



HAL
open science

**Analyse statistique de textures directionnelles.
Application à la caractérisation de matériaux
composites.**

Jean-Pierre da Costa

► **To cite this version:**

Jean-Pierre da Costa. Analyse statistique de textures directionnelles. Application à la caractérisation de matériaux composites.. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 2001. Français. NNT : . tel-00169937

HAL Id: tel-00169937

<https://theses.hal.science/tel-00169937v1>

Submitted on 5 Sep 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Numero d'ordre: 2463

THÈSE

PRÉSENTÉE À

L'UNIVERSITÉ BORDEAUX I

ÉCOLE DOCTORALE DES
SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGÉNIEUR

PAR JEAN-PIERRE DA COSTA

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR

SPÉCIALITÉ : AUTOMATIQUE, PRODUCTIQUE, SIGNAL ET IMAGE

**ANALYSE STATISTIQUE DE TEXTURES
DIRECTIONNELLES
APPLICATION À LA CARACTÉRISATION DE
MATÉRIAUX COMPOSITES**

Soutenue le 21 Décembre 2001,

Après avis de :

MM. PHILIPPE BOLON	Professeur à l'Université de Savoie,	Rapporteurs
et MURAT KUNT	Professeur à l'EPFL, Lausanne	

Devant la commission d'examen formée de :

MM. MOHAMED NAJIM	Professeur – ENSEIRB Bordeaux	Président et rapporteur
et PIERRE BAYLOU	Professeur – ENSEIRB Bordeaux	Examineurs
PHILIPPE BOLON	Professeur – Université de Savoie	
MICHEL BOURGEON	Ingénieur de Recherche – SNECMA	
XAVIER BOURRAT	Chargé de Recherche CNRS – LCTS	
CHRISTIAN GERMAIN	Maître de Conférences – ENITA Bordeaux	
et MURAT KUNT	Professeur – EPFL Lausanne	

Les travaux présentés dans ce mémoire ont débuté voici trois ans au sein de l'Equipe Signal et Image de l'ENSEIRB. Je remercie son directeur, le Professeur Najim, de m'y avoir accueilli et de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse. Je lui exprime également toute ma gratitude pour son dévouement dans l'animation de son laboratoire et le suivi de ses étudiants.

Le Professeur Baylou a dirigé ma thèse. Je tiens à le remercier d'avoir su se montrer si disponible et de m'avoir guidé tout au long de mon parcours. Pour la cohérence qu'il a apporté à l'ensemble de mes travaux et pour le plaisir que j'ai eu à travailler sous sa direction, je lui suis très reconnaissant.

Le Professeur Bolon et le Professeur Kunt ont accepté d'être les rapporteurs de ce mémoire. Je les remercie vivement pour le temps qu'ils ont accordé à sa lecture mais aussi pour la pertinence de l'analyse qu'ils ont réalisée sur mon travail.

Ma thèse a été financée par la Délégation Générale pour l'Armement. Pour cela, mais aussi, pour le soin qu'elle porte au suivi de ces doctorants, je lui témoigne toute ma gratitude.

Ma reconnaissance va également à la société SNECMA qui a contribué au financement de mes travaux et leur a fourni un vaste champ d'application. Plus particulièrement, je voudrais remercier Monsieur Bourgeon d'avoir accepté de participer à mon jury ainsi que Monsieur Doux pour l'intérêt qu'il a porté à ma thèse et dont je ne saurais oublier la disponibilité et l'expertise qu'il a apporté à l'interprétation des images de matériaux composites.

J'adresse aussi mes remerciements les plus sincères au Laboratoire des Composites Thermostructuraux pour les échanges fructueux que nous avons entrepris. Notamment, pour son expertise des matériaux et des méthodes de microscopie, je tiens à remercier Monsieur Bourrat, qui, en outre, m'a fait l'honneur de participer à mon jury de thèse.

Je ne puis non plus oublier Christian Germain, qui a participé à mon encadrement. Je lui exprime toute ma gratitude pour les conseils qu'il a pu me donner, au cours de ces trois années, et pour la confiance qu'il m'a témoignée.

Je ne saurais citer toutes ces personnes qui ont croisé ma route au sein de l'Equipe Signal et Image et qui ont participé à l'esprit de convivialité qui règne au laboratoire. J'adresse cependant mes remerciements à tous ceux qui m'ont accompagné durant ces trois ans, Clarisse, Safa, Thècle, Stéphanie, Dominique, Ahmed, Tibi, Romi, Eric, Gilbert, Olivier, Marcel, Limby, Marc, Régis, David et les deux Franck.

Je ne voudrais conclure ces remerciements sans mentionner mes proches. A ma famille et à mes amis, mais plus particulièrement à mes parents, sans le soutien desquels mon parcours n'aurait pu aboutir à cette thèse, j'exprime toute ma reconnaissance. Enfin, je dis merci à Marion qui m'a accompagné tout au long de ces trois années et à qui, faute de lui avoir dédié tout le temps que je lui devais, je dédie ce mémoire.

Table des matières

Introduction	1
1 Introduction aux textures	3
1.1 Introduction	5
1.2 La notion de texture	5
1.2.1 Une question de perception	5
1.2.2 Une structure hiérarchique	6
1.2.3 Stationnarité	7
1.3 Textures directionnelles	7
1.3.1 Définitions	7
1.3.2 Textures synthétiques	9
1.3.3 Quelques exemples de textures directionnelles	10
1.3.4 Superposition de textures directionnelles	10
1.3.5 Les modèles multi-composantes	11
1.4 Conclusion	12
2 Estimation de l'orientation	13
2.1 Introduction	15
2.2 Etat de l'art des méthodes d'estimation de l'orientation	16
2.2.1 Méthodes fondées sur le gradient	16
2.2.1.1 Principe	16
2.2.1.2 Opérateurs à différences finies	17
2.2.1.3 L'approche optimale de Canny et le gradient de Deriche	18
2.2.1.4 Dérivées de gaussiennes	19
2.2.1.5 Interprétation du module du gradient	20
2.2.2 Filtres orientables	21
2.2.3 Les approches fréquentielles	23

2.2.3.1	Décomposition de l'espace de Fourier par des filtres de Gabor . . .	23
2.2.3.2	Direction privilégiée dans l'Espace de Fourier	23
2.2.4	Statistiques directionnelles	24
2.2.4.1	Statistiques de vecteurs unitaires	24
2.2.4.2	Extension au cas de vecteurs non unitaires	25
2.2.4.3	Les méthodes tensorielles	26
2.2.5	Propositions pour un indice de confiance	28
2.2.5.1	Variances directionnelles	28
2.2.5.2	Cohérence d'une orientation	29
2.2.6	Bilan	31
2.3	Les opérateurs Gradient et Vallonnement	32
2.3.1	Objectifs	32
2.3.2	L'opérateur gradient généralisé	33
2.3.2.1	Masque de convolution et expression de l'orientation	33
2.3.2.2	Cas d'une fonction directionnelle	34
2.3.3	Le Vallonnement	36
2.3.3.1	Principe	36
2.3.3.2	Masques de convolution	37
2.3.3.3	Cas d'une fonction directionnelle	40
2.3.4	Placement des coefficients des masques	42
2.3.4.1	Taille des opérateurs	42
2.3.4.2	Placement des coefficients	42
2.3.5	Combinaison des approches	42
2.4	Optimisation des opérateurs	44
2.4.1	Cadre de l'optimisation	44
2.4.2	Réduction du biais d'estimation	44
2.4.2.1	Mise en équation du problème	44
2.4.2.2	Cas du gradient	45
2.4.2.3	Cas du Vallonnement	46
2.4.3	Amélioration de la robustesse au bruit	47
2.4.4	Un exemple de réalisation	47
2.4.4.1	Choix de la texture et des masques	47
2.4.4.2	Choix de l'ordre et simplification du problème	49
2.4.4.3	Résolution des hyperplans	49

2.4.4.4	Solutions	50
2.4.4.5	Performances en précision	51
2.4.4.6	Performances en robustesse	52
2.4.4.7	Application à quelques textures naturelles	55
2.4.4.8	Synthèse	55
2.4.5	Limites de l'approche	58
2.5	Conclusion	60
3	Statistiques d'ordre 2 d'un champ d'orientations	61
3.1	Introduction	63
3.2	Méthodes statistiques pour la caractérisation de textures	65
3.2.1	Les descripteurs statistiques statiques	65
3.2.2	Statistiques d'ordre 2 en niveaux de gris	65
3.2.2.1	Fonction d'autocorrélation	65
3.2.2.2	Matrices de cooccurrences	67
3.2.2.3	Différences de niveaux de gris et cartes d'interaction	70
3.2.2.4	Complexité d'une texture	73
3.2.3	Statistiques d'ordre supérieur à 2	75
3.2.3.1	Histogrammes multi-dimensionnels	75
3.2.3.2	Spectre Textural	76
3.2.3.3	Bicorrélation, bispectre et bicorspectre	77
3.2.4	Matrices de cooccurrences généralisées	78
3.2.5	Bilan	79
3.3	Fonction d'autocorrélation et orientations	81
3.3.1	Autocorrélation d'une fonction complexe	81
3.3.1.1	Définition	81
3.3.1.2	Théorème de Wiener-Kinchine	82
3.3.2	Application au champ d'orientations	83
3.3.2.1	Orientations sur $[0, \pi[$	83
3.3.2.2	Cas de l'angle double	85
3.4	Histogramme des différences absolues d'orientations	86
3.4.1	Une fonction de dissemblance des orientations	86
3.4.2	Les histogrammes des différences d'orientations	87
3.4.2.1	Définition	87
3.4.2.2	Histogramme des différences pondérées d'orientations	87

3.4.2.3	Histogramme étendu	88
3.4.3	Descripteurs de l'histogramme	89
3.4.3.1	Définitions	89
3.4.3.2	Remarques sur le calcul des descripteurs	90
3.4.3.3	Les descripteurs de ressemblance	91
3.5	Orientations et cartes d'interaction	92
3.5.1	Principe des cartes d'interaction	92
3.5.2	Intérêt de la mesure de confiance	93
3.5.3	Caractérisation de textures directionnelles quasi périodiques	94
3.5.4	Application aux images de matériaux composites : étude de l'ondulation des motifs texturaux	97
3.5.4.1	Ondulation périodique de textures de synthèse	98
3.5.4.2	Application aux matériaux composites	100
3.5.4.3	Perspectives	101
3.6	Conclusion	102
4	Approche structurale pour l'analyse de textures de matériaux composites	107
4.1	Introduction	109
4.2	Carbones turbostratiques et franges de réseau	110
4.2.1	Les carbones turbostratiques	110
4.2.1.1	Le matériau étudié	110
4.2.1.2	Empilements turbostratiques	111
4.2.1.3	Organisation d'un carbone graphitable	112
4.2.1.4	Nomenclature des matériaux étudiés	112
4.2.1.5	Attributs recherchés	113
4.2.2	Les images de franges de réseau	114
4.2.2.1	Formation de l'image	114
4.2.2.2	Interprétation du spectre	115
4.2.2.3	Principe du filtrage fréquentiel	116
4.2.2.4	Les artefacts de filtrage	117
4.3	Suivi des primitives texturales	118
4.3.1	Objectif	118
4.3.2	Méthode	118
4.3.3	Algorithme de suivi d'une courbe de niveau	119
4.3.3.1	Principe	119

4.3.3.2	Pixels étendus et 6-voisinage	119
4.3.3.3	Critères de poursuite	120
4.3.3.4	Algorithme	121
4.3.4	Application au suivi de franges	122
4.3.4.1	De l'échantillonnage des primitives	122
4.3.4.2	Choix des germes et du niveau de suivi	122
4.3.4.3	Extrémités de franges	123
4.3.4.4	Exemples	124
4.4	Mesures curvilignes	126
4.4.1	Rappel des objectifs	126
4.4.2	Histogramme des longueurs de frange	126
4.4.2.1	Paramétrisation et mesure des franges	126
4.4.2.2	Application à la caractérisation des matériaux	127
4.4.3	Corrélations curvilignes du champ d'orientation	130
4.4.3.1	Principe	130
4.4.3.2	Courbe des orientations curvilignes	131
4.4.3.3	Le descripteur de ressemblance curviligne des orientations	133
4.4.3.4	Résultats et discussion	134
4.4.4	Spectre d'ondulation	135
4.4.4.1	Principe	135
4.4.4.2	Spectres cumulés	136
4.4.4.3	Résultats expérimentaux	136
4.4.5	Bilan	137
4.5	Modélisation stochastique et simulations	139
4.5.1	Le modèle structural	139
4.5.1.1	Description du modèle	139
4.5.1.2	Variables aléatoires	140
4.5.2	Longueur des franges	140
4.5.2.1	Préliminaires	140
4.5.2.2	Lois de N_1 , N_2 et N	141
4.5.2.3	Loi de L_2	141
4.5.2.4	Discussion	144
4.5.3	Ondulation des franges	144
4.5.3.1	Le modèle de simulation	144

4.5.3.2	Variables aléatoires	146
4.5.3.3	Cas où les Y_i sont dépendants (incrément D_i indépendants) . .	147
4.5.3.4	Cas où les Y_i sont indépendants	150
4.5.3.5	Synthèse et discussion	151
4.6	Conclusion	152
Conclusion		155
Annexes		158
A Spectre et autocorrélation d'une fonction complexe		159
A.1	Théorème de Wiener-Kinchine : cas d'un processus aléatoire discret à valeurs complexes.	159
A.2	Autocorrélation d'une fonction complexe	161
B Modélisation stochastique des franges		163
B.1	Somme de lois géométriques	163
B.2	Déclinaison d'un modèle pour la description de l'ondulation	164
B.2.1	Introduction	164
B.2.2	Espérances de $\frac{1}{D_i^2}$ et $\frac{1}{D_i \cdot D_{i+1}}$	165
B.2.3	Expression de $R_{\theta\theta}$	168
B.2.4	Calcul du spectre $S_{\theta\theta}$	168
Bibliographie		171
Liste des publications de l'auteur		177

Introduction

Malgré la somme considérable de travaux consacrés à l'analyse d'images texturées, force est de constater que ceux-ci n'ont pas abouti à une définition unique ni à des méthodes qui tiennent compte de l'ensemble des aspects relatifs à la notion de texture. C'est pourquoi les outils développés dans la littérature sont souvent spécifiques à une classe de textures, ou liés à une propriété particulière comme par exemple l'anisotropie [Ger97b] ou la complexité [Bah99].

Les textures dites *directionnelles*, qui présentent un arrangement de structures élémentaires orientées, sont des textures pour lesquelles l'orientation est la propriété prédominante. Des exemples peuvent être trouvés dans des domaines variés. Citons notamment l'interprétation des images sismiques [Don99], l'identification d'empreintes digitales [Jai97], l'analyse d'écoulements de fluides [Rao92] ou encore la caractérisation de matériaux composites [Ger97a], à laquelle contribue ce document.

La texture est souvent présentée comme une structure hiérarchique à deux niveaux. Le premier concerne les *primitives*, briques à partir desquelles est construite la texture [Har79]. Le second niveau est relatif aux arrangements spatiaux des primitives. Les approches dites *statistiques* se fondent la plupart du temps sur les niveaux de gris des pixels et sur la description statistique de leurs arrangements. Les approches *structurales*, au contraire, consistent en premier lieu à identifier et décrire les primitives, puis à caractériser de façon statistique leurs arrangements mutuels. Propriété fondamentale de certaines textures, l'orientation est parfois utilisée dans les approches structurales pour la description des primitives [Dav78]. En revanche, les approches purement statistiques qui s'appuient sur la distribution des niveaux de gris des pixels sans tenir compte de leur appartenance à une primitive, négligent l'aspect structural de certaines textures et, dans le cas de textures orientées, leur caractère directionnel.

L'objet des travaux retranscrits dans ce mémoire est la définition de méthodes originales pour la description de textures directionnelles. Afin de prendre en compte le caractère particulier de ces textures, les approches proposées se fondent, non pas sur les niveaux de gris des pixels, mais sur le champ des orientations locales, pour lesquelles nous allons fournir des outils d'estimation. L'orientation sera alors utilisée dans deux types d'approches : la première, relevant des statistiques d'ordre 2, s'applique à tout type de texture directionnelle, sans a priori sur sa nature, qu'elle soit structurale ou simplement stochastique. La seconde approche, structurale, est destinée à l'analyse d'une catégorie particulière d'images texturées : les textures de franges de réseau issues de l'observation, en M.E.T.¹, de matériaux composites.

Le mémoire s'organise de la manière suivante :

Le premier chapitre, introductif, présentera la notion de texture et, plus particulièrement, celle de texture directionnelle, sur laquelle nous nous appuierons tout au long de notre exposé.

Le deuxième chapitre sera consacré à l'estimation de l'orientation. Deux opérateurs originaux seront proposés, permettant, par leur complémentarité, l'estimation de l'orientation en tout point d'une image. Le premier, fondé sur le gradient, procède d'une démarche classique. Le second s'appuie sur l'information de vallonnement, c'est à dire sur la propriété d'appartenance du pixel à une ligne de crête ou de vallée. Outre la définition d'une règle de combinaison de ces opérateurs, nous prêterons une attention toute particulière au respect du caractère local, de la précision et de la robustesse au bruit des estimations réalisées.

Le troisième chapitre traitera des approches statistiques pour la description des images texturées. Nous nous focaliserons sur les textures directionnelles pour lesquelles nous proposerons une méthode de caractérisation fondée sur les statistiques d'ordre 2 du champ des orientations locales, et plus particulièrement sur les statistiques des différences spatiales des orientations. Nous introduirons les cartes d'interaction et les appliquerons à l'étude d'images naturelles texturées, parmi lesquelles des textures de Brodatz et des textures de matériaux composites.

Dans le dernier chapitre, nous présenterons une approche structurale pour l'analyse des images texturées issues de l'observation en Microscopie Electronique en Transmission de matériaux composites. Deux étapes de la démarche structurale seront traitées : l'extraction des primitives, et leur description statistique en termes de longueur et d'ondulation. Nous terminerons cette partie par l'élaboration d'un modèle destiné à expliquer les résultats obtenus et donc le processus de formation de ces textures.

1. Microscopie Electronique en Transmission

Chapitre 1

Introduction aux textures

Sommaire

1.1	Introduction	5
1.2	La notion de texture	5
1.2.1	Une question de perception	5
1.2.2	Une structure hiérarchique	6
1.2.3	Stationnarité	7
1.3	Textures directionnelles	7
1.3.1	Définitions	7
1.3.2	Textures synthétiques	9
1.3.3	Quelques exemples de textures directionnelles	10
1.3.4	Superposition de textures directionnelles	10
1.3.5	Les modèles multi-composantes	11
1.4	Conclusion	12

1.1 Introduction

La notion de texture en traitement d'image est d'autant plus délicate à aborder que les définitions que l'on en donne sont multiples. Ces définitions sont souvent liées à un aspect particulier mais sont rarement génériques et la quantité importante d'approches utilisées pour l'analyse des textures témoigne de l'absence d'une définition précise.

L'objet de ce chapitre préliminaire est tout d'abord de faire une synthèse des différentes interprétations de la notion de texture. Ceci nous amènera à proposer notre propre définition qui tiendra compte des aspects de la texture sur lesquels se fondent nos travaux. Enfin, nous présenterons une catégorie de textures, les textures dites *directionnelles*, auxquelles nous nous intéresserons tout particulièrement dans ce mémoire. Des exemples d'application viendront appuyer notre propos.

1.2 La notion de texture

1.2.1 Une question de perception

Dans [Gag83], Gagalowicz associe la notion de texture à celle de perception : *“le concept de texture étant intimement lié à l'observateur humain [...] il est évident que l'on ne peut dissocier une texture de la manière dont celle-ci est perçue par le système visuel”*. La perception des textures a d'ailleurs fait l'objet de travaux importants lors des trois dernières décennies. L'enjeu de ces travaux est de caractériser les informations perçues par le système visuel humain pour les transposer algorithmiquement dans le cadre de la vision artificielle.

Au cours de ses recherches sur le système visuel, Julesz [Jul62][Jul83] a identifié deux phases dans le processus de vision :

- la vision préattentive, qui n'intervient que pendant quelques millisecondes, fournit une première impression au système visuel : elle fait appel à la présence de motifs élémentaires appelés *textons* qui sont, par exemple, des segments allongés, des terminaisons ou encore des croisements de segments ;
- la vision prolongée, qui requiert une attention plus importante et une focalisation plus précise sur les détails et leurs arrangements mutuels, permet une analyse plus approfondie de la texture. C'est dans le contexte de la vision prolongée qu'a lieu la caractérisation ou la classification des textures chez l'homme [Rao93].

L'analyse de textures consiste à trouver des attributs descriptifs qui quantifient des notions comme la granularité, la directionnalité ou encore la finesse, qui sont utilisées par l'homme pour

qualifier les textures. Les images de la figure 1.1, issues de l'album de Brodatz [Bro66] illustrent quelques caractéristiques sémantiques que l'on peut attribuer à une texture : la texture bois par exemple, peut être qualifiée de fine et directionnelle alors que la texture grille paraîtra régulière et la texture sable, granuleuse ou grossière.

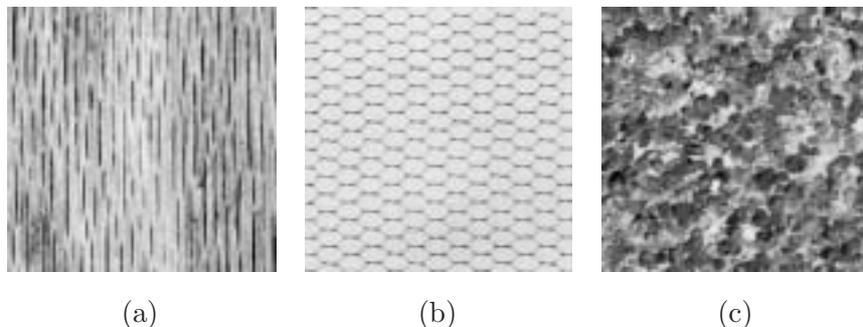


FIG. 1.1 – Exemples de textures de Brodatz : (a) bois, (b) grille, (c) sable

1.2.2 Une structure hiérarchique

Si l'on se limite aux images non colorées, les qualificatifs sémantiques attribués aux textures émanent des arrangements des niveaux de gris des pixels. La nature de ces arrangements peut varier selon les textures et conditionne le choix de l'approche utilisée pour leur description.

Haralick [Har79] estime que la texture procède de deux principes : le premier concerne la primitive tonale, élément constitutif de base de la texture ; le second est relatif aux arrangements spatiaux des primitives entre elles. La primitive tonale peut être invariante ou présenter un aspect aléatoire. Il en va de même pour les arrangements spatiaux qui peuvent être réguliers ou satisfaire à des lois stochastiques. Dans le cas le plus général, la texture peut également être vue comme une structure hiérarchique à plusieurs niveaux [Gag83] : les primitives s'arrangent pour former des structures plus grandes, qui s'associent elles-mêmes en éléments plus complexes, etc. Donnons une définition de la texture, qui rend compte de cet aspect structural :

Définition 1 *Une texture procède de l'arrangement, selon des lois stochastiques ou déterministes, de motifs structuraux élémentaires (ou primitives tonales) ayant éventuellement eux-même un aspect aléatoire.*

Bien qu'une telle définition soit généralement admise, la plupart des méthodes ne prennent pas en compte la dimension structurale de la texture et se restreignent à une étude statistique des niveaux de gris. Ceci revient à réduire la primitive tonale au simple pixel, ce qui est pertinent pour les textures sur lesquelles la présence de primitives n'est pas perceptible, en raison d'une

résolution insuffisante: ces textures sont communément appelées *microtextures*. Les *macrotextures* peuvent au contraire être étudiées par des approches structurales: ces dernières consistent à identifier les primitives, à les décrire (en termes de forme, d'orientation, de taille, etc.) et, enfin, à déterminer les règles d'agencement de ces primitives [Ehr78][Har79][Vil86].

1.2.3 Stationnarité

La définition précédente, qui témoigne de l'aspect hiérarchique de la texture, ne fait pas intervenir une autre de ses propriétés essentielles, la stationnarité. Unser [Uns84], repris plus tard par Coroyer [Cor96], nous donne une définition plus perceptuelle de la texture :

Définition 2 *Une texture est une région d'une image pour laquelle il existe une fenêtre de dimension réduite, telle qu'une observation au travers de celle-ci se traduise par une impression visuelle identique pour toutes les positions envisageables par translation à l'intérieur de la région considérée.*

Dans sa définition, Unser fait intervenir la dimension de la fenêtre d'observation et, par là même, l'échelle d'analyse. D'après Gagalowicz, la taille minimale de la fenêtre d'observation pour laquelle cette propriété de stationnarité est assurée, détermine la résolution de la texture. Cette notion d'échelle a été reprise et développée par Germain [Ger97b][Ger97a][Ger00]. Sa définition, moins restrictive sur l'unicité de l'échelle d'analyse, suppose que l'on peut percevoir ou décrire une région texturée pour toute échelle d'observation.

La définition qui suit prend en compte l'ensemble des aspects soulignés ci-dessus. C'est celle qui guidera la suite de nos travaux.

Définition 3 *Une texture est un arrangement hiérarchique, répondant à des lois stochastiques ou déterministes, de motifs structuraux élémentaires ayant eux-même un aspect aléatoire. Cet arrangement est tel que pour toute translation d'une fenêtre d'observation de taille quelconque, la perception visuelle de la texture au travers de cette fenêtre reste inchangée.*

1.3 Textures directionnelles

1.3.1 Définitions

Parmi l'ensemble des propriétés que l'on peut attribuer aux textures, la *directionnalité* s'avère essentielle aussi bien pour leur perception que pour leur classification. L'orientation est l'une des

caractéristiques les plus discriminantes des *textures* intervenant dans le cadre de la vision préattentive [Jul83] et la directionnalité a été identifiée, de même que la périodicité et la complexité, comme l'un des attributs fondamentaux utilisés dans la perception des textures par l'homme [Rao93].

Dans ce mémoire, nous nous intéresserons aux textures pour lesquelles la propriété de directionnalité est très forte. Plus précisément, nous étudierons les images qui présentent des motifs texturaux orientés. Ces motifs peuvent être modélisés par une fonction dite *directionnelle*. La définition qui suit est inspirée de celle des textures *linéairement symétriques* donnée par Bigün dans [Big91] :

Définition 4 Soit \mathbb{R}^n l'espace réel de dimension n . Une fonction $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, est dite *directionnelle* s'il existe un vecteur constant $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^n$ et une fonction $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tels que :

$$f(\mathbf{r}) = g(\mathbf{k}^t \mathbf{r}), \forall \mathbf{r} \in \mathbb{R}^n.$$

La fonction g , appelée *fonction transverse*, est une fonction d'une seule variable. Les isoniveaux de f constituent des hyperplans de dimension $n - 1$, orthogonaux à \mathbf{k} .

En particulier, dans le cas d'une fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ($n = 2$), les isoniveaux sont des droites parallèles de vecteur directeur \mathbf{k}^\perp .

Définition 5 Une image texturée est dite *directionnelle composite*, si elle consiste en un arrangement, continu ou non, de primitives texturales orientées, c'est à dire de primitives pouvant être approchées par une fonction directionnelle. L'orientation locale de la texture est alors donnée par le vecteur directeur des isoniveaux de cette fonction.

Dans ce mémoire, nous allons proposer des approches pour la caractérisation des textures directionnelles. Pour cela, nous nous appuyons sur l'hypothèse selon laquelle l'information d'orientation est pertinente et permet de caractériser l'organisation de la texture étudiée. Au contraire, la luminance est sensible à l'éclairage de la scène et dépend du *coloriage* de la texture, processus associant aux primitives leurs niveaux de gris ou leur couleur. Ce coloriage n'est pas supposé, dans notre contexte, être une caractéristique pertinente. Les approches que nous allons développer se fonderont donc exclusivement sur une mesure de l'orientation de la texture.

Remarque – Notons qu'une image résulte de la numérisation d'une scène, naturelle ou synthétique ; de ce fait, elle peut être considérée comme la restriction à \mathbb{N}^2 (ou échantillonnage) d'une fonction à support réel borné inclus dans \mathbb{R}^2 . De plus, nous ne tiendrons pas compte du bruit

engendré par la quantification des niveaux de gris de l'image et considèrerons une image comme une fonction à valeurs réelles.

1.3.2 Textures synthétiques

Donnons quelques exemples de textures directionnelles théoriques sur lesquels nous nous appuyerons pour le développement d'outils de mesure de l'orientation et la validation d'approches statistiques.

Soit la fonction directionnelle de fonction transverse (ou *section*) sinusoidale, f_θ :

$$\begin{aligned} f_\theta : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x,y) &\rightarrow A.\sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot (y.\cos\theta - x.\sin\theta)\right) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Cette fonction correspond à un vecteur $\mathbf{k} = (\cos\theta, \sin\theta)$ (cf. Définition (4)).

f_θ est utilisée comme primitive pour les textures de la figure 1.2. La première texture, I_1 , est une réalisation de la fonction f_θ . La deuxième image, I_2 , consiste en un pavage de Voronoï, colorié par la fonction f_θ orientée aléatoirement. Cette texture est localement orientée en tout point, à l'exception des frontières entre pavés, où l'orientation est mal définie. Enfin, la texture ondulée I_3 repose sur la fonction g_θ :

$$\begin{aligned} g_\theta : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x,y) &\rightarrow A.\sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot (y.\cos\theta - x.\sin\theta + \varphi_\theta(x,y))\right), \end{aligned} \quad (1.2)$$

où $\varphi_\theta(x,y)$ est un déphasage variable selon la direction orthogonale, engendrant l'ondulation de la texture :

$$\begin{aligned} \varphi_\theta : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x,y) &\rightarrow a.\sin\left(\frac{2\pi}{\tau} \cdot (x.\cos\theta + y.\sin\theta)\right). \end{aligned} \quad (1.3)$$

La texture I_3 peut être considérée localement orientée puisque, dans un voisinage suffisamment petit devant τ , on peut approximer g_θ par la fonction f_θ .

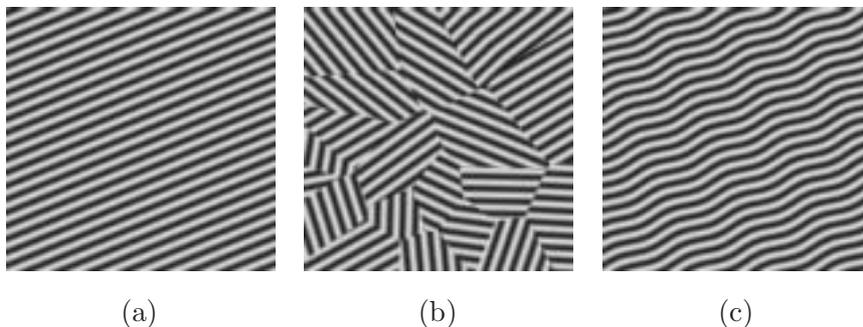


FIG. 1.2 – Exemples de textures directionnelles synthétiques : (a) texture d'orientation uniforme, (b) motifs orientés aléatoirement, plaqués sur un pavage de Voronoï, (c) texture ondulée.

1.3.3 Quelques exemples de textures directionnelles

Si la texture a fait l'objet de si nombreuses études, c'est certainement en raison de sa présence dans de nombreux domaines. Elle peut jouer un rôle important dans des secteurs aussi variés que la vision artificielle pour le contrôle qualité, l'imagerie médicale, l'imagerie satellitaire ou l'indexation multimédia.

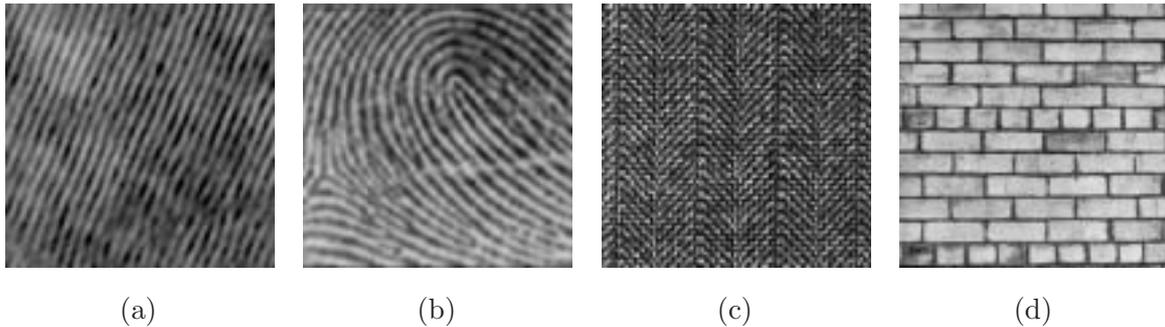


FIG. 1.3 – Exemples de textures directionnelles naturelles : (a) dépôt de pyrocarbone à l'échelle microscopique, (b) extrait d'empreinte digitale, (c) et (d) textures canevas et briques de l'album de Brodatz.

Nous donnons ici quelques exemples de textures directionnelles. La figure 1.3a représente une texture issue de l'observation en Microscopie Electronique en Transmission de la structure d'un matériau composite. Des textures similaires pourraient être obtenues avec des images de houle ou des images aériennes de cultures en ligne, etc. Les textures de ce type feront l'objet d'une étude particulière dans le dernier chapitre de ce mémoire. La figure 1.3b est un extrait d'une empreinte digitale. L'analyse automatique des empreintes digitales a suscité un grand intérêt dans le cadre de l'identification d'individus. Les textures 1.3c et 1.3d sont quant à elles issues de l'album de Brodatz [Bro66]. La texture *canevas* est une imbrication d'éléments orientés à 0° ou 90° , formant, à moyenne échelle, des motifs à 45° et à grande échelle, des bandes verticales. La texture *briques* peut être vue comme une associations de lignes verticales et horizontales.

1.3.4 Superposition de textures directionnelles

Il arrive sur certaines images que le procédé de prise de vue soit à l'origine de la superposition de textures. La figure 1.4, par exemple, montre deux images de matériaux composites qui présentent des régions où apparaissent, par transparence, deux textures superposées. Dans une configuration idéale, les motifs observés sur des images de ce type, reflètent la structure du pseudo-cristal se trouvant sur le plan focal du microscope électronique. Si la focalisation du microscope est

telle que le plan focal se situe entre deux pseudo-cristaux d'orientations différentes, alors l'image obtenue est celle d'une superposition de textures directionnelles.

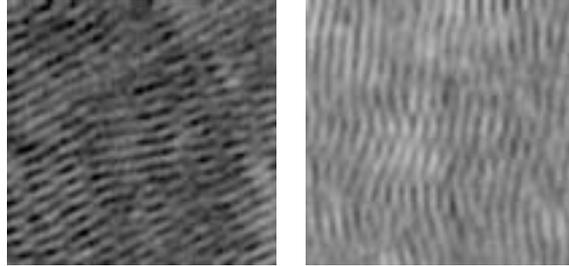


FIG. 1.4 – Deux exemples de superposition de textures sur des images de matériaux composites.

Les images de synthèse de la figure 1.5 illustrent également ce phénomène : si l'on additionne deux textures directionnelles d'orientations distinctes, on obtient une troisième texture, d'aspect radicalement différent, sur laquelle apparaissent de nouvelles structures. Dans le cas des textures de matériaux pyrocarbonés, de telles structures ne reflètent pas la réalité mais sont la conséquence d'un artefact du système de vision.

Le cas échéant, il serait intéressant de détecter la présence de superpositions afin de procéder à une segmentation et à un traitement des régions concernées. Toutefois, l'étude des superpositions de textures ne rentre pas dans le cadre de ce mémoire et nous nous concentrerons sur la caractérisation de textures directionnelles sans artefact de ce type.

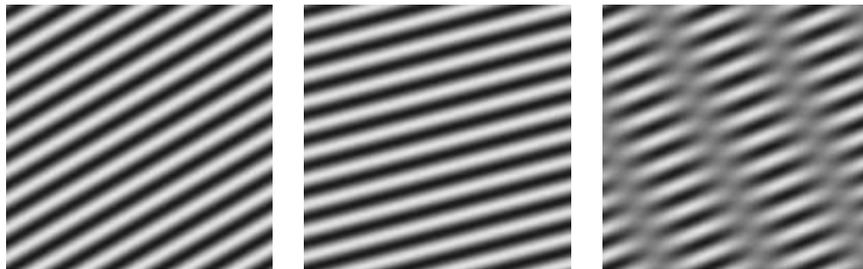


FIG. 1.5 – Effet de la superposition de textures : (a) et (b) deux textures d'orientations différentes ; (c) somme des deux images texturées (a) et (b).

1.3.5 Les modèles multi-composantes

Les textures directionnelles, telles que nous les avons décrites ci-dessus et notamment le modèle mono-fréquentiel (cf. équation 1.1), peuvent être vues comme un cas particulier des modèles multi-composantes AM-FM [Hav96]. Ces derniers consistent à représenter une image comme

une somme de composantes, réelles ou complexes, de la forme :

$$c_i(x,y) = a_i(x,y).e^{-j\varphi_i(x,y)}, \quad (1.4)$$

où $a_i : \mathbb{R}^2 \rightarrow [0,\infty[$ et $\varphi_i : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ sont appelées respectivement fonctions de modulation d'amplitude et de fréquence.

Une telle modélisation permet, dans le cas d'une texture mono-fréquentielle, de rendre compte des variations de contraste au travers de l'amplitude $a_i(x,y)$ mais aussi de modifications spatiales de la période et de l'orientation du modèle sinusoïdal, au moyen de la phase $\varphi_i(x,y)$. Une représentation à deux ou plusieurs composantes permettrait en outre de modéliser les superpositions de textures.

Toutefois, comme nous l'avons mentionné précédemment, nous nous intéresserons dans ce mémoire à un modèle textural simple, ne mettant en œuvre qu'une seule composante, à fréquence unique, dont seule l'orientation est variable.

1.4 Conclusion

La notion perceptuelle de texture a fait l'objet de nombreuses descriptions. La définition hiérarchique, mettant en œuvre les primitives texturales et les règles d'agencement de ces primitives, a tout particulièrement suscité notre intérêt. Selon la complexité de leur hiérarchisation, les textures peuvent être décrites selon des approches stochastiques ou structurales. Dans le cas des textures directionnelles, nous allons dans ce mémoire aborder ces deux types d'approches, en nous fondant sur la mesure des orientations locales.

Chapitre 2

Estimation de l'orientation

Sommaire

2.1	Introduction	15
2.2	Etat de l'art des méthodes d'estimation de l'orientation	16
2.2.1	Méthodes fondées sur le gradient	16
2.2.2	Filtres orientables	21
2.2.3	Les approches fréquentielles	23
2.2.4	Statistiques directionnelles	24
2.2.5	Propositions pour un indice de confiance	28
2.2.6	Bilan	31
2.3	Les opérateurs Gradient et Vallonnement	32
2.3.1	Objectifs	32
2.3.2	L'opérateur gradient généralisé	33
2.3.3	Le Vallonnement	36
2.3.4	Placement des coefficients des masques	42
2.3.5	Combinaison des approches	42
2.4	Optimisation des opérateurs	44
2.4.1	Cadre de l'optimisation	44
2.4.2	Réduction du biais d'estimation	44
2.4.3	Amélioration de la robustesse au bruit	47
2.4.4	Un exemple de réalisation	47
2.4.5	Limites de l'approche	58
2.5	Conclusion	60

2.1 Introduction

L'orientation locale d'une texture a été définie dans le chapitre précédent comme l'orientation des lignes de niveau des motifs texturaux. Il va de soi que l'analyse du champ des orientations locales n'a lieu d'être que dans le cadre de l'étude de textures directionnelles ou encore d'images présentant des formes ou des contours longilignes. C'est dans des contextes aussi variés que la détection de contours [Der87], la caractérisation de textures [Kas87] et d'images d'écoulement de fluides [Rao91], ou l'analyse d'empreintes digitales [Jai97] qu'ont été proposés de nombreux outils pour la mesure de l'orientation. Quelques propriétés conditionnent le choix d'une approche. Citons notamment sa robustesse au bruit ou son caractère local.

Les objectifs de l'étude rapportée dans ce chapitre sont les suivants :

- proposer une méthode robuste et précise de mesure de l'orientation locale d'une texture directionnelle,
- associer à cette méthode une mesure de la confiance que l'on a dans l'orientation estimée.

Revenons, pour éclairer notre propos, sur les différentes propriétés des approches pour l'estimation de l'orientation.

Tout d'abord, la propriété de *localité* est fondamentale pour l'estimation de l'orientation car les notions d'orientation et d'échelle d'observation sont intimement liées. Selon que l'on observe une texture directionnelle à une échelle plus ou moins grande, la perception de son orientation peut changer, ainsi que celle de son anisotropie [Ger97a][DC99][Ger00]. La figure 2.1 démontre cette dépendance. Si l'on observe la texture selon la clique 1, composée de petites fenêtres, une orientation différente est perçue dans chacune des fenêtres (0° et 90° environ). En revanche, si les fenêtres sont de taille plus importante (clique 2), la même orientation d'environ 70° apparaît pour les deux fenêtres.

D'autre part, il est important de disposer d'une mesure de confiance associée au champ des orientations locales. En effet, bien que l'on suppose la texture localement orientée, cette orientation peut être mal définie aux extrémités d'éléments texturaux, dans les régions bruitées ou encore sur les frontières entre régions d'orientations différentes. Il est alors intéressant de se doter d'un indicateur de confiance. Toutefois, comme nous allons le voir, il s'avère difficile de définir un indicateur de confiance intrinsèque, c'est à dire qui évalue la validité de la mesure d'orientation en chaque pixel, indépendamment des orientations des pixels voisins.

Enfin, certaines applications nécessitent une mesure aussi précise et robuste que possible. Aussi

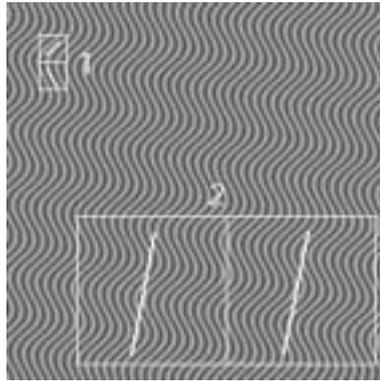


FIG. 2.1 – *Influence de l'échelle d'observation sur la perception de l'orientation*

doit-on prendre en compte les performances des opérateurs en termes de robustesse au bruit et de biais d'estimation. En particulier, dans le cas des images de matériaux composites que nous étudierons dans les prochains chapitres, où l'on cherche des variations d'orientations de l'ordre du degré, une mesure précise s'est avérée indispensable.

Nous allons débiter ce chapitre par un état de l'art des méthodes d'estimation de l'orientation qui ont guidé le choix de nos propres opérateurs ; nous présenterons à la fois des méthodes fournissant une estimation locale et des techniques statistiques destinées à la mesure de la tendance moyenne d'un champ d'orientations. Dans un deuxième temps, nous proposerons une approche originale fondées sur la combinaison de deux opérateurs : le gradient, G dont nous généraliserons et formaliserons la mise en œuvre numérique, et le *vallonnement*, V , que nous définirons. Une méthode de combinaison de ces opérateurs sera fournie afin d'en associer les avantages respectifs. Enfin, nous donnerons une procédure d'optimisation des performances des opérateurs G et V , vis à vis de la minimisation du biais d'estimation et de la sensibilité au bruit.

2.2 Etat de l'art des méthodes d'estimation de l'orientation

2.2.1 Méthodes fondées sur le gradient

2.2.1.1 Principe

Les premiers opérateurs proposés pour la mesure d'une orientation locale sont apparus dans le contexte de la détection de contours : la frontière entre deux régions homogènes d'intensités différentes se caractérise par un passage par un extremum du module du gradient local. L'orthogonale au gradient fournit l'orientation du contour.

Lyvers [Lyv88] fait une évaluation de l'efficacité de différents opérateurs *gradient*, dans le cadre de la mesure de l'orientation d'un contour. Il étudie leur biais et leur sensibilité au bruit pour un contour d'orientation quelconque, et de distance quelconque par rapport au pixel étudié.

Formalisons cette approche, dite *approche gradient*. Soit une scène représentée par la fonction $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$. Notons $\mathbf{g} : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, le gradient de f ,

$$\mathbf{g}(x,y) = \nabla f(x,y) = (g_x(x,y), g_y(x,y))^t. \quad (2.1)$$

Les composantes de \mathbf{g} sont les dérivées partielles de la fonction f :

$$g_x(x,y) = \frac{\partial f}{\partial x}(x,y) \quad \text{et} \quad g_y(x,y) = \frac{\partial f}{\partial y}(x,y). \quad (2.2)$$

L'orientation θ de la ligne de niveau au point (x,y) est donnée par l'orthogonale au gradient. Dans le cas où le module du gradient est nul, par exemple sur un extremum local, l'orientation est indéterminée. θ vérifie donc :

$$\theta : \quad \mathbb{R}^2 \quad \rightarrow \quad] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$$

$$(x,y) \quad \rightarrow \quad \begin{cases} \arctan\left(-\frac{g_x(x,y)}{g_y(x,y)}\right) & \text{si } g_x(x,y) \neq 0 \text{ et } g_y(x,y) \neq 0, \\ \frac{\pi}{2} & \text{si } g_x(x,y) \neq 0 \text{ et } g_y(x,y) = 0, \\ \text{non définie} & \text{si } g_x(x,y) = g_y(x,y) = 0. \end{cases} \quad (2.3)$$

On remarquera que l'orientation θ ainsi définie est comprise entre $-\frac{\pi}{2}$ et $\frac{\pi}{2}$. Cet intervalle de définition est tout à fait pertinent puisque l'orientation est une grandeur π -périodique : θ et $\theta + \pi$ correspondent à la même orientation. Donias [Don99], dans le cadre de l'étude de l'orientation, emploie la notion de *directeur* : un directeur est le couple formé d'un vecteur et de son opposé ; il s'affranchit ainsi du problème de congruence modulo π .

2.2.1.2 Opérateurs à différences finies

Plusieurs auteurs ont proposé des opérateurs pour l'estimation du gradient sur un signal discret. Ils se fondent sur la convolution de l'image avec deux masques de dimensions finies : un masque horizontal et un masque vertical. Les masques les plus simples sont des masques de taille 3×3 . Les masques de Prewitt et Sobel reposent sur le modèle de la figure 2.2. D'autres auteurs utilisent des versions plus génériques de ces opérateurs proposant de faire varier par un algorithme itératif le coefficient α du modèle en fonction de l'orientation mesurée [Lyv88].

Leur taille réduite confère à ces opérateurs une forte sensibilité au bruit. Cependant, en raison de leur caractère local, ils sont souvent utilisés pour l'estimation de l'orientation de structures fines, sur des textures où l'orientation peut présenter de fortes variations à une échelle locale

$$h_i = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -\alpha & 0 & \alpha \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad h_j = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -\alpha & -1 \end{bmatrix}$$

Masque horizontal
Masque vertical

FIG. 2.2 – Masques de convolution génériques h_i et h_j utilisés pour les gradients de Prewitt ($\alpha = 1$) et de Sobel ($\alpha = 2$).

[Ger97a][Rat95]. Le recours à des opérateurs de taille réduite permet d'assurer la localité de l'orientation estimée.

Les performances des opérateurs de Prewitt et Sobel seront étudiées plus tard, dans le cadre de la mesure d'orientation de textures directionnelles synthétiques.

Remarque – Il est intéressant de remarquer que la convolution de ces masques avec l'image est équivalente à la composition de deux convolutions. Le masque horizontal h_i , par exemple, représente la réponse impulsionnelle d'un filtre séparable combinant un lissage vertical de noyau $[1, \alpha, 1]^t$ et une dérivation horizontale de noyau $[-1, 0, 1]$ [Coq95]. De plus, grâce à leur linéarité, le lissage et la dérivation sont commutatifs. Ce principe de séparabilité est repris pour les opérateurs que nous verrons par la suite.

2.2.1.3 L'approche optimale de Canny et le gradient de Deriche

L'approche 1D de Canny [Can86] consiste à trouver un filtre optimal pour la détection d'un contour modélisé par un signal en échelon. Ce filtre est optimisé pour satisfaire aux trois contraintes que sont : une réponse élevée (en termes de rapport signal à bruit), une bonne localisation et une faible multiplicité des maxima dus au bruit. L'écriture de ces contraintes conduit à une équation différentielle dont la solution est choisie de façon à ce que le filtre soit à réponse impulsionnelle finie. De par la complexité de mise en œuvre du filtre obtenu et au vu de sa forme, Canny propose une approximation par la dérivée première d'une gaussienne.

Deriche [Der87] a suivi la même approche que Canny mais a cherché une solution sous la forme d'un filtre à réponse impulsionnelle infinie. En combinant les opérateurs 1D de dérivation selon x et y avec des opérateurs de lissage selon y et x respectivement, il aboutit aux expressions des dérivées partielles suivantes :

$$\begin{cases} g_x &= (f_d(x) \cdot f_l(y)) * f \\ g_y &= (f_d(y) \cdot f_l(x)) * f \end{cases}, \qquad (2.4)$$

où f_l et f_d sont respectivement les opérateurs de lissage et de dérivation :

$$\begin{cases} f_l(x) &= c_0(1 + \alpha|x|)e^{-\alpha|x|} \\ f_d(x) &= c_1xe^{-\alpha|x|} \end{cases} \quad (2.5)$$

c_0 et c_1 sont des constantes de normalisation. Le paramètre α détermine en quelque sorte l'échelle de l'opérateur. Plus sa valeur est faible, plus l'opérateur utilise des données éloignées du pixel courant. Donias [Don99] propose une procédure de choix de ce paramètre consistant à résoudre l'équation suivante :

$$\frac{\int_0^d f_l(x) dx}{\int_0^\infty f_l(x) dx} = \xi, \quad (2.6)$$

où ξ est la contribution souhaitée des pixels situés à une distance inférieure à d . Il propose empiriquement la valeur $d = \frac{T}{2}$, où T est la période ou pseudo-période des motifs texturaux. Par la suite, lorsque nous ferons référence à un filtre de Deriche, nous précisons les valeurs de la contribution ξ et de la distance d .

Les expressions des opérateurs g_x et g_y étant séparables en x et en y (lissage et dérivation ou vice versa), une implantation récursive a été proposée [Der87][Coq95].

Les démarches de Canny et Deriche sont dignes d'intérêt car elles procèdent d'une optimisation des opérateurs vis à vis d'un critère, approprié à la détection des contours. Malheureusement, ce critère ne prend pas en compte l'estimation de l'orientation. De plus, le modèle de signal employé ne correspond pas aux structures rencontrées sur les textures que nous nous proposons d'étudier.

2.2.1.4 Dérivées de gaussiennes

Nous avons vu ci-dessus que l'opérateur de dérivation optimal, recherché par Canny, pouvait être approché par la dérivée première d'une gaussienne, plus facilement implantable. Outre le fait qu'il soit presque optimal, l'opérateur *dérivée de gaussienne* a aussi l'avantage de combiner un filtrage gaussien et une dérivation en une seule et même opération.

En effet, si l'on note $f(x,y)$ l'image étudiée, et $g(x,y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$ un filtre de forme gaussienne, alors on vérifie :

$$\begin{aligned} \frac{\partial(g*f)}{\partial x} &= \left(\frac{\partial g}{\partial x}\right) * f(x,y) \\ \frac{\partial(g*f)}{\partial y} &= \left(\frac{\partial g}{\partial y}\right) * f(x,y). \end{aligned} \quad (2.7)$$

Pour obtenir les dérivées de l'image lissée, il suffit donc de la convoluer avec les dérivées du filtre gaussien. Le filtrage passe-bas réalisé par la gaussienne permet de réduire la sensibilité au bruit de l'opérateur de dérivation sans a priori sur le signal, hormis l'hypothèse de présence d'un bruit

haute-fréquence [Rao90][Rao91][Rao92].

Kass et Witkin [Kas87] considèrent que les variations basse-fréquence ne sont pas pertinentes, ce qui constitue un a priori plus fort sur la texture, . La fonction de filtrage utilisée est une différence de gaussiennes (DoG) et a pour réponse impulsionnelle :

$$h(x,y) = \frac{1}{\sigma_1^2}e^{-r^2/2\sigma_1^2} - \frac{1}{\sigma_2^2}e^{-r^2/2\sigma_2^2}, \quad \text{où } r^2 = x^2 + y^2. \quad (2.8)$$

La fonction h réalise un filtrage passe-bande. Les paramètres σ_1 et σ_2 des gaussiennes définissent la bande passante de la réponse fréquentielle $H(u,v)$ de h qui s'exprime :

$$H(u,v) = 2\pi(e^{-\sigma_1^2(u^2+v^2)} - e^{-\sigma_2^2(u^2+v^2)}). \quad (2.9)$$

Comme précédemment, les dérivations partielles de h selon x et selon y fournissent les deux opérateurs de dérivation :

$$\begin{aligned} \widehat{\frac{\partial f}{\partial x}} &= \frac{\partial}{\partial x}(h * f)(x,y) = \left(\frac{\partial h}{\partial x}\right) * f(x,y) \\ \widehat{\frac{\partial f}{\partial y}} &= \frac{\partial}{\partial y}(h * f)(x,y) = \left(\frac{\partial h}{\partial y}\right) * f(x,y). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Ces deux approches, gradient d'une gaussienne et gradient d'une différence de gaussiennes, ont pour intérêt de pouvoir adapter la forme des masques de dérivation à la nature de la texture sous-jacente, notamment pour la seconde approche qui réalise un filtrage passe bande tout à fait pertinent dans le cadre de textures périodiques ou pseudo-périodiques.

2.2.1.5 Interprétation du module du gradient

Dans la plupart des approches dérivatives pour l'estimation de l'orientation, le module du vecteur gradient fait office d'indicateur de la confiance que l'on a dans l'estimation. Illustrons l'utilisation de cet indicateur en prenant l'exemple d'une image comprenant des régions texturées clairement orientées et des régions sans direction apparente : l'image de la figure 2.3a consiste en un pavage de textures directionnelles. Ce pavage a été synthétisé de telle sorte que sur les frontières, les motifs orientés soient atténués et que l'un des pavés ne comporte aucune texture. L'image (b) représente le module du gradient de Sobel, calculé sur l'image (a). On peut noter que sur les régions dépourvues de motifs orientés (frontières et pavé vide) le module du gradient est nul, ce qui correspond au comportement attendu pour un indicateur de confiance.

Cependant, nous pouvons recenser certaines situations pour lesquelles le comportement du module ne satisfait pas à la définition perceptuelle de la confiance :

- Tout d'abord, le gradient est inadéquat pour l'estimation de l'orientation près des extrema locaux. En effet, on remarque que sur les *crêtes* et les *vallées* de la texture (a), le module est

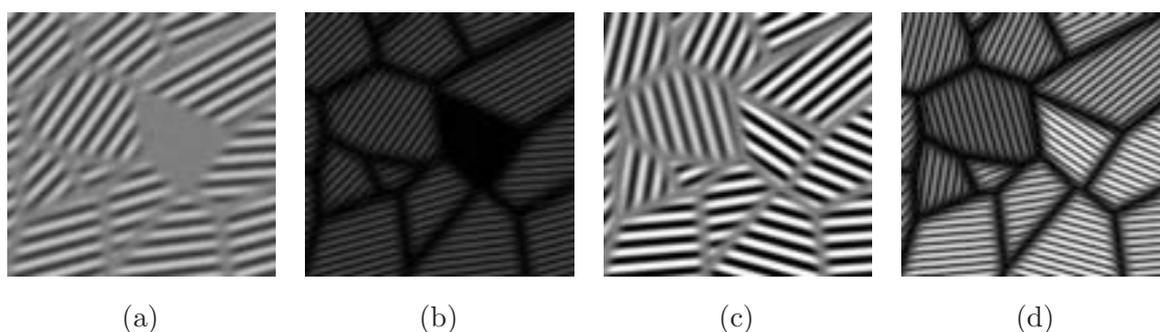


FIG. 2.3 – *Interprétation du module du gradient : pavé avec un pavé non texturé (a) et modules des gradients de Sobel associés (b) ; pavé de textures d’amplitudes variables (c) et modules des gradients de Sobel associés (d).*

faible, quel que soit le pavé considéré. Pourtant, d’un point de vue perceptuel, l’orientation γ est clairement définie. Notons par ailleurs que sur ces zones, dans un contexte bruité, la sensibilité du gradient serait pénalisante car la pente γ est faible ou nulle.

- D’autre part, la dynamique de l’image peut conduire à des interprétations erronées du module du gradient. Considérons l’image (c) : elle est constituée de pavés texturés, de dynamique variable. L’image (d) montre que le module du gradient est sensible à cette dynamique. Il aura une valeur d’autant plus élevée que l’amplitude de la sinusoïde est importante. Pourtant, dans chaque pavé, l’orientation est perceptuellement bien définie. Rien ne justifie cette dépendance de la mesure de confiance et de la dynamique de l’image.
- Enfin, une modification de la période de la texture peut également engendrer des variations du module du gradient. Tout comme les variations de dynamique, elles ne doivent pas être interprétées en termes de confiance. Ce cas n’est pas illustré ici.

Il apparaît donc de façon évidente que l’utilisation du module du gradient en guise d’indicateur de confiance n’est pas toujours pertinente et peut engendrer une interprétation erronée. Nous proposerons par la suite des indicateurs de confiance liés non pas à l’amplitude de la réponse mais à la cohérence de l’estimation d’orientation vis à vis des estimations voisines.

2.2.2 Filtres orientables

Le principe des filtres orientables est le suivant [Fre91] : il s’agit de convoluer l’image avec un jeu de filtres d’orientations discrètes comprises entre 0 et 2π (ou plus généralement entre 0 et $\frac{2\pi}{n}$ selon le type de structure que l’on cherche à identifier : droite, demi-droite, croix, “T” ...). Ces

filtres sont construits à partir des deux dérivées partielles d'une gaussienne :

$$\begin{aligned} G_0 &= -2xe^{-(x^2+y^2)} \\ G_{\pi/2} &= -2ye^{-(x^2+y^2)} \end{aligned} \tag{2.11}$$

Le jeu de filtres est obtenu par les rotations de ces deux fonctions de référence :

$$G_\theta = \cos(\theta).G_0 + \sin(\theta).G_{\pi/2}, \quad \theta \in \{\theta_0, \dots, \theta_{K-1}\}. \tag{2.12}$$

où K est le nombre d'orientations considérées ($\theta_{i+1} - \theta_i = \frac{2\pi}{nK}$).

L'orientation en un point donné, est celle qui correspond au maximum des produits de convolution de l'image f avec et les filtres G_θ . Des travaux ultérieurs, notamment [Per95][Sim96], concernent entre autres l'étude du biais, la prise en compte de l'échelle des structures ou l'extension 3D.

Dans un autre contexte, celui du filtrage directionnel, certains auteurs [Nag79][Zam92][Vil95] sont amenés à déterminer l'orientation de motifs localement anisotropes. La direction de filtrage est choisie de la manière suivante :

- ils définissent un certain nombre de masques longiformes, de taille donnée [Nag79][Zam92] ou quelconque [Vil95], dont les orientations sont réparties de façon régulière entre 0 et π ;
- ils calculent, sur chacun des masques, un critère d'homogénéité (e.g. écart absolue moyen [Zam92], variance [Nag79], étendue ou gradient [Vil95]) ;
- l'orientation choisie est celle qui minimise le critère d'homogénéité.

Le filtrage utilisé consiste alors à affecter au pixel courant la moyenne des pixels obtenus grâce au masque optimal.

De manière générale, les approches qui mettent en œuvre un jeu de filtres ne sont pas adaptées à notre propos, celui d'estimer l'orientation de structures linéiques de façon précise et robuste. En effet, la précision de l'estimation est ici directement liée au nombre K d'éléments dans la base utilisée. Afin d'atteindre un biais inférieur au degré, le nombre de filtres nécessaires devient trop important. L'utilisation des filtres orientables s'avère donc être une technique lourde et inappropriée au problème qui nous concerne.

En revanche, un des avantages des filtres directionnels [Vil95] est qu'ils permettent l'estimation de l'orientation locale aussi bien sur des transitions que des motifs fins sans que l'efficacité ne se dégrade brutalement, comme dans le cas du gradient.

2.2.3 Les approches fréquentielles

Des développements récents sur la modélisation du système visuel humain ont suggéré l'existence d'une sensibilité du cortex cérébral à une gamme de fréquences et d'orientations, aussi bien dans un contexte statique (image) que dynamique (perception du mouvement). Dans cette optique, plusieurs auteurs ([Ade85] par exemple) préconisent, pour l'analyse locale d'une image, la caractérisation du spectre local. On remarquera que les filtres linéaires orientés, réalisent dualement, dans le domaine spectral, un filtrage fréquentiel.

2.2.3.1 Décomposition de l'espace de Fourier par des filtres de Gabor

En ce qui concerne la modélisation fréquentielle proprement dite, une approche courante consiste à réaliser une décomposition du spectre selon une banque de filtres de Gabor. Un filtre de Gabor possède une orientation et une fréquence privilégiée pour lesquelles sa réponse est maximale. La présence dans la texture de structures périodiques orientées se manifeste dans la décomposition de Gabor par une réponse importante à l'un des éléments de la banque de filtres. Comme pour toute approche mettant en œuvre une banque de filtres, la précision de l'estimation dépend directement du nombre de filtres utilisés.

2.2.3.2 Direction privilégiée dans l'Espace de Fourier

Bigün [Big91] cherche à identifier l'orientation dominante du spectre. Dans un contexte nD , le problème de la détection de l'orientation principale est posé, au sens des moindres carrés, dans l'espace de Fourier. Dans le cas 2D par exemple, la présence d'une tendance directionnelle θ_0 dans un voisinage local se caractérise sur le spectre local par une concentration de l'énergie le long d'une droite d'orientation $\theta_0 + \frac{\pi}{2}$. Le spectre F est considéré comme un nuage de points de coordonnées $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \dots, \omega_n)$ et de masses égales à $|F(\boldsymbol{\omega})|^2$. La détermination de la tendance directionnelle se résume à la recherche de l'axe minimisant l'inertie de ce nuage.

Formalisons cette approche en nD . La recherche de l'orientation privilégiée d'une *image* de dimension n consiste à déterminer l'hyperplan \mathcal{H}_{n-1} , de dimension $n - 1$, défini par son vecteur normal \mathbf{k}_0 , qui approxime au mieux le spectre F de l'image nD . Ceci revient à résoudre :

$$\mathbf{k}_0 = \arg \min_{\|\mathbf{k}\|=1} \int_{\mathbb{R}^n} d^2(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{k}) |F(\boldsymbol{\omega})|^2 d\boldsymbol{\omega}, \quad (2.13)$$

où $d\boldsymbol{\omega} = d\omega_1 \dots d\omega_n$ et $d^2(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{k}) = (\boldsymbol{\omega}^t \mathbf{k})^2$.

On montre alors que \mathbf{k}_0 est le vecteur propre associée à la plus petite des valeurs propres de la

matrice d'inertie $A = (A_{ij})_{\substack{1 \leq i \leq n \\ 1 \leq j \leq n}}$ définie par :

$$A_{ij} = \int_{\mathbb{R}^n} \omega_i \omega_j |F(\boldsymbol{\omega})|^2 d\boldsymbol{\omega}. \quad (2.14)$$

Dans le cas bidimensionnel, si A possède deux valeurs propres telles que $\lambda_1 > \lambda_2 \geq 0$, la tendance directionnelle est donnée par le vecteur propre associé à λ_1 , plus grande valeur propre de A .

Notons que la dualité spatio-fréquentielle permet d'éviter le passage dans l'espace de Fourier. Il suffit pour cela d'utiliser le théorème de Parseval, qui transpose le calcul de la matrice A dans le domaine spatial :

$$A_{ij} = \frac{1}{4\pi^2} \int_{\mathbb{R}^n} \frac{\partial f}{\partial x_i} \frac{\partial f}{\partial x_j} d\mathbf{x}. \quad (2.15)$$

Cette formulation nous ramène donc à la recherche des valeurs propres de la matrice d'auto-corrélation des vecteurs gradients pris dans un voisinage donné. Cette approche est une analyse en composantes principales (ou *ACP*) du champs des gradients, technique sur laquelle nous reviendrons ; elle révèle la présence d'une direction dominante dans le voisinage considérée.

2.2.4 Statistiques directionnelles

La problématique est la suivante : étant donné un ensemble de mesures $\{\theta_i\}_{i=1\dots n}$, comment estimer une tendance directionnelle et comment évaluer la confiance relative à cette estimation ? La difficulté émane de la nature *circulaire* de l'orientation. En effet, pour les données circulaires, les statistiques descriptives classiques (moyenne, médiane, variance, etc.) ne s'appliquent pas ou du moins, ne sont pas calculées de la même façon que pour les données dites *classiques* [Ger97a]. Dans le cas de l'orientation, cette circularité se manifeste par deux caractéristiques :

- une orientation est une grandeur périodique définie modulo π ;
- il y a continuité de la mesure d'orientation entre les valeurs extrêmes 0 et π ; par exemple, l'écart d'orientation entre $\theta_0 = \epsilon$ et $\theta_1 = (\pi - \epsilon)$ est de 2ϵ et non de $\pi - 2\epsilon$.

De manière à prendre en compte ces particularités, plusieurs approches ont été proposées dans la littérature. Elles se ramènent toutes à l'estimation d'une moyenne vectorielle. En effet, l'idée consiste à considérer une orientation comme un vecteur. Ceci est d'autant plus intéressant que l'on dispose d'une confiance associée à l'estimation de l'orientation, ou simplement, que l'on dispose du module dans le cas où le gradient est directement utilisé pour la mesure de l'orientation.

2.2.4.1 Statistiques de vecteurs unitaires

Les premiers indicateurs statistiques circulaires ont été développés dans le cadre de l'étude de distributions de vecteurs unitaires, c'est à dire de vecteurs d'orientations $\theta \in [0, 2\pi[$ et de modules

unitaires [Mar72][Bat81]. Mardia [Mar72] étudie le cas général d'une variable aléatoire Θ définie modulo $\frac{2\pi}{k}$. Il propose d'estimer l'espérance mathématique de Θ par :

$$\langle \Theta \rangle_c = \frac{1}{k} \text{Arg}[\langle e^{jk\Theta} \rangle], \quad (2.16)$$

où $\langle . \rangle$ est l'espérance mathématique.

Ainsi, dans le cas d'une donnée axiale (définie sur $[0, \pi[$, par exemple l'orientation), l'espérance mathématique s'approxime par une moyenne arithmétique sous la forme :

$$\langle \Theta \rangle_c = \frac{1}{2} \text{Arg}[\langle e^{j2\Theta} \rangle] = \frac{1}{2} \text{Arg} \sum_{i=1}^n e^{j2\theta_i} = \frac{1}{2} \arctan \frac{\sum_{i=1}^n \sin 2\theta_i}{\sum_{i=1}^n \cos 2\theta_i}. \quad (2.17)$$

Ceci revient à sommer les vecteurs dont l'orientation a été doublée, ou encore, si l'on associe à chaque orientation un nombre complexe, à sommer les carrés des complexes. L'orientation moyenne est alors l'orientation du vecteur (ou complexe) résultant, divisée par deux.

De plus, Mardia propose une mesure de la variance circulaire S_0 basée sur le module de la somme des carrés des complexes :

$$S_0 = 1 - \frac{1}{n} \left\| \sum_{i=1}^n e^{2j\theta_i} \right\|. \quad (2.18)$$

La variance S_0 est normalisée : $S_0 \in [0, 1]$. L'écart type s_0 est défini dans le cas d'une loi gaussienne avec recouvrement (*normal overlapped* [Mar72]) par :

$$s_0 = \sqrt{-\frac{1}{2} \ln(1 - S_0)}, \quad s_0 \in [0, +\infty[. \quad (2.19)$$

2.2.4.2 Extension au cas de vecteurs non unitaires

On suppose à présent que l'on dispose, non pas d'un champ de vecteurs unitaires, mais d'un champ de vecteurs de normes quelconques : $\{\mathbf{v}_i\}_{i=1\dots n} = \{(\rho_i, \theta_i)\}_{i=1\dots n}$.

La démarche suivie par Rao [Rao90][Rao91][Rao92] consiste à chercher l'axe d'orientation $\hat{\theta}$ sur lequel la projection orthogonale du champ de vecteurs est maximale. Le critère se fonde sur la somme des carrés des normes des projections :

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta \in [0, \pi[} \sum_{i=1}^n \rho_i^2 \cos^2(\theta_i - \theta). \quad (2.20)$$

La dérivation de ce critère conduit à la solution suivante :

$$\tan 2\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i^2 \sin 2\theta_i}{\sum_{i=1}^n \rho_i^2 \cos 2\theta_i}. \quad (2.21)$$

Le résultat obtenu peut être interprété comme une extension de la formule de Mardia dans le cas de vecteurs non unitaires : en adoptant pour les vecteurs une notation complexe, l'orientation

moyenne est donnée par la moitié de l'argument de la somme des carrés des complexes associés aux vecteurs.

En notation cartésienne, cette formule s'avère plus simple à mettre en œuvre puisqu'elle permet d'éviter le calcul des sinus et cosinus des angles :

$$\tan 2\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n 2v_{i,x}v_{i,y}}{\sum_{i=1}^n v_{i,x}^2 - v_{i,y}^2}, \quad (2.22)$$

avec $v_{i,x} = \rho_i \cos \theta_i$ et $v_{i,y} = \rho_i \sin \theta_i$.

La formulation cartésienne est celle utilisée dans de nombreux travaux, citons notamment Kass et Witkin [Kas87] ou Jain [Jai97].

Remarque – Le Vecteur Directionnel Moyen, introduit par Germain [Ger97a][Ger97b], se fonde lui aussi sur l'approche de Mardia. Sa particularité repose sur une pondération différente des orientations par le module des vecteurs. La pondération choisie est linéaire et non quadratique. Ainsi, la formule (2.21) devient :

$$\tan 2\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n \rho_i \sin 2\theta_i}{\sum_{i=1}^n \rho_i \cos 2\theta_i}. \quad (2.23)$$

2.2.4.3 Les méthodes tensorielles

Nous avons vu précédemment (§2.2.3.2) que l'approche fréquentielle de Bigün [Big91] pouvait se ramener à un problème de décomposition en valeurs propres de la matrice d'autocorrélation A du champ de vecteurs gradients. Bigün montre par ailleurs que dans le cas 2D son approche se décline sous la formulation complexe développée ci-dessus, ce qui prouve l'équivalence de ces approches dans le cas bidimensionnel.

Nous appellerons *méthodes tensorielles* l'ensemble des méthodes basées sur la matrice d'autocorrélation, ou *tenseur*, du champ de vecteurs [Big91][Gar96][Don99]. Cette méthode est applicable quelle que soit la dimension des vecteurs considérés.

Rappelons le principe de cette méthode dans le cas bidimensionnel. Soit A la matrice 2×2 d'autocorrélation d'un nuage de vecteurs $\{(v_{i,x}, v_{i,y})^t\}_{i=1..n}$ (ce nuage peut par exemple représenter les orientations dans le voisinage d'un pixel). A est définie par l'espérance mathématique suivante :

$$A = E[(x_i, y_i)^t (x_i, y_i)] \quad (2.24)$$

En pratique, les termes de la matrice sont estimés par des moyennes arithmétiques :

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{n} \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^n v_{x,i}^2 & \sum_{i=1}^n v_{x,i}v_{y,i} \\ \sum_{i=1}^n v_{x,i}v_{y,i} & \sum_{i=1}^n v_{y,i}^2 \end{pmatrix}. \quad (2.25)$$

A est symétrique et semi-définie positive; elle est diagonalisable. Notons λ_1 et λ_2 les valeurs propres de A , telles que $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq 0$. Alors, selon les valeurs respectives de λ_1 et λ_2 , on dénombre trois cas de figure :

- $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$: les vecteurs sont nuls, c'est un cas dégénéré ;
- $\lambda_1 = \lambda_2 \neq 0$: soit le nuage est isotrope et aucune orientation ne se détache, soit il existe deux orientations ou plus, qui se compensent parfaitement de telle sorte qu'aucune ne domine ;
- $\lambda_1 > \lambda_2 \geq 0$: l'orientation principale du nuage est celle du vecteur propre unitaire associé à λ_1 , première valeur propre de A .

Revenons à l'application concrète qui consiste à déterminer la tendance directionnelle en un pixel quelconque P d'une image I de taille T . Les orientations locales sont couramment décrites par le champ des gradients mais la méthode est indifférente à la nature des vecteurs considérés. Notons $G = \{\mathbf{g}(u,v) = (g_1(u,v), g_2(u,v))^t\}_{u,v \in \{0..T-1\}}$ ce champ 2D de vecteurs.

Considérons les coordonnées (p,q) de P ; la tendance directionnelle au pixel P doit être calculée à partir du champ des vecteurs dans un voisinage $\mathcal{V}_{p,q}$ de P . On associe à P la matrice d'autocorrélation $A(p,q)$ des vecteurs calculés dans le voisinage $\mathcal{V}_{p,q}$. $A(p,q)$ est définie par :

$$A(p,q) = \frac{1}{\text{Card } \mathcal{V}_{p,q}} \begin{pmatrix} \sum_{(u,v) \in \mathcal{V}_{p,q}} g_x^2(u,v) & \sum_{(u,v) \in \mathcal{V}_{p,q}} g_x(u,v).g_y(u,v) \\ \sum_{(u,v) \in \mathcal{V}_{p,q}} g_x(u,v).g_y(u,v) & \sum_{(u,v) \in \mathcal{V}_{p,q}} g_y^2(u,v) \end{pmatrix}. \quad (2.26)$$

Le voisinage pris en compte peut être carré ou prendre n'importe quelle forme. Donias [Don99] propose l'adoption d'un voisinage carré, éventuellement décentré de façon adaptative.

La formule (2.26) affecte à tout vecteur, dans le voisinage considéré, un poids identique. Il est possible, dans le calcul de la direction principale du nuage, d'appliquer une pondération variable aux vecteurs, selon leur distance au pixel étudié. Kass et Witkin [Kas87] proposent une pondération gaussienne. Si l'on reprend le formalisme ci-dessus et que l'on appelle W le noyau de convolution du filtre pondérateur, alors la détermination de la tendance directionnelle consiste en la décomposition en valeurs propres d'une nouvelle matrice $B(p,q)$ définie par :

$$B(p,q) = \frac{1}{\text{Card } \mathcal{V}_{p,q}} \begin{pmatrix} \sum_{(u,v) \in \mathcal{V}_{p,q}} h_x^2(u,v) & \sum_{(u,v) \in \mathcal{V}_{p,q}} h_x(u,v).h_y(u,v) \\ \sum_{(u,v) \in \mathcal{V}_{p,q}} h_x(u,v).h_y(u,v) & \sum_{(u,v) \in \mathcal{V}_{p,q}} h_y^2(u,v) \end{pmatrix}, \quad (2.27)$$

où $(h_x, h_y)^t$ désignent les coordonnées du nouveau champ H de vecteurs issu de la convolution avec le noyau gaussien :

$$H = \{\mathbf{h}(u,v) = (h_x(u,v), h_y(u,v))^t\}_{u,v \in \{0..T-1\}} \quad \text{avec} \quad h_x(u,v) = W * g_x(u,v) \quad (2.28)$$

$$\text{et} \quad h_y(u,v) = W * g_y(u,v)$$

Le paramètre contrôlant l'étendue de cette gaussienne détermine l'échelle d'estimation de la tendance directionnelle. Gårding [Gar96] propose pour le choix de ce paramètre une méthode fondée sur la théorie *échelle-espace* (*scale-space theory*). La mise en œuvre de cette théorie consiste à chercher l'échelle qui maximise un descripteur de la matrice d'autocorrélation. Ce descripteur peut être une combinaison quelconque, linéaire ou non, des dérivées normalisées (par exemple, la trace ou le déterminant de la matrice).

L'*Analyse en Composantes Principales* ou *ACP* consiste à déterminer les axes principaux d'un nuage de points (de vecteurs) par la décomposition en valeurs propres de la matrice de covariance du nuage (et non de la matrice d'autocorrélation). Donias [Don99] utilise cette technique pour déterminer l'orientation principale d'un champ de gradients. Toutefois, ce champ de gradient n'étant pas forcément centré (de moyenne nulle), il remplace le champ de vecteurs par le champ des directeurs, un directeur étant le couple formé d'un vecteur et de son opposé. Cette technique permet d'obtenir un nuage symétrique et de pouvoir effectuer une ACP. On montre en réalité que la matrice de covariance des directeurs est proportionnelle à la matrice d'autocorrélation du champ de vecteurs ; elles possèdent les mêmes espaces propres. La technique tensorielle et l'ACP d'un champ de directeurs sont donc équivalentes.

2.2.5 Propositions pour un indice de confiance

Compte tenu des observations relatives au comportement inadéquat du module du gradient (§2.2.1.5), nous choisissons d'adopter, comme mesure de confiance liée à l'estimation locale de l'orientation, un indicateur fondé sur une information de voisinage. Plus précisément, l'indice de confiance η , calculé en un pixel P de coordonnées (p,q) , reposera sur une mesure de la cohérence entre l'estimation en P et les estimations dans un voisinage $\mathcal{V}(p,q)$ de P .

2.2.5.1 Variances directionnelles

Les techniques statistiques présentées précédemment (§2.2.4) fournissent, outre des estimations de la tendance directionnelle, des mesures de la variabilité du champ de données considéré.

Dans les approches matricielles par exemple, la diagonalisation des matrices d'autocorrélation ou de covariance du champ de vecteurs dans un voisinage donné, fournit, dans le cas 2D, deux

valeurs propres, λ_1 et λ_2 . La pertinence de la tendance directionnelle estimée est directement liée aux valeurs respectives de λ_1 et λ_2 . Plus les deux valeurs propres sont proches, plus le nuage est isotrope et plus la confiance dans l'estimation est faible. Prenons comme exemples les deux indicateurs proposés par Bigün [Big91] :

$$C_{f1} = 4\pi^2(\lambda_1 - \lambda_2) \quad \text{et} \quad C_{f2} = \left(\frac{\lambda_1 - \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}\right). \quad (2.29)$$

L'indicateur C_{f1} n'est pas normalisé. Sa valeur dépend des amplitudes des vecteurs considérés : s'il s'agit de vecteurs gradients, C_{f1} sera lié à la dynamique de l'image sur le voisinage de calcul. En revanche, le deuxième indicateur est normalisé : $C_{f2} \in [0,1]$. Il témoigne uniquement de la dispersion des vecteurs. C'est également l'opérateur choisi par Donias dans [Don99].

La définition de la variance circulaire donnée par Mardia [Mar72] est propre aux vecteurs unitaires puisqu'elle ne tient pas compte du module des vecteurs (voir §2.2.4.1). L'extension de cette définition pour des vecteurs normés peut être écrite sous la forme :

$$S'_0 = 1 - \frac{\|\sum_{i=1}^n \rho_i^2 e^{2j\theta_i}\|}{\sum_{i=1}^n \rho_i^2}. \quad (2.30)$$

Si les orientations sont toutes identiques alors S'_0 est nul, la variance est minimale ; si la somme des complexes est nulle, alors S'_0 est égale à 1, la variance est maximale. Un choix naturel d'indice de confiance fondé sur les statistiques directionnelles est donné par C'_0 :

$$C'_0 = 1 - S'_0 = \frac{\|\sum_{i=1}^n \rho_i^2 e^{2j\theta_i}\|}{\sum_{i=1}^n \rho_i^2}. \quad (2.31)$$

Remarquons toutefois que de tels indicateurs (C_{f1} , C_{f2} et C'_0) sont représentatifs de la confiance que l'on aurait dans l'estimation de la tendance directionnelle moyenne dans un certain voisinage. Ces indicateurs sont liés à la variance des mesures dans ce voisinage. En réalité, il s'agit pour nous de définir un indicateur de la cohérence d'une mesure locale par rapport aux mesures effectuées dans le voisinage considéré, ce qui n'est pas tout à fait la même chose.

2.2.5.2 Cohérence d'une orientation

Notre problématique est la suivante : disposant d'une estimation θ en un point donné P ainsi que des estimations $\{\theta_i\}_{i=1\dots n}$ en tout point d'un voisinage \mathcal{V} de P , nous cherchons une mesure de la cohérence de l'orientation θ , vis à vis de ce voisinage. Proposons comme indice de cohérence l'indicateur η défini par :

$$\eta = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |\cos(\theta_i - \theta_0)|. \quad (2.32)$$

Cette formule est une simplification de celle proposée par Rao [Rao91] qui prend en compte les vecteurs gradients (module et orientation) et non l'orientation seule. Son indicateur mesure la cohérence des vecteurs gradients et non des orientations.

Examinons le comportement de η sur quelques exemples simples. La figure 2.4 présente trois champs d'orientations représentés par des vecteurs. Nous cherchons à proposer une mesure de la cohérence de l'orientation du pixel central étant données les mesures des orientations dans son voisinage (ici, un voisinage carré de taille 3×3). Le premier champ (figure 2.4a) comporte des orientations toutes identiques. Le deuxième champ (figure 2.4b) présente une orientation centrale $\theta_0 = 0$ et des orientations périphériques toutes égales à $\frac{\pi}{2}$. Enfin, dans le troisième champ (figure 2.4c), l'orientation centrale est nulle et les orientations périphériques se répartissent en nombre égal entre deux valeurs différentes : $-\frac{\pi}{8}$ et $\frac{\pi}{8}$. Notons respectivement η_a , η_b et η_c , les valeurs de notre indicateur dans les trois cas de figure.

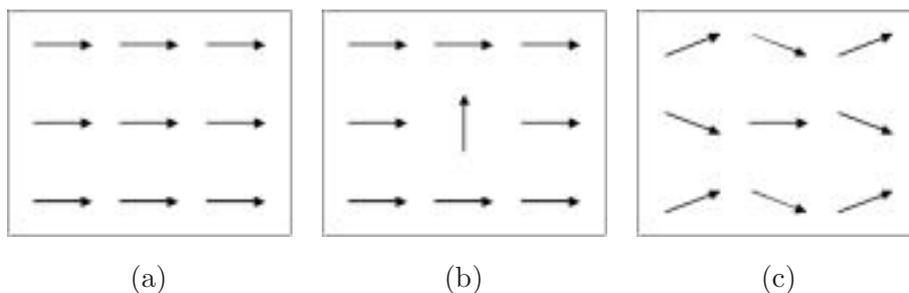


FIG. 2.4 – Exemples de champs d'orientations de taille 3×3 .

Les valeurs obtenues pour l'indicateur η sont les suivantes :

$$\eta_a = 1, \quad \eta_b = 0 \quad \text{et} \quad \eta_c = \cos \frac{\pi}{8} = 0,92. \quad (2.33)$$

En comparaison, les valeurs de la confiance C'_0 , fondée sur la variance directionnelle, sont notées respectivement C_a , C_b et C_c pour les trois configurations :

$$C_a = 1, \quad C_b = \frac{7}{9} = 0,78 \quad \text{et} \quad C_c = \frac{1}{9}(8 \cos \frac{\pi}{4} + 1) = 0,74. \quad (2.34)$$

On remarque que l'indicateur C'_0 fournit des valeurs presque identiques dans les deux dernières configurations alors qu'il s'agit de champs tout à fait différents. Il ne compare pas l'orientation centrale avec les huit autres orientations du voisinage mais fournit une mesure de la variance globale dans le voisinage. Ainsi, alors que dans le cas (b) l'orientation centrale est très différente des autres, l'indicateur C'_0 ne le détecte pas.

En revanche, notre indicateur η satisfait au comportement attendu. Dans le cas (b) où l'orien-

tation centrale est la plus différente possible de toutes les autres, sa valeur η_b est nulle. De plus, cet indicateur différencie les deux dernières configurations, ce qui n'était pas le cas de C'_0 .

2.2.6 Bilan

L'état de l'art que nous venons de dresser nous montre l'éventail des approches envisageables pour la mesure de l'orientation. Les particularités de chacune d'elles leur permettent d'être utilisées de façon adéquate dans des contextes précis ou dans des cadres plus généraux. Toutefois, compte tenu des objectifs que nous nous sommes fixés concernant la localité, la précision ou la robustesse de l'estimation, certaines de ces méthodes n'ont pas les performances souhaitées et aucune d'elles n'est optimale dans le cadre de notre étude. Aussi avons nous choisi de développer une approche originale que nous détaillerons par la suite. Notons cependant que cette nouvelle approche s'appuiera en partie sur certaines des techniques recensées ci-dessus : la mesure de cohérence (ou confiance) dérivée des méthodes statistiques, ou l'estimation de l'orientation par le gradient ont suscité notre intérêt et seront intégrées dans notre approche.

2.3 Les opérateurs Gradient et Vallonnement

2.3.1 Objectifs

Compte tenu des objectifs fixés dans l'introduction (§2.1), nous cherchons une méthode de mesure de l'orientation qui soit adaptée aux textures directionnelles. Ces dernières ont la particularité de présenter des motifs texturaux orientés. Modélisons localement ces motifs texturaux par la fonction directionnelle f , construite sur la fonction transverse h :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{Z}^2 &\rightarrow \mathbb{R}, \\ (x,y) &\rightarrow h(y \cdot \cos \theta - x \cdot \sin \theta). \end{aligned} \tag{2.35}$$

L'orientation locale de la texture en un point donné est l'orientation θ de la courbe de niveau passant par ce point.

Faisons à présent une analogie topographique : les extrema de la fonction transverse h déterminent les *crêtes* et les *vallées* de notre image. Dans le cas particulier d'une fonction h périodique, par exemple $h(t) = \sin t$, l'image présente une alternance périodique de crêtes et de vallées (cf. FIG. 1.2a).

Les méthodes d'estimation de l'orientation fondées sur une mesure du gradient local ont le défaut d'être inadéquates au voisinage des crêtes et des vallées de l'image. En l'absence de bruit, seuls les points situés exactement sur les lignes de crêtes et de vallées sont problématiques. Compte tenu de l'échantillonnage inhérent à la numérisation de l'image, la présence de tels points est peu probable ou pour le moins limitée ; l'orientation est donc théoriquement calculable en tout point de gradient non nul. En pratique, la présence de bruit sur une image perturbe la mesure de l'orientation. Aux abords des crêtes et des vallées, où la dynamique est faible, le gradient est en effet très sensible au bruit. En revanche, on peut noter que le gradient est bien adapté à la mesure de l'orientation sur les flancs des motifs texturaux, où la dynamique est forte.

La méthode que nous proposons est née de travaux récents sur la mesure de l'orientation locale [DC01c][LP01][LP02]. Elle se fonde sur la coopération de deux opérateurs. Le premier n'est autre que le gradient, bien adapté aux flancs des motifs texturaux. Le second, que nous appellerons *vallonnement*, est adapté à la mesure de l'orientation aux abords des crêtes et des vallées, où sa réponse est la plus forte (cf. FIG. 2.5).

Ces deux opérateurs seront tout d'abord présentés d'un point de vue général : nous donnerons les formes génériques des masques de convolution qui leur sont associés et montrerons comment la mesure de l'orientation en est déduite. Nous aborderons ensuite le problème du placement

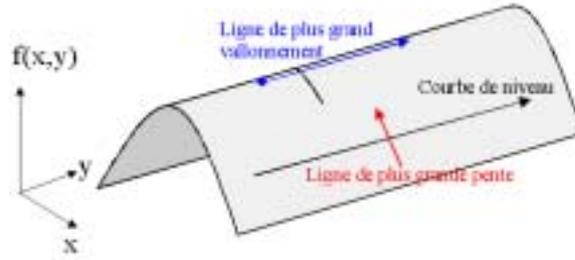


FIG. 2.5 – Lignes de plus fort gradient et de plus fort vallonement.

des coefficients des masques, en fonction de la taille et de la forme des opérateurs choisis. Enfin, nous proposerons une méthode de combinaison des deux opérateurs.

2.3.2 L'opérateur gradient généralisé

Plusieurs auteurs ont proposé des opérateurs pour le calcul du gradient. Certains de ces opérateurs sont choisis pour leur localité (e.g. Prewitt, Sobel), d'autres pour des critères de lissage [Kas87] ou d'optimalité [Der87]. La discrétisation de ces différentes approches débouche, dans tous les cas, sur la détermination de masques de convolution, de taille finie (Réponse Impulsionnelle Finie) ou infinie (Réponse Impulsionnelle Infinie). Dans ce dernier cas, c'est une implémentation récursive qui est préconisée [Der87]

Nous allons présenter une généralisation des approches fondées sur des filtres à réponse impulsionnelle finie, et poser le formalisme nécessaire à la phase d'optimisation que nous aborderons par la suite.

2.3.2.1 Masque de convolution et expression de l'orientation

L'approche gradient met en œuvre la convolution de l'image avec un masque horizontal G_x et un masque vertical G_y . G_x présente une antisymétrie et une symétrie respectivement selon les axes vertical (Oy) et horizontal (Ox) (cf. Fig. 2.6). Le masque vertical G_y résulte de la rotation de G_x d'un angle $\frac{\pi}{2}$.

G_x est composé du jeu de coefficients D_G défini par :

$$D_G = (d_{ij}^g)_{(i,j) \in S_G}, \quad \text{avec } S_G \subset \mathbb{N}_* \times \mathbb{N}. \quad (2.36)$$

De par les propriétés de symétrie et d'antisymétrie, les coefficients de D_G vérifient :

$$\forall (i,j) \in S_G, \quad d_{ij} = d_{i,-j} \quad \text{et} \quad d_{ij} = -d_{-i,j} \quad (2.37)$$

Nous considérons des filtres à réponse impulsionnelle finie. S_G est donc borné.

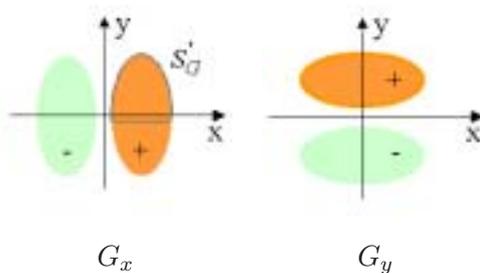


FIG. 2.6 – Masques génériques pour l'estimation du gradient.

Soient g_x et g_y les produits des convolutions de l'image avec les masques G_x et G_y respectivement :

$$\begin{aligned} g_x &= G_x * f, \\ g_y &= G_y * f. \end{aligned} \quad (2.38)$$

L'orientation du vecteur gradient $(g_x, g_y)^t$ en tout pixel (i_0, j_0) est alors donnée par :

$$\hat{\theta}(i_0, j_0) = \arctan \frac{-g_x(i_0, j_0)}{g_y(i_0, j_0)}. \quad (2.39)$$

La fonction arctan fournit une orientation sur $] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, ce qui nous convient tout à fait, étant donnée la périodicité de l'information d'orientation.

2.3.2.2 Cas d'une fonction directionnelle

Nous allons à présent expliciter g_x et g_y dans le cas d'une fonction f directionnelle. Les développements mathématiques et les résultats seront donnés pour le terme g_x ; nous donnerons les expressions équivalentes pour le terme g_y .

La composante g_x , issue de la convolution du masque G_x et de l'image, peut s'écrire pour un pixel (i_0, j_0) , de la manière suivante :

$$g_x(i_0, j_0) = \sum_{(i,j) \in S_G} d_{ij}^g f(i_0 + i, j_0 + j). \quad (2.40)$$

Si l'on utilise à présent les propriétés de symétrie et d'antisymétrie du masque, il vient :

$$g_x(i_0, j_0) = \sum_{(i,j) \in S'_G} a_{ij} [f(i_0 + i, j_0 + j) + f(i_0 + i, j_0 - j) - f(i_0 - i, j_0 + j) - f(i_0 - i, j_0 - j)], \quad (2.41)$$

où $S'_G \subset \mathbb{N}_*^+ \times \mathbb{N}^+$ et les coefficients a_{ij} sont définis par :

$$\begin{cases} a_{ij} = d_{ij}^g, & \forall i \in \mathbb{N}_*^+, \forall j \neq 0, \\ a_{i0} = \frac{1}{2} d_{i0}^g, & \forall i \in \mathbb{N}_*^+. \end{cases} \quad (2.42)$$

Pour f , fonction de deux variables, infiniment dérivable et continue en (i_0, j_0) , le développement en série de Taylor de f est le suivant :

$$f(i_0 + i, j_0 + j) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \left(i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} \right)^k f(i_0, j_0). \quad (2.43)$$

Si l'on injecte ce développement dans l'équation (2.41), on obtient l'expression suivante :

$$G_x(i_0, j_0) = \sum_{(i,j) \in S'_G} a_{ij} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \Lambda_{ij}^k f(i_0, j_0), \quad (2.44)$$

où Λ_{ij}^k est l'opérateur défini, pour toute fonction dérivable à l'ordre k , par :

$$\Lambda_{ij}^k = \left(i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} \right)^k + \left(i \frac{\partial}{\partial x} - j \frac{\partial}{\partial y} \right)^k - \left(-i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} \right)^k - \left(-i \frac{\partial}{\partial x} - j \frac{\partial}{\partial y} \right)^k. \quad (2.45)$$

L'expression du binôme de Newton nous donne :

$$\left(i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} \right)^k = \sum_{l=0}^k C_k^l i^l j^{k-l} \frac{\partial^k}{\partial x^l \partial y^{k-l}}. \quad (2.46)$$

Pour une texture directionnelle, on peut écrire $f(x, y) = h(y.c - x.s)$ avec $c = \cos \theta$ et $s = \sin \theta$.

Les dérivées partielles de f s'expriment en fonction des dérivées successives de h :

$$\frac{\partial^k}{\partial x^l \partial y^{k-l}} f(i_0, j_0) = s^l c^{k-l} (-1)^l h^{(k)}(j_0.c - i_0.s). \quad (2.47)$$

Il vient alors :

$$\Lambda_{ij}^k f(i_0, j_0) = h^{(k)}(j_0.c - i_0.s) \sum_{l=0}^k C_k^l s^l c^{k-l} (-1)^l i^l j^{k-l} u(k, l), \quad (2.48)$$

où la fonction u vérifie :

$$u(k, l) = \begin{cases} 4 & \text{si } k \text{ et } l \text{ sont impairs} \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (2.49)$$

Les équations (2.41), (2.48) et (2.49) permettent d'exprimer la composante horizontale g_x du gradient sous la forme d'une série faisant intervenir les dérivées successives de la fonction h :

$$g_x(i_0, j_0) = -4 \sum_{k \text{ impair}} h^{(k)}(j_0.c - i_0.s) \sum_{\substack{l=1 \\ \text{impair}}}^k \frac{s^l c^{k-l}}{l!(k-l)!} \sum_{(i,j) \in S'_G} i^l j^{k-l} a_{ij}. \quad (2.50)$$

On peut procéder à des développements similaires pour la composante verticale g_y . Le masque vertical G_y étant égal au masque G_x à une rotation de $\frac{\pi}{2}$ près, il est possible d'exprimer g_y en fonction des mêmes coefficients a_{ij} et des dérivées successives de h :

$$g_y(i_0, j_0) = 4 \sum_{k \text{ impair}} h^{(k)}(j_0.c - i_0.s) \sum_{\substack{l=0 \\ \text{pair}}}^{k-1} \frac{s^l c^{k-l}}{l!(k-l)!} \sum_{(i,j) \in S'_G} i^{k-l} j^l a_{ij}. \quad (2.51)$$

On rappelle que s et c désignent le sinus et le cosinus de l'orientation théorique θ de la texture. Les expressions (2.50) et (2.51) sont générales et s'appliquent à n'importe quelle fonction transverse. Les développements en série de Taylor n'étant pas tronqués, ces formules sont exactes. Elles seront explicitées et utilisées ultérieurement dans la procédure d'optimisation.

2.3.3 Le Vallonnement

2.3.3.1 Principe

L'idée consiste à développer un opérateur qui soit capable de fournir une estimation fiable de l'orientation sur les crêtes et les vallées de l'image. Pour cela, l'opérateur doit être sensible à la présence de tels motifs topographiques.

Dans le contexte de l'inspection de textures, Davies [Dav98][Dav01] introduit la notion de *détecteur de lignes*. Son objectif est de mesurer l'orientation de motifs longilignes en un minimum d'opérations. En s'inspirant des techniques de mesure du gradient en détection de contour, il propose pour la détection de lignes, de trouver deux masques de convolution à partir desquels l'orientation des motifs est déduite.

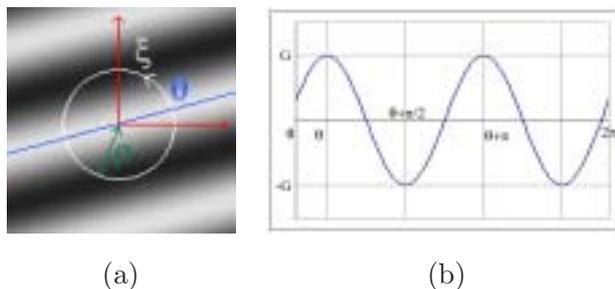


FIG. 2.7 – Principe de l'opérateur vallonnement : (a) texture sinusoïdale, (b) intensité le long du cercle de rayon ρ .

Partons de l'hypothèse suivante : si l'on se place sur un point d'une ligne de crête, la variation d'intensité, autour de ce point, à une certaine distance ρ , est approximativement sinusoïdale (voir Fig. 2.7). Désignons par r cette variation d'intensité :

$$r(\xi) = G \cos 2(\xi - \theta), \quad \text{pour } \xi \in [0, 2\pi]. \quad (2.52)$$

Soient $p_0(\xi) = \cos 2\xi$ et $p_{\frac{\pi}{2}}(\xi) = \sin 2\xi$ les deux fonctions de base utilisées dans les fonctionnelles suivantes :

$$v_0 = \int_0^{2\pi} p_0(\xi) \cdot r(\xi) d\xi \quad \text{et} \quad v_{\frac{\pi}{2}} = \int_0^{2\pi} p_{\frac{\pi}{2}}(\xi) \cdot r(\xi) d\xi. \quad (2.53)$$

On montre que :

$$v_0 = G\pi \cos 2\theta \quad \text{et} \quad v_{\frac{\pi}{2}} = G\pi \sin 2\theta. \quad (2.54)$$

Les expressions de v_0 et $v_{\frac{\pi}{2}}$ débouchent donc sur une estimation de l'orientation, à $\frac{\pi}{2}$ près :

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{v_{\frac{\pi}{2}}}{v_0} + \epsilon \frac{\pi}{2}, \quad \text{avec } \epsilon \in \{0,1\}. \quad (2.55)$$

Ainsi, l'orientation en tout point d'une crête (ou d'une vallée) peut être obtenue, à $\frac{\pi}{2}$ près, par le calcul des deux fonctionnelles v_0 et $v_{\frac{\pi}{2}}$. Naturellement, ce résultat dépend de la validité de l'hypothèse selon laquelle l'intensité suit une variation sinusoïdale autour d'un point de crête ou de vallée. De plus, la fonction $r(\xi)$ n'est pas calculable en pratique sur une image discrète ; aussi a-t-on envisagé de remplacer le calcul de ces fonctionnelles par l'application de masques de convolution selon une approche décrite dans le paragraphe qui suit. Nous verrons également, par la suite, comment est levée l'indétermination à $\frac{\pi}{2}$.

2.3.3.2 Masques de convolution

A présent, généralisons l'approche ci-dessus à des masques de convolution de taille quelconque vérifiant les propriétés de symétrie et d'antisymétrie des fonctions de base p_0 et $p_{\frac{\pi}{2}}$.

Les deux masques génériques, que nous noterons V_1 et V_2 , sont donnés sur la figure 2.8.

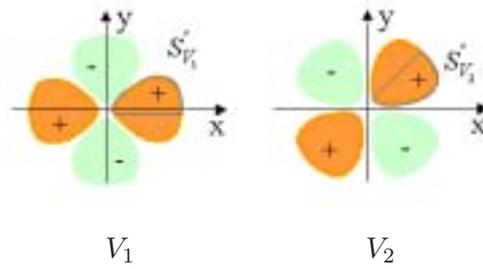


FIG. 2.8 – Masques de vallonnement V_1 et V_2 pour l'estimation de l'orientation.

Le masque *horizontal* V_1 présente deux symétries, par rapport à l'axe horizontal et l'axe vertical, et deux antisymétries par rapport aux deux diagonales. Il est composé du jeu de coefficients, D_{V_1} défini par :

$$D_{V_1} = (d_{ij}^{v_1})_{(i,j) \in S_{V_1}}, \quad \text{avec } S_{V_1} \subset \{(i,j) \in \mathbb{N}^2 \text{ tels que } i \neq j\}. \quad (2.56)$$

Les symétries et antisymétries de V_1 conduisent aux propriétés suivantes :

$$\forall (i,j) \in S_{V_1}, \quad d_{ij}^{v_1} = d_{i,-j}^{v_1} = d_{-i,j}^{v_1} \quad \text{et} \quad d_{ij}^{v_1} = -d_{ji}^{v_1}. \quad (2.57)$$

Le masque *diagonal* V_2 présente deux antisymétries, par rapport à l'axe horizontal et l'axe vertical, et deux antisymétries par rapport aux deux diagonales. Il est composé du jeu de coefficients, D_{V_2} défini par :

$$D_{V_2} = (d_{ij}^{v_2})_{(i,j) \in S_{V_2}}, \quad \text{avec } S_{V_2} \subset \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^*. \quad (2.58)$$

Les symétries et antisymétries de V_2 conduisent aux propriétés suivantes :

$$\forall(i,j) \in S_{V_2}, \quad d_{ij}^{v_2} = -d_{i,-j}^{v_2} = -d_{-i,j}^{v_2} \quad \text{et} \quad d_{ij}^{v_2} = d_{ji}^{v_2}. \quad (2.59)$$

Comme pour le gradient, les masques sont à réponse impulsionnelle finie : les domaines S_{V_1} et S_{V_2} sont donc bornés.

Soient v_1 et v_2 les produits de la convolution de l'image avec les masques V_1 et V_2 respectivement :

$$\begin{aligned} v_1 &= V_1 * f, \\ v_2 &= V_2 * f. \end{aligned} \quad (2.60)$$

L'orientation de la texture en tout pixel (i_0, j_0) est alors estimée par :

$$\hat{\theta}(i_0, j_0) = \frac{1}{2} \arctan \frac{v_2(i_0, j_0)}{v_1(i_0, j_0)} + \epsilon \frac{\pi}{2}, \quad \text{avec} \quad \epsilon \in \{0, 1\}. \quad (2.61)$$

La valeur $\hat{\theta}(i_0, j_0)$ est comprise entre $-\frac{\pi}{4}$ et $\frac{3\pi}{4}$. Afin de se ramener à l'intervalle de définition d'une orientation, $[0, \pi[$ ou $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, il suffit de considérer cette estimation modulo π .

Il reste cependant à lever l'indétermination à $\frac{\pi}{2}$. Cette indétermination provient du fait que l'on occulte, dans cette procédure de calcul, la valeur du pixel sur lequel on cherche à réaliser l'estimation. Mettons en évidence cette indétermination par un exemple simple.

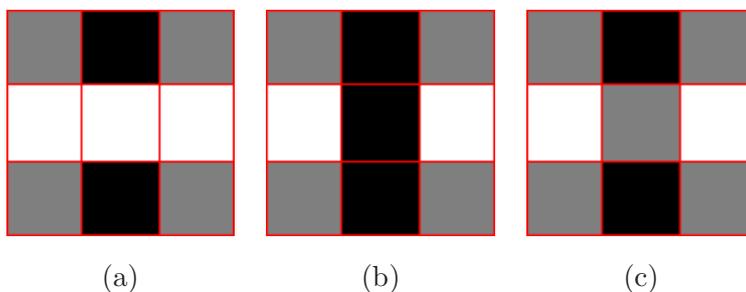


FIG. 2.9 – Indétermination à $\frac{\pi}{2}$ de l'orientation donnée par l'opérateur V : (a) l'orientation perceptuelle est celle de la crête, en blanc ; (b) l'orientation est celle de la vallée, en noir ; (c) l'orientation est indéterminée.

La figure 2.9 montre trois imagerie élémentaires de taille 3×3 , pour lesquelles tous les pixels sont identiques à l'exception du pixel central. Dans les trois cas, les valeurs de v_1 et v_2 , calculées pour le pixel central, sont les mêmes. Pourtant, d'un point de vue perceptuel, ces trois cas de figure sont différents. L'orientation perçue pour l'imagerie (a) est celle de la ligne de crête i.e. une orientation nulle. Dans le cas (b), l'orientation est celle de la ligne de vallée i.e. une orientation de $\frac{\pi}{2}$. Enfin, dans le dernier cas (c), l'orientation est indéterminée.

Pour lever l'indétermination induite par l'équation (2.61), nous proposons d'utiliser un critère portant sur la valeur du pixel d'analyse. Tout d'abord, introduisons la fonction $arctan_2$ définie par :

$$\begin{aligned} arctan_2 : \mathbb{R}^2 &\rightarrow]-\pi, \pi] \\ (x, y) &\rightarrow \begin{cases} arctan(\frac{y}{x}) & si \ x > 0, \\ arctan(\frac{y}{x}) + Sgn(y).\pi & si \ x < 0, \\ Sgn(y).\frac{\pi}{2} & si \ x = 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (2.62)$$

où Sgn désigne la fonction *signe*. La fonction $arctan_2$ permet d'inverser la fonction tan en donnant un résultat sur l'intervalle $]-\pi, \pi]$ alors que la fonction classique $arctan$ fournit une valeur sur la moitié seulement de cet intervalle. Ces deux fonctions sont semblables aux fonctions $arctan$ et $arctan2$ du langage C.

Nous allons remplacer dans l'équation (2.61) l'utilisation de la fonction $arctan$ par celle de $arctan_2$. Nous proposons alors, pour l'estimation de l'orientation, la formule suivante :

$$\hat{\theta}(i_0, j_0) = \frac{1}{2} arctan_2(v_1(i_0, j_0), v_2(i_0, j_0)) + \epsilon(i_0, j_0) \cdot \frac{\pi}{2} \pmod{\pi}. \quad (2.63)$$

La fonction ϵ détermine si le pixel courant fait partie d'une crête ou d'une vallée. Elle est définie par :

$$\epsilon(i_0, j_0) = \begin{cases} 0 & si \ f(i_0, j_0) \geq \bar{f}(i_0, j_0) \\ 1 & si \ f(i_0, j_0) < \bar{f}(i_0, j_0) \end{cases} \quad (2.64)$$

La fonction $\bar{f}(i_0, j_0)$ désigne une moyenne arithmétique des niveaux de gris dans un voisinage du pixel courant, par exemple :

$$\bar{f}(i_0, j_0) = \frac{1}{Card(S_{V_1} \cup S_{V_2})} \sum_{(i, j) \in S_{V_1} \cup S_{V_2}} f(i_0 + i, j_0 + j). \quad (2.65)$$

Ainsi, en faisant intervenir les signes respectifs de v_1 et v_2 ainsi que la valeur du pixel d'analyse par rapport à son voisinage, la formule (2.63) permet de lever le problème d'indétermination, dans le cas de motifs simples, conformes au modèle directionnel que nous avons choisi d'utiliser.

Remarque – Dans le cas critique où $f(i_0, j_0) \simeq \bar{f}(i_0, j_0)$, bien que par convention la fonction ϵ fournisse une valeur, il est difficile, même intuitivement, de déterminer si le point en question fait partie de la crête ou de la vallée (cf. Fig. 2.10). Cette configuration de *selle* (en anglais, *saddle point*) est toutefois en dehors de notre contexte d'étude puisque nous avons choisi de développer des opérateurs d'estimation de l'orientation dans le cas de textures directionnelles. En effet,

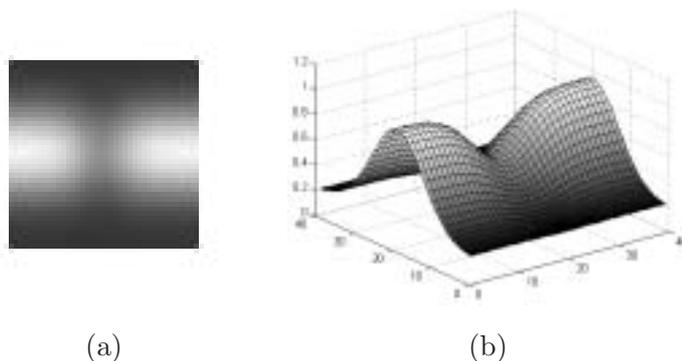


FIG. 2.10 – Indétermination de l'orientation en un point de selle : (a) représentation 2D, (b) représentation 3D.

une configuration de selle correspondrait à un modèle faisant intervenir deux modulations, selon deux axes orthogonaux :

$$f(x,y) = h_1(y \cos \theta - x \sin \theta).h_2(x \cos \theta + y \sin \theta). \quad (2.66)$$

2.3.3.3 Cas d'une fonction directionnelle

Comme nous l'avons fait pour le gradient, nous pouvons développer les expressions de v_1 et v_2 dans le cas d'une fonction f directionnelle. Exprimons tout d'abord v_1 comme le produit de convolution de f et du masque V_1 :

$$v_1(i_0, j_0) = \sum_{(i,j) \in S_{V_1}} d_{ij}^{v_1} f(i_0 + i, j_0 + j). \quad (2.67)$$

Si l'on utilise les propriétés de symétrie et d'antisymétrie du masque V_1 , l'expression (2.67) peut s'écrire en fonction des seuls coefficients b_{ij} relatifs au domaine S'_{V_1} (voir Fig. 2.8) :

$$v_1(i_0, j_0) = \sum_{(i,j) \in S'_{V_1}} b_{ij} [f(i_0 + i, j_0 + j) + f(i_0 + i, j_0 - j) + f(i_0 - i, j_0 + j) + f(i_0 - i, j_0 - j) - f(i_0 + j, j_0 + i) - f(i_0 - j, j_0 + i) - f(i_0 + j, j_0 - i) - f(i_0 - j, j_0 - i)], \quad (2.68)$$

où $S'_{V_1} \subset \{(i,j) \in \mathbb{N}_*^+ \times \mathbb{N}^+ \mid j < i\}$ et les coefficients b_{ij} sont définis par :

$$\begin{cases} b_{ij} = d_{ij}^{v_1}, & \forall i \in \mathbb{N}_*^+, \forall j \neq 0, \\ b_{i0} = \frac{1}{2}d_{i0}^{v_1}, & \forall i \in \mathbb{N}_*^+. \end{cases} \quad (2.69)$$

De même que pour le gradient, si l'on injecte dans (2.68) le développement en série de Taylor de la fonction f , on aboutit à l'expression suivante :

$$v_1(i_0, j_0) = \sum_{(i,j) \in S'_{V_1}} b_{ij} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!} \Gamma_{ij}^k f(i_0, j_0), \quad (2.70)$$

où Γ_{ij}^k est l'opérateur défini, pour toute fonction dérivable à l'ordre k , par :

$$\begin{aligned} \Gamma_{ij}^k = & (i\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y})^k + (i\frac{\partial}{\partial x} - j\frac{\partial}{\partial y})^k + (-i\frac{\partial}{\partial x} + j\frac{\partial}{\partial y})^k + (-i\frac{\partial}{\partial x} - j\frac{\partial}{\partial y})^k \\ & - (j\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y})^k - (j\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y})^k - (-j\frac{\partial}{\partial x} + i\frac{\partial}{\partial y})^k - (-j\frac{\partial}{\partial x} - i\frac{\partial}{\partial y})^k. \end{aligned} \quad (2.71)$$

Si nous développons $\Gamma_{ij}^k f$, dans le cas d'une fonction directionnelle $f(x,y) = h(y_c - xs)$, nous obtenons :

$$\Gamma_{ij}^k f(i_0, j_0) = h^{(k)}(j_0.c - i_0.s) \sum_{l=0}^k C_k^l s^l c^{k-l} (-1)^l (i^l j^{k-l} - j^l i^{k-l}) v(k, l), \quad (2.72)$$

où la fonction v vérifie :

$$\begin{aligned} v(k, l) = & 4 \quad \text{si } k \text{ et } l \text{ sont pairs} \\ & 0 \quad \text{sinon.} \end{aligned} \quad (2.73)$$

Les équations (2.68), (2.72) et (2.73) permettent d'exprimer la composante v_1 du vallonement sous la forme d'une série faisant intervenir les dérivées successives de la fonction transverse h :

$$v_1(i_0, j_0) = 4 \sum_{\substack{k=0 \\ \text{pair}}}^{\infty} h^{(k)}(j_0.c - i_0.s) \sum_{\substack{l=0 \\ \text{pair}}}^k \frac{s^l c^{k-l}}{l!(k-l)!} \sum_{(i,j) \in S'_{V_1}} (i^l j^{k-l} - j^l i^{k-l}) b_{ij}. \quad (2.74)$$

A la différence du couple de masques G_x et G_y , les masques V_1 et V_2 ne sont pas liés, l'un et l'autre, par une rotation. Ils sont composés de coefficients différents. Cependant, si l'on fait intervenir le jeu de coefficients c_{ij} (défini ci-dessous), on peut mener des développements similaires pour v_2 à partir de l'expression suivante :

$$\begin{aligned} v_2(i_0, j_0) = & \sum_{(i,j) \in S'_{V_2}} c_{ij} [f(i_0 + i, j_0 + j) - f(i_0 + i, j_0 - j) + f(i_0 - i, j_0 - j) - f(i_0 - i, j_0 + j) \\ & + f(i_0 + j, j_0 + i) - f(i_0 - j, j_0 + i) + f(i_0 - j, j_0 - i) - f(i_0 + j, j_0 - i)], \end{aligned} \quad (2.75)$$

où $S'_{V_2} \subset \{(i, j) \in \mathbb{N}_*^+ \times \mathbb{N}_*^+ \mid j \leq i\}$ et les coefficients c_{ij} sont définis par :

$$\begin{cases} c_{ij} = d_{ij}^{v_2}, & \forall i \in \mathbb{N}_*^+, \forall i \neq j, \\ c_{ii} = \frac{1}{2} d_{ii}^{v_2}, & \forall i \in \mathbb{N}_*^+. \end{cases} \quad (2.76)$$

Le développement en série de Taylor dans le cas de la fonction directionnelle conduit à une expression similaire à (2.74) :

$$v_2(i_0, j_0) = 4 \sum_{\substack{k=2 \\ \text{pair}}}^{\infty} h^{(k)}(j_0.c - i_0.s) \sum_{\substack{l=1 \\ \text{impair}}}^{k-1} \frac{s^l c^{k-l}}{l!(k-l)!} \sum_{(i,j) \in S'_{V_2}} (i^l j^{k-l} + j^l i^{k-l}) c_{ij}. \quad (2.77)$$

Comme pour le gradient, nous disposons pour le vallonement des expressions génériques des deux composantes nécessaires à l'estimation de l'orientation. Ces expressions sont valables pour toute fonction transverse h .

2.3.4 Placement des coefficients des masques

Différentes observations montrent qu'il est indispensable de bien adapter les masques des opérateurs à la nature des données étudiées. D'une part, le souci d'assurer la localité de l'estimation d'orientation et de réduire le coût calculatoire, nous engageant à limiter la taille des masques de convolution. D'autre part, il est important d'utiliser des masques de taille importante afin de se prémunir des irrégularités dues au bruit.

2.3.4.1 Taille des opérateurs

Un choix judicieux consiste à ajuster la taille de nos masques en fonction de la période ou pseudo-période des structures étudiées. Donias [Don99] propose un critère de calcul du paramètre α optimal pour le filtre de Deriche, qui se fonde sur cette pseudo-période, supposée connue (§2.2.1.3). La théorie *scale-space*, évoquée par Gårding et Lindeberg [Gar96] fournit également une procédure de choix de l'échelle appropriée.

Pour le choix des tailles optimales, nous supposons connue la pseudo-période de la texture directionnelle. Etant donnée sa valeur, il est facile de déterminer pour quelle taille de masque la réponse de chaque opérateur est maximale. Prenons l'exemple d'une texture sinusoïdale. La réponse du gradient est maximale sur les points d'inflexion et pour un masque qui s'étend de la crête à la vallée les plus proches, c'est à dire de la taille d'une demi-période. En revanche, le vallonnement peut être calculé par des masques de taille égale à la pseudo-période, s'étendant d'une vallée à l'autre ou d'une crête à l'autre.

2.3.4.2 Placement des coefficients

De façon à respecter l'isotropie des opérateurs, nous choisissons des masques de forme circulaire ou pseudo-circulaire. Le rayon de ces masques, choisi selon les critères mentionnés ci-dessus, définit un disque. On peut choisir de placer des coefficients uniquement à la périphérie ou bien sur toute la surface du disque. Bien entendu, la complexité calculatoire de la convolution dépendra directement du nombre de coefficients utilisés. Le placement des coefficients sur ce disque résultera donc d'un compromis complexité-robustesse.

2.3.5 Combinaison des approches

Les deux familles d'opérateurs présentées ci-dessus nous permettent d'estimer l'orientation de façon correcte en tout point d'une texture : avec le gradient sur les pixels de forte pente, avec

le vallonnement sur les pixels de fort vallonnement. Il faut à présent déterminer de façon automatique laquelle des estimations prendre en compte en un point dont on ne connaît pas la situation topographique. Soit les champs des orientations Θ_g et Θ_v calculées par le gradient et par le vallonnement sur une image de taille T :

$$\Theta_g = \{\theta_g(i,j)\}_{(i,j) \in [0,T-1]^2} \quad \text{et} \quad \Theta_v = \{\theta_v(i,j)\}_{(i,j) \in [0,T-1]^2}. \quad (2.78)$$

Deux lois de combinaisons sont proposées.

La première loi, que nous noterons \mathcal{L}_1 , est fondée sur les indices de cohérence respectifs des orientations du gradient et du vallonnement (cf. §2.2.5.2). Introduisons les indices de cohérence η_{Θ_g} et η_{Θ_v} définis en tout point (i,j) par :

$$\begin{aligned} \eta_{\Theta_g}(i,j) &= \frac{1}{\text{Card } \mathcal{V}_{i,j}} \sum_{(u,v) \in \mathcal{V}_{i,j}} |\cos(\theta_g(i,j) - \theta_g(u,v))| \\ \eta_{\Theta_v}(i,j) &= \frac{1}{\text{Card } \mathcal{V}_{i,j}} \sum_{(u,v) \in \mathcal{V}_{i,j}} |\cos(\theta_v(i,j) - \theta_v(u,v))| \end{aligned} \quad (2.79)$$

où $\mathcal{V}_{i,j}$ est un voisinage du point courant. Ce voisinage peut être, par exemple, une fenêtre carrée, centrée sur (i,j) . Nous choisissons parmi les deux estimations de l'orientation, celle dont la cohérence dans le voisinage choisi est maximale :

$$\hat{\theta}_{gv_1}(i,j) = \arg \max_{\Theta \in \{\Theta_g, \Theta_v\}} \eta_{\Theta}(i,j). \quad (2.80)$$

L'opérateur issu de la combinaison de G et V selon la loi \mathcal{L}_1 sera noté GV_1 .

Notre deuxième loi de combinaison, \mathcal{L}_2 , se fonde sur la mesure de l'écart absolu entre l'orientation fournie par un opérateur et la moyenne des orientations fournies par ce même opérateur dans un voisinage du point courant. Notons ϵ_g et ϵ_v les écarts relatifs au gradient et au vallonnement :

$$\begin{aligned} \epsilon_{\Theta_g}(i,j) &= |\theta_g(i,j) - \hat{\theta}_g| \\ \epsilon_{\Theta_v}(i,j) &= |\theta_v(i,j) - \hat{\theta}_v| \end{aligned} \quad (2.81)$$

$\hat{\theta}_g$ et $\hat{\theta}_v$ désignent respectivement les orientations moyennes calculées par le gradient et le vallonnement sur le voisinage $\mathcal{V}_{i,j}$. L'estimation de ces orientations moyennes peut se faire, par exemple, par une technique tensorielle (cf. §2.2.4.3).

L'orientation choisie, pour notre deuxième loi \mathcal{L}_2 , est celle qui minimise l'écart absolu à la moyenne :

$$\hat{\theta}_{gv_2}(i,j) = \arg \min_{\Theta \in \{\Theta_g, \Theta_v\}} \epsilon_{\Theta}(i,j). \quad (2.82)$$

L'opérateur issu de la combinaison de G et V selon la loi \mathcal{L}_2 sera noté GV_2 .

Nous appliquerons ces deux lois de combinaison dans un paragraphe ultérieur, lors de la présentation de résultats expérimentaux .

2.4 Optimisation des opérateurs

2.4.1 Cadre de l'optimisation

Les opérateurs que nous venons de présenter sont tout à fait génériques. La qualité de l'estimation de l'orientation qui en découle est fonction des coefficients et de la forme des masques. Afin d'obtenir des performances satisfaisantes, nous proposons d'optimiser ces masques.

De même que Deriche dans le contexte de la détection de contour [Der87], il est nécessaire de se donner un modèle textural sur lequel fonder notre optimisation. Le modèle choisi est celui d'une texture directionnelle d'équation $f(x,y) = A \sin(\omega(y.c - x.s))$, où $\omega = \frac{2\pi}{T}$, $c = \cos \theta$ et $s = \sin \theta$. La période transverse T de la texture est supposée connue et constante. Notons que l'amplitude A n'intervient pas dans le calcul de l'orientation.

L'optimisation concerne, d'une part, la réduction du biais d'estimation $b(\theta) = |\hat{\theta} - \theta_{théo}|$ et, d'autre part, la minimisation de la sensibilité au bruit des opérateurs. Voici comment nous allons procéder : dans un premier temps, nous allons chercher dans un contexte théorique une relation entre les coefficients des masques qui assure une solution optimale du point de vue du biais. Dans un second temps, les degrés de liberté laissés par cette relation, nous permettront de trouver le jeu de coefficients qui satisfait à la minimisation de la sensibilité au bruit.

2.4.2 Réduction du biais d'estimation

2.4.2.1 Mise en équation du problème

Dans le cas du gradient, le problème de la recherche d'une solution optimale vis à vis du biais, se pose de la façon suivante : étant donné un ordre $q \in \mathbb{N}$ et un jeu de coefficients $\{a_{ij}\}_{(i,j) \in S'_G}$, il s'agit de trouver une relation qui met en jeu ces coefficients et qui permet de réduire le biais à l'ordre q :

$$\tan \hat{\theta}_g(i_0, j_0) = -\frac{G_x}{G_y} = \tan \theta \cdot (1 + o(\omega^q)), \quad \forall (i_0, j_0) \in \mathbb{Z}^2. \quad (2.83)$$

En ce qui concerne le vallonnement, la formulation met en œuvre le double de l'angle. Pour l'étude théorique, l'indétermination à $\frac{\pi}{2}$ n'entre pas en ligne de compte puisque l'expression du biais est valable elle aussi à $\frac{\pi}{2}$ près. Etant donné les deux jeux de coefficients $\{b_{ij}\}_{(i,j) \in S'_{V_1}}$ et $\{c_{ij}\}_{(i,j) \in S'_{V_2}}$, la réduction du biais à un ordre q se formule de la façon suivante :

$$\tan 2\hat{\theta}_v(i_0, j_0) = \frac{V_2}{V_1} = \tan 2\theta \cdot (1 + o(\omega^q)), \quad \forall (i_0, j_0) \in \mathbb{Z}^2. \quad (2.84)$$

2.4.2.2 Cas du gradient

Les dérivées successives de la fonction transverse $h(t) = \sin \omega t$ s'expriment, en fonction de l'ordre de dérivation, selon les formules :

$$\forall k \in \mathbb{N}, \quad h^{(2k+1)} = (-1)^k \omega^{2k+1} \cos \omega t \quad \text{et} \quad h^{(2k)} = (-1)^k \omega^{2k} \sin \omega t. \quad (2.85)$$

Si l'on reprend les expressions (2.50) et (2.51), en introduisant les formules des dérivées, on montre que :

$$g_x(i_0, j_0) = -4s. \cos(\omega(j_0 c - i_0 s)). \sum_{k=0}^{\infty} \omega^{2k+1} . \alpha(k) \quad (2.86)$$

$$g_y(i_0, j_0) = 4c. \cos(\omega(j_0 c - i_0 s)). \sum_{k=0}^{\infty} \omega^{2k+1} . \beta(k) \quad (2.87)$$

où $\alpha(k)$ et $\beta(k)$ sont les séries définies par :

$$\alpha(k) = (-1)^k \sum_{l=0}^k \frac{s^{2l} c^{2(k-l)}}{(2l)!(2k-2l)!} \sum_{(i,j) \in S'_g} i^{2l+1} j^{2k-2l} a_{ij}, \quad (2.88)$$

$$\beta(k) = (-1)^k \sum_{l=0}^k \frac{s^{2l} c^{2(k-l)}}{(2l)!(2k-2l+1)!} \sum_{(i,j) \in S'_g} i^{2k-2l+1} j^{2l} a_{ij}. \quad (2.89)$$

Quel que soit $\omega \neq 0$, en tout point tel que $\cos(\omega(j_0 c - i_0 s)) \neq 0$, on obtient :

$$-\frac{g_x}{g_y} = \tan \theta. \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \omega^{2k} . \alpha(k)}{\sum_{k=0}^{\infty} \omega^{2k} . \beta(k)}. \quad (2.90)$$

Pour qu'il y ait annulation du biais, l'égalité des deux séries est nécessaire. Ce n'est pas possible en pratique car les termes $\alpha(k)$ et $\beta(k)$ dépendent des coefficients des masques et il faudrait un nombre infini de coefficients pour assurer une telle égalité. C'est pourquoi notre critère d'optimalité ne consiste pas à annuler le biais mais à le réduire un ordre préalablement choisi.

Choisissons les coefficients a_{ij} de telle sorte que :

$$\sum_{k=0}^p \omega^{2k} . \alpha(k) = \sum_{k=0}^p \omega^{2k} . \beta(k). \quad (2.91)$$

Alors nous obtenons une approximation de $\tan \theta$ à l'ordre $2p$ puisque :

$$-\frac{g_x}{g_y} = \tan \theta. (1 + o(\omega^{2p})). \quad (2.92)$$

L'équation (2.91) est donc la contrainte assurant l'optimalité vis à vis du biais de l'estimation par le gradient, c'est à dire la réduction du biais d'estimation à l'ordre $2p$. Elle met en jeu les coefficients $\alpha(k)$ et $\beta(k)$ qui eux mêmes font intervenir de façon linéaire les coefficients a_{ij} des masques. Dans l'espace des coefficients a_{ij} , de dimension finie n , la solution de la contrainte est un hyperplan de dimension $n - 1$. N'importe quel n -uplet de coefficients dans cet hyperplan assure une réduction du biais à l'ordre $2p$.

2.4.2.3 Cas du Vallonnement

En reformulant les équations (2.74) et (2.77) à l'aide des expressions des dérivées de la fonction h , on montre que les composantes V_1 et V_2 peuvent s'écrire :

$$v_1(i_0, j_0) = 4(c^2 - s^2) \cdot \sin(\omega(j_0 c - i_0 s)) \cdot \sum_{k=0}^{\infty} \omega^{2k} \cdot \gamma(k) \quad (2.93)$$

$$v_2(i_0, j_0) = 4sc \cdot \sin(\omega(j_0 c - i_0 s)) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \omega^{2k} \cdot \mu(k) \quad (2.94)$$

Les coefficients $\gamma(k)$ et $\mu(k)$ sont les séries définies par :

$$\gamma(k) = \frac{(-1)^k}{c^2 - s^2} \sum_{l=0}^k \frac{s^{2l} c^{2(k-l)}}{(2l)!(2k-2l)!} \sum_{(i,j) \in S'_{V_1}} (i^{2l} j^{2k-2l} - j^{2l} i^{2k-2l}) b_{ij}, \quad (2.95)$$

$$\mu(k) = \frac{(-1)^k}{2} \sum_{l=0}^{k-1} \frac{s^{2l} c^{2k-2l-2}}{(2l+1)!(2k-2l-1)!} \sum_{(i,j) \in S'_{V_2}} (i^{2l+1} j^{2k-2l-1} + j^{2l+1} i^{2k-2l-1}) c_{ij}. \quad (2.96)$$

Pour tout $\omega \neq 0$ et pour $\sin(\omega(j_0 c - i_0 s)) \neq 0$, il vient :

$$\frac{v_2}{v_1} = \tan 2\theta \cdot \frac{\sum_{k=0}^{\infty} \omega^{2k} \cdot \mu(k)}{\sum_{k=0}^{\infty} \omega^{2k} \cdot \gamma(k)}. \quad (2.97)$$

Comme pour le gradient, si les troncatures des séries à l'ordre p sont égales, c'est à dire si :

$$\sum_{k=0}^p \omega^{2k} \cdot \gamma(k) = \sum_{k=1}^p \omega^{2k} \cdot \mu(k), \quad (2.98)$$

alors nous obtenons une approximation de $\tan \theta$ à l'ordre $2p$ puisque :

$$\frac{v_2}{v_1} = \tan 2\theta \cdot (1 + o(\omega^{2p})). \quad (2.99)$$

L'équation (2.98) est la contrainte assurant l'optimalité vis à vis du biais de l'estimation par le vallonnement. Elle met en jeu les coefficients $\gamma(k)$ et $\mu(k)$ qui font eux-mêmes intervenir, de façon linéaire, les coefficients b_{ij} et c_{ij} des masques. Dans l'espace des coefficients, de dimension finie n (pour M_{V_1} et M_{V_2}), la solution de la contrainte est un hyperplan de dimension $n - 1$.

Remarque – Les expressions (2.92) et (2.99) sont valables sous les conditions respectives $\cos(\omega(j_0 c - i_0 s)) \neq 0$ et $\sin(\omega(j_0 c - i_0 s)) \neq 0$. Il s'agit, dans le premier cas, des points de crêtes ou de vallées et, dans le second cas, des points situés à mi-pente :

$$\begin{cases} \theta_G \text{ défini si } (j_0 \cdot c - i_0 \cdot s) \neq \frac{T}{4} & \pmod{\frac{T}{2}} \\ \theta_V \text{ défini si } (j_0 \cdot c - i_0 \cdot s) \neq 0 & \pmod{\frac{T}{2}} \end{cases}. \quad (2.100)$$

2.4.3 Amélioration de la robustesse au bruit

L'expression des contraintes pour la réduction du biais permet d'aborder l'optimisation des masques pour l'amélioration de la robustesse au bruit. Le problème se pose exactement de la même façon pour le gradient et le vallonnement ; aussi présenterons-nous la procédure dans le cas du gradient uniquement.

Comme pour le biais d'estimation, l'étude de la robustesse se fait dans un contexte particulier, celui d'une texture directionnelle f_b perturbée par du bruit blanc gaussien :

$$f_b(i,j) = A. \sin(\omega(j. \cos \theta - i. \sin \theta)) + b(i,j). \quad (2.101)$$

où $b(i,j)$ est un processus aléatoire gaussien d'écart type σ donné.

Notre procédure d'optimisation consiste à trouver la combinaison optimale J_{opt} de coefficients $\{a_{ij}^{opt}; (i,j) \in S'_G\}$ qui maximise la robustesse au bruit et qui respecte la contrainte sur le biais d'estimation (S'_G étant fixé).

Formalisons cette procédure: soient n le nombre de coefficients du masque ($n = Card(S'_G)$) et E_n l'espace des coefficients, de dimension n . Soit \mathcal{H}_{n-1} l'hyperplan défini par la contrainte (2.91). Notons σ_θ l'écart type des estimations d'orientation par le gradient sur la texture aléatoire f_b . σ_θ exprime la sensibilité au bruit de l'opérateur. Alors $J_{opt} = \{a_{ij}^{opt}; (i,j) \in S'_G\}$ doit vérifier :

$$J_{opt} = \arg \min_{J \in \mathcal{H}_{n-1}} \sigma_\theta^J, \quad (2.102)$$

où σ_θ^J est l'écart type des orientations estimées par le gradient grâce au jeu de coefficients J .

La résolution analytique de cette contrainte est difficilement envisageable : l'expression de σ_θ^J fait en effet intervenir la tangente du rapport de deux variables gaussiennes. C'est pourquoi nous avons choisi de réaliser cette optimisation par simulations. Le principe est le suivant : on génère une texture aléatoire d'après l'expression (2.101). On calcule les orientations de cette texture par un opérateur gradient dont le jeu de coefficients J vérifie la contrainte sur le biais (2.91). On mesure l'écart type σ_θ^J selon la formule de s_0 issue des statistiques directionnelles de Mardia [Mar72]. Enfin, on fait varier les valeurs des coefficients de façon à aboutir au jeu optimal J_{opt} assurant la minimisation de σ_θ^J .

2.4.4 Un exemple de réalisation

2.4.4.1 Choix de la texture et des masques

Nous présentons ici un exemple de réalisation de masques optimaux pour une texture sinusoïdale de période $T = 12$. Conformément aux indications données au paragraphe §2.3.4 pour le

choix des tailles de masques et pour le placement des coefficients, nous proposons les masques de gradient et de vallonement des figures 2.11 et 2.12. Leurs dimensions correspondent approximativement au quart et à la moitié de la période de la texture.

	$-\epsilon$		ϵ	
$-\gamma$	$-\alpha$		α	γ
$-\beta$	$-\chi$		χ	β
$-\gamma$	$-\alpha$		α	γ
	$-\epsilon$		ϵ	

G_x

	γ	β	γ	
ϵ	α	χ	α	ϵ
$-\epsilon$	$-\alpha$	$-\chi$	$-\alpha$	$-\epsilon$
	$-\gamma$	$-\beta$	$-\gamma$	

G_y

FIG. 2.11 – Exemples de masques pour le gradient.

Les masques du gradients ont une forme relativement isotrope. Il comportent des coefficients sur toute leur surface. Les opérations nécessaires à la convolution des deux masques G_x et G_y en un pixel donné sont au nombre de 30 additions et 10 multiplications au total.

				$-\delta$			
		$-\varphi$	$-\kappa$		$-\kappa$	$-\varphi$	
	φ						φ
	κ						κ
δ							δ
	κ						κ
	φ						φ
		$-\varphi$	$-\kappa$		$-\kappa$	$-\varphi$	
				$-\delta$			

V_1

		$-\mu$	$-\lambda$		λ	μ	
	$-\mu$						μ
	$-\lambda$						λ
	λ						$-\lambda$
	μ						$-\mu$
		μ	λ		$-\lambda$	$-\mu$	

V_2

FIG. 2.12 – Exemples de masques pour le vallonement.

Les masques du vallonement V_1 et V_2 , sont également isotropes mais ne comportent des coefficients qu'à leur périphérie. Le nombre d'opérations nécessaires à leur convolution est de 34 additions et 5 multiplications. Les deux jeux de masques restent donc équivalents en termes de complexité calculatoire. L'adjonction de coefficients pour les masques du vallonement reste possible mais cela augmenterait la complexité.

Les coefficients de G_x , G_y , V_1 et V_2 non mentionnés sont nuls. Les autres seront déterminés par

la procédure d'optimisation. Ils sont liés à a_{ij} , b_{ij} et c_{ij} par les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} a_{10} = \frac{\xi}{2} \\ a_{20} = \frac{\beta}{2} \\ a_{11} = \alpha \\ a_{21} = \gamma \\ a_{12} = \epsilon \end{array} \right. \quad \text{et} \quad \left\{ \begin{array}{l} b_{40} = \frac{\delta}{2} \\ b_{31} = \kappa \\ b_{32} = \varphi \\ c_{31} = \lambda \\ c_{32} = \mu \end{array} \right. . \quad (2.103)$$

2.4.4.2 Choix de l'ordre et simplification du problème

Après permutation des symboles de sommation, l'expression de la contrainte (2.91) pour le gradient peut s'écrire :

$$\sum_{(i,j) \in S'_g} a_{ij} \sum_{k=0}^p (-1)^k \omega^{2k} \sum_{l=0}^k \frac{s^{2l} c^{2(k-l)}}{(2l)!(2k-2l)!} (i^{2l+1} j^{2k-2l} - \frac{i^{2k-2l+1} j^{2l}}{2k-2l+1}) = 0. \quad (2.104)$$

De la même façon, la contrainte sur le vallonement (2.98) peut s'exprimer :

$$\begin{aligned} \sum_{(i,j) \in S'_{V_1}} \frac{b_{ij}}{c^2 - s^2} \sum_{k=0}^p (-1)^k \omega^{2k} \sum_{l=0}^k \frac{s^{2l} c^{2(k-l)}}{(2l)!(2k-2l)!} (i^{2l} j^{2k-2l} - i^{2k-2l} j^{2l}) = \\ \sum_{(i,j) \in S'_{V_2}} c_{ij} \sum_{k=1}^p (-1)^k \omega^{2k} \sum_{l=0}^{k-1} \frac{s^{2l} c^{2k-2l-2}}{(2l+1)!(2k-2l-1)!} i j (i^{2l} j^{2(k-l-1)} - i^{2(k-l-1)} j^{2l}) \end{aligned} \quad (2.105)$$

Il apparaît que s et c interviennent dans les expressions des contraintes. Toutefois, si l'on limite l'ordre p à 2, ce qui correspond à un développement limité d'ordre 4 des composantes V_1 et V_2 , il est possible de factoriser puis éliminer le terme $(c^2 - s^2)$. Les contraintes sont alors indépendantes de l'orientation. Nous obtenons ainsi, pour le gradient et le vallonement, les contraintes suivantes :

$$\sum_{S'_G} i \cdot a_{ij} \cdot \left(\frac{i^2 - 3j^2}{6} + \omega^2 \frac{5j^4 - i^4}{120} \right) = 0, \quad (2.106)$$

$$\sum_{S'_{V_1}} b_{ij} \cdot (i^2 - j^2) \left[1 - \frac{\omega^2}{12} (i^2 + j^2) \right] = \sum_{S'_{V_2}} c_{ij} \cdot 2ij \left[1 - \frac{\omega^2}{12} (i^2 + j^2) \right]. \quad (2.107)$$

2.4.4.3 Résolution des hyperplans

Pour le jeu de coefficients ci-dessus, les contraintes s'expriment :

$$\frac{\xi}{12} \left(1 - \frac{\omega^2}{20} \right) + \frac{2\beta}{3} \left(1 - \frac{\omega^2}{5} \right) - \frac{\alpha}{3} \left(1 - \frac{\omega^2}{10} \right) + \frac{\gamma}{3} \left(1 - \frac{11\omega^2}{20} \right) - \frac{11\epsilon}{6} \left(1 - \frac{79\omega^2}{220} \right) = 0 \quad (2.108)$$

et

$$8\delta \left(1 - \frac{4\omega^2}{3} \right) + 8\kappa \left(1 - \frac{5\omega^2}{6} \right) - 5\varphi \left(1 - \frac{13\omega^2}{12} \right) = +6\lambda \left(1 - \frac{5\omega^2}{6} \right) + 12\mu \left(1 - \frac{13\omega^2}{12} \right). \quad (2.109)$$

Les termes a_{ij} du gradient et b_{ij} , c_{ij} du vallonnement, peuvent être choisis à une constante multiplicative près (une pour le gradient, une autre pour le vallonnement). Il est donc possible de fixer l'un des coefficients pour chacun des opérateurs, par exemple $\xi = 1$ et $\delta = 1$. Les contraintes n'ont plus alors que quatre inconnues chacune, soit pour une période $T = 12$:

$$0.08 + 0.63\beta - 0.32\alpha + 0.28\gamma - 1.65\epsilon = 0 \quad (2.110)$$

$$5.08 + 6.17\kappa + 3.52\varphi - 4.63\lambda - 8.44\mu = 0 \quad (2.111)$$

Ces deux équations définissent les hyperplans de dimension 3, sur lesquels la seconde optimisation peut être réalisée.

2.4.4.4 Solutions

L'optimisation vis à vis du bruit, consiste à faire varier, en respectant les contraintes ci-dessus, les jeux de coefficients $J_G = (\xi, \alpha, \beta, \gamma, \epsilon)$ et $J_V = (\delta, \kappa, \varphi, \lambda, \mu)$ de façon à minimiser σ_θ^G et σ_θ^V . Notons que σ_θ^G et σ_θ^V sont les écarts types des orientations mesurées respectivement par les opérateurs gradient et vallonnement. Ils ont été estimés sur une texture sinusoïdale bruitée de taille $N^2 = 1000 \times 1000$ et de période $T = 12$. En réalité, pour le calcul de σ_θ^G , seuls les pixels proches des points d'inflexion de la texture ont été pris en compte, soit l'ensemble de pixels \mathcal{E}_G :

$$\mathcal{E}_G = \{(i, j) \in [0, N-1]^2 ; (\omega(j.c - i.s) \pmod{\pi}) \in [\frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}]\}. \quad (2.112)$$

A l'opposé, seuls les pixels des crêtes et des vallées ont été retenus pour le calcul de σ_θ^V , soit \mathcal{E}_V :

$$\mathcal{E}_V = \{(i, j) \in [0, N-1]^2 ; (\omega(j.c - i.s) \pmod{\pi}) \in [-\frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{8}]\}. \quad (2.113)$$

Pour la minimisation, nous procédons par approximations successives. Notre démarche consiste à faire varier les coefficients sur une plage importante et selon un pas donné de façon à trouver les valeurs conduisant au minimum de la sensibilité. Afin d'obtenir des valeurs de plus en plus précises, le pas et les plages de variations sont progressivement diminués. Les solutions $J_{G_{opt}}$ et $J_{V_{opt}}$ que nous obtenons sont les suivantes :

$$J_{G_{opt}} = \begin{cases} \chi_{opt} = 1.0 \\ \alpha_{opt} = 0.73 \\ \beta_{opt} = 2.63 \\ \gamma_{opt} = 2.39 \\ \epsilon_{opt} = 1.32 \end{cases} \quad \text{et} \quad J_{V_{opt}} = \begin{cases} \delta_{opt} = 1.0 \\ \kappa_{opt} = 0.59 \\ \varphi_{opt} = 0.34 \\ \lambda_{opt} = 0.5 \\ \mu_{opt} = 0.91 \end{cases} . \quad (2.114)$$

Nous appellerons G_{opt} et V_{opt} les opérateurs correspondants.

2.4.4.5 Performances en précision

Le tableau 2.1 présente les performances, en termes de précision, des différents opérateurs. De par les symétries des masques, il suffit d'étudier le biais d'estimation pour des orientations théoriques comprises entre 0 et $\frac{\pi}{4}$. Seul le biais maximum sur cet intervalle est reporté dans le tableau. Les opérateurs mentionnés sont ceux de Prewitt, de Sobel, l'opérateur de Sobel étendu [Dan90], le filtre de Deriche ($\alpha=1.55$) et les opérateurs optimaux G_{opt} et V_{opt} .

Bien que G_{opt} et V_{opt} aient été conçus pour une texture de période $T = 12$, plusieurs valeurs de cette période ont été prises en compte dans cette étude, de façon à évaluer la robustesse des opérateurs à un changement de période.

Il ressort de cette étude trois remarques :

- pour une période $T = 12$, correspondant au contexte de l'optimisation, le gain en terme de précision est incontestable, pour nos deux opérateurs optimaux ;
- la robustesse de l'opérateur G_{opt} au changement de période texturale est correcte, excepté pour une période $T = 6$ pour laquelle le biais excède le dixième de degré.
- l'opérateur V_{opt} est sensible au changement de période, sa précision devient faible pour des écarts trop importants.

Pour remédier aux insuffisances de notre opérateur vallonement en termes de robustesse au changement de période, on peut se référer à des travaux récents menés par Le Pouliquen [LP01][LP02], concernant des opérateurs génériques de mesure d'orientation. Il propose notam-

TAB. 2.1 – *Biais maximum $b_{max}(\theta)$ introduit par différents opérateurs : Prewitt, Sobel, Sobel étendu, Deriche, G_{opt} et V_{opt} , pour $\theta \in [0, \frac{\pi}{4}[$ et pour différentes valeurs de la période. La colonne mise en évidence correspond à la période d'optimisation.*

Période	Biais maximum (en degrés)					
	Prewitt	Sobel	Sobel étendu	Deriche ($\alpha=1.55$)	G_{opt}	V_{opt}
6	2.91	1.37	0.83	0.55	0.19	2.33
8	1.56	0.75	0.42	0.27	0.037	0.76
10	0.98	0.48	0.26	0.16	7.9e-3	0.27
12	0.67	0.33	0.17	0.11	3.7e-4	0.04
14	0.49	0.24	0.13	0.08	2.0e-3	0.10
18	0.29	0.15	0.08	4.6e-3	2.5e-3	0.23
24	0.16	0.08	0.04	2.6e-3	1.9e-3	0.32

ment de construire, selon une procédure semblable à la notre, des opérateurs minimisant le biais à un ordre quelconque sans toutefois se focaliser sur une valeur particulière de la période. Il en résulte des opérateurs optimaux du point de vue du biais mais non-optimaux du point de vue de la robustesse au bruit. L'opérateur vallonement V' par exemple, a pour coefficients : $b_{40} = 24$, $b_{31} = 33$, $c_{31} = 28$ et $c_{32} = 16$. Il réduit le biais à un ordre 4 et sa taille raisonnable lui confère une immunité au bruit relativement intéressante : pour une texture de RSB égal à 10, sa sensibilité est de 1.30° contre 1.15° pour l'opérateur V_{opt} (voir ci-dessous), ce qui reste acceptable.

La tableau 2.2 montre que le biais de V' n'est que peu dépendant de la période texturale et qu'il garde des valeurs très faibles.

TAB. 2.2 – Biais maximum $b_{max}(\theta)$ introduit par l'opérateur vallonement V' .

Période	Biais maximum Opérateur V'
6	4.9e-3
8	8.2e-4
10	2.1e-4
12	7.6e-4
14	3.5e-5
18	1.4e-5
24	1.0e-5

2.4.4.6 Performances en robustesse

Le tableau 2.3 présente une comparaison des sensibilités au bruit de différents opérateurs. Le rapport signal sur bruit ou RSB est donné par le rapport de l'amplitude efficace de la sinusoïde et de l'écart type du processus gaussien. La sensibilité au bruit est évaluée par l'écart type circulaire des orientations mesurées sur \mathcal{E}_G pour les gradients, et sur \mathcal{E}_V pour le vallonement.

Les résultats obtenus pour G_{opt} montrent une réelle amélioration par rapport aux opérateurs de Prewitt ou de Sobel puisque la sensibilité de l'orientation est réduite de plus d'un facteur 2. L'amélioration est moins forte mais reste vraie par rapport à l'opérateur de Sobel étendu, qui bénéficie d'une taille de masque plus importante . Cet opérateur, dont il est fait référence dans [Dan90], a la même forme que G_{opt} mais dispose de coefficients de valeurs différentes.

TAB. 2.3 – Tableau comparatif des performances de différents opérateurs en terme de robustesse au bruit. La texture considérée est une sinusoïde bruitée de période $T = 12$.

Opérateur		Ecart types circulaires des orientations estimées							
		Prewitt	Sobel	Sobel étendu	Deriche ($\alpha=1.55$)	G_{opt}	V_{opt}	$GV_{1,opt}$	$GV_{2,opt}$
Domaine		\mathcal{E}_G	\mathcal{E}_G	\mathcal{E}_G	\mathcal{E}_G	\mathcal{E}_G	\mathcal{E}_V	$\mathcal{E}_G \cup \mathcal{E}_V$	$\mathcal{E}_G \cup \mathcal{E}_V$
<i>RSB</i>	20	1.89°	1.99°	1.04°	0.84°	0.88°	0.57°	0.99°	0.60°
	10	3.78°	3.99°	2.10°	1.69°	1.76°	1.15°	1.85°	1.19°
	5	7.61°	8.04°	4.19°	3.38°	3.53°	2.30°	3.29°	2.39°

Le filtre de Deriche mentionné a été calculé pour une contribution $\xi = 0.95$ à une distance $d = T/4$, de façon à obtenir des masques de taille comparable à celle de l'opérateur G_{opt} . On remarque que ses performances sont comparables, voire légèrement supérieures, à celles de G_{opt} . Ceci est dû au fait que le filtre de Deriche est un filtre à réponse impulsionnelle infinie: il prend donc en compte des données qui, bien qu'elles soient plus lointaines, restent néanmoins pertinentes pour cette texture, homogène en termes d'orientation.

Ce tableau donne aussi les performances de l'opérateur V_{opt} . Il s'avère encore plus robuste que l'opérateur gradient G_{opt} , ce qui est lié à la taille plus importante des masques que les propriétés de l'opérateur vallonnement permettent d'adopter.

Les deux dernières colonnes donnent les valeurs des écarts types angulaires obtenus en combinant les opérateurs G_{opt} et V_{opt} selon les deux lois de combinaison \mathcal{L}_1 et \mathcal{L}_2 présentées au paragraphe 2.3.5. Les opérateurs GV correspondant à ces deux lois sont notés respectivement $GV_{1,opt}$ et $GV_{2,opt}$. Les sensibilités sont ici calculées sur la totalité des pixels de la texture, soit $\mathcal{E}_G \cup \mathcal{E}_V$. Les résultats montrent que l'opérateur GV_{opt}^2 se comporte de façon plus efficace que GV_{opt}^1 . Il s'avère être une bonne combinaison entre les opérateurs optimaux que sont G_{opt} et V_{opt} .

Les résultats expérimentaux reportés sur les figures 2.13 et 2.14 mettent également en évidence l'amélioration des performances relatives à la robustesse au bruit.

Détaillons tout d'abord le contenu de la figure 2.13. L'image (a) est un extrait d'une texture synthétique de *RSB* égal à 10. L'image (b) représente l'orientation théorique de la texture non bruitée: l'orientation est représentée par une couleur conformément à la palette (c). Les images (d), (e), (f) représentent respectivement les orientations mesurées par le gradient de Prewitt, le gradient de Sobel généralisé et le filtre de Deriche mentionné plus haut ($\alpha=1.55$).

En ce qui concerne les images (a), (b), (c) et (d) de la figure 2.14, elles présentent respectivement

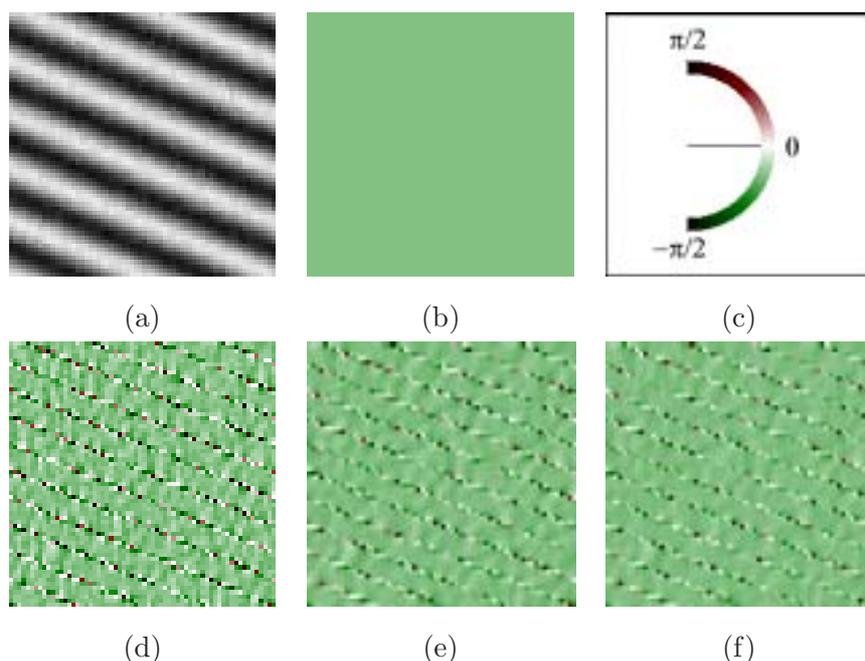


FIG. 2.13 – Orientations estimées sur une texture synthétique : (a) extrait d'une texture bruitée ($RSB=10$), (b) orientation théorique, (c) palette d'orientation ; (d), (e) et (f) orientations estimées respectivement par les opérateurs de Prewitt, de Sobel généralisé et de Deriche ($\alpha=1.55$).

les orientations calculées par les opérateurs G_{opt} , V_{opt} et les combinaisons $GV_{1,opt}$ et $GV_{2,opt}$. On note tout d'abord que le gradient de Prewitt a des performances plus médiocres que les autres opérateurs. Par ailleurs, on constate que les robustesses des autres opérateurs gradients sont comparables : même si le filtre de Deriche et l'opérateur G_{opt} sont objectivement plus performants (cf. TAB. 2.3), la différence n'est pas aisément perceptible. Toutefois, sur les crêtes et les vallées, aucun de ces opérateurs gradients n'est adapté ; ils produisent tous une estimation erronée. A l'opposé, l'opérateur de vallonnement V_{opt} est pertinent sur les crêtes et les vallées mais s'avère inadapté à mi-pente. La complémentarité de G_{opt} et V_{opt} est mise à profit au moyen

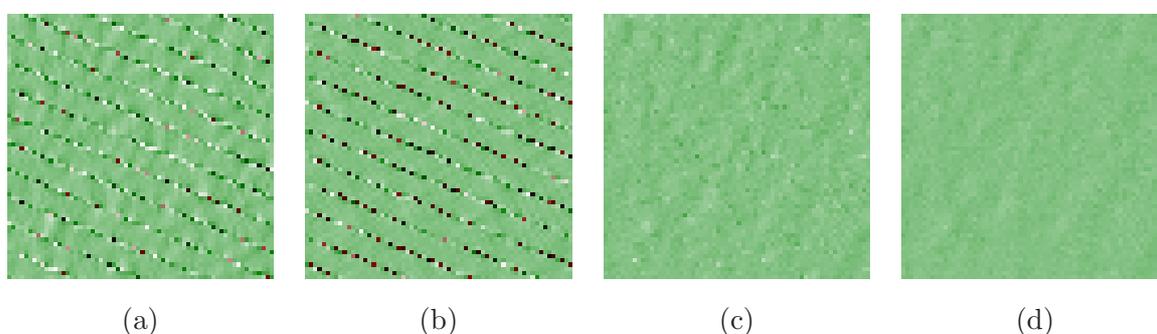


FIG. 2.14 – Orientations estimées sur la texture 2.13a par l'opérateur gradient G_{opt} (a), l'opérateur vallonnement V_{opt} (b), et les opérateurs de combinaison $GV_{1,opt}$ (c) et $GV_{2,opt}$ (d).

des opérateurs de combinaison $GV_{1,opt}$ et $GV_{2,opt}$ qui ont une réponse beaucoup plus robuste, y compris à mi-pente, sur les crêtes et sur les vallées. Enfin, on vérifie que la deuxième de ces combinaisons, $GV_{2,opt}$, est supérieure en termes d'homogénéité, comme nous l'avions constaté au vu des précédents résultats expérimentaux. C'est cette combinaison que nous choisirons par la suite, notamment pour l'application aux images naturelles.

2.4.4.7 Application à quelques textures naturelles

Nous présentons à la figure 2.15 l'application de l'opérateur GV_{opt}^2 à l'estimation de l'orientation sur trois textures naturelles (a), (b) et (c). La première texture est une empreinte digitale ; la deuxième et la troisième texture sont des extraits de deux textures de pyrocarbones différentes. Dans les trois cas, les périodes (ou pseudo-périodes) texturales sont pratiquement constantes et nos opérateurs optimaux s'appliquent. Les images d'orientations obtenues grâce à l'opérateur optimal GV_{opt}^2 sont données en (d), (e) et (f). A titre de comparaison, les images d'orientations relatives à l'opérateur de Prewitt sont fournies (en g), (h) et (i), et celles correspondant à l'opérateur de Deriche ($\alpha=1.55$) sont données en (k), (l) et (m).

La robustesse et l'homogénéité que présentent l'opérateur GV_{opt}^2 se montrent déterminantes pour la mesure de l'orientation en tout point, y compris les points de crêtes et de vallées où les opérateurs usuels s'avèrent déficients. De plus, le caractère local de cet opérateur lui confère la précision requise sur les zones de forte courbure ou les régions présentant une rupture de modèle comme les extrémités ou les bifurcations d'éléments texturaux.

2.4.4.8 Synthèse

Globalement, nos opérateurs sont très performants dans le contexte d'étude choisi, celui d'une texture de période fixe. Ils surpassent les opérateurs usuels en termes de précision et s'avèrent robustes à la présence de bruit blanc. L'adoption d'une loi de combinaison des opérateurs complémentaires que sont le gradient et le vallonnement, permet de résoudre le problème de l'indétermination aux abords des crêtes, des vallées et des lignes de flancs.

L'optimisation des opérateurs, pour une période $T=12$ pixels, a conduit à la définition des masques du gradient G_{opt} , donnés à la figure 2.16, et du vallonnement V_{opt} , donnés aux figures 2.17 et 2.18. L'opérateur $GV_{2,opt}$, fondé sur la loi de combinaison \mathcal{L}_2 , a permis de mettre à profit les performances de chacun de ces opérateurs, afin d'obtenir une estimation robuste, précise et homogène.

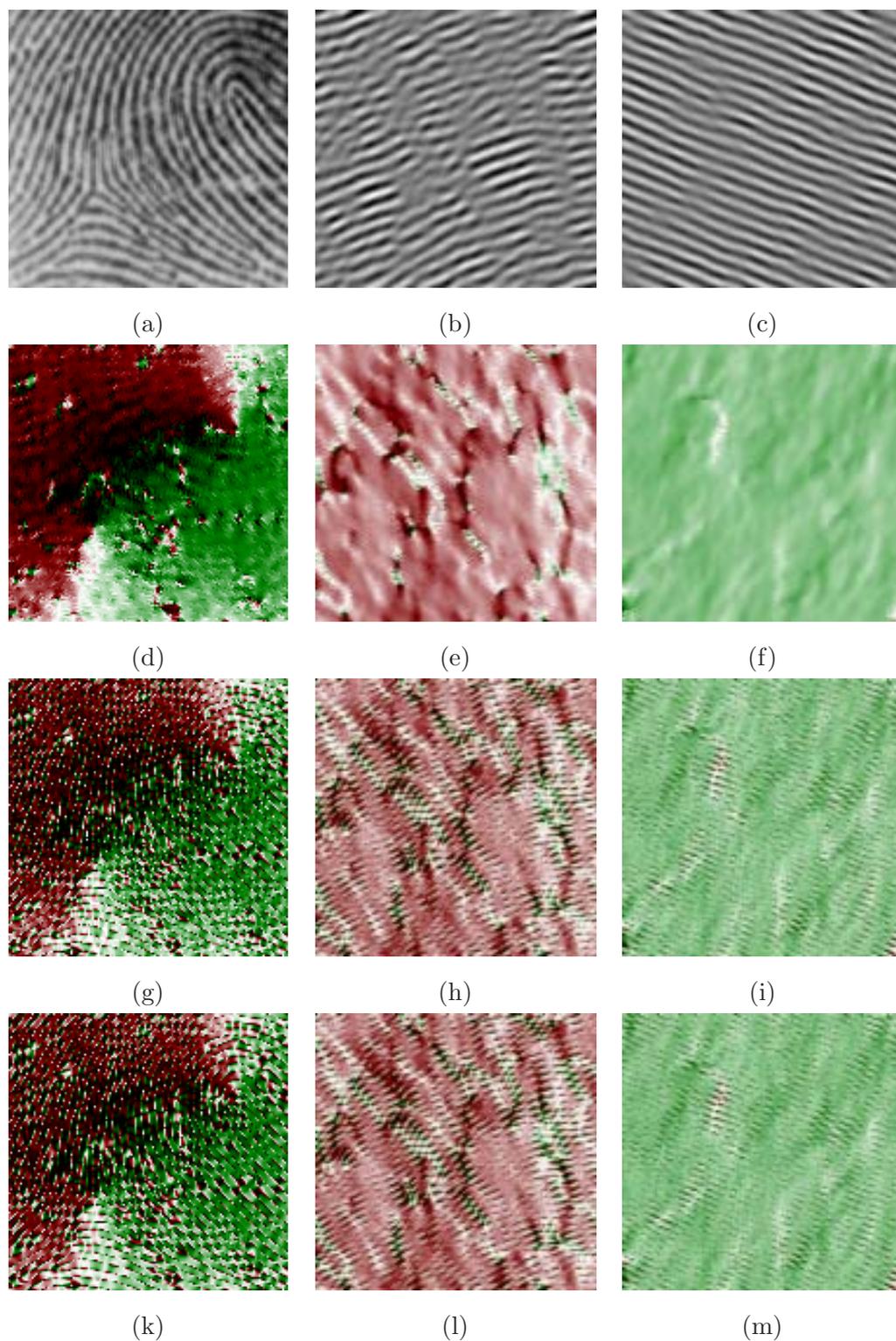


FIG. 2.15 – Orientations de quelques textures naturelles : (a) empreinte digitale, (b) et (c) textures de pyrocarbone ; (d), (e) et (f) orientations par GV_{opt}^2 ; (g), (h) et (i) orientations par l'opérateur de Prewitt ; (k), (l) et (m) orientations par l'opérateur de Deriche.

	-1.32		1.32	
-2.39	-0.73		0.73	2.39
-2.63	-1.00		1.00	2.63
-2.39	-0.73		0.73	2.39
	-1.32		1.32	

	2.39	2.63	2.39	
1.32	0.73	1.00	0.73	1.32
-1.32	-0.73	-1.00	-0.73	-1.32
	-2.39	-2.63	-2.39	

$G_{x,opt}$

$G_{y,opt}$

FIG. 2.16 – Masques relatifs à l'opérateur G_{opt} .

				-1.00				
		-0.34	-0.59		-0.59	-0.34		
	0.34						0.34	
	0.59						0.59	
1.00								1.00
	0.59						0.59	
	0.34						0.34	
		-0.34	-0.59		-0.59	-0.34		
				-1.00				

FIG. 2.17 – Masque $V_{1,opt}$.

	-0.91	-0.50		0.50	0.91	
-0.91						0.91
-0.50						0.50
0.50						-0.50
0.91						-0.91
	0.91	0.50		-0.50	-0.91	

FIG. 2.18 – Masque $V_{2,opt}$.

2.4.5 Limites de l'approche

Les limites de l'approche sont directement liées au modèle pour l'optimisation ou, plutôt, à l'écart par rapport à ce modèle. En effet, dans la mesure où, localement, la texture peut être approximée par une fonction directionnelle, l'orientation mesurée est pertinente, précise et robuste. En revanche, si la texture étudiée s'éloigne trop du modèle choisi, des problèmes de biais ou d'indétermination peuvent apparaître.

Les textures naturelles, comme celles de la figure 2.15 par exemple, peuvent présenter des fluctuations de dynamique ou des courbures importantes, qui modifient le profil des motifs texturaux de telle sorte qu'ils ne correspondent plus strictement au modèle directionnel initial. Afin de mettre en évidence l'effet des variations de dynamique sur l'estimation de l'orientation, prenons l'exemple théorique d'une texture sinusoïdale modulée en amplitude :

$$\begin{aligned} f_{\theta}^{mod} : \mathbb{R}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (x,y) &\rightarrow A(x,y) \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot (y \cdot \cos \theta - x \cdot \sin \theta)\right) \end{aligned} \quad (2.115)$$

où A est la fonction de modulation :

$$A(x,y) = A \cdot \left(1 + a \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{\tau} \cdot (x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta)\right)\right). \quad (2.116)$$

L'imagette (a) de la figure 2.19 fournit une représentation de la fonction f_{θ}^{mod} . Alors que les lignes de crêtes (et de vallées) restent rectilignes, les courbes de niveau de cette texture, à mesure que l'on se rapproche des lignes de crêtes ou de vallées, sont déformées par la modulation d'amplitude. L'orientation des courbes de niveau, mesurée par le gradient, ne correspond pas rigoureusement en tout point à l'orientation perceptuelle, qui est celle du motif textural sous-jacent. Si l'on se fonde sur l'équation de la texture, seule l'orientation des lignes de niveau correspondant au niveau moyen reste non-biaisée. Plus on se rapproche des crêtes ou des vallées, plus l'orientation est sensible à la modulation car les courbes de niveau elles-mêmes sont déformées (cf. Fig 2.20).

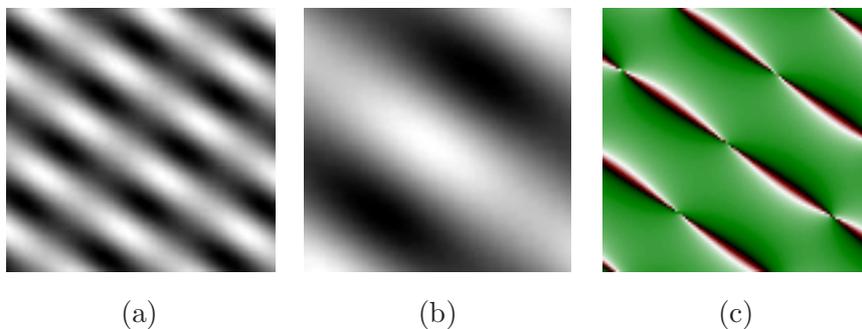


FIG. 2.19 – *Effet de la modulation d'amplitude : (a) texture modulée, (b) détail, (c) orientations de l'imagette (b).*

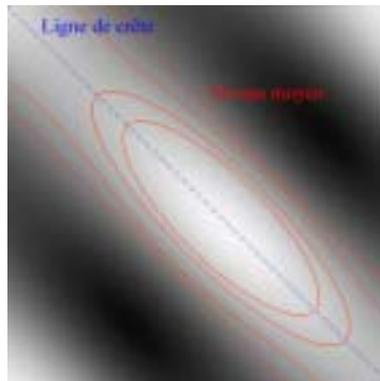


FIG. 2.20 – Courbes de niveau sur une texture modulée.

Les orientations mesurées de part et d'autre d'une ligne de crête ou de vallée sont biaisées en sens contraire : des variations apparaissent dans le champ des orientations (cf. FIG. 2.19c).

Notons cependant qu'au voisinage des lignes de flancs (i.e. à mi-pente), l'estimation reste très correcte. Ce n'est qu'à mesure que l'on se rapproche des crêtes et des vallées – régions où le gradient est déjà remplacé par le vallonnement pour des raisons d'immunité au bruit – que la précision du gradient diminue.

Remarque 1 – La même particularité apparaît pour l'opérateur vallonnement : l'orientation mesurée sur les crêtes et les vallées n'est pas biaisée mais, plus on se rapproche des lignes de niveau moyen, plus elle est sensible à la modulation d'amplitude. Dans le cas du vallonnement, on peut également noter que les régions sensibles à la modulation sont des régions où le vallonnement est remplacé par le gradient pour des impératifs de robustesse.

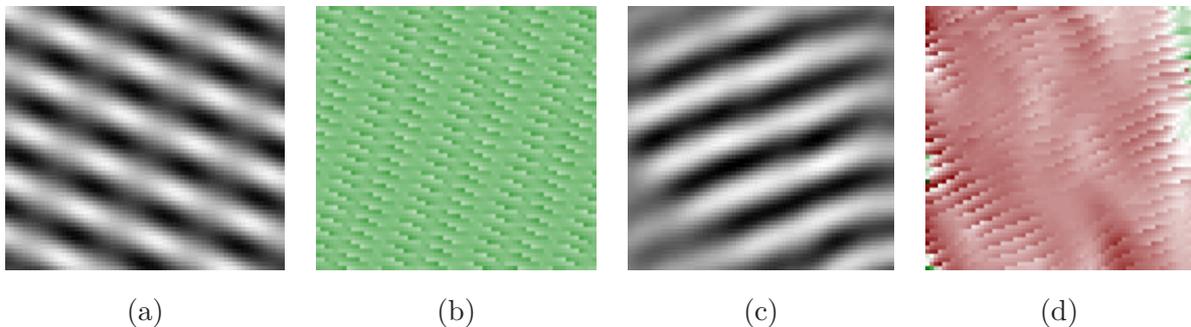


FIG. 2.21 – Effet de la modulation d'amplitude sur l'opérateur GV_{opt} : (a) et (b) extrait d'une texture modulée et orientation correspondante, (c) et (d) extrait d'une texture de pyrocarbone et orientation correspondante.

Remarque 2 – Ce phénomène se manifeste sur les cartes d'orientations obtenues par la combinaison des deux opérateurs, gradient et vallonnement. La figure 2.21 met en évidence ces défauts sur une texture de synthèse et sur une texture de pyrocarbone, particulièrement affectées par une modulation de dynamique.

2.5 Conclusion

Nous avons présenté une procédure de conception d'opérateurs de mesure de l'orientation locale d'une texture. Ces opérateurs se fondent sur la combinaison de deux approches : l'approche *gradient* pour l'estimation de l'orientation sur les pixels de forte pente, et l'approche *vallonnement* sur les pixels des crêtes et des vallées. La procédure assure la sous-optimalité des opérateurs en termes de précision angulaire et de robustesse au bruit pour une texture directionnelle à section sinusoïdale. En outre, plusieurs pistes ont été données quant au choix d'un indicateur de la confiance que l'on a dans une estimation. L'indicateur retenu se fonde sur une mesure de la cohérence de l'estimation en un pixel compte tenu des estimations réalisées dans un voisinage de ce pixel.

L'amélioration des performances est significative par rapport aux opérateurs locaux classiques. La combinaison des approches gradient et vallonnement permet d'obtenir, de façon homogène, une estimation de l'orientation en tout point d'une texture, y compris sur les crêtes et les vallées. Le choix pertinent de la taille des masques utilisés assure le respect du caractère local, requis pour l'estimation de l'orientation. Enfin, la double optimisation conduit à une diminution sensible du biais d'estimation et de la sensibilité au bruit.

Chapitre 3

Statistiques d'ordre 2 d'un champ d'orientations

Sommaire

3.1	Introduction	63
3.2	Méthodes statistiques pour la caractérisation de textures	65
3.2.1	Les descripteurs statistiques statiques	65
3.2.2	Statistiques d'ordre 2 en niveaux de gris	65
3.2.3	Statistiques d'ordre supérieur à 2	75
3.2.4	Matrices de cooccurrences généralisées	78
3.2.5	Bilan	79
3.3	Fonction d'autocorrélation et orientations	81
3.3.1	Autocorrélation d'une fonction complexe	81
3.3.2	Application au champ d'orientations	83
3.4	Histogramme des différences absolues d'orientations	86
3.4.1	Une fonction de dissemblance des orientations	86
3.4.2	Les histogrammes des différences d'orientations	87
3.4.3	Descripteurs de l'histogramme	89
3.5	Orientations et cartes d'interaction	92
3.5.1	Principe des cartes d'interaction	92
3.5.2	Intérêt de la mesure de confiance	93
3.5.3	Caractérisation de textures directionnelles quasi périodiques	94
3.5.4	Application aux images de matériaux composites : étude de l'ondulation des motifs texturaux	97
3.6	Conclusion	102

3.1 Introduction

La définition de la texture, présentée au chapitre 1, s'articule autour de deux aspects : le premier aspect est relatif à la nature des motifs texturaux ou primitives tonales qui composent la texture ; le deuxième concerne l'agencement des motifs texturaux entre eux [Har79], qui peut satisfaire aussi bien à des lois stochastiques que déterministes. Le choix de descripteurs ou *indicateurs* texturaux, qui caractérisent cet agencement, est primordial quelle que soit l'application recherchée : segmentation, classification, restauration, compression, etc. Ces descripteurs sont obtenus par des méthodes diverses que l'on peut ranger en trois classes. La première classe concerne les approches statistiques ; elles regroupent par exemple le calcul de statistiques d'ordre 1 (i.e. distribution des niveaux de gris) ou d'ordre 2 (e.g. autocorrélation, matrices de cooccurrences ou histogrammes des différences de niveau de gris). La deuxième classe d'approches repose sur des transformations orthogonales de l'image, comme la transformée de Fourier ou la transformée en ondelettes ; les indicateurs texturaux sont alors calculés dans l'espace transformé. Enfin, le troisième type d'approches se fonde sur la recherche d'un modèle pour la texture : la modélisation Auto-Régressive ou les approches Markoviennes en sont des exemples.

De par l'importance de la composante stochastique dans les textures naturelles, ce sont les méthodes de caractérisation statistique qui sont le plus souvent employées en analyse d'image, notamment les méthodes fondées sur des statistiques d'ordre 2 ou d'ordre supérieur¹ i.e. d'ordre $k > 2$.

D'après la conjecture de Julesz [Jul62], la perception des textures se fonde principalement sur des statistiques d'ordre 2 des niveaux de gris. C'est vrai pour la plupart des textures naturelles. Toutefois, il faut noter que l'étude des statistiques d'ordre supérieur reste pertinente dans certaines applications : Gagalowicz [Gag81] et Julesz lui même [Jul83] ont montré que certaines textures synthétiques, aux statistiques d'ordre 2 identiques mais aux statistiques d'ordre supérieur différentes, restent discernables par l'oeil humain. Par ailleurs, les statistiques d'ordre supérieur, dans des travaux récents, se sont montrées efficaces en matière de classification ou de segmentation d'images [Cor96][Val98][Oja99][Oja01]. Enfin, l'étude comparative menée dans [Ros01], montre les bons résultats obtenus en classification grâce aux moments *statiques* d'ordre supérieur, notamment les cumulants d'ordres 3 et 4 (skewness et kurtosis). Malgré la pertinence des statistiques d'ordre supérieur à 2, nombre d'approches texturales, dont certaines très populaires comme les matrices de cooccurrences [Har73], utilisent la conjecture de Julesz et se

1. La notion de statistique d'ordre $k \geq 2$ se réfère aux moments et moyennes d'espace du même ordre [Gag83], calculées sur des k -uplets de pixels vérifiant une relation spatiale donnée. Coroyer [Cor96] parle de *moments dynamiques*, par opposition aux *moments statiques* calculés sur la distribution d'ordre 1 des niveaux de gris.

limitent à une description d'ordre 2.

La popularité des approches d'ordre 2 émane de leur efficacité en matière de classification [Got90] ou de segmentation de textures. Pourtant, ces approches s'appuient le plus souvent sur la distribution des niveaux de gris, qui ne rend pas forcément compte de l'organisation de la texture. Davis [Dav78] met en évidence l'inadéquation des méthodes fondées sur l'analyse statistique des niveaux de gris pour la description de certaines textures : elles sont en effet sensibles aux variations de luminosité et de contraste qui peuvent cacher des informations texturales. Les approches structurales [Ehr78][Har79] tiennent compte de cette inadéquation : pour ces approches, l'identification des primitives texturales ou *tonales* et le choix d'attributs pertinents de description de ces primitives, autres que le niveau de gris, sont les étapes préalables à toute caractérisation statistique des agencements spatiaux.

L'objet de ce chapitre est de définir une méthode statistique de description des textures directionnelles. Pour cela, nous nous appuierons sur certaines méthodes existantes, que nous adapterons à la nature directionnelle de nos textures. Sans pour autant adopter une approche structurale, trop spécifique, nous utiliserons la propriété de directionnalité en fondant l'analyse statistique sur le champ des orientations et non sur les niveaux de gris de l'image.

Voici comment se divise la suite de ce chapitre. Dans un premier temps, nous rappellerons quelques méthodes statistiques, basées principalement sur l'analyse statistique des niveaux de gris. Ces méthodes, bien qu'inadaptées aux textures orientées, nous fourniront la démarche qui guidera dans les parties 3.3 et 3.4, le développement de méthodes *ad-hoc*. C'est ainsi que nous étendrons l'utilisation de la fonction d'autocorrélation au cas d'un champ d'orientations ; nous évoquerons les difficultés que cette utilisation engendre et proposerons une solution. Dans la partie 3.4, nous développerons la notion d'histogramme des différences, dans le cadre de l'étude d'un champ d'orientations. Cet outil, intégrant la nature circulaire de l'orientation, servira de support à la définition de descripteurs texturaux, adaptés aux textures directionnelles. Enfin, nous définirons les cartes d'interaction d'orientations et les appliquerons à la caractérisation de textures de Brodatz ; pour finir, nous discuterons leur efficacité, concernant l'étude des textures de pyrocarbone.

3.2 Méthodes statistiques pour la caractérisation de textures

3.2.1 Les descripteurs statistiques statiques

Les moments statistiques du premier ordre se fondent sur la distribution uni-dimensionnelle des niveaux de gris d'une image. Cette distribution peut être décrite par les moments d'ordre 1 à 4 : la moyenne, la variance et les coefficients de Fisher, skewness et kurtosis, qui traduisent respectivement la dissymétrie et l'aplatissement d'une distribution.

Rosenberger [Ros01] a évalué l'efficacité des moments statiques d'ordre 1 à 4 dans le contexte de la classification de textures. Il parvient à un taux de réussite en classification de 92,6% pour un jeu de textures de Brodatz.

Pourtant, de tels indicateurs ne prennent pas en compte les dépendances spatiales, qui sont indissociables de la notion même de texture. Ils ne suffisent donc pas à la caractérisation complète de la texture et sont souvent associés à des descripteurs statistiques dynamiques [Cor96].

3.2.2 Statistiques d'ordre 2 en niveaux de gris

D'après Julesz [Jul83], la vision attentive requiert une focalisation approfondie sur les détails et l'organisation spatiale de la texture. Cette vision attentive intervient, de façon évidente, chez l'homme lors du processus de reconnaissance ou de classification de textures. Alors qu'elles ne sont pas nécessairement utilisées lors de la première phase de vision, ou *phase de vision préattentive*, les statistiques d'ordre 2 sont, dans la plupart des cas, fondamentales pour une analyse approfondie des textures. Les notions perceptuelles que sont la directionnalité, la périodicité ou la complexité par exemple sont intimement liées aux interactions spatiales entre niveaux de gris d'une image et font donc intervenir des statistiques d'ordre 2 et plus. C'est pour cela que les principales méthodes de caractérisation texturale utilisent des attributs fondés sur ces statistiques.

3.2.2.1 Fonction d'autocorrélation

Soit I un processus discret bidimensionnel, à support infini et à valeurs dans $\mathcal{G} = \{0, \dots, N_g - 1\}$.

La fonction d'autocorrélation r_{II} de ce processus se définit par :

$$\begin{aligned} r_{II} : \mathbb{N}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (k, l) &\rightarrow E[I(m, n) \cdot I(m + k, n + l)], \end{aligned} \tag{3.1}$$

où $E[.]$ désigne l'espérance mathématique.

Considérons l'image comme une observation du processus stationnaire discret sur une fenêtre

de taille finie. On note $\mathcal{D} \subset \mathbb{N}^2$ l'ensemble d'indices définissant le support de l'image. Pour une image de taille $N \times N$, on a : $\mathcal{D} = \{0, \dots, N-1\} \times \{0, \dots, N-1\}$.

Soit $\mathcal{C}_{k,l}$ l'ensemble des couples de pixels appartenant à \mathcal{D} et distants d'un déplacement (k,l) :

$$\mathcal{C}_{k,l} = \{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{D}^2 \mid p = m + k, q = n + l\}. \quad (3.2)$$

Soit $N_{k,l}$ le nombre d'éléments de $\mathcal{C}_{k,l}$: $N_{k,l} = (N-k).(N-l)$.

Sous l'hypothèse de stationnarité et d'ergodicité, r_{II} , peut être estimée par une moyenne arithmétique, en se fondant sur les valeurs de I dans la région définie par \mathcal{D} :

$$\hat{r}_{II}(k,l) = \frac{1}{N_{k,l}} \sum_{((u,v),(x,y)) \in \mathcal{C}_{k,l}} I(u,v).I(x,y). \quad (3.3)$$

Considérons l'image, notée $I_{\mathcal{D}}$, issue du fenêtrage du processus aléatoire stationnaire I :

$$I_{\mathcal{D}}(m,n) = \begin{cases} I(m,n), & \text{pour } (m,n) \in \mathcal{D}, \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.4)$$

La transformée de Fourier discrète du processus fenêtré $I_{\mathcal{D}}(m,n)$ est donné par :

$$F_{\mathcal{D}}(u,v) = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} I(m,n)e^{-j(um+vn)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{\mathcal{D}}(m,n)e^{-j(um+vn)}. \quad (3.5)$$

Notons $S_{\mathcal{D}}$ le module de $F_{\mathcal{D}}$ élevé au carré. Nous appellerons $S_{\mathcal{D}}$, le spectre discret du processus fenêtré :

$$\begin{aligned} S_{\mathcal{D}}(u,v) &= F_{\mathcal{D}}^*(u,v).F_{\mathcal{D}}(u,v), \\ &= \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} I(m,n)I(p,q)e^{-j(u(p-m)+v(q-n))} \end{aligned} \quad (3.6)$$

L'espérance mathématique du spectre discret $S_{\mathcal{D}}$ est alors liée à la fonction d'autocorrélation r_{II} par l'équation suivante :

$$E[S_{\mathcal{D}}(u,v)] = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} r_{II}(p-m,q-n)e^{-j(u(p-m)+v(q-n))}. \quad (3.7)$$

En procédant à un changement de variables, l'expression précédente peut s'écrire :

$$\frac{1}{N^2} E[S_{\mathcal{D}}(u,v)] = \sum_{k=-N+1}^{N-1} \sum_{l=-N+1}^{N-1} \left(1 - \frac{|k|}{N}\right) \left(1 - \frac{|l|}{N}\right) r(k,l)e^{-j(uk-vl)}. \quad (3.8)$$

Si l'on définit la densité spectrale de puissance (ou spectre) S par :

$$S(u,v) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} E[S_{\mathcal{D}}(u,v)], \quad (3.9)$$

on montre alors que S est la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation r_{II} , soit :

$$r_{II} \hat{=} S(u,v). \quad (3.10)$$

Une démonstration de ce théorème, connu sous le nom de théorème de Wiener-Kinchine, est donné dans [Hay96] dans le cas d'un processus mono-dimensionnel. Nous proposons en annexe A.1 une extension de cette démonstration au cas d'un processus bidimensionnel à valeurs complexes.

Notons qu'il n'y a pas égalité rigoureuse entre les fonctions $\mathcal{F}_{\mathcal{D}}^{-1}[S_{\mathcal{D}}]$, transformée inverse du spectre discret, et \hat{r}_{II} , estimation de la fonction d'autocorrélation. Cependant, dans la mesure où l'une et l'autre convergent vers la fonction d'autocorrélation quand la taille de l'image tend vers l'infini, cette propriété est souvent utilisée afin d'accélérer le calcul de la fonction d'autocorrélation \hat{r}_{II} : en effet, l'utilisation d'algorithmes de transformée de Fourier rapide (FFT) permet de réduire la complexité de la transformation.

Si l'on considère qu'une texture consiste en un agencement spatial de motifs texturaux, alors la fonction d'autocorrélation nous renseigne sur la taille de ces motifs [Har79]. S'ils sont de grande taille (texture grossière), \hat{r}_{II} décroît lentement en fonction de la distance. Dans le cas de primitives tonales de petite taille, \hat{r}_{II} tend rapidement vers zéro. Enfin, si la texture est périodique, la fonction d'autocorrélation évolue également de façon périodique en fonction de la distance. Dans le contexte de la synthèse d'images de textures naturelles, Volet [Vol87] utilise cette propriété pour retrouver les règles de placement des primitives de textures structurées périodiques : les coordonnées des maxima de la fonction d'autocorrélation lui fournissent les coordonnées des *vecteurs de placement*, utilisés dans la procédure de synthèse.

Malheureusement, la fonction d'autocorrélation définie ci-dessus, n'est pas directement exploitable en ce qui nous concerne car elle n'est pas adaptée aux données qui nous intéressent, les orientations. En effet, l'orientation étant une grandeur circulaire, définie modulo π , le produit de deux orientations n'a pas de sens. L'analyse des corrélations du champ des orientations doit nécessairement faire intervenir une représentation vectorielle ou complexe de l'orientation.

3.2.2.2 Matrices de cooccurrences

Dans la mesure où l'on considère qu'une texture peut être décrite par ses statistiques d'ordre 2, les matrices de cooccurrences, proposées par Julesz en 1962 [Jul62], en sont une des représentations statistiques les plus complètes. Par la suite, Haralick [Har73] a défini des indicateurs texturaux ou *descripteurs* décrivant ces matrices. Dès lors, cette approche a été très appréciée en raison de

sa facilité de mise en œuvre et de ses performances. Elle est devenue une approche de référence.

Soit une image I à valeurs dans $\mathcal{G} = \{0, \dots, N_g - 1\}$ et soit $\mathcal{D} \subset \mathbb{N}^2$ l'ensemble d'indices définissant le support de l'image I . On note \mathcal{C}_{d_1, d_2} l'ensemble des couples de pixels appartenant à \mathcal{D} et distants d'un déplacement (d_1, d_2) :

$$\mathcal{C}_{d_1, d_2} = \{((i, j), (k, l)) \in \mathcal{D}^2 \mid k = i + d_1, l = j + d_2\}. \quad (3.11)$$

La matrice de cooccurrences, ou matrice des dépendances spatiales de niveaux de gris ψ_{d_1, d_2} , est définie pour un déplacement $(d_1, d_2) \in \mathbb{N}^2$ par :

$$\psi_{d_1, d_2}(i, j) = \text{Card} \{((u, v), (k, l)) \in \mathcal{C}_{d_1, d_2} ; I(u, v) = i \text{ et } I(k, l) = j\}. \quad (3.12)$$

Il s'agit du nombre d'occurrences d'un couple de pixels distants d'un déplacement (d_1, d_2) et possédant respectivement les niveaux de gris i et j .

Soit $N_{\mathcal{C}}$ le nombre total de couples :

$$N_{\mathcal{C}} = \text{Card} \mathcal{C}_{d_1, d_2} = \sum_{i=0}^{N_g-1} \sum_{j=0}^{N_g-1} \psi_{d_1, d_2}(i, j). \quad (3.13)$$

La matrice de cooccurrences normalisée ϕ_{d_1, d_2} est définie par :

$$\phi_{d_1, d_2}(i, j) = \frac{1}{N_{\mathcal{C}}} \psi_{d_1, d_2}(i, j). \quad (3.14)$$

Si l'image est considérée comme la réalisation d'un processus discret bidimensionnel, stationnaire et ergodique, alors $\phi_{d_1, d_2}(i, j)$ constitue une estimation de la fonction de probabilité conjointe $P(d_1, d_2, i, j)$, qu'un couple de pixels de positions (u, v) et $(u + d_1, v + d_2)$ aient pour valeurs respectives i et j .

$$P(d_1, d_2, i, j) \simeq \phi_{d_1, d_2}(i, j). \quad (3.15)$$

Certaines approches proposent d'utiliser directement les matrices de cooccurrences pour la classification de textures, au prix d'une complexité calculatoire élevée. Toutefois, les matrices ne servent la plupart du temps que d'intermédiaires au calcul de descripteurs ou indicateurs texturaux. Haralick et al. [Har73] ont proposé quatorze attributs de description ; citons notamment quatre d'entre eux, fréquemment utilisés :

$$\begin{aligned} (a) \text{ le second moment angulaire} & : \text{ASM} = \sum_i \sum_j \phi_{ij}^2 ; \\ (b) \text{ le contraste} & : \text{CON} = \sum_i \sum_j (i - j)^2 \phi_{ij} ; \\ (c) \text{ la corrélation} & : \text{COR} = \frac{1}{\sigma_x \sigma_y} \sum_i \sum_j (ij \phi_{ij} - \mu_x \mu_y) ; \\ (d) \text{ l'entropie} & : \text{ENT} = - \sum_i \sum_j \phi_{ij} \log \phi_{ij}. \end{aligned} \quad (3.16)$$

ϕ_{ij} désigne l'élément (i,j) de la matrice de cooccurrences normalisée, calculée pour (d_1, d_2) fixés. μ_x et σ_x sont la moyenne et l'écart type des vecteurs de probabilités marginales, obtenus en sommant selon les lignes de ϕ . Les termes μ_y et σ_y sont relatifs aux colonnes.

L'utilisation des matrices de cooccurrences est cependant confrontée à certaines difficultés. En effet, par souci de réduction de la complexité calculatoire, l'étude des cooccurrences est souvent réduite à un nombre limité de niveaux de gris mais aussi de déplacements. Par exemple, sous l'hypothèse markovienne selon laquelle seules les interactions dans un voisinage réduit sont pertinentes, de nombreux auteurs ne se fondent que sur les dépendances dans un voisinage très restreint (typiquement, 4 ou 8-voisinage). Dans [Zuc80], Zucker souligne l'importance du choix des relations spatiale sur lesquelles baser le calcul des cooccurrences et des descripteurs correspondants. Alors que ce choix repose le plus souvent sur une heuristique, l'auteur propose une technique statistique fondée sur un test d'indépendance des lignes et des colonnes des matrices de cooccurrences (test du χ^2). Cette technique permet de choisir les relations spatiales – et donc les matrices – apportant le plus d'information sur la texture.

D'autres travaux ont été menés concernant la réduction de la complexité calculatoire. Notamment, Unser [Uns86] utilise le fait que la somme S et la différence D de deux variables aléatoires Y_1 et Y_2 de même loi, soient décorréelées et définissent les axes d'inertie de la fonction de probabilité conjointe p_{Y_1, Y_2} . En faisant l'hypothèse d'indépendance des variables S et D (elle découle de la non-corrélation de Y_1 et Y_2 dans le cas gaussien), la fonction de probabilité conjointe peut être approximée par le produit des fonctions de probabilité du premier ordre selon les axes principaux que sont S et D . Pour deux pixels décrits par Y_1 et Y_2 ,

$$p_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = p_{S, D}(y_1 + y_2, y_1 - y_2) \simeq p_S(y_1 + y_2) \cdot p_D(y_1 - y_2). \quad (3.17)$$

La démarche suivie consiste à remplacer le calcul des cooccurrences par celui des histogrammes des sommes et différences de niveaux de gris. La plupart des descripteurs relatifs aux matrices de cooccurrences, dont ASM , CON , COR et ENT , peuvent être calculés à partir de ces deux histogrammes. Il en résulte un gain non négligeable en termes de complexité calculatoire et de capacité mémoire requise. Dans le cadre de la classification d'un jeu de textures de Brodatz, l'utilisation conjointe des deux histogrammes s'est avérée aussi efficace que celle des cooccurrences, ce qui montre la légitimité de l'approche.

Unser [Uns86] a montré en outre, que l'utilisation du seul histogramme des différences de niveaux de gris conduisait à des résultats quasi-identiques. Cette dernière remarque met en évidence le fait que l'information sur la texture est principalement contenue dans les statistiques des différences de niveau de gris.

Ojala et al. [Oja01], dans des travaux récents ont également justifié le remplacement des cooccurrences par les différences de niveau de gris : ils se fondent sur une approximation de la fonction de probabilité conjointe $p_{Y_1 Y_2}(y_1, y_2)$ de deux pixels voisins, sous l'hypothèse d'indépendance de y_1 et $y_1 - y_2$:

$$p_{Y_1, Y_2}(y_1, y_2) = p_{Y_1, D}(y_1, y_1 - y_2) \simeq p_Y(y_1) \cdot p_D(y_1 - y_2). \quad (3.18)$$

Ils montrent, au travers d'une étude sur des textures de Brodatz que cette approximation est pertinente et que la perte d'information liée à cette factorisation est minimale. La distribution $p_Y(y_1)$ n'apportant pas d'information sur la texture mais sur la luminance globale de l'image, ils fondent leurs approches uniquement sur les différences de niveaux de gris.

3.2.2.3 Différences de niveaux de gris et cartes d'interaction

Plusieurs auteurs ont préconisé l'utilisation des différences de niveau de gris pour l'analyse des textures. Nous présenterons en particulier les travaux de Chetverikov [Che95a][Che95b][Che96][Che99], qui trouvent leur justification dans la théorie de Gimel'farb [Gim96]. Ce dernier propose un modèle non markovien, selon lequel les interactions à petite mais aussi à grande échelle entre couples de pixels sont susceptibles de décrire l'organisation de la texture.

Soit une image I à valeurs dans $\mathcal{G} = \{0, \dots, N_g - 1\}$ et soit $\mathcal{D} \subset \mathbb{N}^2$ un ensemble d'indices définissant une région texturée de I . On note \mathcal{C}_{d_1, d_2} l'ensemble des couples de pixels appartenant à \mathcal{D} et distants d'un déplacement (d_1, d_2) (cf. Equation (3.11)).

L'histogramme h_{d_1, d_2} des différences absolues des niveaux de gris est défini pour un déplacement $(d_1, d_2) \in \mathbb{N}^2$ par :

$$h_{d_1, d_2}(i) = \text{Card} \{((u, v), (k, l)) \in \mathcal{C}_{d_1, d_2} \mid |I(u, v) - I(k, l)| = i\} ; \quad i \in \{0, \dots, N_g - 1\}. \quad (3.19)$$

$h_{d_1, d_2}(i)$ est le nombre d'occurrences d'un couple de points séparés par un déplacement (d_1, d_2) et tels que leur différence absolue de niveau de gris soit égale à i . Soit N le nombre total de couples de \mathcal{C}_{d_1, d_2} :

$$N = \text{Card} \mathcal{C}_{d_1, d_2} = \sum_{i=0}^{N_g-1} h_{d_1, d_2}(i). \quad (3.20)$$

L'histogramme normalisé \hat{h}_{d_1, d_2} des différences absolues des niveaux de gris est donné par :

$$\hat{h}_{d_1, d_2}(i) = \frac{1}{N} h_{d_1, d_2}(i) ; \quad i \in \{0, \dots, N_g - 1\}. \quad (3.21)$$

Comme pour les matrices de cooccurrences, divers descripteurs ont été définis, dont :

$$\begin{aligned}
 (a) \text{ la différence absolue moyenne : } & \text{MEAN} = \frac{1}{N_g} \sum_i i \cdot \hat{h}_{d_1, d_2}(i) ; \\
 (b) \text{ le contraste : } & \text{MOM} = \frac{1}{N_g} \sum_i i^2 \cdot \hat{h}_{d_1, d_2}(i) ; \\
 (c) \text{ le second moment angulaire : } & \text{ASM} = \sum_i \hat{h}_{d_1, d_2}^2(i) ; \\
 (d) \text{ l'entropie : } & \text{ENT} = \frac{1}{1 - \sum_i \hat{h}_{d_1, d_2}(i) \cdot \ln \hat{h}_{d_1, d_2}(i)} .
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Il est possible d'associer à chaque descripteur une *carte d'interaction* (en anglais, Feature Based Interaction Map), représentant les valeurs du descripteur considéré pour l'ensemble des déplacements possibles $(d_1, d_2) \in \mathbb{N}^2$. La carte d'interaction se présente sous la forme d'une image, dont les coordonnées se réfèrent aux composantes du vecteur déplacement, et dont la luminance traduit la valeur du descripteur (cf. FIG. 3.1).

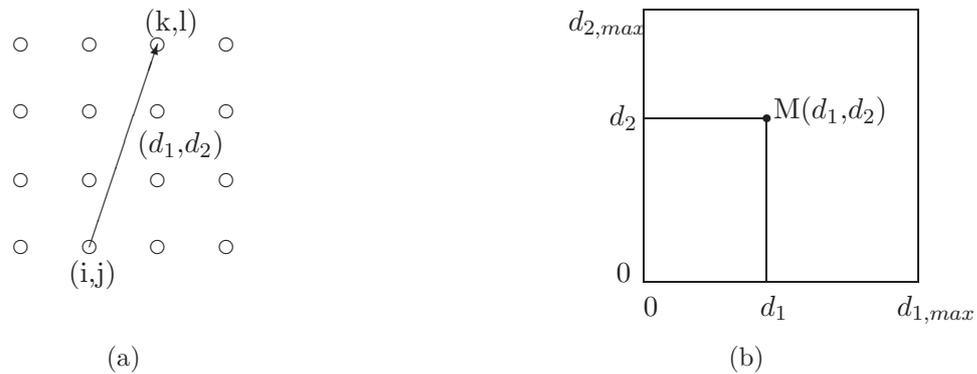


FIG. 3.1 – Principe de construction d'une carte d'interaction pour un descripteur quelconque M : (a) couple de pixels et vecteur déplacement ; (b) construction de la carte d'interaction $M(d_1, d_2)$.

Une version polaire des cartes d'interaction a également été proposée. Pour cela, les définitions ci-dessus ont été modifiées pour prendre en compte des déplacements quelconques, définis par des coordonnées polaires (ρ, θ) . Soit $\mathcal{C}_{\rho, \theta}$ l'ensemble des couples définis par :

$$\mathcal{C}_{\rho, \theta} = \{((i, j), (x, y)) \in \mathcal{D} \times \mathcal{D}' \mid x = i + \rho \cos \theta, y = j + \rho \sin \theta\} . \tag{3.23}$$

où $\mathcal{D}' \subset \mathbb{R}^2$ est l'ensemble des points à coordonnées réelles "intérieurs" à \mathcal{D} , c'est à dire l'ensemble des points pouvant être encadrés par des points de \mathcal{D} .

L'histogramme étendu des différences de niveaux de gris (*EGLDH* pour l'abréviation anglaise) est alors défini par :

$$h_{\rho, \theta}^e(i) = \text{Card} \{((u, v), (x, y)) \in \mathcal{C}_{\rho, \theta} \mid |I(u, v) - I(x, y)| = i\} ; \quad i \in \{0, \dots, N_g - 1\} . \tag{3.24}$$

Le couple (x,y) n'étant pas un couple d'entiers, $I(x,y)$ est obtenu par une interpolation bilinéaire des valeurs des quatre pixels voisins (cf. FIG. 3.2a) :

$$I(x,y) = [w_{11}I_{11} + w_{12}I_{12} + w_{21}I_{21} + w_{22}I_{22}], \quad (3.25)$$

où $[.]$ désigne la partie entière d'un nombre et les $I_{q,r}$, $q,r \in \{1,2\}$ sont les niveaux de gris des pixels voisins. Les poids w_{qr} sont donnés par :

$$w_{11} = ab, \quad w_{12} = (1-a)b, \quad w_{21} = a(1-b), \quad w_{22} = (1-a)(1-b), \quad (3.26)$$

avec $a = y_{22} - y$ et $b = x_{22} - x$.

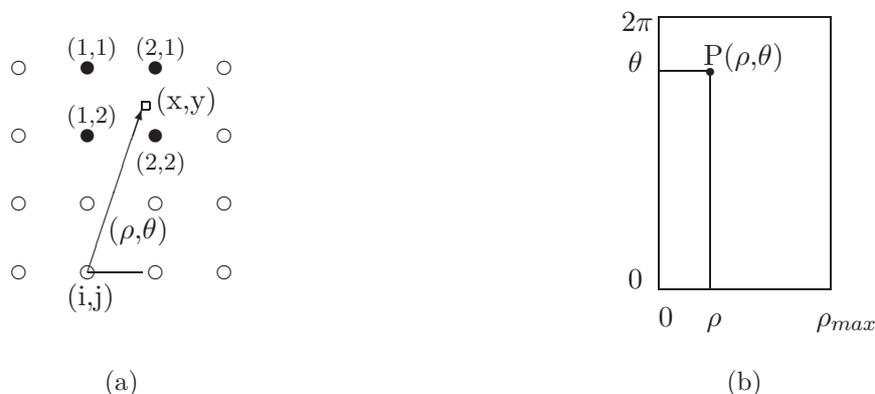


FIG. 3.2 – Principe de construction de l’histogramme étendu des différences absolues de niveaux de gris : (a) interpolation bilinéaire ; (b) construction de la carte polaire $P(\rho,\theta)$.

La carte polaire d’interactions est une image dont les coordonnées horizontales et verticales représentent respectivement le module et l’argument du vecteur déplacement, et dont la luminance traduit la valeur du descripteur correspondant (cf. FIG. 3.2b). Une transformation simple sur les colonnes de la carte polaire d’interactions permet d’obtenir la carte polaire de symétrie qui rend compte des symétries et des directions d’anisotropie de la texture.

Nous présentons à la figure 3.3 les cartes d’interactions, cartésienne et polaire, fondées sur le descripteur MEAN, et calculées sur la texture “rotin” de l’album de Brodatz. Ces cartes servent de base à l’identification des interactions les plus significatives de l’organisation texturale. Ces interactions se traduisent par des tâches ou des lignes sombres que l’application d’un *détecteur de tâches – blob detector* – permet de retrouver.

Par ailleurs, Chetverikov propose d’utiliser les colonnes des cartes polaires afin de construire des diagrammes polaires d’anisotropie et de symétrie. A une colonne de la carte polaire (distance fixe), il fait correspondre un diagramme polaire où l’argument et le module se réfèrent respectivement à l’indice ligne de la carte (orientation) et à la valeur du descripteur correspondant au

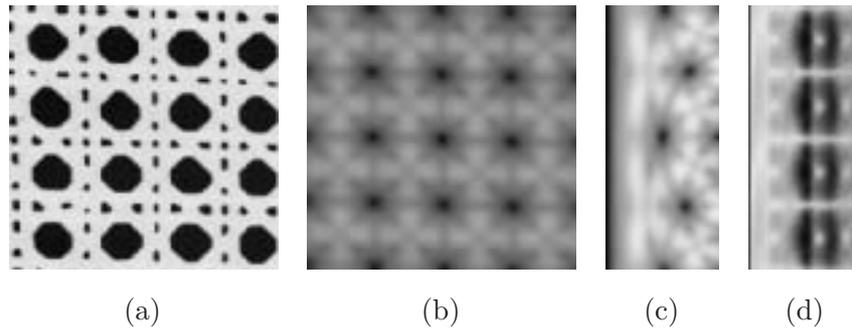


FIG. 3.3 – Cartes d'interaction fondées sur la moyenne des différences absolues de niveaux de gris (attribut *MEAN*): (a) texture d101 “rotin”; (b) carte cartésienne d'interactions; (c) carte polaire d'interactions; (d) carte polaire de symétrie.

déplacement ainsi défini. Nous donnons à la figure 3.4b les diagrammes d'anisotropie et de symétrie relatifs aux cartes polaires de la figure 3.3, pour un déplacement de module $\rho = 38$ pixels.

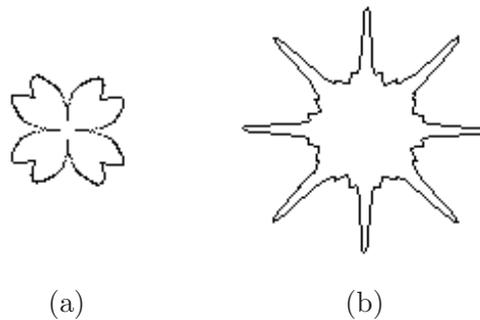


FIG. 3.4 – Diagrammes polaires basés sur l'attribut *MEAN*, calculés sur la texture “rotin”: (a) diagramme polaire d'anisotropie; (b) diagramme polaire de symétrie.

L'approche de Chetverikov est intéressante dans le sens où elle fournit, à partir d'une distribution des différences, tout un jeu d'outils facilitant la caractérisation des propriétés d'une texture. Des exemples d'application de ces outils ont été fournis dans les domaines du filtrage, de la classification et de l'inspection de textures. Bien que cette approche soit initialement conçue pour l'étude du niveau de gris, on peut envisager sa mise en œuvre autour d'un histogramme des différences d'orientations. Cette approche sera l'objet de la partie 3.4 du présent chapitre.

3.2.2.4 Complexité d'une texture

Dans une étude récente, Baheerathan et al. [Bah99] ont proposé une mesure de la complexité d'une texture, qui s'appuie sur un seuillage et une binarisation de l'image. Cette mesure est définie pour un vecteur déplacement (d_1, d_2) : il s'agit du nombre de transitions noir-blanc, observées pour des déplacements selon (d_1, d_2) , sur l'image binaire issue du seuillage de l'image à

un niveau α .

Soit une image discrète I à valeurs dans $\mathcal{G} = \{0, \dots, N_g - 1\}$. Soit I_b^α l'image définie par :

$$I_b^\alpha(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{si } I(i, j) \geq \alpha, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (3.27)$$

Soit $\mathcal{D} \subset \mathbb{N}^2$ un ensemble d'indices définissant une région texturée de I . On note \mathcal{C}_{d_1, d_2} l'ensemble des couples de pixels appartenant à \mathcal{D} et distants d'un déplacement (d_1, d_2) . La courbe de complexité $\Gamma_{\mathbf{d}}(\alpha)$ est définie par :

$$\Gamma_{\mathbf{d}}(\alpha) = \frac{1}{N} \text{Card} \{((u, v), (k, l)) \in \mathcal{C}_{d_1, d_2} \mid I(u, v) = 0 \text{ et } I(k, l) = 1\}, \quad (3.28)$$

où N est le nombre total de couples de \mathcal{C}_{d_1, d_2} . La courbe $\Gamma_{\mathbf{d}}$ traduit le nombre de transitions noir-blanc en fonction du niveau de seuillage. Différents descripteurs peuvent être déduits des courbes de complexité, notamment :

$$\begin{aligned} (a) \quad & \text{la valeur maximale : } MV(\mathbf{d}) = \max \Gamma_{\mathbf{d}}(\alpha) ; \\ (b) \quad & \text{la valeur moyenne : } AV(\mathbf{d}) = \frac{1}{N_g} \sum_{\alpha=0}^{N_g-1} \Gamma_{\mathbf{d}}(\alpha) ; \\ (c) \quad & \text{l'entropie : } ENT(\mathbf{d}) = - \sum_{\alpha=0}^{N_g-1} \Gamma_{\mathbf{d}}(\alpha) \ln \Gamma_{\mathbf{d}}(\alpha) . \end{aligned} \quad (3.29)$$

Les auteurs donnent deux exemples d'utilisation de ces grandeurs. La première application est la classification de textures. Les descripteurs sont directement injectés dans l'algorithme de classification. Ils sont dans ce cas calculés pour un nombre limité de déplacements, en l'occurrence : $\mathbf{d} = (1, 0)$ et $\mathbf{d} = (0, 1)$.

La deuxième application concerne la mesure de propriétés *haut-niveau* telles que la directionnalité ou la périodicité. Pour cela, le descripteur est représenté en fonction des coordonnées polaires (ρ, θ) du déplacement. Deux représentations sont proposées :

- ρ est fixé ; on trace les variations du descripteur en fonction de l'orientation θ . On obtient un diagramme polaire ou polarogramme dont on peut déduire des propriétés de symétrie ou de directionnalité.
- θ est fixé, on trace l'évolution de la complexité en fonction de la distance ρ , ce qui permet de mettre en évidence une éventuelle périodicité de la texture.

En ce qui nous concerne, l'intérêt de cette méthode réside principalement dans les représentations des descripteurs en fonction soit du module, soit de l'orientation du vecteur déplacement. Notamment, l'analyse de la courbe décrivant la complexité en fonction du module du déplacement, donne accès à la périodicité de l'image. Une démarche semblable serait intéressante pour l'étude du champ d'orientation.

3.2.3 Statistiques d'ordre supérieur à 2

Compte tenu de l'efficacité des approches statistiques d'ordre 2, l'analyse des dépendances au sein d'un groupe composé de plus de deux pixels devrait encore améliorer la description de la texture. Cette hypothèse, faite par plusieurs auteurs, est à la base de diverses approches fondées sur des statistiques d'ordre supérieur à 2. Malheureusement, la complexité et les besoins en mémoire, déjà importants dans le cas des cooccurrences simples, deviennent très pénalisants pour les statistiques d'ordre supérieur à deux. Aussi, la plupart des auteurs ont-ils cherché à pallier ce problème en proposant des méthodes diminuant l'encombrement mémoire et le coût calculatoire.

3.2.3.1 Histogrammes multi-dimensionnels

Valkealahti et Oja s'intéressent dans [Val98] aux histogrammes multi-dimensionnels de cooccurrences de niveau de gris, c'est à dire à l'extension des matrices de cooccurrence à des groupes de plus de deux pixels. Plus particulièrement, leur attention se focalise sur les cooccurrences au sein d'un groupe de neuf pixels définis par une relation de 8-voisinage :

g_4	g_3	g_2
g_5	g_0	g_1
g_6	g_7	g_8

L'histogramme de dimension 9 relatif à $\{g_0, g_1, \dots, g_8\}$ réalise une approximation de la fonction de probabilité conjointe : $p(g_0, g_1, \dots, g_8)$.

Pour une image quantifiée sur N_G niveaux de gris, un histogramme de dimension k consiste en une structure de taille $(N_g)^k$. En pratique, de tels histogrammes ne peuvent être utilisés que pour de faibles valeurs de N_g ou de k . Une augmentation notable de la dimension est toutefois rendue possible par la compression de ses histogrammes. En effet, l'application d'un quantifieur vectoriel (en anglais, *vector quantizer*) permet de déterminer un jeu de vecteurs de codage $\{r_n = (r_{n,1}, r_{n,2}, \dots, r_{n,k})\}_{n=1,2,\dots,N}$, à partir duquel est formé l'histogramme multidimensionnel réduit $h = \{h_q\}_{q=1,\dots,N}$ défini par :

$$h_q = \text{Card} \{s | q = \arg \min_n \|s - r_n\|\}. \quad (3.30)$$

h_q représente le nombre de fois où r_q a été choisi comme meilleur vecteur de codage pour les vecteurs de cooccurrence s . Ainsi, le quantifieur vectoriel est utilisé comme grille d'échantillonnage pour l'histogramme multi-dimensionnel. L'histogramme réduit h est quant à lui utilisé à

des fins de classification de textures.

Dans des travaux ultérieurs, Ojala et al. [Oja01] remplacent dans l'approche ci-dessus, les co-occurrences des niveaux de gris par les cooccurrences des différences signées de niveaux de gris $p(g_1 - g_0, \dots, g_8 - g_0)$. Ceci permet de réduire de 1 la dimension de l'histogramme.

3.2.3.2 Spectre Textural

L'approche suivie par He et Wang [He91] consiste à étudier les agencements mutuels des pixels dans un voisinage 3×3 . Neuf pixels voisins, liés par une relation de 8-voisinage, définissent un motif textural auquel est associée une mesure nommée *unité texturale*. La distribution de cette mesure sur l'ensemble de l'image est appelée *spectre textural*. Les principes de base de cette méthode sont les suivants.

Soient (g_0, g_1, \dots, g_8) les niveaux des pixels définissant un voisinage 3×3 , où g_0 correspond au pixel central. A cet ensemble de pixels, on associe le jeu de valeurs (e_1, \dots, e_8) définies par :

$$e_i = \begin{cases} 0 & \text{si } g_i < g_0 \\ 1 & \text{si } g_i = g_0 \\ 2 & \text{si } g_i > g_0 \end{cases} \quad (3.31)$$

La valeur de l'*unité texturale* U_t est donnée par une combinaison des e_i :

$$U_t = \sum_{i=1}^8 e_i \cdot 3^{i-1}. \quad (3.32)$$

U_t prend une valeur dans l'ensemble $\{0, 1, \dots, 6560\}$. Notons que cette valeur est intrinsèquement liée à l'ordonnancement des pixels (g_0, g_1, \dots, g_8) .

Comme pour les approches précédentes, huit descripteurs sont calculés à partir de la distribution des unités texturales. Ces descripteurs traduisent principalement des propriétés de symétrie ou de directionnalité. Citons entre-autres *DD*, Degree of Direction, *BWS*, Black and White Symmetry, *GS*, Geometric Symmetry, ou encore, *CS*, Central Symmetry.

Certains auteurs proposent des variantes du spectre textural. Le *motif binaire local* (Local Binary Pattern) introduit par Ojala [Oja99][Oja01] est en réalité une version simplifiée de l'unité texturale puisqu'elle n'associe à chaque pixel du voisinage que deux valeurs, 0 ou 1, selon qu'il est ou non strictement inférieur au pixel central :

$$e'_i = \begin{cases} 0 & \text{si } g_i < g_0, \\ 1 & \text{si } g_i \geq g_0. \end{cases} \quad (3.33)$$

Le motif binaire LBP est alors calculé par la formule :

$$LBP = \sum_{i=1}^8 e'_i \cdot 2^{i-1}. \quad (3.34)$$

Il s'en suit une réduction importante de la taille de la distribution de cet indicateur, puisque qu'un motif ne prend que 256 valeurs au lieu de 6561 pour l'approche de He.

En comparaison avec les histogrammes multi-dimensionnels (cf. §3.2.3.1), la réduction du coût calculatoire est également notable. En effet, on ne tient pas compte des distributions mais uniquement des relations d'ordre entre les niveaux de gris des pixels, ce qui, de surcroît, rend la méthode plus robuste aux changements de luminance pouvant intervenir au sein d'une région texturée.

Enfin, Al-Janobi présente dans [AJ01] une implantation différente du spectre textural : il propose en effet de coder l'unité texturale en deux parties, l'*unité texturale diagonale* et l'*unité texturale en croix*. Chacun de ces nouveaux motifs est codé sur 81 valeurs. Ils permettent de définir une matrice dont l'horizontale et la verticale correspondent aux unités diagonales et en croix. De cette matrice, de taille 81×81 , sont issus des descripteurs selon une démarche similaire à celle des matrices de cooccurrences.

3.2.3.3 Bicorrélation, bispectre et bicorspectre

Dans le cadre de l'étude de textures non gaussiennes, Coroyer [Cor96] évalue l'apport des cumulants d'ordre 3 et 4, statiques et dynamiques, en termes de performances en classification.

Il définit la bicorrélation γ_3 comme étant la version dynamique du cumulant d'ordre 3. Dans le cas d'un processus monodimensionnel x centré, γ_3 s'écrit :

$$\gamma_3(m,n) = E[x(t).x(t+m).x(t+n)]. \quad (3.35)$$

Le bispectre est quant à lui défini par la transformée de Fourier bi-dimensionnelle de la bicorrélation. Le bicorspectre, enfin, donne une représentation temps-fréquence des propriétés statistiques d'ordre 3.

Alors que le bispectre et le bicorspectre s'avèrent peu performants, l'utilisation de la bicorrélation en association avec l'autocorrélation et les cumulants d'ordre 3 et 4 (skewness et kurtosis) permet d'améliorer les résultats de classification.

Toutefois, l'utilisation des statistiques d'ordre supérieur, de par leur sensibilité au bruit, requiert un grand nombre d'échantillons et donc des images de taille importante. L'auteur montre, dans le cas d'images de petites dimensions, qu'il est plus intéressant d'utiliser des paramètres extraits

des matrices de cooccurrences, c'est à dire des attributs statistiques du second ordre. De plus, cette approche, de par sa complexité calculatoire, se limite à l'hypothèse de séparabilité statistique des lignes et des colonnes, ce qui la rend inadéquate à la caractérisation bidimensionnelle des textures.

3.2.4 Matrices de cooccurrences généralisées

L'utilisation des matrices de cooccurrences et autres descripteurs statistiques exhaustifs, n'est pertinente que dans la mesure où le niveau de gris est lui même une caractéristique pertinente pour l'analyse de la texture. Considérons une texture "structurée", c'est à dire une texture composée d'un agencement de primitives caractérisées par une forme, une taille ou une orientation mais dont le niveau de gris n'apporte aucune information sémantique sur l'organisation texturale. Alors il est inadéquat de se fonder sur les probabilités d'occurrence des niveaux de gris pour extraire la structure de ces images. En revanche il est plus pertinent d'étudier la distribution des caractéristiques morphologiques ou des orientations des éléments texturaux, selon une approche dite structurale [Ehr78][Har79]; nous reviendrons sur ce type d'approche lors du chapitre suivant.

L'idée de Davis [Dav78][Dav80] consiste à généraliser la technique des cooccurrences. Cette généralisation intervient à trois niveaux :

- Seuls les pixels satisfaisant à un certain critère sont pris en compte pour le calcul des cooccurrences, ce qui permet de n'utiliser que les pixels dignes d'intérêt. L'approche présentée s'intéresse par exemple aux maxima locaux du gradient. On pourrait se focaliser également, selon les applications, sur les maxima de luminosité, sur les lignes de crêtes, etc.
- La relation spatiale, liant les deux points d'un couple intervenant dans le calcul des cooccurrences, est définie de façon quelconque : par exemple, on étudie les cooccurrences de deux pixels voisins, ou de deux pixels séparés d'une distance inférieure à une constante prédéfinie, ou encore de pixels compris dans un fuseau angulaire ayant une ouverture donnée.
- N'importe quel attribut, autre que le niveau de gris, peut être utilisé pour le calcul de la matrice de cooccurrence, par exemple l'orientation ou le module du gradient, la taille de la primitive etc.

Bien entendu, l'utilisation des matrices de cooccurrences généralisées nécessite un prétraitement des données fournissant, d'une part, la position des pixels présentant un intérêt et, d'autre part, la valeurs des attributs dont on veut estimer la distribution.

Donnons les principes de l'approche décrite par Davis. Soient $\mathcal{P} = \{p_i = (x_i, y_i)\}_{i=1\dots m}$ l'ensemble des m pixels pris en compte et $\mathcal{A} = \{a(x_i, y_i)\}_{i=1\dots m}$ les attributs correspondants. On suppose que les attributs ont été préalablement quantifiés :

$$a(x_i, y_i) \in \{a_1, \dots, a_n\}. \quad (3.36)$$

Soit F une contrainte spatiale sur deux pixels donnés : par exemple, $F_1(p_i, p_j, \delta)$ est la contrainte définie par $(d(p_i, p_j) < \delta)$ où $d(p_i, p_j) = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$ est la distance euclidienne ; dans ce cas, F_1 est vérifiée si la distance entre les deux pixels p_i et p_j est inférieure à δ .

Le terme (k, l) de la matrice de cooccurrences généralisée ζ_F est le nombre de couples (p_i, p_j) vérifiant la contrainte F et tels que $a(x_i, y_i) = a_k$ et $a(x_j, y_j) = a_l$:

$$\zeta_F(k, l) = \text{Card} \{(p_i, p_j) \in \mathcal{P}^2 ; F(p_i, p_j) \text{ est vraie, } a(x_i, y_i) = a_k \text{ et } a(x_j, y_j) = a_l\}. \quad (3.37)$$

Davis fournit plusieurs exemples dont un où il s'intéresse aux orientations des pixels présentant un maximum local du gradient. La contrainte est liée à la distance euclidienne et l'attribut considéré est l'orientation, quantifiée sur quatre valeurs, 0° , 45° , 90° et 135° , de sorte que la matrice résultante est de taille 4×4 .

Compte tenu de la nature quelconque des attributs considérés, les descripteurs des matrices de cooccurrences classiques (cf. §3.2.2.2) ne sont pas directement exploitables dans le cas des cooccurrences généralisées. Davis définit cependant deux indicateurs génériques, le contraste C_F et l'uniformité U_F :

$$C_F = \sum_{i,j} D(a_i, a_j) \cdot \zeta_F(i, j), \quad (3.38)$$

$$U_F = \sum_{i,j} \zeta_F(i, j)^2, \quad (3.39)$$

où $D(a_i, a_j)$ est une mesure de différence entre les attributs a_i et a_j .

Il faut noter que ces indicateurs dépendent d'une part du choix de \mathcal{P} (i.e. des pixels utilisés pour le calcul des cooccurrences) et, d'autre part, de la fonction de contrainte F . Dès lors, leur interprétation est plus délicate que celle des indicateurs texturaux classiques.

3.2.5 Bilan

Les approches dont il est question dans cet état de l'art, à l'exception des matrices de cooccurrences généralisées, se fondent sur les distributions des niveaux de gris. Or, à l'instar de Davis, nous avons choisi de ne pas construire notre approche sur les niveaux de gris mais plutôt sur les orientations locales. Aussi, ces approches ne nous intéressent que dans la mesure où elles

fournissent un canevas pour l'étude des propriétés statistiques d'une certaine primitive tonale et des caractéristiques texturales haut-niveau qui en découlent. Ce canevas est le suivant, c'est celui sur lequel se fondent la plupart des méthodes recensées :

1. On choisit un jeu de relations spatiales entre 2 pixels (ou davantage).
2. On calcule une statistique fondée sur les niveaux de gris de pixels liés par le jeu de relations spatiales définies en 1. (e.g. probabilités conjointes des niveaux de gris, probabilités des différences de niveaux de gris, complexité, etc.).
3. On caractérise la statistique obtenue par un ensemble de descripteurs.
4. Soit on utilise directement les descripteurs en classification de textures, soit on en donne une représentation en fonction des coordonnées du déplacement pour lesquels ils ont été calculés. Dans le second cas, la représentation est utilisée pour effectuer des mesures d'anisotropie ou de périodicité.

Cette démarche, après avoir été adaptée à l'étude des orientations, est celle que nous suivrons par la suite.

Bien qu'elles soient adaptées aux niveaux de gris et non aux orientations, certaines des approches suivant le canevas ci-dessus ont toutefois retenu notre attention. Tout d'abord, par rapport aux matrices de cooccurrences, les histogrammes des différences de niveau de gris d'un couple de pixels s'avèrent être une représentation aussi riche mais plus compacte des propriétés de la texture. Par ailleurs, les cartes d'interactions ont pour avantage de résumer, en une représentation unique, l'ensemble des dépendances présentes sur la texture. Enfin, l'atout des représentations polaires est de pouvoir être déclinées, à ρ constant, sous la forme de fonctions de l'orientation, et, à θ constant, sous la forme de fonctions de la distance (cf. travaux de Baheerathan). Elles donnent ainsi accès aux informations d'anisotropie et de périodicité.

La fonction d'autocorrélation fournit également une description riche des dépendances spatiales sur une image. Bien qu'elle ne puisse pas être utilisée sous sa forme habituelle dans le cas d'un champ d'orientations, nous proposons en 3.3 une extension de cette méthode adaptée aux grandeurs périodiques que sont les orientations.

Notons enfin que nous ne retiendrons pas les méthodes basées sur des statistiques d'ordre supérieur à 2. En effet, ces méthodes, pénalisées par leur complexité calculatoire et par leur manque de robustesse ne peuvent être mises en œuvre que pour un nombre réduit de relations spatiales, sous des contraintes trop restrictives.

3.3 Fonction d'autocorrélation et orientations

La fonction d'autocorrélation des niveaux de gris est une approche pertinente pour la caractérisation de la taille des primitives et, le cas échéant, pour la mesure de la périodicité de la texture (cf. §3.2.2.1). Cependant, dans le cas d'un champ d'orientations, la fonction d'autocorrélation n'est pas directement exploitable. En effet, l'orientation est une donnée circulaire dont on doit prendre en compte la congruence modulo π . Dès lors, le produit de deux orientations et, a fortiori, l'intégrale de ce produit (i.e. la fonction d'autocorrélation) n'ont pas nécessairement un sens.

Par contre, si l'on considère l'orientation, donnée circulaire, comme une fonction complexe, il est possible de définir sa fonction d'autocorrélation. Nous allons donner ci-dessous la définition de la fonction d'autocorrélation d'un processus aléatoire complexe bidimensionnel. Nous montrerons ensuite comment aboutir, en passant par le domaine de Fourier, à cette fonction d'autocorrélation. Enfin, nous verrons comment exploiter la fonction d'autocorrélation complexe pour la caractérisation statistique d'un champ d'orientations.

3.3.1 Autocorrélation d'une fonction complexe

3.3.1.1 Définition

Soit c un processus discret bidimensionnel à valeurs complexes et à support infini :

$$c(m,n) = a(m,n) + j.b(m,n), \quad (m,n) \in \mathbb{N}^2 \quad (3.40)$$

où $a(m,n)$ et $b(m,n)$ sont les fonctions à valeurs réelles désignant la partie réelle et la partie imaginaire de $c(m,n)$.

La fonction d'autocorrélation du processus c à valeurs complexes est définie par :

$$\begin{aligned} r_{cc} : \quad \mathbb{N}^2 &\rightarrow \mathbb{R} \\ (k,l) &\rightarrow E[c^*(m,n).c(m+k,n+l)], \end{aligned} \quad (3.41)$$

où $E[.]$ désigne l'espérance mathématique.

Considérons à présent que le champ complexe constitue l'observation du processus discret sur une fenêtre de taille finie. On note $\mathcal{D} \subset \mathbb{N}^2$ l'ensemble d'indices définissant le support de ce champ. Par exemple, pour un champ de taille $N \times N$, on a : $\mathcal{D} = \{0, \dots, N-1\} \times \{0, \dots, N-1\}$. Soit $\mathcal{C}_{k,l}$ l'ensemble des couples de pixels appartenant à \mathcal{D} et distants d'un déplacement (k,l) :

$$\mathcal{C}_{k,l} = \{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{D}^2 \mid p = m+k, q = n+l\}. \quad (3.42)$$

Sous l'hypothèse de stationnarité et d'ergodicité, r_{cc} , peut être estimée par la moyenne arithmétique, \hat{r}_{cc} , qui se fonde sur les valeurs de c dans la région définie par \mathcal{D} :

$$\hat{r}_{cc}(k,l) = \frac{1}{N_{k,l}} \sum_{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{C}_{k,l}} c^*(m,n).c(p,q), \quad (3.43)$$

où $N_{k,l}$ est la cardinalité de l' ensemble $\mathcal{C}_{k,l}$:

$$N_{k,l} = \text{Card } \mathcal{C}_{k,l} = (N - k).(N - l). \quad (3.44)$$

3.3.1.2 Théorème de Wiener-Kinchine

Notons $A(u,v)$ et $B(u,v)$ les transformées de Fourier discrètes de a et b . A_r , A_i , B_r et B_i désignent les parties réelle et imaginaire de A et B .

$$\begin{aligned} a(m,n) &\Leftrightarrow A(u,v) = A_r(u,v) + j.A_i(u,v), \\ b(m,n) &\Leftrightarrow B(u,v) = B_r(u,v) + j.B_i(u,v). \end{aligned} \quad (3.45)$$

La transformée discrète de c s'exprime simplement en fonction des composantes de A et B :

$$c(m,n) \Leftrightarrow F_{\mathcal{D}}(u,v) = [A_r(u,v) - B_i(u,v)] + j. [A_i(u,v) + B_r(u,v)]. \quad (3.46)$$

Si l'on nomme $S_{\mathcal{D}} = |F_{\mathcal{D}}(u,v)|^2$ le spectre discret de c , il vient :

$$S_{\mathcal{D}}(u,v) = [A_r(u,v) - B_i(u,v)]^2 + [A_i(u,v) + B_r(u,v)]^2. \quad (3.47)$$

Cette équation nous permet de calculer le spectre discret de c à partir des transformées de Fourier des fonctions réelles a et b .

Le théorème de Wiener-Kinchine établit la relation suivante: le spectre d'un processus discret à valeurs complexes et à support infini est égal à la transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation.

$$r_{cc}(k,l) \Leftrightarrow S(u,v). \quad (3.48)$$

Dans le cas d'un processus fenêtré, la relation entre l'estimation \hat{r}_{cc} de la fonction d'autocorrélation, et le spectre discret $S_{\mathcal{D}}$ de l'image I , n'est pas exacte. Cependant, on peut montrer que l'espérance du spectre discret tend vers la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation, lorsque la taille de l'image tend vers l'infini. Cette propriété, déjà évoquée en 3.2.2.1, est démontrée en annexe A.1.

Ce théorème est largement utilisé dans le domaine du traitement des images car il permet d'utiliser la transformée de Fourier pour le calcul de la fonction d'autocorrélation. Or les algorithmes

de type *FFT* (Fast Fourier Transform) permettent de réduire la complexité calculatoire de la transformation de Fourier : pour une image de taille $n \times n$, avec n puissance entière de 2, la complexité d'une *FFT* est de l'ordre de $n^2 \log n$ alors que la complexité du calcul direct de la fonction d'autocorrélation est d'ordre n^4 , ce qui représente un gain non négligeable en temps de calcul.

3.3.2 Application au champ d'orientations

3.3.2.1 Orientations sur $[0, \pi[$

Représentons les orientations et les confiances correspondantes sous la forme d'un champ bidimensionnel complexe c , défini par :

$$c(m,n) = \eta_{m,n} \cdot e^{j\theta_{m,n}}, \forall (m,n) \in \mathbb{N}^2, \quad (3.49)$$

où $\theta_{m,n}$ et $\eta_{m,n}$ désignent respectivement l'orientation et la confiance au pixel (m,n) .

L'approximation \hat{r}_{cc} de la fonction d'autocorrélation du champ complexe c s'écrit :

$$\hat{r}_{cc}(k,l) = C_r(k,l) + j \cdot C_i(k,l) = \frac{1}{N_{k,l}} \sum_{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{C}_{k,l}} c^*(m,n) \cdot c(p,q). \quad (3.50)$$

On montre (cf. Annexe A.2) que les parties réelles et imaginaires, C_r et C_i , de la fonction \hat{r}_{cc} s'expriment :

$$C_r(k,l) = \frac{1}{N_{k,l}} \sum_{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{C}_{k,l}} \eta_{m,n} \eta_{p,q} \cos(\theta_{m,n} - \theta_{p,q}), \quad (3.51)$$

$$C_i(k,l) = \frac{1}{N_{k,l}} \sum_{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{C}_{k,l}} \eta_{m,n} \eta_{p,q} \sin(\theta_{m,n} - \theta_{p,q}). \quad (3.52)$$

Donnons une interprétation vectorielle de ce résultat. Soit \mathbf{v} le champ de vecteurs dont les composantes sont définies par les parties réelle et imaginaire de c .

$$\mathbf{v}(m,n) = (\eta_{m,n} \cos \theta_{m,n}, \eta_{m,n} \sin \theta_{m,n})^t. \quad (3.53)$$

La partie imaginaire $C_i(k,l)$ de la fonction d'autocorrélation est la moyenne arithmétique des déterminants des couples de vecteurs définis par les déplacements (k,l) :

$$C_i(k,l) = \frac{1}{N_{k,l}} \sum_{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{C}_{k,l}} \det(\mathbf{v}(u,v) \mathbf{v}(u+k, v+l)). \quad (3.54)$$

La partie réelle $C_r(k,l)$ de la fonction d'autocorrélation est la moyenne arithmétique des produits scalaires des couples de vecteurs définis par les déplacements (k,l) :

$$C_r(k,l) = \frac{1}{N_{k,l}} \sum_{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{C}_{k,l}} \mathbf{v}^t(u,v) \cdot \mathbf{v}(u+k, v+l). \quad (3.55)$$

C_r est une fonction intéressante car elle donne une mesure de la ressemblance moyenne entre deux orientations écartées d'un certain déplacement. Cependant, un problème subsiste qui est dû à la nature circulaire de l'orientation (cf. §2.2.4).

Considérons les deux champs de la figure 3.5, dont les vecteurs, unitaires, traduisent des orientations définies sur $[0, \pi[$. Calculons $C_r(1,0)$ sur ces deux champs, pour un déplacement horizontal d'une unité. Pour le premier champ (a), nous obtenons :

$$\begin{aligned} C_{r,1}(1,0) &= \frac{1}{16} \sum_{m,n} \cos [\theta(m,n) - \theta(m+1,n)] \\ &= \frac{1}{4} \sum_n \left[\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(+\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] \\ &= 0. \end{aligned} \quad (3.56)$$

et pour le second champ (b) :

$$\begin{aligned} C_{r,2}(1,0) &= \frac{1}{16} \sum_{m,n} \cos [\theta(m,n) - \theta(m+1,n)] \\ &= \frac{1}{4} \sum_n [\cos(-\epsilon) + \cos(\epsilon) + \cos(-\pi + \epsilon) + \cos(\pi - \epsilon)] \\ &= 0. \end{aligned} \quad (3.57)$$

La valeur de $C_r(1,0)$ est nulle dans les deux cas. Pourtant, la ressemblance entre voisins horizontaux est visiblement plus forte pour le deuxième champ. En effet, les valeurs ϵ ou $\pi - \epsilon$ représentent le même écart angulaire. Mais les cosinus de ces écarts ont des valeurs opposées et s'annulent. Il apparaît donc que la fonction C_r ne prend pas en compte les propriétés de périodicité (π -périodicité) de l'orientation.

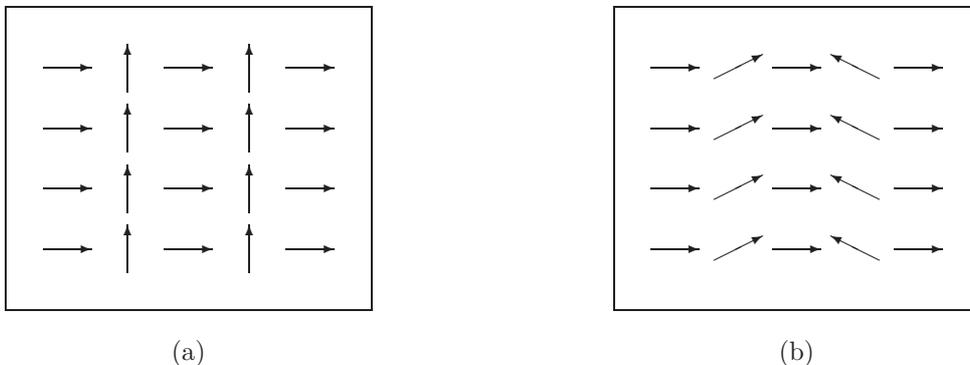


FIG. 3.5 – Exemples de champs d'orientations définies sur $[0, \pi[$: (a) les orientations sont égales à 0 ou $\frac{\pi}{2}$; (b) les orientations sont égales à 0, ϵ ou $\pi - \epsilon$.

3.3.2.2 Cas de l'angle double

Afin de remédier au problème engendré par l'utilisation de la fonction C_r , nous proposons de doubler la valeur des angles associés aux orientations. Ainsi, à des orientations égales à π près, sont associées des valeurs égales à 2π près. L'utilisation de la fonction *cosinus* ne pose alors plus de problème.

Soit le champ complexe c' défini par :

$$c'(m,n) = \eta_{m,n} e^{j2\theta_{m,n}}. \quad (3.58)$$

La partie réelle de la fonction d'autocorrélation s'écrit alors :

$$C'_r(k,l) = \frac{1}{N_{k,l}} \sum_{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{C}_{k,l}} \eta_{m,n} \eta_{p,q} \cos [2\theta_{m,n} - 2\theta_{p,q}]. \quad (3.59)$$

Reprenons les exemples de la figure 3.5. Les valeurs de C'_r sont pour les deux exemples :

$$\begin{aligned} C'_{r,1}(1,0) &= -1, \\ \text{et } C'_{r,2}(1,0) &= \cos(2\epsilon). \end{aligned} \quad (3.60)$$

A présent, deux différences δ_1 et δ_2 , telles que $\delta_1 = \pi - \delta_2$, ne vont pas jouer en sens inverse lors de la sommation. La circularité de l'orientation est bien prise en compte. La fonction C'_r prend ses valeurs dans $[-1,1]$. La valeur 1 correspond à la corrélation maximale. La valeur -1 correspond à corrélation minimale.

Afin de ramener les valeurs entre 0 et 1, on introduit la fonction discrète D définie par :

$$D(k,l) = \frac{1}{2}(1 + C'_r(k,l)). \quad (3.61)$$

Il s'agit d'une mesure pertinente de la ressemblance au sein de couples d'orientations définis par un déplacement (k,l) .

De plus, l'avantage de cette approche est qu'elle permet, en passant par le domaine de Fourier, d'utiliser les algorithmes rapides que sont les Transformées de Fourier Rapides (*FFT*), ce qui représente un gain important en temps de calcul.

Remarque – La fonction C'_r réalise en quelque sorte une opération sur la distribution des différences d'orientations de l'image. Nous verrons par la suite que cette fonction peut être vue comme un descripteur de l'histogramme des différences d'orientations, conformément aux méthodes développées par Chetverikov [Che99].

3.4 Histogramme des différences absolues d'orientations

Parmi les approches donnant accès aux statistiques d'ordre 2 de la texture, les histogrammes des différences de niveau de gris ont tout particulièrement retenu notre attention. Ces histogrammes sont une représentation compacte des corrélations entre pixels vérifiant une relation spatiale donnée. Ils peuvent en outre être caractérisés par un certain nombre de descripteurs qui eux même sont déclinés sous la forme de cartes d'interaction. Ces cartes constituent un support pour l'identification des relations spatiales susceptibles de révéler la présence d'une périodicité, d'une symétrie ou d'une anisotropie de la texture.

En nous appuyant sur le formalisme introduit par Chetverikov [Che99], nous avons proposé une approche pour la caractérisation statistique d'un champ d'orientations [DC01b]. Elle s'appuie sur la distribution des différences d'orientations d'un couple de pixels. Sa spécificité réside dans la prise en compte de la nature circulaire de l'orientation ainsi que du champ des confiances associées.

3.4.1 Une fonction de dissemblance des orientations

Toute différence signée entre deux orientations peut se ramener, par congruence, à une valeur comprise dans l'intervalle $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$. La différence absolue de deux orientations quelconques θ_1 et θ_2 est donc comprise entre 0 et $\frac{\pi}{2}$. Elle est donnée par la fonction Δ :

$$\Delta(\theta_1, \theta_2) = \min(|\theta_1 - \theta_2|, \pi - |\theta_1 - \theta_2|), \quad \forall (\theta_1, \theta_2) \in [0, \pi]^2. \quad (3.62)$$

Le calcul des orientations, à partir d'une image en 256 niveaux de gris ou d'une image à valeurs réelles, est réalisé en virgule flottante. De même, la différence $\Delta(\theta_1, \theta_2)$ de deux orientations peut tout à fait être calculée et stockée en virgule flottante. Toutefois, le calcul et le stockage de l'histogramme des différences d'orientations nécessitent la quantification de l'intervalle $[0, \frac{\pi}{2}]$. La différence quantifiée $\Delta_d(\theta_1, \theta_2)$ de deux orientations θ_1 et θ_2 est donnée par :

$$\Delta_d(\theta_1, \theta_2) = \arg \min_{\delta_i \in \{\delta_0, \dots, \delta_{N_\theta}\}} |\Delta(\theta_1, \theta_2) - \delta_i|, \quad (3.63)$$

où $N_\theta \in \mathbb{N}^*$ et $\delta_i = \frac{i\pi}{2N_\theta}$. Il s'agit d'une fonction mesurant la dissemblance de deux orientations. Elle sera utilisée par la suite pour la construction des histogrammes des différences d'orientations.

3.4.2 Les histogrammes des différences d'orientations

3.4.2.1 Définition

Pour des questions de lisibilité, nous noterons indifféremment $\theta(u,v)$ ou $\theta_{u,v}$ l'orientation au pixel (u,v) . Nous ferons de même pour la confiance $\eta(u,v)$ ou $\eta_{u,v}$.

Soit une région texturée définie par un ensemble d'indices $\mathcal{D} \subset \mathbb{N}^2$. θ est le champ des orientations associées. Les orientations sont à valeurs réelles dans $[0, \frac{\pi}{2}]$. On note \mathcal{C}_{d_1, d_2} l'ensemble des couples de pixels appartenant à \mathcal{D} et distants d'un déplacement (d_1, d_2) :

$$\mathcal{C}_{d_1, d_2} = \{((u,v), (k,l)) \in \mathcal{D}^2 \mid k = u + d_1, l = v + d_2\}. \quad (3.64)$$

L'histogramme H_{d_1, d_2}^Δ des différences absolues d'orientations est défini pour un déplacement $(d_1, d_2) \in \mathbb{N}^2$ par :

$$H_{d_1, d_2}^\Delta(i) = \text{Card} \{((u,v), (k,l)) \in \mathcal{C}_{d_1, d_2} \mid \Delta_d(\theta_{u,v}, \theta_{k,l}) = \delta_i\} ; \quad i \in \{0, \dots, N_\theta\}. \quad (3.65)$$

$H_{d_1, d_2}^\Delta(i)$ est le nombre d'occurrences d'un couple de pixels séparés d'un déplacement (d_1, d_2) et tels que la différence quantifiée de leurs orientations soit égale à δ_i . Soit N le nombre total de couples de \mathcal{C}_{d_1, d_2} :

$$N = \text{Card} \mathcal{C}_{d_1, d_2} = \sum_{i=0}^{N_\theta} H_{d_1, d_2}^\Delta(i). \quad (3.66)$$

L'histogramme normalisé $\tilde{H}_{d_1, d_2}^\Delta$ des différences absolues des niveaux de gris est donné par :

$$\tilde{H}_{d_1, d_2}^\Delta(i) = \frac{1}{N} H_{d_1, d_2}^\Delta(i) ; \quad i \in \{0, \dots, N_\theta\}. \quad (3.67)$$

3.4.2.2 Histogramme des différences pondérées d'orientations

Dans le cas où l'on dispose du champ des confiances associées aux estimations d'orientations, il est intéressant de faire intervenir cette confiance dans le calcul de l'histogramme ou, directement, dans le calcul des descripteurs. C'est pourquoi nous définissons l'histogramme des différences pondérées d'orientations :

$$P_{d_1, d_2}^\Delta(i) = \frac{1}{\gamma} \sum_{((u,v), (k,l)) \in \mathcal{C}_{d_1, d_2}^i} \eta(u,v)\eta(k,l) ; \quad i \in \{0, \dots, N_\theta\}. \quad (3.68)$$

où \mathcal{C}_{d_1, d_2}^i est l'ensemble des couples de différence d'orientation δ_i :

$$\mathcal{C}_{d_1, d_2}^i = \{((u,v), (k,l)) \in \mathcal{C}_{d_1, d_2} \mid \Delta_d(\theta_{u,v}, \theta_{k,l}) = \delta_i\}, \quad (3.69)$$

et γ est une constante de normalisation.

$$\gamma = \sum_{((u,v), (k,l)) \in \mathcal{C}_{d_1, d_2}} \eta(u,v)\eta(k,l). \quad (3.70)$$

3.4.2.3 Histogramme étendu

Chetverikov propose l'extension des histogrammes de différences de niveaux de gris au cas d'un déplacement quelconque, défini en coordonnées polaires. Il introduit les *histogrammes étendus*, qui se fondent sur une interpolation bilinéaire des niveaux de gris.

Nous proposons ici, l'adaptation de ces histogrammes étendus au cas d'un champ d'orientations. Reprenons les notations utilisées précédemment. \mathcal{D} est un ensemble d'indices définissant une région texturée. $\mathcal{C}_{\rho,\theta}$ est l'ensemble des couples définis par :

$$\mathcal{C}_{\rho,\theta} = \{((i,j),(x,y)) \in \mathcal{D} \times \mathcal{D}' \mid x = i + \rho \cos \theta, y = j + \rho \sin \theta\}. \quad (3.71)$$

où $\mathcal{D}' \subset \mathbb{R}^2$ est l'ensemble des points à coordonnées réelles "intérieurs" à \mathcal{D} , c'est à dire l'ensemble des points pouvant être encadrés par des points de \mathcal{D} .

L'histogramme étendu des différences pondérées d'orientations est défini par :

$$E_{\rho,\theta}^{\Delta}(i) = \text{Card} \{((u,v),(x,y)) \in \mathcal{C}_{\rho,\theta} \mid \Delta_d(\theta_{u,v}, \theta_{x,y}) = \delta_i\}; \quad i \in \{0, \dots, N_g - 1\}. \quad (3.72)$$

Le couple (x,y) n'étant pas un couple d'entiers, l'orientation $\theta(x,y)$ est obtenu par une interpolation bilinéaire fondée sur les valeurs des orientations des quatre pixels voisins (cf. FIG. 3.8).

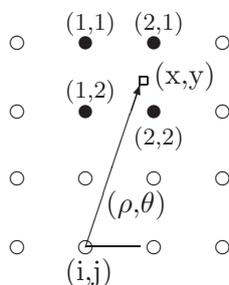


FIG. 3.6 – Principe de l'interpolation bilinéaire d'un champ d'orientations.

Soient $\{(\theta_{kl}, \eta_{kl})\}_{k,l \in \{1,2\}}$ les orientations et les indices de confiance calculés sur les pixels entourant le point de coordonnées (x,y) . L'orientation en (x,y) est alors obtenue par une moyenne circulaire des orientations (θ_{kl}, η_{kl}) :

$$\begin{aligned} \theta_{x,y} &= \frac{1}{2} \arg V \\ \eta_{x,y} &= |V|^{\frac{1}{2}}, \end{aligned} \quad (3.73)$$

où $V = \sum_{kl} w_{kl} \cdot \eta_{kl}^2 \cdot e^{2j\theta_{kl}}$ est le complexe associé à la somme vectorielle des orientations, considérées elles-mêmes comme des complexes.

Les termes w_{kl} désignent les poids affectés à chacun des voisins, en fonction de leur éloignement

au point (x,y) :

$$w_{kl} = (1 - |x - x_{kl}|) \cdot (1 - |y - y_{kl}|). \quad (3.74)$$

L'intérêt des histogrammes étendus est de permettre la description des propriétés statistiques d'un couple de pixels, en fonction de l'éloignement considéré, en termes de distance et d'angle, au sein de ce couple. L'interpolation du champ des orientations permet de s'affranchir de la contrainte imposée par l'échantillonnage de l'image et notamment, d'atteindre une résolution angulaire aussi fine soit-elle, pour l'étude des interactions spatiales.

3.4.3 Descripteurs de l'histogramme

3.4.3.1 Définitions

Il est possible d'associer aux histogrammes de différences, un jeu d'attributs de description. Les attributs ou *descripteurs* que nous présentons se fondent sur les histogrammes pondérés. CONT, ASM et ENT, inspirés des descripteurs MOM, ASM et ENT définis par Chetverikov (cf. §3.2.2.3), sont calculés sur les différences d'orientations. Le descripteur MOD mesure quant à lui la moyenne des différences d'orientation au sein des couples de pixels. Les formules de ces descripteurs sont données dans le cas d'un déplacement cartésien (d_1, d_2) ; dans le cas d'un déplacement défini en coordonnées polaires, leur définition reste semblable mais s'appuie sur l'histogramme étendu.

$$\begin{aligned}
 (a) \text{ la différence d'orientations moyenne} : \quad \text{MOD} &= \sum_i \delta_i \cdot P_{d_1, d_2}^\Delta(i) ; \\
 (b) \text{ le contraste} : \quad \text{CONT} &= \sum_i \delta_i^2 \cdot P_{d_1, d_2}^\Delta(i) ; \\
 (c) \text{ le second moment angulaire} : \quad \text{ASM} &= \sum_i [P_{d_1, d_2}^\Delta(i)]^2 ; \\
 (d) \text{ l'entropie} : \quad \text{ENT} &= \frac{1}{1 - \sum_i P_{d_1, d_2}^\Delta(i) \cdot \ln P_{d_1, d_2}^\Delta(i)} .
 \end{aligned} \quad (3.75)$$

Comme dans la plupart des approches fondées sur les distributions des occurrences des niveaux de gris, ou des différences de niveaux de gris, ces descripteurs pourraient être employés en l'état, par exemple, dans des algorithmes de classification. Un tel emploi nécessiterait une connaissance a priori des relations spatiales caractéristiques de l'agencement textural. Par exemple, si l'on choisissait un modèle markovien, seules les interactions dans un voisinage proche seraient étudiées (e.g. 4 ou 8-voisinage).

En ce qui nous concerne, aucune hypothèse n'est faite sur les relations spatiales susceptibles de décrire la texture ; notre objectif est de les identifier. Pour cela, les descripteurs, tels que ceux figurant ci-dessus, serviront à la construction de *cartes d'interaction*, représentant la valeur du descripteur en fonction des coordonnées du déplacement.

3.4.3.2 Remarques sur le calcul des descripteurs

Le calcul des descripteurs, selon les définitions ci-dessus, nécessite la détermination préalable de l'histogramme des différences d'orientations. Or l'utilisation de cet histogramme est contraignante car elle s'accompagne d'une quantification des différences d'orientations.

Toutefois, certains descripteurs peuvent être calculés sans avoir recours à l'histogramme. C'est le cas de MEAN, CONT et plus généralement des descripteurs s'exprimant sous la forme :

$$D = \sum_i f(\delta_i) \cdot P_{d_1, d_2}^\Delta(i). \quad (3.76)$$

où f est une fonction de la différence d'orientation.

En effet, un tel attribut peut s'écrire :

$$\begin{aligned} D(d_1, d_2) &= \sum_{i=0}^{N_\theta} f(\delta_i) \cdot P_{d_1, d_2}^\Delta(i) \\ &= \sum_{i=0}^{N_\theta} f(\delta_i) \cdot \left[\frac{1}{\gamma} \sum_{((u,v), (k,l)) \in \mathcal{C}_{d_1, d_2}^i} \eta(u,v) \eta(k,l) \right] \\ &= \frac{1}{\gamma} \sum_{i=0}^{N_\theta} \sum_{((u,v), (k,l)) \in \mathcal{C}_{d_1, d_2}^i} \eta(u,v) \eta(k,l) f(\delta_i) \end{aligned} \quad (3.77)$$

Or les sous-ensembles \mathcal{C}_{d_1, d_2}^i forment une partition de \mathcal{C} , ce qui entraîne :

$$D(d_1, d_2) = \frac{1}{\gamma} \sum_{((u,v), (k,l)) \in \mathcal{C}_{d_1, d_2}} \eta(u,v) \eta(k,l) f(\Delta_d(\theta_{u,v}, \theta_{k,l})). \quad (3.78)$$

Le calcul d'un attribut quelconque D conforme à la définition (3.76) se ramène ainsi à une intégration sur le champ 2D d'une fonction de la différence d'orientation. Dès lors, ni le stockage de l'histogramme, ni la quantification des différences ne sont nécessaires. La fonction à valeurs discrètes Δ_d peut être remplacée par Δ . Ainsi les descripteurs MEAN et CONT peuvent s'exprimer :

$$\text{MEAN}(d_1, d_2) = \frac{1}{\gamma} \sum_{((u,v), (k,l)) \in \mathcal{C}_{d_1, d_2}} \eta(u,v) \eta(k,l) \Delta(\theta_{u,v}, \theta_{k,l}), \quad (3.79)$$

$$\text{CONT}(d_1, d_2) = \frac{1}{\gamma} \sum_{((u,v), (k,l)) \in \mathcal{C}_{d_1, d_2}} \eta(u,v) \eta(k,l) [\Delta(\theta_{u,v}, \theta_{k,l})]^2. \quad (3.80)$$

En revanche, ni le second moment angulaire, ni l'entropie ne peuvent être calculés sans avoir recours à l'histogramme.

3.4.3.3 Les descripteurs de ressemblance

Nous définissons ici un descripteur générique D_r , de ressemblance d'orientations. Si le déplacement, pour lequel est défini ce descripteur, est caractéristique d'une périodicité particulière, alors la valeur du descripteur sera grande. Cette définition se fonde sur une fonction de ressemblance générique notée f_r et définie par :

$$\begin{aligned} f_r : [0, \pi[\times [0, \pi[&\rightarrow [0, 1] \\ (\theta_1, \theta_2) &\rightarrow f_r(\theta_1, \theta_2). \end{aligned} \quad (3.81)$$

La fonction f_r doit vérifier les identités suivantes :

$$\begin{cases} f_r(\theta, \theta) &= 1 \\ f_r(\theta, \theta + \frac{\pi}{2}) &= 0 \end{cases} \quad (3.82)$$

ainsi que la condition :

$$\text{si } \Delta(\theta_1, \theta_2) \leq \Delta(\theta_3, \theta_4) \text{ alors } f_r(\theta_1, \theta_2) \geq f_r(\theta_3, \theta_4). \quad (3.83)$$

En d'autres mots, f_r est une fonction décroissante de la différence d'orientation. Donnons quelques exemples de fonctions de ressemblance.

Exemple 1 – Le premier exemple est celui de la fonction f_1 définie par :

$$f_1(\theta_1, \theta_2) = \cos^2(\Delta(\theta_1, \theta_2)). \quad (3.84)$$

f_1 peut s'écrire :

$$f_1(\theta_1, \theta_2) = \frac{1 + \cos(2\Delta(\theta_1, \theta_2))}{2} = \frac{1 + \cos[2(\theta_1 - \theta_2)]}{2}. \quad (3.85)$$

Nous définissons le descripteur MSCOD (Mean Squared Cosine of Orientation Differences) comme la moyenne pondérée de la fonction f_1 :

$$\text{MSCOD}(d_1, d_2) = \frac{1}{\gamma} \sum_{((u,v), (k,l)) \in \mathcal{C}_{d_1, d_2}} \eta(u, v) \eta(k, l) f_1(\Delta_d(\theta_{u,v}, \theta_{k,l})). \quad (3.86)$$

Il vient alors :

$$\text{MSCOD}(d_1, d_2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\gamma} \sum_{((u,v), (k,l)) \in \mathcal{C}_{d_1, d_2}} \eta(u, v) \eta(k, l) \cos[2(\theta_{u,v} - \theta_{k,l})], \quad (3.87)$$

ou encore

$$\text{MSCOD}(d_1, d_2) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} C'_r(d_1, d_2), \quad (3.88)$$

où C'_r est définie précédemment (cf. §3.3.2.2). La fonction C'_r est la partie réelle de la fonction d'autocorrélation du champ complexe associé aux orientations dont les angles représentatifs ont

été préalablement doublés. C'_r peut donc être calculée, grâce au théorème de Wiener-Kinchine, en passant par le domaine de Fourier. L'utilisation d'une transformée de Fourier Rapide (*FFT*) permet ainsi d'accélérer grandement le calcul de la fonction $\text{MSCOD}(d_1, d_2)$.

Toutefois, sur des textures pour lesquelles les variations d'orientations sont à peine perceptibles, comme par exemple certaines textures de pyrocarbone (cf. FIG. 2.15c), la fonction f_1 n'est pas appropriée. En effet, f_1 fait intervenir le cosinus de la différence angulaire. Or, le cosinus, dont la dérivée est nulle en 0, présente une sensibilité médiocre aux faibles différences d'orientations. Pour remédier à ceci, introduisons la fonction f_2 , définie par l'exponentielle suivante :

$$f_2(\theta_1, \theta_2) = \kappa \cdot e^{-\lambda \cdot \Delta(\theta_1, \theta_2)} + \gamma, \quad (3.89)$$

où κ , λ et γ sont des constantes. λ détermine la sensibilité de la fonction de ressemblance en zéro ; κ et γ permettent de vérifier les contraintes données par l'équation (3.82).

Nous noterons MEOD (Mean Exponential of Orientation Differences) le descripteur associé à la fonction de ressemblance f_2 :

$$\text{MEOD}(d_1, d_2) = \frac{1}{\gamma} \sum_{((u,v), (k,l)) \in \mathcal{C}_{d_1, d_2}} \eta(u, v) \eta(k, l) f_2(\Delta_d(\theta_{u,v}, \theta_{k,l})). \quad (3.90)$$

Dans la section suivante, plusieurs exemples viendront illustrer l'utilisation des descripteurs MSCOD et MEOD dans le calcul des cartes d'interaction.

3.5 Orientations et cartes d'interaction

Chetverikov associe aux descripteurs les cartes d'interaction (en anglais, Feature Based Interaction Map) [Che99]. Ces cartes représentent les valeurs du descripteur considéré pour l'ensemble des déplacements possibles. Les cartes cartésiennes correspondent à des déplacements définis en coordonnées cartésiennes, les cartes polaires aux déplacements décrits en coordonnées polaires. Nous proposons ici, l'adaptation de ces cartes d'interaction au cas d'un champ d'orientations.

3.5.1 Principe des cartes d'interaction

Une carte d'interaction se présente sous la forme d'une image, dont les coordonnées se réfèrent aux composantes du vecteur déplacement, et dont la luminance traduit la valeur du descripteur. Comme pour les cartes d'interaction en niveaux de gris (cf. §3.2.2.3), il est possible de choisir une représentation cartésienne ou une représentation polaire. On aboutit alors respectivement à une carte d'interaction cartésienne ou polaire. Les principes de construction sont rappelés aux

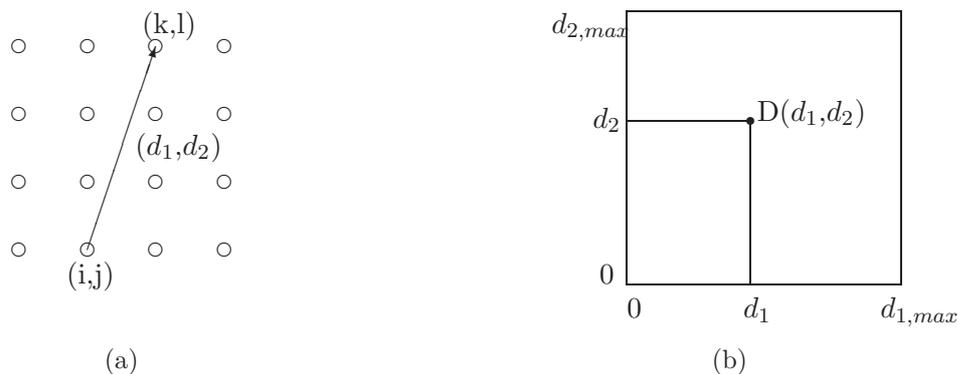


FIG. 3.7 – Principe de construction d'une carte d'interaction pour un descripteur quelconque D : (a) couple de pixels et vecteur déplacement en coordonnées cartésiennes (d_1, d_2) ; (b) construction de la carte d'interaction $D(d_1, d_2)$.

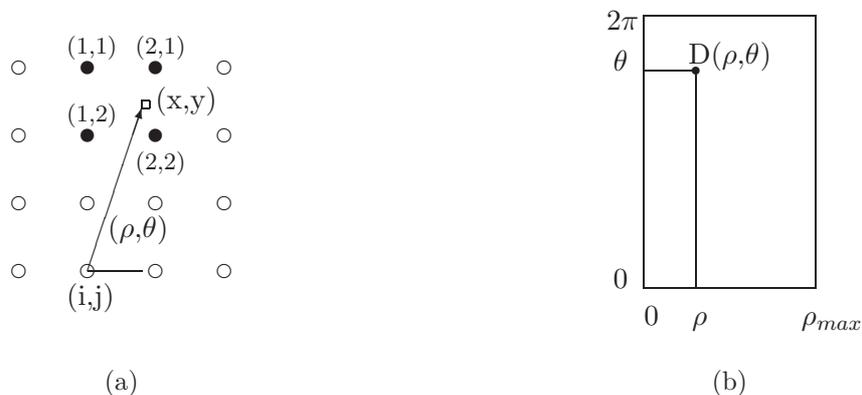


FIG. 3.8 – Principe de construction de l'histogramme étendu des différences absolues d'orientations : (a) interpolation bilinéaire ; (b) construction de la carte polaire $D(\rho, \theta)$.

figures 3.7 et 3.8.

Une transformation simple sur les colonnes de la carte polaire d'interaction, similaire à la transformation utilisée par Chetverikov [Che99], permettrait d'obtenir la carte polaire de symétrie qui rendrait compte des symétries du champ d'orientation. Les symétries ne sont pas abordées dans notre étude. Nous nous intéressons principalement à la mise en évidence de relations de dépendance spatiale. La détection de points ou de motifs particuliers sur les cartes d'interaction permettra cette mise en évidence.

3.5.2 Intérêt de la mesure de confiance

L'introduction, dans notre approche, des mesures de confiance, a pour objectif de pondérer la contribution des orientations prises en compte dans le calcul de l'histogramme. De cette façon, un couple dont l'une des orientations (ou les deux) est peu fiable, aura une contribution moindre

qu'un couple dont les orientations sont estimées avec certitude. L'effet attendu est la réduction de la sensibilité au bruit des histogrammes et des cartes d'interaction.

La figure 3.9 illustre l'effet de la prise en compte de la confiance sur les cartes d'interaction. Les textures considérées sont issues de l'album de Brodatz. Les cartes d'interaction sont fondées sur le descripteur de ressemblance MSCOD. Les résultats obtenus montrent un contraste plus important dans le cas où les différences d'orientations sont pondérées. Cette augmentation du contraste facilite la détection des maxima de la carte d'interaction et donc l'extraction des relations spatiales significatives.

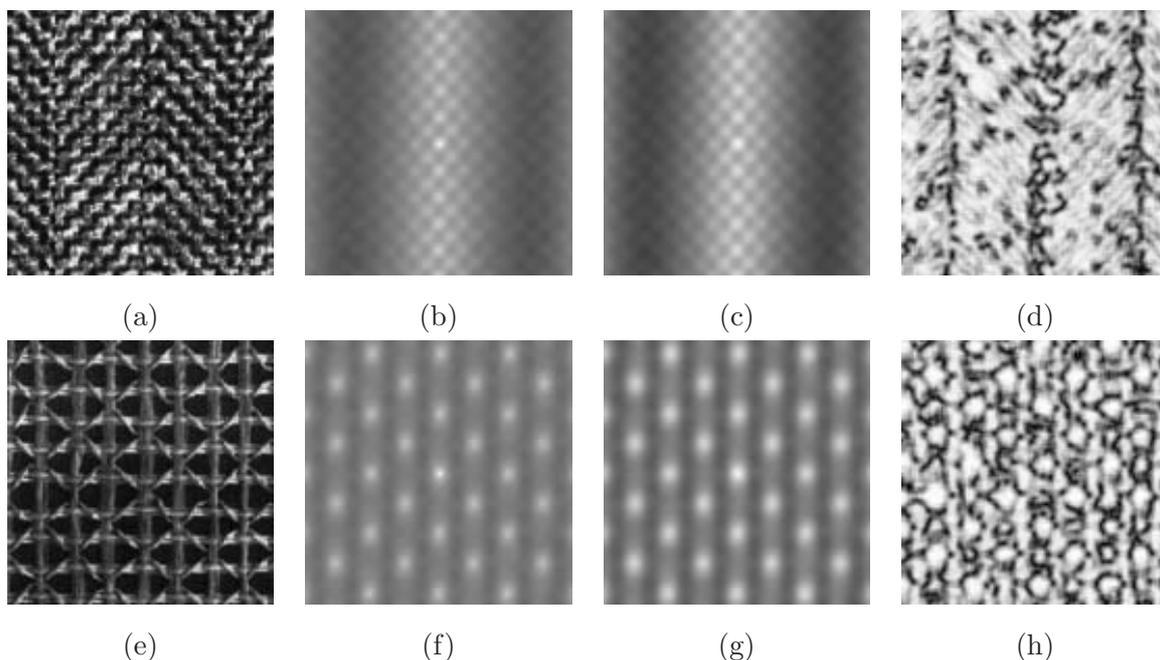


FIG. 3.9 – *Effet de l'introduction de la confiance : (a) et (e) textures de Brodatz d17 et d52 ; (b) et (f) cartes d'interaction non pondérées, associées à l'attribut MSCOD ; (c) et (g) cartes d'interaction, associées à l'attribut MSCOD, pondérées par les mesures de confiance (d) et (h).*

3.5.3 Caractérisation de textures directionnelles quasi périodiques

Nous avons appliqué notre approche sur plusieurs textures naturelles, issues de l'album de Brodatz, possédant des propriétés de périodicité. La figure 3.10 présente les résultats obtenus sur les textures *d06*, *d16*, *d17*, *d34* et *d52* (1^{ère} colonne). Sur la deuxième colonne, ont été reportées les cartes d'interaction fondées sur l'attribut MEAN de l'histogramme des différences de niveau de gris, selon l'approche de Chetverikov [Che99] ; leur dynamique a été multipliée par 4 pour des raisons de lisibilité. Les troisième et quatrième colonnes représentent les cartes d'interaction associées respectivement aux descripteurs MOD et MSCOD, relatifs aux différences d'orientation.

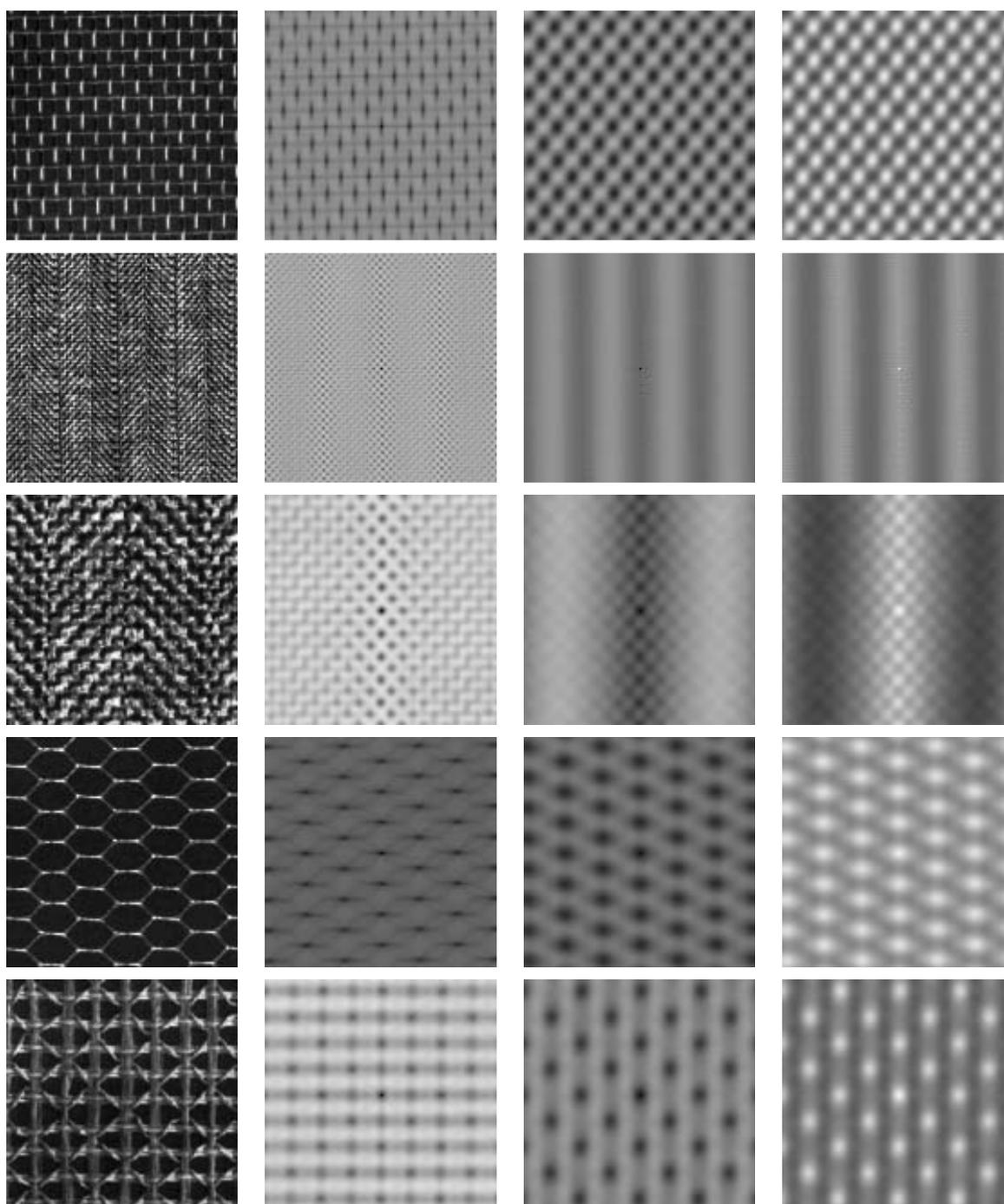


FIG. 3.10 – Exemples de cartes d'interaction, calculées sur cinq textures de Brodatz : 1^{ère} colonne, de haut en bas, textures d06, d16, d17, d34 et d52 ; 2^{ème} colonne, cartes associées au descripteur MEAN, relatif aux différences de niveaux de gris (N.B. : la dynamique des cartes associées au descripteur MEAN a été multipliée par 4) ; 3^{ème} et 4^{ème} colonnes, cartes associées respectivement aux descripteurs MOD et MSCOD, associés aux différences d'orientation.

Sur les cartes de la deuxième colonne, la présence de tâches noires témoigne d'une certaine organisation spatiale des niveaux de gris. Malheureusement, le contraste de ces cartes est la plupart du temps très faible, et cette approche ne semble pas fournir une description exploitable de la texture. En effet, le niveau de gris ne rend pas compte de l'organisation de ces textures : tout d'abord, une part importante des variations de luminance est due à un mauvais éclairage de la scène et il n'est pas approprié de relier ces variations aux propriétés structurales. De plus, dans le cas des textures *d06* et *d34*, la couleur noire est largement majoritaire : il s'agit de la couleur du fond, qui n'apporte aucune information sur la texture elle-même. Les autres niveaux de gris sont minoritaires et sont en outre très affectés par les variations d'illumination. Enfin, ces textures sont de nature *directionnelle* (cf. chapitre 1) et par conséquent, les méthodes basées sur le niveau de gris sont inadaptées à leur caractérisation.

La troisième colonne présente les cartes d'interaction relatives au descripteur MOD basé sur les différences d'orientations. Ces cartes sont beaucoup plus contrastées et l'organisation de la texture apparaît de façon plus évidente. Les défauts d'illumination sont ici sans effet car ils influencent beaucoup moins la distribution des orientations que celle des niveaux de gris.

Sur la dernière colonne enfin, figurent les cartes associées au descripteur de ressemblance MSCOD. Ce sont ici les tâches claires qui témoignent d'une forte corrélation spatiale. Le contraste est, comme pour l'attribut MOD, plus favorable à l'interprétation des cartes et à la détection des interactions significatives.

La supériorité de notre approche a également été montrée dans le cas d'une texture directionnelle affectée par une modulation de luminance. Cette modulation peut, par exemple, être induite par une illumination non uniforme de la scène. Deux modulations ont été considérées : elles sont réalisées par la multiplication de l'image par une sinusoïde verticale et par une gaussienne. La figure 3.11 montre l'effet de ces deux modulations sur les cartes d'interactions associées aux niveaux de gris ou aux orientations, pour la texture *d06* de Brodatz. Les résultats montrent que les cartes associées à l'attribut MSCOD ne sont pas affectées par les modulations de luminance. En revanche, on note une forte modification des cartes d'interaction associées à l'attribut MEAN, qui peut conduire à des conclusions erronées sur la nature des relations spatiales caractéristiques de la texture. (Notons que la dynamique des cartes d'interaction associées à l'attribut MEAN a été doublée afin de les rendre observables.)

L'utilisation des cartes d'interaction associées aux différences d'orientations, dans un contexte de classification de textures, est actuellement en perspective. La qualité et la richesse des cartes obtenues sont le gage d'une description pertinente de l'organisation texturale et devraient apporter

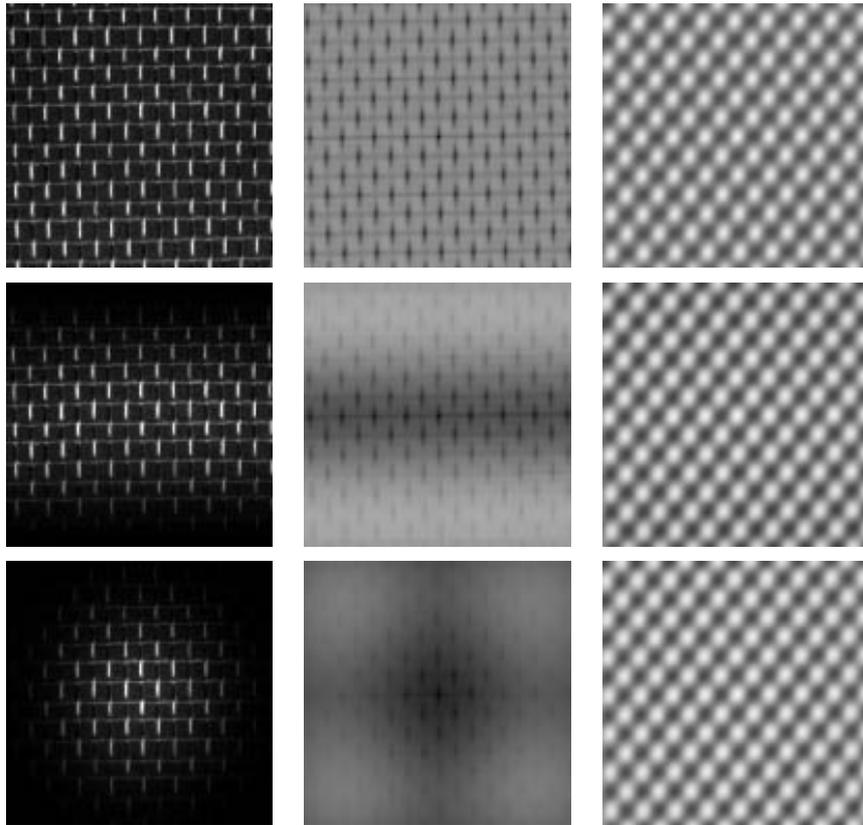


FIG. 3.11 – *Effet de la modulation de luminance sur les cartes d'interaction : 1^{ère} colonne, de haut en bas, texture d06 originale, texture modulée par une arche sinusoïdale et texture modulée par une gaussienne ; 2^{ème} colonne, cartes d'interaction relatives à l'attribut MEAN, calculées sur les textures de la première colonne (la dynamique a été multipliée par 4) ; 3^{ème} colonne, cartes d'interaction relatives à l'attribut MSCOD, calculées sur les textures de la première colonne.*

une amélioration par rapport aux techniques statistiques classiques, fondées sur la distribution des niveaux de gris.

3.5.4 Application aux images de matériaux composites : étude de l'ondulation des motifs texturaux

L'observation en M.E.T.¹ de matériaux composites, fournit des images de textures dont nous avons précédemment donné des exemples. Ces textures sont composées d'éléments structuraux longiformes présentant une ondulation très faible. Elles entrent dans la catégorie des textures directionnelles et peuvent être décrites par leur champ d'orientation.

Nous proposons ici, d'appliquer les cartes d'interaction à la caractérisation de ces textures afin

1. Microscopie Electronique en Transmission

de déterminer si l'ondulation des éléments structuraux présente un caractère périodique. Pour cela, dans le cas de textures de synthèse, nous allons montrer l'aptitude de la méthode à déceler la présence d'une ondulation périodique.

3.5.4.1 Ondulation périodique de textures de synthèse

La figure 3.5.4.1 montre deux textures ondulées, générées à partir de la fonction g_θ définie au chapitre 1 (cf. §1.3.2). La période d'ondulation est la même pour les deux textures ($\tau=24$ pixels). Dans le premier cas (image (a)), l'amplitude de l'ondulation est importante ($a = 24$ pixels); dans le deuxième cas (image (d)), l'ondulation est à peine perceptible ($a = 2.4$ pixels). Les images de la deuxième colonne représentent les cartes d'interaction relatives à l'attribut MEOD de ressemblance d'orientation, calculées respectivement sur (a) et (d). Les images de la troisième colonne représentent les transformées de Fourier des cartes d'interaction (b) et (e).

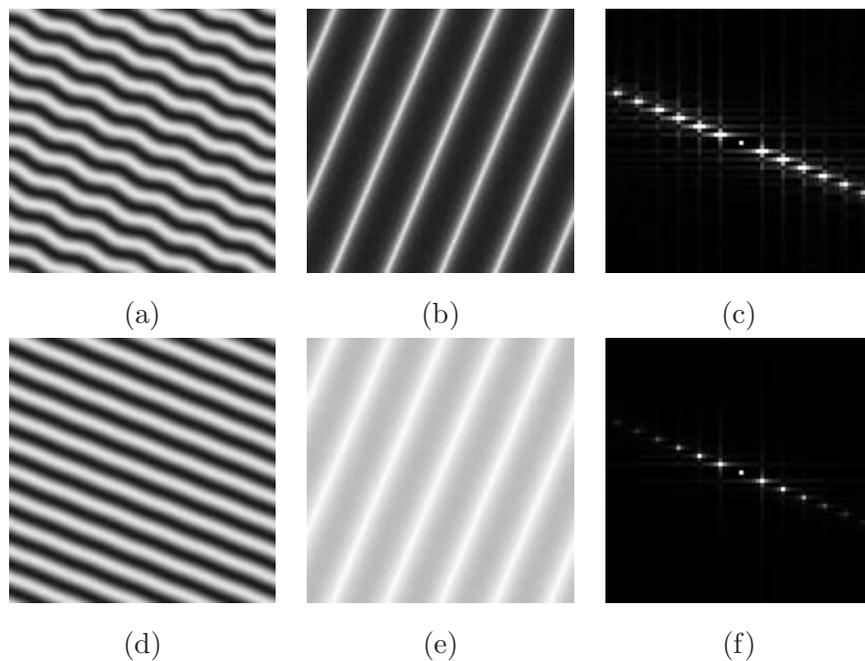


FIG. 3.12 – Mise en évidence d'une ondulation sur deux textures de synthèse : (a) texture fortement ondulée, (d) texture faiblement ondulée ; (b) et (e), cartes d'interaction associées à l'attribut MEOD (avec $\lambda=5$), calculées respectivement sur (a) et (d) ; (c) et (f), transformées de Fourier des cartes d'interaction (b) et (e).

Ces cartes font apparaître une disposition régulière de lignes lumineuses, qui rend compte du caractère périodique du champ d'orientation selon la direction globale de la texture, et donc de l'ondulation des motifs texturaux. On constate également, dans le cas où l'ondulation est à peine perceptible, que le descripteur MEOD permet sa mise en évidence.

Nous avons également fait figurer, à la troisième colonne les transformées de Fourier des cartes

d'interaction. Si l'on considère que les cartes d'interaction jouent le rôle de fonctions d'autocorrélation du champ des orientations, leurs transformées de Fourier peuvent être analysées comme le seraient les spectres de ce même champ. Sur ces transformées, les différents lobes lumineux correspondent aux harmoniques de la fréquence d'ondulation. Ainsi, les lignes parallèles figurant sur les cartes d'interaction se transposent ici en des lobes dont la position est plus facilement mesurable. L'avantage présenté par l'utilisation des transformées de Fourier des cartes d'interaction, par rapport à l'utilisation directe des spectres du champ des orientations (cf. § 3.3.1), réside dans la mise en œuvre d'un descripteur (en l'occurrence, MEOD) qui permet de résoudre, avec plus de précision, les faibles différences d'orientations.

Nous avons testé notre approche sur des textures plus complexes, dont nous donnons un exemple à la figure 3.13a. Cette image consiste en un pavage de textures ayant des orientations et des périodes d'ondulation variables. Ces variations se font autour de valeurs moyennes (24 pixels pour la période d'ondulation et -20 degrés pour l'orientation). La carte d'interaction et sa transformée de Fourier sont données respectivement en (b) et (c). Nous constatons une modification des résultats par rapport à la texture homogène de la figure a. Cette modification se caractérise, sur les cartes d'interaction, par un effacement des maxima relatifs à la périodicité, dû aux variabilités de la période et de l'orientation. Il s'en suit une disparition des harmoniques de la fréquence d'ondulation, sur la transformée de Fourier. Toutefois, bien que ces lobes principaux soient évasés, ils restent assez énergétiques pour être discernables, et la mise en évidence du caractère périodique de l'ondulation est encore possible sur une telle texture.

Remarque – Dans le cas de la texture stationnaire de la figure 3.5.4.1a, la carte d'interaction montre deux phénomènes : le premier concerne la périodicité de l'ondulation selon la direction des motifs texturaux ; le second est l'invariance selon la direction orthogonale, qui traduit le

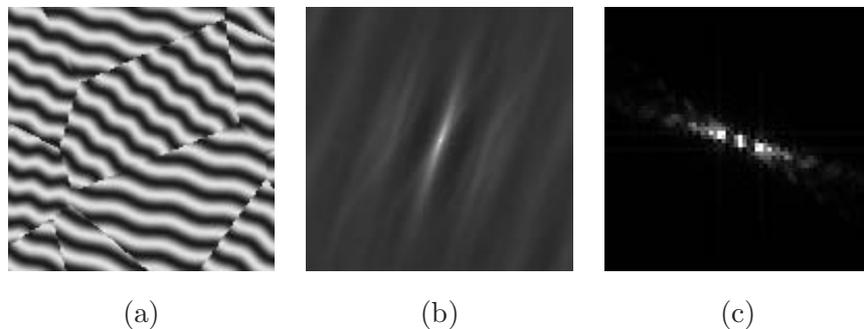


FIG. 3.13 – Pavage de textures synthétiques d'ondulations variables : (a) extrait d'une image pavée ; (b) carte d'interaction associée à (a), relative au descripteur MEOD($\lambda = 10$) ; (c) transformée de fourier de la carte d'interaction.

parallélisme des motifs texturaux. Dans le cas de la figure 3.13a, la variabilité des orientations des pavés engendrent une rotation des motifs constituant la carte d'interaction. On constate alors, non seulement l'effacement des maxima liés à la périodicité, mais aussi la perte de l'invariance selon la direction orthogonale. Alors que cette invariance se vérifiait à *l'infini* dans le premier cas, elle est ici limitée à la taille des régions homogènes. Dès lors, l'analyse de la largeur des taches lumineuses des cartes d'interactions nous renseigne sur la taille des régions homogènes. De même, cette information peut être retrouvée de façon duale dans le domaine de Fourier, où la perte du parallélisme se caractérise par un élargissement de la composante basses-fréquences, dans la direction transverse à la texture.

3.5.4.2 Application aux matériaux composites

Les cartes d'interaction ont été appliquées aux textures de matériaux composites. Nous nous limitons ici à la description des résultats obtenus sur l'exemple de la figure 3.14, qui s'est avéré, qualitativement représentatif des résultats obtenus sur un nombre important d'images. L'image (a) de la figure 3.14 montre une texture sur laquelle a été calculée la carte d'interaction reportée en (b). L'attribut utilisé est le descripteur MEOD ($\lambda = 10$). L'image (c) est un zoom sur la partie centrale de la carte d'interaction. (d) représente la partie centrale de la transformée de Fourier de la carte d'interaction.

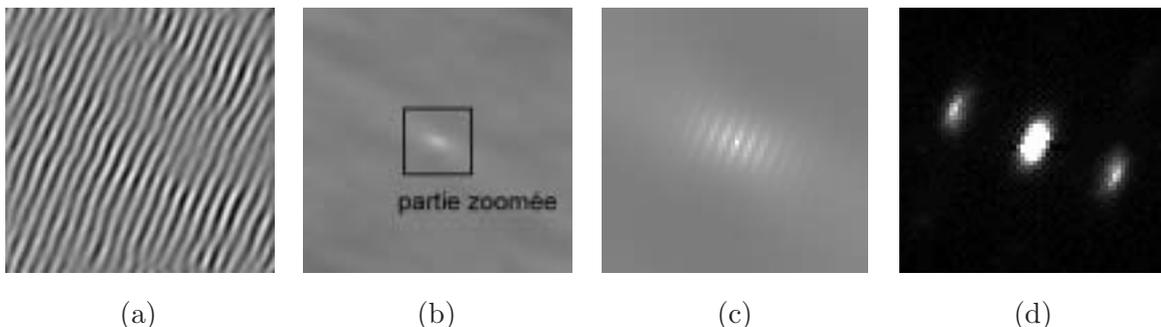


FIG. 3.14 – Application des cartes d'interaction aux textures de pyrocarbone : (a) texture de pyrocarbone filtrée ; (b) carte d'interaction associée à l'attribut MEOD ($\lambda = 10$) ; (c) zoom sur la partie centrale de (b) ; (d) transformée de Fourier de la carte d'interaction.

La carte d'interaction fait apparaître une “tache” centrale dont la luminosité décroît à mesure que la distance au centre augmente ce qui s'explique par le fait que la corrélation de deux orientations diminue lorsque la distance augmente.

Ce résultat met aussi et surtout en évidence l'absence de maxima relatifs à une périodicité du champ des orientations. En effet, selon la direction des couches, la carte ne révèle aucun

phénomène de nature périodique, semblable à celui des textures de synthèse, ce qui suggère le caractère non périodique de l'ondulation des motifs texturaux.

Toutefois, à ce stade, nous ne pouvons établir en toute rigueur que l'ondulation des motifs texturaux de ces images n'est pas périodique. On peut en effet imaginer que cette ondulation varie au sein de la texture et que les motifs texturaux ondulent de façon indépendante. Les cartes d'interaction en serait alors affectées, ce qui expliquerait les résultats obtenus.

Remarque – Notons également, que le zoom, effectué sur la carte d'interaction (cf. FIG. 3.14), met en évidence un autre phénomène : l'alternance de lignes claires et sombres, perpendiculairement à la direction des franges. Ce phénomène est lié aux défauts d'estimation de l'orientation relatifs à la modulation des crêtes et des vallées, qui apparaissent de façon périodique selon la direction transverse (cf. §2.4.5). Cet artefact se superpose au motif lumineux qui nous intéresse et qu'il conviendrait d'isoler. La transformée de Fourier de la carte d'interaction met en évidence cet artefact : il se manifeste par la présence de lobes symétriques autour de l'origine ; l'information utile est concentrée aux basses fréquences.

3.5.4.3 Perspectives

Bien qu'elles ne mettent pas en évidence l'existence d'une ondulation périodique, la carte d'interaction mérite d'être étudiée de façon qualitative et quantitative. En effet, cette "tache" lumineuse possède une forme non isotrope. Elle montre un étalement plus important dans la direction transverse que dans celle des motifs texturaux. Ceci suggère une certaine cohérence selon cette direction, qui peut s'expliquer par l'existence de groupes de motifs parallèles. Nous verrons au chapitre suivant, que ces motifs s'agencent de façon à former des structures plus grandes, semblables aux pavés de la figure 3.13b. La hauteur de ces structures est susceptible de caractériser l'organisation du matériau à l'échelle atomique.

Nous avons reporté à la figure 3.15 un ensemble de résultats relatifs à différents matériaux. Pour chaque matériau, en guise d'illustration, nous montrons à la première colonne une image représentant un extrait de texture filtrée. Nous donnons également trois exemples de cartes d'interaction, calculées sur trois images 1024×1024 (colonnes 2 à 4). Le descripteur utilisé est l'attribut MEOD, de paramètre $\lambda = 10$. Les dimensions des cartes présentées sont de 64 par 64 pixels. Les images relatives aux matériaux P_{A_nT} et P_{AT_2} ont été numérisées à une résolution différente des autres matériaux ; il en résulte des échelles différentes pour les cartes d'interaction, dont il est bon de tenir compte.

Ces cartes d'interaction peuvent être étudiées de façon duale dans le domaine fréquentiel. La figure 3.16 représente les transformées de Fourier des cartes d'interaction de la figure 3.15. L'avantage de cette représentation est qu'elle permet de séparer de manière simple les composantes dues aux défauts d'estimation de l'orientation, qui sont rejetés aux fréquences hautes.

En dépit de l'absence de périodicité, la richesse de ces quelques résultats suggèrent la pertinence des cartes d'interaction associées aux images de matériaux composites. L'analyse complète de ces cartes devra être poursuivie dans le cadre de travaux ultérieurs.

3.6 Conclusion

La mise en évidence du rôle des statistiques d'ordre 2 dans le processus de discrimination des textures chez l'homme, a suscité le développement de nombreuses approches, dont certaines, comme les matrices de cooccurrence, sont devenues des approches de référence en analyse de textures. Se fondant sur les niveaux de gris, ces méthodes réalisent des statistiques sur les couples de pixels vérifiant une relation spatiale donnée. Malgré leur performance dans un large nombre d'applications, elles restent toutefois inadaptées aux textures directionnelles et, plus généralement, aux textures dont le niveau de gris n'est pas l'information la plus pertinente pour la description de l'organisation des primitives.

Pour la description des textures directionnelles, nous avons choisi d'utiliser deux approches, fondées sur les statistiques d'ordre 2 du champ des orientations. Afin de prendre en compte sa nature circulaire, le champ des orientations est représenté sous une forme complexe. La première approche se fonde sur la partie réelle de la fonction d'autocorrélation de ce champ complexe. Moyennant une adaptation aux données π -périodiques, cette fonction donne une mesure de la ressemblance moyenne entre orientations distantes d'un certain écartement. En utilisant les propriétés spectrales de la fonction d'autocorrélation, nous avons montré que son calcul pouvait être accéléré par l'usage de la transformée de Fourier. Cette approche s'est avérée être un cas particulier de la seconde approche abordée : les histogrammes des différences d'orientations.

Les histogrammes des différences absolues d'orientations mesurent la distribution des différences d'orientations entre les pixels des couples définis par un déplacement donné. A chaque déplacement, on associe un histogramme des différences d'orientations duquel sont déduits des descripteurs (e.g. MOD, MSCOD). Ces descripteurs sont utilisés pour construire des cartes d'interaction, utilisées pour la caractérisation des textures. Ces cartes constituent un résumé compact des dépendances spatiales caractéristiques de la texture. Calculées sur des textures de Brodatz, elles

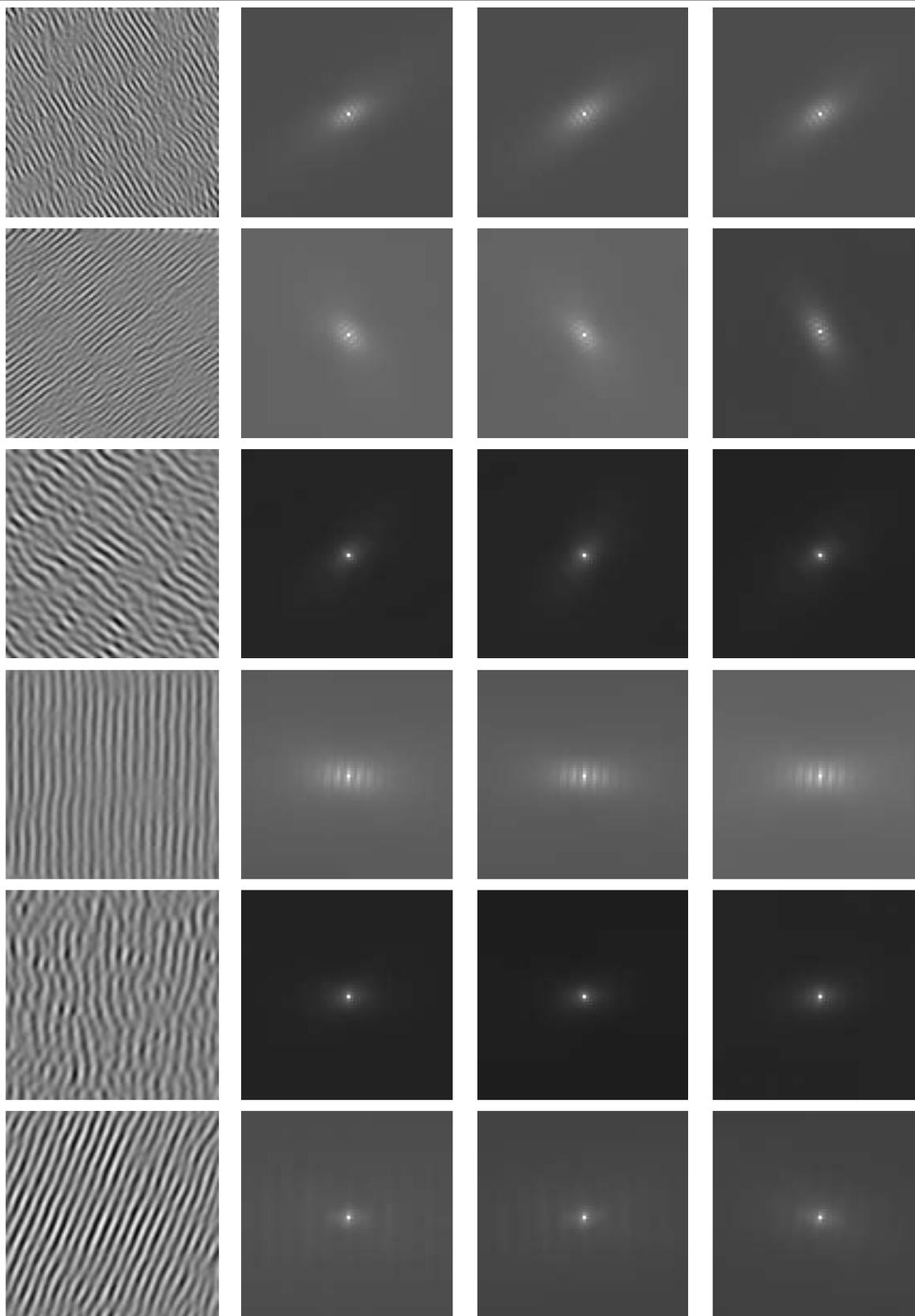


FIG. 3.15 – Cartes d'interaction et textures de pyrocarbone : colonne 1, extraits de textures filtrées relatives aux matériaux P_{AnT} , P_{AT_2} , P_{BnT} , P_{BT} , P_{CnT} , et P_{CT} (lignes 1 à 6); colonnes 2 à 4, cartes d'interaction calculées sur trois images 1024×1024 pour chaque matériau.

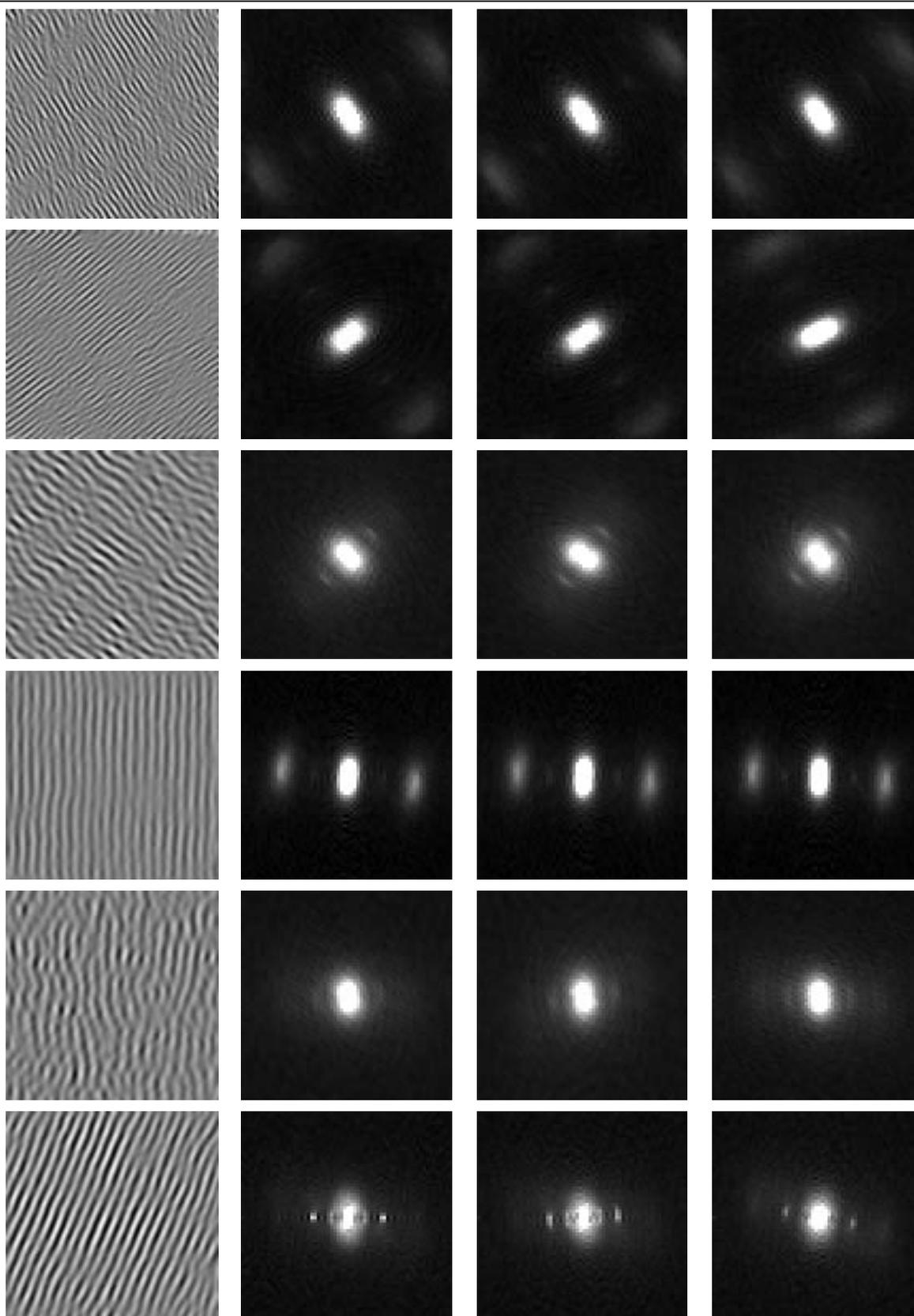


FIG. 3.16 – Transformées de Fourier des cartes d'interaction de la figure 3.16 : colonne 1, extraits de textures filtrées (ligne 1 à 6, matériaux P_{AnT} , P_{AT_2} , P_{BnT} , P_{BT} , P_{CnT} , et P_{CT}); colonnes 2 à 4, transformées de Fourier des cartes d'interaction.

ont montré une amélioration par rapport aux cartes d'interaction fondées sur les niveaux de gris, puisqu'elles rendent compte de façon plus pertinente de l'organisation des textures.

Dans le cadre de l'analyse de textures de matériaux composites, l'utilisation des cartes d'interaction a permis d'établir que le champ bidimensionnel des orientations des motifs texturaux ne présente pas de caractère périodique. Si l'hypothèse de l'absence de périodicité dans l'ondulation des motifs texturaux semble se vérifier, elle n'est pas encore totalement établie. En effet, sous l'hypothèse que les motifs texturaux, qui composent ces images, possèdent des comportements (ondulatoires) indépendants et variables, il serait possible de retrouver, le cas échéant, l'existence d'une périodicité. Pour cela, il faut envisager une approche différente pour la mesure des statistiques d'ordre 2 des orientations. Cette approche doit tenir compte de la dimension structurale de ces textures, c'est à dire de l'organisation de la texture en unités structurales sur lesquelles doit s'effectuer la description de l'ondulation. Elle sera conduite au chapitre suivant.

Chapitre 4

Approche structurale pour l'analyse de textures de matériaux composites

Sommaire

4.1	Introduction	109
4.2	Carbones turbostratiques et franges de réseau	110
4.2.1	Les carbones turbostratiques	110
4.2.2	Les images de franges de réseau	114
4.3	Suivi des primitives texturales	118
4.3.1	Objectif	118
4.3.2	Méthode	118
4.3.3	Algorithme de suivi d'une courbe de niveau	119
4.3.4	Application au suivi de franges	122
4.4	Mesures curvilignes	126
4.4.1	Rappel des objectifs	126
4.4.2	Histogramme des longueurs de frange	126
4.4.3	Corrélations curvilignes du champ d'orientation	130
4.4.4	Spectre d'ondulation	135
4.4.5	Bilan	137
4.5	Modélisation stochastique et simulations	139
4.5.1	Le modèle structural	139
4.5.2	Longueur des franges	140
4.5.3	Ondulation des franges	144
4.6	Conclusion	152

4.1 Introduction

Les textures dites *structurées* sont construites à partir de primitives tonales selon des lois qui régissent leur agencement spatial [Ehr78][Har79]. Le principe essentiel d'une approche structurale est de fournir une méthode de description des primitives ainsi que des règles d'agencement de ces primitives. La description structurale d'une texture porte sur quatre aspects :

- l'identification des primitives tonales,
- la définition et la mesure d'attributs de description de ces primitives,
- la recherche des relations entre ces primitives,
- la mise à jour des lois d'agrégation selon lesquelles les primitives s'agencent pour former des éléments texturaux plus complexes.

Nombre de méthodes statistiques ne tiennent pas compte de cette description structurale et se fondent uniquement sur des propriétés locales, voire ponctuelles. C'est le cas des techniques telles que les cooccurrences ou les histogrammes de différences de niveaux de gris. Les statistiques d'ordre 2 des orientations, étudiées au chapitre précédant, se fondent également sur un attribut local et ne tiennent pas compte de l'appartenance d'un pixel à une entité structurale. La principale difficulté posée par les approches structurales est liée à l'identification de telles entités structurales. C'est pourquoi ces approches sont, le plus souvent, propres à une classe donnée de textures. En effet, il n'est pas envisageable de développer une méthode assez générale pour décrire n'importe quel type d'image texturée et l'on se réduit la plupart du temps à l'étude de telle ou telle propriété qui suffit à caractériser la texture à laquelle on s'intéresse.

Le besoin d'une approche structurale a été suscité par la nature des textures qui apparaissent sur les images de matériaux pyrocarbonés, obtenues par la technique des franges de réseau, en Microscopie Electronique en Transmission. La connaissance, bien que partielle, des processus de formation de ces matériaux nous permet de fonder notre analyse sur un modèle structural mettant en jeu des structures longiformes, ondulées de façon aléatoire. L'identification et la description de ces structures, au travers d'attributs relatifs à leur taille ou à leur ondulation, constituent les deux premières étapes de l'approche structurale. Ce sont ces deux étapes qui sont abordées dans ce chapitre. Une analyse structurale complète nécessiterait en outre la recherche des relations spatiales entre primitives et de leurs lois d'agrégation. Toutefois, les deux premières étapes, qui aboutissent à une caractérisation statistique des propriétés des primitives, fournissent déjà, comme nous allons le voir, une première description de ces textures.

Ce chapitre s'organise de la manière suivante : dans un premier temps, afin de justifier le choix

d'un modèle structural, nous donnons une présentation, non exhaustive, des matériaux et des techniques utilisées pour en observer la texture. Puis nous présenterons un algorithme de suivi des *franges*, primitives structurales longiformes, qui composent nos textures. Dans une troisième partie, nous exposerons trois approches pour la description de ces franges par des attributs tels que leur longueur ou la période et l'amplitude de leur ondulation ; l'exposé méthodologique sera accompagné de résultats expérimentaux mettant en évidence l'aptitude des approches à caractériser les matériaux. Enfin, selon une démarche théorique, nous déclinerons, sous plusieurs formes, un modèle stochastique de formation des franges. Nous verrons qu'un modèle simple corrobore les résultats expérimentaux sur les longueurs de franges, obtenus dans la troisième partie ; ce modèle sera complété afin de rendre compte des ondulations.

4.2 Carbones turbostratiques et franges de réseau

4.2.1 Les carbones turbostratiques

4.2.1.1 Le matériau étudié

Les images dont nous allons décrire la texture, sont issues de l'observation en Microscopie Electronique en Transmission (ou *M.E.T.*) du dépôt pyrolytique obtenu lors des phases de densification puis de traitement thermique des composites carbone/carbone. Les matériaux ainsi formés entrent dans la composition d'éléments de tuyères ou de freins. Les domaines d'application sont, par exemple, le sport automobile, l'aéronautique ou l'espace.

Les techniques de microscopie électronique permettent d'obtenir des clichés à des grossissements de l'ordre de 10^5 à 10^6 par rapport à l'échantillon initial. La numérisation de ces clichés fournit les images dont nous allons étudier la texture. La figure 4.1 montre une image de taille 256×256 , obtenue grâce à un grossissement de 442 000 et une résolution de numérisation de 2 000 dpi, soit une résolution finale de 0.35 \AA par pixel. Les dimensions de l'échantillon de matériau concerné sont de $74 \times 74 \text{ \AA}$.

Les images issues de ce procédé d'observation font apparaître des franges d'interférences qui reproduisent en projection les couches atomiques, ou plus précisément les *couches aromatiques*. Le degré d'organisation de ces couches traduit le stade de graphitisation du matériau. L'étude de la texture et de l'organisation spatiale de ces franges joue un rôle important dans la caractérisation des propriétés d'application des matériaux composites. Dans les paragraphes qui suivent, nous allons donner une brève description de ces matériaux à l'échelle de l'atome et nous définirons les paramètres physiques, pour lesquels nous proposerons, par la suite, des techniques de mesure.

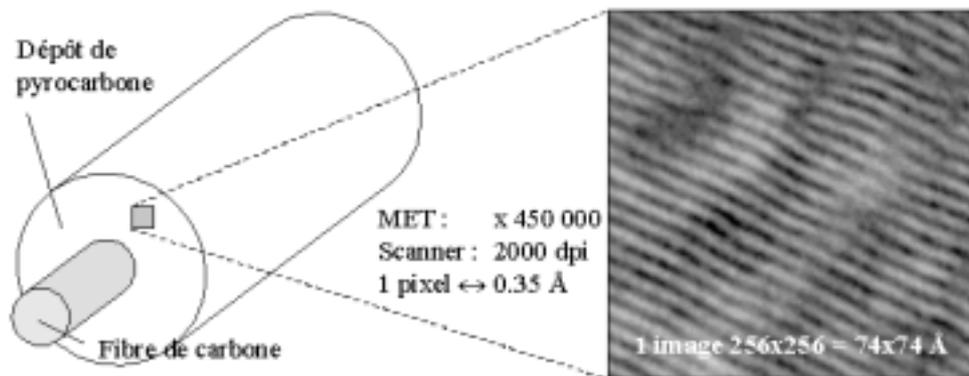


FIG. 4.1 – *Fibre de carbone et dépôt pyrolytique.*

4.2.1.2 Empilements turbostratiques

Les matériaux étudiés dans ce travail appartiennent à la classe des carbones turbostratiques. Ils ne présentent pas de structure cristalline (i.e. tridimensionnelle) mais les couches qui les composent sont des couches *graphitiques* ou *graphènes* empilées parallèlement avec un désordre par rotation qui est à l'origine du terme turbostratique [Bou87].

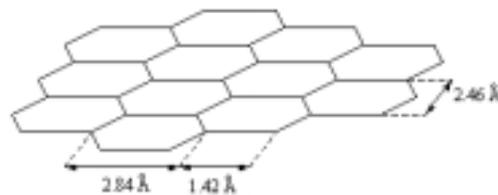


FIG. 4.2 – *Représentation d'une couche graphitique et de ces cycles aromatiques.*

Une couche graphitique consiste en un arrangement plan d'atomes de carbone selon des structures hexagonales régulières, les cycles aromatiques, décrites à la figure 4.2. Le cristal de graphite, état le plus stable du carbone, est constitué d'un empilement compact de plans de graphène : les couches sont disposées parallèlement et écartées d'une distance constante de 3.35 \AA , appelée *distance réticulaire*. Les orientations des hexagones coïncident entre couches voisines (cf. FIG. 4.3a). Dans les carbones turbostratiques, les plans de graphènes restent parallèles mais la distance réticulaire peut varier et atteindre 3.4 \AA . De plus, les hexagones de couches voisines sont disposés selon des orientations aléatoires. Cet arrangement turbostratique est illustré à la figure 4.3b.

D'après certains auteurs, les matériaux pyrocarbonés seraient composés de briques élémentaires ou USB (Unité Structurale de Base). Ces briques consisteraient en un empilement turbostratique de deux ou trois feuillets de graphène comportant une dizaine d'hexagones.

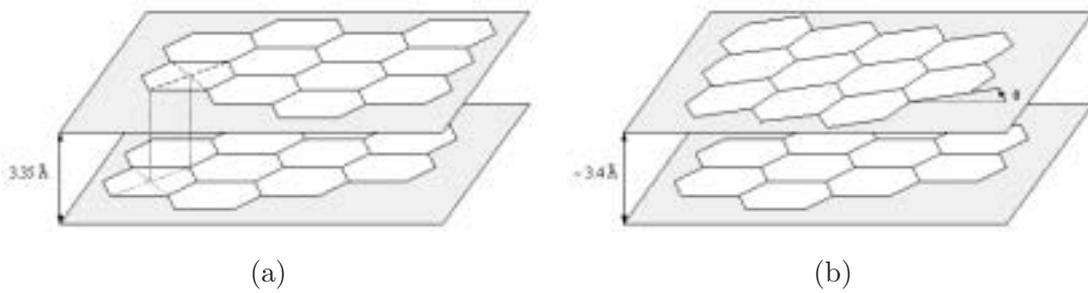


FIG. 4.3 – Empilements de plans de graphène : (a) cas régulier du graphite ; (b) cas des carbones turbostratiques.

4.2.1.3 Organisation d'un carbone graphitable

Par un traitement thermique, ultérieur à la phase initiale de dépôt, ces carbones turbostratiques s'ordonnent progressivement pour tendre vers la structure 3D du graphite [Bou87] : dans un premier stade, les unités structurales sont isolées. Puis elles s'arrangent en colonnes fléchies. Dans un troisième temps, les colonnes "coalescent"¹ mais la torsion entre les colonnes persiste. Enfin, la structure s'étire pour tendre vers un ordre tridimensionnel (cf. FIG 4.4).

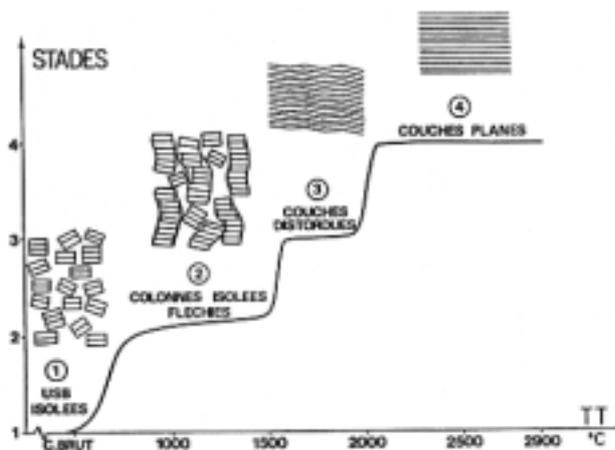


FIG. 4.4 – Evolution de l'organisation d'un carbone graphitable en fonction de la température de traitement [Rou84].

4.2.1.4 Nomenclature des matériaux étudiés

Les images que nous allons étudier dans la suite du chapitre, sont issues de l'observation en microscopie électronique en transmission de matériaux graphitables, à différents stades d'orga-

1. i.e. se soudent.

nisation. Ces matériaux correspondent à trois procédés de fabrication que nous nommerons A , B et C . Chacun de ces matériaux peut avoir été soumis à un traitement thermique. Les sept catégories qui en résultant sont les suivantes :

- Procédé A, 3 catégories : $P_{An}T$ (non traité), P_{AT_1} et P_{AT_2} (traités à des températures T_1 et T_2 , avec $T_1 < T_2$).
- Procédé B, 2 catégories : $P_{Bn}T$ (non traité) et P_{BT} (traité).
- Procédé C, 2 catégories : $P_{Cn}T$ (non traité) et P_{CT} (traité).

4.2.1.5 Attributs recherchés

Les images obtenues par la technique des franges de réseau, sur laquelle nous reviendrons, font apparaître les couches aromatiques vues sur la tranche. Ces couches semblent s'agencer pour former des empilements plus ou moins réguliers. L'objet de notre étude est de caractériser ces empilements de couches. Certains auteurs décrivent ces structures à l'aide de plusieurs paramètres que sont par exemple, la longueur L_1 durant laquelle les éléments sont agencés rectilignement, l'angle de torsion β le long des couches, la longueur totale L_2 des couches ou le nombre N de couches empilées. Ces paramètres sont représentés sur le schéma de la figure 4.5.

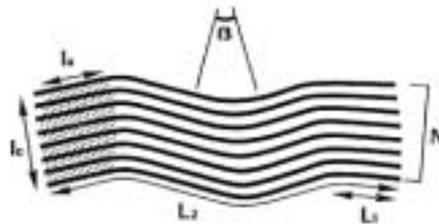


FIG. 4.5 – Paramètres de graphitisation.

Toutefois, il est rare d'observer des empilements montrant une régularité telle que celle décrite sur ce schéma. Les empilements sont composés de couches de tailles variées et ne se détachent pas les uns des autres : ils forment une texture continue et non un pavage. La figure 4.6 donne l'exemple d'une empilement, que nous avons mis en évidence sur une imagerie de franges de réseau. Il faut remarquer que ces frontières sont facilement perceptibles dans le sens des franges, où elles traduisent une discontinuité du motif topographique. Dans le sens de l'empilement en revanche, le choix de ces frontières est plutôt subjectif, et aucun critère visuel précis ne permet de détacher un empilement donné d'un empilement situé au dessus ou au dessous.

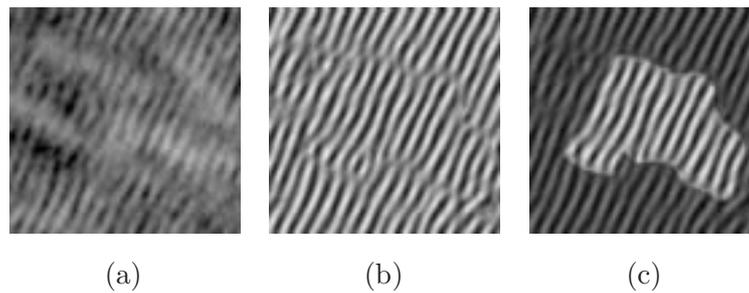


FIG. 4.6 – Mise en évidence d'un empilement de couches sur une image de franges de réseau : (a) image brute ; (b) image filtrée ; (c) empilement mis en évidence.

4.2.2 Les images de franges de réseau

4.2.2.1 Formation de l'image

Afin d'observer et d'étudier la structure des carbones pyrolytiques, les techniques de Microscopie Electronique en Transmission sont couramment utilisées. Parmi celles-ci, la technique des franges de réseau est celle qui nous intéresse ici. Sa description détaillée dépasse le cadre de ce mémoire. Toutefois nous pouvons en présenter quelques éléments afin de comprendre l'origine de nos images. Pour de plus amples explications, le lecteur pourra se reporter aux ouvrages référencés [Bou87][Des93][Gom83][Nin90][Rou84].

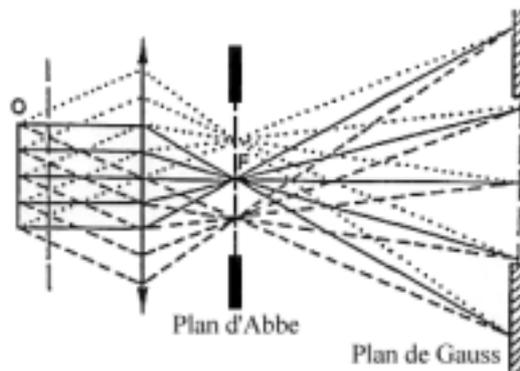


FIG. 4.7 – Formation d'une image dans la lentille objectif du microscope électronique.

Pour résumer, cette technique consiste à faire interférer un échantillon très mince du dépôt de pyrocarbone et un faisceau d'électrons émis perpendiculairement à l'échantillon. Les rayons diffractés par le réseau d'atomes se recombinent de telle sorte qu'ils forment sur le plan focal image (ou plan d'Abbe) le diagramme de diffraction électronique qui n'est autre que la transformée de Fourier du réseau initial. L'image obtenue sur le plan image de la lentille (plan de Gauss) est quant à elle la transformée inverse du diagramme de diffraction.

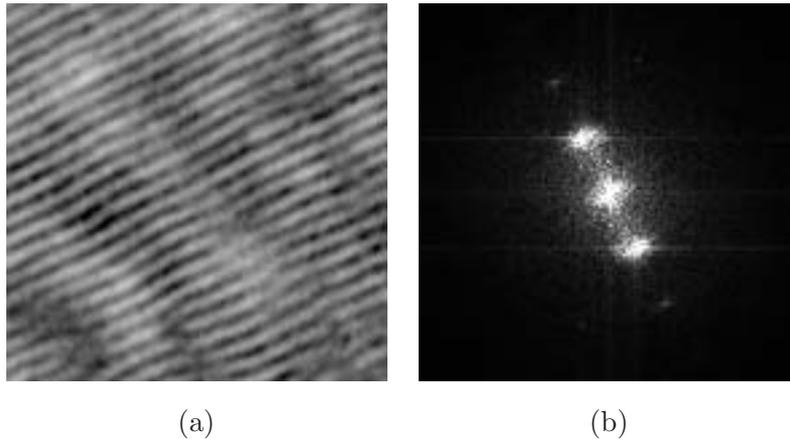


FIG. 4.8 – (a) *Extrait d'une image de pyrocarbone* ; (b) *spectre correspondant*.

Les *franges de diffraction* observées sur l'image finale reproduisent donc, en projection, l'orientation, l'espacement et la longueur des couches aromatiques. Leur forme, leur taille et leur organisation spatiale sont autant de paramètres de graphitisation, caractéristiques du stade d'évolution du matériau. Ces franges de diffraction, images des couches aromatiques, seront considérées dans les travaux que nous allons présenter par la suite, comme les *primitives* des textures structurées que sont les images de franges de réseau.

4.2.2.2 Interprétation du spectre

La figure 4.8 montre une image de franges de réseau et son spectre. La texture étant composée principalement d'une répétition périodique, de structures orientées, le spectre reflète à la fois cette périodicité et cette directionnalité : il est composé de deux lobes parfaitement symétriques, situés de part et d'autre de l'origine. Les coordonnées polaires de ces lobes sont directement liées à la fréquence et à l'orientation des franges. On peut cependant noter l'effet de l'ondulation et de la désorientation mutuelle des franges, ainsi que l'effet de la variabilité de la distance réticulaire, qui se caractérisent par un halo lumineux autour des lobes principaux.

D'autre part, du fait de la limitation de la bande passante du microscope, nous savons que seules les structures de taille suffisamment importante, correspondant à des fréquences spatiales limitées, sont restituées de façon correcte. Plus précisément, seules les fréquences relatives à la disposition quasi-périodique des franges sont exploitables. La résolution n'est pas suffisante pour faire apparaître individuellement les atomes de carbone. Les composantes haute-fréquence ne représentent donc qu'un bruit de fond non pertinent, introduit par la chaîne d'acquisition (microscope et scanner).

Enfin, les franges de Bragg, qui sont liées à l'augmentation du contraste relative à une forte

organisation tridimensionnelle, introduisent des composantes basse-fréquence, qui se traduisent par des tâches sombres de grande taille sur les images. Il est donc envisageable de procéder à un filtrage de ces textures afin de supprimer les composantes non pertinentes tout en conservant l'information relative aux franges et à leurs variations d'orientation.

4.2.2.3 Principe du filtrage fréquentiel

Les images sont traitées par un filtre fréquentiel qui réalise une double opération : il combine un filtrage radial et un filtrage directionnel. Notons h la réponse impulsionnelle du filtre :

$$h(u,v) = h_r(\rho) \cdot h_d(\theta), \quad (4.1)$$

où ρ et θ sont les coordonnées polaires associées aux fréquences spatiales (u,v) :

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{u^2 + v^2}, \\ \theta &= \arctan \frac{v}{u}. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Le filtre radial ou filtre en couronne h_r est défini par :

$$h_r(\rho) = e^{-\frac{(\rho-\rho_0)^2}{2\sigma_r^2}}, \quad (4.3)$$

où le paramètre σ_r de la gaussienne conditionne la largeur de la couronne. ρ_0 correspond à l'inverse de la distance réticulaire.

Le filtrage directionnel est réalisé par la fonction gaussienne avec recouvrement, soit h_d :

$$h_d(\theta) = e^{-\frac{\Delta^2(\theta,\theta_0)}{2\sigma_d^2}}. \quad (4.4)$$

L'ouverture angulaire du filtre est donnée par le paramètre σ_d de la gaussienne. θ_0 correspond à l'orientation dominante de la texture, estimée directement sur le spectre : θ_0 est l'orientation selon laquelle l'énergie du spectre est maximale. La fonction Δ tient compte de la nature circulaire des orientations :

$$\Delta(\theta,\theta_0) = \min(|\theta - \theta_0|, \pi - |\theta - \theta_0|). \quad (4.5)$$

L'orientation principale θ_0 est déterminée par l'axe d'inertie minimale du spectre, considéré comme un nuage pondéré de points. La recherche du minimum d'inertie peut être menée de deux façons : la première consiste à considérer un nombre fini d'axes, d'orientations réparties entre 0 et π , à calculer les inerties selon ces axes et à choisir l'orientation correspondant au minimum d'inertie. La seconde approche est celle suivie par Bigün dans [Big91] et présentée en 2.2.3.2 ; elle se ramène à un problème de diagonalisation de la matrice d'inertie du spectre.

Nous présentons à la figure 4.9 le résultat du filtrage par la fonction h de l'image de la figure 4.8a. On peut constater la disparition du bruit haute-fréquence et des franges de Bragg. Globalement, on aboutit à un lissage des structures.

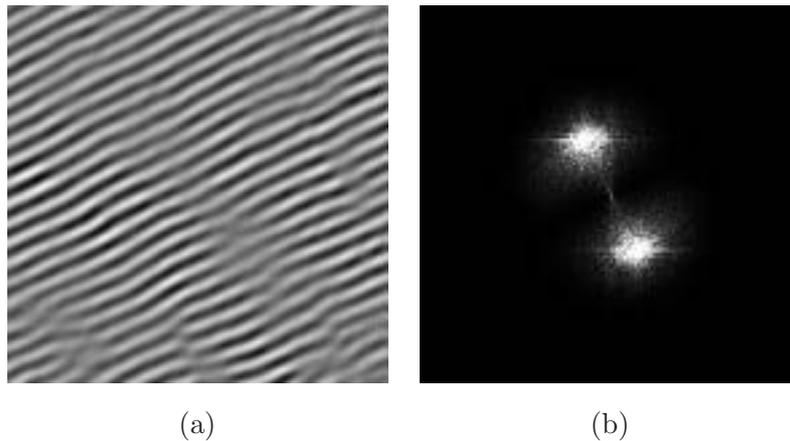


FIG. 4.9 – (a) Extrait d'une image de pyrocarbone filtrée; (b) spectre correspondant.

4.2.2.4 Les artefacts de filtrage

Il faut noter que le filtre proposé ci-dessus doit être appliqué avec précaution. Un filtrage excessif ou inapproprié peut conduire à une image distordue dont l'interprétation risque d'être erronée. Soulignons notamment l'importance du choix de l'ouverture angulaire σ_d du filtre directionnel. Si σ_d est trop faible, le filtre devient très sélectif et élimine les composantes fréquentielles dont l'orientation s'éloigne trop de la direction privilégiée. Il en résulte des structures longiformes très lissées, desquelles a disparu toute variation d'orientation. De plus, les discontinuités telles que les terminaisons de couches disparaissent et deviennent impossibles à détecter (cf. FIG. 4.10).

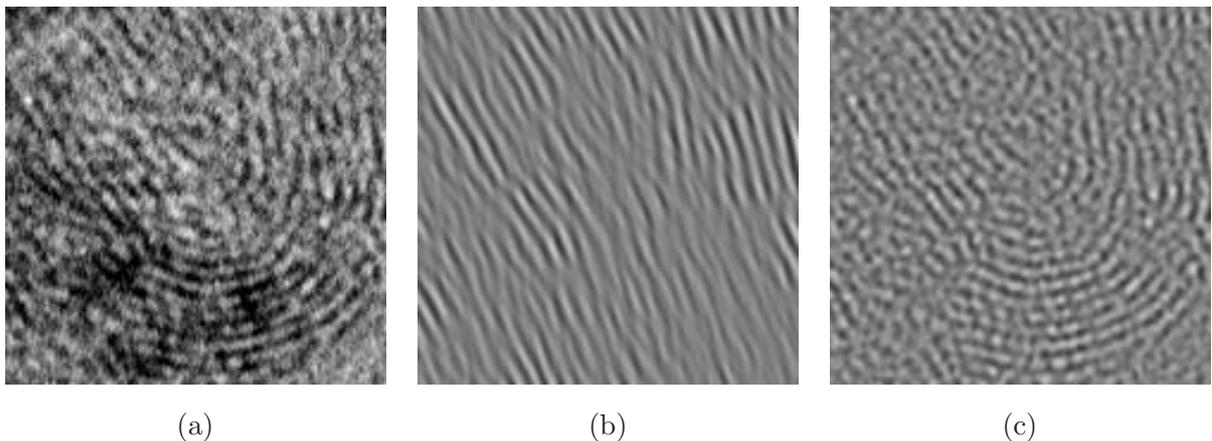


FIG. 4.10 – Artefacts de filtrage : (a) texture brute, présentant de fortes variations d'orientation ; (b) filtrage de forte sélectivité angulaire ; (c) filtrage de faible sélectivité angulaire.

Dans le cas contraire, où la sélectivité angulaire est faible (σ_d grand), la présence de bruit sur l'image initiale peut entraîner une modulation des franges. Cette modulation se caractérise par l'apparition de structures ovales ou circulaires qui donnent aux franges un aspect *boursoufflé*. Ce

phénomène est d'autant plus prononcé que le bruit est important et que la sélectivité est faible. En pratique, nous avons constaté qu'une ouverture angulaire de l'ordre de 50 degrés permet de minimiser ces deux types d'artefacts. La détermination du paramètre d'ouverture et de son influence sur la procédure de suivi de franges dont nous allons traiter ci-dessous, a fait l'objet de l'étude proposée dans [Kin00].

4.3 Suivi des primitives texturales

4.3.1 Objectif

Nous allons dans cette partie proposer une procédure d'extraction des primitives texturales composant les images de matériaux composites. Ces primitives ont été identifiées comme étant les franges de diffraction générées par le procédé d'observation (cf. §4.2.2.1).

L'extraction des franges constitue la première étape de notre approche structurale. Son but est de donner une description géométrique des primitives. Nous choisissons de les décrire au moyen de courbes paramétrées, que nous nommerons *génératrices*. Chaque primitive sera, dans la suite de la démarche structurale, assimilée à sa génératrice. Nous verrons dans la partie 4.4 que la caractérisation des primitives nécessite la mesure de leur longueur et une étude précise de leur ondulation, qui est souvent de l'ordre du degré. Cette caractérisation suppose une représentation la plus fidèle possible de la frange par un modèle mathématique.

4.3.2 Méthode

L'extraction d'une génératrice peut être envisagée de deux manières. La première est morphologique : elle s'appuie sur l'extraction des squelettes associés aux primitives. Une segmentation des primitives est alors indispensable ; elle peut par exemple être menée par simple seuillage, ou par une approche de type *watersheds* [Vin91][Gau99]. La squelettisation se ferait alors par érosion des primitives. Toutefois, les algorithmes de squelettisation fournissent un résultat sous la forme d'un ensemble de pixels connectés. L'inconvénient est que la courbe discrète ainsi définie est irrégulière car composée de segments à 0, 45 ou 90°. Afin de *coller* au mieux aux franges, une précision *sub-pixel* est nécessaire, ce que ne permettent pas ces algorithmes.

La deuxième approche concerne le suivi de courbes topographiques – e.g. les lignes de crête, de vallée ou de niveau – tout à fait adaptées à la description des primitives texturales, assimilables à des éléments de relief longiformes. De nombreuses techniques sont utilisées pour l'extraction des lignes de crête. Elles se fondent souvent soit sur des informations géométriques [Har83], soit sur des algorithmes simulant l'immersion de l'image [Vin91] ou le flux des précipitations sur l'image

[Soi94], considérée comme une surface topographique. Récemment, López et al. dans [Lop99] ont présenté une revue assez complète de ces techniques. Notons que les courbes ainsi extraites ne sont également composées que de pixels de l'image, ce qui limite leur précision.

Notre choix s'est porté sur une approche topographique basée, non sur les lignes de crête ou de vallée, mais sur les courbes de niveau de l'image. L'algorithme de suivi des courbes de niveau, présenté dans des publications récentes [DC00a][DC01a], s'appuie sur une interpolation locale de l'image ; la génératrice obtenue est alors composée d'un ensemble de points de coordonnées réelles, situés sur les *arêtes* de l'image et appelés pixels étendus. Nous présenterons ci-dessous l'algorithme de suivi et nous verrons comment il s'applique à l'extraction de franges sur les images de franges de réseau.

4.3.3 Algorithme de suivi d'une courbe de niveau

4.3.3.1 Principe

Le principe de l'algorithme est le suivant : on considère un point, appelé *germe*, de coordonnées et de niveau de gris quelconques, et l'on cherche à extraire la courbe de niveau passant par ce point. La courbe est développée de proche en proche, à partir du germe, selon des critères précis de suivi, et ne passe pas nécessairement par des pixels de l'image. La courbe de niveau obtenue est en réalité un ensemble de points, vérifiant une certaine relation de voisinage, mais dont les coordonnées ne sont pas entières : elles sont interpolées à partir de la luminance discrétisée de l'image. Il s'agit donc d'une technique *sub-pixel*.

4.3.3.2 Pixels étendus et 6-voisinage

Considérons l'image sous sa forme duale c'est à dire comme une grille régulière dont les noeuds sont les pixels. Nous appelons *pixel étendu* un point situé sur une arête de la grille. La notion de pixel étendu est introduite afin de permettre la construction des courbes de niveau à une précision inférieure au pixel.

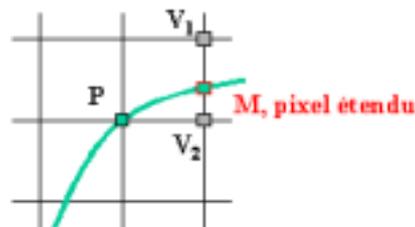


FIG. 4.11 – Principe du pixel étendu.

Plaçons nous dans le cas concret où l'on cherche à suivre la courbe de niveau passant par un point P , nœud de la grille, de niveau g (cf FIG. 4.11). Supposons que deux voisins de P , V_1 et V_2 , définis en 8-voisinage, aient pour niveaux respectifs g_1 et g_2 vérifiant : $g_1 \leq g \leq g_2$ et $g_1 < g_2$. Alors notre algorithme de suivi se fonde sur l'hypothèse qu'il existe un pixel étendu M , de niveau g , appartenant au segment V_1V_2 tel que la courbe de niveau en P passe par également en M . La position (x,y) du pixel étendu est telle que :

$$\begin{aligned} x &= x_1 + (x_2 - x_1) \cdot \frac{g - g_1}{g_1 - g_2} \\ y &= y_1 + (y_2 - y_1) \cdot \frac{g - g_1}{g_1 - g_2} \end{aligned} \quad (4.6)$$

De même que n'importe quel point de la courbe, le germe peut être, soit un pixel (ou nœud), de niveau connu g , soit un *pixel étendu* de niveau supposé g .

Le développement d'une courbe de niveau, de pixel étendu à pixel étendu, nécessite en outre la définition d'un voisinage approprié. C'est pourquoi nous introduisons un système de 6-voisinage. Selon que le pixel interpolé appartient à une arête verticale ou horizontale, on utilise un 6-voisinage horizontal ou vertical (cf. FIG. 4.12).

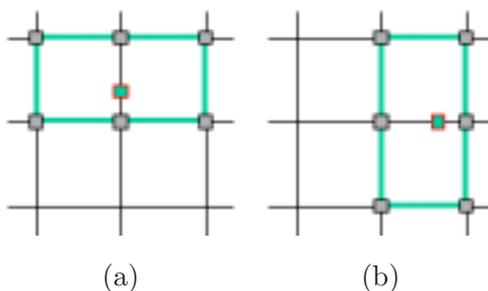


FIG. 4.12 – Principe du 6-voisinage horizontal (a) ou vertical (b).

4.3.3.3 Critères de poursuite

La poursuite d'une courbe de niveau est subordonnée à un certain nombre de critères qui peuvent être internes ou externes, et dont le choix dépend de l'application. Les critères internes peuvent par exemple être liés à des contraintes de régularité ou de topologie, de façon similaire aux modèles déformables. La définition de telles contraintes implique des hypothèses sur la forme des objets décrits. Par exemple, dans le cas du suivi de franges, on ne peut envisager la bifurcation d'une courbe en deux embranchements ; elle n'aurait aucune justification physique. Or, sur une scène discrétisée, la présence d'une configuration géométrique ambiguë peut se produire : il faut alors exclure la poursuite d'une même courbe, dans des directions multiples.

En ce qui concerne les critères de poursuite externes, ils peuvent être imposés par un champ

extérieur, calculé directement sur l'image, et qui permet d'indexer les différentes régions topographiques. Si l'on souhaite par exemple stopper le suivi d'une courbe lors du franchissement d'une ligne de crête, il suffit de repérer ces lignes par une technique *ad-hoc* et d'indexer l'image originale. Lors du suivi de la courbe de niveau, l'occurrence d'un point, indexé comme un point de ligne de crête, interromprait alors l'algorithme.

4.3.3.4 Algorithme

Présentons l'algorithme dans le cas où le suivi est conditionné par une contrainte externe C_e , et une contrainte interne C_i . L'ensemble des points extraits a une topologie simple, sans embranchement. Le suivi débute sur le germe G de niveau g . On recherche dans son voisinage au maximum deux pixels étendus ayant le même niveau de gris g . Puis, à partir de chacun de ces voisins, on poursuit, de proche en proche, la courbe de niveau. Le suivi sur une branche s'effectue indépendamment de l'autre branche; il s'arrête lorsqu'il n'y a plus de pixel vérifiant les différentes contraintes. L'algorithme, est présenté succinctement, en pseudo-code, à la figure 4.13.

```

debut
   $(P_1, P_2) \leftarrow \text{cherche\_2\_meilleurs\_voisins}(G)$ 
   $P \leftarrow G$ 
   $G.\text{prec} \leftarrow P_1, P_1.\text{suiv} \leftarrow G$ 
   $G.\text{suiv} \leftarrow P_2, P_2.\text{prec} \leftarrow P_1$ 
  Tant que ( $\text{verifie\_critere\_interne}(P_1)$  ET  $\text{verifie\_critere\_externe}(P_1)$ )
     $P \leftarrow P_1$ 
     $P_1 \leftarrow \text{choisit\_meilleur\_voisin}(P)$ 
     $P.\text{prec} \leftarrow P_1, P_1.\text{suiv} \leftarrow P$ 
  fin(tant que)
  Tant que ( $\text{verifie\_critere\_interne}(P_2)$  ET  $\text{verifie\_critere\_externe}(P_2)$ )
     $P \leftarrow P_2$ 
     $P_2 \leftarrow \text{choisit\_meilleur\_voisin}(P)$ 
     $P.\text{suiv} \leftarrow P_2, P_2.\text{prec} \leftarrow P$ 
  fin(tant que)
fin

```

FIG. 4.13 – Algorithme de suivi en pseudo-code.

La structure de données utilisée pour le stockage de la courbe de niveau discrète, est une liste chaînée. A l'issu du suivi, le premier et le dernier élément de la liste correspondent aux deux extrémités de l'élément textural recherché. Cette structure facilite le parcours de la courbe, ainsi que sa paramétrisation.

4.3.4 Application au suivi de franges

4.3.4.1 De l'échantillonnage des primitives

Les travaux concernant les images de franges de réseau ont pour objet la caractérisation statistique des primitives structurales qui les composent. Elle nécessite l'extraction du plus grand nombre possible de génératrices décrivant ces primitives. Une question se pose alors naturellement : si l'on assimile ces textures à une population de primitives, comment échantillonner cette population de la manière la plus juste possible ? En d'autres termes, comment disposer, sur l'image, les germes des courbes de niveau qui nous serviront à décrire ces primitives ?

Le choix d'un placement aléatoire ou même d'un placement régulier des germes conduit à favoriser les primitives de grande taille. Notons L_2 la variable aléatoire décrivant la longueur d'une primitive, et $p_{L_2}(l)$ la densité de probabilité de cette variable L_2 . La longueur d'une primitive correspondant à un germe pris au hasard n'est pas décrite par L_2 mais par L_2^* définie par :

$$p_{L_2^*}(l) = \frac{l}{\mu_{L_2}} p_{L_2}(l), \quad (4.7)$$

où μ_{L_2} est l'espérance mathématique de L_2 .

Pour cette raison, nous avons choisi de réaliser un tirage exhaustif, c'est à dire de décrire l'ensemble des primitives texturales.

4.3.4.2 Choix des germes et du niveau de suivi

Nous avons vu au chapitre 2 que les courbes de niveau, le long d'éléments de relief longiformes, pouvaient être déformées par la présence d'une modulation des crêtes (et des vallées). Un des objectifs de notre étude étant de mesurer l'ondulation des structures, il est naturel de positionner les germes des courbes de façon à s'affranchir du phénomène de modulation : le suivi est donc effectué pour un niveau de gris correspondant au niveau moyen de l'image.

Afin de tirer la totalité des franges une seule et unique fois, il est nécessaire d'indexer tous les pixels étendus déjà examinés. On peut par exemple se servir d'une carte de labels de taille égale à celle de l'image, où l'on attribue progressivement aux pixels encadrant le pixel étendu considéré,

le label “déjà examiné”.

La procédure d'extraction des génératrices est alors la suivante :

- On recherche, à partir du coin supérieur gauche de l'image, le premier pixel étendu, de niveau égal au niveau moyen, en parcourant l'image de gauche à droite et de haut en bas. On extrait la courbe de niveau issue de ce germe, en indexant les pixels étendus rencontrés par le label “déjà examiné”.
- On continue le parcours de l'image à la recherche d'un germe potentiel, non encore examiné.
- On réitère l'opération jusqu'à épuisement des germes potentiels.

Remarque 1 - Le choix du niveau moyen, optimal pour la mesure de l'orientation par le gradient, est en outre le plus favorable pour l'interpolation utilisée par l'algorithme de suivi. En effet, le calcul de la position d'un pixel étendu est basé sur le principe de linéarité du niveau de gris entre les deux pixels qui l'entourent. L'image étant localement approximable par une sinusoïde, les germes de niveau moyen, situés sur les zones d'inflexion de la sinusoïde, sont donc un choix favorable pour le développement des génératrices.

Remarque 2 - Cette procédure de choix des germes conduit à décrire chacune des franges par deux génératrices situées de part et d'autre de la ligne de crête. De même qu'aucun critère ne permet de dire laquelle de la ligne de crête ou de la ligne de vallée correspond effectivement à la couche atomique sous-jacente, nous ne pouvons choisir d'exclure l'une ou l'autre des courbes de niveau. La population des primitives considérées pour la caractérisation statistique de ces textures, sera donc toujours, par la suite, constituée de ces *doublons*.

4.3.4.3 Extrémités de franges

La frontière entre deux franges est induite par une irrégularité, une rupture de continuité de la frange qui provoque un changement brusque de direction des courbes de niveau (FIG. 4.14a). L'adoption d'un critère interne basé sur la courbure locale de la ligne de niveau permet de détecter ce type d'irrégularité. Nous avons choisi un critère très local, fondé sur l'angle formé par trois pixels consécutifs : si cet angle est supérieur à un seuil préalablement fixé, alors la poursuite de la courbe de niveau est interrompue.

Dans le cas le plus favorable, la frontière entre deux franges est déterminée par une rupture du modèle topographique (FIG. 4.14b) : alors qu'à l'intérieur d'une frange, l'image présente localement une orientation marquée, cette situation n'est plus la même aux extrémités, où l'orientation locale est mal définie. Le calcul du champ des confiances associées aux orientations locales fait

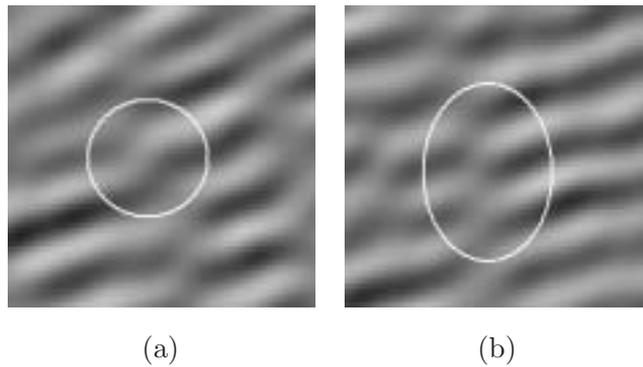


FIG. 4.14 – Exemples de terminaisons de franges : (a) rupture floue ; (b) ruptures nettes.

apparaître, aux extrémités des franges, des régions de faible confiance. Ce champ des confiances peut être utilisé comme contrainte externe : le suivi de la courbe de niveau est interrompu si la confiance estimée au pixel courant est inférieure à un certain seuil.

4.3.4.4 Exemples

Nous présentons, à la figure 4.15, deux images filtrées issues de deux séries correspondant à un même matériau ayant subi des traitements thermiques différents. Les images (c) et (d) sont les champs des confiances associées aux orientations locales. Les orientations sont estimées par l'opérateur GV_{opt}^2 , présenté au chapitre 2. Les confiances sont calculées sur un voisinage 7×7 , par l'indicateur C_{f2} (cf. 2.2.5.1) [Big91][Don99], avec $0 \leq C_{f2} \leq 255$. Les cartes (e) et (f) correspondent au seuillage des cartes de confiance (c) et (d). Une étude sur l'influence du niveau de seuillage a été réalisée dans [Kin00]. La contrainte externe est donnée par les champs seuillés des confiances. La contrainte interne est fixée par l'angle maximal de 10 degrés entre trois pixels étendus consécutifs. Les génératrices obtenues à partir des images (a) et (b) sont montrées en surimpression sur les images (g) et (h).

Notons que les génératrices atteignant les bords de l'image ne sont pas représentées car elles sont tronquées et sont exclues de l'étude statistique. Afin que les résultats statistiques ne soient pas affectés par ces effets de bords, il est indispensable d'utiliser des images de grande taille, où peuvent figurer des franges de grandes longueurs. En pratique, des dimensions de 1024×1024 sont suffisantes ; le choix d'une taille qui soit une puissance de 2 permet en outre l'utilisation de la FFT (Fast Fourier Transform) pour le filtrage fréquentiel.

Ainsi, nous avons mis en place une procédure de suivi des primitives texturales, fondée sur l'algorithme d'extraction d'une courbe de niveau discrète. Cette procédure débouche sur le calcul de listes chaînées de points appelées *génératrices*. Chaque génératrice décrit une primitive tex-

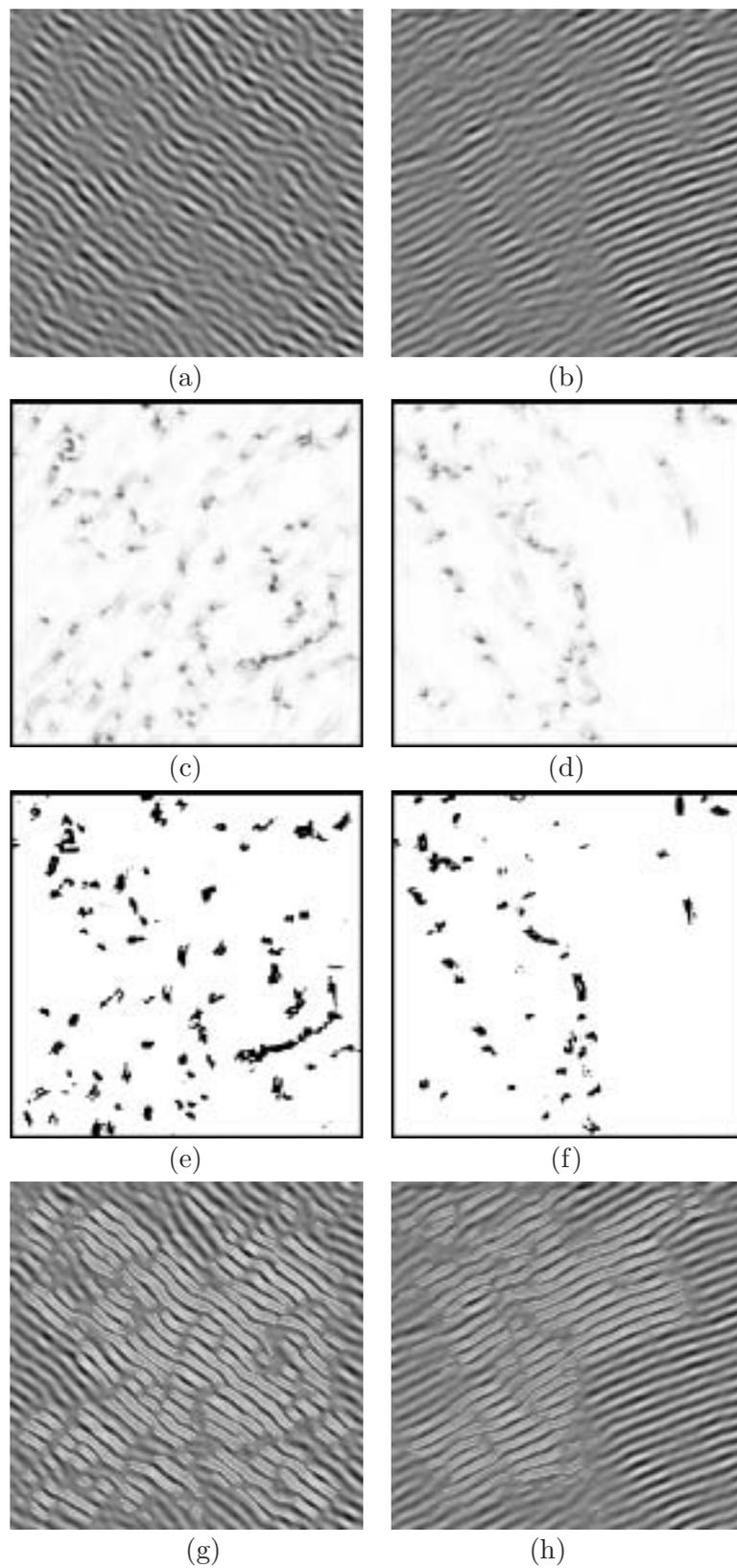


FIG. 4.15 – Génératrices extraites par l'algorithme de suivi des courbes de niveau: (a) et (b) images filtrées; (c) et (d) confiances associées aux orientations; (e) et (f) seuillage des cartes de confiance; (g) et (h) extraction des génératrices.

turale sur toute sa longueur. L'étude statistique des images de franges de réseau va se fonder sur l'analyse des caractéristiques morphologiques de ces génératrices, par des techniques que nous allons présenter ci-dessous.

4.4 Mesures curvilignes

4.4.1 Rappel des objectifs

Disposant des représentations des primitives que sont les génératrices, nous pouvons à présent procéder à la description de ces primitives. Nous avons identifié en 4.2.1.5 un ensemble de paramètres caractéristiques des arrangements de franges : la longueur L_2 des franges continues, la longueur L_1 des parties rectilignes, ou encore l'angle de distortion β qui peuvent être retrouvés par l'analyse des génératrices.

Toutefois, comme nous l'avons déjà mentionné, les empilements de franges ne présentent que rarement une régularité telle que celle décrite à la figure 4.5. Le plus souvent, ces empilements sont mal délimités et les longueurs de franges peuvent être distribuées de façon aléatoire. De même, les paramètres de l'ondulation que sont L_1 et β , peuvent présenter une variabilité très importante. C'est pourquoi il est nécessaire de caractériser ces différents attributs de manière statistique.

Dans cette section, nous présenterons tout d'abord les résultats relatifs aux distributions des longueurs de franges. Puis nous aborderons la mesure de l'ondulation selon deux approches. La première se fonde sur l'hypothèse de périodicité : elle consiste à rechercher les corrélations curvilignes de l'orientation le long des génératrices. La seconde approche consiste à rechercher les caractéristiques spectrales de l'orientation curviligne.

4.4.2 Histogramme des longueurs de frange

4.4.2.1 Paramétrisation et mesure des franges

Afin de donner une description des franges, nous allons procéder à la paramétrisation des génératrices. Une génératrice a une structure de liste chaînée, dont les éléments sont des pixels étendus. La paramétrisation choisie consiste à attribuer à chacun des éléments son abscisse curviligne, de telle sorte que le premier élément de la liste chaînée ait une abscisse nulle, et le dernier ait pour abscisse la longueur totale de la génératrice. Cette dernière est assimilée dans cette démarche à une ligne brisée : la différence d'abscisse curviligne entre deux éléments consécutifs est égale à la distance euclidienne.

Si l'on désigne par $P_i = (x_i, y_i)_{i=0, \dots, N}$ les points successifs de la génératrice, les abscisses curvilignes s_i de ces points sont donnés par :

$$\begin{cases} s_0 = 0, \\ s_i = \sum_{k=1}^i d_k = s_{i-1} + d_i, \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}, \end{cases} \quad (4.8)$$

où $d_k = \sqrt{(x_k - x_{k-1})^2 + (y_k - y_{k-1})^2}$.

La longueur totale de la frange, composée de n pixels étendus, est l'abscisse curviligne de son dernier point. Elle est donnée par :

$$L_f = s_n = \sum_{k=0}^N d_k. \quad (4.9)$$

4.4.2.2 Application à la caractérisation des matériaux

L'algorithme de suivi et de mesure des longueurs de franges a été testé sur les séries d'images correspondant aux sept matériaux présentés au paragraphe 4.2.1.4. Il a permis de dresser les distributions des longueurs de franges relatives à ces sept matériaux.

Les résultats sont reportés à la figure 4.16 pour le procédé A et à la figure 4.17 pour les procédés B et C. Notons que les franges de taille inférieure à 8 pixels, soit 2.3\AA environ, ne figurent pas sur les histogrammes : ce choix se justifie par l'hypothèse qu'il ne peut exister dans le matériau de structures de taille inférieure à celle du cycle aromatique, excepté les atomes de carbone eux-mêmes, que la résolution du microscope utilisé ne permet de discerner.

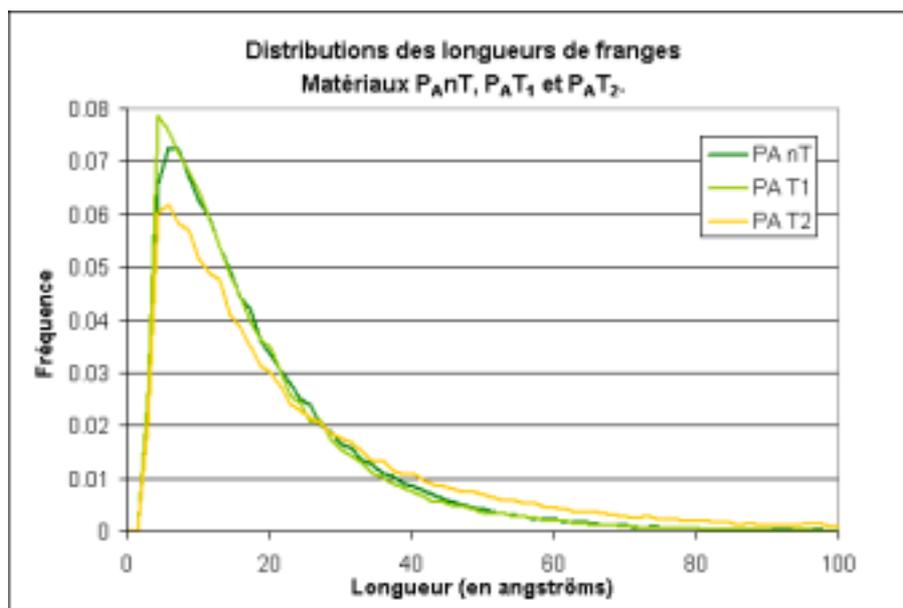


FIG. 4.16 – Distributions des longueurs de franges des matériaux P_{AnT} , P_{AT1} , et P_{AT2} .

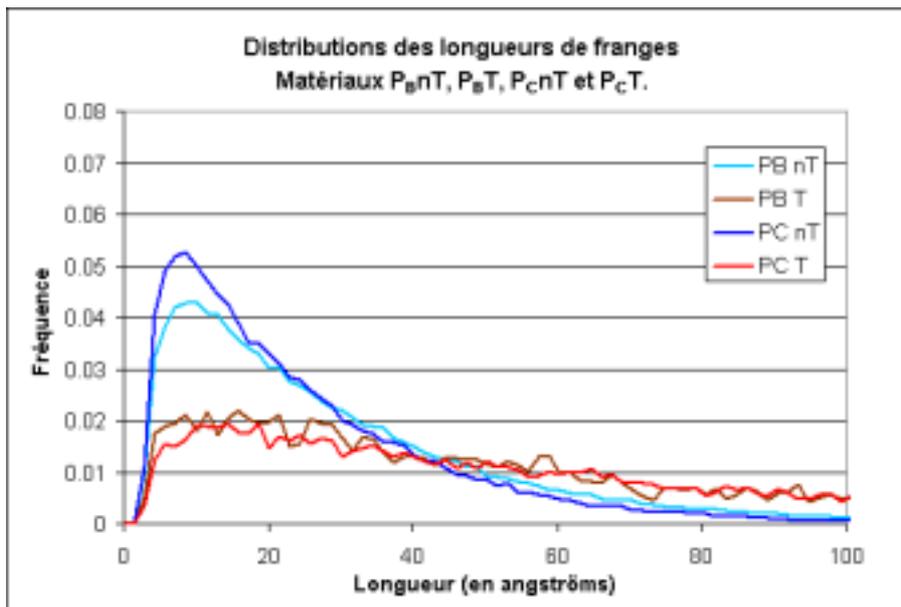


FIG. 4.17 – Distributions des longueurs de franges des matériaux P_BnT , $P_B T$, P_CnT et $P_C T$.

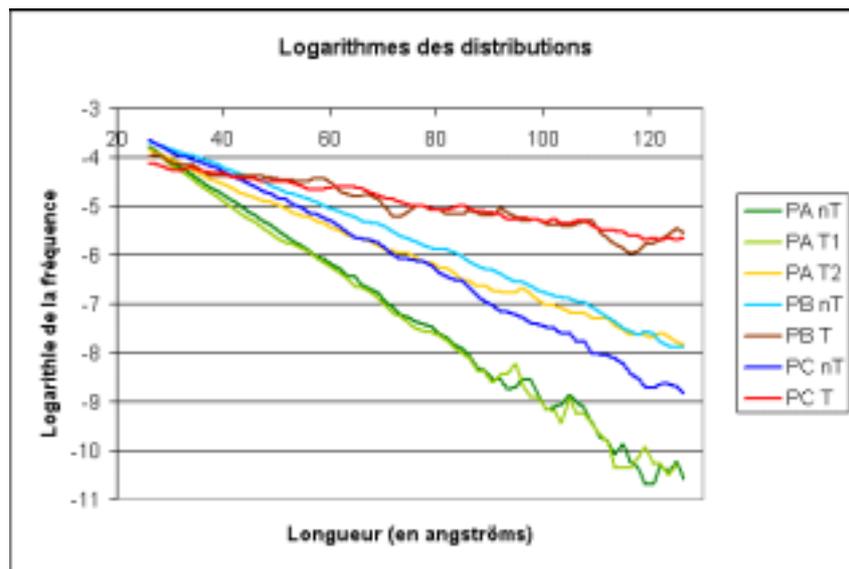


FIG. 4.18 – Logarithmes des queues de distribution associées aux différents matériaux.

Description des distributions

Les distributions obtenues sont fortement dissymétriques : elle comportent un mode correspondant à des franges de faibles longueurs (4 à 10 Å), et une queue de distribution qui s'étend plus ou moins loin selon le matériau considéré. Il s'avère que ces queues de distribution présentent une décroissance exponentielle. La figure 4.18 représentent les logarithmes des distributions, calculés sur une large plage correspondant à la phase de décroissance de ces distributions : la linéarité de ces courbes est évidente.

Afin de décrire ces distributions avec un nombre réduit de paramètres, nous supposons qu'elles suivent le modèle suivant :

$$p_L(l) = \alpha e^{-\alpha(l-l_0)}, \quad \forall l \geq l_0. \quad (4.10)$$

Ces distributions sont alors totalement déterminées par α et l_0 . La moyenne μ_L et la variance σ_L^2 de cette loi vérifient :

$$\begin{aligned} \mu_L &= l_0 + \frac{1}{\alpha}, \\ \sigma_L^2 &= \frac{1}{\alpha^2}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

La distribution $p_L(l)$ est représentée à la figure 4.19.

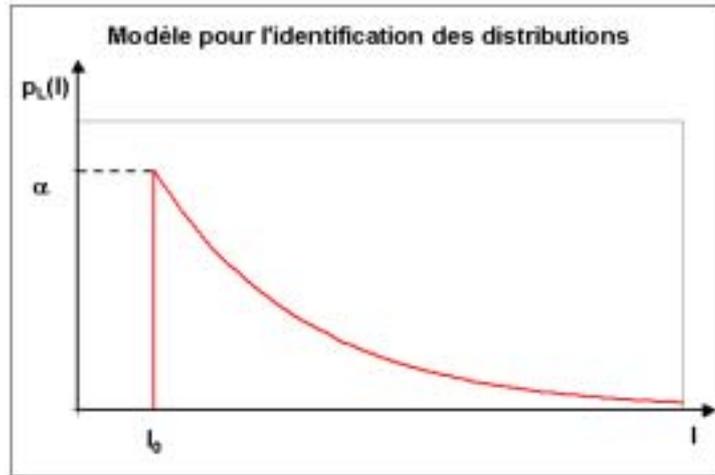


FIG. 4.19 – *Modèle pour l'identification des distributions.*

Nous avons procédé à l'identification des paramètres de cette distribution pour chacun des matériaux étudiés. Les taux de décroissance exponentielle ont été estimés par une régression linéaire sur les logarithmes des distributions : les résultats sont reportés sur le tableau 4.1. Les positions des modes sont également données, mais souffrent d'un manque de précision, qui résulte du faible nombre d'images disponibles pour certains matériaux. En outre, dans le cas des matériaux traités, P_{BT} et P_{CT} , les franges sont plus longues en moyenne et donc moins nombreuses par image. Il en résulte une forte irrégularité des distributions qui rend plus difficile encore la localisation des modes. Les mesures ont été omises pour ces deux matériaux.

Comparaison des matériaux

Plusieurs constatations peuvent être faites quant aux résultats relatifs aux différents matériaux. Notamment, le procédé A se distingue des procédés B et C pour différentes raisons :

- Tout d'abord, la décroissance exponentielle des queues de distributions est plus rapide pour les matériaux P_{AnT} , P_{AT_1} et P_{AT_2} , que pour l'ensemble des autres matériaux. Un

TAB. 4.1 – Paramètres caractéristiques des distributions de longueurs de franges (les positions L_0 des modes sont approximatives).

Matériau	P_{AnT}	P_{AT_1}	P_{AT_2}	P_{BnT}	P_{BT}	P_{CnT}	P_{CT}
L_0 (Å)	6.5	5.0	5.7	9.3	–	8.0	–
α (Å ⁻¹)	0.069	0.068	0.039	0.043	0.018	0.052	0.016

corollaire à cette propriété est la hauteur du mode, plus élevé dans le cas du procédé A, ce qui indique une proportion plus grande de franges de petite taille.

- La deuxième caractéristique du procédé A est la position des modes, qui se situent entre 5 et 7 Å, contre 8 à 13 pour les deux autres procédés, indépendamment du traitement thermique.
- De plus, le procédé A se comporte différemment vis à vis du traitement thermique. En effet, la forme de la distribution ne change pas radicalement dans le cas des matériaux traités P_{AT_1} (très proche du matériau non traité) et P_{AT_2} (légèrement différent). La modification des distributions est beaucoup plus caractérisée dans le cas des matériaux P_{BT} et P_{CT} pour lesquels les modes sont moins marqués et les décroissances nettement plus lentes.
- Enfin, on note dans le cas du procédé A que la position du mode tend à se décaler vers la gauche mais reste sensiblement constante. En revanche, les procédés B et C, voient leurs modes se déplacer sur la droite de plusieurs angströms.

Cet exemple d'interprétation montre la richesse de l'information révélée par ces histogrammes. L'existence du mode et de la décroissance exponentielle, donnant à toutes les distributions la même forme caractéristique, suggère l'existence d'un modèle unique qui décrit la formation de ces franges. Nous proposons à la section 4.5 une modélisation stochastique du processus de formation des franges qui débouche sur une distribution de forme semblable à celle décrite par l'équation (4.11).

4.4.3 Corrélations curvilignes du champ d'orientation

4.4.3.1 Principe

Lors du chapitre 3, nous avons souligné les difficultés que présentait la détermination de l'ondulation des franges au vu des cartes d'interaction. La principale raison à cela est la nature structurale particulière des textures considérées. En effet, les franges, que nous assimilons aux primitives texturales, peuvent s'empiler de manière régulière selon l'orthogonale à leur orientation globale, pour former des structures plus grandes (cf. FIG. 4.5) : l'analyse de la cohérence des

orientations selon cette direction est donc une approche pertinente ; en revanche, dans la direction globale de la texture, les franges sont simplement juxtaposées et les orientations mesurées sur des franges voisines sont a priori indépendantes.

Davis proposait dans [Dav78] de fonder le calcul de matrices de cooccurrences généralisées uniquement sur des points pertinents, présentant des caractéristiques identiques (par exemple, les maxima locaux de l'image). Nous allons plus loin en proposant de décrire les primitives indépendamment les unes des autres : au lieu de chercher à caractériser le champ d'orientation bidimensionnel, nous allons analyser l'évolution de cette orientation le long des primitives texturales, prises une à une.

La méthode exposée ci-dessous est une déclinaison de l'approche décrite en 3.5. De même que cette dernière, elle consiste à mesurer la ressemblance moyenne des orientations au sein des couples de points distants d'un certain déplacement. La différence provient du support sur lequel les couples de points sont choisis puisqu'on va s'intéresser ici à des phénomènes curvilignes et non plus bidimensionnels. Nous allons donner une mesure de la corrélation des orientations le long des primitives texturales, afin de mettre en évidence, le cas échéant, l'existence d'une ondulation périodique.

4.4.3.2 Courbe des orientations curvilignes

Afin de réaliser une mesure curviligne de l'ondulation, il est nécessaire de décrire l'orientation le long des franges. Une frange est représentée par sa génératrice \mathcal{G} . Considérons \mathcal{G} comme une application associant à une abscisse curviligne s une position spatiale :

$$\begin{aligned} \mathcal{G} : [0,L] &\rightarrow \mathbf{R}^2 \\ s &\rightarrow (x(s),y(s)) \end{aligned} \tag{4.12}$$

Interpolation – L'orientation $\theta(s)$ et la confiance $\eta(s)$, en un point quelconque de \mathcal{G} d'abscisse s , sont calculées, par interpolation, à partir du champ des orientations locales. Notons $\{(\theta_{kl},\eta_{kl})\}$ les orientations et les indices de confiances des pixels encadrant le point d'intérêt (cf. FIG.4.20).



FIG. 4.20 – Voisinage pour l'interpolation de l'orientation.

Alors $\theta(s)$ et $\eta(s)$ sont déterminés par :

$$\begin{aligned}\theta(s) &= \theta(x(s),y(s)) = \frac{1}{2} \arg V \\ \eta(s) &= \eta(x(s),y(s)) = |V|^{\frac{1}{2}},\end{aligned}\tag{4.13}$$

où V est le complexe défini par :

$$V = \sum_{kl} w_{kl} \eta_{kl}^2 e^{2j\theta_{kl}}.\tag{4.14}$$

Les coefficients de pondération w_{kl} associés à chaque voisin sont basés sur la distance au point $(x(s),y(s))$:

$$w_{kl} = (1 - |x(s) - x_{kl}|) \cdot (1 - |y(s) - y_{kl}|).\tag{4.15}$$

Discrétisation – Afin de procéder à un traitement numérique de l'orientation curviligne, il est nécessaire de discrétiser la génératrice à pas constant et d'associer à chaque abscisse discrète son orientation interpolée. Notons δ le pas de discrétisation ; la fonction discrète d'orientation curviligne θ_d est définie par :

$$\begin{aligned}\theta_d &: [0, N_L] \rightarrow [0, \pi[\\ i &\rightarrow \theta(x(i.\delta), y(i.\delta)).\end{aligned}\tag{4.16}$$

La confiance discrète répond quant à elle à la définition :

$$\begin{aligned}\eta_d &: [0, N_L] \rightarrow [0, 1] \\ i &\rightarrow \eta(x(i.\delta), y(i.\delta)).\end{aligned}\tag{4.17}$$

N_L est le plus grand entier vérifiant : $N_L.\delta \leq L$. Par la suite, le pas de discrétisation sera toujours de la taille du pixel, soit : $\delta = 1$.

La figure 4.21 représente une texture filtrée sur laquelle ont été développés quatre segments de génératrices. Les fonctions des orientations curvilignes associées à ces génératrices sont données à la figure 4.22. Ces courbes ne semblent pas satisfaire à un modèle simple. Notamment, on relève des phénomènes d'ondulation à des fréquences différentes : des variations rapides et de faible amplitude se superposent à des variations plus lentes, d'amplitude plus importante. Il s'avère que les fréquences relatives aux variations rapides correspondent aux tailles des artefacts introduits par le filtrage en couronne dont nous avons parlé précédemment (cf. section 4.2.2.4). Notons que ces artefacts se manifestent à des fréquences supérieures aux phénomènes d'ondulation mais présente une largeur spectrale importante qui rend difficile sa suppression. Toutefois, leur énergie étant globalement plus faible, ils ne masquent pas les composantes fréquentielles propres à l'ondulation des franges.

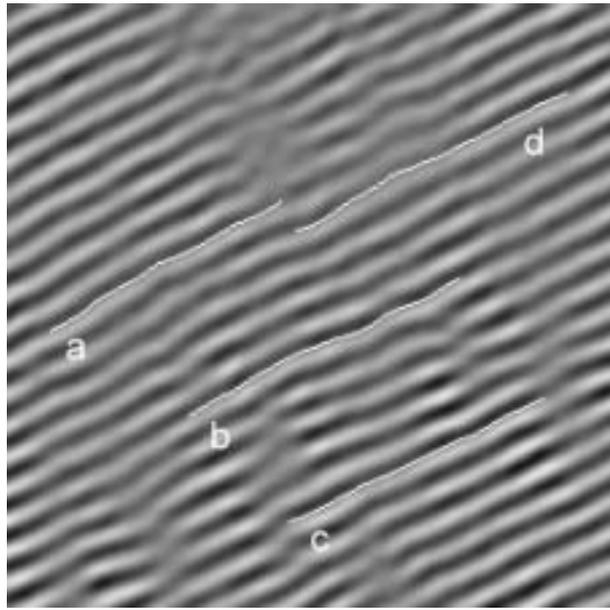


FIG. 4.21 – Tracé de quatre segments de génératrices sur une image de franges de réseau filtrée.

4.4.3.3 Le descripteur de ressemblance curviligne des orientations

Soit une génératrice \mathcal{G} de longueur L . On note θ_d et η_d respectivement les fonctions discrètes d'orientation et de confiance curvilignes associées à \mathcal{G} .

On note \mathcal{C}_τ , l'ensemble des couples d'indices distants de τ :

$$\mathcal{C}_\tau = \{(k,l) \in [0,N_L] \mid l - k = \tau\}. \quad (4.18)$$

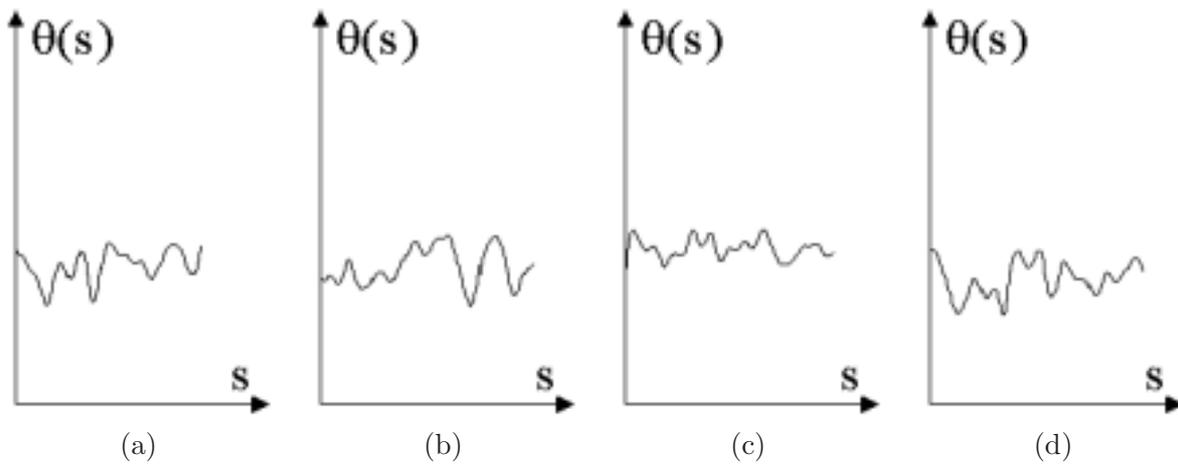


FIG. 4.22 – Courbes d'orientations curvilignes associées aux quatre portions de génératrices (a), (b), (c) et (d) de la figure 4.21.

\mathcal{C}_τ définit l'ensemble des couples de points de la génératrice espacés d'une distance curviligne discrète τ .

Le descripteur curviligne de ressemblance d'orientations, associé à \mathcal{G} , est défini pour toute distance curviligne τ par :

$$\mathcal{D}_{\mathcal{G}}(\tau) = \frac{1}{\gamma} \sum_{(k,l) \in \mathcal{C}_\tau} \eta(k)\eta(l) \cdot f_r(\theta(k), \theta(l)), \quad (4.19)$$

où $\eta(k)$ et $\eta(l)$ sont les confiances aux abscisses k et l , et f_r est une fonction de ressemblance des deux orientations $\theta(k)$ et $\theta(l)$.

γ est le terme de normalisation :

$$\gamma = \sum_{(k,l) \in \mathcal{C}_\tau} \eta(k)\eta(l). \quad (4.20)$$

Pour rappel, une fonction de ressemblance d'orientations doit vérifier (cf. §3.4.3.3) :

$$\begin{cases} f_r(\theta, \theta) & = 1 \\ f_r(\theta, \theta + \frac{\pi}{2}) & = 0 \end{cases} \quad (4.21)$$

ainsi que la condition :

$$\text{si } \Delta(\theta_1, \theta_2) \leq \Delta(\theta_3, \theta_4) \text{ alors } f_r(\theta_1, \theta_2) \geq f_r(\theta_3, \theta_4). \quad (4.22)$$

Nous utiliserons ci-dessous le descripteur fondé sur la fonction de ressemblance f_2 , de paramètre $\lambda = 5$, introduite en 3.4.3.3.

4.4.3.4 Résultats et discussion

Nous présentons à la figure 4.23 le tracé du descripteur de ressemblance curviligne pour les génératrices de la figure 4.21. Nous cherchons à identifier un phénomène périodique d'ondulation et donc à repérer les maxima du descripteur de ressemblance.

Il est important de noter la variabilité des courbes obtenues :

- la courbe (c), caractérisée par la succession de trois maxima locaux, révèle un comportement pseudo-périodique de l'orientation curviligne ;
- la courbe (a), semble également présenter une périodicité, mais elle est perturbée par la présence des artefacts de filtrage ; de plus, cette pseudo-périodicité s'estompe rapidement puisqu'elle n'est plus vérifiée au delà de deux motifs ;
- les courbes (b) et (d) en revanche ne mettent en évidence aucun phénomène de nature périodique.

A l'image des résultats présentés ici, il est apparu, suite à une étude réalisée sur un grand nombre de génératrices et d'images que la périodicité de l'ondulation n'est qu'un phénomène occasionnel

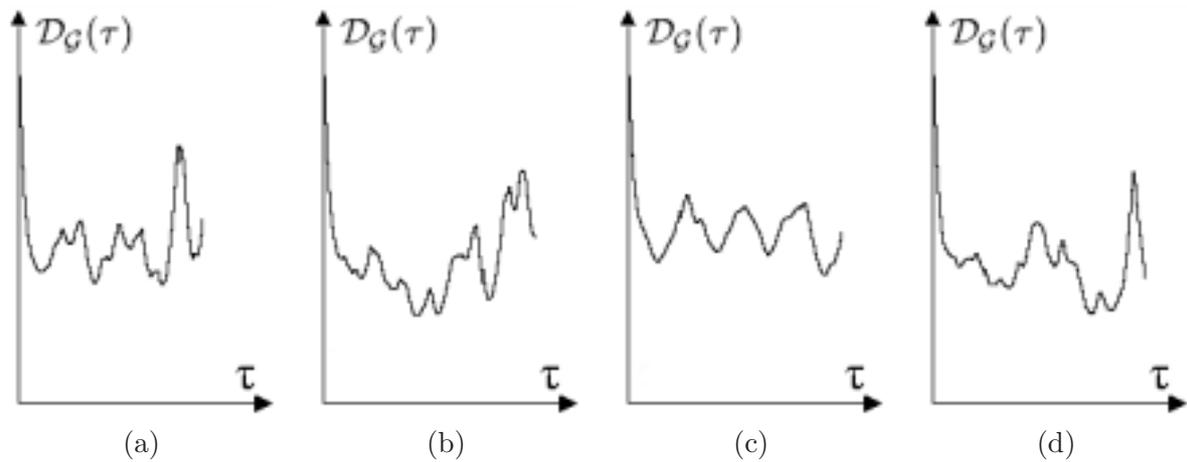


FIG. 4.23 – Représentations des descripteurs curvilignes de ressemblance d'orientations relatifs aux génératrices (a) à (d) de la figure 4.21.

et localisé. Bien qu'il mette en évidence l'existence de motifs caractéristiques, le descripteur curviligne de ressemblance ne rend pas compte d'une régularité particulière quant à la taille de ces motifs où à leur arrangement périodique, ni entre franges différentes, ni même au sein d'une frange.

L'absence de périodicité dans le phénomène d'ondulation des franges est donc établie. Ce résultat corrobore les conclusions auxquelles nous avons abouti en 3.5.4.2. De même que les cartes bidimensionnelles d'interaction, associées au champ des orientations de l'image, le descripteur de ressemblance curviligne des orientations ne montre pas de périodicité particulière. Nous pouvons donc à présent établir le caractère non-périodique de l'ondulation.

4.4.4 Spectre d'ondulation

4.4.4.1 Principe

L'étude des orientations curvilignes a montré qu'un seul et même élément textural pouvait présenter des phénomènes ondulatoires divers, à plusieurs échelles et que ces ondulations pouvaient varier au sein d'une même image, et donc, a fortiori, pour différentes images d'un même matériau.

La représentation spectrale d'un signal a l'avantage de rendre compte de l'ensemble des phénomènes ondulatoires de ce signal. Si le signal est constitué de motifs de tailles caractéristiques, alors le spectre doit mettre en évidence ces tailles privilégiées.

Notre deuxième approche pour la mesure de l'ondulation se fonde sur le *spectre d'ondulation*. Elle

consiste à calculer le spectre de la fonction discrète d'orientation curviligne $\theta_d(i)$, pour chaque génératrice et donc pour chaque frange de l'image. La taille de fenêtre utilisée pour le calcul de la transformée de Fourier discrète de θ_d est toujours la même; elle est de taille N puissance de 2, afin de permettre l'utilisation de la FFT. La transformée de Fourier est définie pour des fréquences discrètes $\frac{n}{\delta}$ par :

$$\Theta(n) = \sum_{i=0}^{N_L} \theta_d(i) e^{-j \frac{2\pi}{N} in}, \quad (4.23)$$

N_L est le nombre total de points du signal orientation. On suppose que N_L est inférieur à N . Si l'on ramène les $\Theta(n)$ à l'unité de longueur, on obtient les coefficients suivants :

$$c(n) = \frac{1}{N_L} \sum_{i=0}^{N_L} \theta_d(i) e^{-j 2\pi n \frac{i}{N}}. \quad (4.24)$$

L'énergie d'ondulation, par unité de longueur, est alors donnée par :

$$S(n) = \frac{1}{(N_L)^2} \left| \sum_{i=0}^{N_L} \theta_d(i) e^{-j 2\pi n \frac{i}{N}} \right|^2. \quad (4.25)$$

4.4.4.2 Spectres cumulés

Considérons les spectres S_k d'un ensemble de génératrices \mathcal{G}_k . Ces génératrices peuvent par exemple représenter l'ensemble des franges d'une image, voire du jeu complet d'images correspondant à un matériau. On définit le spectre cumulé S_{cum} comme l'énergie totale de l'ondulation présentée par ce jeu de génératrices :

$$S_{cum}(n) = \sum_k L_k S_k(n). \quad (4.26)$$

Afin d'avoir une mesure de l'énergie du jeu de génératrices ramenée à l'unité de longueur, il suffit alors de normaliser S_{cum} . On obtient le spectre normalisé :

$$S_{norm}(n) = \frac{1}{\sum_k L_k} \sum_k L_k S_k(n). \quad (4.27)$$

$S_{norm}(n)$ donne une mesure de l'énergie de l'ondulation à la fréquence $\frac{n}{\delta}$.

4.4.4.3 Résultats expérimentaux

Nous avons appliqué le calcul de S_{norm} à la caractérisation des matériaux pyrocarbonés. A chaque matériau, est associé un spectre. En guise d'exemple, nous présentons à la figure 4.24 le spectre associé au matériau $P_B nT$.

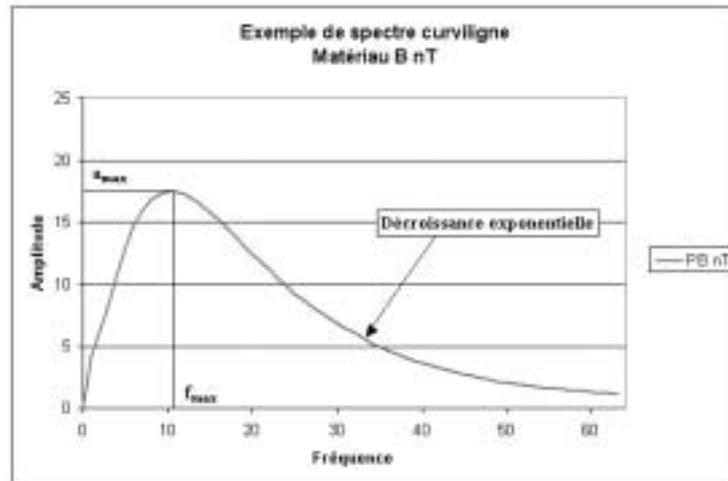


FIG. 4.24 – Exemple de spectre d'ondulation.

Les propriétés de ce spectre sont les suivantes :

- il présente un maximum, dont l'abscisse représente la fréquence d'ondulation f_{max} fournissant le plus d'énergie et dont l'ordonnée E_{max} est l'énergie correspondante ;
- la décroissance du spectre est parfaitement exponentielle (nous noterons β le taux de décroissance) ;
- le spectre tend vers 0 aux très basses fréquences ce qui suggère l'absence de dérive de l'orientation.

Comme le montrent les figures 4.25 et 4.26, ces remarques s'appliquent à l'ensemble des matériaux étudiés, traités ou non traités. Toutefois, selon le matériau ou le traitement qu'il a subi, on constate une modification de la position f_{max} du maximum, de l'énergie associée E_{max} ou du taux de décroissance exponentielle β . L'analyse de ces spectres conduit en effet aux constatations suivantes :

- les matériaux non-traités présentent globalement une ondulation plus forte que les matériaux traités ;
- les fréquences d'ondulation ont tendance à diminuer lors du traitement thermique ;
- le procédé A montre des fréquences d'ondulation plus élevées que les procédés B et C.

4.4.5 Bilan

Les résultats concluants auxquels nous avons abouti suggèrent la pertinence des deux approches que sont, d'une part la mesure des longueurs de franges, et d'autre part, le calcul du spectre d'ondulation. En revanche, la mesure des corrélations curvilignes, au travers du descripteur

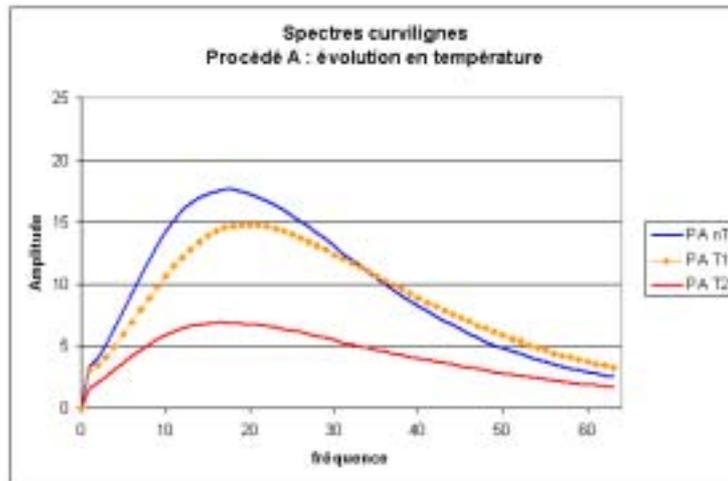


FIG. 4.25 – Spectres cumulés et normalisés, associés aux matériaux P_{AnT} , P_{AT_1} et P_{AT_2} .

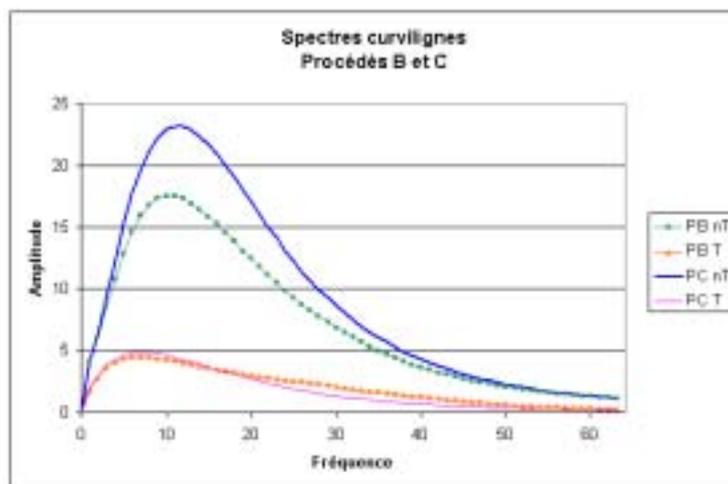


FIG. 4.26 – Spectres cumulés et normalisés, associés aux matériaux P_{BnT} , P_{BT} , P_{CnT} et P_{CT} .

curviligne de ressemblance des orientations, s'est montrée inadaptée à la caractérisation d'une ondulation avérée non périodique.

En ce qui concerne les distributions des longueurs de franges, l'étude des différents moments statistiques permettrait de rendre compte de la forme de ces distributions. Cependant, il est possible de caractériser cette distribution à l'aide de deux paramètres seulement : la position du mode et le coefficient α de décroissance exponentielle.

Le spectre d'ondulation présente également une forme intéressante, quelque soit le matériau étudié. Il donne accès à trois paramètres : la fréquence la plus probable f_{max} , la puissance maximale E_{max} , et le taux de décroissance exponentielle β . On peut y rajouter l'énergie totale

bien qu'elle soit fonction des trois autres paramètres :

$$E_{tot} = \sum_{n=0}^N S_{norm}(n). \quad (4.28)$$

Les formes du spectre et des histogrammes suggèrent l'existence d'un modèle simple, composé d'un nombre limité de paramètres. Nous allons, dans la partie qui suit, proposer un modèle théorique de formation des franges pour tenter d'expliquer les résultats observés et de fournir une signification physique aux paramètres relevés sur les spectres ou la distribution des longueurs.

4.5 Modélisation stochastique et simulations

4.5.1 Le modèle structural

4.5.1.1 Description du modèle

Les carbones pyrolytiques sont, comme nous l'avons vu à la section 4.2, composés d'un agencement pseudo-cristallin de cycles aromatiques (hexagones d'atomes de carbone). Certains auteurs considèrent notamment que ces cycles hexagonaux s'arrangent mutuellement de façon à former des *unités structurales de base*, empilements turbostratiques de couches aromatiques comprenant chacune une dizaine d'hexagones de carbone. Ces unités structurales sont en réalité tridimensionnelles et n'apparaissent qu'en coupe sur les images de franges de réseau. Elle s'agenceraient sous l'effet d'un traitement pour former des structures continues de taille plus importante (cf. FIG. 4.5).

Sans aller jusqu'à l'hypothèse de l'existence de ces unités structurales de base, il semble toutefois pertinent de chercher à modéliser les textures de franges de réseau à l'aide d'un modèle structural hiérarchique. En effet, la frange, que nous avons considérée jusqu'à présent comme primitive texturale, pourrait elle même émaner d'un arrangement à plusieurs niveaux hiérarchiques, de primitives plus petites. C'est vers un tel modèle que notre choix s'est orienté.

Le modèle hiérarchique que nous proposons, est décrit à la figure 4.27. On suppose l'existence d'une structure élémentaire ou structure d'ordre 0, la plus petite primitive sur notre échelle hiérarchique. Une structure élémentaire s'aligne avec les structures élémentaires voisines afin de former une structure linéique, que nous appellerons structure d'ordre 1. Une structure d'ordre 1 se raccroche elle-même aux structures d'ordre 1 voisines, selon un angle variable, pour constituer une frange continue ou structure d'ordre 2.

Notons qu'il s'agit là d'un modèle "unidimensionnel" : seules les primitives placées bout à bout interagissent et aucune liaison avec les franges situées au-dessus ou au dessous n'est prise en

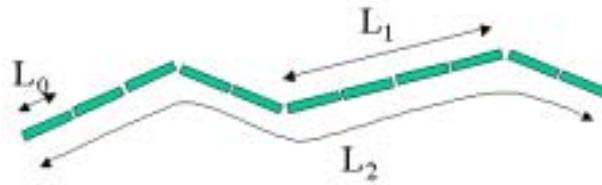


FIG. 4.27 – *Modèle structural hiérarchique.*

compte. La mise en évidence d'empilements réguliers de couches nécessiterait d'augmenter d'un ordre notre modèle hiérarchique. Nous nous limiterons ici à ce modèle unidimensionnel.

4.5.1.2 Variables aléatoires

Afin de décrire ce modèle, plusieurs variables aléatoires sont introduites dont celles relatives aux longueurs des structures :

- L_0 , décrivant la longueur d'une structure d'ordre 0, qui sera par la suite supposée constante ou variant faiblement autour d'une valeur centrale ;
- L_1 , décrivant la longueur d'une structure d'ordre 1 ;
- L_2 , décrivant la longueur d'une structure d'ordre 2.

Une structure d'ordre 1 est composée d'un nombre entier de structures d'ordre 0. Il en va de même pour une structure d'ordre 2, composée d'un nombre entier de structures d'ordre 1, et donc d'ordre 0. Introduisons les variables suivantes :

- N_1 décrit le nombre de structures d'ordre 0 dans une structure d'ordre 1 ;
- N_2 décrit le nombre de structures d'ordre 1 dans une structure d'ordre 2 ;
- N , décrit le nombre total de structures d'ordre 0 dans une structure d'ordre 2.

Nous nous limitons pour l'instant à un modèle ne faisant intervenir que les longueurs des structures. Les variables aléatoires nécessaires à la description de l'ondulation seront introduites ultérieurement.

4.5.2 Longueur des franges

4.5.2.1 Préliminaires

Notons respectivement $\{L_{0,n}\}_{n=1,\dots,N}$ et $\{L_{1,k}\}_{k=1,\dots,N_2}$ les longueurs des structures d'ordre 0 et d'ordre 1 qui composent une structure d'ordre 2 de longueur L_2 . De même, définissons $\{N_{1,k}\}_{k=1,\dots,N_2}$ les nombres de structures d'ordre 0, dans chacune des structures d'ordre 1. Alors

L_2 et N vérifient les expressions suivantes :

$$L_2 = \sum_{k=1}^{N_2} L_{1,k} = \sum_{n=1}^N L_{0,n}, \quad (4.29)$$

$$N = \sum_{k=1}^{N_2} N_{1,k}. \quad (4.30)$$

Nous supposons les $L_{0,n}$ et les $N_{1,k}$ tous indépendants.

4.5.2.2 Lois de N_1 , N_2 et N

Supposons qu'une structure d'ordre 0 s'associe à une structure voisine moyennant une probabilité p_1 . Alors le nombre N_1 suit une loi géométrique de paramètre $q_1 = (1 - p_1)$, soit :

$$Prob(N_1 = k) = p_1^{k-1}(1 - p_1). \quad (4.31)$$

De même, définissons p_2 la probabilité pour qu'une structure d'ordre 1 s'associe avec une structure voisine pour former un motif continu. N_2 suit également une loi géométrique de paramètre $q_2 = (1 - p_2)$:

$$Prob(N_2 = k) = p_2^{k-1}(1 - p_2). \quad (4.32)$$

On montre alors que le nombre total N de structures d'ordre 0 dans une frange suit également une loi géométrique, de paramètre $q = (1 - p_1)(1 - p_2)$. Si $p = 1 - q$, alors :

$$Prob(N = k) = (1 - p).p^{k-1}. \quad (4.33)$$

La démonstration de l'équation (4.33) est donnée en annexe (Annexe B.1).

4.5.2.3 Loi de L_2

Le théorème des probabilités totales [Sap90] permet d'exprimer la densité de probabilité de L_2 sous la forme :

$$p_{L_2}(l) = \sum_{i=1}^{\infty} p_{L_2}(l/N = k).Prob(N = k). \quad (4.34)$$

$p_{L_2}(l/N = k)$ est la loi suivie par la somme finie des longueurs des structures élémentaires, sachant qu'elles sont au nombre de k :

$$p_{L_2}(l/N = k) = \sum_{i=1}^k L_{0,i}. \quad (4.35)$$

Cas où $L_0 = l_0$ est constante.

La densité de probabilité conditionnelle $p_{L_2}(l/N = k)$ s'exprime dans ce cas sous la forme :

$$p_{L_2}(l/N = k) = \delta(l - k.l_0). \quad (4.36)$$

L_2 suit alors la loi discrète suivante :

$$p_{L_2}(l) = (1 - p) \sum_{i=1}^{\infty} p^{k-1} \delta(l - k.l_0), \quad (4.37)$$

où δ est la fonction de Dirac, et p est le paramètre de la loi géométrique suivie par N .

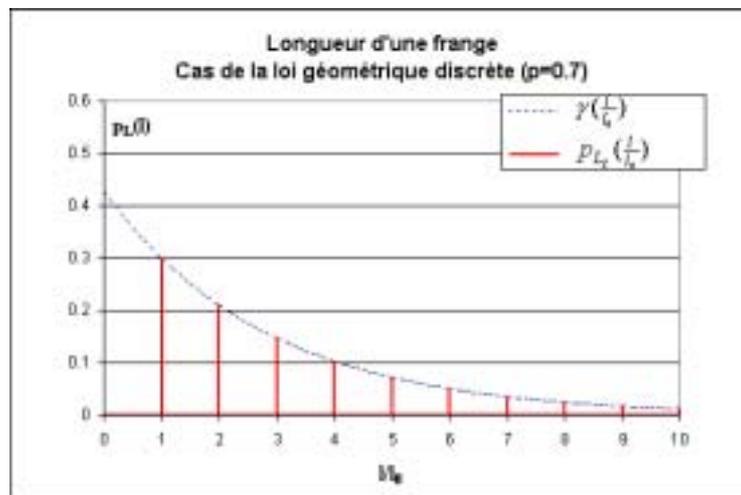


FIG. 4.28 – Densité de probabilité des longueurs de franges L_2 : cas où L_0 est constante.

Cette loi est représentée à la figure 4.28 dans le cas où $p = 0.7$. On notera la décroissance exponentielle des raies : pour les longueurs multiples de l_0 , la distribution coïncide avec la fonction γ définie par :

$$\gamma\left(\frac{l}{l_0}\right) = (1 - p).p^{l/l_0 - 1}. \quad (4.38)$$

Cas où L_0 est variable

Nous prendrons le cas simple où L_0 suit une loi normale $\mathcal{N}(l_0, \sigma^2)$. La densité de probabilité conditionnelle $p_{L_2}(l/N = k)$ est alors celle d'une loi normale de moyenne kl_0 et de variance $k\sigma^2$:

$$p_{L_2}(l/N = k) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2k\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(l - kl_0)^2}{k\sigma^2}}. \quad (4.39)$$

L_2 suit donc une loi continue. Sa densité de probabilité est une somme de gaussiennes :

$$p_{L_2}(l) = (1 - p) \sum_{i=1}^{\infty} p^{k-1} \frac{1}{\sigma\sqrt{2k\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(l - kl_0)^2}{k\sigma^2}}. \quad (4.40)$$

La figure 4.29 donne une représentation de cette loi dans le cas où $p = 0.7$ et $\sigma = \frac{1}{5}l_0$. La distribution obtenue est multimodale : elle présente un mode principal correspondant à l_0 ; les modes secondaires décroissent de façon exponentielle. Si l'on augmente la variance ($\sigma = \frac{2}{5}l_0$), les modes secondaires disparaissent et laissent place à une simple décroissance exponentielle (cf. FIG. 4.30). Comme pour la loi discrète, nous avons tracé sur ces graphes la fonction $\gamma(\frac{l}{l_0})$ afin de montrer que la fonction $p_{L_2}(l)$ tend asymptotiquement vers γ .

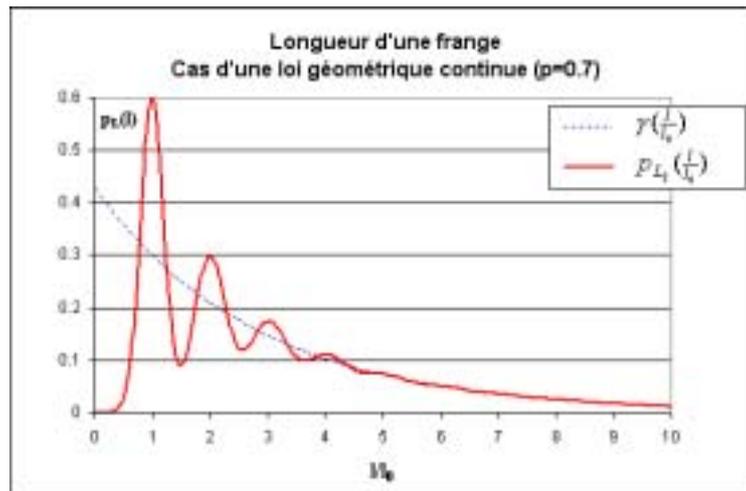


FIG. 4.29 – Densité de probabilité des longueurs de franges : cas où L_0 suit la loi normale $\mathcal{N}(l_0, \sigma^2)$ avec $\sigma = \frac{l_0}{5}$.

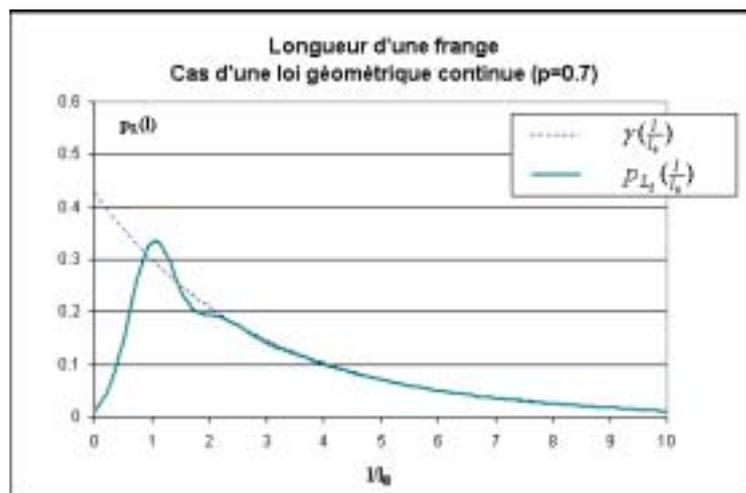


FIG. 4.30 – Densité de probabilité des longueurs de franges : cas où L_0 suit la loi normale $\mathcal{N}(l_0, \sigma^2)$ avec $\sigma = \frac{2l_0}{5}$.

4.5.2.4 Discussion

Les distributions relatives aux différents matériaux pyrocarbonés (cf. 4.4.2.2) montraient une décroissance exponentielle, ce qui suggère que les longueurs de franges satisfont à une loi géométrique. La mesure sur une distribution de la position l_0 du mode et du taux α de décroissance exponentielle, permet de plus l'identification du paramètre p .

Prenons l'exemple du matériau $P_{BN}T$, pour lequel nous avons mesuré une longueur l_0 de 9.3 Å. Le logarithme de la fonction γ s'écrit :

$$\ln \gamma(l) = l \cdot \frac{\ln p}{l_0} + \ln\left(\frac{1-p}{p}\right). \quad (4.41)$$

Il suffit alors d'assimiler la pente ($-\alpha$) obtenue par régression (cf. 4.1) au coefficient $\frac{\ln p}{l_0}$. Il vient alors :

$$p = e^{-\alpha l_0}. \quad (4.42)$$

Pour le matériau $P_{BN}T$, on obtient $p = 0.67$.

Toutefois, il faut noter que la localisation des modes, et donc l'estimation de l_0 , ne peuvent être réalisées dans tous les cas : en effet, pour certains matériaux traités, le pic est très évasé et très irrégulier, principalement à cause d'un trop faible nombre d'images disponibles par matériau.

4.5.3 Ondulation des franges

Nous allons à présent tenter de retrouver par modélisation, la forme des spectres d'ondulation obtenus dans le cas des images de franges de réseau. Il est nécessaire de compléter le modèle présenté précédemment de sorte qu'il rende compte de l'ondulation des structures linéiques. Le modèle augmenté servira alors de base à la recherche d'une forme analytique du spectre et, dans les cas les plus complexes où une solution analytique est hors de portée, il servira de modèle de simulation.

4.5.3.1 Le modèle de simulation

Une frange est assimilée à une ligne brisée, de longueur finie, évoluant autour d'une direction privilégiée. Afin de simuler cette ligne brisée, on lui associe la fonction linéaire par morceaux $y(t)$. La variable t décrit le déplacement spatial selon la direction privilégiée. Une représentation graphique est donnée à la figure 4.31.

La fonction y , linéaire par morceaux, est à support fini. Elle est définie par un ensemble de

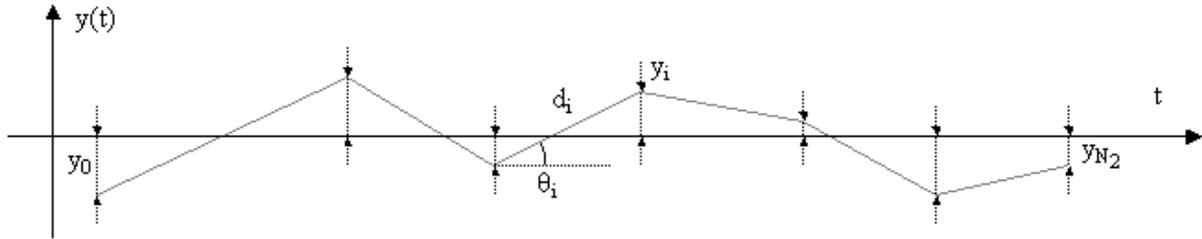


FIG. 4.31 – Forme de la frange de synthèse pour la modélisation stochastique.

points ou noeuds, entre lesquels y est linéaire. $y(t)$ est construite selon la procédure qui suit.

On génère tout d'abord l'ensemble des variables permettant de construire la ligne brisée :

- on se donne un nombre n_2 de segments constituant la frange ;
- on génère $n_2 + 1$ valeurs $\{y_0, \dots, y_{n_2}\}$, correspondant aux ordonnées des noeuds de la ligne brisée ;
- on génère n_2 valeurs correspondant aux longueurs des segments rectilignes : $\{d_1, \dots, d_{n_2}\}$;

On introduit ensuite la suite $(\theta_i)_{i=1, \dots, n_2}$ définie par :

$$\theta_i = \arcsin \frac{y_{i+1} - y_i}{d_i}, \quad (4.43)$$

et la suite $(t_i)_{i=0, \dots, n_2}$ donnée par :

$$\begin{cases} t_0 = 0, \\ t_i = t_{i-1} + d_i \cdot \cos \theta_i, \quad \forall i \in \{1, \dots, n_2\}. \end{cases} \quad (4.44)$$

La fonction $y(t)$ est alors construite selon l'équation suivante :

$$\forall i \in \{1, \dots, n_2\}, \forall t \in [t_{i-1}, t_i], \quad y(t) = y_{i-1} + (t - t_{i-1}) \cdot \tan \theta_i. \quad (4.45)$$

A cette fonction, nous pouvons associer la fonction d'orientation curviligne $\theta(s)$, où s est l'abscisse curviligne. s est comprise entre 0 et l_2 , longueur totale de la frange. L'orientation $\theta(s)$ est constante par morceaux : elle est constituée de n_2 paliers de valeurs $\{\theta_1, \dots, \theta_{n_2}\}$:

$$\forall i \in \{1, \dots, n_2\}, \forall s \in [s_{i-1}, s_i], \quad \theta(s) = \theta_i, \quad (4.46)$$

où les s_i sont les abscisses curvilignes des commutations :

$$\begin{cases} s_0 = 0, \\ s_i = \sum_{j=1}^{n_2} d_j, \quad \forall i \in \{1, \dots, n_2\}. \end{cases} \quad (4.47)$$

Une représentation de la fonction d'orientation curviligne est donnée à la figure 4.32.

La construction d'une telle frange de synthèse suppose la génération du nombre n_2 , des hauteurs $\{y_i\}_{i=0, \dots, n_2}$ et des longueurs $(d_i)_{i=1, \dots, n_2}$. Les lois de probabilité associées à ces variables aléatoires sont présentées ci-dessous.

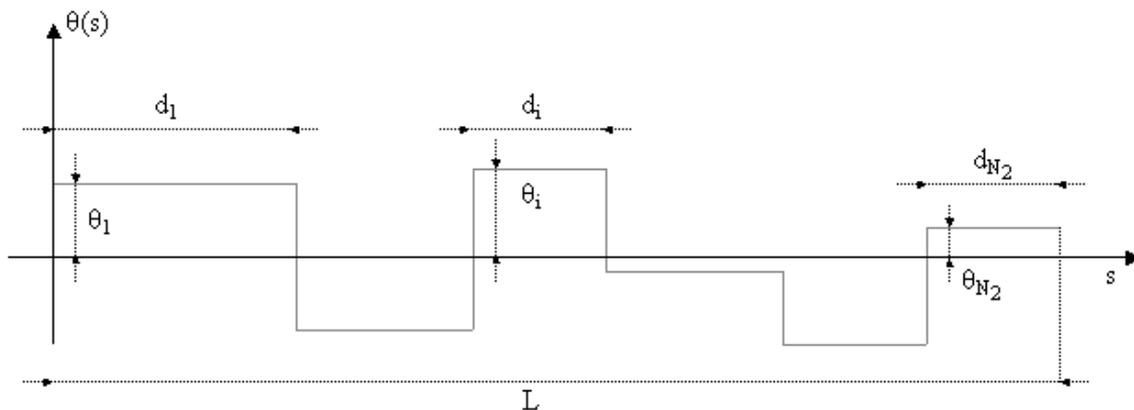


FIG. 4.32 – Forme du signal orientation pour la modélisation stochastique.

4.5.3.2 Variables aléatoires

Les hauteurs des nœuds sont décrites par les variables aléatoires indépendantes $\{Y_i\}_{i=0,\dots,N_2}$ qui suivent une même loi Y . Les longueurs des structures linéiques sont décrites par les variables aléatoires $\{D_i\}_{i=1,\dots,N_2}$, également indépendantes entre elles et indépendantes des $\{Y_i\}$. Les $\{D_i\}$ suivent tous une même loi, D . Notons que nous avons remplacé, pour des raisons de clarté, la notation $L_{1,i}$ utilisée pour la mesure des longueurs de franges, par la notation D_i .

L'orientation du segment i est décrite par la variable aléatoire Θ_i . Elle dépend des $\{Y_i\}$ et des $\{D_i\}$ selon la relation :

$$\Theta_i = \arcsin \frac{Y_i - Y_{i-1}}{D_i}, \quad (4.48)$$

où Y_{i-1} et Y_i sont les hauteurs de deux nœuds consécutifs. Par la suite, sous l'hypothèse que les $\{Y_i\}$ sont petits devant les $\{D_i\}$, nous ferons l'approximation suivante :

$$\Theta_i \simeq \frac{Y_i - Y_{i-1}}{D_i}. \quad (4.49)$$

Nous allons à présent étudier la forme du spectre $S_{\theta\theta}$ de la fonction d'orientation curviligne pour différentes lois de Y et de D . Deux cas seront étudiés pour la loi D : D est constant ou D suit une loi géométrique. Ces deux cas peuvent se ramener à un seul, celui de la loi géométrique. Pour obtenir la loi constante, il suffit d'annuler la probabilité p_1 d'agencement.

En ce qui concerne la loi Y , on constate que seule la variance du processus est utilisée dans les calculs. Toutefois, dans les simulations, nous avons implanté une loi normale centrée, de variance σ_y^2 .

4.5.3.3 Cas où les Y_i sont dépendants (incrément D_i indépendants)

Choisissons les $\{Y_i\}$ de telle sorte qu'ils vérifient : $Y_{i+1} = Y_i + \mathcal{N}(0, \sigma_y^2)$.

L'orientation Θ_{i+1} vérifie alors :

$$\Theta_{i+1} = \frac{Y_{i+1} - Y_i}{D_{i+1}} = \frac{\mathcal{N}(0, \sigma_y^2)}{D_{i+1}}. \quad (4.50)$$

Θ_{i+1} est donc indépendant de Θ_i . Il en va de même pour des segments plus éloignés.

Introduisons la fonction d'autocorrélation $R_{\theta\theta}$:

$$R_{\theta\theta}(\tau) = \langle \theta(t) \cdot \theta(t + \tau) \rangle. \quad (4.51)$$

Notons X_τ le nombre de changements de pentes pendant un intervalle de longueur τ . Alors on peut écrire $R_{\theta\theta}$ sous la forme :

$$R_{\theta\theta}(\tau) = \langle \Theta_i^2 / X_\tau = 0 \rangle \cdot \text{Prob}(X_\tau = 0) + \langle \Theta_i \cdot \Theta_j / X_\tau > 0 \rangle \cdot \text{Prob}(X_\tau > 0). \quad (4.52)$$

Les Θ_i étant indépendants entre eux et de moyenne nulle, il vient :

$$R_{\theta\theta}(\tau) = \langle \Theta_i^2 / X_\tau = 0 \rangle \cdot \text{Prob}(X_\tau = 0). \quad (4.53)$$

Cas où $D = T$ est constante

La probabilité qu'il n'y ait aucun changement de pente entre 0 et τ s'écrit :

$$\text{Prob}(X_\tau = 0) = \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) \cdot \text{Fen}_{2T}(t), \quad (4.54)$$

où $\text{Fen}_{2T}(t)$ est la fonction de fenêtrage rectangulaire. Il vient alors :

$$R_{\theta\theta}(\tau) = \frac{\sigma_y^2}{T^2} \cdot \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) \cdot \text{Fen}_{2T}(\tau). \quad (4.55)$$

Finalement, le spectre étant la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation, il s'écrit :

$$S_{\theta\theta}(f) = \frac{\sigma_y^2}{T} \text{sinc}^2(\pi f T). \quad (4.56)$$

L'expression du spectre a été vérifiée par simulation. Le résultat, donné à la figure 4.33, est conforme à l'équation (4.56). Il s'agit d'un sinus cardinal au carré. Il présente une composante continue et une succession de zéros dont le premier en $f = \frac{1}{T}$. Il ne peut donc modéliser les spectres d'ondulation obtenus dans le cas des images de matériaux.

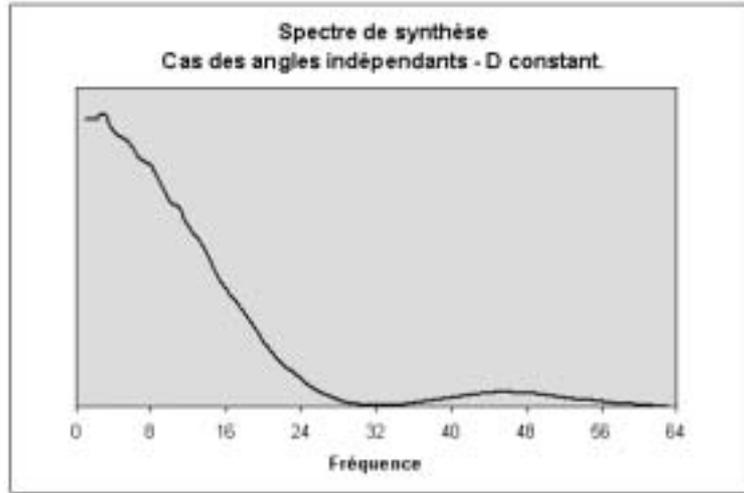


FIG. 4.33 – Spectre de simulation : cas où $Y_{i+1} = Y_i + \mathcal{N}(0, \sigma_y^2)$ et D est constant. La taille de fenêtre utilisée pour le calcul de la FFT est de 512 points.

Cas où D suit une loi géométrique de paramètre $q=1-p$

Soit N_1 le nombre de structures d'ordre 1 qui composent la structure de longueur D . On a :

$$D = \sum_{k=1}^{N_1} L_{0,k}. \quad (4.57)$$

Dans le cas où les $\{L_{0,k}\}$ sont constants et égaux à l_0 , D suit la loi géométrique discrète :

$$p_D(l) = (1 - p_1) \sum_{k=1}^{\infty} p^{k-1} \delta(l - kl_0). \quad (4.58)$$

La probabilité de non changement de pente s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{Prob}(X_\tau = 0) &= \sum_{k=1}^{\infty} \text{Prob}(X_\tau = 0 / D = kl_0) \cdot \text{Prob}(D = kl_0), \\ &= \sum_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{|\tau|}{kl_0}\right) \cdot \text{Fen}_{2T}(\tau) \cdot p^{k-1} (1 - p). \end{aligned} \quad (4.59)$$

L'espérance du carré de l'orientation s'obtient par :

$$\langle \Theta_i^2 / X_\tau = 0 \rangle = \left\langle \frac{(Y_i - Y_{i-1})^2}{D_i^2} \right\rangle \quad (4.60)$$

$$= 2\sigma_y^2 \cdot \left\langle \frac{1}{D^2} \right\rangle \quad (4.61)$$

où l'espérance $\langle \frac{1}{D^2} \rangle$ s'exprime sous la forme d'une série convergente :

$$\left\langle \frac{1}{D^2} \right\rangle = \frac{(1 - p_1)}{l_0^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p^{k-1}}{k^2}. \quad (4.62)$$

Nous pouvons donc exprimer la fonction d'autocorrélation sous la forme :

$$\begin{aligned} R_{\theta\theta}(\tau) &= 2\sigma_y^2 \left\langle \frac{1}{D^2} \right\rangle \cdot Prob(X_\tau = 0), \\ &= 2\sigma_y^2 \left\langle \frac{1}{D^2} \right\rangle (1-p) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left(1 - \frac{|\tau|}{kl_0}\right) \cdot Fen_{2T}(\tau) \cdot p^{k-1}. \end{aligned} \quad (4.63)$$

Le spectre est déduit de la fonction d'autocorrélation ; il s'agit d'une somme infinie de sinus-cardinaux au carré :

$$S_{\theta\theta}(f) = \sigma_y^2 \cdot \left\langle \frac{1}{D^2} \right\rangle \cdot l_0(1-p) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} kp^{k-1} sinc^2(\pi f k T). \quad (4.64)$$

La forme du spectre relatif à l'expression (4.64) est montrée sur le graphe de la figure 4.34. Il a été obtenu par simulation à partir du modèle de synthèse vu en 4.5.3.1. On note que ce spectre présente toujours une composante continue (puisqu'il s'agit d'une somme de carrés de sinus cardinaux) et un premier zéro en $f = \frac{1}{l_0}$. Dès lors, ce modèle est lui aussi inapproprié à la description des matériaux étudiés.

L'indépendance des Θ_i ne semble donc pas pertinente puisqu'elle conduit à l'apparition d'une composante continue. Par la suite, nous introduirons une dépendance des Θ_i .

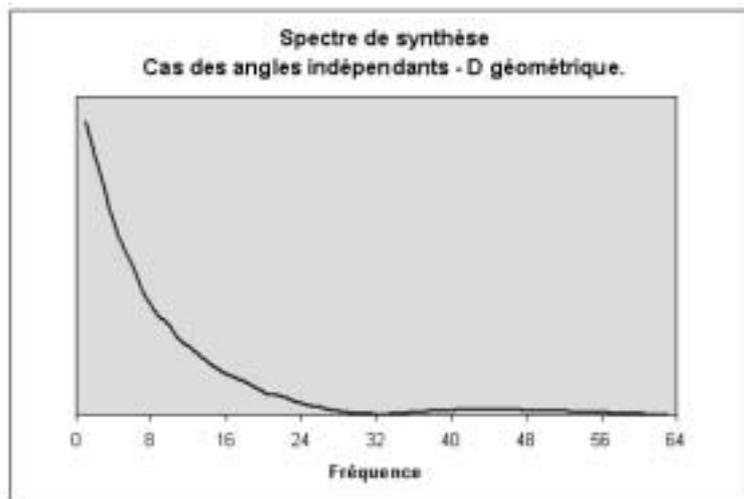


FIG. 4.34 – Spectre de synthèse : cas où $Y_{i+1} = Y_i + \mathcal{N}(0, \sigma_y^2)$ et D suit une loi géométrique discrète. La taille de fenêtre utilisée pour le calcul de la FFT est de 512 points.

4.5.3.4 Cas où les Y_i sont indépendants

Cas où $D = T$ est constant

L'orientation est un processus discret donné par :

$$\Theta_i = \frac{1}{T}(Y_i - Y_{i-1}). \quad (4.65)$$

Sa transformée de Fourier $\mathcal{F}[\Theta]$ peut s'écrire :

$$\mathcal{F}[\Theta](f) = \frac{1}{T}\mathcal{F}[Y](f).(1 - e^{j2\pi fT}). \quad (4.66)$$

où $\mathcal{F}[Y]$ est la transformée de Fourier du processus Y . Il vient alors :

$$S_{\theta\theta}(f) = \frac{4}{T^2} \cdot \sin^2(\pi fT) \cdot S_{yy}(f). \quad (4.67)$$

Or, le spectre du processus y , par analogie avec (4.56), s'exprime :

$$S_{yy}(f) = \sigma_y^2 \cdot T \cdot \text{sinc}^2(\pi fT). \quad (4.68)$$

On en déduit le spectre de l'orientation θ :

$$S_{\theta\theta}(f) = \frac{4\sigma_y^2}{T} \cdot \frac{\sin^4(\pi fT)}{(\pi fT)^2}. \quad (4.69)$$

Ce spectre a été retrouvé par simulation. Il est donné à la figure 4.35. Contrairement à (4.69), il s'annule en zéro et ne présentent pas de basses fréquences. Toutefois, il présente des zéros, correspondant à $f = \frac{n}{l_0}$, $n \in \mathbf{N}$, et des lobes dont la décroissance est en $\frac{1}{f^2}$, ce qui n'est pas conforme aux résultats spectraux observés sur les matériaux, qui présentent une tendance asymptotique exponentielle.

Cas où D suit la loi géométrique discrète

La densité de probabilité de D est donnée plus haut par l'équation (4.58).

La recherche de la forme analytique du spectre se fonde dans ce cas sur la fonction d'autocorrélation qui peut s'écrire sous la forme :

$$R_{\theta\theta}(\tau) = \langle \Theta_i^2 / X_\tau = 0 \rangle \cdot \text{Prob}(X_\tau = 0) + \langle \Theta_i \cdot \Theta_{i+1} / X_\tau = 1 \rangle \cdot \text{Prob}(X_\tau = 1), \quad (4.70)$$

où X_τ représente le nombre de changements de pente pendant un intervalle de longueur τ .

Le calcul de la fonction d'autocorrélation et du spectre est développé en Annexe B.2.

Le spectre a également été généré par simulation. Il est donné à la figure 4.36. Sur le même graphe est représenté le spectre correspondant au cas où la longueur de la structure élémentaire L_0 est variable (loi gaussienne centrée sur l_0).

Par rapport au cas précédant, il apparaît que le premier lobe est déformé et se trouve décalé sur la gauche. La décroissance reste en $\frac{1}{f^2}$. Nous ne parvenons toujours pas à la forme exponentielle.

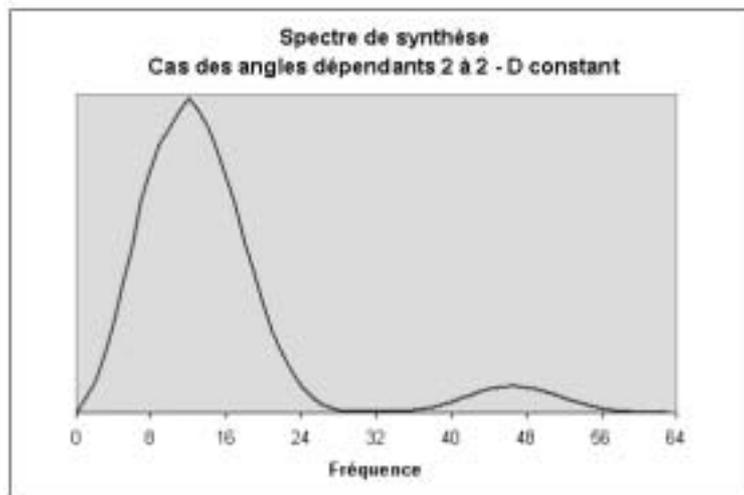


FIG. 4.35 – Spectre de synthèse : cas où Y_{i+1} indépendant de Y_i et D est constant. La taille de fenêtre utilisée pour le calcul de la FFT est de 512 points.

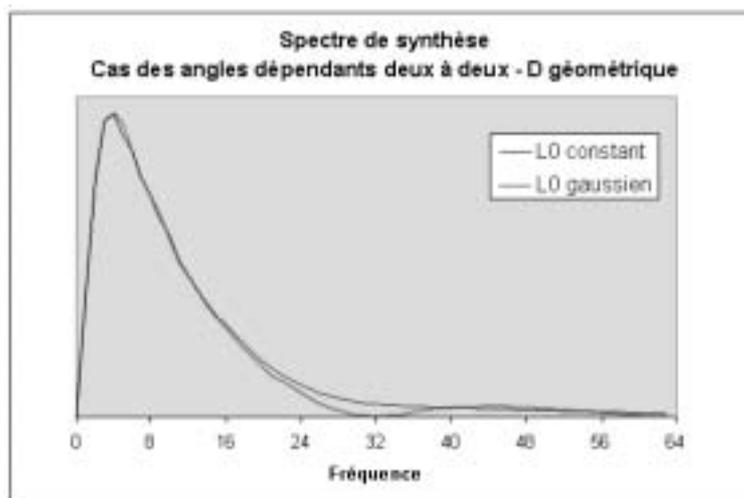


FIG. 4.36 – Spectres de synthèse : cas où Y_{i+1} indépendant de Y_i et D suit une loi géométrique. Deux courbes sont représentées selon que L_0 est constant ou vérifie une loi gaussienne. La taille de fenêtre utilisée pour le calcul de la FFT est de 512 points.

4.5.3.5 Synthèse et discussion

Les différents cas de figure considérés pour la modélisation de l'ondulation nous ont permis de nous rapprocher des spectres d'ondulation observés sur les matériaux composites, tout en éliminant des modèles peu probables. Ainsi, nous avons montré que la longueur L_1 d'une structure linéique ne peut être considérée constante, ce qui se manifesterait par la présence de lobes symétriques, avec une décroissance en $\frac{1}{f^2}$. En outre, nous avons établi la nécessité d'introduire

une dépendance entre les orientations de structures linéiques voisines sans laquelle les franges divergeraient : cela introduirait des basses fréquences et une composante continue qui n'ont pas lieu d'être.

Toutefois, les modèles utilisés ci-dessus ne suffisent pas à décrire les spectres expérimentaux. La forme exponentielle du spectre observée en haute-fréquence n'a pas encore été obtenue. La déclinaison d'un modèle qui explique l'ensemble des résultats sur les longueurs et les ondulations des franges reste donc en perspective.

4.6 Conclusion

L'analyse des textures de pyrocarbone a été menée dans ce chapitre selon une approche structurale. Le choix de l'utilisation d'une telle approche a été suggéré par la nature des textures considérées, qui résultent des arrangements de couches atomiques selon des processus décrits par de nombreux auteurs (e.g. [Bou87][Des93][Gom83][Rou84]).

Une approche structurale complète se compose de quatre étapes. Nous en avons traité deux :

- l'identification des primitives, grâce à un algorithme de suivi de franges qui se fonde sur l'extraction des courbes de niveau de l'image ;
- la description de ces primitives, en termes de longueur et d'ondulation.

Une analyse structurale complète nécessiterait en outre la recherche des relations spatiales entre primitives, et des lois d'aggrégation de ces primitives en structures plus complexes.

L'étape relative à la description des primitives, a été abordée suivant trois méthodes. La première concerne la mesure des longueurs de franges : la forme caractéristique des distributions a été décrite à l'aide de deux paramètres seulement, la position du mode et la décroissance exponentielle de la queue de distribution.

La deuxième méthode se fonde sur l'étude des corrélations des orientations le long d'éléments curvilignes. Elle a permis d'établir le caractère non périodique des ondulations et vient donc corroborer les résultats obtenus au troisième chapitre.

Enfin, la troisième approche, basée sur les *spectres d'ondulation*, c'est à dire les spectres des orientations curvilignes, s'est avérée tout à fait pertinente pour la description des ondulations : la caractérisation des spectres a en effet pu être réalisée à l'aide de trois paramètres que sont la position et l'amplitude du pic d'énergie, et le coefficient de décroissance du spectre en hautes-fréquences.

La description des distributions des longueurs de franges et des spectres d'ondulation, au moyen

de quelques paramètres seulement, ont permis la mise en évidence de différences entre les matériaux étudiés, notamment en ce qui concerne les procédés de fabrication et les effets du traitement thermique.

Enfin, les travaux sur la modélisation du processus de formation des franges ont conduit à la proposition d'un modèle stochastique qui explique les résultats expérimentaux sur les longueurs de franges. La déclinaison de ce modèle, de sorte qu'il prenne en compte les ondulations des franges, est en cours : elle a d'ores et déjà permis de s'approcher des résultats expérimentaux mais reste à affiner.

Conclusion

L'objectif du travail exposé dans ce mémoire, a été l'analyse d'images de textures dites *directionnelles*, c'est à dire de textures composées d'éléments structuraux orientés et pour lesquelles la directionnalité est la caractéristique dominante. Nous avons abordé d'une part le développement d'opérateurs, bas-niveau, de mesure de l'orientation texturale, et d'autre part, la définition d'approches haut-niveau de description statistique des textures directionnelles.

L'approche choisie pour la mesure de l'orientation des motifs texturaux consiste en une combinaison de deux opérateurs complémentaires. Le premier s'appuie sur une estimation du gradient : il est adapté à la mesure de l'orientation sur les régions pentées. Le second se fonde sur le valonnement, c'est à dire sur la propriété d'appartenance d'un pixel à une ligne de crête ou de vallée : il permet une estimation fiable sur les régions *vallonées*. Guidés par les exigences que sont le respect du caractère local et le souci de robustesse et de précision de l'estimation, nous avons proposé une procédure d'optimisation de ces deux opérateurs, vis à vis du biais et de la sensibilité au bruit des opérateurs. L'adoption d'une règle de combinaison des deux opérateurs a permis d'associer leurs avantages respectifs afin de garantir une estimation correcte en tout point d'une image.

L'application de ces opérateurs à des textures synthétiques et naturelles a montré d'excellents résultats en termes de précision et de robustesse au bruit. Un des atouts majeurs de cette approche est sa capacité à fournir une estimation à la fois locale et pertinente en tout point d'une texture, ce qui représente une amélioration notable par rapport aux méthodes existantes.

La démarche présentée pour la description statistique des textures directionnelles se fonde sur l'utilisation des statistiques d'ordre 2 du champ des orientations locales. Plus précisément, elle fait intervenir la distribution des écarts absolus d'orientation, au sein de couples de pixels vérifiant une relation spatiale donnée. La formalisation de cette approche a conduit à la définition de nouveaux outils d'analyse texturale : les cartes d'interaction du champ d'orientation. Ces dernières ont montré leur pertinence pour la caractérisation de textures quasi-périodiques, pré-

sentant des motifs texturaux orientées. Elles ont en outre été appliquées à l'étude de l'ondulation texturale, sur des images de matériaux composites, pour lesquelles elles ont mis en évidence l'absence, à l'échelle de l'image, de phénomène d'ondulation à caractère périodique.

La dernière partie de ce mémoire était consacrée à l'étude des textures de matériaux composites par une approche structurale. Deux étapes de la démarche structurale ont été abordées : l'extraction et la description des primitives texturales. Cette description a été réalisée à l'aide de trois méthodes. La première consiste à dresser la distribution des longueurs des primitives. Elle a conduit à l'identification de deux paramètres caractéristiques : la position du mode et le coefficient de la décroissance exponentielle de la queue de distribution. La deuxième méthode, fondée sur l'étude des corrélations curvilignes de l'orientation, a permis d'établir l'absence de périodicité du phénomène d'ondulation des primitives. Elle conforte ainsi le résultat obtenu au troisième chapitre. La dernière méthode consistait à déterminer le spectre d'ondulation, c'est à dire le spectre des orientations mesurées le long des éléments texturaux. L'étude des spectres obtenus sur différents matériaux a montré l'existence d'une forme-type qui peut être caractérisée à l'aide de trois attributs que sont la fréquence et l'amplitude du pic d'énergie et le coefficient de décroissance exponentielle, intervenant en hautes-fréquences.

L'ensemble des paramètres fournis par ces différentes méthodes concourent à la description de l'organisation structurale des matériaux composites. L'aptitude à caractériser les procédés de fabrication et à révéler des différences entre matériaux, font donc de cette approche structurale une démarche pertinente.

Enfin, l'élaboration d'un modèle stochastique, mettant en œuvre des arrangements hiérarchiques d'éléments structuraux, a permis de corroborer les résultats relatifs aux distributions des longueurs des primitives et de conforter le choix de l'approche structurale.

Il reste à présent à élargir les perspectives de développement de ces approches.

Les cartes d'interaction, présentées au chapitre 3, se sont montrées tout à fait adaptées à la caractérisation de textures directionnelles. Dans le cas de textures non périodiques, l'étude de ces cartes devra être approfondie. Leur utilisation dans le contexte de la classification de textures est également envisageable.

En ce qui concerne notre approche structurale, deux des étapes ont été abordées : l'identification et la description des primitives. La proposition d'un modèle structural stochastique a permis de corroborer les résultats obtenus sur les longueurs de franges. La déclinaison de ce modèle de sorte qu'il rende compte des phénomènes d'ondulation, devra être poursuivie.

Enfin, il serait intéressant de poursuivre cette démarche et d'étudier les relations entre primitives, et les lois d'aggrégation de ces primitives en éléments texturaux plus complexes. Ces travaux permettraient alors d'obtenir une description complète de la structure des matériaux composites étudiés.

Annexe A

Spectre et autocorrélation d'une fonction complexe

A.1 Théorème de Wiener-Kinchine : cas d'un processus aléatoire discret à valeurs complexes.

Soit c un processus discret bidimensionnel à valeurs complexes et à support infini :

$$c(m,n) = a(m,n) + j.b(m,n), \quad (m,n) \in \mathbb{N}^2 \quad (\text{A.1})$$

où $a(m,n)$ et $b(m,n)$ sont les parties réelle et imaginaire de $c(m,n)$.

Considérons le champ, notée $c_{\mathcal{D}}$, comme l'observation du processus discret sur une fenêtre de taille finie \mathcal{D} .

$$c_{\mathcal{D}}(u,v) = \begin{cases} c(u,v), & \text{pour } (u,v) \in \mathcal{D}, \\ 0, & \text{sinon.} \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

\mathcal{D} est l'ensemble d'indices définissant le support de l'image : $\mathcal{D} = \{0, \dots, N-1\} \times \{0, \dots, N-1\}$.

Soit $\mathcal{C}_{k,l}$ l'ensemble des couples de pixels appartenant à \mathcal{D} et distants d'un déplacement (k,l) :

$$\mathcal{C}_{k,l} = \{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{D}^2 \mid p = m + k, q = n + l\}.$$

Sous l'hypothèse de stationnarité et d'ergodicité, la fonction d'autocorrélation du processus à support infini c , peut être estimée par la moyenne arithmétique, \hat{r}_{cc} , qui se fonde sur les valeurs de c dans la région définie par \mathcal{D} :

$$\hat{r}_{cc}(k,l) = \frac{1}{N_{k,l}} \sum_{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{C}_{k,l}} c^*(m,n).c(p,q), \quad (\text{A.3})$$

où $N_{k,l}$ désigne la cardinalité de $\mathcal{C}_{k,l}$:

$$N_{k,l} = \text{Card } \mathcal{C}_{k,l} = (N - k).(N - l). \quad (\text{A.4})$$

La transformée de Fourier discrète du processus fenêtré $c_{\mathcal{D}}(m,n)$ est donnée par :

$$F_{\mathcal{D}}(u,v) = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} I(m,n) e^{-j(um+vn)} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{\mathcal{D}}(m,n) e^{-j(um+vn)}. \quad (\text{A.5})$$

Soit $S_{\mathcal{D}} = |F_{\mathcal{D}}(u,v)|^2$ le spectre discret de c , il vient :

$$\begin{aligned} S_{\mathcal{D}}(u,v) &= F_{\mathcal{D}}^*(u,v) \cdot F_{\mathcal{D}}(u,v), \\ &= \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} c^*(m,n) c(p,q) e^{-j(u(p-m)+v(q-n))} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

Si l'on prend l'espérance mathématique de $S_{\mathcal{D}}$:

$$\begin{aligned} E[S_{\mathcal{D}}(u,v)] &= E \left[\sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} c^*(m,n) c(p,q) e^{-j(u(p-m)+v(q-n))} \right] \\ &= \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} E[c^*(m,n) c(p,q)] e^{-j(u(p-m)+v(q-n))} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

On reconnaît dans le terme $E[c^*(m,n) c(p,q)]$ la définition de la fonction d'autocorrélation estimée en $(p-m, q-n)$. D'où :

$$E[S_{\mathcal{D}}(u,v)] = \sum_{m=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{N-1} \sum_{q=0}^{N-1} r_{cc}(p-m, q-n) e^{-j(u(p-m)+v(q-n))} \quad (\text{A.8})$$

En réalisant un changement de variables, cette expression peut se réécrire sous la forme :

$$\frac{1}{N^2} E[S_{\mathcal{D}}(u,v)] = \sum_{k=-N+1}^{N-1} \sum_{l=-N+1}^{N-1} \left(1 - \frac{|k|}{N}\right) \left(1 - \frac{|l|}{N}\right) r_{cc}(k,l) e^{-j(uk-vl)} \quad (\text{A.9})$$

Cette équation peut être interprétée comme la transformée de Fourier discrète du produit de deux fonctions : l'autocorrélation r_{cc} et la fenêtre triangulaire de Barlett, bidimensionnelle.

On définit la densité spectrale de puissance (ou spectre) S du processus discret à support infini par :

$$S(u,v) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N^2} E[S_{\mathcal{D}}(u,v)]. \quad (\text{A.10})$$

alors on peut écrire l'équation B.15 sous la forme :

$$S(u,v) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} r_{cc}(k,l) e^{-j(uk-vl)}. \quad (\text{A.11})$$

En d'autres termes, $S(u,v)$ est la transformée de Fourier discrète de la fonction d'autocorrélation :

$$r_{cc} \rightleftharpoons S(u,v). \quad (\text{A.12})$$

Une démonstration de ce théorème, connu sous le nom de théorème de Wiener-Kinchine, est donné dans [Hay96] dans le cas d'un processus mono-dimensionnel.

Notons qu'il n'y a pas égalité rigoureuse entre les fonctions $\mathcal{F}_{\mathcal{D}}^{-1}[S_{\mathcal{D}}]$, transformée inverse du spectre discret, et \hat{r}_{cc} , estimation de la fonction d'autocorrélation. Cependant, dans la mesure où l'une et l'autre convergent vers la fonction d'autocorrélation quand la taille du champ tend vers l'infini, cette propriété est souvent utilisée afin d'accélérer le calcul de la fonction d'autocorrélation \hat{r}_{cc} : en effet, l'utilisation d'algorithmes de transformée de Fourier rapide (FFT) permet de réduire la complexité de la transformation.

A.2 Autocorrélation d'une fonction complexe

Exprimons le champ c sous sa forme polaire :

$$c(k,l) = \eta_{k,l} \cdot e^{j\theta_{k,l}}, \forall (k,l) \in \mathbb{N}^2. \quad (\text{A.13})$$

$\eta_{k,l}$ et $\theta_{k,l}$ sont respectivement le module et l'argument de c au point (k,l) . L'estimation \hat{r}_{cc} de la fonction d'autocorrélation du champ complexe c est définie par :

$$\hat{r}_{cc}(k,l) = \frac{1}{N_{k,l}} \sum_{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{C}_{k,l}} c^*(m,n) \cdot c(p,q). \quad (\text{A.14})$$

Cherchons les expressions des parties réelles et imaginaires de la fonction d'autocorrélation.

$$\begin{aligned} \hat{r}_{cc}(k,l) &= \frac{1}{N_{k,l}} \sum_{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{C}_{k,l}} [\eta_{m,n} (\cos \theta_{m,n} + j \cdot \sin \theta_{m,n})]^* \cdot [\eta_{p,q} (\cos \theta_{p,q} + j \cdot \sin \theta_{p,q})] \\ &= \frac{1}{N_{k,l}} \sum_{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{C}_{k,l}} \eta_{m,n} \cdot \eta_{p,q} \cdot [\cos \theta_{m,n} - j \cdot \sin \theta_{m,n}] \cdot [\cos \theta_{p,q} + j \cdot \sin \theta_{p,q}] \\ &= \frac{1}{N_{k,l}} \sum_{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{C}_{k,l}} \eta_{m,n} \cdot \eta_{p,q} \cdot [\cos \theta_{m,n} \cdot \cos \theta_{p,q} + \sin \theta_{m,n} \cdot \sin \theta_{p,q}] \\ &\quad + j \cdot \frac{1}{N_{k,l}} \sum_{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{C}_{k,l}} \eta_{m,n} \cdot \eta_{p,q} \cdot [\cos \theta_{m,n} \cdot \sin \theta_{p,q} - \sin \theta_{m,n} \cdot \cos \theta_{p,q}]. \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

On en déduit les parties réelles et imaginaires de \hat{r}_{cc} :

$$\text{Re}[\hat{r}_{cc}(k,l)] = \frac{1}{N_{k,l}} \sum_{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{C}_{k,l}} \eta_{m,n} \eta_{p,q} \cos [\theta_{m,n} - \theta_{p,q}], \quad (\text{A.16})$$

$$\text{Im}[\hat{r}_{cc}(k,l)] = \frac{1}{N_{k,l}} \sum_{((m,n),(p,q)) \in \mathcal{C}_{k,l}} \eta_{m,n} \eta_{p,q} \sin [\theta_{m,n} - \theta_{p,q}]. \quad (\text{A.17})$$

Annexe B

Modélisation stochastique des franges

B.1 Somme de lois géométriques

Soit N_1 une variable aléatoire suivant une loi géométrique de paramètre $q_1 = (1 - p_1)$:

$$Prob(N_1 = k) = p_1^{k-1}(1 - p_1). \quad (\text{B.1})$$

Soit N_2 une variable aléatoire suivant une loi géométrique de paramètre $q_2 = (1 - p_2)$:

$$Prob(N_2 = k) = p_1^{k-1}(1 - p_1). \quad (\text{B.2})$$

On définit N sous la forme de la somme suivante :

$$N = \sum_{i=1}^{N_2} N_{1,i}, \quad (\text{B.3})$$

où les $N_{1,i}$ sont tous indépendants et suivent la loi de N_1 .

Montrons que N suit également une loi géométrique.

La loi des probabilités totales [Sap90], permet d'écrire l'expression suivante :

$$Prob(N = k) = \sum_{n=1}^k Prob(N = k/N_2 = n).Prob(N_2 = n), \quad (\text{B.4})$$

où la probabilité conditionnelle peut s'exprimer :

$$Prob(N = k/N_2 = n) = Prob\left(\sum_{i=1}^n N_{1,i} = k\right). \quad (\text{B.5})$$

Notons S_n la variable aléatoire $\sum_{i=1}^n N_{1,i}$. Il s'agit d'une somme de variables aléatoires de même loi : la loi géométrique, de paramètre $q_1 = (1 - p_1)$. S_n suit donc une loi de Pascal d'ordre n et de paramètre q_1 [Sap90] :

$$Prob(S_n = k) = C_{k-1}^{n-1} \cdot q_1^n p_1^{k-n}. \quad (\text{B.6})$$

L'expression (B.5) peut alors se décliner sous la forme :

$$Prob(N = k) = \sum_{n=1}^k [C_{k-1}^{n-1} \cdot q_1^n p_1^{k-n}] q_2 p_2^{n-1}, \quad (\text{B.7})$$

$$= q_1 q_2 p_1^{k-1} \sum_{n=1}^k C_{k-1}^{n-1} \left(\frac{q_1 p_2}{p_1}\right)^{n-1}, \quad (\text{B.8})$$

$$= q_1 q_2 p_1^{k-1} \left(1 + \frac{q_1 p_2}{p_1}\right)^{k-1}, \quad (\text{B.9})$$

$$= q_1 q_2 (1 - q_1 + q_1 p_2)^{k-1}, \quad (\text{B.10})$$

ou encore :

$$Prob(N = k) = q_1 q_2 \cdot (1 - q_1 q_2)^{k-1}. \quad (\text{B.11})$$

N suit donc une loi géométrique de paramètre $q = q_1 q_2 = (1 - p_1)(1 - p_2)$.

B.2 Déclinaison d'un modèle pour la description de l'ondulation

Il s'agit dans cette annexe de trouver la forme analytique du spectre d'ondulation obtenu dans le cas du modèle de simulation présenté en 4.5.3. Nous nous plaçons dans le cas où les hauteurs des commutations Y_i sont indépendantes entre elles. Les incréments D_i sont également indépendants entre eux et indépendants des Y_i . Dans un premier temps, la loi de probabilité p_D des variables D_i ne sera pas explicitée. Elle sera ensuite assimilée à une loi géométrique de paramètre $q = 1 - p$.

B.2.1 Introduction

Considérons l'orientation θ et son évolution en fonction de l'abscisse curviligne. La fonction d'autocorrélation $R_{\theta\theta}$ est définie par :

$$R_{\theta\theta}(\tau) = \langle \theta(t) \cdot \theta(t + \tau) \rangle, \quad (\text{B.12})$$

où $\langle \cdot \rangle$ désigne l'espérance mathématique.

$\theta(t)$ est l'orientation du segment sur lequel on se trouve lorsqu'on se place à une abscisse curviligne t prise au hasard. Nous décrirons cette orientation à l'aide de la variable aléatoire Θ_i ,

qui s'exprime en fonction des variables Y_i et Y_{i-1} , qui sont les hauteurs des nœuds encadrant le segment, et D_i la longueur du segment :

$$\Theta_i = \frac{Y_i - Y_{i-1}}{D_i}. \quad (\text{B.13})$$

L'orientation et la longueur du segment suivant le segment sur lequel on se trouve, sont décrites par la variable Θ_{i+1} et D_{i+1} . Elle sont liées par l'expression :

$$\Theta_{i+1} = \frac{Y_{i+1} - Y_i}{D_{i+1}}. \quad (\text{B.14})$$

Les Y_i sont supposés indépendants entre eux et de variance σ_y^2 . Les D_i sont indépendants entre eux et indépendants des Y_i . Il vient alors :

$$\langle \Theta_i^2 \rangle = \langle (Y_i - Y_{i-1})^2 \rangle \left\langle \frac{1}{D_i^2} \right\rangle = 2\sigma_y^2 \cdot \left\langle \frac{1}{D_i^2} \right\rangle, \quad (\text{B.15})$$

et

$$\langle \Theta_i \Theta_{i+1} \rangle = \langle (Y_i - Y_{i-1})(Y_{i+1} - Y_i) \rangle \left\langle \frac{1}{D_i D_{i+1}} \right\rangle = -\sigma_y^2 \cdot \left\langle \frac{1}{D_i D_{i+1}} \right\rangle. \quad (\text{B.16})$$

L'orientation d'un segment et de son voisin sont donc corrélées. En revanche, si deux segments sont séparés de plus d'un incrément, alors leurs orientations sont indépendantes :

$$\forall k \geq 2, \quad \langle \Theta_i \Theta_{i+k} \rangle = 0. \quad (\text{B.17})$$

$\theta(t + \tau)$ est l'orientation du segment sur lequel on se trouve à l'abscisse $t + \tau$. Cette orientation est corrélée à l'orientation $\theta(t)$ si et seulement si, à l'abscisse $t + \tau$, on se trouve sur le même segment ou sur le segment suivant celui sur lequel on se trouve à l'instant t .

Notons X_τ le nombre de commutations pendant l'intervalle de longueur τ . Alors on peut écrire $R_{\theta\theta}$ de la manière suivante :

$$R_{\theta\theta}(\tau) = \langle \Theta_i^2 / X_\tau = 0 \rangle \cdot \text{Prob}(X_\tau = 0) + \langle \Theta_i \Theta_j / X_\tau = 1 \rangle \cdot \text{Prob}(X_\tau = 1). \quad (\text{B.18})$$

D'après B.15 et B.16, cette dernière expression peut se factoriser sous la forme :

$$R_{\theta\theta}(\tau) = \sigma_y^2 \cdot \left[2 \cdot \left\langle \frac{1}{D_i^2} / X_\tau = 0 \right\rangle \cdot \text{Prob}(X_\tau = 0) - \left\langle \frac{1}{D_i \cdot D_{i+1}} / X_\tau = 1 \right\rangle \cdot \text{Prob}(X_\tau = 1) \right]. \quad (\text{B.19})$$

B.2.2 Espérances de $\frac{1}{D_i^2}$ et $\frac{1}{D_i \cdot D_{i+1}}$

Il s'agit de calculer les espérances conditionnelles utilisées dans l'expression B.19. Nommons les E_1 et E_2 :

$$\begin{aligned} E_1(\tau) &= \left\langle \frac{1}{D_i^2} / X_\tau = 0 \right\rangle \cdot \text{Prob}(X_\tau = 0), \\ E_2(\tau) &= \left\langle \frac{1}{D_i \cdot D_{i+1}} / X_\tau = 1 \right\rangle \cdot \text{Prob}(X_\tau = 1). \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

Nous supposons que la longueur d'un segment quelconque suit une loi $p_D(l)$. C'est la loi suivie par le segment suivant le segment courant : $p_{D_{i+1}}(l) = p_D(l)$. En revanche, la longueur du segment courant D_i , c'est à dire du segment sur lequel on se trouve à une abscisse t prise au hasard, répond à une loi différente :

$$p_{D_{i+1}}(l) = \frac{l}{\mu_D} \cdot p_D(l), \quad (\text{B.21})$$

où μ_D est donnée par :

$$\mu_D = \int_0^\infty l \cdot p_D(l) \cdot dl. \quad (\text{B.22})$$

Cette loi revient à favoriser les grandes longueurs. Elle s'explique naturellement par le fait que lorsqu'on pointe une abscisse au hasard, on a davantage de chances de tomber sur un segment de grande taille.

La première espérance conditionnelle E_1 peut se mettre sous la forme :

$$\begin{aligned} E_1(\tau) &= \left(\int_0^\infty \frac{1}{l^2} \cdot p_{D_i}(l/X_\tau = 0) \cdot dl \right) \cdot \text{Prob}(X_\tau = 0), \\ &= \int_0^\infty \frac{1}{l^2} \cdot p_{D_i}(l) \cdot \text{Prob}(X_\tau = 0/D_i = l) \cdot dl. \end{aligned} \quad (\text{B.23})$$

Or,

$$\text{Prob}(X_\tau = 0/D_i = l) = \begin{cases} 0 & \text{si } l < \tau, \\ \frac{l-\tau}{l}, & \text{si } l \geq \tau. \end{cases} \quad (\text{B.24})$$

D'où :

$$E_1(\tau) = \frac{1}{\mu_D} \cdot \int_\tau^\infty \frac{l-\tau}{l^2} \cdot p_D(l) \cdot dl. \quad (\text{B.25})$$

Définissons les densités de probabilité p_M et p_N :

$$p_M(l) = \frac{1}{\mu_{1/D}} \cdot \frac{1}{l} \cdot p_D(l) \quad \text{et} \quad p_N(l) = \frac{1}{\mu_{1/D^2}} \cdot \frac{1}{l^2} \cdot p_D(l), \quad (\text{B.26})$$

où $\mu_{1/D}$ et μ_{1/D^2} vérifient :

$$\mu_{1/D} = \int_0^\infty \frac{1}{l} \cdot p_D(l) \cdot dl \quad \text{et} \quad \mu_{1/D^2} = \int_0^\infty \frac{1}{l^2} \cdot p_D(l) \cdot dl. \quad (\text{B.27})$$

Soient F_M et F_N les fonctions de répartition associées à ces densités de probabilité :

$$F_M(l) = \int_0^l p_M(u) \cdot du \quad \text{et} \quad F_N(l) = \int_0^l p_N(v) \cdot dv. \quad (\text{B.28})$$

Alors on peut écrire :

$$E_1(\tau) = \frac{\mu_{1/D}}{\mu_D} \left[1 - F_M(\tau) - \tau \cdot \frac{\mu_{1/D^2}}{\mu_{1/D}} \cdot (1 - F_N(\tau)) \right]. \quad (\text{B.29})$$

L'espérance conditionnelle E_2 fait intervenir les longueurs des deux segments consécutifs :

$$\begin{aligned}
E_2(\tau) &= \left(\iint_{\mathbb{R}^2} \frac{1}{l_i l_{i+1}} \cdot p_{D_i D_{i+1}}(l_i, l_{i+1} / X_\tau = 0) \cdot dl_i dl_{i+1} \right) \cdot \text{Prob}(X_\tau = 1), \quad (\text{B.30}) \\
&= \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{1}{l_i l_{i+1}} \cdot p_{D_i D_{i+1}}(l_i, l_{i+1}) \cdot \text{Prob}(X_\tau = 1 / (D_i = l_i) \cap (D_{i+1} = l_{i+1})) \cdot dl_i dl_{i+1}. \\
&= \frac{1}{\mu_D} \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{1}{l_{i+1}} \cdot p_D(l_i) p_D(l_{i+1}) \cdot \text{Prob}(X_\tau = 1 / (D_i = l_i) \cap (D_{i+1} = l_{i+1})) \cdot dl_i dl_{i+1}.
\end{aligned}$$

Développons la probabilité $\text{Prob}(X_\tau = 1 / (D_i = l_i) \cap (D_{i+1} = l_{i+1}))$. Son expression dépend des valeurs respectives de l_i et l_{i+1} :

$$\text{Prob}(X_\tau = 1 / (D_i = l_i) \cap (D_{i+1} = l_{i+1})) = \begin{cases} 0 & \text{si } l_i + l_{i+1} < \tau, \\ 1 + \frac{l_{i+1}}{l_i} - \frac{\tau}{l_i} & \text{si } l_i \leq \tau \text{ et } l_{i+1} \leq \tau, \\ \frac{l_{i+1}}{l_i} & \text{si } l_i \geq \tau \text{ et } l_{i+1} \leq \tau, \\ \frac{\tau}{l_i} & \text{si } l_i \geq \tau \text{ et } l_{i+1} \geq \tau, \\ 1 & \text{si } l_i \leq \tau \text{ et } l_{i+1} \geq \tau. \end{cases} \quad (\text{B.31})$$

Les différentes formules vérifiées par cette probabilité et les domaines de \mathbb{R}^2 correspondants sont représentés à la figure B.1.

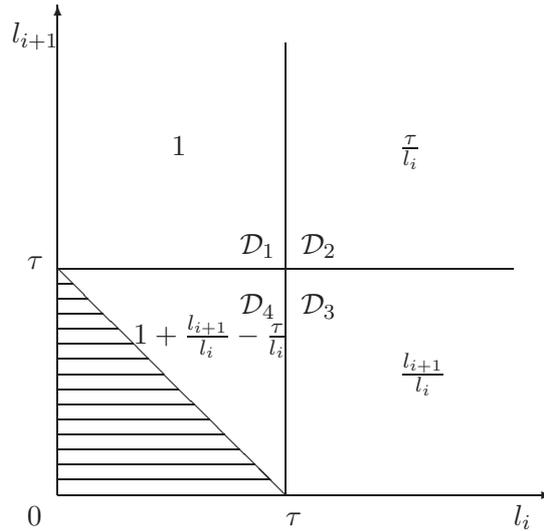


FIG. B.1 – Expressions de la probabilité $\text{Prob}(X_\tau = 1 / (D_i = l_i) \cap (D_{i+1} = l_{i+1}))$ en fonction de l_i et l_{i+1} .

L'expression $E_2(\tau)$ peut donc s'écrire :

$$\begin{aligned}
E_2(\tau) &= \frac{1}{\mu_D} \left[\iint_{\mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_4} \frac{1}{l_{i+1}} p_D(l_i) \cdot p_D(l_{i+1}) \cdot dl_i dl_{i+1} + \iint_{\mathcal{D}_3 \cup \mathcal{D}_4} \frac{1}{l_i} p_D(l_i) \cdot p_D(l_{i+1}) \cdot dl_i dl_{i+1} \right] \\
&+ \frac{\tau}{\mu_D} \left[\iint_{\mathcal{D}_2} \frac{1}{l_i l_{i+1}} p_D(l_i) \cdot p_D(l_{i+1}) \cdot dl_i dl_{i+1} - \iint_{\mathcal{D}_4} \frac{1}{l_i l_{i+1}} p_D(l_i) \cdot p_D(l_{i+1}) \cdot dl_i dl_{i+1} \right], \\
&= \frac{2}{\mu_D} \iint_{\mathcal{D}_1 \cup \mathcal{D}_4} \frac{1}{l_{i+1}} p_D(l_i) \cdot p_D(l_{i+1}) \cdot dl_i dl_{i+1} \\
&+ \frac{\tau}{\mu_D} \left[\left(\iint_{\tau}^{\infty} \frac{1}{l} p_D(l) dl \right)^2 - \iint_{\mathcal{D}_4} \frac{1}{l_i l_{i+1}} p_D(l_i) \cdot p_D(l_{i+1}) \cdot dl_i dl_{i+1} \right], \tag{B.32}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2}{\mu_D} \int_0^{\tau} \left(\int_{\tau-u}^{\infty} \frac{1}{v} p_D(v) dv \right) p_D(u) du \\
&+ \frac{\tau}{\mu_D} \left[\left(\iint_{\tau}^{\infty} \frac{1}{v} p_D(v) dv \right)^2 - \int_0^{\tau} \left(\int_{\tau-u}^{\tau} \frac{1}{v} p_D(v) dv \right) \frac{1}{u} p_D(u) du \right]. \tag{B.33}
\end{aligned}$$

D'où finalement :

$$E_2(\tau) = \frac{\mu_{1/D}}{\mu_D} \{ 2F_D(\tau) - 2(F_M * p_D)(\tau) + \tau \cdot \mu_{1/D} \cdot [1 - 2F_M(\tau) + (F_M * p_M)(\tau)] \}, \tag{B.34}$$

où F_D est la fonction de répartition associée à p_D , et p_M , F_M sont définies plus haut.

B.2.3 Expression de $R_{\theta\theta}$

En utilisant les expressions B.19, B.29 et B.34, établies ci-dessus, nous pouvons écrire la fonction d'autocorrélation $R_{\theta\theta}$ sous la forme :

$$R_{\theta\theta}(\tau) = A \{ 1 - F_M(|\tau|) - F_D(|\tau|) + (F_M * p_D)(|\tau|) + |\tau| \cdot [a + bF_N(|\tau|) + cF_M(|\tau|) + d(F_M * p_M)(|\tau|)] \}, \tag{B.35}$$

avec :

$$A = 2\sigma_y^2 \frac{\mu_{1/D}}{\mu_D}, \quad a = -\frac{2\mu_{1/D}^2 + \mu_{1/D}^2}{2\mu_{1/D}}, \quad b = \frac{\mu_{1/D}^2}{\mu_{1/D}}, \quad c = \mu_{1/D}, \quad d = -\frac{1}{2}\mu_{1/D},$$

et

$$\begin{aligned}
\mu_{1/D} &= \int_0^{\infty} \frac{1}{l} p_D(l) dl & \mu_{1/D}^2 &= \int_0^{\infty} \frac{1}{l^2} p_D(l) dl \\
p_M(l) &= \frac{1}{\mu_{1/D}} \cdot \frac{1}{l} \cdot p_D(l), & p_N(l) &= \frac{1}{\mu_{1/D}^2} \cdot \frac{1}{l^2} \cdot p_D(l), \\
F_M(l) &= \int_0^l p_M(u) du, & F_N(l) &= \int_0^l p_N(u) du, & F_D(l) &= \int_0^l p_D(u) du.
\end{aligned}$$

B.2.4 Calcul du spectre $S_{\theta\theta}$

Soit $S_{\theta\theta}$ le spectre de θ . $S_{\theta\theta}$ est la transformée de Fourier de $R_{\theta\theta}$:

$$R_{\theta\theta} \Leftrightarrow S_{\theta\theta}. \tag{B.36}$$

Soit $\tilde{S}_{\theta\theta}$ la transformée de Fourier de la fonction $\tilde{R}_{\theta\theta}$ définie par :

$$\tilde{R}_{\theta\theta}(\tau) = \begin{cases} R_{\theta\theta}(\tau) & \text{si } \tau \geq 0 \\ 0 & \text{si } \tau < 0. \end{cases} \quad (\text{B.37})$$

Alors, on vérifie :

$$S_{\theta\theta}(\nu) = 2\text{Re}\{\tilde{S}_{\theta\theta}(\nu)\}, \quad (\text{B.38})$$

où $\text{Re}\{\cdot\}$ désigne la partie réelle d'un complexe.

$$\tilde{R}_{\theta\theta}(\tau) = A \cdot \{u(\tau) - F_M(\tau) - F_D(\tau) + (F_M * p_D)(\tau) + \tau \cdot [a + bF_N(\tau) + cF_M(\tau) + d(F_M * p_M)(\tau)]\}. \quad (\text{B.39})$$

Soit φ_D , φ_M et φ_N les fonctions caractéristiques (modifiées) associées respectivement à p_D , p_M et p_N . Il s'agit des transformées de Fourier de ces dernières :

$$\begin{aligned} p_D &\Leftrightarrow \varphi_D(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} p_D(x) e^{-j2\pi x\nu} dx \\ p_M &\Leftrightarrow \varphi_M(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} p_M(x) e^{-j2\pi x\nu} dx \\ p_N &\Leftrightarrow \varphi_N(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} p_N(x) e^{-j2\pi x\nu} dx. \end{aligned} \quad (\text{B.40})$$

Alors,

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\theta\theta}(\nu) &= A \left\{ \frac{1}{2}\delta(\nu) + \frac{1}{j2\pi\nu} - \frac{1}{2}\delta(\nu) - \frac{1}{j2\pi\nu} \cdot \varphi_M(\nu) - \frac{1}{2}\delta(\nu) - \frac{1}{j2\pi\nu} \cdot \varphi_D(\nu) \right. \\ &\quad \left. + \varphi_D(\nu) \cdot \left[\frac{1}{2}\delta(\nu) + \frac{1}{j2\pi\nu} \varphi_M(\nu) \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{j2\pi} \left[a \cdot \left(\frac{1}{2}\delta(\nu) + \frac{1}{j2\pi\nu} \right) + b \cdot \left(\frac{1}{2}\delta(\nu) + \frac{1}{j2\pi\nu} \cdot \varphi_N(\nu) \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + c \cdot \left(\frac{1}{2}\delta(\nu) + \frac{1}{j2\pi\nu} \cdot \varphi_M(\nu) \right) + d \cdot \varphi_M(\nu) \cdot \left(\frac{1}{2}\delta(\nu) + \frac{1}{j2\pi\nu} \cdot \varphi_M(\nu) \right) \right] \right\}' \end{aligned} \quad (\text{B.41})$$

Comme $a + b + c + d = 0$, on obtient :

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\theta\theta}(\nu) &= A \cdot \left\{ \frac{1}{j2\pi\nu} (1 - \varphi_M(\nu) - \varphi_D(\nu) + \varphi_D(\nu) \cdot \varphi_M(\nu)) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{j2\pi} \left[\frac{1}{j2\pi\nu} (a + b \cdot \varphi_N(\nu) + c \cdot \varphi_M(\nu) + d \cdot \varphi_M^2(\nu)) \right] \right\}'. \end{aligned} \quad (\text{B.42})$$

En dérivant le deuxième terme, cette expression devient :

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{\theta\theta}(\nu) &= \frac{A}{j2\pi\nu} \cdot \left\{ 1 - \varphi_M(\nu) - \varphi_D(\nu) + \varphi_D(\nu) \cdot \varphi_M(\nu) \right. \\ &\quad \left. + \frac{a + b(\varphi_N(\nu) - \nu\varphi_N'(\nu)) + c(\varphi_M(\nu) - \nu\varphi_M'(\nu)) + d\varphi_M(\nu)(\varphi_M(\nu) - 2\nu\varphi_M'(\nu))}{j2\pi\nu} \right\}'. \end{aligned} \quad (\text{B.43})$$

Or,

$$\begin{aligned}\varphi_D(\nu) &= \sum_{k=1}^{\infty} p_D(kl_0) \cdot e^{-j2\pi\nu kl_0} \\ \varphi_M(\nu) &= \frac{1}{\mu_{1/D}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{kl_0} p_D(kl_0) \cdot e^{-j2\pi\nu kl_0} & \varphi'_M(\nu) &= -\frac{j2\pi}{\mu_{1/D}} \cdot \varphi_D(\nu) \\ \varphi_N(\nu) &= \frac{1}{\mu_{1/D^2}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(kl_0)^2} p_D(kl_0) \cdot e^{-j2\pi\nu kl_0} & \varphi'_N(\nu) &= -j2\pi \frac{\mu_{1/D}}{\mu_{1/D^2}} \cdot \varphi_M(\nu)\end{aligned}$$

On en déduit, après simplifications :

$$\tilde{S}_{\theta\theta}(\nu) = \frac{A}{j2\pi\nu} \left\{ 1 + \frac{a + b \cdot \varphi_N(\nu) + c \cdot \varphi_M(\nu) + d \cdot \varphi_M^2(\nu)}{j2\pi\nu} \right\}. \quad (\text{B.44})$$

D'où l'on tire enfin l'expression du spectre :

$$S_{\theta\theta}(\nu) = 2 \cdot \text{Re}\{\tilde{R}_{\theta\theta}(\tau)\}, \quad (\text{B.45})$$

c'est à dire :

$$S_{\theta\theta}(\nu) = -\frac{2A}{(2\pi\nu)^2} \left\{ a + b \cdot A_N(\nu) + c \cdot A_M(\nu) + d \cdot (A_M^2(\nu) - B_M^2(\nu)) \right\}, \quad (\text{B.46})$$

où :

$$\begin{aligned}A_N(\nu) &= \frac{1-p}{\mu_{1/D^2}} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p^{k-1}}{(kl_0)^2} \cos(2\pi\nu kl_0) = \frac{1-p}{p \cdot l_0^2 \cdot \mu_{1/D^2}} \cdot \text{Re}\{\text{polylog}(2, p \cdot e^{-2\pi\nu l_0})\} \\ A_M(\nu) &= \frac{1-p}{\mu_{1/D}} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p^{k-1}}{kl_0} \cos(2\pi\nu kl_0) = \frac{1-p}{p \cdot l_0 \cdot \mu_{1/D}} \cdot \text{Re}\{\text{polylog}(1, p \cdot e^{-2\pi\nu l_0})\} \\ B_M(\nu) &= \frac{1-p}{\mu_{1/D}} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p^{k-1}}{kl_0} \sin(-2\pi\nu kl_0) = \frac{1-p}{p \cdot l_0 \cdot \mu_{1/D}} \cdot \text{Im}\{\text{polylog}(1, p \cdot e^{-2\pi\nu l_0})\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}A &= 2\sigma_y^2 \frac{\mu_{1/D}}{\mu_D} & a &= -\frac{2\mu_{1/D^2} + \mu_{1/D}^2}{2\mu_{1/D}} \\ b &= \frac{\mu_{1/D^2}}{\mu_{1/D}} & c &= \mu_{1/D} & d &= -\frac{1}{2}\mu_{1/D}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_D &= \frac{l_0}{1-p} \\ \mu_{1/D} &= -\frac{1-p}{pl_0} \cdot \ln(1-p) \\ \mu_{1/D^2} &= \frac{1-p}{l_0^2} \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p^{k-1}}{k^2} = \frac{1-p}{pl_0^2} \cdot \text{polylog}(2, p).\end{aligned}$$

Bibliographie

- [Ade85] E.H. Adelson, J.R. Bergen. – Spatiotemporal energy models for the perception of motion. *Journal of the Optical Society of America*, vol. 1, n2, 1985, pp. 284–299.
- [AJ01] A. Al-Janobi. – Performance evaluation of cross-diagonal texture matrix method of texture analysis. *Pattern Recognition*, vol. 34, n1, January 2001, pp. 171–180.
- [Bah99] S. Baheerathan, F. Albrechtsen, H.E. Danielsen. – New texture features based on the complexity curve. *Pattern Recognition*, vol. 32, n4, April 1999, pp. 605–618.
- [Bat81] E.B. Batschelet. – *Circular Statistics in Biology*, Academic Press, New York, 1981.
- [Big91] J. Bigün, G.H. Granlund, J. Wiklund. – Multidimensional orientation estimation with applications to texture analysis and optical flow. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 13, n8, August 1991, pp. 775–789.
- [Bou87] X. Bourrat. – *Contribution à l'Etude de la Croissance du Carbone en Phase Vapeur*, Thèse de doctorat, Université de Pau et des Pays de l'Adour, France, Septembre 1987.
- [Bro66] P. Brodatz. – *Textures - A Photographic Album for Artists and Designers*, Dover, New York, 1966.
- [Can86] J.F. Canny. – A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 8, n6, June 1986, pp. 679–698.
- [Che95a] D. Chetverikov. – Pattern orientation and texture symmetry. *Proceedings of the 6th International Conference CAIP 95*, September 1995, pp. 222–229.
- [Che95b] D. Chetverikov, R.M. Haralick. – Texture anisotropy, symmetry, regularity: Recovering structure and orientation from interaction maps. *Proceedings of the 6th British Machine Vision Conference*, September 1995, pp. 57–66.
- [Che96] D. Chetverikov. – Structural filtering with texture feature-based interaction maps: Fast algorithm and application. *Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition*, vol. 2, 1996, pp. 795–799.
- [Che99] D. Chetverikov. – Texture analysis using feature-based interaction maps. *Pattern Recognition*, vol. 32, 1999, pp. 487–502.

- [Coq95] J.-P. Coquerez, S. Philipp. – *Analyse d’images : filtrage et segmentation*, Masson, 1995.
- [Cor96] C. Coroyer. – *Apport des Corrélations d’Ordre Elevé à l’analyse de Textures Non Gaussiennes*, Thèse de doctorat, Mai 1996.
- [Dan90] P.E. Danielsson, O. Seger. – Rotation invariance and higher order derivative detectors. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, vol. 49, 1990, pp. 198–221.
- [Dav78] L.S. Davis, S. Johns, J.K. Aggarwal. – Texture analysis using generalized cooccurrence matrices. *In: Proceedings of the IEEE Conference on Pattern Recognition and Image Processing*, Chicago, USA, 1978.
- [Dav80] L.S. Davis. – Image texture analysis techniques - a survey. *In: Digital Image Processing*, D. Reidel Publishing Company, 1980.
- [Dav98] E.R. Davies, D.R. Mason, M. Bateman, J. Chambers, C. Ridgway. – Linear feature detectors and their application to cereal inspection. *In: Proceedings of EUSIPCO*, pp. 2561–2564, Rhodes, Greece, September 1998.
- [Dav01] E.R. Davies. – Some problems in food and cereals inspection and methods for their solution. *In: Proceedings of the International Conference on Quality Control and Artificial Vision*, pp. 35–46, Le Creusot, France, May 2001.
- [DC99] J.-P. Da Costa, C. Germain, P. Baylou. – Caractérisation locale de l’anisotropie d’images texturées. *In: Actes du GRETSI’99*, pp. 921–924.
- [DC00a] J.-P. Da Costa, C. Germain, P. Baylou. – Level curve tracking algorithm for textural feature extraction. *In: Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition*, pp. 921–924, Barcelona, Spain, September 2000.
- [DC00b] J.-P. Da Costa, O. Laviolle, C. Germain, P. Baylou. – Bias introduced by mean orientation estimation methods. *In: Proceedings of EUSIPCO*, Tampere, Finland, September 2000.
- [DC01a] J.-P. Da Costa, C. Germain, P. Baylou. – A curvilinear approach for textural feature extraction. *In: Proceedings of the International Conference on Quality Control and Artificial Vision*, pp. 541–545, Le Creusot, France, May 2001.
- [DC01b] J.-P. Da Costa, C. Germain, P. Baylou. – Orientation based second-order statistics for texture description. *In: Actes du GRETSI’01*, Toulouse, France, september 2001.
- [DC01c] J.-P. Da Costa, F. Le Pouliquen, C. Germain, P. Baylou. – New operators for optimized orientation estimation. *In: Proceedings of ICIP’01*, Thessaloniki, Greece, October 2001.
- [Der87] R. Deriche. – Using Canny’s criteria to derive a recursively implemented optimal edge detector. *International Journal of Computer Vision*, vol. 1, n2, 1987, pp. 167–187.

- [Des93] J.-F. Despres. – *Les interphases de carbone pyrolytique dans les composites carbone/carbure de silicium*, Thèse de doctorat, Université de Pau et des Pays de l'Adour, France, Septembre 1993.
- [Don99] M. Donias. – *Caractérisation de Champs d'Orientation par Analyse en Composantes Principales et Estimation de la Courbure: Application aux Images Sismiques*, Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, France, Janvier 1999.
- [Ehr78] R.W. Ehrich, P.F. Lai. – Elements of a structural model of texture. *Pattern Recognition and Image Processing*, 1978, pp. 319–326.
- [Fre91] W.T. Freeman, E.H. Adelson. – The design and use of steerable filters. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 13, n9, september 1991, pp. 891–906.
- [Gag81] A. Gagalowicz. – A new method for texture fields synthesis: Some applications to the study of human vision. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 3, n5, september 1981, pp. 520–533.
- [Gag83] A. Gagalowicz. – *Vers un modèle de textures*, Thèse d'état, Université Paris 6, 1983.
- [Gar96] J. Garding, T. Lindeberg. – Direct computation of shape cues using scale-adapted spatial derivative operators. *International Journal of Computer Vision*, vol. 17, n2, February 1996, pp. 163–191.
- [Gau99] J. Gaush. – Image segmentation and analysis via multiscale gradient watershed hierarchies. *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 8, n1, January 1999, pp. 69–79.
- [Ger97a] C. Germain. – *Contribution à la Caractérisation Multi-échelle de l'Anisotropie des Images Texturées*, Thèse de doctorat, Université Bordeaux I, Décembre 1997.
- [Ger97b] C. Germain, P. Baylou. – Multiscale characterisation of texture anisotropy. *Proceedings of ICIP*, vol. 3, October 1997, pp. 193–196.
- [Ger00] C. Germain, J.-P. Da Costa, P. Baylou. – Multiscale estimation of textural features. application to the characterization of texture anisotropy. *In: Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition*, pp. 935–938.
- [Gim96] G. Gimel'farb. – Non-markov-gibbs texture models with multiple pairwise pixel interactions. *In: Proceedings of the International Conference on Pattern Recognition*, pp. 591–595.
- [Gom83] J. Goma. – *Pyrocarbonés et Interfaces Silicium-Carbone*, Thèse de doctorat, Université d'Orléans, France, Mai 1983.
- [Got90] C.C. Gotlieb, H.E. Kreyzig. – Texture descriptors based on co-occurrence matrices. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, vol. 51, 1990, pp. 70–86.

- [Har73] R.M. Haralick, K. Shanmugam, Dinstein I. – Textural features for image classification. *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*, vol. SMC-3, n6, November 1973, pp. 610–621.
- [Har79] R.M. Haralick. – Statistical and structural approaches to textures. *Proceedings of the IEEE*, vol. 67, n5, May 1979, pp. 786–804.
- [Har83] R.M. Haralick. – Ridges and valleys on digital images. *Computer Vision, Graphics and Image Processing*, vol. 22, 1983, pp. 28–38.
- [Hav96] J. P. Havlicek. – The multicomponent AM-FM image representation. *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 5, n6, June 1996, pp. 28–38.
- [Hay96] S. Haykin. – *Adaptive Filter Theory*, Prentice Hall, 1996, 3^{ème} édition.
- [He91] D.C. He, L. Wang. – Texture features based on texture spectrum. *Pattern Recognition*, vol. 24, n5, 1991, pp. 391–399.
- [Jai97] A.K. Jain, L. Hong, R. Bolle. – On-line fingerprint verification. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 19, n4, April 1997, pp. 302–314.
- [Jul62] B. Julesz. – Visual pattern discrimination. *IRE Transactions on Information Theory*, vol. 8, February 1962, pp. 84–92.
- [Jul83] B. Julesz, J.R. Bergen. – Textons, the fundamentals elements in preattentive vision and perception of textures. *The Bell System Technical Journal*, vol. 62, n6, July-August 1983, pp. 1619–1645.
- [Kas87] M. Kass, A. Witkin. – Analysing oriented patterns. *Computer Vision Graphics Image Processing*, vol. 37, 1987, pp. 362–385.
- [Kin00] J. Kinon. – *Caractérisation de matériaux Carbone-Carbone par analyse d'image*. – Rapport de projet de fin détudes, ENSEIRB, France, 2000.
- [Lop99] A.M. Lopez, F. Lumbreras, J. Serrat, J.J. Villanueva. – Evaluation of methods for ridge and valley detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 21, n4, April 1999, pp. 327–335.
- [LP01] F. Le Pouliquen, C. Germain, P. Baylou. – Nouveaux opérateurs optimisés pour l’estimation de l’orientation. *In : Actes du GRETSI’01*, Toulouse, France, september 2001.
- [LP02] F. Le Pouliquen. – *Estimation de l’orientation – Application aux images sismiques*, Thèse de doctorat, à paraître, Université Bordeaux I, 2002.
- [Lyv88] E.P. Lyvers, O.R. Mitchell. – Precision edge contrast and orientation estimation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 10, n6, November 1988, pp. 927–937.

- [Mar72] K.V. Mardia. – *Statistics of Directional Data*, Academic Press, London and New York, 1972.
- [Nag79] M Nagao, T. Matsuyama. – Edge preserving smoothing. *Computer Vision Graphics Image Processing*, vol. 9, 1979, pp. 394–407.
- [Nin90] X. J. Ning, P. Pirouz, K.P.D. Lagerlof, J. Di Carlo. – The structure of carbon in chemically vapor deposited sic monofilaments. *Journal of Materials Research*, vol. 5, n 12, December 1990, pp. 2865–2876.
- [Oja99] T. Ojala, M. Pietikäinen. – Unsupervised texture segmentation using feature distributions. *Pattern Recognition*, vol. 32, n3, March 1999, pp. 477–486.
- [Oja01] T. Ojala, K. Valkealahti, E. Oja, M. Pietikäinen. – Texture discrimination with multi-dimensional distributions of signed gray-level differences. *Pattern Recognition*, vol. 34, n3, March 2001, pp. 727–739.
- [Per95] P. Perona. – Deformable kernels for early vision. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 17, n5, May 1995, pp. 488–499.
- [Rao90] A.R. Rao. – *A taxonomy for Texture Description and Identification*, Springer Verlag, New York, 1990.
- [Rao91] A.R. Rao, B.G. Schunck. – Computing oriented texture fields. *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, vol. 53, n2, March 1991, pp. 157–185.
- [Rao92] A.R. Rao, R.C. Jain. – Computerized flow field analysis: Oriented texture fields. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 14, n7, July 1992, pp. 693–709.
- [Rao93] A.R. Rao, G.L. Lohse. – Identifying high level features of texture perception. *CVGIP: Graphical Models and Image Processing*, vol. 55, n3, May 1993, pp. 218–233.
- [Rat95] N.K. Ratha, S. Chen, A.K. Jain. – Adaptive flow orientation based feature extraction in fingerprint images. *Pattern Recognition*, vol. 28, n11, November 1995, pp. 1657–1672.
- [Ros01] C. Rosenberger, C. Cariou. – Contribution to texture analysis. In: *Proceedings of the International Conference on Quality Control and Artificial Vision*, pp. 122–126, Le Creusot, France, May 2001.
- [Rou84] J.-N. Rouzaud. – *Relations entre la microtexture et les propriétés des matériaux carbonés - Application à la caractérisation des charbons*, Thèse de doctorat, Université d’Orléans, France, Avril 1984.
- [Sap90] G. Saporta. – *Probabilités, analyse des données et statistique*, 1990.
- [Sim96] E.P. Simoncelli, F. Hany. – Steerable wedge filters for local orientation analysis. *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 5, n9, September 1996, pp. 1377–1382.

- [Soi94] P. Soille, C. Gratin. – An efficient algorithm for drainage network extraction on dems. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, vol. 5, n2, June 1994, pp. 181–189.
- [Uns84] M. Unser. – *Description statistique de la texture*, Thèse de docteur es sciences, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 1984.
- [Uns86] M. Unser. – Sum and difference histograms for texture classification. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-8, n1, January 1986, pp. 118–125.
- [Val98] K. Valkealahti, E. Oja. – Reduced multidimensional co-occurrence histograms in texture classification. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 20, n1, January 1998, pp. 90–94.
- [Vil86] F.M. Vilnrotter, R. Nevatia, K.E. Price. – Structural analysis of natural textures. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-8, n1, January 1986, pp. 76–89.
- [Vil95] J.-L. Vila. – *Filtrage d'Ordre Directionnel Adaptatif: Application aux Autoradiographies de Séquences d'ADN*, Thèse de doctorat, Université de Savoie, Février 1995.
- [Vin91] L. Vincent, P. Soille. – Watersheds in digital spaces: An efficient algorithm based on immersion simulations. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 13, n6, June 1991, pp. 583–598.
- [Vol87] P. Volet. – *Analyse et synthèse d'images de textures structurées*, Thèse de docteur es sciences, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse, 1987.
- [Zam92] P. Zamperoni. – An automatic low-level segmentation procedure for remote sensing images. *Multidimensional Systems and Signal Processing*, vol. 3, 1992, pp. 29–44.
- [Zuc80] S.W. Zucker, D. Terzopoulos. – Finding structures in co-occurrence matrices for texture analysis. *Computer Graphics and Image Processing*, vol. 12, 1980 1980, pp. 286–308.

Liste des publications de l'auteur

Publications référencées dans la bibliographie

[DC99] J.-P. Da Costa, C. Germain, P. Baylou, “*Caractérisation locale de l’anisotropie d’images texturées*”, GRETSI’99, Vannes, pp. 921-924, septembre 1999.

[DC00a] J.-P. Da Costa, C. Germain, P. Baylou, “*Level Curve Tracking Algorithm for Textural Feature Extraction*”, International Conference on Pattern Recognition, Barcelona, pp. 921-924, septembre 2000.

[Ger00] C. Germain, J.-P. Da Costa, P. Baylou, “*Multiscale Estimation of Textural Features. Application to the Characterization of Texture Anisotropy*”, International Conference on Pattern Recognition, Barcelona, pp. 921-924, septembre 2000.

[DC00b] J.-P. Da Costa, O. Laviolle, C. Germain, P. Baylou, “*Bias Introduced by Mean Orientation Estimation Methods*”, EUSIPCO, Tampere, septembre 2000.

[DC01a] J.-P. Da Costa, C. Germain, P. Baylou, “*A Curvilinear Approach for Textural Feature Extraction*”, International Conference on Quality Control and Artificial Vision, Le Creusot, pp. 541-545, mai 2001.

[DC01b] J.-P. Da Costa, C. Germain, P. Baylou, “*Orientation Based Second-Order Statistics for Texture Description*”, GRETSI’01, Toulouse, septembre 2001.

[DC01c] J.-P. Da Costa, F. Le Pouliquen, C. Germain, P. Baylou, “*New Operators for Optimized Orientation Estimation*”, International Conference on Image Processing, Thessaloniki, octobre 2001.

Publications non référencées dans la bibliographie

J.-P. Da Costa, C. Germain, P. Baylou, “*Caractérisation des pyrocarbones par analyse d’images de Microscopie Electronique à Transmission*”, Journées Scientifiques du Groupe Français d’Étude des Carbones, Saint-Avit, septembre 1999.

J.-P. Da Costa, “*Analyse de Textures Directionnelles – Fonction d’Autocorrélation et Vecteurs Directeurs*”, Forum Jeunes Chercheurs ISIS, Paris, mai 2000.

J.-P. Da Costa, “*Caractérisation des matériaux composites C/C par analyse multi-échelle des propriétés dimensionnelles des motifs texturaux*”, Journée des doctorants DGA, Paris, octobre 2001.

Rapports d’état d’avancement des travaux de thèse

Cinq rapports confidentiels, concernant l’état d’avancement des travaux de thèse, ont été rédigés dans le cadre de présentations semestrielles au Laboratoire des Composites Thermo-Structuraux, UMR 5801 CNRS/SNECMA/CEA/Université Bordeaux 1, entre décembre 1999 et septembre 2001.

