Environnement actif pour la reconstruction tridimensionnelle de surfaces métalliques spéculaires par imagerie polarimétrique

Olivier Morel

Thèse dirigée par Patrick Gorria et encadrée par Christophe Stolz

Laboratoire Le2i - UMR CNRS 5158

























Os paramètres de polarisation aux normales











3 Des paramètres de polarisation aux normales



Des normales à la surface









3 Des paramètres de polarisation aux normales















3 Des paramètres de polarisation aux normales





5 Application et résultats







- Imagerie polarimétrique
- 3 Des paramètres de polarisation aux normales
- 4 Des normales à la surface
- 5 Application et résultats
- 6 Conclusion



M.C. Escher, Hand with Reflecting Sphere, Lithographie, 1935.

L'inspection de surfaces métalliques spéculaires reste une tâche délicate en vision artificielle.

4 / 56



M.C. Escher, Hand with Reflecting Sphere, Lithographie, 1935.

L'inspection de surfaces métalliques spéculaires reste une tâche délicate en vision artificielle.

Contraintes

- Inspection active
- Contrôle total de l'éclairage de la scène

Différents types de défauts

• Défauts d'aspect



Différents types de défauts

• Défauts d'aspect



Différents types de défauts

• Défauts d'aspect



• Défauts de forme



• Système d'acquisition :





• Système d'acquisition :





• Image d'aspect :



• Système d'acquisition :





• Image d'aspect :



Avantage

Efficace pour les défauts d'aspect sur des surfaces lisses.

Inconvénient

Méthode inadaptée pour détecter les défauts au niveau des décors.

Avantage

Efficace pour les défauts d'aspect sur des surfaces lisses.

Inconvénient

Méthode inadaptée pour détecter les défauts au niveau des décors.

• Inspection des décors \Rightarrow information 3D





• Systèmes de triangulation :





• Systèmes de triangulation :









• Systèmes de triangulation :







• Systèmes de triangulation :



• Reconstruction à partir des ombres, de la texture, ... (Shape from Shading, Texture, ...)



• Projection de motifs :



déflectométrie [Surrel, 2004]



étude des déformations [Savarese & Perona, 2002]

• Projection de motifs :



- déflectométrie [Surrel, 2004]
 - Systèmes actifs :



système SHINY [Sanderson et al., 1988]



étude des déformations [Savarese & Perona, 2002]



éclairages annulaires [Zheng & Murata, 2000]



• Reconstruction par imagerie polarimétrique (Shape from Polarization)



• Reconstruction par imagerie polarimétrique (Shape from Polarization)

- étude de l'état de polarisation de la lumière réfléchie
- calcul des normales en tout point de la surface de l'objet
- intégration du champ de normales pour obtenir la surface



• Reconstruction par imagerie polarimétrique (Shape from Polarization)

- étude de l'état de polarisation de la lumière réfléchie
- calcul des normales en tout point de la surface de l'objet
- intégration du champ de normales pour obtenir la surface



• Reconstruction par imagerie polarimétrique (Shape from Polarization)

- étude de l'état de polarisation de la lumière réfléchie
- calcul des normales en tout point de la surface de l'objet
- intégration du champ de normales pour obtenir la surface



• Reconstruction par imagerie polarimétrique (Shape from Polarization)

- étude de l'état de polarisation de la lumière réfléchie
- calcul des normales en tout point de la surface de l'objet
- intégration du champ de normales pour obtenir la surface



Problématique

- Imagerie polarimétrique
 - Mesure des paramètres de polarisation
 - Montage avec retardateur à cristaux liquides
 - 3 Des paramètres de polarisation aux normales
- 4 Des normales à la surface
- 5 Application et résultats



• Description de la lumière en vision artificielle :

- Intensité lumineuse
- Teinte (longueur d'onde)
- Etat de polarisation

• Description de la lumière en vision artificielle :

- Intensité lumineuse
- Teinte (longueur d'onde)
- Etat de polarisation
- Applications :
 - Suppression des réflexions spéculaires

• Description de la lumière en vision artificielle :

- Intensité lumineuse
- Teinte (longueur d'onde)
- Etat de polarisation
- Applications :
 - Suppression des réflexions spéculaires
 - Discrimination entre les poussières et les rayures



polariseur parallèle



polariseur croisé

• Description de la lumière en vision artificielle :

- Intensité lumineuse
- Teinte (longueur d'onde)
- Etat de polarisation
- Applications :
 - Suppression des réflexions spéculaires
 - Discrimination entre les poussières et les rayures



polariseur parallèle



polariseur croisé

• Distinction entre les objets diélectriques et les objets métalliques [Wolff, 1990]

• Description de la lumière en vision artificielle :

- Intensité lumineuse
- Teinte (longueur d'onde)
- Etat de polarisation
- Applications :
 - Suppression des réflexions spéculaires
 - Discrimination entre les poussières et les rayures



polariseur parallèle



polariseur croisé

< 🗗 >

- Distinction entre les objets diélectriques et les objets métalliques [Wolff, 1990]
- Reconstruction de surfaces réfléchissantes

Définition de la polarisation

• Modèle des ondes électromagnétiques planes : $\vec{E} = \vec{E_0} \cdot e^{i\omega(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{\nu})}$


• Modèle des ondes électromagnétiques planes : $\vec{E} = \vec{E_0} \cdot e^{i\omega(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{\nu})}$

$$\begin{cases} E_x = a_1 \cos(\tau + \delta_1) \\ E_y = a_2 \cos(\tau + \delta_2) \\ \text{avec } \tau = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \vec{r} \cdot \vec{s} \end{cases}$$



• Modèle des ondes électromagnétiques planes : $\vec{E} = \vec{E_0} \cdot e^{i\omega(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{\nu})}$ $\begin{cases} E_x = a_1 \cos(\tau + \delta_1) \\ E_y = a_2 \cos(\tau + \delta_2) \\ \text{avec } \tau = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \vec{r} \cdot \vec{s} \end{cases}$ phase de l'onde : $\delta = \delta_2 - \delta_1$

• Modèle des ondes électromagnétiques planes : $\vec{E} = \vec{E_0} \cdot e^{i\omega(t - \frac{\vec{r} \cdot \vec{s}}{\nu})}$ $\begin{cases} E_x = a_1 \cos(\tau + \delta_1) \\ E_y = a_2 \cos(\tau + \delta_2) \\ \text{avec } \tau = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \vec{r} \cdot \vec{s} \end{cases}$ phase de l'onde : $\delta = \delta_2 - \delta_1$

- Onde non polarisée : phase $\delta(t)$ aléatoire
- Onde polarisée : $\frac{d\delta}{dt} = 0$

• Modèle des ondes électromagnétiques planes : $\vec{E} = \vec{E_0} \cdot e^{i\omega(t - \frac{\tau \cdot \vec{s}}{\nu})}$ $\begin{cases} E_x = a_1 \cos(\tau + \delta_1) \\ E_y = a_2 \cos(\tau + \delta_2) \\ \text{avec } \tau = \omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \vec{r} \cdot \vec{s} \end{cases}$ phase de l'onde : $\delta = \delta_2 - \delta_1$

- Onde non polarisée : phase $\delta(t)$ aléatoire
- Onde polarisée : $\frac{d\delta}{dt} = 0$
 - polarisation linéaire δ = mπ avec m ∈ Z
 polarisation circulaire $\begin{cases}
 a_1 = a_2 \\
 \delta = (2m+1)\frac{\pi}{2} \text{ avec } m \in Z
 \end{cases}$

Vecteur de Stokes : décrit tout état de polarisation $\mathbf{s} = \begin{pmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^2 + a_2^2 \\ a_1^2 - a_2^2 \\ 2a_1a_2\cos\delta \\ 2a_1a_2\sin\delta \end{pmatrix}$

Vecteur de Stokes : décrit tout état de polarisation $\mathbf{s} = \begin{pmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^2 + a_2^2 \\ a_1^2 - a_2^2 \\ 2a_1a_2\cos\delta \\ 2a_1a_2\sin\delta \end{pmatrix}$

• Intensité totale s₀ :

$$s_0^2 \ge s_1^2 + s_2^2 + s_3^2$$

Vecteur de Stokes : décrit tout état de polarisation $\mathbf{s} = \begin{pmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^2 + a_2^2 \\ a_1^2 - a_2^2 \\ 2a_1 a_2 \cos \delta \end{pmatrix}$

$$\left(\begin{array}{c} s_2\\ s_3\end{array}\right) \quad \left(\begin{array}{c} 2a_1a_2\cos\delta\\ 2a_1a_2\sin\delta\end{array}\right)$$

• Intensité totale s_0 :

$$s_0^2 \ge s_1^2 + s_2^2 + s_3^2$$

• Degré de polarisation :

$$\rho = \frac{I_{pol}}{I_{tot}} = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}}{s_0}$$

Vecteur de Stokes : décrit tout état de polarisation $\mathbf{s} = \begin{pmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1^2 + a_2^2 \\ a_1^2 - a_2^2 \\ 2a_1a_2\cos\delta \\ 2a_1a_2\sin\delta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_{tot} \\ \rho I_{tot}\cos 2\varphi \\ \rho I_{tot}\sin 2\varphi\cos\delta \\ \rho I_{tot}\sin 2\varphi\sin\delta \end{pmatrix}$

Intensité totale s₀ :

$$s_0^2 \ge s_1^2 + s_2^2 + s_3^2$$

Degré de polarisation :

$$o = \frac{I_{pol}}{I_{tot}} = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2}}{s_0}$$

Angle de polarisation :

$$an \varphi = rac{a_2}{a_1}$$

Matrice de Mueller : décrit les effets de systèmes optiques linéaires (polariseurs, lames retardatrices, surfaces réfléchissantes)

$$\mathbf{s}_{out} = M \mathbf{s}_{in}$$

Matrice de Mueller : décrit les effets de systèmes optiques linéaires (polariseurs, lames retardatrices, surfaces réfléchissantes)

 $\mathbf{s}_{out} = M \mathbf{s}_{in}$

Exemple : filtre polariseur orienté selon un angle α

$$M = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \cos 2\alpha & \sin 2\alpha & 0\\ \cos 2\alpha & \cos^2 2\alpha & \cos 2\alpha \sin 2\alpha & 0\\ \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \sin 2\alpha & \sin^2 2\alpha & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Mesure des paramètres de polarisation d'une onde partiellement linéairement polarisée

$$\mathbf{s}_{in} = \begin{pmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ \rho I \cos 2\varphi \\ \rho I \sin 2\varphi \cos \delta \\ \rho I \sin 2\varphi \sin \delta \end{pmatrix}$$

Mesure des paramètres de polarisation d'une onde partiellement linéairement polarisée

$$\mathbf{s}_{in} = \begin{pmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ \rho I \cos 2\varphi \\ \rho I \sin 2\varphi \\ 0 \end{pmatrix}$$

Mesure des paramètres de polarisation d'une onde partiellement linéairement polarisée

$$\mathbf{s}_{in} = \begin{pmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ \rho I \cos 2\varphi \\ \rho I \sin 2\varphi \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Pas besoin d'un ellipsomètre
- Polariseur tournant devant l'objectif de la caméra



< 🗗 >

Mesure des paramètres de polarisation d'une onde partiellement linéairement polarisée

$$\mathbf{s}_{in} = \begin{pmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ \rho I \cos 2\varphi \\ \rho I \sin 2\varphi \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Pas besoin d'un ellipsomètre
- Polariseur tournant devant l'objectif de la caméra



 $\begin{aligned} \mathbf{s}_{out} &= \mathcal{M}(\alpha) \cdot \mathbf{s}_{in} \\ \Rightarrow \text{ intensité mesurée } : \\ \mathcal{I}_{out}(\alpha) &= \frac{1}{2}(s_0 + s_1 \cos 2\alpha + s_2 \sin 2\alpha) \end{aligned}$

Mesure des paramètres de polarisation d'une onde partiellement linéairement polarisée

$$\mathbf{s}_{in} = \begin{pmatrix} s_0 \\ s_1 \\ s_2 \\ s_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I \\ \rho I \cos 2\varphi \\ \rho I \sin 2\varphi \\ 0 \end{pmatrix}$$

- Pas besoin d'un ellipsomètre
- Polariseur tournant devant l'objectif de la caméra



$$\mathbf{s}_{out} = M(\alpha) \cdot \mathbf{s}_{in}$$

$$\Rightarrow \text{ intensité mesurée :}$$

$$I_{out}(\alpha) = \frac{1}{2}(s_0 + s_1 \cos 2\alpha + s_2 \sin 2\alpha)$$

$$I_{out}(\alpha) = \frac{1}{2}(1 + \rho \cdot \cos(2\alpha - 2\varphi))$$







Identification des paramètres de polarisation

- Intensité lumineuse : $I = I_{max} + I_{min}$
- Angle de polarisation : φ
- Degré de polarisation : $\rho = \frac{I_{max} I_{min}}{I_{max} + I_{min}}$

Angle de polarisation $arphi$		
Degré de polarisation $ ho$		

	Wolff	
Angle de polarisation $arphi$		
Degré de polarisation $ ho$	\bigcirc	

	Wolff	Saito	
Angle de polarisation $arphi$			
Degré de polarisation $ ho$		\bigcirc	

	Wolff	Saito	LMS
Angle de polarisation $arphi$			
Degré de polarisation $ ho$	\mathbf{O}	\bigcirc	\bigcirc









$$\mathbf{s}_{out} = M_{pola} \cdot M_{ret}(\delta) \cdot M_{\lambda/4} \cdot \mathbf{s}_{in}$$





$$\mathbf{s}_{out} = M_{pola} \cdot M_{ret}(\delta) \cdot M_{\lambda/4} \cdot \mathbf{s}_{in}$$

 $\Rightarrow \text{ intensité mesurée :} \\ I_{out}(\delta) = \frac{1}{2}(s_0 + s_1 \cos \delta + s_2 \sin \delta) = \frac{1}{2}(1 + \rho \cdot \cos(\delta - 2\varphi))$





$$\mathbf{s}_{out} = M_{pola} \cdot M_{ret}(\delta) \cdot M_{\lambda/4} \cdot \mathbf{s}_{in}$$

 $\Rightarrow \text{ intensité mesurée :} \\ I_{out}(\delta) = \frac{1}{2}(s_0 + s_1 \cos \delta + s_2 \sin \delta) = \frac{1}{2}(1 + \rho \cdot \cos(\delta - 2\varphi))$

En posant $\delta = 2\alpha$, le montage est équivalent au montage classique.





3 Des paramètres de polarisation aux normales

- Degré de polarisation $\rho \Rightarrow \theta_r$
- Angle de polarisation $\varphi \Rightarrow \phi$
- Eclairage actif







• Koshikawa : réflexion d'une onde polarisée circulairement pour obtenir l'orientation de surfaces planes [Koshikawa, 1979]



- Koshikawa : réflexion d'une onde polarisée circulairement pour obtenir l'orientation de surfaces planes [Koshikawa, 1979]
- Wolff : réflexion d'une onde non polarisée [Wolff & Boult, 1991]

Principe physique

Après réflexion sur une surface, une onde non polarisée devient partiellement linéairement polarisée.



- Koshikawa : réflexion d'une onde polarisée circulairement pour obtenir l'orientation de surfaces planes [Koshikawa, 1979]
- Wolff : réflexion d'une onde non polarisée [Wolff & Boult, 1991]

Principe physique

Après réflexion sur une surface, une onde non polarisée devient partiellement linéairement polarisée.

• Miyazaki, Rahmann : reconstruction de surfaces diélectriques [Miyazaki et al., 2004, Rahmann, 2003]



Conditions nécessaires





Conditions nécessaires





Conditions nécessaires



Conditions nécessaires



Conditions nécessaires

$$ec{n} = egin{bmatrix} p = an heta_r \cos \phi \ q = an heta_r \sin \phi \ \Rightarrow (\phi, heta_r) ? \ 1 \end{bmatrix}$$



Conditions nécessaires

Éclairage non polarisé Surface réfléchissante

$$ec{n} = egin{bmatrix} p = an heta_r \cos \phi \ q = an heta_r \sin \phi \ \Rightarrow (\phi, heta_r) ? \ 1 \end{cases}$$

coefficients de Fresnel

- Angle de polarisation : $\varphi \Rightarrow \phi$
- Degré de polarisation : $\rho \Rightarrow \theta_r$

Degré de polarisation $\rho \Rightarrow \theta_r$




$$\begin{cases} F_{\perp} = \left|\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}\right|^2 \\ F_{\parallel} = \left|\frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}\right|^2 \end{cases}$$

Coefficients de Fresnel





•
$$\begin{cases} F_{\perp}(\theta, \hat{n}) \\ F_{\parallel}(\theta, \hat{n}) \end{cases}$$

• Expression du degré de polarisation en fonction de $\boldsymbol{\theta}$:

$$ho = rac{F_{\perp} - F_{\parallel}}{F_{\perp} + F_{\parallel}} =
ho(heta, \hat{n})$$

- $\left\{ \begin{array}{c} F_{\perp}(\theta, \hat{n}) \\ F_{\parallel}(\theta, \hat{n}) \end{array} \right.$
- Expression du degré de polarisation en fonction de $\boldsymbol{\theta}$:

$$ho = rac{F_{\perp} - F_{\parallel}}{F_{\perp} + F_{\parallel}} =
ho(heta, \hat{n})$$

• Approximation [Born & Wolf, 1999] : $|\hat{n}|^2 = n^2(1+\kappa^2) \gg 1$

- $\left\{ \begin{array}{c} F_{\perp}(\theta, \hat{n}) \\ F_{\parallel}(\theta, \hat{n}) \end{array} \right.$
- \bullet Expression du degré de polarisation en fonction de θ :

$$ho = rac{F_{\perp} - F_{\parallel}}{F_{\perp} + F_{\parallel}} =
ho(heta, \hat{n})$$

• Approximation [Born & Wolf, 1999] : $|\hat{n}|^2 = n^2(1+\kappa^2) \gg 1$

$$ho(heta) = rac{2n an heta \sin heta}{ an^2 heta \sin^2 heta + \left| \hat{n}
ight|^2}$$







• θ_{lim} : angle d'incidence principal

• $\theta_{lim} \simeq 80^{\circ}$

Angle de polarisation $\varphi \Rightarrow \phi$



• La lumière réfléchie est partiellement linéairement polarisée, orthogonalement au plan d'incidence

Angle de polarisation $\varphi \Rightarrow \phi$



• La lumière réfléchie est partiellement linéairement polarisée, orthogonalement au plan d'incidence

$$\phi = \varphi \pm \frac{\pi}{2}$$

Angle de polarisation $\varphi \Rightarrow \phi$



• La lumière réfléchie est partiellement linéairement polarisée, orthogonalement au plan d'incidence

$$\phi = \varphi \pm \frac{\pi}{2}$$

 \Rightarrow Ambiguïté sur le calcul de ϕ

Eclairage actif

• Cas d'une sphère éclairée par une source lumineuse non polarisée



Angle de polarisation φ défini $[\pi]$

Eclairage actif

• Cas d'une sphère éclairée par une source lumineuse non polarisée



Angle de polarisation φ défini $[\pi]$



Angle azimutal théorique ϕ défini [2 π]

Eclairage actif

• Cas d'une sphère éclairée par une source lumineuse non polarisée



Angle de polarisation φ défini $[\pi]$

Angle azimutal théorique ϕ défini [2 π]

But de l'éclairage actif

Segmenter les points de la surface dont la normale est orientée dans les demi-espaces haut et bas









 $\bigcirc \phi = \varphi - \pi/2$



 ϕ défini $[\pi]$

 $\bigcirc \phi = \varphi - \pi/2$



 ϕ défini $[\pi]$





 ϕ défini [2 π]





 $\bigcirc \phi = \varphi - \pi/2$



 ϕ défini $[\pi]$











Inconvénients

- bruit entre les demi-espaces
- requiert une orientation précise du dôme d'éclairage





• Segmentation E/O :



quelconque sur $]0, \pi/2[$



quelconque sur $]0, \pi/2[$

• Segmentation E/O :



• Segmentation N/S :





• Segmentation E/O :



 $\bigcirc \phi = \varphi - \pi/2$



 ϕ défini $[\pi]$

 $\bigcirc \phi = \varphi - \pi/2$



 ϕ défini [π]





- 2 $\phi = \phi + \pi$, si :
- *I*_{quad} = 1
- $(I_{quad} = 3) \land (\phi \ge 0)$
- $(I_{quad}=0)\wedge(\phi\leq 0)$

 $\bigcirc \phi = \varphi - \pi/2$



 ϕ défini [π]



- *I_{quad}* = 1
- $(I_{quad}=3)\wedge(\phi\geq 0)$
- ($I_{quad}=0$) \wedge ($\phi\leq0$)



 ϕ défini [2 π]







 ϕ défini [π]



Iquad

- 2 $\phi = \phi + \pi$, si :
- *I*_{quad} = 1
- $(I_{quad}=3)\wedge(\phi\geq 0)$
- $(I_{quad}=0)\wedge(\phi\leq 0)$



 ϕ théorique



 $\bigcirc \phi = \varphi - \pi/2$

 ϕ défini $[\pi]$

- 2 $\phi = \phi + \pi$, si :
- *I*_{quad} = 1
- $(I_{quad}=3)\wedge(\phi\geq 0)$
- $(I_{quad}=0)\wedge(\phi\leq 0)$



 ϕ défini [2 π]

Avantages

- suppression du bruit entre les demi-espaces
- orientation quelconque du dôme d'éclairage





4 Des normales à la surface

- Méthodes locales
- Méthodes reposant sur la relaxation
- Méthodes globales



Contraintes

- Surface lisse, décrite par une fonction continue f, de classe C^2
- La hauteur z en tout point s'écrit : $f: U \rightarrow \mathbb{R}$ $(x, y) \mapsto z = f(x, y)$

Contraintes

- Surface lisse, décrite par une fonction continue f, de classe C^2
- La hauteur z en tout point s'écrit : $f: U \rightarrow \mathbb{R}$ $(x, y) \mapsto z = f(x, y)$

Expression de la normale \vec{n} en tout point (x, y, z) de la surface :

$$\vec{n} = \left(\begin{array}{c} p = \tan\theta\cos\phi\\ q = \tan\theta\sin\phi\\ 1 \end{array}\right)$$

Contraintes

- Surface lisse, décrite par une fonction continue f, de classe C^2
- La hauteur z en tout point s'écrit : $f: U \rightarrow \mathbb{R}$ $(x, y) \mapsto z = f(x, y)$

Expression de la normale \vec{n} en tout point (x, y, z) de la surface :

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} p = \tan \theta \cos \phi \\ q = \tan \theta \sin \phi \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \\ -\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \\ 1 \end{pmatrix}$$

Contraintes

- Surface lisse, décrite par une fonction continue f, de classe C^2
- La hauteur z en tout point s'écrit : $f: U \rightarrow \mathbb{R}$ $(x, y) \mapsto z = f(x, y)$

Expression de la normale \vec{n} en tout point (x, y, z) de la surface :

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} p = \tan\theta\cos\phi\\ q = \tan\theta\sin\phi\\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{\partial f(x,y)}{\partial x}\\ -\frac{\partial f(x,y)}{\partial y}\\ 1 \end{pmatrix}$$

 \Rightarrow Surface obtenue à une constante près

(同)
Principe

Intégration suivant différents chemins appartenant à la surface.

Principe

Intégration suivant différents chemins appartenant à la surface.

• Méthode des rectangles :

$$z_{i,j} = \frac{z_{i-1,j} + z_{i,j-1}}{2} - \epsilon \frac{p_{i-1,j} + q_{i,j-1}}{2}$$

• Méthodes des trapèzes :

$$z_{i,j} = \frac{z_{i-1,j} + z_{i,j-1}}{2} - \epsilon \frac{p_{i,j} + p_{i-1,j} + q_{i,j} + q_{i,j-1}}{4}$$

Principe

Intégration suivant différents chemins appartenant à la surface.

• Méthode des rectangles :

$$z_{i,j} = \frac{z_{i-1,j}+z_{i,j-1}}{2} - \underbrace{\epsilon}_{2} \frac{p_{i-1,j}+q_{i,j-1}}{2}$$
• Méthodes des trapèzes :
$$z_{i,j} = \frac{z_{i-1,j}+z_{i,j-1}}{2} - \underbrace{\epsilon}_{4} \frac{p_{i,j}+p_{i-1,j}+q_{i,j}+q_{i,j-1}}{4}$$
pas de l'échantillonnage

Principe

٩

Intégration suivant différents chemins appartenant à la surface.

• Méthode des rectangles :

$$z_{i,j} = \underbrace{\frac{z_{i-1,j} + z_{i,j-1}}{2}}_{Z_{i,j-1}} - \epsilon \frac{p_{i-1,j} + q_{i,j-1}}{2}$$

Méthodes des trapèzes :
$$z_{i,j} = \underbrace{\frac{z_{i-1,j} + z_{i,j-1}}{2}}_{Q_{i,j-1}} - \epsilon \frac{p_{i,j} + p_{i-1,j} + q_{i,j} + q_{i,j-1}}{4}$$

Initialisation du pixel $z_{0,0}$

Ben Slimane



Ben Slimane



Ben Slimane



Ben Slimane

()	-		+	-				-	•
			-				 	 		-
			-		+ -		 	 		•
			-		+ -		 	 	 -	•
			-		+ -		 	 		•
			-		+ -		 	 		•
			-		+ -		 	 		•
			-		+ -		 	 	 -	-
			-		+ -	<u>-</u>	 -	 		-
	1		-		+ -	<u></u>	 	 		-
Γ			-		+ -		 	 		-

Coleman-Jain

			0			

Ben Slimane



Coleman-Jain



Ben Slimane

0)	_	Ŧ	_		Ŧ	_			-	Ŧ	_		Ŧ	_	-	-
Π			-		-	ł	-	F	-	 -	ł	-	-	-			-
			·		-	ł	-	ŀ	-	 - 1	ł	-	-	-	-		-
Π			-		-	ł	-	F	-	 - 1	ł	-	-	-		1	-
		-	·		-	ł	-	F	-	 - 1	ł	-	-	-		-	-
			•		-	ł	-	F	-	 -	ł	-	-	-		-	-
Ц			ŀ		-	t	-	Ŀ	-	 -	ł	-	-	-	-	-	-
			•		-	ł	-	F	-	 -	ł	-	-	-		-	-
Ц			ŀ	-	-	t	-	Ŀ	-	 -	ł	-	Ŀ	1		-	-
					-	t	-	E		 -	+	-	-	-	-	-	-
1			ŀ		-	ł	-	F.	-	 -	ł	-	-	÷			•

Coleman-Jain



Ben Slimane

()	H	-	_	ł	_	F				-			F		_		_	F		-
		F	-	- 1	Ŧ	-	ł	-	F	-	-	-	-	-	-	-	-	-	Ŧ	-	-
		F	-	-	Ŧ	-	F	-	F	-	-	-	-	F	-	-	-	-	Ŧ	-	-
		-	-	- 1	ł	-	ł	-	F	-	-	-	-	-	-	-	-	-	Ŧ	-	-
		F	-	-	ł	-	ł	-	F	-	-	1	-	-	-	-	-	-	t	+	•
		F	-	-		-	ł	-	F	-	-	1	-	Ŀ	-	-	-	-	t	-	-
		-	-	-	ł	-	ł	-	F	-	-	1	-	-	-	-	-	-	t	+	•
		Ŀ	-	- 1		-	Ł	-	F	-	-	1	-	Ŀ	-	-	-	-	t	-	-
		F	-	- 1	ſ	-	ŧ	-	E	-	-	-	-	-	-	-	-	-	t	-0	-
		Ŀ	-	-		-	Ł	-	F	-	-	1	-	Ŀ	-	-	-	-	t	•	-
1		F	-1		ſ	- 1	ł	-	F	-	-	4	-	+	-1	-	-	-	Ŧ	-0	-

Coleman-Jain





Ben Slimane

()	-	-									-	-
	Γ							-					-
	F							-					-
	F							-					-
	F							-					
_		L .	-	_	<u> </u>	L -	-	-	<u> </u>	_			E
-	H							-	-		_		E
-	-												E
-	-	F	-	-	F	F -		-	F-		_		F
-	-			-	-			-					
				-	-			-					
		h -	1- 1	1 - 1	t -	h -		- 1	t -				

Coleman-Jain





Ben Slimane

0)	_	Ŧ	_		Ŧ	_			-	Ŧ	_		Ŧ	_	-	-
Π			-		-	ł	-	F	-	 -	ł	-	-	-			-
			·		-	ł	-	ŀ	-	 - 1	ł	-	-	-	-		-
Π			-		-	ł	-	F	-	 - 1	ł	-	-	-		1	-
		-	·		-	ł	-	F	-	 - 1	ł	-	-	-		-	-
			•		-	ł	-	-	-	 -	ł	-	-	-		-	-
Ц			ŀ		-	t	-	Ŀ	-	 -	ł	-	-	-	-	-	-
			•		-	ł	-	F	-	 -	ł	-	-	-		-	-
Ц			ŀ		-	t	-	Ŀ	-	 -	ł	-	Ŀ	1		-	-
					-	t	-	E		 -	+	-	-	-	-	-	-
1			ŀ		-	ł	-	F.	-	 -	ł	-	-	÷			•

Coleman-Jain





Ben Slimane

()	H	-	_	ł	_	F				-			F		_		_	F		-
		F	-	- 1	Ŧ	-	ł	-	F	-	-	-	-	-	-	-	-	-	Ŧ	-	-
		F	-	-	Ŧ	-	F	-	F	-	-	-	-	F	-	-	-	-	Ŧ	-	-
		-	-	- 1	ł	-	ł	-	F	-	-	-	-	ŀ	-	-	-	-	Ŧ	-	-
		F	-	-	ł	-	ł	-	F	-	-	1	-	-	-	-	-	-	t	+	•
		F	-	-		-	ł	-	F	-	-	1	-	Ŀ	-	-	-	-	t	-	-
		-	-	-	ł	-	ł	-	F	-	-	1	-	-	-	-	-	-	t	+	•
		Ŀ	-	- 1		-	Ł	-	F	-	-	1	-	Ŀ	-	-	-	-	t	-	-
		F	-	- 1	ſ	-	ŧ	-	E	-	-	-	-	-		-	-	-	t	-0	-
		Ŀ	-	-		-	Ł	-	F	-	-	1	-	Ŀ	-	-	-	-	t	•	-
1		F	-1		ſ	- 1	ł	-	F	-	-	4	-	+	-1	-	-	-	Ŧ	-0	-

Coleman-Jain





Ben Slimane Co

Coleman-Jain



Rodehorst



Erreur de reconstruction d'un champ de gradient bruité issu d'une surface d'équation z = 0:



EQM = 0.0477



EQM = 0.0444





< 67 ▶

EQM = 0.0273

Principe

Intégration de la surface par minimisation de fonctionnelle :

$$W = \int \int \left(\left(-\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \right) - p \right)^2 + \left(\left(-\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \right) - q \right)^2 dx dy$$

Principe

Intégration de la surface par minimisation de fonctionnelle :

$$W = \int \int \left(\left(-\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \right) - p \right)^2 + \left(\left(-\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \right) - q \right)^2 dx dy$$

 Développées par les techniques de "Shape from Shading" [Ikeuchi, 1983, Horn & Brooks, 1986]

Principe

Intégration de la surface par minimisation de fonctionnelle :

$$W = \int \int \left(\left(-\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \right) - p \right)^2 + \left(\left(-\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \right) - q \right)^2 dx dy$$

- Développées par les techniques de "Shape from Shading" [Ikeuchi, 1983, Horn & Brooks, 1986]
- Schéma itératif de la forme :

$$f(x,y)^{n+1} = \overline{f}(x,y)^n - \rho \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y}\right)$$

Principe

Intégration de la surface par minimisation de fonctionnelle :

$$W = \int \int \left(\left(-\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \right) - p \right)^2 + \left(\left(-\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \right) - q \right)^2 dx dy$$

- Développées par les techniques de "Shape from Shading" [Ikeuchi, 1983, Horn & Brooks, 1986]
- Schéma itératif de la forme :

$$f(x,y)^{n+1} = \underbrace{\overline{f}(x,y)^n}_{\text{noyenne locale de la surface}} - \underbrace{\rho}_{\text{constante}} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial q}{\partial y} \right)$$

Jacobi

$$z_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{4} \left(z_{i-1,j}^n + z_{i+1,j}^n + z_{i,j-1}^n + z_{i,j+1}^n \right) \\ - \frac{\epsilon}{4} \left(p_{i+1,j} - p_{i,j} + q_{i,j+1} - q_{i,j} \right)$$

Jacobi

$$z_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{4} \left(z_{i-1,j}^{n} + z_{i+1,j}^{n} + z_{i,j-1}^{n} + z_{i,j+1}^{n} \right)$$

moyenne locale de la surface
moyenne locale de la surface
constante

- Jacobi
- Gauss-Seidel

$$z_{i,j}^{n+1} = \frac{1}{4} \left(z_{i-1,j}^{n+1} + z_{i+1,j}^{n} + z_{i,j-1}^{n+1} + z_{i,j+1}^{n} \right) \\ - \frac{\epsilon}{4} \left(p_{i+1,j} - p_{i,j} + q_{i,j+1} - q_{i,j} \right)$$

 \Rightarrow moyenne effectuée sur les données les plus récentes

- Jacobi
- Gauss-Seidel
- SOR

$$z_{i,j}^{n+1} = (1 - \omega) z_{i,j}^{n} + \frac{\omega}{4} \left(z_{i-1,j}^{n+1} + z_{i+1,j}^{n} + z_{i,j-1}^{n+1} + z_{i,j+1}^{n} \right) \\ - \frac{\omega\epsilon}{4} \left(p_{i+1,j} - p_{i,j} + q_{i,j+1} - q_{i,j} \right)$$

ajout d'un paramètre de "over relaxation" : $1 < \omega < 2$

- Jacobi
- Gauss-Seidel
- SOR
- Généralisation sur un plus grand voisinage

$$z_{i,j}^{n+1} = (1-\omega)z_{i,j}^n + \frac{\omega}{5} \underbrace{H}_{\overline{5}} \tilde{*} z_{i,j}^n - \frac{\omega a \epsilon}{25} (p_{i+1,j} - p_{i,j} + q_{i,j+1} - q_{i,j})$$

- Jacobi
- Gauss-Seidel
- SOR
- Généralisation sur un plus grand voisinage

Exemple de reconstruction :



méthode	voisinage	nb itérations	temps (s)
Jacobi	4	6475	11.64
	8	3374	3.67
Gauss-Seidel	4	890	1.01
	8	592	0.87
SOR	4	43	0.047
	8	42	0.045

• [Kovesi, 2003]

Principe

Corrélation entre les gradients d'un signal et les gradients de fonctions de bases ⇔ corrélation directe entre le signal et les fonctions de bases

• [Kovesi, 2003]

Principe

Corrélation entre les gradients d'un signal et les gradients de fonctions de bases ⇔ corrélation directe entre le signal et les fonctions de bases

- méthode robuste au bruit
- reconstruction à un facteur d'échelle près

• [Kovesi, 2003]

Principe

Corrélation entre les gradients d'un signal et les gradients de fonctions de bases \Leftrightarrow corrélation directe entre le signal et les fonctions de bases

- méthode robuste au bruit
- reconstruction à un facteur d'échelle près
- [Karaçali & Snyder, 2003]

Principe

Projection des gradients de la surface sur un espace des champs de gradients.

• [Kovesi, 2003]

Principe

Corrélation entre les gradients d'un signal et les gradients de fonctions de bases \Leftrightarrow corrélation directe entre le signal et les fonctions de bases

- méthode robuste au bruit
- reconstruction à un facteur d'échelle près
- [Karaçali & Snyder, 2003]

Principe

Projection des gradients de la surface sur un espace des champs de gradients.

- méthode lourde
- reconstruction par blocs

Principe

Minimisation de fonctionnelle :

$$W = \int \int \left(\left(-\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \right) - p \right)^2 + \left(\left(-\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \right) - q \right)^2 dx dy$$

Principe

Minimisation de fonctionnelle :

$$W = \int \int \left(\left(-\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \right) - p \right)^2 + \left(\left(-\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \right) - q \right)^2 dx dy$$

Transformée de Fourier [Frankot & Chellappa, 1988] :

$$ilde{f}(u,v)=rac{-ju ilde{p}^*-jv ilde{q}^*}{u^2+v^2}$$

Principe

Minimisation de fonctionnelle :

$$W = \int \int \left(\left(-\frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \right) - p \right)^2 + \left(\left(-\frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \right) - q \right)^2 dx dy$$

Transformée de Fourier [Frankot & Chellappa, 1988] :

$$\tilde{f}(u,v) = \frac{-ju\tilde{p}^* - jv\tilde{q}^*}{u^2 + v^2}$$

- perte de l'information de la valeur moyenne des gradients : $\tilde{p}(0,0) = \bar{p}$ et $\tilde{q}(0,0) = \bar{q}$
- reconstruction des surfaces dont la pente moyenne est nulle

$$\begin{cases} p(x,y) = p_0(x,y) + \bar{p} \\ q(x,y) = q_0(x,y) + \bar{q} \\ q_0(x,y)$$

$$\begin{cases} p(x,y) = p_0(x,y) + \bar{p} & \text{gradients d'un plan} \\ q(x,y) = q_0(x,y) + \bar{q} & \text{gradients d'une surface à pente moyenne nulle} \end{cases}$$

Linéarité de l'intégration :

$$\Rightarrow f(x,y) = f_0(x,y) + g(x,y)$$
 où $g(x,y) = x\bar{p} + y\bar{q}$

$$f$$
 f_0 g

< 77 ▶

Comparaisons

• Méthode : Surface théorique $\frac{\partial}{\partial x} p_{th}$ $\frac{\partial}{\partial x} p_{th}$ $\frac{\partial}{\partial y} q_{th}$ $\frac{\partial}{\partial y} q_{th}$ $\frac{\partial}{\partial y} q_{th}$

Comparaisons

• Méthode :



• Surfaces :






		1 0.5 0.200 ⁻²⁰⁰ 100 ⁻¹⁰⁰ 100 ⁻¹⁰⁰ 200 ⁻²⁰⁰ 200	1 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20	
	kpix/s	EQM	EQM	EQM
Coleman-Jain	410	0.1402	0.1016	0.0886
Rodehorst	82.1	0.0494	0.0535	0.1145
Gauss-Seidel 8V	0.1	0.0188	surface initiale	
SOR 8V	8.3	0.0162	requise	
Frankot-Chellappa	145	0.0219	0.0193	0.0287
Karaçali-Snyder	20.8	0.0737	0.0909	0.1250

		0.500 200 100 100 200 200	1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	0
	kpix/s	EQM	EQM	EQM
Coleman-Jain	410	0.1402	0.1016	0.0886
Rodehorst	82.1	0.0494	0.0535	0.1145
Gauss-Seidel 8V	0.1	0.0188	surface initiale	
SOR 8V	8.3	0.0162	requise	
Frankot-Chellappa	145	0.0219	0.0193	0.0287
Karaçali-Snyder	20.8	0.0737	0.0909	0.1250

- Méthodes locales
 - rapides
 - sensibles au bruit

		1 0.5 0.200 ⁻²⁰⁰ 100 ⁻¹⁰⁰ 100 ⁻¹⁰⁰ 200 ⁻²⁰⁰ 200	1 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20	
	kpix/s	EQM	EQM	EQM
Coleman-Jain	410	0.1402	0.1016	0.0886
Rodehorst	82.1	0.0494	0.0535	0.1145
Gauss-Seidel 8V	0.1	0.0188	surface initiale	
SOR 8V	8.3	0.0162	requise	
Frankot-Chellappa	145	0.0219	0.0193	0.0287
Karaçali-Snyder	20.8	0.0737	0.0909	0.1250

- Méthodes resposant sur la relaxation
 - très lentes
 - inadaptées aux surfaces à pente moyenne non-nulle

		1 0.5 0.200 ⁻²⁰⁰ 100 ⁻¹⁰⁰ 100 ⁻¹⁰⁰ 200 ⁻²⁰⁰ 200	1 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20 20	
	kpix/s	EQM	EQM	EQM
Coleman-Jain	410	0.1402	0.1016	0.0886
Rodehorst	82.1	0.0494	0.0535	0.1145
Gauss-Seidel 8V	0.1	0.0188	surface initiale	
SOR 8V	8.3	0.0162	requise	
Frankot-Chellappa	145	0.0219	0.0193	0.0287
Karaçali-Snyder	20.8	0.0737	0.0909	0.1250

- Méthode globale de Frankot-Chellappa
 - reconstruction rapide
 - robuste au bruit



Problématique

Imagerie polarimétrique

3 Des paramètres de polarisation aux normales

Des normales à la surface

5 Application et résultats

- Prototype de reconstruction
- Evaluation des performances du système
- Application à l'inspection de surfaces









Interface utilisateur









ρ

0.5



 φ









q

• Durée :

- 3.6s
- 2.4s + 0.5s





• Durée :

- 3.6s
- 2.4s + 0.5s
- 1.2s







Courbe d'étalonnage

La relation entre le degré de polarisation ρ et l'angle zénithal θ dépend de l'indice de réfraction du matériau :

- indice de réfraction connu
- utilisation d'une courbe d'étalonnage

Courbe d'étalonnage

La relation entre le degré de polarisation ρ et l'angle zénithal θ dépend de l'indice de réfraction du matériau :

indice de réfraction connu

90°

• utilisation d'une courbe d'étalonnage



degré de polarisation ρ





Courbe d'étalonnage

La relation entre le degré de polarisation ρ et l'angle zénithal θ dépend de l'indice de réfraction du matériau :

- indice de réfraction connu
- utilisation d'une courbe d'étalonnage



Comparaison qualitative



Système polarimétrique

Comparaison qualitative



Système polarimétrique



Scanner Replica

Comparaison qualitative



Scanner Replica

Comparaison qualitative - profil



Scanner Replica



Système polarimétrique



Comparaison qualitative - profil





Scanner Replica

Système polarimétrique



Evaluation quantitative

But

- évaluer la qualité d'acquisition du champ de normales
- comparer les résultats à ceux provenant d'autres systèmes

Evaluation quantitative

But

- évaluer la qualité d'acquisition du champ de normales
- comparer les résultats à ceux provenant d'autres systèmes

 \Rightarrow Utilisation de billes calibrées :



- la sphère présente l'ensemble de toutes les normales possibles d'une surface cartésienne
- caractéristiques géométriques simples

Evaluation quantitative

But

- évaluer la qualité d'acquisition du champ de normales
- comparer les résultats à ceux provenant d'autres systèmes

 \Rightarrow Utilisation de billes calibrées :



 $\hat{n} = 1.5 + 2.89 i, \, \chi^2 = 3.95 \times 10^{-7}$

Comparaison du calcul des normales



Comparaison du calcul des normales



• Comparaison avec les scanners Replica et Minolta :







Images de la norme de l'erreur

	Prototype	Replica	Minolta
$\ \vec{e}\ $	0.0644	0.0614	0.0790
θ	0.0258	0.0398	0.0471
ϕ	0.3020	0.1713	0.3286



Images de la norme de l'erreur





1.2

Images de la norme de l'erreur



- Bons résultats concernant la norme de l'erreur
- Erreur concernant l'angle ϕ élevée :
 - ϕ est défini modulo $[2\pi]$
 - $\bullet\,$ l'incertitude concernant ϕ augmente lorsque $\theta \to 0$

1.2

• Objet de référence :



• Objet défectueux :



• Objet de référence :



• Objet défectueux :



• Objet de référence :



• Objet défectueux :





• Objet de référence :



• Objet défectueux :



• Carte de déviation :





Problématique

Imagerie polarimétrique

3 Des paramètres de polarisation aux normales

4 Des normales à la surface

5 Application et résultats




- Extension de la technique de reconstruction par imagerie polarimétrique aux surfaces métalliques spéculaires
- Eclairage actif pour lever l'ambiguïté concernant la détermination des normales à la surface
- Prototype automatique de reconstruction 3D par imagerie polarimétrique



- Extension de la technique de reconstruction par imagerie polarimétrique aux surfaces métalliques spéculaires
- Eclairage actif pour lever l'ambiguïté concernant la détermination des normales à la surface
- Prototype automatique de reconstruction 3D par imagerie polarimétrique
- Publications :
 - 1 revue internationale
 - 3 conférences internationales
 - 2 conférences nationales
 - 1 brevet déposé

• Mesure de l'état de polarisation suivant plusieurs longueurs d'ondes :

- Mesure de l'état de polarisation suivant plusieurs longueurs d'ondes :
 - Suppression de l'ambiguïté sur l'angle zénithal $\boldsymbol{\theta}$



- Mesure de l'état de polarisation suivant plusieurs longueurs d'ondes :
 - Suppression de l'ambiguïté sur l'angle zénithal θ
 - Reconstruction de surfaces avec de fortes pentes

- Mesure de l'état de polarisation suivant plusieurs longueurs d'ondes :
 - Suppression de l'ambiguïté sur l'angle zénithal θ
 - Reconstruction de surfaces avec de fortes pentes

- Etude de l'influence des inter-réflexions :
 - Mesure des 4 paramètres de Stokes
 - Segmentation du lieu des inter-réflexions

Born, M. & Wolf, E. (1999). *Principles Of Optics*. Cambridge, 7 edition.

Frankot, R. & Chellappa, R. (1988).

A method for enforcing integrability in shape from shading algorithms.

IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 10(4), 439–451.

 Horn, B. & Brooks, M. (1986).
 The variational approach to shape from shading.
 Computer Vision Graphics and Image Processing, 33(2), 174–208.

Ikeuchi, K. (1983).
 Constructing a depth map from images.
 In *MIT AI Memo*.



< 🗗 🕨

Reconstructing discontinuous surfaces from a given gradient field using partial integrability.

Computer Vision and Image Understanding, 92(1), 78–111.

Koshikawa, K. (1979).
 A polarimetric approach to shape understanding.
 In International Joint Conference on Artificial Intelligent (pp. 493–495). Tokyo, Japan.

Kovesi, P. (2003).
 Shapelets Correlated with Surface Normals Produce Surfaces.
 Technical report, School of Computer Science & Software Engineering.

 Miyazaki, D., Kagesawa, M., & Ikeuchi, K. (2004). Transparent surface modeling from a pair of polarization images.
 IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 26(1), 73–82.

< 🗗 >

Rahmann, S. (2003).

Reconstruction of quadrics from two polarization views. In Iberian Conference on Pattern Recognition and Image Analysis (IbPRIA03), Springer, LNCS 2652, Mallorca, Spain (pp. 810–820).

- Sanderson, A., Weiss, L., & Nayar, S. (1988).
 Structured highlight inspection of specular surfaces.
 IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 10(1), 44–55.
- Savarese, S. & Perona, P. (2002).

Local analysis for 3d reconstruction of specular surfaces: part ii.

In *European Conference on Computer Vision* (pp. 759–774). Copenhagen, Denmark.

Seulin, R. (2002).

Conception et optimisation par simulation d'un système de vision artificielle pour l'inspection de surfaces parfaitement spéculaires.

PhD thesis, Université de Bourgogne.

Surrel, Y. (2004).

Contrôle de défauts de forme par déflectométrie : diverses applications industrielles.

In Colloque Méthodes et Techniques Optiques pour l'Industrie (CMOI) (pp. 271–275).

Wolff, L. B. (1990).

Polarization-based material classification from specular reflection.

IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 12(11), 1059–1071.

Wolff, L. B. & Boult, T. E. (1991).
 Constraining object features using a polarization reflectance model.

< 🗗 >

IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 13(7), 635–657.

Zheng, J. & Murata, A. (2000).

Acquiring a complete 3d model from specular motion under the illumination of circular-shaped light sources.

IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence, 22(8), 913–920.