



**HAL**  
open science

# Optique quantique et dynamique de spin dans les microcavités semiconductrices

Charles Leyder

► **To cite this version:**

Charles Leyder. Optique quantique et dynamique de spin dans les microcavités semiconductrices. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2007. Français. NNT: . tel-00169855v1

**HAL Id: tel-00169855**

**<https://theses.hal.science/tel-00169855v1>**

Submitted on 5 Sep 2007 (v1), last revised 6 Sep 2007 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DEPARTEMENT DE PHYSIQUE  
DE L'ECOLE NORMALE SUPERIEURE



UNIVERSITE PARIS VI



LABORATOIRE KASTLER BROSEL

**Thèse de doctorat de l'Université Paris VI**

**Spécialité : Physique Quantique**

*Présentée par*

**Charles LEYDER**

*Pour obtenir le titre de Docteur de l'Université Paris VI*

*Sujet de la thèse :*

**Optique Quantique et Dynamique de Spin  
dans les Microcavités Semi-conductrices**

*Soutenue le 06 juillet 2007 devant le jury composé de :*

M. Alberto BRAMATI	Examineur
M <sup>me</sup> . Elisabeth GIACOBINO	Directeur de thèse
M. Claude DELALANDE	Président
M <sup>me</sup> . Jacqueline BLOCH	Examineur
M. Alexey KAVOKIN	Rapporteur
M. Jean-Paul POCHOLLE	Rapporteur

## Résumé

Ce travail est consacré à l'étude d'effets d'optique quantique et de dynamique de spin dans les microcavités semi-conductrices. La réponse optique de ces dispositifs est décrite en termes de modes mixtes exciton-photon, les polaritons de cavité.

Nous avons d'abord effectué une étude théorique et expérimentale d'un mélange à quatre ondes dégénéré, sous excitation résonnante par deux faisceaux pompe se propageant en sens inverse, de même polarisation linéaire. Les états finaux du processus ont une polarisation orthogonale à celle des faisceaux pompes et sont fortement corrélés en intensité. Lorsque les deux faisceaux pompes ont des polarisations croisées, le processus est totalement inhibé. Ce processus permet d'utiliser la microcavité comme une porte logique binaire optique. Nous avons ensuite généré des photons corrélés quantiquement en utilisant un mélange à quatre ondes, sous excitation résonnante par un faisceau pompe, dans une microcavité triple.

Enfin, nous avons étudié l'effet Hall optique de spin et mis en évidence la propagation de courants de spin excitonique sur une centaine de microns.

**Mots-clés** : Microcavités semi-conductrices, Excitons, Régime de couplage fort, Polaritons, Optique quantique, Photons jumeaux, Bruit quantique, Porte logique, Effet Hall de spin, Spintronique.

## Abstract

This work is devoted to the study of quantum optics and spin dynamics in a semiconductor microcavity. The optical properties of these devices are described in terms of mixed exciton-photon modes, the cavity polaritons.

First we have studied both theoretically and experimentally four-wave mixing oscillation under resonant excitation by two counterpropagating pump beams with the same linear polarization. The final states of the process have a polarization orthogonal to the pump polarization and are strongly intensity correlated. When the pumps are cross-polarized the process is totally suppressed. This process enables the microcavity to work as an optical binary logical gate.

Then we have generated quantum correlated photons by using four-wave mixing under a one pump resonant excitation in a triple microcavity.

Finally we have investigated the optical spin Hall effect and observed the propagation of excitonic spin currents over more than one hundred microns.

**Keywords** : Semiconductor Microcavity, Excitons, Strong Coupling Regime, Polaritons, Quantum Optics, Twin Photons, Quantum Noise, Logical Gate, Spin Hall Effect, Spintronics.



## Remerciements

*Ce travail de thèse n'aurait pas été possible sans le concours, l'aide et les encouragements d'un grand nombre de personnes. Je tiens donc à remercier tout particulièrement ma directrice de thèse, Elisabeth Giacobino, pour la confiance qu'elle m'a accordée tout au long de ma thèse. Je la remercie pour son écoute, son soutien et ses encouragements.*

*Je remercie également très sincèrement Alberto Bramati qui aura encadré ce travail au quotidien durant ces trois années. Ce fut constamment un réel plaisir de pouvoir travailler à ses côtés. J'ai ainsi pu profiter à la fois de sa grande expérience en optique quantique et de ses qualités humaines exceptionnelles. Mon interaction avec lui a été l'un des éléments moteurs de ce travail.*

*Mes pensées vont également à ceux qui m'ont précédé sur cette expérience et tout particulièrement à Marco Romanelli avec qui j'ai pris un plaisir grandissant à travailler tout au long de ma première année de thèse. Je le remercie pour son calme et sa patience dont j'ai beaucoup appris. Je remercie également Jean-Philippe Karr avec qui j'ai eu de nombreuses discussions sur les microcavités semi-conductrices et dont la profonde connaissance du sujet s'est révélée très précieuse. Enfin je souhaite à Jérôme Lefrère qui me succède une thèse enrichissante et pleine de réussite.*

*Je remercie Jacqueline Bloch, Alexey Kavokin, Jean-Paul Pocholle et Claude Delalande de l'intérêt qu'ils ont montré pour mon travail et de leur participation à mon jury de thèse. Je remercie en particulier Jean-Paul Pocholle et Alexey Kavokin d'avoir accepté la tâche de rapporteurs. J'ai beaucoup apprécié ma rencontre avec Jean-Paul Pocholle et la discussion très pertinente que nous avons eu au sujet de mon travail. Je remercie Alexey Kavokin dont les idées très novatrices sur l'effet Hall optique de spin et la dynamique de spin en régime non-linéaire sont à l'origine des principaux résultats expérimentaux de ce travail. J'ai énormément apprécié son dynamisme et son optimisme dans notre collaboration. Je remercie également Jacqueline Bloch avec qui j'ai eu l'occasion de collaborer sur les microcavités triples. J'ai profondément apprécié son exceptionnelle connaissance de la physique des polaritons, son optimisme et sa gentillesse. Je remercie Claude Delalande qui a supervisé une partie de mon travail effectué au sein du Laboratoire Pierre Aigrain en collaboration avec Carole Diederichs, Jérôme Tignon, David Tag et Philippe Roussignol. Je tiens à remercier très chaleureusement Carole avec qui ce fut un réel plaisir de travailler et dont l'enthousiasme et la persévérance se sont révélés très précieux dans les moments difficiles. Je lui souhaite bon courage pour la suite et une grande réussite dans sa carrière scientifique. Je remercie également Jérôme et Philippe qui ont été très présents tout au long de cette expérience et dont les questions pertinentes nous ont permis d'avancer. Enfin, merci à David pour*

---

son aide dans l'expérience et pour sa gentillesse le temps d'une conférence à Cuba. Je remercie aussi Cristiano Ciuti avec qui j'ai eu de nombreuses et excellentes discussions sur la physique des polaritons. Il n'a pas hésité à partager avec enthousiasme et générosité ses connaissances et ses réflexions.

Je remercie tous les membres du Service Interuniversitaire des Basses Températures pour leur efficacité et leur aide indispensable.

Durant ma thèse, j'ai eu l'immense chance d'être entouré de personnes aux qualités humaines et aux compétences en physique extraordinaires. Je remercie en particulier Nicolas Treps, Claude Fabre, Thomas Coudreau et Jean-Pierre Gazeau pour m'avoir initié à l'algèbre symplectique. Ce fut un réel plaisir que de pouvoir explorer avec eux cette thématique. Un grand merci à François Nez qui a dépanné à de nombreuses reprises mon titane-saphir, à Antoine Heidmann pour son aide concernant plusieurs problèmes expérimentaux, notamment les photodiodes, à Eric-Olivier Le Bigot pour son initiation à Perl (et à Tougala!) et à Brahim Lamine pour nos nombreuses conversations sur la physique. Merci à Michel Pinard pour nos discussions sur la physique et bien d'autres choses... Je remercie très sincèrement Serge Begon et Corinne Poisson pour leur constante disponibilité, même le vendredi soir très tard... Merci à Pascal Travers et Saysavanh Souramasing pour les pièces mécaniques, à Jean-Pierre Okpiz et Mohammed Boujrad pour la précieuse assistance électronique. Je remercie tout spécialement Monique Bonnamy et Laëtitia Morel pour leur aide infiniment précieuse et leur gentillesse durant ces trois années.

Enfin, je remercie également tous les gens du Laboratoire que je n'ai pas encore cité et qui n'ont pas hésité à m'apporter leur aide et leur soutien : Tristan Briant, Pierre-François Cohadon (un remerciement spécial pour "The West Wing"), Saïda Guellati, Benoît Grémaud, José Romer, Catherine Schwob et Florence Thibout, .

Je remercie également l'ensemble des doctorants et post-doctorants que j'ai rencontrés durant ma thèse et qui ont énormément contribué à faire de ces trois années un bonheur quotidien au sein du laboratoire comme à l'extérieur. Je tiens à remercier chaleureusement pour leur amitié, leur aide et leur encouragement : Gaëlle Keller (mille merci pour la relecture de mon manuscrit et pour tout le reste!), Vincent Delaubert (un grand merci pour ton amitié), Jean Cviklinski (un grand merci pour ton aide technique et humaine), Antonino Chiummo, Sophie Schlessler, Benoît Chalopin, Gabriel Lemarié, Chiara Molinelli, Virginia Doria, Estefania Mirandes, Malo Cadoret, Olivier Arcizet, Irina ...il y en a trop! Merci à tous!

Merci enfin à mes parents et à mes deux soeurs, Justine et Marie. Merci à ma grand-mère. Un immense merci à mes amis Jean, Boris, Julie, Leslie, Matthieu, Michael, Christian, Camille, Julien, Alexandre, Raphael, Adrien, Olivier et Alison qui m'ont

*encouragé et soutenu depuis de très nombreuses années. Sans votre amitié, ce travail n'aurait pas été possible! Merci aussi à Guillaume qui aura été mon colocataire pendant les deux dernières années de ma thèse. Un ultime merci à Anne sans qui je n'aurais pas abordé ma deuxième année avec autant de volonté et de détermination!*

*Navigare necesse est, vivere non est necesse.*  
“Plutarque”



---

# Table des matières

---

<b>1</b>	<b>Introduction aux microcavités et au bruit quantique</b>	<b>7</b>
A	Microcavité semi-conductrice III-V . . . . .	9
B	Fluctuations quantiques du champ électromagnétique : introduction à l'optique quantique en variables continues . . . . .	33
C	Dispositif experimental . . . . .	58
<b>2</b>	<b>Oscillation paramétrique de polaritons</b>	<b>67</b>
A	Introduction . . . . .	68
B	Interactions entre polaritons . . . . .	71
C	Oscillation paramétrique de polaritons dans la configuration à l'angle magique . . . . .	75
D	Mélange à quatre ondes de polaritons : étude théorique . . . . .	82
E	Mélange à quatre ondes de polaritons : expériences . . . . .	102
F	Conclusion . . . . .	150
<b>3</b>	<b>Génération de photons jumeaux dans les microcavités triples</b>	<b>153</b>
A	Introduction . . . . .	153
B	La microcavité triple semi-conductrice . . . . .	155
C	Étude expérimentale du processus de diffusion paramétrique horizontal . . . . .	161
D	Conclusion . . . . .	176
<b>4</b>	<b>Effet Hall optique de spin</b>	<b>179</b>
A	Introduction . . . . .	179
B	Modèle théorique de l'effet Hall optique de spin . . . . .	181
C	Observation expérimentale de l'effet Hall optique de spin . . . . .	189
D	Discussion . . . . .	197

<b>5</b>	<b>Dynamique de spin du mélange à quatre ondes</b>	<b>199</b>
A	Description théorique . . . . .	201
B	Résultats expérimentaux . . . . .	203
C	Conclusion . . . . .	213
<b>Annexe</b>		<b>217</b>
A	Fluctuations sous le seuil . . . . .	217
<b>Bibliographie</b>		<b>221</b>

---

# Introduction

---

L'étude de l'interaction matière-rayonnement dans les systèmes atomiques en cavité est au coeur de nombreux développements tels que l'intrication atome-champ [Brune96a], la mise au point de mémoires atomiques ou l'observation de la "vie et la mort" de photons individuels [Gleyzes07]. Ces phénomènes ont été observés dans la situation de *couplage fort* entre les photons et un ou plusieurs atomes en cavité [Brune96b, Nussenzeig92, Thomson92]. L'atome et le photon échangent de l'énergie de façon cohérente et l'émission d'un photon devient réversible.

Ces concepts ont été revisités dans le domaine de la matière condensée grâce au développement, au début des années 80, de nouvelles technologies de croissance des hétérostructures semi-conductrices, telles que l'épitaxie par jets moléculaires ("Molecular Beam Epitaxy") ou l'épitaxie en phase vapeur d'organo-métalliques ("Metal-Organic Chemical Vapor Deposition"). Elles rendent possible l'élaboration de structures de taille nanométrique qui confinent quantiquement les porteurs à deux dimensions (puits quantique), une dimension (fil quantique), ou zéro dimension (boîte quantique). Elles permettent également la mise au point de micro-résonateurs optiques, de dimension micrométrique voire nanométrique, et de facteur de qualité allant de quelques milliers pour les microcavités planes jusqu'à plus de  $10^9$  pour les microsphères [Vahala03]. Ces résonateurs optiques permettent de contrôler l'émission spontanée d'émetteurs placés en leur sein. Ainsi une augmentation du taux de l'émission spontanée de boîtes quantiques placées dans des résonateurs en forme de micropilier a été mise en évidence par Gérard *et. al.* [Gérard98]. De même, l'insertion d'un puits quantique, qui joue le rôle de milieu actif, dans une microcavité Fabry-Perot planaire permet une plus grande extraction de la lumière et une divergence plus faible du faisceau émis que les lasers à puits quantiques classiques. Ces nanostructures sont appelés lasers à émission de surface à cavité verticale (VCSEL).

En 1992, C. Weisbuch observe pour la première fois le régime de couplage fort dans une microcavité semi-conductrice planaire contenant des puits quantiques [Weisbuch92].



L'état lié électron-trou, *l'exciton*, qui correspond à la transition fondamentale du puits quantique, est couplé à un unique mode du champ électromagnétique dans la cavité. Lorsque les taux de relaxation de l'exciton et du champ sont suffisamment faibles devant la fréquence qui caractérise le couplage entre l'exciton et le champ, le régime de couplage fort peut s'établir. Ce régime fait apparaître de nouveaux états propres du système, *les polaritons de cavité*, états mixtes mi-lumière mi-matière. Les microcavités semi-conductrices en régime de couplage fort ont depuis fait l'objet d'une intense recherche. Les premiers travaux ont porté sur la dispersion des polaritons, leur temps de vie et leur relaxation [Bloch97, Houdré94, Stanley96]. La partie photonique des polaritons leur confère une masse effective faible et, pour de faibles impulsions, modifie profondément la dispersion de l'exciton nu. La partie excitonique est, quant à elle, à l'origine des interactions non-linéaires de nature coulombienne entre polaritons. En 1998, Dang *et.al.* observent pour la première fois un comportement non-linéaire de l'émission dans une microcavité semi-conductrice en régime de couplage fort. D'autres observations similaires ont été rapportées peu après [Senellart99] mais ce sont les expériences de type pompe-sonde menées par Savvidis *et.al.* qui ont mis en évidence pour la première fois un mécanisme de *mélange à quatre ondes de polaritons* [Savvidis00] : en excitant la microcavité avec un faisceau pompe à un angle (couramment appelé *angle magique*)  $\theta_p$  qui permet de satisfaire la conservation de l'énergie et de l'impulsion pour le mélange à quatre ondes, on initie un processus de diffusion stimulée vers l'état d'impulsion nulle peuplé par le faisceau sonde qui se trouve, alors, considérablement amplifié. Parallèlement on détecte une émission à un angle double qui correspond au complémentaire. En absence de sonde et en pompage continu, on observe, dans ces conditions, l'émission du signal à l'incidence normale et du complémentaire à un angle double de l'angle de pompe : il s'agit de *l'oscillation paramétrique*. Simultanément, notre groupe démontre pour la première fois la cohérence du mélange à quatre ondes de polaritons [Messin01].

Ce processus physique a une importance considérable en optique quantique car il permet de générer des états non-classiques du champ électromagnétique, appelés *états comprimés*. Ces états présentent des fluctuations inférieures à la limite quantique standard selon une certaine quadrature mais au prix d'un excès de bruit sur la quadrature conjuguée. Ils sont à la base des protocoles de cryptographie quantique et de téléportation en variables continues [Braunstein05]. Ils présentent également un grand intérêt pour l'amélioration de mesures de très grande précision [Gea-Banacloche87]. Les états comprimés ont été produits pour la première fois en utilisant un mélange à quatre ondes dans une vapeur de sodium [Slusher85]. De nos jours, les oscillateurs paramétriques optiques constituent les systèmes les plus performants pour produire de tels

états [Heidmann87, Mertz90, Laurat04]. Ils sont composés d'un cristal non-linéaire d'ordre 2 inséré dans une cavité optique. Le cristal, pompé par un champ de fréquence  $\omega_p$ , génère par émission paramétrique un faisceau signal et un faisceau complémentaire de fréquences respectives  $\omega_s$  et  $\omega_c$ . La conservation de l'énergie dans le processus impose la condition  $\omega_p = \omega_s + \omega_c$  tandis que la conservation de l'impulsion totale se traduit par la condition *d'accord de phase*.

La mise en œuvre de protocoles développés dans le domaine de l'information quantique nécessite la mise au point de sources d'états non-classiques du champ technologiquement intégrables et facilement utilisables. Bien que très performants, les oscillateurs paramétriques optiques demeurent difficilement intégrables aux systèmes électroniques. En raison des fortes analogies observées entre les oscillateurs paramétriques optiques et les microcavités semi-conductrices, ces dernières constituent d'excellents candidats pour le développement de composants intégrés pour l'information et la communication quantiques [Karr04b, Stevenson00, Diederichs06].

L'étude des effets d'optique quantique dans les microcavités semi-conductrices a débuté dans notre groupe en 1996 avec une série d'expériences réalisées par G. Messin sur les fluctuations quantiques de la lumière réfléchi par une microcavité [Messin00]. En 2004, J-Ph Karr et A. Baas ont observé, pour la première fois, une compression de bruit obtenue dans une microcavité semi-conductrice en excitant la microcavité à l'incidence normale et en mesurant les fluctuations quantiques du faisceau réfléchi [Karr04b]. Ces résultats expérimentaux ont été complétés par une étude théorique démontrant la possibilité de générer des photons jumeaux non dégénérés en énergie en excitant la microcavité à l'angle magique [Karr04a]. Bien que prometteuse, cette configuration s'est révélée limitée pour l'optique quantique principalement en raison du déséquilibre très important en intensité entre le signal et le complémentaire. C'est dans ce contexte que s'insère la première partie de ma thèse, consacrée à l'étude de ces dispositifs comme sources d'états non classiques du rayonnement.

En plus de leur charge, à l'origine des interactions non-linéaires entre excitons, les électrons possèdent un moment angulaire intrinsèque : le spin. Le contrôle du spin des électrons dans les semi-conducteurs constitue un enjeu majeur pour l'information quantique et l'électronique de spin (ou *spintronique*). Ainsi, la manipulation du spin des électrons dans les boîtes quantiques a permis de générer des paires de photons intriqués en polarisation [Akopian06, Stevenson06] et ouvre la voie à la réalisation de mémoires quantiques basées sur le spin. Le spin des électrons peut également être utilisé pour créer des composants à base de semi-conducteurs possédant davantage de fonctions que les dispositifs électroniques classiques. La réalisation de ces dispositifs pour la spintronique nécessite néanmoins la maîtrise de l'injection, du transport et de la ma-

nipulation du spin des électrons. Récemment de nombreux progrès ont été accomplis dans le domaine du transport de spin, notamment depuis l'observation de l'effet Hall de spin [Kato04] : dans un semi-conducteur auquel on applique un courant électrique, les électrons "spin-up" et "spin-down" migrent spontanément dans des sens opposés suivant la direction perpendiculaire au courant électrique. L'application d'un simple courant électrique permet donc de générer des courants de spins et ceci en absence de tout champ magnétique. Cet effet est principalement limité par les temps de cohérence courts des gaz électroniques [Mishchenko04]. Une alternative prometteuse aux électrons est constitué par les excitons-polaritons, quasi-particules de spin 1 : grâce à leur long temps de cohérence, ils sont d'excellents candidats pour la spintronique [Kavokin05a]. De récents travaux portent sur la dynamique de spin des polaritons en régime linéaire et non-linéaire [Lagoudakis02, Shelykh04, Shelykh06]. En régime linéaire, l'effet Hall optique de spin, proposé par A. Kavokin *et al.* [Kavokin05a], provoque une séparation des polaritons "spin-up" et "spin-down" de manière analogue à l'effet Hall de spin pour les électrons. En régime non-linéaire, les interactions dépendent fortement de l'état de spin des polaritons [Renucci05a]. Ceci permet d'envisager de contrôler l'émission non-linéaire dans les microcavités avec la polarisation du faisceau pompe. La seconde partie de ce mémoire est centrée sur ces thématiques.

Après une introduction aux microcavités semi-conductrices et à l'optique quantique, objet du premier chapitre, je présente, dans le deuxième chapitre, l'ensemble des travaux sur l'oscillation paramétrique de polaritons menés durant ma thèse. J'y décris d'abord les expériences effectuées à l'angle magique et la mesure du rapport des intensités entre le signal et le complémentaire qui atteint  $40\text{ dB}$  dans notre échantillon. Cet échantillon a été fabriqué par R. Houdré à l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne. Ce déséquilibre est trop important pour espérer observer des corrélations quantiques dans cette configuration. Pour pallier cet inconvénient, j'ai mis en place une nouvelle configuration expérimentale, beaucoup plus symétrique, qui utilise deux faisceaux pompes ayant des angles d'incidence opposés. L'interaction entre les polaritons de pompe produit la diffusion vers des états ayant des vecteurs d'onde opposés et égaux en module aux vecteurs d'ondes des modes de pompe. Je montre, par une analyse théorique, que cette nouvelle configuration permet de générer sous le seuil d'oscillation des champs intriqués. Au dessus du seuil, je montre que ce processus permet d'obtenir une réduction de bruit sur la différence des intensités des faisceaux. Expérimentalement, je démontre que ce mécanisme permet de créer deux faisceaux conjugués de même intensité séparés spatialement des pompes et de polarisation linéaire orthogonale à celle des pompes. Les deux faisceaux présentent de très fortes corrélations d'intensité qui demeurent néanmoins classiques. L'étude du bruit d'intensité dans le plan transverse m'a permis de

démontrer le caractère multimode de l'émission et d'attribuer l'excès de bruit observé sur la différence des intensités au bruit ajouté par d'autres modes transverses présent dans l'émission. Cet excès de bruit limite donc les effets quantiques observables dans notre échantillon.

Dans le troisième chapitre, je présente les expériences réalisées dans des microcavités triples, dont la spécificité repose sur la présence de trois branches photoniques. Ce travail a été effectué en collaboration avec le Laboratoire Pierre Aigrain (École Normale Supérieure, CNRS, Paris VI) et le Laboratoire de Photonique et Nanostructures (Marcoussis, CNRS) qui a fabriqué la microcavité. Au sein de cette collaboration, notre équipe a apporté son savoir-faire scientifique et technique en matière de mesures de corrélations d'intensité en variables continues. En excitant la microcavité triple à l'incidence normale, nous avons généré, pour la première fois dans ces systèmes, un signal et un complémentaire ayant des vecteurs d'ondes opposés, équilibrés en intensité, et possédant des corrélations quantiques. Ce résultat majeur ouvre la voie à la réalisation de sources de lumière non-classique de taille micrométrique.

Le quatrième chapitre est consacré à l'étude de la dynamique de spin des polaritons (quasi-particules de spin 1) qui joue un rôle majeur dans le mécanisme évoqué au deuxième chapitre. Cette étude a été réalisée en collaboration, pour la partie théorique, avec A. Kavokin (Université de Southampton), G. Malpuech (Université Blaise-Pascal, Clermont-Ferrand) et M. Glazov (St-Petersbourg). Je montre que l'existence d'un champ magnétique effectif, dû aux interactions d'échange de spin entre polaritons [Maialle93], entraîne une séparation dans l'espace réciproque et dans l'espace réel des polaritons "spin-up" et "spin-down". Nous avons ainsi pu observer la propagation de courants de spin dans des directions opposées sur des distances supérieures à la centaine de microns. Ce résultat constitue un élément pour la réalisation de composants pour la spintronique utilisant les microcavités semi-conductrices.

Enfin, dans le dernier chapitre, je montre comment on peut utiliser la configuration du chapitre deux pour mettre au point une porte logique à deux entrées de type *XNOR* contrôlée par la polarisation relative des pompes. Cette étude, qui porte sur la dynamique de spin des polaritons en régime non-linéaire, a été réalisée en collaboration avec A. Kavokin et T. Liew de l'université de Southampton et I. Shelykh de l'université de Brasilia pour la partie théorique.

L'ensemble de ces travaux, initiés par notre groupe, ainsi que l'observation récente de la condensation de Bose-Einstein [Kasprzak06], démontre le potentiel des microcavités en tant qu'élément central de futurs dispositifs, tant pour l'information et la communication quantique, que pour la spintronique et l'opto-électronique.



---

# Introduction aux microcavités et au bruit quantique

---

## Sommaire

---

<b>A</b>	<b>Microcavité semi-conductrice III-V</b> . . . . .	<b>9</b>
A.1	Le puits quantique : la cavité électronique . . . . .	9
A.2	La cavité optique . . . . .	18
A.3	Puits quantique en cavité . . . . .	23
A.4	Le régime de couplage fort : les polaritons de cavité . . . . .	25
<b>B</b>	<b>Fluctuations quantiques du champ électromagnétique : introduction à l'optique quantique en variables continues</b> .	<b>33</b>
B.1	Quadratures du champ et relation d'Heisenberg pour un champ libre monomode . . . . .	34
B.2	Fluctuations quantiques d'un champ libre multimode . . . . .	40
B.3	Corrélations quantiques . . . . .	45
B.4	Mesure de bruit du champ électromagnétique . . . . .	48
B.5	Génération d'états comprimés du champ . . . . .	53
<b>C</b>	<b>Dispositif expérimental</b> . . . . .	<b>58</b>
C.1	Sources laser . . . . .	58
C.2	Spectromètre . . . . .	61
C.3	Caméra CCD . . . . .	61
C.4	Cryostat . . . . .	61
C.5	Photodiodes et analyseur de spectre . . . . .	62

Ce premier chapitre est consacré à la présentation de deux domaines de la physique moderne : l'optique quantique et la physique de la matière condensée (plus particulièrement la physique des microcavités semi-conductrices). L'interface entre ces deux domaines offre des phénomènes physiques riches et nouveaux.

Dans une première partie, je présente d'abord les semi-conducteurs à gap direct III-V et j'introduis la notion d'exciton. Puis, je décris les caractéristiques essentielles d'une microcavité semi-conductrice III-V, structure bi-dimensionnelle de taille micrométrique composée d'un puits quantique et d'une cavité optique et j'explique comment une telle structure modifie fondamentalement l'interaction lumière-matière en son sein. Ensuite, j'expose la notion de couplage fort entre la lumière et l'exciton et j'introduis la notion de polariton comme mode propre de ce système.

Dans une deuxième partie, je présente les notions d'optique quantique indispensables à la compréhension des expériences réalisées durant cette thèse. Je commence par rappeler l'origine quantique des fluctuations du champ électromagnétique en traitant d'abord le cas d'un champ monomode. J'introduis ensuite la notion d'état cohérent du champ et d'état comprimé. Je reprends alors ces notions pour des champs multimodes. J'évoque ensuite les liens entre compression de bruit et corrélations quantiques en variables continues ainsi que les différentes techniques expérimentales qui permettent de mesurer ces grandeurs. Enfin je décris rapidement deux processus connus en optique quantique non linéaire, l'amplification paramétrique et le mélange à quatre ondes, qui permettent de produire des états comprimés du champ et/ou corrélés quantiquement et qui sont en grande partie à l'origine des motivations de ce travail de thèse.

## A Microcavité semi-conductrice III-V

### A.1 Le puits quantique : la cavité électronique

#### Excitons dans un semi-conducteur massif III-V

Dans un métal à température nulle ( $T=0\text{K}$ ), tous les états électroniques des bandes de valence sont occupés alors que les états électroniques de la bande de conduction ne le sont que partiellement, plus précisément jusqu'au potentiel chimique  $\mu$  souvent appelé énergie de Fermi  $E_F$  (voir figure 1.1). Cette structure de bandes confère au métal son caractère conducteur [Voos01]. Dans un isolant la situation est très différente. Les bandes de valence et de conduction sont séparées par une bande d'énergie interdite dont la valeur minimum  $E_g$  est appelée *gap*. À température nulle, tous les états de la bande de valence sont occupés et les états de la bande de conduction sont tous vides. La résistivité d'un matériau à température ambiante dépend directement de la densité d'états dans la bande de conduction. À cause de l'existence d'un gap fini de l'ordre de plusieurs eV pour un isolant, cette densité d'états reste extrêmement faible à 300 K où  $k_B T \approx 25\text{meV}$ . C'est pourquoi un isolant est, en général, un très mauvais conducteur électrique à température ambiante. Un semi-conducteur n'est rien d'autre qu'un isolant dont le *gap* est suffisamment faible pour que la densité d'états de la bande de conduction soit appréciablement plus grande, à température ambiante, que celle d'un isolant.

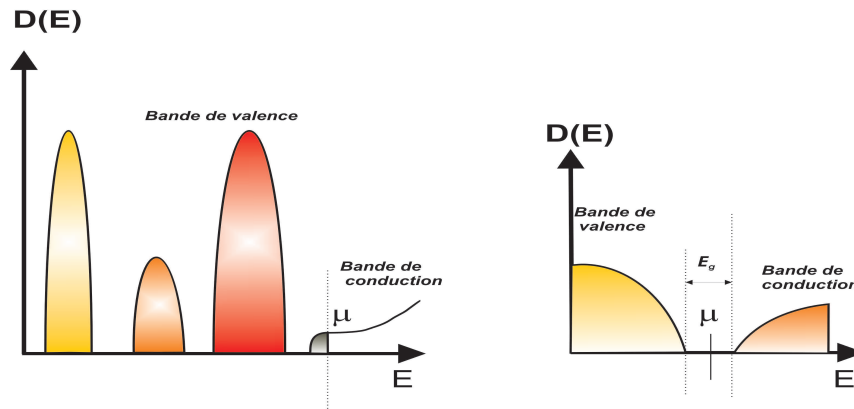


FIG. 1.1 – À gauche : densité d'états d'un métal à température nulle. Le potentiel chimique est supérieur au bas de la bande de conduction ce qui confère au métal son caractère conducteur. À droite : densité d'états d'un isolant à température nulle. Le potentiel chimique se trouve dans de la bande interdite d'où une très grande de résistivité.



La figure 1.2 représente de manière schématique le diagramme énergie-impulsion d'un semi-conducteur de type III-V (par exemple GaAs) à *gap direct* (nommé ainsi lorsque le minimum de la bande de conduction et le maximum de la bande de valence correspondent à la même impulsion). Les levées de dégénérescence au niveau de la bande de valence dues au spin de l'électron seront prises en compte au chapitre 4. Au voisinage de  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ , chacune des bandes peut être approximativement représentée par une parabole. Les électrons de valence et de conduction se comportent alors comme des particules libres (*i.e.* leur Hamiltonien effectif est celui d'une particule libre) auxquelles on affecte une masse effective inversement proportionnelle à la courbure de la bande à l'origine et définie par :

$$E_c(\mathbf{k}) = E_c + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m_c^*} \quad (1.1)$$

$$E_v(\mathbf{k}) = E_v - \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m_v^*} \quad (1.2)$$

$E_c$  et  $E_v$  désignent respectivement le minimum et le maximum de la bande de conduction et de la bande de valence.  $m_c^*$  et  $m_v^*$  désignent respectivement la masse effective de l'électron de conduction et la masse effective de l'électron de valence prise positive.

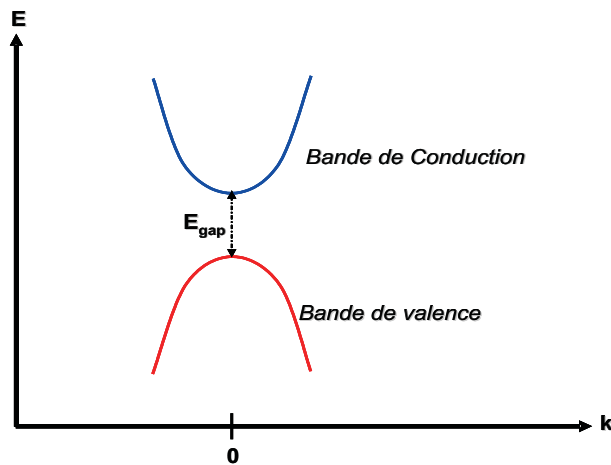


FIG. 1.2 – Diagramme énergie-impulsion schématique d'un semi-conducteur à *gap direct*. Les levées de dégénérescence au niveau de la bande de valence ne sont pas prises en compte.

Il est possible d'exciter optiquement la bande de conduction par absorption d'un photon d'énergie  $\hbar\omega > E_g$  par un électron de la bande de valence. La place vacante laissée par cet électron dans la bande de valence est appelée *trou*. Cette quasi-particule (il s'agit en fait des N-1 électrons restant de la bande de valence si celle-ci en comptait

N) possède une charge effective  $+e$ , une énergie et une impulsion opposées à celles de l'électron de valence qui est passé dans la bande de conduction [Alloul01]. On parle alors de création d'une paire libre électron-trou.

Lorsqu'on excite optiquement un électron de la bande de valence avec un photon d'énergie  $\hbar\omega < E_g$  on observe des résonances discrètes situées dans la bande interdite dues à l'interaction coulombienne entre l'électron de conduction et le trou. Elles correspondent à des paires électron-trou liées appelées *excitons*. Le Hamiltonien  $H_{exc}$  décrivant le système se compose de la somme des Hamiltoniens de l'électron de conduction et du trou et du terme d'interaction coulombienne :

$$H_{exc} = -\frac{\hbar^2}{2m_c^*} \nabla_c^2 - \frac{\hbar^2}{2m_h^*} \nabla_h^2 + E_g - \frac{e^2}{\varepsilon|\mathbf{x}_c - \mathbf{x}_h|} \quad (1.3)$$

où  $\mathbf{x}_c$  et  $\mathbf{x}_h$  sont les coordonnées dans l'espace réel respectivement de l'électron de conduction et du trou et  $\nabla^2$  désigne le Laplacien.

En introduisant la coordonnée relative  $\mathbf{r} = \mathbf{x}_c - \mathbf{x}_h$  et la coordonnée du centre de masse  $\mathbf{R} = (m_c^*\mathbf{x}_c + m_h^*\mathbf{x}_h)/(m_c^* + m_h^*)$  on peut séparer le mouvement relatif du mouvement du centre de masse du système. Le Hamiltonien  $H_{exc}$  se réécrit alors comme la somme de deux termes commutatifs :

$$H_{exc} = H_{\mathbf{k}} + H_{rel} \quad (1.4)$$

avec :

$$H_{\mathbf{k}} = E_g + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2M} \quad (1.5)$$

où  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_c + \mathbf{k}_h$  et  $M = m_c^* + m_h^*$ .

et :

$$H_{rel} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_r^2 - \frac{e^2}{\varepsilon r} \quad (1.6)$$

où  $\mu = m_c^* m_h^* / (m_c^* + m_h^*)$  est la masse réduite du système et  $\varepsilon$  est la constante diélectrique du milieu.

Les états propres de  $H_{exc}$  sont alors les produits des états propres de  $H_{\mathbf{k}}$  et des états propres de  $H_{rel}$ . Les états propres de  $H_{\mathbf{k}}$  sont les ondes planes  $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}}$  d'énergie propre donnée par :

$$E_{c.m} = E_g + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2M} \quad (1.7)$$

Le Hamiltonien relatif  $H_{rel}$  est celui de l'atome d'hydrogène avec un moment cinétique orbital nul. Ces états propres sont donc les fonctions d'onde  $\varphi_n(\mathbf{r})$  de l'atome d'hydrogène correspondant aux nombres quantiques  $(n,0,0)$ . Par analogie avec l'atome d'hydrogène, on définit l'énergie de liaison de l'exciton par :

$$E_{b,n} = -\frac{R_y^*}{n^2} \quad n = 1, 2, \dots \quad (1.8)$$

où

$$R_y^* = \frac{\mu}{m_0} \frac{\varepsilon_0^2}{\varepsilon^2} R_y \quad (1.9)$$

$R_y^*$  est une constante de Rydberg effective, plus petite que celle de l'atome d'hydrogène à cause des effets conjugués de la masse réduite  $\mu$  et de la constante diélectrique  $\varepsilon$ . Ceci implique que l'énergie de liaison est de plusieurs ordres de grandeur plus faible que celle de l'hydrogène. Dans les semi-conducteurs III-V massifs, elle est typiquement de l'ordre de quelques meV. L'énergie thermique à température ambiante étant de 25 meV, les résonances excitoniques ne sont observables qu'aux températures cryogéniques. Pour les mêmes raisons, le rayon de Bohr effectif de l'exciton  $a_{exc}^*$  est de deux ordres de grandeurs plus grand que celui de l'hydrogène, soit environ 50 Å. L'exciton s'étend donc sur plusieurs mailles cristallines (5 Å).

Compte tenu de (1.7) et (1.8), la fonction d'onde de l'exciton peut se mettre sous la forme :

$$\Phi_n(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \varphi_n(\mathbf{r}) \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{R}} \quad (1.10)$$

à laquelle on associe l'énergie totale de l'exciton donnée par l'expression :

$$E(\mathbf{k}, n) = E_g + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2M} + E_{b,n} \quad (1.11)$$

Il est important de noter que cette analogie formelle entre l'exciton et l'atome d'hydrogène est limitée par deux différences essentielles. D'une part, l'état fondamental de l'exciton correspond à la recombinaison de l'électron de conduction et du trou et donc, à l'annihilation de la paire électron-trou, ce qui le rapproche davantage du positronium que de l'hydrogène dont l'état fondamental est stable. D'autre part, l'exciton est une excitation collective de tous électrons de la bande de valence, idéalement délocalisée sur toute la longueur d'onde du cristal.

## Confinement bidimensionnel des excitons dans un puits quantique

### a) Présentation

La mise au point dans les années 70 de méthodes de croissance cristalline, comme l'épitaxie par jet moléculaire (*molecular beam epitaxy*) ou la croissance en phase vapeur par la méthode des organo-métalliques, a permis la réalisation d'hétérostructures semi-conductrices capables de confiner le mouvement des électrons à deux, une, voire zéro dimensions. L'essor de ces hétérostructures, qui présentent des propriétés spécifiques liées à leur faible dimensionalité, est dû à leur intérêt pour l'électronique et

l'optoélectronique [Voos01].

La figure 1.3 représente de manière schématique la structure d'un puits quantique. Il s'agit d'un empilement de couches planes semi-conductrices constituées de matériaux différents. Une couche d'épaisseur typique d'environ  $100 \text{ \AA}$  est insérée entre deux couches ayant un gap plus grand. Dans notre échantillon, décrit en détail dans la référence [Houdré00a], il s'agit d'une couche de  $In_{0.04}Ga_{0.96}As$  d'épaisseur  $80 \text{ \AA}$  entre deux couches de GaAs. La brisure de l'invariance par translation suivant l'axe de croissance du puits (axe  $z$  sur la figure 1.3) entraîne le confinement des électrons suivant cette direction, leur mouvement restant libre dans le plan des couches (plan perpendiculaire à  $z$ ).

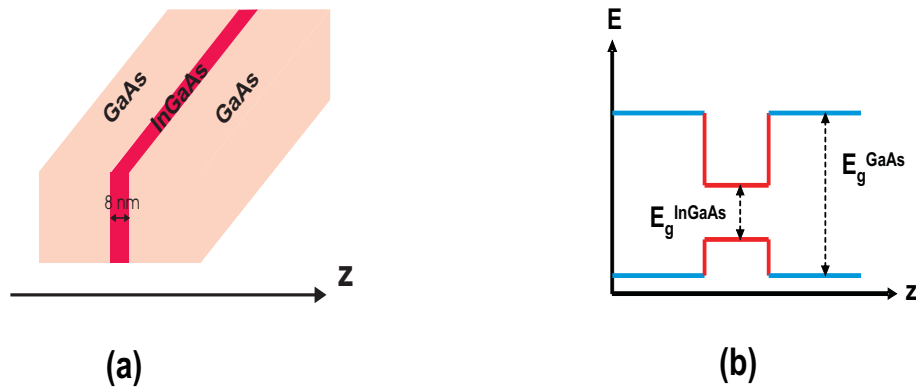


FIG. 1.3 – (a) : structure tridimensionnelle d'un puits quantique. L'axe de croissance du puits est l'axe  $z$ . (b) : représentation schématique de la structure de bandes d'énergie dans un puits quantique.

Ce confinement modifie de manière fondamentale le couplage de l'exciton avec la lumière. En effet, dans le cas d'un semi-conducteur massif, l'invariance par translation dans les trois directions de l'espace entraîne la conservation de l'impulsion totale du système exciton-photon. Un exciton optiquement actif ayant un vecteur d'onde  $\mathbf{K}$  n'est donc couplé qu'à un seul mode du champ électromagnétique. L'énergie totale devant également être conservée, seuls les excitons ayant une énergie égale à celle du mode du champ électromagnétique peuvent relaxer de manière radiative. Cependant le couplage exciton-photon entraîne une levée de dégénérescence entre les énergies de l'exciton et du photon. Il en résulte que le mode couplé exciton-photon, le *polariton*, est un état stationnaire dans un semi-conducteur massif. Ces polaritons ne peuvent donc émettre un photon qu'à travers le couplage aux phonons, aux défauts ou aux interfaces du cristal.

Dans le cas d'un puits quantique, l'invariance par translation est brisée suivant l'axe

z. Seule la composante transverse  $\mathbf{k}_{\parallel}$  de l'impulsion est conservée dans l'interaction exciton-photon. Un exciton d'impulsion  $(\mathbf{k}_{\parallel}^{\text{exc}}, \mathbf{k}_{\mathbf{z}}^{\text{exc}})$  se recombine donc radiativement en émettant un photon d'impulsion transverse  $\mathbf{k}_{\parallel}^{\text{ph}} = \mathbf{k}_{\parallel}^{\text{exc}}$ , la composante longitudinale  $\mathbf{k}_{\mathbf{z}}^{\text{ph}}$  demeurant libre. L'exciton se trouve alors couplé à un continuum de modes du champ électromagnétique et acquiert un temps de vie radiatif calculable par la règle d'or de Fermi [Andreani91]. Pour les excitons dans un puits quantique de GaAs de 10 nm d'épaisseur, le temps de vie radiatif est d'environ 10 ps [Deveaud91].

*b) Propriétés des excitons bidimensionnels*

Le passage d'un système tridimensionnel à un système bidimensionnel modifie également les propriétés de l'exciton décrites au chapitre A.1. Nous résumons ici les propriétés établies dans l'annexe de la référence [Karr01]. Le puits quantique contenu dans notre microcavité est conçu de manière à ce que le niveau électronique de plus basse énergie soit bien séparé de tous les autres ; il est le seul à jouer un rôle dans nos expériences. Il s'agit du niveau d'exciton 1s, appelé ainsi par analogie avec l'atome hydrogénoïde, correspondant au niveau d'électron de conduction de plus basse énergie ( $\varepsilon_c$ ) et au niveau de trou de plus basse énergie ( $\varepsilon_h$ ).

La fonction d'onde décrivant le mouvement relatif du trou et de l'électron de conduction dans un puits quantique est solution de l'équation de Wannier :

$$\left[-\frac{\hbar^2 \nabla_{\mathbf{r}}^2}{2\mu} - \frac{e^2}{\varepsilon r}\right] \psi_n(\mathbf{r}) = \varepsilon_n \psi_n(\mathbf{r}) \quad (1.12)$$

Les solutions de l'équation de Wannier sont les mêmes que celle du problème de l'atome hydrogénoïde à deux dimensions. Il existe des états liés, appelés excitons de Wannier, et des états libres formant un continuum. L'énergie de liaison des états liés est donnée par :

$$E_n^{2D} = -R_y^* \frac{1}{(n + \frac{1}{2})^2} \quad n = 0, 1, 2... \quad (1.13)$$

L'énergie de liaison du premier niveau 1s ( $n=0$ ) est  $4R_y^*$  et celle du second niveau ( $n=1$ ), appelé 2s, est  $4R_y^*/9$  soit 9 fois plus faible que celle du premier niveau. Elle est donc plus proche du bord de la bande. La raie correspondante est donc plus difficile à distinguer dans une expérience de spectroscopie.

Le rayon de Bohr effectif de l'état 1s est donné par :

$$a^{*2D} = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \frac{m_0}{\mu} a_H \quad (1.14)$$

où  $a_H$  est le rayon de Bohr de l'atome d'hydrogène et  $m_0$  la masse de l'électron. Dans un puits quantique à base de GaAs, le rayon de Bohr effectif est de l'ordre de 5 nm ce

qui est grand devant la taille des cellules du réseau cristallin.  
La fonction d'onde de l'état 1s est donnée par :

$$\psi_{1s}(r) = \frac{1}{2a^{*2D}} \sqrt{\frac{8}{\pi}} e^{-r/a^{*2D}} \quad (1.15)$$

En définitive, l'énergie totale de l'exciton 1s, obtenue de manière analogue au cas tri-dimensionnel, est donnée par la relation de dispersion suivante :

$$E_{exc}(\mathbf{k}_{\parallel}) = E_{exc} + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}_{\parallel}^2}{2M} \quad (1.16)$$

avec :

$$E_{exc} = E_g + \varepsilon_c + \varepsilon_h + E_1^{2D} \quad (1.17)$$

De même, sa fonction d'onde totale est donnée par :

$$\varphi_1(\mathbf{r}, \mathbf{R}) = \psi_{1s}(\mathbf{r}) \frac{1}{\sqrt{S}} e^{i\mathbf{k}_{\parallel} \cdot \mathbf{R}} \quad (1.18)$$

où  $S$  est la surface de l'échantillon.

Dans l'interaction exciton-photon dans un puits quantique l'énergie doit être également conservée. La relation de conservation de l'énergie est donnée par :

$$E_{exc} + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}_{\parallel}^2}{2M} = \hbar \frac{c \mathbf{k}_{\text{ph}}}{n} \quad (1.19)$$

où  $\hbar c \mathbf{k}_{\text{ph}}/n$  est l'énergie d'un photon d'impulsion  $\mathbf{k}_{\text{ph}}$  se propageant dans le milieu d'indice  $n$  qui compose le puits.

En utilisant la conservation de l'impulsion transverse, on montre que l'équation (1.19) ne peut être vérifiée que si la composante transverse du vecteur d'onde  $\mathbf{k}_{\parallel}$  de l'exciton est inférieure ou égale à la quantité [Karr01] :

$$k_r \simeq \frac{n E_{exc}}{\hbar c} \quad (1.20)$$

Par conséquent seuls les états excitoniques tels que  $|\mathbf{k}_{\parallel}| \leq k_r$  sont couplés à la lumière. La figure 1.4 distingue la zone radiative de la zone non radiative de l'exciton.

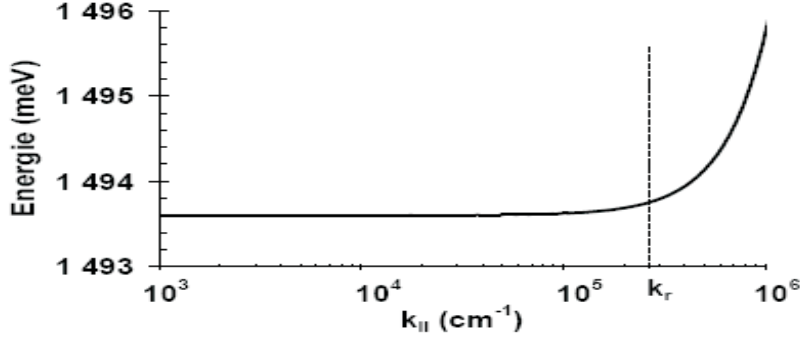


FIG. 1.4 – Courbe de dispersion d'un exciton typique en fonction du module de son vecteur d'onde transverse. La droite en pointillés sépare la zone radiative (à gauche) de la zone non radiative.

### Les excitons sont-ils des bosons ?

Nous avons établi précédemment une analogie formelle entre l'exciton et l'atome hydrogénoïde. Cette analogie met en lumière le caractère bosonique de l'exciton. L'exciton est cependant un système composite de fermions ce qui n'en fait pas un boson au sens strict du terme. Dans quelle mesure l'exciton peut-il alors être considéré comme un boson ? Sous quelle(s) condition(s) cette description est-elle mise en défaut ? En reprenant la démarche suivie dans l'annexe de la référence [Karr01], on peut montrer que la relation de commutation pour l'exciton dans l'état fondamental s'écrit :

$$\langle [b_{1s,0}, b_{1s,0}^\dagger] \rangle = 1 - O(na^{*2D^2}) \quad (1.21)$$

où  $n$  est la densité d'excitons par unité de surface. Autrement dit l'exciton se comporte comme un boson dans la limite des basses densités, c'est-à-dire dans un régime de faible excitation lumineuse. Lorsque la densité d'excitons augmente, on s'écarte de la nature bosonique de l'exciton et on doit prendre en compte les interactions entre excitons qui proviennent de la nature composite de l'exciton. L'approche couramment utilisée pour décrire les interactions entre excitons consiste à appliquer une transformation qui permet de passer de l'espace fermionique à l'espace bosonique. Cette transformation, appelée transformation d'Usui [Usui60], appliquée aux puits quantiques [Rochat00] permet d'obtenir le Hamiltonien bosonique qui décrit les interactions entre excitons jusqu'au deuxième ordre. Cette approche permet de mettre en évidence une densité de saturation pour l'exciton donnée par :

$$n_{sat} = \frac{0,117}{\pi a^{*2D^2}} \quad (1.22)$$

---

Elle représente la densité d'excitons au-delà de laquelle on ne peut plus considérer l'exciton comme un quasi-boson, l'éloignement du comportement bosonique étant principalement dû au remplissage de l'espace des phases ainsi qu'aux effets d'échange.



## A.2 La cavité optique

L'amélioration constante des techniques de croissance a rendu possible la réalisation de miroirs de Bragg de semi-conducteurs de haute réflectivité. Ils ont permis la mise au point de microcavités optiques de taille micrométrique. Ces travaux ont été motivés par les succès obtenus avec les atomes en cavité comme la modification du taux d'émission spontanée (effet Purcell) ou la mise en évidence du couplage fort entre les atomes et le champ électromagnétique (atome "habillé" de photons). L'idée est d'utiliser l'analogie développée au chapitre précédent entre atomes et excitons pour mettre en évidence le même type d'effets dans les semi-conducteurs. Ces recherches ont permis la mise en évidence du couplage fort entre excitons et photons dans les microcavités semi-conductrices, observé pour la première fois par C. Weisbuch [Weisbuch92] et sur lequel nous reviendrons au chapitre suivant.

### Miroirs de Bragg

La cavité optique est constituée de miroirs de Bragg (figure 1.8) réalisés en empilant alternativement plusieurs couches diélectriques de deux matériaux d'indice de réfraction différent,  $n_h$  et  $n_b$ . L'épaisseur des couches est égale à  $\lambda_0/4n_c$  où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde du rayonnement dans le vide pour laquelle la réflectivité des miroirs doit être maximale et  $n_c$  l'indice du milieu dans la cavité. Cette structure se comporte alors comme un miroir de haute réflectivité sur une bande spectrale appelée *stop-band* centrée en  $\lambda_0/n_c$  et d'une largeur d'environ 100 nm. La figure 1.5 représente la réflectivité d'un miroir de Bragg en fonction de la longueur d'onde du rayonnement. On remarque qu'en dehors de la *stop-band* la réflectivité présente des oscillations très rapides. Nous verrons que celles-ci sont responsables des modes de fuite de la cavité. La largeur  $\Delta\lambda$  de la stop-band est donnée de façon approchée par la formule [Yamamoto00b] :

$$\Delta\lambda = \frac{2\lambda_{Bragg}\Delta n}{\pi n_{eff}} \quad (1.23)$$

où  $\lambda_{Bragg} = 2l_h n_h + l_b n_b$ , avec  $l_i$  l'épaisseur optique d'une couche,  $\Delta n = n_h - n_b$ , et  $n_{eff}$  l'indice de réfraction efficace du miroir. Pour une petite différence d'indice,  $n_{eff} = (n_h + n_b)/2$ . Pour les échantillons étudiés dans ce travail,  $n_h(Ga_{0.9}Al_{0.1}As) = 3.48$ ,  $n_b(AlAs) = 2.95$ ,  $n_c(GaAs) = 3.54$ . Le coefficient de réflexion d'un miroir de Bragg peut se calculer avec la méthode des "matrices de transfert" [Savona98]. Les coefficients de réflexion en amplitude  $r_1, r_2$  des deux miroirs d'une microcavité sont alors donnés

par :

$$\|r_1\|^2 = 1 - 4 \frac{1}{n_c} \left( \frac{n_b}{n_h} \right)^{2N_1} \quad (1.24)$$

$$\|r_2\|^2 = 1 - 4 \frac{n_b}{n_c} \frac{n_b}{n_{sub}} \left( \frac{n_b}{n_h} \right)^{2N_2} \quad (1.25)$$

où  $N_1$  et  $N_2$  sont respectivement les nombres de paires de couches des miroirs 1 et 2, et  $n_c$  et  $n_{sub}$  sont respectivement les indices de réfraction de la cavité et du substrat. Les expressions (1.24) et (1.25) sont valables à la longueur d'onde de résonance  $\lambda_0$  dans la limite  $N_j \gg 1$ . Le miroir 1 est en contact avec l'air d'un côté et avec la cavité de l'autre, tandis que le miroir 2 est en contact avec la cavité et le substrat (voir figure 1.8).

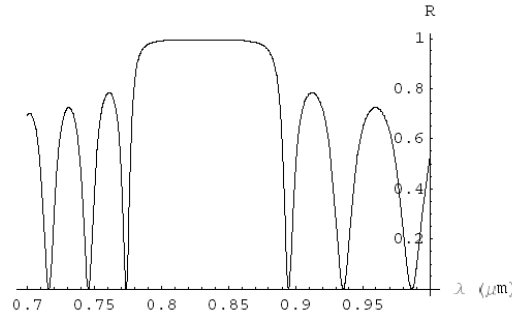


FIG. 1.5 – Réflectivité en fonction de la longueur d'onde d'un miroir de Bragg composé de 20 paires de  $Ga_{0.9}Al_{0.1}As/AlAs$ .

Deux miroirs de Bragg parallèles séparés d'une distance  $L$  constituent une cavité Fabry-Pérot dont la réflectivité en fonction de la longueur d'onde du rayonnement est présentée sur la figure 1.6. On remarque la présence d'un creux très étroit au centre de la *stop-band* qui correspond à la résonance à la longueur d'onde  $\lambda_0/n_c$  lorsque la microcavité est excitée à incidence normale. Comme dans le cas d'un miroir de Bragg unique, la réflectivité de la cavité présente de nombreuses oscillations en dehors de la *stop-band*.

Dans une microcavité plane idéale (réflectivité des miroirs égale à 1) le mode résonnant est une onde plane qui se propage perpendiculairement au plan de la cavité. Dans une cavité réelle, où les miroirs sont caractérisés par des réflectivités (en intensité)  $R_1$  et  $R_2$ , la dissipation du champ intracavité à l'extérieur conduit à un mode de cavité ayant une dispersion angulaire  $\Delta\theta$  finie, donnée par [Yamamoto00b] :

$$\Delta\theta = \sqrt{\frac{2\lambda[1 - (R_1R_2)^{1/2}]}{\pi L(R_1R_2)^{1/4}}} \quad (1.26)$$

Cela correspond à un rayon efficace  $r_m$  du mode de cavité :

$$r_m = \sqrt{\frac{\lambda L(R_1R_2)^{1/4}}{\pi[1 - (R_1R_2)^{1/2}]}} \quad (1.27)$$

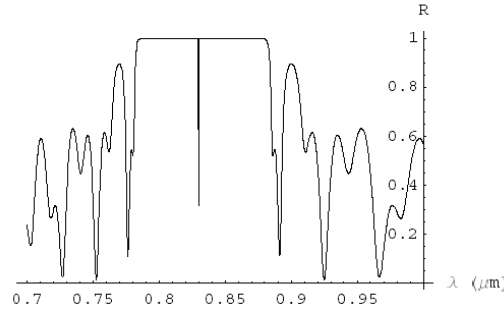


FIG. 1.6 – Réflectivité en fonction de la longueur d'onde d'une microcavité vide.

### Relation de dispersion pour la cavité

Nous allons établir une relation de dispersion pour le photon se propageant dans la cavité optique analogue à celle établie pour l'exciton (voir équation (1.16)). La cavité impose en effet une condition de quantification sur la composante  $k_z^{ph}$  du vecteur d'onde du photon. Cette condition de quantification s'écrit :

$$k_z^{ph} = 2\pi n_c / \lambda_0 \quad (1.28)$$

où  $n_c$  est l'indice à l'intérieur de la cavité (en première approximation égal à l'indice de GaAs soit 3.54).

Considérons à présent un photon se propageant à l'extérieur de la microcavité avec un angle  $\theta$  par rapport à la normale (axe  $z$ ). L'angle de propagation  $\theta'$  du photon à l'intérieur de la microcavité est lié à  $\theta$  par la relation :

$$\sin \theta = n_c \sin \theta' \quad (1.29)$$

Le module du vecteur d'onde d'un photon se propageant avec un angle  $\theta'$  dans la cavité est donné par :

$$k^{ph} = \sqrt{\mathbf{k}_{\parallel}^{ph^2} + \mathbf{k}_{\perp}^{ph^2}} \quad (1.30)$$

et son énergie est donnée par :

$$E = \frac{\hbar k^{ph} c}{n_c} \quad (1.31)$$

En substituant dans (1.30)  $k_z^{ph}$  par son expression donnée par la relation (1.28), on obtient la relation de dispersion du photon :

$$E_{cav}(\mathbf{k}_{\parallel}^{ph}) = \sqrt{E_0^2 + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}_{\parallel}^{ph^2} c^2}{n_c^2}} \quad (1.32)$$

où  $E_0 = hc/\lambda_0$  est l'énergie de résonance de la cavité à l'incidence normale. Cette relation permet aussi de définir une "masse effective"  $m_{phot}$  du photon confiné dans la cavité :

$$\frac{1}{m_{phot}} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{d^2 E(k_{\parallel})}{dk_{\parallel}^2} (0) \quad (1.33)$$

On trouve alors :

$$m_{phot} = \frac{n_c \hbar}{\lambda_0 c} \quad (1.34)$$

ce qui correspond à une masse  $10^{-5}$  fois plus faible que la masse de l'électron, où encore  $10^{-4}$  fois plus faible que celle de l'exciton. C'est pour cela qu'on pourra souvent négliger la dispersion de l'exciton par rapport à celle du photon.

## Modes de fuites

En étudiant la réflectivité de la microcavité en fonction de l'angle d'incidence du rayonnement, c'est-à-dire en fonction du vecteur d'onde transverse  $\mathbf{k}_{\parallel}^{ph}$ , on remarque la présence de nombreuses oscillations (voir figure 1.7).

Les minima de ces oscillations peuvent être interprétés comme des modes secondaires provenant des pics de réflectivité des miroirs de Bragg en dehors de la *stop-band* (voir figure 1.5) et qui apparaissent pour des angles de propagation intracavité importants. Ces modes ont une largeur beaucoup plus grande que le mode principal ce qui traduit le fait que le champ confiné dans ces modes s'échappe rapidement à l'extérieur de la cavité. C'est pour cela qu'on parle de *modes de fuite*. L'angle  $\theta_{fint}$  à l'intérieur de la cavité auquel le premier mode fuite apparaît est donné par l'expression suivante :

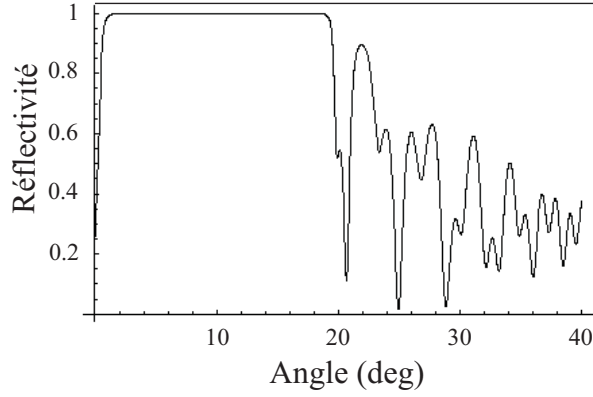


FIG. 1.7 – Réflectivité en fonction de l’angle de propagation à l’intérieur d’une microcavité vide.

$$\theta_{fint} = \arccos \left[ 1 + \frac{2 \arcsin \left( \frac{n_h - n_b}{n_h + n_b} \right)}{\pi} \right]^{-1} \quad (1.35)$$

Pour notre échantillon, on trouve  $\theta_{fint} \simeq 18^\circ$ . Cet angle est légèrement supérieur à l’angle de réflexion totale sur l’air à l’intérieur de la cavité ( $\theta'_{lim} = \arcsin 1/n_c$  soit pour notre échantillon  $\theta'_{lim} \simeq 16,6^\circ$ ), c’est pour cela que les modes de fuite dans notre cas peuvent “fuir” seulement du côté du substrat GaAs. On peut montrer que le nombre de modes de fuite est égal au nombre de couches du miroir arrière [Savona98]. Les modes de fuite forment un canal de pertes très important par émission dans le substrat et sont la principale limitation de l’efficacité des microcavités en tant qu’émetteur de lumière.

### A.3 Puits quantique en cavité

Les deux éléments essentiels d'une microcavité semi-conductrice ont été présentés dans les parties précédentes. Le puits quantique joue le rôle de cavité pour les excitons en les confinant suivant l'axe de croissance du puits (axe  $z$ ). Les miroirs de Bragg, quant à eux, forment une cavité optique dont l'axe longitudinal est également l'axe  $z$ . Le couplage de ces deux cavités modifie de manière radicale l'interaction matière-lumière entre excitons et photons (voir partie A.4). La figure 1.8 représente une microcavité typique détaillée. Comme indiqué sur la figure 1.8, le puits quantique est inséré dans la cavité à l'endroit où le champ électrique présente un maximum. Notre échantillon possède trois puits quantiques en  $In_{0.04}Ga_{0.96}As$  chacun d'entre eux étant placé à un maximum du champ électromagnétique. La longueur de la cavité est  $2\lambda_0/n_c$ . L'énergie de résonance de la cavité  $E_0$  est choisie de manière à être proche de l'énergie de transition  $E_{exc}$ . De plus, afin de pouvoir faire varier facilement le désaccord entre l'énergie de résonance photonique  $E_0$  et l'énergie de transition excitonique  $E_{exc}$ , un angle très faible de l'ordre de  $10^{-6}$  radians a été introduit entre les deux miroirs de Bragg durant la croissance épitaxiale. Cette angle modifie la longueur de la cavité optique suivant l'endroit où l'on se trouve sur l'échantillon. L'énergie de résonance photonique  $E_0$  (et donc le désaccord cavité-exciton) varie donc avec la position sur l'échantillon.

L'émission d'un exciton dans puits quantique est modifiée par rapport à l'émission d'un exciton dans un semi-conducteur massif (voir partie A.1). L'émission d'un photon se fait en conservant la composante transverse de l'impulsion et l'énergie mais laisse libre la composante  $k_z^{ph}$  du photon : l'exciton est alors couplé à un continuum de modes du champ électromagnétique et l'émission d'un photon devient irréversible. La présence de la cavité optique modifie cette propriété. En effet, la composante longitudinale de l'impulsion du photon ne peut prendre qu'une unique valeur (voir condition (1.28)). L'exciton se retrouve donc couplé à un unique mode du champ électromagnétique. Idéalement on obtient donc un couplage entre deux modes discrets. Dans la réalité le mode de la cavité possède une largeur finie tout comme la résonance excitonique dont la largeur est principalement due au désordre au sein des matériaux, au couplage des excitons avec les phonons et aux interactions entre excitons.

Il est essentiel de remarquer que le couplage entre les modes discrets excitonique et photonique (aux largeurs de raie près) permet d'exciter de manière sélective un exciton avec un vecteur d'onde transverse donné  $\mathbf{k}_{\parallel}^{exc} = (\mathbf{k}_x^{exc}, \mathbf{k}_y^{exc})$ . Il suffit pour cela de

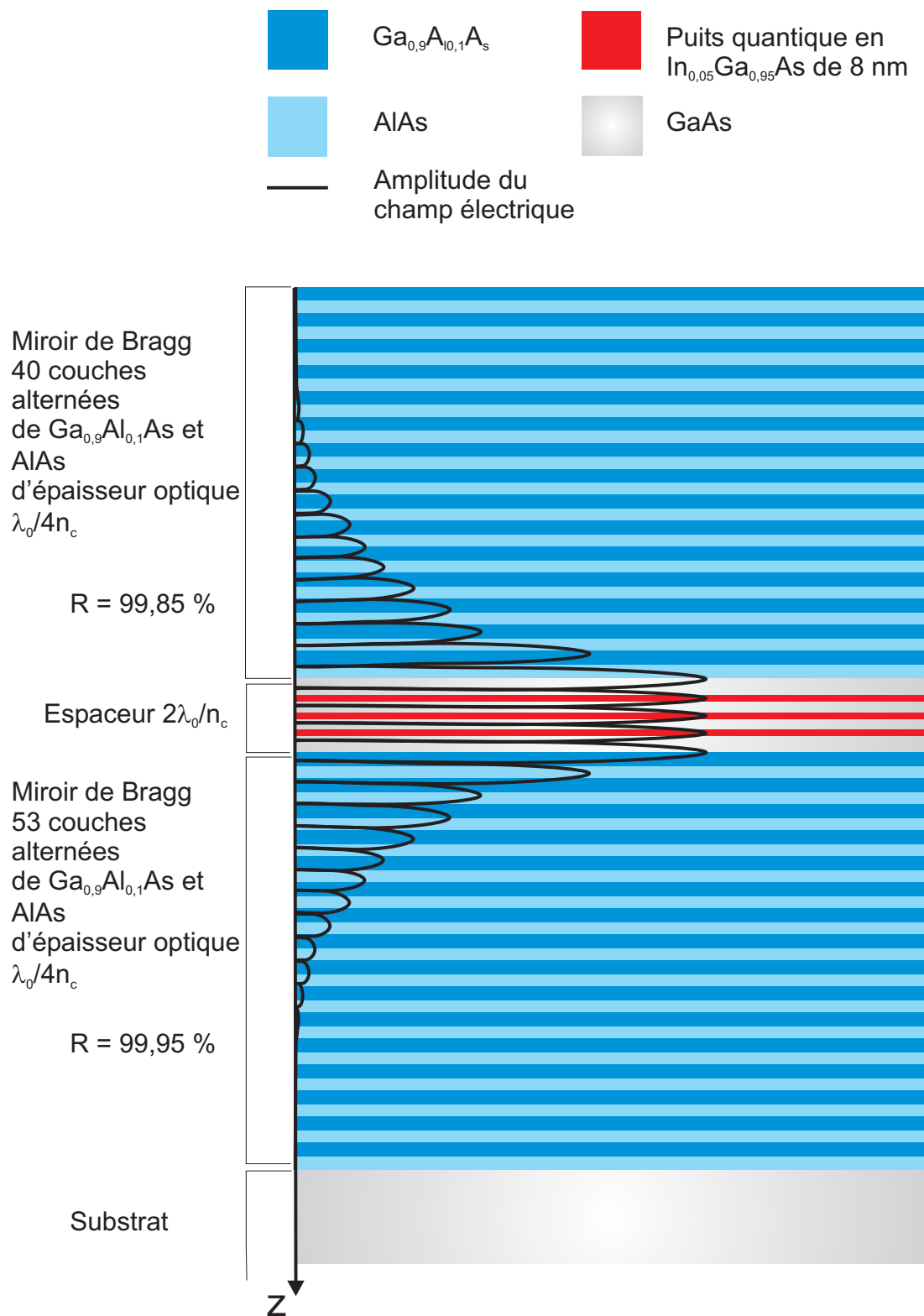


FIG. 1.8 – Section latérale de la microcavité semi-conductrice. Trois puits quantiques en  $\text{In}_{0,05}\text{Ga}_{0,95}\text{As}$  sont insérés dans une cavité optique de haute finesse constituée par deux miroirs de Bragg en  $\text{AlAs}/\text{Ga}_{0,1}\text{Al}_{0,9}\text{As}$ .

choisir l'angle d'incidence du photon  $(\theta_x^{ph}, \theta_y^{ph})$  vérifiant :

$$\sin \theta_x^{ph} = \frac{E}{hc} \mathbf{k}_x^{\text{exc}} \quad (1.36)$$

$$\sin \theta_y^{ph} = \frac{E}{hc} \mathbf{k}_y^{\text{exc}} \quad (1.37)$$

où E est l'énergie d'excitation. Réciproquement, la détection d'un photon émis par la microcavité, dont le vecteur d'onde transverse a pour angles  $(\theta_x^{ph}, \theta_y^{ph})$ , correspond à l'émission de ce photon par un exciton de vecteur d'onde transverse  $\mathbf{k}_{\parallel}^{\text{exc}} = (\mathbf{k}_x^{\text{exc}}, \mathbf{k}_y^{\text{exc}})$  donné par (1.37).

En conclusion, une microcavité semi-conductrice est un système de taille micrométrique qui permet de coupler de manière sélective un unique mode du champ électromagnétique à un unique mode excitonique. Dans la prochaine partie, nous montrerons que sous certaines conditions, dites de "couplage fort", de nouveaux modes propres du système apparaissent appelés "polaritons de cavité", quasi-particules mi-lumière, mi-matière.

## A.4 Le régime de couplage fort : les polaritons de cavité

### Émission spontanée dans une cavité

En physique quantique, on interprète l'émission spontanée d'un photon d'énergie  $\hbar\omega_0$  par un atome excité (ou un exciton) comme un processus de dissipation d'énergie du système (atome ou exciton) dû au couplage du système avec un réservoir constitué par les modes du champ électromagnétique qui forment un bain continu d'oscillateurs harmoniques. Ce processus de dissipation dépend fondamentalement de la structure du réservoir. Dans le cas d'un atome dans le vide, ce processus est irréversible et le taux d'émission spontanée  $\Gamma$  peut être calculé par la règle d'or de Fermi [Yamamoto00b] :

$$\Gamma = 2\pi\Omega_{ef}^2 \frac{\rho_0(\omega_0)}{3} \quad (1.38)$$

Le taux d'émission spontanée  $\Gamma$  dépend explicitement de deux paramètres :

- $\Omega_{ef}$ , appelé *fréquence de Rabi du vide*, est proportionnel à l'élément de matrice du dipôle électrique entre les états initiaux et finaux du système et au champ efficace

$E_{vide} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\varepsilon_0V}}$  d'un mode vide de fréquence  $\omega_0$  (V est le volume de quantification).

Elle représente la fréquence à laquelle l'atome et le champ échangent leur énergie.

- $\rho_0(\omega_0)$ , appelée *densité de modes du champ électromagnétique*, est le nombre de modes accessibles par unité de fréquence du champ électromagnétique. Elle décrit la structure du réservoir.



Dans la partie A.3, nous avons qualitativement expliqué comment la mise en cavité résonnante du puits quantique modifie les propriétés d'émission de l'exciton. Nous voyons ici que la cavité modifie en fait la densité de modes accessibles du champ électromagnétique et donc la structure du réservoir.

Dans le cas du puits quantique en cavité, la longueur de la cavité est choisie égale à la longueur d'onde du photon émis lorsque l'exciton se recombine. Les modes longitudinaux suivants de la cavité sont complètement hors résonance et ne jouent aucun rôle. Ainsi, le continuum de modes avec lesquels l'exciton interagit dans le cas d'un puits "nu" est remplacé par un mode unique. Le couplage entre l'exciton et le mode de cavité est exprimé par l'énergie  $\Omega_R$ , qui est proportionnelle à l'intégrale de recouvrement de la fonction d'onde de l'exciton et du mode de cavité, et à la force d'oscillateur par unité de surface [Savona99].

En réalité, la cavité n'est pas idéale et le mode de cavité est amorti par le couplage au réservoir de modes extra-cavité, acquérant ainsi une largeur  $\gamma_c$ . L'exciton a aussi une largeur  $\gamma_{exc}$  due au couplage à différents réservoirs (phonons, excitons). Lorsque  $\Omega_R \ll \gamma_c, \gamma_{exc}$  le système est en régime de couplage faible. Dans ce régime, l'émission spontanée peut être inhibée ou accélérée, et la distribution angulaire de l'émission peut être modifiée [Björk95]. Néanmoins, l'émission spontanée demeure irréversible. Dans le cas opposé  $\Omega_R \gg \gamma_c, \gamma_{exc}$ , le photon émis par l'exciton reste dans la cavité pendant un temps suffisamment long pour être réabsorbé. Il y a un échange cohérent d'énergie entre l'exciton et le mode de cavité, et l'émission spontanée devient réversible, donnant naissance au phénomène des *oscillations de Rabi*. On entre alors dans le régime dit de *couplage fort*.

## Hamiltonien linéaire

Les propriétés optiques linéaires des microcavités peuvent s'interpréter par un modèle simple dans lequel l'exciton et le mode de la cavité sont représentés par des oscillateurs harmoniques quantifiés [Pau95]. L'introduction du formalisme quantique n'est pas nécessaire pour calculer les valeurs moyennes des champs. Il est en revanche indispensable pour calculer leurs fluctuations ce que nous ferons au chapitre D et qui constitue l'un des aspects essentiels de ce travail de thèse.

Nous nous plaçons à présent dans le régime de faible densité excitonique (voir A.1), ce qui permet de décrire l'exciton en termes bosoniques. Le système couplé exciton-photon

peut alors être décrit par le Hamiltonien suivant :

$$H_{lin} = \sum_{\mathbf{k}} H_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}} E_{cav}(\mathbf{k}) \hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \hat{a}_{\mathbf{k}} + E_{exc}(\mathbf{k}) \hat{b}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \hat{b}_{\mathbf{k}} + \frac{\hbar\Omega_R}{2} (\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \hat{b}_{\mathbf{k}} + \hat{b}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \hat{a}_{\mathbf{k}}) \quad (1.39)$$

où  $\hat{a}_{\mathbf{k}}, \hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger}$  et  $(\hat{b}_{\mathbf{k}}, \hat{b}_{\mathbf{k}}^{\dagger})$  sont les opérateurs de création et annihilation d'un photon (exciton) de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$ . La somme est effectuée sur les vecteurs transverses  $\mathbf{k}_{\parallel}$ , la composante  $k_z$  du vecteur d'onde étant fixée par la cavité. Dans toute la suite du manuscrit, on adoptera la même convention  $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{k}$ .  $\hbar\Omega_R$  représente l'énergie de couplage exciton-photon. Elle est proportionnelle à l'intégrale de recouvrement de la fonction d'onde de l'exciton et du mode de la cavité, à la racine carré de la force d'oscillateur par unité de surface et à la racine carré du nombre de puits quantiques [Yamamoto00b]. Cet Hamiltonien apparaît comme le terme d'ordre 1 dans le développement en densité excitonique dans la transformation d'Usui mentionnée en A.1. Le Hamiltonien (1.39) décrit alors un système constitué d'un continuum d'oscillateurs harmoniques  $\hat{a}_{\mathbf{k}}, \hat{b}_{\mathbf{k}}$ , chaque oscillateur  $\hat{a}_{\mathbf{k}}$  n'interagissant qu'avec l'oscillateur  $\hat{b}_{\mathbf{k}}$  de même  $\mathbf{k}$ , mais étant découplé de tous les autres modes. Il ne prend donc pas en compte les interactions entre excitons qui apparaissent lorsque l'on pousse le développement à l'ordre 2 et qui sont responsables des effets non-linéaires étudiés dans ce mémoire.

### Les polaritons de cavité

Le Hamiltonien 1.39 peut être diagonalisé comme suit :

$$H_{lin} = \sum_{\mathbf{k}} E_{-}(\mathbf{k}) \hat{p}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \hat{p}_{\mathbf{k}} + E_{+}(\mathbf{k}) \hat{q}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \hat{q}_{\mathbf{k}} \quad (1.40)$$

en introduisant les opérateurs  $\hat{p}_{\mathbf{k}}, \hat{q}_{\mathbf{k}}$  :

$$\hat{p}_{\mathbf{k}} = -C_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}} + X_{\mathbf{k}} \hat{b}_{\mathbf{k}} \quad (1.41)$$

$$\hat{q}_{\mathbf{k}} = X_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}} + C_{\mathbf{k}} \hat{b}_{\mathbf{k}} \quad (1.42)$$

Les modes propres  $\hat{p}_{\mathbf{k}}, \hat{q}_{\mathbf{k}}$  sont appelées *polaritons de cavité* [Kavokin03]. Les polaritons étant des combinaisons linéaires des opérateurs excitoniques et photoniques, ils décrivent des *excitons habillés par la lumière*, de façon tout à fait analogue à l'atome habillé (*dressed atom*). C'est pourquoi on évoque souvent les polaritons en terme de *quasi-particules mixtes matière-rayonnement* [Yamamoto00a].

Les coefficients  $C_{\mathbf{k}}, X_{\mathbf{k}}$ , appelés *coefficients de Hopfield* [Hopfield58], sont des nombres réels positifs définis par :

$$C_{\mathbf{k}}^2 = \frac{\Omega_R^2}{2\sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2} (\delta_{\mathbf{k}} + \sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2})} \quad (1.43)$$

$$X_{\mathbf{k}}^2 = \frac{\delta_{\mathbf{k}} + \sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2}}{2\sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2}} \quad (1.44)$$

$\hbar\delta_{\mathbf{k}} = E_{cav}(k) - E_{exc}(k)$  est le désaccord cavité-exciton pour un vecteur d'onde transverse donné.  $C_{\mathbf{k}}^2$  et  $X_{\mathbf{k}}^2$  représentent respectivement la fraction photonique et excitonique d'un mode polariton donné, la somme de ces deux coefficients étant toujours égale à 1. À désaccord cavité-exciton nul, le polariton est dans une superposition à poids égaux de l'exciton et du photon.

Les énergies propres du Hamiltonien (1.40) sont :

$$E_{-}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} (E_{cav}(\mathbf{k}) + E_{exc}(\mathbf{k}) - \hbar\sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2}) \quad (1.45)$$

$$E_{+}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2} (E_{cav}(\mathbf{k}) + E_{exc}(\mathbf{k}) + \hbar\sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2}) \quad (1.46)$$

La figure 1.9 représente la variation de l'énergie de résonance polariton en fonction du désaccord cavité-exciton dans le cas où les largeurs de raies du mode de la cavité et de l'exciton sont prises idéalement nulles. Cette courbe est appelée *courbe d'anti-croisement*. Nous verrons dans le prochain paragraphe comment la prise en compte des phénomènes de relaxation modifie les énergies de résonance et permet de définir le régime de couplage fort.

## Étude de la dissipation et définition du régime de couplage fort

### a) Couplage du système à l'environnement

Au paragraphe A.3 nous avons mentionné l'existence de largeurs de raies associées aux modes photoniques et excitoniques. Ces largeurs de raie sont une conséquence du couplage des photons et des excitons à l'environnement. Dans le cas des photons, l'environnement est constitué des modes vides du champ électromagnétique (voir A.4). Pour les excitons, il s'agit des autres excitons, des phonons ou encore du désordre cristallin. On peut modéliser ce couplage dans le formalisme quantique en ajoutant au Hamiltonien (1.39) un Hamiltonien supplémentaire pour chacune de ces contributions. Le Hamiltonien  $H_{qm}$ , qui décrit le couplage d'un mode de la cavité (ici le mode  $\hat{a}_{\mathbf{k}}$ ) avec

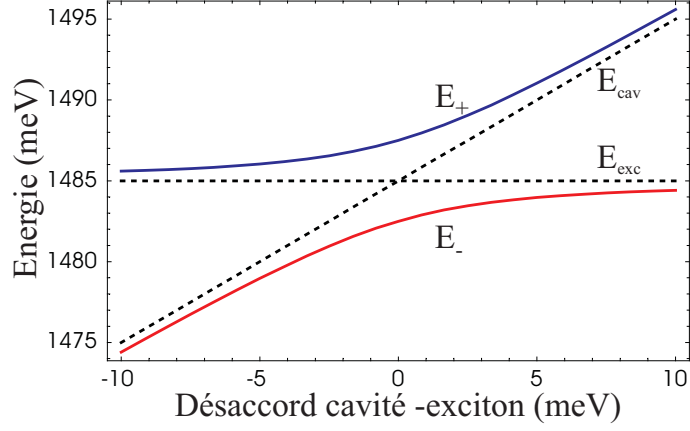


FIG. 1.9 – Énergies de la branche haute et de la branche basse de polaritons en fonction du désaccord  $\delta_{\mathbf{k}} = E_{cav}(k) - E_{exc}(k)$ .

le champ électromagnétique externe, s'écrit :

$$H_{qm} = \int d\Omega \left\{ \sum_{\mathbf{k}} g(\Omega) (\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \hat{A}_{\mathbf{k},\Omega} + h.c.) \right\} \quad (1.47)$$

Le Hamiltonien  $H_{ex}$  décrit le couplage avec un réservoir d'excitons. Il est donné par [Karr01] :

$$H_{ex} = \int d\Omega \left\{ \sum_{\mathbf{k}} h_0(\Omega) (\hat{b}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \hat{B}_{\mathbf{k},\Omega} + h.c.) \right\} \quad (1.48)$$

Dans le formalisme d'Heisenberg-Langevin, l'équation d'évolution de l'opérateur quelconque  $\hat{z}_{\mathbf{k}}$  s'écrit :

$$i\hbar \frac{d\hat{z}_{\mathbf{k}}}{dt} = [\hat{z}_{\mathbf{k}}, H] \quad (1.49)$$

où  $H = H_{lin} + H_{qm} + H_{ex}$ . On en déduit donc les équations d'évolutions des opérateurs photoniques et excitoniques :

$$i\hbar \frac{d\hat{a}_{\mathbf{k}}}{dt} = E_{cav}(\mathbf{k}) \hat{a}_{\mathbf{k}} + \frac{\hbar\Omega_R}{2} \hat{b}_{\mathbf{k}} + \int d\Omega g(\Omega) \hat{A}_{\mathbf{k},\Omega} \quad (1.50)$$

$$i\hbar \frac{d\hat{b}_{\mathbf{k}}}{dt} = E_{exc}(\mathbf{k}) \hat{b}_{\mathbf{k}} + \frac{\hbar\Omega_R}{2} \hat{a}_{\mathbf{k}} + \int d\Omega h_0(\Omega) \hat{B}_{\mathbf{k},\Omega} \quad (1.51)$$

b) Description de l'environnement

Les réservoirs photoniques et excitoniques sont assimilés à des bains d'oscillateurs harmoniques indépendants. Le Hamiltonien  $H_{res.ph}$  qui gouverne l'évolution d'un mode du réservoir photonique est donné par :

$$H_{res.ph} = \int d\Omega \left\{ \sum_{\mathbf{k}} \hbar\Omega \hat{A}_{\mathbf{k},\Omega}^\dagger \hat{A}_{\mathbf{k},\Omega} \right\} + H_{qm} \quad (1.52)$$

De même, l'évolution d'un mode du réservoir excitonique est gouvernée par le Hamiltonien  $H_{res.exc}$  dont l'expression est :

$$H_{res.exc} = \int d\Omega \left\{ \sum_{\mathbf{k}} \hbar\Omega(\mathbf{k}) \hat{B}_{\mathbf{k},\Omega}^\dagger \hat{B}_{\mathbf{k},\Omega} \right\} + H_{exc} \quad (1.53)$$

Dans ce qui suit nous prenons en compte le fait que le couplage au champ électromagnétique externe peut se faire via le miroir avant 1 ou le miroir arrière 2, ces deux miroirs ayant des coefficients de réflectivité en amplitude  $r_1$  et  $r_2$  distincts. Compte tenu de (1.49) l'équation d'évolution de l'opérateur photonique externe  $\hat{A}_{\mathbf{k},\Omega}^{(j)}$  (l'indice  $j$  faisant référence au miroir 1 ou 2) d'un mode du réservoir photonique s'écrit :

$$i\hbar \frac{d\hat{A}_{\mathbf{k},\Omega}^{(j)}}{dt} = \hbar\Omega \hat{A}_{\mathbf{k},\Omega}^{(j)}(t) + g_j(\Omega) \hat{a}_{\mathbf{k}}(t) \quad (1.54)$$

On obtient de même l'équation d'évolution de l'opérateur excitonique du réservoir  $\hat{B}_{\mathbf{k},\Omega}$  :

$$i\hbar \frac{d\hat{B}_{\mathbf{k},\Omega}}{dt} = \hbar\Omega(\mathbf{k}) \hat{B}_{\mathbf{k},\Omega}(t) + h_0(\Omega) \hat{b}_{\mathbf{k}}(t) \quad (1.55)$$

On intègre formellement les équations (1.54) et (1.55) à partir de l'instant initial  $t_0 < t$  :

$$\hat{A}_{\mathbf{k},\Omega}^{(j)}(t) = e^{-i\Omega(t-t_0)} \hat{A}_{\mathbf{k},\Omega}^{(j)}(t_0) - \frac{i}{\hbar} g_j(\Omega) \int_{t_0}^t e^{-i\Omega(t-t')} \hat{a}_{\mathbf{k}}(t') dt' \quad (1.56)$$

$$\hat{B}_{\mathbf{k},\Omega}^{(j)}(t) = e^{-i\Omega(\mathbf{k})(t-t_0)} \hat{B}_{\mathbf{k},\Omega}^{(j)}(t_0) - \frac{i}{\hbar} h_0(\Omega) \int_{t_0}^t e^{-i\Omega_{exc}(\mathbf{k})(t-t')} \hat{b}_{\mathbf{k}}(t') dt' \quad (1.57)$$

### c) Définition du couplage fort

On suppose que les fonctions  $g_j(\Omega)$  et  $h_0(\Omega)$  varient lentement en fonction de  $\Omega$  autour de la fréquence optique. En insérant les équations (1.56) et (1.57) dans les équations (1.50) et (1.51) on obtient alors un système couplé d'équations de Langevin :

$$i\hbar \frac{d\hat{a}_{\mathbf{k}}}{dt} = (E_{cav}(\mathbf{k}) - i\frac{2\pi}{\hbar}(g_1^2 + g_2^2)) \hat{a}_{\mathbf{k}} + \frac{\hbar\Omega_R}{2} \hat{b}_{\mathbf{k}} + F_{\mathbf{k}}^{(1)}(t) + F_{\mathbf{k}}^{(2)}(t) \quad (1.58)$$

$$i\hbar \frac{d\hat{b}_{\mathbf{k}}}{dt} = (E_{exc}(\mathbf{k}) - i\frac{2\pi}{\hbar}h_0^2) \hat{b}_{\mathbf{k}} + \frac{\hbar\Omega_R}{2} \hat{a}_{\mathbf{k}} + F_{\mathbf{k}}^{(exc)}(t) \quad (1.59)$$

Les termes de fluctuations dans (1.58) et (1.59) sont respectivement donnés par :

$$F_{\mathbf{k}}^{(j)}(t) = \int d\Omega g_j(\Omega) \hat{A}_{\mathbf{q},\Omega}^{(j)}(t_0) e^{-i\Omega(t-t_0)} \quad (1.60)$$

et :

$$F_{\mathbf{k}}^{(exc)}(t) = \int d\Omega h_0(\Omega) \hat{B}_{\mathbf{q},\Omega}^{(j)}(t_0) e^{-i\Omega(t-t_0)} \quad (1.61)$$

Le système d'équations de Langevin couplées (1.58) et (1.59) traduit clairement la modification apportée par la prise en compte du couplage du mode de la cavité et de l'exciton à leur réservoirs respectifs. En effet, on peut réécrire les énergies du mode de la cavité et de l'exciton en rajoutant respectivement les termes imaginaires purs  $-i\gamma_{cav}(\mathbf{k}) = -i2\pi(g_1^2 + g_2^2)/\hbar$  et  $-i\gamma_{exc}(\mathbf{k}) = -i2\pi h_0^2/\hbar$  pour retrouver une expression analogue à celle exposée dans la partie A.4. Les énergies propres du système sont alors complexes, la partie réelle donnant l'énergie des polaritons et la partie imaginaire correspondant à leur taux de relaxation. Elles sont données par la relation :

$$E_{\pm}(\mathbf{k}) = \frac{E_{cav}(\mathbf{k}) + E_{exc}(\mathbf{k})}{2} - i \frac{\gamma_{cav}(\mathbf{k}) + \gamma_{exc}(\mathbf{k})}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{[\delta_{\mathbf{k}} - i(\gamma_{cav}(\mathbf{k}) - \gamma_{exc}(\mathbf{k}))]^2 + \Omega_R^2} \quad (1.62)$$

À désaccord nul, le clivage entre les énergies  $E_-$  et  $E_+$  existe si et seulement si  $\Omega_R > |\gamma_{cav}(\mathbf{k}) - \gamma_{exc}(\mathbf{k})|$ . Cette condition définit le régime de couplage fort. L'équation (1.62) permet également d'exprimer le taux de relaxation  $\gamma_{\pm}(\mathbf{k})$  comme moyenne pondérée des taux de relaxation de l'exciton et du photon (voir figure 1.10) :

$$\gamma_-(\mathbf{k}) = X_{\mathbf{k}}^2 \gamma_{exc}(\mathbf{k}) + C_{\mathbf{k}}^2 \gamma_{cav}(\mathbf{k}) \quad (1.63)$$

$$\gamma_+(\mathbf{k}) = C_{\mathbf{k}}^2 \gamma_{exc}(\mathbf{k}) + X_{\mathbf{k}}^2 \gamma_{cav}(\mathbf{k}) \quad (1.64)$$

## Relation de dispersion

Les énergies propres des polaritons (voir équations (1.45) et (1.46)) dépendent de deux paramètres : le désaccord cavité-exciton et le vecteur d'onde dans le plan transverse. Pour un vecteur d'onde transverse fixé, la variation de l'énergie en fonction du désaccord donne la courbe d'anti-croisement de la figure 1.9. À désaccord fixé, on obtient la relation de dispersion des polaritons, c'est-à-dire la dépendance de l'énergie des polaritons en fonction de leur vecteur d'onde transverse. On peut distinguer deux branches sur la figure 1.11. La branche supérieure, appelée branche haute, est quasi-parabolique. Elle est séparée en énergie de l'autre branche, appelée branche basse, d'une

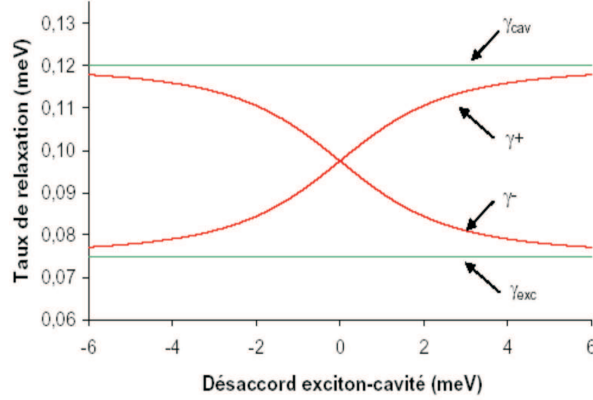


FIG. 1.10 – Taux de relaxation des polaritons en fonctions du désaccord exciton-cavité.

valeur égale à  $\Omega_R$  qui est nettement supérieure à  $\gamma_{cav}$  et  $\gamma_{exc}$ . Dans notre échantillon,  $\Omega_R$  est environ 50 fois plus grand que les largeurs de raie de l'exciton et du mode de la cavité. On peut donc traiter séparément les deux branches lorsqu'on excite les polaritons de manière résonnante. Nous nous intéresserons essentiellement à la branche basse de polaritons. En effet la branche basse présente une forme bien plus intéressante que la branche haute. D'une part, lorsque le vecteur d'onde transverse tend vers zéro, la dispersion de la branche basse s'écarte notablement de la dispersion excitonique, ce qui est une signature du couplage fort. Dans cette zone, les excitons sont efficacement mélangés aux photons. Cet effet, conjugué à la forte inflexion de la branche basse près du vecteur d'onde transverse nul, confère au polariton une masse effective très faible comparée à celle de l'exciton. La densité d'états y est alors également faible. En effet, la dispersion des polaritons au voisinage du minimum de la branche basse est, avec une bonne précision, parabolique [Porras02] et, pour une particule libre de masse  $m$  dans un système bidimensionnel, la densité d'états  $\rho$  est constante :  $\rho = m/\hbar^2$ . D'autre part, la forme de la branche basse permet de réaliser l'accord de phase dans la diffusion paramétrique de polaritons (ce que ne permet pas la branche haute). Ce point sera discuté en détails au chapitre 2. Cette possibilité, conjuguée à la faible densité d'états au voisinage du vecteur nul, est à l'origine d'effets de diffusion stimulée comme l'oscillation paramétrique de polariton ou la condensation de Bose-Einstein des polaritons [Kasprzak06].

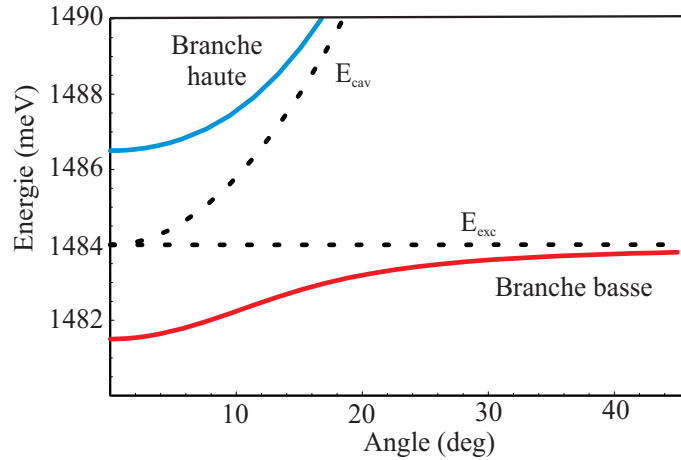


FIG. 1.11 – Relation de dispersion des polaritons.

## B Fluctuations quantiques du champ électromagnétique : introduction à l'optique quantique en variables continues

Le champ électromagnétique possède des fluctuations intrinsèques qui limitent de manière fondamentale la précision de certaines mesures optiques. La génération d'états du champ possédant des fluctuations réduites ainsi que leur utilisation dans divers domaines tels que la cryptographie quantique ou la téléportation quantique est devenue un enjeu majeur dans le domaine de l'optique quantique. Dans cette partie, je décris en premier lieu succinctement champ électromagnétique quantifié et j'introduis les notions de "vide", d'état cohérent. J'explique alors pourquoi le champ électromagnétique possède des fluctuations intrinsèques et je définis la limite fondamentale imposée par ces fluctuations couramment nommée *limite quantique standard*. Je présente enfin la notion d'état comprimé du champ. Dans un second temps je reprends ces notions dans le cadre plus réaliste de champs multimodes temporels et j'évoque les liens entre compression de bruit et corrélations quantiques en variables continues. Enfin je décris quelques exemples de mesures de bruit du champ électromagnétique et quelques processus permettant de générer des faisceaux corrélés quantiquement.



## B.1 Quadratures du champ et relation d'Heisenberg pour un champ libre monomode

### Le champ électromagnétique en mécanique quantique

En optique quantique, le Hamiltonien du champ électromagnétique s'écrit comme somme d'opérateurs "nombre de photons" du mode  $n$ ,  $N_n = \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n$ , correspondant à chaque mode du champ [Aspect03] :

$$\hat{H}_{ray} = \sum_n \hbar \omega_n (\hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n + \frac{1}{2}) \quad (1.65)$$

Dans l'équation précédente nous avons introduit les opérateurs de création  $\hat{a}_n^\dagger$  et d'annihilation  $\hat{a}_n$  d'un photon dans le mode  $n$  du champ. Ces opérateurs vérifient les relations de commutation suivantes :

$$[\hat{a}_n, \hat{a}_m^\dagger] = \delta_{n,m} \quad [\hat{a}_n, \hat{a}_m] = 0 \quad (1.66)$$

Le champ électrique transverse a pour expression :

$$\hat{E}_\perp(\mathbf{r}) = \hat{E}_\perp^{(+)}(\mathbf{r}) + \hat{E}_\perp^{(-)}(\mathbf{r}) \quad (1.67)$$

avec  $\hat{E}_\perp^{(-)} = (\hat{E}_\perp^{(+)})^\dagger$ .  $\hat{E}_\perp^{(+)}(\mathbf{r})$ , appelé "partie du champ de fréquence positive", est donné par l'expression :

$$\hat{E}_\perp^{(+)}(\mathbf{r}) = i \sum_n \varepsilon_n e^{i\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{r}} \hat{a}_n \vec{\varepsilon}_n \quad (1.68)$$

où  $\varepsilon_n = \sqrt{\frac{\hbar \omega_n}{2\varepsilon_0 V}}$ .

Les vecteurs  $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{k}_n$  et  $\vec{\varepsilon}_n$  représentent respectivement le vecteur position, le vecteur d'onde du mode  $n$  et le vecteur polarisation du mode  $n$ .

### Représentation de Fresnel d'un champ monomode

Classiquement, un champ électrique monomode pris en un point de l'espace est caractérisé par la donnée d'une pulsation  $\omega$ , d'une phase  $\varphi$  et d'une amplitude  $E_0$  :

$$E(t) = E_0 \cos(\omega t + \varphi) = \Re(E_0 e^{i(\omega t + \varphi)}) \quad (1.69)$$

On définit alors les nombres réels  $X$  et  $Y$ , appelés quadratures du champ, comme les coordonnées de la représentation complexe  $E_0 e^{i\varphi}$  du champ monomode et on représente les quadratures du champ dans le plan de Fresnel (voir figure 1.12.a) :

$$E(t) = X \cos(\omega t) + Y \sin(\omega t) \quad (1.70)$$

De manière générale, on définit le couple de quadratures  $(X_\theta, Y_\theta)$  obtenu à partir de  $(X, Y)$  par une rotation d'angle  $\theta$  dans le plan de Fresnel (voir figure 1.12.a) :

$$X_\theta = X \cos \theta + Y \sin \theta \quad (1.71)$$

$$Y_\theta = -X \sin \theta + Y \cos \theta \quad (1.72)$$

Par analogie avec le cas classique, on peut exprimer en mécanique quantique un champ

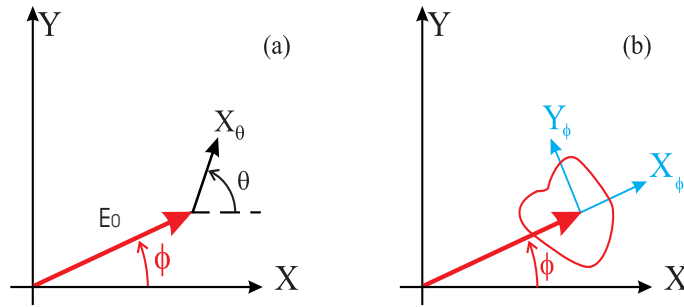


FIG. 1.12 – (a) Représentation classique d'un champ monomode dans le repère de Fresnel. (b) Représentation d'un état quantique :  $\hat{X}_\varphi$  et  $\hat{Y}_\varphi$  sont les quadratures d'amplitude et de phase. La courbe fermée rouge représente l'incertitude due aux fluctuations quantiques du champ.

monomode en un point donné de l'espace en fonction des opérateurs de création et d'annihilation d'un photon à la fréquence  $\omega$  :

$$\hat{E}(t) = \mathcal{E}(\hat{a}_\omega e^{-i\omega t} + \hat{a}_\omega^\dagger e^{i\omega t}) \quad (1.73)$$

où  $\mathcal{E}$  représente le champ électrique d'un photon à la fréquence  $\omega$  :

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 V}} \quad (1.74)$$

On introduit alors les opérateurs de quadrature du champ  $\hat{X}$  et  $\hat{Y}$  :

$$\hat{X} = \hat{a}_\omega + \hat{a}_\omega^\dagger, \quad \hat{Y} = i(\hat{a}_\omega^\dagger - \hat{a}_\omega) \quad (1.75)$$

L'opérateur champ électrique prend alors une forme tout à fait analogue au cas classique :

$$\hat{E} = \mathcal{E}(\hat{X} \cos(\omega t) + \hat{Y} \sin(\omega t)) \quad (1.76)$$

Cette définition des opérateurs de quadrature est identique à celles des opérateurs de position et d'impulsion d'un oscillateur mécanique quantique. Les quadratures du champ électromagnétique constituent un couple d'opérateurs conjugués, au même titre que la position et l'impulsion d'une particule. La règle de commutation des opérateurs bosoniques de création et d'annihilation associés (voir (1.66)) entraîne celles des opérateurs de quadrature du champ :

$$[\hat{X}, \hat{Y}] = 2i \quad (1.77)$$

La non-commutation des opérateurs de quadrature implique qu'on ne peut pas mesurer simultanément avec une précision infinie ces deux quadratures. Tout comme dans le cas d'un oscillateur mécanique quantique, ceci se traduit par une inégalité d'Heisenberg portant sur le produit des incertitudes des opérateurs de quadratures. Les dispersions des résultats de mesures de  $\hat{X}$  et  $\hat{Y}$ , caractérisées par les variances  $\Delta\hat{X}^2 = \langle\hat{X}^2\rangle - \langle\hat{X}\rangle^2$  et  $\Delta\hat{Y}^2 = \langle\hat{Y}^2\rangle - \langle\hat{Y}\rangle^2$ , doivent satisfaire l'inégalité d'Heisenberg :

$$\Delta\hat{X}^2\Delta\hat{Y}^2 \geq 1 \quad (1.78)$$

Par analogie avec le cas classique (voir équation (1.72)) on définit le couple de quadratures  $(\hat{X}_\theta, \hat{Y}_\theta)$  obtenu à partir du couple  $(\hat{X}, \hat{Y})$  par une rotation d'angle  $\theta$  dans le plan de Fresnel :

$$\hat{X}_\theta = e^{-i\theta}\hat{a}_\omega + e^{i\theta}\hat{a}_\omega^\dagger \quad (1.79)$$

$$\hat{Y}_\theta = i(e^{i\theta}\hat{a}_\omega^\dagger - e^{-i\theta}\hat{a}_\omega) \quad (1.80)$$

Ce couple vérifie également la relation de commutation (1.77) et le produit des variances de  $\hat{X}_\theta$  et  $\hat{Y}_\theta$  satisfait à (1.78). Bien que le choix d'un couple de quadrature soit en principe arbitraire (il correspond à un choix de phase dans le repère de Fresnel), on privilégie en général les quadratures dites d'*amplitude* et de *phase* (voir figure 1.12). Ce couple de quadratures est défini en prenant comme référence de phase la phase du champ moyen  $\langle\hat{a}_\omega\rangle = Ae^{i\varphi}$ . Pour des champs suffisamment intenses ( $A^2 \gg 1$ ), les fluctuations du nombre de photons sont alors proportionnelles aux fluctuations de la quadrature d'amplitude et celles de la phase à la quadrature de phase :

$$\delta N = \delta(\hat{a}_\omega^\dagger\hat{a}_\omega) \simeq A\delta\hat{X} \quad (1.81)$$

$$\delta\varphi \simeq \frac{\delta\hat{Y}}{2A} \quad (1.82)$$

On déduit des deux relations précédentes l'inégalité d'Heisenberg reliant l'incertitude sur la mesure du nombre de photons et la phase du champ :

$$\Delta N\Delta\varphi \geq \frac{1}{2} \quad (1.83)$$

### Définition et propriétés du vide quantique

Le vide quantique correspond au vecteur propre de  $\hat{H}_{ray}$  (équation (1.65)) de valeur propre nulle. Dans la base des états de Fock, états propres des opérateurs “nombres” de photons  $\hat{N}_n = \hat{a}_n^\dagger \hat{a}_n$  de valeurs propres entières, il se représente par le produit tensoriel des états de Fock à zéro photons :

$$|vac\rangle = |n_1 = 0\rangle \otimes |n_2 = 0\rangle \otimes \dots \otimes |n_l = 0\rangle \otimes \dots \quad (1.84)$$

Dans le vide les valeur moyennes du champ électrique et du potentiel vecteur sont nulles :

$$\langle vac | \hat{E}_\perp(\mathbf{r}) | vac \rangle = 0 \quad (1.85)$$

$$\langle vac | \hat{A}_\perp(\mathbf{r}) | vac \rangle = 0 \quad (1.86)$$

En revanche la variance de ces champs est non-nulle. Même dans le vide, le champ électrique et le potentiel vecteur présentent des fluctuations intrinsèques appelés **fluctuations du vide**. Ces fluctuations sont responsables de l'émission spontanée des atomes et des déplacements radiatifs des niveaux atomiques. Elles ont pour expression :

$$(\Delta E_\perp)^2 = \langle vac | (\hat{E}_\perp(\mathbf{r}))^2 | vac \rangle = \sum_n \varepsilon_n^2 \quad (1.87)$$

$$(\Delta A_\perp)^2 = \langle vac | (\hat{A}_\perp(\mathbf{r}))^2 | vac \rangle = \sum_n \frac{\varepsilon_n^2}{\omega_n^2} \quad (1.88)$$

Les fluctuations du vide sont isotropes. En effet elles ne dépendent pas de la quadrature choisie. Elles constituent donc une valeur de référence pour les fluctuations quantiques appelée **limite quantique standard**. Les fluctuations d'un champ quelconque sont alors normalisées à cette valeur de référence si bien que pour le vide les fluctuations de n'importe quelle quadrature sont égales à l'unité :

$$\forall \theta, \quad \Delta_{vac} \hat{X}_\theta = 1 \quad (1.89)$$

### État cohérent et état comprimé

#### a) État cohérent

Les états cohérents  $|\alpha_l\rangle$  sont définis comme les états propres de l'opérateur d'annihilation  $\hat{a}_l$  avec la valeur propre complexe  $\alpha_l$ . Un état cohérent  $|\alpha_l\rangle$  peut se décomposer

sur la base des états de Fock de la manière suivante :

$$|\alpha_l\rangle = e^{-|\alpha_l|^2/2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\alpha_l^k}{\sqrt{k!}} |k_l\rangle \quad (1.90)$$

Le nombre moyen de photons  $\langle N \rangle$  dans un état cohérent est égal à  $|\alpha_l|^2$  et l'écart-type associé  $\Delta N$  à  $|\alpha_l|$ . La variance du nombre de photons est donc proportionnelle au nombre moyen de photons, d'où le terme *bruit de grenaille* ("shot noise") communément employé pour désigner ces fluctuations.

$$\Delta N^2 = \langle N \rangle \quad (1.91)$$

Cette distribution se caractérise donc par un écart-type très grand en valeur absolue ( $\lim_{N \rightarrow \infty} \Delta N = \infty$ ) mais très petit en valeur relative ( $\lim_{N \rightarrow \infty} \Delta N / \langle N \rangle = 0$ ). Les états cohérents sont également appelés états quasi-classiques. En effet la valeur moyenne du champ électrique pour un état cohérent oscille au cours du temps à la fréquence  $\omega_l$  comme un champ électrique monomode classique :

$$\langle \alpha_l | \hat{E}_{\perp}(\mathbf{r}) | \alpha_l \rangle = i\varepsilon_l (\alpha_l e^{i(\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r} - \omega_l t)} - \alpha_l^* e^{-i(\mathbf{k}_l \cdot \mathbf{r} - \omega_l t)}) \vec{\varepsilon}_l \quad (1.92)$$

L'image classique associée à l'état cohérent n'est cependant valable que dans la mesure où les fluctuations (c'est-à-dire la variance) du champ électrique restent faibles devant sa valeur moyenne. D'après ce qui précède, ces fluctuations sont donc négligeables du point de vue classique dès que  $\alpha_l \gg 1$ , c'est-à-dire dès que le nombre moyen de photons de l'état cohérent est grand. De tels états peuvent être produits par exemple par un laser fonctionnant très au-dessus du seuil.

Du point de vue quantique, les fluctuations d'un état cohérent sont isotropes et égales à celles du vide.

$$\forall \theta, \quad \Delta_{\alpha} \hat{X}_{\theta} = 1 \quad (1.93)$$

Tout comme le vide, l'état cohérent est un état minimal vis-à-vis de l'inégalité Heisenberg, c'est-à-dire que quelque soit  $\theta$ , le produit des variances des variables conjuguées est égale à la valeur minimale autorisée par l'inégalité d'Heisenberg :

$$\Delta \hat{X}_{\theta}^2 \Delta \hat{Y}_{\theta}^2 = 1 \quad (1.94)$$

Dans le repère de Fresnel, un état cohérent  $|\alpha\rangle$  associé à la valeur propre  $|\alpha|e^{i\varphi}$  est représenté par un vecteur de norme  $|\alpha|$  et d'argument  $\varphi$  auquel on superpose un disque de fluctuations de rayon unité (voir figure 1.13). Le vide apparaît simplement comme un état cohérent d'amplitude nulle.

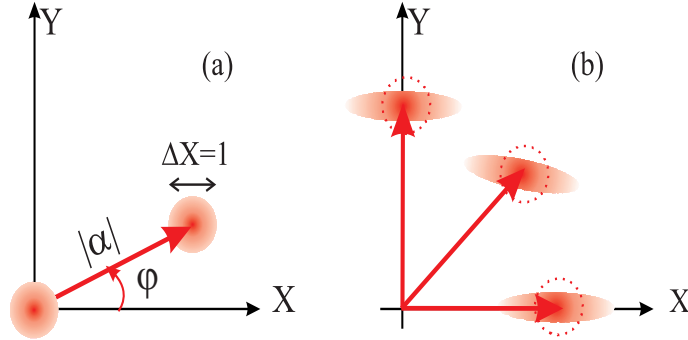


FIG. 1.13 – (a) : état cohérent du rayonnement dans le repère de Fresnel. On a également représenté le vide, qui est l'état cohérent d'amplitude nulle. (b) : états comprimés pour différentes quadratures.

b) État comprimé.

L'inégalité d'Heisenberg contraint le produit des variances de deux variables conjuguées à être supérieur ou égal à un. En revanche rien n'interdit que la variance de l'une des deux variables soit strictement plus petite que un pourvu que la variance de la variable conjuguée demeure en revanche strictement plus grande que un. Autrement dit, une mesure de l'une des deux variables avec une précision meilleure que la limite quantique standard (on parle alors de *réduction de bruit*) s'accompagne nécessairement d'une dégradation de la précision (on parle alors d'*excès de bruit*) dans la mesure de l'autre variable. Les états du champ qui possèdent cette propriété sont appelés *états comprimés*. Pour de tels états, il existe donc une quadrature  $\theta$  vérifiant :

$$\Delta \hat{X}_\theta^2 < 1 \quad (1.95)$$

Nécessairement la quadrature conjuguée vérifie alors :

$$\Delta \hat{Y}_\theta^2 > 1 \quad (1.96)$$

Dans l'ensemble de tous les états comprimés, il existe une classe d'états comprimés dits *minimaux* qui satisfont simultanément les relations suivantes :

$$\Delta \hat{X}_\theta^2 < 1 \quad (1.97)$$

$$\Delta \hat{X}_\theta^2 \Delta \hat{Y}_\theta^2 = 1 \quad (1.98)$$

Dans le repère de Fresnel, un état comprimé est représenté par un vecteur auquel on superpose une ellipse de fluctuations (voir figure 1.13). La compression de bruit

s'effectue suivant le petit axe de l'ellipse tandis que l'excès de bruit s'effectue suivant le grand axe.

## B.2 Fluctuations quantiques d'un champ libre multimode

La partie précédente nous a permis d'introduire les notions de quadratures et d'égalité d'Heisenberg dans le cadre d'un champ libre monomode. Or ce cas idéal est trop simple pour décrire le champ produit par exemple par un laser. On introduit donc ici la notion de champ quantique multimode temporel qui nous servira par la suite.

### Opérateur enveloppe

Le champ produit par un laser possède une valeur moyenne non nulle sur une bande étroite de fréquence et des fluctuations à toutes les autres fréquences (puisque chaque mode possède au moins des fluctuations associées à l'état vide). Une description complète de l'état quantique du champ nécessite donc de prendre en considération les modes du champ à toutes les fréquences. En pratique, on se contente de modéliser le champ comme la superposition d'un champ moyen à la fréquence optique  $\omega_L$  et de fluctuations dont les fréquences sont contenues dans une bande étroite de fréquences autour de  $\omega_L$  [Fabre95]. Cette description rend compte de l'aspect multimode temporel du champ mais ne tient pas compte de sa structure spatiale transverse. Ce problème étant abordé ultérieurement, on se limitera ici à considérer une onde d'extension finie sur une section  $S$ , dont on néglige les variations d'amplitude dans le plan transverse.

En intégrant l'expression (1.73) sur une bande  $\Delta\omega$  centrée sur la fréquence  $\omega_L$  et faible devant cette dernière<sup>1</sup>, on obtient l'expression du champ libre multimode :

$$\begin{aligned}\hat{E}(t) &= \int_{\omega_L - \Delta\omega/2}^{\omega_L + \Delta\omega/2} \frac{d\omega}{2\pi} \mathcal{E}_0(\omega) (\hat{a}_\omega e^{-i\omega t} + \hat{a}_\omega^\dagger e^{i\omega t}) \\ &= \int_{\omega_L - \Delta\omega/2}^{\omega_L + \Delta\omega/2} \frac{d\omega}{2\pi} \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\varepsilon_0 S c}} (\hat{a}_\omega e^{-i\omega t} + \hat{a}_\omega^\dagger e^{i\omega t})\end{aligned}\quad (1.99)$$

Comme  $\Delta\omega \ll \omega_L$ , on peut considérer  $\mathcal{E}_0(\omega)$  à peu près constant sur le domaine d'intégration. On le remplace donc par sa valeur en  $\omega = \omega_L$ . En effectuant le changement

<sup>1</sup>On utilisera les conventions suivantes pour la transformée de Fourier de  $f$  et sa transformée inverse

$$f(\omega) = \int dt e^{i\omega t} f(t) \quad \text{et} \quad f(t) = \frac{1}{2\pi} \int d\omega e^{-i\omega t} f(\omega)$$

de variables  $\Omega = \omega - \omega_L$ , le champ prend pour expression :

$$\hat{E}(t) \simeq \mathcal{E}_0(\omega_L) \left( \int_{-\Delta\omega/2}^{+\Delta\omega/2} \frac{d\Omega}{2\pi} \hat{a}_{\omega_L+\Omega} e^{-i\Omega t} \right) e^{-i\omega_L t} + c.c. \quad (1.100)$$

On pose alors :

$$\hat{A}(\Omega) = \hat{a}_{\omega_L+\Omega}, \quad \hat{A}^\dagger(\Omega) = \hat{a}_{\omega_L-\Omega}^\dagger \quad (1.101)$$

L'opérateur champ s'exprime alors simplement en fonction des transformées de Fourier inverses de  $\hat{A}(\Omega)$  et  $\hat{A}^\dagger(\Omega)$  et prend une forme très similaire à celle d'un champ monomode (voir équation (1.73)) :

$$\hat{E}(t) = \mathcal{E}_0(\omega_L) (e^{-i\omega_L t} \int_{-\Delta\omega/2}^{+\Delta\omega/2} \frac{d\Omega}{2\pi} \hat{A}(\Omega) e^{-i\Omega t} + c.c.) \quad (1.102)$$

$$\hat{E}(t) = \mathcal{E}_0(\omega_L) (e^{-i\omega_L t} \hat{A}(t) + e^{i\omega_L t} \hat{A}^\dagger(t)) \quad (1.103)$$

où on a posé

$$\begin{aligned} \hat{A}(t) &= \int_{-\Delta\omega/2}^{+\Delta\omega/2} \frac{d\Omega}{2\pi} \hat{a}_{\omega_L+\Omega} e^{-i\Omega t} \\ \hat{A}^\dagger(t) &= \int_{-\Delta\omega/2}^{+\Delta\omega/2} \frac{d\Omega}{2\pi} \hat{a}_{\omega_L-\Omega}^\dagger e^{-i\Omega t} \end{aligned} \quad (1.104)$$

L'opérateur  $\hat{A}(t)$  est appelé *opérateur enveloppe*. Il joue le rôle d'une enveloppe lentement variable autour de la fréquence optique. Avec la convention choisie dans l'équation (1.99) pour  $\mathcal{E}_0$ ,  $\langle \hat{A}^\dagger(t) \hat{A}(t) \rangle$  s'interprète comme le flux de photons à travers la section  $S$  considérée, et  $\hat{A}(t)$  est homogène à la racine carrée d'une fréquence.

Comme dans le cas du champ monomode, les opérateurs de quadrature se définissent alors à partir de la relation

$$\hat{E}(t) = \mathcal{E}_0 \left( \hat{X}(t) \cos \omega_L t + \hat{Y}(t) \sin \omega_L t \right) \quad (1.105)$$

$$\text{avec} \quad \hat{X}(t) = \hat{A}(t) + \hat{A}^\dagger(t) \quad (1.106)$$

$$\hat{Y}(t) = i(\hat{A}^\dagger(t) - \hat{A}(t)) \quad (1.107)$$

## Fonction d'autocorrélation et spectre de bruit

Pour toute variable aléatoire  $f$  dépendant d'un paramètre  $t$ , on définit la fonction d'autocorrélation de  $f$  entre les instants  $t$  et  $t'$  par :

$$C(t, t') = \langle f(t) f(t') \rangle - \langle f(t) \rangle \langle f(t') \rangle = \langle \delta f(t) \delta f(t') \rangle \quad (1.108)$$



avec  $\delta f(t) = f(t) - \langle f(t) \rangle$ .

Dans l'expression (1.108),  $\langle \rangle$  désigne la valeur moyenne à un instant  $t$  pris sur un nombre arbitrairement grand de tirages possibles. Lorsque le processus est stationnaire,  $\langle f(t) \rangle$  ne dépend pas de  $t$  et  $C(t, t')$  ne dépend que de  $\tau = t' - t$ . Dans ce cas, le processus est alors *ergodique* ce qui signifie que la valeur moyenne  $\langle \rangle$  définie ci-dessus coïncide avec la valeur moyenne temporelle effectuée sur une réalisation particulière pendant un temps "suffisamment long".

Pour un processus stationnaire, la densité spectrale de bruit  $S_f(\Omega)$  (ou *spectre de bruit*) de  $f$  s'identifie à la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation :

$$S_f(\Omega) = \int d\tau C(\tau) e^{i\Omega\tau} \quad (1.109)$$

D'autre part, le théorème de Wiener-Khinchine permet de relier la fonction d'autocorrélation fréquentielle  $\langle \delta f(\Omega) \delta f(\Omega') \rangle$  au spectre de bruit  $S_f(\Omega)$  :

$$\langle \delta f(\Omega) \delta f(\Omega') \rangle = 2\pi S_f(\Omega) \delta(\Omega + \Omega') \quad (1.110)$$

La définition du spectre de bruit donnée ci-dessus pose néanmoins un problème de principe : la mesure doit s'effectuer sur un temps infini. En suivant l'approche développée dans la référence [Reynaud90], nous donnons donc une définition approchée du spectre de bruit dans le cadre d'un temps de mesure fini.

Mesurer les propriétés de la variable aléatoire  $f$  pendant un temps fini revient à mesurer celles de la variable  $z(t) = f(t)x(t)$  où  $x(t)$  est une fonction réelle à support borné (non nulle sur un intervalle borné) qui caractérise le temps de mesure. Schématiquement il s'agit d'une fonction porte de largeur  $T$  et de hauteur  $1/\sqrt{T}$  où  $T$  est le temps de mesure. La variable  $z$  ainsi définie n'est alors plus stationnaire et on ne peut donc définir son spectre de bruit à partir de la fonction d'autocorrélation temporelle de  $z$ . On peut néanmoins considérer la fonction d'autocorrélation fréquentielle  $C_z(\omega, \omega')$  de la variable  $z$  et définir le spectre expérimental par une formule analogue à (1.110) :

$$C_z(\omega, \omega') = \langle z(\omega)z(\omega') \rangle = \int \int \frac{d\Omega}{2\pi} \frac{d\Omega'}{2\pi} \langle f(\omega - \Omega)f(\Omega' - \omega') \rangle x(\Omega') \quad (1.111)$$

En utilisant (1.110), l'expression précédente devient :

$$\langle z(\omega)z(\omega') \rangle = \int \frac{d\Omega}{2\pi} x(\Omega)x(\omega + \omega' - \Omega)S_f(\omega - \Omega) \quad (1.112)$$

En supposant que le temps  $T$  de mesure soit suffisamment long pour que la bande passante de  $x(\Omega)$  (de l'ordre de  $1/T$ ) soit beaucoup plus étroite que la largeur du

spectre de  $f$ , l'expression précédente peut alors s'écrire :

$$C_z(\omega, \omega') = \langle z(\omega)z(\omega') \rangle = X(\omega + \omega')S_f(\omega) \quad (1.113)$$

avec

$$X(v) = \int \frac{d\Omega}{2\pi} x(\Omega)x(v - \Omega) \quad (1.114)$$

Cette expression diffère de (1.110) par le remplacement de  $2\pi\delta(\omega)$  par  $X(\omega)$ . Par analogie avec (1.110), on définit alors le spectre de bruit expérimental de  $f^2$  :

$$S_f^T(\omega) = \langle z(\omega)z(-\omega) \rangle = X(0)S_f(\omega) \quad (1.115)$$

### Relations de commutation

Nous avons restreint l'étude à un champ de largeur spectrale  $\Delta\omega$ , c'est-à-dire un champ dont la fonction d'autocorrélation est non nulle seulement pour des temps inférieurs à  $1/\Delta\omega$ . Dans la pratique, on utilise des filtres fréquentiels centrés autour d'une fréquence d'analyse  $\omega_0$  et de largeur  $\Delta\omega_0$  très petite devant  $\Delta\omega$ , ce qui autorise à remplacer la fonction d'autocorrélation du champ par une distribution delta de Dirac. Le commutateur entre les opérateurs enveloppes prend alors la forme :

$$[\hat{A}(t), \hat{A}^\dagger(t')] = \delta(t - t') \quad (1.116)$$

ou encore, étant données les définitions 1.106-1.107,

$$[\hat{X}(t), \hat{Y}(t')] = 2i \delta(t - t') \quad (1.117)$$

### Spectres de bruit et matrices de variances

Considérons la composante de Fourier d'une quadrature quelconque  $\hat{X}_\theta$ . D'après (1.104), nous avons :

$$\hat{X}_\theta(\Omega) = \hat{A}(\Omega)e^{-i\theta} + \hat{A}^\dagger(\Omega)e^{i\theta} \quad (1.118)$$

La fonction d'autocorrélation fréquentielle de la quadrature  $\hat{X}_\theta$  s'écrit donc :

$$\begin{aligned} \langle \delta\hat{X}_\theta(\Omega)\delta\hat{X}_\theta(\Omega') \rangle &= \langle \delta\hat{A}(\Omega)\delta\hat{A}^\dagger(\Omega') \rangle + \langle \delta\hat{A}^\dagger(\Omega)\delta\hat{A}(\Omega') \rangle \\ &+ e^{-2i\theta} \langle \delta\hat{A}(\Omega)\delta\hat{A}(\Omega') \rangle + e^{2i\theta} \langle \delta\hat{A}^\dagger(\Omega)\delta\hat{A}^\dagger(\Omega') \rangle \end{aligned} \quad (1.119)$$

---

<sup>2</sup>En prenant pour  $x$  une fonction porte de largeur  $T$  et de hauteur  $1/\sqrt{T}$ , on a :  $X(0) = 1$

Or, la relation 1.116 implique que

$$\left[ \hat{A}(\Omega), \hat{A}^\dagger(\Omega') \right] = 2\pi \delta(\Omega + \Omega') \quad (1.120)$$

Les quatre fonctions d'autocorrélation de (1.119) sont donc  $\delta$ -corrélées en fréquence. Les propriétés de bruit du champ sont complètement caractérisées par la donnée des quatre fonctions de corrélation des opérateurs  $\delta\hat{A}(\Omega)$  et  $\delta\hat{A}^\dagger(\Omega)$ . Celles-ci peuvent être regroupées sous la forme d'une matrice  $2 \times 2$ , la *matrice de variance* du champ. On note  $|\hat{A}(\Omega)\rangle$  le vecteur représentant le champ et  $[\hat{A}(\Omega)|$  son adjoint. En remarquant que  $\hat{A}^\dagger(-\Omega) = [\hat{A}(\Omega)]^\dagger$ , on a :

$$|\hat{A}(\Omega)\rangle = \begin{bmatrix} \hat{A}(\Omega) \\ \hat{A}^\dagger(\Omega) \end{bmatrix}, \quad [\hat{A}(\Omega)| = [ \hat{A}^\dagger(-\Omega), \hat{A}(-\Omega) | \quad (1.121)$$

On définit alors la matrice de variance du champ  $[V(\Omega)]$  par la relation :

$$2\pi \delta(\Omega + \Omega') [V(\Omega)] = \langle |\delta\hat{A}(\Omega)\rangle [\delta\hat{A}(\Omega')| \rangle \quad (1.122)$$

En combinant les équations (1.119) et (1.110), on obtient l'expression du spectre de bruit à la fréquence  $\Omega$  d'une quadrature quelconque  $\hat{X}_\theta$  :

$$S_{\hat{X}_\theta}(\Omega) = [V(\Omega)]_{1,1} + [V(\Omega)]_{2,2} + 2\Re([V(\Omega)]_{1,2}e^{-2i\theta}) \quad (1.123)$$

Le spectre de bruit de la quadrature la moins bruyante et celui de la quadrature la plus bruyante valent respectivement :

$$S_{\hat{X}_{\theta_{min}}}(\Omega) = [V(\Omega)]_{1,1} + [V(\Omega)]_{2,2} - 2|[V(\Omega)]_{1,2}| \quad (1.124)$$

$$S_{\hat{X}_{\theta_{max}}}(\Omega) = [V(\Omega)]_{1,1} + [V(\Omega)]_{2,2} + 2|[V(\Omega)]_{1,2}| \quad (1.125)$$

Pour un champ cohérent, seul le terme  $\langle \delta\hat{A}(\Omega)\delta\hat{A}^\dagger(\Omega') \rangle$  est non nul<sup>3</sup>. La matrice de variance s'écrit alors

$$[V(\Omega)]_{\text{cohérent}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.126)$$

La densité spectrale de bruit du vide est donc isotrope et égale à 1 :

$$\forall \theta \quad S_{\hat{X}_\theta}^{vac} = 1 \quad (1.127)$$

Pour un champ multimode quelconque, la condition de réduction de bruit sous le bruit quantique standard à une fréquence d'analyse  $\Omega$  est donc qu'il existe un angle  $\theta$  tel que la densité spectrale de bruit de la quadrature  $\hat{X}_\theta$  soit inférieure à 1 :

$$S_{\hat{X}_\theta}(\Omega) < 1 \quad (1.128)$$

---

<sup>3</sup>Ce terme correspond à la création puis à la destruction d'un photon à partir du vide

### Lien avec les variances

De la relation (1.117), on obtient le commutateur entre les transformées de Fourier de deux quadratures orthogonales :

$$\left[ \hat{X}(\Omega), \hat{Y}(\Omega') \right] = 4\pi i \delta(\Omega + \Omega') \quad (1.129)$$

On peut alors montrer que l'inégalité d'Heisenberg (1.78) sur le produit des variances de  $\hat{X}$  et  $\hat{Y}$  se généralise aux densités spectrales de bruit

$$S_{\hat{X}}(\Omega) S_{\hat{Y}}(\Omega) \geq 1 \quad (1.130)$$

En pratique, un analyseur de spectre mesure les fluctuations d'une quadrature autour d'une fréquence d'analyse  $\Omega/2\pi$ , avec une résolution en fréquence  $\delta f$  petite devant l'échelle des variations de la densité spectrale de bruit. Le signal fourni par l'analyseur de spectre correspond donc à la variance de la quadrature  $\hat{X}_\theta$  filtrée par un filtre de bande passante  $\delta f$  autour de  $\Omega/2\pi$

$$\Delta \hat{X}_\theta^2 = 2\delta f S_{\hat{X}_\theta}(\Omega) \quad (1.131)$$

Dans ce cas, l'inégalité d'Heisenberg (1.130) s'écrit

$$\Delta \hat{X}_\theta^2 \Delta \hat{Y}_\theta^2 \geq 4(\delta f)^2 \quad (1.132)$$

Le bruit quantique standard mesuré par cette méthode augmente avec la bande passante de la mesure. On voit donc que, pour un champ libre, raisonner sur les variances est équivalent à raisonner en termes de densités spectrales de bruit.

### B.3 Corrélations quantiques

On s'intéresse à présent aux corrélations existant entre deux champs. On peut définir la fonction de corrélation temporelle de deux processus de façon analogue à la relation (1.108)

$$C_{12}(t, t') = \langle f_1(t) f_2(t') \rangle - \langle f_1(t) \rangle \langle f_2(t') \rangle = \langle \delta f_1(t) \delta f_2(t') \rangle \quad (1.133)$$

Dans le cas de deux processus stationnaires, on peut à nouveau définir un spectre de corrélation :

$$S_{12}(\Omega) = \int d\tau C_{12}(\tau) e^{i\Omega\tau} \quad (1.134)$$

Le spectre de corrélations est à nouveau relié à la fonction de corrélation fréquentielle (voir équation (1.110)) par la relation :

$$\langle \delta f_1(\Omega) \delta f_2(\Omega') \rangle = 2\pi S_{12}(\Omega) \delta(\Omega + \Omega') \quad (1.135)$$

On définit enfin le spectre de corrélations normalisé

$$C_{12}(\Omega) = \frac{S_{12}(\Omega)}{\sqrt{S_1(\Omega)S_2(\Omega)}} \quad (1.136)$$

où  $S_1$  et  $S_2$  sont les spectres de bruit de  $f_1$  et  $f_2$ .  $C_{12}(\Omega)$  est un nombre complexe vérifiant

$$|C_{12}(\Omega)| \leq 1 \quad (1.137)$$

### Matrice de covariance

On s'intéresse désormais à la fonction de corrélation fréquentielle entre les quadratures  $\hat{X}_\theta^1$  et  $\hat{X}_\theta^2$  des champs 1 et 2<sup>4</sup>. On note  $|\hat{A}_{1,2}(\Omega)\rangle$  le vecteur représentant les champs 1 et 2 et  $[\hat{A}_{1,2}(\Omega)]$  son adjoint :

$$|\hat{A}_{1,2}(\Omega)\rangle = \begin{bmatrix} \hat{A}_1(\Omega) \\ \hat{A}_1^\dagger(\Omega) \\ \hat{A}_2(\Omega) \\ \hat{A}_2^\dagger(\Omega) \end{bmatrix}, \quad [\hat{A}_{1,2}(\Omega)] = [\hat{A}_1^\dagger(-\Omega), \hat{A}_1(-\Omega), \hat{A}_2^\dagger(-\Omega), \hat{A}_2(-\Omega)] \quad (1.138)$$

On définit alors la matrice de covariance des champs 1 et 2  $[Cov(\Omega)]$  par la relation :

$$2\pi \delta(\Omega + \Omega') [Cov(\Omega)] = \langle |\delta \hat{A}_{1,2}(\Omega)\rangle [\delta \hat{A}_{1,2}(\Omega')] \rangle \quad (1.139)$$

La fonction de corrélation fréquentielle a pour expression :

$$\begin{aligned} \langle \delta X_{1,\theta}(\Omega) \delta X_{2,\theta}(\Omega') \rangle &= \langle \delta \hat{A}_1(\Omega) \delta \hat{A}_2^\dagger(\Omega') \rangle + \langle \delta \hat{A}_2^\dagger(\Omega) \delta \hat{A}_1(\Omega') \rangle \\ &+ e^{-2i\theta} \langle \delta \hat{A}_1(\Omega) \delta \hat{A}_2(\Omega') \rangle + e^{2i\theta} \langle \delta \hat{A}_2^\dagger(\Omega) \delta \hat{A}_1^\dagger(\Omega') \rangle \end{aligned} \quad (1.140)$$

On en déduit l'expression du spectre de corrélation en fonction des coefficients de la matrice de covariance :

$$S_{1,2,\theta}(\Omega) = [Cov(\Omega)]_{1,3} + [Cov(\Omega)]_{4,2} + 2\Re([Cov(\Omega)]_{1,4} e^{-2i\theta}) \quad (1.141)$$

La matrice de covariance d'un système de deux modes joue un rôle fondamental en optique quantique. Elle spécifie de manière complète l'état du système lorsqu'il s'agit d'un état Gaussien, *i.e.* un état dont la fonction de Wigner est gaussienne.

<sup>4</sup>L'angle  $\theta$  est volontairement identique pour les deux quadratures. On peut en effet montrer que cette fonction de corrélation ne dépend que d'un paramètre (voir [Josse03] p. 192)

### Critère de corrélations quantiques entre deux champs : Gémellité

On peut montrer que lorsqu'on mesure le spectre de bruit d'un faisceau, on peut décrire ce dernier en terme de champs stochastiques (il s'agit de l'approche dite "semi-classique") si son spectre de bruit est au-dessus de la limite quantique standard. Dans le cas contraire, une telle description est impossible et on est alors en présence d'un état "non classique" [Trep05b]. Les états comprimés (voir le paragraphe B.1) constituent un exemple d'état non-classique. Si l'on considère à présent deux champs 1 et 2, on parle de corrélations quantiques entre ces deux champs s'il est possible d'obtenir un état non-classique par une quelconque opération linéaire passive<sup>5</sup> sur les états 1 et 2. Autrement dit, l'existence d'une combinaison linéaire  $\hat{X}_{out} = r\hat{X}_1 - t\hat{X}_2$  des champs 1 et 2 ayant un spectre de bruit sous la limite quantique standard est une preuve que les corrélations entre les champs 1 et 2 sont quantiques. En nous référant à [Trep05b], nous définissons à présent la gémellité des champs 1 et 2 comme le minimum, par rapport aux variables  $r$  et  $t$ , du spectre de bruit normalisé de  $\hat{X}_{out}$ <sup>6</sup> :

$$G = \min_{r,t}(S_{X_{out}}) \quad (1.142)$$

or :

$$S_{X_{out}} = |r|^2 \langle \delta X_1^2 \rangle + |t|^2 \langle \delta X_2^2 \rangle - 2Re(r\bar{t} \langle \delta X_1 \delta X_2 \rangle) \quad (1.143)$$

En minimisant l'équation précédente par rapport aux variables  $r$  et  $t$  avec la condition  $|r|^2 + |t|^2 = 1$ , on obtient :

$$G = \min_{r,t}(S_{X_{out}}) = \frac{S_1 + S_2}{2} - \sqrt{C_{12}^2 S_1 S_2 + \left(\frac{S_1 - S_2}{2}\right)^2} \quad (1.144)$$

Le critère de corrélation quantique entre deux champs peut donc être formulé de la façon suivante :

$$G < 1 \implies \text{Corrélations quantiques entre les deux champs}$$

À la limite où  $G = 1$ , le coefficient de corrélation (le cas d'anti-corrélations est tout à fait équivalent à un signe près) qui définit la limite quantique-classique vaut alors :

$$[C_{1,2}]_{class} = \sqrt{\frac{(S_1 - 1)(S_2 - 1)}{S_1 S_2}} \quad (1.145)$$

<sup>5</sup>Il s'agit d'une opération linéaire par rapport aux champs entrant et qui préserve l'énergie. En optique on trouve principalement les lames semi-réfléchissantes et la propagation libre.

<sup>6</sup>Nous avons volontairement omis la dépendance en  $\Omega$  afin de ne pas alourdir les notations.

L'observation d'une valeur de  $C_{1,2}$  entre deux champs strictement supérieure à  $[C_{1,2}]_{class}$  est donc équivalente à l'existence de corrélations quantiques entre ces deux champs. Il existe de nombreux autres critères qui définissent une limite entre une description quantique et une description classique d'états comme le critère de mesure quantiquement non destructive ("QND measurement"), le critère d'inséparabilité [Duan00] ou encore le critère dit EPR (Einstein-Podolsky-Rosen) [Einstein35, Reid89]. Ces critères ne sont cependant pas équivalents entre eux. Par exemple un état non-séparable implique nécessairement l'existence de corrélations quantiques entre deux sous-systèmes qui composent cet état. La réciproque est en revanche fautive. Nous renvoyons à la référence [Treps05b] pour une description plus complète de ces différents critères et de leur gradation<sup>7</sup>. Dans toute la suite nous utiliserons le critère de gémellité.

## B.4 Mesure de bruit du champ électromagnétique

On étudie ici quelques techniques expérimentales qui permettent de mesurer les fluctuations d'un champ électromagnétique (vide ou non) et les corrélations d'intensité entre deux faisceaux.

### Mesure des fluctuations d'amplitude d'un faisceau et des fluctuations du vide

On considère un faisceau lumineux de fréquence  $\omega_L$  et de largeur  $\Delta\omega$  monomode spatialement dans un état pur de polarisation. Le champ électrique est alors donné par la formule (1.106). L'opérateur intensité du champ vaut :

$$\hat{I} = \hat{A}^\dagger \hat{A} \quad (1.146)$$

Les fluctuations temporelles au premier ordre  $\delta\hat{I}$  de cet opérateur s'écrivent :

$$\delta\hat{I} = (\langle\hat{A}^\dagger\rangle + \delta\hat{A}^\dagger)(\langle\hat{A}\rangle + \delta\hat{A}) \simeq \langle\hat{A}^\dagger\rangle\delta\hat{A} + \langle\hat{A}\rangle\delta\hat{A}^\dagger \quad (1.147)$$

Dans toute la suite on choisit  $\langle\hat{A}\rangle$  réel. L'expression précédente devient donc :

$$\delta\hat{I} = \langle\hat{A}\rangle(\delta\hat{A} + \delta\hat{A}^\dagger) = \langle\hat{A}\rangle\delta\hat{X} \quad (1.148)$$

Les fluctuations d'intensité sont donc directement proportionnelles aux fluctuations de la quadrature d'amplitude. En mesurant le bruit d'intensité du faisceau à l'aide d'une

---

<sup>7</sup>Il demeure néanmoins important de souligner que l'existence de corrélations entre deux faisceaux par exemple, même très voisines de 1, n'assure en rien que ces corrélations sont quantiques.

photodiode et d'un analyseur de spectre (voir figure 1.14) on peut donc directement mesurer le bruit d'amplitude du champ<sup>8</sup> :

$$\langle \delta \hat{I}(\Omega)^2 \rangle = I \langle \delta \hat{X}(\Omega)^2 \rangle \quad (1.149)$$

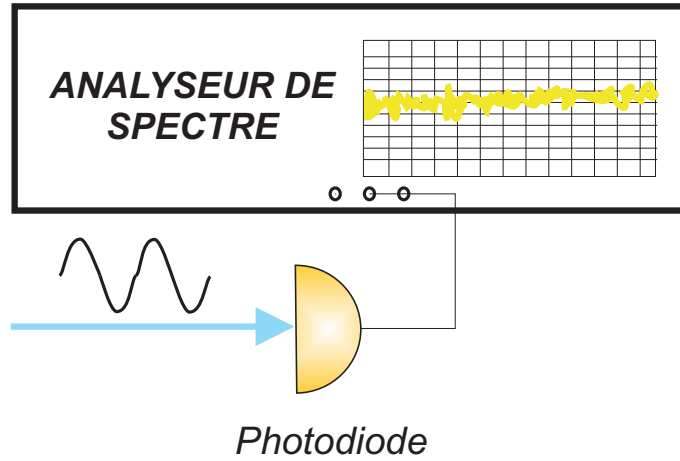


FIG. 1.14 – Fluctuations d'intensité d'un faisceau lumineux mesurées à l'aide d'une photodiode (PD) à haut rendement quantique et d'un analyseur de spectre.

Cette technique relativement simple ne permet pas en revanche de mesurer les fluctuations du vide. Il faut pour cela “mélanger” le vide à un faisceau lumineux possédant les mêmes propriétés que précédemment (voir figure 1.15). On réalise cela en envoyant le faisceau sur une lame semi-réfléchissante 50-50 (la détection est dite “équilibrée”). On détecte ensuite les intensités des deux faisceaux sortants. Puis on en fait la somme ou la différence des photocourants 1 et 2 à l'aide d'un sommateur électronique. On analyse alors le bruit de la somme puis celui de la différence à une fréquence donnée.

L'action de la lame séparatrice sur les champs entrants  $\hat{E}_A$ ,  $\hat{E}_B$  est décrite par la transformation unitaire suivante :

$$\hat{E}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{E}_A - \hat{E}_B) \quad (1.150)$$

$$\hat{E}_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{E}_A + \hat{E}_B) \quad (1.151)$$

<sup>8</sup>Cette approche n'est valable que lorsque le rendement quantique de la photodiode (c'est-à-dire le taux de conversion photon-électron) est proche de 1.



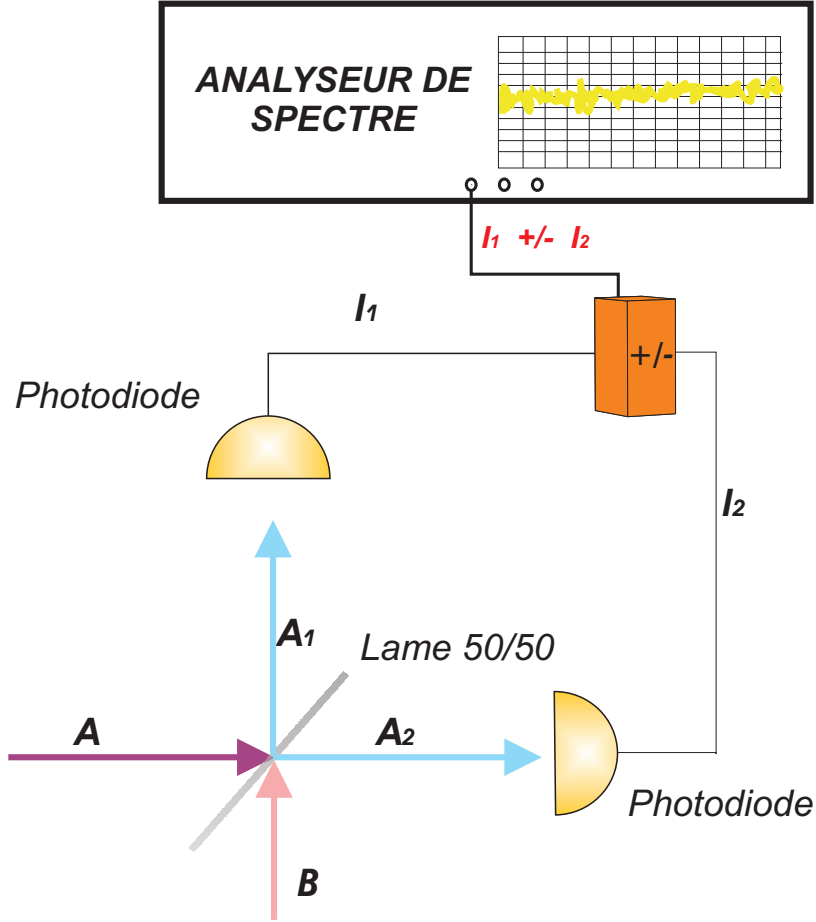


FIG. 1.15 – Le faisceau (voie A) incident est mélangé au vide ou à un oscillateur local (voie B) sur la lame semi-réfléchissante. On mesure les spectres de bruit de la somme et de la différence des photocourants. Le spectre de bruit de la somme est proportionnel au bruit d’amplitude du faisceau. Le spectre de bruit de la différence est proportionnel au bruit du vide.

La somme des intensités mesurées par les photodiodes est donnée par l’expression :

$$\hat{I}_+ = \hat{I}_1 + \hat{I}_2 = \hat{A}_1^\dagger \hat{A}_1 + \hat{A}_2^\dagger \hat{A}_2 = \hat{A}^\dagger \hat{A} + \hat{B}^\dagger \hat{B} \quad (1.152)$$

La différence des intensités mesurées par les photodiodes est donnée par l’expression :

$$\hat{I}_- = \hat{I}_1 - \hat{I}_2 = \hat{A}_1^\dagger \hat{A}_1 - \hat{A}_2^\dagger \hat{A}_2 = \hat{A}^\dagger \hat{B} + \hat{B}^\dagger \hat{A} \quad (1.153)$$

Le calcul au premier ordre des fluctuations de la somme et de la différences des intensités

$I_1$  et  $I_2$  conduit à :

$$\delta\hat{I}_+ = \langle\hat{A}\rangle\delta\hat{X}_A + \langle\hat{B}\rangle\delta\hat{X}_B \quad (1.154)$$

$$\delta\hat{I}_- = \langle\hat{A}\rangle(\delta\hat{X}_B) + |\langle\hat{B}\rangle|(e^{-i\theta}\delta\hat{A} + e^{i\theta}\delta\hat{A}^\dagger) \quad (1.155)$$

où  $\langle\hat{B}\rangle = |\langle\hat{B}\rangle|e^{i\theta}$ .

Dans le cas où la voie B est vide,  $\langle\hat{B}\rangle$  est nul. Le bruit d'intensité de la somme des photocourants 1 et 2 est alors proportionnel au bruit d'amplitude du faisceau entrant. Le bruit de la différence des photocourants 1 et 2 est quant à lui proportionnel au bruit du vide, le facteur de proportionnalité étant l'intensité totale  $I_{tot}$  du champ entrant dans la voie A. En faisant varier  $I_{tot}$ , on observe expérimentalement une dépendance linéaire entre le bruit de la différence et  $I_{tot}$ . Le coefficient directeur de la droite ainsi obtenue nous donne la valeur du bruit du vide. Expérimentalement, cette valeur dépend de la fréquence d'analyse et de la bande passante de l'analyseur de spectre (voir équation (1.130)). Elle fournit une calibration de la limite quantique standard pour un faisceau dont l'intensité totale est  $I_{tot}$ .

Remarquons enfin que le bruit de la somme nous renseigne sur le bruit d'amplitude du faisceau. Si le bruit de la somme est strictement supérieur au bruit de la différence alors le faisceau entrant présente un excès de bruit sur la quadrature d'amplitude. Si il est égal au bruit de la différence, le bruit du faisceau est à la limite quantique standard. Si il est inférieur au bruit de la différence, le faisceau est comprimé en amplitude.

### Mesure de bruit d'une quadrature quelconque d'un faisceau

Si l'on mélange à présent le faisceau de la voie A à un état cohérent  $|\beta\rangle$  (avec  $\beta = |\beta|e^{i\theta}$ ) beaucoup plus intense ( $|\langle\hat{A}\rangle| \ll |\langle\hat{B}\rangle|$ ) entrant par la voie B, d'après l'équation (1.155), les fluctuations d'intensité de la différence des photocourants deviennent :

$$\delta\hat{I}_- \simeq |\langle\hat{B}\rangle|(e^{-i\theta}\delta\hat{A} + e^{i\theta}\delta\hat{A}^\dagger) \quad (1.156)$$

Le bruit de la différence est donc proportionnel au bruit de la quadrature  $\hat{X}_\theta$  du faisceau A. En balayant la phase  $\theta$  du faisceau d'analyse (appelé *oscillateur local*), on peut donc mesurer le bruit de toutes les quadratures du faisceau A. C'est le principe de la détection homodyne.

### Mesure de corrélations d'intensité entre deux faisceaux

Considérons à présent le cas de deux faisceaux 1 et 2 dont on veut mesurer les corrélations d'intensité et déterminer si ces corrélations sont quantiques. La correspondance établie au paragraphe B.3 entre les corrélations quantiques entre deux champs

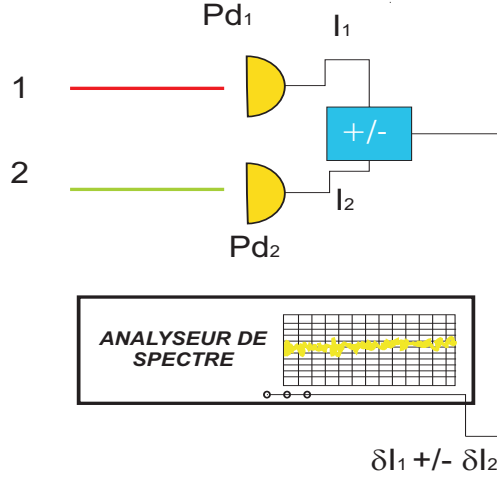


FIG. 1.16 – Les faisceaux 1 et 2 sont envoyés sur les photodiodes 1 et 2 respectivement. La partie HF des photocourants est ensuite sommée ou soustraite à l'aide d'un sommateur-soustracteur passif. Le bruit de la différence ou de la somme est ensuite mesuré pour une fréquence donnée à l'aide d'un analyseur de spectre.

et la réduction de bruit suggère d'effectuer une opération passive sur ces deux champs en choisissant un couple  $(r,t)$  minimisant  $G$  (voir équation (1.144)). La réalisation expérimentale de cette méthode peut s'avérer ardue voir impossible dans de nombreux cas. Nous utilisons ici une méthode équivalente, plus simple à mettre en œuvre. En effet, nous avons vu que, dans un traitement linéaire des fluctuations, les fluctuations d'intensité sont proportionnelles aux fluctuations d'amplitude d'un champ (voir équation (1.148)). Ceci suggère d'étudier les corrélations d'intensité entre deux champs afin de remonter aux corrélations d'amplitude entre les deux champs. En effet, considérons le bruit de la différence des intensités des champs 1 et 2 à une fréquence donnée  $\Omega$ . On peut écrire :

$$\langle \delta(I_1 - I_2)^2 \rangle = \langle \delta I_1^2 \rangle + \langle \delta I_2^2 \rangle - 2\langle \delta I_1 \delta I_2 \rangle \quad (1.157)$$

En utilisant la relation (1.148) l'équation précédente devient :

$$\langle \delta(I_1 - I_2)^2 \rangle = I_1 \langle \delta \hat{A}_1^2 \rangle + I_2 \langle \delta \hat{A}_2^2 \rangle - 2\sqrt{I_1 I_2} \langle \delta \hat{A}_1 \delta \hat{A}_2 \rangle \quad (1.158)$$

Les fluctuations de la différence des intensités des champs 1 et 2 sont donc formellement équivalentes aux fluctuations d'amplitude du champ  $\hat{A}_{out} = r\hat{A}_1 - t\hat{A}_2$  avec  $r = \sqrt{I_1}$  et  $t = \sqrt{I_2}$ . Cette remarque entraîne l'inégalité suivante :

$$G \leq \langle \delta(I_1 - I_2)^2 \rangle_{norm.} \quad (1.159)$$

On obtient donc une condition suffisante sur l'existence de corrélations quantiques d'amplitude entre deux champs : *Si le bruit de la différence des intensités des faisceaux 1 et 2 est sous la limite quantique standard à une fréquence  $\Omega$  alors les deux faisceaux présentent des corrélations d'amplitude de nature quantique.* Cette condition peut être facilement mise en oeuvre expérimentalement, et ceci, quelque soient les champs 1 et 2 (voir figure 1.16).

## B.5 Génération d'états comprimés du champ

Les processus non-linéaires sont couramment utilisés pour générer des états comprimés du champ. Ce sont généralement les non-linéarités de type  $\chi^{(2)}$  (amplification paramétrique) ou  $\chi^{(3)}$  (effet Kerr, mélange à quatre ondes) qui sont utilisées [Walls94, Bachor04]. Nous décrivons ici comment ces deux processus permettent de réduire le bruit de l'une des quadratures en dessous de la limite quantique standard. Nous développons ici un modèle très simple, à un seul mode du champ et sans pertes, afin d'expliquer schématiquement le fonctionnement de ces processus.

### Amplification paramétrique dégénérée : non-linéarité du second ordre

Nous considérons un cristal présentant une non-linéarité  $\chi^{(2)}$ . Le Hamiltonien, qui décrit la conversion d'un photon de pompe à la fréquence  $2\omega$  en deux photons dans le mode  $\hat{a}$  à la fréquence  $\omega$  dans ce cristal, est donné par :

$$H = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\xi(\mathcal{P}_0e^{-2i\omega t}\hat{a}^{\dagger 2} + \mathcal{P}_0^*e^{2i\omega t}\hat{a}^2) \quad (1.160)$$

Le premier terme du Hamiltonien décrit l'énergie dans le mode  $\hat{a}$ . Le second terme décrit la création de deux photons dans le mode  $\hat{a}$  et la destruction d'un photon du mode pompe qui est ici traité classiquement, l'état de la pompe étant très bien décrit par un état cohérent avec un très grand nombre de photons dans le mode et donc analogue à un champ classique d'amplitude complexe  $\mathcal{P}_0$  oscillant à la fréquence  $2\omega$ . Le dernier terme décrit le processus inverse.

L'équation d'évolution pour l'opérateur lentement variable

$$\tilde{a}(t) = \hat{a}(t)e^{i\omega t} \quad (1.161)$$

est donnée par l'équation d'Heisenberg :

$$\frac{d}{dt}\tilde{a} = -\frac{i}{\hbar}[\tilde{a}, H] = -i2\xi\mathcal{P}_0\tilde{a}^\dagger \quad (1.162)$$

En utilisant l'équation hermitique conjuguée de l'équation (1.162), on arrive facilement à

$$\tilde{a}(t) = \tilde{a}(0) \cosh(|g|t) + \frac{g^*}{|g|} \tilde{a}^\dagger(0) \sinh(|g|t) \quad (1.163)$$

où  $g = i2\xi\mathcal{P}_0^*$ . En supposant  $g$  réel positif, on obtient :

$$\hat{X}(t) = \frac{1}{2}(\tilde{a}(t) + \tilde{a}^\dagger(t)) = \hat{X}(0)e^{gt} \quad (1.164)$$

$$\hat{Y}(t) = \frac{1}{2}(\tilde{a}(t) - \tilde{a}^\dagger(t)) = \hat{Y}(0)e^{-gt} \quad (1.165)$$

Ces deux équations expriment le fait que la conversion paramétrique produit une *amplification dépendant de la phase* : au cours de l'évolution temporelle, la quadrature  $\hat{X}$  est amplifiée, tandis que la quadrature orthogonale est désamplifiée. L'état produit par l'interaction satisfait

$$\Delta\hat{X}^2(t) = \Delta\hat{X}^2(0)e^{2gt} \quad , \quad \Delta\hat{Y}^2(t) = \Delta\hat{Y}^2(0)e^{-2gt} \quad (1.166)$$

$$\Delta\hat{X}^2(t)\Delta\hat{Y}^2(t) = \Delta\hat{X}^2(0)\Delta\hat{Y}^2(0) = 1 \quad (1.167)$$

Il s'agit donc d'un état comprimé minimal.

### Mélange à quatre ondes : non-linéarité du troisième ordre

Les non-linéarités du troisième ordre jouent un rôle majeur dans la suite de ce mémoire. Elles mettent en jeu des phénomènes de type mélange à quatre ondes dans lesquels deux photons pompes  $p_1$  et  $p_2$  (les pompes sont à nouveau traitées classiquement) donnent naissance à une autre paire de photons  $\hat{a}$  et  $\hat{b}$  au sein d'un milieu avec une non-linéarité de type  $\chi^{(3)}$  ( voir figure 1.17). C'est d'ailleurs dans ce type de milieu (une vapeur de sodium) et en utilisant un mélange à quatre ondes qu'on a, en 1985 aux Bell Labs, observé expérimentalement pour la première fois des fluctuations comprimées [Slusher85]. L'ensemble du processus doit conserver à la fois l'énergie et l'impulsion totale du système.

On peut distinguer deux configurations particulières de mélanges à quatre ondes. Dans la première, les photons pompes sont co-propageant. Cette situation sera rencontrée au chapitre 2 dans la configuration dite "à l'angle magique" et dans les expériences sur

les microcavités triples. La conservation de l'énergie et de l'impulsion se traduit dans ce cas par les conditions suivantes pour le signal et le complémentaire :

$$2E_{pompe} = E_{signal} + E_{comp.} \quad (1.168)$$

$$2\mathbf{k}_p = \mathbf{k}_{signal} + \mathbf{k}_{comp.} \quad (1.169)$$

Dans la seconde configuration, les photons de pompes sont contra-propageant et de même énergie. La conservation de l'énergie et de l'impulsion devient :

$$E_{pompe} = E_{signal} = E_{comp.} \quad (1.170)$$

$$\mathbf{k}_{signal} = \mathbf{k}_{comp.} \quad (1.171)$$

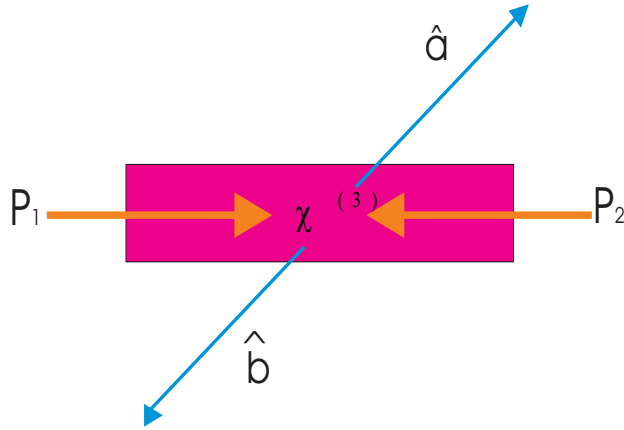


FIG. 1.17 – Représentation schématique d'un processus de mélange à quatre ondes : cas des pompes contra-propageantes.

Le processus peut être étudié à l'aide du Hamiltonien analogue à (1.160) pour un processus à deux pompes non dégénéré :

$$H = \hbar\omega\hat{a}^\dagger\hat{a} + \hbar\omega\hat{b}^\dagger\hat{b} + \hbar g(\mathcal{P}_1\mathcal{P}_2e^{-2i\omega t}\hat{a}^\dagger\hat{b}^\dagger + \mathcal{P}_1^*\mathcal{P}_2^*e^{2i\omega t}\hat{a}\hat{b}) \quad (1.172)$$

où l'on traite classiquement les deux faisceaux pompes. On se restreint ici au cas où les modes  $\hat{a}$  et  $\hat{b}$  oscillent à la même fréquence  $\omega$  des faisceaux pompes. Les équations d'évolution pour les opérateurs lentement variables  $\tilde{a} = \hat{a}e^{i\omega t}$ ,  $\tilde{b} = \hat{b}e^{i\omega t}$  sont aisément déduites de (1.172) :

$$\frac{d}{dt}\tilde{a} = -i\kappa\tilde{b}^\dagger \quad (1.173)$$

$$\frac{d}{dt}\tilde{b} = -i\kappa\tilde{a}^\dagger \quad (1.174)$$

où  $\kappa = |\kappa|e^{i\varphi} = g\mathcal{P}_1\mathcal{P}_2$ . La solution des équations (1.173) et (1.174) fournit :

$$\tilde{a}(t) = \tilde{a}(0) \cosh(|\kappa|t) + i\tilde{b}(0)e^{i\varphi} \sinh(|\kappa|t) \quad (1.175)$$

$$\tilde{b}(t) = \tilde{b}(0) \cosh(|\kappa|t) - i\tilde{a}(0)e^{-i\varphi} \sinh(|\kappa|t) \quad (1.176)$$

Ce processus génère en réalité des photons corrélés quantiquement. En suivant le critère de géméllité développé au paragraphe B.3, on recombine les champs signal et complémentaire sur une lame semi-réfléchissante et on introduit un déphasage sur l'un des deux champs. Les champs ainsi obtenus sont combinaisons linéaires des modes  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$ . Nous examinons l'un d'entre eux,  $\hat{s}$  :

$$\hat{s}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\tilde{a}(t) + e^{i\delta}\tilde{b}(t)) \quad (1.177)$$

$$\hat{s}^\dagger(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\tilde{a}^\dagger(t) + e^{-i\delta}\tilde{b}^\dagger(t)) \quad (1.178)$$

Les opérateurs de quadrature correspondants sont :

$$\hat{X}_s(t) = \frac{1}{2}(\hat{s}(t) + \hat{s}^\dagger(t)) \quad (1.179)$$

$$\hat{Y}_s(t) = \frac{1}{2i}(\hat{s}(t) - \hat{s}^\dagger(t)) \quad (1.180)$$

Un calcul simple montre alors que, en choisissant :

$$\delta = \varphi - \pi/2 \quad (1.181)$$

on obtient :

$$\hat{X}_s(t) = \frac{1}{2\sqrt{2}}[(\tilde{a}(0) + \tilde{a}^\dagger(0)) - i(\tilde{b}(0)e^{i\varphi} - \tilde{b}^\dagger(0)e^{-i\varphi})]e^{-|\kappa|t} \quad (1.182)$$

On peut en déduire sans difficulté :

$$\Delta\hat{X}_s^2(t) = \frac{1}{4}e^{-2|\kappa|t} \quad (1.183)$$

Dans ce cas la compression de bruit obtenue sur les faisceaux recombinaés linéairement est une preuve de l'existence de corrélations quantiques entre les modes signaux et idler. En principe, la compression que l'on peut obtenir est sans limite. Bien entendu, un traitement plus réaliste doit prendre en compte la nature quantique du milieu, et en particulier les fluctuations quantiques associées aux pertes, qui limitent la compression de bruit que l'on peut réellement obtenir.



## C Dispositif experimental

Dans cette partie, nous décrivons les principaux éléments des montages expérimentaux élaborés dans cette thèse.

### C.1 Sources laser

#### Source principale

La principale source laser utilisée lors des expériences décrites dans les chapitres 2, 4 et 5 est un laser titane saphir monomode continu, conçu au Laboratoire Kastler Brossel par François Biraben. Cette source laser, accordable continûment entre 820 et 850 nm, possède une puissance de sortie d'environ 600 mW à 830 nm et une largeur spectrale de 1 MHz. Pour des fréquences supérieures à 3.5 Mhz, le bruit d'intensité du faisceau laser correspond à celui d'un état cohérent. Le fonctionnement de ce laser est décrit en détail dans la thèse de Gaétan Messin [Messin00].

Le milieu amplificateur est un cristal de saphir dopé au titane. Sa courbe d'absorption s'étend de 400 à 600 nm environ, tandis que sa courbe de gain couvre une large plage spectrale comprise entre 700 et 1100 nm. Le cristal est pompé à incidence de Brewster par le mode  $TEM_{00}$  d'un laser à argon ionisé (Innova 300) de polarisation linéaire horizontale, qui délivre 10 W de puissance optique à 514 nm pour un courant de pompage de 55 A.<sup>9</sup> Une lentille divergente de focale -500 mm permet d'ajuster le waist du laser de pompe au niveau du cristal de manière à optimiser le pompage.

La cavité laser, représentée sur la figure 1.18, est une cavité en anneau constituée de six miroirs. Deux miroirs sphériques (M1 et M2 dans le dessin, rayon de courbure de 15 cm), définissent le mode gaussien de l'oscillation laser. Le miroir M1 est traité antireflet sur la face arrière; il est également traité sur la face sphérique pour avoir une réflectivité maximale dans le proche infrarouge et un coefficient de transmission maximal dans la plage 486-515 nm. On peut ainsi pomper le cristal de titane saphir à travers M1, qui constitue pour le laser de pompe une lentille plan concave. Les autres miroirs sont plans. Le coupleur de sortie est M6, qui a un coefficient de transmission de 4%.

Un rotateur Faraday, constitué par un verre de Hoya placé à l'incidence de Brewster dans l'entrefer d'un aimant permanent, permet d'assurer un fonctionnement unidirectionnel au laser. En effet, pour éviter que la lumière ne circule dans les deux sens dans la cavité (ce qui aurait comme effet la création d'un trou de population, ou *spatial*

---

<sup>9</sup>Pour la précision, un petit pourcentage de la puissance est émis dans la raie à 488 nm.

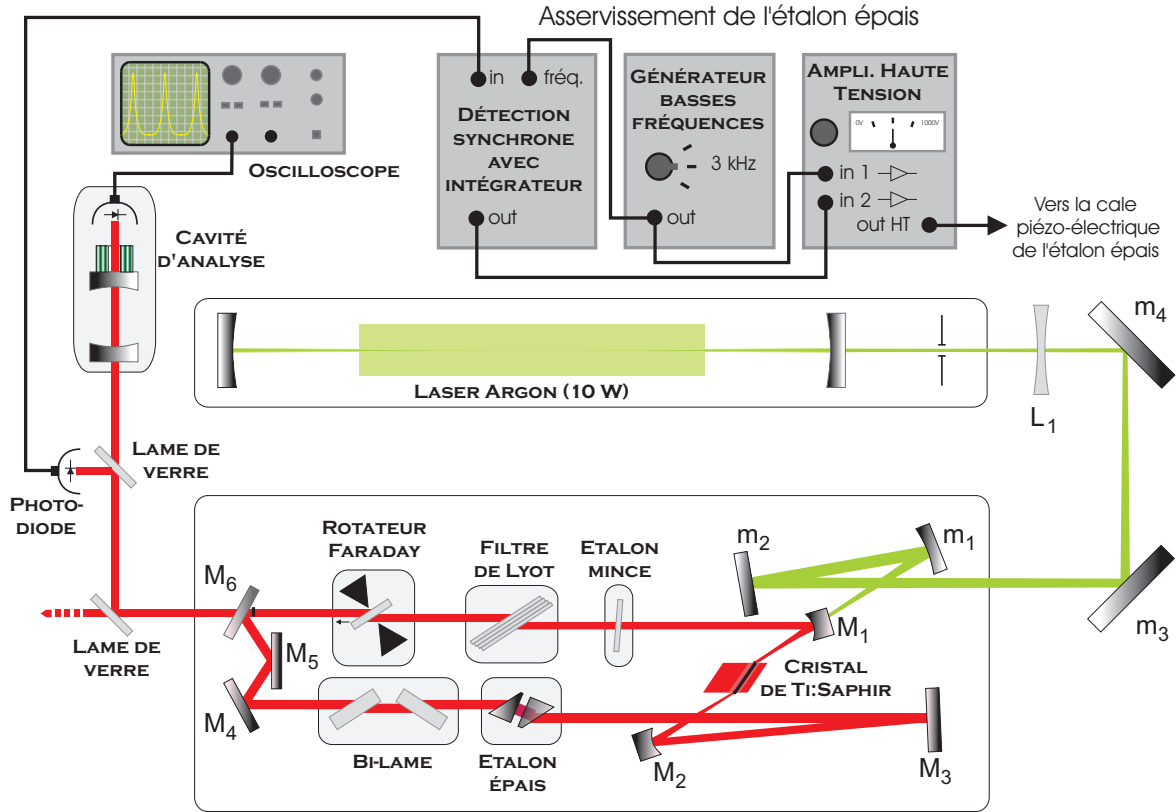


FIG. 1.18 – Laser titane saphir modèle Biraben. Figure empruntée à la référence [Messin00].

*hole burning*, dans le cristal, à cause de l'onde stationnaire), on fait tourner la polarisation du faisceau d'un angle d'environ  $3^\circ$  lors de son passage dans le rotateur, et ceci indépendamment de son sens de propagation. Pour la lumière se propageant dans le sens anti-horaire cette rotation est compensée par les trois miroirs  $M_4$ ,  $M_5$  et  $M_6$ , qui font effectuer au faisceau une excursion hors du plan du laser. Pour l'autre sens de propagation, les deux rotations s'additionnent. Ceci a pour effet d'introduire des pertes supplémentaires pour ce sens de propagation, à cause des nombreux éléments en cavité placés à l'incidence de Brewster (le cristal, l'étalon épais, le verre de Hoya, et le filtre de Lyot). Le seuil d'oscillation est donc plus élevé pour ce sens de propagation et l'effet laser ne peut donc s'y produire.

Le fonctionnement monomode fréquentiel est obtenu grâce à trois filtres sélectifs en fréquence. Le premier, appelé *filtre de Lyot*, est constitué de quatre lames biréfrin-

gentes. Son intervalle spectrale libre est d'environ 17 THz (soit 36 nm à 830 nm), et sa largeur est d'environ 200 GHz (soit 4 nm à 830 nm). Ce filtre sélectionne la longueur d'onde du laser, mais il est trop large pour assurer un fonctionnement monomode. On utilise alors un deuxième filtre plus sélectif en fréquence appelé *étalon mince*. Il s'agit d'une simple lame de silice qui réalise un filtre Fabry-Perot de faible finesse grâce aux réflexions multiples aux interfaces. Enfin un troisième filtre appelé *étalon épais* assure le fonctionnement monomode du laser. Il s'agit d'un filtre de type Fabry-Perot, constitué de deux prismes, d'intervalle spectral libre de 20 GHz et largeur 500 MHz). La fréquence du laser est accordée en jouant sur le filtre de Lyot (ce qui cause un saut de mode de l'étalon mince soit une variation de 0.35 nm environ de la longueur d'onde à 830 nm) ou sur l'étalon mince (ce qui cause un saut de mode de l'étalon épais soit une variation de la longueur d'onde de 0.04 nm). Un ajustement continu sur une plage de 15 GHz est possible en changeant la longueur de la cavité avec le bilame.

Le pic de transmission de l'étalon épais est centré en permanence sur un mode de la cavité grâce à une boucle de rétroaction qui commande une cale piézo-électrique montée sur un des deux prismes de l'étalon épais (voir figure 1.18). Ceci permet de réduire la dérive de la puissance émise, en suivant avec l'étalon épais le mode de la cavité, ce dernier se déplaçant peu à peu en raison de lentes dérives thermiques. La conception du laser permet aussi de compenser ces dérives en utilisant une deuxième contre-réaction sur un piézo solidaire du miroir M3, pour asservir le laser sur une cavité stable de référence. Dans nos expériences, cet asservissement ne s'est pas révélé nécessaire car la largeur spectrale des polaritons est d'environ 20 GHz. Le profil spatial du faisceau est "nettoyé" en couplant le faisceau dans une fibre monomode. À la sortie de la fibre, on obtient un mode avec un profil gaussien. En outre l'utilisation de la fibre optique permet de découpler la source laser du reste du montage expérimental. Enfin, il est nécessaire de réduire les fluctuations de l'intensité émise. Ceci est effectué en utilisant un modulateur électro-optique, placé hors cavité avant la fibre optique, dont la tension est contrôlée par une contre-réaction sur l'intensité du faisceau en sortie de fibre. Une lame quart d'onde, placée en entrée du modulateur, permet de régler la transmission du modulateur et donc la plage d'excursion de la contre-réaction.

## Source secondaire

Lors des expériences réalisées sur les microcavités triples (voir chapitre 3), nous avons utilisé comme source laser un laser Ti :Sa commercial Mira 900 (Coherent) accordable entre 700 et 980 nm. La longueur d'onde est réglée avec un filtre Lyot. Le laser Ti :Sa est pompé par un laser Verdi (Coherent) à 532 nm avec une puissance de 8 W.

## C.2 Spectromètre

L'analyse spectrale de la lumière s'effectue à l'aide d'un spectromètre (*Jobin Yvon HR 1000*). Deux entrées et deux sorties sont présentes, à une distance d'un mètre. L'entrée et la sortie sont équipées de deux fentes identiques, dont on peut régler l'ouverture avec une précision de  $10 \mu\text{m}$ . Pour l'ouverture minimale, de  $10 \mu\text{m}$  également, la résolution spectrale de l'appareil est de  $0.02 \text{ nm}$ . Le spectromètre est calibré à l'aide d'une lampe à vapeur de mercure (longueur d'onde utilisée :  $834.69 \text{ nm}$ ). En sortie du spectromètre, la lumière est détectée au choix, soit par un photomultiplicateur pour une détection de signaux très faibles, soit par une barrette CCD. Un miroir monté sur bascule permet d'orienter la lumière vers l'un ou l'autre des détecteurs.

Une faible partie de la lumière émise par la source laser est envoyée dans une fibre monomode dont la sortie est dirigée sur l'entrée du spectromètre. La lumière émise par la microcavité est, quant à elle, collectée à l'aide d'une fibre multimode et également envoyée vers le spectromètre.

## C.3 Caméra CCD

Dans nos expériences (hors microcavités triples), l'imagerie en champ lointain est réalisée à l'aide d'une caméra CCD de la marque *RoperScientific*, du type VERSAR-RAY XP :1K/TE. Il s'agit d'un détecteur carré  $1024 \times 1024$  pixels. La taille des pixels est de  $13 \mu\text{m} \times 13 \mu\text{m}$ . Le détecteur peut être amenée à la température de  $-70^\circ$  par refroidissement thermoélectrique forcé. Ce détecteur présente notamment un courant d'obscurité extrêmement faible ( $0.001$  électrons/pixel/s à  $-70^\circ$ ). L'imagerie de champ proche est quant à elle réalisée à l'aide d'une caméra CCD infrarouge de la marque *JAI*, du type CV-M50-IR. Il s'agit d'un détecteur rectangulaire  $768$  (h)  $\times$   $494$  (v) pixels. La taille des pixels est de  $8.4 \mu\text{m} \times 9.8 \mu\text{m}$ . Le traitement des images s'effectue avec le logiciel Winview qui permet d'effectuer des opérations mathématiques pixel par pixel ou du filtrage.

## C.4 Cryostat

Nous utilisons un cryostat à circulation d'hélium liquide du type *Microstat* produit par *Oxford Instruments* (voir figure 1.19). L'échantillon est placé sur un support qui se positionne sur un doigt froid. Le cryostat possède deux fenêtres qui permettent des expériences en réflexion et en transmission avec une ouverture angulaire très élevée ( $\pm 144^\circ$ ). L'échantillon peut être maintenu à une température nominale de  $4\text{K}$  pendant plusieurs heures, avec des variations inférieures au pourcent. L'échantillon est placé sous

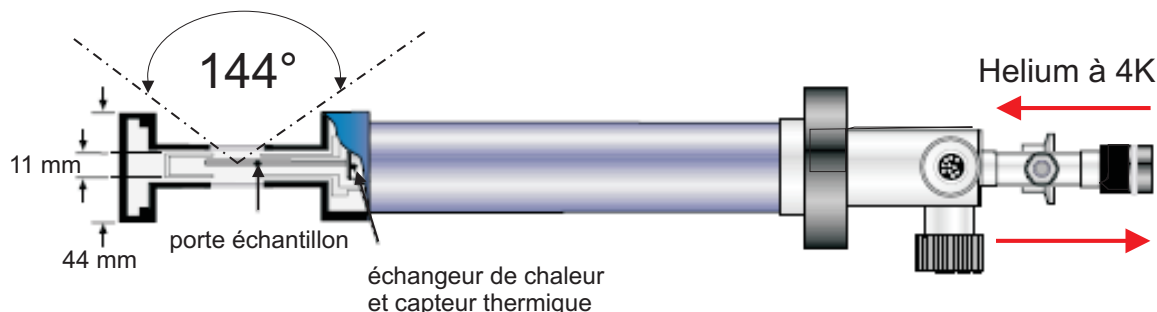


FIG. 1.19 – Coupe schématique du cryostat à circulation d’Helium. La température nominale est de 4K.

vide à l’aide d’une pompe turbo Alcatel ATP 80 (contrôleur électronique ACT 200) à des pressions inférieures à  $10^{-5}$  Torr (1 Torr  $\simeq$  133.3 Pa). Le cryostat est monté sur deux platines de translation *Newport* qui permettent de le déplacer dans les directions horizontale et verticale avec une précision de  $10\ \mu\text{m}$ . Ceci nous donne la possibilité de changer la position du spot d’excitation sur l’échantillon.

## C.5 Photodiodes et analyseur de spectre

### Matériel

Les photodiodes utilisées pour les mesures de bruit sont de type EG&G FND 100. Elles possèdent une efficacité quantique à 830 nm de 88% et un temps de réponse rapide ce qui permet d’avoir accès à une large plage de fréquences du spectre des photocourants. Leur tension de polarisation élevée (100 Volts) assure une intensité lumineuse de saturation suffisamment élevée. Des montages électroniques, élaborés au laboratoire, permettent de séparer la partie continue du signal de la partie haute fréquence, et de les amplifier de façon convenable. Ces montages sont décrits en détail dans les références [Messin00, Hadjar98]. Nous avons également utilisés d’autres montages électroniques constitués de filtres passe-bandes sur la voie hautes fréquences spécialement conçus par l’équipe de G. Leuchs à Erlangen pour avoir un bruit électronique très bas autour d’une fréquence donnée (4 Mhz dans notre cas). Le niveau de puissance optique détectable par ces photodétecteurs est de l’ordre du microwatt et permet des mesures de bruit avec des faisceaux lumineux très faibles. Ces circuits se sont révélés

très précieux lors des expériences d'optique quantique dans les microcavités triples.

Lors de mesures de bruit, on est amené généralement à utiliser deux détecteurs (voir section B.4). Les photocourants sont sommés ou soustraits à l'aide d'un dispositif électronique sommateur-soustracteur [Messin00]. Il est donc primordial de s'assurer de l'équilibrage des deux photodiodes : leurs réponses aux signaux optiques doivent être identiques au maximum. La procédure pour s'en assurer est décrite dans la référence [Hermier00].

On utilise en général comme source lumineuse une diode laser dont on peut facilement moduler l'intensité émise à la fréquence de quelque MHz. À l'aide d'une lame  $\lambda/2$  et d'un cube polariseur, on envoie la moitié de la lumière émise sur chaque photodiode. En premier lieu, on s'assure à l'aide d'un wattmètre de précision qu'on envoie bien la même puissance optique sur les deux photodétecteurs. On mesure ensuite la tension absolue (obtenue après soustraction des offsets électroniques) de la voie DC de chacune des photodiodes. On répète ensuite ces deux opérations successives pour différentes valeurs de la puissance lumineuse incidente. Enfin, on trace la courbe de la tension absolue de la voie DC en fonction de la puissance lumineuse pour chacune des photodiodes. Ceci permet d'une part de tester la linéarité de la réponse des photodiodes (les courbes ainsi tracées devant être des droites) et d'autre part de comparer leurs réponses respectives. Les deux photodiodes sont équilibrées si elles ont la même réponse (*i.e.* si les coefficients directeurs des deux droites sont égaux). En outre, on peut ainsi mesurer l'efficacité quantique des détecteurs une fois connue la résistance de charge des photodiodes.

Pour contrôler l'équilibrage des voies HF, il faut déterminer le *taux de réjection* du système. Cela consiste à appliquer une modulation au courant d'alimentation de la diode. Cette modulation apparaît comme un pic à une fréquence donnée à l'analyseur de spectre (Agilent EE4401-B, bande passante 9 kHz - 1.5 GHz). Le taux de réjection est la différence entre les hauteurs du pic de modulation de la somme et de la différence des photocourants. Typiquement, on obtient une réjection de plus de 30 dB sur toute la plage de fréquence d'intérêt (4-30 MHz).

### Calibration du bruit quantique standard

Dans les expériences présentées dans ce mémoire, nous mesurons directement le bruit d'intensité des faisceaux. Par rapport à la détection équilibrée ou à la détection homodyne (voir section B.4), cette technique présente l'inconvénient qu'elle ne donne pas accès au bruit quantique standard de référence. Il est donc nécessaire de calibrer le bruit quantique standard correspondant à une puissance optique donnée. Ceci nous

permet de comparer le bruit d'un faisceau quelconque de puissance optique donnée au bruit quantique standard. Cet étalonnage s'effectue de la manière suivante : notre source laser est envoyée à travers le dispositif expérimental de la figure 1.15 qui sépare le faisceau principal en deux faisceaux de même intensité envoyés respectivement sur chacune des photodiodes. Le bruit de la somme des photocourants est alors proportionnel au bruit d'intensité de la source à la fréquence d'analyse (typiquement 4 Mhz) tandis que le bruit de la différence est proportionnel au bruit quantique standard, le facteur de proportionnalité étant l'intensité lumineuse totale (voir section B.4). En faisant varier l'intensité totale, on obtient la calibration du bruit quantique standard en fonction de l'intensité lumineuse totale ou ce qui est équivalent de la DC totale des photodiodes.

Une courbe typique est présentée sur la figure 1.20 (a). Les trois courbes affichées représentent le bruit (en amplitude) de la somme et de la différence des photocourants, ainsi que le bruit électronique produit par le système de détection. Pour remonter au spectre de bruit, il suffit de retrancher la contribution du bruit électronique, en soustrayant au carré du bruit en amplitude le carré du bruit électronique. La courbe de la figure 1.20 (b) fournit la calibration du bruit quantique standard. En effet, lorsque le coefficient directeur de la droite, appelé *densité spectrale de bruit*/ $\mu W$ , est multiplié par la valeur en  $\mu W$  de la puissance optique incidente, on obtient le bruit quantique standard correspondant à cette puissance optique.

Cette méthode permet en outre de s'assurer que le bruit d'intensité de la source lumineuse est bien à la limite quantique standard. En effet :

- 1) le niveau de bruit de la somme et de la différence des photocourants est égal (voir figure 1.20 (a)).
- 2) le bruit d'intensité est proportionnel à l'intensité (voir figure 1.20 (b)), ce qui est caractéristique d'un processus poissonnien.

Il est essentiel d'effectuer cette procédure dans les mêmes conditions que lors des mesures expérimentales ce qui signifie que l'ensemble de la chaîne électronique, des photodiodes à l'analyseur de spectre, doit être identique dans les deux cas. Les paramètres de l'analyseur de spectre doivent également être identiques et, en tout premier lieu, la résolution spectrale (c'est la fonction *Resolution Bandwidth* de l'analyseur de spectre). En effet, nous avons vu dans la section B.2 que lorsqu'on mesure la densité spectrale de bruit à une fréquence fixe, l'analyseur filtre le signal avec un filtre en créneau centré sur la fréquence d'analyse et dont la largeur correspond à la *Resolution Bandwidth* choisie. Le *shot noise* ayant un spectre plat en fréquence, le niveau de référence mesuré est proportionnel à la largeur de la bande de fréquence sur laquelle on intègre (voir équation (1.132)). Il est donc essentiel d'utiliser toujours la même largeur ou de normaliser

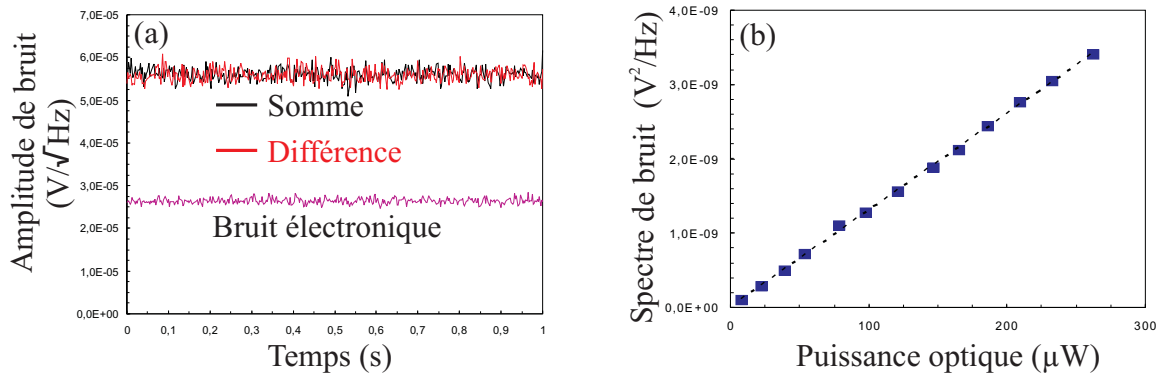


FIG. 1.20 – (a) Bruit de la somme (noir) et de la différence (rouge) des photocourants. Le bruit électronique est en rose. L'échelle est linéaire. La puissance incidente correspond à  $185 \mu\text{W}$ . Le bruit est mesuré à une fréquence d'analyse de 4 MHz. (b) Densité spectrale de bruit (il s'agit du bruit absolu de la différence des intensités) en fonction de la puissance incidente.

les mesures à la bande passante choisie, sans quoi la comparaison des niveaux de bruit devient fautive.





---

# Oscillation paramétrique de polaritons

---

## Sommaire

---

<b>A</b>	<b>Introduction</b>	<b>68</b>
<b>B</b>	<b>Interactions entre polaritons</b>	<b>71</b>
B.1	Hamiltonien effectif pour la branche basse de polaritons	71
B.2	Renormalisation des énergies	73
<b>C</b>	<b>Oscillation paramétrique de polaritons dans la configuration à l'angle magique</b>	<b>75</b>
C.1	Caractéristiques de l'échantillon	75
C.2	Observation en champ lointain	76
C.3	Observation du complémentaire	78
C.4	Vers des mesures de corrélations quantiques	80
<b>D</b>	<b>Mélange à quatre ondes de polaritons : étude théorique</b>	<b>82</b>
D.1	Formalisme théorique	83
D.2	État stationnaire	87
D.3	Étude des fluctuations sous le seuil	90
D.4	Étude des fluctuations au-dessus du seuil	98
<b>E</b>	<b>Mélange à quatre ondes de polaritons : expériences</b>	<b>102</b>
E.1	Expériences préliminaires	103
E.2	Inversion de polarisation linéaire	109
E.3	Amélioration de l'expérience	125
E.4	Étude du caractère monomode transverse de l'oscillation paramétrique	131

---

E.5	Conclusion . . . . .	149
<b>F</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>150</b>

---

## A Introduction

En 1998, Dang *et. al.* ont observé pour la première fois une émission non-linéaire dans les micro-cavités semi-conductrices en régime de couplage fort [Dang98]. Deux ans plus tard, l'équipe de Jeremy Baumberg à Southampton a démontré expérimentalement l'existence d'un processus très efficace d'amplification paramétrique de polaritons [Savvidis00]. Ces expériences ont été réalisées dans une configuration de type "pompe-sonde" : la branche basse de polaritons est pompée de manière résonnante par une impulsion laser. Une autre impulsion beaucoup plus faible vient alors sonder l'état de plus basse énergie de la branche basse à l'incidence normale. La réponse du système est étudiée en faisant varier l'angle d'incidence du faisceau pompe ce qui, en vertu de la conservation de la composante transverse de l'impulsion dans l'interaction excitons-photons, équivaut à faire varier l'état polaritonique créé. Ces expériences ont démontré l'existence d'un angle particulier, souvent appelé *angle magique*, pour lequel le faisceau sonde réfléchi est amplifié d'un facteur 100. Cette amplification a lieu pour une plage angulaire d'un à deux degrés autour de l'angle magique. De plus, lorsque l'excitation a lieu à l'angle magique, on détecte l'apparition d'un troisième faisceau formant un angle double par rapport à la pompe.

Ces expériences ont permis de conclure que c'est une interaction non-linéaire entre polaritons qui est à l'origine de ce phénomène d'amplification paramétrique. Cette interaction met en jeu quatre polaritons : deux polaritons du mode pompe ayant un vecteur d'onde transverse  $\mathbf{k}_p$  et une énergie  $\mathbf{E}(\mathbf{k}_p)$  donnent naissance à deux polaritons de vecteur d'onde respectifs  $\mathbf{0}$  et  $2\mathbf{k}_p$  et d'énergies respectives  $\mathbf{E}(\mathbf{0})$  et  $\mathbf{E}(2\mathbf{k}_p)$ . L'amplification paramétrique a lieu lorsque le vecteur d'onde du faisceau pompe réalise l'accord de phase pour le processus ( $2\mathbf{E}(\mathbf{k}_p) = \mathbf{E}(\mathbf{0}) + \mathbf{E}(2\mathbf{k}_p)$ ). Cette condition ne peut être remplie que si le système est décrit en terme de polaritons. En effet, c'est bien la courbe de dispersion des polaritons, profondément modifiée par le couplage fort entre excitons et photons, qui permet l'existence d'un tel processus. Ni une description en termes d'excitons "nus", ni un phénomène de relaxation assisté par les phonons des polaritons de pompes vers l'état fondamental de plus basse énergie, ne sauraient rendre compte des phénomènes observés. Peu de temps après, des expériences réalisées avec un pompage continu ont montré que la diffusion paramétrique de polaritons est suffisamment efficace pour déclencher une oscillation paramétrique dans les deux modes

$\mathbf{0}$ ,  $2\mathbf{k}_p$ , appelés respectivement signal et complémentaire, et ceci même en l'absence de sonde [Stevenson00].

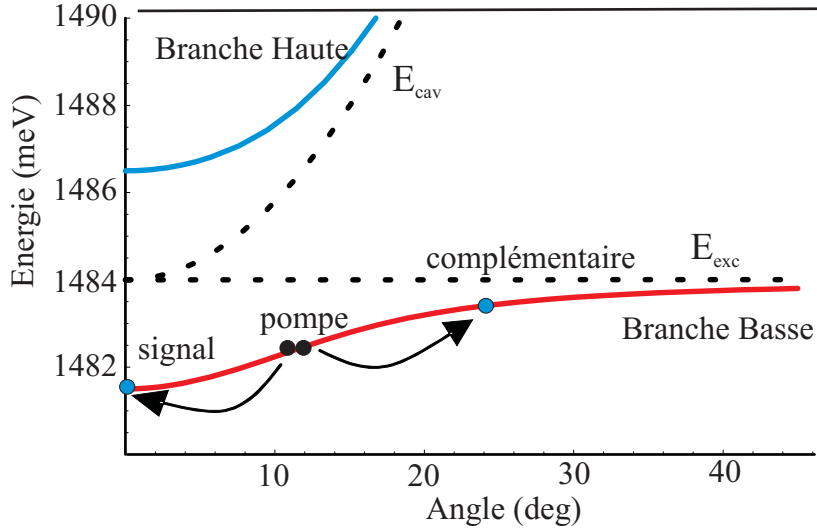


FIG. 2.1 – Représentation du mécanisme physique qui permet l'amplification paramétrique des polaritons dans le mode signal  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ . Des polaritons de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_p$  sont créés par une impulsion de pompe. Lorsque  $\mathbf{k}_p$  est tel que la condition d'accord de phase  $E(\mathbf{0}) + E(2\mathbf{k}_p) = 2E(\mathbf{k}_p)$  est satisfaite, l'injection de quelques polaritons à  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$  stimule le transfert de polaritons dans les deux modes signal et complémentaire à travers le processus de diffusion  $\{\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{0}, 2\mathbf{k}_p\}$ .

Dans la première partie de ce chapitre, j'introduirai le formalisme théorique qui permet de décrire l'interaction non-linéaire entre polaritons. Puis je présenterai dans une deuxième partie les expériences d'oscillation paramétrique réalisées dans la configuration de l'angle magique durant ma première année de thèse et qui ont été effectuées avec Marco Romanelli alors en dernière année de thèse. J'insisterai sur l'analogie entre l'oscillation paramétrique dans les microcavités semi-conductrices et le même phénomène dans les oscillateurs paramétriques optiques<sup>1</sup>. J'évoquerai néanmoins les limites de cette configuration, notamment le déséquilibre trop important entre les intensités des modes signal ( $\mathbf{0}$ ) et complémentaire ( $2\mathbf{k}_p$ ), qui rend impossible toute mesure de

<sup>1</sup>Dans un oscillateur paramétrique optique, on est en présence d'une interaction entre trois ondes par l'intermédiaire d'une non-linéarité de type  $\chi^{(2)}$ . Dans notre système la non-linéarité est de type  $\chi^{(3)}$ . Par analogie, on appellera néanmoins *oscillation paramétrique* tout processus non-linéaire mettant en jeu trois modes polaritoniques distincts et on réservera la dénomination de *mélange à quatre ondes* lorsque l'interaction met en jeu quatre modes distincts (voir sections D et E)

corrélations entre ces deux modes. Cette constatation a motivé la mise en place d'une nouvelle expérience de mélange à quatre ondes dégénéré. Dans la troisième partie je présenterai une étude théorique de ce processus et je montrerai qu'il permet de générer des polaritons "jumeaux" aussi bien sous le seuil d'oscillation qu'au-dessus. Enfin je décrirai les expériences réalisées dans cette nouvelle configuration. Elles ont permis de générer pour la première fois des modes polaritons corrélés.

## B Interactions entre polaritons

La description en terme de polaritons d'une microcavité semi-conductrice en régime de couplage fort n'est valable que pour de faibles densités d'excitons (voir A.1). En effet, lorsque la densité d'excitons augmente, on ne peut plus négliger les interactions coulombiennes entre les électrons et les trous. Il devient alors nécessaire de compléter le Hamiltonien linéaire introduit au premier chapitre (voir A.4) par des termes supplémentaires d'ordre 2 en densité excitonique. Ces termes rendent compte de l'interaction effective à deux corps entre les excitons (interaction coulombienne entre les électrons et les trous) et de la saturation du couplage exciton-photon (phénomène de saturation d'une transition optique avec l'intensité d'excitation). Ces termes ont la forme suivante [Rochat00] :

$$H_{exc-exc} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}} V_q \hat{b}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{k}} \hat{b}_{\mathbf{k}'} \quad (2.1)$$

$$H_{exc-phot}^{sat} = - \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}} V_{sat} (\hat{a}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{k}} \hat{b}_{\mathbf{k}'} + \hat{a}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} \hat{b}_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}} \hat{b}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{k}'}^\dagger) \quad (2.2)$$

Le Hamiltonien (2.1) décrit l'annihilation de deux excitons de vecteurs d'ondes  $\mathbf{k}$  et  $\mathbf{k}'$  et la création de deux excitons de vecteurs d'ondes  $\mathbf{k} + \mathbf{q}$  et  $\mathbf{k}' - \mathbf{q}$ , l'ensemble du processus garantissant la conservation de l'impulsion transverse totale.  $V_q$  est la transformée de Fourier du potentiel coulombien pour un système bidimensionnel et vaut :

$$V_q = \frac{2\pi e^2}{\varepsilon A q} \quad (2.3)$$

où  $A$  est l'aire de quantification. Lorsque  $qa_{exc} \ll 1$ , on peut négliger la dépendance de  $V_q$  vis-à-vis de  $q$  qui devient alors [Karr01] [Ciuti03] :

$$V_q \simeq V_0 = \frac{6e^2 a_{exc}}{\varepsilon A} \quad (2.4)$$

Dans (2.2),  $V_{sat} = \Omega_R/2n_{sat}A$ , où  $n_{sat} = 7/(16\pi a_{exc}^2)$  est la densité de saturation de l'exciton.

### B.1 Hamiltonien effectif pour la branche basse de polaritons

Les opérateurs polaritoniques de branche basse  $\hat{p}_{\mathbf{k}}$  et de branche haute  $\hat{q}_{\mathbf{k}}$  sont des combinaisons linéaires des opérateurs excitoniques  $\hat{b}_{\mathbf{k}}$  et photoniques  $\hat{a}_{\mathbf{k}}$  (voir A.4).

En inversant les relations (1.41) et (1.42), on peut donc réécrire l'interaction entre les excitons (2.1) et le terme de saturation du couplage exciton-photon (2.2) en termes des opérateurs  $\hat{p}_{\mathbf{k}}, \hat{q}_{\mathbf{k}}$ . L'expression ainsi obtenue se simplifie grandement si l'on tient compte de l'approximation suivante : dans toutes les expériences effectuées dans ce mémoire la branche basse est excitée de façon résonnante, avec un faisceau laser de pompe dont la largeur spectrale est de l'ordre du MHz. Étant donné que la séparation en énergie entre les deux branches est très importante devant le terme d'interaction non-linéaire (pour notre échantillon,  $\Omega_R$  est de 5 meV, ce qui correspond à 1200 GHz), on peut complètement négliger la contribution de la branche haute  $\hat{q}_{\mathbf{k}}$ . Avec cette approximation, l'inversion des équations (1.41) et (1.42) devient tout simplement :

$$\hat{b}_{\mathbf{k}} = X_{\mathbf{k}} \hat{p}_{\mathbf{k}} \quad (2.5)$$

$$\hat{a}_{\mathbf{k}} = -C_{\mathbf{k}} \hat{p}_{\mathbf{k}} \quad (2.6)$$

Les équations (2.5) et (2.6) montrent que l'information sur l'amplitude et la phase du champ polaritonique est contenue dans le champ photonique. Cette remarque importante montre qu'il suffit de mesurer le champ lumineux pour accéder aux propriétés des polaritons intra-cavité [Ciuti03].

En réécrivant (2.1) et (2.2) en termes des opérateurs polaritoniques et en ne gardant que les termes contenant les opérateurs de branche basse  $\hat{p}_{\mathbf{k}}$ , on obtient le Hamiltonien effectif suivant :

$$H_{p-p} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}} V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}}^{PP} \hat{p}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{k}} \hat{p}_{\mathbf{k}'} \quad (2.7)$$

où

$$V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}}^{PP} = [V_0 X_{|\mathbf{k}+\mathbf{q}|} X_{\mathbf{k}'} + 2V_{sat} (C_{|\mathbf{k}+\mathbf{q}|} X_{\mathbf{k}'} + X_{|\mathbf{k}+\mathbf{q}|} C_{\mathbf{k}'})] X_{|\mathbf{k}'-\mathbf{q}|} X_{\mathbf{k}} \quad (2.8)$$

Excepté dans le cas où le désaccord cavité-exciton est très négatif, le terme de saturation peut souvent être négligé car il est plus petit de plus d'un ordre de grandeur par rapport au terme d'interaction coulombienne.

Le Hamiltonien non linéaire  $H_{p-p}$  décrit une interaction entre quatre modes polaritons où deux polaritons de vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  et  $\mathbf{k}'$  sont annihilés et deux polaritons de vecteur d'onde  $\mathbf{k} + \mathbf{q}$  et  $\mathbf{k}' - \mathbf{q}$  sont créés. Le terme couramment utilisé pour décrire ce type d'interactions est *mélange à quatre ondes de polaritons*. Un exemple de ce processus est représenté sur la figure (2.2).

Le Hamiltonien total du système s'obtient donc en ajoutant le Hamiltonien d'interaction (2.7) au Hamiltonien linéaire de la branche basse :

$$H = H_{lin} + H_{p-p} = \sum_{\mathbf{k}} E_{-}(\mathbf{k}) \hat{p}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \hat{p}_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}} V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}}^{PP} \hat{p}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^{\dagger} \hat{p}_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^{\dagger} \hat{p}_{\mathbf{k}} \hat{p}_{\mathbf{k}'} \quad (2.9)$$

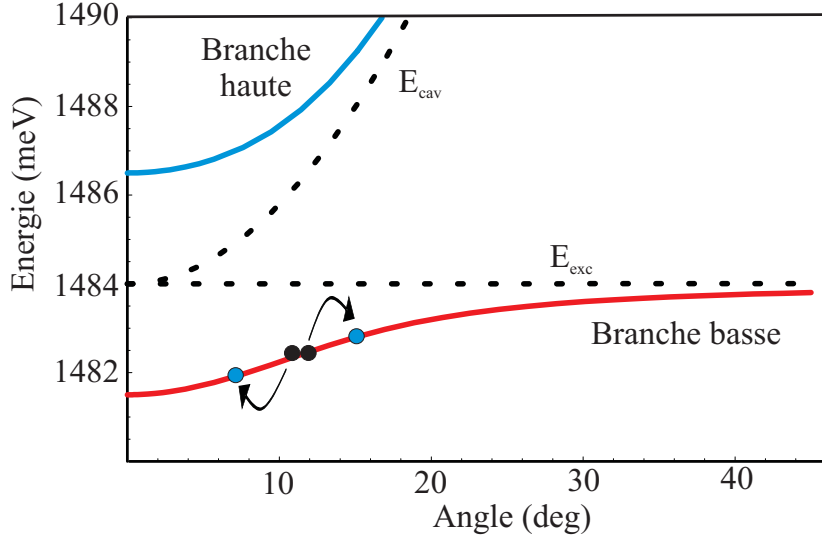


FIG. 2.2 – Représentation du terme d'interaction effective entre polaritons. Les états initiaux sont représentés par des cercles noirs, les états finaux par des cercles bleus.

## B.2 Renormalisation des énergies

Il est souvent utile de considérer séparément les termes du Hamiltonien (2.7) qui correspondent à la *renormalisation des énergies*. Considérons les termes dans le Hamiltonien non-linéaire  $H_{p-p}$  (voir équation 2.7) qui ne font intervenir que deux modes  $\hat{p}_{\mathbf{k}_1}$  et  $\hat{p}_{\mathbf{k}_2}$ . Ces termes contiennent le groupe de quatre opérateurs

$$\hat{p}_{\mathbf{k}_2}^{\dagger} \hat{p}_{\mathbf{k}_1}^{\dagger} \hat{p}_{\mathbf{k}_2} \hat{p}_{\mathbf{k}_1} \quad (2.10)$$

Examinons l'influence de ces termes sur l'évolution du mode  $\hat{p}_{\mathbf{k}_1}$  donnée par :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \hat{p}_{\mathbf{k}_1} = [\hat{p}_{\mathbf{k}_1}, H] \quad (2.11)$$

Le calcul montre que le commutateur  $[\hat{p}_{\mathbf{k}_1}, H_{p-p}]$  est proportionnel à

$$\hat{p}_{\mathbf{k}_2}^{\dagger} \hat{p}_{\mathbf{k}_2} \hat{p}_{\mathbf{k}_1} \quad (2.12)$$



Lorsque le mode  $\hat{p}_{\mathbf{k}_2}$  est un mode pompe macroscopiquement peuplé, l'opérateur correspondant peut être remplacé par le nombre complexe  $\mathcal{P} = \langle \hat{p}_{\mathbf{k}_2} \rangle$ .

L'équation d'évolution pour  $\hat{p}_{\mathbf{k}_1}$  s'écrit alors

$$\frac{d}{dt}\hat{p}_{\mathbf{k}_1} = -i(\omega_{\mathbf{k}_1} + 2V|\mathcal{P}|^2)\hat{p}_{\mathbf{k}_1} + \textit{autres termes} \quad (2.13)$$

où le terme en  $\omega_{\mathbf{k}_1} = E_-(\mathbf{k}_1)/\hbar$  provient de la partie linéaire du Hamiltonien. On voit que l'interaction du mode  $\hat{p}_{\mathbf{k}_1}$  avec le mode pompe résulte en un *déplacement vers le bleu* de l'énergie propre du mode, proportionnel à la densité de polaritons dans le mode pompe. Il s'agit d'un effet de renormalisation de l'énergie du mode  $\hat{p}_{\mathbf{k}_1}$  par le mode pompe.

Lorsqu'on s'intéresse à la dynamique du mode pompe, il faut tenir compte du fait que la pompe renormalise aussi sa propre énergie. Dans ce cas la renormalisation de l'énergie est analogue à un *effet Kerr* [Karr01]. C'est l'utilisation de cet effet dans une configuration totalement dégénérée à l'incidence normale qui a permis à notre groupe d'observer une réduction du bruit quantique en dessous de la limite quantique standard sur l'émission non-linéaire dans les microcavités [Karr04b]. Cet effet est également à l'origine des phénomènes de bistabilité optique mis en évidence par notre équipe [Baas04a, Baas04b].

## C Oscillation paramétrique de polaritons dans la configuration à l'angle magique

Dans cette partie je décris les expériences réalisées dans la configuration à l'angle magique. Après une caractérisation de l'échantillon utilisé dans ces expériences, j'étudierai les principales caractéristiques du mode signal comme l'émission en champ lointain ou la dépendance de l'intensité émise en fonction de l'intensité de pompe. Enfin je montrerai comment nous avons détecté le complémentaire.

### C.1 Caractéristiques de l'échantillon

L'échantillon que nous avons utilisé au cours de ce travail a été fabriqué à l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne [Houdré00a, Houdré00b]. Il s'agit d'une cavité de longueur  $2\lambda$ , contenant trois puits quantiques de  $In_{0.04}Ga_{0.96}As$ , placés aux maxima du champ intracavité. Les miroirs de Bragg sont du type GaAs/AlAs. Les largeurs de raie de polaritons sont extrêmement faibles (100-200  $\mu\text{eV}$ ) [Stanley98]. Les miroirs de la cavité ne sont pas parfaitement parallèles mais forment un petit angle entre eux. Ainsi la longueur de la cavité varie en fonction de la position du spot laser d'excitation. En modifiant cette position, on peut donc changer le désaccord entre la résonance excitonique et la résonance de cavité.

La courbe de la figure 2.3 représente les positions des résonances polaritoniques en transmission. L'intensité d'excitation est faible afin de rester dans le régime linéaire. Les mesures sont effectués à l'incidence normale. On fixe une longueur d'onde pour le laser, et on déplace latéralement l'échantillon, jusqu'à trouver la position de la résonance puis on change de longueur d'onde et on réitère le procédé. Cette caractérisation nous permet d'avoir accès à la valeur du Rabi Splitting, qui est de 5.07 meV pour cet échantillon. En inversant les relations (1.45)- (1.46), on peut obtenir les valeurs de l'énergie de la cavité et de l'exciton pour chaque position de l'échantillon, à partir des résonances mesurées. On peut ainsi associer à chaque position sur l'échantillon la valeur du désaccord cavité-exciton correspondante.

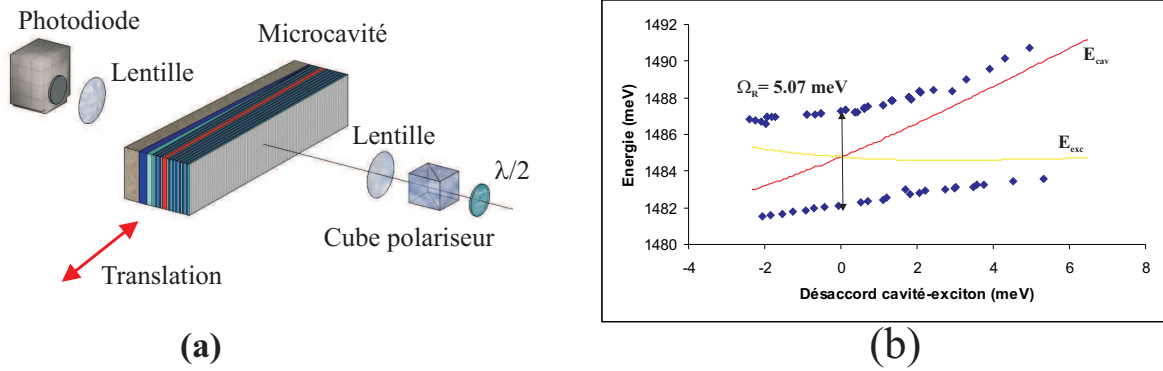


FIG. 2.3 – (a) Montage expérimental pour la mesure de résonances de la microcavité en transmission. (b) Courbe d’anticroisement obtenue.

## C.2 Observation en champ lointain

L’étude des résonances polaritoniques en transmission nous a permis de connaître la valeur du Rabi splitting de notre microcavité ainsi que les courbes de dispersion excitonique et photonique. Connaissant ces valeurs, il est possible de déterminer numériquement l’angle d’excitation pour lequel l’accord de phase est satisfait. Pour notre microcavité cet angle vaut  $12^\circ$ . On choisit donc d’exciter de manière résonnante la microcavité avec un faisceau pompe de polarisation linéaire horizontale, et formant un angle de  $12^\circ$  avec la normale. Le désaccord cavité-exciton est légèrement négatif et la longueur d’onde d’excitation est 836.32 nm (1482.4 meV). Le diamètre du faisceau au niveau de l’échantillon est de  $50 \mu m$ .

La relation univoque entre l’angle d’émission de la lumière transmise par la microcavité et le vecteur d’onde des polaritons fournit un accès direct aux populations de polaritons (A.3). C’est donc en étudiant le champ lointain de l’émission qu’on peut déterminer avec précision les états polaritoniques peuplés. Afin de collecter toute la lumière transmise par la microcavité, on utilise un condenseur de 50 mm de focale. On réalise ensuite l’image en champ lointain à l’aide de la caméra CCD infrarouge IR-50. On étudie la modification du champ lointain de l’émission (et donc les états polaritoniques peuplés) en fonction de la puissance de pompe. Deux régimes peuvent être distingués : pour des puissances de pompes jusqu’à 12 mW, on est en régime linéaire (voir figure 2.4.a). Ce régime est caractérisé par la présence d’un anneau homogène dans le champ lointain de l’émission correspondant à la diffusion élastique Rayleigh ré-

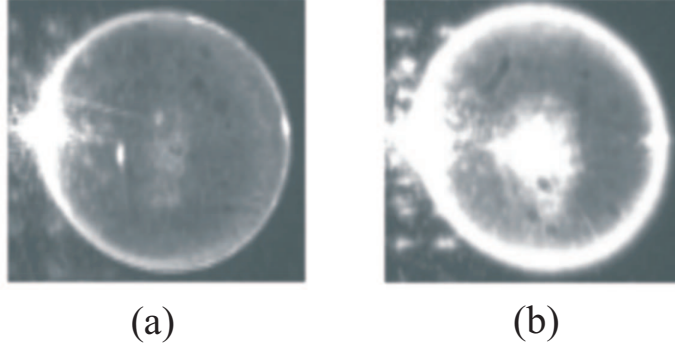


FIG. 2.4 – (a) Champ lointain en régime linéaire. L'échantillon est pompé avec un faisceau incident à un angle de  $12^\circ$ , résonnant avec la branche basse. La longueur d'onde du laser est de 836.32 nm (1482.4 meV). (b) Champ lointain en régime non linéaire. La longueur d'onde du signal émis à  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$  est de 836.86 nm (1481.5 meV).

sonnante [Houdré00a, Haacke01], due aux défauts des miroirs de Bragg et au désordre excitonique.

Pour des puissances supérieures à 12 mW, le champ lointain est profondément modifié par l'apparition d'une tache brillante au centre de l'anneau, correspondant à une émission à angle nul (voir figure 2.4.b). L'état  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$  acquiert donc une population macroscopique. Cette brisure de symétrie marque le seuil de l'oscillation paramétrique. On peut le mettre également en évidence par une technique tout-à-fait analogue, qui consiste à mesurer l'intensité de la lumière émise à angle nul en fonction de la puissance de pompe à l'aide d'une photodiode sensible. Cette mesure est présentée sur la figure 2.5. Au-dessous de 12 mW la lumière détectée correspond à la luminescence non résonnante, issue des processus de relaxation des photons de pompe assistés par des phonons. Au-dessus de 12 mW, il s'agit de l'émission non-linéaire du signal issu de l'oscillation paramétrique.

Nous avons mené une étude plus approfondie du rôle joué par le désaccord cavité-exciton sur le seuil d'oscillation paramétrique et de la forme de la zone d'émission à  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ , qui dépend elle aussi du désaccord ainsi que de la structure locale de l'échantillon. Ces résultats ne seront pas détaillés ici et nous renvoyons le lecteur à la référence [Romanelli06] pour plus de détails. D'autre part, notre groupe a également étudié d'autres aspects de cette configuration comme les phénomènes de bistabilité à l'angle magique [Baas04b, Romanelli06] ou le caractère monomode-multimode transverse du signal [Baas06].

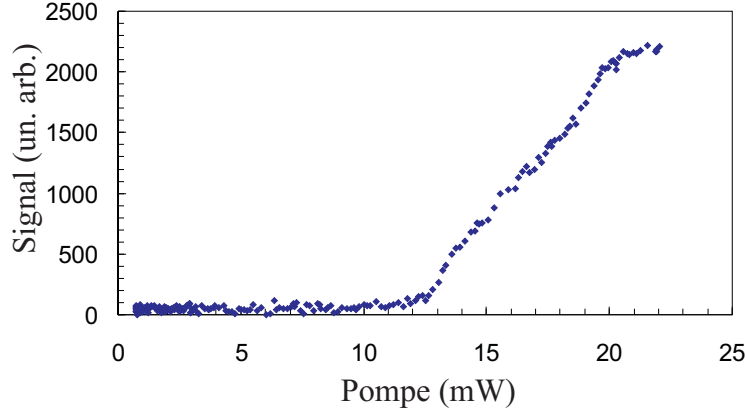


FIG. 2.5 – Puissance émise dans le mode  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$  en fonction de la puissance du faisceau de pompe. Les paramètres sont les mêmes que pour la figure 2.4.

### C.3 Observation du complémentaire

L'observation du complémentaire s'avère primordiale si l'on veut effectuer des mesures de corrélations en intensité entre les deux faisceaux issus du processus paramétrique. Cependant, le complémentaire ayant un angle d'émission double de celui de la pompe, sa fraction photonique est très faible comparée à celle du signal. On s'attend donc à ce que signal et complémentaire soient fortement déséquilibrés. Si la détection du signal peut se faire à l'oeil nu à l'aide d'une simple carte infrarouge il n'en est pas de même pour le complémentaire dont la détection nécessite un montage expérimental plus sophistiqué.

#### Montage expérimental

Pour détecter le complémentaire, nous avons utilisé une fibre optique multimode montée sur translations micrométriques et positionnée dans le plan de Fourier (voir figure 2.6). En effet, connaissant l'impulsion de la pompe et mesurant celle du signal, on peut sans difficulté en déduire celle du complémentaire. Les valeurs des impulsions se traduisent ensuite par des positions précises dans le plan de Fourier. La fibre amène le faisceau au spectromètre positionné sur la longueur d'onde satisfaisant la conservation de l'énergie. Dans notre cas, la pompe ayant une longueur d'onde de 836.32 nm et le signal de 836.86 nm, la longueur d'onde du complémentaire doit être de 835.72 nm. On

améliore la sensibilité de la détection en modulant le faisceau pompe avec un hacheur et en effectuant une détection synchrone sur le signal du photomultiplicateur placé en sortie du spectromètre.

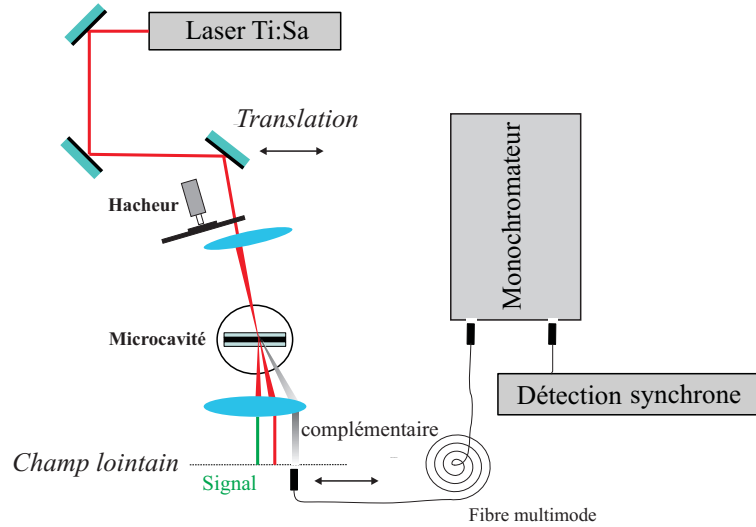


FIG. 2.6 – Montage expérimental pour l'observation du faisceau complémentaire. La microcavité est excitée à l'angle magique. Le faisceau pompe est modulé par un hacheur. L'émission est collectée par une lentille de courte focale (un *condenseur*) et observée dans le champ lointain par une caméra CCD (non représentée dans le schéma). On collecte l'émission du complémentaire avec une fibre multimode couplée à un monochromateur. La lumière transmise par le spectromètre est détectée par un photomultiplicateur relié à une détection synchrone.

### Détection du complémentaire

La figure 2.7 a été obtenue par la méthode décrite ci-dessus, en faisant varier légèrement la longueur d'onde d'analyse du spectromètre autour de 835.72 nm. Elle représente le spectre du complémentaire. On observe bien un pic centré sur 835.72 nm, en parfait accord avec la conservation de l'énergie. Cette observation constitue une preuve importante permettant de valider l'hypothèse du processus paramétrique  $\{\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p\} \rightarrow \{\mathbf{0}, 2\mathbf{k}_p\}$ .

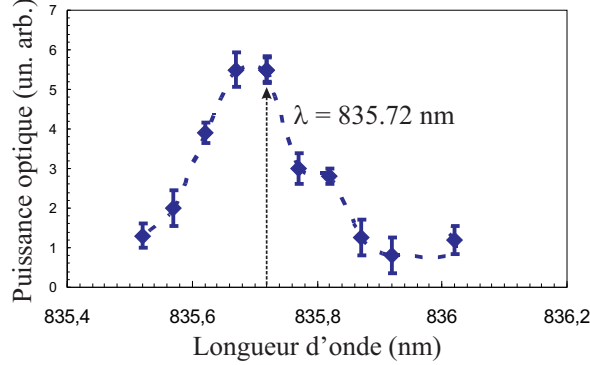


FIG. 2.7 – Spectre de la lumière transmise par la fibre multimode. La conservation de l'énergie prévoit une longueur d'onde  $\lambda_c = 835.72 \text{ nm}$  pour le faisceau complémentaire.

#### C.4 Vers des mesures de corrélations quantiques

Bien que nous soyons parvenus à détecter le complémentaire, les mesure de corrélations entre le signal et le complémentaire se heurtent à un inconvénient majeur : les deux faisceaux sont très déséquilibrés en intensité. Nous avons en effet mesuré la transmission de la fibre optique utilisée dans la partie précédente et nous en avons déduit que le rapport entre les intensités du signal et du complémentaire vaut :

$$10 \text{Log} \frac{I_s}{I_c} \approx 40 \text{dB} \quad (2.14)$$

Cette valeur rend impossible toute mesure directe de corrélations en intensité entre les deux faisceaux. Deux facteurs contribuent à ce déséquilibre : d'une part, le signal et le complémentaire ont des fractions photoniques différentes à cause de leurs impulsions transverses différentes (les coefficients de Hopfield dépendent de l'impulsion transverse). D'autre part, le signal et le complémentaire ont des largeurs de raies différentes car ils "voient" un environnement différent. En effet, le complémentaire se trouve très près du réservoir excitonique et peut donc relaxer très facilement vers des modes voisins, introduisant ainsi des pertes très importantes pour ce mode [Tassone97] (voir figure 2.8). On peut montrer que le rapport des intensités entre le signal et le complémentaire vaut [Whittaker01] :

$$\frac{I_s}{I_c} = \frac{C_s \gamma_i}{C_i \gamma_s} \quad (2.15)$$

Dans notre échantillon, le rapport des fractions photoniques est de l'ordre de 10. Ce déséquilibre est donc principalement dû à l'énorme élargissement de la largeur de raie du complémentaire visible sur le spectre de la figure 2.7.

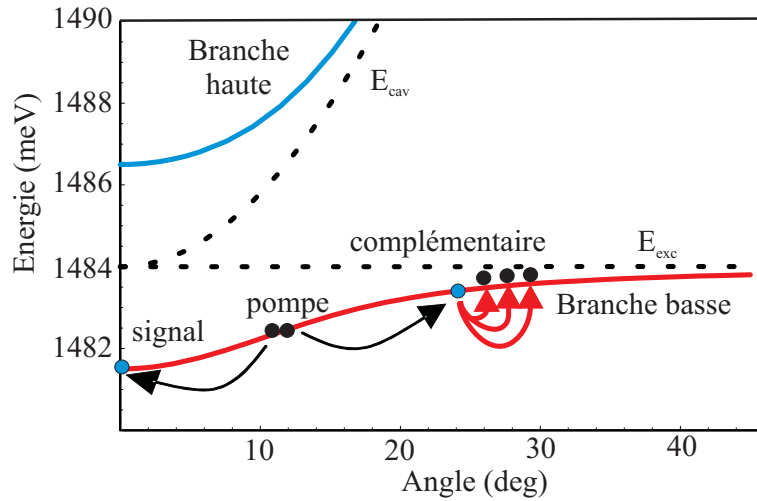


FIG. 2.8 – Processus de relaxation du complémentaire.

En définitive, en dépit de l'intérêt de cette configuration pour l'observation de l'oscillation paramétrique de polaritons, celle-ci se révèle peu adaptée aux mesures de corrélations quantiques. Le complémentaire est beaucoup trop faible (quelques nW) pour être détecté par une photodiode. L'utilisation de compteurs de photons peut apparaître comme une alternative mais les corrélations quantiques se dégradent très rapidement lorsque les faisceaux sont fortement déséquilibrés. Il apparaît donc nécessaire de trouver une configuration dans laquelle le signal et le complémentaire soient équilibrés. Dans les microcavités simples, une telle configuration ne peut résulter d'une excitation à une pompe. En revanche un mélange à quatre ondes dégénéré avec deux faisceaux pompes contra-propageants permet de contourner ce problème. Cette nouvelle configuration fera l'objet de la section suivante (voir E). Enfin la conception de nouvelles structures a également permis de pallier le problème du déséquilibre.



## D Mélange à quatre ondes de polaritons : étude théorique

Les premières expériences de mélange à quatre ondes dégénéré dans les milieux Kerr utilisant deux faisceaux pompes contra-propageant virent le jour au cours des années soixante dix avec l'essor de l'optique non-linéaire notamment dans des expériences de conjugaison de phase [Hellwarth77]. Le mélange à quatre ondes à deux pompes est également à l'origine de la première génération d'un état lumineux comprimé [Slusher85] et de nombreuses études théoriques et expérimentales ont été menées depuis sur le sujet. Notre expérience se fonde sur le même principe. Deux faisceaux pompes de même énergie et de même polarisation sont focalisés en un même point de la microcavité avec des angles d'incidence opposés par rapport à la normale ce qui équivaut à créer deux populations de polaritons ayant des vecteurs d'ondes opposés  $\mathbf{k}_p$  et  $-\mathbf{k}_p$  dans le plan des couches (voir figure 2.9). Le signal et le complémentaire ont alors nécessairement la même énergie que celle des pompes et des vecteurs d'ondes transverses opposés. Ils sont donc équilibrés en intensité.

Dans cette partie, j'introduis d'abord le formalisme théorique qui permet de décrire notre configuration expérimentale. J'étudie dans un premier temps les possibilités de générer sous le seuil d'oscillation des modes signal et complémentaire vides intriqués. Je poursuis cette étude au dessus du seuil en étudiant principalement les corrélations d'intensité entre le signal et l'idler (cette section reprend les principaux résultats de l'étude menée avec Marco Romanelli sur le sujet (voir ([Romanelli06])). Cette étude théorique sert à la fois d'introduction et de motivation aux expériences réalisées sur le mélange à quatre ondes de polaritons que nous présenterons dans la partie suivante (voir E). Elle souligne également les facteurs limitant l'observation d'effets non-classiques dans ce système et permet donc de concevoir les expériences ultérieures à mener sur le sujet.

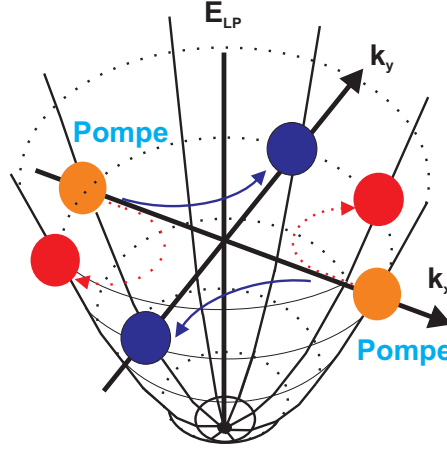


FIG. 2.9 – Processus du mélange à quatre ondes de polaritons. Les polaritons de pompe (orange) ont des vecteurs d’onde opposés. La diffusion paramétrique produit des polaritons ayant des vecteurs d’onde opposés (violet) et de même énergie que les polaritons de pompes. Tous les couples se trouvant sur un diamètre du cercle isoénergétique des pompes sont susceptibles d’osciller (rouge).

## D.1 Formalisme théorique

### Hamiltonien du système

Dans cette partie, nous allons détailler le modèle théorique qui décrit l’ensemble du système. Pour des raisons de simplicité et de clarté, nous ne tiendrons pas compte du degré de liberté offert par le spin dans cette partie. Le spin joue néanmoins un rôle prépondérant dans le processus, notamment au niveau de la localisation du couple signal-complémentaire dans l’espace réciproque. Nous aborderons pleinement ce point dans la dernière partie (5). En outre, nous supposons que les modes excitoniques et photoniques transverses sont des ondes planes. On ne tiendra donc pas compte du caractère gaussien des faisceaux pompes. On négligera également toutes les interactions avec les phonons ainsi que d’éventuels effets thermiques.

Le Hamiltonien d’interaction qui sert de point de départ à la description du système est celui de la partie B (voir équation (2.7)).

### Hamiltonien du mélange à quatre ondes

Le Hamiltonien total décrivant notre système est donné par :

$$H = H_0 + H_{eff} + H_{qm} + H_{ex} \quad (2.16)$$

Dans toute la suite, nous ne tiendrons pas compte des processus auto-stimulés à une pompe du type  $(\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p) \rightarrow (\pm 3\mathbf{k}_p, \mp \mathbf{k}_p)$ . Par conséquent, seuls les polaritons ayant un vecteur d'onde transverse  $\mathbf{q}$  tel que  $\|\mathbf{q}\| = \|\mathbf{k}_p\|$  assurent à la fois la conservation de l'énergie et de l'impulsion totale du système. Le Hamiltonien linéaire  $H_0$  s'écrit alors simplement :

$$H_0 = \hbar\omega \sum_{\mathbf{q}} \hat{p}_{\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{q}} \quad (2.17)$$

où  $\hbar\omega$  est l'énergie de la pompe.

$H_{eff}$  correspond au Hamiltonien d'interaction non-linéaire.

$$H_{eff} = \frac{1}{2} \frac{\lambda_X^2}{A} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}} V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}}^{PP} \hat{p}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{k}} \hat{p}_{\mathbf{k}'} \quad (2.18)$$

avec :

$$V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}}^{PP} = \frac{6e^2}{\varepsilon \lambda_X} X_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} X_{\mathbf{k}'} X_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}} X_{\mathbf{k}} + \frac{2\hbar\Omega_R}{n_{sat}\lambda_X^2} (|C_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}| X_{\mathbf{k}'} + |C_{\mathbf{k}'}| X_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) (X_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}} X_{\mathbf{k}}) \quad (2.19)$$

où  $X_{\mathbf{k}}$  et  $C_{\mathbf{k}}$  sont les coefficients de Hopfield,  $\lambda_X$  le rayon de Bohr de l'exciton,  $A$  l'aire de quantification,  $n_{sat}$  la densité de saturation de l'exciton,  $\Omega_R$  la constante de Rabi et  $\varepsilon$  la permittivité diélectrique du semi-conducteur. Étant donné que tous les polaritons mis en jeu dans le processus ont le même vecteur d'onde transverse en module, et que  $V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}}^{PP}$  ne dépend que des modules des vecteurs d'ondes, cette quantité sera donc constante dans toute la suite. On pose donc :

$$V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}}^{PP} = V \quad (2.20)$$

En ne conservant que les modes qui garantissent la conservation de l'énergie et de l'impulsion, le Hamiltonien peut s'écrire comme somme de deux termes :

$$H_{eff} = H_{crossKerr} + H_{renorm}. \quad (2.21)$$

$H_{crossKerr}$  correspond au Hamiltonien décrivant le processus où deux polaritons ayant des vecteurs d'ondes transverses différents interagissent :

$$\begin{aligned} \{\mathbf{k}_p, -\mathbf{k}_p\} &\longrightarrow \{\mathbf{q}, -\mathbf{q}\} \\ \{\pm\mathbf{k}_p, \mathbf{q}\} &\longrightarrow \{\pm\mathbf{k}_p, \mathbf{q}\} \\ \{\mathbf{q}, -\mathbf{q}\} &\longrightarrow \{\mathbf{q}', -\mathbf{q}'\} \end{aligned} \quad (2.22)$$

Il a pour expression :

$$\begin{aligned}
H_{crossKerr} = & \frac{1}{2} \frac{\lambda_X^2}{A} (2V \hat{p}_{\mathbf{k}_p}^\dagger \hat{p}_{-\mathbf{k}_p}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{k}_p} \hat{p}_{-\mathbf{k}_p} + \sum_{(\mathbf{q}, \mathbf{q}') \neq -\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p} 2V \hat{p}_{\mathbf{q}'}^\dagger \hat{p}_{-\mathbf{q}'}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{q}} \hat{p}_{-\mathbf{q}} \\
& + \sum_{\mathbf{q} \neq \mathbf{k}_p} 2V \hat{p}_{\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{k}_p} \hat{p}_{-\mathbf{k}_p} + \sum_{\mathbf{q} \neq \mathbf{k}_p} 2V \hat{p}_{-\mathbf{k}_p}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{-\mathbf{k}_p} \hat{p}_{\mathbf{q}} \\
& + \sum_{\mathbf{q} \neq -\mathbf{k}_p} 2V \hat{p}_{\mathbf{k}_p}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{k}_p} \hat{p}_{\mathbf{q}} + h.c.) \quad (2.23)
\end{aligned}$$

où  $h.c.$  désigne le conjugué hermitique.

Le Hamiltonien  $H_{renorm.}$  décrit les processus de renormalisation des énergies évoqués au paragraphe B.2. Il s'agit de l'interaction d'un polariton d'un mode donné avec un polariton du même mode :

$$\{\mathbf{q}, \mathbf{q}\} \longrightarrow \{\mathbf{q}, \mathbf{q}\} \quad (2.24)$$

Le Hamiltonien décrivant la renormalisation des énergies s'écrit :

$$H_{renorm} = \frac{1}{2} \frac{\lambda_X^2}{A} \sum_{\mathbf{q}} V \hat{p}_{\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{q}} \hat{p}_{\mathbf{q}} \quad (2.25)$$

Enfin les deux Hamiltoniens de couplage des polaritons au champ électromagnétique externe et aux excitons ont été décrits au chapitre A.4. Les deux termes valent respectivement :

$$\begin{aligned}
H_{qm} &= \int d\Omega \left\{ \sum_{\mathbf{q}} g(\Omega) C_{\mathbf{q}} (\hat{p}_{\mathbf{q}}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{q}, \Omega} + h.c.) \right\} \\
H_{ex} &= \int d\Omega \left\{ \sum_{\mathbf{q}} h_0(\Omega) X_{\mathbf{q}} (\hat{p}_{\mathbf{q}}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{q}, \Omega} + h.c.) \right\} \quad (2.26)
\end{aligned}$$

## Équation de Heisenberg

L'équation d'évolution de l'opérateur  $\hat{p}_{\mathbf{q}}$  s'obtient à partir de l'équation d'Heisenberg :

$$i\hbar \frac{d\hat{p}_{\mathbf{q}}}{dt} = [\hat{p}_{\mathbf{q}}, H] \quad (2.27)$$

On peut calculer la contribution de chacun des Hamiltoniens évoqués ci-dessus. La contribution du Hamiltonien  $H_0$  s'écrit :

$$[\hat{p}_{\mathbf{q}}, H_0] = \hbar\omega \hat{p}_{\mathbf{q}} \quad (2.28)$$

En remarquant que  $[\hat{p}_{\mathbf{k}_p}, \hat{p}_{\mathbf{k}_p}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{k}_p}^\dagger] = 2\hat{p}_{\mathbf{k}_p}^\dagger$  et  $[\hat{p}_{-\mathbf{k}_p}, \hat{p}_{-\mathbf{k}_p}^\dagger \hat{p}_{-\mathbf{k}_p}^\dagger] = 2\hat{p}_{-\mathbf{k}_p}^\dagger$ , on obtient de la même manière le commutateur  $[\hat{p}_{\mathbf{q}}, H_{eff}]$ . Deux cas sont à distinguer suivant qu'il s'agit d'un mode de pompe ou d'un autre mode. Pour le modes de pompe  $\mathbf{k}_p$  (le cas  $-\mathbf{k}_p$  s'obtient en remplaçant  $\mathbf{k}_p$  par  $-\mathbf{k}_p$  dans l'expression suivante), le commutateur vaut :

$$\begin{aligned} [\hat{p}_{\mathbf{k}_p}, H_{eff}] &= \frac{\lambda_X^2}{A} (2V \hat{p}_{-\mathbf{k}_p}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{k}_p} \hat{p}_{-\mathbf{k}_p} + V \hat{p}_{\mathbf{k}_p}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{k}_p} \hat{p}_{\mathbf{k}_p}) \\ &+ \sum_{\mathbf{q} \neq \pm \mathbf{k}_p} 2V \hat{p}_{\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{k}_p} \hat{p}_{\mathbf{q}} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Pour tout autre mode, il prend la forme :

$$\begin{aligned} [\hat{p}_{\mathbf{q}}, H_{eff}] &= \frac{\lambda_X^2}{A} (V \hat{p}_{\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{q}} \hat{p}_{\mathbf{q}} + 2V (\hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{-\mathbf{q}} + \hat{p}_{-\mathbf{k}_p}^\dagger \hat{p}_{-\mathbf{k}_p} + \hat{p}_{\mathbf{k}_p}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{k}_p}) \hat{p}_{\mathbf{q}} + 2V \hat{p}_{\mathbf{k}_p} \hat{p}_{-\mathbf{k}_p} \hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger) \\ &+ 2V \sum_{\mathbf{q}' \neq -\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p, \mathbf{q}} \hat{p}_{\mathbf{q}'} \hat{p}_{-\mathbf{q}'} \hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger \end{aligned} \quad (2.30)$$

Enfin les contributions provenant des couplages avec le champ électromagnétique et le champ excitonique peuvent se calculer en utilisant les références [Ciuti03, Karr01]. Elles prennent la forme usuelle de Langevin :

$$[\hat{p}_{\mathbf{q}}, H_{qm} + H_{exc}] = -i\gamma \hat{p}_{\mathbf{q}} + i (F_{\mathbf{q}}^{(1)}(t) + F_{\mathbf{q}}^{(2)}(t) + F_{\mathbf{q}}^{(exc)}(t)) \quad (2.31)$$

$\gamma = 2\pi/\hbar(|C|^2(g_1^2 + g_2^2) + h_0^2|X|^2)$  est la largeur de raie du mode polariton. Le couplage avec les photons et les excitons est à l'origine de la largeur de raie finie du polariton, qui apparaît en outre ici comme superposition linéaire des largeurs de raies excitonique et photonique.

Les termes  $F_{\mathbf{q}}^{(i)}(t)$  désignent des forces de Langevin et agissent sur le système comme source de bruit. Elles ont pour expression :

$$\begin{aligned} F_{\mathbf{q}}^{(j)}(t) &= \int d\Omega g_j(\Omega) C_{\mathbf{q}} \hat{A}_{\mathbf{q}, \Omega}^{(j)} e^{-i\Omega t} \\ F_{\mathbf{q}}^{(ex)}(t) &= \int d\Omega h_0(\Omega) X_{\mathbf{q}} \hat{B}_{\mathbf{q}, \Omega}^{(ex)} e^{-i\Omega t} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Par la suite nous supposerons que le coefficient d'interaction non-linéaire  $V$  ne dépend que très faiblement du vecteur d'onde transverse, ce qui constitue une très bonne approximation dans notre cas. Nous introduisons une nouvelle variable :  $\hat{p}'_{\mathbf{q}} = \frac{\lambda_X}{\sqrt{A}} e^{i\omega t} \hat{p}_{\mathbf{q}}$ . L'évolution des modes de pompe et des modes signal et complémentaire prend alors la

forme<sup>2</sup> :

$$\begin{aligned}
i\hbar \frac{d\hat{p}_{\mathbf{k}_p}}{dt} &= (\hbar\delta - i\gamma)\hat{p}_{\mathbf{k}_p} + 2V\hat{p}_{-\mathbf{k}_p}^\dagger\hat{p}_{\mathbf{k}_p}\hat{p}_{-\mathbf{k}_p} + V\hat{p}_{\mathbf{k}_p}^\dagger\hat{p}_{\mathbf{k}_p}\hat{p}_{\mathbf{k}_p} \\
&+ 2V \sum_{\mathbf{q} \neq \pm\mathbf{k}_p} \hat{p}_{\mathbf{q}}^\dagger\hat{p}_{\mathbf{k}_p}\hat{p}_{\mathbf{q}} \\
&+ i\frac{\lambda_X}{\sqrt{A}}e^{i\omega_l t}(F_{\mathbf{k}_p}^{(1)}(t) + F_{\mathbf{k}_p}^{(2)}(t) + F_{\mathbf{k}_p}^{ex}(t)) \\
i\hbar \frac{d\hat{p}_{\mathbf{q}}}{dt} &= (\hbar\delta - i\gamma)\hat{p}_{\mathbf{q}} + V\hat{p}_{\mathbf{q}}^\dagger\hat{p}_{\mathbf{q}}\hat{p}_{\mathbf{q}} + 2V(\hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger\hat{p}_{-\mathbf{q}} + \hat{p}_{-\mathbf{k}_p}^\dagger\hat{p}_{-\mathbf{k}_p} + \hat{p}_{\mathbf{k}_p}^\dagger\hat{p}_{\mathbf{k}_p})\hat{p}_{\mathbf{q}} + 2V\hat{p}_{\mathbf{k}_p}\hat{p}_{-\mathbf{k}_p}\hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger \\
&+ 2V \sum_{\mathbf{q}' \neq -\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p, \mathbf{q}} \hat{p}_{\mathbf{q}'}\hat{p}_{-\mathbf{q}'}\hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger \\
&+ i\frac{\lambda_X}{\sqrt{A}}e^{i\omega_l t}(F_{\mathbf{q}}^{(1)}(t) + F_{\mathbf{q}}^{(2)}(t) + F_{\mathbf{q}}^{ex}(t))
\end{aligned} \tag{2.33}$$

où  $\delta = \omega - \omega_l$  correspond au désaccord entre le laser de pompe et la résonance polariton. Les équations (2.33) forment un système couplé d'équations différentielles du premier ordre. Chacun des modes polaritons est couplé aux autres par le processus de diffusion paramétrique, et l'énergie de chaque mode est renormalisée par les populations des autres modes.

## D.2 État stationnaire

On se propose de déterminer l'état stationnaire du mélange à quatre ondes. L'émergence d'un état stationnaire n'est possible que si un élément particulier dans notre système brise l'invariance par rotation dans l'espace réciproque, i.e. favorise l'émergence d'un couple particulier signal et complémentaire. Cette brisure de symétrie s'accompagne du franchissement du seuil d'oscillation paramétrique. Au-dessous du seuil, nous considérerons que tous les modes polaritons différents des modes pompes sont vides (i.e.  $\langle \hat{p}_{\mathbf{q}} \rangle = 0$  si  $\mathbf{q} \neq \mathbf{k}_p$ ) et ne présentent que des fluctuations. Au-dessus du seuil, seuls deux modes signal et complémentaire ont des populations macroscopiques et tous les autres sont vides ; leurs fluctuations sont à la limite quantique standard. Nous traiterons donc le système au-dessus du seuil comme un système à quatre modes.

En passant aux valeurs moyennes dans (2.33) et en utilisant une approximation de type

---

<sup>2</sup>On traite les cas  $\mathbf{k}_p$  et  $\mathbf{q}$ , les cas  $-\mathbf{k}_p$  et  $-\mathbf{q}$  s'obtiennent de manière identique en remplaçant  $\mathbf{k}_p$  et  $\mathbf{q}$  par  $-\mathbf{k}_p$  et  $-\mathbf{q}$  dans les équations.

Bogolubov [Ciuti03], l'état stationnaire du système est donné par :

$$0 = (\hbar\delta - i\gamma)\langle\hat{p}_{\pm\mathbf{q}}\rangle + V\langle\hat{p}_{\pm\mathbf{q}}^\dagger\hat{p}_{\pm\mathbf{q}}\rangle\langle\hat{p}_{\pm\mathbf{q}}\rangle + 2V(\langle\hat{p}_{\mp\mathbf{q}}^\dagger\hat{p}_{\mp\mathbf{q}}\rangle + \langle\hat{p}_{-\mathbf{k}_p}^\dagger\hat{p}_{-\mathbf{k}_p}\rangle + \langle\hat{p}_{\mathbf{k}_p}^\dagger\hat{p}_{\mathbf{k}_p}\rangle)\langle\hat{p}_{\pm\mathbf{q}}\rangle + 2V\langle\hat{p}_{\mathbf{k}_p}\rangle\langle\hat{p}_{-\mathbf{k}_p}\rangle\langle\hat{p}_{\mp\mathbf{q}}^\dagger\rangle \quad (2.34)$$

Nous supposons à présent que les pompes sont équilibrées ( $\langle\hat{p}_{\mathbf{k}_p}^\dagger\hat{p}_{\mathbf{k}_p}\rangle = \langle\hat{p}_{-\mathbf{k}_p}^\dagger\hat{p}_{-\mathbf{k}_p}\rangle$ ) et que les populations des modes signal et complémentaires sont négligeables devant celles des modes pompes, ce qui est justifié lorsque le système se trouve juste au-dessus du seuil. Dans ce cas l'équation (2.34) peut se réécrire sous forme matricielle de manière assez simple :

$$\mathbb{M} \begin{pmatrix} \langle\hat{p}_{\mathbf{q}}\rangle \\ \langle\hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger\rangle \end{pmatrix} = 0 \quad (2.35)$$

où  $\mathbb{M}$  est la matrice définie par :

$$\mathbb{M} = \begin{pmatrix} -i\hbar\delta - \gamma - 2iVN & -i2V\langle\hat{p}_{\mathbf{k}_p}\rangle\langle\hat{p}_{-\mathbf{k}_p}\rangle \\ i2V\langle\hat{p}_{\mathbf{k}_p}\rangle\langle\hat{p}_{-\mathbf{k}_p}\rangle & i\hbar\delta - \gamma + 2iVN \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

avec  $N = \langle\hat{p}_{\mathbf{k}_p}^\dagger\hat{p}_{\mathbf{k}_p}\rangle + \langle\hat{p}_{-\mathbf{k}_p}^\dagger\hat{p}_{-\mathbf{k}_p}\rangle$  qui correspond à la population totale des modes pompes.

Le système admet une solution non triviale si et seulement si le déterminant de la matrice  $2 \times 2$  de l'équation (2.36) est identiquement nul, ce qui équivaut à :

$$\gamma^2 + (\hbar\delta + 2VN)^2 - V^2N^2 = 0 \quad (2.37)$$

Dans le cas simplifié où le désaccord entre le laser et la résonance polariton compense exactement l'énergie de renormalisation des pompes, on a :  $\hbar\delta + 2VN = 0$ . Dans ces conditions, le seuil d'oscillation vaut  $N_{seuil} = \gamma/V$ . On remarque que cette valeur est indépendante du champ entrant. Ceci provient du fait qu'une fois le seuil atteint, la valeur des populations des modes pompes reste constante, le surplus d'énergie injecté dans les pompes étant transféré vers les modes signal et complémentaire.

Dans le cas général, l'équation (2.37) admet des solutions réelles positives si et seulement si son discriminant est positif ou nul. Ceci équivaut à la condition  $|\delta| \geq \sqrt{3}\gamma$ . Un désaccord non nul est donc nécessaire pour compenser la renormalisation des énergies et atteindre le seuil d'oscillation.

L'étude précédente nous invite à introduire de nouvelles variables sans dimension :

$$\sigma = \frac{N}{N_{seuil}} \quad (2.38)$$

$$\Delta = \frac{\hbar\delta}{\gamma} + \frac{2VN}{\gamma} = \frac{\hbar\delta}{\gamma} + 2\sigma \quad (2.39)$$

$$\langle \hat{p}_{\mathbf{k}_p} \rangle \langle \hat{p}_{-\mathbf{k}_p} \rangle = \frac{N}{2} e^{i\varphi} \quad (2.40)$$

Avec ces nouvelles variables ,la matrice  $\mathbb{M}$  prend la forme :

$$\mathbb{M} = \gamma \mathbb{A} \quad (2.41)$$

$$\mathbb{A} = \begin{pmatrix} -i\Delta - 1 & -i\sigma e^{i\varphi} \\ i\sigma e^{-i\varphi} & i\Delta - 1 \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

### Champs signal et complémentaire

De (2.34) il est possible d'extraire des informations sur la phase relative des champs signal et complémentaire, ainsi que sur leurs amplitudes respectives. En effet on peut réécrire (2.34) de la manière suivante :

$$-(\Delta + 1)\langle \hat{p}_{\mathbf{q}} \rangle = \sigma e^{i\varphi} \langle \hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger \rangle \quad (2.43)$$

L'équation (2.43) démontre que la somme des phases des champs signal et complémentaire est fixée et dépend de la phase relative des deux pompes  $\varphi$ . En revanche la différence des phases des champs signal et complémentaire est libre de fluctuer. Il s'agit du phénomène de *diffusion de phase* typique des OPO [Fabre89].

Les pompes étant équilibrées, les champs signal et complémentaire sont eux aussi équilibrés. On montre que le carré du module de l'amplitude des champs signal et complémentaire vaut [Romanelli07] :

$$|\langle \hat{p}_{\mathbf{q}} \rangle|^2 = N_{seuil} \sqrt{1 + \left( \frac{\hbar\delta}{\gamma} + \frac{3}{2} \right)^2} (\sigma - 1) \quad (2.44)$$

où  $\sigma$  est le taux de pompage par rapport au seuil.

Une étude du seuil d'oscillation en fonction du désaccord cavité-exciton a été réalisée dans la thèse de Marco Romanelli [Romanelli07]. Elle a mis en évidence que le seuil d'oscillation diminue pour des désaccords positifs ce qui a été confirmé expérimentalement.



### D.3 Étude des fluctuations sous le seuil

#### Linéarisation des équations

Sous le seuil d'oscillation, seuls les modes de pompe sont macroscopiquement peuplés. Tous les autres modes sont vides. Réécrivons les opérateurs comme somme de leur valeur moyenne et de leurs fluctuations :

$$\begin{aligned}\hat{p}_{\mathbf{k}_p}(t) &= \langle \hat{p}_{\mathbf{k}_p} \rangle + \delta \hat{p}_{\mathbf{k}_p}(t) \\ \hat{p}_{\mathbf{q}}(t) &= \delta \hat{p}_{\mathbf{q}}(t)\end{aligned}\quad (2.45)$$

En effectuant un développement au premier ordre en  $\delta \hat{p}_{\mathbf{q}}(t)$  de l'équation (2.33), on obtient un système d'équations reliant les fluctuations  $\delta \hat{p}_{\mathbf{q}}(t)$  d'un mode polariton aux fluctuations  $\delta \hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger(t)$  du mode conjugué. Ce système est découplé des équations relatives aux pompes et des équations relatives à tous les autres modes polaritons. On obtient :

$$\begin{bmatrix} \hbar \frac{d\delta \hat{p}_{\mathbf{q}}}{dt} \\ \hbar \frac{d\delta \hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger}{dt} \end{bmatrix} = \mathbb{M} \begin{bmatrix} \delta \hat{p}_{\mathbf{q}} \\ \delta \hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\lambda_X}{\sqrt{A}} e^{i\omega t} (\delta F_{\mathbf{q}})(t) \\ \frac{\lambda_X}{\sqrt{A}} e^{-i\omega t} (\delta F_{-\mathbf{q}}^\dagger)(t) \end{bmatrix}\quad (2.46)$$

où  $\mathbb{M}$  est la matrice définie en (2.36) et  $(\delta F_{\mathbf{q}})(t) = \delta F_{\mathbf{q}}^{(1)}(t) + \delta F_{\mathbf{q}}^{(2)}(t) + \delta F_{\mathbf{q}}^{ex}(t)$ .

#### Espace de Fourier

Expérimentalement, on a accès au spectre des fluctuations. Nous allons donc étudier les fluctuations de ces modes dans le domaine spectral. Une approche temporelle de ce problème, basée sur une approche de type Monte-Carlo, peut être trouvée dans la référence [Verger07]. L'approche spectrale présente en outre l'avantage de transformer le système d'équations différentielles en un système algébrique. Nous introduisons donc les opérateurs transformés de Fourier des opérateurs temporels :

$$\begin{aligned}\hat{p}_{\mathbf{q}}(t) &= \int d\Omega \hat{p}_{\mathbf{q}}(\Omega) e^{-i\Omega t} \\ \hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger(t) &= \int d\Omega (\hat{p}_{-\mathbf{q}}(-\Omega))^\dagger e^{-i\Omega t}\end{aligned}\quad (2.47)$$

Nous effectuons ensuite une transformation de Fourier de l'équation matricielle (2.46). Nous obtenons alors :

$$-\gamma(\mathbb{A} + i\omega\mathbb{I}) \begin{bmatrix} \delta \hat{p}_{\mathbf{q}}(\omega) \\ \delta \hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger(\omega) \end{bmatrix} = \frac{\lambda_X}{\sqrt{A}} \begin{bmatrix} \delta F_{\mathbf{q}}(\omega + \omega_l) \\ \delta F_{-\mathbf{q}}^\dagger(\omega_l - \omega) \end{bmatrix}\quad (2.48)$$

où on a posé :  $\omega = \hbar\Omega/\gamma$ .

En inversant cette relation, on obtient les fluctuations des champs polaritons sortants en fonction des fluctuations entrantes :

$$\begin{bmatrix} \delta\hat{p}_{\mathbf{q}}(\omega) \\ \delta\hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger(\omega) \end{bmatrix} = -f(\omega)(\mathbb{A} + i\omega\mathbb{I})^{-1} \begin{bmatrix} \delta F_{\mathbf{q}}(\omega + \omega_l) \\ \delta F_{-\mathbf{q}}^\dagger(\omega_l - \omega) \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

avec :

$$(\mathbb{A} + i\omega\mathbb{I})^{-1} = \begin{pmatrix} i(\omega + \Delta) - 1 & i\sigma e^{i\varphi} \\ -i\sigma e^{-i\varphi} & i(\omega - \Delta) - 1 \end{pmatrix} \quad (2.50)$$

et :

$$f(\omega) = \frac{1}{\gamma} \frac{\lambda_X}{\sqrt{A}} \frac{1}{\det(\mathbb{A} + i\omega\mathbb{I})} \quad (2.51)$$

### Matrice de covariance des modes signal et complémentaire

Nous avons mentionné au chapitre B.3 que la matrice de covariance d'un système de deux modes caractérise de manière complète ses propriétés quantiques lorsqu'il s'agit d'un système de modes gaussiens. Nous allons déterminer la matrice de covariance des modes signal et complémentaire. Nous introduisons donc les vecteurs colonnes à quatre composantes suivants :

$$|\delta P\rangle = \begin{bmatrix} \delta\hat{p}_{\mathbf{q}}(\Omega) \\ \delta\hat{p}_{\mathbf{q}}^\dagger(\Omega) \\ \delta\hat{p}_{-\mathbf{q}}(\Omega) \\ \delta\hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger(\Omega) \end{bmatrix} \quad (2.52)$$

et :

$$|\delta F\rangle = \begin{bmatrix} \delta F_{\mathbf{q}}(\Omega + \omega_l) \\ \delta F_{\mathbf{q}}^\dagger(\omega_l - \Omega) \\ \delta F_{-\mathbf{q}}(\Omega + \omega_l) \\ \delta F_{-\mathbf{q}}^\dagger(\omega_l - \Omega) \end{bmatrix} \quad (2.53)$$

On définit la matrice  $\mathbb{S}$  reliant les fluctuations des champs signal et complémentaire aux fluctuations des champs entrants par la relation :

$$|\delta P\rangle = f(\omega)\mathbb{S}|\delta F\rangle \quad (2.54)$$

Elle se déduit simplement de la matrice  $\mathbb{A} + i\omega\mathbb{I}$  en remarquant que  $\overline{f(-\omega)} = f(\omega)$  (voir appendice A) :

$$\mathbb{S} = \begin{pmatrix} i(\omega + \Delta) - 1 & 0 & 0 & i\sigma e^{i\varphi} \\ 0 & -1 + i(\omega - \Delta) & -i\sigma e^{-i\varphi} & 0 \\ 0 & i\sigma e^{i\varphi} & -1 + i(\omega + \Delta) & 0 \\ -i\sigma e^{-i\varphi} & 0 & 0 & -1 + i(\omega - \Delta) \end{pmatrix} \quad (2.55)$$

### Fluctuations des champs à l'extérieur de la cavité

Nous devons à présent relier les fluctuations des champs à l'intérieur de la cavité données par (2.54) aux fluctuations des champs à l'extérieur de la cavité, qui sont les seules fluctuations expérimentalement accessibles. Le champ  $\hat{A}_{\mathbf{q}}^{\text{out}}$  se déduit du champ intra-cavité par la relation :

$$\hat{A}_{\mathbf{q}}^{\text{(out)}} = \sqrt{2\gamma_a} \hat{a}_{\mathbf{q}} - \hat{A}_{\mathbf{q}}^{\text{(in)}} \quad (2.56)$$

où  $\hat{A}_{\mathbf{q}}^{\text{(in)}}$  est le champ entrant et  $\gamma_a$  est la largeur du mode photonique.

Le champ photonique intra-cavité est relié au champ polaritonique par la relation (1.41) :

$$\hat{a}_{\mathbf{q}} = -\frac{\sqrt{A}}{\lambda_X} C_{\mathbf{q}} \hat{p}_{\mathbf{q}} \quad (2.57)$$

On en déduit les fluctuations du champ photonique à l'extérieur de la cavité :

$$|\delta \hat{A}^{\text{(out)}}\rangle = -\frac{\sqrt{A}}{\lambda_X} \sqrt{2\gamma_a} C_{\mathbf{q}} |\delta P\rangle - |\delta \hat{A}^{\text{(in)}}\rangle \quad (2.58)$$

En utilisant l'équation (2.54) qui relie  $|\delta P\rangle$  à  $|\delta F\rangle$  et l'expression de  $|\delta F\rangle$  en fonction des fluctuations des champs électromagnétiques et excitoniques,  $|\delta F\rangle = \sqrt{2\gamma_a} C_{\mathbf{q}} |\delta A^{\text{in}}\rangle + \sqrt{2\gamma_b} X_{\mathbf{q}} |\delta B^{\text{in}}\rangle$ , on obtient :

$$|\delta \hat{A}^{\text{(out)}}\rangle = -\left[ \frac{\sqrt{A}}{\lambda_X} 2\gamma_a f(\omega) C_{\mathbf{q}}^2 \mathbb{S} + \mathbb{I} \right] |\delta A^{\text{in}}\rangle + \frac{\sqrt{A}}{\lambda_X} 2\sqrt{\gamma_a \gamma_b} f(\omega) X_{\mathbf{q}} C_{\mathbf{q}} \mathbb{S} |\delta B^{\text{in}}\rangle \quad (2.59)$$

La matrice de corrélations  $Corr_{\mathbf{q},-\mathbf{q}}$  du champ photonique extra-cavité est donnée par :

$$Corr_{\mathbf{q},-\mathbf{q}} = \langle \delta \hat{A}^{\text{(out)}} \delta \hat{A}^{\text{(out)\dagger} \rangle \quad (2.60)$$

En utilisant l'expression (2.59), on en déduit :

$$\begin{aligned}
Corr_{\mathbf{q},-\mathbf{q}} &= \frac{A}{\lambda_X^2} 4\gamma_a^2 C_{\mathbf{q}}^4 |f(\omega)|^2 \mathbb{S} \langle \delta \hat{A}^{\text{in}} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle^t \bar{\mathbb{S}} + \frac{\sqrt{A}}{\lambda_X} 2\gamma_a C_{\mathbf{q}}^2 \left( f(\omega) \mathbb{S} \langle \delta \hat{A}^{(\text{in})} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle + t.c. \right) \\
&+ \langle \delta \hat{A}^{(\text{in})} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle \\
&+ \frac{A}{\lambda_X^2} 4\gamma_a \gamma_b |f(\omega)|^2 X_{\mathbf{q}}^2 C_{\mathbf{q}}^2 \mathbb{S} \langle \delta \hat{B}^{\text{in}} \delta \hat{B}^{\text{in}\dagger} \rangle^t \bar{\mathbb{S}}
\end{aligned} \tag{2.61}$$

où *t.c.* correspond au trans-conjugué.

En remplaçant  $f(\omega)$  par sa valeur (voir équation (2.51)), on obtient :

$$\begin{aligned}
Corr_{\mathbf{q},-\mathbf{q}} &= \langle \delta \hat{A}^{(\text{in})} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle + \frac{1}{\gamma^2 |\det(\mathbb{A} + i\omega \mathbb{I})|^2} \left\{ 4\gamma_a^2 C_{\mathbf{q}}^4 \mathbb{S} \langle \delta \hat{A}^{\text{in}} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle^t \bar{\mathbb{S}} \right. \\
&+ 2\gamma_a \gamma C_{\mathbf{q}}^2 \left( \overline{\det(\mathbb{A} + i\omega \mathbb{I})} \mathbb{S} \langle \delta \hat{A}^{(\text{in})} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle + t.c. \right) \\
&\left. + 4\gamma_a \gamma_b X_{\mathbf{q}}^2 C_{\mathbf{q}}^2 \mathbb{S} \langle \delta \hat{B}^{\text{in}} \delta \hat{B}^{\text{in}\dagger} \rangle^t \bar{\mathbb{S}} \right\}
\end{aligned} \tag{2.62}$$

En utilisant le fait que  $\gamma_a C_{\mathbf{q}}^2 = \gamma - X_{\mathbf{q}}^2 \gamma_b$  et l'expression de  $\mathbb{S} \langle \delta \hat{B}^{\text{in}} \delta \hat{B}^{\text{in}\dagger} \rangle^t \bar{\mathbb{S}}$  en fonction de  $\mathbb{S} \langle \delta \hat{A}^{\text{in}} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle^t \bar{\mathbb{S}}$  (voir équation (A-9)), on obtient :

$$\begin{aligned}
Corr_{\mathbf{q},-\mathbf{q}} &= \langle \delta \hat{A}^{(\text{in})} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle + \frac{1}{\gamma^2 |\det(\mathbb{A} + i\omega \mathbb{I})|^2} \left\{ 4\gamma \gamma_a C_{\mathbf{q}}^2 \mathbb{S} \langle \delta \hat{A}^{\text{in}} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle^t \bar{\mathbb{S}} \right. \\
&+ 4n\gamma_a \gamma_b X_{\mathbf{q}}^2 C_{\mathbf{q}}^2 \mathbb{S}^t \bar{\mathbb{S}} \\
&\left. + 2\gamma_a \gamma C_{\mathbf{q}}^2 \left( \overline{\det(\mathbb{A} + i\omega \mathbb{I})} \mathbb{S} \langle \delta \hat{A}^{(\text{in})} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle + t.c. \right) \right\}
\end{aligned} \tag{2.63}$$

où  $n$  est l'excès de bruit excitonique (voir équation (A-8)).

## Polaritons jumeaux

### a) Expression générale de la gémellité

La matrice  $Corr_{\mathbf{q},-\mathbf{q}}$  contient toute l'information sur le système bipartite composé des modes photoniques  $\delta \hat{A}_{\mathbf{q}}^{(\text{out})}$  et  $\delta \hat{A}_{-\mathbf{q}}^{(\text{out})}$ . Elle va nous permettre de calculer la gémellité  $G$  de ces deux modes. La gémellité entre deux modes du champ électromagnétique a été définie au paragraphe B.3. L'équation (2.33) montre que les fluctuations des modes  $\mathbf{q}$  et  $-\mathbf{q}$  sont en quadrature. Si  $X_{\mathbf{q}} = \hat{A}_{\mathbf{q}} + \hat{A}_{\mathbf{q}}^\dagger$  désigne la quadrature d'amplitude du

mode  $\mathbf{q}$ ,  $Y_{-\mathbf{q}} = i(\hat{A}_{-\mathbf{q}} - \hat{A}_{-\mathbf{q}}^\dagger)$  correspond à la quadrature d'amplitude du mode  $-\mathbf{q}$ . La gémellité a dans ce cas pour expression :

$$G = \frac{\langle (\delta X_{\mathbf{q}} - \delta Y_{-\mathbf{q}})^2 \rangle}{2} \quad (2.64)$$

En développant l'expression de  $G$ , on aboutit à :

$$\begin{aligned} G &= \frac{1}{2} \{ \langle \delta A_{\mathbf{q}}(\Omega) \delta A_{\mathbf{q}}(-\Omega) \rangle + \langle \delta A_{\mathbf{q}}^\dagger(\Omega) \delta A_{\mathbf{q}}^\dagger(-\Omega) \rangle + \langle \delta A_{\mathbf{q}}(\Omega) \delta A_{\mathbf{q}}^\dagger(-\Omega) \rangle + \langle \delta A_{\mathbf{q}}^\dagger(\Omega) \delta A_{\mathbf{q}}(-\Omega) \rangle \\ &- \langle \delta A_{-\mathbf{q}}(\Omega) \delta A_{-\mathbf{q}}(-\Omega) \rangle - \langle \delta A_{-\mathbf{q}}^\dagger(\Omega) \delta A_{-\mathbf{q}}^\dagger(-\Omega) \rangle + \langle \delta A_{-\mathbf{q}}(\Omega) \delta A_{-\mathbf{q}}^\dagger(-\Omega) \rangle + \langle \delta A_{-\mathbf{q}}^\dagger(\Omega) \delta A_{-\mathbf{q}}(-\Omega) \rangle \\ &- i \left[ \langle \delta A_{\mathbf{q}}(\Omega) \delta A_{-\mathbf{q}}(-\Omega) \rangle - \langle \delta A_{\mathbf{q}}(\Omega) \delta A_{-\mathbf{q}}^\dagger(-\Omega) \rangle - \langle \delta A_{\mathbf{q}}^\dagger(\Omega) \delta A_{-\mathbf{q}}(-\Omega) \rangle + \langle \delta A_{\mathbf{q}}^\dagger(\Omega) \delta A_{-\mathbf{q}}^\dagger(-\Omega) \rangle \right] \\ &- i \left[ \langle \delta A_{-\mathbf{q}}(\Omega) \delta A_{\mathbf{q}}(-\Omega) \rangle + \langle \delta A_{-\mathbf{q}}(\Omega) \delta A_{\mathbf{q}}^\dagger(-\Omega) \rangle - \langle \delta A_{-\mathbf{q}}^\dagger(\Omega) \delta A_{\mathbf{q}}(-\Omega) \rangle - \langle \delta A_{-\mathbf{q}}^\dagger(\Omega) \delta A_{\mathbf{q}}^\dagger(-\Omega) \rangle \right] \} \quad (2.65) \end{aligned}$$

Nous posons  $Corr_{\mathbf{q},-\mathbf{q}} = (c_{i,j})_{1 \leq i \leq 4, 1 \leq j \leq 4}$ . En tenant compte de la nullité de certains termes de la matrice  $Corr_{\mathbf{q},-\mathbf{q}}$  et des relations de conjugaison entre les autres, la gémellité a pour expression :

$$G = c_{1,1} + c_{2,2} + Im(c_{1,4} - c_{2,3}) \quad (2.66)$$

En utilisant les expressions des coefficients de la matrice  $Corr_{\mathbf{q},-\mathbf{q}}$  calculés dans l'appendice A (voir équation (A-12)), on trouve :

$$\begin{aligned} G &= 1 + \frac{1}{\gamma^2 |det(\mathbb{A} + i\omega\mathbb{I})|^2} \{ -4\gamma_a\gamma_b C_{\mathbf{q}}^2 (\cos \varphi \sigma^3 - 2\sigma^2 + ((-\Delta^2 + \omega^2 + 1) \cos \varphi + 2\Delta \sin \varphi) \sigma) \\ &+ 8n\gamma_a\gamma_b C_{\mathbf{q}}^2 X_{\mathbf{q}}^2 (1 + \omega^2 + \Delta^2 - 2(\cos \varphi + \Delta \sin \varphi)\sigma + \sigma^2) \} \quad (2.67) \end{aligned}$$

Afin de pouvoir interpréter plus simplement l'expression obtenue en (2.67), nous allons supposer que le désaccord entre le laser et la résonance polaritonique compense exactement la renormalisation des énergies si bien que  $\hbar\delta + 2VN = 0$  soit  $\Delta = 0$ . Cette condition peut être réalisée expérimentalement en ajustant la fréquence du laser. Nous allons examiner les effets du désordre excitonique sur la gémellité.

#### b) Absence de bruit excitonique

Dans un premier temps, nous supposons que le bruit ajouté par les excitons est négligeable. Nous supposons également que les deux modes pompes ne sont pas déphasés ( $\varphi = 0$ ). Sous ces hypothèses la gémellité devient :

$$G(\Delta = 0, \varphi = 0) = 1 - 4 \frac{C_{\mathbf{q}}^2 \gamma_a}{\gamma} \sigma \frac{(\sigma - 1)^2 + \omega^2}{4\omega^2 + (\omega^2 + \sigma^2 - 1)^2} \quad (2.68)$$

En utilisant le résultat (A-19) de l'appendice A on obtient une expression simplifiée de la gémellité :

$$G(\Delta = 0, \varphi = 0) = 1 - 4 \frac{C_{\mathbf{q}}^2 \gamma_a}{\gamma} \frac{\sigma}{\omega^2 + (\sigma + 1)^2} \quad (2.69)$$

A taux de pompage fixé, la réduction de bruit est proportionnelle au rapport  $C_{\mathbf{q}}^2 \gamma_a / \gamma$ . En l'absence de bruit excitonique, la réduction de bruit sera donc maximale pour une composante photonique tendant vers 1.

À fréquence  $\omega$  fixée, la fonction  $p(\sigma) = \sigma / (\omega^2 + (\sigma + 1)^2)$  est strictement croissante sur  $[0, 1]$ . La réduction de bruit est nulle pour un taux de pompage nul et est maximale au seuil ( $\sigma = 1$ ). La gémellité au seuil vaut alors :

$$\lim_{\sigma \rightarrow 1} G(\Delta = 0, \varphi = 0) = 1 - \frac{C_{\mathbf{q}}^2 \gamma_a}{\gamma} \frac{1}{(\frac{\omega}{2})^2 + 1} \quad (2.70)$$

La réduction de bruit présente une dépendance Lorentzienne vis à vis de la fréquence, avec une largeur égale à 2 en fréquence réduite, ce qui correspond à une largeur réelle de  $2\gamma$  (qui n'est rien d'autre que la bande passante du système). Cette bande passante est de l'ordre de la dizaine de GHz pour les polaritons et les fréquences d'analyse expérimentales sont de quelques MHz. On peut donc considérer que la mesure se fait à fréquence nulle. La gémellité au seuil prend alors une forme très simple :

$$\lim_{\sigma \rightarrow 1, \omega \rightarrow 0} G(\Delta = 0, \varphi = 0) = 1 - \frac{C_{\mathbf{q}}^2 \gamma_a}{\gamma} \quad (2.71)$$

Le graphe de la figure 2.10 représente la variation de la gémellité à fréquence nulle en fonction du taux de pompage pour deux valeurs du rapport  $\gamma_a / \gamma$ . Dans les deux cas la fraction photonique est égale à 0.5. On remarque que la réduction de bruit est d'autant plus importante que le rapport  $\gamma_a / \gamma$  est proche de 1.

Dans le cas où les pompes sont déphasées de  $\pi/2$ , la gémellité est strictement supérieure à 1. Elle correspond à la demi-somme des bruits individuels des modes  $\mathbf{q}$  et  $-\mathbf{q}$  qui divergent au seuil à fréquence nulle :

$$G(\Delta = 0, \varphi = \frac{\pi}{2}) = 1 + 8 \frac{C_{\mathbf{q}}^2 \gamma_a}{\gamma} \frac{\sigma^2}{4\omega^2 + (\omega^2 + \sigma^2 - 1)^2} \quad (2.72)$$

b) *Prise en compte du bruit excitonique*

Nous tenons compte à présent du bruit excitonique.  $\Delta$  est toujours supposé nul et

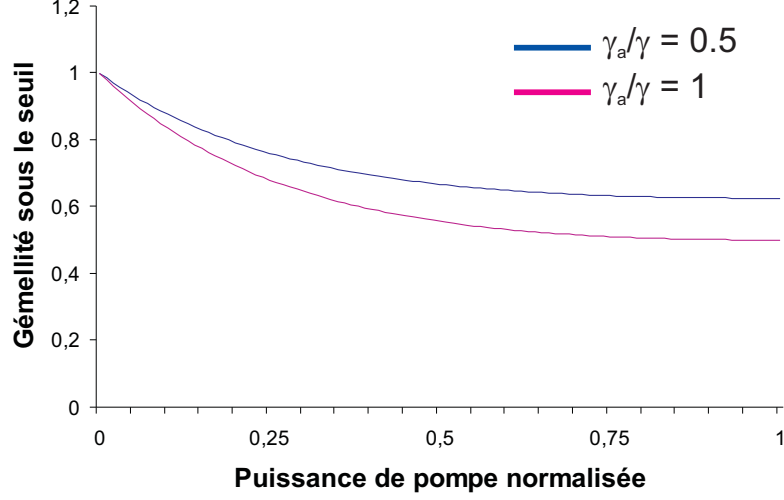


FIG. 2.10 – Gémellité calculée sous le seuil à fréquence nulle en fonction du taux de pompage pour deux valeurs du rapport  $\gamma_a/\gamma$ . Dans les deux cas la fraction photonique vaut 0.5.

nous supposons que les pompes ne sont pas déphasées ( $\varphi = 0$ ). La gémellité vaut alors :

$$G(\Delta = 0, \varphi = 0) = 1 - 4 \frac{C_{\mathbf{q}}^2 \gamma_a}{\gamma} \frac{(\sigma - 2n X_{\mathbf{q}}^2 \frac{\gamma_b}{\gamma})}{\omega^2 + (\sigma + 1)^2} \quad (2.73)$$

La réduction de bruit est donc moins efficace en présence du bruit excitonique et peut même s'annuler si le bruit excitonique est trop important. D'après la référence [Karr01], l'excès de bruit excitonique  $n$  est proportionnel au taux de pompage :

$$n = \beta X_{\mathbf{q}}^2 \sigma \quad (2.74)$$

La gémellité a donc pour valeur :

$$G(\Delta = 0, \varphi = 0) = 1 - 4 \frac{C_{\mathbf{q}}^2 \gamma_a}{\gamma} \frac{(1 - 2\beta X_{\mathbf{q}}^4 \frac{\gamma_b}{\gamma}) \sigma}{\omega^2 + (\sigma + 1)^2} \quad (2.75)$$

La détérioration de la gémellité due au bruit excitonique dépend donc du rapport des largeurs de raie excitonique et polaritonique, de la fraction excitonique du polariton et du facteur  $\beta$ . Si  $\beta$  est trop important – à cause par exemple d'effets thermiques dus au chauffage de l'échantillon par les faisceaux de pompe – la réduction de bruit disparaît et la gémellité peut même présenter un excès de bruit. À la limite où  $\sigma$  tend vers 1, la

gémellité vaut :

$$G(\Delta = 0, \varphi = 0) = 1 - \frac{C_{\mathbf{q}}^2 \gamma_a}{\gamma} \frac{(1 - 2\beta X_{\mathbf{q}}^4 \frac{\gamma_b}{\gamma})}{(\frac{\omega}{2})^2 + 1} \quad (2.76)$$

### Intrication

Remarquons enfin que si les quadratures d'amplitude des modes  $\mathbf{q}$  et  $-\mathbf{q}$  sont jumelles, alors il en est de même des quadratures de phase. En effet si  $Y_{\mathbf{q}}$  désigne la quadrature de phase du mode  $\mathbf{q}$  alors  $-X_{\mathbf{q}}$  désigne celle du mode  $-\mathbf{q}$ . La gémellité  $G'$  correspondant aux anti-corrélations de phase s'écrit donc :

$$G' = \frac{\langle (\delta Y_{\mathbf{q}} + (-\delta X_{-\mathbf{q}}))^2 \rangle}{2} \quad (2.77)$$

Étant donné que les modes  $\mathbf{q}$  et  $-\mathbf{q}$  jouent des rôles parfaitement symétriques,  $G' = G$ . Le critère d'intrication de Duan [Duan00] pour les systèmes gaussiens bipartites montre que les deux modes  $\mathbf{q}$  et  $-\mathbf{q}$  sont intriqués si et seulement si  $G < 1$ . Dans notre cas l'existence de corrélations quantiques entre les modes  $\mathbf{q}$  et  $-\mathbf{q}$  équivaut à l'intrication de ces modes.

### Conclusion

L'étude des fluctuations quantiques sous le seuil d'oscillation dans la configuration de mélange à quatre ondes a montré qu'il est possible de générer des modes vides de même fréquence intriqués. Ce résultat est à rapprocher des résultats théoriques et expérimentaux obtenus dans les oscillateurs paramétriques de type II qui produisent sous le seuil des modes vides de polarisation orthogonale, de même fréquence et intriqués [Laurat03]. Si le seuil est suffisamment bas, la détérioration de la réduction de bruit induite par les excitons est suffisamment faible. Dans ce cas on peut s'attendre à observer une intrication entre les modes signal et complémentaire. Expérimentalement, une mesure d'intrication de modes vides ne peut se faire que par détection homodyne. Cette technique se heurte dans le cas présent à des difficultés liées au recouvrement spatial entre le mode de l'oscillateur local (en général un mode  $TEM_{00}$ ) et les modes signal et complémentaire dont le profil spatial est fortement influencé par la cavité optique plane et les défauts locaux de l'échantillon. La présence d'une très faible sonde de même profil spatial que l'oscillateur local sur l'un des modes pourrait permettre de pallier cet inconvénient. Cette configuration ouvre donc la voie à la génération de faisceaux intriqués à l'aide de dispositifs de taille micro-métrique.



## D.4 Étude des fluctuations au-dessus du seuil

L'étude de la gémellité au-dessus du seuil d'oscillation a été menée avec Marco Romanelli lors de sa dernière année de thèse. Nous en reprenons ici les principaux résultats et nous renvoyons le lecteur à la référence [Romanelli06] qui contient tous les détails du calcul.

### Fluctuations d'amplitude au-dessus du seuil

Lorsque le seuil d'oscillation est franchi, la population des modes de pompe reste constante, et ce, quelle que soit l'intensité lumineuse des faisceaux pompe. Il s'agit du phénomène de déplétion des modes de pompes : toute l'énergie supplémentaire apportée par les pompes est intégralement transférée aux modes signal et complémentaire. Dans toute la suite nous aurons donc  $\langle \hat{p}_{\mathbf{k}_p}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{k}_p} \rangle = \langle \hat{p}_{-\mathbf{k}_p}^\dagger \hat{p}_{-\mathbf{k}_p} \rangle = N_{seuil}$ . Nous supposons également qu'un seul couple de modes signal et complémentaire oscille, ce qui nous permet de négliger les contributions des autres modes. De plus nous nous plaçons à désaccord nul entre l'énergie du laser et la résonance polariton ( $\Delta = 0$ ) et à déphasage nul entre les pompes ( $\varphi = 0$ ). Dans ce cas les champs signal et complémentaire sont en quadrature. Nous supposons également que nous sommes légèrement au-dessus du seuil d'oscillation, ce qui nous permet de négliger les effets de renormalisation dus aux populations des modes signal et complémentaire devant ceux dus aux populations des modes de pompes. Ceci revient à négliger les termes proportionnels à  $\langle \hat{p}_{\pm\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{\pm\mathbf{q}} \rangle$  dans les équations relatives aux fluctuations des modes signal et complémentaire. Un traitement prenant en compte ces termes est présenté dans la référence [Romanelli06]. Ce traitement ne permet pas l'obtention d'une formule analytique de la gémellité. Néanmoins les simulations numériques effectuées dans ce cadre montrent que la compression de bruit se produit toujours sur la quadrature d'amplitude, et ce en dépit des termes d'effet Kerr qui entraînent un déphasage des champs et une rotation de leurs ellipses de bruit [Josse03].

Sous ces hypothèses, un traitement linéaire des fluctuations à partir des équations (2.33) conduit à :

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} \delta X_{\mathbf{q}} &= \sqrt{\frac{5}{4}} \sqrt{\sigma - 1} (\delta X_{\mathbf{k}_p} + \delta X_{-\mathbf{k}_p}) - \delta X_{\mathbf{q}} + \delta Y_{-\mathbf{q}} + \delta X_{\mathbf{q}}^{in} \\ -\frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} \delta Y_{-\mathbf{q}} &= -\sqrt{\frac{5}{4}} \sqrt{\sigma - 1} (\delta X_{\mathbf{k}_p} + \delta X_{-\mathbf{k}_p}) - \delta X_{\mathbf{q}} + \delta Y_{-\mathbf{q}} - \delta Y_{-\mathbf{q}}^{in} \end{aligned} \quad (2.78)$$

Le facteur  $\sqrt{\frac{5}{4}}$  provient de la valeur des populations des modes signal et complémentaire au-dessus du seuil dans le cas où  $\Delta = 0$  (voir équation (2.44)).

Nous introduisons à présent l'opérateur  $\delta\hat{r}$ , qui correspond à la différence des fluctuations d'amplitude des champs signal et complémentaire :

$$\delta\hat{r} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\delta X_{\mathbf{q}} - \delta Y_{-\mathbf{q}}) \quad (2.79)$$

L'équation d'évolution de cet opérateur s'obtient en sommant les deux équations (2.78) :

$$\frac{1}{\gamma} \frac{d}{dt} \delta\hat{r} = -2\delta\hat{r} + \delta\hat{r}_{in} \quad (2.80)$$

avec

$$\delta\hat{r}_{in} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\delta X_{\mathbf{q}}^{in} - \delta Y_{-\mathbf{q}}^{in}) \quad (2.81)$$

On remarque que la différence des fluctuations d'amplitude des champs signal et complémentaire ne dépend pas des fluctuations des champs pompe. Cette propriété est notamment responsable des effets non-classiques dans les oscillateurs paramétriques optiques.

### Gémellité au-dessus du seuil

Le calcul de la gémellité s'effectue alors de manière analogue à celui mené dans la partie D.3. On réécrit d'abord l'équation (2.79) dans l'espace de Fourier ce qui permet d'obtenir une équation algébrique. On utilise ensuite la relation (2.56) entre le champ lumineux intra-cavité et le champ lumineux extra-cavité. La différence des fluctuations d'amplitude  $\delta\hat{r}_A^{out}$  des champs lumineux signal et complémentaire à l'extérieur de la cavité a alors pour expression :

$$\delta\hat{r}_A^{out}(\omega) = \left( \frac{\gamma_a C_{\mathbf{q}}^2}{\gamma} \frac{1}{1 - i\frac{\omega}{2}} - 1 \right) \delta\hat{r}_A^{in}(\omega) - \frac{\sqrt{\gamma_a \gamma_b} C_{\mathbf{q}} X_{\mathbf{q}}}{\gamma} \frac{1}{1 - i\frac{\omega}{2}} \delta\hat{r}_B^{in}(\omega) \quad (2.82)$$

On en déduit la gémellité  $G = \langle \delta\hat{r}_A^{out}(\omega) \delta\hat{r}_A^{out}(-\omega) \rangle$  :

$$G = 1 - \frac{\gamma_a C_{\mathbf{q}}^2}{\gamma} \frac{1}{1 + (\frac{\omega}{2})^2} + n \frac{\gamma_a \gamma_b C_{\mathbf{q}}^2 X_{\mathbf{q}}^2}{\gamma^2} \frac{1}{1 + (\frac{\omega}{2})^2} \quad (2.83)$$

La gémellité au-dessus du seuil est très similaire à celle obtenue au-dessous du seuil (voir équation (2.69)). En revanche la gémellité au-dessous du seuil dépend du taux de

pompage alors qu'elle n'en dépend pas au-dessus du seuil. Cette propriété est caractéristique des oscillateurs paramétriques optiques [Laurat04]. En outre sa valeur est égale à la limite de la gémellité calculée sous le seuil lorsque  $\sigma$  tend vers 1 (équation (2.76)). La gémellité est donc continue au seuil, et ceci bien que les bruits individuels des modes signal et complémentaire divergent à fréquence nulle.

La gémellité au-dessus du seuil suit une loi Lorentzienne vis-à-vis de la fréquence, avec une largeur égale à  $2\gamma$ , ce qui correspond à la bande passante du système. Cette dépendance est identique à celle établie au-dessous du seuil. À fréquence nulle, elle a pour expression :

$$G(\omega = 0) = 1 - \frac{\gamma_a C_{\mathbf{q}}^2}{\gamma} + n \frac{\gamma_a \gamma_b}{\gamma^2} C_{\mathbf{q}}^2 X_{\mathbf{q}}^2 \quad (2.84)$$

On retrouve à nouveau la compétition entre deux termes identiques à ceux calculés sous le seuil : un terme de réduction de bruit, proportionnel au rapport entre le couplage photonique et les pertes du système, et un terme d'excès de bruit, proportionnel à la densité d'excitons. Le terme de réduction de bruit peut se réécrire de manière à faire apparaître le rapport des largeurs de raie excitonique et photonique :

$$\frac{\gamma_a C_{\mathbf{q}}^2}{\gamma} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma_b X_{\mathbf{q}}^2}{\gamma_a C_{\mathbf{q}}^2}} \quad (2.85)$$

La réduction de bruit dépend donc de manière cruciale du rapport des largeurs de raies. En général la largeur excitonique excède de loin la largeur photonique. Dans le cas de notre échantillon, nous avons  $\gamma_b = 2\gamma_a$ . La réduction maximale de bruit que nous pouvons espérer observer dans ce cas est de 33%.

## Conclusion

Nous avons rappelé ici les principaux résultats concernant l'étude des corrélations quantiques dans notre système au-dessus du seuil afin de compléter l'étude menée sous le seuil dans la partie précédente. Dans les deux cas la réduction de bruit est fonction du rapport des largeurs de raie excitoniques et photoniques et donc de la qualité de l'échantillon. Dans les deux cas, cette réduction peut être limitée par un excès de bruit dû au réservoir excitonique. En revanche, étant donné que cet excès de bruit dépend de l'intensité de pompage, il peut s'avérer déterminant pour l'observation d'effets non-classiques dans notre système au-dessus du seuil. D'autre part, notre étude au-dessus du seuil ne prend pas en compte l'aspect éventuellement multimode de ce processus. Nous avons démontré expérimentalement que l'émission non-linéaire n'est pas monomode : au champ moyen des modes signal et complémentaire se superpose un

champ très faible, mais néanmoins très bruyant, et certainement responsable de l'excès de bruit observé sur la différence des intensités. L'exploration d'effets non-classiques au-dessous du seuil, que ce soit en régime de comptage de photons ou par détection homodyne, s'annonce donc prometteuse. Elle sera en revanche difficile à mettre en œuvre expérimentalement. En effet le régime de comptage de photons nécessite un débit de paires signal-complémentaire très faible. Il faut pour cela atténuer les deux faisceaux, ce qui a pour conséquence une dégradation du rapport signal sur bruit. Dans le cas de la détection homodyne, nous avons déjà mentionné le problème du recouvrement des profils spatiaux transverses entre l'oscillateur local d'une part et le signal et le complémentaire d'autre part. Ce problème peut être limité par l'injection d'une sonde très faible dans le mode signal.

## E Mélange à quatre ondes de polaritons : expériences

Dans cette partie je décrirai les principales expériences bruyant sur le mélange à quatre ondes. Je présenterai d'abord les résultats préliminaires obtenus avec Marco Romanelli lors de ma première année de thèse. Lors de ces premières expériences, l'échantillon est pompé par deux faisceaux focalisés sur un spot de  $50 \mu m$  de diamètre et formant un angle de  $6^\circ$  avec la normale à l'échantillon. La polarisation des pompes est linéaire et leurs polarisations sont orthogonales. Le désaccord cavité-exciton est légèrement négatif ( $\delta_{cav-exc} = -0.45 meV$ ). Dans cette configuration nous avons observé des corrélations d'intensité entre deux parties diamétralement opposées du cercle élastique. Le bruit de la différence des intensités est cependant resté au-dessus de la limite quantique standard. En outre l'observation du champ lointain de l'émission n'a pas permis dans un premier temps d'identifier les modes signal et complémentaire, confondus avec l'anneau de diffusion Rayleigh. Afin de mettre en évidence le processus de mélange à quatre ondes, nous avons réalisé une expérience de type pompe-sonde, qui a permis l'observation du complémentaire lorsque le signal est stimulé par une faible sonde. Motivés par certains travaux récents sur la dynamique de spin des polaritons [Lagoudakis02, Shelykh04], nous avons effectué une détection résolue en polarisation de l'émission. Nous avons alors observé que lorsque les deux faisceaux pompes ont la même polarisation linéaire horizontale, le signal et le complémentaire apparaissent clairement dans le champ lointain de l'émission lorsqu'on détecte la polarisation orthogonale à celle des pompes. Les mesures de bruit résolues en polarisation ont mis en évidence de très fortes corrélations entre le signal et le complémentaire, mais aucune signature d'effets non-classiques n'a été observée, le bruit normalisé de la différence des intensités valant une dizaine de fois le bruit quantique standard. L'ensemble de ces résultats sont également détaillés dans la thèse de Marco Romanelli [Romanelli06] et sont regroupés dans la référence [Romanelli07].

L'étude théorique au-dessus du seuil a montré l'importance du bruit excitonique dans l'observation d'effets quantiques. Afin de nous éloigner du réservoir excitonique, nous avons donc diminué l'angle d'incidence des pompes à  $3^\circ$ . Cette modification des conditions d'excitation a permis d'augmenter considérablement l'efficacité du processus en abaissant le seuil et en augmentant l'intensité lumineuse du signal et du complémentaire. Dans cette configuration, nous avons également étudié le caractère monomode transverse des modes signal et complémentaire, l'existence d'éventuelles corrélations sur la polarisation parallèle aux pompes, et le rôle joué par l'anisotropie locale sur la

localisation du signal et du complémentaire dans le champ lointain. La réduction de l'angle d'incidence a également permis de diminuer le bruit de la différence des intensités, celui-ci restant toute fois au-dessus de la limite quantique standard. L'observation d'effets non-classiques dans les microcavités sera abordée au chapitre 3. Je mentionne le fait qu'au-delà de l'optique quantique, ce processus est également à l'origine d'effets très riches de polarisation qui constitueront le sujet du chapitre 5.

## E.1 Expériences préliminaires

Dans cette partie je présente les premiers résultats obtenus dans la configuration du mélange à quatre ondes. L'observation de corrélations entre deux zones diamétralement opposées du cercle de diffusion élastique a constitué une première preuve de l'existence du processus de mélange à quatre ondes de polaritons. L'expérience pompe-sonde menée ultérieurement a permis de démontrer clairement la nature paramétrique du processus.

### Dispositif expérimental

La réalisation expérimentale du double pompage résonnant est difficile à plusieurs titres : il faut à la fois contrôler que les deux faisceaux pompes sont superpositionnés sur l'échantillon et qu'ils sont simultanément résonnants, c'est-à-dire qu'ils doivent avoir la même impulsion transverse. Le schéma du dispositif expérimental est visible sur la figure 2.11. Les deux faisceaux pompes se propagent parallèlement entre eux. Le parallélisme est contrôlé en intercalant un miroir sur le trajet des deux faisceaux et en les laissant se propager sur une distance de plusieurs mètres. La polarisation de chaque faisceau est réglée de manière indépendante à l'aide d'une lame demi-onde. Deux miroirs  $\mathbf{M}_1$  et  $\mathbf{M}_2$  montés sur translation micrométriques permettent d'ajuster de manière indépendante la position de chaque faisceau sur la lentille de focalisation. Cette opération permet de faire varier l'angle d'incidence des pompes et donc la composante  $k_x$  du vecteur d'onde transverse. La composante  $k_y$  est ajustable en faisant varier la position verticale de lentille à l'aide d'une vis micrométrique. En outre on s'assure également que les positions des deux faisceaux sur la lentille sont symétriques par rapport au centre de la lentille. On obtient ainsi deux faisceaux pompes ayant des composantes  $k_x$  égales en module mais opposées. On place ensuite l'échantillon au foyer de la lentille. Il reste alors à contrôler que les deux faisceaux sont bien superposés sur l'échantillon et sont simultanément résonnants.

La position des faisceaux sur l'échantillon doit être contrôlée de manière précise. En effet le rayon des spots de chacun des faisceaux sur l'échantillon est de  $25 \mu m$ . La

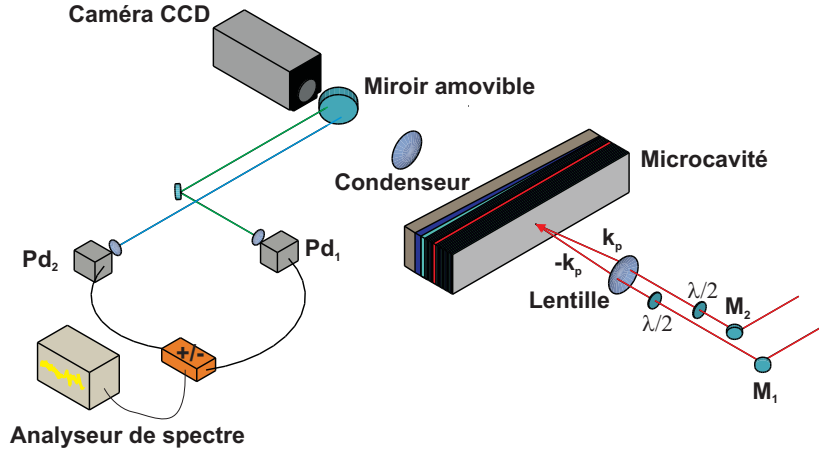


FIG. 2.11 – Montage expérimental du mélange à quatre ondes. Les deux faisceaux pompes  $\mathbf{k}_p$  et  $-\mathbf{k}_p$  sont focalisés en un même point de l'échantillon. La lumière transmise est collectée par un condensenseur puis envoyée vers une caméra CCD qui permet d'obtenir une image de l'émission en champ lointain. Un miroir amovible permet d'envoyer une partie de l'émission vers deux photodiodes  $Pd_1$  et  $Pd_2$ . Les photocourants sont sommés ou soustraits et le bruit de la somme ou de la différence est analysé à l'aide d'un analyseur de spectre.

distance séparant les deux faisceaux ne doit donc pas excéder  $25 \mu m$ . La position de chaque faisceau est déterminée en utilisant le bord de l'échantillon comme lame opaque. On coupe horizontalement puis verticalement chacun des faisceaux en déplaçant l'échantillon dans ces deux directions à l'aide de translations micrométriques fixées sur le support du cryostat. Cette opération permet de repérer bidimensionnellement la position de chaque faisceau par rapport au bord de l'échantillon avec une précision de  $10 \mu m$  (cette précision correspond à la graduation minimale des translations) et d'en déterminer également la taille (voir figure 2.12). Si les deux faisceaux ne sont pas correctement superposés, on les superpose à l'aide des deux miroirs  $M_1$  et  $M_2$ . Évidemment on affecte ainsi le parallélisme des deux pompes. On rectifie ce dernier à l'aide de deux autres miroirs non représentés sur la figure 2.11 et on vérifie à nouveau la position des deux faisceaux sur l'échantillon. En itérant ce procédé un nombre suffisant de fois, on arrive à obtenir des faisceaux superposés sur l'échantillon et parallèles entre eux avant la lentille de focalisation. On vérifie alors qu'ils sont simultanément résonnants. La lumière transmise par la microcavité est collimatée avec un condensenseur (voir figure 2.11). On peut ainsi accéder à l'image du champ lointain de l'émission avec une caméra CCD. Un miroir amovible permet d'envoyer le signal et le complémentaire vers

deux photodiodes. Ce dispositif permet de mesurer les corrélations entre le signal et le complémentaire en analysant le bruit de la somme et de la différence des photocourants avec un analyseur de spectre.

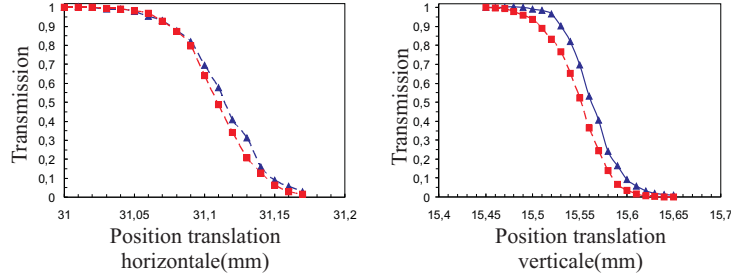


FIG. 2.12 – Profil de l’intensité transmise lorsque le bord de l’échantillon coupe le faisceau  $\mathbf{k}_p$  (carreaux rouges) et  $-\mathbf{k}_p$  (triangles bleus). Gauche : profil horizontal. Droite : Profil vertical.

## Résultats expérimentaux

Tous les résultats présentés dans cette section sont obtenus en pompant l’échantillon près du désaccord nul entre la cavité et l’exciton, plus précisément pour  $\delta = -0.45$  meV. L’angle des faisceaux pompe par rapport à la normale est d’environ  $6^\circ$  : on choisit un angle sensiblement plus petit que l’angle magique ( $\simeq 12^\circ$ ) pour éviter la compétition entre le processus à deux pompes et la diffusion paramétrique à une pompe considérée dans la partie C. En outre, on choisit de pomper avec des *polarisations linéaires orthogonales* ( $\mathbf{k}_p$  est polarisé selon la direction horizontale,  $-\mathbf{k}_p$  selon la verticale) pour éviter des effets d’interférences entre les anneaux Rayleigh des pompes. Cette dernière remarque est importante car nous verrons au chapitre 5 que le processus non-linéaire est presque totalement inhibé lorsque les deux pompes ont des polarisations linéaires croisées. Ceci explique pourquoi nous n’avons observé dans cette configuration que de faibles corrélations, et nous n’avons pas pu distinguer dans le champ lointain de l’émission le signal et le complémentaire de la diffusion Rayleigh.

### a) Mesures de corrélations d’intensité

Le processus de diffusion paramétrique  $\{\mathbf{k}_p, -\mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{k}', -\mathbf{k}'\}$  produit deux polaritons simultanément, de façon similaire à ce qui se passe lorsque l’on pompe le système à l’angle magique. On s’attend donc à mesurer des corrélations entre les intensités émises



avec des vecteurs d'ondes opposés, c'est-à-dire entre les parties du cercle élastique reliées par un diamètre quelconque. Dans cette configuration l'émission paramétrique est confondue avec l'anneau de diffusion Rayleigh. Néanmoins l'émission générée par la diffusion Rayleigh ne présente pas de corrélations. Les mesures de corrélations permettent donc de distinguer le processus de diffusion paramétrique du processus de diffusion Rayleigh.

La figure 2.13 reproduit les courbes lues sur l'analyseur de spectre du bruit de la somme et du bruit de la différence des photocourants. Dans un premier temps nous avons sélectionné dans le champ lointain de l'émission deux parties *diamétralement opposées* du cercle de diffusion élastique. Bien que le signal et le complémentaire ne soient pas distinguables de la diffusion Rayleigh sur l'image 2.13.(a), le bruit de la somme des photocourants est néanmoins plus élevé que le bruit de la différence. Ceci démontre

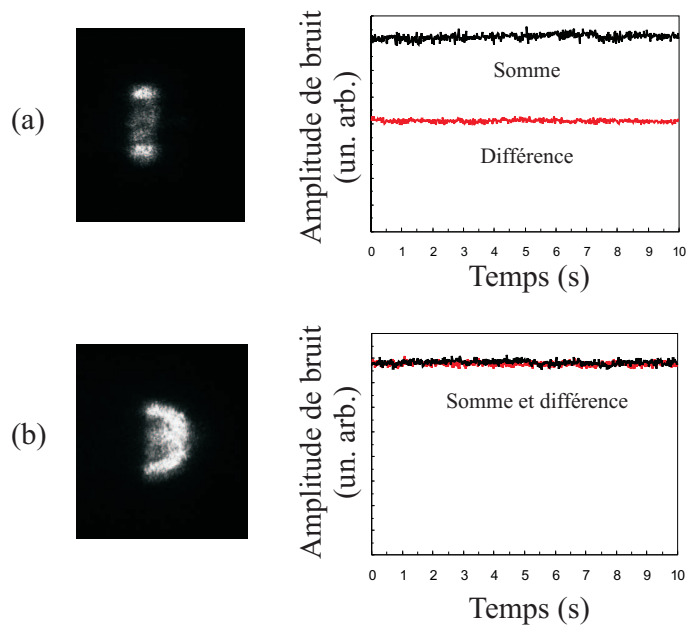


FIG. 2.13 – Bruit de la somme (noir) et de la différence (rouge) des intensités de deux parties de l'émission. (a) Les deux parties se trouvent aux extrémités du diamètre vertical de l'anneau. Le bruit de la différence est plus faible que le bruit de la somme, ce qui démontre que les intensités sont corrélées.

(b) Les deux parties correspondent à une portion de la moitié de droite de l'anneau, où aucun diamètre complet ne se trouve. Le bruit de la différence est égal au bruit de la somme : dans ce cas, les intensités sont décorrélées.

l'existence de corrélations d'intensité entre les deux zones sélectionnées ce qui constitue un argument en faveur du processus de diffusion paramétrique  $\{\mathbf{k}_p, -\mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{k}', -\mathbf{k}'\}$ . Ces corrélations demeurent néanmoins classiques car le bruit de la différence est au-dessus de la limite quantique standard.

Dans un deuxième temps nous avons sélectionné deux parties *non diamétralement opposées*. Dans ce cas les traces du bruit de la somme et du bruit de la différence sont superposées (voir figure 2.13.(b)), ce qui signifie que ces deux zones sont décorréélées. Cette mesure est un argument supplémentaire en faveur du processus de mélange à quatre ondes. En effet ce processus produit des polaritons avec des impulsions transverses opposées. On s'attend donc à observer des corrélations d'intensité entre deux zones diamétralement opposées du cercle de diffusion élastique. En revanche, deux zones non diamétralement opposées ne doivent pas présenter de corrélations.

Ces expériences préliminaires ont permis de mettre en évidence de manière indirecte l'existence du processus de diffusion paramétrique  $\{\mathbf{k}_p, -\mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{k}', -\mathbf{k}'\}$ . Néanmoins aucun seuil clair de l'émission paramétrique n'a pu être détecté lors de mesures d'intensité. Nous n'avons également détecté aucune modification notable de l'émission en champ lointain. Le lecteur peut consulter la référence [Romanelli06] pour plus de détails sur ces expériences. À ce stade l'interprétation des données nécessite encore d'élucider quelques points. La plus part des difficultés rencontrées proviennent du fait que l'émission non-linéaire et la diffusion paramétrique sont superposées. Nous avons donc tenté de contourner le problème en stimulant dans un premier temps le signal par une faible sonde puis en séparant en polarisation le processus non-linéaire d'une partie de la diffusion Rayleigh.

#### b) *Expérience pompe-sonde*

L'idée principale de l'expérience présentée dans ce paragraphe est de briser l'invariance par rotation dans l'espace réciproque qui permet en principe à tous les couples de polaritons de vecteurs d'onde transverses opposés se trouvant sur le cercle élastique d'osciller. On introduit pour cela une faible sonde de même énergie que les faisceaux pompes et ayant le même angle d'incidence sur la surface de l'échantillon. Cette sonde permet de briser la symétrie circulaire en favorisant l'oscillation de l'un des couples. Les polaritons se comportant comme des bosons, la probabilité de diffusion vers un état est proportionnelle au nombre de polaritons occupant déjà cet état. On induit donc ainsi une diffusion stimulée vers l'état sondé et vers son complémentaire diamétralement opposé sur le cercle.

Le dispositif expérimental est représenté sur la figure 2.14. Le réglage de la superpo-

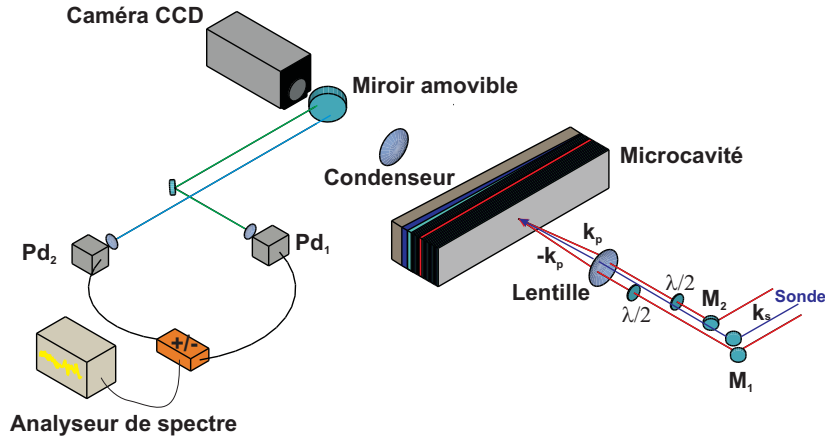


FIG. 2.14 – Le dispositif expérimental est analogue à celui de la figure 2.11. La sonde (trait violet) se propage parallèlement aux faisceaux pompes et atteint la lentille de focalisation à une distance du centre de la lentille égale à celle des deux faisceaux pompes. Ceci assure que l'angle d'incidence de la sonde sur l'échantillon est identique à celui des pompes. Dans cette expérience, les deux pompes ont des polarisations linéaires et orthogonales entre elles. La sonde est polarisée circulairement.

sition des trois faisceaux sur l'échantillon et de l'égalité des angles d'incidence se fait avec la même technique que celle décrite dans la partie E.1.

L'observation du champ lointain de l'émission (voir figure 2.15) montre l'apparition d'un quatrième spot en plus des trois spots correspondant aux deux pompes et à la sonde. Le quatrième spot correspond à l'apparition d'une population macroscopique de polaritons dans le mode  $-\mathbf{k}_s$ , diamétralement opposé au mode sonde  $\mathbf{k}_s$ . De plus la sonde est amplifiée d'un facteur 3. L'image de la figure 2.15 constitue une preuve directe du mélange à quatre ondes.

Nous avons également réalisé des mesures de corrélations en intensité entre la sonde et le complémentaire. Les deux modes ont présenté des corrélations allant jusqu'à 50% mais restant dans le domaine classique. Bien que la sonde améliore nettement la sélection du mode spatial de l'émission, elle ne permet pas dans cette configuration de descendre sous la limite quantique standard. Cette configuration se heurte en effet à deux difficultés : l'intensité du faisceau sonde est de quelques centaines de  $\mu W$  ce qui est suffisant pour que la statistique poissonnienne du faisceau sonde masque les corrélations quantiques. D'autre part, aucune sélection en polarisation n'est effectuée. Nous avons déjà mentionné que des expériences ultérieures ont montré que le processus est presque inhibé lorsque les deux pompes ont des polarisations linéaires orthogonales. La sonde

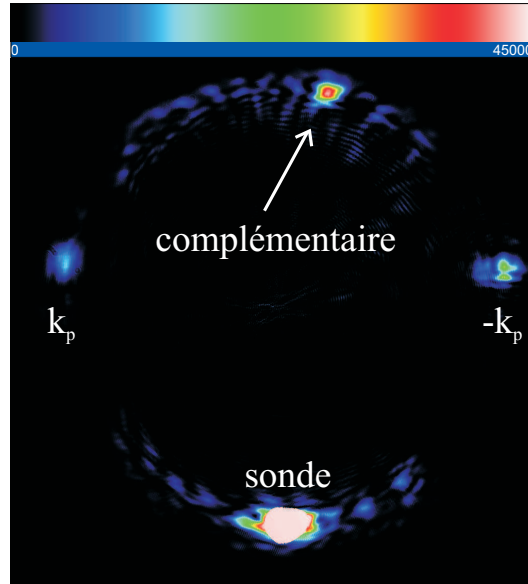


FIG. 2.15 – Image en champ lointain de l'émission de la microcavité sous excitation résonnante par les deux pompes et la sonde. Les deux pompes ont des polarisations linéaires orthogonales entre elles. La sonde est polarisée circulairement. Sur la partie supérieure de l'image, on observe une quatrième tache lumineuse, qui correspond à un vecteur d'onde opposé à celui de la sonde. Ce résultat est une preuve directe de la diffusion paramétrique  $\{\mathbf{k}_p, -\mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{k}_s, -\mathbf{k}_s\}$ .

possède dans ce cas-ci une polarisation circulaire, ce qui ne favorise pas davantage la diffusion paramétrique, le facteur d'amplification de la sonde n'étant que de 3.

## E.2 Inversion de polarisation linéaire

Nous avons légèrement modifié le montage expérimental de la figure 2.11 en passant d'une configuration où les pompes ont des polarisations linéaires *orthogonales entre elles* à une configuration où les pompes ont *la même* polarisation linéaire. La lumière émise par la microcavité est ensuite filtrée à l'aide d'un cube polariseur et d'une lame demi-onde, ce qui permet d'analyser la composante linéaire de la polarisation de l'émission.

### Résultats préliminaires

La figure 2.16 montre le champ lointain de l'émission résolu en polarisation. L'image 2.16.(a) correspond à la composante linéaire identique à celle des pompes et l'image 2.16.(b)

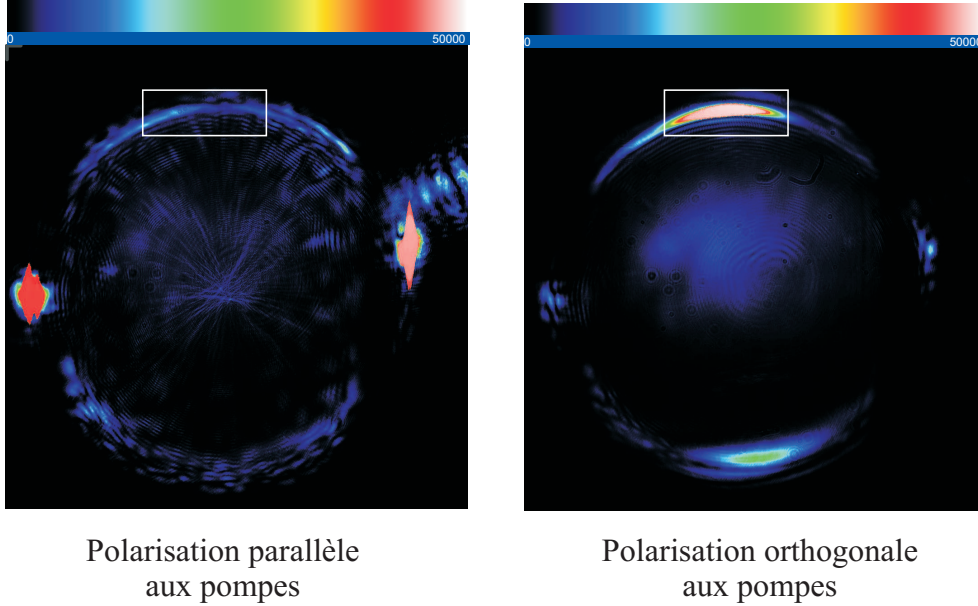


FIG. 2.16 – Images en champ lointain résolues en polarisation. La position de l'échantillon correspond à un désaccord cavité-exciton nul. Le degré de polarisation linéaire de la partie de l'émission dans l'encadré est  $\rho_{lin} = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}} = -0.6$ .

correspond à la composante linéaire orthogonale à celle des pompes. Les deux images sont très différentes. Sur l'image (a) (qui correspond à la polarisation parallèle aux pompes) la distribution est caractérisée par une symétrie circulaire et la présence de speckles, signe caractéristiques de la diffusion Rayleigh résonnante. Les deux pompes sont également visibles. Sur l'image (b) (qui correspond à la polarisation orthogonale aux pompes), la distribution est profondément asymétrique. La diffusion Rayleigh y est très faible et l'ensemble de l'émission se concentre sur deux zones bien précises diamétralement opposées et situées sur le diamètre vertical. Cette image montre que les états finaux du mélange à quatre ondes ont une polarisation orthogonale aux pompes. Néanmoins cette *inversion de polarisation linéaire* [Dasbach05, Kavokin05b] n'est pas totale. Le degré de polarisation linéaire est défini par  $\rho_{lin} = \frac{I_{\parallel} - I_{\perp}}{I_{\parallel} + I_{\perp}}$  où  $I_{\parallel}$  et  $I_{\perp}$  désignent respectivement l'intensité de la polarisation parallèle aux pompes et l'intensité de la polarisation orthogonale aux pompes. Le degré de polarisation linéaire de l'émission paramétrique est de -0.6. Il serait égal à -1 en cas d'inversion totale.

On peut expliquer l'inversion de polarisation linéaire en prenant en compte la dépendance des interactions non-linéaires entre polaritons vis-à-vis du spin [Shelykh04, Shelykh06, Renucci07].

### Mesure de seuil

Lors des premières expériences réalisées sur le mélange à quatre ondes, il était difficile de mettre en évidence un seuil d'oscillation. L'excitation avec des pompes ayant des polarisations linéaires parallèles, combinée au filtrage en polarisation de l'émission non-linéaire, nous a permis d'identifier clairement un seuil pour le processus. Dans toute la suite les images présentées correspondent à la composante linéaire orthogonale à la polarisation des pompes du champ lointain de l'émission. Les mesures de seuil ont été réalisées avec un hacheur (*duty cycle* 4,5%), car nous nous sommes aperçus que le chauffage de l'échantillon occasionné par les pompes modifie le champ lointain de l'émission. Pour une même puissance de pompe, la distribution est uniforme dans le champ lointain de l'émission en l'absence de hacheur, alors qu'elle se concentre dans deux zones diamétralement opposées situées sur le diamètre vertical lorsque le hacheur est présent (voir figure 2.17). Les effets thermiques jouent donc un rôle dans la valeur du seuil d'oscillation, puisque dans le cas où le hacheur est absent tout semble indiquer qu'on se trouve sous le seuil d'oscillation paramétrique, tandis que le seuil est franchi lorsque le hacheur fonctionne. La mesure du seuil de l'oscillation paramétrique est

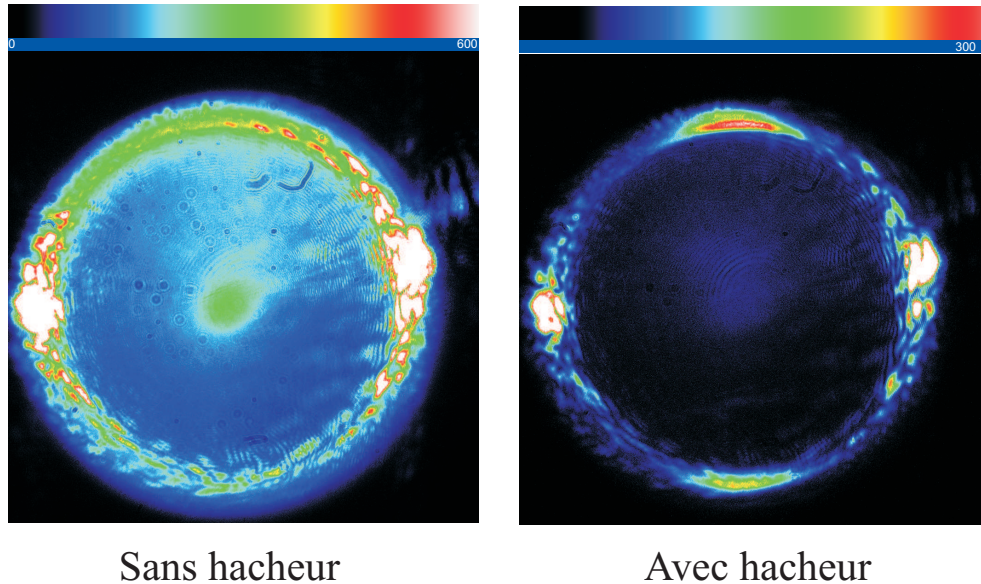


FIG. 2.17 – Champ lointain de l'émission filtré en polarisation (composante orthogonale à celle des pompes) sous une excitation en continu (gauche) et avec un hacheur (droite) pour une même puissance de pompe.

réalisée en faisant varier la puissance de pompe incidente et en mesurant la puissance

émise dans la polarisation orthogonale aux pompes. La courbe de seuil de la figure 2.18 présente une rupture de pente autour de 20 mW qui marque le seuil d'oscillation du mélange à quatre ondes. On constate qu'au-dessous du seuil, l'intensité de l'émission est répartie de façon plus ou moins uniforme sur l'anneau élastique  $\mathbf{k} = \mathbf{k}_p$ . Lorsque le seuil est franchi, les images en champ lointain montrent que la symétrie de l'émission est progressivement brisée, l'intensité émise se concentrant en deux taches symétriques par rapport au centre de l'anneau.

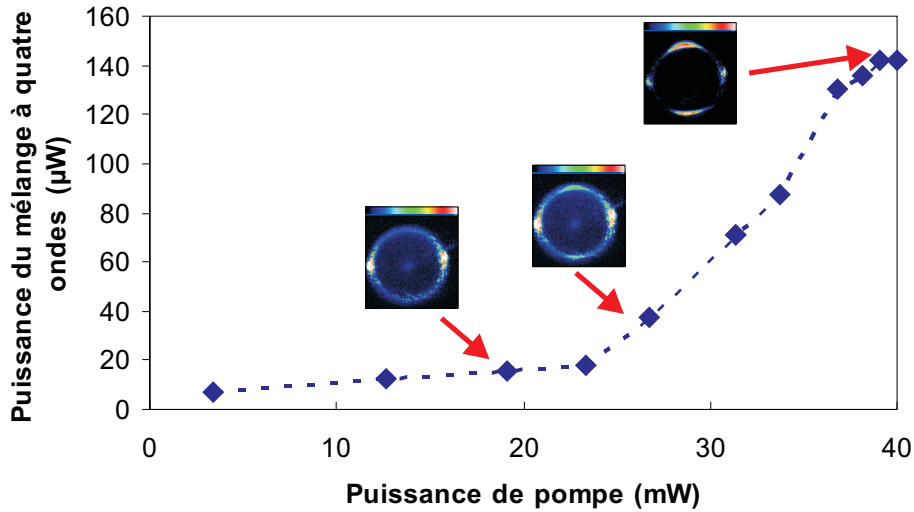


FIG. 2.18 – Puissance émise en fonction de la puissance de pompe. Le désaccord cavité-exciton est de 0.2 meV.

### Mesure de bruit

De façon analogue à ce qui avait été fait auparavant, nous avons mesuré les corrélations d'intensité des deux faisceaux émis avec vecteurs d'onde opposés. Le montage de détection est tout-à-fait identique à celui décrit au paragraphe E.1 et représenté en figure (2.18) : les parties inférieures et supérieures de l'émission sont envoyées sur deux photodiodes et les photocourants générés sont sommés et soustraits à l'aide d'un circuit électronique. Les densités spectrales de bruit de la somme et de la différence des photocourants sont mesurées à l'analyseur de spectre avec une fréquence d'analyse de 4 MHz.

**Procédure expérimentale** Nous avons souligné l'importance des effets thermiques sur le processus non-linéaire au paragraphe E.2. Ces effets prennent une importance particulière lorsqu'on se trouve au-dessus du seuil d'oscillation. La figure 2.19 illustre cet effet. Elle représente la puissance optique détectée (convertie ici en tension et lue à l'oscilloscope numérique) par chacune des photodiodes pour trois puissances de pompe différentes, respectivement 12 mW dans le cas (a), 16.7 mW dans le cas (b) et 22 mW dans le cas (c). La durée d'excitation est d'environ 1 ms. Dans le cas (a), le système

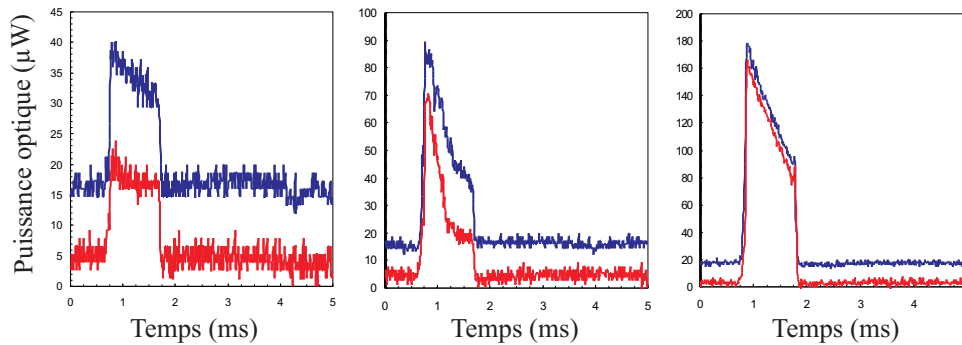


FIG. 2.19 – Variation au cours du temps de la puissance optique du signal et du complémentaire. Les deux traces représentent la puissance optique détectée par chaque photodiode et lue à l'oscilloscope numérique. Les traces ont été décalées pour faciliter la compréhension. Puissance de pompe : (a) 12 mW, (b) 16.7 mW, (c) 22 mW.

est au-dessous du seuil d'oscillation durant toute la durée de l'excitation et l'intensité émise décroît linéairement à cause des effets thermiques. Dans le cas (b), le système est au-dessus du seuil au début de l'excitation puis passe au-dessous du seuil à cause des effets thermiques. Le franchissement du seuil d'oscillation est marqué par la rupture de pente. Enfin dans le cas (c) le système reste toujours au-dessus du seuil mais l'intensité émise décroît linéairement au cours de l'excitation. Les effets thermiques tendent à inhiber le processus.

Afin de tenir compte de l'influence des effets thermiques sur l'intensité lumineuse émise par le processus paramétrique au cours de l'excitation, nous avons simultanément enregistré l'intensité lumineuse émise à l'aide d'un oscilloscope numérique et les fluctuations de la différence (ou alternativement de la somme) à l'aide de l'analyseur de spectre. Les deux instruments sont déclenchés simultanément lorsque l'excitation débute. Cette procédure permet de normaliser le spectre de la différence (ou de la somme) des in-



tensités sur toute la durée de l'excitation (environ 1 ms). Les mesures sont effectuées pour une fréquence d'analyse de 4.3 MHz avec une résolution spectrale de 10 kHz. On moyenne le spectre de bruit et l'intensité lumineuse sur 100 acquisitions. Le shot noise a été calibré dans les mêmes conditions.

**Résultats** Les mesures qui suivent ont été faites pour un désaccord cavité-exciton de 0.25 meV, ce qui est légèrement supérieur à celui considéré dans la partie E.2. Nous reproduisons donc la courbe de seuil correspondant à ce désaccord. Compte tenu du fait que la durée d'excitation est d'environ 1 ms et que l'intensité émise par le signal et le complémentaire varie dans la fenêtre d'excitation, la puissance émise, mesurée avec les photodiodes, a été intégrée sur toute la durée de l'excitation.

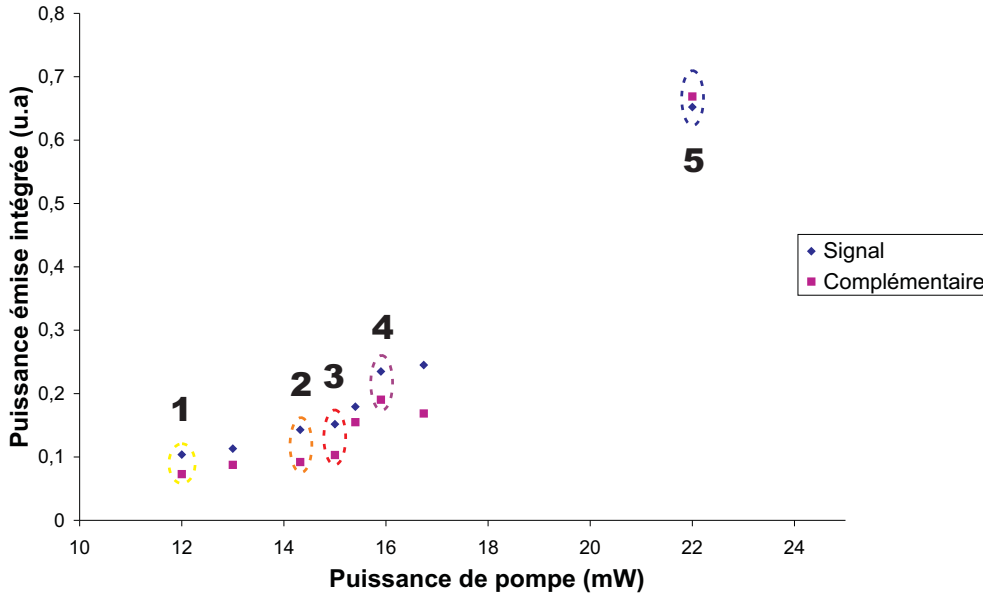


FIG. 2.20 – Puissance émise intégrée sur la durée d'excitation en fonction de la puissance de pompe. Les points 1-5 correspondent aux spectres de bruit présentés dans la suite. Le désaccord cavité-exciton est de 0.25 meV.

**Loin sous le dessous du seuil d'oscillation** Le point 1 de la figure 2.20 se situe nettement au-dessous du seuil d'oscillation. L'intensité totale émise décroît lentement au cours du temps. Le bruit normalisé de la somme est quasiment confondu avec le

bruit normalisé de la différence. On ne mesure donc aucune corrélations entre le signal et le complémentaire. L'image en champ lointain acquise pour un temps d'exposition de une seconde (ce qui représente 100 excitations) montre que la distribution de l'émission est circulaire et quasiment uniforme. L'émission est donc presque entièrement due à la photoluminescence résonnante.

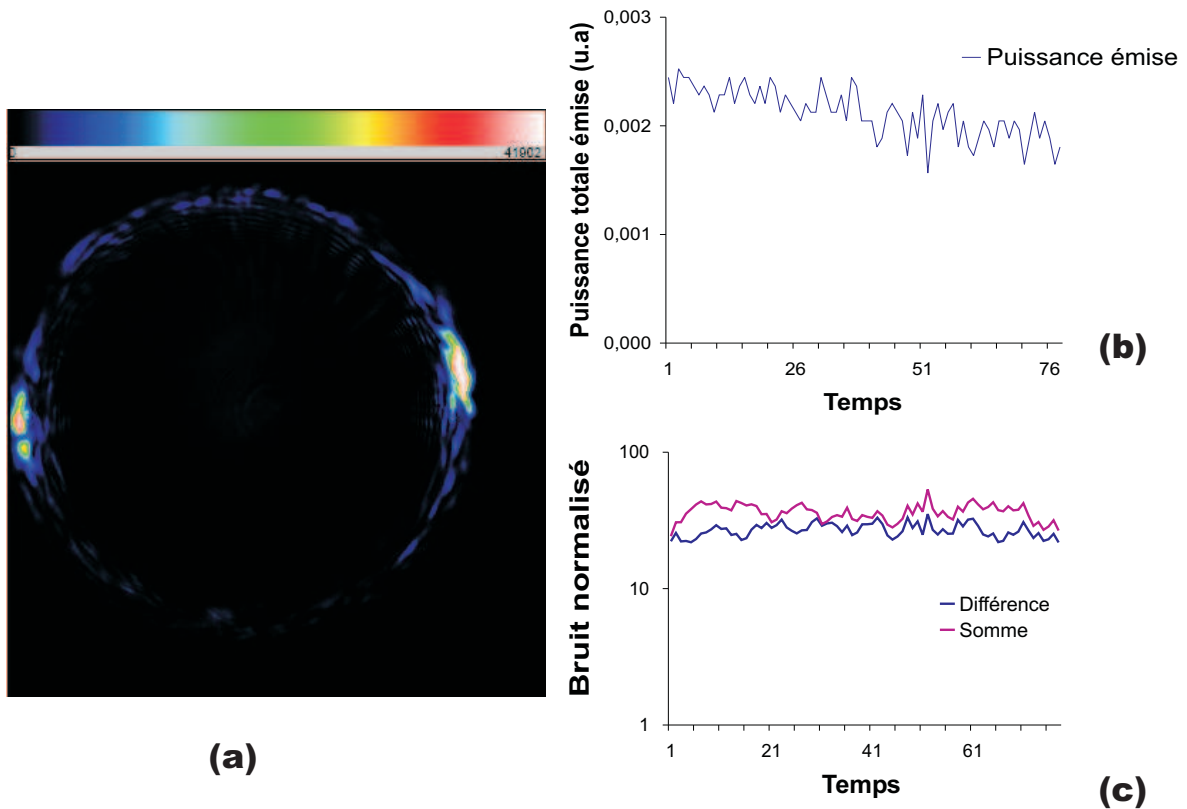


FIG. 2.21 – 1 : Puissance d'excitation  $I_p = 12$  mW. Le désaccord cavité-exciton est de 0.25 meV. (a) : image en champ lointain de l'émission (durée d'acquisition 1 seconde). (b) : puissance totale émise en fonction du temps (unité de temps : 0.1 ms). (c) : spectre de bruit de la somme et de la différence des intensités à 4 MHz en fonction du temps (unité de temps : 0.1 ms).

**Au seuil d'oscillation** Le point **3** de la figure 2.20 se situe exactement au seuil d'oscillation. Bien que le champ lointain de l'émission ne présente aucune modification notable le spectre de bruit de la somme et de la différence des intensités montre un changement complet de régime. De très fortes corrélations (90% en moyenne) apparaissent au début de l'excitation pour diminuer au fur et à mesure de l'excitation et finir par s'annuler. Ceci montre l'importance de l'effet thermique sur la génération au seuil du signal et du complémentaire.

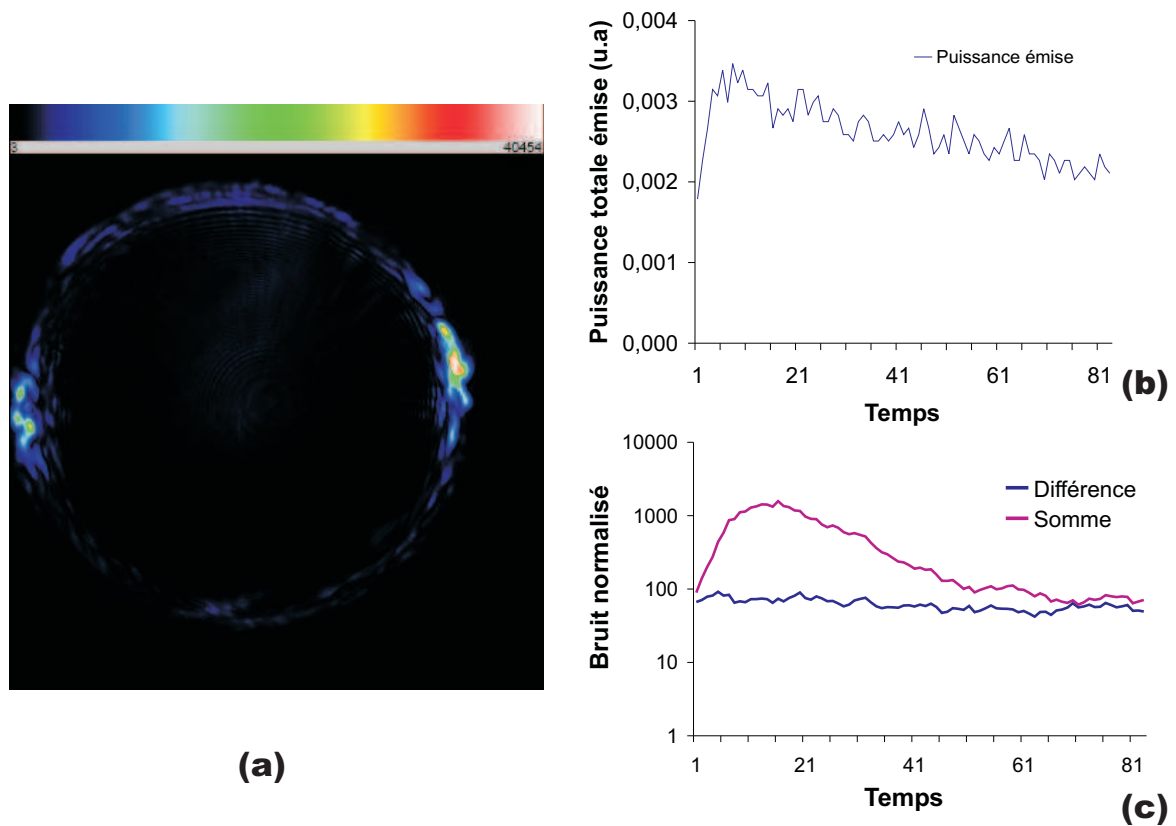


FIG. 2.22 - **3** : Puissance d'excitation  $I_p = 15$  mW. Le désaccord cavité-exciton est de 0.25 meV. (a) : image en champ lointain de l'émission (durée d'acquisition 1 seconde). (b) : puissance totale émise en fonction du temps (unité de temps : 0.1 ms). (c) : spectre de bruit de la somme et de la différence des intensités à 4 MHz en fonction du temps (unité de temps : 0.1 ms).

**Juste au-dessus du seuil d'oscillation** Le point 4 de la figure 2.20 se situe juste au-dessus du seuil de l'oscillation paramétrique. Le bruit de la somme et de la différence reste à peu près constant sur toute la durée de l'excitation et ceci en dépit du fait que l'intensité lumineuse émise décroît linéairement au cours du temps. Les effets thermiques ont un effet sur le champ moyen du signal et du complémentaire mais n'affectent pas les corrélations (90% en moyenne). En outre deux zones lumineuses plus intenses orientées le long du diamètre vertical apparaissent dans le champ lointain de l'émission : la symétrie circulaire est brisée ce qui signifie qu'on a effectivement franchi le seuil d'oscillation.

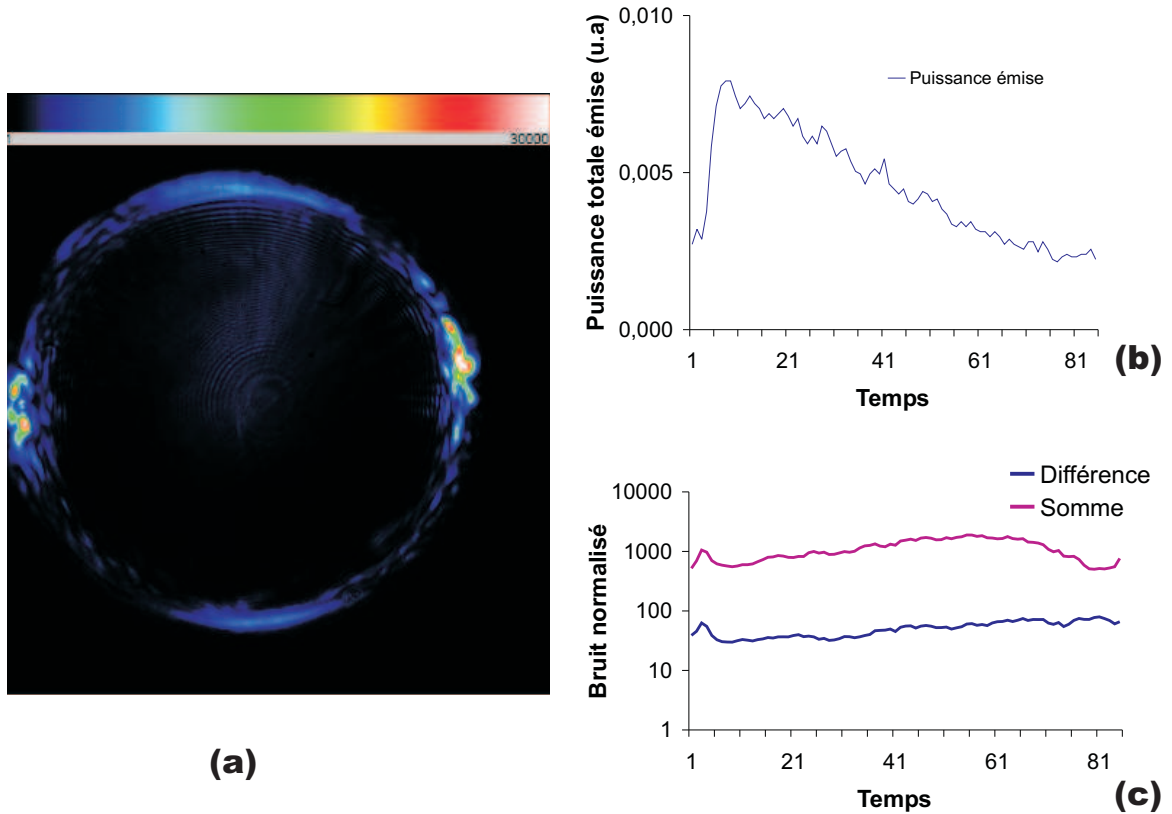


FIG. 2.23 - 4 : puissance d'excitation  $I_p = 15,9$  mW. Le désaccord cavité-exciton est de 0.25 meV. (a) : image en champ lointain de l'émission (durée d'acquisition 1 seconde). (b) : puissance totale émise en fonction du temps (unité de temps : 0.1 ms). (c) : spectre de bruit de la somme et de la différence des intensités à 4 MHz en fonction du temps (unité de temps : 0.1 ms).

**Loin au-dessus du seuil d'oscillation** Le point **5** de la figure 2.20 se situe nettement au-dessus du seuil d'oscillation. Les caractéristiques de ce régime sont très similaires à celles du point **4**. Les deux zones lumineuses apparues dans le champ lointain de l'émission au point **4** sont à présent très intenses. Le bruit normalisé de la différence des intensités reste cependant de l'ordre de 10 fois la limite quantique standard et les corrélations moyennes sont de l'ordre de 94%. En équilibrant les bruits du signal et du complémentaire, on peut augmenter le taux de corrélations jusqu'à 98%. Le lecteur peut consulter la reproduction de l'article "Four wave-mixing oscillation in a semiconductor microcavity : Generation of two correlated polaritons populations" qui regroupe l'ensemble de ces résultats (voir E.2).

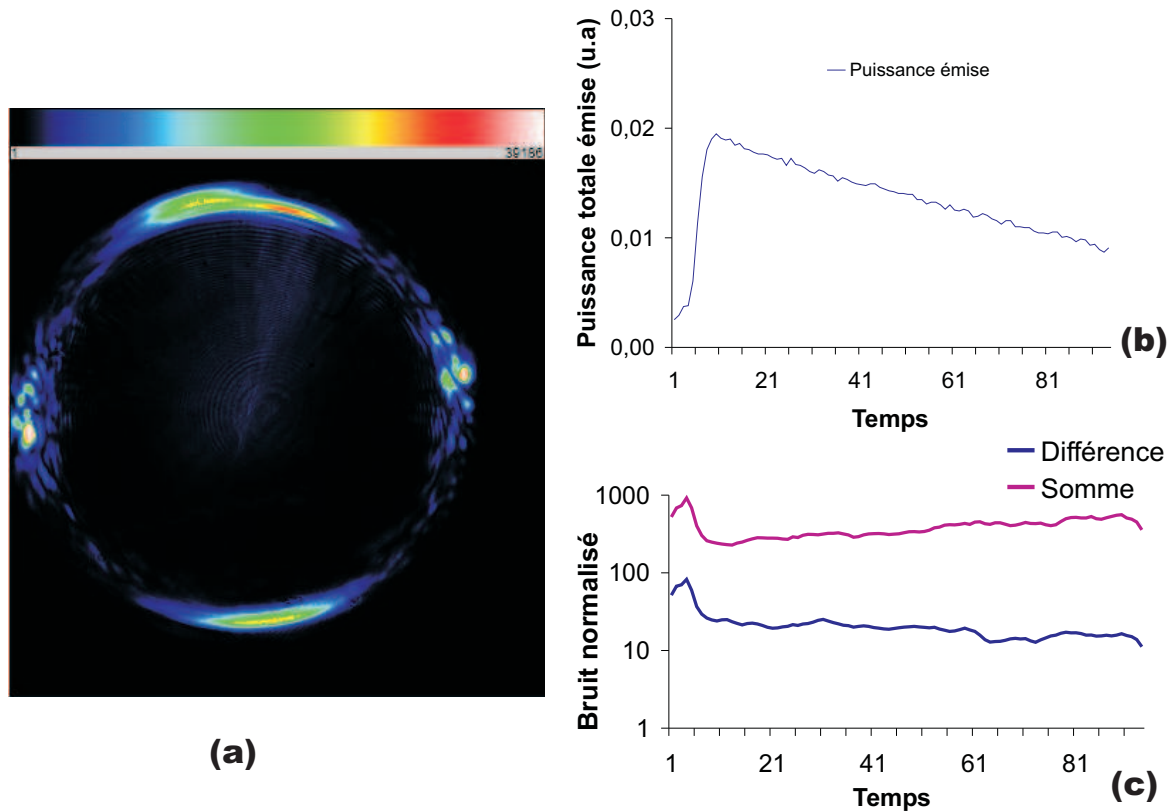


FIG. 2.24 - **5** : puissance d'excitation  $I_p = 22$  mW. Le désaccord cavité-exciton est de 0.25 meV. (a) : image en champ lointain de l'émission (durée d'acquisition 1 seconde). (b) : puissance totale émise en fonction du temps (unité de temps : 0.1 ms). (c) : spectre de bruit de la somme et de la différence des intensités à 4 MHz en fonction du temps (unité de temps : 0.1 ms).

**Reproduction de l'article "Four wave-mixing oscillation in a semiconductor microcavity : Generation of two correlated polaritons populations" (*Physics Review Letter* 98 (10), 106401 (2007))**

### Four Wave Mixing Oscillation in a Semiconductor Microcavity: Generation of Two Correlated Polariton Populations

M. Romanelli, C. Leyder, J. Ph. Karr, E. Giacobino, and A. Bramati

*Laboratoire Kastler Brossel, Université Paris 6, Ecole Normale Supérieure et CNRS, UPMC Case 74,  
4 place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05, France*

(Received 15 December 2005; published 7 March 2007)

We demonstrate a novel kind of polariton four wave mixing oscillation. Two pump polaritons scatter towards final states that emit two beams of equal intensity, separated both spatially and in polarization with respect to the pumps. The measurement of the intensity fluctuations of the emitted light demonstrates that the final states are strongly correlated.

DOI: [10.1103/PhysRevLett.98.106401](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.98.106401)

PACS numbers: 71.36.+c, 42.50.-p, 42.70.Nq, 71.35.Gg

In strong-coupling semiconductor microcavities [1] the system is described in terms of “mixed” exciton-photon quasiparticles, the cavity polaritons. These composite bosons have very interesting properties [2]. The exciton part is responsible for the coupling between polariton modes via the Coulomb interaction, which is at the origin of polaritonic nonlinearities. The understanding of these nonlinearities was greatly improved by the results of Refs. [3,4]. In the presence of a pump beam resonant with polaritons having a wave vector  $\mathbf{k}_p$ , Ref. [3] demonstrated parametric amplification of a probe beam at normal incidence and emission of a weak “idler” beam with wave vector  $2\mathbf{k}_p$ . Reference [4] evidenced the coherence properties of the emission, which confirmed the parametric nature of the process. The nonlinear mechanism is thus parametric scattering of two polaritons from the pump mode into a signal-idler pair  $\{\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{0}, 2\mathbf{k}_p\}$  [5]. The system has many similarities with an optical parametric oscillator (OPO) [6], further emphasized by the demonstration of parametric oscillation [7] and optical bistability [8]. A remarkable property of OPOs above the oscillation threshold is the generation of two bright quantum correlated beams [9]. In principle, polariton parametric oscillation should lead to the same effect and generate two macroscopically populated polariton modes (the signal and idler polaritons) which are quantum correlated [10,11]. However, a major problem arises because of the asymmetry between the signal and idler modes. Because of its large wave vector, the idler polariton has a small photonic fraction and the idler beam has a much weaker intensity than the signal beam (the intensity ratio is typically  $\sim 10^{-2}$ – $10^{-4}$  [7,12,13]). This makes it very difficult to measure the correlations of the signal and idler. Even though a signature of quantum pair correlations has been recently shown in the regime of multimode parametric scattering below the oscillation threshold [14], to the best of our knowledge a direct evidence of signal-idler correlations in the oscillation regime is lacking. Balanced signal and idler beams have been generated recently with a single pump in a system involving a triple microcavity, but no correlation measurements have been performed [15].

In this Letter, we describe a polariton four wave mixing oscillator that generates balanced signal and idler beams. We use the parametric scattering of two pumps with opposite wave vectors to generate two symmetric signal and idler polaritons  $\{\mathbf{k}_p, -\mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{k}, -\mathbf{k}\}$ . Above the oscillation threshold the two beams have the same intensities since they are produced by polariton states having opposite wave vectors, and hence they have the same photonic fraction and linewidth. The emitted beams are spatially separated and linearly polarized. Furthermore, their polarization is orthogonal with respect to the pump polarization, in agreement with other recent observations [16–18]. The direction of the emission is linked to the crystal lattice orientation. These features simplify the optical detection, since they permit to filter out the pump light and part of the secondary emission produced by elastic scattering (resonant Rayleigh scattering). We have measured the intensity correlations of the two beams, finding that almost perfect correlations are present. In the strong-coupling regime, extracavity photon fields carry the amplitude and phase information of the intracavity polariton fields; therefore, our results demonstrate the generation of two strongly correlated macroscopic polariton populations, in which the electronic excitations in the semiconductor quantum well are involved.

The experimental setup is shown in Fig. 1(a). We use two pump beams resonant with the lower polariton branch, having opposite in-plane wave vectors  $\{\mathbf{k}_p, -\mathbf{k}_p\}$ . For cross scattering processes involving one polariton from each pump mode, momentum conservation requires that the signal and idler have opposite wave vectors, while energy conservation imposes  $|\mathbf{k}| = |\mathbf{k}_p|$ . As a consequence, all pair scattering processes  $\{\mathbf{k}_p, -\mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{k}, -\mathbf{k}\}$  with the condition  $|\mathbf{k}| = |\mathbf{k}_p|$  are, in principle, allowed.

Nonlinear emission is expected on a circle in the far-field plane, whose diameter is fixed by the pump wave vector [see Fig. 1(b)]. The incidence angle of the pump beams is about  $6^\circ$ . This value is chosen so as to avoid competition with the one-pump scattering channel  $\{\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p\} \Rightarrow \{\mathbf{0}, 2\mathbf{k}_p\}$ , the efficiency of which is maximal



PRL 98, 106401 (2007)

PHYSICAL REVIEW LETTERS

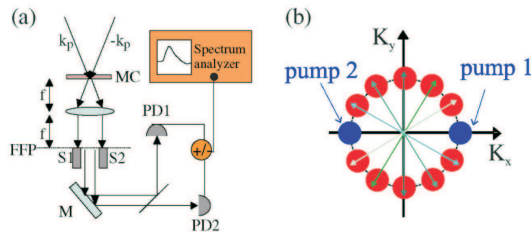
week ending  
9 MARCH 2007

FIG. 1 (color online). (a) Experimental setup. Two pump beams  $\mathbf{k}_p$  and  $-\mathbf{k}_p$  are focused on the microcavity sample MC. The microcavity emission is collimated by a lens ( $f = 50$  mm). Two movable screens  $S1$  and  $S2$  placed in the far field plane (FFP) eliminate the transmitted pump beams. The upper part of the emission is detected by photodiode PD1, the lower part by photodiode PD2. The photocurrent sum and difference are then spectrally analyzed. (b) Representation in  $k$  space of the expected scattering processes. Correlated pairs are connected by arrows.

at the so-called “magic angle”, i.e., about  $12^\circ$  for this sample. The two linearly TM-polarized (polarization in the incidence plane) pumps are focused on the microcavity sample on a spot of  $80 \mu\text{m}$  in diameter. The polarization-resolved far-field emission is studied in transmission using a  $50$  mm lens and a CCD camera. Two independently movable screens allow to select a part of the far-field emission, which is subsequently detected by two identical photodiodes. The two photocurrents are amplified and their sum or difference is sent to a spectrum analyzer. The microcavity sample is cooled at  $4$  K in a cold finger cryostat. The sample is described in detail in Ref. [19]. It is a high quality factor  $2\lambda$  GaAs/AlAs cavity, with three low indium content  $\text{In}_{0.04}\text{Ga}_{0.96}\text{As}$  quantum wells, one at each antinode of the cavity mode. The Rabi splitting energy is  $5.1$  meV. Polariton linewidths are in the  $100\text{--}200 \mu\text{eV}$  range. The laser source is a cw Ti:Sa laser, intensity stabilized, with  $1$  MHz linewidth.

In Fig. 2 we show the far-field emission detected on the TE-linear polarization, orthogonal to the pump polarization, for several values of the pump power. For low pump power (a)–(b), the emitted TE-polarized light is weak and roughly uniformly distributed on the elastic circle. For higher pump power (c)–(d), two bright spots located on the  $\mathbf{k}_y$  diameter appear, breaking the circular symmetry of the emission. This novel feature is a strong indication that the oscillation threshold has been reached. Above threshold, polaritons do not redistribute uniformly over the elastic circle; rather, they scatter preferentially towards states localized around a well-defined diameter, the  $\mathbf{k}_y$  one. As a result, two macroscopic polariton populations build up in these states [Fig. 2(c) and 2(d)]. This emission exhibits the primary features of parametric oscillation, since the energy and momentum of the pumps are conserved. In addition, if the light is detected with a polariza-

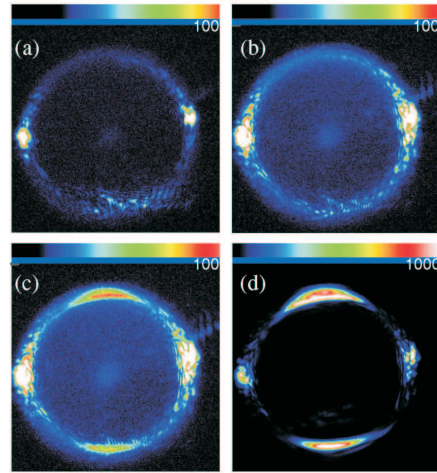


FIG. 2 (color online). (a) Far-field emission in the TE polarization for a total pump power of: (a)  $3$  mW, (b)  $19$  mW, (c)  $27$  mW, (d)  $39$  mW. Cavity-exciton detuning  $\delta = 0$ . At low pump power (a)–(b), light intensity is roughly uniform on the elastic circle (except for the two pump spots, lying approximately on the horizontal diameter). At high pump power (c)–(d), scattered polaritons accumulate around the  $\mathbf{k}_y$  diameter.

tion parallel to that of the pumps, no bright spots and no threshold are observed, showing polarization inversion linked to polariton-polariton scattering, in agreement with previous studies [16–18].

The fact that the  $\mathbf{k}_y$  diameter is the privileged one for stimulated scattering is also evidenced. In order to better understand the origin of this feature, we rotated the sample, keeping the same experimental conditions: we observed that the selected diameter rotates accordingly. This effect can then be related to the fact that the  $\mathbf{k}_y$  diameter coincides with the  $[110]$  crystal axis, which introduces a preferred direction. No emission threshold was observed along the other crystal axis. Further investigations of the symmetry properties of the emission process, in connection with theoretical modeling, will be necessary to fully account for this effect.

In Fig. 3, we show the optical power emitted by the upper and lower polariton populations, integrated over the emission zone [see Fig. 3(a)], as a function of the pump power. Oscillation threshold is reached at a pump power of about  $20$  mW. By “pump power,” we mean the sum of the powers of the pump beams. Right above threshold the emission increases very rapidly with the pump power. Then the slope decreases and is expected to go towards  $0.5$  well above threshold, as in a standard OPO. However, thermal effects in the sample prevent from checking this point precisely. Above threshold, the powers of the two emitted beams are almost equal (within  $10\%$ ). We stress that this situation is very different from the conventional



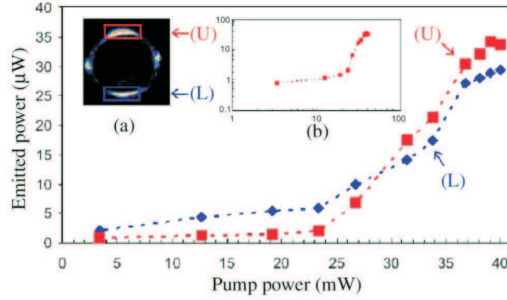


FIG. 3 (color online). Optical power of the upper (U) and lower (L) beam as a function of the pump power. Cavity-excitation detuning  $\delta = 0$ . Inset (a) the zones over which the upper and lower emissions are, respectively, integrated are shown. Inset (b) log-log plot of the upper beam emission as a function of pump power.

“magic-angle” configuration, where the signal beam is  $10^2$ – $10^4$  times stronger than the idler [7,12,13]. Below threshold there is a significant imbalance due to the fact that only a small fraction of the emission in this range is due to four wave mixing, as evidenced by the correlation measurements (see below).

In the case of four wave mixing emission, the two conjugate beams are expected to exhibit extremely strong intensity correlations, since every scattering process from the two pumps create two polaritons, one in each of the states on the  $\mathbf{k}_y$  diameter, in order to fulfill energy and momentum conservation. We have verified this feature by measuring the intensity correlations of the two beams. In order to do so, we have detected the beams with two identical photodiodes. The generated photocurrents are electronically added or subtracted; the noise spectra of the photocurrent sum and difference are measured with a spectrum analyzer, as shown in Fig. 1.

In all the experiments described here, the analysis frequency is fixed at the same value of 4 MHz. We did not observe any frequency dependence in the experimentally available frequency range (2–30 MHz). This is due to the fact that the width of the correlation spectrum is expected to be of the same order as the width of the polariton resonance, i.e., a few tens of GHz. The normalized intensity correlation between the beams  $\{\mathbf{k}, -\mathbf{k}\}$  is defined as

$$C_{\mathbf{k},-\mathbf{k}}(\Omega) = \frac{S_{\mathbf{k},-\mathbf{k}}(\Omega)}{\sqrt{S_{\mathbf{k}}(\Omega)S_{-\mathbf{k}}(\Omega)}}, \quad (1)$$

where  $S_{\mathbf{k},-\mathbf{k}}$  is the intensity correlation spectrum (defined as the Fourier transform of the correlation function  $C_{\mathbf{k},-\mathbf{k}}(\tau) = \langle \delta I_{\mathbf{k}}(t)\delta I_{-\mathbf{k}}(t+\tau) \rangle$ ) and  $S_{\mathbf{k}}, S_{-\mathbf{k}}$  are the intensity noise spectra of the two beams (defined as the Fourier transform of the intensity autocorrelation function  $C_I(\tau) = \langle \delta I(t)\delta I(t+\tau) \rangle$ ). This quantity always verifies

$|C_{\mathbf{k},-\mathbf{k}}(\Omega)| \leq 1$  and is equal to 1 for perfect correlations and  $-1$  for perfect anticorrelations.

One can have access to the normalized intensity correlation  $C_{\mathbf{k},-\mathbf{k}}$  by measuring the noise spectra of the intensity sum  $S_+$ , of the intensity difference  $S_-$ , and of each beam  $S_{\pm\mathbf{k}}$ . These quantities satisfy the following equation:

$$C_{\mathbf{k},-\mathbf{k}} = (S_+ - S_-)/4\sqrt{S_{\mathbf{k}}S_{-\mathbf{k}}}. \quad (2)$$

The normalized intensity correlation is plotted as a function of pump power in Fig. 4(b). One recognizes a clear threshold behavior in the correlation coefficient: for low pump powers the correlation is weak, while it jumps abruptly to values close to 1 for a pump power of about 15 mW. Above this value, the correlation does not exhibit a

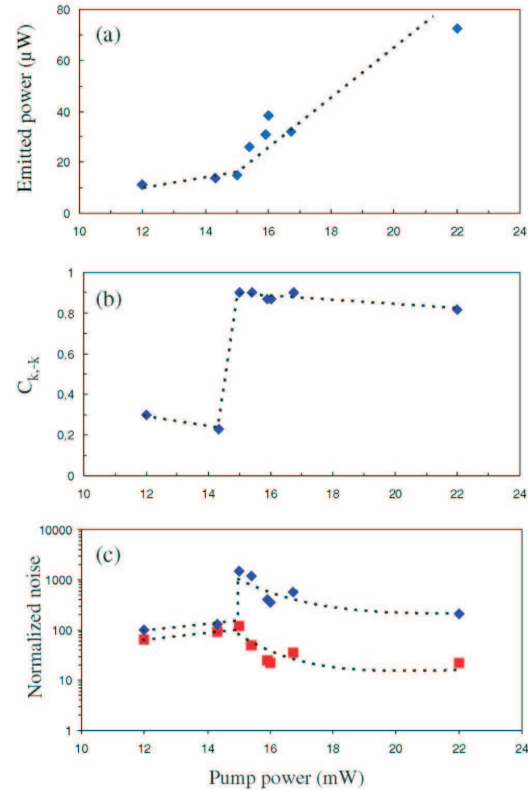


FIG. 4 (color online). (a) Four wave mixing optical power as a function of the pump power. The threshold value of the pump power and the average emitted power differ from those reported in Fig. 3, because the two sets of data were taken in slightly different experimental conditions. (b) Normalized intensity correlation  $C_{\mathbf{k},-\mathbf{k}}$  as a function of the pump power. (c) Noise of photocurrent sum  $S_+$  and of photocurrent difference  $S_-$  (normalized to the standard quantum limit) as a function of the pump power. In all curves, dashed lines are guides to the eye.



marked dependence on the pump power. By comparing Fig. 4(b) with the emitted average power for this series of experimental data [Fig. 4(a)], one can see that the correlation increases abruptly at the four wave mixing oscillation threshold.

Such a high value of  $C_{\mathbf{k},-\mathbf{k}}$  proves that polariton four wave mixing allows the generation of two macroscopic polariton populations that are strongly correlated. Note that the correlations cannot in any way be due to the fact that the two pump beams are produced by the same laser. We have carefully checked that the intensity fluctuations of the two pump beams are completely uncorrelated at the frequency of analysis of 4 MHz. This is due to the fact that the noise level of the pump laser is the standard quantum limit (at the frequencies of the noise measured in the experiment). Therefore, the pump beams cannot be at the origin of the correlations between the two emitted beams. Correlations are instead generated by the four wave mixing process.

As is apparent from Eq. (2), the correlation coefficient is connected to the noise of the sum and difference,  $S_+$  and  $S_-$ , of the detected photocurrents. Below oscillation threshold, the noises of sum and difference are quite the same, indicating poor correlations. At threshold, the sum noise increases abruptly, while the difference noise decreases, showing evidence for the emergence of strong correlations. As the pump power is further increased, the emission noise decreases, as expected in any oscillator far from threshold. The noise on the sum as well as on the difference decreases and the correlations remain high.

While above threshold, high correlations are observed, as expected for a parametric oscillator, the behavior below threshold differs from what is expected for a standard OPO, in particular, OPOs exhibit strong correlations below threshold, which is not the case in our system. This indicates that the few  $\mu\text{W}$  of optical power detected below threshold [see Fig. 3 and 4(a)] comprise only a very weak contribution from parametric luminescence (otherwise they would be strongly correlated); the major contribution comes instead from other processes, such as Rayleigh scattering and resonant incoherent luminescence [20]. This gives an uncorrelated background, which is dominant at low pump power. Above threshold, as the four wave mixing process becomes efficient and generates correlated polaritons, the noise level on the difference is strongly reduced. However, the presence of the uncorrelated background is responsible for the residual noise on the intensity difference and prevents the system from approaching the quantum regime.

Therefore, present results are expected to be improved in a configuration in which the FWM emission is not exactly

at the same energy as the pumps [14], and do not lie on the elastic circle, where the background emission is expected to be the strongest.

In conclusion, we have demonstrated a novel kind of polariton parametric four wave mixing oscillation. In contrast with the so-called magic-angle configuration, our scheme is based on the parametric interaction of two distinct pump modes with opposite wave vectors. We have shown that above the oscillation threshold, pump polaritons scatter towards final states orthogonally polarized with respect to the pumps, and localized around a well-defined diameter of the elastic circle in the far field. Furthermore, we have demonstrated for the first time that the final states of the scattering process are strongly correlated. Our results indicate that the achievement of quantum correlated and entangled polaritons may be within reach in the near future.

We acknowledge enlightening discussions with A. Kavokin, G. Malpuech, and C. Ciuti. We are very grateful to R. Houdré for providing us with the microcavity sample, and to G. Leuchs for ultralow noise photodetectors.

- 
- [1] C. Weisbuch *et al.*, Phys. Rev. Lett. **69**, 3314 (1992).
  - [2] A. Kavokin and G. Malpuech, *Cavity Polaritons* (Elsevier, New York, 2003); Special Issue on Microcavities, edited by J. J. Baumberg and L. Viña [Semicond. Sci. Technol. **18**, S279 (2003)]; Special Issue on Physics of Semiconductor Microcavities, edited by B. Deveaud [Phys. Status Solidi B **242**, 11 (2005)].
  - [3] P. G. Savvidis *et al.*, Phys. Rev. Lett. **84**, 1547 (2000).
  - [4] G. Messin *et al.*, Phys. Rev. Lett. **87**, 127403 (2001).
  - [5] C. Ciuti *et al.*, Phys. Rev. B **62**, R4825 (2000).
  - [6] J. J. Baumberg *et al.*, Phys. Rev. B **62**, R16247 (2000).
  - [7] R. M. Stevenson *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85**, 3680 (2000).
  - [8] A. Baas *et al.*, Phys. Rev. B **70**, 161307(R) (2004).
  - [9] A. Heidmann *et al.*, Phys. Rev. Lett. **59**, 2555 (1987).
  - [10] J.-Ph. Karr, A. Baas, and E. Giacobino, Phys. Rev. A **69**, 063807 (2004).
  - [11] P. Schwendimann, C. Ciuti, and A. Quattropani, Phys. Rev. B **68**, 165324 (2003).
  - [12] M. Saba *et al.*, Nature (London) **414**, 731 (2001).
  - [13] R. Butté *et al.*, Phys. Rev. B **68**, 115325 (2003).
  - [14] S. Savasta *et al.*, Phys. Rev. Lett. **94**, 246401 (2005).
  - [15] C. Diederichs *et al.*, Nature (London) **440**, 904 (2006).
  - [16] K. V. Kavokin *et al.*, Phys. Status Solidi C **2**, 763 (2005).
  - [17] P. Renucci *et al.*, Phys. Rev. B **72**, 075317 (2005).
  - [18] G. Dasbach *et al.*, Phys. Rev. B **71**, 161308(R) (2005).
  - [19] R. Houdré *et al.*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2793 (2000).
  - [20] R. P. Stanley *et al.*, Phys. Rev. B **55**, R4867 (1997); G. R. Hayes *et al.*, Phys. Rev. B **58**, R10175 (1998).

## Conclusion

Le passage d'une excitation où les deux pompes ont des polarisations linéaires orthogonales entre elles à une excitation où les deux pompes ont la même polarisation a permis de mettre en évidence l'inversion de polarisation linéaire au sein du mélange à quatre ondes. Ce phénomène nous a en outre permis d'identifier clairement le seuil d'oscillation paramétrique et d'augmenter jusqu'à 98% le taux de corrélations mesurées entre le signal et le complémentaire. Cependant, l'inversion de polarisation n'est pas totale, ce qui signifie qu'on ne peut exclure que des paires signal-complémentaire soient générées dans divers états de polarisation. Le filtrage en polarisation serait alors à l'origine d'un excès de bruit sur le bruit de la différence des intensités. D'autre part, l'intensité lumineuse émise sous le seuil d'oscillation et détectée par les photodiodes est non nulle. Or nous n'avons mesuré que de très faibles corrélations sous le seuil d'oscillation ce qui signifie que le processus paramétrique est nettement dominé par l'émission résultant de processus résonnants à une pompe. Au-dessus du seuil le bruit de la différence reste au-dessus de la limite quantique standard. Ceci peut s'expliquer soit par la sélection en polarisation mentionnée ci-dessus soit par le caractère multi-mode de l'émission, ou encore par le bruit dû aux excitons.

En tenant compte de la dernière hypothèse, on peut s'éloigner d'avantage du réservoir excitonique en diminuant l'angle d'incidence des pompes. Nous présentons les améliorations apportées par la diminution de l'angle d'incidence dans la partie suivante.

### E.3 Amélioration de l'expérience

Dans toute cette partie l'angle d'incidence des pompes est de  $3^\circ$ . Les deux pompes ont la même polarisation linéaire. Le diamètre du spot de chaque pompe sur l'échantillon est de  $35 \mu\text{m}$ . Le dispositif expérimental est représenté sur la figure 2.25. Il diffère du dispositif précédent par l'introduction de deux lames de rasoir montées sur des translations motorisées et qui permettent d'effectuer des mesures du bruit d'intensité transverse du signal et du complémentaire (voir partie E.4).

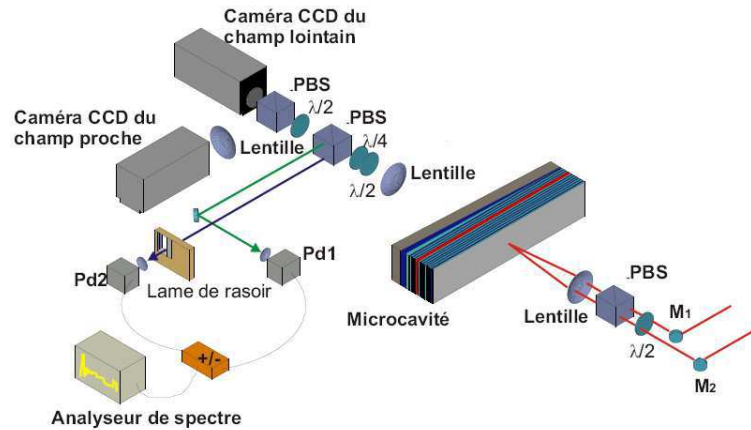


FIG. 2.25 – Montage expérimental permettant l'étude du bruit transverse d'intensité. Deux lames de rasoir motorisées viennent couper le faisceau respectivement horizontalement et verticalement. Le bruit et l'intensité du faisceau sont mesurés simultanément.

#### Inversion de polarisation linéaire totale

Lorsque l'angle d'excitation est de  $6^\circ$ , le degré de polarisation linéaire du signal et du complémentaire est au maximum  $-0.6$ . Une partie des paires de photons est donc émise avec d'autres polarisations, ce qui induit des pertes lors des mesures d'intensité et de bruit. En revanche, lorsque l'angle d'incidence est de  $3^\circ$ , la valeur absolue du degré de polarisation linéaire du signal et du complémentaire est toujours supérieure à  $0.85$ . Nous avons donc cherché à maximiser l'inversion de polarisation linéaire en faisant varier le désaccord cavité exciton. Pour un désaccord de  $0.6 \text{ meV}$ , l'inversion est quasiment totale (elle vaut  $-0.98 \pm 0.01$ ). La figure 2.26 représente le champ lointain de l'émission résolue en polarisation pour une puissance d'excitation de  $20 \text{ mW}$  par pompe. On est

dans ce cas largement au-dessus du seuil d'oscillation (voir figure 2.27). La détection parallèle à la polarisation des pompes montre les deux pompes à résonance transmises par l'échantillon. La détection orthogonale à la polarisation des pompes montre le signal et le complémentaire. L'image (c) de la figure 2.26 représente le degré de polarisation linéaire du champ lointain de l'émission. Les valeurs positives ont été mises à 0 pour mettre en évidence les zones où le degré de polarisation linéaire est négatif.

### Mesure de seuil

Les mesures qui suivent sont réalisées sans hacheur pour un désaccord cavité-exciton de 0.6 meV. L'intensité émise est mesurée par la sortie DC des photodiodes puis convertie en puissance optique après étalonnage des photodiodes. La détection se fait sur la polarisation orthogonale à celle des pompes. Les résultats sont présentés sur la figure 2.27.

La réduction de l'angle d'incidence s'accompagne d'une diminution du seuil d'oscillation (d'un facteur 2 par rapport au seuil de la figure 2.20) et d'une augmentation de l'intensité lumineuse du signal et du complémentaire (d'un facteur 10 par rapport à la courbe de la figure 3 de l'article reproduit au paragraphe E.2). Il s'agit donc d'améliorations importantes de l'efficacité du processus.

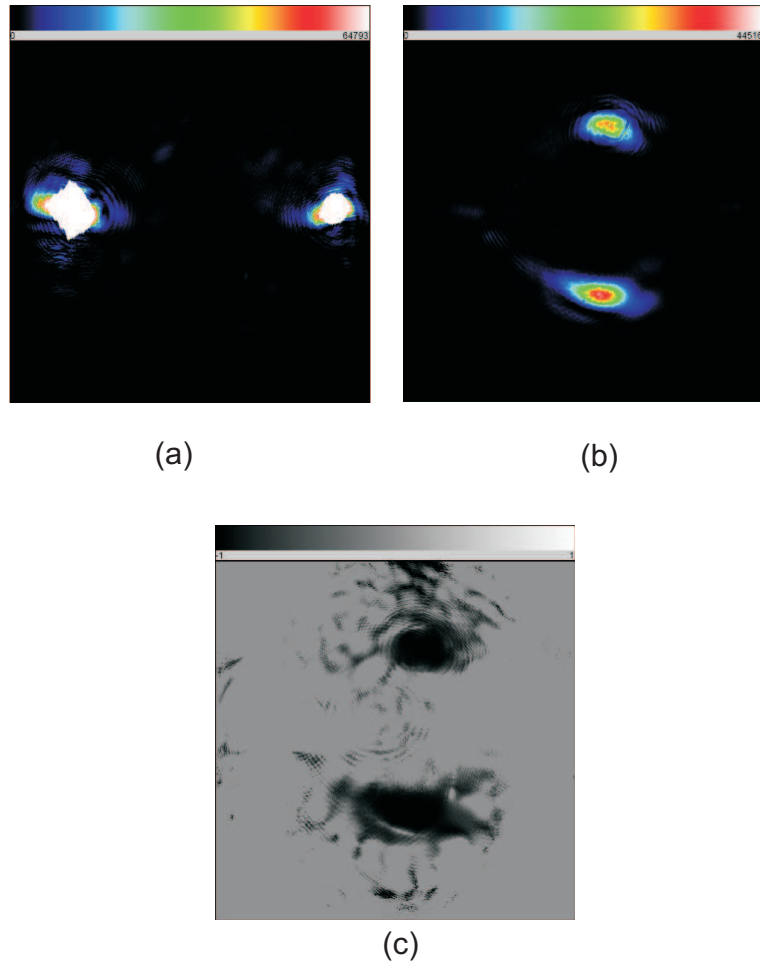


FIG. 2.26 – (a) : champ lointain de l'émission pour une polarisation parallèle à la polarisation des pompes. (b) : champ lointain de l'émission pour une polarisation orthogonale à la polarisation des pompes. (c) : degré de polarisation linéaire du champ lointain de l'émission. Les valeurs positives ont été mises à 0 pour mettre en évidence les zones où le degré de polarisation linéaire est négatif. L'inversion est quasiment totale dans les zones noires. Le désaccord cavité-exciton est de 0.6 meV et la puissance de pompe est de 40 mW. L'échelle est linéaire (de  $-1$  à  $1$ ).

## Mesure de corrélations

### a) Résultats

Les mesures du bruit de la somme et de la différence des intensités ont été réalisées simultanément aux mesures d'intensité. Le spectre de bruit est acquis sur une durée

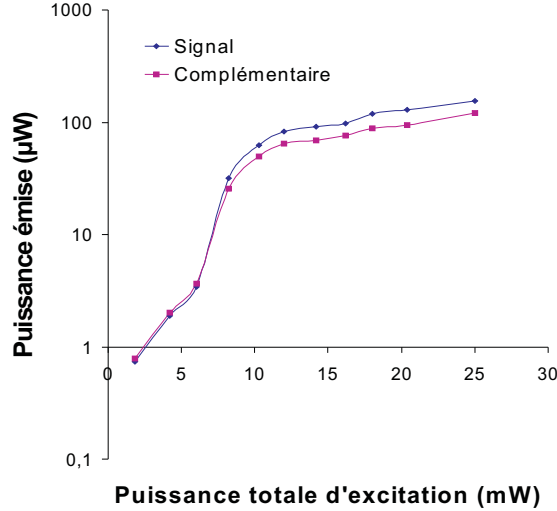


FIG. 2.27 – Puissance optique émise en fonction de la puissance de pompe. Le désaccord cavité-exciton est de 0.6 meV. L'échelle des ordonnées est logarithmique.

de 10 secondes. Simultanément on enregistre l'intensité lumineuse à l'aide d'un multimètre électronique à mémoire (un point toutes les 0.5 secondes). Les résultats sont reportés sur la figure 2.28. On constate à nouveau la faiblesse des corrélations sous le seuil d'oscillation, le bruit normalisé de la différence restant néanmoins de l'ordre de 10 fois la limite quantique standard. La luminescence résonnante ou quasi résonnante domine donc l'émission lumineuse dans ce régime. À partir du seuil d'oscillation les corrélations deviennent très importantes (de l'ordre de 90%) et restent remarquablement constantes lorsqu'on augmente la puissance de pompe. On remarque également que le bruit de la différence diminue lorsqu'on augmente la puissance d'excitation. Les corrélations diminuent fortement lorsque la puissance de pompe atteint 25 mW. Ceci est dû à la renormalisation des énergies des modes pompes qui, à forte puissance d'excitation, décalent la résonance polaritonique de la fréquence du laser.

#### b) Minimisation du bruit de la différence

Les résultats suivants ont été obtenus pour un point différent de celui présenté ci-dessus et qui correspond à un désaccord cavité-exciton de 1.1 meV. Cependant on y observe toujours une inversion de polarisation quasi-totale (-0.97). Les mesures sont effectuées de manière identique au cas précédent. En équilibrant au mieux les bruits



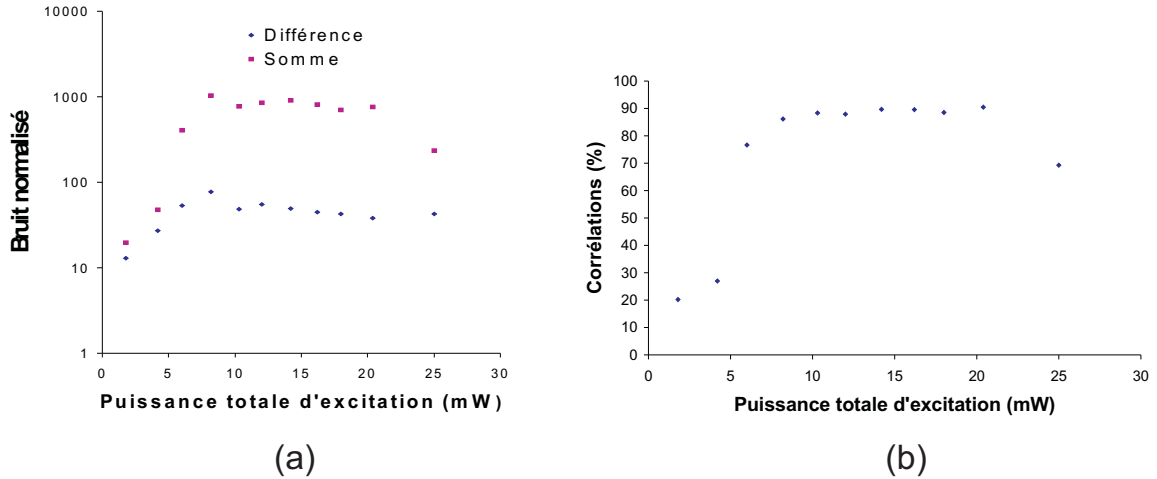


FIG. 2.28 – (a) : bruit normalisé de la somme et de la différence des intensités du signal et du complémentaire en fonction de la puissance de pompe. La fréquence d'analyse est de 4 MHz. Le désaccord cavité-exciton est de 0.6 meV. L'échelle des ordonnées est logarithmique. (b) : corrélations entre le signal et le complémentaire en fonction de la puissance de pompe. Le désaccord cavité-exciton est de 0.6 meV.

individuels du signal et du complémentaire et en se plaçant juste au-dessus de la limite de détection des photodiodes, on peut abaisser le bruit normalisé de la différence des intensités à 3.5 fois la limite quantique standard, et amener le coefficient de corrélations au-delà de 99% (voir figure 2.29). Pour ce désaccord il semble que le seuil d'oscillation soit atteint pour une puissance de pompe relativement faible par rapport au désaccord précédent. Sous le seuil, l'émission paramétrique n'est pas suffisamment intense pour être détectée par les photodiodes et la photoluminescence est quasiment absente. Au-dessus du seuil on mesure de très fortes corrélations. Le bruit de la différence des intensités reste néanmoins au-dessus de la limite quantique standard. Ces observations suggèrent de caractériser les fluctuations des champs sous le seuil d'oscillation avec une détection homodyne.



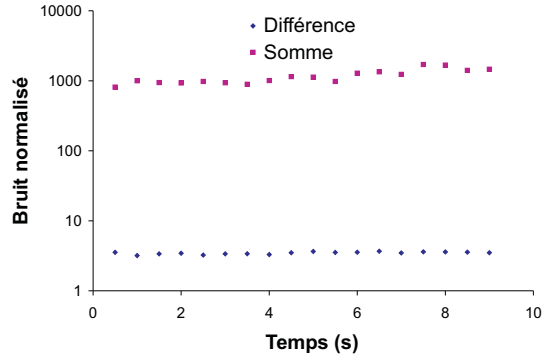


FIG. 2.29 – Bruit normalisé de la somme et de la différence des intensités du signal et du complémentaire en fonction du temps. La fréquence d’analyse est de 4 MHz. Le désaccord cavité-exciton est de 1.1 meV. L’échelle des ordonnées est logarithmique.

### Localisation spatiale du couple signal-complémentaire

Cette nouvelle configuration nous a permis d’étudier l’influence de l’anisotropie locale, autrement dit de la direction des axes cristallins principaux, sur la localisation spatiale du couple d’oscillation dans le champ lointain de l’émission. Dans toutes les expériences présentées jusqu’ici l’oscillation paramétrique prend place le long du diamètre vertical dans le champ lointain. Cette direction coïncide avec l’un des deux axes cristallins, l’autre axe étant confondu avec la direction joignant des deux pompes (voir figure 2.26 par exemple). Nous avons donc incliné l’échantillon de  $10^\circ$  dans le sens des aiguilles d’une montre et nous avons relevé l’angle d’émission du couple d’oscillation dans le champ lointain par rapport à l’axe vertical. La figure 2.30.a représente une image typique du champ lointain de l’émission pour la polarisation orthogonale à celle des pompes lorsque l’échantillon est incliné de  $10^\circ$ . On y observe une rotation de l’axe de l’émission paramétrique d’une dizaine de degré ce qui suggère que la localisation de l’émission se fait le long de l’axe cristallin. Cependant l’angle de rotation varie en fonction de la position d’excitation sur l’échantillon (voir figure 2.30.b) et peut même varier de  $0^\circ$  à  $20^\circ$  sur une très courte plage de désaccord (0.05 meV autour de 0.83 meV). La localisation de l’émission paramétrique résulte en fait d’une compétition entre l’anisotropie locale et un processus fondamentalement quantique d’interférences constructives le long de la direction perpendiculaire aux pompes. Nous reviendrons en détail sur ce point au chapitre 5.

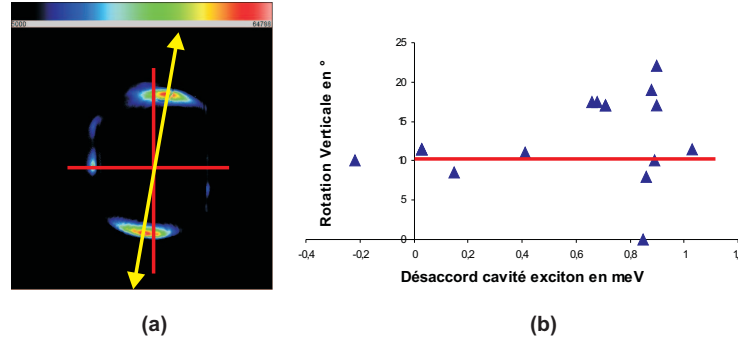


FIG. 2.30 – (a) : image en champ lointain de l'émission pour une polarisation orthogonale à la polarisation des pompes. Les axes rouges représentent la position antérieure des axes cristallins. L'axe jaune représente la position de l'axe cristallin après rotation de l'échantillon de  $10^\circ$ . L'émission paramétrique est localisée le long de cet axe. (b) : rotation de l'axe d'émission en fonction du désaccord cavité-exciton.

#### E.4 Étude du caractère monomode transverse de l'oscillation paramétrique

La plupart des modèles décrivant l'oscillation paramétrique de polaritons ne font intervenir que 3 ou 4 modes polaritons distincts ( $(\mathbf{0}, \mathbf{k}_p, 2\mathbf{k}_p)$  [Karr04a, Whittaker01, Baas04a] ou  $(-\mathbf{k}_p, \mathbf{k}_p, \mathbf{q}, -\mathbf{q})^3$  [Romanelli06]). Cette simplification a pour avantage de mettre en évidence les propriétés classiques de l'oscillateur paramétrique. En revanche ces descriptions ignorent le fait que ces trois modes sont nécessairement couplés à un ensemble d'autres modes très faiblement peuplés, voire vides, par l'intermédiaire des interactions non-linéaires entre polaritons ou des interactions avec les phonons. La présence de ces autres modes n'affecte que très sensiblement les propriétés classiques du système comme les populations des modes. En revanche ils sont d'une importance considérable en ce qui concerne les propriétés quantiques du système. Nous avons déjà mentionné au paragraphe D.3 l'importance du couplage au réservoir excitonique qui peut masquer la nature quantique des corrélations entre le signal et le complémentaire. Un autre effet quantique important dans l'oscillation paramétrique provient de la compétition entre modes. Au-dessus du seuil d'oscillation un seul couple de polaritons se peuple de manière macroscopique : il est le seul à contribuer à l'intensité lumineuse émise (en dehors de la photoluminescence). Les autres modes en compétition avec le

<sup>3</sup>A. Verger *et al.* ont mené une étude récente sur les propriétés quantiques du mélange à quatre ondes de polaritons en tenant compte de l'aspect multimode du problème. Les résultats de leur étude sont disponibles dans la référence [Verger07].

signal et le complémentaire sont vides mais présentent en général des fluctuations importantes corrélées<sup>4</sup> aux fluctuations du signal et du complémentaire.

Ces phénomènes ne sont pas propres aux microcavités semi-conductrices. On les rencontre également dans les diodes lasers [Marin95], les lasers à cavité verticale [Romanelli04] ou les oscillateurs paramétriques optiques [Gigan04]. Dans les diodes lasers, la compression de bruit au-dessous de la limite quantique standard de la lumière émise est due aux corrélations entre les fluctuations de nombreux modes longitudinaux. Dans les lasers à cavité verticale les fluctuations sont caractérisées par de très fortes corrélations entre des modes spatiaux ayant des polarisations différentes.

L'étude des fluctuations d'intensité dans le plan transverse du signal et du complémentaire constitue un excellent outil pour caractériser le caractère "monomode" de l'émission.

### Description quantique du champ transverse

Dans cette partie nous introduisons le formalisme nécessaire à la compréhension des expériences présentées par la suite et à l'interprétation des résultats. On se place dans le cas d'un champ de polarisation définie, quasi-monochromatique, de pulsation  $\omega_0$  et de largeur spectrale  $\Delta\omega$  très faible devant  $\omega_0$ , se propageant dans une direction privilégiée de l'espace repérée par un vecteur unitaire  $\vec{z}$  et de direction centrée autour du vecteur  $\vec{k}_0 = k_0 \vec{z}$ . Le vecteur d'onde s'écrit alors  $\vec{k} = k_0 \vec{z} + \vec{q}$  avec  $\|\vec{q}\| \ll k_0$ . L'opérateur de fréquence positive du champ électrique s'écrit alors [Gigan04] :

$$\hat{E}^{(+)}(\vec{\rho}, z, t) = i\sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\varepsilon_0 c}} \hat{a}(\vec{\rho}, z, t) e^{-i\omega_0(t - \frac{z}{c})} \quad (2.86)$$

où  $\vec{\rho}$  désigne le vecteur position dans le plan transverse et  $\hat{a}(\vec{\rho}, z, t)$  est l'opérateur enveloppe spatiale du champ, analogue à celui introduit au premier chapitre dans le domaine temporel.

Dans la suite on fixe la coordonnée longitudinale  $z$  ce qui revient à dire qu'on ne s'intéresse pas aux corrélations éventuelles existant entre différents plans transverses. Elle ne sera donc plus mentionnée par la suite. On se donne une base orthonormale de modes  $\{u_i\}$  du plan transverse, c'est-à-dire une base de l'espace des fonctions réelles de carré intégrable satisfaisant la relation suivante :

$$\int u_i^*(\rho) u_j(\rho) d^2\rho = \delta_{ij} \quad (2.87)$$

---

<sup>4</sup>En fait elles sont anti-corrélées aux fluctuations du signal et du complémentaire.

La famille  $\{u_i\}$  vérifie également la relation de complétude suivante :

$$\sum_{i=0}^{\infty} u_i(x)u_i(y) = \delta(x - y) \quad (2.88)$$

Cette relation s'obtient en décomposant la distribution de Dirac  $\delta(x - y)$  sur la base  $\{u_i(x)\}$ , les composantes étant données par le produit scalaire  $\delta(x - y) \cdot u_i = \int \delta(x - y)u_i(x)^* dx = u_i(y)$ .

On montre alors que l'opérateur enveloppe correspondant à la partie positive du champ transverse s'écrit [Treps05a] :

$$\hat{\mathcal{E}}^{(+)}(\vec{\rho}) = i\sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2\varepsilon_0cT}} \sum_i u_i(\vec{\rho})\hat{a}_i \quad (2.89)$$

où  $\hat{a}_i$  est l'opérateur d'annihilation d'un photon dans le mode transverse  $i$  et  $T$  le temps caractéristique de mesure.  $T$  est très supérieur à  $1/\Delta\omega$ .

La famille d'opérateurs  $\{\hat{a}_i\}$  vérifie la relation de commutation usuelle :

$$[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{i,j} \quad (2.90)$$

En outre l'orthonormalité de la famille  $\{u_i\}$  entraîne que l'intensité totale dans le plan transverse correspond à la somme des intensités portées par chacun des modes.

### Caractérisation du caractère multimode d'un faisceau

#### a) Faisceau multimode classique

Dans une description classique du champ électromagnétique, on appelle champ multimode dans la base  $\{u_i\}$  tout champ s'écrivant comme combinaison linéaire des modes  $u_i$  avec au moins deux termes non nuls. La partie positive de l'enveloppe complexe d'un tel champ a alors pour expression :

$$E^{(+)}(\vec{\rho}) = \sum_i \alpha_i u_i(\vec{\rho}) \quad (2.91)$$

Dans le cas où il s'agit d'une superposition cohérente et non d'un mélange statistique de modes, la phase relative des  $\{\alpha_i\}$  ne varie pas au cours du temps. On peut donc construire une nouvelle base orthonormale de modes transverses dont le premier terme est donné par :

$$v_0(\vec{\rho}) = \frac{E^{(+)}(\vec{\rho})}{\int |E^{(+)}(\vec{\rho})|^2 d^2\rho} \quad (2.92)$$

Dans cette nouvelle base le champ est donc monomode. Dans la description classique du champ électromagnétique le caractère multimode est donc relatif et dépend de la base choisie<sup>5</sup>. En revanche nous allons voir que la description quantique fournit une définition intrinsèque d'un état monomode ou multimode.

b) *Faisceau multimode quantique*

Dans le formalisme quantique, on définit un état monomode de la manière suivante : *L'état  $|\psi\rangle$  est monomode si et seulement si il existe une base de modes  $\{v_i\}$  dans laquelle il peut s'écrire :*

$$|\psi\rangle = |\psi_0\rangle \otimes |0\rangle \otimes |0\rangle \otimes \dots \quad (2.93)$$

*où le premier mode est un état  $|\psi_0\rangle$  non vide et où tous les autres modes sont des états vides du rayonnement avec des fluctuations à la limite quantique standard.*

Un état multimode est donc un état tel qu'il n'existe aucune base dans laquelle l'état peut s'écrire comme en (2.93).

La différence entre les descriptions classique et quantique repose sur le fait que la description quantique définit non seulement la variation transverse du champ moyen, mais également la distribution transverse des fluctuations. Cette définition formelle se heurte néanmoins en pratique à une difficulté de taille : pour un faisceau monomode, on peut identifier le premier vecteur d'une base dans laquelle le champ s'écrit comme en (2.93). Il s'agit du mode du champ moyen donné par l'équation (2.92). On peut le déterminer expérimentalement en coupant le faisceau avec une lame de rasoir suivant deux directions orthogonales du plan transverse et en mesurant l'intensité transmise en fonction de la position de la lame dans les deux cas. En revanche, pour démontrer rigoureusement le caractère monomode du champ il faudrait trouver une base orthonormale de modes construite à partir du mode du champ moyen et dans laquelle les fluctuations des tous les autres modes seraient à la limite quantique standard, ce qui est en pratique impossible à vérifier. On ne peut qu'estimer avec une plus ou moins grande probabilité le caractère monomode d'un champ. En revanche nous allons voir qu'il est possible de démontrer expérimentalement qu'un champ est multimode en coupant le faisceau dans le plan transverse avec une lame de rasoir.

---

<sup>5</sup>Cette remarque n'est plus valable lorsque la superposition est un mélange statistique de modes car dans ce cas  $v_0$  change au cours du temps.

### Bruit quantique transverse d'un faisceau

Dans cette partie nous présentons les étapes du calcul du bruit d'intensité transverse d'un faisceau dans un traitement linéaire des fluctuations. Nous nous donnons une base orthonormale de modes transverses  $\{u_i\}$  qui vérifie la propriété (2.87). Dans toute la suite nous supposons que deux modes au plus sont non vides. Tous les autres modes seront considérés comme étant dans des états vides du rayonnement avec des fluctuations isotropes à la limite quantique standard. D'après l'équation (2.89), la partie positive du champ électrique transverse peut s'écrire :

$$\hat{\mathcal{E}}^{(+)}(\rho) = u_0(\rho)\hat{a}_0 + u_1(\rho)\hat{a}_1 + \sum_{i \geq 2}^{\infty} u_i(\rho)\hat{a}_i \quad (2.94)$$

avec :

$$N_0 = \langle \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_0 \rangle \quad (2.95)$$

$$N_1 = \langle \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \rangle \quad (2.96)$$

$$\langle \hat{a}_i^\dagger \hat{a}_i \rangle = 0 \quad \forall i \geq 2 \quad (2.97)$$

$$\hat{a}_0 = \sqrt{N_0} + \delta\hat{a}_0 \quad (2.98)$$

$$\hat{a}_1 = \sqrt{N_1} + \delta\hat{a}_1 \quad (2.99)$$

où on a supposé que la phase relative entre  $\langle \hat{a}_0 \rangle$  et  $\langle \hat{a}_1 \rangle$  est nulle.

Dans les expériences que nous avons effectuées, le faisceau est coupé continûment par une lame de rasoir montée sur moteur. L'intensité détectée par la photodiode dépend donc de la position de la lame au cours du temps. Cette position sera repérée par la coordonnée  $x$ . Bien qu'en pratique les détecteurs soient de taille finie, on considérera qu'ils sont suffisamment grands par rapport à la taille du faisceau. Dans ces conditions l'intensité mesurée par le photodétecteur s'écrit :

$$I(x) = \int_{-\infty}^x (\hat{\mathcal{E}}^{(+)\dagger}(\rho)\hat{\mathcal{E}}^{(+)}(\rho)d\rho \quad (2.100)$$

En linéarisant l'expression précédente au premier ordre, les fluctuations d'intensité s'écrivent :

$$\begin{aligned} \delta I &= \sqrt{N_0}C_{00}(x)(\delta\hat{a}_0 + \delta\hat{a}_0^\dagger) + \sqrt{N_1}C_{11}(x)(\delta\hat{a}_1 + \delta\hat{a}_1^\dagger) \quad (2.101) \\ &+ \sqrt{N_1}(C_{10}(x)\delta\hat{a}_0 + C_{10}(x)^*\delta\hat{a}_0^\dagger) + \sqrt{N_0}(C_{01}(x)\delta\hat{a}_1 + C_{01}(x)^*\delta\hat{a}_1^\dagger) \\ &+ \sqrt{N_0} \sum_{i=2}^{\infty} (C_{0i}(x)\delta\hat{a}_i + C_{0i}(x)^*\delta\hat{a}_i^\dagger) + \sqrt{N_1} \sum_{i=2}^{\infty} (C_{1i}(x)\delta\hat{a}_i + C_{1i}(x)^*\delta\hat{a}_i^\dagger) \end{aligned}$$

où  $C_{ij}(x) = \int_{-\infty}^x u_i(\rho)^* u_j(\rho) d^2 \rho$  est l'intégrale de recouvrement des modes  $i$  et  $j$ . On supposera les  $\{C_{ij}\}$  réels (il suffit de prendre les  $\{u_i\}$  réels ce qui sera toujours le cas en pratique).

Le bruit d'intensité s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \langle \delta I^2 \rangle(x) &= (N_0 C_{00}^2(x) + N_1 C_{01}^2(x) + \sqrt{N_0 N_1} C_{00}(x) C_{01}(x)) \langle \delta \hat{X}_0^2 \rangle \\ &+ (N_1 C_{11}^2(x) + N_0 C_{01}^2(x) + \sqrt{N_0 N_1} C_{11}(x) C_{01}(x)) \langle \delta \hat{X}_1^2 \rangle \\ &+ 2(\sqrt{N_0} C_{00}(x) + \sqrt{N_1} C_{01}(x)) (\sqrt{N_1} C_{11}(x) + \sqrt{N_0} C_{01}(x)) \langle \delta \hat{X}_0 \delta \hat{X}_1 \rangle \\ &+ \sum_{i=2}^{\infty} (\sqrt{N_0} C_{0i}(x) + \sqrt{N_1} C_{1i}(x))^2 \langle \delta \hat{X}_i^2 \rangle \end{aligned} \quad (2.102)$$

**Cas Monomode** Dans ce paragraphe nous supposons que le mode 1 est lui aussi dans un état vide du rayonnement avec des fluctuations à la limite quantique standard. D'après la définition (2.93) le champ est donc monomode.

Le bruit d'intensité transverse vaut alors :

$$\langle \delta I^2 \rangle(x)_{monomode} = N_0 (C_{00}^2(x) \langle \delta \hat{X}_0^2 \rangle) + \sum_{i=1}^{\infty} C_{0i}^2(x) \langle \delta \hat{X}_i^2 \rangle \quad (2.103)$$

On note  $T$  le coefficient de transmission. Il s'agit du rapport de l'intensité transmise sur l'intensité totale du faisceau. Dans le cas d'un faisceau monomode, on a simplement :

$$T = C_{00}(x) \quad (2.104)$$

La relation (2.88) permet d'obtenir la relation de fermeture suivante pour les  $C_{0i}$  :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{\infty} C_{0i}^2(x) &= \sum_{i=1}^{\infty} \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^x u_0(x') u_0(y) u_i(x') u_i(y) dx' dy \\ &= \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^x u_0(x') u_0(y) \left( \sum_{i=1}^{\infty} u_i(x') u_i(y) \right) dx' dy \\ &= \int_{-\infty}^x \int_{-\infty}^x u_0(x') u_0(y) (\delta(x' - y) - u_0(x') u_0(y)) dx' dy \\ &= \int_{-\infty}^x u_0^2(x') dx' - \left( \int_{-\infty}^x u_0^2(x') dx' \right)^2 \\ &= T - T^2 \end{aligned} \quad (2.105)$$

Le bruit d'intensité se réécrit donc

$$\langle \delta I^2 \rangle(x)_{monomode} = N_0 (T^2 \langle \delta \hat{X}_0^2 \rangle) + (T - T^2) \langle \delta \hat{X}_{vide}^2 \rangle \quad (2.106)$$

L'intensité totale reçue par la photodiode est  $N_0T$ . La limite quantique standard correspondant à cette intensité vaut donc  $\langle \delta \hat{X}_{vide}^2 \rangle N_0T$ . En divisant l'équation précédente par cette valeur on obtient le bruit d'intensité transverse normalisé :

$$\langle \delta I^2 \rangle_{monomode, norm.} = 1 + eT \quad (2.107)$$

où  $e = \langle \delta \hat{X}_0^2 \rangle / \langle \delta \hat{X}_{vide}^2 \rangle - 1$  représente l'écart des fluctuations d'amplitude du champ par rapport à la limite quantique standard.

Le bruit d'intensité normalisé d'un champ monomode varie donc linéairement avec la transmission. La figure 2.31 représente une simulation de l'évolution du bruit normalisé d'intensité d'un champ monomode en fonction du temps lorsque la lame de rasoir coupe continûment le faisceau. Les abscisses négatives correspondent au cas où la lame cache entièrement le faisceau, les abscisses positives au cas où le faisceau est découvert. Le graphe (b) correspond au cas d'un champ bruyant, le graphe (c) au cas d'un champ comprimé.

Cette remarque fournit une condition nécessaire pour qu'un champ soit monomode

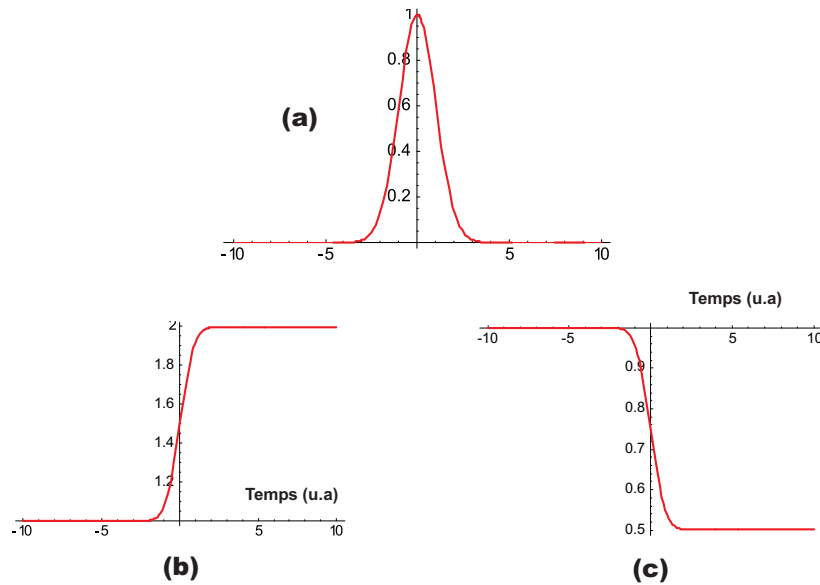


FIG. 2.31 – (a) : profil d'intensité spatial unidimensionnel normalisé du mode  $TEM_{00}$ . (b) : bruit normalisé d'intensité en fonction du temps pour un champ bruyant (3 dB). On part d'une situation (à gauche) où la lame masque entièrement le faisceau. (c) : bruit normalisé d'intensité en fonction du temps pour un champ comprimé (-3 dB). On part d'une situation (à gauche) où la lame masque entièrement le faisceau

transverse. Si l'on introduit des pertes transversales caractérisées par le coefficient  $T$  (en



couplant transversalement avec une lame de rasoir ou en fermant progressivement un diaphragme), le bruit normalisé du faisceau doit varier linéairement avec  $T$ . Pour s'assurer du caractère réellement monomode du champ, il faudrait vérifier cette propriété pour un nombre infini de bases. En revanche elle fournit une condition suffisante pour qu'un champ soit multimode et ceci quelque soit la base choisie. En effet, si lors d'une telle expérience, le bruit normalisé ne varie pas linéairement avec  $T$ , alors le champ est multimode [Martinelli03]. Nous utiliserons ce critère pour montrer que l'oscillation paramétrique dans le mélange à quatre ondes de polaritons est multimode au-dessus du seuil.

**Cas Multimode** Nous allons étudier le cas multimode en étudiant d'abord le cas où le mode 1 est vide puis en supposant le mode 1 non vide mais avec un nombre de photons  $N_1$  dans le mode 1 très inférieur au nombre de photons  $N_0$  dans le mode principal ( $N_1 \ll N_0$ ).

a) *Mode 1 vide*

Nous supposons à présent que le mode 1 est vide mais que ses fluctuations ne sont pas à la limite quantique standard. En utilisant l'expression (2.102), le bruit d'intensité s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \langle \delta I^2 \rangle(x) &= N_0(C_{00}^2(x)\langle \delta \hat{X}_0^2 \rangle + C_{01}^2(x)\langle \delta \hat{X}_1^2 \rangle + 2C_{00}(x)C_{01}(x)\langle \delta \hat{X}_0 \delta \hat{X}_1 \rangle \\ &+ \sum_{i=2}^{\infty} C_{0i}^2(x)\langle \delta \hat{X}_i^2 \rangle) \end{aligned} \quad (2.108)$$

En utilisant la relation (2.105), l'expression précédente devient :

$$\langle \delta I^2 \rangle(x) = N_0 T (1 + T(\langle \delta \hat{X}_0^2 \rangle - \langle \delta \hat{X}_{vide}^2 \rangle) + \frac{C_{01}^2(x)}{T}(\langle \delta \hat{X}_1^2 \rangle - \langle \delta \hat{X}_{vide}^2 \rangle) + 2C_{01}(x)\langle \delta \hat{X}_0 \delta \hat{X}_1 \rangle) \quad (2.109)$$

L'intensité reçue par la photodiode reste égale à  $N_0 T$ . La normalisation du bruit s'effectue donc de manière identique au cas monomode :

$$\langle \delta I^2 \rangle_{norm.}(x) = 1 + T e_0 + \frac{C_{01}^2(x)}{T} e_1 + 2C_{01}(x) \sqrt{(e_0 + 1)(e_1 + 1)} Corr_{01} \quad (2.110)$$

$Corr_{01} = \langle \delta \hat{X}_0 \delta \hat{X}_1 \rangle / \sqrt{(e_0 + 1)(e_1 + 1)}$  est le coefficient de corrélations entre le mode 0 et le mode 1. Les coefficients  $e_0$  et  $e_1$  sont définis de la même manière que  $e$  (voir équation (2.107)). Pour les simulations numériques on utilisera le  $dB$  comme unité de bruit.

On pose donc  $e_i = 10^{\frac{B_{i,dB}}{10}} - 1$  où  $B_{i,dB}$  est le bruit en décibels du mode  $i$ . L'expression obtenue en (2.110) est identique à celle de la référence [Hermier99] où est étudiée la distribution transverse du bruit d'intensité dans le champ lointain de l'émission de lasers à semi-conducteurs. Les auteurs montrent que l'émission d'un laser à semi-conducteur est multimode transverse, avec un mode non vide comprimé et au moins deux autres modes d'ordre plus élevé présentant un excès de bruit sur la quadrature d'amplitude. La figure 2.32 représente le bruit normalisé d'intensité en fonction de la transmission pour un mode principal (0)  $TEM_{00}$  et un mode secondaire (1) respectivement  $TEM_{10}$  pour la courbe (a) et  $TEM_{20}$  pour la courbe (b). Les deux modes sont anti-corrélés. Les paramètres utilisés pour les simulations sont issus des courbes expérimentales de la figure 2.34. La présence d'un second mode vide modifie radicalement le comportement du bruit normalisé dont la dépendance avec la transmission n'est plus linéaire. Dans le cas où plusieurs autres modes entrent en jeu, il suffit d'ajouter les contributions analogues à celles du mode (1) présentes dans (2.110) de chacun des modes supplémentaires au bruit normalisé. Nous suivrons cette démarche pour simuler le bruit mesuré (voir E.4).

b) *Mode 1 non vide*

Lorsque le mode 1 est non vide, l'intensité transmise contient les contributions du mode 0, du mode 1 et du recouvrement de ces deux modes. La transmission a alors pour expression :

$$T(x) = \frac{N_0 C_{00}(x) + N_1 C_{11}(x) + 2\sqrt{N_0 N_1} C_{01}(x)}{N_0 + N_1} \quad (2.111)$$

Or, lorsque  $N_1 \ll N_0$  alors  $\sqrt{N_1/N_0} \gg N_1/N_0$ . Nous développons donc l'expression (2.111) au premier ordre en  $\sqrt{N_1/N_0}$  :

$$T(x) \simeq C_{00}(x) + 2\sqrt{\frac{N_1}{N_0}} C_{01}(x) \quad (2.112)$$

La figure 2.33 montre l'écart théorique entre la transmission d'un champ monomode  $TEM_{00}$  et d'un champ bi-mode  $TEM_{00}$  et  $TEM_{20}$  pour un rapport  $N_1/N_0 = 10^{-2}$ . Nous développons à présent l'expression (2.102) au premier ordre en  $\sqrt{N_1/N_0}$  et nous divisons le résultat obtenu par la transmission (équation (2.112)). Le bruit transverse

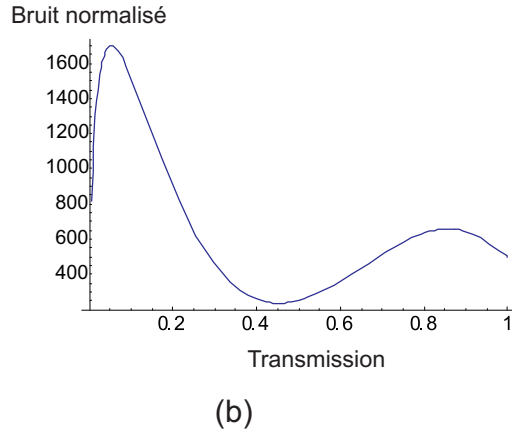
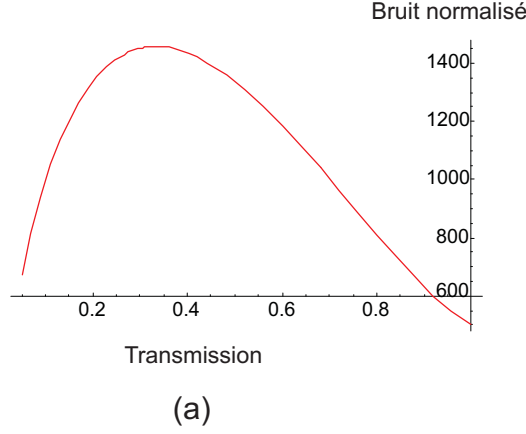


FIG. 2.32 – (a) : bruit d'intensité transverse normalisé en fonction de la transmission pour un mode secondaire (1)  $TEM_{10}$ . Paramètres :  $B_{0,dB} = 27$ ,  $B_{1,dB} = 34.5$ ,  $Corr_{01} = -0.2$ .  
 (b) : bruit d'intensité transverse normalisé en fonction de la transmission pour un mode secondaire (1)  $TEM_{20}$ . Paramètres :  $B_{0,dB} = 27$ ,  $B_{2,dB} = 37.7$ ,  $Corr_{01} = -0.05$ .

d'intensité normalisé au premier ordre en  $\sqrt{N_1/N_0}$  a alors pour expression :

$$\begin{aligned} \langle \delta I^2 \rangle_{norm.}(x) &= 1 + C_{00}(x)e_0 + \frac{C_{01}^2(x)}{C_{00}(x)}e_1 + 2C_{01}(x)\sqrt{(e_0 + 1)(e_1 + 1)}Corr_{01} \quad (2.113) \\ &+ \sqrt{\frac{N_1}{N_0}}(2C_{11}(x)\sqrt{(e_0 + 1)(e_1 + 1)}Corr_{01} + \frac{C_{01}(x)}{C_{00}(x)} \left[ C_{11}(x) - \frac{C_{01}^2(x)}{C_{00}(x)} \right] e_1) \end{aligned}$$

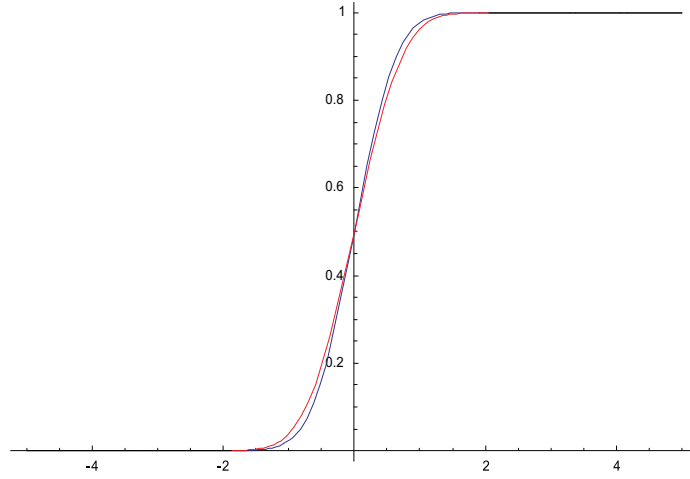


FIG. 2.33 – (Bleu) : Transmission en fonction du temps dans le cas d’un champ monomode  $TEM_{00}$ . (Rouge) : Transmission en fonction du temps dans le cas d’un champ bi-mode  $TEM_{00}$  et  $TEM_{20}$ . Paramètres :  $N_1/N_0 = 10^{-2}$ .

On peut identifier deux contributions dans l’équation précédente : l’une provient d’“effets de champs”, autrement dit du recouvrement et des corrélations entre le mode principal et le mode secondaire. L’autre contribution fait également intervenir des “effets d’intensité” car elle est proportionnelle à la racine carrée du rapport entre le nombre de photons dans le mode principal et le nombre de photons dans le mode secondaire.

**Analyse bi-dimensionnelle** Les fonctions  $\{u_i\}$  sont des fonctions de deux variables. Le bruit transverse normalisé d’intensité dépend donc des deux coordonnées du plan. Les modes qui constituent la base orthonormée de Hermite-Gauss, notés  $TEM_{m,n}$  où  $n$  et  $m$  sont deux entiers, sont bien adaptés à l’étude du bruit transverse dans les deux directions de l’espace. En effet l’amplitude du champ électrique transverse d’un mode  $TEM_{m,n}$  s’écrit comme le produit d’une fonction de la seule variable  $x$  par une fonction de la seule variable  $y$  et permet donc de découpler les deux variables de l’espace :

$$E_{m,n}(x, y) = E_0 H_m(\sqrt{2}x) e^{-x^2} H_n(\sqrt{2}y) e^{-y^2} \quad (2.114)$$

où  $H_n(x)$  est le polynôme de Hermite d’ordre  $n$ . Les polynômes de Hermite constituent une base orthonormée des fonctions de carré intégrable pour le produit scalaire  $\int f(t)g(t)e^{-t^2} dt$ .

En tenant compte de la remarque précédente, les  $C_{i,j}$  sont le produit d’une fonction

de  $x$  par une fonction de  $y$ . On peut donc réécrire l'expression du bruit transverse normalisé d'intensité donné en (2.110) comme fonction de deux variables :

$$\begin{aligned} \langle \delta I^2 \rangle_{norm.}(x, y) &= 1 + T(x)T(y)e_0 + \frac{C_{01}^2(x)C_{01}^2(y)}{T(x)T(y)}e_1 \\ &+ 2C_{01}(x)C_{01}(y)\sqrt{(e_0 + 1)(e_1 + 1)}Corr_{01} \end{aligned} \quad (2.115)$$

Lorsqu'on coupe le faisceau suivant la direction  $x$ , le bruit d'intensité transverse normalisé mesuré est donné par la limite lorsque  $y$  tend vers l'infini dans l'expression ci-dessus. En passant donc à la limite dans (2.115), on obtient :

$$\begin{aligned} \langle \delta I^2 \rangle_{norm.}(x) &= 1 + T(x)e_0 + \frac{C_{01}^2(x)C_{01}^2(y \rightarrow \infty)}{T(x)}e_1 \\ &+ 2C_{01}(x)C_{01}(y \rightarrow \infty)\sqrt{(e_0 + 1)(e_1 + 1)}Corr_{01} \end{aligned} \quad (2.116)$$

car  $\lim_{y \rightarrow \infty} T(y) = 1$ .

L'expression (2.116) fait clairement apparaître le découplage des deux coordonnées de l'espace. En effet, si le long de  $y$ , le mode (0) et le mode (1) sont des modes distincts alors  $C_{01}(y \rightarrow \infty) = 0$ . Dans ce cas, la mesure du bruit transverse normalisé d'intensité suivant  $x$  ne permet pas de montrer que le champ est multimode, les deux modes ayant la même structure suivant  $x$  mais des structures différentes suivant  $y$ .

Dans le cas où le mode (0) et le mode (1) ont la même structure de mode suivant  $y$  alors  $C_{01}(y \rightarrow \infty) = 1$  et on retrouve l'expression (2.110).

En mesurant donc le bruit transverse normalisé d'intensité le long des deux directions de l'espace, on peut déterminer la forme du mode (1) connaissant celle du mode (0) donnée par la mesure de la transmission. Si le bruit transverse normalisé d'intensité est une fonction linéaire de la transmission lorsqu'on coupe le champ le long de  $x$ , alors ou bien le champ est monomode, ou bien les modes (0) et (1) sont orthogonaux suivant  $y$ . Nous supposons que le champ est bi-mode. On mesure alors le bruit transverse d'intensité normalisé le long de  $y$ . Deux cas sont envisageables. Dans le premier cas on peut trouver à nouveau une dépendance linéaire, auquel cas les modes (0) et (1) sont orthogonaux suivant  $x$  cette fois. Par exemple si le mode (0) est un  $TEM_{00}$ , le mode (1) peut être un  $TEM_{11}$  mais en aucun cas un  $TEM_{01}$  ou  $TEM_{10}$ . Dans ce cas on peut étudier le bruit transverse d'intensité en coupant suivant l'une des bissectrices pour faire clairement apparaître le caractère multimode du champ. Dans le deuxième cas la dépendance n'est pas linéaire et on peut alors remonter à la forme du mode à l'aide de simulations.

## Résultats expérimentaux

Dans cette partie nous présentons les résultats expérimentaux des mesures de bruit transverse effectuées lorsque le système est au-dessus du seuil d'oscillation. Dans un premier temps, on pompe le système avec une puissance totale de 12 mW, ce qui signifie qu'on se trouve légèrement au-dessus du seuil d'oscillation. On masque le complémentaire, et on coupe le signal horizontalement puis verticalement avec une lame de rasoir montée sur moteur. On détecte simultanément dans les deux cas l'intensité transmise et le bruit d'intensité. On trace ensuite le bruit normalisé en fonction de la transmission. Le critère précédent montre que si le bruit transverse normalisé ne varie pas linéairement avec la transmission, alors le champ est multimode. Les résultats sont présentés sur la figure 2.34.

Les courbes de transmission horizontale et verticale (figures (a) et (c)) indiquent que le mode principal est, avec une bonne précision, un mode gaussien  $TEM_{00}$ . En effet il s'agit de fonctions  $Erf$  de même largeur à  $1/e$  (elle est légèrement plus grande dans le cas horizontal ce qui est confirmé par les images en champ lointain). Nous pouvons donc supposer dans un premier temps que les autres modes sont vides. Seuls "les effets de champ" seront donc pris en compte dans les simulations du bruit transverse (voir figure 2.36).

Dans les cas (b) et (d) le bruit normalisé ne varie pas linéairement en fonction de la transmission, ce qui indique que le champ n'est pas monomode. Lorsqu'on coupe horizontalement, le bruit normalisé augmente rapidement et atteint son maximum pour une transmission proche de 15% puis décroît jusqu'à atteindre la valeur de 500. Cette valeur correspond à l'excès total de bruit porté par le champ moyen. En effet, si on se restreint aux "effets de champ", les contributions horizontales des autres modes transverses sont nulles lorsque la transmission est de 100% (voir (2.110)). Dans le cas vertical le bruit normalisé n'est également pas monotone. On déduit de ces observations que le champ est au moins bi-mode.

Comme mentionné précédemment, on peut découpler la coordonnée verticale de la coordonnée horizontale dans notre analyse en choisissant comme base de modes la base de Hermite-Gauss. En outre, cette base est bien adaptée au problème puisque le champ moyen est porté par le mode  $TEM_{00}$ .

Dans un premier temps nous avons tenté de reproduire l'allure des courbes de bruit normalisé de la figure 2.34 en supposant le champ bi-mode, le mode principal étant un mode  $TEM_{00}$  brillant et le mode secondaire un mode d'ordre plus élevé vide, mais possédant un excès de bruit sur la quadrature d'amplitude. En comparant les simulations de la figure 2.32 avec les courbes expérimentales de la figure 2.34, on conclut qu'il

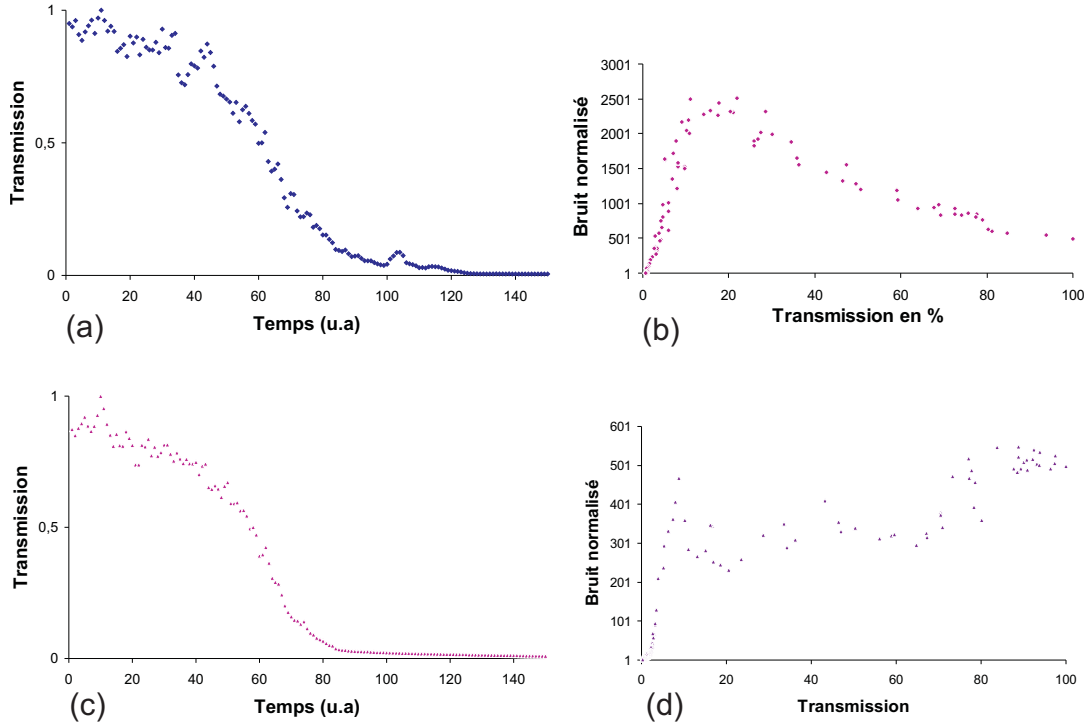


FIG. 2.34 – (a) : transmission en fonction du temps pour une coupe horizontale. (b) : bruit normalisé en intensité du signal en fonction de la transmission pour une coupe horizontale. (c) : transmission en fonction du temps pour une coupe verticale. (d) : bruit normalisé en intensité du signal en fonction de la transmission pour une coupe verticale.

est impossible de se restreindre à ce cas de figure et qu'en réalité de nombreux modes secondaires entrent en jeu.

Afin de simplifier notre approche nous allons nous restreindre aux modes  $TEM_{mn}$  avec  $0 \leq n \leq m \leq 2$  (voir figure 2.35). Les modes  $TEM_{11}$ ,  $TEM_{12}$ ,  $TEM_{21}$  et  $TEM_{22}$  ne contribuent pas au bruit transverse d'intensité dans les directions  $x$  et  $y$ , puisque ces modes sont orthogonaux au mode principal  $TEM_{00}$  suivant ces deux directions. Nous avons donc pris en compte dans nos simulations uniquement les modes  $TEM_{10}$  et  $TEM_{20}$  pour le cas horizontal et les modes  $TEM_{01}$  et  $TEM_{02}$  pour le cas vertical. Les résultats sont représentés sur la figure 2.36. Les paramètres utilisés pour ces simulations ont été ajustés afin que l'allure des courbes soit similaire à celle des courbes expérimentales. Elles montrent que les modes horizontaux présentent un excès de bruit beaucoup plus important que celui du mode principal et sont anti-corrélés avec lui, le

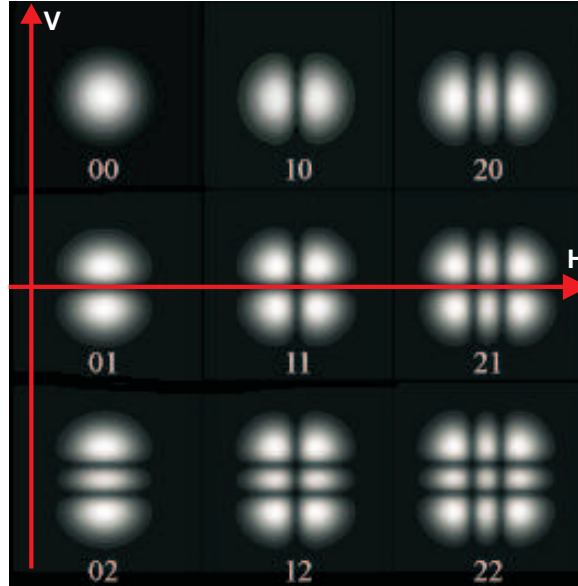


FIG. 2.35 – Mode  $TEM_{mn}$ ,  $0 \leq n \leq m \leq 2$ . L'axe horizontal de l'expérience est noté H, l'axe vertical est noté V.

mode du deuxième ordre étant davantage bruyant que le mode du premier ordre, à la fois pour le cas horizontal et le cas vertical.

Ces simulations ont été réalisées à partir de la formule (2.110) obtenue en supposant les modes secondaires vides. Un examen attentif des courbes de transmission (a) et (c) de la figure 2.34 révèle cependant que la distribution du champ moyen est très légèrement différente de celle d'un mode  $TEM_{00}$  (voir figure 2.33). Cet écart est très probablement dû au fait que l'intensité des modes secondaires, bien que négligeable devant celle du mode principal, n'est en réalité pas strictement nulle. Ceci ne modifie que très faiblement le bruit d'intensité transverse, le terme correctif étant proportionnel à  $\sqrt{N_i/N_0}$  où  $N_0$  désigne le nombre de photons du mode principal et  $N_i$  celui d'un mode secondaire (voir équation (2.113)). C'est pour cette raison que nous avons ignoré ce terme dans nos simulations.

En revanche, lorsqu'on mesure le bruit de la différence des intensités du signal et du complémentaire, les fluctuations des modes secondaires introduisent un excès de bruit important, qui masque la réduction de bruit obtenue sur le mode principal. Nous allons illustrer cette propriété par un calcul simple.



**Influence des modes secondaires sur la réduction de bruit** Nous supposons que le champ du signal est bi-mode avec  $N_0^s$  photons dans le mode principal (0) et  $N_1^s$  photons dans le mode secondaire (1). Les fluctuations d'intensité du signal s'écrivent alors :

$$\delta\hat{I}_s = \sqrt{N_0^s}\delta\hat{X}_0^s + \sqrt{N_1^s}\delta\hat{X}_1^s \quad (2.117)$$

Afin d'illustrer simplement notre propos, nous allons faire les hypothèses suivantes : nous supposons que le nombre de photons dans les modes (0) et (1) est identique pour le signal et le complémentaire, soit  $N_0^s = N_0^c = N_0$  et  $N_1^s = N_1^c = N_1$ , et que les fluctuations de ces modes sont également identiques, ce qui implique que  $\langle\delta\hat{X}_0^{s^2}\rangle = \langle\delta\hat{X}_0^{c^2}\rangle$  et  $\langle\delta\hat{X}_1^{s^2}\rangle = \langle\delta\hat{X}_1^{c^2}\rangle$ . Nous supposons de plus que les termes d'anti-corrélation entre le mode (0) et le mode (1) sont identiques pour le signal et le complémentaire. Le bruit normalisé de la différence des intensités du signal et du complémentaire s'écrit alors simplement :

$$\langle(\delta\hat{I}_s - \delta\hat{I}_c)^2\rangle_{norm.} = \frac{1}{1+q}[(1-C_0)(1+e_0) + q(1-C_1)(1+e_1)] \quad (2.118)$$

où  $q = N_1/N_0$ .  $C_0$  est le coefficient de corrélation entre les modes (0) du signal et du complémentaire et  $C_1$  est le coefficient de corrélation entre les modes (1) du signal et du complémentaire.  $e_0$  et  $e_1$  sont les excès de bruit du mode (0) et du mode (1).

Afin d'évaluer l'importance du terme correctif proportionnel à  $q$  dans (2.118) nous reprenons les valeurs des paramètres déduites des mesures expérimentales. Nous prenons comme rapport des intensités des modes (0) et (1)  $q = 10^{-2}$  et pour les excès de bruit  $e_0 = 27 \text{ dB}$  sur le mode (0) (valeur expérimentale) et  $e_1 = 37.7 \text{ dB}$  sur le mode (1) (valeur déduite des simulations). Enfin nous considérons que la réduction de bruit sur le mode (0) est maximale, soit 50% (voir D.3).

Dans le cas de deux faisceaux monomodes parfaitement équilibrés, le bruit normalisé sur la différence des intensités  $S_D$  vaut :

$$S_D = S_0(1 - C_0) \quad (2.119)$$

où  $S_0$  est le bruit normalisé du signal par exemple.

Dans notre cas, en faisant abstraction des autres modes présents, on aurait  $S_D = 0.5$  et  $S_0 = 500$ . On en déduit  $C_0 = 0.999$ . De plus nous supposons que  $C_1 = 0.9$ . Compte tenu de ces valeurs, le bruit normalisé de la différence des intensités est de l'ordre de  $\langle(\delta\hat{I}_s - \delta\hat{I}_c)^2\rangle_{norm.} \simeq 5$  et se situe donc au-dessus de la limite quantique standard.

Au-dessus du seuil, le système s'avère donc multimode spatialement et cette propriété permet d'expliquer a priori pourquoi la réduction de bruit observée sur la différence des

intensités reste au-dessus de la limite quantique standard, l'excès de bruit provenant des modes transverses d'ordre plus élevé.

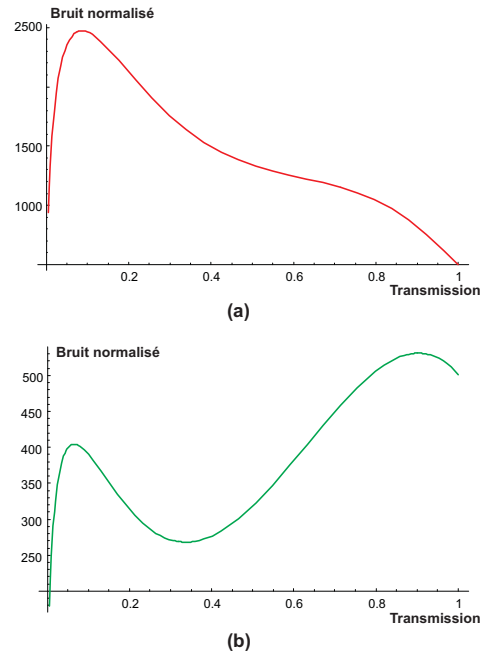
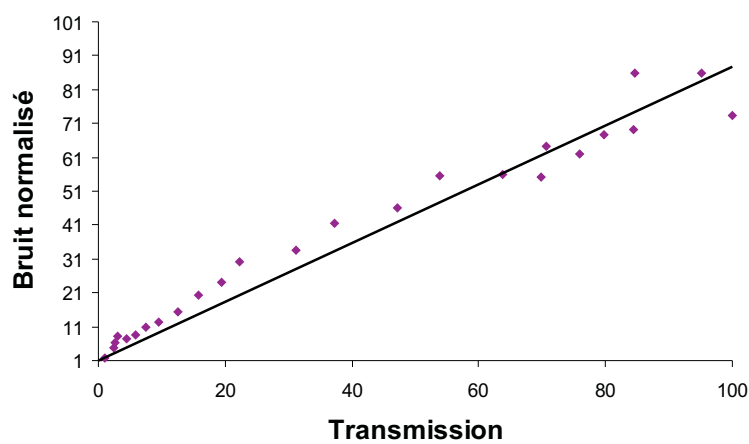


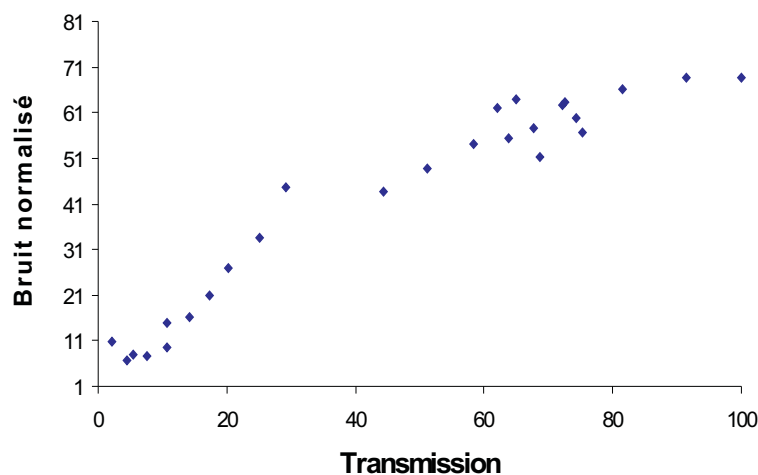
FIG. 2.36 – (a) : bruit transverse normalisé en fonction de la transmission pour la coupe horizontale. (b) : bruit transverse normalisé en fonction de la transmission pour la coupe verticale. Paramètres : (a) : bruit du mode brillant  $TEM_{00}$  : 27 dB ; Bruit du mode vide  $TEM_{10}$  : 34.5 dB ; Corrélations : -0.2. Bruit du mode vide  $TEM_{20}$  : 37.7 dB ; Corrélations : -0.05. Les modes  $TEM_{01}$  et  $TEM_{02}$  ne jouent aucun rôle dans la cas horizontal. (b) : bruit du mode vide  $TEM_{01}$  : 20 dB ; Corrélations : -0.20. Bruit du mode vide  $TEM_{02}$  : 31 dB ; Corrélations : -0.1. Les modes  $TEM_{10}$  et  $TEM_{20}$  ne jouent aucun rôle dans la cas vertical.

Nous avons ensuite placé un diaphragme centré sur le mode  $TEM_{00}$  du signal. Pour différentes ouvertures du diaphragme, nous avons mesuré le bruit normalisé en fonction de la transmission pour une coupe horizontale et une coupe verticale, afin de voir si il est possible d'isoler une partie de l'émission et d'obtenir ainsi un champ monomode. Pour une ouverture minimale du diaphragme (environ 100  $\mu m$ ), le bruit normalisé présente une dépendance monotone en fonction de la transmission à la fois dans le cas horizontal et dans le cas vertical (voir figure 2.37). Cependant il est difficile de considérer le champ ainsi obtenu comme monomode car la dépendance du bruit normalisé en fonction de la transmission n'est pas à strictement parler linéaire. Ceci est certainement dû aux

modes  $TEM_{20}$  et  $TEM_{02}$  qui possèdent un maximum central qui coïncide avec celui du mode  $TEM_{00}$  (voir figure 2.35). La présence du diaphragme permet de filtrer les modes secondaires impairs mais n'élimine pas les modes secondaires pairs qui sont, d'après les simulations, les plus bruyants. De plus il diminue a priori les corrélations entre le signal et le complémentaire car il est très difficile expérimentalement de sélectionner avec deux diaphragmes les zones quantiquement corrélées de l'émission.



(a)



(b)

FIG. 2.37 – (a) : bruit normalisé en fonction de la transmission pour une coupe horizontale. L'ouverture du diaphragme centré sur le signal est d'une centaine de microns. (b) : bruit normalisé en fonction de la transmission pour une coupe verticale.

## E.5 Conclusion

La réduction de l'angle d'incidence des pompes nous a permis d'optimiser le mélange à quatre ondes de polaritons. Dans cette nouvelle configuration nous avons pu mesurer une inversion totale de polarisation et augmenter les corrélations entre le signal et le complémentaire au-delà de 99%. Cependant le bruit sur la différence des intensités reste au-dessus de la limite quantique standard d'un facteur 3 environ. Ceci constitue une amélioration par rapport au pompage à  $6^\circ$ , mais ne permet pas de mettre en évidence des corrélations quantiques entre le signal et le complémentaire. D'autre part nous avons pu étudier l'influence des axes cristallins sur la localisation du couple d'oscillation dans le champ lointain de l'émission. La localisation semble dépendre non seulement des axes mais aussi du désordre local de l'échantillon. Enfin, en étudiant la dépendance du bruit transverse normalisé du signal en fonction de la transmission, nous avons mis en évidence le caractère multimode spatial de l'émission. Cette propriété permet d'expliquer pourquoi le bruit de la différence des intensités ne descend pas au-dessous de la limite quantique standard. En effet les modes secondaires, bien qu'ayant une intensité très faible comparée à celle du mode principal, introduisent un excès de bruit qui s'ajoute au bruit de la différence des intensités du mode principal et masquent une éventuelle compression de bruit du mode principal.

## F Conclusion

Les premières expériences d'optique non-linéaire dans les microcavités semi-conductrices en régime de couplage fort ont mis en évidence la forte analogie de ces systèmes avec les oscillateurs paramétriques optiques. Les premiers résultats ont été obtenus dans le domaine de l'optique non-linéaire classique, avec la démonstration expérimentale de l'oscillation paramétrique de polaritons lorsque le système est excité à l'angle "magique" qui satisfait la condition d'accord de phase. Nous avons étudié cette configuration dans la première partie de ce chapitre et nous avons montré qu'elle permet en effet l'émission non-linéaire du signal à l'incidence normale et du complémentaire à un angle beaucoup plus élevé. Nous avons également montré que cette configuration comporte néanmoins des inconvénients, tant du point de vue classique que du point de vue quantique : le complémentaire étant presque dix mille fois plus faible que le signal, cette configuration ne permet pas d'obtenir des états finaux équilibrés en intensité et donc d'observer des corrélations quantiques entre eux. Dans un deuxième temps, nous avons montré qu'une nouvelle géométrie d'excitation utilisant deux pompes contra-propageantes de même énergie permet de s'affranchir de ce problème. Ce mélange à quatre ondes dégénéré de polaritons crée des états finaux de même énergie et donc équilibrés. Nous avons étudié les propriétés quantiques de cette nouvelle configuration, tant sous le seuil qu'au-dessus du seuil d'oscillation, et nous avons montré qu'elle permet de produire des états quantiquement corrélés. Dans un dernier temps, nous avons étudié expérimentalement le mélange à quatre ondes de polaritons. Nous avons mis en évidence les phénomènes d'amplification bosonique et d'oscillation paramétrique, et nous avons souligné l'importance des effets de spin que nous étudierons plus en détails au chapitre 5. Le processus possède un seuil bas (de l'ordre de  $5 \cdot 10^2 \text{ W cm}^{-2}$ ) et produit un signal et un complémentaire très bien équilibrés et relativement intenses. De plus, ils possèdent une polarisation linéaire orthogonale à la polarisation des pompes. Cette *inversion de polarisation linéaire* permet d'envisager l'utilisation de ce système comme base de portes logiques optiques (voir chapitre 5).

Du point de vue de l'optique quantique, nous avons démontré l'existence de corrélations d'intensité entre le signal et le complémentaire. Cependant le bruit de la différence des intensités du signal et du complémentaire reste au-dessus de la limite quantique standard. Les améliorations apportées à l'expérience par la réduction de l'angle d'incidence des pompes ont permis de se rapprocher de cette limite sans toutefois passer au-dessous. À très faible puissance de pompe les photodiodes ne sont pas assez sensibles pour détecter les photons paramétriques émis. À faible puissance de pompe, l'émission paramétrique sous le seuil est en grande partie masquée par la photolumi-

nescence quasi-résonnante, car le processus est dégénéré en énergie. Ceci explique les très faibles corrélations d'intensité mesurées sous le seuil. Au-dessus du seuil d'oscillation les corrélations sont supérieures à 99% mais le bruit de la différence reste au-dessus de la limite quantique standard. L'excès de bruit est principalement dû au caractère multimode transverse du signal et du complémentaire, que nous avons expérimentalement démontré, et dans une moindre mesure au bruit excitonique.

Toutefois il semble possible de surmonter ces difficultés. Sous le seuil, la mise en place d'une détection homodyne permet de s'affranchir du problème de sensibilité des photodiodes. Le caractère multimode spatial de l'émission paramétrique rend cependant difficile l'utilisation d'un tel dispositif. En revanche, si l'on sonde le système très faiblement avec un faisceau de polarisation linéaire orthogonale à celle des pompes, dans un mode spatial bien défini et de taille appropriée, le signal et le complémentaire devraient alors avoir des polarisations bien définies, et osciller dans le même mode spatial que celui de la sonde. L'utilisation d'une sonde devrait alors faciliter le montage de la détection homodyne. Il est également possible de sonder le système et de franchir le seuil d'oscillation. Ceci devrait permettre de réduire l'excès de bruit dû aux autres modes transverses. Enfin, il est possible de s'affranchir de la luminescence en utilisant un mélange à quatre ondes non-dégénéré. Cette configuration peut être obtenue en "levant les pompes", c'est-à-dire en donnant une valeur différente de zéro à la composante  $\mathbf{k}_y$  du vecteur d'onde des pompes. Les états finaux du mélange à quatre ondes ne se situent alors plus sur le cercle de diffusion élastique. On peut donc les séparer spatialement de la photoluminescence résonnante.

Dans tous les cas de figure, l'étude théorique et les mesures expérimentales ont montré qu'il faut travailler à désaccord cavité-exciton négatif (on maximise ainsi la composante photonique des polaritons, ce qui augmente la réduction de bruit) et avec un échantillon dont le rapport  $\gamma_b/\gamma_a$  est le plus faible possible. Nous verrons dans la partie suivante l'observation expérimentale de corrélations quantiques entre le signal et le complémentaire dans un mélange à quatre ondes dégénéré de polaritons, au sein d'une microcavité triple.



---

# Génération de photons jumeaux dans les microcavités triples

---

## Sommaire

---

<b>A</b>	<b>Introduction</b>	<b>153</b>
<b>B</b>	<b>La microcavité triple semi-conductrice</b>	<b>155</b>
B.1	Structure de la microcavité triple	155
B.2	Dispersion des modes	156
<b>C</b>	<b>Étude expérimentale du processus de diffusion paramétrique horizontal</b>	<b>161</b>
C.1	Dispositif expérimental	161
C.2	Oscillation paramétrique pour un désaccord cavité-exciton de 8 meV	163
C.3	Oscillation paramétrique pour un désaccord cavité-exciton nul	167
C.4	Oscillation paramétrique pour un désaccord cavité-exciton de -8 meV	169
<b>D</b>	<b>Conclusion</b>	<b>176</b>

---

## A Introduction

Le mélange à quatre ondes dégénéré de polaritons, largement étudié au chapitre précédent, a permis de générer pour la première fois un signal et un complémentaire



équilibrés et corrélés en intensité dans une microcavité semi-conductrice [Romanelli07]. Bien que nous ayons démontré qu'il est possible théoriquement d'obtenir des polaritons jumeaux dans cette configuration, nous n'avons pas observé de réduction de bruit sur la différence des intensités du signal et du complémentaire, notamment en raison du bruit excitonique et de l'existence de modes transverses secondaires très bruités au-dessus du seuil d'oscillation (voir E.4).

Récemment l'équipe de J. Tignon a démontré expérimentalement la possibilité d'obtenir une oscillation paramétrique très efficace en excitant une microcavité triple à l'incidence normale [Diederichs06]. Ce processus, appelé oscillation paramétrique *verticale*, crée un signal et un complémentaire émis à l'incidence normale, respectivement à une énergie inférieure et une énergie supérieure à celle de la pompe, avec un rapport en intensité de l'ordre de  $1/200$ . Ce rapport reste néanmoins trop faible pour pouvoir mesurer des corrélations quantiques dans le domaine des variables continues entre le signal et le complémentaire.

En revanche, on peut exploiter un autre processus, appelé oscillation paramétrique *horizontale*, dans lequel l'excitation à l'incidence normale crée un signal et un complémentaire à la même énergie que la pompe et émis à un angle non nul. Il s'agit donc d'un mélange à quatre ondes dégénéré en énergie, mais n'utilisant qu'une seule pompe, contrairement à la configuration étudiée dans la partie précédente (voir chapitre 2). Nous avons effectué des mesures de corrélations d'intensité sur le signal et le complémentaire produits par ce processus en collaboration avec J. Tignon et C. Diederichs. Nous avons observé expérimentalement une réduction de bruit de 6% sur la différence des intensités du signal et du complémentaire, mettant ainsi en évidence pour la première fois l'existence de corrélations quantiques entre ces deux états. Cette expérience constitue la première génération de photons jumeaux à l'aide d'une microcavité semi-conductrice dans le régime des variables continues.

Ce chapitre décrit d'abord la structure de la microcavité triple utilisée, en montrant que le couplage des cavités optiques permet d'observer des effets non-linéaires à la fois en couplage fort mais aussi en couplage faible. Sont ensuite présentées les mesures de corrélations d'intensité entre le signal et le complémentaire issus d'un processus du mélange à quatre ondes dégénéré.

## B La microcavité triple semi-conductrice

Nous décrivons dans cette partie la microcavité triple utilisée lors de nos expériences. L'originalité de cette structure par rapport aux microcavités semi-conductrices planes ne possédant qu'une seule cavité provient de l'existence de trois branches de dispersion photoniques, issues du couplage entre les trois cavités optiques. Les microcavités simples ont besoin du couplage fort entre excitons et photons pour obtenir une dispersion permettant l'oscillation paramétrique dans le système, ce qui nécessite de travailler pour l'instant à des températures cryogéniques. La microcavité triple peut fonctionner de la même manière qu'une microcavité simple mais elle peut aussi tirer parti de la présence de ses trois branches de dispersion photonique pour opérer à température ambiante et générer une oscillation paramétrique en utilisant les non-linéarités intrinsèques du milieu à la place des non-linéarités de type excitonique. Le lecteur pourra trouver de plus amples informations et une description détaillée des expériences réalisées sur l'oscillation paramétrique *verticale* dans cette structure dans la référence [Diederichs06].

### B.1 Structure de la microcavité triple

La figure 3.1 représente la structure de la microcavité triple. Elle est constituée de trois cavités en GaAs de même longueur  $\lambda = 840$  nm. Les cavités sont couplées entre elles par deux miroirs de Bragg intermédiaires situés de part et d'autre de la seconde cavité. Deux autres miroirs de Bragg constituent le miroir d'entrée et le miroir de sortie. Chaque miroir de Bragg est constitué de 13 paires de couches en AlAs/GaAs d'épaisseur  $\lambda/4$ . Chaque cavité contient un puits quantique en  $In_{0.05}Ga_{0.95}As$  de 80 Å de large situé en un maximum du champ électromagnétique. La croissance de la nanostructure est réalisée par épitaxie à jet moléculaire. Le substrat sur lequel s'effectue cette croissance a été poli afin de pouvoir effectuer des expériences en transmission. Un angle très faible entre les miroirs de Bragg a été introduit lors de la croissance selon deux directions perpendiculaires de l'espace. Cela permet de choisir le désaccord d'une cavité par rapport à l'autre en changeant la position du spot du laser sur l'échantillon de manière identique à ce qui est fait dans les microcavités simples pour le désaccord cavité-exciton.

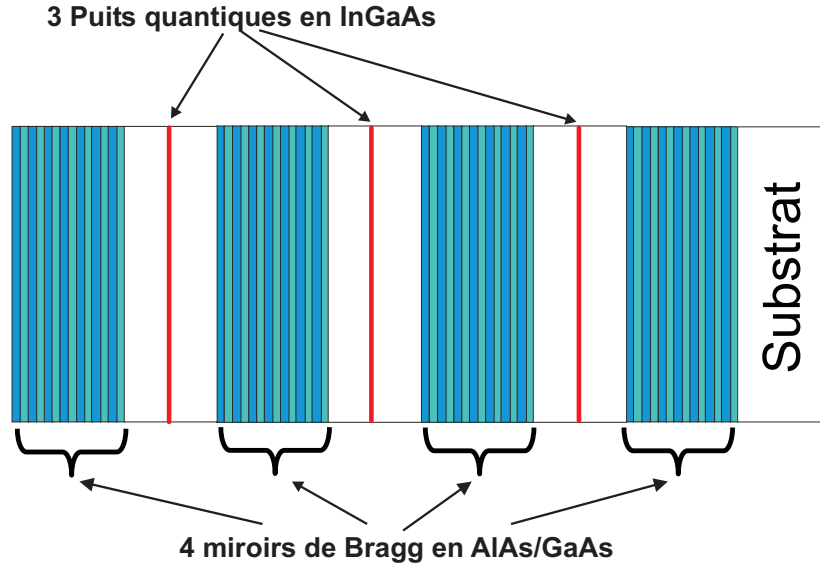


FIG. 3.1 – Structure d’une microcavité semi-conductrice triple composée de 3 cavités de longueur  $\lambda = 840$  nm couplées par deux miroirs de Bragg constitués de 13 couches en AlAs/GaAs d’épaisseur  $\lambda/4$ . Deux autres miroirs de Bragg constituent les miroirs d’entrée et de sortie. Un puits quantique de 80 Å d’épaisseur est placé au centre de chaque cavité.

## B.2 Dispersion des modes

### Modes photoniques

La levée de dégénérescence des modes photoniques dans la microcavité semi-conductrice est l’une des propriétés spécifiques et originales de ce système. Elle résulte du couplage fort de nature purement optique entre les trois cavités. Le couplage fort entre modes optiques ne peut être atteint que si le terme de couplage entre les cavités est plus grand que les pertes des cavités. A titre d’exemple (voir figure 3.2), il est montré dans la référence [Stanley94] que le couplage fort entre deux cavités optiques séparées par un miroir de Bragg de coefficient de réflexion  $R_1$  et placées entre un miroir d’entrée et un miroir de sortie chacun de coefficient de réflexion  $R_0$  est atteint si et seulement si :

$$R_1 < \frac{4R_0}{(1 + R_0)^2} \quad (3.1)$$

La conséquence du couplage fort optique dans une microcavité triple est une levée de dégénérescence du mode longitudinal et l’apparition de trois nouveaux modes optiques

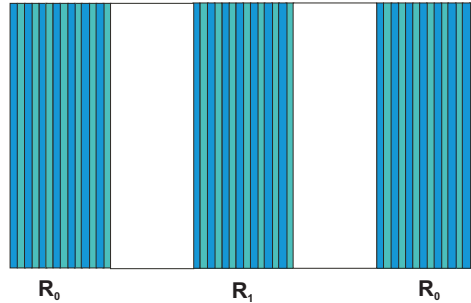


FIG. 3.2 – Structure d’une microcavité semi-conductrice double composée de 2 cavités couplées par un miroir de réflectivité  $R_1$ . Les miroirs d’entrée et de sortie ont une réflectivité  $R_0$ . Le couplage fort entre les deux cavités n’est possible que si  $R_1 < 4R_0/(1 + R_0)^2$

longitudinaux (voir figure 3.3). De plus ces nouveaux modes longitudinaux sont délocalisés sur toute la structure. La finesse globale de la microcavité est de 740 [Diederichs06].

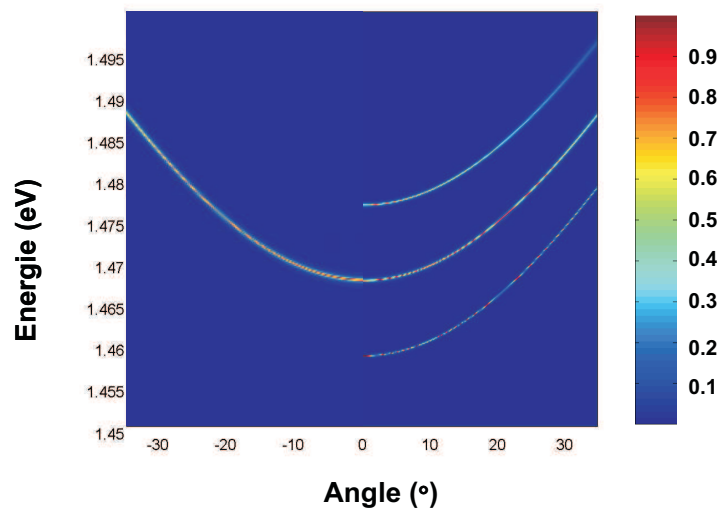


FIG. 3.3 – A gauche : Courbe de dispersion calculée de la microcavité triple en l’absence de couplage fort optique. A droite : Courbe de dispersion calculée de la microcavité triple lorsque la condition de couplage fort (3.1) est réalisée. Deux nouvelles branches photoniques apparaissent, l’une à plus haute énergie l’autre à plus basse énergie que la branche initiale. L’absorption des puits quantiques est considérée ici comme nulle.

### Modes polaritoniques

Nous avons volontairement ignoré au paragraphe précédent la présence des puits quantiques placés au centre des cavités. Cependant nous avons vu au chapitre 1 que le mode excitonique d'une microcavité simple est couplé au mode photonique de la microcavité, et que ce couplage devient fort lorsque les pertes des modes excitoniques et photoniques sont faibles devant le coefficient de couplage.

Dans la microcavité triple, le couplage entre les cavités donne naissance à trois modes photoniques délocalisés sur l'ensemble de la structure, qui peuvent être chacun couplés au mode excitonique. Si la condition de couplage fort entre l'un des modes photoniques et le mode excitonique est remplie, le couplage donne naissance à deux modes polaritoniques dont les courbes de dispersions (branche basse et branche haute) sont similaires à celles obtenues dans le cas d'une microcavité simple, la branche basse se caractérisant par une dispersion en forme de  $S$ . Au total on peut compter jusqu'à six modes polaritoniques dont les dispersions sont représentées sur la figure 3.4.

Le désaccord cavité-exciton est défini par  $\delta = E_\gamma - E_X$  où  $E_\gamma$  est l'énergie du mode photonique de la cavité en l'absence de couplage photonique entre les trois cavités et  $E_X$  est l'énergie de résonance excitonique à l'incidence normale.

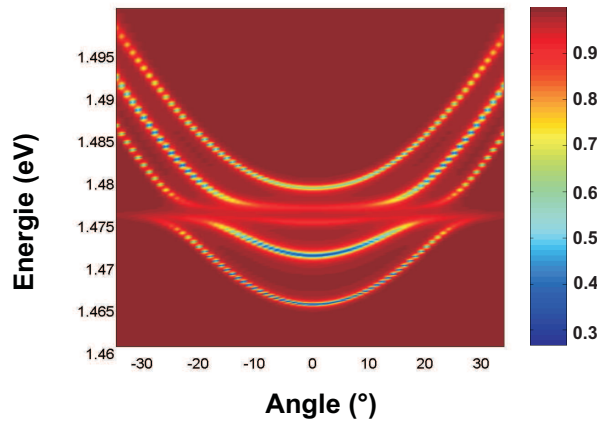


FIG. 3.4 – Courbe de dispersion calculée en régime de couplage fort de la microcavité triple. Chaque mode photonique se couple au mode excitonique et produit deux modes polaritons dont les branches basses de dispersion sont caractérisées par une forme en  $S$ .

En travaillant à basse température et avec des puissances d'excitation modérées, le système peut donc être décrit en termes de polaritons, particules mi-lumière mi-matière, dont les courbes de dispersion sont représentées sur la figure 3.4. Le système est alors en régime de couplage fort. Les non-linéarités du système sont dans ce cas dues aux interactions coulombiennes entre excitons, comme dans le cas d'une microcavité simple. En augmentant la puissance d'excitation on atteint le régime de couplage faible entre excitons et photons. La dispersion est alors similaire à celle des trois modes photoniques d'une cavité triple nue, les largeurs de raie des modes étant élargies par la présence des puits quantiques. Les effets non-linéaires sont en revanche toujours dus aux interactions non-linéaires entre excitons. Enfin, en élevant la température de travail, les résonances excitoniques disparaissent. Les modes propres du système correspondent aux modes photoniques, avec à nouveau une raie élargie par la présence des puits quantiques. Les effets non-linéaires du système proviennent dans ce cas des non-linéarités électroniques intrinsèques du milieu, en l'occurrence de GaAs.

Dans la référence [Diederichs06], les auteurs démontrent expérimentalement l'existence d'un processus paramétrique *vertical* en excitant la microcavité de manière résonnante à l'incidence normale sur la seconde branche photonique. Le signal et le complémentaire sont émis dans un angle solide de  $7^\circ$  autour de l'incidence normale, respectivement sur la première branche et la troisième branche photonique (l'énergie du complémentaire est donc plus élevée que celle du signal). Le seuil d'oscillation du processus est de  $4,4 \text{ kW cm}^{-2}$  et le complémentaire est environ 200 fois moins intense que le signal. Il est intéressant de remarquer que le processus subsiste jusqu'à des températures de l'ordre de 150 K, c'est-à-dire bien au-delà de la température d'existence de l'exciton dans le système qui est inférieure à 50 K.

Dans toute la suite nous allons nous intéresser à un processus tout à fait analogue. Nous excitons de manière résonnante la seconde branche photonique à l'incidence normale et nous étudions un processus de diffusion paramétrique *horizontal* vers des états de même énergie que la pompe et situés sur la première branche photonique (voir figure 3.5). Nous mesurons ensuite les corrélations d'intensité entre le signal et le complémentaire.

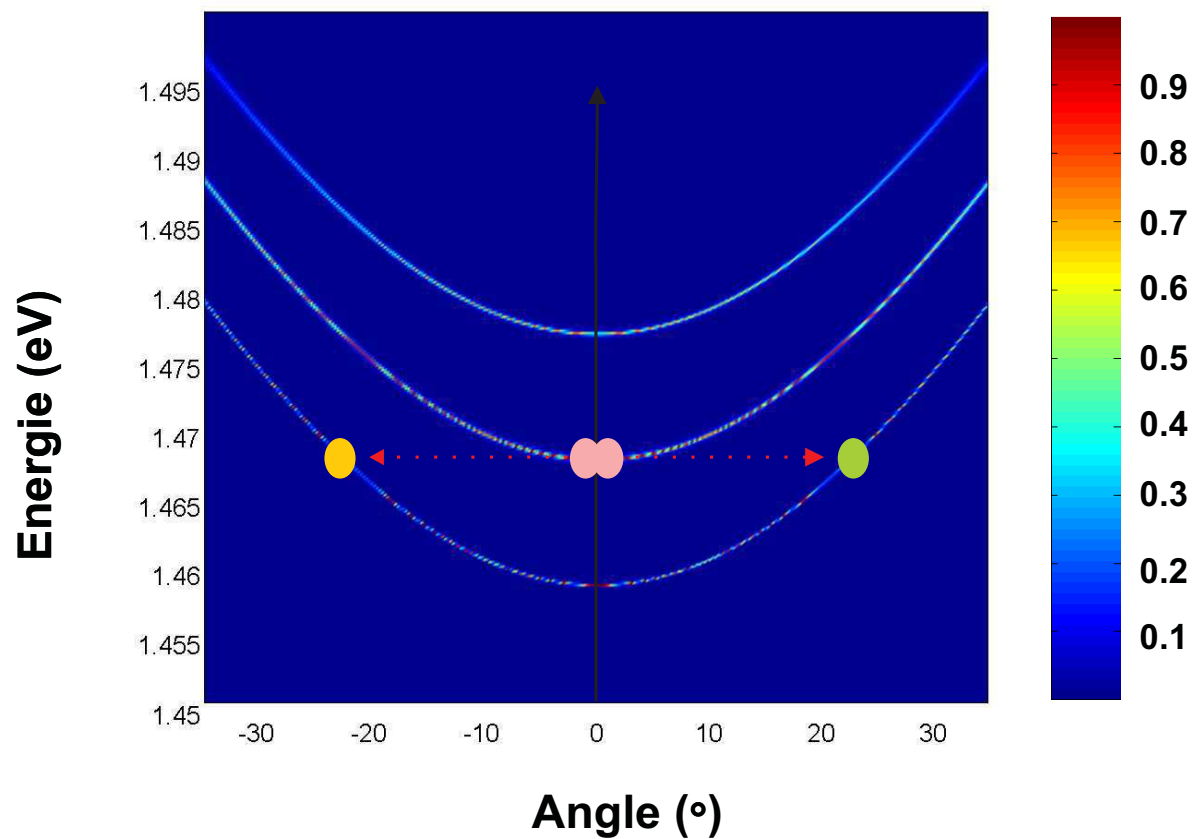


FIG. 3.5 – Représentation schématique du processus de diffusion paramétrique *horizontal*. Le système est excité à l'incidence normale sur la deuxième branche photonique. Les états finaux du processus ont la même énergie que l'énergie de la pompe et sont localisés sur première branche photonique.

## C Étude expérimentale du processus de diffusion paramétrique horizontal

Dans cette partie nous présentons les expériences sur le processus horizontal représenté sur la figure 3.5. Ces expériences ont été réalisées au Laboratoire Pierre Aigrain en collaboration avec C. Diederichs et D. Taj. Le désaccord cavité-exciton constitue le principal paramètre de ces expériences. Nous allons en effet montrer que le système se comporte différemment en fonction de la plage de valeurs prises par le désaccord. Pour un désaccord très positif (8 meV), la seconde branche photonique est faiblement couplée à l'exciton, le seuil d'oscillation est élevé et les corrélations demeurent dans le domaine classique. Près du désaccord nul, le seuil est plus faible mais les corrélations sont néanmoins au-dessus de la limite quantique standard. Enfin, à désaccord très négatif (-8 meV), la seconde branche photonique est fortement couplée avec l'exciton. Le processus paramétrique possède un seuil relativement bas comparé aux autres cas et la réduction de bruit sur la différence des intensités du signal et du complémentaire est de 6%, ce qui démontre la nature quantique des corrélations mesurées. Pour chacun des désaccords mentionnés ci-dessus, nous présentons d'abord les observations du champ lointain de l'émission et les courbes de dispersion expérimentales correspondantes. Nous montrons ensuite les mesures de seuil effectuées et enfin nous présentons les mesures de corrélations d'intensité entre le signal et le complémentaire.

### C.1 Dispositif expérimental

Dans cette partie nous présentons le dispositif expérimental permettant les observations du champ lointain de l'émission, l'obtention des courbes de dispersion pour un désaccord donné et la mesure des corrélations d'intensité entre le signal et le complémentaire. Lors de toutes les expériences, l'échantillon est placé au sein d'un cryostat à circulation d'hélium liquide refroidi à une température de 6K (le modèle du cryostat est identique à celui présenté au chapitre C.4).

#### Observation du champ lointain de l'émission

Dans un premier temps on excite le système à l'incidence normale à l'aide d'un laser Ti :Sa accordable, de polarisation linéaire horizontale et monomode. On analyse l'émission lumineuse transmise par la microcavité en faisant l'image du plan de Fourier sur une caméra CCD (voir figure 3.6). Lorsque l'excitation est résonnante avec la seconde branche photonique, on a ainsi directement accès aux populations des différents



modes de même énergie que la pompe. Lorsqu'on décale fortement l'énergie du laser d'excitation vers les hautes énergies, l'excitation devient non résonnante. La lumière émise par la microcavité est alors envoyée d'abord à travers un spectromètre placé entre la microcavité et la caméra CCD. Ce dispositif permet d'obtenir directement la courbe de dispersion correspondant à un désaccord cavité-exciton donné.

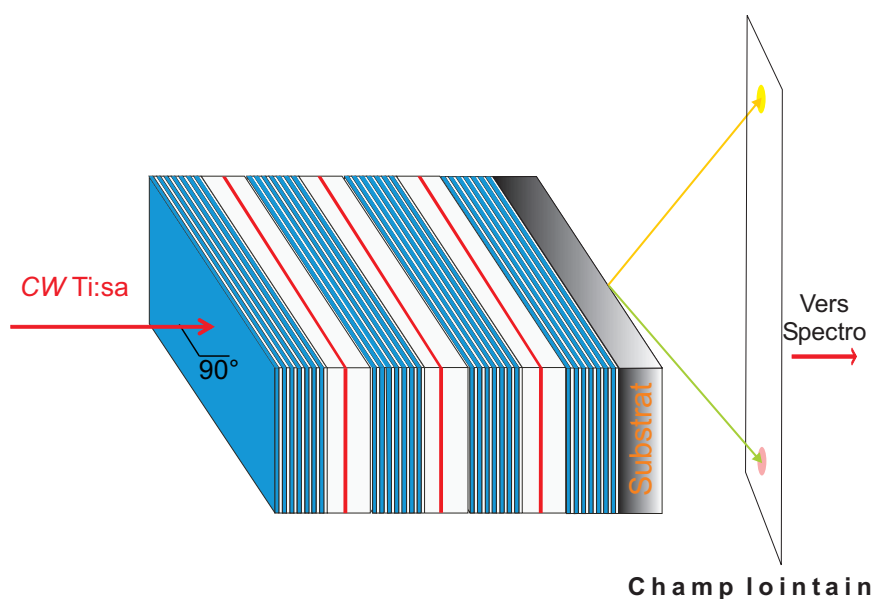


FIG. 3.6 – La microcavité est excitée à l'incidence normale par un laser Ti :Sa. On image le champ lointain de l'émission transmise sur une caméra CCD. L'excitation hors résonance permet d'obtenir la courbe de dispersion en tout point de l'échantillon.

### Mesures de corrélations d'intensité et calibration du “shot noise”

Le dispositif expérimental pour mesurer les corrélations d'intensité entre le signal et le complémentaire est identique à celui présenté au chapitre 2. Chacun des faisceaux est focalisé avec une lentille sur un photodétecteur. Les photocourants sont ensuite sommés ou soustraits puis envoyés vers un analyseur de spectre. La fréquence d'analyse est de 4 MHz. Elle correspond à la fréquence de résonance des circuits hautes fréquences des photodétecteurs, qui ont été spécialement conçus pour avoir un bruit électronique minimal à cette fréquence. Dans toutes les expériences, la bande passante de l'analyseur de spectre est fixée à 30 kHz et la bande passante vidéo à 100 Hz.

Le bruit quantique standard est minutieusement et systématiquement calibré avant chaque expérience en suivant la procédure décrite au paragraphe C.5 du chapitre 1.

La figure 3.7 montre les résultats d'une telle calibration, qui ont été obtenus pour des puissances optiques identiques à celles mesurées lors des expériences.

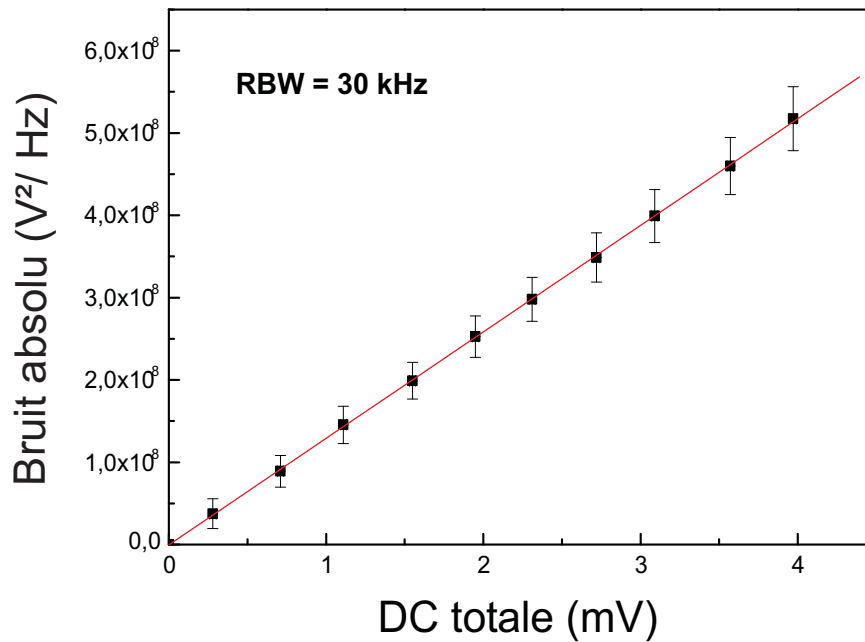


FIG. 3.7 – Bruit absolu de la différence des intensités en fonction de la DC totale mesurée par les photodiodes. La fréquence d'analyse et de 4 MHz est la bande passante de 30 kHz.

## C.2 Oscillation paramétrique pour un désaccord cavité-exciton de 8 meV

Dans tout le paragraphe suivant nous nous plaçons à un désaccord cavité-exciton de 8 meV. Cela implique entre autres que la seconde branche photonique, que l'on excite de manière résonnante, se situe au-dessus du réservoir excitonique (voir la courbe de dispersion de la figure 3.8). Cette configuration favorise les processus de diffusion vers le réservoir excitonique.

### Dispersion et champ lointain

Lorsque le désaccord cavité-exciton est de l'ordre de 8 meV, la seconde branche photonique se situe très au-dessus de la résonance excitonique dans le diagramme de

dispersion. En excitant la microcavité hors résonance avec une puissance de pompe d'une dizaine de mW on obtient la dispersion de la figure 3.8. La dispersion de la fi-

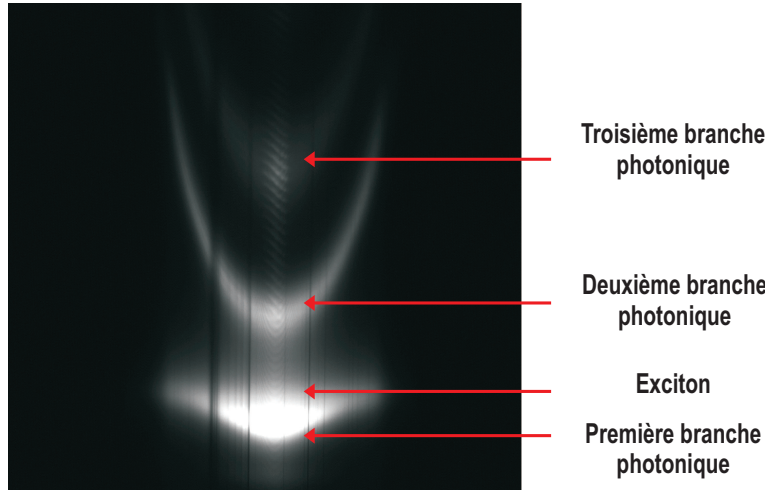


FIG. 3.8 – Courbe expérimentale de dispersion pour un désaccord cavité-exciton de 8 meV. La première branche photonique est fortement couplée au mode excitonique. Les deux autres branches correspondent aux deux autres modes photoniques.

gure 3.8 montre que la première branche est fortement couplée au mode excitonique ; le couplage fort modifie en effet la courbe de dispersion qui adopte une forme caractéristique en  $S$ . En revanche les deux autres modes sont faiblement couplés au mode excitonique. La dispersion de ces deux modes photoniques n'est pas affectée et demeure parabolique.

Dans ces conditions, c'est-à-dire à faible puissance d'excitation, la courbe de dispersion de la figure 3.8 montre que le processus de diffusion paramétrique horizontal ne peut pas se produire. En revanche, en augmentant la puissance de pompe, on induit une transition couplage fort-couplage faible pour les polaritons de la première branche. Cette transition se produit lorsque la densité d'excitons dépasse la densité critique. La dispersion de la première branche redevient alors parabolique permettant ainsi au processus de diffusion paramétrique horizontal d'avoir lieu. Les effets non-linéaires sont dans ce cas dus aux interactions coulombiennes entre excitons. Le champ lointain de l'émission pour une excitation résonnante à l'incidence normale sur la seconde branche photonique est représenté sur la figure 3.9. Au centre on peut remarquer le faisceau de pompe extrêmement intense. Outre le faisceau de pompe on peut distinguer un anneau qui correspond à l'anneau de diffusion Rayleigh. Nous rappelons que cette diffusion élastique est due au désordre dans l'échantillon. Deux points brillants et diamétralement opposés se détachent nettement du fond lumineux. Ils correspondent au signal et

au complémentaire, comme nous le montrerons ultérieurement à l'aide de mesures de seuil et de corrélations d'intensité.

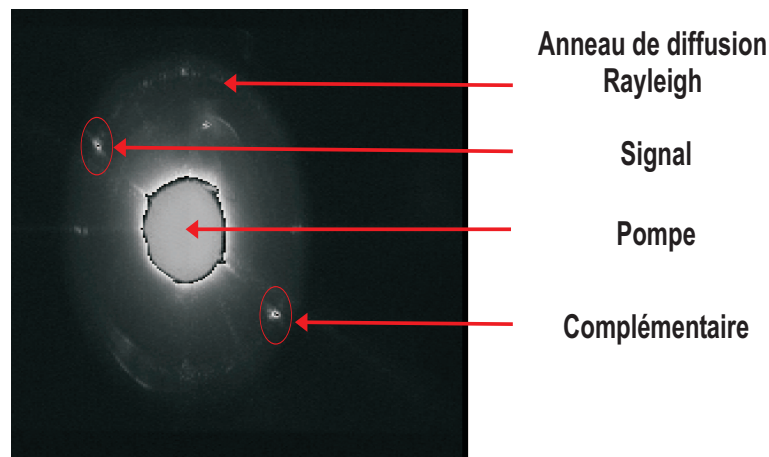


FIG. 3.9 – Image du champ lointain de l'émission pour une excitation résonnante avec la deuxième branche photonique et un désaccord de 8 meV. Le spot très intense au centre de l'image correspond au faisceau pompe. Le signal et le complémentaire (cercle rouge) se trouvent diamétralement opposés sur l'anneau de diffusion Rayleigh.

### Mesures de seuil et de corrélations

La mesure du seuil d'oscillation paramétrique est présentée sur la figure 3.10. Le seuil est très élevé puisqu'il se situe autour de 300 mW de pompe. Pour de telles puissances de pompe, les effets thermiques, dont nous avons déjà évoqué l'importance au chapitre précédent, dégradent les corrélations entre le signal et le complémentaire et introduisent un excès de bruit sur la différence des intensités. Les mesures de corrélations d'intensités sont présentées sur la figure 3.11. Les premières corrélations apparaissent autour de 300 mW de pompe, c'est-à-dire au seuil d'oscillation. Lorsqu'on augmente la puissance de pompe, le bruit normalisé de la somme augmente significativement tandis que le bruit normalisé de la différence n'augmente que très peu pour se stabiliser autour d'une dizaine de fois la limite quantique standard. Les corrélations d'intensité augmentent donc avec la puissance de pompe mais le bruit normalisé de la différence reste néanmoins au-dessus de la limite quantique standard.

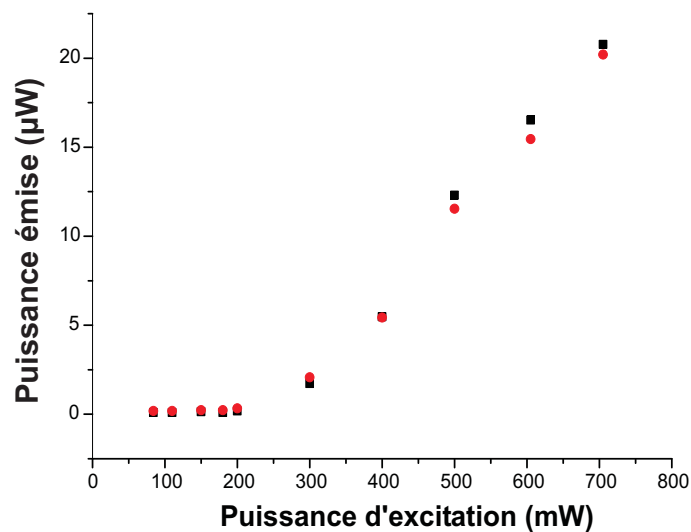


FIG. 3.10 – Puissance optique émise en  $\mu W$  en fonction de la puissance de pompe (mW). Ronds rouges : signal. Carrés noirs : complémentaire.

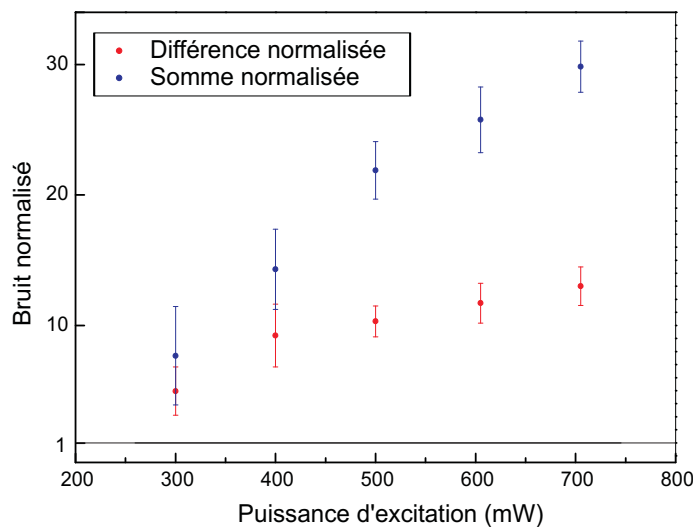


FIG. 3.11 – Bruit normalisé de la somme et de la différence des intensités du signal et du complémentaire en fonction de la puissance de pompe (mW). Ronds rouges : bruit normalisé de la différence. Ronds bleus : bruit normalisé de la somme.

## Conclusion

À désaccord très positif, la deuxième branche photonique se trouve au-dessus du réservoir excitonique et très loin du premier mode polariton. Le seuil d'oscillation paramétrique s'en trouve remarquablement élevé, environ 300 mW de pompe. Pour de telles puissances d'excitation, les effets thermiques sont très importants. Ils dégradent les corrélations entre le signal et le complémentaire. En outre la diffusion efficace vers le réservoir excitonique est à l'origine d'un excès de bruit dans le système. Ces deux effets conjugués expliquent pourquoi le bruit de la différence des intensités atteint une dizaine de fois la limite quantique standard.

### C.3 Oscillation paramétrique pour un désaccord cavité-exciton nul

Dans tout le paragraphe suivant nous nous plaçons à un désaccord cavité-exciton nul. La seconde branche photonique se trouve donc à hauteur de la résonance excitonique.

#### Dispersion et champ lointain

La dispersion s'obtient de la même manière que précédemment. Elle est visible sur la figure 3.12. La dispersion de la figure 3.12 diffère de celle à désaccord positif. Elle est

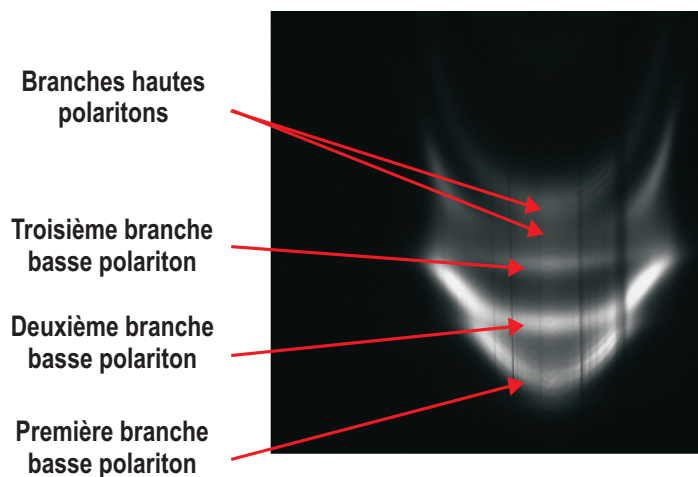


FIG. 3.12 – Courbe expérimentale de dispersion pour un désaccord cavité-exciton nul. Les trois branches photoniques sont fortement couplées au mode excitonique.

très semblable à la figure 3.4 qui représente la dispersion théorique des modes polaritons lorsque le système est en régime de couplage fort pour les trois branches. On peut donc clairement identifier les trois branches basses polaritons et les branches hautes. L'excitation résonnante s'effectue sur la deuxième branche polariton et les états finaux de la diffusion paramétrique se situent alors sur la première branche polariton. On voit donc qu'en fonction du désaccord cavité-exciton considéré, le système, pour une température et une puissance de travail données, peut se trouver dans un régime de couplage faible ou de couplage fort. Dans les deux cas les non-linéarités restent dues aux interactions coulombiennes entre excitons.

Le champ lointain de l'émission pour une excitation résonnante à l'incidence normale sur la seconde branche photonique est représenté sur la figure 3.13. Le spot brillant au centre correspond au faisceau de pompe transmis. L'anneau de diffusion Rayleigh est davantage visible que pour le désaccord de 8 meV et cette diffusion est plus intense suivant les directions horizontales et verticales qui correspondent aux axes cristallins de l'échantillon. En outre on remarque que la luminescence quasi-résonnante à l'intérieur de l'anneau est plus importante que précédemment, ce qui peut s'expliquer par le fait que la seconde branche polaritonique est très plate au voisinage de l'incidence normale lorsque le désaccord est nul. Les polaritons de faible vecteur d'onde transverse peuvent donc diffuser efficacement vers des états de plus grand vecteur d'onde et d'énergie voisine, par l'intermédiaire d'interactions avec les phonons par exemple. Deux points brillants situés sur l'anneau de diffusion élastique et diamétralement opposés se détachent nettement du fond lumineux. Ils correspondent au signal et au complémentaire et se situent sur le même diamètre que dans le cas d'un désaccord de 8 meV.

### Mesures de seuil et de corrélations

La mesure du seuil d'oscillation paramétrique est présentée sur la figure 3.14. Le seuil de l'oscillation paramétrique se situe autour de 100 mW. Il est donc trois fois plus faible que dans le cas précédent. Le processus est également plus efficace que dans le cas du désaccord positif. Néanmoins la puissance de pompe nécessaire pour atteindre le seuil d'oscillation reste relativement élevée et les effets thermiques continuent de jouer un rôle néfaste pour les corrélations. Les mesures de corrélations d'intensités sont présentées sur la figure 3.15. Le comportement du bruit normalisé de la somme et de la différence est très similaire à celui de la figure 3.11. Le bruit normalisé de la somme croît avec la puissance de pompe alors que le bruit de la différence reste constant autour d'une dizaine de fois la limite quantique standard. Bien que la puissance de pompe soit plus faible que dans le cas précédent, il n'y a pas de diminution de l'excès

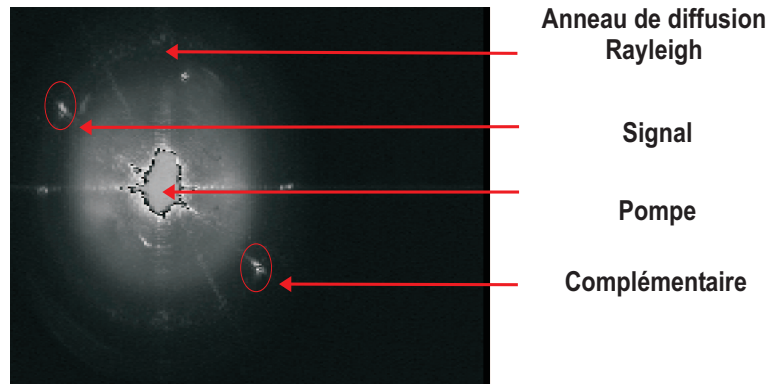


FIG. 3.13 – Image du champ lointain de l'émission pour une excitation résonnante avec la deuxième branche polariton et un désaccord nul. Le spot très intense au centre de l'image correspond au faisceau pompe. Le signal et le complémentaire (cercle rouge) se trouvent diamétralement opposés sur l'anneau de diffusion Rayleigh.

de bruit sur la différence des intensités. Les effets thermiques ne sont donc pas la cause principale de l'excès de bruit sur la différence des intensités lorsque le désaccord est nul. De plus le bruit normalisé de la somme est beaucoup plus important que dans le cas précédent. Ceci peut s'expliquer en partie par la proximité du réservoir excitonique et la dispersion très plate de la seconde branche polariton qui permet une diffusion efficace vers des états à large vecteur d'onde transverse. Cette diffusion est responsable de la photoluminescence observée sur l'image du champ lointain de la figure 3.13. La photoluminescence est très certainement la cause de l'excès de bruit observé sur la somme et sur la différence.

## Conclusion

À désaccord nul, la seconde branche photonique est fortement couplée au mode excitonique. La dispersion de la seconde branche polariton issue de ce couplage fort est très aplatie au voisinage de l'incidence normale. Ceci a pour conséquence une photoluminescence quasi-résonnante très importante. Cette photoluminescence est la cause principale de l'excès de bruit observé sur la différence des intensités.

## C.4 Oscillation paramétrique pour un désaccord cavité-exciton de -8 meV

Dans tout le paragraphe suivant nous nous plaçons à un désaccord cavité-exciton de -8 meV. La seconde branche photonique se trouve donc bien en-dessous de la résonance



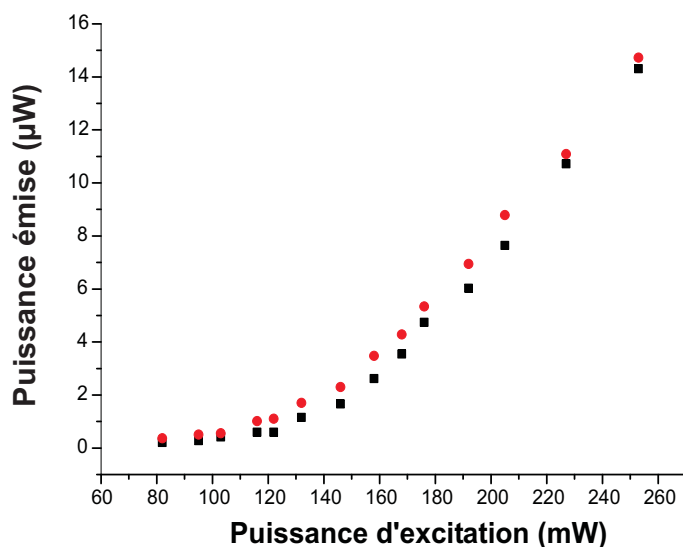


FIG. 3.14 – Puissance optique émise en  $\mu\text{W}$  en fonction de la puissance de pompe ( $\text{mW}$ ). Ronds rouges : signal. Carrés noirs : complémentaire.

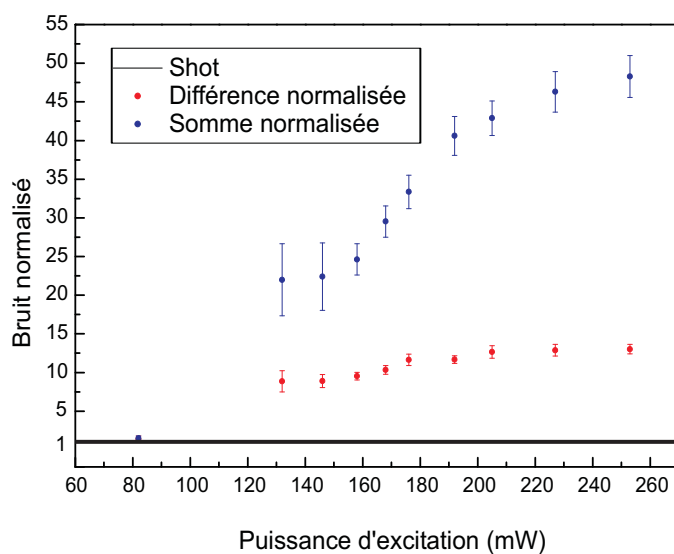


FIG. 3.15 – Bruit normalisé de la somme et de la différence des intensités du signal et du complémentaire en fonction de la puissance de pompe ( $\text{mW}$ ). Ronds rouges : bruit normalisé de la différence. Ronds bleus : bruit normalisé de la somme.

excitonique. Les états excités sont alors protégés du réservoir excitonique.

### Dispersion et champ lointain

La dispersion s'obtient de la même manière que précédemment. Elle est visible sur la figure 3.16. La dispersion de la figure 3.16 diffère des dispersions obtenues dans les

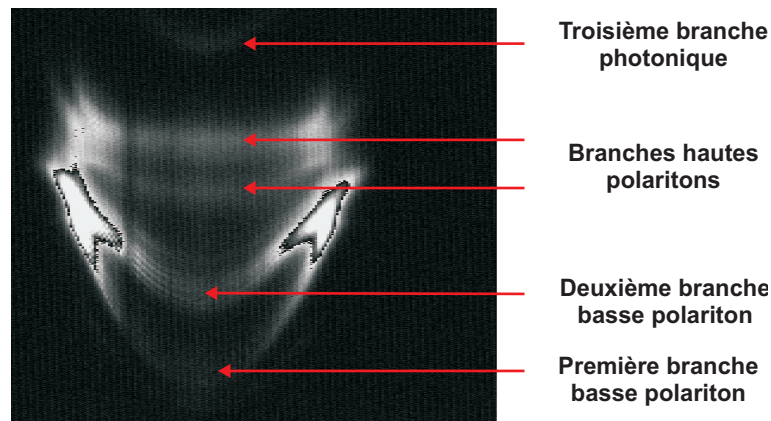


FIG. 3.16 – Courbe de dispersion pour un désaccord cavité-exciton de  $-8$  meV. Les deux premières branches photoniques sont fortement couplées au mode excitonique. La troisième branche est faiblement couplée avec l'exciton.

deux cas précédents. La troisième branche photonique est à peine visible et se situe bien au-dessus des deux autres. Les deux premières branches sont fortement couplées au mode excitonique et très fortement courbées ce qui limite les processus de diffusion inélastique contrairement au cas du désaccord nul. Le système peut être à nouveau décrit en terme de polaritons à la fois pour l'état initial et les états finaux du processus de diffusion paramétrique.

Le champ lointain de l'émission pour une excitation résonnante à l'incidence normale sur la seconde branche photonique est représenté sur la figure 3.17. Le spot brillant au centre correspond au faisceau de pompe transmis. La diffusion Rayleigh est beaucoup plus intense suivant les axes cristallins, ce qui s'explique par le fait que le désaccord très négatif favorise davantage la partie photonique du polariton. Deux spots très brillants et diamétralement opposés se détachent très nettement du fond de diffusion. Le diamètre d'oscillation diffère des deux cas précédents. La sélection d'une direction d'oscillation privilégiée peut en fait être expliquée en prenant en compte la *mosaïcité* présente dans tout échantillon. La *mosaïcité* est une caractéristique de l'échantillon qui provient d'une répartition aléatoire des défauts responsables de la distorsion cristalline. L. Largeau, du Laboratoire de Photonique et Nanostructures à Marcoussis (LPN), a effectué sur cet échantillon des mesures de diffraction par des rayons X qui ont mis en évidence des distorsions au sein de la maille cristalline. Ces distorsions correspondent à des déforma-

tions élastiques, qui ont pour origine les défauts de raccordement aux interfaces entre AlAs et GaAs. Ces distorsions ont une longueur de corrélation d'environ 400 nm. Elles définissent certaines directions le long desquelles le processus de diffusion paramétrique va être favorisé. Le diamètre considéré ici correspond à l'une de ces directions. En di-

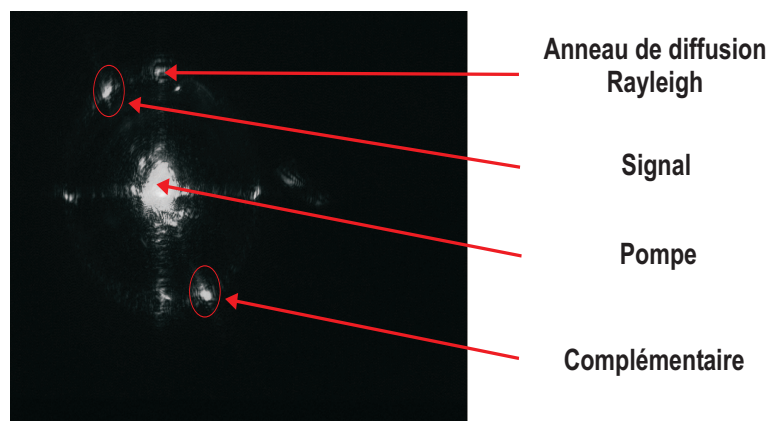


FIG. 3.17 – Image du champ lointain de l'émission pour une excitation résonnante avec la deuxième branche polariton et un désaccord de  $-8$  meV. Le spot très intense au centre de l'image correspond au faisceau pompe. Le signal et le complémentaire (cercle rouge) se trouvent diamétralement opposés sur l'anneau de diffusion Rayleigh.

minuant encore le désaccord, l'oscillation paramétrique disparaît et seul l'anneau de diffusion Rayleigh est présent dans le champ lointain de l'émission (voir figure 3.18).

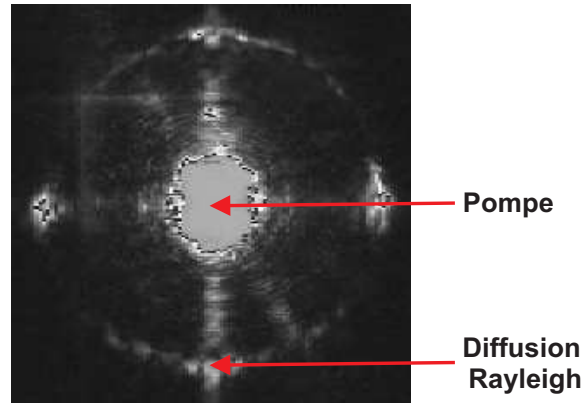


FIG. 3.18 – Image du champ lointain de l'émission pour une excitation résonnante avec la deuxième branche polariton et un désaccord de  $-10$  meV. Le spot très intense au centre de l'image correspond au faisceau pompe. On observe très clairement l'anneau de diffusion Rayleigh.

### Mesures de seuil et de corrélations

La mesure du seuil d'oscillation paramétrique est présentée sur la figure 3.19. Le seuil de l'oscillation paramétrique se situe légèrement en dessous de  $10$  mW. Il est donc dix fois plus faible que dans le cas d'un désaccord nul et trente fois plus faible que pour un désaccord positif. Cette faible valeur permet de minimiser les effets thermiques dus au chauffage de l'échantillon par le faisceau pompe. Le processus est en revanche moins efficace que dans le cas d'un désaccord nul, ceci pouvant s'expliquer par la faible composante excitonique des polaritons pour un désaccord de  $-8$  meV. Les mesures de corrélations d'intensités sont présentées sur la figure 3.20. Les corrélations apparaissent dès  $10$  mW de pompe, c'est-à-dire au seuil. Pour  $19$  mW de pompe, le bruit normalisé de la différence se situe sous la limite quantique standard, la réduction de bruit atteignant  $6\%$ . Lorsqu'on continue d'augmenter la puissance de pompe, le bruit de la différence croît et repasse au-dessus de la limite quantique standard. Parallèlement, le bruit de la somme augmente avec la puissance de pompe donc les corrélations augmentent également.

La figure 3.21 représente la meilleure réduction de bruit obtenue dans le système. La réduction de bruit est supérieure à  $6\%$  en moyenne. Le désaccord est de  $-8$  meV et la puissance de pompe est de  $30$  mW. Le signal et le complémentaire sont très bien équilibrés et la puissance optique émise est de  $6,6 \mu W$  par mode. Les corrélations sont relativement faibles ( $5\%$ ) mais néanmoins suffisamment importantes par rapport aux

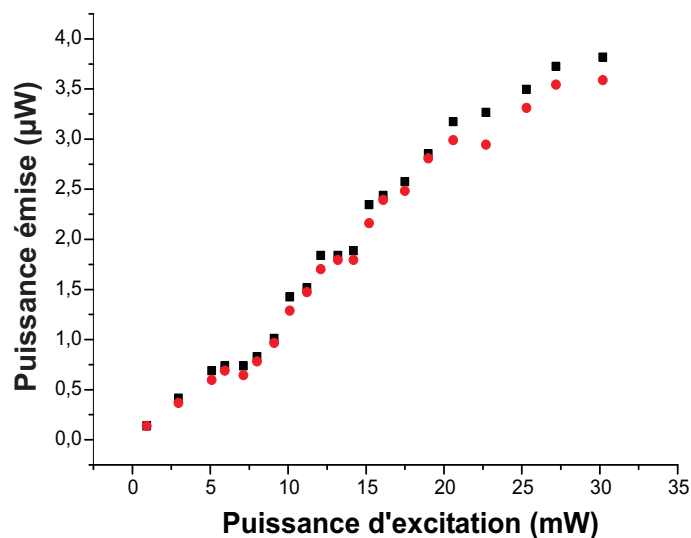


FIG. 3.19 – Puissance optique émise en  $\mu W$  en fonction de la puissance de pompe (mW). Ronds rouges : signal. Carrés noirs : complémentaire.

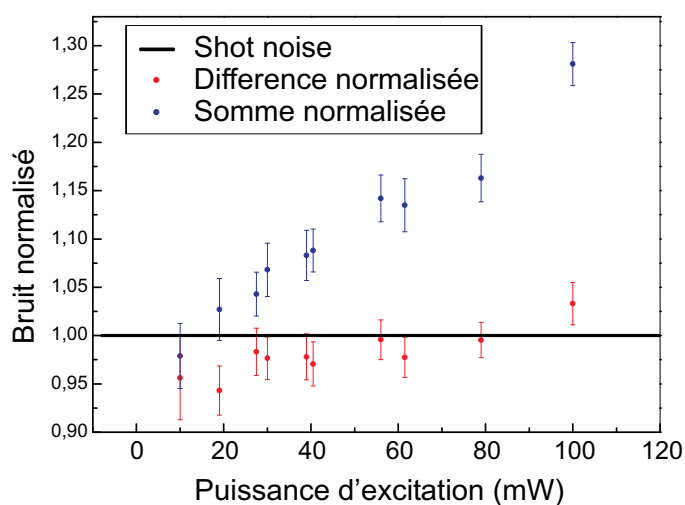


FIG. 3.20 – Bruit normalisé de la somme et de la différence des intensités du signal et du complémentaire en fonction de la puissance de pompe (mW). Ronds rouges : bruit normalisé de la différence. Ronds bleus : bruit normalisé de la somme.

bruits individuels des faisceaux (qui sont à la limite quantique standard) pour obtenir une réduction de bruit. Les traces ont été acquises sur une durée de 10 secondes avec un point toutes les 25 ms. Nous avons ensuite moyenné ces traces sur une période de

250 ms.

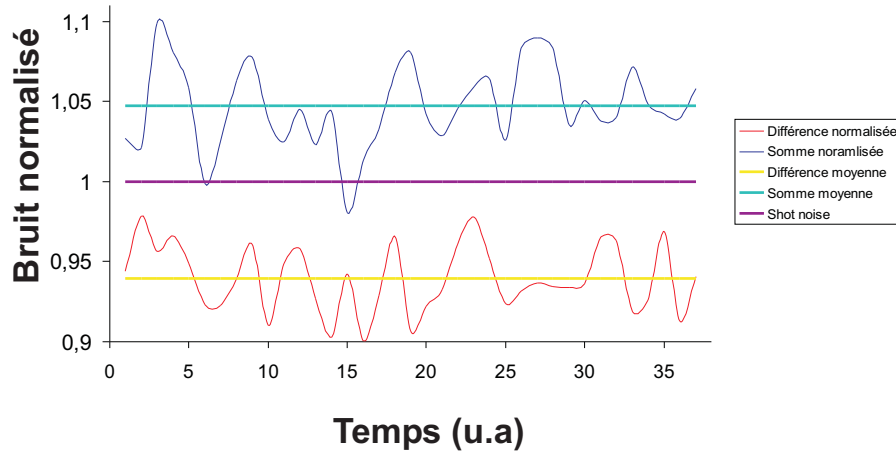


FIG. 3.21 – Bruit normalisé de la somme et de la différence des intensités du signal et du complémentaire en fonction du temps (mW).

## Conclusion

En diminuant le désaccord cavité-exciton, les deux branches basses de polaritons du système se trouvent protégées du réservoir excitonique. La luminescence quasi-résonnante est très faible et le seuil d'oscillation paramétrique est très bas ce qui limite les effets thermiques. Lorsqu'on se trouve suffisamment près du seuil, on observe une réduction de bruit sur la différence des intensités de l'ordre de 6%, ce qui constitue la première observation de ce phénomène dans ces systèmes. En augmentant la puissance de pompe, le bruit de la différence passe au-dessus de la limite quantique standard. La réduction de bruit est donc limitée par des processus de diffusion parasites et par le chauffage progressif de l'échantillon.

## D Conclusion

Les semi-conducteurs ont été l'élément clé de la révolution informatique et, de nos jours, jouent un rôle central dans les réseaux optiques de communication et d'information. Parallèlement, l'optique quantique permet de développer de nouveaux systèmes de cryptographie, de stockage de l'information et de téléportation, préparant ainsi la future génération de réseaux de communication. La réalisation technologique des possibilités offertes par l'optique quantique passe donc nécessairement par la mise au point de sources non-classiques de lumière facilement intégrables et utilisables. Les oscillateurs paramétriques à base de semi-conducteurs sont d'excellents candidats pour le développement de composants intégrés pour l'information et la communication quantiques. Parmi eux, les microcavités semi-conductrices, dont la grande analogie avec les oscillateurs paramétriques constitués de cristaux non-linéaires a été soulignée à de très nombreuses reprises, ont constitué le champ d'investigation de notre groupe depuis une dizaine d'années.

Dans ce chapitre nous avons en premier lieu démontré les nouvelles possibilités offertes par l'architecture de la microcavité triple utilisée. Le couplage des cavités donne naissance à trois nouveaux modes optiques longitudinaux. Cette levée de dégénérescence permet d'utiliser toutes les non-linéarités présentes dans le système, qu'elles proviennent du couplage fort entre les modes photoniques et le mode excitonique ou du couplage faible entre ces modes ou encore des non-linéarités intrinsèques du milieu. En nous fondant sur les expériences et les analyses théoriques menées précédemment par notre groupe, nous avons généré pour la première fois des photons corrélés quantiquement, en utilisant un mélange à quatre ondes dégénéré en fréquence. Le signal et le complémentaire ont des puissances de quelques  $\mu W$  et sont très bien équilibrés. La réduction de bruit obtenue sur la différence des intensités est de 6%.

Cette réduction reste faible au regard de celles permises par les oscillateurs paramétriques optiques traditionnels. Néanmoins elle constitue une première étape indispensable vers la réalisation de sources de photons jumeaux performantes basées sur les semi-conducteurs. De nombreuses améliorations sont en effet possibles, notamment la suppression de la troisième cavité qui ne joue aucun rôle dans le processus et n'agit que comme élément absorbant, créant des pertes et diminuant ainsi la réduction de bruit. La température constitue un autre facteur limitant. Néanmoins ce système offre la possibilité d'utiliser des non-linéarités intrinsèques du milieu tout en préservant les dispersions paraboliques offertes par les modes photoniques et donc de travailler à température ambiante. Enfin le système permet en principe de fonctionner par injection électrique (en faisant par exemple croître un VECSEL sur la structure) ce qui constitue

un atout fondamental dans la recherche de composants facilement intégrables.





---

# Effet Hall optique de spin

---

## Sommaire

---

<b>A</b>	<b>Introduction</b> . . . . .	<b>179</b>
<b>B</b>	<b>Modèle théorique de l'effet Hall optique de spin</b> . . . . .	<b>181</b>
B.1	Dynamique de spin de l'exciton . . . . .	181
B.2	Effet Hall optique de spin . . . . .	185
<b>C</b>	<b>Observation expérimentale de l'effet Hall optique de spin</b> <b>189</b>	
C.1	Mesure du <i>clivage longitudinal-transverse</i> . . . . .	189
C.2	Mesure du paramètre de polarisation circulaire en champ lointain . . . . .	191
C.3	Transport de spin . . . . .	195
<b>D</b>	<b>Discussion</b> . . . . .	<b>197</b>

---

## A Introduction

Lorsqu'un courant d'électrons s'établit dans un fil métallique en présence d'un champ magnétique externe, les forces de Lorentz s'exerçant sur les électrons engendrent une dérive du courant dans la direction perpendiculaire à ce dernier. Il s'ensuit une accumulation de charges d'un côté du fil, qui donne naissance à une tension "dite de Hall", directement proportionnelle à l'intensité du champ magnétique appliqué. Cet effet, connu sous le nom d'"effet Hall", fut découvert par Hall en 1879 et est couramment utilisé aujourd'hui dans de nombreuses applications (mesure de champs magnétiques,

caractérisation d'échantillons de semi-conducteurs...).

Les électrons possèdent, en plus de leur charge, un moment angulaire intrinsèque, le spin, qui est à l'origine de l'émergence d'un nouveau domaine en micro-électronique : la spintronique. L'existence d'un effet Hall de spin dans les semi-conducteurs fut proposée pour la première fois par Dyakonov et Perel' en 1971 [Dyakonov71]. Un courant électrique dans un semi-conducteur engendre une orientation des spins des électrons proches de la surface de l'échantillon. Les électrons "spin-up" s'accumulent alors d'un côté du semi-conducteur et les électrons "spin-down" s'accumulent du côté opposé. Les auteurs attribuèrent cet effet au couplage spin-orbite des électrons. Ce couplage provient du principe de relativité, qui explique comment un champ électrique apparaît comme un champ magnétique du point de vue d'un électron se déplaçant à très grande vitesse. L'orientation du champ magnétique vu par l'électron dépend de sa direction de propagation ce qui implique que les électrons "spin-up" diffusent dans des directions différentes des électrons "spin-down" lors de collisions avec des impuretés au sein du semi-conducteur.

L'idée fut redécouverte en 1999 par J.E. Hirsch [Hirsch99] et démontrée expérimentalement en 2004 par J. Wunderlich *et.al.* [Wunderlich05]. Elle a depuis lors connu un intérêt croissant en raison des nombreuses potentialités qu'elle offre dans les domaines de la spintronique et de l'information quantique [Kato04]. On peut distinguer deux processus sous-jacents à l'origine de l'effet Hall de spin. Le premier, dit "extrinsèque" [Hirsch99], attribue cet effet au renversement du spin des électrons lorsqu'ils sont diffusés par des impuretés présentes dans le semi-conducteur (voir ci-dessus). L'autre, dit "intrinsèque" [Sinova04], est dû uniquement au couplage spin-orbite des électrons. En se fondant sur une analogie avec l'effet Hall de spin, A. Kavokin *et.al.* [Kavokin05a] suggèrent en 2005 l'existence d'un effet Hall optique de spin dans les microcavités semi-conductrices en régime de couplage fort. Le clivage TE-TM engendre un champ magnétique fictif dans le plan des couches, autour duquel le spin des polaritons précesse. La valeur et l'orientation du champ magnétique dépendant du vecteur d'onde des polaritons, il s'ensuit une séparation dans l'espace réciproque entre les polaritons à composante de spin positive et ceux à composante de spin négative. Cette séparation se manifeste également dans l'espace réel : nous avons observé la propagation, sur des distances supérieures à 100  $\mu m$ , de courants de polaritons "spin-up" et "spin-down" dans des directions opposées.

Je présenterai d'abord le modèle théorique développé par A. Kavokin *et.al.* qui décrit l'effet Hall optique de spin. Je décrirai ensuite les expériences menées pour mettre en évidence ce processus. Enfin dans un dernier temps, j'analyserai les résultats obtenus en mettant en évidence la propagation de spins sur des distances macroscopiques.

## B Modèle théorique de l'effet Hall optique de spin

### B.1 Dynamique de spin de l'exciton

Dans un semi-conducteur massif à gap direct III-V (voir figure 4.1), les électrons de la bande de conduction ont un moment cinétique orbital nul (électrons  $s$ ) et donc un moment cinétique total  $J_c$  égal à  $\frac{1}{2}$ . Les électrons de la bande de valence ont un moment cinétique orbital égal à 1. Leur moment cinétique total  $J_v$  peut donc prendre deux valeurs  $J_v = \frac{1}{2}$  et  $J_v = \frac{3}{2}$ . L'interaction spin-orbite provoque une levée de dégénérescence entre les états de moment cinétique total  $J_v = \frac{1}{2}$  et  $J_v = \frac{3}{2}$ . La bande  $J_v = \frac{1}{2}$  a une énergie plus basse que la bande  $J_v = \frac{3}{2}$  et est couramment appelée *split-off band*. La bande  $J_v = \frac{3}{2}$  est divisée en deux sous-bandes qui correspondent aux projections possibles du moment cinétique total sur l'axe  $z$   $J_v^z = \pm\frac{1}{2}$  et  $J_v^z = \pm\frac{3}{2}$ . Ces deux sous-branches n'ont pas la même dispersion et donc pas la même masse effective. On appelle donc électrons "lourds" les électrons de la bande de valence dans l'état ( $J_v = \frac{3}{2}$ ,  $J_v^z = \pm\frac{3}{2}$ ) et électrons "légers" les électrons de valence dans l'état ( $J_v = \frac{3}{2}$ ,  $J_v^z = \pm\frac{1}{2}$ ). Un trou possède le même moment cinétique total  $J_h$  que l'électron de valence auquel il est associé mais une projection  $J_h^z$  sur l'axe de quantification  $z$  opposée. On parle donc également de trous "lourds" et de trous "légers". La règle d'addition des moments cinétiques, appliquée à l'exciton constitué d'un trou et d'un électron de conduction, entraîne que le moment cinétique total de l'exciton ne peut prendre que deux valeurs  $J_{exc} = 1$  et  $J_{exc} = 2$ .

### Moment cinétique d'un exciton dans un puits quantique : règle de sélection

Dans un puits quantique, l'axe de croissance du puits est un axe  $z$  de quantification "naturel" pour le système. La conservation du moment cinétique total du système dans l'interaction exciton-photon impose la condition  $J_{exc} = J_{ph} = 1$ . Les états excitoniques tels que  $J_{exc} = 2$  sont donc optiquement inactifs (états noirs ou *dark states*) car ils ne peuvent être créés par absorption d'un seul photon, bien qu'ils puissent être excités par un processus à deux photons [Maialle93]. Le confinement des électrons dans la direction  $z$  entraîne un clivage des bandes de valence "lourdes" et "légères" d'environ 10 meV. Ce clivage est nettement apparent sur le spectre d'absorption de la figure 4.2. Ceci nous permet de restreindre notre description de l'état de spin de l'exciton aux excitons constitués d'un trou lourd ( $J_v = \frac{3}{2}$ ,  $J_v^z = \pm\frac{3}{2}$ ) et d'un électron de conduction ( $J_c = \frac{1}{2}$ ,  $J_c^z = \pm\frac{1}{2}$ ). Si l'on ne tient pas compte des états noirs (bien qu'ils jouent un

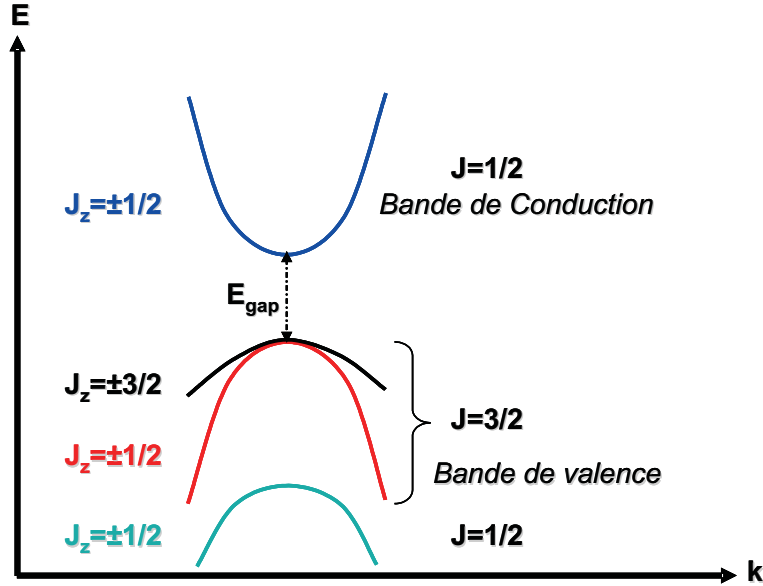


FIG. 4.1 – Description schématique de la structure de bande d'un semi-conducteur massif à gap direct

rôle dans la dynamique de spin des excitons [Maialle93]) , la dynamique de spin des excitons optiquement actifs peut être décrite de manière approchée par celle des deux états excitoniques ( $J_v^z = \frac{3}{2}$ ,  $J_c^z = -\frac{1}{2}$ ) et ( $J_v^z = -\frac{3}{2}$ ,  $J_c^z = \frac{1}{2}$ ). La matrice densité de ce système étant une matrice  $2 \times 2$ , elle peut donc être formellement assimilée à celle d'un spin  $\frac{1}{2}$ .

La conservation de la valeur moyenne de  $J^z$  pour le système photon-exciton entraîne la règle de sélection suivante :

$$J_h^z + J_c^z = J_{ph}^z$$

où  $J_{ph}^z$  est la valeur moyenne de l'observable de projection suivant l'axe  $z$  du moment cinétique du photon. Une onde en incidence normale ( $\mathbf{k}_{\parallel} = \mathbf{0}$ ) polarisée circulaire droite ( $J_{ph}^z = +1$ ) crée donc un état pur excitonique ( $J_v^z = \frac{3}{2}$ ,  $J_c^z = -\frac{1}{2}$ ) noté  $\sigma^+$ . De même une onde en incidence normale polarisée circulaire gauche ( $J_{ph}^z = -1$ ) crée un état pur excitonique ( $J_v^z = -\frac{3}{2}$ ,  $J_c^z = \frac{1}{2}$ ) noté  $\sigma^-$ . Enfin toute superposition cohérente d'une polarisation circulaire gauche et d'une polarisation circulaire droite (polarisation elliptique ou linéaire) en incidence normale crée une superposition cohérente des états excitoniques  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$ . Les états  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  ont des spins égaux en valeur absolue et de signes opposés.

Lorsque  $\mathbf{k}_{\parallel} \neq \mathbf{0}$ , une onde polarisée circulairement excite une superposition d'états

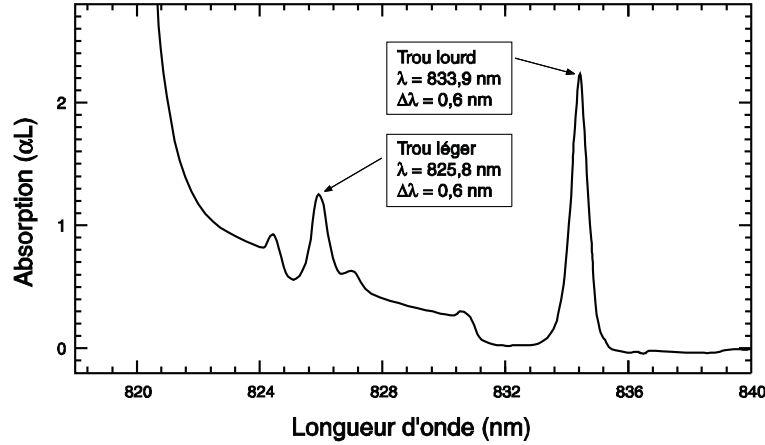


FIG. 4.2 – Spectre d'absorption d'un puits quantique en InGaAs à 4K .

excitoniques  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  qui est calculée dans l'annexe de la référence [Cassabois99].

### Le modèle du pseudospin excitonique

En suivant l'approche développée précédemment, la dynamique de spin des excitons dans un puits quantique ayant une impulsion transverse  $\mathbf{k}$  peut se réduire à celle des deux états  $\sigma^+$  (“spin-up”) et  $\sigma^-$  (“spin-down”). Il est alors utile d'introduire un vecteur  $\vec{S}_{\mathbf{k}}$  (voir figure 4.3) à trois composantes, appelé “vecteur de pseudospin”, et qui est relié à la matrice densité du système  $\rho_{\mathbf{k}}$  par la relation usuelle :

$$\rho_{\mathbf{k}} = \frac{N_{\mathbf{k}}}{2} + \vec{S}_{\mathbf{k}} \cdot \vec{\sigma} \quad (4.1)$$

$N_{\mathbf{k}}$  est la population totale de l'état excitonique d'impulsion  $\mathbf{k}$  et  $\vec{\sigma}$  est le vecteur des matrices de Pauli exprimées dans la base  $(\sigma^+, \sigma^-)$  où l'opérateur  $\hat{J}_{exc}^z$  est diagonal. Les trois composantes du pseudospin  $\vec{S}_{\mathbf{k}}$  sont les valeurs moyennes des opérateurs  $\hat{J}_{exc}^x$ ,  $\hat{J}_{exc}^y$  et  $\hat{J}_{exc}^z$ . La donnée du vecteur  $\vec{S}_{\mathbf{k}}$  détermine alors de manière univoque la matrice densité du système.

Le moment cinétique d'un photon est totalement analogue à un spin  $\frac{1}{2}$  et est directement lié à l'état de polarisation du photon. On peut donc appliquer de manière identique le formalisme du pseudospin au spin photonique. Dans le cas du photon, le vecteur de pseudospin  $\vec{P}_{\mathbf{k}}$  s'identifie au vecteur de Stokes de l'état de polarisation du photon. La conservation des valeurs moyennes des opérateurs  $\hat{J}_{exc}^x, \hat{J}_{exc}^y$  et  $\hat{J}_{exc}^z$  lors de la recombinaison radiative des excitons implique la relation de conservation  $\vec{S}_{\mathbf{k}} = \vec{P}_{\mathbf{k}}$ .

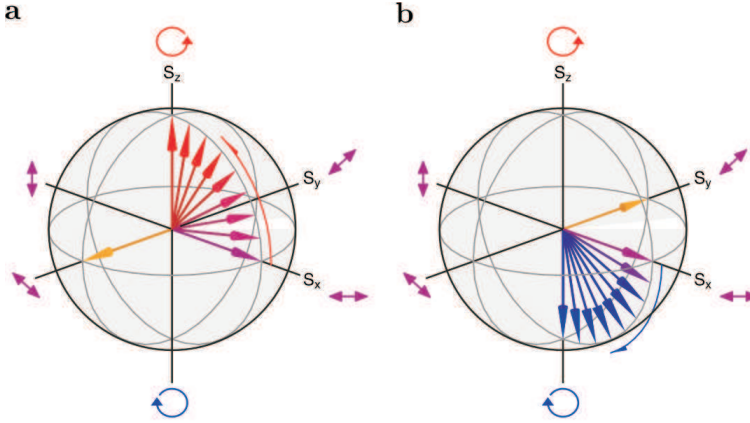


FIG. 4.3 – (a) : vecteur de pseudospin  $S$  dans la sphère de Poincaré orienté initialement selon  $x$  (en violet). Le vecteur précesse autour du champ magnétique effectif orienté selon  $-y$ . Le vecteur final est orienté suivant  $z$ . (b) : même processus mais pour un champ magnétique effectif orienté suivant  $y$ . Le vecteur final est orienté suivant  $-z$ .

Autrement dit, la connaissance de l'état de polarisation de la lumière émise avec un vecteur d'onde  $\mathbf{k}$  permet de déterminer totalement le pseudospin excitonique  $\vec{S}_{\mathbf{k}}$ . Il est possible de réécrire la matrice densité du système en faisant apparaître de manière explicite les trois paramètres de Stokes [Born99] définis par :

$$\rho_l = \frac{2 \langle \hat{J}_{exc}^x \rangle}{N_{\mathbf{k}}} \quad \rho_d = \frac{2 \langle \hat{J}_{exc}^y \rangle}{N_{\mathbf{k}}} \quad \rho_c = \frac{2 \langle \hat{J}_{exc}^z \rangle}{N_{\mathbf{k}}} \quad (4.2)$$

L'introduction des paramètres de Stokes s'avère indispensable dans le cadre de la mesure expérimentale du pseudospin excitonique, réalisée en analysant l'état de polarisation de la lumière émise. Nous reviendrons sur ce point au paragraphe C.2. La matrice densité excitonique s'écrit alors :

$$\rho_{\mathbf{k}} = \frac{N_{\mathbf{k}}}{2} \begin{bmatrix} 1 + \rho_c & \rho_l - i\rho_d \\ \rho_l + i\rho_d & 1 - \rho_c \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

La mesure du paramètre de Stokes circulaire  $\rho_c$  permet donc d'accéder aux *populations* des états excitoniques  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  tandis que les paramètres linéaires  $\rho_l$  et  $\rho_d$  renseignent sur la *cohérence* entre ces états.

### Interaction d'échange à longue portée

L'interaction d'échange à longue portée (*long-range part of exciton exchange*) entre excitons au sein d'un puits quantique couple les états  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  [Maialle93]. Dans une microcavité, ce couplage est principalement dû à l'éclatement entre les modes photoniques transverse électrique et transverse magnétique. Ce couplage a pour effet de faire basculer le spin excitonique. Il se traduit par la présence d'un terme non-diagonal  $W_{\mathbf{k}}$  dans le Hamiltonien de spin du système qui prend la forme :

$$H_{\mathbf{k}} = H_0 + H_{\mathbf{k}}^W = \begin{bmatrix} E_{\mathbf{k}}^+ & W_{\mathbf{k}} \\ W_{\mathbf{k}}^\dagger & E_{\mathbf{k}}^- \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

L'énergie de clivage ( $\hbar\Omega_0 = E_{\mathbf{k}}^+ - E_{\mathbf{k}}^-$ ) des états  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  peut prendre des valeurs non nulles si on applique un champ magnétique orienté le long de l'axe  $z$  de croissance du puits. La matrice  $H_{\mathbf{k}}^W$  qui couple les états  $\sigma^+$  et  $\sigma^-$  est analogue à un champ magnétique effectif dans le plan des couches  $xy$ . L'expression de  $H_{\mathbf{k}}^W$  est donnée par (4.5) :

$$H_{\mathbf{k}}^W = \frac{\hbar\Omega_{\mathbf{k}}}{2} \begin{bmatrix} 0 & e^{-2i\theta} \\ e^{2i\theta} & 0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$\Omega_{\mathbf{k}}$  varie quadratiquement avec  $\mathbf{k}$  et s'annule pour  $\mathbf{k} = 0$  [Kavokin04]. On associe à  $\Omega_{\mathbf{k}}$  une énergie  $\Delta_{LT} = \hbar\Omega_{\mathbf{k}}$  appelée *longitudinal-transverse splitting* qui varie entre 0 et quelques centaines de  $\mu eV$ . Le champ magnétique effectif est représenté sur la figure 4.4. On repère le vecteur d'onde polaritonique par son angle polaire  $\theta$  dans le plan  $k_x, k_y$ .

L'évolution de la matrice densité est gouvernée par l'équation de Liouville-Von Neumann (4.6) :

$$\frac{d\rho_{\mathbf{k}}}{dt} = \frac{i}{\hbar}[\rho_{\mathbf{k}}, H_0 + H_{\mathbf{k}}^W] - \frac{1}{\tau}\rho_{\mathbf{k}} + \frac{1}{\tau_1}\rho_0 \quad (4.6)$$

Le premier terme décrit l'évolution de la matrice densité sous l'effet de du Hamiltonien  $H_{\mathbf{k}}$ , le second décrit la recombinaison radiative des excitons avec un temps de vie  $\tau$ . Le dernier terme correspond au taux ( $\frac{1}{\tau_1}$ ) d'excitons créés.

## B.2 Effet Hall optique de spin

### Precession du pseudospin

L'équation (4.6) pour la matrice densité  $\rho_{\mathbf{k}}$  est formellement équivalente à l'équation suivante pour le pseudospin  $\vec{S}_{\mathbf{k}}$  (4.7) :

$$\frac{d\vec{S}_{\mathbf{k}}}{dt} = \mathbf{\Omega}_{\mathbf{k}} \wedge \vec{S}_{\mathbf{k}} - \frac{\vec{S}_{\mathbf{k}}}{\tau} + \frac{\vec{S}_0}{\tau_1} \quad (4.7)$$



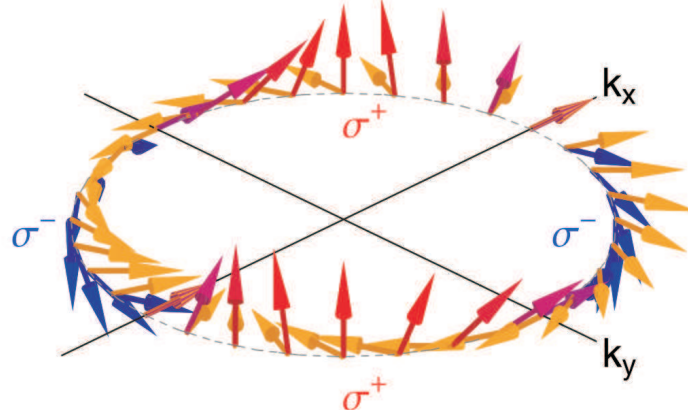


FIG. 4.4 – Champ magnétique dans l’espace réciproque (flèches jaunes). Les flèches bleues et rouges représentent la composante suivant  $z$  du spin polaritonique soumis au champ magnétique effectif en fonction du vecteur d’onde polaritonique.

où  $\mathbf{\Omega}_{\mathbf{k}} = [\Omega_{\mathbf{k}}\cos(2\theta), \Omega_{\mathbf{k}}\sin(2\theta), \Omega_0]$ .

La dénomination de “champ magnétique effectif” pour  $\mathbf{\Omega}_{\mathbf{k}}$  apparaît clairement dans (4.7) : Le premier terme décrit la précession du pseudospin excitonique autour du champ magnétique effectif créé par le *longitudinal-transverse splitting*. Le second terme rend compte du taux de recombinaison radiative des excitons avec un temps caractéristique  $\tau$ . Enfin le dernier terme correspond au taux de peuplement de l’état d’impulsion  $\mathbf{k}$  avec un pseudospin donné  $\vec{S}_0$ . Dans notre cas, le peuplement de l’état d’impulsion  $\mathbf{k}$  est assuré par la diffusion Rayleigh résonnante avec un temps caractéristique  $\tau_1$ . L’équation d’évolution du pseudospin doit être complétée par l’équation d’évolution de la population totale du mode  $\mathbf{k}$  (4.8) :

$$\frac{dN_{\mathbf{k}}}{dt} = \frac{2\|\vec{S}_0\|}{\tau_1} - \frac{N_{\mathbf{k}}}{\tau} \quad (4.8)$$

### La diffusion Rayleigh

La diffusion Rayleigh est l’un des tout premiers phénomènes observés dans les microcavités semi-conductrices. Il s’agit d’une diffusion élastique et cohérente, ce qui la distingue de la photoluminescence [Haacke01]. Elle est due au désordre excitonique présent localement dans l’échantillon. La diffusion Rayleigh redistribue l’excitation initiale le long d’un cercle dans l’espace réciproque, de rayon égal au module du vecteur d’onde initial. Expérimentalement, elle se caractérise par l’observation d’un anneau dans le

champ lointain de l'émission (voir figure 4.5).

La diffusion Rayleigh conserve la polarisation de l'état initial, *i.e.* le pseudospin [Freixanet99]. Elle joue donc un rôle important dans l'effet Hall optique de spin en peuplant, avec le même pseudospin  $\vec{S}_0$ , tous les états excitoniques dont le module du vecteur d'onde est égal à celui de la pompe.

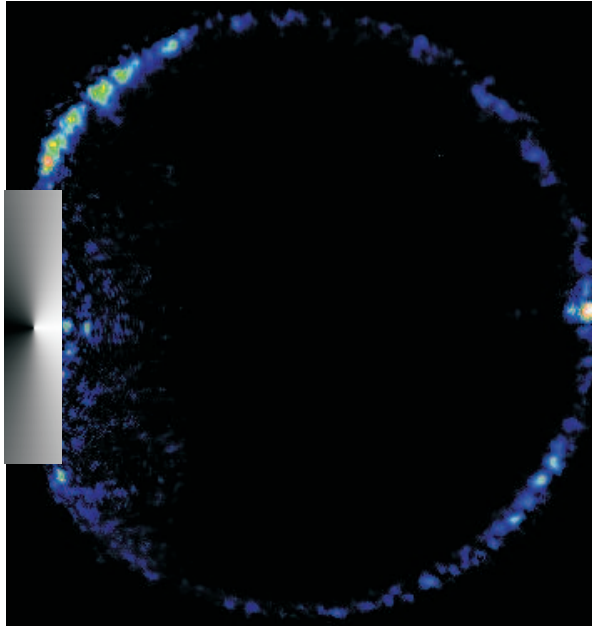


FIG. 4.5 – Anneau de diffusion Rayleigh observé en champ lointain et résolu en polarisation ( $\sigma^-$ ) pour une excitation linéaire transverse magnétique (excitation de polarisation linéaire dans le plan d'incidence notée  $\leftrightarrow$ ) résonnante sur la branche basse polaritonique. L'angle de pompe est de  $12^\circ$  et le désaccord cavité-exciton est de 0.3 meV. La pompe (à gauche) a été masquée afin d'éviter toute saturation de la CCD. La rétro diffusion ("Back Scattering") est nettement visible à droite.

### Degré de polarisation circulaire $\rho_c$ en régime permanent

Le système linéaire couplé des équations (4.7) et (4.8) conduit en régime permanent au degré de polarisation circulaire  $\rho_c = \frac{\langle 2\hat{J}_{\mathbf{k},\text{exc}}^z \rangle}{N_{\mathbf{k}}}$ . Pour une excitation transverse magnétique (excitation de polarisation linéaire dans le plan d'incidence notée  $\leftrightarrow$ ) de

vecteur de pseudo spin initial  $\vec{S}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ , le degré de polarisation circulaire  $\rho_c$  est donné par :

$$\rho_c(\theta) = \frac{\Omega_{\mathbf{k}}\tau \sin 2\theta}{1 + \Omega_{\mathbf{k}}^2\tau^2} \quad (4.9)$$

A  $\Omega_{\mathbf{k}}\tau$  fixé, les extrema de  $\rho_c$  sont obtenus pour les angles  $\frac{\pi}{4}$ ,  $\frac{3\pi}{4}$ ,  $\frac{5\pi}{4}$  et  $\frac{7\pi}{4}$ . La valeur de ces extrema dépend de la valeur prise par la fonction  $f(\Omega_{\mathbf{k}}\tau) = \frac{\Omega_{\mathbf{k}}\tau}{1 + (\Omega_{\mathbf{k}}\tau)^2}$ . Cette fonction est représentée sur la figure (4.6). Le maximum de cette fonction est atteint lorsque le produit  $\Omega_{\mathbf{k}}\tau$  vaut 1. Le degré de polarisation circulaire vaut dans ce cas  $\frac{1}{2}$ .

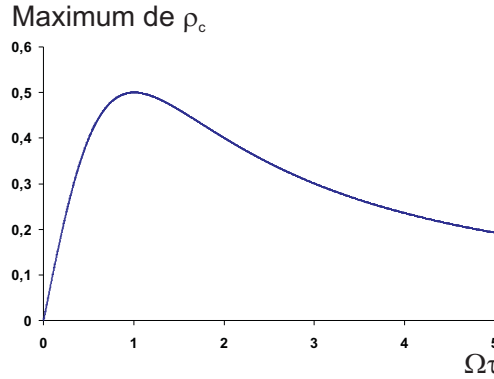


FIG. 4.6 – Valeur du maximum atteint par  $\rho_c$  en fonction du produit  $\Omega_{\mathbf{k}}\tau$ .  $\rho_c$  est maximal lorsque ce produit vaut 1.

Expérimentalement, nous avons mesuré une valeur de  $\Omega_{\mathbf{k}}$  égale à 0.05 meV et une valeur de  $\tau$  qui correspond à une largeur de raie du polariton de 0.09 meV. Le produit expérimental  $\Omega_{\mathbf{k}}\tau$  vaut alors 0.55. Le graphe de la figure 4.7 représente la dépendance de  $\rho_c$  en fonction de  $\theta$  pour une valeur de  $\Omega_{\mathbf{k}}\tau$  égale à 0.55. La valeur du maximum atteint est alors proche de 0.45. Lorsqu'on change la polarisation de la pompe en une polarisation transverse électrique (polarisation linéaire perpendiculaire au plan d'inci-

dence notée  $\uparrow$ ) de vecteur de pseudospin initial  $\vec{S}_0 = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ , le degré de polarisation circulaire  $\rho_c(\theta)$  est changé en son opposé  $-\rho_c(\theta)$  (voir figure 4.8).

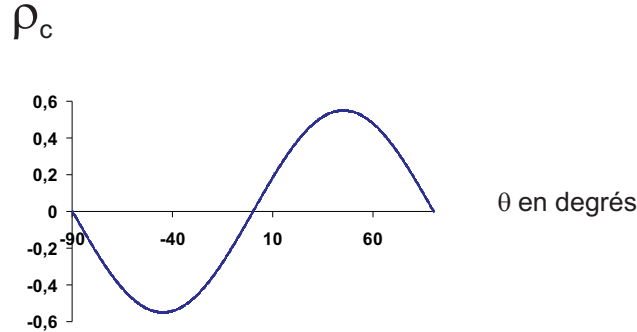


FIG. 4.7 – Dépendance de  $\rho_c$  en fonction de  $\theta$  pour  $\Omega_k\tau$  égal à 0.55 et une polarisation de pompe transverse magnétique ( $\leftrightarrow$ ).

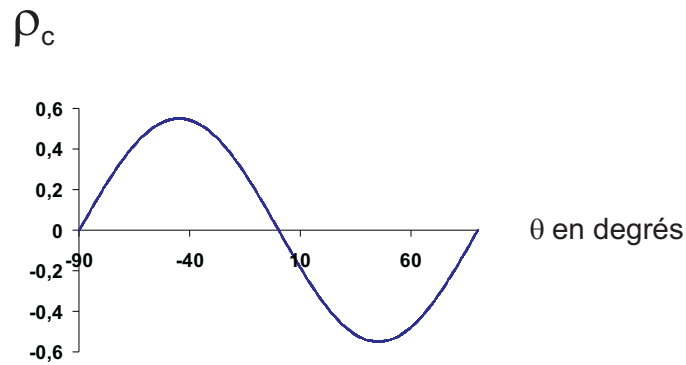


FIG. 4.8 – Dépendance de  $\rho_c$  en fonction de  $\theta$  pour  $\Omega_k\tau$  égal à 0.55 et une polarisation de pompe transverse électrique ( $\updownarrow$ ). Le signe de  $\rho_c$  est opposé à celui de la figure (4.7).

## C Observation expérimentale de l'effet Hall optique de spin

### C.1 Mesure du *clivage longitudinal-transverse*

Afin d'observer l'effet Hall optique de spin dans les microcavités semi-conductrices, il est au préalable nécessaire de détecter le *clivage longitudinal-transverse* qui se manifeste par un clivage des énergies de résonance polaritonique du système entre une excitation transverse magnétique et une excitation transverse électrique. La valeur du *clivage longitudinal-transverse* est nulle pour un angle d'incidence nulle et croît avec

l'angle d'excitation [Kavokin04]. Nous avons donc choisi d'effectuer nos mesures avec un angle d'incidence de  $12^\circ$ . Cet angle est suffisamment élevé pour permettre la détection du *clivage longitudinal-transverse* (quelques dizaines de  $\mu\text{eV}$  [Panzarini99]), et n'est pas trop important afin de rester dans la zone de réflexion maximale des miroirs de Bragg (entre  $0^\circ$  et  $20^\circ$ ). En outre il est très proche de l'angle magique (voir chapitre 2), ce qui permet de contrôler que le système reste en régime linéaire.

Les mesures de résonance sont effectuées en transmission, successivement pour une excitation continue transverse magnétique (TM) et pour une excitation continue transverse électrique (TE). La localisation du maximum de transmission pour une énergie de la pompe fixée se fait en traduisant l'échantillon. L'ensemble des mesures (voir figure 4.9) constitue deux courbes d'anti-croisement, respectivement pour les polarisations transverse magnétique et transverse électrique. Les valeurs du *clivage longitudinal-transverse*

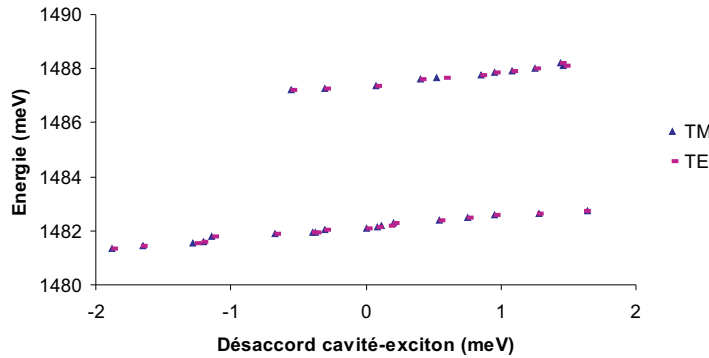


FIG. 4.9 – Anti-croisement des énergies des états polaritonique en fonction du désaccord cavité-exciton pour une excitation polarisée TM (triangles) et TE (traits). L'angle d'incidence est  $12^\circ$ . La puissance d'excitation est de 3 mW.

trouvées expérimentalement sont très faibles. On observe sur la courbe de la figure 4.9 quelques points qui présentent un clivage des résonances TM et TE. Une analyse fine des résonances TM et TE pour un désaccord cavité-exciton de 0.3 meV a été faite au spectromètre (résolution  $15 \mu\text{eV}$ ) en balayant la longueur d'onde du laser à l'aide de la cale piezo-électrique de l'étalon épais. Elle a permis de mettre en évidence un *clivage longitudinal-transverse* de 0.05 meV pour ce désaccord. Cette valeur constitue la meilleure valeur trouvée pour le *clivage longitudinal-transverse* à cet angle d'incidence. Dans toute la suite, nous nous placerons dans les conditions expérimentales suivantes : nous excitions la branche basse polaritonique de manière résonante dans

le régime linéaire pour un désaccord cavité exciton de 0.3 meV avec un laser Ti :Sa continu, stabilisé en intensité et de polarisation TM ou TE.

## C.2 Mesure du paramètre de polarisation circulaire en champ lointain

### Principe de la mesure du paramètre de Stokes circulaire de la lumière

L'état de polarisation de la lumière peut être déterminé en mesurant les trois paramètres de Stokes définis en (4.2). Il s'agit en effet de projeter le vecteur de Stokes de la lumière sur chacun des trois axes de la sphère de Poincaré, *i.e.* dans chacune des trois bases linéaire TM-TE ( $\leftrightarrow$ ,  $\updownarrow$ ), linéaire  $\pm 45^\circ$  ( $\nearrow$ ,  $\nwarrow$ ) et circulaire ( $\sigma^+$ ,  $\sigma^-$ ). Chacun des paramètres de Stokes peut alors être déterminé en effectuant une mesure d'intensité à l'aide d'une lame demi-onde, d'une lame quart-d'onde, d'un cube polariseur et d'un photodétecteur. Considérons par exemple une lumière polarisée circulaire droite ( $\sigma^+$ ). Elle peut être transformée en une lumière polarisée linéaire TM ( $\leftrightarrow$ ) à l'aide d'une lame quart d'onde dont les axes sont tournés de  $45^\circ$  par rapport au dièdre ( $\leftrightarrow$ ,  $\updownarrow$ ) (voir figure 4.10). Elle est alors totalement transmise par le cube polariseur. De manière identique une lumière polarisée circulaire gauche ( $\sigma^-$ ) peut être transformée en une lumière polarisée linéaire TM à l'aide lame quart d'onde dont les axes sont tournés de  $45^\circ$  par rapport au dièdre ( $\leftrightarrow$ ,  $\updownarrow$ ) et d'une lame demi-onde dont les axes sont également tournés de  $45^\circ$  par rapport au dièdre ( $\leftrightarrow$ ,  $\updownarrow$ ) (voir figure 4.10).

En appliquant les mêmes opérations à une lumière de polarisation quelconque on mesure ainsi en transmission du cube polariseur les intensités  $I_{\sigma^+}$  et  $I_{\sigma^-}$  respectivement égales à  $\frac{I_{tot}}{2} + \langle \hat{J}_{ph}^z \rangle$  et  $\frac{I_{tot}}{2} - \langle \hat{J}_{ph}^z \rangle$  où  $I_{tot}$  est l'intensité totale de la lumière analysée. Posons :

$$\rho_c^{ph} = \frac{I_{\sigma^+} - I_{\sigma^-}}{I_{\sigma^+} + I_{\sigma^-}} \quad (4.10)$$

On obtient alors  $\rho_c^{ph} = \frac{2 \langle \hat{J}_{ph}^z \rangle}{I_{tot}}$  ce qui est cohérent avec la définition donnée en (4.2).

### Procédure expérimentale

Nous nous plaçons dans les conditions expérimentales décrites au paragraphe C.1. Le schéma expérimental est représenté sur la figure 4.11. La lumière transmise par la microcavité est collimatée à l'aide d'une lentille de focale 50 mm.

Pour mesurer le paramètre de Stokes circulaire de la lumière émise dans la diffusion

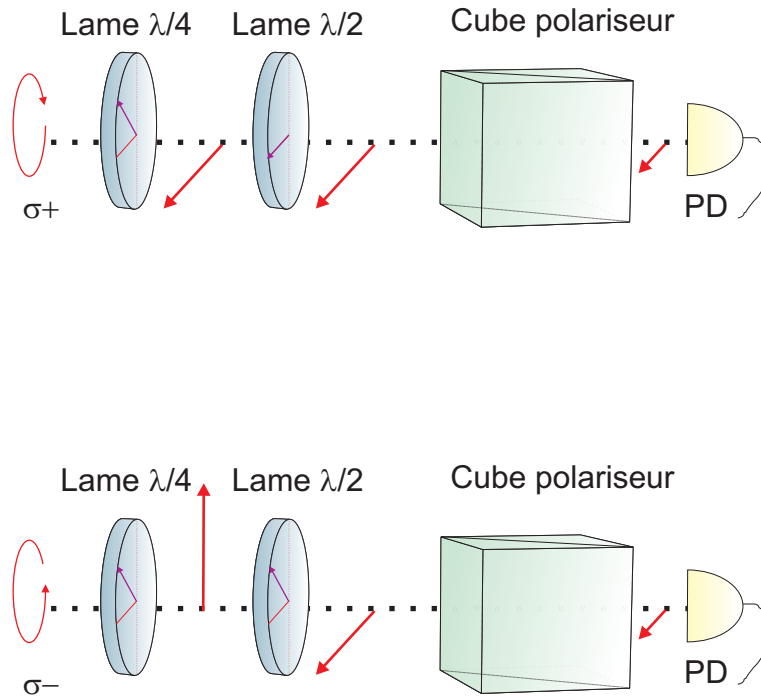


FIG. 4.10 – *Haut* : transformation d'une lumière polarisée circulaire droite en une lumière polarisée linéaire TM. L'intensité transmise par le cube polariseur est égale à  $I_{\sigma+}$ . *Bas* : transformation d'une lumière polarisée circulaire gauche en une lumière polarisée linéaire TM. L'intensité transmise par le cube polariseur est égale à  $I_{\sigma-}$ .

Rayleigh, nous utilisons la méthode exposée ci-dessus. Notre photodétecteur est une caméra CCD (Pixis 1024F, *Roper Scientific*)  $1024 \times 1024$  pixels de taille  $13\mu m$  refroidie par Peltier à  $-70^\circ C$  et d'efficacité quantique 33% à 836 nm.

On acquiert successivement deux images correspondant respectivement aux composantes circulaire droite et circulaire gauche de la lumière transmise par la microcavité (voir figure 4.12). On effectue ensuite la somme pixel par pixel de ces deux images à l'aide du logiciel Winview puis la différence. Enfin on divise les deux images ainsi obtenues ce qui nous permet d'obtenir la répartition spatiale du paramètre de Stokes circulaire de la diffusion Rayleigh. Afin d'éviter tout effet d'anisotropie qui serait susceptible de modifier l'état de polarisation de la lumière émise par la microcavité, nous avons mesuré l'état de polarisation d'un faisceau polarisé linéairement et envoyé à travers le montage expérimental, sans la microcavité, mais avec les vitres du cryostat et les optiques de détection. Nous n'avons détecté aucun changement de son état de polarisation, le degré de polarisation circulaire mesuré étant  $0 \pm 0.03$  ce qui donne la

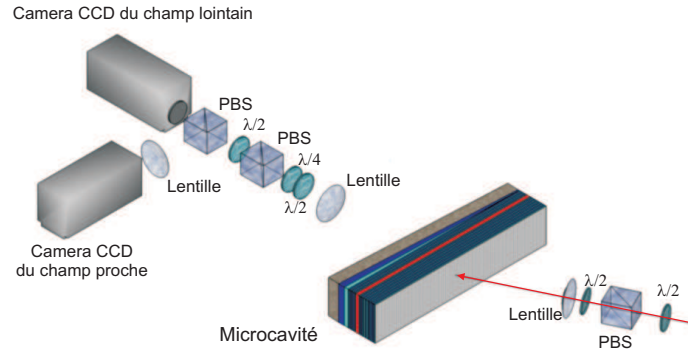


FIG. 4.11 – Un faisceau polarisé linéairement  $\mathbf{k}_p$  est focalisé sur la microcavité avec un angle d'incidence de  $12^\circ$ . La lumière émise par la microcavité est collimatée à l'aide d'une focale de 50 mm. Elle est ensuite analysée en polarisation et envoyée soit directement vers une caméra CCD pour effectuer une image en champ lointain, soit, par l'intermédiaire d'une lentille, vers une autre caméra CCD qui donne une image du champ proche.

précision de notre système de détection.

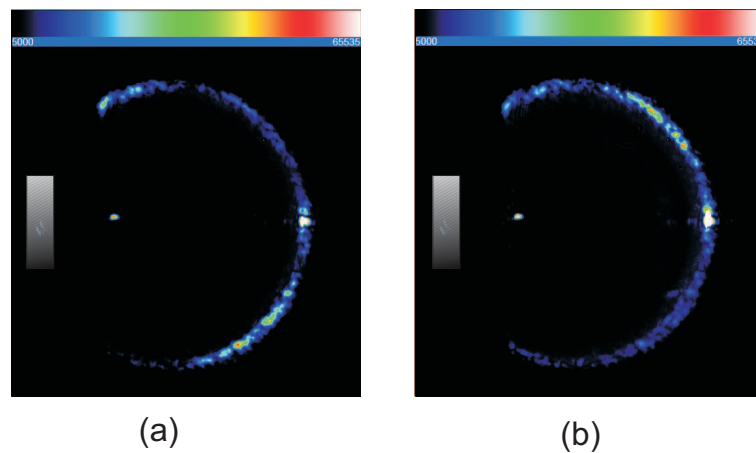


FIG. 4.12 – (a) : image en champ lointain résolue en polarisation circulaire droite ( $\odot$ ) de la diffusion Rayleigh. (b) : image en champ lointain résolue en polarisation circulaire gauche ( $\odot$ ) de la diffusion Rayleigh. La pompe (à gauche) est masquée afin d'éviter la saturation de la CCD.



### Résultats en champ lointain

La répartition spatiale du paramètre de Stokes circulaire est mesurée pour une excitation transverse magnétique (figure 4.13.a) puis pour une excitation transverse électrique (figure 4.13.c). Les résultats sont comparés avec des simulations numériques réalisées par l'équipe d'A. Kavokin qui prennent en compte le désordre local de l'échantillon sous la forme d'un potentiel bidimensionnel ajouté au Hamiltonien donné dans l'équation (4.4). La variation du degré de polarisation circulaire mesuré en fonction de l'angle polaire  $\theta$  est en excellent accord avec les simulations numériques (figure 4.13.b et figure 4.13.d et les courbes des figures 4.7 et 4.8. D'une part le degré de polarisation circulaire est extrémal aux angles  $45^\circ$ ,  $135^\circ$ ,  $225^\circ$  et  $315^\circ$  et son signe s'inverse entre  $45^\circ$  et  $135^\circ$  ce qui traduit une séparation dans l'espace réciproque des polaritons ayant un pseudospin circulaire droit et ceux ayant un pseudospin circulaire gauche. De plus la valeur maximale mesurée est de  $0.48 \pm 0.03$ , très proche de la valeur théorique de 0.45. Comme prévu,  $\rho_c$  change de signe lorsque l'on passe d'une excitation transverse magnétique à une excitation transverse électrique.

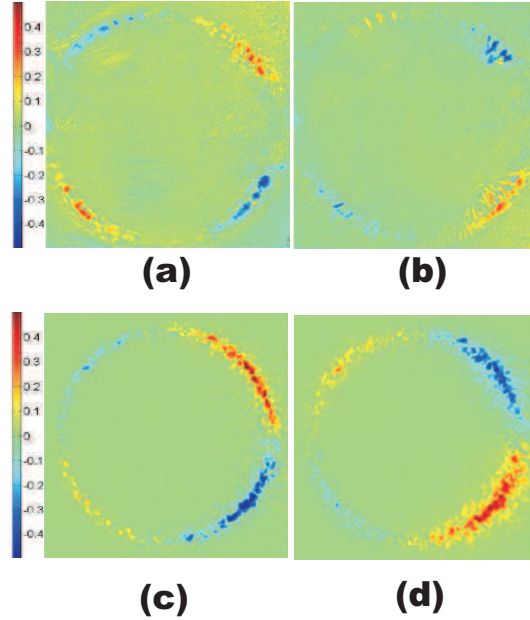


FIG. 4.13 – (a) : degré de polarisation circulaire  $\rho_c$  en champ lointain pour une excitation transverse magnétique. L'échelle est linéaire. Les régions en rouge indiquent des polaritons de spin “up”, les régions en bleu indiquent des polaritons de spin “down”. (b) : simulation numérique du degré de polarisation circulaire  $\rho_c$  en champ lointain pour une excitation transverse magnétique. (c) : même expérience qu'en (a) mais pour une excitation transverse électrique. Le signe de  $\rho_c$  est inversé par rapport à (a). (d) : même chose qu'en (b) mais pour une excitation transverse électrique.

### C.3 Transport de spin

Le transport de spin sur des distances macroscopiques reste un enjeu clé de la spintronique. En effet les expériences récentes menées dans les semi-conducteurs se heurtent aux très faibles longueurs de cohérence des gaz électroniques (de l'ordre du micron), ce qui interdit tout transport efficace de spin dans ces milieux [Mishchenko04]. Grâce à leur longueur de cohérence de l'ordre de la centaine de microns [Freixanet00], les polaritons sont donc d'excellents candidats au transport de spin dans les semiconducteurs. Dans cette partie nous avons étudié l'effet Hall optique de spin en champ proche, et nous avons mis en évidence la séparation spatiale des polaritons en fonction de leur spin ainsi que leur propagation sur une distance supérieure à  $100 \mu m$ . Cette expérience permet de générer des courants de “spin-up” et “spin-down” se propageant dans des directions opposées, ce qui constitue une étape importante vers la réalisation de dispo-

sitifs en spintronique.

Le dispositif expérimental d'excitation et de détection résolue en polarisation est analogue à celui de la partie C.2. Le champ proche est obtenu en réalisant l'image de l'échantillon en lumière blanche sur une caméra CCD infrarouge MV IR-50. Pour cela, on prélève une partie de l'émission collimatée à l'aide d'une lame séparatrice, puis on utilise une lentille que l'on place de manière à obtenir une image nette de l'échantillon sur la CCD. On mesure le grandissement en translatant le bord de l'échantillon de part et d'autre de la CCD puis on déplace la CCD de manière à couper le bord de l'échantillon de part et d'autre du capteur. Le rapport des distances lues sur les verriers respectifs de l'échantillon et de la CCD donne le grandissement, égal à 5.8 dans notre expérience.

On mesure à nouveau le paramètre de Stokes circulaire de la lumière par la méthode décrite précédemment (voir C.2). On excite d'abord avec une polarisation transverse magnétique (figure 4.14.a) puis avec une polarisation transverse électrique (figure 4.14.b). Les résultats sont à nouveau comparés aux simulations numériques réalisées par l'équipe d'A. Kavokin. Les images 4.14.a) et 4.14.b) montrent clairement une séparation dans l'espace réel des polaritons "spin-up" et "spin-down" et leur propagation sur une distance supérieure à  $100 \mu m$ . On génère ainsi des courants opposés de spins "up" et "down" sur des distances quasi macroscopiques. Lorsque la polarisation d'excitation est inversée, les courants de spin s'inversent comme prévu théoriquement.

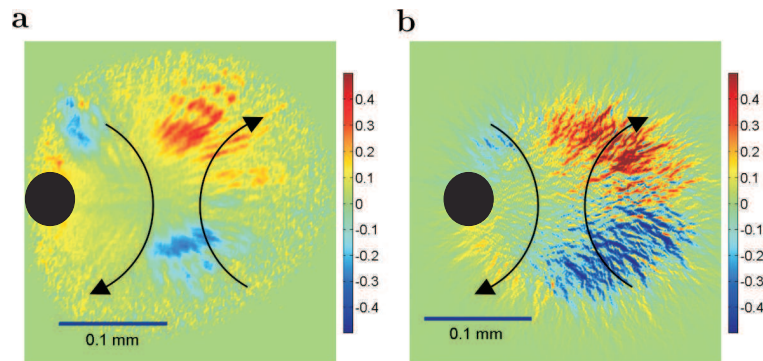


FIG. 4.14 – (a) : degré de polarisation circulaire  $\rho_c$  en champ proche pour une excitation transverse magnétique. L'échelle est linéaire. Les régions en rouge indiquent des polaritons de spin "up", les régions en bleu indiquent des polaritons de spin "down". Le disque noir dans la partie gauche basse correspond au cache de la pompe mis pour éviter la saturation de la caméra. (b) : simulation numérique du degré de polarisation circulaire  $\rho_c$  en champ proche pour une excitation transverse magnétique.

## D Discussion

Dans ce chapitre, nous avons présenté la première démonstration expérimentale de l'effet Hall optique de spin dans les microcavités semi-conductrices. Nous avons montré comment l'analyse de la polarisation de la lumière émise dans la diffusion Rayleigh permet de remonter aux populations des états excitoniques mis en jeu. Les résultats expérimentaux sont en excellent accord avec le modèle théorique développé par A. Kavokin et ces collègues. Cet effet, créé par les interactions entre excitons, conduit à une séparation des polaritons “spin-up” et “spin-down” dans l'espace des impulsions. Il constitue une analogie remarquable avec l'effet Hall de spin mentionné dans l'introduction. De plus, la séparation des polaritons “spin-up” et “spin-down” a lieu aussi dans l'espace réel, et les polaritons ayant un spin donné se propagent dans une direction donnée sur des distances supérieures à la centaine de microns engendrant des courants de spin “up” et “down” opposés. Ces courants peuvent en outre être renversés par simple basculement de la polarisation d'excitation transverse magnétique en transverse électrique. Ces résultats ouvrent donc la voie à la réalisation d'éléments optiques à l'échelle micrométrique tels que des portes optiques, des interrupteurs à polarisation ou des diodes optiques à spin.



---

# Dynamique de spin du mélange à quatre ondes

---

## Sommaire

---

<b>A</b>	<b>Description théorique . . . . .</b>	<b>201</b>
A.1	Dynamique du système . . . . .	201
A.2	Prédictions théoriques du modèle . . . . .	202
<b>B</b>	<b>Résultats expérimentaux . . . . .</b>	<b>203</b>
B.1	Dispositif expérimental . . . . .	203
B.2	Polarisation des pompes identique . . . . .	204
B.3	Polarisations des pompes croisées . . . . .	209
B.4	Polarisation du second faisceau pompe à $45^\circ$ . . . . .	211
<b>C</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>213</b>

---

Depuis quelques années, les microcavités semi-conductrices offrent des perspectives inédites dans plusieurs domaines de la physique. Dans les premiers chapitres de ce manuscrit, nous avons démontré leur potentiel en optique non-linéaire et en optique quantique avec la génération de photons jumeaux dans les microcavités triples. Nous avons également vu leur intérêt en spintronique avec le transport de populations macroscopiques de polaritons spin "up" et spin "down" sur des distances supérieures à la centaine de microns. Ces systèmes se sont en outre révélés très précieux dans l'étude de phénomènes purement quantiques à l'échelle mésoscopique comme la superfluidité [Carusotto04] ou la condensation de Bose-Einstein observée pour la première fois très récemment [Kasprzak06]. Le contrôle des propriétés quantiques de l'interac-

tion exciton-photon dans ces systèmes ouvre donc la voie à la réalisation de nouveaux composants opto-électroniques. Dans ce chapitre nous proposons un nouveau dispositif fonctionnant comme interrupteur optique ou porte logique optique qui utilise les interférences quantiques dans les microcavités semi-conductrices.

Les interrupteurs optiques utilisent en général des non-linéarités matérielles pour fonctionner. Cependant ce type de non-linéarité est souvent faible et requiert donc de fortes puissances optiques. En revanche, en exploitant les non-linéarités excitoniques très fortes des microcavités semi-conductrices, on peut espérer créer des interrupteurs optiques possédant des temps de réponses et des intensités seuil compétitifs vis-à-vis des modèles déjà existants. Au chapitre 2, nous avons étudié en détails la configuration du mélange à quatre ondes dégénéré de polaritons : deux faisceaux lasers continus de même énergie et de même polarisation linéaire excitent de manière résonnante la branche basse de polaritons avec des vecteurs d'ondes opposés. Ils génèrent un signal et un complémentaire intenses émis le long de la direction perpendiculaire à celles des pompes. Nous avons démontré expérimentalement que le signal et le complémentaire sont bien équilibrés et corrélés en intensité. De plus nous avons constaté que la polarisation du signal et du complémentaire est linéaire et orthogonale à celle des pompes. Dans ce chapitre, nous étudions l'influence de la polarisation des pompes sur le processus et nous montrons que le processus est totalement inhibé lorsque les deux pompes ont des polarisations linéaires croisées, permettant ainsi à la microcavité de fonctionner comme un interrupteur optique contrôlé par la polarisation des faisceaux pompes. La présence de quatre couples de polarisation possibles à l'entrée du dispositif permet également d'utiliser la microcavité comme une porte optique logique contrôlée par la polarisation. Dans un premier temps je présente rapidement le modèle théorique développé en collaboration avec A. Kavokin *et. al.* basé sur le formalisme de Gross-Pitaevskii. Le traitement théorique démontre que la distribution dans l'espace réciproque des polaritons produits par le mélange à quatre ondes résulte d'un phénomène d'interférence quantique gouverné par la polarisation des pompes. Puis je détaillerai les résultats expérimentaux obtenus en champ proche et en champ lointain lorsqu'on modifie la polarisation relative des deux pompes. L'accord entre les résultats expérimentaux et les simulations numériques est excellent. Enfin je discuterai l'influence de l'anisotropie sur le processus d'interférence quantique.

## A Description théorique

Dans cette partie, nous introduisons le formalisme théorique développé par A. Kavokin *et al.* sur notre configuration expérimentale (voir référence [Liew05]). Ce formalisme a été introduit dans le but d'expliquer à la fois la localisation des polaritons signal et complémentaire sur le diamètre perpendiculaire au diamètre des pompes, et leur polarisation linéaire orthogonale à celle des pompes. Il s'appuie sur le formalisme de Gross-Pitaevskii qui a été introduit pour la première fois dans le domaine des microcavités avec l'étude théorique de la superfluidité des gaz de polaritons [Carusotto04]. Ce formalisme est particulièrement bien adapté à la description de gaz de bosons en interaction. Il permet donc de décrire notre système dans la limite de densité excitonique mentionnée au paragraphe A.1 du chapitre introductif.

### A.1 Dynamique du système

Dans ce formalisme, le système est décrit en termes de fonctions d'onde couplées, respectivement  $\vec{\psi}(\vec{x})$  pour les excitons et  $\vec{\varphi}(\vec{x})$  pour les photons, dont le module carré correspond à une densité. Le vecteur  $\vec{x}$  représente le vecteur position sur l'échantillon. Chacune des fonctions d'onde est en fait un vecteur à deux composantes complexes représentant les polarisations linéaires horizontale (notée  $x$ ) et verticale (notée  $y$ ) :

$$\vec{\psi}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} \psi_x(\vec{x}) \\ \psi_y(\vec{x}) \end{pmatrix} \quad \vec{\varphi}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} \varphi_x(\vec{x}) \\ \varphi_y(\vec{x}) \end{pmatrix} \quad (5.1)$$

En utilisant une approche de type champ moyen [Shelykh06], on montre dans la référence [Liew05] que l'évolution des deux fonctions d'ondes est gouvernée par le système d'équations couplées :

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \vec{\psi}(\vec{x})}{\partial t} &= -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_\psi} \vec{\psi}(\vec{x}) + \Omega \vec{\varphi}(\vec{x}) + V_0 \left( \vec{\psi}(\vec{x}) \cdot \vec{\psi}(\vec{x}) \right) \vec{\psi}(\vec{x}) \\ &\quad - V_1 \left( \vec{\psi}(\vec{x}) \cdot \vec{\psi}(\vec{x}) \right) \vec{\psi}^*(\vec{x}) - \frac{i\hbar}{2\tau_\psi} \vec{\psi}(\vec{x}) \end{aligned} \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial \vec{\varphi}(\vec{x})}{\partial t} &= -\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m_\varphi} \vec{\varphi}(\vec{x}) + \Omega \vec{\psi}(\vec{x}) + \vec{f}(\vec{x}, t) \\ &\quad + \vec{f}_b(\vec{x}, t) - \frac{i\hbar}{2\tau_\varphi} \vec{\varphi}(\vec{x}) \end{aligned} \quad (5.3)$$



$m_\psi$  et  $m_\varphi$  correspondent aux masses effectives de l'exciton et du photon (voir chapitre 1).  $\Omega$  est la constante de Rabi qui représente la force de couplage exciton-photon.  $V_0$  et  $V_1$  sont des constantes qui représentent la force de l'interaction non-linéaire entre excitons [Shelykh06]. Cette interaction peut être attractive ou répulsive suivant l'état de spin du polariton (singulet ou triplet) [Renucci07].  $\tau_\psi$  et  $\tau_\varphi$  sont les temps de vie respectifs de l'exciton et du photon. Enfin les termes  $\vec{f}(\vec{x}, t)$  et  $\vec{f}_b(\vec{x}, t)$  représentent respectivement le terme de pompage optique et un terme de fluctuations. Le terme de fluctuations est  $10^4$  fois plus faible que le terme de pompage. Il est nécessaire pour initier le processus paramétrique (terme d'émission spontanée). Le terme de pompage est un vecteur à deux composantes représentant les amplitudes des deux polarisations linéaires. Il tient compte de la largeur de raie non nulle des polaritons.

Le système d'équations (5.2) décrit entièrement la dynamique du système. Nous avons cependant ignoré un éventuel clivage TE-TM (quasiment nul pour un angle d'excitation de  $3^\circ$ ) ainsi que la diffusion Rayleigh élastique qui est un effet linéaire, dominé par la diffusion paramétrique au-dessus du seuil d'oscillation. Le lecteur peut trouver de plus amples détails sur les termes de l'équation 5.2 en consultant la référence [Liew05] qui sert de base à cette partie théorique.

En supposant que les deux pompes ont la même amplitude et sont parfaitement superposées dans l'espace réel, on peut résoudre numériquement ces équations (voir référence [Liew05]). Nous avons expliqué au chapitre 4 que la mesure des paramètres de Stokes de la lumière émise par la microcavité nous renseigne complètement sur le vecteur de pseudospin du système. En mesurant le paramètre de Stokes circulaire, on a ainsi directement accès au rapport des populations de polaritons spin "up" et spin "down" tandis que la mesure du paramètre de Stokes linéaire nous renseigne sur la cohérence entre ces deux populations. En calculant numériquement les composantes  $\varphi_x(\vec{x})$  et  $\varphi_y(\vec{x})$  à partir des équations (5.2) et en faisant une transformée de Fourier de la distribution spatiale obtenue, on obtient la répartition dans le plan de Fourier des amplitudes des polarisations linéaires horizontale et verticale. De là on peut en déduire la répartition dans l'espace réciproque du degré de polarisation linéaire de la lumière émise par la microcavité.

## A.2 Prédictions théoriques du modèle

Les simulations montrent que lorsque les deux pompes ont la même polarisation linéaire, le signal et le complémentaire ont la même polarisation, orthogonale à celle des pompes. De plus le signal et le complémentaire sont localisés sur le diamètre ortho-

gonal à la direction des pompes. En revanche lorsque les pompes ont des polarisations linéaires croisées, le processus est totalement inhibé. Enfin si les pompes ont des polarisations à  $45^\circ$  l'une de l'autre, le processus est toujours présent mais moins efficace que dans le cas où les deux pompes ont la même polarisation linéaire. De plus le diamètre d'oscillation s'écarte dans ce cas légèrement du diamètre orthogonal à la direction des pompes.

On voit donc qu'il est possible en théorie de contrôler l'émission lumineuse de la microcavité avec la polarisation relative des deux pompes. C'est l'idée principale qui gouverne le fonctionnement de l'interrupteur optique à polarisation.

## B Résultats expérimentaux

Dans cette partie nous comparons les résultats expérimentaux en champ proche et en champ lointain avec les simulations numériques effectuées par T.C.H. Liew en utilisant le modèle théorique présenté ci-dessus. La configuration expérimentale est identique à celle présentée au chapitre 2. Nous en rappelons succinctement les éléments essentiels.

### B.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est présenté sur la figure 5.1. La branche basse de polaritons est excitée de manière résonnante par deux faisceaux lasers continus ayant des vecteurs d'onde opposés. Les deux faisceaux sont superposés sur l'échantillon avec la méthode décrite au chapitre 2. Le diamètre de chaque spot sur l'échantillon est de  $40 \mu m$ . La polarisation linéaire de chacun des faisceaux pompe peut être contrôlé de manière indépendante avec une lame demi-onde placée sur le trajet du faisceau. L'angle d'incidence des faisceaux pompes est de  $3^\circ$ . La lumière transmise par la microcavité est collimatée puis analysée en polarisation à l'aide d'une lame demi-onde et d'un cube polariseur. Elle est ensuite envoyée soit directement vers une caméra CCD pour effectuer une image en champ lointain, soit, par l'intermédiaire d'une lentille, vers une autre caméra CCD qui donne une image du champ proche.

Au paragraphe E.3 du chapitre 2 nous avons étudié en détail les caractéristiques classiques et quantiques du mélange à quatre ondes de polaritons lorsque les pompes ont un angle d'incidence de  $3^\circ$  et une polarisation linéaire identique. En particulier la figure 2.27 montre que le seuil du processus est atteint pour une dizaine de mW de pompe. Dans toute la suite nous utilisons une puissance de pompe de 40 mW, soit quatre fois plus importante que la puissance de seuil. Dans cette configuration l'inver-

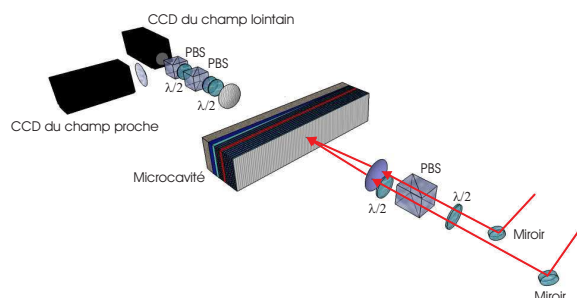


FIG. 5.1 – Montage expérimental du mélange à quatre ondes. Les deux faisceaux pompes  $\mathbf{k}_p$  et  $-\mathbf{k}_p$  sont focalisés en un même point de l'échantillon. On peut ajuster la polarisation linéaire du second faisceau pompe avec une lame demi-onde. La lumière transmise est collectée par un condenseur, résolue en polarisation puis envoyée vers une caméra CCD qui permet d'obtenir une image de l'émission en champ lointain. Une autre caméra CCD permet de faire l'image du champ proche.

sion de polarisation est supérieure à 99%. La polarisation linéaire du second faisceau de pompe est le seul paramètre variable de l'expérience. On prendra comme direction de référence pour la polarisation celle du premier faisceau pompe ( $\leftrightarrow$ ) qui reste inchangée durant toute l'expérience et qui correspond à la direction  $x$  de la partie théorique. On est donc exactement dans les mêmes conditions expérimentales que celle décrites au paragraphe E.3 du chapitre 2.

## B.2 Polarisation des pompes identique

Dans un premier temps nous étudions la distribution dans le champ proche et le champ lointain de l'émission lorsque la polarisation linéaire des deux pompes est identique. La polarisation d'analyse est soit parallèle à celle des pompes ( $\leftrightarrow$ ) soit perpendiculaire ( $\updownarrow$ ). Les mesures ont été effectuées pour des pompes polarisées horizontalement et verticalement.

### Polarisation d'analyse identique à celle des pompes

La figure 5.2 montre le champ lointain de l'émission pour une polarisation d'analyse parallèle à la polarisation des pompes. La figure (a) représente ce qui est observé expérimentalement et la figure (b) la simulation numérique associée dont les paramètres sont donnés dans la légende de la figure, et correspondent aux paramètres expérimentaux : les résultats expérimentaux sont en excellent accord avec la simulation. Seules les pompes transmises sont visibles. On ne voit aucun signe d'un éventuel couple d'oscillation.

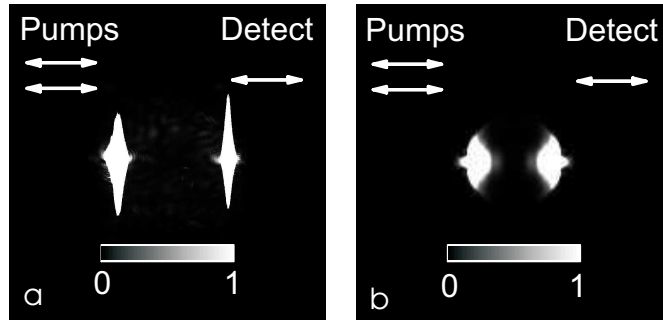


FIG. 5.2 – **Champ lointain.** Les deux faisceaux pompe ont la même polarisation linéaire horizontale. La puissance de pompe est de 40 mW ce qui correspond à quatre fois l'intensité de seuil. (a) : image en champ lointain pour une polarisation d'analyse parallèle à celles des pompes. La caméra CCD est volontairement saturée afin de mettre en évidence une éventuelle diffusion paramétrique. (b) : modélisation théorique du processus dans le champ lointain pour une polarisation identique à celle des pompes et avec les paramètres suivants :  $m_\psi = 0.22 m_e$ ,  $m_\varphi = 10^{-5} m_e$  ( $m_e$  est la masse de l'électron),  $\Omega = 2.55$  meV,  $\mathbf{k}_p = 390$  mm $^{-1}$ ,  $V_0 = 1 \cdot 10^{-6}$  meV mm $^2$ ,  $V_1 = 0.55V_0$ ,  $\tau_\psi = 100$  ps,  $\tau_\varphi = 4.7$  ps,  $|A_x, A_y| = 160$  meV mm $^{-1}$  (amplitude des champs pompe),  $\Gamma = 0.2$ meV,  $L = 35\mu m$ ,  $E_p = E_{LP}(\mathbf{k}_p) + 0.05$  meV.

La figure 5.3 montre le champ proche de l'émission pour une polarisation d'analyse parallèle à la polarisation des pompes. La figure (a) représente ce qui est observé expé-

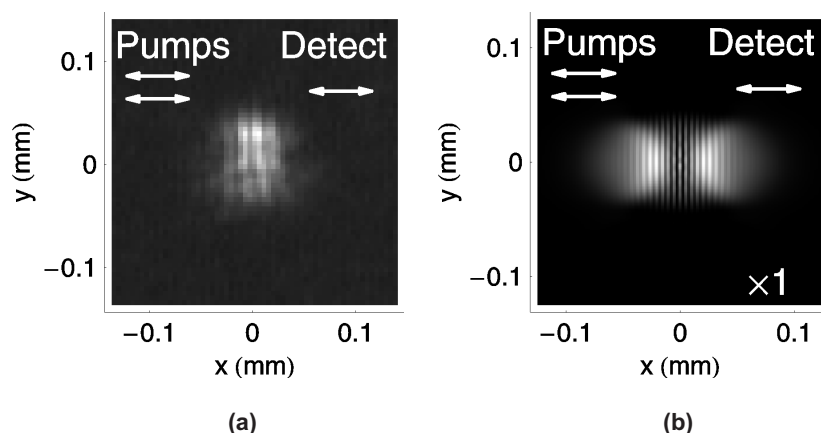


FIG. 5.3 – **Champ proche.** Les deux faisceaux pompe ont la même polarisation linéaire horizontale. La puissance de pompe est de 40 mW ce qui correspond à quatre fois l'intensité de seuil. (a) : image en champ proche pour une polarisation d'analyse parallèle à celles des pompes. (b) : modélisation théorique du processus dans le champ proche pour une polarisation identique à celle des pompes et avec des paramètres identiques à ceux donnés dans la légende de la figure 5.2.

rimentalement et la figure (b) la simulation numérique associée. Dans les deux cas, on observe la présence franges au centre de l'image, dues aux effets d'interférences entre les deux champs pompes co-polarisés.

### Polarisation d'analyse orthogonale à celle des pompes

La figure 5.4 montre le champ lointain de l'émission pour une polarisation d'analyse orthogonale à la polarisation des pompes. La figure (a) représente ce qui est observé expérimentalement et la figure (b) la simulation numérique associée. Dans les deux cas, l'émission se concentre dans deux zones diamétralement opposées le long de la direction verticale. Au paragraphe E.3 du chapitre 2, à partir des mêmes données expérimentales, nous avons montré que l'inversion linéaire de polarisation est dans ce cas supérieure à 99%. Nos observations sont donc en très bon accord avec les simulations dérivées du modèle théorique. L'émission paramétrique est polarisée linéairement, avec une polarisation orthogonale à celle des pompes, et se concentre suivant la direction perpendiculaire à celle des pompes. L'examen de la figure 5.5 montre que, dans le champ

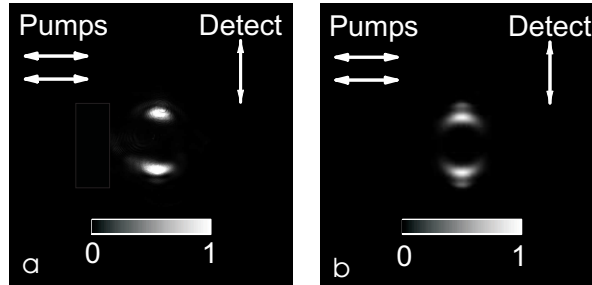


FIG. 5.4 – **Champ lointain**. Les deux faisceaux pompe ont la même polarisation linéaire horizontale. La puissance d’excitation est la même que précédemment. (a) : image en champ lointain pour une polarisation d’analyse orthogonale à celles des pompes. La caméra CCD est volontairement saturée afin de mettre en évidence une éventuelle diffusion paramétrique. (b) : modélisation théorique du processus dans le champ lointain pour une polarisation identique à celle des pompes et avec des paramètres identiques à ceux de la figure 5.2.

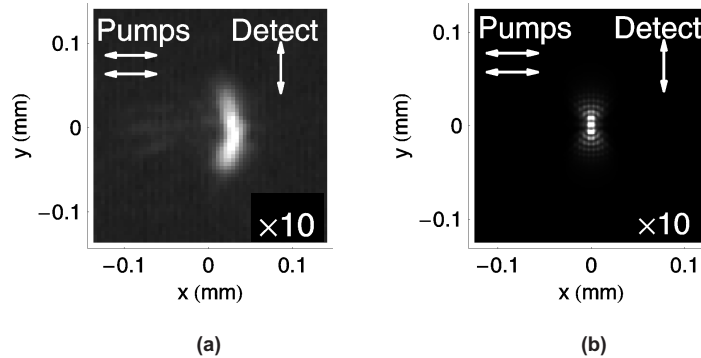


FIG. 5.5 – **Champ proche**. Les deux faisceaux pompe ont la même polarisation linéaire horizontale. La puissance d’excitation est la même que précédemment. (a) : image en champ proche pour une polarisation d’analyse orthogonale à celles des pompes. L’intensité est amplifiée d’un facteur 10 par rapport à la figure 5.3. (b) : modélisation théorique du processus dans le champ proche pour une polarisation identique à celle des pompes et avec des paramètres identiques à ceux donnés dans la légende de la figure 5.2.

proche de l'émission, les polaritons signal et complémentaire se propagent suivant une direction perpendiculaire à l'axe des pompes et ont une polarisation orthogonale à celle des pompes.

### B.3 Polarisations des pompes croisées

Nous étudions à présent la distribution dans le champ proche et le champ lointain de l'émission lorsque la polarisation linéaire du deuxième faisceau pompe est orthogonale ( $\updownarrow$ ) à celle du faisceau de référence. La polarisation d'analyse est soit parallèle à celle du faisceau de référence ( $\leftrightarrow$ ) soit perpendiculaire ( $\updownarrow$ ).

La figure 5.6 montre le champ lointain de l'émission pour une polarisation d'analyse respectivement parallèle (image (c),  $\leftrightarrow$ ) et orthogonale (image (a),  $\updownarrow$ ) à la polarisation du faisceau de référence. Les figures (a) et (c) représentent ce qui est observé expérimentalement et les figures (b) et (d) les simulations numériques associées. L'observation du

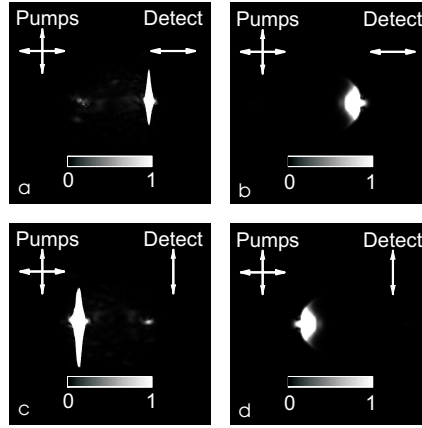


FIG. 5.6 – **Champ lointain.** Les deux faisceaux pompe ont des polarisations croisées. La puissance d'excitation est la même que précédemment. (a) : image en champ lointain pour une polarisation d'analyse orthogonale à celle du faisceau de référence. La caméra CCD est volontairement saturée afin de mettre en évidence une éventuelle diffusion paramétrique. (b) : modélisation théorique du processus dans le champ lointain pour une polarisation identique à celle des pompes et avec des paramètres identiques à ceux de la figure 5.2. (c) : image en champ lointain pour une polarisation d'analyse parallèle à celle du faisceau de référence. La caméra CCD est volontairement saturée afin de mettre en évidence une éventuelle diffusion paramétrique. (d) : modélisation théorique du processus dans le champ lointain pour une polarisation identique à celle des pompes et avec des paramètres identiques à ceux de la figure 5.2.

champ lointain montre que le processus est totalement inhibé lorsque les deux pompes ont des polarisations croisées. Pour chacune des polarisations d'analyse choisies, on observe la transmission de la pompe ayant la même polarisation et l'absence de l'autre pompe. La polarisation relative des deux pompes est donc le paramètre clé qui gouverne le système. On peut attribuer la valeur 0 à la polarisation  $\leftrightarrow$  et la valeur 1 à



la polarisation  $\uparrow$  en entrée. On peut également attribuer la valeur 0 à l'événement "le processus paramétrique est absent" et la valeur 1 à l'événement "le processus paramétrique est présent". On obtient ainsi une porte logique dont la table est la suivante (A et B désignent les deux faisceaux pompe) :

<b>A / B</b>	0	1
0	1	0
1	0	1

En informatique, cette table correspond à l'opérateur logique "coïncidence" (ou équivalence), souvent noté *XNOR*, dont la définition est : "La sortie est VRAIE si et seulement si les deux entrées sont identiques ". Dans notre cas la sortie est vraie (i.e on détecte un signal et un complémentaire dans une direction perpendiculaire à celle des pompes et corrélés en intensité ce qui est facile à mesurer) si et seulement si les polarisations linéaires des deux pompes sont identiques. Sans entrer dans les détails, cette fonction logique et son inverse, le "OU Exclusif", sont très utilisées en cryptographie, notamment pour coder ou décoder des messages en utilisant une clé secrète (algorithme de type RSA).

Les simulations numériques montrent que la durée caractéristique d'établissement de l'oscillation paramétrique est comprise entre 0.1 ns et 1 ns, ce qui permet d'espérer une vitesse de traitement des données supérieure à 1 Gbytes/s. L'examen de la figure 5.7 montre que, dans le champ proche de l'émission, les deux populations de polaritons des modes pompes se propagent dans des directions opposées avec des polarisations orthogonales.

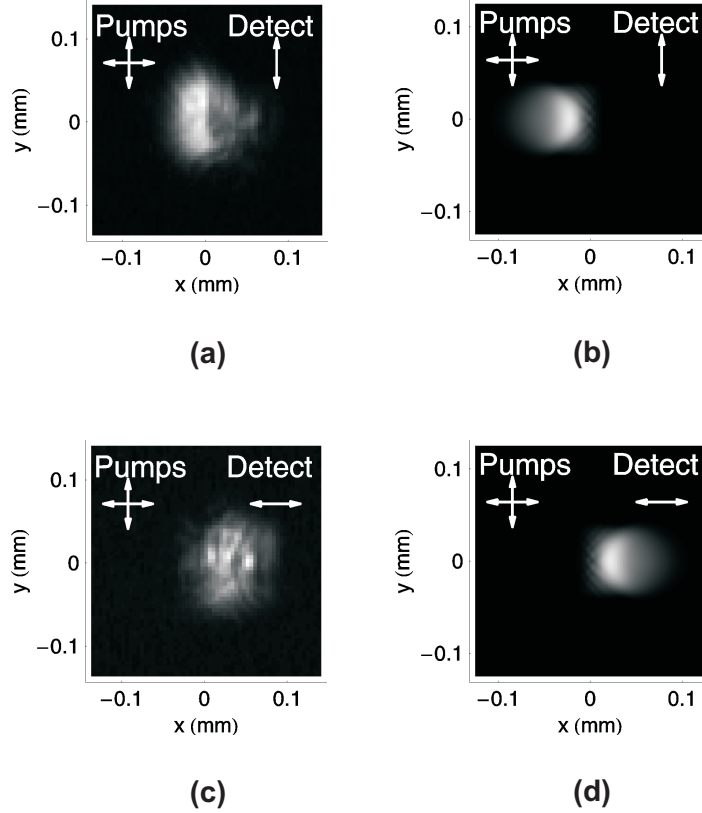


FIG. 5.7 – **Champ proche.** Les deux faisceaux pompe ont des polarisations croisées. La puissance d'excitation est la même que précédemment. (a) : image en champ proche pour une polarisation d'analyse orthogonale à celle du faisceau de référence. (b) : modélisation théorique du processus dans le champ proche pour une polarisation identique à celle des pompes et avec des paramètres identiques à ceux de la figure 5.2. (c) : image en champ proche pour une polarisation d'analyse parallèle à celle du faisceau de référence. (d) : modélisation théorique du processus dans le champ proche pour une polarisation identique à celle des pompes et avec des paramètres identiques à ceux de la figure 5.2.

#### B.4 Polarisation du second faisceau pompe à $45^\circ$

Nous étudions à présent la distribution dans le champ lointain de l'émission lorsque la polarisation linéaire du deuxième faisceau pompe fait un angle de  $45^\circ$  ( $\nearrow$ ) avec celle du faisceau de référence. La polarisation d'analyse est soit parallèle ( $\leftrightarrow$ ) soit perpendiculaire ( $\updownarrow$ ) à celle du faisceau de référence. L'observation du champ lointain montre que le processus est toujours absent lorsque la polarisation d'analyse est parallèle à celle du faisceau de référence. En revanche on observe bien le processus lorsque la polarisation d'analyse est orthogonale à celle du faisceau de référence. Le processus est en revanche

moins efficace que dans le cas où les deux pompes ont la même polarisation linéaire. De plus la direction de l'oscillation paramétrique a légèrement tourné par rapport au cas où les deux pompes ont la même polarisation, la rotation étant cependant plus importante pour la simulation. La simulation ne tient en effet pas compte de l'anisotropie locale de l'échantillon. Nous avons illustré l'importance de l'anisotropie au chapitre 2 en tournant l'échantillon de  $10^\circ$ . Pour la plus part des désaccords, la direction d'oscillation coïncide avec l'un des axes cristallins. En revanche, pour d'autres désaccords, l'émission se fait le long d'une direction perpendiculaire à la direction des pompes. Dans ces conditions le processus d'interférences quantiques prend le dessus sur l'anisotropie du système et impose la direction de l'oscillation paramétrique (voir figure 5.8).

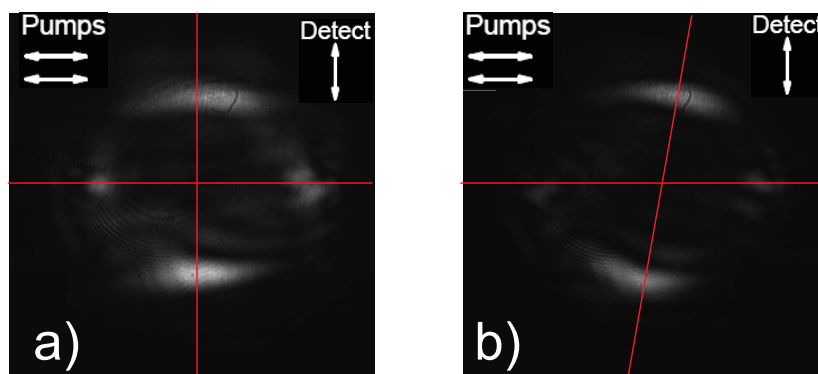


FIG. 5.8 – Les deux faisceaux pompe sont polarisés horizontalement. L'échantillon a été tourné de  $10^\circ$  dans le sens horaire autour de l'axe de croissance. La puissance d'excitation est la même que précédemment. (a) : image en champ lointain pour une polarisation orthogonale à la polarisation des pompes. La distribution spatiale du signal et du complémentaire est principalement orientée suivant la direction orthogonale à la direction des pompes, en accord avec le modèle théorique. (b) : image en champ lointain pour une polarisation orthogonale à la polarisation des pompes. La distribution spatiale du signal et du complémentaire est principalement orientée suivant la direction de l'axe cristallin.

## C Conclusion

Dans cette partie nous avons étudié expérimentalement et théoriquement l'influence de la polarisation relative des pompes sur le mélange à quatre ondes de polaritons. Nous avons montré que lorsque les deux pompes ont la même polarisation linéaire, le système produit un signal et un complémentaire intenses, avec une polarisation orthogonale à celle des pompes. La localisation de l'émission se concentre autour de la direction perpendiculaire aux pompes. Elle est le long de cette direction lorsque l'anisotropie locale est faible et elle suit le désordre cristallin lorsque ce dernier domine le processus d'interférences quantiques. En basculant la polarisation de l'une des pompes (de horizontal à vertical par exemple) on annihile intégralement le processus. Lorsqu'une des polarisations des pompes est fixée, le système se comporte donc comme un interrupteur optique avec un temps de réponse inférieur à 1 ns, ce qui le rend extrêmement compétitif vis-à-vis des composants existants. Il serait utile d'étudier ce système dans un régime picoseconde ou femtoseconde afin d'en caractériser la dynamique. Si l'on joue sur les polarisations des deux pompes, on crée alors une porte logique de type *XNOR* couramment utilisée en cryptographie. Cette configuration est une première étape vers la réalisation de composants optiques tels que les interrupteurs optiques ou les portes logiques optiques. Le rapide développement de microcavités semi-conductrices à base de GaN, dans lesquelles le couplage fort peut être obtenu à température ambiante, permet d'envisager l'utilisation de ces futurs composants à température ambiante.



---

## Conclusion

---

Lorsque j'ai débuté ma thèse en septembre 2004, l'objectif principal du groupe qui étudiait l'optique quantique dans les microcavités semi-conductrices était de produire des polaritons quantiquement corrélés. Jean-Philippe Karr avait mené une étude théorique sur la configuration à l'angle magique et avait démontré qu'il était possible d'obtenir un signal et un complémentaire quantiquement corrélés dans cette configuration si le déséquilibre entre les deux modes polaritons n'est pas trop important. Cependant lorsque nous avons mesuré les intensités lumineuses du signal et du complémentaire issus de l'oscillation paramétrique à l'angle magique, nous avons trouvé un rapport des intensités de l'ordre de 40 dB. Cette valeur est trop importante pour espérer mesurer des corrélations quantiques entre le signal et le complémentaire.

Pour contourner ce problème, nous avons choisi une configuration plus symétrique : deux faisceaux lasers de même énergie excitent de manière résonnante deux polaritons ayant des vecteurs d'onde transverse opposés. Ce mélange à quatre ondes de polaritons est alors dégénéré. Les états finaux ont la même énergie que l'énergie des modes de pompe et des vecteurs d'onde transverse opposés. Ils sont donc localisés sur le cercle de diffusion élastique et ont la même composante photonique et la même largeur de raie. Avec Marco Romanelli nous avons montré qu'en utilisant des pompes de polarisation linéaire identique, le signal et le complémentaire oscillent avec une même polarisation linéaire orthogonale à celle des pompes. Les corrélations d'intensité entre le signal et le complémentaire dépassent 99% mais le bruit de la différence des intensités restent environ 3 fois supérieur à la limite quantique standard. Le chapitre 2 de ce manuscrit reprend l'ensemble de cette démarche expérimentale et inclut une analyse théorique du mélange à quatre ondes au dessous et au dessus du seuil. Il se termine par l'étude expérimentale du bruit d'intensité transverse du signal et conclut sur le caractère multi-mode spatial de l'émission paramétrique dans cette configuration. Cette analyse permet d'expliquer l'absence de réduction de bruit sur la différence des intensités, l'excès de bruit provenant des modes d'ordre supérieurs très bruyants.

Le chapitre 3 présente les résultats qui constituent l'aboutissement de ces efforts. En excitant une microcavité triple, qui possède une géométrie plus favorable, à l'incidence normale, nous avons généré, pour la première fois, un signal et un complémentaire de même énergie et de vecteurs d'ondes opposés, présentant des corrélations quantiques d'intensité : nous avons obtenu une réduction du bruit de la différence des intensités de 6%. Ce résultat est une première étape vers la réalisation de sources de lumière non-classique en variables continues de taille micrométrique. Il s'agit, dans un premier temps d'améliorer la réduction de bruit, puis, de réussir à injecter électriquement le dispositif par l'adjonction à la structure d'un VCSEL.

L'étude de la dynamique de spin dans les microcavités, initiée par l'inversion de polarisation observée au chapitre 2, m'a conduit à m'intéresser à l'effet Hall optique de spin. Cette étude a permis de démontrer expérimentalement la séparation dans l'espace réciproque et dans l'espace réel des polaritons spin "up" et spin "down" et l'observation de la propagation de courants de spin sur des distances supérieures à la centaine de microns. Ce résultat constitue une première étape vers la réalisation de dispositifs pour la spintronique basés sur les microcavités semi-conductrices.

De plus, l'influence de la polarisation des pompes dans le mélange à quatre ondes n'avait jamais été étudiée auparavant. Nous avons montré que le processus est totalement inhibé lorsque les pompes ont des polarisations linéaires croisées ce qui permet d'utiliser ce système comme une porte logique de type *XNOR* contrôlée par la polarisation relative des pompes.

Ces résultats ont permis l'émergence de nouvelles collaborations nationales et internationales et ont ouverts de nouveaux champs d'investigations. L'étude des phénomènes purement quantiques dans les microcavités semi-conductrices, marginale il y a une dizaine d'années, est devenue l'un des enjeux majeurs de ce domaine. L'observation de la condensation de Bose-Einstein pour les polaritons ouvrent la voie à la réalisation de jonctions Josephson entre condensats de polaritons. Enfin, les propriétés quantiques des fluides de polaritons restent un champ d'investigation très prometteur : ces systèmes pourraient servir à tester des phénomènes physiques comme la superfluidité, la formation de vortex ou l'effet Cherenkov [Carusotto04]. Nous avons, dès à présent, commencé à étudier ces nouveaux domaines en collaboration avec C. Ciuti du Laboratoire Matériau et Phénomènes Quantiques (Paris VII).

---

# Annexe

---

## A Fluctuations sous le seuil

### A.1 Matrice entrée-sortie

Nous avons établi au chapitre D.3 une relation liant les fluctuations des opérateurs  $\delta\hat{p}_{\mathbf{q}}(\omega)$  et  $\delta\hat{p}_{-\mathbf{q}}^\dagger(\omega)$  aux fluctuations des champs entrants. On peut de la même manière établir une relation entre les vecteurs  $\delta P$  et  $\delta F$ . Il suffit pour cela de remarquer que :

$$\begin{bmatrix} \delta\hat{p}_{\mathbf{q}}^\dagger(\omega) \\ \delta\hat{p}_{-\mathbf{q}}(\omega) \end{bmatrix} = \overline{f(-\omega)(\mathbb{A} - i\omega\mathbb{I})^{-1}} \begin{bmatrix} \delta F_{\mathbf{q}}^\dagger(\omega_l - \omega) \\ \delta F_{-\mathbf{q}}^\dagger(\omega_l + \omega) \end{bmatrix} \quad (\text{A-1})$$

En remarquant que  $\overline{f(-\omega)} = f(\omega)$ , on obtient :

$$\begin{bmatrix} \delta\hat{p}_{\mathbf{q}}^\dagger(\omega) \\ \delta\hat{p}_{-\mathbf{q}}(\omega) \end{bmatrix} = f(\omega) \begin{pmatrix} -1 + i(\omega - \Delta) & -i\sigma e^{-i\phi} \\ i\sigma e^{i\phi} & -1 + i(\omega + \Delta) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \delta F_{\mathbf{q}}^\dagger(\omega_l - \omega) \\ \delta F_{-\mathbf{q}}^\dagger(\omega_l + \omega) \end{bmatrix} \quad (\text{A-2})$$

On en déduit la matrice  $\mathbb{S}$  qui relie les fluctuations des champs polaritoniques aux fluctuations entrantes par la relation  $\delta P = \mathbb{S}\delta F$  avec :

$$\mathbb{S} = \begin{pmatrix} i(\omega + \Delta) - 1 & 0 & 0 & i\sigma e^{i\phi} \\ 0 & -1 + i(\omega - \Delta) & -i\sigma e^{-i\phi} & 0 \\ 0 & i\sigma e^{i\phi} & -1 + i(\omega + \Delta) & 0 \\ -i\sigma e^{-i\phi} & 0 & 0 & -1 + i(\omega - \Delta) \end{pmatrix} \quad (\text{A-3})$$

$\mathbb{S}$  est appelée matrice *entrée-sortie* du système.

### A.2 Calcul des termes de $Corr_{\mathbf{q},-\mathbf{q}}$

L'expression de  $Corr_{\mathbf{q},-\mathbf{q}}$  fait intervenir trois termes,  $\mathbb{S}\langle\delta\hat{A}^{\mathbf{in}}\delta\hat{A}^{\mathbf{in}\dagger}\rangle^t\bar{\mathbb{S}}$ ,  $\mathbb{S}\langle\delta\hat{A}^{(\mathbf{in})}\delta\hat{A}^{\mathbf{in}\dagger}\rangle$  et  $\mathbb{S}\langle\delta\hat{B}^{\mathbf{in}}\delta\hat{B}^{\mathbf{in}\dagger}\rangle^t\bar{\mathbb{S}}$  que nous allons explicitement calculer.



Nous considérons que les fluctuations entrantes du champ électromagnétique sont à la limite quantique standard. La matrice  $\langle \delta \hat{A}^{\text{in}} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle$  est donc de la forme :

$$\langle \delta \hat{A}^{\text{in}} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A-4})$$

Le calcul de la matrice  $\mathbb{S} \langle \delta \hat{A}^{\text{in}} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle^t \bar{\mathbb{S}}$  conduit à :

$$\mathbb{S} \langle \delta \hat{A}^{\text{in}} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle^t \bar{\mathbb{S}} = \begin{pmatrix} 1 + (\omega + \Delta)^2 & 0 & 0 & i\sigma e^{i\phi}(-1 + i(\omega + \Delta)) \\ 0 & \sigma^2 & -i\sigma e^{-i\phi}(-1 - i(\omega + \Delta)) & 0 \\ 0 & i\sigma e^{i\phi}(-1 + i(\omega + \Delta)) & 1 + (\omega + \Delta)^2 & 0 \\ -i\sigma e^{-i\phi}(-1 - i(\omega + \Delta)) & 0 & 0 & \sigma^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A-5})$$

De même, on calcule la matrice  $\mathbb{S} \langle \delta \hat{A}^{\text{in}} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle$  :

$$\mathbb{S} \langle \delta \hat{A}^{\text{in}} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle = \begin{pmatrix} -1 + i(\omega + \Delta) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i\sigma e^{-i\phi} & 0 \\ 0 & 0 & -1 + i(\omega + \Delta) & 0 \\ -i\sigma e^{-i\phi} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A-6})$$

et la matrice  $\langle \delta \hat{A}^{\text{in}} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle^t \bar{\mathbb{S}}$  :

$$\langle \delta \hat{A}^{\text{in}} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle^t \bar{\mathbb{S}} = \begin{pmatrix} -1 - i(\omega + \Delta) & 0 & 0 & i\sigma e^{i\phi} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & i\sigma e^{i\phi} & -1 - i(\omega + \Delta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A-7})$$

Enfin, les fluctuations du réservoir excitonique sont de la forme :

$$\langle \delta \hat{B}^{\text{in}} \delta \hat{B}^{\text{in}\dagger} \rangle = \begin{bmatrix} 1 + n & 0 & 0 & 0 \\ 0 & n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & n \end{bmatrix} \quad (\text{A-8})$$

où  $n$  désigne l'excès de bruit [Karr01].

On en déduit que :

$$\mathbb{S} \langle \delta \hat{B}^{\text{in}} \delta \hat{B}^{\text{in}\dagger} \rangle^t \bar{\mathbb{S}} = \mathbb{S} \langle \delta \hat{A}^{\text{in}} \delta \hat{A}^{\text{in}\dagger} \rangle^t \bar{\mathbb{S}} + n \mathbb{S}^t \bar{\mathbb{S}} \quad (\text{A-9})$$

Calculons  $\mathbb{S}^t \bar{\mathbb{S}}$  :

$$\mathbb{S}^t \bar{\mathbb{S}} = \begin{pmatrix} 1 + (\omega + \Delta)^2 + \sigma^2 & 0 & 0 & 2i(-1 + i\Delta)\sigma e^{i\phi} \\ 0 & 1 + (\omega - \Delta)^2 + \sigma^2 & 2i(1 + i\Delta)\sigma e^{-i\phi} & 0 \\ 0 & -2i(1 - i\Delta)\sigma e^{i\phi} & 1 + (\omega + \Delta)^2 + \sigma^2 & 0 \\ 2i(1 + i\Delta)\sigma e^{-i\phi} & 0 & 0 & 1 + (\omega - \Delta)^2 + \sigma^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A-10})$$

Enfin, il reste à calculer le terme  $\det(\mathbb{A} + i\omega\mathbb{I})$  :

$$\det(\mathbb{A} + i\omega\mathbb{I}) = 1 + \Delta^2 - \omega^2 - 2i\omega - \sigma^2 \quad (\text{A-11})$$

En posant  $Corr_{\mathbf{q}, -\mathbf{q}} = (c_{i,j})_{1 \leq i \leq 4, 1 \leq j \leq 4}$  nous pouvons à présent calculer les termes non nuls de  $Corr_{\mathbf{q}, -\mathbf{q}}$  :

$$\begin{aligned} c_{11} &= c_{33} = 1 + \frac{1}{\gamma^2 |\det(\mathbb{A} + i\omega\mathbb{I})|^2} \{4\gamma_a \gamma C_{\mathbf{q}}^2 \sigma^2 \\ &+ 4n\gamma_a \gamma_b C_{\mathbf{q}}^2 X_{\mathbf{q}}^2 (1 + \sigma^2 + (\omega + \Delta)^2)\} \end{aligned} \quad (\text{A-12})$$

$$\begin{aligned} c_{22} &= c_{4,4} = \frac{1}{\gamma^2 |\det(\mathbb{A} + i\omega\mathbb{I})|^2} \{4\gamma_a \gamma C_{\mathbf{q}}^2 \sigma^2 \\ &+ 4n\gamma_a \gamma_b C_{\mathbf{q}}^2 X_{\mathbf{q}}^2 (1 + \sigma^2 + (\omega - \Delta)^2)\} \end{aligned} \quad (\text{A-13})$$

$$\begin{aligned} c_{1,4} &= \frac{i\sigma}{\gamma^2 |\det(\mathbb{A} + i\omega\mathbb{I})|^2} \{4\gamma_a \gamma C_{\mathbf{q}}^2 e^{i\phi} (-1 + i(\omega + \Delta)) \\ &+ 8n\gamma_a \gamma_b C_{\mathbf{q}}^2 X_{\mathbf{q}}^2 (-1 + i\Delta) e^{i\phi} \\ &+ 2\gamma_a \gamma C_{\mathbf{q}}^2 (1 + \Delta^2 - \omega^2 - 2i\omega - \sigma^2) e^{i\phi}\} \end{aligned} \quad (\text{A-14})$$

$$\begin{aligned} c_{2,3} &= \frac{-i\sigma}{\gamma^2 |\det(\mathbb{A} + i\omega\mathbb{I})|^2} \{4\gamma_a \gamma C_{\mathbf{q}}^2 e^{-i\phi} (-1 - i(\omega + \Delta)) \\ &+ 8n\gamma_a \gamma_b C_{\mathbf{q}}^2 X_{\mathbf{q}}^2 (-1 - i\Delta) e^{-i\phi} \\ &+ 2\gamma_a \gamma C_{\mathbf{q}}^2 (1 + \Delta^2 - \omega^2 + 2i\omega - \sigma^2) e^{-i\phi}\} \end{aligned} \quad (\text{A-15})$$

Le calcul de la géméllité fait intervenir la différence  $c_{1,4} - c_{2,3}$  :

$$\begin{aligned} c_{1,4} - c_{2,3} &= \frac{i\sigma}{\gamma^2 |\det(\mathbb{A} + i\omega\mathbb{I})|^2} \{4\gamma_a \gamma C_{\mathbf{q}}^2 ((-1 + \Delta^2 - \omega^2 - \sigma^2) \cos \phi - 2\Delta \sin \phi) \\ &+ 16n\gamma_a \gamma_b C_{\mathbf{q}}^2 X_{\mathbf{q}}^2 (-\Delta \sin \phi - \cos \phi)\} \end{aligned} \quad (\text{A-16})$$

### A.3 Dépendance de la réduction de bruit en fonction de la fréquence et du taux de pompage

Sous les hypothèses formulées dans la partie D.3, la réduction de bruit sous le seuil est proportionnelle à la fonction  $env(\omega, \sigma)$  définie par :

$$env(\omega, \sigma) = \sigma \frac{(\sigma - 1)^2 + \omega^2}{4\omega^2 + (\omega^2 + \sigma^2 - 1)^2} \quad (\text{A-17})$$

or :

$$\begin{aligned} \frac{(\sigma - 1)^2 + \omega^2}{4\omega^2 + (\omega^2 + \sigma^2 - 1)^2} &= \frac{\omega^2 + \sigma^2 + 1 - 2\sigma}{\omega^4 + 2(\sigma^2 - 1)\omega^2 + 4\omega^2 + (\sigma^2 - 1)^2} \\ &= \frac{\omega^2 + \sigma^2 + 1 - 2\sigma}{\omega^4 + 2(\sigma^2 + 1)\omega^2 + (\sigma^2 - 1)^2} \\ &= \frac{\omega^2 + \sigma^2 + 1 - 2\sigma}{(\omega^2 + (\sigma^2 + 1))^2 + (\sigma^2 - 1)^2 - (\sigma^2 + 1)^2} \\ &= \frac{(\omega^2 + \sigma^2 + 1) - 2\sigma}{(\omega^2 + (\sigma^2 + 1))^2 - 4\sigma^2} \\ &= \frac{(\omega^2 + \sigma^2 + 1) - 2\sigma}{((\omega^2 + \sigma^2 + 1) - 2\sigma)((\omega^2 + \sigma^2 + 1) + 2\sigma)} \\ &= \frac{1}{\omega^2 + \sigma^2 + 1 + 2\sigma} \\ &= \frac{1}{\omega^2 + (1 + \sigma)^2} \end{aligned} \quad (\text{A-18})$$

On obtient donc :

$$env(\omega, \sigma) = \frac{\sigma}{\omega^2 + (1 + \sigma)^2} \quad (\text{A-19})$$

---

## Bibliographie

---

- [Akopian06] AKOPIAN, N., LINDNER, N. H., POEM, E., BERLATZKY, Y., AVRON, J., GERSHONI, D., GERARDOT, B. D. et PETROFF, P. M. (2006). Entangled photon pairs from semiconductor quantum dots. *Phys. Rev. Lett.*, 96(13):130501. Cité p. 3
- [Alloul01] ALLOUL, H. et SCHULZ, H. (2001). Physique des électrons dans les solides. Editions de l'Ecole Polytechnique. Cité p. 11
- [Andreani91] ANDREANI, L. (1991). Radiative lifetime of free excitons in quantum wells. *Solid State Comm*, 77:641. Cité p. 14
- [Aspect03] ASPECT, A. et GRYNBERG, G. (2003). Optique quantique 2 : photons. Editions de l'Ecole Polytechnique. Cité p. 34
- [Baas04a] BAAS, A., KARR, J.-P., ELEUCH, H. et GIACOBINO, E. (2004a). Optical bistability in semiconductor microcavities. *Phys. Rev. A*, 69(2):023809. Cité p. 74, 131
- [Baas04b] BAAS, A., KARR, J.-P., ROMANELLI, M., BRAMATI, A. et GIACOBINO, E. (2004b). Optical bistability in semiconductor microcavities in the nondegenerate parametric oscillation regime : analogy with the optical parametric oscillator. *Phys. Rev. B*, 70(16):161307. Cité p. 74, 77
- [Baas06] BAAS, A., KARR, J.-P., ROMANELLI, M., BRAMATI, A. et GIACOBINO, E. (2006). Quantum degeneracy of microcavity polaritons. *Phys. Rev. Lett.*, 96(17):176401. Cité p. 77
- [Bachor04] BACHOR, H. et RALPH, T. (2004). A guide to experiments in quantum optics. Wiley-VCH, Weinheim. Cité p. 53
- [Björk95] BJÖRK, G., YAMAMOTO, Y. et HEITMANN, H. (1995). Spontaneous emission control in semiconductor microcavities. *In Confined electrons and photons*. Plenum Press, New York. Cité p. 26

- [Bloch97] BLOCH, J. et MARZIN, J. (1997). Photoluminescence dynamics of cavity polaritons under resonant excitation in the picosecond range. *Phys. Rev. B*, 56:2103. Cité p. 2
- [Born99] BORN, M. et WOLF, E. (1999). Principles of optics. Cambridge University Press. Cité p. 184
- [Braunstein05] BRAUNSTEIN, S. et van LOOCK, P. (2005). Quantum information with continuous variables. *Rev. of Mod. Phys.*, 77:513–565. Cité p. 2
- [Brune96a] BRUNE, M., HAGLEY, E., DREYER, J., MAÎTRE, X., MAALI, A., WUNDERLICH, C., RAIMOND, J. M. et HAROCHE, S. (1996a). Observing the progressive decoherence of the “meter” in a quantum measurement. *Phys. Rev. Lett.*, 77(24):4887–4890. Cité p. 1
- [Brune96b] BRUNE, M., SCHMIDT-KALER, F., MAALI, A., DREYER, J., HAGLEY, E., RAIMOND, J. et HAROCHE, S. (1996b). Quantum rabi oscillation : a direct test of field quantization in a cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 73:1138. Cité p. 1
- [Carusotto04] CARUSOTTO, I. et CIUTI, C. (2004). Probing microcavity polariton superfluidity through resonant rayleigh scattering. *Phys. Rev. Lett.*, 93(16):166401. Cité p. 199, 201, 216
- [Cassaboiss99] CASSABOIS, G. (1999). *Relaxation de cohérence dans les hétérostructures de semi-conducteurs*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie. Cité p. 183
- [Ciuti03] CIUTI, C., SCHWENDIMANN, P. et QUATTROPANI, A. (2003). Theory of polariton parametric interactions in semiconductor microcavities. *Semicond. Sci. Technol.*, 18:279–293. Cité p. 71, 72, 86, 88
- [Dang98] DANG, L., HEGER, D., ANDRÉ, R., BOEUF, F. et ROMESTAIN, R. (1998). Stimulation of polariton photoluminescence in semiconductor microcavity. *Phys. Rev. Lett.*, 81(3920). Cité p. 68
- [Dasbach05] DASBACH, G., DIEDERICHS, C., TIGNON, J., CIUTI, C., ROUSSIGNOL, P., DELALANDE, C., BAYER, M. et FORCHEL, A. (2005). Polarization inversion via parametric scattering in quasi-one-dimensional microcavities. *Phys. Rev. B*, 71(16):161308. Cité p. 110
- [Deveaud91] DEVEAUD, B., CLÉROT, F., ROY, N., SATZKE, K., SERMAGE, B. et KATZNER, D. (1991). Enhanced radiative recombination of free excitons in GaAs quantum wells. *Phys. Rev. Lett.*, 67:2355–2358. Cité p. 14

- [Diederichs06] DIEDERICHS, C., TIGNON, J., DASBACH, G., CIUTI, C., LEMAÎTRE, A., BLOCH, J., ROUSSIGNOL, P. et DELALANDE, C. (2006). Parametric oscillation in vertical triple microcavities. *Nature*, 440:904–907. Cité p. 3, 154, 155, 157, 159
- [Duan00] DUAN, L.-M., GIEDKE, G., CIRAC, J. et ZOLLER, P. (2000). Inseparability criterion for continuous variable system. *Inseparability criterion for continuous variable system*, 84(12). Cité p. 48, 97
- [Dyakonov71] DYAKONOV, M. et PEREL', V. (1971). Current-induced spin orientation of electrons in semiconductors. *Phys. Lett.*, 35A(6):459. Cité p. 180
- [Einstein35] EINSTEIN, A., PODOLSKY, B. et ROSEN, N. (1935). Can quantum physical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.*, 47:777–780. Cité p. 48
- [Fabre95] FABRE, C. (1995). Quantum fluctuations in light beams. *In Quantum fluctuations*. Elsevier Science Publisher B.V., Les Houches, session LXIII. Cité p. 40
- [Fabre89] FABRE, C., GIACOBINO, E., HEIDMANN, A. et REYNAUD, S. (1989). Noise characteristics of a non-degenerate optical parametric oscillator-application to quantum noise reduction. *J. Phys. France*, 50:1209. Cité p. 89
- [Freixanet99] FREIXANET, T., SERMAGE, B., BLOCH, J., MARZIN, J. et PLANEL, R. (99). Annular resonant rayleigh scattering in the picosecond dynamics of cavity polaritons. *Phys. Rev. B*, 60(12):8509(4). Cité p. 187
- [Freixanet00] FREIXANET, T., SERMAGE, B., TIBERJ, A. et PLANEL, R. (2000). In-plane propagation of excitonic cavity polaritons. *Phys. Rev. B*, 61(12):7233–7236. Cité p. 195
- [Gea-Banacloche87] GEA-BANACLOCHE, J. et LEUCHS, G. (1987). Applying squeezed states to nonideal interferometers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 4:1667. Cité p. 2
- [Gérard98] GÉRARD, J. M., SERMAGE, B., GAYRAL, B., LEGRAND, B., COSTARD, E. et THIERRY-MIEG, V. (1998). Enhanced spontaneous emission by quantum boxes in a monolithic optical microcavity. *Phys. Rev. Lett.*, 81(5):1110–1113. Cité p. 1
- [Gigan04] GIGAN, S. (2004). *Amplification paramétrique d'images en cavité : Effets classiques et quantiques*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie. Cité p. 132
- [Gleyzes07] GLEYZES, S., KUHR, S., GUERLIN, C., BERNU, J., DELEGLISE, S., BUSK HOFF, U., BRUNE, M., RAIMOND, J.-M. et HAROCHE, S. (2007). Quantum jumps of light recording the birth and death of a photon in a cavity. *Nature*, 446. Cité p. 1

- [Haacke01] HAACKE, S. (2001). Resonant rayleigh scattering by wannier excitons in a two-dimensional disordered potential. *Reports on Progress in Physics*, 64:737–776. Cité p. 77, 186
- [Hadjar98] HADJAR, Y. (1998). *Etude du couplage optomécanique dans une cavité optique de grande finesse*. Thèse de doctorat, thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel. Cité p. 62
- [Heidmann87] HEIDMANN, A., HOROWICZ, R. J., REYNAUD, S., GIACOBINO, E., FABRE, C. et CAMY, G. (1987). Observation of quantum noise reduction on twin laser beams. *Phys. Rev. Lett.*, 59(22):2555–2557. Cité p. 3
- [Hellwarth77] HELLWARTH, R. (1977). Generation of time-reversed wave fronts by non-linear refraction. *J. Opt. Soc. Am.*, 67(1). Cité p. 82
- [Hermier00] HERMIER, J. (2000). *Etude du bruit quantique dans les microlasers semi-conducteurs à cavité verticale (VCSELs) et les lasers à solide Nd : YVO<sub>4</sub>*. Thèse de doctorat, thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel. Cité p. 63
- [Hermier99] HERMIER, J. P., BRAMATI, A., KHOURY, A. Z., GIACOBINO, E., POIZAT, J. P., CHANG, T. J. et GRANGIER, P. (1999). Spatial quantum noise of semiconductor lasers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 16:2140–2146. Cité p. 139
- [Hirsch99] HIRSCH, J. (1999). Spin hall effect. *Phys. Rev. Lett.*, 83(9):1834. Cité p. 180
- [Hopfield58] HOPFIELD, J. (1958). Theory of the contribution of excitons to the complex dielectric constant of crystals. *Phys. Rev.*, 112:1555. Cité p. 27
- [Houdré00a] HOUDRÉ, R., WEISBUCH, C., STANLEY, R., OESTERLE, U. et ILEGEMS, M. (2000a). Coherence effects in light scattering of two-dimensional photonic disordered systems : elastic scattering of cavity polaritons. *Phys. Rev. B*, 61(20):R13333–R13336. Cité p. 13, 75, 77
- [Houdré00b] HOUDRÉ, R., WEISBUCH, C., STANLEY, R., OESTERLE, U. et ILEGEMS, M. (2000b). Nonlinear emission of semiconductor microcavities in the strong coupling regime. *Phys. Rev. Lett.*, 85(2793). Cité p. 75
- [Houdré94] HOUDRÉ, R., WEISBUCH, C., STANLEY, R., OESTERLE, U., PELLANDINI, P. et ILEGEMS, M. (1994). Measurement of cavity-polariton dispersion curve from angle-resolved photoluminescence experiments. *Phys. Rev. Lett.*, 73(15). Cité p. 2
- [Josse03] JOSSE, V. (2003). *Réduction du bruit de polarisation et intrication quantique en variables continues avec un nuage d'atomes froids*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie. Cité p. 46, 98

- [Karr01] KARR, J. (2001). *Effets non-linéaires et quantiques dans les microcavités semi-conductrices*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie. Cité p. 14, 15, 16, 29, 71, 74, 86, 96, 218
- [Karr04a] KARR, J. P., BAAS, A. et GIACOBINO, E. (2004a). Twin polaritons in semiconductor microcavities. *Phys. Rev. A*, 69(6):063807. Cité p. 3, 131
- [Karr04b] KARR, J. P., BAAS, A., HOUDRE, R. et GIACOBINO, E. (2004b). Squeezing in semiconductor microcavities in the strong-coupling regime. *Phys. Rev. A*, 69(6):069901. Cité p. 3, 74
- [Kasprzak06] KASPRZAK, J., RICHARD, M., KUNDERMANN, S., BAAS, A., JEAMBRUN, P., KEELING, J. M. J., MARCHETTI, F. M., SZYMANSKA, M. H., ANDRÉ, R., STAEHLI, J. L., SAVONA, V., LITTLEWOOD, P. B., DEVEAUD, B. et DANG, L. S. (2006). Bose-einstein condensation of excitons-polaritons. *Nature*, 443:409–414. Cité p. 5, 32, 199
- [Kato04] KATO, Y., MYERS, R., GOSSARD, A. et AWSHALOM, D. (2004). Observation of the spin hall effect in semiconductors. *Science*, 306(1910). Cité p. 4, 180
- [Kavokin03] KAVOKIN, A. et MALPUECH, G. (2003). *Cavity Polaritons*. Elsevier. Cité p. 27
- [Kavokin05a] KAVOKIN, A., MALPUECH, G. et GLAZOV, M. (2005a). Optical spin hall effect. *Phys. Rev. Lett.*, 95:136601. Cité p. 4, 180
- [Kavokin04] KAVOKIN, K., SHELYKH, I., KAVOKIN, A., MALPUECH, G. et BIGENWALD, P. (2004). Quantum theory of spin dynamics of exciton-polaritons in microcavities. *Phys. Rev. Lett.*, 92(017401). Cité p. 185, 190
- [Kavokin05b] KAVOKIN, K. V., RENUCCI, P., AMAND, T., MARIE, X., SENELLART, P., BLOCH, J. et SERMAGE, B. (2005b). Linear polarization inversion : a signature of coulomb scattering of cavity polaritons with opposite spins. *Phys. Stat. Sol.(c)*, 2(763). Cité p. 110
- [Lagoudakis02] LAGOUDAKIS, P. G., SAVVIDIS, P. G., BAUMBERG, J. J., WHITTAKER, D. M., EASTHAM, P. R., SKOLNICK, M. S. et ROBERTS, J. S. (2002). Stimulated spin dynamics of polaritons in semiconductor microcavities. *Phys. Rev. B*, 65(16):161310. Cité p. 4, 102
- [Laurat04] LAURAT, J. (2004). *Etats non-classiques et intrication en variables continues à l'aide d'un oscillateur paramétrique optique*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie. Cité p. 3, 100
- [Laurat03] LAURAT, J., COUDREAU, T., TREPS, N., MAITRE, A. et FABRE, C. (2003). Conditional preparation of a quantum state in the continuous variable regime : gene-



- ration of a sub-poissonian state from twin beams. *Phys. Rev. Lett.*, 91(21):212601–1–212601–4. Cité p. 97
- [Liew05] LIEW, T., KAVOKIN, A. et SHELYKH, I. (2005). Interference of degenerate polariton condensates in microcavities. *arXiv :cond-mat/0703674v1 [cond-mat.mes-hall]*. Cité p. 201, 202
- [Maialle93] MAIALLE, Z., de Andrada e SILVA, E. et SHAM, L. (1993). Exciton spin dynamics in quantum wells. *Phys. Rev. B*, 47(23):15776. Cité p. 5, 181, 182, 185
- [Marin95] MARIN, F., BRAMATI, A. et GIACOBINO, E. (1995). Squeezing and inter-mode correlations in laser diodes. *Phys. Rev. Lett.*, 75(23):4606. Cité p. 132
- [Martinelli03] MARTINELLI, M., TREPS, N., DUCCI, S., GIGAN, S., MAÎTRE, A. et FABRE, C. (2003). Experimental study of the spatial distribution of quantum correlations in a confocal optical parametric oscillator. *Phys. Rev. A*, 67(2):023808. Cité p. 138
- [Mertz90] MERTZ, J., HEIDMANN, A., FABRE, C., GIACOBINO, E. et REYNAUD, S. (1990). Observation of high-intensity sub-poissonian light using an optical parametric oscillator. *Phys. Rev. Lett.*, 64(24):2897–2900. Cité p. 3
- [Messin00] MESSIN, G. (2000). *Luminescence, bruit et effets non linéaires dans les microcavités semi-conductrices*. Thèse de doctorat, thèse de doctorat de l'Université Paris VI, Laboratoire Kastler-Brossel. Cité p. 3, 58, 59, 62, 63
- [Messin01] MESSIN, G., KARR, J. P., BAAS, A., KHITROVA, G., HOUDRÉ, R., STANLEY, R. P., OESTERLE, U. et GIACOBINO, E. (2001). Parametric polariton amplification in semiconductor microcavities. *Phys. Rev. Lett.*, 87(12):127403. Cité p. 2
- [Mishchenko04] MISHCHENKO, E. G., SHYTOV, A. V. et HALPERIN, B. I. (2004). Spin current and polarization in impure two-dimensional electron systems with spin-orbit coupling. *Phys. Rev. Lett.*, 93:226602. Cité p. 4, 195
- [Nussenzeig92] NUSSENZVEIG, P., BRUNE, M., RAIMOND, J. et HAROCHE, S. (1992). Vacuum rabi splitting observed on a microscopic atomic sample in a microwave cavity. *Europhysics Letters*, 17:33. Cité p. 1
- [Panzarini99] PANZARINI, G., ANDREANI, L., ARMITAGE, A., BAXTER, D., SKOLNICK, M., ASTRATOV, V., ROBERTS, J., KAVOKIN, A., VLADIMIROVA, M. et KALITEVSKI, M. (1999). Exciton light coupling in single and coupled microcavities : Polariton dispersion and polarization splitting. *Phys. Rev. B*, 59. Cité p. 190

- [Pau95] PAU, S., BJÖRK, G., JACOBSON, J., CAO, H. et YAMAMOTO, Y. (1995). Microcavity exciton-polariton splitting in the linear regime. *Phys. Rev. B.*, 51:14437. Cité p. 26
- [Porras02] PORRAS, D., CIUTI, C., BAUMBERG, J. J. et TEJEDOR, C. (2002). Polariton dynamics and Bose-Einstein condensation in semiconductor microcavities. *Phys. Rev. B*, 66(8):085304. Cité p. 32
- [Reid89] REID, M. et DRUMMOND, P. (1989). Quantum correlations of phase in non degenerate parametric oscillation. *Phys. Rev. Lett.*, 60(2731). Cité p. 48
- [Renucci05a] RENUCCI, P., AMAND, T., MARIE, X., SENELLART, P., BLOCH, J., SERMAGE, B. et KAVOKIN, K. V. (2005a). Microcavity polariton spin quantum beats without a magnetic field : A manifestation of coulomb exchange in dense and polarized polariton systems. *Phys. Rev. B*, 72(7):075317. Cité p. 4
- [Renucci07] RENUCCI, P., AMAND, T., MARIE, X., SENELLART, P., BLOCH, J., SERMAGE, B. et KAVOKIN, K. V. (2007). Microcavity polariton spin quantum beats without a magnetic field : A manifestation of coulomb exchange in dense and polarized polariton systems. *Phys. Rev. B*, 72(7):075317. Cité p. 110, 202
- [Reynaud90] REYNAUD, S. (1990). Introduction à la réduction du bruit quantique. *Ann. Phys. Fr*, 15:63–162. Cité p. 42
- [Rochat00] ROCHAT, G., CIUTI, C., SAVONA, V., PIERMAROCCHI, C., QUATTROPANI, A. et SCHWEIDIMANN, P. (2000). Excitonic Bloch equations for a two-dimensional system of interacting excitons. *Phys. Rev. B.*, 61(13856). Cité p. 16, 71
- [Romanelli06] ROMANELLI, M. (2006). *Mélange à quatre ondes de polaritons*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie. Cité p. 77, 82, 98, 102, 107, 131
- [Romanelli04] ROMANELLI, M., GIACOBINO, E. et BRAMATI, A. (2004). Optimal intensity noise reduction in multimode vertical-cavity surface-emitting lasers by polarization-selective attenuation. *Optics Letters*, 29(14). Cité p. 132
- [Romanelli07] ROMANELLI, M., LEYDER, C., KARR, J.-P., GIACOBINO, E. et BRAMATI, A. (2007). Four wave mixing oscillation in a semiconductor microcavity : generation of two correlated polariton populations. *Phys. Rev. Lett.*, 98(10). Cité p. 89, 102, 154
- [Savona98] SAVONA, V. (1998). Linear optical properties of semiconductor microcavities with embedded quantum wells. In *Confined photon systems : fundamentals and applications*. Springer. Cité p. 18, 22

- [Savona99] SAVONA, V., PIERMAROCCHI, C., QUATTROPANI, A., SCHWENDIMANN, P. et TAS-SONE, F. (1999). Optical properties of microcavity polaritons. *Phase Transitions*, 68(1):169–279. Cité p. 26
- [Savvidis00] SAVVIDIS, P. G., BAUMBERG, J. J., STEVENSON, R. M., SKOLNICK, M. S., WHITTAKER, D. M. et ROBERTS, J. S. (2000). Angle-resonant stimulated polariton amplifier. *Phys. Rev. Lett.*, 84(7). Cité p. 2, 68
- [Senellart99] SENELLART, P. et BLOCH, J. (1999). Nonlinear emission of microcavity polaritons in the low density regime. *Phys. Rev. Lett.*, 82:1233. Cité p. 2
- [Shelykh04] SHELYKH, I., MALPUECH, G., KAVOKIN, K., KAVOKIN, A. et BIGNEWALD, P. (2004). Spin dynamics of interacting exciton polaritons in microcavities. *Phys. Rev. B*, 70(11):115301(12). Cité p. 4, 102, 110
- [Shelykh06] SHELYKH, I. A., RUBO, Y. G., MALPUECH, G., SOLNYSHKOV, D. D. et KAVOKIN, A. (2006). Polarization and propagation of polariton condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 97(6):066402. Cité p. 4, 110, 201, 202
- [Sinova04] SINOVA, J., CULCER, D., NIU, Q., SINITSYN, N., JUNGWIRTH, T. et MACDONALD, A. (2004). Universal intrinsic spin hall effect. *Phys. Rev. Lett.*, 92(126603). Cité p. 180
- [Slusher85] SLUSHER, R., HOLLBERG, L., YURKE, B., MERTZ, J. et VALLEY, J. (1985). Observation of squeezed states generated by four wave mixing in an optical cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 55:2409. Cité p. 2, 54, 82
- [Stanley98] STANLEY, R., HOUDRÉ, R., OESTERLE, U. et ILEGEMS, M. (1998). Photoquenching of excitonic inhomogeneous linewidth in semiconductor microcavities. *Sol. State Comm.*, 106(485). Cité p. 75
- [Stanley94] STANLEY, R., HOUDRÉ, R., OESTERLE, U., ILEGEMS, M. et WEISBUCH, C. (1994). Coupled semiconductor microcavities. *Appl. Phys. Lett.*, 65:2093–2095. Cité p. 156
- [Stanley96] STANLEY, R., HOUDRÉ, R., WEISBUCH, C., OESTERLE, U. et ILEGEMS, M. (1996). Cavity-polariton photoluminescence in semiconductor microcavities : experimental evidence. *Phys. Rev. B.*, 53:10995. Cité p. 2
- [Stevenson00] STEVENSON, R., ASTRATOV, V., SKOLNICK, M., WHITTAKER, D., EMAM-ISMAIL, M., TARTAKOVSKII, A., SAVVIDIS, P., BAUMBERG, J. et ROBERTS, J. (2000). Continuous wave observation of massive polariton redistribution by stimulated scattering in semiconductor microcavities. *Phys. Rev. Lett.*, 85(3680). Cité p. 3, 69

- [Stevenson06] STEVENSON, R. M., YOUNG, R. J., ATKINSON, P., COOPER, K., RITCHIE, D. A. et SHIELDS, A. J. (2006). A semiconductor source of triggered entangled photon pairs. *Nature*, 439. Cité p. 3
- [Tassone97] TASSONE, F., PIERMAROCCHI, C., SAVONA, V., QUATTROPANI, A. et SCHWENDIMANN, P. (1997). Bottleneck effects in the relaxation and photoluminescence of microcavity polaritons. *Phys. Rev. B*, 56(12):7554–7563. Cité p. 80
- [Thomson92] THOMSON, R. J., REMPE, G. et KIMBLE, H. (1992). Observation of normal mode splitting for an atom in an optical cavity. *Phys. Rev. Lett.*, 68:1132. Cité p. 1
- [Trops05a] TREPS, N., DELAUBERT, V., MAÎTRE, A., COURTY, J. et FABRE, C. (2005). Quantum noise in multipixel image processing. *Phys. Rev. A*, 71(013820). Cité p. 133
- [Trops05b] TREPS, N. et FABRE, C. (2005). Criteria of quantum correlations in the measurement of continuous variables in optics. *arXiv*, quant-ph/04072114. Cité p. 47, 48
- [Usui60] USUI, T. (1960). Excitation in a high density electron gas. *Prog. Theor. Phys.*, 23(783). Cité p. 16
- [Vahala03] VAHALA, K. (2003). Optical microcavities. *Nature*, 424. Cité p. 1
- [Verger07] VERGER, A., CARUSOTTO, I. et CIUTI, C. (2007). Quantum monte carlo study of ring-shaped polariton parametric luminescence in a semiconductor microcavity. *arXiv*, cond-mat/07043423. Cité p. 90, 131
- [Voos01] VOOS, M., DROUHIN, H. et DRÉVILLON, B. (2001). Semiconducteurs et composants. Editions de l'Ecole Polytechnique. Cité p. 9, 13
- [Walls94] WALLS, D. et MILLBURN, G. (1994). Quantum optics. Springer Verlag-Berlin. Cité p. 53
- [Weisbuch92] WEISBUCH, C., NISHIOKA, M., ISHIKAWA, A. et ARAKAWA, Y. (1992). Observation of the coupled exciton-photon mode splitting in a semiconductor quantum microcavity. *Phys. Rev. Lett*, 69(23):3314. Cité p. 1, 18
- [Whittaker01] WHITTAKER, D. M. (2001). Classical treatment of parametric processes in a strong-coupling planar microcavity. *Phys. Rev. B*, 63(19):193305. Cité p. 80, 131
- [Wunderlich05] WUNDERLICH, J., KAESTNER, B., SINOVA, J. et JUNGWIRTH, T. (2005). Experimental evidence of the spin Hall effect in a two dimensional spin-orbit coupled semiconductor system. *Phys. Rev. Lett*, 94. Cité p. 180

- [Yamamoto00a] YAMAMOTO, Y. (2000). Half-matter, half-light amplifier. *Nature*, 405:629. Cité p. 27
- [Yamamoto00b] YAMAMOTO, Y., TASSONE, F. et CAO, H. (2000). Semiconductor cavity quantum electrodynamics. Springer Verlag. Cité p. 18, 19, 25, 27