

Vers la modélisation et le recalage des modèles de liaisons sur des structures en vibrations moyennes fréquences

Olivier Dorival

La simulation occupe aujourd'hui une place essentielle dans la conception mécanique. Afin d'estimer la réponse de la structure, l'ingénieur s'appuie le plus souvent sur des méthodes numériques qui permettent d'obtenir une vision approchée de la réalité. Par conséquent, il apparaît dans le processus de conception des erreurs d'approximation que l'on peut répartir en deux contributions. Une première cause d'erreur est de s'appuyer sur un modèle mathématique erroné par les simplifications opérées lors de la modélisation - par exemple hypothèses de linéarité, approximation de la géométrie, coefficient matériaux imprécis, ... ; une deuxième cause apparaît avec les approximations permettant de résoudre le problème de manière numérique - principalement les erreurs de discrétisation. La maîtrise de ces erreurs est primordiale pour pouvoir s'assurer que les résultats fournis par la simulation numérique ont un sens. Le second type d'erreurs est le sujet de nombreuses recherches, parmi lesquelles les estimateurs d'erreur *a posteriori* [1].

Ce travail de thèse se concentre sur le premier type d'erreur. Il s'agit de quantifier la qualité du modèle mathématique supposé, et de pouvoir l'améliorer en s'appuyant sur des mesures expérimentales. Ce domaine est celui de l'identification et du recalage de modèles à partir d'essais expérimentaux. Dans ce contexte, le domaine des vibrations moyennes fréquences (cf. Figure 1) offre un défi intéressant, car les erreurs de modélisation y ont une influence importante sur la réponse de la structure. En basses fréquences, le comportement d'un système est qualifié de modal : la fonction de réponse en fréquence (FRF) montre des pics de résonance découplés et identifiables. La correction du modèle peut être effectuée à partir des données modales, fréquentielles, parfois temporelles, ce qui a donné lieu à de nombreuses méthodes [2, 3]. En hautes fréquences, le comportement de la structure est lissé du fait de la très forte densité modale. À l'image de la *Statistical Energy Analysis* [4], la modélisation s'appuie alors sur des grandeurs moyennées en espace et sur une bande de fréquence, et sur des facteurs de perte par couplage qui sont le plus souvent déterminés expérimentalement. Dans le domaine des moyennes fréquences, situé entre les deux précédents, le comportement de la structure montre une dynamique encore importante, avec des modes nombreux et très couplés. Aussi une petite erreur de modélisation peut faire sauter d'un pic de résonance à un autre pic, ou à une antirésonance. Le terme d'hypersensibilité est souvent employé pour caractériser ce comportement.

Ce travail part du postulat selon lequel les zones qui sont le plus mal modélisées sur une structure sont les liaisons entre les sous-structures. La modélisation de ces liaisons est une difficulté particulièrement épineuse : les jonctions sont le lieu de phénomènes complexes et mal connus - frottement, contact, usure, échauffement, ... Les modèles utilisés sont souvent très simplifiés, et les paramètres n'ont peu ou pas de rapport avec les coefficients matériaux ou géométriques de la structure réelle. Or une erreur sur les conditions aux limites peut modifier considérablement la réponse dans le domaine des moyennes fréquences. C'est d'autant plus vrai que sur un grand nombre de structures en vibrations, les liaisons sont le principal lieu de dissipation de l'énergie. Or l'amortissement occupe une place primordiale dans la réponse en vibration d'une structure, et ce quel que soit le domaine de fréquence considéré. Un point important est de pouvoir tenir compte de cette dissipation située aux liaisons.

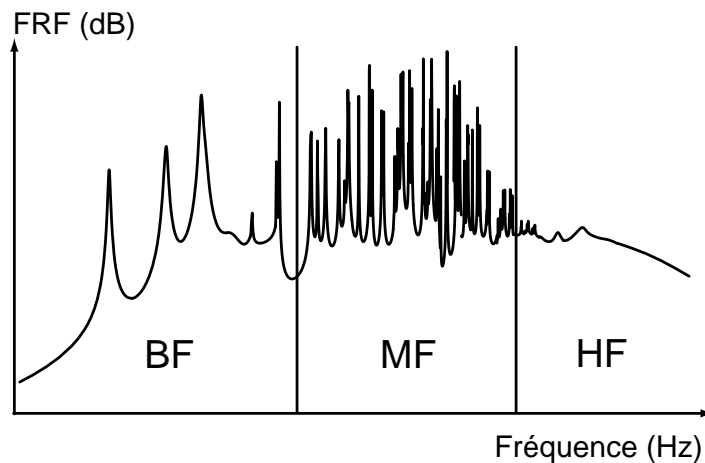


FIG. 1 – Domaine des moyennes fréquences (dans [5]).

Le travail présenté s'intéresse à la correction des modèles de liaison à partir de résultats d'essais en vibrations moyennes fréquences. Parmi les approches existantes, les méthodes paramétriques ont montré un bon potentiel pour corriger les modèles éléments finis en basses fréquences [3]. L'approche utilisée repose sur les idées de la méthode basée l'erreur en relation de comportement modifiée [6] utilisée pour le recalage. Le principe est de séparer l'ensemble des informations, à la fois expérimentales et du modèle mathématique, suivant qu'elles sont fiables ou non. Les informations fiables sont vérifiées de manière exacte. Les informations non fiables sont vérifiées en moyenne par la minimisation d'une fonctionnelle coût qui comprend deux termes : une erreur de modèle et une erreur par rapport aux mesures. Pour le recalage de modèles éléments finis en basses fréquences, cette méthode a montré qu'elle était robuste et efficace. Dans le domaine moyennes fréquences, un calcul éléments finis devient trop coûteux, car il est nécessaire de raffiner le maillage. Pour surmonter cette difficulté, plusieurs méthodes alternatives aux éléments finis classiques sont aujourd'hui étudiées [7, 8, 9, 10].

Dans ce travail, la méthode numérique utilisée est la théorie variationnelle des rayons complexes (TVRC) [11]. Sur chaque sous-domaine de la structure sont construites des fonctions de formes, les rayons complexes, vérifiant exactement l'équilibre dynamique et la relation de comportement. La vérification des conditions aux interfaces des sous-structures est assurée de manière faible par une formulation variationnelle. La discrétisation de l'espace d'admissibilité tient compte de toutes les directions de propagation des rayons complexes. Le traitement numérique s'appuie sur une vision multi-échelle des fonctions de forme : en distinguant la partie rapidement oscillante des rayons, qui est connue explicitement et traitée analytiquement, et la partie lente, qui devient l'inconnue, et est traitée numériquement, on aboutit à un problème de dimension finie dont la taille reste relativement réduite. Un autre intérêt de la méthode est qu'elle accorde sa confiance aux sous-structures - dont les équations sont vérifiées exactement - et porte le doute sur les équations de frontière - vérifiées par une formulation faible. Ce point rejoint l'idée selon laquelle les liaisons sont les zones les plus erronées de la structure.

Travail réalisé

Pour utiliser cette approche numérique dans la méthode de recalage utilisée, une version sous-structurée de la *TVRC* a été mise en place. Elle consiste à isoler les interfaces dont on cherche les paramètres, des sous-structures qui sont bien modélisées. Les équations fiables - sous-structures et liaisons connues - constituent l'admissibilité, tandis que les équations mal modélisées - les jonctions dont l'on cherche les paramètres - sont vérifiées par la minimisation d'un résidu. Une différence importante par rapport à la méthode de recalage, initialement basée sur l'erreur en relation de comportement, est que l'erreur de modèle utilisée est un résidu au sens des moindres carrés des équations de jonction, et non une erreur en relation de comportement. Une partie de ce travail a consisté à valider l'approche proposée par rapport à la version originelle de la *TVRC* et par rapport à un calcul éléments finis. Pour permettre une simulation réaliste du comportement d'une structure réelle, des modèles de liaisons incluant masse, raideur et amortissement ont été implémentés dans le code de calcul utilisé [12].

Pour obtenir un problème inverse, un terme de distance entre la solution numérique et les données expérimentales est ajouté à l'erreur de modèle pour obtenir la fonctionnelle coût. Une partie de ce travail est de vérifier que la méthode mise en œuvre procure la même robustesse que l'approche utilisée en éléments finis. Le comportement de la méthode pour le recalage de la raideur et de l'amortissement des liaisons, face au bruit de mesure et aux erreurs de modélisation est étudié sur des exemples simples. Précisons que dans le cadre de ce travail, les données expérimentales ont été simulées numériquement, et qu'une confrontation avec une véritable campagne expérimentale serait souhaitable. Les mesures plus traditionnelles, comme des accéléromètres placés en quelques points de la structure, nous semblent manquer de représentativité dans ce domaine de fréquence. Pour cette raison, les données expérimentales utilisées sont supposées être des mesures de champ. Les résultats obtenus montrent une bonne robustesse de la méthode pour l'identification de la raideur lorsque la liaison est peu dissipante, et pour l'identification de l'amortissement lorsque la liaison est très dissipante.

Enfin, une extension de la méthode au recalage des liaisons sur une bande de fréquence est proposée. L'idée déjà développée dans des travaux antérieurs pour la version traditionnelle de la *TVRC* est d'effectuer un développement asymptotique de la solution au voisinage d'une fréquence centrale. Cette démarche est remaniée pour être adaptée à la formulation du problème de recalage des liaisons sur une bande de fréquence. La faisabilité de la démarche est étudiée.

Références

- [1] P. Ladevèze and D. Leguillon. Error estimate procedure in the finite element method and application. *SIAM J. Numer. Anal.*, 20(3) :485–509, 1983.
- [2] J.E. Mottershead and M.I. Friswell. Model updating in structural dynamics : A survey. *Journal of Sound and Vibration*, 167(2) :347–375, 1993.
- [3] A. Deraemaeker. *Sur la Maîtrise Des Modèles En Dynamique Des Structures À Partir de Résultats d'Essais*. PhD thesis, Université Paris VI - ENS Cachan, 2001.
- [4] R. H. Lyon and G. Maidanik. Power flow between linearly coupled oscillators. *JASA*, 34(5) :623–639, 1962.
- [5] R. Ohayon and C. Soize. *Structural Acoustics and Vibration*. Academic Press, San Diego, London, 1998.

- [6] P. Ladevèze. *Nonlinear Computational Structural Method : New Approaches and Non-Incremental Methods of Calculations*. Springer-Verlag, New York, 1998.
- [7] E. Kita and N. Kamiyar. Trefftz methods : An overview. *Advances in Engineering Software*, 18(89), 1995.
- [8] R. S. Langley. On the vibrational conductivity approach to high frequency dynamics for two-dimensional structural components. *Journal of Sound and Vibration*, 182 :637–657, 1995.
- [9] M. N. Ichchou, A. Le Bot, and L. Jezequel. Energy models of one-dimensional, multi-propagative systems. *Journal of Sound and Vibration*, 201(5) :535–554, 1997.
- [10] C. Farhat, P. Wiedemann-Goiran, and R. Tezaur. A discontinuous Galerkin method with plane waves and Lagrange multipliers for the solution of short wave exterior Helmholtz problems on unstructured meshes. *Wave Motion*, 39 :307–317, 2004.
- [11] P. Ladevèze, L. Arnaud, P. Rouch, and C. Blanzé. The variational theory of complex rays for the calculation of medium-frequency vibrations. *Engineering Computations*, 18(1/2) :193–214, 2001.
- [12] O. Dorival, P. Rouch, and O. Allix. A substructured version of the variational theory of complex rays dedicated to the calculation of assemblies with dissipative joints in the medium-frequency range. *Engineering Computations*, 23(7) :729–748, 2006.