



HAL
open science

Laser Nd³⁺:YVO₄: dynamique et conduite optimale

Cristina-Elena Preda

► **To cite this version:**

Cristina-Elena Preda. Laser Nd³⁺:YVO₄: dynamique et conduite optimale. Physique Atomique [physics.atom-ph]. Université des Sciences et Technologie de Lille - Lille I, 2007. Français. NNT : . tel-00169859

HAL Id: tel-00169859

<https://theses.hal.science/tel-00169859>

Submitted on 5 Sep 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

pour l'obtention du grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE LILLE I

Discipline : LASERS, MOLÉCULES ET RAYONNEMENT ATMOSPHERIQUE

présentée et soutenue publiquement

par

Cristina-Elena PREDA

le : 8 mars 2007

Laser Nd^{3+} : YVO_4 : dynamique et conduite optimale

Nd^{3+} : YVO_4 laser: dynamics and optimal driving

Directeurs de thèse :

Pierre GLORIEUX et Bernard SEGARD

JURY

Dominique	DEROZIER	Université de Lille I	<i>Président</i>
Pascal	BESNARD	ENSSAT Lannion	<i>Rapporteur</i>
Gian-Luca	LIPPI	Université de Nice Sofia Antipolis	<i>Rapporteur</i>
Agnès	MAITRE	Université Pierre et Marie Curie Paris VI	<i>Examineur</i>
Pierre	GLORIEUX	Université de Lille I	<i>Directeur de thèse</i>
Bernard	SÉGARD	Université de Lille I	<i>Directeur de thèse</i>

pentru bunica mea Ioana

Remerciements

Ce travail s'est déroulé au laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules (Phlam) de l'Université des Sciences et Technologies de Lille.

Les Professeurs Pierre Glorieux et Bernard Ségard ont guidé mon travail de recherche. Le temps précieux qu'ils m'ont consacré lors des discussions fructueuses, des expériences de laboratoire, m'a permis de découvrir la rigueur de la recherche scientifique et en même temps leurs qualités humaines qui m'ont aidée à mener à bien ce travail dans de très bonnes conditions. Ma reconnaissance envers eux est profonde.

J'exprime ici toute ma gratitude à Monsieur le Professeur Dominique Derozier qui m'a fait l'honneur de présider le jury de cette thèse et m'a encouragé dans ma recherche depuis son début.

Je remercie les Professeurs Gian-Luca Lippi et Pascal Besnard d'avoir accepté de juger ce travail et d'en être les rapporteurs. Qu'ils trouvent ici l'expression de ma sincère reconnaissance.

Madame le Professeur Agnès Maître a accepté de faire partie du jury et je lui exprime ma profonde gratitude.

Je remercie chaleureusement les membres du laboratoire Phlam. J'y associe l'ensemble des doctorants que j'ai pu côtoyer, et plus particulièrement Saliya, Marcela, Claudia, Mickaël et Adriana.

Merci enfin à tous ceux, famille et amis, qui m'entourent.

Table des matières

Introduction	3
1 Système et méthodes	5
1.1 Description du laser $Nd^{3+} : YVO_4$	5
1.1.1 Caractéristiques du laser $Nd^{3+} : YVO_4$	5
1.1.2 Caractéristiques du rayonnement émis	12
1.1.3 Dispositif d'analyse	15
1.2 Pilotage du laser : génération et acquisition des signaux	17
1.2.1 Génération de signaux	18
1.2.2 Acquisition et transfert	19
1.3 Les algorithmes génétiques	22
1.3.1 Introduction	22
1.3.2 Codage	24
1.3.3 Initialisation	25
1.3.4 Sélection	25
1.3.5 Croisement	27
1.3.6 Mutation	29
2 Impulsions de formes arbitraires	31
2.1 Introduction	31
2.2 Pilotage d'un laser par algorithme génétique	38
2.2.1 Description de la méthode	38
2.2.2 Description du programme de pilotage du laser	42
2.2.3 Mode opératoire	46
2.2.4 Résultats	47
2.3 Génération d'impulsions par interpolation	50
2.3.1 Introduction	50
2.3.2 Interpolation Spline	50
2.3.3 Description de la méthode	51
2.3.4 Simulations	55

2.3.5	Résultats expérimentaux	56
2.4	Conclusions et perspectives	57
3	Modèles et paramètres	59
3.1	Introduction	59
3.2	Modèles	60
3.2.1	Modèles mono-mode	62
3.2.2	Modèle bi-raies sans effet Auger	64
3.3	Détermination des paramètres	66
3.4	Annexe : Modèle bimode sans effet Auger	74
4	Effet de "cliquet"	77
4.1	Introduction	77
4.2	L'effet cliquet	78
4.3	Expériences	83
4.4	Approche analytique	86
4.4.1	Évolution en champ faible	87
4.4.2	Évolution en champ fort, démarrage du laser	90
4.5	Systèmes stochastiques. Méthode d'intégration	93
4.6	Conclusions et perspectives	97
	Conclusion	99
	Bibliographie	109

Introduction

Le premier laser, un rubis pompé par flash [1], délivrait des trains d'impulsions erratiques. L'origine de ce comportement inattendu d'un oscillateur cohérent divisa les physiciens qui proposèrent différentes interprétations de cette modulation. Il fut en particulier suggéré que le couplage entre la dynamique du champ émis et celle de l'inversion de population pouvait être à la cause d'oscillations de relaxation. D'autres interprétations mettaient en jeu des perturbations mécaniques, l'influence de l'absorbant saturable constitué par la partie du milieu laser située dans une zone non pompée ou le caractère multimodal de l'émission. Les ordinateurs disponibles à l'époque (1964) ne permettaient pas des simulations extensives et de haute précision, ce qui laissait planer un doute sur l'origine réelle des pulsations observées. Parallèlement à ces travaux menés aux États Unis et en Europe de l'Ouest, les chercheurs russes abordaient la question sous un autre angle, en utilisant une approche analytique de modèles transposés des masers - émettant dans le domaine microonde - aux lasers. Ceux-ci prévoyaient analytiquement des zones de paramètres où le laser devait présenter spontanément un comportement instable : l'autostochasticité. La question perdit de son intérêt avec l'avènement des lasers fonctionnant effectivement en régime continu. Elle fut ravivée par le développement de la dynamique non linéaire et notamment la découverte par Lorenz qu'un système purement déterministe - modélisé par un ensemble de trois équations différentielles du premier ordre couplées - pouvait se comporter de manière imprédictible à long terme. La démonstration par Haken [2] que les équations utilisées par Lorenz [3] décrivaient aussi certains lasers a déclenché toute une série de travaux expérimentaux visant à démontrer cet effet. A cette époque, les lasers, et plus généralement les systèmes optiques non linéaires sont apparus comme d'excellents systèmes modèles pour la dynamique non linéaire. Inversement, les concepts introduits par celle-ci se sont avérés utiles pour comprendre certains comportements bizarres des lasers qui, à l'instar des premières pulsations observées sur le laser à rubis, perturbaient gravement l'utilisation des lasers (impossibilité de moduler fortement un laser via un modulateur intracavité, pulsations spontanées de laser *YAG* doublé intracavité "green problem" [4], couplages des lasers en réseau, ...).

Les travaux exposés dans le présent manuscrit s'inscrivent dans ce mouvement

double de compréhension (ou de contrôle) des phénomènes se produisant dans les lasers à l'aide de la dynamique non linéaire et d'utilisation de lasers pour démontrer un effet non linéaire prévu dans un contexte différent, ici l'effet de cliquet. La première partie de ce travail est consacrée à l'optimisation de la conduite de lasers de manière à ce qu'ils délivrent une intensité évoluant temporellement selon une loi prédéterminée. Cette question qui est triviale aux faibles vitesses où la puissance de sortie suit adiabatiquement la commande devient délicate lorsque les rythmes imposés sont comparables à ceux des oscillations de relaxation ou même rentrent en compétition avec les délais inhérents à la mise en route du laser. Une avancée significative dans cette conduite optimale a été proposée par Lippi *et al.* [5] qui ont proposé un algorithme permettant de commuter un laser dans un temps minimisé et sans suroscillation. Cette méthode a été implémentée dans notre laboratoire sur un laser $Nd^{3+} : YVO_4$ et il était naturel de chercher à produire non plus des créneaux comme proposé par Lippi, mais tout autre forme à la demande. Il n'existe plus d'algorithme général dans ce cas et nous avons exploré les possibilités offertes par les algorithmes génétiques pour atteindre cet objectif. Les outils mis en oeuvre à cette occasion et en particulier le couplage de captures rapides de signaux couplées à des traitements on line à base d'algorithmes génétiques s'avèrent fort utiles pour discriminer les modèles proposés pour modéliser un laser donné. Les expérimentateurs ont en effet presque exclusivement recours à des procédures d'adaptation appliquées à des jeux partiels de données. Les outils mis au point dans ce travail permettent de traiter en temps quasi réel l'ensemble des données obtenues pour un grand nombre de valeur des paramètres et donc de tester la validité des modèles de manière extensive. C'est ce qui a été entrepris sur la base de laser $Nd^{3+} : YVO_4$ et qui a permis de récuser certains modèles, notamment ceux introduisant l'effet Auger pour expliquer des anomalies dans les caractéristiques des oscillations de relaxation de ce laser.

Enfin la bonne connaissance que nous avons de ce dispositif tant dans son comportement expérimental que dans sa modélisation nous a conduits à l'utiliser pour tenter de démontrer l'existence d'un effet de "cliquet" en optique. Le problème général tel que posé par Feynman [6] consiste à se demander dans quelles conditions il est possible d'extraire un flux d'énergie ou de particules ordonnées, d'un ensemble désordonné en absence de forces macroscopiques qui induiraient ce flux. Le dispositif mécanique imaginé par Feynman repose sur l'asymétrie imposée par un système de cliquet qui n'est pas directement transposable en optique. On peut toutefois remplacer l'asymétrie géométrique de son dispositif par une asymétrie temporelle dans le pompage du laser. C'est ce qui est détaillé dans la dernière partie de cette thèse.

Chapitre 1

Systeme et méthodes

Avant d'aborder la présentation des différents thèmes traités dans ce travail, il nous est apparu nécessaire de consacrer un premier chapitre aux éléments communs pour tout ou parties, de l'ensemble des expériences qui ont été effectuées. Plus précisément nous décrirons les caractéristiques du système sous investigation, un laser $Nd^{3+} : YVO_4$, ainsi que les méthodes mises en oeuvre pour analyser et contrôler son fonctionnement.

La première section, consacrée à la description du laser $Nd^{3+} : YVO_4$, se compose de trois sous-sections. Une première partie présente les caractéristiques du cristal $Nd^{3+} : YVO_4$ employé, aussi que celles de la cavité laser. La deuxième partie est consacrée à la description des caractéristiques spectrales et temporelles du rayonnement émis. Enfin, la troisième partie aborde la description du dispositif de détection et de mesure des signaux émis par le laser. La deuxième section est dédiée à la description des méthodes développées en vue d'automatiser le pilotage du laser et l'acquisition des données qui constituent une étape essentielle dans le processus d'obtention d'une impulsion de forme arbitraire par algorithmes génétiques. Ces derniers seront décrits dans une troisième section, nous nous limitons à la structure de base de l'algorithme, les adaptations spécifiques à chaque expérience seront abordées dans les chapitres correspondants.

1.1 Description du laser $Nd^{3+} : YVO_4$

1.1.1 Caractéristiques du laser $Nd^{3+} : YVO_4$

1.1.1.1 Les transitions du Nd^{3+}

L'ion de Nd^{3+} fait partie du groupe des ions de terres rares, tels que l'erbium (Er), l'ytterbium (Yb) ou le thulium (Tm), souvent utilisés comme dopants pour les cristaux ou pour les fibres. Dans les cristaux, les ions terres rares - qui diffèrent seulement par le nombre d'électrons dans la couche périphérique incomplète $4f$ - sont normalement

trivalents. La configuration électronique de ces ions trivalents s'écrit sous la forme :

$$1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^{10} 4s^2 4p^6 4d^{10} 4f^n 5s^2 5p^6$$

Dans le cas du cristal $Nd^{3+} : YVO_4$, l'ion néodyme se substitue à une partie des ions d'ion yttrium Y^{3+} de l'orthovanadate d'yttrium.

La Figure 1.1 présente le diagramme des niveaux d'énergie associés aux transitions optiques impliquées dans le processus d'émission à $1064nm$. Les 4 sous-niveaux représentés appartiennent au même niveau électronique $4f$ et sont caractérisés par les nombres quantiques associés à leurs moments cinétiques de spin S , orbital L et total J . Leur notation habituelle est la suivante : $^{2S+1}L_J$, où les valeurs croissantes de $L(0, 1, 2, \dots)$ sont symbolisées par les lettres $S, P, D, F, G, H, I, \dots$. Les ions du niveau

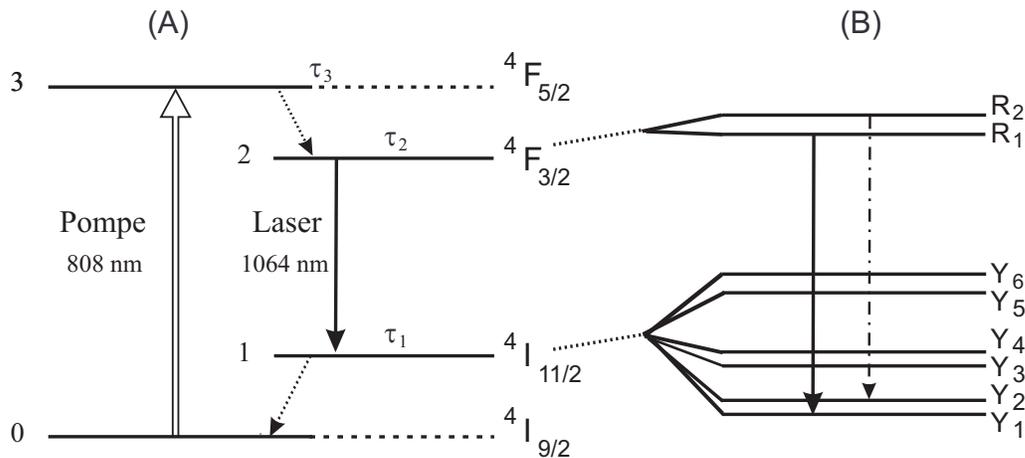


FIG. 1.1 – (A) Diagramme des niveaux d'énergie de l'ion Nd^{3+} participant au processus d'émission laser à $1064nm$. (B) Sous-niveaux Stark impliqués dans les transitions laser. Les flèches en pointillés indiquent les transitions non-radiatives et les flèches en trait plein et en point-tiret représentent les transitions laser.

fondamental $4I_{9/2}$ (0) sont excités grâce au faisceau de pompe de longueur d'onde λ_P ($\lambda_P = 808nm$) vers le niveau $4F_{5/2}$ (3). Ce niveau ayant une durée de vie (τ_3) très courte, l'ion relaxe rapidement vers le niveau métastable $4F_{3/2}$ (2) de manière non radiative. La transition laser à la longueur d'onde λ_L s'effectue alors du niveau $4F_{3/2}$ vers le niveau $4I_{11/2}$, et est suivie d'une désexcitation non radiative très rapide entre ce niveau, de durée de vie très courte (τ_1), et le niveau fondamental.

À l'approximation dipolaire électrique, la transition entre les niveaux $4F_{3/2}$ et $4I_{11/2}$ de l'ion isolé est interdite. La situation est différente quand l'ion est inséré dans une matrice cristalline. La valeur relativement grande de la section efficace d'émission stimulée σ_L observée expérimentalement a été interprétée par Judd [7] comme résultant du champ cristallin, qui induit un mélange des fonctions d'ondes des niveaux électro-

niques $4f$ et $5d$ de l'ion isolé rendant les transitions $4f$ permises. On parle alors de transition dipolaire électrique forcée.

Ce champ cristallin est également responsable d'un effet Stark qui lève partiellement la dégénérescence de chacun des niveaux ${}^4I_{9/2}$, ${}^4I_{11/2}$ et ${}^4F_{3/2}$ qui se subdivisent en $(2J + 1)/2$ sous-niveaux très proches. Par exemple, pour l'ion Nd^{3+} , le premier niveau excité ${}^4I_{11/2}$ se scinde en six sous-niveaux Stark notés $Y_1 - Y_6$, tandis que le niveau ${}^4F_{3/2}$ donne naissance à un doublet (R_1, R_2) dont les niveaux sont séparés par $10 - 100 \text{ cm}^{-1}$ suivant le cristal, sa température et la concentration du dopant. Dans le cas du cristal YVO_4 cette séparation est de l'ordre de $18 - 19 \text{ cm}^{-1}$ [8–11]. Le laser peut alors émettre sur deux raies différentes mais de longueurs d'onde très proches (voir Figure 1.1(B)) [12, 13].

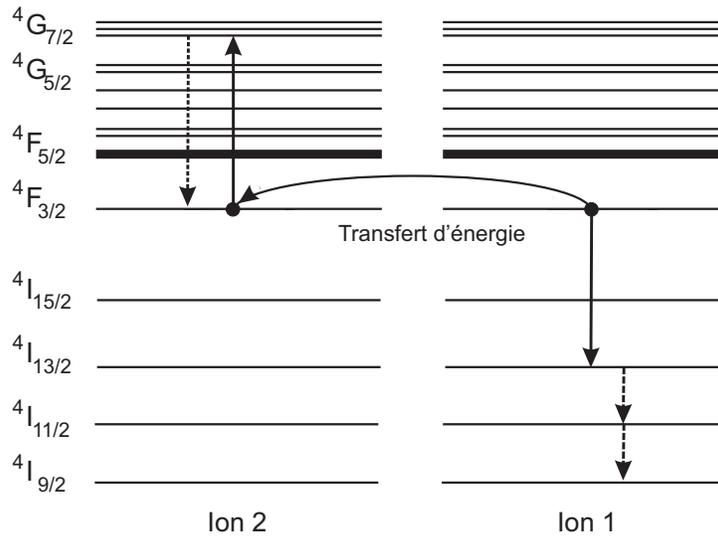


FIG. 1.2 – Exemple de mécanisme de recombinaison Auger entre deux ions voisins 1 et 2. Les flèches pointillées indiquent les transitions non-radiatives et celles en traits pleins les transitions radiatives.

Le nombre d'ions qui se trouvent sur le niveau métastable ${}^4F_{3/2}$ (niveau haut de la transition laser) peut être diminué par une recombinaison énergétique appelé effet Auger (upconversion). Celui-ci implique deux ions voisins initialement dans l'état métastable ${}^4F_{3/2}$. Du fait de l'interaction entre ces ions, l'un de ceux-ci transite vers un niveau d'énergie inférieur en transférant son énergie à son voisin qui est excité vers un niveau d'énergie supérieur (voir Figure 1.2). Ultérieurement celui-ci se désexcite vers le niveau ${}^4F_{3/2}$ par des relaxations multiphonons. Dans ce processus un des deux ions initialement dans le niveau haut de la transition laser est "perdu", il en résulte une réduction de l'inversion de la population et une augmentation des pertes thermiques dans le cristal. La probabilité pour qu'un tel événement se produise dans un intervalle de temps donné est proportionnelle au carré du nombre d'ions dans l'état ${}^4F_{3/2}$, cette der-

nière propriété explique l'introduction, dans l'équation d'évolution de la différence de population, d'un terme de perte proportionnel au carré de cette différence (cf chapitre 3).

Pour le cristal $Nd^{3+} : YVO_4$ il y a trois mécanismes possibles de recombinaison énergétique de type Auger [14] associés aux couples de transitions :

- ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4D_{3/2}$ accompagnée par ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{9/2}$,
- ${}^4F_{3/2} \rightarrow ({}^4G_{9/2} + {}^4G_{11/2} + {}^2K_{15/2})$ accompagnée par ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$,
- ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4G_{7/2}$ accompagnée par ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{13/2}$.

Ce dernier processus est représenté sur la Figure 1.2. Les niveaux qui sont dans la parenthèse ne peuvent pas être distingués. Généralement, le paramètre qui caractérise l'effet Auger dépend de la concentration du dopant. Pour un laser $Nd^{3+} : YVO_4$, émettant à $1.064\mu m$ et ayant une concentration de 0.5 à 2.0% en ions Nd^{3+} , le taux de recombinaison Auger est peu sensible à la variation de la concentration des ions de Nd^{3+} [15].

1.1.1.2 Caractéristiques du cristal $Nd^{3+} : YVO_4$ utilisé

Le vanadate d'yttrium cristallise selon une symétrie tétragonale D_{4h} [13] avec une symétrie de type D_{2d} pour l'ion Y^{3+} (remplacé en partie par des ions de Nd^{3+}). Il s'agit d'un milieu uniaxe positif et le rayonnement émis par le laser est polarisé suivant l'axe extraordinaire (noté c) lorsque le cristal est taillé perpendiculairement à un axe ordinaire (noté a). Le Tableau 1.1 récapitule les principales caractéristiques optiques du cristal YVO_4 dopé au néodyme, taillé perpendiculairement à l'axe a . Les valeurs indiquées correspondent à un dopage de 2%, qui est celui de notre cristal. Dans le tableau sont indiquées les valeurs des grandeurs spectroscopiques régissant la dynamique du laser, telles que le coefficient d'absorption de la pompe α_{abs} , les sections efficaces de la transition laser σ_L et de pompe σ_P , leur longueur d'onde λ_L et λ_P , ainsi que la largeur totale à mi hauteur $\Delta\nu_L$, $\Delta\nu_P$ des transitions laser et de pompe.

Les temps caractéristiques du milieu actif sont également présentés dans ce tableau. Dans la hiérarchie de ces temps figurent par ordre de valeurs décroissantes :

- la durée de vie τ_2 du niveau haut (2) de la transition laser qui est de l'ordre de $30\mu s$;
- celle τ_1 du niveau bas (1) de cette transition qui est de $330ps$ soit environ 10^5 fois plus faible que τ_2 ;
- la durée de vie du niveau haut (3) de la transition de pompe τ_3 qui est de l'ordre de quelques picosecondes.
- le temps de décroissance de la polarisation macroscopique $\gamma_{\perp}^{-1} = \frac{1}{\pi}\Delta\nu_L$ qui est de l'ordre de la picoseconde.

Cette hiérarchie justifie pleinement l'emploi de modèles de type "*équations de bilan*"

Caractéristiques du cristal $Nd^{3+} : YVO_4$			
Longueur d'onde de la pompe	$\lambda_P (nm)$	808	[16]
Longueur d'onde de la transition laser	$\lambda_L (nm)$	1064	[17]
Section efficace de la transition de pompe	$\sigma_P (10^{-19} cm^2)$	2.7	[18, 19]
Section efficace de la transition laser	$\sigma_L (10^{-19} cm^2)$	12-16	[20]
Largeur à mi-hauteur de la courbe d'absorption de la pompe	$\Delta\nu_P (GHz)$	690	[17, 21]
Largeur à mi-hauteur de la courbe de gain de la transition laser	$\Delta\nu_L (GHz)$	257-265	[19, 21]
Durée de vie du niveau bas de la transition laser	$\tau_1 (ps)$	330	[22]
Durée de vie du niveau haut de la transition laser	$\tau_2 (\mu s)$	28-33	[23-25]
Durée de vie du niveau haut de la transition de la pompe	$\tau_3 (ps)$	< 9	[26]
Coefficient d'absorption de la pompe	$\alpha_{abs} (cm^{-1})$	72-80	[15]

TAB. 1.1 – Tableau récapitulatif des grandeurs optiques caractéristiques d'un cristal de YVO_4 (dopage 2%) taillé perpendiculairement à un axe ordinaire a .

(rate equations) où le laser est représenté par un système à 2 niveaux d'énergie et mettant en jeu l'intensité ou le champ associé à l'onde laser et la différence de population entre niveaux dont la durée de vie γ_{\parallel}^{-1} coïncide avec τ_2 (voir les chapitres suivants).

1.1.1.3 Caractéristiques de la cavité

Comme l'illustre la Figure 1.3, l'assemblage du laser est tout à fait classique. Le cristal $Nd^{3+} : YVO_4$ utilisé dans les expériences consiste dans une lame de 1 mm d'épaisseur de cristal de YVO_4 (orthovanadate d'yttrium) dopé aux ions de Nd^{3+} à 2% insérée dans une cavité hémisphérique de longueur de $25 \pm 0,5\text{ mm}$. Le cristal est fixé sur un support de cuivre par l'intermédiaire d'une lame de saphir qui assure un bon contact thermique entre le cristal et son support. Ce dernier est fixé sur une semelle "Peltier" qui permet de réguler la température du cristal. Le miroir plan de la cavité

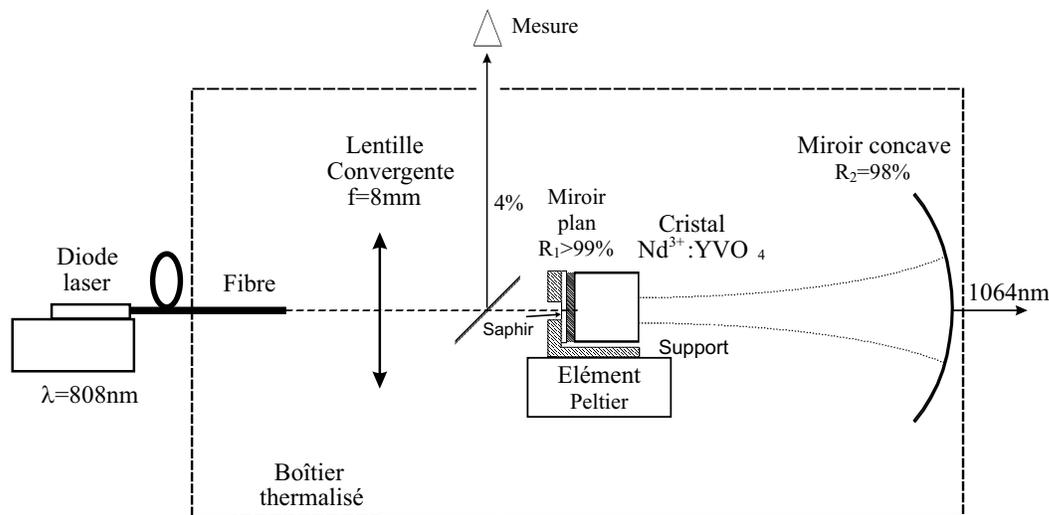


FIG. 1.3 – Schéma du laser $Nd^{3+} : YVO_4$ pompé par une diode fibrée (SDL 2363).

est déposé sur la face d'entrée du cristal et le miroir sphérique de sortie a un rayon de courbure de $R_c = 80\text{ mm}$ et un coefficient de réflexion $R_2 = 0,98$. La face d'entrée du cristal est transparente ($T = 95\%$) à 808 nm et hautement réfléchissante ($R > 99\%$) à 1064 nm , l'autre face est traitée anti-reflet à cette longueur d'onde avec un coefficient de réflexion $< 0,25\%$. Le dispositif est placé dans un boîtier contrôlé en température pour assurer une bonne stabilité thermique au laser.

Le laser est pompé longitudinalement par une diode laser fibrée (SDL 2362) émettant un rayonnement à 808 nm . La fibre utilisée est une fibre multimode ayant un diamètre de coeur de $50\text{ }\mu\text{m}$ et une ouverture numérique de 0.4. Sa puissance émise est ajustée en réglant l'intensité du courant injecté dans la diode. Le rayonnement de pompe est focalisé à l'entrée du cristal de milieu actif grâce à une lentille de distance

focale 8 mm . Le diamètre de ce faisceau de pompe ($150\ \mu\text{m}$) sur le miroir plan est sensiblement inférieur au diamètre du faisceau gaussien ($250\ \mu\text{m}$) dans la cavité laser de manière à favoriser le mode transverse fondamental.

La diode de pompe est alimentée par un dispositif d'alimentation qui autorise le réglage continu du courant injecté de 0 à $1,3\text{ A}$. Cette alimentation conçue et réalisée par l'atelier d'électronique du laboratoire permet de moduler le courant de diode avec une bande passante supérieure à 1 MHz et ceci quelque soit l'amplitude de la modulation. Cette alimentation intègre un contrôleur Peltier qui régule la température de la diode, ainsi qu'un convertisseur qui à partir du courant délivré par une diode monitrice intégrée au boîtier de la diode laser, fournit une tension proportionnelle à la puissance émise par cette dernière. La bande passante de ce circuit de mesure étant plus faible que celle du générateur de courant, que nous avons été amenés à doubler ce dispositif de mesure de puissance de pompe en prélevant en sortie de fibre une faible partie (4%) de cette puissance (voir Figure 1.3).

La puissance fournie par la pompe à l'entrée du cristal est au maximum de 500 mW . Cette puissance est une fonction linéaire du courant : $P = k(I - I_s)$, où $k = 0,6\text{ W/A}$ est la pente de conversion et $I_s = 430\text{ mA}$ le seuil d'émission de la diode. La Figure 1.4

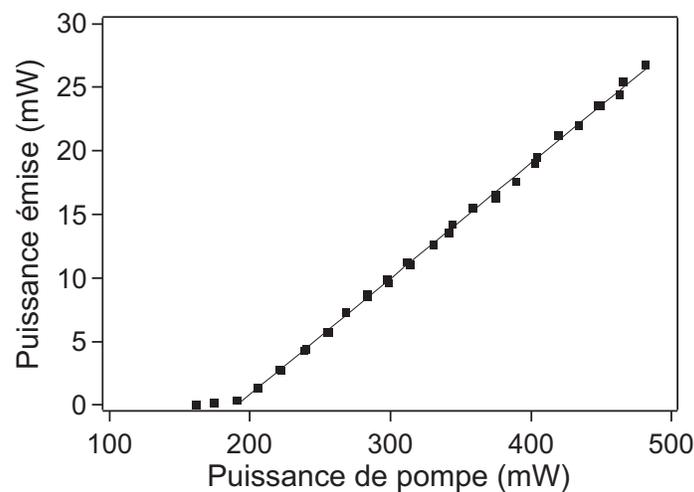


FIG. 1.4 – Courbe d'évolution de la puissance émise (à 1064 nm) en fonction de la puissance de pompe (à 808 nm).

représente l'évolution de la puissance émise par le laser $\text{Nd}^{3+} : \text{YVO}_4$ en fonction de la puissance de pompe incidente sur le cristal. Cette puissance émise varie de façon linéaire avec la puissance de pompe, la pente de cette droite de conversion est de 9% tandis que la puissance de seuil est égale à 190 mW . Pour tous les travaux réalisés, il est nécessaire de comparer les résultats expérimentaux avec les résultats donnés par les simulations, pour cela nous sommes amenés à utiliser non pas la puissance de pompe mais le taux de pompage A , qui est défini comme étant la puissance de pompe normalisée à sa valeur

au seuil. Le taux de pompage maximum qu'on peut atteindre avec notre dispositif est de 2,7.

1.1.2 Caractéristiques du rayonnement émis

1.1.2.1 Caractéristiques spectrales en régime stationnaire.

Fréquences caractéristiques de la cavité

La dynamique du laser peut dépendre de la valeur relative de ces différentes fréquences caractéristiques qu'il convient donc de préciser ici. On peut distinguer les fréquences suivantes :

- l'intervalle de fréquence entre les modes longitudinaux ou l'intervalle spectral libre $\delta\nu_{ISL}$ donné par la relation :

$$\delta\nu_{ISL} = \frac{c}{2L},$$

où L est la longueur optique du laser, dans notre cas cette grandeur vaut $\delta\nu_{ISL} = 6\text{GHz}$;

- l'intervalle de fréquence entre modes transverses $\delta\nu_T$ est donné, dans le cas d'une cavité hémisphérique (cas de notre laser), par la relation :

$$\delta\nu_T = \frac{\delta\nu_{ISL}}{\pi} \text{Arccos} \sqrt{1 - \frac{L}{R_C}},$$

ce qui conduit à : $\delta\nu_T = 1,13\text{GHz}$.

- la largeur des résonances de la cavité $\delta\nu_C$ (largeur totale à mi-hauteur), est liée au taux de décroissance κ_c du champ dans la cavité par la relation suivante :

$$\delta\nu_C = \frac{\kappa_c}{\pi}.$$

Si on néglige les pertes autres que celles liées à la transmission des miroirs, κ_c est donné par la relation :

$$\kappa_c = -c \ln \sqrt{R_1 R_2} / 2L$$

ce qui conduit à une valeur de κ_c de l'ordre $8 - 9 \times 10^7 \text{s}^{-1}$ et correspond à $\delta\nu_C = 25 - 28 \text{MHz}$. (Nota : dans le Chapitre 3, par commodité, nous avons été amené à introduire le taux de décroissance κ de l'intensité dans la cavité qui vaut $\kappa = 2\kappa_c$)

Si κ_c joue un rôle fondamental dans la dynamique du laser, les 2 autres paramètres jouent un rôle plus marginal. En effet, que ce soit par analyse spectrale ou par celle du profil transverse du faisceau émis, nous n'avons jamais observé l'apparition de modes transverses d'ordre supérieur. Ceci est lié au fait que le diamètre du faisceau de pompe dans le cristal ($\approx 150\mu\text{m}$) est notablement inférieur au rayon de ceinture du faisceau laser ($\approx 250\mu\text{m}$) pour le mode fondamental.

L'intervalle spectral libre joue un rôle lors des sauts de modes longitudinaux qui se produisent pour des valeurs particulières de la longueur de cavité, qui ont été systématiquement évités lors de nos expériences. Pour des taux de pompage $A < 1,4$, l'émission laser est monomode (longitudinal et transverse). Au delà de cette valeur, les expériences menées dans le cadre des tests de validité des différents modèles décrivant la dynamique de laser ont mis en évidence des comportements incompatibles avec une émission monomode. Pour préciser l'origine de ces comportements, nous avons enregistré le spectre d'émission pour différentes valeurs du taux de pompage A .

Les spectres représentés dans la Figure 1.5, ont été obtenus pour des valeurs croissantes du taux de pompage A allant jusqu'à une valeur maximale ($A = 2,7$) imposée par le courant limite supporté par la diode. Ils ont été enregistrés avec un analyseur de

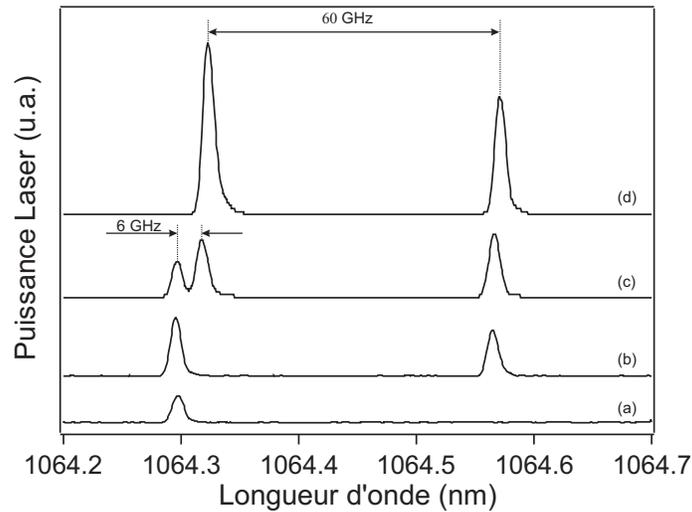


FIG. 1.5 – Spectre d'émission du laser pour différentes valeurs du taux de pompage : (a) pour $A = 1,38$, (b) pour $A = 1,94$, (c) pour $A = 2,19$ et (d) pour $A = 2,67$

spectre *Advantest* Q8384, de résolution ultime 10 pm . Cette résolution permet d'observer des sauts de modes de $\Delta\lambda_{ISL} \approx 0,022\text{ nm}$ entre modes longitudinaux consécutifs (trace c). Ce saut de mode est induit par un accroissement local de la température du cristal (et donc de la longueur optique de la cavité) lié à l'augmentation de l'énergie apportée par la pompe. A partir de $A \approx 1,4$ apparaît une deuxième raie espacée de $0,25\text{ nm}$ par rapport à la première raie, ce qui correspond à un écart en fréquence d'environ 60 GHz . L'existence de ce doublet résulte de la levée de dégénérescence des niveaux laser par le champ cristallin. La raie principale est associée à la transition $R_1 \rightarrow Y_1$ et la deuxième raie à la transition $R_2 \rightarrow Y_2$ [9, 11, 27] (voir la Figure 1.1). L'apparition de la raie d'émission $R_2 \rightarrow Y_2$ dépend de façon critique de la température moyenne du cristal. Ainsi son seuil d'apparition varie de $A \simeq 1,4$ à $A \simeq 1,8$ quand la température du cristal monte de 30° C à 33° C . La plupart des expériences décrites dans le cadre du Chapitre 3 ont été effectuées avec une température du cristal de 33° C .

En résumé, pour cette dernière température, notre laser fonctionne principalement sur deux régimes :

1. régime monomode et monoraie observé à faible taux de pompage, typiquement $A < 1,7$,
2. régime biraie et monomode pour chaque raie apparaissant à fort taux de pompage. A cela s'ajoute un troisième régime :
3. régime biraie et bimode pour l'une des raies, observé au voisinage de saut de modes.

Les résultats obtenus dans les deux premiers régimes ont été utilisés, pour faire la discrimination parmi les modèles existants pour ces deux cas, dans le Chapitre 3.

1.1.2.2 Caractéristiques temporelles

Toutes les expériences que nous avons réalisées sont directement liées à la dynamique temporelle du laser ; aussi il est important de préciser les différentes composantes temporelles des signaux observés. Comme nous le verrons au Chapitre 2, ces temps et les mécanismes associés limitent les possibilités d'application des méthodes de contrôle de la dynamique du laser que nous avons développées.

Il est donc nécessaire de préciser les ordres de grandeur de ces temps pour les valeurs de paramètres accessibles aux expériences. Ces temps caractéristiques concernent essentiellement les transitoires observés lors du démarrage du laser. La Figure 1.6 montre le transitoire obtenu lorsque l'on commute brutalement le taux de pompage entre 2 valeurs situées de part et d'autre du seuil ($A_{min} = 0,88$ et $A_{max} = 1,12$). Après un temps de latence (délai) pendant lequel l'inversion de population se construit pour atteindre le seuil de démarrage du laser (gain supérieur aux pertes), on observe une succession d'impulsions brèves et de grande amplitude qui donnent ensuite naissance à des oscillations sinusoïdales amorties (oscillations de relaxation).

Le délai $\tau_{délai}$ nécessaire au démarrage du laser dépend des conditions d'excitation (valeur de A_{min} et A_{max} et de la forme du signal de commande) mais également de l'amplitude de l'émission spontanée indispensable au démarrage du laser. $\tau_{délai}$ augmente quand A_{min} et A_{max} diminuent et diverge quand A_{max} tend vers 1. $\tau_{délai}$ augmente évidemment lorsque l'amplitude de l'émission spontanée diminue, le champ émis croit en effet à partir d'une valeur plus petite et met donc plus de temps à s'établir. Du fait du rôle de l'émission spontanée dans le démarrage du laser, $\tau_{délai}$ est soumis à des variations aléatoires qui correspondent au caractère stochastique de l'émission spontanée. Pour l'ensemble des expériences présentées, $\tau_{délai}$ varie de $5\mu s$ à $75\mu s$.

L'amplitude et la durée des impulsions dépendent des mêmes paramètres que le délai. Typiquement, l'amplitude croit et la durée décroît à mesure que le délai diminue. Pour nos expériences la durée de la première impulsion τ_p varie de $0,25\mu s$ à $1,2\mu s$.

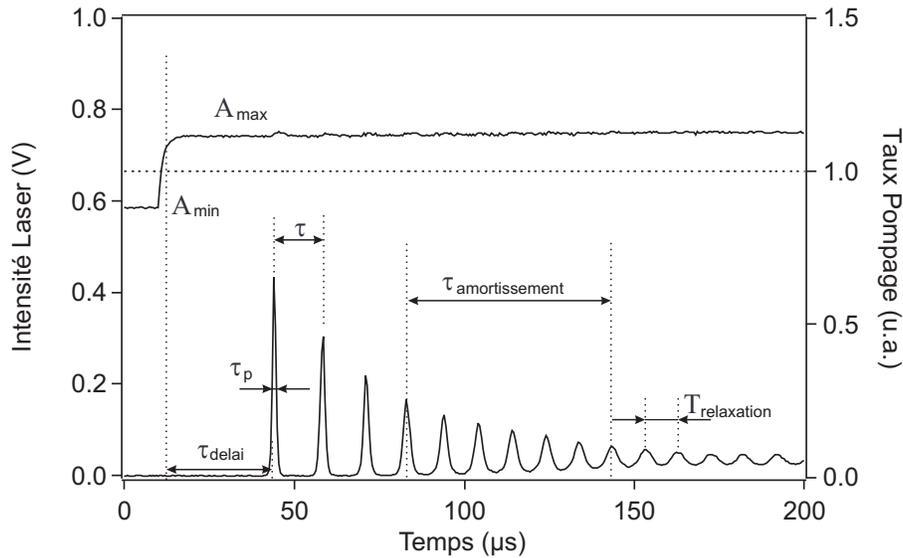


FIG. 1.6 – Réponse du laser à une modulation en échelon entre $A_{min} = 0,88$ et $A_{max} = 1,12$. Les valeurs des caractéristiques temporelles sont $\tau_p \approx 1,2\mu s$, $\tau_{delai} \approx 30\mu s$, $\tau \approx 14,5\mu s$, $T_{relaxation} \approx 10\mu s$ et $\tau_{amortissement} \approx 55\mu s$

Chaque impulsion provoque une réduction de l'inversion de population et le gain devient insuffisant pour compenser les pertes, un temps de latence τ est nécessaire à la reconstruction de la population et au redémarrage de l'émission. D'une impulsion à la suivante le temps τ diminue et tend progressivement vers la période des oscillations de relaxation ($T_{relaxation}$). Parallèlement l'amplitude des impulsions émises diminue et leur durée augmente.

Le régime d'oscillations amorties se décrit simplement dans le cadre du modèle standard d'équation de bilan (2.1). La période des oscillations de relaxation et leur temps d'amortissement sont alors données par les relations suivantes :

$$T_{relaxation} = \pi \sqrt{\frac{2}{\gamma_{||} \kappa_c (A_{max} - 1)}} \quad (1.1)$$

et

$$\tau_{amortissement} = \frac{2}{\gamma_{||} A_{max}} \quad (1.2)$$

Pour les expériences décrites par la suite on a :

$$2\mu s < T_{relaxation} < 8,5\mu s \quad \text{et} \quad 25\mu s < \tau_{amortissement} < 55\mu s \quad (1.3)$$

1.1.3 Dispositif d'analyse

Rappelons tout d'abord que, pour chaque expérience, on enregistre le signal délivré par la diode monitrice de la pompe. Ce signal proportionnel à la puissance émise par

la pompe permet de déterminer les valeurs des taux de pompage caractéristiques de l'expérience. Une mesure directe de la puissance de pompe injectée sur le cristal est également possible. Pour cela, le faisceau de pompe est divisé en deux à l'aide d'une lame séparatrice (voir Figure 1.3), la partie principale est envoyée vers le cristal, l'autre (4%) est envoyée vers un détecteur rapide (*ThorlabsDet410*) de 150 MHz de bande passante. A la sortie de la cavité laser un filtre passe haut F élimine le résidu du faisceau de pompe. Le rayonnement laser à 1064 nm traverse ensuite un isolateur optique IO (*Gsänger FR880*, isolation de 20 dB) ayant pour rôle de réduire les réinjections du faisceau émis vers le laser. Pour la plupart des expériences, ce faisceau est ensuite envoyé sur un détecteur rapide (*ThorlabsDet410*) qui délivre un signal proportionnel à la puissance totale émise par le laser.

Pour l'étude des régimes *biraié*, il est nécessaire de connaître l'intensité émise par chacune des deux raies qui, rappelons le, ne sont distantes que de 60 GHz. Pour séparer les faisceaux correspondants nous avons été amenés à réaliser le dispositif dispersif représenté sur la Figure 1.7.

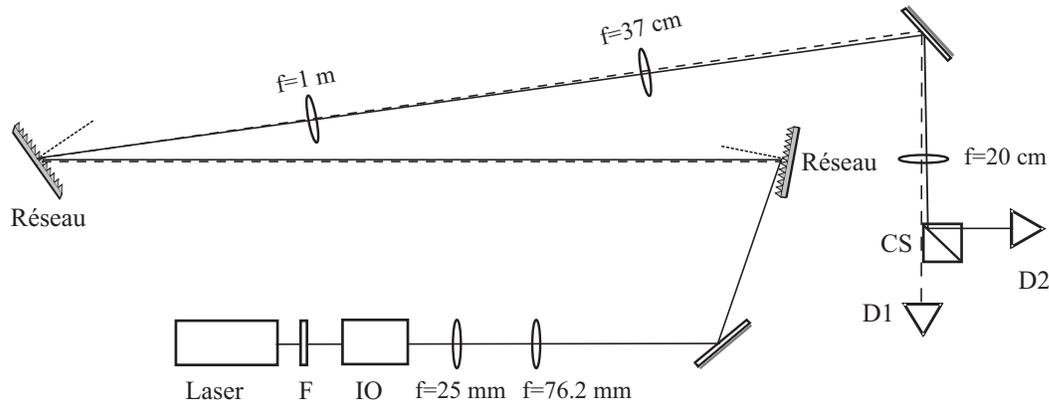


FIG. 1.7 – Dispositif de détection permettant l'observation simultanée de l'intensité émise sur chacune des deux raies d'émission. En pointillé le faisceau correspondant à la raie de plus faible intensité. (F = Filtre, IO = isolateur optique, CS = cube séparateur, D = détecteur)

Un système de deux lentilles collimate le faisceau laser. Ce dernier dont le diamètre est alors d'environ 8 mm est envoyé vers un système de deux réseaux de diffraction identiques séparés par une distance d'environ 1,85 m. Ces réseaux de dimensions 25 mm × 25 mm sont gravés à 1200 traits/mm et blazés à 1 μm. Ils diffractent tous deux le faisceau dans l'ordre -1. Ce système est suivi par un ensemble de trois lentilles qui permet d'imager la sortie du laser dans le plan où est placé le détecteur D_1 . A ce niveau, les faisceaux associés à chacune des deux raies émises sont distants d'environ 2 mm. Le faisceau correspondant à la raie la moins intense est envoyé directement vers le détecteur D_1 tandis que le second faisceau passe au travers d'un cube séparateur (CS)

($R = 30\%$, $T = 70\%$) et est en partie réfléchi vers le détecteur D_2 , la partie transmise étant interceptée par un absorbant. Comme dans le cas de la détection simple, les deux détecteurs utilisés (*ThorlabsDet410*) sont à large bande passante ($150MHz$).

1.2 Pilotage du laser : génération et acquisition des signaux

Parmi les trois applications que nous avons réalisées, la génération de signaux de forme arbitraire et la détermination des paramètres du laser nécessitent une automatisation de la génération des signaux appliqués à l'entrée "modulation" de l'alimentation de la pompe ainsi que de l'acquisition et du transfert des signaux délivrés par le laser.

Pour la génération de signaux de forme arbitraire (voir Chapitre 2), nous avons développé une méthode heuristique basée sur des algorithmes génétiques qui miment l'évolution d'une population d'individus au cours des générations. Pour cela nous avons créé une application dédiée, programmée en *C++Builder6* pour *Windows*, qui permet l'automatisation "complète" de la commande de la modulation laser, de l'acquisition et du transfert vers l'ordinateur des signaux de l'oscilloscope. Cette automatisation est couplée avec l'algorithme génétique qui gère la comparaison des signaux observés avec la référence et le calcul des signaux de commande du laser. Pour que l'algorithme génétique soit efficace, la taille de la population et le nombre de générations, doivent avoir des valeurs suffisamment grandes, ce qui nécessite un grand nombre de signaux et donc d'expériences et implique une automatisation performante du processus expérimental pour que celui-ci soit réalisé en un temps le plus court possible, minimisant ainsi l'influence de la dérive des paramètres. A cet effet, la génération des impulsions de commande, l'acquisition et le transfert des signaux vers l'ordinateur ont été optimisés, de façon à pouvoir réaliser 10000 tests sur un laps de temps de l'ordre de la minute.

Pour réaliser et enregistrer les expériences nécessaires à la détermination des paramètres du laser (cf Chapitre 3), une seconde application a été réalisée. Celle-ci permet le pilotage de la commande de l'alimentation, de l'acquisition et du transfert des signaux de l'oscilloscope vers l'ordinateur. Le traitement, en temps différé, des enregistrements obtenus en vue de la détermination des paramètres du laser est effectué par une application spécifique.

Dans le cadre des expériences relative à l'effet de "cliquet" dans les lasers (cf Chapitre 4), nous n'avons automatisé que l'acquisition et le transfert oscilloscope-ordinateur. Les signaux de commande du laser sont alors fournis par un générateur de fonctions.

Pour une large part, les applications qui permettent la conduite des expériences dans les deux derniers cas indiqués ci dessus, utilisent des méthodes et des fonctions

développées pour l'automatisation de l'expérience de génération d'impulsions de forme arbitraire, aussi est-ce plus particulièrement cette expérience que nous allons décrire. La Figure 1.8 fournit un synoptique du dispositif expérimental utilisé. Évidemment l'ordinateur joue le rôle maître puisqu'il commande à la fois la modulation de la pompe, la synchronisation de l'oscilloscope numérique et le transfert des signaux. Mais ce sont les caractéristiques de l'oscilloscope qui ont été exploitées au maximum pour optimiser le processus et réduire la durée d'expérience. Les paragraphes suivants abordent d'une part la description du dispositif de génération des signaux de commande et d'autre part les protocoles d'acquisition et de transfert des signaux.

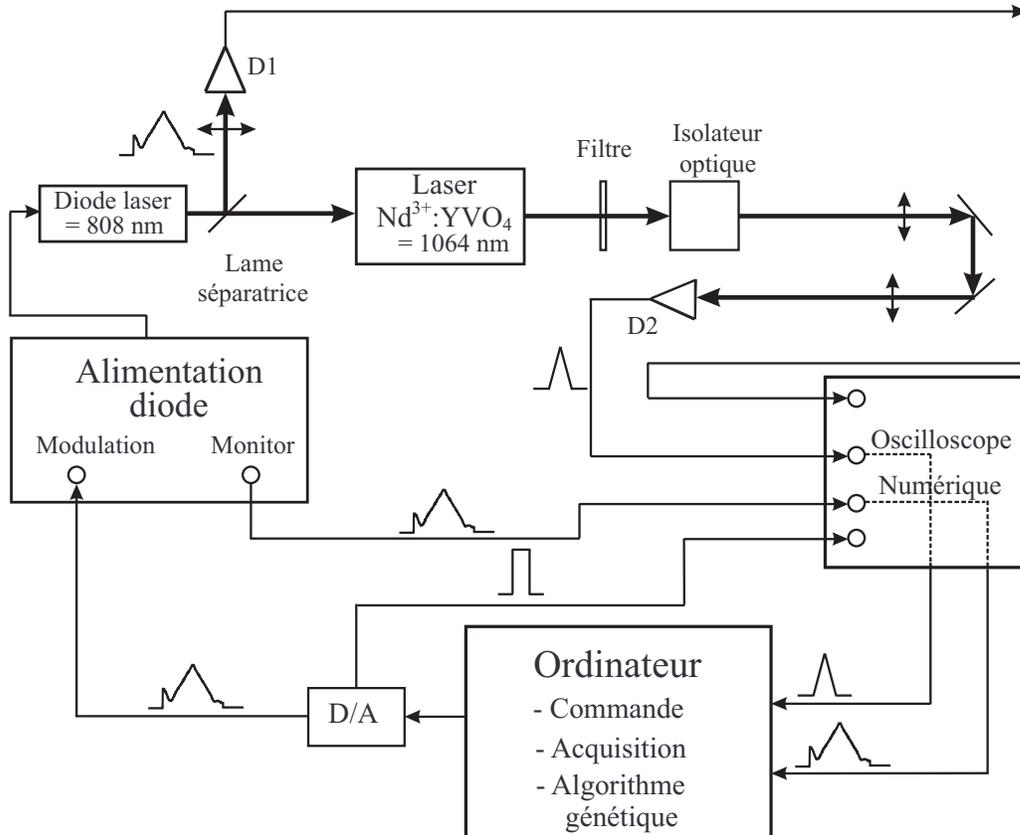


FIG. 1.8 – Dispositif expérimental utilisé pour la génération d'impulsions de forme arbitraire.

1.2.1 Génération de signaux

La génération des signaux de commande et de synchronisation, signaux précalculés par l'application, est réalisée par une carte de conversion digital-analogique D/A . Cette carte de type NI PCI-6711 possède deux voies dont la résolution d'entrée est de 12 bits ($\pm 2^{11}$) et délivre sur les sorties analogiques une tension maximum de $\pm 10V$ crête à

crête en haute impédance. La fréquence de conversion est de 1 point/ μs et par voie. Une des voies est utilisée pour générer les signaux nécessaires à la synchronisation de l'acquisition (oscilloscope numérique), l'autre voie est dédiée aux signaux de commande du laser. Ceux ci sont envoyés, via un adaptateur d'impédance de gain variable, sur l'entrée "modulation" (50Ω) de l'alimentation de la diode de pompe. En sortie de l'adaptateur, on obtient une durée de commutation de $700ns$ (10-90%) pour une impulsion échelon commutant la tension de sortie de la carte entre 0 et $10V$.

Dans le cas de la génération des signaux de forme arbitraire, l'application envoie des séquences de 100 fichiers de commande sur la carte, qui délivre 100 signaux de commande consécutifs ainsi que 100 signaux rectangulaires synchrones des signaux de modulation utilisés pour synchroniser l'oscilloscope numérique. Pour la détermination des paramètres du laser, l'application fonctionne de la même manière en utilisant des séquences de 20 signaux.

1.2.2 Acquisition et transfert

1.2.2.1 Protocole expérimental utilisé pour la génération des pulses de formes arbitraires

L'acquisition des signaux se fait à l'aide d'un oscilloscope numérique LeCroy334A de $500MHz$ de bande passante. Il s'agit d'un oscilloscope 4 canaux dont la fréquence d'échantillonnage est de 500 MégaEchantillons par seconde sur chaque voie. La résolution verticale est de 8 bits. A chaque canal est associée une mémoire dont la profondeur correspond à 100000 points de mesures. Ces mémoires sont fragmentables en segments dont le nombre maximum est de 500. Ces différents segments sont adressables séparément et correspondent alors chacun à une période de balayage de l'oscilloscope (fonctionnement en mode séquence).

Le transfert des données vers l'ordinateur s'effectue par l'intermédiaire d'une carte IEEE dont le débit maximum est de 8 MégaOctet par seconde. Une première série de tests pour lesquels chaque signal était transféré individuellement a conduit à des durées totales d'expérience beaucoup trop longues. Cette durée excessive était due au temps d'affichage de l'oscilloscope qui est relativement long et qui dans cette méthode de transfert intervient après l'acquisition de chaque signal. Bien qu'il soit possible de supprimer l'affichage pendant la durée de l'expérience, nous avons préféré utiliser le fonctionnement en mode séquence qui est particulièrement bien adapté aux algorithmes génétiques puisqu'il permet d'acquérir en une seule fois tous les signaux correspondant à une génération de l'algorithme qui sont ensuite transférés en un bloc vers l'ordinateur. Dans ce mode l'affichage n'a lieu qu'une fois par génération ce qui conduit à des durées d'expérience raisonnables tous en permettant un suivi de l'évolution globale de l'algorithme. Le choix du nombre de segments résulte d'un compromis entre la taille de

la population utilisée pour l'algorithme génétique et la résolution temporelle de l'oscilloscope. Le meilleur compromis pour notre application est obtenu en utilisant 100 segments, ce qui correspond à une taille de population qui s'avère suffisante tant pour la qualité des solutions que pour le temps d'exécution de l'algorithme génétique. Les signaux associés à chaque individu de la population sont alors échantillonnés sur 1000 points, ce qui pour une base de temps d'oscilloscope de $50 \mu s$, couramment utilisée dans nos expériences, correspond à une résolution temporelle de $0,5 \mu s$ inférieure au temps de commutation des signaux de commande et à la plupart des temps caractéristiques des signaux transitoires observés. Notons qu'il est possible de doubler soit la taille de la population soit le nombre de points par signal en utilisant l'oscilloscope en mode 2 canaux ce qui permet de doubler la profondeur de la mémoire attribuée à chaque canal. Pour chaque expérience on transfère le canal associé à l'intensité émise par le laser ainsi que celui correspondant à l'intensité de la pompe (signal de la diode monitrice), ce qui permet une éventuelle renormalisation de la puissance de pompe. Le nombre de générations varie en général de 50 à 100. Pour une période de répétition des signaux de commande de $5 ms$ permettant le retour à l'équilibre du laser entre chaque impulsion émise, la durée totale d'une expérience de 100 générations, soit 10000 signaux lasers différents, est de 150 secondes, acquisition ($50 s$), transfert et calculs inclus. Cette durée est tout à fait raisonnable compte tenu du grand nombre d'opérations effectuées et de l'échelle de temps qui caractérise la stabilité de notre laser.

1.2.2.2 Protocole expérimentale utilisé pour la détermination des paramètres du laser

Pour ce type d'expériences où l'on commute la puissance de pompe entre deux valeurs situées de part et d'autre du seuil, les contraintes liées au nombre de signaux nécessaire sont beaucoup moins importantes, par contre l'application doit permettre une détermination aussi précise que possible des taux de pompage A_{min} et A_{max} correspondant aux deux puissances de pompe extrêmes. L'oscilloscope fonctionne aussi en mode séquence mais on se limite à 20 segments auxquels sont associés des signaux de commande de pompe différents. Le taux de pompage maximum A_{max} varie d'un segment à l'autre tandis que le taux de pompage minimum A_{min} est le même pour tous les segments.

L'application commande le transfert des signaux suivants :

- le signal de diode monitrice qui, à partir de la courbe de calibration de cette diode, permet de déterminer les puissances de pompe associées à A_{min} et A_{max} .
- l'intensité de la pompe en entrée de cristal qui après normalisation est utilisée comme source du pompage dans les systèmes d'équations décrivant la dynamique du laser (voir Chapitre 3).

- l'intensité totale émise par le laser ou les intensités émises sur chacune des deux raies suivant que le laser fonctionne en régime mono-raie ou bi-raie qui servent de référence pour le calcul de l'efficacité lors de l'optimisation des paramètres des différents modèles par algorithme génétique.

La détermination de A_{min} et A_{max} , qui permet la normalisation des signaux source de pompage, nécessite la connaissance de la puissance de pompe au seuil. L'application intègre une fonction qui pour chaque série de mesures impose une détermination de cette puissance grâce à la mesure du niveau du signal de la diode monitrice au seuil d'émission laser. L'ensemble des données transférées est stocké en vue d'un traitement en différé.

1.3 Les algorithmes génétiques

1.3.1 Introduction

Parmi plusieurs méthodes métaheuristiques existantes comme les *méthodes de voisinage* (le recuit simulé et la recherche tabou) et les *algorithmes évolutifs* (comme les algorithmes génétiques et les stratégies d'évolution) [28], nous avons choisi les algorithmes génétiques pour optimiser les signaux de conduite du laser .

Les méthodes de voisinage sont basées sur un algorithme de recherche qui commence avec une solution initiale, qui est améliorée pas à pas en choisissant une nouvelle solution dans son voisinage. Les algorithmes évolutifs travaillent non pas avec une seule solution mais avec une population de solutions, qu'on améliore au fur et à mesure des itérations. L'intérêt de ces méthodes est l'utilisation de la population comme facteur de diversité [29].

Les algorithmes génétiques (AG) [30] sont des algorithmes d'optimisation stochastique fondés sur les mécanismes de la sélection naturelle et de la génétique. Bien qu'utilisant des techniques très simples (manipulations de chaînes binaires), ils sont très puissants et efficaces. Très puissants car ils peuvent résoudre des problèmes fortement non-linéaires, efficaces car ils font évoluer non pas une seule solution mais toute une population de solutions possibles. Ils sont utilisés pour résoudre des problèmes d'optimisation, en particulier en l'absence d'un modèle fiable du système, ou des problèmes d'inversion qui n'ont pas de solution analytique.

En optique, les AG ont été employés pour générer des impulsions laser femtoseconde destinées à optimiser l'évolution d'une réaction chimique [31–34], la génération d'harmonique [35–39], le contrôle non-linéaire des mécanismes d'ionisation du sodium bivalent [39], le contrôle des vibrations moléculaires dans des liquides [39] et de la propagation dans des fibres optiques [40]. Ils ont été également employés dans la commande adaptative des systèmes optiques [41–44] ou pour concevoir des structures de fibres à cristal photonique [45], des éléments optiques de diffraction [46–48] et pour déterminer les caractéristiques des réseaux de Bragg dans les fibres [49].

L'algorithme génétique utilise un ensemble de n solutions possibles pour le problème envisagé, chaque solution étant caractérisée par L paramètres. Ces solutions sont représentées par n vecteurs \mathbf{c}_i de dimension L

$$\mathbf{c}_i = (g_1^i, g_2^i, g_3^i, \dots, g_L^i), \quad i \in \{1, n\}.$$

Cet ensemble est appelé *population* (P). n est la *taille* de la population initiale de l'algorithme. Cette taille reste constante dans l'algorithme que nous avons utilisé ($n = 100$). Chaque vecteur \mathbf{c}_i est appelé *individu* et ses composantes g_ℓ^i , $\ell \in \{1, L\}$ appelées *chromosomes* sont les valeurs attribuées à l'ensemble des paramètres g_ℓ ca-

ractérisant la solution recherchée. Ces valeurs appartiennent à un intervalle de variation $[m_\ell, M_\ell]$ défini initialement par l'utilisateur, mais qui peut éventuellement s'auto-adapter en fonction de l'évolution de l'algorithme. Chaque individu \mathbf{c}_i est caractérisé par sa fonction d'efficacité f_i qui quantifie son aptitude à produire le résultat escompté. L'efficacité f_i est d'autant plus élevée que l'individu (solution) \mathbf{c}_i est proche de la solution optimale. Dans le cas particulier de la génération d'impulsion de forme arbitraire (voir chapitre 2) nous verrons que l'efficacité est inversement proportionnelle à l'écart entre la forme d'impulsion recherchée et la forme obtenue. A partir d'une population initiale P_0 , l'algorithme génétique élabore une population performante (efficacité élevée) en mimant les mécanismes de l'évolution des espèces. Il utilise pour cela plusieurs générations intermédiaires dont le nombre peut soit être fixé à l'avance, soit dépendre de la vitesse de convergence de l'algorithme. Chaque population P_k est caractérisée par l'ensemble $\{f_1^k, \dots, f_n^k\}$ des efficacités de ses individus. Le passage d'une génération

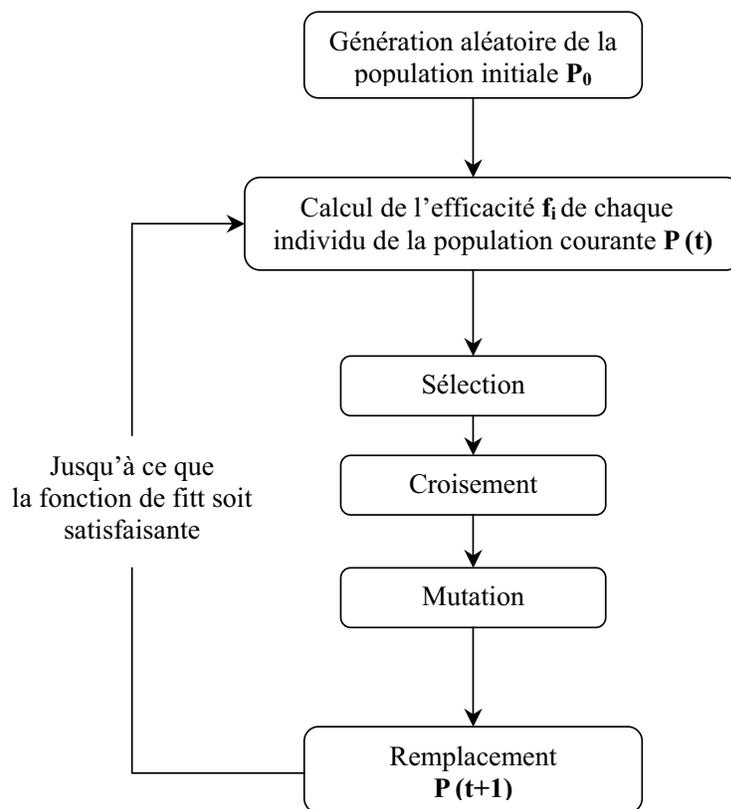


FIG. 1.9 – Structure élémentaire d'un algorithme génétique.

à l'autre s'effectue de la manière présentée sur la Figure 1.9. Il met en jeu les trois opérations élémentaires intervenant dans l'évolution :

- la *sélection* qui sous l'effet des contraintes extérieures, ici l'adéquation avec le résultat escompté, fournit aux individus les plus performants un accès privilégié à

la reproduction, c'est à dire à l'élaboration de la génération suivante. Notons qu'à la différence du processus naturel, l'individu le plus performant d'une génération est répliqué sans modification pour la génération suivante.

- le *croisement* qui assure le "mélange" chromosomique entre les deux individus parents.
- la *mutation* qui peut introduire des modifications chromosomiques importantes dans la population fille. Cette étape permet d'éviter que la diversité chromosomique de la population se concentre autour d'une solution stable mais non optimale.

Notons que le hasard intervient lors de chacune de ces trois étapes, mais pour le croisement et la mutation, le processus aléatoire dépend de la façon dont les valeurs g_ℓ^i des paramètres sont codées. Aussi, avant de décrire plus en détails les trois opérations mises en jeu, allons nous préciser quel est le type de codage utilisé.

1.3.2 Codage

Les paramètres, pour lesquels l'algorithme génétique cherche les valeurs optimales, sont représentés sous une forme particulière utilisable par l'algorithme. On dit que les paramètres ont été *codés*. Cela permet d'établir une corrélation entre les valeurs des paramètres et les gènes constitutifs des chromosomes de la population et imite les processus biologiques. Les deux principaux types de codage sont le codage réel (en fait, décimal) et le codage binaire. Le premier consiste à utiliser la valeur du paramètre telle qu'elle. Dans le second type la valeur des paramètres est convertie en une chaîne binaire dont la longueur fixe la qualité du codage. On conçoit facilement que le codage binaire soit mieux adapté au calcul numérique sur ordinateur. En tout état de cause, il rend les procédures de croisement/mutation plus simples et plus rapides ; aussi nous limiterons nous, par la suite, à l'utilisation de ce type de codage. A chaque valeur d'un paramètre g_ℓ ($g_\ell \in [m_\ell, M_\ell]$) on associe un nombre binaire B de M bits, où M dépend de la précision requise pour la détermination de g_ℓ . Le nombre de valeurs possibles pour B est 2^M ce qui correspond à une précision relative de 2^{-M} . g_ℓ et B sont liés par la relation :

$$g_\ell = m_\ell + \frac{\text{décimal}(B)}{2^M - 1}(M_\ell - m_\ell), \quad (1.4)$$

où $\text{décimal}(B)$ est la représentation en base 10 du nombre binaire B obtenu à partir de la chaîne binaire $B = \{b_M, \dots, b_1\}$ de la manière suivante :

$$\text{décimal}(B) = \sum_{j=1}^M b_j 2^{j-1}. \quad (1.5)$$

Nous avons implémenté le codage binaire pour notre problème en codant chacun des paramètres sur 20 bits ($M = 20$) ce qui assure une précision relative de l'ordre de 10^{-6} .

Pour les processus de croisement et de mutation, où le codage binaire intervient, le vecteur paramètre \mathbf{c}_i à L éléments est remplacé par une chaîne binaire unique obtenue en accolant les chaînes binaires associées à chacun des paramètres. La chaîne obtenue :

$$\mathbf{c}_i = (b_1^i, b_2^i, b_3^i, \dots, b_S^i), i \in \{1, n\}.$$

contient $S = L \times M$ gènes dont les valeurs sont 0 ou 1. Le croisement consiste alors à échanger des séquences de gènes entre parents pour générer les individus enfants. Compte tenu du grand nombre de gènes, le nombre de possibilités de croisement est beaucoup plus élevé que pour le codage réel. Pour la mutation, chacun des S gènes est susceptible d'être modifié, la mutation consiste alors à changer la valeur du gène par son complémentaire ($0 \leftrightarrow 1$).

1.3.3 Initialisation

L'initialisation consiste à générer la population initiale P_0 de l'algorithme génétique, qui doit contenir des chromosomes bien répartis dans l'espace des solutions possibles pour fournir à l'algorithme un matériel génétique varié. La population initiale P_0 est alors construite à l'aide de $L \times n$ tirages aléatoires correspondants à l'ensemble des chromosomes des n individus, la valeur du chromosome g_ℓ^i est tirée aléatoirement dans l'intervalle $[m_\ell, M_\ell]$ suivant une loi uniforme.

1.3.4 Sélection

L'étape de sélection consiste à effectuer une sélection des individus de la population en cours en vue de créer la génération suivante. On crée ainsi une population intermédiaire de même taille que la population initiale ou un même individu peut figurer plusieurs fois, ce qui augmente d'autant ses chances de participer à la création de la génération suivante. Cette opération est une partie si critique de l'algorithme génétique qu'un meilleur arrangement de ses bases peut aider à la convergence de l'algorithme.

Il existe plusieurs méthodes de sélection dont les plus utilisées sont :

- la sélection proportionnelle à la fonction d'efficacité ;
- la sélection sur le rang ;
- la sélection par tournoi ;
- la sélection élitiste.

La sélection proportionnelle à la fonction d'efficacité

Cette méthode est l'analogue d'une roulette biaisée où chaque individu \mathbf{c}_i de la population est représenté par un secteur de la roue dont la surface est proportionnelle à son efficacité f_i , les meilleurs individus ont alors plus de chance d'être sélectionnés et

de participer à la construction de la nouvelle génération. Sur la Figure 1.10 on voit que si on fait tourner la roulette, l'individu 1 a beaucoup plus de chance d'être sélectionné que l'individu 2 ou 5.

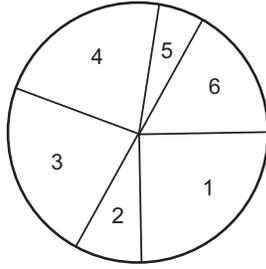


FIG. 1.10 – Sélection proportionnelle à la fonction de l'efficacité.

A chaque tirage, la probabilité pour l'individu c_i d'être sélectionné doit être égale à $\frac{f_i}{f_1+\dots+f_n}$. La mise en oeuvre de cette méthode consiste à effectuer n tirages au hasard d'un nombre x appartenant l'intervalle $[0, 1]$ en utilisant une loi uniforme. Pour un tirage donné, on sélectionne l'individu c_i qui satisfait la condition $x \in \left[\frac{f_1+\dots+f_{i-1}}{f_1+\dots+f_n}, \frac{f_1+\dots+f_i}{f_1+\dots+f_n} \right)$.

La sélection sur le rang

C'est une procédure similaire à celle de la sélection sur l'efficacité mais appliquée au rang. On effectue d'abord un tri des individus par ordre croissant de l'efficacité. On leur attribue ensuite un rang, l'individu de moins bonne efficacité obtient le rang 1 et celui de meilleure efficacité le rang n (où n est la taille de la population). On applique le procédé décrit précédemment en remplaçant la fonction d'efficacité par le rang. Dans cette méthode, le chromosome avec le plus haut rang peut être sélectionné avec une probabilité égale à $n/[n(n+1)/2]$ et celui avec le plus petit rang avec une probabilité de $1/[n(n+1)/2]$. Si la taille n de la population est faible, les chances d'être sélectionné sont du même ordre de grandeur pour tous les chromosomes.

La sélection par tournoi

C'est une méthode qui augmente les chances pour les individus de faible efficacité de participer à l'amélioration de la population. Un tournoi consiste en une rencontre entre plusieurs individus tirés au hasard dans la population. Le gagnant de ce tournoi est l'individu ayant la meilleure efficacité. Dans la population intermédiaire, on peut garder soit le meilleur, soit les deux ou trois premiers individus. Pour garder constante la taille de la population, il faut donc réaliser plusieurs tournois successifs. Notons qu'un même individu peut participer à plusieurs tournois.

La sélection élitiste

Contrairement à la méthode précédente celle ci privilégie davantage les meilleurs individus de la population. Une proportion d'individus fixée a priori (10% dans notre

cas) et contenant les meilleurs éléments de la génération en cours est copiée dans la population intermédiaire. Celle-ci est ensuite complétée en utilisant la méthode de sélection par l'efficacité. La population intermédiaire ainsi obtenue est caractérisée par une augmentation systématique du nombre de *redites* pour les individus les plus performants, par contre la proportion d'individus de faible efficacité est fortement diminuée. Cette méthode assure une convergence plus rapide de l'algorithme, mais elle peut, dans le même temps, écarter les individus de mauvaise qualité qui par croisement et mutation auraient pu générer de bonnes solutions dans les générations suivantes. Elle peut donc être plus sensible à la présence d'optimums locaux qui peuvent être sélectionnés alors que le véritable optimum est situé dans une autre partie du domaine de recherche.

Après avoir testé les différentes méthodes présentées ci-dessus, nous avons été amenés à utiliser cette dernière stratégie de sélection qui s'est avérée la plus efficace pour nos applications, malgré l'inconvénient discuté ci-dessus et que nous avons tenté d'éviter par la multiplication de séries d'expériences.

1.3.5 Croisement

Cette étape a pour but de répartir les gènes à l'intérieur de la population intermédiaire sélectionnée. Seuls certains couples d'individus (parents) tirés au sort dans la population intermédiaire vont se *croiser* pour donner naissance à un ou deux nouveaux individus (enfants) suivant la méthode utilisée. Les parents sont alors remplacés par leurs enfants. La proportion d'individus qui participent au croisement est fixée par la probabilité de croisement p_c généralement fixée à une valeur comprise entre 0,5 et 0,9. A tour de rôle chaque individu se voit attribuer un nombre aléatoire x compris dans l'intervalle $[0, 1]$ avec une loi de probabilité uniforme. Si $x \leq p_c$ l'individu participe au croisement et échange ses gènes avec l'individu sélectionné au tirage favorable suivant. Généralement le croisement, réalisé entre deux parents $\mathbf{c}_p, \mathbf{c}_{p'}$ ($p \neq p'$), donne naissance à deux vecteurs enfants $\mathbf{c}_e, \mathbf{c}_{e'}$.

Il existe différents types de croisement en fonction du nombre de fragments de chromosome échangés :

- le croisement à *un point* de coupure

Le chromosome est divisé en deux segments. Un tirage aléatoire détermine la position i' ($1 \leq i' < n$) du point de coupure entre segments. Les parents échangent le deuxième segment comme le montre la Figure 1.11. Dans le codage binaire, les gènes (bits) des vecteurs enfants sont donnés par les expressions suivantes [50] :

$$b_i^e = \begin{cases} b_i^p, & i \leq i', \\ b_i^{p'}, & i > i', \end{cases} \quad b_i^{e'} = \begin{cases} b_i^{p'}, & i \leq i', \\ b_i^p, & i > i', \end{cases}$$

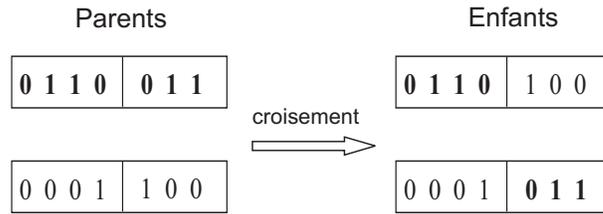


FIG. 1.11 – Croisement à un point pour des chromosomes codés en binaire.

– le croisement à *deux points*

Le chromosome est scindé en trois fragments par deux points de coupure dont les positions i' et i'' ($1 \leq i' < i'' < N$) sont déterminés aléatoirement. Les parents échangent le fragment central du chromosome (voir Figure 1.12). Les enfants sont donc construits en utilisant les relations :

$$b_i^e = \begin{cases} b_i^p, & 1 \leq i \leq i', \\ b_i^{p'}, & i' \leq i \leq i'', \\ b_i^p, & i'' \leq i \leq S, \end{cases} \quad b_i^{e'} = \begin{cases} b_i^{p'}, & 1 \leq i \leq i', \\ b_i^p, & i' \leq i \leq i'', \\ b_i^{p'}, & i'' \leq i \leq S, \end{cases}$$

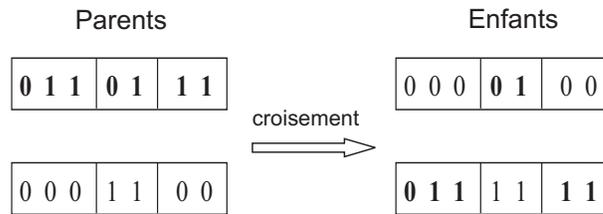


FIG. 1.12 – Croisement à deux points pour des chromosomes codés en binaire.

Cette procédure peut être facilement étendue à n_p points, on parle alors de *croisement multipoints*.

– le croisement *uniforme*

Il s'agit d'un cas extrême du croisement multipoints où l'échange entre chromosomes se fait gène par gène avec une probabilité égale à 0,5. Pour chaque position du gène, on tire aléatoirement un nombre x entre $[0, 1]$ (loi uniforme). Si $x \leq 0,5$, les gènes correspondants sont échangés (voir Figure 1.13) comme le montre les relations suivantes :

$$b_i^e = \begin{cases} b_i^{p'}, & x \leq 0,5 \\ b_i^p, & x > 0,5 \end{cases} \quad b_i^{e'} = \begin{cases} b_i^p, & x \leq 0,5 \\ b_i^{p'}, & x > 0,5 \end{cases}$$

– la recombinaison intermédiaire

Cette procédure génère un seul vecteur enfant par couple sélectionné. Cet enfant est alors défini par :

$$c_k = \frac{c_{j'} + c_{j''}}{2}$$

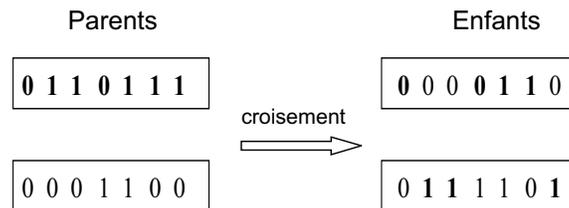


FIG. 1.13 – Croisement uniforme.

Elle s'applique en particulier dans le cas de codage réel, le croisement consiste alors à attribuer pour chaque paramètre de l'enfant une valeur égale à la moyenne des paramètres correspondants des parents.

À l'usage, le croisement à un point s'est avéré très rapide et suffisamment efficace pour l'ensemble de nos applications.

1.3.6 Mutation

Comme l'opération de croisement, la mutation agit au niveau des gènes d'un individu. Elle a pour but à faire apparaître des caractères nouveaux dans la population, caractères qui sont susceptibles d'aboutir à la création de meilleures solutions. La mutation peut concerner tous les individus mais pas tous les gènes. Elle est caractérisée par une probabilité de mutation p_m généralement choisie entre 0,01 et 0,1. Dans le cas du codage binaire des chromosomes, la mutation est très rapide et permet une couverture homogène de l'espace des paramètres, de plus elle est relativement simple à mettre en oeuvre. Pour chaque individu \mathbf{c}_i et chacun de ses gènes (bits) b_j^i , on tire aléatoirement un nombre x dans $[0, 1]$ (loi uniforme). Si $x \leq p_m$, le gène subit une mutation qui consiste à remplacer le bit par son complémentaire (Figure 1.14).

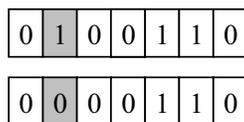


FIG. 1.14 – Exemple de mutation d'un gène dans une chaîne binaire.

Dans le cas du codage réel, la mutation concerne les paramètres g_ℓ^i . Si la mutation a lieu, ces derniers sont remplacés par de nouvelles valeurs tirées au hasard dans l'intervalle de variation $[m_\ell, M_\ell]$ du paramètre g_ℓ . Cette méthode peut être améliorée en introduisant la méthode de pas adaptatif suggérée par Zeidler *et al.* [50]. Dans ce cas, le gène g_ℓ^i prend la valeur $g_\ell^i + \sigma u$ où σ est un paramètre réel appelé "pas adaptatif" ($\sigma < M_\ell - m_\ell$) et u un nombre aléatoire gaussien centré sur 0 et d'écart type 1. u est gé-

né pour chaque paramètre qui subit une mutation. Le pas σ change d'une génération à l'autre en fonction de l'amélioration apportée par les mutations précédentes.

La nouvelle population obtenue après la mutation est confrontée au processus d'évaluation. L'ensemble de la procédure est répété de façon itérative. L'algorithme s'arrête après un nombre fixé de générations, généralement ce nombre doit être au moins supérieur à 10 pour obtenir des solutions convenables et ne doit pas dépasser quelques centaines de générations (au bout desquelles la convergence ne s'améliore plus). On peut également introduire un critère d'arrêt qui interrompt l'algorithme lorsque une efficacité suffisante est atteinte. Le meilleur individu de toutes les générations est retenu et c'est lui qui représente la solution donnée par l'algorithme génétique.

Notons qu'il existe des algorithmes génétiques plus élaborés que ceux décrits ci-dessus où par exemple, la population est scindée en plusieurs groupes qui évoluent de façon quasi indépendante mais reste en contact grâce à des mécanismes d'essaimage intergroupe. Ces algorithmes sont utilisés lorsque la solution du problème est susceptible de présenter des extrémums locaux, la division en groupes permet d'éviter que la population entière ne se concentre autour d'un extrémum secondaire. Le recours à ce type d'algorithme ne s'est pas avéré nécessaire dans notre cas.

Chapitre 2

Génération d'impulsions de formes arbitraires

2.1 Introduction

La génération directe d'impulsions de forme arbitraire suppose que l'on soit capable de modifier de façon contrôlée la puissance délivrée par le laser. Pour cela on peut modifier, soit les pertes dans la cavité via un modulateur intra-cavité, soit le gain du milieu via la puissance de la pompe pour les lasers pompés par rayonnement cohérent ou par un courant électrique. Dans le cas des lasers à solide de classe B pompés par diode laser, qui nous intéresse plus particulièrement, c'est la seconde méthode qui est la plus facile à mettre en oeuvre. On est alors amené à faire varier le taux de pompage entre une valeur A_{min} située au dessous du seuil et une valeur A_{max} située au-dessus du seuil. A cause des couplages non linéaires entre les variables dynamiques du laser, l'intensité émise par le laser n'est en général pas proportionnelle à la puissance de pompe car toute variation rapide de cette dernière, à l'échelle des temps caractéristiques du laser (cf paragraphe 1.1.2.2), s'accompagne de transitoires. C'est également le cas lors du passage au seuil où ce transitoire se manifeste avec un retard au démarrage du laser. Pour qu'un laser génère des impulsions de formes arbitraires, il faut éliminer, ou au moins contrôler, ces transitoires.

L'exemple le plus caractéristique de transitoire à la commutation est celui que nous avons déjà évoqué au paragraphe 1.1.2.2 et qui correspond à une modulation de la puissance de pompe par une impulsion échelon. La Figure 2.1 en donne un autre exemple où le délai s'élève à environ $50\mu s$, ce qui représente approximativement un quart de la durée totale du transitoire. L'intensité maximale des impulsions émises lors du régime transitoire est quant à elle dix fois supérieure à l'intensité stationnaire observée aux temps longs. La présence de telles surintensités et du délai important représente une nuisance dans la mesure où ils rendent les lasers de classe B commutés en

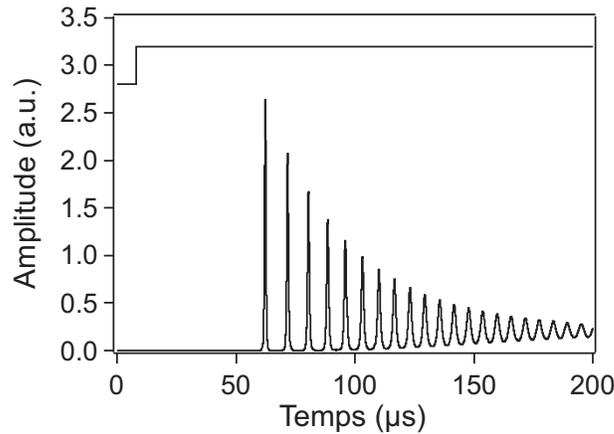


FIG. 2.1 – Réponse typique du laser $Nd^{3+} : YVO_4$ à une commutation en échelon de la puissance de pompe.

puissance impropres à la conduite d'éléments logiques optiques rapides. Des méthodes de contrôle de la dynamique des lasers de classe B ont donc été élaborées pour éliminer les transitoires consécutifs à la commutation. Elles ont été mises en oeuvre avec succès et ceci malgré le caractère parfois très abrupt des signaux à corriger. Pour établir nos protocoles de génération d'impulsion, nous nous sommes en partie inspirés de certaines de ces méthodes, aussi est-il utile de les décrire brièvement.

Pour cela nous considérerons un laser de classe B monomode dont la dynamique est décrite pour les équations du bilan suivantes (cf Chapitre 3) :

$$\begin{aligned} \frac{dI(t')}{dt'} &= I(t')(D(t') - 1) \\ \frac{dD(t')}{dt'} &= \gamma \left[A(t') - D(t')(I(t') + 1) \right], \end{aligned} \quad (2.1)$$

mettant en jeu l'intensité I du champ émis par le laser et la différence de population D entre les niveaux. Le paramètre γ est défini par $\gamma = \gamma_{||}/2\kappa_c$, où $\gamma_{||}$ et κ_c sont respectivement le taux de relaxation de la population et le taux de décroissance du champ dans la cavité. Les dérivées sont calculées par rapport au temps réduit $t' = 2\kappa_c t$. En général, et notamment dans le cas correspondant à la Figure 2.1, le taux de pompage $A(t')$ est commuté à l'instant $t' = 0$ de la valeur initiale $A_{init} = A_{min}$ vers la valeur finale $A_{final} = A_{max}$.

Les solutions stationnaires du système (2.1) correspondant aux deux valeurs du paramètre de pompe A_{init} et A_{final} , sont respectivement $(I_A = 0, D_A = A_{init})$ et $(I_B = A_{final} - 1, D_B = 1)$. Elles sont représentées par les deux points fixes **A** et **B** de l'espace de phases (I, D) (voir Figure 2.2). En effectuant une analyse de stabilité linéaire, on peut démontrer que le point **A** est un noeud stable tandis que le point **B** est un foyer stable. Le système étant initialement dans un état voisin de **A**, la commutation de la pompe induit un déplacement du point représentatif de l'état du

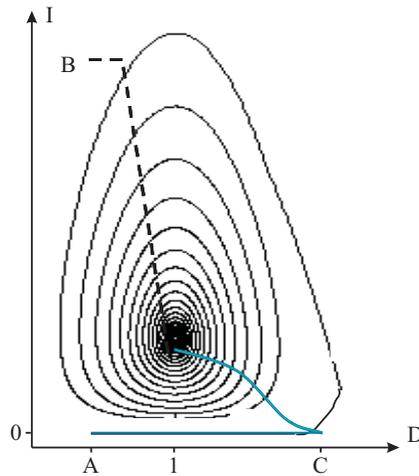


FIG. 2.2 – Évolution de la trajectoire du laser dans l'espace des phases dans des conditions proches de celles de la Figure 2.1 (courbe noire). Trajectoire idéale recherchée (courbe bleue). **A** est l'état stationnaire initial et **B** l'état final.

laser dans l'espace des phases. La trajectoire correspondante est représentée sur la Figure 2.2 par la courbe noire. Dans un premier temps la différence de population D augmente sans que I varie notablement. Lorsque D dépasse la valeur 1, le gain du milieu devient supérieur aux pertes et l'intensité émise croît à partir de l'émission spontanée mais ne prend de valeur significative qu'au voisinage du point **C** (voir Figure 2.2). Le gain net du système étant alors très important, l'intensité I croît rapidement. Le point représentatif de l'état du laser est alors expulsé du point **C** et dépasse largement le point **B**. Il décrit ensuite une spirale qui s'enroule autour de **B** vers lequel le système va finalement converger. Chaque tour de spirale correspond à une oscillation du transitoire et le point **B** n'est atteint qu'asymptotiquement.

Une première série de techniques a été développée pour réduire le délai et éliminer les transitoires de relaxation, en particulier la contre réaction optique [51], l'injection [52] ou l'introduction de pertes dans la cavité du laser [53]. Ces techniques changent de façon fondamentale la structure même de l'espace des phases du système.

Ce n'est pas le cas des deux méthodes récemment proposées par Lippi *et al.* qui sont basées sur un contrôle optimal du taux de pompage $A(t')$. Ce contrôle permet d'imposer au système une trajectoire de l'espace des phases qui l'amène directement dans l'état stationnaire **B** en un temps fini t_f (courbe bleue de la Figure 2.2). Ces deux méthodes supposent une connaissance *a priori* de l'espace de phases du système et sont donc bien adaptées à notre type de laser. Leur but est de déterminer la fonction $A(t')$ qui réalise la condition qui vient d'être décrite en un temps t_f minimum. Dans les deux cas, les fonctions $A(t')$ sont construites par morceaux et sont continues sur chacun de ces morceaux.

Dans la première de ces méthodes, dite "bang-bang" [54–56], la commutation directe de A_{init} vers A_{final} qui induit le démarrage du laser est remplacée par une série de trois commutations successives agencées suivant le schéma représenté sur la Figure 2.3. A

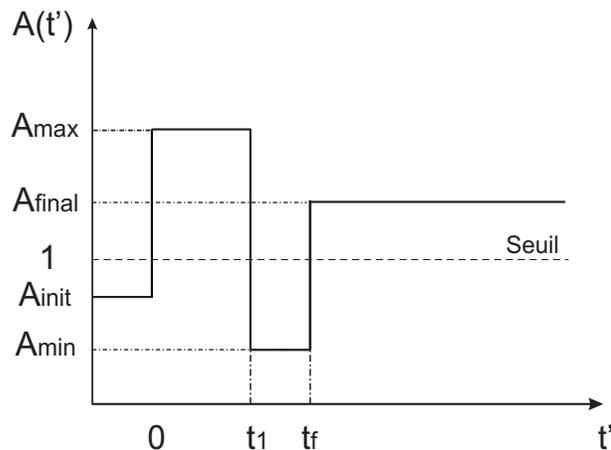


FIG. 2.3 – Evolution du taux de pompage pour la méthode "Bang-Bang" (voir équation 2.2)

l'instant $t' = 0$, une première commutation fait varier le taux de pompage de la valeur initiale A_{init} à une valeur A_{max} nettement supérieure à A_{final} . A l'instant t_1 la deuxième commutation ramène le taux de pompage à une valeur plus faible A_{min} qui peut être notablement inférieure à A_{init} . La troisième commutation réalisée à l'instant t_f amène le taux de pompage à sa valeur finale A_{final} . L'évolution du taux de pompage $A(t')$ peut alors s'écrire sous la forme :

$$A(t') = \begin{cases} A_{init}, & t' < 0, \\ A_{max}, & 0 \leq t' < t_1, \\ A_{min}, & t_1 \leq t' \leq t_f, \\ A_{final}, & t' > t_f. \end{cases} \quad (2.2)$$

Le rôle de la première partie de la séquence de commutation est de provoquer très rapidement une forte inversion de population dans le but de réduire au maximum le délai au démarrage du laser. A la fin de cette période ($A(t') = A_{max}$), le système présente un fort gain et l'intensité émise $I(t')$ croît rapidement. Pour éviter que $I(t')$ ne dépasse la valeur stationnaire I_B , il est nécessaire de réduire le gain, voire même d'introduire des pertes, c'est le rôle de la seconde partie de la séquence de commutation. Pendant cette période, $I(t)$ continue à augmenter mais avec un taux de croissance qui diminue avec le temps. Lorsque $I(t') = I_B$ (à l'instant t_f), le taux de pompage est amené à sa valeur finale A_{final} . La condition pour que la système soit alors dans l'état stationnaire final (**B**) est que le taux de croissance du champ $\frac{dI(t')}{dt'}$ soit nul à l'instant t_f . Les deux conditions $I(t_f) = I_B$ et $\frac{dI}{dt'}|_{t'=t_f} = 0$ doivent être satisfaites

simultanément pour éliminer tout transitoire. Il suffit d'ajuster deux paramètres (par exemple t_1 et t_f) pour satisfaire ces deux conditions. On peut optimiser le délai en ajustant un troisième paramètre (A_{max} par exemple). Cette méthode a été mise en oeuvre analytiquement et numériquement sur un modèle de type Lotka-Volterra dont les équations sont similaires au système (2.1) ainsi que sur un modèle décrivant le comportement d'un laser à semiconducteur monomode [56]. Notons qu'une séquence complémentaire permet d'éliminer les transitoires qui apparaissent à l'arrêt des lasers à semiconducteurs du fait des dérives de fréquence qui sont alors induites [54, 55]. L'association de deux séquences d'optimisation complémentaires permet de générer des impulsions trapézoïdales (quasiment rectangulaires) ce qui devrait permettre de générer des trains d'impulsions "rectangulaires" correspondants à des séquences d'informations binaires [57]. Ce n'est que très récemment que cette méthode a été appliquée avec succès sur un système expérimental constitué par un laser à semiconducteur commercial [58].

La seconde méthode dite de "l'intégrale invariante" [5] est une méthode d'optimisation de la transition entre deux états d'un système. Elle peut s'appliquer à tous les systèmes dont la dynamique est décrite par un système d'équations similaire aux équations 2.1 et est donc adaptée aux lasers à solide de type $Nd^{3+}YVO_4$ qui nous intéressent plus spécifiquement. Elle est basée sur le fait que lorsque le système transite d'un état initial ($I(t' = 0), A_{init}$) voisin du point \mathbf{A} à l'état stationnaire \mathbf{B} en un temps t_f quelconque, l'intégrale suivante :

$$\int_0^{t_f} [D(t) - 1] dt.$$

est indépendante de la trajectoire suivie. Dans le cas particulier d'une commutation en échelon, cette intégrale vaut $\ln \frac{I_B}{I(t'=0)}$. Comme précédemment, l'objectif est de trouver une séquence de commutation adaptée qui amène aussi directement que possible le laser dans l'état B . Comme pour la méthode "Bang-Bang", la condition $\frac{dI(t_f)}{dt'} = 0$, qui implique $D(t_f) = 1$, doit être satisfaite pour que le système reste dans cet état aux instants postérieurs à t_f .

Lippi *et al.* [5] ont proposé la séquence de commande de pompe représentée sur la Figure 2.4. Le signal est composé d'une commutation rapide qui à l'instant $t' = 0$ amène la puissance de la pompe à une valeur A_{max} largement supérieure au seuil. Celle ci est suivie d'une décroissance parabolique lente qui est interrompue à l'instant t_f par une nouvelle montée rapide amenant la puissance à sa valeur finale (A_{final}). Le taux de pompage $A(t')$ s'écrit :

$$A(t') = A_{init}u(-t') + [a_0 + a_1t + a_2t^2]u(t')u(t_f - t') + A_{final}u(t' - t_f) \quad (2.3)$$

où $u(t)$ est la fonction de Heaviside et a_0 , a_1 et a_2 sont des coefficients qu'il faut ajuster pour obtenir le résultat recherché. Comme dans la méthode précédente, le rôle de la

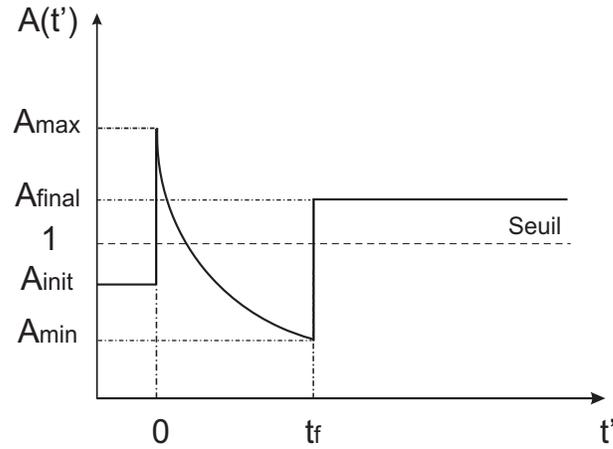


FIG. 2.4 – Evolution du taux de pompage pour une méthode de type "Intégrale invariante"

première commutation est de réaliser le plus vite possible l'inversion de population permettant au laser de démarrer. Celui de la décroissance parabolique est d'ajuster le gain pour amener l'intensité à la valeur I_B à l'instant de la deuxième commutation qui conduit le laser dans l'état stationnaire **B**. L'intégration du système est possible si l'on tient compte du fait que l'intensité reste négligeable sur la plupart de l'intervalle $[0, t_f]$. On obtient alors un jeu de solutions approchées pour les paramètres a_i qui doivent être ensuite ajustés pour aboutir à la solution exacte.

L'étude expérimentale de l'effet d'une telle modulation de la pompe sur un laser $Nd^{3+} : YVO_4$ a été réalisée dans notre laboratoire par Ségard *et al* [59]. La méthode s'est avérée extrêmement efficace puisque l'amplitude des transitoires a pu être réduite d'un facteur 60 tandis que la durée de mise en route du laser est divisée par un facteur 10 .

Notons que, pour les deux méthodes précédemment décrites, le passage de la théorie à l'expérience nécessite un ajustement des paramètres dans la mesure où les modèles ne prennent pas en compte l'émission spontanée qui influence la dynamique du laser lorsque l'intensité émise est très faible. Malgré cette limitation de l'analyse théorique, cette dernière fournit un canevas suffisamment précis pour que l'application expérimentale soit réalisable en utilisant les signaux de conduite théoriques et ceci moyennant un minimum d'ajustement. Ce n'est pas le cas si l'on veut que le laser génère des impulsions de forme arbitraire puisque la recherche d'une expression analytique pour le signal de conduite se confronte à un problème d'inversion en général non soluble. La solution la mieux adaptée consiste alors à calculer le signal de conduite à l'aide de méthodes numériques itératives. Comme nous l'avons indiqué dans la Section 1.3, les algorithmes génétiques constituent une solution bien adaptée à ce type de problèmes. L'algorithme que nous avons utilisé a été combiné à deux techniques différentes de construction du

signal de commande.

Pour la première technique, le signal de commande est construit morceaux par morceaux à partir de fonctions analytiques simples. Cette technique est décrite dans la Section 2.2. Comme elle a fait l'objet de l'article : *Genetic drive of a laser* publié dans Optics Letters [60], ce dernier est intégré dans cette section où seules les parties les moins détaillées de cet article (comme le programme de gestion et la synthèse des signaux) sont développées. Dans la deuxième méthode, le signal de commande est construit à l'aide d'une méthode d'interpolation de type "Spline" utilisant un nombre limité de points dont les coordonnées sont ajustées par l'algorithme. Cette méthode sera décrite dans la Section 2.3.

Notons que dans les deux cas, nous nous sommes plus ou moins largement inspirés de la méthode de "l'intégrale invariante" pour réduire le délai au démarrage et supprimer les transitoires. Les techniques utilisées ne sont certainement pas les seules possibles mais c'est tout naturellement qu'elles se sont imposées dans la mesure où elles avaient déjà été mises en oeuvre par l'équipe [59].

2.2 Pilotage d'un laser par algorithme génétique

2.2.1 Description de la méthode

L'optimisation consiste à ajuster l'évolution temporelle de la puissance de pompe $P(t)$ de telle sorte qu'à tout instant t , l'intensité $I(t)$ émise par le laser soit la plus proche possible d'une intensité de référence souhaitée $I_{ref}(t)$. La courbe d'évolution de l'intensité de référence choisie dans nos expériences en fonction du temps est représentée sur la Figure 2.5. Il s'agit d'un triangle symétrique d'intensité maximale I_{max} et de durée totale $2 \times T_{ref}$, où T_{ref} représente la durée de la montée. Ce choix nous a

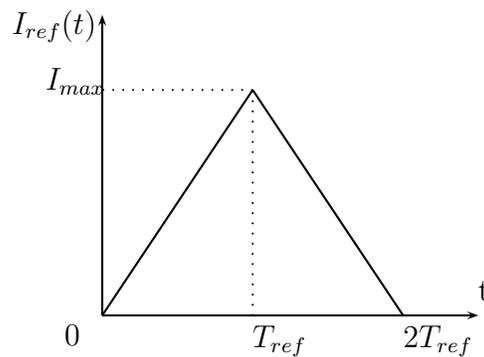


FIG. 2.5 – Signal de référence.

été dicté par le fait que ce type d'impulsion se démarque nettement des impulsions de type sécante-hyperbolique ou gaussiennes très proches de celles émises naturellement par les lasers. A titre d'exemple, la Figure 2.6 montre un agrandissement de la Figure 2.1 où n'est représenté que la première impulsion émise par le laser ainsi que les impulsions gaussienne et sécante-hyperbolique qui réalisent le meilleur ajustement avec l'impulsion expérimentale. On constate que le laser émet naturellement des impulsions sécante-hyperboliques et que celles ci restent très proches des impulsions gaussiennes. On conçoit aisément que ces deux dernières impulsions soient plus faciles à générer que les impulsions triangulaires qui, difficulté supplémentaire, présentent des discontinuités de dérivée. La méthode employée pour la construction du signal de pompe repose sur une approche heuristique utilisant les éléments connus de la dynamique des lasers et les techniques de suppression des transitoires présentées en Section 2.1. Plus précisément, la puissance de pompe $P(t)$ dont la valeur initiale et finale sont égales à P_i est construite en superposant une montée quasi-instantanée qui réalise rapidement une forte inversion de population suivie d'une descente parabolique plus lente qui empêche l'apparition des oscillations et une forme triangulaire dont les pentes ascendante et descendante sont ajustables séparément. A ce signal de base s'ajoute des termes

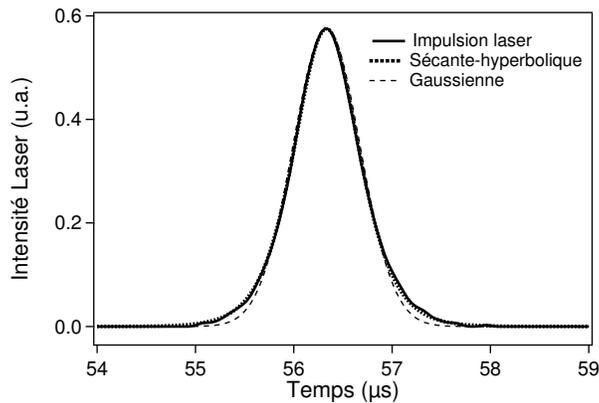


FIG. 2.6 – Impulsion émise par le laser $Nd^{3+} : YVO_4$: Comparaison avec les formes gaussienne (courbe en tiret) et sécante hyperbolique en champ (courbe en pointillé) réalisant le meilleur ajustement avec la forme expérimentale.

sinusoïdaux, correspondants aux deux premières composantes de Fourier des parties ascendante et descendante d'un signal additionnel de compensation des non-linéarités du laser.

Les contributions au signal de commande $P(t)$ sont représentées sur la Figure 2.7.

1. Pour la montée (a), ce signal est construit en additionnant les quatre composantes suivantes :
 - une commutation rapide d'amplitude A_p suivie d'une décroissance parabolique de durée τ présentant une tangente horizontale à l'instant τ . Cette dernière contrainte permet d'éviter une rupture de pente sur le signal global tout en limitant le nombre de paramètres à ajuster.
 - une rampe de durée T_{up} dont les valeurs initiale et finale sont respectivement égales à P_0 et P_f . Notons que T_{up} inclut le retard au démarrage et la montée de l'impulsion laser. Compte tenu de cette remarque, P_0 doit être inférieur à P_i de façon à ce que la pente de la rampe soit voisine de celle du signal de référence.
 - deux contributions sinusoïdales également de durée T_{up} et d'amplitude respective A_1 et A_2 .
2. La descente (b), de durée T_d , est beaucoup plus simple puisqu'elle ne comporte que deux contributions, en effet la contribution (commutation+ décroissance parabolique) est inutile car l'inversion de population est déjà réalisée au début de la séquence de décroissance. Ces deux contributions sont :
 - une rampe descendante dont les valeurs extrêmes sont P_f et P_i ;
 - une partie sinusoïdale d'amplitude A_3 correspondant à la première composante de Fourier A_1 introduite pour la montée. L'introduction d'un second terme ne s'est pas avérée nécessaire.

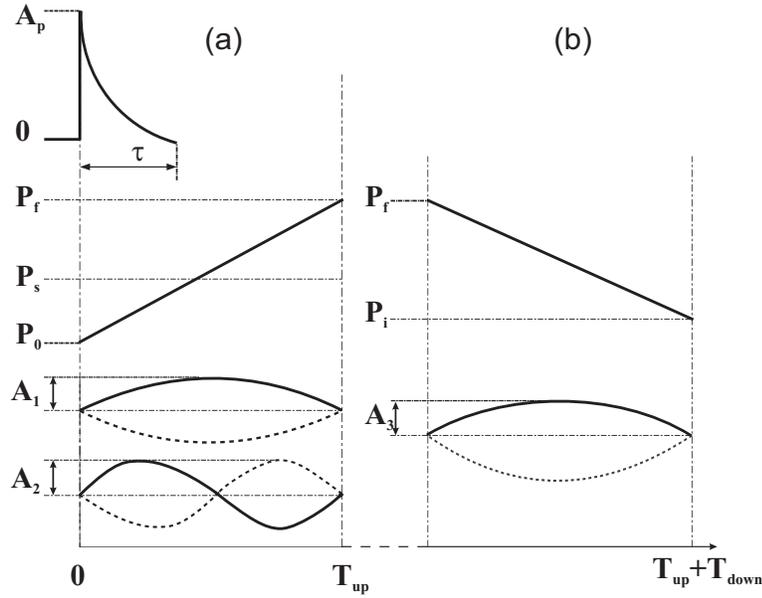


FIG. 2.7 – Contributions au signal de commande de la pompe : (a) montée, (b) descente.

En résumé, la fonction $P(t)$ est donnée par l'expression suivante :

$$P(t) = \begin{cases} P_i & t < 0, \\ \begin{aligned} &P_0 + (P_f - P_0)t/T_{up} + \\ &A_1 \sin \pi t/T_{up} + A_2 \sin 2\pi t/T_{up} + \\ &A_p(1 - t/\tau)^2[u(t) - u(t - \tau)], \end{aligned} & 0 < t < T_{up} \\ \begin{aligned} &P_f - (P_f - P_i)(t - T_{up})/T_{down} + \\ &A_3 \sin \pi(t - T_{up})/T_{down} \end{aligned} & T_{up} < t < T_{up} + T_{down} \\ P_i & t > T_{up} + T_{down}. \end{cases} \quad (2.4)$$

où $u(t)$ est la fonction de Heaviside. La Figure 2.8 montre un exemple de signal de conduite de la pompe construit de cette manière.

Les valeurs des paramètres T_{ref} , P_i et P_f étant fixées, le problème d'ajustement se réduit à la recherche des valeurs optimales des paramètres suivants : l'amplitude de la parabole A_p et sa durée τ , l'amplitude des composantes de Fourier A_1 , A_2 , A_3 , la valeur initiale P_0 et la durée T_{up} de la rampe montante et enfin la durée T_{down} de la rampe descendante. Ces 8 paramètres varient dans des intervalles fonctions de $(P_f - P_i)$ pour les amplitudes et T_{ref} pour les durées.

Reste à déterminer la fonction d'efficacité de chaque jeu de paramètres à partir de la comparaison entre l'intensité laser détectée $I(t)$ et l'intensité de référence $I_{ref}(t)$.

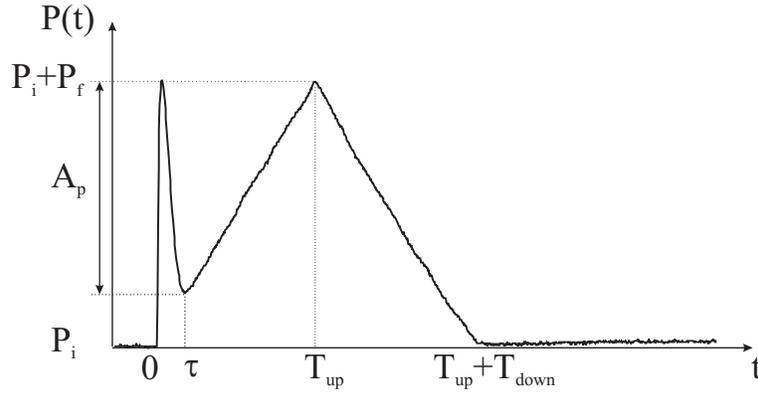


FIG. 2.8 – Exemple de signal de commande de pompe permettant d’obtenir une puissance laser variant en triangle.

Le premier problème que l’on rencontre est de définir l’intensité maximale I_{max} de la référence et le retard au démarrage du laser qui fixe l’instant initial pour cette référence. La valeur de I_{max} est en fait imposée par le choix des paramètres fixés et en particulier par P_f . D’autre part, fixer le retard risquait d’imposer des contraintes inacceptables au système. Aussi avons nous décidé de laisser ces deux paramètres libres. Dans ces conditions, la procédure de comparaison est la suivante : la valeur de I_{max} est fixée à 1 et l’intensité détectée $I(t)$ est normalisée de façon à ce que son maximum soit égal à 1. L’instant initial de $I_{ref}(t)$ est verrouillé sur celui du démarrage du laser. Compte tenu des fluctuations du signal détecté $I(t)$ liées au bruit, le démarrage du laser est fixé par convention à l’instant du passage de $I(t)$ à la valeur 2% de sa valeur maximale. Pour chaque instant de mesure t_i ($0 \leq i \leq npi$) de $I(t)$ on calcule l’écart $I(t_i) - I_{ref}(t_i)$. A partir de ces résultats, on a défini l’efficacité de deux manières différentes. La première utilise la norme infinie de l’écart, l’efficacité s’écrit alors :

$$f_{\infty} = \frac{1}{\max_{0 \leq i \leq npi} |I(t_i) - I_{ref}(t_i)|}$$

Dans la seconde, c’est la norme quadratique qui est employée et conduit à :

$$f_{L2} = \sqrt{\frac{\sum_{0 \leq i \leq npi} I_{ref}^2(t_i)}{\sum_{0 \leq i \leq npi} [I(t_i) - I_{ref}(t_i)]^2}}$$

Évidemment, plus l’efficacité est grande, meilleur est le signal de conduite ; l’optimum absolu correspondant à une efficacité infinie.

L’algorithme génétique détermine les valeurs optimales des huit paramètres. Rappelons que ce dernier utilise une population de 100 individus. Chaque individu, associé

à un jeu de 8 paramètres codés sur 20 bits, possède une patrimoine de 160 gènes. D'un point de vue expérimental, à chaque individu est associé le signal de conduite calculé avec ses valeurs de paramètres. Ces signaux sont ensuite appliqués à la pompe par séquence de 100 signaux. Après acquisition par l'oscilloscope, les signaux détectés correspondants sont envoyés vers l'ordinateur pour évaluation.

2.2.2 Description du programme de pilotage du laser

Dans cette sous section, nous allons décrire les fonctionnalités de l'application C++, qui gère l'ensemble de l'expérience. Au démarrage, le programme affiche une interface

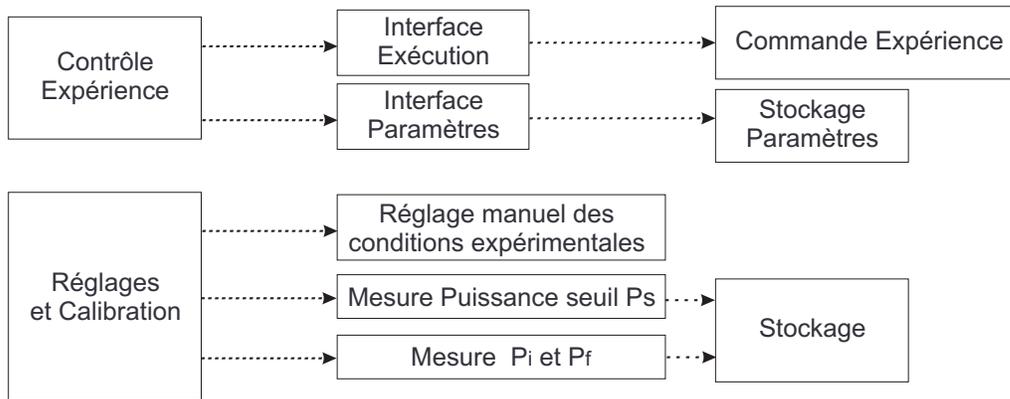


FIG. 2.9 – Interfaces de contrôle de l'expérience.

graphique qui permet d'accéder aux différentes fonctions décrites sur la Figure 2.9. Ces dernières se regroupent dans les deux modules suivants :

2.2.2.1 Réglages et Calibration

1. Interface *Réglages*

Elle permet d'effectuer manuellement tous les réglages non pris en charge par l'automate qui gère l'expérience. C'est le cas de l'intensité du courant moyen de pompe, du gain de l'adaptateur qui assure l'interfaçage entre la carte de conversion D/A et l'alimentation de la diode de pompe et des sensibilités des différentes voies de l'oscilloscope. A cette fin, la carte délivre une séquence de signaux carrés dont les tensions extrêmes correspondent aux puissances de pompe P_i et P_f . Notons que ces deux tensions sont fixées de façon à bénéficier au maximum de la résolution du convertisseur de la carte D/A . Les valeurs de P_i et P_f sont réglées en ajustant le courant de pompe et le gain de l'adaptateur. On ajuste ensuite les sensibilités de l'oscilloscope. Dans cette expérience on utilise trois voies, une pour le signal de synchronisation (délivré par la carte D/A), une pour l'intensité

laser détectée, la dernière étant réservée au signal délivré par la diode monitrice de la pompe.

2. Interface *Calibration*

Cette interface permet d'assurer le lien entre les tensions délivrées par la carte *D/A* et les puissances de pompe. On utilise la même séquence de signaux carrés que précédemment, le signal de la diode monitrice alors obtenu est transféré vers l'ordinateur. A partir des valeurs minimale et maximale de ce signal, le programme calcule les puissances P_i et P_f en utilisant la fonction d'étalonnage de la diode monitrice. De façon analogue, l'interface permet de déterminer la puissance de pompe au seuil du laser. L'opérateur ajuste le courant de pompe de façon à placer le laser à son seuil de fonctionnement. Le programme déduit la puissance de seuil P_{seuil} de la valeur du signal de la diode monitrice alors obtenue. Les résultats sont stockés en mémoire et seront joints au fichier des résultats et des paramètres de l'expérience.

2.2.2.2 Contrôle Expérience

Population		Signal désiré (triangle symétrique)	
Nombre de générations	20		
Probabilité de mutation	0.05	Temps Montée Tref (μ s)	60
Probabilité de croisement	0.5		
Valeur Min		Signal de conduite	Valeur Max
<input type="text"/>		Durée relative de la rampe de montée (Tup)	<input type="text"/>
<input type="text"/>		Durée relative de la parabole (τ)	<input type="text"/>
<input type="text"/>		Amplitude relative de la parabole (Ap)	<input type="text"/>
<input type="text"/>		Valeur initial de la rampe de montée (Po)	<input type="text"/>
<input type="text"/>		Amplitude de la 1 ^o composante de Fourier, Montée (A1)	<input type="text"/>
<input type="text"/>		Amplitude de la 2 ^o composante de Fourier, Montée (A2)	<input type="text"/>
<input type="text"/>		Durée relative de la rampe descendante (Tdown)	<input type="text"/>
<input type="text"/>		Amplitude de la 1 ^o composante de Fourier, Descente (A3)	<input type="text"/>

FIG. 2.10 – Interface permettant de fixer les intervalles de variation des paramètres du signal de pompe $P(t)$ ainsi que les caractéristiques de l'algorithme génétique.

C'est la partie principale du programme qui contient deux interfaces de communication.

1. Interface *Paramètres*

Cette interface permet de fixer : i) les intervalles de variation de chacun des paramètres qui doivent être ajustés par l'algorithme génétique, ii) les valeurs des paramètres propres à l'algorithme tels que le nombre de générations et les probabilités de mutation et de croisement, iii) le temps de montée T_{ref} du signal de référence. La Figure 2.10 donne une image de l'interface graphique utilisée pour rentrer les données. Les valeurs minimum et maximum de chacun des paramètres sont normalisées à T_{ref} pour les temps et à $P_f - P_i$ pour les puissances de pompe. Toutes les données entrées sur cette interface graphique sont stockées en mémoire de masse à la fermeture de l'interface. Elles seront rechargées par le programme principal ou lors de l'utilisation suivante de l'interface *Paramètres*.

2. Interface *Execution*

Elle commande l'exécution de l'automate qui gère l'expérience et a comme partie centrale l'algorithme génétique qui pilote et relie entre elles les unités représentées sur la Figure 2.11 et que nous allons décrire brièvement.

- l'unité *Paramètres*, assure la lecture des valeurs maximales et minimales des 8 paramètres à ajuster, de la valeur de T_{ref} et des caractéristiques de l'algorithme génétique. Elle n'est utilisée que lors de la mise en marche de l'interface.
- une unité *Calcul* regroupe trois modules dont les rôles respectifs sont :
 - i) de calculer les signaux de commande à partir des valeurs des paramètres fournis par l'algorithme.
 - ii) d'effectuer, après synchronisation, la comparaison entre les intensités laser détectées $I(t)$ et le signal de référence $I_{ref}(t)$. A l'issue de cette comparaison, ce module calcule l'efficacité de chaque signal de pompe. Comme pour le module précédent ces calculs concernent l'ensemble de la population et les 100 efficacités obtenues sont transférées à l'algorithme génétique.
 - iii) d'afficher les résultats à chaque génération ainsi qu'en fin d'expérience.
- l'unité *Pilotage* gère la carte digitale-analogique (D/A) et l'oscilloscope. Comme l'unité précédente elle comprend trois modules.
 - i) Le module "Mise en route" réalise la configuration automatique de l'oscilloscope numérique. En particulier il fixe le nombre de voies utilisées, le nombre de points sur chaque voie et la base de temps. Il impose également le fonctionnement en mode séquence et le nombre de segments correspondants. Il effectue ensuite un transfert de tous les paramètres de l'oscilloscope vers l'ordinateur. En dernier lieu, il procède à l'armement de l'oscilloscope.
 - ii) Le second module gère la carte D/A . Il assure le remplissage de ses mémoires tampon avec les 100 signaux de commande (précalculés par l'unité *Calcul*) et

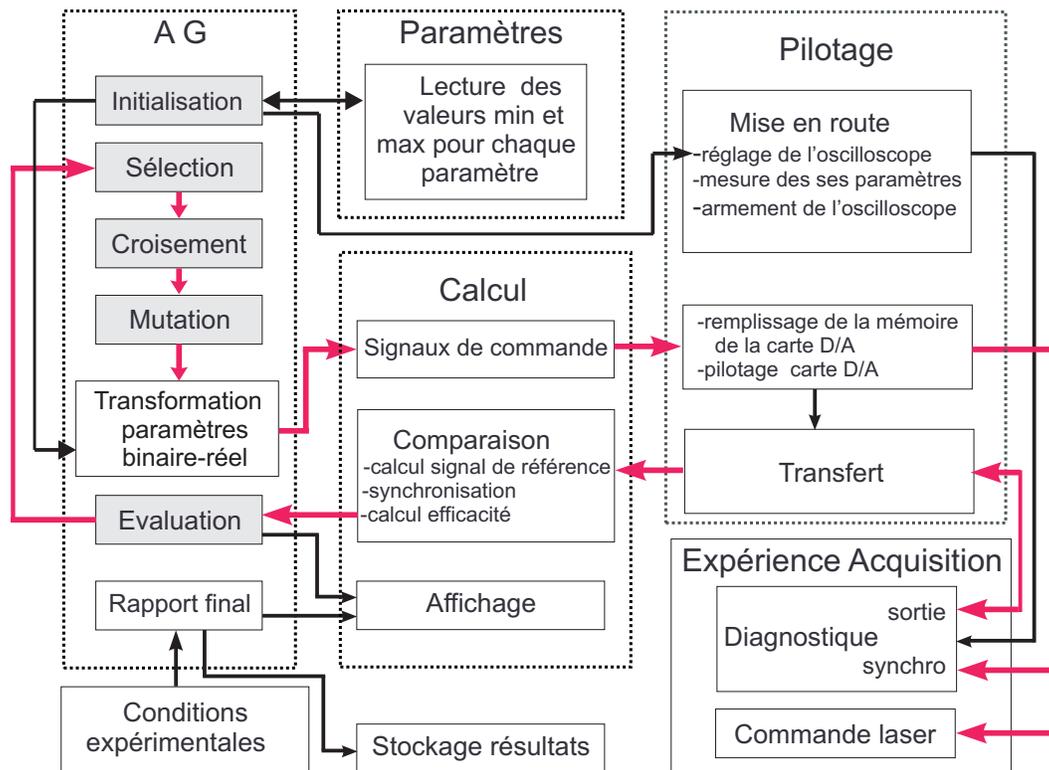


FIG. 2.11 – Synopsis des unités et modules du programme géré par l'algorithme génétique. Les fonctions en grisé du cadre *AG* sont propres à l'algorithme génétique. Les opérations exécutées successivement au cours d'une boucle de calcul sont reliées par des flèches grises. Les doubles flèches indiquent un dialogue.

les signaux de synchronisation correspondants. Deux signaux de commande (et de synchronisation) successifs sont séparés par un temps de repos égal à 4 fois la durée totale du signal de commande. Pendant ce laps de temps, la puissance de pompe est maintenue à la valeur P_i ce qui permet au laser de revenir dans son état stationnaire de repos. Le module gère ensuite le transfert du contenu des mémoires vers le convertisseur avec une cadence de conversion de 1 point par s et par voie. Pendant cette phase d'exécution du programme, les 100 signaux de commande sont appliqués au laser et l'oscilloscope acquiert les signaux intensité laser et diode monitrice qui leur sont associés. Le module passe ensuite la main au module "Transfert".

iii) Le module "Transfert" assure le transfert vers l'ordinateur des signaux acquis par l'oscilloscope. Ces derniers sont repris par l'unité *Calcul* en vue de procéder à l'évaluation des performances de la population. Le module procède ensuite au réarmement de l'oscilloscope pour une nouvelle acquisition.

– L'unité *AG* contrôle l'exécution automatique des différentes fonctions de l'al-

gorithme génétique (boîtes en gris de la Figure 2.11) et active successivement les différents modules décrits précédemment.

La fonction "Initialisation" assure la mise en route de l'oscilloscope, la lecture de l'ensemble des paramètres utilisés par l'algorithme (stockés en mémoire de masse) puis génère la population initiale qui après conversion binaires-réels sera utilisée pour calculer la première série de signaux de commande. Les appels de cette fonction aux différents modules du programme sont représentés en traits noirs sur le synopsis de la Figure 2.11. Une fois la première série de signaux de commande calculée, le programme exécute la boucle : Pilotage Carte D/A , Acquisition, Transfert, Comparaison-Évaluation, Sélection, Croisement et Mutation (voir flèches grises sur la Figure 2.11). A chaque tour de boucle, les caractéristiques du meilleur individu de la génération (signal laser, signal de diode monitrice, efficacité) sont affichées à l'écran. Notons qu'à cause des fluctuations quantiques et des dérives thermiques, il arrive que le meilleur individu d'une génération ait une efficacité inférieure à celui de la génération antérieure. Pour se prémunir contre ces aléas expérimentaux, l'ensemble des caractéristiques du meilleur individu toutes générations présente et antérieures comprises est stocké en mémoire.

Lorsque le nombre de générations sélectionné est atteint la fonction *Rapport Final* affiche sur l'écran le meilleur résultat et stocke l'ensemble de ces caractéristiques en mémoire de masse.

2.2.3 Mode opératoire

En absence d'une connaissance même imprécise des valeurs des paramètres à ajuster, la convergence de l'algorithme s'avère souvent très lente. Aussi procède-t'on en deux étapes. Dans un premier temps, on attribue un large domaine de variation aux paramètres du signal de conduite, typiquement de l'ordre de 0,5 en valeurs normalisées. On exécute l'algorithme pour un nombre limité de générations (20). Si l'efficacité du meilleur individu est suffisante (≈ 4), les intervalles de variation des paramètres sont centrés sur les valeurs correspondant au meilleur individu et leurs largeurs sont fortement réduites (typiquement $\pm 5\%$ de la valeur centrale). Sauf fluctuation intempestive des conditions expérimentales, l'algorithme converge alors en général en une cinquantaine de générations. Les résultats expérimentaux sont présentés dans l'article *Genetic drive of a laser* [60] qui fait l'objet de la section qui suit.

2.2.4 Résultats

August 15, 2004 / Vol. 29, No. 16 / OPTICS LETTERS 1885

Genetic drive of a laser

Cristina Elena Preda, Bernard Ségard, and Pierre Glorieux

Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules, Centre National de la Recherche Scientifique, Unité Mixte de Recherche (UMR 8523), Université de Lille 1, 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex, France

Received April 6, 2004

Direct production of laser output pulses with arbitrary shapes can be extended to the high-frequency domain by use of optimal driving of the pump power. Genetic algorithms allow us to design the optimal time evolutions of the pump power to counteract the detrimental effect of relaxation oscillations. The method is demonstrated on a Nd³⁺:YVO₄ laser and allows us to produce, e.g., triangular pulses at rates 20 times faster than for proportional modulation. © 2004 Optical Society of America

OCIS codes: 140.0140, 190.0190.

To change the power delivered by a laser, one usually acts on the pump power or the cavity losses. The output intensity of a laser is proportional to the pump in excess of threshold only in the limit of slow variations of the pump power. The laser response is not instantaneous and is in any case limited by the damping constant κ of the field inside the laser cavity. In practice, this is true only if the population inversion reacts instantaneously, which is valid for only so-called class A lasers, i.e., lasers for which κ is smaller than relaxation rates γ and γ_{\perp} of the population inversion and electric polarization, respectively. Practically, the most common lasers, i.e., Nd³⁺:YAG or YVO₄, CO₂, and diode lasers, belong to the so-called class B lasers, meaning that $\kappa \gg \gamma$. Their dynamics is ruled by the combined dynamics of population inversion (driven by the pump) and of laser intensity (driven by the population inversion). For such lasers, as soon as the modulation frequency is increased, modulation competes with relaxation oscillations (ROs). Then the meaning of “slow” must be evaluated in comparison with RO frequency Ω and damping Γ , which scale as $(\kappa\gamma)^{1/2}$ and γ , respectively. In class B lasers square-wave modulation of the pump power induces long-lived transients with a long delay and initial spikes followed by long-lasting ROs, leading to the need to use external modulators if high-speed switching is required. ROs limit the bandwidth, which can be achieved by direct modulation (see, e.g., Fig. 1). A large bandwidth is obtained only if the RO frequency and damping are upshifted, which is often contradictory to obtaining large net gain.

Different techniques have been proposed to overcome the modulation limits due to the peculiar laser dynamics associated with the sharp ROs. First, a bang-bang technique, in which a pump prepulse of large intensity is sent in the active medium to build the population inversion as quickly as possible, was used. Then the pump power is reduced, possibly below threshold, to slow down the population dynamics, and it is stopped as the laser intensity reaches the desired stationary value.¹ Recently, a more refined targeting method was proposed to cut short the long transients and reach the stationary state directly.² This method suggests that the properties of trajectories in the phase space can be taken advantage of to tailor a drive waveform that produces the desired intensity waveform. This approach is based on specific conservation

properties of the laser rate equations. It has been implemented in both a Nd³⁺:YVO₄ laser and a hybrid device made of a laser and its power supply. The Nd³⁺:YVO₄ laser experiments demonstrated that this targeting method allows one to reduce the amplitude of the initial transient and its duration by factors of 60 and 10, respectively.³ Unfortunately, it applies only to switching from one stationary state of class B lasers to another for which a model is available.

Here we propose another targeting technique that can be applied when other modulated waveforms, e.g., Gaussian and triangular, are required and could in principle be implemented in any class of laser. In this approach the properties of trajectories are not calculated from the model equations, but they are deduced from a large number of trial experiments whose parameters are changed by use of a genetic algorithm (GA). GAs are efficient optimization methods applicable even in the absence of a reliable model of the driven system or if the problem has no analytical solution. In fact, GAs are commonly applied in optics. They were used to shape femtosecond laser pulses to optimize the output of a chemical reaction^{4–7} or of harmonic generation^{8–10} and in adaptive optics control.¹¹ We show here that this approach is powerful for making the laser produce arbitrary pulse shapes within the time range of RO dynamics, and we demonstrate this by producing triangular pulses with a Nd:YVO₄ laser.

The optimization consists of finding pump evolution $P(t)$ such that laser intensity $I(t)$ is as close as possible to prerequisite arbitrary shape $I_{\text{goal}}(t)$, here a

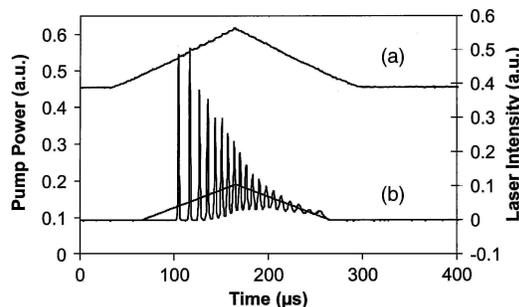


Fig. 1. Response of a Nd:YVO₄ laser to triangular pump modulation: (a) pump drive, (b) Nd:YVO₄ laser response. The superimposed triangle represents the desired pulse shape ($P_i = 0.92$, $P_f = 1.48$).

symmetrical triangle with a total duration $2T_{\text{goal}}$ shorter than the RO damping. In the following, $P(t)$ is normalized to the threshold pump power. $P(t)$ can be purely arbitrary, as pointwise defined, or built from an educated guess. The latter approach greatly favors GA convergence. In the present experiments $P(t)$ is designed following the common wisdom of laser dynamics, i.e., trying to reduce the switch-on delay and to smooth out the ROs. To obtain a triangular output, the driving command of $P(t)$ is built in two pieces. The up-slope drive, of duration T_{up} , adds three contributions: The first (i) is a composite pump shape designed to build as quickly and softly as possible the population inversion without ROs. It consists of a fast switch from initial value P_i to a value far from threshold, followed by a parabolic decrease of duration τ such that the minimum is reached at time $t = \tau$. This parabolic decrease allows us to suppress the ROs as shown in theory and experiments on the targeting technique.^{2,3} The second (ii) is a linear ramp that mimics the triangle goal, starting from P_0 and reaching the maximum P_f . The third (iii) is two sinusoidal contributions with period T_{up} and $T_{\text{up}}/2$ to compensate for the nonlinearities of the laser response to lowest orders. These contributions originate in a Fourier decomposition of the correction requested by the nonlinearities.

The down-slope drive with duration T_{down} is built by adding a linear term to the first sine component. The first contribution (i) is unnecessary because the laser already operates above threshold. To summarize, this command signal can be written as

$$P(t) = P_0 + (P_f - P_0)t/T_{\text{up}} + A_1 \sin \pi t/T_{\text{up}} + A_2 \sin 2\pi t/T_{\text{up}} + A_p(1 - t/\tau)^2[u(t) - u(t - \tau)] \quad (1)$$

for $0 < t < T_{\text{up}}$ and as

$$P(t) = P_f - (P_f - P_i)(t - T_{\text{up}})/T_{\text{down}} + A_3 \sin \pi(t - T_{\text{up}})/T_{\text{down}} \quad (2)$$

for $T_{\text{up}} < t < T_{\text{up}} + T_{\text{down}}$ and P_i otherwise. $u(t)$ is the Heaviside step function. The parameters to be optimized with a GA are the up- and down-ramp durations T_{up} and T_{down} , respectively; the parabola duration and amplitude τ and A_p , respectively; and the initial value of the up-ramp P_0 and sine coefficients A_1, A_2, A_3 . This approach can be adapted to other more-complicated pulse shapes with proportional contributions replacing the linear terms (ii) and keeping the Fourier corrections (iii).

The GA mimics biological selection. It considers an ensemble of n individuals that are sets of the eight parameters. The GA is an iterative procedure that builds a more-efficient population from an initial (random) one by use of several intermediate generations. In this process the size of the population n remains constant ($n = 100$). The efficiency of each individual is measured by a fitness parameter f defined as the ratio of the norm of $I_{\text{goal}}(t)$ over that of $I_{\text{goal}}(t) - I(t)$. We used both the quadratic norm and the infinite

norm (maximum of the absolute value). Going from one generation to the next requires three operations: selection, crossover, and mutation. Selection means that only the most efficient individuals are preferentially used to build the new generation. Crossover rebuilds new individuals from the parent generation by randomly exchanging part of the parameter string. Mutation is a stochastic process for altering this genetic patrimony. The fitness of the newly generated population is calculated, and the three-step process is repeated until convergence is achieved. For speed and efficiency the parameters are 20-bit-coded, and the infinite norm is usually preferred. Because of the specific dynamics of the laser switch on, the delay between the drive and the laser response is left as a free parameter that is not fitted in this procedure.

The Nd:YVO₄ laser used for these experiments is similar to that used in our targeting experiments.³ It is made of a 2% Nd³⁺-doped YVO₄ crystal inserted into a hemispherical cavity. The crystal thickness and cavity length L are equal to 1 and 51 mm, respectively. The laser is longitudinally pumped by a fiber-coupled diode laser emitting at 808 nm. The mirror reflectivities are $R_1 > 0.99$ for the layer deposited on the flat crystal and $R_2 = 0.98$ for the spherical coupling mirror ($R = 80$ mm). This leads to a cavity field decay rate $\kappa = -c \ln(R_1 R_2)^{1/2}/2L$ of $3\text{--}4.5 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$, which is much larger than population decay rate γ of $3.3 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ as deduced from the RO frequency.¹² The corresponding value of $\gamma^{-1} = 30 \mu\text{s}$ is close to the value directly measured from fluorescence in similar samples and to those obtained in Refs. 13 and 14. The pump power at threshold is typically 90 mW, and the emission is single mode for pump powers up to 190 mW. In all the experiments the current driving the pump diode with an associated rise time better than $1 \mu\text{s}$, and the laser emission is detected by high-speed detectors (bandwidth of 150 MHz). The laser output and pump intensities are digitized in a fast-sampling oscilloscope (LeCroy 334A) coupled to a computer. The signals are processed by the GA, and new individuals are generated and used to drive the pump laser through a digital-analog converter (National

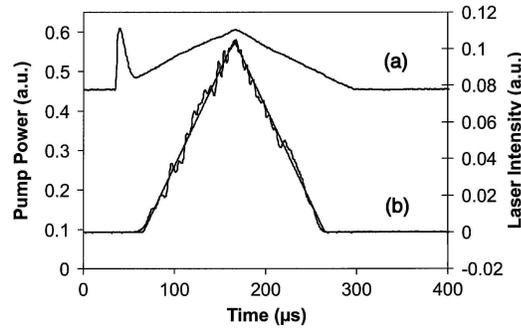


Fig. 2. Response of a Nd:YVO₄ laser to pump modulation optimized to generate a triangular pulse: (a) GA-optimized pump modulation, (b) Nd:YVO₄ laser response. The superimposed triangle represents the desired pulse shape ($P_i = 0.92$, $P_f = 1.48$).

Table 1. Parameters^a of the Pump Waveform to Produce Triangular Pulses

	T_m	T_d	τ	P_0	A_p	A_1	A_2	A_3	f
GA	1.29	1.32	0.212	0.04	1.39	0.043	0.0022	-0.007	13.65
dir ^b	1.29	1.32	0	0	0	0	0	0	0.21

^aTimes and amplitudes are in units of T_{goal} and $(P_f - P_i)$, respectively.

^bdir, proportional direct modulation.

Instruments PCI-6711). We proceed in two steps. First, 20 generations are used to determine the best individual starting from a random set of parameters on large domains around values deduced from the educated guess. Specifically, times (amplitudes) are chosen in ranges of $\pm 0.5T_{\text{goal}}$ [$\pm 0.5(P_f - P_i)$]. If this step is successful, i.e., $f > 4$, we then proceed to a second more-refined selection through variations within $\pm 10\%$ of the best individual parameters. Convergence is usually obtained after 50 new generations.

The experiments were carried out in a time domain in which direct modulation fails because of ROs, namely, with a symmetric triangle with a total duration of 200 μs . As shown in Fig. 1, direct modulation of our laser with such a triangular wave leads to dramatic perturbations due to ROs that typically occur at 200 kHz with a damping time of 100 μs . The calculated fitness in these conditions is as low as 0.21, meaning that the laser output obtained hardly resembles the goal. Using the GA procedure as above allows us to produce a form much closer to the goal (see Fig. 2). The fitness of the best individual reaches 13.65, which means that the difference between the laser output and the goal is small and typically close to the noise fluctuations of many experiments. The parameters as found by the GA are given in Table 1.

Because of the GA procedure, the final optimal result varies from one series of experiments to the other. The dispersion of the parameters obtained reflects the variations in their tolerance. Those acting as main contributions, such as (i) and (ii), need better accuracy than those acting only as corrections. This is quantified if sets of parameters leading to close values of the fitness are compared. For a fitness variation of 1.5% we obtained relative variations of T_{up} , T_{down} , τ , A_p , and P_0 equal to 0.1%, 2%, 5%, 6%, and 15%, respectively. A_1 , A_2 , and A_3 present strong relative variations because they produce small (but significant for fitness improvement) corrections of the pump drive. The final fitness is typically improved by a factor of more than 50 in the conditions of Figs. 1 and 2. Triangular modulation at higher frequencies was achieved, but the fitness decreases rapidly for $2T_{\text{goal}} < 100 \mu\text{s}$. In our experiments the convergence of the process is limited by the technical fluctuations of the laser, which alter the parameters during one set of experiments. The high frequency limit depends on the particular pulse shape that is selected, and this relation will be discussed in detail elsewhere. If the triangle durations are increased, the fitness improves for both GA and direct modulation, but they are both limited by low-frequency effects such as thermal effects and the mechanical stability of the laser. More quantitatively direct triangle modulation should be done with a duration of 2–5 ms to reach a fitness of the order

of 10, meaning that GAs allow us to tailor laser pulses approximately 20 times faster than with direct proportional modulation.

To summarize, we have shown that GAs help in designing pump drives such that lasers deliver pulses of arbitrary shape up to a time domain in which ROs usually forbid such modulations. Direct laser modulation is restricted by the damping of the ROs, but, by use of GA-based optimal driving, we can improve both the quality and the speed of modulation by a factor of 50 and 20, respectively, for the triangular pulses. The method can be implemented for a wide variety of pulses. For Gaussian or solitonlike pulses the improvement obtained is less striking because lasers naturally deliver pulses with shapes that are close to these, but the GA approach allows better control of the pulses. Generally speaking the GA-based driving method is most suitable for nonnatural, more-exotic shapes, for instance, double pulses with a tunable specific intensity ratio and delay.

B. Ségard's e-mail address is bernard.segard@univ-lille1.fr.

References

- G. L. Lippi, P. A. Porta, L. M. Hoffer, and H. Grassi, *Phys. Rev. E* **59**, R32 (1999).
- G. L. Lippi, S. Barland, and F. Monsieur, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 62 (2000).
- B. Ségard, S. Maton, and P. Glorieux, *Phys. Rev. A* **66**, 053819 (2002).
- R. S. Judson and H. Rabitz, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1500 (1992).
- H. Rabitz, R. deVivie-Riedle, M. Motzkus, and K.-L. Kompa, *Science* **288**, 824 (2000).
- C. J. Bardeen, V. V. Yakovlev, K. R. Wilson, S. D. Carpenter, P. M. Weber, and W. S. Warren, *Chem. Phys. Lett.* **280**, 151 (1997).
- A. Assion, T. Baumert, M. Bergt, T. Brixner, B. Kiefer, V. Seyfried, M. Strehle, and G. Gerber, *Science* **282**, 919 (1998).
- R. Bartels, S. Bachus, E. Zeek, L. Misoguti, G. Vdovin, I. P. Christov, M. M. Murnane, and H. C. Kapteyn, *Nature* **406**, 164 (2000).
- I. P. Christov, R. Bartels, H. C. Kapteyn, and M. M. Murnane, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5458 (2001).
- L. Roos, M. B. Guardé, and A. L'Huillier, *J. Phys. B* **34**, 5041 (2001).
- T. Baumert, T. Brixner, V. Seyfried, M. Strehle, and G. Gerber, *Appl. Phys. B* **65**, 779 (1997).
- Ya. I. Khanin, *Principles of Laser Dynamics* (Elsevier, Amsterdam, 1995).
- A. W. Tucker, M. Birnbaum, C. L. Fincher, and J. W. Erlar, *J. Appl. Phys.* **48**, 4907 (1977).
- A. Bramati, J. P. Hermier, V. Jost, E. Giacobino, L. Fulbert, E. Molva, and J. J. Aubert, *Eur. Phys. J. D* **6**, 513 (1999).

2.3 Génération d'impulsions par interpolation

2.3.1 Introduction

Dans la Section 2.2, la méthode de construction des signaux de conduite $P(t)$ a été décrite pour le cas relativement simple d'un triangle symétrique. Cette méthode peut être étendue à d'autres types de signaux de référence en modifiant certains termes constitutifs de $P(t)$. Toutefois elle deviendra de plus en plus difficile à mettre en oeuvre à mesure que le signal de référence deviendra plus complexe. En fait, l'inconvénient majeur de cette méthode est que le mode de construction de $P(t)$ dépend de façon cruciale de la forme du signal de référence $I_{ref}(t)$. Nous avons donc développé un second protocole de construction qui est facilement adaptable à tout type de signal de référence. La solution que nous avons mise en oeuvre est de déterminer la fonction $P(t)$, définie dans l'intervalle $[0, T]$, comme étant la fonction d'interpolation d'un ensemble limité de points (appelés points ou noeuds de collocation) correspondant à des instants $t_i \in [0, T]$. Au dehors de l'intervalle $[0, T]$, $P(t)$ est égal à sa valeur initiale P_i . L'algorithme génétique ajuste la valeur des puissances de pompe $P(t_i)$ ($P(t_i) \in [P_{min}, P_{max}]$) correspondant à ces noeuds ainsi que la durée totale T du signal de commande. Les domaines initiaux de variation de ces puissances sont définis suivant un protocole qui, comme dans la méthode précédente, impose une commutation initiale rapide et ne prend en compte que l'allure générale de la référence $I_{ref}(t)$. Au fur et à mesure de la progression de l'algorithme, ces domaines sont réduits en fonction des écarts entre $I(t_i)$ et $I_{ref}(t_i)$ et de l'efficacité des meilleurs signaux de commande. Avant d'aborder une description plus détaillée des techniques employées, nous allons préciser quelle est la méthode d'interpolation utilisée.

2.3.2 Interpolation Spline

Dans la mesure où on se propose de générer des signaux de forme quelconque, il convient de ne privilégier aucun domaine temporel particulier de l'intervalle $[0, T]$, aussi les points de collocation doivent être répartis de façon équidistante dans le temps. Les instants t_i correspondants s'écrivent alors $t_i = \frac{iT}{N}$ où $i = 0, \dots, N, N+1$ étant le nombre de noeuds utilisés. Le choix optimal des valeurs de $P(t_i)$ dépend directement de la méthode d'interpolation utilisée.

Il est possible de construire des polynômes d'interpolation de degré N passant par l'ensemble des points de collocation $\{(t_0, P(t_0)), \dots, (t_N, P(t_N))\}$. Cependant, de tels polynômes peuvent présenter de fortes oscillations en particulier aux bornes du domaine $[0, T]$, comme c'est le cas des polynômes de Lagrange. Pour éviter ces oscillations, nous avons utilisé une méthode polynomiale d'interpolation par morceaux de type "splines". Entre deux noeuds successifs, i et $i+1$, la fonction $P(t)$ est décrite par un polynôme

d'ordre 3 et s'écrit sous la forme :

$$P(t) = s_i(t) = a_0^i + a_1^i t + a_2^i t^2 + a_3^i t^3, t \in [t_i, t_{i+1}[$$

Le raccordement entre les différents éléments ainsi obtenus se fait en imposant en chaque noeud la continuité de $P(t)$ et de ses deux premières dérivées $P'(t)$ et $P''(t)$. Pour chaque noeud i (excepté $i = 0$) on doit donc avoir :

$$\begin{cases} P(t_i^-) = P(t_i^+) = P(t_i) \\ P'(t_i^-) = P'(t_i^+) \\ P''(t_i^-) = P''(t_i^+) \end{cases}$$

Avec la condition supplémentaire $P''(t_0) = P''(t_N) = 0$, les polynômes $s_i(t)$ sont complètement déterminés et s'appellent *splines naturelles* [61].

Notons que cette technique est "équivalente" aux méthodes de lissage pour lesquelles on sait que les splines sont des polynômes optimaux.

2.3.3 Description de la méthode

L'application C++ que nous avons développée pour implémenter l'interpolation spline dans la construction du signal de commande, fonctionne de la même manière que celle décrite dans la Section 2.2 et avec les mêmes étapes (voir la Figure 2.11). La seule différence réside dans les modalités de construction du signal de commande $P(t)$. Le problème majeur qui se pose est de réduire au maximum la durée de convergence de l'algorithme génétique. Si on utilise un grand nombre de points de collocation avec un intervalle de variation des valeurs de $P(t_i)$ maximum ($[P_{min}, P_{max}]$), la probabilité d'obtenir un signal même très approximativement voisin du signal de référence est faible. Aussi doit-on, dans un premier temps, limiter le nombre $N + 1$ de points de collocation et parallèlement imposer une contrainte plus forte sur les intervalles de variation des puissances $P(t_i)$.

Dans cette première phase, le nombre d'intervalle N est limité à une dizaine. Chaque individu de la population est caractérisé par $N + 2$ binaires de 20 bits ($N + 1$ points de collocation + durée du signal). Pour chaque point de collocation, les intervalles de variation des puissances $P(t_i)$ sont définis suivant le schéma représenté sur la Figure 2.12. Dans le cas de cette figure, le nombre de points de collocation est impair ($N + 1 = 11$), la puissance minimum P_{min} coïncide avec la puissance initiale P_i et, pour simplifier, le signal de référence présente un maximum central.

Le premier point $i = 0$ peut varier entre la puissance de pompe au seuil P_{seuil} et sa valeur maximale P_{max} . Pour le deuxième point ($i = 1$), la puissance est comprise entre la valeur minimale P_{min} et la valeur $P(t_0)$ calculée à partir du binaire associé au point $i = 0$ compte tenu de l'intervalle de variation imposé pour ce point. Pour le point

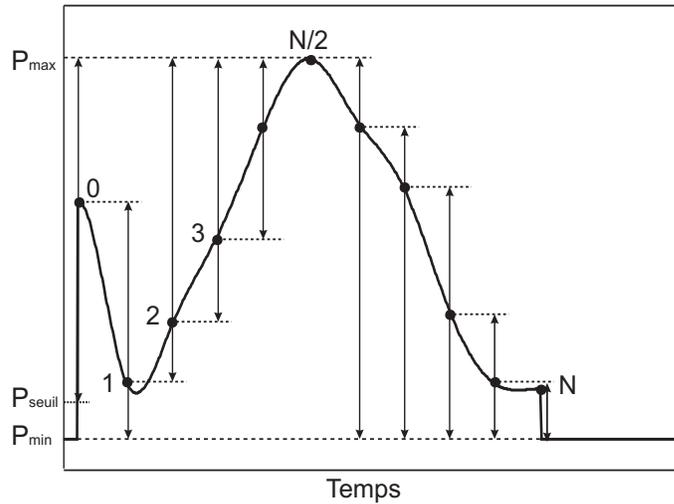


FIG. 2.12 – Méthode de définition des intervalles de variations pour les points d'interpolation : phase 1. Les flèches indiquent l'intervalle de variation permis pour la puissance associée à chaque point (•).

suivant ($i = 2$), l'intervalle est $[P(t_1), P_{max}]$. On procède de la même manière jusqu'à ce qu'on atteigne le maximum ($i = N/2$) pour lequel on impose la valeur P_{max} . Pour la phase descendante de l'impulsion, l'intervalle associé au point i est $[P_{min}, P(t_{i-1})]$. Cette technique permet d'obtenir des impulsions de conduite de forme quelconque présentant un maximum central ainsi qu'une discontinuité initiale suivie d'une décroissance plus lente comme c'est le cas dans la méthode précédente (voir exemple de la Figure 2.12). L'opération se répète à chaque génération pendant la procédure de calcul des signaux de commande. Le domaine de variation de T est fixé par l'opérateur via l'interface de réglage des paramètres en fonction de la durée du signal de référence. Cette méthode permet d'explorer une large gamme de signaux ayant des caractéristiques générales communes - à savoir - une commutation initiale rapide suivie d'une décroissance plus lente ainsi qu'une forme globale présentant des similitudes avec le signal de référence. En utilisant le même principe de construction, on peut étendre la méthode à des signaux non symétriques ou présentant des maxima relatifs, nous allons voir que cela ne s'est pas avéré nécessaire. Cette technique est suffisamment efficace pour obtenir en quelques générations (typiquement 10) un signal d'efficacité quadratique comprise entre 2 et 4 raisonnablement voisin du signal de référence et présentant des oscillations de relaxation d'amplitude modérée. Au delà de cette valeur de l'efficacité, la convergence de l'algorithme devient plus lente et il est difficile d'obtenir des efficacités importantes.

Nous avons donc adapté l'algorithme de façon à accélérer la convergence en introduisant une modification de la méthode de définition des domaines de variation de

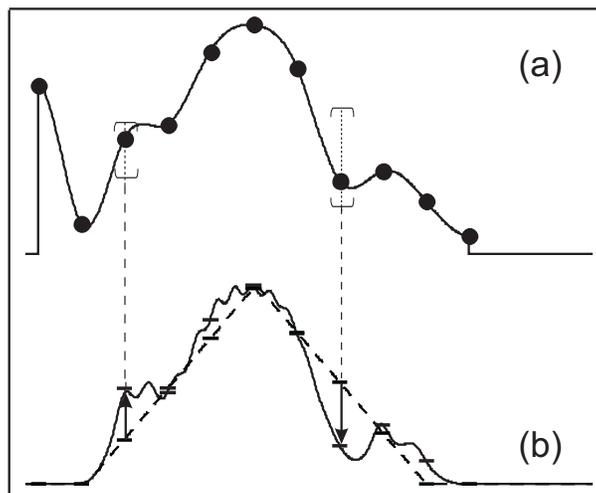


FIG. 2.13 – Méthode de détermination des intervalles de variations des puissances pour les points de collocation pour la génération en cours (Phases 2 et 3). a) Signal de commande correspondant au meilleur individu de la génération précédente. b) signal émis par cet individu (trait plein), signal de référence (tirets). Les cercles pleins (●) indiquent les points de collocation et les crochets délimitent les domaines de variation.

$P(t_i)$. Cette modification (phase 2) est introduite lorsque l'efficacité dépasse une valeur seuil S_1 de l'ordre de 3 (voire moins). Pour une génération donnée et pour chaque point de collocation, ce nouveau domaine est défini à partir de l'écart observé en ce point entre le signal de référence et le signal obtenu par le meilleur individu de la génération précédente. La méthode retenue est illustrée sur la Figure 2.13. La largeur du domaine associé au point i est proportionnelle à l'écart obtenu pour ce point. Par rapport à la valeur du paramètre $P(t_i)$ du meilleur individu, le centre du domaine est décalé en sens opposé à l'écart observé. Ce décalage est égal au 30% de la largeur du domaine.

Dans une troisième phase qui intervient lorsque que l'efficacité du meilleur individu de la génération en cours dépasse un second seuil S_2 ($S_2 \approx 10$), on double le nombre d'intervalles entre les points de collocation pour les générations suivantes tout en conservant la même méthode de définition des domaines de variation des puissances. Cette opération permet de préciser les détails de la forme des signaux obtenus et d'aboutir ainsi à des efficacités plus grandes. Chaque nouveau point de collocation j est situé au milieu de l'intervalle compris entre deux anciens points consécutifs i et $i + 1$. Les limites de son intervalle de variation ainsi que les valeurs des paramètres $P(t_j)$ de toute la population sont obtenues par interpolation linéaire entre les grandeurs correspondantes des points i et $i + 1$.

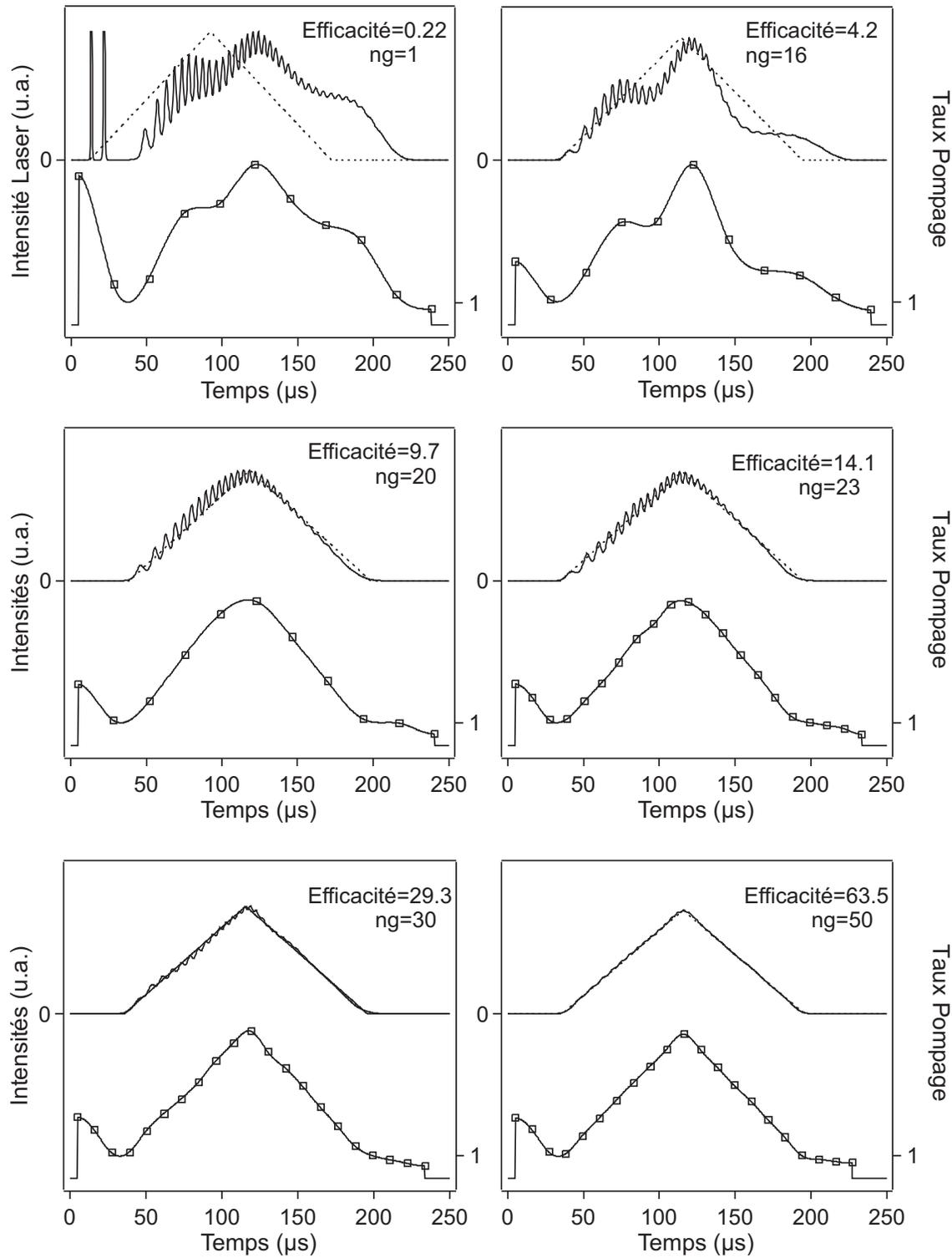


FIG. 2.14 – Exemple de progression de l’algorithme avec méthode d’interpolation. Phase 1 ($1 \leq n_g \leq 15$), Phase 2 ($16 \leq n_g \leq 20$), Phase 3 ($21 \leq n_g \leq 50$). Pour chaque vignette la partie haute représente le signal obtenu (trait plein) et la référence (tirets), la partie basse montre le signal de commande et les points de collocation (\square). Taux de Pompage : valeur minimum = 0,92, valeur maximum = 1,48.

2.3.4 Simulations

L'algorithme a été mis au point en utilisant un programme de simulation de la dynamique du laser basé sur l'emploi des équations standard (équations 2.1) dans lesquelles est introduit un terme supplémentaire prenant en compte l'émission spontanée (voir Chapitre 3 équations (7) de l'article inclus [62]). Les paramètres utilisés sont ceux obtenus dans cet article pour décrire la dynamique de notre laser. Cette application de test et développement montre que l'algorithme s'avère extrêmement performant aussi bien pour la rapidité de la convergence que pour son adaptabilité à diverses formes de signaux de référence. En particulier, les étapes 2 et 3 de l'algorithme assurent sa versatilité. La Figure 2.14 illustre le comportement de l'algorithme au cours de sa progression lors d'un cycle de 50 générations. Nous avons repris l'exemple du triangle symétrique qui n'est pas particulièrement adapté dans la mesure où il présente des parties anguleuses. Les 6 vignettes montrent le résultat obtenu à des instants significatifs de la progression du calcul. Les deux seuils d'efficacité sont respectivement 3 et 10. Dès la 16^e génération, l'algorithme passe à la phase 2 tandis que la phase 3 est atteinte à la 21^e génération. La convergence est très rapide puisque dès la 40^e génération (non représentée) l'efficacité dépasse la valeur 60, ce qui représente un écart entre résultat et référence inférieur à 2% en valeur quadratique moyenne.

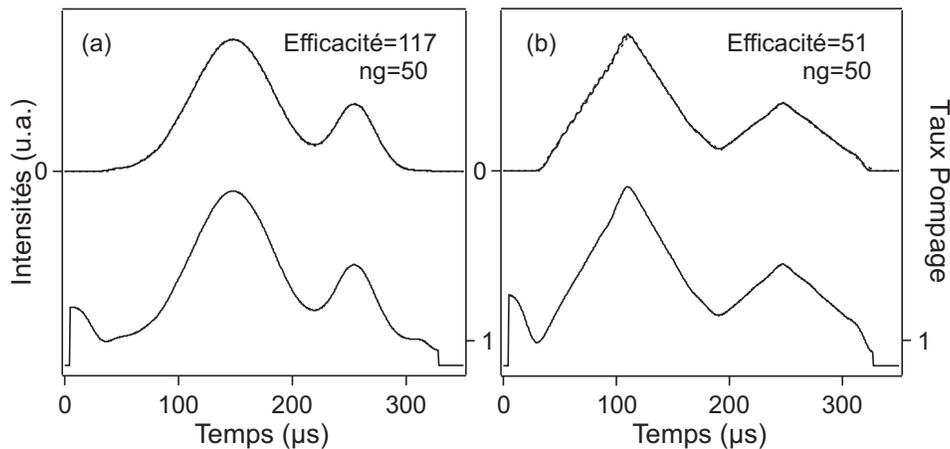


FIG. 2.15 – (a) Exemples de résultats obtenus par simulations numériques pour des impulsions présentant un maximum secondaire. a) Impulsion construite à partir de deux gaussiennes b) Impulsion construite à partir de deux triangles. Le nombre initial de points de collocation est respectivement égal à 13 (a) et 15 (b). Les courbes du haut représentent le signal obtenu (trait plein) et la référence (tirets), celles du bas le signal de commande. Taux de Pompage : valeur minimum = 0.92, valeur maximum = 1.48.

L'application a été testée, en l'état, avec des impulsions de forme plus complexe. Dans les cas illustrés sur la Figure 2.15, celles ci présentent un maximum secondaire et sont construites en additionnant deux gaussiennes (courbes (a)) ou deux triangles

symétriques (courbes (b)). Comme précédemment, la phase 1 de l'algorithme permet d'obtenir une impulsion à maximum central de forme à peu près régulière. La phase 2 permet une migration du maximum principal et l'apparition d'un maximum secondaire. La phase 3 permet une construction plus précise de l'impulsion. De façon surprenante, on peut constater que l'algorithme est particulièrement efficace puisqu'on atteint une efficacité supérieure à 100 en un peu moins de 50 générations dans le cas du signal de type gaussienne. Comme on pouvait le prévoir, du fait de la forme anguleuse du signal, l'efficacité est un peu moins bonne (50) dans le cas du "double triangle" mais elle reste toutefois très satisfaisante.

Notons que, suivant la qualité de la génération initiale, la convergence peut être plus rapide mais elle peut être aussi beaucoup plus lente, auquel cas il est préférable de réinitialiser l'algorithme. Pour les cas intermédiaires, une procédure permet de stocker toutes les données du programme en mémoire de masse et de redémarrer l'algorithme avec les données stockées.

2.3.5 Résultats expérimentaux

L'algorithme que nous venons de décrire a été implémenté dans le programme de pilotage de l'expérience. Il a permis d'obtenir des impulsions variées : triangle symétrique, gaussiennes, sécantes hyperboliques ainsi que des impulsions à "deux bosses" avec des efficacités comparables à celles obtenues en Section 2.2.4. La Figure 2.16 montre des résultats obtenus pour des impulsions à maximum secondaire similaires à celles présentées sur la Figure 2.15. Du fait des fluctuations quantiques et mécaniques, les efficacités atteintes dans les expériences sont nettement plus faibles que celles obtenues dans les simulations, elles n'en demeurent pas moins très acceptables.

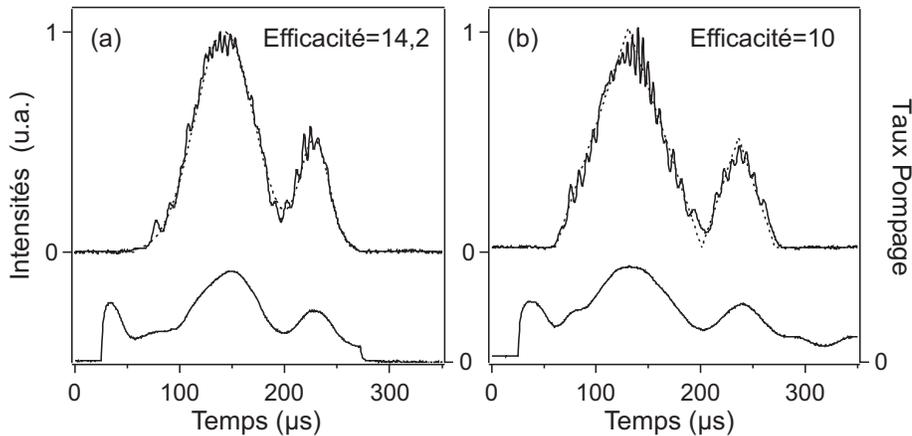


FIG. 2.16 – Résultats expérimentaux obtenus dans des conditions voisines de celles de la Figure 2.15. Même présentation. Conditions : $A_{min} = 0,93$, $A_{max} = 1,33$. Nombre initial de points de collocation 12, nombre de générations 40

2.4 Conclusions et perspectives

Nous avons montré que les algorithmes génétiques sont bien adaptés pour la construction des signaux de commande permettant au laser d'émettre des impulsions de forme arbitraire.

Quelle que soit la méthode, nous n'avons optimisé ni le retard au démarrage, ni l'amplitude exacte de l'impulsion. Pour optimiser ce retard, on peut envisager de pénaliser les solutions qui conduisent à un délai très long. On peut, par exemple, diviser l'efficacité par un coefficient qui croît avec le délai. La détermination de ce coefficient est toutefois très délicate dans la mesure où il est difficile d'estimer la valeur minimale incompressible du délai et son évolution en fonction des conditions expérimentales. L'optimisation du retard reste donc pour le moment un problème ouvert. On peut aussi envisager de contrôler l'amplitude de l'impulsion une fois la forme de la courbe établie en modifiant la valeur maximale de la puissance de pompe P_{final} . Cela suppose toutefois que la variation de ce paramètre soit suffisamment lente pour que les corrections induites soient minimales d'une génération à l'autre. Parallèlement, la normalisation du signal détecté doit être adaptée.

De la même façon on peut faire varier la durée de l'impulsion en balayant lentement la valeur de T_{ref} . Cette technique a été testée avec succès sur des simulations, mais l'implémentation d'une procédure automatique n'a pas été mise en place.

Enfin il est utile de préciser quelles sont les limites des méthodes de génération d'impulsion de forme arbitraire que nous proposons. Elles sont de deux ordres : les limites de principe et celles liées au matériel utilisé. Ces dernières sont imposées d'une part par la carte D/A utilisée, dont la fréquence de conversion correspond à $1point/\mu s$ et dont le temps de montée est de $700ns$ et d'autre part par l'alimentation de la diode de pompe dont la bande passante est de $1MHz$. Compte tenu des caractéristiques de la carte, il est difficile d'envisager des durées d'impulsion plus courtes que $50\mu s$, ce qui correspondrait à moins de 50 points de discrétisation sur la durée d'impulsion. Cette limite imposée par notre carte est facile à contourner puisqu'il existe dans le commerce des cartes D/A mille fois plus rapides ($1Gech/s$, GAGE CompuGen 11G). Par contre on sera assez rapidement limité par la bande passante de l'alimentation de diode de pompe que l'on peut raisonnablement espérer augmenter d'un facteur 5.

Pour ce qui concerne les limites de principe, elles ont été testées par simulations numériques en utilisant l'algorithme par interpolation "Splines". Ces simulations ont montré que, dans des conditions voisines de celles de nos expériences, la convergence devient problématique lorsque la durée d'impulsion devient inférieure à une quarantaine de μs . Cette limite correspond à des temps de montée comparables à la durée de signal initial destiné à éliminer les transitoires, ce qui, tout compte fait, était prévisible *a priori*. Lorsque la durée des impulsions devient grande (de l'ordre de $5ms$),

l'amplitude des transitoires qui accompagnent le démarrage du laser est suffisamment faible pour qu'un signal de conduite proportionnel au signal de référence suffise pour obtenir des efficacités comparables à celles obtenues expérimentalement. Il n'en reste pas moins que les algorithmes que nous avons développés s'avèrent efficaces pour des durées d'impulsions pouvant varier sur deux ordres de grandeur.

Chapitre 3

Test de modèles par AG

3.1 Introduction

Le corps principal de ce chapitre est constitué par l'article intitulé *Comparison of laser models via laser dynamics : The example of the $Nd^{3+} : YVO_4$ laser* publié dans Optics Communications [62]. Dans cet article, les algorithmes génétiques sont utilisés pour comparer la validité des différents modèles décrivant la dynamique de notre laser et déterminer les valeurs des paramètres propres à chacun de ces modèles. Les méthodes utilisées pour étudier les modèles lasers ont évolué en même temps que les moyens de calcul et les technologies de détection et d'acquisition des résultats expérimentaux. En plus de méthodes spectroscopiques plus ou moins sophistiquées permettant de déterminer les paramètres caractéristiques du milieu amplificateur, la comparaison entre les modèles et les comportements expérimentaux porte en général sur la valeur du pompage au seuil de démarrage du laser, sur sa pente de conversion ou sur la fréquence de ses oscillations de relaxation (OR).

La mesure de cette dernière peut être utilisée pour déterminer le taux de décroissance de l'intensité dans la cavité comme l'ont fait Cheng *et al.* [63] pour un laser $Nd^{3+} : YAG$ en cavité instable. Ces mêmes OR sont utilisées pour mesurer la durée de vie du niveau haut de la transition laser dans un laser à fibre dopée néodyme [64] ou erbium [65]. Les résultats expérimentaux sont ajustés en général avec ceux du modèle théorique en utilisant une technique de moindres carrés. Dans les travaux de Böhm *et al.* [66] concernant un laser à fibres dopées Nd^{3+} , l'analyse des OR est couplée à une étude spectroscopique large bande du rayonnement émis, ce qui dans le cadre d'un modèle à quatre niveaux, donne accès à la durée de vie des niveaux haut et bas de la transition laser, ainsi qu'aux pertes de la cavité et au nombre de modes participant à l'émission.

Plus généralement, la dynamique du laser peut être utilisée pour rechercher le modèle le mieux adapté à la description du laser ou pour déterminer les paramètres ca-

caractéristiques d'un modèle adapté. Dans le cas d'un laser CO_2 à modulation de pertes, Zehnlé *et al.* [67] utilisent la forme des signaux transitoires observés à chaque période de la modulation pour sélectionner le modèle le plus performant, alors que dans les travaux de Stanghini *et al.* [68] c'est la position des points de bifurcation de la cascade de doublement de période observée qui est utilisée. Dans ces deux cas, la comparaison entre l'expérience et les résultats fournis est plus qualitative que quantitative.

Dans le cas des travaux de Horbelt *et al.* [69], effectués sur un laser CO_2 à modes déclenchés, la forme des impulsions émises est comparée quantitativement à celle des signaux calculés à partir du modèle choisi. Des méthodes de moindres carrés et de maximum de vraisemblance [70] sont utilisées pour adapter les valeurs des paramètres de façon à obtenir le meilleur ajustement possible.

Dans le travail que nous présentons, la confrontation expérience-simulations théoriques se fait en utilisant *l'intégralité* du transitoire induit par une commutation brutale de la puissance de pompe (impulsion échelon) et ceci pour une grande variété de valeurs des paramètres de pompe initiaux et finals. Cette méthode permet d'explorer un large domaine de l'espace de phase du laser. Les algorithmes génétiques sont utilisés pour déterminer les valeurs de *l'ensemble* des paramètres des différents modèles de laser. Le choix du modèle le plus performant se fait en fonction de son aptitude à restituer la forme de tous les signaux expérimentaux observés ainsi que sur la base d'une estimation de la précision obtenue pour chacun des paramètres. Avant que de présenter les résultats de l'article, nous allons consacrer une première section à des compléments concernant l'écriture des différents modèles utilisés. Comme nous l'avons signalé en section 1.1.2, notre laser émet soit en régime monomode soit en régime biraie, suivant la valeur du taux de pompage A . Il est donc normal que les modèles présentés dans l'article se limitent à ces deux cas. Signalons qu'avant d'analyser le spectre du rayonnement émis par le laser, nous avons aussi tenté de décrire les transitoires observés à fort taux de pompage à l'aide d'un modèle bimode intégrant les caractéristiques de notre laser. Bien que ce modèle se soit avéré incapable de décrire correctement les régimes observés, nous décrirons ses caractéristiques en annexe.

3.2 Modèles

A l'exception d'un modèle semi-empirique proposé par Otsuka *et al.* [71] pour décrire l'émission laser sur deux raies, tous les modèles que nous avons utilisés dérivent du modèle multimode de Tang, Statz et deMars [72]. Plus précisément, nous nous sommes inspirés de la forme normalisée proposée par Mandel [73] qui s'applique également à la

description d'un laser multi-raie [74]. Sous sa forme la plus générale, le modèle s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{dI_p(t)}{dt} &= \frac{\kappa_p}{\gamma_{\parallel}} \left\{ -I_p + \left(\frac{\gamma_p}{\gamma_1} I_p + \beta \right) \frac{1}{L} \int_0^L f_p(z) D(z, t) dz \right\} \\ \frac{\partial D(z, t)}{\partial t} &= A(z) - D(z, t) \left(1 + \alpha D(z, t) + \sum_p f_p(z) I_p(t) \right) \end{aligned} \quad (3.1)$$

où le temps t est exprimé en unité de durée de vie de l'inversion de la population γ_{\parallel}^{-1} . La fonction f_p décrit l'évolution longitudinale de l'intensité dans le mode propre p de la cavité. Dans le cas d'une cavité Perot-Fabry, $f_p = 2 \sin^2(k_p z)$ où k_p est la composante longitudinale du vecteur d'onde associé au mode p . $I_p(t)$ est l'intensité du mode p normalisée à son intensité de saturation, $D(z, t)$ est l'inversion de la population et $A(z)$ est le profil longitudinal du taux de pompage. κ_p et γ_p représentent le taux de décroissance de l'intensité dans la cavité et le gain linéaire pour le mode p . Enfin, L est la longueur de la cavité.

Par rapport au modèle original, nous avons introduit :

- Un premier terme qui prend en compte l'émission spontanée. Ce terme est introduit comme source dans les équations d'évolution des intensités [64, 75–77], il est proportionnel à la projection de la différence de population $D(z, t)$ sur chaque mode de la cavité et se caractérise par le coefficient β égal à la fraction de l'émission spontanée reprise dans le mode p (supposé indépendant du mode considéré). Ce terme s'avérera indispensable pour pouvoir représenter correctement l'évolution de l'intensité émise au cours du temps. Ceci est illustré sur la Figure 3.1 où un transitoire expérimental est comparé aux simulations obtenues avec le système d'équations (7) de la référence [62] avec d'une part une valeur de β nulle (courbes (a)) et d'autre part la valeur de β la mieux adaptée (courbe (b)). Si dans le second cas la correspondance expérience simulation est excellente, dans le premier cas l'amplitude des premières impulsions est environ 15 fois trop grande et leur durée 5 fois trop faible. Dans ces conditions, toute tentative de reproduction des signaux expérimentaux avec un modèle ne tenant pas compte de l'émission spontanée est voué à l'échec. L'émission spontanée peut également être simulée par un terme stochastique introduit dans des équations d'évolution des champs et non des intensités. Pour un jeu de valeurs de paramètres donné, l'introduction de ce terme génère des fluctuations d'une génération à la suivante, et la comparaison avec le signal expérimental devient problématique. Aussi avons nous utilisé la première méthode.
- Un second terme qui prend en compte la recombinaison Auger [78]. Comme nous l'avons signalé au chapitre 1, l'effet Auger apparaît dans l'équation d'évolution de la différence de population comme un terme de perte proportionnel au carré de cette différence. Son intensité est caractérisée par le paramètre α dans les

équations (4) de l'article joint et dans l'équation (3.1) ci dessus.

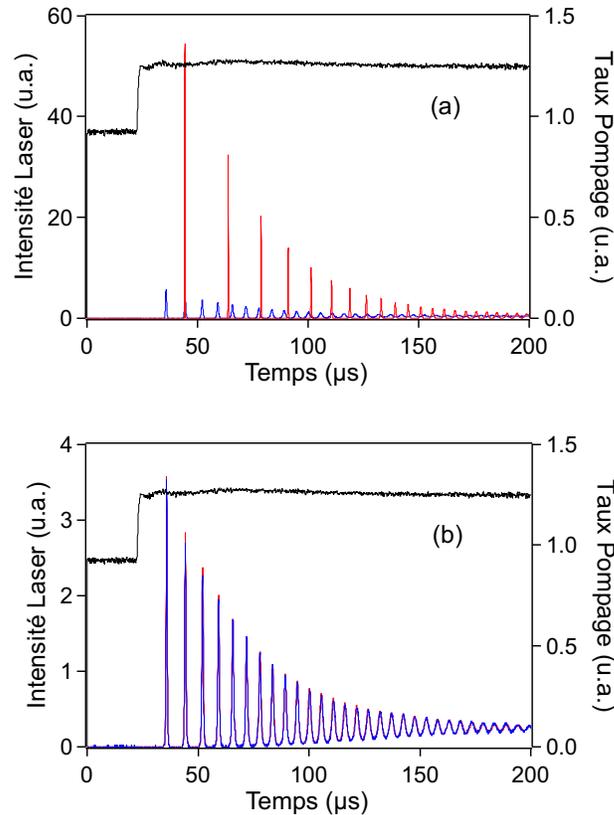


FIG. 3.1 – Comparaison expérience-simulations numériques pour les transitoires de commutation laser. a) modèle sans terme d'émission spontanée ($\beta = 0$) b) modèle avec terme d'émission spontanée ($\beta = 2,9 \times 10^{-9}$). Courbes noires : taux de pompage ($A_{min} = 0.925$ et $A_{max} = 1.25$). Courbes bleues : expériences. Courbes rouges : simulations numériques (simulations réalisées pour le régime monomode avec les paramètres $\gamma_{||} = 3.33 \times 10^4 s^{-1}$ et $\kappa_c = 8.91 \times 10^7 s^{-1}$).

3.2.1 Modèles mono-mode

La modulation longitudinale de l'intensité du rayonnement à l'intérieur de la cavité du laser se traduit par une inhomogénéité de la distribution longitudinale de l'inversion de population. L'interaction entre le champ et le milieu est forte dans les zones de forte intensité (ventres) et se manifeste alors par une réduction de l'inversion de la population (spatial hole-burning). Par contre, l'interaction est faible dans les noeuds, ce qui permet à l'inversion de population de rester élevée. Pour un mode de cavité donné, il en résulte une modulation longitudinale de la différence de population "déphasée" de π par rapport à la modulation de l'intensité. L'inversion de population $D(z, t)$ dans

le système (3.1) peut être écrite sous la forme d'un développement en série de Fourier de la forme [78] :

$$D(z, t) = D(t) + 2 \sum_p D_p(t) \cos(2k_p z) + 2 \sum_p D'_p(t) \cos(4k_p z) + \dots \quad (3.2)$$

où les composantes $D(t)$, $D_p(t)$ et $D'_p(t)$ s'écrivent :

$$\begin{aligned} D(t) &= \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) dz, \\ D_p(t) &= \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) \cos 2k_p z dz, \\ D'_p(t) &= \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) \cos 4k_p z dz. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Pour un laser fonctionnant en régime monomode, les sommations se limitent au seul mode $p = 1$ et la différence de population s'écrit :

$$D(z, t) = D(t) + 2D_1(t) \cos(2k_1 z) + 2D'_1(t) \cos(4k_1 z) + \dots$$

On obtient différents modèles pour le laser monomode suivant le nombre de termes pris en compte dans le développement de $D(z, t)$. En projetant la deuxième équation du système (3.1) sur les fonctions $\cos(nk_1 z)$ on obtient le système suivant :

$$\begin{aligned} \frac{dI(t)}{dt} &= \frac{\kappa_1}{\gamma_{\parallel}} \left[-I + \left(I + \beta \right) \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) (1 - \cos 2k_1 z) dz \right] \\ \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) dz &= \frac{1}{L} \int_0^L A(z) dz \\ &\quad - \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) \left[1 + \alpha D(z, t) + (1 - \cos 2k_1 z) I(t) \right] dz \\ \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) \cos 2k_1 z dz &= \frac{1}{L} \int_0^L A(z) \cos 2k_1 z dz \\ &\quad - \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) \cos 2k_1 z \left[1 + \alpha D(z, t) + (1 - \cos 2k_1 z) I(t) \right] dz \\ \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) \cos 4k_1 z dz &= \frac{1}{L} \int_0^L A(z) \cos 4k_1 z dz \\ &\quad - \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) \cos 4k_1 z \left[1 + \alpha D(z, t) + (1 - \cos 2k_1 z) I(t) \right] dz \end{aligned}$$

où $I(t)$ désigne l'intensité dans la mode 1.

Compte tenu des relations (3.3) et des intégrales suivantes :

$$\frac{1}{L} \int_0^L \cos 2k_1 z dz = \frac{1}{L} \int_0^L \cos 4k_1 z dz = \frac{1}{L} \int_0^L \cos 2k_1 z \cos 4k_1 z dz = 0$$

$$\frac{1}{L} \int_0^L \cos^2 2k_1 z dz = \frac{1}{L} \int_0^L \cos^2 4k_1 z dz = \frac{1}{2}$$

et après renormalisation du temps ($t' = \kappa_1 t / \gamma_{\parallel}$), le système s'écrit (eq.(4) de l'article [62]) :

$$\begin{aligned} \frac{dI(t')}{dt'} &= I(D - D_1 - 1) + \beta(D - D_1) \\ \frac{dD(t')}{dt'} &= \gamma \left[A - D(1 + I) - \alpha(D^2 + 2D_1^2 + 2D_1'^2) + D_1 I \right] \\ \frac{dD_1(t')}{dt'} &= \gamma \left[-D_1(1 + I) - 2\alpha D_1(D + D_1') + \frac{(D + D_1')I}{2} \right] \\ \frac{dD_1'(t')}{dt'} &= \gamma \left[-D_1'(1 + I) - \alpha(2DD_1 + D_1'^2) + \frac{D_1 I}{2} \right]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

où $\gamma = \gamma_{\parallel} / \kappa_1$ et A est le taux moyen de pompage ($A = \frac{1}{L} \int_0^L A(z) dz$).

Notons que, compte tenu du fait que le profil de pompage $A(z)$ évolue lentement à l'échelle de la longueur d'onde optique ($1/k_1$), les intégrales $\frac{1}{L} \int_0^L A(z) \cos 2k_1 z dz$ et $\frac{1}{L} \int_0^L A(z) \cos 4k_1 z dz$ qui apparaissent dans les équations d'évolution de $D_1(t)$ et de $D_1'(t)$ sont négligeables.

A partir de ce système qui décrit complètement le régime monomode, on peut déduire, en négligeant l'un ou/et l'autre des derniers termes du développement de $D(z, t)$ (équation (3.2)) ainsi qu'éventuellement l'effet Auger, l'ensemble des modèles que nous avons testés et qui apparaissent dans l'article [62].

3.2.2 Modèle bi-raies sans effet Auger

Dans la mesure où l'effet de la recombinaison Auger s'est avéré négligeable à bas niveau de pompage où l'émission est monomode, cet effet n'a pas été introduit dans le modèle bi-raie ($\alpha = 0$).

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, les transitions qui interviennent dans l'émission bi-raie ne présentent pas de niveau commun ; un modèle simple décrivant la dynamique peut être dérivé du système (3.1) en se limitant à deux modes propres notés 1 et 2 de la cavité [74]. Chacun de ses modes correspond à l'émission sur l'une des deux transitions possibles. Le système s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{dI_1(t)}{dt} &= \frac{\kappa_1}{\gamma_{\parallel}} \left\{ -I_1 + \left(I_1 + \beta \right) \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) (1 - \cos 2k_1 z) dz \right\} \\ \frac{dI_2(t)}{dt} &= \frac{\kappa_2}{\gamma_{\parallel}} \left\{ -I_2 + \left(\frac{\gamma_2}{\gamma_1} I_2 + \beta \right) \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) (1 - \cos 2k_2 z) dz \right\} \\ \frac{dD(z, t)}{dt} &= A(z) - D(z, t) \left[1 + I_1(t) (1 - \cos 2k_1 z) + I_2(t) (1 - \cos 2k_2 z) \right] \end{aligned} \quad (3.5)$$

Contrairement au cas des modèles monomode, le développement en série de Fourier de $D(z, t)$ a été limité au premier ordre et la différence de population s'écrit :

$$D(z, t) = D(t) + 2D_1(t) \cos 2k_1 z + 2D_2(t) \cos 2k_2 z \quad (3.6)$$

où

$$D(t) = \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) dz, \quad D_i(t) = \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) \cos 2k_i z dz, \quad (3.7)$$

Les équations d'évolution des deux intensités s'obtiennent immédiatement. Comme précédemment, les équations d'évolution des composantes de l'inversion de population s'obtiennent par projection sur les fonctions propres de la décomposition de Fourier.

Compte tenu des valeurs des intégrales suivantes

$$\begin{aligned} \frac{1}{L} \int_0^L \cos 2k_1 z dz &= \frac{1}{L} \int_0^L \cos^3 2k_1 z dz = \frac{1}{L} \int_0^L \cos 2k_1 z \cos 2k_2 z dz = 0 \\ \frac{1}{L} \int_0^L \cos^2 2k_1 z dz &= \frac{1}{2} \\ \frac{1}{L} \int_0^L \cos^2 2k_1 z \cos 2k_2 z dz &= 0 \end{aligned}$$

on obtient le système d'équations (8) de l'article [62] :

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dt'} &= I_1(-1 + D - D_1) + \beta(D - D_1), \\ \frac{dI_2}{dt'} &= \eta_l \{I_2[-1 + \eta_g(D - D_2)] + \beta(D - D_2)\}, \\ \frac{dD}{dt'} &= \gamma[A - D(1 + I_1 + I_2) + D_1 I_1 + D_2 I_2], \\ \frac{dD_1}{dt'} &= \gamma \left[\frac{DI_1}{2} - D_1(1 + I_1 + I_2) \right], \\ \frac{dD_2}{dt'} &= \gamma \left[\frac{DI_2}{2} - D_2(1 + I_1 + I_2) \right]. \end{aligned}$$

Le temps t' est renormalisé par rapport au temps de décroissance de l'intensité dans la cavité pour le mode 1 (raie principale) ($t' = \kappa_1 t / \gamma_{\parallel}$). Comme pour les équations monomode, $\gamma = \frac{\gamma_{\parallel}}{\kappa_1}$ et A est le taux de pompage moyen. $\eta_g = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$ est le rapport des gains tandis que $\eta_l = \frac{\kappa_2}{\kappa_1}$ est le rapport des pertes. Pour des raisons identiques à celles invoquées dans la section précédente, les intégrales $\frac{1}{L} \int_0^L A(z) \cos 2k_1 z dz$ et $\frac{1}{L} \int_0^L A(z) \cos 2k_2 z dz$ ont été négligées.

3.3 Détermination des paramètres



Available online at www.sciencedirect.com



Optics Communications 261 (2006) 141–148

OPTICS
COMMUNICATIONS

www.elsevier.com/locate/optcom

Comparison of laser models via laser dynamics: The example of the Nd³⁺:YVO₄ laser

Cristina Elena Preda, Bernard Ségard *, Pierre Glorieux

Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules, UMR CNRS 8523, CERLA, Université de Lille I, 59655 Villeneuve d'Ascq, France

Received 6 October 2005; received in revised form 29 November 2005; accepted 2 December 2005

Abstract

Several models for the Nd³⁺:YVO₄ laser are compared in terms of their performance to describe the turn on transients of the laser. A blind search comparison performed using a genetic algorithm shows that the longitudinal hole burning effect must be included while Auger effect may be neglected.

© 2005 Elsevier B.V. All rights reserved.

PACS: 42.55.Xi; 42.60.Rn; 42.65.Sf

Keywords: Laser dynamics; Solid-state laser; Genetic algorithm

0. Introduction

In the theoretical approach of laser dynamics, different models are often put into competition for the detailed description of the laser time evolution. However, the investigation is often restricted to a given phenomenon and in most cases no detailed comparison with competing models is undertaken. Typically, one starts from the most basic model, e.g., the rate equation model and proposes one or several improvements to reach a better agreement with new experimental data or to explain new features. For instance, the population grating associated with the longitudinal variations of the fields [1], Auger recombination [2] or more refined energy level schemes [3] have been considered to explain the appearance of additional resonances in the relaxation oscillation spectrum but there has not been any attempt to check if the models including these effect fit or not the more standard features such as the turn on transients, or large scale spiking. Here, we report on an extended comparison that globally uses

extensive data sets in different dynamical regimes to assess the best one among a set of three and two classical models. More specifically, we start from a series of measurements of switch-on transients carried out on a diode pumped Nd³⁺:YVO₄ laser. During these transients, the intensity delivered by the laser exhibits first large spikes separated with periods of almost null intensity and then slowly decreasing relaxation oscillations, so that large domains of the laser phase space are explored at the difference with previous experiments were only the damped quasi sinusoidal oscillations are used for comparison with model predictions [4–6]. Our approach differs from these previous investigations in the following points: (i) the amount and (ii) the variety of experimental conditions which are included simultaneously in a single global fit and (iii) the comparison on a fair basis of the different models which allows to identify, via genetic algorithms (GA), the most performing one. This comparison procedure shares similarities with the studies of CO₂ lasers transients induced by loss modulation respectively performed by Meucci et al. [7,8] and by Zehnlé et al. [9] which appeared to be very model sensitive.

Concerning the fitting procedure, we have compared the fits obtained from GAs using simple rate equations, with or

* Corresponding author. Tel.: +33 0 3 20 43 47 63; fax: +33 0 3 20 33 70 20.

E-mail address: bernard.segard@univ-lille1.fr (B. Ségard).

without spatial hole-burning and Auger effect in order to discriminate between the different models. Using GA with very little a priori knowledge of the laser parameters, any bias introduced, e.g., by strong and sometimes unphysical restrictions on the parameter values, is avoided. Two series of experiments have been performed: the laser is successively operated in single-mode/single line conditions and then with two-frequency emission conditions. The different models presented in Section 1 are compared using GA procedure detailed in Section 2 to fit the experimental results obtained in the two modes of operation mentioned above. The results of this procedure are given and discussed in Section 3.

1. Models

In this section we briefly recall how the different equations used for the comparison are connected to the general form of the rate equations.

We start from the multimode rate equations as introduced in [1]. Adding terms taking into account the spontaneous emission [10,11], and the Auger recombination [2] in the evolution of the intensities and that of the population respectively, we obtain the following rate equations:

$$\frac{dI_p(t)}{dt} = \frac{\kappa_p}{\gamma_{\parallel}} \left\{ -I_p + \left(\frac{\gamma_p}{\gamma_1} I_p + \beta \right) \frac{1}{L} \int_0^L 2D(z,t) \sin^2(k_p z) dz \right\}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial D(z,t)}{\partial t} = A(z) - D(z,t) \left\{ 1 + \alpha D(z,t) + \sum_p 2I_p(t) \sin^2(k_p z) \right\}, \quad (2)$$

where the time t is measured in units of population decay time $1/\gamma_{\parallel}$, $I_p(t)$ is the intensity of mode p normalized to its saturation intensity, $D(z,t)$ is the population inversion. $A(z)$ is the longitudinal pump profile. κ_p , γ_p and k_p are the cavity loss rate, the linear gain and the wave vector associated to the mode p , respectively. L is the cavity length, α the Auger coefficient and β the fraction of the spontaneous emission going into a cavity mode. We approximate the spatially varying population inversion $D(z,t)$ by the following expansion:

$$D(z,t) = D(t) + 2 \sum_p D_p(t) \cos 2k_p z + 2 \sum_p D'_p(t) \cos 4k_p z \quad (3)$$

and keep only from one to three terms of this development, depending on the model. Moreover, these equations are greatly simplified in the case of single line or two lines oscillation as we show in the following subsections.

1.1. Single-line models

Assuming uniform pumping along the laser axis, $A(z) = A$, and a single longitudinal mode operation, i.e. $p = 1$, the following rate equations including the Auger effect [2] and

spontaneous emission are obtained from (1) and (2) if the first three terms of Eq. (3) are retained:

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt'} &= I(D - D_1 - 1) + \beta(D - D_1), \\ \frac{dD}{dt'} &= \gamma[A - D(1 + I) - \alpha(D^2 + 2D_1^2 + 2D_1^2) + D_1 I], \\ \frac{dD_1}{dt'} &= \gamma \left[-D_1(1 + I) - 2\alpha D_1(D + D_1) + \frac{(D + D_1)I}{2} \right], \\ \frac{dD'_1}{dt'} &= \gamma \left[-D'_1(1 + I) - \alpha(2DD'_1 + D_1^2) + \frac{D_1 I}{2} \right], \end{aligned} \quad (4)$$

where γ is the population inversion decay normalized to the cavity loss rate $\gamma = \gamma_{\parallel}/\kappa_1$ and the time t' is normalized to the cavity decay time ($t' = \kappa_1 t/\gamma_{\parallel}$, where t is normalized as in Eqs. (1) and (2)).

More common forms of the rate equations are obtained by using lower order approximations. The rate equations including the first hole burning term only are:

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt'} &= I(D - D_1 - 1) + \beta(D - D_1), \\ \frac{dD}{dt'} &= \gamma[A - D(1 + I) + ID_1], \\ \frac{dD_1}{dt'} &= \gamma \left[\frac{DI}{2} - D_1(1 + I) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

If the population grating terms D_1 and D'_1 are neglected, the rate Eqs. (4) become [2]:

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt'} &= I(D - 1) + \beta D, \\ \frac{dD}{dt'} &= \gamma[A - D(1 + I) - \alpha D^2]. \end{aligned} \quad (6)$$

The standard rate equations including spontaneous emission [12]

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt'} &= I(D - 1) + \beta D, \\ \frac{dD}{dt'} &= \gamma[A - D(I + 1)] \end{aligned} \quad (7)$$

are derived from (6) if the Auger effect is neglected. This latter system of equations will be denoted in the following as SRE.

1.2. Two-line models

Eqs. (1) and (2) also describe the emission of several lines which do not share any common level (i.e. without atomic interferences) [13]. Then, assuming uniform pumping along the laser axis, using the first order of the spatial development for the population inversion:

$$D(z,t) = D(t) + 2D_1(t) \cos 2k_1 z + 2D_2(t) \cos 2k_2 z$$

and neglecting the Auger contribution, the system (1) and (2) reduces to the Tang-Statz-de Mars equations for two modes laser [14] including spontaneous emission which also describes our two-line laser emission:

$$\begin{aligned}
\frac{dI_1}{dt'} &= I_1(-1 + D - D_1) + \beta(D - D_1), \\
\frac{dI_2}{dt'} &= \eta_1 \{ I_2[-1 + \eta_g(D - D_2)] + \beta(D - D_2) \}, \\
\frac{dD}{dt'} &= \gamma[A - D(1 + I_1 + I_2) + D_1I_1 + D_2I_2], \\
\frac{dD_1}{dt'} &= \gamma \left[\frac{DI_1}{2} - D_1(1 + I_1 + I_2) \right], \\
\frac{dD_2}{dt'} &= \gamma \left[\frac{DI_2}{2} - D_2(1 + I_1 + I_2) \right],
\end{aligned} \tag{8}$$

where the time t' is normalized to the cavity loss time for the first line ($t' = \kappa_1 t / \gamma_{||}$), κ_1 is the cavity loss for the first line, η_g and η_l are the ratios of the gain and loss of the two lines, respectively.

An alternative way to describe the turn on transients of a two-line laser is to introduce a semi-empirical model as done by Otsuka et al. [11] to reproduce the two-mode laser dynamics. In such a model, each line is associated to a set of two rate-equations similar to Eqs. (7) bringing its intensity and its own population inversion into play. The interaction between lines is then characterized by two coupling coefficients which take into account direct and indirect couplings corresponding to cross-gain mechanisms and population gratings, respectively. The laser equations then write [11]:

$$\begin{aligned}
\frac{dI_1}{dt'} &= I_1[-1 + (1 - c_d I_2)D_1] + \beta D_1, \\
\frac{dI_2}{dt'} &= \eta_l \{ I_2[-1 + \eta_g(1 - c_d I_1)D_2] + \beta D_2 \}, \\
\frac{dD_1}{dt'} &= \gamma[A - D_1(1 + I_1 + c_i I_2)], \\
\frac{dD_2}{dt'} &= \gamma \{ A - D_2[1 + \eta_g(c_i I_1 + I_2)] \}.
\end{aligned} \tag{9}$$

D_1 and D_2 are the population inversion of the lines 1 and 2 respectively. c_d and c_i are the direct and indirect coupling coefficients. Others symbols have the same meaning as in Eqs. (8).

2. Setup and procedure

2.1. Setup

Experiments have been performed on a laser similar to that used for previous switch-on experiments [15,16]. It is made of a 2% Nd³⁺ doped YVO₄ crystal inserted in a hemispherical cavity. The crystal thickness and the cavity length are equal to 1 mm and 25 ± 0.5 mm, respectively. The laser is longitudinally pumped by a fiber coupled diode laser emitting at 808 nm whose radiation is focused inside the active crystal by a converging lens ($f_l = 8$ mm). The mirror reflectivities are $R_1 > 0.99$ for the layer deposited on the flat crystal and $R_2 = 0.98$ for the spherical coupling mirror ($R = 100$ mm). In all experiments, the pump power $P(t)$ is directly stepwise modulated through the current driving the pump diode with an overall risetime better than 1 μs.

The pump parameter $A(t)$ is equal to the ratio of the pump power $P(t)$ to its threshold value P_{th} . We used a sequence of 20 different such drive signals with the same initial value $A(t) = A_{min}$ below threshold and varying the maximal pump rate $A(t) = A_{max}$ above threshold with typical values $A_{min} \simeq 0.95$ and $A_{max} \simeq 1.1 - 2.3$. The drive signals are delivered by a digital-analog converter [*N · I · (PCI - 6711)*] driven by a computer creating the waveforms by a C++ application. The laser output and pump intensities are detected by high speed detectors (bandwidth 150 MHz) and digitized in a fast sampling oscilloscope [*LeCroy334A*] coupled to a computer, by the same application. The pump power is recorded for each switch-on transient so as to serve as a reference for the pump parameter introduced in models and to compensate for possible drifts and fluctuations. In the range of the pump power used in our experiments, the experimental pump signal is proportional to the pumping rate $A(t)$. Each signal is represented by $n_p = 5000$ samples digitized with a sampling period equal to 40 ns (signal duration = 200 μs).

2.2. Genetic algorithm fits

The GA mimics biological selection. GA is an iterative procedure which builds a more efficient population from an initial (random) one using several intermediate generations. An overview of the GAs and related algorithms can be found in Ref. [17]. GAs are efficient optimization methods applicable even in the absence of a reliable model of the driven system or if the problem has no analytical solution. In fact genetic algorithms are commonly applied in optics. For instances they were used to shape femtosecond laser pulses to optimize the output of a chemical reaction [18–20], the harmonic generation [21–23] and the propagation in fibers [24]. They were also used in adaptive optics control [25,26] or to design photonic crystal fiber structures [27].

The global fitting procedure is illustrated in Fig. 1. It involves a population of n “individuals”, each individual being represented here by a set of six parameters values. For each individual, the experimental signal observed as

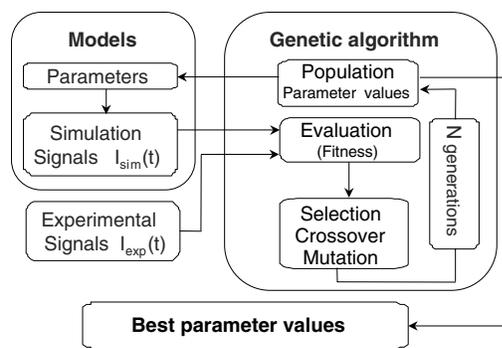


Fig. 1. Diagram of the genetic algorithm fit.

explained in the preceding subsection (lower left box) is compared using GA (right box) with values deduced from numerical simulations (upper left box) using successively the equations presented in Section 1. The optimization consists to find, for each drive signal, the parameters κ_1 , $\gamma_{||}$, β , α , A_{\min} , A_{\max} such that the simulation laser intensity $I_{\text{sim}}(t)$ (i.e. the values given by the different theoretical models) is as close as possible to the experimental laser intensity $I_{\text{exp}}(t)$. To this purpose the equations of the considered model are integrated by using a Runge–Kutta method (RK-4) with a fixed step equal to 10 ns. The experimental intensity $I_{\text{exp}}(t)$ is then normalized so that its stationary solution is equal to the stationary value given by the simulation. The efficiency of each individual is measured by its fitness f , based on the quadratic norm of the difference between the experimental and the simulated signals:

$$|f|^2 = \frac{\sum_{0 \leq t \leq n_p} I_{\text{exp}}^2(t)}{\sum_{0 \leq t \leq n_p} [I_{\text{sim}}(t) - I_{\text{exp}}(t)]^2}.$$

Transition from one generation to the next requires three operations: *selection*, *crossover* and *mutation*. Selection means that only the most efficient individuals are preferentially used to build the new generation. Crossover rebuilds new individuals from the parent generation by randomly exchanging part of the parameter string. Mutation is a stochastic process for altering this genetic patrimonial. The fitness of the newly generated population is calculated and the three-step process is repeated until convergence is achieved. The parameters are allowed to vary inside a finite domain given by a rough estimation of their values. For speed and efficiency, they are 20 bit-coded.

The genetic algorithm selects the values of the parameters which better fit globally the data. Contrary to previous works [4–6] which considered only part of the data, e.g., the relaxation oscillation frequencies, all the available information has been used to ensure that the largest possible range of dynamical conditions is explored. One could expect to accelerate the convergence of the fit by combining the GA fit with a least-square fit. Unfortunately, the convergence of this latter requires well defined initial values for the parameters. Moreover, owing to the correlation between parameters, the least-square fit can lead to unrealistic values for correlated parameters.

3. Results

In the next subsection, we consider single mode operation whereas the two-mode operation is discussed in the last subsection.

3.1. Single line operation

In the domain of experimental parameters used here, the laser always oscillates in single line/single mode condition when the pumping rate does not exceed $A_{\max} = 1.4$. We

have performed the GA calculations setting limits for the value of κ_1 and $\gamma_{||}$ corresponding to reasonable guesses as deduced by rough estimation of the cavity losses and the fluorescence lifetime. κ_1 and $\gamma_{||}$ have been allowed to vary in the range $16\text{--}19 \times 10^7$ and $2.8\text{--}3.5 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$, respectively. The spontaneous emission factor β is free between $10^{-9.5}$ and 10^{-7} . Concerning the values of the pump parameters (which are changed from one experiment to the other) the uncertainty is mainly due the difficulty to locate the threshold precisely, i.e., to give absolute values for A_{\min} and A_{\max} . Consequently their allowed range is chosen as 10% of their values as given by the drive current measurements. Five series of experimental results have been used for GA fits in order to assess the role of the different processes introduced in the models. For each value of A_{\min} and A_{\max} four fits are undertaken. For a given model, this gives 400 sets of parameters and corresponding fitnesses. Models are compared in the basis of the mean value of the fitness and of the standard deviation of the parameter values provided by fits to a particular model. We have compared the quality of this global fit of the experimental data for the single line models previously described.

Table 1 shows the results obtained with: (i) the standard rate equation model (Eq. (7)); (ii) the Tang-Statz-de Mars model including longitudinal hole burning with one (resp. two) population grating term (Eq. (5) (resp. Eq. (4) with $\alpha = 0$)) and (iii) the standard rate equations including Auger recombination (Eq. (6)). Additional comparisons including two of these effects (Eq. (4)) were also carried out and are not significant. All the presented models include spontaneous emission. We have checked that it is absolutely necessary to obtain a good fit. It obviously plays a dominant role when the laser intensity is small. As expected this affects the recurrence time of the spikes. More surprisingly it changes also dramatically the amplitude and the width of these spikes in spite of the fact that it is negligible during the spike. This occurs because spontaneous emission sets the initial conditions, and in particular the population inversion at the beginning of each spike, thus changing the amplitude and the duration of the spikes.

In typical conditions (see Fig. 2), it has been possible to reach an excellent agreement between simulations and experiments since the difference between them is less than 8% of the largest peaks (i.e. only 10 times the quantization noise of the oscilloscope) and 9% on average. The quality of fits does not show drastic differences from one model to the other, since the fitness, which quantifies this quality, only varies between 5.9 and 7.3 (Table 1). Nevertheless, it appears that the best fit is obtained in the simplest model, i.e. SRE (7). The Auger parameter is 0.026 typically but the dispersion of the values deduced from the fit (34–77%) is such that this value must be considered as insignificant. Similarly, the introduction of several hole burning terms does not bring in any improvement. In the conditions of operation of our laser (single longitudinal and transverse mode), the effects of the population grating and of the

Table 1
Comparison of the efficiency of different models for the Nd³⁺:YVO₄ laser in the single line/single mode conditions

Model	SRE	SRE + HB1	SRE + HB2	SRE + Auger	SRE + Auger + HB2
Equation	(7)	(5)	(4) (with $\alpha = 0$)	(6)	(4)
Fitness, f	7.3 ± 2.6	6.6 ± 2.4	6.8 ± 2.0	5.9 ± 1.8	6.2 ± 1.7
Cavity loss (10^7 s^{-1}), κ_1	$18.2 \pm 3.0\%$	$17.9 \pm 3.5\%$	$17.7 \pm 2.3\%$	$17.7 \pm 3.6\%$	$17.3 \pm 3.5\%$
Pop. decay (10^4 s^{-1}), γ_{\parallel}	$3.33 \pm 4.6\%$	$3.19 \pm 5.4\%$	$3.32 \pm 5.0\%$	$3.22 \pm 5.6\%$	$3.26 \pm 3.7\%$
Spon. em. ($-\log_{10}\beta$), β	$8.7 \pm 7.1\%$	$8.6 \pm 5.5\%$	$8.8 \pm 7.2\%$	$8.7 \pm 7.1\%$	$8.7 \pm 5.6\%$
Auger coef., α	–	–	–	$0.024 \pm 77\%$	$0.029 \pm 34\%$

“SRE” indicates the standard rate equations, “SRE + HB1” (resp. HB2) indicates “SRE” model with hole burning effect including one (resp. two) population grating term, “SRE + Auger” and “SRE + Auger + HB2” models take account of the Auger recombination. All these models take into account the spontaneous emission.

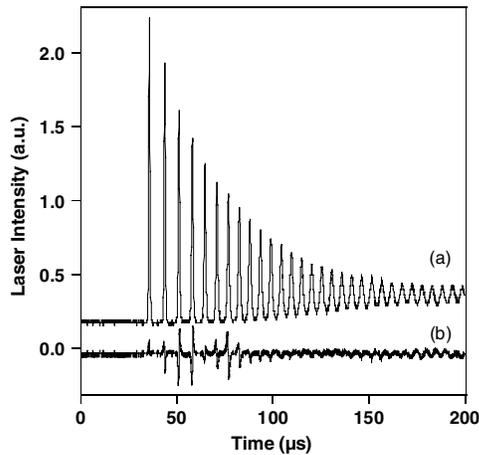


Fig. 2. Typical result of GA fit in the single-line regime; (a) experimental laser intensity, (b) difference between experimental and simulated intensity. Experimental parameters: $A_{\min} = 0.96$ and $A_{\max} = 1.25$. The pump is switched at time $t = 23 \mu\text{s}$.

Auger recombination then appear to be too weak to induce significant modification in the switch-on transient dynamics. This constitutes a limitation to the model sensitivity of our method which, otherwise, appears to be very sensitive in the following section. Let us, however, emphasize that our results give a definite value of β meaning that models must include spontaneous emission to account for the experimental observations. One can guess that more sophisticated modulation schemes could point out the effects of the population grating and of the Auger recombination. To check this point, a study of the influence of different modulation schemes on the laser dynamics is in progress.

In the following, we only concentrate on the SRE model (first column of Table 1). The values given for κ_1 , γ and β are obtained with a good accuracy of 3–7% typically. The value of κ_1 can be compared with the calculated value given by $\kappa_1 = -c \ln R_1 R_2 / 2L_{\text{opt}}$ where L_{opt} is the optical length of the cavity. For $R_1 = 0.99$ (minimum value) and $L_{\text{opt}} = 26 \text{ mm}$, we obtain $\kappa = 17.5 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$. The departure from the GA values is only 4.3% (close to the precision 3%), it can be explained by the existence of a small additional loss

of 0.23% per cavity round trip. The GA value of the population decay rate γ_{\parallel} is very close to that we have obtained by a direct measurement of the fluorescence decay time of a 2% Nd³⁺ doped sample of Nd:YVO₄ ($\gamma_{\parallel} = 3.3 \times 10^4 \text{ s}^{-1} \pm 8\%$) and those given in [28,29] equal to 3×10^4 and $3.3 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$, respectively. Finally, the GA fit give a value of β equal to $10^{-8.7 \pm 0.57}$. As expected this value exactly coincides with that deduced from a direct measurement provided by the slope of the intensity versus pump power curve [12,30]. This value can be compared with that calculated from the expression given by [31] for the atom-dominated decay regime ($\gamma_{\perp} \gg \kappa_1$):

$$\beta = \frac{\Delta\Omega_{\text{cav}} 2\omega_{\text{fsr}}/\pi}{8\pi\gamma_{\perp}}. \quad (10)$$

where γ_{\perp}/π , the full width at half-maximum (FWHM) of the laser transition is equal to 260 GHz [32,33]. ω_{fsr} is the free spectral range of the laser cavity ($\omega_{\text{fsr}}/2\pi = 5.8 \text{ GHz}$). $\Delta\Omega_{\text{cav}}$ is the solid angle subtended by the cavity mode, for our hemispherical cavity it can be approximated by:

$$\Delta\Omega_{\text{cav}} = \frac{\lambda^2}{\pi w_0^2},$$

where w_0 is the minimum beam waist ($w_0 = 120 \mu\text{m}$). For our laser we find $\beta = 10^{-7.5}$ which is roughly 10 times larger than the experimental value. β appears to be fairly overestimated by calculations. Indeed, many approximations were required for deriving Eq. (10), as discussed in Woerdman [31], and such discrepancy between calculated values and experimental measurements of the spontaneous emission factor is usual (see, e.g. [12]).

3.2. Dual line operation

The Nd³⁺:YVO₄ laser may also emit simultaneously on two different atomic lines, especially for quasi degenerate cavities and for tightly focused pump beams [34]. More precisely, the $R_1 \rightarrow Y_1$ and $R_2 \rightarrow Y_2$ Stark transitions of the ${}^4F_{3/2} \rightarrow {}^4I_{11/2}$ line have very close frequencies [35–37] and they can oscillate simultaneously. A spectral analysis of the our laser output beam, performed with a 0.01 nm of resolution spectrometer [Advantest Q8384] shows that these two lines are separated by 70 GHz only. This analysis also shows that the second line threshold depends of the

crystal temperature. Typically, the threshold increases from $A \simeq 1.4$ to $A \simeq 1.8$ as the temperature varies from 30 to 33 °C. In the following, the crystal temperature is maintained at 33 °C.

When the pumping parameters exceeds the threshold, the laser operates on two different atomic lines which do not share any common level and the models derived in Section 1.2 must be used for the fits. In an experimental point of view, a part of the emitted beam is sent on a system of two gratings with 1200 grooves (−1 order of diffraction) which easily filters out these lines, their intensities I_1 and I_2 are then detected by high speed detectors as it is already the case for the total intensity I_{tot} .

As shown in Fig. 3, switch-on transients are richer in this case, because the second mode dynamics interferes with that of the first mode. It is clear that in the first stages of the transient evolution of I_{tot} , the spikes are similar to the single mode case. At the time of the switch-on of the second mode, i.e. about $t = 45 \mu\text{s}$ here, the intensities of both modes are strongly coupled and I_{tot} presents a non exponential decay with apparently amplified relaxation oscillations as, e.g., near $t = 60 \mu\text{s}$.

To take into account this behavior, the algorithm has been modified in order to simultaneously use the intensities I_1 and I_2 as references for the fitness evaluation. We follow a traditional approach to the problem of multi-objective

optimization [38], representing the fitness f as a weighted sum

$$f = af_1 + (1 - a)f_2, \quad (11)$$

where f_1, f_2 are the fitnesses for the first and second line and $a \in (0, 1)$ is a parameter which is fitted.

Twenty series of recording have been made in a procedure similar to that used for single line operation. The limits of variation for the values of $\kappa_1, \gamma_{\parallel}$ and β are the same as previously. The ratio of losses η_1 and the weighting parameter a have been allowed to vary in the range 0.8–1.2 and 0.3–0.7, respectively. The gain ratio η_g been unknown, its range of variation initially fixed to 0–1 has been limited after several GA runs. The limit values of the coupling coefficients have been fixed in the same manner, there domains are limited to 0–0.01 and 0.2–0.6 for c_d and c_i , respectively. The results of the fits are given on Table 2.

Let us emphasize that, though the empirical model introduces two additional adjusting parameters (c_d and c_i) in comparison with the TSD model, the fitness remains small and this model never allows to achieved a satisfactory fit of the experiments in particular for the second line emission. Correlatively the error on these two parameters are very important and there mean values can be considered as insignificant.

On the contrary, the curves (b) and (d) of Fig. 3 show that the TSD model allows to reach a fairly good description of our laser in the two-line regime. Obviously, the mean value of the fitness is lower than in the one-line case. This is due to the complexity of the signals and to the finite time resolution for both experimental and numerical signals. Indeed, for this high pumping level the spike duration has the same order of magnitude as the sampling period and the time quantization errors come into play. Nevertheless, the quality of the fits remains good. In particular, the fit leads to a precise value for the gain ratio η_g . The values of γ_{\parallel} and β are nearly equal to those obtained with the SRE model. The cavity decay rate for the first line κ_1 , which depends on the laser alignment, is slightly smaller than its single line value, but it remains close to the calculated value, the difference corresponding to a variation of

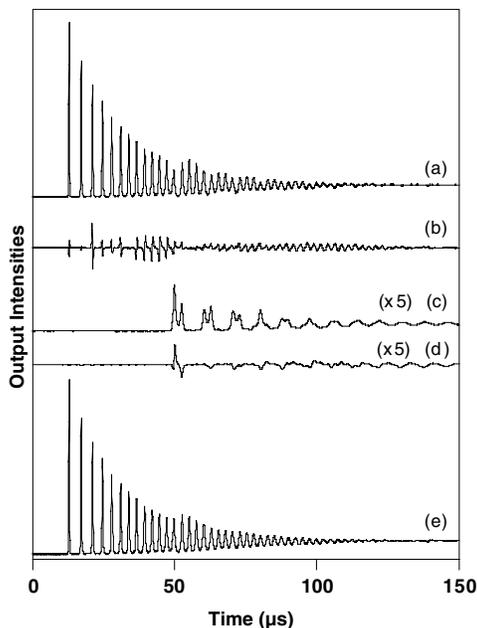


Fig. 3. Typical transients observed at high pumping level. (a) and (c) intensities I_1 and I_2 experimentally emitted by each of the two lines, (e) total intensity (I_{tot}). (b) and (d) typical residual difference between experiment and simulation obtained, for line 1 and 2, after a GA fit perform with TSD equations. Experimental parameters: $A_{\text{min}} = 0.95$ and $A_{\text{max}} = 2.25$. The pump is switched at time $t = 8 \mu\text{s}$.

Table 2
Efficiency and parameter values given by GA for the $\text{Nd}^{3+}:\text{YVO}_4$ laser emitting on two lines

Model	TSD	Empirical
Equation	(8)	(9)
Fitness, f	3.4 ± 0.6	1.7 ± 0.4
Line1 cavity loss (10^7 s^{-1}), κ_1	$16.9 \pm 3.3\%$	$17.3 \pm 3.4\%$
Pop. decay (10^4 s^{-1}), γ_{\parallel}	$3.30 \pm 3.4\%$	$3.31 \pm 3.8\%$
Spon. em. ($-\log_{10} \beta$), β	$8.4 \pm 2.7\%$	$8.0 \pm 4.6\%$
Ratio of the losses, η_1	$1.0 \pm 10\%$	$1.0 \pm 12\%$
Ratio of the gains, η_g	$0.805 \pm 1\%$	$0.68 \pm 6\%$
Direct coupling, c_d	–	$0.0005 \pm 86\%$
Indirect coupling, c_i	–	$0.40 \pm 26\%$

“TSD” indicates the Tang-Statz-de Mars two-line model and “Empirical” indicates the cross-gain model introduced by Otsuka [11].

the cavity losses smaller than 0.1% per round trip. The quality of the fit does not drastically depend on the values of the parameters a and η_1 that are defined with an accuracy equal to 20% and 10%, respectively. Their mean values, equal to 0.5 and 1, respectively, show that the signals corresponding to the two lines have the same role in the fitness determination and that the cavity losses are the same for the two lines. Owing to the small frequency detuning existing between the two lines, it is not astonishing that the optical properties of the cavity, in particular the losses, do not change from one line to the other. Note that, despite its limitations, the empirical model gives values of κ_1 , γ_{\parallel} and β close to that given by the TSD model. This could be explained by the ability of the empirical model to reproduce the beginning of the transients, i.e. the one-line dynamics that appear to be sufficient to calculate these parameters with accuracy. Using TSD model, with the set of parameter values given in Table 2, the numerical simulations lead to a 2nd line threshold equal to $A = 1.88$ which departs from experimental value (1.8) by less than 5% i.e. well within our measurement accuracy.

4. Conclusions

In conclusion, we have used GA to compare several models for the $\text{Nd}^{3+}:\text{YVO}_4$ laser in terms of their performance to describe the turn on transients. The Tang-Statz-de Mars model definitively provides a complete description of these dynamics, even in the case of two-line operation and in particular it is unnecessary to include Auger recombination terms for this laser. On the other hand, spontaneous emission plays a key role in the width, amplitude and recurrence period of the transient spikes, in accordance with previous observations on, e.g., relaxation oscillations. The GAs allow to fit globally large amounts of experimental data. They are often selective with respect to models, i.e. they find that some of the parameters (i.e. α) are not well defined. One of the interests of GAs is that the computing time does not grow exponentially with number of parameters. The computing time, which is proportional to the number of generation, is set by the duration of many operation. The longest one, in our procedure, is the fitness calculation. This quantity is proportional to the population size and increases with the number of parameters, of equations and of dynamical variables. In our examples, for a population of 100 individuals and 100 generations, the computing time for the two line model, described by Eq. (8) is about of 450 s and it is 200 s for the monomode model described by Eq. (7). Therefore this approach can be used for multimode laser dynamics in more complex phase spaces. It should be kept in mind that as the number of modes increases, similarly the number of parameters and equations does and if experimentally possible, the number of dynamical variables to be measured and fitted. If necessary the accuracy can also be improved by recording and fitting the logarithmic intensity as demonstrated in [39].

Then the long time series where the intensity is close to zero are replaced by more significant information.

References

- [1] P. Mandel, Eur. Phys. J. D 8 (2000) 431.
- [2] K. Ostuka, K. Kubodera, IEEE J. Quantum Electron. QE-16 (1980) 538.
- [3] A.E. Siegman, Lasers, University Science Books, Mill Valley, CA, 1986.
- [4] Y.-J. Cheng, P.L. Mussche, A.E. Siegman, IEEE J. Quantum Electron. QE-31 (1995) 391.
- [5] I.J. Sola, J.C. Martin, J.M. Alvarez, S. Jarabo, Opt. Commun. 193 (2001) 133.
- [6] R. Böhm, V.M. Baev, P.E. Toschek, Opt. Commun. 134 (1997) 537.
- [7] R. Meucci, M. Ciofini, P.Y. Wang, Opt. Commun. 91 (1992) 444.
- [8] W. Horbelt, J. Timmer, M.J. Büchner, R. Meucci, M. Ciofini, Phys. Rev. E 64 (2001) 016222.
- [9] V. Zehnlé, D. Dangoisse, P. Glorieux, Opt. Commun. 90 (1992) 99.
- [10] K. Otsuka, H. Utsu, R. Kawai, K. Ohki, Y. Asakawa, S.-L. Hwong, J.-Y. Ko, J.-L. Chern, Jpn. J. Appl. Phys. 38 (1999) L1025.
- [11] K. Otsuka, S.-L. Hwong, B.A. Nguyen, Phys. Rev. A 61 (2000) 053815.
- [12] N.J. van Druten, Y. Lien, C. Serrat, S.S.R. Oemrawsingh, M.P. van Exter, J.P. Woerdman, Phys. Rev. A 62 (2000) 053808.
- [13] G. Kozyreff, P. Mandel, Phys. Rev. A 61 (2000) 033813.
- [14] C.L. Tang, H. Statz, G. deMars, J. Appl. Phys. 34 (1963) 2289.
- [15] B. Ségard, S. Matton, P. Glorieux, Phys. Rev. A 66 (2002) 053819.
- [16] C.E. Preda, B. Ségard, P. Glorieux, Opt. Lett. 29 (2004) 1885.
- [17] D. Zeidler, S. Frey, K.-L. Kompa, M. Motzkus, Phys. Rev. A 64 (2001) 023420.
- [18] R.S. Judson, H. Rabitz, Phys. Rev. Lett. 68 (1992) 1500; H. Rabitz, R. deVivie-Riedle, M. Motzkus, K.-L. Kompa, Science 288 (2000) 824.
- [19] C.J. Bardeen, V.V. Yakovlev, K.R. Wilson, S.D. Carpenter, P.M. Weber, W.S. Warren, Chem. Phys. Lett. 280 (1997) 151.
- [20] A. Assion, T. Baumert, M. Bergt, T. Brixner, B. Kiefer, V. Seyfried, M. Strehle, G. Gerber, Science 282 (1998) 919.
- [21] R. Bartels, S. Bachus, E. Zeek, L. Misoguti, G. Vdovin, I.P. Christov, M.M. Murnane, H.C. Kapteyn, Nature 406 (2000) 164; I.P. Christov, R. Bartels, H.C. Kapteyn, M.M. Murnane, Phys. Rev. Lett. 86 (2001) 5458.
- [22] L. Roos, M.B. Guardé, A. L'Huillier, J. Phys. B 34 (2001) 5041.
- [23] P. Villoresi, S. Bonora, M. Pascolini, L. Poletto, G. Tondello, C. Vozzi, M. Nisoli, G. Sansone, S. Stagira, S. De Silvestri, Opt. Lett. 29 (2004) 207.
- [24] F.G. Omenetto, B.P. Luce, A.J. Taylor, J. Opt. Soc. Am. B 16 (1999) 2005.
- [25] H. Nosato, T. Itatani, M. Murakawa, T. Higuchi, H. Noguchi, IEEE Int. Conf. Syst. Man Cybernetics 4 (2004) 3675.
- [26] T. Baumert, T. Brixner, V. Seyfried, M. Strehle, G. Gerber, Appl. Phys. B 65 (1997) 779.
- [27] E. Kerrinckx, L. Bigot, M. Douay, Y. Quiquempois, Opt. Express 12 (2004) 1990.
- [28] C. Becher, K.-J. Boller, Opt. Commun. 147 (1998) 366.
- [29] A. Bramati, J.P. Hermier, V. Jost, E. Giacobino, L. Fulbert, E. Molva, J.J. Aubert, Eur. Phys. J. D 30 (1999) 513.
- [30] Y. Lien, S.M. de Yries, N.J. van Druten, M.P. van Exter, J.P. Woerdman, Phys. Rev. Lett. 86 (2001) 2786.
- [31] M.P. van Exter, G. Nienhuis, J.P. Woerdman, Phys. Rev. A 54 (1996) 3553.
- [32] Q. Mingxin, D.J. Booth, G.W. Baxter, G.C. Bowkett, Appl. Opt. 32 (1993) 2085.
- [33] B. Beier, J.P. Meyn, R. Knappe, K.J. Boller, G. Huber, R. Wallenstein, Appl. Phys. B 58 (1994) 381.
- [34] P.T. Tai, W.F. Hsieh, H.-H. Wu, Opt. Express 13 (2005) 1679.

- [35] F.G. Anderson, P.L. Summers, H. Weidner, P. Hong, R.E. Peale, *Phys. Rev. B* 50 (1994) 14802.
- [36] F.J. Manjón, S. Jandl, G. Riou, B. Ferrand, K. Syassen, *Phys. Rev. B* 69 (2004) 165121.
- [37] D.K. Sardar, R.M. Yow, *Opt. Mater.* 14 (2000) 5.
- [38] A. Cordoba, R. Vilar, A. Lavrov, A.B. Utkin, A. Fernandes, *Opt. Laser Technol.* 36 (2004) 393.
- [39] M. Lefranc, D. Hennequin, P. Glorieux, *Phys. Lett. A* 163 (1992) 269.

3.4 Annexe : Modèle bimode sans effet Auger

Comme le modèle bi-raie, ce modèle utilise le système d'équations (3.5). La différence réside dans le fait que les vecteurs d'onde des deux modes étant voisins, la modulation de l'inversion de population à l'échelle des distances $\frac{1}{|k_2 - k_1|}$ va jouer un rôle important dans le couplage entre les deux modes. On est donc amené à développer l'inversion de population $D(z, t)$ de la façon suivante :

$$D(z, t) = D(t) + 2D_1(t) \cos 2k_1 z + 2D_2(t) \cos 2k_2 z + 2D_{12}(t) \cos 2(k_1 - k_2)z \quad (3.8)$$

où

$$\begin{aligned} D(t) &= \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) dz, \\ D_i(t) &= \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) \cos 2k_i z dz, \\ D_{12}(t) &= \frac{1}{L} \int_0^L D(z, t) \cos 2(k_1 z - k_2 z) dz, \end{aligned} \quad (3.9)$$

Une démarche analogue à celle utilisée en sous-sections 3.2.1 et 3.2.2 conduit au système suivant :

$$\begin{aligned} \frac{dI_1}{dt} &= I_1 \left(D - D_1 - 1 \right) + \beta \left(D - D_1 \right) \\ \frac{dI_2}{dt} &= \eta I_2 \left\{ \left[-1 + \eta_g (D - D_2) \right] + \beta \left(D - D_2 \right) \right\} \\ \frac{dD}{dt} &= \gamma \left[A - D(1 + I_1 + I_2) + D_1 I_1 + D_2 I_2 \right] \\ \frac{dD_1}{dt} &= \gamma \left[-D_1(1 + I_1 + I_2) + \frac{D I_1}{2} + \frac{D_{12} I_2}{2} \right] \\ \frac{dD_2}{dt} &= \gamma \left[-D_2(1 + I_1 + I_2) + \frac{D I_2}{2} + \frac{D_{12} I_1}{2} \right] \\ \frac{dD_{12}}{dt} &= \gamma \left[A_{12} - D_{12}(1 + I_1 + I_2) + \frac{D_1 I_2}{2} + \frac{D_2 I_1}{2} \right]. \end{aligned}$$

où

$$A = \frac{1}{L} \int_0^L A(z) dz \quad (3.10)$$

$$A_{12} = \frac{1}{L} \int_0^L A(z) \cos 2(k_1 - k_2)z dz \quad (3.11)$$

Les intégrales $\frac{1}{L} \int_0^L A(z) \cos 2k_1 z dz$ et $A_2 = \frac{1}{L} \int_0^L A(z) \cos 2k_2 z dz$ sont négligées. Les paramètres de ce modèle sont les mêmes que ceux du modèle bi-raie à l'exclusion de

A_{12} . La valeur relative de ce dernier peut être estimée à partir du profil longitudinal du pompage $A(z)$. Compte tenu des caractéristiques de notre laser (coefficient d'absorption de la transition de pompe, épaisseur du milieu actif, longueur d'onde d'émission), la valeur de A_{12} est très voisine de celle de A pour deux modes consécutifs. Comme il est impossible d'accéder à la valeur exacte de A_{12} , sa valeur relative A_{12}/A a été introduite comme paramètre d'ajustement. En contrepartie, comme les fréquences des deux modes sont très voisines, nous avons considéré que les rapports de gains η_g et de pertes η_l sont égaux à 1. L'ajustement par algorithme générique effectué sur l'intensité totale ($I_1 + I_2$) n'a pas permis de restituer de façon satisfaisante les courbes expérimentales.

Chapitre 4

Dynamique d'un laser soumis à une conduite asymétrique.

Effet de "cliquet"

4.1 Introduction

Les résultats obtenus dans le Chapitre 3 montrent que l'on dispose d'un modèle permettant une description précise de la dynamique de notre laser. Cela nous a conduit à élargir notre approche de cette dynamique tout en gardant une comparaison détaillée entre expérience et théorie. Nous avons en particulier concentré notre attention sur un aspect inexploré de la dynamique du laser qui s'apparente aux effets de "cliquet" induits sur des systèmes de particules browniennes ou sur des nuages d'atomes froids. Un système "cliquet" se définit généralement comme un dispositif microscopique capable de transporter des particules en absence de toute force macroscopique. L'ingrédient minimal indispensable au déplacement d'ensemble de ces particules est l'existence simultanée de fluctuations thermiques et d'un potentiel microscopique spatialement périodique et asymétrique. Le sens d'écoulement des particules est alors imposé par l'asymétrie du potentiel. La question qui se posait à nous était : est-il possible de transcrire ce type de processus aux lasers dont nous avons montré, s'il était besoin, que la dynamique est fortement influencée par les fluctuations introduites par l'émission spontanée ? De façon plus précise, l'interaction entre l'émission spontanée et un forçage externe périodique asymétrique (via une modulation du pompage) et nul en moyenne est-elle susceptible d'influencer la dynamique d'émission cohérente du laser que l'on associe ici à un écoulement dirigé de photons ?

Les expériences que nous avons réalisées pour répondre à cette interrogation, ainsi que les simulations numériques correspondantes, font objet de l'article : *Weak temporal ratchet effect by asymmetric modulation of a laser*, publié dans Optics Letters [79],

qui est intégré dans la section 4.3 de ce chapitre. Une approche analytique des effets observés, qui faute d'espace, n'a pu figurer dans l'article est développée en section 4.4. La section 4.5 est consacrée à une description de la méthode d'intégration des systèmes d'équations différentielles stochastiques que nous avons utilisée pour rendre compte de l'influence de la nature aléatoire de l'émission spontanée sur la dynamique de type "ratchets" de notre laser. Avant que de décrire les expériences, nous consacrerons la section 4.2 à un bref aperçu concernant les systèmes à "cliquet".

4.2 L'effet cliquet

Considérons le mouvement d'une particule brownienne de masse m astreinte à se déplacer suivant l'axe des x et soumise à un potentiel périodique. Ce mouvement est décrit par l'équation de Newton donnant l'évolution de la coordonnée $x(t)$:

$$m\ddot{x} + V'(x) = -\eta\dot{x} + \xi(t) \quad (4.1)$$

$V'(x)$ est le gradient d'énergie potentielle et η le coefficient de frottement visqueux. Les fluctuations thermiques sont représentées par un bruit blanc gaussien $\xi(t)$, de moyenne $\langle \xi(t) \rangle$ nulle, dont la fonction d'auto-corrélation est de la forme :

$$\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = 2\eta kT \delta(t - t').$$

où k est la constante de Boltzmann et T la température du milieu.

En négligeant le terme d'inertie $m\ddot{x}(t)$ dans l'équation (4.1), ce qui est justifié pour une particule brownienne, on obtient le modèle minimal donné par Feynman [6] pour un système de type "cliquet" :

$$\eta\dot{x} = -V'(x) + \xi(t) \quad (4.2)$$

Les premières investigations sur ce type de système ont été réalisées par Feynman [6] dans les années soixante. Le dispositif imaginé par celui ci est une construction élémentaire permettant d'une part d'expliquer comment il est possible d'extraire un travail mécanique à partir d'un ensemble de deux réservoirs thermiques de températures différentes et d'autre part de quantifier le travail fourni. Le dispositif de Feynman, représenté sur la figure 4.1, est formé d'un axe à l'une des extrémités duquel est fixée une roue à palettes plongée dans le réservoir le plus chaud. L'autre extrémité, placée dans le bain froid, est équipée d'une *roue crantée* (analogue à celle utilisée dans les dispositifs d'échappement des horloges) munie d'un cliquet anti-retour. Le bombardement aléatoire des molécules du gaz sur les palettes du premier bain engendre un mouvement aléatoire de rotation de l'axe. L'asymétrie introduite par la roue crantée et son cliquet impose un sens de rotation unique à l'axe. Feynman montre que ce système est

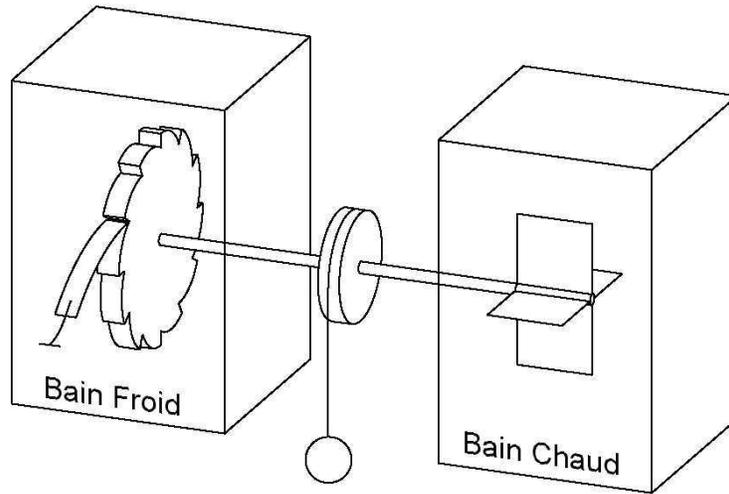


FIG. 4.1 – Schéma de l'expérience de pensée de Feynman (figure tirée de l'article de Reimann [80])

capable de fournir un travail à une masselotte (une petite puce dans son expérience) reliée à l'axe par l'intermédiaire d'une poulie (voir également [80,81]). Quarante années plus tard, l'étude expérimentale et théorique de tels systèmes est toujours d'actualité avec, par exemple, l'effet quantique de "cliquet" optique dans des nuages d'atomes froids [82–84].

Pour obtenir de l'effet "cliquet" il faut casser la symétrie du potentiel $V(x)$ de l'équation (4.2), qui joue dans ces systèmes le rôle de la roue crantée du dispositif du Feynman, ce qui peut se faire de différentes façons. En plus du système minimal de Feynman ou "Feynman ratchets", il existe plusieurs types de systèmes "cliquets" qui assurent cette fonction. On distingue classiquement :

- "**rocking ratchets**" [85,86] : Dans cette classe de "cliquets", une modulation périodique en temps est superposée au potentiel, ce qui revient à modifier le potentiel périodiquement dans le temps. L'équation générique est alors de la forme :

$$\eta\dot{x} = -V'(x) + y(t) + \xi(t) \quad (4.3)$$

où $y(t)$ est une fonction périodique du temps. Harada et Yoshikawa [86] ont proposé un potentiel asymétrique et périodique spatialement qui subit une translation sinusoïdale ($V(x, t) = V(x - A \sin(\omega t))$). Dans leur expérience, le potentiel créé optiquement est utilisé pour induire le déplacement de micro-perles de polystyrène (diamètre = $0,2 \mu m$).

Toujours dans cette famille, citons le "*ratchet inertielle ou hamiltonien*" [87,88] qui est décrit par l'équation générique :

$$m\ddot{x} + \eta\dot{x}(t) = -V'(x) + y(t) \quad (4.4)$$

où le rôle du bruit thermique est joué par le mouvement de la particule qui est chaotique si le potentiel remplit certaines conditions [88]. Cette technique permet la séparation de particules de masses notablement différentes [87].

- "**flashing ratchets**" (ou "fluctuating potential ratchets") : Dans ce cas, le potentiel est interrompu périodiquement [89–93]. Le modèle pour ce type de systèmes s'exprime sous la forme suivante :

$$\eta\dot{x}(t) = -V'(x(t)) [1 + f(t)] + \xi(t) \quad (4.5)$$

où $f(t)$ est une fonction qui permet l'interruption périodique du potentiel en prenant deux valeurs -1 ou $+1$.

Un système de ce type a été employé par Faucheux et Libchaber [91] pour séparer des particules de silice de diamètres différents ($1,5 \mu m$ et de $2,5 \mu m$) en suspension dans l'eau. Du fait de leurs coefficients de diffusion différents, le déplacement des deux types de particules par effet ratchet est différent, ce qui permet leur séparation. Plus généralement le "flashing ratchet" est utilisé de façon privilégiée pour la séparation de particules [94, 95] et en particulier pour des particules de taille comparable aux structures biologiques telles que virus, cellule ou chromosomes [96]. Des travaux plus récents utilisant ce même type de "ratchet" portent sur la possibilité de réaliser un courant dirigé de particules quantiques [82].

- "**diffusion ratchets**" : Il est obtenu à partir du modèle le plus simple de ratchet (4.2) en introduisant une modulation périodique en temps des fluctuations thermiques (par exemple une modulation de la température). L'équation générique du "diffusion ratchets" s'écrit alors [97] :

$$\eta\dot{x}(t) = -V'(x(t)) + \sqrt{2D(t)}\xi(t). \quad (4.6)$$

où $D(t) = D(t + 2\pi/\omega)$ est une fonction périodique du temps. L'étude théorique de "diffusion ratchets" [97] montre que le courant de particules browniennes est fonction de la fréquence de modulation des fluctuations thermiques. Il présente un maximum pour une fréquence de modulation de l'ordre de $\frac{1}{\eta}$, et reste très faible aux basses et hautes fréquences. Notons que Reimann *et al.* ont également montré que, moyennant la transformation de variable : $y(t) = x(t) [D(t)]^{-1/2}$, ce type de ratchets se ramène à un "flashing ratchets" [97].

- "**correlation ratchets**" [85, 98–100] - L'équation générique de ce processus est obtenue à partir du modèle (4.2) en ajoutant au bruit blanc, un second bruit centré $\epsilon(t)$ de durée de corrélation τ grande devant les temps caractéristiques du

système :

$$\eta\dot{x}(t) = -V'(x(t)) + \xi(t) + \epsilon(t) \quad (4.7)$$

Le courant obtenu dépend de la durée de corrélation du bruit et de son intensité. Dans ce cas, l'action conjuguée de l'asymétrie du potentiel et de la durée de corrélation est très importante et, sous certaines conditions, suffisante pour induire un changement du sens du courant qui se produit pour une valeur particulière du temps τ [99]. A fonction d'autocorrélation donnée, le sens de déplacement du flux de particules dépend des propriétés statistiques exactes du bruit [100]. Signalons le cas particulier de fluctuations centrées et corrélées présentant une dissymétrie temporelle qui sont capables d'induire un courant en absence d'asymétrie spatiale du potentiel [98]. Lorsque le potentiel devient asymétrique, on assiste à une compétition entre les deux types d'asymétrie qui provoque un changement de sens du flux. Ce dernier cas est proche du dernier type de "ratchets" que nous avons recensé.

- "**white shot noise ratchets**" [101]. Pour ce type de "ratchets", le bruit ajouté est un bruit blanc poissonnien de type bruit de grenaille. L'asymétrie de la statistique de ce bruit blanc induit à elle seule le courant de particules (pas d'asymétrie spatiale du potentiel).

Ces trois derniers types de "ratchets" ne font l'objet que d'études théoriques alors que les premiers sont abordés de façon expérimentale. Signalons également une récente expérience de migration de gouttelettes sur un support en crémaillère chauffé [102]. L'effet observé, dont les ingrédients sont très proches du "Feynman ratchet", donne lieu à des images très spectaculaires que le lecteur pourra retrouver sur le site : <http://www.uoregon.edu/linke/dropletmovies/>.

Comme l'avait déjà proposé Basov *et al.* [103] ou Morozov [104], Oppo et Politi [105] ont rapproché les équations de bilan d'un laser de celle d'un oscillateur mécanique moyennant divers changements de variable. Dans leur approche, le mouvement de l'oscillateur équivalent a lieu dans un potentiel de Toda ($V(u) \equiv \exp(u) - u$), qui présente donc une forte asymétrie. Moyennant le changement de variable suivant $u \equiv \ln(\frac{I}{A-1})$, le système d'équations du bilan décrivant notre laser (2.1) devient :

$$\ddot{u} + V'(u) + \sqrt{\gamma/(A-1)}\dot{u}[1 + (A-1)\exp(u)] = 0 \quad (4.8)$$

où \ddot{u} et \dot{u} sont les dérivées première et seconde de u par rapport au temps normalisé $s = \sqrt{\gamma(A-1)}t'$.

Cette équation, à laquelle on doit ajouter un terme stochastique pour prendre en compte les fluctuations introduites par l'émission spontanée, présente des similitudes avec l'équation générale (4.1). En introduisant une modulation temporelle asymétrique du taux de pompage A , on pouvait raisonnablement espérer mettre en évidence des

comportements de type "ratchet". Les résultats expérimentaux et numériques que nous avons ainsi obtenus confirment cette intuition et font l'objet de la section suivante.

Pour caractériser de façon analytique le comportement de notre laser, l'équation (4.1) de la variable dynamique $x(t)$ est remplacée par un système d'équations de bilan (système (1) de l'article [79]) en champ et différence de population. Au bruit thermique $\xi(t)$, on substitue les fluctuations quantiques de l'émission spontanée auxquelles peuvent s'ajouter les fluctuations corrélées du pompage laser.

4.3 Expériences

August 1, 2006 / Vol. 31, No. 15 / OPTICS LETTERS 2347

Weak temporal ratchet effect by asymmetric modulation of a laser

Cristina Elena Preda, Bernard Ségard, and Pierre Glorieux

Laboratoire de Physique des Lasers, Atomes et Molécules, CNRS (UMR 8523) CERLA, Université de Lille I, 59655 Villeneuve d'Ascq, France

Received March 21, 2006; revised May 5, 2006; accepted May 8, 2006;
 posted May 15, 2006 (Doc. ID 69194); published July 10, 2006

Subjecting lasers to triangular modulations of the pump produces phenomena that drastically depend on the symmetry of the triangle. For instance, with slow up-rising triangles, a laser below threshold on average may deliver coherent pulses, while it does not deliver coherent pulses with fast up-rising triangles. This effect, which requires the presence of fluctuations in addition to the modulation, is reminiscent of the thermal ratchet with which a directed motion is extracted from a stochastic medium. © 2006 Optical Society of America

OCIS codes: 140.0140, 140.3480, 270.2500.

Extracting energy from Brownian motion by subjecting a fluctuating system to suitably tailored perturbations has been a long-standing subject of investigation, starting from Feynman's ratchet¹ to the more recent quantum theory of optical ratchet effects in cold atom clouds.² A typical approach is to use some periodic asymmetric perturbation to induce a global drift in a system without a gradient via the interplay of this perturbation and of the fluctuations.^{3,4} In the typical ratchet, the perturbation is much smaller than the fluctuations.^{5,6} Here we explore the reciprocal situation in which the perturbation dominates the fluctuations, and our system uses pure temporal dynamics, while space and time dynamics are coupled in the classical ratchet. In the latter system, a change in the sign of the perturbation induces a similar change in the direction of the energy flow. In the present situation, the perturbation symmetry governs the existence or nonexistence of this energy flow. However, as for the ratchet, the observed phenomena do require the simultaneous presence of fluctuations and asymmetric modulation.

In this work a laser below threshold is subjected to an asymmetric change of its excitation conditions, via a triangular time-periodic (sawtooth) modulation of its pump parameter such that the average value of the pump is close to but remains below threshold. Positive and negative sawtooth modulations have drastically different effects. For instance, a slow up-rising sawtooth (called "positive") does trigger laser action, while a fast up-rising sawtooth (negative) does not, although one would expect the opposite, since the negative sawtooth initially provides much stronger pump power. Because a positive sawtooth triggers laser action, a directed coherent energy flow is delivered by the laser, while incoherent emission only is obtained with the negative one. In this Letter we demonstrate experimentally and explain, on the basis of a simple model, that a directed energy flow is obtained only if perturbations with suitable asymmetry and fluctuations are simultaneously applied to the laser.

Because here we use asymmetric modulations, the behavior of the laser is not simply understood in the

framework of previous investigations regarding lasers as nonlinear dynamic systems, since this point of view is relevant for sinusoidal modulations or symmetric triangular sweeping. It is classical that, when subjected to a slow periodic excitation, systems adiabatically follow the changes induced by the modulation, while for fast modulation, they respond only to the time-averaged value of the perturbation. Between these two limits, when the perturbation period is similar to relevant time scales for the system, e.g., the relaxation oscillation period, switch on time, etc., there is a possibility of rich dynamic effects. Sufficiently strong periodic modulations in this range are known to generate nonlinear effects including period-doubling bifurcations leading to chaos, nonlinear parametric resonances, and hysteretic behavior, etc.⁷ All these nonlinear effects have been observed with time-symmetric, typically sinusoidal, modulations. Triangular modulations have also been considered in the context of systems with a swept parameter, in particular, in the study of "delayed bifurcations" observed when the control parameter is swept in the vicinity of a bifurcation to explore the properties of switching from an unstable to a stable state.⁸ In these studies, emphasis was put on the fact that sweeping the control parameter induces shifts between static (i.e., in the absence of sweep) and dynamic (i.e., with a swept parameter) bifurcations. Up and down sweeps produce different shifts, and fluctuations were shown to play a key role in these shifts. In the present work, we use periodic modulations instead of single sweeps and consider similar effects in a different parameter range, more specifically faster sweep rates, and we pay special attention to the effect of the asymmetry of the modulation, which is shown to have a dramatic influence on the system response.

Experiments have been performed on a Nd³⁺:YVO₄ diode-pumped laser, and the modulation is applied by changing the power delivered by the pumping laser diode. The modulation is applied by changing the power delivered by the pumping laser diode, such that the time evolution of the pump power is periodic and has a triangular shape with a

variable up-down ratio and a fixed frequency. In the experiments shown hereafter, the modulation period is $T=84 \mu\text{s}$. This value is chosen as much larger than the relaxation oscillation (RO) period and falls in the typical range for the switch-on times associated with the buildup of laser action. For the parameters used, i.e., a pumping rate A varying from $A_{\min}=0.68$ to $A_{\max}=1.2$, the RO period is typically $6 \mu\text{s}$ and the switch-on time, which is known to diverge as the threshold is approached, is approximately $30 \mu\text{s}$.

The output power delivered by the laser is monitored in stationary conditions, typically 400 periods, so that the transients associated with the initial switch on are damped. The relative duration of the up and down slopes appears to strongly influence the laser output. The asymmetry of the laser driving may be characterized by the ratio α of the up-going part to the triangle period so that 0.01 and 0.99 correspond, respectively, to the negative and positive sawtooths as shown in Fig. 1(a). Drastically different responses are observed for these two values of α . For $\alpha=0.99$, the sawtooth modulation produces large spikes near the end of the modulation period, while the laser always remains off for opposite modulation ($\alpha=0.01$). For symmetric triangles ($\alpha=0.50$), spikes are also observed but with an intensity significantly reduced (typically by a factor of 2) with respect to the case $\alpha=0.99$. Note that in all these experiments, the average value of the pump power remains the same, while the laser either delivers coherent radiation or not, depending on the shape of the modulation. Therefore only a suitably tailored modulation produces a directed laser output.

The spike amplitude is not simply proportional to the asymmetry factor, as could be expected from the results displayed in Fig. 1(a). In fact in the corresponding experimental conditions, the laser never starts for α less than 0.26, and the spike amplitude, which is maximum for $\alpha=0.80$, is slightly reduced for the full asymmetric sawtooth ($\alpha=0.99$) [see Fig. 2(a)]. Moreover, the spike amplitudes suffer from strong

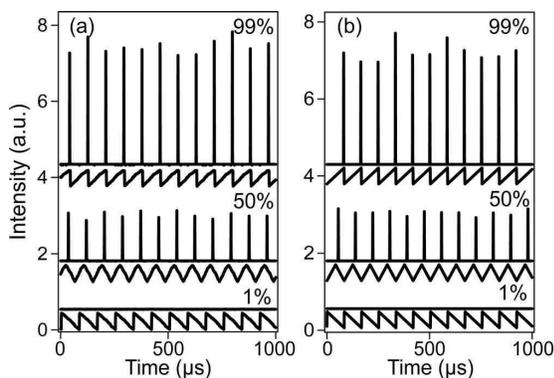


Fig. 1. Time evolution of the laser intensity (up) and of the pump power (down) for symmetry parameter α equal to 1%, 50%, and 99%. (a) Experiments, (b) simulations. Parameters: pumping rate $A_{\min}=0.68$ and $A_{\max}=1.2$, modulation period is $T=84 \mu\text{s}$. For the simulations, the noise strength is $Q=4.67 \times 10^{-9}$ and the correlation time $\tau=9 \times 10^{-2}$.

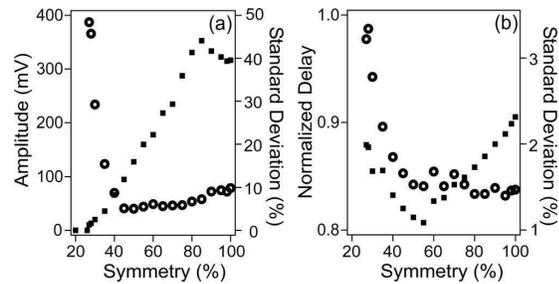


Fig. 2. Experimental measurements of (a) the amplitude and (b) delay of the laser pulses as a function of the symmetry parameter α . (■) Absolute quantities, (○) standard deviations of the fluctuations. Same parameters as in Fig. 1.

fluctuations, which originate mainly from the stochastic character of spontaneous emission. Fluctuations due to spontaneous emission are a necessary ingredient, since in the absence of spontaneous emission, the laser would stay forever in the stationary OFF state. Indeed, the initial conditions at the beginning of a modulation period are fixed by the radiation left over by the preceding pulse if the laser is fired during this period. If the modulation is slow enough that this radiation is less than the spontaneous emission level, the latter effect dominates, hence its stochastic character is transferred onto the pulse delivered by the laser. As usual, both amplitude and delay are affected by these initial conditions. As shown in Fig. 2(b), there are two regimes. At low symmetry parameter values ($0.25 < \alpha < 0.55$), spontaneous emission is the dominant triggering mechanism, and the fluctuations increase with the delay,⁹ as observed in a standard laser subjected to a square-modulated pump.¹⁰ On the contrary, at large values ($0.55 < \alpha < 0.99$), the fluctuations slowly decrease while the delay increases, and the effect of the spontaneous emission level on the delay becomes negligible, although it remains necessary to initialize the startup of the laser. In this peculiar regime, where the laser fires a large pulse associated with a large population depletion, the laser behavior is dominated by the interplay between population and field dynamics. For a given amplitude of pump modulation, the effect of the pump asymmetry decreases as the average value of the pump increases and disappears when this value becomes larger than the threshold.

These experimental results are compared with the predictions of a model for a class B laser including a noise contribution $\varepsilon(t)$ in the field equation to account for spontaneous emission. It reads as

$$\frac{dE(t)}{dt} = E(t)[D(t) - 1] + \varepsilon(t),$$

$$\frac{dD(t)}{dt} = \gamma\{A - D(t)[E^2(t) + 1]\}, \quad (1)$$

where E , D , and A are the field, the population inversion, and the pumping rate, respectively. $\gamma = \gamma_{\parallel} / \kappa$ is

the population damping rate γ_{\parallel} in units of the field damping rate κ and t is the time in units of the field damping time $1/\kappa$. $\varepsilon(t)$ is a correlated noise (Gaussian-distributed Ornstein-Uhlenbeck process) of zero mean and correlations given by

$$\langle \varepsilon(t)\varepsilon(s) \rangle = \frac{Q}{\tau} \exp\left(-\frac{|t-s|}{\tau}\right). \quad (2)$$

In our simulations the correlation time $\tau=9 \times 10^{-2}$ is much smaller than 1, so that the noise is weakly correlated and can be considered as white noise. The values of κ and γ ($\kappa=9.1 \times 10^7 \text{ s}^{-1}$, $\gamma=3.66 \times 10^{-4}$) are those measured on our laser by fitting its switch-on dynamics on several models.¹¹ The noise strength $Q=4.7 \times 10^{-9}$ has also been fitted to reproduce these dynamics. Numerical simulations have been performed using the procedure introduced by Fox¹² for the integration of stochastic differential equations. An excellent agreement is obtained with the experimental results as shown in Fig. 1(b). Figure 3 shows that the value of the minimum symmetry parameter α required for laser action is less than 0.20 in the simulations, whereas this value is 0.26 in experiments, but all the qualitative phenomena shown in Fig. 2 are recovered. Such numerical simulations allow us to compare the results obtained in the presence and in the absence of fluctuations, and consequently to identify the role played by the stochastic terms in the dynamics. They also give access to a variable such as D , which is not easily accessible in experiments. In particular, it is possible to evaluate the total energy transferred from the pump to the population, which writes $\int_0^T (D-D_0)dt$ where D_0 is the population difference at the beginning of a modulation period. Simulations show that with a negative sawtooth ($\alpha < 0.5$), the population inversion growth is faster and the total energy transferred is larger than with a positive sawtooth ($\alpha > 0.5$). Although a positive sawtooth leads to less energy deposited in the laser medium, the population difference may temporarily reach a larger value, making it possible to exceed the threshold in this case, while it does not with the reverse (negative) modulation. For instance, in the conditions of our experiments, the energy deposition in the active medium with $\alpha=0.01$ is 50% larger than with $\alpha=0.99$, but the maximum values of D are 0.953 and

1.025, respectively, and the gain remains negative for the former value, while it may become positive for the latter. This population dynamics interferes with the stochastic dynamics due to the noise term that mimics spontaneous emission. We stress that, on the one hand, the laser stays on average well below threshold, and that, on the other hand, this modulation is too fast to be considered as simple adiabatic exploration of the above threshold region.

In conclusion, we have demonstrated a directed energy transfer that is reminiscent of the ratchet effect, but the roles of the fluctuations and of the asymmetric driving are reversed in the present work. The common point of both phenomena is that, here in the time domain, tailoring a suitable perturbation allows one to extract directed energy, in the form of coherent radiation of the laser, while a perturbation with opposite time symmetry leads to incoherent emission only. Although this is not rigorous, spontaneous emission in the lasers is often described by a source term proportional to D in the field equation. This would be sufficient to trigger the laser oscillation, but would not account for the peculiar behavior described above for the fluctuations. Inversely, it is possible to introduce an additional stochastic term in the population equation to account for the technical fluctuations of the pump. This was shown not to produce any significantly new results. The case of strong noise and weak modulations, which corresponds more closely to the classical ratchet that will be investigated soon, requires new experimental developments to detect small amounts of coherent radiation from the large incoherent background.

B. Segard's e-mail address is bernard.segard@univ-lille1.fr.

References

1. R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, *The Feynman Lectures in Physics* (Addison-Wesley, 1966), Vol. 1, Chap. 46.
2. C. Mennerat-Robillard, D. Lucas, S. Guibal, J. Tabosa, C. Jurczak, J.-Y. Courtois, and G. Grynberg, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 851 (1999).
3. J. Prost, J.-F. Chauvin, L. Peliti, and A. Adjari, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2652 (1994).
4. L. P. Faucheux, L. S. Bourdieu, P. D. Kaplan, and A. J. Libchaber, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1504 (1995).
5. C. R. Doering, W. Horsthemke, and J. Riordan, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2984 (1994).
6. F. Jülicher, A. Adjari, and J. Prost, *Rev. Mod. Phys.* **69**, 1269 (1997).
7. P. Bergé, Y. Pomeau, and C. Vidal, *L'ordre dans le Chaos* (Hermann, 1984).
8. P. Mandel and T. Erneux, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 1818 (1984).
9. The delay is the time elapsed between the instant when the pump power equals the threshold and that when the pulse emission starts. It is normalized to the pump duration above threshold.
10. A. E. Siegman, *Lasers* (University Science, 1986).
11. C. E. Preda, B. Ségard, and P. Glorieux, *Opt. Commun.* **261**, 141 (2006).
12. R. F. Fox, *Phys. Rev. A* **43**, 2649 (1991).

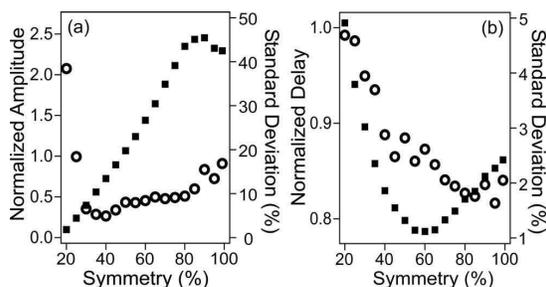


Fig. 3. Same as Fig. 2. Numerical simulations with $Q=4.7 \times 10^{-9}$, $\tau=9 \times 10^{-2}$.

4.4 Approche analytique

Cette section est consacrée à une description analytique de la dynamique du laser soumis à une conduite asymétrique. Pour simplifier la démarche analytique, nous nous sommes limités à un triangle unique, mais les résultats obtenus sont généralisables à une conduite périodique. Le modèle retenu est le plus simple de ceux introduits dans l'article [62]. Il s'avère être aussi le plus performant à bas niveau de pompage. Dans un premier temps, toujours pour simplifier, nous ne prendrons pas en compte l'émission spontanée, bien que nous avons vu qu'elle est absolument nécessaire pour rendre compte des résultats expérimentaux (voir la figure 3.1). Dans le cas de ce modèle très simplifié, les équations d'évolution sont :

$$\begin{aligned} \frac{dI(t')}{dt'} &= I(t')(D(t') - 1) \\ \frac{dD(t')}{dt'} &= \gamma \left[A(t') - D(t')(I(t') + 1) \right]. \end{aligned} \quad (4.9)$$

où, rappelons le, $\gamma = \gamma_{\parallel}/\kappa$ et le taux de pompage $A(t')$ est normalisé par la puissance de pompe au seuil.

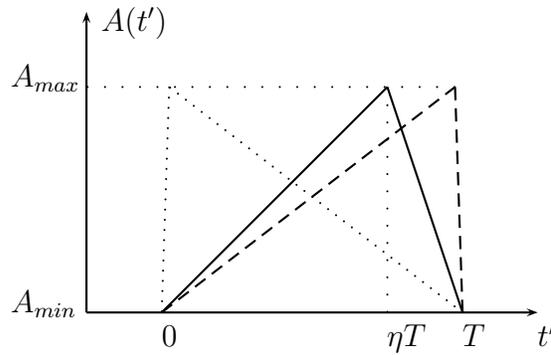


FIG. 4.2 – Signaux triangulaires asymétriques utilisés pour la modulation du taux de pompage. Les symboles représentés correspondent aux notations utilisées dans l'approche analytique .

Comme dans les expériences présentées dans la section précédente, nous utilisons une fonction de commande $A(t')$ asymétrique, de forme triangulaire dont l'équation d'évolution est donnée par :

$$A(t') = \begin{cases} A_{min} & t' \leq 0, t' > T, \\ A_{min} + \frac{a}{\eta} t' & 0 < t' \leq \eta T, \\ A_{max} - \frac{a}{1-\eta} (t' - \eta T) & \eta T < t' \leq T. \end{cases} \quad (4.10)$$

où $a = (A_{max} - A_{min})/T$. A_{min} et A_{max} sont les taux de pompage minimum et maximum, T est la durée du triangle et η son asymétrie (voir figure 4.2) qui typiquement

varie de 0.01 à 0.99.

Nous supposons que le laser est dans l'état "éteint" à l'instant initial ($t' = 0$). La différence de population est alors $D_0 = A_{min}$ et l'intensité émise I_0 est très faible (mais non nulle). Comme nous l'avons déjà indiqué dans les chapitres 1 et 2, la dynamique de démarrage du laser comporte une phase de latence pendant laquelle l'intensité émise demeure très faible ($I \ll 1$). Pendant cette phase de latence, l'évolution conjointe de la différence de population D et de l'intensité I va permettre de préciser dans quelles conditions le laser est susceptible de démarrer et de calculer, le cas échéant, l'instant où celui ci démarre. Le démarrage est caractérisé par l'émergence rapide d'un champ fort ($I \gg 1$). Pendant cette seconde phase, l'évolution de I permet de déterminer l'intensité maximale émise. Le système d'équations (4.9) peut être résolu de manière approximative pour chacune de ces deux phases. Il suffit alors de connecter les deux solutions obtenues pour obtenir une formulation analytique approchée de l'évolution de l'intensité émise.

4.4.1 Évolution en champ faible

Tant que l'intensité reste faible ($I(t') \ll 1$), on peut négliger son influence sur la dynamique d'évolution de la population. Dans ces conditions, le système (4.9) est simplifié et prend la forme :

$$\frac{dI}{ds} = \frac{1}{\gamma} I(D - 1) \quad (4.11)$$

$$\frac{dD}{ds} = A(s) - D. \quad (4.12)$$

avec $s = \gamma t' = \gamma_{\parallel} t$. L'évolution de la différence de population est alors décrite par une équation différentielle linéaire de premier ordre dont la solution est de type exponentielle. Compte tenu de l'évolution temporelle du pompage (équation 4.10), l'équation 4.12 s'écrit :

$$\frac{dD}{ds} + D = \begin{cases} A_{min} + \frac{\alpha}{\eta} s & 0 < s \leq \eta S, \\ A_{max} - \frac{\alpha}{1 - \eta} s & \eta S < s \leq S, \\ A_{min} & s > S. \end{cases} \quad (4.13)$$

où $\alpha = a/\gamma$ et $S = \gamma T$. La solution comporte trois parties associées respectivement à la montée du triangle, à sa descente et au retour à la valeur initiale du pompage. Soit :

$$D(s) = \begin{cases} \left[(D_0 - A_{min} + \frac{\alpha}{\eta})e^{-s} + A_{min} + \frac{\alpha}{\eta}s - \frac{\alpha}{\eta} \right] & 0 < s \leq \eta S, \\ \left[(D_1 - A_{max} - \frac{\alpha}{1-\eta})e^{-(s-\eta S)} + A_{max} + \frac{\alpha}{1-\eta} - \frac{\alpha}{1-\eta}(s - \eta S) \right] & \eta S < s \leq S, \\ \left[(D_2 - A_{min})e^{-(s-S)} + A_{min} \right] & s > S. \end{cases} \quad (4.14)$$

où $D_1 = D(\eta S)$ et $D_2 = D(S)$.

La Figure (4.3) représente l'évolution de la différence de population $D(s)$ pour deux

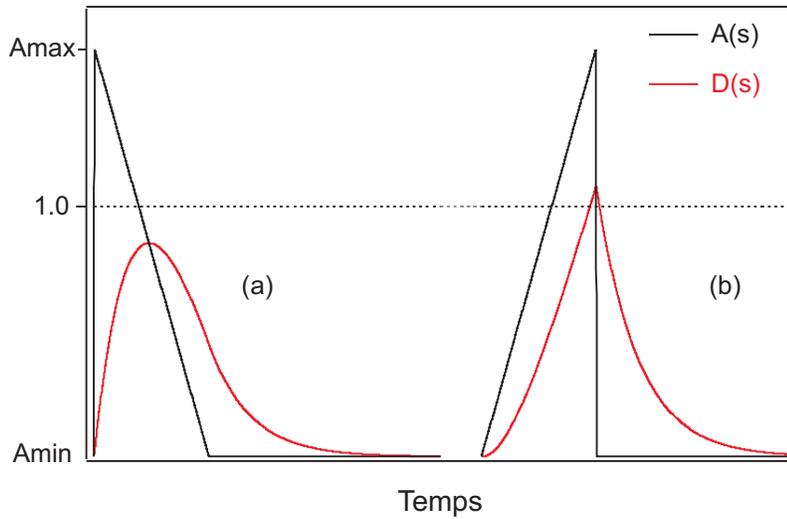


FIG. 4.3 – Exemple d'évolution de la différence de population $D(s)$ (en rouge) pour les deux symétries $\eta = 0,01$ (a) et $\eta = 0,99$ (b) du taux de pompage $A(s)$ (en noir). Conditions : $A_{min} = 0,68$, $A_{max} = 1,2$ et $S = 2,8$.

valeurs extrêmes du coefficient d'asymétrie η ($\eta = 0,01$ et $\eta = 0,99$). Ces courbes sont obtenues pour $A_{min} = 0,68$ et $A_{max} = 1,2$, valeurs qui correspondent aux expériences présentées dans la Section 4.3. Les évolutions observées sont notablement différentes. Pour $\eta = 0,01$ (Figure 4.3(a)), on observe une croissance rapide de $D(s)$ qui conduit à une valeur maximale inférieure à 1. Par contre, pour $\eta = 0,99$ (Figure 4.3(b)) la croissance bien qu'initialement plus lente que dans le cas précédent, conduit à un maximum supérieur à 1 (seuil de démarrage du laser). Dans le premier cas l'inversion de population est insuffisante pour induire l'émission laser, dans le second l'émission devient possible. Comme on l'a déjà vu, le démarrage du laser ne peut se produire que

si l'intensité initiale I_0 est non nulle (sinon $\frac{dI}{dt} \equiv 0$).

L'évolution de l'intensité, dans la phase de démarrage, se déduit de l'équation 4.11 qui donne :

$$I(s) = I_0 e^{F(s)} \quad (4.15)$$

où $F(s) = \frac{1}{\gamma} \int_0^s (D(s') - 1) ds'$ définit le taux de variation de l'intensité. Lorsque $F(s)$ devient supérieur à 0, l'intensité du laser croît rapidement. $F(s) = 0$ correspond donc au seuil de démarrage du laser. Rappelons que l'approximation (4.15) est valide tant que l'intensité I reste petite. Comme le montre la Figure (4.4) obtenue dans les mêmes conditions que la Figure 4.3, quel que soit η , $F(s)$ reste toujours négatif, l'émission laser n'est donc pas possible pour ces valeurs de paramètres. Si, par contre, on augmente la

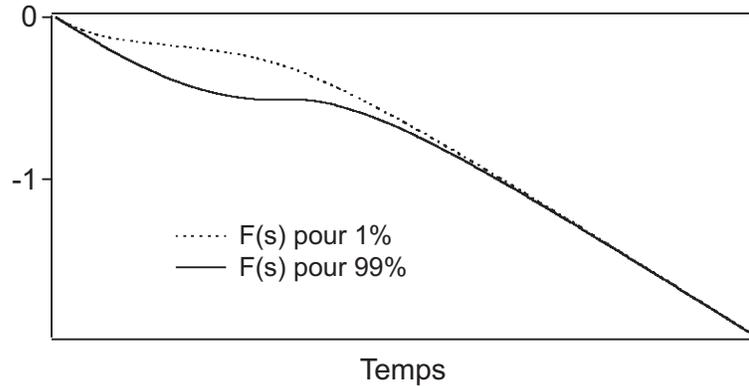


FIG. 4.4 – Évolution du taux de variation de l'intensité $F(s)$ dans les conditions de la Figure 4.3 ($A_{min} = 0,68$ et $A_{max} = 1,2$). $F(s)$ reste négatif pour les deux symétries $\eta = 0,01$ et $\eta = 0,99$, il n'y a donc pas d'émission laser possible.

valeur de A_{max} , le résultat peut être différent. La Figure 4.5 montre ainsi l'évolution de $F(s)$ obtenue pour $A_{min} = 0,68$ et $A_{max} = 1,5$. Le laser démarre dans le cas $\eta = 0,01$ et non pour $\eta = 0,99$, ce qui est contraire aux résultats expérimentaux (voir la Section 4.3).

Le modèle utilisé ici est donc non seulement insuffisant mais contraire à l'expérience. La première critique que l'on peut lui adresser vient de ce que l'émission spontanée n'a pas été introduite et l'on a déjà vu au chapitre 3 qu'elle jouait un rôle important dans la dynamique du laser, même si son intensité est bien inférieure à l'intensité moyenne délivrée par le laser .

Pour prendre en compte l'émission spontanée, on peut comme au chapitre 3 introduire un terme βD dans l'équation d'évolution de l'intensité. Malheureusement, le système d'équations n'est alors pas soluble analytiquement. On est donc amené à utiliser un modèle beaucoup plus fruste où l'on fixe une valeur minimale I_{min} pour l'intensité, ce qui physiquement correspondrait à un fond continu de rayonnement comme celui fourni par le corps noir qui entoure le laser. Pendant la phase d'évolution où

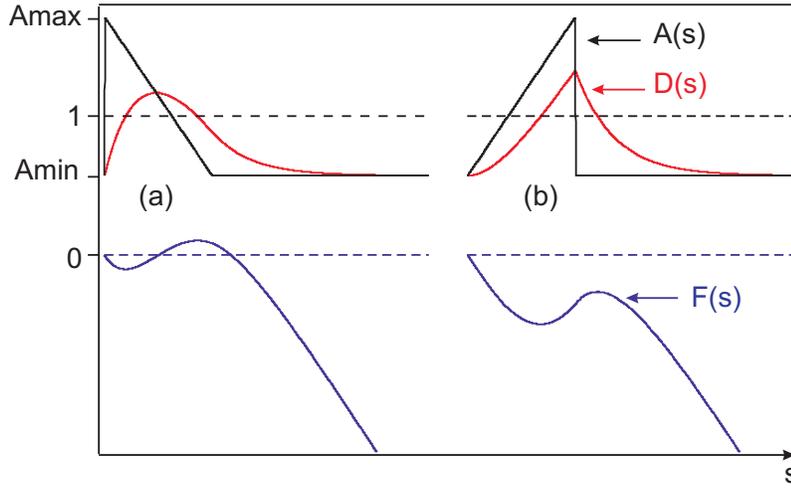


FIG. 4.5 – Évolution du signal de pompage, de la différence de population et taux de croissance du champ dans les conditions $A_{min} = 0,68$ et $A_{max} = 1,5$ et pour les deux valeurs extrêmes de η . Émission laser pour $\eta = 0,01$ (a) et pas d'émission pour $\eta = 0,99$ (b)

$D(s) < 1$, les équations d'évolution conduisent à une décroissance de l'intensité que l'émission spontanée maintient à la valeur I_{min} . Quand la différence de population $D(s)$ devient supérieure à 1, l'intensité $I(s)$ peut croître à partir de I_{min} comme calculé précédemment :

$$I(s) = I_{min} \exp\left(\frac{1}{\gamma} \int_{s_1}^s (D(s) - 1) ds\right) \quad (4.16)$$

où s_1 est ici l'instant où $D(s) = 1$ (voir la Figure 4.6). $I(s)$ est alors susceptible de prendre des valeurs extrêmement importantes par rapport à I_{min} , il est alors possible d'obtenir une forme analytique approchée de l'évolution dans le cadre d'une approximation différente, ce qui fait l'objet du paragraphe suivant.

4.4.2 Évolution en champ fort, démarrage du laser

Lorsque I devient suffisamment grand, l'émission stimulée est prépondérante par rapport aux processus de pompage et de relaxation des populations [106, 107] dans le terme source de l'équation d'évolution de $D(s)$. On peut considérer que la contribution de ces termes devient négligeable ($DI \gg A - D$) et simplifier le système (4.9), qui devient [108] :

$$\frac{dI}{ds} = \frac{1}{\gamma} I(D - 1) \quad (4.17)$$

$$\frac{dD}{ds} = -DI. \quad (4.18)$$

On obtient facilement une relation liant les différentielles de I et de D , cette dernière s'écrit :

$$dI = -\frac{1}{\gamma} \left(dD - \frac{dD}{D} \right).$$

L'intégration de cette équation donne :

$$\int_{I=0}^{I(s)} dI = -\frac{1}{\gamma} \int_{D_{\uparrow}}^{D(s)} \left(dD - \frac{dD}{D} \right).$$

où D_{\uparrow} est la valeur de l'inversion de la population au moment où I commence à émerger ($I \approx 0$). Finalement, l'évolution de l'intensité I est donnée par la forme implicite suivante :

$$I(s) = \frac{1}{\gamma} \left[D_{\uparrow} - D(s) + \ln \frac{D(s)}{D_{\uparrow}} \right].$$

Le maximum d'intensité de l'impulsion est atteint pour $D(s) = 1$ qui correspond à la condition $\frac{dI(s)}{ds} = 0$ (voir équation 4.17). L'intensité maximale de l'impulsion s'exprime alors sous la forme :

$$I_{max} = \gamma^{-1} \left[D_{\uparrow} - 1 - \ln D_{\uparrow} \right] \quad (4.19)$$

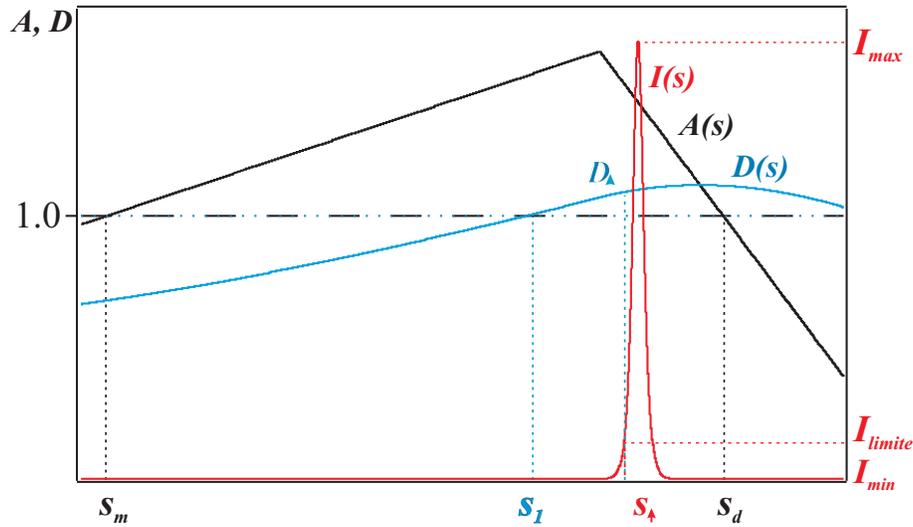


FIG. 4.6 – Évolution de $A(s)$, $D(s)$ et $I(s)$.

Cette dernière équation montre que l'intensité maximale est de l'ordre de grandeur de γ^{-1} . L'expression exacte de I_{max} dépend de la différence de population D_{\uparrow} que l'on va définir par raccordement avec la solution en champ faible. Pour cela il faut préciser quel est le seuil I_{limite} d'émergence de l'émission laser. Dans la mesure où il n'existe pas de critère fixé par l'étude analytique du modèle, nous avons convenu d'utiliser la moyenne géométrique entre le minimum d'intensité I_{min} et l'ordre de grandeur de son maximum γ^{-1} soit $I_{limite} = \sqrt{\gamma^{-1} I_{min}}$. Nous avons utilisé pour la valeur de I_{min}

celle de β déterminée au Chapitre 3 qui fournit une mesure approchée de l'intensité de l'émission spontanée dans notre laser.

L'équation d'évolution de l'intensité en champ faible (4.16) appliquée au point de raccordement conduit à :

$$\int_{s_1}^{s_\uparrow} (D(s) - 1) ds = \gamma \ln \frac{I_{limite}}{I_{min}} = -\frac{\gamma}{2} \ln(\gamma I_{min}),$$

où s_\uparrow est l'instant du seuil d'émergence de l'émission laser (voir la Figure 4.6). La résolution de cette équation (effectuée sous Maple) permet de déterminer la valeur de s_\uparrow ainsi que la valeur correspondante de la différence de population D_\uparrow . On en déduit d'une part l'intensité maximale émise et d'autre part une mesure du délai de démarrage du laser qui comme dans l'article [79] (Section 4.3), est défini de la manière suivante :

$$D_{delai} = \frac{s_\uparrow - s_m}{s_d - s_m}$$

où s_m et s_d sont les instants où le taux de pompage $A(s)$ prend la valeur 1 ($s_d > s_m$, voir Figure 4.6).

La Figure 4.7 montre l'évolution du délai et celle de l'intensité maximale en fonction du paramètre d'asymétrie η . Les caractéristiques de ces courbes sont qualitativement les

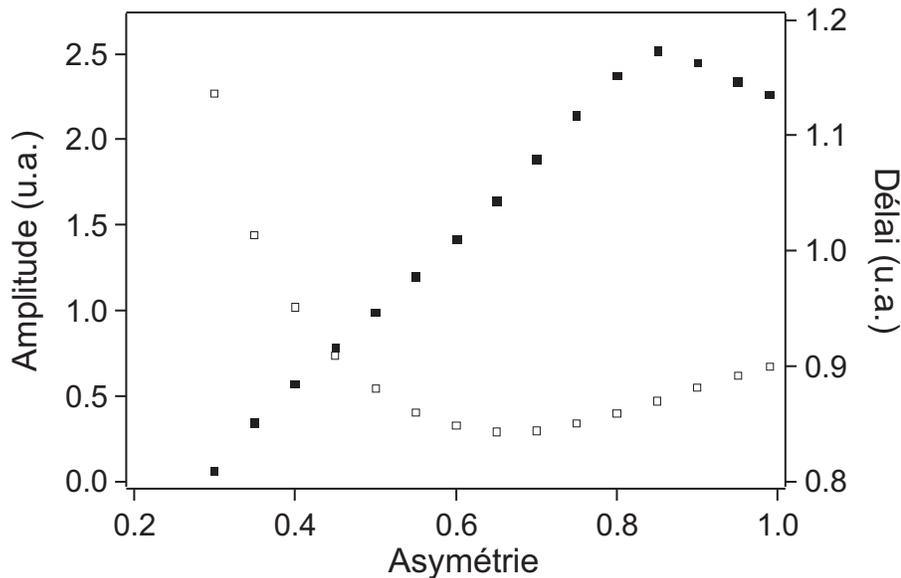


FIG. 4.7 – Évolution du délai (□) et de l'amplitude (■) en fonction de coefficient d'asymétrie.

mêmes que celles observées expérimentalement (Section 4.3) mais il demeure quelques différences quantitatives. Comme pour les expériences, la courbe d'évolution de l'amplitude présente un maximum au voisinage de $\eta = 0,8$ alors que la courbe correspondant au délai possède un minimum proche de $\eta = 0,6$. Les différences apparaissent au niveau

du seuil de démarrage qui se produit pour $\eta \cong 0,3$ au lieu de $0,26$ dans l'expérience, de la position exacte du minimum du délai ($\eta = 0,65$ au lieu de $0,55$) et des valeurs du délai qui, précisons le, dépendent de la définition du seuil de démarrage du laser (I_{limite}). Les écarts observés sont également attribuables au fait que la solution analytique a été calculée pour une seule période de modulation, alors que les expériences sont réalisées en régime périodique. Compte tenu de ces remarques et des possibilités d'ajustement qu'elles laissent ouvertes, l'accord théorie-expérience peut être considéré comme remarquable.

On peut obtenir des résultats théoriques plus proches des expériences en résolvant numériquement le système incluant le terme βD (éq. (7) de l'article [62] Section 3.3) avec les paramètres mesurés au chapitre 3. Toutefois ni ce système d'équations, ni le modèle analytique ne permettent de rendre compte d'une autre caractéristique importante, la dispersion des valeurs observée pour les délais et les amplitudes maximales. Pour atteindre une description plus fine des expériences, nous avons donc été amenés à utiliser un modèle où l'émission spontanée est simulée par l'introduction de termes stochastiques. Les résultats numériques donnés par ce modèle sont décrits dans l'article [79] (Section 4.3). La méthode de résolution numérique est détaillée dans la section suivante.

4.5 Intégration du système d'équations différentielles stochastiques

La méthode que nous avons retenue dérive d'une méthode générale d'intégration des systèmes d'équations différentielles stochastiques proposée par Fox [109].

Comme le montrent les travaux de San Miguel et de Fox [109–111], l'intégration numérique des équations différentielles stochastiques est par essence différente de celle des équations différentielles ordinaires.

Les calculs stochastiques ont été initialement introduits en physique pour décrire le mouvement brownien et la diffusion. Les processus stochastiques sont maintenant considérés comme partie intégrante d'une description complète des phénomènes dans différents domaines comme l'hydrodynamique, la thermodynamique, la théorie des champs et l'optique quantique.

Les fluctuations thermiques qui déterminent le mouvement des particules browniennes ont été tout d'abord modélisées par un bruit blanc $\epsilon(t)$ de moyenne nulle dont la fonction d'auto-corrélation s'écrit :

$$\langle \epsilon(t)\epsilon(t') \rangle = 2D\delta(t - t'). \quad (4.20)$$

Dans la réalité cette idéalisation mathématique d'un bruit à large bande n'est jamais

réalisée et le choix d'un bruit corrélé semble mieux adapté. L'exemple le plus simple de bruit corrélé est un processus Ornstein-Uhlenbeck qui présente une fonction de corrélation exponentielle de type :

$$\langle \epsilon(t)\epsilon(t') \rangle = \frac{Q}{\tau} e^{-|t-t'|/\tau}. \quad (4.21)$$

où Q et τ sont respectivement la densité spectrale de puissance du bruit et son temps de corrélation.

Dans les lasers pompés par diode laser, deux sources principales de fluctuations influencent la dynamique de l'émission.

- La première, l'émission spontanée, est d'origine quantique et sa principale contribution peut être décrite classiquement comme un bruit, modélisé par une fonction aléatoire dont la durée de corrélation est de l'ordre de grandeur du temps de décroissance de la polarisation $\gamma_{\perp}^{-1} \approx 1ps$ (voir Section 1.1). Cette durée de corrélation est très faible par rapport aux deux temps qui caractérisent la dynamique du laser κ_c^{-1} et γ_{\parallel}^{-1} et le signal aléatoire peut être assimilé à un bruit blanc.
- La seconde correspond aux fluctuations de la puissance de pompe qui sont essentiellement d'origine mécanique et thermique. Les temps de corrélation sont beaucoup plus longs, de l'ordre de la milliseconde voire plus.

Pour rendre compte de l'influence de chacune de ces deux sources de fluctuation, nous avons recherché un modèle d'intégration qui permette d'introduire deux bruits indépendants et de temps de corrélation très différents. Parmi les méthodes d'intégration des équations différentielles stochastiques que nous avons analysées [109–114], la seule qui corresponde à notre problème est celle proposée par Fox [109] à condition toutefois d'utiliser deux bruits corrélés indépendants. Il s'agit d'une méthode de Runge-Kutta d'ordre deux en temps aussi bien pour les termes stochastiques que pour les termes certains.

Notons que l'introduction d'un bruit centré pour décrire l'émission spontanée ne peut se faire sans problème qu'en considérant l'évolution du champ électrique de l'onde émise et non plus celle de l'intensité. La dynamique du laser sera alors décrite par le système d'équations :

$$\begin{aligned} \frac{dE(t)}{dt} &= E(t)(D(t) - 1) + \epsilon_1(t) \\ \frac{dD(t)}{dt} &= \gamma \left[A(t) + \epsilon_2(t) - D(t)(E(t) \times E(t) + 1) \right]. \end{aligned} \quad (4.22)$$

où t est ici le temps en unité κ_c^{-1} . $\epsilon_i(t)$, $i = 1, 2$ sont deux bruits additifs corrélés de type Ornstein-Uhlenbeck, caractérisés par une fonction de corrélation (4.21) et satisfaisant

à l'équation d'évolution :

$$\frac{d\epsilon_i(t)}{dt} = -\frac{1}{\tau_i}(\epsilon_i(t) - b_i(t))$$

où les $b_i(t)$ sont des bruits blancs gaussiens de moyenne nulle et de fonction d'auto-corrélation égale à $\langle b_i(t).b_i(t') \rangle = 2Q_i\delta(t - t')$ [115]. Les durées de corrélation τ_i sont exprimées en unité κ_c^{-1} . $\epsilon_1(t)$ caractérise l'émission spontanée. Pour qu'il puisse être assimilable à un bruit blanc, il faut que sa durée de corrélation soit faible devant κ_c^{-1} qui est le plus petit temps caractéristique du système ($\tau_1 \ll 1$). Typiquement τ_1 est égal à 0,1 dans nos simulations. Le pas d'intégration Δt doit rester petit devant τ_1 (typiquement $\Delta t = \tau_1/10$) pour que ce bruit conserve le caractère de bruit corrélé requis par l'algorithme d'intégration. $\epsilon_2(t)$ décrit les fluctuations du taux de pompage.

Pour simplifier l'écriture de la présentation de la méthode de Fox, on introduira la notation suivante :

$$f_1(t) = E(t)(D(t) - 1), f_2(t) = \gamma[A(t) - D(t)(E^2(t) - 1)]. \quad (4.23)$$

Avec ce changement de variable, le système (4.22) devient :

$$\begin{aligned} \frac{dE(t)}{dt} &= f_1(t) + \epsilon_1(t) \\ \frac{dD(t)}{dt} &= f_2(t) + \gamma\epsilon_2(t). \end{aligned} \quad (4.24)$$

Les valeurs des variables dynamiques $E(t')$ et $D(t')$ à l'instant t' s'écrivent en fonction de leurs valeurs à l'instant t de la façon suivante :

$$\begin{aligned} E(t') &= E(t) + \int_t^{t'} f_1(t'') dt'' + \int_t^{t'} \epsilon_1(t'') dt'' \\ D(t') &= D(t) + \int_t^{t'} f_2(t'') dt'' + \gamma \int_t^{t'} \epsilon_2(t'') dt'' \end{aligned} \quad (4.25)$$

Ce résultat s'applique évidemment à $t' = t + \Delta t$ où, rappelons le, Δt est l'incrément d'intégration. Les fonctions $f_i(t'')$, $i = \{1, 2\}$ s'expriment en fonction de leur valeur à l'instant t par un développement en série de Taylor :

$$f_i(t'') = f_i(t) + \frac{\partial f_i(t)}{\partial E}(E(t'') - E(t)) + \frac{\partial f_i(t)}{\partial D}(D(t'') - D(t)) + \dots$$

où les dérivées partielles des fonctions $f_i(t)$ sont calculées à partir des relations (4.23).

En injectant le développement limité des fonctions f_i dans les équations 4.25 et en se limitant au second ordre en Δt , on obtient les expressions suivantes qui permettent de calculer les valeurs des variables dynamiques E et D du système à l'instant $t + \Delta t$

en fonction des caractéristiques du système à l'instant t .

$$\begin{aligned}
E(t+\Delta t) &= E(t) + \Delta t f_1(t) + \frac{1}{2}(\Delta t)^2 \left[\frac{\partial f_1(t)}{\partial E} f_1(t) + \frac{\partial f_1(t)}{\partial D} f_2(t) \right] + [\Gamma_{0,1}(t+\Delta t) - \Gamma_{0,1}(t)] \\
&+ \frac{\partial f_1(t)}{\partial E} [\Gamma_{1,1}(t+\Delta t) - \Gamma_{1,1}(t) - \Delta t \Gamma_{0,1}(t)] + \frac{\partial f_1(t)}{\partial D} \gamma [\Gamma_{1,2}(t+\Delta t) - \Gamma_{1,2}(t) - \Delta t \Gamma_{0,2}(t)]
\end{aligned} \tag{4.26}$$

$$\begin{aligned}
D(t+\Delta t) &= D(t) + \Delta t f_2(t) + \frac{1}{2}(\Delta t)^2 \left[\frac{\partial f_2(t)}{\partial E} f_1(t) + \frac{\partial f_2(t)}{\partial D} f_2(t) \right] + \gamma [\Gamma_{0,2}(t+\Delta t) - \Gamma_{0,2}(t)] \\
&+ \frac{\partial f_2(t)}{\partial E} [\Gamma_{1,1}(t+\Delta t) - \Gamma_{1,1}(t) - \Delta t \Gamma_{0,1}(t)] + \frac{\partial f_2(t)}{\partial D} \gamma [\Gamma_{1,2}(t+\Delta t) - \Gamma_{1,2}(t) - \Delta t \Gamma_{0,2}(t)]
\end{aligned} \tag{4.27}$$

où

$$\begin{aligned}
\Gamma_{0,i}(t+\Delta t) - \Gamma_{0,i}(t) &= \int_t^{t+\Delta t} \epsilon_i(t') dt' = \tau_i \left[1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_i}\right) \right] \epsilon_i(t) + G_{1,i}(t) \\
\Gamma_{1,i}(t+\Delta t) - \Gamma_{1,i}(t) &= \int_t^{t+\Delta t} \Gamma_{0,i}(t') dt' = \Delta t \Gamma_{0,i}(t) + \tau_i^2 \left[\frac{\Delta t}{\tau_i} + \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_i}\right) - 1 \right] \epsilon_i(t) + G_{2,i}(t)
\end{aligned} \tag{4.28}$$

A ce système d'équations, s'ajoute la relation :

$$\epsilon_i(t+\Delta t) = \exp\left(-\frac{\Delta t}{\tau_i}\right) \epsilon_i(t) + G_{0,i}(t) \tag{4.29}$$

qui donne la valeur des bruits à l'instant $t + \Delta t$.

Les grandeurs $G_{0,i}(t)$, $G_{1,i}(t)$ et $G_{2,i}(t)$ sont des signaux aléatoires gaussiens non-corrélés liés aux bruits blancs $b_i(t)$ dont les fonctions d'autocorrélation (notées $\langle G_{0,i}^2 \rangle$, $\langle G_{1,i}^2 \rangle$ et $\langle G_{2,i}^2 \rangle$) et d'intercorrélation ($\langle G_{0,i} G_{1,i} \rangle$, $\langle G_{0,i} G_{2,i} \rangle$ et $\langle G_{1,i} G_{2,i} \rangle$) s'expriment en fonction de Q_i , τ_i et Δt [109]

Ces bruits sont indépendants et peuvent être calculés en utilisant deux couples de variables aléatoires gaussiennes indépendantes ($\Psi_{1,i}(t)$, $\Psi_{2,i}(t)$, $i = 1, 2$). Ces variables sont non-corrélées, centrées et de variance unité. $G_{0,i}(t)$, $G_{1,i}(t)$ et $G_{2,i}(t)$ sont alors définis par :

$$\begin{aligned}
G_{0,i}(t) &= a_i (\langle G_{0,i}^2 \rangle)^{1/2} \Psi_{1,i}(t) + b_i (\langle G_{0,i}^2 \rangle)^{1/2} \Psi_{2,i}(t) \\
G_{1,i}(t) &= c_i (\langle G_{1,i}^2 \rangle)^{1/2} \Psi_{1,i}(t) + d_i (\langle G_{1,i}^2 \rangle)^{1/2} \Psi_{2,i}(t) \\
G_{2,i}(t) &= e_i (\langle G_{2,i}^2 \rangle)^{1/2} \Psi_{1,i}(t) + h_i (\langle G_{2,i}^2 \rangle)^{1/2} \Psi_{2,i}(t).
\end{aligned} \tag{4.30}$$

Les valeurs des constantes a_i , b_i , c_i , d_i , e_i et h_i dépendent des fonctions d'auto et d'intercorrélation des bruits $G_{k,i}(t)$, $k = 0, 1, 2$ (voir ref [109]). En utilisant l'algorithme de Box-Muller [116], chacun des couples ($\Psi_{1,i}(t)$, $\Psi_{2,i}(t)$) est généré à partir de deux

variables aléatoires $r_{1,i}$ et $r_{2,i}$ ayant une distribution uniforme sur un intervalle $[0, 1]$.

On a alors :

$$\begin{aligned}\Psi_{1,i}(t) &= [-2\ln(r_{1,i})]^{1/2} \cos(2\pi r_{2,i}), \\ \Psi_{2,i}(t) &= [-2\ln(r_{1,i})]^{1/2} \sin(2\pi r_{2,i}).\end{aligned}\tag{4.31}$$

Les deux variables $r_{1,i}$ et $r_{2,i}$ sont calculées en utilisant le générateur (rand) de nombres aléatoires implémenté dans le langage C++.

Les principales étapes de l'algorithme d'intégration sont :

- Initialisation
 1. Calcul des fonctions d'auto et d'intercorrélation des bruits $G_{k,i}(t)$, $k = 0, 1, 2$
 2. Calcul des constantes a_i, b_i, c_i, d_i, e_i et h_i
 3. Initialisation de $E(0)$, $D(0)$ et $\epsilon_i(0)$
- A chaque pas d'intégration les opérations suivantes sont exécutées :
 1. Génération des variables aléatoires uniformes $r_{1,i}$ et $r_{2,i}$ et calcul des couples de variables aléatoires gaussiennes $\Psi_{1,i}(t)$, $\Psi_{2,i}(t)$ (équation 4.31).
 2. Calcul des variables aléatoires $G_{0,i}(t)$, $G_{1,i}(t)$ et $G_{2,i}(t)$ (équations 4.30)
 3. Calcul des variables dynamiques ($E(t + \Delta t)$ et $D(t + \Delta t)$) et stochastiques ($\epsilon_i(t + \Delta t)$) à l'instant $t + \Delta t$ (équations 4.26, 4.27, 4.29).
 4. Bouclage

Notons que, pour éviter des perturbations liées à un choix mal adapté des conditions initiales, on laisse l'algorithme évoluer pendant 50 périodes du signal de modulation avant d'effectuer des mesures statistiques qui portent sur 100 ou 300 périodes.

Dans un premier temps, nous avons limité les simulations numériques en n'introduisant que le bruit $\epsilon_1(t)$ représentatif de l'émission spontanée ($Q_2 = 0$). Moyennant un ajustement de la densité spectrale de puissance Q_1 , les résultats des simulations sont en très bon accord avec les expériences. Ce sont les résultats présentés dans l'article [79]. Des premières simulations mettant également en jeu le bruit $\epsilon_2(t)$ associé aux fluctuations du pompage, avec toutefois un écart type $\sqrt{\frac{Q_2}{T_2}}$ faible devant l'amplitude de modulation du taux de pompage $A_{max} - A_{min}$, n'ont pas mis en évidence de modification qualitative des résultats précédents.

4.6 Conclusions et perspectives

Les résultats que nous venons de présenter constituent une approche nouvelle de la dynamique de démarrage des lasers de classe B. Ils montrent que l'action conjuguée des fluctuations quantiques de l'émission spontanée et d'une asymétrie de l'évolution

temporelle du taux de pompage conditionne la dynamique du laser. En particulier, pour un apport donné d'énergie (proportionnel à l'aire du triangle de modulation du pompage), il est ainsi possible d'optimiser l'intensité des impulsions émises en ajustant le paramètre d'asymétrie. Il n'est pas exclu que le rendement puisse être encore optimisé en adaptant la forme du signal de modulation.

L'ensemble des résultats expérimentaux sont très bien reproduits, de façon qualitative par un modèle analytique et de façon beaucoup plus quantitative par un modèle numérique permettant d'inclure deux sources de fluctuations différentes dont les temps de corrélation et écart-types sont ajustables séparément. Ce dernier outil devrait permettre une exploration systématique de l'influence sur la dynamique du laser des temps de corrélation et des densités spectrales de puissance de chacune des deux sources. Une telle étude qui sort du cadre du présent travail pourrait permettre de mettre en évidence des effets analogues au "correlation ratchet" que nous avons évoqués en début de chapitre (voir section 4.2). Il est également possible d'explorer des situations où l'amplitude des fluctuations est grande par rapport à l'amplitude de la modulation asymétrique du pompage, ce qui est à l'opposé des cas que nous avons analysés jusqu'à présent.

Conclusion

Les travaux présentés dans ce mémoire s'intègrent dans le large champ de l'étude de la dynamique du laser de classe B. Ses propriétés dynamiques en font un outil intéressant pour résoudre quelques problèmes que nous nous sommes posés : la détermination des paramètres caractéristiques en utilisant les modèles existants, l'étude des effets d'un pilotage asymétrique et la mise en oeuvre des méthodes qui permettent la réalisation d'impulsions de forme arbitraire.

Dans un premier temps, nous nous sommes intéressés à la conduite optimale d'un laser $Nd^{3+} : YVO_4$ pour générer des impulsions de forme arbitraire. Nous proposons l'utilisation des algorithmes génétiques comme heuristique pour approcher la solution d'un problème d'inversion. Comme tous les lasers de classe B, le laser $Nd^{3+} : YVO_4$ a le désavantage d'avoir une réponse à la modulation de la puissance de pompe caractérisée par un retard et un transitoire présentant de fortes oscillations de relaxation. Nous avons mis au point deux méthodes qui permettent la réalisation d'un triangle symétrique en dépit de la propension du laser à fournir des impulsions de type "sécante-hyperbolique". La première méthode, fortement inspirée de la méthode de l'"intégrale invariante" développée par Lippi *et al.* [5], est basée sur une expression paramétrique de la fonction de conduite. La deuxième méthode, qui accentue l'originalité de notre travail, détermine la conduite optimale de façon non-paramétrique. Le signal de conduite est ici construit à partir de points dont l'amplitude est, dans une première phase, définie de façon aléatoire. Si pour accélérer la convergence de l'algorithme nous avons introduit, pour cette phase, des contraintes inspirées de la méthode de l'"intégrale invariante", ces dernières ne sont pas indispensables. Si l'on s'en affranchit, la convergence est moins rapide mais les efficacités sont comparables. Cette technique peut ainsi être utilisée pour une large gamme de formes d'impulsion. L'algorithme génétique trouve automatiquement l'évolution temporelle du signal de contrôle qui réalise le signal proposé (triangle symétrique, sécante-hyperbolique et des doubles pulses triangulaires ou gaussiens) en éliminant le régime transitoire. Cette deuxième méthode peut être employée comme outil de vérification et confirmation du choix de l'évolution temporelle du signal utilisé dans le cadre de la première méthode. Notons qu'on peut améliorer cette méthode, tout en restant dans les limites imposées par le laser et par le matériel

utilisé, en rajoutant une procédure permettant d'ajuster l'amplitude de l'impulsion, une fois que sa forme est obtenue.

Dans le troisième chapitre nous avons déterminé, à l'aide des algorithmes génétiques, les paramètres d'un laser $Nd^{3+} : YVO_4$ dans les régimes monomode et biraie tout en effectuant une discrimination parmi les modèles existants pour chacun de ces deux régimes. Contrairement aux méthodes trouvées dans la littérature et utilisées pour ce même problème, nous avons utilisé la totalité des réponses du laser à toute une série de modulations en échelon de la puissance de pompe et non quelques paramètres des oscillations de relaxation, ce qui est susceptible de conduire à une estimation erronée des paramètres du laser ou même parfois à inclure des effets non-requis. Les observations expérimentales sont comparées à celles données par les simulations numériques dans les mêmes conditions en utilisant extensivement des algorithmes génétiques. Ces derniers permettent d'identifier le modèle le mieux adapté et de déterminer les valeurs de ses paramètres. Notre approche est facilement applicable à d'autres types de laser et devrait constituer une aide pour améliorer la modélisation lorsque celle-ci ne décrit qu'approximativement le comportement du laser. Dans cette optique, des tests sont actuellement en préparation en vue de valider le modèle décrivant la dynamique d'un laser Thulium ($Tm^{3+} : YAP$) et de préciser, par cette approche, les valeurs de ses paramètres [117].

La modulation asymétrique du laser fait l'objet du dernier chapitre. Les expériences exposées s'apparentent au type de "ratchet" (effet à cliquets) le plus simple initialement proposé par Feynman et constituent la première mise en évidence expérimentale d'un tel effet sur un laser. Les modèles analytique et numérique que nous avons élaborés incitent à une étude plus poussée des effets, peut être encore plus étonnants et spectaculaires, d'une modulation asymétrique sur des lasers où le rôle de l'émission spontanée et des autres fluctuations serait plus important (comme c'est le cas par exemple pour les microlasers). On pourrait alors se placer dans des conditions qui nous suggèrent un type plus complexe de "ratchet" qui est le "correlation ratchet" et éventuellement rechercher les régimes où les effets de bruit quantique deviendraient notables.

Bibliographie

- [1] T. H. Maiman, “Stimulated Optical Radiation in Ruby,” *Nature* **187**, 493 (1960).
- [2] H. Haken, “Analogy between higher instabilities in fluids and lasers,” *Phys. Lett. A* **53**, 77 (1975).
- [3] E. N. Lorenz, “Deterministic nonperiodic flow,” *J. Atmos. Sci.* **20**, 130 (1963).
- [4] T. Baer, “Large-amplitude fluctuations due to longitudinal mode coupling in diode-pumped intracavity-doubled Nd-YAG lasers,” *J. Opt. Soc. Am. B* **3**, 1175 (1986).
- [5] G. L. Lippi, S. Barland, and F. Monsieur, “Invariant Integral and the Transition to Steady States in Separable Dynamical Systems,” *Phys. Rev. Lett.* **85**, 62 (2000).
- [6] R. P. Feynman, R. B. Leighton, and M. Sands, *The Feynman Lectures in Physics* (Addison-Wesley, Reading, 1966).
- [7] B. R. Judd, “Optical Absorption Intensities of Rare-Earth Ions,” *Phys. Rev.* **127**, 750 (1962).
- [8] O. Guillot-Noël, V. Mehta, B. Viana, and D. Gourier, “Evidence of ferromagnetically coupled Nd^{3+} ion pairs in weakly doped $Nd : LiYF_4$ and $Nd : YVO_4$ crystals as revealed by high-resolution optical and EPR spectroscopies,” *Phys. Rev. B* **61**, 15338 (2000).
- [9] F. G. Anderson, P. L. Summers, H. Weidner, P. Hong, and R. E. Peale, “Interpretive crystal-field parameters : Application to Nd^{3+} in $GdVO_4$ and YVO_4 ,” *Phys. Rev. B* **50**, 14802 (1994).
- [10] L. Zundu and H. Yidong, “Crystal-field analysis of the energy levels and spectroscopic characteristics of Nd^{3+} in YVO_4 ,” *J. Phys. : Condens. Matter* **6**, 3737 (1994).
- [11] F. J. Manjón, S. Jandl, G. Riou, B. Ferrand, and K. Syassen, “Effect of pressure on crystal-field transitions of Nd-doped YVO_4 ,” *Phys. Rev. B* **69**, 165121 (2004).
- [12] S. Singh, R. G. Smith, and L. G. van Uitert, “Stimulated-emission cross section and fluorescent quantum efficiency of Nd^{3+} in yttrium aluminum garnet at room temperature,” *Phys. Rev. B.* **10**, 2566 (1974).

- [13] J. R. O'Connor, "Unusual crystal-field energy levels and efficient laser properties of $YVO_4 : Nd$," Appl. Phys. Lett. **9**, 407 (1966).
- [14] Y. F. Chen, C. C. Liao, Y. P. Lan, and S. C. Wang, "Determination of the Auger upconversion rate in fiber-coupled diode end-pumped $Nd : YAG$ and $Nd : YVO_4$ crystals," Appl. Phys. B **70**, 487 (2000).
- [15] Y. F. Chen, L. J. Lee, T. M. Huang, and C. L. Wang, "Study of high-power diode-end-pumped $Nd : YVO_4$ laser at $1.34\mu m$: influence of Auger upconversion," Opt. Commun. **163**, 198 (1999).
- [16] R. A. Fields, M. Birnbaum, and C. L. Fincher, " Highly efficient $Nd : YVO_4$ diode-laser end-pumped laser," Appl. Phys. Lett. **51**, 1885 (1987).
- [17] Q. Mingxin, D. J. Booth, G. W. Baxter, and G. C. Bowkett, "Performance of a $Nd : YVO_4$ microchip laser with continuous-wave pumping at wavelengths between 741 and 825 nm," Appl. Opt. **32**, 2085 (1993).
- [18] D. G. Matthews, R. S. Conroy, B. D. Sinclair, and N. MacKinnon, "Blue microchip laser fabricated from $Nd : YAG$ and $KNbO_3$," Opt. Lett. **21(3)**, 198 (1996).
- [19] G. J. Spühler, R. Paschotta, R. Fluck, B. Braun, M. Moser, G. Zhang, E. Gini, and U. Keller, "Experimentally confirmed design guidelines for passively Q-switched microchip lasers using semiconductor saturable absorbers," J. Opt. Soc. Am. B **16**, 376 (1999).
- [20] A. W. Tucker, M. Birnbaum, C. L. Fincher, and J. W. Erler, "Stimulated-emission cross section at 1064 and 1342 nm in $Nd : YVO_4$," J. Appl. Phys. **48**, 4907 (1977).
- [21] B. Beier, J.-P. Meyn, R. Knappe, K.-J. Boller, G. Huber, and R. Wallenstein, "A 180 mW $Nd : LaSc_3(BO_3)_4$ Single-Frequency TEM_{00} Microchip Laser Pumped by an Injection-Locked Diode-Laser Array," Appl. Phys. B **58**, 381 (1994).
- [22] C. Bibeau, S. A. Payne, and H. T. Powell, "Direct measurements of the terminal laser level lifetime in neodymium-doped crystals and glasses," J. Opt. Soc. Am. B **12**, 1981 (1995).
- [23] C. Becher and K.-J. Boller, "Intensity noise properties of $Nd : YVO_4$ microchip lasers pumped with an amplitude squeezed diode laser," Opt. Commun. **147**, 366 (1998).
- [24] A. Bramati, J. P. Hermier, V. Jost, E. Giacobino, L. Fulbert, E. Molva, and J. J. Aubert, "Effects of pump fluctuations on intensity noise of $Nd : YVO_4$ microchip lasers," Eur. Phys. J. D **6**, 513 (1999).
- [25] G. Bouwmans, "Microlasers : Dynamique de Couplage et de Polarisation," Ph.D. thesis, Thèse de l'Université des Sciences et Technologies de Lille, UFR de Physique, <http://tel.ccsd.cnrs.fr/tel-00083926> (2001).

- [26] F. S. Ermeneux, C. Goutaudier, R. Moncorgé, Y. Sun, R. L. Cone, E. Zannoni, E. Cavalli, and M. Bettinelli, "Multiphonon relaxation in YVO_4 single crystals," *Phys. Rev. B* **61**, 3915 (2000).
- [27] P.-T. Tai, W.-F. Hsieh, and H.-H. Wu, "Suppression of spatial hole burning in a solid-state laser with the degenerate resonator configuration," *Optics Express* **13**, 1679 (2005).
- [28] J.-K. Hao, P. Galinier, and M. Habib, "Métaheuristiques pour l'optimisation combinatoire et l'affectation sous contraintes," *Revue d'Intelligence Artificielle* **13**, 283 (1999).
- [29] L. Jourdan, "Métaheuristiques pour l'extraction de connaissances : Application à la génomique," Ph.D. thesis, Thèse de l'Université des Sciences et Technologies de Lille, U.F.R D'I.E.E.A., <http://tel.ccsd.cnrs.fr/tel-00007983> (2003).
- [30] D. E. Goldberg, *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning* (Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc. Boston, MA, USA, 1989).
- [31] R. S. Judson and H. Rabitz, "Teaching Lasers to Control Molecules," *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1500 (1992).
- [32] H. Rabitz, R. deVivie Riedle, M. Motzkus, and K. Kompa, "Whither the Future of Controlling Quantum Phenomena?" *Science* **288**, 824 (2000).
- [33] C. J. Bardeen, V. V. Yakovlev, K. R. Wilson, S. D. Carpenter, P. M. Weber, and W. S. Warren, "Feedback quantum control of molecular electronic population transfer," *Chem. Phys. Lett.* **280**, 151 (1997).
- [34] A. Assion, T. Baumert, M. Bergt, T. Brixner, B. Kiefer, V. Seyfried, M. Strehle, and G. Gerber, "Control of Chemical Reactions by Feedback-Optimized Phase-Shaped Femtosecond Laser Pulses," *Science* **282**, 919 (1998).
- [35] R. Bartels, S. Backus, E. Zeek, L. Misoguti, G. Vdovin, I. P. Christov, M. M. Murnane, and H. C. Kapteyn, "Shaped-pulse optimization of coherent emission of high-harmonic soft X-rays," *Nature* **406**, 164 (2000).
- [36] I. P. Christov, R. Bartels, H. C. Kapteyn, and M. M. Murnane, "Attosecond Time-Scale Intra-atomic Phase Matching of High Harmonic Generation," *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5458 (2001).
- [37] L. Roos, M. B. Gaarde, and A. L'Huillier, "Tailoring harmonic radiation to different applications using a genetic algorithm," *J. Phys. B* **34**, 5041 (2001).
- [38] P. Villorresi, S. Bonora, M. Pascolini, L. Poletto, G. Tondello, C. Vozzi, M. Nisoli, G. Sansone, S. Stagira, and S. De Silvestri, "Optimization of high-order harmonic generation by adaptive control of a sub-10-fs pulse wave front," *Opt. Lett.* **29**, 207 (2004).

- [39] B. J. Pearson, J. L. White, T. C. Weinacht, and P. H. Bucksbaum, "Coherent control using adaptive learning algorithms," *Phys. Rev. A* **63**, 063412 (2001).
- [40] F. G. Omenetto, B. P. Luce, and A. J. Taylor, "Genetic algorithm pulse shaping for optimum femtosecond propagation in optical fibers," *J. Opt. Soc. Am B* **16**, 2005 (1999).
- [41] H. Nosato, T. Itatani, M. Murakawa, T. Higuchi, and H. Noguchi, "Automatic Wave-Front Correction of a Femtosecond Laser Using Genetic Algorithm," *IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics* **4**, 3675 (2004).
- [42] T. Baumert, T. Brixner, V. Seyfried, M. Strehle, and G. Gerber, "Femtosecond pulse shaping by an evolutionary algorithm with feedback," *Appl. Phys. B* **65**, 779 (1997).
- [43] S. Cialdi, I. Boscolo, and A. Flacco, "Features of a phase-only shaper set for a long rectangular pulse," *J. Opt. Soc. Am. B* **21**, 1693 (2004).
- [44] O. Albert, L. Sherman, G. Mourou, and T. B. Norris, "Smart microscope : an adaptive optics learning system for aberration correction in multiphoton confocal microscopy," *Opt. Lett.* **25**, 52 (2000).
- [45] E. Kerrinckx, L. Bigot, M. Douay, and Y. Quiquempois, "Photonic crystal fiber design by means of a genetic algorithm," *Opt. Express.* **12**, 1990 (2004).
- [46] E. G. Johnson and M. A. G. Abushagur, "Microgenetic-algorithm optimization methods applied to dielectric gratings," *J. Opt. Soc. Am. A* **12**, 1152 (1995).
- [47] G. Zhou, Y. Chen, Z. Wang, and H. Song, "Genetic local search algorithm for optimization design of diffractive optical elements," *Appl. Opt.* **38**, 4281 (1999).
- [48] G. Cormier, R. Boudreau, and S. Thériault, "Real-coded genetic algorithm for Bragg grating parameter synthesis," *J. Opt. Soc. Am. B* **18**, 1771 (2001).
- [49] F. Casagrande, P. Crespi, A. M. Grassi, A. Lulli, R. P. Kenny, and M. P. Whelan, "From the reflected spectrum to the properties of a fiber Bragg grating : a genetic algorithm approach with application to distributed strain sensing," *Appl. Opt.* **41**, 5238 (2002).
- [50] D. Zeidler, S. Frey, K.-L. Kompa, and M. Motzkus, "Evolutionary algorithms and their application to optimal control studies," *Phys. Rev. A* **64**, 023420 (2001).
- [51] T. L. Paoli, J. E. Ripper, A. C. Morosini, and N. B. Patel, "Suppression of Intensity Self-Pulsations in CW Junction Lasers by Frequency-Selective Optical Feedback," *IEEE J. Quant. El.* **QE-11**, 525 (1975).
- [52] R. Lang and K. Kobayashi, "Suppression of the Relaxation Oscillation in the Modulated Output of Semiconductor Lasers," *IEEE J. Quant. El.* **QE-12**, 194 (1976).

- [53] A. E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, Mill Valley CA, 1986). P.966.
- [54] N. Dokhane and G. L. Lippi, "Chirp reduction in semiconductor lasers through injection current patterning," *Appl. Phys. Lett.* **78**, 3938 (2001).
- [55] N. Dokhane and G. L. Lippi, "Improved direct modulation technique for faster switching of diode lasers," *IEE Proc.-Optoelectron.* **149**, 7 (2002).
- [56] J.-H. R. Kim, G. L. Lippi, and H. Maurer, "Minimizing the transition time in lasers by optimal control methods Single-mode semiconductor laser with homogeneous transverse profile," *Physica D* **191**, 238 (2004).
- [57] N. Dokhane and G. L. Lippi, "Faster modulation of single-mode semiconductor lasers through patterned current switching : numerical investigation," *IEE Proc.-Optoelectron.* **151**, 61 (2004).
- [58] X. Hachair, S. Barland, J. R. Tredicce, and G. L. Lippi, "Optimization of the switch-on and switch-off transition in a commercial laser," *Appl. Opt.* **44**, 4761 (2005).
- [59] B. Segard, S. Matton, and P. Glorieux, "Targeting steady states in a laser," *Phys. Rev. A* **66**, 053819–1 (2002).
- [60] C. E. Preda, B. Ségard, and P. Glorieux, "Genetic drive of a laser," *Opt. Lett.* **29**, 1885 (2004).
- [61] "Numerical Recipes," <http://www.library.cornell.edu/nr/bookcpdf.html>.
- [62] C. E. Preda, B. Ségard, and P. Glorieux, "Comparison of laser models via laser dynamics : The exemple of the Nd^{3+} : YVO_4 laser," *Opt. Commun.* **261**, 141 (2006).
- [63] Y.-J. Cheng, P. L. Mussche, and A. E. Siegman, "Cavity Decay Rate and Relaxation Oscillation Frequency in Unconventional Laser Cavities," *IEEE J. Quant. El.* **QE-31**, 391 (1995).
- [64] S. Bielawski, D. Derozier, and P. Glorieux, "Antiphase dynamics and polarization effects in Nd-doped fiber laser," *Phys. Rev. A* **46**, 2811 (1992).
- [65] I. J. Sola, J. C. Martín, J. M. Álvarez, and S. Jarabo, "Erbium doped fibre characterisation by laser transient behaviour analysis," *Opt. Commun.* **193**, 133 (2001).
- [66] R. Böhm, V. M. Baev, and P. E. Toschek, "Measurements of operation parameters and nonlinearity of a Nd^{3+} -doped fibre laser by relaxation oscillations," *Opt. Commun.* **134**, 537 (1997).
- [67] V. Zehnlé, D. Dangoisse, and P. Glorieux, "Behavior of a CO_2 laser under loss modulation : critical analysis of different theoretical models," *Opt. Commun.* **90**, 99 (1992).

- [68] R. Meucci, M. Ciofini, and P.-Y. Wang, "Analysis of the dynamical behavior of a Q-switched CO_2 laser : the linear and the nonlinear regime," *Opt. Commun.* **91**, 444 (1992).
- [69] W. Horbelt, J. Timmer, M. Bünner, R. Meucci, and M. Ciofini, "Identifying physical properties of a CO_2 laser by dynamical modeling of measured time series," *Phys. Rev. E* **64**, 016222 (2001).
- [70] W. Horbelt and J. Timmer, "Asymptotic scaling laws for precision of parameter estimates in dynamical systems," *Phys. Lett. A* **310**, 269 (2003).
- [71] K. Otsuka, S.-L. Hwong, and B. A. Nguyen, "Intrinsic instability and locking of pulsation frequencies in free-running two-mode class-B lasers," *Phys. Rev. A* **61**, 053815 (2000).
- [72] C. L. Tang, H. Statz, and G. deMars, "Spectral output and spiking behavior of solid-state lasers," *J. Appl. Phys.* **34**, 2289 (1963).
- [73] P. Mandel, "Global rate equation description of a laser," *Eur. Phys. J. D* **8**, 431 (2000).
- [74] G. Kozyreff and P. Mandel, "Nonlinear dynamics of a multimode microchip laser due to enhanced stimulated absorption," *Phys. Rev. A* **61**, 033813 (2000).
- [75] K. Otsuka, H. Utsu, R. Kawai, K. Ohki, Y. Asakawa, S.-L. Hwong, J.-Y. Ko, and J.-L. Chern, "Self-Induced Spiking Oscillations and Associated Instabilities in a Laser-Diode-Pumped Three-Mode $Nd : YVO_4$ Laser," *Jpn. J. Appl. Phys.* **38**, L1025 (1999).
- [76] K. Otsuka, S.-L. Hwong, and B. A. Nguyen, "Intrinsic instability and locking of pulsation frequencies in free-running two-mode class-B lasers," *Phys. Rev. A* **61**, 053815 (2000).
- [77] N. J. van Druten, Y. Lien, C. Serrat, S. S. R. Oemrawsingh, M. P. van Exter, and J. P. Woerdman, "Laser with thresholdless intensity fluctuations," *Phys. Rev. A* **62**, 053808 (2000).
- [78] K. Otsuka and K. Kubodera, "Effects of Auger Recombination Process on Laser Dynamics," *IEEE J. Quant. El.* **QE-16**, 538 (1980).
- [79] C. E. Preda, B. Ségard, and P. Glorieux, "Weak temporal ratchet effect by asymmetric modulation of a laser," *Opt. Lett.* **31**, 2347 (2006).
- [80] P. Reimann, "Brownian motors : noisy transport far from equilibrium," *Physics Reports* **361**, 57 (2002).
- [81] A. Gomez-Martin and J. M. Sancho, "Ratchet, pawl and spring Brownian motor," *Physica D* **216**, 214 (2006).

- [82] E. Lundh and M. Wallin, "Ratchet Effect for Cold Atoms in an Optical Lattice," *Phys. Rev. Lett.* **94**, 110603–1 (2005).
- [83] G. Hur, C. E. Creffield, P. H. Jones, and T. S. Monteiro, "Chaotic quantum ratchets and filters with cold atoms in optical lattices : Analysis using Floquet states," *Phys. Rev. A* **72**, 013403–1 (2005).
- [84] C. Mennerat-Robilliard, D. Lucas, S. Guibal, J. Tabosa, C. Jurczak, J.-Y. Courtois, and G. Grynberg, "Ratchet for Cold Rubidium Atoms : The Asymmetric Optical Lattice," *Phys. Rev. Lett.* **82**, 851 (1999).
- [85] M. O. Magnasco, "Forced thermal ratchets," *Phys. Rev. Lett.* **71**, 1477 (1993).
- [86] T. Harada and K. Yoshikawa, "Fluctuation-reponse relation in a rocking ratchet," *Phys. Rev. E* **69**, 031113 (2004).
- [87] B. Lindner, L. Schimansky-Geier, P. Reimann, P. Hänggi, and M. Nagaoka, "Inertia ratchets : A numerical study versus theory," *Phys. Rev. E* **59**, 1417 (1999).
- [88] P. Jung, J. G. Kissner, and P. Hänggi, "Regular and chaotic transport in asymmetric periodic potentials : Inertia Ratchets," *Phys. Rev. Lett.* **76**, 3436 (1996).
- [89] A. L. R. Bug and B. J. Berne, "Shaking-Induced Transition to a Nonequilibrium State," *Phys. Rev. Lett.* **59**, 948 (1987).
- [90] L. P. Faucheux, L. S. Bourdieu, P. D. Kaplan, and A. J. Libchaber, "Optical thermal ratchet," *Phys. Rev. Lett.* **74**, 1504 (1995).
- [91] L. P. Faucheux and A. Libchaber, "Selection of Brownian particles," *J. Chem. Soc. Faraday Trans.* **91**, 3163 (1995).
- [92] J. Prost, J.-F. Chauwin, L. Peliti, and A. Ajdari, "Asymmetric Pumping of Particles," *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2652 (1994).
- [93] R. D. Astumian and M. Bier, "Fluctuation Driven Ratchets : Molecular Motors," *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1766 (1994).
- [94] L. Gorre-Talini, S. Jeanjean, and P. Silberzan, "Sorting of Brownian particles by the pulsed application of an asymmetric potential," *Phys. Rev. E* **56**, 2025 (1997).
- [95] L. Gorre-Talini, J. P. Spatz, and P. Silberzan, "Dielectrophoretic ratchets," *Chaos* **8**, 650 (1998).
- [96] J. Rousselet, L. Salome, A. Ajdari, and J. Prost, "Directional motion of brownian particles induced by a periodic asymmetric potential," *Nature* **370**, 446 (1994).
- [97] P. Reimann, R. Bartussek, R. Häußler, and P. Hänggi, "Brownian motors driven by temperature oscillations," *Phys. Lett. A* **215**, 26 (1996).
- [98] D. R. Chialvo and M. M. Millonas, "Asymmetric unbiased fluctuations are sufficient for the operation of a correlation ratchet," *Phys. Lett. A* **209**, 26 (1995).

- [99] R. Bartussek, P. Reimann, and P. Hänggi, “Precise Numerics versus Theory for Correlation Ratchets,” *Phys. Rev. Lett.* **76**, 1166 (1996).
- [100] C. R. Doering, W. Horsthemke, and J. Riordan, “Nonequilibrium Fluctuation-Induced Transport,” *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2984 (1994).
- [101] J. Luczka, R. Bartussek, and P. Hänggi, “White-Noise-Induced Transport in Periodic Structures,” *Europhys. Lett.* **31**, 431 (1995).
- [102] H. Linke, B. J. Alemán, L. D. Melling, M. J. Taormina, M. J. Francis, C. C. Dow-Hygelund, V. Narayanan, R. P. Taylor, and A. Stout, “Self-Propelled Leidenfrost Droplets,” *Phys. Rev. Lett.* **96**, 154502 (2006).
- [103] N. G. Basov, V. N. Morozov, and A. N. Oraevsky, “Theory of Pulsating Conditions for Lasers,” *IEEE J. Quant. Electron.* **2**, 542 (1966).
- [104] V. N. Morozov, “Theory of the dynamics of semiconductor injection lasers,” *J. Opt. Soc. Am. B* **5**, 909 (1988).
- [105] G.-L. Oppo and A. Politi, “Toda potential in laser equations,” *Z. Phys. B - Condensed Matter* **59**, 111 (1985).
- [106] A. E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, Mill Valley CA, 1986). P.1013.
- [107] D. Dangoisse, D. Hennequin, and V. Zehnlé-Dhaoui, *Les lasers* (DUNOD, Paris, 1998).
- [108] B. Ségard, P. Glorieux, and T. Erneux, “Delayed pulse dynamics in single mode class B lasers,” *Appl. Phys. B* **81**, 989 (2005).
- [109] R. F. Fox, “Second-order algorithm for the numerical integration of colored-noise problems,” *Phys. Rev. A* **43**, 2649 (1991).
- [110] J. M. Sancho, M. San Miguel, S. L. Katz, and J. D. Gunton, “Analytical and numerical studies of multiplicative noise,” *Phys. Rev. A* **26**, 1589 (1982).
- [111] R. F. Fox, “Stochastic Calculus in Physics,” *J. Stat. Phys.* **46**, 1145 (1987).
- [112] R. F. Fox, I. R. Gatland, R. Roy, and G. Vemuri, “Fast, accurate algorithm for numerical simulation of exponentially correlated noise,” *Phys. Rev. A* **38**, 5938 (1988).
- [113] R. Mannella and V. Palleschi, “Fast and precise algorithm for computer simulation of stochastic differential equations,” *Phys. Rev. A* **40**, 3381 (1989).
- [114] E. Hernández-García, R. Toral, and M. San Miguel, “Intensity correlation functions for the colored gain-noise model of dye lasers,” *Phys. Rev. A* **42**, 6823 (1990).
- [115] R. F. Fox, “Numerical Simulations of Stochastic Differential Equations,” *J. Stat. Phys.* **54**, 1353 (1989).

- [116] J. E. Gentle, *Random Number Generation and Monte Carlo Methods*, Statistics and Computing (Springer-Verlag New York, 1998).
- [117] I. Razdobreev and A. Shestakov, “Self-pulsing of a monolithic Tm -doped $YAlO_3$ microlaser,” *Phys. Rev. A* **73**, 053,815 (2006).

Résumé

Ce travail s'inscrit dans le cadre général de l'étude de la dynamique des lasers de classe B. Trois aspects sont abordés concernant respectivement la génération d'impulsions de forme arbitraire, la validation de modèles de lasers existants et la mise en évidence d'effets "cliquet" dans la dynamique de ces lasers. Une première partie présente deux méthodes mises au point pour la génération d'impulsions de forme arbitraire (triangle, gaussienne, impulsion à deux bosses) en dépit de la propension du laser à fournir des impulsions "sécante-hyperbolique". Dans les deux cas un Algorithme Génétique (AG) détermine les paramètres du signal de conduite optimal. Si pour la première méthode ce signal est construit à partir de fonctions élémentaires, pour la seconde il résulte d'une interpolation entre points de collocation fixés par l'AG. Les outils développés (couplage captures rapides/traitements en temps réel par AG) ont été mis à profit pour étudier la validité des différents modèles décrivant la dynamique des lasers de classe B fonctionnant en régime monomode ou bi-raie. L'AG est alors utilisé pour comparer l'évolution temporelle de l'intensité émise par le laser à celle calculée à partir du modèle. Ils permettent ainsi d'identifier le modèle le mieux adapté et de déterminer ses paramètres. La bonne connaissance que nous avons de la dynamique de notre laser nous a incité à effectuer une étude détaillée d'effets étonnants induits par une modulation temporelle asymétrique du pompage. Les expériences réalisées constituent la première mise en évidence sur un laser d'un effet "cliquets" similaire à celui proposé par Feynman pour extraire de l'énergie d'un mouvement erratique.

Mots clés : laser, Nd^{3+} : YVO_4 , dynamique, conduite optimale, algorithmes génétiques, effet "cliquet"

Abstract

This work takes place within the general framework of the study of class B lasers dynamics. Three aspects are investigated : the generation of laser pulses with arbitrary shapes, the validation of laser models and the demonstration of "ratchet" effects in the laser dynamics. First, we present two methods developed in order to generate pulses of arbitrary shape (symmetric triangle, gaussian, and camel-like pulse) in spite of the natural propensity of the laser to deliver the "secant-hyperbolic" pulses. In both cases Genetic Algorithms (GA) determines the optimal parameters of laser pumping. In the first method, this signal is built from elementary functions whereas for the second it results from a natural spline interpolation between collocation points given by GA. The experimental and numerical tools developed (in particular the coupling of fast signal digitizing with real time processing) were used to determine the validity of the different models which are often proposed to describe the dynamics of class B lasers operating in monomode or biline regime. The temporal evolution of the laser intensity is compared with the calculated intensity given by the models by means of AG. This allows to identify the most relevant model and to determine the values of its parameter. Our expertise in the laser behaviour permitted us to conduct a detailed study of a "surprising" dynamical effect due to the asymmetry of the pump modulation. Moreover, we have carried out the first experimental demonstration on a laser of a "ratchet" effect similar to that proposed by Feynman to extract energy from random motion.

Key words : laser, Nd^{3+} : YVO_4 , dynamics, optimal driving, genetic algorithm, ratchet effect