



**HAL**  
open science

# Gouttes, films et jets : quand les écoulements modèlent les interfaces

Etienne Reyssat

► **To cite this version:**

Etienne Reyssat. Gouttes, films et jets : quand les écoulements modèlent les interfaces. Dynamique des Fluides [physics.flu-dyn]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2007. Français. NNT : . tel-00169432

**HAL Id: tel-00169432**

**<https://theses.hal.science/tel-00169432>**

Submitted on 3 Sep 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT PRÉSENTÉE POUR OBTENIR LE TITRE DE  
Docteur de l'université Paris 7-Denis Diderot

Spécialité : Physique des liquides

*présentée par :*

Étienne REYSSAT

---

Gouttes, films et jets : quand les écoulements modèlent les interfaces

---

Soutenu le 14 mai 2007  
devant le jury composé de :

M. Tomas BOHR

M. Yves COUDER

M. Patrick HUERRE

M. Jacques MAGNAUDET    Rapporteur

M. Olivier POULIQUEN    Rapporteur

M. David QUÉRÉ            Directeur de thèse



# Table des matières

<b>Ouverture</b>	<b>9</b>
<b>I Gouttes en chute libre</b>	<b>13</b>
<b>Prologue</b>	<b>15</b>
<b>1 Formes d'un globule liquide</b>	<b>17</b>
1.1 Introduction . . . . .	17
1.2 Pluie artificielle . . . . .	17
1.3 Tout ce qui est petit est arrondi . . . . .	18
1.4 Pluie de pièces . . . . .	21
1.4.1 Taille maximale . . . . .	21
1.4.2 Les pièces . . . . .	21
1.5 Parallèle avec les gouttes de Leidenfrost . . . . .	26
1.6 Conclusion . . . . .	27
<b>2 Instabilité des globules</b>	<b>29</b>
2.1 Introduction . . . . .	29
2.2 Instabilité des très grosses gouttes . . . . .	32
2.2.1 Critère d'invagination . . . . .	32
2.2.2 Gonflement du globule . . . . .	33
2.2.3 Discussion . . . . .	34
2.3 La méduse singeant la grenouille... . . . .	36
2.4 Comment se débarrasser des bourrelets? . . . . .	38
2.4.1 Instabilité cylindrique . . . . .	38
2.4.2 Rétraction du tore . . . . .	40
2.5 La méduse selon Leidenfrost . . . . .	40
2.5.1 Très grosse goutte en caléfaction . . . . .	40

2.5.2	Cas des très très grosses gouttes . . . . .	41
2.6	Méduses savonneuses et naissance des bulles . . . . .	42
2.7	Systèmes bidimensionnels . . . . .	43
2.7.1	Gouttes flottantes . . . . .	43
2.7.2	Bulles confinées . . . . .	44
2.7.3	Et à une dimension . . . . .	46
2.8	Conclusion . . . . .	46
<b>Épilogue : gouttes et larmes</b>		<b>49</b>
<b>II</b>	<b>Dynamique de films en atmosphère visqueuse</b>	<b>51</b>
<b>Préambule</b>		<b>53</b>
<b>3</b>	<b>Vieillessement des antibulles</b>	<b>55</b>
3.1	Introduction . . . . .	55
3.2	Dynamique de Reynolds . . . . .	56
3.2.1	Un drainage par gravité . . . . .	56
3.2.2	Une épaisseur quasiment homogène sous la goutte . . . . .	59
3.2.3	Remarque . . . . .	60
3.3	Gouttières de drainage . . . . .	61
3.3.1	Pourquoi les rides accélèrent-elles le vieillissement ? . . . . .	61
3.3.2	Drainage de van der Waals . . . . .	63
3.4	Éclatement . . . . .	63
3.5	Conclusion . . . . .	65
<b>4</b>	<b>Films englués</b>	<b>67</b>
4.1	Introduction . . . . .	67
4.2	Fabrication de films en atmosphère visqueuse . . . . .	69
4.2.1	Films d'eau dans l'huile . . . . .	69
4.2.2	Films d'air . . . . .	69
4.2.3	Épaisseur des films créés . . . . .	70
4.3	Éclatement visqueux : résultats expérimentaux . . . . .	72
4.3.1	Vitesse d'ouverture constante . . . . .	72
4.3.2	Variation de la vitesse d'éclatement . . . . .	72
4.4	Bouirelet de collection . . . . .	75
4.4.1	Largeur du bouirelet . . . . .	76

4.4.2	Épaisseur du bourrelet . . . . .	78
4.5	Modèle du cylindre . . . . .	79
4.5.1	Un cylindre en translation . . . . .	79
4.5.2	Comparaison avec l'expérience . . . . .	81
4.5.3	Le cas de l'huile silicone 47 V 10000 . . . . .	81
4.6	Pourquoi y a-t-il un bourrelet ? . . . . .	83
4.7	Système voisin : démouillage d'un liquide sur un liquide . . . . .	84
4.8	Conclusion . . . . .	85
<b>5</b>	<b>Instabilités du bourrelet</b>	<b>87</b>
5.1	Introduction . . . . .	87
5.2	Description qualitative de l'instabilité . . . . .	88
5.3	Amorce par Plateau-Rayleigh . . . . .	90
5.3.1	Caractéristiques de l'instabilité de Plateau-Rayleigh . . . . .	90
5.3.2	Adaptation aux films en éclatement . . . . .	91
5.3.3	Compromis . . . . .	93
5.4	La croissance des pointes . . . . .	93
5.4.1	Frottement de Stokes . . . . .	93
5.4.2	Aspiration sélective . . . . .	94
5.4.3	L'aspiration du bourrelet . . . . .	94
5.4.4	Croissance des doigts . . . . .	95
5.5	Conclusion . . . . .	97
	<b>Dénouement</b>	<b>99</b>
<b>III</b>	<b>Entraînement d'air par un jet liquide</b>	<b>101</b>
	<b>Prélude</b>	<b>104</b>
<b>6</b>	<b>Seuil d'entraînement</b>	<b>105</b>
6.1	Introduction . . . . .	106
6.2	Le mécanisme d'entraînement d'air . . . . .	106
6.2.1	Cusps . . . . .	106
6.2.2	Rupture de l'interface : le modèle d'Eggers . . . . .	107
6.3	Dispositifs expérimentaux . . . . .	109
6.4	Visualisation des écoulements . . . . .	110
6.4.1	Les bulles comme traceurs . . . . .	110

6.4.2	Variations d'indice . . . . .	110
6.4.3	Particules . . . . .	110
6.5	Ouverture du jet immergé . . . . .	110
6.5.1	Les écoulements en jeu . . . . .	112
6.5.2	Influence des paramètres de l'impact . . . . .	112
6.6	Évasement et vitesse seuil . . . . .	114
6.6.1	Évasement avant impact . . . . .	115
6.6.2	Influence sur le seuil d'entraînement . . . . .	118
6.7	Les fibres enduites . . . . .	120
6.8	Contrôler le seuil d'entraînement . . . . .	123
6.8.1	Fluides non-Newtoniens . . . . .	123
6.8.2	Perturbation du jet . . . . .	123
6.8.3	Présence d'un obstacle dans le bain . . . . .	124
6.8.4	Les jets inclinés . . . . .	125
6.8.5	Pourquoi le mécanisme est-il différent pour les liquides non-visqueux? . . . . .	125
6.9	Conclusion . . . . .	126
<b>7</b>	<b>Épaisseur du film entraîné</b> . . . . .	<b>127</b>
7.1	Introduction . . . . .	127
7.2	Le film entraîné . . . . .	128
7.2.1	Description . . . . .	128
7.2.2	Mesure de l'épaisseur . . . . .	130
7.3	Le modèle de Landau et Levich . . . . .	131
7.3.1	Loi d'échelle . . . . .	131
7.3.2	Adaptation à l'entraînement d'air par un jet . . . . .	133
7.3.3	Comparaison avec les expériences . . . . .	133
7.3.4	Influence de la viscosité . . . . .	135
7.4	Les bulles issues du film . . . . .	136
7.5	Conclusion . . . . .	137
<b>8</b>	<b>La trompette</b> . . . . .	<b>139</b>
8.1	Introduction . . . . .	139
8.2	Typologie . . . . .	140
8.2.1	Trompette . . . . .	140
8.2.2	Accordéon . . . . .	140
8.2.3	Catastrophique . . . . .	141
8.3	Ce qui fixe la taille de la trompette . . . . .	142

8.3.1	Les forces en jeu . . . . .	143
8.3.2	Récession . . . . .	145
8.3.3	Le cas des liquides peu visqueux . . . . .	146
8.4	La croissance de la trompette . . . . .	146
8.5	Le ménisque externe . . . . .	148
8.5.1	Couplage bain-jet . . . . .	149
8.5.2	Couplage par le film d'air . . . . .	149
8.5.3	Couplage par le bain . . . . .	149
8.6	La trompette voit le fond . . . . .	150
8.7	Les fibres enduites . . . . .	151
8.7.1	Forme de la gaine . . . . .	152
8.7.2	La rétraction de la gaine . . . . .	153
8.7.3	Dynamique de croissance . . . . .	154
8.8	Conclusion . . . . .	156
<b>Coda</b>		<b>159</b>
<b>Conclusion</b>		<b>161</b>
<b>IV Annexes</b>		<b>163</b>
<b>A Le bateau pop-pop</b>		<b>165</b>
A.1	Introduction . . . . .	165
A.2	Le moteur le plus simple . . . . .	166
A.3	Ont-ils des jambes? . . . . .	167
A.4	Force développée par le moteur . . . . .	168
A.4.1	Ordres de grandeur . . . . .	168
A.4.2	Méthodes de mesure . . . . .	169
A.4.3	Force-vitesse . . . . .	170
A.5	Fréquence d'oscillation . . . . .	170
A.6	Amplitude d'oscillation . . . . .	172
A.7	Optimisation . . . . .	173
A.7.1	Rendement . . . . .	173
A.7.2	La taille du tuyau . . . . .	173
A.7.3	Forme du tuyau . . . . .	174
A.7.4	Pertes thermiques . . . . .	174
A.7.5	Grande échelle . . . . .	174

A.8 Conclusion . . . . .	175
<b>B Transition d'entraînement</b>	<b>177</b>
B.1 Introduction . . . . .	177
On the Landau-Levich Transition . . . . .	178
<b>C Épaisseur des films de Landau en atmosphère visqueuse</b>	<b>189</b>
<b>D La méduse qui veut buller autant que la cheminée</b>	<b>193</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>195</b>

# Ouverture

Deux siècles se sont écoulés depuis la naissance de la science des interfaces, sous l'impulsion de Laplace et Young. L'idée essentielle est que la création d'une interface a un coût énergétique, qui est proportionnel à l'aire créée :  $E = \gamma S$ , où  $\gamma$  est la tension interfaciale ( $\gamma > 0$ ),  $S$  l'aire des interfaces et  $E$  leur coût énergétique. Pour cette raison, les systèmes fluides adoptent en général des formes lisses minimisant les interfaces. Les petites gouttes d'eau sont sphériques (comme on peut les voir suspendues à une toile d'araignée, par exemple), ce qui minimise la surface eau-air d'un volume donné. Lorsqu'on sort d'une solution d'eau savonneuse un système de fils, on obtient un ensemble de lames minces s'appuyant sur les fils. La forme d'équilibre de ces films de savon, souvent complexe, est celle qui minimise leur surface [10, 82]. Ceci se manifeste également de manière dynamique : une bulle de savon, initialement sphérique, éclate lorsqu'on perce un trou dedans. La bulle est un objet dont le caractère superficiel est très prononcé, si bien que, lorsqu'on lui en donne la possibilité, le film d'eau qui la constitue se rétracte en réduisant sa surface.

Cependant, sous l'influence de contraintes diverses, cette règle de minimisation des interfaces peut être violée de manière spectaculaire. En se détachant d'un robinet, une goutte d'eau laisse derrière elle un filament dont l'extrémité devient très acérée (figure 1). Le rapport surface sur



FIG. 1: Quelques exemples d'interfaces fortement déformées. À gauche, une goutte d'eau de diamètre 2 mm environ se détache d'un tuyau. Elle laisse derrière elle un filament dont l'extrémité est très acérée. À droite, suite à un impact, la surface d'un bain prend une forme de couronne, et de minuscules gouttelettes sont éjectées.

volume de cette pointe est divergent. À la fin de la chute, lors de son impact sur l'eau déjà présente dans l'évier, cette goutte éclabousse en éjectant une multitude de gouttelettes, conduisant à une forte augmentation de la superficie totale des interfaces. Celui qui fait la vaisselle, en agitant l'eau

savonneuse, casse la surface et y incorpore de l'air, créant ainsi une mousse, qui contient elle aussi énormément de surface. Enfin, lorsqu'on vide l'eau de la vaisselle, la surface de l'eau se creuse et forme un tourbillon au-dessus de la bonde.

Soumis à un champ magnétique suffisamment fort et normal à sa surface, un bain de ferrofluide prend une forme de hérisson. Les pointes développées par l'interface sont issues d'un compromis entre l'énergie magnétique et le coût de création des interfaces supplémentaires [21]. En 1964, Taylor a

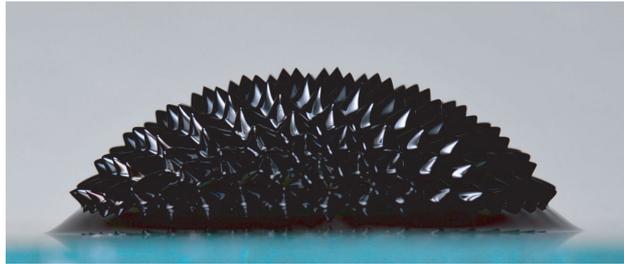


FIG. 2: Ferrofluide soumis à un champ magnétique. La surface développe des pointes, compromis entre le coût de création des interfaces et l'énergie magnétique.

montré qu'une goutte soumise à un fort champ électrique pouvait de même développer des pointes [97]. Ces pointes, sous un champ trop fort, se déstabilisent et émettent des jets liquides. L'agitation thermique est également susceptible de provoquer des fluctuations de forme d'interfaces molles. Ces déformations se font sentir en particulier dans les systèmes lamellaires, où elles sont à l'origine d'une force de répulsion stérique décrite dans les années 70 par Helfrich [42].

Cette thèse regroupe des études expérimentales de quelques situations dans lesquelles les interfaces liquides sont déformées sous l'effet de contraintes extérieures qui seront ici liées au mouvement relatif de deux phases fluides. L'analyse de l'ensemble de ces expériences fait largement appel à des modèles à base de loi d'échelle.

- Dans la première partie, nous nous intéressons à la chute de globules liquides dans l'air. Si à faible vitesse de chute une goutte reste sphérique, on devine que, soumise à un vent fort, elle peut être déformée. En particulier, nous nous intéressons aux avatars des grosses gouttes. Des modèles en loi d'échelle sont proposées pour décrire les formes observées et leur évolution.
- Une deuxième partie est consacré à la dynamique de films fluides et minces plongés dans des atmosphères denses et/ou visqueuses. La présence d'un milieu environnant consistant distingue ces objets de la bulle de savon habituelle, plongée dans l'air. Les processus de vieillissement et d'éclatement, en particulier, sont très différents.
- Nous abordons dans la troisième partie le problème de l'entraînement d'air dans des liquides par des jets de faible diamètre. La dépendance du seuil d'entraînement d'air avec le rayon du

jet est décrite. Nous montrons que l'épaisseur du film d'air entraîné dépend fortement de la taille du jet, et discutons plus généralement comment contrôler l'entraînement.



**Première partie**

**Gouttes en chute libre**



# Prologue

*"Il vasait, il vasait toujours."* [66]

On donne souvent aux gouttes de pluie l'allure de larmes, par exemple dans les livres pour enfants. Il existe aussi d'autres représentations traditionnelles de la pluie, sous la forme de traits qui matérialisent son mouvement (figure 3). Il est pourtant connu depuis longtemps que les gouttes d'eau ont en général une forme plus simple. Descartes [28] expliquait déjà la formation des arcs-en-ciel par la réflexion de la lumière dans des gouttes d'eau sphériques. Et Leidenfrost [58] avait remarqué dès 1756 qu'une petite goutte posée sur une plaque très chaude a une forme quasi-sphérique.



FIG. 3: Les gouttes de pluie sont traditionnellement représentées sous forme de larmes, ou de traits. Au centre, un calligramme de Guillaume Apollinaire intitulé "Il pleut". À droite, une estampe de Hiroshige (1857) : "Le pont Ohashi et Atake sous une averse soudaine".

Les premières études systématiques sur la forme et la taille des gouttes de pluie sont peut-être celles de Wilson Bentley, en 1904 [6]. Ce fermier du Vermont est connu notamment pour ses

photographies de flocons de neige. En exposant à des averses une couche de farine peu dense, Bentley récupérait les gouttes. Un tri minutieux lui permettait d'avoir une idée de leurs tailles. Il put ainsi relier les différents types de pluies aux conditions météorologiques observées. Edgerton, en utilisant un flash très rapide, photographia des gouttes en chute dans l'air et observer leurs déformations [31]. Depuis, de nombreuses études ont été consacrées aux propriétés de la pluie. Beaucoup d'auteurs se sont intéressés aux formes des gouttes [93, 3, 8, 69, 84] ou à leur vitesse de chute [93, 57, 38]. D'autres ont étudié la distribution de taille des gouttes de pluie naturelle. La désintégration et la coalescence de gouttes ont aussi été largement étudiées [19, 43, 49, 51, 78, 80, 91]. Si on ne devait retenir que deux conclusions essentielles concernant la pluie naturelle, elles seraient sans doute les suivantes :

- La pluie est très polydisperse, avec des gouttes comprises entre 100  $\mu\text{m}$  et 5 ou 6 mm de diamètre.
- La vitesse de chute des gouttes de pluie croît avec leur taille, tout en restant inférieure à 9  $\text{m.s}^{-1}$ .

Toutefois, il est possible de fabriquer une grosse goutte, en retournant un seau plein d'eau, par exemple. Pourquoi ne trouve-t-on pas de telles gouttes dans la pluie naturelle ? Et si on en trouvait, comment se comporteraient-elles ? C'est à ces questions que nous avons voulu essayer de répondre.

# Chapitre 1

## Formes d'un globule liquide

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>17</b>
<b>1.2</b>	<b>Pluie artificielle</b>	<b>17</b>
<b>1.3</b>	<b>Tout ce qui est petit est arrondi</b>	<b>18</b>
<b>1.4</b>	<b>Pluie de pièces</b>	<b>21</b>
1.4.1	Taille maximale	21
1.4.2	Les pièces	21
<b>1.5</b>	<b>Parallèle avec les gouttes de Leidenfrost</b>	<b>26</b>
<b>1.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>27</b>

---

### 1.1 Introduction

Ce premier chapitre est consacré à l'étude expérimentale de la chute de gouttes liquides dans l'air. Nous nous intéressons à la vitesse de descente des objets. La vitesse de chute d'une goutte dans l'air, quelques instants après le début de la chute, atteint une valeur constante qui dépend de sa taille. Dans sa chute, la goutte voit un écoulement d'air autour d'elle, susceptible de la déformer. Nous verrons donc quelles sont les formes principales adoptées par les gouttes. Nous nous intéressons dans ce chapitre à des objets stables, et en régime stationnaire. Les vitesses et les formes observées sont décrites par des modèles simples en loi d'échelle.

### 1.2 Pluie artificielle

Plutôt que d'attendre l'arrivée d'une averse, nous avons préféré fabriquer une pluie artificielle. Le dispositif expérimental que nous avons utilisé est très rudimentaire. Il s'agit simplement de jeter de l'eau par la fenêtre. Nous avons utilisé un entonnoir initialement rempli de liquide, et bouché à

son extrémité. Lorsqu'on débouche l'entonnoir, le liquide s'écoule sous forme d'un jet, qui se brise rapidement sous l'effet de l'instabilité de Plateau-Rayleigh : le grand rapport surface sur volume d'un cylindre conduit, du point de vue de l'énergie de surface, à sa rupture en petites gouttes. La différence de vitesse avec l'air environnant peut aussi contribuer à la déstabilisation du jet, par le biais d'un mécanisme du type Kelvin-Helmholtz. Les fragments produits par ces mécanismes, de taille comprise entre la centaine de microns et quelques centimètres, constituent notre pluie artificielle. Quelques mètres plus bas (typiquement deux ou trois étages d'un immeuble), nous observons avec une caméra rapide (1000 images par seconde) cette pluie polydisperse. Pour éviter le flou de bougé, les temps de pause sont typiquement fixés à  $1/8000$  s. La taille des gouttes produites peut être réglée par le diamètre du tuyau de sortie de l'entonnoir. Les liquides utilisés sont l'eau et l'azote liquide.

### 1.3 Tout ce qui est petit est arrondi

Comme dans la pluie naturelle, les objets les plus représentés sont des gouttes sphériques, et de taille millimétrique (voir figure 1.1). Leur vitesse de chute est de l'ordre de quelques mètres par seconde. Ces observations sont attendues. La sphère est en effet la forme naturelle pour une goutte

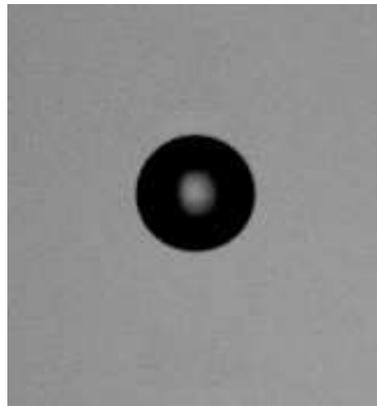


FIG. 1.1: Goutte d'eau de rayon  $R = 1,2$  mm en chute dans l'air. Cette petite goutte, qui est sphérique, tombe à environ 4 mètres par seconde.

liquide qui n'est soumise à aucune force externe, puisque c'est la forme qui minimise la surface, et donc l'énergie de surface, à volume donné. Il est tout aussi naturel que des objets sphériques, c'est-à-dire façonnés par les forces de tension de surface, soient petits. Les phénomènes capillaires sont en effet réputés pour apparaître à une échelle petite du point de vue de la vie courante (typiquement un millimètre).

La vitesse terminale de chute de ces petites gouttes est de quelques mètres par seconde, et elle augmente sensiblement avec la taille des objets. Cette vitesse est déterminée par l'équilibre entre

le poids de la goutte et la force de traînée exercée par l'air. Le poids d'une goutte sphérique de rayon  $R$  s'écrit  $\frac{4}{3}\pi\rho gR^3$  où  $\rho$  est la masse volumique du liquide considéré et  $g$  est l'accélération de la pesanteur.

Pour une goutte millimétrique tombant dans l'air à une vitesse  $V$  de l'ordre  $5 \text{ m.s}^{-1}$ , le nombre de Reynolds vaut  $Re = VR/\nu \sim 250$ , où  $\nu \simeq 1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  est la viscosité cinématique de l'air. Les écoulements considérés sont donc dominés par l'inertie. Dans ce régime, la viscosité peut être négligée, et la force de traînée due à l'air s'écrit alors  $\frac{C_x}{2}\rho_a V^2 \pi R^2$ , où  $\rho_a$  est la masse volumique de l'air, et le coefficient de traînée  $C_x$  est proche de l'unité. L'équilibre entre les deux forces s'écrit alors, en loi d'échelle :

$$\rho g R^3 \sim \rho_a V^2 R^2 \quad (1.1)$$

On en déduit la vitesse de chute :

$$V \sim \sqrt{\frac{\rho g R}{\rho_a}} \quad (1.2)$$

Pour une goutte d'eau millimétrique en chute dans l'air ( $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $g = 9,8 \text{ m.s}^{-2}$ ,  $\rho_a = 1,3 \text{ kg.m}^{-3}$ ,  $R = 10^{-3} \text{ m}$ ), on trouve  $V \sim 3 \text{ m.s}^{-1}$ , ce qui est bien l'ordre de grandeur des vitesses observées. La loi 1.2 prévoit, en accord avec les données expérimentales, une croissance sensible de la vitesse terminale de chute des gouttes, surtout aux petites tailles (figure 1.2).

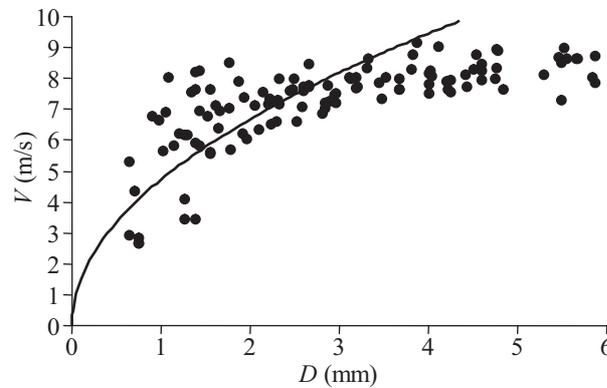


FIG. 1.2: Vitesse de chute d'une petite goutte d'eau en fonction de son diamètre. Le poids augmente comme le cube de la taille des gouttes, la friction seulement comme le carré, ce qui explique l'augmentation de la vitesse terminale de chute avec le diamètre des gouttes. La ligne continue est la prédiction de la loi en  $\sqrt{R}$  avec les coefficients numériques et  $C_x = 0,45$ .

### Validité du régime permanent

Nous avons jusqu'ici supposé que les gouttes avaient atteint leur vitesse terminale de chute. Au début de la chute, le frottement de l'air ne se fait pas encore sentir, les gouttes sont en chute libre. Leur vitesse vaut donc  $gt$  où  $t$  est le temps de chute. Le temps  $\tau$  typique pour atteindre la vitesse

terminale  $V$  est donc de l'ordre de  $V/g$ , soit  $(\rho R/\rho_a g)^{\frac{1}{2}}$ . Pour une goutte d'eau millimétrique en chute dans l'air,  $\tau$  est de l'ordre de 0,3 s. La hauteur de chute associée est de l'ordre de  $\frac{1}{2}g\tau^2$ , soit environ 50 centimètres. Dans nos expériences, l'observation se fait deux à trois étages plus bas que le lâcher. Nous sommes donc assurés que la vitesse des gouttes a atteint sa valeur limite.

### Une autre loi de vitesse

La loi de vitesse obtenue repose en particulier sur le fait que le coefficient  $C_x$  est indépendant de la taille des gouttes. En pratique, ceci n'est pas tout à fait exact. Atlas et Ulbrich [4] proposent comme expression de la vitesse d'une goutte de pluie la loi empirique suivante :

$$V(D) = 3,78D^{0,67} \text{ m.s}^{-1} \quad (1.3)$$

où  $D$  est le diamètre de la goutte exprimé en mm. Ils précisent que cette loi est valide pour un diamètre compris entre 0,5 et 5 mm. Nos données sont très dispersées à petite taille du fait du vent et des interactions entre gouttes, ce qui ne nous permet pas de distinguer entre les deux lois. Par ailleurs, l'expression d'Atlas et Ulbrich présente les mêmes caractéristiques qualitatives que la nôtre : l'ordre de grandeur des vitesses est bien sûr le bon, et la vitesse croît avec la taille de la goutte comme une loi de puissance d'exposant inférieur à 1.

### Les très petites gouttes

Si les gouttes sont trop petites, notre analyse ne sera plus valable. Aux petites tailles, la vitesse de chute diminue, le nombre de Reynolds devient faible devant l'unité, et le mécanisme de frottement dominant n'est plus l'inertie. La force de friction visqueuse est alors donnée par la formule de Stokes :

$$F \sim \eta_0 R V \quad (1.4)$$

où  $\eta_0$  est la viscosité de l'air. En équilibrant cette force par le poids de la goutte, on obtient la vitesse de chute suivante :

$$V \sim \frac{\rho g}{\eta_0} R^2 \quad (1.5)$$

La vitesse de chute croît alors comme le carré de la taille de la goutte. La transition entre les régimes de freinage visqueux et inertiel se fait pour un nombre de Reynolds d'ordre 1 :

$$Re = \frac{\rho_a V R}{\eta_0} \sim 1 \quad (1.6)$$

où  $\rho_a$  est la masse volumique de l'air. En remplaçant dans cette équation  $V$  par son expression dans l'une des deux lois de vitesse, on obtient la taille des gouttes en-dessous de laquelle la friction est d'origine visqueuse :

$$R \sim \left( \frac{\eta_0^2}{\rho \rho_a g} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1.7)$$

Pour de l'eau tombant dans de l'air, cette taille est de l'ordre de 40  $\mu\text{m}$ . À cette taille, la vitesse de chute est de l'ordre de 0,2  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ , et les gouttes sont emportés par le plus petit courant d'air. Elle ne tombent donc plus vraiment. Dans la pluie naturelle, les gouttes d'eau sont également soumises à l'évaporation. Même dans une atmosphère calme et très humide, les plus petites d'entre elles n'atteignent donc jamais le sol. Les gouttes constituant les précipitations les plus fines, les bruines, ont des diamètres compris entre 100 et 500  $\mu\text{m}$ . Dans le cadre de la pluie naturelle, les nombres de Reynolds en jeu sont donc toujours supérieurs à 1, et la résistance à la chute toujours d'origine inertielle.

## 1.4 Pluie de pièces

### 1.4.1 Taille maximale

Pour aboutir à la loi de vitesse 1.2, nous avons considéré des gouttes sphériques, c'est-à-dire des situations où les forces capillaires dominent la friction de l'air, qui serait susceptible de déformer les gouttes. Dans les régimes inertiels, la friction de l'air s'écrit, en ordre de grandeur,  $\rho_a V^2 R^2$ . La tension de surface  $\gamma$  est une force par unité de longueur. La seule taille présente dans le problème est ici la taille de la goutte,  $R$ . La force capillaire typique est donc proportionnelle à  $\gamma R$ . On peut se la représenter comme la force de tension de surface appliquée par une moitié de la goutte sur l'autre moitié. Pour qu'une goutte reste ronde, il faut donc que la condition suivante soit vérifiée :

$$\rho_a V^2 R^2 < \gamma R \quad (1.8)$$

En remplaçant  $V$  par l'expression calculée plus haut (équation 1.2), ce critère devient :

$$R < \kappa^{-1} \quad (1.9)$$

où  $\kappa^{-1} = \sqrt{\gamma/\rho g}$  est la longueur capillaire du liquide considéré. Il s'agit de la taille en dessous de laquelle la gravité est dominée par les effets de tension superficielle. Cette longueur est millimétrique dans les cas les plus usuels. Pour l'eau à 20°C ( $\gamma = 70 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ), elle vaut 2,7 mm.

En résumé, pour qu'une goutte soit sphérique, son rayon ne doit pas dépasser la longueur capillaire du liquide utilisé. Pour l'eau, ceci implique que le diamètre des gouttes doit typiquement rester inférieur à 6 mm, qui est la taille maximale des gouttes observées dans les pluies naturelles.

### 1.4.2 Les pièces

Lorsque  $R \simeq \kappa^{-1}$ , la taille et la vitesse de chute deviennent suffisamment élevées pour que l'interaction avec l'air environnant commence à se faire sentir. Nous nous intéressons ici aux gouttes telles que  $R \gtrsim \kappa^{-1}$ . Les volumes correspondant sont typiquement compris entre 0,1 et 5  $\text{cm}^3$ . Alors, on observe bien des déformations, mais elles ne sont pas celles des livres pour enfants : au contraire,

les "grosses" gouttes prennent une forme aplatie (figure 1.3b) [13]. La figure 1.3c montre qu'elles peuvent même devenir ce que nous interprétons comme des sortes de galettes, ou de pièces de monnaie, avec une symétrie de révolution autour de l'axe vertical : au cours des expériences, nous avons vu des images de gouttes nettes ou floues, mais jamais de gouttes nettes seulement à certains endroits. Si les gouttes telle que celles de la figure 1.3c avaient la forme d'un cigare, on attendrait que les images apparaissent (souvent) partiellement floues (la mise au point serait bonne sur la partie de la goutte proche de la caméra mais pas sur la plus éloignée, par exemple).

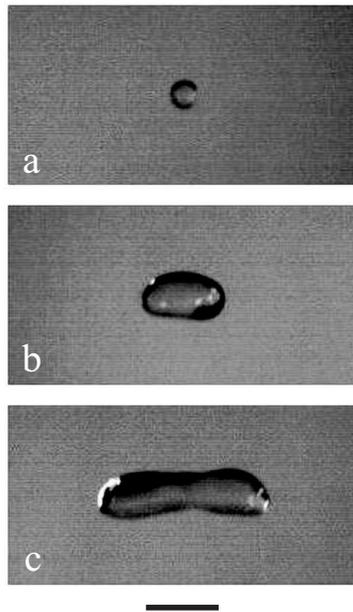


FIG. 1.3: Gouttes d'eau de différents volumes en chute dans l'air. La barre noire indique 1 cm.

Pour décrire le plus simplement possible la forme de ces gouttes aplaties, nous définissons deux longueurs : leur diamètre équatorial  $D$ , et leur épaisseur  $h$  (voir figure 1.4). Ici encore, nous pouvons

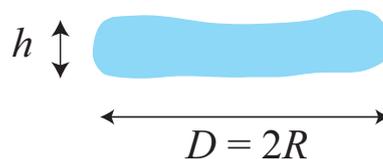


FIG. 1.4: Longueurs permettant de décrire la forme des gouttes plates.

noter deux faits marquants. Tout d'abord, ces "grosses" gouttes tombent toutes à la même vitesse, de l'ordre de  $9 \text{ m.s}^{-1}$ , comme l'indique la figure 1.5. Cette vitesse, de manière surprenante, ne dépend plus de la taille des gouttes. Ainsi, même si les gouttes de pluie naturelle étaient plus grosses, elles

ne tomberaient pas plus vite. L'autre fait remarquable est que l'épaisseur  $h$  des gouttes est elle aussi indépendante de leur volume, comme indiqué par le graphique 1.6, qui donne la hauteur des gouttes en fonction de leur diamètre équatorial. Sur les figures 1.3b et 1.3c , les deux gouttes ont bien la même épaisseur quoi que leurs volumes soient très différents.

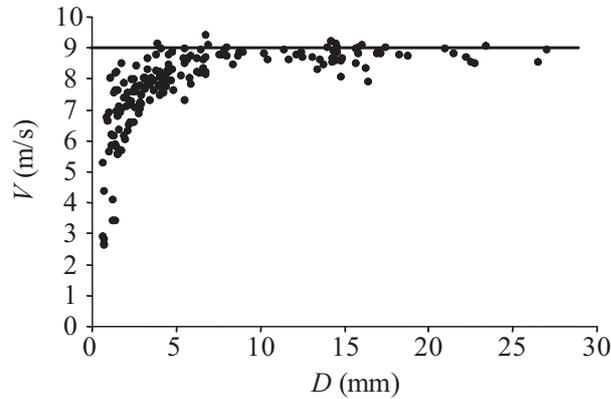


FIG. 1.5: Vitesse de chute des gouttes en fonction de leur diamètre. Lorsque le diamètre atteint environ 6 mm, la vitesse de chute sature à  $9 \text{ m.s}^{-1}$ .

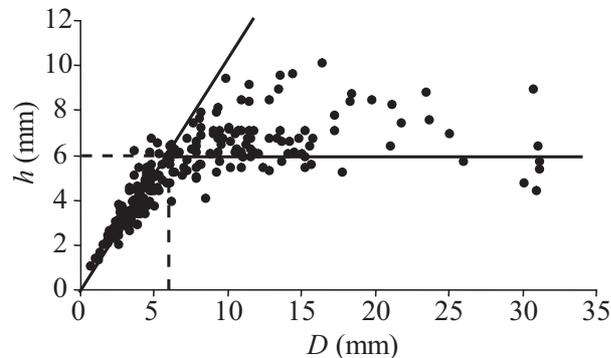


FIG. 1.6: Épaisseur des gouttes en fonction de leur diamètre équatorial. Pour les petites gouttes, on voit que les deux tailles coïncident ( $h = D$ ). Au-delà de la longueur capillaire ( $D > 2\kappa^{-1}$ ), l'épaisseur des gouttes devient constante, de l'ordre de 6 mm.

Lorsque la vitesse terminale est atteinte, il y a, comme pour les petits globules, équilibre entre le poids de la goutte et la traînée de l'air. Pour une goutte "pièce", le poids est proportionnel à  $\rho g R^2 h$ , où  $R = D/2$ . La friction de l'air est de l'ordre de  $\rho_a V^2 R^2$ . La vitesse terminale de chute d'une telle goutte est donc donnée par l'équation suivante :

$$\rho g R^2 h \sim \rho_a V^2 R^2 \quad (1.10)$$

Cette égalité ne permet pas à elle seule de déterminer le comportement d'une goutte de volume

donnée. Elle comporte en effet deux inconnues : la vitesse de chute, mais aussi la forme de la goutte, ou son rapport d'aspect  $h/R$ . Il est donc nécessaire de décrire aussi la forme de la goutte. Ici, l'effet de la friction de l'air n'est plus négligeable, puisque les gouttes ne sont pas sphériques. Pour comprendre la forme adoptée par les objets plus gros que la longueur capillaire, nous avons schématisé l'écoulement de l'air autour d'une goutte plate comme sur la figure 1.7. Dans le référentiel de la

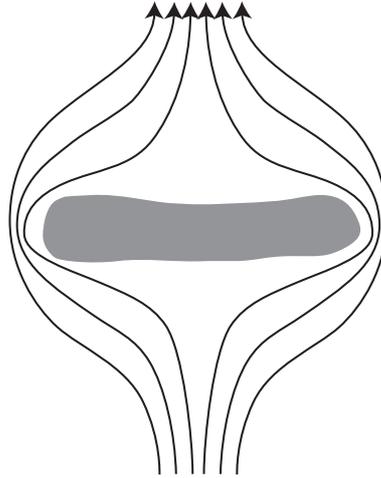


FIG. 1.7: Schématisation des lignes de courant autour d'une goutte plate. Sur les côtés, les lignes sont resserrées, et l'écoulement rapide. Au-dessus et en-dessous de la goutte, l'air est ralenti.

goutte, l'écoulement est fortement ralenti en dessous et au-dessus de la goutte. Sur le pourtour, les lignes de courant se resserrent, et la vitesse est plus élevée. Dans le cas d'un écoulement permanent, irrotationnel et inviscide, le théorème de Bernoulli (Daniel) donne un lien entre la vitesse d'écoulement de l'air et la pression :

$$\frac{\rho_a V^2}{2} + P = \text{constante} \quad (1.11)$$

Les endroits de forte vitesse d'écoulement sont donc aussi ceux où la pression est faible. Dans la situation qui nous intéresse, la pression est donc plus faible sur le pourtour de la goutte que sur les faces supérieure et inférieure. Cette dépression tire donc sur le bord de la goutte, ce qui provoque l'aplatissement. La dépression typique est de l'ordre de  $\rho_a V^2$ , et elle s'applique sur le tour de la goutte, dont la surface est proportionnelle à  $Rh$ . La goutte est donc aplatie par une force de l'ordre (situation peu enviable, d'être aplatie par une force de l'ordre) de  $\rho_a V^2 Rh$ .

La forme plate n'est pas favorable du point de vue de la tension de surface, qui tend, à volume donné, à minimiser l'aire de la goutte, et donc à la ramener à une forme sphérique. La tension superficielle s'oppose donc à la dépression de Bernoulli, avec une force dont l'ordre de grandeur est  $\gamma R$ . On peut comprendre cette expression de la façon suivante : au bord de la goutte, la courbure de la surface est proportionnelle à  $1/h$ , et, d'après la loi de Laplace, la surpression dans le liquide

est de l'ordre de  $\gamma/h$  (on a  $h \ll R$ ). Cette surpression s'applique là encore sur le bord de la goutte, et il en résulte une force  $\gamma R$ . On peut retrouver cette expression en séparant par la pensée la goutte en deux par un plan vertical. Le périmètre de la surface ainsi créée est de l'ordre de  $2(h + 2R)$ , qui est proportionnel à  $R$  si les gouttes sont grosses devant la longueur capillaire. À nouveau, on obtient une force d'une moitié de la goutte sur l'autre de l'ordre de  $\gamma R$ . Ce rappel capillaire équilibre la dépression de Bernoulli :

$$\rho_a V^2 R h \sim \gamma R \quad (1.12)$$

Cette deuxième équation impliquant  $V$  et  $h$  nous permet, combinée à l'équation 1.10, de prédire, pour une goutte de volume donné, à la fois sa vitesse de chute et sa forme. On trouve ainsi :

$$V \sim \sqrt{\frac{\rho g \kappa^{-1}}{\rho_a}} \quad (1.13)$$

$$h \sim \kappa^{-1} \quad (1.14)$$

Ces deux relations décrivent ce qui est observé expérimentalement. La formule donnant la vitesse terminale de chute des gouttes est la même que pour les petites gouttes sphériques, à ceci près qu'on y trouve la longueur capillaire du liquide à la place du rayon de la goutte. Si on évalue l'ordre de grandeur de cette vitesse, pour une goutte d'eau en chute dans l'air, on trouve  $4,5 \text{ m.s}^{-1}$ . Cette vitesse est plus faible que celle mesurée expérimentalement, mais l'ordre de grandeur est le bon. En tenant compte des coefficients numériques, la vitesse de chute s'écrit :

$$V = \sqrt{\frac{4\rho g \kappa^{-1}}{\rho_a C_x}} \quad (1.15)$$

Pour un disque, le coefficient de traînée  $C_x$  vaut 1,11. La vitesse calculée est alors de  $8,6 \text{ m.s}^{-1}$ , très proche de la valeur observée dans les expériences.

L'épaisseur des gouttes-pièces est de l'ordre de 6 mm pour l'eau (figure 1.6), soit environ deux fois la longueur capillaire. Là encore, l'ordre de grandeur donné par l'équation 1.14 est le bon. Pour valider un peu plus ce modèle, il était bon de changer nettement la longueur capillaire du liquide utilisé. Celle de l'eau étant relativement grande (2,7 mm) il était envisageable d'utiliser une huile de faible tension superficielle pour diminuer les tailles caractéristiques. Mais bon, jeter de l'huile par la fenêtre... Nous avons donc préféré utiliser de l'azote liquide, qui a quelques avantages. Sa longueur capillaire vaut 1 mm, une valeur nettement inférieure à celle de l'eau. De plus, l'expérience ne laisse aucune trace, l'azote s'évaporant en quelques secondes. Les expériences à l'azote liquide ont permis d'observer les mêmes formes qu'avec l'eau, à la différence que l'épaisseur des gouttes plates était environ 3 fois plus petite. Nous pourrions craindre que l'évaporation de l'azote ait une influence sur les expériences. Mais le temps d'évaporation d'une goutte d'azote, de l'ordre de la dizaine de secondes, est très supérieur au temps de chute des gouttes que nous observons.

## 1.5 Parallèle avec les gouttes de Leidenfrost

Lorsqu'on pose une goutte sur une plaque chaude, elle s'évapore rapidement. Cependant, si la température de la plaque est très supérieure à la température d'ébullition du liquide, la goutte peut survivre plusieurs minutes. Elle s'évapore par en-dessous, si bien qu'elle n'est plus en contact direct avec le solide, dont elle est protégée par un mince film de sa propre vapeur. Une telle goutte est aussi très mobile. Ce phénomène, connu aussi sous le nom de caléfaction, a été décrit pour la première fois en 1756, par le médecin allemand Johann Gottlob Leidenfrost [58], qui lui a laissé son nom. Il a été étudié en détail récemment par Anne-Laure Biance [7].

La forme de ces gouttes posées est très dépendante de leurs tailles. Les plus petites gouttes, dominées par les forces capillaires, sont quasiment sphériques. Une goutte plus grosse commence à sentir l'influence de la gravité, et s'aplatit sous son propre poids (figure 1.8). Ceci arrive lorsque le rayon des gouttes devient proche de la longueur capillaire du liquide. Une goutte plus grosse que la longueur capillaire prend une forme de galette, d'épaisseur  $2\kappa^{-1}$ , où  $\kappa^{-1} = \sqrt{\gamma/\rho g}$  est la longueur capillaire du liquide utilisé. Cette épaisseur est indépendante du volume de la goutte.

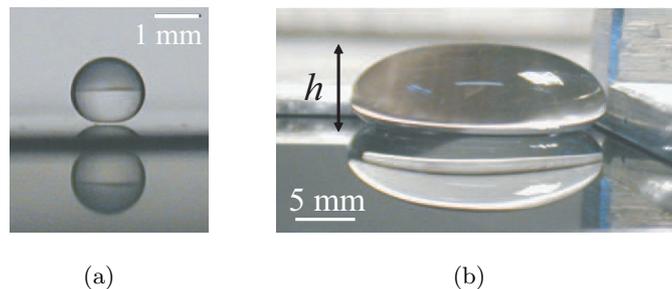


FIG. 1.8: Gouttes d'eau posées sur des plaques très chaudes. (a) Une petite goutte reste quasi-sphérique. (Photo : Anne-Laure Biance et Mathilde Reyssat) (b) Une goutte plus grosse que la longueur capillaire est aplatie par la gravité, son épaisseur vaut environ 5 mm, soit deux fois la longueur capillaire. (Photo : Anne-Laure Biance)

Les formes des gouttes de Leidenfrost sont donc très similaires à celles des globules en chute libre. En outre, les tailles caractéristiques des objets, ainsi que la longueur critique de transition entre les deux formes, sont dans les deux cas proportionnelles à la longueur capillaire. L'épaisseur des grosses gouttes est même égale dans les deux situations. Dans le phénomène de Leidenfrost, la compétition se fait directement entre les forces capillaires et le poids. Les formes sont contrôlées par le nombre de Bond :

$$Bo = \frac{\rho g R^2}{\gamma} = \frac{R^2}{\kappa^{-2}} \quad (1.16)$$

Il est donc naturel que la taille qui entre en jeu soit  $\kappa^{-1}$ .

Pour une goutte en chute dans l'air, la forme dépend du rapport des forces capillaires et de la

friction de l'air, c'est-à-dire du nombre de Weber :

$$We = \frac{\rho_a V^2 R}{\gamma} \quad (1.17)$$

Cependant, nous avons considéré des objets ayant atteint leur vitesse terminale, c'est-à-dire pour lesquels la traînée aérodynamique équilibre le poids. Pour ces gouttes, friction de l'air et poids sont donc égaux. En d'autres termes  $Bo = We!$  La taille critique de transition entre les deux régimes est donc à nouveau normée par la longueur capillaire.

## 1.6 Conclusion

Dans les précipitations naturelles, les gouttes sont suffisamment grosses pour que les nombres de Reynolds associés à leur chute soient toujours supérieur à 1. La résistance à la chute est ainsi toujours d'origine inertielle. Dans ce cadre, nous avons montré qu'une goutte ne peut rester sphérique que si sa taille est inférieure à la longueur capillaire du liquide qui la constitue. Ce critère est vérifié dans la pluie naturelle.

Les gouttes de taille supérieure sont déformées par l'écoulement de l'air. Les déformations sont cependant éloignées de l'image qu'on en donne traditionnellement. La dépression de Bernoulli résultant de l'écoulement de l'air agit sur le pourtour des gouttes et tend à les étirer dans la direction perpendiculaire à la chute. Ces pièces liquides ont toutes la même épaisseur, proportionnelle à la longueur capillaire. Leur vitesse de chute, de l'ordre de  $9 \text{ m.s}^{-1}$ , est elle aussi indépendante du volume. Cette vitesse est précisément celle des plus grosses gouttes d'une averse. Ainsi, même si les gouttes de pluie naturelle étaient plus grosses, elles ne tomberaient pas plus vite.

Nous avons montré la similitude existant entre l'expérience de gouttes en chute dans l'air et le phénomène de Leidenfrost. Les rôles de la friction de l'air et de la gravité sont symétriques. Les formes des gouttes sont donc les mêmes dans les deux expériences, et la taille critique de transition entre la forme sphérique et la forme aplatie est la longueur capillaire dans les deux cas.



# Chapitre 2

## Instabilité des globules

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>29</b>
<b>2.2</b>	<b>Instabilité des très grosses gouttes</b>	<b>32</b>
2.2.1	Critère d'invagination	32
2.2.2	Gonflement du globule	33
2.2.3	Discussion	34
<b>2.3</b>	<b>La méduse singeant la grenouille...</b>	<b>36</b>
<b>2.4</b>	<b>Comment se débarrasser des bourrelets?</b>	<b>38</b>
2.4.1	Instabilité cylindrique	38
2.4.2	Rétraction du tore	40
<b>2.5</b>	<b>La méduse selon Leidenfrost</b>	<b>40</b>
2.5.1	Très grosse goutte en caléfaction	40
2.5.2	Cas des très très grosses gouttes	41
<b>2.6</b>	<b>Méduses savonneuses et naissance des bulles</b>	<b>42</b>
<b>2.7</b>	<b>Systèmes bidimensionnels</b>	<b>43</b>
2.7.1	Gouttes flottantes	43
2.7.2	Bulles confinées	44
2.7.3	Et à une dimension	46
<b>2.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>46</b>

---

### 2.1 Introduction

Pourquoi les très grosses gouttes ne sont-elles pas représentées dans une averse naturelle? Jusqu'ici, nous n'avons décrit que des situations stationnaires, où les formes des globules n'évoluent pas avec le temps. Nous abordons dans ce chapitre la question de la stabilité des gouttes tombant

dans l'air. Nous considérons ici le cas des gouttes de volume élevé, typiquement supérieur à  $0,15 \text{ cm}^3$ . Pour ces objets, il n'existe plus de forme stable. La forme en pièce de monnaie, décrite au chapitre précédent, est observée, mais elle explose spontanément. Nous décrivons les formes transitoires observées, et proposons des mécanismes pour leur instabilité, à base de modèles en loi d'échelle. Enfin, nous ferons un parallèle entre les expériences de gouttes en chute dans l'air et des situations conduisant à une phénoménologie comparable.

Parmi les gouttes aplaties, les plus grosses ne sont pas stables. Parfois, on observe que l'air s'engouffre dans la goutte, et que celle-ci gonfle, prenant l'allure d'une méduse, ou d'un parachute (figure 2.1). Cet objet spectaculaire, beaucoup plus gros que le globule dont il est issu, mesure typiquement 5 à 10 centimètres de diamètre. Sa vitesse de chute, du fait d'une friction plus importante avec l'air, est légèrement inférieure (10 à 30 %) à la vitesse maximale (de l'ordre de  $9 \text{ m.s}^{-1}$ ) observée pour les gouttes stables dans le chapitre précédent. La méduse est constituée d'une fine coquille d'eau, qui repose sur un bourrelet plus épais. Cette forme est transitoire : la méduse gonfle encore, puis se brise. Le temps de vie typiquement observé est de l'ordre de quelques dizaines de millisecondes. Ce mode de brisure d'une goutte est connu dans la littérature sous le nom de "bag breakup". La dynamique de cette instabilité n'était pas bien décrite jusqu'alors. Nous tentons ici de comprendre pourquoi et comment ces méduses se forment, et de décrire leur instabilité.

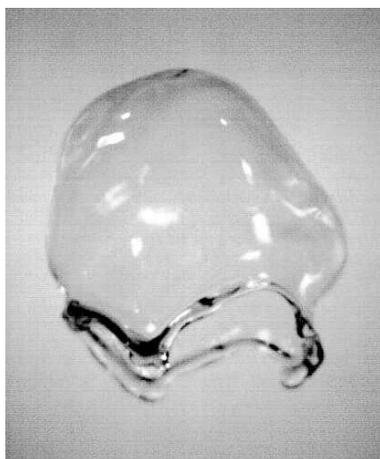


FIG. 2.1: Un exemple de forme transitoire en méduse. La vitesse de chute de cette goutte est d'environ  $6,2 \text{ m.s}^{-1}$ , son diamètre initial vaut  $1,8 \text{ cm}$ . La barre noire mesure  $20 \text{ mm}$ .

L'explosion de la méduse n'est pas le seul mode de brisure possible. De nombreux autres modes sont recensés dans la littérature, en particulier par Pilch et Erdman [80]. Ces modes de brisure sont également reproduits par des simulations numériques [78]. Ils dépendent essentiellement du nombre

de Weber :

$$We = \frac{\rho_a V^2 R}{\gamma} \quad (2.1)$$

Ce nombre compare l'effet stabilisant de la tension de surface à l'action de l'écoulement de l'air. Comme on l'a vu plus haut, les forces capillaires dominent à faible nombre de Weber ( $We < 15$ ), et l'écoulement est trop faible pour déformer la goutte. Celle-ci reste donc sphérique et cette forme est stable.

### **Brisure par oscillations**

Pour des nombres de Weber compris entre 15 et 24 l'écoulement peut engendrer des oscillations des gouttes à leur fréquence propre. Si elles sont suffisamment violentes (ce n'est pas systématique), elles peuvent conduire à la séparation en quelques objets plus petits. C'est le premier mode de déstabilisation observé.

### **Méduse**

C'est la forme de désintégration à laquelle nous nous intéressons dans ce chapitre. Aussi appelé "bag breakup" dans la littérature, il s'agit de l'engouffrement d'air dans la goutte, qui conduit à son gonflement, puis à son éclatement. Ce mode de déstabilisation apparaît pour des nombres de Weber compris entre 24 et 100.

### **Éclatement en parapluie**

Cette évolution est assez similaire au mode précédent. Une bulle plus ou moins régulière se gonfle autour d'un "manche" central. Il y a aussi formation d'un film liquide mince s'appuyant sur une structure plus grosse proche d'un bourrelet. Il pourrait s'agir d'une situation où plusieurs méduses se gonflent dans la même goutte. Ce mode de déstabilisation est observé pour  $100 < We < 200$

### **"Sheet stripping"**

Dans ce processus, un rideau liquide est arraché sur la périphérie de la goutte. Son épaisseur est de l'ordre de la dizaine de microns. Ce mécanisme agit à des vitesses très élevées, qui ne sont pas atteintes en chute libre. On l'observe en général en soumettant brusquement une goutte à un écoulement d'air très rapide. Les nombres de Weber en jeu sont compris entre 200 et 700.

### **Mode catastrophique**

En augmentant la vitesse de l'écoulement, des désintégrations plus violentes encore apparaissent : le "wave crest stripping" et le "catastrophic breakup" ont lieu pour des nombres de Weber supérieurs

à 700. À nouveau, ces modes ne concernent pas le cas de la chute libre, les vitesses en jeu étant trop élevées.

## 2.2 Instabilité des très grosses gouttes

### 2.2.1 Critère d'invagination

Cotton et Gokhale [19] rapportent qu'il existe une gamme de tailles pour laquelle, dans une atmosphère calme, les gouttes plates sont stables. Cependant, si les gouttes sont trop grosses, elles deviennent instables, même si l'environnement n'est pas turbulent initialement. Les pièces voient arriver sur elles de l'air à vitesse  $V$ . Elles subissent de ce fait une force proportionnelle à  $\rho_a V^2 R^2$ . Cette force déforme les gouttes avec une flèche  $\delta$  (voir figure 2.2). La tension de surface s'oppose à

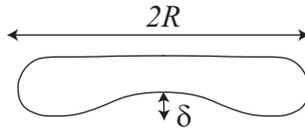


FIG. 2.2: Sous l'effet de l'écoulement d'air, une goutte de rayon  $R$  se déforme avec une flèche  $\delta$ .

cette déformation. La courbure typique de l'interface valant  $\delta/R^2$ , la force capillaire de rappel vaut donc  $\gamma \frac{\delta}{R^2} R^2$ , soit  $\gamma \delta$  (force élastique d'un ressort de raideur  $\gamma$  déformé d'une quantité  $\delta$ ). Ainsi, l'ordre de grandeur de la flèche est donné par :

$$\delta \sim \frac{\rho_a V^2 R^2}{\gamma} \quad (2.2)$$

Les gouttes sont instables si cette déformation devient du même ordre que leur épaisseur initiale. Ainsi, les pièces seront instables si  $\delta \gtrsim \kappa^{-1}$ , c'est-à-dire :

$$\rho_a V^2 R^2 \gtrsim \gamma \kappa^{-1} \quad (2.3)$$

Or, nous avons montré au chapitre précédent que la vitesse de chute des pièces vaut :

$$V \sim \sqrt{\frac{\rho}{\rho_a} g \kappa^{-1}} \quad (2.4)$$

On trouve alors que les monnaies liquides sont instables si :

$$R \gtrsim \kappa^{-1} \quad (2.5)$$

Le coefficient numérique dans ce critère devrait être de l'ordre de  $\pi$ , par analogie à ce qui se passe dans l'instabilité de Rayleigh-Taylor : un liquide suspendu va tomber si le rayon du récipient qui le contient est supérieur à  $\pi \kappa^{-1}$ , notre problème pouvant être vu comme une variante de cette

instabilité. On trouve ainsi un rayon critique de l'ordre du centimètre, conforme aux observations expérimentales.

Le temps  $\tau$  de développement de l'instabilité peut également être estimé. Dans le référentiel de la goutte, l'inertie à vaincre pour briser la goutte est de l'ordre de  $mR^2/\tau^2$ , soit  $\rho R^2 \kappa^{-1} R^2/\tau^2$ . La déformation de la goutte est produite par la force  $\rho_a V^2 R^2$ . Compte-tenu de l'expression de  $V$  déterminée au chapitre précédent, on trouve (très simplement) :

$$\tau \sim \sqrt{\frac{R}{g}} \quad (2.6)$$

Pour une goutte centimétrique, ce temps est de l'ordre de 30 ms, très supérieur à l'intervalle entre deux images consécutives (1 ms) mais très petit devant la durée totale de la chute, de l'ordre de quelques secondes.

### 2.2.2 Gonflement du globule

Dès que l'invagination se produit et qu'une "bulle" apparaît, comment se gonfle-t-elle ? Nous faisons à nouveau ici appel au théorème de Bernoulli. Nous vérifions expérimentalement que la chute de la méduse pendant qu'elle se gonfle se fait à vitesse quasiment constante (on n'observe une diminution de la vitesse de chute que d'environ 20%). Dans le référentiel de la goutte, l'air s'écoule à l'extérieur de la coquille à la vitesse  $V$ , vitesse de chute des gouttes dans l'air. Comme nous l'avons vu plus haut, cette vitesse est proche de  $9 \text{ m.s}^{-1}$ . À l'intérieur de la coquille, l'air est piégé, et les vitesses des écoulements sont faibles. Bernoulli prévoit donc qu'entre l'intérieur et l'extérieur de la coquille, il existe une dépression proportionnelle à  $\rho_a V^2$ , ce qui a pour effet de faire gonfler la méduse. Ce scénario de gonflement est celui du blouson du motard. Sur l'autoroute, un motard voit s'écouler l'air à grande vitesse autour de lui, alors que l'air à l'intérieur de son blouson est piégé. La pression extérieure étant plus faible, le blouson du motard se gonfle.

Pour une goutte-méduse, cette dépression s'applique sur la surface de la coquille, ce qui conduit à une force  $\rho_a V^2 D^2$  si on considère que la méduse est une sphère de diamètre  $D$ . L'inertie de l'eau constituant la goutte est la partie résistante de ce mécanisme de gonflement. L'évolution du rayon de la méduse est donc décrite par l'équation suivante :

$$m \frac{d^2 D}{dt^2} \sim \rho_a V^2 D^2 \quad (2.7)$$

où  $m$  est la masse du globule. On intègre cette équation en supposant que la vitesse de chute est constante, et beaucoup plus élevée que la vitesse de gonflement ( $V \gg \dot{D}$ ). On obtient ainsi l'équation d'évolution de la taille de la méduse :

$$D \sim \frac{D_0}{\left(1 - \frac{t}{\tau^*}\right)^2} \quad (2.8)$$

où  $\tau^* = \alpha \left( \frac{m}{\rho_a V^2 D_0} \right)^{\frac{1}{2}}$ ;  $D_0$  est le diamètre de la méduse à temps nul, et  $\alpha$  un coefficient numérique dépendant de la géométrie. Il est possible de calculer  $\alpha$  en supposant que la méduse est une sphère. On obtient alors  $\alpha = \frac{6}{\pi}$ . La figure 2.3 donne un exemple de loi de gonflement, et son ajustement par l'équation 2.8. On constate que la vitesse de gonflement vaut entre 1 et 2  $\text{m.s}^{-1}$ , ce qui justifie l'approximation  $V \gg \dot{D}$  faite plus haut. Une particularité de l'équation 2.8 est qu'elle prévoit la

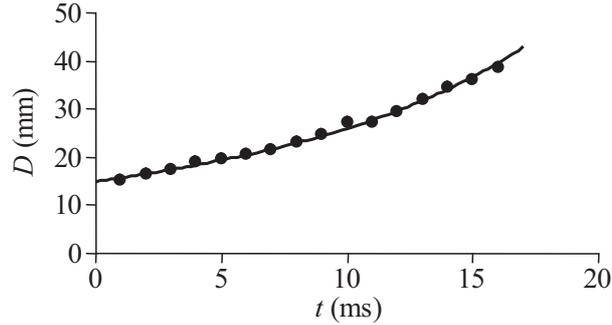


FIG. 2.3: Diamètre d'une méduse en fonction du temps. La croissance est bien ajustée par la loi 2.8. La vitesse de gonflement est de l'ordre du mètre par seconde, nettement inférieure à la vitesse de chute, de l'ordre de  $9 \text{ m.s}^{-1}$ . Après 15 millisecondes, la méduse éclate, ce qui explique l'arrêt de la courbe. On déduit de l'ajustement la masse  $m$  du globule (traitée comme paramètre ajustable) :  $m = 0,94 \text{ g}$ . Ceci correspond, pour une goutte en pièce, à un rayon équatorial de 7,5 mm : une telle "pièce" est donc instable.

divergence de la taille de la méduse à temps fini. La méduse doit donc sentir sa fin prochaine. Son espérance de vie, correspondant au temps  $\tau^*$  de divergence de sa taille, est de l'ordre de  $\left( \frac{\rho}{\rho_a} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{D_0}{V}$ . Pour une goutte d'eau centimétrique tombant dans l'air, ce temps est de l'ordre de 30 ms. Les temps de vie mesurés dans les expériences sont bien de l'ordre de quelques dizaines de millisecondes (figure 2.3). Les données expérimentales ne montrent cependant pas la divergence de la taille : le globule explose avant.

### 2.2.3 Discussion

#### a. Isotropie des méduses

Nous avons supposé, pour le modèle développé, que la méduse était sphérique. La coquille est en réalité plus accidentée. L'écoulement de l'air est turbulent, car les nombres de Reynolds en jeu dans la chute sont élevés : pour une goutte de 5 cm de diamètre chutant à  $10 \text{ m.s}^{-1}$ , on a  $Re \sim 20000$ . Cependant, les formes observées restent souvent relativement isotropes, comme le montre la figure 2.4, ce qui justifie notre hypothèse de travail.

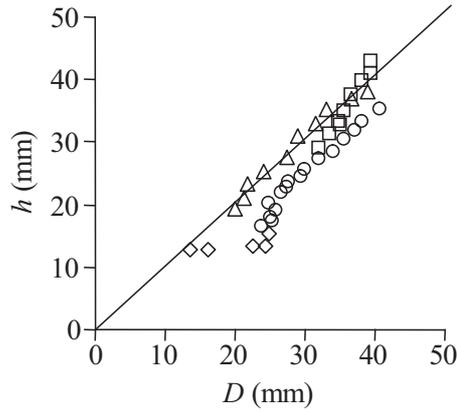


FIG. 2.4: Hauteur de méduses en fonction de leur diamètre équatorial. Les données représentées ici sont instationnaires. Chaque symbole représente la même méduse à différents stades de son évolution. Les points restent proches de la droite d'équation  $h = D$ , montrant ainsi que la croissance est plutôt isotrope.

### b. Vitesse de chute constante

Pour dériver l'équation 2.8, nous avons supposé que la vitesse de chute ne changeait pas au cours du temps, et ceci en dépit du changement de forme de la goutte. Si l'équilibre poids-traînée était respecté à tout instant, on devrait avoir  $\rho g D_0^3 \sim \rho_a V^2 D^2$ . Ainsi, lors du gonflement, une augmentation d'un facteur 3 de la taille  $D$  du globule devrait s'accompagner d'une diminution de la vitesse de chute du même facteur 3. Nous observons en pratique que la vitesse ne diminue que de 20% environ.

Le changement de forme est en fait suffisamment rapide pour que la vitesse de chute change peu au cours de la transformation. Le temps  $\tau$  associé à la variation de la vitesse de chute est de l'ordre de  $\frac{V}{g} \sim \frac{\rho D_0^3}{\rho_a V D^2}$ . Ce temps reste grand devant le temps  $\tau^*$  de gonflement de la méduse tant que  $\left(\frac{\rho}{\rho_a}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{D_0^2}{D^2} > 1$ . En pratique,  $D/D_0$  vaut environ 3, ce qui rend  $\tau$  trois fois supérieur à  $\tau^*$ .

Si le contraste de densité entre les deux phases diminue, cette condition n'est plus vérifiée. La vitesse de chute atteint beaucoup plus rapidement sa valeur d'équilibre. Dans ce cas, la traînée de l'air et le poids sont toujours équilibrés, et l'équation décrivant le gonflement devient très simple :

$$\rho D_0^3 \frac{d^2 D}{dt^2} \sim \rho g D_0^3 \quad (2.9)$$

On en déduit :

$$D \sim g t^2 \quad (2.10)$$

Le globule éclate "en chute libre" ! Le gonflement est moins brutal que prédit par l'équation 2.8 ; en particulier, la divergence en temps fini disparaît.

### c. Le rôle de la tension de surface

La formation des méduses implique la formation d'une pellicule liquide, qui présente une grande surface. Il semblerait donc naturel, au premier abord, que les forces surfaciques soient importantes et qu'elles stabilisent le globule. Mais aux grandes échelles où nous nous plaçons ici, ces forces deviennent négligeables devant l'aspiration de Bernoulli qui provoque l'inflation de la méduse.

Le nombre de Weber construit en faisant le rapport de la force de Bernoulli  $\rho_a V^2 D^2$  sur la force capillaire  $\gamma D$  permet de montrer cela. On a :

$$We = \frac{\rho_a V^2 D}{\gamma} \quad (2.11)$$

Pour une goutte de 5 cm chutant à  $10 \text{ m.s}^{-1}$  dans l'air, la force de Bernoulli vaut  $25 \cdot 10^{-2}$  N. La force capillaire, elle, est de l'ordre de  $25 \cdot 10^{-4}$  N. Le nombre de Weber associé est donc de l'ordre de 100. Les forces de tension superficielle ne sont donc plus capables, à ces échelles de taille et de vitesse, de résister aux déformations imposées par l'écoulement.

### d. Le globule gobeur

Nous pourrions penser à un autre mécanisme de gonflement de la méduse. Une idée très simple consisterait à ce que la méduse ramasse tout l'air se trouvant sur son passage. Supposons que la "bouche" de la méduse ait une surface constante, d'ordre  $D_0^2$ . Sur un temps  $t$ , l'ouverture parcourt une distance  $Vt$  et collecte donc un volume d'air  $D_0^2 Vt$ . Si la méduse est sphérique, ce volume doit être égal à  $D^3$ . Ainsi, la taille du globule gobeur doit obéir à la loi de gonflement suivante :

$$D(t) \sim (D_0^2 Vt)^{\frac{1}{3}} \quad (2.12)$$

Dans cette description, la croissance de  $D$  diminue fortement au cours du temps, au contraire des observations expérimentales (figure 2.3).

Si la bouche grossit au cours du gonflement, on peut attendre que sa surface soit d'ordre  $D^2$  au lieu de  $D_0^2$ . Dans ce cas, la collecte de l'air se trouvant sur le passage conduit à une variation linéaire de  $D$  avec le temps :

$$D(t) \sim Vt \quad (2.13)$$

Cette loi ne traduit pas l'accélération du gonflement observée expérimentalement. En outre, elle prévoit une vitesse de gonflement  $\dot{D}$  de l'ordre de  $V$ , très supérieure à ce que l'on trouve en pratique.

## 2.3 La méduse singeant la grenouille...

... S'enfla si bien qu'elle creva [25]. La méduse termine sa courte vie comme la grenouille de la fable. L'équation 2.8 prédit la divergence de la taille de la bulle à temps fini. Or, au cours du

gonflement, la coquille liquide devient de plus en plus mince, et fragile. Un trou est nucléé, en général sur le haut de la méduse (on devine que cet endroit sera en général le plus mince). Par la suite, le trou s'ouvre, et le film constituant la coquille éclate comme une bulle de savon.

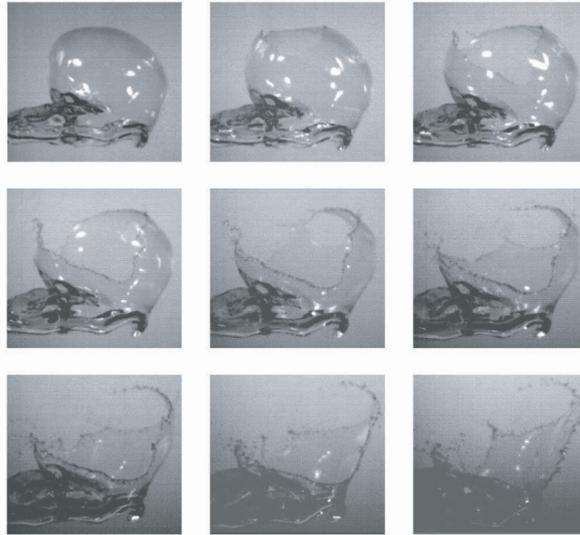


FIG. 2.5: Éclatement d'une méduse. Un trou nucléé sur le dessus de la goutte s'ouvre très rapidement, laissant seulement le bourrelet plus épais. Deux images consécutives sont séparées d'une milliseconde. La largeur de chaque image est d'environ 5 cm.

Un film liquide, du fait de son grand rapport surface sur volume, est peu favorable du point de vue de l'énergie de surface. Il est donc métastable, si bien qu'un trou nucléé dans sa surface s'ouvre en général rapidement (il existe des contre-exemples, voir en particulier Sandre et al. [89]).

Les liquides que nous avons utilisés sont très peu visqueux, si bien que la résistance à l'éclatement est essentiellement d'origine inertielle. L'ouverture d'un trou dans une lame liquide par ce processus capillaro-inertiel a été décrit par Taylor et Culick [96, 22]. La force de tension de surface qui permet l'ouverture est, par unité de longueur de trou,  $2\gamma$ . Cette force permet de mettre en mouvement le liquide collecté dans le film (d'épaisseur  $e$ ) et ramassé dans un bourrelet au bord du trou. Pour la masse  $M(t)$  de liquide contenue dans le bourrelet, la deuxième loi de Newton<sup>1</sup> [77] s'écrit, par unité de longueur de bourrelet :

$$\frac{d(M(t)V^*)}{dt} = 2\gamma \quad (2.14)$$

La masse de liquide avalée par le bourrelet est  $M(t) = \rho e R$  par unité de longueur du bourrelet. Ceci conduit à la loi de Taylor et Culick pour l'ouverture d'un film liquide d'épaisseur  $e$ . Le bourrelet

<sup>1</sup>Lex II : Mutationem motus proportionalem esse vi motrici impressae, et fieri secundum lineam rectam qua vis illa imprimitur. Soit, en français moderne : "Deuxième loi : L'accélération subie par un corps est proportionnelle à la résultante des forces qu'il subit, et dans la même direction."

avance à vitesse constante  $V^*$  solution de l'équation 2.14 :

$$V^* = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho e}} \quad (2.15)$$

Pour nous, observer la dynamique d'éclatement des méduses est donc un moyen d'évaluer l'épaisseur de leur coquille. Les coquilles d'eau centimétriques s'ouvrent typiquement en quelques millisecondes (figure 2.6). La vitesse d'éclatement, qui est bien constante, est donc de l'ordre de

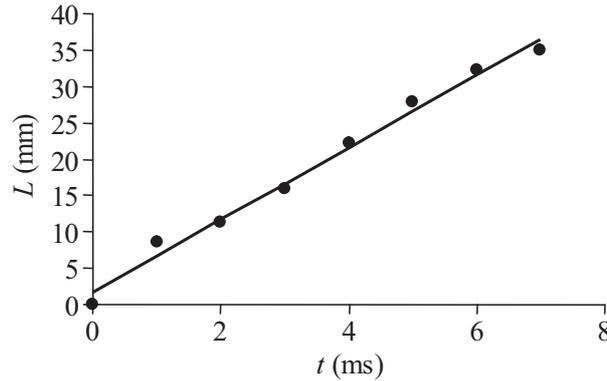


FIG. 2.6: Rayon d'un trou s'ouvrant dans la coquille d'une méduse. Le bord du trou parcourt 40 mm en environ 8 ms, et se propage donc à une vitesse de l'ordre de  $5 \text{ m.s}^{-1}$ .

quelques mètres par seconde. Ceci indique que l'épaisseur du film d'eau constituant la méduse, donnée par l'équation 2.15, vaut environ  $\frac{2\gamma}{\rho V^{*2}} \sim 10 \text{ } \mu\text{m}$ . Nous n'avons pas mesuré plus précisément l'épaisseur de ces films. L'éclatement est très rapide (typiquement quelques millisecondes, soit autant d'images), ce qui rend difficile la mesure propre d'une vitesse. De plus l'épaisseur dépend du carré de la vitesse, si bien qu'une petite erreur sur la mesure de  $V^*$  entraîne un fort changement dans l'évaluation de  $e$ . L'évaluation grossière de  $e$  nous apporte cependant un renseignement important sur la structure des méduses. Nous pouvons en effet maintenant évaluer la quantité d'eau contenue dans le film, qui est proportionnelle à  $D^2e$ , et vaut typiquement  $10 \text{ mm}^3$ . Le volume total de ces grosses gouttes est lui de l'ordre de  $D_0^3$ , soit environ  $100 \text{ mm}^3$ . Nous apprenons ainsi que l'eau est principalement contenue dans le bourrelet torique sur lequel repose la coquille.

## 2.4 Comment se débarrasser des bourrelets ?

### 2.4.1 Instabilité cylindrique

Après éclatement de la coquille de la méduse, il ne reste que le bourrelet, plus épais. Celui-ci est torique (topologiquement parlant, au moins). Vu de près, il est donc semblable à un cylindre, et sujet à l'instabilité de Plateau-Rayleigh. Le bourrelet se casse ainsi en un chapelet de petites gouttes, dont les tailles sont de l'ordre du rayon initial du cylindre (figure 2.7).

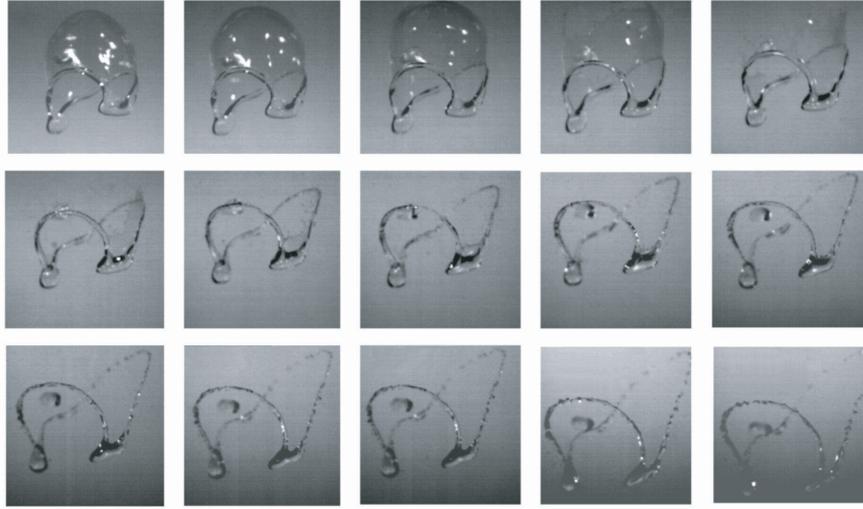


FIG. 2.7: Éclatement d'une méduse. Le film liquide s'ouvre d'abord comme une bulle de savon percée. Ensuite, le bourrelet restant se brise en gouttelettes, par l'instabilité de Plateau-Rayleigh en une dizaine de millisecondes. Deux images successives sont séparées d'une milliseconde. (Clichés : Laurence Petitjean.)

Le rayon  $r$  du cylindre est dans nos expériences de l'ordre de 2 millimètres. La tension de surface du liquide est notée  $\gamma$  et sa masse volumique  $\rho$ . Avec ces trois grandeurs, il n'est possible de construire qu'un seul temps caractéristique, qui est  $\sqrt{\rho r^3 / \gamma}$ .

On peut comprendre ce résultat de la façon suivante : le moteur de l'instabilité de Plateau-Rayleigh est la tension superficielle. La pression capillaire est de l'ordre de  $\gamma/r$ . Pour déformer le cylindre, cette pression s'oppose à l'inertie du liquide. Une pression d'origine inertielle est  $\rho v^2$  (comme dans le théorème de Bernoulli, par exemple) où la vitesse  $v$  est typiquement  $r/\tau$ . L'équilibre inertie-capillarité donne le temps caractéristique de développement de l'instabilité de Plateau-Rayleigh :

$$\tau \sim \sqrt{\frac{\rho r^3}{\gamma}} \quad (2.16)$$

Si le liquide utilisé est de l'eau ( $\gamma \sim 70 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$ ,  $\rho \sim 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ), ce temps vaut typiquement 10 ms pour  $r = 1 \text{ mm}$ , ce qui est en bon accord avec les observations expérimentales.

A ce point, notre pluie artificielle n'évolue plus beaucoup. Toutes les grosses gouttes ont été brisées par l'action de l'air. Mais nous savons pourquoi les gouttes sont toujours petites dans une pluie naturelle : les objets plus gros que la longueur capillaire sont instables. Si il arrivait qu'il se forme une grosse goutte (par collision et coalescence de plusieurs petites gouttes, par exemple), elle serait immédiatement détruite par l'écoulement de l'air autour d'elle.

### 2.4.2 Rétraction du tore

Pour diminuer au maximum son énergie de surface, un tore, comme n'importe quel objet, aurait intérêt à se rétracter entièrement sur lui-même et à former une sphère. Nous pouvons donc imaginer une déstabilisation différente du bourrelet.

Deux longueurs caractérisent un tore : le rayon  $R$  de la roue, et la largeur  $r$  du pneu, inférieure à  $R$ . La force capillaire tenant le pneu fermé sur lui-même est proportionnelle à  $\gamma r$  (si on coupe le pneu, on crée une surface dont le périmètre est d'ordre  $r$ ). L'inertie à vaincre pour permettre la rétraction est  $m \frac{d^2 R}{dt^2} \sim \rho r^2 R \frac{d^2 R}{dt^2}$ . Le temps de rétraction du tore est donné par l'équilibre capillarité-inertie :

$$\gamma r \sim \rho r^2 R \frac{R}{\tau_{tore}^2} \quad (2.17)$$

Le temps de rétraction vaut typiquement :

$$\tau_{tore} \sim \sqrt{\frac{\rho r R^2}{\gamma}} \quad (2.18)$$

ou encore

$$\tau_{tore} \sim \frac{R}{r} \tau \quad (2.19)$$

où  $\tau$  est le temps de Plateau-Rayleigh (équation 2.16). La rétraction est donc beaucoup plus lente que la déstabilisation par le mécanisme de Plateau et Rayleigh. Elle n'est en effet pas observée dans nos expériences.

## 2.5 La méduse selon Leidenfrost

### 2.5.1 Très grosse goutte en caléfaction

Si on fabrique une très grosse goutte de Leidenfrost (centimétrique, de rayon supérieur à  $4\kappa^{-1}$ ), celle-ci n'est pas stable. Elle est constamment percée par des bulles de gaz (figure 2.8). La vapeur constituant le film protecteur situé sous la goutte remonte, et crée une cheminée au centre de la goutte par où elle s'échappe. Il s'agit en effet d'une situation où une phase liquide (de l'eau par exemple) repose sur un film de gaz, moins dense. L'interface est alors sujette à l'instabilité de Rayleigh-Taylor. Cette instabilité, résultat d'une compétition entre la gravité et la tension de surface, est responsable de l'apparition de gouttes d'eau sur un plafond humide, ou sous le couvercle d'une casserole d'eau bouillante. Imaginons une perturbation de la surface de longueur d'onde  $\lambda$  conduisant à une élévation  $\delta$  de l'interface sous la goutte. La tension de surface s'oppose à cette déformation avec une force  $\gamma\delta$ . Le poids de l'eau abaissé par la montée du gaz est de l'ordre de  $\rho g \lambda^2 \delta$ . La perturbation se développe si la force capillaire est trop faible pour maintenir l'interface, c'est-à-dire si :

$$\lambda \geq \kappa^{-1} \quad (2.20)$$

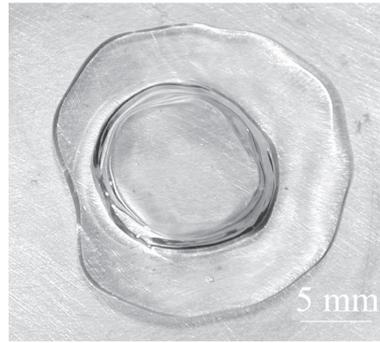


FIG. 2.8: Une très grosse goutte de Leidenfrost, vue de dessus. Une bulle de gaz se crée sous la goutte et remonte, formant une cheminée. (Photo Anne-Laure Bianco)

Un calcul complet conduit à  $\lambda \geq 7,68\kappa^{-1}$ . Si le diamètre équatorial de la goutte est plus grand que cette taille, le gaz peut donc s'échapper. Dans le cas de l'eau,  $7,68\kappa^{-1} \simeq 20$  mm. Les gouttes de Leidenfrost de diamètre supérieur à 20 mm sont effectivement instables [7].

Les grosses gouttes en chute libre prennent des formes réminiscentes de celles observées dans l'expérience de Leidenfrost. Comme au chapitre précédent, le frottement de l'air et la gravité semblent jouer le même rôle. Cotton et Gokhale [19] montrent qu'une goutte d'eau en chute dans l'air peut être stable pour un diamètre équatorial valant jusqu'à 9 mm alors que les gouttes en caléfaction sont stables jusqu'à des tailles 2 fois supérieures. Il se pourrait que le couplage avec l'écoulement soit susceptible de produire des vibrations du globule qui, si elles sont assez fortes, peuvent conduire à la rupture, et ceci en-dessous du seuil de développement d'une instabilité du type Rayleigh-Taylor.

### 2.5.2 Cas des très très grosses gouttes

Lorsqu'on met en caléfaction une flaque d'une dizaine de centimètres, dimension très grande devant la taille critique de l'instabilité de Rayleigh-Taylor, on observe l'apparition de nombreuses cheminées, séparées par une distance de l'ordre de quelques fois la longueur capillaire. Ceci suggère qu'il pourrait exister le même type de phénomène dans le cas de flaques en chute dans l'air. Cette situation est difficile à réaliser en pratique. Mais nous avons en effet observé que les plus gros objets peuvent autoriser le gonflement de plusieurs poches d'air dans une même goutte. La figure 2.9 montre un cas de méduses siamoises : deux méduses se forment dans une même goutte, dont la taille initiale, de l'ordre de 3 cm, est suffisamment grosse pour permettre le développement d'une double instabilité. Cette expérience confirme le scénario "à la Rayleigh-Taylor" proposé pour comprendre la formation des méduses. Notons que pareilles aux méduses simples, les méduses siamoises sont aussi instationnaires et qu'elles explosent en engendrant des myriades de fragments.

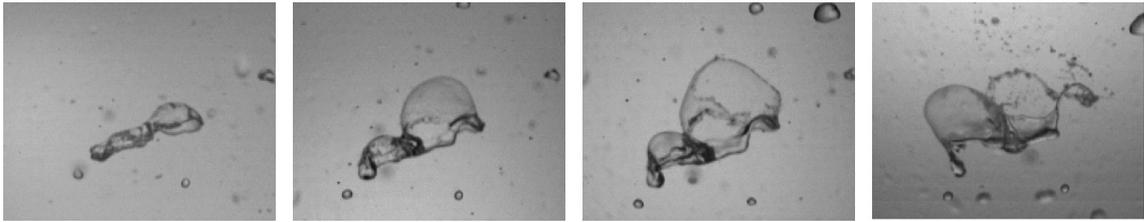


FIG. 2.9: Une goutte d'un diamètre équatorial initial de 3 cm donne naissance à des méduses siamoises. La vitesse de chute vaut ici  $7,8 \text{ m.s}^{-1}$ . Les photos sont prises aux temps  $t = 0, 10, 13$  et  $20 \text{ ms}$ .

## 2.6 Méduses savonneuses et naissance des bulles

En ajoutant du savon de vaisselle à l'eau utilisé, nous avons observé le même genre d'objets. Toutefois, les films créés sont beaucoup plus robustes, grâce à la présence de surfactants. On observe moins d'éclatement de méduses. Il arrive même que de véritables bulles de savon se forment.

Les films créés dans des gonflements en mode méduse étant beaucoup plus résistants, on pourrait attendre des objets qui se gonflent plus, avec des films plus minces, d'une épaisseur de l'ordre du micron. En pratique, les bulles produites ne semblent pas beaucoup plus grosses que les méduses. Le mécanisme de formation pourrait être le même que dans le cas où on souffle des bulles. D'abord, un film à caractère cylindrique se forme. Sous l'effet de la tension de surface, comme tout cylindre liquide, il finit par se pincer et se refermer, comme le montre la figure 2.10.

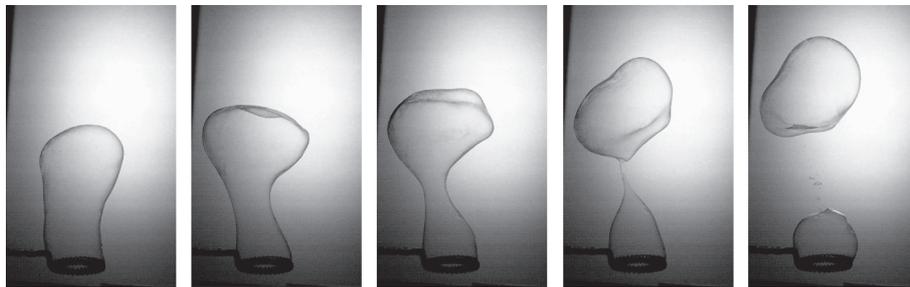


FIG. 2.10: Un courant d'air souffle vers le haut sur un anneau à bulles de savon, sur lequel un film est tendu. Celui-ci se gonfle d'abord sous une forme allongée, puis se pince, pour former une bulle libre. Les deux premières images sont séparées de 33 ms, les suivantes de 8 ms. Le diamètre extérieur de l'anneau vaut 34 mm.

## 2.7 Systèmes bidimensionnels

### 2.7.1 Gouttes flottantes

Au Japon, K. Nagai [76] a réalisé une expérience présentant une phénoménologie proche de ce que nous avons pu observer, mais à deux dimensions. L'expérience est la suivante : on dépose une goutte de pentanol sur de l'eau saturée en pentanol. Cette goutte reste à la surface du bain aqueux, où elle est en quelque sorte confinée à deux dimensions. On observe alors une mise en mouvement spontanée de la goutte par effet Marangoni solutal. Les petites gouttes ont un mouvement erratique, et restent rondes. Les gouttes plus grosses choisissent une direction de mouvement et s'y tiennent tant qu'un bord ne vient pas les perturber. Ces gouttes sont perturbées par leur écoulement : on observe qu'elles s'allongent dans la direction perpendiculaire à leur mouvement, brisant ainsi la symétrie initiale. Les plus gros objets, comme dans notre expérience, ne sont pas stables : ils se cassent jusqu'à atteindre une taille suffisamment faible pour supporter l'influence de l'écoulement. Il est intéressant de noter que le mode de cassure n'est pas sans rappeler les méduses.

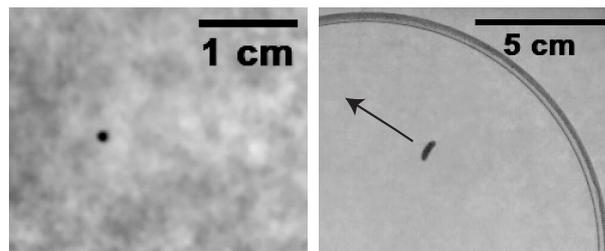


FIG. 2.11: À gauche, une petite goutte de pentanol posée sur de l'eau saturée en pentanol reste ronde et a un mouvement erratique. À droite, une goutte plus grosse choisit une direction (indiquée par la flèche) et se déplace en ligne droite. Le volume vaut  $10 \mu\text{L}$ , et la vitesse est de l'ordre de  $4 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ . L'écoulement déforme la goutte, qui s'allonge dans la direction perpendiculaire à sa vitesse. (Photos : K. Nagai)

Les vitesses en jeu sont de l'ordre du centimètre par seconde, et les tailles sont millimétriques à centimétriques. Les nombres de Reynolds sont de l'ordre de 100. Il est donc à nouveau raisonnable de considérer que l'inertie est importante dans le problème. Nous pouvons essayer de comparer cette expérience avec celle des gouttes en chute dans l'air en construisant un nombre de Weber :

$$We = \frac{\rho V^2 R}{\gamma} \quad (2.21)$$

où  $\rho$  est la masse volumique de l'eau, et  $\gamma$  une tension interfaciale. Avec les nombres donnés plus haut, qui correspondent à une goutte allongée mais stable, on trouve que le nombre de Weber typique dans ces expériences est de l'ordre de :

$$We \sim \frac{10^3 \times 0,05^2 \times 0,01}{0,02} \sim 1 \quad (2.22)$$

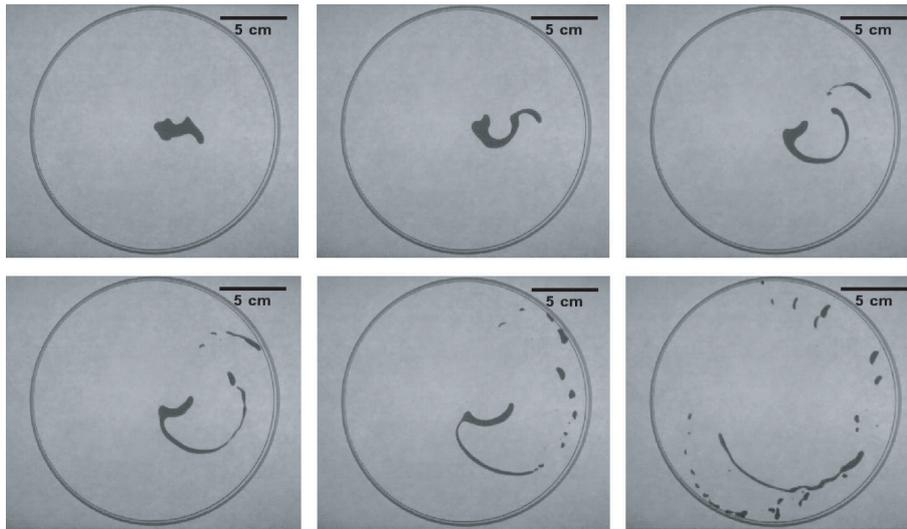


FIG. 2.12: Une grosse goutte de pentanol (en noir) posée sur de l'eau saturée en pentanol se déstabilise, et se brise en petits fragments sous l'influence des écoulements. Le mode de rupture rappelle les formes de méduses observées pour les grosses gouttes en chute dans l'air. (Photos : K. Nagai)

Les effets inertiels et capillaires sont donc comparables, et on attend donc bien des déformations dans cette expérience.

### 2.7.2 Bulles confinées

Dans l'idée de voir si nous retrouvons une phénoménologie similaire à celle des gouttes d'eau, nous avons réalisé une expérience de bulles confinées à deux dimensions. Deux plaques de verre parallèles et séparées de deux millimètres sont immergées dans l'eau. À l'extrémité inférieure de cette cellule, nous injectons des bulles d'air de différentes tailles. Nous observons dans cette expérience des formes proches de celle vues pour des bulles d'air à 3 dimensions.

Les petites bulles sont effectivement dans un environnement tridimensionnel, elles se comportent donc comme telles. Les plus petites ont une trajectoire rectiligne, en accord avec ce que l'on attend pour des bulles de diamètre inférieur à 1,8 mm [73] (des bulles plus grosses à 3 dimensions ont une trajectoire hélicoïdale du fait de l'interaction avec leur sillage instationnaire).

Lorsque la taille des bulles devient de l'ordre de l'épaisseur entre les plaques (2 mm dans notre expérience), les parois se font sentir, en écrasant les bulles. Dans le plan des parois, les objets sont toujours ronds, mais leur dynamique est affectée. La friction visqueuse est plus importante, et la vitesse d'ascension des bulles chute : elle passe de 16 à 13  $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$  lorsque leur rayon équivalent passe de 1 à 2 mm. Par ailleurs, on remarque que les trajectoires de ces bulles oscillent (figure 2.13), avec un zig-zag qui rappelle la trajectoire hélicoïdale observée à trois dimensions.

Les grosses bulles ont une tendance à l'aplatissement (figure 2.14), mais certaines évoquent

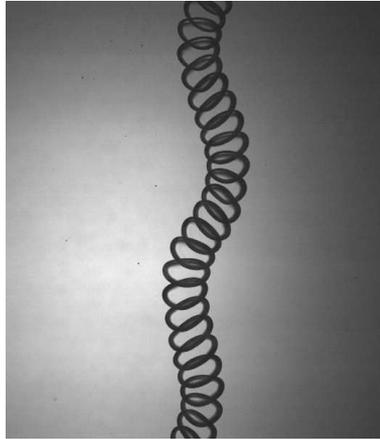


FIG. 2.13: Positions successives occupées par une bulle d'un diamètre équatorial de 8 mm confinée entre deux plaques. 20 ms séparent deux positions successives. La bulle a une trajectoire oscillante, similaire à l'hélice observée à 3 dimensions.

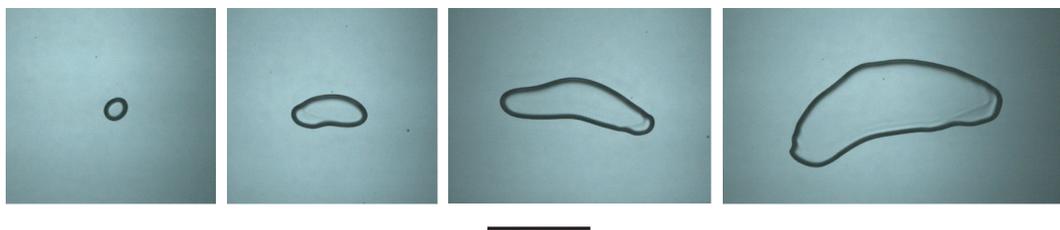


FIG. 2.14: Des bulles d'air dans de l'eau confinée entre deux plaques de verre verticales séparées de 2 mm. Les plus petites bulles restent rondes, les autres sont allongées horizontalement. La barre noire représente 20 mm.

plutôt la forme de calotte sphérique observée à 3 dimensions. Les plus gros objets tendent à se scinder en plusieurs petits. Ils peuvent se couper près de leur milieu ou lâcher une petite bulle à leur extrémité.

Le confinement entre deux parois devrait rapprocher du cas des bulles confinées dans un tube. Dans ce cas, la dissipation a lieu essentiellement à l'avant et à l'arrière de la bulle, dans les ménisques. Ainsi, nous devrions être en mesure de contrôler la friction, en jouant par exemple sur l'espacement entre les plaques.

On a remarqué que le volume des gouttes augmente légèrement au cours des expériences. Ceci est dû à la diminution de la pression hydrostatique dans le liquide au cours de la montée. Les observations se font dans les 50 cm sous la surface du bain d'eau. La pression y dépasse donc d'environ 5% la pression atmosphérique. Les variations du volume des bulles de gaz sont donc du même ordre. Les variations de la force motrice sont donc négligeables ici.

### 2.7.3 Et à une dimension

Une étape de plus dans le confinement consiste à enfermer les bulles dans un tube rempli de liquide. Sous l'influence d'une différence de pression entre l'avant et l'arrière, un tel index de gaz se déplace dans le tube. Ce problème a été abordé en particulier par Taylor [23] en 1950. En 1961, Bretherton [12] s'est intéressé au cas des bulles dans le tubes en mouvement à faible nombre de Reynolds. Les parois influent alors fortement sur le frottement visqueux. Les écoulements à l'avant et à l'arrière de la bulle contrôlent le mouvement. Entre les extrémités, le tube est recouvert d'un film liquide très mince, qui est pratiquement immobile. Bien sûr, du fait de la présence de murs, plus aucun allongement n'est possible perpendiculairement au mouvement. Il est alors possible d'observer des bulles stables de volume arbitrairement grand.

## 2.8 Conclusion

Nous avons vu dans ce chapitre que les plus grosses gouttes, lors de leur chute dans l'air, sont détruites par l'interaction avec l'écoulement environnant. Nous avons observé le mode de déstabilisation en méduse. Un modèle fondé sur le théorème de Bernoulli décrit la dynamique du gonflement de ces objets spectaculaires. Le parallèle fait au chapitre précédent avec le phénomène de Leidenfrost s'applique aussi à ces grosses gouttes. En particulier, le mécanisme initial de l'instabilité semble de la même famille que celui de l'instabilité de Rayleigh-Taylor. En conséquence, de très grosses gouttes voient plusieurs poches se former et gonfler, avant d'exploser. Il serait amusant de voir si une goutte plus grosse encore (formée dans une baudruche qu'on éclate) engendre de nombreuses poches d'air.

Les bulles d'air dans les liquides présentent des formes se rapprochant de celles des gouttes de

pluie. Une petite bulle qui monte par gravité dans un bain reste ronde. Les bulles plus grosses tendent à s'aplatir dans la direction perpendiculaire à leur mouvement. Les plus grosses bulles se brisent spontanément. Il est donc tentant d'essayer d'analyser le problème avec les mêmes ingrédients que dans le cas des gouttes en chute libre. L'analogie se limite cependant à ces ressemblances qualitatives. Les lois de vitesse sont par exemple assez différentes dans les deux situations. En particulier, même pour des nombres de Reynolds assez élevés (500), la vitesse d'ascension reste proportionnelle au carré du rayon des bulles, comme dans le cas visqueux [59]. Ceci est lié à la nature fluide de l'interface eau/air. L'eau qui s'écoule autour de la bulle voit une interface fluide, ce qui réduit fortement l'extension de la zone turbulente dans le sillage de la bulle. Par ailleurs, la trajectoire d'une petite bulle, du fait de l'interaction avec son sillage, est souvent hélicoïdale. Les plus gros objets sont également assez différents, en forme de calotte de sphère [106]. Les dauphins, et même certains plongeurs, ont remarqué qu'il est possible de fabriquer des bulles toriques [67]. Bonometti et Magnaudet [9] se sont récemment intéressés au passage de la calotte sphérique au tore. Les objets extrêmes sont dans ce cas assez semblables à ce qu'on observe pour les gouttes : une coquille plus ou moins ronde au départ, et un bourrelet torique à la fin. Cependant, il ne faut ici probablement pas voir beaucoup plus qu'une coïncidence de formes. Les mécanismes physiques produisant ces formes sont assez différents dans les deux problèmes. La stabilité des gros objets est, semble-t-il aussi, différente. Des bulles centimétriques peuvent être stables, au contraire de gouttes de même taille dans l'air. Les bulles toriques d'un rayon de l'ordre de 10 cm peuvent exister pendant plusieurs secondes.



# Épilogue : gouttes et larmes

Les formes traditionnellement attribuées aux gouttes de pluie sont fantaisistes. Ces représentations viennent surtout du fait qu'une visualisation directe des gouttes en chute libre a longtemps été très difficile. Les visions artistiques de la pluie ne sont pourtant pas purement imaginaires, mais doivent provenir de situations où les gouttes sont aisément observables. Si on photographie une pluie avec un temps de pose un peu trop long, on observera sur l'image des traces rectilignes : les trajectoires des gouttes. Les gouttes d'eau au contact des solides évoluent plus lentement, et sont plus accessibles à l'observation directe. Les gouttes qui tombent d'un robinet, par exemple, prennent une forme de larme peu avant leur détachement. La forme de larme est également celle adoptée par une goutte d'eau dévalant un solide : une larme qui coule sur une joue peut former une pointe. Lors d'une averse, la pluie qui tombe sur une vitre ruisselle. Les gouttes qui dévalent ressemblent là aussi à des larmes, pointues à l'arrière [37]. La figure 2.15 montre une goutte d'huile silicone 100 fois plus vis-

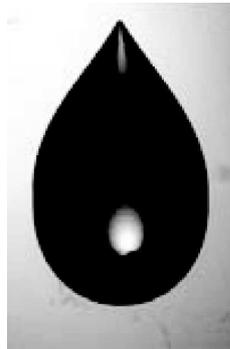


FIG. 2.15: Une goutte d'huile silicone 100 fois plus visqueuse que l'eau descend un plan incliné. À vitesse suffisamment élevée (ici environ  $15 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ ), une pointe se développe à l'arrière. La largeur de la goutte est d'environ 2 mm. (Photo tirée de [37].)

queuse que l'eau posée sur un plan inclinée. Lorsqu'elle dévale le plan suffisamment vite, la goutte se déforme, et une pointe se développe à l'arrière. On comprend donc ici quelle peut être l'audacieuse extrapolation faite, dont la faiblesse est de confondre friction visqueuse (pertinente pour la larme, et responsable de sa forme) et friction inertielle, qui engendre des forces que nous avons vues être bien différentes.



## **Deuxième partie**

# **Dynamique de films en atmosphère visqueuse**



# Préambule

*”Les trop travaillées parmi ces bulles éclatent et retombent en gouttes d’eau.” [83]*

Nous avons vu avec l’éclatement des méduses (chapitre 2) un exemple de la dynamique d’explosion d’un film liquide mince et très peu visqueux. L’ouverture du film, induite par la tension superficielle, est modérée par l’inertie du liquide constituant le film. Ce mécanisme, proposé par Taylor et Culick [22, 96] vers 1960, a été validé notamment par les expériences de Mysels sur les films de savon [70, 36]. De cette façon, on explique également la forme des nappes liquides, telles qu’on peut les observer en plaçant une cuillère sous un robinet d’eau (voir par exemple [15]). Dans des situations où le film est constitué d’un liquide très visqueux, la loi d’éclatement est changée par cette nouvelle source de dissipation, comme le montrent Debrégeas [27] et Brenner [11]. La force motrice peut aussi être modifiée dans le cas où le film est initialement sous contrainte : c’est le cas des membranes élastiques (ballons de baudruche) et de certains films polymères [104].

L’environnement peut aussi jouer un rôle prépondérant dans la dynamique de ces films. Si le milieu autour du film est beaucoup plus dense ou visqueux que le liquide, on comprend que le mouvement de la nappe sera contrarié. Ces dynamiques plus lentes, moins documentées, ont pourtant une grande importance pratique. Un cas extrême est celui du démouillage d’un film mince sur un substrat solide. La paroi impose alors à sa surface une vitesse nulle et une condition de mouillage particulière, qui déterminent la dynamique du démouillage [87].

Dans cette partie, nous décrivons le vieillissement ou l’éclatement de films fluides sous l’influence de l’atmosphère environnante. Dans le chapitre 3, issu d’un travail commun avec Stéphane Dorbolo, nous nous intéressons au vieillissement des antibulles sous l’effet de la gravité. Le chapitre 4 traite de l’éclatement de films fluides baignant dans une atmosphère visqueuse. Ce système existe en pratique quand il y a coalescence dans des émulsions d’huile dans l’eau, comme la mayonnaise : des gouttes visqueuses sont séparées par des films d’eau susceptibles de se rompre et en général stabilisées par des tensioactifs. Nous proposons un modèle décrivant les vitesses d’ouverture de trous dans ces films. Nous décrivons enfin (chapitre 5) des instabilités associées au processus d’éclatement.



# Chapitre 3

## Vieillessement des antibulles

### Sommaire

---

<b>3.1 Introduction</b>	<b>55</b>
<b>3.2 Dynamique de Reynolds</b>	<b>56</b>
3.2.1 Un drainage par gravité	56
3.2.2 Une épaisseur quasiment homogène sous la goutte	59
3.2.3 Remarque	60
<b>3.3 Gouttières de drainage</b>	<b>61</b>
3.3.1 Pourquoi les rides accélèrent-elles le vieillissement ?	61
3.3.2 Drainage de van der Waals	63
<b>3.4 Éclatement</b>	<b>63</b>
<b>3.5 Conclusion</b>	<b>65</b>

---

### 3.1 Introduction

Notre sujet de départ est à nouveau la sphère, creuse cette fois. La bulle de savon est un éphémère familier. Sujet de peintures, par Chardin, Manet et Teniers, ou des récréations scientifiques de Tom Tit [99], elle est constituée d'une mince pellicule d'eau savonneuse qui englobe de l'air, et qui est entourée d'air. Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la vie d'un parent de la bulle de savon : l'antibulle. Cette dernière, comme son nom l'indique, est le négatif de la bulle : elle est constituée d'une coquille d'air qui entoure un globule liquide, le tout baignant dans le liquide. La première observation d'une antibulle rapportée dans la littérature remonte à Hughes et Hughes en 1932 [44]. Connett lui a donné son nom plus tard [95].

Plusieurs dispositifs conduisent à la production d'antibulles. Hugues et Hugues [44] trempent un morceau de savon dans de l'eau, et laissent ensuite goutter l'eau excédentaire quelques centimètres au-dessus de la surface du bain. Ils produisent ainsi des gouttes qui flottent à la surface et, en

plus petite quantité, des antibulles de rayon millimétrique. Tufaile et Sartorelli [102] observent la formation d'antibulles en injectant avec un tube de l'air dans des solutions de glycérol. Les bulles émises successivement interagissent et, sous certaines conditions, coalescent et forment des antibulles de 5 mm de diamètre environ. Dans le même esprit, nous avons pu observer la formation d'antibulles dans un bain d'huile silicone. Un jet d'huile impactant suffisamment rapidement sur ce bain entraîne autour de lui une gaine d'air. Parfois, celle-ci se désagrège sous forme d'antibulles (figure 3.1). Les antibulles ainsi formées ne vivent que quelques secondes.

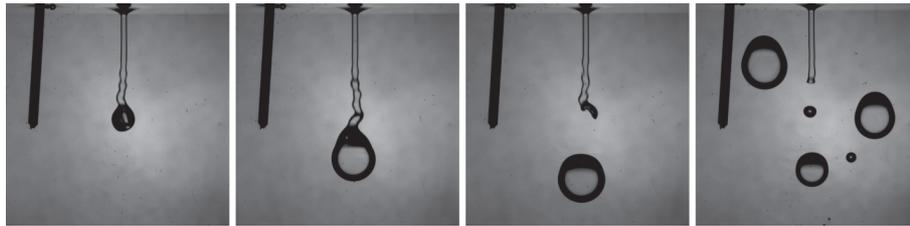


FIG. 3.1: Formation d'antibulles lors de l'impact d'un jet d'huile sur un bain d'huile. Si la vitesse d'impact est suffisamment élevée, le jet entraîne autour de lui une gaine d'air (a). Il arrive que celle-ci se referme (b). Le liquide gonfle alors un globule, qui finalement se détache du jet, donnant naissance à une antibulle (c). L'air constituant la coquille tend à monter par gravité et produit un renflement au sommet de l'antibulle qui elle-même remonte, poussée par Archimède (d). Le diamètre du jet vaut environ 500  $\mu\text{m}$ .

Stéphane Dorbolo produit des antibulles dont le temps de vie est nettement plus long (plusieurs minutes) de la manière suivante. Le liquide est une solution de tensioactif dans l'eau, de l'hexaéthylène glycol mono n-dodécyl éther ( $\text{C}_{12}\text{E}_6$ ) à  $10^{-3}$  mol.L $^{-1}$ . En versant délicatement cette solution sur un bain du même mélange, il est possible (avec un peu de doigté) de déposer une goutte sans qu'elle coalesce, puis de la faire couler pour obtenir une antibulle. Les tailles des objets obtenus vont du millimètre à quelques centimètres. Du fait qu'elles sont constituées essentiellement d'eau, les antibulles ne remontent que très lentement vers la surface, ce qui permet de les repérer et de les suivre facilement.

## 3.2 Dynamique de Reynolds

### 3.2.1 Un drainage par gravité

Les antibulles sont encore plus éphémères que leurs symétriques. Les bulles vieillissent parce qu'elles sont soumises à la gravité : le film d'eau constituant la bulle s'écoule vers le bas et s'amincit au sommet de la bulle. Dans des conditions usuelles, l'évaporation contribue aussi beaucoup au vieillissement. Mais si on la protège de l'évaporation, une bulle de savon peut vivre presque infiniment. Lors des phases ultimes de l'amincissement, les contre-ions associés aux molécules de savon

situées à la surface sont concentrés entre les deux parois du film liquide. Ceci donne naissance à une pression osmotique qui s'oppose au drainage et stabilise la bulle de savon. Un film de savon peut donc s'amincir jusqu'à une épaisseur d'équilibre métastable. Nous supposons que ce mécanisme n'existe pas pour les antibulles, l'air de la coquille ne contenant pas de charge. Le drainage est alors inéluctable.

Le temps de vie d'une antibulle, mesuré expérimentalement par Stéphane Dorbolo, est typiquement de l'ordre de quelques minutes. Ceci peut paraître étonnamment long au premier abord. Pour que l'antibulle meure, il suffit en effet que la goutte liquide interne tombe de quelques microns pour coalescer avec le liquide externe. Pour descendre, le globule doit pourtant chasser l'air du film microscopique qui l'entoure, ce qui n'est pas immédiat. Le film est en effet très mince, ce qui freine le passage de l'air.

Nous supposons que les interfaces interne et externe de la coque d'air restent quasi-sphériques tout au long du drainage et que la situation est à symétrie de révolution. Nous utilisons les notations définies par la figure 3.2.

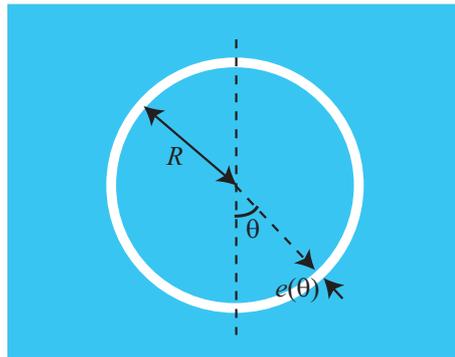


FIG. 3.2: Schéma d'une antibulle : une mince couche d'air entoure une goutte liquide, et le tout est plongé dans un bain du même liquide.

Au point repéré par l'angle  $\theta$ , l'épaisseur de la coquille d'eau est  $e(\theta, t)$ . Nous nous plaçons dans l'approximation de lubrification. Comme montré sur la figure 3.3, l'axe  $Ox$  est défini localement comme l'intersection du plan de symétrie et du plan tangent au film d'air, contenant le point considéré.  $Oy$  est la normale au film d'air.

La projection des équations de Navier-Stokes sur l'axe  $Ox$  donne :

$$\eta_0 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} = \frac{dP}{dx} \quad (3.1)$$

où  $\eta_0$  est la viscosité de l'air. Le gradient de pression est imposé par l'extérieur et lié à la gravité :

$$\frac{dP}{dx} = -\rho g \sin \theta \quad (3.2)$$

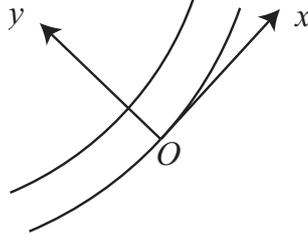


FIG. 3.3: Définitions des notations utilisées dans la description du drainage des antibulles.

Compte-tenu de la présence de tensio-actifs, les interfaces sont rigidifiées [107]. Les conditions aux limites associées aux équations du drainage sont donc les suivantes :

$$v(y = 0) = 0 \quad (3.3)$$

$$v(y = e(\theta, t)) = 0 \quad (3.4)$$

En intégrant deux fois l'équation 3.1, nous obtenons dans le film un profil de vitesse du type Poiseuille :

$$v(\theta, y) = \frac{\rho g \sin \theta}{2\eta_0} (ye(\theta, t) - y^2) \quad (3.5)$$

Nous notons  $Q(\theta, t)$  le débit d'air drainé à la latitude  $\theta$  :

$$Q(\theta, t) = \int_0^{e(\theta, t)} v(\theta, y) 2\pi R \sin \theta dy \quad (3.6)$$

En utilisant l'équation 3.5, et après calcul, on trouve :

$$Q(\theta, t) = \frac{\pi R \rho g \sin^2 \theta}{6\eta_0} e^3(\theta, t) \quad (3.7)$$

Pour connaître l'évolution de l'épaisseur de la coquille, nous écrivons un bilan de matière sur la tranche d'air située à la latitude  $\theta$  :

$$2\pi R \sin \theta \times R d\theta \times (e(\theta, t + dt) - e(\theta, t)) = (Q(\theta, t) - Q(\theta + d\theta, t)) dt \quad (3.8)$$

D'où :

$$2\pi R^2 \sin \theta \frac{\partial e}{\partial t} = -\frac{\partial Q}{\partial \theta} \quad (3.9)$$

En utilisant l'équation 3.7, on trouve :

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -\frac{\rho g}{12\eta_0 R} \left( 2 \cos \theta e^3(\theta, t) + 3 \sin \theta e^2(\theta, t) \frac{\partial e}{\partial \theta} \right) \quad (3.10)$$

L'épaisseur de la coquille est minimale au pôle sud de l'antibulle, c'est-à-dire en  $\theta = 0$ . À ce point :

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -\frac{\rho g}{6\eta_0 R} e^3(0, t) \quad (3.11)$$

Cette équation à variables séparables s'intègre en :

$$\frac{1}{e^2(0,t)} - \frac{1}{e_0^2} = \frac{\rho g}{3\eta_0 R} t \quad (3.12)$$

où  $e_0$  l'épaisseur initiale de la coquille. À temps long,  $e$  devient très petit devant  $e_0$  et l'épaisseur décroît comme  $1/\sqrt{t}$ . Ce type de dynamique est connu sous le nom d'amincissement de Reynolds.

Nous pouvons donc déduire un temps typique de drainage jusqu'à l'épaisseur  $e$  :

$$\tau = \frac{3\eta_0 R}{\rho g e^2} \quad (3.13)$$

La loi d'échelle pour ce temps de drainage se retrouve facilement. La différence de pression hydrostatique à l'origine du drainage est de l'ordre de  $\rho g R$ , et s'applique sur la section de la fente constituée par l'espace entre le globule intérieur et le liquide extérieur. Cette surface étant proportionnelle à  $eR$ , la force vaut donc typiquement  $\rho g R^2 e$ . La résistance au drainage est d'origine visqueuse : la contrainte créée par l'écoulement de l'air dans le film est d'ordre  $\eta_0 V/e$  et s'applique sur la surface  $R^2$  de la sphère. L'air est drainé sur une distance  $R$  pendant un temps  $\tau$ . La force visqueuse est donc d'ordre  $\eta_0 R^3/e\tau$ . En équilibrant les deux forces, on obtient une loi d'échelle pour le temps de drainage conforme à l'équation 3.13 :

$$\tau \sim \frac{\eta_0 R}{\rho g e^2} \quad (3.14)$$

Il est à noter que l'épaisseur  $e$  à considérer dans cette expression est celle atteinte à la fin du drainage, et non l'épaisseur typique d'une antibulle au moment de sa formation. Le drainage est en effet très ralenti aux petites épaisseurs, et l'antibulle passe donc la majeure partie de sa vie à épaisseur faible.

Lorsque l'épaisseur atteint 100 nm, les forces de van der Waals se font sentir : elles tendent à plaquer les interfaces l'une contre l'autre, et conduisent donc à l'éclatement du film d'air. Pour une antibulle centimétrique et une épaisseur finale de l'ordre de 100 nm, l'équation 3.13 donne un temps de vie  $\tau$  de l'ordre de 6000 s. Ce temps est comparable aux plus grandes durées de vie mesurées expérimentalement. Toutefois, le plus souvent, la mort de l'antibulle (par explosion) apparaît significativement plus tôt, et nous discuterons au paragraphe 3.3 une cause possible de vieillissement prématuré.

### 3.2.2 Une épaisseur quasiment homogène sous la goutte

Pour déterminer le temps de vie d'une antibulle, nous n'avons regardé le comportement du film d'air qu'au voisinage de  $\theta = 0$ . On peut en fait montrer [20] que l'équation 3.10 admet des solutions autosimilaires de la forme suivante :

$$e(\theta, t) = R \left( \frac{\tau^*}{t + t_0} \right)^{\frac{1}{2}} c(\theta) \quad (3.15)$$

avec

$$\tau^* = \frac{3\eta_0}{\rho g R} \quad (3.16)$$

$$c(\theta) = \left( \frac{4}{3 \sin^{\frac{4}{3}} \theta} \int_0^\theta \sin^{\frac{1}{3}} \varphi d\varphi \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.17)$$

$c(\theta)$  dépend très peu de  $\theta$ , ce qui justifie que nous ne considérons que ce qui se passe en  $\theta = 0$ . Qualitativement ce résultat s'explique par le fait que la vitesse de drainage de l'air est très dépendante de l'épaisseur du film. Une zone un peu plus mince que les autres évolue donc très lentement, ce qui laisse le temps aux régions plus épaisses de s'amincir aussi. L'épaisseur du film tend donc à s'homogénéiser sous le globule interne. L'air drainé vient épaissir le film au sommet de l'antibulle. Un renflement apparaît ainsi souvent au pôle nord (figure 3.4).



FIG. 3.4: Antibulles dans un bain d'huile silicone 100 fois plus visqueuse que l'eau. L'air drainé par gravité forme un renflement au sommet des antibulles.

### 3.2.3 Remarque

À l'interface entre deux fluides, la contrainte visqueuse est continue. La contrainte visqueuse dans le film d'air de l'antibulle est de l'ordre de  $\eta_0 \Delta V / e$ , où  $\eta_0$  est la viscosité de l'air, et  $\Delta V$  la différence de vitesse entre l'intérieur et la frontière externe du film d'épaisseur  $e$ . À l'extérieur et à l'intérieur de l'antibulle, les écoulements se font sur une échelle qui est le rayon  $R$  de l'antibulle. La contrainte  $y$  est donc de l'ordre de  $\eta V_{eau} / R$ ,  $\eta$  étant la viscosité de l'eau et  $V_{eau}$  la vitesse typique des écoulements dans l'eau. En égalant ces deux expressions, on aboutit à :

$$\frac{\Delta V}{V_{eau}} \sim \frac{\eta e}{\eta_0 R} \quad (3.18)$$

Avec les tailles typiques en jeu :

$$\frac{\Delta V}{V_{eau}} \sim \frac{10^{-3} \times 10^{-6}}{10^{-5} \times 10^{-2}} \sim 10^{-2} \quad (3.19)$$

Il semble donc que les écoulements dans l'eau pourraient être très importants : le film d'air devrait entraîner le liquide environnant. Du point de vue du film d'air, ceci implique la possibilité d'un glissement fort aux parois, accélérant beaucoup le drainage. En présence de tensioactifs cependant, la surface est rigidifiée. Une advection de la surface par un écoulement de l'eau extérieure au film crée un gradient de la concentration surfacique des molécules tensioactives qui s'oppose à l'écoulement. Ceci justifie les conditions aux limites choisies pour l'équation 3.1 régissant le drainage.

Les temps de vie mesurés expérimentalement sont de l'ordre de la minute pour les antibulles fabriquées dans des solutions d'eau savonneuse. Mais dans l'huile silicone 100 fois plus visqueuse que l'eau (en l'absence de tensioactifs), le temps de vie que nous avons pu mesurer est beaucoup plus faible, de l'ordre de quelques secondes. Couder *et al.* [20] s'intéressent à l'évolution de gouttes d'huile centimétriques posées sur des bains du même liquide. Il constatent que le temps de vie d'une goutte devient très court lorsque la viscosité du liquide utilisé est plus faible que 100 mPa.s. D'après l'équation 3.18, en l'absence de tensioactifs, les vitesses des écoulements dans le liquide et dans le film d'air sont comparables lorsque la viscosité du bain est de l'ordre de  $\eta_0 R/e$ , qui vaut précisément 100 mPa.s pour un film d'épaisseur micrométrique et une goutte centimétrique.

### 3.3 Gouttières de drainage

L'épaisseur du film d'air constituant la coquille des antibulles est typiquement micrométrique, ce qui permet un sondage par des moyens optiques. L'éclairage d'une antibulle avec une lampe à sodium (longueur d'onde 588 nm) produit des franges d'interférences qui révèlent les variations d'épaisseur de la membrane d'air. La figure 3.5 montre une antibulle vue par en dessous. D'après ce qui a été écrit jusqu'ici, cette figure devrait être invariante par rotation. Or ce n'est pas le cas, les franges sont alignées radialement dans certaines zones. Ces figures trahissent donc l'existence de rides ou de canaux radiaux, susceptibles d'accélérer le vieillissement des antibulles. L'existence de ces canaux est confirmée par une image prise après la mort de l'antibulle. Lors de l'éclatement, des bulles microscopiques (leur rayon est proche de l'épaisseur du film) restent dans le liquide. On observe que ces bulles ne sont pas réparties de manière homogène. Elles sont au contraire regroupées selon des filaments, vestiges des canaux.

#### 3.3.1 Pourquoi les rides accélèrent-elles le vieillissement ?

La présence de canaux plus épais que la coquille permet de chasser très efficacement l'air constituant la paroi de l'antibulle. En effet, pour une différence de pression donnée, le débit d'air à travers un film, ou un tube fin, varie très fortement avec la taille du conduit (comme l'épaisseur au cube pour un film, et comme la puissance 4 du rayon pour un tube).

Le volume d'air compris initialement entre deux gouttières est de l'ordre de  $eR\lambda$  où  $\lambda$  est la

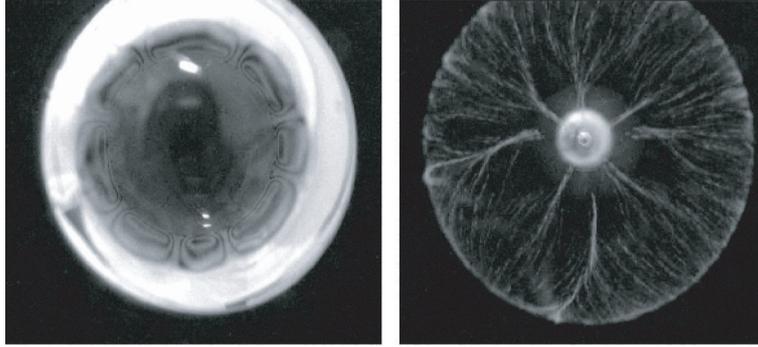


FIG. 3.5: Une antibulle vue du dessous, juste avant (à gauche) et juste après son éclatement. À gauche, les franges d'interférences ne sont pas circulaires, révélant l'existence de gouttières radiales plus épaisses que le film. Après éclatement, des microbulles alignées sont les vestiges des canaux.

distance inter-gouttières. Le volume d'une gouttière est de l'ordre de  $r^2 R \sim \lambda e R$ , où  $r$  est le rayon des veines de drainage. Le temps de drainage par gravité est à nouveau donné par un équilibre entre dissipation visqueuse et poussée d'Archimède :

$$\eta_0 \frac{V}{r^2} \sim \rho g \quad (3.20)$$

La vitesse de drainage est de l'ordre de  $R/\tau'$ , si bien que le temps de drainage vaut typiquement :

$$\tau' \sim \frac{\eta_0 R}{\rho g \lambda e} \quad (3.21)$$

soit :

$$\tau' \sim \tau \frac{e}{\lambda} \quad (3.22)$$

Or, les épaisseurs des films sont nettement plus petites que la distance entre les gouttières, d'un facteur au moins 1000. Une fois que l'air a pu atteindre un de ces canaux, il sera donc évacué en un temps quasiment nul à l'échelle du temps de vie de l'antibulle. Ce dernier sera donc contrôlé par le temps nécessaire pour atteindre un canal. Ces conduits jouent le même rôle que les bordures de Plateau, qui drainent le liquide dans une mousse.

Pour conduire à l'éclatement, le drainage de l'air doit donc se faire sur une distance qui est  $\lambda$  et non plus  $R$ . Le temps de vie de l'antibulle (équation 3.13) est donc modifié et devient :

$$\tau = \frac{3\eta_0 \lambda}{\rho g e^2} \quad (3.23)$$

Expérimentalement, on observe que  $\lambda$  est millimétrique. Ceci ramène le temps de drainage à quelques minutes, en meilleur accord avec les expériences.

### 3.3.2 Drainage de van der Waals

Lorsque l'épaisseur du film d'air devient suffisamment faible, le drainage est contrôlée par les interactions de van der Waals entre les parois d'eau se faisant face. La pression de van der Waals vaut  $A/6\pi e^3$  où  $A$  est la constante de Hamaker du système eau-air-eau. Cette pression varie sur l'échelle de taille  $\lambda$  des gouttières de drainage. Le gradient de pression moteur est donc de l'ordre de  $A/6\pi e^3\lambda$ . La résistance visqueuse a la même forme que pour le drainage gravitaire. L'équilibre de ces deux forces conduit à un temps caractéristique de drainage de l'ordre de :

$$\tau_{vdW} \sim \frac{\eta_0 \lambda^2 e}{A} \quad (3.24)$$

Au contraire du temps de drainage sous gravité,  $\tau_{vdW}$  diminue au fur et à mesure de l'amincissement du film. Les temps caractéristiques des deux mécanismes sont égaux pour une épaisseur de l'ordre de :

$$e^* \sim \left( \frac{A}{\rho g \lambda} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (3.25)$$

Pour  $A = 10^{-20}$  J,  $\rho = 1000$  kg.m<sup>-3</sup> et  $\lambda = 1$  mm, on trouve  $e^* \sim 100$  nm. Pour cette épaisseur, le temps de drainage attendu est de 100 s, en accord avec les expériences.

Remarquons que nous avons utilisé l'expression des interactions de van der Waals valable à courte distance (inférieure à 100 nm environ). Au-delà de 100 nm, les effets de propagation deviennent important, et la variation de l'interaction avec la distance est modifiée. Nous n'avons pas tenu compte de cet effet ici, car les distances en jeu sont de l'ordre de la taille à laquelle la transition a lieu.

## 3.4 Éclatement

Lorsque le film d'air constituant l'antibulle devient suffisamment mince, des trous peuvent être nucléés. Sous l'action de la tension de surface, le film d'air, qui possède un grand rapport surface sur volume, éclate. L'épaisseur critique du film d'air est probablement de l'ordre de la portée des interactions de van der Waals, soit une centaine de nanomètres.

Les deux fluides en présence sont très peu visqueux, et on observe que les vitesses typiques d'éclatement des antibulles sont très élevées. Une antibulle centimétrique éclate en quelques dizaines de millisecondes. Les vitesses sont donc de l'ordre du mètre par seconde. On attend donc que la résistance à l'éclatement soit d'origine inertielle. Ce type de processus est semblable à l'ouverture d'un trou dans une nappe liquide comme un film de savon. Nous avons déjà mentionné au chapitre 2 la loi de Taylor et Culick [96, 22] pour ce genre d'éclatement. L'ouverture d'un trou dans un film liquide de masse volumique  $\rho$  et d'épaisseur  $e$  se fait à la vitesse suivante :

$$V = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho e}} \quad (3.26)$$

Cette vitesse dépend un peu de l'épaisseur du film. Pour  $e = 1 \mu\text{m}$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$  et  $\gamma = 5.10^{-2} \text{ mN.m}^{-1}$ , on trouve  $V \sim 10 \text{ m.s}^{-1}$ . Cette valeur surestime les résultats expérimentaux, plutôt de l'ordre de  $1 \text{ m.s}^{-1}$  [29].

Si la loi d'échelle de Taylor et Culick reste valable, le coefficient numérique sera sans doute modifié dans le cas des antibulles. La force motrice de l'éclatement est inchangée, mais la résistance est différente : la masse mise en mouvement lors de l'éclatement n'est plus constituée par le film, mais par le milieu extérieur. Même si la masse et la vitesse du liquide mis en mouvement ne sont pas clairement définies, l'ordre de grandeur attendu pour  $V$  sera cependant le même que pour l'éclatement d'un film de savon usuel.

Par ailleurs, il est aussi possible que nous soyons à la limite du régime inertiel. Pour un film de 100 nm d'épaisseur, le nombre de Reynolds est :

$$Re = \frac{Ve}{\nu} \sim \frac{10 \times 10^{-7}}{10^{-6}} \sim 1 \quad (3.27)$$

Il est donc possible que la dissipation visqueuse ne soit pas négligeable. Mysels [74] a montré que la formule de Taylor et Culick surestime fortement la vitesse d'éclatement des films de savon d'épaisseur inférieure à 100 nm, ce qu'il interprète comme étant lié à la densité et à la viscosité de l'atmosphère dans laquelle les films éclatent.

Lorsque la viscosité commence à jouer un rôle, on peut proposer un modèle de friction dans une couche limite. Lors de l'éclatement du film, l'air est collecté dans un bourrelet torique de diamètre  $R$  et de largeur  $r$ . Cet objet cylindrique se déplace à la vitesse  $V$  dans l'eau. Il se développe autour de lui une couche limite dont l'épaisseur  $\delta$  est déterminée par un raisonnement "à la Blasius" :

$$\delta \sim \sqrt{\frac{\nu r}{V}} \quad (3.28)$$

où  $\nu$  est la viscosité cinématique de l'eau. La force de frottement par unité de longueur du tore est alors de la forme :

$$f \sim \eta \frac{V}{\delta} r \quad (3.29)$$

où  $\eta$  est la viscosité dynamique de l'eau. Cette friction est équilibré par la force de tension de surface, de l'ordre de  $2\gamma$  par unité de longueur. La combinaison des ces expressions conduit à la loi de vitesse suivante pour l'éclatement du film :

$$V \sim \left( \frac{\gamma}{\eta} \right)^{\frac{2}{3}} \nu^{\frac{1}{3}} r^{-\frac{1}{3}} \quad (3.30)$$

Pour un bourrelet d'air de rayon  $r = 1 \mu\text{m}$  en mouvement dans l'eau, on trouve  $V \sim 15 \text{ m.s}^{-1}$ . La vitesse dépend très faiblement du temps (comme  $t^{\frac{1}{7}}$ ) à travers le rayon du bourrelet.

## 3.5 Conclusion

Nous avons dans ce chapitre décrit un modèle simple permettant d'expliquer le temps de vie des antibulles. Au contraire des bulles de savon, ce temps est fini, car il n'existe pas de mécanisme de stabilisation du film d'air enrobant le globule liquide intérieur de l'antibulle. Ce film est drainé par gravité ce qui conduit à son amincissement au pôle sud de la coquille. Lorsqu'il est à point, c'est-à-dire qu'il a atteint une épaisseur de l'ordre de 100 nm, les forces de van der Waals entrent en jeu, déstabilisent le film, et conduisent à son éclatement. Le temps de vie des antibulles semble réduit par la présence de gouttières, qui permettent un drainage plus efficace du film d'air. L'instabilité conduisant à la formation de ces gouttières n'est cependant pas comprise pour le moment.

Une première description laisse penser que le processus d'éclatement résulte ici, comme dans le cas des bulles de savon, d'une compétition entre forces capillaires qui tendent à ouvrir le film et inertie du liquide qui limite la vitesse d'éclatement. Cependant, ce modèle tend à surestimer la vitesse d'ouverture de la coquille, laissant penser que la viscosité du liquide environnant pourrait jouer un rôle non négligeable.



# Chapitre 4

## Films englués

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>67</b>
<b>4.2</b>	<b>Fabrication de films en atmosphère visqueuse</b>	<b>69</b>
4.2.1	Films d'eau dans l'huile	69
4.2.2	Films d'air	69
4.2.3	Épaisseur des films créés	70
<b>4.3</b>	<b>Éclatement visqueux : résultats expérimentaux</b>	<b>72</b>
4.3.1	Vitesse d'ouverture constante	72
4.3.2	Variation de la vitesse d'éclatement	72
<b>4.4</b>	<b>Bourrelet de collection</b>	<b>75</b>
4.4.1	Largeur du bourrelet	76
4.4.2	Épaisseur du bourrelet	78
<b>4.5</b>	<b>Modèle du cylindre</b>	<b>79</b>
4.5.1	Un cylindre en translation	79
4.5.2	Comparaison avec l'expérience	81
4.5.3	Le cas de l'huile silicone 47 V 10000	81
<b>4.6</b>	<b>Pourquoi y a-t-il un bourrelet ?</b>	<b>83</b>
<b>4.7</b>	<b>Système voisin : démouillage d'un liquide sur un liquide</b>	<b>84</b>
<b>4.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>85</b>

---

### 4.1 Introduction

Comme nous l'avons dit dans le chapitre précédent, un film liquide suspendu est voué à éclater du fait de sa grande surface spécifique. Ceux qu'on observe seront donc métastables : un trou nucléé dans la lame s'ouvre, sous l'action de la tension superficielle, qui tire sur le bord du trou.

La dynamique de cette explosion a été étudiée en détail dans le cas des films de savon, par Taylor, Culick et Mysels dans les années 1960 [70, 22, 96]. La vitesse d'explosion d'un film de savon est très élevée (de l'ordre de la dizaine de mètres par seconde), ce qui a conduit à supposer (et vérifier) que la résistance à l'éclatement est d'origine inertielle.

Lorsqu'une bulle d'air remonte à la surface d'un bain d'huile silicone très visqueuse, il se forme un film liquide. Après drainage du film par gravité, la bulle crève. L'ouverture du film est alors beaucoup plus lente que celle de la bulle de savon, car elle est freinée par la dissipation visqueuse. Ce cas a été étudié récemment par Debrégeas [27] et Brenner [11].

Nous pouvons aussi envisager des cas où l'atmosphère externe joue un rôle dans la dynamique de l'explosion. Dans le cas des films de savon, Mysels [74] a montré que la présence d'une atmosphère gazeuse induisait des déviations de la vitesse d'éclatement par rapport à la loi de Taylor et Culick. Les frottements sur le bourrelet de démouillage du film sont d'autant plus importants que l'atmosphère est dense et visqueuse. Cet effet est très sensible pour les films les plus minces.

Si le contraste de viscosité est inversé, on s'attend à des effets de l'atmosphère beaucoup plus forts et de nature différente. L'éclatement du film d'air d'une antibulle est un exemple d'une telle situation. La figure 4.1 montre une antibulle centimétrique lors de son éclatement suite au drainage par gravité. Sous l'action des forces de van der Waals, on observe la nucléation spontanée de plusieurs trous,

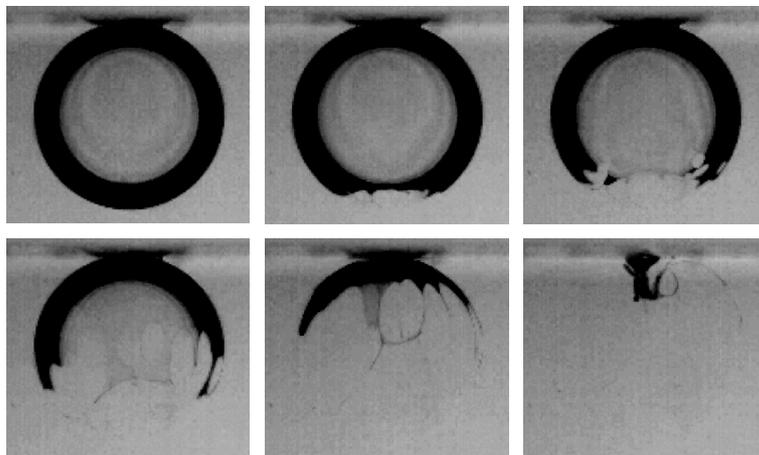


FIG. 4.1: Différents stades de l'éclatement d'une antibulle de taille centimétrique. On observe, sur les images intermédiaires, la nucléation spontanée de plusieurs trous. L'ensemble de la séquence dure 10 ms environ.

conduisant à la rétraction du film d'air. L'éclatement dure au total une dizaine de millisecondes. La vitesse est donc de l'ordre de  $1 \text{ m.s}^{-1}$ , inférieure à celle prévue par la loi de Taylor et Culick pour une lame d'eau dans l'air.

On rencontre aussi ce cas dans les émulsions d'eau dans l'huile, formées de gouttes d'eau séparées par des films d'huile, et stabilisées par des tensioactifs. Au cours du vieillissement de l'émulsion, ces

films éclatent. Ici, l'atmosphère peut être considérée comme visqueuse, dans le sens où les nombres de Reynolds en jeu sont faibles. Joanny et de Gennes [47] se sont intéressés sur le plan théorique à l'éclatement de tels films. Ils insistent en particulier sur le rôle des tensioactifs dans la dynamique d'ouverture des trous. Martin [68] a réalisé une série d'expériences de démouillage de films visqueux sur des substrats visqueux. Il constate qu'un trou s'ouvre à vitesse constante, et que cette vitesse varie comme l'inverse de la viscosité du substrat (ce qui est une preuve du caractère visqueux de la friction).

Dans ce chapitre, nous décrivons des expériences d'éclatement de films liquides dans des atmosphères visqueuses (air ou eau dans l'huile, air dans le glycérol). Nous proposons ensuite un modèle simple décrivant les vitesses d'ouverture de trous dans ces films.

## 4.2 Fabrication de films en atmosphère visqueuse

Les films fluides étudiés sont constitués d'eau ou d'air. Ces films baignent dans des atmosphères très visqueuses, constituées d'huiles silicone ou de mélanges eau-glycérol, suite à leur fabrication par différents procédés décrits ici.

### 4.2.1 Films d'eau dans l'huile

Pour fabriquer une lame d'eau dans de l'huile, nous disposons une solution d'eau savonneuse au fond d'un récipient. Le savon utilisé est un liquide vaisselle commercial (Paic Citron). Au-dessus, nous déposons une couche d'huile silicone moins dense, dont la viscosité est comprise entre 10 et 10000 mPa.s. Un cadre métallique trempé dans l'eau est tiré vers la phase huileuse supérieure à une vitesse de l'ordre de  $0,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Le cadre devient ainsi le support d'un film d'eau savonneuse baignant dans une atmosphère d'huile silicone. L'eau est colorée au bleu de méthylène pour améliorer le contraste entre les deux liquides. Une fois le film créé, soit il se brise spontanément, soit nous déclenchons son éclatement en le perçant à l'aide d'une pointe métallique.

### 4.2.2 Films d'air

Fabriquer une lame d'air n'est pas aussi simple. Il est toutefois possible de produire des lames d'air d'épaisseur micrométrique.

#### Rouleaux

Nous utilisons un rouleau de 5 cm de diamètre à moitié immergé dans un bain de liquide visqueux. Mis en rotation, ce cylindre entraîne autour de lui un film de liquide dont l'épaisseur est typiquement millimétrique (figure 4.2a). Ce liquide, entraîné d'un côté du cylindre, vient frapper le bain de l'autre côté du rouleau. Ce faisant, il déforme l'interface, qui devient pointue [50]. L'écoulement du fluide

supérieur (l'air dans notre cas) dans cette pointe tend à faire craquer l'interface. Alors, un film d'air est entraîné dans le liquide visqueux (figure 4.2b). L'épaisseur de cette lame est en général de l'ordre

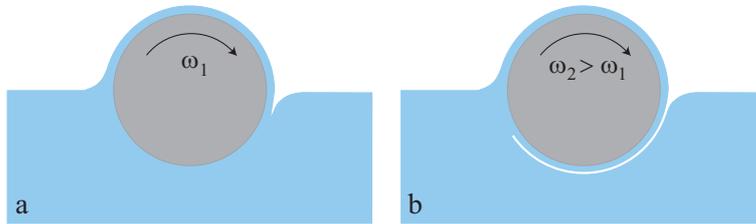


FIG. 4.2: Rouleau à moitié immergé dans un bain liquide (a). Si le rouleau tourne suffisamment vite, l'interface se fracture et un film d'air est entraîné (b).

de 10  $\mu\text{m}$ . Lorsqu'on arrête brusquement la rotation du rouleau, la lame d'air se rétracte, rendant possible l'observation de la dynamique du bord de lame.

### Méthode du pauvre

Nous utilisons un fil métallique horizontal, et nous le plongeons rapidement dans un bain de liquide visqueux. Là encore, les contraintes visqueuses induites dans le bain visqueux par le mouvement du fil permettent de crever l'interface. De l'air est entraîné dans le bain sous forme d'un film d'épaisseur micrométrique accroché au cadre (figure 4.3). Ces lames d'air se rétractent par



FIG. 4.3: Un fil de rayon 250  $\mu\text{m}$  est plongé dans un bain d'huile silicone de viscosité 500 mPa.s. La surface du bain est fracturée, et un film d'air est entraîné. Il est possible de suivre la rétraction du film sur les bords, ou dans les trous qui y apparaissent.

leurs bords. Il arrive aussi que des trous apparaissent spontanément dans le film. Nous observons la rétraction de ces diverses frontières.

### 4.2.3 Épaisseur des films créés

La caractéristique essentielle des films utilisés dans les expériences est bien sûr leur épaisseur. Expérimentalement, nous pouvons la déterminer en mesurant le volume des reliquats après éclatement. Nous pouvons aussi estimer l'épaisseur des films de savons, en considérant que leur formation

résulte d'une compétition entre forces visqueuses et capillaires. Les contraintes visqueuses tendent à entraîner le liquide constituant le film à l'intérieur d'un bain dont l'interface se déplace à une vitesse donnée. Cette interface, quant à elle, résiste à la déformation par les effets de tension de surface. Il s'agit là d'une situation très analogue à celle décrite par Landau et Levich [54] dans le problème d'un film entraîné par une plaque tirée hors d'un bain liquide. Dans cette configuration, Landau et Levich séparent le film en trois régions. L'une, loin du bain liquide, est le film déposé sur la plaque, d'épaisseur constante  $e$ . Loin de la plaque, la forme de l'interface liquide résulte d'un équilibre entre gravité et tension de surface. La taille caractéristique de cette région est donc la longueur capillaire. La zone intermédiaire, appelée ménisque dynamique, est le siège d'un équilibre viscosité-capillarité.

Frankel [75] propose une théorie analogue et permettant de décrire l'épaisseur d'un film de savon tiré hors d'un bain liquide. La loi d'échelle obtenue est la même que celle de Landau, dont seul le coefficient numérique diffère. Ces situations conduisent donc à la formation de films liquides dont les épaisseurs sont comparables.

Pour les films d'eau dans l'huile, les vitesses de tirage des cadres sont de l'ordre de quelques centimètres par seconde, et la tension interfaciale, mesurée par la méthode de la goutte pendante, est de l'ordre de  $5 \text{ mN.m}^{-1}$ . La viscosité de l'eau vaut  $1 \text{ mPa.s}$  environ. La différence de masse volumique  $\delta\rho$  entre l'eau et les huiles silicone est de l'ordre de  $50 \text{ kg.m}^{-3}$ . Nous en déduisons la longueur capillaire et le nombre capillaire en jeu :

$$\kappa^{-1} = \sqrt{\frac{\gamma}{\delta\rho g}} \sim 3 \text{ mm} \quad (4.1)$$

$$Ca = \frac{\eta V}{\gamma} \sim 10^{-2} \quad (4.2)$$

L'épaisseur d'un tel film, donnée par la loi de Landau-Levich, est donc de l'ordre de :

$$e \sim \kappa^{-1} Ca^{\frac{2}{3}} \sim 100 \text{ } \mu\text{m} \quad (4.3)$$

On attend que les films d'air soient nettement plus minces, à cause de la faible viscosité de l'air d'environ  $2.10^{-5} \text{ Pa.s}$ . La tension superficielle liquide-air est de l'ordre de  $50 \text{ mN.m}^{-1}$  et la différence des masses volumiques vaut  $1000 \text{ kg.m}^{-3}$ . Les vitesses en jeu sont de l'ordre d'un mètre par seconde. Dans ce cas la longueur capillaire et le nombre capillaire valent :

$$\kappa^{-1} \sim 2 \text{ mm} \quad (4.4)$$

$$Ca \sim 5.10^{-4} \quad (4.5)$$

L'épaisseur des films déduite de la loi 4.3 est alors proche de  $10 \text{ } \mu\text{m}$ , en accord avec les observations que nous avons pu faire en mesurant la taille des bulles après éclatement du film.

### 4.3 Éclatement visqueux : résultats expérimentaux

À l'aide d'une caméra rapide (jusqu'à 1000 images par seconde), nous avons suivi l'évolution de trous percés dans ces films. Nous observons que la dynamique de l'éclatement est fortement affectée par la présence d'une atmosphère visqueuse autour du film. Alors que l'explosion d'une bulle de savon dans l'air, ou de la coquille d'eau d'une méduse (chapitre 2), se fait à une vitesse de l'ordre de  $5 \text{ m.s}^{-1}$ , un film d'eau dans un environnement cent mille fois plus visqueux éclate mille fois moins vite, à typiquement quelques millimètres par seconde.

#### 4.3.1 Vitesse d'ouverture constante

La figure 4.4 montre l'évolution du rayon d'un trou dans un film d'eau savonneuse en fonction du temps. Ce film est immergé dans un bain d'huile silicone de viscosité  $\eta = 340 \text{ mPa.s}$ . On constate que l'ouverture du trou se fait à vitesse constante. Ce résultat contraste avec la loi observée pour l'ouverture d'un film de liquide visqueux, selon laquelle le rayon croît exponentiellement avec le temps [27, 26]. La vitesse d'éclatement, de l'ordre de  $9 \text{ mm.s}^{-1}$ , est comme on l'a déjà souligné très inférieure aux vitesses habituelles d'éclatement des films de savon usuels.

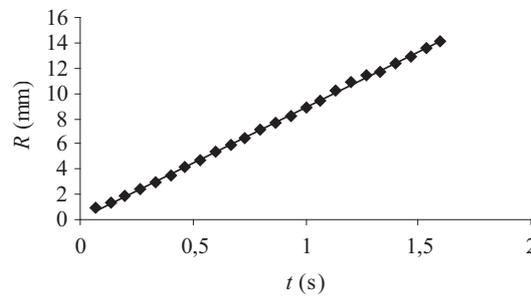


FIG. 4.4: Rayon d'un trou dans un film d'eau savonneuse en fonction du temps. L'atmosphère est constituée d'huile silicone de viscosité  $\eta = 340 \text{ mPa.s}$ . On observe que la vitesse d'ouverture du trou est constante, de l'ordre de  $9 \text{ mm.s}^{-1}$  dans ce cas.

#### 4.3.2 Variation de la vitesse d'éclatement

##### Viscosité

Comment joue le milieu extérieur sur la vitesse d'éclatement d'un film fluide? La figure 4.5 donne la vitesse d'ouverture de films d'eau ou d'air en fonction de la viscosité de l'huile dans laquelle ils baignent. On constate que la vitesse diminue sensiblement avec la viscosité du fluide

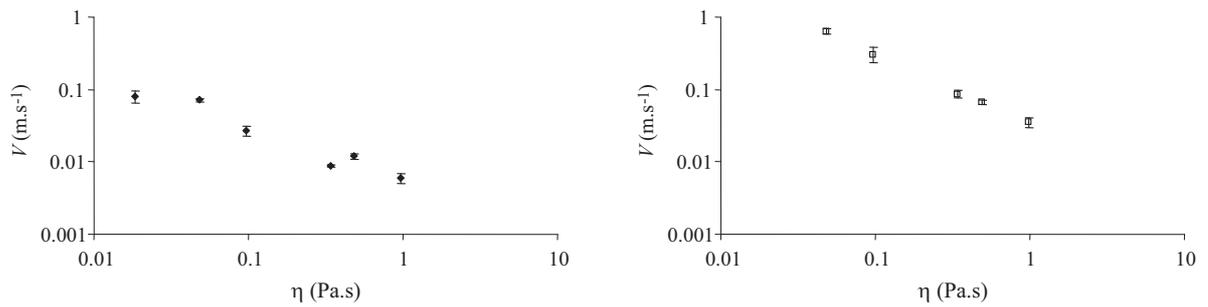


FIG. 4.5: Vitesse de rétraction de films fluides en fonction de la viscosité de l'environnement. À gauche : films d'eau savonneuse dans de l'huile silicone. À droite : films d'air dans de l'huile silicone.

ambiant. Le même effet est observé pour des lames d'air dans l'huile ou le glycérol. En coordonnées logarithmiques, on note que la pente observée est légèrement inférieure à 1 en valeur absolue.

En éclatant, le film induit des écoulements du liquide constituant l'atmosphère, et donc des pertes visqueuses. Lorsque nous augmentons la viscosité de l'atmosphère, la dissipation dans celle-ci augmente, ce qui diminue la vitesse d'éclatement des films. En faisant varier la viscosité de l'environnement de 20 à 1000 mPa.s, on constate que la vitesse d'éclatement diminue d'un facteur de l'ordre de 20, passant de  $10 \text{ cm.s}^{-1}$  à  $5 \text{ mm.s}^{-1}$ . Pour des viscosités de l'atmosphère comparables, les films d'air éclatent environ 10 fois plus rapidement, les vitesses étant alors comprises entre  $3,5$  et  $60 \text{ cm.s}^{-1}$ .

### Tension interfaciale

Les systèmes expérimentaux utilisés présentent des différences de tension interfaciale, entre le film et l'atmosphère. Le moteur de la rétraction des films varie donc d'un système à l'autre. La tension superficielle des huiles silicone est bien tabulée. Elle est presque constante, de l'ordre de  $21 \text{ mN.m}^{-1}$  pour les huiles que nous avons utilisées. La tension superficielle des solutions de glycérol a été mesurée au tensiomètre à anneau. Elle est également peu dépendante de la dilution des solutions, de l'ordre de  $60 \text{ mN.m}^{-1}$ . Les tensions interfaciale eau savonneuse-huile ont été mesurées par la méthode de la goutte pendante. Elles sont beaucoup plus faibles, de l'ordre de  $5 \text{ mN.m}^{-1}$ , mais à nouveau peu dépendantes de l'huile silicone utilisée. La force motrice de l'éclatement varie donc d'un facteur de l'ordre de 10 pour les systèmes que nous avons étudiés. En traçant pour différents systèmes la vitesse d'éclatement des films en fonction de la viscosité de l'atmosphère (figure 4.6), nous voyons que les vitesses d'éclatement sont plus élevées dans les cas où la tension interfaciale est grande.

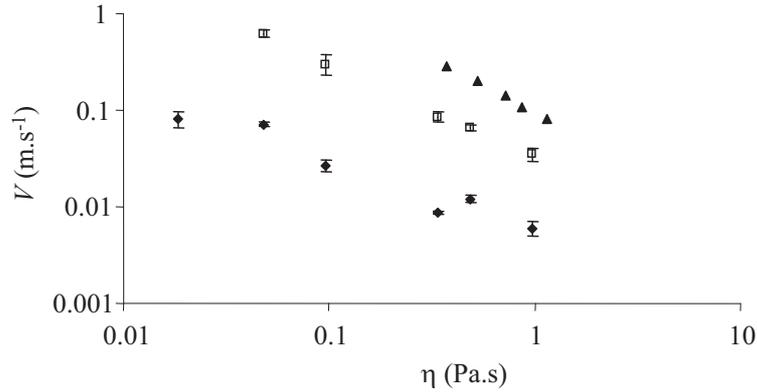


FIG. 4.6: Vitesses d'éclatement de films d'eau ou d'air dans des atmosphères visqueuses. Les vitesses d'éclatement sont plus élevées pour les systèmes de forte tension interfaciale. ♦ : eau savonneuse-huile ( $\gamma \simeq 5 \text{ mN.m}^{-1}$ ). □ : air-huile ( $\gamma \simeq 20 \text{ mN.m}^{-1}$ ). ▲ : air-glycérol ( $\gamma \simeq 65 \text{ mN.m}^{-1}$ ).

### Dépendance avec l'épaisseur des films

La variation de tension interfaciale ne permet cependant pas d'expliquer à elle seule les différences dans les vitesses d'éclatement. Les films les plus épais engendrent des déplacements plus importants dans l'atmosphère, et donc une friction plus forte. Les films les plus épais se rétractent donc plus lentement. Cet effet n'est pas facile à mesurer directement, pour plusieurs raisons. Tout d'abord, pour un système donné, l'épaisseur des films fabriqués est difficilement variable. Les lames de savon immergées dans l'huile silicone sont stables au moins pour quelque temps. Il paraît donc possible de les laisser drainer par gravité avant éclatement. Pour un film d'épaisseur  $e$ , de viscosité  $\eta_0$  et un contraste de densité  $\delta\rho$ , la vitesse de drainage est typiquement [75] :

$$v = \frac{\delta\rho g}{12\eta_0} e^2 \quad (4.6)$$

Pour un  $\delta\rho = 100 \text{ kg.m}^{-3}$  et un film d'eau ( $\eta_0 = 10^{-3} \text{ Pa.s}$ ), cette vitesse est de l'ordre de  $1 \text{ mm.s}^{-1}$ . Le temps de drainage sur la taille centimétrique des films est donc de l'ordre de la dizaine de secondes. De plus, ce temps dépend fortement de l'épaisseur du film (comme  $e^2$ ). Pour atteindre une épaisseur 10 fois plus fine, il faudra 100 fois plus de temps, une durée supérieure au temps de vie des films (l'éclatement spontané se fait généralement après quelques dizaines de secondes au mieux). Le drainage ne permet donc pas facilement de varier l'épaisseur des films.

Certains films ont toutefois tendance à devenir inhomogènes. Pour une raison que nous ne connaissons pas, des zones plus minces apparaissent. Il arrive alors qu'un trou nucléé dans une zone mince se rétracte jusqu'à balayer une région plus épaisse. Ceci nous permet alors d'évaluer l'influence de l'épaisseur des films sur leur vitesse d'éclatement. La figure 4.7 présente le résultat d'une telle expérience. En mesurant la taille typique du bourrelet lors de l'explosion, nous pouvons évaluer l'épaisseur des différentes régions du film qui sont balayées. Nous voyons ici qu'en passant

d'une région où l'épaisseur est de l'ordre de  $5\ \mu\text{m}$  à une autre où elle est environ 20 fois plus épaisse, la vitesse du trou diminue, mais cette diminution est modeste (20 % environ). Il existe donc bien une influence de l'épaisseur du film dans le processus d'éclatement, mais la dépendance de  $V$  avec  $e$  est faible.

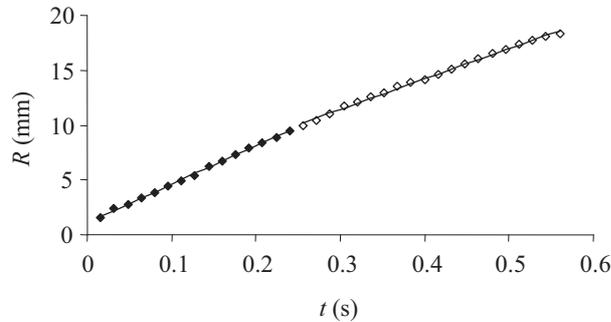


FIG. 4.7: Taille d'un trou s'ouvrant dans un film d'eau savonneuse immergé dans une atmosphère d'huile silicone de viscosité  $95\ \text{mPa}\cdot\text{s}$ , pour un film d'épaisseur inhomogène. L'éclatement commence dans une région mince (typiquement  $5\ \mu\text{m}$  d'épaisseur) et se termine dans une zone plus épaisse (environ  $100\ \mu\text{m}$ ). La vitesse passe de  $35$  à  $29\ \text{mm}\cdot\text{s}^{-1}$ , soit une diminution de 20 %.

## 4.4 Bourrelet de collection

En 1867, Dupré avait remarqué que lors de l'éclatement d'un film de savon dans l'air, la matière est collectée dans un bourrelet cylindrique, la partie du film non encore détruite n'étant pas affectée par l'ouverture du trou.

Dans les expériences d'éclatement de films d'eau savonneuse, nous avons coloré l'eau constituant le film avec du bleu de méthylène. Ceci permet que le contraste soit meilleur, mais c'est aussi un révélateur des inhomogénéités d'épaisseur du film. Sur les images, le bord des trous est cerné d'une auréole sombre. Ceci indique que l'épaisseur de liquide à cet endroit est supérieure à l'épaisseur initiale du film. L'eau du film est donc collectée dans un bourrelet lors de l'éclatement. Les écoulements sont probablement localisés près du bord du trou. La taille de ce bourrelet dépend de l'épaisseur des films considérés. Les films d'eau, dont l'épaisseur typique est  $100\ \mu\text{m}$ , donnent des bourrelets dont la taille est de l'ordre de quelques centaines de microns dans nos expériences. Les films d'air, plus minces, produisent également des bourrelets, dont le rayon est de l'ordre de  $100\ \mu\text{m}$ .

On voit là une nouvelle différence avec les expériences d'éclatement de films visqueux dans une atmosphère inviscide. Dans ce dernier cas, Debrégeas [27] et Brenner [11] montrent qu'il n'y a pas de surépaisseur en bord de trou. Le film se rétracte dans son ensemble.



FIG. 4.8: L'ouverture d'un trou dans un film d'eau colorée a été déclenchée par le pointe qu'on voit au centre de l'image. L'environnement est constitué d'huile silicone de viscosité 970 mPa.s. Le bord du trou est plus sombre, révélant la présence d'une surépaisseur d'eau. Le cadre métallique mesure 45 mm de large.

#### 4.4.1 Largeur du bourrelet

Nous pouvons évaluer la taille du bourrelet. Nous admettrons pour le moment que le bourrelet est un tore, de rayon  $R$ , et de largeur  $2r$ . Le volume du tore est donc égal à  $2\pi^2 r^2 R$ . Ce bourrelet est constitué par le liquide collecté dans le film d'épaisseur  $e$ , dont le volume est donc  $\pi R^2 e$ . Le rayon  $r$  du bourrelet torique vaut donc :

$$r = \sqrt{\frac{eR}{2\pi}} \quad (4.7)$$

On attend donc que le bourrelet grossisse lentement avec la taille du trou. Expérimentalement, nous vérifions que la largeur du bourrelet croît au cours de l'éclatement (figure 4.9). Sur les images, nous



FIG. 4.9: Ouverture d'un trou dans un film de savon trempé dans une atmosphère d'huile silicone 500 fois plus visqueuse que l'eau. La largeur du bourrelet (auréole sombre sur la photo) augmente pendant l'éclatement.

pouvons relever le niveau de gris sur une ligne traversant le bourrelet afin de se donner une idée du profil d'épaisseur (figure 4.10). Il est difficile d'être très précis. Nous pouvons seulement dire que le bourrelet n'est pas tout à fait cylindrique, du fait qu'il doit se raccorder d'un côté à un film plat. Nous pouvons mesurer la largeur du bourrelet lors de l'éclatement d'un film, et constatons qu'elle croît doucement au cours du temps (figure 4.11). Un ajustement de la courbe  $r(R)$  par une courbe

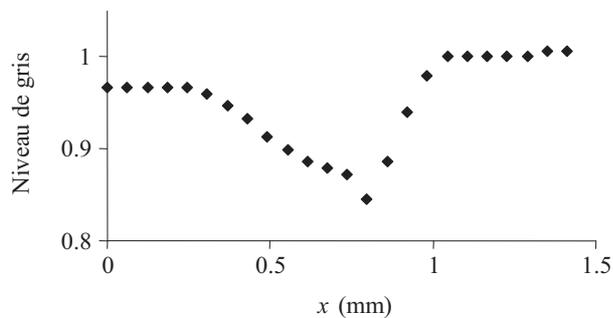


FIG. 4.10: Niveau de gris sur une ligne perpendiculaire au bourrelet. 1 correspond à une épaisseur de film nulle, 0 à une épaisseur infinie. La partie droite du graphique correspond à la région sans film, la gauche se raccorde au film. On voit que le profil du bourrelet n'est pas tout à fait symétrique.

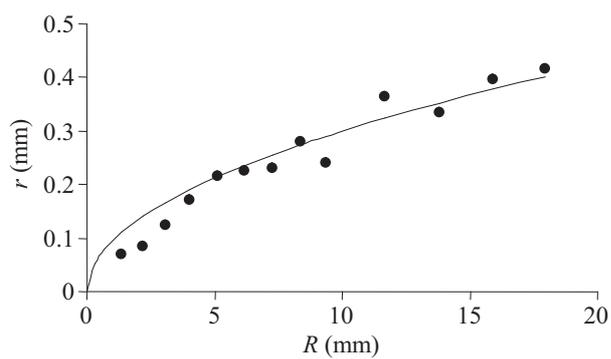


FIG. 4.11: Rayon  $r$  du bourrelet bordant un trou dans un film d'eau. L'atmosphère est de l'huile silicone de viscosité 480 mPa.s. La courbe en trait plein est un ajustement des données expérimentales de la forme  $\alpha R^{\frac{1}{2}}$

du type  $\alpha R^{\frac{1}{2}}$  donne  $\alpha \simeq 0,095 \text{ mm}^{\frac{1}{2}}$ , avec  $r$  et  $R$  exprimés en millimètres. Pour un film d'épaisseur initiale  $e = 100 \text{ }\mu\text{m}$ , la valeur attendue est  $\sqrt{e/2\pi} \sim 0,13 \text{ mm}^{\frac{1}{2}}$ . L'accord est donc bon avec ce modèle.

#### 4.4.2 Épaisseur du bourrelet

Dans la direction normale au film, l'épaisseur du bourrelet est difficile à mesurer. En relevant le niveau de gris minimal sur le bourrelet, nous voyons (figure 4.12) que l'image est de plus en plus sombre à l'endroit d'épaisseur maximale du bourrelet. Ceci nous indique qualitativement que le bourrelet grossit aussi dans la direction normale au film. La section du bourrelet n'est donc pas très éloignée d'un cercle.

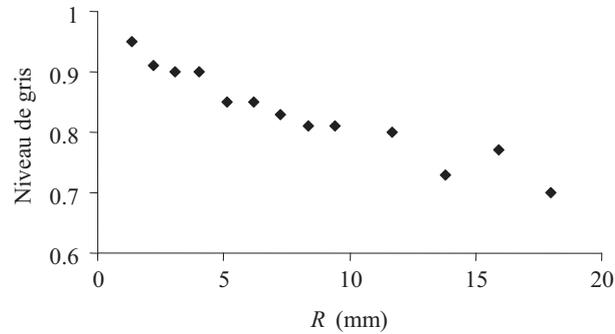


FIG. 4.12: Niveau de gris minimal relevé sur une image du bourrelet au cours de l'ouverture d'un trou dans un film. 1 correspond à une épaisseur nulle, 0 à une épaisseur infinie.

Nous pouvons essayer de convertir ce niveau de gris en épaisseur du bourrelet. L'intensité  $I$  de la lumière traversant un film absorbant d'épaisseur  $h$  est atténuée exponentiellement :

$$I = I_0 e^{-\frac{h}{\delta}} \quad (4.8)$$

où  $I_0$  est l'intensité avant traversée et  $\delta$  une distance caractéristique d'atténuation. Pour un faisceau faiblement atténué (ou une épaisseur de film faible), l'intensité lumineuse après traversée du film est de l'ordre de  $I_0(1 - h/\delta)$ . On peut donc avoir accès à l'épaisseur de liquide traversé :

$$\frac{h}{\delta} = 1 - \frac{I}{I_0} \quad (4.9)$$

$I/I_0$  représente le niveau de gris s'il est correctement normalisé. Nous avons tracé sur la figure 4.13 l'épaisseur maximale du bourrelet, comptée en épaisseurs de film  $e$ . Nous remarquons que cette épaisseur évolue de manière assez semblable à la largeur du bourrelet. Les données sont bien ajustées par la courbe d'équation  $h/e = 2,2R^{\frac{1}{2}}$ , avec  $R$  en millimètres. Pour un bourrelet torique de section circulaire, on attend  $h/e = 2r/e = \sqrt{2R/\pi e}$ . Pour un film de  $100 \text{ }\mu\text{m}$  d'épaisseur, on a

$\sqrt{2/\pi e} \simeq 2,5 \text{ mm}^{-\frac{1}{2}}$ , en bon accord avec les données expérimentales. Le bourrelet n'est donc pas très asymétrique, il n'est pas particulièrement allongé dans une direction.

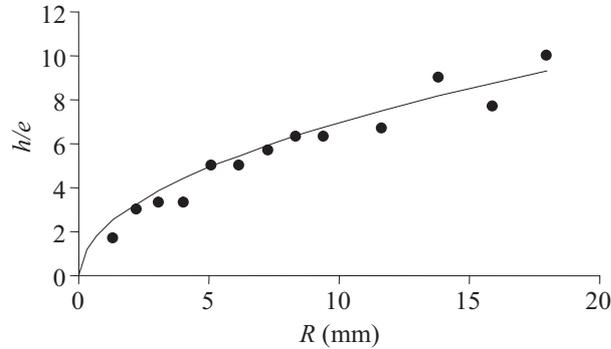


FIG. 4.13: Épaisseur du bourrelet normalisée par l'épaisseur du film, en fonction du rayon du trou dans le film. La ligne continue est un ajustement d'équation  $h/e = 2,2R^{\frac{1}{2}}$ .

## 4.5 Modèle du cylindre

### 4.5.1 Un cylindre en translation

Nous voulons ici proposer un modèle simple pour l'éclatement des films dans un environnement visqueux. Le moteur de l'ouverture d'un trou dans un film est la tension interfaciale  $\gamma$ . Nous avons montré que la résistance à l'éclatement est liée à la friction visqueuse dans un liquide de viscosité  $\eta$ . Une vitesse d'éclatement très naturelle est donc  $V^* = \gamma/\eta$ , vitesse visco-capillaire qu'on retrouve par exemple dans les situations de démouillage de films minces sur des substrats solides. Redon *et al.* [87] ont ainsi montré en 1991 que la vitesse de démouillage de film d'alcanes sur des surfaces modèles suit une loi du type :

$$V \sim V^* \theta_E^3 \quad (4.10)$$

où  $\theta_E$  est l'angle de contact d'équilibre du liquide sur la surface. Or une vitesse de l'ordre de  $\gamma/\eta$  ne convient pas pour décrire nos expériences. Nous avons en particulier montré que l'épaisseur des films a une influence (faible, mais indéniable) sur la vitesse d'éclatement.

Lorsqu'un trou s'ouvre dans le film, la tension de surface tire sur le bourrelet avec une force  $2\gamma$  par unité de longueur. Le facteur 2 souligne la présence de 2 interfaces. La résistance à l'éclatement est d'origine visqueuse. Les écoulements dans l'atmosphère entourant le film dissipent de l'énergie. Le film lui-même, de viscosité beaucoup plus faible (20 à 100000 fois moins que le milieu externe), ne contribue pas aux pertes. Les écoulements sont localisés autour du bourrelet qui collecte le liquide constituant le film. Nous assimilerons donc ce dernier à un cylindre se déplaçant perpendiculairement à son axe (figure 4.14).

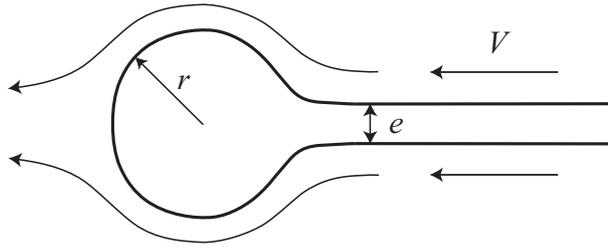


FIG. 4.14: Lors de l'ouverture d'un trou, un bourrelet cylindrique se forme. Dans le référentiel du bourrelet, l'écoulement de l'atmosphère engendre une traînée d'origine visqueuse.

À faible nombre de Reynolds, la force de traînée sur un cylindre est calculée dans l'approximation d'Oseen. Pour un cylindre de rayon  $r$  se déplaçant à vitesse  $V$  perpendiculairement à son axe dans un fluide de viscosité  $\eta$  et de masse volumique  $\rho$ , la force résistante par unité de longueur vaut [53, 55] :

$$f = \frac{4\pi\eta V}{\frac{1}{2} - c - \ln\left(\frac{\rho V r}{4\eta}\right)} = \frac{4\pi\eta V}{\ln\left(\frac{3,70\eta}{\rho V r}\right)} \quad (4.11)$$

où  $c \sim 0,577\dots$  est la constante d'Euler.

En égalant traînée et force motrice, on obtient :

$$V = \frac{\gamma}{2\pi\eta} \ln\left(\frac{3,70\eta}{\rho V r}\right) \quad (4.12)$$

Comme on l'attendait, la vitesse d'éclatement est bien normée par  $\gamma/\eta$ . Cependant, un facteur logarithmique corrige cette loi d'échelle très simple. Ceci permet d'expliquer plusieurs résultats. Tout d'abord, la vitesse d'éclatement décroît bien avec la viscosité de l'environnement extérieur. Mais cette chute (en  $\ln \eta/\eta$ ) est un peu plus faible que  $1/\eta$ , ce qui semble en accord avec les résultats expérimentaux (figure 4.15).

En outre, la loi 4.12 prévoit un effet de la géométrie du système. L'épaisseur du bourrelet (donc celle du film) rentre en jeu dans la loi d'éclatement, et modère la vitesse d'ouverture des trous. Cette dépendance est logarithmique, donc faible, ce qui est à nouveau en accord qualitatif avec l'expérience (figure 4.7). Nous avons vu que la taille du bourrelet augmente lentement au cours d'une expérience. Après collection d'un volume de liquide d'ordre  $R^2 e$ , le rayon du bourrelet est d'ordre  $\sqrt{eR}$ . La vitesse  $V$  d'ouverture d'un trou étant quasiment constante, le rayon  $r$  du bourrelet est de l'ordre de  $\sqrt{eVt}$ . L'équation 4.12 prédit donc une légère baisse de la vitesse d'éclatement des films au cours de la rétraction. Cette variation est cependant très faible (logarithmique, à nouveau), ce qui explique sans doute pourquoi on ne la voit pas en pratique.

Pour obtenir la loi de vitesse 4.12, nous avons utilisé la friction sur un cylindre solide. Or ici, le film est fluide. On pourrait donc attendre une différence dans le préfacteur de la loi d'éclatement. La traînée devrait être réduite par le glissement à l'interface entre les deux fluides. Dans le cas

d'une sphère de rayon  $R$  se déplaçant à vitesse  $V$  dans un liquide de viscosité  $\eta$ , la traînée passe de  $6\pi\eta RV$  pour une sphère rigide à  $4\pi\eta RV$  pour une bulle de gaz dans un liquide [39]. En présence de tensioactifs, cependant, les interfaces sont rigidifiées, ce qui rapproche du cas solide [107]. Pour les films d'air, la traînée devrait être réduite et la vitesse de rétraction un peu plus élevée, sans que cela modifie cependant les lois d'échelle proposées.

### 4.5.2 Comparaison avec l'expérience

Nous pouvons extraire de l'équation 4.12 les valeurs de la vitesse attendue pour les différentes expériences réalisées. Nous avons rassemblé ces résultats sur la figure 4.15, où nous comparons les résultats du modèle et des expériences. Nous avons tracé la vitesse d'ouverture des films pour les trois systèmes étudiés : films d'eau savonneuse et d'air dans l'huile silicone, et films d'air dans des mélanges eau-glycérol.

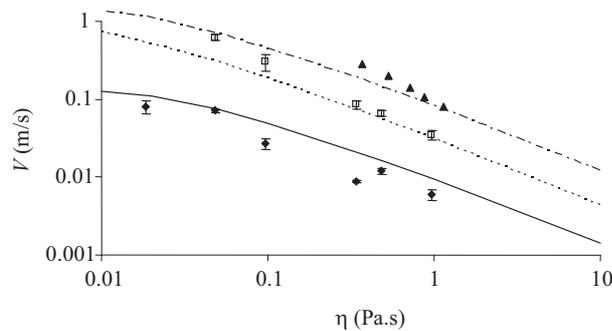


FIG. 4.15: Vitesses d'éclatement de films dans des atmosphères visqueuses.  $\eta$  est la viscosité de l'environnement. Les lignes sont les prédictions de l'équation 4.12. ◆ : films d'eau savonneuse dans l'huile silicone. □ : air dans l'huile silicone. ▲ : air dans un mélange eau-glycérol.

Lors de la résolution de l'équation 4.12, nous avons assimilé la taille  $r$  du bourrelet à l'épaisseur du film ( $r \simeq e$ ). Pour chaque série, nous avons gardé la taille du bourrelet et la tension interfaciale constantes. L'épaisseur  $e$  a été fixée à  $10 \mu\text{m}$  pour les films d'air, à  $100 \mu\text{m}$  pour les films d'eau savonneuse. Les tensions interfaciales ont été prises égales à  $7 \text{ mN.m}^{-1}$  pour les films d'eau dans l'huile,  $20 \text{ mN.m}^{-1}$  pour les films d'air dans l'huile, et  $60 \text{ mN.m}^{-1}$  pour les films d'air dans le glycérol. Malgré l'absence de paramètres ajustables, l'accord entre les données expérimentales et le modèle est bon.

### 4.5.3 Le cas de l'huile silicone 47 V 10000

Nous avons fait une série d'expériences d'éclatement de films d'air dans une huile silicone 10000 fois plus visqueuse que l'eau. La physionomie de l'éclatement est très différente de celle observée lors

d'expériences similaires conduites avec des huiles moins visqueuses. Le bord du film se déstabilise fortement, et laisse derrière lui de nombreuses petites bulles d'air (figure 4.16). Ceci est peut-être dû

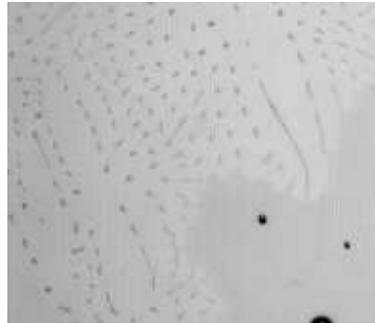


FIG. 4.16: Rétraction d'un film d'air dans un bain d'huile silicone 10000 fois plus visqueuse que l'eau. Le bord du film est irrégulier et laisse derrière lui de nombreuses petites bulles d'air. La barre noire mesure 2 mm.

à un effet non-Newtonien. En effet, cette huile est rhéofluidifiante, elle perd son caractère Newtonien pour des cisaillements de l'ordre de  $500 \text{ s}^{-1}$ . Si on tente de mesurer une vitesse de rétraction de ces fronts irréguliers, on trouve que celle-ci est de l'ordre de  $5 \text{ cm.s}^{-1}$  pour des films de  $3 \mu\text{m}$  d'épaisseur environ. Le gradient de vitesse typique  $V/e$  est donc de l'ordre de  $20000 \text{ s}^{-1}$ . Pour de tels cisaillements, la viscosité de cette huile silicone a chuté à moins de la moitié de sa valeur à cisaillement nul. Nous observons parfois l'ouverture d'un trou régulier (le bord du film est alors

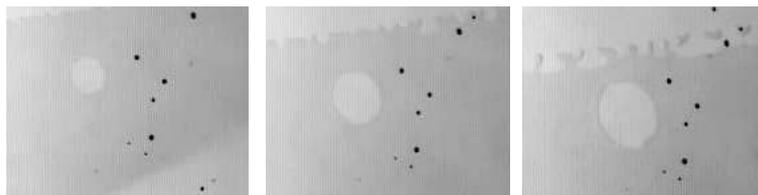


FIG. 4.17: On observe parfois l'ouverture d'un trou circulaire régulier dans un film d'air baignant dans une huile silicone 10000 fois plus visqueuse que l'eau. La barre noire représente 2 mm.

lisse, figure 4.17). L'ouverture est alors plus lente, de l'ordre de  $2 \text{ cm.s}^{-1}$ . Pour des films de  $3 \mu\text{m}$  d'épaisseur, cette vitesse correspond à des taux de cisaillement de l'ordre de  $\dot{\gamma} \sim 10000 \text{ s}^{-1}$ . Pour un tel cisaillement, la viscosité de l'huile 47 V 10000 est tabulée à environ  $3 \text{ Pa.s}$ . En extrapolant nos données expérimentales, une vitesse de rétraction de  $2 \text{ cm.s}^{-1}$  correspondrait à un film d'air dans un environnement de viscosité  $2 \text{ Pa.s}$ , ce qui réconcilie presque l'observation et le modèle, compte tenu de l'estimation grossière des taux de cisaillement en jeu.

## 4.6 Pourquoi y a-t-il un bourrelet ?

Brenner et Gueyffier [11] ont discuté l'existence d'un bourrelet dans l'éclatement d'un film visqueux suspendu dans l'air (ou dans une atmosphère inviscide). Dans ce cas, l'existence d'un bourrelet est déterminée par le nombre de Reynolds  $Re_b = \frac{U_0 L}{\nu}$  où  $U_0$  est la vitesse d'éclatement d'un film,  $L$  l'extension longitudinale du film, et  $\nu$  la viscosité cinématique du liquide constituant le film. Si ce nombre est petit devant 1, la longueur de Stokes  $\frac{\nu}{U_0}$  est grande devant l'extension  $L$  du film. L'information a donc le temps de se propager plus rapidement que le front d'ouverture du trou, et le film reste plat lors de l'éclatement. Dans le cas contraire ( $Re_b > 1$ ), l'information se propage moins vite que le front d'ouverture, et un bourrelet se forme.

Dans le cas que nous considérons, celui d'un film éclatant dans un liquide visqueux, nous pouvons reprendre la même analyse. La vitesse d'éclatement est de l'ordre de  $V^* = \frac{\gamma}{\eta}$  où  $\gamma$  est la tension interfaciale et  $\eta$  la viscosité de l'atmosphère.

Imaginons une perturbation du film sur une longueur  $\lambda$  impliquant des écoulements à vitesse  $V$ . La dissipation visqueuse, selon qu'elle se fait dans le film (de viscosité  $\eta_0$ ) ou en dehors (viscosité  $\eta$ ), pourrait prendre deux formes :

$$F \sim \eta_0 \frac{V}{e} \lambda L_t \quad (4.13)$$

ou

$$F \sim \eta \frac{V}{\lambda} \lambda L_t \quad (4.14)$$

$L_t$  est une longueur transverse du film, dont la forme est supposée invariante par translation selon cette direction. La force capillaire qui permet à cette perturbation de s'étaler est de l'ordre de :

$$\gamma \frac{e}{\lambda^2} e L_t \sim \gamma \frac{e^2}{\lambda^2} L_t \quad (4.15)$$

On tire ainsi deux vitesses typiques de propagation :

$$V \sim \frac{\gamma}{\eta_0} \frac{e^3}{\lambda^3} \quad (4.16)$$

$$V \sim \frac{\gamma}{\eta} \frac{e^2}{\lambda^2} \quad (4.17)$$

Il ne peut y avoir existence d'un bourrelet que si une perturbation de taille égale à la longueur  $L$  du film se propage à une vitesse inférieure à  $V^*$ , c'est-à-dire si :

$$\frac{V^*}{V} \sim \frac{\eta_0}{\eta} \frac{L^3}{e^3} > 1 \quad (4.18)$$

$$\frac{V^*}{V} \sim \frac{L^2}{e^2} > 1 \quad (4.19)$$

Dans nos expériences, ces critères sont toujours vérifiés. Pour un film d'air ( $\eta_0 = 2.10^{-5}$  Pa.s,  $e = 100$   $\mu\text{m}$  et  $L = 1$  cm) dans une atmosphère d'huile de viscosité  $\eta = 1$  Pa.s,  $\eta_0 L^3 / \eta e^3 \sim 20$  et  $L^2 / e^2 \sim 10^4$ . Il est donc normal que le liquide constituant nos films soit collecté par un bourrelet.

## 4.7 Système voisin : démouillage d'un liquide sur un liquide

Martin *et al.* [68] ont décrit le démouillage de films d'huile silicone déposés sur des bains d'huile fluorée très visqueuse. Un tel film est métastable s'il est plus mince que l'épaisseur  $e_0$  d'une flaque (millimétrique en pratique). Le moteur de l'ouverture d'un trou est alors le paramètre d'étalement, corrigé par un facteur dépendant de l'épaisseur du film et s'annulant pour  $e = e_0$ . Martin *et al.* [68] modélisent la résistance à l'éclatement par une force du type  $\eta V / \ln(L/l)$ , où  $\eta$  est la viscosité du bain d'huile fluorée,  $l$  est la longueur du bourrelet de démouillage (le bourrelet est aplati par la gravité dans cette expérience), et  $L$  est une longueur de coupure hydrodynamique, donnée par la plus petite taille caractéristique du système. Dans l'expérience de Martin, il s'agit de la profondeur du bain d'huile jouant le rôle de substrat [41].

Dans notre expérience, le bourrelet est approximativement cylindrique. La longueur  $l$  correspond donc au rayon  $r$  du bourrelet formé. Pour la longueur externe  $L$ , plusieurs candidats existent.

### Rayon du trou

Le rayon  $R$  du trou ouvert dans le film est une proposition possible [94]. Cette longueur varie au cours de l'expérience, ce qui devrait donc faire varier la vitesse d'éclatement des films. La vitesse d'ouverture du trou s'écrit alors :

$$V \sim \frac{\gamma}{\eta} \ln \frac{R}{r} \quad (4.20)$$

Pour un film d'épaisseur  $100$   $\mu\text{m}$ , on attend alors un doublement de la vitesse d'éclatement quand le rayon du trou passe de  $1$  à  $10$  mm. De telles variations ne sont pas observées dans nos expériences.

### Extension du bain

Nous pourrions penser que  $L$  est la taille du bain dans lequel le film trempe. C'est le cas dans les expériences de Martin, car les bains sont très visqueux ( $0,3$  à  $10$  Pa.s) et peu profonds ( $7$  mm). La viscosité de l'environnement dans notre expérience ne dépasse pas  $1$  Pa.s et la taille du bain est de l'ordre de quelques centimètres.

### Instationnarité

Les effets d'instationnarité ne sont pas à exclure. La région en écoulement autour du bourrelet peut croître en fonction du temps. Sa taille est faible au début de l'éclatement et s'étend avec le

temps comme  $\sqrt{\nu t}$  où  $\nu$  est la viscosité cinématique du milieu environnant. Le choix de cette longueur conduit à nouveau à des variations de la vitesse d'éclatement plus fortes que celles observées.

### Longueur de Stokes

Nous avons proposé pour longueur  $L$  dans notre cas la longueur de Stokes  $L_S = \eta/\rho V$ , longueur pour laquelle le nombre de Reynolds vaut 1. C'est sur cette distance que se fait l'essentiel de la dissipation visqueuse. Pour un environnement de viscosité 20 mPa.s, la vitesse d'éclatement d'un film d'eau est de l'ordre de  $0,1 \text{ m.s}^{-1}$ . On trouve alors  $L_S = 200 \text{ }\mu\text{m}$ , très inférieure à la taille caractéristique du système. Dans une atmosphère 1000 fois plus visqueuse que l'eau, cette taille est de l'ordre de la dizaine de centimètres. Pour les atmosphères encore plus visqueuses, le choix (fait par Martin *et al.*) de la taille du bain comme longueur de coupure s'impose devant celui de la longueur de Stokes.

## 4.8 Conclusion

Nous avons observé l'éclatement de films fluides plongés dans des atmosphères visqueuses. Les trous s'ouvrant dans les films sont bordés par un bourrelet collectant le liquide initialement contenu dans le film. Ce bourrelet, bien qu'il présente une légère asymétrie due au raccordement avec le film, est essentiellement cylindrique. Nous verrons au chapitre suivant comment il évolue au fur et à mesure de l'éclatement. Du fait de l'existence d'un grand nombre de cas, la condition même d'apparition d'un bourrelet n'est pas complètement élucidée. Elle semble liée au caractère localisé de l'écoulement : l'existence d'un bourrelet dans les expériences de Martin [68] et dans les nôtres contraste avec l'absence de surépaisseur en bord de trou, observée par Debrégeas [27] sur des films se rétractant dans leur ensemble. Nous avons présenté dans ce chapitre un modèle restreint, inspiré des propositions de Brenner et Gueyffier [11].

La force motrice de l'éclatement, comme pour tout film liquide, est la tension de surface. Le mouvement est modéré par la dissipation visqueuse dans l'environnement. La résistance est bien décrite par la friction visqueuse sur un cylindre (le bourrelet) en translation perpendiculairement à son axe.

Les films d'eau dans l'huile sont fabriqués en présence de tensioactifs. Notre analyse des expériences ne tient cependant pas compte de leur présence, leur seul rôle supposé étant d'autoriser la fabrication de ces films. Il serait intéressant d'explorer des systèmes dans lesquels la dynamique des molécules tensioactives est importante pour le processus d'éclatement. Une comparaison avec les résultats théoriques de Joanny et de Gennes [47] serait alors possible.



# Chapitre 5

## Instabilités du bourrelet

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>87</b>
<b>5.2</b>	<b>Description qualitative de l'instabilité</b>	<b>88</b>
<b>5.3</b>	<b>Amorce par Plateau-Rayleigh</b>	<b>90</b>
5.3.1	Caractéristiques de l'instabilité de Plateau-Rayleigh	90
5.3.2	Adaptation aux films en éclatement	91
5.3.3	Compromis	93
<b>5.4</b>	<b>La croissance des pointes</b>	<b>93</b>
5.4.1	Frottement de Stokes	93
5.4.2	Aspiration sélective	94
5.4.3	L'aspiration du bourrelet	94
5.4.4	Croissance des doigts	95
<b>5.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>97</b>

---

### 5.1 Introduction

En conduisant des expériences sur des gouttes d'huile immergées dans des mélanges d'eau et d'alcool, Joseph Plateau a montré qu'un objet fluide allongé (un cylindre, par exemple) est instable. Si la longueur du cylindre est plus grande que sa circonférence, il se brise en gouttelettes [81]. Rayleigh s'est plus tard intéressé à la dynamique de cette instabilité. Nous pouvons tous observer ce phénomène en ouvrant un robinet. Il en sort un filet d'eau, d'abord lisse, mais qui très rapidement se casse en petites gouttes.

Quand un film de savon éclate, le front de démouillage est bordé d'un bourrelet qui collecte le liquide constituant le film. Idéalement, cet objet est torique. Il est donc susceptible de se fragmenter, au même titre qu'un filet d'eau : de l'éclatement d'une bulle de savon ne résultent finalement que

quelques gouttelettes sphériques. Le cas des films de savon trempés dans un bain visqueux ne fait pas exception. Le bourrelet qui se forme lors de l'éclatement ne reste pas lisse. Il présente des modulations d'épaisseur dont nous allons voir qu'elles prennent des formes originales. Nous tenterons de rapprocher ces formes de phénomènes déjà connus par ailleurs.

## 5.2 Description qualitative de l'instabilité

Lors de l'éclatement d'un film fluide dans une atmosphère visqueuse, nous avons observé que l'ouverture du film s'accompagne de la formation d'un bourrelet approximativement cylindrique (chapitre 4). Le plus souvent, ce dernier n'est pas stable. Sa section n'est pas homogène, des modulations apparaissent (figure 5.1). Il apparaît même des sortes de dents, pointues, tout autour du trou qui s'ouvre. Dans certains cas, l'instabilité est plus marquée. Les pointes s'allongent, puis de

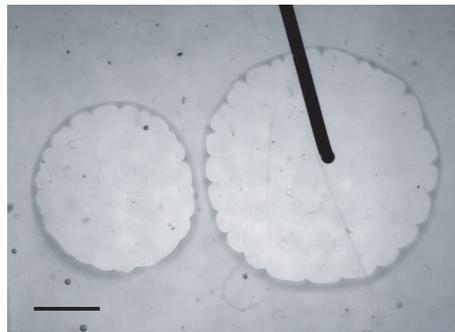


FIG. 5.1: Des modulations d'épaisseur du bourrelet apparaissent lors de l'éclatement d'un film d'eau savonneuse dans une atmosphère d'huile silicone 100 fois plus visqueuse que l'eau. La barre d'échelle noire fait 5 mm.

véritables filaments se forment en bord de trou. À leur tour, ces filaments se brisent, et une partie du fluide constituant le bourrelet est alors dispersée dans le liquide environnant, comme on le voit sur la figure 5.2.

Les pointes de la figure 5.2 ont été observées aussi bien dans le système eau savonneuse-huile silicone que sur des films d'air. Les filaments sont peu visibles sur les films d'air. De plus, avec les films d'eau savonneuse, ils apparaissent principalement dans les environnements les moins visqueux (en-dessous de 100 mPa.s). Les résultats qui suivent sont extraits d'expériences effectuées sur les films d'eau dans l'huile, mieux contrôlées.

En comptant le nombre de pointes qui apparaissent sur le pourtour du trou, nous pouvons mesurer la longueur d'onde  $\lambda$  sélectionnée par l'instabilité. La figure 5.3 montre cette distance en fonction du rayon du trou. Nous observons que  $\lambda$  augmente assez fortement au cours de l'éclatement. Typiquement, dans nos expériences, nous observons une vingtaine de dents sur la circonférence d'un trou de quelques centimètres. En essayant de faire un ajustement de telles courbes par des lois de

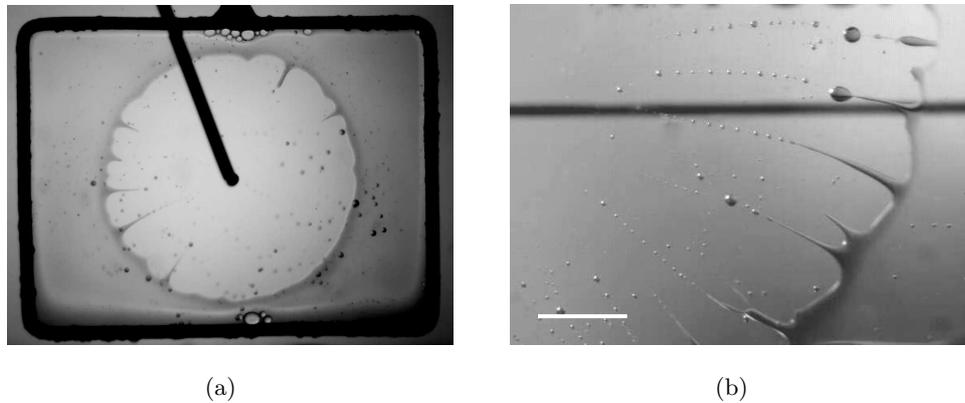


FIG. 5.2: (a) Ouverture d'un trou dans un film d'eau savonneuse baignant dans une huile silicone 20 fois plus visqueuse que l'eau. Les pointes formées autour du bourrelet deviennent parfois des filaments. Le cadre mesure 3 cm de large. (b) Une partie du liquide constituant le film est alors entraînée dans l'atmosphère visqueuse (ici, une huile de viscosité 100 mPa.s). La barre blanche indique 5 mm.

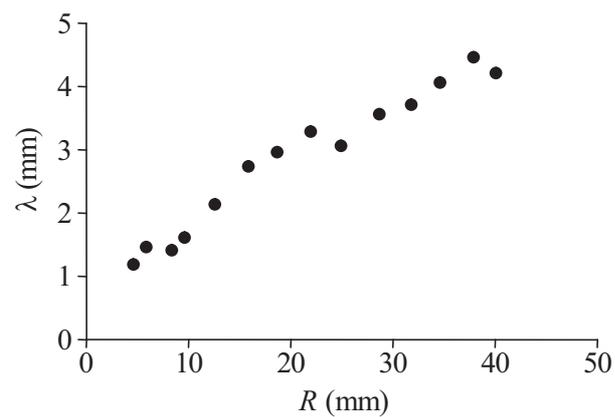


FIG. 5.3: Longueur d'onde de l'instabilité en fonction du rayon du trou dans un film d'eau. L'atmosphère est constituée d'huile silicone de viscosité 100 mPa.s.

puissances ( $\lambda \sim R^\alpha$ ), nous trouvons  $\alpha = 0,7 \pm 0,2$ . Il est difficile d'être plus précis sur ce point.

Nous avons indiqué plus haut qu'il est malaisé de fabriquer des films d'épaisseurs variées. Cependant, en laissant un film drainer par gravité après sa formation, il est possible de l'amincir un peu. Le temps typique de drainage par gravité sur une hauteur  $h$  est de l'ordre de  $\tau \sim \eta_0 h / \delta \rho g e^2$  où  $\delta \rho \sim 50 \text{ kg.m}^{-3}$  est le contraste de densité entre l'eau et l'huile silicone,  $\eta_0 = 1 \text{ mPa.s}$  est la viscosité de l'eau et  $h \sim 1 \text{ cm}$  est la taille du film. En quelques secondes, un film peut voir son épaisseur varier significativement si celle-ci est supérieure à :

$$e^* \sim \sqrt{\frac{\eta_0 h}{\delta \rho g \tau}} \sim 10^{-4} \text{ m} \quad (5.1)$$

Les films produits sont justement dans cette gamme d'épaisseur. En quelques secondes, l'épaisseur de nos films diminue donc un peu. Avec cette méthode, nous avons pu remarquer que la longueur d'onde mesurée tend à être plus élevée pour des films plus épais (figure 5.4).

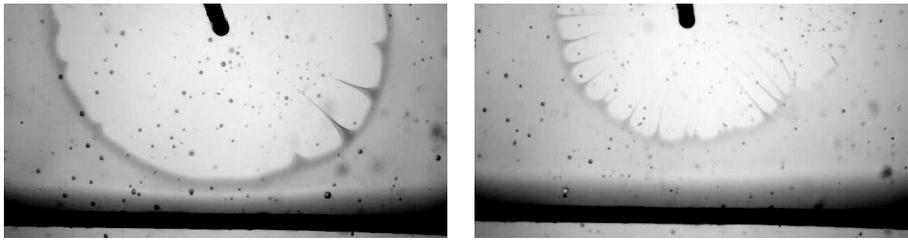


FIG. 5.4: Éclatement de films d'eau savonneuse dans une atmosphère d'huile silicone 20 fois plus visqueuse que l'eau. À gauche, le film a vieilli 60 secondes après sa formation. À droite, il a drainé pendant 120 secondes. La longueur d'onde de l'instabilité est sensiblement plus petite dans ce dernier cas (en moyenne 1,6 mm au lieu de 2,5 pour un trou de 8 mm de rayon). Le diamètre de la tige métallique constituant le cadre, visible en bas des photos, mesure 1 mm.

## 5.3 Amorce par Plateau-Rayleigh

Le bourrelet situé au bord d'un film en rétraction est approximativement cylindrique, comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent. De ce fait, il est sujet à l'instabilité de Plateau-Rayleigh. Des modulations de l'épaisseur du bourrelet permettent de réduire l'aire des interfaces dans le système. L'amorce de l'instabilité est donc probablement liée à un mécanisme dont le moteur est la tension interfaciale.

### 5.3.1 Caractéristiques de l'instabilité de Plateau-Rayleigh

Un cylindre fluide de rayon initial  $r$  est instable vis-à-vis de toutes les perturbations axi-symétriques de longueur d'onde supérieure à  $2\pi r$ . Ce résultat est dû à Plateau [81]. Rayleigh a

montré par la suite que la taille des gouttes issues de la déstabilisation est déterminée par la cinétique de l'instabilité. La distance entre gouttes est liée à la longueur d'onde dont le taux de croissance est le plus élevé. La dépendance du taux de croissance avec la longueur d'onde dépend des caractéristiques dynamiques de l'instabilité, donc de l'environnement dans lequel est plongé le filament liquide.

Pour un filament peu visqueux qui se trouve dans l'air (filet d'eau issu du robinet), l'inertie domine. Dans ce cas, Rayleigh montre que la longueur d'onde qui se développe le plus rapidement vaut  $1,44 \times 2\pi r$ . Dans le cas d'un film mince déposé sur une fibre, le frottement visqueux contre le cœur solide du cylindre domine l'inertie. L'instabilité est la plus rapide pour la longueur d'onde égale à  $2\pi\sqrt{2}r \simeq 1,41 \times 2\pi r$ , où  $r$  est le rayon extérieur initial du manchon liquide [24].

Pour un cylindre liquide placé dans le vide, si l'inertie est négligable, Tomotika [101] a montré que le temps de croissance de l'instabilité décroît strictement quand la longueur d'onde augmente, si bien qu'il est minimal pour une longueur d'onde infinie. Un tel cylindre a donc tendance à se casser en un petit nombre de points très espacés. Le même résultat est valable pour un cylindre vide dans un bain de viscosité finie [101]. Dans le cas où le rapport des viscosités est fini, la longueur d'onde la plus instable est proportionnelle au rayon initial du cylindre. Pour un rapport de viscosités  $\eta_0/\eta$  compris entre 0,001 et 100, la longueur d'onde la plus instable est comprise entre  $1,71 \times 2\pi r$  et  $4,11 \times 2\pi r$  (ici,  $\eta_0$  est la viscosité du milieu constituant le film,  $\eta$  est la viscosité de l'environnement). Ainsi, même pour une grande variation du contraste de viscosité, la longueur d'onde la plus instable reste de l'ordre de quelques fois la circonférence du cylindre.

Dans les situations qui nous intéressent (film d'eau dans l'huile), le rapport  $\eta_0/\eta$  est compris entre 0,001 et 0,05. Nous attendons donc que la longueur d'onde de la déstabilisation soit de l'ordre  $\alpha 2\pi r$ , avec  $\alpha \simeq 2$ . Pour  $r = 100 \mu\text{m}$ , ceci donne une longueur d'onde millimétrique, de l'ordre de grandeur de celles observées dans les expériences. Par ailleurs, comme montré par la figure 5.4, les films les plus fins se déstabilisent avec une longueur d'onde plus courte, en accord avec le fait que la longueur d'onde sélectionnée par l'instabilité augmente avec la taille initiale du bourrelet.

On s'attend à ce que la dynamique de l'instabilité soit contrôlée par la viscosité du milieu extérieur. Le temps caractéristique de croissance de l'instabilité sera ainsi de l'ordre de  $\tau \sim \eta r/\gamma$ . Pour une huile 100 fois plus visqueuse que l'eau, on trouve  $\tau \sim 0,1 \times 10^{-4}/5 \cdot 10^{-3} \sim 2 \cdot 10^{-3}$  s. Ceci rejoint l'observation selon laquelle la déstabilisation est quasi-immédiate à l'échelle à laquelle nous filmons les éclatements : lorsqu'un trou est ouvert, il montre presque immédiatement un bord dentelé.

### 5.3.2 Adaptation aux films en éclatement

Le système qui nous intéresse est plus compliqué, car il n'est pas initialement statique. En effet, le bourrelet, lors de l'éclatement, collecte de la matière dans le film en éclatement, et tend donc

à grossir. Nous avons montré au chapitre précédent que le rayon du bourrelet est bien décrit par une loi en racine carrée du temps. La longueur d'onde la plus instable et le temps caractéristique de croissance de l'instabilité augmentent donc au cours même de l'expérience. Nous proposons ici quelques idées pour comprendre l'évolution de la longueur d'onde de l'instabilité, telle qu'on peut la voir sur la figure 5.3.

### Quasi-statique

Si la déstabilisation est plus rapide que l'évolution du rayon  $r$  du bourrelet, on peut s'attendre, à tout instant, à observer la longueur d'onde correspondant à la taille du bourrelet. Dans ce cas, la distance moyenne entre les dents devrait évoluer proportionnellement au rayon du bourrelet, soit :

$$\lambda \sim \sqrt{t} \quad (5.2)$$

### Figé

Il pourrait aussi arriver que le nombre de dents soit fixé dès le début du processus d'éclatement, et qu'il n'évolue ensuite plus. Alors, le rayon du trou augmentant, la distance entre les dents, c'est-à-dire  $\lambda$ , augmente aussi. On attend dans ce cas que  $\lambda$  soit proportionnel au temps.

### Poussée d'une nouvelle dent

Lors de l'ouverture du trou, la distance entre deux pointes consécutives ne cesse de grandir. Entre elles, il apparaît donc une portion cylindrique dont la longueur augmente rapidement (linéairement avec le temps). Lorsque cette nouvelle portion est suffisamment longue par rapport à son diamètre, elle peut elle-même subir une déstabilisation. Une nouvelle pointe peut ainsi pousser. Ce mécanisme limite l'augmentation de la distance entre les pointes. Si il est suffisamment rapide, il tendra à faire diminuer  $\lambda$ . Trop lent, il autorisera l'augmentation de la distance entre les dents.

### Les dents cannibales

À l'inverse, deux pointes voisines parfois se rejoignent pour donner naissance à une dent unique. Il existe donc une interaction attractive entre pointes : les dents se mangent les unes les autres. On peut comprendre ceci de la manière suivante : la région située entre deux pointes est en dépression (de Laplace), ce qui tend à rapprocher les pointes jusqu'à les faire fusionner (figure 5.5) et conduit à augmenter la distance entre les dents. Ceci s'apparente à un effet visible au petit déjeuner : dans un bol, les céréales qui flottent s'agrègent pour former des paquets [103]. Les ménisques liquides qui se forment autour des céréales ont tendance à s'attirer afin de réduire la surface liquide-air dans le système.

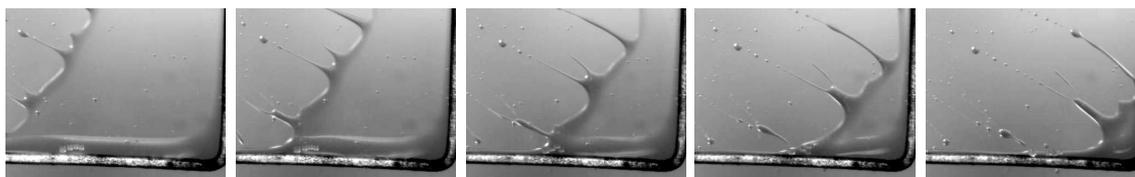


FIG. 5.5: Les dents qui apparaissent sur le bourrelet d'un film en rétraction interagissent. Ici, on voit deux pointes fusionner. La tige métallique constituant le cadre fait 1 mm de diamètre. Les images sont séparées de 30 ms.

### 5.3.3 Compromis

L'observation montre que la longueur d'onde observée augmente avec le temps (ou, de la même façon, avec le rayon  $R$  du trou), comme  $t^\alpha$  avec  $\alpha = 0,7 \pm 0,2$  (figure 5.3). Le nombre de dents autour d'un trou augmente donc lentement (comme  $t^{0,3}$ ) : au cours du temps, en moyenne, il apparaît plus de dents qu'il n'en disparaît.

Une explication serait la suivante : un premier mécanisme pourrait conduire à la formation de dents. Dès lors que ce motif existe, la distance entre deux pointes n'est a priori pas suffisante pour permettre la poussée d'une nouvelle dent. Lorsque la distance entre deux dents dépasse à nouveau  $2\pi r$ , des longueurs d'onde instables sont susceptibles de se développer. Toutefois, les temps associés sont élevés, et les nouvelles pointes se développent lentement. Le nombre de dents sur un tour est donc intermédiaire entre le nombre initial de dents et le nombre qu'on pourrait former en déstabilisant un bourrelet initialement lisse ayant le rayon courant. Par ailleurs, le temps de croissance de l'instabilité augmente avec le rayon du bourrelet, donc avec le temps. Ainsi, au cours de l'éclatement, il faut de plus en plus de temps pour former de nouvelles dents. Il est donc naturel que le nombre de dents augmente de moins en moins rapidement. Enfin, le mécanisme conduisant à la fusion de deux pointes voisines est peu fréquent, et n'agit pas de manière significative.

Pour ces raisons, il est naturel d'observer une croissance de la distance entre les dents avec le temps avec une puissance comprise entre 0,5 (comme le prévoit une analyse quasi-statique) et 1 (correspondant à un nombre fixé de pointes).

## 5.4 La croissance des pointes

### 5.4.1 Frottement de Stokes

Une fois que des anévrismes se sont formés le long du bourrelet, on observe que les surépaisseurs tendent à rester en arrière. Le bourrelet ressemble à une chaîne de billes. La force de frottement sur un objet de taille  $R$  progressant à vitesse  $V$  dans un liquide de viscosité  $\eta$  est de la forme  $\eta VR$  à petit nombre de Reynolds. Les plus gros objets subissent donc une friction plus importante. La force

motrice par unité de longueur du bourrelet, elle, reste inchangée et vaut  $2\gamma$  par unité de longueur. Les régions épaisses du bourrelet sont donc ralenties par rapport au front principal de l'éclatement, ce qui conduit à la croissance de régions filamentaires.

### 5.4.2 Aspiration sélective

Si on essaye de retirer la graisse d'un bol de sauce de volaille, il est en général difficile de ne pas verser la "bonne" partie de la sauce avec. La graisse emmène le fond avec elle. De la même façon, il est délicat d'aspirer avec une pipette de l'huile qui repose au-dessus d'un bain d'eau. C'est l'expérience qu'ont réalisée Cohen et Nagel [18] à Chicago au début des années 2000. Si l'aspiration est suffisamment forte, l'interface eau-huile se déforme, devient pointue, et peut même céder. Un mince filament d'eau est alors entraîné avec l'huile dans la pipette (figure 5.6).

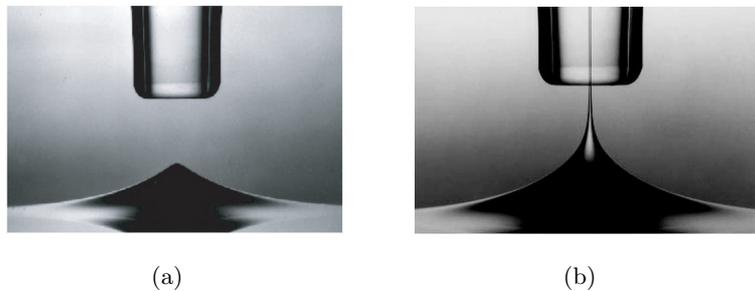


FIG. 5.6: L'expérience d'entraînement sélectif. Une pipette de diamètre 1,6 mm aspire la phase supérieure, une huile de viscosité de l'ordre de 200 mPa.s. L'interface avec la phase inférieure (de l'eau) se déforme. (a) Le débit d'aspiration est relativement faible. Une pointe se forme à l'interface. (b) À plus fort débit d'aspiration, la pointe craque, et un filament d'eau est entraîné dans la pipette. (Photos : I. Cohen et S. R. Nagel [16, 17]).

Le seuil d'entraînement de la phase aqueuse dans l'huile est déterminé par une compétition entre les forces capillaires, qui maintiennent l'interface, et la friction visqueuse, qui tend à la déformer. L'importance relative de ces deux forces est déterminée par le nombre capillaire  $Ca = \eta V / \gamma$ , où  $\eta$  est la viscosité de l'huile,  $V$  la vitesse typique de l'écoulement, et  $\gamma$  la tension interfaciale. On attend donc que l'interface cède lorsque  $Ca$  atteint une valeur critique d'ordre unité. Courrech et Eggers [30] montrent expérimentalement que la courbure de l'interface diverge pour une valeur critique du nombre capillaire.

### 5.4.3 L'aspiration du bourrelet

Lors de l'éclatement d'un film dans un bain visqueux, le bourrelet liquide qui se forme voit se déplacer autour de lui une atmosphère visqueuse (figure 5.7).

Cet écoulement crée une contrainte visqueuse sur le bourrelet, ce qui est susceptible de le

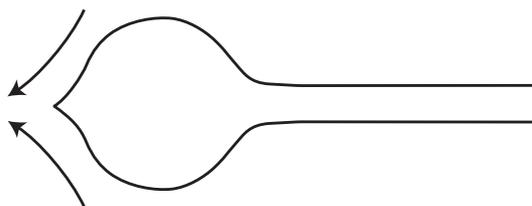


FIG. 5.7: Lors de la rétraction du film, le bourrelet voit derrière lui un écoulement convergent similaire à celui de l'entraînement sélectif. Celui-ci est susceptible d'engendrer des pointes sur l'interface.

déformer. Les modulations d'épaisseur du bourrelet donnent naissance à des régions plus épaisses (des sortes de boules). En aval de l'écoulement, autour de ces boules, on retrouve un écoulement convergent très similaire à celui de l'entraînement sélectif. Les conséquences sont donc aussi semblables : des pointes liquides se forment souvent sur le bourrelet. Comme dans l'expérience d'entraînement sélectif, si l'aspiration est assez forte, ces pointes peuvent émettre des filaments. C'est bien ce qu'on observe dans le cas des atmosphères les moins visqueuses, pour lesquelles les vitesses d'éclatement sont suffisamment importantes : les dents donnent alors naissance à des filaments.

Nous pouvons réécrire la loi d'éclatement des films dérivée dans le chapitre précédent et faire apparaître le nombre capillaire  $Ca = \eta V / \gamma$  :

$$Ca = \frac{1}{2\pi} \ln \left( \frac{3,70\eta}{\rho V r} \right) \quad (5.3)$$

Dans nos expériences, le facteur logarithmique est typiquement compris entre 2 et 10 et le nombre capillaire est donc d'ordre 1, valeur à laquelle on attend que l'interface cède. La formation de pointes et leur déstabilisation serait donc un genre d'entraînement sélectif.

#### 5.4.4 Croissance des doigts

Nous avons essayé de tirer des expériences quelques informations sur la dynamique de croissance des pointes. Lorsque c'était possible, nous avons mesuré la longueur d'un filament en fonction du temps. La figure 5.8 montre l'évolution typique d'un filament. On distingue essentiellement trois phases. Au début, la croissance est de plus en plus rapide. Cette phase correspond à la transformation de la dent en filament. La géométrie n'est pas très bien définie, ce qui rend l'analyse difficile. On peut cependant comprendre qu'au fur et à mesure de la transformation de la dent en filament, l'objet présente une surface de plus en plus élevée. L'aire sur laquelle se fait le frottement du liquide extérieur permet donc d'augmenter la force de friction au fur et à mesure de l'évolution. Ceci explique pourquoi la croissance se fait de plus en plus vite.

Dans un deuxième temps, la longueur du filament est linéaire en temps. On trouve sur l'exemple de la figure 5.8 une vitesse de croissance de  $25 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ , inférieure, donc, à la vitesse d'éclatement

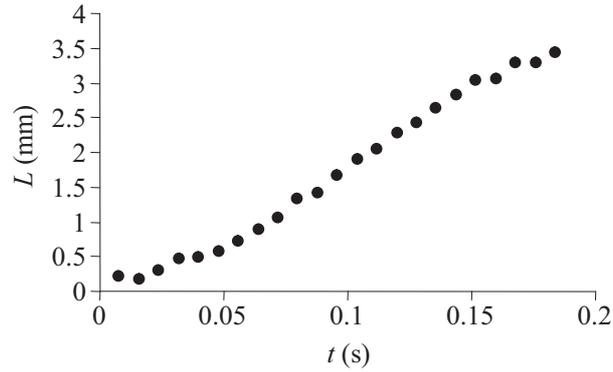


FIG. 5.8: Évolution de la longueur d'un filament d'eau au bord d'un trou dans un film d'eau savonneuse. L'environnement est une huile silicone 20 fois plus visqueuse que l'eau. La vitesse de croissance de la pointe est dans ce cas d'environ  $25 \text{ mm.s}^{-1}$  à comparer aux  $50 \text{ mm.s}^{-1}$  de la vitesse d'ouverture du film.

qui vaut alors  $50 \text{ mm.s}^{-1}$ . Le filament n'est donc pas étiré à la vitesse d'éclatement du film. Or, comme il présente une grande surface, il est probablement presque tout de suite immobilisé, englué dans l'atmosphère. À son extrémité toutefois, une surpression existe du fait de la forte courbure de la pointe. Le filament se rétracte donc. On peut ici faire un raisonnement analogue à celui qui donne la vitesse d'ouverture des films. La force qui tire sur un filament de rayon  $r$ , pour le rétracter, vaut  $2\pi\gamma r$ . En assimilant le bout du filament à une sphère de rayon  $r$ , la friction visqueuse s'opposant à la rétraction est donnée par la loi de Stokes :  $F_s = 6\pi\eta rV$ . La vitesse de rétraction déduite de l'équilibre entre ces deux forces s'écrit  $V = \frac{\gamma}{3\eta}$ . Dans le cas de l'huile silicone de viscosité  $20 \text{ mPa.s}$ , cette vitesse est de l'ordre de  $0,13 \text{ m.s}^{-1}$ , soit les deux tiers de la vitesse d'éclatement des films. Un point important est que les vitesses d'extraction et de rétraction sont toutes deux constantes, si bien que la vitesse de croissance des filaments l'est aussi. Il est donc normal d'observer une phase de croissance linéaire en temps. De plus, on attend que la vitesse de croissance soit une fraction (typiquement un tiers pour une atmosphère d'huile silicone 20 fois plus visqueuse que l'eau) de la vitesse d'ouverture des films, ce qui est bien le cas.

Enfin, la longueur d'une pointe finit par saturer. Nous observons difficilement ce phénomène du fait de l'échelle un peu insuffisante de nos expériences. La géométrie cylindrique des filaments les rend instables par le mécanisme de Plateau-Rayleigh. On observe donc assez rapidement que l'extrémité d'une pointe se casse en gouttelettes (par exemple sur la figure 5.2(b)). Ce mécanisme tend à raccourcir les pointes, et à faire saturer leur longueur. Dans le cas décrit par la figure 5.8, la saturation se fait sentir vers quelques millimètres. Dans l'expérience de Cohen et Nagel, les filaments ne se déstabilisent pas, comme si les écoulements bloquaient l'instabilité. Tomotika [100] montre en effet que la stabilité d'un filament cylindrique est accrue sous l'influence d'un écoulement. Dans la situation que nous considérons, les écoulements se font sur une distance de l'ordre de  $4\eta/\rho V$

(distance qui permet de construire un nombre de Reynolds d'ordre 1). Pour de l'huile silicone 20 fois plus visqueuse que l'eau, et une vitesse typique de  $5 \text{ cm.s}^{-1}$  (c'est la vitesse d'ouverture du film observé), cette distance est millimétrique, de l'ordre de la longueur observée expérimentalement des filaments à saturation.

## 5.5 Conclusion

En se rétractant dans une atmosphère visqueuse, un film liquide est collecté sous la forme d'un bourrelet cylindrique. Celui-ci, du fait de sa géométrie, est sujet à l'instabilité de Plateau-Rayleigh, et développe des inhomogénéités d'épaisseur. La distance moyenne entre ces renflements est difficile à analyser du fait de l'évolution du rayon du bourrelet au cours du processus de déstabilisation. On observe cependant un accord qualitatif avec les caractères essentiels de l'instabilité de Plateau-Rayleigh. Suite à cette déstabilisation initiale, l'écoulement visqueux vu par le bourrelet engendre des pointes. La phénoménologie est ici semblable à celle observée dans l'expérience d'entraînement sélectif. Si la vitesse de l'écoulement suffisamment élevée, ces pointes s'allongent assez pour céder. La tension interfaciale ne permet plus l'existence d'une dent, et un filament d'eau est entraîné dans l'environnement huileux. Les conditions permettant l'apparition de filaments dans ce problème ne sont pas bien comprises et mériteraient une étude plus approfondie. Nous nous sommes également intéressés au devenir de ces fils liquides. Stabilisés dans un premier temps par l'écoulement environnant, ils se fragmentent ensuite en un chapelet de gouttes à nouveau selon le mécanisme de Rayleigh-Plateau lorsqu'ils sortent de la région où il y a mouvement.

La comparaison avec des expériences du même type dans le cas des films minces dans l'air serait appréciable. La déstabilisation initiale est présente, avec la même origine capillaire. Mais les mécanismes conduisant à l'atomisation du bourrelet sont certainement différents.



# Dénouement

Nous avons montré dans cette partie comment un milieu extérieur pouvait agir sur la dynamique de lames fluides, tant dans le processus de vieillissement que dans celui qui conduit à l'éclatement.

Le système des antibulles mime le drainage d'un film d'air piégé entre deux parois rigides. La présence de tensioactifs limite en effet la mobilité des interfaces. En outre, l'inversion du système eau-air altère le caractère (presque) stable des bulles de savon. L'absence de pression osmotique répulsive entre les parois du film rend inexorable la mort des antibulles, ce qui permet de comprendre le temps de vie de cet objet.

Le problème de l'éclatement d'un film entouré d'une atmosphère dense mais peu visqueuse (c'est le cas à la mort d'une antibulle) n'est pas très clair. Les forces en jeu semblent être la capillarité et l'inertie, il est tentant d'adapter le mécanisme de Taylor et Culick pour décrire ce système inversé. Les vitesses de rétraction mesurées semblent cependant plus faibles que ce que prévoit un modèle de ce type.

Plongé dans une huile visqueuse, un film fluide ne voit pas sa stabilité améliorée et il s'ouvre toujours sous l'influence de la tension interfaciale. Cependant, la dynamique de l'éclatement est fortement affectée par la présence d'un milieu visqueux. La partie résistante du mécanisme d'ouverture des films est alors liée à la dissipation d'énergie dans ce milieu. Dans les situations explorées expérimentalement, nous avons montré que le bord des films présente une surépaisseur qui frotte comme un cylindre se déplaçant perpendiculairement à son axe. La question même de l'existence de ce bourrelet n'est ni triviale ni résolue. Il semble qu'un milieu environnant peu visqueux soit favorable au développement d'un bourrelet. Cependant, en attendant suffisamment, même dans une atmosphère très épaisse, une surépaisseur devrait finir par apparaître. Un travail expérimental sur cette question serait bienvenu.

L'observation de l'instabilité en pointes sur le bord de certains films soulève la question du mécanisme de rétraction de filaments visqueux, moins renseignée que celle de l'éclatement des films. Des expériences sont en cours pour étudier la dynamique de tels filaments.



## **Troisième partie**

# **Entraînement d'air par un jet liquide**



# Prélude

*”Il aimait mieux se baigner dans l’eau froide que de réfléchir à des choses profondes.” [105]*

L’incorporation de gaz dans les liquides est un phénomène observé dans de nombreux systèmes. L’agitation de l’eau de mer conduit, en emprisonnant de l’air, à la formation d’écume ou de moutons. La présence de gaz dans des boues ou des laves volcaniques change leurs écoulements ou le mode d’éruption. Certaines stations d’épuration utilisent le procédé à boues activées : dans les bassins de traitement de l’eau, des bactéries assurent la dégradation de résidus organiques. Pour permettre l’activité de ces micro-organismes, de l’air est cette fois incorporé artificiellement, par des bulleurs, ou bien par agitation mécanique de la surface par des turbines.

L’entraînement d’air est également important dans le domaine alimentaire : l’agitation mécanique des blancs d’oeufs par le batteur permet de faire monter la neige. On fabrique ainsi de nombreuses mousses. Pour la construction, il existe des bétons à air entraîné. La présence d’une petite quantité (quelques pourcent) de bulles dans les bétons permet une meilleure résistance aux cycles de gel et dégel. De plus, la présence d’air permet de diminuer la viscosité du matériau, ce qui facilite sa manipulation lors de la mise en place. Il est important de contrôler la quantité d’air entraîné ainsi que la taille des bulles. L’agitation mécanique et l’utilisation de tensioactifs permettent de jouer empiriquement sur ces paramètres.

La présence d’air dans les liquides peut aussi être néfaste. L’existence de bulles d’air piégées dans un objet en verre ou en plastique est indésirable. Outre un éventuel défaut esthétique, la présence de bulles peut affecter les propriétés mécaniques (la résistance aux chocs, par exemple) dans la région touchée. Aussi, il est important d’éviter l’incorporation d’air lors de la formation des pièces. Lors de processus d’enduction à haute vitesse, une fibre, ou une bande de solide est souvent trempée dans un bain avant d’en ressortir couverte du revêtement adéquat (vernis, peinture, gaine de polymère...). Cependant, si la vitesse de plongée est trop élevée, il est possible que la surface du bain liquide cède et que de l’air soit entraîné le long du solide à enduire [45]. Ces bulles, même microscopiques, sont nuisibles à la qualité du dépôt, peuvent altérer sa régularité et son adhésion au support.

Le contrôle des mécanismes d’entraînement de l’air dans un bain liquide est donc nécessaire

dans de nombreuses situations. Les modes élémentaires de rupture d'une interface liquide ont été le sujet de nombreuses recherches ces dernières années [61, 64, 79, 16, 98, 108, 32]. Cette partie est consacrée à l'étude de l'entraînement d'air par impact d'un jet de liquide visqueux sur un bain du même liquide. La question de la vitesse seuil d'entraînement d'air est abordée dans le chapitre 6. Le chapitre 7 s'attache à déterminer la quantité d'air entraînée par un jet dont les caractéristiques (vitesse d'impact, viscosité, rayon) sont données. Enfin, l'incorporation d'air se fait souvent par le biais d'un film d'air qui gaine le jet. Nous nous intéressons dans le dernier chapitre aux propriétés (taille, stabilité, formation) de ce film.

# Chapitre 6

## Seuil d'entraînement

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>106</b>
<b>6.2</b>	<b>Le mécanisme d'entraînement d'air</b>	<b>106</b>
6.2.1	Cusps	106
6.2.2	Rupture de l'interface : le modèle d'Eggers	107
<b>6.3</b>	<b>Dispositifs expérimentaux</b>	<b>109</b>
<b>6.4</b>	<b>Visualisation des écoulements</b>	<b>110</b>
6.4.1	Les bulles comme traceurs	110
6.4.2	Variations d'indice	110
6.4.3	Particules	110
<b>6.5</b>	<b>Ouverture du jet immergé</b>	<b>110</b>
6.5.1	Les écoulements en jeu	112
6.5.2	Influence des paramètres de l'impact	112
<b>6.6</b>	<b>Évasement et vitesse seuil</b>	<b>114</b>
6.6.1	Évasement avant impact	115
6.6.2	Influence sur le seuil d'entraînement	118
<b>6.7</b>	<b>Les fibres enduites</b>	<b>120</b>
<b>6.8</b>	<b>Contrôler le seuil d'entraînement</b>	<b>123</b>
6.8.1	Fluides non-Newtoniens	123
6.8.2	Perturbation du jet	123
6.8.3	Présence d'un obstacle dans le bain	124
6.8.4	Les jets inclinés	125
6.8.5	Pourquoi le mécanisme est-il différent pour les liquides non-visqueux ?	125
<b>6.9</b>	<b>Conclusion</b>	<b>126</b>

---

## 6.1 Introduction

Si on remplit très délicatement un verre d'eau, le filet s'incorpore sans bruit dans l'eau déjà présente. Lorsqu'on sert le thé de haut, un jet coule vers le verre qui se remplit, et un bruit caractéristique d'éclaboussure trahit l'entraînement de bulles d'air dans la boisson. La manipulation de l'eau est bien sûr quotidienne. Dans de nombreuses situations (vagues à la mer, aération des bassins d'élevage de poissons...), elle est indissociable du phénomène d'entraînement d'air. Les liquides peu visqueux ont donc suscité une attention particulière. Il a été montré, dans les situations dominées par l'inertie, que la rupture de l'interface est liée aux perturbations de la surface du jet avant la région d'impact [108].

Le cas des liquides visqueux a lui aussi de l'intérêt. La manipulation de verre fondu, de boues ou de produits alimentaires peut donner lieu à de l'entraînement d'air, plus ou moins désirable. Avec de tels liquides, le choc sur la surface libre conduit souvent à la formation de pointes liquides. Dans ces régions de courbure extrême, les contraintes sont très fortes. Dans les équations de Navier-Stokes, les termes visqueux dominent donc l'inertie (ce sont les dérivées d'ordre le plus élevé). Joseph *et al.* [50] ont utilisé un rouleau semi-immérgé dans un liquide visqueux pour créer de telles pointes à deux dimensions, c'est-à-dire invariantes par translation le long de l'arête. La forme de la surface libre a été décrite par Jeong et Moffatt [46]. Ces pointes sont les précurseurs de l'entraînement d'air, et en 2001, Eggers [32] a montré comment l'écoulement de l'air dans ces régions peut les déstabiliser.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à des expériences d'impact de liquide visqueux sur des baignoires du même liquide. Nous montrons en particulier comment la vitesse seuil d'entraînement d'air par un jet plongeant dans un liquide visqueux est modifiée par les propriétés géométriques et physiques du jet.

## 6.2 Le mécanisme d'entraînement d'air

### 6.2.1 Cusps

Joseph [48, 50] s'est penché sur le problème de la forme de la surface d'un bain liquide dans lequel sont partiellement immergés deux cylindres contra-rotatifs. En tournant, chaque cylindre entraîne autour de lui une couche de liquide qui vient frapper le bain entre les cylindres. À faible vitesse de rotation, l'interface liquide-air reste lisse. Si les cylindres tournent suffisamment vite, la courbure de la surface au centre du dispositif devient très élevée. Il se forme une ligne le long de laquelle l'interface devient pointue. L'apparition de ce "cusp" semble déterminée par le nombre capillaire, qui compare les intensités des forces visqueuses et capillaires. Joseph [48] propose une forme pour la surface autour d'un tel point singulier.

Jeong et Moffatt [46] se sont intéressés sur le plan théorique à l'évolution de la surface d'un

bain liquide dans lequel sont immergés deux cylindres contrarotatifs. La configuration est la même que celle des expériences de Joseph *et al.* [50]. Le bain est surmonté par du vide. Si le forçage est suffisamment important, Jeong et Moffatt montrent que la surface perd son caractère lisse : une pointe se forme en effet entre les rouleaux. Il est possible de calculer analytiquement la forme de ce creux. La pointe est bien décrite par une équation du type :

$$h(y) = a^{-\frac{1}{2}} y^{\frac{3}{2}} \quad (6.1)$$

où  $a$  est une longueur externe telle que la profondeur d'enfoncement des cylindres dans le bain.  $h$  et  $y$  sont définis sur la figure 6.1.

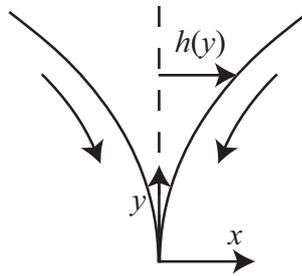


FIG. 6.1: Allure d'une pointe à la surface d'un liquide sous l'influence de l'écoulement dû à deux cylindres contrarotatifs.

En présence de tension de surface, la pointe est régularisée à petite échelle. Jeong et Moffatt montrent que le rayon de courbure  $r$  de l'interface dans le "cusp" est de la forme :

$$r \sim a e^{-Ca} \quad (6.2)$$

où  $Ca = \eta V / \gamma$  est le nombre capillaire qui compare les forces visqueuses dans le bain aux forces de surface.  $V$  est une vitesse typique du fluide autour de la pointe. Cette variation exponentielle explique qu'en pratique on observe que l'interface devient pointue dès que le nombre capillaire devient proche de l'unité. Sur le plan expérimental, ces résultats ont été confirmés quantitativement par Elise Lorenceau [61, 64]. La forme du cusp et le rayon de courbure de l'interface au point de convergence ont bien la dépendance prévue par Jeong et Moffatt.

### 6.2.2 Rupture de l'interface : le modèle d'Eggers

Jeong et Moffatt [46] ne prévoient cependant rien de particulier au fur et à mesure que la perturbation de l'interface augmente. La région de la pointe est le siège d'une singularité, mais seulement lorsque le nombre capillaire est infini. Ils notent toutefois que la variation exponentielle du rayon de courbure de la pointe avec le nombre capillaire implique que cette taille devient très rapidement trop petite pour que le fluide puisse être décrit comme un continuum.

En pratique, au-delà d'un certain seuil la surface se crève et la phase supérieure (de l'air, le plus souvent) est entraînée dans le bain. C'est ce qui arrive quand on bat des blancs d'œufs en neige : en tournant suffisamment vite, les fouets du batteur cassent l'interface et de l'air est incorporé dans le liquide. La présence d'une phase supérieure (qui n'est pas incluse dans le modèle de Jeong et Moffatt) est ici cruciale. En 2001, Eggers [32] propose une théorie décrivant le seuil d'entraînement d'air à travers un cusp. C'est l'écoulement du fluide supérieur dans la pointe qui induit une pression à laquelle l'interface n'est pas capable de résister. Si la phase supérieure est absente, l'interface n'a pas de raison de se briser.

L'écoulement dans la pointe s'accompagne de variations de la pression. L'équation de Navier-Stokes dans l'approximation de lubrification prend la forme suivante :

$$\frac{\partial p_{lub}}{\partial y} \sim \eta_0 \frac{v}{h^2(y)} \quad (6.3)$$

où  $\eta_0$  est la viscosité de l'air,  $p_{lub}$  est la pression à l'intérieur de la pointe et  $v$  est la variation typique de la vitesse autour de la pointe. Compte-tenu de l'équation 6.1, la pression due à l'écoulement de l'air dans le cusp est donc de la forme :

$$p_{lub}(y) \sim \eta_0 v a y^{-2} \quad (6.4)$$

La pointe du cusp est une région où les forces visqueuses équilibrent les forces capillaires. À cet endroit, les variations de vitesse sont donc de l'ordre de la vitesse visco-capillaire  $\gamma/\eta$ . À l'échelle de la pointe ( $y \sim r$ ), la pression de lubrification est alors de l'ordre de :

$$p_{lub}(r) \sim \gamma \frac{\eta_0}{\eta} a r^{-2} \quad (6.5)$$

soit, en utilisant l'équation 6.2 :

$$p_{lub}(r) \sim \gamma \frac{\eta_0}{\eta} \frac{1}{a} e^{2Ca} \quad (6.6)$$

Par ailleurs, la pointe est capable, par la courbure de l'interface, de résister à une pression interne de l'ordre de  $\gamma/r$  c'est-à-dire (via l'équation 6.2, à nouveau) :

$$p_\gamma \sim \frac{\gamma}{a} e^{Ca} \quad (6.7)$$

La pointe craque lorsque  $p_{lub}(r)$  atteint cette dernière valeur. Le seuil critique de stabilité de la singularité, c'est-à-dire le seuil d'entraînement d'air, est donc donné par :

$$e^{-Ca_c} \sim \frac{\eta_0}{\eta} \quad (6.8)$$

ou encore :

$$Ca_c \sim \ln \frac{\eta}{\eta_0} \quad (6.9)$$

La théorie d'Eggers conduit à l'expression finale suivante :

$$Ca_c \sim \frac{2}{3\pi} \ln \frac{\eta}{\eta_0} \quad (6.10)$$

qui est indépendant de l'échelle externe  $a$ , le phénomène étant local. Pour l'entraînement d'air ( $\eta_0 = 1,8 \cdot 10^{-5}$  Pa.s) par une huile visqueuse ( $\eta = 1$  Pa.s), on trouve  $Ca_c \sim 2,4$ . Pour l'entraînement d'une huile légère ( $\eta_0 = 4,9 \cdot 10^{-4}$  Pa.s) par du glycérol ( $\eta = 1$  Pa.s),  $Ca_c \sim 1,6$ . Le nombre capillaire critique est dans tous les cas d'ordre unité.

Elise Lorenceau [61] a réalisé des expériences d'entraînement en utilisant un cylindre horizontal à moitié immergé dans un bain liquide (nous avons décrit ce dispositif dans le chapitre 4). En tournant, celui-ci se couvre d'une couche de liquide, qui vient ensuite frapper la surface du bain. Si l'impact est assez fort, une lame d'air (ou, plus généralement, de la phase supérieure) est entraînée dans le liquide. Les mesures des vitesses seuil d'entraînement sont proches des prédictions d'Eggers [32] et bien ajustées par la loi :

$$Ca_c = 0,28 \ln \frac{\eta}{\eta_0} + 0,5 \quad (6.11)$$

Si, au lieu d'une lame liquide, c'est un jet qui frappe le bain, on attend une phénoménologie identique. La symétrie est bien sûr modifiée, mais les caractéristiques essentielles demeurent. Autour du point d'impact du jet, une pointe doit se former, dont la courbure diverge exponentiellement avec le nombre capillaire. En augmentant suffisamment la vitesse d'impact, on observe également la rupture de l'interface. Le nombre capillaire seuil ne semble cependant pas se comporter tout à fait de la même manière que dans l'expérience des rouleaux immergés. Il semble que le nombre capillaire critique d'entraînement augmente plus fortement avec le contraste de viscosité [61]. Nous discutons ici l'origine de cette anomalie (apparente).

### 6.3 Dispositifs expérimentaux

Pour fabriquer les jets, nous utilisons plusieurs méthodes. La plus simple consiste à laisser se vidanger un entonnoir plein de liquide. Le jet qui en sort est accéléré par la gravité jusqu'au point de rencontre avec le bain. Le jet a l'avantage d'être très régulier près de la sortie de l'entonnoir. Cependant, il subit l'instabilité de Plateau-Rayleigh, et ce d'autant plus rapidement qu'il est petit et peu visqueux. Cette technique est donc bien adaptée à l'obtention de jets assez gros (millimétriques, typiquement). Il est par contre difficile d'obtenir de cette manière un jet de rayon petit et de vitesse élevée : avant d'être suffisamment accéléré par gravité, le jet se brise en gouttelettes.

Nous avons donc le plus souvent préféré utiliser un pousse-seringue. Dès la sortie de la seringue, le jet a la vitesse et le rayon voulus. L'impact peut se faire près de la sortie de la seringue, ce qui empêche la déstabilisation du jet. L'un des inconvénients est ici l'influence des vibrations du système

sur la régularité du jet. D'autre part, la fabrication de gros jets est rendue difficile par la taille petite de l'ouverture des seringues.

Les liquides que nous avons utilisés sont essentiellement des huiles silicones, de viscosité comprise entre 0,49 et 10000 mPa.s. Quelques expériences ont été réalisées avec des mélanges d'eau et de glycérol. Les rayons des jets varient de 50  $\mu\text{m}$  à quelques millimètres et leurs vitesses sont comprises entre 30  $\text{cm.s}^{-1}$  et 5  $\text{m.s}^{-1}$ .

## 6.4 Visualisation des écoulements

Nous avons employé différentes techniques pour sonder les écoulements mis en jeu lors de l'impact d'un jet sur un bain du même liquide.

### 6.4.1 Les bulles comme traceurs

Les bulles parfois présentes dans les jets peuvent faire office de traceurs. Les jets suffisamment rapides crèvent l'interface du bain liquide et entraînent de l'air dans celui-ci. Les bulles issues de l'incorporation d'air peuvent alors apporter des renseignements sur les écoulements dans le bain. Cette technique est cependant difficile à appliquer. En outre, les tailles de bulle ne sont pas contrôlées.

### 6.4.2 Variations d'indice

Dans certaines situations, il est possible de distinguer sur les images la zone frontalière entre les liquides issus du jet et du bain. Les variations d'indice optique du liquide dues au cisaillement à la frontière sont parfois suffisantes pour être visibles sur nos images. On repère alors directement l'angle que fait le jet liquide une fois qu'il est incorporé au bain (figure 6.2).

### 6.4.3 Particules

En utilisant des traceurs solides, nous avons pu caractériser plus commodément les écoulements (figure 6.3). Les particules sont des sphères de polystyrène de 80  $\mu\text{m}$  de diamètre et de densité 1,03. Elles peuvent être incorporées dans le jet comme dans le bain.

## 6.5 Ouverture du jet immergé

Lors de l'impact d'un jet sur une surface solide, le liquide sent bien sûr l'influence du solide avant le contact. Dans certains cas, il subit une instabilité : du miel qui tombe sur une tartine se tortille et s'enroule comme une corde [5]. Cette instabilité n'existe que si le liquide arrive à vitesse suffisamment faible. Un jet tombant plus rapidement garde une symétrie de révolution. Il s'élargit

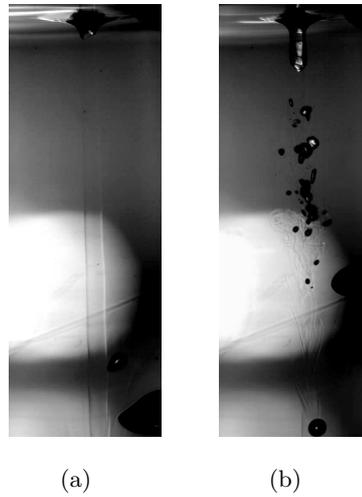


FIG. 6.2: Jet d'huile silicone de viscosité 10 mPa.s entrant dans un bain de la même huile. Sur les images, les régions de fort cisaillement sont visibles. (a) Jet laminaire : on voit la frontière entre le jet et le bain. (b) Vitesse supérieure à la vitesse seuil d'entraînement d'air. Au milieu de l'image, on voit que la présence de bulles engendre de la turbulence.

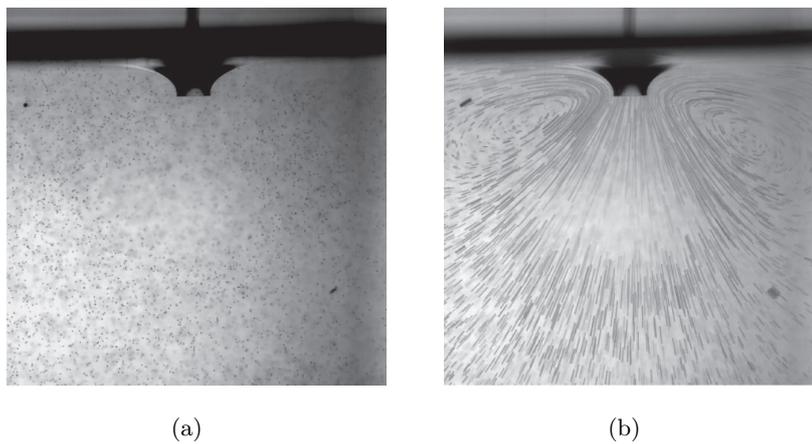


FIG. 6.3: (a) Un bain d'huile silicone 450 fois plus visqueuse que l'eau inséminé avec des particules de polystyrène de 80  $\mu\text{m}$  de diamètre. Sur la partie supérieure, un jet de la même huile, de rayon 350  $\mu\text{m}$ , frappe le bain à  $1,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  : la surface est déformée, mais il n'y a pas entraînement d'air. (b) La superposition de plusieurs images consécutives donne une idée de la physionomie des écoulements dans le bain.

avant d'arriver sur la plaque. Il existe une région de transition dans laquelle les écoulements changent de direction, et deviennent horizontaux (parallèles à la surface du solide).

Lors de l'impact d'un jet liquide dans un bain du même liquide, le même phénomène se produit. Une résistance se fait également sentir, et l'allure du jet est modifiée (figure 6.4). Nous ne parlerons ici que du cas à symétrie de révolution.

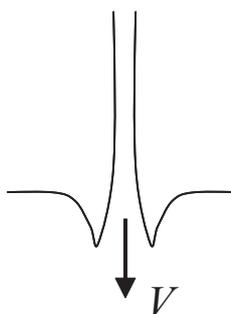


FIG. 6.4: Évasement d'un jet lors de l'impact avec un bain de liquide visqueux.

### 6.5.1 Les écoulements en jeu

En aval du point d'incorporation, les trajectoires des particules contenues dans le jet sont rectilignes. Le liquide provenant du jet et celui déjà présent dans le bain restent bien séparés tant que les écoulements sont laminaires, ce qui est le plus souvent le cas dans nos expériences.

On observe que le liquide provenant du jet se propage dans le bain liquide en restant dans un cône (figure 6.5). L'angle au sommet de ce cône est d'autant plus petit que la vitesse du jet est grande et que la viscosité du liquide est faible. Nous avons pu mesurer l'angle d'ouverture du cône par les différentes méthodes exposées plus haut (paragraphe 6.4).

L'utilisation de traceurs solides révèle un anneau de recirculation du liquide autour du point d'impact (figure 6.3(b)). Nous pensons que ceci est lié au fait que les dimensions du bain sont finies, ce qui force une telle recirculation : le liquide qui part vers le bas est remplacé au-dessus par du liquide venant des bords du bain.

### 6.5.2 Influence des paramètres de l'impact

Nous avons observé que l'ouverture du cône est d'autant plus faible que la vitesse des jets est grande. Il semble naturel qu'un jet à haute vitesse soit plus difficilement ralenti. L'inertie joue donc probablement un rôle.

Les liquides de faible viscosité donnent lieu à un élargissement beaucoup moins important. Là encore, le frottement visqueux étant responsable du freinage du liquide, donc de l'élargissement du

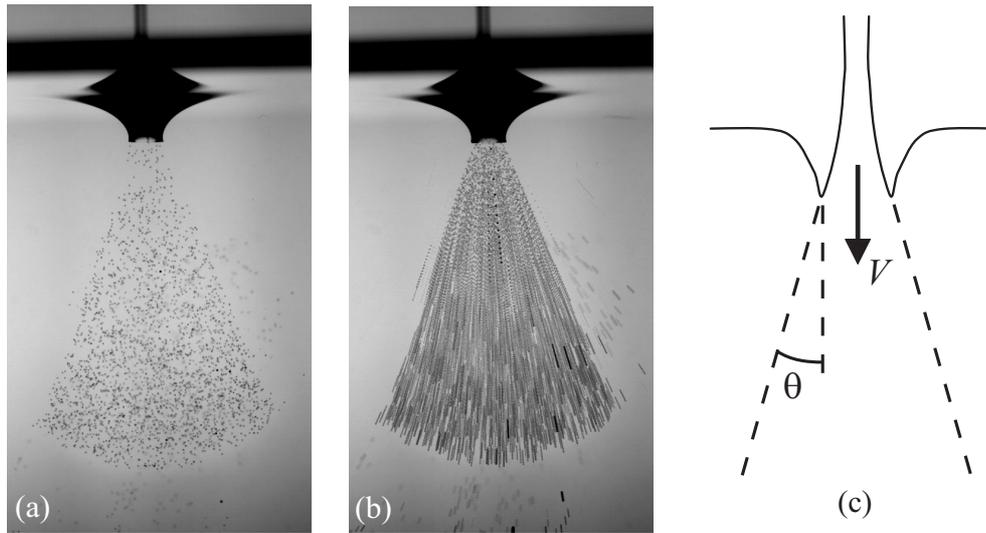


FIG. 6.5: Impact d'un jet d'huile de viscosité 500 mPa.s et de rayon de l'ordre de 400  $\mu\text{m}$  inséminé avec des particules de polystyrène de 80  $\mu\text{m}$  de diamètre. La frontière entre le liquide injecté et le bain est bien marquée et conique (a). La superposition de plusieurs images consécutives montre que les particules ont des trajectoires rectilignes (b). Le demi-angle au sommet du cône englobant les trajectoires issues du jet est noté  $\theta$  (c).

jet, on attend qu'un liquide peu visqueux continue plus facilement sa course dans le bain.

Nous avons utilisé des jets de rayon compris entre 80 et 800  $\mu\text{m}$ . L'évasement relatif des petits jets est plus important que celui des gros jets.

### Construction d'un Reynolds

En considérant que l'élargissement du jet exprime la compétition entre inertie et freinage visqueux, et au vu des résultats précédents, nous sommes tentés d'introduire le nombre de Reynolds construit sur la taille et la vitesse du jet :

$$Re = \frac{\rho V R}{\eta} \quad (6.12)$$

où  $V$  et  $R$  sont la vitesse d'impact et le rayon du jet,  $\eta$  est la viscosité du liquide et  $\rho$  sa densité.

Nous pouvons résumer les observations précédentes en traçant sur un graphique le demi-angle d'ouverture  $\theta$  du cône en fonction du nombre de Reynolds. Les données se regroupent assez bien sur une même courbe et il apparaît que  $\theta$  décroît comme  $1/Re$  (figure 6.6). Dans la limite des grands nombres de Reynolds, nous attendons bien que l'ouverture du jet soit faible : un jet rapide continue plus loin sur sa lancée. Dans la limite des faibles Reynolds, on attend une expansion quasi-isotrope dans un bain de liquide infini. Ici, il est semi-infini, on peut donc s'attendre à voir  $\theta$  tendre vers  $90^\circ$ .

On considère un volume de liquide à symétrie de révolution, de rayon  $R$  et de hauteur  $H$ . La force liée à l'impact à vitesse  $V$  d'un jet de rayon  $R$  est de l'ordre de  $\rho V^2 R^2$ . La contrainte visqueuse

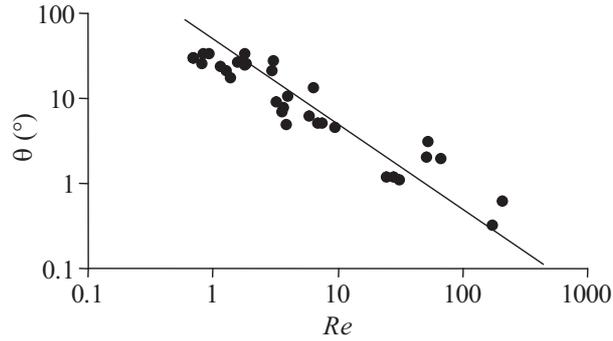


FIG. 6.6: Demi-angle d'ouverture  $\theta$  du jet dans le bain en fonction du nombre de Reynolds. La droite en trait continu est de pente -1.

est d'ordre  $\eta V/R$  (en effet, la présence du bain autour du jet impose des gradients de vitesse essentiellement radiaux). Elle s'applique sur une surface latérale proportionnelle à  $RH$ , conduisant à une force  $\eta VH$ . L'équilibre entre inertie et viscosité s'écrit donc :

$$\eta VH \sim \rho V^2 R^2 \quad (6.13)$$

soit :

$$\frac{H}{R} \sim \frac{\rho VR}{\eta} = Re \quad (6.14)$$

L'ouverture  $\theta$  du cône formé par le jet est d'ordre  $R/H$ , ce qui conduit à :

$$\theta \sim \frac{1}{Re} \quad (6.15)$$

Pour un Reynolds d'ordre 1 (*resp.* 100), on attend ainsi  $\theta \simeq 60^\circ$  (*resp.*  $0,6^\circ$ ), en accord avec les résultats expérimentaux de la figure 6.6.

## 6.6 Évasement et vitesse seuil

Lin et Donnelly [60], et plus récemment Elise Lorenceau [61], ont réalisé des expériences d'impact de liquides visqueux sur des bains du même liquide. Ces auteurs utilisent des jets dont les diamètres sont de l'ordre de quelques millimètres. Les résultats des deux séries d'expériences sont très comparables. Le nombre capillaire critique d'entraînement semble augmenter fortement avec le rapport  $\eta/\eta_0$ . Pour  $\eta/\eta_0 = 50000$  (*resp.* 5000), le nombre capillaire mesuré à l'entraînement  $Ca_c$  est proche de 7,3 (*resp.* 3,6). La formule d'Eggers (équation 6.10) prévoit des valeurs sensiblement inférieures, de l'ordre de 2,3 et 1,8. L'ajustement des données de Lin et Lorenceau conduit à  $Ca_c = 1,6 \ln \eta/\eta_0 - 10,0$ . La valeur 1,6 de la pente est cependant surprenante car très différente (sept fois plus élevée) de celle trouvée dans une série d'expériences d'entraînement par un rouleau

semi-immérgé (expérience décrite dans la figure 4.2). Elle est aussi en désaccord avec la théorie d'Eggers. La valeur élevée de l'ordonnée à l'origine est tout aussi inexplicable, et non prévue par Eggers.

Or la vitesse utilisée pour définir le nombre capillaire est pour tous ces auteurs celle du jet libre. Elle est donc évaluée comme si le jet ne rencontrait pas de bain liquide.

### 6.6.1 Évasement avant impact

Comme dans le cas d'un impact sur un solide, le jet sent la présence du bain avant d'y parvenir. Il est freiné par l'existence en aval d'un milieu visqueux et difficilement déformable. Avant de rentrer dans le bain, le jet est donc déjà déformé. Le rayon  $R_i$  du jet au point de rencontre avec le bain peut être notablement plus élevé que la dimension  $R$  qu'on mesurerait en l'absence d'obstacle. Ces deux dimensions sont facilement extraites d'images telles que celles présentées sur la figure 6.7. En régime permanent, la conservation du débit implique donc une diminution de la vitesse du jet

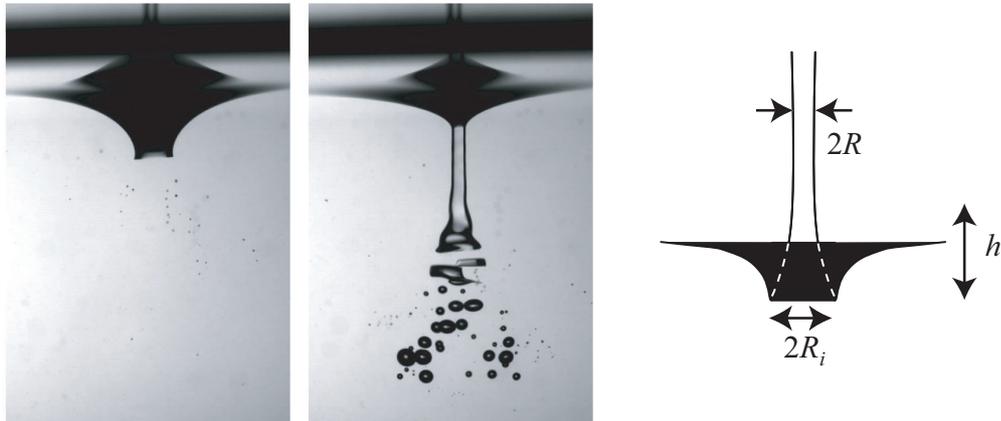


FIG. 6.7: Vue sous-marine d'un bain d'huile silicone de viscosité 500 mPa.s. Un jet de la même huile, de rayon 350  $\mu\text{m}$ , tombe sur le bain. À gauche, la vitesse est juste en dessous du seuil d'entraînement. Au centre, l'entraînement est déclenché. Avant entraînement, le jet est ralenti avant d'entrer dans le bain et s'évase fortement (son rayon est ici multiplié par 2). Les rayons du jet au point d'impact et loin du bain sont aisément mesurables sur de telles photos.

avant incorporation dans le bain. Le débit de liquide transporté par un jet de rayon  $R$  et de vitesse moyenne  $V$  vaut  $\pi R^2 V$ . Cette quantité doit donc être conservée le long du jet. Loin du bain, nous noterons  $R$  et  $V$  le rayon et la vitesse du jet. A l'impact, ces caractéristiques deviennent  $R_i$  et  $V_i$ . Si le jet est évasé à l'impact, la conservation du débit implique :

$$V_i = V \left( \frac{R}{R_i} \right)^2 \quad (6.16)$$

La vitesse du jet à l'entrée du bain dépend fortement d'une éventuelle augmentation de sa taille. L'évasement est d'autant plus prononcé que le jet est lent et que le liquide utilisé est visqueux. Ceci

est naturel, compte-tenu de ce que nous avons expliqué précédemment sur l'ouverture du jet après incorporation. L'évasement juste au-dessus du bain suit les mêmes tendances.

### Évasement en fonction du rayon

La figure 6.8 montre la variation du rayon du jet lors de l'impact de jets d'huile silicone de viscosité 100 et 450 mPa.s. Les mesures ont été faites à des vitesses juste inférieures au seuil d'entraînement d'air. Pour cette série, on constate que l'augmentation de taille du jet  $\Delta R = R_i - R$  est relativement faible (de l'ordre de 100  $\mu\text{m}$ ) et qu'elle ne dépend pas significativement du rayon du jet dans la gamme explorée.

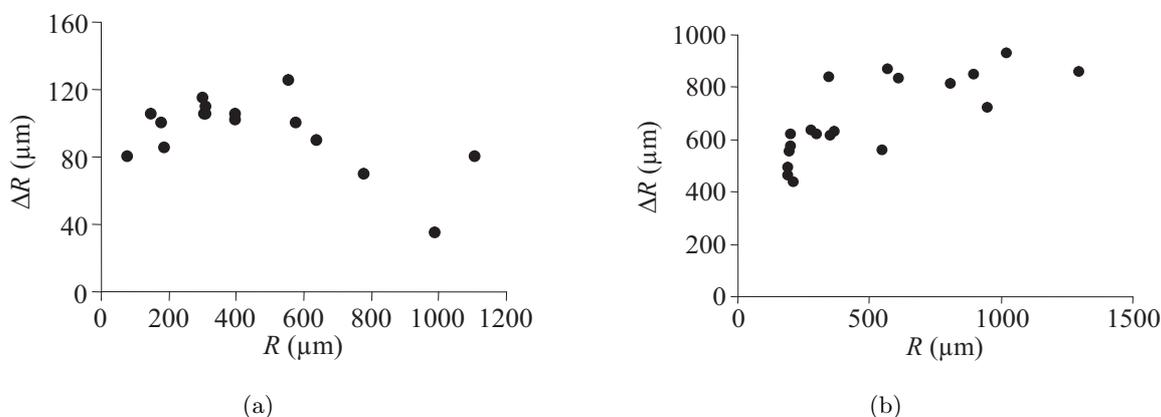


FIG. 6.8: Augmentation du rayon du jet dans la région du cusp en fonction du rayon du jet libre. Expériences réalisées avec de l'huile silicone de viscosité 100 mPa.s (a) et 450 mPa.s (b) juste en-dessous du seuil d'entraînement d'air.

Dans le cas d'une huile 450 fois plus visqueuse que l'eau, on constate à nouveau que la variation  $\Delta R$  est peu dépendante du rayon du jet ( $\Delta R$  augmente de 30 % quand  $R$  passe de 200 à 1300 microns). En revanche, on note qu'elle est ici nettement plus élevée, de l'ordre de 700  $\mu\text{m}$ . La vitesse du jet est donc fortement diminuée si le liquide utilisé est visqueux.

La figure 6.9 montre l'augmentation moyenne du rayon du jet pour des huiles silicone de différentes viscosités. L'évasement moyen augmente fortement avec la viscosité du liquide utilisé. Dans le cas du glycérol, les jets s'ouvrent un peu moins. Ceci est probablement dû au fait que le seuil d'entraînement d'air est plus élevé, car la tension de surface est trois fois plus grande que celle des huiles. Au seuil d'entraînement, le jet est donc plus enfoncé dans le bain.

### Description visco-inertielle

L'élargissement  $\Delta R$  du jet montré précédemment présente des variations non expliquées. Le rôle de la vitesse de l'impact a été négligé jusqu'ici. Or, l'évasement du jet semble résulter d'un équilibre

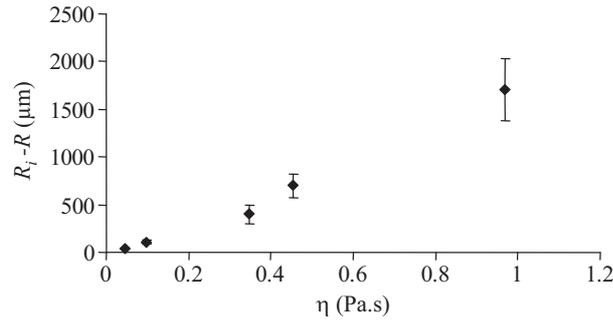


FIG. 6.9: Évasement de jets millimétriques d'huile silicone à la vitesse seuil d'entraînement, en fonction de la viscosité de l'huile. L'ouverture des jets augmente beaucoup avec la viscosité des liquides utilisés.

entre la viscosité du liquide, qui tend à freiner le jet, et l'inertie favorisant son entrée dans le bain. Comme nous l'avons fait avec l'ouverture  $\theta$  du jet dans le bain, nous pouvons résumer nos données sur l'évasement avant l'impact en traçant l'augmentation relative du rayon du jet  $\Delta R/R = (R_i - R)/R$  en fonction du nombre de Reynolds  $\rho V R/\eta$  (figure 6.10). Dans cette représentation, tous les résultats, qui semblaient initialement désordonnés, se regroupent sur une même courbe. On constate que  $\Delta R/R$  décroît avec le Reynolds comme  $1/Re^2$ . Avant l'impact, les gradients de vitesse dans le jet

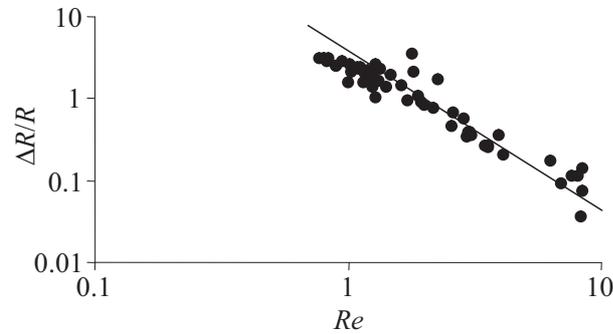


FIG. 6.10: Augmentation relative du rayon du jet lors de son impact sur le bain. Les liquides utilisés sont des huiles silicone de viscosité comprise entre 10 et 1000 mPa.s. La droite en trait plein est de pente -2.

sont essentiellement dirigés suivant l'axe du jet (la paroi du jet étant ici libre, les gradients radiaux sont négligeables). Nous notons  $h$  la hauteur sur laquelle le jet est perturbé au-dessus du bain (figure 6.7c). L'équilibre entre viscosité et inertie dans cette région s'écrit donc :

$$\eta \frac{V}{h^2} \sim \rho \frac{V^2}{h} \quad (6.17)$$

On en tire la longueur  $h$  :

$$h \sim \frac{\eta}{\rho V} \quad (6.18)$$

La partie émergée du jet se raccorde dans le bain à un cône d'ouverture  $\theta$ , d'où  $\Delta R/h \sim \theta$ .  $\Delta R/R$  vaut donc  $\theta h/R$ . Or, nous avons montré précédemment que l'ouverture du cône était de l'ordre de  $1/Re$  (équation 6.15). De même, d'après l'équation 6.18,  $h/R \sim 1/Re$ . On en déduit donc l'évasement relatif du jet :

$$\frac{\Delta R}{R} \sim \frac{1}{Re^2} \quad (6.19)$$

en bon accord avec la figure 6.10. Pour un jet d'huile de viscosité  $\eta = 500$  mPa.s, de rayon  $R = 500$   $\mu\text{m}$  et une vitesse d'impact  $1$  m.s<sup>-1</sup>, on trouve  $Re = 1$ . L'augmentation du rayon du jet est donc de l'ordre de  $500$   $\mu\text{m}$ .

### 6.6.2 Influence sur le seuil d'entraînement

Du fait de l'élargissement du jet, la vitesse du liquide à l'endroit de l'impact est plus faible que celle du jet libre. La vitesse à donner au jet pour provoquer l'entraînement d'air doit donc être augmentée. Par conservation du débit, nous savons que la vitesse du jet à l'endroit où se forme la singularité est donnée par l'équation 6.16. Si nous mesurons  $R_i$ , nous pouvons évaluer la vitesse  $V^*$  à donner au jet pour que l'entraînement ait lieu. Il faut pour cela que la vitesse d'impact  $V_i$  près de la pointe soit égale au seuil d'entraînement  $V_c$ , soit :

$$V^* = V_c \frac{R_i^2}{R^2} \quad (6.20)$$

Pour les petits jets, la taille au cusp peut devenir grande devant leur rayon initial, ce qui implique une augmentation dramatique du seuil apparent d'entraînement ( $V^* \gg V_c$ ). Sur la figure 6.11 nous avons tracé la vitesse seuil  $V^*$  mesurée pour des jets d'huile silicone 450 fois plus visqueuse que l'eau. Compte-tenu de la conservation du débit ( $V_c R_i^2 = V^* R^2$ ), il est possible de réécrire l'équation 6.19 pour aboutir à :

$$\left(\frac{V^*}{V_c}\right)^{\frac{1}{2}} - 1 = \frac{1}{Re^{*2}} \quad (6.21)$$

où  $Re^* = \rho V^* R / \eta$  est le nombre de Reynolds au seuil d'entraînement. Ainsi, connaissant  $V_c$ , il est possible d'extraire le seuil d'entraînement apparent, et réciproquement. Sur la figure 6.11, nous avons tracé en trait plein l'ajustement de  $V^*(R)$  pour  $V_c = 0,3$  m.s<sup>-1</sup>. L'ensemble de ces données, qui semble suggérer une variation de la vitesse seuil d'entraînement (ici en fonction du rayon du jet), s'ajuste bien sur une vitesse seuil (réelle) unique. L'équation 6.21 prédit que  $V^*$  et  $V_c$  coïncident lorsque  $Re^* > 1$ . C'est bien ce qu'on observe en pratique : l'anomalie du seuil d'entraînement disparaît pour les liquides les moins visqueux ( $\eta < 50$  mPa.s environ). De manière symétrique, si  $Re^* < 1$  (pour les liquides de viscosité supérieure à quelques Pa.s dans nos expériences),  $V^*$  augmente dramatiquement, et il n'est plus possible de déclencher l'entraînement d'air.

Connaissant la vitesse et la taille du jet, ainsi que la taille  $R_i$  du cusp, nous pouvons remonter à la vitesse critique d'entraînement d'air au niveau du cusp. La figure 6.12 présente cette vitesse

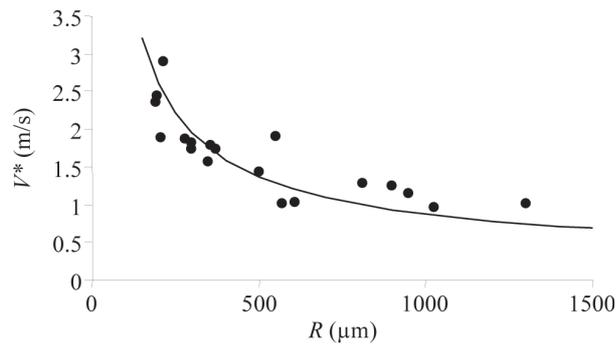


FIG. 6.11: Vitesse seuil d'entraînement d'air en fonction du rayon du jet. Le liquide utilisé est une huile silicone 450 fois plus visqueuse que l'eau. La courbe en trait plein est un ajustement des données par la formule 6.21, avec  $V_c = 0,3 \text{ m.s}^{-1}$ .

critique  $V_c$  en fonction du rayon du jet, pour l'huile silicone de viscosité 450 mPa.s. Nous voyons que cette vitesse est très inférieure à la vitesse d'entraînement apparente mesurée pour les jets. Elle est de l'ordre de  $0,3 \text{ m.s}^{-1}$  (au lieu de 1 à  $3 \text{ m.s}^{-1}$  sur la figure 6.11) et dépend faiblement du rayon du jet (alors que la même figure 6.11 semblait impliquer une décroissance du seuil avec  $R$ ). Les résultats sont assez dispersés du fait notamment de l'incertitude de mesure sur les rayons des jets et des cusps. On constate aussi que la vitesse d'entraînement au cusp est plus faible pour les petits

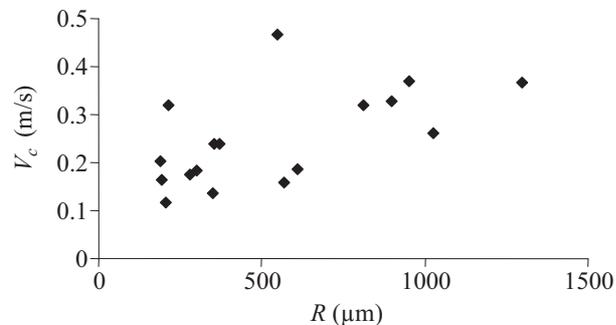


FIG. 6.12: Vitesse seuil d'entraînement d'air mesurée au cusp en fonction du rayon du jet. Le liquide utilisé est une huile silicone 450 fois plus visqueuse que l'eau. Le seuil d'entraînement est peu dépendant du rayon du jet, et nettement inférieur à celui déduit de la vitesse du jet libre (figure 6.11).

jets. Ces jets peuvent facilement être perturbés par des vibrations, ou bien par la présence d'une bulle ou d'une poussière provoquant un renflement brutal. Ces perturbations sont susceptibles de déclencher prématurément l'entraînement d'air.

On a donc établi ici qu'il existe un artefact majeur dans la détermination du seuil d'entraînement d'air par un jet, lié à l'évasement de ce jet là où il frappe le bain. Notons d'ailleurs que Lin et Donnelly [60] ont souligné qu'il convient de considérer le rayon du jet "à l'endroit de l'impact". Cependant,

ils ne se souciaient pas de l'évasement qu'ils ne relèvent pas, mais plutôt de l'amincissement du jet par la gravité lors de sa chute libre avant impact.

## 6.7 Les fibres enduites

L'élargissement des jets se produit car ceux-ci sont liquides. Pour éviter ce phénomène, il est possible de les "rigidifier". Nous avons pour cela réalisé une série d'expériences avec des fibres enduites. Une fibre solide passe dans un réservoir (ici une seringue) rempli du liquide dans lequel on souhaite observer l'entraînement d'air (de l'huile). Elle ressort enduite d'une gaine d'huile.

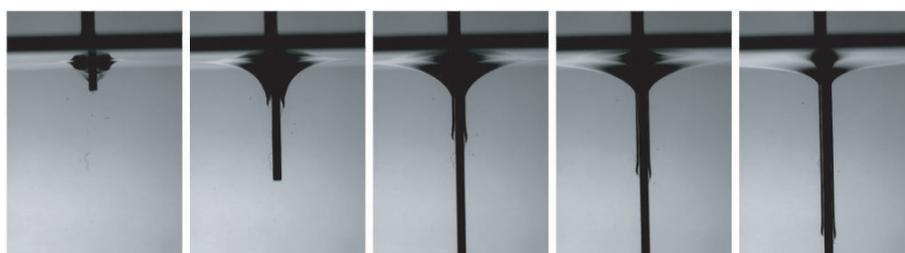


FIG. 6.13: Une fibre d'un millimètre de diamètre est enduite d'huile silicone 500 fois plus visqueuse que l'eau. En frappant un bain du même liquide à vitesse élevée (ici  $0,52 \text{ m.s}^{-1}$ ), elle entraîne autour d'elle une gaine d'air d'épaisseur micrométrique. L'intervalle entre les photos est de 20 ms environ.

Nous fabriquons ainsi un objet qui extérieurement ressemble à un jet liquide, mais qui est rendu rigide par la présence d'un cœur solide. Lorsqu'un tel objet frappe le bain, il ne lui est plus possible de s'élargir. La vitesse seuil d'entraînement ne devrait donc plus être affectée par la proximité du bain : on attend ainsi le "vrai" seuil. Pour de l'huile silicone 450 fois plus visqueuse que l'eau, nous constatons que le seuil d'entraînement devient en effet indépendant de la taille du jet, et de l'ordre de  $31 \pm 5 \text{ cm.s}^{-1}$  (figure 6.14). Cette vitesse est sensiblement inférieure (d'un facteur 3 à 10) aux seuils d'entraînement mesurés sur des jets libres (figure 6.11). Elle est bien dans la gamme des valeurs reportées sur la figure 6.12. Par ailleurs, les mesures sont beaucoup moins bruitées que la détermination de la vitesse d'entraînement au cusp reportée sur la figure 6.12. Cette mesure du seuil est en effet plus directe et plus précise.

La figure 6.15 regroupe des mesures de seuil d'entraînement faites dans des expériences de fibres enduites. Le fluide entraîné est de l'air ( $\eta_0 = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s}$ ) ou une huile silicone légère ( $\eta_0 = 4,9 \cdot 10^{-4} \text{ Pa.s}$ ). Le liquide entraînant est une huile silicone ou une solution de glycérol. Le nombre capillaire seuil est bien ajusté par l'équation  $Ca_c = 0,7 \ln \eta/\eta_0 - 3,3$ , de la forme du critère proposé par Eggers [32]. On note que les huiles silicones les plus visqueuses (500 et 1000 mPa.s) sont mal décrites par ce modèle. Le caractère polymérique de ces huiles se traduit dans leur rhéologie : elles ne sont pas newtoniennes. À fort cisaillement, leur viscosité chute, induisant une

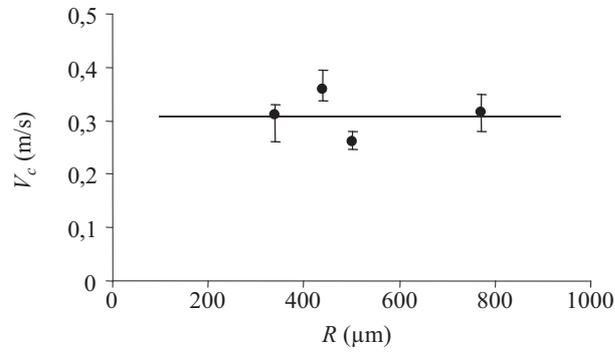


FIG. 6.14: Vitesse seuil d'entraînement d'air en fonction du rayon de la fibre enduite. Le liquide utilisé est une huile silicone 500 fois plus visqueuse que l'eau. La vitesse seuil, indiquée par la ligne en trait plein, est indépendante du rayon du "jet solide". Elle vaut ici  $31 \pm 5 \text{ cm.s}^{-1}$ .

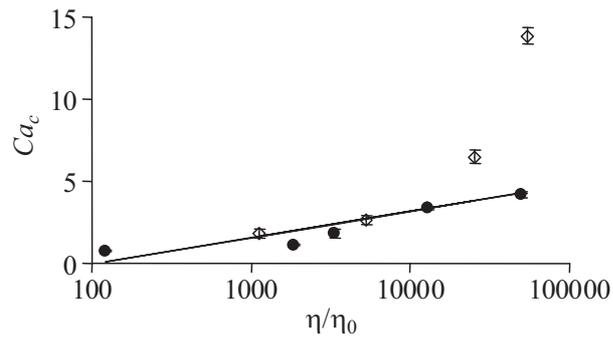


FIG. 6.15: Nombre capillaire critique en fonction du rapport  $\eta/\eta_0$  des viscosités du bain et de l'air (ou de l'huile surnageante). Les deux séries de données correspondent à de l'entraînement d'air dans des solutions de glycérol (●) ou d'huile silicone (◊). La droite en trait plein a pour équation  $Ca_c = 0,7 \ln \eta/\eta_0 - 3,3$ .

hausse artificielle du seuil d'entraînement d'air. Or on peut évaluer grossièrement les cisaillements en jeu : la vitesse typique est la vitesse d'entraînement  $V_c$  de l'ordre de  $30 \text{ cm.s}^{-1}$ , et la taille en jeu est le rayon de courbure de l'interface juste avant entraînement, de l'ordre du micron. Le cisaillement typique vaut donc  $3.10^5 \text{ s}^{-1}$ . Pour de telles valeurs, la viscosité de ces huiles a chuté à moins de la moitié de sa valeur à cisaillement nul. En remplaçant la viscosité par cette nouvelle valeur, on obtient un accord semi-quantitatif avec la loi newtonienne.

À titre de comparaison, les données produites par Lin et Donnelly [60] et Élise Lorenceau [61] avec des jets liquides étaient bien ajustées par l'équation  $Ca_c = 1,6 \ln \eta/\eta_0 - 13,7$ . Pour un rapport de viscosité  $\eta/\eta_0$  de l'ordre de  $10^5$ , le nombre capillaire critique était de l'ordre de 8, soit près de deux fois supérieur au résultat des expériences de la figure 6.15. La dépendance observée était donc fortement amplifiée artificiellement par l'effet d'évasement. Nous reviendrons sur ces expériences de fibres enduites au chapitre 8, où nous examinerons les modifications apportées par la présence d'un cœur solide au-delà de la vitesse d'entraînement d'air.

### Autre mécanisme de rupture de l'interface

Lorsque nous avons utilisé des huiles plus visqueuses (1 et 10 Pa.s), et des fibres de petit rayon, nous avons constaté que l'interface n'était pas crevée de la même manière. La symétrie de révolution autour de la fibre est souvent rompue, et il se forme une pointe à 3 dimensions (figure 6.16). Cette structure est semblable à celle observée dans les expériences de Cohen et Nagel [18] ou de Courrech du Pont et Eggers [30]. Nous n'avons pas d'interprétation certaine de ce phénomène. L'expérience



FIG. 6.16: Fibre de  $75 \mu\text{m}$  de rayon plongée dans un bain d'huile silicone de viscosité  $970 \text{ mPa.s}$ . L'interface forme une pointe tridimensionnelle.

est peut-être mal contrôlée : il est possible que la fibre n'entre pas dans le bain de manière parfaitement verticale. Il s'agit peut-être aussi d'un effet non-Newtonien : un liquide rhéofluidifiant a tendance à montrer une certaine localisation des écoulements dans des bandes de cisaillement [92]. La séparation de l'écoulement en phases peu visqueuse et fortement cisillée d'une part et plus vis-

queuse et faiblement cisailée d'autre part permet de limiter la dissipation visqueuse totale. Ce type de séparation de phase est observé expérimentalement dans divers systèmes tels que les micelles géantes [88] et d'autres phases lyotropes [86].

## 6.8 Contrôle le seuil d'entraînement

Nous avons vu précédemment que l'entraînement d'air par un jet liquide est d'autant plus difficile que le jet est visqueux, et ceci du fait d'un ralentissement du liquide avant l'impact. Ce problème est résolu avec l'expérience des fibres enduites. Nous considérons ici quelques autres situations qui pourraient permettre de moduler le seuil d'entraînement.

### 6.8.1 Fluides non-Newtoniens

Les mêmes expériences peuvent être réalisées avec des fluides non-Newtoniens. Récemment, Chris Pipe et Marie Le Merrer [71] ont étudié ce qui se passait avec des solutions de liquide rhéofluidifiant, et constaté d'énormes différences de comportement : on n'arrive plus à entraîner d'air, même pour des vitesses d'impact supérieures au mètre par seconde. Dans ce domaine, étant donné la variété des comportements rhéologiques, il est possible d'imaginer toutes sortes de modifications.

- Un fluide d'élasticité non négligeable présente un seuil d'entraînement différent. On peut imaginer que les forces élastiques soient capables de s'associer aux forces capillaires pour résister à la pression liée à l'écoulement de la phase supérieure dans la pointe.
- Si on utilise un liquide rhéofluidifiant, les régions fortement cisillées sont celles qui ont la viscosité la plus faible. Près de la pointe, là donc où la viscosité est la plus faible, le nombre capillaire est abaissé et la vitesse seuil d'entraînement est augmentée. Par ailleurs, nous avons mentionné plus haut la possibilité d'apparition d'instabilité du type "shear-banding" où le cisaillement est localisé.
- Au contraire, l'utilisation d'un liquide rhéoépaississant pourrait diminuer le seuil d'entraînement.

### 6.8.2 Perturbation du jet

Dans le cas de liquides très peu visqueux, il a été montré que des perturbations dans la surface du jet pouvaient déclencher l'entraînement d'air [108]. La présence d'une boursoufflure sur le jet agit en atteignant la surface du bain comme un goutte qui tombe sur la surface. Sous certaines conditions, une cavité se forme autour du jet (ou de la goutte) lors de l'impact, et se referme pour piéger une (ou plusieurs) bulle(s) d'air.

Ce genre de mécanisme existe aussi pour les liquides plus visqueux, même s'il n'est pas exclusif. Avec une huile 500 fois plus visqueuse que l'eau, nous avons observé que des irrégularités dans la taille du jet peuvent déclencher l'entraînement d'air. Ces irrégularités sont bien souvent provoquées par la présence de poussières dans le liquide. Une fois le processus déclenché, l'entraînement d'air continue et la gaine d'air est stable. Il semble donc qu'il existe une hystérésis dans la valeur seuil de la vitesse d'entraînement. Ce phénomène est confirmé dans une expérience à vitesse d'impact variable. Lorsque cette vitesse est suffisamment élevée pour faire céder l'interface ( $V > V^*$ ), il est possible de la réduire ( $V_c < V < V^*$ ) sans toutefois stopper l'entraînement d'air.

### 6.8.3 Présence d'un obstacle dans le bain

On évite l'entraînement d'air si le jet est suffisamment ralenti avant son impact. Comme on l'a vu, le bain de liquide lui-même freine le jet. Mais on peut aussi ajouter un obstacle sur le chemin du jet. La situation la plus simple est celle d'un bain peu profond. Le liquide sent alors la présence du fond, sur lequel la vitesse du jet est nulle. Sur un tel bain, la vitesse seuil de rupture de l'interface est relevée. Si le bain est très peu profond, l'entraînement d'air est totalement supprimé.

Avec une huile 1000 fois plus visqueuse que l'eau, et un bain assez profond, on observe parfois que l'interface du liquide est fortement déformée. Elle semble crevée, mais, comme le montre la figure 6.17, la structure formée est stable : aucune bulle n'apparaît à l'extrémité de la trompette, ce qui implique qu'on n'injecte pas d'air dans le bain d'huile. Nous reparlerons de ce curieux système dans le chapitre 8.

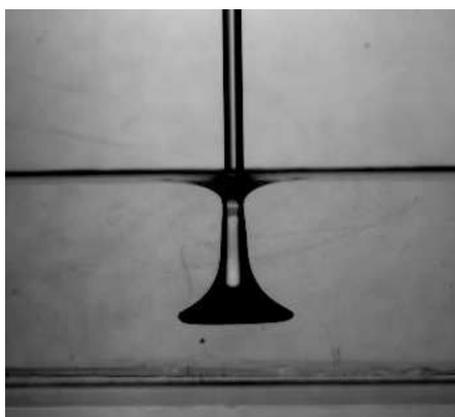


FIG. 6.17: Jet d'huile silicone 1000 fois plus visqueuse que l'eau tombant sur un bain d'huile peu profond. Il se forme autour du jet une trompette d'air stable, mais sans que des bulles ne soient émises à l'embouchure de la trompette. Le rayon du jet est de l'ordre d'un millimètre.

#### 6.8.4 Les jets inclinés

L'impact oblique d'un jet d'huile silicone sur un bain de la même huile peut conduire à un rebond du liquide incident. Pour une inclinaison suffisamment forte du jet par rapport à la verticale, il existe



FIG. 6.18: Jet oblique d'huile silicone de viscosité 100 mPa.s rebondissant sur un bain de la même huile. Le diamètre du jet vaut 300  $\mu\text{m}$  environ.

une gamme de vitesse d'impact autorisant le rebond [40]. Dans le cas d'une huile silicone 100 fois plus visqueuse que l'eau, le rebond est observé pour des inclinaisons de plus de  $30^\circ$  par rapport à la verticale, et des vitesses d'impact comprises entre 40 et 70  $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ . Dans ce régime, la surface du bain se creuse mais ne cède pas. Une mince couche d'air entre le jet et le bain assure ce phénomène de "caléfaction dynamique". Au-delà de 70  $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ , le jet pénètre dans le bain et entraîne autour de lui une gaine d'air, comme c'est le cas lors d'un impact vertical. Ces expériences préliminaires n'ont pas permis de montrer de variation significative de la vitesse seuil d'entraînement d'air avec l'angle de l'impact.

#### 6.8.5 Pourquoi le mécanisme est-il différent pour les liquides non-visqueux ?

Il est très naturel de diminuer la viscosité du liquide utilisé pour se rapprocher du cas courant de l'eau. En pratique, on constate qu'en dessous d'une viscosité de l'ordre de 5 mPa.s, la phénoménologie de l'entraînement change. Il n'y a plus formation de cusp, la surface se brise de manière plus brutale, et discontinue. Lorsqu'on observe l'allure du jet avant l'impact, on constate que l'entraînement d'air n'a lieu que lorsque des corrugations apparaissent. Le mécanisme d'entraînement semble donc dans ce cas être celui décrit par Zhu, Oguz et Prosperetti [108].

Le mécanisme de rupture d'un cusp est déclenché lorsque le nombre capillaire est d'ordre unité. La vitesse d'entraînement dépend donc essentiellement de la viscosité du bain comme  $1/\eta$ . Lorsqu'on tend vers les faibles viscosités, la vitesse d'entraînement et donc le Reynolds correspondant augmente fortement (comme  $\eta^2$ ). Il vient donc un moment où ce nombre est suffisant pour que le jet devienne

turbulent en dessous du seuil d'entraînement.

La transition vers la turbulence dans un tuyau de rayon  $R$  se fait pour un nombre de Reynolds  $\rho VR/\eta$  de l'ordre de 1000. Le Reynolds à la vitesse d'entraînement d'air est donc de l'ordre de  $\rho\gamma R/\eta^2 = 1/Oh^2$  où  $Oh = \eta/(\rho\gamma R)^{\frac{1}{2}}$  est le nombre d'Ohnesorge. Si le jet est trop gros, ou pas assez visqueux, il sera turbulent. La viscosité limite pour qu'un jet reste laminaire au seuil d'entraînement est donc de l'ordre de :

$$\eta_{min} \sim \left( \frac{\rho\gamma R}{1000} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6.22)$$

Les plus petits jets que nous sommes capables de fabriquer ont un rayon de 100  $\mu\text{m}$ . La viscosité en dessous de laquelle le jet devient turbulent pour cette taille est donc de l'ordre de :

$$\eta_{min} \sim \left( \frac{10^3 \times 5 \cdot 10^{-2} \times 10^{-4}}{1000} \right)^{\frac{1}{2}} \sim 2 \cdot 10^{-3} \text{ Pa.s} \quad (6.23)$$

C'est précisément la viscosité en dessous de laquelle nous n'observons plus le mécanisme d'entraînement habituel.

En pratique, si on veut abaisser le seuil d'entraînement, il est donc préférable d'utiliser un jet irrégulier, perturbé, en mouvement. À l'inverse, pour brider l'entraînement d'air, il serait peut-être envisageable d'utiliser des injecteurs convergents, afin de limiter la turbulence.

## 6.9 Conclusion

Le seuil d'entraînement d'air par un jet liquide doit donc être défini avec précaution. Nous avons montré qu'un seuil anormalement élevé s'explique par l'existence d'un élargissement des jets légèrement en amont de la zone d'impact. Cet élargissement, en réduisant la vitesse du liquide autour de la région de courbure élevée, a pour effet d'augmenter le seuil apparent d'entraînement d'air. L'utilisation de jets rigidifiés par des fibres montre que le seuil est le même que celui qu'on observe lorsqu'une nappe couvrant un cylindre frappe un bain de même nature, et qu'il ne dépend plus (apparemment) de la taille du jet. Ce résultat se comprend, les courbures des jets utilisés étant très faibles devant la courbure quasi-singulière de l'interface avant rupture. Enfin, le mécanisme d'entraînement semble pouvoir être modulé par la géométrie du système ou encore par les caractéristiques physiques des liquides utilisés. Ce dernier point mériterait une étude plus systématique.

# Chapitre 7

## Épaisseur du film entraîné

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>127</b>
<b>7.2</b>	<b>Le film entraîné</b>	<b>128</b>
7.2.1	Description	128
7.2.2	Mesure de l'épaisseur	130
<b>7.3</b>	<b>Le modèle de Landau et Levich</b>	<b>131</b>
7.3.1	Loi d'échelle	131
7.3.2	Adaptation à l'entraînement d'air par un jet	133
7.3.3	Comparaison avec les expériences	133
7.3.4	Influence de la viscosité	135
<b>7.4</b>	<b>Les bulles issues du film</b>	<b>136</b>
<b>7.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>137</b>

---

### 7.1 Introduction

Au-delà d'une certaine vitesse d'impact, un jet crève l'interface du bain dans lequel il tombe, et de l'air est entraîné dans ce bain. Quand on verse de l'eau dans un verre, l'entraînement d'air se manifeste par un crépitement caractéristique. Si le liquide est plus visqueux, presque aucun bruit ne se fait entendre, mais de l'air peut être pareillement entraîné. Il l'est le plus souvent sous une forme régulière, un film. Dans le cas de l'impact d'un jet, ce film est une gaine d'air, autour du jet. Cette gaine n'est pas stable, et se désintègre rapidement en bulles d'air.

Ce chapitre est consacré à la détermination expérimentale de l'épaisseur de la gaine d'air. Elise Lorenceau [61, 62] a mesuré l'épaisseur de tels films pour des jets de taille millimétrique. L'épaisseur typique de ces films d'air est de l'ordre de 10  $\mu\text{m}$ . Nous nous intéressons ici plus particulièrement à l'influence de la taille du jet. Nous essayons aussi de comprendre le rôle de la viscosité des liquides

utilisés.

## 7.2 Le film entraîné

### 7.2.1 Description

Au-delà du seuil d'entraînement, de l'air est donc emporté autour du jet. On le voit sur la figure 7.1 par les lignes noires autour du jet, qui sont dues à la réflexion totale de la lumière sur l'interface liquide-air. La surface du bain est déformée à proximité de l'impact, et forme un ménisque se raccordant à la gaine d'air. Une fois dans le bain, le jet ralentit, ce qui lui donne une forme de trompette. Après s'être écoulé le long de cette gaine, l'air s'échappe sous forme de bulles (7.1). L'analyse de la taille de ces bulles nous permet d'obtenir des informations sur l'épaisseur du film d'air.



FIG. 7.1: Trompette d'air au-dessus du seuil d'entraînement, telle qu'on peut l'observer en regardant juste sous la surface sur laquelle se fait l'impact. Près du point d'impact, la surface du bain est déformée (le ménisque apparaît en noir sur l'image). La gaine d'air se brise rapidement en gouttelettes. Le rayon du jet vaut ici  $350 \mu\text{m}$ .

Nous supposerons que l'écoulement de l'air dans sa gaine se fait selon un profil de Couette (cisaillement pur, voir figure 7.2). L'air étant très peu visqueux, il est naturel de penser que le film d'air est un bon "isolant" mécanique. Nous supposerons donc que la vitesse du liquide situé dans le bain est faible devant la vitesse du jet interne à la gaine. Nous reviendrons sur ce point plus loin.

L'écoulement du liquide dans le jet a été testé dans certains cas. Nous avons introduit des particules de polystyrène de  $80 \mu\text{m}$  de diamètre dans de l'huile silicone de viscosité  $500 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ . Un jet de cette huile est ensuite filmé au-delà de la vitesse d'entraînement. Les particules laissent sur les images des traces dont la longueur correspond au trajet parcouru pendant le temps de pause ( $1/4000 \text{ s}$  sur la figure 7.3). La figure 7.4 donne la valeur de la vitesse  $V$  déduite de ces mesures

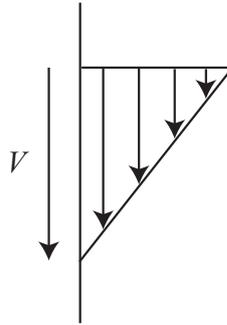


FIG. 7.2: Profil de Couette pour l'écoulement de l'air dans la gaine. Le bain, à droite sur le dessin, ne s'écoule quasiment pas, car il est isolé par l'air, de faible viscosité.



FIG. 7.3: Jet d'huile silicone inséminé avec des particules de  $80\ \mu\text{m}$  de diamètre. Les particules de polystyrène présentes dans le jet laissent sur les images des traces qui permettent de mesurer leur vitesse. Le rayon du jet vaut  $400\ \mu\text{m}$ . Le temps d'exposition est  $1/4000\ \text{s}$ .

pour quelques particules, sans indication de leur position. On note que les particules ont toutes des vitesses similaires, les fluctuations sont de l'ordre de 10%. Ceci indique un profil de type "bouchon" pour la vitesse de l'huile dans le jet. La vitesse moyenne d'écoulement d'air dans la gaine est donc

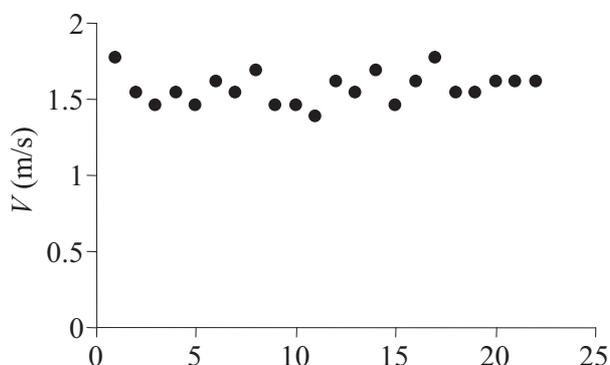


FIG. 7.4: Vitesse de quelques billes de polystyrène introduites dans un jet d'huile silicone de viscosité 500 mPa.s. Les fluctuations sont de l'ordre de 10% de la vitesse moyenne. L'axe des abscisses donne le numéro de l'échantillon.

$V/2$ . Le débit total d'air entrant dans le bain vaut donc :

$$Q = \pi R e V \quad (7.1)$$

où  $R$  est le rayon du jet, et  $e$  l'épaisseur du film d'air. La mesure de ce débit permet donc de remonter à l'épaisseur du film entraîné.

### 7.2.2 Mesure de l'épaisseur

La mesure du débit d'air peut paraître simple. Elle demande pourtant de la patience. Il est difficile de récupérer la totalité de l'air entraîné pour mesurer son volume après l'expérience : nous avons essayé plusieurs dispositifs pour piéger les bulles, mais ceux-ci perturbent les écoulements autour de la région d'impact, et influent probablement sur la quantité d'air incorporée au bain. L'utilisation d'un programme qui mesurerait automatiquement les tailles des bulles visibles sur les images s'avère également malcommode. Une bulle peut en cacher une autre, et le programme n'est pas capable de distinguer deux bulles dont les images se recouvrent. Reste donc le dépouillement "à la main" des images, qui permet de n'oublier aucune des bulles issues de la déstabilisation de la gaine d'air. Leur volume total pendant un temps donné nous donne le débit d'air entraîné, et la formule 7.1 nous permet de remonter à l'épaisseur du film.

La figure 7.5 résume nos expériences, en montrant les épaisseurs mesurées de films d'air entraînés par des jets d'huile silicone 500 fois plus visqueuse que l'eau. La vitesse de ces jets est légèrement supérieure (jusqu'à 20 %) à la vitesse critique d'entraînement d'air. Elle est donc assez différente pour les petits jets (jusqu'à  $4 \text{ m.s}^{-1}$ ) et pour les gros ( $1 \text{ m.s}^{-1}$  environ), comme nous l'avons montré

au chapitre précédent. On constate cependant que les données ne sont pas très dispersées et que l'épaisseur des films augmente sensiblement avec le rayon des jets.

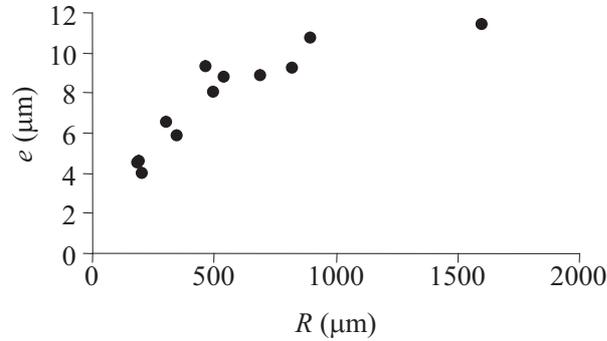


FIG. 7.5: Epaisseur du film d'air entraîné par un jet d'huile silicone de viscosité 500 mPa.s. La vitesse est proche du seuil d'entraînement. L'épaisseur du film d'air augmente nettement avec le rayon du jet.

### 7.3 Le modèle de Landau et Levich

Si on la regarde à l'envers, la situation du film d'air gainant le jet nous en rappelle une autre, plus connue. Lorsqu'on tire un solide en dehors d'un bain liquide, il en ressort couvert d'un film liquide. Le liquide est entraîné sur le solide par viscosité. Les forces de tension superficielle s'opposent à la déformation de la surface du bain et limitent l'épaisseur du film entraîné. En 1942, Landau et Levich [54] ont calculé théoriquement l'épaisseur d'un tel film, dans la limite des faibles nombres capillaires. Dans le cas de l'entraînement d'air par un jet, la situation est très proche : le jet liquide joue le rôle du solide, et il entraîne à sa surface un film d'air. On fabrique donc dans cette situation un film de type Landau-Levich, comme proposé par Lorenceau *et al.* [62].

#### 7.3.1 Loi d'échelle

La situation considérée par Landau et Levich dans [54] est celle d'une plaque solide extraite d'un bain à vitesse constante. Le liquide est séparé en trois régions (figure 7.6) :

- Loin du bain, un film d'épaisseur  $e$  constante recouvre le solide.
- Loin du solide, le liquide est peu sensible au mouvement de la plaque. Dans cette région, la surface du liquide est donc décrite par la statique : les forces de tension de surface équilibrent la gravité.
- La partie intermédiaire est le ménisque dynamique. Les forces visqueuses y sont importantes, et s'opposent aux forces capillaires. Cette région se raccorde d'un côté au film plan d'épaisseur

$e$ , et de l'autre au ménisque statique. La longueur de la partie dynamique du ménisque est notée  $\lambda$ .

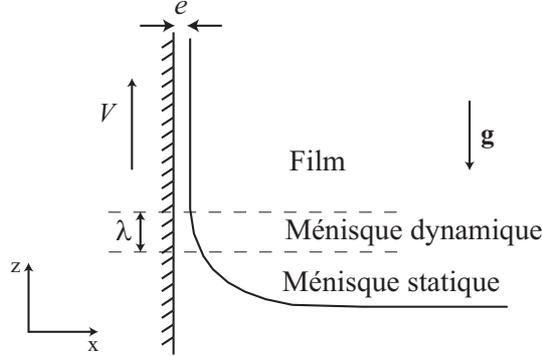


FIG. 7.6: La géométrie du problème de Landau. La plaque solide emporte avec elle un film d'épaisseur  $e$ . Loin de la plaque, la forme de la surface est déterminée par un équilibre entre forces capillaires et gravité. La région intermédiaire est déformée par les forces visqueuses.

Dans la région dynamique, la force visqueuse qui permet d'emporter le fluide s'écrit, par unité de largeur de la plaque :

$$\eta_0 \frac{V}{e} \lambda \quad (7.2)$$

La surpression capillaire dans le film plan est nulle. La courbure du ménisque dynamique est de l'ordre de  $e/\lambda^2$ . La force capillaire par unité de largeur de la plaque vaut donc  $\gamma e^2/\lambda^2$ . Cette force repousse le liquide vers le bain. L'équilibre des forces dans le ménisque dynamique s'écrit donc de la manière suivante :

$$\eta_0 \frac{V}{e} \lambda \sim \gamma \frac{e^2}{\lambda^2} \quad (7.3)$$

D'autre part, la courbure du ménisque dynamique doit se raccorder à celle du ménisque statique. Cette condition s'écrit :

$$\frac{e}{\lambda^2} \sim \kappa \quad (7.4)$$

où  $\kappa^{-1} = \sqrt{\gamma/\rho g}$  est la longueur capillaire du liquide considéré. En combinant ces deux équations, on extrait l'épaisseur du film et la taille du ménisque dynamique :

$$e \sim \kappa^{-1} C a_0^{\frac{2}{3}} \quad (7.5)$$

$$\lambda \sim \kappa^{-1} C a_0^{\frac{1}{3}} \quad (7.6)$$

où  $C a_0 = \eta_0 V/\gamma$  est le nombre capillaire, qui compare les effets visqueux et capillaires. Le calcul exact [54, 85] conduit au même résultat, au coefficient numérique près :

$$e = 0,94 \kappa^{-1} C a_0^{\frac{2}{3}} \quad (7.7)$$

L'épaisseur du film dépend donc du nombre capillaire, et elle est normée par une taille externe qui est ici la longueur capillaire.

### 7.3.2 Adaptation à l'entraînement d'air par un jet

Dans le cas de l'entraînement de liquide par une fibre, la symétrie de révolution apporte une courbure supplémentaire. La taille typique d'un ménisque statique autour d'une fibre petite devant la longueur capillaire est le rayon  $R$  de la fibre (voir par exemple [24]). La longueur qui norme l'expression de Landau et Levich pour l'épaisseur du film n'est donc plus  $\kappa^{-1}$ , mais  $R$ . Si le jet est petit devant  $\kappa^{-1}$ , on attend donc une influence de la courbure du jet, et l'épaisseur s'écrit :

$$e = 1,34RCa_0^{\frac{2}{3}} \quad (7.8)$$

Une deuxième particularité de notre système est la condition limite à la surface "extérieure" du film. Dans le problème de Landau et Levich, cette surface est libre, ce qui du point de vue hydrodynamique implique que la contrainte visqueuse y est nulle. Dans le problème de l'entraînement d'air par des jets, au contraire, la surface externe de la gaine d'air est un liquide visqueux, plus proche d'un solide. La contrainte à cet endroit n'est donc pas nulle, mais c'est la vitesse qui s'annule à la surface. Cette différence ne modifie pas la loi d'échelle, mais affecte le coefficient numérique.

Le rétro-écoulement du film vers le ménisque dynamique est bridé, ce qui augmente l'épaisseur selon la loi :

$$e = 2,13RCa_0^{\frac{2}{3}} \quad (7.9)$$

L'épaisseur des films d'air, dans notre cas, devrait donc être proportionnelle à la taille des jets. Pour un jet d'huile silicone de vitesse typique un mètre par seconde et de rayon 500  $\mu\text{m}$ , l'épaisseur prédite par la loi 7.9 est de l'ordre de 10  $\mu\text{m}$ .

### 7.3.3 Comparaison avec les expériences

La figure 7.7 regroupe, avec une représentation adaptée à la loi de Landau modifiée (équation 7.9), les mesures d'épaisseur des films pour les expériences réalisées avec l'huile silicone de viscosité 500 mPa.s. Les points expérimentaux se regroupent le long d'une même courbe. Nous observons deux régimes : pour les petits jets, l'épaisseur des films croît linéairement avec le rayon des jets. Aux grandes tailles, on observe une tendance à la saturation de l'épaisseur du film d'air.

Dans le premier régime, l'épaisseur du film d'air est sensible aux variations du rayon du jet. L'épaisseur d'air est proportionnelle à  $R$  :

$$e \simeq 1,3RCa_0^{\frac{2}{3}} \quad (7.10)$$

Cette relation est vérifiée pour des valeurs de  $R$  comprises entre 200 et 1000  $\mu\text{m}$  environ. Il est difficile de pousser un liquide de viscosité 500 mPa.s à travers une aiguille de seringue plus étroite, ce qui fixe la taille minimale des jets fabriqués dans cette expérience.

Lorsque les jets deviennent millimétriques ( $R \gtrsim \kappa^{-1}$ ), l'épaisseur du film d'air semble saturer. Dans ce régime, on observe :

$$\frac{e}{Ca_0^{\frac{2}{3}}} \simeq 1300 \mu\text{m} \quad (7.11)$$

Pour plusieurs raisons, peu de points expérimentaux sont disponibles aux grandes valeurs de  $R$ . Il est tout d'abord difficile de fabriquer un jet de gros diamètre dont le profil de vitesse est contrôlé. De plus, la région dans laquelle se répartissent les bulles d'air issues de la déstabilisation est beaucoup plus grande. Il est donc nécessaire de la filmer de plus loin, ce qui ne permet plus de mesurer correctement la taille des bulles issues de la gaine d'air. Enfin, le nombre de ces bulles est plus élevé, ce qui rend l'opération de comptage très fastidieuse.

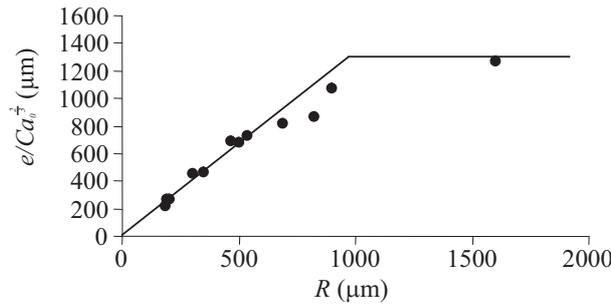


FIG. 7.7:  $e/Ca_0^{\frac{2}{3}}$  en fonction du rayon des jets. En trait plein, nous avons tracé les droites d'équation  $e/Ca_0^{\frac{2}{3}} = 1,3R$  et  $e/Ca_0^{\frac{2}{3}} = 1300 \mu\text{m}$ . Les expériences ont été réalisées avec de l'huile silicone 500 fois plus visqueuse que l'eau.

Pour les petits jets, la cause physique de la variation d'épaisseur du film d'air est la forte pression qui règne dans la gaine d'air cylindrique. La courbure de l'interface externe du film impose, par la loi de Laplace, une pression plus forte dans la gaine d'air que dans le bain environnant (le saut de pression vaut  $\gamma/R$ ). La pénétration de l'air est donc contrariée dans la région où le jet plonge dans le bain. Plus le jet est petit, plus on attend une gaine mince, conformément à la loi de Landau pour les fibres (équation 7.9).

Dans le deuxième régime,  $e/Ca_0^{\frac{2}{3}}$  devient une constante, de l'ordre de la longueur capillaire de l'huile silicone utilisée (qui vaut 1500  $\mu\text{m}$ ). Dans ce domaine, la courbure du jet devient négligeable devant la courbure du ménisque statique sur un plan. On retrouve donc le comportement prévu pour un film entraîné par une plaque.

Les caractéristiques essentielles de la loi de Landau et Levich sont donc bien reproduites par les expériences. L'ordre de grandeur de l'épaisseur entraînée est le bon : pour une vitesse de l'ordre d'un mètre par seconde, et un jet d'huile silicone de rayon 500  $\mu\text{m}$ , l'épaisseur prévue par le modèle dérivé

de Landau est de  $10\ \mu\text{m}$  environ. Les épaisseurs mesurées expérimentalement sont typiquement de quelques microns. L'évolution de  $e$  en fonction de  $R$  est également correcte. À petite taille, on attend bien que l'épaisseur des films soit proportionnelle au rayon des jets. Pour les grandes tailles, la courbure des jets devient faible, on s'attend donc à retrouver le régime traité originellement par Landau et Levich : l'épaisseur est alors normée par une longueur externe telle que la longueur capillaire, et ne dépend plus du rayon du jet. On constate cependant que les résultats expérimentaux sont ici systématiquement en dessous des prédictions d'un modèle "à la Landau". Dans les deux régimes explorés, les expériences conduisent à une épaisseur de film de l'ordre de 0,6 fois celle prévue par la théorie. Plusieurs hypothèses peuvent être avancées pour expliquer un écart à la loi de Landau :

- Le liquide constituant le bain n'est pas parfaitement immobile, ce qui change la condition limite sur la surface externe du film d'air. Les deux interfaces du film contribuent donc à entraîner l'air vers le bain. Mais cet effet aurait tendance à épaissir le film, et non à l'amincir.
- Lorsque la gaine d'air se casse, le liquide du jet entre en contact avec le bain. Les contraintes hydrodynamiques pourraient se faire sentir jusqu'à la surface du bain et modifier la courbure du ménisque qui se raccorde au jet. Les conditions de raccord dans le modèle de Landau et Levich seraient alors changées, ce qui doit modifier l'épaisseur du film entraîné.
- Il est possible que nous rations les plus petites bulles, qu'on ne voit pas ou qui se dissolvent dans le liquide, nous conduisant alors à sous-estimer le volume d'air entraîné. Il paraît pourtant peu probable que la quantité négligée soit de l'ordre de la moitié du volume total.
- Enfin, nous avons jusqu'ici traité le gaz entraîné comme un liquide continu. Or les épaisseurs considérées deviennent faible, de l'ordre du micron. Cette taille reste supérieure au libre parcours moyen dans l'air, de l'ordre de  $70\ \text{nm}$  à température et pression ambiantes, mais on peut se demander s'il existe un glissement de l'air à la paroi. L'entraînement serait alors moins efficace, et les gaines d'air plus minces que la prédiction. On attendrait cependant qu'un tel effet s'estompe pour les films les plus épais (les jets les plus gros). Or il ne semble pas que ce soit le cas.

#### 7.3.4 Influence de la viscosité

Nous avons répété l'expérience avec des huiles de viscosité différente ( $10$  à  $1000\ \text{mPa}\cdot\text{s}$ ). L'épaisseur du film d'air entraîné est toujours croissante avec le rayon du jet. "L'essorage" du film par la suppression de Laplace pour les petits jets semble donc être un phénomène robuste. Le coefficient numérique des ajustements des données expérimentales par des loi du type Landau-Levich est lui très variable. Pour l'huile silicone de viscosité  $10\ \text{mPa}\cdot\text{s}$ , l'épaisseur d'air mesurée est de l'ordre du double de celle de Landau. Pour une huile 50 fois plus visqueuse que l'eau, elle au contraire proche

d'un quart de la prédiction. L'huile 100 fois plus visqueuse que l'eau est proche du résultat attendu. Cette variabilité importante trouve peut-être une explication dans la forme de la gaine d'air. Celle-ci est très variable d'un liquide à l'autre, comme on le verra au chapitre 8. Le couplage entre le jet et le bain pourrait être variable et important dans la détermination de l'épaisseur de la gaine d'air.

## 7.4 Les bulles issues du film

Le film d'air a tendance à se briser rapidement en une multitude de bulles. Ces bulles peuvent refléter des caractéristiques du film qui leur a donné naissance. La figure 7.8 montre la distribution de la taille des bulles issues de la déstabilisation d'une trompette d'air (les plus petites bulles mesurées ont une taille d'un pixel sur l'image).

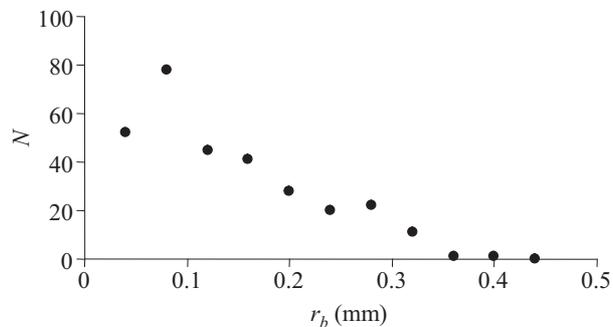


FIG. 7.8: Histogramme de la fréquence d'apparition de bulles en fonction de leur taille dans la déstabilisation d'une gaine d'air. Le rayon du jet vaut ici  $195 \mu\text{m}$ .

Les bulles de petit rayon contiennent seulement une faible fraction du volume total d'air entraîné. Dans la suite, nous ne considérons que les plus grosses bulles. La coupure aux petites tailles est choisie de façon à ce que 95% du volume d'air total soit pris en compte. La figure 7.9 montre le rayon moyen des bulles issues de la déstabilisation de la trompette d'air. Cette taille augmente nettement avec le rayon du jet. Les données sont bien ajustées par la droite d'équation  $\langle r_b \rangle = 0,30R$ .

Comme nous l'avons vu plus haut, l'épaisseur de la gaine d'air croît avec la taille du jet. La trompette se casse souvent par tronçons horizontaux. La taille verticale de ces tronçons n'est pas triviale. Si on pense que la déstabilisation est initié par un mécanisme de type Plateau-Rayleigh, la longueur des tronçons est elle aussi proportionnelle au rayon du jet. Le volume d'air compris dans un tel fragment de trompette serait donc de l'ordre  $e \times R^2$ , soit  $R^3 Ca_0^{\frac{2}{3}}$ . Le rayon typique des bulles attendu est donc de l'ordre de  $RCa_0^{\frac{2}{9}}$ . Les nombres capillaires typiques observés dans les expériences sont de l'ordre de  $10^{-3}$ , ce qui conduit à une taille typique pour les bulles d'environ  $0,2R$ , assez proche des observations expérimentales. Cependant, le mécanisme de déstabilisation de la trompette est mal connu, et les hypothèses que nous venons de faire doivent être prises avec précaution. Nous

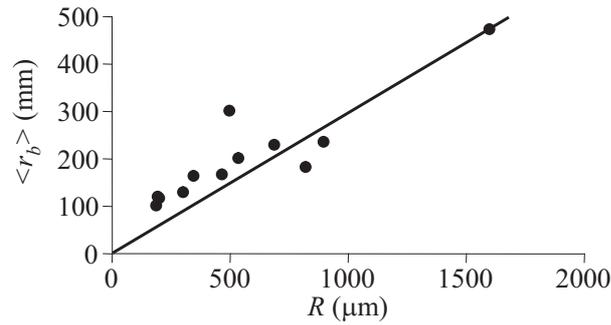


FIG. 7.9: Rayon moyen des bulles issues de la déstabilisation des trompettes en fonction du rayon des jets. Les plus petites bulles, représentant 5% du volume total d'air entraîné, ne sont pas incluses dans ce décompte. La droite a pour équation  $\langle r_b \rangle = 0,30R$ .

reparlerons de la trompette au chapitre suivant.

## 7.5 Conclusion

Les gaines d'air entraînées par des jets sont d'épaisseur micrométrique. Du fait de la pression capillaire élevée régnant dans la gaine lorsque les jets deviennent petits, l'épaisseur des films d'air est réduite dans ce cas. L'analyse des bulles d'air issues de l'entraînement renseigne également sur les propriétés du film. Les bulles sont d'autant plus petites que les jets sont fins. Ceci reflète à nouveau la minceur des films d'air gainant les petits jets.

L'évolution de l'épaisseur du film d'air avec le rayon du jet est bien décrite par un modèle du type Landau-Levich. À petit rayon, l'épaisseur du film est proportionnelle au rayon du jet. Lorsque la taille du jet devient proche de la longueur capillaire, nous constatons que l'épaisseur des films montre une saturation. Les coefficients numériques déduits de l'expérience indiquent toutefois une sur-estimation d'un facteur 2 environ du modèle théorique.

La minceur de la gaine d'air à petit rayon de jet joue peut-être un rôle important dans la détermination de sa propre épaisseur. En effet, nous avons supposé que ce film jouait un rôle d'isolant mécanique entre le jet et le bain sur lequel se fait l'impact. Nous reparlerons de ceci dans le chapitre qui suit.



# Chapitre 8

## La trompette

### Sommaire

---

<b>8.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>139</b>
<b>8.2</b>	<b>Typologie</b>	<b>140</b>
8.2.1	Trompette	140
8.2.2	Accordéon	140
8.2.3	Catastrophique	141
<b>8.3</b>	<b>Ce qui fixe la taille de la trompette</b>	<b>142</b>
8.3.1	Les forces en jeu	143
8.3.2	Récession	145
8.3.3	Le cas des liquides peu visqueux	146
<b>8.4</b>	<b>La croissance de la trompette</b>	<b>146</b>
<b>8.5</b>	<b>Le ménisque externe</b>	<b>148</b>
8.5.1	Couplage bain-jet	149
8.5.2	Couplage par le film d'air	149
8.5.3	Couplage par le bain	149
<b>8.6</b>	<b>La trompette voit le fond</b>	<b>150</b>
<b>8.7</b>	<b>Les fibres enduites</b>	<b>151</b>
8.7.1	Forme de la gaine	152
8.7.2	La rétraction de la gaine	153
8.7.3	Dynamique de croissance	154
<b>8.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>156</b>

---

### 8.1 Introduction

Dans ce chapitre très descriptif, nous nous intéressons aux différentes formes que peut prendre la gaine d'air entraîné. Nous présentons d'abord nos observations. Pour les configurations les plus

simples, nous analysons la longueur de cette gaine, et nous intéressons à sa dynamique de croissance. Nous présentons ensuite les différentes forces susceptibles de la modeler. Nous tentons d'isoler un petit nombre paramètres pour décrire, dans les cas les plus simples, l'évolution de la taille de la gaine d'air. Une partie est ensuite consacrée à la forme de la surface du bain au voisinage de la région d'impact, en particulier en fonction de la taille du jet. Pour finir, nous présentons les résultats d'expériences où l'impact est contraint par la présence d'un solide. Le cas des bains peu profonds est examiné. Les expériences de fibres enduites, déjà décrites au chapitre 6, sont enfin discutées du point de vue de la gaine d'air formée.

## 8.2 Typologie

Nous avons observé que la gaine d'air peut prendre des formes variées, qui révèlent la complexité des processus d'incorporation de l'air et de désintégration de la gaine.

### 8.2.1 Trompette

L'une des formes typiques est celle du pavillon d'une trompette (figure 8.1). Ce type est observé



FIG. 8.1: Forme courante de la gaine d'air, en pavillon de trompette. Le rayon du jet vaut  $305\ \mu\text{m}$ . Le liquide utilisé est une huile silicone de viscosité  $450\ \text{mPa}\cdot\text{s}$ .

dans les cas où le liquide entraînant est visqueux (typiquement autour de  $500\ \text{mPa}\cdot\text{s}$  ou plus). On le rencontre également lorsque la vitesse est faible, et lorsque les jets sont petits. L'extrémité du pavillon n'est pas très régulière, elle se brise en bulles d'air.

### 8.2.2 Accordéon

Les liquides moins visqueux ( $\eta \lesssim 100\ \text{mPa}\cdot\text{s}$ ) permettent la formation de gaines moins régulières que la trompette. On voit alors un genre d'accordéon (voir figure 8.2). Le film d'air semble crénelé. On observe cette forme essentiellement pour les jets rapides et gros (typiquement  $R > 300\ \mu\text{m}$  et

$V > 1 \text{ m.s}^{-1}$  pour une huile 100 fois plus visqueuse que l'eau). Après quelques oscillations du rayon de la gaine, le film d'air se brise. Comme dans le cas précédent, il se désintègre en petites bulles d'air. Si le jet est trop rapide, l'instabilité en accordéon conduit plus facilement à la rupture de la

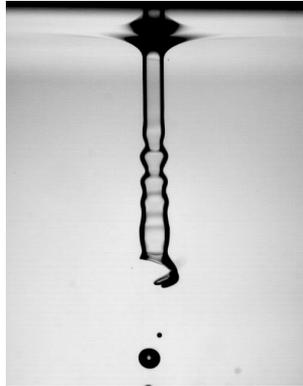


FIG. 8.2: La forme en accordéon est rencontrée pour des jets peu visqueux, rapides et de grand rayon. L'huile est ici 50 fois plus visqueuse que l'eau, la vitesse du jet est de  $1,17 \text{ m.s}^{-1}$  et le rayon vaut  $415 \mu\text{m}$ .

gaine. L'accordéon est alors plus court, et le rapport d'aspect de la gaine d'air est proche de 1. On voit un exemple d'une telle structure sur la figure 8.3. Le jet est ici très gros (centimétrique) et la vitesse élevée.

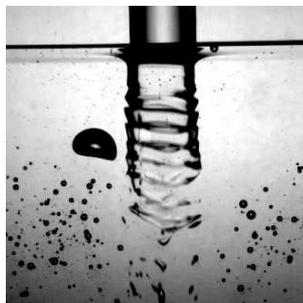


FIG. 8.3: Pour les jets les plus gros, l'accordéon est raccourci. L'huile est ici 100 fois plus visqueuse que l'eau, la vitesse du jet est d'environ  $2 \text{ m.s}^{-1}$  et le rayon vaut  $5 \text{ mm}$ .

### 8.2.3 Catastrophique

Pour des vitesses d'entraînement plus élevées et des liquides peu visqueux, on atteint parfois des régimes beaucoup plus perturbés. De l'air est entraîné sous forme d'une gaine, mais celle-ci est très irrégulière (nous n'avons pas trouvé d'instrument de musique semblable...). Il s'agit plutôt d'un chapelet de bulles d'air enfilées sur le jet. La figure 8.4 donne un exemple d'entraînement d'air par une huile 5 fois plus visqueuse que l'eau. La vitesse du jet, de l'ordre de  $25 \text{ m.s}^{-1}$ , est 5 fois plus

élevée que la vitesse critique d'entraînement d'air. Les bulles issues de la désintégration de cet objet

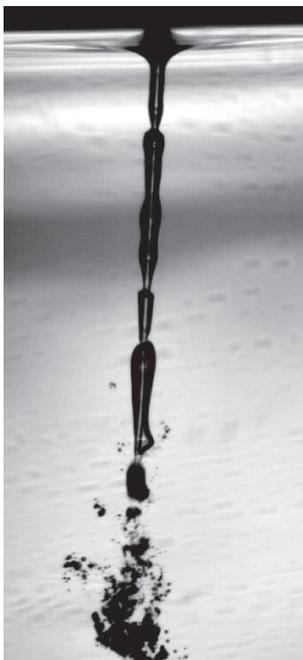


FIG. 8.4: Un jet d'huile silicone 5 fois plus visqueuse que l'eau entraînant de l'air à vitesse élevée ( $25 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) : la gaine d'air est très irrégulière.

sont plus petites que dans les deux cas décrits précédemment. Ceci est attendu, les écoulements étant ici assez violents, et capables de briser les objets trop gros pour être maintenus par la tension superficielle. Étant donné la complexité des phénomènes en jeu, nous ne nous risquerons pas plus loin que la description présente.

### 8.3 Ce qui fixe la taille de la trompette

Dans les cas où la gaine d'air a une forme régulière, nous avons mesuré sa longueur  $l$ . Pour commencer, nous représentons les longueurs de toutes les gaines observées en fonction du rayon des jets (figure 8.5). Nous constatons que les points constituant ce graphique suivent une même tendance.

La première remarque que nous pouvons faire est que les films d'air s'enfoncent d'autant plus dans le bain que les jets sont gros. L'inertie du liquide contenu dans la trompette, qui tend à faire pénétrer le jet dans le bain, est proportionnelle à son volume. Les forces qui tendent à rétracter la gaine sont plutôt liées aux interfaces (par exemple le frottement visqueux à travers le film d'air). De manière générale, le rapport surface sur volume est d'autant plus faible que les objets sont petits. Les effets de volume sont donc dominés à petite échelle, et les jets s'enfoncent moins facilement dans

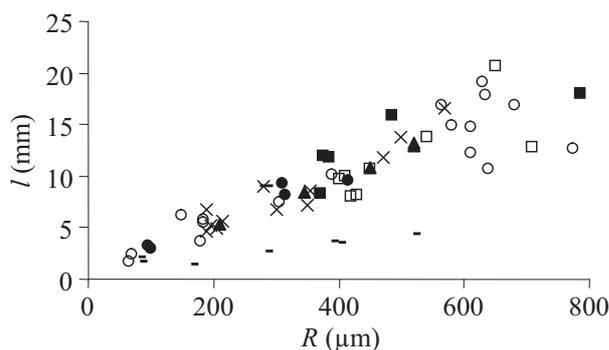


FIG. 8.5: Longueur de la trompette d'air en fonction du rayon des jets. Les liquides utilisés sont le glycérol ( $\square$ ) et des huiles silicone de viscosité 10 (-), 50 ( $\bullet$ ), 100 ( $\circ$ ), 350 ( $\blacktriangle$ ), 500 ( $\times$ ) et 1000 ( $\blacksquare$ ) mPa.s. La vitesse d'impact est comprise entre 1 et  $3,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

le bain.

La viscosité du liquide utilisé semble avoir peu d'influence. Pour une viscosité variant entre 50 et 1000 mPa.s, les points se rassemblent sur une même courbe. La dissipation dans le jet ne participe dont probablement pas à fixer la taille de la gaine.

Nous constatons cependant qu'une famille de points se situe nettement au-dessous de la tendance générale. Aux petits rayons, ces données sont obtenues avec des liquides peu visqueux (huile silicone de viscosité 10 mPa.s). À grand rayon également, certains points s'écartent du comportement général, et correspondent aussi à des liquides relativement peu visqueux (100 mPa.s). On peut attendre un tel comportement : à rayon suffisamment élevé, il est naturel que le film d'air ne sente plus la taille finie du jet. La longueur de la trompette pourrait ainsi ne plus dépendre du rayon du jet.

Les expériences réalisées avec des solutions de glycérol montrent des longueurs de trompette similaires à celle réalisées avec des huiles silicone. Ceci montre un rôle limité de la tension de surface dans la sélection de la longueur de la gaine. En effet, la tension des huiles, de l'ordre de  $20 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$ , est inférieure d'un facteur 3 à celle des mélanges eau-glycérol.

Les variations de la vitesse d'impact du jet (ici comprise entre 1 et  $3,5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) ne semblent pas changer fortement la longueur de la trompette.

### 8.3.1 Les forces en jeu

Un grand nombre de forces sont susceptibles de jouer un rôle dans la forme de la trompette. Nous les détaillons ici. Nous évaluons leurs ordres de grandeur en considérant un jet d'huile de viscosité  $\eta = 500 \text{ mPa}\cdot\text{s}$  et de rayon  $R = 500 \mu\text{m}$  plongeant à  $V = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  dans un bain de la même huile. L'épaisseur  $e$  du film d'air est de l'ordre de  $10 \mu\text{m}$ .

### Inertie

Le jet frappe le bain avec une certaine vitesse. L'inertie associée tend à faire pénétrer le jet dans le bain. La pression inertielle est de l'ordre de  $\rho V^2$ , et elle s'applique sur la section  $\pi R^2$  du jet. La force inertielle qui en résulte s'écrit donc sous la forme suivante :

$$F_i \sim \rho V^2 \pi R^2 \quad (8.1)$$

Avec les valeurs typiques des paramètres données au début de cette partie, cette force est proche de  $5.10^{-4}$  N.

### Gravité

L'air s'écoulant dans la trompette est moins dense que l'huile environnante. Il subit donc la poussée d'Archimède. Le volume d'air formant la gaine vaut  $2\pi R e l$ . On en déduit la poussée  $F_g$  :

$$F_g \sim \rho g 2\pi R e l \quad (8.2)$$

où  $\rho$  est la masse volumique du liquide environnant. L'ordre de grandeur de cette force est de  $10^{-6}$  N.  $e$  et  $l$  étant croissant avec  $R$ , cette force devient importante pour les jets de grand rayon.

### Pertes par viscosité dans le film

La gaine d'air ne voit pas la même vitesse sur ses deux faces. Elle est donc cisailée, et c'est une cause de dissipation d'énergie. La contrainte visqueuse associée est typiquement  $\eta_0 V/e$ , et elle s'applique sur toute la surface de la gaine. La force visqueuse est donc de l'ordre de :

$$F_{\eta_0} \sim \eta_0 \frac{V}{e} 2\pi R l \quad (8.3)$$

En particulier, cette force devient grande lorsque les films sont fins, c'est-à-dire pour les jets de faible rayon. Avec les paramètres donnés au début de cette partie, la longueur de la trompette est de l'ordre du centimètre. La force visqueuse calculée est donc de l'ordre de  $10^{-4}$  N.

### Pertes visqueuses dans le jet

Le jet peut sentir la présence du bain liquide avant de s'y incorporer. Il est ralenti, et s'élargit, comme nous l'avons montré lors de l'étude du seuil d'entraînement (chapitre 6). Ici, les gradients de vitesse sont essentiellement longitudinaux. La force visqueuse est donc du type :

$$F_{\eta} \sim \eta \frac{V}{l^2} \pi R^2 l \sim \eta \frac{V}{l} \pi R^2 \quad (8.4)$$

Pour des valeurs typiques des paramètres expérimentaux, cette force est de l'ordre de  $3.10^{-5}$  N. Cette force devient importante lorsque la viscosité du jet est élevée.

### Capillarité

L'existence d'un gaine d'air présentant une grande surface est défavorable du point de vue de la tension superficielle. En réaction, il existe une force capillaire qui tend à rétracter la trompette. Cette force vaut typiquement :

$$F_\gamma \sim 2\pi R\gamma \quad (8.5)$$

qui est en pratique de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-5}$  N.

La tension de surface pourrait aussi être à l'origine de la rupture du jet par l'instabilité de Plateau-Rayleigh. Cependant, nous avons pris soin ici de réduire la longueur parcourue par les jets avant l'entrée dans le bain pour que cette instabilité n'ait pas le temps de se développer.

### Comparaison des forces

La première conclusion est que l'analyse de la taille de la trompette est rendue complexe par le nombre de forces possibles. En outre, leurs intensités sont toutes relativement proches. Il est donc probable qu'on se trouve le plus souvent dans le cas compliqué où plus de deux forces entrent en jeu.

#### 8.3.2 Récession

L'impact d'un jet d'eau sur une cuillère engendre une lame liquide dans l'air. En s'éloignant de son point d'impact à vitesse constante (rien ne freine le liquide), du fait de la géométrie divergente, cette lame s'amincit. La vitesse de rétraction d'une lame liquide a été calculée par Taylor et Culick [22, 96] :

$$V = \sqrt{\frac{2\gamma}{\rho e}} \quad (8.6)$$

où  $e$  est l'épaisseur de la lame. En particulier  $V$  augmente lorsque la lame devient mince. La frontière de telles nappes liquides est donc le lieu où la vitesse du liquide coïncide avec la vitesse de rétraction de Taylor et Culick.

Dans le cas des trompettes d'air dans l'huile, nous pouvons proposer un argument similaire. La vitesse de rétraction d'un film d'air est faiblement dépendante de son épaisseur. En progressant dans le bain, le jet ralentit et s'évase en conséquence. Il vient donc un moment où la vitesse d'entraînement de la trompette d'air devient égale à sa vitesse de rétraction. À cet endroit, la gaine devrait se briser en bulles d'air.

Nous avons vu au chapitre 4 que la vitesse  $V_r$  de rétraction était solution de l'équation suivante :

$$V_r = \frac{\gamma}{2\pi\eta} \ln\left(\frac{3,70\eta}{\rho V_r e}\right) \quad (8.7)$$

Pour une lame d'air d'épaisseur  $e = 10 \mu\text{m}$  dans une huile silicone ( $\gamma = 20 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ) de viscosité  $500 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ , cette vitesse est de l'ordre de  $5 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ . Par ailleurs, pour cette

même huile, les vitesses d'impact dans nos expériences sont de l'ordre du mètre par seconde. À l'endroit où la gaine d'air se casse, son rayon est de l'ordre de 3 fois le rayon du jet à l'impact. Ainsi, par conservation du débit ( $R^2V$  est une constante), la vitesse a chuté d'un facteur environ 10 au bout de la trompette, pour atteindre  $10 \text{ cm.s}^{-1}$ . La vitesse de progression de l'air dans sa gaine est de l'ordre de  $V/2$ , soit  $5 \text{ cm.s}^{-1}$  ! Ces arguments simples semblent indiquer que la longueur du tube d'air entraîné peut être expliquée à la façon de Taylor et Culick.

### 8.3.3 Le cas des liquides peu visqueux

Pour des liquides peu visqueux, des déformations de la surface du jet sont plus facilement envisageables. Nous décrivons deux mécanismes pouvant a priori être à l'origine des irrégularités de la forme de la gaine.

#### Une situation de Kelvin-Helmholtz ?

Nous avons montré plus haut que les gaines d'air obtenues avec les liquides les moins visqueux étaient souvent crénelées. Ces motifs ne sont pas sans rappeler ceux qu'on peut observer à l'interface entre deux fluides se déplaçant à des vitesses différentes. Helmholtz a montré qu'une telle interface initialement plane est instable sous l'effet du cisaillement, même faible, en l'absence de tension interfaciale. Les perturbations de longueur suffisamment faible sont toujours amplifiées. Ce mécanisme supplémentaire de destruction du film d'air gainant les jets explique pourquoi leur longueur est sensiblement inférieure dans le cas des liquides peu visqueux (figure 8.5).

Kelvin s'est intéressé à l'effet de la tension de surface. Il a montré que celle-ci joue un rôle stabilisateur, et tue les perturbations de faible longueur d'onde. Dans notre cas, l'influence de la viscosité est aussi très importante. On attend là encore un effet stabilisant, qui limite la convection et ralentit le développement de l'instabilité.

#### Des rides capillaires ?

Lorsqu'un filet d'eau frappe un solide à faible vitesse, on peut voir un train d'ondes capillaires stationnaires situées sur le jet proche du point d'impact (figure 8.6). Il nous paraît cependant peu probable que les irrégularités observées ici soient de cette nature. Les impacts de nos jets (nettement plus visqueux) sur des solides ne donnent pas lieu à ce phénomène.

## 8.4 La croissance de la trompette

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à la formation de la trompette, en particulier à sa vitesse de croissance. La figure 8.7 montre l'établissement d'une trompette d'air. Dans une première phase, la géométrie du système change : on passe d'une pointe à deux dimensions à une vraie gaine



FIG. 8.6: Impact d'un jet d'eau sur un support solide. Pour une vitesse suffisamment faible, on observe une série d'ondes stationnaires proche du point d'impact. Le diamètre du robinet vaut 22 mm. Au point d'impact, après une chute d'environ 2 cm, la vitesse de l'eau est de l'ordre de  $0,6 \text{ m.s}^{-1}$ .

d'air autour du jet. Dans cette phase transitoire, la vitesse n'est pas bien déterminée. Ensuite, on observe en général qu'il existe une phase lors de laquelle la longueur de la trompette croît à vitesse constante. Vient ensuite un moment où l'extrémité de la trompette se déstabilise et libère des bulles d'air. La longueur de la gaine ne change alors plus, en dehors des fluctuations dues à sa désagrégation.

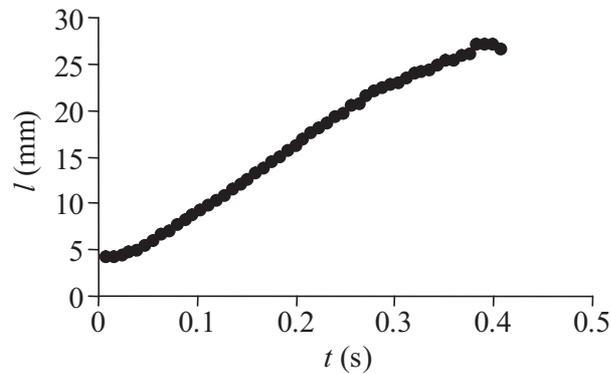


FIG. 8.7: Établissement d'une trompette d'air autour d'un jet d'huile silicone de viscosité 500 mPa.s. La longueur de la gaine est linéaire pour des temps compris ici entre 0,05 et 0,3 s. Dans cet intervalle de temps, la vitesse  $V^*$  de croissance de la trompette vaut environ  $7,2 \text{ cm.s}^{-1}$ , alors que la vitesse du jet est de  $1,1 \text{ m.s}^{-1}$ .

La figure 8.8 donne, pour des jets d'huile silicone 500 fois plus visqueuse que l'eau, la vitesse de croissance de la trompette normée par la vitesse  $V$  du jet (avant évasement et impact). On voit que ce rapport croît avec la taille du jet. La vitesse de croissance  $V^*$  est très inférieure (typiquement un ordre de grandeur) à  $V$ . On pourrait s'attendre à ce que la vitesse  $V^*$  de croissance de la trompette

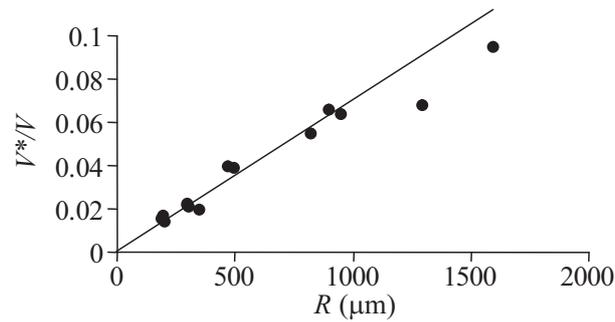


FIG. 8.8: Vitesse de croissance de la trompette normée par la vitesse du jet, en fonction du rayon du jet. Le liquide utilisé est de l'huile silicone de viscosité 500 mPa.s.

soit simplement égale à la vitesse d'advection de l'air qui est dans la gaine. Dans ce cas, on aurait  $V^* = V/2$ . Ce résultat ne dépendrait pas du rayon du jet, ce qui n'est pas le cas au vu des résultats expérimentaux.

La trompette est un film d'air, au même titre que ceux étudiés dans la partie II. L'extrémité de la gaine doit donc se rétracter. Si la vitesse de rétraction est du même ordre de grandeur que la vitesse seuil d'entraînement d'air, ou que la vitesse du jet, il est alors naturel que la croissance de la trompette soit nettement ralentie. Pour un film d'air d'épaisseur  $10 \mu\text{m}$  dans une huile silicone ( $\gamma = 20 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$ ) de viscosité 500 mPa.s, la vitesse de rétraction est de l'ordre de  $5 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ , nettement inférieure à la vitesse seuil d'entraînement d'air ( $0,3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  environ). La rétraction devrait donc être sans importance ici.

## 8.5 Le ménisque externe

Autour de la région d'impact, le bain liquide est déformé de façon à envelopper le jet. Un ménisque se forme, et raccorde la surface horizontale du bain à la gaine d'air cylindrique. Nous nous intéressons ici à la forme de cette région.

Dans [62], Lorenceau *et al.* font l'hypothèse que le profil de la surface du bain est celui d'un ménisque statique en situation de mouillage nul sur une fibre. Dans la gamme des rayons explorés, les profils observés coïncident effectivement avec celui d'un ménisque statique en situation de mouillage nul sur une plaque. Ceci est justifié pour les raisons suivantes :

- Comme dans une situation de mouillage nul, la surface externe se raccorde bien à la gaine de manière continue.
- Les jets sont épais, leur diamètre étant au moins deux fois plus grand que la longueur capillaire. Ceci justifie la comparaison avec un ménisque sur un plan et non sur une fibre.
- Le film d'air, par sa faible viscosité, permet une bonne isolation mécanique entre l'intérieur et

l'extérieur de la gaine. On peut donc penser que tout effet visqueux sur la forme de la surface sera faible comparé aux forces de tension superficielle.

Le rayon des jets diminuant, certaines de ces observations pourraient se révéler fausses. La comparaison avec un ménisque sur un plan, par exemple, n'est plus pertinente à petite taille. Le découplage mécanique entre le jet et le bain n'est pas non plus évident, le film devenant plus mince (figure 7.7).

### 8.5.1 Couplage bain-jet

La figure 8.9 montre 3 jets de rayons respectifs 195, 470 et 900  $\mu\text{m}$ . Ces images montrent l'étendue de la déformation du bain sous l'action du jet. Il est flagrant que l'importance relative du ménisque est beaucoup plus grande pour les plus petits jets.

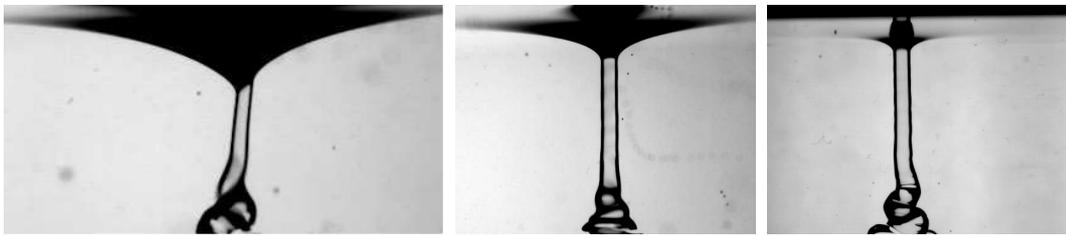


FIG. 8.9: Les ménisques autour de jets gainés d'air de différents rayons. De gauche à droite, le rayon du jet vaut 195, 470 et 900  $\mu\text{m}$ . Le liquide utilisé est l'huile silicone de viscosité 450 mPa.s. L'importance relative du ménisque est beaucoup plus grande pour les plus petits jets.

externe augmente fortement lorsque le rayon du jet diminue. Ceci souligne que dans ce cas, le jet interne et le bain sont couplés mécaniquement, au contraire de ce qui est observé par Lorenceau [62] dans le cas des jets plus gros. Il peut y avoir plusieurs origines à ce couplage.

### 8.5.2 Couplage par le film d'air

Nous avons montré au chapitre précédent que l'épaisseur du film d'air devient faible quand le rayon du jet entraînant diminue, ce que nous avons interprété comme provenant de la forte pression capillaire qui règne dans la gaine. Par ailleurs, nous avons également montré que la vitesse seuil d'entraînement d'air était plus élevée pour les petits jets, ce qui est susceptible de renforcer tout effet visqueux. Le poids relatif de la force visqueuse transmise par le film d'air est donc susceptible d'augmenter fortement quand le rayon du jet diminue.

### 8.5.3 Couplage par le bain

La taille de la trompette d'air diminue sensiblement quand le jet devient petit. La rencontre du jet et du bain se fait donc plus près de la surface. Les interactions hydrodynamiques directes à

travers le bain peuvent donc avoir un effet plus fort.

## 8.6 La trompette voit le fond

Jusqu'ici, nous avons décrit des expériences d'impact de jets sur des bains de grande profondeur, pour lesquels l'existence d'un fond ne joue pas de rôle. Si on réalise une expérience d'impact sur une couche de liquide de profondeur réduite, la phénoménologie est assez différente.

Nous avons réalisé une expérience dans laquelle la profondeur du bain était fixée, et un jet impactait en continu. Selon la profondeur du bain, plusieurs choses peuvent se produire :

- Si la profondeur du bain est quasi-nulle, on réalise en fait un impact sur un solide et on observe plutôt des structures du type ressaut hydraulique. En utilisant des fluides visqueux, il est possible d'observer des structures dont la symétrie de révolution est brisée. Pour en savoir plus, on peut se reporter par exemple à [33], [34] ou [1]. On n'observe en général pas d'entraînement d'air dans cette situation, et ceci quelle que soit la vitesse d'impact du jet. En effet, l'écoulement est très divergent lors de l'impact et le liquide est ralenti très vite si il est visqueux.
- Si le bain est un peu plus profond, le jet peut s'enfoncer sous sa surface si sa vitesse est suffisante pour crever l'interface. On observe alors une gaine d'air souvent stable autour du jet, sans injection d'air dans le bain (figure 6.17).
- Pour un bain très profond, l'air est entraîné sous forme d'une gaine autour du jet. Comme on l'a déjà vu, cette gaine se brise rapidement en bulles d'air.

Nous nous intéressons ici au régime intermédiaire, où le bain est suffisamment profond pour qu'une trompette se développe, mais où le fond joue néanmoins un rôle, à cause de sa proximité. La figure 8.10 montre ce qu'on observe lorsqu'on verse un jet d'huile silicone de viscosité 500 mPa.s sur un bain de la même huile. Initialement, le récipient est totalement vide et le jet s'écrase au fond. La vitesse du jet est supérieure à la vitesse seuil d'entraînement en bain profond. Au fur et à mesure du remplissage, on passe par les phases suivantes :

- Au début, il se forme un ressaut hydraulique, circulaire dans le cas présent.
- Dans un deuxième temps, le bain est suffisamment profond pour que le jet s'y enfonce. Il se forme alors une structure quasi-stationnaire. Cette trompette est stable. Il rentre autant d'air qu'il en ressort.
- Quand le niveau du bain est encore monté, la trompette n'est plus stationnaire. Cependant on ne peut pas dire qu'elle se casse. Il n'y a toujours pas d'air injecté dans le bain. Au point où le jet rentre dans le bain, le film est cependant assez étroit. L'extrémité de la trompette est ainsi relativement découplée de l'extérieur. Mais quand ce pavillon est rempli d'air, il se vide

d'un coup. Une bulle onduloïde remonte le long du jet, comme on peut le voir sur la figure 8.11.

- Enfin, lorsque le niveau du bain est suffisamment élevé, on retrouve le comportement observé dans un bain profond. L'extrémité de la gaine se désagrège et libère des bulles d'air.

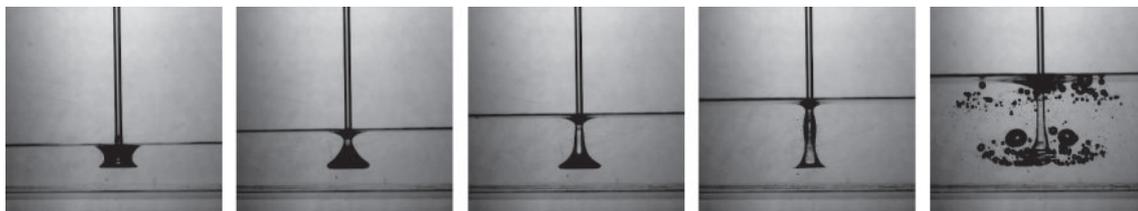


FIG. 8.10: Structures observées lors de l'impact d'un jet d'huile silicone de viscosité 500 mPa.s sur un bain de profondeur faible de la même huile. À mesure que le récipient se remplit une trompette d'air apparaît, d'abord stationnaire. Ensuite, elle libère périodiquement une onduloïde d'air qui remonte la long de la gaine (quatrième image). Enfin, lorsque le bain est suffisamment profond, la gaine devient instable et se casse en bulles d'air. Le rayon du jet vaut 570  $\mu\text{m}$ .

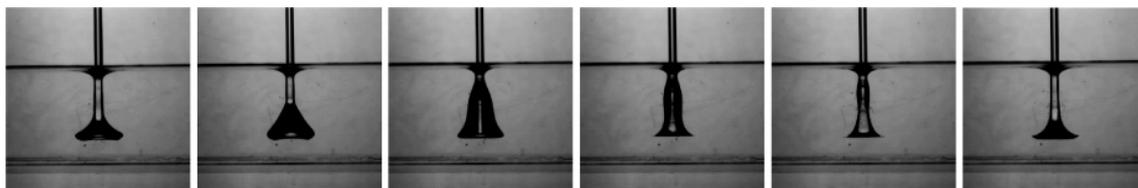


FIG. 8.11: Pour une certaine gamme de profondeur du bain, il se forme une trompette d'air qui relâche périodiquement une poche d'air qui remonte le long du jet. Le liquide est de l'huile silicone de viscosité 500 mPa.s, et le rayon du jet vaut 570  $\mu\text{m}$ . La première et la dernière image de cette séquence sont séparées d'environ 0,6 s.

La figure 8.12 donne la longueur d'une gaine d'air en fonction de la profondeur du bain de liquide sur lequel se fait l'impact. À faible profondeur de bain, la trompette occupe la place disponible : sa longueur est de l'ordre de la profondeur  $h$  du bain. Quand la profondeur devient suffisante, la longueur de la trompette se stabilise, et devient indépendante de la profondeur du bain. Dans la première partie, la courbe est lisse, ce qui reflète la stabilité de la trompette. Lorsque la profondeur du bain dépasse la longueur intrinsèque de la trompette, celle-ci se déstabilise, et sa longueur devient fluctuante, au gré des bulles qui s'en échappent.

## 8.7 Les fibres enduites

Nous avons déjà décrit les expériences de fibres enduites, et montré que l'existence d'un cœur solide dans le jet avait une influence forte sur le seuil d'entraînement d'air. Nous nous intéressons

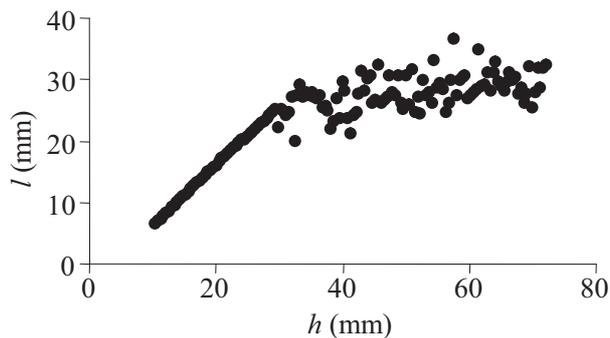


FIG. 8.12: Longueur de la trompette d'air en fonction de la profondeur du bain. Tant que le bain est peu profond, la trompette descend presque jusqu'au fond du bain ( $l \sim h$ ). Quand le niveau monte, la trompette atteint une taille fixe, indépendante de la profondeur.

maintenant à ce qui se passe au-delà de la vitesse d'entraînement d'air. Une fibre gainée d'huile plongée dans un bain de la même huile entraîne elle aussi une gaine d'air cylindrique. La nature solide du cœur du jet change fortement la physionomie de l'entraînement.

### 8.7.1 Forme de la gaine

La forme de la gaine est ici plutôt plus simple que dans le cas d'un jet libre. En effet, la présence d'un cœur solide rend très difficile toute déformation du jet, et donc de la gaine qui l'entoure, aux échelles de temps relativement courtes des expériences. Le tube d'air n'a donc d'autre possibilité que de suivre le jet. L'évasement n'existe plus et, comme on le voit sur la figure 8.13, la gaine d'air est parfaitement cylindrique, sauf à son extrémité.

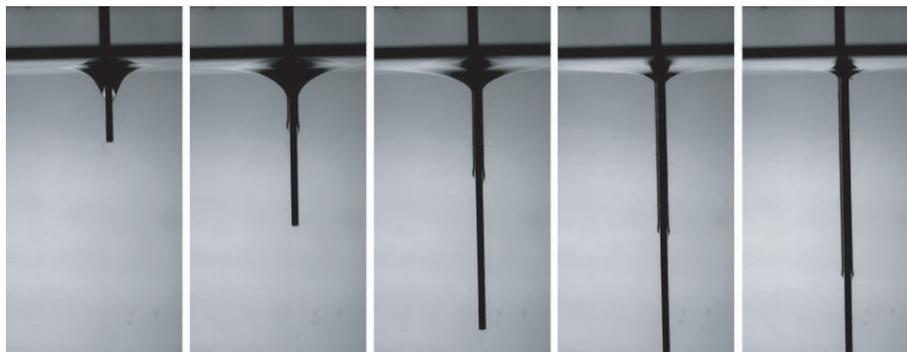


FIG. 8.13: Entraînement d'air par une fibre enduite d'huile silicone de viscosité 500 mPa.s. Le diamètre de la fibre vaut ici 1 mm. La gaine d'air qui entoure ce "jet solide" reste droite et proche de la fibre. Sa longueur est plus élevée que celle obtenue avec un jet simple de rayon identique.

La vitesse du jet est ici imposée, et le bain d'huile n'est plus en mesure d'imposer un ralentisse-

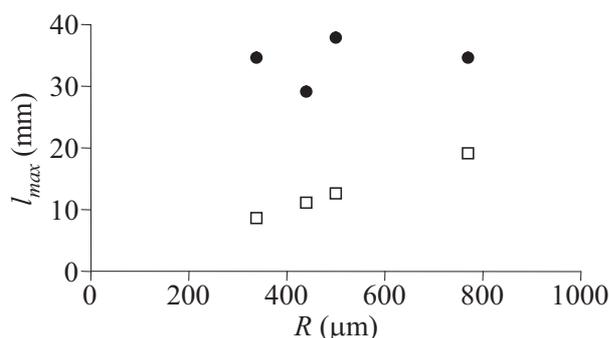


FIG. 8.14: Longueur maximale de la gaine d'air entraînée par un jet d'huile silicone 500 fois plus visqueuse que l'eau. Les carrés évidés donnent la longueur de la gaine dans le cas d'un jet simple. Les ronds noirs représentent la longueur maximale de la gaine observée dans des expériences de fibres solides enduites d'huile.

ment. Par conséquent, la gaine d'air est ici très stable, et elle peut atteindre une longueur beaucoup plus grande que dans le cas des jets libres. Sur la figure 8.14 nous avons reporté la longueur maximale de la gaine d'air en fonction du rayon du jet entraînant. Les données correspondant à des fibres solides gainées d'huile sont nettement au-dessus de celles qui se rapportent aux jets simples. Pour les fibres, les longueurs reportées ne sont en fait qu'une borne inférieure. Le résultat est limité par la taille de l'expérience réalisée. A priori, il devrait être possible d'observer des gaines encore plus longues dans une expérience de dimensions supérieures.

L'existence de ces gaines d'air longues pourrait apporter une simplification supplémentaire au problème de l'entraînement d'air par un jet. Le couplage hydrodynamique entre le jet et la surface du bain qui l'entoure est réduit, du fait de la plus grande profondeur du point de rencontre du jet et du bain. Ainsi, la déformation observée autour de la fibre enduite à son point d'entrée dans le bain se rapproche d'autant plus d'un ménisque statique. Il est donc possible que dans ce système, l'épaisseur du film d'air entraîné soit mieux décrite par le modèle de Landau (chapitre 7).

### 8.7.2 La rétraction de la gaine

Lorsque la fibre est arrêtée, on observe que la gaine d'air se rétracte, en longeant le fil. Nous pouvons mesurer la vitesse de rétraction. Dans les expériences réalisées, cette vitesse est quasiment constante. Elle ne semble dépendre que très peu de la vitesse à laquelle la trompette a été tirée, ainsi que du rayon de la fibre utilisée (figure 8.15).

Pour cette vitesse de rétraction, nous pouvons proposer un modèle du type de celui décrivant l'éclatement de films dans des environnements visqueux. Ici, la proximité d'une paroi solide fait que nous choisirons un modèle de la forme proposée par Martin *et al.* dans [68]. Comme nous l'avons

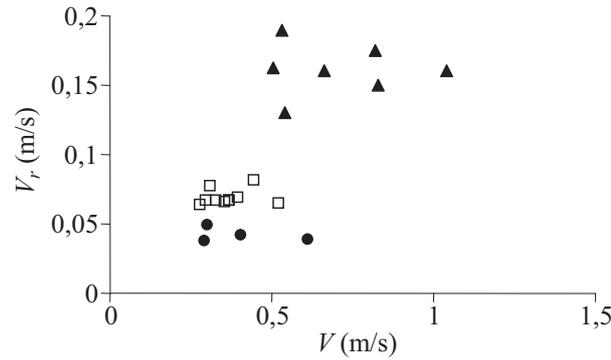


FIG. 8.15: Vitesse de rétraction d'une gaine d'air autour d'une fibre solide enduite d'huile silicone en fonction de la vitesse  $V$  à laquelle elle a été formée. L'huile utilisée est 100 (▲), 500 (□) ou 1000 (●) fois plus visqueuse que l'eau.

vu au chapitre 4, la vitesse de rétraction s'exprime alors de la manière suivante :

$$V_r = K \frac{2\gamma}{\eta} \ln \frac{L}{e} \quad (8.8)$$

$K$  est une constante géométrique, prise égale à 0,19 dans [68].  $\gamma/\eta$  est la vitesse visco-capillaire commune à beaucoup de problèmes de démouillage ou d'éclatement de films.  $L$  est une longueur de coupure hydrodynamique, la plus petite longueur du problème. Ici, il s'agit de l'épaisseur de la gaine d'huile qui couvre la fibre. Enfin,  $e$  est l'épaisseur du film en rétraction, typiquement 10  $\mu\text{m}$  dans le cas présent. Pour une huile de viscosité  $\eta = 450 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ , une épaisseur d'huile  $L = 150 \mu\text{m}$ , et une tension superficielle  $\gamma = 21 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$ , la vitesse prédite par l'expression 8.8 est d'environ 5  $\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$ , proche de la vitesse de rétraction observée expérimentalement.

Nous pouvons proposer plusieurs explications aux petites variations de  $V_r$  observées :

- L'épaisseur  $L$  de la couche d'huile qui recouvre les fibres est assez variable et non contrôlée. Elle est comprise entre 100 et 350  $\mu\text{m}$  environ, induisant des variations de  $V_r$  de l'ordre de 30 % autour de sa valeur moyenne.
- L'épaisseur  $e$  des gaines d'air produites augmente avec la vitesse d'entraînement de l'air, comme le prédit la loi de Landau. La vitesse de rétraction de la gaine dépend quant à elle logarithmiquement de l'épaisseur du film. On attend donc une faible décroissance de  $V_r$  en fonction de  $V$ . Cet effet n'est pas observé dans nos expériences.

### 8.7.3 Dynamique de croissance

Nous avons vu que la rétraction de la gaine d'air se fait à vitesse modérée du fait de la proximité d'une paroi solide proche constituée par la fibre. De plus, le jet n'a pas le loisir de ralentir, car l'évasement n'est plus possible. Le tube d'air tend donc à croître rapidement, entraîné par la fibre.

Nous avons pu mesurer la vitesse de croissance et de rétraction de la gaine d'air pour différents couples de liquides. Nous avons d'abord remarqué que la vitesse de croissance d'une gaine d'air est nettement plus élevée que dans le cas d'un jet simple. Pour une fibre enduite d'huile silicone de viscosité 500 mPa.s plongeant à vitesse  $V = 0,5 \text{ m.s}^{-1}$  dans un bain de la même huile, la gaine d'air entraînée progresse à une vitesse de l'ordre de  $25 \text{ cm.s}^{-1}$ , contre  $5 \text{ cm.s}^{-1}$  environ pour un jet entièrement liquide. Cette vitesse ne varie pas tellement avec le rayon de la fibre enduite, au contraire des observations sur les jets libres (figure 8.8). La figure 8.16 présente, en fonction de la vitesse  $V$  de la fibre, la vitesse  $V^*$  de croissance des gaines d'air fabriquées.  $V^*$  augmente avec  $V$ , avec une pente de 0,56. Il existe une ordonnée à l'origine, de l'ordre de  $-0,07 \text{ m.s}^{-1}$ . Les données sont un peu dispersées autour de cet ajustement.

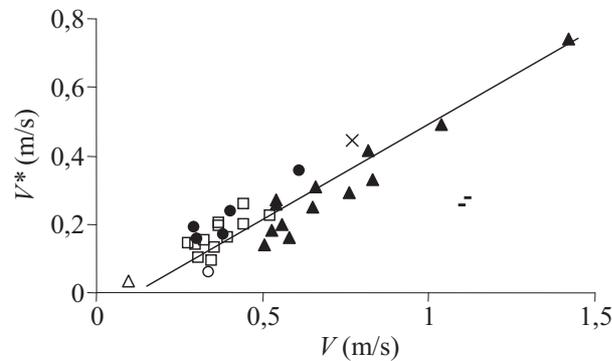


FIG. 8.16:  $V^*$  en fonction de la vitesse  $V$  de la fibre enduite pour différents couples de fluides : air entraîné par du glycérol ( $\times$ ), une solution de glycérol à 10% d'eau ( $-$ ), des huiles silicones de viscosité 100 ( $\blacktriangle$ ), 500 ( $\square$ ) et 1000 ( $\bullet$ ) mPa.s, et huile silicone de viscosité 0,49 mPa.s entraînée par du glycérol ( $\triangle$ ) et par une solution de glycérol à 10 % d'eau ( $\circ$ ). La droite d'équation  $V^* = 0,56V - 0,07$  est représentée en trait plein.

On attend que la vitesse de l'air dans la gaine, située entre deux parois à vitesse  $V$  et 0, soit égale à  $V/2$ . Par ailleurs, le film d'air se rétracte à une vitesse  $V_r$ . La vitesse  $V^*$  de croissance du film est donc  $V/2 - V_r$ . On attend donc :

$$V^* + V_r = \frac{V}{2} \quad (8.9)$$

Cette expression est en bon accord avec les mesures de  $V$ ,  $V^*$  et  $V_r$  que nous avons faites, comme l'indique la figure 8.17. Les résultats de l'expérience sont systématiquement un peu au-dessus de la prédiction de l'équation 8.9. La vitesse de rétraction du film entraîné est mesurée lorsque la fibre est immobile. Elle pourrait être différente lorsque la gaine est dans un environnement en écoulement. Nous pouvons aussi attendre un rôle de la gravité, qui favorise la rétraction de la gaine d'air vers le haut. Dans un petit nombre d'expériences, la rupture de la gaine dans le bain a montré que la rétraction est plus rapide vers le haut que vers le bas. Les valeurs de  $V_r$  utilisées dans la figure 8.17 ont été mesurées lors de la rétraction des gaines vers le haut, et sont donc probablement un peu

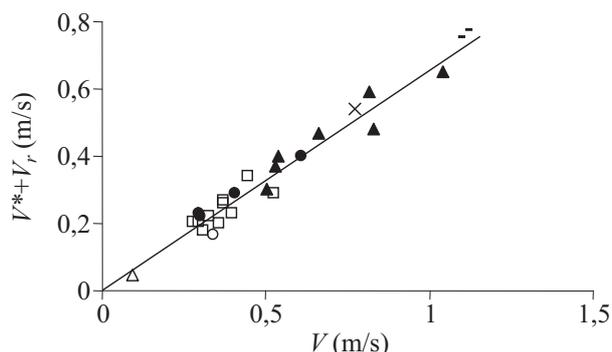


FIG. 8.17:  $V^* + V_r$  en fonction de la vitesse  $V$  de la fibre enduite pour différents couples de fluides : air entraîné par du glycérol ( $\times$ ), une solution de glycérol à 10% d'eau (-), des huiles silicones de viscosité 100 ( $\blacktriangle$ ), 500 ( $\square$ ) et 1000 ( $\bullet$ ) mPa.s, et huile silicone de viscosité 0,49 mPa.s entraînée par du glycérol ( $\triangle$ ) et par une solution de glycérol à 10 % d'eau ( $\circ$ ). Les données sont ajustées par la droite d'équation  $V^* + V_r = 0,65V$ .

surestimées. Enfin, nous avons supposé que la vitesse moyenne de l'air dans la gaine valait  $V/2$ . Ceci correspond à un profil de vitesse de Couette (cisaillement pur) dans la gaine. Il est possible que le profil soit en réalité différent. En particulier, l'existence d'un glissement sur la paroi interne conduirait à favoriser la pénétration de l'air dans le bain.

## 8.8 Conclusion

Nous nous sommes intéressés dans ce chapitre à la forme des interfaces liquide-air dans une situation où un jet entraîne de l'air dans un liquide. Nous avons observé diverses formes pour la gaine d'air entourant le jet. Les forces en jeu sont nombreuses et d'intensités proches, ce qui rend complexe la production d'un modèle simple décrivant la longueur de la gaine d'air. La dynamique de croissance des trompettes est également difficile à décrire.

Nous avons montré que les ménisques qui se forment autour des jets ne peuvent pas être décrits comme des formes statiques. Aux petites échelles, les déformations de la surface sont nettement plus importantes que celles attendues dans le cas statique.

Nous avons réalisé deux séries d'expériences où les écoulements sont contraints par l'introduction de parois solides. Outre l'importance pratique d'un tel phénomène, cette situation simplifie notablement la phénoménologie de l'entraînement. Dans le cas de l'impact sur un bain peu profond, la trompette d'air est stabilisée. On fabrique une structure permanente. Elle occupe la place disponible, c'est-à-dire que sa longueur est de l'ordre de la profondeur du bain. L'expérience de fibres enduites permet elle aussi de stabiliser la gaine d'air en l'accrochant à un cœur solide, lui permettant du même coup d'atteindre des longueurs bien plus grandes. Le couplage hydrodynamique entre le jet et le bain qui l'entoure s'en trouve alors minimisé, ce qui pourrait permettre de décrire la per-

---

turbation de la surface du bain comme un ménisque statique. Cette simplification supplémentaire laisse espérer un meilleur accord d'éventuelles mesures de l'épaisseur du film d'air avec le modèle de Landau. Enfin, cette gaine croît beaucoup plus vite que dans le cas du jet, à peu près à  $V/2$  où  $V$  est la vitesse de la fibre, montrant à nouveau que le cœur solide impose sa vitesse. L'expérience des fibres enduites permet ainsi de s'approcher un peu plus du cas de l'entraînement d'air par des solides, d'une importance cruciale pour de nombreuses applications industrielles comme l'enduction de fibres à vitesse élevée.



# Coda

Nous avons décrit dans cette partie des expériences d'entraînement d'air par des jets liquides impactant sur des bains du même liquide.

Nous avons montré que l'entraînement d'air par des liquides visqueux est rendu difficile par un ralentissement du jet avant l'impact sur le bain. Ce ralentissement induit une augmentation apparente de la vitesse critique d'entraînement d'air. Ce phénomène est particulièrement sensible pour les liquides les plus visqueux. Il ne nous a par exemple pas été possible, par impact de jets, d'entraîner de l'air dans une huile silicone de viscosité 10000 fois supérieure à celle de l'eau. Ceci explique peut-être l'augmentation anormale de la vitesse seuil observée dans les expériences antérieures [60, 61].

L'épaisseur du film d'air entraîné est nettement dépendante du rayon du jet. La pression de Laplace écrase les gaines de petit rayon. Aux grandes tailles, la courbure des jets n'a plus d'influence et on observe une saturation de l'épaisseur des films. Un écart systématique au modèle de Landau persiste cependant, et mérite d'être exploré. Le couplage hydrodynamique entre la surface du bain et le point de mélange du jet dans le bain pourrait être responsable de cette déviation.

Enfin, les différentes formes prises par le tube d'air qui gaine le jet restent mal comprises. La multiplicité des forces en jeu et des formes observées rend l'analyse difficile.

L'expérience des fibres enduites impose certaines contraintes aux écoulements en jeu. Ces simplifications permettent une meilleure compréhension des résultats. Le seuil d'entraînement est alors bien déterminé et indépendant du rayon de la fibre. La croissance de la gaine d'air est également comprise simplement : la trompette croît à la vitesse moyenne de la fibre et du bain qui l'entoure.



# Conclusion

Au cours de cette thèse, nous avons étudié plusieurs situations où des écoulements sont couplés à des déformations très importantes d'interfaces de liquides.

Nous avons décrit dans la première partie les principales formes adoptées par un globule liquide soumis à l'écoulement de l'air dans sa chute. Les petites gouttes d'eau, dominées par les forces de surface, restent sphérique. Les objets plus gros que la longueur capillaire du liquide sont aplatis par le vent apparent dans la direction perpendiculaire à la chute. Nous montrons, à l'aide de lois d'échelle, que l'épaisseur et la vitesse de chute de ces objets sont indépendants de leur volume. Ce type de déformation contraire à l'image traditionnelle de goutte "pointue" est suivi, dans le cas des grosses gouttes, par une déformation en "méduse" : l'air s'engouffre dans le globule pour le gonfler. L'équilibre entre dépression de Bernoulli et inertie du liquide nous permet de donner un mécanisme décrivant le gonflement de ces parachutes. Ces expériences trouveraient un prolongement naturel dans l'étude de la formation des bulles de savon. Nous avons en effet observé que la chute de globules savonneux conduisait à la formation de bulles. Est-ce à dire que les mécanismes formant ces objets sont les mêmes ? Le cas de solutions de polymères, connues pour affecter fortement l'hydrodynamique des interfaces, pourra aussi être investigué.

La deuxième partie de ce travail est consacrée à la dynamique de films fluides entourés par des atmosphères denses ou visqueuses. La vie des antibulles semble être limitée par le drainage du film d'air sous gravité. Nous nous intéressons ensuite à l'éclatement de films d'air ou d'eau savonneuse immergés dans des environnements de viscosité élevée. La friction dans ces atmosphères conduit à une forte réduction de la vitesse d'ouverture d'un trou par rapport au cas plus classique des bulles de savon dans l'air. L'observation en bordure de trou d'un bourrelet collectant le liquide nous conduit à penser que les écoulements sont localisés autour du bourrelet et à proposer un mécanisme pour l'éclatement des films : la force de tension interfaciale, moteur de l'ouverture, équilibre le frottement visqueux sur le cylindre constitué par le bourrelet. Les conditions de l'existence du bourrelet ne sont pas complètement déterminées. Les instabilités engendrées par l'existence de cette surépaisseur conduisent au problème de la rétraction d'un filament visqueux, non encore résolu. Enfin, dans l'analyse que nous avons faite de ce problème, nous avons omis de prendre en compte le rôle des tensioactifs. Or ceux-ci sont en général présents dans les liquides que nous manipulons au quotidien,

et il est probable que, dans certaines limites, la dynamique d'ouverture des films dépende de la nature et de la concentration des savons utilisés.

L'entraînement d'air dans un bain liquide par un jet du même liquide est abordé dans la dernière partie. Nous soulignons l'existence jusqu'alors d'un artefact expérimental majeur dans la détermination du seuil d'entraînement d'air par un jet, en particulier lorsque ce dernier est petit et visqueux : la présence du bain induit un ralentissement prématuré du liquide, et l'élargissement du jet qui en résulte provoque une hausse apparente de la vitesse critique. Au-delà du seuil d'entraînement d'air, nous montrons que l'épaisseur du film d'air entraîné dépend du rayon du jet, du fait de la surpression de Laplace régnant dans la gaine. Le dernier chapitre explore les formes et la dynamique de la gaine d'air entraînée. Ces expériences ont été réalisées, pour la plupart, avec des liquides newtoniens. Cette rhéologie idéale n'est cependant pas courante au quotidien. La viscosité des polymères fondus, manipulés pour la fabrication d'objets en plastique, varie avec la sollicitation mécanique qu'ils subissent. Le domaine de vitesse d'impact permettant d'éviter l'incorporation de bulles d'air peut donc être affecté. Par ailleurs, certaines solutions de tensioactifs sont connues pour être rhéofluidifiantes. Le problème de l'entraînement d'air dans de tels liquides a été récemment abordé par Marie Le Merrer et Chris Pipe [71], qui ont montré qu'il devenait très difficile, voire impossible, d'entraîner de l'air dans ces solutions. Les trois problèmes abordés dans cette thèse méritent donc probablement d'être prolongés par des études avec des fluides complexes modèles.

## **Quatrième partie**

### **Annexes**



# Annexe A

## Le bateau pop-pop

### Sommaire

---

<b>A.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>165</b>
<b>A.2</b>	<b>Le moteur le plus simple</b>	<b>166</b>
<b>A.3</b>	<b>Ont-ils des jambes ?</b>	<b>167</b>
<b>A.4</b>	<b>Force développée par le moteur</b>	<b>168</b>
A.4.1	Ordres de grandeur	168
A.4.2	Méthodes de mesure	169
A.4.3	Force-vitesse	170
<b>A.5</b>	<b>Fréquence d'oscillation</b>	<b>170</b>
<b>A.6</b>	<b>Amplitude d'oscillation</b>	<b>172</b>
<b>A.7</b>	<b>Optimisation</b>	<b>173</b>
A.7.1	Rendement	173
A.7.2	La taille du tuyau	173
A.7.3	Forme du tuyau	174
A.7.4	Pertes thermiques	174
A.7.5	Grande échelle	174
<b>A.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>175</b>

---

### A.1 Introduction

”Le bateau pop-pop est un jouet qui a été en vogue au début du siècle dernier” [90]. L’intérêt de ce jouet réside dans son mode de propulsion. Un petit réservoir est fixé dans le bateau. Sur ce réservoir sont branchés deux tubes dont l’extrémité est plongée dans l’eau, à l’arrière du bateau (figure A.1). Les tubes et le réservoir sont initialement pleins d’eau. Une petite bougie située sous le réservoir permet de chauffer l’eau. Après quelques instants, le bateau se met à avancer, et ce jusqu’à ce que la



FIG. A.1: Système de propulsion du bateau pop-pop. Le bateau mesure une dizaine de centimètres de long. On voit les deux tuyaux reliés par un réservoir plat. Ce dernier est recouvert d'une membrane métallique flexible.

bougie s'épuise. La face supérieure du réservoir est parfois constituée d'une lame métallique flexible. Lors du fonctionnement du bateau, cette membrane vibre et produit le crépitement caractéristique qui a donné son nom au bateau.

Plusieurs auteurs ont décrit ce bateau [72, 65, 35], mais le principe de son système de propulsion est mal compris. Nous avons voulu comprendre, au cours des stages de Jacopo Seiwert [90] et de Guillaume Lagubeau [52], le mode de fonctionnement du moteur, la fréquence du bruit engendré, et la force développée par le moteur. Enfin, nous nous sommes intéressés à la question de l'optimisation de ce mode de propulsion.

## A.2 Le moteur le plus simple

Malgré le peu d'ingrédients qui le composent, le moteur pop-pop utilisé dans les jouets est encore assez compliqué à étudier. Nous avons donc commencé par simplifier au maximum le système, en particulier sa géométrie. Le réservoir reliant les tuyaux, et la membrane qui le ferme, ne sont pas indispensables. Un tube en "U", initialement rempli d'eau et chauffé dans la partie courbée, fonctionne aussi bien. Un simple tube dont une extrémité est fermée et chauffée, et dont l'autre trempe dans l'eau, peut également fonctionner. La présence de deux sorties permet de remplir le système d'eau plus facilement avant la mise à l'eau du bateau. Les tubes utilisés sont en métal ou en verre. Ce dernier cas permet de visualiser directement ce qui se passe dans le moteur. Mais ces tubes se sont montrés "capricieux". La conductivité thermique des deux matériaux est très différente, et joue probablement un rôle dans le fonctionnement du moteur.

Dans les jouets, le système de chauffage est constitué d'une bougie. Cette solution est très simple à mettre en oeuvre, mais elle ne permet pas un bon contrôle de la puissance thermique fournie au tube. Après une première étude du moteur avec un chauffage à la flamme [90], nous avons donc

préférée chauffer les tubes avec un système électrique réalisé à l'aide de fil résistif. La puissance électrique fournie est alors bien contrôlée et reproductible. Par ailleurs, elle est aussi plus stable. Enfin, la taille de la région chauffée est plus facilement variable. Il est cependant parfois difficile de réaliser un bon contact thermique entre le fil et la partie du système qui doit être chauffée. De plus, le bateau a alors un "fil à la patte" : il n'est plus complètement autonome, ce qui peut perturber certaines mesures, de force notamment.

### A.3 Ont-ils des jambes ?

Lorsqu'on chauffe la partie émergée du réservoir d'eau et des tuyaux, une bulle de gaz se forme à l'intérieur (figure A.2). Cette bulle se met à osciller spontanément. À l'extrémité des tuyaux, de

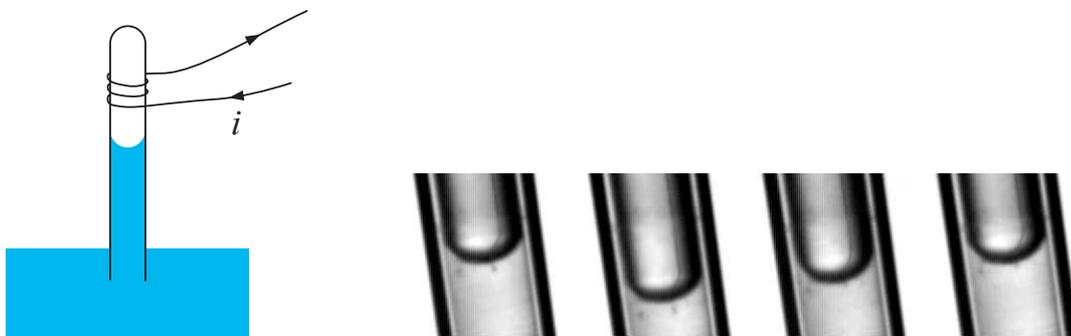


FIG. A.2: Tube chauffé électriquement par un fil résistif. Une bulle de vapeur se développe dans la région chaude. À droite, un zoom sur l'interface liquide-vapeur, qui oscille dans le tube. Le diamètre externe du tube vaut 3 mm, les images sont séparées de 10 ms environ.

l'eau est donc alternativement expulsée et aspirée. La fréquence  $f$  de fonctionnement du moteur est typiquement de l'ordre de quelques dizaines de Hertz, et les tuyaux ont un rayon  $r$  millimétrique. La vitesse  $V$  d'expulsion de l'eau est de l'ordre du mètre par seconde. Le nombre de Reynolds  $\rho r V / \eta$  associé au mouvement de l'eau à la sortie du tube est ainsi de l'ordre de 1000 ( $\rho$  est la masse volumique de l'eau et  $\eta$  sa viscosité). Les phases d'expulsion et d'aspiration de l'eau ne sont donc pas symétriques [63] (figure A.3). L'expulsion du liquide se fait préférentiellement dans l'axe du tube, ce qui permet une propulsion du bateau vers l'avant, par effet fusée. Au contraire, la phase d'aspiration est isotrope et produit une force négligeable. En moyenne, ce mécanisme pousse donc le bateau vers l'avant.

Le mécanisme à l'origine de l'oscillation de l'interface liquide-vapeur n'est pas bien connu. On peut proposer le cycle de fonctionnement simplifié suivant :

- au contact de la paroi chauffée, l'eau se vaporise, et l'interface est repoussée.

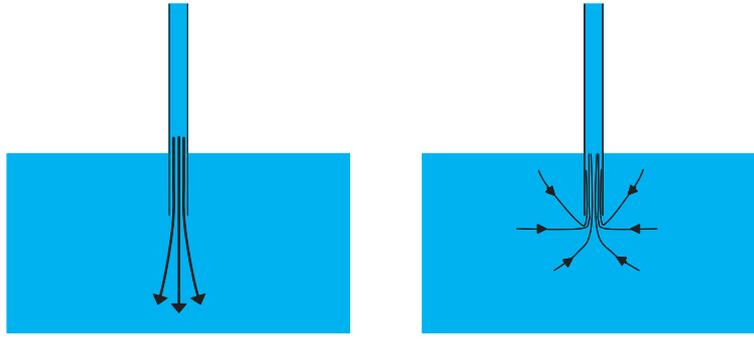


FIG. A.3: Asymétrie entre les phases d'expulsion et d'aspiration du liquide par un tube. L'aspiration est quasi-isotrope alors que l'expulsion a lieu dans l'axe du tube.

- par inertie, le mouvement de l'interface se poursuit dans la région du tube qui est froide (car immergée).
- au contact de la paroi froide, la vapeur se contracte et se condense, et le volume de la bulle de gaz diminue. L'interface est alors rappelée vers la région chaude, et le cycle recommence.

## A.4 Force développée par le moteur

### A.4.1 Ordres de grandeur

L'expulsion à vitesse  $V$  d'une masse  $\dot{M}$  de liquide par unité de temps produit une poussée égale à :

$$F_P = \dot{M}V \quad (\text{A.1})$$

Dans le cas d'un tuyau de section  $s$ , cette force s'écrit :

$$F_P \sim \rho V^2 s \quad (\text{A.2})$$

La vitesse d'expulsion du liquide peut être évaluée en injectant un colorant, ou un traceur solide à la sortie des tubes. On mesure par cette méthode des vitesses comprises entre 0,1 et 5 m.s<sup>-1</sup>. La force prévue par l'équation A.4.1 vaut donc typiquement entre 10<sup>-5</sup> et 10<sup>-3</sup> N. La vitesse s'écrit  $Af$  où  $A$  est l'amplitude d'oscillation de la bulle de gaz et  $f$  est la fréquence d'oscillation. Une compréhension plus complète de la propulsion passe donc par la détermination de  $A$  et  $f$ .

En avançant, le bateau subit une traînée proportionnelle à  $\rho v^2 S$ , où  $v$  est la vitesse du bateau et  $S$  la section qui trempe dans l'eau. Cette dernière est de l'ordre de 10 cm<sup>2</sup>. En équilibrant poussée et traînée, on trouve donc que la vitesse de progression du bateau est donnée par :

$$v \sim V \left( \frac{s}{S} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.3})$$

Avec les ordres de grandeur indiqués plus haut,  $v$  est de l'ordre du  $\text{cm.s}^{-1}$ . En pratique, les vitesses observées sont de l'ordre de  $10 \text{ cm.s}^{-1}$ .

### A.4.2 Méthodes de mesure

#### Déflexion d'une tige

Les premières mesures ont été faites en observant la déflexion d'une tige métallique dont l'extrémité est placée dans un petit anneau fixé à la poupe du bateau. Cette méthode a l'avantage que la déviation provoquée par une force donnée dépend fortement du rayon et de la longueur de la tige utilisée. Il est donc aisé, en choisissant une tige longue et fine, de mesurer des forces très faibles.

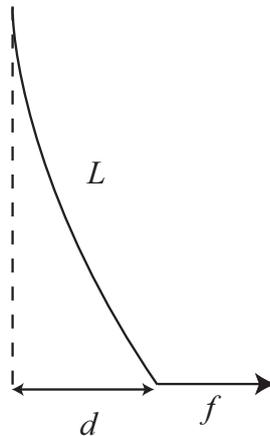


FIG. A.4: Mesure de force par déflexion d'une tige.

Lorsqu'on applique une force  $f$  dans une direction perpendiculaire à l'axe d'une tige de rayon  $R$  et de longueur  $L$ , on observe une déviation  $d$  (figure A.4), qui a une expression simple dans la limite des petites déviations :

$$d = \frac{4L^3 f}{3\pi R^4 E} \quad (\text{A.4})$$

où  $E$  est le module de Young du matériau constituant la tige.

Cette méthode permet de mesurer la force moyenne développée par le moteur. Les fluctuations de la force à une fréquence de l'ordre de quelques dizaines de Hertz ne sont pas accessibles (heureusement pour les passagers!). Pour des tubes de diamètre millimétrique et longs de quelques centimètres, les forces mesurées sont de l'ordre de  $10^{-4}$  N, de l'ordre de grandeur attendu.

#### Capteur de force

Nous avons aussi à notre disposition un capteur de force inductif, dont la gamme de mesure s'étend de  $10^{-3}$  à 50 mN environ. Nous pouvons donc avoir ainsi accès à la force moyenne produite

par le moteur. Les caractéristiques dynamiques de ce capteur ne permettent pas de nous renseigner sur la fréquence d'oscillation de la force, ni sur l'amplitude des fluctuations.

### A.4.3 Force-vitesse

La vitesse d'éjection du liquide a été mesurée en introduisant de petites particules (grains de sable ou billes de polystyrène de diamètre de l'ordre de 100  $\mu\text{m}$ ) à la sortie des tuyaux du bateau. Nous avons pris soin que les traceurs aient une vitesse de sédimentation faible devant les vitesses mesurées.

La vitesse des particules mesurée à la sortie et dans l'axe des tuyaux est quasiment sinusoïdale, de la forme  $V_{max} \sin 2\pi t/T$ ,  $T$  étant la période de l'oscillation. La valeur instantanée de la force est donc  $\rho s V_{max}^2 \sin^2 2\pi t/T$  pendant les phases d'expulsion du liquide, et 0 pendant l'aspiration. On attend donc une valeur moyenne de la force de l'ordre de  $\rho s V_{max}^2/4$ .

## A.5 Fréquence d'oscillation

Pour comprendre à quelle fréquence l'oscillation se fait, nous proposons une analogie avec un système masse-ressort. Ici, nous avons une poche de gaz, à l'origine de la force de rappel. La masse est constituée par l'eau en mouvement dans le (ou les) tube(s) de sortie du moteur. La pression dans le gaz est de l'ordre de la pression atmosphérique  $P_0$ , car l'interface liquide-vapeur est proche du niveau du bain sur lequel flotte le bateau. En notant  $r$  le rayon du tube et  $L$  la longueur de la bulle de gaz (figure A.5), la raideur équivalente du ressort gazeux vaut :

$$k = \frac{P_0 \pi r^2}{L} \quad (\text{A.5})$$

Nous notons  $l$  la longueur de tube contenant de l'eau liquide. La masse  $m$  en mouvement est alors  $\rho \pi r^2 l$ . La fréquence de résonance de ce système est ainsi donnée par :

$$f_t = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{P_0}{\rho L l}} \quad (\text{A.6})$$

Pour  $L$  et  $l$  valant 5 cm, on trouve une fréquence de l'ordre de 30 Hz, de l'ordre de grandeur des fréquences mesurées expérimentalement. Sur la figure A.6, nous avons représenté la fréquence d'oscillation de moteurs fabriqués avec différents tubes en fonction de l'expression théorique de l'équation A.6. Certaines données correspondant à des fréquences théoriques supérieures à 35 Hz sont nettement en dessous de la valeur prévue. Les tubes utilisés pour ces expériences étaient métalliques, donc opaques. La longueur de l'index liquide en mouvement a été évaluée égale à la longueur de tuyau immergée dans le bain. Or, la masse réellement en mouvement est probablement plus élevée (figure A.7), ce qui conduirait à une fréquence théorique plus faible.

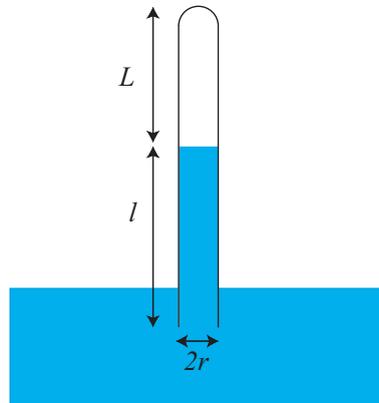


FIG. A.5: Notation utilisée dans l'analogie avec le système masse-ressort.  $L$  est la longueur de la bulle de gaz,  $l$  est la longueur de l'index liquide mis en mouvement.

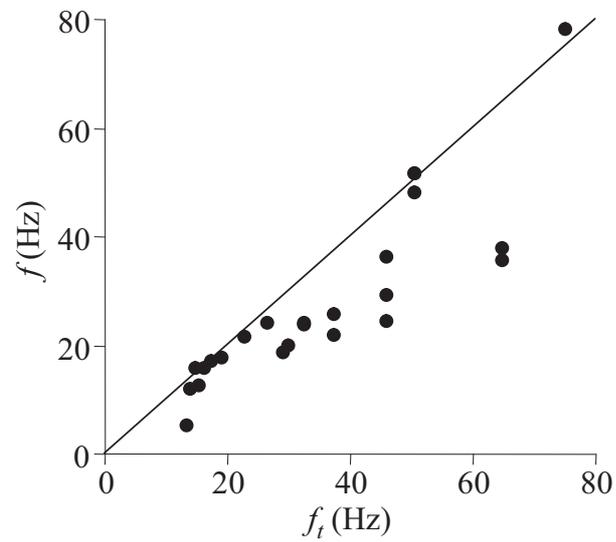


FIG. A.6: Fréquence d'oscillation de la bulle de gaz en fonction de la fréquence  $f_t$  donnée par l'équation A.6. En trait plein, nous avons tracé la droite d'équation  $f = f_t$ . (Données : Jacopo Seiwert et Guillaume Lagubeau).

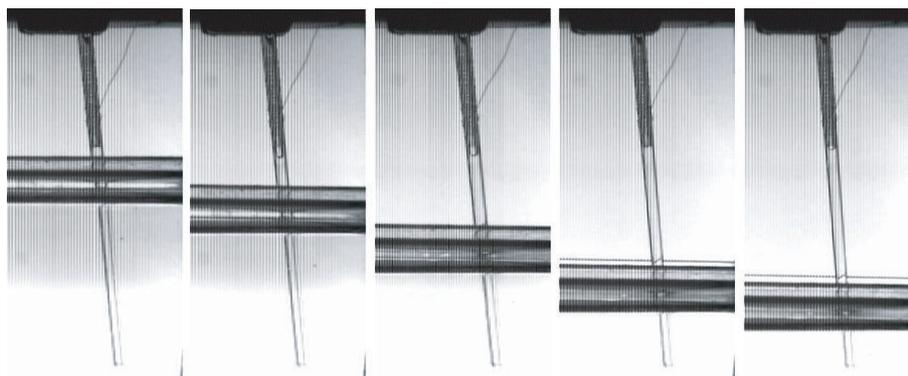


FIG. A.7: Influence de la profondeur d'enfoncement du tube dans le bain environnant. On remarque que même si le niveau du bain est plus bas, l'interface liquide-vapeur n'est pas déplacée, elle reste proche du fil de chauffage. La fréquence de fonctionnement du moteur est donc probablement inchangée. Le diamètre du tube vaut 2 mm environ. La surface du bain environnant se situe près des bandes horizontales visibles sur les photos. (Photos : Guillaume Lagubeau).

## A.6 Amplitude d'oscillation

Lorsqu'on augmente la puissance de chauffe, le volume de la bulle de vapeur n'est en général pas plus élevé. La fréquence d'oscillation de la bulle de gaz ne varie pas non plus fortement. Par contre, on observe une élévation de la force développée par le moteur. C'est en fait l'amplitude des oscillations de la bulle de gaz qui augmente.

La figure A.8 donne la force développée par un moteur pop-pop en fonction de la puissance électrique fournie au fil résistif qui chauffe le système. En-dessous d'un certain seuil, la force reste nulle. Au-delà, l'oscillation de la bulle de gaz se met en route, et on mesure des forces de l'ordre de quelques mN.

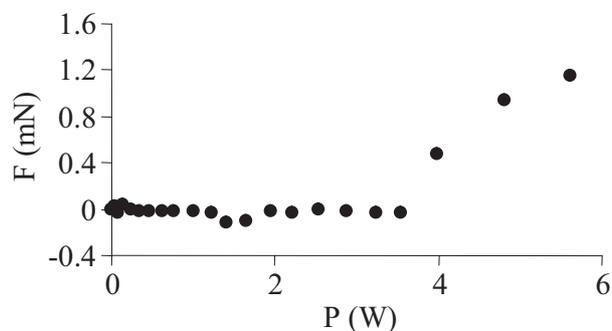


FIG. A.8: Force moyenne développée par un moteur pop-pop en fonction de la puissance électrique fournie pour le chauffer. (Données : Guillaume Lagubeau).

## A.7 Optimisation

Dans l'étude d'un mode de propulsion, il est naturel de se poser la question de l'optimisation [2, 14, 56].

### A.7.1 Rendement

Dans les expériences, la puissance électrique consommée par le système de chauffage du tube est de l'ordre de 10 W. La traînée s'opposant à l'avancée du bateau est de l'ordre de  $10^{-2}$  N, et la vitesse du bateau d'environ  $10 \text{ cm.s}^{-1}$ . La puissance utile associée est donc de  $10^{-3}$  W environ. Le rendement, rapport de la puissance utile à la puissance fournie au système est donc proche  $10^{-4}$ . Quel gâchis!

Avec une telle efficacité, pour propulser un bateau transportant un homme, il faudrait fournir une puissance de l'ordre de 1 MW! Une partie des pertes est due au mauvais contact thermique entre le fil de chauffage et le tube. Mais d'autres paramètres jouent un rôle dans le rendement.

### A.7.2 La taille du tuyau

Le diamètre du tube dans lequel se font les oscillations est certainement influent.

#### Tuyau étroit

Si on choisit un tuyau de petit diamètre, le fluide qu'il contient sentira fortement l'influence des parois. La dissipation visqueuse deviendra alors dominante. L'oscillateur équivalent au système est alors très amorti. Quand la dissipation domine, il n'existe plus de fréquence de résonance, et l'excitation du système devient peut-être alors impossible.

En diminuant le diamètre du tube de sortie, on diminue aussi le nombre de Reynolds associé aux écoulements. À la sortie des tuyaux, la viscosité joue un rôle plus important. L'équation qui décrit le mouvement du liquide se rapproche donc de l'équation de Stokes, qui est invariante par renversement du temps. Ainsi, on perd l'asymétrie qui existe entre les phases d'expulsion et d'aspiration. Le bilan de quantité de mouvement sur une période d'oscillation du système devient nul, et le bateau n'avance plus.

#### Gros tube

Utiliser des tuyaux de "grand" diamètre permet de limiter la dissipation visqueuse. Cependant, ce n'est probablement pas non plus une solution rentable, et ceci pour plusieurs raisons.

La surface de contact entre le solide et le liquide interne est proportionnellement réduite. Les échanges de chaleur sont donc plus difficiles. Pour une même amplitude d'oscillation, un gros tuyau demandera une puissance de chauffe plus élevée.

Une accélération normale à une interface liquide rend celle-ci instable par un mécanisme du type Rayleigh-Taylor. L'instabilité se développe pour les longueurs d'onde supérieures à  $\sqrt{\gamma/\rho a}$  où  $\gamma$  est la tension superficielle du liquide,  $\rho$  sa masse volumique, et  $a$  l'accélération subie. Si le diamètre du tuyau dépasse cette valeur seuil, l'interface devient instable, et l'oscillation de la colonne liquide n'est plus possible.

En pratique, nous n'avons pas réussi à faire fonctionner de moteur avec des tubes de diamètre supérieur à quelques millimètres.

### A.7.3 Forme du tuyau

Nous ne savons pas pour le moment comment joue la forme du tube. Si au lieu d'utiliser un tuyau de section constante nous avons un tube qui s'évase, comment changerait la force développée par un moteur ? La question de la forme, par la multiplicité des solutions qu'elle engendre, n'est pas facile à résoudre.

On peut toutefois supposer qu'un tuyau s'ouvrant comme un pavillon ne sera pas très efficace. En effet, le long d'un tube, la conservation du débit s'écrit  $V(x)s(x) = Q$  où  $V$  est la vitesse du liquide à la position  $x$  repérée le long du tube,  $s$  est la section du tube, et  $Q$  le débit d'eau instantané dans le tube. Ainsi, pour un tel tube, le nombre de Reynolds à la sortie du tube est diminué par rapport à l'intérieur. On est donc plus proche du régime dans lequel aspiration et expulsion du liquide sont symétriques, ce qui n'est pas favorable à la propulsion.

Au contraire, un tube qui serait plus étroit à la sortie pourrait peut-être améliorer l'efficacité du moteur. Pour une amplitude et une fréquence d'oscillation de l'interface données, la vitesse de l'eau en sortie du tuyau serait plus élevée, et la quantité de mouvement expulsée serait donc plus importante. On peut donc attendre que le bateau soit plus rapide.

D'autres dessins de tubes sont imaginables : quid d'un matériau flexible ? Et si l'aspiration et l'expulsion du liquide ne se faisaient pas par le même orifice ? Peut-on fabriquer un tube de rayon non constant et obtenir une forme qui maximise les échanges thermiques ?

### A.7.4 Pertes thermiques

Les pertes par conduction thermique vers le bain et par radiation semblent négligeables devant la puissance fournie par le système de chauffage.

### A.7.5 Grande échelle

Le rendement actuel du moteur pop-pop, nous l'avons indiqué plus haut, ne permet pas d'envisager l'utilisation de ce type de propulsion à grande échelle.

Si ce problème de rendement était résolu, serait-il malgré tout possible de motoriser un "vrai"

bateau ? Fabriquer un moteur pop-pop plus gros est difficile, du fait de l'instabilité de l'interface liquide lorsqu'elle est accélérée.

Il ne reste plus qu'à imaginer la mise en parallèle de plusieurs petits moteurs. Pour déplacer à une vitesse  $V$  de  $1 \text{ m.s}^{-1}$  un bateau offrant à l'écoulement une section  $S$  de  $0,1 \text{ m}^2$ , il faut fournir une puissance  $P \sim \rho S V^2 \sim 100 \text{ W}$ . Il faudrait donc mettre en parallèle 10000 moteurs pop-pop semblables à ceux que nous avons étudiés !

## A.8 Conclusion

Jusqu'à présent, les expériences ont été réalisées avec des bateaux immobiles. Pour optimiser la propulsion, des études sur un bateau en mouvement seront nécessaires. L'efficacité hydrodynamique du processus d'aspiration/expulsion de l'eau est très probablement dépendante du mouvement de l'environnement [2]. Lorsque le bateau est en mouvement, dans le référentiel du bateau, l'eau est expulsée dans un liquide déjà en mouvement, et le contraste de vitesse entre le jet émis et l'environnement est atténué, ce qui diminue les pertes liées au cisaillement entre le jet et l'eau du bain.

L'étude du bateau en mouvement nécessite également une modélisation correcte de la résistance à l'avancement. L'expression de la forme  $\rho S v^2$  adoptée dans ce chapitre est probablement simpliste. La résistance de vague joue souvent un rôle important.

Quelle est l'origine de l'oscillation de l'eau dans le tube ? Nous n'avons pas de réponse simple à cette question. Un modèle décrivant ce mouvement doit probablement prendre en compte le détail du transfert thermique du tube vers le liquide qu'il contient.

D'autres phénomènes plus compliqués restent sans explication : l'oscillation dont nous avons parlé est parfois superposée à une oscillation plus lente (0,1 à 1 Hz) de l'interface dont nous ne savons quasiment rien. Quel est le rôle de cette dérive sur le fonctionnement du bateau ?

Enfin, il est intéressant de noter que la nature connaît ce système de propulsion. C'est en effet de cette manière que se déplacent certains calmars [2]. Ceux-ci se gonflent d'eau avant de l'expulser. Ils peuvent utiliser ce moyen aussi bien pour se déplacer continûment que pour fuir rapidement et échapper à un prédateur. La vitesse de nage d'un calamar mesurant 50 cm est de l'ordre de quelques dizaines de centimètres par secondes. On rapporte également des cas de calmars bondissant hors de l'eau.



# Annexe B

## Transition d'entraînement

### Sommaire

---

<b>B.1 Introduction</b> . . . . .	<b>177</b>
<b>On the Landau-Levich Transition</b> . . . . .	<b>178</b>

---

### B.1 Introduction

Au sortir de son bain, on est toujours mouillé. Sauf si par chance on est spécialement habillé. C'est le cas par exemple si on possède un plumage très hydrophobe (on est alors un canard), ou des pattes structurées à l'échelle microscopique (comme certains insectes, tel le *gerris*). L'oiseau malheureux qui essaie de sortir d'une marée noire en ressort couvert d'huile, du fait de la viscosité élevée du pétrole et de son aptitude à mouiller la plupart des surfaces. La transition entre l'état "canard" et l'état mouillé est encore sujet de débat. Savoir si un solide ressortira sec ou mouillé d'un bain de liquide partiellement mouillant est intimement lié au comportement de l'angle de contact dans une situation dynamique. En particulier, la question de la continuité de l'angle de contact dynamique à la transition n'est pas résolue.

Dans les pages suivantes, nous présentons une série d'expériences sur ce sujet. Le système utilisé est un cylindre de diamètre centimétrique rendu non-mouillant pour les huiles silicone par dépôt d'un vernis fluoré. Cet échantillon est retiré à vitesse contrôlée de bains d'huiles silicone de viscosité comprise entre 10 et 1000 mPa.s. Les images du ménisque d'huile sur le cylindre ont permis de mesurer les angles de contact en situation dynamique. Les résultats sont fortement dépendant de la méthode utilisée pour déterminer ces angles. L'angle de contact semble cependant discontinu à la transition d'entraînement. Un modèle rendant compte de ce saut a également été développé.

La présence de Maniya Maleki pour plusieurs mois au Collège de France puis à l'ESPCI, ainsi qu'un court séjour en Iran ont été l'occasion d'une collaboration sur ce sujet des angles de contact dynamiques. Les résultats de ce travail commun sont présentés dans les pages qui suivent. La

contribution théorique est essentiellement due à Ramin Golestanian.

## On the Landau-Levich Transition

Maniya Maleki

*Institute for Advanced Studies in Basic Sciences, Zanjan 45195-1159, Iran*

Etienne Reyssat and David Quéré

*PMMH, UMR 7636 du CNRS, ESPCI, 10 rue Vauquelin, 75005 Paris, France*

Ramin Golestanian

*Institute for Advanced Studies in Basic Sciences, Zanjan, 45195-1159, Iran and  
Department of Physics and Astronomy, University of Sheffield, Sheffield S3 7RH, UK*

(Dated: May 23, 2007)

We discuss here the nature of the Landau-Levich transition, that is, the dynamical transition which occurs when drawing a solid out of a bath of a liquid which partially wets this solid. Above a threshold velocity a film is entrained by the solid. We measure the macroscopic contact angle between the liquid and the solid by different methods, and conclude that this angle might be discontinuous at the transition. We also present a model to understand this fact, and the shape of the meniscus as drawing the solid.

PACS numbers: 05.40.-a, 81.07.-b, 03.70.+k, 77.22.-d

### I. INTRODUCTION

We all know that a duck is able to come dry out of a pond, owing to its hydrophobic feathers and to the small viscosity of water. More generally, a solid extracted from a bath that partially wets it can remain dry, provided that the extraction velocity is small enough. Above a threshold in velocity, the solid gets coated and entrains a film whose thickness should obey the Landau-Levich law: the quicker the coating velocity, the thicker the film [1, 2].

Here we focus on this dynamical wetting transition [3]. We analyze the characteristics of the meniscus as a function of the solid velocity  $V$  and measure the contact angle at its top. This meniscus is distorted, if compared with a static meniscus: viscous forces, which induce liquid entrainment, tend to lower the angle, while surface tension opposes the deformation of the free surface. Hence we expect the dynamic angle to be a function of the so-called capillary number  $Ca = \eta V / \gamma$ , which compares both these forces ( $\eta$  and  $\gamma$  are the liquid viscosity and surface tension).

There were many debates in the literature about the possible variations of the receding contact angle with the capillary number [5–9]. Here we show that the results may significantly vary with the way measurements are done. Accuracy or reliability of the data in the transition region are also found to depend on the method. This discussion leads us to the conclusion that the macroscopic dynamic angle might jump to zero at the threshold velocity of entrainment. We compare our results with models recently proposed in this lively topic. These problems are indeed generic, and similar transitions were observed in different contexts, such as selective withdrawal (sucking more and more above an interface) [10], or air entrainment (impacting more and more violently a jet on a surface) [11]. In each case, the structure of the ‘meniscus’

is singular below the threshold, and the concentration of stress inside this singular region provokes the transition.

### II. EXPERIMENTS

#### A. First Measurements

##### 1. Set-up

Our surface is a glass cylinder whose diameter ( $\sim 2.5$  cm) is much higher than the capillary length ( $\sim 1.5$  mm), and so can be regarded as a plate. The cylinder is coated with a fluorinated surfactant FC725 (sold by 3M Company) to make it partially wetted by oils.

We use as liquids, silicone oils with different viscosities (10, 20, 50, 100, 350, 1000 mPa.s) which partially wet the coated glass cylinder. Since the silicone oils have almost the same surface tension ( $\sim 20$  mN/m), they all have comparable static (receding) contact angles, between  $40^\circ$  and  $50^\circ$ . A system with such a large angle was selected in order to be able to discriminate between a continuous variation of the contact angle and a jump, at the threshold of film deposition. The contact angle hysteresis (the difference between the advancing and the receding static angles) was about  $5^\circ$ , which shows that the surface is sufficiently smooth and chemically homogeneous.

The oil fills a bath which is displaced by a stepper motor with an accuracy of  $1 \mu\text{m/s}$ . By moving the bath upward, the cylinder goes inside the oil and by moving it downward, the cylinder is withdrawn with a receding contact angle at the top of the dynamic meniscus. Above a certain velocity, the meniscus is unstable and oil is entrained on the surface.

The curvature of the cylinder allows us to see the meniscus from any direction, and avoid edge effects. We took movies from the meniscus with a charge-coupled

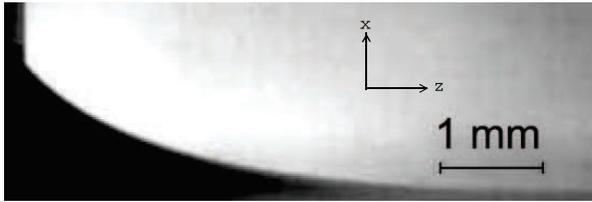


FIG. 1: Dynamic meniscus for a fluorinated solid plate withdrawn at  $V = 0.1$  mm/s out of a bath of silicone oil of viscosity  $\eta = 10$  mPa.s.

device (CCD) camera, which was moving at the same velocity as the bath. Thus the meniscus is observed in the reference frame of the solid, so that we could check the stationarity of the experiment. By analyzing the pictures, we measured the receding contact angle for different velocities, up to the entrainment threshold. A typical picture of the meniscus is shown in Fig. 1.

### 2. First Method: Tangent Line

The simplest way to find the macroscopic apparent contact angle consists of drawing a line tangent to the meniscus curve at the top and measuring the angle of this line. We did this for all our data and the resultant curves (angle as a function of capillary number) are displayed in Figure 2. The error for this method is almost constant and not more than  $5^\circ$  (Fig. 3). The angle is found to decrease with the velocity (or the capillary number), and a jump is observed at the threshold, above which the contact angle is zero and a film of liquid is entrained on the cylinder. The series of curves do not superimpose in a single curve, which might be due to a small difference in the static contact angle, for the different oils: the heavier (and more viscous) the oil, the larger the contact angle. In particular, the position of the threshold is observed to increase with the weight of the oil, which might be interpreted as resulting from a strong variation of the threshold velocity with the static contact angle.

The values this method gives for the contact angle, depend on the scale at which we see the meniscus. Because the meniscus is highly curved, the nearer we can get to the top, the more exact our tangent line, and consequently the measured angle. Thus, the resolution of the images limits the accuracy of our measurements. In our experiments, the resolution was about  $20 \mu\text{m}$ .

### B. Meniscus Analysis

A more thorough way might be not to look only at the top of the meniscus, but to analyze the whole profile. Considering a one-to-one correspondence between the shape of the meniscus and the dynamic contact an-

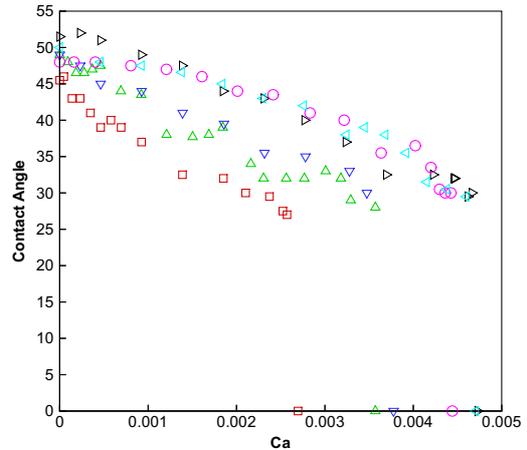


FIG. 2: Dynamic contact angle as a function of capillary number measured with the tangent line method, for silicone oils with different viscosities. Squares: 10 mPa.s, deltas: 20 mPa.s, gradients: 50 mPa.s, right triangles: 100 mPa.s, circles: 350 mPa.s and left triangles: 1000 mPa.s

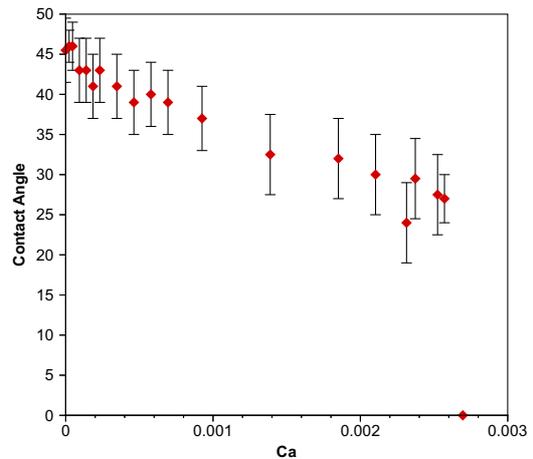


FIG. 3: Dynamic contact angle as a function of capillary number, for silicone oil with viscosity 10 mPa.s, showing the error bars based on the tangent line method.

gle, this analysis can give us the contact angle. As we do not know the shape of a dynamic meniscus exactly, we assume that the meniscus is quasi-static, with characteristics (height, shape) fixed by the actual dynamic angle with which it meets the solid. We shall discuss further this important hypothesis.

With a program which we wrote in Matlab (version 7.0, The Mathworks, Inc.), we were able to find the position of the points on the dynamic meniscus for each picture with

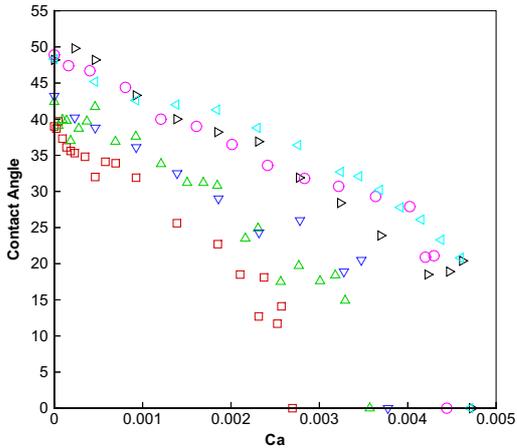


FIG. 4: Dynamic contact angle as a function of capillary number measured by fitting the meniscus height for silicone oils with different viscosities. Squares: 10 mPa.s, deltas: 20 mPa.s, gradients: 50 mPa.s, right triangles: 100 mPa.s, circles: 350 mPa.s, and left triangles: 1000 mPa.s

an accuracy of one pixel for both coordinates  $(x, z)$ . Each pixel on the picture was about  $20 \mu\text{m}$ . The next step was to deduce the angle from the obtained data points.

### 1. Second Method: Fitting the Height

For a static meniscus, a well-known relation exists between the static contact angle  $\theta_e$  and the height of the meniscus rise  $H$  [7]:

$$H = \kappa^{-1} \sqrt{2(1 - \sin \theta_e)}, \quad (1)$$

where  $\kappa^{-1}$  is the capillary length.

We assume that this relation still holds considering a dynamic angle  $\theta_d$  at the top, and then deduce  $\theta_d$  from a height measurement. The results are shown in Fig. 4. The precision of about  $20 \mu\text{m}$  for the height measurement gives the error bars that are shown in Fig. 5. There again,  $\theta_d$  decreases with  $\text{Ca}$ , and a small jump is observed at the threshold of entrainment, as also reported by Delon et al. [14].

### 2. Third method: Fitting the Whole Profile

In the latter method, we only measure  $H$ , which implies that we fit the dynamic curve to the static known curve with just one point, namely the top of the meniscus. If we fit the whole profile of the dynamic meniscus to the static curve, we can treat the dynamic angle as a fit parameter, which may be a more exact way to define

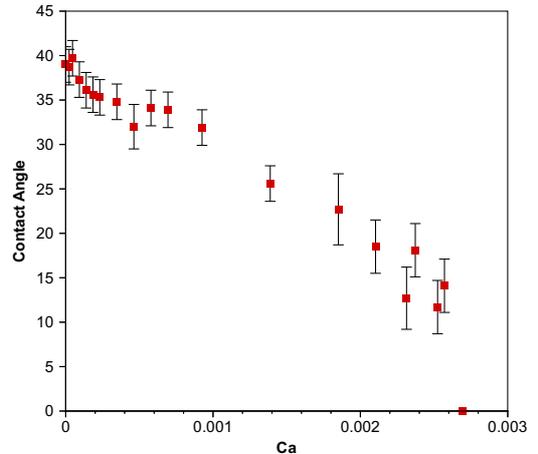


FIG. 5: Dynamic contact angle as a function of capillary number for silicone oil with viscosity 10 mPa.s, showing the error bars based on the method of fitting the meniscus height.

the angle. The static profile  $z(x)$  is given below [7]:

$$z(x) = \kappa^{-1} \cosh^{-1} \left( \frac{2}{\kappa x} \right) - 2\kappa^{-1} \left( 1 - \frac{1}{4} \kappa^2 x^2 \right)^{1/2} - \kappa^{-1} \cosh^{-1} \left( \frac{2}{\kappa H} \right) + 2\kappa^{-1} \left( 1 - \frac{1}{4} \kappa^2 H^2 \right)^{1/2}, \quad (2)$$

where  $H$  is given by Eq. (1), with  $\theta_d$  as the angle of contact. The dynamic angle deduced from the fit is displayed in Fig. 6 and 7, as a function of the capillary number. Error bars are modest for small  $\text{Ca}$ , but unfortunately become larger close to the threshold, owing to the fact that the meniscus is deviating from the static shape, so that there is no fit for which the static curve is everywhere close to the experimental meniscus. This makes the fit lose its ‘sensitivity’ to the fit parameter, which eventually does not allow us to conclude about the existence, or not, of a jump of  $\theta_d$  at the threshold.

### 3. Quasi-static Hypothesis

A key assumption for our second and third methods is the quasi-static shape of the meniscus. Here we discuss this hypothesis. We display in Figure 8 comparisons between experimental profiles and Eq. (2).

At low velocities (compared to the threshold velocity, which is  $1.63 \text{ mm/s}$ ), the shape of the meniscus is very similar to the expected static shape (Fig. 8 a,b). Conversely, the fits are observed to deviate from the static curve close to the top of the meniscus, as we approach entrainment (Fig. 8 c,d).

The angle deduced from the fit is always smaller than the actual angle (at the scale of the measurement), which

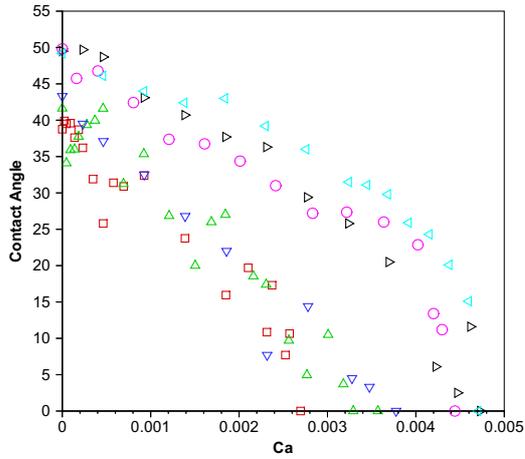


FIG. 6: Dynamic contact angle as a function of capillary number measured by fitting the meniscus profile for silicone oils with different viscosities. Squares: 10 mPa.s, deltas: 20 mPa.s, gradients: 50 mPa.s, right triangles: 100 mPa.s and circles: 350 mPa.s, and left triangles: 1000 mPa.s

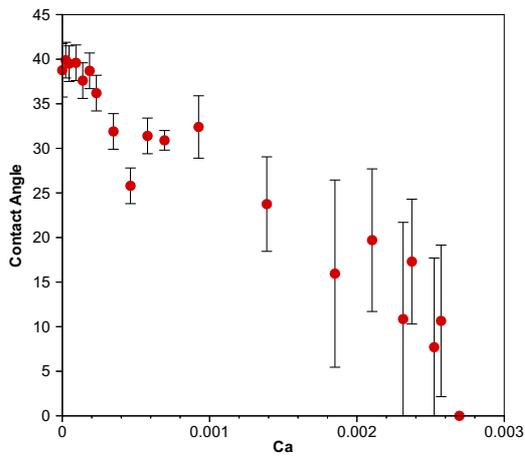


FIG. 7: Dynamic contact angle as a function of capillary number for silicone oil with viscosity 10 mPa.s, showing the error bars based on the method of fitting the meniscus profile.

explains why the data obtained from the tangent line method are systematically above the data obtained with the second and third methods. Comparing the two latter methods, we find that (as observed in Figure 5 and 7) the angles deduced from a fit of the meniscus profile are smaller than obtained from measuring the meniscus height. Since these deviations increase as approaching the transition, the error bars increase in this region (Fig. 7), which makes the data less reliable in this case.

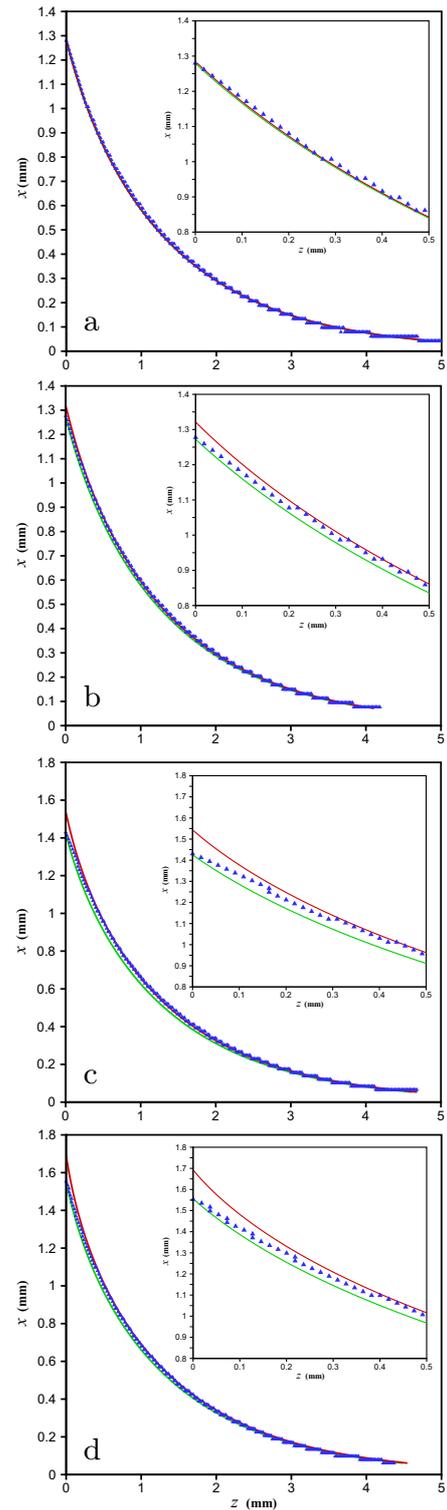


FIG. 8: The shape of the meniscus for silicone oil of viscosity 50 mPa.s and withdrawal velocities of a) 0.1 mm/s, b) 0.2 mm/s, c) 0.6 mm/s, and d) 1.2 mm/s. Blue deltas: experimental points, green line: curve obtained by the method of fitting the meniscus height, and red line: curve obtained from a fit of the meniscus profile.

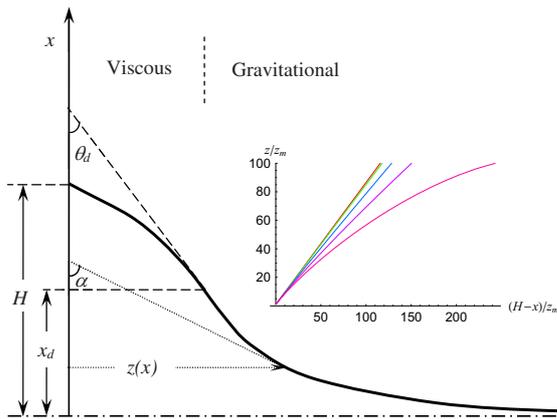


FIG. 9: Schematic shape of the dynamic meniscus. The region close to the plate is governed by a balance between viscous and surface forces and is curved downward, while the region far from the plate is controlled by a balance gravity and surface tension, and is curved upward. Inset: Profile of the meniscus in the viscous regime for various capillary numbers, as given by Eq. (10) ( $z_m$  is a microscopic cutoff). The curves correspond to  $Ca = 0.001$  (dashed),  $Ca = 0.005$  (dotted),  $Ca = 0.01$  (dash-dotted),  $Ca = 0.015$  (solid), and  $\theta_e = 49^\circ$ .

### III. THEORY

In this section, we briefly present a theoretical formulation that could be used to determine the shape of the dynamic meniscus. We will use this formulation to describe some of the features of the experiment.

#### A. Force Balance

The shape of the meniscus, which is parameterized by the profile  $z(x)$  as shown schematically in Fig. 9, is determined by a balance between the viscous force, the gravitational force (proportional to the liquid density  $\rho$  and the gravity acceleration  $g$ ), and the surface tension  $\gamma$ . The corresponding local force balance equation can be written as

$$\gamma \partial_x \left[ \frac{\partial_x z}{\sqrt{1 + (\partial_x z)^2}} \right] = \Delta p_{\text{viscous}} + \rho g x, \quad (3)$$

where the viscous pressure is given by [4, 5]

$$\Delta p_{\text{viscous}} = -\frac{2\eta v}{z} \frac{\sin^2 \alpha}{(\alpha - \sin \alpha \cos \alpha)}. \quad (4)$$

In the above expression  $\alpha(x)$  denotes the local slope of the meniscus at point  $x$  and height  $z(x)$  as defined in Fig. 9, which means that we have an additional geometrical equation

$$\tan \alpha = -\partial_x z. \quad (5)$$

Using the definitions of the capillary length as  $\kappa^{-1} = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g}}$ , and introducing the capillary number  $Ca$ , we can simplify the force balance equation as

$$\partial_x \left[ \frac{\partial_x z}{\sqrt{1 + (\partial_x z)^2}} \right] = -\frac{\partial \cos \alpha}{\partial z} = -\frac{3Ca}{z} \frac{\sin \alpha}{\alpha^2} + \kappa^2 x, \quad (6)$$

where the approximation  $\frac{\alpha}{\sin \alpha} - \cos \alpha \simeq \frac{2}{3}\alpha^2$  is used (the error introduced does not exceed 10% for  $\alpha < 3\pi/4$ ), as proposed by Voinov [5].

#### B. Different Regimes in the Force Balance

Instead of attempting a full numerical solution of Eq. (6), which is too complicated to be solved analytically, we will try to extract qualitative information about the features of the solution, to help us better understand our experimental findings. One can identify two different domains, namely the region close to the plate that is governed by a balance between viscous and surface forces, and the region farther from the plate that is controlled by a balance between gravity and surface tension, as for a static meniscus. Equation (6) can be solved in each domain to determine the approximate shape of the dynamic meniscus there.

##### 1. Viscous Region

In this region, Eq. (6) can be approximated as

$$\sin \alpha \frac{\partial \alpha}{\partial z} = -\frac{3Ca}{z} \frac{\sin \alpha}{\alpha^2}, \quad (7)$$

which can be easily integrated to yield [5]

$$\alpha^3 = \theta_e^3 - 9Ca \ln \left( \frac{z}{z_m} \right), \quad (8)$$

where  $z_m$  is a microscopic cutoff below which the dispersion forces control the shape of the meniscus. Note that it is assumed here that at the microscopic length scale, hydrodynamics is not felt and the initial slope of the meniscus is equal to the equilibrium contact angle  $\theta_e$  [5, 6].

Using Eq. (5) we can rewrite Eq. (7) as

$$\frac{dz}{dx} \simeq -\alpha = -\left[ \theta_e^3 - 9Ca \ln \left( \frac{z}{z_m} \right) \right]^{1/3}, \quad (9)$$

where the approximation  $\tan \alpha \simeq \alpha$  is justified in this domain of small slopes. Equation (9) can now be integrated, which yields

$$\left[ \theta_e^3 - 9Ca \ln \left( \frac{z}{z_m} \right) \right]^{2/3} E_{\frac{1}{3}} \left( \frac{\theta_e^3}{9Ca} - \ln \left( \frac{z}{z_m} \right) \right) - \theta_e^2 E_{\frac{1}{3}} \left( \frac{\theta_e^3}{9Ca} \right) = \left( \frac{9Ca}{z_m} \right) e^{-\theta_e^3/9Ca} (H-x), \quad (10)$$

where the exponential-integral function is defined as  $E_n(z) = \int_1^\infty \frac{dt}{t^n} e^{-zt}$ .

The viscous profile given in Eq. (10) is plotted in Fig. 9 (inset) for various values of the capillary number. It can be seen that this profile is very similar to a straight line (except for a singularity close to the origin), with the asymptotic curve for small capillary numbers being  $z = \theta_e(H - x)$ . Moreover, the viscous profile is always curved downward, with a curvature increasing with the capillary number, as it can be directly seen from Eq. (7).

### 2. Gravitational Region

When the wetting layer becomes thicker, viscous force becomes negligible compared to the gravitational force and the force balance equation [Eq. (6)] can be simplified as

$$\partial_x \left[ \frac{\partial_x z}{\sqrt{1 + (\partial_x z)^2}} \right] = \kappa^2 x, \quad (11)$$

This static equation has a first integral

$$\sin \alpha = - \frac{\partial_x z}{\sqrt{1 + (\partial_x z)^2}} = 1 - \frac{\kappa^2 x^2}{2}. \quad (12)$$

This expression can be readily integrated to give the profile of the meniscus in the gravitational regime as in Eq. (2). Note that in the gravitational region, the profile is always curved upward (see Fig. 9).

### 3. Matching Region

The shape of the dynamic meniscus as found from full solution of Eq. (6) should contain asymptotic behaviors consistent with the above two regions and an intermediate region to match them. Since the curvature should change its sign in this matching region, one can generally imagine that the curvature term can be considered as negligible there. The balance of forces in Eq. (6) will be realized by a direct competition between viscous and gravitational forces. The fact that the curvature is small in this region can be used as a way of defining a dynamic contact angle that would correspond to the tangent line method discussed above: in the matching region, the angle between the meniscus profile and the vertical should remain nearly constant.

One can construct an approximate solution that is made up of the viscous and gravitational profiles that match each other at a point. The position of the point can be found by imposing the additional constraint of a vanishing curvature. Let us denote the coordinates of the matching point as  $x_d, z_d$ , and the corresponding slope by  $\theta_d$ , as shown in Fig. 9. Making the curvature vanish requires [see Eq. (3)]

$$\frac{3Ca}{z_d} \frac{\sin \theta_d}{\theta_d^2} = \kappa^2 x_d. \quad (13)$$

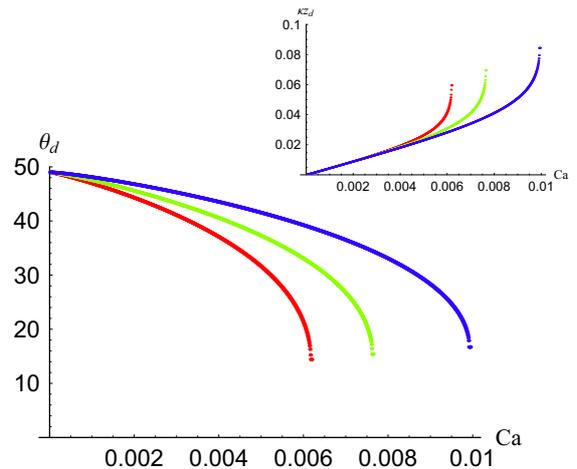


FIG. 10: Dynamic contact angle as a function of the capillary number as obtained from solving Eq. (16), for  $\kappa z_m = 10^{-4}$  (blue),  $\kappa z_m = 10^{-5}$  (green), and  $\kappa z_m = 10^{-6}$  (red). Inset: The crossover height as a function of the capillary number, for  $\kappa z_m = 10^{-4}$  (blue),  $\kappa z_m = 10^{-5}$  (green), and  $\kappa z_m = 10^{-6}$  (red).

At the matching point, the profile should be continuous, which yields

$$\theta_d^3 = \theta_e^3 - 9Ca \ln \left( \frac{z_d}{z_m} \right), \quad (14)$$

and

$$\sin \theta_d = 1 - \frac{\kappa^2 x_d^2}{2}. \quad (15)$$

The above three equations [Eqs. (13), (14), and (15)] can be solved to give the following equation for the *dynamic* contact angle  $\theta_d$

$$\theta_d^3 = \theta_e^3 - 9Ca \ln \left[ \frac{3Ca}{\sqrt{2}(\kappa z_m)\theta_d} \right], \quad (16)$$

in the usual limit of small  $\theta_d$ . This result can be considered as an empirical formula for the dynamic contact angle. In Fig. 10, Eq. (16) is solved numerically as a function of the capillary number for  $\theta_e = 49^\circ$  and various values of  $\kappa z_m$ . The transition in the dynamic contact angle is predicted to be abrupt, due to the presence of dynamical variables in the logarithm term. In most previous studies, this logarithm was treated as a number (as for example in Cox-Voinov model, see Eq. (17) further), so that the dynamical angle varies continuously and vanishes (critically) as Ca reaches  $\theta_e^3$  divided by this number. Contrasting with this behaviour, it is clear that  $\theta_d = 0$  is not a solution of Eq. (16). Instead, this Equation suggests that  $\theta_d(Ca)$  has a vertical tangent for a non-zero value of the dynamic angle, of the order of  $Ca^{1/3}$ . At this point,  $\theta_d$  is found to be a fraction of  $\theta_e$ , from which we deduce that the critical capillary number of entrainment

$Ca_c$  nearly increases as  $\theta_e^3$  (owing to the large value of the parameter  $\kappa z_m$ ). This agrees with our observations, where we reported the high sensitivity of  $Ca_c$  towards  $\theta_e$ . Remarkably, a dynamic angle of the order of  $Ca^{1/3}$  at the transition fits with the Landau-Levich scaling [1]: then, the dynamic meniscus has a thickness and length scaling as  $Ca^{2/3}$  and  $Ca^{1/3}$ , respectively, and thus a slope scaling as  $Ca^{1/3}$ .

Owing to the absence of a solution between  $\theta_d(Ca_c)$  and 0, we get the discontinuous behaviour reported in Fig. 10, in agreement with our experimental results. We show in the same figure how the value of  $Ca_c$  depends on the choice of cutoff  $\kappa z_m$ . We also calculated the position of the crossover height  $z_d$  as a function of the capillary number; the result is shown in Fig. 10 (inset). While the value of  $z_d$  is linearly proportional to  $Ca$  for most  $Ca$ , it increases rapidly near the critical point up to a maximum value. The typical values which are found show that our experimental resolution is generally too low for observing the viscous region, except throughout the transition domain.

#### IV. DISCUSSION

If we want to compare both the three experimental determinations of the dynamic angle (summarized in Figure 11), and the results with the model, we should first look at Figure 10. At very low capillary numbers, we have  $\kappa z_d \ll 1$ , which implies that  $z_d$  is less than the resolution of the pictures. Thus, if we draw a tangent line on pictures, it will not be at the position of  $z_d$  in the pictures, but rather on the gravitational meniscus. Owing to the upward curvature of the gravitational meniscus, this line gives a value larger than  $\theta_d$  defined in our model. We conclude that for low capillary numbers, the second and third methods should give results that are closer to the theoretical estimate.

If we move to larger capillary numbers near the threshold  $Ca_c$ ,  $\kappa z_d$  increases and reaches a maximum at the threshold. In this region the quasi-static assumption is not valid anymore, in good agreement with the observed profiles (Figures 8. c and d). It is found that the meniscus meets the solid with an angle larger than expected from a quasi-static assumption, which can be interpreted as resulting from a visible change of curvature close to the contact line. Since the slope is expected to be nearly constant in this region of change in curvature (as indeed observed in Figures 8. c and d), we assume that a direct measurement of the angle by the tangent method does give more reliable results for such capillary numbers.

We can conclude that for  $Ca \ll Ca_c$ , the quasi-static methods (second and third) give results closer to the theory; on the other hand, the first method should be more reliable when approaching the threshold velocity of film deposition. Figure 12 shows comparison between the theoretical curve and experimental data for three different silicone oils. The theoretical curve is plotted for  $\theta_e = 49^\circ$

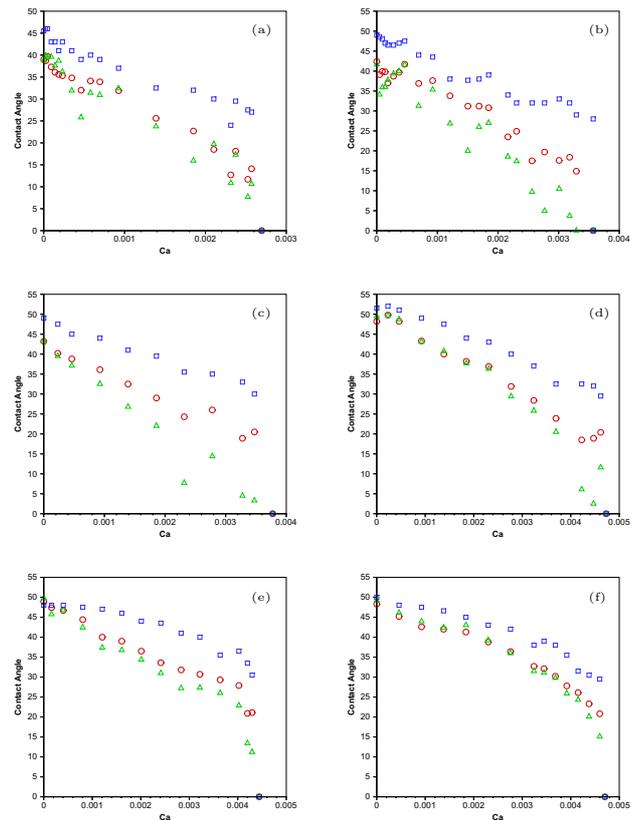


FIG. 11: Comparison between our data for the receding dynamic contact angle as a function of capillary number, for silicone oils with different viscosities: (a) 10 mPa.s, (b) 20 mPa.s, (c) 50 mPa.s, (d) 100 mPa.s, (e) 350 mPa.s, and (f) 1000 mPa.s. Squares: the first method, circles: the second method, and triangles: the third method.

and  $\kappa z_d = 10^{-6}$  and fits well the experimental points. In particular, it captures the existence of a jump of the contact angle at the threshold. However, it fails in describing accurately the position of the threshold in capillary number. Why is the experimental threshold less than the predicted value? To answer this, we first review some theoretical and experimental works done so far on this question.

Cox [18] and Voinov [5] proposed a hydrodynamic model to solve the problem, which was used later [19] to derive a formula for the dynamic contact angle as a function of the capillary number:

$$\theta_d^3 = \theta_e^3 - 9Ca \ln \left( \frac{\kappa^{-1}}{z_m} \right). \quad (17)$$

As emphasized above, this formula gives a contact angle decreasing continuously to zero without a jump. Later, Eggers [6, 12, 13] worked on this problem (within the framework of the lubrication theory) in more detail and numerics, and his results showed the same continuous

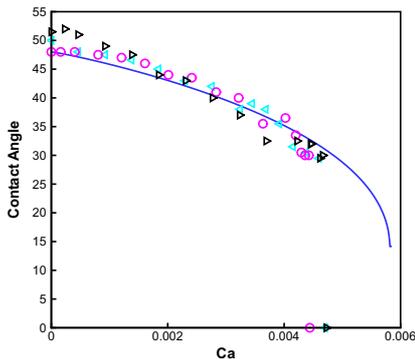


FIG. 12: Comparison between the theoretical (solid line) and experimental contact angles, based on the first method, for silicone oils with different viscosities: right triangles: 100 mPa.s, circles: 350 mPa.s, and left triangles: 1000 mPa.s.

behavior. In his definition for the dynamic angle, he used the angle equivalent to the one of our second and third methods.

The threshold found in these hydrodynamic treatments is extremely sensitive to the value of the contact angle at molecular length scales. While this value is often assumed to be equal to the equilibrium contact angle (as in our simple treatment above), it has been argued in the literature that local molecular dissipation mechanisms could modify this molecular-scale contact angle as well when the contact line is in motion [20], supported by evidence from molecular dynamics simulation [21]. Hydrodynamic theories that take this effect into account in a self-consistent way have also been developed [22]. The molecular dissipation channel becomes more important for fluids with relatively smaller viscosities, and can shift the threshold towards smaller capillary numbers which might explain the above-mentioned disparity especially for the less viscous fluids.

Sedev and Petrov [15] pulled glass rods out of water-glycerine mixtures, and found zero dynamic angle at the threshold, i.e. a continuous transition. On the other hand, in experiments on sliding drops [23], the contact angle was observed to be non-zero at the transition threshold. Delon et al. [14] did the experiment with silicone oils and a fluorinated silicone wafer. They also found a non-zero angle at the threshold, which was measured by our second method.

Snoeijer et al. [16] also reported the existence of a ‘rim’ at the top of the meniscus at the threshold, and they assumed that this rim is responsible for making the transition discontinuous and at a capillary number less than the one predicted by Voinov or Eggers. We observed this rim too occasionally, but not always, as seen in Figure 13. However, we believe that in our experiment the transition was not systematically avoided by the nucle-

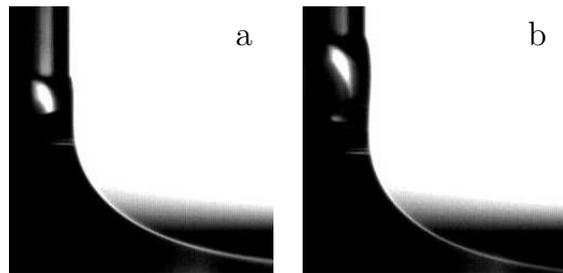


FIG. 13: Appearing of a rim at the threshold. The liquid is silicone oil with viscosity of 50 mPa.s and the velocity is 1.63 mm/s. The time difference between (a) and (b) is 1.13 s.

$V_{\text{withdraw}}$ (mm/s)	$V_{\text{CL}}$ (mm/s)	$V_d$ (mm/s)
5.0	1.5	3.5
6.0	2.5	3.5
7.3	4.0	3.3

TABLE I: Measurements of the contact line and dewetting velocities.

ation of the rim, as proposed in Ref. [16]. We believe that our experiment was more reminiscent of the sliding drop [23] and the moving rod [15] experiments rather than the moving plate case [16], which had a boundary that could perturb the meniscus and ‘induce’ such instabilities (rims). The hydrodynamic theories that predict the rim formation [14] suggest that the contact line is linearly stable to this instability and thus the nucleation of the rim might be suppressed if there no outer boundaries like in our case.

The existence of this rim is due to the dewetting of the entrained film [17]. Once deposited, the film dewets at a constant velocity  $V_d$ , which can be easily deduced from the measurement of the velocities of the contact line  $V_{\text{CL}}$  and of the withdrawal  $V_{\text{withdraw}}$ :

$$V_d = V_{\text{withdraw}} - V_{\text{CL}} \quad (18)$$

We measured  $V_d$  for three experiments, in which we pulled the cylinder with velocities larger than  $V_c$  (the threshold velocity of film deposition), from a bath of silicone oil of viscosity 20 mPa.s. The results are displayed in Table I.

The dewetting velocity is indeed found to be a constant ( $V_d = 3.4 \pm 0.1$  mm/s), which is observed to be very close to (yet slightly smaller than) the threshold velocity of entrainment  $V_c = 3.7 \pm 0.2$  mm/s. The dewetting velocity cannot, of course, be larger than  $V_c$ , but it is still (to the best of our knowledge) an open question to determine if these velocities are identical, or not. Comparing the results of our model (where  $V_c$  is close to scale as  $\gamma\theta_e^3/\eta$ ) with existing models and experiments on dewetting (where  $V_d$  is found to scale as  $\gamma\theta_e^3/\eta$  [17]) indicate that both quantities should indeed be of the same order,

but a precise comparison between them is still missing. Another reason for the discrepancy between the predicted and observed value of the threshold might be the surface roughness. The surface roughness causes the transition to take place at larger angles and smaller capillary numbers [8], and thus  $z_d$  gets smaller, which is consistent with the experiments.

## V. CONCLUSION

We report in this paper measurements of the variation of the dynamic receding contact angle (defined macroscopically) as a function of the capillary number, for a plate withdrawn out of a bath in a situation of partial wetting. We compare the results obtained by different methods, and find that significant deviations towards a quasi-static meniscus are observed at the top of the meniscus, as approaching the critical velocity above which the plate entrains a film. This observation makes it doubtful to deduce a dynamic angle from an assumption of a quasi-static shape for the meniscus. Alternatively, measuring directly the macroscopic angle by drawing a

tangent to the profile seems to suggest that the dynamic contact angle discontinuously jumps from a macroscopic value (typically a fraction of the static contact angle) to zero, the value corresponding to film deposition. These findings are supported by an empirical model, where the classical Cox-Voinov approach is corrected by a logarithmic term containing dynamical quantities, leading to a similar discontinuity of the dynamic contact angle. However, a few problems remain (as expected in this historical and problematic field of research on interfaces), such as the position of the threshold of entrainment. It would also be useful to elucidate the exact link between entrainment and dewetting.

## VI. ACKNOWLEDGEMENTS

We thank J. Eggers, P.G. de Gennes, G. Lagubeau, A. Le Goff and J.H. Snoeijer for stimulating discussions. This work has been supported by Academie des Sciences and the Center for International Research and Collaboration (ISMO).

- 
- [1] L.D. Landau and B. Levich, *Acta Physicochim. USSR* **17**, 42 (1942).
  - [2] B. Levich, *Physicochemical Hydrodynamics* (Prentice-Hall, London, 1962).
  - [3] P.G. de Gennes, *Colloid & Polymer Sci.* **264**, 463 (1986).
  - [4] H.K. Moffatt, *J. Fluid Mech.* **18**, 1 (1964).
  - [5] O.V. Voinov, *Fluid Dyn.* **11**, 714 (1976).
  - [6] J. Eggers, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 094502 (2004).
  - [7] P.-G. de Gennes, F. Brochard-Wyart, and D. Quere, *Capillarity and Wetting Phenomena: Drops, Bubbles, Pearls, Waves* (Springer, New York, 2004).
  - [8] R. Golestanian and E. Raphael, *Europhys. Lett.* **55**, 228 (2001); *Europhys. Lett.* **57**, 304 (E) (2002); *Phys. Rev. E* **64**, 031601 (2001); *Phys. Rev. E* **67**, 031603 (2003).
  - [9] J. Eggers and H.A. Stone, *J. Fluid Mech.* **505**, 309 (2004).
  - [10] I. Cohen and S.R. Nagel, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 074501 (2002).
  - [11] E. Lorenceau, F. Restagno and D. Quere, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 184501 (2003).
  - [12] J. Eggers, *Phys. Fluids* **16**, 3491 (2004).
  - [13] J. Eggers, *Phys. Fluids* **17**, 082106 (2005).
  - [14] J.H. Snoeijer, B. Andreotti, G. Delon, and M. Fermigier, *J. of Fluid Mech.* **579**, 63 (2007).
  - [15] R. Sedev and J. Petrov, *Colloids and Surfaces* **53**, 147 (1991).
  - [16] J. H. Snoeijer, G. Delon, M. Fermigier, and B. Andreotti, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 174504 (2006).
  - [17] C. Redon, F. Brochard-Wyart, and F. Rondelez, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 715 (1991).
  - [18] R.G. Cox, *J. Fluid Mech.* **168**, 169 (1986).
  - [19] M. Schneemilch, R.A. Hayes, J.G. Petrov, J. Ralston, *Langmuir* **14**, 7047 (1998).
  - [20] T.D. Blake and J.M. Haynes, *J. Colloid Interface Sci.* **30**, 421 (1969); F. Brochard-Wyart and P.G. de Gennes, *Adv. Colloid Interface Sci.* **39**, 1 (1992).
  - [21] J. Blake, *Colloid Interface Sci.* **299**, 1 (2006).
  - [22] Y.D. Shikhrmurzaev, *J. Fluid Mech.* **334**, 211 (1997).
  - [23] E. Rio, A. Daerr, B. Andreotti, and L. Limat, *Phys. Rev. Lett.* **94**, 024503 (2005).



## Annexe C

# Épaisseur des films de Landau en atmosphère visqueuse

Nous nous proposons ici d'étudier comment la loi de Landau doit être adaptée pour décrire l'entraînement d'air par un jet dans un bain de liquide visqueux. Le bain modifie la condition limite appliquée à la paroi externe du film : l'annulation de la contrainte est remplacée par une absence de glissement.

Dans le ménisque dynamique, nous utilisons l'approximation de lubrification. L'équation de Navier-Stokes se réduit alors à :

$$\eta u_{yy} = -\gamma h_{xxx} + \rho g \quad (\text{C.1})$$

où  $x$  est la direction de l'écoulement et  $y$  la direction perpendiculaire. Les conditions aux limites associées sont les suivantes :

$$u(x, y = 0) = V \quad (\text{C.2})$$

$$u(x, y = h(x)) = 0 \quad (\text{C.3})$$

On intègre deux fois cette équation pour obtenir le champ de vitesse dans le ménisque dynamique :

$$u(x, y) = \frac{\gamma h_{xxx} - \rho g}{2\eta} (hy - y^2) + V \left(1 - \frac{y}{h(x)}\right) \quad (\text{C.4})$$

Le débit de liquide entraîné, par unité de largeur de la plaque vaut alors :

$$Q = \int_0^h u(x, y) dy = (\gamma h_{xxx} - \rho g) \frac{h^3}{12\eta} + \frac{Vh(x)}{2} \quad (\text{C.5})$$

Aux faibles épaisseurs, le drainage par gravité est négligeable, et le débit linéique de liquide entraîné se réduit à :

$$Q = \frac{\gamma h_{xxx}}{12\eta} h^3 + \frac{Vh(x)}{2} \quad (\text{C.6})$$

Loin de la région dynamique, où le film est plan, cette expression se réduit à :

$$Q = \frac{Ve}{2} \quad (\text{C.7})$$

où  $e$  est l'épaisseur du film. En régime permanent, les débit dans les deux régions coïncident :

$$\frac{\gamma h_{xxx}}{12\eta} h^3 + \frac{Vh(x)}{2} = \frac{Ve}{2} \quad (\text{C.8})$$

Pour adimensionner cette équation, nous posons :

$$h = eY \quad (\text{C.9})$$

$$x = eCa^{-\frac{1}{3}}X \quad (\text{C.10})$$

où  $Ca = \eta V / \gamma$  est le nombre capillaire. L'équation C.8 devient alors :

$$Y''' = 6 \frac{1-Y}{Y^3} \quad (\text{C.11})$$

C'est l'équation de Landau, où le coefficient numérique est 6 au lieu de 3. On peut intégrer numériquement cette équation, avec les conditions aux limites suivantes :

$$Y(X = \infty) = 1 \quad (\text{C.12})$$

$$Y'(X = \infty) = 0 \quad (\text{C.13})$$

$$Y''(X = \infty) = 0 \quad (\text{C.14})$$

$$(\text{C.15})$$

Landau et Levich, en 1942, ont proposé de raccorder les ménisques statique et dynamique de la façon suivante : la courbure du ménisque dynamique extrapolée loin film entraîné est égale à la courbure du ménisque statique à son sommet. La courbure du ménisque dynamique à l'infini est extraite de la résolution numérique de l'équation C.11 :

$$\left. \frac{d^2Y}{dX^2} \right|_{Y \rightarrow \infty}^{dyn} = 0,84 \quad (\text{C.16})$$

d'où l'on déduit :

$$\left. \frac{d^2h}{dx^2} \right|_{h \rightarrow \infty}^{dyn} = 2,13 \frac{Ca^{\frac{2}{3}}}{e} \quad (\text{C.17})$$

Dans le cas d'un ménisque statique sur une fibre, le rayon de courbure du ménisque sur la fibre est égal au rayon  $R$  de la fibre :

$$\left. \frac{d^2h}{dx^2} \right|_{h \rightarrow 0}^{stat} = \frac{1}{R} \quad (\text{C.18})$$

En faisant le raccord, on obtient la loi de Landau pour une fibre tirée d'un fluide dans un liquide beaucoup plus visqueux :

$$e = 2,13RCa^{\frac{2}{3}} \quad (\text{C.19})$$

---

Cette épaisseur est supérieure à l'épaisseur de Landau avec une surface externe libre ( $e = 1,34RCa^{\frac{2}{3}}$ ).  
Pour sa part, le flux de liquide entraîné par une fibre vaut  $Q = \pi ReV$  soit :

$$Q = 6,69R^2VCa^{\frac{2}{3}} \quad (\text{C.20})$$

À l'inverse de l'épaisseur, le débit de liquide entraîné est inférieur à celui du problème original de Landau ( $Q = 8,42R^2VCa^{\frac{2}{3}}$ ).



## Annexe D

### La méduse qui veut buller autant que la cheminée

Une Méduse vit sur une plaque  
Une goutte brûlante et semblant s'y complaire.  
Elle n'était pas si plate qu'un lac,  
Car beaucoup plus grosse que sa longueur capillaire,  
Et sa vapeur emprisonnée  
Remontait par la Cheminée.  
La Méduse jalouse  
Entreprenait de gonfler sa blouse  
Pour devenir une bulle,  
Se déforme, se gonfle : pustule.  
Disant : " Regardez bien ma sœur,  
J'enfle comme un motard.  
-Même pas peur.  
-Un sac de routard ?  
-Nenni."  
Aidée par Bernoulli  
La fragile coquille  
S'enfla si bien qu'elle creva.

Le monde est plein de gens qui ne sont pas plus sages :  
Tout jeunot veut écrire comme son directeur,  
Tout petit prince veut devenir docteur,  
Tout thésard veut avoir des pages.



# Bibliographie

- [1] [www-math.mit.edu/~bush/jump.htm](http://www-math.mit.edu/~bush/jump.htm).
- [2] E. J. Anderson and M. A. Grosenbaugh. Jet flow in steadily swimming adult squid. *J. Exp. Biol.*, 208 :1125–1146, 2005.
- [3] K. Andsager, K. V. Beard, and N. F. Laird. Laboratory measurements of axis ratios for large raindrops. *J. Atmos. Sci.*, 56 :2673–2683, 1999.
- [4] D. Atlas and C. W. Ulbrich. Path- and area-integrated rainfall measurement by microwave attenuation in the 1-3 cm band. *J. Appl. Meteor.*, 16 :1322–1331, 1977.
- [5] G. Barnes and R. Woodcock. Liquid rope-coil effect. *Am. J. Phys.*, 26 :205–209, 1958.
- [6] W. A. Bentley. Studies of raindrops and raindrop phenomena. *Monthly Weather Review*, 32 :450–456, 1904.
- [7] A.-L. Biance, C. Clanet, and D. Quéré. Leidenfrost drops. *Phys. Fluids*, 15 :1632–1637, 2003.
- [8] D. C. Blanchard. The behavior of water drops at terminal velocity in air. *Trans. Amer. Geophys. Union*, 31(6) :836–842, 1950.
- [9] T. Bonometti and J. Magnaudet. Transition from spherical cap to toroidal bubbles. *Phys. Fluids*, 18 :052102, 2006.
- [10] H. Bouasse. *Capillarité, phénomènes superficiels*. Delagrave, Paris, 1924.
- [11] M. P. Brenner and D. Gueyffier. On the bursting of viscous films. *Phys. Fluids*, 11 :737–739, 1999.
- [12] F. P. Bretherton. The motion of long bubbles in tubes. *J. Fluid. Mech.*, 10 :166–739, 1961.
- [13] J.-P. Chalon. *Combien pèse un nuage ?* EDP Sciences, 2002.
- [14] B. Chan, N. J. Balmforth, and A. E. Hosoi. Building a better snail : Lubrication and adhesive locomotion. *Phys. Fluids*, 17 :113101, 2005.
- [15] C. Clanet and E. Villermaux. Life of a smooth liquid sheet. *J. Fluid. Mech.*, 462 :307–340, 2002.
- [16] I. Cohen. Scaling and transition structure dependence on the fluid viscosity ratio in the selective withdrawal transition. *Phys. Rev. E*, 70 :026302, 2004.

- [17] I. Cohen, H. Li, J. L. Houglund, M. Mrksich, and S. R. Nagel. Using selective withdrawal to coat microparticles. *Science*, 292 :265–267, 2001.
- [18] I. Cohen and S. R. Nagel. Scaling at the selective withdrawal transition through a tube suspended above the fluid surface. *Phys. Rev. Lett.*, 88 :074501, 2002.
- [19] W. R. Cotton and N. R. Gokhale. Collision, coalescence, and breakup of large water drops in a vertical wind tunnel. *J. Geophys. Res.*, 72 :4041–4049, 1967.
- [20] Y. Couder, E. Fort, C.-H. Gautier, and A. Boudaoud. From bouncing to floating : Noncoalescence of drops in a fluid bath. *Phys. Rev. Lett.*, 94 :177801, 2005.
- [21] M. D. Cowley and R. E. Rosensweig. The interfacial stability of a ferromagnetic fluid. *J. Fluid Mech.*, 30 :671–688, 1967.
- [22] F. E. C. Culick. Comments on a ruptured soap film. *J. Appl. Phys.*, 31 :1128–1129, 1960.
- [23] R. M. Davies and G. I. Taylor. The mechanics of large bubbles rising through extended liquids and through liquids in tubes. *J. Fluid Mech.*, 200 :375–390, 1950.
- [24] P.-G. de Gennes, F. Brochard-Wyart, and D. Quéré. *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Belin, Paris, 2005.
- [25] J. de la Fontaine. *La Grenouille qui veut se faire aussi grosse que le Bœuf*.
- [26] G. Debrégeas, P. Martin, and F. Brochard-Wyart. Viscous bursting of suspended films. *Phys. Rev. Lett.*, 75 :3886–3889, 1995.
- [27] G. Debrégeas, P.-G. de Gennes, and F. Brochard-Wyart. The life and death of "bare" viscous bubbles. *Science*, 279 :1704–1707, 1998.
- [28] R. Descartes. *Les Météores*. Ian Maire, Leyden, 1637.
- [29] S. Dorbolo, H. Caps, and N. Vandewalle. Fluid instabilities in the birth and death of antibubbles. *New J. Phys.*, 5 :161, 2003.
- [30] S. Courrech du Pont and J. Eggers. Sink flow deforms the interface between a viscous liquid and air into a tip singularity. *Phys. Rev. Lett.*, 96 :034501, 2006.
- [31] H. E. Edgerton and J. R. Killian. *Flash! Seeing the Unseen by Ultra-High-Speed Photography*. Hale, Cushman and Flint, Boston, 1939.
- [32] J. Eggers. Air entrainment through free-surface cusps. *Phys. Rev. Lett.*, 86 :4290–4293, 2001.
- [33] C. Ellegaard, A. E. Hansen, A. Haaning, K. Hansen, A. Marcussen, T. Bohr, J. L. Hansen, and S. Watanabe. Creating corners in kitchen sinks. *Nature*, 392 :767–768, 1998.
- [34] C. Ellegaard, A. E. Hansen, A. Haaning, K. Hansen, A. Marcussen, T. Bohr, J. L. Hansen, and S. Watanabe. Polygonal hydraulic jumps. *Nonlinearity*, 12 :1–7, 1999.
- [35] I. Finnie and R. L. Curl. Physics in a toy boat. *Am. J. Phys.*, 31 :289–293, 1963.

- [36] S. Frankel and K. J. Mysels. The Bursting of Soap Films. II. Theoretical Considerations. *J. Phys. Chem.*, 73 :3028–3038, 1969.
- [37] N. Le Grand, A. Daerr, and L. Limat. Shape and Motion of Drops Sliding Down an Inclined Plane. *J. Fluid Mech.*, 541 :293–315, 2005.
- [38] R. Gunn and G. D. Kinzer. The terminal velocity of fall for water droplets. *J. Meteor.*, 6 :243–248, 1949.
- [39] E. Guyon, J.-P. Hulin, and L. Petit. *Hydrodynamique Physique*. EDP Sciences/CNRS Éditions, Paris, 2001.
- [40] A. Hallé. Oblique impact of silicone onto silicone. *Rapport de stage court du Parcours Inter-universitaire de Physique*, 2006.
- [41] J. Happel and H. Brenner. *Low Reynolds Number Hydrodynamics*. Noordhoff International Publishing, Leyden, 1973.
- [42] W. Helfrich. Steric interaction of fluid membranes in multilayer systems. *Z. Naturforsch.*, 33, 1978.
- [43] L.-P. Hsiang and G. M. Faeth. Near-limit drop deformation and secondary breakup. *Int. J. Multiphase Flow*, 18 :635–652, 1992.
- [44] W. Hughes and A. R. Hughes. *Nature (London)*, 129 :59, 1932.
- [45] D. Jacqmin. Very, very fast wetting. *J. Fluid Mech.*, 455 :347–358, 2002.
- [46] Jae-Tack Jeong and H. K. Moffatt. Free-surface cusps associated with flow at low reynolds number. *J. Fluid Mech.*, 241 :1–22, 1992.
- [47] J.-F. Joanny and P. G. de Gennes. Bursting of a soap film in a viscous environment. *Physica A*, 147 :238–255, 1987.
- [48] D. D. Joseph. Understanding cusped interfaces. *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 44 :127–148, 1992.
- [49] D. D. Joseph, J. Belanger, and G. S. Beavers. Breakup of a liquid drop suddenly exposed to a high-speed airstream. *Int. J. Multiphase Flow*, 25 :1263–1303, 1999.
- [50] D. D. Joseph, J. Nelson, M. Renardy, and Y. Renardy. Two-dimensional cusped interfaces. *J. Fluid Mech.*, 223 :383–409, 1991.
- [51] S. A. Krzeczowski. Measurement of liquid droplet disintegration mechanisms. *Int. J. Multiphase Flow*, 6 :227–239, 1980.
- [52] G. Lagubeau. Propulsion par moteur pop-pop. *Rapport de Master 2, Parcours physique des liquides*, 2006.
- [53] H. Lamb. *Hydrodynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1932.

- [54] L. D. Landau and V. G. Levich. Dragging of a liquid by a moving plate. *Acta Physicochimica URSS*, 17 :42–54, 1942.
- [55] L. D. Landau and E. Lifchitz. *Mécanique des fluides*. Mir, Moscou, 1989.
- [56] E. Lauga and A. E. Hosoi. Tuning gastropod locomotion : Modeling the influence of mucus rheology on the cost of crawling. *Phys. Fluids*, 18 :113102, 2006.
- [57] J. O. Laws. Measurements of the fall-velocity of water-drops and raindrops. *Trans. Am. Geophys. Union*, 22 :709–721, 1941.
- [58] J. G. Leidenfrost. *De Aquae Communis Nonnullis Qualitatibus Tractatus*. Duisburg, 1756.
- [59] V. G. Levich. *Physicochemical Hydrodynamics*. Prentice-Hall, 1962.
- [60] T. J. Lin and H. G. Donnelly. Gas bubble entrainment by plunging laminar liquid jets. *A.I.Ch.E. Journal*, 12 :563–571, 1966.
- [61] E. Lorenceau. *Interfaces en Grande Déformation : Oscillations, Impacts, Singularités*. PhD thesis, Université Paris VI, 2003.
- [62] E. Lorenceau and D. Quéré. Air entrainment by a viscous jet plunging into a bath. *Phys. Rev. Lett.*, 93 :254501, 2004.
- [63] E. Lorenceau, D. Quéré, J.-Y. Ollitault, and C. Clanet. Gravitational oscillations of a liquid column in a pipe. *Phys. Fluids*, 14 :1985–92, 2002.
- [64] E. Lorenceau, F. Restagno, and D. Quéré. Fracture of a viscous liquid. *Phys. Rev. Lett.*, 90 :184501, 2003.
- [65] R. S. Mackay. Boat driven by thermal oscillations. *Am. J. Phys.*, 26 :583–584, 1958.
- [66] J.-P. Manchette. *Que d’os!* Gallimard, Paris, 2000.
- [67] K. Marten, K. Shariff, S. Psarakos, and D. J. White. Ring Bubbles of Dolphins. *Sci. Am.*, 275 :64–69, 1996 (Août).
- [68] P. Martin, A. Buguin, and F. Brochard-Wyart. Bursting of a liquid film on a liquid substrate. *Europhys. Lett.*, 28 :421–426, 1994.
- [69] J. E. McDonald. The Shape of Raindrops. *Sci. Am.*, 11 April issue :64–68, 1954.
- [70] W. R. McEntee and K. J. Mysels. The Bursting of Soap Films. I. An Experimental Study. *J. Phys. Chem.*, 73 :3018–3028, 1969.
- [71] M. Le Merrer. Free surface cusps in viscous and viscoelastic liquids. *Rapport de stage d’option de l’Ecole Polytechnique*, 2006.
- [72] J. S. Miller. Physics in a toy boat. *Am. J. Phys.*, 26 :199, 1958.
- [73] G. Mougin and J. Magnaudet. Path instability of a rising bubble. *Phys. Rev. Lett.*, 88 :014502, 2002.

- [74] K. J. Mysels and B. R. Vijayendran. Film Bursting. V. The Effect of Various Atmospheres and the Anomaly of Newton Black Films. *J. Phys. Chem.*, 77 :1692–1694, 1973.
- [75] K.J. Mysels, K. Shinoda, and S. Frankel. *Soap Films, Studies of Their Thinning and a Bibliography*. Pergamon Press, New York, 1959.
- [76] K. Nagai, Y. Sumino, H. Kitahata, and K. Yoshikawa. Mode selection in the spontaneous motion of an alcohol droplet. *Phys. Rev. E*, 71 :065301, 2005.
- [77] I. Newton. *Principia Mathematica*. 1687.
- [78] K. Nomura, S. Koshizuka, Y. Oka, and H. Obata. Numerical analysis of droplet breakup behavior using particle method. *J. Nucl. Sci. Tech.*, 38 :1057–1064, 2001.
- [79] H. N. Oguz, A. Prosperetti, and A. M. Lezzi. Examples of air-entraining flows. *Phys. Fluids*, 4 :649–651, 1992.
- [80] M. Pilch and C. A. Erdman. Use of breakup time data and velocity history data to predict the maximum size of stable fragments for acceleration-induced breakup of a liquid drop. *Int. J. Multiphase Flow*, 13 :741–757, 1987.
- [81] J. Plateau. *Statique Expérimentale et Théorique des Liquides Soumis aux seules Forces Moléculaires*. Gauthier-Villars, Paris, 1873.
- [82] H. Poincaré. *Capillarité*. Gauthier-Villars et Cie, Paris, 1895.
- [83] F. Ponge. *Le Savon*. Gallimard, Paris, 1967.
- [84] H. R. Pruppacher and R. L. Pitter. A semi-empirical determination of the shape of cloud and rain drops. *J. Atmos. Sci.*, 28 :86–94, 1971.
- [85] D. Quéré and A. de Ryck. Le mouillage dynamique des fibres. *Annales de Physique*, 23(1), 1998.
- [86] L. Ramos, F. Molino, and G. Porte. Shear melting in lyotropic hexagonal phases. *Langmuir*, 16 :5846–5848, 2000.
- [87] C. Redon, F. Brochard-Wyart, and F. Rondelez. Dynamics of dewetting. *Phys. Rev. Lett.*, 66 :715, 1991.
- [88] J.-B. Salmon, A. Colin, S. Manneville, and F. Molino. Velocity profile in shear-banding wormlike micelles. *Phys. Rev. Lett.*, 90 :228303, 2003.
- [89] O. Sandre, L. Moreaux, and F. Brochard-Wyart. Dynamics of transient pores in stretched vesicles. *Proc. Nat. Acad. Sci. USA*, 96 :10591–10596, 2000.
- [90] J. Seiwert. Étude expérimentale du moteur pop pop. *Rapport de stage court du Parcours Interuniversitaire de Physique*, 2005.
- [91] P. G. Simpkins. Non-linear response of deforming drops. *Nature Physical Science*, 233 :31–33, 1971.

- [92] N. A. Spenley, M. E. Cates, and T. C. B. McLeish. Nonlinear rheology of wormlike micelles. *Phys. Rev. Lett.*, 71 :939–942, 1993.
- [93] A. F. Spilhaus. Raindrop size, shape and falling speed. *J. Meteor.*, 5 :108–110, 1948.
- [94] H. Stone. *Communication privée*, 2005.
- [95] C. L. Stong. *Sci. Am.*, 230(4, numéro d’Avril) :116, 1974.
- [96] G.I. Taylor. The Dynamics of Thin Sheets of Fluid. III. Disintegration of Fluid Sheets. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 253 :313–321, 1959.
- [97] G.I. Taylor. Disintegration of water drops in an electric field. *Proc. R. Soc. Lond. A*, 280 :383–395, 1964.
- [98] S. T. Thoroddsen and Y.-K. Tan. Free-surface entrainment into a rimming flow containing surfactants. *Phys. Fluids*, 16 :L13–L16, 2004.
- [99] Arthur Good (Tom Tit). *La Science Amusante*. Larousse, Paris, 1890.
- [100] S. Tomotika. Breaking up of a drop of viscous liquid immersed in another viscous fluid which is extending at a uniform rate. *Proc. Roy. Soc. A*, 153 :302–318, 1935.
- [101] S. Tomotika. On the instability of a cylindrical thread of a viscous liquid surrounded by another viscous fluid. *Proc. Roy. Soc. A*, 150 :322–337, 1935.
- [102] A. Tufaile and J. C. Sartorelli. Bubble and spherical air shell formation dynamics. *Phys. Rev. E*, 66 :056204, 2002.
- [103] D. Vella and L. Mahadevan. The ”Cheerios Effect”. *Am. J. Phys.*, 73 :817–825, 2005.
- [104] T. Vilmin and E. Raphaël. Dewetting of thin viscoelastic polymer films on slippery substrates. *Europhys. Lett.*, 72 :781–787, 2005.
- [105] R. Walser. *Le Commis*. Gallimard, Paris, 1986.
- [106] P. P. Wegener and J.-Y. Parlange. Spherical-cap bubbles. *Ann. Rev. Fluid Mech.*, 5 :79–100, 1973.
- [107] C. Ybert and J.-M. di Meglio. Ascending air bubbles in protein solutions. *Eur. Phys. J. B*, 4 :313–319, 1998.
- [108] Y. Zhu, H.N. Oguz, and A. Prosperetti. On the mechanism of air entrainment by liquid jets at a free surface. *J. Fluid Mech.*, 404 :151–177, 2000.



**Résumé** Soumises à des écoulements, les interfaces des liquides peuvent subir des déformations importantes. Nous étudions dans la première partie les formes adoptées par des gouttes d'eau en chute dans l'air. En particulier, nous décrivons un mécanisme de désintégration des plus gros globules et proposons une loi d'évolution de cette forme. Nous nous penchons ensuite sur la dynamique de films fluides dans des environnements visqueux. Le temps de vie des antibulles est déterminé par le drainage du film d'air sous l'influence de la gravité. L'éclatement des films d'eau savonneuse ou d'air immergés dans un environnement très visqueux est fortement affecté. Nous proposons un modèle décrivant la dynamique de l'ouverture des trous dans ces films. Lors de l'éclatement, le fluide constituant le film est collecté dans un bourrelet qui, du fait de sa géométrie cylindrique et des écoulements qu'il subit, se déstabilise. Enfin, nous abordons le problème de l'entraînement d'air lors de l'impact d'un jet liquide sur un bain du même liquide. Nous montrons que le seuil d'entraînement est décalé par l'évasement et le ralentissement du jet juste avant son impact. Un premier complément tente une approche expérimentale simplifiée de la propulsion par un moteur pop-pop. Le second est un travail visant à comprendre le comportement de l'angle de contact dynamique au voisinage de la transition d'entraînement.

*Mots-clés* : interfaces, capillarité, entraînement d'air, films, instabilité.

**Abstract** Liquid interfaces may undergo important deformations when subjected to flows. In the first part, we study the shapes of water drops falling into air. In particular, we describe the disintegration mechanism of the largest globules and propose a law for the evolution of this shape. We then focus on the dynamics of fluid films in viscous environments. The lifetime of the antibubbles is determined by the drainage of film of air under the influence of gravity. The bursting of films of soapy water or air immersed in a very viscous environment is strongly affected. We propose a model describing the hole opening in such films. During the bursting process, the fluid in the film is collected in a rim which, owing to its cylindrical geometry and to the flows which it undergoes, is destabilized. Lastly, we tackle the problem of air entrainment by the impact of a liquid jet on a bath of the same liquid. We show that the entrainment threshold is shifted by the widening out and the deceleration of the jet right before its impact.

The first appendix is a simple experimental approach of the propulsion mechanism of the pop-pop boat. The second aims at understanding the behavior of the dynamic receding contact angle in the vicinity of the entrainment transition.

*Key-Words* : interfaces, capillarity, air entrainment, films, instability.