou un plan laser. Ce dernier est obtenu à partir d'un faisceau laser, orienté vers un système optique divergent (lentille cylindrique). Le projecteur lumineux et le capteur sont montés sur un support mobile, ce qui permet de scanner entièrement l'objet à numériser. Notre laboratoire dispose de deux scanners tridimensionnels utilisant la projection d'un trait laser, employant des techniques différentes de balayage : scanner Replica Reversa et scanner Minolta.

Scanner Replica Reversa

Ce scanner permet d'obtenir une image de profondeur de l'objet. Il se constitue de trois éléments principaux : un générateur de plan laser, un système d'acquisition des images et un système mécanique de translation à trois axes (Figure 2.28(a)). Le système d'acquisition des images se compose de deux caméras, afin de multiplier les points de vue et d'éviter les zones d'ombre. La tête se déplace incrémentalement suivant la direction de l'axe y . Elle peut également se déplacer selon l'axe x , dans le but de numériser des objets plus larges que la taille du trait laser. Enfin, la translation suivant l'axe z permet au système de focaliser correctement le trait laser sur l'objet. Toubin [Toubin, 2000] a vérifié que le scanner avait une résolution en z de $25 \mu m$, pour des pas minimum de translation de $50 \mu m$ suivant les axes x et y . La durée d'acquisition est relativement importante (de l'ordre de 30 minutes), pour numériser un objet de $10 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$ en pleine résolution.

Scanner Minolta

Par opposition au scanner Replica, le scanner Minolta VI-910 est un scanner tridimen-

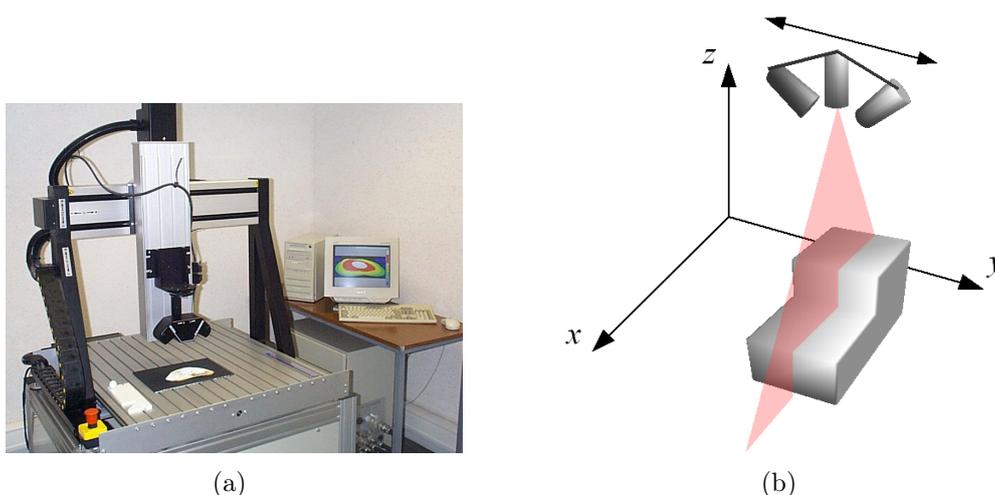


Figure 2.28 – Scanner Replica Reversa (a), principe (b).

sionnel portable (Figure 2.29(a)). Ici, le plan laser est réfléchi par un miroir tournant (Figure 2.29(b)). De plus, le scanner possède une caméra équipée d'une roue de filtres, permettant d'acquérir la texture de l'objet. Un nuage de 300 000 points peut être numérisé en 2,5 secondes avec une précision de $100\ \mu m$. Il dispose de trois objectifs (télé, normal et large) permettant de faire des vues d'objets allant de $1\ cm$ à $1\ m$.

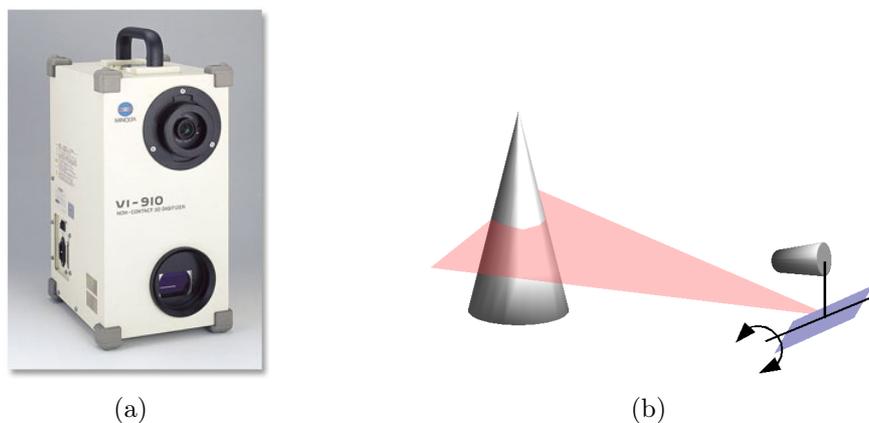


Figure 2.29 – Scanner Minolta VI-910 (a), principe (b).

2.3.3.2 Projection de patrons de lumière

Les techniques de projection de patrons de lumière (également appelée “projection de lumière structurée”) consistent à projeter sur une scène un ou plusieurs motifs lumineux, permettant de recouvrir entièrement l'objet observé. Nous obtenons de cette manière un nuage de points de l'objet, directement, sans déplacer la tête de lecture. Il en résulte une

plus grande rapidité d'acquisition ; cette propriété a été exploitée pour faire naviguer un robot dans un environnement 3D [Fofi, 2001]. Ces techniques utilisent généralement des vidéoprojecteurs ou des projecteurs de diapositives.

La Figure 2.30(a) présente la projection d'un motif binaire constitué de raies lumineuses alternées, sur un objet. Afin d'appliquer la triangulation sur chacune des lignes, la première étape constitue en l'identification de chacune des raies projetées. Ainsi, il existe plusieurs patrons de lumière codés : nous pouvons ensuite déterminer efficacement la correspondance entre les points de l'objet et les points du patron projeté. La Figure 2.30(b) illustre un exemple de codage couleur appliqué sur les lignes projetées.

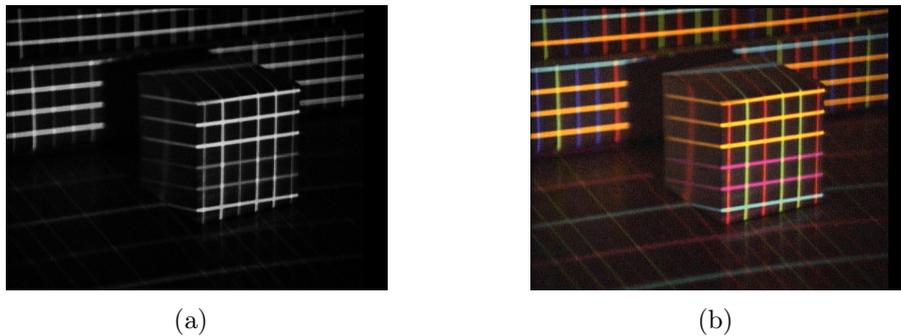


Figure 2.30 – Projection de lumière structurée : (a) grille simple, (b) grille codée [Fofi, 2001].

Batlle et al. [Batlle et al., 1998] ont proposé une classification des différentes techniques de codage, basée sur trois critères. Le premier est la *dépendance temporelle* du codage, qui peut être soit statique, soit dynamique. Lorsqu'un codage nécessite plusieurs projections, il est nécessairement statique (la mise en correspondance des motifs sur un objet en mouvement est impossible). Le deuxième critère concerne la *nature de la lumière* émise : les éclairages peuvent être binaires, en niveaux de gris, ou en couleurs. Et enfin, le troisième critère est la *dépendance aux discontinuités en profondeur* : lorsque le code est périodique, les discontinuités de la surface doivent être supérieures à la moitié de la période de codage, par opposition au code absolu. Salvi et al. [Salvi et al., 2004] présentent un état de l'art complet des différentes techniques d'éclairage structuré, tout en les comparant.

Le patron utilisé dans l'exemple précédent est représenté sur la Figure 2.31(c). Il s'agit d'une grille composée de lignes verticales et horizontales, régulièrement espacées et codées suivant les deux directions. Chaque ligne forme avec ses deux lignes voisines un code de couleur unique, permettant de les identifier. Ici, les primitives rouge, vert, et bleu codent les lignes horizontales, et les primitives cyan, magenta, et jaune codent les lignes verticales. Selon la classification de Batlle et al., le motif utilisé possède les trois

critères suivants : dynamique, en couleur et absolu.

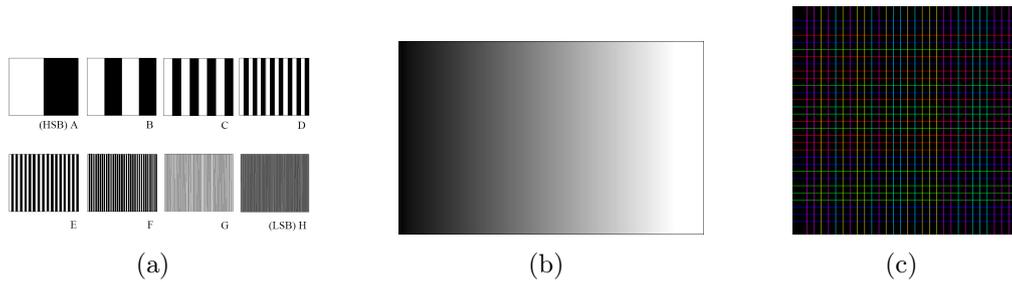


Figure 2.31 – Exemples de patrons de lumière : (a) Posdamer et Altschuler - 1982, (b) Carrihill et Hummel - 1985, (c) Salvi, Batlle et Mouaddib - 1997.

2.3.4 Méthodes à champ de phases

Nous avons placé dans cette sous-section des techniques d'extraction de paramètres tridimensionnels faisant référence aux méthodes interférométriques. De manière non exhaustive, nous allons décrire les méthodes de Moiré d'ombre, de décalage de phase, ainsi que la défectométrie.

2.3.4.1 Moiré d'ombre

La technique de Moiré d'ombre est une technique ancienne qui remonte aux années 1920. Le principe est illustré Figure 2.32 : une lumière parallèle et collimatée est projetée sur l'objet à travers une grille fine, puis la lumière réfléchie est observée à travers la grille par une caméra.

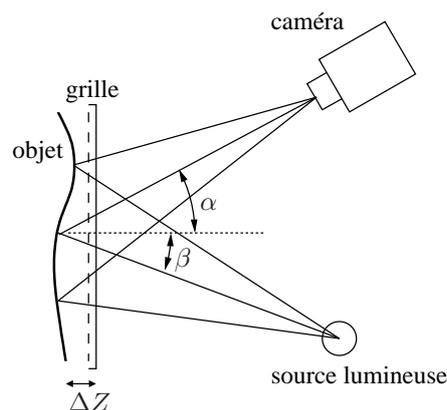


Figure 2.32 – Principe du Moiré d'ombre.

Cette technique permet de mesurer les variations de hauteur par rapport au plan de référence selon l'équation :

$$\Delta z = \frac{N \cdot p}{\tan \alpha + \tan \beta}, \quad (2.4)$$

où N est proportionnel à la valeur de phase et p est le pas de la grille.

La variation de hauteur est calculée à partir de l'image de Moiré obtenue, contenant l'information de phase (Figure 2.33). Cette technique peut être appliquée à des objets de taille très variable. Nous trouvons par exemple des applications pour l'inspection de grandes tôles métalliques [Paakkari, 1998], la reconstruction tridimensionnelle de petites pièces métalliques à forme simple [D'Acquisto et al., 2002], mais également le contrôle de circuits micro-électroniques BGA (Ball Grid Array) [Wang & Hassell, 1997].

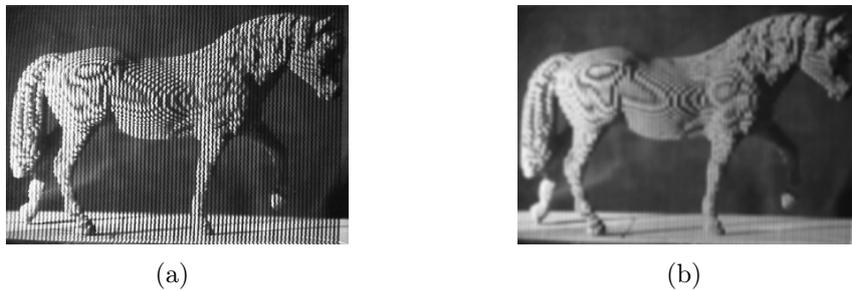


Figure 2.33 – Moiré d'ombre : (a) image de Moiré, (b) image filtrée .

2.3.4.2 Décalage de phase

Les techniques de reconstruction tridimensionnelles basées sur le décalage de phase reprennent l'utilisation de la projection d'un patron de lumière. Le motif projeté est un signal sinusoïdal continu ; la reconstruction est effectuée par l'analyse du décalage de phase, et non par triangulation. L'intensité I en tout point de l'image peut s'écrire sous la forme :

$$I(x, y) = I_0(x, y) \cdot (1 + m(x, y) \cos \phi(x, y)), \quad (2.5)$$

où I_0 , m , ϕ représentent respectivement, l'intensité moyenne, le contraste des franges et l'angle de phase.

L'objectif est de déterminer la phase ϕ qui est proportionnelle à la hauteur h . Pour déterminer ϕ , un minimum de trois images est nécessaire, avec à chaque fois un décalage de phase différent sur le signal projeté. En prenant, par exemple, des décalages de phase égaux à $-2\pi/3$, 0 , $2\pi/3$, nous obtenons :

$$\phi(x, y) = \arctan \left(\frac{\sqrt{3}(I_{-2\pi/3} - I_{2\pi/3})}{2I_0 - I_{-2\pi/3} - I_{2\pi/3}} \right). \quad (2.6)$$

L'image de phase (Figure 2.34(d)), calculée à partir des trois images, a des niveaux de gris compris entre $-\pi/2$ et $+\pi/2$. En supposant la surface initiale continue, la phase doit être redressée, afin de ne plus avoir de sauts de π . Dans la mesure où le redressement de phase est une méthode très sensible au bruit, des techniques de codage des franges sont appliquées, afin de redresser de manière robuste et rapide la phase. Ces techniques permettent une reconstruction en temps réel de la surface [Huang & Zhang, 2004]. D'autre part, le vidéoprojecteur peut être remplacé par une source lumineuse cohérente : les franges sinusoidales sont produites par interférence de deux ondes sphériques [Spagnolo et al., 2000]. Ce dernier système présente l'avantage d'être peu sensible aux variations lumineuses et permet de faire des acquisitions en lumière ambiante.

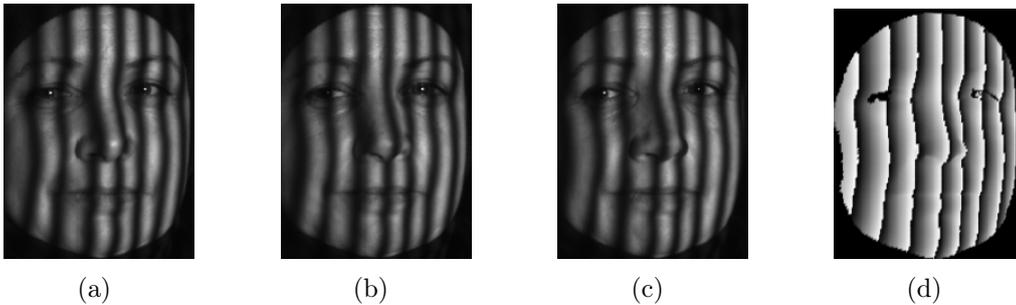


Figure 2.34 – Décalage de phase : (a) $I_{-2\pi/3}$, (b) I_0 , (c) $I_{2\pi/3}$, (d) image de phase [Huang & Zhang, 2004].

2.3.4.3 Déflectométrie

La déflectométrie est une méthode de mesure de champ de pentes sur un objet pratiquement plan. Le principe est rappelé sur la Figure 2.35. Une caméra regarde, par réflexion sur la pièce, une mire constituée de traits alternativement blancs et noirs. L'intensité en tout point de l'image est également donnée par la relation (2.5). Cependant, si la surface de l'objet est de type cartésienne ($z = w(x, y)$), et que les franges sont orientées selon l'axe x , la phase $\phi(x, y)$ est liée au champ des pentes locales par :

$$\frac{\partial w(x, y)}{\partial y} = \frac{\phi(x, y)}{2\pi} \times \frac{p}{2f}, \quad (2.7)$$

où p et f représentent respectivement le pas de la grille et la distance focale. Cette méthode nécessite également un dépliement de phase.

Par ailleurs, la déflectométrie ne s'applique qu'aux surfaces parfaitement réfléchissantes, contrairement aux techniques de triangulation active. Ce système commercialisé sous le nom Ondulo, est fréquemment employé pour l'inspection de surfaces spéculaires pratiquement planes [Surrel, 2004].

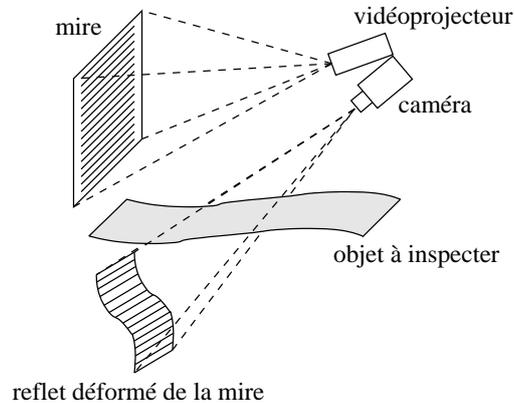


Figure 2.35 – Système déflectométrique.

2.3.5 Scanning par temps de vol

Les scanners basés sur la mesure du temps de vol calculent la distance à un objet, en évaluant le temps de parcours d'un faisceau laser émis puis rétro-diffusé par la surface. La distance d en un point est donc calculée par la relation très simple :

$$d = \frac{\nu \cdot \Delta t}{2}, \quad (2.8)$$

où ν est la vitesse du signal, et Δt est le temps mis par le signal pour effectuer l'aller-retour.

Nous distinguons trois méthodes différentes pour calculer le temps Δt :

1. le temps de vol impulsionnel,
2. la modulation en amplitude,
3. la modulation en fréquence.

Notre laboratoire dispose également d'un scanner 3D à temps de vol (Mensi GS101). Celui-ci permet de numériser des objets de grande taille, comme des bâtiments, avec une résolution de 1 mm à une distance de 100 m.

2.3.6 “Shape from X”

À l’origine, le “Shape from X” regroupe les techniques d’extraction d’informations de forme. Nous retrouvons par exemple les méthodes de Shape from Shading, Shape from Texture. La dénomination de “Shape from X” s’est également étendue à d’autres méthodes comme le Shape from Focus, et le Shape from Motion. Les techniques de vision active et de vision dynamique décrites dans la section 2.1.1 sont parfois regroupées sous l’appellation : “Shape from Motion”.

Nous ne décrivons pas ici de nouveau le “Shape from Stereo” (qui n’est autre que la stéréovision), ni le “Shape from Silhouettes” (reconstruction par plusieurs vues à partir des différents contours obtenus). De même le “Shape from Polarization” sera amplement détaillé dans le chapitre suivant.

2.3.6.1 Shape from Shading

Les techniques de *Shape from Shading* ont été développées par Horn [Horn & Brooks, 1986; Zhang et al., 1999] au début des années 1970. Le niveau de gris d’un pixel dans une image représente la brillance de la scène en ce point. Celle-ci va dépendre de quatre facteurs : l’éclairage de la scène, la forme de la surface, les propriétés de réflectance de la surface et la projection de l’image sur le capteur. Afin de décrire la forme de l’objet, il est nécessaire d’établir des hypothèses fortes, visant à réduire le nombre d’inconnues du système. Nous supposons également que la réflectance des surfaces à étudier est homogène et de type diffuse. De plus, les sources lumineuses doivent être suffisamment éloignées : ainsi, l’illumination est approximativement uniforme sur toute la surface. Le calcul de la normale en tout point de la surface s’effectue alors, grâce à la minimisation d’une fonctionnelle entre la brillance réelle de la scène et la brillance obtenue par estimation de la carte de réflectance. Des contraintes sur l’intégrabilité et la forme de la surface peuvent être également prises en compte durant le calcul. Afin de rendre plus robuste le calcul de la surface, il est possible d’allumer successivement plusieurs sources lumineuses : on parle dans ce cas de *stéréo-photométrie*. Une application intéressante du Shape from Shading est la rectification de documents [Courteille et al., 2004] : elle permet de numériser des livres épais sans avoir à les placer sous un scanner 2D (Figure 2.36).

2.3.6.2 Shape from Texture

Par analogie avec la vision humaine, la technique de *Shape from Texture* a pour objet de reconstruire la forme de la surface, en exploitant les informations contenues dans la texture. Lorsque l’être humain regarde l’image de texture présentée sur la Fi-

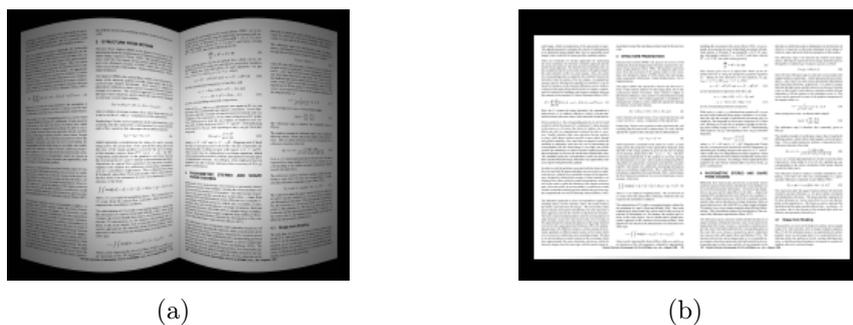


Figure 2.36 – Application de Shape from Shading à la rectification de livres : (a) photo d'un livre, (b) image rectifiée [Courteille et al., 2004].

gure 2.37(a), il l'interprète de façon à estimer la forme de l'objet. Cette méthode utilise des algorithmes complexes, afin de retrouver le champ des normales de la surface de l'objet (Figure 2.37(b)) [Clerc & Mallat, 2002].

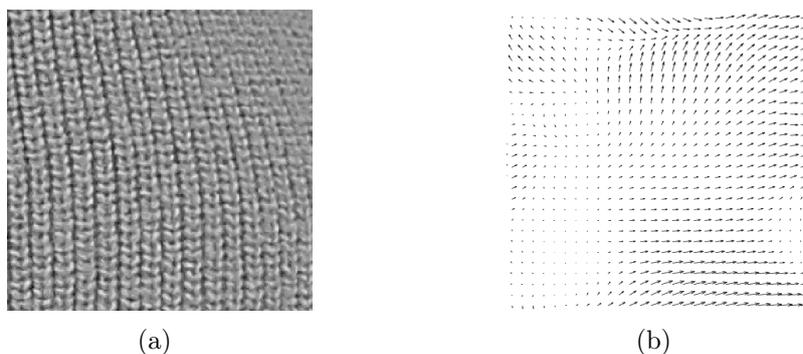


Figure 2.37 – Shape from Texture : (a) image, (b) champ des normales [Clerc & Mallat, 2002].

2.3.6.3 Shape from Focus

Le terme de *Shape from Focus* regroupe les techniques reposant sur la mesure du flou. Lors du processus de formation des images, seuls les rayons réfléchis par l'objet à distance focale du centre optique convergent parfaitement sur le plan image. Cette convergence est à l'origine d'une zone nette, alors que l'on observe des zones floues pour les points situés en dehors du plan focal. La profondeur des points de l'image est déterminée en faisant varier la focale, ou bien en éloignant le capteur de l'objet. Cette technique est employée par exemple, par le microscope tridimensionnel *Infinite focus* de la société Alicona (Figure 2.38). L'acquisition d'images, obtenues pour des hauteurs de focalisation différentes, permet de créer une image de profondeur. Ce système est essentiellement applicable à des objets de très petite taille, de l'ordre de $500\ \mu\text{m} \times 500\ \mu\text{m}$.



Figure 2.38 – Microscope 3D Alicona.

Comme nous l’avons rappelé précédemment (section 2.1.2.1), nous pouvons distinguer particulièrement des techniques de Depth from Focus (DFF) et de Depth from Defocus (DFD). Dans le premier cas, la mise au point s’effectue en chacun des points de l’image (une focale propre à chaque point). Pour la seconde technique, un nombre fini d’acquisitions d’images à différentes focales est réalisé : ainsi, une fonction de flou est caractérisée pour chacun des points, permettant de déterminer leur profondeur.

La *microscopie confocale* peut également être assimilée à une technique de Shape from Focus. La particularité provient de la participation d’une source lumineuse spécifique collimatée. Ainsi, il n’existe plus de rayons divergents, ce qui a pour effet de ne conserver que les zones nettes.

2.4 Extraction d’informations tridimensionnelles de surfaces spéculaires

La plupart des techniques classiques de reconstruction tridimensionnelle présentées précédemment ne peuvent s’appliquer directement aux surfaces parfaitement spéculaires. En effet, ces dernières réfléchissent la lumière uniquement selon la direction spéculaire. Ainsi, les techniques de triangulation active ou passive ne peuvent également être employées (Figure 2.39). De même, le scanning par temps de vol n’est pas applicable, car il est impossible de détecter le faisceau laser en retour, sauf dans le cas très particulier où la normale de l’objet est bien orientée. Les techniques de “Shape from Shading” s’appuyant sur un modèle de réflexion lambertien sont inutilisables. L’absence de texture empêche également l’emploi du “Shape from Texture” et du “Shape from Focus”.

De la même manière que pour l’inspection de défauts d’aspect (décrite dans la section 2.2), l’extraction d’informations tridimensionnelles nécessite la mise en oeuvre de systèmes confinés, où l’éclairage est maîtrisé. Nous rapporterons tout d’abord deux systèmes utilisant des éclairages spécifiques.

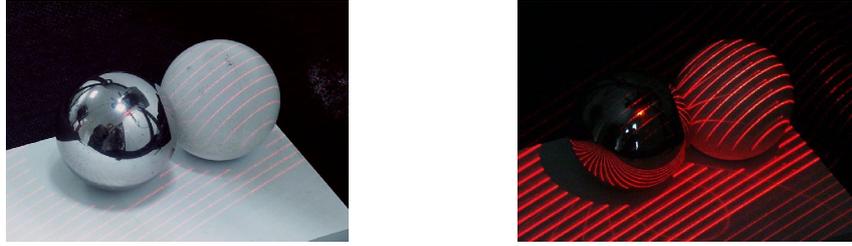


Figure 2.39 – Illustration des effets de la triangulation active sur une sphère diffuse et sur une sphère spéculaire.

Ensuite, nous étudierons des systèmes basés sur l'étude de la déformation par réflexion de motifs : parmi les méthodes à champ de phase, seule la technique de déflectométrie permet d'extraire des informations tridimensionnelles sur des surfaces parfaitement spéculaires.

Enfin, nous nous attacherons à décrire des techniques s'appuyant sur le suivi de motifs lumineux lors du déplacement de l'objet. L'être humain perçoit les objets parfaitement spéculaires selon deux manières distinctes. D'une part, il est sensible à l'intensité lumineuse d'une réflexion spéculaire, laquelle diffère de l'intensité lumineuse des textures de la surface. D'autre part, il perçoit le mouvement de la scène réfléchi sur l'objet spéculaire, qui est différent du mouvement de l'objet lui-même.

2.4.1 Éclairages actifs

Nous présentons ici deux systèmes d'éclairage pour l'extraction d'informations sur des objets fortement spéculaires : une matrice sphérique de points lumineux (système SHINY), et un ensemble de plusieurs sources annulaires.

2.4.1.1 Système SHINY

Créé par Sanderson et al. [Sanderson et al., 1988], le système SHINY (Structured Highlight INspection sYstem) est l'un des premiers prototypes développé pour l'inspection de forme d'objets métalliques spéculaires, et particulièrement la forme de joints de soudure. Une matrice hémisphérique de sources lumineuses ponctuelles constitue cet éclairage actif. L'objet est centré selon l'axe optique, et la caméra, placée au zénith, visualise les reflets spéculaires (Figure 2.40(a)). Chacune des sources lumineuses est allumée séquentiellement, et à l'aide d'un seuillage, la caméra détecte les taches lumineuses sur la séquence d'images acquises. La carte de réflectance du système d'éclairage est présentée sur la Figure 2.40(b) : la taille des taches elliptiques varie en fonction du caractère spéculaire de l'objet. Si la surface est parfaitement spéculaire, les taches

sont concentrées en des points très lumineux. Connaissant la position des sources lumineuses, le système permet de déterminer très facilement l'orientation des normales à la surface, en tout point éclairé par l'hémisphère. La reconstruction de la surface à partir du champ de normales obtenu est délicate, puisque l'échantillonnage des normales n'est pas uniforme.

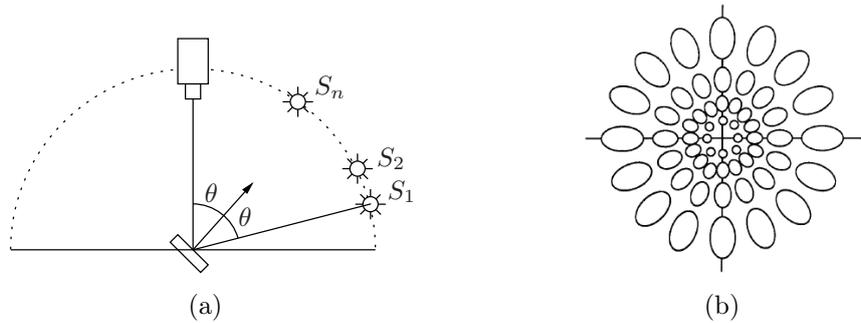


Figure 2.40 – Principe du système SHINY : (a) réflexion spéculaire créée par la source S_1 , (b) carte de réflectance produite par la matrice hémisphérique.

Le système SHINY, présentant au départ de nombreuses limites, a été par la suite repris et amélioré [Nayar et al., 1990]. D'une part, le temps d'acquisition était relativement long (127 sources allumées séquentiellement) : un codage binaire de l'allumage des sources réduit le nombre d'acquisitions à 7 images. D'autre part, une extension de la représentation de la *sphère Gaussienne* a été utilisée (EGI : Extended Gaussian Image), afin d'exploiter l'information des normales. Chacun des vecteurs normaux unitaires est représenté sur une sphère unitaire, l'origine du vecteur étant placé au centre de la sphère, et son extrémité à la surface (sa norme est égale au rayon de la sphère). L'extension de cette représentation consiste à attribuer un poids à chacun de ces vecteurs, proportionnel à l'aire de la surface orientée par ces derniers. Dans le cas particulier d'objets convexes, ayant une courbure positive en chacun des points de leur surface, il n'y a pas deux points de la surface ayant le même vecteur normal. Les objets étudiés ici (joints de soudure) étant supposés convexes, cette nouvelle cartographie EGI décrit de manière unique la surface de l'objet. La détection des défauts de forme s'effectue à l'aide d'une classification sur l'image dite EGI. Par ailleurs, l'ajout de deux caméras supplémentaires permet d'augmenter le nombre de normales calculées sur la surface. Enfin, grâce à la projection sur l'image EGI des normales, la correspondance entre les différentes caméras n'est pas nécessaire.

2.4.1.2 Système à éclairages annulaires

L'éclairage employé par Yun et al. [Yun et al., 1997] pour reconstruire des surfaces d'objets spéculaires est constitué d'un ensemble de M sources annulaires qui ont une hauteur et une taille différentes (Figure 2.41). L'ensemble des éclairages annulaires permet à la fois d'éclairer entièrement l'objet et de calculer l'angle zénithal θ des normales à la surface. Ici encore, cette technique ne s'applique qu'à des objets simples et convexes. En effet, pour déterminer complètement la normale en tout point, il faut également calculer l'angle azimutal ϕ . Dans le cas d'objets convexes simples, la relation liant les dérivées de l'angle θ à l'angle ϕ est la suivante :

$$\tan \phi = \frac{\partial \theta / \partial x}{\partial \theta / \partial y}. \quad (2.9)$$

Cette technique est limitée par le type des objets à reconstruire, ainsi que par l'importance de la composante spéculaire. En effet, plus l'objet est spéculaire, plus il faut augmenter le nombre de sources annulaires. Yun et al. présentent la reconstruction d'une sphère ayant une réflectance hybride avec trois éclairages annulaires.

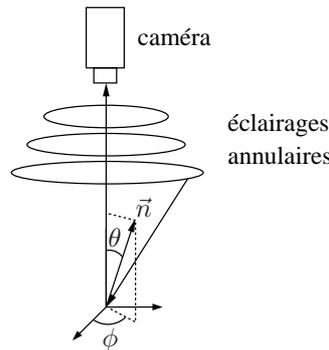


Figure 2.41 – Système à éclairages annulaires.

2.4.2 Éclairages structurés

Nous avons vu dans l'introduction de cette section que la surface spéculaire déforme les motifs projetés, non seulement en fonction de la position de l'élément de surface, mais également en fonction de son orientation (contrairement à une surface diffuse). Nous présentons ci-après trois applications de l'étude de la déformation d'un patron par une surface spéculaire : la vidéokératographie, l'étude locale de surfaces spéculaires et la reconstruction à partir de franges colorées.

2.4.2.1 Vidéokératographie

Il s'agit de l'étude de la déformation d'un motif sur une surface réfléchissante. Ce procédé permet de retrouver la géométrie de la surface antérieure de la cornée, à partir de l'image d'une mire réfléchie par cette surface (Figure 2.42). Le principe employé pour reconstruire la surface utilise des a priori forts concernant la forme de l'objet.

La surface de la cornée est calculée par simulation inverse : à partir d'une surface théorique initiale, l'image théorique (vue par le système) est simulée, puis comparée à l'image réelle venant du vidéokératographe. La surface théorique est alors modifiée, afin que son image théorique associée se rapproche de celle vue par le vidéokératographe [Halstead et al., 1996; Richard et al., 2003]. L'algorithme est réitéré jusqu'à convergence de l'image théorique vers l'image réelle : 50 itérations permettent d'obtenir une bonne approximation de la surface.

Cette technique est particulièrement adaptée pour étudier des objets dont on connaît une bonne approximation de la forme.

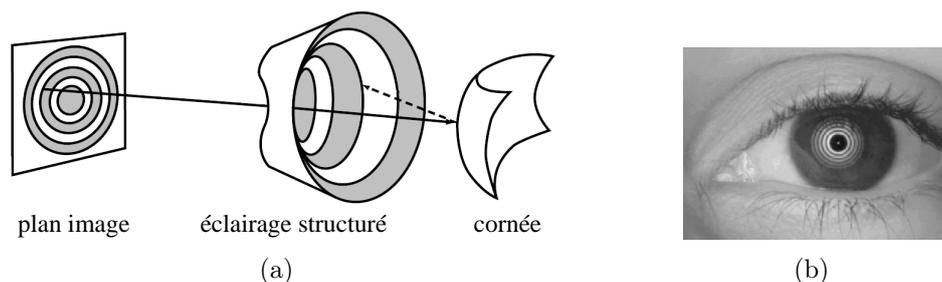


Figure 2.42 – Vidéokératographe : (a) principe, (b) vidéokératographie [Halstead et al., 1996].

2.4.2.2 Étude locale de surfaces

La méthode proposée par Savarese et Perona [Savarese & Perona, 2001; Savarese & Perona, 2002] est une méthode plus directe qui permet de calculer localement à la fois la position de la surface, et la normale à la surface. Pour cela, le patron utilisé est constitué d'un ensemble de points créés par l'intersection de trois lignes coplanaires. Les surfaces spéculaires déforment par réflexion ce patron. Malheureusement, cette technique est très restrictive puisqu'elle s'appuie sur la connaissance du type de forme de l'objet : les objets étudiés par Savarese et Perona sont des plans, sphères ou cylindres (Figure 2.43).

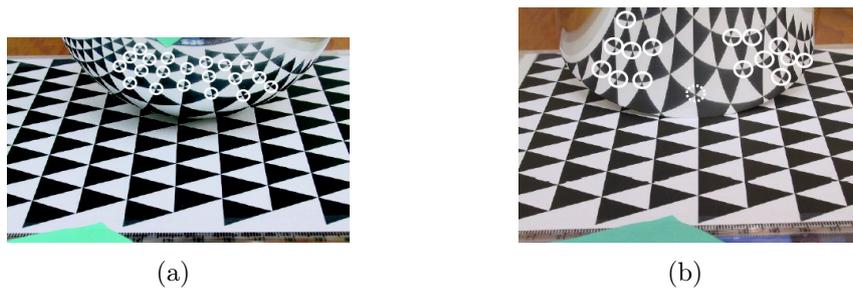


Figure 2.43 – Étude locale de surfaces parfaitement spéculaires : (a) sphère, (b) cylindre [Savarese & Perona, 2002].

2.4.2.3 Reconstruction par projection de franges colorées

Tarini et al. [Tarini et al., 2005] ont très récemment décrit une méthode reposant sur l'étude de la déformation d'un patron constitué de franges de couleurs. La forme tridimensionnelle de l'objet est obtenue par l'observation des images d'un moniteur, réfléchies et déformées par l'objet spéculaire (Figure 2.44(a)) : les auteurs ont donné à cette technique le nom de *Shape from Distorsion*. Quatre patrons lumineux différents, constitués par des franges colorées de différentes orientations et de différentes fréquences, sont envoyées sur le moniteur (Figure 2.44(b)). Les couleurs et les fréquences sont déterminées, afin de remonter aux informations suivantes : la position 2D sur le moniteur du rayon émis et arrivant au pixel concerné, ainsi qu'un vecteur couleur représentant le modèle de réflectance en ce même point. Ces informations sont enregistrées dans une image dite "mate". Par un processus itératif de reconstruction à partir d'une surface donnée, les normales et la hauteur en tout point de la surface de l'objet sont calculées.

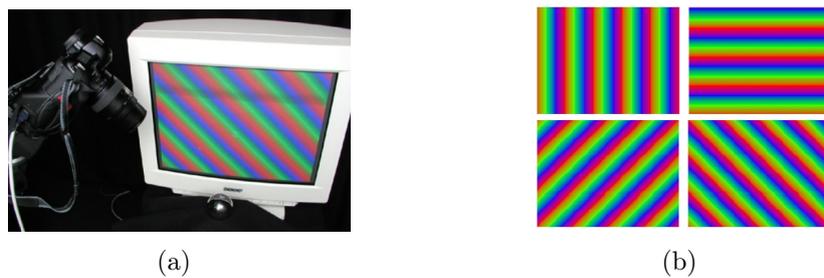


Figure 2.44 – Système proposé par Tarini et al. : (a) montage, (b) motifs utilisés [Tarini et al., 2005].

Cette technique est limitée par la taille de l'objet à numériser, mais également par sa forme. En effet, un objet très courbé ne pourra pas être entièrement reconstruit. Il faudrait pour ce faire que le moniteur soit remplacé par un système hémisphérique par exemple. Cette limitation se rapproche de celle rencontrée avec la méthode de dé-

flectométrie qui ne peut s'appliquer que sur des objets dont la pente est relativement constante.

2.4.3 Systèmes reposant sur le mouvement

L'étude du mouvement pour la reconstruction de surfaces réfléchissantes a été initiée par Oren et Nayar [Oren & Nayar, 1997]. Lorsqu'un observateur bouge dans un espace à trois dimensions, les *éléments réels* de la scène, comme la texture d'un objet, apparaissent stationnaires par rapport à la surface à laquelle ils appartiennent. A contrario, les *éléments virtuels* de la scène, comme les réflexions spéculaires d'un élément sur l'objet, semblent se déplacer sur la surface. En utilisant une caméra montée sur un robot à cinq degrés de liberté, Oren et Nayar parviennent à reconstruire des profils tridimensionnels d'une surface parfaitement spéculaire et sphérique.

Les deux méthodes présentées ci-après sont très proches, et utilisent un objet en rotation ainsi qu'une source lumineuse particulière. L'une s'appuie sur le suivi du reflet spéculaire, et l'autre repose sur une estimation de la réflectance en tout point.

2.4.3.1 Suivi du reflet spéculaire

Zheng et al. [Zheng et al., 1997] ont développé un système de reconstruction tridimensionnelle d'objets spéculaires, fondé sur le mouvement des reflets. L'objet est installé sur un plateau tournant, et des images sont prises en continu par une caméra placée orthogonalement à l'axe de rotation (Figure 2.45). La projection d'un plan lumineux sur l'objet, et la séquence d'images ainsi acquises, génèrent un volume "spatio-temporel", dans lequel les coupes horizontales font apparaître une trace du reflet spéculaire. L'étude du mouvement de cette trace va permettre de retrouver la forme de l'objet.

En raison de l'utilisation de plans lumineux, cette technique n'est pas adaptée pour des objets ayant des surfaces dont la direction de la normale est pratiquement orientée selon l'axe de rotation. Ainsi, Zheng et Murata [Zheng & Murata, 2000] ont démontré que pour pouvoir éclairer chaque point de l'objet selon une orientation souhaitée par rapport à leur normale, il est nécessaire d'utiliser des éclairages annulaires. L'emploi de plusieurs sources lumineuses permet de rendre linéaires les équations conduisant à la reconstruction de la surface tridimensionnelle. La Figure 2.46 présente la reconstruction d'une sphère, grâce à l'étude du mouvement du reflet spéculaire produit par deux sources lumineuses annulaires.

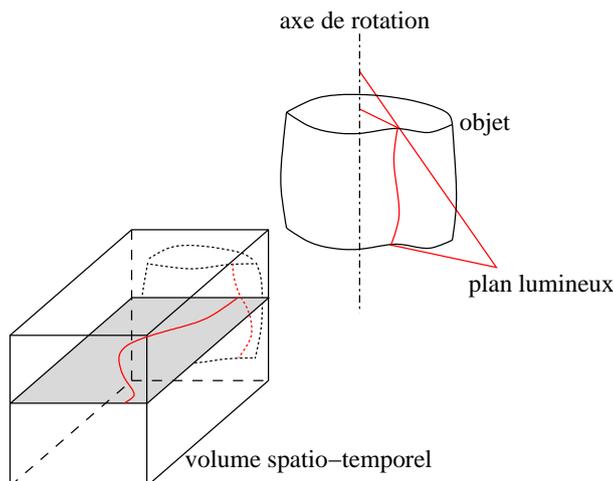


Figure 2.45 – Principe du suivi de reflet.

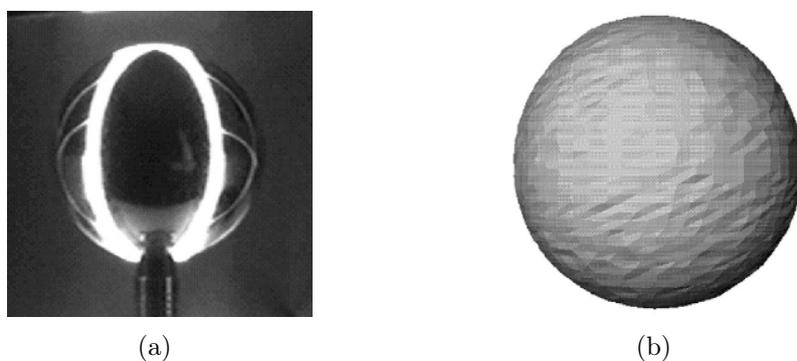


Figure 2.46 – Reconstruction de la sphère : (a) image originale, (b) modèle reconstruit [Zheng et al., 1997].

2.4.3.2 Estimation de la réflectance

La méthode proposée par Saito et al. [Saito et al., 2003] utilise également un objet placé sur une platine tournante, mais la source lumineuse est ponctuelle. Cette technique vise à retrouver l'information de réflectance en tout point de l'objet. Elle ne convient pas aux objets parfaitement spéculaires car ici, tous les points de la surface ne peuvent réfléchir la lumière vers le capteur. Les séquences d'images couleur obtenues lors de la rotation de l'objet permettent de séparer les composantes de la lumière réfléchie en tout point de la surface. La composante spéculaire est supprimée grâce à l'information couleur. La normale à la surface est calculée à partir de la réflexion diffuse : il existe dans ce cas une relation sinusoïdale entre l'intensité lumineuse diffuse, et l'angle de rotation.

2.5 Conclusion

Après avoir précisé la définition de la *vision active*, très largement employée dans le domaine du contrôle qualité et de la reconstruction tridimensionnelle, ce chapitre a soulevé les difficultés de l'inspection d'objets métalliques parfaitement spéculaires. La détection de défauts d'aspect sur de tels objets nécessite l'utilisation de systèmes complexes, dans lesquels l'éclairage doit être entièrement maîtrisé. L'inspection de défauts de forme nécessite des informations tridimensionnelles sur la surface. La troisième partie de ce chapitre a ainsi rappelé différentes techniques permettant de reconstruire la forme tridimensionnelle d'objets. Ces méthodes, très largement répandues, ne sont malheureusement pas applicables dans le cas d'objets spéculaires. Comme l'a montré notre dernière partie, les techniques d'extraction d'informations tridimensionnelles des objets spéculaires sont limitées. Les systèmes reposant sur les éclairages structurés sont efficaces uniquement pour des objets dont la pente est relativement constante. Par ailleurs, l'utilisation de systèmes fondés sur le mouvement est contraignante et uniquement efficace pour des objets hybrides (ayant à la fois une composante diffuse et spéculaire). Le chapitre suivant traite d'une technique nommée "Shape from Polarization", permettant l'extraction des informations tridimensionnelles sur des surfaces réfléchissantes grâce aux images de polarisation.

Chapitre 3

Extraction d'informations 3D par images de polarisation

D'une manière générale, s'appuyant sur le modèle de la perception humaine, la vision artificielle exploite uniquement les composantes d'*intensité* et de *longueur d'onde* de la lumière. De ces dernières, nous utilisons un modèle comprenant les paramètres de luminosité et de teinte. Dans ce contexte, une troisième composante du modèle lumineux n'est pas exploitée : l'*état de polarisation*. En fonction de l'angle d'incidence et de la nature du matériau, l'état de polarisation de la lumière change, et ne peut être détecté à l'aide d'une caméra seule.

Après de brefs rappels sur la polarisation, nous décrirons comment mettre en oeuvre des caméras polarimétriques afin de remonter aux paramètres de polarisation. Des exemples d'application de la polarisation en vision artificielle seront également rapportés. Comme nous l'avons vu dans le précédent chapitre, l'extraction d'informations tridimensionnelles des surfaces parfaitement réfléchissantes est rendue difficile par les réflexions spéculaires. C'est justement le changement d'état de polarisation de ces réflexions spéculaires, parfaitement décrites par les lois de la physique, qui vont permettre de retrouver les normales en tout point de la surface. Cette technique est nommée "Shape from Polarization", nous la décrirons dans la troisième section de ce chapitre. Nous montrerons également comment étendre cette méthode, initialement développée pour les surfaces diélectriques, aux surfaces métalliques.

3.1 Rappels

Au cours de ces rappels sur les ondes optiques, nous appliquons le modèle des ondes planes quasi-monochromatiques. Après une brève description de la théorie des ondes élec-

tromagnétiques planes, nous allons exposer les différents types de polarisation, comme la polarisation elliptique, ou encore la polarisation partielle à l'aide du formalisme de Stokes. Les relations de Snell-Descartes permettant de calculer les réflexions spéculaires à l'interface séparant deux milieux d'indice différent seront également rappelées. La dernière partie sera consacrée au formalisme de Mueller, qui nous sera utile par la suite pour décrire les phénomènes de changement d'état de polarisation d'une onde lumineuse réfléchi par une surface.

3.1.1 Ondes planes

La théorie électromagnétique permet de modéliser une onde optique en représentant sa nature vectorielle et transversale. Une onde électromagnétique de longueur d'onde λ , se propageant selon le vecteur unitaire \vec{s} , est définie par le trièdre orthogonal $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{s})$, où \vec{E} et \vec{H} sont respectivement les composantes des champs électrique et magnétique (Figure 3.1).

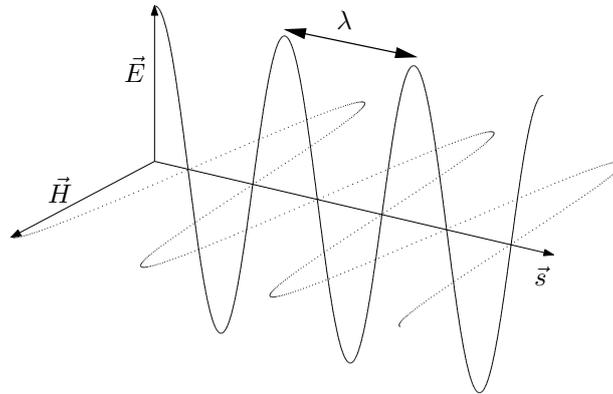


Figure 3.1 – Exemple d'une onde électromagnétique plane progressive polarisée rectilignement.

Par la suite, nous considérerons que l'onde lumineuse est une onde électromagnétique plane et progressive. Le vecteur transversal est donné par le vecteur champ électrique de l'onde électromagnétique :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot e^{i\omega(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{\nu})}, \quad (3.1)$$

où \vec{r} est le vecteur déplacement, ω la pulsation de l'onde, et ν la vitesse. En définissant le vecteur d'onde par $\vec{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{s}$, où λ est la longueur d'onde, l'expression (3.1) peut s'écrire sous la forme :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cdot e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}. \quad (3.2)$$

En choisissant un repère direct tel que l'axe z suive la direction de \vec{s} , le champ électrique se décompose selon :

$$\begin{cases} E_x = a_1 \cos(\tau + \delta_1), \\ E_y = a_2 \cos(\tau + \delta_2), \end{cases} \quad (3.3)$$

avec $\tau = \omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}$.

On définit la phase de l'onde par $\delta = \delta_2 - \delta_1$. Dans le cas d'une onde non polarisée, la phase $\delta(t)$ est aléatoire, contrairement à une onde polarisée pour laquelle la phase est constante : $\frac{d\delta}{dt} = 0$. Lorsque l'onde est polarisée, on distingue deux cas particuliers :

1. polarisation linéaire

$$\delta = m\pi \quad \text{avec } m \in \mathbb{Z}.$$

2. polarisation circulaire

$$\begin{cases} a_1 = a_2, \\ \delta = (2m + 1)\frac{\pi}{2} \quad \text{avec } m \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

3.1.2 Polarisation elliptique

Dans le cas le plus général, une onde polarisée est polarisée elliptiquement. Elle est dite elliptique droite lorsque $\sin \delta > 0$, et elliptique gauche lorsque $\sin \delta < 0$. La Figure 3.2 montre plusieurs polarisations elliptiques selon différentes valeurs de déphasage.

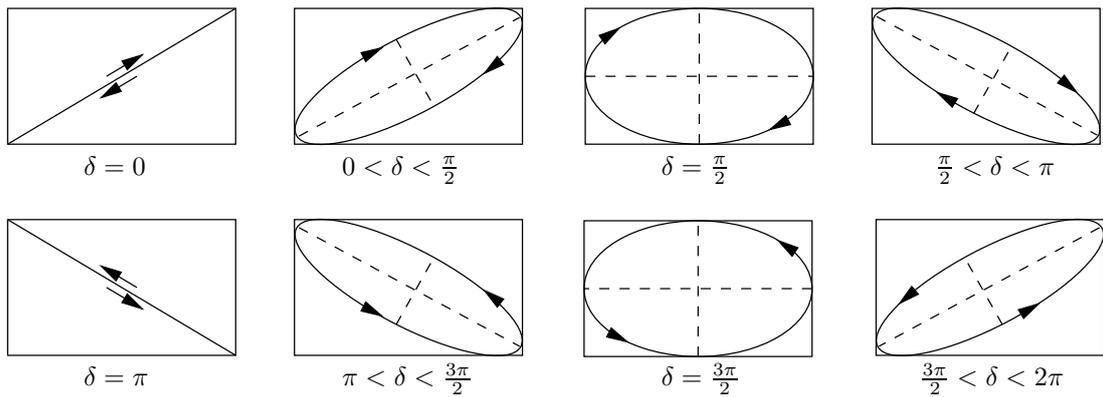


Figure 3.2 – Polarisations elliptiques selon différentes valeurs de déphasage δ .

L'équation générale d'une onde elliptique définie dans l'équation (3.3) peut s'écrire également :

$$\begin{cases} E_x = E_0 \cos \varphi \cos(\tau + \delta_1), \\ E_y = E_0 \sin \varphi \cos(\tau + \delta_2), \end{cases} \quad (3.4)$$

où E_0^2 représente l'intensité lumineuse de l'onde, et φ ($0 \leq \varphi \leq \pi/2$) est l'angle défini tel que :

$$\tan \varphi = \frac{a_2}{a_1}. \quad (3.5)$$

L'angle φ et le déphasage $\delta = \delta_2 - \delta_1$ permettent de décrire complètement la forme de l'ellipse. Comme le montre la Figure 3.3, il est également possible d'utiliser les angles ψ et χ qui représentent respectivement l'orientation du grand axe de l'ellipse et l'ellipticité. Entre les deux représentations nous trouvons les relations suivantes (Annexe A) :

$$\begin{cases} \tan 2\psi = \tan 2\varphi \cos \delta, \\ \sin 2\chi = -\sin 2\varphi \sin \delta. \end{cases} \quad (3.6)$$

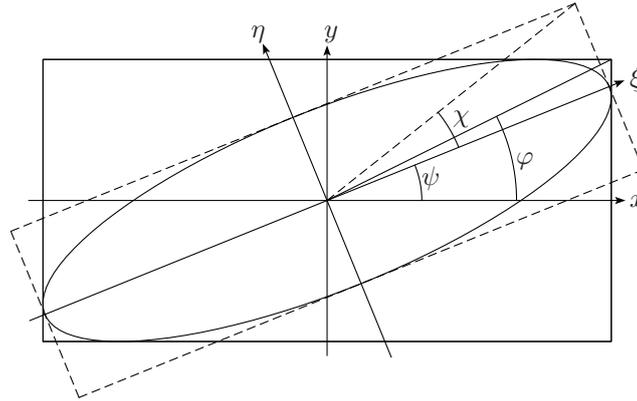


Figure 3.3 – Onde plane elliptiquement polarisée.

3.1.3 Polarisation partielle

Généralement, les ondes lumineuses ne sont ni complètement polarisées, ni complètement non polarisées : elles sont partiellement polarisées. Pour décrire une onde lumineuse partiellement polarisée, quatre paramètres sont nécessaires. Le formalisme de Stokes propose une représentation vectorielle avec quatre paramètres :

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Le paramètre s_0 représente l'intensité totale et vérifie :

$$s_0^2 \geq s_1^2 + s_2^2 + s_3^2. \quad (3.8)$$

Les paramètres s_1 , s_2 représentent respectivement les différences d'intensité entre les composantes linéairement polarisées à 0° et 90° , et à 45° et 135° . Le paramètre s_3 est la différence d'intensité entre les composantes circulaires droite et gauche. Dans le cas où l'onde est parfaitement polarisée, le paramètre s_0 devient redondant, car il est lié aux autres paramètres par :

$$s_0^2 = s_1^2 + s_2^2 + s_3^2. \quad (3.9)$$

Une onde partiellement polarisée \mathbf{s} peut être décrite par la superposition d'une onde complètement polarisée $\mathbf{s}^{(1)}$ avec une onde complètement non polarisée $\mathbf{s}^{(2)}$:

$$\mathbf{s} = \mathbf{s}^{(1)} + \mathbf{s}^{(2)}. \quad (3.10)$$

Les paramètres de Stokes des deux ondes deviennent :

$$\mathbf{s}^{(1)} = \begin{bmatrix} \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{s}^{(2)} = \begin{bmatrix} s_0 - \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Le degré de polarisation de l'onde partiellement polarisée ρ est défini par :

$$\rho = \frac{I_{pol}}{I_{tot}} = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}}{s_0}. \quad (3.12)$$

I_{pol} et I_{tot} représentent respectivement l'intensité polarisée et l'intensité totale. Le degré de polarisation de l'onde varie entre 0 et 1, et indique la proportion de lumière complètement polarisée. Le degré de polarisation vaut 0 pour une onde aléatoire, et 1 pour une onde parfaitement polarisée linéairement ou elliptiquement. Afin de retrouver les paramètres de l'ellipse de la composante polarisée, l'expression des paramètres du vecteur de Stokes peut s'écrire sous les différentes formes :

$$\begin{cases} s_0 = I_{tot}, \\ s_1 = I_{pol} \cos 2\varphi, \\ s_2 = I_{pol} \sin 2\varphi \cos \delta, \\ s_3 = I_{pol} \sin 2\varphi \sin \delta. \end{cases} \quad \begin{cases} s_0 = I_{tot}, \\ s_1 = I_{pol} \cos 2\chi \cos 2\psi, \\ s_2 = I_{pol} \cos 2\chi \sin 2\psi, \\ s_3 = I_{pol} \sin 2\chi. \end{cases} \quad (3.13)$$

Nous en déduisons les valeurs du déphasage δ , et de l'angle φ de la composante polarisée :

$$\delta = \arctan \frac{s_3}{s_2}, \quad \varphi = \frac{1}{2} \arccos \frac{s_1}{\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}}. \quad (3.14)$$

De la même manière, nous pouvons déterminer l'ellipticité χ et l'angle ψ du grand axe de l'ellipse :

$$\chi = \frac{1}{2} \arcsin \frac{s_3}{\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}}, \quad \psi = \frac{1}{2} \arctan \frac{s_2}{s_1}. \quad (3.15)$$

3.1.4 Réflexion d'une onde sur une surface

Les interactions entre une onde lumineuse et une surface sont décrites par les équations de Maxwell. Un modèle de réflexion est ensuite déterminé en résolvant les équations de Maxwell, et en respectant les conditions de continuité imposées par la surface sur les champs électriques et magnétiques. Les relations concernant le calcul de l'angle de l'onde réfractée θ_t et de l'onde réfléchie θ_r , en fonction de l'angle d'incidence θ_i , pour une surface séparant deux milieux d'indices respectifs n_1 et n_2 (voir Figure 3.4) sont données par la loi de Snell-Descartes :

$$\begin{cases} \theta_i = \theta_r, \\ n_1 \sin \theta_i = n_2 \sin \theta_t. \end{cases} \quad (3.16)$$

Les relations de Fresnel établissent les ratios entre l'amplitude de l'onde incidente et l'amplitude de l'onde réfléchie, suivant les projections orthogonales et parallèles au plan d'incidence. En notant, A_\perp et A_\parallel les amplitudes de l'onde incidente, et R_\perp , R_\parallel les amplitudes de l'onde réfléchie, nous avons :

$$\begin{cases} f_\perp = \frac{R_\perp}{A_\perp} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}, \\ f_\parallel = \frac{R_\parallel}{A_\parallel} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}. \end{cases} \quad (3.17)$$

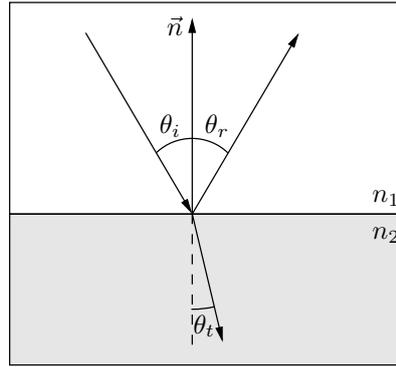


Figure 3.4 – Réflexion et réfraction sur une surface séparant deux milieux d'indice différent. Le plan d'incidence est défini par le plan de la feuille.

3.1.5 Formalisme de Mueller

Les effets d'un système optique linéaire (polariseurs, lames retardatrices, surfaces réfléchissantes) sur l'état de polarisation d'une onde peuvent être décrits par la matrice de Mueller. Le produit de la matrice de Mueller par le vecteur de Stokes, associé à l'onde entrante donne le vecteur de Stokes associé à l'onde en sortie du système optique. Dans la suite de ce chapitre, nous étudions le mécanisme de changement d'état de polarisation d'une onde lumineuse, c'est pourquoi nous présentons ici les matrices de Mueller modélisant la réflexion lumineuse par une surface. La matrice de Mueller d'une surface réfléchissante est la composée de deux systèmes : un polariseur partiel et un retardateur pur orientés suivant la normale au plan d'incidence.

3.1.5.1 Polariseur linéaire

Un polariseur linéaire ou rectiligne est un composant optique qui polarise toute onde incidente selon un axe privilégié. Historiquement, les propriétés de la polarisation ont été révélées par les cristaux biréfringents. Ceux-ci possèdent deux indices de réfraction. Un rayon incident est réfracté selon deux rayons : un rayon ordinaire polarisé orthogonalement au plan plan d'incidence, et un rayon extraordinaire polarisé dans le plan d'incidence. Les cristaux sont taillés ou agencés de manière à obtenir deux rayons sortants polarisés linéairement suivant deux directions différentes. Certains cristaux peuvent être également dichroïques. Cette propriété caractérise les matériaux possédant différents coefficients d'absorption pour les rayons polarisés selon différentes orientations. Les feuilles plastiques polarisantes, comme les Polaroids, appliquent ce principe : elles sont constituées d'une suspension de très petits cristaux dichroïques dans une matière plastique transparente, orientés selon une seule direction.

La matrice de Mueller d'un polariseur linéaire orientée selon un angle α est donnée par :

$$M_{pola}(\alpha) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha & 0 \\ \cos 2\alpha & \cos^2 2\alpha & \cos 2\alpha \sin 2\alpha & 0 \\ \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \sin 2\alpha & \sin^2 2\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

3.1.5.2 Polariseur partiel

Nous donnons ici l'expression de la matrice de Mueller pour un polariseur partiel. Cette matrice modélise les systèmes qui polarisent partiellement la lumière (par exemple, la réflexion spéculaire). En notant k_x et k_y les coefficients de transmission en intensité suivant deux directions orthogonales, nous avons :

$$M_{pp}(k_x, k_y) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} k_x + k_y & k_x - k_y & 0 & 0 \\ k_x - k_y & k_x + k_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\sqrt{k_x k_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\sqrt{k_x k_y} \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

3.1.5.3 Retardateur pur

Les lames à retard

Les retardateurs purs sont des éléments déphasant une onde incidente linéairement polarisée. Ils sont généralement fabriqués à partir d'une lame mince biréfringente à faces parallèles. Dans le cas d'une lumière polarisée rectilignement, la biréfringence sépare les vibrations suivant les deux axes principaux de la lame. La différence d'indice entre les axes principaux de la lame conduit à un déphasage de l'une des composantes par rapport à l'autre. Le déphasage dépend de l'épaisseur de la lame, ainsi que de la différence d'indice entre les deux axes.

On distingue deux cas particuliers : les lames quart d'onde et les lames demi-onde. Une lame quart d'onde correspond à un déphasage $\delta = \pi/2$, elle transforme la lumière polarisée linéairement en lumière polarisée elliptiquement (et vice-versa). Une lame demi-onde correspond à un déphasage $\delta = \pi$. Dans ce cas, si la polarisation du faisceau incident fait un angle θ avec l'axe rapide de la lame, alors celui-ci sortira avec une polarisation orientée à 2θ . Si le faisceau incident est elliptiquement polarisé gauche ou droit, il sortira elliptiquement polarisé inversé.

Les cristaux liquides

Les retardateurs à cristaux liquides sont également très utilisés, et peuvent être considérés comme des lames à retard variable. Les cristaux liquides sont des molécules qui possèdent des propriétés intermédiaires entre les liquides et les solides. Malgré leur aspect liquide, ils présentent un arrangement moléculaire structuré qui, sous l'action d'un champ électrique, se modifie [Stolz, 2000]. La Figure 3.5 illustre la structure d'un retardateur à cristaux liquides nématiques.

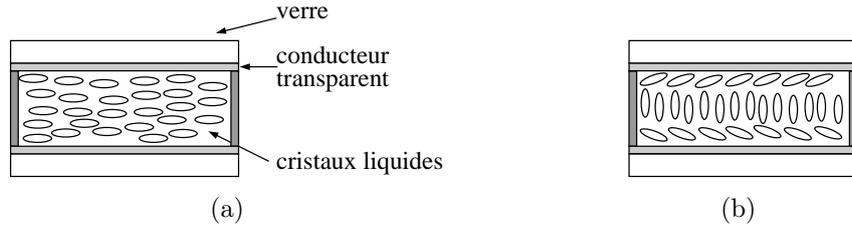


Figure 3.5 – Arrangement des molécules d'un retardateur à cristaux liquides nématiques : (a) sans tension appliquée, (b) avec tension [Optics, 2004].

Matrice de Mueller

La matrice de Mueller d'un retardateur pur de retard δ , et orienté avec un angle de ψ est donnée par :

$$M_{ret}(\delta, \psi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c^2 + s^2 \cos \delta & sc(1 - \cos \delta) & -s \sin \delta \\ 0 & sc(1 - \cos \delta) & s^2 + c^2 \cos \delta & c \sin \delta \\ 0 & s \sin \delta & -c \sin \delta & \cos \delta \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

avec $c = \cos 2\psi$ et $s = \sin 2\psi$.

3.1.5.4 Surface réfléchissante

La matrice de Mueller d'une surface réfléchissante est donnée par le produit des matrices de Mueller d'un polariseur partiel et d'un retardateur pur.

$$M_{refl} = M_{pp}(F_{\perp}, F_{\parallel}) \cdot M_{ret}(\delta, 0), \quad (3.21)$$

où F_{\perp} , F_{\parallel} , et δ sont déterminés à partir des coefficients de Fresnel donnés par l'équation (3.17) :

$$F_{\perp} = |f_{\perp}|^2, \quad F_{\parallel} = |f_{\parallel}|^2, \quad \delta = \arg(f_{\parallel} - f_{\perp}). \quad (3.22)$$

En effectuant le produit, nous obtenons :

$$M_{refl} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} F_{\perp} + F_{\parallel} & F_{\perp} - F_{\parallel} & 0 & 0 \\ F_{\perp} - F_{\parallel} & F_{\perp} + F_{\parallel} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2\sqrt{F_{\perp}F_{\parallel}} \cos \delta & 2\sqrt{F_{\perp}F_{\parallel}} \sin \delta \\ 0 & 0 & -2\sqrt{F_{\perp}F_{\parallel}} \sin \delta & 2\sqrt{F_{\perp}F_{\parallel}} \cos \delta \end{bmatrix}. \quad (3.23)$$

3.2 Les capteurs polarimétriques

Un capteur polarimétrique (ou capteur de polarisation) permet de calculer les paramètres de polarisation de la lumière réfléchiée par une scène ou par un objet. Lorsque l'on souhaite déterminer tous les paramètres de Stokes, ces capteurs sont appelés *polarimètres de Stokes*. Dans certains cas, notamment pour l'étude d'ondes partiellement linéairement polarisées, il n'est pas nécessaire d'avoir accès à tous les paramètres, et des systèmes beaucoup plus simples peuvent être employés.

3.2.1 Polarimètres de Stokes

Nous décrivons ici deux types de polarimètres de Stokes. Le premier est le plus simple des montages, et utilise des éléments optiques passifs comme un filtre polariseur et une lame quart d'onde. Le second est un montage dynamique, faisant intervenir des composants optiques actifs, comme des retardateurs à cristaux liquides.

3.2.1.1 Montage statique

À l'aide d'une caméra, d'un filtre polariseur linéaire et d'une lame quart d'onde, six mesures d'intensité lumineuse sont nécessaires pour déterminer en tout point les paramètres de Stokes de la lumière reçue. Comme le montre la Figure 3.6(a), on acquiert dans un premier temps des images d'intensité $I_{0^{\circ}}$, $I_{90^{\circ}}$, $I_{45^{\circ}}$, et $I_{135^{\circ}}$ correspondant aux orientations du filtre polariseur suivantes : 0° , 90° , 45° , et 135° . Puis, en utilisant une lame quart d'onde (retard de $\pi/2$) orientée à 45° et 135° , et un filtre polariseur orienté à 0° , on acquiert les images d'intensité : $I_{45^{\circ}, \pi/2}$ et $I_{135^{\circ}, \pi/2}$ (Figure 3.6(b)). La lame quart d'onde permet de déterminer le paramètre S_3 qui décrit la composante elliptique de l'onde.

À l'aide des matrices de Mueller précédemment rappelées, on montre facilement que les paramètres de Stokes d'une onde quelconque s'écrivent sous la forme :

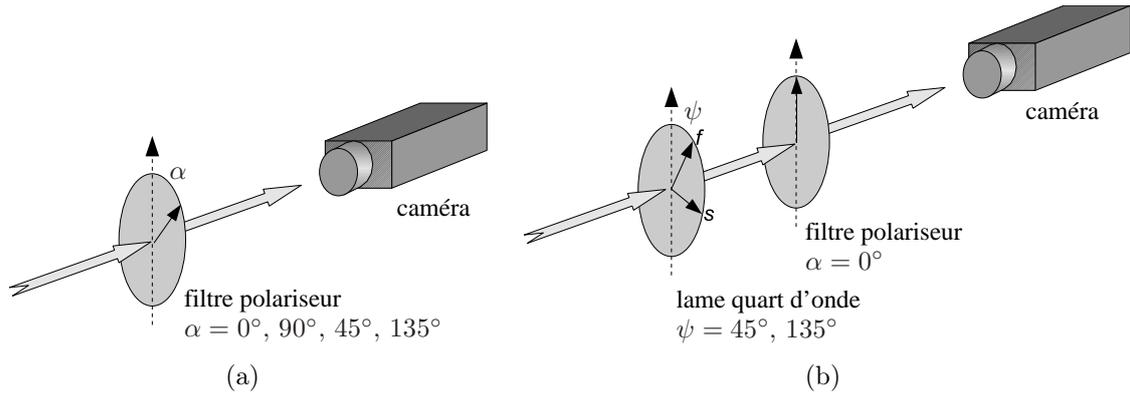


Figure 3.6 – Montage statique pour déterminer les paramètres de Stokes : (a) étape n°1, (b) étape n°2.

$$\begin{cases} s_0 = I_{0^\circ} + I_{90^\circ}, \\ s_1 = I_{0^\circ} - I_{90^\circ}, \\ s_2 = I_{45^\circ} - I_{135^\circ}, \\ s_3 = I_{45^\circ, \pi/2} - I_{135^\circ, \pi/2}. \end{cases} \quad (3.24)$$

3.2.1.2 Montage dynamique

Le montage précédent est très contraignant, et il est surtout destiné à la mesure d'épaisseur des couches minces par ellipsométrie. Les capteurs polarimétriques de Stokes mesurent également les quatre paramètres du vecteur de Stokes, mais ils répondent à trois contraintes supplémentaires. Tout d'abord, contrairement à l'application réalisée en ellipsométrie (la mesure n'est effectuée qu'à l'aide d'un photo-détecteur), le polarimètre de Stokes imageant doit donner l'ensemble des vecteurs de Stokes sur une image entière. Ensuite, le rapport signal sur bruit est plus petit puisque dans la plupart des applications, la polarisation de la source lumineuse n'est pas parfaitement maîtrisée. Enfin, ces polarimètres de Stokes répondent à un besoin d'optimisation du temps d'acquisition des vecteurs.

Le montage présenté ici est constitué de deux retardateurs variables à cristaux liquides ainsi que d'un filtre polariseur linéaire (Figure 3.7). L'orientation des trois composants est fixe au cours de l'acquisition. A l'aide des matrices de Mueller, la matrice correspondant au système peut s'écrire :

$$M_{dyn}(\delta_1, \delta_2) = M_{pola}(\alpha) \cdot M_{ret}(\delta_2, \psi_2) \cdot M_{ret}(\delta_1, \psi_1) \quad (3.25)$$

où α , ψ_1 , et ψ_2 sont les orientations fixes des trois composants, et δ_1 , δ_2 sont les retards

variables des retardateurs. Le vecteur de Stokes $\mathbf{s}'(s'_0, s'_1, s'_2, s'_3)$ de l'onde lumineuse vue en sortie du système par le détecteur s'écrit en fonction du vecteur de Stokes de l'onde lumineuse à étudier $\mathbf{s}(s_0, s_1, s_2, s_3)$:

$$\mathbf{s}' = M_{dyn}(\delta_1, \delta_2) \cdot \mathbf{s}. \quad (3.26)$$

La caméra n'étant sensible qu'à l'intensité lumineuse I , seule la première ligne de la matrice de Mueller est nécessaire et nous pouvons écrire :

$$I(\delta_1, \delta_2) = s'_0 = M_{dyn11} \cdot s_0 + M_{dyn12} \cdot s_1 + M_{dyn13} \cdot s_2 + M_{dyn14} \cdot s_3. \quad (3.27)$$

En choisissant un minimum de quatre combinaisons de couples (δ_1, δ_2) , il est possible d'établir un système d'équations linéaires reliant les intensités I vues par la caméra aux paramètres du vecteur de Stokes. Afin d'augmenter le rapport signal sur bruit, certains couples (δ_1, δ_2) optimisent le conditionnement de la matrice de Mueller du système polarimétrique [Tyo, 2000; De Martino & Laude-Boulesteix, 2004]. Pour améliorer ce rapport, il est également possible d'augmenter le nombre d'images, et le nombre de combinaisons, afin de calculer le vecteur de Stokes par une estimation au sens des moindres carrés.

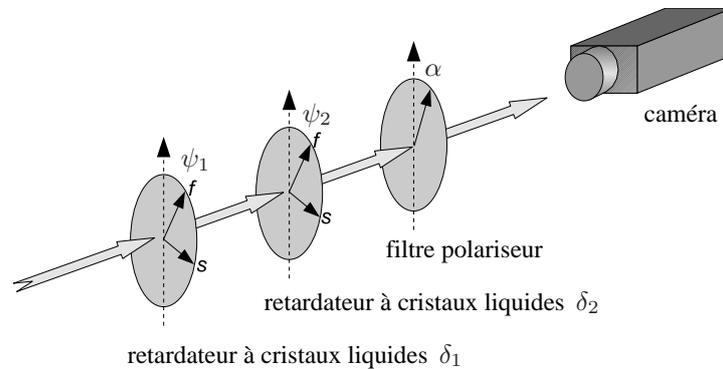


Figure 3.7 – Polarimètre de Stokes à cristaux liquides.

3.2.2 Polarimètres simplifiés

Pour de nombreuses applications, il n'est pas nécessaire de calculer tous les paramètres du vecteur de Stokes. Par exemple, pour étudier une lumière partiellement linéairement polarisée, il n'est pas utile de calculer le paramètre s_3 qui représente l'ellipticité de la partie polarisée (ellipticité nulle dans ce cas). Comme nous le verrons en détail dans la troisième partie, la lumière partiellement linéairement polarisée est par

exemple créée à partir de la réflexion d'une onde non polarisée.

3.2.2.1 Principe

Selon le formalisme donné par l'équation (3.13), et d'après l'expression (3.12) du degré de polarisation ρ , le vecteur de Stokes d'une onde partiellement linéairement polarisée peut s'écrire de la manière suivante :

$$\begin{cases} s_0 = I_{tot}, \\ s_1 = \rho I_{tot} \cos 2\varphi, \\ s_2 = \rho I_{tot} \sin 2\varphi, \\ s_3 = 0. \end{cases} \quad (3.28)$$

Dans ce cas, l'axe principal de l'ellipse particulière, qui est une droite, est orienté selon l'angle $\psi = \varphi$, et son ellipticité χ est nulle. Pour connaître l'état de polarisation d'une onde partiellement linéairement polarisée, il suffit de déterminer ses trois paramètres : soit le triplet (s_0, s_1, s_2) , soit le triplet (I_{tot}, ρ, φ) . Dans cette dernière représentation, I_{tot} représente l'intensité totale de l'onde, φ représente l'angle de polarisation de la composante linéairement polarisée, et ρ est le degré de polarisation. Pour alléger les expressions, nous noterons pour la suite : $I = I_{tot}$ l'intensité lumineuse totale.

3.2.2.2 Montage avec un filtre polariseur

En utilisant un filtre polariseur linéaire tournant devant une caméra, il est possible de déterminer les paramètres de polarisation d'une onde partiellement linéairement polarisée (Figure 3.8). De la même manière que pour trouver la relation (3.27), à l'aide de la matrice de Mueller du filtre polariseur définie en (3.18), nous trouvons une relation entre l'intensité lumineuse I_p vue par le capteur, et l'angle α de rotation du filtre :

$$\begin{cases} I_p(\alpha) = \frac{1}{2}(s_0 + s_1 \cos 2\alpha + s_2 \sin 2\alpha), \\ I_p(\alpha) = \frac{I}{2}(1 + \rho \cdot \cos(2\alpha - 2\varphi)). \end{cases} \quad (3.29)$$

L'intensité vue au travers du filtre polariseur varie donc sinusoidalement (Figure 3.9). Pour remonter aux paramètres de polarisation de l'onde, il suffit d'interpoler la précédente fonction en mesurant plusieurs intensités I_p pour différentes valeurs de l'angle α de rotation du filtre polariseur.

En notant I_{min} et I_{max} les intensités minimale et maximale vue au travers du filtre, l'expression (3.29) s'écrit sous la forme :

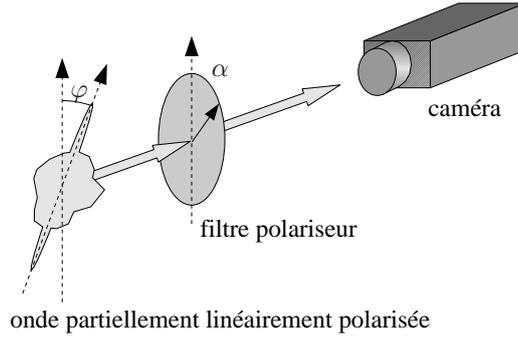


Figure 3.8 – Montage simple utilisant un filtre polariseur tournant devant le capteur.

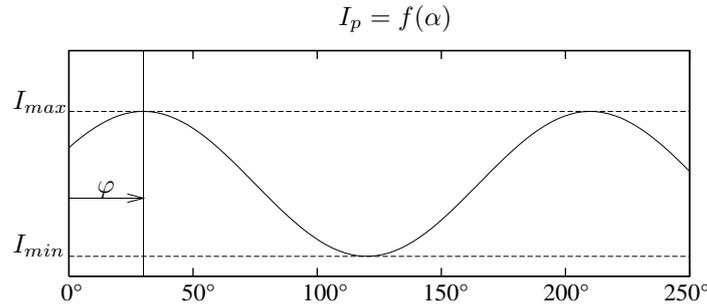


Figure 3.9 – Variation de l'intensité I_p en fonction de l'angle α .

$$I_p(\alpha) = \frac{I_{max} + I_{min}}{2} + \frac{I_{max} - I_{min}}{2} \cos(2\alpha - 2\varphi). \quad (3.30)$$

D'après les équations (3.29) et (3.30), l'intensité lumineuse et le degré de polarisation de l'onde réfléchié s'expriment sous la forme :

$$I = I_{max} + I_{min}, \quad \rho = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}. \quad (3.31)$$

L'angle de polarisation φ est donné par le déphasage de la sinusoïde. Dans la pratique, trois méthodes principales sont utilisées pour déterminer les paramètres de l'onde partiellement linéairement polarisée. Dans la mesure où il y a trois paramètres à calculer, il est nécessaire de prélever au minimum trois images avec une orientation différente du filtre polariseur.

Par exemple, Wolff et Andreou [Wolff & Andreou, 1995] utilisent trois images I_0 , I_{45} , et I_{90} correspondant aux orientations suivantes : 0° , 45° et 90° . L'avantage principal de cette méthode est de pouvoir calculer les paramètres en temps réel.

Saito [Saito et al., 1999] propose une autre manière de calculer les paramètres. 36 images sont prises, correspondant à 36 rotations du filtre polariseur, allant de 0° à 180° par pas de 5 degrés. En conservant le minimum et le maximum de l'intensité de chaque

pixel, et en appliquant les formules des équations (3.31), I et ρ sont calculés. ϕ est obtenu en conservant l'angle α du polariseur correspondant au maximum d'intensité. Cette méthode permet de calculer facilement les paramètres d'intensité et du degré de polarisation, mais elle est très sensible au bruit concernant la valeur de l'angle de polarisation.

La dernière méthode généralement employée est la méthode d'approximation au sens des moindres carrés linéaires. Cette méthode est coûteuse en temps de calcul, mais elle donne de meilleurs résultats. La Figure 3.10 montre les paramètres de degré de polarisation et d'angle de polarisation calculés suivant les trois méthodes énoncées ci-dessus. L'objet observé est une sphère uniformément éclairée sous un dôme d'éclairage diffus.

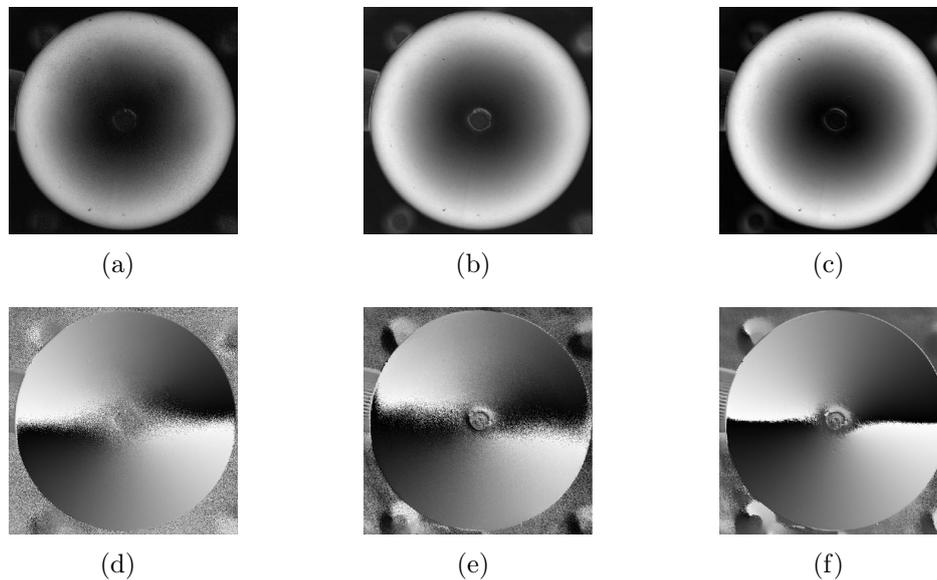


Figure 3.10 – Calcul des paramètres de polarisation : (a), (b), (c) degrés de polarisation et (d), (e), (f) angles de polarisation suivant les méthodes de Wolff, Saito et LMS (moindres carrés linéaires). Les images de degré de polarisation varient entre 0 et 1, alors que les images d'angle de polarisation varient entre 0 et π .

3.2.2.3 Montage avec des cristaux liquides nématiques en hélice

Wolff et al. [Wolff et al., 1997] ont développé une caméra sensible à la polarisation à l'aide de deux cellules à cristaux liquides nématiques en hélice synchronisées avec le capteur. La structure des cristaux liquides nématiques en hélice fait tourner la polarisation linéaire selon un angle prédéterminé. Lorsqu'une tension alternative est appliquée sur le composant, l'hélice cesse d'être "vrillée" et la polarisation linéaire n'est plus tournée. La composante non polarisée n'est pas affectée par le composant.

Deux cristaux liquides nématiques en hélice sont utilisés : l'un fixé à 45° et l'autre à 90° . Un filtre polariseur linéaire orienté à 0° est placé entre les deux cellules et la caméra (Figure 3.11). L'acquisition de l'image correspondant à I_0 s'effectue en alimentant les deux composants (car dans ce cas, la polarisation n'est pas tournée). L'acquisition de I_{45} est obtenue en coupant uniquement l'alimentation de la cellule fixée à 45° . Pour obtenir l'image correspondant à I_{90} , on procède de la même manière avec la cellule fixée à 90° . Cette caméra effectue une mesure des trois paramètres de polarisation, à la cadence de cinq images par seconde.

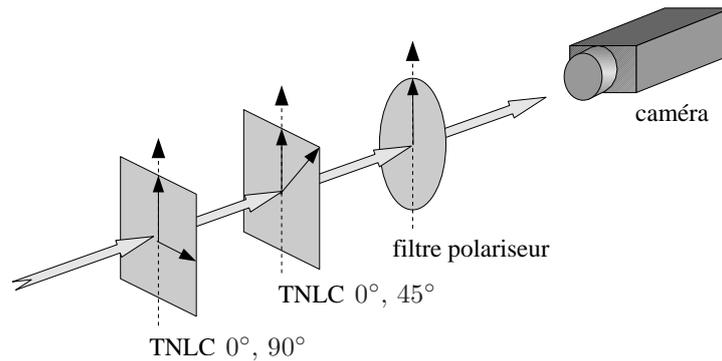


Figure 3.11 – Montage de caméra polarimétrique utilisant des cellules à cristaux liquides nématiques en hélice (TNLC : Twisted Nematic Liquid Crystal).

3.2.2.4 Montage avec retardateur à cristaux liquides nématiques

Il est également possible de créer une caméra polarimétrique à l'aide d'un seul retardateur à cristaux liquides nématiques à alignement parallèle. L'acquisition des paramètres de polarisation est plus longue, car la cellule est plus lente pour se stabiliser. En contre-partie, ce montage permet d'acquérir de nombreuses images avec des orientations différentes de la polarisation. Dans ce cas, il est possible d'appliquer la méthode des moindres carrés linéaires, pour obtenir des paramètres de polarisation plus robustes. Le montage est constitué dans l'ordre :

1. d'une lame quart d'onde orientée à 0° ,
2. d'un retardateur variable orienté à 45° ,
3. et d'un filtre polariseur linéaire orienté à 0° (Figure 3.12).

En notant M_1 , M_2 , et M_3 les matrices de Mueller associées aux différents composants, nous avons :

$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}, M_2(\delta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \delta & 0 & -\sin \delta \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \sin \delta & 0 & \cos \delta \end{bmatrix}, M_3 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.32)$$

où δ est le retard électriquement pilotable du retardateur à cristaux liquides. La matrice de Mueller du montage équivalent est donc donnée par :

$$M(\delta) = M_3 \cdot M_2(\delta) \cdot M_1 = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ 1 & \cos \delta & \sin \delta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

L'intensité lumineuse I_m vue par la caméra est égale à :

$$\begin{cases} I_m(\delta) = \frac{1}{2}(s_0 + s_1 \cos \delta + s_2 \sin \delta), \\ I_m(\delta) = \frac{I}{2}(1 + \rho \cdot \cos(\delta - 2\varphi)). \end{cases} \quad (3.34)$$

Nous retrouvons bien une expression identique à l'expression (3.29) obtenue avec le filtre polariseur en prenant $\delta = 2\alpha$. Ce montage est donc équivalent au montage utilisant un filtre polariseur tournant. L'avantage ici est de piloter et de contrôler électriquement l'orientation de la polarisation.

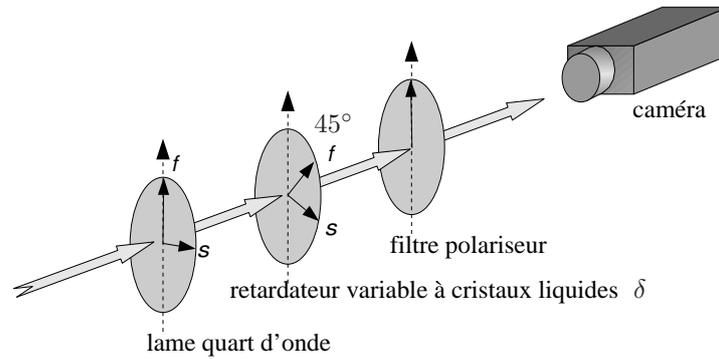


Figure 3.12 – Montage équivalent au filtre polariseur tournant à l'aide d'un retardateur variable à cristaux liquides.

3.2.2.5 Montage stéréo

Les montages polarimétriques stéréo utilisent généralement deux caméras et un cube séparateur polarisant. Ces derniers permettent d'analyser la polarisation suivant deux

axes orthogonaux : la lumière transmise par le cube séparateur est polarisée orthogonalement à la lumière réfléchie (Figure 3.13).

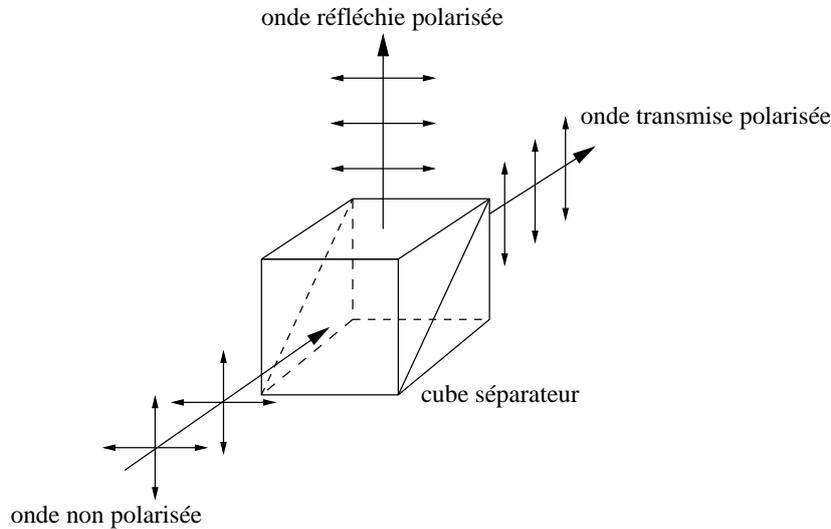


Figure 3.13 – Principe du cube séparateur polarisant.

Pour améliorer la vitesse d'acquisition des paramètres de polarisation, Wolff et al. [Wolff & Andreou, 1995] proposent d'utiliser un cube séparateur et deux caméras, avec une seule cellule à cristaux liquides nématiques à hélice. Cette technique leur permet d'effectuer des acquisitions des paramètres de polarisation à 7,5 images par seconde.

Afin de s'affranchir de l'orientation initiale du filtre polariseur (dans le cas du montage avec filtre polariseur linéaire), Terrier et Devlaminck [Terrier & Devlaminck, 2001] ont développé une autre application du montage stéréo. A l'aide d'un cube séparateur placé derrière le filtre polariseur, et de deux caméras, ils ont montré comment calculer l'angle de polarisation de l'onde incidente en s'affranchissant de l'offset exact du filtre polariseur.

3.2.3 Mesure de contraste de polarisation

La mesure de contraste de polarisation est une application particulière des capteurs sensibles à la polarisation. L'objectif de cette technique est d'acquérir deux images I_{\parallel} et I_{\perp} d'une scène, ou d'un objet, suivant deux positions orthogonales d'un filtre polariseur. Il est possible d'employer également un cube séparateur, ou une cellule à cristaux liquides nématiques à hélices, dans le but de mesurer plus rapidement ces deux paramètres. Ce type de capteur mesure l'intensité lumineuse $I_{\parallel} + I_{\perp}$, et le contraste de polarisation défini par $I_{\parallel} - I_{\perp}$. L'utilisation de la mesure de contraste de polarisation est limitée à certaines applications, celles par exemple dont on connaît l'angle de polarisation de la

lumière réfléchi. Dans ce cas, le capteur est placé de manière à ce que l'intensité lumineuse maximale corresponde à I_{\parallel} ou I_{\perp} . Ainsi le facteur de contraste est directement égal au degré de polarisation. Afin d'optimiser au maximum le temps d'acquisition de la mesure de contraste de polarisation, Kalayjian et al. [Kalayjian et al., 1996; Kalayjian et al., 1997] ont développé une rétine 1D intégrant directement des photo-diodes alternativement polarisées orthogonalement et parallèlement par rapport à un axe de référence.

3.2.4 Représentation des paramètres de polarisation

Les images des paramètres de polarisation sont parfois difficilement interprétables. La représentation la plus classique d'un état de polarisation est la sphère de Poincaré. L'étude des ondes partiellement linéairement polarisées, est facilitée par une analogie avec l'imagerie couleur, représentant sur une seule image couleur, les trois paramètres de l'onde.

3.2.4.1 Sphère de Poincaré

La sphère de Poincaré est définie par une sphère unitaire, sur laquelle une onde parfaitement polarisée est représentée par un vecteur. Cette représentation essentiellement utilisée en ellipsométrie, peut également être appliquée en traitement d'images, pour segmenter des scènes ou des objets dans l'espace de Poincaré [Lakroum et al., 2005]. Comme le montre la Figure 3.14, tout vecteur de Stokes d'une onde parfaitement polarisée est caractérisé par un point sur la sphère. L'axe z représente l'ellipticité de l'onde (gauche ou droite), selon sa position par rapport au plan équatorial. Une onde parfaitement linéairement polarisée sera représentée par un point sur l'axe équatorial.

Les ondes partiellement polarisées sont également représentées : leur point équivalent est dans ce cas à l'intérieur de la sphère. Ainsi, une onde partiellement linéairement polarisée appartiendra au disque passant par le plan équatorial.

3.2.4.2 Analogie avec l'imagerie couleur

Dans le cas particulier de lumière partiellement linéairement polarisée, une analogie entre les paramètres de polarisation et les paramètres de couleur est possible. Wolff et al. [Wolff & Andreou, 1995] ont utilisé cette analogie pour représenter sur une seule image couleur les trois paramètres de la lumière partiellement linéairement polarisée. En notant I l'intensité lumineuse totale de la lumière, ρ son degré de polarisation, et φ

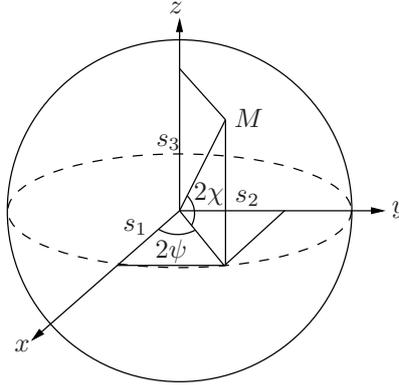


Figure 3.14 – Représentation des paramètres de polarisation d'une onde sur la sphère de Poincaré (point M).

son angle de polarisation, la transformation suivante peut être effectuée :

$$\begin{aligned} 2\varphi &\rightarrow H, \\ I &\rightarrow L, \\ \rho &\rightarrow S. \end{aligned} \quad (3.35)$$

Cette transformation permet de représenter les paramètres de polarisation sur une seule image en utilisant le codage H, L, S où H est la teinte, L la luminance, et S la saturation. L'angle de polarisation φ étant π -périodique, il est multiplié par deux afin d'être en cohérence avec la teinte. La Figure 3.15 montre la représentation des paramètres de polarisation mesurés sur une sphère théorique (d'indice de réfraction $n = 1.7$) éclairée parfaitement uniformément, par une source lumineuse non polarisée. Les trois premières images représentent les paramètres de polarisation de la lumière réfléchie. La première image représente l'intensité lumineuse réfléchie par la sphère. La seconde illustre le degré de polarisation de la lumière réfléchie : les pixels noirs sont les lieux où le degré de polarisation est nul, et les pixels blancs caractérisent les lieux où la polarisation linéaire est parfaite. La troisième image représente l'angle de polarisation de la lumière réfléchie avec des valeurs allant de 0 à π . L'image de couleur est le résultat de la transformation (3.35). Sur cette dernière, la couleur d'un pixel représente l'angle de polarisation, et la saturation du pixel représente le degré de polarisation. Un pixel peu coloré est ainsi caractéristique d'une polarisation très faible. Enfin, la luminance, ici constante, représente simplement l'intensité lumineuse.

Pour les applications de mesure de contraste de polarisation, cette représentation n'est pas optimale surtout lorsque la lumière émise est très peu polarisée. Dans ce cas, la couleur qui représente l'angle de polarisation est très sensible au bruit. Tyo et al. [Tyo

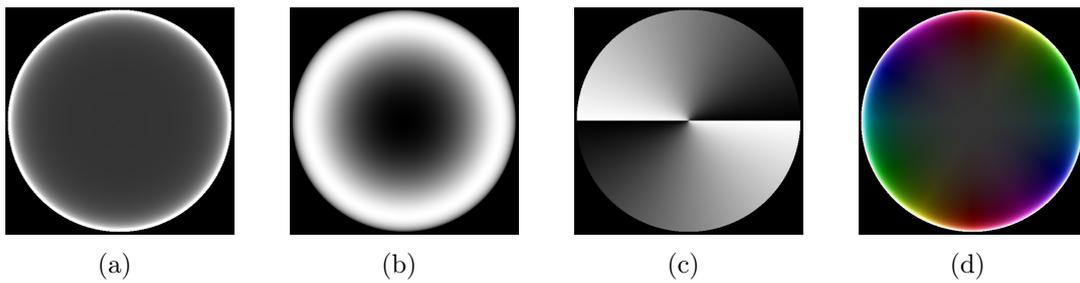


Figure 3.15 – Représentation des paramètres de polarisation : (a) intensité, (b) degré de polarisation, (c) angle de polarisation, (d) image couleur résultante.

et al., 1998] ont utilisé la transformation suivante :

$$\begin{aligned}
 2\varphi_0 &\rightarrow H, \\
 I_{\parallel} + I_{\perp} &\rightarrow L, \\
 I_{\parallel} - I_{\perp} &\rightarrow S.
 \end{aligned}
 \tag{3.36}$$

φ_0 est l'angle de référence du polariseur, c'est à dire l'angle pour lequel nous mesurons I_{\parallel} . L'information de couleur permet ici de repérer l'orientation de l'axe de référence.

3.3 La polarisation en vision artificielle

Quelques applications de la polarisation en vision artificielle sont présentées dans cette section. Elles peuvent être regroupées selon deux catégories en fonction du type d'éclairage employé : éclairage non polarisé et éclairage polarisé. Lorsque l'éclairage n'est pas polarisé, les paramètres de polarisation de la lumière réfléchie (lumière partiellement linéairement polarisée) sont généralement mesurés par le biais de polarimètres simplifiés. En revanche, l'utilisation d'un éclairage polarisé conduit à des systèmes plus contraignants, puisque dans ce cas, l'état de polarisation de la source lumineuse doit être connu.

3.3.1 Éclairage non polarisé

L'utilisation d'un éclairage polarisé s'appuie sur le principe physique suivant : après réflexion sur une surface, la lumière non polarisée devient partiellement linéairement polarisée. Ce principe sera décrit en détail dans la partie suivante. Les exemples présentés ci-après utilisent des caméras polarimétriques simplifiées permettant de calculer les paramètres d'une lumière partiellement linéairement polarisée.

3.3.1.1 Étude de surfaces semi-réfléchissantes

Schechner et al. [Schechner et al., 1999b; Schechner et al., 1999a; Schechner et al., 2000b] ont utilisé un filtre polariseur tournant afin de reconstruire les scènes réfléchies et transmises par une surface semi-réfléchissante (Figure 3.16). L'estimation de l'orientation du plan semi-réfléchissant permet de déterminer les angles d'incidence de la scène réfléchie. La méthode développée a été appliquée sur une vitre, en supposant que son axe de rotation est connu (horizontal dans le cas d'une fenêtre), et que la lumière réfléchie par les deux scènes n'est pratiquement pas polarisée.

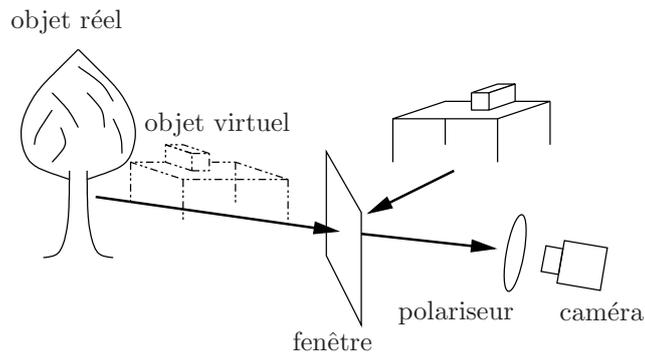


Figure 3.16 – Application de l'étude de la polarisation : séparation des scènes virtuelle et réfléchie sur un plan transparent.

3.3.1.2 Reconnaissance d'objets métalliques ou diélectriques

Pour discriminer les matériaux diélectriques des matériaux métalliques, Wolff [Wolff, 1990] utilise le *ratio de polarisation de Fresnel* défini par :

$$R_F = \frac{F_{\perp}}{F_{\parallel}}, \quad (3.37)$$

où F_{\perp} et F_{\parallel} sont les coefficients de Fresnel définis dans (3.22). En négligeant les réflexions diffuses qui ne sont pas polarisées, nous pouvons démontrer que :

$$R_F = \frac{F_{\perp}}{F_{\parallel}} = \frac{1 + \rho}{1 - \rho}, \quad (3.38)$$

où ρ est le degré de polarisation. Comme les coefficients de Fresnel dépendent de l'angle d'incidence, et de l'indice de réfraction du matériau, le ratio de Fresnel dépend également de ces paramètres. La courbe présentée sur la Figure 3.17 représente le ratio de polarisation de Fresnel, tracé en fonction de l'angle d'incidence, pour un matériau diélectrique et un matériau métallique. Du fait de leur indice complexe, la plupart des

matériaux métalliques ont un ratio de Fresnel très inférieur à ceux des matériaux diélectriques. Ainsi, la segmentation d'objets métalliques ou diélectriques sur des images est simplement effectuée en calculant le ratio de Fresnel et en appliquant un seuil. D'après l'équation (3.38), le ratio de Fresnel est obtenu à partir du degré de polarisation, mesuré par une caméra de type "capteur polarimétrique simplifié". Pour que cette méthode soit efficace, il faut que les objets soient suffisamment réfléchissants, et que l'éclairage soit placé de manière à ce que l'angle d'incidence soit compris entre 30° et 80° .

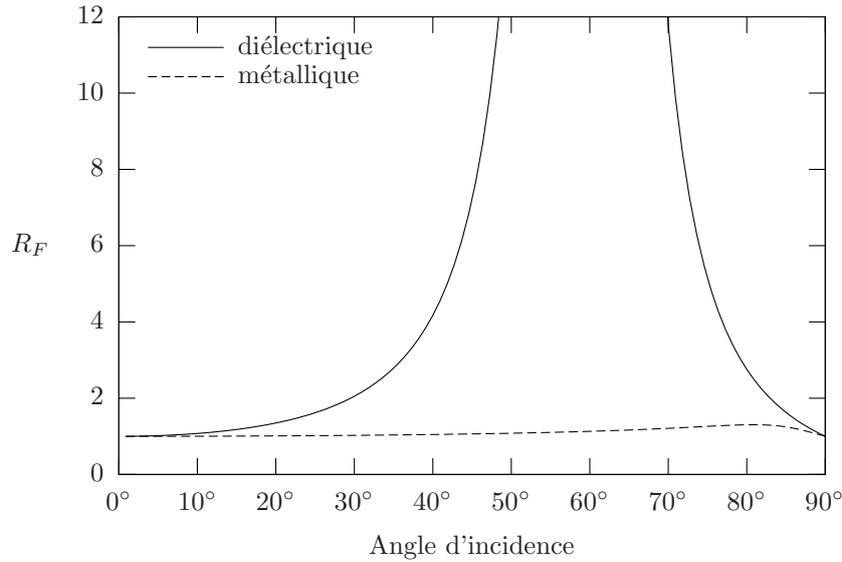


Figure 3.17 – Courbes du ratio de polarisation de Fresnel R_F pour un matériau diélectrique ($n = 1.7$) et un métal de type aluminium ($\hat{n} = 0.82 + 5.99i$).

3.3.1.3 Séparation des composantes diffuse et spéculaire

Wolff et al. [Wolff & Boulton, 1991] ont également développé une méthode reposant sur l'étude de la polarisation pour séparer les composantes diffuse et spéculaire des objets. D'après l'équation (3.31), les intensités maximale I_{max} et minimale I_{min} (vues au travers d'un filtre polariseur pour la composante spéculaire I_s) peuvent s'écrire :

$$I_{max} = \frac{\rho + 1}{2} I_s, \quad I_{min} = \frac{1 - \rho}{2} I_s. \quad (3.39)$$

En faisant intervenir le ratio de polarisation de Fresnel R_F nous avons :

$$I_{max} = \frac{R_F}{R_F + 1} I_s, \quad I_{min} = \frac{1}{R_F + 1} I_s. \quad (3.40)$$

La composante diffuse I_d étant supposée complètement non-polarisée, les intensités lumineuses maximale I_{max} et minimale I_{min} vues par la seule composante diffuse sont égales à :

$$I_{max} = \frac{1}{2}I_d, \quad I_{min} = \frac{1}{2}I_d. \quad (3.41)$$

D'après les équations (3.40) et (3.41) nous avons d'une manière générale :

$$I_{max} = \frac{R_F}{R_F + 1}I_s + \frac{1}{2}I_d, \quad I_{min} = \frac{1}{R_F + 1}I_s + \frac{1}{2}I_d. \quad (3.42)$$

Une équation linéaire entre les intensités I_{max} et I_{min} est donc donnée par :

$$I_{max} = R_F I_{min} + \frac{1 - R_F}{2} I_d. \quad (3.43)$$

Les inconnues à déterminer sont : le ratio de polarisation de Fresnel R_F , et l'intensité diffuse I_d . Pour calculer le ratio de polarisation de Fresnel, la méthode précédente ne s'applique pas, puisque la réflexion diffuse n'est plus négligée. La méthode proposée par Wolff et al. consiste à déterminer, sur un voisinage créé par segmentation des reflets spéculaires, les valeurs des couples (I_{max}, I_{min}) , et à calculer R_F en considérant qu'il est constant sur ce voisinage. Les variations de valeur du ratio de polarisation de Fresnel sont donc négligées au regard des variations de la composante spéculaire, qui est très sensible à la pente en tout point de la surface. Ensuite, nous en déduisons I_d de l'équation (3.43).

D'après la Figure 3.17, le ratio de Fresnel varie également rapidement en fonction de l'angle de l'incidence pour les surfaces diélectriques. Pour éviter d'appliquer l'approximation présentée par Wolff et al., Nayar et al. [Nayar et al., 1997] utilisent à la fois l'étude de la polarisation et le modèle de *réflexion dichromatique*. Ce dernier modèle est valable uniquement pour les surfaces diélectriques, et s'appuie sur les composantes spéculaires et diffuses, qui ont généralement des distributions spectrales différentes. En combinant les deux techniques, Nayar et al. parviennent à séparer les deux composantes, à condition que l'angle d'incidence soit suffisamment élevé pour que la lumière réfléchie spéculairement soit partiellement polarisée.

3.3.2 Éclairage polarisé

La plupart des éclairages polarisés employés illuminent des objets ou une scène, avec une lumière polarisée linéairement.

3.3.2.1 Polarisation croisée

L'application de polarisation la plus répandue en vision industrielle vise à supprimer des réflexions spéculaires. Celles-ci génèrent des reflets, qui empêchent non seulement une segmentation efficace des images, mais également une mauvaise évaluation de la couleur de l'objet [Bolle et al., 1996]. Le montage couramment employé utilise un éclairage polarisé, et un filtre polariseur devant la caméra orienté orthogonalement. La Figure 3.18 illustre l'effet de l'utilisation d'un éclairage polarisé et d'un filtre polariseur croisé devant la caméra.

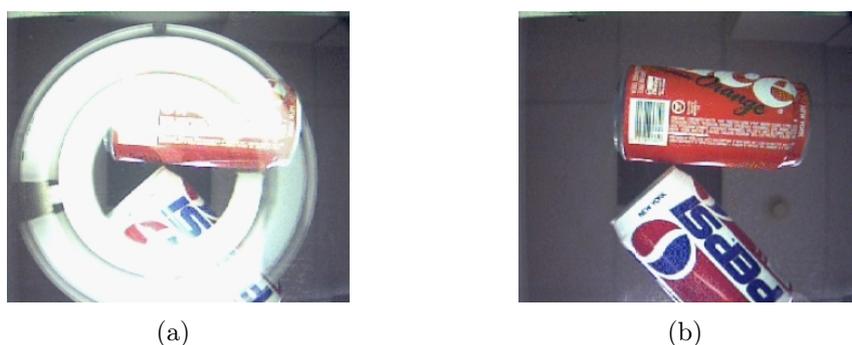


Figure 3.18 – Éclairage polarisé avec un filtre polariseur devant la caméra : (a) polarisation parallèle, (b) polarisation croisée [Bolle et al., 1996].

3.3.2.2 Dépolarisation

Dans le but de distinguer les défauts de type “rayure” des particules de poussière sur des objets métalliques parfaitement spéculaires, nous avons également utilisé un éclairage polarisé et un filtre polariseur placé devant la caméra. Contrairement aux objets métalliques, les particules de poussière sont très dépolarisantes. Ainsi la lumière réfléchie par les poussières sera non polarisée, contrairement à celle réfléchie par la surface de l'objet. Lorsque le filtre polariseur est orienté parallèlement à la direction de polarisation de l'éclairage, l'image obtenue ne permet pas de distinguer les défauts des poussières. En revanche, lorsque le polariseur est orienté perpendiculairement à la direction de la polarisation de l'éclairage, seules apparaissent les particules de poussière (Figure 3.19).

Les méthodes de dépolarisation sont surtout utilisées dans le domaine de la télédétection infrarouge [Alouini et al., 2004]. Une onde polarisée linéairement est émise en direction d'un objet. L'onde rétro-diffusée est analysée suivant deux directions : une direction parallèle à la polarisation de l'onde incidente, et une direction orthogonale. Un

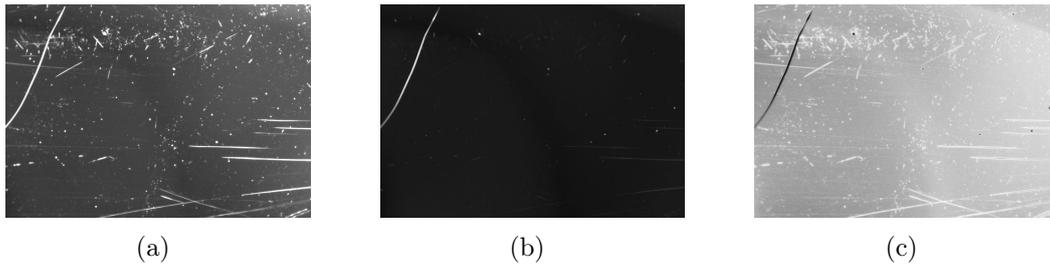


Figure 3.19 – Application de l’analyse croisée pour discriminer les défauts des poussières : (a) polariseur parallèle, (b) polariseur perpendiculaire, (c) degré de polarisation D_p .

degré de polarisation simplifié est calculé à partir des intensités I_{\parallel} et I_{\perp} correspondant aux deux directions :

$$D_p = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}}. \quad (3.44)$$

Quand $D_p = 0$, le matériau est totalement dépolarisant (objets naturels, lambertiens), et lorsque $D_p = 1$ le matériau est complètement polarisant (surfaces métalliques, verres). La Figure 3.20 montre une application de l’étude de la dépolarisation pour la discrimination entre des objets métalliques et diffusants.

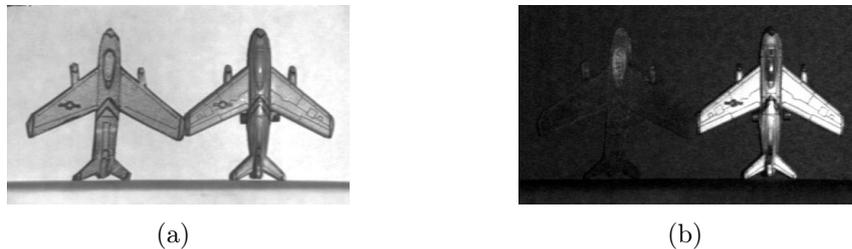


Figure 3.20 – Exemple de discrimination entre un objet diffusant (à gauche) et un objet métallique (à droite) : (a) image d’intensité, (b) image du degré de polarisation D_p [Alouini et al., 2004].

3.3.2.3 Amélioration de la triangulation active

Afin d’améliorer leur système de triangulation par projection de trait laser, Clark et al. [Clark et al., 1997] ont recours à la mesure de la polarisation de la lumière réfléchie. Cette dernière permet de lever l’ambiguïté sur les lignes qui proviendraient d’inter-réflexions. Le trait laser est polarisé, et un système d’analyse de polarisation est placé devant la caméra. L’état de polarisation de la lumière réfléchie dépend non seulement de l’angle d’incidence de la source lumineuse, mais également du nombre d’inter-réflexions.

Wallace et al. [Wallace et al., 1999] ont amélioré la technique en utilisant un polarimètre de Stokes : celui-ci autorise le calcul de tous les paramètres de la lumière réfléchie. Cette nouvelle technique discrimine les réflexions primaires des réflexions secondaires, en étudiant la forme de l'ellipse de la lumière réfléchie : elle n'est applicable que sur des surfaces métalliques. En effet, seuls les matériaux métalliques réfléchissent une lumière linéairement polarisée, en une lumière elliptiquement polarisée. Les matériaux doivent également être suffisamment diffusants, pour que la triangulation soit possible.

3.3.2.4 Reconnaissance d'objets métalliques ou diélectriques

Le système proposé par Wolff (sous-section 3.3.1.2) utilise un éclairage non polarisé, et souffre par conséquence de deux limitations :

- il est nécessaire que l'angle d'incidence soit compris entre 30° et 80° afin d'assurer une segmentation fiable,
- les réflexions diffuses doivent être négligeables.

Ainsi, le système ne permet pas de distinguer une feuille de papier d'une feuille métallique. Pour corriger ces deux lacunes, Chen et al. [Chen & Wolff, 1998] ont employé une lumière linéairement polarisée. La lumière linéairement polarisée est réfléchie elliptiquement polarisée sur un métal, alors qu'elle reste polarisée linéairement, après réflexion sur un matériau diélectrique. Pour distinguer la nature des objets, le système doit être sensible au déphasage δ de la composante polarisée. Si l'on s'intéresse uniquement au déphasage, il n'est pas nécessaire d'employer un polarimètre complet de Stokes. En effet, il suffit d'installer une lame quart d'onde orientée à 45° devant un dispositif polarimétrique simple (voir sous-section 3.2.2). La matrice de Mueller du montage présenté sur la Figure 3.21 est égale à :

$$M_{chen} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \\ \cos 2\alpha & 0 & \cos 2\alpha \sin 2\alpha & \cos^2 2\alpha \\ \sin 2\alpha & 0 & \sin^2 2\alpha & \cos 2\alpha \sin 2\alpha \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.45)$$

où α est l'angle du filtre polariseur tournant devant la caméra. De la même manière, le polariseur tournant peut être remplacé par un montage à cristaux liquides. L'intensité lumineuse I_p vue par la caméra est donc égale à :

$$I_p = \frac{1}{2}(s_0 + s_2 \sin 2\alpha + s_3 \cos 2\alpha). \quad (3.46)$$

Grâce à un minimum de trois couples (I_p, α) ce système permet de calculer les paramètres de Stokes : s_0 , s_2 , et s_3 de la lumière arrivant sur le capteur. La valeur du déphasage est calculée à partir de l'équation (3.14) :

$$\delta = \arctan \frac{s_3}{s_2}. \quad (3.47)$$

Cette méthode n'est pas valable pour des incidences normales ou rasantes : dans ce cas, la réflexion de la lumière linéairement polarisée sur un matériau métallique resterait polarisée linéairement.

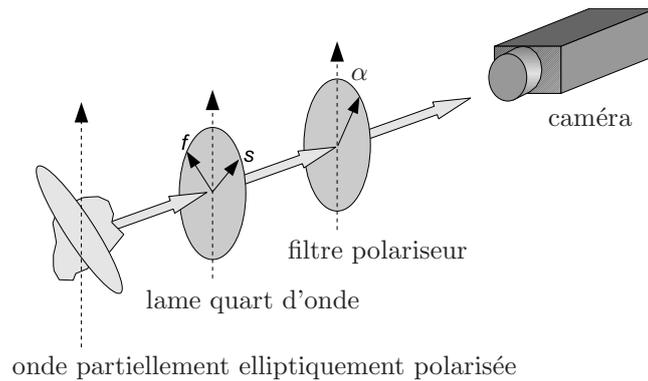


Figure 3.21 – Montage permettant de mesurer le déphasage d'une onde polarisée elliptiquement.

3.4 Shape from Polarization

Après avoir décrit la réflexion spéculaire d'une onde non polarisée sur une surface réfléchissante, nous montrons ici la manière de retrouver l'orientation des normales à la surface. Ces dernières étant obtenues avec certaines ambiguïtés, nous rapportons par la suite différentes approches pour surmonter ce problème. Enfin, nous détaillons l'extension de la technique de "Shape from Polarization", initialement développée pour les matériaux diélectriques, aux matériaux métalliques.

3.4.1 Étude de la réflexion spéculaire

Soit $\mathbf{s}^{(i)}$ le vecteur de Stokes de l'onde incidente parfaitement non polarisée d'intensité I_0 , et $\mathbf{s}^{(r)}$ le vecteurs de Stokes de l'onde lumineuse réfléchie par une surface parfaitement spéculaire. La matrice de Mueller M_{refl} de la réflexion définie dans (3.23) permet d'établir une relation entre $\mathbf{s}^{(r)}$ et $\mathbf{s}^{(i)}$:

$$\mathbf{s}^{(r)} = M_{refl} \cdot \mathbf{s}^{(i)} = M_{refl} \cdot \begin{bmatrix} I_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{I_0}{2} \cdot \begin{bmatrix} F_{\perp} + F_{\parallel} \\ F_{\perp} - F_{\parallel} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.48)$$

L'état de polarisation de l'onde réfléchie dépend directement des coefficients de réflexion de Fresnel F_{\perp} et F_{\parallel} . Par conséquent, il dépend de l'indice de réfraction de la surface, et de l'angle d'incidence. La Figure 3.22 présente le tracé des courbes de Fresnel en fonction de l'angle d'incidence. Nous remarquons, et nous pouvons démontrer, que l'inégalité suivante est vérifiée pour tout indice de réfraction et pour tout angle d'incidence :

$$F_{\perp} \geq F_{\parallel}. \quad (3.49)$$

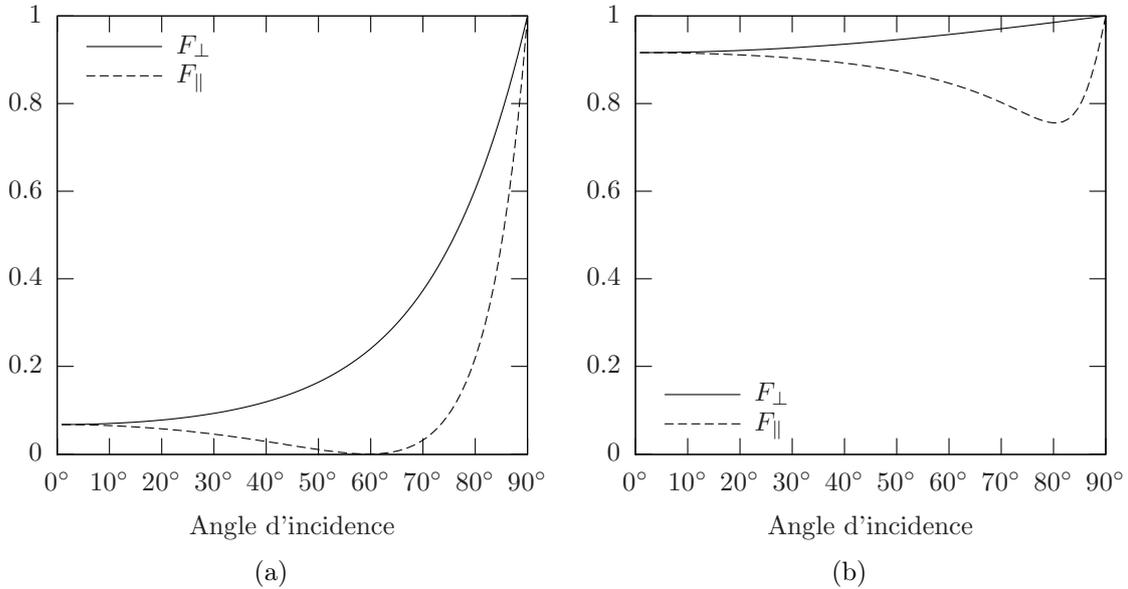


Figure 3.22 – Courbes des coefficients de Fresnel en fonction de l'angle d'incidence pour des matériaux de type : (a) diélectrique, (b) métallique.

D'après l'équation (3.48), nous en déduisons que l'onde réfléchie est *partiellement polarisée* car $s_0^2 \geq s_1^2 + 0 + 0$. Comme de plus $F_{\perp} \geq F_{\parallel}$, son degré de polarisation ρ s'écrit :

$$\rho = \left| \frac{F_{\perp} - F_{\parallel}}{F_{\perp} + F_{\parallel}} \right| = \frac{F_{\perp} - F_{\parallel}}{F_{\perp} + F_{\parallel}}. \quad (3.50)$$

L'intensité lumineuse I de l'onde réfléchi est donnée par :

$$I = \frac{I_0}{2} \cdot (F_{\perp} + F_{\parallel}). \quad (3.51)$$

L'onde est de plus, partiellement *linéairement* polarisée, car l'ellipticité χ définie par l'équation (3.15) est nulle. Dans ce cas, l'angle de polarisation φ donné par l'équation (3.14) devient :

$$\varphi = \frac{1}{2} \arccos \frac{F_{\perp} - F_{\parallel}}{|F_{\perp} - F_{\parallel}|} = \frac{1}{2} \arccos \pm 1 \quad (3.52)$$

Or, comme $F_{\perp} > F_{\parallel}$, $\varphi = 0$, nous en déduisons que la lumière réfléchi est partiellement linéairement polarisée, *orthogonalement* au plan d'incidence (Figure 3.23).

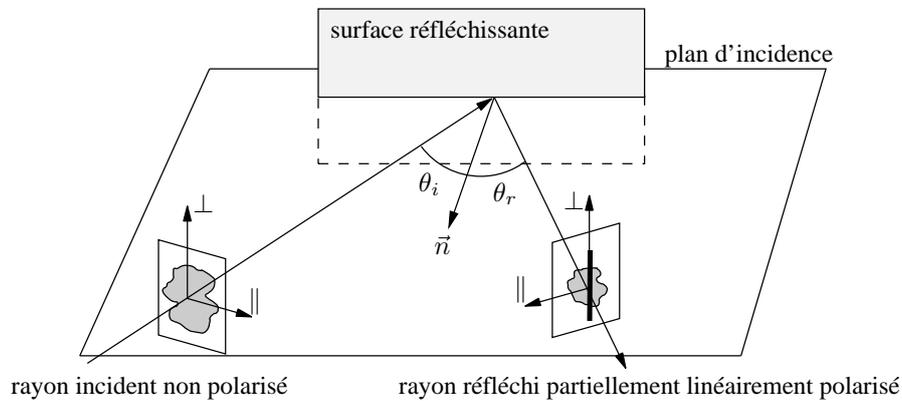


Figure 3.23 – Réflexion d'une onde non polarisée sur une surface réfléchissante.

3.4.2 Relations entre les paramètres de polarisation et les normales

Afin d'établir une relation entre les paramètres de polarisation et les normales en tout point de la surface, le modèle de projection orthographique doit être appliqué. Dans ce cas, tous les rayons réfléchis spéculairement par l'objet sont parallèles à l'axe z . Comme le montre la Figure 3.24, la normale \vec{n} en tout point de la surface s'écrit alors en fonction des angles θ_r et ϕ selon :

$$\vec{n} = \begin{cases} p = \tan \theta_r \cos \phi \\ q = \tan \theta_r \sin \phi \\ 1 \end{cases} . \quad (3.53)$$

Pour simplifier les expressions, et d'après la première loi de Snell-Descartes (3.16) nous pouvons écrire : $\theta = \theta_i = \theta_r$. Les coefficients de réflexion de Fresnel démontrent, d'une part, que l'angle de polarisation φ est lié à l'angle ϕ , et d'autre part, que le degré de polarisation ρ est lié à l'angle de réflexion θ .

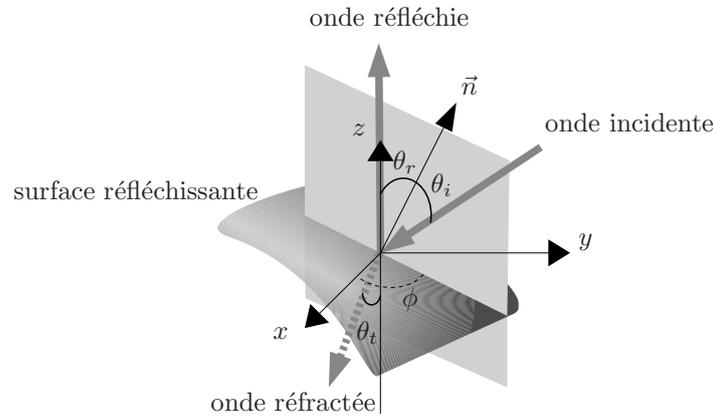


Figure 3.24 – Schéma de la réflexion d'une onde non polarisée sur une surface parfaitement réfléchissante.

3.4.2.1 Relation entre l'angle de polarisation φ et l'angle ϕ

Nous avons montré précédemment que l'onde réfléchie était partiellement linéairement polarisée, orthogonalement au plan d'incidence. La relation entre l'angle de polarisation φ et l'angle du plan d'incidence ϕ est donc :

$$\phi = \varphi \pm \frac{\pi}{2}. \quad (3.54)$$

L'angle de polarisation φ étant défini modulo π , pour déterminer correctement la normale, il y a une ambiguïté pour la détermination de l'angle ϕ , car ce dernier est défini modulo 2π .

3.4.2.2 Relation entre le degré de polarisation ρ et l'angle θ

Nous avons vu que le calcul du degré de polarisation de l'onde réfléchie était donné par :

$$\rho = \frac{F_{\perp} - F_{\parallel}}{F_{\perp} + F_{\parallel}}. \quad (3.55)$$

Les coefficients de Fresnel s'écrivent en fonction de l'angle d'incidence $\theta_i = \theta$ et de l'angle de réfraction θ_t :

$$\begin{cases} F_{\perp} = \frac{\sin^2(\theta_i - \theta_t)}{\sin^2(\theta_i + \theta_t)}, \\ F_{\parallel} = \frac{\tan^2(\theta_i - \theta_t)}{\tan^2(\theta_i + \theta_t)}. \end{cases} \quad (3.56)$$

D'après l'équation de Snell-Descartes (3.16) nous avons :

$$\sin \theta = n \sin \theta_t, \quad (3.57)$$

où n est l'indice de réfraction relatif entre les deux médias séparés par la surface : $n = n_2/n_1$. Les objets étant placés dans l'air, nous considérons que $n_1 = 1$, et dans ce cas, $n = n_2$.

En isolant θ_t dans l'expression (3.57), et en remplaçant la valeur obtenue dans les expressions de Fresnel (3.56), nous pouvons écrire le degré de polarisation ρ de l'équation (3.55), en fonction de l'angle θ et de l'indice de réfraction n . Après simplification, nous obtenons une relation entre le degré de polarisation ρ et l'angle de réflexion θ :

$$\rho(\theta) = \frac{2 \sin \theta \tan \theta \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{n^2 - 2 \sin^2 \theta + \tan^2 \theta}. \quad (3.58)$$

La Figure 3.25 présente la courbe du degré de polarisation en fonction de l'angle θ pour un matériau diélectrique d'indice $n = 1,7$. La fonction n'étant pas bijective, il existe une ambiguïté concernant la détermination de l'angle θ en fonction du degré de polarisation. En effet, pour un degré de polarisation ρ donné, deux valeurs sont candidates $\theta_1 < \theta_{lim}$ et $\theta_2 > \theta_{lim}$. L'angle θ_{lim} correspond à l'angle de Brewster. Par ailleurs, dans la mesure où la relation fait intervenir l'indice de réfraction, celui-ci doit être connu ou estimé.

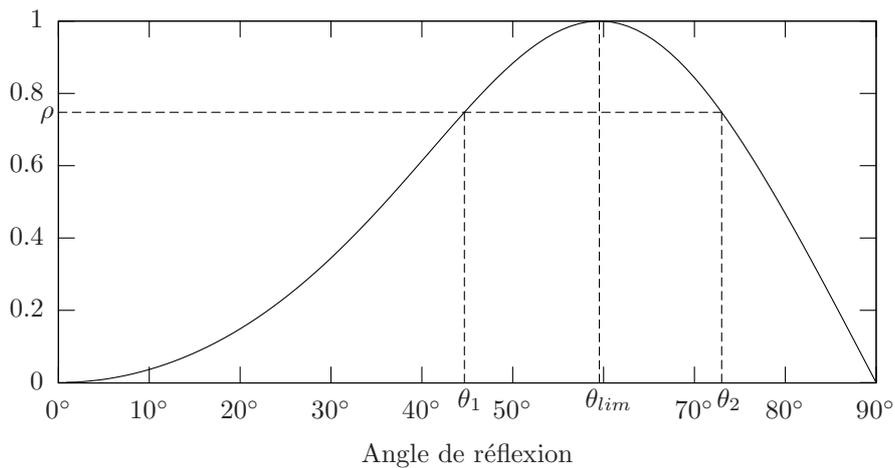


Figure 3.25 – Degré de polarisation en fonction de l'angle de réflexion pour une surface de type diélectrique ($n = 1,7$).

3.4.3 État de l'art

Koshikawa [Koshikawa, 1979] fut le premier à introduire la polarisation en vision artificielle, ayant pour objectif de retrouver l'orientation de surfaces planes d'objets diélectriques. Contrairement à cette technique qui nécessite un éclairage polarisée circulairement, les techniques de "Shape from Polarization" qui lui succédèrent, utilisent un éclairage non polarisé. Ces méthodes se classent suivant la nécessité d'employer un seul ou plusieurs points de vue.

3.4.3.1 Éclairage polarisé circulairement

Cette technique diffère légèrement de la technique de "Shape from polarization" puisqu'elle utilise un éclairage polarisé circulairement. Après réflexion sur un matériau diélectrique, l'onde polarisée circulairement devient polarisée elliptiquement. En effet, en reprenant la matrice de Mueller M_{refl} de la réflexion définie dans (3.23), et en notant $\mathbf{s}^{(i)}$ et $\mathbf{s}^{(r)}$, les vecteurs de Stokes respectifs de l'onde incidente parfaitement circulairement polarisée d'intensité I_0 , et de l'onde lumineuse réfléchie par une surface diélectrique parfaitement spéculaire, nous avons :

$$\mathbf{s}^{(r)} = M_{refl} \cdot \mathbf{s}^{(i)} = M_{refl} \cdot \begin{bmatrix} I_0 \\ 0 \\ 0 \\ I_0 \end{bmatrix} = \frac{I_0}{2} \cdot \begin{bmatrix} F_{\perp} + F_{\parallel} \\ F_{\perp} - F_{\parallel} \\ 2\sqrt{F_{\perp}F_{\parallel}} \sin \Delta \\ 2\sqrt{F_{\perp}F_{\parallel}} \cos \Delta \end{bmatrix}. \quad (3.59)$$

Dans le cas des matériaux diélectriques, on montre facilement que $\Delta = 0$ ou π [Born & Wolf, 1999]. Le vecteur de Stokes de l'onde réfléchie s'écrit donc :

$$\mathbf{s}^{(r)} = \frac{I_0}{2} \cdot \begin{bmatrix} F_{\perp} + F_{\parallel} \\ F_{\perp} - F_{\parallel} \\ 0 \\ \pm 2\sqrt{F_{\perp}F_{\parallel}} \end{bmatrix}. \quad (3.60)$$

Nous en déduisons la valeur du degré de polarisation ρ :

$$\rho = \frac{\sqrt{(F_{\perp} - F_{\parallel})^2 + 4F_{\perp}F_{\parallel}}}{F_{\perp} + F_{\parallel}} = 1. \quad (3.61)$$

L'onde réfléchie est parfaitement polarisée, et nous avons de plus :

$$\psi = 0, \quad \chi = \pm \frac{2\sqrt{F_{\perp}F_{\parallel}}}{|F_{\perp}F_{\parallel}|}. \quad (3.62)$$

Ainsi, l'onde réfléchie est parfaitement elliptiquement polarisée, et le grand axe de l'ellipse est orienté selon le plan d'incidence ($\psi = 0$). Par ce procédé, nous pouvons déterminer et tracer l'ellipticité χ , en fonction de l'angle de réflexion θ (Figure 3.26).

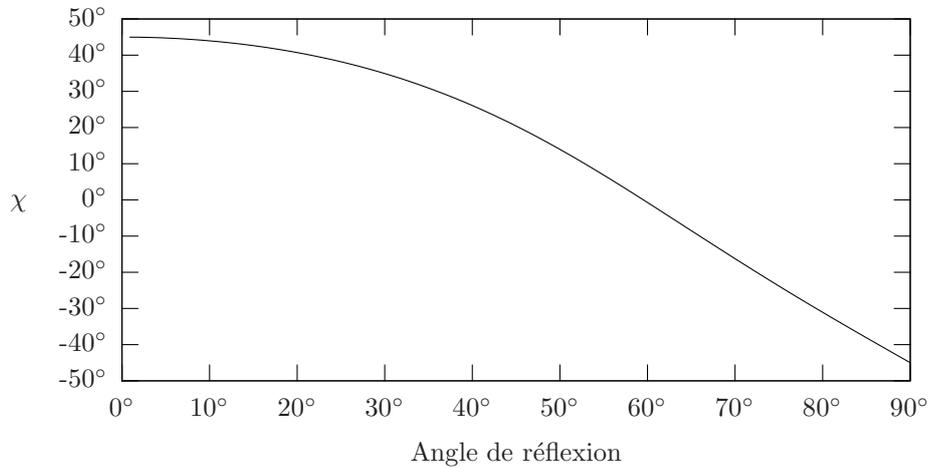


Figure 3.26 – Ellipticité en fonction de l'angle de réflexion pour une surface de type diélectrique ($n = 1.7$).

Cette technique présente l'avantage de déterminer l'angle θ à partir de l'information de l'ellipticité, sans ambiguïté. L'angle ϕ est lui déterminé à π près, à partir de l'orientation du grand axe de l'ellipse : ψ . Cette méthode ne s'applique qu'aux objets diélectriques, et elle est difficile à mettre en oeuvre, en raison de l'utilisation d'une source lumineuse parfaitement polarisée circulairement.

3.4.3.2 À partir de plusieurs points de vue

Wolff [Wolff & Boulton, 1991] a introduit la notion de “Shape from Polarization”, se fondant sur l'étude de la réflexion de lumière non polarisée. Afin de s'affranchir de la connaissance de l'indice de réfraction du matériau, Wolff n'utilise que l'information de l'angle de polarisation φ . L'angle ne donnant que l'orientation du plan d'incidence, un système binoculaire est employé, et la normale se calcule à partir de l'intersection des deux plans (Figure 3.27). L'inconvénient majeur de cette technique est la mise en correspondance des images, lorsque la surface de l'objet n'est pas plane. Joubert et al. [Joubert et al., 1995] ont également employé cette méthode ; ils sont parvenus à reconstruire la forme tridimensionnelle d'objets simples comme la sphère, et la pyramide. Pour des objets légèrement plus complexes, Rahmann et Canterakis [Rahmann & Canterakis, 2001] ont démontré que trois vues étaient nécessaires. La reconstruction d'objets dont les surfaces peuvent être approximées par des quadriques nécessitent, quant à elle, deux vues [Rahmann, 2003].

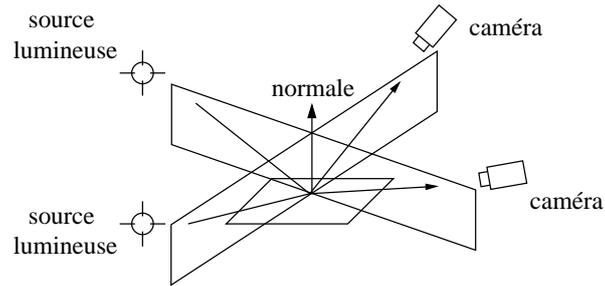


Figure 3.27 – Intersection de deux plans spéculaires d'incidence.

Le système le plus abouti a été développé par Miyazaki et al. [Miyazaki et al., 2002a; Miyazaki et al., 2003a; Miyazaki et al., 2004] pour la reconstruction d'objets diélectriques transparents. Contrairement à la méthode précédente, ils déterminent les normales en tout point de la surface, à partir de l'angle de polarisation et du degré de polarisation de la lumière réfléchie. Ils proposent de lever l'ambiguïté concernant la valeur de l'angle de réflexion, en tournant légèrement l'objet entre deux vues consécutives. En étudiant les variations locales du degré de polarisation, et en fonction du sens de rotation, ils parviennent à lever l'ambiguïté concernant la détermination de l'angle θ . L'ambiguïté concernant la valeur de l'angle ϕ est levée en propageant l'information de l'orientation de la normale du bord vers l'intérieur de l'objet. En effet, comme le montre la silhouette sur la Figure 3.28, au bord de l'objet $\theta = 0$ et donc, l'angle ϕ est uniquement déterminé par la normale au contour. Cette technique impose d'avoir une vue complète de l'objet, et que la propagation de l'information à l'intérieur de l'objet s'effectue correctement.

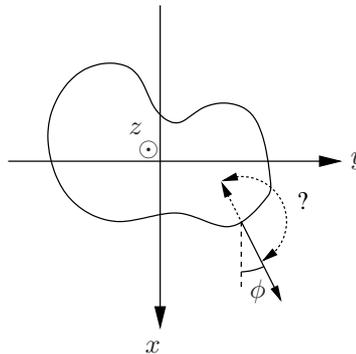


Figure 3.28 – Levée de l'ambiguïté grâce à l'information au bord.

3.4.3.3 À partir d'un seul point de vue

Rahmann [Rahmann, 1999] a développé une méthode pour calculer l'orientation d'un plan, et déterminer l'orientation de la source lumineuse. Cette technique utilisant

uniquement l'information de l'angle de polarisation n'est valable que pour des objets diélectriques, dont la surface est plane et rugueuse. Pour des objets légèrement plus complexes, Rahmann détermine complètement les normales en tout point de la surface, avec seulement l'information de l'angle de polarisation et des courbes de niveaux [Rahmann, 2000]. Ces dernières sont obtenues en dérivant l'image de l'angle de polarisation : cette méthode, permettant de se dispenser de l'information du degré de polarisation, n'est valable que pour des objets convexes. Par ailleurs, la méthode n'a été appliquée que dans le cas d'une sphère.

Saito et al. [Saito et al., 1999] ont également reconstruit des sphères diélectriques transparentes, mais en utilisant cette fois les deux angles (zénithal θ , et azimutal ϕ). Cependant aucun détail n'est donné concernant la levée des ambiguïtés provenant des informations du degré et de l'angle de polarisation.

Miyazaki et al. [Miyazaki et al., 2003b] ont montré la possibilité de reconstruire des formes simples d'objet ayant des composantes diffuses et spéculaires. La séparation des deux composantes est effectuée grâce au modèle de réflexion dichromatique. Dans le cas d'objets diélectriques in-homogènes, la composante diffuse devient partiellement polarisée au voisinage des bords (valeurs de l'angle θ proches de 90°) [Wolff & Boulton, 1991]. Grâce au calcul du degré de polarisation de la composante diffuse pour les grandes valeurs de θ , il est possible de lever l'ambiguïté sur la courbe du degré de polarisation de la composante spéculaire.

Ces derniers ont également développé une méthode utilisant l'imagerie infrarouge [Miyazaki et al., 2002b] afin de lever l'ambiguïté concernant l'angle θ . En effet, la relation entre le degré de polarisation dans le proche infrarouge, et l'angle de réflexion θ est sans ambiguïté : elle permet de remonter à une valeur très approximative de l'angle $\tilde{\theta}$. Cette valeur est ensuite utilisée sur la courbe correspondant au domaine du visible, pour déterminer la valeur θ_1 ou θ_2 à choisir. Cette technique est lourde à mettre en oeuvre car l'acquisition de la forme de l'objet s'effectue en deux temps. Tout d'abord, une caméra standard acquiert les paramètres de polarisation, puis elle est remplacée par une caméra infrarouge qui, à son tour, les acquiert également (la pièce à étudier est ici chauffée).

3.4.4 Extension aux surfaces métalliques

Pour les matériaux métalliques, l'expression (3.58) de la relation entre le degré de polarisation et l'angle de réflexion n'est plus valide, puisque l'indice de réfraction est complexe. L'indice complexe \hat{n} des matériaux métalliques s'écrit généralement sous la forme :

$$\hat{n} = n(1 + i\kappa), \quad (3.63)$$

où κ est le coefficient d'extinction.

Dans ce cas, l'équation de Snell-Descartes (3.16) implique que l'angle de réfraction θ_t est complexe. Les coefficients de Fresnel ont alors pour expression :

$$\begin{cases} F_{\perp} = \left| \frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)} \right|^2, \\ F_{\parallel} = \left| \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)} \right|^2. \end{cases} \quad (3.64)$$

Afin de simplifier les expressions, nous avons appliqué l'approximation généralement utilisée pour déterminer les coefficients d'indices complexes dans le domaine du visible [Born & Wolf, 1999] :

$$|\hat{n}|^2 = n^2(1 + \kappa^2) \gg 1. \quad (3.65)$$

En appliquant le même raisonnement que pour les surfaces diélectriques nous trouvons une relation inversible entre le degré de polarisation ρ , et l'angle de réflexion θ :

$$\rho(\theta) = \frac{2n \tan \theta \sin \theta}{\tan^2 \theta \sin^2 \theta + |\hat{n}|^2}. \quad (3.66)$$

La courbe calculée à partir de l'approximation diffère principalement de la courbe théorique pour de grandes valeurs de l'angle de réflexion θ (Figure 3.29). Par ailleurs, nous remarquons que l'angle limite θ_{lim} est beaucoup plus grand pour les matériaux métalliques. Aussi les points dont l'angle θ est supérieur à θ_{lim} , ont des pentes très élevées. Cette propriété permet de traiter un grand nombre d'objets sans avoir à lever l'ambiguïté sur la détermination de l'angle θ .

3.5 Conclusion

Les rappels d'optique présentés au début de ce chapitre nous ont permis de décrire explicitement les changements d'état de polarisation de la lumière lors de la réflexion spéculaire, grâce à la modélisation de Stokes et de Mueller. Tout comme l'oeil humain, les caméras n'étant pas sensibles à la polarisation, nous avons rassemblé les montages permettant d'extraire les informations de polarisation de la lumière. Grâce à l'utilisation de composants à cristaux liquides, nous avons vu qu'il était possible d'acquérir pratiquement en temps réel les paramètres de polarisation. Par la suite, nous avons exposé

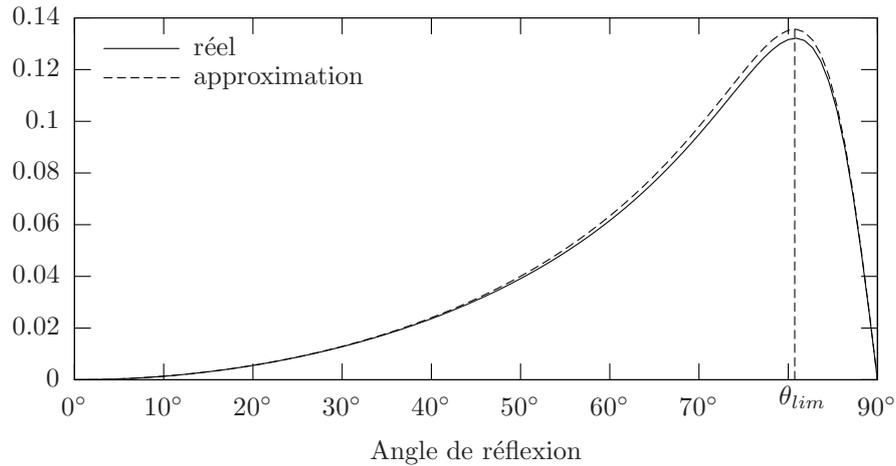


Figure 3.29 – Degré de polarisation ρ en fonction de l’angle de réflexion θ pour un matériau métallique d’indice de réfraction $\hat{n} = 0.82 + 5.99i$: courbe réelle et courbe approximée.

plusieurs applications de l’imagerie polarimétrique employée en vision artificielle. Enfin, nous avons décrit la technique de “Shape from Polarization” : après une réflexion spéculaire, la lumière non polarisée devient partiellement linéairement polarisée. Cette méthode n’est applicable que dans le cas de surfaces parfaitement spéculaires. Dans le cas contraire, les réflexions diffuses et spéculaires doivent être séparées. Grâce aux informations d’angle et de degré de polarisation de l’onde réfléchie, la normale en tout point de la surface est calculée. Le chapitre suivant expose les méthodes de reconstruction tridimensionnelle à partir du champ de normales de la surface.

Chapitre 4

Reconstruction à partir de champs de normales

La reconstruction tridimensionnelle de surfaces à partir d'un champ de normales (encore appelé champ de gradients) n'est pas triviale, et les publications traitant de ce problème ne sont pas nombreuses. Ce chapitre présente différentes techniques référencées, permettant de reconstruire la surface tridimensionnelle des objets, à partir de leur champs de normales. Ces méthodes sont regroupées suivant trois classes :

- méthodes locales,
- méthodes reposant sur la relaxation,
- méthodes globales.

Après avoir donné les principales caractéristiques de ces techniques, nous comparons de manière qualitative et quantitative les algorithmes associés.

4.1 Introduction

La reconstruction de surfaces tridimensionnelles à partir de champs de normales est apparue au début des années 80 avec le développement des techniques de “Shape from Shading” [Horn, 1989; Zhang et al., 1999]. La plupart des algorithmes développés reposent sur la minimisation d'une fonctionnelle, définie par :

$$\int \int (I(x, y) - R(x, y))^2 dx dy, \quad (4.1)$$

où I est l'intensité mesurée, et R est la contrainte de brillance estimée. Dans la mesure où la brillance est dépendante des normales en tout point de la surface, la minimisation de cette fonctionnelle permet de retrouver la surface qui est solution du problème. Tous

les algorithmes développés ne sont pas directement applicables, puisque la plupart ne donnent pas une relation explicite entre le champ de gradients et la hauteur. Nous nous intéressons donc ici aux techniques calculant directement la surface à partir du champ de normales.

Afin de reconstruire la forme tridimensionnelle d'un objet à partir d'un champ de normales, il est nécessaire d'imposer des contraintes sur la surface. Nous supposons donc que cette dernière est définie sur un espace à deux dimensions U par une fonction continue f , de classe C^2 , et s'écrivant sous la forme cartésienne suivante :

$$\begin{aligned} f : U &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x, y) &\mapsto z = f(x, y) \end{aligned} \quad (4.2)$$

Soit g la fonction représentant la surface dans un espace tridimensionnel E , nous avons :

$$\begin{aligned} g : U &\rightarrow E \\ (x, y) &\mapsto (x, y, f(x, y)) \end{aligned} \quad (4.3)$$

Le plan tangent de g est défini par les deux vecteurs suivants :

$$\frac{\partial g(x, y)}{\partial x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \end{pmatrix}, \quad \frac{\partial g(x, y)}{\partial y} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \end{pmatrix}. \quad (4.4)$$

La normale \vec{n} au point (x, y, z) définie par $\vec{n} = \frac{\partial g(x, y)}{\partial x} \wedge \frac{\partial g(x, y)}{\partial y}$, s'écrit sous la forme¹ :

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \\ -\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p \\ q \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

Cette relation lie les valeurs p, q (voir chapitre 3) de la normale aux dérivées partielles de la surface $\frac{\partial f(x, y)}{\partial x}$ et $\frac{\partial f(x, y)}{\partial y}$. Pour la suite du chapitre, nous supposons connues les deux images de gradients p et q , représentées par des matrices de réels de taille $l \times c$ (où l et c sont respectivement le nombre de lignes et de colonnes de la matrice). La surface sera représentée par une image de profondeur (z) de même taille. La Figure 4.1 illustre la convention employée pour l'indexation des lignes et des colonnes.

¹La normale ainsi définie n'est pas normée.

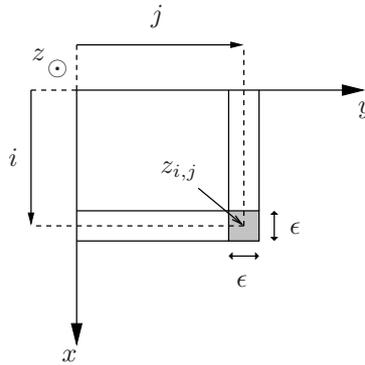


Figure 4.1 – Convention utilisée pour le calcul de la surface à partir d’images de gradient.

4.2 Méthodes locales

Les méthodes d’intégration locales reposent sur des intégrations selon des courbes et non pas sur la surface entière. En procédant à l’intégration de plusieurs courbes, suivant plusieurs chemins, il est possible de reconstruire complètement la surface. Ces méthodes sont très simples à mettre en oeuvre, mais elles sont très sensibles aux différents chemins nécessaires et à leurs orientations. Elles sont également sensibles au bruit puisque celui-ci se propage et se cumule suivant le chemin d’intégration. La technique la plus répandue s’appuie sur le développement en série de Taylor d’une fonction continue définie sur \mathbb{R} . Le développement en série de Taylor conduit à deux méthodes : *méthode des rectangles* et *méthode des trapèzes* [Ben Slimane, 2004].

La première partie introduit l’algorithme de base permettant d’intégrer selon les deux méthodes précédentes. Deux techniques dérivées de ces méthodes sont décrites par la suite. Enfin, une autre méthode d’intégration reposant sur des estimations locales de hauteur est présentée.

4.2.1 Principe

Soit $h(s)$ une fonction représentant un chemin d’intégration sur la surface, vérifiant le développement en série de Taylor suivant :

$$h(s + ds) = h(s) + h'(s) \cdot ds + \frac{1}{2}h''(s)d^2s + \dots \quad (4.6)$$

La méthode des rectangles est obtenue en appliquant à une surface $z = f(x, y)$ le développement en série de Taylor au premier ordre suivant les axes x et y . En discrétisant l’équation (4.6), et en l’appliquant sur les lignes et les colonnes de l’image indicée par i et j , nous avons :

$$\begin{cases} z_{i,j} = z_{i-1,j} - \epsilon \cdot p_{i-1,j}, \\ z_{i,j} = z_{i,j-1} - \epsilon \cdot q_{i,j-1}, \end{cases} \quad (4.7)$$

où ϵ est la distance inter-pixels et p et q sont les gradients suivant les lignes et les colonnes. En sommant les deux expressions, nous obtenons une relation simple décrivant l'algorithme d'intégration par la méthode des rectangles :

$$z_{i,j} = \frac{z_{i-1,j} + z_{i,j-1}}{2} - \epsilon \frac{p_{i-1,j} + q_{i,j-1}}{2}. \quad (4.8)$$

La méthode des trapèzes s'obtient de la même manière en conservant le développement en série de Taylor au second ordre :

$$\begin{cases} z_{i,j} = z_{i-1,j} - \epsilon \cdot p_{i-1,j} - \frac{\epsilon^2}{2} \cdot p'_{i-1,j}, \\ z_{i,j} = z_{i,j-1} - \epsilon \cdot q_{i,j-1} - \frac{\epsilon^2}{2} \cdot q'_{i,j-1}. \end{cases} \quad (4.9)$$

Les dérivées p' et q' peuvent être approchées par les valeurs suivantes :

$$\begin{cases} p'_{i-1,j} = \frac{p_{i,j} - p_{i-1,j}}{\epsilon}, \\ q'_{i,j-1} = \frac{q_{i,j} - q_{i,j-1}}{\epsilon}. \end{cases} \quad (4.10)$$

En remplaçant ces dérivées dans l'équation (4.9), et en sommant les deux expressions, nous obtenons l'algorithme décrivant l'intégration par la méthode des trapèzes :

$$z_{i,j} = \frac{z_{i-1,j} + z_{i,j-1}}{2} - \epsilon \frac{p_{i,j} + p_{i-1,j} + q_{i,j} + q_{i,j-1}}{4}. \quad (4.11)$$

D'après les équations (4.8) et (4.11), nous remarquons qu'il est nécessaire d'initialiser la première ligne et la première colonne de l'image. Pour cela, le pixel $z_{1,1}$ est fixé à 0. La première ligne et la première colonne sont calculées à partir du cas mono-dimensionnel. Une fois, la première ligne et la première colonne calculées, le reste de l'image est obtenu par balayage en utilisant les équations (4.8) ou (4.11) suivant la méthode. Le balayage peut s'effectuer ligne après ligne ou colonne après colonne.

4.2.2 Méthode de Coleman et Jain

Lorsque l'initialisation est effectuée dans un coin de l'image, les erreurs vont se propager sur toute l'image en se cumulant, ce qui aura pour effet d'introduire une erreur importante au voisinage du coin opposé. L'erreur de reconstruction sera donc dépendante du sens du balayage. Pour limiter ces effets, Coleman et Jain [Coleman & Jain, 1982] ont appliqué la méthode des rectangles en partant du centre de l'image

afin de limiter la propagation des erreurs. Comme le montre la Figure 4.2, le centre de l'image est initialisé par 0, la ligne et la colonne passant par ce pixel sont initialisées ainsi que nous l'avons décrit plus haut. Ensuite, la méthode des rectangles est appliquée sur chacun des quadrants.

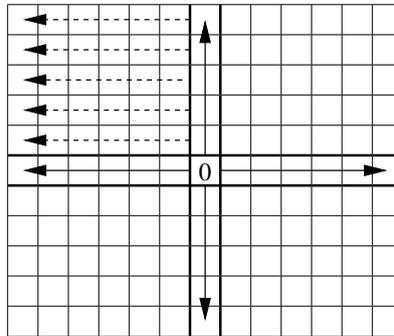


Figure 4.2 – Méthode de Coleman et Jain : après initialisation du pixel central, la croix définie par la colonne centrale et la ligne centrale est initialisée par un filtre mono-dimensionnel (lignes continues). La méthode des rectangles est appliquée sur les quatre quadrants (lignes pointillées).

La Figure 4.3(a) montre une surface théorique à partir de laquelle ont été calculés les champs de gradients p et q . Les écarts absolus entre la surface théorique et les surfaces reconstruites à partir de la méthode des rectangles et de la méthode de Coleman et Jain sont présentés respectivement Figure 4.3(b) et Figure 4.3(c). La méthode de Coleman et Jain permet de réduire la propagation des erreurs le long des différents chemins.

4.2.3 Méthode de Rodehorst

La méthode de Rodehorst (ou “Four path integration”) a été employée par Klette et Schlüns [Klette & Schlüns, 1996] comme méthode représentative des méthodes locales, pour la comparer aux méthodes globales. Cette technique effectue quatre intégrations différentes, en partant des quatre coins de l'image, grâce à la méthode des trapèzes. En faisant l'hypothèse que la hauteur aux quatre coins de l'image est la même, le résultat final est obtenu en effectuant la moyenne des quatre images. Afin de comparer cette méthode aux autres techniques, nous l'avons généralisée, pour nous défaire de la contrainte forte concernant la hauteur identique aux quatre coins. En supprimant la contrainte, les quatre images représentent toutes la même surface reconstruite, mais à une constante près. En prenant par exemple la première image comme référence, les images suivantes sont recalées grâce à la constante calculée à partir de la moyenne des écarts à l'image de référence. Une fois toutes les images recalées, la surface est reconstruite à partir de la moyenne des quatre images. La Figure 4.4 présente la reconstruction d'une surface

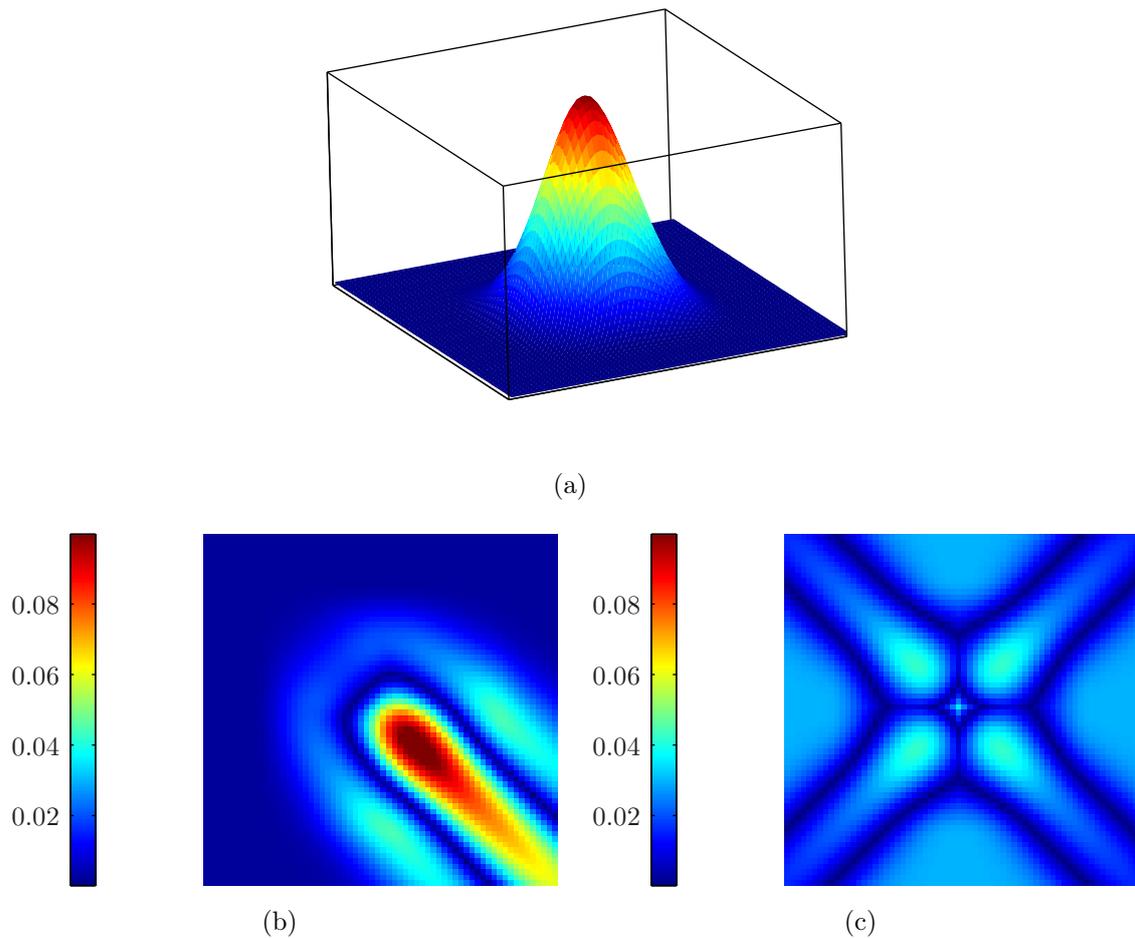


Figure 4.3 – Comparaison de deux méthodes de reconstruction : (a) surface théorique, (b) et (c) images de l’erreur de reconstruction selon la méthodes des rectangles et la méthode de Coleman et Jain.

dont les altitudes aux quatre coins de l’image de profondeur sont différentes.

4.2.4 Méthode par estimation de hauteurs

Pour reconstruire la surface à partir d’un champ de gradients, Smith et Bors [Smith & Bors, 2002; Bors & Hancock, 2002] proposent d’utiliser une grille de points sur laquelle un site (ou un point) a une hauteur connue. Il s’agit également d’une méthode itérative, qui calcule une estimation de la hauteur des sites suivants à partir du point connu et des informations concernant la normale. La différence avec les précédentes méthodes vient du fait que la normale n’est pas associée à tout point de la surface mais à chaque triangle constitué de trois points. La Figure 4.5 montre la grille de points et les triangles orientés par le champ de normales. En supposant que le point de référence indicé (i, j) est connu,

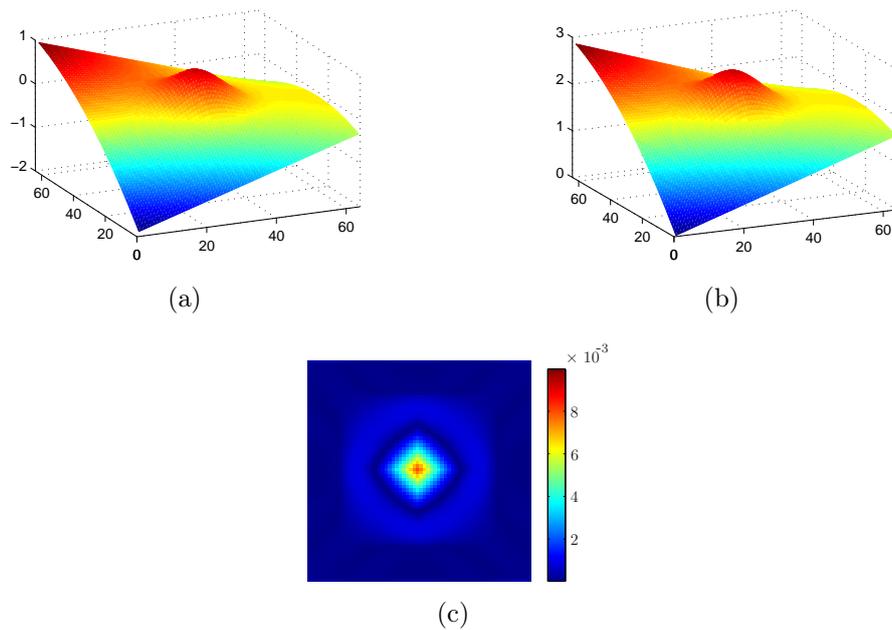


Figure 4.4 – Exemple de reconstruction selon la méthode de Rodehorst modifiée : (a) surface théorique, (b) surface reconstruite et (c) image de l’erreur de reconstruction après recalage en z des surfaces.

la hauteur du point $(i - 1, j)$ est calculée à partir de la normale n_1 , et les hauteurs des points $(i, j - 1)$ et $(i + 1, j)$ à partir de n_2 , etc. Tous les points de la grille sont mis à jour de proche en proche. Après avoir déterminé toutes les hauteurs des points, les normales sont estimées et comparées au champ de normales initial. L’algorithme est réitéré, en partant de l’estimation de hauteur d’un nouveau point, jusqu’à ce que la différence vectorielle entre les normales obtenues et estimées soit faible. Cette méthode nécessite un nombre d’itérations important pour reconstruire correctement la surface.

4.2.5 Conclusion sur les méthodes locales

À l’exception de la méthode d’intégration par estimation de hauteurs, nous avons vu que l’ensemble des méthodes locales reposaient sur l’utilisation du développement de Taylor mono-dimensionnel. La reconstruction dépend du sens de parcours de l’intégration, et, pour réduire l’erreur de reconstruction, deux approches ont été présentées. Coleman et Jain partent du centre de l’image afin de réduire la longueur d’intégration des différents chemins, alors que Rodehorst propose de partir des quatre coins de l’image, et de moyenner le résultat des quatre intégrations. Les caractéristiques de ces deux techniques seront étudiées plus en détail dans la dernière partie du chapitre, en comparaison avec les autres méthodes.

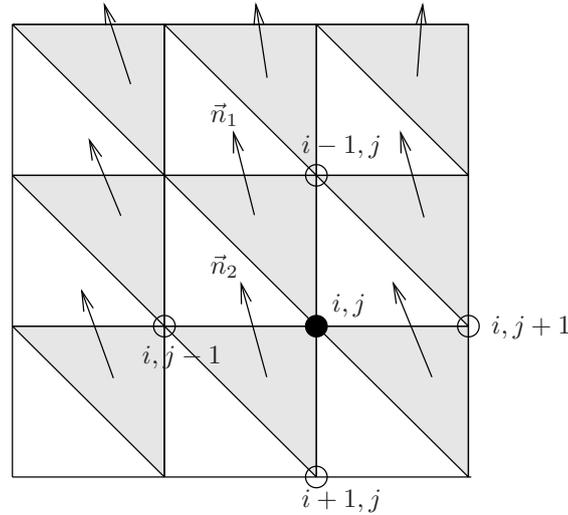


Figure 4.5 – Relation entre le champ de normales appliqué aux triangles, et les points de la grille.

4.3 Méthodes reposant sur la relaxation

Étant donné un champ de gradients $\{p, q\}$ d'une image, Horn et al. [Horn & Brooks, 1986; Ikeuchi, 1983] proposent une méthode pour reconstruire la surface $z = f(x, y)$ en cherchant à minimiser la fonctionnelle suivante :

$$W = \int \int \left(\left(-\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right) - p \right)^2 + \left(\left(-\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right) - q \right)^2 dx dy. \quad (4.12)$$

La minimisation de cette expression consiste à minimiser l'écart entre la dérivée de la surface reconstruite et les dérivées directement obtenues par le champ de gradients. La solution de ce calcul de problème variationnel est donné par l'équation différentielle de Euler :

$$\nabla^2 f(x, y) = \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y}. \quad (4.13)$$

Cette équation conduit à un schéma itératif simple de la forme :

$$f(x, y)^{n+1} = \bar{f}(x, y)^n - \rho \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} \right), \quad (4.14)$$

où \bar{f} est la moyenne locale de la surface f , et ρ est une constante dépendant de la manière dont est calculée la moyenne. La discrétisation de l'équation (4.14) conduit à un algorithme largement employé par Miyazaki [Miyazaki, 2002] dans le cas du "Shape from Polarization" appliqué aux surfaces diélectriques :

$$z_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{4} (z_{i-1,j}^n + z_{i+1,j}^n + z_{i,j-1}^n + z_{i,j+1}^n) - \frac{\epsilon}{4} (p_{i+1,j} - p_{i,j} + q_{i,j+1} - q_{i,j}), \quad (4.15)$$

où ϵ est la distance inter-pixel. Cet algorithme est également appelé schéma itératif de Jacobi. Il permet de calculer de manière itérative l'image de profondeur z^{n+1} , en fonction de l'image de profondeur obtenue à l'itération précédente : z^n . Lorsque n croît, la surface s'affine jusqu'à tendre vers la surface attendue. Comme nous pouvons le constater, l'inconvénient majeur de cette méthode, et plus généralement de toutes les méthodes reposant sur la relaxation, est la nécessité d'avoir une approximation de la surface z^0 pour pouvoir initialiser l'algorithme. Nous verrons par la suite que toutes les formes ne pourront être reconstruites par ces méthodes.

La convergence du schéma itératif de Jacobi étant très lente, différentes méthodes ont été utilisées pour accélérer le calcul de l'image de profondeur. Nous présentons tout d'abord une méthode que nous avons développée afin d'utiliser des filtres moyenneurs de taille plus importante. Puis, nous rappelons les méthodes de Gauss-Seidel et de SOR (Successive Over Relaxation). Enfin, nous exposerons une application de méthode multi-grilles à la reconstruction d'images de profondeur à partir d'un champ de normales.

4.3.1 Filtres moyenneurs

Pour déterminer un nouvel algorithme permettant d'utiliser des filtres moyenneurs de taille plus importante, nous reprenons l'expression du développement de Taylor au second ordre pour une fonction à deux variables :

$$\begin{aligned} f(x+dx, y+dy) &= f(x, y) + \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} dx + \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} dy \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} dx^2 + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} dy^2 + 2 \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} dx dy \right). \end{aligned} \quad (4.16)$$

En prenant $u = dx$ et $v = dy$, la discrétisation de l'équation (4.16) sur l'image de profondeur donne :

$$z_{i,j}^{n+1} = z_{i-u, j-v}^n - \epsilon (p_{i,j} u + q_{i,j} v) + \frac{\epsilon^2}{2} \left(-\frac{\partial p_{i,j}}{\partial i} u^2 - \frac{\partial q_{i,j}}{\partial j} v^2 + 2 \frac{\partial^2 z_{i,j}^{n+1}}{\partial i \partial j} uv \right). \quad (4.17)$$

Soit $H_{i,j}$, le noyau du filtre moyeneur carré de taille $(2k+1) \times (2k+1)$, nous écrivons la relation (4.17), pour chacun des points du filtre. En sommant avec les pondérations

dues aux coefficients du filtre nous avons :

$$\begin{aligned}
z_{i,j}^{n+1} \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k H_{u,v} &= \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k H_{u,v} z_{i-u,j-v}^n - \epsilon \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k H_{u,v} (p_{i,j}u + q_{i,j}v) \\
&- \frac{\epsilon^2}{2} \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k H_{u,v} \left(\frac{\partial p_{i,j}}{\partial i} u^2 + \frac{\partial q_{i,j}}{\partial j} v^2 \right) \\
&+ \epsilon^2 \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k H_{u,v} \left(\frac{\partial^2 z_{i,j}^{n+1}}{\partial i \partial j} uv \right). \tag{4.18}
\end{aligned}$$

Pour simplifier l'expression, nous allons annuler la deuxième et la quatrième partie de l'égalité. Cela conduit à des contraintes sur la structure du filtre moyenneur :

$$\forall (u, v) \in [-k, k]^2, H(u, v) = H(-u, v) = H(u, -v). \tag{4.19}$$

La relation (4.18) s'écrit maintenant sous la forme simplifiée suivante :

$$S \cdot z_{i,j}^{n+1} = H * z_{i,j}^n - \frac{a\epsilon^2}{2} \left(\frac{\partial p_{i,j}}{\partial i} + \frac{\partial q_{i,j}}{\partial j} \right), \tag{4.20}$$

où $S = \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k H_{u,v}$ est la somme des coefficients du filtre, et a est donné par :

$$a = \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k H_{u,v} u^2 = \sum_{u=-k}^k \sum_{v=-k}^k H_{u,v} v^2.$$

Ainsi le schéma itératif de Jacobi (4.15) se généralise par la relation :

$$z_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{S} H * z_{i,j}^n - \frac{a\epsilon}{2S} (p_{i+1,j} - p_{i,j} + q_{i,j+1} - q_{i,j}). \tag{4.21}$$

$$0 \quad 1 \quad 0$$

En prenant le filtre $\begin{matrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{matrix}$, nous retrouvons l'algorithme de Jacobi avec $a = 2$, et

$$0 \quad 1 \quad 0$$

$S = 4$.

La Figure 4.6 représente l'erreur quadratique de reconstruction en fonction du nombre d'itérations. La surface de référence est celle de la Figure 4.3(a). Les filtres nommés lisseurs de taille 3×3 , et les filtres moyenneurs sont définis par :

$$F_{\text{lisseur}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad F_{\text{moyenueur}} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.22)$$

Lorsque la taille du filtre augmente, la convergence de l'algorithme de reconstruction augmente nettement. Pour des images de grande dimension (1024×1024), il est nécessaire d'employer au minimum des filtres de taille 7. De nombreux essais expérimentaux ont montré que les performances sont également meilleures lorsque le pixel central est nul.

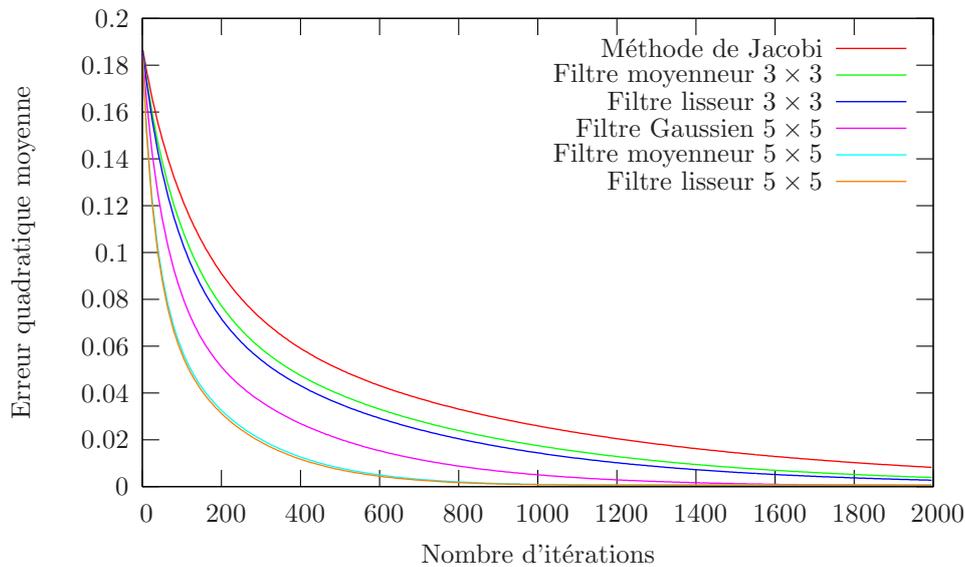


Figure 4.6 – Influence de la forme et de la taille des filtres pour la reconstruction par méthode de relaxation.

4.3.2 Méthode de Gauss-Seidel

Afin de reconstruire plus efficacement les surfaces à partir d'un champ de normales, Terzopoulos [Terzopoulos, 1982; Terzopoulos, 1985] a rapproché ce problème à un problème de résolution d'équations aux dérivées partielles. Cette technique a été récemment reprise par Horovitz et Kiryati [Horovitz & Kiryati, 2004]. La résolution de ce système aux dérivées partielles conduit à un algorithme défini par :

$$z_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{4} (z_{i-1,j}^{n+1} + z_{i+1,j}^n + z_{i,j-1}^{n+1} + z_{i,j+1}^n) - \frac{\epsilon}{4} (p_{i+1,j} - p_{i,j} + q_{i,j+1} - q_{i,j}). \quad (4.23)$$

Cet algorithme est très proche de l'algorithme de Jacobi (4.15), à la seule différence que le calcul de la valeur moyenne est effectué avec les dernières valeurs déjà mises à jour :

$z_{i-1,j}^{n+1}$ et $z_{i,j-1}^{n+1}$. Comme nous pouvons le voir sur la Figure 4.7, cette méthode permet de reconstruire la surface avec environ deux fois moins d'itérations que dans le cas de la méthode de Jacobi.

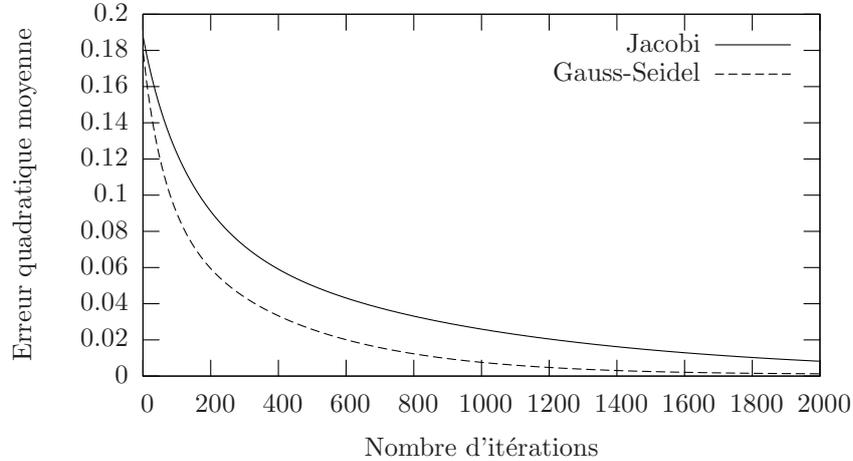


Figure 4.7 – Comparaison de la vitesse de convergence des schémas itératifs de Jacobi et de Gauss-Seidel, pour le champ de gradients de la surface de référence présentée Figure 4.3(a).

Il existe une variante de la méthode de Gauss-Seidel, appelée *red-black Gauss-Seidel*. Cette technique fait référence aux couleurs composant les cases d'un échiquier. En effet, si nous attribuons à chaque pixel de l'image une couleur rouge ou noir à la manière d'un échiquier, d'après l'équation (4.23), nous remarquons que les pixels "rouges" ne dépendent que des pixels "noirs" et inversement. Il est donc possible de paralléliser la mise à jour des pixels "rouges" et des pixels "noirs", et ainsi de réduire le temps d'intégration par deux.

4.3.3 Méthode SOR

La méthode SOR (Successive Over Relaxation) est une méthode itérative qui permet d'accélérer grandement la convergence de l'algorithme [Press et al., 2002]. Pour cela, nous introduisons dans l'équation itérative de Gauss-Seidel, un coefficient ω ($1 < \omega < 2$) tel que :

$$z_{i,j}^{n+1} = (1 - \omega)z_{i,j}^n + \frac{\omega}{4} (z_{i-1,j}^{n+1} + z_{i+1,j}^n + z_{i,j-1}^{n+1} + z_{i,j+1}^n) - \frac{\omega\epsilon}{4} (p_{i+1,j} - p_{i,j} + q_{i,j+1} - q_{i,j}). \quad (4.24)$$

La convergence de l'algorithme est d'autant plus grande que la constante ω est proche de sa valeur optimale. La Figure 4.8 montre l'évolution de l'erreur quadratique moyenne pour différentes valeurs de ω , dans le cas de la reconstruction de la surface présentée dans la Figure 4.3(a). Dans ce cas simple, nous remarquons que la valeur optimale de

ω tend vers 2, et permet une convergence très rapide. Lorsque ω tend vers 1, nous retrouvons l'algorithme de Gauss-Seidel. De la même manière que pour le red-black Gauss-Seidel, il est possible d'implémenter le red-black SOR puisque un pixel "noir" ne dépend que des pixels "rouges" et inversement. L'inconvénient majeur de cette méthode est la détermination de ω qui s'effectue de manière empirique, et dépend du type de surface à reconstruire.

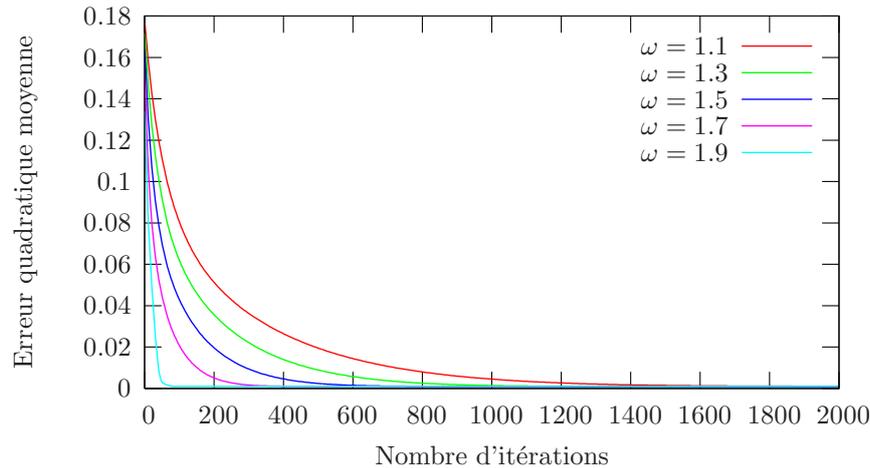


Figure 4.8 – Influence du paramètre de “overrelaxation” ω pour l'algorithme de SOR.

Pour améliorer au maximum la vitesse de convergence de l'algorithme de relaxation, le paramètre de “overrelaxation” ω peut varier au fur et à mesure des itérations. L'ouvrage [Press et al., 2002] donne l'algorithme complet, appelé “SOR avec accélération de Chebyshev”. Là encore, cet algorithme souffre du fait que le calcul de ω dépende d'une constante à déterminer de manière empirique dans le cas de la reconstruction de surfaces tridimensionnelles à partir d'un champ de gradients.

4.3.4 Méthodes multi-grilles

Nous présentons brièvement les méthodes multi-grilles. Bien que ces techniques accélèrent encore les précédentes méthodes de relaxation, elles ont l'inconvénient majeur de n'être applicables qu'au cas par cas, puisque de nombreux paramètres interviennent lors de la reconstruction. Le principe des méthodes multi-grilles est d'effectuer des itérations successives appliquées sur l'image à différentes échelles. La Figure 4.9(a) présente une pyramide à trois niveaux employée par Horovitz et Kiryati [Horovitz & Kiryati, 2004].

1. La relaxation est tout d'abord effectuée un nombre de fois limité (2 ou 3) à l'échelle la plus fine, puis l'erreur entre le gradient de la surface reconstruite et le champ de normales initial constitue le nouveau champ à intégrer.

2. Ce nouveau champ est ensuite sous-échantillonné, et une nouvelle étape de relaxation peut de nouveau être effectuée.
3. Ce processus est réitéré jusqu'à une certaine profondeur. À ce niveau de profondeur, l'intégration est alors effectuée sur une échelle grossière à l'aide d'un algorithme de relaxation (autant d'itérations que nécessaire).
4. La solution est ensuite sur-échantillonnée et additionnée au résultat de la relaxation en 2. Puis, un algorithme de relaxation est employée pour lisser le résultat (2, 3 itérations).
5. Le précédent résultat est sur-échantillonné et additionné au résultat de la relaxation en 1. La solution finale est obtenue après relaxation.

Les méthodes employées par Horovitz et Kiryati pour la relaxation et le calcul de la solution sont respectivement la méthode de Gauss-Seidel et la méthode de SOR. L'avantage de la méthode multi-grilles est de n'effectuer le calcul de la solution qu'à une échelle grossière, ce qui permet d'accélérer le processus d'intégration. Par contre, le nombre d'itérations nécessaires pour les étapes de relaxation, ainsi que le paramètre ω , sont déterminés empiriquement.

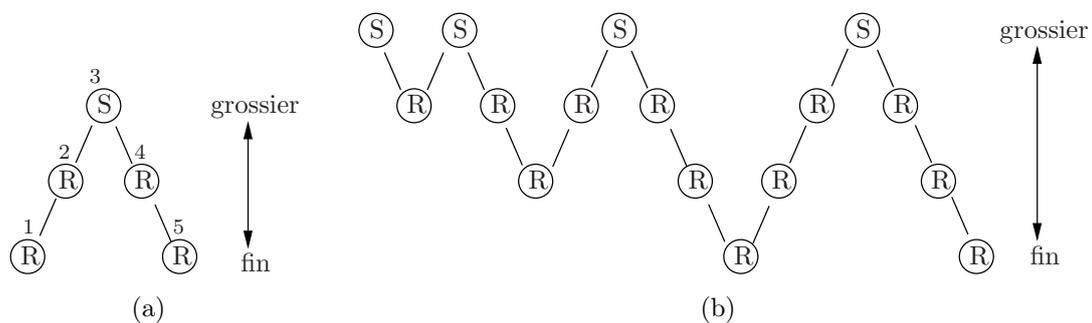


Figure 4.9 – Principe de méthodes multi-grilles : (a) méthode pyramidale (ou V-cycle), (b) FMG (Full Multi-Grid).

La Figure 4.9(b) montre un schéma récursif appelé FMG (Full Multi-Grid) employé par Terzopoulos [Terzopoulos, 1982]. Contrairement à l'algorithme précédent, le FMG part de l'échelle la plus grossière (image de taille 2×2) et remonte de manière récursive jusqu'à l'échelle la plus fine. Cette technique récursive est rapide mais demande beaucoup d'espace mémoire.

4.3.5 Conclusion au sujet des méthodes reposant sur la relaxation

Les méthodes reposant sur la relaxation utilisent des schémas itératifs ou récursifs. La contrainte fondamentale de ces méthodes est la nécessité d'avoir une surface initiale ou une surface de référence avant d'intégrer. La reconstruction d'objets dont la surface d'appui est plane convient particulièrement à ces techniques : la surface de référence est alors le plan d'équation $z = 0$. Pour ce type d'objet, la surface à reconstruire n'est pas l'image complète, mais uniquement la région d'intérêt contenant les normales de l'objet. En repartant de l'équation (4.12) de la fonctionnelle à minimiser, des poids peuvent être introduits afin de ne prendre en compte que les points de la surface de l'objet. L'équation (4.12) devient :

$$W = \int \int w_x(x, y) \left(\left(-\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right) - p \right)^2 + w_y(x, y) \left(\left(-\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right) - q \right)^2 dx dy, \quad (4.25)$$

où w_x et w_y sont des fonctions de pondération. Dans ce cas, l'algorithme SOR (4.24) devient :

$$\begin{aligned} z_{i,j}^{n+1} = & (1 - \omega)z_{i,j}^n + \frac{\omega}{w_{i,j}^x + w_{i-1,j}^x + w_{i,j}^y + w_{i,j-1}^y} [w_{i,j}^x (z_{i+1,j}^n - \epsilon p_{i+1,j}) \\ & + w_{i-1,j}^x (z_{i-1,j}^{n+1} + \epsilon p_{i,j}) + w_{i,j}^y (z_{i,j+1}^n - \epsilon q_{i,j+1}) + w_{i,j-1}^y (z_{i,j-1}^{n+1} + \epsilon q_{i,j})] \end{aligned} \quad (4.26)$$

La connaissance de la hauteur des points sur le périmètre implique des contraintes fortes (poids forts) en ces points [Horovitz & Kiryati, 2004].

Par rapport au schéma de relaxation classique de Jacobi (4.15) employé par Miyazaki, nous avons vu dans cette section le gain en convergence, soit en augmentant la taille du filtre moyennneur, soit en utilisant un schéma de type Gauss-Seidel ou SOR . Le schéma de Gauss-Seidel peut se déduire de celui de SOR en prenant comme paramètre de "overrelaxation" $\omega = 1$. Afin, d'accélérer la convergence, nous proposons une extension de la méthode SOR en utilisant des voisinages de taille plus importante. L'algorithme de SOR (4.24) devient :

$$z_{i,j}^{n+1} = (1 - \omega)z_{i,j}^n + \frac{\omega}{S} H \tilde{*} z_{i,j}^n - \frac{\omega a \epsilon}{2S} (p_{i+1,j} - p_{i,j} + q_{i,j+1} - q_{i,j}), \quad (4.27)$$

où $\tilde{*}$ désigne un pseudo produit de convolution, pour lequel les données sont mises à jour au fur et à mesure de leur calcul. En plus de ces contraintes (4.19) déjà prédéfinies, nous imposons la contrainte $H(0,0) = 0$, car nous avons vérifié empiriquement que cette

condition accélère la vitesse de convergence de l'algorithme. La Figure 4.10 compare l'évolution de l'erreur quadratique en fonction du nombre d'itérations pour différentes méthodes itératives. Le champ de gradient provient de la même surface que celle de la Figure 4.3(a), mais de taille double. Les voisinages employés pour l'algorithme de Gauss-Seidel et de SOR, peuvent être représentés par le tableau :

$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \quad (4.28)$$

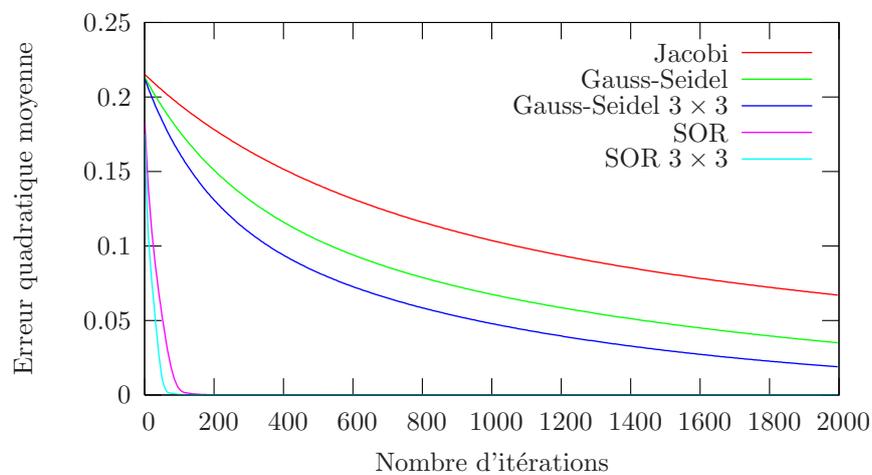


Figure 4.10 – Comparaison de la convergence entre les méthodes standards et les méthodes utilisant un voisinage plus important.

Nous avons présenté brièvement ici le principe de schémas récursifs issus des méthodes multi-grilles. En raison de l'espace mémoire nécessaire pour la récursivité, et des nombreux paramètres ajustables, ces méthodes ne seront pas comparées dans la dernière partie du chapitre.

4.4 Méthodes globales

Les méthodes globales, par opposition aux méthodes locales, permettent la reconstruction de la surface en traitant directement les images de gradients. Deux grandes familles de méthodes globales apparaissent : les méthodes utilisant la transformée de Fourier, et les méthodes utilisant des projections sur des bases.

4.4.1 Transformée de Fourier

Frankot et Chellappa [Frankot & Chellappa, 1988] ont introduit les premiers, un algorithme permettant de reconstruire la surface, en utilisant la transformée de Fourier appliquée aux images de gradients. Pour la suite, nous supposons que la transformée de Fourier d'une fonction $f(x, y)$ est définie par :

$$\tilde{f}(u, v) = \int \int f(x, y) e^{-j(ux+vy)} dx dy, \quad (4.29)$$

et la transformée de Fourier inverse est définie par :

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int \int \tilde{f}(u, v) e^{j(ux+vy)} du dv. \quad (4.30)$$

4.4.1.1 Principe

Nous avons vu précédemment, que l'intégration à partir du champ de normales, revenait à minimiser la fonctionnelle définie par l'équation (4.12) et rappelée ci-dessous :

$$W = \int \int \left(\left(-\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right) - p \right)^2 + \left(\left(-\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right) - q \right)^2 dx dy.$$

En appliquant le théorème de Parseval

$$\int \int |f(x, y)|^2 dx dy = \frac{1}{2\pi} \int \int |\tilde{f}(u, v)|^2 du dv \quad (4.31)$$

à l'équation (4.12), et en utilisant les formules de transformée de Fourier, la fonctionnelle à minimiser devient :

$$W = \frac{1}{2\pi} \int \int \left| -ju\tilde{f}(u, v) - \tilde{p} \right|^2 + \left| -jv\tilde{f}(u, v) - \tilde{q} \right|^2 du dv, \quad (4.32)$$

où \tilde{p} , et \tilde{q} sont les transformées de Fourier du champ de gradients $\{p, q\}$. En développant l'expression nous avons :

$$W = \frac{1}{2\pi} \int \int (u^2 + v^2) \tilde{f} \tilde{f}^* + ju\tilde{p}^* \tilde{f} - ju\tilde{p} \tilde{f}^* + jv\tilde{q}^* \tilde{f} - jv\tilde{q} \tilde{f}^* + \tilde{p} \tilde{p}^* + \tilde{q} \tilde{q}^* du dv. \quad (4.33)$$

Afin de minimiser la fonctionnelle (4.33), l'expression est dérivée par rapport à \tilde{f} et \tilde{f}^* , puis égalisée par rapport à 0 :

$$\begin{cases} (u^2 + v^2)\tilde{f}^* + ju\tilde{p}^* + jv\tilde{q}^* = 0, \\ (u^2 + v^2)\tilde{f} - ju\tilde{p} - jv\tilde{q} = 0. \end{cases} \quad (4.34)$$

En additionnant et en soustrayant les deux expressions, nous obtenons un nouveau système :

$$\begin{cases} (u^2 + v^2)(\tilde{f} + \tilde{f}^*) + ju(\tilde{p}^* - \tilde{p}) + jv(\tilde{q}^* - \tilde{q}) = 0, \\ (u^2 + v^2)(\tilde{f} - \tilde{f}^*) + ju(\tilde{p}^* + \tilde{p}) + jv(\tilde{q}^* + \tilde{q}) = 0. \end{cases} \quad (4.35)$$

La somme des deux expressions nous permet de déterminer une relation² entre la transformée de Fourier de la surface et les transformées de Fourier de ses gradients pour $(u, v) \neq (0, 0)$:

$$\tilde{f}(u, v) = \frac{-ju\tilde{p}^* - jv\tilde{q}^*}{u^2 + v^2}. \quad (4.36)$$

À partir de cette relation très simple, la surface reconstruite est directement obtenue par transformée de Fourier inverse de \tilde{f} . Cependant, cette technique est limitée à la reconstruction de surfaces dont la valeur moyenne des gradients est nulle ($\tilde{p}(0, 0) = 0$ et $\tilde{q}(0, 0) = 0$) puisque nous ne pouvons pas traiter le cas où $(u, v) = (0, 0)$. Autrement dit, le plan moyen par lequel passe la surface doit être orienté selon l'axe z .

4.4.1.2 Application à des surfaces cartésiennes quelconques

Pour appliquer la technique de reconstruction par transformée de Fourier, il faut tenir compte du plan moyen par lequel passe la surface. Pour cela, en notant $\{p, q\}$ les gradients de l'image, nous écrivons :

$$\forall(x, y), \begin{cases} p_0(x, y) = p(x, y) - \bar{p}, \\ q_0(x, y) = q(x, y) - \bar{q}, \end{cases} \quad (4.37)$$

où \bar{p} et \bar{q} représentent les valeurs moyennes des gradients, et où $\{p_0, q_0\}$ représente un champ de gradient à valeur moyenne nulle. Comme la dérivée est un opérateur linéaire, la surface à reconstruire $f(x, y)$ peut se décomposer selon la somme suivante :

$$f(x, y) = f_0(x, y) + g(x, y), \quad (4.38)$$

²La relation trouvée diffère légèrement de celle donnée par Frankot et Chellappa, en raison de la convention concernant le signe du champ de gradients.

où f_0 est la surface reconstruite grâce à la méthode de Frankot-Chellappa (4.36), et où g représente le plan moyen. L'équation du plan s'écrit sous la forme :

$$g(x, y) = x\bar{p} + y\bar{q} + Cste = x\tilde{p}(0, 0) + y\tilde{q}(0, 0) + Cste, \quad (4.39)$$

où $Cste$ est une constante pouvant être prise à 0 puisque la surface reconstruite est toujours définie à une constante près. La Figure 4.11 illustre la reconstruction d'une surface dont la pente moyenne n'est pas orientée selon l'axe x . Dans un premier temps, f_0 est reconstruite à l'aide de l'équation (4.36), puis la pente g est déterminée à l'aide des valeurs moyennes du champ de gradients selon l'équation (4.39). La surface finale est reconstruite en sommant f_0 et g .

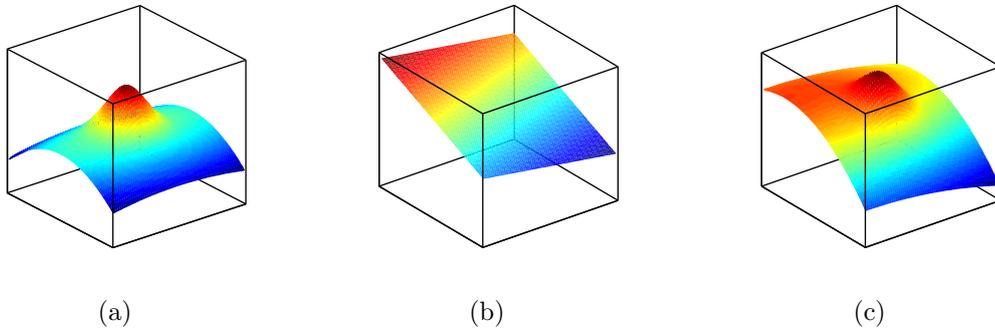


Figure 4.11 – Reconstruction d'une surface dont la pente moyenne est non nulle : (a) surface reconstruite par Frankot-Chellappa f_0 , (b) plan moyen g , (c) surface complète $f_0 + g$.

4.4.1.3 Amélioration de Wei-Klette

Wei et Klette [Wei & Klette, 2001; Wei & Klette, 2002] proposent d'améliorer l'algorithme de Frankot-Chellappa, en introduisant des contraintes supplémentaires dans la fonctionnelle à minimiser. Afin d'augmenter la précision et la robustesse de l'algorithme, la fonctionnelle est écrite selon l'expression :

$$\begin{aligned} W &= \iint \left| \left(-\frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right) - p \right|^2 + \left| \left(-\frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right) - q \right|^2 dx dy \\ &+ \lambda \iint \left| \frac{\partial f(x, y)}{\partial x} \right|^2 + \left| \frac{\partial f(x, y)}{\partial y} \right|^2 dx dy \\ &+ \mu \iint \left| \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} \right|^2 + 2 \left| \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x \partial y} \right|^2 + \left| \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} \right|^2 dx dy. \end{aligned} \quad (4.40)$$

Le second terme de la partie droite de l'équation représente les petites variations de l'aire de la surface, et le troisième terme représente les petites variations des courbures de la surface. λ et μ sont des paramètres de régularisation définis positifs pour permettre d'ajuster les différentes contraintes entre elles. En procédant de la même manière que dans le paragraphe précédent, la résolution de la fonctionnelle en passant dans le domaine de Fourier donne :

$$\tilde{f}(u, v) = \frac{-ju\tilde{p}^* - jv\tilde{q}^*}{(1 + \lambda)(u^2 + v^2) + \mu(u^2 + v^2)^2}. \quad (4.41)$$

En prenant $(\lambda, \mu) = (0, 0)$, nous retrouvons l'algorithme de Frankot-Chellappa (4.36). Wei et Klette ont démontré que cette nouvelle relation permettait de reconstruire de manière plus précise des surfaces à partir de champs de gradients bruités. Malheureusement, cette technique souffre du fait que la surface reconstruite n'est pas seulement définie à une constante additive près, mais également à une constante multiplicative près. Si nous reprenons par exemple la reconstruction à partir des gradients de la surface théorique 4.3(a) avec la méthode de Wei-Klette, nous obtiendrons une surface identique à un facteur d'échelle près.

La Figure 4.12 présente les tracés de la hauteur théorique en fonction de la hauteur de la surface reconstruite, pour les méthodes de Frankot-Chellappa, et de Wei-Klette ($\lambda = 0.1$ et $\mu = 10$). Les courbes sont approximées par une relation affine, entre la surface théorique, et les surfaces reconstruites. Par régression linéaire, nous calculons le coefficient directeur et la constante à l'origine. Les deux tracés montrent bien que les surfaces sont reconstruites à une constante près. Par contre, le coefficient directeur de la droite est différent de 1 dans le cas de l'algorithme de Wei-Klette, ce qui prouve la présence d'un facteur d'échelle pour la reconstruction.

4.4.2 Méthodes projectives

L'objectif des méthodes projectives est de représenter la surface à reconstruire comme la somme d'un ensemble de fonctions de base. Il s'agit donc de déterminer les coefficients des projections sur ces bases à partir du champ de gradients.

4.4.2.1 Shapelets

Kovesi [Kovesi, 2003] a développé une méthode projective utilisant des fonctions de base appelées "shapelets". Le principe repose sur l'observation suivante : une corrélation entre les gradients d'une surface et les gradients de fonctions de base peut apporter de l'information équivalente à la corrélation directe entre la surface elle-même et les fonctions de base, car la dérivée est linéaire. Ainsi, à partir de la corrélation entre le

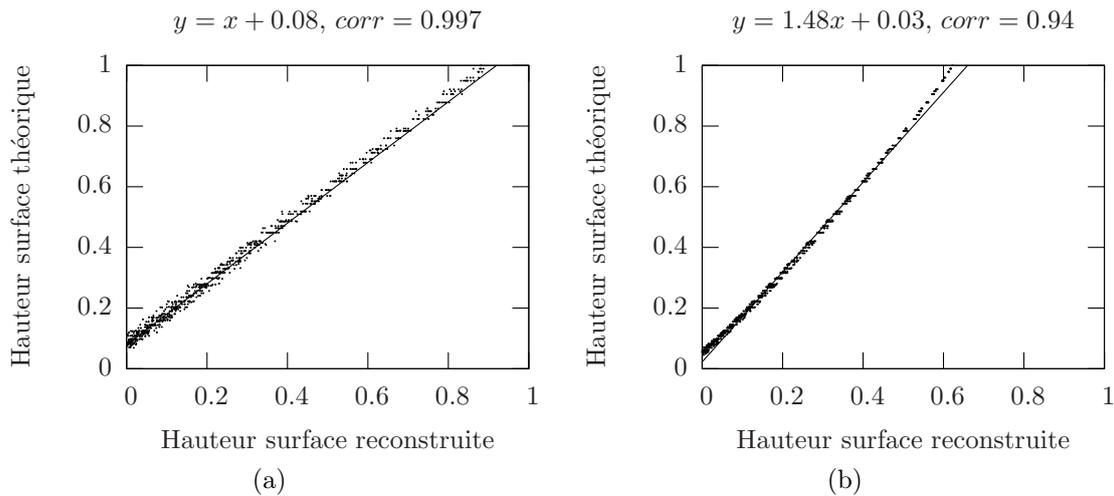


Figure 4.12 – Mise en évidence de la présence d’un facteur d’échelle pour la méthode de Wei-Klette : (a) hauteur théorique en fonction de la reconstruction selon Frankot-Chellappa, (b) hauteur théorique en fonction de la reconstruction selon Wei-Klette.

champ de gradients et les gradients d’un ensemble de fonction de base, la surface peut être reconstruite (à une constante près) en sommant simplement les résultats de la corrélation. La reconstruction d’une surface à partir d’un champ de gradient impose des contraintes sur la forme des fonctions de bases, qui ont conduit Kovési à choisir des shapelets de forme gaussienne (Figure 4.13). Ces fonctions de base ne constituant pas un ensemble de bases orthogonales, la reconstruction est effectuée à un facteur d’échelle près, ce qui est contraignant.

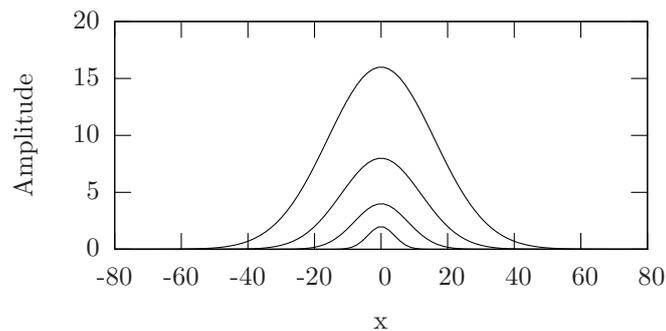


Figure 4.13 – Ensemble de fonctions de bases mono-dimensionnelles constituées ici de 4 gaussiennes dont la hauteur est proportionnelle à l’échelle.

Le passage à deux dimensions s’effectue en utilisant les informations des angles zénithal θ et azimutal ϕ plutôt que le champ de gradient $\{p, q\}$. Nous rappelons les relations

obtenues dans le précédent chapitre :

$$\begin{cases} p = \tan \theta \cos \phi, \\ q = \tan \theta \sin \phi. \end{cases} \quad (4.42)$$

Kovesi a démontré que la méthode utilisant les “shapelets” était une technique très robuste pour la reconstruction, même lorsque l’information sur les champs de gradient était incomplète. La Figure 4.14 présente les reconstructions d’une surface, lorsque l’information de l’angle azimutal ϕ est définie uniquement modulo π , et même lorsque cette information est absente. La qualité de reconstruction de ces surfaces reste très grossière et dépend fortement de la forme de l’objet à reconstruire.

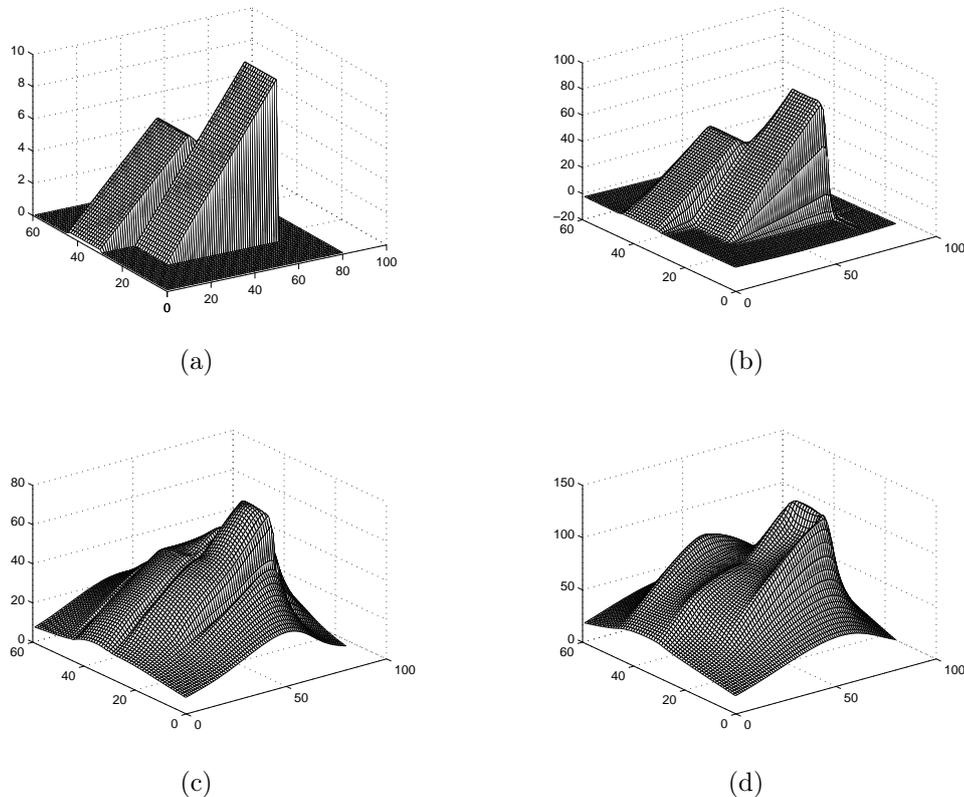


Figure 4.14 – Reconstruction de la surface par la méthode des “Shapelets” en utilisant 6 échelles : (a) surface théorique, (b) surface reconstruite avec toute l’information, (c) surface reconstruite avec une ambiguïté sur le signe de l’angle azimutal ϕ , et (d) surface reconstruite avec uniquement l’information de l’angle zénithal.

4.4.2.2 Karaçali-Snyder

Karaçali et Snyder [Karaçali & Snyder, 2002; Karaçali & Snyder, 2003] proposent d'intégrer la surface grâce à la projection du champ de gradient sur un espace appelé "espace des champs de gradients". La surface est alors reconstruite grâce à la linéarité de l'opérateur gradient, et à un changement de base.

Pour la suite, la surface à reconstruire sera représentée par une image z de taille $l \times c$, dont le champ de gradient sera défini par $\{p, q\}$ où p et q sont également des images de même taille : $l \times c$. En notant \mathcal{Z} l'espace des surfaces, et $\mathcal{P} \times \mathcal{Q}$ l'espace des champs de gradient, nous définissons l'opérateur gradient \mathcal{O} par :

$$\begin{aligned} \mathcal{O} : \mathcal{Z} &\rightarrow \mathcal{P} \times \mathcal{Q} \\ z &\mapsto \{p, q\}. \end{aligned} \quad (4.43)$$

Pour deux surfaces z_1 et z_2 de \mathcal{Z} , nous définissons le produit scalaire par :

$$\langle z_1, z_2 \rangle_{\mathcal{Z}} = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^c z_1(i, j) z_2(i, j). \quad (4.44)$$

De même, sur l'espace des champs de gradient $\mathcal{P} \times \mathcal{Q}$ nous définissons le produit scalaire par :

$$\langle \{p, q\}_1, \{p, q\}_2 \rangle_{\mathcal{P} \times \mathcal{Q}} = \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^c p_1(i, j) p_2(i, j) + q_1(i, j) q_2(i, j). \quad (4.45)$$

Soit $\{z_m/m \in [1 \dots lc]\}$, une base orthonormale de l'espace des surfaces \mathcal{Z} , définie par :

$$z_m(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{si } (i-1)c + j = m, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (4.46)$$

Cette base orthonormale illustrée Figure 4.15, est constituée de lc images ayant un unique pixel non nul.

Comme l'opérateur de gradient \mathcal{O} est linéaire, nous avons :

$$\mathcal{O}(z) = \mathcal{O} \left(\sum_{m=1}^{lc} \alpha_m z_m \right) = \sum_{m=1}^{lc} \alpha_m \mathcal{O}(z_m). \quad (4.47)$$

Cela signifie que le champ de gradient de toute surface $z \in \mathcal{Z}$ peut être obtenu par combinaison linéaire des champs de gradients de la base des surfaces $\{\mathcal{O}(z_1), \dots, \mathcal{O}(z_{lc})\}$. Notons $\{p, q\}_m = \mathcal{O}(z_m)$ pour tout m , cet ensemble de champs de gradients qui engendre

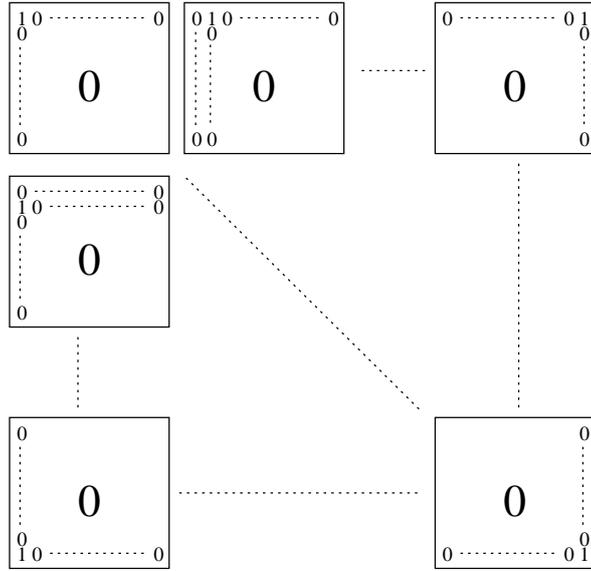


Figure 4.15 – Base orthonormale de l'espace des surfaces \mathcal{Z} .

un sous-espace \mathcal{S} de $\mathcal{P} \times \mathcal{Q}$ appelé *sous-espace faisable* des champs de gradients. Or, on démontre que ce sous-espace \mathcal{S} muni du produit scalaire défini en (4.45) est un espace de Hilbert de dimension finie : $lc - 1$. Ainsi, en utilisant le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt sur l'ensemble $\{\{p, q\}_m / m \in [1 \dots lc]\}$, nous pouvons construire une base orthonormale $\{\overline{\{p, q\}}_n / n \in [1 \dots lc - 1]\}$ de \mathcal{S} . Il existe donc des coefficients β_{mn} tels que :

$$\forall m \in [1 \dots lc], \{p, q\}_m = \sum_{n=1}^{lc-1} \beta_{mn} \overline{\{p, q\}}_n. \quad (4.48)$$

Inversement, comme $\{\{p, q\}_m / m \in [1 \dots lc]\}$ engendre \mathcal{S} , nous trouvons des coefficients γ_{mn} tels que :

$$\forall n \in [1 \dots lc - 1], \overline{\{p, q\}}_n = \sum_{m=1}^{lc} \gamma_{mn} \{p, q\}_m. \quad (4.49)$$

Cette expression s'écrit également :

$$\forall n \in [1 \dots lc - 1], \overline{\{p, q\}}_n = \sum_{m=1}^{lc} \gamma_{mn} \mathcal{O}(z_m) = \mathcal{O}\left(\sum_{m=1}^{lc} \gamma_{mn} z_m\right). \quad (4.50)$$

Ainsi, connaissant les coefficients γ_{mn} , et en définissant $\bar{z}_n = \sum_{m=1}^{lc} \gamma_{mn} z_m$ nous obtenons une nouvelle famille telle que :

$$\forall n \in [1 \dots lc - 1], \mathcal{O}(\bar{z}_n) = \overline{\{p, q\}_n}. \quad (4.51)$$

Supposons maintenant un champ de gradient $\{p, q\}$ donné, nous pouvons le projeter dans la base orthonormale de $\mathcal{S} \in \mathcal{P} \times \mathcal{Q}$ en utilisant le produit scalaire défini en (4.45) :

$$\begin{aligned} \{p, q\} &= \sum_{n=1}^{lc-1} \left\langle \{p, q\}, \overline{\{p, q\}_n} \right\rangle_{\mathcal{P} \times \mathcal{Q}} \overline{\{p, q\}_n}, \\ &= \mathcal{O} \left(\sum_{n=1}^{lc-1} \left\langle \{p, q\}, \overline{\{p, q\}_n} \right\rangle_{\mathcal{P} \times \mathcal{Q}} \bar{z}_n \right). \end{aligned} \quad (4.52)$$

La surface reconstruite z est donc obtenue par :

$$z = \sum_{n=1}^{lc-1} \left\langle \{p, q\}, \overline{\{p, q\}_n} \right\rangle_{\mathcal{P} \times \mathcal{Q}} \bar{z}_n, \quad (4.53)$$

et vérifie bien : $\mathcal{O}(z) = \{p, q\}$.

L'algorithme permettant la reconstruction de la surface z à partir du champ de gradients $\{p, q\}$ selon la méthode de Karaçali-Snyder peut se résumer comme suit :

1. Création de la base orthonormale $\{z_m/m \in [1 \dots lc]\}$ de \mathcal{Z} , et de l'ensemble $\{\{p, q\}_m/m \in [1 \dots lc]\}$,
2. À l'aide du procédé d'orthonormalisation de Schmidt, calcul de la base $\{\overline{\{p, q\}_n}/n \in [1 \dots lc - 1]\}$ de \mathcal{S} ,
3. En inversant la matrice de passage, calcul de la matrice γ_{mn} , puis de la nouvelle base de \mathcal{Z} .
4. Avec le produit scalaire défini sur $\mathcal{P} \times \mathcal{Q}$, calcul de z selon l'équation (4.53).

Contrairement à toutes les méthodes vues précédemment, la méthode de Karaçali et Snyder permet de reconstruire des surfaces ayant des discontinuités. En effet, après que les discontinuités ont été détectées par une méthode annexe, il suffit de modifier en ces points l'opérateur gradient \mathcal{O} . La Figure 4.16(b) présente le gradient calculé selon la formule classique. La Figure 4.16(c) illustre comment modifier l'opérateur gradient, afin de ne calculer que les dérivées droite et gauche au point de discontinuité x_i . Une fois l'opérateur gradient modifié en tout point de discontinuité, il faut recréer toutes les bases, c'est-à-dire, reprendre à la première étape, ce qui est très contraignant.

Les deux premières étapes sont très coûteuses en temps de calcul ; elles peuvent être effectuées une fois pour toutes, si on travaille avec des images de même taille, et si on ne souhaite pas reconstruire des surfaces ayant des discontinuités. Cependant

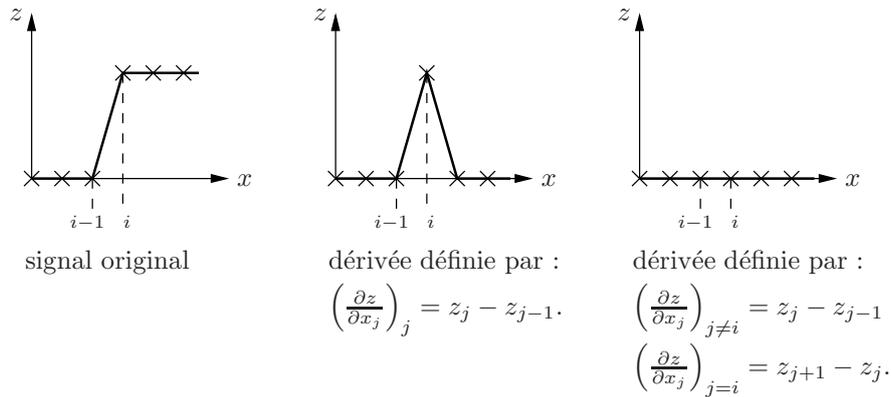


Figure 4.16 – Exemple de modification de l’opérateur gradient en un point de discontinuité.

l’implémentation de la méthode nécessite une mémoire considérable puisqu’il faut stocker la base $\{\overline{\{p, q\}}_n/n \in [1 \dots lc - 1]\}$ et la famille $\{\bar{z}_n/n \in [1 \dots lc - 1]\}$, soit au total $3lc(lc - 1)$ nombres flottants ! De plus, pour calculer les γ_{mn} , il faut inverser une matrice de taille $(lc - 1)^2$. Une solution proposée est donc de subdiviser la surface à reconstruire en plusieurs blocs de taille égale. Comme le processus d’intégration donne une surface à une constante près, il est indispensable de recalcr les différents blocs en hauteur. La Figure 4.17(a) représente la surface théorique, et la surface 4.17(b) représente la surface reconstruite sans le recalage des blocs.

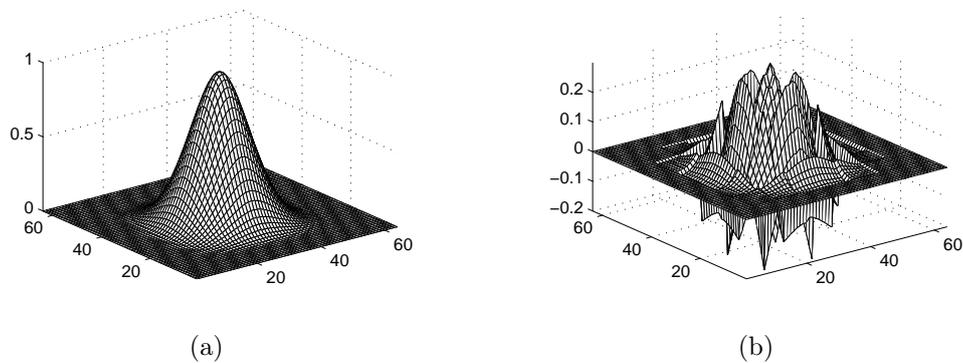


Figure 4.17 – Reconstruction selon la méthode Karaçali-Snyder sans le recalage entre les blocs : (a) surface originale, (b) surface reconstruite.

Dans le but de recalcr les blocs en hauteur, Karaçali et Snyder ont proposé deux méthodes : l’une reposant sur la minimisation de l’écart de la surface à la jonction, et l’autre sur la minimisation de l’écart du gradient. Les Figures 4.18(b) et 4.18(d) représentant des erreurs quadratiques moyennes de reconstruction, montrent que la méthode utilisant la minimisation de l’écart du gradient est plus performante.

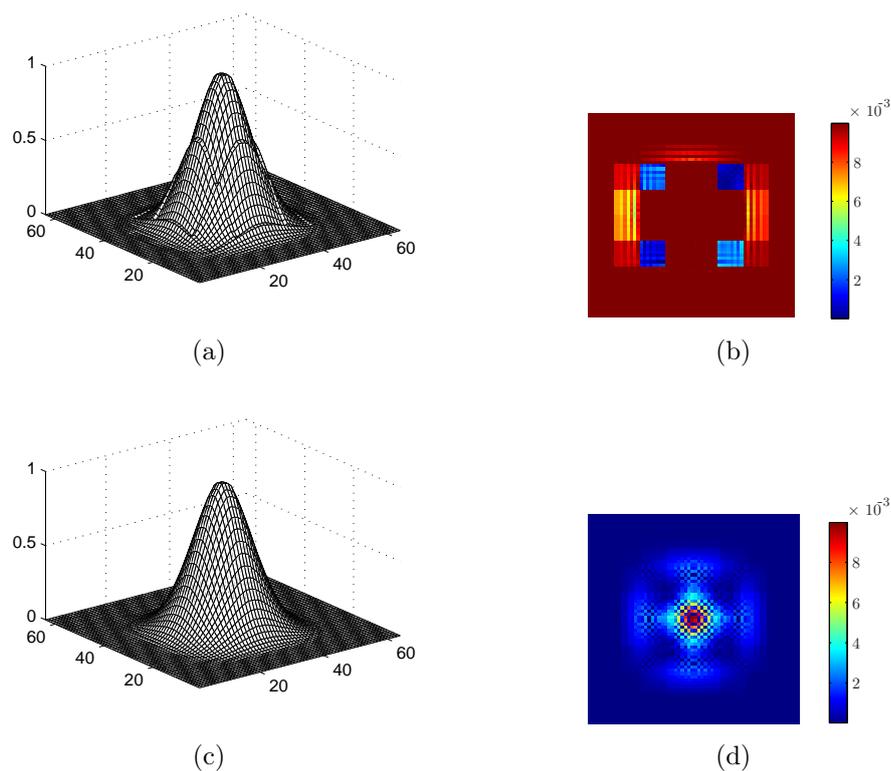


Figure 4.18 – Reconstruction selon la méthode de Karaçali-Snyder avec recalage en hauteurs des blocs selon deux méthodes : (a) surface reconstruite avec minimisation sur la surface et son erreur quadratique moyenne (b), (c) surface reconstruite avec minimisation sur le gradient et son erreur quadratique (d).

4.4.3 Conclusion sur les méthodes globales

Nous avons vu deux types de méthodes globales : des méthodes reposant sur la transformée de Fourier et des méthodes utilisant des projections. L'amélioration de la méthode de Frankot-Chellappa proposée par Wei et Klette introduisant un facteur d'échelle sur la surface reconstruite, ne sera pas employée par la suite pour le comparatif. Nous avons vu également que l'utilisation de la transformée de Fourier impliquait d'intégrer indépendamment la pente moyenne donnée par la moyenne des gradients, et le champ de gradients. La méthode d'intégration par projection en utilisant des "shapelets" ne sera pas étudiée par la suite, puisqu'elle introduit aussi un facteur d'échelle. La méthode de Karaçali-Snyder sera étudiée en utilisant la technique de minimisation de l'écart du gradient pour l'ajustement des blocs de l'image résultante.

4.5 Comparatifs

Nous présentons ici, différentes comparaisons entre les méthodes retenues en étudiant l'influence du temps d'intégration en fonction de la taille de la surface. La sensibilité au bruit sur les champs de gradients de ces différentes méthodes est également comparée. Les calculs sont effectués avec le logiciel Matlab 7, sur un ordinateur PC de type Pentium 4-2.8 Ghz, avec 1 Go de RAM. Parmi les méthodes locales, les méthodes de Coleman-Jain et de Rodehorst sont employées en utilisant une intégration reposant sur la méthode des trapèzes. Les méthodes reposant sur la relaxation sont représentées par les méthodes de Gauss-Seidel et de SOR modifiées, en utilisant un voisinage carré grâce à l'extension proposée par l'équation (4.27). Le paramètre de "overrelaxation" ω donnant la convergence la plus rapide a été déterminé empiriquement, et est proche de sa valeur maximale autorisée : 2. Enfin, la méthode globale de Frankot-Chellappa modifiée et celle de Karaçali utilisant la minimisation de l'écart du gradient sont également étudiées. Les surfaces de référence, à partir desquelles nous calculons les gradients sont : la surface théorique précédemment introduite, une autre surface théorique ayant une pente moyenne non nulle, et enfin, une surface réelle d'un objet obtenu par un scanner 3D. La Figure 4.19 résume le processus utilisé pour comparer les différentes méthodes sur les trois surfaces.

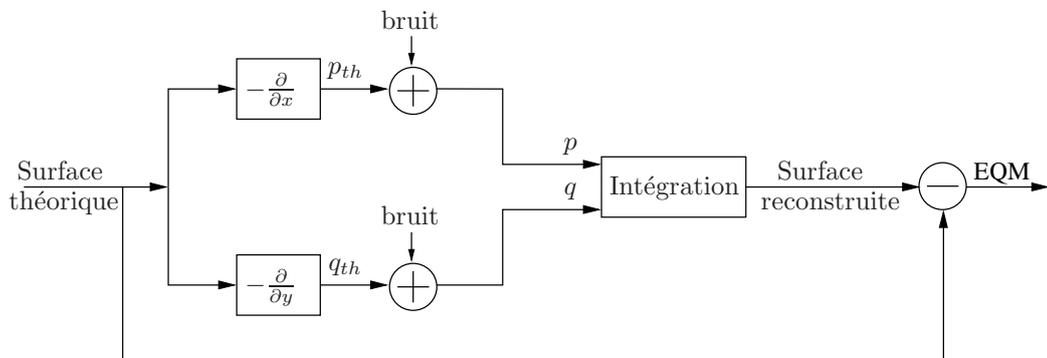


Figure 4.19 – Schéma d'intégration et de comparaison pour l'évaluation des algorithmes de reconstruction.

4.5.1 Surface théorique à pente moyenne nulle

La surface théorique à pente moyenne nulle employée est celle qui a été introduite précédemment. Le champ de gradients $\{p, q\}$ associé à cette surface est représenté par les Figures 4.20(b) et (c).

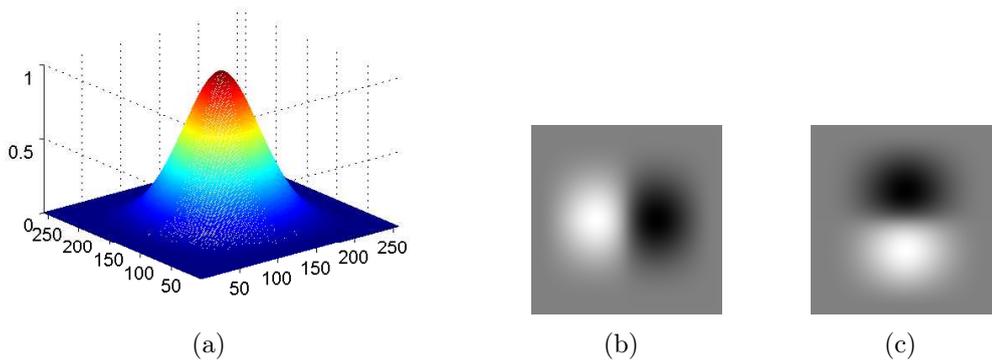


Figure 4.20 – Surface théorique à pente moyenne nulle : (a) surface, (b) et (c) champ de gradients $\{p, q\}$.

4.5.1.1 Influence de la taille de la surface

La Figure 4.21 montre l'influence de la taille des images sur le temps d'intégration des surfaces. La surface à intégrer est celle présentée Figure 4.20(a), mais échantillonnée de manière à obtenir des champs de gradients de taille inférieure. Les méthodes reposant sur la relaxation donnent de très mauvais résultats en terme de temps de calcul, ce qui était prévisible en raison du nombre important d'itérations nécessaires. De plus, elles sont particulièrement influencées par la taille des images : en notant N le nombre de pixels d'une image, une seule itération est de complexité $\Theta(N^2)$! L'algorithme de Frankot-Chellappa, reposant sur la transformée de Fourier rapide, possède une complexité nettement plus acceptable en $\Theta(N \log N)$. Enfin, la méthode locale de Coleman-Jain est la plus rapide, et la moins influencée par la taille des images, puisque la complexité en temps de son algorithme est $\Theta(N)$.

4.5.1.2 Influence du bruit

Le Tableau (4.1) donne l'erreur quadratique moyenne de reconstruction à partir de champs de gradients bruités. Les méthodes locales de Coleman-Jain et de Rodehorst sont très sensibles au bruit, contrairement aux méthodes globales qui apparaissent bien plus robustes. Les méthodes reposant sur la relaxation sont les plus robustes et peuvent être employées sur des images de petite taille, en utilisant de préférence la méthode SOR sur un grand voisinage afin d'accélérer le temps d'intégration.

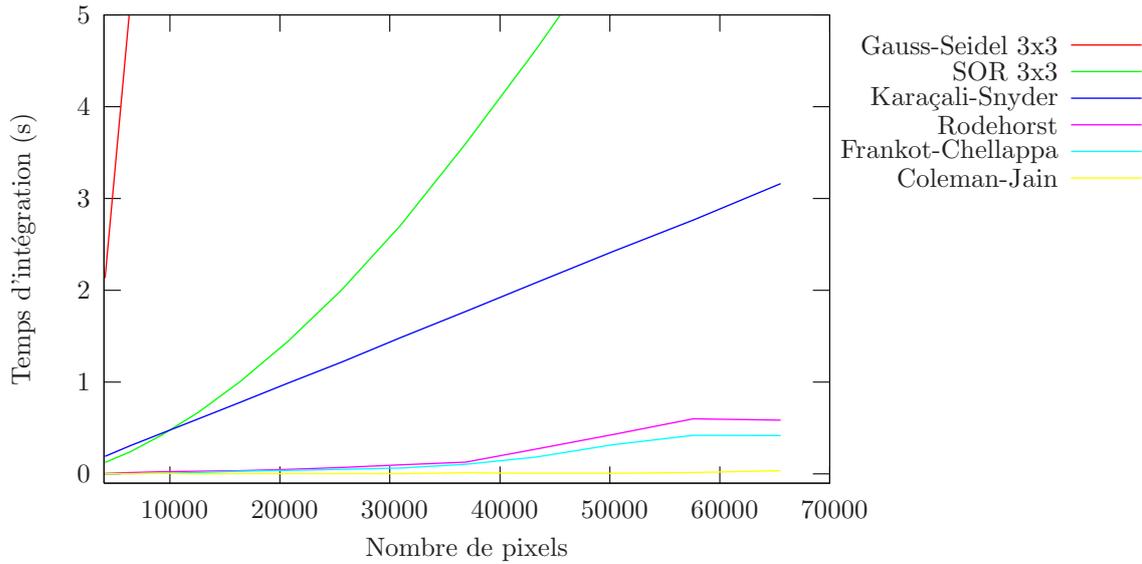


Figure 4.21 – Temps d’intégration en fonction du nombre de pixels de chaque image du champ de gradients.

Méthodes	$\sigma = 0$	$\sigma = 0.005$	$\sigma = 0.01$	$\sigma = 0.02$
Coleman-Jain	0.0001	0.0429	0.0656	0.1402
Rodehorst	0.0001	0.0147	0.0369	0.0494
Gauss-Seidel 3x3	0.0137	0.0132	0.0160	0.0188
SOR 3x3	0.0000	0.0041	0.0091	0.0162
Frankot-Chellappa	0.0000	0.0050	0.0102	0.0219
Karaçali-Snyder	0.0000	0.0213	0.0440	0.0737

Tableau 4.1 – Erreur quadratique moyenne entre la surface reconstruite et la surface théorique : un bruit gaussien de moyenne nulle et d’écart-type σ est ajouté sur le champ de gradients.

4.5.2 Surface théorique à pente moyenne non nulle

Dans le cadre de la reconstruction d’une surface théorique à pente moyenne non nulle, les méthodes reposant sur la relaxation ne sont pas utilisées puisqu’elles ne sont adaptées. La surface est présentée sur la Figure 4.22(a) ainsi que son champ de gradients $\{p, q\}$: Figure 4.22(b) et (c).

4.5.2.1 Influence de la taille de la surface

La Figure 4.23, représentant le temps d’intégration en fonction du nombre de pixels, montre que la méthode globale proposée par Karaçali et Snyder varie linéairement, contrairement à celle de Frankot-Chellappa qui donne de meilleurs résultats. La méthode de Rodehorst est plus sensible à la taille de l’image que la méthode de Coleman-Jain, puisque la reconstruction est obtenue à partir de quatre intégrations (à partir des quatre

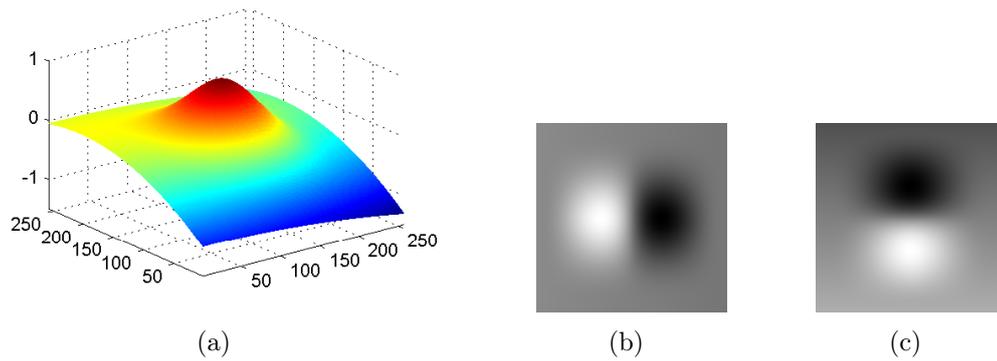


Figure 4.22 – Surface théorique à pente moyenne non nulle : (a) surface, (b) et (c) champ de gradients $\{p, q\}$.

coins de l'image).

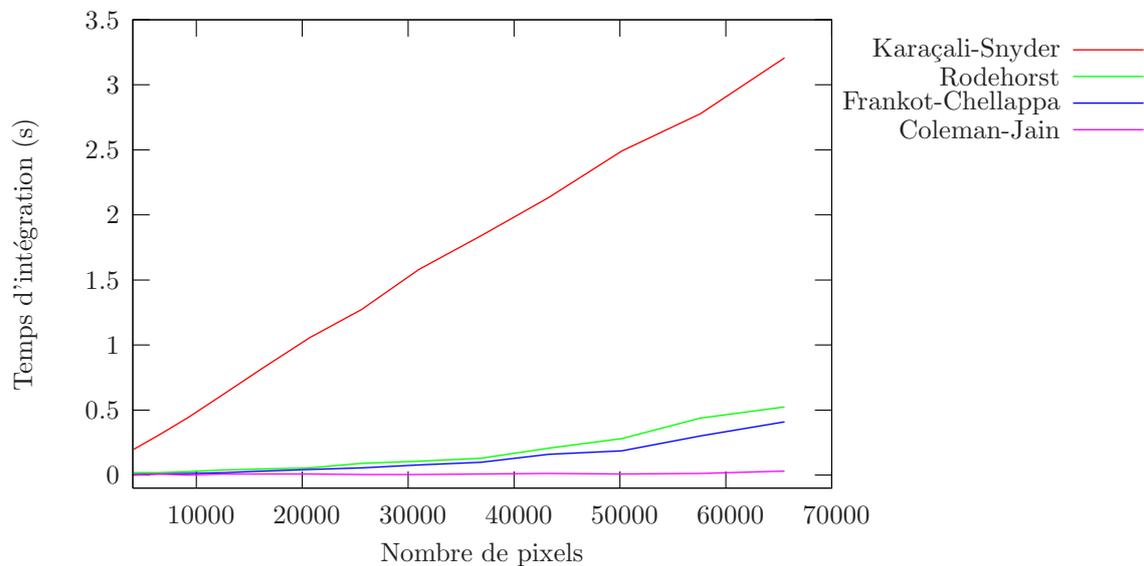


Figure 4.23 – Temps d'intégration en fonction du nombre de pixels de chaque image du champ de gradients.

4.5.2.2 Influence du bruit

Comme dans l'exemple précédent, le Tableau (4.2) montre que les méthodes globales présentent une meilleure robustesse au bruit. Lorsque le bruit est important, la méthode locale de Rodehorst est plus adaptée que celle de Coleman et Jain, puisqu'elle bénéficie d'un moyennage à partir des quatre intégrations.

Méthodes	$\sigma = 0$	$\sigma = 0.005$	$\sigma = 0.01$	$\sigma = 0.02$
Coleman-Jain	0.0001	0.0327	0.0463	0.1016
Rodehorst	0.0001	0.0261	0.0401	0.0535
Frankot-Chellappa	0.0007	0.0072	0.0100	0.0193
Karaçali-Snyder	0.0001	0.0258	0.0627	0.0909

Tableau 4.2 – Erreur quadratique moyenne entre la surface reconstruite et la surface théorique : un bruit gaussien de moyenne nulle et d'écart-type σ est ajouté sur le champ de gradients.

4.5.3 Surface réelle

La surface réelle est obtenue à partir du scanning d'une pièce avec le scanner laser Replica. La surface de l'objet étant parfaitement spéculaire, la surface est matifiée afin de la numériser. Dans la mesure où le calcul des dérivées est très sensible aux variations locales, la surface numérisée a ensuite été lissée. Cette surface n'ayant pas une pente moyenne nulle, les méthodes reposant sur la relaxation ne peuvent être employées pour la reconstruction.

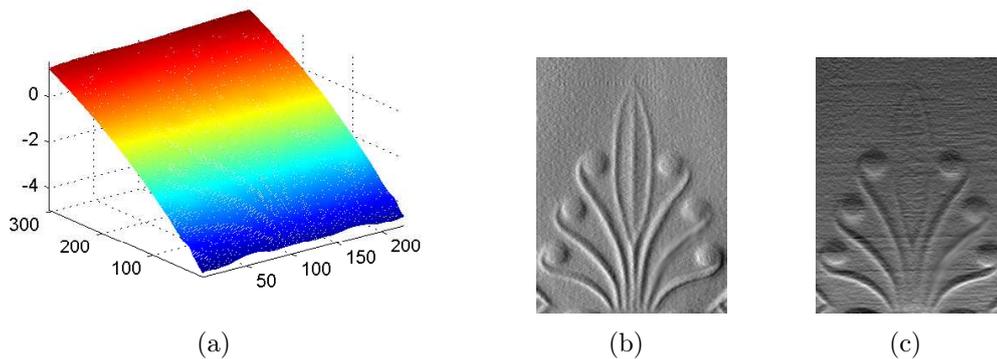


Figure 4.24 – Surface réelle à pente moyenne non-nulle : (a) surface, (b) et (c) champ de gradients $\{p, q\}$.

4.5.3.1 Influence de la taille de la surface

L'utilisation ici d'images de taille plus importante (496×416) met en évidence sur la Figure 4.25 que la méthode locale de Coleman-Jain est très performante en terme de vitesse d'intégration : contrairement aux autres méthodes, elle est très peu sensible au nombre de pixels de l'image. L'algorithme de Frankot-Chellappa présente des résultats légèrement moins bons que précédemment. En effet, celui-ci repose sur la transformée de Fourier : la taille de l'image ne vérifiant pas $2^n \times 2^m$, la transformation rapide FFT (Fast Fourier Transform) ne peut s'appliquer.

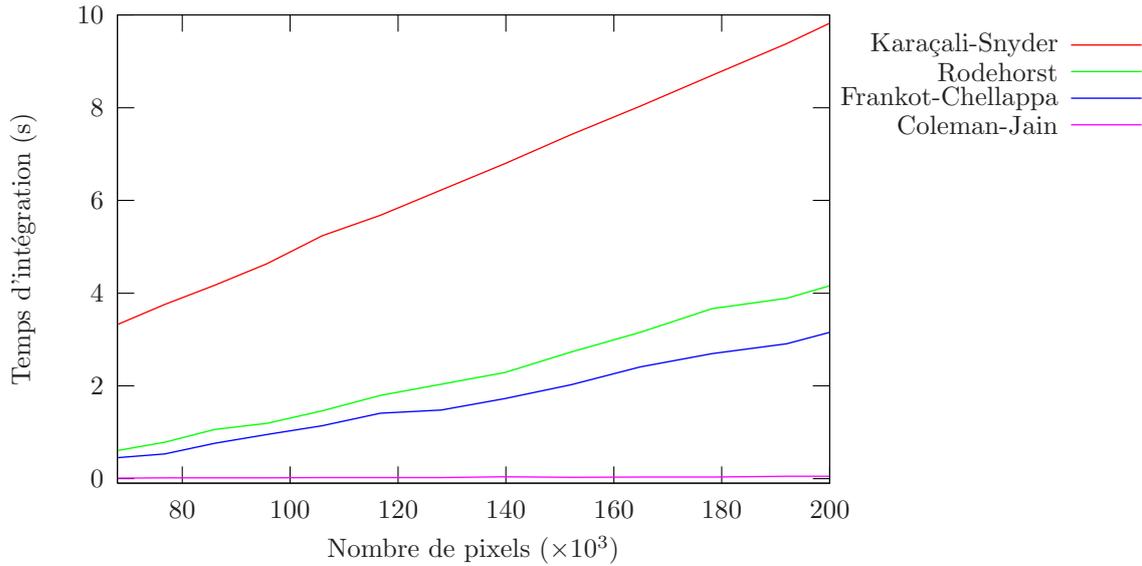


Figure 4.25 – Temps d’intégration en fonction du nombre de pixels de chaque image du champ de gradients.

4.5.3.2 Influence du bruit

Pour la surface étudiée, les méthodes de Rodehorst et de Karaçali-Snyder présentent des résultats similaires concernant la robustesse au bruit de la reconstruction (Tableau 4.3). Comme pour les deux exemples précédents, la méthode de Frankot et Chellappa est la plus robuste.

Méthodes	$\sigma = 0$	$\sigma = 0.005$	$\sigma = 0.02$	$\sigma = 0.01$
Coleman-Jain	0.0010	0.0301	0.0733	0.0886
Rodehorst	0.0009	0.0300	0.0493	0.1145
Frankot-Chellappa	0.0173	0.0178	0.0212	0.0287
Karaçali-Snyder	0.0007	0.0269	0.0579	0.1250

Tableau 4.3 – Erreur quadratique moyenne entre la surface reconstruite et la surface réelle : un bruit gaussien de moyenne nulle et d’écart-type σ est ajouté sur le champ de gradients.

4.6 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre différentes techniques d’intégration à partir d’un champ de normales. Ces techniques peuvent être regroupées suivant trois groupes : les méthodes locales, les méthodes reposant sur la relaxation et les méthodes globales. Le comparatif effectué a mis en évidence le fait que les méthodes locales sont des méthodes de reconstruction très rapides, mais souffrant de la sensibilité au bruit. La méthode de

Coleman et Jain reste la plus performante en terme de rapidité. Les méthodes reposant sur la relaxation sont peu sensibles au bruit, mais elles ne sont applicables qu'aux surfaces dont la pente moyenne est nulle. De plus, le temps d'intégration est très long, même s'il peut être amélioré en utilisant la technique SOR à l'aide de filtres de grande taille. Les méthodes globales, et plus particulièrement la méthode modifiée de Frankot et Chellappa, constituent un bon compromis entre la vitesse de reconstruction et la robustesse au bruit. L'algorithme Frankot-Chellappa modifié dans ce chapitre autorise la reconstruction de surfaces dont la pente moyenne est non nulle. La Figure 4.26 présente les images des erreurs quadratiques de la surface réelle lors de l'ajout d'un bruit gaussien ($\sigma = 0.02$) sur le champ de gradients. Elle met en évidence la robustesse de l'algorithme de Frankot-Chellappa modifié, par rapport à la méthode locale de Coleman-Jain. De plus, la Figure 4.26(a) montre bien la propagation de l'erreur qui s'accumule à partir du centre de l'image.

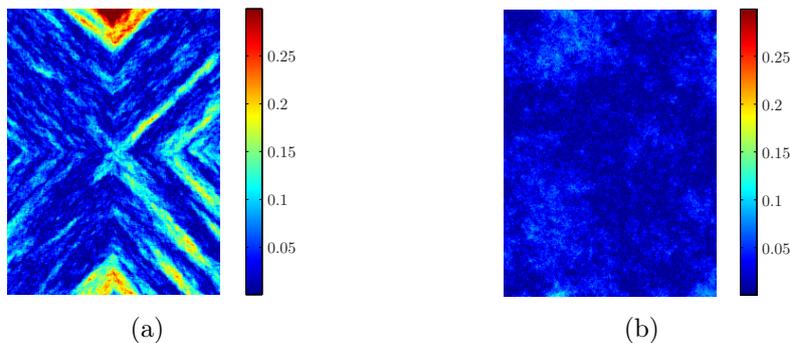


Figure 4.26 – Images des erreurs quadratiques moyennes de reconstruction selon les deux méthodes : (a) Coleman-Jain, (b) Frankot-Chellappa.

Chapitre 5

Systeme de reconstruction par imagerie de polarisation

Après avoir exposé les moyens d'obtenir le champ de normales d'une surface spéculaire à l'aide des images de polarisation, nous avons étudié les méthodes permettant de reconstruire la surface à partir de ce champ de normales. Ce chapitre décrit le système expérimental complet présentant toutes les étapes : depuis l'acquisition des images jusqu'à la reconstruction tridimensionnelle de la surface.

Après avoir précisément détaillé les différents composants du système, nous présenterons l'éclairage actif mis au point afin de lever l'ambiguïté concernant le calcul de l'angle azimutal des normales. Puis nous étudierons les performances et les limitations du système, de manière quantitative et qualitative. Enfin, nous exposerons une application à l'inspection de surfaces métalliques spéculaires.

5.1 Description générale

5.1.1 Système d'acquisition

Le prototype d'inspection tridimensionnelle par imagerie de polarisation est présenté sur la Figure 5.1. Il est constitué de trois éléments principaux : une caméra CCD (Charge Coupled Device) équipée d'un objectif télécentrique, un système optique à cristaux liquides, et un dôme d'éclairage diffus. Ce dernier est composé d'un anneau de 570 diodes électroluminescentes réparties sur six rangées et d'une hémisphère dont le revêtement intérieur permet de fournir un éclairage complètement diffus et non polarisé sur les objets placés à l'intérieur. Après réflexion sur la surface de l'objet spéculaire, la lumière devient partiellement linéairement polarisée ; elle est ensuite analysée par la

caméra grâce au système optique à cristaux liquides.

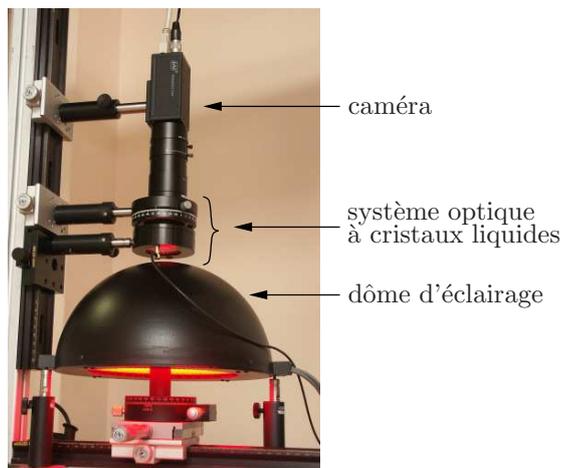


Figure 5.1 – Photographie du prototype d’inspection tridimensionnelle par imagerie polarimétrique.

La Figure 5.2 résume le processus complet permettant d’obtenir la reconstruction de la surface réfléchissante, à partir de l’acquisition des images de polarisation.

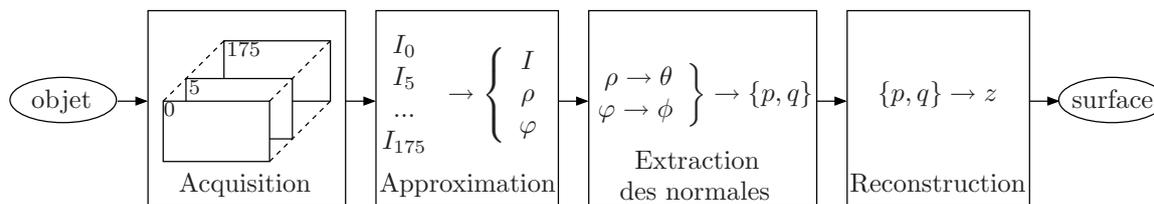


Figure 5.2 – De l’acquisition vers la reconstruction tridimensionnelle.

Afin d’optimiser le temps de calcul des paramètres de polarisation, l’approximation au sens des moindres carrés est effectuée durant l’acquisition des images de polarisation. Ce parallélisme sera détaillé plus loin. À partir des images de l’angle de polarisation φ et du degré de polarisation ρ , et connaissant l’indice de réfraction du matériau, le champ de normales $\{p, q\}$ est calculé. La levée de l’ambiguïté permettant de passer de l’angle φ à l’angle ϕ s’effectue grâce au pilotage du dôme par quadrant (section 5.3). Enfin, la reconstruction de la surface tridimensionnelle est obtenue grâce à la méthode de Frankot-Chellappa modifiée.

La durée totale moyenne d’acquisition (en utilisant 18 images de polarisation) est de 7,7 secondes. Le Tableau 5.1 présente les temps de chacune des actions.

Action	Durée (s)
Acquisition des paramètres de polarisation	3,6
Levée de l'ambiguïté	2,4
Calcul des normales	0,5
Intégration du champ de normales	1,2

Tableau 5.1 – Détail de la durée moyenne d'acquisition.

5.1.2 Interface utilisateur

La commande du composant à cristaux liquides, le pilotage de l'éclairage actif, et l'acquisition des images sont effectués par un seul PC en utilisant respectivement : la liaison série, la liaison parallèle, et une carte d'acquisition numérique PCI. L'interface utilisateur présentée sur la Figure 5.3 a été développée sous Labview 7.1. Le logiciel développé présente trois modes distincts :

- un *mode manuel* (pour piloter indépendamment chacun des éléments du système, et pour calibrer l'orientation du système optique à cristaux liquides),
- un *mode automatique* (pour calculer automatiquement la surface de l'objet à numériser),
- un *mode 3D* (pour donner un aperçu de la reconstruction).

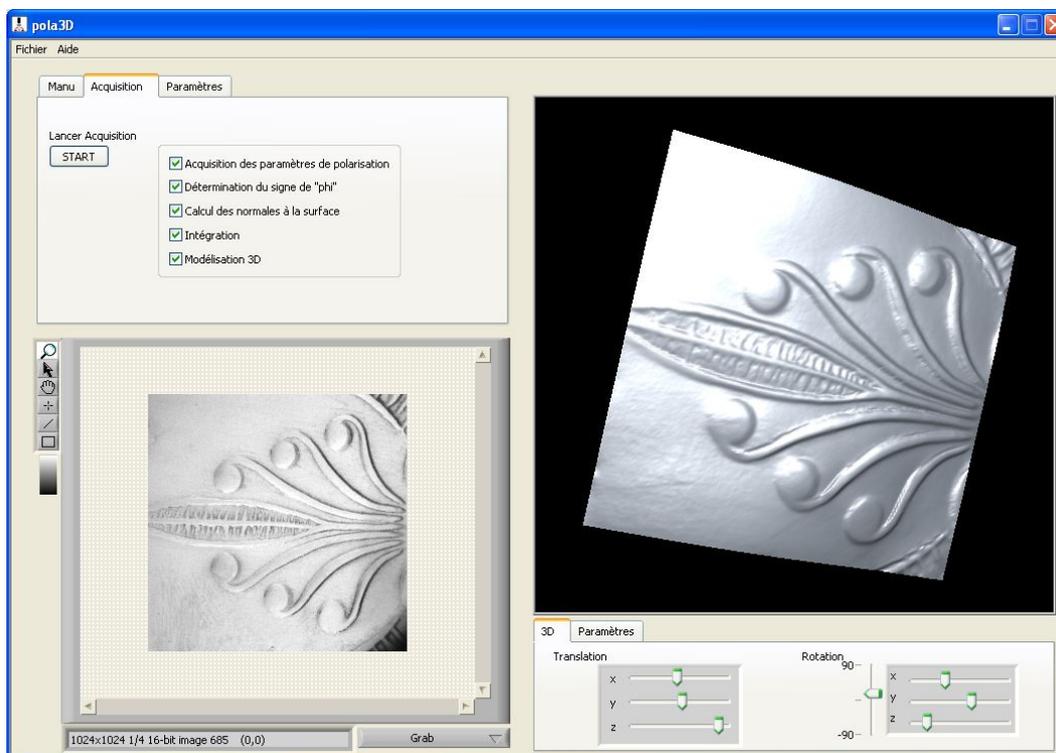


Figure 5.3 – Interface utilisateur.

5.2 Caractéristiques de la caméra polarimétrique

Le montage employé est celui d'une caméra polarimétrique simplifiée (chapitre 3, Figure 3.12), il permet d'extraire les trois paramètres d'une onde partiellement linéairement polarisée : l'intensité I , le degré de polarisation ρ , et l'angle de polarisation φ . La caméra polarimétrique utilise un filtre polariseur fixe, et un retardateur variable à cristaux liquides muni d'une lame quart-d'onde intégrée provenant de chez Meadowlark© (modèle LCPR). Le degré de polarisation étant plus faible pour les matériaux métalliques, une caméra CCD de profondeur 10 bits (JAI© CV-M4+CL) est utilisée.

5.2.1 Étude du polariseur tournant

L'objectif du système optique à cristaux liquides est de se comporter comme un filtre polariseur linéaire tournant. Une courbe d'étalonnage propre au retardateur permet de commander un angle α de rotation en lui appliquant une tension particulière. Les LEDs du dôme d'éclairage fournissent une lumière quasi-monochromatique au voisinage de la longueur d'onde : 671 nm. Le retardateur variable à cristaux liquides étant sensible à la longueur d'onde, nous avons affiné la courbe d'étalonnage du composant afin que celui-ci puisse être effectivement employé en tant que "polariseur tournant".

Afin de vérifier cette fonction fondamentale, nous avons étudié les variations d'intensité de la lumière émise par le dôme et linéairement polarisée selon une orientation connue φ , en fonction de l'angle α du "polariseur tournant" (Figure 5.4).

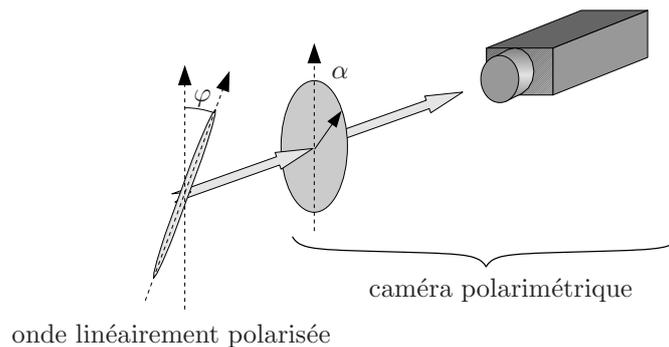


Figure 5.4 – Étude du "polariseur tournant" de la caméra polarimétrique.

Les courbes de la Figure 5.5 représentent l'intensité moyenne mesurée par la caméra en fonction de l'angle α du "polariseur tournant" de la caméra polarimétrique. Trois acquisitions différentes sont présentées, et montrent que la loi de Malus est vérifiée puisque la relation est de type sinusoïdale de période 180° . Les trois courbes continues

représentent l'approximation linéaire au sens des moindres carrés des points de chacune des trois mesures.

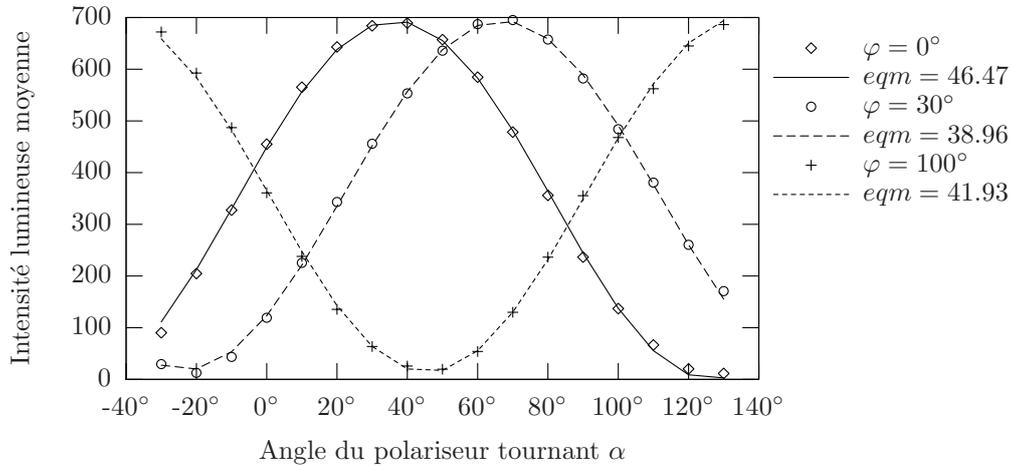


Figure 5.5 – Variations d'intensité lumineuse en fonction de l'angle de rotation α du "polariseur tournant" de la caméra polarimétrique. L'onde incidente est issue du dôme d'éclairage et est polarisée avec une orientation φ (eqm : erreur quadratique moyenne de l'approximation linéaire au sens des moindres carrés).

Le déphasage des courbes sinusoïdales dépend de l'orientation initiale du "polariseur tournant" de la caméra polarimétrique, et de l'angle de polarisation φ de la lumière incidente. La Figure 5.6 représente la valeur du déphasage des sinusoïdes en fonction de l'angle de polarisation φ de la lumière incidente. On vérifie que la relation est linéaire, et que l'ordonnée à l'origine représente l'orientation initiale du "polariseur tournant" de la caméra polarimétrique. Cette courbe permet de déterminer le zéro de la caméra polarimétrique.

5.2.2 Des images de polarisation aux paramètres de polarisation

Afin de déterminer les trois paramètres d'une onde partiellement linéairement polarisée, un minimum de trois images de polarisation (pour des angles α du "polariseur tournant" différents) sont nécessaires. Nous avons vu que la relation liant l'intensité lumineuse à l'angle α est donnée par :

$$I_p(\alpha) = \frac{1}{2} (s_0 + s_1 \cos 2\alpha + s_2 \sin 2\alpha), \quad (5.1)$$

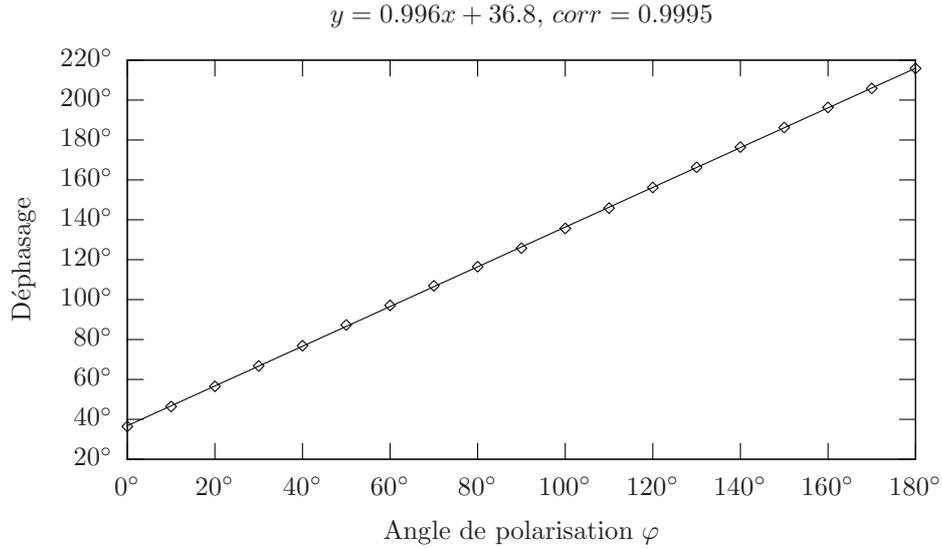


Figure 5.6 – Déphasage mesuré par la caméra polarimétrique en fonction de l’angle de polarisation φ .

où s_0 , s_1 , et s_2 sont les trois premiers paramètres de Stokes. Le passage des paramètres de Stokes aux paramètres (I, ρ, φ) s’effectue de manière très simple selon les relations :

$$\begin{cases} I = s_0, \\ \rho = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2}}{s_0}, \\ \varphi = \frac{1}{2} \arctan \frac{s_2}{s_1}. \end{cases} \quad (5.2)$$

En effectuant n acquisitions avec une orientation à chaque fois distincte du filtre polariseur, nous pouvons écrire le système d’équations linéaires suivant pour un pixel donné :

$$\begin{cases} I_p^1 = \frac{1}{2} (s_0 + s_1 \cos 2\alpha_1 + s_2 \sin 2\alpha_1), \\ I_p^2 = \frac{1}{2} (s_0 + s_1 \cos 2\alpha_2 + s_2 \sin 2\alpha_2), \\ \vdots \\ I_p^n = \frac{1}{2} (s_0 + s_1 \cos 2\alpha_n + s_2 \sin 2\alpha_n). \end{cases} \quad (5.3)$$

En notant $\mathbf{y} = [I_p^1, I_p^2, \dots, I_p^n]$, et $\mathbf{x} = [s_0, s_1, s_2]$, ce système peut s’écrire sous la forme :

$$\mathbf{y} = M \cdot \mathbf{x}, \quad (5.4)$$

avec M la matrice définie par :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \cos 2\alpha_1 & \frac{1}{2} \sin 2\alpha_1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \cos 2\alpha_2 & \frac{1}{2} \sin 2\alpha_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \cos 2\alpha_n & \frac{1}{2} \sin 2\alpha_n \end{bmatrix}. \quad (5.5)$$

La solution du système linéaire (5.4) minimisant les moindres carrés est donnée par :

$$\mathbf{x} = (M^t M)^{-1} M^t \cdot \mathbf{y}. \quad (5.6)$$

En pratique, la matrice $H = (M^t M)^{-1} M^t$ (de taille $3 \times n$) est pré-calculée, puisque les orientations successives de l'élément polarisant sont connues. Pour un pixel fixé, le calcul des trois paramètres de Stokes en ce même point est donné par l'algorithme : Tableau 5.2.

```

s0 = 0
s1 = 0
s2 = 0
pour i de 1 à n
    s0 = s0 + H(1, i) * Ipi
    s1 = s1 + H(2, i) * Ipi
    s2 = s2 + H(3, i) * Ipi
fin

```

Tableau 5.2 – Algorithme de l'approximation de la sinusoïde pour le calcul des paramètres de Stokes.

La mise à jour des paramètres de Stokes peut ainsi être effectuée au fur et à mesure des nouvelles acquisitions d'image. L'algorithme d'acquisition est présenté schématiquement par la Figure 5.7. À chaque commande du composant à cristaux liquides, un temps d'attente est nécessaire pour que celui-ci se stabilise à la bonne valeur. Le temps de stabilisation du composant employé est relativement long (200 ms) ; il impose une durée de 3.6 s pour faire l'acquisition de 18 images de polarisation. Dans la mesure où les images fournies par le capteur sont de taille 1024×1024 , l'extraction des paramètres de polarisation en tout point de l'image est coûteux en temps de calcul. Par conséquent, elle est effectuée au fur-et-à mesure des acquisitions, pendant que le composant à cristaux liquides se stabilise.

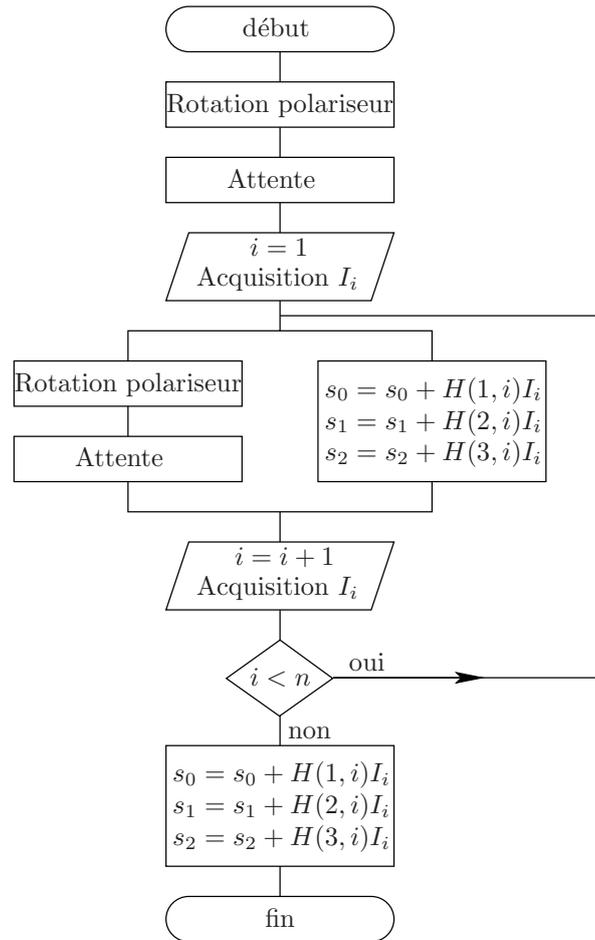


Figure 5.7 – Algorithme d’acquisition des paramètres de polarisation.

5.3 Éclairage actif

L’angle azimutal ϕ de la normale se calcule à partir de l’angle de polarisation φ , grâce à la relation : $\phi = \varphi \pm \pi/2$ (chapitre 4). Cette relation fait apparaître une ambiguïté, illustrée sur la Figure 5.8. Les Figures 5.8(a) et (b) présentent deux orientations différentes de la normale \vec{n} pour une même valeur de l’angle de polarisation. Nous allons montrer ici comment lever cette ambiguïté à l’aide d’un éclairage actif.

5.3.1 Principe

Les Figures 5.9(a) et (b) présentent respectivement l’image de l’angle de polarisation φ d’une sphère mise à l’intérieur du système, et l’image théorique de l’angle azimutal ϕ de la normale en tout point de la sphère. L’objectif ici est de concevoir un éclairage spécifique, permettant de segmenter les points dont la normale est orientée

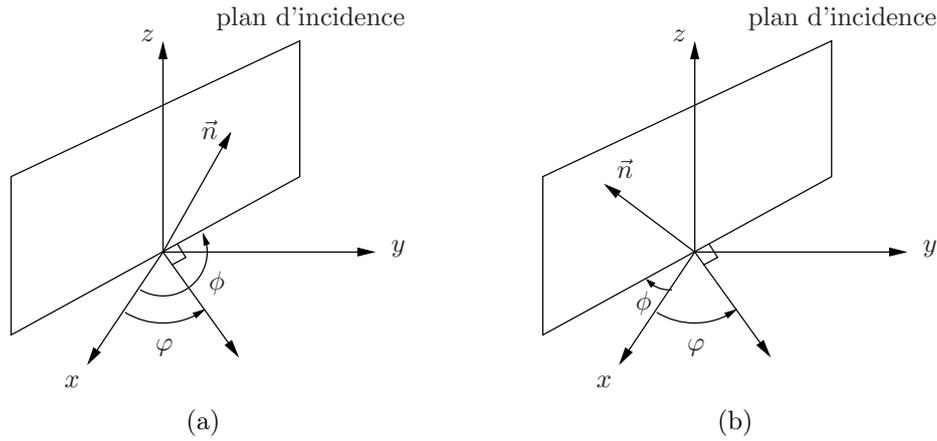


Figure 5.8 – Ambiguïté sur la détermination de l’angle azimutal ϕ à partir de l’angle de polarisation φ : (a) $\phi = \varphi + \pi/2$ et (b) $\phi = \varphi - \pi/2$.

dans le demi-espace bas, et ceux dont la normale est orientée dans le demi-espace haut.

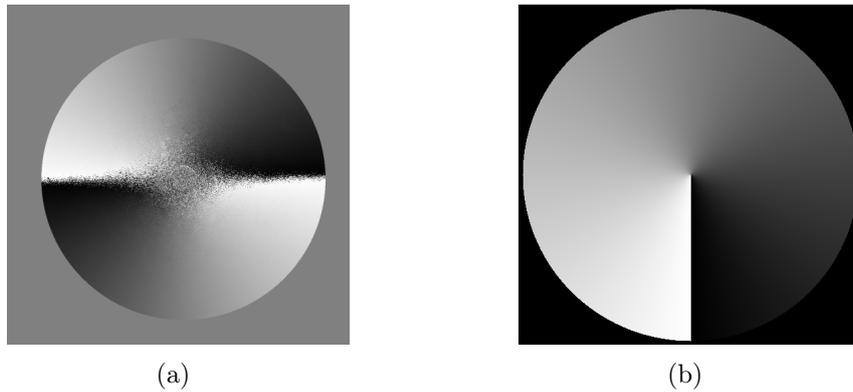


Figure 5.9 – Détermination de l’angle azimutal ϕ en tout point d’une sphère : (a) angle de polarisation φ ($\varphi \in [0, \pi]$), (b) angle azimutal ϕ théorique ($\phi \in [0, 2\pi]$).

Le dôme d’éclairage des LEDs a été modifié afin de pouvoir piloter l’éclairage des demi-espaces (Figure 5.10(a)). L’éclairage d’un seul demi-espace n’est pas suffisant pour la segmentation, car le contraste entre les points dont la normale appartient à une zone différente n’est pas assez prononcé. En éclairant successivement avec la portion de LEDs “haute”, puis avec la portion de LEDs “basse”, la segmentation des demi-espaces est alors obtenue par simple comparaison entre les deux images d’intensité (Figure 5.10(b)).

La relation entre l’angle de polarisation φ et l’angle azimutal ϕ peut également s’écrire :

$$\phi = \varphi \pm \pi/2 \Leftrightarrow \phi = (\varphi - \pi/2) + \begin{cases} 0 \\ \pi \end{cases} . \quad (5.7)$$

D’après l’équation (5.7), et en utilisant l’image segmentée I_{segm} , l’image de l’angle azi-

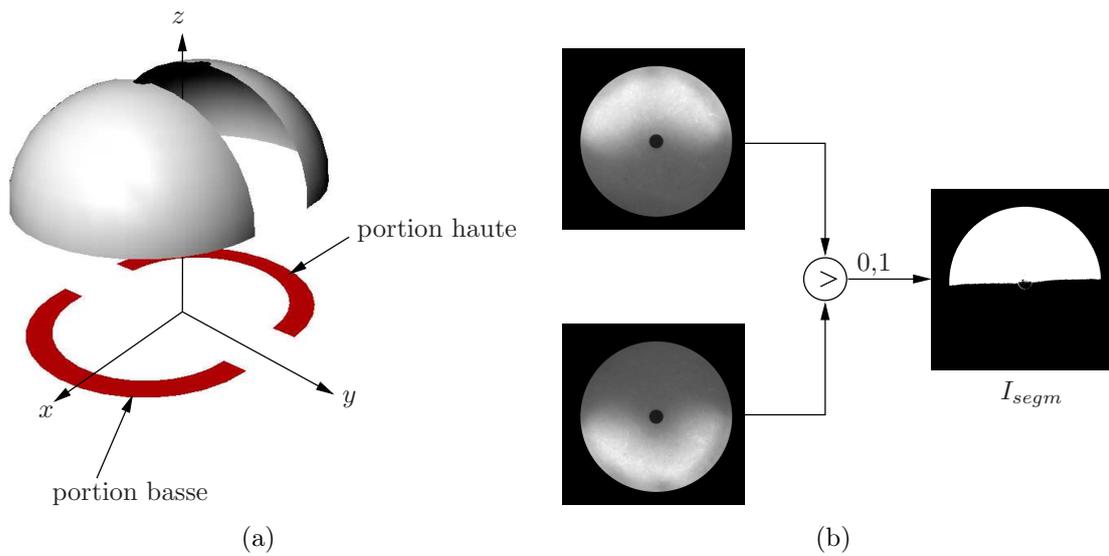


Figure 5.10 – Principe d’éclairage des demi-espaces : (a) dôme d’éclairage modifié, (b) calcul de l’image segmentée I_{segm} .

mutal ϕ peut être calculée selon l’algorithme très simple :

1. $\phi = \varphi - \pi/2$,
2. si $I_{segm} = 1$, $\phi = \phi + \pi$.

La Figure 5.11(c) présente l’angle azimutal ϕ , calculé à partir de l’angle de polarisation φ et de l’image segmentée I_{segm} selon l’algorithme précédent. Cette technique nécessite malheureusement une maîtrise parfaite du calage entre l’orientation du dôme autour de l’axe z , et le zéro de la caméra polarimétrique. De plus, du bruit apparaît au voisinage des pixels dont les normales sont orientées suivant une direction proche de la limite entre les deux demi-espaces.

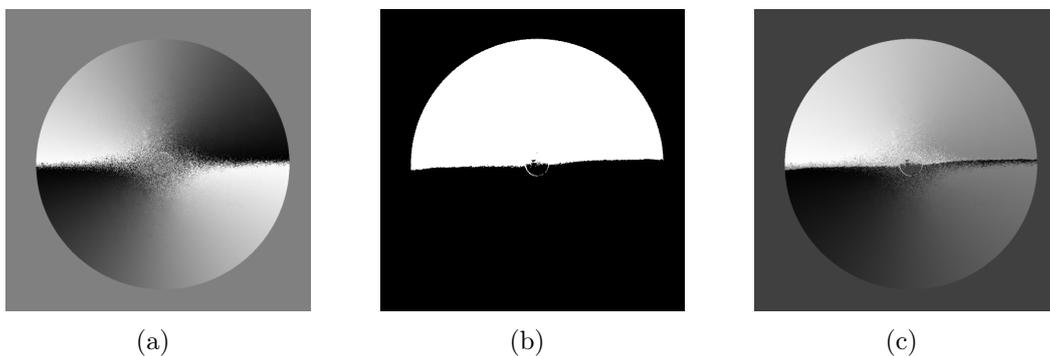


Figure 5.11 – Principe du calcul de l’image de l’angle azimutal ϕ : (a) calcul de $\phi = \varphi - \pi/2$, (b) image segmentée I_{segm} , (c) image finale ϕ ($\phi \in [-\pi/2, 3\pi/2]$).

5.3.2 Éclairage par quadrant

Afin de s'affranchir du calage entre l'orientation du dôme et le zéro de la caméra polarimétrique, l'éclairage a été modifié afin d'utiliser les informations provenant des quatre quadrants. Pour cela, une image I_{quad} est créée à partir des images segmentées provenant de l'éclairage "droite-gauche" et de l'éclairage "haut-bas", selon le schéma de la Figure 5.12. Contrairement à l'acquisition par quadrant qui nécessite 8 images d'intensité, cette méthode permet de calculer I_{quad} en n'utilisant que 4 images d'intensité.

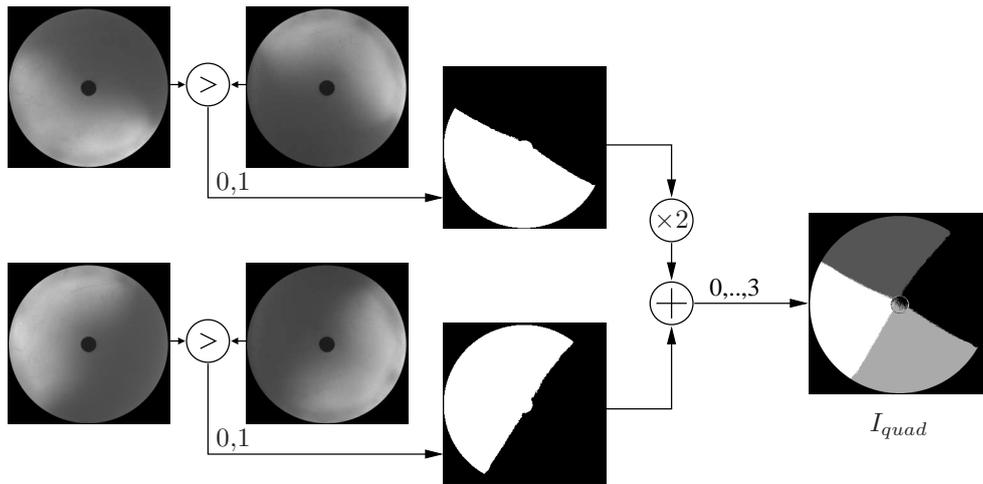


Figure 5.12 – Création de l'image contenant l'information sur l'orientation des normales selon les quatre quadrants : l'image I_{quad} possède uniquement quatre niveaux de gris.

Nous supposons que l'axe principal du dôme est orienté selon un angle α avec $\alpha \in]0, \pi/2[$. D'après la Figure 5.13(a), nous pouvons en déduire un algorithme permettant le calcul de l'angle azimutal ϕ , à partir de l'angle de polarisation φ et de l'image segmentée I_{quad} , selon :

1. $\phi = \varphi - \pi/2$,
2. si $[(I_{quad} = 0) \wedge (\phi \leq 0)] \vee [I_{quad} = 1] \vee [(I_{quad} = 3) \wedge (\phi \geq 0)]$, $\phi = \phi + \pi$.

Cette méthode permet de s'affranchir du calage entre le dôme et le zéro du composant LCD, et permet d'obtenir l'angle azimutal de manière plus robuste que dans le cas de la méthode des deux demi-espaces (Figure 5.13(b)).

5.4 Évaluation des performances du système

Nous avons ici comparé le champ de normales obtenu par notre système d'acquisition, à ceux obtenus par les scanners tridimensionnels Replica et Minolta. L'évaluation des

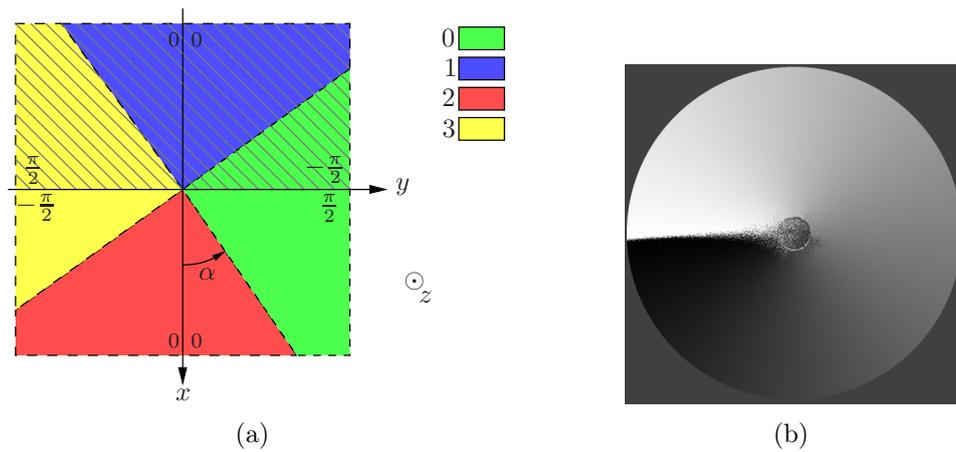


Figure 5.13 – (a) Principe de l’algorithme utilisant les quatre quadrants : la valeur des angles est celle donnée par $\phi = \varphi - \pi/2$, et la partie hachurée représente les valeurs à changer $\phi = \phi + \pi$. (b) Image résultat de l’angle azimutal ϕ ($\phi \in [-\pi/2, 3\pi/2]$) .

performances a été effectuée grâce à des billes métalliques calibrées (Figure 5.14). Ces dernières présentent les propriétés suivantes :

- la sphere permet de recouvrir l’ensemble de toutes les normales possibles d’une surface cartésienne,
- seuls le rayon et le centre donnent en tout point, toutes les caractéristiques géométriques de la surface (hauteur, angle zénithal, angle azimutal),
- en vision artificielle, la détermination du centre des billes est relativement simple.



Figure 5.14 – Bille calibrée employée pour l’évaluation du système d’acquisition.

Le calcul du champ de normales à l’aide de notre système d’acquisition requiert la connaissance de l’indice de réfraction complexe. Nous montrerons, tout d’abord, comment estimer l’indice de réfraction d’un objet dont la surface tridimensionnelle est connue. Puis, nous comparerons les champs de gradient obtenus par notre système à ceux obtenus par les scanners. Pour terminer, nous présenterons une extension à l’application aux surfaces métalliques non parfaitement spéculaires.

5.4.1 Détermination de l'indice de réfraction

L'angle zénithal θ de la normale (ou angle de réflexion) est lié au degré de polarisation ρ par une relation faisant intervenir l'indice de réfraction de l'objet (chapitre 3). Ainsi, deux issues sont possibles, selon si l'indice de réfraction est connu ou non. Dans le premier cas, la relation (??) est directement applicable. Dans le second cas, une courbe d'étalonnage liant le degré de polarisation à l'angle zénithal doit être établie. Pour cela, le degré de polarisation d'un objet de même matériau (dont la surface est connue) est mesurée. En supposant que l'indice de réfraction est constant sur toute la surface, une courbe d'étalonnage entre le degré de polarisation mesurée et l'angle zénithal peut être déterminé.

5.4.1.1 Valeur limite de l'angle de réflexion

L'orifice sur le dôme, prévu pour placer la caméra, empêche la reconstruction par le système, des normales orientées proche de l'axe optique (Figure 5.15). Les normales dont l'angle zénithal θ est inférieur à $\theta_{min} = 2^\circ$ ne peuvent pas être déterminées. Il apparaît donc nécessaire de placer l'objet à reconstruire de manière à respecter cette contrainte. Dans le cas contraire, l'angle zénithal des normales sera approximé à 0° : l'effet de cette approximation a une faible influence sur la reconstruction de la surface à partir du champ de normales.

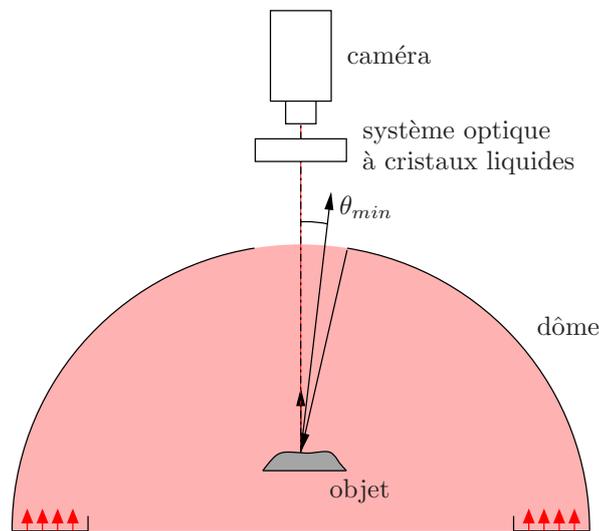


Figure 5.15 – Valeur limite de l'angle de réflexion θ_{min} .

5.4.1.2 Pseudo-indice de réfraction complexe

Principe

Nous rappelons ci-dessous, la relation (??) approchée entre le degré de polarisation ρ et l'angle zénithal θ :

$$\rho(\theta) = \frac{2n \tan \theta \sin \theta}{\tan^2 \theta \sin^2 \theta + |\hat{n}|^2}, \quad (5.8)$$

où $\hat{n} = n(1 + i\kappa)$ est l'indice de réfraction complexe. En traçant une courbe d'étalonnage entre l'angle zénithal connu θ et le degré de polarisation mesuré, nous cherchons ici à estimer deux paramètres n et k permettant d'approximer la courbe en appliquant la relation (5.8). Dans ce cas, nous ne mesurons pas l'indice de réfraction complexe réel du matériau mais un pseudo-indice puisque la relation entre l'angle zénithal θ et le degré de polarisation ρ est approchée. Ce pseudo-indice de réfraction n'a pas de signification physique, et permet seulement d'employer la relation (5.8). Cette méthode d'étalonnage présente également l'avantage de pouvoir étendre la technique de "Shape from Polarization" à des matériaux qui ne sont pas parfaitement spéculaires (Annexe B).

Supposons connu l'indice de réfraction complexe du matériau (par exemple, $\hat{n} = 0.82 + 5.99i$), les courbes "*Relation réelle, indice réel*" et "*Relation approximée, indice réel*" de la Figure 5.16, représentent respectivement la relation $\rho(\theta)$ réelle et approximée. Grâce à la méthode d'approximation non linéaire de Levenberg-Marquardt appliquée sur la courbe réelle, nous calculons le pseudo indice ($\hat{n}_{pseudo} = 0.39 + 5.83i$) et traçons la relation approximée associée. La Figure 5.16 montre ainsi que la mesure du pseudo-indice permet de mieux s'approcher de la relation entre le degré de polarisation et l'angle zénithal.

Application

Pour déterminer le pseudo-indice des billes métalliques, l'image du degré de polarisation a été segmentée suivant des anneaux centrés selon l'axe de la bille (Figure 5.17). Sur chacun de ces anneaux, la moyenne du degré de polarisation mesuré, et les angles zénithaux théoriques associés θ_i sont calculés. Le diamètre de la bille étant connu, les angles zénithaux théoriques en tout point de l'image sont déterminés par la relation suivante :

$$\theta_i = \arcsin \frac{r_i}{R}, \quad (5.9)$$

où r_i est le rayon de l'anneau, et R est le rayon de la bille.

En traçant le degré de polarisation en fonction de l'angle zénithal (Figure 5.18), le

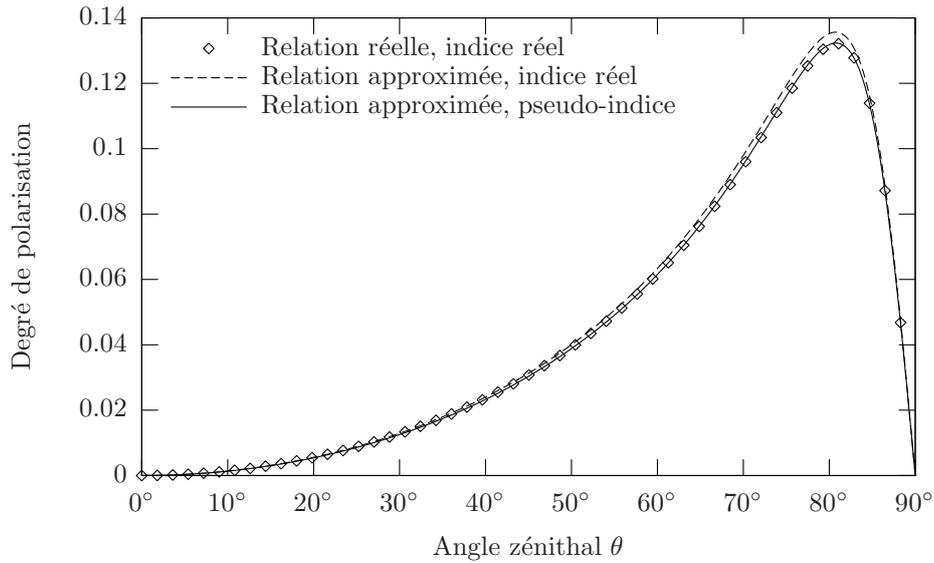


Figure 5.16 – Utilisation du pseudo-indice.

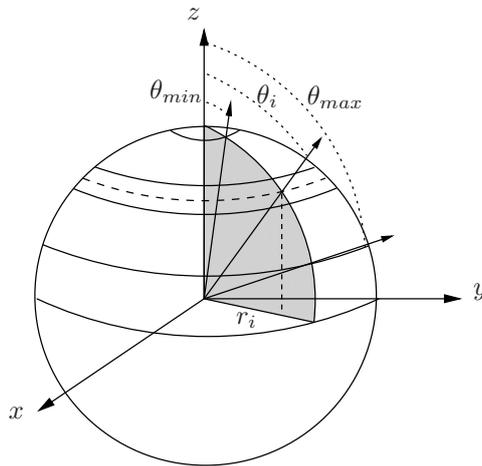


Figure 5.17 – Principe du calcul des degrés de polarisation moyens sur la bille : sur les anneaux indicés selon l'angle θ_i , la moyenne du degré de polarisation est calculée.

pseudo-indice de réfraction complexe de la bille est calculé grâce à l'approximation non linéaire de Levenberg-Marquardt.

5.4.2 Comparaison du calcul des normales

Nous avons vu dans le précédent chapitre que l'erreur de reconstruction à partir du champ de normales dépendait de la taille et de la forme de l'objet à reconstruire. C'est pourquoi nous nous attachons ici à comparer les champs de normales plutôt que les surfaces reconstruites.

L'acquisition du champ de normales a été effectuée sur deux autres billes métalliques

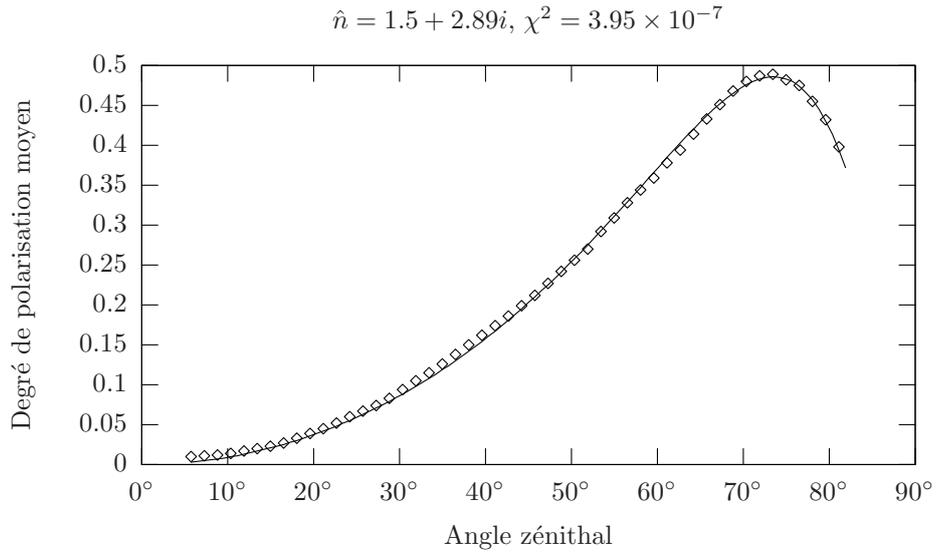


Figure 5.18 – Courbe du degré de polarisation moyen sur chacun des anneaux en fonction de l’angle zénithal (ou angle de réflexion).

spéculaires calibrées, de diamètres $41,275\text{ mm}$ et $44,450\text{ mm}$. Pour mesurer la qualité d’acquisition, nous avons utilisé la norme de l’erreur \vec{e} entre la normale de la sphère théorique, et celle mesurée par notre système (Figure 5.19) :

$$\|\vec{e}\| = \|\vec{n}_{th} - \vec{n}_m\|. \quad (5.10)$$

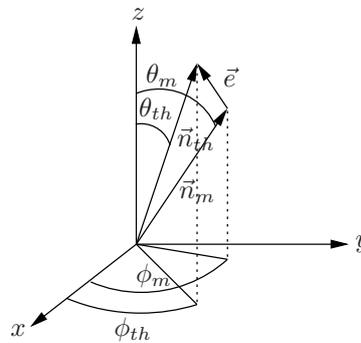


Figure 5.19 – Erreur \vec{e} entre la normale théorique \vec{n}_{th} et la normale mesurée \vec{n}_m .

Dans le but de comparer la qualité d’acquisition du champ de normales de notre système, nous avons également numérisé les billes métalliques avec les scanners Replica et Minolta du laboratoire. Leur surface étant spéculaire, une fine couche opaque leur a été appliquée avant la numérisation. Les images de profondeurs obtenues ont été lissées puis dérivées afin d’en obtenir le champ de normales. Puis, de la même manière, nous avons calculé l’erreur par rapport au champ théorique des normales.

La Figure 5.20 montre les images de la norme de l'erreur obtenue sur une bille calibrée de $41,275\text{ mm}$ de diamètre pour les trois systèmes d'acquisition. L'image de l'erreur du système par imagerie polarimétrique montre qu'il existe une répartition homogène et aléatoire de l'erreur, sauf au centre de la bille. Cette erreur est logiquement localisée vers les normales qui sont orientées selon l'axe optique du système.

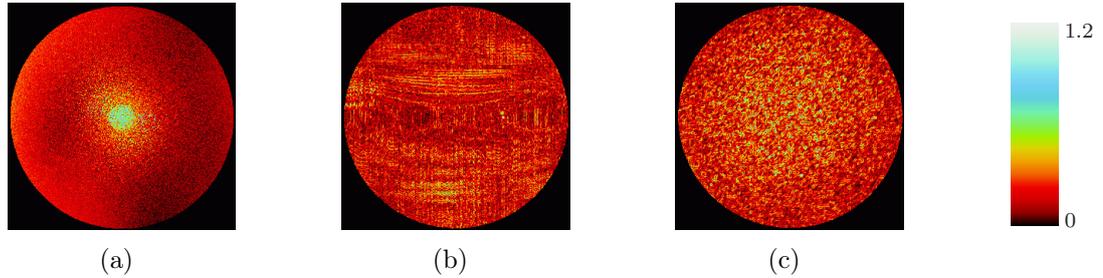


Figure 5.20 – Images de la norme de l'erreur $\|\vec{e}\|$ pour les trois systèmes : (a) imagerie polarimétrique, (b) scanner Replica, (c) scanner Minolta.

Les écarts absolus par rapport aux angles théoriques θ et ϕ ont été également calculés (Figure 5.21 et 5.22). Au centre de la bille, la mesure de l'erreur sur l'angle ϕ donne de très grandes valeurs aléatoires pour les trois systèmes, car la normale à la surface est pratiquement orientée selon l'axe optique du système. En effet, dans ce cas, la normale s'écrit uniquement en fonction de l'angle θ : $\{\theta = 0, \phi \text{ quelconque}\}$.

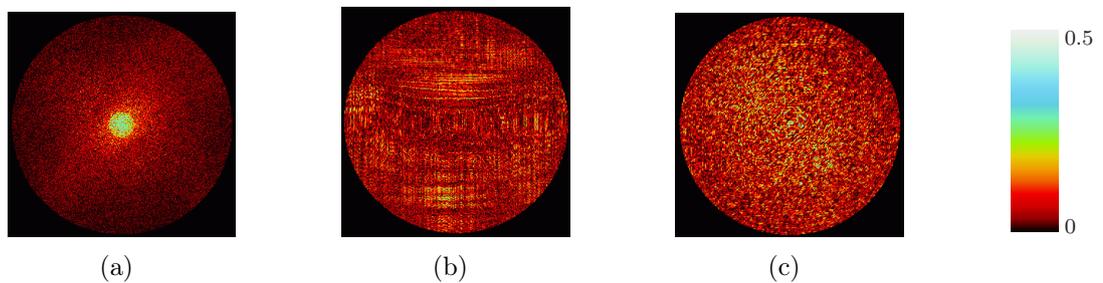


Figure 5.21 – Images de l'erreur sur l'angle θ pour les trois systèmes : (a) imagerie polarimétrique, (b) scanner Replica, (c) scanner Minolta.

Le Tableau 5.3 donne un récapitulatif des moyennes des erreurs mesurées sur le champ de normales, en fonction des différents systèmes d'acquisition. Pour chacune des billes métalliques ($41,275\text{ mm}$ et $44,450\text{ mm}$), la norme de l'erreur $\|\vec{e}\|$, et les angles θ et ϕ sont calculés. La moyenne de l'erreur de ϕ est donnée uniquement à titre indicatif, car elle est très influencée par les valeurs des points dont la normale est proche de l'axe optique. Le Tableau 5.4 présente les moyennes des erreurs des trois systèmes sur la zone de validité de notre système polarimétrique. En terme d'acquisition de champs de

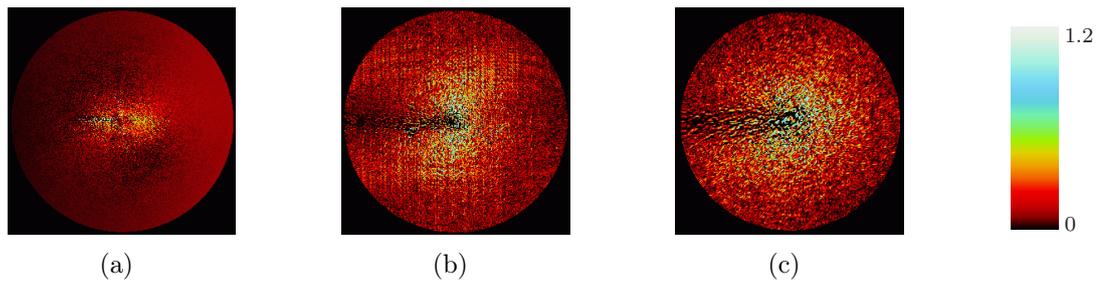


Figure 5.22 – Images de l’erreur sur l’angle ϕ pour les trois systèmes : (a) imagerie polarimétrique, (b) scanner Replica, (c) scanner Minolta.

normales, notre système (dans sa zone de validité) a de meilleures performances que celles du scanner Minolta. Les résultats concernant la norme de l’erreur et l’écart moyen à la valeur théorique de l’angle θ sont sensiblement plus faible que dans le cas du scanner Replica. Cependant, l’écart moyen à la valeur de l’angle ϕ est plus élevé. Cette erreur est en partie dûe à la mauvaise sensibilité de notre système lorsque les normales sont orientées avec un angle zénithal θ relativement faible.

		Système polarimétrique	Replica	Minolta
41, 275 mm	$\ \vec{e}\ $	0,0695	0,0882	0,1034
	θ	0,0331	0,0559	0,0621
	ϕ	0,3291	0,2819	0,4226
44, 450 mm	$\ \vec{e}\ $	0,0644	0,0614	0,0790
	θ	0,0258	0,0398	0,0471
	ϕ	0,3020	0,1713	0,3286

Tableau 5.3 – Mesure de la moyenne de l’erreur des champs de gradients suivant différentes méthodes d’acquisition (l’erreur sur les angles est indiquée en radians).

		Système polarimétrique	Replica	Minolta
41, 275 mm	$\ \vec{e}\ $	0,0625	0,0887	0,0979
	θ	0,0272	0,0565	0,0577
	ϕ	0,2722	0,2290	0,3430
44, 450 mm	$\ \vec{e}\ $	0,0572	0,0620	0,0765
	θ	0,0239	0,0401	0,0455
	ϕ	0,2359	0,1388	0,2554

Tableau 5.4 – Mesure de la moyenne de l’erreur des champs de gradients sans la partie centrale (l’erreur sur les angles est indiquée en radians).

5.5 Inspection de surfaces métalliques spéculaires

Nous présentons ici, une application de la reconstruction tridimensionnelle de surfaces spéculaires, à l'inspection d'objets métalliques. Ces objets à inspecter, ont deux types de défauts : des *défauts d'aspect*, et des *défauts de forme*. Les défauts d'aspect (trous, rayures, défauts de polissage) apparaissent sur des surfaces dont la courbure est relativement constante. Ceux-ci sont détectés grâce au système d'inspection développé par Seulin [Seulin, 2002] (système décrit dans le chapitre 2). Comme le montre la Figure 5.23, l'image d'aspect générée par le système permet de segmenter facilement ces défauts. En revanche, les défauts de forme au niveau des décors ne peuvent être mis en évidence. Pour ce faire, les informations tridimensionnelles de la surface doivent être extraites, afin de localiser les manques ou les déformations locales.

Après avoir décrit une méthode pour déterminer le pseudo-indice de réfraction du matériau, nous présentons les résultats de la reconstruction de décors, ainsi que la comparaison du modèle tridimensionnel d'un objet défectueux à celui d'un objet de référence.



Figure 5.23 – Détection de défauts d'aspect sur des objets métalliques spéculaires : (a) effets de l'éclairage structuré au niveau des décors, (b) image d'aspect.

5.5.1 Indice de réfraction

Ne connaissant pas l'indice de réfraction réel des objets étudiés, nous avons estimé le pseudo-indice suivant la méthode décrite plus haut dans le cas des billes métalliques. Cette méthode requiert à la fois la mesure du degré de polarisation de la lumière réfléchie, et le calcul de l'angle zénithal en tout point de la surface. L'image du degré de polarisation est obtenue avec notre système d'acquisition (Figure 5.24(a)). L'image de l'angle zénithal est calculée à partir de l'image de profondeur de l'échantillon. Cette dernière est obtenue à l'aide du scanner Replica, en appliquant une fine couche opaque sur l'objet. Après lissage de l'image de profondeur, le calcul du champ de normales permet de calculer l'angle zénithal θ en tout point de la surface (Figure 5.24(b)).

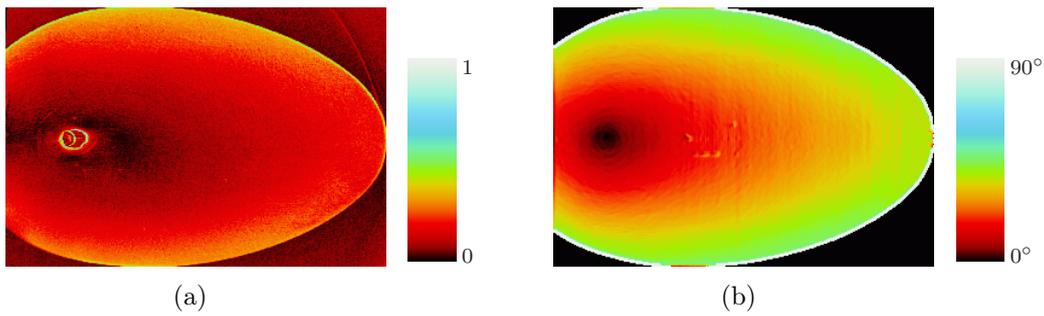


Figure 5.24 – Calcul de l'indice de réfraction à partir de l'image du degré de polarisation ρ (a), et de l'image de l'angle zénithal θ (b).

Comme dans le cas des billes métalliques, les points de la Figure 5.25 sont obtenus en calculant le degré de polarisation moyen, par pas constants de l'angle zénithal, et ensuite le pseudo-indice de réfraction complexe : celui-ci donne une relation entre le degré de polarisation et l'angle zénithal, qui approche au mieux l'ensemble des points.

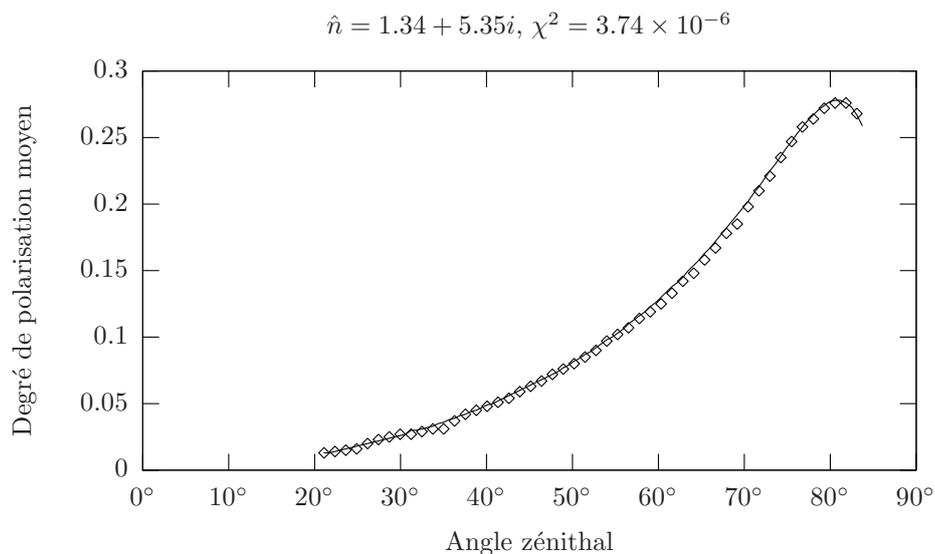


Figure 5.25 – Courbe du degré de polarisation moyen en fonction de l'angle zénithal (ou angle de réflexion) pour les objets à inspecter.

5.5.2 Acquisition

Les objets à inspecter sont placés au centre du dôme d'éclairage en respectant les contraintes imposées par les limites de l'angle θ . La reconstruction de la surface est possible, puisque leur surface est lisse et continue. Nous supposons négligeables les inter-réflexions. Le résultat de l'acquisition des paramètres de polarisation et l'image segmentée obtenue par le système d'éclairage actif sont présentés sur la Figure 5.26.

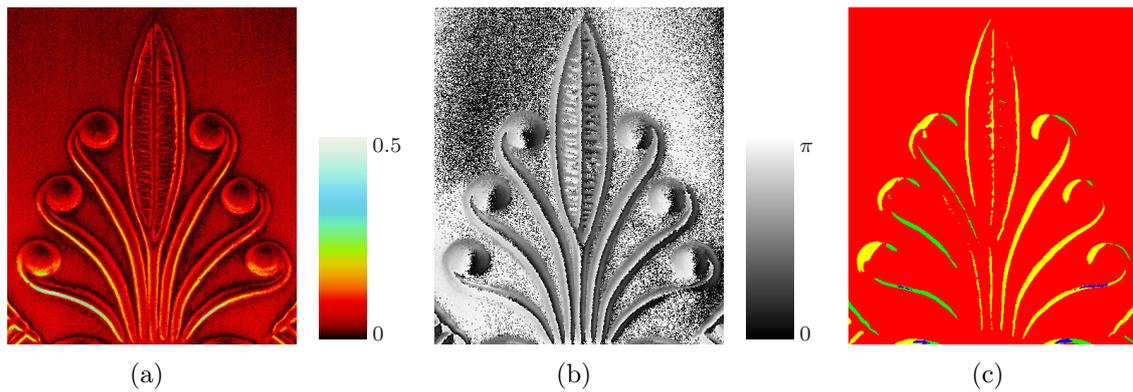


Figure 5.26 – Acquisition des images : (a) degré de polarisation ρ , (b) angle de polarisation φ , (c) segmentation des zones.

À partir d'images du degré de polarisation ρ , de l'angle de polarisation φ , et de l'image segmentée I_{quad} , et d'après l'estimation du pseudo-indice de réfraction, nous pouvons calculer les composantes p et q de la normale (Figure 5.27(a) et Figure 5.27(b)).

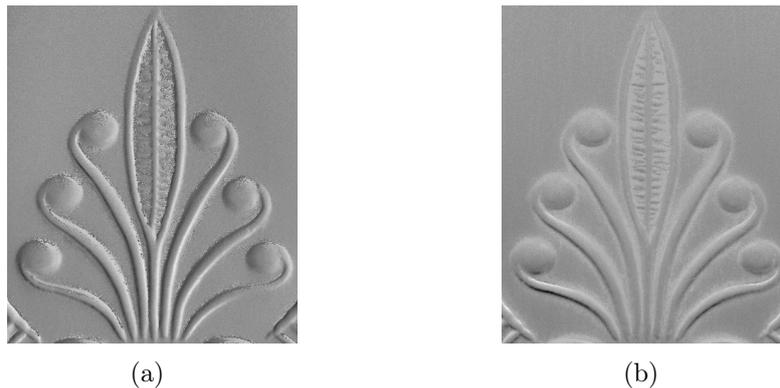


Figure 5.27 – Images du champ de gradients $\{p, q\}$: (a) p et (b) q .

L'image de profondeur (Figure 5.28) est ensuite obtenue par intégration du champ de normales.

5.5.3 Reconstruction des décors

Dans le but de comparer de manière qualitative le résultat de la reconstruction des décors sur les objets métalliques, nous avons utilisé le scanner Replica. La comparaison est qualitative puisque une fine couche opaque doit être appliquée sur la pièce avant la numérisation par le scanner. Après avoir recalé les deux surfaces, la déviation moyenne entre les deux surfaces est environ $40 \mu m$. La Figure 5.29(a) et la Figure 5.29(b) montrent respectivement les surfaces reconstruites avec le scanner Replica et avec notre système



Figure 5.28 – Reconstruction de la surface : (a) image de profondeur, (b) image de rendu.

d'acquisition. Comme ce dernier est spécialement conçu pour les surfaces spéculaires, les détails des décors sont mieux reconstruits et davantage marqués (Figure 5.29(c)).

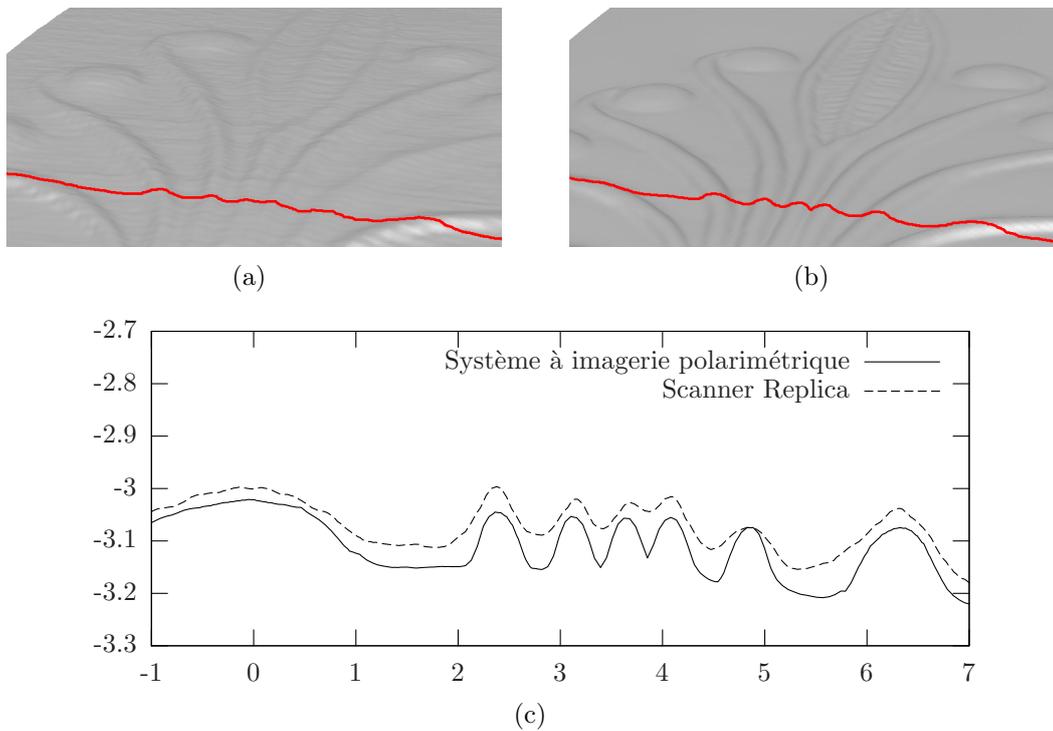


Figure 5.29 – Reconstruction tridimensionnelle des décors de l'objet : (a) surface obtenue avec le scanner Replica, (b) surface obtenue avec notre système, (c) comparaison d'un profil (l'échelle des axes est en *mm*).

5.5.4 Défauts de forme

Les objets étudiés sont obtenus par estampage puis polissage. Des défauts de forme peuvent apparaître au niveau des décors. La Figure 5.30 montre deux pièces différentes avec le même motif. L'une de ces deux pièces est défectueuse en raison d'une malformation du décor au niveau d'une "boule".

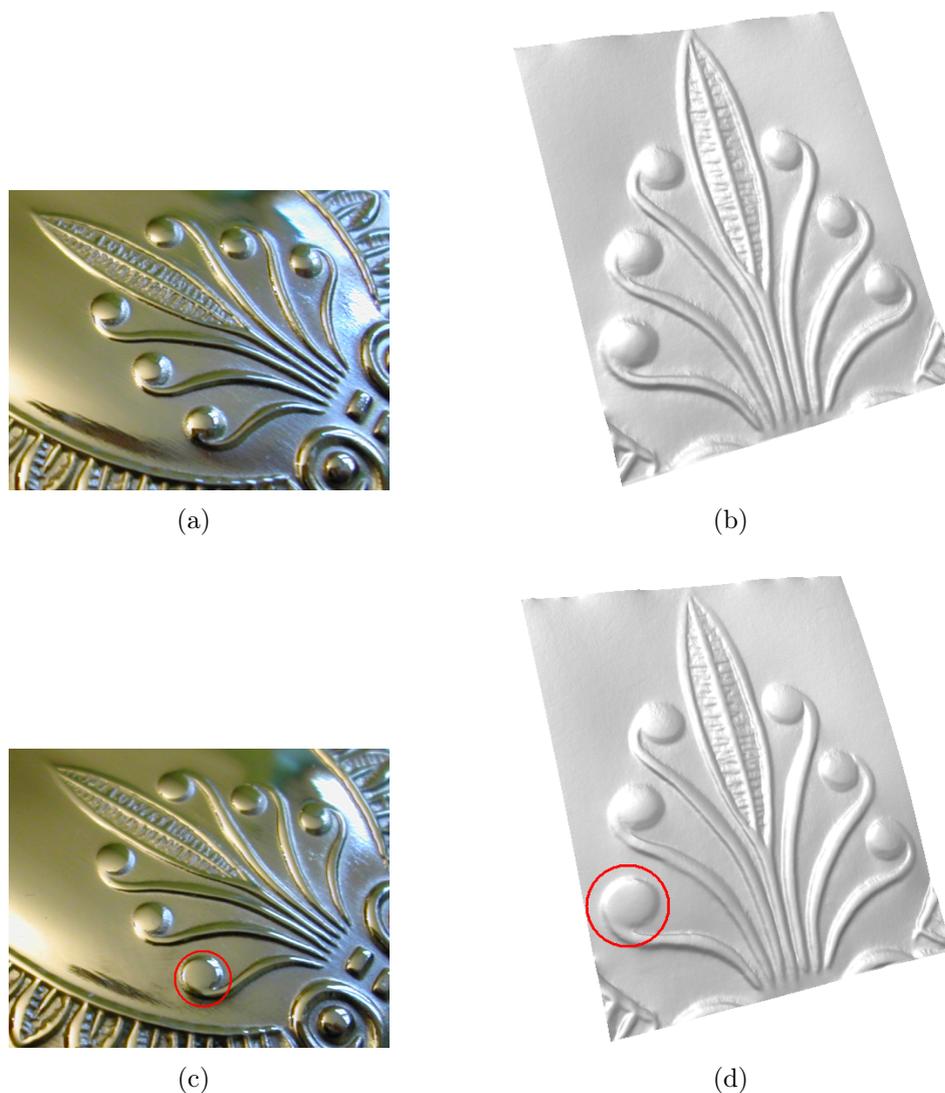


Figure 5.30 – Application de la reconstruction tridimensionnelle par imagerie polarimétrique à l'inspection de surfaces métalliques spéculaires : (a) photographie de l'objet de référence, et (b) reconstruction de la surface ; (c) photographie de l'objet avec un défaut de forme (entouré en rouge), et (d) reconstruction de la surface.

Les images de profondeurs ont été importées dans un logiciel de modélisation 3D (Rapid Form). Puis, un recalage entre les deux modèles tridimensionnels a été effectué, conduisant à une carte de déviation entre les objets (Figure 5.31). Le positionnement

des objets n'étant pas identique (rotations possibles selon les trois axes), le recalage des images de profondeur est impossible : il est nécessaire de recalculer les modèles 3D. La carte de déviation entre les deux modèles met en évidence le défaut de forme qui apparaît sur la boule en bas à gauche du décor.

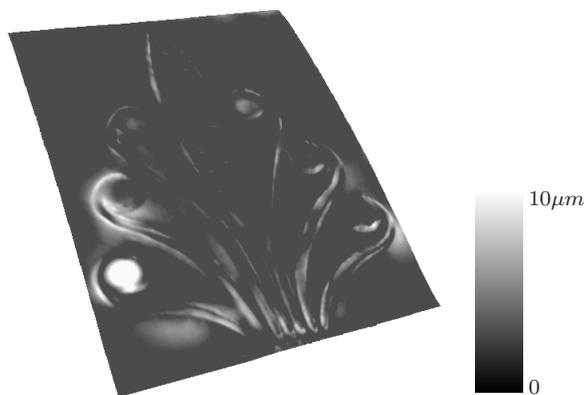


Figure 5.31 – Carte de déviation entre l'objet de référence et l'objet présentant un défaut de forme.

5.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre notre système d'acquisition tridimensionnelle de surfaces métalliques spéculaires. Le prototype développé est constitué d'une caméra, d'un éclairage actif, ainsi que d'un système à cristaux liquides. Le rôle de l'éclairage actif est double : il permet d'une part d'éclairer l'objet avec une lumière non polarisée, et d'autre part, de lever l'ambiguïté concernant le calcul de l'une des composantes de la normale. Nous avons montré qu'en pilotant l'éclairage par quadrants, l'ambiguïté était levée de manière robuste. L'étude de la lumière réfléchie s'effectue à l'aide du système à cristaux liquides et de la caméra ; l'ensemble des composants du prototype est entièrement piloté par un ordinateur. Les performances et les limitations du système ont été étudiées sur des billes métalliques calibrées. La numérisation d'objets métalliques spéculaires, obtenues par estampage et polissage, est une application directe de notre prototype polarimétrique. Nous avons présenté l'efficacité du système pour la reconstruction de la surface tridimensionnelle des décors : à partir de cette information tridimensionnelle, les défauts de forme peuvent être détectés.

Chapitre 6

Conclusion générale et perspectives

Le contrôle qualité par vision artificielle souffre malheureusement de problèmes d'acquisition tridimensionnelle lors de l'inspection d'objets métalliques spéculaires. En effet, la surface de ces derniers est comparable à celle d'un miroir, rendant la reconstruction délicate. Les systèmes de numérisation existants sont très contraignants ; ils ne s'appliquent pour la plupart qu'aux surfaces à faible variation de pente. Les travaux présentés dans ce mémoire portent sur la conception et le développement d'un nouveau prototype de reconstruction tridimensionnelle, spécifique aux objets spéculaires. Celui-ci repose sur la technique de "Shape from Polarization", que nous avons étendue aux surfaces métalliques.

Dans un premier temps, la revue de la littérature, se rapportant au contrôle qualité tridimensionnel, nous a permis de pointer les difficultés relatives à l'acquisition tridimensionnelle de surfaces réfléchissantes. Nous avons également pu constater que peu de systèmes sont efficaces pour les objets spéculaires. Seule la méthode de "Shape from Polarization" nous a semblé intéressante, puisqu'elle est fondée sur l'analyse de l'état de polarisation de la lumière réfléchié spéculairement.

Nous avons ensuite détaillé les moyens d'extraction des informations tridimensionnelles sur la surface, à partir des images de polarisation. À l'image de l'oeil humain, les caméras (détecteurs d'énergie) ne sont pas sensibles à la polarisation de la lumière. Nous avons présenté des montages visant à mesurer les paramètres de celle-ci ; à partir de cette mesure, et en utilisant l'indice de réfraction complexe des matériaux métalliques, nous avons montré comment calculer le champ de normales.

Plusieurs techniques d'intégration du champ de normales existent : les méthodes locales, les méthodes reposant sur la relaxation et les méthodes globales. Des comparatifs en terme de vitesse de reconstruction et de sensibilité au bruit nous ont conduits à choisir

une méthode globale : l'algorithme de Frankot-Chellappa.

La dernière étape de notre travail a consisté à mettre en oeuvre la réalisation d'un prototype complet de reconstruction tridimensionnelle d'objets métalliques spéculaires. Celui-ci se constitue d'un dôme d'éclairage actif, d'une caméra et d'un polariseur tournant à cristaux liquides. L'ambiguïté concernant l'orientation des normales est levée grâce au dôme d'éclairage actif, piloté par quadrants. Le développement de ce dispositif constitue une amélioration certaine dans le domaine du "Shape from Polarization", dans la mesure où cette ambiguïté était jusqu'alors levée numériquement, à l'aide d'un algorithme de propagation peu robuste. Nous avons comparé notre système à d'autres méthodes, avec des billes métalliques calibrées, en terme de qualité d'acquisition du champ des normales. Cela nous a permis d'en établir les performances et les limites. Enfin, nous avons appliqué notre dispositif à l'inspection de défauts de forme sur des objets métalliques spéculaires obtenus par estampage, puis polissage.

Notre système est particulièrement adapté à l'inspection des objets métalliques réfléchissants de petite taille, par exemple issus de l'orfèvrerie. Il est cependant actuellement limité à la reconstruction de surfaces métalliques spéculaires dont la surface est continue, et dont l'indice de réfraction est constant. Par ailleurs, nous avons considéré comme négligeable l'influence des inter-réflexions. L'une des perspectives de notre travail consisterait à apprécier ces inter-réflexions, dans le but de numériser des objets de forme plus complexe. Dans ce cas, l'utilisation d'un polarimètre complet serait nécessaire, afin de séparer les réflexions directes des inter-réflexions. En effet, après une première réflexion, la lumière non polarisée devient partiellement linéairement polarisée. Après une nouvelle réflexion sur un métal, cette dernière deviendrait donc partiellement elliptiquement polarisée.

La mesure de l'état de polarisation avec deux longueurs d'onde différentes représente également une perspective de notre travail : ce développement autoriserait l'inspection d'objets pour lesquels la pente de la surface est importante. En utilisant un éclairage ultraviolet, nous pourrions envisager la numérisation d'objets translucides comme le verre, grâce à la récente apparition des caméras ultraviolettes.

Ces travaux ont donné lieu à une publication dans une revue internationale [Morel et al., 2005c], à cinq communications dans des conférences internationales et nationales [Morel et al., 2004a; Morel et al., 2004b; Morel et al., 2004d; Morel et al., 2004e; Morel et al., 2005a], et à deux communications lors de journées thématiques organisées par

le GDR-ISIS¹ [Morel et al., 2004c; Morel et al., 2005b]. Une autre publication a été également soumise dans une revue internationale. Une enveloppe Soleau a été déposée afin de protéger le travail effectué concernant l'éclairage actif; un brevet européen est en cours de dépôt.

¹Groupement de Recherche : Information, Signal, Images, et viSion

Bibliographie

- [Aloimonos, 1993] Aloimonos, Y. (1993). Active vision revisited. In *Active Perception* (pp. 1–18). 5
- [Aloimonos et al., 1987] Aloimonos, Y., Weiss, I., & Bandyopadhyay, A. (1987). Active vision. *International Journal of Computer Vision*, 1(4), 333–356. 4
- [Alouini et al., 2004] Alouini, M., Dolfi, D., Grisard, A., Lallier, E., Goudail, F., & Réfrégier, P. (2004). Imagerie polarimétrique et multispectrale active : vers la détection et la reconnaissance d’objets de très faible contraste. In *GDR Journées Imagerie Polarimétrique*. 68, 69
- [Aluze, 1998] Aluze, D. (1998). *Système de détection et de caractérisation de défauts d’aspect sur des surfaces parfaitement spéculaires et non planes : application au contrôle qualité de produits destinés à l’emballage cosmétique*. PhD thesis, Université de Bourgogne. 19
- [Aluze et al., 2002] Aluze, D., Merienne, F., Dumont, C., & Gorria, P. (2002). Vision system for defect imaging, detection, and characterization on a specular surface of a 3d object. *Image and Vision Computing*, 20(8), 569–580. 9
- [Bajcsy, 1988] Bajcsy, R. (1988). Active perception. In *IEEE Proceedings*, volume 76 (pp. 996–1005). 5
- [Ballard, 1991] Ballard, D. (1991). Animate vision. *Artificial Intelligence*, 48(1), 57–86. 6
- [Batlle et al., 1998] Batlle, J., Mouaddib, E., & Salvi, J. (1998). Recent progress in coded structured light as a technique to solve the correspondance problem : a survey. *Pattern Recognition*, 31(7), 963–982. 9, 28
- [Beckmann & Spizzichino, 1963] Beckmann, P. & Spizzichino, A. (1963). *The scattering of electromagnetic waves from rough surface*. Pergamon. 13
- [Ben Slimane, 2004] Ben Slimane, A. (2004). *Caractérisation de textures rugueuses par traitement d’images : application aux revêtements routiers*. PhD thesis, Université de Poitiers. 84

- [Bolle et al., 1996] Bolle, R., Connell, J., Haas, N., Mohan, R., & Taubin, G. (1996). Veggievision : A produce recognition system. In *Workshop on Applications of Computer vision* (pp. 244–251). 68
- [Born & Wolf, 1999] Born, M. & Wolf, E. (1999). *Principles Of Optics*. Cambridge, 7 edition. 76, 80
- [Bors & Hancock, 2002] Bors, A. & Hancock, E. (2002). Recovering height information from sar images of terrain. In *International Conference on Image Processing*, volume 2 (pp. 477–480). Rochester, NY, USA. 87
- [Boukir, 1993] Boukir, S. (1993). *Reconstruction 3D d'un environnement statique par vision active*. PhD thesis, Université de Rennes I. 5, 8
- [Brun, 2003] Brun, L. (2003). Traitement d'images couleur, <http://www.greyc.ensicaen.fr/luc/>. 11
- [Chen & Wolff, 1998] Chen, H. & Wolff, L. (1998). Polarization phase based method for material classification in computer vision. *International Journal of Computer Vision*, 28(1), 73–83. 70
- [Clark et al., 1997] Clark, J., Trucco, E., & Wolff, L. (1997). Using light polarization in laser-scanning. *Image and Vision Computing*, 15(2), 107–117. 69
- [Clerc & Mallat, 2002] Clerc, M. & Mallat, S. (2002). The texture gradient equation for recovering shape from texture. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 24(4), 536–544. 34
- [COFREND, 2005] COFREND (2005). Confédération française pour les essais non destructifs, <http://www.cofrend.com>. 10
- [Coleman & Jain, 1982] Coleman, Jr., E. & Jain, R. (1982). Obtaining 3-dimensional shape of textured and specular surfaces using four-source photometry. *Computer Graphics Image Processing*, 18(4), 309–328. 85
- [Courteille et al., 2004] Courteille, F., Crouzil, A., Durou, J.-D., & Gurdjos, P. (2004). Towards shape from shading under realistic photographic conditions. In *International Conference on Pattern Recognition*. 33, 34
- [D'Acquisto et al., 2002] D'Acquisto, L., Fratini, L., & Siddiolo, A. (2002). A modified moiré technique for three-dimensional surface topography. *Measurement Science and Technology*, 13(2002), 613–622. 30
- [De Martino & Laude-Boulesteix, 2004] De Martino, A. & Laude-Boulesteix, B. (2004). Polarimètre de mueller, imageur à cristaux liquides. In *GDR Journées Imagerie Polarimétrique*. 55

- [Delcroix, 2000] Delcroix, G. (2000). *Etude et réalisation d'un dispositif de contrôle d'aspect temps réel par vision artificielle de pièces métallisées en défilement*. PhD thesis, Université de Bourgogne. 19
- [Delcroix et al., 2001] Delcroix, G., Seulin, R., Lamalle, B., Gorria, P., & Merienne, F. (2001). Study of the imaging conditions and processing for the aspect control of specular surfaces. *Journal of Electronic Imaging*, 10(1), 196–202. 9
- [Eltoft & de Figueiredo, 1995] Eltoft, T. & de Figueiredo, R. (1995). Illumination control as a means of enhancing image features in active vision systems. *IEEE Trans. Image Processing*, 4(11), 1520–1530. 6
- [Favaro & Soatto, 2002] Favaro, P. & Soatto, S. (2002). Learning shape from defocus. In *European Conference on Computer Vision* (pp. 735–747). 7
- [Fofi, 2001] Fofi, D. (2001). *Navigation d'un véhicule intelligent à l'aide d'un capteur de vision en lumière structurée et codée*. PhD thesis, Université de Picardie, Jules Verne. 28
- [Frankot & Chellappa, 1988] Frankot, R. & Chellappa, R. (1988). A method for enforcing integrability in shape from shading algorithms. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 10(4), 439–451. 98
- [Gluckman & Nayar, 1998] Gluckman, J. & Nayar, S. (1998). A real-time catadioptric stereo system using planar mirrors. In *Proc. of Image Understanding Workshop*. 24
- [Gorria et al., 1998] Gorria, P., Aluze, D., Delcroix, G., Merienne, F., Lamalle, B., & Dumont, C. (1998). Dispositif de détection de défauts de surface sur des pièces réfléchissantes, brevet n 98 14417 - déposé au nom de reexam beauté métallisation. 19
- [Goulette & Laugeau, 2002] Goulette, F. & Laugeau, C. (2002). *Capteurs et numérisation 3D*, chapter 1, (pp. 21–75). Hermes Science, lavoisier edition. 21
- [Halstead et al., 1996] Halstead, M., Barsky, B., Klein, S., & Mandell, R. (1996). Reconstructing curved surfaces from specular reflection patterns using spline surface fitting of normals. In *ACM Computer and Graphics Interactive Techniques (SIGGRAPH'96)* (pp. 335–342). New Orleans, USA. 39
- [Heida & Bruinsma, 1998] Heida, J. & Bruinsma, A. (1998). D-sight technique for rapid impact damage detection on composite aircraft structures. In *European Conference on Non-destructive Testing*. 17
- [Horn, 1989] Horn, B. (1989). Height and gradient from shading. In *MIT AI Memo*. 82
- [Horn & Brooks, 1986] Horn, B. & Brooks, M. (1986). The variational approach to shape from shading. *Computer Vision Graphics and Image Processing*, 33(2), 174–208. 33, 89

- [Horovitz & Kiryati, 2004] Horovitz, I. & Kiryati, N. (2004). Depth from gradient fields and control points : Bias correction in photometric stereo. *Image and Vision Computing*, 22(9), 681–694. 92, 94, 96
- [Huang & Zhang, 2004] Huang, P. & Zhang, S. (2004). High-resolution, real-time 3d shape acquisition system. In *IEEE Computer Vision and Pattern Recognition*. 31
- [Ikeuchi, 1983] Ikeuchi, K. (1983). Constructing a depth map from images. In *MIT AI Memo*. 89
- [Inaba et al., 1993] Inaba, M., Hara, T., & Inoue, H. (1993). A stereo viewer based on a single camera with view-control mechanisms. In *Proc. Intl. Conf. on Intelligent Robots and Systems* Yokohama, Japan. 24
- [Joubert et al., 1995] Joubert, E., Miché, P., & Debrie, R. (1995). 3-d surface reconstruction using a polarization state analysis. *J. Optics(Paris)*, 26(1), 2–8. 77
- [Kalayjian et al., 1996] Kalayjian, Z., Andreou, A.G.and Wolff, L., & Sheppard, N. (1996). A polarization contrast retina that uses patterned iodine-doped pva film. In *European Solid-State Circuits Conference* (pp. 308–311). Neuchatel, Switzerland. 62
- [Kalayjian et al., 1997] Kalayjian, Z., Andreou, A.G.and Wolff, L., & Sheppard, N. (1997). 1d polarization retina. *Electronic Letters*, 33(1), 38–40. 62
- [Karaçali & Snyder, 2002] Karaçali, B. & Snyder, W. (2002). Partial integrability in surface reconstruction from a given gradient field. In *International Conference on Image Processing*, volume 2 (pp. 525–528). 104
- [Karaçali & Snyder, 2003] Karaçali, B. & Snyder, W. (2003). Reconstructing discontinuous surfaces from a given gradient field using partial integrability. *Computer Vision and Image Understanding*, 92(1), 78–111. 104
- [Klette & Schluns, 1996] Klette, R. & Schluns, K. (1996). Height data from gradient fields. In *Proceedings of SPIE Machine Vision Applications, Architectures, and Systems Integration (2908)* (pp. 204–215). Boston, USA. 86
- [Koshikawa, 1979] Koshikawa, K. (1979). A polarimetric approach to shape understanding. In *International Joint Conference on Artificial Intelligent* (pp. 493–495). Tokyo, Japan. 76
- [Kovesi, 2003] Kovesi, P. (2003). *Shapelets Correlated with Surface Normals Produce Surfaces*. Technical report, School of Computer Science & Software Engineering. 101
- [Lakroum et al., 2005] Lakroum, S., Devlaminck, V., Terrier, P., Bieal, P., & Postaire, J.-G. (2005). Classification de vecteurs de poincaré. In *GDR Journées Imagerie Optique Non Conventiionnelle*. 62

- [Legrand et al., 2002] Legrand, A.-C., Gorria, P., & Meriaudeau, F. (2002). Active infrared non destructive testing for glue occlusion detection within plastic lids. *Journal of NDT&E International*, 35(3), 177–187. 10
- [Marchand & Chaumette, 2003] Marchand, E. & Chaumette, F. (2003). *Reconstruction 3D par vision dynamique active*. In *Perception visuelle par imagerie vidéo, IC2 (Traitement du signal et de l'image)*, chapter 6, (pp. 213–248). Hermes Science, lavoisier edition. 5
- [Mathieu & Devernay, 1995] Mathieu, H. & Devernay, F. (1995). *Système de miroirs pour la stéréoscopie*. Technical report, INRIA. 24
- [Miyazaki, 2002] Miyazaki, D. (2002). Measuring surface shape of transparent objects based on the analysis of polarization, thermal radiation, and geometrical property. Master's thesis, University of Tokyo. 89
- [Miyazaki et al., 2002a] Miyazaki, D., Kagesawa, M., & Ikeuchi, K. (2002a). Determining shapes of transparent objects from two polarization images. In *IAPR Workshop on Machine Vision Applications* (pp. 26–31). Nara, Japan. 78
- [Miyazaki et al., 2003a] Miyazaki, D., Kagesawa, M., & Ikeuchi, K. (2003a). Polarization-based transparent surface modeling from two views. In *International Conference on Computer Vision* (pp. 1381–1386). Nice, France. 78
- [Miyazaki et al., 2004] Miyazaki, D., Kagesawa, M., & Ikeuchi, K. (2004). Transparent surface modeling from a pair of polarization images. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 26(1), 73–82. 78
- [Miyazaki et al., 2002b] Miyazaki, D., Saito, M., Sato, Y., & Ikeuchi, K. (2002b). Determining surface orientations of transparent objects based on polarization degrees in visible and infrared wavelengths. *Journal of the Optical Society of America A*, 19(4), 687–694. 79
- [Miyazaki et al., 2003b] Miyazaki, D., Tan, R., Hara, K., & Ikeuchi, K. (2003b). Polarization-based inverse rendering from a single view. In *International Conference on Computer Vision* (pp. 982–987). Nice, France. 79
- [Morel et al., 2005a] Morel, O., Meriaudeau, F., Stolz, C., & Gorria, P. (2005a). Polarization imaging applied to 3d reconstruction of specular metallic surfaces. In *SPIE Electronic Imaging - Machine Vision Applications in Industrial Inspection XIII, Electronic Imaging*, volume 5679 (pp. 178–186). San Jose, California, USA. 141
- [Morel et al., 2004a] Morel, O., Seulin, R., Stolz, C., & Gorria, P. (2004a). Eclairage structuré et vision active pour le contrôle qualité de surfaces métalliques réfléchis-

- santes. In *Journée TSI, Eclairage structuré pour la vision active* Le Creusot, France. 141
- [Morel et al., 2004b] Morel, O., Stolz, C., & Gorria, P. (2004b). Application de l'imagerie polarimétrique à l'inspection de surfaces métalliques fortement réfléchissantes. In *Méthodes et Techniques Optiques pour l'Industrie*, volume 1 (pp. 264–270). Saint Etienne, France. 141
- [Morel et al., 2004c] Morel, O., Stolz, C., & Gorria, P. (2004c). Application des images de polarisation au contrôle qualité de surfaces métalliques spéculaires. In *Journées Imagerie Polarimétrique, GDR ISIS* Paris, France. 142
- [Morel et al., 2004d] Morel, O., Stolz, C., & Gorria, P. (2004d). Application of polarimetric imaging to 3d inspection of highly reflective metallic surface. In *SPIE Optics East - Two- and Three-Dimensionale Vision Systems for Inspection, Control, and Metrology II*, volume 5606 (pp. 82–89). 141
- [Morel et al., 2004e] Morel, O., Stolz, C., & Gorria, P. (2004e). Polarization applied to 3d reconstruction of highly reflective metallic objects. In *OSAV* Saint Petersburg, Russia. 141
- [Morel et al., 2005b] Morel, O., Stolz, C., & Gorria, P. (2005b). Reconstruction 3d par images de polarisation appliquées à l'inspection de surfaces métalliques réfléchissantes. In *Journées imagerie optique non conventionnelle, GDR ISIS* Paris, France. 142
- [Morel et al., 2005c] Morel, O., Stolz, C., Meriaudeau, F., & Gorria, P. (2005c). Three-dimensional inspection of highly-reflective metallic objects by polarization imaging. *Electronic Imaging Newsletter*, 15(2), 4. 141
- [Nayar et al., 1997] Nayar, S., Fang, X., & Boult, T. (1997). Separation of reflection components using color and polarization. *International Journal of Computer Vision*, 21(3), 163–186. 67
- [Nayar et al., 1991] Nayar, S., Ikeuchi, K., & Kanade, T. (1991). Surface reflection : Physical and geometrical perspectives. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(7), 611–634. 14
- [Nayar & Nakagawa, 1990] Nayar, S. & Nakagawa, Y. (1990). Shape from focus : an effective approach for rough surfaces. In *International Conference on Robotics and Automation* (pp. 218–225). 7
- [Nayar & Nakagawa, 1994] Nayar, S. & Nakagawa, Y. (1994). Shape from focus. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 16(8), 824–831. 7

- [Nayar et al., 1990] Nayar, S., Sanderson, A., Weiss, L., & Simon, D. (1990). Specular surface inspection using structured highlight and gaussian images. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 6(2), 208–218. 37
- [Optics, 2004] Optics, M. (2004). <http://www.meadowlark.com>. 52
- [Oren & Nayar, 1997] Oren, M. & Nayar, S. (1997). A theory of specular surface geometry. *International Journal of Computer Vision*, 24(2), 105–124. 41
- [Paakkari, 1998] Paakkari, J. (1998). *On-line flatness measurement of large steel plates using Moiré topography*. PhD thesis, University of Oulu, Finland. 30
- [Postaire, 2000] Postaire, J.-G. (2000). *Vision industrielle et contrôle qualité*. In *Les systèmes de vision, IC2 (Traitement du signal et de l'image)*, chapter 10, (pp. 333–364). Hermès Science. 16
- [Press et al., 2002] Press, W., Teukolsky, S., Vetterling, W., & Flannery, B. (2002). *Numerical Recipes in C++, 2nd edition*. Cambridge University Press. 93, 94
- [Puente Leon & Beyerer, 1997] Puente Leon, F. & Beyerer, J. (1997). Active vision and sensor fusion for inspection of metallic surfaces. In *Intelligent Systems and Advanced Manufacturing* (pp. 1–12). Pittsburgh, USA. 9
- [Rahmann, 1999] Rahmann, S. (1999). Inferring 3d scene structure from a single polarization image. In *Conference on Polarization and Color Techniques in Industrial Inspection, volume 3826 of SPIE Proceedings, Munich, Germany* (pp. 22–33). 78
- [Rahmann, 2000] Rahmann, S. (2000). Polarization images : a geometric interpretation for shape analysis. In *International Conference on Pattern Recognition*, volume 3 (pp. 542–546). Barcelona, Spain. 79
- [Rahmann, 2003] Rahmann, S. (2003). Reconstruction of quadrics from two polarization views. In *Iberian Conference on Pattern Recognition and Image Analysis (IbPRIA03), Springer, LNCS 2652, Mallorca, Spain* (pp. 810–820). 77
- [Rahmann & Canterakis, 2001] Rahmann, S. & Canterakis, N. (2001). Reconstruction of specular surfaces using polarization imaging. In *IEEE Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 1 (pp. 149–155). Kauai, USA. 77
- [Reynolds et al., 1993] Reynolds, R., Karpala, F., Clarke, D., & Hageniers, O. (1993). Theory and applications of a surface inspection technique using double-pass retro-reflection. *SPIE Optical Engineering*, 32(9), 2122–2129. 17
- [Richard et al., 2003] Richard, S., Bulot, R., & Sequeira, J. (2003). Reconstruction de la cornée par analyse ascendante-descendante. In *MAJECSTIC*. 39

- [Ricky Lee et al., 2000] Ricky Lee, M.-F., de Silva, C., Croft, E., & Wu, Q. (2000). Machine vision system for curved surface inspection. *Machine Vision and Applications*, 12(4), 177–188. [9](#)
- [Roy, 2004] Roy, M. (2004). *Comparaison et analyse multirésolution de maillages irréguliers avec attributs d'apparence*. PhD thesis, Université de Bourgogne. [21](#)
- [Saito et al., 2003] Saito, H., Omata, K., & Ozawa, S. (2003). Recovery of shape and surface reflectance of specular object from relative rotation of light source. *Image and Vision Computing*, 21(9), 777–787. [42](#)
- [Saito et al., 1999] Saito, M., Sato, Y., Ikeuchi, K., & Kashiwagi, H. (1999). Measurement of surface orientations of transparent objects using polarization in highlight. *Journal of the Optical Society of America*, 16(9), 2286–2293. [57](#), [79](#)
- [Salvi et al., 2004] Salvi, J., Pagès, J., & Batlle, J. (2004). Pattern codification strategies in structured light systems. *Pattern Recognition*, 37(4), 827–849. [9](#), [28](#)
- [Sanderson et al., 1988] Sanderson, A., Weiss, L., & Nayar, S. (1988). Structured highlight inspection of specular surfaces. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 10(1), 44–55. [36](#)
- [Sankaran et al., 1999] Sankaran, V., Weber, C., & Tobin, K. (1999). Inspection in semiconductor manufacturing. In *Webster's Encyclopedia of Electrical and Electronic Engineering*, volume 10 (pp. 242–262). : Wiley & Sons. [16](#)
- [Savarese & Perona, 2001] Savarese, S. & Perona, P. (2001). Local analysis for 3d reconstruction of specular surfaces. In *IEEE Computer Vision and Pattern Recognition*, volume 2 (pp. 738–745). Hawaii, USA. [39](#)
- [Savarese & Perona, 2002] Savarese, S. & Perona, P. (2002). Local analysis for 3d reconstruction of specular surfaces : part ii. In *European Conference on Computer Vision* (pp. 759–774). Copenhagen, Denmark. [39](#), [40](#)
- [Schechner et al., 2000a] Schechner, Y., Kiryati, N., & Basri, R. (2000a). Separation of transparent layers using focus. *International Journal of Computer Vision*, 39(1), 25–39. [7](#)
- [Schechner et al., 1999a] Schechner, Y., Shamir, J., & Kiryati, N. (1999a). Polarization-based decorrelation of transparent layers : The inclination angle of an invisible surface. In *International Conference on Computer Vision* (pp. 814–819). [65](#)
- [Schechner et al., 1999b] Schechner, Y., Shamir, J., & Kiryati, N. (1999b). Vision through semireflecting media : Polarization analysis. *Optics Letters*, 24(16), 1088–1090. [65](#)

- [Schechner et al., 2000b] Schechner, Y., Shamir, J., & Kiryati, N. (2000b). Polarization and statistical analysis of scenes containing a semi-reflector. *Journal of the Optical Society of America A*, 17(2), 276–284. 65
- [Seulin, 2002] Seulin, R. (2002). *Conception et optimisation par simulation d'un système de vision artificielle pour l'inspection de surfaces parfaitement spéculaires*. PhD thesis, Université de Bourgogne. 19, 20, 134
- [Smith & Bors, 2002] Smith, G. & Bors, A. (2002). Height estimation from vector fields of surface normals. In *International Conference on Digital Signal Processing*, volume 2 (pp. 1031–1034). Santorini, Greece. 19, 87
- [Spagnolo et al., 2000] Spagnolo, G., Guattari, G., Sapia, C., & Ambrosini, D. (2000). Three-dimensional optical profilometry for artwork inspection. *Journal of Optics A : Pure and Applied Optics*, 2(2000), 353–361. 31
- [Stolz, 2000] Stolz, C. (2000). *Fonctions optiques dynamiques pour le traitement de l'information*. PhD thesis, Université de Haute-Alsace. 52
- [Surrel, 2004] Surrel, Y. (2004). Contrôle de défauts de forme par déflectométrie : diverses applications industrielles. In *Colloque Méthodes et Techniques Optiques pour l'Industrie (CMOI)* (pp. 271–275). 32
- [Tarini et al., 2005] Tarini, M., Lensch, H., Goesele, M., & Seidel, H.-P. (2005). 3d acquisition of mirroring objects using striped patterns. *Graphical Models*, xx(x), xxx–xxx. 40
- [Terrier & Devlaminck, 2001] Terrier, P. & Devlaminck, V. (2001). A self calibrated image acquisition system for polarization estimation. In *International Conference on Physics in Signal and Image Processing* Marseille, France. 61
- [Terzopoulos, 1982] Terzopoulos, D. (1982). Multi-level reconstruction of visual surfaces : Variational principles and finite element representations. In *MIT AI Memo*, number 671. 92, 95
- [Terzopoulos, 1985] Terzopoulos, D. (1985). Computing visible surface representations. In *MIT AI Memo*, number 800. 92
- [Tordoff & Murray, 2001] Tordoff, B. & Murray, D. (2001). Reactive zoom control while tracking using an affine camera. In *British Machine Vision Conference*, volume 1 (pp. 53–63). 8
- [Torrance & Sparrow, 1967] Torrance, K. & Sparrow, E. (1967). Theory for off-specular reflection from roughened surfaces. *Journal of the Optical Society of America*, 57, 1105–1114. 13

- [Toubin, 2000] Toubin, M. (2000). *Caractérisation et simplification de modèles numériques de scènes réelles par approche multirésolution dans un contexte multi-capteurs*. PhD thesis, Université de Bourgogne. 26
- [Tyo, 2000] Tyo, J. (2000). Noise equalization in stokes parameter images obtained by use of variable-retardance polarimeters. *Optics Letters*, 25, 16. 55
- [Tyo et al., 1998] Tyo, J., E.N. Pugh, J., & Engheta, N. (1998). Colorimetric representation for use with polarization-difference imaging of objects in scattering media. *Journal of the Optical Society of America A*, 15(2), 367–374. 64
- [Urquhart et al., 1993] Urquhart, C., McDonald, J., Siebert, J., & Fryer, R. (1993). Active animate stereo vision. In *Proceedings of the 4th British Machine Vision Conference* (pp. 75–84). Guildford, UK. 6
- [Wallace et al., 1999] Wallace, A., Liang, B., Trucco, E., & Clark, J. (1999). Improving depth image acquisition using polarized light. *International Journal of Computer Vision*, 32(2), 87–109. 70
- [Wang & Hassell, 1997] Wang, Y. & Hassell, P. (1997). Measurement of thermal deformation of bga using phase-shifting shadow moiré. In *Proceedings of SEM*. 30
- [Wei & Klette, 2001] Wei, T. & Klette, R. (2001). A new algorithm for gradient field integration. In *Image and Vision Computing New Zealand* (pp. 22–28). Dunedin. 100
- [Wei & Klette, 2002] Wei, T. & Klette, R. (2002). Height from gradient using surface curvature and area constraints. In *Indian Conference on Computer Vision, Graphics and Image Processing* Ahmedabad, India. 100
- [Wiltschi et al., 2000] Wiltschi, K., Pinz, A., & Lindeberg, T. (2000). An automatic assessment scheme for steel quality inspection. *Machine Vision and Applications*, 12(3), 113–128. 8
- [Wolff, 1990] Wolff, L. B. (1990). Polarization-based material classification from specular reflection. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 12(11), 1059–1071. 65
- [Wolff & Andreou, 1995] Wolff, L. B. & Andreou, A. (1995). Polarization camera sensors. *Image and Vision Computing*, 13(6), 497–510. 57, 61, 62
- [Wolff & Boulton, 1991] Wolff, L. B. & Boulton, T. E. (1991). Constraining object features using a polarization reflectance model. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 13(7), 635–657. 66, 77, 79, 157
- [Wolff et al., 1997] Wolff, L. B., Mancini, T. A., Pouliquen, P., & Andreou, A. G. (1997). Liquid crystal polarization camera. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 13(12), 195–203. 58

- [Xiong & Shafer, 1993] Xiong, Y. & Shafer, S. (1993). Depth from focusing and defocusing. In *IEEE Computer Vision and Pattern Recognition* (pp. 68–73). 7
- [Yun et al., 1997] Yun, I., Jung, E., & Lee, S. (1997). On the fast shape recovery technique using multiple ring lights. *Pattern Recognition*, 30(6), 883–893. 38
- [Zhang et al., 1999] Zhang, R., Tsai, P., Cryer, J., & Shah, M. (1999). Shape from shading : A survey. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(8), 690–706. 33, 82
- [Zheng et al., 1997] Zheng, J., Fukagawa, Y., & Abe, N. (1997). 3d surface estimation and model construction from specular motion in image sequences. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 19(5), 513–520. 41, 42
- [Zheng & Murata, 2000] Zheng, J. & Murata, A. (2000). Acquiring a complete 3d model from specular motion under the illumination of circular-shaped light sources. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(8), 913–920. 41

Annexe A

Relations pour la polarisation elliptique

L'équation générale d'une onde elliptique peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} E_x = E_0 \cos \varphi \cos(\tau + \delta_1), \\ E_y = E_0 \sin \varphi \cos(\tau + \delta_2), \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

où E_0^2 représente l'intensité lumineuse de l'onde et φ ($0 \leq \varphi \leq \pi/2$) est l'angle défini tel que :

$$\tan \varphi = \frac{a_2}{a_1}. \quad (\text{A.2})$$

L'angle φ et le déphasage $\delta = \delta_2 - \delta_1$ décrivent complètement la forme de l'ellipse. Comme le montre la Figure A.1, il est également possible d'utiliser les angles ψ et χ qui représentent respectivement l'orientation du grand axe de l'ellipse et l'ellipticité. En construisant le repère $O\xi, O\eta$, tel que l'axe $O\xi$ soit orienté selon le grand axe de l'ellipse, et en notant ψ ($0 \leq \psi < \pi$) l'angle de l'orientation du grand axe, l'expression de l'ellipse dans ce nouveau repère s'écrit :

$$\begin{cases} E_\xi = a \cos \tau, \\ E_\eta = \pm b \sin \tau, \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

où a et b sont respectivement les longueurs des axes principaux de l'ellipse. L'ellipticité χ ($-\pi/4 \leq \chi \leq \pi/4$) de l'ellipse est définie par :

$$\tan \chi = \mp \frac{b}{a}, \quad (\text{A.4})$$

et nous permet d'écrire :

$$\begin{cases} E_\xi = E_0 \cos \chi \cos \tau, \\ E_\eta = E_0 \sin \chi \sin \tau. \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

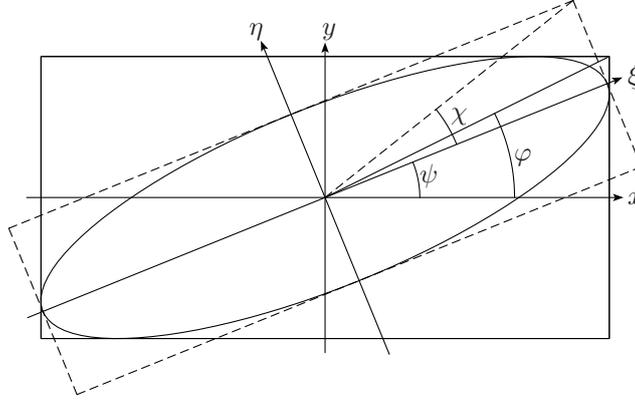


Figure A.1 – Onde plane elliptiquement polarisée.

Pour trouver les relations entre les différents paramètres, les relations de changement de repère sont nécessaires :

$$\begin{cases} E_x = E_\xi \cos \psi - E_\eta \sin \psi, \\ E_y = E_\xi \sin \psi + E_\eta \cos \psi. \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

En égalisant les expressions (A.6) et (A.1), et d'après l'équation (A.5), il vient :

$$\begin{cases} \cos \varphi \cos(\tau + \delta_1) = \cos \chi \cos \tau \cos \psi - \sin \chi \sin \tau \sin \psi, \\ \sin \varphi \cos(\tau + \delta_2) = \cos \chi \cos \tau \sin \psi + \sin \chi \sin \tau \cos \psi. \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

Cette relation doit être vérifiée quelque soit τ . En développant les expressions, nous obtenons le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \textcircled{1} \cos \varphi \cos \delta_1 = \cos \chi \cos \psi, \\ \textcircled{2} \cos \varphi \sin \delta_1 = \sin \chi \sin \psi, \\ \textcircled{3} \sin \varphi \cos \delta_2 = \cos \chi \sin \psi, \\ \textcircled{4} -\sin \varphi \sin \delta_2 = \sin \chi \cos \psi. \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

En combinant les différentes relations, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \textcircled{1}^2 + \textcircled{2}^2 - \textcircled{3}^2 - \textcircled{4}^2 &\Rightarrow \cos 2\varphi = \cos 2\chi \cos 2\psi, \\ \textcircled{1} \times \textcircled{3} - \textcircled{2} \times \textcircled{4} &\Rightarrow \sin 2\varphi \cos \delta = \cos 2\chi \sin 2\psi, \\ \textcircled{1} \times \textcircled{4} + \textcircled{2} \times \textcircled{3} &\Rightarrow -\sin 2\varphi \sin \delta = \sin 2\chi. \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Nous en déduisons les expressions permettant de calculer l'orientation du grand axe ψ :

$$\tan 2\psi = \tan 2\varphi \cos \delta = \frac{2 \tan \varphi}{1 - \tan^2 \varphi} \cos \delta = \frac{2a_1 a_2}{a_1^2 - a_2^2} \cos \delta, \quad (\text{A.10})$$

ainsi que l'ellipticité χ :

$$\sin 2\chi = -\sin 2\varphi \sin \delta. \quad (\text{A.11})$$

Annexe B

Extension aux surfaces non parfaitement spéculaires

Notre système de reconstruction tridimensionnelle par imagerie polarimétrique peut également être appliqué aux surfaces qui ne sont pas parfaitement spéculaires. Dans ce cas, les contraintes suivantes doivent être respectées :

- la diffusion est uniforme sur toute la surface,
- la lumière diffusée est non polarisée.

La seconde contrainte est généralement vérifiée : Wolff et Boulton [Wolff & Boulton, 1991] ont démontré que la réflexion diffuse n'était pas polarisée, sauf au voisinage des bords de l'objet. Dans ce cas, l'angle de réflexion θ est proche de 90° et donc supérieur à l'angle limite θ_{lim} .

L'intensité lumineuse réfléchie mesurée par la caméra s'écrit comme la somme de deux composantes : une composante spéculaire, d'intensité I_s , et une composante diffuse, d'intensité I_d . Ainsi, les intensités maximales et minimales vues au travers de notre système polarimétrique se mettent sous la forme :

$$\begin{cases} I_{max} = \frac{F_{\perp}}{F_{\perp}+F_{\parallel}} I_s + \frac{1}{2} I_d, \\ I_{min} = \frac{F_{\parallel}}{F_{\perp}+F_{\parallel}} I_s + \frac{1}{2} I_d. \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Le degré de polarisation ρ_d mesuré en présence de réflexion diffuse devient :

$$\rho_d = \frac{F_{\perp} - F_{\parallel}}{F_{\perp} + F_{\parallel}} \left(\frac{1}{1 + \frac{I_d}{I_s}} \right). \quad (\text{B.2})$$

Ainsi le véritable degré de polarisation ρ de la lumière réfléchiée spéculairement est proportionnel au degré de polarisation mesuré ρ_d :

$$\rho = \rho_d \left(1 + \frac{I_d}{I_s} \right). \quad (\text{B.3})$$

Tout comme l'indice de réfraction de l'objet, le facteur de proportionnalité doit être connu ou estimé. Connaissant la forme d'un objet de référence, il est également possible d'utiliser un pseudo-indice de réfraction permettant d'inclure l'influence de la diffusion. Prenons par exemple, un matériau d'indice de réfraction $\hat{n} = 1.2 + 4i$, possédant une surface telle que 10% de la lumière réfléchiée soit diffuse. La géométrie connue de sa surface permet de tracer la relation entre le degré de polarisation et l'angle zénithal (points de la Figure B.1). À partir de cette calibration, le calcul de l'approximation non-linéaire de Levenberg-Marquardt estime un pseudo-indice, tel que l'approximation tiennne compte de la composante diffuse ($\hat{n}_{pseudo} = 1.27 + 4.01i$).

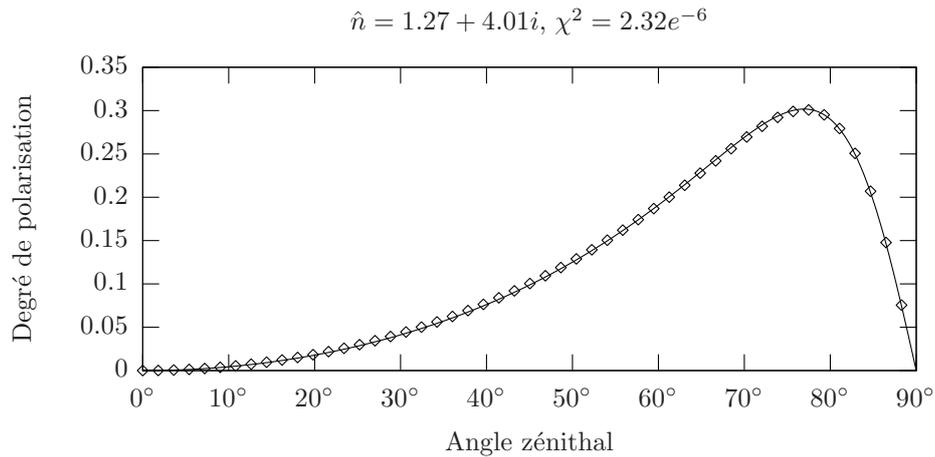


Figure B.1 – Utilisation d'un pseudo-indice de réfraction pour déterminer une relation entre le degré de polarisation mesuré et l'angle zénithal θ .