



**HAL**  
open science

# Fusion d'Informations dans un Système de Positionnement Hybride GPS Multi-Porteuses/Estime

Jamila Kacemi

► **To cite this version:**

Jamila Kacemi. Fusion d'Informations dans un Système de Positionnement Hybride GPS Multi-Porteuses/Estime. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université du Littoral Côte d'Opale, 2006. Français. NNT: . tel-00158238

**HAL Id: tel-00158238**

**<https://theses.hal.science/tel-00158238>**

Submitted on 28 Jun 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Fusion d'Informations dans un Système de Positionnement Hybride GPS Multi-Porteuses/Estime

## THÈSE

Présentée et soutenue publiquement le 23 Juin 2006

Pour obtenir le grade de

**Docteur de l'Université du Littoral Côte d'Opale**

**Spécialité : Génie Informatique, Automatique et Traitement du Signal et des Images**

par

**Jamila KACEMI**

*Président :*

Marc HEDDEBAUT

Directeur de Recherche, INRETS de Lille

*Rapporteurs :*

Roland CHAPUIS

Professeur, Université Blaise Pascal, LASMEA

EL Mustapha MOUADDIB

Professeur, Université de Picardie Jules Verne, CREA

*Examineur :*

François PEYRET

Directeur de Recherche, LCPC

*Directeurs de thèse :*

Mohammed BENJELLOUN

Professeur, Université du Littoral Côte d'Opale, LASL

Serge REBOUL

Maître de Conférences, Université du Littoral Côte d'Opale, LASL

Mis en page avec la classe thloria.

*À ma mère, mon père et grand-mère  
À toute la famille Kacemi et tous les bons amis  
Pour leurs sacrifices, leurs soutiens et leurs amours.*



# Remerciements

**L**E travail présenté dans ce mémoire a été effectué au sein du Laboratoire d'Analyse des Systèmes du Littoral (LASL) dans l'équipe " Fusion d'informations" à l'Université du Littoral Côte d'Opale (ULCO) sous la direction de Monsieur le Professeur Mohammed BENJELLOUN à qui j'adresse mes vifs remerciements pour la confiance qu'il m'a faite en acceptant d'encadrer mes travaux. Son encouragement, ses conseils et ses remarques pertinentes m'ont permis de bien mener ce travail.

Toute ma reconnaissance à Monsieur Serge REBOUL Maître de conférence à l'Université du Littoral Côte d'Opale, pour l'encadrement de ce travail, pour sa rigueur scientifique et ses qualités humaines. Ses conseils et ses critiques ont amplement contribué à la réalisation de ce travail. Je le remercie aussi pour sa disponibilité, son soutien et sa tolérance.

Je tiens à exprimer mes remerciements à Mr Marc HEDDEBAUT, Directeur de recherche à l'INRETS de Lille, pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury.

Je témoigne ma gratitude à Mr François PEYRET, Directeur de recherche au Laboratoire Centrale des Ponts et Chaussées, qui a accepté d'examiner mon travail de thèse.

Je remercie vivement Mr Roland CHAPUIS, Professeur à l'Université Blaise Pascal, et Mr El Mustapha MOUADDIB, Professeur à l'Université de Picardie Jules Verne, qui m'ont accordé suffisamment de temps pour rapporter mes travaux de thèse. Leurs remarques très pointilleuses m'ont aidé à découvrir d'autres idées dans mon domaine de recherche.

## *Remerciements*

---

Il m'est agréable de pouvoir exprimer ma connaissance envers :

Monsieur Jean-Bernard CHOQUEL, Maître de conférence à l'Université du Littoral Côte d'Opale, pour son soutien et ses qualités humaines.

Monsieur Mourad ZRIBI, Maître de conférence à l'Université du Littoral Côte d'Opale, pour ses conseils et son amitié.

Monsieur Bienvenu FASSINUT MOMBOT, Ingénieur de recherches à l'Université du Littoral Côte d'Opale, pour son encouragement et son amitié.

Madame Sophie REBOUL, Ingénieur d'étude à l'Institut Universitaire Professionnel de Calais, pour l'intérêt qui a porté pour mon travail de recherche.

J'adresse également mes sincères remerciements :

À tous les permanents du LASL, pour leurs aides et leurs services qu'ils m'ont fait durant ces années de thèse.

Aux thésards avec qui j'ai eu le plaisir de travailler pendant ces années.

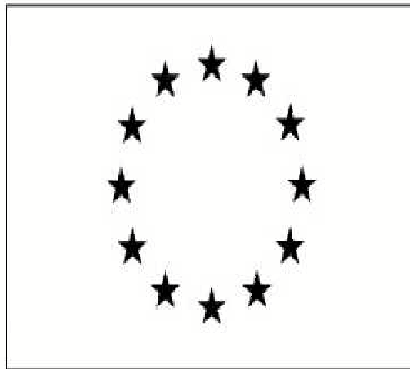
Je tiens aussi à remercier très chaleureusement ma mère, mon père, mes frères et mes soeurs, pour leur confiance, soutien, encouragement. J'espère être un jour en mesure de leur prouver mon affection.

---

**J**E tiens à remercier vivement la région qui a financé ce travail par une bourse de thèse.



**J**E remercie l'Europe qui a financé les équipements utilisés dans cette étude et notamment le système GPS du laboratoire.



*Jamila KACEMI*



# Table des matières

Remerciements	iii
Abréviations	xi
Glossaire	xiii
Table des figures	xv
Liste des tableaux	xvii
<hr/>	
Introduction Générale	1
<b>1</b>	
<b>Capteurs du Système de Navigation</b>	<b>6</b>
1.1 Introduction . . . . .	6
1.2 Le capteur GPS de localisation absolue . . . . .	8
1.2.1 Le système GPS . . . . .	8
1.2.2 Le signal GPS . . . . .	9
1.2.3 La modulation du signal . . . . .	11
1.2.4 Les observables GPS . . . . .	14
1.2.5 La pseudo-distance GPS . . . . .	15
1.2.6 Estimation de la position . . . . .	17
1.2.7 Fonctionnement du récepteur GPS . . . . .	19
1.2.8 Les sources d'erreurs du système GPS . . . . .	20
1.3 Les capteurs odomètre et gyromètre de localisation relative . . . . .	21
1.3.1 L'odomètre 2D . . . . .	21
1.3.2 Le gyromètre . . . . .	23

---

1.4	Les modèles de simulation . . . . .	25
1.4.1	Le GPS . . . . .	25
1.4.2	L'odomètre . . . . .	30
1.4.3	Le gyromètre . . . . .	33
1.5	Simulation . . . . .	34
1.5.1	Simulation des capteurs relatifs odomètre et gyromètre . . . . .	35
1.5.2	Simulation du capteur absolu GPS . . . . .	36
1.5.3	Hybridation des capteurs GPS et estimates . . . . .	38
1.5.4	Simulation réaliste en environnement urbain . . . . .	40
1.6	Conclusion . . . . .	42

<b>2</b>	<b>Fusion Multi-Capteurs</b>	<b>44</b>
----------	------------------------------	-----------

2.1	Introduction . . . . .	44
2.2	Modèle Bayésien . . . . .	45
2.3	Combinaison d'informations bayésiennes . . . . .	47
2.3.1	La somme pondérée des distributions a posteriori . . . . .	48
2.3.2	La somme pondérée du logarithme des distributions a posteriori . . . . .	48
2.3.3	Le produit des distributions a posteriori . . . . .	49
2.3.4	Le produit des vraisemblances . . . . .	49
2.4	Filtrage d'état . . . . .	50
2.4.1	Filtrage et représentation d'état . . . . .	50
2.4.2	Le filtre de Kalman linéaire . . . . .	52
2.4.3	Le filtre de Kalman non linéaire (Kalman Étendu) . . . . .	54
2.5	La fusion d'informations par filtrage d'état . . . . .	56
2.5.1	La fusion Centralisée . . . . .	56
2.5.2	La fusion Distribuée . . . . .	60
2.5.3	La fusion Séquentielle . . . . .	66
2.5.4	La fusion Décentralisée . . . . .	67
2.5.5	Autres architectures . . . . .	71
2.6	Conclusion . . . . .	73

<b>3</b>	<b>Système de Positionnement GPS Multi-Porteuses</b>	<b>75</b>
----------	--	-----------

3.1	Introduction . . . . .	75
-----	------------------------	----

3.2	Opérateur de fusion d'informations : La somme pondérée . . . . .	76
3.2.1	Définition de l'opérateur . . . . .	76
3.2.2	Cas de deux capteurs . . . . .	78
3.3	Modèle GPS multi-porteuses . . . . .	80
3.3.1	Modélisation des "observables" de code du GPS . . . . .	80
3.3.2	Modélisation des "observables" de phase du GPS . . . . .	83
3.4	Estimation de la position GPS . . . . .	87
3.4.1	Estimation de l'offset ionosphérique . . . . .	87
3.4.2	Estimation de la pseudo-distance lissée par la phase . . . . .	88
3.4.3	Estimation de la position . . . . .	91
3.5	Expérimentation . . . . .	94
3.5.1	Estimation des paramètres ionosphériques . . . . .	95
3.5.2	Estimation de la position . . . . .	101
3.6	Conclusion . . . . .	107

<b>4</b>	<b>108</b>
<b>Système de Positionnement Hybride GPS/Estime</b>	

4.1	Introduction . . . . .	108
4.2	Hybridation "serrée" du GPS avec un odomètre et un gyromètre . . . . .	111
4.2.1	Calcul de la distance satellite récepteur avec les mesures des capteurs estimés . . . . .	111
4.2.2	Système de positionnement . . . . .	114
4.2.3	Équations d'état et de mesure . . . . .	117
4.2.4	Équations du filtre . . . . .	119
4.3	Estimation de la direction du véhicule . . . . .	122
4.3.1	Statistique circulaire : Loi de Von Mises . . . . .	124
4.3.2	Estimation récursive d'une variable aléatoire angulaire . . . . .	125
4.3.3	Estimation de la direction du véhicule . . . . .	127
4.4	Calcul de position dans les différents modes de fonctionnement du système . . . . .	129
4.4.1	Fonctionnement en mode normal . . . . .	129
4.4.2	Fonctionnement en mode dégradé . . . . .	130
4.4.3	Gestion des modes de fonctionnement . . . . .	132
4.5	Expérimentation . . . . .	135
4.5.1	Expérimentation pour un fonctionnement normal . . . . .	137
4.5.2	Expérimentation pour un fonctionnement dégradé . . . . .	142

---

4.5.3	Expérimentation dans un contexte réel . . . . .	146
4.6	Conclusion . . . . .	151
<b>Conclusion Générale</b>		<b>154</b>
<b>A Estimation de la Position par Filtrage de Kalman Étendu</b>		<b>157</b>
A.1	GPS Seul . . . . .	157
A.2	GPS Hybridé . . . . .	160
<b>B Fusion des Mesures d’Offsets Ionosphériques</b>		<b>162</b>
B.1	Caractéristiques statistiques de l’offset ionosphérique . . . . .	162
B.2	Définition de l’opérateur de fusion . . . . .	163
<b>C Matrice de Transition du Filtre d’Hybridation Serrée</b>		<b>165</b>
<b>Bibliographie</b>		<b>167</b>



# Abréviations

*AS* : Anti Spoofing,

*AWGN* : Additive White Gaussian Noise,

*BPSK* : Binary Phase Shift Keying,

*C/A* : Coarse/Acquisition Code,

*CWI* : Carrier Wave Interference,

*DGPS* : Differential GPS,

*DOP* : Dilution Of Precision,

*DS – CDMA* : Direct Sequence-Code Division Multiple Access,

*EGNOS* : European Geostationary Navigation Overlay Service,

*GDOP* : Geometrical Dilution Of Precision,

*GLONASS* : GLOBal NAVigation Satellite System,

*GNSS* : Global Navigation Satellite System,

*GPS* : Global Positioning System,

*HDOP* : Horizontal Dilution Of Precision,

*NAVSTAR* : NAVigation System Time And Ranging,

*P* : Precise Code,

*PPS* : Precise Positioning Service,

*PRN* : Pseudo Random Noise,

*SA* : Selective Availability,

*SNR* : Signal Noise Ratio,

*SPS* : Standard Positioning Service,

*TEC* : Total Electron Content,

*Y* : Code encrypté du code *P*,

*ECEF* : Earth Centred Earth Fixed,

*RINEX* : Receiver Independant EXchange Format,

*UTC* : Universal Coordinated Time,

*WGS – 84* : World Geodetic System 1984,

*INS* : Inertial Navigation System,

*MEMS* : Miniaturized Electro Mechanical System,

*SIREM* : Système Intégré de Repérage d’Engins Mobile,

*EKF* : Extended Kalman Filter,

*MTF* : Modified Track-To-Track Fusion,

*TFP* : Track Fusion algorithm with fused Prediction,

*TTT* : Track-To-Track,

# Glossaire

- $f_i^s$  : fréquence porteuse  $j$ ,  $j = \{1,2,5\}$  du satellite  $s$ ,  $s = \{1,2,\dots,26\}$ ,
- $d^s$  : distance réelle séparant le satellite  $s$  du récepteur,
- $Pr_j^s$  : pseudo-distance entre le satellite  $s$  et le récepteur, obtenue pour la porteuse  $j$ ,
- $\check{P}r_j^s$  : mesure de pseudo-distance corrigée de la porteuse  $j$  du satellite  $s$ ,
- $\dot{P}_r^s$  : pseudo-vitesse relative entre le satellite  $s$  et le récepteur,
- $I_j^s$  : offset ionosphérique de la fréquence porteuse  $j$  et du satellite  $s$ ,
- $I_{ij}^s$  : offset ionosphérique de la porteuse  $i$  calculé avec la porteuse  $i$  et la porteuse  $j$ ,
- $\hat{I}_j^s$  : offset ionosphérique estimé de la porteuse  $j$  du satellite  $s$ ,
- $\alpha_i$  : coefficient de l'opérateur de fusion somme pondérée,
- $\sigma_i^2$  : variance d'une mesure  $Z_i$ ,
- $\sigma_{ij}$  : covariance entre deux mesures  $Z_i$  et  $Z_j$ ,
- $\sigma^2$  : variance de la fusion de plusieurs mesures,
- $\sigma_{(ij)}^2$  : variance de l'offset ionosphérique  $I_{ij}^s$ ,
- $\sigma_{(ijl)}$  : covariance des offsets ionosphériques  $I_{ij}^s$  et  $I_{il}^s$ ,
- $\gamma_{ij}$  : rapport des fréquences porteuses  $i$  et  $j$ ,
- $T^s$  : offset troposphérique du satellite  $s$ ,
- $M^s$  : erreur liée au phénomène de multi-trajet,
- $\xi_j^s$  : bruit thermique de la puissance du signal reçu sur la porteuse  $j$  du satellite  $s$ ,
- $b_j^s$  : erreur de modélisation des offsets et de l'écart de synchronisation du GPS. Cette erreur dépend de la porteuse  $j$  du satellite  $s$ ,
- $\Phi_j^s$  : observable de phase en cycle de la porteuse  $j$  du satellite  $s$ ,
- $\check{\Phi}_j^s$  : observable de phase en cycle corrigée de la porteuse  $j$  du satellite  $s$ ,
- $\Delta\check{\Phi}_j^s$  : différence de phase en cycle de la porteuse  $j$  du satellite  $s$ ,



$Cor_j^s$ : décalage, dont la valeur est la somme de l'offset ionosphérique avec l'offset troposphérique et l'écart de synchronisation au temps UTC,

$L_j^s$ : mesure de pseudo-distance séparant le satellite  $s$  et le récepteur en utilisant la phase,

$\Delta L^s$ : variation de phase en mètre,

$\Delta \check{L}^s$ : variation de phase corrigée,

$N_j^s$ : ambiguïté entière associée au signal porté par l'onde porteuse  $j$  du satellite  $s$ ,

$TEC$ : produit de la densité électronique par l'épaisseur traversée,

$S(E^s)$ : facteur d'inclinaison du satellite  $s$ ,

$E^s$ : élévation du satellite  $s$ ,

$X^{1s}$ : vecteur d'état représentant l'offset ionosphérique associé à la porteuse  $L_1$  pour un satellite  $s$ ,

$Z^{1s}$ : vecteur de mesure de l'offset ionosphérique,

$X^{2s}$ : vecteur d'état représentant la pseudo-distance entre le récepteur et le satellite  $s$ ,

$Z^{2s}$ : vecteur de mesure de la pseudo-distance,

$X^2$ : vecteur d'état de dimension 26, il représente les pseudo-distances entre les satellites de la constellation NAVSTAR et le récepteur,

$X^P$ : vecteur d'état qui représente les distances obtenues avec la variation de phase,

$X^O$ : vecteur d'état qui représente les distances obtenues avec l'odomètre et le gyromètre,

$Z_i^G$ : vecteur de mesures des pseudo-distances corrigées et fournies par la porteuse  $L_i$ ,

$Z^G(k)$ : vecteur de mesures qui est la fusion de  $Z_1^G$  et de  $Z_2^G$ ,

$\Delta X = [\Delta D, \Delta \theta]^T$ : vecteur de commande du système,

$\Delta D$ : déplacement élémentaire de l'odomètre,

$\Delta \theta$ : rotation élémentaire fournie par le gyromètre,

$\{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\} \in \{0,1\}$ : vecteurs des coefficients de combinaison des prédictions,

$\{\beta_1, \beta_2\} \in \{0,1\}$ : vecteurs des coefficients de combinaison des estimations.

# Table des figures

1.1	Schéma de principe du récepteur GPS. . . . .	19
1.2	Schéma de principe d'un gyromètre [Vag93]. . . . .	23
1.3	Principe du capteur odomètre. . . . .	31
1.4	Distribution de l'erreur de mesure de l'odomètre. . . . .	32
1.5	Simulation des données capteurs odomètre et gyromètre . . . . .	36
1.6	Erreurs de position . . . . .	37
1.7	Exemple de simulation. . . . .	39
1.8	Simulation dans un contexte réel . . . . .	41
2.1	Structure de la fusion d'estimation centralisée. . . . .	59
2.2	Fusion de mesures centralisée. . . . .	59
2.3	Algorithme de la fusion track-to-track. . . . .	61
2.4	Algorithme MTF dérivé de la fusion track-to-track. . . . .	62
2.5	Variante de la structure de fusion track-to-track. . . . .	63
2.6	La fusion séquentielle. . . . .	67
2.7	Architecture de fusion décentralisée point-à-point. . . . .	68
2.8	Architecture de fusion décentralisée en bus [Dur94]. . . . .	69
2.9	Architecture de fusion décentralisée en anneau. . . . .	70
2.10	Structure de fusion hiérarchique multi-sensorielle de multiples niveaux. . . . .	72
3.1	Evolution de $\sigma^2$ , $\alpha_1$ et $\alpha_2$ en fonction de $\sigma_{12}$ ( $\sigma_1^2 = 1$ , $\sigma_2^2 = 2$ ). . . . .	79
3.2	Erreur sur le calcul de position réalisé à partir des observables de code et de phase. . . . .	85

3.3	Structure du filtre d'estimation des offsets ionosphériques. . . . .	89
3.4	Structure du filtre d'estimation de la pseudo-distance lissée par la phase. . .	91
3.5	Structure globale du filtre. . . . .	93
3.6	Exemple d'évolution de l'offset ionosphérique. . . . .	97
3.7	Exemple d'évolution de l'offset ionosphérique. . . . .	100
3.8	Positions calculées par l'approche directe. . . . .	102
3.9	Positions calculées avec les pseudo-distances filtrées . . . . .	103
3.10	Erreur sur la position calculée avec les pseudo-distances fusionnées. . . . .	106
4.1	Représentation des distances odomètre-satellite. . . . .	112
4.2	Architecture du système de positionnement . . . . .	115
4.3	Filtre d'hybridation . . . . .	116
4.4	Estimation de la direction dans les cas circulaire et linéaire. . . . .	127
4.5	Direction du véhicule. . . . .	128
4.6	Gestion dynamique des modes de fonctionnement . . . . .	134
4.7	Contexte expérimental . . . . .	136
4.8	Erreur moyenne (GPS précis) . . . . .	138
4.9	Erreur moyenne (GPS classique) . . . . .	138
4.10	Satellites visibles et masqués. . . . .	140
4.11	Erreur moyenne en présence de zones ayant un fort HDOP (GPS précis) . .	141
4.12	Erreur moyenne en présence de zones à visibilité satellitaire restreinte (3 satellites visibles) . . . . .	142
4.13	Erreur moyenne en présence de multi-trajets. . . . .	145
4.14	Exemple en fonctionnement normal. . . . .	147
4.15	Exemple de masquage. . . . .	148
4.16	Exemple d'effet "canyon". . . . .	149

# Liste des tableaux

1.1	Valeurs du bruit thermique. . . . .	29
1.2	Caractéristiques des capteurs de navigation. . . . .	35
1.3	Erreurs sur la position. . . . .	38
1.4	Erreurs sur la position. . . . .	40
3.1	Puissance du signal à la réception. . . . .	95
3.2	Puissance du bruit sur la mesure de pseudo-distance (variance en mètre). . . . .	96
3.3	Puissance du bruit sur la mesure d'offset ionosphérique (variance en mètre). . . . .	96
3.4	Varianace de l'erreur d'estimation de l'offset ionosphérique. . . . .	97
3.5	Varianace et covariance des mesures d'offsets ionosphériques sur $L_1$ (cas 2). . . . .	98
3.6	Varianace et covariance des mesures de pseudo-distances dans le cas 1. . . . .	98
3.7	Varianace et covariance des mesures de pseudo-distances dans le cas 2. . . . .	99
3.8	Erreurs sur le calcul de position par l'approche directe. . . . .	102
3.9	Erreurs sur le calcul de position. . . . .	103
3.10	Erreurs sur le calcul de position (récepteur situé aux Etats Unis). . . . .	105
3.11	Erreurs sur le calcul de position (récepteur situé en France). . . . .	105
4.1	Statistique de l'erreur d'estimation $E_\theta(k)$ . . . . .	127
4.2	Paramètres de simulations des mesures GPS. . . . .	135
4.3	Paramètres des matrices de covariance de bruit d'états et de mesures. . . . .	137
4.4	Moyennes et variances de l'erreur de position cumulée pour une bonne visibilité satellitaire. . . . .	139

4.5	Paramètres des matrices de covariance de bruit d'états et de mesures dans les zones de fort DOP horizontal. . . . .	140
4.6	Moyennes et variances de l'erreur de position cumulée pour une visibilité satellitaire réduite. . . . .	141
4.7	Moyennes et variances de l'erreur de position cumulée pour une visibilité satellitaire restreinte. . . . .	144
4.8	Paramètres de simulations des mesures GPS, sujets aux multi-trajets. . . . .	144
4.9	Paramètres des matrices de covariance de bruits d'états et de mesures pour les satellites sujets aux multi-trajets. . . . .	145
4.10	Moyennes et variances de l'erreur de position cumulée en présence de multi-trajets. . . . .	145
4.11	Moyennes et variances de l'erreur de position cumulée en fonction des modes de fonctionnement, pour un contexte expérimental réel. . . . .	150

# Introduction Générale

**L**E sujet de recherche développé dans cette thèse porte sur l'étude et la mise en oeuvre de méthodes de fusion pour la localisation 3D d'un véhicule terrestre à partir d'une approche multisensorielle. Ce travail s'inscrit dans le cadre de l'amélioration des exigences de positionnement en matière : de précision, de continuité, de disponibilité et d'intégrité. L'objectif est d'étudier les performances de la localisation dans un environnement urbain dense.

Afin d'améliorer le système de localisation, on développe dans cette thèse un système de positionnement GPS multi-porteuses couplé à des capteurs estime odomètre et gyromètre. On propose un algorithme de fusion qui permet de combiner les informations obtenues par les capteurs de navigation.

Le but d'un système de positionnement est de fournir à un utilisateur des informations précises de position, d'orientation, de vitesse et de temps à tout instant et en tout point du globe. Le système de localisation est devenu un outil indispensable pour repérer et guider un mobile, il est utile dans différents domaines (aéronautique, militaire et civil, spatial et sous-marins). Dans le domaine du transport qui concerne notre sujet, on distingue deux types de capteurs permettant de localiser un mobile : les capteurs relatifs et les capteurs absolus. Dans ce travail, on s'intéresse particulièrement à la localisation absolue à base de signaux radioélectriques du système GPS multi-porteuses et à la localisation relative utilisant un odomètre et un gyromètre.

Afin d'améliorer les services de navigation par satellite, les Etats-Unis ont décidé de mettre en oeuvre une troisième fréquence GPS, la fréquence  $L_5$ , dans la bande (1164,45 - 1188,45 MHz). Parallèlement à cette initiative, l'ASE (Agence Spatiale Européenne) a également décidé d'offrir à l'aviation un système à base de satellites, appelé Galiléo,

qui utilisera, en plus de la bande *E5a* (1164,45 - 1188,45 MHz), la bande *E5b* (1197,14 - 1217,14 MHz). Les futurs systèmes GPS et Galiléo offriront de nouveaux services et seront multi-porteuses.

Le positionnement par satellite est actuellement le moyen couramment utilisé pour se localiser. Son principe est de déterminer la position d'un utilisateur muni d'un récepteur à l'aide de signaux radioélectriques en provenance de satellites visibles. Cette technique de positionnement absolu nécessite de voir au minimum quatre satellites bien positionnés par rapport au récepteur afin de mesurer la position  $(x, y, z)$  et le biais d'horloge entre le satellite et le récepteur. En environnement urbain dense ce système de positionnement est mis en défaut dans plusieurs cas. Les quatre satellites minimums, nécessaires au positionnement, ne sont pas toujours visibles du récepteur car ils peuvent être masqués par l'environnement. On parle alors de visibilité satellitaire restreinte. La configuration géométrique des satellites visibles n'est pas toujours la meilleure car les positions des satellites non masqués par les immeubles se situant de part et d'autre de la rue, par exemple, sont concentrées au zénith du récepteur. On a alors un effet de "canyon" et une mauvaise répartition géométrique de la position des satellites (mauvais GDOP: Geometrical Dilution Of Precision). On parle alors de visibilité satellitaire réduite car il est souvent associé à un faible (proche de 4) nombre de satellites. Enfin, le signal en provenance des satellites n'effectue pas toujours un trajet direct, il peut être réfléchi par l'environnement. On parle alors d'erreur de positionnement provoquée par les multi-trajets. Pour pallier ces problèmes de continuité et d'intégrité des mesures, nous utilisons un système d'hybridation qui intègre au capteur absolu (système GPS) des capteurs relatifs (odomètre et gyromètre). Le but du système développé est d'atteindre les exigences requises pour un service donné de la navigation en matière de précision, de disponibilité des mesures de positions et de continuité de la précision du système. Dans ce travail, on considère un système GPS simple autonome qui reçoit, sur plusieurs porteuses, ses informations des satellites de la constellation. En l'occurrence, on n'utilisera pas un système différentiel ou les augmentations telles que EGNOS.

Dans les futurs systèmes de positionnement par satellite (GALILEO, modernisation de NAVSTAR) les informations pour le positionnement seront transmises sur plusieurs

---

porteuses. De plus, la modernisation des nouveaux satellites mis en orbite permettra d'augmenter la précision de la localisation (horloge satellites plus précise, paramètres ionosphériques plus précis, éphémérides plus précis, plus grand nombre de satellites). La mesure de distance satellite récepteur (pseudo-distance) qui est la base de l'algorithme de calcul de position sera obtenue avec une plus grande précision. C'est pour cette raison que tous les traitements que nous proposons en vue d'augmenter la précision, l'intégrité et la continuité du système sont réalisés sur cette mesure de pseudo-distance.

Le choix de coupler le capteur de navigation absolue GPS avec les capteurs de navigation relative odomètre et gyromètre est motivé par les spécificités de chacun des systèmes utilisés. En effet, les capteurs estime odomètre et gyromètre se caractérisent par une certaine dérive des mesures dans le temps que l'on corrige avec le système GPS. En revanche, les mesures autonomes de l'odomètre et du gyromètre peuvent être utilisées pendant les défaillances du GPS. Donc le système d'hybridation réalisera le recalage des capteurs relatifs, souvent moins précis, avec le capteur absolu (GPS), qui n'est pas toujours disponible (problème de masquage des satellites) et fiable (problème de GDOP et de multi-trajets). La fusion d'informations a pour but de combiner des informations redondantes ou complémentaires en provenance des capteurs en vue d'augmenter la précision et l'intégrité des données. Nous avons choisi la modélisation bayésienne de l'information et le produit des distributions a posteriori pour combiner l'information en provenance de chaque source. Dans ce travail nous proposons dans un premier temps d'appliquer la fusion d'informations au traitement des données d'un GPS multi-porteuses. Puis nous présentons dans un deuxième temps un filtre d'hybridation serrée pour la fusion des données GPS avec les capteurs estime odomètre et gyromètre.

Le filtre d'hybridation et de fusion réalisé dans cette thèse doit permettre de positionner un véhicule avec précision et à chaque instant. Pour cette raison, ce filtre sera étudié en deux étapes. Dans la première étape les problématiques de disponibilité et d'intégrité du système GPS ne seront pas posées. On localise donc le véhicule uniquement avec le capteur GPS multi-porteuses. En effet, on souhaite fusionner les mesures d'observables de phase et de pseudo-distance obtenues pour les trois porteuses  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_5$ . Cependant, il est nécessaire au préalable de corriger et de décorréler les offsets ionosphériques cal-



culés à partir de l'utilisation conjointe des pseudo-distances. Nous proposons un système utilisant plusieurs filtres de Kalman et permettant d'estimer une valeur décorrélée des offsets ionosphériques. La valeur de l'offset ionosphérique ainsi obtenue est utilisée pour corriger les observables de phase et de pseudo-distance qui sont ensuite fusionnées. Enfin, on lisse dans un filtre de Kalman la pseudo-distance fusionnée par la phase fusionnée. Ce système permet d'améliorer la précision de localisation en atténuant la puissance du bruit thermique apportée par le récepteur sur l'estimation de la pseudo-distance et des offsets ionosphériques.

Dans la deuxième étape on prend en compte les défaillances du système GPS (problème de continuité et d'intégrité des mesures GPS). On étudie le couplage serré du GPS aux capteurs relatifs odomètre et gyromètre. Le but du filtre d'hybridation qu'on appelle filtre d'hybridation serrée, est de gérer les différents modes défaillants pour un fonctionnement du système en milieu urbain dense. On trouve souvent dans la littérature des méthodes d'hybridation lâche qui recalent la position obtenue par les capteurs relatifs avec une mesure obtenue par le système GPS. Quand le système GPS est défaillant, la localisation est obtenue avec les capteurs estimates et l'estimation de la position est moins précise car les capteurs relatifs dérivent dans le temps. Le but du système d'hybridation serrée proposé est de continuer à utiliser les mesures précises de pseudo-distances fournies par le GPS même quand elles sont en nombre insuffisant. Dans ce contexte quand le récepteur GPS se trouve dans un mode de fonctionnement défaillant, on reconstruit à l'aide des mesures fournies par les capteurs à l'estime les pseudo-distances manquantes. On aura alors toujours suffisamment de mesures de pseudo-distances qui permettront de calculer la position. La mise en oeuvre du filtre d'hybridation serrée nécessite de connaître la direction du véhicule. Nous proposons un estimateur circulaire de cette direction, inspirer de l'estimateur récursif de Kalman dans le domaine linéaire et adapté aux variables angulaires. Ce filtre est basé sur la loi de Von Mises qui peut être considérée comme une version circulaire de la distribution normale. On montre alors que les résultats obtenus par notre méthode pour la localisation sont plus précis que les résultats obtenus par la technique classique d'hybridation lâche.

L'ensemble de ces travaux et leurs évaluations sont présentés dans ce mémoire de

---

thèse. En effet, ce mémoire est composé de deux parties. La première est consacrée à la bibliographie et la seconde à l'étude et la mise en oeuvre du système de positionnement proposé.

Nous aborderons la première partie par un premier chapitre concernant les différents capteurs de localisation absolue et relative. Nous étudierons d'abord, les capteurs de navigation utilisés dans notre application : GPS multi-porteuses, odomètre et gyromètre. Nous traiterons leurs principes de fonctionnement, leurs modèles d'évolution et nous listerons leurs inconvénients. Nous présenterons ensuite, leurs modèles et paramètres de simulations. Pour terminer ce chapitre, nous présenterons des exemples de simulation dans un contexte synthétique et réel.

Le deuxième chapitre est consacré aux différentes méthodes de combinaison d'informations par une approche bayésienne. Le filtrage d'état appliqué à ces méthodes conduit à différentes structures de systèmes de fusion de données. Nous présenterons dans ce chapitre, différentes architectures de filtres utilisées pour la fusion d'informations.

Nous débuterons la deuxième partie par un troisième chapitre concernant l'étude et la mise en oeuvre de la fusion des informations fournies par un GPS multi-porteuses. Nous formaliserons dans un premier temps, le filtre de poursuite de la pseudo-distance et nous décrirons le détail des différentes étapes de l'algorithme. Une discussion sur l'apport de la fusion centralisée effectuée sur les mesures GPS est proposée dans un deuxième temps. Celle-ci est illustrée par différentes expérimentations réalisées sur des données synthétiques et réelles.

Dans le quatrième et dernier chapitre nous décrirons le filtre d'hybridation serrée proposé, qui fusionne les informations de pseudo-distances en provenance d'un GPS et de capteurs estimates. Le système est alors appliqué au positionnement d'un véhicule en environnement urbain dense. Nous présenterons dans un premier temps, le filtre d'hybridation des pseudo-distances et ses différentes équations d'états et de mesures. Nous développerons dans un deuxième temps un estimateur de la direction du véhicule et nous terminerons par une discussion sur les résultats expérimentaux réalisés dans un cas synthétique et réel.

Nous concluons ce mémoire par un bilan de l'ensemble de nos travaux.

# Chapitre 1

## Capteurs du Système de Navigation

### 1.1 Introduction

**N**OUS présentons dans ce chapitre les capteurs de navigation terrestre que nous utilisons. Nous introduisons leurs principes de fonctionnement, leurs modèles de simulation et les différentes expérimentations réalisées dans un contexte réel.

Les capteurs de navigation permettent de déterminer la configuration courante du véhicule à tout instant et en tout point du globe : la position, l'orientation, la vitesse et le temps. Généralement, on distingue selon les capteurs mis oeuvre deux types de localisation : la localisation absolue et la localisation relative (ou à l'estime). Les capteurs absolus, appelés aussi capteurs extéroceptifs, permettent de déterminer la position du mobile dans un repère lié à l'environnement. Les capteurs relatifs, nommés aussi capteurs proprioceptifs, permettent de déterminer la position et l'orientation du mobile en intégrant ses déplacements orientés successivement depuis sa configuration initiale. Ils sont utilisés pour la navigation à l'estime. En général, les capteurs absolus, dans leur fonctionnement normal, ont une précision suffisante pour les systèmes de navigation. Cependant, ils ont plusieurs désavantages ; la fréquence des mesures de position est faible, la continuité des mesures n'est pas garantie et leur intégrité est faible. C'est pour cette raison qu'ils sont couplés, hybridés, avec des capteurs proprioceptifs qui prennent le relais quand les capteurs absolus sont défaillants. Malheureusement, les capteurs relatifs qui sont précis pour des mesures à court terme dérivent rapidement dans le temps. Parmi les capteurs absolus utilisés pour la navigation terrestre on peut citer le capteur GPS et le compas magnétique.

Les capteurs relatifs les plus utilisés dans ce contexte sont le gyroscope ou le gyromètre et l'odomètre.

On trouve aujourd'hui dans la littérature un grand nombre de travaux portant sur les systèmes de navigation qui intègrent dans leurs mises en oeuvre différents capteurs. Dans les travaux de [Abb95], par exemple, les auteurs présentent un système de navigation pour positionner un véhicule. Ils utilisent les capteurs absolus DGPS (GPS différentiel) et compas magnétiques, et les capteurs relatifs odomètre et gyromètre. Dans les travaux de thèse de Vaganay [Vag93] la navigation 2D d'un robot est réalisée à partir de capteurs relatifs : odomètres, accéléromètres et gyromètres qui sont recalés périodiquement par les données des capteurs extéroceptifs (balises artificielles). Le système de navigation 3D d'un robot de chantier, présenté dans la thèse de Bonnifait [Bon97], utilise un capteur absolu qui fournit des mesures de position à partir de balises (système SIREM) et un capteur relatif 3D composé d'un odomètre et d'inclinomètres. Dans les travaux de thèse de Gaudin [Gau00] la localisation 2D d'engins agricoles est réalisée dans un système de navigation, composé d'un capteur GPS différentiel et de capteurs relatifs odomètre et gyromètre. Bouvet [Bou00], dans sa thèse, a étudié la localisation d'engins de chantiers routiers (compacteur et finisseur) à partir de l'hybridation de capteurs extéroceptifs GPS et radar (Système Radar LASERGUIDE) et de capteurs proprioceptifs odomètre et gyroscope. Dans l'article [Lad01] est présentée la combinaison d'un gyroscope, d'un compas magnétique et d'un GPS pour le calcul de position dans un système de navigation piétonnière. Il est présenté dans la thèse de Maan [Maa03] un système de localisation d'un véhicule à partir de données GPS et odomètre en s'appuyant sur les informations fournies par une carte routière numérique (MAP matching). On trouve aussi de nombreux travaux [Lee99] portant sur la localisation de véhicules à partir du couplage d'un GPS avec un système inertiel (système INS). En conclusion dans la plupart des travaux le GPS est hybridé avec un odomètre et un gyroscope (ou un gyromètre). Le but de ce travail est de proposer une nouvelle méthode pour le couplage serré de ces capteurs. On considère dans ce cadre un GPS multi-porteuses et des capteurs odomètre et gyromètre classiques.

Dans ce chapitre l'accent est mis sur la présentation du système GPS et des observables de pseudo-distance qu'il fournit. En effet, dans la suite de ce mémoire de thèse

l'ensemble des travaux mis en oeuvre est réalisé sur le signal GPS et concerne les mesures de pseudo-distances : soit la fusion des pseudo-distances pour un GPS multi-porteuses et l'hybridation des mesures pour assurer la continuité du système. Nous avons choisi d'hybrider le système GPS avec les capteurs relatifs classiques odomètre et gyromètre. Ces capteurs peu coûteux et largement répandus, sont utilisés dans la plupart des navigateurs de voiture. C'est dans ce cadre que nous présentons le système GPS et les capteurs relatifs classiques odomètre et gyromètre. Nous présenterons leurs modèles de simulation et les simulations réalisées dans un contexte réel pour l'étude de leurs modes défaillants.

## **1.2 Le capteur GPS de localisation absolue**

### **1.2.1 Le système GPS**

L'évolution technologique a donné naissance aux systèmes de radionavigation qui consistent à positionner un utilisateur à partir de mesures réalisées sur des signaux radioélectriques émis par des satellites. Il existe actuellement plusieurs systèmes candidats pour remplir les fonctions de navigation par satellites GNSS (Global Navigation Satellite System) : le système militaire américain NAVSTAR-GPS (NAVigation System Time And Ranging - Global Positioning System) et le système soviétique GLONASS (GLObal NAVigation Satellite System). On peut également citer, le futur système de navigation européen Galiléo qui apportera une nouvelle dimension commerciale à la radionavigation.

Le GPS est un système de radionavigation qui permet de naviguer n'importe où sur le globe, tant sur terre et dans l'air que sur la mer. Le système GPS a un potentiel très important qu'on peut résumer en quelques qualités exceptionnelles comme la navigation en trois dimensions, la couverture quasi mondiale et quasi permanente, la précision de localisation et le nombre illimité d'utilisateurs pour un coût de service très faible. Le système GPS NAVSTAR est un système de positionnement par satellite conçu et mis en place par le département de la défense des USA. Le principe général du système GPS repose sur la mesure de la position séparant un récepteur de plusieurs satellites. Le système

GPS comprend trois segments :

- Le segment spatial : il est constitué d'une constellation de 24 satellites défilant en orbite polaire (ils se déplacent sur 6 plans orbitaux inclinés de  $55^\circ$ ) et diffusant des signaux radioélectriques. La période orbitale de chaque satellite est d'environ 12 heures. Le nombre, l'altitude des satellites et l'inclinaison des plans des orbites sont choisis de telle sorte qu'à tout instant, en tout point de la terre, on puisse voir un nombre minimal de satellites (4 satellites).
- Le segment de contrôle : il est composé de cinq stations au sol qui captent en permanence les signaux GPS sur les deux fréquences  $L_1$  et  $L_2$ . Les stations au sol transmettent en bande S les éphémérides des satellites ainsi que les paramètres d'horloge aux satellites, qui mettent à jour leur message de navigation. Les éphémérides radiodiffusées sont calculées une fois par jour pour chaque satellite.
- Le segment utilisateur : il présente l'ensemble des utilisateurs civils et militaires du système GPS. Ce segment est formé des récepteurs GPS.

### 1.2.2 Le signal GPS

La position du récepteur GPS est calculée à partir des ondes électromagnétiques émises par les satellites. Chaque satellite émet un message de navigation modulé sur deux fréquences porteuses  $L_1$  (1575.42 MHz) et  $L_2$  (1227.6 MHz). Il est multiplexé par deux codes pseudo aléatoires C/A (1.023 Mbits/s) et P (10.23 Mbits/s). Il s'agit ici d'un multiplexage DS-CDMA (Direct Sequence-Code Division Multiple Access) et d'une modulation de phase à deux états BPSK (Binary Phase Shift Keying). Le message de navigation  $m(t)$ , module toutes les ondes porteuses à la vitesse de 50 bits/s. Il comporte des informations sur l'orbite du satellite, sur l'ionosphère, sur les erreurs de synchronisation des horloges des satellites et sur l'état général des satellites. Dans ce message les données nécessaires à la navigation sont transmises par chaque satellite en 12.5 minutes. Le code pseudo aléatoire de chaque satellite, connu par le récepteur GPS, permet de différencier les messages de navigation et d'estimer par corrélation le temps mis par l'onde émise pour arriver au récepteur. Connaissant la vitesse de l'onde ( $3 \cdot 10^8 m/s$ ) et en supposant que l'horloge du

satellite et celle du récepteur sont synchrones, on peut estimer la pseudo-distance entre le satellite et le récepteur.

Le premier code pseudo aléatoire PRN (Pseudo Random Noise), nommé C/A, forme la base du SPS (Standard Positioning Service). Il s'agit d'un code binaire qui se répète chaque millièmme de seconde et qui est défini sur une période très courte ( $\simeq 1$  ms). Il est transmis sur la fréquence  $L_1$ . Chaque satellite GPS a son propre code C/A, ce qui permet de l'identifier.

Le deuxième code est nommé code P(ou Y). Il est à la base du PPS (Precise Positioning Service). Ce code binaire se répète tous les 267 jours. Le code P est transmis sur les porteuses  $L_1$  et  $L_2$ , ce code peut être crypté pour limiter son accès uniquement aux utilisateurs autorisés. Un récepteur qui utilise le code P sur les deux fréquences, sera plus précis [Lei95] car il pourra compenser les erreurs induites par la couche ionosphérique.

L'expression du signal à la fréquence porteuse  $L_1$  est donnée par la relation suivante :

$$S_{L_1}(t) = A_c.m(t).C(t).cos(w_{L_1}t + \phi) + A_p.m(t).P(t).sin(w_{L_1}t + \phi) \quad (1.1)$$

avec :

$A_c$  respectivement  $A_p$  : l'amplitude ou la puissance du signal C/A respectivement du signal P,

$m(t)=(\pm 1)$  : le message de navigation transmis par le satellite,

$C(t)=(\pm 1)$  : le code C/A du satellite,

$P(t)=(\pm 1)$  : le code P du satellite,

$w_{L_1}$  : la pulsation de la fréquence porteuse,

$\phi$  : le déphasage ou la phase.

L'expression du signal à la fréquence porteuse  $L_2$  est donnée par :

$$S_{L_2}(t) = A_p m(t) P(t) \cos(w_{L_2}t + \phi). \quad (1.2)$$

Dans le futur système GPS NAVSTAR [Anon02] le code civil C/A sera disponible sur la

porteuse  $L_2$ . On aura alors l'expression du signal suivante :

$$S_{L_2}(t) = A_p m(t)P(t) \cos(w_{L_2}t + \phi) + A_c m(t)C(t) \sin(w_{L_2}t + \phi). \quad (1.3)$$

Un récepteur civil multi-porteuses pourra donc calculer et compenser les erreurs induites par la couche ionosphérique. Dans la modernisation du système GPS, il est prévu aussi l'ajout d'une porteuse supplémentaire  $L_5$  (1176.45 MHz). Sur cette porteuse un code civil à 10.23 Mbits/s (fréquence du code P) sera disponible sur la composante en phase et en quadrature. Le message de navigation ne sera présent que sur une des deux composantes. On aura alors l'expression du signal suivant pour  $L_5$  [Heg99] :

$$S_{L_5}(t) = A_{C_1} m(t)C_1(t) \cos(w_{L_5}t + \phi) + A_{C_2} C_2(t) \sin(w_{L_5}t + \phi). \quad (1.4)$$

où,  $C_1(t)$  et  $C_2(t)$  sont deux codes civils composés d'un code pseudo aléatoire et d'un code de synchronisation [Mac03]. La fréquence du nouveau code civil étant plus importante que la fréquence du code C/A, les mesures de pseudo-distances seront plus précises et on sera moins sensible aux multi-trajets. L'absence de message de navigation sur l'une des composantes en quadrature facilitera la poursuite de la phase de la porteuse [Bas04].

### 1.2.3 La modulation du signal

#### Le multiplexage et le démultiplexage

La méthode de multiplexage ou de démultiplexage est employée pour séparer les signaux des différents satellites. Il s'agit d'une méthode de multiplexage dite à étalement de spectre correspondant à l'émission du signal sur une large bande de fréquences. Le multiplexage est la multiplication de  $m(t)$  par une séquence DS-SS (Direct Sequence - Code Division Multiple Access) pseudo-aléatoire, comme le code C/A ou P, composée de 1 ou -1. Le produit  $m(t).C(t)$  ou  $m(t).P(t)$  s'appelle le multiplexage. Ce produit dans le champ temporel se traduit par un produit de convolution dans le domaine fréquentiel, d'où l'étalement spectral du signal  $m(t)$  par les codes binaires C/A ou P dont la période des échantillons est faible.



L'opération de démultiplexage consiste à multiplier le signal reçu par le code du satellite généré par le récepteur (en effet, on a  $(C(t))^2 = (P(t))^2 = 1$ ). Cependant, dans la réalité, le signal  $L_1$  est reçu avec un décalage de temps  $\tau$  entre le satellite et le récepteur. Donc l'équation de  $S_{L_1}$  devient :

$$S_{L_1}(t) = A_c.m(t).C(t + \tau). \cos(w_{L_1}t + \phi) + A_p.m(t).P(t + \tau). \sin(w_{L_1}t + \phi) \quad (1.5)$$

A la réception, pour le démultiplexage, il est nécessaire de synchroniser le temps entre le satellite et le récepteur, c'est à dire déterminer  $\tau$  pour pouvoir multiplier le code reçu par le code synchrone du récepteur. Cette opération est réalisée à partir du calcul de corrélation entre le signal reçu et le signal généré par le récepteur.

## La Modulation et la Démodulation

Le système GPS diffuse en permanence des messages de navigation, en utilisant une modulation de type BPSK (Binary Phase Shift Keying), sur les deux fréquences porteuses  $L_1$  et  $L_2$ . La translation du signal  $L_1$  d'une fréquence à une autre, se fait en multipliant le signal par un cosinus en phase et par un cosinus en quadrature :

$$\begin{cases} A_c.m(t).C(t). \cos(w_{L_1}t) \\ A_p.m(t).P(t). \cos(w_{L_1}t + \frac{\pi}{2}) \end{cases}$$

La multiplication par le cosinus et/ou par le sinus s'appelle la modulation du signal. Par exemple, lors de sa transmission, on décale le signal sur  $L_1$  de la fréquence centrale 0 Hz à 1575.42 MHz.

Le signal arrive au récepteur en portant des informations des deux codes C/A et P, puisque le code P n'est pas accessible aux utilisateurs civils, le récepteur utilise un filtre pour éliminer le signal du code P. L'équation du signal reçu  $S_{L_1}$  est donnée par :

$$S_{L_1} = A_c.m(t).C(t + \tau). \cos(w_{L_1}t + \phi) \quad (1.6)$$

La démodulation consiste à multiplier le signal reçu par la fréquence porteuse générée par

le récepteur, soit  $\cos(w_{L_1}t)$  :

$$S_{L_1} \cdot \cos(w_{L_1}t) = A_c \cdot m(t) \cdot C(t + \tau) \cdot \cos(w_{L_1}t + \phi) \cdot \cos(w_{L_1}t) \quad (1.7)$$

Le développement de cette équation donne :

$$S_{L_1} \cdot \cos(w_{L_1}t) = \frac{A_c}{2} \cdot m(t) \cdot C(t + \tau) \cdot [\cos(2w_{L_1}t + \phi) + \cos(\phi)] \quad (1.8)$$

Après filtrage ou élimination de  $\cos(2w_{L_1}t + \phi)$  :

$$S_{L_1} \cdot \cos(w_{L_1}t) = \frac{A_c}{2} \cdot m(t) \cdot C(t + \tau) \cdot \cos(\phi) \quad (1.9)$$

Finalement, on récupère le message de navigation en multipliant le signal démodulé par le code  $C/A$  du satellite généré par le récepteur synchronisé :

$$S_{L_1} \cdot \cos(w_{L_1}t) \cdot C(t + \tau) = \frac{A_c}{2} \cdot m(t) \cdot \cos(\phi) \quad (1.10)$$

A la réception il sera donc nécessaire de synchroniser la porteuse avec le signal reçu ( $\cos(\phi)=1$ ) pour avoir un signal démodulé de puissance maximum.

En pratique, deux problèmes se posent : le premier, l'acquisition du signal, est la synchronisation ou l'accrochage du code et de la fréquence porteuse générés par le récepteur avec le signal reçu. Le second est la "poursuite" de l'accrochage avec le code et la fréquence pour garder le récepteur synchronisé.

## La Corrélacion

Un récepteur souhaitant s'accrocher sur un satellite doit générer un code identique au code du satellite reçu. Le satellite est alors identifié puis synchronisé à partir d'une mesure de corrélation définie par :

$$I(\tau) = A \int_0^T C(t) \cdot C(t - \tau) dt \quad (1.11)$$

$C(t)$  est le code local récepteur et  $C(t - \tau)$  le code reçu. Etant données les propriétés des codes PRN C/A et P, la corrélation de deux codes de satellites différents est proche de zéro. C'est ce qui va permettre d'identifier les satellites visibles. De plus, quand les codes sont identiques la corrélation est maximale pour la valeur de  $\tau$  qui correspond à la différence de temps de synchronisation entre les signaux (temps de propagation du signal). L'opération de corrélation permettra donc d'estimer le temps de synchronisation utilisé pour le calcul de la pseudo-distance et le démultiplexage des signaux.

## 1.2.4 Les observables GPS

### Les observables de code

Le code généré par le satellite arrive au récepteur avec un retard  $\Delta t$  correspondant au temps de propagation mis par l'onde électromagnétique pour parcourir le chemin satellite récepteur. Cependant, l'horloge du récepteur et celle des satellites sont affectées d'un biais car elles ne sont pas synchrones au temps de référence UTC (Universal Coordinated Time of US Naval Observatory (USNO)). Ce biais se traduit par une erreur de mesure du temps de propagation des signaux GPS, donc par une erreur sur les mesures de distances satellites récepteur. La relation qui lie la pseudo-distance  $P_r$  et le temps de propagation  $\Delta t$  est donnée par :

$$P_r = c.\Delta t \quad (1.12)$$

$c$  est la vitesse de la lumière.

$\Delta t$  est le temps de propagation du signal, du satellite jusqu'au récepteur.

On note  $\Delta t^s$  et  $\Delta t_r$  respectivement le décalage de l'horloge du satellite et de celle du récepteur sur l'échelle de temps UTC. On note  $(x, y, z)$  la position du récepteur et  $(x^s, y^s, z^s)$  la position du satellite  $s$ . Soit  $d^s$  la distance réelle qui sépare le satellite  $s$  du récepteur :

$$d^s = \sqrt{(x - x^s)^2 + (y - y^s)^2 + (z - z^s)^2} \quad (1.13)$$

On a alors [Duq98] :

$$P_r^s = d^s + c.(\Delta t^s - \Delta t_r) \quad (1.14)$$

On notera :  $b = -c.\Delta t_r$  le biais de synchronisation du récepteur avec le temps UTC qui est le même pour tous les satellites. Il sera estimé avec la position du récepteur. L'écart de temps  $\Delta t^s$  est calculé à partir de données disponibles dans le message de navigation. Dans cette expression on ne tient pas compte des différents biais supplémentaires liés à la propagation du signal et à l'environnement du récepteur. En pratique, ces biais sont estimés à partir de modèles.

### Les observables de phase

Lors de la démodulation, le récepteur mesure un écart de phase entre la porteuse du signal reçu et le signal généré par le récepteur. Au cours de son utilisation le récepteur GPS mesure en nombre de cycles (nombre de périodes) l'évolution du déphasage. Le nombre de cycles est cumulé depuis sa mise en fonctionnement. Soit  $\Phi^s$  ce nombre de cycles et  $\lambda$  la longueur d'onde de la porteuse,  $\lambda\Phi^s$  est l'évolution de la distance séparant le récepteur du satellite  $s$  depuis sa mise en fonctionnement. On note la mesure de pseudo-distance suivante [Duq98] :

$$L^s = \lambda\Phi^s = d^s + c.(\Delta t^s - \Delta t_r) - \lambda N^s \quad (1.15)$$

où  $N^s$ , l'ambiguïté entière, est le nombre de cycles entre le récepteur et le satellite à sa mise en fonctionnement. On remarquera que  $\lambda\Phi^s + \lambda N^s$  constitue une mesure de pseudo-distance sous réserve d'avoir préalablement calculé la valeur de l'ambiguïté entière.

## 1.2.5 La pseudo-distance GPS

### La pseudo-distance

Chaque mesure de la pseudo-distance satellite-récepteur définit une sphère dont le centre est le satellite. Trois satellites sont nécessaires pour déterminer la position  $(x,y,z)$  du récepteur en trois dimensions. Un quatrième satellite est nécessaire pour tenir compte de la non synchronisation  $b$  de l'horloge du récepteur et des horloges des satellites. Soit  $(x^s, y^s, z^s)$  les coordonnées du satellite  $s$ , on obtient pour quatre satellites un système de quatre équations à quatre inconnues dont la résolution aboutit aux coordonnées du récepteur. Pour quatre satellites  $s = \{1,2,3,4\}$ , les équations de navigation du système

GPS dans le repère cartésien sont [Moh01] :

$$Pr^s = \sqrt{(x - x^s)^2 + (y - y^s)^2 + (z - z^s)^2} + b \quad (1.16)$$

On suppose ici que les satellites sont synchronisés entre eux (synchronisés au temps UTC). Il existe différentes méthodes pour résoudre ce système d'équation non linéaire [Cho03] dont l'objectif est de trouver la position de l'utilisateur  $(x, y, z)$  et le biais de temps  $b$ .

### La vitesse relative satellite-récepteur

La distance relative  $Pr^s$  qui sépare le satellite  $s$  du récepteur GPS change au cours du temps. En effet, la position du récepteur évolue de même que la position des satellites qui ne sont pas géostationnaires. Ce mouvement traduit une vitesse instantanée en [m/s] définie par la relation suivante :

$$V_d = \frac{d(Pr^s)}{dt} \quad (1.17)$$

Le mouvement entre émetteur et récepteur provoque une augmentation ou une diminution de la fréquence de l'onde reçue par le récepteur. Ce décalage de fréquence est appelé effet Doppler. L'écart des fréquences  $\Delta f$  en [Hz], que l'on observe sur la fréquence porteuse  $f_1$ , est fonction de la vitesse relative entre le satellite et l'utilisateur :

$$\Delta f = V_d \cdot \left(\frac{f_1}{c}\right) \quad (1.18)$$

où,  $c$  est la vitesse de la lumière. L'équation de la pseudo-vitesse en fonction de la position du récepteur et du satellite  $s$  est obtenue en dérivant 1.16 et est donnée par [Moh01] :

$$\dot{Pr}^s = \frac{1}{(Pr^s - b)} [(x^s - x)(\dot{x}^s - \dot{x}) + (y^s - y)(\dot{y}^s - \dot{y}) + (z^s - z)(\dot{z}^s - \dot{z})] + \dot{b} \quad (1.19)$$

$\dot{Pr}^s$  représente la pseudo-vitesse relative entre le satellite  $s$  et le récepteur,

$(\dot{x}^s, \dot{y}^s, \dot{z}^s)$  est la vitesse (connue) du satellite  $s$ ,

$(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$  est la vitesse du récepteur,

$\dot{b}$  est la dérive d'horloge.

Pour calculer la vitesse  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$  du récepteur GPS et la dérive d'horloge  $\dot{b}$ , quatre satellites sont nécessaires.

## 1.2.6 Estimation de la position

### Méthode d'estimation directe par les moindres carrés

En développant sous forme de série de Taylor l'expression de la pseudo-distance autour du point de fonctionnement  $(x_0, y_0, z_0, b_0)$ , on définit l'observation résiduelle par :

$$\begin{aligned} \Delta Pr^s &= Pr^s - Pr_0^s \\ &= \Delta x \frac{\partial(Pr^s)}{\partial x} + \Delta y \frac{\partial(Pr^s)}{\partial y} + \Delta z \frac{\partial(Pr^s)}{\partial z} + \Delta b \frac{\partial(Pr^s)}{\partial b} \end{aligned} \quad (1.20)$$

où  $(\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta b)$  est la différence entre la position courante recherchée  $(x, y, z, b)$  et l'observation précédente définie comme point de fonctionnement.  $Pr^s$  est la pseudo-distance entre le satellite  $s$  et la position courante, et  $Pr_0^s$  est la distance entre le point de fonctionnement et le satellite  $s$ . Pour  $n$  satellites nous avons un système de  $n$  équations qui peut être écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} \Delta Pr^1 \\ \Delta Pr^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \Delta Pr^n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial(Pr^1)}{\partial x} & \frac{\partial(Pr^1)}{\partial y} & \frac{\partial(Pr^1)}{\partial z} & \frac{\partial(Pr^1)}{\partial b} \\ \frac{\partial(Pr^2)}{\partial x} & \frac{\partial(Pr^2)}{\partial y} & \frac{\partial(Pr^2)}{\partial z} & \frac{\partial(Pr^2)}{\partial b} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial(Pr^n)}{\partial x} & \frac{\partial(Pr^n)}{\partial y} & \frac{\partial(Pr^n)}{\partial z} & \frac{\partial(Pr^n)}{\partial b} \end{pmatrix}_{x=x_0} \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta b \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \nu^1 \\ \nu^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \nu^n \end{pmatrix}$$

Ce système s'exprime sous sa forme matricielle réduite par :

$$\underline{\Delta Pr} = H \underline{\Delta X} + \underline{\nu} \quad (1.21)$$

On montre alors [Lei95] que la meilleure estimation, au sens de l'erreur quadratique

moyenne, de  $\widehat{\underline{\Delta X}}$  est donnée par :

$$\widehat{\underline{\Delta X}} = (H^T H)^{(-1)} H^T \underline{\Delta Pr} \quad (1.22)$$

$\underline{X}_0 = (x_0, y_0, z_0, b_0)^T$  est la position du point de fonctionnement. En pratique, on utilisera l'estimation de la position précédente. La position courante est donnée par :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ b \end{pmatrix} = \widehat{\underline{\Delta X}} + \underline{X}_0$$

Remarque : en pratique, la terre tourne dans le repère fixe ECEF (Earth Centred Earth Fixed) et  $Pr^s$  la pseudo-distance satellite-récepteur est en réalité la distance entre le satellite et le récepteur qui a effectué une rotation d'un angle  $\Omega_E \Delta t$ .  $\Omega_E$  est la vitesse de rotation de la terre et  $\Delta t$  le temps de propagation du signal du satellite vers le récepteur. Pour compenser cet effet on calcule les paramètres de la matrice  $H$  et le vecteur  $\underline{\Delta Pr}$  avec la position du point de fonctionnement après rotation d'un angle  $\Omega_E \Delta t$ .

### Méthode d'estimation par filtre de Kalman

On peut aussi estimer la position du récepteur GPS en utilisant un filtre de Kalman dont les observations sont les pseudo-distances et les vitesses relatives obtenues pour quatre satellites. On utilise généralement les mesures des quatre satellites visibles qui fournissent le meilleur DOP (Dilution Of Precision). Le filtre est construit à partir des équations classiques de la dynamique du mouvement et de l'équation reliant le biais et la dérive d'horloge [Dee95]. Le vecteur d'état  $X(k)$  décrit la position, la vitesse de l'utilisateur, et l'écart de synchronisation du récepteur avec le temps UTC.

$$X(k) = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, b, \dot{b}]^T \quad (1.23)$$

L'équation de mesure dans ce cas est définie à partir des expressions 1.16 de la pseudo-distance et 1.19 de la vitesse relative satellite utilisateur. L'équation de mesure étant

non linéaire, on utilisera un filtre de Kalman étendu pour la mise en oeuvre du filtre d'estimation de la position (annexe A).

### 1.2.7 Fonctionnement du récepteur GPS

Dans une première étape, le récepteur réalise l'accrochage en code et en fréquence du signal reçu. Dans cette étape, les satellites visibles sont identifiés. La fréquence du signal reçu est estimée ainsi que le décalage du code de chaque satellite. Dans une deuxième étape, correspondant à la fonction nominale du récepteur, il réalise la poursuite en code et en fréquence du signal reçu. Dans ce mode, le récepteur asservit les signaux générés localement (code et fréquence) sur le signal reçu. Le décalage du code et la variation de la phase permet de calculer la pseudo-distance séparant le satellite du récepteur, tandis que la variation de la fréquence porteuse due à l'effet Doppler donne la vitesse du récepteur.

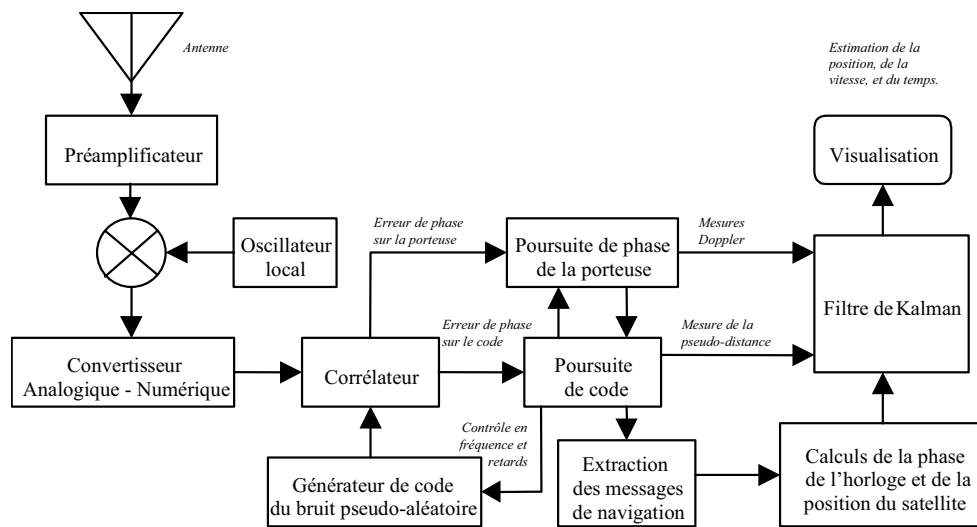


FIG. 1.1 – Schéma de principe du récepteur GPS.

Sur la figure 1.1, on représente les différentes fonctionnalités d'un récepteur GPS. Dans une première étape le signal est mis en forme, c.à.d réceptionné par l'antenne et amplifié, ramené à une fréquence plus faible par le mélangeur pour être ensuite numérisé. Dans une seconde étape on réalise la démodulation et le démultiplexage des signaux au travers de boucles de poursuite de code et de phase. Finalement, dans une dernière étape le message de navigation est extrait, et la position du récepteur est calculée. Un filtre de Kalman



est finalement utilisé pour lisser les mesures de positions obtenues avant qu'elles ne soient affichées.

### 1.2.8 Les sources d'erreurs du système GPS

La précision du système GPS est affectée par des phénomènes liés au système et à l'environnement extérieur.

#### Erreurs liées au système

- L'accès sélectif (SA) : C'est la principale source d'erreur, désactivée depuis mai 2000. C'est une dégradation volontaire imposée par le gouvernement américain agissant sur les horloges embarquées et sur les éphémérides radiodiffusées. Sans l'activation du SA, la précision d'un point isolé est inférieure à 40 m dans 95 pour cent des cas et de 100 m lorsqu'elle est activée.
- L'ionosphère : C'est la couche de l'atmosphère qui s'étend de 50 à 1000 km. C'est un milieu ionisé par l'action des radiations solaires. L'effet sur la mesure des distances aux satellites peut varier de 0 à 50 m.
- La troposphère : C'est la couche basse de l'atmosphère située de 7 à 14 km. Le retard troposphérique est d'environ 2 m pour un satellite au zénith jusqu'à 30 m pour une élévation de 5°. Il dépend de la température, de la pression et de l'humidité.
- Les éphémérides : Il s'agit d'une erreur sur les orbites radiodiffusées. Cette erreur est de l'ordre de 2 à 20 m (sans la SA).

Ces erreurs sont partiellement ou complètement corrigées par la technique du GPS différentiel DGPS.

#### Erreurs liées à l'environnement extérieur

- Le multi-trajets : Ce phénomène apparaît lorsque le signal issu du satellite arrive au récepteur après avoir suivi un autre chemin que le trajet direct en particulier après réflexion sur un obstacle. Des antennes et récepteurs performants permettent de réduire cet effet.

- Le récepteur : La qualité des récepteurs (nombre de canaux, qualité de l’horloge, antenne de réception, traitement du signal...) influe sur la précision du positionnement.
- La dilution de la précision DOP : Une géométrie des satellites défavorable provoque une imprécision dans le résultat.

## 1.3 Les capteurs odomètre et gyromètre de localisation relative

### 1.3.1 L’odomètre 2D

L’odomètre permet de fournir une estimation des déplacements d’un véhicule terrestre en mesurant la rotation de ses roues. Le calcul de la position relative du véhicule est réalisé par intégration des rotations élémentaires des roues. Généralement, l’odomètre est composé de codeurs incrémentaux qui permettent de mesurer les angles de rotation avec une précision qui dépend de la résolution du codeur. L’information de déplacement nécessitera la connaissance du diamètre des roues, de l’entraxe des roues, de la structure mécanique et cinématique du véhicule. La localisation par odométrie a pour principaux avantages sa facilité et son faible coût de mise en oeuvre et la cadence élevée avec laquelle peuvent être réalisées les mesures.

Le principe de l’odomètre consiste à déterminer les déplacements élémentaires  $\Delta D_d$  et  $\Delta D_g$  des roues droite et gauche du véhicule en mesurant leurs rotations élémentaires pendant une période d’échantillonnage  $T_e$ . Les déplacements circulaires élémentaires des roues droite et gauche sont obtenus par les formules suivantes :

$$\Delta D_d = R_d \Delta \alpha_d \quad (1.24)$$

$$\Delta D_g = R_g \Delta \alpha_g \quad (1.25)$$

$\alpha_d$  et  $\alpha_g$  sont respectivement la rotation élémentaire de la roue droite et celle de la roue gauche pendant  $T_e$ .  $R_d$  et  $R_g$  sont respectivement le rayon de la roue droite et celui de la

roue gauche. On peut alors calculer les translations  $\Delta D$  et les rotations  $\Delta\theta$  élémentaires effectuées par le véhicule pendant  $T_e$  :

$$\Delta D = \frac{\Delta D_d + \Delta D_g}{2} \quad (1.26)$$

$$\Delta\theta = \frac{\Delta D_d - \Delta D_g}{E} \quad (1.27)$$

où :

$E$  l'entraxe, est la distance séparant les points de contact avec le sol des roues droite et gauche. Le rayon des roues et l'entraxe constituent les paramètres géométriques du véhicule.

Sous l'hypothèse d'un mouvement plan horizontal (2D) et connaissant le modèle cinématique du véhicule, l'intégration successive des déplacements élémentaires orientés ( $\Delta D$  et  $\Delta\theta$ ), permet de calculer de façon itérative la position  $(x, y)$  et le cap  $\theta$  courant du véhicule dans le repère lié à sa configuration initiale. Sous l'hypothèse que la trajectoire du véhicule est circulaire entre  $k-1$  et  $k$ , le mobile décrit ainsi un arc de cercle de longueur  $\Delta D$  tangent au départ à la direction définie par  $\theta(k-1)$ , et tel que la tangente à son extrémité correspond à un cap de  $\theta(k)$ . Les équations obtenues sont alors les suivantes (Modèle de Char) :

$$\begin{cases} x(k) = x(k-1) + \frac{\sin(\frac{\Delta\theta(k)}{2})}{(\frac{\Delta\theta(k)}{2})} \Delta D(k) \cos(\theta(k-1) + \frac{\Delta\theta(k)}{2}) \\ y(k) = y(k-1) + \frac{\sin(\frac{\Delta\theta(k)}{2})}{(\frac{\Delta\theta(k)}{2})} \Delta D(k) \sin(\theta(k-1) + \frac{\Delta\theta(k)}{2}) \\ \theta(k) = \theta(k-1) + \Delta\theta(k) \end{cases} \quad (1.28)$$

Ces équations ne permettent pas un calcul simple des variances associées à l'estimation de la configuration du véhicule [Gau00]. Elles peuvent être simplifiées sous l'hypothèse de  $\Delta\theta$  faible [Che92], [Vag93] et [Gau00]. L'odomètre présente l'avantage d'être une technique à la fois peu coûteuse et simple à mettre en oeuvre. Il décrit correctement la cinématique du véhicule dans des conditions de déplacement idéal : paramètres cinématiques du véhicule constants et parfaitement connus, roulement sans glissement, surface de roulement plane, horizontale et régulière (absence de trous ou de bosses). Ces conditions ne sont que

rarement remplies dans la pratique, particulièrement en environnement extérieur. Généralement, la localisation par odomètre est affectée par un certain nombre d'erreurs dont certaines seront présentées et implantées dans le modèle de simulation [Abb95].

### 1.3.2 Le gyromètre

Le gyromètre est un appareil permettant d'effectuer une mesure de la rotation absolue de son boîtier vis-à-vis de son espace absolu. En d'autres termes il mesure les variations angulaires du véhicule autour de ses axes privilégiés. C'est la mesure de la vitesse angulaire fournie par le gyromètre qui détermine l'attitude du véhicule (variations de cap) tout au long de son mouvement par simple intégration dans le temps des mesures gyrométriques [Bor96] et [Mak95].

Les gyromètres peuvent être classés en deux grandes catégories : les gyromètres mécaniques [Asc87] et les gyromètres optiques [Kur90].

Un gyromètre mécanique contient une toupie entraînée à une grande vitesse de rotation autour de son axe principal  $YY'$ . On applique un couple à l'axe  $YY'$  de la toupie pour forcer celle-ci à suivre les rotations du boîtier (voir figure 1.2).

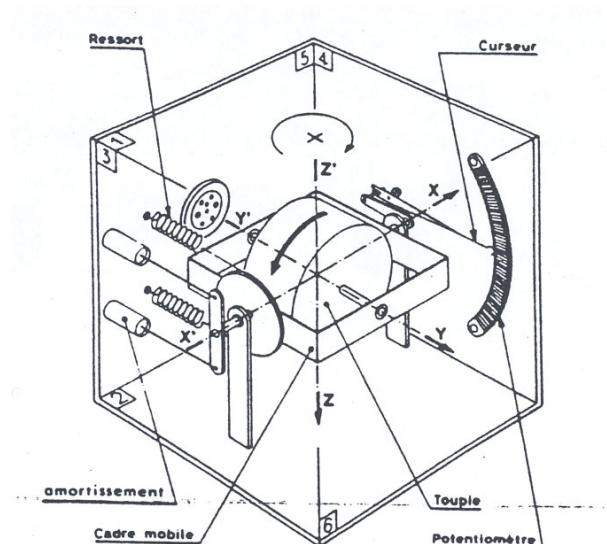


FIG. 1.2 – Schéma de principe d'un gyromètre [Vag93].

La vitesse de rotation mesurée est appliquée selon l'axe d'entrée  $ZZ'$  du gyromètre.

Sous l'action de cette rotation de vitesse angulaire  $w$ , il apparaît un couple  $C_g$  suivant l'axe  $XX'$ . Il est proportionnel à  $w$  et tend à faire tourner le cadre de la toupie. Ce couple est équilibré par une force de rappel élastique  $C_r$ , fournie par un ressort, proportionnelle à l'angle  $\alpha$  dont le cadre a tourné. L'égalité de  $C_g$  et  $C_r$  à l'équilibre conduit à la relation suivante :

$$\alpha = \frac{w.H}{K} \quad (1.29)$$

$H$  : est le moment cinétique de la toupie.

$K$  : est la raideur du ressort de rappel.

$\alpha$  : est mesuré à l'aide d'un potentiomètre.

Le gyromètre mécanique donne donc la vitesse angulaire du boîtier [Vag93]. Dans les gyromètres mécaniques plus performants, le rappel est effectué par asservissement électronique. Le frottement dans les roulements de soutien, les influences externes, et les petits déséquilibres incohérents à la construction du rotor font dériver même les meilleurs gyromètres mécaniques avec le temps.

Le gyromètre vibrant est un modèle de gyromètre mécanique dont le principe est basé sur la mesure des modifications du mouvement vibratoire. En effet, un élément vibrant tend à maintenir son plan de vibration lors d'une rotation. Si le capteur tourne il modifie le mouvement vibratoire et c'est cette modification qui est détectée et qui sert à déterminer la vitesse angulaire.

Les capteurs de rotation optique, plus performant, ne montrent aucune sensibilité à la gravité, éliminant ainsi le besoin d'un dispositif mécanique. Le gyromètre laser, par exemple, utilise deux faisceaux produits par un laser, qui parcourent dans des directions opposées selon une trajectoire plane définie par un ensemble de miroirs formant une cavité. Si on applique une rotation instantanée à la cavité suivant un axe perpendiculaire au plan de la trajectoire des faisceaux, il apparaît une modification (diminution, augmentation) des trajets optiques des deux faisceaux qui est différente. On a alors une perturbation de l'état stable de résonance des deux faisceaux qui induit une modification de leurs fréquences. C'est la mesure de cette différence de fréquence qui donnera la vitesse de rotation angulaire du gyromètre.

Il existe aussi des gyromètres à fibre optique. Leurs principes de fonctionnement reposent sur une mesure de déphasage de deux faisceaux laser qui parcourent une fibre optique dans des sens différents. Le déphasage est alors proportionnel à la vitesse de rotation du système.

## 1.4 Les modèles de simulation

### 1.4.1 Le GPS

La mesure de distance  $d^s$  est affectée par plusieurs sources d'erreurs : l'ionosphère, la troposphère, l'accès sélectif (SA), les multi-trajets et les erreurs du récepteur (bruit thermique et erreur de calcul). En prenant en compte l'ensemble de ces facteurs l'expression générale de la pseudo-distance mesurée à partir du code est donnée par [Duq98] :

$$Pr_j^s = d^s + c(\Delta t^s - \Delta t_r) + I_j^s + T^s + M^s + SA + \xi_j^s \quad (1.30)$$

où :

$Pr_j^s$  : la pseudo-distance entre le satellite  $s$  et l'utilisateur

pour la fréquence porteuse  $f_j$ ,

$\Delta t^s - \Delta t_r$  : l'erreur de synchronisation avec le temps UTC,

$I_j^s$  : biais dû au retard ionosphérique,

$T^s$  : biais dû au retard troposphérique,

$M^s$  : l'erreur liée au phénomène de multi-t trajet,

$SA$  : l'accès sélectif,

$\xi_j^s$  : bruit de mesure du récepteur.

L'expression générale de la pseudo-distance mesurée à partir de la phase est donnée par [Duq98] :

$$L_j^s = d^s - \lambda N_j^s + c(\Delta t^s - \Delta t_r) - I_j^s + T^s + M^s + SA + \xi_j^s \quad (1.31)$$

où,  $N_j^s$  : est l'ambiguïté entière en nombre de périodes du satellite  $s$  et de la fréquence porteuse  $j$ .

L'accès sélectif SA permet au gouvernement américain de contrôler la précision de la navigation en créant artificiellement des erreurs d'éphémérides ou des fluctuations d'horloge satellite. On peut considérer cette erreur nulle, car actuellement la SA n'est pas activée.

La présence d'un multi-trajets est constatée lorsque le signal issu du satellite arrive au récepteur après avoir suivi un autre chemin que le chemin direct en particulier après réflexion sur un obstacle proche. L'erreur d'un multi-trajets  $M^s = \cos(\varphi)\Delta M$  peut être modélisée par un signal aléatoire gaussien filtré  $\Delta M$  dont la variance est proportionnelle à l'erreur multi-trajets et est pondérée par une fonction de l'angle d'élévation du satellite  $\phi$  [Kap96]. On traduit ici le fait que les satellites de faible élévation sont fortement sujets aux multi-trajets ce qui n'est pas le cas pour les satellites se situant au zénith du récepteur.

### Erreur due à la propagation dans l'ionosphère

L'ionosphère est un milieu ionisé donc dispersif. C'est un milieu dans lequel la vitesse de propagation d'une onde radioélectrique dépend de sa fréquence. Le biais ionosphérique dépendra donc de la fréquence de l'onde. Ce biais ionosphérique est souvent exprimé sous la forme [Lei95] :

$$I_j^s = \frac{-40.3}{f_j^2} \int Neds \quad (1.32)$$

où :

$\int Neds$  : est le nombre total d'électrons rencontrés par l'onde sur le trajet.

$f$  : la fréquence de la porteuse.

Souvent le paramètre ionosphérique est exprimé en fonction du *TEC* (Total Electron Content) :

$$I_j^s = \frac{-40.3}{f_j^2} \times TEC \quad (1.33)$$

Le TEC est le produit de la densité électronique par l'épaisseur traversée. Celui-ci est sensible à l'activité solaire et dépend de l'heure locale, de la latitude, de la saison et du jour. De plus, le *TEC* est vivement perturbé par les orages magnétiques. Une

approximation classique du  $TEC$  est donnée par l'expression suivante :

$$TEC = S(E) \times TECv \quad (1.34)$$

où,  $S(E)$  représente le facteur d'inclinaison du satellite avec le zénith.  $E$  est l'angle d'inclinaison avec le zénith.  $TECv$  est la valeur du  $TEC$  pour un signal émis par un satellite se trouvant au zénith du récepteur.  $S(E)$  peut s'écrire de la façon suivante :

$$S(E) = \sqrt{1 - \left(\frac{R \times \cos(E)}{R + h}\right)^2} \quad (1.35)$$

On suppose ici, que l'ionosphère peut être approché par une coquille sphérique mince qui est située à une altitude  $h = 400$  km au-dessus de la surface de la terre.  $R$  désigne le rayon de la terre. Le modèle utilisé dans nos simulations est le modèle décrit dans [Kap96] (GPSSoft : Satellite Navigation Toolbox 2.0 pour Matlab).

En pratique, la valeur du TEC n'est pas connue, deux méthodes sont alors possibles pour estimer le biais ionosphérique. On peut utiliser le modèle Klobuchar [ICD97] qui permet d'estimer l'offset ionosphérique à partir de l'élévation du satellite, de sa hauteur et de paramètres contenus dans le message de navigation. Cette méthode est utilisée dans les récepteurs GPS mono-porteuse.

Quand le récepteur est multi-porteuses, la correction ionosphérique peut être éliminée ou déterminée en utilisant des mesures sur les deux porteuses  $L_1$  et  $L_2$ . En effet, on peut dire que, les deux signaux parcourant le même trajet au même instant, la quantité d'électrons rencontrée (densité électronique multipliée par l'épaisseur de la couche ionosphérique traversée) est la même et on peut alors comparer les distances obtenues sur les



deux fréquences. On a :

$$Pr_1^s = \tilde{P}r_1^s + I_1^s \quad (1.36)$$

$$Pr_2^s = \tilde{P}r_1^s + I_2^s \quad (1.37)$$

$$I_1^s = \frac{A}{f_1^2} \text{ et } I_2^s = \frac{A}{f_2^2} \quad (1.38)$$

$$I_2^s = \frac{f_1^2}{f_2^2} I_1^s \quad (1.39)$$

d'où :

$$I_1^s = \frac{Pr_1^s - Pr_2^s}{1 - \frac{f_1^2}{f_2^2}} \quad (1.40)$$

L'utilisation de la combinaison linéaire  $L_3$  des deux porteuses  $L_1$  et  $L_2$ , permet d'éliminer l'effet ionosphérique [Lei95]. On a :

$$Pr_3^s = \frac{1}{f_1^2 - f_2^2} (f_1^2 Pr_1^s - f_2^2 Pr_2^s) \quad (1.41)$$

### Erreur due à la propagation dans la troposphère

La vitesse de l'onde dans la troposphère dépend de l'indice de l'air qui dépend lui-même des conditions météorologiques. L'effet est le même pour les deux fréquences GPS et intervient comme une correction à apporter à la distance par rapport à un trajet dans le vide. Le décalage troposphérique  $T^s$  peut être modélisé de la façon suivante :

$$T^s = \int (n - 1) ds = 10^{-6} \int N_{tro} ds \quad (1.42)$$

avec  $n$  l'indice de réfraction troposphérique et  $N_{tro}$  le co-indice.  $N_{tro}$  est décomposé en une composante humide  $N_h$  et une composante sèche  $N_s$  :

$$N_{tro} = N_h + N_s \quad (1.43)$$

En pratique, on utilise des modèles de correction troposphérique [Duq98] dont les paramètres sont la température, la pression, l'humidité et l'élévation du satellite. Le modèle

utilisé dans nos simulations est le modèle [Lei95] (GPSofT : Satellite Navigation Toolbox 2.0 pour Matlab). L'effet du biais troposphérique affecte principalement la détermination de la hauteur et reste la première cause de la limitation de la précision sur cette composante.

### Bruit thermique du récepteur

On distingue deux types de bruits : les bruits blancs gaussiens (AWGN : Additive White Gaussian Noise) et les signaux sinusoïdaux (CWI : Carrier Wave Interference). Le bruit thermique est un bruit blanc généré par la terre, auquel vient s'ajouter le bruit généré par le récepteur lui-même (pertes dues à l'antenne, aux câbles...). La densité spectrale du bruit thermique est définie par [Moh01] :

$$N = 10 \log(k.T) \approx -204 \quad [dBW/Hz] \quad (1.44)$$

où,  $k$  est la constante de Boltzmann ( $k \approx 1,38 \cdot 10^{-23}$  J/K) et  $T$  est la température de référence ( $T = 290$  °K). La puissance de bruit après l'antenne du récepteur est donc :

$$N_{ther} = N + 10 \log(B) + N_f \quad [dBW] \quad (1.45)$$

où,  $B$  est la bande passante du filtre du récepteur et  $N_f$  représente le bruit du récepteur (typiquement  $N_f \approx 4$  dB). Le signal associé au code C/A sur la porteuse  $L_1$  a une puissance de -160 dBW à la réception. On peut calculer le rapport signal sur bruit en fonction de la bande passante du filtre: tableau (1.1).

Bande passante	2 MHz	8 MHz	20 MHz
SNR au récepteur (dB)	-23	-29	-33

TAB. 1.1 – Valeurs du bruit thermique.

On constate deux propriétés importantes du SNR (Signal Noise Ratio) :

- Le SNR diminue lorsque la bande passante augmente.

- le signal GPS est toujours situé en dessous du plancher du bruit thermique. Le signal émis par un autre satellite, est considéré comme un bruit additif négligeable.

Les bruits sinusoïdaux sont quant à eux dus aux émissions parasites dans la bande de fréquence du GPS, qu’elles soient volontaires ou non.

Dans les modèles de simulation on considère le bruit thermique après la corrélation, comme étant un bruit additif gaussien sur la mesure de la pseudo-distance. L’écart type de la mesure de la pseudo-distance peut s’exprimer par la relation [Spi96] :

$$\sigma_{Pr} \approx Tc \sqrt{\frac{Blc}{2C/N_0} \left(1 + \frac{2}{C/N_0}\right)} \quad (1.46)$$

où :

$Tc$  : la longueur du code PRN (293 m ou 29.3 m),

$Blc$  : la bande de boucle du code,

$C/N_0$  : le rapport signal sur bruit en sortie du corrélateur,

$Ti$  : le temps d’intégration.

Pour une mesure sur le code C/A, on obtient 7.8 m avec un  $C/N_0$  moyen de 32 dBHz, une bande de boucle de 1 Hz et un  $Ti$  de 1 milliseconde.

Le bruit sur la mesure de phase est supposé être un bruit additif gaussien [Kap96]. L’écart type de la mesure de phase peut s’exprimer par la relation suivante :

$$\sigma_L \approx \sqrt{\frac{Bl}{C/N_0}} \quad (1.47)$$

où :

$Bl$  : la bande passante du système bouclé.

L’erreur sur la mesure de phase est de l’ordre du millimètre, soit beaucoup plus faible que pour le code.

### 1.4.2 L’odomètre

Pour modéliser l’erreur de mesure de l’odomètre [Abb95], on considère le schéma fonctionnel de la figure (1.3). Sur cette figure on représente les roues et des trous dans les roues

qui matérialisent les codeurs. A chaque passage du codeur devant le capteur, celui ci produit une impulsion. Pour un odomètre optique les codeurs sont des fentes réalisées sur

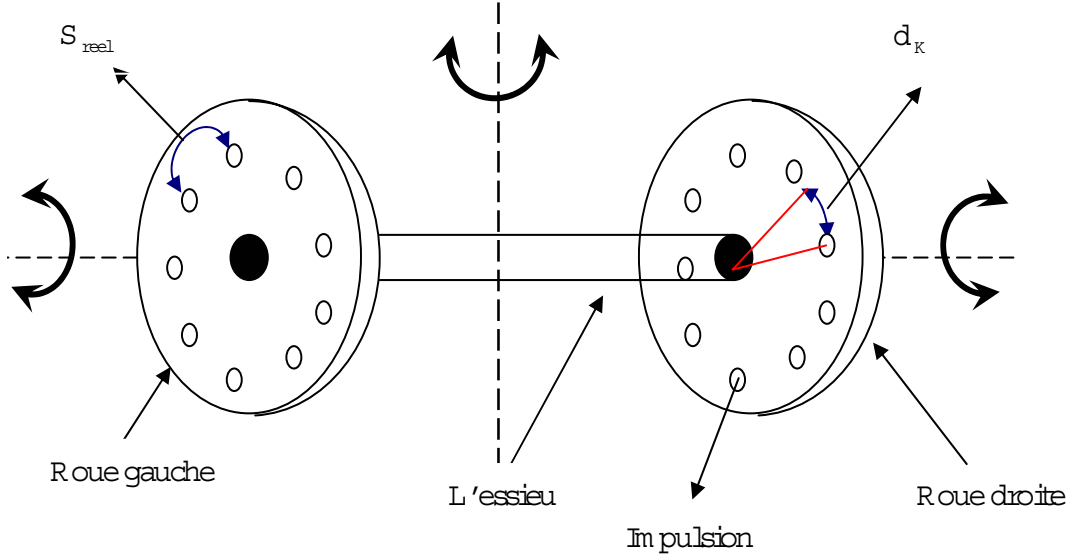


FIG. 1.3 – Principe du capteur odomètre.

la roue et le capteur est un dispositif optique. Pour un odomètre magnétique les codeurs sont réalisés à l'aide d'aimants et le capteur est un détecteur de champ magnétique.

Soit  $S_{reel}$  la distance curviligne entre deux pas de codeurs.  $S_{reel}$  dépend du rayon de la roue du véhicule qui n'est pas nécessairement constant. En effet, le rayon change avec la vitesse du véhicule et la pression des pneumatiques. Soit  $S_{nominal}$ , une valeur de  $S_{reel}$  connue dans les conditions d'étalonnages du capteur et supposée constante. On définit le biais de l'odomètre par :

$$\delta S = S_{reel} - S_{nominal} \quad (1.48)$$

Notons que  $\delta S$  n'est pas nécessairement constant, et n'est pas connu exactement. Notons également que  $S_{reel}$ ,  $S_{nominal}$  et  $\delta S$  sont définis par rapport à la distance parcourue associée à une impulsion.

Nous cherchons maintenant à dériver une expression de l'erreur de mesure de l'odomètre. On suppose qu'au  $k^{ime}$  échantillon le capteur est placé aléatoirement suivant une distribution uniforme entre deux codeurs quelconques de la roue. Soit  $d_k$  la distance que

doit parcourir le véhicule pour que le codeur passe devant le capteur. La quantité  $d_k$  est une variable aléatoire suivant une distribution uniforme sur 0 à  $S_{reel}$  :

$$d_k \approx U(0, S_{reel}) \quad (1.49)$$

Si le véhicule se déplace d'une distance arbitraire  $D_{reel}$  pendant T secondes, l'odomètre génère alors N impulsions. Au début du (k+1)ème échantillon temporel, le capteur peut être situé n'importe où entre deux codeurs de la roue. Nous définissons ainsi  $d_{k+1}$  comme étant la distance que le véhicule doit parcourir pour que le capteur passe devant le prochain codeur. Cette erreur de parcours  $D_{reel}$  entre l'instant k et l'instant (k+1) est donc liée à N et à  $S_{reel}$  par la relation suivante :

$$D_{reel} = S_{reel}(N - 1) + d_k + (S_{reel} - d_{k+1}) \quad (1.50)$$

$$D_{reel} = S_{reel}N + d_k - d_{k+1} \quad (1.51)$$

Dans cette équation, la différence entre les deux variables aléatoires,  $d_k$  et  $d_{k+1}$ , est une variable aléatoire suivant une distribution triangulaire. En effet, la distribution de  $d_k - d_{k+1}$ , notée  $d_{k,k+1}$  est définie comme le produit de convolution des distributions uniformes sur  $(0, S_{reel})$  de  $d_k$  et  $d_{k+1}$ . On représente cette distribution sur la figure (1.4). En pratique,

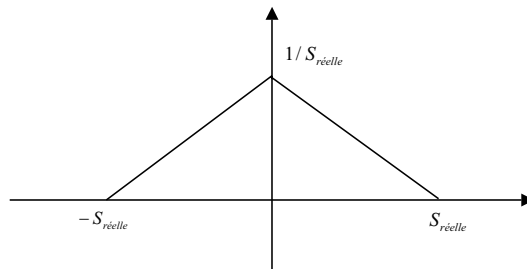


FIG. 1.4 – Distribution de l'erreur de mesure de l'odomètre.

la mesure de la distance fournie par l'odomètre est donnée par :

$$D_{mes} = S_{nominal}N \quad (1.52)$$

En général,  $D_{mes}$  ne sera pas égal à  $D_{reel}$ , non seulement parce que  $S_{nominal}$  n'est pas généralement égal à  $S_{reel}$ , mais également parce que  $D_{reel}$  contient la quantité aléatoire  $d_{k,k+1}$ . Nous cherchons, comme résultat de cette analyse, une expression mathématique pour la différence entre  $D_{mes}$  et  $D_{reel}$ . A cet effet, nous définissons  $D_{err}$  comme étant l'erreur de mesure, on a :

$$D_{mes} = D_{reel} + D_{err} \quad (1.53)$$

Remplaçant l'équation (1.48) dans l'équation (1.52), nous arrivons à :

$$D_{mes} = (S_{reel} - \delta S)N \quad (1.54)$$

Ainsi, en remplaçant l'équation (1.51) dans l'équation (1.54) nous trouvons :

$$D_{mes} = D_{reel} - d_{k,k+1} - N\delta S \quad (1.55)$$

En conclusion, nous arrivons à une expression de l'erreur sur la distance mesurée par l'odomètre qui est donnée par :

$$D_{err} = -N\delta S - d_{k,k+1} \quad (1.56)$$

L'équation (1.56) prouve que l'erreur de la distance mesurée a deux composantes : une composante non aléatoire, proportionnelle à la distance parcourue  $\delta S$  et une composante aléatoire suivant une distribution triangulaire. Cette équation sera utilisée dans le simulateur pour modéliser les erreurs du capteur odomètre.

### 1.4.3 Le gyromètre

Un gyromètre permet de mesurer la vitesse angulaire du véhicule autour d'un axe principal. Il fournit une mesure bruitée du changement d'orientation du véhicule. L'appareil gyrométrique mesure une tension analogique  $V_{RG}$  qui varie linéairement avec la vitesse angulaire  $w$  appliquée au gyromètre. Elle est proportionnelle à une fréquence pour un gyromètre optique ou à une tension de ressort pour le gyromètre mécanique. Cette

mesure contient trois sources d'erreurs : l'erreur sur le facteur d'échelle, l'erreur de biais et l'erreur de bruit de mesure. La relation liant  $V_{RG}$  et  $w$  est donnée par [Abb95] :

$$V_{RG} = (k + \delta k)w + (V_{nominal} + \delta V) + \nu \quad (1.57)$$

$k$  : est le facteur d'échelle. Il est fonction d'une fréquence pour le gyromètre optique et d'une raideur pour le gyromètre mécanique,

$\delta k$  : est le biais du facteur d'échelle,

$V_{nominal}$  : est la tension nominale étalonnée,

$\delta V$  : est le biais sur la mesure étalonnée,

$\nu$  : un bruit blanc non corrélé qui apparaît sur le signal de sortie du gyromètre.

Les modèles d'erreurs pour la tension mesurée et le facteur d'échelle sont des processus du premier ordre de Gauss-Markov donnés par [Abb95] :

$$\delta \dot{V} = -\beta \delta V + u_{\delta V} \quad (1.58)$$

$$\delta \dot{k} = -\beta \delta k + u_{\delta k} \quad (1.59)$$

où,  $\beta_{\delta V}$  et  $\beta_{\delta k}$  sont des constantes et  $u_{\delta V}$  et  $u_{\delta k}$  sont les bruits blancs gaussiens à moyenne nulle (pour la tension mesurée et pour le biais du facteur d'échelle).

En réalité, le rapport entre la vitesse angulaire et la tension gyrométrique n'est pas linéaire. Cette source d'erreur est ignorée car les fabricants de gyromètre ne fournissent généralement pas un modèle analytique de cette erreur. De plus, les résultats de simulation [Abb95] ont montré que les erreurs de non linéarité qui sont généralement assez faibles peuvent être ignorées dans le traitement des mesures.

## 1.5 Simulation

Nous souhaitons dans cette thèse déterminer la position d'un véhicule avec précision et à chaque instant, par la combinaison du GPS avec un odomètre et un gyromètre. Nous avons effectué pour cela un simulateur et un ensemble d'expérimentations permettant

de modéliser l'évolution de la position du véhicule dans des conditions réalistes d'un environnement urbain (visibilité satellitaire restreinte, fort DOP, ...).

### 1.5.1 Simulation des capteurs relatifs odomètre et gyromètre

Dans les expérimentations on simule les données en provenances des différents capteurs à l'aide des modèles définis précédemment. En effet, l'évolution de la trajectoire odomètre/gyromètre est modélisée par un modèle de type Char [Gau00]. Dans les simulations on considère le modèle de Char simplifié (Cf Chapitre 4 équation (4.3)) pour déterminer le déplacement du véhicule. Pour le gyromètre, qui fournit une mesure de l'angle d'incrément, la valeur des paramètres du bruit de mesure est définie dans l'article [Abb95]. On reporte dans le tableau 1.2 la valeur de ces différents paramètres, soit les biais de mesures de tensions, de modèle et les variances de bruit.

odomètre	gyromètre	GPS
$S_{reel} = 0.1(m)$	$\nu = 1.11 \times 10^{-5}(volts^2)$	$\sigma_{th/code} = 0.5(m)$
$\delta S = 0.01(m)$	$\beta_{\delta V} = 1.0 \times 10^{-4}(s^{-1})$	$\sigma_{th/phase} = 0.15(m)$
	$\beta_{\delta k} = 1.4 \times 10^{-4}(s^{-1})$	$\sigma_{dr} = 1(cycle)$
	$u_{\delta V} = 2.22 \times 10^{-7}(volts/sec)^2$	$\sigma_f = 0.05$
	$u_{\delta k} = 1.25 \times 10^{-7}(volts/rad/sec)^2$	

TAB. 1.2 – *Caractéristiques des capteurs de navigation.*

Pour l'odomètre, nous simulons la mesure des déplacements élémentaires gauche  $\Delta D_g$  et droite  $\Delta D_d$  afin de calculer sa translation élémentaire  $\Delta D$ . On utilise pour cela la distance curviligne entre deux codeurs successifs  $S_{reel}$ , l'erreur de modèle commise sur son évaluation  $\delta S$  (la valeur de  $S_{reel}$  évolue avec les conditions de l'expérimentation) et l'erreur sur la distance mesurée  $d_{k,k-1}$ . On reporte dans le tableau 1.2 les valeurs de ces paramètres utilisés dans l'expérimentation définie dans l'article [Abb95].

On représente figure 1.5 l'évolution de la distance parcourue par le véhicule, mesurée par l'odomètre, et l'évolution du cap du véhicule, mesuré par le gyromètre. On présente figure 1.5 la trajectoire réelle du véhicule et la trajectoire estimée à l'aide des équations



1.28 et des données de capteurs simulés. On constate que la trajectoire obtenue avec les capteurs relatifs odomètre et gyromètre dérive dans le temps. Cette dérive est provoquée par le bruit cumulé sur la position et la direction du véhicule.

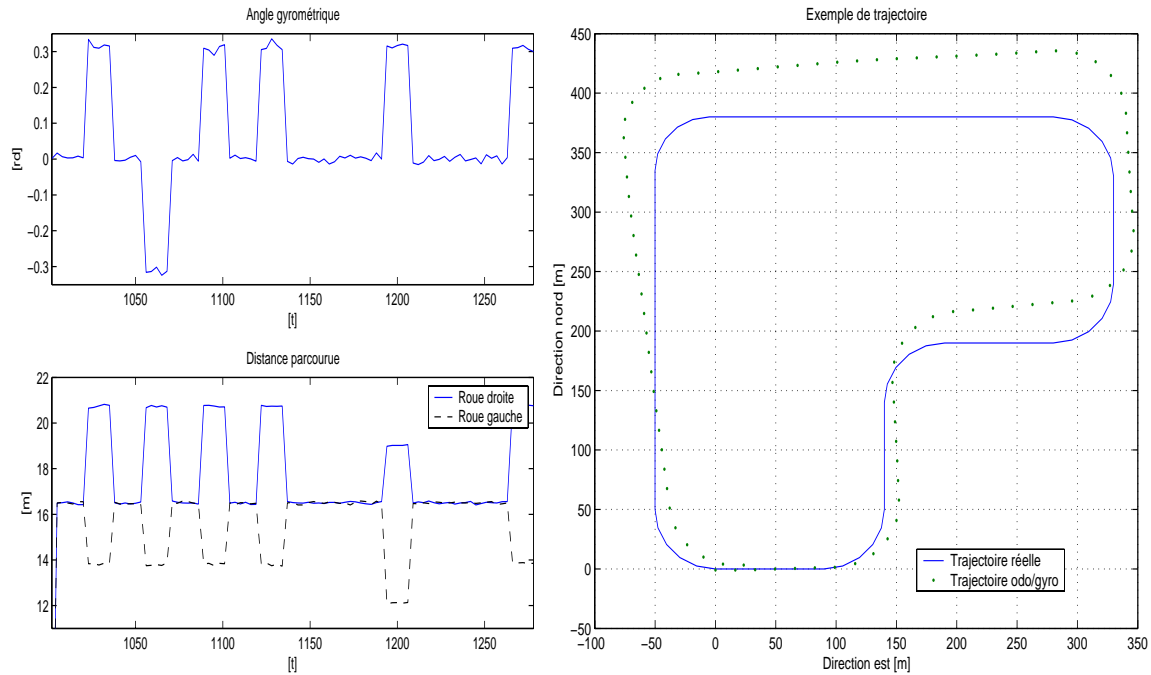


FIG. 1.5 – Simulation des données capteurs odomètre et gyromètre

### 1.5.2 Simulation du capteur absolu GPS

Les observables de code du GPS sont simulées sur plusieurs porteuses avec le modèle de simulation décrit par l'équation 1.30. Dans notre implémentation on suppose la SA désactivée et l'absence de multi-trajets. L'écart type de la mesure de pseudo-distance associée au bruit thermique est défini à partir de l'équation 1.46. Dans le cas de la fréquence  $L_1$ , on reporte dans le tableau 1.2 la valeur de cet écart type défini à partir des paramètres suivants :  $T_i=20$  ms,  $C/N_0=40$  dB Hz,  $B_{lc}=1$  Hz,  $T_c=293$  m. Les offsets ionosphériques et troposphériques sont obtenus à partir des modèles définis respectivement dans [Lei95] et [Kap96]. Les paramètres de ces modèles sont la position des satellites, obtenue à partir des données réelles GPS, les paramètres atmosphériques, la pression  $p = 1013(\text{mbar})$  et la température  $T_e = 288.15(\text{kelvin})$ , et la valeur du TEC obtenue à partir des mesures du

GPS multi-porteuses du Laboratoire (OEM4 Novatel).

Les observables de phase du signal GPS sont simulées à partir de l'équation 1.31. Où  $N_j^s$  l'ambiguïté entière est fixée au début de la simulation et l'écart type de la mesure de phase est défini par l'équation 1.47 ( $C/N_0=40$  dB Hz,  $B_l=10$  Hz). Les autres paramètres sont définis de la même façon que pour le code. On ajoute en plus un biais calculé aléatoirement (distribution gaussienne d'écart type  $\sigma_{dr} = 1(\text{cycle})$ ) pour chaque satellite, qui est ensuite additionné à chaque mesure de phase. On modélise ainsi la dérive de la phase comme nous le présenterons au chapitre 3.3.2.

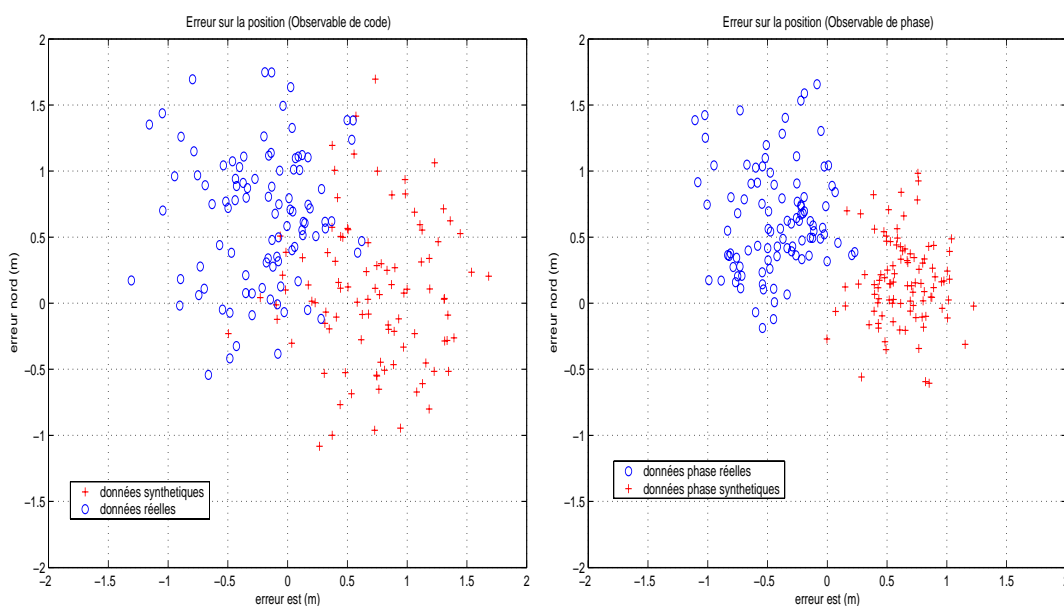


FIG. 1.6 – Erreurs de position

On représente figure 1.6 le résultat du calcul de position statique de l'antenne GPS du Laboratoire obtenu à partir des observables de code fournies par le GPS et simulées. On représente aussi le résultat du calcul de position obtenu à partir du code lissé par la phase [Duq98], dans le cas réel et par simulation. Dans cette expérimentation la valeur du HDOP (Horizontal Dilution Of Precision) est de 1.44. On reporte dans le tableau 1.3 la variance de l'erreur de position sur l'abscisse et l'ordonnée dans les cas synthétiques et réels. On reporte aussi l'erreur d'excentricité qui est la distance moyenne, dans le plan  $OXY$ , entre la position réelle et la position estimée. Les résultats étant similaires, on conclut que la simulation est réaliste.

	Variance pour la direction Est	Variance pour la direction Nord	Distance moyenne
Observable de code données synthétiques	$0.19 \text{ m}^2$	$0.3 \text{ m}^2$	$0.72 \text{ m}$
Observable de code données réelles	$0.16 \text{ m}^2$	$0.29 \text{ m}^2$	$0.7 \text{ m}$
Observable de phase données synthétiques	$0.06 \text{ m}^2$	$0.1 \text{ m}^2$	$0.65 \text{ m}$
Observable de phase données réelles	$0.09 \text{ m}^2$	$0.16 \text{ m}^2$	$0.76 \text{ m}$

TAB. 1.3 – Erreurs sur la position.

### 1.5.3 Hybridation des capteurs GPS et estimates

On trouve principalement deux approches pour l'estimation de la position à partir des mesures fournies par le GPS. La méthode d'estimation directe par les moindres carrés (Snapshot) et la méthode d'estimation par filtrage de Kalman étendu [Dee95]. Dans le premier cas on utilise les mesures de pseudo-distances associées à l'ensemble des satellites visibles. Cette méthode est simple et nécessite peu de calcul pour sa mise en oeuvre. Cependant, elle n'est pas robuste et ses performances se dégradent en présence de bruit et quand les satellites sont mal positionnés (fort DOP).

La seconde approche utilise un filtre de Kalman étendu. On décrit en Annexe A l'équation d'état et de mesure du filtre, et les différentes matrices de transitions qui leur sont associées. Dans ce cas, le modèle classique de dynamique du mouvement est un modèle d'état linéaire à vitesse constante, et l'équation de mesure non linéaire relie la position et la vitesse du mobile aux mesures de pseudo-distances et pseudo-vitesses. Pour cette méthode on considère les mesures obtenues à partir des quatre satellites qui fournissent le meilleur HDOP.

En pratique, le système GPS peut être défaillant. En effet, les mesures de positions peuvent être fausses, fortement bruitées ou impossibles à réaliser. Fausses en cas de défaillance d'un satellite, fortement bruitées en présence de multi-trajets ou pour un fort DOP et impos-

sibles en cas de masquage des satellites. Pour limiter l'influence des défaillances du GPS sur la continuité et l'intégrité du positionnement, on hybride le récepteur GPS avec des capteurs estimes. Dans ce cas les capteurs estimes viennent "renforcer" les mesures GPS en présence de bruit et donner la position quand le nombre de satellites n'est pas suffisant. L'hybridation est généralement réalisée avec un filtre de Kalman étendu. On décrit en annexe A l'équation d'état et de mesure et les différentes matrices de transition qui leur sont associées.

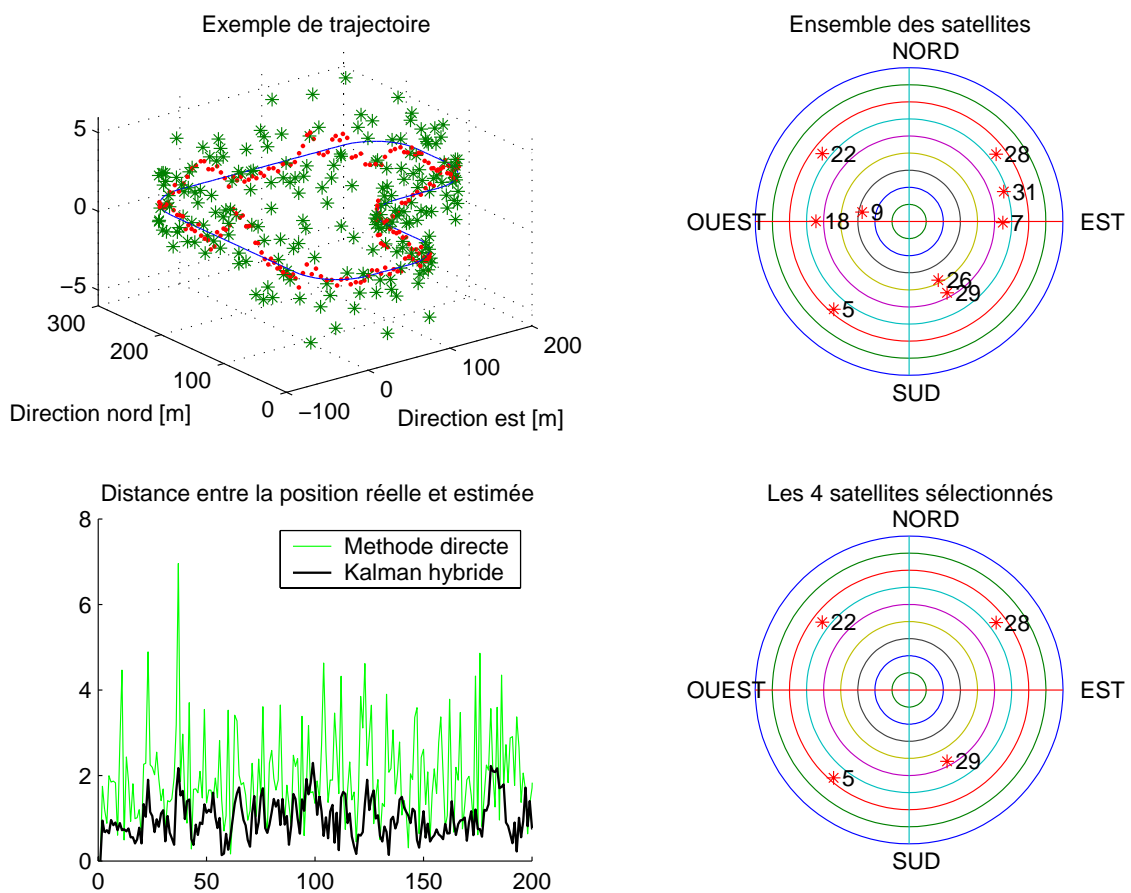


FIG. 1.7 – Exemple de simulation.

On présente figure 1.7 un exemple de trajectoire synthétique. Sur la figure en haut à gauche la trajectoire est représentée en trait plein, les '\*' représentent les positions calculées par la méthode directe et les '.' représentent les positions calculées à partir de l'hybridation des capteurs. On montre, les satellites présents et les quatre satellites sélectionnés.

tionnés pour le calcul de position. On reporte l'évolution de la distance entre la trajectoire réelle et la trajectoire estimée du véhicule. On présente dans le tableau 1.4 la distance moyenne entre la trajectoire réelle et la trajectoire estimée. Dans ce tableau on compare les résultats obtenus par la méthode directe, par filtrage de Kalman étendu des mesures GPS et par hybridation du GPS avec les capteurs estimates. Dans cette expérimentation les quatre satellites sélectionnés fournissent un HDOP de 1.77. Les paramètres utilisés pour la simulation sont ceux décrits aux paragraphes précédents.

	Variance pour la direction Est	Variance pour la direction Nord	Distance moyenne
Méthode directe pour le GPS seul	$0.9 \text{ m}^2$	$0.9 \text{ m}^2$	$1.14 \text{ m}$
Kalman étendu pour le GPS seul	$0.13 \text{ m}^2$	$0.24 \text{ m}^2$	$0.55 \text{ m}$
Kalman étendu pour l'hybridation	$0.27 \text{ m}^2$	$0.42 \text{ m}^2$	$0.74 \text{ m}$

TAB. 1.4 – Erreurs sur la position.

Dans la suite de la thèse c'est la méthode d'hybridation de la position GPS avec les mesures fournies par les capteurs estimates qui servira de référence pour l'évaluation du système d'hybridation serrée présenté au chapitre 4.

#### 1.5.4 Simulation réaliste en environnement urbain

On souhaite simuler l'évolution d'un véhicule dans un environnement urbain. Pour cela nous avons réalisé une acquisition GPS réelle qui nous a fourni la position du véhicule quand c'était possible compte-tenu du masquage des satellites et des erreurs de positionnement (fort DOP). De plus, elle nous fournit la position des satellites présents et l'identité des satellites visibles.

On reconstruit manuellement à l'aide d'un générateur de trajectoire, l'évolution de la position du véhicule et on simule les données capteurs odomètre, gyromètre et GPS multi-porteuses. La reconstruction consiste à ajuster les points fournis par le générateur de trajectoire sur les positions réelles quand elles existent. En cas de masquage de satellites ou d'erreur flagrante, les positions sont extrapolées à l'aide d'une carte. On dispose alors

d'une trajectoire simulée dans un contexte réel. Sur la figure 1.8 on représente en haut à gauche, sur une carte, la trajectoire simulée par un '+' et la trajectoire estimée par un '.'. La trajectoire est estimée en hybridant le GPS avec l'odomètre et le gyromètre. On représente en haut à droite le nombre de satellites visibles et en bas à droite la valeur du HDOP. La position courante est représentée par une '\*' sur les figures. On reporte en bas à gauche la distance entre la trajectoire simulée et la trajectoire estimée. Dans le cas de l'hybridation classique mise en oeuvre ici, quand on dispose de moins de quatre satellites, la position est fournie par l'odomètre et le gyromètre. Quand la visibilité satellitaire est satisfaisante (plus de quatre satellites visibles) la position prédite par l'odomètre et le gyromètre est corrigée par la position GPS dans un filtre de Kalman étendu. On observe que l'erreur est importante quand la visibilité satellitaire est insuffisante et quand la valeur du DOP est forte, ce qui correspond à la réalité.

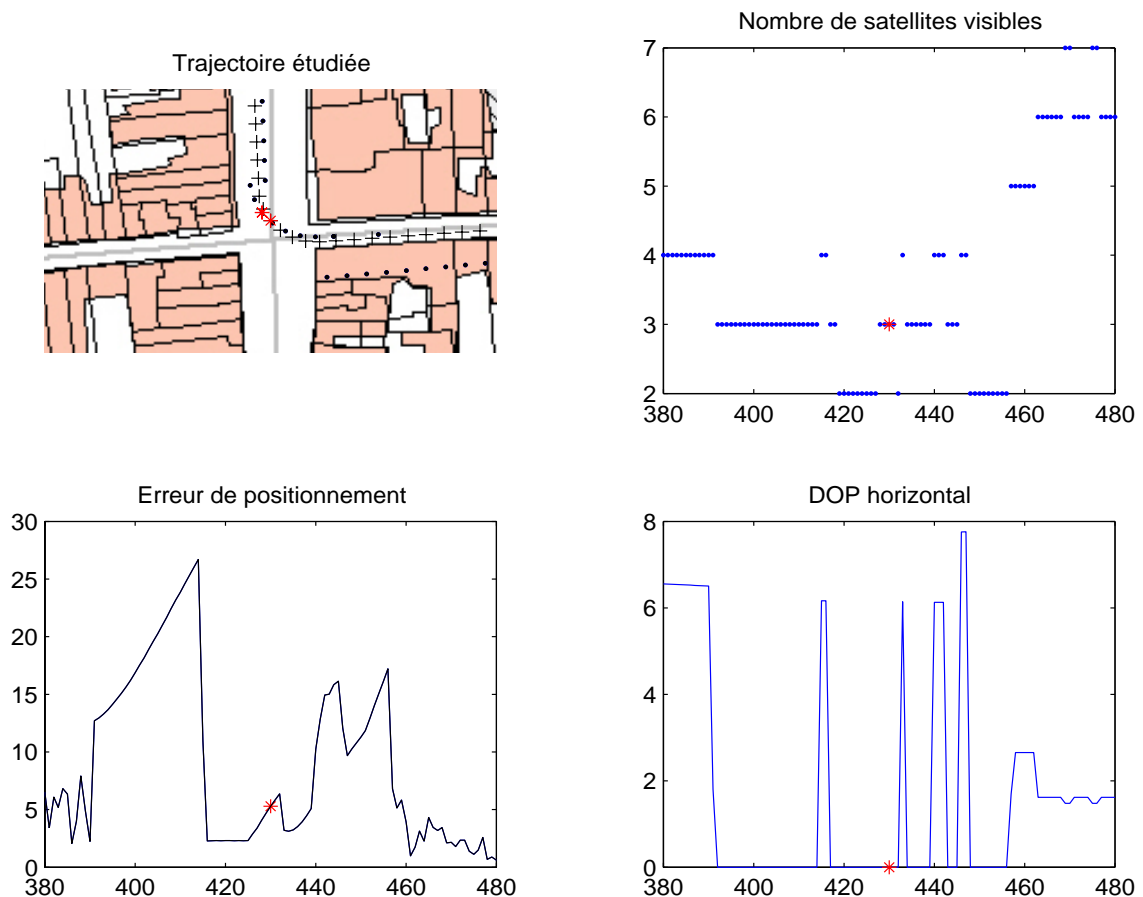


FIG. 1.8 – Simulation dans un contexte réel

## 1.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les capteurs du système de navigation que nous allons utiliser ainsi que leurs modèles de simulation. En pratique, les capteurs de navigation ne sont pas utilisés seuls, mais couplés les uns aux autres dans un système d'hybridation multi-sensorielle. L'objectif est d'avoir des mesures plus précises à long terme et de pallier les inconvénients de chaque capteur. Dans ce cadre, on trouve un grand nombre de travaux de recherche portant sur l'hybridation multi-capteurs principalement dans le domaine de la robotique et des transports. Il existe de nombreuses solutions d'hybridation du système GPS. On cite à titre d'exemples :

- La combinaison du GPS avec l'odomètre, cette méthode est souvent utilisée dans le domaine de la navigation terrestre. Cette combinaison sera étudiée dans notre application.
- L'association du GPS avec un système inertiel (INS) est moins employée étant donné le coût élevé et la complexité de mise en oeuvre du capteur. Aujourd'hui l'utilisation de MEMS est une bonne alternative au système INS classique en terme de coût et d'encombrement.

Dans la suite de cette étude (chapitres 3 et 4) le capteur GPS reste au centre de notre intérêt. En effet, avec la modernisation du GPS américain NAVSTAR et l'arrivée du système européen Galiléo, les mesures fournies par le GPS seront plus nombreuses et plus précises. Cette information souvent redondante (GPS multi-porteuses) et parfois complémentaire (meilleure couverture satellitaire) devra être fusionnée dans le récepteur pour obtenir une meilleure exploitation des mesures.

Dans le chapitre 3 nous proposons un système pour la fusion des mesures de phases et de codes obtenues sur plusieurs porteuses. En effet, comme nous le montrons au chapitre 2, les mesures contenant une information redondante, permettent à la fusion d'obtenir une estimation plus précise de la pseudo-distance.

Dans le chapitre 4 nous présentons un filtre pour l'hybridation serrée des mesures fournies par le système GPS et les capteurs estime odomètre et gyromètre. Dans notre approche ce sont les mesures de pseudo-distances qui sont hybridées et non pas les mesures de position.

La position du récepteur, en cas de masquage ou de fort DOP, est estimée à partir des pseudo-distances fournies par le GPS et calculée à partir des mesures des capteurs estimés. Les mesures GPS disponibles étant peu bruitées et non biaisées, la position calculée en environnement dégradé (masquage et fort DOP) est plus précise.



# Chapitre 2

## Fusion Multi-Capteurs

### 2.1 Introduction

L' utilisation de plusieurs capteurs dans les systèmes de navigation a pour but de localiser avec plus de précision la position d'un mobile et d'obtenir une mesure plus fiable grâce à des traitements robustes. Dans ce contexte, nous nous trouvons souvent confrontés à un problème de décision pour la détection des modes défaillants et de combinaison des mesures pour augmenter la précision et assurer la continuité de fonctionnement du système. La fusion d'informations est bien adaptée à la gestion des données dans un système multisensoriel pour la navigation. En effet, elle permet de combiner les informations fournies par un ou plusieurs capteurs pour obtenir un résultat plus précis et des traitements robustes. Elle peut être utilisée dans le cadre de l'estimation ou de la détection et la classification.

La fusion d'informations concerne l'ensemble des procédés permettant d'intégrer l'information de sources multiples afin de produire une représentation plus spécifique et plus pertinente d'une entité, activité ou événement [Aya96]. Les méthodes de fusion de données ont été élaborées pour permettre de gérer des informations multiples, en tenant compte de leur conflit ou de leur désaccord [App91]. Ces informations redondantes et complémentaires seront combinées numériquement par un formalisme adapté afin d'obtenir la meilleure connaissance possible de l'état étudié en réduisant l'incertitude et l'imprécision. Beaucoup de travaux ont déjà été réalisés dans ce domaine, nous citons comme référence

le livre de Hall [Hal92] qui présente une vue générale des différents formalismes mathématiques utilisés pour la fusion multi-capteurs.

En fusion de données les théories les plus répandues utilisent une représentation probabiliste des informations définie dans un cadre bayésien [Har98]. La combinaison d'informations probabilistes la plus couramment rencontrée est définie par la distribution a posteriori gaussienne des mesures. En effet, une mesure issue d'un capteur donné est associée à une distribution de probabilité construite suivant une loi normale centrée sur cette mesure et dont l'imprécision est définie par la variance de la distribution. La combinaison des données en provenance d'un ensemble de capteurs est modélisée par la distribution a posteriori de la mesure fusionnée sachant les mesures en provenance des capteurs. Le but de cette approche est de proposer une distribution a posteriori dont les paramètres statistiques définissent une estimation fusionnée, plus précise.

La théorie des croyances introduite par [Dem67] et [Sha76] est une généralisation de la théorie bayésienne. Dans cette approche, l'information est modélisée sous la forme de masses et combinée par des opérateurs de fusion ensemblistes. La théorie des possibilités [Zad78], [Dub88], quant à elle, définit l'information par des ensembles flous [Zad65] qui sont ensuite combinés par des opérateurs appelés normes. Ces deux approches, concurrentes à la théorie bayésienne, nous semblent plus adaptées aux problèmes de classification qui nécessitent le plus souvent d'intégrer de l'information a priori, issue d'une expertise. Notamment, ces théories permettent de manipuler des degrés de confiance qu'un observateur attribue à la validité de certaines hypothèses.

Nous présentons dans ce chapitre le modèle bayésien pour la représentation de l'information et les différentes méthodes de combinaison de cette information. L'application de ces techniques au filtrage d'état a donné lieu à la proposition de nombreuses architectures de filtres que nous décrirons.

## 2.2 **Modèle Bayésien**

L'approche utilisée dans cette thèse, pour estimer la valeur d'un paramètre ou d'un état, est issue de la théorie bayésienne. En effet, l'idée de base de l'approche bayésienne

est d'avoir une information a priori sur la valeur du paramètre que l'on cherche à estimer et de prendre en compte les informations fournies par les observations. La connaissance a priori est modélisée par une distribution de probabilité (la loi a priori) qui permet de donner une idée de la valeur possible de ce paramètre. La loi a priori  $p(X)$  résume les informations disponibles sur l'objet avant d'obtenir la mesure. L'information disponible sur le paramètre à estimer, obtenue à partir des observations, est modélisée par une distribution  $p(X/Z)$  appelée la distribution a posteriori. La distribution des observations associée à un état donné  $p(Z/X)$  est appelée distribution de vraisemblance. La règle de Bayes permet d'évaluer la probabilité a posteriori connaissant les observations (mesures), à partir de la loi de vraisemblance et de la probabilité a priori. L'axiome régissant la règle de Bayes est présenté comme suit :

$$p(X/Z) = \frac{p(X).p(Z/X)}{\int p(X).p(Z/X)dX} \quad (2.1)$$

La loi a priori  $p(X)$  et la loi des observations  $p(Z/X)$  permettent de construire la loi marginale des observations  $Z$  :

$$M(Z) = \int p(X).p(Z/X)dX \quad (2.2)$$

La loi a posteriori, peut alors être notée comme suit :

$$p(X/Z) = \frac{p(X).p(Z/X)}{M(Z)} \quad (2.3)$$

$$p(X/Z) \propto p(X).p(Z/X) \quad (2.4)$$

où, dans l'équation 2.4 on considère  $M(Z)$  constant et identique pour toutes les valeurs de  $Z$ , car on ne dispose pas en général de connaissance sur la distribution des observations indépendamment du paramètre  $X$ . On peut introduire à partir des expressions précédentes des estimateurs pour  $X$ .

L'estimateur du maximum de vraisemblance, noté  $\hat{X}^{ML}(Z)$  avec  $Z$  les observations de l'état  $X$ , est défini par :

$$\hat{X}^{ML}(Z) = \underbrace{\operatorname{argmax}}_X p(Z/X) = \underbrace{\operatorname{argmin}}_X -\log p(Z/X) \quad (2.5)$$

L'estimée  $\hat{X}^{ML}(Z)$  est donc la valeur de  $X$  qui est la plus vraisemblable vis à vis de l'observation  $Z$ . De la même manière, on définit l'estimateur du maximum a posteriori sous la forme suivante :

$$\hat{X}^{MAP}(Z) = \underbrace{\operatorname{argmax}}_X p(X/Z) = \underbrace{\operatorname{argmax}}_X p(Z/X)p(X) \quad (2.6)$$

Dans cette expression on suppose que  $M(Z)$  ne dépend pas du paramètre à estimer  $X$  et qu'il est donc constant et identique quelque soit  $Z$ . Dans le cas où on ne possède aucune information statistique sur  $X$  et  $Z$ , on utilise le modèle d'évolution pour construire l'estimateur des moindres carrés. Soit :

$$Z = h(X) + w \quad (2.7)$$

$h(X)$  représente la fonction d'évolution de  $X$  et  $w$  est le bruit de mesure, défini par sa matrice de covariance  $W$ . L'estimateur des moindres carrés est donné par la relation suivante :

$$\hat{X}^{MSE}(Z) = \underbrace{\operatorname{argmin}}_X [(Z - h(X))^T W (Z - h(X))] \quad (2.8)$$

Nous présenterons dans la suite le filtre de Kalman qui est l'estimateur récursif des moindres carrés dans le cas gaussien et aussi l'estimateur du maximum a posteriori. Nous présentons maintenant les différentes méthodes de combinaison de l'information bayésienne.

## 2.3 Combinaison d'informations bayésiennes

On considère ici  $N$  sources d'informations, soient  $N$  capteurs, et l'information en provenance de la  $n^{ime}$  source contenue dans le vecteur de mesure  $Z_n$ . Dans ce cas c'est la distribution a posteriori globale  $p(X/Z_1, Z_2, \dots, Z_N)$  qui définit la combinaison des informa-

tions en provenance de chaque source. Par exemple dans cette expression on peut considérer  $X$  comme l'état à estimer à partir d'un ensemble de  $N$  vecteurs de mesures. Dans la suite du document, on supposera que l'on connaît la distribution a posteriori  $p(X/Z_n)$  ou la fonction de vraisemblance  $p(Z_n/X)$  de chaque source d'informations. Il existe quatre méthodes de combinaison de l'information pour exprimer  $p(X/Z_1, Z_2, \dots, Z_N)$ . Nous allons présenter ces différentes méthodes de combinaison et le cadre de leurs utilisations.

### 2.3.1 La somme pondérée des distributions a posteriori

Dans cette approche, chaque information  $p(X/Z_n)$  est multipliée par un coefficient de pondération qui reflète l'importance donnée à la source d'informations. La distribution a posteriori de chaque source est combinée linéairement pour modéliser la distribution a posteriori globale [Cle99] :

$$p(X/Z_1, Z_2, \dots, Z_N) = \sum_{n=1}^N w_n p(X/Z_n) \quad (2.9)$$

où,  $w_n$  est la pondération telle que  $0 \leq w_n \leq 1$  et  $\sum_{n=1}^N w_n = 1$ . Le poids  $w_n$  représente l'importance donnée à la  $n^{ime}$  source d'informations, pour  $w_n = 0$  par exemple on supprime l'influence de la  $n^{ime}$  source sur la valeur de  $X$ . Cette méthode de combinaison de l'information est principalement utilisée pour la fusion de classifieurs [Rol02].

Cependant, elle a plusieurs désavantages ; la distribution a posteriori globale est multimodale et ne peut être développée par le théorème de Bayes [Bre97]. Enfin, la définition des coefficients  $w_n$  est délicate et doit être effectuée à partir d'une expertise ou par apprentissage [Gen86].

### 2.3.2 La somme pondérée du logarithme des distributions a posteriori

Pour cette méthode c'est le logarithme de la distribution a posteriori qui est multiplié par un coefficient qui reflète l'importance donnée à chaque source. Dans ce cas la

distribution a posteriori globale s'exprime par :

$$p(X/Z_1, Z_2, \dots, Z_N) \propto \prod_{n=1}^N p(X/Z_n)^{w_n} \quad (2.10)$$

soit :

$$\log(p(X/Z_1, Z_2, \dots, Z_N)) \propto \sum_{n=1}^N w_n \log(p(X/Z_n)) \quad (2.11)$$

où,  $w_n$  est la pondération telle que  $0 \leq w_n \leq 1$  et  $\sum_{n=1}^N w_n = 1$ . Le poids  $w_n$  représente l'importance donnée à la  $n^{ime}$  source d'informations. Cette méthode est aussi souvent utilisée pour la fusion de classifieurs [Ben97]. Elle est uni-modale et peut être développée par le théorème de Bayes. Cependant, la définition des paramètres  $w_n$  reste un problème difficile.

### 2.3.3 Le produit des distributions a posteriori

Quand on ne dispose d'aucune connaissance a priori sur l'importance d'une source par rapport aux autres, l'expression de la distribution a posteriori globale peut être définie à partir du théorème de Bayes de la façon suivante :

$$p(X/Z_1, Z_2, \dots, Z_N) \propto \prod_{n=1}^N p(X/Z_n) \propto \frac{p(Z_1/X)p_1(X)}{p(Z_1)} \dots \frac{p(Z_N/X)p_N(X)}{p(Z_N)} \quad (2.12)$$

Dans cette expression la probabilité a priori est donnée par  $\prod_{n=1}^N p_n(X)$ , car on suppose ici que chaque source a un a priori différent sur la valeur de  $X$ .

### 2.3.4 Le produit des vraisemblances

Quand on dispose d'un a priori commun  $p(X)$  sur la valeur de  $X$ , l'expression de la distribution a posteriori globale peut s'exprimer à partir du théorème de Bayes par :

$$p(X/Z_1, Z_2, \dots, Z_N) \propto \frac{p(Z_1, Z_2, \dots, Z_N/X)p(X)}{p(Z_1, Z_2, \dots, Z_N)} \quad (2.13)$$

Si on suppose indépendantes les fonctions de vraisemblance de chaque capteur :

$$p(Z_1, Z_2, \dots, Z_N / X) = p(Z_1 / X) p(Z_2 / X) \dots p(Z_N / X) \quad (2.14)$$

Finalement, la distribution a posteriori est définie par :

$$p(X / Z_1, Z_2, \dots, Z_N) \propto p(X) \prod_{n=1}^N p(Z_n / X) \quad (2.15)$$

Cette méthode de combinaison de l'information est utilisée en filtrage d'état pour la fusion de mesures centralisées, la fusion séquentielle et hiérarchique.

## 2.4 Filtrage d'état

### 2.4.1 Filtrage et représentation d'état

Le filtrage stochastique permet d'estimer l'état d'un système dynamique à partir d'observations bruitées. Dans notre problème nous utilisons une modélisation d'état de la dynamique d'un véhicule et des observations fournies par des capteurs de navigation proprioceptifs (odomètre et gyromètre) et extéroceptifs (GPS). Ces capteurs fournissent des mesures bruitées. Ces observations sont utilisées dans un filtre de Kalman pour estimer la position du mobile. Le filtrage est appliqué aux systèmes décrits par un modèle d'état et un modèle d'observation de type :

$$X(k) = f(X(k-1), U(k-1), \nu(k-1)) \quad (2.16)$$

$$Z(k) = h(X(k), w(k)) \quad (2.17)$$

- $X \in \mathbb{R}^n$  représente le vecteur d'état. Il contient dans notre cas les paramètres de position du mobile.
- $U \in \mathbb{R}^m$  est le vecteur d'entrée ou de commande. Il contient les mesures des capteurs additionnels permettant de réaliser une navigation à l'estime.
- $\nu \in \mathbb{R}^m$  est le bruit d'état. Il est supposé gaussien dans notre application.

- 
- $Z \in \mathbb{R}^p$  est le vecteur d'observation. Il contient les mesures du capteur extéroceptif fournissant une localisation absolue.
  - $w \in \mathbb{R}^p$  est le bruit de mesure. Il est supposé gaussien pour les "observables" du capteur GPS.
  - La fonction vectorielle  $f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \longrightarrow \mathbb{R}^n$  est la fonction d'évolution du système. Elle est obtenue à partir du modèle cinématique du mobile.
  - La fonction vectorielle  $h: \mathbb{R}^n \longrightarrow \mathbb{R}^p$  est la fonction d'observation. Elle exprime la relation existant entre les mesures des capteurs de localisation absolue et l'état du système.

Le modèle d'état est un processus de Markov discret  $X(0:k) = X(0), X(1), \dots, X(k)$  et  $p(X(k)/X(k-1))$  est la distribution associée à l'équation d'état du système. On dispose d'une suite d'observations  $Z(0:k) = Z(0), Z(1), \dots, Z(k)$  et  $p(Z(k)/X(k))$  est la distribution associée à l'équation d'observation du système. Dans le cas linéaire gaussien ( $\nu$  et  $w$  gaussiens,  $h(\cdot)$  et  $f(\cdot)$  linéaires), ces deux distributions sont gaussiennes.

Le but du filtrage stochastique est d'estimer l'état du système conditionnellement à l'ensemble des mesures précédentes. Plus précisément, le problème du filtrage consiste à créer une approximation de la densité de probabilité a posteriori de l'état  $X(k)$  connaissant l'ensemble des mesures  $Z(0:k)$ . La résolution de ce problème repose sur la règle de Bayes qui permet d'exprimer  $p(X(k)/Z(0:k))$  en fonction de  $p(X(k)/Z(0:k-1))$  et  $p(Z(k)/X(k))$ . La distribution  $p(X(k)/Z(0:k-1))$  définit l'étape dite de prédiction du filtre dans laquelle l'état est prédit à partir de sa valeur précédente et de l'équation de transition. La distribution  $p(Z(k)/X(k))$  définit l'étape dite de correction du filtre, elle mesure la vraisemblance de l'état prédit vis à vis de la mesure. On a :

$$p(X(k)/Z(0:k-1)) = \int p(X(k)/X(k-1))p(X(k-1)/Z(0:k-1))dX(k-1) \quad (2.18)$$

avec la distribution a posteriori déduite de la règle de Bayes :

$$p(X(k)/Z(0:k)) = \frac{p(Z(k)/X(k))p(X(k)/Z(0:k-1))}{\int p(Z(k)/X(k))p(X(k)/Z(0:k-1))dX(k)} \quad (2.19)$$



Le problème du filtrage d'état consiste donc à estimer les paramètres statistiques de la distribution a posteriori  $p(X(k)/Z(0:k))$  qui définissent alors une estimation du vecteur d'état prédit et de sa matrice de covariance. L'état estimé est alors un compromis entre l'état prédit et la mesure, qui maximise  $p(Z(k)/X(k))$ . Dans le cas linéaire gaussien, le filtre de Kalman est un estimateur récursif qui fournit une estimation optimale du vecteur d'état, dans le sens où la trace de la matrice de covariance est minimale. Dans le cas non linéaire, les équations d'état et d'observation sont linéarisées autour de la dernière estimation, pour pouvoir appliquer le principe du filtre de Kalman linéaire. On parle alors du Filtre de Kalman Etendu (EKF). Enfin, dans le cas général les méthodes de Monte Carlo [Dou00] ou du filtrage particulière [Gus02] permettent de traiter tout problème d'estimation d'état indépendamment de la nature de la représentation d'état. Elles reposent sur la représentation de la probabilité  $p(X(k)/Z(0:k))$  de l'état par des mesures ponctuelles aléatoires pondérées par l'observation.

### 2.4.2 Le filtre de Kalman linéaire

L'apparition du filtre de Kalman [Kal60] a permis de résoudre de nombreux problèmes techniques précisément dans le domaine aérospatial pour l'estimation des paramètres d'orbites et pour la navigation. L'objectif est d'estimer le vecteur d'état  $X(k)$  connaissant  $Z(k)$ , de façon optimale et récursive [Bar93]. Dans le cas linéaire gaussien, on peut exprimer les modèles d'état et d'observation du filtre comme suit :

$$X(k) = F(k-1)X(k-1) + \nu(k-1) \quad (2.20)$$

$$Z(k) = H(k)X(k) + w(k) \quad (2.21)$$

$F$  et  $H$  sont des matrices,  $\nu(k)$  et  $w(k)$  représentent respectivement le bruit de modèle ou de dynamique et le bruit de mesure. Ces bruits sont blancs, centrés, gaussiens, de covariance  $Q$  et  $R$ . On a :

$$p(X(k)/X(k-1)) = \mathfrak{N}(X(k)/F(k-1)X(k-1), Q) \quad (2.22)$$

$$p(Z(k)/X(k)) = \mathfrak{N}(Z(k)/H(k)X(k), R) \quad (2.23)$$

$\aleph(X(k)/F(k-1)X(k-1),Q)$  est la distribution normale de l'état de moyenne  $F(k-1)X(k-1)$  et de covariance  $Q$ .  $\aleph(Z(k)/H(k)X(k),R)$  présente la distribution normale de l'observation de moyenne  $H(k)X(k)$  et de covariance  $R$ . On montre à partir de l'équation 2.18 que  $p(X(k)/Z(0:k-1))$ , dans le cas linéaire gaussien, est une distribution normale définie par :

$$p(X(k)/Z(0:k-1)) = \aleph(X(k)/\hat{X}(k/k-1),P(k/k-1)) \quad (2.24)$$

avec :

$$\hat{X}(k/k-1) = F(k-1)\hat{X}(k-1) \quad (2.25)$$

$$P(k/k-1) = F(k-1)P(k-1)F^T(k-1) + Q \quad (2.26)$$

$\hat{X}(k/k-1)$  est la prédiction de l'état estimé et  $P(k/k-1)$  est la prédiction de la matrice de covariance de l'état. La distribution a posteriori de l'expression 2.19 est proportionnelle à :

$$p(X(k)/Z(0:k)) \propto p(Z(k)/X(k))p(X(k)/Z(0:k-1)) \quad (2.27)$$

En effet, le terme de normalisation du dénominateur de l'expression 2.19 est indépendant de l'état. Il n'intervient donc pas dans la détermination des paramètres statistiques de la distribution. On peut alors exprimer à partir des expressions 2.23 et 2.24 la distribution a posteriori par :

$$\begin{aligned} & p(X(k)/Z(0:k)) \\ & \propto \aleph(Z(k)/H(k)X(k),R)\aleph(X(k)/\hat{X}(k/k-1),P(k/k-1)) \quad (2.28) \\ & \propto \exp\left(-\frac{1}{2}([Z(k) - H(k)X(k)]^T R^{-1}[Z(k) - H(k)X(k)])\right) \\ & * \exp\left(-\frac{1}{2}([X(k) - \hat{X}(k/k-1)]^T P(k/k-1)^{-1}[X(k) - \hat{X}(k/k-1)])\right) \\ & \propto \exp\left(-\frac{1}{2}([X(k) - \hat{X}(k)]^T P(k)^{-1}[X(k) - \hat{X}(k)])\right) \\ & = \aleph(X(k)/\hat{X}(k),P(k)) \quad (2.29) \end{aligned}$$

On en déduit alors les expressions de  $\hat{X}(k)$  et  $P(k)$ , les paramètres statistiques de la distribution 2.29 :

$$\hat{X}(k) = P(k)(H^T(k)R^{-1}Z(k) + P(k/k-1)^{-1}\hat{X}(k/k-1)) \quad (2.30)$$

$$P(k) = (H^T(k)R^{-1}H(k) + P(k/k-1)^{-1})^{-1} \quad (2.31)$$

Ces expressions peuvent être réécrites de la façon suivante :

$$\hat{X}(k) = \hat{X}(k/k-1) + K(k)(Z(k) - H(k)\hat{X}(k/k-1)) \quad (2.32)$$

$$P(k) = (I - K(k)H(k))P(k/k-1) \quad (2.33)$$

où,  $(Z(k) - H(k)\hat{X}(k/k-1))$  est l'innovation et  $K(k)$  le gain du filtre de Kalman :

$$K(k) = P(k/k-1)H^T(k)(H(k)P(k/k-1)H^T(k) + R)^{-1} \quad (2.34)$$

La mise en oeuvre du filtre de Kalman est donc réalisée en deux étapes ; une étape de prédiction associée à la définition de  $p(X(k)/Z(0:k-1))$  (Cf. les équations de prédiction 2.25, 2.26) et une étape de correction (Cf. les équations de recalage 2.30, 2.31).

Dans le cas non linéaire les distributions  $p(Z(k)/X(k))$  et  $p(X(k)/Z(0:k-1))$  ne sont plus gaussiennes et il n'est plus possible de trouver une expression récursive pour l'estimation de l'état et le calcul de la matrice de covariance. En pratique, on résout ce problème en linéarisant l'équation d'état et d'observation.

### 2.4.3 Le filtre de Kalman non linéaire (Kalman Étendu)

Considérons deux fonctions non linéaires  $f_{k-1}(\cdot)$  et  $h_k(\cdot)$ . Les méthodes de filtrage non linéaires permettent d'appréhender un processus de type :

$$X(k) = f_{k-1}(X(k-1)) + \nu(k-1) \quad (2.35)$$

$$Z(k) = h_k(X(k)) + w(k) \quad (2.36)$$

On suppose pour la linéarisation du filtre que les fonctions  $f_{k-1}$  et  $h_k$  sont dérivables par rapport à la variable  $X(k-1)$ . Le filtre de Kalman Etendu (EKF) [Wel88] repose sur la linéarisation des fonctions  $f_{k-1}$  et  $h_k$  suivant leur développement de Taylor au premier ordre. Soit pour l'équation d'état :

$$\begin{aligned} f_{k-1}(X(k-1)) &\simeq f_{k-1}(\hat{X}(k-1)) + \frac{\partial f_{k-1}(\hat{X}(k-1))}{\partial X(k-1)}(X(k-1) - \hat{X}(k-1)) \\ f_{k-1}(X(k-1)) &\simeq f_{k-1}(\hat{X}(k-1)) + F(k-1)(X(k-1) - \hat{X}(k-1)) \\ \text{avec } F(k-1) &= \frac{\partial f_{k-1}(\hat{X}(k-1))}{\partial X(k-1)} \end{aligned} \quad (2.37)$$

et pour l'équation de mesure :

$$\begin{aligned} h_k(X(k)) &\simeq h_k(\hat{X}(k/k-1)) + \frac{\partial h_k(\hat{X}(k/k-1))}{\partial X(k)}(X(k) - \hat{X}(k/k-1)) \\ h_k(X(k)) &\simeq h_k(\hat{X}(k/k-1)) + H(k)(X(k) - \hat{X}(k/k-1)) \\ \text{avec } H(k) &= \frac{\partial h_k(\hat{X}(k/k-1))}{\partial X(k)} \end{aligned} \quad (2.38)$$

On a alors :

$$\begin{aligned} p(X(k)/Z(0:k-1)) \\ = \mathfrak{N}(X(k)/f_{k-1}(\hat{X}(k-1)), F(k-1)P(k-1)F(k-1)^T + Q) \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$p(Z(k)/X(k)) = \mathfrak{N}(Z(k)/h_k X(k), R) \quad (2.40)$$

On peut donc à partir de ces deux distributions, exprimer la distribution a posteriori  $p(X(k)/Z(0:k))$ , et en déduire les expressions du filtre de Kalman étendu de la même façon que dans le cas linéaire.

Cette méthode de filtrage donne de bons résultats lorsque les modèles d'évolution d'état et de mesure sont proches du cas linéaire (approximation au premier ordre). Cependant, l'optimalité et la convergence du filtre ne sont pas garanties, l'estimation du vecteur d'état peut être biaisée, et le bon fonctionnement de l'estimateur est conditionné par la justesse de l'estimation de la position initiale. Sans entrer dans le détail des équations,

" l'Unscented Kalman Filter " permet d'estimer les états d'un modèle d'évolution non linéaire [Abu05]. Cette méthode ne pose pas de problème de stabilité ou de convergence. On trouve actuellement des travaux de recherche qui traitent cette approche, comme par exemple les travaux de Julier et Uhlman [Jul97] ou de [Wan01].

## 2.5 La fusion d'informations par filtrage d'état

Le problème considéré dans cette partie est d'obtenir une bonne estimation de l'état  $X(k)$ , soit d'avoir une matrice de covariance  $P(k)$  minimale, à partir d'un ensemble de mesures fournies par plusieurs capteurs. Le processus de fusion est lié directement à l'architecture du système de fusion. On distingue plusieurs types d'architectures : centralisée, distribuée, décentralisée, hybride, séquentielle et hiérarchique. On considère pour chaque technique de fusion que le système dynamique distribué est observé par  $N$  capteurs et on a les relations suivantes :

$$X(k) = F(k-1)X(k-1) + \nu(k-1) \quad (2.41)$$

$$Z_i(k) = H_i(k)X(k) + w_i(k) \quad (2.42)$$

avec  $i = 1, 2, \dots, N$ . On suppose que les bruits de mesure sont indépendants.

### 2.5.1 La fusion Centralisée

La fusion d'estimation centralisée a pour but d'estimer  $X(k)$  le vecteur d'état en utilisant l'ensemble des mesures disponibles dans une centrale de calcul unique. Pour ce type de fusion on utilise les données fournies par des capteurs homogènes [Rey96]. Nous considérons l'ensemble des vecteurs d'observations  $Z_i(k)$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) fournis par  $N$  capteurs synchronisés. Ces mesures permettent d'observer le vecteur d'état  $X(k)$  à l'instant  $k$ . Les équations d'observations des  $N$  capteurs à l'instant  $k$  sont :

$$Z_1(k) = H_1(k)X(k) + w_1(k) \quad (2.43)$$

$$Z_2(k) = H_2(k)X(k) + w_2(k) \quad (2.44)$$

.  
.  
.

$$Z_N(k) = H_N(k)X(k) + w_N(k) \quad (2.45)$$

En regroupant les expressions ci-dessus, on définit le modèle d'observation suivant, associé aux  $N$  capteurs :

$$[Z_1^T(k), \dots, Z_N^T(k)]^T = [H_1^T(k), \dots, H_N^T(k)]^T X(k) + [w_1^T(k), \dots, w_N^T(k)]^T \quad (2.46)$$

$$Z(k) = H(k)X(k) + w(k) \quad (2.47)$$

On suppose que tous les capteurs observent la même cible, le modèle dynamique décrit dans l'équation d'état  $X(k)$  est commun aux différents capteurs et s'écrit de la façon suivante :

$$X(k) = F(k-1)X(k-1) + \nu(k-1) \quad (2.48)$$

On suppose que les observations ne sont pas corrélées, les variances des bruits de mesure  $R_i$  sont indépendantes :

$$E[w(k)w(k)^T] = R = \begin{pmatrix} R_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_2 & \dots & 0 \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ 0 & 0 & \dots & R_N \end{pmatrix}$$

On montre facilement à partir de l'expression 2.28 (en considérant  $N$  mesures indépendantes) que les équations 2.30, 2.32 peuvent s'écrire de la façon suivante, en décomposant

la mesure  $Z$  en terme de quantités locales [Cho86] [Zhu01] :

$$\hat{X}(k) = P(k) \left( \sum_{i=1}^N H_i^T(k-1) R_i^{-1} Z_i(k) + P(k/k-1)^{-1} \hat{X}(k/k-1) \right) \quad (2.49)$$

$$\hat{X}(k) = \hat{X}(k/k-1) + \sum_{i=1}^N K_i(k) [Z_i(k) - H_i(k) \cdot \hat{X}(k/k-1)] \quad (2.50)$$

Le terme  $K_i(k)$  représente le gain de Kalman associé au capteur  $i$ . Son expression en fonction de la covariance de l'état estimé est donnée par :

$$K_i(k) = P(k) H_i^T(k) R_i^{-1} \quad (2.51)$$

Les expressions de la matrice de covariance associées aux équations 2.49, 2.50 sont données par les relations suivantes :

$$P(k) = \left( \sum_{i=1}^N H_i^T(k-1) R_i^{-1} H_i(k-1) + P(k/k-1)^{-1} \right)^{-1} \quad (2.52)$$

$$P(k) = [I - \sum_{i=1}^N K_i(k) H_i(k)] P(k/k-1) \quad (2.53)$$

$P(k/k-1)$  représente la matrice de covariance prédite :

$$P(k/k-1) = F(k-1) P(k-1) F^T(k-1) + Q(k-1) \quad (2.54)$$

Le filtre de Kalman ainsi défini est centralisé car il traite simultanément toutes les mesures et son implantation est réalisée dans un processeur unique : figure 2.1. On remarquera que d'après la formule 2.53 la covariance de l'état diminue quand le nombre de capteurs  $N$  augmente.

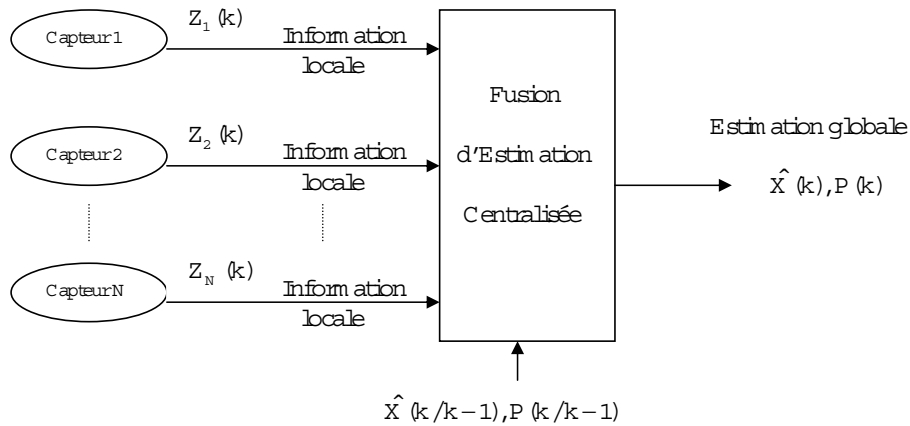


FIG. 2.1 – Structure de la fusion d'estimation centralisée.

Une autre alternative peut être utilisée pour réaliser la fusion centralisée des mesures. Dans cette approche on fusionne toutes les mesures disponibles en une mesure simple avant de procéder à l'estimation de l'état. Cette méthode consiste à fusionner les mesures dans un premier temps et à recalculer l'état avec la mesure fusionnée dans un deuxième temps : figure 2.2.

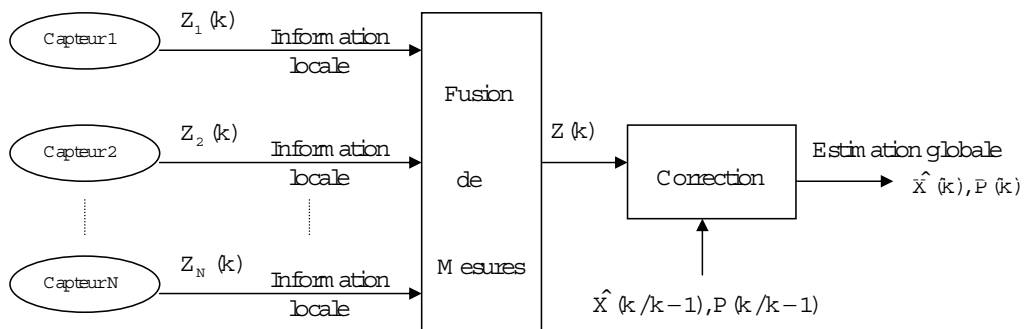


FIG. 2.2 – Fusion de mesures centralisée.

Cette technique, très simple, est fréquemment utilisée pour fusionner l'information. En effet, l'opérateur de fusion est une somme pondérée des mesures, supposées indépendantes, dont l'expression est donnée par :

$$Z(k) = \left[ \sum_{i=1}^N R_i^{-1} \right]^{-1} \left[ \sum_{i=1}^N R_i^{-1} Z_i(k) \right] \quad (2.55)$$



Cependant, quand les mesures sont corrélées il n'y a pas d'expression analytique pour les coefficients de la somme pondérée. On montre au chapitre 3 que la valeur de ces coefficients peut être calculée à partir de la résolution d'un système d'équations linéaires.

## 2.5.2 La fusion Distribuée

La fusion distribuée a pour but d'estimer le vecteur d'état  $X$  en utilisant l'ensemble des états estimés en provenance de plusieurs unités de calcul. La fusion combine les états estimés  $(\hat{X}_1(k), \dots, \hat{X}_N(k))$  des  $N$  capteurs dans une nouvelle estimation  $\hat{X}(k)$  du vecteur d'état. Chaque estimation  $\hat{X}_i(k)$  est observée par une mesure  $Z_i(k)$ , donnée par le capteur  $i$ . Chaque capteur traite son observation respective et transmet la valeur estimée au centre commun de fusion (Fusion centralisée des états estimés).

### Algorithme track-to-track

La méthode classique utilisée pour la fusion distribuée est l'algorithme de fusion track-to-track proposé par Bar Shalom [Bar88b]. Elle consiste à estimer l'état  $\hat{X}(k)$  et sa covariance  $P(k)$  à partir des estimations et des covariances des filtres associés aux capteurs 1 et 2. Chaque estimation est traitée dans un filtre de Kalman linéaire. On suppose que les mesures  $Z_1(k)$  et  $Z_2(k)$  sont indépendantes : figure 2.3.

Le vecteur d'état fusionné  $\hat{X}(k)$  est obtenu par l'équation linéaire :

$$\hat{X}(k) = \hat{X}_1(k) + \frac{[P_1(k) - P_{12}(k)]}{[P_1(k) + P_2(k) - P_{12}(k) - P_{21}(k)]} (\hat{X}_2(k) - \hat{X}_1(k)) \quad (2.56)$$

$P_i(k)$  représente la matrice de covariance de l'estimation  $\hat{X}_i(k)$  et  $P_{12}(k) = P_{21}^T(k)$  est l'inter covariance entre  $\hat{X}_1(k)$  et  $\hat{X}_2(k)$ . En effet, les modèles d'état sont identiques et on montre que les états estimés dans ce contexte sont corrélés [Bar81]. La formule 2.56 est déduite de l'expression de l'opérateur de fusion centralisée dans le cas de deux mesures corrélées. La matrice d'inter covariance est calculée avec l'équation récursive suivante :

$$P_{12}(k) = (I - K_1(k).H_1(k))F(k-1)P_{12}(k-1)F^T(k-1)(I - K_2(k).H_2(k))^T + (I - K_1(k).H_1(k))Q(k-1)(I - K_2(k).H_2(k))^T \quad (2.57)$$

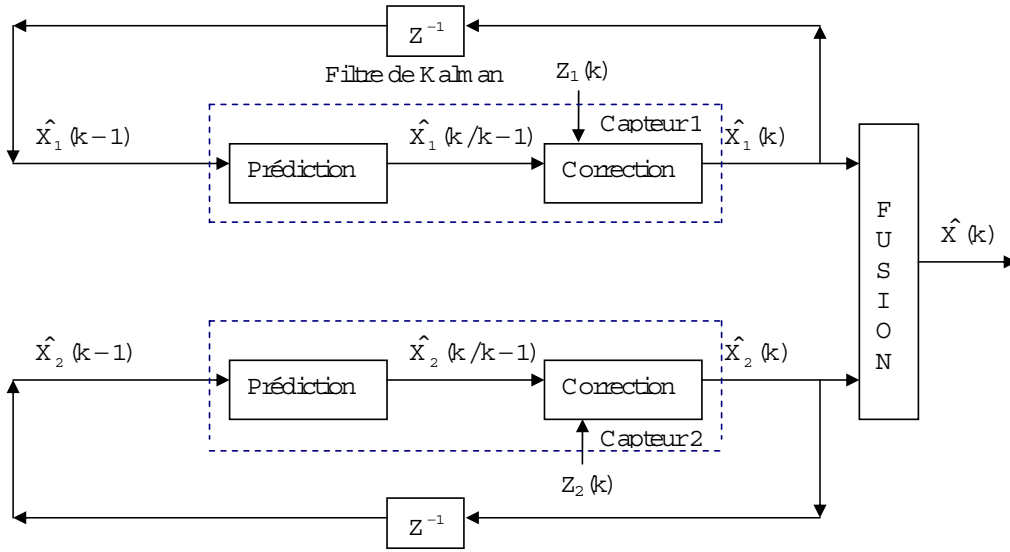


FIG. 2.3 – Algorithme de la fusion track-to-track.

$K_i(k)$  est le gain de Kalman du capteur  $i$  à l'instant  $k$ . L'expression de la matrice de covariance de l'état fusionné est donnée par :

$$P(k) = P_1(k) - \frac{[P_1(k) - P_{12}(k)]}{[P_1(k) + P_2(k) - P_{12}(k) - P_{21}(k)]} [P_1(k) - P_{21}(k)] \quad (2.58)$$

L'avantage principal de cette méthode est qu'elle prend en compte la corrélation entre les bruits de modèles [Bar86], [Sah96]. Dans cette méthode, l'estimation fusionnée de l'état  $\hat{X}(k)$  est meilleure (covariance plus faible) que les estimations  $\hat{X}_1(k)$  et  $\hat{X}_2(k)$ .

### Algorithme track-to-track modifié

Gao et Harris [Gao02], ont proposé une structure de fusion (MTF : Modified Track-to-track Fusion) dans laquelle l'estimation fusionnée est utilisée pour prédire l'état  $\hat{X}(k/k-1)$  commun aux deux capteurs : figure 2.4. L'état prédit est alors corrigé par les mesures des deux capteurs pour fournir  $\hat{X}_1(k)$  et  $\hat{X}_2(k)$  au centre de fusion. L'algorithme MTF, dérivé de l'algorithme de fusion track-to-track, permet d'améliorer le procédé de prédiction du filtre de Kalman, en utilisant l'estimation fusionnée de l'état précédent.

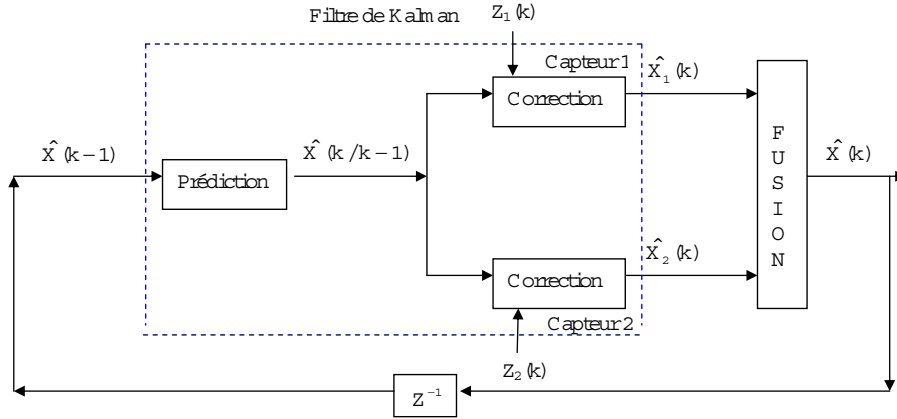


FIG. 2.4 – Algorithme MTF dérivé de la fusion track-to-track.

Dans cette approche le modèle d'état est unique et la matrice d'inter covariance est modifiée. En effet, dans ce cas l'influence du modèle disparaît et l'inter covariance traduit uniquement la corrélation liée à l'utilisation d'observations d'un même environnement fourni par plusieurs capteurs. L'expression 2.57 de la matrice d'inter covariance est alors modifiée en l'expression réursive suivante :

$$P_{12}(k) = (I - K_1(k)H_1(k))P(k/k - 1)(I - K_2(k)H_2(k))^T \quad (2.59)$$

$$P_{21}(k) = P_{12}^T(k) \quad (2.60)$$

Dans l'algorithme MTF les matrices de covariance  $P_1(k)$ ,  $P_2(k)$  et les gains  $K_1(k)$ ,  $K_2(k)$  seront différents lorsque les équations de mesures seront différentes. Les états estimés  $\hat{X}_1(k)$  et  $\hat{X}_2(k)$  sont différents car les mesures sont différentes. Enfin, le coût de calcul de l'algorithme de fusion MTF est identique à celui de l'algorithme de fusion track-to-track.

Gao et Harris [Gao02] ont proposé une autre structure pour l'algorithme track-to-track. Dans cette implémentation nommée TFP (TFP : Track Fusion algorithm with fused Prediction) on fusionne les prédictions et les estimations : figure 2.5. Dans l'étape de prédiction du filtre, on fusionne les états prédits  $\hat{X}_1(k/k - 1)$  et  $\hat{X}_2(k/k - 1)$  pour obtenir

l'état prédit fusionné  $\hat{X}(k/k-1)$ . Cette prédiction fusionnée est corrigée par les mesures  $Z_1(k)$  et  $Z_2(k)$  pour fournir les états estimés  $\hat{X}_1(k)$  et  $\hat{X}_2(k)$ . Ces états estimés serviront pour la prédiction à la prochaine itération. Ils sont aussi combinés pour fournir l'état fusionné global  $\hat{X}(k)$ .

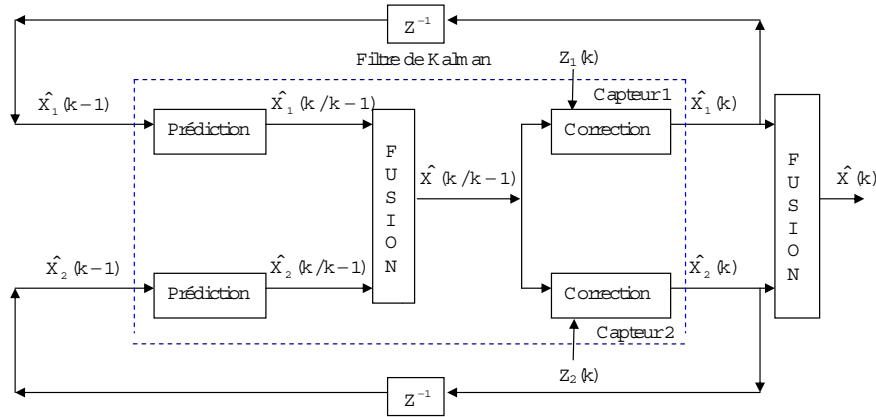


FIG. 2.5 – Variante de la structure de fusion track-to-track.

Dans cette implantation la prédiction fusionnée  $\hat{X}_i(k/k-1)$  est donnée par l'équation suivante :

$$\hat{X}(k/k-1) = \hat{X}_1(k/k-1) + \frac{[P_1(k/k-1) - P_{12}(k/k-1)]}{[P_1(k/k-1) + P_2(k/k-1) - P_{12}(k/k-1) - P_{21}(k/k-1)]} \times (\hat{X}_2(k/k-1) - \hat{X}_1(k/k-1)) \quad (2.61)$$

où,  $P_i(k/k-1)$  est la matrice de covariance de la prédiction  $\hat{X}_i(k/k-1)$  et  $P_{12}(k/k-1) = P_{21}^T(k/k-1)$  est l'inter covariance entre  $\hat{X}_1(k/k-1)$  et  $\hat{X}_2(k/k-1)$ . Ces matrices sont calculées à partir des équations récursives suivantes :

$$P_i(k/k-1) = F(k-1)P_i(k-1)F^T(k-1) + Q(k-1) \quad (2.62)$$

$$P_{12}(k/k-1) = F(k-1)P_{12}(k-1)F^T(k-1) + Q(k-1) \quad (2.63)$$

$$P_{21}(k/k-1) = P_{12}^T(k/k-1) \quad (2.64)$$

La matrice de covariance de l'état prédit fusionné  $\hat{X}(k/k-1)$  est :

$$P(k/k-1) = P_1(k/k-1) - \frac{[P_1(k/k-1) - P_{12}(k/k-1)]}{[P_1(k/k-1) + P_2(k/k-1) - P_{12}(k/k-1) - P_{21}(k/k-1)]} \times [P_1(k/k-1) - P_{21}(k/k-1)] \quad (2.65)$$

Finalement, l'état prédit  $\hat{X}(k/k-1)$  est corrigé par les observations  $Z_1(k)$  et  $Z_2(k)$ , ce qui permet d'obtenir deux estimations de l'état  $\hat{X}_1(k)$  et  $\hat{X}_2(k)$ . L'état fusionné  $\hat{X}(k)$  et la matrice de covariance associée  $P(k)$  sont donnés respectivement par les expressions 2.56 et 2.58. La matrice d'inter covariance est calculée à partir des équations récursives 2.59 et 2.60. On remarquera que, dans cette méthode, l'opérateur de fusion centralisée de deux mesures corrélées est appliqué à la fusion des prédictions et des estimations.

En conclusion, il est montré dans [Gao02], que l'algorithme MTF fournit de meilleures performances que les algorithmes track-to-track et TFP dans le cas de la fusion de capteurs de natures différentes. Les coûts de calcul de l'algorithme TFP sont plus faibles et ses performances sont meilleures en présence de bruits importants.

### Algorithme track-to-track pour $N$ capteurs

Les travaux récents sur les algorithmes de fusion de type track-to-track (fusion des états estimés) portent entre autres sur l'extension de la méthode à  $N$  capteurs. Il est présenté dans [Bar01] la généralisation de l'algorithme track-to-track à  $N$  capteurs. On considère ici  $N$  systèmes de poursuite fournissant  $N$  vecteurs d'états estimés  $\hat{X}(k) = [\hat{X}_1(k), \dots, \hat{X}_N(k)]'$  de taille  $n$ . Soit  $X^F(k)$  le vecteur d'état fusionné, il suit une distribution gaussienne de matrice de covariance  $P^F(k)$ . Le logarithme négatif de la fonction de vraisemblance  $P(\hat{X}_1(k), \dots, \hat{X}_N(k) / X^F(k))$  est donné par :

$$-\ln(P(\hat{X}_1(k), \dots, \hat{X}_N(k)/X^F(k))) = c + \frac{1}{2} \left( \begin{bmatrix} \hat{X}_1(k) \\ \hat{X}_2(k) \\ \dots \\ \hat{X}_N(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I \\ I \\ \dots \\ I \end{bmatrix} X^F \right)^T P^{-1}(k) \left( \begin{bmatrix} \hat{X}_1(k) \\ \hat{X}_2(k) \\ \dots \\ \hat{X}_N(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} I \\ I \\ \dots \\ I \end{bmatrix} X^F(k) \right)$$

où,  $c$  est une constante et  $I$  la matrice identité de taille  $n \times n$ .  $P(k)$  la matrice de covariance est définie par :

$$P(k) = \begin{pmatrix} P_{11}(k) & P_{12}(k) & \dots & P_{1N}(k) \\ P_{21}(k) & P_{22}(k) & \dots & P_{2N}(k) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{N1}(k) & P_{N2}(k) & \dots & P_{NN}(k) \end{pmatrix}$$

Les matrices d'inter covariance entre deux états estimés sont calculées à partir de l'équation réursive 2.57. On a alors l'estimateur du maximum de vraisemblance de  $X^F(k)$  qui est défini par :

$$\hat{X}^F(k) = (I^T P^{-1}(k) I)^{-1} I^T P^{-1}(k) \hat{X}(k) \quad (2.66)$$

où,  $I = [I I \dots I]'$  est une matrice identité de taille  $Nn \times n$ .  $P^F(k)$  la matrice de covariance de l'état estimé  $X^F(k)$  est donnée par :

$$P^F(k) = (I^T P^{-1}(k) I)^{-1} \quad (2.67)$$

Il est montré dans [Bar01] que les performances d'un tel système de fusion sont toujours inférieures aux performances de la fusion centralisée et qu'elles se dégradent quand le nombre de capteurs augmente.

### 2.5.3 La fusion Séquentielle

Dans la fusion séquentielle chaque capteur corrige la prédiction en provenance d'un autre capteur [Wil76], [Bru91]. On considère ici  $N$  capteurs ayant des matrices d'observations  $H_i(k)$  différentes et des observations  $Z_i(k)$  indépendantes. Seule l'équation d'état est commune à l'ensemble des filtres. L'état prédit est corrigé à l'aide de la première mesure pour calculer l'état estimé qui sera corrigé par la mesure suivante : figure 2.6. On a alors l'expression de l'état estimé  $i$  et de la covariance qui est donnée par :

$$\hat{X}_i(k) = \hat{X}_{i-1}(k) + K_i(k)[Z_i(k) - H_i(k).\hat{X}_{i-1}(k)] \quad (2.68)$$

$$P_i(k) = (I - K_i(k)H_i(k))P_{i-1}(k) \quad (2.69)$$

avec  $i = 1, \dots, N$ ,  $\hat{X}_0(k) = \hat{X}(k/k - 1)$  et  $P_0(k) = P(k/k - 1)$ .

L'estimation fusionnée globale est définie pour  $N$  capteurs par :

$$\hat{X}(k) = \hat{X}_N(k) \quad (2.70)$$

$$P(k) = P_N(k) \quad (2.71)$$

On montre facilement à partir de l'expression 2.28, en considérant plusieurs observations, que l'expression de l'état estimé et de la covariance pour le  $i^{ime}$  capteur est donnée par :

$$\hat{X}_i(k) = P(k) \left( \sum_{j=1}^i H_j^T(k) R_j^{-1} Z_j(k) + P(k/k - 1)^{-1} \right) \quad (2.72)$$

$$P(k) = \left( \sum_{j=1}^i H_j^T(k) R_j^{-1} H_j(k) + P(k/k - 1)^{-1} \right)^{-1} \quad (2.73)$$

On remarque alors que la fusion séquentielle est identique à la fusion centralisée de  $i$  capteurs. Le  $i^{ime}$  capteur du système séquentiel fusionnera l'information en provenance des  $i$  capteurs précédents. Ils n'auront pas tous les mêmes performances, les meilleures performances (covariance minimale) seront obtenues par le  $N^{ime}$  et dernier capteur. On montre que la fusion séquentielle est un cas particulier, en terme d'architecture de filtre,

de la fusion décentralisée.

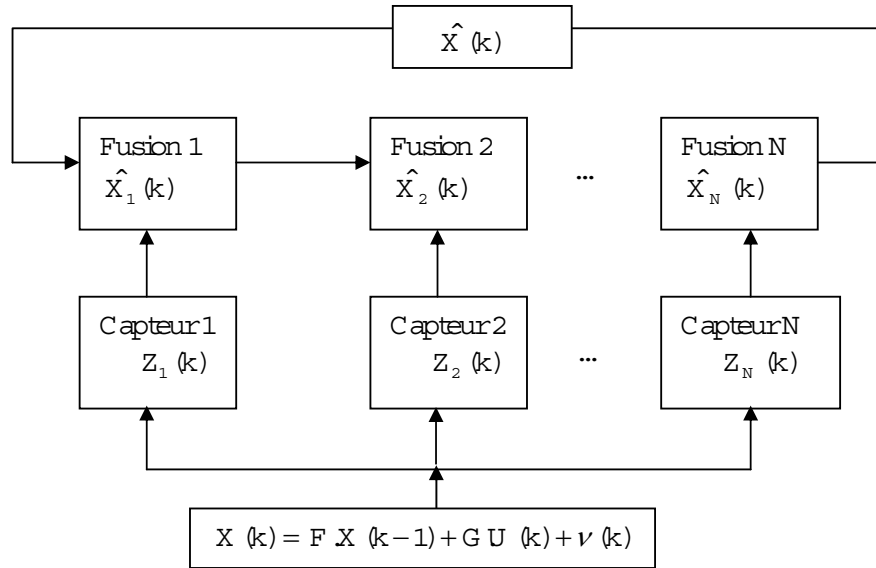


FIG. 2.6 – La fusion séquentielle.

#### 2.5.4 La fusion Décentralisée

Cette technique de fusion a été proposée et développée par Durrant-Whyte [Dur94], [Man94]. Un point important de la fusion décentralisée indique que le système n'a aucun calculateur central de fusion, à la différence des systèmes décentralisés souvent décrits dans la littérature comme typiquement distribués ou hiérarchiques. Le système se compose d'un réseau de noeuds associés à un ensemble de capteurs. Chaque capteur ayant des capacités de traitement propre. Cette structure n'exige aucun centre de fusion ou service de communication commun. Dans un tel système, la fusion se produit localement en chaque noeud sur la base des observations locales et de l'information communiquée par les noeuds voisins. La fusion d'informations décentralisée peut être définie à partir de trois contraintes :

- Il n'y a aucun centre de fusion ; aucun noeud ne doit être le centre de fusion du réseau.



- Il n’y a aucun service de communication commun ; le réseau de communication doit être construit suivant un maillage noeud à noeud.
- Les noeuds n’ont aucune connaissance globale de la structure du réseau ; chaque noeud est connecté à ses voisins dont il obtient des informations.

Les contraintes imposées permettent de définir certaines propriétés pour les systèmes de fusion d’informations décentralisés :

- L’absence de centre de fusion et de service commun de communication permet au système d’être plus souple. En effet, on évite ainsi le problème classique du goulot d’étranglement au centre de fusion et de largeur de bande nécessaire pour véhiculer l’information en provenance des capteurs vers le centre de fusion.
- Supposer qu’aucun noeud n’est central et qu’aucune connaissance globale de la topologie du réseau n’est exigée pour la fusion, permet au système d’être évolutif. En effet, l’ajout d’un noeud supplémentaire ou l’élimination d’un capteur défaillant se fera en modifiant localement le réseau.

L’avantage principal de cette méthode de fusion, est qu’elle fournit à chaque instant une mesure d’estimation, même si certains capteurs sont défaillants ou en panne. Il existe trois structures de réseau possibles pour les systèmes de fusion d’informations décentralisée.

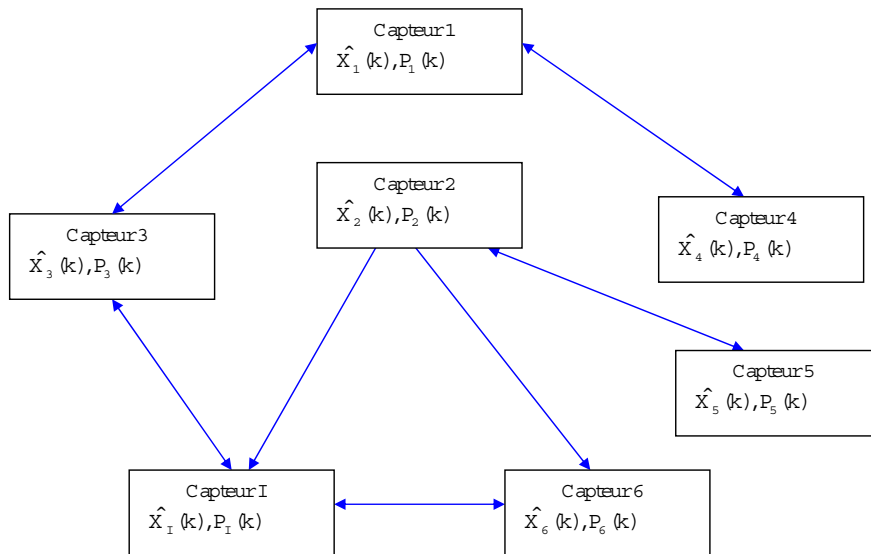


FIG. 2.7 – Architecture de fusion décentralisée point-à-point.

La figure 2.7 représente un système de fusion décentralisée ayant une architecture point-à-point. Dans cette architecture les noeuds sont fortement maillés et chaque capteur peut communiquer avec plusieurs autres capteurs de son environnement.

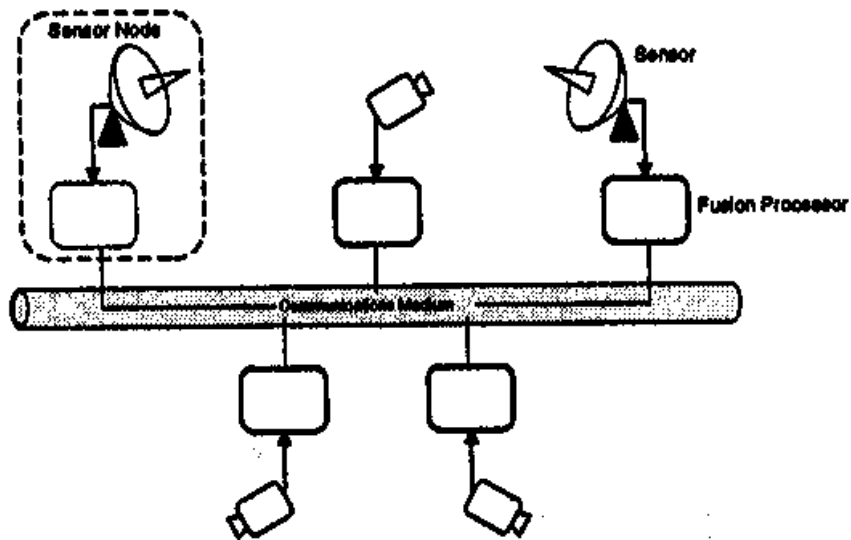


FIG. 2.8 – Architecture de fusion décentralisée en bus [Dur94].

La figure 2.8 représente un système de fusion décentralisée reposant sur un centre commun de communication matérialisé par un Bus. Un tel système détourne les contraintes de la fusion décentralisée, mais il est souvent utilisé en pratique. Il permet un fort maillage entre les capteurs, une évolution facile, mais il est difficile à dimensionner vis à vis de la quantité et de la fréquence des informations qu'il doit véhiculer.

La figure 2.9 représente une architecture de fusion décentralisée en anneau. Ce type de réseau qui nécessite peu de liaisons entre noeuds reste sensible aux défaillances des capteurs. C'est un bon compromis entre les deux réseaux précédents.

Le modèle mathématique utilisé pour étudier la fusion décentralisée repose sur le formalisme du filtrage de Kalman et sur la théorie de l'information. Dans ce cadre, les équations du filtre de Kalman sont reformulées en terme de quantité d'information. On considère le vecteur d'état  $X(k)$ , observé par un ensemble de capteurs  $i$  ( $i = 1, \dots, N$ ) fournissant des mesures  $Z_i(k)$ . L'estimation d'état  $\hat{X}(k/l) = E[X(k)/Z_l(k)]$  ainsi que la

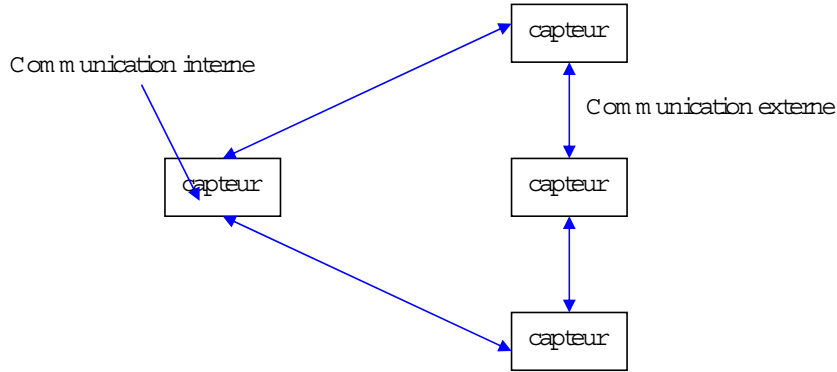


FIG. 2.9 – Architecture de fusion décentralisée en anneau.

covariance  $P(k/l) = E[\tilde{X}(k/l)\tilde{X}^T(k/l)/Z_l(k)]$  sont obtenues en réécrivant les équations 2.30 et 2.31 de la façon suivante :

$$Y(k/l) = P^{-1}(k/l) \quad (2.74)$$

$$\hat{Y}(k/l) = P^{-1}(k/l)\hat{X}(k/l) \quad (2.75)$$

On utilise le modèle d'observations suivant :

$$Z(k) = H(k)X(k) + w(k) \quad (2.76)$$

où,  $w(k)$  est le bruit de mesure et  $E[w(k)w^t(l)] = \delta_{kl}R$ . L'information liée à une observation peut être écrite sous la forme :

$$I(k) = H^T(k)R^{-1}H(k) \quad (2.77)$$

$$i(k) = H^T(k)R^{-1}Z(k) \quad (2.78)$$

Avec cette définition, les équations du filtre Kalman deviennent :

$$Y(k/k) = Y(k/k-1) + I(k) \quad (2.79)$$

$$\hat{Y}(k/k) = \hat{Y}(k/k-1) + i(k) \quad (2.80)$$

Dans le cas de la fusion décentralisée, on considère les modèles d'observations suivants :

$$Z_i(k) = H_i(k)X(k) + w_i(k) \quad (2.81)$$

$i = 1, \dots, N$ . On note  $i_i(k)$ , et  $I_i(k)$  les informations fournies par chaque capteur à leur environnement. On peut alors construire une estimation de l'état fusionnée en chaque capteur à partir des équations suivantes :

$$\hat{Y}(k/k) = \hat{Y}(k/k-1) + \sum_{i=1}^N i_i(k) \quad (2.82)$$

$$Y(k/k) = Y(k/k-1) + \sum_{i=1}^N I_i(k) \quad (2.83)$$

Les informations  $i_i(k)$  ne sont pas corrélées et leur somme constitue la quantité d'informations dont on dispose sur l'état à estimer. Dans cette approche, la fusion des données est reportée sur chaque noeud de capteur qui additionne la quantité d'informations dont il dispose. On remarquera la forte similarité existant entre ces équations et les équations 2.49 et 2.52 du système de fusion centralisée. On peut donc en conclure que chaque capteur réalise une fusion centralisée des informations dont il dispose.

### 2.5.5 Autres architectures

Les systèmes de fusion ayant une structure hiérarchique sont utilisés dans les algorithmes de fusion de données distribuée [Dur02]. Ce type d'architecture permet de combiner les informations à différents niveaux. Les données sont d'abord traitées par le niveau le plus bas puis transmises vers les niveaux supérieurs. L'estimation obtenue au niveau le plus haut est le résultat de la combinaison des informations issues de niveaux successifs : figure 2.10. Il est proposé dans [Dur02] de fusionner les états  $\hat{X}_i(k)$  de chaque niveau  $i$  par un opérateur de somme pondérée défini par :

$$\hat{X}(k) = \sum_{i=1}^N \kappa_i(k) \hat{X}_i(k) \quad (2.84)$$

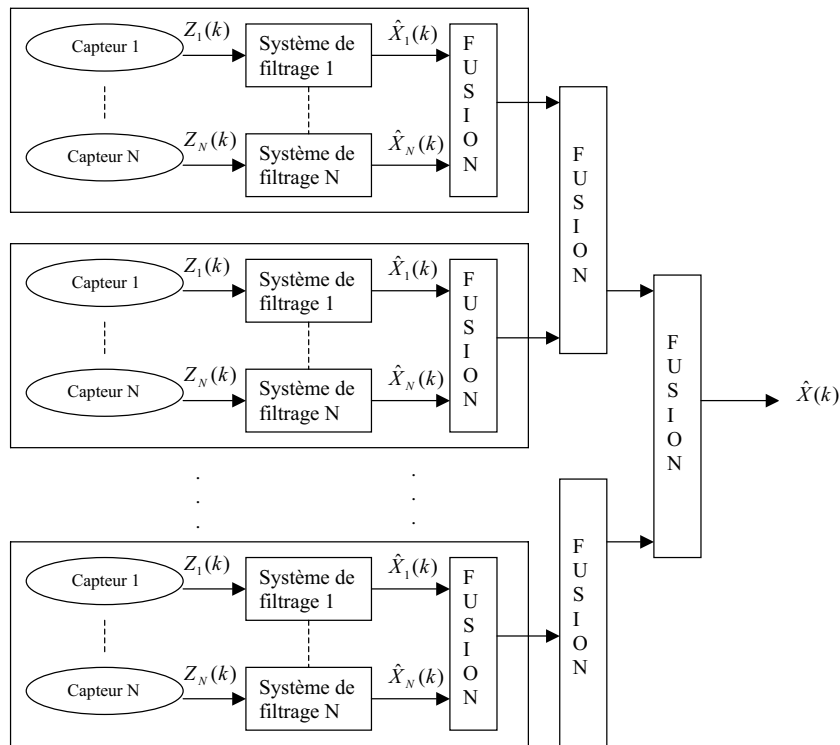


FIG. 2.10 – Structure de fusion hiérarchique multi-sensorielle de multiples niveaux.

où,  $\kappa_i(k)$  est la pondération. Le problème de cet opérateur est qu'il ne tient pas compte de la corrélation existant entre les états [Bar81].

On trouve aussi dans la littérature des architectures de fusion hybride définies de façons différentes. La fusion hybride peut être définie comme étant la combinaison de données fournies par différents capteurs. Dans le cas du filtrage d'état on peut corriger les prédictions obtenues par un premier capteur avec les observations fournies par le second [Hwa92]. On peut aussi fusionner les estimations obtenues par différents filtres [Gao02]. Une autre approche de la fusion hybride consiste à fusionner les données obtenues par des systèmes de fusion centralisée et décentralisée [Bla99].

## 2.6 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté différentes architectures de filtres, utilisées pour fusionner les informations en provenance d'un ensemble de capteurs. Les filtres d'états étudiés fournissent une estimation de l'état d'un système à partir d'un ou plusieurs modèles de comportement et d'un ensemble d'observations en provenance de capteurs. On montre que la combinaison des informations est modélisée par la distribution a posteriori, qui dans le cas de la fusion d'observations indépendantes est le produit des distributions de vraisemblances. Nous avons distingué trois grandes techniques de fusion auxquelles on associe les architectures de filtres présentés. Ces techniques sont la fusion centralisée, la fusion distribuée et la fusion décentralisée.

On montre que les systèmes de fusion centralisée et décentralisée combinent les mesures pour fournir une estimation plus précise. En revanche, la fusion distribuée combine les états estimés par plusieurs filtres.

La fusion centralisée est optimale au sens de la variance minimale, mais elle doit gérer une quantité de mesures qui peut être importante. La fusion décentralisée reporte le système de fusion centralisée à chaque capteur qui communique entre eux leurs mesures. Dans ce cas chaque capteur fusionne l'information dont il dispose. Les performances de cette technique dépendent de l'architecture du réseau de communication qui définit les connexions entre capteurs. La fusion distribuée est la technique la moins performante. En effet, les états étant estimés avec le même modèle, ils sont corrélés entre eux. Cependant, le volume d'informations traitées par le centre de fusion est dans ce cas le plus faible. Considérons par exemple plusieurs systèmes de perceptions géographiquement répartis. Ces systèmes estiment la valeur d'un état à partir d'un ensemble de mesures en provenance de capteurs de natures différentes. Dans ce cas, seul l'état estimé est envoyé au centre de fusion et non pas les différentes mesures.

Dans la suite de ce travail on souhaite fusionner les informations disponibles dans un GPS multi-porteuses. Dans le chapitre 3 nous présentons l'opérateur de fusion centralisée utilisé et son application à la fusion des mesures corrélées de phases et de pseudo distances obtenues à partir de plusieurs porteuses.

En environnement urbain, les signaux GPS ne sont pas toujours disponibles et la localisation du récepteur ne peut pas être calculée. Dans ce cas, on hybride le GPS avec des capteurs estimes comme par exemple l'odomètre et le gyromètre. Dans le chapitre 4 nous proposons un filtre pour l'hybridation serrée du GPS avec les capteurs estimes. L'architecture de ce filtre est à la fois centralisée et distribuée. Distribuée car le filtre fusionne différents modèles d'état, et centralisée car le filtre utilise des observations fusionnées. Le système proposé est appliqué au positionnement d'un véhicule en environnement urbain dense.

# Chapitre 3

## Systeme de Positionnement GPS Multi-Porteuses

### 3.1 Introduction

**N**OUS nous intéressons dans ce chapitre à la localisation d'un récepteur à partir du futur système GPS multi-porteuses. Nous considérons ici que le système GPS est non défaillant, et donc qu'il évolue dans un environnement où le nombre de satellites visibles est supérieur à quatre. Il est donc toujours possible de calculer une position. On souhaite montrer ici que la fusion des informations présentes sur les différentes porteuses du récepteur permet d'améliorer la précision du positionnement.

Dans les futurs systèmes de positionnement par satellites, le signal GPS sera généré sur trois fréquences porteuses (évolution de NAVSTAR, GALILEO). Actuellement, le système GPS utilise deux porteuses  $L_1$  et  $L_2$  modulées respectivement par le code  $C/A$  et le code P. Le code P est un code militaire non accessible aux civils. Dans le futur système GPS NAVSTAR le code  $C/A$  sera transmis sur trois ondes porteuses  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_5$  de fréquences différentes [Anon02]. Le code  $C/A$  sur  $L_5$  aura la même fréquence que le code P et une puissance supérieure de 6 dB à la porteuse  $L_1$ . Puisque chaque satellite émet le signal sur trois porteuses, chaque récepteur pourra fusionner l'information redondante sur ces trois porteuses. Cette configuration permettra de corriger les paramètres ionosphériques et de diminuer la puissance du bruit sur la mesure de pseudo-distance.



Avec le futur GPS multi-porteuses NAVSTAR, on dispose par satellite visible, de trois mesures de pseudo-distances et trois mesures de phases : les observables du système GPS. Pour pouvoir fusionner ces mesures il faut qu'elles soient non biaisées. En pratique, chaque mesure est affectée d'un biais, l'offset ionosphérique, qui dépend de la fréquence porteuse. On montre que l'on peut, à partir des trois pseudo-distances, construire deux mesures de l'offset ionosphérique pour chaque porteuse. Ces deux mesures sont corrélées et il faut en tenir compte pour la fusion. Avant d'être fusionnées, les observables GPS sont corrigées. Malheureusement la correction introduit une forte corrélation entre les mesures qui ne peuvent plus être fusionnées. L'utilisation d'un filtre de Kalman pour estimer l'offset ionosphérique diminue fortement cette corrélation et permet ainsi la fusion des mesures.

Le système de fusion centralisée présenté dans ce chapitre estime le biais de chaque porteuse, corrige les mesures de phases et de pseudo-distances. Puis les mesures corrigées sont fusionnées avant d'être combinées. La combinaison des mesures fusionnées est réalisée dans un filtre de Kalman qui "lisse" la pseudo-distance par la phase.

Après cette première partie, consacrée à l'introduction, nous présentons l'opérateur de fusion utilisé dans une deuxième partie. Les modèles des observables de code et de phase sont introduits dans la troisième partie. La quatrième partie est consacrée à la description du système de fusion centralisée qui combine les mesures GPS obtenues sur les différentes porteuses. L'expérimentation sur données réelles et synthétiques de la méthode proposée est présentée dans la cinquième partie.

## **3.2 Opérateur de fusion d'informations : La somme pondérée**

### **3.2.1 Définition de l'opérateur**

Dans le futur système GPS multi-porteuses, la poursuite du code et de la phase sera réalisée pour chaque satellite sur plusieurs fréquences. On disposera, par exemple, de plusieurs mesures de pseudo-distances satellite récepteur. On souhaite combiner ces mesures pour obtenir une seule valeur de pseudo-distance plus précise (variance plus faible). On

définit les  $n$  mesures de pseudo-distances comme  $n$  variables aléatoires  $Z_1, Z_2, \dots, Z_n$ . Le but de la combinaison des mesures est de réduire ces  $n$  estimées à une estimée  $Z$ . La technique classique de combinaison souvent décrite dans la littérature est la somme pondérée.

$$Z = \sum_{i=1}^n \alpha_i Z_i \quad (3.1)$$

$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  sont des poids positifs dont la somme est normalisée à 1. On suppose ici que les mesures associées à chaque porteuse sont non biaisées. Dans ce cas la somme des coefficients étant normalisée à 1, l'estimateur de  $Z$  est non biaisé. Si les mesures sont non corrélées, la variance de  $Z$  dépend de la valeur des  $\alpha_i$  et de la variance de chaque mesure combinée  $\text{var}(Z_i) = \sigma_i^2 > 0$ . Le calcul des poids qui minimisent la variance de  $Z$  est défini par [Oru03] :

$$\alpha_i = \frac{\sigma_i^{-2}}{\sum_{j=1}^n \sigma_j^{-2}} \quad (3.2)$$

La variance de  $Z$  est donnée par :

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \alpha_i \sigma_i^2 \quad (3.3)$$

On montre que cette variance obtenue pour les coefficients  $\alpha_i$  définis dans l'équation 3.2 est inférieure ou égale à la plus petite des variances  $\sigma_i^2$ .

Dans notre problématique, on souhaite définir les coefficients de la somme pondérée dans le cas où les mesures ne sont pas nécessairement gaussiennes et peuvent être corrélées. Dans le cas où les mesures sont corrélées la variance de  $Z$  est définie par :

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j \neq i} 2\sigma_{ij} \alpha_i \alpha_j \quad (3.4)$$

$\sigma_{ij}$  est la covariance des mesures  $Z_i$  et  $Z_j$ . Le problème posé est la définition des coefficients  $\alpha_i$  qui minimisent la variance de  $Z$ . On recherche la valeur des coefficients  $\alpha_i$  qui minimisent l'expression 3.4 sous la contrainte de normalisation. On utilise pour cela la

méthode des multiplicateurs de Lagrange. On considère la fonction :

$$F(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n) = \sigma^2 + L(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_n - 1) \quad (3.5)$$

$L$  est un multiplicateur inconnu. On annule les dérivées partielles de la fonction  $F(\dots)$  :

$$\frac{\partial F(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)}{\partial \alpha_i} = 0 \quad (3.6)$$

Ce qui nous conduit ainsi à résoudre un système de  $(n + 1)$  équations à  $(n + 1)$  inconnues  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$  et  $L$ .

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial F(\dots)}{\partial \alpha_1} = 2\alpha_1\sigma_1^2 + 2\sum_{j=2}^n \alpha_j\sigma_{1j} + L = 0 \\ \quad \quad \quad \cdot \\ \quad \quad \quad \cdot \\ \frac{\partial F(\dots)}{\partial \alpha_i} = 2\alpha_i\sigma_i^2 + 2\sum_{j=1, j \neq i}^n \alpha_j\sigma_{ij} + L = 0 \\ \quad \quad \quad \cdot \\ \quad \quad \quad \cdot \\ \frac{\partial F(\dots)}{\partial \alpha_n} = 2\alpha_n\sigma_n^2 + 2\sum_{j=1}^{n-1} \alpha_j\sigma_{nj} + L = 0 \\ \quad \quad \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \end{array} \right.$$

Pour trouver la solution de ce système d'équations linéaires on utilise une méthode de résolution numérique (méthode de Gauss-Seidel). Pour exprimer les coefficients  $\alpha_i$  en fonction des valeurs de variance et covariance on utilise une méthode de résolution analytique (substitution).

### 3.2.2 Cas de deux capteurs

Considérons le cas de deux capteurs fournissant des mesures  $Z_1$  et  $Z_2$  corrélées de variances  $\sigma_1^2$  et  $\sigma_2^2$  et de covariance  $\sigma_{12}$ . L'opérateur de fusion somme pondérée est défini

par :

$$Z = \alpha_1 Z_1 + \alpha_2 Z_2 \quad (3.7)$$

Dans cette expression les coefficients  $\alpha_1, \alpha_2$  sont obtenus comme on le décrit dans l'annexe B et s'expriment de la façon suivante :

$$\alpha_1 = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \frac{\sigma_1^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}} \quad (3.8)$$

On peut alors écrire l'expression de l'opérateur de fusion :

$$Z = Z_1 + \frac{(\sigma_1^2 - \sigma_{12})}{\sigma_2^2 + \sigma_1^2 - 2\sigma_{12}} (Z_2 - Z_1) \quad (3.9)$$

La variance de l'opérateur de fusion  $\sigma^2$  est donnée par l'expression suivante :

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 - \frac{(\sigma_1^2 - \sigma_{12})^2}{\sigma_2^2 + \sigma_1^2 - 2\sigma_{12}} \quad (3.10)$$

On représente à gauche, sur la figure 3.1 la valeur de  $\sigma^2$  en fonction de la valeur de covariance  $\sigma_{12}$  pour  $\sigma_1^2 = 1$  et  $\sigma_2^2 = 2$ . On représente sur la figure de droite la valeur de  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  en fonction de la valeur de la covariance  $\sigma_{12}$ .

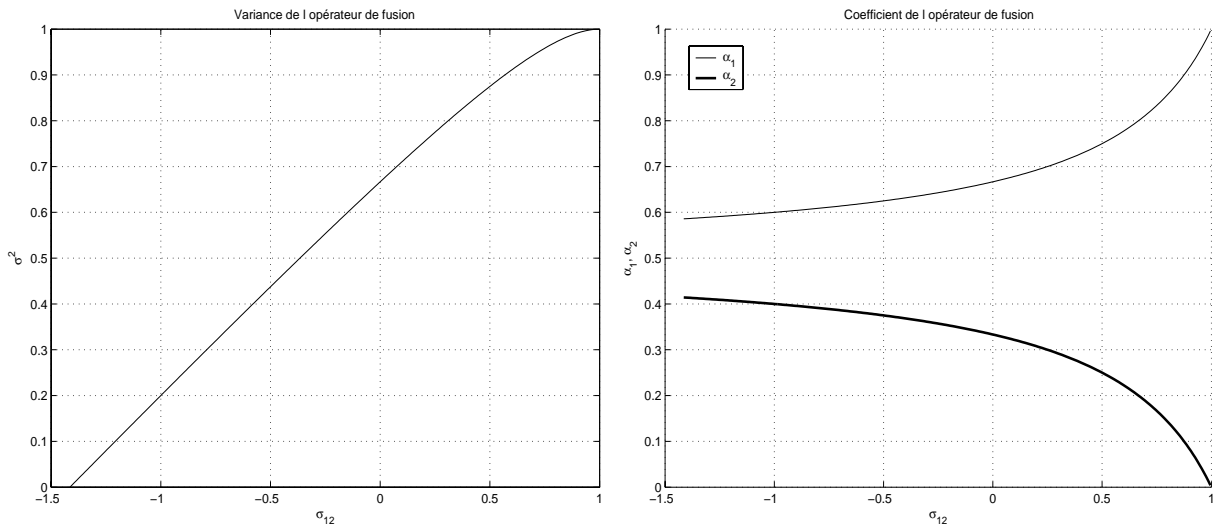


FIG. 3.1 – Evolution de  $\sigma^2$ ,  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  en fonction de  $\sigma_{12}$  ( $\sigma_1^2 = 1$ ,  $\sigma_2^2 = 2$ ).

L'opérateur de fusion ne peut pas être utilisé pour toutes les valeurs de  $\sigma_{12}$ . En effet, ses performances doivent être supérieures ou égales au plus performant des deux capteurs. La variance  $\sigma^2$  de  $Z$  doit donc être inférieure ou égale aux variances  $\sigma_1^2$  de  $Z_1$  et  $\sigma_2^2$  de  $Z_2$ . On a donc la condition suivante :

$$0 \leq \sigma^2 \leq \min(\sigma_1^2, \sigma_2^2) \quad (3.11)$$

ce qui implique :

$$-(\sigma_1\sigma_2) \leq \sigma_{12} \leq \min(\sigma_1^2, \sigma_2^2) \quad \text{et} \quad \alpha_1, \alpha_2 \geq 0 \quad (3.12)$$

Dans certains cas les propriétés de l'opérateur de fusion peuvent être utilisées différemment. En effet, à partir d'un ensemble de mesures en provenance de deux capteurs, on peut rechercher les valeurs de  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  qui minimisent  $\sigma^2$  et en déduire ainsi la corrélation existant entre les données. Dans la suite du chapitre nous allons définir les observables du signal GPS disponibles sur les différentes porteuses et le système de fusion proposé qui utilise l'opérateur somme pondérée dans son implantation.

## 3.3 Modèle GPS multi-porteuses

### 3.3.1 Modélisation des "observables" de code du GPS

Un récepteur GPS fournit des observables de code mesurées à partir du décalage temporel entre le code CDMA (Code Division Multiple Access) généré par le récepteur et le code CDMA reçu, généré par le satellite. On déduit des observables de code les pseudo-distances satellites récepteur dont l'expression est donnée par :

$$Pr_j^s(t) = \rho^s(t) + c(\Delta t^s(t)) + I_j^s(t) + T^s(t) + \xi_j^s \quad (3.13)$$

$Pr_j^s(t)$  représente la pseudo-distance entre le satellite  $s$  et le récepteur, obtenue pour la porteuse  $j$ ,  $j = \{1, 2, 5\}$  et  $s = \{1, 2, \dots, 26\}$ .

$\rho^s(t) = d^s(t) - c\Delta t_r(t)$ , où  $d^s(t)$  est la distance réelle séparant le satellite  $s$  de l'utilisateur et  $\Delta t_r(t)$  est l'écart de synchronisation entre le temps du récepteur et le temps UTC.

$I_j^s(t)$  est l'offset ionosphérique qui dépend de la fréquence porteuse  $j$  et du satellite  $s$ .

$T^s(t)$  et  $c(\Delta t^s(t))$  sont respectivement l'offset troposphérique et l'écart de synchronisation entre le temps du satellite  $s$  et le temps UTC.

$\xi_j^s$  est le bruit thermique qui dépend de la puissance du signal reçu sur la porteuse  $j$ . Il est modélisé par un bruit blanc gaussien centré.

Pour calculer la position du récepteur il faut corriger les différents offsets. L'offset troposphérique et l'écart de synchronisation des satellites avec le temps UTC sont corrigés à l'aide de modèles [Lei95] et [ICD97]. L'offset ionosphérique est évalué à partir des mesures de pseudo-distances du signal multi-porteuses. Le récepteur GPS fournit une mesure tous les  $k.Te$  échantillons, où  $1/Te$  est la fréquence d'apparition des mesures. On a alors l'expression de la mesure de pseudo-distance corrigée suivante :

$$\check{P}r_j^s(k) = \rho^s(k) + b_j^s(k) + \xi_j^s \quad (3.14)$$

$b_j^s(k)$  est l'erreur de correction, elle est modélisée par un bruit blanc gaussien biaisé. Le biais détermine l'erreur de modélisation. La puissance du bruit sur  $b_j^s(k)$  définit l'erreur sur la mesure de l'offset ionosphérique. La valeur du biais est indépendante de la fréquence porteuse et n'influencera donc pas la fusion des pseudo-distances. En revanche, la puissance du bruit de l'erreur de correction  $b_j^s(k)$  dépend de la fréquence et est supérieure à la puissance du bruit sur la mesure de pseudo-distance  $\xi_j^s$ .

On montre que la mesure de l'offset ionosphérique d'un récepteur GPS multi-porteuses, est donnée par la relation suivante :

$$I_{ij}^s(k) = \frac{Pr_j^s(k) - Pr_i^s(k)}{\gamma_{ij} - 1} \quad (3.15)$$

avec :

$$\gamma_{ij} = \left( \frac{f_i}{f_j} \right)^2$$

$$i = \{1,2,5\} \text{ et } j = \{1,2,5\} \text{ et } i \neq j$$

Dans le cas des trois porteuses  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_5$ , du futur système GPS, on définit deux mesures de l'offset ionosphérique pour chaque porteuse. Rappelons que :

- $f_1 = L_1 = 1575.42$  Mhz
- $f_2 = L_2 = 1227.6$  Mhz
- $f_5 = L_5 = 1176.45$  Mhz

On déduit, des pseudo-distances obtenues sur les porteuses  $L_1$  et  $L_2$ , une mesure de l'offset ionosphérique sur  $L_1$  :

$$I_{12}^s(k) = \frac{Pr_2^s(k) - Pr_1^s(k)}{\gamma_{12} - 1} = \bar{I}_{12}^s(k) + \xi_{12}^s \quad (3.16)$$

avec :

$$\gamma_{12} = \left( \frac{f_1}{f_2} \right)^2 \quad (3.17)$$

On déduit une seconde mesure de l'offset ionosphérique sur  $L_1$  à partir des pseudo-distances obtenues sur les porteuses  $L_1$  et  $L_5$  :

$$I_{15}^s(k) = \frac{Pr_5^s(k) - Pr_1^s(k)}{\gamma_{15} - 1} = \bar{I}_{15}^s(k) + \xi_{15}^s \quad (3.18)$$

avec :

$$\gamma_{15} = \left( \frac{f_1}{f_5} \right)^2 \quad (3.19)$$

On note  $\sigma_{(12)}^2$  et  $\sigma_{(15)}^2$  les variances respectives de  $\xi_{12}^s$  et  $\xi_{15}^s$ . La covariance de  $I_{15}^s$  et  $I_{12}^s$  est notée  $\sigma_{(125)}$ . On donne dans l'annexe B, l'expression de ces différents paramètres statistiques en fonction de la puissance du bruit sur le signal reçu.

On remarque que les mesures d'offsets ionosphériques 3.18, 3.16, ont une puissance de bruit thermique ( $\sigma_{(12)}^2$  et  $\sigma_{(15)}^2$ ) supérieure à la puissance du bruit sur la mesure de pseudo-distance. En effet, pour les fréquences considérées on a :  $\gamma_{15} = 1.79$  et  $\gamma_{12} = 1.65$ .

Les pseudo-distances corrigées auront donc une puissance de bruit thermique supérieure.

Pour avoir une estimation plus précise de l'offset ionosphérique, on propose dans la suite de fusionner les deux mesures de corrections. Soit la mesure fusionnée :

$$I_1^s(k) = \alpha_1 I_{12}^s(k) + \alpha_2 I_{15}^s(k) \quad (3.20)$$

Les corrections  $I_{12}^s(k)$  et  $I_{15}^s(k)$  sont corrélées car elles utilisent toutes les deux la mesure de pseudo-distance sur  $L_1$ . Connaissant la puissance du signal reçu de chaque porteuse, on calcule la puissance du bruit de chaque pseudo-distance. Dans ces conditions, l'expression des coefficients  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  est donnée dans l'annexe B.

De plus, on montre que les mesures d'offsets ionosphériques de chaque porteuse sont proportionnelles entre elles, donc corrélées. Dans ce cas, la pseudo-distance corrigée est indentique pour chaque porteuse  $L_j$ . En effet, on a :

$$I_j^s(k) = \gamma_{ij} I_i^s(k) \quad (3.21)$$

ce qui implique l'égalité suivante :

$$\check{P}r_j^s(k) = Pr_j^s(k) - I_j^s(k) = Pr_j^s(k) - \gamma_{ij} I_i^s(k) = Pr_i^s(k) - I_i^s(k) = \check{P}r_i^s(k) \quad (3.22)$$

On ne peut donc pas obtenir plusieurs mesures de pseudo-distances corrigées distinctes et les fusionner. Pour s'affranchir du problème on propose dans la suite d'estimer les paramètres ionosphériques à l'aide d'un filtre de Kalman qui fournit une estimation précise et faiblement corrélée de la valeur des offsets ionosphériques. Il s'agit d'une puissance de bruit et d'une inter-corrélation faible entre les paramètres ionosphériques estimés. Les mesures de pseudo-distances corrigées sont alors faiblement corrélées et peuvent être fusionnées.

### 3.3.2 Modélisation des "observables" de phase du GPS

Un récepteur GPS fournit des observables de phase mesurées à partir de la fréquence porteuse du signal reçu. Cette mesure, en nombre de cycles, est utilisée pour calculer



la distance satellite récepteur. L'observable de phase en mètre est définie par la relation suivante :

$$L_j^s(t) = \rho^s(t) - \lambda_j N_j^s + c(\Delta t^s(t)) - I_j^s(t) + T^s(t) + \xi_j^s \quad (3.23)$$

On note cette équation de la façon suivante :

$$L_j^s(t) = \rho^s(t) - \lambda_j N_j^s + Cor_j^s(t) + \xi_j^s \quad (3.24)$$

$\lambda_j$  est la longueur d'onde de la porteuse  $j$ ,

$N_j^s$  est l'ambiguïté entière associée au signal du satellite  $s$ ,

$Cor_j^s(t)$  est un décalage, dont la valeur est la somme de l'offset ionosphérique avec l'offset troposphérique et l'écart de synchronisation au temps UTC.

L'observable de phase en cycle est alors donnée par la formule suivante :

$$\Phi_j^s(t) = (\rho^s(t) + Cor_j^s(t) + \xi_j^s) \frac{f_j^s(t)}{c} - N_j^s \quad (3.25)$$

$f_j^s(t)$  est la fréquence du signal reçu pour le signal émis par le satellite  $s$  sur la porteuse  $j$ .

La mesure de phase fournie par le récepteur est obtenue en cycle avec une période d'échantillonnage  $Te$ . On dispose alors d'une mesure tous les  $k.Te$ . Entre deux mesures de phases le récepteur compte les variations du nombre de cycles de la porteuse. Nous proposons l'expression suivante pour modéliser la mesure de phase :

$$\Phi_j^s(k) = \Phi_j^s(k-1) + [(\rho^s(k) + Cor_j^s(k) + \xi_j^s) - (\rho^s(k-1) + Cor_j^s(k-1) + \xi_j^s)] \frac{f_j^s(k)}{c} \quad (3.26)$$

On suppose dans cette expression que la fréquence  $f_j^s(k)$  est constante pendant l'intervalle de temps  $[(k-1).Te, k.Te]$ . On définit alors la mesure de phase corrigée par la formule suivante :

$$\check{\Phi}_j^s(k) = \check{\Phi}_j^s(k-1) + [(\rho^s(k) + b_j^s(k) + \xi_j^s) - (\rho^s(k-1) + b_j^s(k-1) + \xi_j^s)] \frac{f_j^s(k)}{c} \quad (3.27)$$

$b_j^s(k)$  est l'erreur de modélisation des offsets et de l'écart de synchronisation, que l'on

suppose être une variable aléatoire biaisée. On peut alors exprimer la mesure de phase en cycles par l'expression suivante :

$$\check{\Phi}_j^s(k) = [\rho^s(k) + b_j^s(k) + \xi_j^s] \frac{f_j^s(k)}{c} + \sum_{i=1}^{k-1} [\rho^s(i) + b_j^s(i) + \xi_j^s] \frac{(f_j^s(i) - f_j^s(i+1))}{c} - N_j^s \quad (3.28)$$

$\xi_j^s$  est le bruit sur la mesure de phase. Il augmente avec le temps car on additionne le bruit de chaque mesure de variation de phase. De plus,  $b_j^s(k)$  est une variable aléatoire biaisée. Elle est composée d'un bruit aléatoire centré associé aux mesures de l'offset ionosphérique et d'un biais associé aux erreurs introduites par les modèles utilisés pour la correction.

Le bruit sur la mesure de phase est donc principalement le bruit sur la mesure de l'offset ionosphérique. Le biais apporté par l'erreur de modélisation provoque une dérive de la mesure de phase qui affecte rapidement la précision du calcul de position. On représente figure 3.2 un exemple de positions calculées à partir des observables de phase obtenues sur des signaux réels. Sur la figure de gauche on observe la dérive du calcul de position réalisé à partir de la mesure de phase. Enfin, dans un système de localisation non différentiel l'estimation précise de l'ambiguïté entière est un problème difficile.

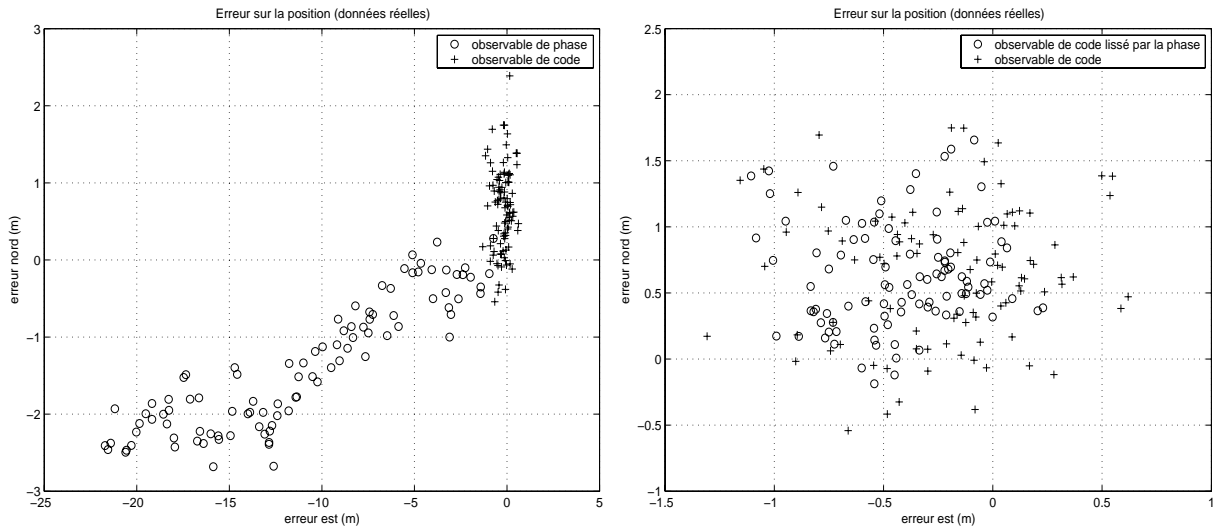


FIG. 3.2 – Erreur sur le calcul de position réalisé à partir des observables de code et de phase.

Pour pallier ces différentes limitations il est nécessaire tout d'abord d'obtenir une estimation faiblement bruitée et " dé-corrélée " de l'offset ionosphérique. Puis pour minimiser l'influence du biais de correction et la difficulté d'estimation de l'ambiguïté entière, il est préférable de travailler avec la différence de phases. On représente, sur la figure 3.2 de gauche un exemple de positions calculées à partir de la différence de phases lissée par le code. La position calculée est plus précise que celle obtenue à partir du code seul. L'expression de la différence de phases est donnée par :

$$\begin{aligned} \Delta\check{\Phi}_j^s(k) &= \check{\Phi}_j^s(k) - \check{\Phi}_j^s(k-1) = [\rho^s(k) + b_j^s(k) + \xi_j^s] \frac{f_j^s(k)}{c} \\ &+ \sum_{i=1}^{k-1} [\rho^s(i) + b_j^s(i) + \xi_j^s] \frac{(f_j^s(i) - f_j^s(i+1))}{c} - [\rho^s(k-1) + b_j^s(k-1) + \xi_j^s] \frac{f_j^s(k-1)}{c} \\ &+ \sum_{i=1}^{k-2} [\rho^s(i) + b_j^s(i) + \xi_j^s] \frac{(f_j^s(i) - f_j^s(i+1))}{c} \end{aligned} \quad (3.29)$$

On déduit l'expression de la différence de phases :

$$\Delta\check{\Phi}_j^s(k) = ([\rho^s(k) + b_j^s(k) + \xi_j^s] - [\rho^s(k-1) + b_j^s(k-1) + \xi_j^s]) \frac{f_j^s(k)}{c} \quad (3.30)$$

On remarque, dans cette expression, que l'ambiguïté disparaît et que le biais diminue car il évolue peu dans le temps comme nous l'avons constaté expérimentalement. Malheureusement le bruit thermique augmente, car on a une somme de variables aléatoires.

Dans la suite du chapitre nous proposons d'estimer les offsets ionosphériques avec un filtre de Kalman. On montre que les valeurs obtenues en pratique sont faiblement bruitées et " dé-corrélées ". Dans ce cas la différence de phases corrigée  $\Delta\check{\Phi}_j^s(k)$  est moins bruitée. Les observables de code et de phase corrigées sont fusionnées et combinées dans un filtre de Kalman pour obtenir une estimation précise de la pseudo-distance satellite récepteur. Dans notre approche, on lisse dans un filtre de Kalman le code par la phase. Dans notre modèle, la différence de phases est une commande du modèle d'état qui permet de définir une prédiction que l'on corrige par la mesure de pseudo-distance.

## 3.4 Estimation de la position GPS

### 3.4.1 Estimation de l'offset ionosphérique

Des signaux de fréquences différentes se propagent dans l'ionosphère suivant des trajectoires différentes. On parle alors d'un offset ionosphérique dont la valeur dépend de la fréquence. On montre que l'on peut mesurer cet offset en utilisant les pseudo-distances obtenues sur trois fréquences porteuses, comme par exemple les porteuses  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_5$  du système GPS NAVSTAR. On dispose de trois pseudo-distances, soit de deux mesures d'offsets ionosphériques pour chaque porteuse. Ces deux offsets sont fusionnés et sont utilisés comme observation dans un filtre de Kalman. Soit  $Z^{1s}(k)$  l'observation associée à la porteuse  $L_1$  en provenance du satellite  $s$ . Soit  $X^{1s}(k)$  l'état représentant l'offset ionosphérique associé à la porteuse  $L_1$  pour un satellite se trouvant au zénith du récepteur. En effet, l'expression de l'offset ionosphérique présenté au paragraphe 1.4.1 peut être écrite de la façon suivante :

$$I_j^s = S(E^s) \underbrace{\frac{(-40.3)TECv}{(f_j^s)^2}}_{X^{1s}} \quad (3.31)$$

$S(E^s)$  représente le facteur d'inclinaison du satellite et  $E^s$  l'élévation du satellite  $s$ . La valeur de l'offset associé au satellite se trouvant au zénith du récepteur, évolue lentement avec le temps et la position du récepteur. L'équation d'état du système est la suivante :

$$X^{1s}(k) = F_1 X^{1s}(k-1) + \nu_1^s \quad (3.32)$$

Dans cette expression la matrice de transition  $F_1 = 1$  et  $\nu_1^s$  est un bruit blanc gaussien de matrice de covariance  $Q_1$ . La mesure  $Z^{1s}(k)$  est liée à l'état prédit par le facteur  $S(E^s)$ . Celui ci est calculé à partir des positions connues des satellites et de la position approximative du récepteur. En effet, l'erreur commise sur la position du récepteur influence très peu la précision du calcul de l'élévation des satellites. L'équation de mesure

est la suivante :

$$Z^{1s}(k) = H_1 X^{1s}(k) + w_1^s \quad (3.33)$$

$$Z^{1s}(k) = S(E^s) X^{1s}(k) + w_1^s \quad (3.34)$$

Dans cette expression  $w_1^s$  est un bruit blanc gaussien de matrice de covariance  $R_1$ . L'observation est obtenue à partir des mesures d'offsets fusionnées :

$$Z^{1s}(k) = \alpha_1 I_{12}^s(k) + \alpha_2 I_{15}^s(k) \quad (3.35)$$

Les coefficients  $\alpha_i$  de pondération pour la fusion sont calculés à partir des caractéristiques statistiques des différents offsets décrits dans l'annexe B. L'expression qui lie  $I_{ij}^s(k)$  avec les pseudo-distances  $Pr_j^s(k)$  et  $Pr_i^s(k)$  est décrite au paragraphe 3.3.1. On représente figure (3.3) la structure du filtre d'estimation des offsets ionosphériques. Finalement, les corrections d'offsets ionosphériques pour chaque porteuse sont données par :

$$\hat{I}_1^s(k) = S(E^s) X^{1s}(k) \quad (3.36)$$

$$\hat{I}_2^s(k) = \gamma_{12} S(E^s) X^{1s}(k) \quad (3.37)$$

$$\hat{I}_5^s(k) = \gamma_{15} S(E^s) X^{1s}(k) \quad (3.38)$$

Ces différents offsets sont faiblement corrélés. Nous avons montré au paragraphe 3.3.1 que les mesures d'offsets des différentes porteuses sont corrélées entre elles. Le filtre de Kalman filtre ces mesures et diminue fortement la puissance du bruit et donc la corrélation entre offsets ionosphériques. Les mesures de pseudo-distances corrigées sont alors faiblement corrélées entre elles et peuvent alors être fusionnées.

### 3.4.2 Estimation de la pseudo-distance lissée par la phase

Les observables de code et de phase sont affectées d'un offset différent dépendant de la fréquence et lié à la propagation du signal dans l'ionosphère. Nous avons proposé dans le paragraphe précédent un filtre qui conduit à une estimation "dé-corrélée" de l'offset pour

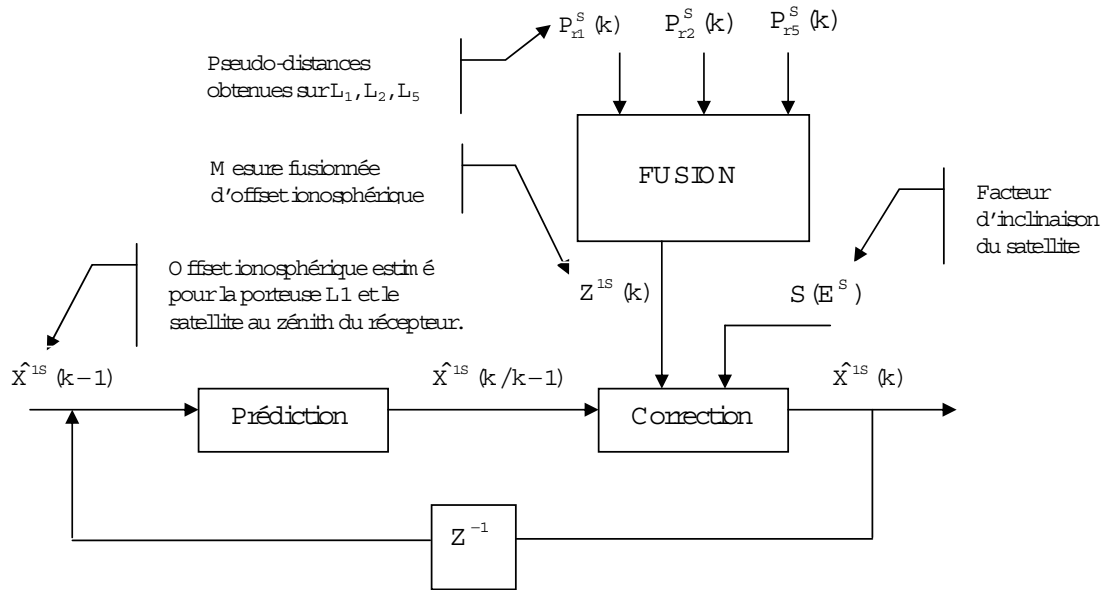


FIG. 3.3 – Structure du filtre d'estimation des offsets ionosphériques.

les différentes portuses. On peut alors corriger les différentes observables qui représentent une même grandeur bruitée : la pseudo-distance.

La mesure de phase est plus précise que la mesure de code, il existe en général un facteur dix entre les deux précisions. Cependant, comme nous l'avons montré au paragraphe 3.3.2, la mesure de phase dérive avec le temps car elle est affectée d'un biais lié à l'erreur de correction des offsets. Nous avons constaté expérimentalement qu'elle ne peut être utilisée seule pour estimer la pseudo-distance satellite récepteur. Une solution intéressante pour pallier les problèmes liés à l'utilisation de la phase est de lisser les pseudo-distances estimées à partir du code par les différences de phases. Nous proposons de réaliser ce traitement dans un filtre de Kalman. Dans notre approche on prédit une pseudo-distance à l'aide d'un modèle d'état qui intègre la différence de phases comme commande. Dans ce cas, la prédiction est précise à court terme car l'influence du biais sur la différence de phases est faible. Cette prédiction est alors corrigée par la mesure obtenue sur le code.

On dispose pour chaque satellite de plusieurs mesures de pseudo-distances et de phases. Ces mesures après correction sont fusionnées pour fournir au filtre une observation et une commande plus précise (variance plus faible). Elles sont supposées indépendantes

ou faiblement corrélées et l'opérateur de fusion utilisé est la somme pondérée classique. L'expression des coefficients de la somme est définie dans l'équation 3.2.

Soit  $X^{2s}(k)$  l'état représentant la pseudo-distance entre le récepteur et le satellite  $s$  à l'instant  $k$ . L'équation d'état du système est la suivante :

$$X^{2s}(k) = X^{2s}(k-1) + \Delta\check{L}^s(k) + \nu_2^s(k-1) \quad (3.39)$$

$\Delta\check{L}^s(k)$  est la fusion des différences de phases corrigées. Elle est exprimée en mètre. Elle représente la commande dans le modèle d'évolution de l'état. On exprime  $\Delta\check{L}^s(k)$  en fonction des différences de phases de chaque porteuse et en fonction des coefficients de pondération comme suit :

$$\Delta\check{L}^s(k) = \alpha_1[\Delta\check{\Phi}_1^s(k)\frac{c}{f_1^s(k)}] + \alpha_2[\Delta\check{\Phi}_2^s(k)\frac{c}{f_2^s(k)}] + \alpha_3[\Delta\check{\Phi}_5^s(k)\frac{c}{f_5^s(k)}] \quad (3.40)$$

Les coefficients  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  du système de fusion sont définis à partir des caractéristiques statistiques (puissance du bruit) de  $\Delta\check{\Phi}_i^s$ , calculées à partir de la puissance du signal reçu sur chaque porteuse.

Soit  $Z^{2s}(k)$  l'observation du filtre. Elle est calculée à partir de la fusion des mesures de pseudo-distances corrigées obtenues pour les différentes porteuses. Le modèle d'observation est le suivant :

$$Z^{2s}(k) = X^{2s}(k) + w_2^s(k) \quad (3.41)$$

L'expression de  $Z^{2s}(k)$  est donnée par :

$$Z^{2s}(k) = \alpha_1\check{P}r_1^s(k) + \alpha_2\check{P}r_2^s(k) + \alpha_3\check{P}r_5^s(k) \quad (3.42)$$

$\check{P}r_i^s$  est la pseudo-distance corrigée. On représente figure 3.4 la structure du filtre d'estimation de la pseudo-distance lissée par la phase.

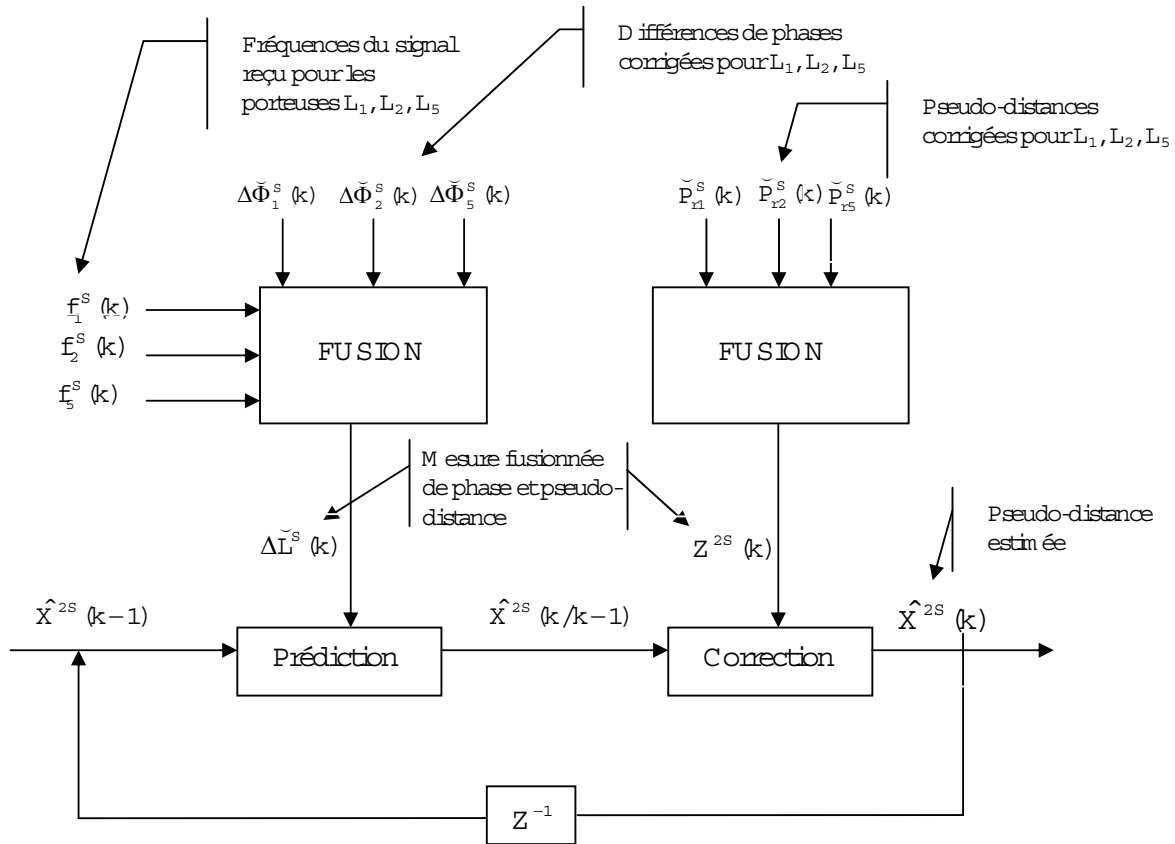


FIG. 3.4 – Structure du filtre d'estimation de la pseudo-distance lissée par la phase.

### 3.4.3 Estimation de la position

On représente figure 3.5 la structure globale du filtre d'estimation de la pseudo-distance. Sur cette représentation on retrouve les différents modules de fusion et correction des mesures biaisées par la propagation du signal dans l'ionosphère. Le calcul de position est réalisé à partir d'au moins quatre pseudo-distances. Il est donc nécessaire d'avoir au moins quatre filtres ayant la même structure et fonctionnant en parallèle pour estimer la position du récepteur.

Les paramètres (coefficients de la somme pondérée) des différents modules de fusion sont calculés à partir de la puissance du signal GPS. En effet, on donne dans le paragraphe 1.4.1 les relations qui lient le rapport signal sur bruit du signal reçu avec la puissance du bruit thermique sur la mesure de pseudo-distance et de phase. De plus, on donne en



annexe B l'expression des variances et covariances des offsets ionosphériques mesurés en fonction de la puissance du signal.

L'utilisation d'un filtre de Kalman passe par le réglage de ses paramètres qui sont les matrices de covariance du bruit de mesure  $R$  et du bruit d'état  $Q$ . Concernant le filtre d'estimation des paramètres ionosphériques, les caractéristiques statistiques des offsets en entrée du système de fusion sont connues. On peut alors en déduire les paramètres statistiques de l'observation fusionnée et donc les paramètres de la matrice  $R$  du filtre. Dans ce cas le bruit sur le modèle d'état  $Q$  est réglé expérimentalement et initialisé à une valeur faible car l'offset ionosphérique évolue lentement avec le temps et la position. Dans le cas du filtre d'estimation de la pseudo-distance lissée par la phase, le paramètre  $R$  est connu. En effet, la puissance du bruit en sortie du système de fusion est calculée à partir de la puissance du signal GPS. Enfin, dans ce cas le paramètre  $Q$  est réglé expérimentalement à une valeur la plus faible possible (la mesure de phase étant plus précise que l'observation de code) tout en limitant l'influence du biais de mesure de phase sur la précision de la localisation.

A chaque instant le filtre fournit une pseudo-distance par satellite visible. C'est à partir de ces données que le calcul de la position du récepteur par la méthode directe est effectué. Ce calcul est réalisé en plusieurs étapes :

1. Calcul des paramètres de correction troposphérique, ionosphérique et de temps.
2. Correction des pseudo-distances.
3. Calcul de la position des satellites.
4. Correction de la rotation de la terre.
5. Calcul de la position GPS par la méthode directe.

Les modèles de correction utilisés sont décrits dans [Lei95] et [ICD97]. Les algorithmes de calcul de la position des satellites sont définis dans [ICD97] ainsi que le problème lié à la rotation de la terre. Enfin, le calcul de la position du récepteur est décrit au paragraphe 1.2.6.

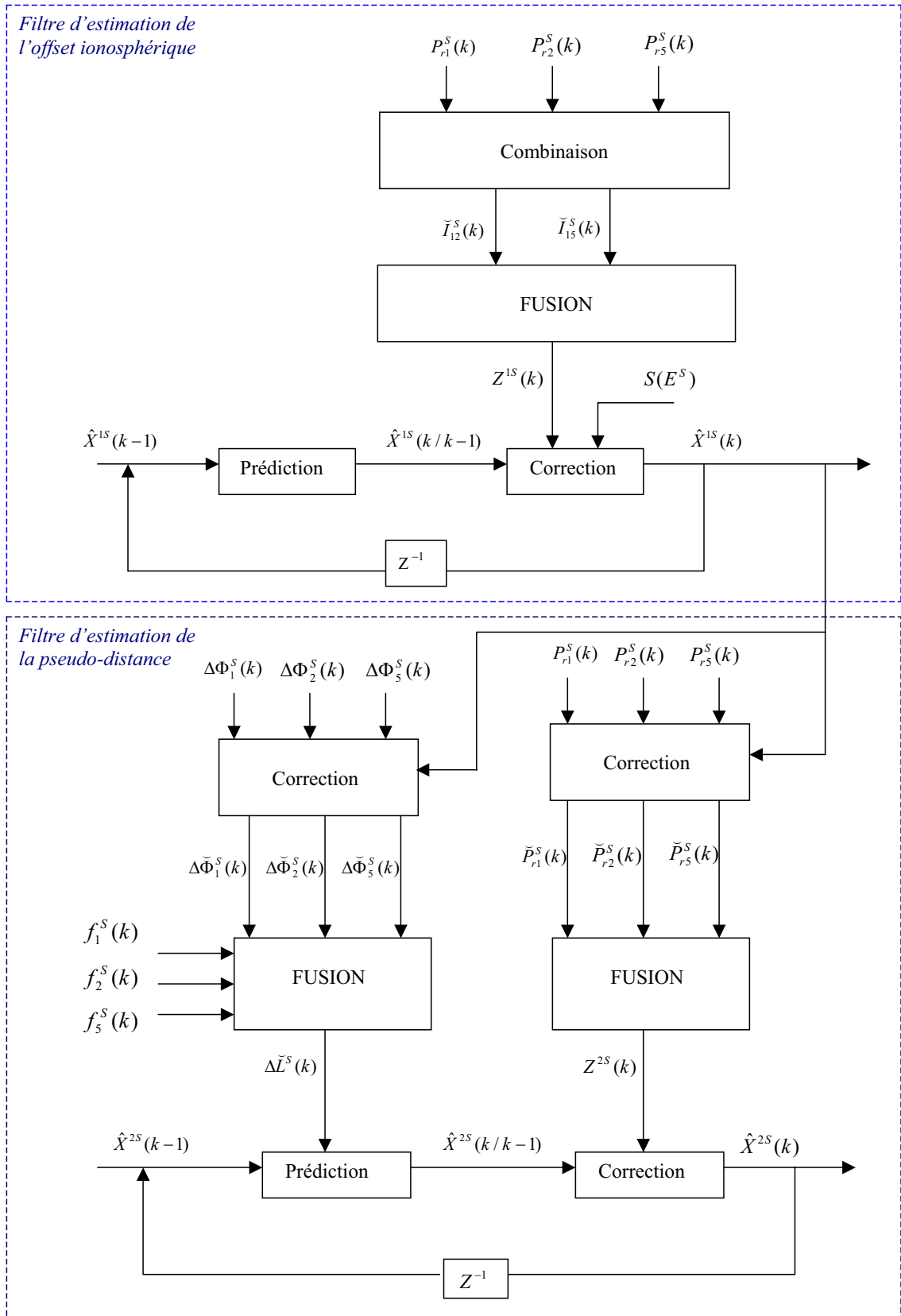


FIG. 3.5 – Structure globale du filtre.

## 3.5 Expérimentation

Nous présentons dans cette expérimentation, l'intérêt de la fusion des mesures dans un GPS multi-porteuses. Les données GPS sont obtenues par simulation ou à partir de mesures réelles. On suppose que la dégradation volontaire du signal GPS, la AS (Anti Spoofing), est désactivée.

Les conditions de l'expérimentation sont définies à partir des données réelles. Pour chaque campagne de mesures le récepteur fournit les informations au format RINEX (Receiver Independant EXchange Format) sauvegardées dans un fichier de navigation et un fichier d'observations. Dans le fichier de navigation, on trouve l'ensemble des paramètres nécessaires au calcul de la position du récepteur : éphémérides des satellites, paramètres du modèle d'estimation de l'offset ionosphérique, paramètres de recalage avec le temps UTC [ICD97]. Dans le fichier d'observations, on trouve les mesures fournies par le récepteur à chaque instant et pour chaque satellite. Pour nos expérimentations on utilisera les données du fichier de navigation dans les cas des mesures synthétiques et réelles.

Pour les données simulées, les erreurs troposphériques et ionosphériques sont générées à partir des modèles décrits dans [Lei95]. La puissance du signal reçu définit la puissance du bruit thermique sur les mesures de phases et de pseudo-distances (Cf. 1.46,1.47). Actuellement, le signal GPS civil est transmis sur la seule porteuse  $L_1$  avec une puissance de 42 dB. On considère pour notre expérimentation deux cas qui correspondent aux deux modernisations successives de l'avenir du système NAVSTAR. Les puissances des signaux dans ces deux cas sont données dans le tableau 3.1. Dans le **cas 1**, le signal GPS civil sera transmis sur les deux porteuses  $L_1$  et  $L_2$  avec une même puissance et des codes ayant les caractéristiques du code C/A (même débit et puissance). Dans le **cas 2**, le signal GPS civil sera transmis sur une fréquence supplémentaire  $L_5$  et avec une puissance supérieure de 6 dB et un code ayant le débit du code militaire P. L'expérimentation est réalisée sur 100 mesures de pseudo-distances par satellite. La précision est définie par la variance de l'erreur qui est estimée sur ces 100 réalisations.

Des mesures réelles ont été obtenues à partir du récepteur GPS NOVATEL bi-porteuses (Récepteur GPS OEM4) du Laboratoire dont la position de l'antenne est connue pré-

	Porteuse $L_1$	Porteuse $L_2$	Porteuse $L_5$
cas 1	42 dBHz	42 dBHz	–
cas 2	42 dBHz	42 dBHz	48 dBHz

TAB. 3.1 – *Puissance du signal à la réception.*

cisément. On dispose, en plus, de mesures issues d'un récepteur bi-porteuses appartenant à un réseau de stations américaines permanentes accessibles par Internet (<http://www.ngs.noaa.gov/CORS/Louisiana>). Dans ces deux cas, les données se présentent sous la forme de fichiers RINEX. La puissance du signal reçu est donnée dans le fichier d'observations pour chaque porteuse et chaque mesure.

Les différentes expérimentations réalisées sont organisées de la façon suivante. On présente dans une première étape l'estimation des paramètres ionosphériques obtenus à partir d'un récepteur multi-porteuses. On montre dans une seconde étape les performances du filtre de fusion proposé pour le calcul de position.

### 3.5.1 Estimation des paramètres ionosphériques

On souhaite montrer dans cette expérimentation que le filtre proposé permet d'estimer les paramètres ionosphériques qui seront utilisés dans une deuxième étape pour corriger les observables de code et de phase.

L'expérimentation est réalisée dans un premier temps à partir de données synthétiques obtenues avec plusieurs porteuses. On évalue alors la précision et la validité de la méthode. Dans un deuxième temps le filtre est testé sur des données réelles fournies par un récepteur GPS bi-fréquences. On montre alors que les résultats obtenus, comparés aux données réelles, sont réalistes et moins bruités.

#### Cas de données synthétiques

Dans cette expérimentation la puissance du signal à la réception est connue, on peut donc calculer la puissance du bruit thermique sur la mesure de pseudo-distance (Cf. 1.46,1.47) que l'on reporte dans le tableau 3.2.

	Porteuse $L_1$	Porteuse $L_2$	Porteuse $L_5$
cas 1	$3.05 \text{ m}^2$	$3.05 \text{ m}^2$	–
cas 2	$3.05 \text{ m}^2$	$3.05 \text{ m}^2$	$0.007 \text{ m}^2$

TAB. 3.2 – Puissance du bruit sur la mesure de pseudo-distance (variance en mètre).

On calcule alors la puissance du bruit sur la mesure d’offset ionosphérique (Cf. AnnexeB) que l’on reporte dans le tableau 3.3.

	Porteuse $L_1$	Porteuse $L_2$	Porteuse $L_5$
cas 1	$9.43 \text{ m}^2$	$25.27 \text{ m}^2$	–
cas 2	$3.85 \text{ m}^2$	$12.4 \text{ m}^2$	$10.4 \text{ m}^2$

TAB. 3.3 – Puissance du bruit sur la mesure d’offset ionosphérique (variance en mètre).

Dans le tableau 3.3 la puissance du bruit sur la mesure d’offset ionosphérique est plus faible pour l’offset de la porteuse  $L_1$  que celui de la porteuse  $L_2$ . En effet, comme nous l’avons montré précédemment il existe un facteur  $\gamma_{12}$  entre ces deux puissances de bruit. De plus, dans le **cas 2** la puissance du bruit sur l’offset de  $L_1$  est inférieure au **cas 1**. Ceci s’explique par l’utilisation de  $L_5$  qui est moins bruitée pour le calcul de l’offset et par la valeur de  $\gamma_{15}$  qui est supérieure à  $\gamma_{12}$ , (Cf. expression 3.15).

L’évolution de la valeur de l’offset ionosphérique est simulé avec le modèle décrit dans [Lei95]. Elle est mesurée à partir des valeurs de pseudo-distances et de l’expression 3.15. Dans ce travail, nous proposons d’estimer la valeur de l’offset ionosphérique avec le filtre proposé au paragraphe 3.4.1. On reporte en figure 3.6 l’évolution de la valeur de l’offset simulé, mesuré et estimé à partir des mesures d’un récepteur bi-porteuses  $L_1$  et  $L_2$ . Cette valeur dépend du satellite et évolue avec son élévation.

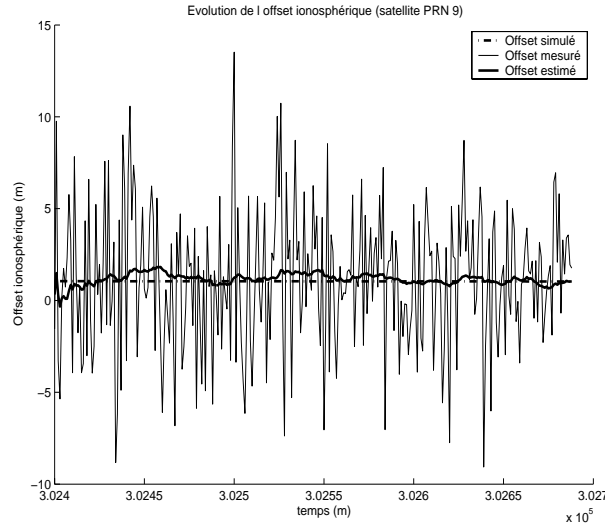


FIG. 3.6 – Exemple d'évolution de l'offset ionosphérique.

On reporte dans le tableau 3.4 la variance estimée de la différence entre l'offset simulé et estimé. Cette mesure représente le bruit sur l'estimation de l'offset ionosphérique. Dans cette expérimentation les variances, paramètres du filtre décrit au paragraphe 3.4.1, sont  $\text{var}(\nu_1^s)=0.005$  et  $\text{var}(w_1^s)$ .  $\text{var}(w_1^s)$  est la puissance du bruit sur la mesure d'offset ionosphérique pour la porteuse  $L_1$ , ses valeurs sont fournies dans le tableau 3.3.

	Porteuse $L_1$	Porteuse $L_2$	Porteuse $L_5$
cas 1	$0.99 \text{ m}^2$	$2.68 \text{ m}^2$	–
cas 2	$0.1 \text{ m}^2$	$0.29 \text{ m}^2$	$0.35 \text{ m}^2$

TAB. 3.4 – Variance de l'erreur d'estimation de l'offset ionosphérique.

Dans le tableau 3.4 on observe une amélioration de 10% sur la précision d'estimation de la valeur de l'offset ionosphérique entre le **cas 1** et le **cas 2**. En comparant les tableaux 3.3 et 3.4 on constate une amélioration de 10% pour la précision quand l'offset est estimé par le filtre proposé.

Dans le **cas 1**, on dispose d'une mesure du paramètre ionosphérique qui constitue l'unique observation du filtre. Dans le **cas 2**, on dispose de deux mesures de paramètres ionosphériques de la porteuse  $L_1$ . Ces deux mesures doivent être fusionnées pour constituer une observation. Cependant, compte tenu des caractéristiques des signaux, les pseudo-

distances obtenues sur la porteuse  $L_5$  sont beaucoup plus précises que sur les autres porteuses (facteur 100). Elles n'apporteront donc aucune information dans la fusion et on montre dans le tableau 3.5 que, dans ce cas, la fusion est impossible. On reporte dans le tableau 3.5 les valeurs de la variance  $\sigma_{(15)}^2$  de  $I_{15}^s$ ,  $\sigma_{(12)}^2$  de  $I_{12}^s$  et la covariance de ces deux mesures d'offsets  $\sigma_{(125)}$ . Ces valeurs sont calculées à partir des valeurs de la puissance du signal reçu (Cf. annexe B). Dans ce cas la fusion des mesures n'est pas possible car la condition 3.12 n'est pas remplie. En effet, dans le tableau  $\sigma_{(125)} = 5.9 > \sigma_{(15)}^2 = 4.8$ . On considère alors uniquement la mesure d'offset  $I_{15}^s$ , qui est la plus faiblement bruitée, comme observation.

	$\sigma_{(15)}^2$	$\sigma_{(12)}^2$	$\sigma_{(125)}$
Offset mesuré	4.8 m <sup>2</sup>	14.6 m <sup>2</sup>	5.9 m <sup>2</sup>

TAB. 3.5 – Variance et covariance des mesures d'offsets ionosphériques sur  $L_1$  (cas 2).

La fusion des pseudo-distances corrigées obtenues sur les différentes porteuses sera performante si ces mesures sont faiblement corrélées. Pour le **cas 1**, on reporte dans le tableau 3.6 les variances et covariances estimées du bruit sur la mesure quand l'offset ionosphérique utilisé pour la correction est mesuré et estimé.

	$\sigma_1^2$	$\sigma_2^2$	$\sigma_{12}$
Offset mesuré	24.5 m <sup>2</sup>	77.3 m <sup>2</sup>	43.2 m <sup>2</sup>
Offset estimé	2.94 m <sup>2</sup>	3.49 m <sup>2</sup>	0.84 m <sup>2</sup>

TAB. 3.6 – Variance et covariance des mesures de pseudo-distances dans le cas 1.

Les résultats reportés dans le tableau 3.6 montrent que pour un offset mesuré, le bruit sur la pseudo-distance corrigée est bien supérieur au bruit sur la mesure de pseudo-distance avant correction. En effet, la variance est de 24.5 m pour  $L_1$  après correction et de 3.05 m (Cf. tableau 3.2) avant correction. Cette valeur, bien supérieure, correspond à la somme de la puissance du bruit sur la mesure de pseudo-distance avec la puissance du bruit sur la mesure de l'offset plus deux fois la covariance entre ces deux bruits. Quand l'offset est estimé, la puissance du bruit sur la pseudo-distance corrigée est proche de la puissance du bruit avant correction. Ceci montre que le filtre proposé fournit une estimation précise

et faiblement corrélée de l'offset ionosphérique.

Les pseudo-distances ne peuvent pas être fusionnées quand l'offset est mesuré. En effet, on montre dans le tableau 3.6 que la valeur de la covariance est supérieure à la plus petite des variances, il n'est donc pas possible de définir les coefficients de l'opérateur de fusion (Cf. paragraphe 3.2.2). Cependant, quand l'offset est estimé par le filtre proposé, la faible valeur de covariance comparée aux valeurs de variance présentées dans le tableau 3.6 permet de valider l'opérateur de fusion.

On reporte dans le tableau 3.7 les valeurs de variance et covariance dans le **cas 2**, soit pour un récepteur multi-porteuses  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_5$ . Comme dans le cas précédent les résultats montrent que les pseudo-distances ne peuvent pas être fusionnées quand l'offset est mesuré. De plus, quand l'offset est estimé, la fusion, même si elle est possible, apporte très peu d'informations par rapport au signal sur la porteuse  $L_5$  qui est très faiblement bruitée lorsqu'on le compare à  $L_1$  et  $L_2$ .

	$\sigma_1^2$	$\sigma_2^2$	$\sigma_5^2$	$\sigma_{15}$	$\sigma_{12}$	$\sigma_{25}$
Offset mesuré	13.31 $m^2$	32.79 $m^2$	42.76 $m^2$	19.92 $m^2$	23.86 $m^2$	35.71 $m^2$
Offset estimé	2.62 $m^2$	2.94 $m^2$	0.01 $m^2$	0.09 $m^2$	0.01 $m^2$	0.01 $m^2$

TAB. 3.7 – Variance et covariance des mesures de pseudo-distances dans le cas 2.

En conclusion, nous avons montré que l'estimation des paramètres ionosphériques par le filtre proposé conduit à une détermination précise de l'offset et diminue de façon importante la corrélation entre les pseudo-distances corrigées. Ce résultat est plus remarquable dans le **cas 1** où les signaux ont même puissance. Dans le **cas 2**, la puissance du signal  $L_5$  est supérieure et les mesures effectuées sur cette porteuse sont bien plus précises que sur  $L_1$  et  $L_2$ . Dans ce contexte, la fusion apporte peu d'informations et n'est pas nécessaire. Dans la suite, le calcul de la position sera évalué à partir de données fournies par un récepteur bi-porteuses.

### Cas de données réelles

Dans cette expérimentation la position des antennes est connue avec précision. Dans les deux cas testés, on dispose d'une vue dégagée sur le ciel et d'au moins six satellites



visibles. Les données proviennent d'un récepteur situé en France et d'un récepteur situé aux Etats Unis. Les valeurs du GDOP (Geometrical Dilution Of Precision) pour ces deux expérimentations sont respectivement 2.7 pour la France et 2 pour les Etats Unis.

On représente figure 3.7 un exemple de valeurs de l'offset ionosphérique obtenu par différentes méthodes. On reporte en pointillé l'offset ionosphérique calculé à partir du modèle Klobuchar et des paramètres disponibles dans le message de navigation [ICD97]. La courbe en trait plein représente la valeur de l'offset ionosphérique mesuré. La courbe en trait gras représente l'offset estimé par la méthode proposée. On peut remarquer que les corrections calculées avec le modèle Klobuchar sont plus proches des mesures effectuées avec le récepteur Américain que celles effectuées avec le récepteur français. La raison de cette différence est que les paramètres du modèle sont définis à partir des mesures effectuées par les stations de base du système GPS qui sont situées aux Etats Unis.

En conclusion, les résultats obtenus avec notre méthode pour différentes expérimentations sont en général, plus réalistes que les résultats donnés par le modèle classique et moins bruités que les valeurs mesurées. Ils montrent la faisabilité et la validité de notre approche.

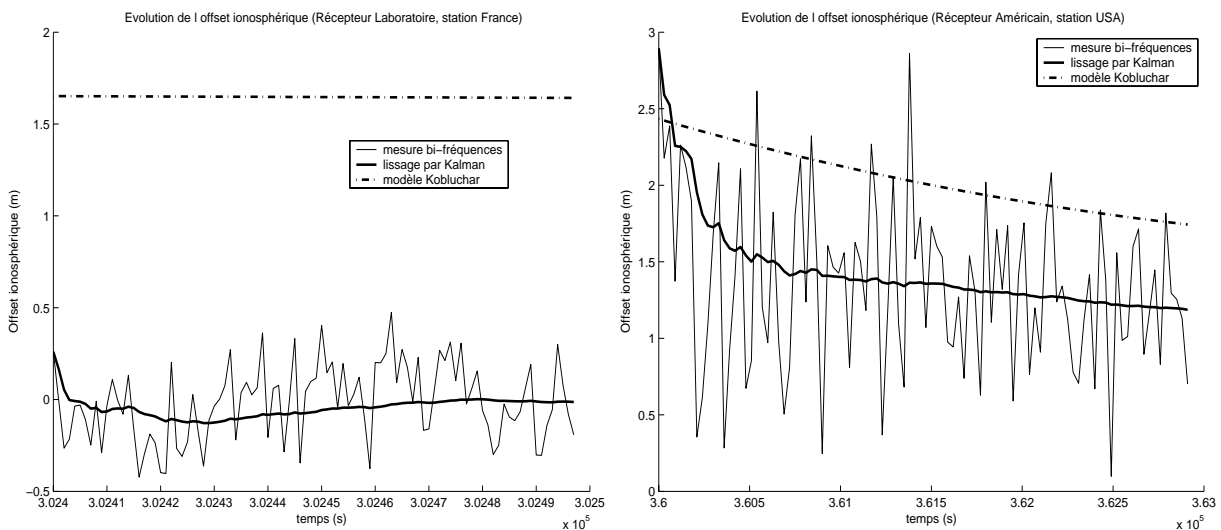


FIG. 3.7 – Exemple d'évolution de l'offset ionosphérique.

### 3.5.2 Estimation de la position

On compare dans cette expérimentation la précision du calcul de la position avec ou sans la fusion des mesures GPS. Les différentes étapes du calcul de position, décrites au paragraphe 3.4.3, sont réalisées à partir des informations contenues dans le fichier RINEX. Les positions sont calculées à partir des données contenues dans le fichier d'observations, pour le cas réel, et de données synthétiques que nous avons générées dans le cas simulé. Dans ces expérimentations, on dispose de mesures bruitées de phases et de pseudo-distances obtenues sur plusieurs porteuses. L'expérimentation est réalisée dans un premier temps à partir de données synthétiques obtenues sur deux porteuses (**cas 1** du paragraphe précédent). On évalue alors la précision de la méthode. Dans un deuxième temps, le filtre est testé sur des données réelles fournies par un récepteur GPS bi-fréquences. On confirme alors sur les données réelles les résultats obtenus sur les données synthétiques.

#### Cas de données synthétiques

Le calcul de la position est réalisé à partir des données obtenues sur les deux porteuses  $L_1$  et  $L_2$ . On distingue deux approches pour le calcul de la position : l'approche directe et l'approche par filtrage.

Dans l'approche directe le calcul de la position est effectué à partir des pseudo-distances corrigées. On représente figure 3.8 un exemple de positions calculées. Sur cette figure le point central (0,0) représente la position de l'antenne. Sur la figure de droite les positions sont calculées à partir des mesures de pseudo-distances sur la porteuse  $L_1$ . Sur la figure de gauche les positions sont calculées à partir des mesures de pseudo-distances de  $L_1$  et  $L_2$  fusionnées.

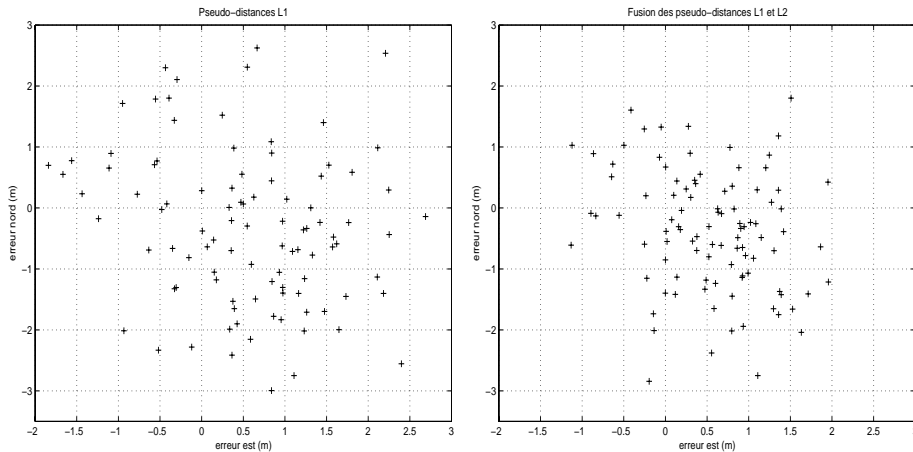


FIG. 3.8 – Positions calculées par l’approche directe.

On reporte dans le tableau 3.8 la variance de l’erreur du calcul de la position suivant les directions Est et Nord. On reporte aussi l’erreur d’excentricité qui est la distance moyenne entre la position réelle et la position estimée. Les signaux ayant la même puissance, on peut espérer diminuer d’un facteur deux la valeur de la variance. Les résultats obtenus décrits dans le tableau 3.8 le confirment.

	Variance Nord	Variance Est	Excentricité
Pseudo-distances $L_1$	$0.97 \text{ m}^2$	$1.73 \text{ m}^2$	$0.67 \text{ m}$
Pseudo-distances fusionnées	$0.48 \text{ m}^2$	$0.96 \text{ m}^2$	$0.66 \text{ m}$

TAB. 3.8 – Erreurs sur le calcul de position par l’approche directe.

Dans l’approche par filtrage, la pseudo-distance obtenue à partir du code est lissée par la phase dans un filtre de Kalman. La variation de phase est une commande et la pseudo-distance est une observation. On utilise la mesure de pseudo-distance fournie par la porteuse  $L_1$  corrigée. Deux types de correction sont envisagés ; l’offset mesuré et l’offset estimé. Les résultats obtenus sont comparés avec ceux de la méthode proposée. Dans cette méthode les pseudo-distances et les mesures de phases corrigées sont fusionnées. Elles sont ensuite combinées dans un filtre de Kalman qui utilise la phase en commande et la pseudo-distance en observation. La structure globale du filtre utilisée est décrite figure 3.5. On représente figure 3.9 un exemple de positions calculées dans les trois cas décrits précédemment. On reporte dans le tableau 3.9 les erreurs sur le calcul de la position.

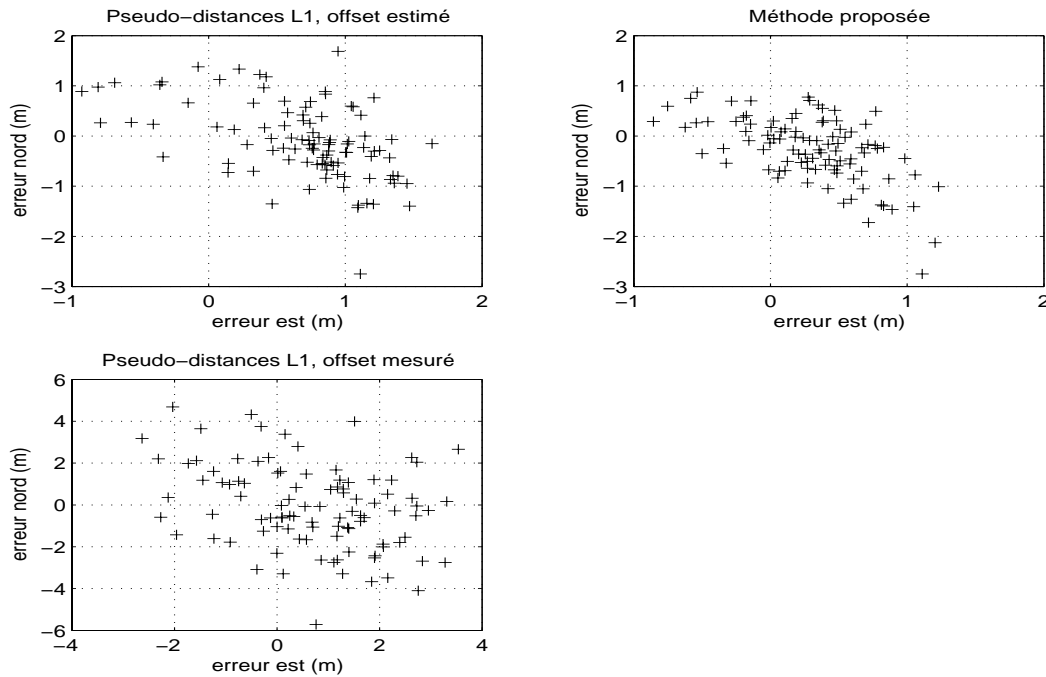


FIG. 3.9 – Positions calculées avec les pseudo-distances filtrées

	Variance Nord	Variance Est	Excentricité
Pseudo-distances $L_1$ corrections mesurées	$2.09 \text{ m}^2$	$4.03 \text{ m}^2$	$0.68 \text{ m}$
Pseudo-distances $L_1$ corrections estimées	$0.29 \text{ m}^2$	$0.57 \text{ m}^2$	$0.69 \text{ m}$
Méthode proposée	$0.19 \text{ m}^2$	$0.42 \text{ m}^2$	$0.39 \text{ m}$

TAB. 3.9 – Erreurs sur le calcul de position.

Les résultats décrits dans le tableau 3.9 montrent que l'utilisation des corrections mesurées dans un GPS multi-porteuses pour le calcul de la position est une mauvaise solution. En effet, il est préférable dans ce cas, d'utiliser les corrections fournies par un modèle comme on le montrera dans le cas réel. Quand les corrections sont estimées et les pseudo-distances sont lissées par la phase, la méthode proposée qui utilise les mesures fusionnées permet de diminuer d'un facteur  $\approx 1.5$  la valeur de la variance.

Dans cette expérimentation, les paramètres du filtre utilisé décrits au paragraphe 3.4.2 sont  $\text{var}(\nu_2^s)=0.8$  et  $\text{var}(w_2^s)$ .  $\text{var}(w_2^s)$  est la puissance du bruit sur la mesure de pseudo-distance calculée à partir de la puissance du signal reçu.

En conclusion, on montre que la fusion des mesures GPS permet d'améliorer la préci-

sion du positionnement calculé par l'approche directe. La méthode proposée qui fusionne les mesures dans un filtre de Kalman est plus performante que les méthodes classiques mono-porteuse.

### Cas de données réelles

Pour évaluer les performances de la méthode proposée, nous utilisons dans cette expérimentation les données en provenance de récepteurs bi-porteuses. Nous comparons le calcul de positions obtenues par la méthode directe, avec et sans fusion des pseudo-distances. Puis nous discuterons de l'apport de la fusion dans le cas des mesures multi-porteuses dont nous disposons.

En effet, on peut disposer actuellement de mesures de pseudo-distances et de phases obtenues sur les porteuses  $L_1$  et  $L_2$ . Cependant, le code P n'est pas connu sur les récepteurs civils que nous utilisons. Dans ces récepteurs des traitements sont mis en oeuvre pour obtenir une mesure de pseudo-distance sur la porteuse  $L_2$ . Ces traitements utilisent la corrélation entre les porteuses  $L_1$  et  $L_2$  qui possèdent toutes les deux le code P. De plus, les deux récepteurs utilisés pour cette expérimentation sont haut de gamme et offrent une meilleure précision (précision centimétrique) que les récepteurs classiques (précision métrique) modélisés dans le cas synthétique.

On reporte dans les tableaux 3.10 et 3.11 l'erreur sur le calcul de la position pour les récepteurs situés aux Etats Unis et en France. L'erreur est estimée à partir de 100 positions calculées par la méthode directe (les pseudo-distances non filtrées sont utilisées pour le calcul de la position). On considère dans un premier cas les pseudo-distances extraites de la porteuse  $L_1$  après correction de l'offset ionosphérique obtenu par le modèle Klobuchar. On considère dans un second cas les pseudo-distances de  $L_1$  corrigées par la mesure d'offset ionosphérique. Finalement, dans un troisième cas les pseudo-distances des deux porteuses  $L_1$  et  $L_2$  sont fusionnées et corrigées avec l'offset estimé.

Les résultats reportés dans les tableaux 3.10 et 3.11 montrent qu'il est préférable d'utiliser un modèle pour estimer les corrections plutôt que la mesure multi-porteuses de l'offset ionosphérique qui introduit une erreur importante sur le calcul de la position. La méthode proposée permet d'estimer l'offset ionosphérique avec plus de précision et

	Variance Nord	Variance Est	Excentricité
Pseudo-distances $L_1$ modèle Klobuchar	$1.625 \text{ m}^2$	$1.363 \text{ m}^2$	$1.13 \text{ m}$
Pseudo-distances $L_1$ corrections mesurées	$2.473 \text{ m}^2$	$2.235 \text{ m}^2$	$1.32 \text{ m}$
Pseudo-distances fusionnées corrections estimées	$1.504 \text{ m}^2$	$1 \text{ m}^2$	$1.35 \text{ m}$

TAB. 3.10 – Erreurs sur le calcul de position (récepteur situé aux Etats Unis).

	Variance Nord	Variance Est	Excentricité
Pseudo-distances $L_1$ modèle Klobuchar	$0.027 \text{ m}^2$	$0.048 \text{ m}^2$	$3.67 \text{ m}$
Pseudo-distances $L_1$ corrections mesurées	$0.238 \text{ m}^2$	$0.591 \text{ m}^2$	$1.22 \text{ m}$
Pseudo-distances fusionnées corrections estimées	$0.012 \text{ m}^2$	$0.01 \text{ m}^2$	$0.7 \text{ m}$

TAB. 3.11 – Erreurs sur le calcul de position (récepteur situé en France).

de fusionner les mesures de pseudo-distances. Le calcul de la position est dans ce cas plus précis (variance plus faible). Les résultats obtenus sont moins bons que les résultats attendus (diminution d'un facteur deux de la variance). Les deux raisons qui expliquent les résultats obtenus, sont que les pseudo-distances de chaque porteuse n'ont pas la même précision et qu'elles sont corrélées entre elles. Elles n'ont pas la même précision car elles ne sont pas définies à partir du même code (code C/A pour  $L_1$  et code P pour  $L_2$ ). Elles sont corrélées entre elles car l'information sur la porteuse  $L_1$  est utilisée pour définir une mesure de pseudo-distance sur  $L_2$ .

Les résultats des tableaux 3.10 et 3.11 montrent que la précision du calcul de la position est meilleure quand les pseudo-distances sont fusionnées. Cependant, les valeurs des paramètres  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  de l'opérateur de fusion sont difficiles à déterminer de façon automatique. En effet, dans le cas des récepteurs haut de gamme dont nous disposons, la puissance du bruit sur la mesure ne correspond pas avec les valeurs fournies par les formules 1.46 et 1.47. On représente sur la figure 3.10 l'erreur sur le calcul de la position en fonction du coefficient de pondération  $\alpha_1$  de l'opérateur de fusion. Sur cette figure une valeur de  $\alpha_1 = 1$  correspond à la mesure  $L_1$  seule et une valeur  $\alpha_1 = 0$  correspond à la

mesure  $L_2$  seule. On remarque que la valeur de  $\alpha_1$  qui fournit l'erreur minimale est proche de 0.2, ce qui signifie (Cf. paragraphe 3.2.2) que les mesures de pseudo-distances sont fortement corrélées et/ou plus précises sur la porteuse  $L_2$ . Dans notre expérimentation les mesures sur  $L_2$  sont effectivement plus précises et on introduit une corrélation entre les mesures lors de la correction des pseudo-distances.

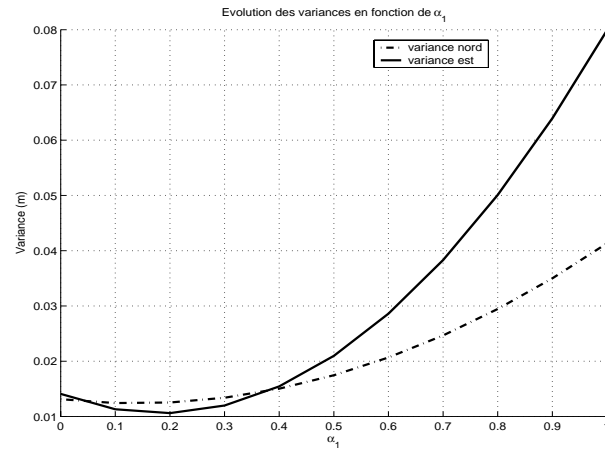


FIG. 3.10 – Erreur sur la position calculée avec les pseudo-distances fusionnées.

## 3.6 Conclusion

Les futurs systèmes de positionnement par satellites disposeront de plusieurs mesures de pseudo-distances extraites de fréquences porteuses différentes. Chaque mesure sera affectée d'un biais différent dépendant de la fréquence et provoqué par la propagation du signal dans l'ionosphère. Pour pouvoir fusionner ces mesures avec l'opérateur de fusion somme pondérée, il faut au préalable, soustraire ce biais des mesures. On montre que les pseudo-distances corrigées sont fortement corrélées et ne peuvent plus être fusionnées. Dans ce chapitre nous présentons un système permettant de fusionner les mesures GPS. Ce système est composé d'un ensemble de filtres de Kalman pour l'estimation des paramètres ionosphériques et la fusion des observables GPS.

L'expérimentation sur données synthétiques est réalisée sur des signaux ayant les caractéristiques décrites dans l'évolution du futur système NAVSTAR. Dans la première étape de son évolution, le signal civil sera transmis sur deux porteuses ayant la même puissance. On montre dans notre expérimentation que dans ce cas, la fusion permet de diminuer par deux l'erreur sur le calcul de la position. Dans la deuxième étape de son évolution, une nouvelle porteuse  $L_5$  sera proposée ayant une puissance supérieure de 6 dB et un code plus précis (débit plus important). On montre dans notre expérimentation que la fusion des mesures de pseudo-distances ne permet pas d'augmenter de façon sensible la précision du positionnement par rapport à l'utilisation de la mesure sur  $L_5$  seule.

L'expérimentation sur données réelles est réalisée à partir de données en provenance de récepteurs haut de gamme situés au laboratoire LASL et aux Etats Unis. On montre que la fusion des mesures permet d'augmenter la précision du positionnement et que dans le cas des récepteurs étudiés, la précision est plus grande sur la porteuse  $L_2$  que sur  $L_1$ .

Finalement, pour que la fusion des mesures augmente la précision du positionnement dans un système multi-porteuses, il faut que les puissances des bruits indépendants sur les mesures de pseudo-distances soient suffisamment proches. De plus, il faudra estimer précisément la valeur de l'offset ionosphérique pour que les mesures de pseudo-distances corrigées soient "dé-corrélées".



# Chapitre 4

## Système de Positionnement Hybride

### GPS/Estime

#### 4.1 Introduction

**N**OUS nous intéressons dans cette partie au positionnement d'un véhicule terrestre dans un contexte réel. Nous considérons un véhicule qui navigue dans un environnement urbain dense. Le rôle d'un système de navigation est alors de définir le cap et la trajectoire du véhicule, souvent sur un support cartographique, en s'appuyant sur un calcul de position qui doit être continu et précis. Le but du système de positionnement est de localiser le véhicule avec précision et à tout instant, quelles que soient les perturbations. En effet, le nombre de satellites visibles peut être inférieur à quatre et le calcul de position n'est plus possible, on a alors un problème de disponibilité du système de navigation. De plus, en présence d'effet "canyon" les satellites visibles sont concentrés au zénith du récepteur et la précision du positionnement est mauvaise. On a alors dans ce cas un problème de continuité de la précision du système. On peut remarquer que ce problème de continuité existe aussi en présence de multi-trajets, qui provoquent une augmentation du bruit sur les signaux en provenance des satellites se trouvant proches de l'horizon. Le but de ce chapitre est de proposer un système de positionnement s'appuyant sur un filtre qui hybride le récepteur GPS avec des capteurs relatifs odomètre et gyromètre. Le filtre proposé réalise l'hybridation serrée des mesures GPS et capteurs estimes. Il permet

d'améliorer la disponibilité et la continuité du système.

Les systèmes de navigation utilisés dans le domaine du transport terrestre pour le positionnement et le guidage s'appuient sur des filtres de navigation. Ces filtres robustes minimisent l'influence de l'environnement sur la précision de la localisation et garantissent la disponibilité du système (la localisation en continue). Ils s'appuient en général sur un modèle cinématique de déplacement du véhicule et sont mis en oeuvre dans un filtre de Kalman. En cas de masquage, la position est obtenue à partir du modèle cinématique. En présence d'effets "canyon" ou de multi-trajets, le filtre "lisse" les positions mesurées par les positions obtenues avec le modèle cinématique.

On distingue deux approches pour le calcul de position, la navigation "lâche" [Dee04] et la navigation "serrée". Dans la navigation "lâche" ce sont les positions fournies par le modèle cinématique qui sont couplées dans un filtre avec les données GPS. Dans la navigation "serrée", les mesures de pseudo-distances sont couplées avec leurs modèles d'évolution (souvent un modèle à accélération constante). On utilise ensuite une méthode directe de type moindres carrés pour calculer la position à partir des pseudo-distances lissées. Les performances des filtres de navigation pour le transport terrestre sont faibles en présence de perturbations. En effet, les modèles d'évolution cinématiques ne sont valables qu'à très court terme. C'est pour cette raison que se sont développés les filtres d'hybridation pour la navigation qui utilisent les mesures fournies par des capteurs estimes pour enrichir le modèle cinématique.

Les filtres d'hybridation couplent, en général, les données fournies par les capteurs relatifs avec celles fournies par les capteurs absolus. Dans notre cas, le modèle cinématique intègre les mesures odomètre et gyromètre qui sont couplées dans un filtre de Kalman avec les mesures GPS. On trouve dans la littérature principalement des filtres d'hybridation "lâche" qui couplent la position obtenue par le modèle cinématique, "enrichi" avec les mesures des capteurs estimes, et les pseudo-distances ou les positions fournies par le GPS [Gau00], [Bon97] et [Abu05]. Dans ce chapitre nous étudions l'hybridation "serrée" de capteurs estimes odomètre/gyromètre avec les mesures de pseudo-distances GPS.

On distingue trois modes défaillants pour le fonctionnement du système GPS en environnement urbain dense. Dans le premier, le nombre de satellites visibles est trop faible et

on ne peut pas calculer la position du récepteur. Dans le second, la position des satellites vis à vis du récepteur ne permet pas d'obtenir une précision satisfaisante pour le calcul de position. Le troisième mode défaillant est associé à la présence des multi-trajets qui dégradent la précision des mesures de pseudo-distances associées aux satellites ayant une élévation faible. Dans l'ensemble de ces cas, on dispose de mesures de pseudo-distances fournies par le récepteur GPS. Ces pseudo-distances peuvent être :

- insuffisantes pour le calcul de position,
- associées à une configuration géométrique de satellites inadaptée,
- fortement bruitées ou biaisées pour certaines en présence de multi-trajets.

Cependant, on peut noter que dans tous les cas on dispose de mesures de pseudo-distance précises, fournies par le GPS, quand on ne prend pas en compte les mesures biaisées et bruitées par les multi-trajets.

Dans notre approche on réalise l'hybridation "serrée" du GPS avec un odomètre et un gyromètre au niveau de la pseudo-distance. Le filtre d'hybridation proposé s'inspire du filtre présenté au troisième chapitre. Dans ce cas, la pseudo-distance mesurée par le récepteur GPS corrige la pseudo-distance prédite. Celle ci est obtenue en fusionnant les données fournies par les capteurs estime et les observables de phase du GPS. Dans ce contexte quand le récepteur GPS se trouve dans un mode de fonctionnement défaillant, les pseudo-distances altérées par les multi-trajets ou manquantes, sont reconstruites à l'aide des mesures fournies par les capteurs à l'estime. En effet, quand un satellite est masqué, le filtre fonctionne en prédiction et on utilise les mesures odométriques et gyrométriques pour reconstruire la pseudo-distance satellite récepteur manquante. Le but de notre approche est d'utiliser les mesures GPS même quand elles sont partielles pour le calcul de la position. Le système proposé est comparé à la technique d'hybridation "lâche" classique, qui dans les modes défaillants utilise les mesures fournies par les capteurs estime pour calculer la position.

Ce quatrième chapitre est composé de trois parties. Dans une première partie nous décrivons le filtre d'hybridation proposé. La gestion des modes défaillants par le système de navigation est présentée dans une seconde partie. La troisième partie est consacrée aux simulations.

## 4.2 Hybridation "serrée" du GPS avec un odomètre et un gyromètre

### 4.2.1 Calcul de la distance satellite récepteur avec les mesures des capteurs estimes

Le calcul de la position du récepteur GPS est effectué à partir de pseudo-distances fournies par au moins quatre satellites. En présence de masquage, le nombre de pseudo-distances peut devenir inférieur à quatre et le calcul de position n'est plus possible. Nous proposons dans ce cas d'utiliser des distances entre satellites et récepteurs, calculées avec les données fournies par les capteurs estimes, pour remplacer les pseudo-distances manquantes. En présence de multi-trajets certaines mesures de pseudo-distances sont fortement bruitées. Quand la répartition géométrique de la position des satellites est mauvaise (fort DOP), la précision du calcul de position est très sensible au bruit aléatoire sur les mesures de pseudo-distances. Dans ces deux cas nous proposons d'utiliser la distance obtenue avec les capteurs estimes pour filtrer et diminuer le bruit sur les mesures GPS.

On représente sur la figure 4.1 un véhicule qui parcourt une trajectoire planaire de la position  $(x(k-1), y(k-1), z(k-1))$  de l'instant  $(k-1)$  à la position  $(x(k), y(k), z(k))$ , à l'instant  $k$ . Sur cette figure, le satellite représenté évolue aussi avec le temps, en suivant l'orbite sur laquelle il se trouve. Sa position à l'instant  $(k-1)$  est  $(x^s(k-1), y^s(k-1), z^s(k-1))$  et  $(x^s(k), y^s(k), z^s(k))$  à l'instant  $k$ .

On a donc deux distances entre le satellite et le récepteur obtenues aux instants  $k$  et  $(k-1)$ . L'expression de ces distances est donnée par :

$$\begin{aligned}
 d^s(k-1) &= \sqrt{(x(k-1) - x^s(k-1))^2 + (y(k-1) - y^s(k-1))^2} \\
 &\quad \sqrt{+(z(k-1) - z^s(k-1))^2} \\
 d^s(k) &= \sqrt{(x(k-1) - x^s(k-1) + (\Delta x(k) - \Delta x^s(k)))^2} \\
 &\quad \sqrt{+(y(k-1) - y^s(k-1) + (\Delta y(k) - \Delta y^s(k)))^2} \\
 &\quad \sqrt{+(z(k-1) - z^s(k-1) + (\Delta z(k) - \Delta z^s(k)))^2}
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

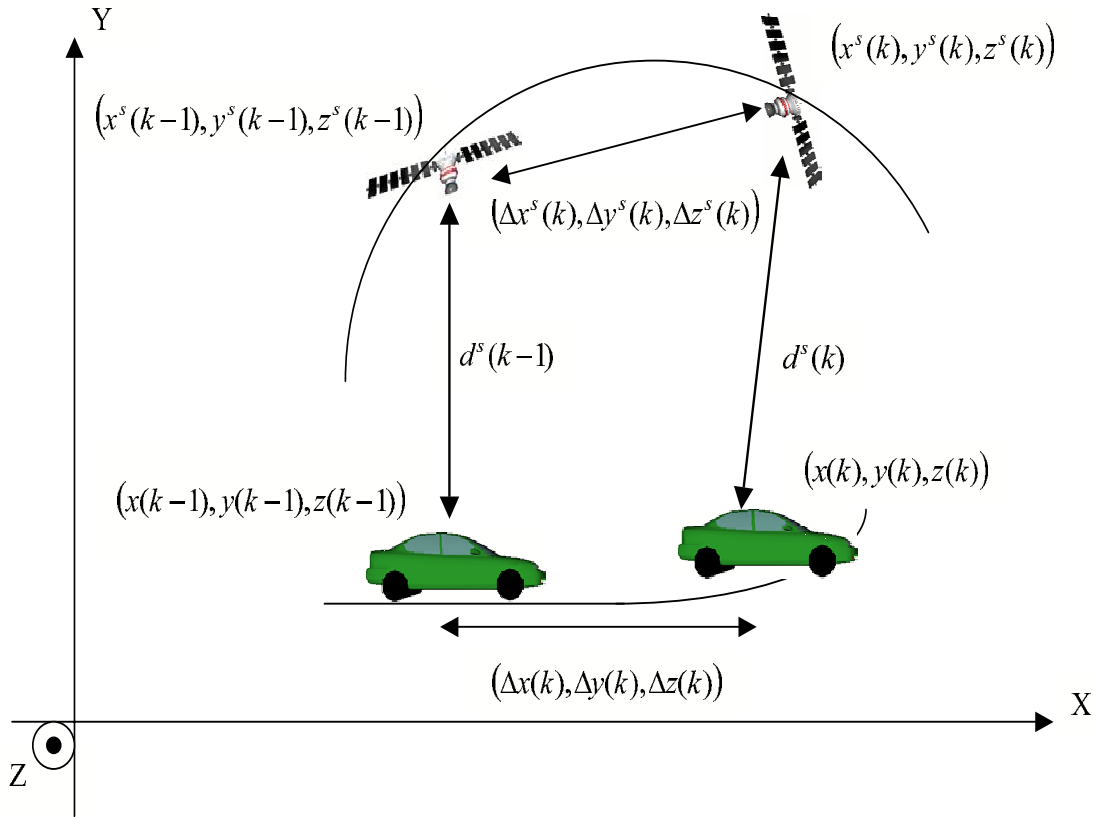


FIG. 4.1 – Représentation des distances odomètre-satellite.

Après développement on montre que l'équation 4.2 peut être mise sous la forme :

$$\begin{aligned}
 d^s(k) = & \sqrt{(d^s(k-1))^2 + (\Delta x^s(k) - \Delta x(k))^2} \\
 & + (\Delta y^s(k) - \Delta y(k))^2 + 2(\Delta x^s(k) - \Delta x(k))(x^s(k-1) - x(k-1)) \\
 & + 2(\Delta y^s(k) - \Delta y(k))(y^s(k-1) - y(k-1)) + (\Delta z^s(k))^2 \\
 & + 2(\Delta z^s(k))(z^s(k-1))
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Dans cette expression la distance  $d^s(k)$  est obtenue à l'instant  $k$  à partir de la distance  $d^s(k-1)$  à l'instant  $(k-1)$ . La position des satellites est calculée à partir des éphémérides contenues dans le message de navigation et transmis par les satellites. On peut alors calculer leurs positions à tout instant à partir de ces paramètres, du temps et de l'équation

d'évolution des satellites [ICD97]. Les variations élémentaires des satellites suivant les trois directions peuvent alors être calculées à tout instant. Il en est de même pour la position des satellites  $(x^s(k-1), y^s(k-1), z^s(k-1))$  à l'instant  $(k-1)$ . On a :

$$\Delta x^s(k) = x^s(k) - x^s(k-1)$$

$$\Delta y^s(k) = y^s(k) - y^s(k-1)$$

$$\Delta z^s(k) = z^s(k) - z^s(k-1)$$

La position du récepteur  $(x^s(k-1), y^s(k-1), z^s(k-1))$  est calculée avec l'ensemble des pseudo-distances disponibles à l'instant  $(k-1)$ . Enfin, les variations  $(\Delta x(k), \Delta y(k), \Delta z(k))$  suivant les trois axes sont calculées avec les mesures fournies par les capteurs estimés.

Dans cette thèse nous avons choisi de coupler le GPS avec les capteurs estimés gyromètre et odomètre car ils sont simples et utilisés très couramment. Les mesures odométriques et gyrométriques fournissent respectivement le déplacement élémentaire  $\Delta D$  et l'incrément d'angle  $\Delta\theta$ . Sous l'hypothèse que la trajectoire d'un véhicule est plane et circulaire à rayon constant, l'intégration successive des déplacements élémentaires  $\Delta D$  et de l'angle d'incrément  $\Delta\theta$  permet de calculer de façon itérative la position  $(x, y, z)$  et le cap  $\theta$  courant du véhicule. Ce calcul est réalisé dans le repère lié à la configuration initiale du véhicule. On utilisera l'équation simplifiée [Gau00] suivante pour le calcul de position :

$$\begin{cases} x(k) = x(k-1) + \Delta D(k) \cos\left(\theta(k-1) + \frac{\Delta\theta(k)}{2}\right) \\ y(k) = y(k-1) + \Delta D(k) \sin\left(\theta(k-1) + \frac{\Delta\theta(k)}{2}\right) \\ z(k) = z(k-1) \\ \theta(k) = \theta(k-1) + \Delta\theta(k) \end{cases} \quad (4.3)$$

$x(k)$ ,  $y(k)$ ,  $z(k)$  et  $\theta(k)$  : représentent respectivement la position courante du véhicule et sa direction dans le plan (OXY). On a alors les variations du récepteur suivant les trois

axes qui sont décrites par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\Delta x(k) &= \Delta D(k) \cos \left( \theta(k-1) + \frac{\Delta \theta(k)}{2} \right) \\ \Delta y(k) &= \Delta D(k) \sin \left( \theta(k-1) + \frac{\Delta \theta(k)}{2} \right) \\ \Delta z(k) &= 0\end{aligned}$$

On remarquera que les capteurs estimates fournissent des données qui nous permettront de reconstruire la distance satellite récepteur. Cependant, les mesures fournies par le récepteur GPS sont des mesures de pseudo-distances. Elles se différencient des mesures de distances par un biais supplémentaire qui traduit la non synchronisation du récepteur avec le temps UTC de référence. Ce biais est calculé avec la position du récepteur. Il sera utilisé pour corriger les pseudo-distances estimées et obtenir ainsi une distance estimée. Cette correction sera intégrée dans l'équation d'état du système.

### 4.2.2 Système de positionnement

On représente sur la figure 4.2 l'architecture du système de positionnement. Il est composé d'un filtre d'hybridation, qui estime les pseudo-distances satellites récepteur et d'un système de calcul de position.

Le système sélectionne les estimations de pseudo-distances et les satellites pour calculer la position du récepteur  $(x,y,z)$ , sa direction  $\theta$ , et l'écart de synchronisation  $b$  avec le temps UTC. Le calcul de la position du récepteur dépendra du mode de fonctionnement. En effet, d'une part, en cas de masquage, si le nombre de satellites visibles est inférieur à quatre, il faut sélectionner parmi les satellites masqués ceux qui seront utilisés pour reconstruire les distances satellites récepteur manquantes. Cette sélection sera effectuée par le système en fonction de la position des satellites. D'autre part, quand la répartition géométrique des satellites est mauvaise (fort DOP), le système doit filtrer les pseudo-distances GPS pour diminuer le bruit sur leurs mesures. Enfin, il devra détecter la présence des multi-trajets et filtrer en conséquences les mesures en provenance des satellites concernés. Les différents modes de fonctionnement seront décrits au paragraphe 4.4.

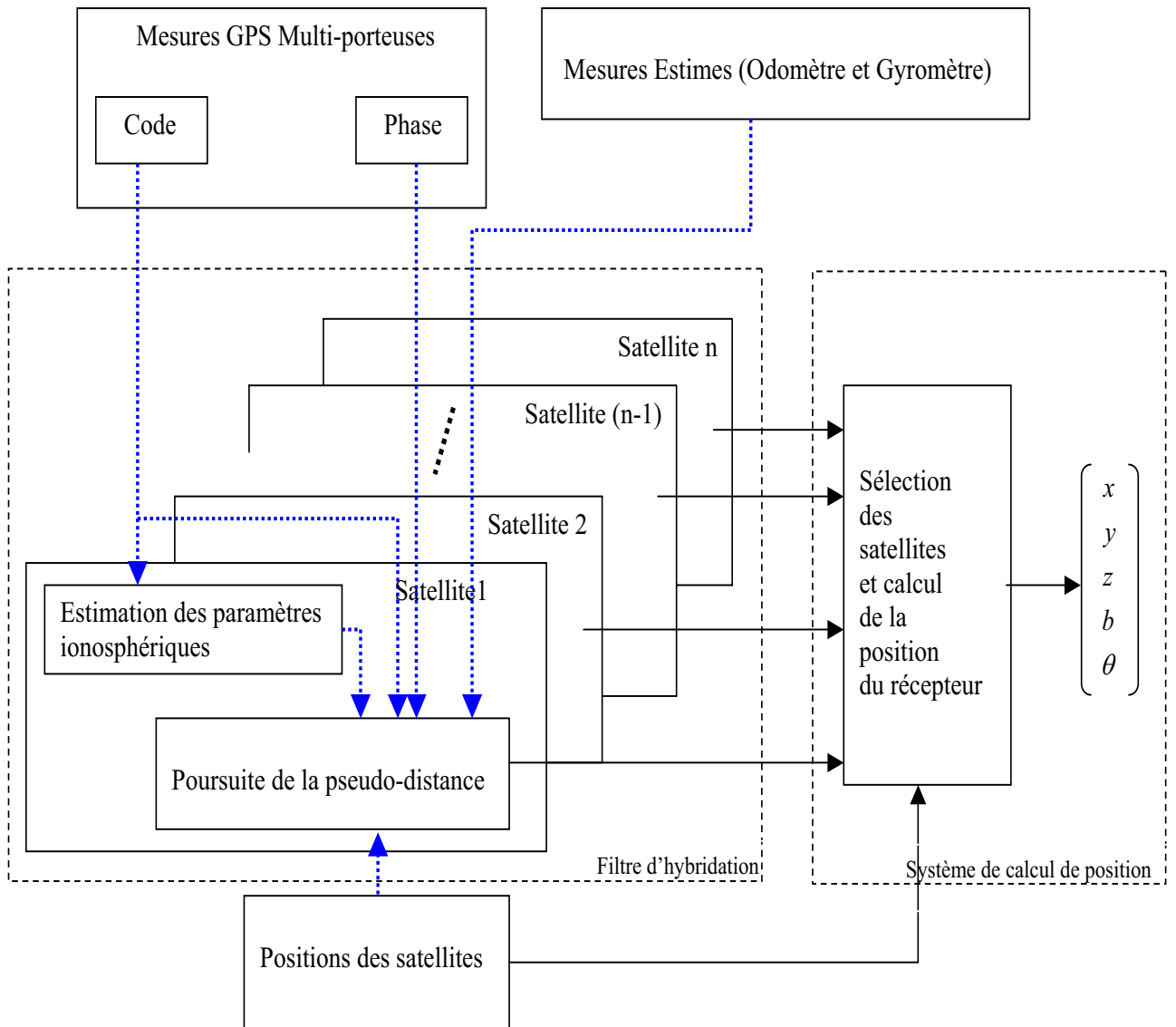


FIG. 4.2 – Architecture du système de positionnement

L'architecture du filtre d'hybridation s'appuie sur le filtre présenté au chapitre précédent. Au chapitre 3 on construit une prédiction de la pseudo-distance à partir des observations de phase du GPS, prédiction qui est ensuite corrigée par les mesures de pseudo-distances. L'inconvénient d'un tel filtre est, qu'en cas de masquages, aucune prédiction n'est possible et l'estimation de la pseudo-distance n'est plus disponible. On se propose ici d'hybrider le GPS avec des capteurs estimes. Dans ce cas on dispose d'une seconde prédiction obtenue à l'aide de l'expression 4.3, décrite au paragraphe précédent. La prédiction construite à partir des mesures des capteurs relatifs est fusionnée avec les



prédictions obtenues avec les observables de phase du GPS quand elles sont disponibles. Puis elle est corrigée avec la mesure de pseudo-distance GPS quand elle est disponible. Les équations d'état et de mesure seront décrites au paragraphe 4.2.3.

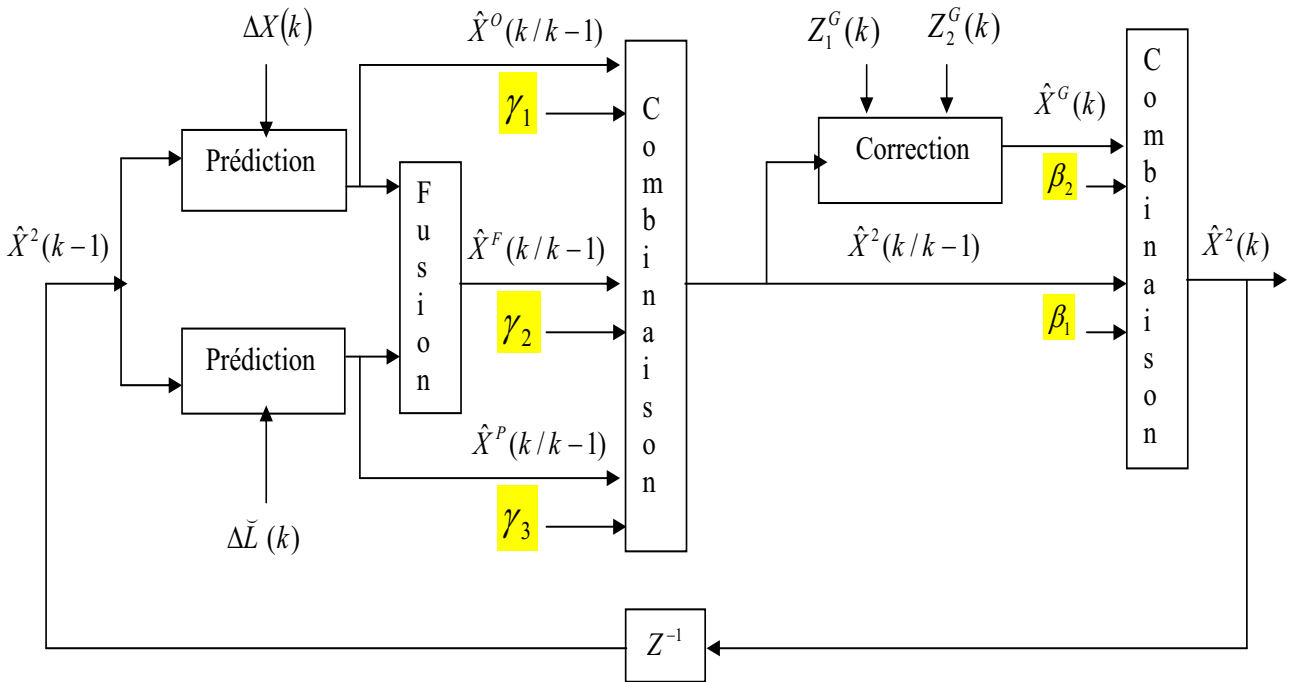


FIG. 4.3 – Filtre d'hybridation

On représente sur la figure 4.3 l'architecture du filtre d'hybridation pour la poursuite des pseudo-distances satellites récepteur. Sur cette figure,  $\hat{X}^2(k)$  est un vecteur d'état qui représente les 26 pseudo-distances associées aux 26 satellites défilant de la constellation GPS. Les 26 distances satellites-récepteur, calculées à l'aide des mesures fournies par les capteurs estimes, sont définies dans le vecteur d'état  $\hat{X}^O(k/k-1)$ .  $\hat{X}^P(k/k-1)$  contient les distances satellites récepteur calculées avec les observables de phase corrigées du GPS.  $\hat{X}^F(k/k-1)$  est la fusion de  $\hat{X}^O(k/k-1)$  et  $\hat{X}^P(k/k-1)$ .  $Z_1^G$  et  $Z_2^G$  sont les mesures de pseudo-distances fournies par le récepteur GPS pour les fréquences  $L_1$  et  $L_2$ .

Les vecteurs de commandes  $\Delta X(k)$  et  $\Delta \check{L}(k)$  représentent respectivement les mesures fournies par les capteurs odomètre et gyromètre et les mesures de phases fournies par le GPS. Les modules de combinaison associés aux pondérations  $\{\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\} \in \{0,1\}$  et  $\{\beta_1, \beta_2\} \in \{0,1\}$  permettent de sélectionner les prédictions et les corrections calculées. On présente au paragraphe 4.2.4 les équations du filtre et les combinaisons réalisées qui fournissent les pseudo-distances estimées et leurs matrices de covariance.

### 4.2.3 Équations d'état et de mesure

#### Équations d'état

Le vecteur d'état  $X^2(k) = [Pr^1(k), \dots, Pr^{26}(k)]^T$  est un vecteur de dimension 26 qui représente les pseudo-distances entre les satellites de la constellation NAVSTAR et le récepteur. Comme on le présente sur la figure 4.3, on construit deux prédictions de la distance satellites-récepteur associées aux deux équations d'état différentes.

Dans la première équation d'état du système, la mesure de phase du GPS est utilisée comme commande. Cette mesure de variation des pseudo-distances, dont l'unité est le mètre,  $\Delta \check{L}(k) = [\Delta \check{L}^1(k), \dots, \Delta \check{L}^{26}(k)]^T$  permet de construire une prédiction des distances satellites-récepteur  $X^P(k) = [d^1(k), \dots, d^{26}(k)]^T$ . L'équation d'état est la suivante :

$$X^P(k) = F^P(X^2(k-1) - I b(k-1)) + \Delta \check{L}(k) + \nu^P(k-1) \quad (4.4)$$

Dans cette équation,  $X^2(k-1) - I b(k-1)$  sont les distances satellites-récepteur à l'instant  $(k-1)$ .  $I$  est la matrice identité et  $b(k-1)$  l'écart de synchronisation entre le temps UTC et l'horloge du récepteur. On soustrait  $b(k-1)$  à la pseudo-distance  $X^2(k-1)$  pour avoir des distances satellites-récepteur.  $\nu^P(k-1) = [\nu^{1,P}(k-1), \dots, \nu^{26,P}(k-1)]$  est un vecteur de bruit blanc gaussien de matrice de covariance  $Q^P$ . Il représente le bruit d'état et de commande.  $F^P$  la matrice de transition du système est la matrice identité.

La seconde équation d'état est obtenue à partir de l'expression non linéaire 4.3 qui donne la distance satellite-récepteur en fonction des mesures fournies par les capteurs estimates. Le vecteur de commande du système  $\Delta X(k) = [\Delta D(k), \Delta \theta(k)]^T$  contient la

distance parcourue fournie par l'odomètre, la variation de l'angle de direction fournie par le gyromètre. On considère ici que la position et la direction précédente du récepteur  $[x(k-1), y(k-1), z(k-1), b(k-1), \theta(k-1)]^T$  et la position du satellite sont des paramètres connus du système. L'équation d'état qui permet de construire la seconde prédiction des distances satellites-récepteur  $X^O(k) = [d^1(k), \dots, d^{26}(k)]^T$  est la suivante :

$$X^O(k) = f_k(X^2(k-1) - I b(k-1), \Delta X(k), \nu^O(k-1), \nu^{\Delta X}(k-1)) \quad (4.5)$$

$\nu^O(k-1)$  et  $\nu^{\Delta X}(k-1)$  sont des vecteurs de bruit blanc gaussien de matrice de covariance  $Q^O(k-1)$  et  $Q^{\Delta X}(k-1)$ . Ils représentent respectivement le bruit d'état et de commande. La fonction  $f_k()$ , non linéaire est définie pour la distance séparant le satellite  $s$  du récepteur par :

$$d^s(k) = \frac{\sqrt{(d^s(k-1))^2 + (\Delta x^s(k) - \Delta x(k))^2} + \sqrt{(\Delta y^s(k) - \Delta y(k))^2 + (\Delta z^s(k))^2 + K1(\Delta x^s(k) - \Delta x(k))}}{\sqrt{K2(\Delta y^s(k) - \Delta y(k)) + K3(\Delta z^s(k))}} \quad (4.6)$$

avec :

$$K1 = 2 * (x^s(k-1) - x(k-1))$$

$$K2 = 2 * (y^s(k-1) - y(k-1))$$

$$K3 = 2 * (z^s(k-1))$$

Le calcul de la matrice de transition associée à cette équation d'état non linéaire est décrit dans l'annexe C.

La seconde équation d'état 4.5 peut toujours fournir une prédiction, même quand le satellite est masqué. Ceci n'est pas vrai pour la première équation d'état 4.4 qui nécessite une mesure de phase extraite du signal en provenance du satellite. La structure du filtre évoluera donc en fonction du mode de fonctionnement. C'est la pondération et la combinaison des états qui permettront de sélectionner les prédictions du filtre.

## Équations de mesure

Le récepteur GPS fournit des mesures de pseudo-distances corrigées  $Z_1^G(k) = [\check{P}r_1^1 \dots \check{P}r_1^{26}]^T$  et  $Z_2^G(k) = [\check{P}r_2^1 \dots \check{P}r_2^{26}]^T$  pour les deux porteuses  $L_1$  et  $L_2$ . Ces deux mesures sont fusionnées en  $Z^G(k)$  et on a l'équation de mesure suivante :

$$Z^G(k) = X^2(k) + \omega^2(k) \quad (4.7)$$

$\omega^2(k) = [w^1, \dots, w^{26}]^T$  est un vecteur de bruit blanc gaussien de matrice de covariance  $R^G$ .

Finalement, on peut remarquer que l'ensemble de ces équations est linéaire ou faiblement non linéaire (Cf. annexe C). Le filtre de Kalman étendu constitue alors une bonne solution pour traiter le problème.

### 4.2.4 Équations du filtre

L'architecture du filtre d'hybridation présentée sur la figure 4.3 est composée de modules de fusion et de combinaisons qui permettent d'exploiter les informations redondantes et complémentaires. Les différentes configurations du filtre sont définies par deux ensembles de vecteurs de paramètres  $\{\beta_1(k), \beta_2(k)\}$  et  $\{\gamma_1(k), \gamma_2(k), \gamma_3(k)\}$  associés respectivement à l'étape de correction et celle de prédiction.

Pour l'étape de correction, les vecteurs de paramètres  $\beta_i(k) = [\beta_i^1(k), \dots, \beta_i^{26}(k)]$  avec  $i \in \{1, 2\}$  sont définis par :

$$\beta_1^j + \beta_2^j = 1 \text{ avec } j \in \{1, \dots, 26\}, i \in \{1, 2\} \text{ et } \beta_i^j \in \{0, 1\} \quad (4.8)$$

Par exemple si le satellite 15 est visible, la prédiction peut être corrigée par la mesure GPS. On a alors  $\beta_1^{15} = 1$  et  $\beta_2^{15} = 0$ .

Pour l'étape de prédiction, les vecteurs de paramètres  $\gamma_l(k) = [\gamma_l^1(k), \dots, \gamma_l^{26}(k)]$  avec  $l \in \{1, 2, 3\}$  sont définis par :

$$\gamma_1^j + \gamma_2^j + \gamma_3^j = 1 \text{ avec } j \in \{1, \dots, 26\}, l \in \{1, 2, 3\} \text{ et } \gamma_l^j \in \{0, 1\} \quad (4.9)$$

Par exemple si le satellite 15 est masqué, les mesures de phases sont indisponibles et la prédiction est construite avec les mesures en provenance des capteurs estimés, on a alors  $\gamma_1^{15} = 1$ ,  $\gamma_2^{15} = 0$  et  $\gamma_3^{15} = 0$ . Nous allons détailler maintenant le calcul des pseudo-distances estimées et leurs matrices de covariance obtenues par un filtre de Kalman qui intègre dans sa mise en oeuvre l'exploitation des différentes configurations et la fusion des informations.

### Étape de prédiction

Dans l'étape de prédiction on combine, quand elles sont disponibles, les différentes valeurs obtenues à partir des expressions 4.4 et 4.5. En effet, la pseudo-distance prédite à partir des observables de phase n'existe que si la mesure GPS est disponible. En fonctionnement "normal", on dispose des deux prédictions et elles sont fusionnées pour former l'état prédit. Dans ce cas il faut tenir compte, lors de la fusion, de l'intercorrélacion entre les états. Pour le modèle d'évolution dynamique, l'état et la matrice de covariance prédits sont définis par :

$$\hat{X}^O(k/k-1) = f_k^O(\hat{X}^2(k-1), \Delta X(k)) \quad (4.10)$$

$$P^O(k/k-1) = F^O P^2(k-1)(F^O)^T + Q^O + B^{\Delta X(k)} Q^{\Delta X(k)} (B^{\Delta X(k)})^T \quad (4.11)$$

Dans cette expression  $F^O$  et  $B^{\Delta X(k)}$  sont obtenus en linéarisant la fonction  $f_k^O(\cdot)$ . Leurs expressions sont décrites en annexe C. Soit l'expression de l'état et celle de la matrice de covariance prédites à partir des observables de phase, fournies par le GPS :

$$\hat{X}^P(k/k-1) = F^P \hat{X}^2(k-1) + \Delta \check{L}(k) \quad (4.12)$$

$$P^P(k/k-1) = F^P P^2(k-1)(F^P)^T + Q^P \quad (4.13)$$

Quand les prédictions sont fusionnées, l'expression de l'état et celle de la matrice de

covariance sont décrites par :

$$\hat{X}^F(k/k-1) = \hat{X}^P(k/k-1) + \frac{(P^P(k/k-1) - P^{12}(k/k-1))(\hat{X}^O(k/k-1) - \hat{X}^P(k/k-1))}{P^P(k/k-1) + P^O(k/k-1) - P^{12}(k/k-1) - P^{21}(k/k-1)} \quad (4.14)$$

$$P^F(k/k-1) = P^P(k/k-1) + \frac{(P^P(k/k-1) - P^{12}(k/k-1))(P^P(k/k-1) - P^{21}(k/k-1))}{P^P(k/k-1) + P^O(k/k-1) - P^{12}(k/k-1) - P^{21}(k/k-1)} \quad (4.15)$$

Les états prédits sont corrélés car ils sont construits à partir du même état courant  $\hat{X}^2(k-1)$ . L'expression de la matrice d'intercorrélation est définie par :

$$P^{12}(k/k-1) = P^{21}(k/k-1) = F^P P^2(k-1)(F^O)^T \quad (4.16)$$

Finalement, on construit une estimation de l'état et celle de sa matrice de covariance prédites à partir des sommes pondérées suivantes :

$$\hat{X}^2(k/k-1) = \gamma_1 \hat{X}^O(k/k-1) + \gamma_2 \hat{X}^P(k/k-1) + \gamma_3 \hat{X}^F(k/k-1) \quad (4.17)$$

$$P^2(k/k-1) = \gamma_1 P^O(k/k-1) + \gamma_2 P^P(k/k-1) + \gamma_3 P^F(k/k-1) \quad (4.18)$$

### Étape de correction

Dans l'étape de correction, on combine les observations avec l'estimation de l'état prédite. Deux cas sont possibles, dans le premier les mesures associées aux satellites visibles sont utilisées pour corriger la prédiction. Dans le second cas les prédictions réalisées pour les satellites masqués constituent l'estimation finale. On a alors :

$$\hat{X}^G(k) = \hat{X}^2(k/k-1) + K(k)(Z^G(k) - \hat{X}^2(k/k-1)) \quad (4.19)$$

$$P^G(k) = (I - K(k))P^2(k/k-1) \quad (4.20)$$

$$K(k) = P^2(k/k-1)(P^2(k/k-1) - R^G)^{-1} \quad (4.21)$$

Les corrections sont sélectionnées dans l'étape de combinaison définie par :

$$\hat{X}^2(k) = \beta_1 \hat{X}^2(k/k-1) + \beta_2 \hat{X}^G(k) \quad (4.22)$$

$$P^2(k) = \beta_1 P^2(k/k-1) + \beta_2 P^G(k) \quad (4.23)$$

Il est important de remarquer que  $\hat{X}^G(k)$  est la pseudo-distance estimée tandis que  $\hat{X}^2(k/k-1)$  est la distance satellite-récepteur estimée. En effet, quand dans l'équation 4.19 on corrige  $\hat{X}^2(k/k-1)$  par la mesure  $Z^G(k)$  on introduit dans l'innovation le biais de synchronisation  $b(k)$  (ou plus exactement  $b(k) * K(k)$ ) avec le temps UTC. On disposera donc pour calculer la position, d'estimations de la distance satellite-récepteur non biaisées quand les satellites sont masqués et biaisées quand ils sont visibles. Nous en tiendrons compte dans le calcul de position.

Les différentes configurations du filtre seront définies en fonction des modes de fonctionnement du système de positionnement. On distingue deux modes de fonctionnement, le fonctionnement normal et le fonctionnement en mode dégradé. On présente dans le paragraphe suivant les différentes configurations du filtre qui leur sont associées et le calcul de position.

### 4.3 Estimation de la direction du véhicule

Le filtre d'hybridation serrée des pseudo-distances ne permet pas d'observer le cap du véhicule car la condition de rang d'observabilité [Her94] de la matrice d'observabilité n'est pas complète. En effet, il n'existe pas de fonction qui lie les dérivées temporelles des mesures  $Z$  à la direction du véhicule  $\theta$ .

Un système est observable si le rang de la matrice d'observabilité est égal à la dimension du vecteur d'état. Si on intègre la direction du véhicule dans l'équation d'état du filtre de pseudo-distances, on obtient le vecteur d'état suivant :  $X^2(k) = [Pr^1(k), \dots, Pr^{26}(k), \theta(k)]^T$ . La dimension du vecteur d'état est donc de 27. L'équation de mesure des pseudo-distances

GPS est linéaire et elle ne dépend pas du cap du véhicule. Soit  $Z(k) = [Z^G(k), 0]^T$  le vecteur de mesure :

$$Z(k) = HX^2(k) + \omega^2(k) \quad (4.24)$$

avec H la matrice de mesure :

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ 0 & 1 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \cdot & & & & & & \\ \cdot & & & & & & \\ \cdot & & & & & & \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \end{pmatrix}$$

$\omega^2(k) = [w^1, \dots, w^{26}, w^\theta]^T$  est un vecteur de bruit, blanc gaussien, de mesures.

Concernant notre application, le vecteur d'état est non linéaire. On utilise dans ce cas la méthode du gradient de Lie [Isi89] pour vérifier la condition du rang de la matrice d'observabilité. Les dérivées de la matrice de mesures H, calculées avec la méthode du gradient, sont nulles. Donc, la matrice d'observabilité O est égale à H. Le rang de cette matrice vaut :  $\text{rang}(O) = 26$ . Le rang est inférieur à la dimension du vecteur d'état (la dimension du vecteur d'état est 27), donc la direction du véhicule est non observable.

On conclut donc que les mesures GPS du filtre d'hybridation de pseudo-distances ne permettent pas de reconstruire la direction du véhicule. Il est donc préférable d'utiliser un autre filtre pour estimer l'angle.

On remarque que le filtre d'hybridation lâche, dont l'équation d'état est définie par la position et le cap du véhicule (obtenus avec un odomètre et un gyromètre) et l'équation de mesure est déterminée par les pseudo-distances GPS, est observable quand la visibilité satellitaire est suffisante (4 satellites visibles). En cas d'absence de mesures (visibilité satellitaire restreinte) le filtre n'est pas observable.



Les paramètres utilisés par le filtre d'hybridation serrée sont la position précédente, le biais de synchronisation des horloges et la direction du véhicule. La direction du véhicule est un angle dont il faut estimer la valeur. Le filtrage d'état classique, défini sur un domaine linéaire, ne convient pas pour l'estimation de ce type de variable définie sur un domaine circulaire. Un des problèmes liés au traitement de ce type de variable aléatoire sur un domaine linéaire est la discontinuité à la transition  $[0, 2\pi]$ . Nous proposons un estimateur récursif circulaire reposant sur le formalisme du filtre de Kalman pour des distributions circulaires du bruit d'état et de mesure.

### 4.3.1 Statistique circulaire : Loi de Von Mises

Les statistiques directionnelles sont utiles pour analyser des données angulaires et sphériques telle que la direction du vent [Rel06] par exemple pour les météorologues ou la direction d'un mobile pour la localisation, ce qui est le cas de notre application. La distribution circulaire de Von Mises [Mar99] est très employée dans les applications statistiques circulaires. Elle décrit les phénomènes aléatoires directionnels [Jam01]. Cette distribution peut être considérée comme une version circulaire de la distribution normale [Mel05]. Elle décrit la distribution  $f(\theta; \mu, \kappa)$  d'une variable aléatoire circulaire de moyenne  $\mu$  et de variance (inverse du paramètre de concentration)  $1/\kappa$ . Le paramètre de concentration  $\kappa$  varie de 0 à l'infini. Pour une valeur de  $\kappa$  faible la distribution de Von Mises correspond à une répartition uniforme, qui est un cas singulier dans lequel la direction privilégiée n'est pas définie. Pour une valeur de  $\kappa$  grande, la distribution de Von Mises tend vers une distribution normale de variance  $1/\kappa$  (la densité de probabilité se concentre au voisinage de la direction privilégiée, dite direction modale). Les mesures d'angles sont considérées comme des données circulaires qui se distribuent entre 0 et  $2\pi$ .

Soit  $\theta$ , une variable aléatoire angulaire qui varie dans l'intervalle  $[0, 2\pi]$ . La distribution de Von Mises est une distribution symétrique et unimodale [Deg99] dont la fonction de densité est :

$$f(\theta) = \frac{1}{2\pi I_0(\kappa)} \exp(\kappa \cos(\theta - \mu)) \quad (4.25)$$

$\theta$  détermine la direction recherchée,  $\mu$  représente la direction moyenne et  $\kappa$  est le

paramètre de concentration.

$I_0(\kappa)$  désigne la fonction de Bessel d'ordre 0.  $I_0(\kappa)$  représente aussi une constante de normalisation, comme on le considère dans notre cas.

### 4.3.2 Estimation récursive d'une variable aléatoire angulaire

Nous présentons dans cette partie un estimateur récursif de la direction. Cet estimateur est inspiré de l'estimateur récursif de Kalman dans le domaine linéaire, présenté au chapitre 2 paragraphe 2.4.2. Par analogie au cas de la loi normale décrit dans la formule 2.29, on définit la distribution  $f(\theta(k); \hat{\theta}(k), \kappa(k))$  de la direction estimée. Cette distribution est le produit de la distribution a priori  $f(\theta(k); \hat{\theta}(k/k-1), \kappa(k/k-1))$  avec la distribution de vraisemblance  $f(Z(k); \theta(k), \kappa_R)$ .  $\hat{\theta}(k)$  est l'angle estimé, et  $\hat{\theta}(k/k-1)$  est l'angle prédit.  $\kappa(k/k-1)$  est la prédiction du paramètre de concentration, et  $\kappa(k)$  est le paramètre de concentration de l'estimation.  $1/\kappa_R$  est une constante qui représente la variance des observations  $Z(k)$ .

$$\begin{aligned}
 & f(\theta(k); \hat{\theta}(k), \kappa(k)) \\
 & \propto f(Z(k); \theta(k), \kappa_R) * f(\theta(k); \hat{\theta}(k/k-1), \kappa(k/k-1)) \\
 & \propto \exp(\kappa_R \cos(Z(k) - \theta(k))) * \exp(\kappa(k/k-1) \cos(\theta(k) - \hat{\theta}(k/k-1))) \\
 & \propto \exp((\kappa_R \cos(Z(k) - \theta(k)) + (\kappa(k/k-1) \cos(\theta(k) - \hat{\theta}(k/k-1)))) \\
 & = \exp(\kappa(k) \cos(\theta(k) - \hat{\theta}(k))) \tag{4.26}
 \end{aligned}$$

Après un développement mathématique, on déduit les expressions de  $\hat{\theta}(k)$  et  $\kappa(k)$ , les paramètres statistiques de la distribution  $f(\theta(k); \hat{\theta}(k), \kappa(k))$ :

$$\kappa(k) = \sqrt{C^2(k) + D^2(k)} \tag{4.27}$$

$$\hat{\theta}(k) = \arctan(D(k)/C(k)) \tag{4.28}$$

avec :

$$C(k) = \kappa_R \cos(Z(k)) + \kappa(k/k - 1) \cos(\hat{\theta}(k/k - 1)) \quad (4.29)$$

$$D(k) = \kappa_R \sin(Z(k)) + \kappa(k/k - 1) \sin(\hat{\theta}(k/k - 1)) \quad (4.30)$$

La mise en oeuvre du filtre circulaire est donc réalisée en deux étapes ; une étape de prédiction associée à la distribution  $f(\theta(k); \hat{\theta}(k/k - 1), \kappa(k/k - 1))$  et une étape de correction associée à la distribution  $f(Z(k); \theta(k), \kappa_R)$ .

Dans notre application les équations d'état et de mesure du filtre sont définies par :

$$\theta(k) = \theta(k - 1) + \Delta\theta(k) + \nu(k - 1) \quad (4.31)$$

$$Z(k) = \theta(k) + w(k) \quad (4.32)$$

$\theta(k)$  est l'état à estimer.  $\nu(k - 1)$  est le bruit d'état, c'est un bruit centré suivant une distribution de Von Mises de paramètre de concentration  $\kappa_Q$ .  $\Delta\theta(k)$  est l'orientation élémentaire mesurée par le gyromètre, elle représente la commande du système d'évolution d'état.  $Z(k)$  est l'observation.  $w(k)$  est le bruit de mesure, c'est un bruit centré suivant une distribution de Von Mises de paramètre de concentration  $\kappa_R$ .

Les prédictions de l'état estimé et du paramètre de concentration sont définies par :

$$\hat{\theta}(k/k - 1) = \hat{\theta}(k - 1) + \Delta\theta(k) \quad (4.33)$$

$$\frac{1}{\kappa(k/k - 1)} = \frac{1}{\kappa(k - 1)} + \frac{1}{\kappa_Q} \quad (4.34)$$

L'étape de correction du filtre est décrite par les équations 4.27 et 4.28 définies précédemment. On représente sur la figure 4.4, un exemple d'angle observé obtenu en simulation. On reporte sur la figure 4.4.(a), l'angle estimé par le filtre circulaire proposé et sur la figure 4.4.(b), l'angle estimé par un filtre de Kalman linéaire. On définit  $E_\theta(k)$  l'erreur d'estimation.  $E_\theta(k)$  est la distance calculée à partir de l'angle estimé  $\hat{\theta}(k)$  et l'angle réel  $\theta(k)$  à l'instant k :

$$E_\theta(k) = \sqrt{((\cos(\hat{\theta}(k)) - \cos(\theta(k)))^2 + (\sin(\hat{\theta}(k)) - \sin(\theta(k))))^2} \quad (4.35)$$

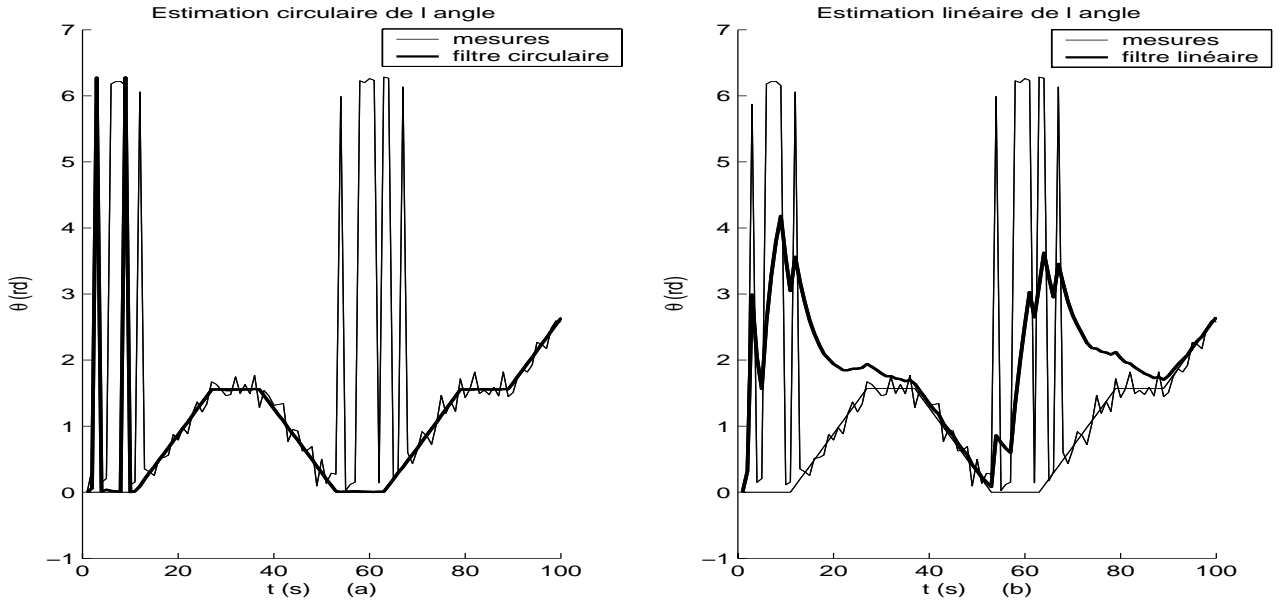


FIG. 4.4 – Estimation de la direction dans les cas circulaire et linéaire.

On reporte dans le tableau 4.1, la valeur moyenne et la variance de l'erreur calculées sur le signal.

Filtre	Moyenne	Variance
Kalman linéaire	0.36	0.4
Filtre circulaire	0.016	$6.710^{-5}$

TAB. 4.1 – Statistique de l'erreur d'estimation  $E_{\theta}(k)$ .

Ces résultats montrent que le filtre circulaire est mieux adapté pour le filtrage de l'angle, car il permet notamment de traiter les problèmes de discontinuité d'angle en 0 ou  $2\pi$ .

### 4.3.3 Estimation de la direction du véhicule

Dans notre application, les mesures d'angles gyrométriques sont utilisées comme commande dans le modèle d'état et il est nécessaire de construire une observation de l'angle. On utilise pour cela la position courante et la position précédente, ainsi que la distance parcourue  $\Delta D(k)$  définie dans l'équation 1.26 de l'odomètre. On note  $\theta_c(k)$  la direction définie par la position courante  $(x(k), y(k), z(k))$  et précédente  $(x(k-1), y(k-1), z(k-1))$

du véhicule :

$$\theta_c(k) = \arctan\left(\frac{y(k) - y(k-1)}{x(k) - x(k-1)}\right) \quad (4.36)$$

Soit  $\Delta\alpha(k)$  l'écart entre  $\theta_c(k)$  et la direction du véhicule. La figure 4.5 représente la direction du véhicule en parcourant la distance élémentaire  $\Delta D(k)$  située entre la position courante  $(x(k), y(k), z(k))$  et la position précédente  $(x(k-1), y(k-1), z(k-1))$  du véhicule.

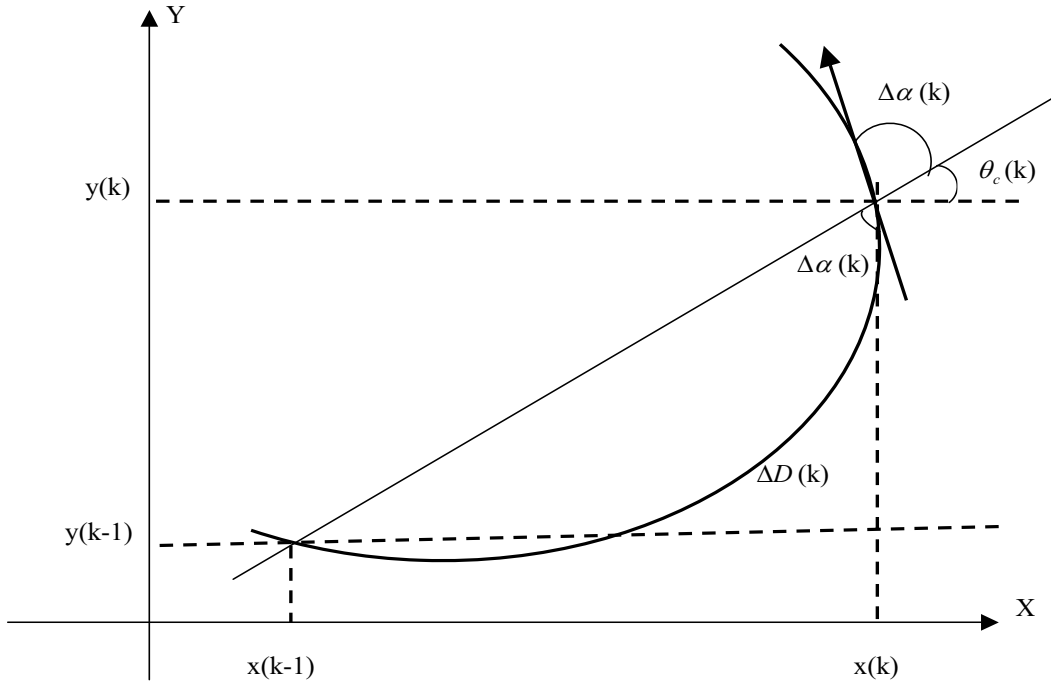


FIG. 4.5 – Direction du véhicule.

On définit l'écart suivant les directions X et Y de la position courante et de la position précédente par l'équation suivante :

$$\begin{cases} x(k) - x(k-1) = \Delta D(k) \frac{\sin(\Delta\alpha(k)/2)}{(\Delta\alpha(k)/2)} \cos(\theta_c(k) + \Delta\alpha(k)/2) \\ y(k) - y(k-1) = \Delta D(k) \frac{\sin(\Delta\alpha(k)/2)}{(\Delta\alpha(k)/2)} \sin(\theta_c(k) + \Delta\alpha(k)/2) \end{cases} \quad (4.37)$$

L'addition du carré de ces deux équations 4.37 donne :

$$(x(k) - x(k-1))^2 + (y(k) - y(k-1))^2 = (\Delta D(k))^2 \left(\frac{\sin(\Delta\alpha(k)/2)}{(\Delta\alpha(k)/2)}\right)^2 \quad (4.38)$$

L'équation 4.38 définit la relation entre  $\Delta\alpha(k)$ , la distance parcourue  $\Delta D(k)$  et la distance euclidienne séparant la position courante  $(x(k), y(k), z(k))$  et précédente  $(x(k-1), y(k-1), z(k-1))$  du véhicule.

La valeur numérique de  $\Delta\alpha(k)$  est obtenue en résolvant numériquement l'équation suivante :

$$\frac{\sin(\Delta\alpha(k)/2)}{\Delta\alpha(k)/2} = \frac{\sqrt{(x(k) - x(k-1))^2 + (y(k) - y(k-1))^2}}{\Delta D(k)} \quad (4.39)$$

Finalement, la valeur de l'angle qui constituera notre observation  $Z(k)$  est donnée par la relation suivante :

$$Z(k) = \theta_c(k) + \text{signe}(k) * \Delta\alpha(k) \quad (4.40)$$

Dans cette expression,  $\text{signe}(k)$  vaut 1 quand la direction  $\theta_c(k)$  croit, et -1 dans le cas contraire.

## 4.4 Calcul de position dans les différents modes de fonctionnement du système

### 4.4.1 Fonctionnement en mode normal

En fonctionnement normal, on considère que le nombre de satellites visualisés est supérieur à quatre et que les paramètres du filtre (Matrice de covariance du bruit d'état, de commande et de mesure) sont les mêmes pour toutes les pseudo-distances estimées. Dans ce cas, le gain du filtre est le même pour toutes les mesures, et le biais de synchronisation reste identique pour chaque satellite. On peut alors calculer la position du récepteur en utilisant la méthode directe, décrite au paragraphe 1.2.6. On distingue cependant, deux cas définis par la bonne ou la mauvaise répartition géométrique de la position des satellites.

Quand les satellites sont convenablement positionnés ( $\text{HDOP} < 5$ ) les mesures GPS et capteurs estimés sont fusionnées. Soit  $S_1$ , l'ensemble des satellites visualisés, ainsi la

configuration du filtre est alors définie par :

$$\gamma_2^j = 1 \text{ et } \beta_2^j = 1 \text{ pour } j \in \{S_1\}$$

Quand la répartition géométrique de la position des satellites est mauvaise (HDOP  $\succeq$  5), le calcul de position est très sensible au bruit sur la pseudo-distance estimée. Dans ce cas, on prédit avec les mesures fournies par les capteurs estimes et on corrige avec les mesures de pseudo-distances GPS. La configuration du filtre est alors définie par :

$$\gamma_1^j = 1 \text{ et } \beta_2^j = 1 \text{ pour } j \in \{S_1\}$$

Les distances construites avec les mesures des capteurs estimes sont cohérentes. Elles correspondent toutes à une même position. Les mesures de pseudo-distances fournies par le récepteur GPS sont précises mais incohérentes, la valeur du bruit sur chaque mesure étant différente, elles ne correspondent pas à une même position. Quand le DOP est important l'incohérence des mesures augmente l'imprécision sur le calcul de position. Dans ce cas on privilégie, en pratique (faible valeur pour la matrice de covariance du bruit d'état), la prédiction qui est cohérente vis à vis des mesures qui ne le sont pas.

Enfin, on peut définir pour le fonctionnement normal un dernier cas qui correspond au type de GPS dont on dispose. En effet, il existe des GPS dits "haute gamme" qui fournissent des mesures de phase et des GPS dits "bas de gamme" (moins précis) qui n'en donnent pas. On utilisera dans ce dernier cas la configuration précédente.

#### 4.4.2 Fonctionnement en mode dégradé

En fonctionnement dégradé, les estimations utilisées pour le calcul de position sont obtenues avec des paramètres du filtre différents pour chaque satellite. On considère ici deux modes dégradés, la visibilité satellitaire restreinte et la présence de multi-trajets.

Quand le nombre de satellites visualisés est inférieur à quatre, la visibilité satellitaire est restreinte. Dans ce cas le calcul de la position n'est plus possible. Soit  $S_1$  l'ensemble des satellites visualisés et  $S_2$  un ensemble de satellites sélectionnés parmi les satellites masqués.

Les satellites de  $S_2$  sont choisis pour avoir au total quatre satellites qui minimisent la valeur du HDOP.

La configuration du filtre est alors définie par :

$$\gamma_2^j = 1 \text{ et } \beta_2^j = 1 \text{ pour } j \in \{S_1\}$$

$$\gamma_1^j = 1 \text{ et } \beta_1^j = 1 \text{ pour } j \in \{S_2\}$$

On dispose alors d'un ensemble de pseudo-distances estimées et d'un ensemble de distances estimées. Il faut, dans le calcul de position, tenir compte du biais de synchronisation du récepteur avec le temps UTC, présent sur les pseudo-distances et absent sur les distances.

Le signal en provenance des satellites n'effectue pas toujours un trajet direct. Il peut être réfléchi par l'environnement du récepteur. On parle alors de multi-trajets du signal. Ce phénomène très présent en environnement urbain affecte principalement les satellites visualisés proches de l'horizon (faible élévation). Dans cette thèse, on considère simplement dans le modèle les effets des multi-trajets sur le signal. On suppose que les mesures de pseudo-distances associées aux satellites ayant une faible élévation sont fortement bruitées. Soit  $S_3$  l'ensemble des satellites visualisés de forte élévation (élévation  $>30^\circ$ ) et  $S_4$  l'ensemble des satellites visualisés de faible élévation. La configuration du filtre est alors définie par :

$$\gamma_2^j = 1 \text{ et } \beta_2^j = 1 \text{ pour } j \in \{S_3\}$$

$$\gamma_1^j = 1 \text{ et } \beta_1^j = 1 \text{ pour } j \in \{S_4\}$$

On dispose alors de deux ensembles de pseudo-distances estimées avec des paramètres de filtrage différents. En effet, on favorisera la prédiction odomètre pour les pseudo-distances associées aux satellites de faible élévation. On favorisera les mesures GPS plus précises pour les satellites de faible élévation non sujets aux multi-trajets. On aura alors deux valeurs de biais de synchronisation différentes pour les deux ensembles de satellites  $S_3$  et  $S_4$ . Cinq satellites minimums sont alors nécessaires pour calculer la position.



### 4.4.3 Gestion des modes de fonctionnement

On considère l'ensemble des satellites visibles et l'ensemble des satellites visualisables. Les satellites visualisables sont présents mais pas obligatoirement visibles du récepteur, ils peuvent être masqués. On représente sur la figure 4.6, l'algorithme de gestion dynamique des modes de fonctionnement. Dans cet algorithme, pour chaque mode de fonctionnement, on sélectionne des satellites, on initialise les paramètres du filtre et on estime la pseudo-distance satellites-récepteur. Puis dans une étape commune à chaque mode, on calcule la position du récepteur et la direction du véhicule. On définit, par un numéro, les modes de fonctionnements suivants :

1. La visibilité satellitaire restreinte est associée à un nombre de satellites inférieur à quatre.
  - Dans ce mode de fonctionnement, on sélectionne, en plus des satellites visibles, des satellites visualisables pour avoir au total au moins quatre satellites sélectionnés. On choisit alors la configuration des satellites sélectionnés qui minimise la valeur du HDOP.
  - A chaque modification de la configuration des satellites sélectionnés, le filtre est réinitialisé. On réinitialise, à partir de la position précédemment calculée, la variable d'état  $\hat{X}^2(k-1)$  avec les distances récepteur-satellites sélectionnés.
  - Les paramètres du filtre d'hybridation, qui estime les pseudo-distances, sont décrits au paragraphe 4.4.2.
2. La visibilité satellitaire réduite est associée à un faible nombre de satellites visibles dont la position est mauvaise. En effet, la répartition géométrique de leurs positions donne une valeur du HDOP  $\succeq 5$ .
  - Dans ce mode de fonctionnement les satellites visibles sont sélectionnés.
  - A chaque modification de la configuration des satellites sélectionnés le filtre est réinitialisé. On réinitialise, à partir de la position précédemment calculée, la variable d'état  $\hat{X}^2(k-1)$  avec les distances récepteur-satellites sélectionnés.
  - Les paramètres du filtre d'hybridation, qui estime les pseudo-distances, sont décrits au paragraphe 4.4.1.

3. La présence de multi-trajets est associée à une forte puissance du bruit sur les mesures de pseudo-distances fournies par les satellites de faible élévation (inférieure à  $30^\circ$ ). On supposera dans ce travail de thèse que les satellites et la position des zones de la trajectoire sujets aux multi-trajets sont connus.

- Dans ce mode de fonctionnement les satellites visibles sont sélectionnés suivant deux ensembles : les satellites de faible et de forte élévation.
- A chaque modification de la configuration des satellites sélectionnés, le filtre est réinitialisé. On réinitialise, à partir de la position précédemment calculée, la variable d'état  $\hat{X}^2(k-1)$  en fonction des distances récepteur-satellites sélectionnés.
- Les paramètres du filtre d'hybridation, qui estime les pseudo-distances, sont décrits au paragraphe 4.4.2.

4. Le fonctionnement normal

- Dans ce mode de fonctionnement les satellites visibles sont sélectionnés.
- A chaque modification de la configuration des satellites sélectionnés, le filtre est réinitialisé. On réinitialise, à partir de la position précédemment calculée, la variable d'état  $\hat{X}^2(k-1)$  avec les distances récepteur-satellites sélectionnés.
- Les paramètres du filtre d'hybridation, qui estiment les pseudo-distances, sont décrits au paragraphe 4.4.1.

La position et la direction du véhicule sont calculées à partir des pseudo-distances estimées. Le filtre fonctionne en ligne à partir des mesures disponibles à chaque instant.

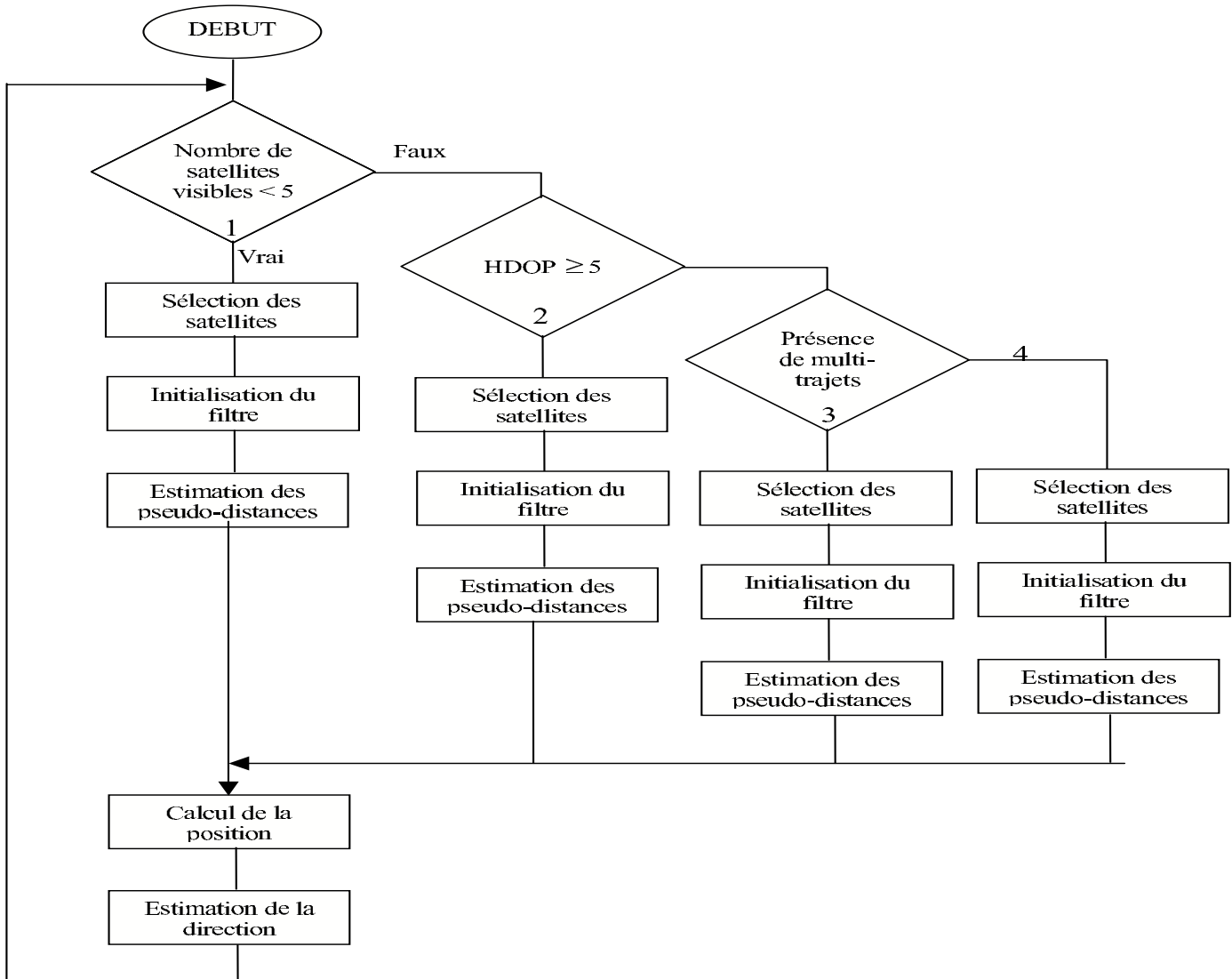


FIG. 4.6 – Gestion dynamique des modes de fonctionnement

## 4.5 Expérimentation

Le but de cette expérimentation est de montrer l'apport de la méthode proposée par rapport à la méthode d'hybridation lâche classique présentée dans l'annexe A. L'hybridation du récepteur GPS avec des capteurs estimates permet d'avoir un système toujours disponible, l'apport de la méthode proposée se situe alors dans la continuité des performances. On montre que l'hybridation serrée donne une plus grande précision sur la position calculée et cela même en mode de fonctionnement dégradé.

Nous étudierons donc les performances du système dans les différents modes de fonctionnement. En fonctionnement normal deux cas sont envisagés, une bonne visibilité de l'ensemble des satellites avec un faible DOP Horizontal et une visibilité réduite à quatre satellites avec un fort DOP horizontal. En fonctionnement dégradé deux cas sont étudiés, une visibilité satellitaire restreinte avec moins de quatre satellites visibles, et la présence de multi-trajets pour les satellites ayant une faible élévation. Enfin, les performances des deux systèmes seront comparées dans un contexte réel où l'ensemble des modes de fonctionnement se succède. On simule les données capteurs à partir d'un circuit que nous avons réalisé en circulant dans la ville de Calais.

Deux types de capteurs GPS sont simulés en fonctionnement normal. Un capteur de type "haut de gamme" ou précis, et un GPS "bas de gamme" ou classique. Les capteurs GPS dits "bas de gamme" ne fournissent pas en général d'observables de phase. On reporte dans le tableau 4.2 les différents paramètres de simulation qui leurs sont associés. Les paramètres du modèle de simulation des capteurs estimates sont présentés dans le tableau 1.2 du chapitre 1.

	GPS Précis	GPS Classique
$\sigma_{th/code}(m)$	0.8	1.74
$\sigma_{th/phase}(m)$	0.08	×
$\sigma_{dr}(cycle)$	1	×
$\sigma_f(m)$	0.08	0.174

TAB. 4.2 – Paramètres de simulations des mesures GPS.

Dans cette expérimentation on considère la trajectoire et la configuration satellitaire présentées sur la figure 4.7. On distingue 3 zones sur cette trajectoire. Les zones 1 et 2 re-

présentées sur la figure 4.7 et la zone 3 qui correspond au reste des points de la trajectoire. C'est dans les zones 1 et 2 que l'on testera le comportement des filtres pour les différents modes de fonctionnement. Dans la zone 3, le HDOP est de 0.9 et le système fonctionne normalement. On représente aussi sur cette figure, l'ensemble des satellites visualisables qui sont référencés par leur numéro PRN (Pseudo Random Noise) d'identification.

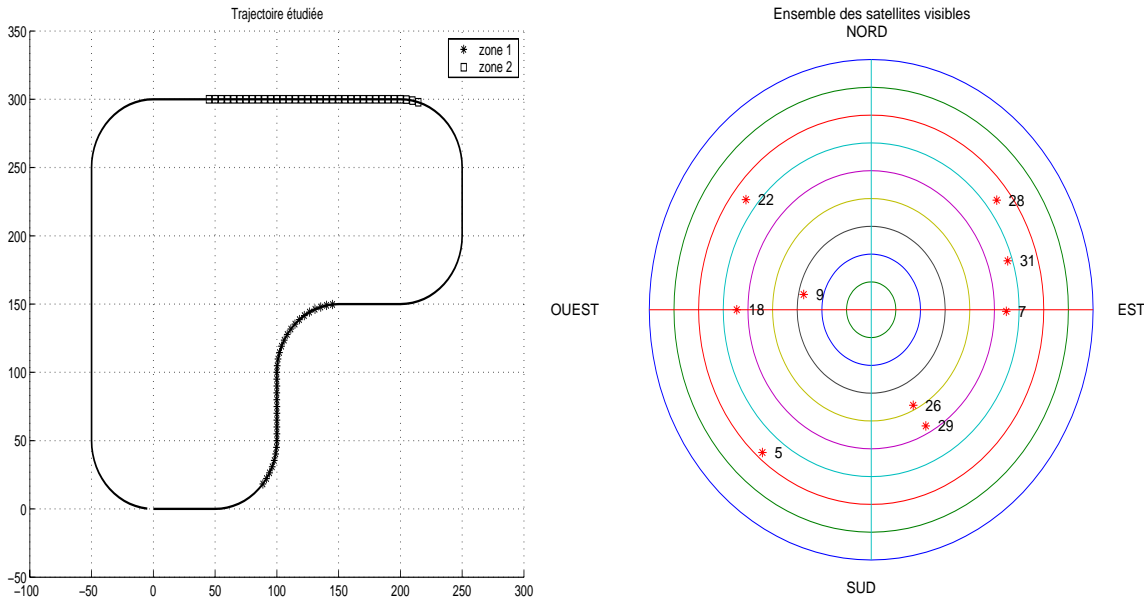


FIG. 4.7 – Contexte expérimental

Pour comparer les performances des deux techniques d'hybridation, on définit un critère d'erreur pour la position et la direction du véhicule. Le critère d'erreur pour la position est la distance entre le récepteur (embarqué sur le véhicule)  $(x_r, y_r)$  et sa position  $(x_f, y_f)$  estimée par les différents filtres. On note cette erreur :

$$E_{xy} = \sqrt{(x_r - x_f)^2 + (y_r - y_f)^2}$$

Le critère d'erreur pour la direction est défini par la distance, sur le cercle unité, entre deux points définis par les angles  $(\theta_r, \theta_f)$ .  $\theta_r$  est la direction du véhicule et  $\theta_f$  sa valeur estimée.

$$E_{\theta} = \sqrt{(\cos(\theta_r) - \cos(\theta_f))^2 + (\sin(\theta_r) - \sin(\theta_f))^2}$$

Ces critères d'erreurs seront estimés sur 100 réalisations et dans les différentes zones de la trajectoire étudiée. Ils seront définis par leurs valeurs moyennes et leurs variances.

### 4.5.1 Expérimentation pour un fonctionnement normal.

#### Bonne visibilité satellitaire

On considère dans cette expérimentation que l'ensemble des satellites visualisables, de la figure 4.7, sont visibles. La valeur du HDOP horizontal est de 0.9 et varie peu pendant la simulation. Les paramètres du filtre d'hybridation lâche sont donnés en annexe A. On reporte dans le tableau 4.3 les paramètres du filtre d'hybridation serrée proposé. Dans les deux cas (pour les deux techniques d'hybridation) ces paramètres ont été réglés pour obtenir les meilleurs résultats possibles au sens des critères d'erreurs définis précédemment. Les paramètres du filtre circulaire seront les mêmes pour toutes les expérimentations. On remarque que pour un récepteur GPS classique, dit "bas de gamme", les mesures de phases n'étant pas disponibles, seule la prédiction calculée avec les capteurs estimates est utilisée.

	$Q^P$	$Q^O$	$R^G$	$Q^{\Delta\theta}$	$Q^{\Delta D}$	$\kappa_R$	$\kappa_Q$
GPS Précis	0.05	1	0.2	$410^{-6}$	$10^{-4}$	$410^{-4}$	1
GPS Classique	×	1	2	$410^{-6}$	$10^{-4}$	$410^{-5}$	1

TAB. 4.3 – Paramètres des matrices de covariance de bruit d'états et de mesures.

On représente sur les figures 4.8, 4.9 l'évolution de l'erreur moyenne sur la position et la direction du véhicule obtenues par les méthodes d'hybridation lâche et serrée. On reporte sur la figure 4.8 les résultats obtenus pour un récepteur GPS précis et sur la figure 4.9 les résultats pour un récepteur classique. On remarquera que l'erreur sur le calcul de position est plus faible pour la méthode d'hybridation serrée proposée, alors que les performances sont moins bonnes pour un GPS classique qui ne dispose pas d'observables de phase. L'erreur sur l'estimation de la direction est pratiquement la même pour les deux techniques d'hybridation. Cependant, on peut remarquer une faible dérive résiduelle de l'angle estimé avec le filtre circulaire.

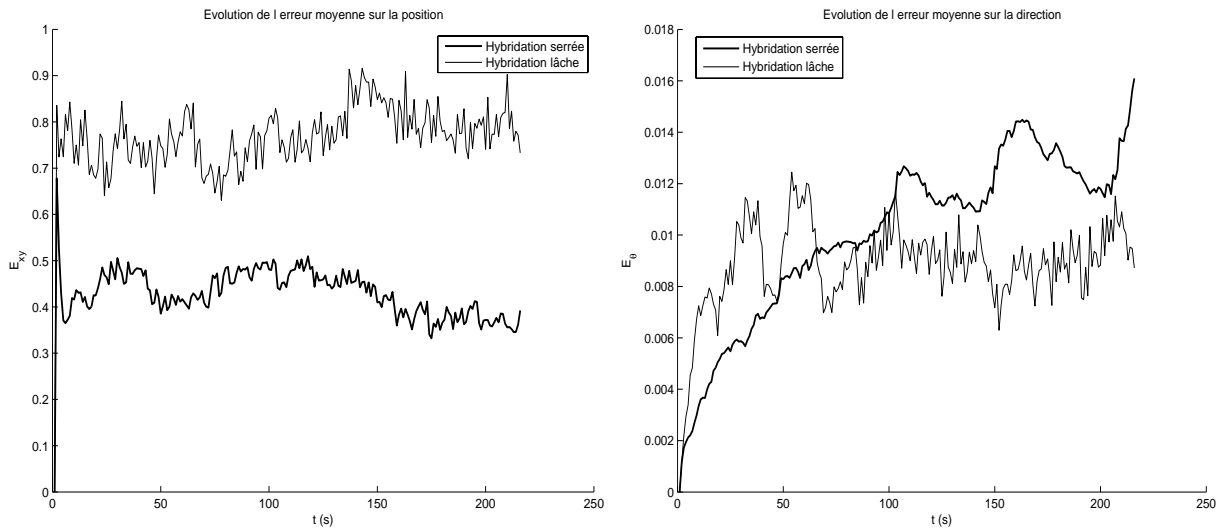


FIG. 4.8 – Erreur moyenne (GPS précis)

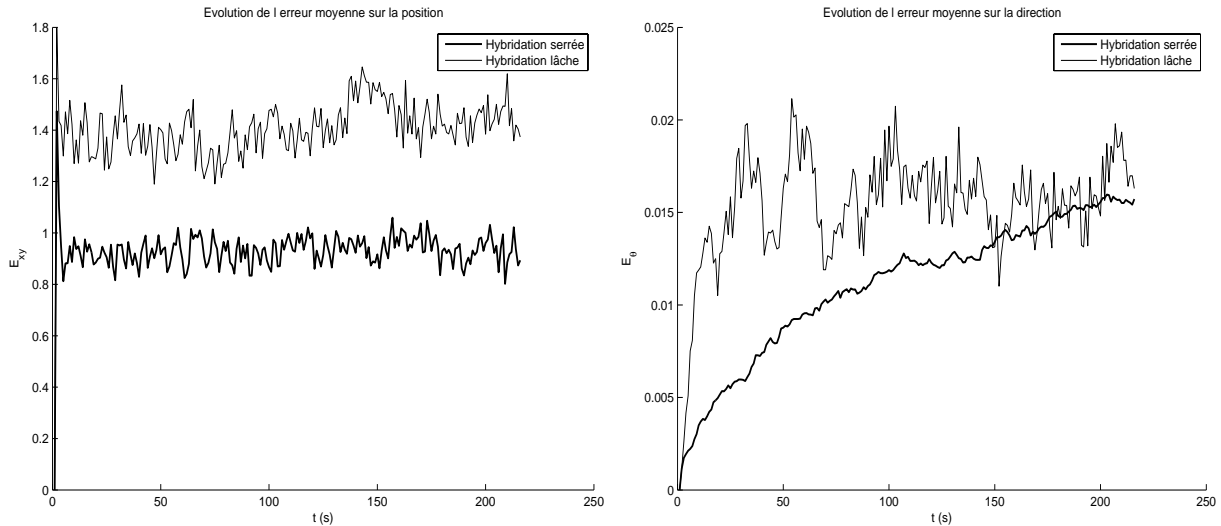


FIG. 4.9 – Erreur moyenne (GPS classique)

On reporte dans le tableau 4.4 l'erreur moyenne cumulée sur la position calculée dans les différentes zones étudiées. La zone T correspond à l'ensemble de la trajectoire. L'erreur moyenne cumulée sur la position, est la somme de l'erreur moyenne  $\bar{E}_{xy}$  sur l'ensemble des positions de chaque zone. Cette erreur sera d'autant plus grande que la dérive des capteurs est importante. Les résultats obtenus reportés dans le tableau 4.4 montrent que la méthode proposée permet d'améliorer la précision sur le calcul de position d'un facteur proche de deux pour un GPS classique ou précis. De plus, la variance du critère d'erreur est plus faible, ce qui nous conduit à conclure que les résultats obtenus sont plus précis et

plus stables. L'amélioration de la précision obtenue par la méthode proposée s'explique principalement par le fait que l'on utilise dans le calcul de position un plus grand nombre de mesures. En effet, pour l'hybridation lâche seule les quatre satellites donnant le meilleur HDOP sont utilisés, tandis que pour l'hybridation serrée l'ensemble des satellites visibles participent au calcul de position. Dans les expérimentations suivantes, on ne considérera que le cas du GPS précis qui reflète de toute façon les résultats attendus pour un GPS "bas de gamme".

	Hybridation	zone 1		zone 2		zone 3		zone T	
		m	$\sigma^2$	m	$\sigma^2$	m	$\sigma^2$	m	$\sigma^2$
GPS Précis	lâche	24.1	2.3	26.8	2.9	114.6	6.5	165.7	7.8
	serrée	15.0	2.5	16.3	2.6	60.9	4.6	92.3	5.6
GPS Classique	lâche	45.1	4.6	48.9	5.9	208.8	13.0	302.9	15.9
	serrée	30.1	3.8	33.0	3.7	137.6	7.9	200.9	9.6

TAB. 4.4 – Moyennes et variances de l'erreur de position cumulée pour une bonne visibilité satellitaire.

### Visibilité satellitaire réduite (Fort HDOP)

Quand le nombre de satellites est proche de quatre et qu'ils sont situés au zénith du récepteur, le calcul de position est fortement imprécis. Ce cas se rencontre souvent en environnement urbain dense. En effet, les habitations font souvent obstacles à la propagation des signaux GPS. On peut alors avoir un ensemble de satellites confinés au zénith du récepteur ou un ensemble de satellites alignés en présence de "canyon". Dans l'expérimentation, les satellites visibles tout au long de la simulation sont présentés figure 4.10. On reporte sur la figure de droite les satellites visualisables avec une étoile et leur numéro PRN d'identification. On représente les satellites visualisés dans les zones 1 et 2 de fort DOP par une étoile dans un cercle. Les valeurs du DOP horizontal dans les zones 1 et 2 sont respectivement 23 et 27.



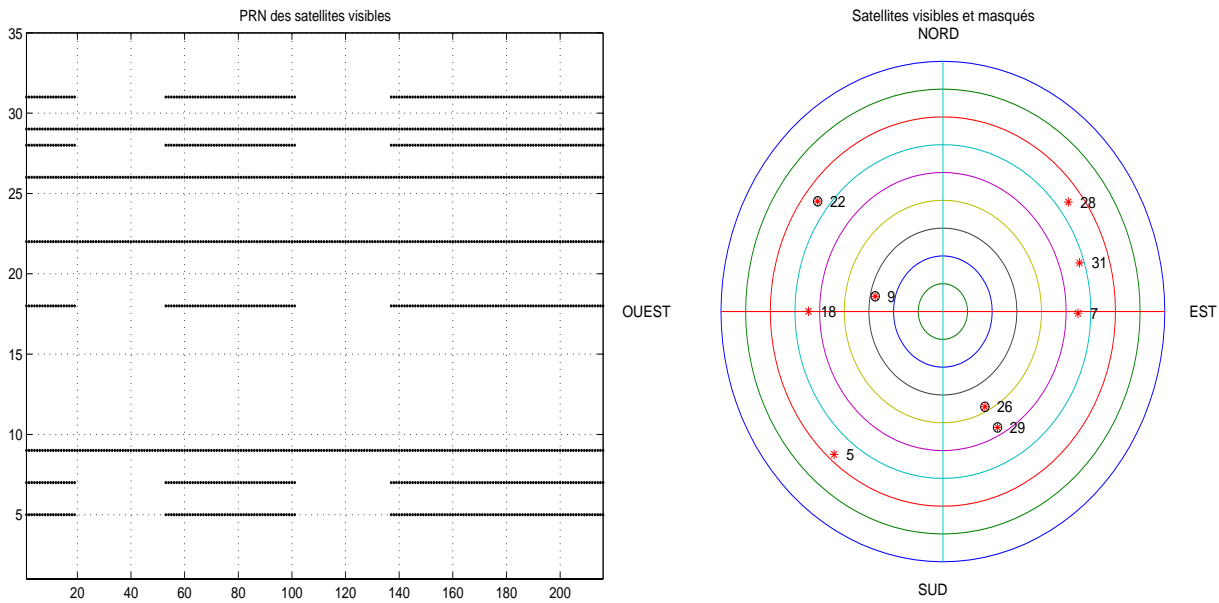


FIG. 4.10 – Satellites visibles et masqués.

On reporte dans le tableau 4.5 les paramètres du filtre d’hybridation serrée proposé dans les zones de fort HDOP. Pour ces zones, on considère uniquement la prédiction obtenue avec les capteurs estimés (pas de matrice de covariance  $Q^P$ ) et on donne peu d’importance aux informations fournies par les mesures (forte valeur de  $R^G$ ).

$Q^P$	$Q^O$	$R^G$	$Q^{\Delta(\theta)}$	$Q^{\Delta(D)}$
$\times$	1	10	$410^{-6}$	$10^{-4}$

TAB. 4.5 – Paramètres des matrices de covariance de bruit d’états et de mesures dans les zones de fort DOP horizontal.

L’évolution de l’erreur moyenne reportée sur la figure 4.11 montre que, lorsque la visibilité satellitaire est réduite (zone 1 et zone 2), la position calculée dérive. Cette dérive est moins importante par la méthode d’hybridation serrée proposée comparée à la méthode d’hybridation lâche classique. On peut aussi remarquer que l’erreur sur la direction du véhicule augmente dans les zones 1 et 2, mais que cette augmentation est moins importante pour le filtre circulaire. On en conclut que celui ci est plus robuste en présence de perturbations.

Les résultats reportés dans le tableau 4.6 montrent que l’erreur moyenne cumulée augmente dans les zones 1 et 2 à fort HDOP et que la variance de l’erreur est forte.

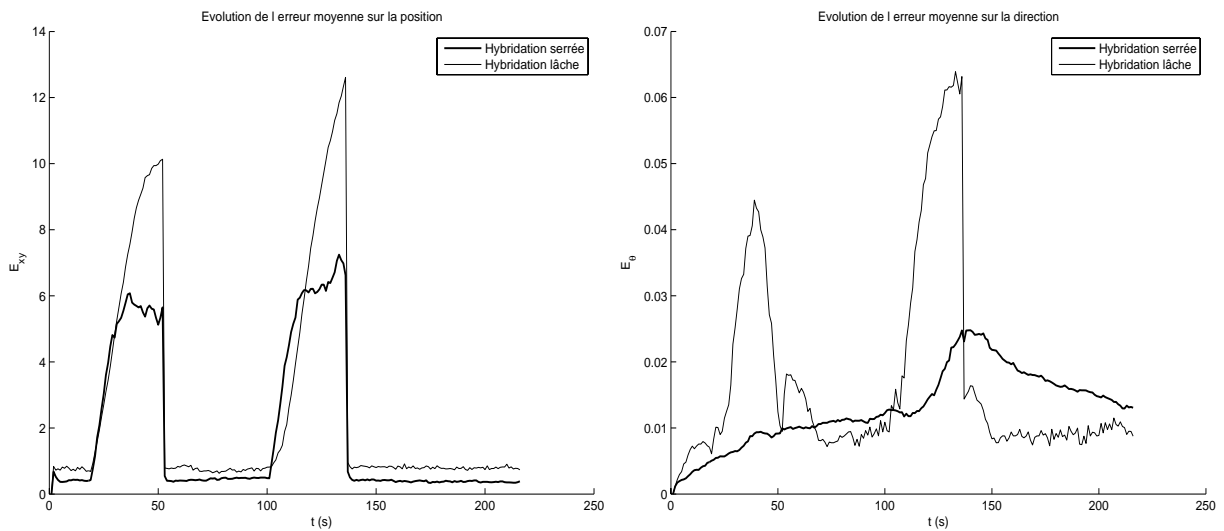


FIG. 4.11 – Erreur moyenne en présence de zones ayant un fort HDOP (GPS précis)

Cependant, la méthode proposée reste plus précise même si le nombre de satellites considérés par les deux méthodes est identique, et que la position estimée s'appuie dans les deux cas sur des prédictions fournies par les capteurs estimates et sur une mesure obtenue du récepteur GPS. Ce qui différencie les deux méthodes et explique le résultat obtenu est montré lorsque la visibilité satellitaire est réduite. En effet, les observations (positions) du filtre d'hybridation lâche sont fortement bruitées, et les mesures de pseudo-distances du filtre d'hybridation serrée ne le sont pas.

	Hybridation	zone 1		zone 2		zone 3	
		m	$\sigma^2$	m	$\sigma^2$	m	$\sigma^2$
GPS Précis	lâche	213.3	35.9	232.0	47.3	114.4	6.3
	serrée	155.4	44.0	187.3	56.9	61.2	4.6

TAB. 4.6 – Moyennes et variances de l'erreur de position cumulée pour une visibilité satellitaire réduite.

## 4.5.2 Expérimentation pour un fonctionnement dégradé

### Visibilité satellitaire restreinte (Moins de quatre satellites visibles)

La visibilité satellitaire restreinte correspond au cas où le nombre de satellites visibles est inférieur à quatre. Le calcul de position avec les mesures "GPS seul" n'est plus possible. Le filtre d'hybridation lâche prédit la position construite avec les données des capteurs estimes. Le calcul de position est réalisé dans le cas de l'hybridation serrée avec les pseudo-distances prédites par le filtre pour les satellites masqués et les pseudo-distances estimées pour les satellites visibles. Dans cette expérimentation on calcule l'erreur moyenne cumulée pour les différents cas suivants : 0, 1, 2 ou 3 satellites visibles.

On reporte sur la figure 4.12 l'évolution de l'erreur moyenne pour une certaine configuration de 3 satellites dans les zones 1 et 2. En effet, la configuration choisie fait partie des cas les plus favorables, soit trois satellites visualisés ayant une faible élévation. On remarquera que dans les zones perturbées le filtre circulaire est plus robuste car l'erreur sur la direction varie peu.

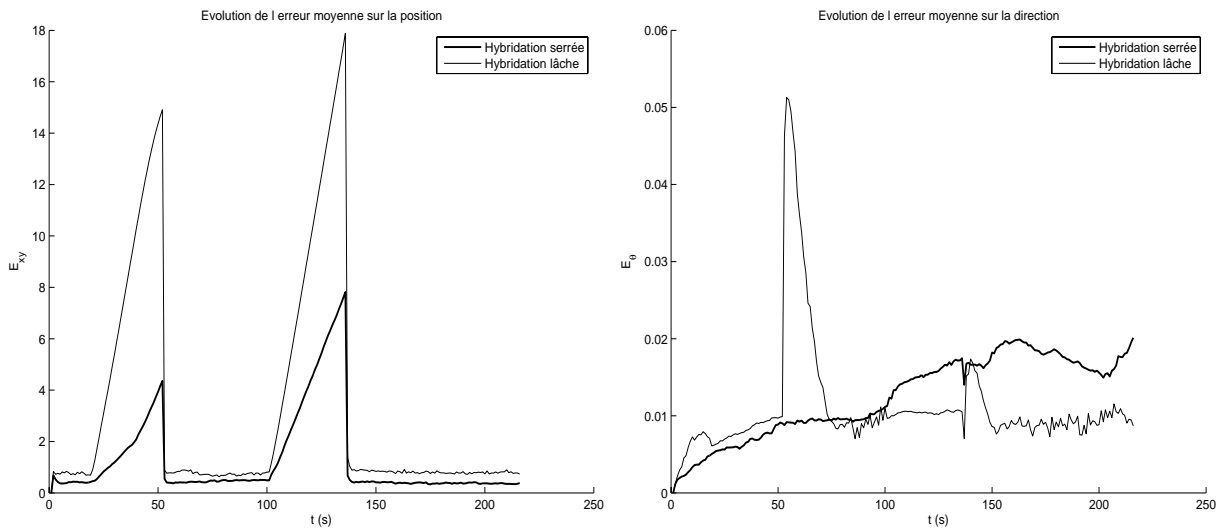


FIG. 4.12 – Erreur moyenne en présence de zones à visibilité satellitaire restreinte (3 satellites visibles)

On reporte dans le tableau 4.7 l'erreur moyenne cumulée, calculée pour différentes configurations de visibilité satellitaire restreinte :

- Quand aucun satellite n'est visible, les deux filtres fonctionnent uniquement en

prédiction. On reporte sur les deux premières lignes du tableau les erreurs cumulées obtenues qui sont les mêmes dans les deux cas. Ce résultat est tout à fait normal puisque dans les deux cas les positions sont calculées à partir des données fournies par les capteurs estimates. La variance de l'indicateur d'erreur est plus faible pour la méthode proposée car les variations de la direction moyenne sont plus faibles.

- Pour un satellite visible (le satellite: 9) les résultats ne changent pas. En effet, on dispose alors de trois distances satellites-récepteur (obtenues avec les satellites: 29, 28, 5) et d'une pseudo-distance. Les trois distances permettent de calculer la position de l'utilisateur, et la pseudo-distance permet de calculer le biais de synchronisation avec le temps UTC. On se retrouve alors dans le cas précédent où la position est calculée à partir des données fournies par les capteurs estimates.
- Quand deux satellites sont visibles (dans notre cas les satellites: 9 et 29), on choisit parmi les satellites masqués deux satellites (les satellites: 5 et 28) qui fourniront la valeur du HDOP la plus faible. Les résultats obtenus sont dans ce cas meilleurs.
- Quand on dispose de trois satellites en vue (les satellites: 9, 29, 26) ayant une forte élévation (se trouvant au zénith du récepteur), on choisit deux satellites masqués (les satellites: 5 et 28) qui fournissent la plus faible valeur de HDOP. Les positions calculées dans les zones 1 et 2 sont plus précises mais les résultats sont proches de ceux obtenus pour deux satellites visibles. En effet, dans ce cas les satellites 26 et 29 étant fort proches l'un de l'autre, ils apportent peu d'informations sur le positionnement.
- Quand on dispose de trois satellites en vue ( les satellites: 22, 29, 28) ayant une faible élévation (se trouvant à l'horizon), on choisit deux satellites masqués (les satellites: 5 et 26) qui fournissent la plus faible valeur de HDOP. Les performances obtenues sont alors bien meilleures. Malheureusement ce cas est très rare en pratique car il faudrait se trouver sous un pont ou un porche pour visualiser les satellites se trouvant à l'horizon sans visualiser les satellites au zénith du récepteur.

Satellites visibles	Hybridation	zone 1		zone 2		zone 3	
		m	$\sigma^2$	m	$\sigma^2$	m	$\sigma^2$
0 satellite	lâche	270.6	20.5	329.3	18.7	116.2	6.5
0 satellite	serrée	273.8	8.5	325.4	8.4	61.5	4.7
1 satellite	serrée	273.5	9.1	325.3	8.1	61.8	4.7
2 satellites	serrée	236.6	12.3	273.1	36.6	60.9	4.6
3 satellites forte élévation	serrée	230.9	11.8	228.9	36.3	60.5	4.6
3 satellites faible élévation	serrée	64.8	7.5	145.9	9.1	61.5	4.7

TAB. 4.7 – Moyennes et variances de l’erreur de position cumulée pour une visibilité satellitaire restreinte.

### Présence de multi-trajets

Dans cette expérimentation on suppose que les satellites visualisés de faible élévation (élévation inférieure à  $30^\circ$ ) sont sujets aux multi-trajets dans les zones 1 et 2 de la trajectoire. On considère alors dans le modèle utilisé que la puissance de bruit sur les mesures de pseudo-distances qui leurs sont associées, est augmentée. On reporte dans le tableau 4.8 les paramètres du modèle de simulation pour ces satellites. On suppose donc que les zones de multi-trajets sont connues et on modifiera les paramètres du filtre en conséquence.

$\sigma_{th/code}(m)$	$\sigma_{th/phase}(m)$	$\sigma_{dr}(cycle)$	$\sigma_f(m)$
4	0.4	2	0.4

TAB. 4.8 – Paramètres de simulations des mesures GPS, sujets aux multi-trajets.

On reporte dans le tableau 4.9 les paramètres des filtres pour les satellites sujets aux multi-trajets dans les zones 1 et 2. On filtrera plus fortement dans ces zones les mesures pour l’hybridation lâche et serrée.

Les résultats présentés figure 4.13 montrent une dégradation des performances des filtres quand le signal est perturbé par les trajets multiples. L’erreur dans les zones perturbées, est pour le filtre d’hybridation lâche, plus de trois fois supérieure à l’erreur dans

$Q^P$	$Q^O$	$R^G$	$Q^{\Delta(\theta)}$	$Q^{\Delta(D)}$
100	1	10	$410^{-6}$	$10^{-4}$

TAB. 4.9 – Paramètres des matrices de covariance de bruits d'états et de mesures pour les satellites sujets aux multi-trajets.

les zones non perturbées. Elle l'est moins de deux fois pour le filtre proposé. On en conclue que le filtre d'hybridation serrée est moins sensible aux variations de rapport signal sur bruit du GPS. La même conclusion peut être faite concernant le filtre récursif circulaire.

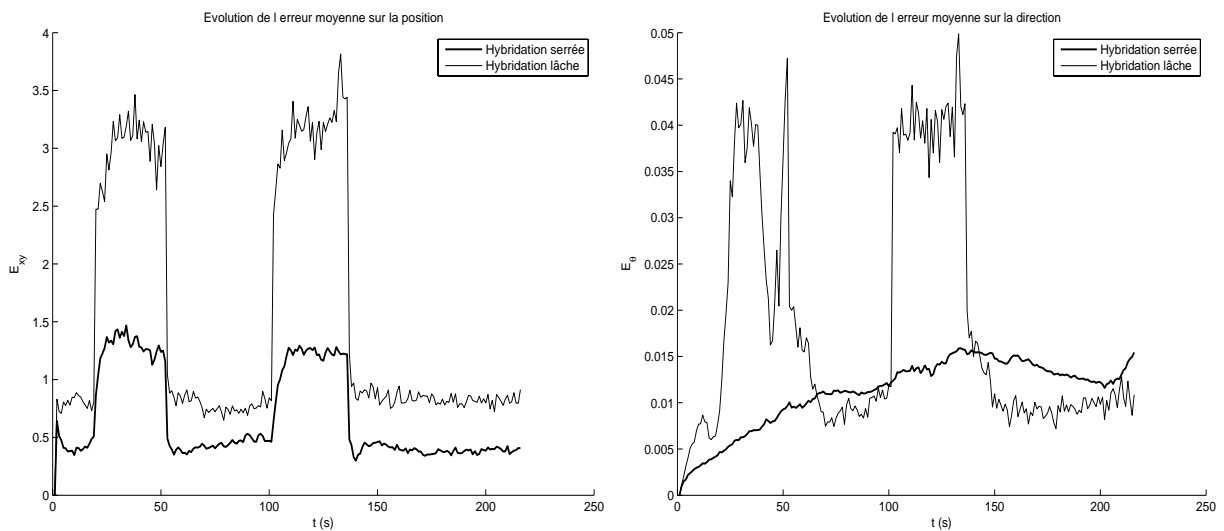


FIG. 4.13 – Erreur moyenne en présence de multi-trajets.

On reporte dans le tableau 4.10 l'erreur cumulée sur les différentes zones du signal. La méthode d'hybridation serrée permet de diminuer cette erreur de moitié en moyenne et en variance.

	Hybridation	zone 1		zone 2		zone 3	
		m	$\sigma^2$	m	$\sigma^2$	m	$\sigma^2$
GPS Précis	lâche	99.29	13.08	110.72	14.54	120.35	6.79
	serrée	42.11	8.97	41.48	5.49	60.77	4.5

TAB. 4.10 – Moyennes et variances de l'erreur de position cumulée en présence de multi-trajets.

### 4.5.3 Expérimentation dans un contexte réel

Dans cette expérimentation on souhaite évaluer les performances du filtre d'hybridation proposé dans un contexte réel. Le contexte réel est défini à partir d'une acquisition de données GPS sur une trajectoire réalisée en ville. Cette expérimentation a été effectuée à l'aide du récepteur GPS du laboratoire dans la ville de Calais. On dispose alors des fichiers RINEX de navigation et d'observation qui nous renseignent sur la position des satellites et l'identité des satellites visibles pendant un quart d'heure, durée de l'expérimentation. C'est à partir de ces informations, d'un plan du cadastre numérisé et d'un générateur de trajectoire, que nous avons reconstruit les positions du véhicule. Puis, nous avons simulé à partir de ces positions les mesures fournies par le capteur GPS et les capteurs estimates.

Dans ce contexte on peut comparer les performances du filtre proposé avec le filtre d'hybridation lâche pour les différents modes de fonctionnement. En ville les modes se succèdent, le nombre de satellites visibles change souvent et les valeurs de HDOP sont importantes. Dans cette expérimentation trois cas sont présentés : le fonctionnement normal sur les figures 4.14, le fonctionnement en présence de masquages sur les figures 4.15 et le fonctionnement des filtres pour de fortes valeurs du DOP horizontal sur les figures 4.16 ("effet canyon"). Finalement, on reporte dans le tableau 4.11 l'erreur moyenne obtenue pour les différents modes de fonctionnement sur l'ensemble de la trajectoire.

Sur la figure 4.14.(a), on reporte sur le plan du cadastre numérisé de la ville de Calais, la trajectoire simulée en trait plein noir et les positions estimées avec un 'x' pour le filtre proposé et un '.' pour l'hybridation lâche. On reporte sur la figure 4.14.(b) le nombre de satellites visibles. La valeur du HDOP est tracée sur la figure 4.14.(c) (quand le nombre de satellites visibles est inférieur à 4, le HDOP est nul). On présente sur la figure 4.14.(d) l'erreur cumulée sur le calcul de position estimée à partir de 100 réalisations des mesures capteurs. La courbe en gras représente l'erreur obtenue par la méthode proposée et la courbe en trait fin l'erreur obtenue avec le filtre d'hybridation lâche. La position courante est représentée sur les quatre figures par un 'o'.

Dans l'exemple des figures 4.14 l'environnement est dégagé, le nombre de satellites visibles est important et la valeur du HDOP est faible. Cependant, on constate en pratique

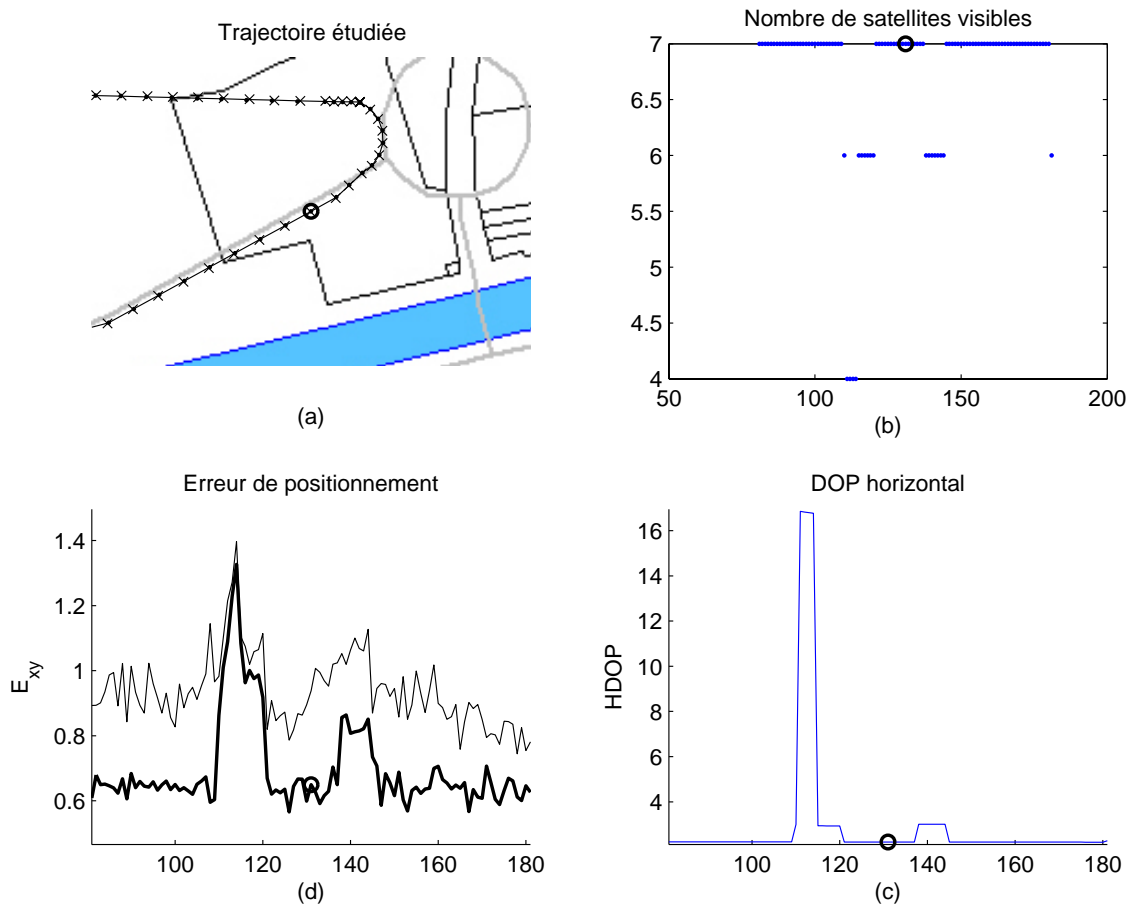


FIG. 4.14 – Exemple en fonctionnement normal.

comme sur cet exemple que des zones de fort HDOP ou de masquage de courte durée peuvent apparaître. Ce phénomène implique que les filtres utilisés soient robustes. Les résultats présentés sur cette figure montrent que la méthode proposée est plus précise quand la valeur du HDOP est faible et tendent vers les performances du filtre d'hybridation lâche quand le HDOP est supérieur à 15.

En environnement urbain dense, le système GPS est souvent mis en défaut par le masquage de l'ensemble ou d'une partie des satellites. L'exemple des figures 4.15 le montre. Les positions obtenues dans ce cas, par la méthode proposée, sont plus précises et cela malgré l'évolution du nombre et de l'identité des satellites visibles. On remarque de plus, que l'erreur sur le calcul de position par la méthode d'hybridation lâche croît plus rapidement avec le temps en comparaison avec celle de l'hybridation serrée.



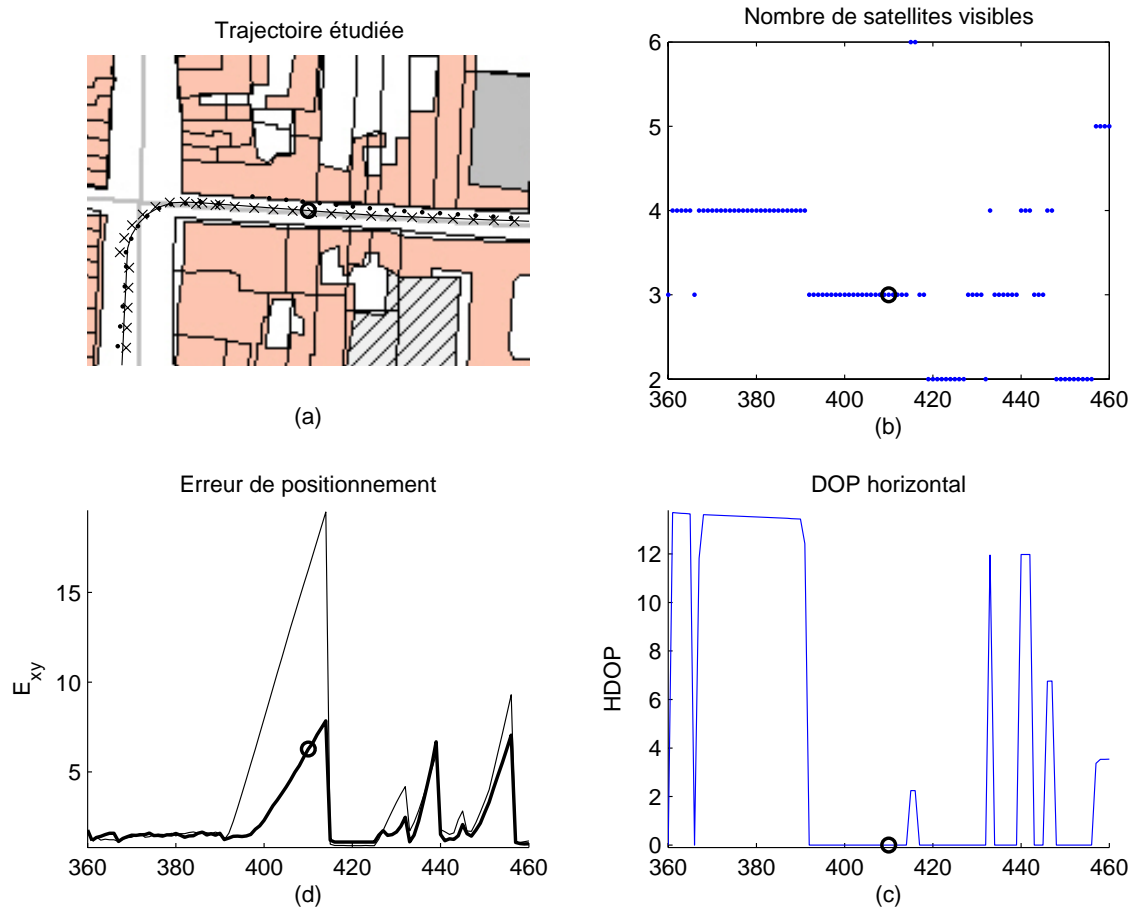


FIG. 4.15 – Exemple de masquage.

En pratique, les zones de masquage en environnement urbain dense sont souvent suivies et précédées de zones de fort DOP. La position avant le masquage est alors estimée avec une forte imprécision, ce qui augmente l'erreur du positionnement pendant le masquage. C'est pour cette raison que l'erreur obtenue est plus grande comparée au cas synthétique présenté dans le paragraphe précédent.

Dans l'exemple des figures 4.16, le véhicule se trouve dans un "canyon" et la valeur du DOP horizontal est importante. La méthode proposée est alors moins précise que l'hybridation lâche. En effet, la position estimée est dans ce cas fortement dépendante du bruit sur la mesure de pseudo-distance. Pour améliorer les performances du système, on lisse les mesures dans un filtre de Kalman qui utilise les pseudo-distances obtenues en observation et un modèle d'évolution de la position à vitesse constante (filtre décrit dans

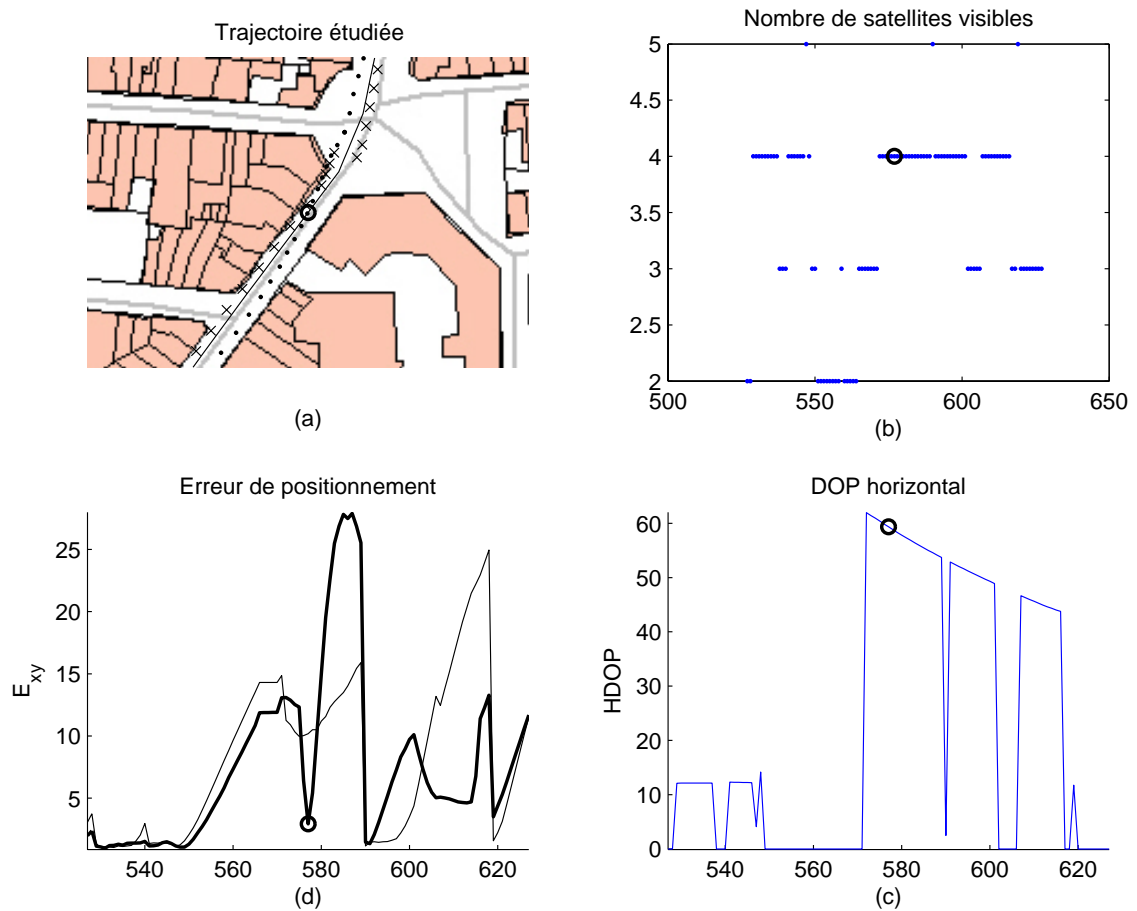


FIG. 4.16 – Exemple d'effet "canyon".

l'annexe A).

Les résultats obtenus dans ce cas sont proches de ceux obtenus avec l'hybridation lâche. Ceci peut s'expliquer par le fait que l'on intègre dans l'équation d'état du filtre un modèle de trajectoire, dans les mesures on intègre les données estimées et GPS des quatre satellites visibles, donc que l'on estime la position avec les mêmes informations que le filtre d'hybridation lâche.

On reporte dans le tableau 4.11 l'erreur cumulée pour l'ensemble de la trajectoire en fonction des différents modes de fonctionnement. On donne dans ce tableau la valeur moyenne et la variance de cette erreur calculée sur 100 réalisations de l'ensemble des points de la trajectoire associés à un même mode de fonctionnement.

Le filtre proposé offre de meilleures performances en cas de masquage et lorsque la

valeur du HDOP est faible (ici les résultats sont obtenus pour un HDOP < 5). Lorsque la valeur du HDOP est forte, soit lorsqu'elle est comprise entre 5 et 15, les performances des deux méthodes sont proches. Ce résultat qui peut sembler contradictoire avec le résultat obtenu au paragraphe 4.5.1, s'explique par la faible durée de ces zones de visibilité réduites et la forte valeur du HDOP.

Hybridation	visibilité restreinte		visibilité HDOP $\geq 15$ réduite		visibilité HDOP $< 15$ réduite		visibilité HDOP $< 5$ totale	
	m	$\sigma^2$	m	$\sigma^2$	m	$\sigma^2$	m	$\sigma^2$
lâche	881	42	437	51	148	11	466	13
serrée	603	42	455	69	160	9	373	9

TAB. 4.11 – Moyennes et variances de l'erreur de position cumulée en fonction des modes de fonctionnement, pour un contexte expérimental réel.

---

## 4.6 Conclusion

Le but de ce chapitre est de réaliser l'étude et la mise en oeuvre d'un filtre d'hybridation serrée pour le calcul de position. Nous avons proposé une mise en oeuvre permettant de fusionner les données en provenance des différents capteurs et nous avons étudié ses performances en le comparant au filtre classique d'hybridation lâche.

La technique développée consiste à hybrider un GPS multi-porteuses avec des capteurs estimates, odomètre et gyromètre, au niveau des pseudo-distances satellites-récepteur. Nous proposons de mettre en oeuvre ce système avec un filtre de Kalman étendu qui fusionne les observables de phase, de pseudo-distance GPS et les mesures des capteurs relatifs. Les pseudo-distances estimées sont alors utilisées pour calculer la position du véhicule par un algorithme classique des moindres carrés. Nous proposons aussi d'estimer la direction du véhicule par un filtre "circulaire". Cet estimateur inspiré du formalisme du filtre de Kalman dans le domaine linéaire est défini dans le domaine circulaire. Il permet d'estimer des valeurs d'angle à partir d'un modèle d'évolution et d'observations angulaires. Dans ce travail la direction du véhicule est définie à partir de ses positions et le modèle d'évolution s'appuie sur les variations d'angle fournies par le gyromètre.

Nous avons montré dans ce chapitre que l'utilisation d'un filtre d'hybridation serrée nécessite de gérer les différents modes de fonctionnement. En effet, on distingue principalement deux modes de fonctionnement, le mode de fonctionnement normal associé à un nombre de satellites supérieur ou égal à quatre, et le mode dégradé associé à la visibilité restreinte des satellites (nombre de satellites visibles inférieur à quatre). Pour ces deux modes, le filtre sera configuré différemment. L'architecture du filtre présenté permet, grâce à un ensemble de paramètres de configuration, de passer d'un mode à un autre.

L'évaluation du filtre proposé est réalisée en comparant les résultats qu'il fournit avec les résultats donnés par un filtre classique d'hybridation lâche. On considère ici une trajectoire avec des zones de test des différents modes de fonctionnement du filtre. On compare l'erreur moyenne sur le calcul de position et l'estimation de la direction du véhicule. Dans les simulations réalisées, les algorithmes sont testés pour le mode de fonctionnement normal, la visibilité restreinte et réduite du nombre de satellites et la présence de multi-trajets.

Dans toutes ces configurations la précision de l'algorithme proposé est supérieure ou égale à celle de l'algorithme classique d'hybridation lâche. Elles sont pratiquement identiques quand le nombre de satellites visibles est inférieur ou égal à un. Elles sont très proches quand la valeur du HDOP est supérieure à 5. Quand le nombre de satellites visibles est supérieur ou égal à deux, la précision du filtre proposé, comparé au filtre classique, est d'autant plus forte que la valeur du HDOP est faible. Finalement, quand le rapport signal à bruit diminue sur les signaux en provenance des satellites de faible élévation (effet des multi-trajets), la précision du filtre proposé se dégrade moins. Dans ces différents cas, le filtre circulaire proposé pour estimer la direction du véhicule a des performances proches du filtre d'hybridation lâche. Cependant, le filtre circulaire est plus robuste car ses performances se dégradent peu quand le système est défaillant.

Nous avons comparé dans une deuxième étape les performances des filtres en environnement urbain dense. Dans ce cas la génération des mesures capteurs est réalisée pour une trajectoire qui décrit l'évolution d'un véhicule dans le centre ville de Calais. Cette simulation est réalisée dans un contexte réel construit à partir des fichiers RINEX obtenus avec le GPS du Laboratoire embarqué sur un véhicule qui parcourt la trajectoire testée. On dispose alors de la position et de l'identité des satellites visibles.

En environnement urbain les modes de fonctionnement se succèdent. En effet, le nombre de satellites visibles et la valeur du HDOP change dans le temps avec l'évolution des satellites et celle du récepteur et également avec la présence d'obstacles. Le filtre d'hybridation serrée proposé permet de s'adapter aux changements des modes de fonctionnement tout au long de l'expérimentation.

Pour le mode de fonctionnement normal, le filtre d'hybridation serrée offre une localisation plus précise que le filtre d'hybridation lâche car la position est estimée à partir de l'ensemble des satellites visibles. Le filtre d'hybridation lâche n'utilise que les quatre satellites qui fournissent le HDOP le plus faible pour estimer la position.

En présence de masquage, le filtre d'hybridation serrée offre une localisation plus précise comparé au filtre d'hybridation lâche lorsque le nombre de satellites visibles est supérieur ou égal à 2. En effet, contrairement au filtre d'hybridation lâche, on utilise en cas de masquage les informations GPS des satellites visibles pour calculer la position.

Pour un nombre de satellites visibles inférieur ou égal à 1, les deux algorithmes donnent des résultats similaires car la position est obtenue à partir des capteurs estimates.

Lorsque la visibilité satellitaire est réduite, l'estimation de la position est fortement imprécise. L'algorithme classique des moindres carrés est mal adapté aux valeurs du HDOP supérieur à 15 et l'erreur sur le calcul de position est importante. Nous proposons dans ce cas de calculer la position avec un filtre de Kalman et les mesures de pseudo-distances hybridées. Finalement, le système de localisation s'appuyant sur l'hybridation serrée des capteurs, offrent dans le contexte réel des performances au moins aussi bonnes que le filtre classique d'hybridation lâche.

# Conclusion Générale

LE travail présenté dans ce mémoire a pour objet l'étude et la mise en oeuvre de méthodes de fusion d'informations pour la localisation 3D d'un véhicule terrestre en environnement urbain dense. L'approche étudiée est la fusion des mesures fournies par le système de navigation absolue GPS multi-porteuses et les capteurs de navigation estimes odomètres et gyromètres. Ces mesures sont hybridées à l'aide de filtres récursifs pour l'estimation de la position.

Ce mémoire est constitué de deux grandes parties, composées elles mêmes de deux chapitres. Dans le premier chapitre, on présente le capteur GPS et les capteurs estimes odomètre et gyromètre. On décrit leurs modèles de simulation et la définition des paramètres du simulateur GPS à partir de mesures réelles. Le second chapitre est consacré à un état de l'art des différentes architectures des filtres de fusion centralisée, distribuée et décentralisée. Dans cette partie, on compare les avantages et les performances de différentes architectures de filtres. La deuxième partie du mémoire est consacrée à l'étude et la mise en oeuvre d'un système d'hybridation serrée pour le calcul de la position. On réalise l'étude de l'estimateur de position dans les deux derniers chapitres. Le chapitre 3 concerne la définition de l'estimateur pour la fusion des mesures du GPS multi-porteuses. Dans le chapitre 4, on définit le système d'hybridation serrée qui fusionne les mesures de pseudo-distances fournies par le GPS multi-porteuses avec les données des capteurs estimes odomètres et gyromètres. Dans ce chapitre, le système proposé est appliqué à la localisation en environnement urbain dense.

Le but du chapitre 3 est de définir un filtre permettant de fusionner les observables du GPS. Soit, les observables de phase et de pseudo-distance obtenues sur plusieurs porteuses pour un même satellite. Ces mesures doivent être corrigées car elles sont affectées d'un

---

offset dépendant de la fréquence porteuse. On montre que les mesures corrigées par la méthode classique sont corrélées et qu'elles ne peuvent pas être fusionnées. On montre aussi que les observables de phase ne peuvent pas être utilisées pour fournir une mesure de la distance satellite-récepteur. Dans ce contexte nous proposons un système pour la fusion des mesures composé de deux filtres de Kalman. Le premier filtre fournit une estimation des offsets de chaque porteuse qui permet d'obtenir des mesures corrigées non corrélées. Ces mesures sont alors fusionnées dans un deuxième filtre de Kalman qui combine la fusion centralisée des mesures et la fusion distribuée des observables. L'expérimentation sur données synthétiques et réelles montre que le système proposé permet d'augmenter la précision des mesures lorsque la puissance du bruit sur chaque porteuse est du même ordre de grandeur.

Dans le chapitre 4 on réalise la fusion des observables du GPS avec les mesures des capteurs estimates. Le système proposé fournit une estimation de la direction du véhicule et des pseudo-distances satellite-récepteur, même lorsque les mesures GPS sont indisponibles. Dans ce cadre, nous proposons un filtre circulaire récursif qui permet de combiner les mesures gyrométriques avec la position du véhicule, pour estimer sa direction. L'estimation des pseudo-distances est réalisée dans le deuxième filtre qui compose le système. Le filtre proposé réalise la fusion centralisée des mesures corrigées et la fusion distribuée des observables de phase avec les mesures gyrométrique et odométrique. On montre dans l'expérimentation que le système proposé permet de garantir la continuité des estimations en présence de perturbations et qu'il fournit une estimation robuste de la position et de la direction du véhicule en présence de variations du rapport signal à bruit.

Dans ce travail on étudie la localisation d'un véhicule dans un environnement urbain dense. On considère les problèmes liés aux effets "canyon", à la présence de multi-trajets et aux masquages des satellites GPS. Dans un contexte expérimental réel, on constate que le nombre et la configuration des satellites visibles évoluent continuellement. Dans ce cas, les différents problèmes s'enchaînent et se succèdent parfois rapidement. L'architecture du système de fusion proposé permet, aux travers d'un ensemble de paramètres, d'accéder à des configurations différentes du filtre, en fonction de plusieurs modes de fonctionnement. Les filtres d'hybridation lâche sont utilisés habituellement en pratique car ils sont robustes



en présence de perturbations du signal GPS. Ces perturbations sont principalement liées à la forte valeur du HDOP et à la présence de multi-trajets. Cependant, leurs performances se dégradent rapidement en présence de masquage. Nous avons montré dans ce travail que le système d'hybridation serrée proposé permet de garder dans ces deux cas les propriétés de robustesse du positionnement. De plus, il offre une plus grande précision quand le nombre de satellites visibles est supérieur ou égal à deux et que la valeur du HDOP est faible.

Les perspectives de ce travail concernent à la fois le système de positionnement et le récepteur GPS.

En effet, concernant le récepteur GPS, il nous semble intéressant d'envisager la fusion au niveau de la poursuite du code. Dans les futurs systèmes de positionnement par satellite le signal GPS sera transmis sur plusieurs porteuses ayant des codes de précisions différentes. Par exemple, dans le cas du GPS NAVSTAR, le code sur les porteuses  $L_1$  et  $L_2$  est peu précis, mais la poursuite du code est robuste, tandis que, le code de  $L_5$  est beaucoup plus précis mais moins robuste. Dans ce cas, il nous semble intéressant de développer des algorithmes de fusion qui combinent la poursuite de l'ensemble des codes en vue d'augmenter la robustesse de la poursuite.

Concernant le positionnement, le traitement des multi-trajets et des zones de fort HDOP reste une limitation du système actuel. Dans ce contexte, il nous semble intéressant de coupler le récepteur GPS avec un récepteur téléphonique mobile, qui peut lui aussi calculer des distances entre des bases et la position du récepteur. Ces mesures supplémentaires permettront de diminuer la valeur du HDOP. Le traitement des multi-trajets, qui dans le cas de la téléphonie mobile est aussi un problème important, constitue aussi une perspective de ce travail. Dans ce cas, il faudra détecter leur présence et évaluer leur influence pour traiter le signal et l'intégrer dans le calcul de position.

# Annexe A

## Estimation de la Position par Filtrage de Kalman Étendu

**P**OUR estimer la position par filtrage d'état il faut définir un modèle d'évolution de l'état (l'équation d'état) et les relations existant entre la mesure et le vecteur d'état à estimer (l'équation de mesure). Deux cas sont envisagés :

Le GPS seul avec un modèle d'évolution à vitesse constante pour l'équation d'état. Les observations de pseudo-distances et pseudo-vitesse sont les mesures fournies par le GPS.

Le GPS hybridé avec les capteurs estimates. Dans ce cas on utilise le modèle de cinématique d'un véhicule décrit par l'équation 1.28. Les mesures de pseudo-distances et pseudo-vitesse sont fournies par le récepteur GPS.

On présente dans cette annexe, pour chaque cas, les matrices de transition d'état et de mesure.

### A.1 GPS Seul

On considère le vecteur d'état  $X(k)$  qui décrit la position, la vitesse de l'utilisateur, et l'écart de temps de synchronisation du récepteur avec le temps UTC.

$$X(k) = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, b, \dot{b}]^T \quad (\text{A.1})$$

La matrice de transition d'état définie pour le modèle cinématique a vitesse constante est la suivante :

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ b \\ \dot{b} \end{pmatrix}_{(k+1)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \Delta t_e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t_e & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t_e \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ b \\ \dot{b} \end{pmatrix}_{(k)} + G\nu(k)$$

$\Delta t_e$  est le pas d'échantillonnage. Dans notre cas  $\Delta t_e = 1(\text{s})$ .

L'équation de mesure est définie à partir des expressions 1.16 de la pseudo distances  $P_r^s$  et 1.19 de la vitesse relative satellite  $s$  utilisateur  $\dot{P}_r^s$ . Ces équations sont non linéaires et la matrice de transition associée à l'équation de mesure est définie pour quatre satellites par :

$$H(k) = \begin{pmatrix} \frac{\partial(P_r^1)}{\partial x} & \frac{\partial(P_r^1)}{\partial y} & \frac{\partial(P_r^1)}{\partial z} & \frac{\partial(P_r^1)}{\partial b} & \frac{\partial(P_r^1)}{\partial \dot{x}} & \frac{\partial(P_r^1)}{\partial \dot{y}} & \frac{\partial(P_r^1)}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial(P_r^1)}{\partial \dot{b}} \\ \frac{\partial(P_r^2)}{\partial x} & \frac{\partial(P_r^2)}{\partial y} & \frac{\partial(P_r^2)}{\partial z} & \frac{\partial(P_r^2)}{\partial b} & \frac{\partial(P_r^2)}{\partial \dot{x}} & \frac{\partial(P_r^2)}{\partial \dot{y}} & \frac{\partial(P_r^2)}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial(P_r^2)}{\partial \dot{b}} \\ \frac{\partial(P_r^3)}{\partial x} & \frac{\partial(P_r^3)}{\partial y} & \frac{\partial(P_r^3)}{\partial z} & \frac{\partial(P_r^3)}{\partial b} & \frac{\partial(P_r^3)}{\partial \dot{x}} & \frac{\partial(P_r^3)}{\partial \dot{y}} & \frac{\partial(P_r^3)}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial(P_r^3)}{\partial \dot{b}} \\ \frac{\partial(P_r^4)}{\partial x} & \frac{\partial(P_r^4)}{\partial y} & \frac{\partial(P_r^4)}{\partial z} & \frac{\partial(P_r^4)}{\partial b} & \frac{\partial(P_r^4)}{\partial \dot{x}} & \frac{\partial(P_r^4)}{\partial \dot{y}} & \frac{\partial(P_r^4)}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial(P_r^4)}{\partial \dot{b}} \\ \frac{\partial(\dot{P}_r^1)}{\partial x} & \frac{\partial(\dot{P}_r^1)}{\partial y} & \frac{\partial(\dot{P}_r^1)}{\partial z} & \frac{\partial(\dot{P}_r^1)}{\partial b} & \frac{\partial(\dot{P}_r^1)}{\partial \dot{x}} & \frac{\partial(\dot{P}_r^1)}{\partial \dot{y}} & \frac{\partial(\dot{P}_r^1)}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial(\dot{P}_r^1)}{\partial \dot{b}} \\ \frac{\partial(\dot{P}_r^2)}{\partial x} & \frac{\partial(\dot{P}_r^2)}{\partial y} & \frac{\partial(\dot{P}_r^2)}{\partial z} & \frac{\partial(\dot{P}_r^2)}{\partial b} & \frac{\partial(\dot{P}_r^2)}{\partial \dot{x}} & \frac{\partial(\dot{P}_r^2)}{\partial \dot{y}} & \frac{\partial(\dot{P}_r^2)}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial(\dot{P}_r^2)}{\partial \dot{b}} \\ \frac{\partial(\dot{P}_r^3)}{\partial x} & \frac{\partial(\dot{P}_r^3)}{\partial y} & \frac{\partial(\dot{P}_r^3)}{\partial z} & \frac{\partial(\dot{P}_r^3)}{\partial b} & \frac{\partial(\dot{P}_r^3)}{\partial \dot{x}} & \frac{\partial(\dot{P}_r^3)}{\partial \dot{y}} & \frac{\partial(\dot{P}_r^3)}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial(\dot{P}_r^3)}{\partial \dot{b}} \\ \frac{\partial(\dot{P}_r^4)}{\partial x} & \frac{\partial(\dot{P}_r^4)}{\partial y} & \frac{\partial(\dot{P}_r^4)}{\partial z} & \frac{\partial(\dot{P}_r^4)}{\partial b} & \frac{\partial(\dot{P}_r^4)}{\partial \dot{x}} & \frac{\partial(\dot{P}_r^4)}{\partial \dot{y}} & \frac{\partial(\dot{P}_r^4)}{\partial \dot{z}} & \frac{\partial(\dot{P}_r^4)}{\partial \dot{b}} \end{pmatrix}$$

Les calculs de dérivée partielle pour la position du point de fonctionnement  $(x_0, y_0, z_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0, b_0, \dot{b}_0)$  (position prédite par l'équation d'état) et la position satellite  $(x^s, y^s, z^s, \dot{x}^s, \dot{y}^s, \dot{z}^s)$  connue sont donnés par :

$$\begin{aligned}
 A_x^s &= \frac{\partial Pr^s(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_0} = \frac{x_0 - x^s}{(Pr^s(x_0) - b_0)} \\
 A_{\dot{x}}^s &= \frac{\partial \dot{Pr}^s(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_0} = \frac{\dot{x}_0 - \dot{x}^s}{(Pr^s(x_0) - b_0)} - \frac{\dot{Pr}^s(x_0)(x^s - x_0)}{(Pr^s(x_0) - b_0)^2} \\
 \dot{A}_{\dot{x}}^s &= \frac{\partial \dot{Pr}^s(x)}{\partial \dot{x}} \Big|_{x=x_0} = \frac{x_0 - x^s}{(Pr^s(x_0) - b_0)}
 \end{aligned}$$

La matrice de transition peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$H(k) = \begin{pmatrix}
 A_x^1 & A_y^1 & A_z^1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 A_x^2 & A_y^2 & A_z^2 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 A_x^3 & A_y^3 & A_z^3 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 A_x^4 & A_y^4 & A_z^4 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 A_{\dot{x}}^1 & A_{\dot{y}}^1 & A_{\dot{z}}^1 & \dot{A}_x^1 & \dot{A}_y^1 & \dot{A}_z^1 & 0 & 1 \\
 A_{\dot{x}}^2 & A_{\dot{y}}^2 & A_{\dot{z}}^2 & \dot{A}_x^2 & \dot{A}_y^2 & \dot{A}_z^2 & 0 & 1 \\
 A_{\dot{x}}^3 & A_{\dot{y}}^3 & A_{\dot{z}}^3 & \dot{A}_x^3 & \dot{A}_y^3 & \dot{A}_z^3 & 0 & 1 \\
 A_{\dot{x}}^4 & A_{\dot{y}}^4 & A_{\dot{z}}^4 & \dot{A}_x^4 & \dot{A}_y^4 & \dot{A}_z^4 & 0 & 1
 \end{pmatrix}$$

Dans la mise en oeuvre du filtre de Kalman étendu, les matrices de covariance d'état et de mesure sont définies avec les valeurs suivantes :

$$Q = \begin{pmatrix}
 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-3}
 \end{pmatrix}
 \quad
 R = \begin{pmatrix}
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05
 \end{pmatrix}$$

## A.2 GPS Hybridé

On considère le vecteur d'état  $X(k)$  qui décrit la position, la vitesse du véhicule, l'écart de temps de synchronisation du récepteur avec le temps UTC, et la direction du véhicule. On définit le vecteur de commande  $U(k)$  qui décrit la distance parcourue fournie par l'odomètre et la variation d'angle fournie par le gyromètre :

$$X(k) = [x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, b, \dot{b}, \theta]^T$$

$$U(k) = [\Delta D, \Delta \theta]^T$$

On considère dans cette implémentation le modèle classique, simplifié décrit par l'équation 4.3. On a alors une équation d'état non linéaire :

$$X(k) = f_k(X(k-1), U(k)) + \nu_k$$

Les matrices de transition qui lui sont associées sont définies après linéarisation suivant le vecteur d'état et de commande par :

$$F(k-1) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\partial y}{\partial \theta} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t_e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t_e & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B(k-1) = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \Delta D} & \frac{\partial x}{\partial \Delta \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial \Delta D} & \frac{\partial y}{\partial \Delta \theta} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

avec,

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \theta} &= -\Delta D \sin\left(\theta + \frac{\Delta \theta}{2}\right) \text{ et } \frac{\partial x}{\partial \Delta D} = \cos\left(\theta + \frac{\Delta \theta}{2}\right) \text{ et } \frac{\partial x}{\partial \Delta \theta} = \frac{1}{2} \frac{\partial x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial y}{\partial \theta} &= \Delta D \cos\left(\theta + \frac{\Delta \theta}{2}\right) \text{ et } \frac{\partial y}{\partial \Delta D} = \sin\left(\theta + \frac{\Delta \theta}{2}\right) \text{ et } \frac{\partial y}{\partial \Delta \theta} = \frac{1}{2} \frac{\partial y}{\partial \theta} \end{aligned}$$

Pour cette implémentation  $\Delta D$  et  $\Delta \theta$  sont des commandes dans le modèle d'état. On utilise ici aussi les observations de pseudo-distances et pseudo-vitesses fournies par le GPS dans l'équation de mesure. Dans ce cas la matrice de transition associée aux observations est celle définie au paragraphe précédent. En pratique, les valeurs de la matrice de covariance d'état  $Q$  et de mesure  $R$  sont respectivement :

$$\begin{pmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 \end{pmatrix}$$

# Annexe B

## Fusion des Mesures d'Offsets Ionosphériques

### B.1 Caractéristiques statistiques de l'offset ionosphérique

ON définit deux mesures de l'offset ionosphérique pour la porteuse  $L_1$ , et le satellite  $s$ . Ces mesures sont obtenues à partir des pseudo-distances sur  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_5$ . Leur expression est donnée par :

$$I_{12}^s = \frac{P_{r_2}^s - P_{r_1}^s}{\gamma_{12} - 1} \quad \text{et} \quad I_{15}^s = \frac{P_{r_5}^s - P_{r_1}^s}{\gamma_{15} - 1}$$

avec :

$$\gamma_{12} = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 \quad \text{et} \quad \gamma_{15} = \left(\frac{f_1}{f_5}\right)^2$$

Les offsets  $I_{ij}^s$  sont des variables aléatoires dépendantes non biaisées. On note  $\sigma_i^2$  la puissance du bruit thermique sur la pseudo-distance  $Pr_i^s$  pour le satellite  $s$ . On note  $\sigma_{(ij)}^2$  la variance de l'offset ionosphérique  $I_{ij}^s$  et  $\sigma_{(ijl)}$  la covariance des offsets ionosphériques  $I_{ij}^s$  et  $I_{il}^s$ . Les caractéristiques statistiques des offsets de la porteuse  $L_1$  sont données par les expressions suivantes.

Le calcul des variances :

$$\sigma_{(12)}^2 = \text{var}(I_{12}^s) = \frac{1}{(\gamma_{12} - 1)^2} (\text{var}(P_{r_1}^s) + \text{var}(P_{r_2}^s) + 2\text{cov}(P_{r_1}^s, P_{r_2}^s)) = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{(\gamma_{12} - 1)^2} \quad (\text{B.1})$$

$\text{cov}(P_{r_1}^s, P_{r_2}^s)$  est nulle car les pseudo-distances  $P_{r_1}^s$  et  $P_{r_2}^s$  sont indépendantes.

$$\sigma_{(15)}^2 = \text{var}(I_{15}^s) = \frac{1}{(\gamma_{15} - 1)^2} (\text{var}(P_{r_1}^s) + \text{var}(P_{r_5}^s) + 2\text{cov}(P_{r_1}^s, P_{r_5}^s)) = \frac{\sigma_1^2 + \sigma_5^2}{(\gamma_{15} - 1)^2} \quad (\text{B.2})$$

$\text{cov}(P_{r_1}^s, P_{r_5}^s)$  est nulle car les pseudo-distances  $P_{r_1}^s$  et  $P_{r_5}^s$  sont indépendantes.

Le calcul de la covariance :

$$\sigma_{(125)} = \text{cov}(I_{12}^s, I_{15}^s) = \text{cov}\left(\frac{P_{r_2}^s - P_{r_1}^s}{\gamma_{12} - 1}, \frac{P_{r_5}^s - P_{r_1}^s}{\gamma_{15} - 1}\right) = \frac{\sigma_1^2}{(\gamma_{12} - 1)(\gamma_{15} - 1)} \quad (\text{B.3})$$

## B.2 Définition de l'opérateur de fusion

La fusion est réalisée en combinant dans une somme pondérée les mesures d'offsets ionosphériques. Soit :

$$I_j^s(k) = \alpha_1 I_{12}^s(k) + \alpha_2 I_{15}^s(k)$$

Les mesures étant dépendantes, l'expression des coefficients  $\alpha_i$  est calculée à partir du système d'équations linéaires suivant défini au paragraphe 3.2.1 :

$$\begin{cases} 2\alpha_1\sigma_{(12)}^2 + 2\alpha_2\sigma_{(125)} + L = 0 \\ 2\alpha_2\sigma_{(15)}^2 + 2\alpha_1\sigma_{(125)} + L = 0 \\ \alpha_1 + \alpha_2 = 1 \end{cases}$$

Dans ces expressions,  $L$  est le multiplicateur de Lagrange. Les expressions de  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$ , solutions de ce système sont les suivantes :

$$\alpha_1 = \frac{\sigma_{(15)}^2 - \sigma_{(125)}}{\sigma_{(12)}^2 + \sigma_{(15)}^2 - 2\sigma_{(125)}} \quad \text{et} \quad \alpha_2 = \frac{\sigma_{(12)}^2 - \sigma_{(125)}}{\sigma_{(12)}^2 + \sigma_{(15)}^2 - 2\sigma_{(125)}} \quad (\text{B.4})$$



Soit après développement :

$$\alpha_1 = \frac{(\sigma_1^2 + \sigma_5^2)(\gamma_{12} - 1)^2 - \sigma_1^2(\gamma_{12} - 1)(\gamma_{15} - 1)}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)(\gamma_{15} - 1)^2 + (\sigma_1^2 + \sigma_5^2)(\gamma_{12} - 1)^2 - 2\sigma_1^2(\gamma_{12} - 1)(\gamma_{15} - 1)} \quad (\text{B.5})$$

$$\alpha_2 = \frac{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)(\gamma_{15} - 1)^2 - \sigma_1^2(\gamma_{12} - 1)(\gamma_{15} - 1)}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)(\gamma_{15} - 1)^2 + (\sigma_1^2 + \sigma_5^2)(\gamma_{12} - 1)^2 - 2\sigma_1^2(\gamma_{12} - 1)(\gamma_{15} - 1)} \quad (\text{B.6})$$

La variance de l'opérateur de fusion est donnée par :

$$\sigma^2 = \alpha_1^2 \sigma_{(12)}^2 + \alpha_2^2 \sigma_{(15)}^2 + 2\sigma_{(125)} \alpha_1 \alpha_2 \quad (\text{B.7})$$

Après développement la variance de l'offset fusionné pour  $L_1$  est donnée par :

$$\text{var}(I_1^s) = \sigma_{(15)}^2 - \frac{(\sigma_{(15)}^2 - \sigma_{(125)})^2}{\sigma_{(12)}^2 + \sigma_{(15)}^2 - 2\sigma_{(125)}} \quad (\text{B.8})$$

Finalement, l'offset ionosphérique des porteuses  $L2$  et  $L5$  est obtenu à partir de l'offset ionosphérique estimé sur la porteuse  $L1$  et de l'expression 3.21. On a alors :

$$\text{var}(I_2^s) = \gamma_{12}^2 \text{var}(I_1^s) \quad (\text{B.9})$$

$$\text{var}(I_5^s) = \gamma_{15}^2 \text{var}(I_1^s) \quad (\text{B.10})$$

## Annexe C

# Matrice de Transition du Filtre d'Hybridation Serrée

**N**OUS présentons dans cette annexe la linéarisation de l'équation d'état non linéaire qui donne la distance satellite-récepteur calculée à partir des données fournies par les capteurs estimates.

On considère le vecteur d'état  $X(k)$  qui décrit les 26 distances satellites-récepteur. On définit le vecteur de commande  $U(k)$  qui décrit la distance parcourue fournie par l'odomètre et la variation d'angle fournie par le gyromètre.

$$X(k) = [d^1, \dots, d^{26}]^T$$

$$U(k) = [\Delta D, \Delta \theta]^T$$

On considère dans cette implémentation le modèle classique, simplifié décrit par l'équation 4.3 et l'expression 4.7 de la distance satellite-récepteur. On a alors une équation d'état non linéaire.

$$X(k) = f_k(X(k-1), U(k)) + \nu_k$$

Les matrices de transition qui lui sont associées sont définies après linéarisation suivant

le vecteur d'état et de commande par :

$$F(k-1) = \begin{pmatrix} \frac{\partial d^1}{\partial d} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \cdot & & & & \cdot \\ 0 & \dots & \frac{\partial d^s}{\partial d} & \dots & 0 \\ \cdot & & & & \cdot \\ 0 & \dots & 0 & \dots & \frac{\partial d^{26}}{\partial d} \end{pmatrix}$$

$$B(k-1) = \begin{pmatrix} \frac{\partial d^1}{\partial \Delta D} & \frac{\partial d^1}{\partial \Delta \theta} \\ \cdot & \cdot \\ \frac{\partial d^s}{\partial \Delta D} & \frac{\partial d^s}{\partial \Delta \theta} \\ \cdot & \cdot \\ \frac{\partial d^{26}}{\partial \Delta D} & \frac{\partial d^{26}}{\partial \Delta \theta} \end{pmatrix}$$

Les dérivées partielles sont définies par :

$$\frac{\partial d^s(k)}{\partial d} = \frac{(d^s(k-1) - b(k))}{d^s(k)} \quad (\text{C.1})$$

et :

$$\frac{\partial d^s}{\partial \Delta D} = \frac{1}{d^s(k)} \left[ \frac{\partial \Delta x}{\partial \Delta D} (x(k-1) + \Delta x(k) - (x_s(k-1) + \Delta x_s(k))) \right. \quad (\text{C.2})$$

$$\left. + \frac{\partial \Delta y}{\partial \Delta D} (y(k-1) + \Delta y(k) - (y_s(k-1) + \Delta y_s(k))) \right]$$

$$\frac{\partial d^s}{\partial \Delta \theta} = \frac{1}{d^s(k)} \left[ \frac{\partial \Delta x}{\partial \Delta \theta} (x(k-1) + \Delta x(k) - (x_s(k-1) + \Delta x_s(k))) \right. \quad (\text{C.3})$$

$$\left. + \frac{\partial \Delta y}{\partial \Delta \theta} (y(k-1) + \Delta y(k) - (y_s(k-1) + \Delta y_s(k))) \right]$$

$$(\text{C.4})$$

où,  $\Delta x(k)$  et  $\Delta y(k)$  sont définis dans l'expression 4.4 et on a :

$$\frac{\partial \Delta x}{\partial \Delta D} = \cos \left( \theta(k-1) + \frac{\Delta \theta(k)}{2} \right) \quad \text{et} \quad \frac{\partial \Delta x}{\partial \Delta \theta} = -\Delta D(k) \sin \left( \theta(k-1) + \frac{\Delta \theta(k)}{2} \right)$$

$$\frac{\partial \Delta y}{\partial \Delta D} = \sin \left( \theta(k-1) + \frac{\Delta \theta(k)}{2} \right) \quad \text{et} \quad \frac{\partial \Delta y}{\partial \Delta \theta} = \Delta D(k) \cos \left( \theta(k-1) + \frac{\Delta \theta(k)}{2} \right)$$

# Bibliographie

- [Abb95] E. Abbott et D. Powell. An Examination of Relative Merits of Various Sensors for Vehicle Navigation. Dans *Proceedings of the Institute of Navigation*, pages 1269–1284, Stanford of University, 1995.
- [Abu05] I. Abuhadrous. *Système Embarqué Temps Réel de Localisation et de Modélisation 3D par Fusion Multi-Capteur*. Thèse de Doctorat 3ème cycle, Ecole des Mines de Paris, 2005.
- [Anon02] Anon. Interface Control Document- Navstar GPS Space Segment/ User Segment L5 Interfaces. Technical report, ARINC Incorporated, 2002.
- [App91] A. Appriou. Probabilités et Incertitude en Fusion de Données Multi-Senseurs. *Revue Scientifique et Technique de la Défense*, 11 :27–40, 1991.
- [App93] A. Appriou. Formulation et Traitement de l’Incertain en Analyse Multi-Senseurs. Dans *14ème Colloque GRETSI sur le Traitement du Signal et des Images*, pages 951–954, JUAN-LES-PINS, 1993.
- [Asc87] G. Asch. *Les Capteurs en Instrumentation Industrielle*. Dunod Edition, Paris, France, Paris, France, 1987.
- [Aya96] I. Ayari. *Fusion Multi-Capteurs dans un Cadre Multi-Agents : Application à un Robot Mobile*. Thèse de Doctorat 3ème cycle, Université Henri Poincaré, Nancy I, 1996.
- [Bar81] Y. Bar-Shalom. On the Track-To-Track Correlation Problem. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 26 :571–572, 1981.
- [Bar86] Y. Bar-Shalom. The Effect of the Common Process Noise on the Two-Sensor Fused-Track Covariance . *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 22 :803–805, 1986.
- [Bar88a] Y. Bar-Shalom. Comments on : Comparison of Two Sensor Tracking Methods Based on State Vector Fusion and Measurement Fusion. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 24 :456–457, 1988.
- [Bar88b] Y. Bar-Shalom. Comparison of Two-sensor Tracking Methods Based on State Vector Fusion and Measurement Fusion. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 24 :447–449, 1988.
- [Bar93] Y. Bar-Shalom and X. Li. *Estimation and Tracking : Principles, Techniques and Softwares*. Artech House, London, England, 1993.
- [Bar01] Y. Bar-Shalom, H. Chen and T. Kirubarajan. Performance Limits of Track-To-Track Fusion VS. Centralized Estimation : Theory and Application. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 39 :386–400, 2001.

- [Bas04] F. Bastide. *Analyse de la Capacité d'Utilisation des Futurs Signaux Galileo E5a/E5b et GPS L5 et leurs Intérêts pour l'Aviation Civile*. Thèse de Doctorat 3ème cycle, Ecole Nationale de l'Aviation Civile, Toulouse, 2004.
- [Ben97] J.A. Benediktsson, J.R. Sveinsson and P.H. Swain. Hybrid Consensus Theoretic Classification. *IEEE Transactions On Geoscience and Remote Sensing*, 35 :833–843, 1997.
- [Bis95] G.Welch and G.Bishop. An Introduction to the Kalman Filter. Technical report, rt 95-041, Departement of Computer Science, University of North Carolina, 1995.
- [Bla97] D.D.Blais. *Modélisation de Récepteurs GPS. Application à l'Etude de l'Influence des Multitrajets sur les Performances du Récepteur L<sub>1</sub> GPS*. Thèse de Doctorat 3ème cycle, Institut National Polytechnique, Toulouse, 1997.
- [Bla99] S.S. Blackman. *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*. Artech House, Norwood, Massachusetts, 1999.
- [Bon97] P.Bonnifait. *Localisation Précise en Position et Attitude des Robots Mobiles d'Extérieur à Evolutions Lentes*. Thèse de Doctorat 3ème cycle, Ecole Centrale de Nantes, 1997.
- [Bor96] J.Borenstein, H.R.Everett and L.Feng. *Navigation Mobile Robots : Systems and Techniques*. Wellesley, Massachusetts : AK Peters, 1996.
- [Bou00] D.Bouvet. *Contribution à la Localisation d'Engins de Chantiers Routiers*. Thèse de Doctorat 3ème cycle, Ecole Centrale de Nantes, 2000.
- [Bre97] G.L. Bretthorst. *Bayesian Spectrum Analysis and Parameter Estimation*. Senior Editor, Statistics, Springer-Verlag Edition, New-York, USA, 1997.
- [Bru91] S. Bruder, M. Farooq and M. Bayoumi. Robotic Heterogeneous Multi-Sensor Fusion with Spatial and Temporal Alignment. Dans *Proceedings of 30th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 1–12, Brighton, England, 1991.
- [Car90] N.A. Carlson. Federated Square Root Filter for Decentralized Parallel Processes. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 26 :517–525, 1990.
- [Che92] F.Chenavier and J.L.Crowley. Position Estimation for a Mobile Robot Using Vision and Odometry. Dans *IEEE Conference on Robotics and Automation*, pages 2588–2593, Nice, France, 1992.
- [Cho86] C.Y. Chong, K.C. Chang and S. Mori. Distributed Tracking in Distributed Sensor Networks. Dans *Proceedings of 1986 American Control Conference*, pages 1863–1868, Seattle, WA, 1986.
- [Cho03] E.Choi and D.A.Cicci. Analysis of GPS Static Positioning Problems. *Applied Mathematics and Computation*, 140 :37–51, 2003.
- [Cle99] R.T. Clemen and R.L. Winkler. Combining Probability Distributions from Experts in Risk Analysis. *Risk Analysis*, 19:187–203, 1999.
- [Dee95] K. Deergha Rao and J. Lakshmi Narayana. An Approach for a Faster GPS Tracking Extended Kalman Filter. *Journal of the Institute of Navigation*, 42 :619–630, 1995.

- 
- [Dee04] K. Deergha Rao, M.N.S Swamy and E.I. Plotkin. GPS Navigation with Increased Immunity to Modeling Errors. *IEEE Transactions On Aerospace and Electronic Systems*, 40 :2–10, 2004.
- [Deg99] S. Degerine. Lois de Von Mises et Lois liées. *Annales de l'I.H.P, section B, tome 15*, 1 :63–77, 1999.
- [Dem67] A.P. Dempster. Upper and Lower Probabilities Induced by a Multivalued Mapping. *Annals of mathematical statistics*, 38 :325–339, 1967.
- [Dou00] A. Doucet, S.J Godsill and C. Andrieu. On Sequential Simulation-Based Methods for Bayesian Filtering. *Statistics and Computing*, 10 :197–208, 2000.
- [Dub88] D. Dubois and H. Prade. *Théorie des Possibilités : Applications à la Représentation des Connaissances en Informatique*. Edition Masson, Paris, France, 1988.
- [Duq98] S. Botton, F. Duquenne, Y. Egels, M. Even et P. Willis. *GPS Localisation et Navigation*. Hermes Edition, PARIS, France, 1998.
- [Dur94] H.F Durrant-Whyte and T.M Berg. General Decentralised Kalman Filter. Dans *Proceedings of 1994 American Control Conference*, pages 2268–2272, Baltimore, MD, 1994.
- [Dur02] H. Durrant-Whyte. Introduction to Sensor Data Fusion. Technical report, Australian Centre for Field Robotics, University of Sydney, 2002.
- [Dur03] S. Durand. *Amélioration de la Précision de la Localisation Différentielle Temps Réel par Mesure de Phase des Systèmes GNSS*. Thèse de Doctorat 3ème cycle, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, LCPC, 2003.
- [Dur04] S. Durand et F. Peyret. *Localisation précise en temps réel par mesures de phases des signaux GNSS*. IST - Diffusion des Editions, Paris, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, LCPC, 2004.
- [Gan99] Q. Gan and C. Harris. Linearisation and State Estimation of Unknown Discrete-Time Nonlinear Dynamic Systems Using Recurrent Neurofuzzy Networks. *IEEE Transactions on SMC*, 29 :802–817, 1999.
- [Gao02] J.B. Gao and C.J. Harris. Some Remarks on Kalman Filters for the Multisensor Fusion. *Information Fusion*, 3 :191–201, 2002.
- [Gau00] J.M. Gaudin. *Conception d'un Système Hybride GPS-Estimation pour la Localisation en Condition de Visibilité Satellitaire Réduite*. Thèse de Doctorat 3ème cycle, Université de Montpellier II, 2000.
- [Gen86] C. Genest and J.V. Zidek. Combining Probability Distributions : A Critique and an Annotated Bibliography. *Statistical Science*, 1 :114–148, 1986.
- [Gru99] D. Gruyer. *Etude de Traitement de Données Imparfaites pour le Suivi Multi-Objets : Application aux Situations Routières*. Thèse de Doctorat 3ème cycle, Université de Technologie, Compiègne, 1999.
- [Gus02] F. Gustafsson, N. Bergman and U. Forsell. Particles Filters for Positioning, Navigation and Tracking. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 50 :1–13, 2002.
- [Hal92] D.L. Hall. *Mathematical Technique in Multi-Sensor Data Fusion*. Artech House, London, England, 1992.

- [Har98] C.J. Harris, A. Bailey and T.J. Dodd. Multi-Sensor Data Fusion in Defense and Aerospace. *The Aeronautical Journal*, 102 :229–244, 1998.
- [Heg99] C. Hegarty. Evaluation of the Proposed Signal Structure for the New Civil GPS signal at 1176.45 Mhz. Rapport technique, MITRE Corporation Report, 1999.
- [Her94] J. Hernandez. *Sur la Synthèse de Lois de Commande Non Linéaires Avec Observateurs : Application à la Robotique et à l'Electrotechnique*. Thèse de Doctorat 3ème cycle, Université de Paris-Sud, Centre d'Orsay, 1994.
- [Hid03] C. Hide, T. Moore and M. Smith. Adaptive Kalman Filtering for Low Cost GPS/INS. *Journal of Navigation*, 56 :143–152, 2003.
- [Hwa92] P.Y.C. Hwang and R.G. Brown. *Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering*. John Wiley and Sons Inc. Publisher, New-York, USA, 1992.
- [ICD97] GPS Joint Programme Office. ICD-GPS-200 : GPS Interface Control Document. Rapport technique, ARINC Research, 1997.
- [Isi89] A. Isidori. *Nonlinear Control Systems : An Introduction*. Springer-Verlag, 2<sup>nd</sup> Edition, Berlin, 1989.
- [Jam01] S.R. Jammalamadaka and A. SenGupta. *Topics in Circular Statistics*. World Scientific Publ, New Jersey, 2001.
- [Jul97] S.J.Julier and J.K.Uhlmann. A New Extension of the Kalman Filter to Non-linear Systems. *Proceedings of AeroSense : the 11th Int. Symp. on Aerospace/Defence Sensing, Simulation and Controls*, 3068 :182–193, 1997.
- [Kal60] R.E. Kalman. A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Trans, ASME, Journal of Basic Engineering*, 82 :34–45, 1960.
- [Kap96] E.D. Kaplan. *Understanding GPS : Principles and Applications*. Artech House, London, England, 1996.
- [Kur90] M.M. Kuritsky and M.S. Goldstein. Inertial Navigation. Dans *Autonomous Robot Vehicles, Springer-Verlag*, pages 96–116, New-York, USA, 1990.
- [Lad01] Q. Ladetto, V. Gabaglio and B. Merminod. Combining Gyroscope, Magnetic Compass and GPS for Pedestrian Navigation. Dans *Proceeding International on Kinematic Systems in Geodesy, Geomatics and Navigation*, pages 205–214, Banff, Canada, 2001.
- [Lee99] Y.C. Lee and D.G.O'Laughlin. A Performance Analysis of a Tightly Coupled GPS/Inertial System for Two Integrity Monitoring Methods. *Journal of the Navigation ION (Institute of Navigation)*, 47 :175–189, 1999.
- [Lei95] A. Leick. *GPS Satellite Surveying*. Wiley-Interscience, 2nd edition, John Wiley and Sons Publisher, New-York, USA, 1995.
- [Liu89] S.Liu, Z.Zhang and J.Hung. A High Accuracy Magnetic Heading System Composed of Fluxgate Magnetometers and a Microcomputer. *IEEE Conference, National Aerospace and Electronics*, 1 :148–152, 1989.
- [Maa03] B.N. Maan. *Localisation Dynamique d'un Véhicule sur une Carte Routière Numérique pour l'Assistance à la Conduite*. Thèse de Doctorat 3ème cycle, Université de Technologie de Compiègne, 2003.
- [Mac03] C. Macabiau, L. Ries, F. Bastide and J.L. Issler. GPS L5 Receiver Implemen-



- 
- tation Issues. Dans *Proceedings of the Institute of Navigation*, pages 153–164, GNSS Meeting, Portland, OR, 2003.
- [Mak95] H.Makela, H.Lehtinen, K.Rintanen and K.Koskinen. Navigation System for LHD Machines. Dans *IFAC Intelligent Autonomous Vehicles*, pages 314–319, Espoo, Finland, 1995.
- [Man94] J. Manyika and H.F. Durrant-Whyte. *Data Fusion and Sensor Management: A Information-Theoretic Approach*. Prentice Hall, 1994.
- [Mar99] K.V. Mardia and P.E. Jupp. *Directional Statistics*. Wiley, Chichester, 1999.
- [Mel05] C. Mello. Statistiques Circulaires et Utilisations en Psychologie. *Tutorials in Quantitative Methods for Psychology*, 1:11–17, 2005.
- [Moh01] Mohinder S.Gewal, Lawrence R.Weill and Angus P.Andrews. *Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration*. John Wiley and Sons Inc. Publisher, New-York, USA, 2001.
- [Oru03] I. Oruc, L.T. Maloney and M.S. Landy. Weighted linear cue combination with possibly correlated error. *Vision Research*, 43:2451–2468, 2003.
- [Rel06] S.Reboul et M.Benjelloun. Joint Segmentation of the Wind Speed and Direction. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 86:744–759, 2006.
- [Rey96] G. Reybet-degat. *Proposition d’une Règle de Discrimination Séquentielle Adaptée à la Fusion de Mesures*. Thèse de Doctorat 3ème cycle, Université de Technologie, Compiègne, 1996.
- [Rol02] F. Roli and G. Fumera. Performance Analysis and Comparison of Linear Combiners for Classifier Fusion. Dans *Proceedings of International Workshop on Statistical Pattern Recognition IAPR*, pages 424–432, Windson, Canada, 2002.
- [Sah96] R.K. Saha. Track-To-Track Fusion with Dissimilar Sensors. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 32:1021–1029, 1996.
- [Sha76] G. Shafer. *A Mathematical Theory of Evidence*. Princeton University Press, 1976.
- [Spi96] J.J. Spilker et B.W. Parkinson. *Global Positioning System - Theory and Applications*. 1<sup>st</sup> Edition, American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), Washington, 1996.
- [Vag93] J.Vaganay. *Conception d’un Système Multisensoriel de Localisation Dynamique 3D pour Robot Mobile*. Thèse de Doctorat 3ème cycle, Université de Montpellier II, 1993.
- [Vie89] T.Vieville and O.Faugeras. Computation of Inertial Information on a Robot. Dans *Symposium of Robotics and Research, Preprint of the 5 Th Int*, pages 57–65, Tokyo, Japon, 1989.
- [Wan01] E.A. Wan et R. Van Der Merwe. *Kalman Filtering and Neural Networks*. S. Haykin (ed.), Wiley Publishing, New York, USA, 2001.
- [Wel88] R.Welch and M.Ehlers. Cartographic Feature Extraction with Integrated Sir-b and Landsat tm Images. *International Journal of Remote Sensing*, 9:873–889, 1988.
- [Wil76] D. Willner, C.B. Chang and K.P. Dunn. Kalman Filter Algorithms for a Multi-



- Sensor System. Dans *Proceedings of 1976 IEEE Conference on Decision and Control*, pages 570–574, Clearwater, FLorida, 1976.
- [Zad65] L.A. Zadeh. Fuzzy Sets. *Information and Control*, 8:338–353, 1965.
- [Zad78] L.A. Zadeh. Fuzzy Sets as a Basis for a Theory of Possibility. *Fuzy Sets and System*, 1:3–28, 1978.
- [Zhu01] Y. Zhu, Z. You, J. Zhao, K. Zhang and X.R. Li. The Optimality for the Distributed Kalman Filtering Fusion with Feedback. *Automatica*, 37:1489–1493, 2001.



Le travail présenté dans ce mémoire de thèse concerne l'étude et la mise en oeuvre de méthodes de fusion d'informations pour la localisation 3D d'un véhicule terrestre en environnement urbain dense. L'approche étudiée est la fusion des mesures fournies par le système de navigation absolue GPS multi-porteuses et les capteurs de navigation estimés odomètre et gyromètre. Ces mesures sont hybridées à l'aide de filtres récursifs pour l'estimation de la position.

On réalise l'étude de l'estimateur de position en deux étapes. La première étape concerne l'étude et la mise en oeuvre d'un estimateur pour la fusion des observables de code et de phase du GPS multi-porteuses. L'expérimentation sur données synthétiques et réelles montre que le système proposé permet d'augmenter la précision des mesures lorsque la puissance du bruit sur chaque porteuse est du même ordre de grandeur. La deuxième étape concerne le système d'hybridation serrée qui fournit une estimation de la direction du véhicule et des pseudo-distances satellite-récepteur, même en absence de mesures GPS. Dans ce cadre, nous proposons un filtre circulaire récursif qui permet d'estimer la direction du véhicule. Le filtre d'hybridation réalise la fusion centralisée des mesures de pseudo-distances corrigées et la fusion distribuée des observables de phase avec les mesures gyrométriques et odométriques. L'expérimentation réalisée dans un contexte synthétique et réel montre que le système proposé est au moins aussi précis que le système d'hybridation lâche habituellement utilisé en pratique.

**Mots clés :** Navigation, GPS multi-porteuses, Fusion d'informations, Filtrage d'état, Hybridation, Décision, Estimation

The works presented in this thesis is devoted to the study and the implementation of the information fusion methods for the 3D localization of a terrestrial vehicle in a dense urban environment. The studied approach is based on the fusion of the measurements provided by the multi-frequencies GPS absolute navigation system and the dead-reckoning navigation sensors (odometer and gyrometer). These measurements are hybridized using recursive filters to estimate the position.

We carry out the study of the position estimator in two stages. The first stage concerns the study and the implementation of an estimator for the phase and code observables fusion for the GPS multi-carrying. The experimentation on synthetic and real data shows that the proposed system allows to increase the measurement precision when the noise power, in each of the carrying, is in the same magnitude order. The second stage concerns the tight hybridization system which provides an estimate of the vehicle direction and the pseudo-ranges satellite-receiver, even without GPS measurements. Within the framework, we propose a recursive circular filter which allows the estimation of the vehicle direction. The hybridization filter produces a centralized fusion of the corrected pseudo-ranges measurements and a distributed fusion of the phase observables with the gyrometric and odometric measurements. The experimentation carried out in a synthetic and real context shows that the proposed system is at least as precise as the releases hybridization system usually used in practice.

**Keywords :** Navigation, Multi-frequencies GPS, Information fusion, Filtering state, Hybridization, Decision, Estimation