



HAL
open science

Méthodes d'analyse de la qualité de l'énergie électrique. Application aux creux de tension et à la pollution harmonique.

Vanya Ignatova

► **To cite this version:**

Vanya Ignatova. Méthodes d'analyse de la qualité de l'énergie électrique. Application aux creux de tension et à la pollution harmonique.. Energie électrique. Université Joseph-Fourier - Grenoble I, 2006. Français. NNT: . tel-00170713

HAL Id: tel-00170713

<https://theses.hal.science/tel-00170713>

Submitted on 1 Oct 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE JOSEPH FOURIER

N° attribué par la bibliothèque

/ / / / / / / / / / / / / / / /

T H E S E

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UJF

Spécialité : « Genie électrique »

*préparée au Laboratoire d'Electrotechnique de Grenoble
dans le cadre de l'Ecole Doctorale « Electronique, Electrotechnique, Automatique,
Télécommunications, Signal »*

présentée et soutenue publiquement

par

*Vanya Ignatova
Ingénieur Université Technique de Sofia*

le 20 Octobre 2006

TITRE

*Méthodes d'analyse de la qualité de l'énergie électrique.
Application aux creux de tension et à la pollution harmonique.*

DIRECTEUR DE THESE

Seddik BACHA

CO-DIRECTEUR DE THESE

Pierre GRANJON

JURY

*M. Zbigniew STYCZINSKI, Rapporteur
M. Shahrokh SAADATE, Rapporteur
M. Seddik BACHA, Examineur
M. Pierre GRANJON, Examineur*

Table des matières

Introduction générale.....	7
Chapitre I Perturbations de la tension	13
I.1 Qualité de l'énergie électrique	15
I.1.1 Qualité de la tension.....	15
I.1.2 Qualité du courant.....	16
I.2 Classification des perturbations électriques	16
I.3 Creux de tension et coupures brèves.....	18
I.3.1 Définition, origine et conséquences	18
I.3.2 Représentation dans le plan complexe.	19
I.3.3 Propagation	20
I.3.4 Paramètres déterminant les types de creux de tension	22
I.3.5 Classification.....	25
I.4 Surtensions et surintensités	27
I.5 Variations de tension.....	28
I.6 Déséquilibre	28
I.7 Perturbations harmoniques.....	29
I.7.1 Harmoniques	30
I.7.2 Interharmoniques	31
I.8 Conclusion	31
Chapitre II Méthodes d'analyse des perturbations électriques.....	33
II.1 Creux de tension, coupures brèves et surtensions.....	35
II.1.1 Estimation de l'amplitude.....	35
II.1.2 Segmentation	38
II.1.3 Méthodes de classification.....	40
II.1.4 Caractérisation	43
II.2 Harmoniques.....	45
II.2.1 Outils d'analyse	45
II.2.2 Caractérisation	46
II.2.3 Modélisation harmonique des structures d'électronique de puissance	46
II.3 Variations de tension et de fréquence	49
II.3.1 Outils d'analyse	49
II.3.2 Représentation statistique	49
II.4 Déséquilibre.....	51
II.5 Conclusion	52
Chapitre III : Méthode basée sur la transformation du vecteur d'espace. Analyse des creux de tension et d'autres types de perturbations.....	53
III.1. Transformation du vecteur d'espace	55
III.1.1 Historique	55
III.1.2 Lien entre transformations triphasées.....	57
III.1.3 Représentation et caractéristiques du vecteur d'espace dans le plan complexe	57
III.1.4 La transformation du vecteur d'espace pour l'analyse des perturbations électriques	59
III.2. Vecteur d'espace et composante homopolaire en cas de creux de tension.....	60
III.2.1 Creux de tension monophasés	60
III.2.2 Creux de tension biphasés	63
III.2.3 Creux de tension triphasés.....	65
III.2.4 Creux de tension avec surtensions.....	65
III.3 Analyse des creux de tension par la transformation du vecteur d'espace	67
III.3.1 Extraction des traits caractéristiques des tensions mesurées	68
III.3.2 Segmentation	70

III.3.3 Classification	73
III.3.4 Caractérisation	76
III.3.5 Exemples d'application	77
III.4. Analyse d'autres types de perturbations par la transformation du vecteur d'espace	80
III.4.1 Surtensions et surintensités	81
III.4.2 Déséquilibre	81
III.4.3 Harmoniques	82
III.4.4 Exemples d'application	85
III.5 Conclusion	88
Chapitre IV Modélisation des structures d'électronique de puissance par la théorie des systèmes linéaires variant périodiquement dans le temps. Application à l'étude analytique des harmoniques. ..	89
IV.1 Etude théorique des systèmes	91
IV.1.1 Définitions générales	91
IV.1.2 Systèmes linéaires variant périodiquement dans le temps	92
IV.1.2 Systèmes linéaires invariants dans le temps	93
IV.2 Transfert harmonique via les éléments d'un convertisseur	94
IV.2.1 Transfert harmonique via les éléments passifs	94
IV.2.2 Transfert harmonique via les éléments commutatifs	96
IV.2.3 Lien entre les composantes d'un convertisseur et les systèmes LVPT et LIT	97
IV.2.4 Bilan	97
IV.3 Méthode d'estimation harmonique	98
IV.3.1 Algorithme	98
IV.3.2 Exemple	99
IV.4 Application de la méthode à un convertisseur triphasé AC/DC en commande pleine onde ...	101
IV.4.1 Modélisation de la structure	101
IV.4.2 Résultats obtenus	102
IV.5 Application de la méthode à un convertisseur triphasé AC/DC/AC en commande MLI	103
IV.5.1 Modélisation de la structure	104
IV.5.2 Modélisation de la commande en boucle fermée	105
IV.5.3 Résultats obtenus	107
IV.6 Conclusion et perspectives	109
Chapitre V Méthodes statistiques matricielles. Application pour la représentation statistique des signaux électriques variant dans le temps	111
V.1 Représentation de signaux électriques sous forme matricielle statistique	113
V.1.1 Définition des matrices de transition	113
V.1.2 Estimation des matrices de transition	115
V.1.3 Informations statistiques obtenues à partir des matrices de transition	117
V.2 Reconstruction de signaux électriques à partir de leur forme matricielle statistique	119
V.2.1 Algorithmes de reconstruction	119
V.2.2 Résultats obtenus	120
V.3 Prédiction de l'évolution de signaux électriques à partir de leur forme matricielle statistique	124
V.3.1 Approche déterministe	124
V.3.2 Approche stochastique	124
V.3.2 Résultats obtenus	125
V.4 Exemples d'application	126
V.5 Conclusion	128
Conclusion	131
References	135
Annexe A : Lien entre la transformation du vecteur d'espace et la transformation de Fortescue	141
Annexe B : Caractéristiques du vecteur d'espace pour les différents types de creux de tension	144

Annexe C : Caractéristiques du vecteur d'espace en présence de déséquilibre	164
Annexe D : Caractéristiques du vecteur d'espace en présence d'harmoniques	166

Introduction générale

La qualité de l'énergie électrique concerne tous les acteurs du domaine énergétique, qu'ils soient gestionnaires de réseaux, fournisseurs, producteurs, ou consommateurs d'électricité. Elle est devenue un sujet de grand intérêt ces dernières années, essentiellement pour les raisons suivantes :

- Des impératifs économiques : les perturbations électriques ont un coût élevé pour les industriels car elles engendrent des arrêts de production, des pertes de matières premières, une baisse de la qualité de la production, un vieillissement prématuré des équipements, etc.
- La généralisation des équipements sensibles aux perturbations et/ou générateurs de perturbations : du fait de leurs multiples avantages (souplesse de fonctionnement, excellent rendement, performances élevées) on constate le développement et la généralisation des équipements d'électronique de puissance. Ces équipements ont la particularité d'être à la fois sensibles aux perturbations de tension, et générateurs de perturbations.
- L'ouverture du marché de l'électricité : la libéralisation du marché de l'électricité fait que la qualité de l'énergie électrique est devenue un des critères de choix d'un fournisseur d'énergie plutôt qu'un autre de la part des consommateurs. Les fournisseurs se doivent donc de fournir à leurs clients une énergie avec une qualité maximale.

Le domaine de la qualité de l'énergie électrique se caractérise par deux grands axes de recherche : les solutions prophylactiques et curatives d'une part, et le monitoring d'autre part, c'est-à-dire la mesure et l'analyse des perturbations électriques.

Le monitoring représente l'étape préliminaire dans la recherche de solutions. Il permet de comprendre l'origine des perturbations, d'évaluer leur impact sur les équipements, et donc de trouver et choisir la solution la plus appropriée économiquement et techniquement.

Cet aspect monitoring est riche en problèmes ouverts du fait de la forte augmentation des capacités d'enregistrement et de traitement de données, ainsi que des besoins croissants en termes de distinction de sources perturbantes et d'amélioration de la planification et de la conception.

Le travail de recherche présenté dans ce mémoire de Doctorat s'inscrit dans le domaine du monitoring de la qualité de l'énergie électrique. Il a pour objectif d'introduire de nouvelles techniques dans l'analyse et le traitement des problèmes de la qualité de l'énergie électrique. Trois méthodes différentes destinées à l'analyse des perturbations électriques ont été développées et testées :

- La **méthode du vecteur d'espace** permet d'analyser de manière automatique les perturbations mesurées. Elle est très performante dans l'analyse des perturbations au niveau de l'amplitude. Elle permet d'isoler ce type de perturbations, de les classer de manière précise et d'évaluer leur gravité en utilisant un minimum de variables. Actuellement, c'est la méthode la plus complète et exhaustive pour l'analyse des perturbations au niveau de l'amplitude. D'autres types de

perturbations peuvent également être analysées de manière efficace par cette méthode, telles que la présence d'harmoniques et de déséquilibre.

- La **méthode basée sur les propriétés des systèmes linéaires variant périodiquement dans le temps** permet d'étudier théoriquement la création et la propagation des perturbations harmoniques au sein d'un réseau électrique. Cette méthode est naturellement applicable aux structures d'électronique de puissance comportant des éléments commutant de manière périodique.
- Enfin, la **méthode statistique matricielle** a pour objectif de représenter statistiquement des signaux électriques sans perte importante d'information à l'aide de matrices statistiques. Ces grandeurs statistiques peuvent également être utilisées pour reconstruire le signal et prédire son comportement futur.

Ce rapport de thèse est organisé de la manière suivante :

Le chapitre I définit le terme « qualité de l'énergie électrique » et présente les principaux types de perturbations ainsi que leurs origines, causes, conséquences et traits caractéristiques.

Le chapitre II constitue un état de l'art des méthodes d'analyse des perturbations électriques. L'accent est mis sur les perturbations les plus importantes et les plus gênantes pour les consommateurs : les creux de tension et la pollution harmonique.

Le chapitre III présente la méthode du vecteur d'espace. Tout d'abord la transformation du vecteur d'espace est définie et les modifications introduites dans le vecteur d'espace et la composante homopolaire par les perturbations affectant l'amplitude des grandeurs électriques sont analysées. Ces modifications sont ensuite utilisées pour identifier le type et évaluer la sévérité des perturbations considérées. L'application de la transformation du vecteur d'espace pour l'analyse d'autres types de perturbations est également envisagée.

Le chapitre IV présente la méthode des systèmes linéaires variant périodiquement dans le temps. La propagation des harmoniques via les interrupteurs électroniques et les éléments passifs d'un système d'électronique de puissance est présentée sous la forme de matrices de transfert, alors que les grandeurs électriques (tensions et courants) sont représentées par des vecteurs d'harmoniques. Les convertisseurs d'électronique de puissance sont ainsi décrits par un système d'équations matricielles, dont la résolution conduit au spectre théorique des grandeurs électriques recherchées. Quelques exemples d'application sont présentés à la fin de ce chapitre.

Le chapitre V traite de la représentation statistique des données mesurées, sous forme de matrices statistiques. Deux formes matricielles différentes sont envisagées : la matrice de Markov et la matrice de nombre de transition. Leurs performances sont étudiées en envisageant deux de leurs applications : la prédiction et la reconstruction des signaux.

Une conclusion générale vient enfin clore ce mémoire.

Chapitre I Perturbations de la tension

Ce chapitre définit le terme « qualité de l'énergie électrique », et présente les principales perturbations électriques ainsi que leurs origines, caractéristiques et conséquences. Volontairement, nous prenons systématiquement comme base le système triphasé, le monophasé étant considéré comme un cas particulier.

I.1 Qualité de l'énergie électrique

La qualité de l'énergie électrique est considérée comme une combinaison de la qualité de la tension et de la qualité du courant. Nous allons donc définir ces deux notions dans la suite de ce paragraphe.

I.1.1 Qualité de la tension

Dans la pratique, l'énergie électrique distribuée se présente sous la forme d'un ensemble de tensions constituant un système alternatif triphasé, qui possède quatre caractéristiques principales : amplitude, fréquence, forme d'onde et symétrie.

I.1.1.1 Amplitude

L'amplitude de la tension est un facteur crucial pour la qualité de l'électricité. Elle constitue en général le premier engagement contractuel du distributeur d'énergie. Habituellement, l'amplitude de la tension doit être maintenue dans un intervalle de $\pm 10\%$ autour de la valeur nominale.

Dans le cas idéal, les trois tensions ont la même amplitude, qui est une constante. Cependant, plusieurs phénomènes perturbateurs peuvent affecter l'amplitude des tensions. En fonction de la variation de l'amplitude on distingue deux grandes familles de perturbations :

- Les creux de tension, coupures et surtensions. Ces perturbations se caractérisent par des variations importantes de l'amplitude. Elles ont pour principale origine des courts-circuits, et peuvent avoir des conséquences importantes pour les équipements électriques.
- Les variations de tension. Ces perturbations se caractérisent par des variations de l'amplitude de la tension inférieure à 10% de sa valeur nominale. Elles sont généralement dues à des charges fluctuantes ou des modifications de la configuration du réseau.

I.1.1.2 Fréquence

Dans le cas idéal, les trois tensions sont alternatives et sinusoïdales d'une fréquence constante de 50 ou 60 Hz selon le pays. Des variations de fréquence peuvent être provoquées par des pertes importantes de production, de l'îlotage d'un groupe sur ses auxiliaires ou son passage en réseau séparé, ou d'un défaut dont la chute de tension résultante entraîne une réduction de la charge [Bor-93]. Cependant, ces variations sont en général très faibles (moins de 1%) et ne nuisent pas au bon fonctionnement des équipements électriques ou électroniques. Pour les pays européens dont les réseaux sont interconnectés, la norme EN 50160 précise que la fréquence fondamentale mesurée sur 10s doit se trouver dans l'intervalle $50\text{HZ} \pm 1\%$ pendant 99,5% de l'année, et $-6\% \div 4\%$ durant

100% du temps. Il faut également remarquer que les variations de fréquence peuvent être bien plus importantes pour les réseaux autonomes.

I.1.1.3 Forme d'onde

La forme d'onde des trois tensions formant un système triphasé doit être la plus proche possible d'une sinusoïde. En cas de perturbations au niveau de la forme d'onde, la tension n'est plus sinusoïdale et peut en général être considérée comme une onde fondamentale à 50Hz associée à des ondes de fréquences supérieures ou inférieures à 50 Hz appelées également harmoniques. Les tensions peuvent également contenir des signaux permanents mais non-périodiques, alors dénommés bruits.

I.1.1.4 Symétrie

La symétrie d'un système triphasé se caractérise par l'égalité des modules des trois tensions et celle de leurs déphasages relatifs. La dissymétrie de tels systèmes est communément appelé déséquilibre.

I.1.2 Qualité du courant

La qualité du courant est relative à une dérive des courants de leur forme idéale, et se caractérise de la même manière que pour les tensions par quatre paramètres : amplitude, fréquence, forme d'onde et symétrie. Dans le cas idéal, les trois courants sont d'amplitude et de fréquence constantes, déphasés de $\frac{2\pi}{3}$ radians entre eux, et de forme purement sinusoïdale.

Le terme « qualité du courant » est rarement utilisé, car la qualité du courant est étroitement lié à la qualité de la tension et la nature des charges. Pour cette raison, « la qualité de l'énergie électrique » est souvent réduite à « la qualité de la tension ». C'est l'hypothèse que nous ferons dans la suite de ce document, où le terme de « qualité de l'énergie » s'applique uniquement à celle de la tension.

I.2 Classification des perturbations électriques

En se basant sur les paramètres caractérisant la tension et énumérés au paragraphe précédent, on distingue quatre familles de perturbations électriques :

- les variations de l'amplitude (creux de tensions, coupures brèves et surtensions, flicker),
- les fluctuations de la fréquence autour de la fréquence fondamentale,
- les modifications de la forme d'onde (harmoniques, interharmoniques, bruits),
- la dissymétrie du système triphasé : déséquilibre.

Un autre type de classification des perturbations électriques peut également être élaboré en se basant sur leur durée [Hey-98] :

- les perturbations transitoires,
- les perturbations de courte durée,
- les perturbations permanentes.

Les perturbations électriques transitoires ont une durée de moins d'une demi période fondamentale. Elles ont pour principale origine les manœuvres d'ouverture et de fermeture sur le réseau de transport et de distribution, mais également des phénomènes naturels tels que la foudre.

Les perturbations de courte durée sont les creux de tension, les coupures brèves et les surtensions, qui sont généralement provoquées par la présence de courts-circuits. Elles se caractérisent par des variations importantes de l'amplitude de la tension, et peuvent avoir des conséquences néfastes et coûteuses sur les équipements électriques.

Dans la catégorie « perturbations permanentes » on retrouve les harmoniques, le bruit, le déséquilibre et les variations de tension et de fréquence. Elles sont généralement provoquées par la présence de charges non linéaires et fluctuantes au sein du réseau électrique. Elles se caractérisent par de faibles variations de l'amplitude, et sont à l'origine d'échauffement, de pertes supplémentaires, de vieillissement prématuré des équipements électriques et de dysfonctionnements sur certains appareillages de contrôle-commande.

On peut également remarquer que les origines des perturbations électriques peuvent être classées en deux grandes catégories :

- les défauts au sein des réseaux électriques,
- la présence de charges non-linéaires ou fluctuantes.

Enfin, les effets des perturbations électriques peuvent eux aussi être divisés en deux grandes familles :

- les effets à court terme (déclenchement des appareils, dégâts matériels, ...),
- les effets à long terme (pertes supplémentaires, échauffements, vieillissements).

Le tableau I.1 récapitule les remarques précédentes en présentant les principales perturbations, leurs origines ainsi que leurs conséquences. L'amplitude de la tension est également indiquée en pu (per units) pour les perturbations importantes au niveau de l'amplitude et en % pour les variations faibles d'amplitude.

TABLEAU I.1 VUE D'ENSEMBLE DES PRINCIPALES PERTURBATIONS ELECTRIQUES.

Durée	Type de perturbations	Amplitude	Origine	Conséquences
<10ms	Transitoires (impulsions et oscillations)	-	Déclenchement des appareils, enclenchement des condensateurs, commutations	Dysfonctionnements gênants
10ms – 1min	Creux de tension	0.1 – 0.9 pu	Courts-circuits, démarrage de gros moteurs, saturation des transformateurs	Arrêts d'équipements, pertes de production
	Coupures brèves	<0.1 pu	Courts-circuits	Arrêts d'équipements, pertes de production

	Surtensions	1.1 – 1.8 pu	Courts-circuits, débranchement des charges importantes	Déclenchements, dangers pour les personnes et pour les matériels
Régime établi	Déséquilibre	-	Charges asymétriques ou monophasées	Echauffements des machines tournantes, vibrations
	Variations rapides de tension (Flicker)	0.1 – 7 %	Charges fluctuantes (fours à arc, moteur à démarrage fréquent, soudeuses, éoliennes)	Papillotements de l'éclairage
	Harmoniques	0 – 20%	Charges non linéaires (structures d'électronique de puissance, arcs électriques)	Echauffements, vieillissements, pertes supplémentaires, troubles fonctionnels
	Interharmoniques	0 – 2%	Charges non linéaires et fluctuantes (fours à arc, soudeuses, éoliennes)	Papillotements de l'éclairage
	Bruit	0 – 1%	Fours à arc, charges non linéaires	Echauffements, pertes, vieillissements
	Variations de la fréquence	-	Déséquilibre entre la production et la consommation	Dysfonctionnements des équipements électriques

I.3 Creux de tension et coupures brèves

I.3.1 Définition, origine et conséquences

Par définition, un creux de tension est une chute de tension de 10% à 90% de la valeur nominale pour une durée de 10ms jusqu'à 1min [IEEE Std. 1159]. Une coupure brève représente une chute de tension supérieure à 90% de la valeur nominale et d'une durée de 10ms à 1min.

Les creux de tension ont pour principale origine les courts-circuits affectant le réseau électrique ou les installations raccordées, et le démarrage des moteurs de forte puissance. Toutefois, les courts-circuits restent la principale cause de creux de tension et de coupures brèves. Ils engendrent des variations brusques de l'amplitude de la tension et pour cette raison, les creux de tension correspondants se caractérisent par une forme rectangulaire en fonction de temps (voir figure I.1a). Les courts-circuits peuvent affecter une, deux ou trois des phases et peuvent engendrer des déphasages supplémentaires entre elles.

Les moteurs de forte puissance (asynchrones essentiellement) peuvent également être à l'origine des creux de tension. En général, le courant des moteurs atteint au moment de leur démarrage 5 à 6 fois le courant nominal et diminue progressivement lorsque la machine se rapproche de sa vitesse nominale. Cette surintensité produit une chute de tension qui décroît avec la diminution du courant (voir figure I.1b). Les creux de tensions engendrés par le démarrage des moteurs de forte puissance durent entre

quelques secondes et quelques dizaines de seconde et se caractérisent par des chutes de tension sur les trois phases.

Enfin, les creux de tension peuvent également être engendrés par la saturation des transformateurs ou des modifications dans la structure du réseau. Cependant, ces perturbations provoquent rarement des chutes de tension importantes.

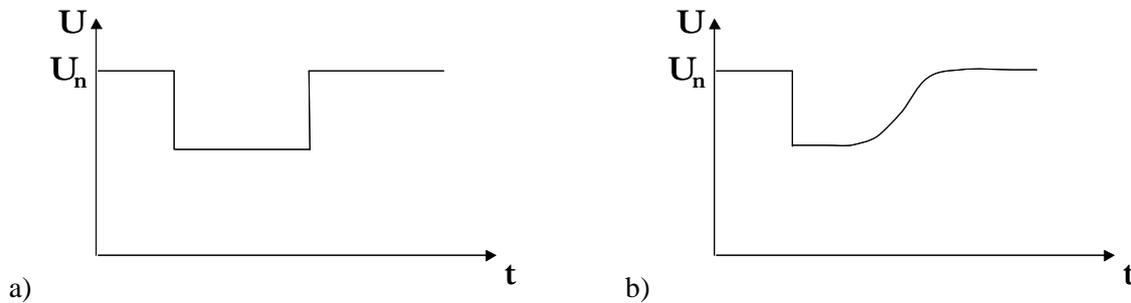


Figure I.1 Amplitude d'un creux de tension provoqué par a) un court-circuit b) le démarrage d'un moteur de forte puissance

Les creux de tension sont les perturbations électriques les plus pénalisantes du fait de leur fréquence et de la sensibilité de nombre d'appareillages présents dans les réseaux industriels. Il faut néanmoins souligner que les coupures brèves peuvent avoir des conséquences plus graves (à la reprise), mais sont bien moins fréquentes.

I.3.2 Représentation dans le plan complexe.

Les creux de tension monophasés se caractérisent principalement par leur amplitude et leur phase. L'amplitude des creux de tension est liée à leur proximité par rapport au défaut, la nature du défaut et la puissance de court-circuit du réseau. La durée du creux de tension est liée au temps d'élimination du court-circuit par les protections du réseau ou des installations raccordées.

En plus de la durée et de l'amplitude, les creux de tension triphasés se caractérisent par le déphasage entre les tensions de phase qui dépend de la nature et de l'endroit du défaut.

Les creux de tension triphasés sont souvent analysés dans le plan complexe, où les trois grandeurs sont représentées sous forme des vecteurs caractérisés par leur amplitude et leur phase, appelés également phaseurs. La relation entre les phaseurs dans le plan complexe est appelée signature ou type du creux de tension. Par exemple, le creux de tension de figure I.2a se caractérise par la signature présentée en figure I.2b

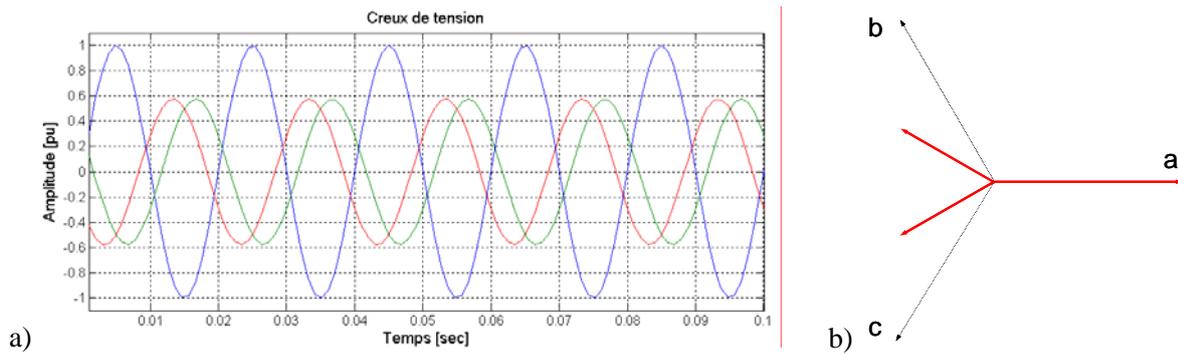


Figure I.2 Creux de tension (a) et sa signature dans le plan complexe (b)

I.3.3 Propagation

I.3.3.1 Propagation en amont et en aval du réseau

Les creux de tension se propagent en amont et en aval du réseau, et leur sévérité dépend de l'endroit de mesure du creux de tension par rapport à l'événement qui l'a engendré.

La propagation des creux de tension en amont dépend de deux paramètres : la puissance de court-circuit et la distance entre l'endroit de défaut et l'endroit de mesure. Plus la puissance de court-circuit est élevée et le défaut éloigné, plus le creux de tension est atténué.

Pour mieux illustrer la propagation des creux de tension, l'exemple d'un diviseur de tension monophasé affecté par un court-circuit franc au point D est présenté en figure I.3.

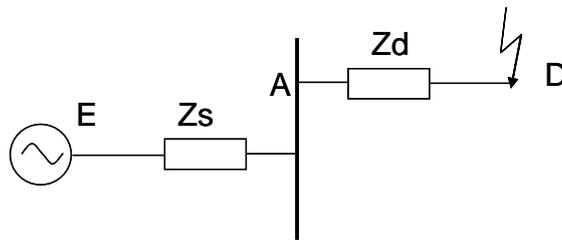


Figure I.3 Diviseur de tension pour l'étude de la propagation des creux de tension

La tension à l'endroit du défaut D est nulle, puisque le court circuit est franc. La tension à l'endroit de mesure A est donnée par

$$V_A = \frac{Z_d}{Z_d + Z_s} E \quad (\text{I.1})$$

Si la distance électrique entre l'endroit de défaut et le point de mesure A est importante, l'impédance de ligne Z_d se caractérise par une valeur importante. En conséquence, l'amplitude de la tension V_A est proche à celle de la source E, c'est à dire que le creux de tension mesuré au point A est atténué par rapport au creux de tension mesuré au point D.

Si la puissance de court-circuit au niveau de la source est importante, l'impédance de la source Z_s est faible. En conséquence, la tension V_a est proche de la tension de la source et le creux de tension à l'endroit de la mesure se caractérise par une profondeur moins importante que le creux de tension à l'endroit de défaut.

Le diviseur de tension de figure I.3 montre que les creux de tension sont atténués lorsqu'ils se propagent en amont dans le réseau. En revanche, les creux de tension se propagent en aval sans s'atténuer. En effet, si on reprend l'exemple de figure I.3 en supposant que le court-circuit franc est produit avant le point de mesure A, la tension à l'endroit de mesure est nulle et par conséquent, le potentiel du point aval D est également nul.

I.3.3.2 Propagation via les transformateurs

La signature des creux de tension peut être modifiée par les transformateurs situés au sein du réseau. Par exemple, le creux de tension présenté à gauche de la figure I.4 se caractérise par une chute de tension sur la phase a uniquement. Lors de son passage par le transformateur Dy11, il se transforme en creux de tension biphasé, avec des chutes de tension principales sur les phases b et c.

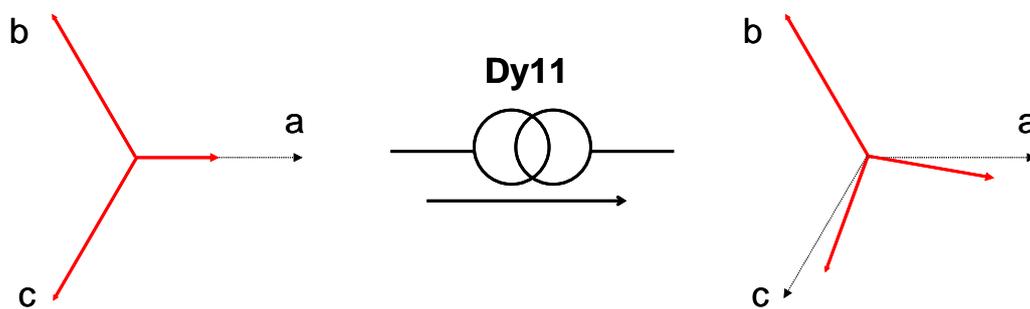


Figure I.4 Modification du type de creux de tension via un transformateur Dy11

En effet, un creux de tension peut se caractériser par des signatures différentes du côté primaire et du côté secondaire d'un transformateur en fonction de son type et de sa connexion. En fonction des modifications introduites dans les signatures des creux de tension, on distingue trois familles de transformateurs [Zha-99] :

- La signature du creux de tension n'est pas modifiée.

Les tensions du côté secondaire en pu sont égales aux tensions du côté primaire en pu. Dans cette catégorie on ne distingue qu'un seul transformateur de type $Y_n y_n$.

Le rapport entre les tensions du côté primaire (v_{ABC}) et les tensions du côté secondaire (v_{abc}) peut être représenté sous la forme suivante :

$$v_{abc} = kTv_{ABC}, \quad (I.2)$$

où k est le rapport de transformation et T représente la matrice de transformation.

La matrice de transformation pour ce type de transformateur est la matrice identité, c'est à dire :

$$T_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (I.3)$$

- La composante homopolaire est enlevée.

Les tensions du côté secondaire sont obtenues en enlevant la composante homopolaire des tensions du côté primaire. Dans cette famille, on distingue les transformateurs de type Dd, Dz, Y_nY, Y_nn. Leur matrice de transformation est définie par :

$$T_2 = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (I.4)$$

- Les tensions de phase sont modifiées en tensions composées et vice versa.

Les tensions du côté secondaire sont proportionnelles à la différence de deux tensions du côté primaire. Dans cette catégorie on distingue les transformateurs de type Dy, Yz, Yd. La matrice de transformation correspondante est la suivante :

$$T_3 = \frac{j}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad (I.5)$$

De manière analogue, la connexion des charges détermine le type de creux de tension que celles-ci subissent. Les charges connectées en triangle ou en étoile avec neutre flottant modifient le type de creux de tension, alors que les charges connectées en étoile avec neutre connecté à la terre ne modifient pas la signature des perturbations.

I.3.4 Paramètres déterminant les types de creux de tension

I.3.4.1 Types de courts-circuits

Les courts-circuits sont la cause principale des creux de tension. Si on excepte les différentes variantes de courts-circuits entre phases et neutre, on distingue alors quatre types de courts-circuits [Met-05] : monophasés, biphasés entre phase et terre, biphasés entre deux phases et triphasés (voir figure I.5)

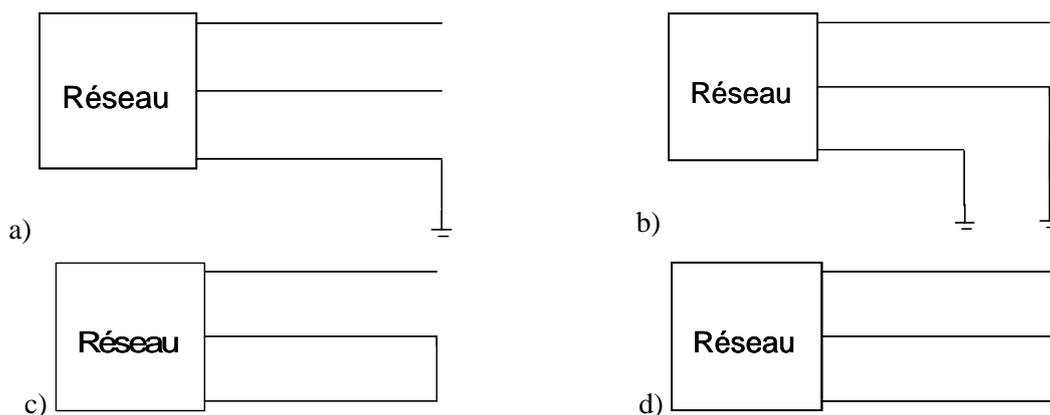


Figure I.5 Types de courts-circuits : monophasé (a), biphasé entre phase et terre (b), biphasé entre deux phases (c) et triphasé (d)

Les courts-circuits monophasés représentent 70% des courts-circuits selon [Lim-00] et sont donc les plus fréquents. Ils se caractérisent par une chute de tension sur une des trois phases à l'endroit du

court-circuit. En fonction du régime de neutre, les deux autres phases restent les mêmes ou se caractérisent par des surtensions avec déphasages.

Les creux de tension biphasés entre deux phases viennent en seconde position puisqu'ils représentent 15% des courts-circuits. Ils se caractérisent par des chutes de tensions et déphasages pour deux des phases à l'endroit du défaut. La phase non affectée par le défaut reste la même qu'avant le défaut.

Les creux de tension biphasés entre phase et terre représentent 10% des courts-circuits. Ils sont à l'origine des chutes de tension sur deux phases à l'endroit du court-circuit avec ou sans déphasage supplémentaire. En fonction du régime de neutre, la phase saine peut rester la même ou se caractériser par une surtension.

Enfin, les creux de tension triphasés sont les creux de tension les plus sévères, mais ils ne sont pas très fréquents et ne représentent que 5% des courts-circuits. Ils se caractérisent par des chutes de tension de même amplitude sur les trois phases sans déphasages supplémentaires.

I.3.4.2 Régime de neutre

L'allure des creux de tension engendrés par les courts-circuits précédents dépend également du régime de neutre du réseau électrique. On distingue en effet deux régimes de neutre principaux : neutre isolé (ou fortement impédant) et neutre relié directement à la terre (ou par une faible impédance). Afin d'illustrer ce point, considérons l'exemple simple d'un court-circuit monophasé.

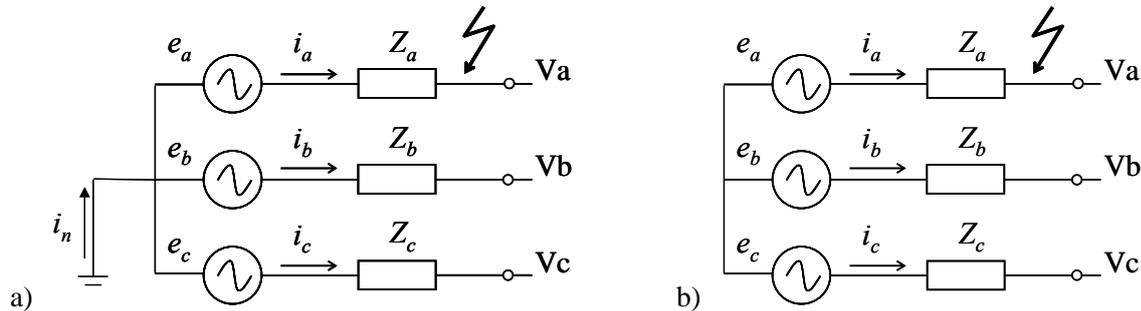


Figure I.6 Régime de neutre : direct (a) et isolé (b)

Le schéma simplifié d'un système avec neutre relié directement à la terre est présenté en figure I.6a. La relation entre les courants des trois phases et le courant du conducteur de neutre est la suivante :

$$i_a + i_b + i_c = i_n \quad (\text{I.6})$$

Supposons que la phase a soit affectée par un court-circuit. Le courant i_a dans la ligne où le défaut se produit augmente et entraîne une chute de la tension V_a , car $V_a = e_a - i_a Z_a$. Les changements dans le courant de phase i_a impliquent des modifications dans le courant du conducteur de neutre i_n , mais n'entraînent pas de changements dans les autres courants de ligne i_b et i_c (voir Eq. I.6). En conséquence, les tensions des deux autres phases restent les mêmes, seule la tension de la phase a est modifiée par le court-circuit (figure I.7a).

Le schéma d'un système avec neutre isolé est présenté en figure I.6b. La relation entre les courants de phase et le conducteur de neutre est donnée par :

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (I.7)$$

Si la phase a est affectée par un court-circuit, le courant de ligne augmente et provoque une chute de tension dans la phase où le défaut se produit. L'augmentation du courant i_a entraîne une diminution des deux autres courants i_b et i_c , qui à leur tour provoquent des surtensions dans les phases b et c (figure I.7b). Ce phénomène est d'autant plus accentué que les neutres côté charge et côté source ont des potentiels éloignés.

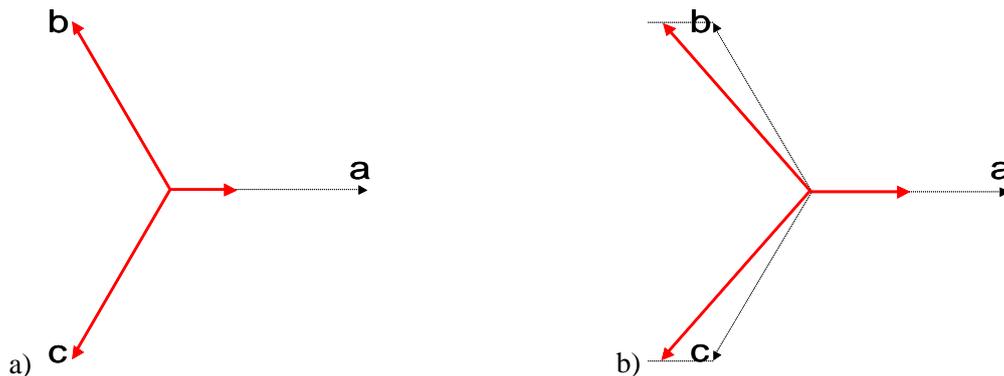


Figure I.7 Signatures des creux de tension dus à un défaut monophasé en régime de neutre relié directement à la terre (a) et à distribution isolée (b)

I.3.4.3 L'endroit du défaut

Le type et les caractéristiques d'un creux de tension dépendent également de l'endroit du défaut qui l'engendre, et de l'endroit où il est mesuré au sein du réseau électrique. En effet, on a vu au paragraphe I.3.3 que les creux de tension se propagent en aval du réseau en modifiant leurs signatures via les transformateurs.

I.3.4.4 Type de mesures

On distingue deux principaux types de connexions des appareils de mesure : entre phase et neutre ou phase et terre (connexion en étoile), et entre phases (connexion en triangle) [Leb-04, Did-05]. La connexion entre phases est en général utilisée dans des systèmes avec des charges connectées en triangle afin de mesurer les perturbations électriques telles qu'elles sont subies par ces charges. Cependant, dans des systèmes avec des charges connectées en étoile et en triangle, les mesures de type phase - terre ou phase - neutre sont mieux adaptées. En effet, la connexion en étoile donne accès à plus d'informations que la connexion en triangle, comme par exemple le nombre des défauts et leur localisation. De plus, les tensions composées peuvent être déduites des tensions simples, alors que l'inverse n'est pas toujours possible.

I.3.5 Classification

D'après la classification des creux de tension universellement reconnue [Bol-99], on distingue 7 principaux types de creux de tension dénotés par les lettres de A à G présentées en figure I.8, où d est l'amplitude de la chute de tension la plus importante, appelée aussi profondeur du creux de tension. Pour les creux de tension de type C, G et I, la grandeur d ne correspond pas exactement à la profondeur du creux de tension du fait des déphasages supplémentaires des tensions. Cependant, pour des chutes de tension peu importantes, d peut être considéré identique à la profondeur du creux de tension.

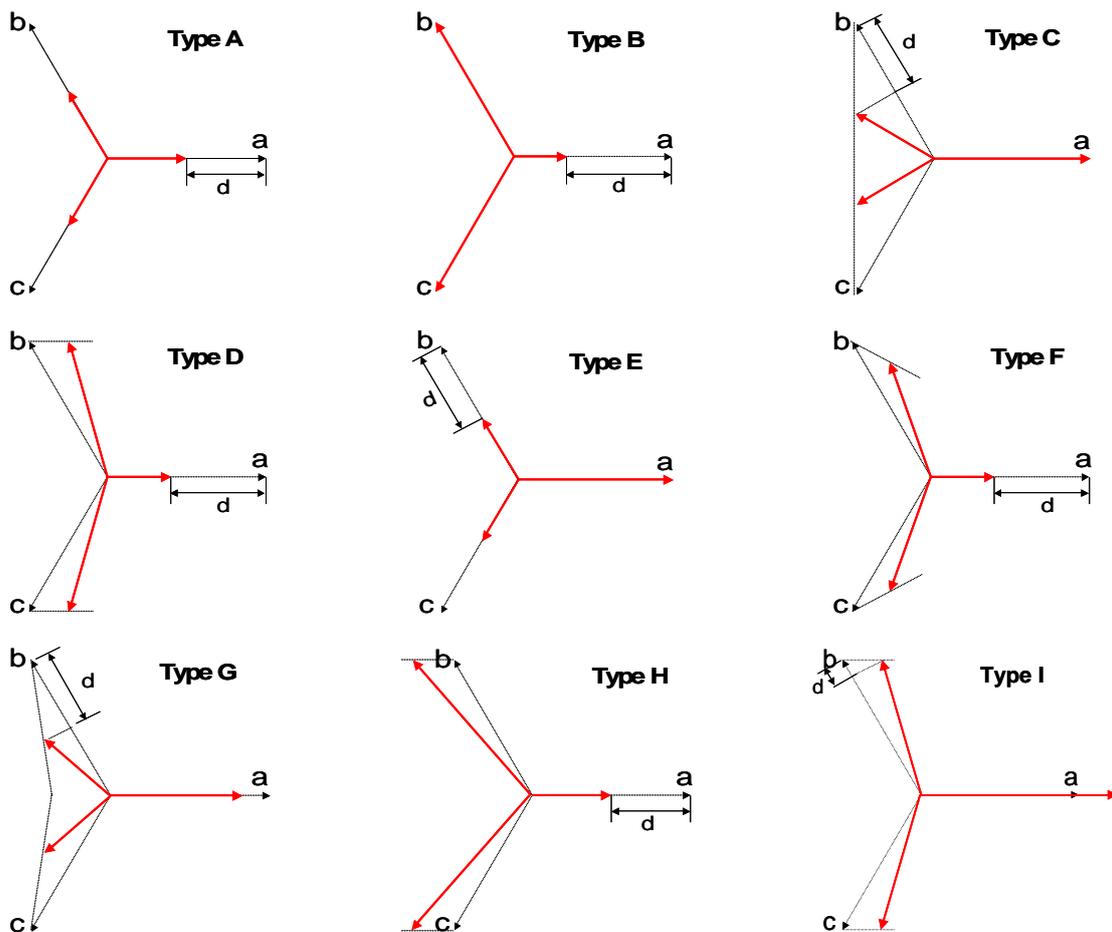


Figure I.8 Les différents types de creux de tension

Les creux de tension A, B, C et E sont mesurés au niveau de tension où le défaut se produit. Ils se propagent en aval du réseau en modifiant leur signature en fonction du type des transformateurs, donnant naissance à d'autres types de creux de tension qui peuvent être de type : C, D, F et G. La figure I.9 et le tableau I.2 présentent la transformation des creux de tension A, B, C et E, lorsqu'ils se propagent en aval du réseau, via les transformateurs les plus souvent utilisés : Dy.

Les creux de tension de **type A**, dus à des défauts triphasés, présentent des chutes de tension de la même profondeur sur les trois phases sans déphasages supplémentaires. Ce type de creux de tension se propage en aval du réseau sans modifier sa signature.

Les creux de tension de **type B** doivent leur origine à des défauts monophasés. Ils se caractérisent par une chute de tension sur une des phases, les phases non affectées par le défaut n'étant pas modifiées. Ce type de creux de tension se propage en aval du réseau en modifiant sa signature. Par exemple, en passant par un transformateur de type Dy il se transforme en creux de tension biphasé de type C.

Les creux de tension de **type C** sont produits soit par des défauts biphasés entre deux phases, soit par la propagation des creux de tension de type B ou D via les transformateurs. Ils se caractérisent par des chutes de tensions avec déphasages supplémentaires pour deux des phases, la troisième n'étant pas modifiée. En se propageant en aval du réseau, ces creux de tension se transforment en type D.

Les creux de tension de **type D** doivent leur origine à la propagation des creux de tension de type C via les transformateurs. Ils se caractérisent par une chute principale sur une des phases et de faibles chutes de tension et déphasages supplémentaires pour les deux autres phases. En se propageant en aval du réseau, ces creux de tension se transforment en type C.

Les creux de tension de **type E** proviennent de défauts entre deux phases et la terre, et présentent des chutes de tension sans déphasage sur deux des phases. Ils se propagent en aval du réseau en générant des creux de tension de type F.

Les creux de tension de **type F** proviennent de la propagation des creux de type E via les transformateurs. Ils se caractérisent par une chute de tension sur une des phases et de faibles chutes de tension avec déphasage pour les deux autres phases. Leur propagation via un transformateur donne naissance à des creux de type G.

Les creux de tension de **type G** présentent des chutes de tension avec déphasages supplémentaires pour deux des phases et une faible baisse de tension pour la troisième phase. Ce type de creux de tension est assez rare, car il provient de la double transformation d'un creux de tension de type E.

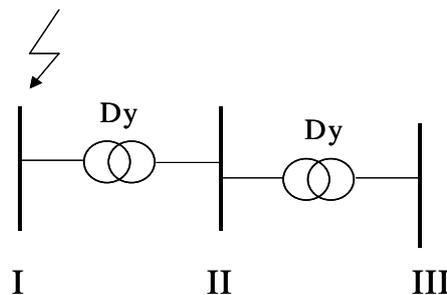


Figure I.9 Transformation des types de creux de tension

TABLEAU I.2 PROPAGATION DES CREUX DE TENSION

Niveau de tension	I	II	III
Types de creux de tension	A	A	A
	B	C	D
	C	D	C
	E	F	G
	-	H / I	-

Les creux de tension avec surtension dus aux défauts dans les systèmes à neutre isolé ne sont pas représentés dans la classification de [Bol-99] car d'une part ils ne se propagent pas, et d'autre part ils ne sont pas subis par les charges généralement connectées en triangle dans les systèmes à neutre isolé. Cependant ces creux de tension sont envisagés dans notre étude car ils permettent d'identifier et de localiser certains défauts, et sont très souvent présents au niveau MT en cas de connexion en étoile des appareils de mesure. Les creux de tension avec surtensions sont dénotés par les lettres H et I, et leurs signatures sont également présentées en figure I.8 où leur profondeur est indiquée par d .

Les creux de tension de **type H** présentent chute de tension sur une des phases et des surtensions sur les deux autres phases. Les creux de tension de **type I** se caractérisent par des chutes de tension sur deux des phases et une surtension sur la troisième phase. En fonction de leur profondeur, les creux de tension de type I présentent deux signatures différentes. Pour une profondeur $0 \leq d \leq 0,25 pu$, les trois tensions sont modifiées le long du même axe. Ce type de creux de tension est également dénoté par I^* . Pour une profondeur du creux de tension $d \geq 0,25 pu$, les tensions en chute sont modifiées le long de l'axe perpendiculaire à la phase en surtension. La valeur de celle-ci est alors fixe et de $1,5 pu$.

Les creux de tension de type B, D et F sont souvent appelés monophasés, car ils se caractérisent par une chute de tension sur une des phases. Les creux de tension de type C, E et G se caractérisent par des chutes de tension sur deux des phases et sont dénommés biphasés. Le creux de tension de type A est appelé triphasé. Les creux de tension de type H et I se caractérisent à la fois par des chutes de tension et des surtensions et sont également appelés creux de tension avec surtensions.

I.4 Surtensions et surintensités

Les surtensions correspondent à des augmentations de l'amplitude de la tension de $1,1 pu$ à $1,8 pu$. Les surtensions sont moins fréquentes que les creux de tension et sont généralement dues à des courts-circuits dans les systèmes à neutre isolé qui engendrent à la fois des creux de tension et des surtensions. En cas de court-circuit monophasé dans un tel système, les deux phases non concernées par le défaut peuvent prendre une valeur pouvant aller jusqu'à $1,73 pu$, c'est à dire la tension composée. En cas de court-circuit biphasé, la phase non affectée par le défaut se caractérise par une surtension qui peut aller jusqu'à $1,5 pu$.

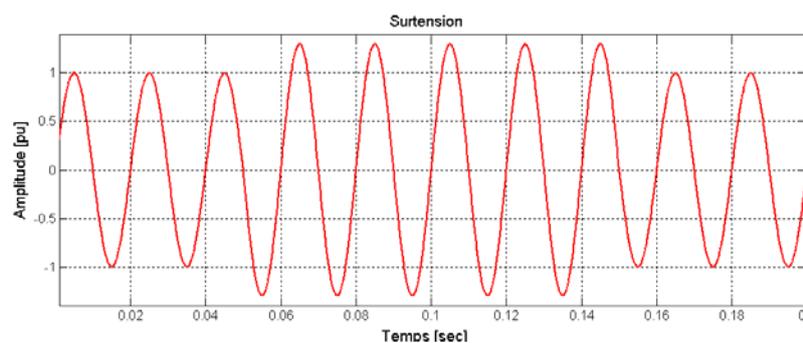


Figure I.10 Exemple de surtension

Des surtensions peuvent également être provoquées par des phénomènes d'origine atmosphérique (foudre), par des déclenchements de charges importantes, par des mauvais fonctionnement de régulateurs de tensions, par ferrorésonance ou par des manœuvres sur le réseau. Ce type de surtensions se caractérise généralement par une durée très brève et s'assimile le plus souvent à des transitoires.

I.5 Variations de tension

La mise en service ou hors service des appareils électriques et le fonctionnement de certaines charges à puissance variable entraînent des variations de tension qui se manifestent sous deux formes principales :

- Des variations lentes de tension se produisant à des intervalles de temps supérieurs à quelques secondes. Ces variations sont dues principalement au branchement et débranchement des charges et en général ne dépassent pas les $\pm 10\%$ de la tension nominale. Ils ne causent pas de préjudice pour la plupart des équipements électriques.

- Des variations rapides de tension conduisant à une composition spectrale de fréquence dans la bande 0,5 et 25Hz . Ces variations sont dues aux charges dont la puissance absorbée fluctue de manière rapide, tels que les fours à arc, les machines à souder, les moteurs à couples pulsatoires ou à démarrages fréquents. Ces fluctuations rapides sont particulièrement ressenties sur le flux lumineux des lampes car elles provoquent un papillotement de la lumière, connu aussi comme flicker et qui est fort désagréable pour les consommateurs.

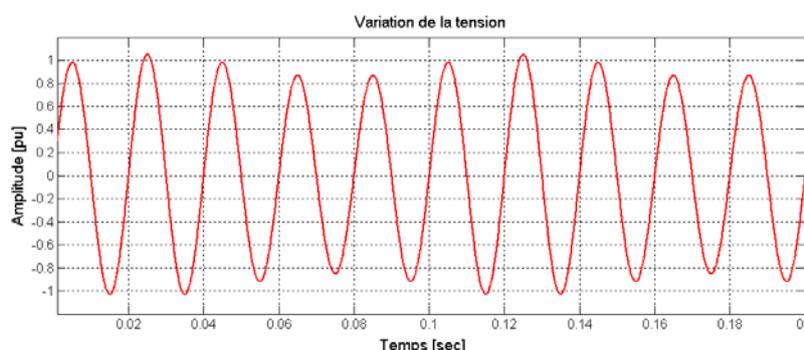


Figure I.11 Exemple de variation de tension

I.6 Déséquilibre

Trois grandeurs de même nature et de même pulsation forment un système triphasé équilibré lorsqu'elles ont la même amplitude et lorsqu'elles sont déphasées de $\pm 120^\circ$. Lorsque les grandeurs ne vérifient pas ces conditions de phase et d'amplitude, on parle d'un système triphasé déséquilibré (figure I.12).

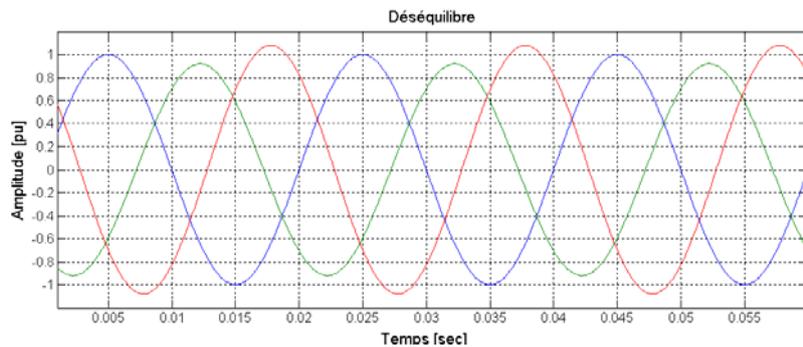


Figure I.12 Exemple de déséquilibre des amplitudes et des phases

Les déséquilibres sont généralement dus à des charges monophasées car dans ce cas les courants absorbés sur les trois phases sont d'amplitude et/ou de phase différente, d'où un déséquilibre des trois tensions. Le déséquilibre des tensions peut également être dû à des charges triphasées, lorsque celles-ci ne sont pas symétriques.

On parle d'un déséquilibre d'amplitude lorsque les trois tensions n'ont pas la même valeur efficace, et d'un déséquilibre de phase lorsque le déphasage entre les trois phases successives n'est pas de 120° .

Le niveau de déséquilibre est lié à la fois à la puissance et la localisation des charges perturbatrices, et à la puissance de court-circuit du réseau amont. Le bouclage des réseaux, favorable à l'obtention d'une puissance de court-circuit élevée, permet de diminuer le degré de déséquilibre.

Les déséquilibres de tension engendrent des composantes inverses de courant, qui provoquent des couples de freinage parasites et des échauffements dans les moteurs à courant alternatif. Ils peuvent également perturber le fonctionnement des dispositifs à thyristors à commande de phase.

I.7 Perturbations harmoniques

Les composantes sinusoïdales d'un signal de fréquences multiples de sa fréquence fondamentale s'appellent harmoniques. L'harmonique de fréquence kf_0 , où f_0 est la fréquence fondamentale et k est un nombre réel positif est dit de rang k .

Les composantes sinusoïdales dont la fréquence n'est pas un multiple entier de la fréquence fondamentale du signal sont nommées les interharmoniques. Les composantes sinusoïdales, dont la fréquence est inférieure à la fréquence fondamentale sont appelées infraharmoniques.

Les perturbations harmoniques sont dues à l'insertion au réseau des charges non linéaires comme les équipements intégrant de l'électronique de puissance (varianteurs, onduleurs, convertisseurs statiques, gradateurs de lumière, etc.). Les harmoniques provoquent des échauffements qui, à terme, diminuent la durée de vie des équipements. Ils peuvent également être à l'origine de troubles fonctionnels (synchronisation, commutation) et d'erreurs de mesure.

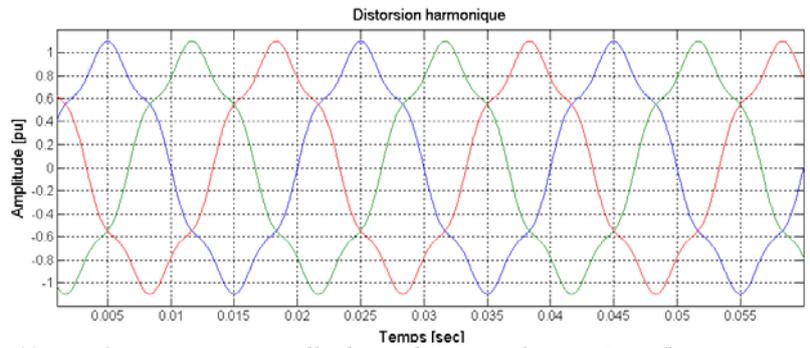


Figure 1.13 Représentation temporelle d'une distorsion harmonique (harmonique de rang 5)

I.7.1 Harmoniques

Les principales sources d'harmoniques sont les dispositifs contenant des éléments qui commutent (les convertisseurs statiques), et les dispositifs à caractéristique tension- courant non linéaire (fours à arc, inductances saturées, transformateurs, machines tournantes, etc.).

I.7.1.1 Convertisseurs statiques

Les convertisseurs statiques sont les sources d'harmoniques les plus gênantes du fait du nombre et de la puissance des dispositifs installés. On peut citer de manière non exhaustive :

- Les redresseurs monophasés et triphasés. Ils génèrent des harmoniques dont la fréquence dépend sensiblement de la commande adoptée. Un redresseur commandé en pleine onde de p pulsations engendre, du côté continu, des harmoniques de rang pn , ($n=1,2,3\dots$) et du côté alternatif, des harmoniques de rang $pn \pm 1$. Un redresseur commandé en MLI synchrone engendre des harmoniques de rang pair du côté continu et de rang impair du côté alternatif, si l'indice de modulation $m = f_{MLI} / f_0$ est impair et des harmoniques pairs et impairs de deux côtés si m est pair.
- Les cycloconvertisseurs utilisés pour régler la vitesse des moteurs à courant alternatif. Ils génèrent des spectres complexes, généralement riches en fréquences et dépendant de leur structure et de leur commande.
- Les gradateurs utilisés dans les entraînements de faible puissance, les systèmes d'éclairage et de chauffage et les systèmes de conduite des réseaux. Les gradateurs génèrent des harmoniques dont l'amplitude et la phase dépendent de l'angle d'allumage des thyristors.

I.7.1.2 Dispositifs à caractéristique tension-courant non linéaire

Parmi les dispositifs à caractéristique tension-courant non linéaire on distingue :

- Les fours à arc. Les fours à arc sont connectés directement au réseau de transmission, généralement sans recours à un filtrage adéquat. Leur impédance varie de manière aléatoire et de surcroît, elle est particulièrement asymétrique. Par ailleurs les fours à arc génèrent des

harmoniques de toutes les fréquences, ainsi que des interharmoniques dont les amplitudes dépassent nettement le bruit de fond.

- Les inductances saturées. De telles inductances ont leur impédance fonction de l'amplitude du courant qui les traverse, et de ce fait provoquent par contre-réaction des déformations notables de ce courant.
- Les transformateurs. A cause de leur caractéristique tension-courant non linéaire, les transformateurs génèrent des harmoniques qui dépendent sensiblement de l'amplitude et de la forme de la tension d'alimentation.
- Les machines tournantes. Elles engendrent des harmoniques d'amplitudes souvent négligeables. Les petites machines synchrones sont toutefois génératrices de tensions harmoniques de rang 3.

I.7.2 Interharmoniques

L'analyse harmonique des courants et des tensions nous indique qu'en plus des harmoniques de rang entier, il existe des interharmoniques. Ceux-ci ont d'ordinaire une amplitude relativement réduite, mais peuvent être gênants s'ils provoquent des résonances. Ils peuvent également avoir des effets très néfastes lorsque leur fréquence se situe dans les plages de fréquence réservées pour les signaux de commande.

Les interharmoniques ont principalement pour origine:

- les imperfections du convertisseur et de sa commande (chutes de tension dans les thyristors, variation ou inégalité des angles de commutation, variation de l'impédance vue du côté continu du redresseur [Car-99]),
- l'association de plusieurs convertisseurs fonctionnant à des fréquences différentes : variateurs de vitesse des moteurs à courant alternatif [Bon-00, Ros-02],
- les convertisseurs statiques de commande non périodique,
- les fours à arc et les cycloconvertisseurs.

I.8 Conclusion

Les principales perturbations électriques et leurs caractéristiques ont été présentées dans ce chapitre. Dans la suite, les techniques et les méthodes permettant de réaliser leur analyse et/ou leur modélisation sont exposées. Une attention particulière est portée aux perturbations les plus gênantes et les plus communément rencontrées, c'est-à-dire les creux de tension, les coupures brèves, les variations de tension et les harmoniques.

Chapitre II Méthodes d'analyse des perturbations électriques

Ce chapitre présente un état de l'art des méthodes d'analyse des principales perturbations électriques. Pour ce qui concerne les perturbations importantes au niveau de l'amplitude (creux de tension, coupures et surtensions), les méthodes d'estimation d'amplitude, de détection, de classification et de caractérisation sont envisagées. Pour ce qui concerne les perturbations au niveau de la forme d'onde (harmoniques), les outils d'estimation (série de Fourier, transformée de Fourier), ainsi que la modélisation des principales sources d'harmoniques dans le domaine fréquentiel sont décrits. Enfin, les techniques d'estimation et de représentation statistique pour les variations de tension et de fréquence sont également présentées.

II.1 Creux de tension, coupures brèves et surtensions

Ce paragraphe présente les méthodes d'analyse des creux de tension, des coupures brèves et des surtensions qui se caractérisent toutes par des variations importantes de tension. Les coupures et les surtensions se caractérisent par les mêmes méthodes d'analyse que les creux de tension et sont donc rangées dans la même catégorie dans un but de clarté du document.

II.1.1 Estimation de l'amplitude

Actuellement, la plupart des appareils de mesure estiment l'amplitude des perturbations électriques par l'intermédiaire de la valeur efficace du signal analysé. Des techniques alternatives pour quantifier l'amplitude du signal, basées sur l'estimation de son enveloppe ou de son fondamental, sont également présentées dans cette partie.

Volontairement, nous nous limiterons aux signaux sinusoïdaux, dont la période fondamentale sera notée T_0 dans la suite du document. Ainsi, chacune de ces techniques cherche à estimer la même amplitude du signal.

II.1.1.1 Valeur efficace

Pour déterminer en temps-réel l'amplitude d'un signal sinusoïdal, la valeur efficace est estimée à chaque échantillon sur une fenêtre glissante. La longueur de cette fenêtre est en général un multiple entier d'une demi-période. Des fenêtres de longueur inférieure ou non multiple d'une demi-période introduisent des oscillations dans l'amplitude estimée.

Pour une fenêtre glissante de longueur kT_0 , où k est un rationnel positif, la valeur efficace du signal $x(t)$ est déterminée par :

$$x_{eff}(t) = \sqrt{\frac{1}{kT_0} \int_{t - \frac{kT_0}{2}}^{t + \frac{kT_0}{2}} x(\tau)^2 d\tau} \quad (\text{II.1})$$

L'amplitude estimée du signal supposé sinusoïdal est alors proportionnelle à sa valeur efficace estimée : $A_x(t) = \sqrt{2}x_{eff}(t)$.

L'estimation de l'amplitude par la valeur efficace est traditionnellement utilisée dans les appareils de mesure car cette technique est facilement réalisable et fiable dans la cas sinusoïdal pur. Cependant, elle n'est pas très performante en cas de présence d'harmoniques ou de bruit qui introduisent des erreurs dans l'amplitude estimée. Elle présente également l'inconvénient de ne pas bien refléter les variations brusques de l'amplitude, qui sont caractéristiques des perturbations dues aux court-circuits. En effet, si l'amplitude du signal est estimée sur une fenêtre glissante d'une période, une variation instantanée de l'amplitude réelle du signal se traduit par une transition de durée une période dans la valeur efficace estimée. Si on utilise une longueur de fenêtre d'une demi-période, les variations brusques de l'amplitude réelle sont mieux reflétées, néanmoins l'amplitude estimée présente des oscillations importantes.

II.1.1.2 Signal analytique

Le signal analytique est utilisé pour estimer l'amplitude, la phase et la fréquence instantanées d'un signal sinusoïdal en fonction du temps. Le signal analytique d'un signal $x(t)$ est défini comme un signal à valeurs complexes de partie réelle $x(t)$, et de partie imaginaire la transformée de Hilbert de $x(t)$ [Vil-48] :

$$x_a(t) = x(t) + j * \text{hilbert}(x(t)). \quad (\text{II.2})$$

La transformation de Hilbert du signal $x(t)$ est égale au même signal déphasé de $\frac{\pi}{2}$, ou signal en quadrature. Ainsi par exemple, la transformée de Hilbert d'un cosinus est un sinus.

Le signal analytique d'un signal de forme sinusoïdale $x(t) = A(t)\cos(\omega t + \varphi)$ est donc une exponentielle complexe de même fréquence, même amplitude et même phase :

$$x_a(t) = A(t)e^{j(\omega t + \varphi)}. \quad (\text{II.3})$$

La valeur absolue du signal analytique constitue finalement une estimée de l'amplitude instantanée du signal $x(t)$: $A(t) = |x_a(t)|$.

Par rapport aux autres techniques d'estimation d'amplitude, le signal analytique présente l'avantage de détecter instantanément les perturbations au niveau de l'amplitude et d'estimer avec une meilleure précision leur durée. Cependant l'amplitude estimée par le signal analytique peut présenter un caractère bruité non négligeable.

Cette technique est intéressante dans le cas de perturbations de très courte durée (moins de deux périodes fondamentales). En effet, ces perturbations ne sont pas détectées ou leur amplitude et leur durée ne sont pas correctement estimées par les autres techniques d'estimation du fait des fenêtres glissantes utilisées.

II.1.1.3 Composante fondamentale

L'amplitude d'un signal peut également être estimée par la composante fondamentale définie par :

$$x_{fond}(t) = \frac{2}{T_0} \left| \int_{t-\frac{T_0}{2}}^{t+\frac{T_0}{2}} x(\tau) e^{-j\frac{2\pi}{T_0}\tau} d\tau \right| \quad (\text{II.4})$$

Cette technique présente l'avantage d'estimer l'amplitude du signal correctement et sans oscillations, même en cas de présence de perturbations harmoniques. Cependant, les variations instantanées dans l'amplitude du signal sont représentées par des transitions d'une période dans l'amplitude du signal estimée par la composante fondamentale, tout comme la méthode basée sur la valeur efficace.

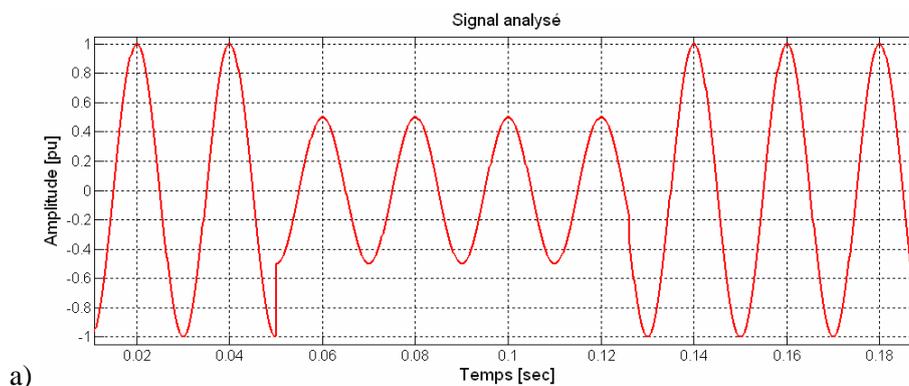
II.1.1.4 Performances

Afin d'illustrer les performances des techniques précédentes d'estimation d'amplitude, l'exemple d'un creux de tension est présenté à la figure II.1a. Cette perturbation est provoquée par un court-circuit et se caractérise par des variations brusques de l'amplitude du signal.

L'amplitude du creux de tension mesuré est estimée par la valeur efficace sur une fenêtre glissante d'une demi-période fondamentale (figure II.1b), par le module du signal analytique (figure II.1c), et par la composante fondamentale sur une fenêtre glissante d'une période fondamentale (figure II.1d).

On observe que la valeur estimée de l'amplitude du signal n'est pas modifiée instantanément pour les estimateurs basés sur des fenêtres glissantes (figures II.1b et d), ce qui peut constituer un problème pour déterminer avec précision la durée de la chute de tension. Toutefois, ces estimateurs sont de relativement bonne qualité puisqu'ils sont peu bruités. L'estimateur basé sur le signal analytique présente des caractéristiques opposées (figure I.1c) puisqu'il détecte quasi-instantanément le changement d'amplitude, tout en fournissant une estimée bruitée de l'amplitude instantanée du signal analysé.

Les méthodes estimées sur des fenêtres glissantes sont préférées pour l'analyse et la classification des creux de tension. Le signal analytique peut être utilisé pour une estimation plus précise de la durée de ces perturbations.



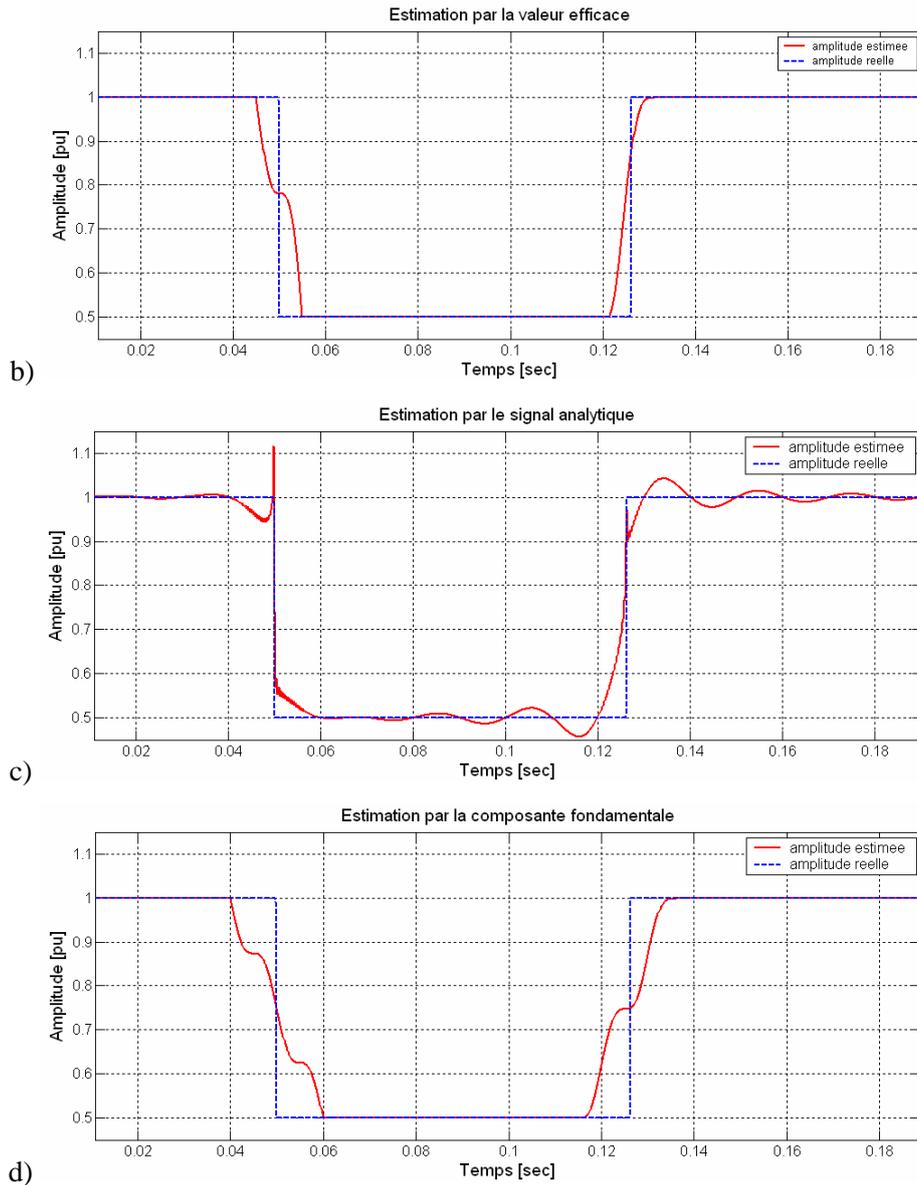


Figure II.1 Creux de tension mesuré (a), amplitude du signal mesuré estimée par la valeur efficace (b), le signal analytique (c) et la composante fondamentale du signal (d)

II.1.2 Segmentation

Afin d'analyser une perturbation, celle-ci doit être détectée et isolée. Le processus de décomposition des signaux mesurés en segments constants ou faiblement variables est appelé « segmentation ». Les problèmes de segmentation sont bien connus dans des domaines comme le traitement du signal et le traitement de l'image, et sont souvent appliqués dans les applications de diagnostic de défauts [Gus-00].

Les méthodes de segmentation peuvent agir dans le domaine temporel, dans le domaine fréquentiel ou bien être basées sur un modèle du signal.

Les méthodes de segmentation dans le domaine temporel utilisent les outils de la décision statistique tels que les tests d'hypothèses séquentiels pour détecter les changements dans les paramètres du signal [Bas-88, Bas-93]. Dans notre application, les algorithmes de segmentation seront appliqués à

l'amplitude du signal mesuré, estimée par une des techniques présentées au paragraphe II.1.1. On choisira ici la composante fondamentale ou la valeur efficace, car ces deux techniques n'introduisent que peu de bruit dans l'amplitude du signal estimée, et diminuent ainsi le risque de fausses détections et d'erreurs de segmentation.

Dans le domaine fréquentiel, les algorithmes de segmentation sont appliqués aux formes d'onde enregistrées [Lau-98]. Le début et la fin de la perturbation sont détectés par l'analyse des modifications dans le spectre du signal. En effet, les perturbations se caractérisent par des sauts dans l'amplitude et la phase des composantes spectrales du signal, et peuvent également être à l'origine de nouvelles composantes spectrales.

Pour ce qui concerne les techniques de segmentation basées sur des modèles, les changements sont détectés par comparaison du signal mesuré avec des modèles du signal pré-établis par l'utilisateur. Leur inconvénient majeur est lié au fait que leurs performances dépendent directement de la validité du modèle utilisé.

Les algorithmes utilisés dans la suite pour détecter et isoler les perturbations considérées agissent dans le domaine temporel, et portent sur l'amplitude du signal estimée par la composante fondamentale.

Afin de détecter un creux de tension, l'algorithme de segmentation choisi est appliqué à chacune des trois tensions, car les phases caractérisées par des chutes de tension ne sont pas connues a priori. Ensuite, les résultats pour chaque phase sont comparés et une décision de segmentation commune pour les trois tensions est prise. Ceci est généralement fait par des algorithmes de comparaison des segments prenant en compte le fait qu'un creux de tension peut affecter une, deux ou trois phases, et que les chutes de tension provoquées par le même événement ne sont pas forcément détectées au même instant sur les trois phases.

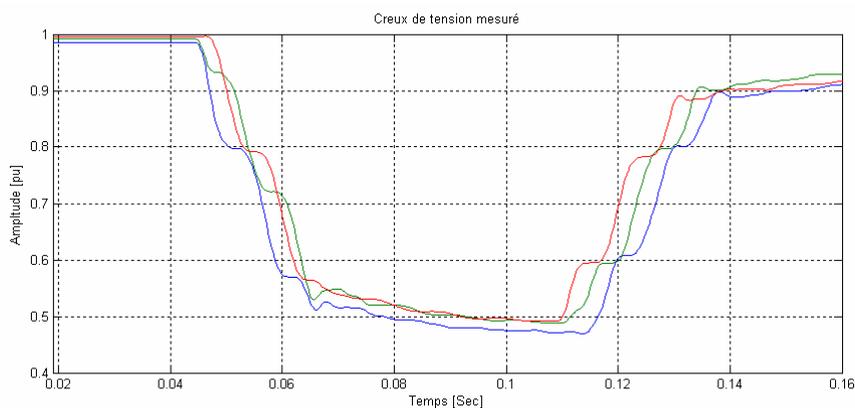


Figure II.2 Tensions efficaces d'un creux de tension triphasé mesuré

Par exemple, le creux de tension représenté à la figure II.2 est provoqué par un défaut triphasé et se caractérise par une chute de tension sur les trois phases. Même si ces chutes ont la même origine, les changements dans les tensions efficaces des trois phases ne sont pas effectués au même moment. Ce phénomène est visible à la fois au début et à la fin du creux. L'algorithme de segmentation appliqué à chacune des phases détecte donc des changements d'amplitude à des instants différents. Par la suite,

ces instants sont comparés et ceux qui sont proches dans le temps sont considérés comme provoqués par le même événement. L'instant de cet événement est alors déterminé par la moyenne des instants correspondants sur les trois phases.

La segmentation de chacune des phases et l'analyse des segments peuvent introduire des erreurs de segmentation surtout dans le cas de creux de tension de courte durée ou à plusieurs niveaux.

II.1.3 Méthodes de classification

La classification représente le processus d'identification du type de creux de tension à partir des formes d'onde enregistrées. Le type de creux de tension est une caractéristique importante, car elle permet l'identification et la localisation du défaut produit.

II.1.3.1 Méthode des 6 tensions

La méthode des 6 tensions [Bol-03] consiste à comparer l'amplitude des trois tensions simples et des trois tensions composées normalisées. La tension, dont l'amplitude est la plus faible indique la phase ou les phases dont la chute de tension est la plus importante.

Pour illustrer la méthode des six tensions, l'exemple d'un creux de tension mesuré est présenté en figure II.3a. Les amplitudes des trois tensions simples et des trois tensions composées sont estimées par la composante fondamentale et sont présentées en « pu » à la figure II.3b. La tension avec la chute de tension la plus importante est V_c , donc le creux de tension mesuré est monophasé avec chute de tension principale sur la phase c .

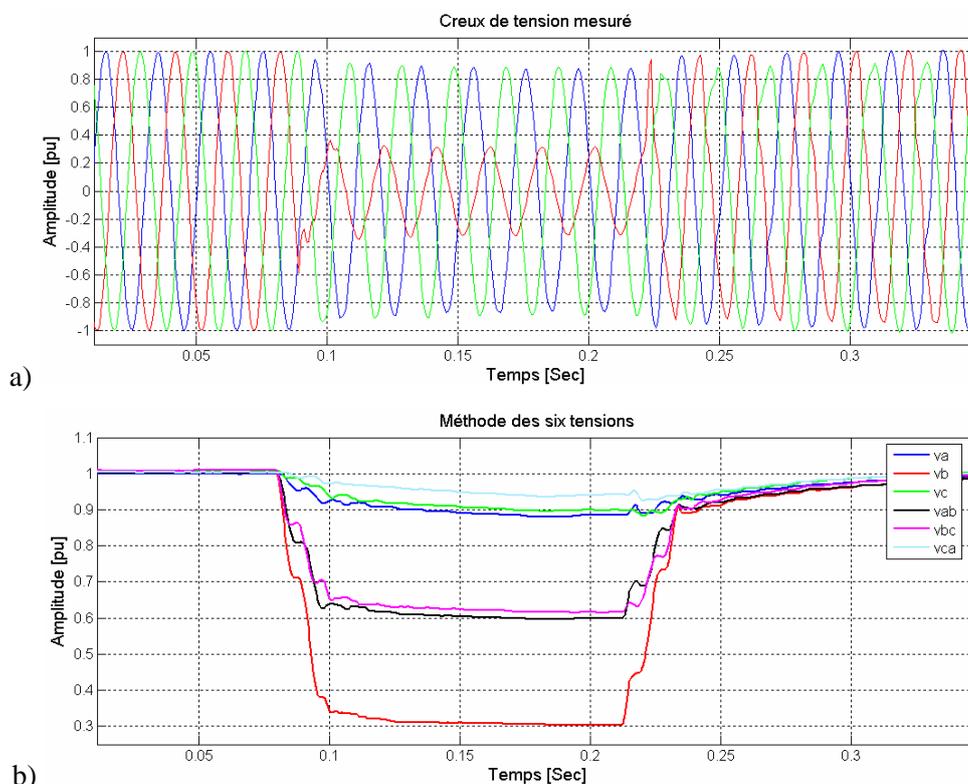


Figure II.3 Creux de tension mesuré (a) identification du type de creux par la méthode des six tensions (b)

La méthode des six tensions permet de différencier les creux de tension monophasés, biphasés et triphasés. Cependant, il faut prévoir des cas particuliers dans l'algorithme afin d'analyser les creux de tension triphasés et les creux de tension biphasés de type E. En effet, les creux de tension de type E se caractérisent par trois tensions minimales : deux tensions simples et une tension composée. Dans le cas des creux de tension triphasés, les six tensions se caractérisent par la même amplitude.

La méthode a été reprise et modifiée durant ce travail de recherche de telle sorte qu'elle puisse classifier correctement les creux de tension triphasés et les creux de tension de type E [Bou-05]. L'algorithme utilisé est présenté en figure II.4. Dans un premier temps, les amplitudes des six tensions sont estimées et les tensions maximale V_{\max} et minimale V_{\min} sont identifiées.

$$V_{\min} = \min\left\{V_a, V_b, V_c, \frac{V_{ab}}{\sqrt{3}}, \frac{V_{bc}}{\sqrt{3}}, \frac{V_{ca}}{\sqrt{3}}\right\} \quad V_{\max} = \max\left\{V_a, V_b, V_c, \frac{V_{ab}}{\sqrt{3}}, \frac{V_{bc}}{\sqrt{3}}, \frac{V_{ca}}{\sqrt{3}}\right\} \quad (\text{II.5})$$

Si l'écart entre la tension maximale et la tension minimale est au dessus d'un certain seuil, le creux de tension est classifié comme non équilibré. Dans ce cas la tension minimale ou le nombre des tensions minimales déterminent le type du creux de tension. Si la différence entre la tension maximale et la tension minimale est au dessous de ce seuil, les signaux mesurés sont équilibrés. L'amplitude de la tension minimale détermine s'il s'agit d'un creux de tension ou si les signaux enregistrés ne se caractérisent pas par une perturbation au niveau de l'amplitude.

La méthode des 6 tensions est simple et efficace. Elle permet de déterminer si un creux de tension est monophasé, biphasé ou triphasé, ainsi que de déterminer la (les) phase(s) en chute. Cependant, elle utilise 6 variables pour la classification des creux de tension et ne permet pas la différenciation des différents types de creux de tension monophasés et biphasés.

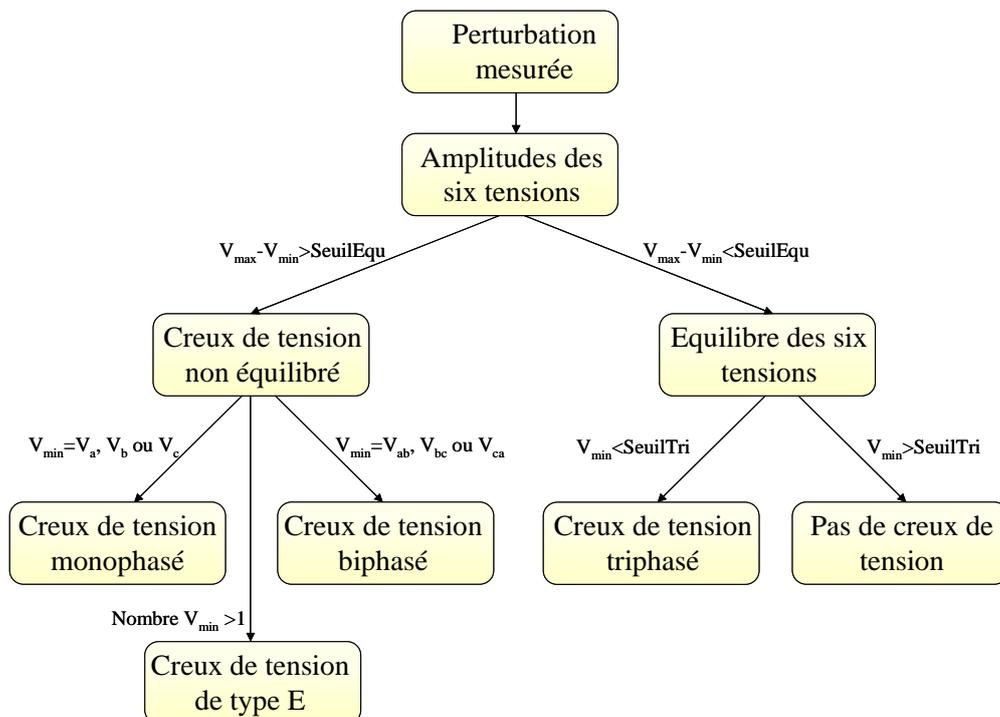


Figure II.4 Algorithme de classification amélioré des creux de tension basé sur la méthode des six tensions

II.1.3.2 Méthode des composantes symétriques

La méthode des composantes symétriques [Zha-98] détermine le type de creux de tension par une étude dans le plan complexe des tensions directe et inverse. L'impédance directe et inverse sont supposées égales. La tension homopolaire est supposée nulle, car l'objectif de cette méthode est de déterminer la propagation et la conséquence des creux de tension sur les charges et non d'identifier un creux de tension à partir des formes d'ondes enregistrées. Or, la composante homopolaire s'annule à travers la majorité des transformateurs et aux bornes des charges qui sont connectées en triangle ou en étoile non relié à la terre.

Puisque cette méthode analyse les creux de tension tels qu'ils sont subits par les charges, elle est développée et valable seulement pour les creux de tension de type A, C et D.

L'algorithme de classification est présenté en figure II.5. Il est constitué des étapes suivantes :

1. Les tensions directe V_d , inverse V_i et homopolaire V_0 sont déterminées par la transformée de Fortescue :

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} \quad (\text{II.6})$$

où V_a , V_b et V_c sont les phaseurs des trois tensions obtenus par la Transformée de Fourier Discrète.

2. Le creux de tension est défini comme équilibré (type A) ou non équilibré (type C ou D) par une comparaison entre la tension directe et la tension inverse. Pour $|V_i| \ll |1 - V_d|$ (en pu), le creux de tension est considéré comme équilibré. Si cette condition n'est pas remplie, le creux de tension est considéré comme non équilibré.

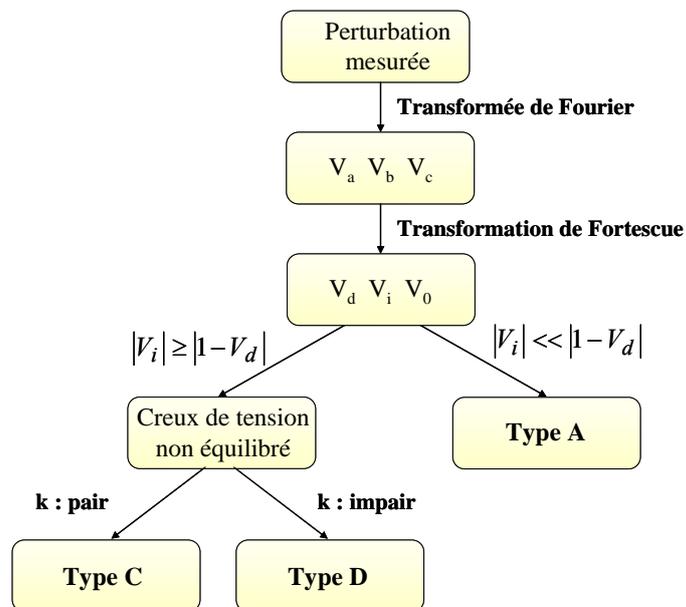


Figure II.5 Algorithme de classification des creux de tension basé sur les composantes symétriques

3. Si le creux de tension est non équilibré, son type est déterminé par la grandeur k ci dessous, qui est une fonction de l'angle entre la tension directe V_d et l'image de la tension inverse $1-V_i$:

$$k = \text{round}\left(\frac{\text{angle}(V_d, 1-V_i)}{60^\circ}\right) \quad (\text{II.7})$$

où l'arrondi « round » représente la valeur entière la plus proche

A partir de la valeur de k , le type de creux de tension est déterminé comme montré au Tableau II.1, et les phases en chute sont indiquées en indice.

TABLEAU II.1 TYPE DE CREUX DE TENSION EN FONCTION DE L'INDICE k

k	0	1	2	3	4	5
Type de creux	C _{bc}	D _b	C _{ab}	D _c	C _{ac}	D _a

Une fois que le type de creux de tension est déterminé, le tension inverse V_i subit une rotation :

$$V_i' = V_i e^{jk\frac{\pi}{3}}$$

Deux variables permettant de caractériser les creux de tensions sont alors calculées :

$$\begin{aligned} V_{ch} &= V_d - V_i' \\ F &= V_d + V_i' \end{aligned} \quad (\text{II.8})$$

La grandeur V_{ch} , appelée tension caractéristique, est liée à la profondeur des creux de tension. La grandeur F , appelée facteur PN dépend du nombre et de la puissance des moteurs connectés au réseau et indique le déséquilibre entre l'impédance directe et inverse. Cette grandeur permet de déterminer si l'identification des creux de tension par la tension caractéristique est fiable ou non. Lorsque le facteur PN est proche d'unité, l'hypothèse d'égalité entre l'impédance directe et l'impédance inverse est remplie et les creux de tension peuvent être correctement analysés par la tension caractéristique. Lorsque le facteur PN est inférieur à unité (présence importante des moteurs asynchrones et inégalité entre les impédances directe et inverse), l'analyse des creux de tension par la tension caractéristique n'est plus fiable.

L'avantage principal de la méthode des composantes symétriques est l'utilisation d'une seule grandeur complexe (la tension caractéristique) pour la classification des creux de tension. Cependant, cette méthode est basée sur des suppositions qui ne sont pas toujours remplies (égalité entre les impédances directe et inverse et composante homopolaire nulle). De plus, cette méthode ne permet pas une classification exhaustive des creux de tension.

II.1.4 Caractérisation

Dans ce paragraphe sont présentés des indices et des méthodes utilisés pour déterminer la sévérité des creux de tension et leur impact sur les équipements électriques.

L'impact des creux de tension sur les différents appareils dépend principalement de leur amplitude et de leur durée. Les creux de tension peuvent donc être représentés par un point dans un repère contenant en abscisse la durée du creux de tension et en ordonnée l'amplitude du signal. Dans ce même repère, des courbes de sensibilité sont définies délimitant les zones de tolérance des appareils aux creux de tension. Les conséquences des creux de tension sont évaluées par leur position par rapport aux courbes de référence.

La figure II.6 présente trois creux de tensions dans le diagramme amplitude/durée notés par des indices de 1 à 3 et deux courbes de sensibilité : la courbe ITIC, qui est une courbe de référence pour la sensibilité à la microélectronique et une deuxième courbe de sensibilité d'un type de moteur. A l'aide de cette figure, on peut remarquer que :

- les appareils à base de microélectronique sont sensibles aux creux 1 et 2
- les moteurs sont sensibles uniquement au creux 1
- le creux de tension 3 n'a pas de conséquences importantes sur le fonctionnement des équipements électriques précédents

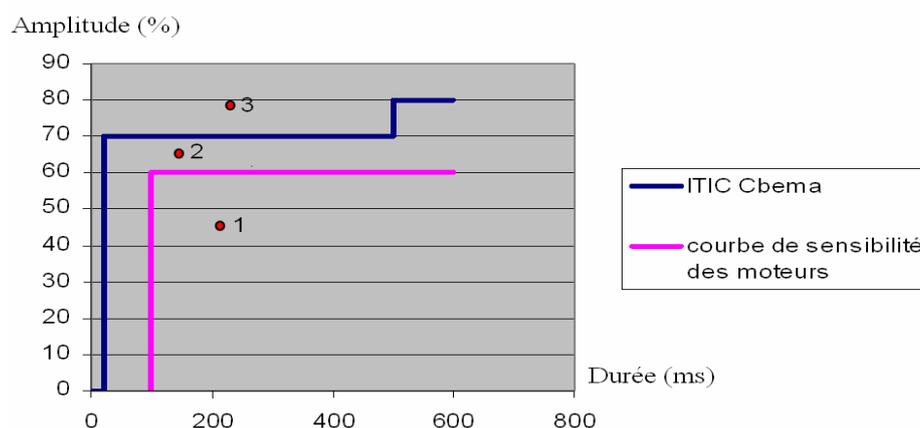


Figure II.6 Courbes de sensibilité et creux de tensions représentés dans le diagramme amplitude/durée

Comme dit plus haut, les creux de tension nécessitent deux grandeurs pour être caractérisés : l'amplitude et la durée. Différents indices permettant de caractériser les creux de tension par une seule grandeur ont été définis, parmi lesquels on distingue :

- la perte de tension

La perte de tension est définie comme l'intégrale de la tension dans l'intervalle du creux de tension :

$$L_V = \int (1 - V(t)) dt, \quad (\text{II.9})$$

où $V(t)$ est l'amplitude du signal en fonction du temps donnée en pu.

- la perte d'énergie

La perte de l'énergie est définie comme l'intégrale de l'énergie dans l'intervalle du creux de tension :

$$L_E = \int (1 - V(t))^2 dt \quad (\text{II.10})$$

Les indices « perte de tension » et « perte d'énergie » sont définis pour les systèmes monophasés. Dans le cas triphasé, ces indices sont calculés pour chacune des phases.

Pour caractériser l'impact des creux de tension triphasés, d'autres indices ont également été introduits, dont :

- le score du creux ou « sag score » [Det-99] :

$$V = 1 - \frac{V_a + V_b + V_c}{3}, \quad (\text{II.11})$$

où V_a , V_b et V_c sont les tensions efficaces données en pu.

Cet indice présente l'avantage d'être simple et facile à calculer. Cependant, il ne prend pas en compte la durée du creux de tension qui est un paramètre important pour l'évaluation de l'impact des creux de tension.

Un deuxième indice équivalent à la perte de l'énergie est introduit par [Tha-00]. Dans le cas triphasé, il est défini par :

$$W = \sum_{i=1}^3 (1 - V_i)^{3.14} T_i, \quad (\text{II.12})$$

où W représente la perte de l'énergie due au creux de tension ;

V_i et T_i sont respectivement l'amplitude et la durée de la chute de tension sur la phase i .

II.2 Harmoniques

II.2.1 Outils d'analyse

II.2.1.1 Série de Fourier

Par définition, une fonction $f(t)$ est dite périodique si elle vérifie la relation $f(t) = f(t + T_0)$, où T_0 est sa période fondamentale.

Un signal $x(t)$ périodique de période fondamentale T_0 peut, sous les conditions de Dirichlet ($x(t)$ borné, continu par morceaux, monotone par morceaux), se décomposer en une série convergente de la forme :

$$x(t) = a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} [a_k \cos(k\omega_0 t) - b_k \sin(k\omega_0 t)], \quad (\text{II.13})$$

où $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ est la pulsation fondamentale du signal. On définit également la fréquence fondamentale

du signal par $f_0 = \frac{1}{T_0}$.

Ce signal peut de la même manière être représenté par une série de signaux exponentiels complexes :

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_k = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \langle x \rangle_k e^{jk\omega_0 t}, \quad (\text{II.14})$$

où $x_k = \langle x \rangle_k e^{jk\omega_0 t}$ est l'harmonique de rang k , de fréquence kf_0 et d'amplitude complexe $\langle x \rangle_k = |x_k| e^{j\angle x_k}$ obtenue par l'équation :

$$\langle x \rangle_k = \frac{1}{T_0} \int_{(T_0)} x(t) e^{-jk\omega_0 t} dt \quad (\text{II.15})$$

Dans le cas de signaux à valeurs réelles, les coefficients x_k vérifient la propriété $x_{-k} = \bar{x}_k$, où \bar{x}_k est le complexe conjugué de x_k . Ceci montre que pour de tels signaux, les harmoniques de fréquence positive ($k > 0$) contiennent la même information que ceux de fréquence négative ($k < 0$) et suffisent pour définir entièrement le signal analysé. Cette propriété n'est plus vraie pour les signaux à valeurs complexes.

II.2.1.2 Transformée de Fourier

L'outil série de Fourier se rapporte aux signaux purement périodiques. Les signaux non périodiques peuvent aussi, sous certaines conditions, se décomposer en une somme d'exponentielles complexes :

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad \text{où} \quad X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \quad (\text{II.16})$$

Les conditions suffisantes d'existence de la transformée de Fourier sont également appelées « conditions de Dirichlet » et s'énoncent de la manière suivante :

- le signal est de module intégrable $\left(\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)| dt < \infty \right)$,
- $x(t)$ possède un nombre fini de discontinuités sur tout intervalle fini,
- $x(t)$ possède un nombre fini de maxima et de minima sur tout intervalle fini.

II.2.2 Caractérisation

Différents critères sont définis pour caractériser les perturbations harmoniques. Le taux de distorsion harmonique (THD) est le plus employé pour quantifier le contenu harmonique d'un signal périodique :

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{\infty} V_k^2}}{V_{eff}}, \quad (\text{II.17})$$

où V_{eff} est la valeur efficace du signal analysé, et V_k est son harmonique de rang k .

II.2.3 Modélisation harmonique des structures d'électronique de puissance

Les structures d'électronique de puissance peuvent être considérées comme la source principale des harmoniques au sein d'un réseau électrique, du fait de leur large utilisation, et de la variété et la multitude des harmoniques qu'ils génèrent. Les convertisseurs statiques sont difficiles à modéliser et à

analyser car d'une part les harmoniques générés dépendent de leur structure, et d'autre part ils se propagent au travers en modifiant leur rang et en générant ainsi des nouvelles composantes harmoniques.

Ce paragraphe présente un état de l'art des modèles harmoniques des structures d'électronique de puissance.

II.2.3.1 Domaines d'analyse

L'étude harmonique peut être effectuée dans le domaine temporel ou dans le domaine fréquentiel.

Dans le domaine temporel, le système est décrit par des équations différentielles. Après la résolution de ces équations en fonction du temps, le contenu harmonique des grandeurs du système est obtenu en appliquant la transformée de Fourier.

Une approche temporelle a pour avantage de ne pas nécessiter l'échantillonnage d'une période complète. Ses inconvénients principaux sont:

- le temps de simulation élevé,
- la difficulté de modéliser des composants, dont les paramètres dépendent de la fréquence.

Dans le domaine fréquentiel, les grandeurs du convertisseur sont présentées par des vecteurs d'harmoniques sous forme d'exponentielles complexes. Plusieurs modèles des convertisseurs dans le domaine fréquentiel sont envisageables, et la plupart d'entre eux sont présentés dans le paragraphe suivant.

I.2.3.2 Modèles des structures d'EP dans le domaine fréquentiel

Les modèles harmoniques peuvent être déterminés soit de manière itérative, soit de manière directe.

Les modèles non itératifs [Smi-98] sont statiques et ne sont valables que pour un point de fonctionnement donné du convertisseur.

Les modèles itératifs se caractérisent par une plus grande précision, mais ils se heurtent souvent à la difficulté d'estimer la valeur initiale des grandeurs inconnues. De plus, ils ne donnent pas de garantie de convergence. L'établissement d'un modèle itératif fait appel aux étapes suivantes :

- donner des valeurs initiales aux grandeurs inconnues
- résoudre le système
- déterminer les nouvelles valeurs des grandeurs inconnues, utilisées dans les itérations suivantes

Selon la manière dont on détermine les nouvelles valeurs des grandeurs inconnues à chaque itération, on peut distinguer les méthodes de Gauss-Siedel et Newton-Raphson, cette dernière étant plus souvent utilisée de part sa stabilité et sa convergence quadratique.

Modèle « générateur de courant »

Le convertisseur est traité comme générateur des courants harmoniques de fréquences différentes, représentés par leur amplitude et leur phase. [TFH-01]

L'avantage principal apporté par ce modèle est que la solution du système peut être obtenue de manière directe (non itérative). L'inconvénient majeur est qu'il ne prend pas en considération l'interaction entre le réseau et le convertisseur, car le convertisseur est modélisé par son spectre typique.

Modèle « équivalent de Norton »

La prise en compte d'harmoniques de tension préexistants au point de raccordement avec le réseau amont est également possible en utilisant le modèle « équivalent de Norton ». Le modèle est en général déterminé d'une manière itérative. La relation entre la tension V et le courant d'entrée I du convertisseur est donnée par :

$$I = Y_j V + I_N, \quad \text{avec} \quad I_N = I_0 - Y_j V_0, \quad \text{où} \quad (\text{II.18})$$

I_N est appelé l'équivalent de Norton,

Y_j est la matrice d'admittance de Norton

I_0 et V_0 sont le courant et la tension du convertisseur pour son point de fonctionnement initial.

Modèle « fonction de transfert »

Le lien entre les grandeurs d'entrée et de sortie du convertisseur est donné par deux fonctions de transfert : l'une reliant l'entrée à la sortie et l'autre la sortie à l'entrée [Can-01]. Ainsi pour un redresseur triphasé on obtient :

$$V_{dc} = \sum_{\varphi} G_{\varphi,dc} V_{\varphi}, \quad \varphi = a, b, c \quad (\text{II.19})$$

$$i_{\varphi} = G_{\varphi,ac} i_{dc}, \quad \varphi = a, b, c \quad (\text{II.20})$$

Ce modèle peut être présenté également sous forme matricielle. Le transfert harmonique à travers le convertisseur est linéarisé par l'utilisation d'une matrice paramétrée, laquelle décrit les relations entre les harmoniques de rangs différents des deux côtés du convertisseur. L'équation matricielle s'écrit alors :

$$\begin{bmatrix} I_{ac} \\ V_{dc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ac} \\ I_{dc} \end{bmatrix} \quad (\text{II.21})$$

Modèle de convolution

Pour chaque état des interrupteurs, le convertisseur est considéré comme un circuit linéaire passif et les grandeurs du système sont déterminées [Arr-97]. Si on note par :

H : le nombre d'harmoniques traités

P : le nombre d'états du convertisseur

Φ_p : variable égale à 1 pendant la durée de l'état p et à 0 pendant le reste de la période

$V_{k,p}$: la grandeur calculée dans l'état p ,

la valeur finale de la grandeur analysée V sera donnée par :

$$V = \sum_{h=1}^H \sum_{p=1}^P V_{h,p} \otimes \Phi_p, \quad (\text{II.22})$$

\otimes étant l'opérateur de convolution.

Bilan

Les modèles employés dans le domaine temporel évitent les approximations admises dans le domaine fréquentiel, mais sont difficilement applicables pour l'étude du transfert harmonique.

Les modèles les plus utilisés dans le domaine fréquentiel sont le « générateur de courant » et « l'équivalent de Norton », car ils sont simples et permettent de modéliser des systèmes contenant plusieurs structures d'électronique de puissance. Cependant ils ne peuvent pas aboutir à la modélisation des interactions harmoniques.

Ceci est d'ailleurs possible avec le modèle « fonction de transfert » et le modèle de convolution. Ces deux modèles se caractérisent par une meilleure précision et permettent d'effectuer une étude détaillée des interactions harmoniques et de donner une expression analytique pour chaque harmonique. Cependant, ils présentent des difficultés lors de la modélisation de structures plus complexes. Pour cette raison leur application se restreint dans la plupart des cas à l'étude d'un seul convertisseur.

II.3 Variations de tension et de fréquence

II.3.1 Outils d'analyse

La fréquence et l'amplitude des signaux électriques évoluent avec le temps, ce qui fait de ces grandeurs des signaux non-stationnaires. Pour analyser ces variations, les outils temps-fréquence classiques [Coh-89, Fla-93] comme le spectrogramme, ou la transformée de Wigner-Ville peuvent donc être utilisés. Ces outils permettent une localisation et une visualisation à la fois temporelle et fréquentielle du signal. Le temps est généralement représenté sur l'axe des abscisses et la fréquence sur l'axe des ordonnées, alors que la puissance du signal est présentée en couleur ou en niveaux de gris dans ce graphique à deux dimensions.

II.3.2 Représentation statistique

Les variations des grandeurs électriques sont le plus souvent aléatoires et de ce fait, elles peuvent être considérées et analysées comme des variables aléatoires. Comme nous allons le voir, plusieurs grandeurs mathématiques ont été définies afin d'étudier et caractériser les variables aléatoires.

II.3.2.1 Fonction de répartition, densité de probabilité et histogramme

Une grandeur permettant de caractériser totalement une variable aléatoire X est sa fonction de répartition F_X , définie comme la probabilité que X prenne une valeur inférieure ou égale à une valeur réelle x :

$$F_X(x) = \text{Prob}(X \leq x) \quad (\text{II.23})$$

De cette fonction de répartition découle directement la définition de la densité de probabilité p_X de la variable aléatoire X :

$$p_X(x) = \text{Pr ob}(x < X < x + dx) = \frac{dF_X(x)}{dx} \quad (\text{II.24})$$

De plus, on montre que p_X est à valeurs positives ou nulles sur P et vérifie la relation $\int p_X(x)dx = 1$.

Les deux grandeurs précédentes contiennent toute l'information disponible sur la variable aléatoire X , et permettent de la caractériser parfaitement. Il est donc très intéressant de chercher à les estimer simplement. Un moyen simple d'estimer la densité de probabilité p_X d'une variable aléatoire est de mesurer son histogramme et de le normaliser pour que son intégrale soit égale à 1. Un estimateur de la fonction de répartition F_X en découle alors directement, en calculant les sommes cumulées (ou l'intégrale numérique) de cet histogramme normalisé.

On est donc sûr de caractériser complètement une variable aléatoire en utilisant son histogramme, mais il est alors nécessaire de stocker les données numériques sous forme vectorielle.

II.3.2.2 Moments statistiques : espérance, variance et écart type

On préfère parfois utiliser des grandeurs scalaires permettant d'isoler certaines caractéristiques bien particulières des variables aléatoires : les moments statistiques. Le moment statistique d'ordre n d'une variable aléatoire X est défini par :

$$E(X^n) = \int x^n p_X(x)dx \quad (\text{II.25})$$

Il faut noter que cette intégrale devient une somme discrète dans le cas d'une variable aléatoire discrète.

Les moments les plus utilisés sont ceux d'ordre 1 et 2, surtout dans le cas gaussien où les moments d'ordre supérieur à 2 n'apportent aucune information supplémentaire.

La valeur moyenne de la variable aléatoire analysée est caractérisée par son moment d'ordre 1, obtenu en prenant $n=1$ dans l'équation (II.25).

Afin de caractériser ses fluctuations ou sa dispersion autour de sa valeur moyenne, on utilise un moment d'ordre 2 particulier, la variance. Celle-ci est la valeur moyenne des carrés des écarts à la moyenne, où le moment d'ordre 2 auquel on a enlevé la contribution de la moyenne :

$$\text{Var}(X) = E[(X - E(X))^2] = E(X^2) - E^2(X) \quad (\text{II.26})$$

Enfin, afin de disposer d'une grandeur caractérisant les fluctuations, et homogène à une amplitude, on définit l'écart-type, qui est la racine de la variance :

$$\sigma_X = \sqrt{\text{Var}(X)} \quad (\text{II.27})$$

Les estimateurs des grandeurs précédentes, appelés moyenne et variance empirique, sont donnés par les équations suivantes dans le cas de N réalisations x_i ($i=1, \dots, n$) d'une variable aléatoire X [Sap-90]:

$$\text{Moyenne empirique : } \mu_X = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (\text{II.28})$$

$$\text{Variance empirique : } \sigma_X^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu_X)^2 \quad (\text{II.29})$$

Ces différentes grandeurs scalaires permettent donc également de caractériser la variable aléatoire étudiée, mais d'une manière moins complète que les grandeurs vectorielles définies au paragraphe II.3.2.1.

II.4 Déséquilibre

Le déséquilibre d'un système triphasé est quantifié par le facteur de déséquilibre, dont la définition dépend du type de mesures. Pour des mesures entre phase et neutre ou phase et terre, le facteur de déséquilibre est défini par :

$$V_u = \left| \frac{V_a + a^2 V_b + a V_c}{V_a + a V_b + a^2 V_c} \right| \times 100\% , \quad (\text{II.30})$$

où V_a , V_b , et V_c sont les fondamentaux sous forme complexe ou phaseurs des trois grandeurs simples [Pil-01]. Ils sont estimés par transformée de Fourier discrète appliquée aux trois formes d'onde enregistrées.

On remarque qu'en fonction des composantes symétriques définies par l'équation (II.6), le facteur de déséquilibre V_u peut également s'interpréter comme le rapport entre la composante inverse et la composante directe du système triphasé :

$$V_u = \left| \frac{V_i}{V_d} \right| \times 100\% . \quad (\text{II.31})$$

En cas de mesures entre phases, le facteur de déséquilibre prend alors la forme :

$$V_u = \left| \frac{V_{ab} - a V_{bc}}{V_{ab} - a^2 V_{bc}} \right| \times 100\% , \quad (\text{II.32})$$

où V_{ab} et V_{bc} sont les fondamentaux sous forme complexe ou phaseurs des grandeurs composées correspondantes.

II.5 Conclusion

Les méthodes d'analyse existantes des principales perturbations électriques ont été présentées dans ce chapitre. Les chapitres suivants sont dédiés à de nouvelles méthodes plus performantes pour l'analyse de ces perturbations.

**Chapitre III : Méthode basée sur la
transformation du vecteur d'espace.
Analyse des creux de tension et d'autres
types de perturbations**

Une nouvelle méthode pour l'analyse des problèmes de qualité de l'énergie électrique est présentée dans ce chapitre. Elle est basée sur la transformation du vecteur d'espace, qui décrit un système triphasé par une grandeur complexe, le vecteur d'espace, et une grandeur réelle, la composante homopolaire. Dans le cas d'un système triphasé non perturbé, la composante homopolaire est nulle et la trajectoire du vecteur d'espace prend la forme d'un cercle dans le plan complexe. Toute perturbation de la forme d'onde des grandeurs triphasées induit des modifications de la forme de cette trajectoire, et/ou de la composante homopolaire. Ces modifications sont utilisées afin de détecter, identifier, classifier et caractériser les perturbations mesurées.

Ce chapitre est organisé de la manière suivante : tout d'abord, la transformation du vecteur d'espace est définie et son lien avec les transformations des composantes symétriques est présenté. Les caractéristiques du vecteur d'espace et de la composante homopolaire en cas de creux de tension sont décrites puis appliquées pour l'analyse automatique des creux de tension. Enfin, leur application pour l'analyse d'autres types de perturbations est envisagée.

III.1. Transformation du vecteur d'espace

III.1.1 Historique

Traditionnellement, l'analyse des systèmes triphasés est effectuée grâce aux composantes symétriques car elles permettent d'extraire facilement les informations caractéristiques d'un tel système.

La transformation du vecteur d'espace est dérivée de celle des composantes symétriques. Ce paragraphe présente un bref historique sur les transformations des composantes symétriques, et leur lien avec le vecteur d'espace.

Les composantes symétriques ont été introduites en 1918 par Fortescue [Fer-04]. La transformation de Fortescue, applicable aux phaseurs des fonctions sinusoïdales, permet l'analyse des systèmes triphasés asymétriques sous conditions sinusoïdales. Plus tard, Lyon reprend la transformation de Fortescue et l'applique à des grandeurs dépendant du temps quelles que soient les conditions, sinusoïdales ou non [Lyo-37]. Cette transformée générale et instantanée est donnée par :

$$\begin{pmatrix} x_d(t) \\ x_i(t) \\ x_0(t) \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{pmatrix}, \quad (\text{III.1})$$

où $a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$, j étant la racine carrée de -1. Le coefficient de normalisation $\frac{1}{3}$ est choisi de manière à conserver les amplitudes entre les systèmes triphasés avant et après transformation.

Par analogie avec la transformation de Fortescue, $x_d(t)$, $x_i(t)$ et $x_0(t)$ sont appelées respectivement composante directe, inverse et homopolaire de la transformation de Lyon.

Si les grandeurs d'origine $x_a(t)$, $x_b(t)$ et $x_c(t)$ sont à valeurs réelles, $x_d(t)$ et $x_i(t)$ sont complexes conjuguées l'une de l'autre. Ces grandeurs portent alors la même information et sont redondantes. Dans ce cas, les deux composantes $x_d(t)$ et $x_0(t)$ permettent de décrire complètement le système triphasé original. En effet, pour décrire complètement les trois grandeurs scalaires réelles du système triphasé d'origine, seules une grandeur scalaire complexe et une grandeur scalaire réelle suffisent. Par la suite, la transformation de Lyon a été modifiée par Clarke afin d'éviter la redondance précédente apparaissant dans le cas de grandeurs triphasées à valeurs réelles [Cla-58] :

$$\begin{pmatrix} x_\alpha(t) \\ x_\beta(t) \\ x_0(t) \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{pmatrix} \quad (\text{III.2})$$

La matrice de transformation ainsi obtenue est cette fois-ci à valeurs réelles. Les deux premières composantes après transformation peuvent être combinées pour former un nombre complexe dépendant du temps appelé « vecteur d'espace » ou « vecteur de Clarke » [All-02, Paa-02] :

$$\bar{x}(t) = x_\alpha(t) + jx_\beta(t) \quad (\text{III.3})$$

La troisième composante de la transformation représente, quant à elle, la composante homopolaire. En combinant (III.2) et (III.3), la transformation du vecteur d'espace peut également être représentée sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \bar{x}(t) \\ x_0(t) \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} \quad (\text{III.4})$$

En comparant (III.4) avec (III.1), on remarque que la transformation du vecteur d'espace calcule les mêmes composantes que la transformée de Lyon, mis à part la composante inverse $x_i(t)$. Ceci montre que cette transformation est particulièrement adaptée à l'analyse des grandeurs triphasées à valeurs réelles puisque dans ce cas, $x_i(t)$ n'apporte pas d'information supplémentaire. Au contraire, si l'on cherche à analyser des grandeurs triphasées à valeurs complexes (telles des phaseurs par exemple), il est alors nécessaire d'employer la transformation de Lyon. Dans la suite de ce document, les grandeurs des systèmes triphasés d'origine seront par défaut supposées à valeurs réelles.

La transformation inverse du vecteur d'espace est définie par :

$$\begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ a^2 & \frac{1}{2} \\ a & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{x}(t) \\ x_0(t) \end{bmatrix} \quad (\text{III.5})$$

On remarque dans cette expression que pour pouvoir reconstruire les grandeurs triphasées d'origine, le vecteur d'espace et la composante homopolaire sont tous deux nécessaires. Le vecteur d'espace ne décrit donc complètement le système triphasé d'origine que si sa composante homopolaire est nulle.

Cette dernière ne peut donc pas être négligée pour l'analyse des problèmes de la qualité de l'énergie électrique puisque les perturbations électriques se traduisent souvent par des modifications de la composante homopolaire.

III.1.2 Lien entre transformations triphasées

Dans ce paragraphe, les liens existants entre les différentes transformations triphasées considérées au paragraphe précédent sont présentés de manière analytique.

L'équation (III.3) montre que la relation entre la transformation du vecteur d'espace et les composantes issues de celle de Clarke est linéaire et peut s'exprimer sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \bar{x}(t) \\ x_0(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & j & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_\alpha(t) \\ x_\beta(t) \\ x_0(t) \end{bmatrix}. \quad (\text{III.6})$$

L'équation (III.4) permet également d'exprimer les composantes issues de la transformation du vecteur d'espace et de celle de Lyon sous forme matricielle et donc linéaire :

$$\begin{bmatrix} \bar{x}(t) \\ x_0(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d(t) \\ x_i(t) \\ x_0(t) \end{bmatrix}. \quad (\text{III.7})$$

En revanche, la relation entre la transformation de Fortescue et du vecteur d'espace n'est pas si simple et ne peut être représentée sous forme matricielle. En effet, la transformation de Fortescue est applicable uniquement aux phaseurs de grandeurs triphasées en régime sinusoïdal. La transformation du vecteur d'espace, quant à elle, est applicable aux grandeurs triphasées instantanées et ce, quelle que soit leur forme. Toutefois, les relations suivantes peuvent être établies pour un système triphasé en régime sinusoïdal :

$$\begin{cases} \bar{x}(t) = x_{dF}(t) + \bar{x}_{iF}(t) \\ x_0(t) = \frac{x_{0F}(t) + \bar{x}_{0F}(t)}{2} \end{cases}, \quad (\text{III.8})$$

où $x_{dF}(t)$, $x_{iF}(t)$ et $x_{0F}(t)$ sont les composantes directe, inverse et homopolaire instantanées de la transformation de Fortescue (voir Annexe A).

III.1.3 Représentation et caractéristiques du vecteur d'espace dans le plan complexe

III.1.3.1 Perturbations au niveau du fondamental

En considérant uniquement le fondamental de pulsation ω_0 , les grandeurs d'un système triphasé sont supposées être de forme sinusoïdale et de pulsation ω_0 . On peut alors représenter chacune de ces grandeurs par la somme de deux phaseurs multipliés par des exponentielles complexes de pulsation $\pm \omega_0$ en appliquant la formule d'Euler. Par exemple, on obtient pour la phase a :

$$x_a(t) = X_a \cos(\omega_0 t + \varphi_a) = \left(\frac{X_a}{2} e^{j\varphi_a} \right) e^{j\omega_0 t} + \left(\frac{X_a}{2} e^{-j\varphi_a} \right) e^{-j\omega_0 t} \quad (\text{III.9})$$

Représentées dans le plan complexe, chacune de ces exponentielles complexes parcourt un cercle à la vitesse angulaire $\pm \omega_0$. Les exponentielles complexes de fréquence positive (respectivement négative) tournent dans le sens trigonométrique (respectivement trigonométrique inverse). Dans la suite de ce document, de telles exponentielles seront dénommées « vecteur tournant ».

Le vecteur d'espace étant une fonction linéaire des trois grandeurs de phase, il peut également s'exprimer comme la somme d'un vecteur tournant dans le sens trigonométrique et d'un autre, tournant dans le sens inverse :

$$\vec{x}(t) = \underbrace{x_p(t) e^{j\omega_0 t}}_{\substack{\text{vecteur tournant dans le} \\ \text{sens trigonométrique}}} + \underbrace{x_n(t) e^{-j\omega_0 t}}_{\substack{\text{vecteur tournant} \\ \text{dans le sens inverse}},} \quad (\text{III.10})$$

où $x_p = |x_p| e^{j\varphi_p}$ et $x_n = |x_n| e^{j\varphi_n}$ sont des phaseurs complexes.

Dans le cas général où les deux phaseurs ont des amplitudes et des phases différentes, le vecteur d'espace prend la forme d'une ellipse dans le plan complexe (figure III.1).

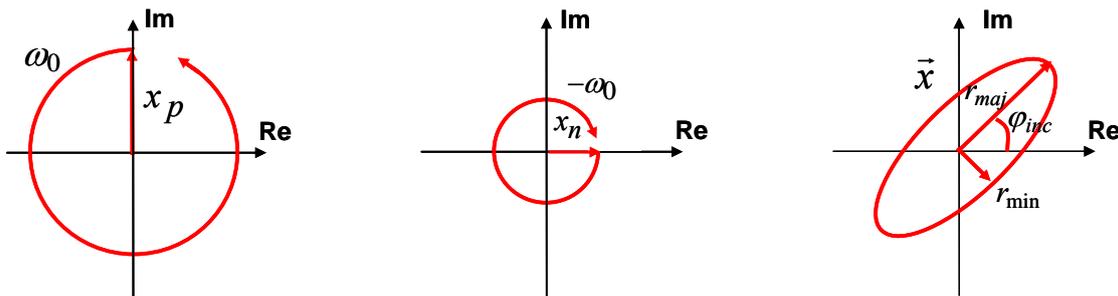


Figure III.1 Représentation du vecteur d'espace dans le plan complexe par la somme de deux vecteurs tournants de fréquence angulaire opposée, d'amplitudes et de phases différentes

On montre à partir de l'équation (III.10), que le grand rayon et le petit rayon de l'ellipse dépendent directement des amplitudes des deux phaseurs, alors que l'angle d'inclinaison de l'ellipse est fonction de leurs phases [Bac-04] :

$$r_{maj} = |x_p| + |x_n| \quad r_{min} = \left| |x_p| - |x_n| \right| \quad \varphi_{inc} = \frac{1}{2}(\varphi_p + \varphi_n). \quad (\text{III.11})$$

Dans le cas particulier où l'amplitude d'un des vecteurs tournants est égale à 0, le vecteur d'espace parcourt un cercle dans le plan complexe. Si par contre, les amplitudes des deux vecteurs tournants sont égales, le vecteur d'espace parcourt alors un segment de droite centré sur l'origine.

Pour caractériser la forme du vecteur d'espace dans le plan complexe, on introduit un facteur de forme SI (Shape Index). Sa valeur est déterminée par le rapport entre le petit rayon et le grand rayon de l'ellipse :

$$SI = \frac{r_{min}}{r_{maj}} = \frac{\left| |x_p| - |x_n| \right|}{|x_p| + |x_n|}. \quad (\text{III.12})$$

La valeur du facteur de forme peut être vu comme le coefficient de corrélation de la forme suivie par le vecteur d'espace et un cercle :

$SI = 1$: cercle

$0 < SI < 1$: ellipse

$SI = 0$: ligne droite

III.1.3.2 Perturbations harmoniques

Dans le cas de perturbations harmoniques, le vecteur d'espace peut être exprimé sous la forme d'une somme infinie de vecteurs tournant à la fréquence fondamentale $\pm \omega_0$ et à ses multiples $\pm k\omega_0$:

$$\vec{x}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} [x_{p_k}(t)e^{jk\omega_0 t} + x_{n_k}(t)e^{-jk\omega_0 t}], \quad (\text{III.13})$$

où k est le rang des harmoniques présents dans les grandeurs triphasées.

Par conséquent, la forme du vecteur d'espace dans le plan complexe se caractérise par des déformations caractéristiques [Kre-90] comme montré à la figure III.2.

La composante homopolaire est également modifiée et peut être représentée sous la forme classique d'une série de Fourier.

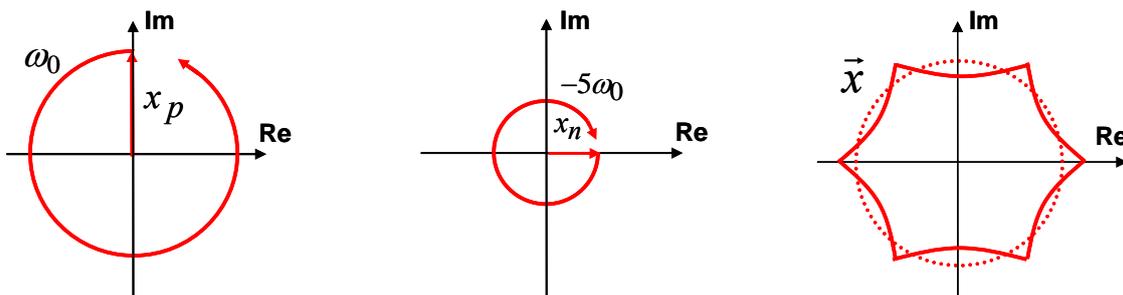


Figure III.2 Représentation du vecteur d'espace par la somme de deux vecteurs tournants à des vitesses angulaires différentes, exemple de la somme du fondamental et de l'harmonique de rang 5

III.1.4 La transformation du vecteur d'espace pour l'analyse des perturbations électriques

La représentation des systèmes triphasés par la transformation du vecteur d'espace permet l'identification et la description illustrative de tous les types de perturbations. En effet, dans le cas d'un système triphasé équilibré et non perturbé, le vecteur d'espace est constitué d'un seul vecteur tournant dans le sens trigonométrique. Il parcourt donc un cercle dans le plan complexe dont le rayon est égal à la valeur nominale des grandeurs triphasées d'origine. De plus, la composante homopolaire est dans ce cas nulle.

Toute perturbation de la forme d'onde des trois grandeurs triphasées d'origine mène à des modifications de la forme du vecteur d'espace et/ou de la composante homopolaire. Ainsi, dans le cas d'un creux de tension triphasé et équilibré, le vecteur d'espace prend la forme d'un cercle, mais de rayon inférieur à la tension nominale. Pour un creux non équilibré (monophasé ou biphasé), le vecteur

d'espace parcourt une ellipse dans le plan complexe (voir figure III.1). Les paramètres de l'ellipse et les modifications induites dans la composante homopolaire permettent de déterminer le type exact du creux de tension. Dans le cas particulier d'un creux de tension avec des surtensions, le parcours du vecteur d'espace n'est pas modifié dans le plan complexe. Néanmoins, l'amplitude et la phase de la composante homopolaire sont modifiées et permettent de déterminer le type du défaut.

Le vecteur d'espace et la composante homopolaire peuvent également être appliqués pour l'analyse d'autres types de perturbations au niveau du fondamental, tels que les surtensions, les surintensités et les déséquilibres [Ign-06-1]. En effet, ces perturbations affectent également l'amplitude des grandeurs triphasées et se caractérisent par des modifications de la composante homopolaire et/ou de la forme suivie par le vecteur d'espace.

Les perturbations harmoniques, quant à elles, se traduisent par des déformations caractéristiques de la forme suivie par le vecteur d'espace, ou par des modifications de la composante homopolaire. Elles peuvent être analysées et caractérisées par les spectres du vecteur d'espace et de la composante homopolaire.

III.2. Vecteur d'espace et composante homopolaire en cas de creux de tension

Les modifications dans le vecteur d'espace et la composante homopolaire introduites par les différents types de creux de tension sont analysées dans ce paragraphe. Le calcul du vecteur d'espace, de la composante homopolaire et de leurs caractéristiques pour tous les types de creux de tension sont présentés dans Annexe B.

III.2.1 Creux de tension monophasés

Les trois types de creux de tension monophasés B, D et F sont schématiquement représentés en figure III.3, les flèches indiquant les sens de modification des tensions en fonction de la profondeur du creux.

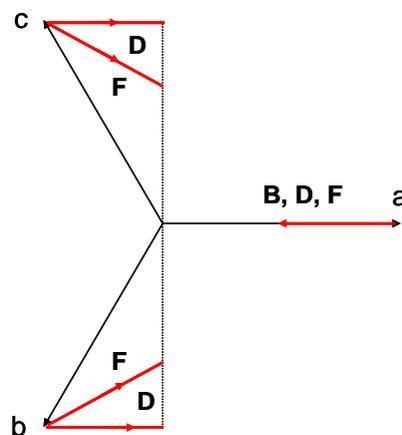


Figure III.3 Signature des creux de tension monophasés

Creux de tension de type B

Dans le cas d'un creux de tension de type B, seule la tension d'une des phases est affectée par le défaut. Les modifications dans le vecteur d'espace et la composante homopolaire peuvent être exprimées théoriquement à partir des équations des creux de tension. Par exemple, un creux de tension de type B sur la phase a est décrit par les équations suivantes :

$$\begin{cases} v_a(t) = (1-d)V \cos(\omega_0 t + \varphi) \\ v_b(t) = V \cos(\omega_0 t + \varphi - \frac{2\pi}{3}) \\ v_c(t) = V \cos(\omega_0 t + \varphi - \frac{4\pi}{3}) \end{cases}, \quad (\text{III.14})$$

d étant la profondeur du creux de tension.

En appliquant la formule d'Euler aux trois tensions de phase et en utilisant la transformation du vecteur d'espace (III.4), on peut exprimer le vecteur d'espace et la composante homopolaire pour ce type de creux de tension de la manière suivante :

$$\begin{cases} \bar{x}(t) = \left(1 - \frac{d}{3}\right) V e^{j\varphi} e^{j\omega_0 t} + \frac{d}{3} V e^{j(\pi - \varphi)} e^{-j\omega_0 t} \\ x_0(t) = -\frac{d}{3} V \cos(\omega_0 t + \varphi) \end{cases}. \quad (\text{III.15})$$

Les équations (III.15) sont valables dans le cas d'un creux de tension sur la phase a. Dans le cas général, le vecteur d'espace et la composante homopolaire deviennent :

$$\begin{cases} \bar{x}(t) = \left(1 - \frac{d}{3}\right) V e^{j\varphi} e^{-j\omega_0 t} + \frac{d}{3} V e^{j\left(\frac{5\pi}{3} - n\frac{2\pi}{3} - \varphi\right)} e^{-j\omega_0 t} \\ x_0(t) = -\frac{d}{3} V \cos\left(\omega_0 t + \varphi + (n-1)\frac{2\pi}{3}\right) \end{cases}, \quad (\text{III.16})$$

où $n=1,2,3$ correspond à la phase a, b et c respectivement.

Le vecteur d'espace pour un creux de tension de type B est donc constitué de deux vecteurs tournants à des vitesses angulaires opposées, d'amplitude et de phase différentes. Par conséquent, il est représenté par une ellipse dans le plan complexe, dont les paramètres (rayons et inclinaison) sont calculés à partir de l'équation (III.11).

L'inclinaison de l'ellipse dépend de la phase affectée par le défaut (voir figure III.4).

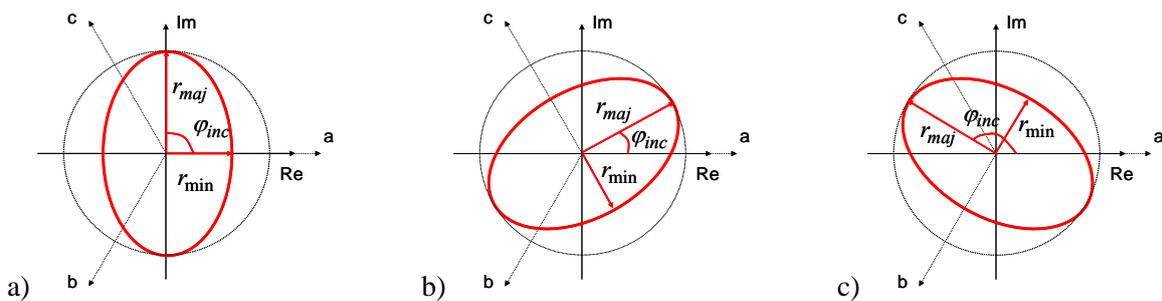


Figure III.4 Vecteur d'espace pour creux de tension monophasé de type B sur les phases a, b et c

Le grand rayon reste égal à la tension nominale $r_{maj} = V$, car la forme originale suivie par le vecteur d'espace est « compressée » le long d'un seul axe. La valeur du petit rayon dépend directement de la profondeur du creux de tension : $r_{min} = \left(1 - \frac{2}{3}d\right)V$. Pour une profondeur maximale de creux de tension

$d = 1$, le petit rayon reste supérieur à 0, car seule une tension est modifiée et prend la valeur $r_{min} = \frac{1}{3}$.

Les modifications dans la composante homopolaire sont dues au déplacement du neutre. L'amplitude de la composante homopolaire est proportionnelle à la profondeur du creux de tension : $|x_0| = \frac{d}{3}$, et sa phase dépend de la phase affectée par le défaut. Ainsi, dans le cas d'une chute de tension sur la phase a , on observe un déplacement du neutre dans le sens de la diminution de la tension et par conséquent, la phase de la composante homopolaire est égale à π . Pour une chute de tension sur les phases b et c , sa phase devient $-\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{3}$ respectivement.

Creux de tension de type D

Le creux de tension de type D se caractérise par des modifications des tensions sur les trois phases le long du même axe (voir Figure III.3). Comme dans le cas précédent, le vecteur d'espace parcourt alors une ellipse dont le grand rayon est égal à la tension nominale $r_{maj} = V$, et le petit rayon dépend de la profondeur du creux de tension : $r_{min} = (1-d)V$. Cette fois-ci, pour des creux de tension sévères ($d=1$), les trois tensions sont alignées sur le même axe, le petit rayon est égal à 0 et le vecteur d'espace parcourt un segment de droite dans le plan complexe et non une ellipse.

Les inclinaisons possibles de l'ellipse sont identiques à celles d'un creux de tension de type B :

$$\varphi_{inc} = \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \text{ pour un creux de tension sur les phases } a, b \text{ et } c \text{ respectivement.}$$

La composante homopolaire pour ce type de creux reste égale à 0. En effet, ce type de creux de tension provient de mesures effectuées à un niveau de tension différent du niveau de tension où le défaut a été produit, et la composante homopolaire n'est alors pas modifiée comme indiqué dans le chapitre I.

Creux de tension de type G

Pour un creux de tension de type G, on observe des réductions de tensions sur les trois phases le long d'axes différents. Par exemple, pour un creux de tension de type G sur la phase a , la tension dans la phase a diminue le long de l'axe réel, alors que les phases b et c se caractérisent par de faibles chutes de tension le long de l'axe réel, mais également le long de l'axe imaginaire.

Le grand rayon de l'ellipse parcourue par le vecteur d'espace dans le plan complexe devient inférieur à la tension nominale et dépend de la profondeur du creux de tension : $r_{maj} = \left(1 - \frac{d}{3}\right)V$. Le petit rayon de l'ellipse dépend également de la profondeur du creux de tension $r_{min} = (1-d)V$. Les inclinaisons

possibles de l'ellipse restent les mêmes que dans le cas des creux de tensions de type B et D. La composante homopolaire reste également nulle dans ce cas.

Vecteur d'espace pour les creux monophasés

Le tableau III.1 résume les caractéristiques du vecteur d'espace et de la composante homopolaire dans le cas des creux de monophasés précédents, où $n=1,2,3$ correspond à la phase a, b et c respectivement

Pour tous les types de creux de tension monophasés, le vecteur d'espace parcourt une ellipse dans le plan complexe. L'inclinaison de cette ellipse dépend de la phase subissant la chute de tension la plus importante. Le petit rayon de l'ellipse diminue toujours avec l'augmentation de la profondeur du creux, alors que le grand rayon et la composante homopolaire sont spécifiques pour chacun des creux monophasés et peuvent être utilisés pour leur identification.

TABLEAU III.1 CARACTERISTIQUES DES CREUX DE TENSION MONOPHASES

TYPE	Vecteur d'espace				Composante homopolaire x_0
	SI	φ_{inc}	r_{min}	r_{maj}	
B	$1 - \frac{2}{3}d$	$\frac{5\pi}{6} - n\frac{\pi}{3}$	$(1 - \frac{2}{3}d)V$	V	$-\frac{d}{3}V \cos(\omega_0 t + \varphi - (n-1)\frac{2\pi}{3})$
D	$1 - d$	$\frac{5\pi}{6} - n\frac{\pi}{3}$	$(1 - d)V$	V	0
F	$\frac{3(1-d)}{3-d}$	$\frac{5\pi}{6} - n\frac{\pi}{3}$	$(1 - d)V$	$(1 - \frac{d}{3})V$	0

III.2.2 Creux de tension biphasés

Ce paragraphe présente les modifications de la forme suivie par le vecteur d'espace et de la composante homopolaire introduites par les creux de tension biphasés. Les trois types de creux de tension biphasés C, E et G sont présentées en figure III.5, les flèches indiquant le sens des modifications des tensions en fonction de la profondeur des creux de tension.

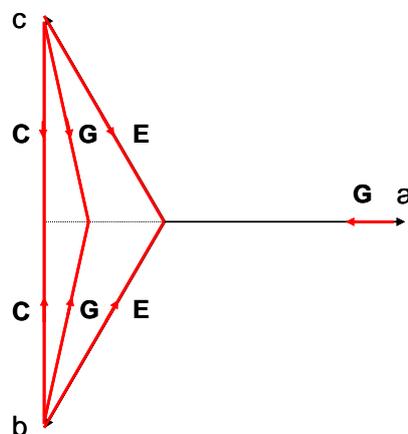


Figure III.5 Signature des creux de tension biphasés

Creux de tension de type C

Dans le cas d'un creux de tension de type C, deux des trois tensions sont modifiées le long du même axe. Le grand rayon de l'ellipse parcourue par le vecteur d'espace reste égal à la tension nominale et son petit rayon dépend de la profondeur du creux. Lors d'un creux de tension sur les phases b et c (figure III.5) l'inclinaison de l'ellipse est de $\varphi_{inc} = 0$. Cette inclinaison devient $\varphi_{inc} = \frac{\pi}{3}$ pour une chute de tension sur les phases a et b et $\varphi_{inc} = \frac{2\pi}{3}$ en cas de creux de tension sur les phases a et c. Enfin, ce type de creux de tension se caractérise par une composante homopolaire égale à 0.

Creux de tension de type E

Dans le cas des creux de tension de type E, les tensions affectées par un court-circuit sont modifiées le long d'axes différents. Par exemple, pour un creux de tension sur les phases b et c, on observe une réduction de la tension le long de l'axe imaginaire, mais également une réduction moins importante le long de l'axe réel. Par conséquent, le vecteur d'espace parcourt une ellipse dans le plan complexe avec un grand rayon inférieur à la tension nominale et petit rayon dépendant de la profondeur du creux de tension. Les inclinaisons possibles des ellipses sont les mêmes que dans le cas d'un creux de tension de type C. De plus, puisque ce type de creux est mesuré au même niveau de tension où le défaut a été produit, sa composante homopolaire est non nulle. Son amplitude est proportionnelle à la profondeur du creux, et sa phase dépend des phases affectées par le défaut.

Creux de tension de type G

Le creux de tension type G est caractérisé par des modifications des tensions des trois phases le long d'axes différents.

Le vecteur d'espace correspondant parcourt également une ellipse dans le plan complexe avec des rayons dépendants de la profondeur de creux et des inclinaisons identiques à celles en cas de creux de tension de type C et E. La composante homopolaire, quant à elle, reste nulle.

Vecteur d'espace pour les creux biphasés

Les caractéristiques des trois creux de tension biphasés précédents sont présentées dans Tableau III.2, n désignant ici la phase moins affectée par le défaut. Le vecteur d'espace parcourt une ellipse dans le plan complexe avec les mêmes inclinaisons pour les trois types de creux de tension. Le grand rayon de l'ellipse et la composante homopolaire différent selon le type de creux et peuvent être utilisés pour leur classification.

TABLEAU III.2 CARACTERISTIQUES DES CREUX DE TENSION BIPHASES

Type	Vecteur d'espace				Composante homopolaire x_0
	SI	φ_{inc}	r_{min}	r_{maj}	
C	$1 - \frac{4}{3}d$	$(1-n)\frac{\pi}{3}$	$(1 - \frac{4}{3}d)V$	V	0
E	$\frac{3(1-d)}{3-d}$	$(1-n)\frac{\pi}{3}$	$(1-d)V$	$(1 - \frac{d}{3})V$	$\frac{d}{3}V \cos(\omega_0 t + \varphi - (n-1)\frac{2\pi}{3})$
G	$\frac{5-6d}{5-2d}$	$(1-n)\frac{\pi}{3}$	$(1 - \frac{6}{5}d)V$	$(1 - \frac{2}{5}d)V$	0

III.2.3 Creux de tension triphasés

Dans le cas d'un creux triphasé équilibré de type A (figure III.6), les trois tensions sont modifiées le long des axes réel et imaginaire de manière uniforme. En conséquence, le vecteur d'espace conserve sa forme circulaire ($SI = 1$), mais avec un rayon dépendant de la gravité de défaut. Le creux de tension de type A étant équilibré, sa composante homopolaire reste nulle.

Les caractéristiques de ce type de creux de tension sont présentées dans le tableau III.3.

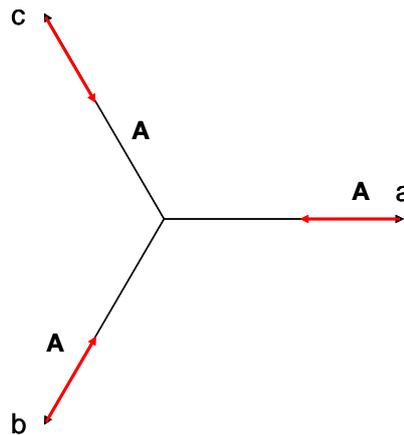


Figure III.6 Signature des creux de tension triphasés

TABLEAU III.3 CARACTERISTIQUES DES CREUX DE TENSION TRIPHASES

Type	Vecteur d'espace				Composante homopolaire x_0
	SI	φ_{inc}	r_{min}	r_{maj}	
A	1	-	$(1-d)V$	$(1-d)V$	0

III.2.4 Creux de tension avec surtensions

Les modifications des trois tensions dans le cas d'un creux de tension avec surtensions sont présentées à la figure III.7.

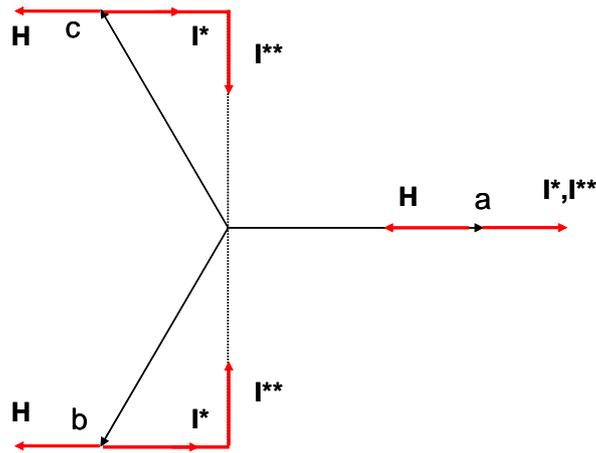


Figure III.7 Signature des creux de tension avec surtensions

Creux de tension de type H

Ce type de creux de tension se caractérise à la fois par une chute de tension sur une des phases, et des surtensions sur les deux autres phases. La forme parcourue par le vecteur d'espace pour ce type de creux de tension n'est alors pas modifiée. Par exemple, pour un creux de tension de type H sur la phase a (figure III.7), les tensions sont décalées de façon uniforme le long de l'axe réel et de ce fait on n'observe pas de modifications dans la forme suivie par le vecteur d'espace. Le vecteur d'espace seul ne permet donc pas de détecter la présence de ce type de creux de tension.

Cependant, les modifications dans la composante homopolaire permettent de pallier cet inconvénient. Son amplitude est égale à la profondeur du creux, et sa phase dépend de la phase subissant la chute : $\varphi_{x_0} = \pi$ pour un défaut sur la phase a, $\varphi_{x_0} = \frac{5\pi}{3}$ pour un défaut sur la phase b et $\varphi_{x_0} = \frac{\pi}{3}$ pour un défaut sur la phase c.

Creux de tension de type I

Le creux de tension de type I présente des caractéristiques différentes en fonction de la profondeur d . Pour une profondeur dans l'intervalle $0 \leq d \leq \frac{V}{4}$ (creux de tension de type I*), les trois tensions sont décalées de manière uniforme le long du même axe et la forme parcourue par le vecteur d'espace n'est pas modifiée. Néanmoins, la composante homopolaire est modifiée : son amplitude est proportionnelle à la profondeur du creux : $|x_0| = 2d$ et son déphasage indique les phases affectées par le défaut : $\varphi_{x_0} = 0$ pour un creux sur les phases b et c, $\varphi_{x_0} = \frac{2\pi}{3}$ pour un creux sur les phases a et c et $\varphi_{x_0} = \frac{4\pi}{3}$ pour un creux sur les phases a et b.

Pour une profondeur de creux de tension vérifiant $\frac{V}{4} \leq d \leq V$ (creux de tension de type I**), les trois tensions présentent des modifications le long de l'axe réel ainsi que le long de l'axe imaginaire. La forme résultante du vecteur d'espace est une ellipse avec inclinaisons typiques pour les creux de

tension biphasés, et un grand rayon égal à la tension nominale. L'amplitude de la composante homopolaire ne dépend plus de la gravité de creux : $|x_0| = \frac{V}{2}$.

Vecteur d'espace pour les creux avec surtensions

Les caractéristiques des creux de tension avec surtensions sont présentées dans le Tableau III.4. Pour les creux de tension de type H et I*, la forme parcourue par le vecteur d'espace dans le plan complexe n'est pas modifiée, alors que pour les creux de tension de type I** ce vecteur parcourt une ellipse.

La composante homopolaire est modifiée pour les creux de tension de type H et I. L'amplitude de la composante homopolaire dépend de la nature et de la profondeur du creux. Sa valeur est plus importante pour les creux avec surtensions que pour les autres types de creux du fait que les trois tensions sont modifiées le long du même axe et dans le même sens. La phase de la composante homopolaire dépend des phases affectées par le défaut. Dans le cas des creux de tension monophasés (type H) la composante homopolaire subit des modifications dans le sens de la diminution de la phase en défaut. Dans le cas des creux de tensions biphasés (type I), la composante homopolaire est modifiée dans la direction de la phase qui ne subit pas de chute de tension.

TABLEAU III.4 CARACTERISTIQUES DES CREUX DE TENSION AVEC SURTENSIONS

Type	Vecteur d'espace				Composante homopolaire x_0
	SI	φ_{inc}	r_{min}	r_{maj}	
H	1	-	V	V	$-dV \cos\left(\omega_0 t + \varphi - (n-1)\frac{2\pi}{3}\right)$
I*	1	-	V	V	$2dV \cos\left(\omega_0 t + \varphi - (n-1)\frac{2\pi}{3}\right)$
I**	$\frac{4}{3}(1-d)$	$(1-n)\frac{\pi}{3}$	$\frac{4}{3}(1-d)V$	V	$\frac{V}{2} \cos\left(\omega_0 t + \varphi - (n-1)\frac{2\pi}{3}\right)$

III.3 Analyse des creux de tension par la transformation du vecteur d'espace

L'analyse des creux de tension comprend quatre étapes : pré-traitement, segmentation, classification et caractérisation, dont l'agencement est illustré à la figure III.8. Dans la méthode d'analyse proposée, chacune de ces étapes est réalisée grâce aux caractéristiques du vecteur d'espace et de la composante homopolaire lors d'un creux de tension [Ign-06-2].

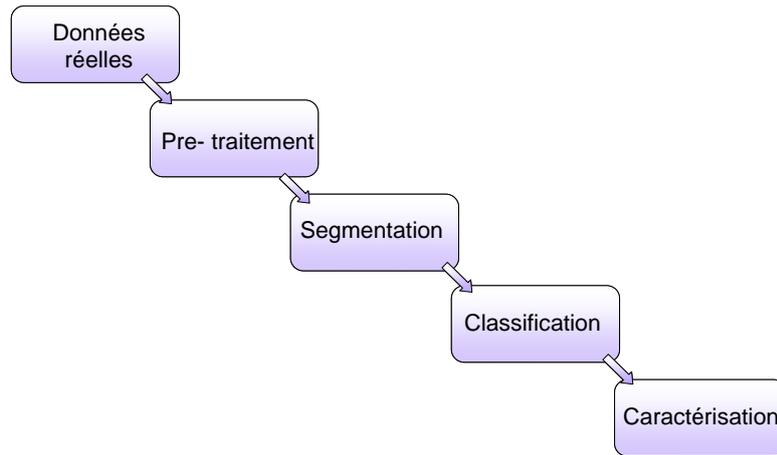


Figure III.8 Etapes dans l'analyse des creux de tension

L'étape de pré-traitement consiste à déterminer le vecteur d'espace et la composante homopolaire, et à extraire leurs traits caractéristiques. Dans l'étape suivante, les tensions enregistrées sont découpées en segments durant lesquels le système triphasé est sain ou subit un creux de tension. Les segments pour lesquels un creux de tension est détecté sont ensuite analysés et le type exact des creux est déterminé. La caractérisation est la dernière étape, durant laquelle la gravité des creux de tension est estimée. Dans la suite, le concept et les algorithmes utilisés dans chacune de ces étapes sont présentés en détails.

III.3.1 Extraction des traits caractéristiques des tensions mesurées

Le vecteur d'espace et la composante homopolaire sont déterminés par la transformation du vecteur d'espace à partir des tensions mesurées (voir équation (III.4)).

Les paramètres du vecteur d'espace utilisés pour l'analyse des creux de tension sont les rayons et l'inclinaison de la forme (cercle ou ellipse) qu'il parcourt dans le plan complexe. Ces paramètres ne peuvent pas être correctement estimés géométriquement en utilisant directement cette forme. En effet, les harmoniques et le bruit présents le plus souvent au sein des tensions mesurées déforment le cercle ou l'ellipse que devrait parcourir le vecteur d'espace. Ces déformations peuvent introduire des erreurs importantes dans l'estimation des paramètres du vecteur d'espace et par la suite, dans les étapes suivantes d'analyse des creux de tension.

Afin d'éviter l'effet néfaste des harmoniques et du bruit, on cherche à estimer les phaseurs positif et négatif du vecteur d'espace à la fréquence fondamentale : x_p et x_n . A partir de ces deux grandeurs, les caractéristiques de la forme du vecteur d'espace dans le plan complexe sont correctement estimées. Afin d'obtenir x_p et x_n , la transformée de Fourier est appliquée au vecteur d'espace. Pour la fréquence fondamentale, on obtient :

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} (x_p e^{j\omega_0 t} + x_n e^{-j\omega_0 t}) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{\infty} x_p e^{-j2\pi(f+f_0)t} dt + \int_{-\infty}^{\infty} x_n e^{-j2\pi(f-f_0)t} dt \quad (\text{III.17})$$

$$X(\omega) = x_p \delta(f + f_0) + x_n \delta(f - f_0), \quad (\text{III.18})$$

où f_0 et ω_0 sont respectivement la fréquence et la pulsation fondamentale et $\delta(\cdot)$ est l'impulsion de Dirac.

L'équation III.18 montre que la transformée de Fourier permet d'isoler facilement x_p et x_n grâce aux impulsions de Dirac à $\pm f_0$. Les modules de x_p et x_n sont utilisés pour calculer les rayons de l'ellipse et leurs phases pour estimer son inclinaison (voir Equation III.11).

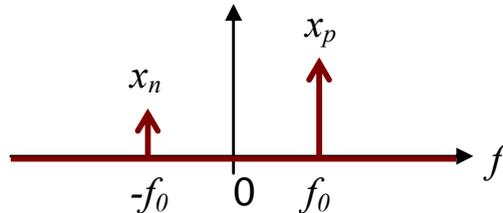


Figure III.9 Spectre du vecteur d'espace pour la fréquence fondamentale

Pour mieux illustrer l'impact des harmoniques et du bruit sur la forme parcourue par le vecteur d'espace et la nécessité de calculer ses paramètres à partir des phaseurs à la fréquence fondamentale, un exemple de creux de tension mesuré est présenté en figure III.10a. Lors du creux de tension, les trois tensions présentent des distorsions harmoniques non négligeables. La forme du vecteur d'espace dans le plan complexe est une ellipse déformée (figure III.10b) et en conséquence, une estimation géométrique des paramètres de cette ellipse n'est que peu précise. Le spectre du vecteur d'espace (figure III.10c) confirme la présence de bruit additif et d'harmoniques. En relevant les composantes correspondant à la fréquence fondamentale positive et négative, les paramètres de l'ellipse sont correctement estimés.

Les paramètres de la tension homopolaire utilisés pour l'analyse des creux de tension sont son amplitude et sa phase. De manière analogue, pour éviter l'impact des perturbations dues au bruit et aux harmoniques, la transformée de Fourier est appliquée à la composante homopolaire et la composante complexe correspondant à la fréquence fondamentale est relevée. Son amplitude et sa phase sont utilisées pour l'analyse ultérieure des creux de tension.

L'application de la transformée de Fourier à l'analyse du fondamental de la tension homopolaire et du vecteur d'espace permettent une estimation précise de leurs paramètres et garantissent le fonctionnement et la fiabilité de la méthode, même en cas de distorsions harmoniques importantes ou de mesures bruitées.

Les différentes transformées de Fourier sont estimées sur des signaux échantillonnés et sont donc calculées numériquement à l'aide de transformées de Fourier discrètes (TFD). On peut pour cela utiliser un algorithme rapide tel que celui de la FFT (Fast Fourier Transform).

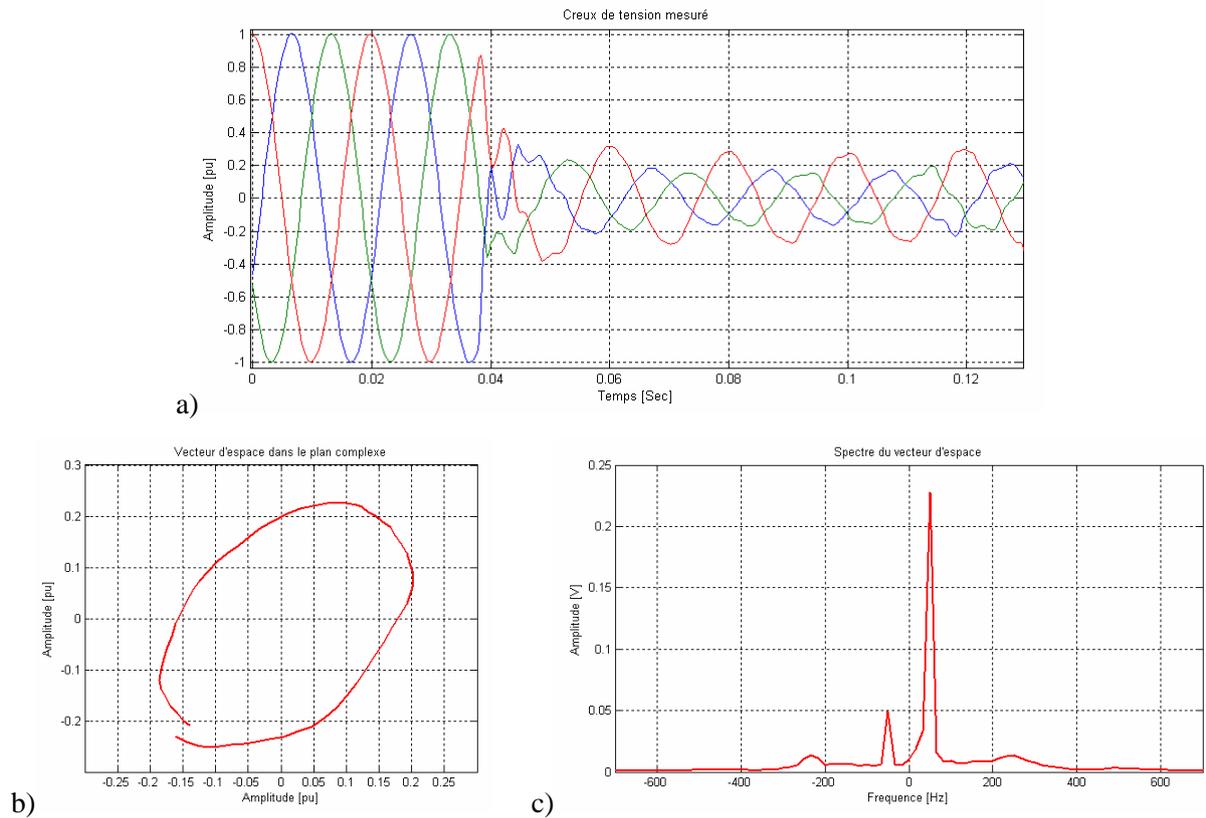


Figure III.10 Creux de tension mesuré (a), forme du vecteur d'espace dans le plan complexe lors du creux (b), spectre du vecteur d'espace lors du creux

III.3.2 Segmentation

Le vecteur d'espace et la composante homopolaire permettent de simplifier l'étape de détection des creux de tension par rapport aux méthodes classiques présentées au paragraphe II.1.2 en utilisant seulement deux variables pour la segmentation et en évitant les algorithmes de comparaison des segments. Les deux variables utilisées pour la segmentation sont le petit rayon de la forme parcourue par le vecteur d'espace dans le plan complexe, et l'amplitude de la composante homopolaire. En effet, pour les creux de tension de type A à G et I**, le vecteur d'espace suit une forme ellipsoïdale dont le petit rayon est inférieur à la tension nominale pendant toute la durée du creux de tension. Dans le cas des creux de tension de type H et I* la forme suivie par le vecteur d'espace n'est pas modifiée et de ce fait, l'amplitude de la tension homopolaire est utilisée pour déterminer la zone du creux. Elle est nulle pour un système non perturbé, et supérieure à 0 lors d'un creux de tension de type H ou I.

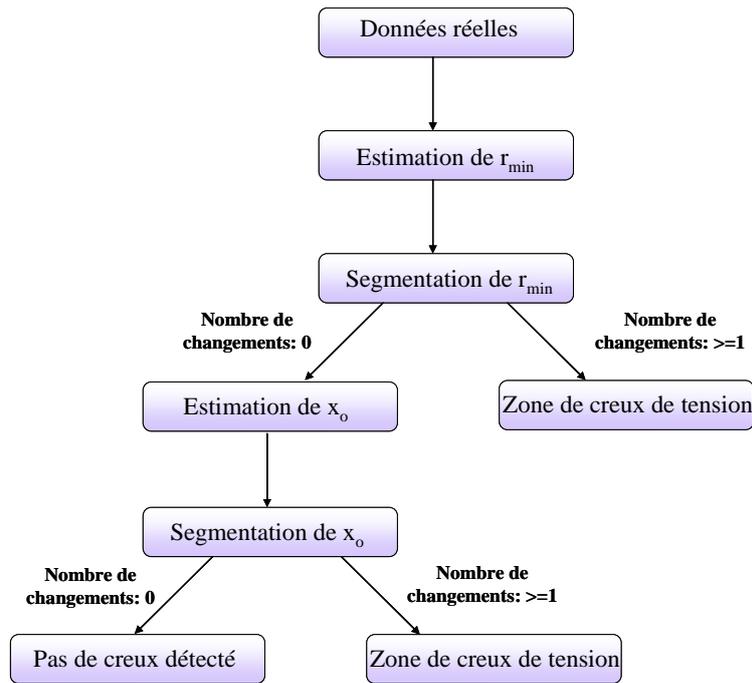


Figure III.11 Algorithme de segmentation et d'estimation de la zone de creux de tension

L'algorithme de segmentation, présenté en figure III.11, est constitué des étapes suivantes :

1) Estimation de r_{\min}

Le vecteur d'espace est estimé à chaque échantillon du signal en utilisant la transformée instantanée (III.4). Ensuite, la transformée de Fourier discrète est appliquée à ce vecteur d'espace à chaque échantillon et sur une fenêtre glissante d'une période fondamentale. Les valeurs des phaseurs correspondants à la fréquence fondamentale positive (x_p) et négative (x_n) sont alors relevées, et le petit rayon est déterminé à partir de l'équation (III.11).

Le calcul de la TFD sur une fenêtre glissante d'une période implique que les variations brusques de l'amplitude des tensions triphasées seront représentées par des variations d'au moins une période dans r_{\min} . Pour une meilleure précision, le petit rayon de l'ellipse peut être estimé sur une fenêtre glissante plus courte, ou en utilisant le signal analytique appliqué au vecteur d'espace (voir paragraphe II.1.1.2). Cependant, ces techniques ne sont pas utilisées ici car elles peuvent introduire des variations dans la valeur de r_{\min} et amener à des fausses détections des variations d'amplitude.

2) Segmentation de r_{\min}

Les variations dans la valeur de r_{\min} sont détectées par une double application de l'algorithme Cusum [Bas-88, Bas-93]. Cet algorithme a été choisi grâce à sa simplicité et ses bonnes performances. Cependant, l'utilisation d'autres algorithmes de segmentation est tout à fait envisageable.

L'algorithme Cusum part de l'hypothèse que le signal d'intérêt r_{\min} est de type aléatoire, à échantillons indépendants et identiquement distribués. Sa loi est supposée être de type gaussien, et sa moyenne est constante par morceaux. L'objectif de cet algorithme est de localiser au mieux les

instants ruptures dans cette moyenne. Son principe général est d'effectuer un test d'hypothèse séquentiel réalisé à chaque échantillon, afin de décider si la valeur moyenne des tous derniers échantillons a dévié de sa valeur courante. Ce test est basé sur la propriété du logarithme de la vraisemblance de changer le signe de sa valeur moyenne en fonction des changements de la valeur moyenne du signal. La version de l'algorithme Cusum utilisée dans la présente application est une version récursive très simple et très performante établie et étudiée en détails dans [Bas-93]. Il faut remarquer que pour pouvoir détecter à la fois les augmentations et les diminutions de la valeur moyenne de r_{\min} , il faut utiliser deux Cusums en parallèle car le test d'hypothèse s'exprime différemment dans ces deux cas.

3) Détermination de la zone de creux de tension à partir de r_{\min}

En sortie de l'algorithme de segmentation, on dispose donc du petit rayon r_{\min} décomposé en plusieurs segments. En effet, les appareils de mesure enregistrent les formes d'onde avant, pendant et après le défaut et de ce fait deux changements sont normalement détectés dans la valeur de r_{\min} pour un creux. Dans le cas de creux de tension à plusieurs niveaux, le nombre de changements détectés est alors supérieur à deux. La valeur moyenne de r_{\min} pour chaque segment est comparée à un seuil afin de déterminer si le segment considéré comporte un creux de tension. La valeur de ce seuil est fixée à partir de la définition des creux de tension. En effet, on a vu au chapitre I qu'un creux de tension représente une chute de la tension efficace de $0,1pu$ à $0,9pu$. En conséquence, la profondeur minimale du creux de tension peut être estimée à 10% de la tension nominale, soit $0,1pu$. En fixant le paramètre profondeur de creux d à 0,1, on obtient un seuil allant de $0,87pu$ à $0,93pu$ en fonction du type de creux (voir tableau III.5). Puisque le type de creux n'est pas connu a priori, le seuil est fixé à sa plus fréquente valeur $0,9pu$. Si aucun creux de tension n'est détecté, la valeur moyenne de r_{\min} pour chacun des segments est comparée à un second seuil de valeur $0,93pu$. Le seuil n'est pas directement fixé à sa valeur maximale $0,93pu$ afin d'éviter l'analyse des post-creux de tension dus à l'accélération des moteurs après le défaut.

TABLEAU III.5 PETIT RAYON POUR UNE PROFONDEUR DU CREUX DE 0,1PU

Type de creux	A	B	C	D	E	F	G
r_{\min} [pu]	0,9	0,93	0,87	0,9	0,9	0,9	0,88

4) Détermination de la zone de creux de tension à partir de x_0

Si un creux de tension n'est pas détecté grâce à r_{\min} , la même approche est appliquée à l'amplitude de la composante homopolaire afin de détecter un éventuel creux de tension de type H ou I. Si le nombre de segments est supérieur à 1, le segment affecté par le défaut est déterminé en comparant la valeur

moyenne de x_0 à un seuil de 0,1 pu (voir Tableau III.4 avec $d = 0,1$). Si des changements dans la composante homopolaire ne sont pas détectés, la forme d'onde enregistrée ne comporte pas de creux de tension.

Pour l'analyse ultérieure des creux de tension, la première et la dernière demi période du segment ne sont pas prises en compte (sauf dans le cas des creux de tension de durée inférieure à deux périodes), afin d'éviter l'impact des transitoires.

En fonction du type de mesure et du régime de neutre, l'algorithme peut être réduit à la segmentation d'une seule grandeur. En effet, dans le cas de mesures entre phases ou bien pour des systèmes à neutre mis à la terre, les creux de tension avec surtensions de type H et I n'ont pas lieu, et la segmentation est effectuée seulement sur le petit rayon.

La technique de segmentation proposée ici présente l'avantage d'analyser au maximum deux grandeurs (r_{\min} et x_0), d'être fiable et de nécessiter moins de temps du calcul que les méthodes classiques.

III.3.3 Classification

Les méthodes de classification existantes exposées au paragraphe II.1.3 ne permettent pas une identification complète des creux de tension. Une nouvelle technique de classification basée sur la transformation du vecteur d'espace est présentée dans ce paragraphe. Elle permet une classification exhaustive des creux de tension en différenciant également les creux de tension avec signature semblables (par exemple les trois types de creux monophasés et les trois types de creux biphasés)

L'algorithme de classification des creux de tension est présenté en figure III.12. Il est constitué des étapes suivantes :

- 1) La transformation du vecteur d'espace est appliquée aux grandeurs triphasées pour le segment analysé (voir équation (III.4)).
- 2) Les phaseurs du vecteur d'espace sont estimés à la fréquence fondamentale positive et négative en utilisant la transformée de Fourier discrète. Ils sont ensuite utilisés pour calculer les caractéristiques du vecteur d'espace dans le plan complexe : facteur de forme SI , angle d'inclinaison φ_{inc} , et rayons r_{\min} et r_{\max} de l'ellipse.

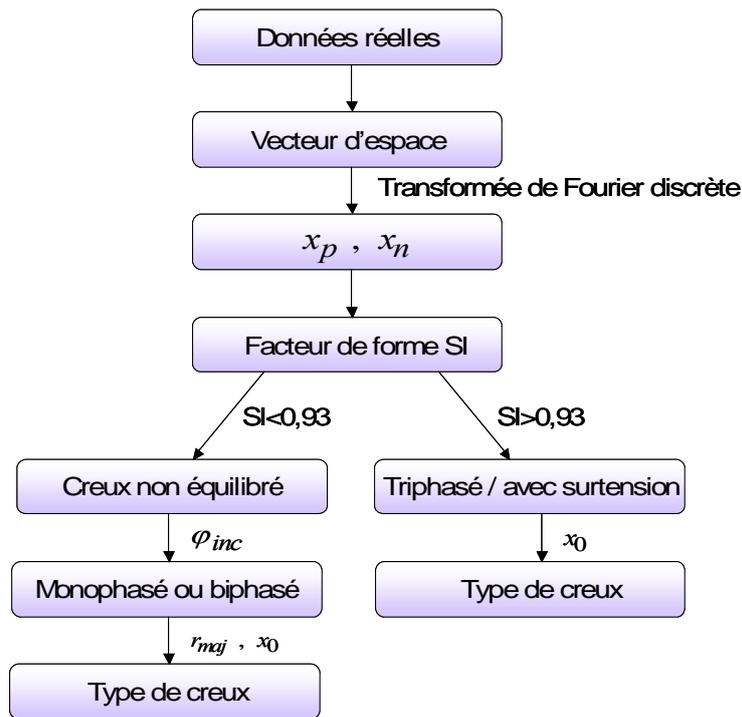


Figure III.12 Algorithme de classification des creux de tension

3) Les creux de tension non équilibrés sont différenciés des creux de tension triphasés et des creux de tension avec surtensions grâce au facteur de forme SI .

Théoriquement, le facteur de forme est inférieur à 1 pour les creux de tension non équilibrés et égal à 1 pour les creux de tension triphasés ou avec surtensions. Cependant, en pratique, les creux de tension triphasés ou avec surtensions se caractérisent par un facteur de forme qui est proche, mais inférieur à cette valeur théorique, dû au fait que l'amplitude des tensions pendant le creux varie souvent en fonction de temps. Par exemple, pour le creux de tension triphasé présenté à la figure III.13a, les trois tensions diminuent au fil du temps durant le creux de tension. Le vecteur d'espace correspondant, tracé à la figure III.13b, prend la forme d'une spirale dans le plan complexe puisque son module diminue lentement avec le temps. Son facteur de forme est estimé, durant le creux, à $SI = 0,94$.

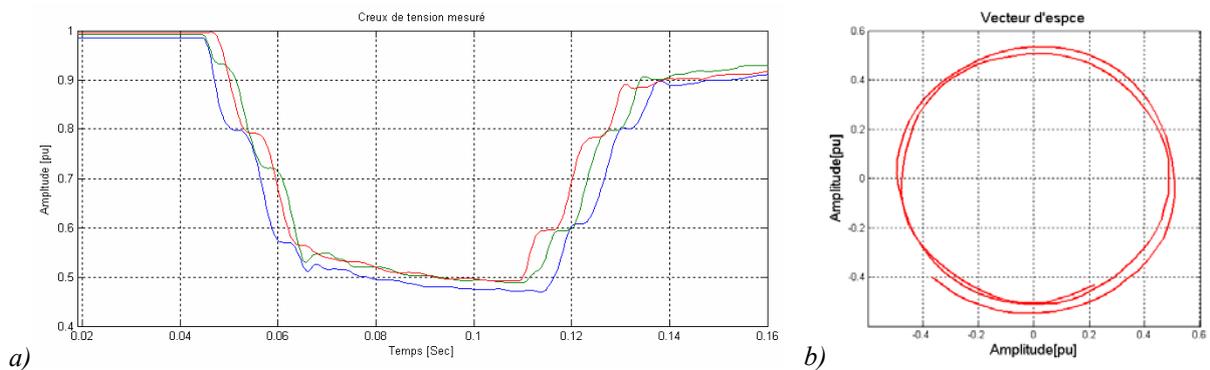


Figure III.13 Creux de tension triphasé présentant de faibles variations d'amplitude (a) et vecteur d'espace correspondant (b)

Une valeur limite pour le facteur de forme SI permettant de différencier les creux non équilibrés des creux triphasés ou avec des surtensions doit donc être déterminée. La définition des creux de tension vue au chapitre I permet d'affirmer que la profondeur minimale d'un creux est de $d = 0,1pu$, ce qui correspond à un facteur de forme maximal allant de 0,86 à 0,93 en fonction du type de creux (voir Tableau III.1-4). De ce fait, un creux de tension avec un facteur de forme supérieur à 0,933 est considéré comme un creux de tension triphasé ou avec surtension, et un creux de tension avec un facteur de forme inférieur à cette valeur est considéré comme un creux de tension monophasé ou biphasé.

4) L'inclinaison de l'ellipse différencie les creux monophasés des creux biphasés et détermine la/les phase(s) en chute.

En effet, l'angle entre le grand rayon de l'ellipse et l'axe réel φ_{inc} défini à la figure III.1c permet de déterminer les phases en chute. Ce résultat est illustré à la figure III.14, où les creux monophasés sont désignés par Mono et les creux biphasés par Bi, suivi des phase affectées par le creux.

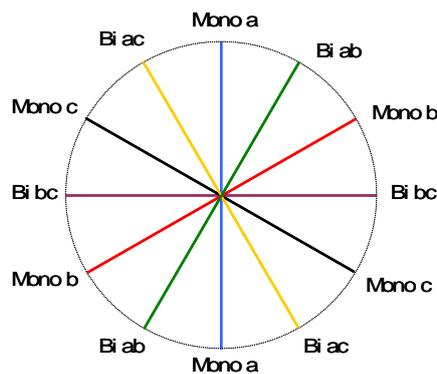


Figure III.14 Type de creux de tension en fonction de l'angle d'inclinaison de l'ellipse

L'angle d'inclinaison de l'ellipse prend rarement des valeurs exactement multiples de 30° . Pour cette raison, l'index k est introduit afin de déterminer le type de creux et de faciliter l'intégration de l'algorithme dans un logiciel dédié. La relation entre l'index k , l'angle d'inclinaison de l'ellipse et les types de creux de tension sont donnés au tableau III.6.

TABLEAU III.6 TYPE DE CREUX DE TENSION EN FONCTION DE L'INCLINAISON DE L'ELLIPSE

φ_{inc}	$0^\circ \pm 15^\circ$	$30^\circ \pm 15^\circ$	$60^\circ \pm 15^\circ$	$90^\circ \pm 15^\circ$	$120^\circ \pm 15^\circ$	$150^\circ \pm 15^\circ$
k	0	1	2	3	4	5
Type de creux	BI bc	Mono b	Bi ab	Mono a	Bi ac	Monon c

5) Déterminer le type du creux de tension en utilisant la tension homopolaire et le grand rayon de l'ellipse.

Comme dans le cas de facteur de forme, des seuils doivent être introduits pour la composante homopolaire et le grand rayon de l'ellipse. Ces seuils peuvent être calculés à partir de la profondeur du creux estimée à partir de la valeur de r_{\min} , ou déterminés par des observations du réseau analysé.

6) Différencier les creux de tension triphasés et les creux de tension avec surtension

Si la perturbation mesurée est classifiée comme un creux de tension triphasé ou comme un creux de tension avec surtension, la composante homopolaire est utilisée pour la détermination exacte du type de creux. Si l'amplitude de la tension homopolaire est en dessous d'un certain seuil positif, le creux de tension est classifié comme triphasé. Dans le cas contraire, le creux de tension mesuré se caractérise par des surtensions. Dans ce cas, la phase de la composante homopolaire indique le type de creux : monophasé (type H) ou biphasé (type I), ainsi que les phases affectées par le défaut comme indiqué à la figure III.15.

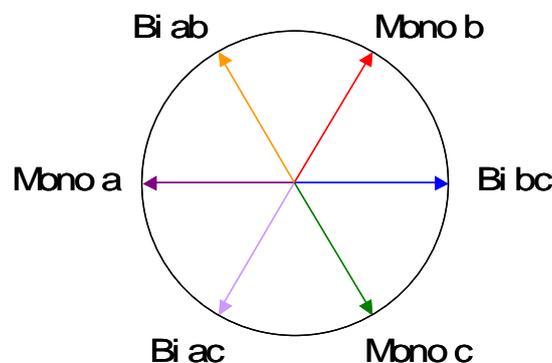


Figure III.15 Type de creux de tension en fonction de la phase de la composante homopolaire

III.3.4 Caractérisation

Deux approches pour estimer la gravité des creux de tension par la transformation du vecteur d'espace sont présentées dans ce paragraphe.

La première approche consiste à évaluer la gravité des creux de tension par leur profondeur. Pour des creux de tension de type de A à G, la gravité des creux est estimée par le petit rayon de l'ellipse r_{\min} , qui dépend directement de la profondeur des creux de tension d (voir Tableau III.1-3). Pour des creux de tension de type H et I, le petit rayon de l'ellipse reste égal à la tension nominale. Dans ce cas, l'amplitude de la composante homopolaire est utilisée pour estimer la gravité des creux de tension, car elle est proportionnelle à leur profondeur (voir Tableau III.4).

La deuxième approche consiste à estimer la gravité des creux de tension par la surface de la forme parcourue par le vecteur d'espace dans le plan complexe. En effet, elle est directement proportionnelle à l'impact des creux de tension sur les équipements. Par exemple, pour une durée et une profondeur de creux de tension données, les creux de tension triphasés sont les plus sévères, suivis par les creux de tension biphasés puis monophasés. Les creux de tension avec surtensions se caractérisent par la même surface pour la forme parcourue par le vecteur d'espace qu'en conditions normales. En effet, ces types

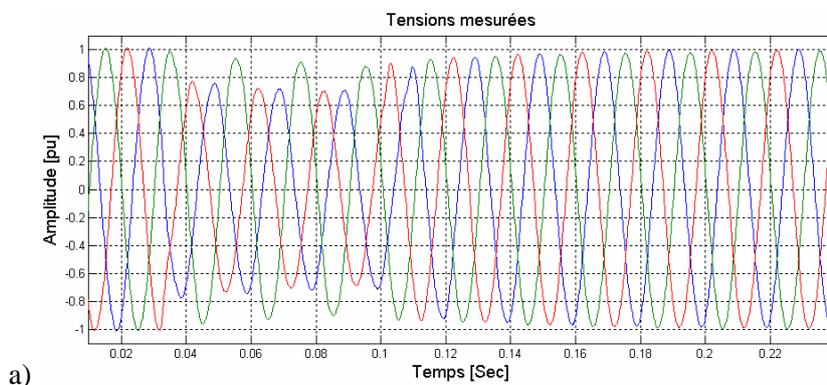
de creux de tension ne se propagent pas et ne sont pas « vus » par les charges généralement connectées en triangle au niveau MT, et ne sont donc pas considérés comme sévères.

Cette approche est donc très appropriée pour l'analyse des creux de tension triphasés.

III.3.5 Exemples d'application

La méthode d'analyse des creux de tension est implantée sous Matlab. Ses performances sont illustrées dans ce paragraphe par son application sur des données réelles. Les données mesurées sont acquises au niveau Moyenne Tension, la fréquence d'échantillonnage est de 1,6 kHz. Les tensions mesurées sont données en pu. Seuls des creux de tension de durée supérieure à une période sont analysés.

La méthode est tout d'abord appliquée aux tensions présentées à la figure III.16a. Deux changements sont détectés dans le petit rayon de l'ellipse r_{\min} (voir Fig. III.16b) et les tensions enregistrées sont décomposées en trois segments. La valeur moyenne de r_{\min} est au dessous du seuil $0,9 pu$ pour le second segment, par conséquent ce segment est caractérisé par une chute de tension et sera ultérieurement analysé. Le vecteur d'espace pour ce segment est constitué d'un phaseur à la fréquence fondamentale positive $x_p = 0,78e^{-j158^\circ}$ et d'un autre à la fréquence fondamentale négative $x_n = 0,1e^{j38^\circ}$, dont les valeurs complexes sont estimées par transformée de Fourier discrète (figure III.16c). Les paramètres du vecteur d'espace (axes, inclinaison et facteur de forme) sont estimés à partir de ces valeurs numériques et de l'équation (III.11), et non directement de la forme du vecteur d'espace afin d'éviter l'impact négatif du bruit et des harmoniques. Le facteur de forme $SI = 0,76$ classe le creux de tension comme non équilibré (voir figure III.12). L'inclinaison de l'ellipse $\varphi_{inc} = 120^\circ$ indique que les chutes de tension sont appliquées aux phases a et c . Le grand rayon de l'ellipse $r_{maj} = 0,88 pu$ et la composante homopolaire $|x_0| = 0,04 pu$ identifient le creux de tension comme type G (voir tableau III.2). Finalement, le petit rayon de l'ellipse étant $r_{\min} = 0,67 pu$, la profondeur du creux est finalement évaluée à $d = 0,33 pu$.



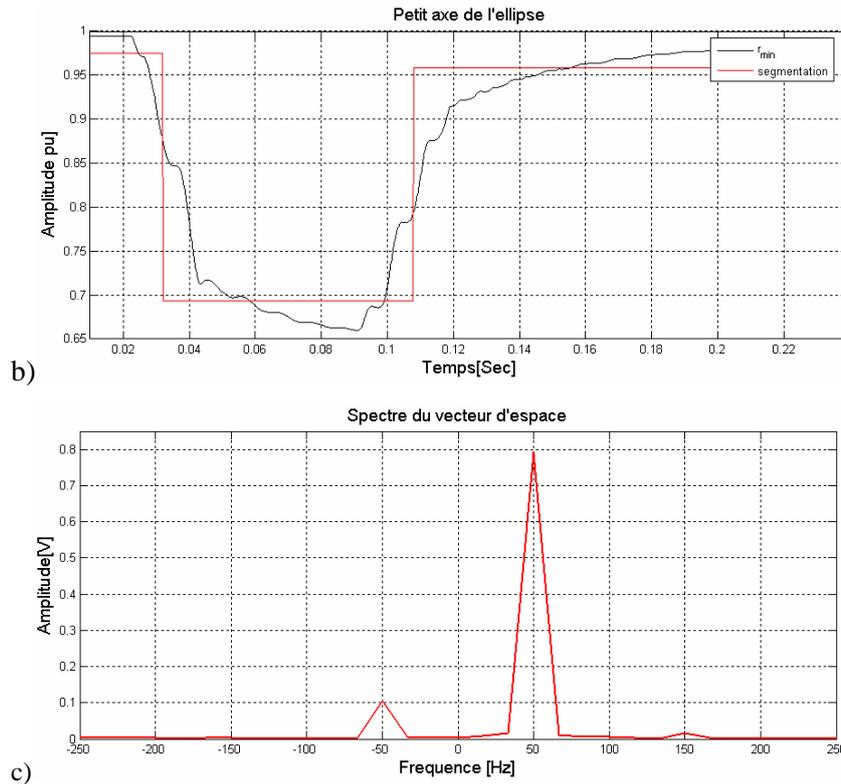


Figure III.16 Creux de tension mesuré (a), petit rayon de l'ellipse et sa segmentation (b), spectre du vecteur d'espace (c)

Le creux de tension de figure III.17a est ensuite analysé. Trois changements dans l'amplitude du petit rayon sont détectés et les formes d'ondes enregistrées sont décomposées en quatre segments. La valeur moyenne de r_{\min} est au dessous du seuil $0,9pu$ pour deux des segments (figure III.17b). La perturbation mesurée est classifiée comme un creux de tension à deux niveaux, les deux segments correspondants sont ensuite analysés.

Le premier segment se caractérise par un vecteur d'espace avec phaseurs à la fréquence fondamentale positive et négative : $x_p = 0,89e^{j172^\circ}$ et $x_n = 0,09e^{j138^\circ}$. Le facteur de forme $SI = 0,82$ indique que le creux de tension mesuré est non équilibré. L'inclinaison de la forme du vecteur d'espace $\varphi_{inc} = 155^\circ$ dans le plan complexe classifie le creux de tension comme monophasé sur la phase c . Le grand rayon $r_{maj} = 0,98pu$ et l'amplitude de la composante homopolaire $|x_0| = 0$ montrent que le creux de tension mesuré est de type D. Le petit rayon est égal à $r_{\min} = 0,8pu$, ce qui correspond à une profondeur du creux de tension de $d = 0,2pu$.

Pour le second segment analysé, le vecteur d'espace se caractérise également par deux phaseurs à la fréquence fondamentale : $x_p = 0,91e^{j177^\circ}$ et $x_n = 0,09e^{j133^\circ}$, et prend la forme d'une ellipse dans le plan complexe. Le facteur de forme $SI = 0,9$ indique que le creux de tension est non équilibré. L'inclinaison de l'ellipse, son grand rayon et la composante homopolaire indiquent que le creux de tension dans le second segment est également monophasé de type D avec chute de tension principale

sur la phase c . Le petit rayon de l'ellipse $r_{\min} = 0,89$ pu indique que le second creux de tension est moins sévère que le premier, sa profondeur étant estimée à $d = 0,11$ pu.

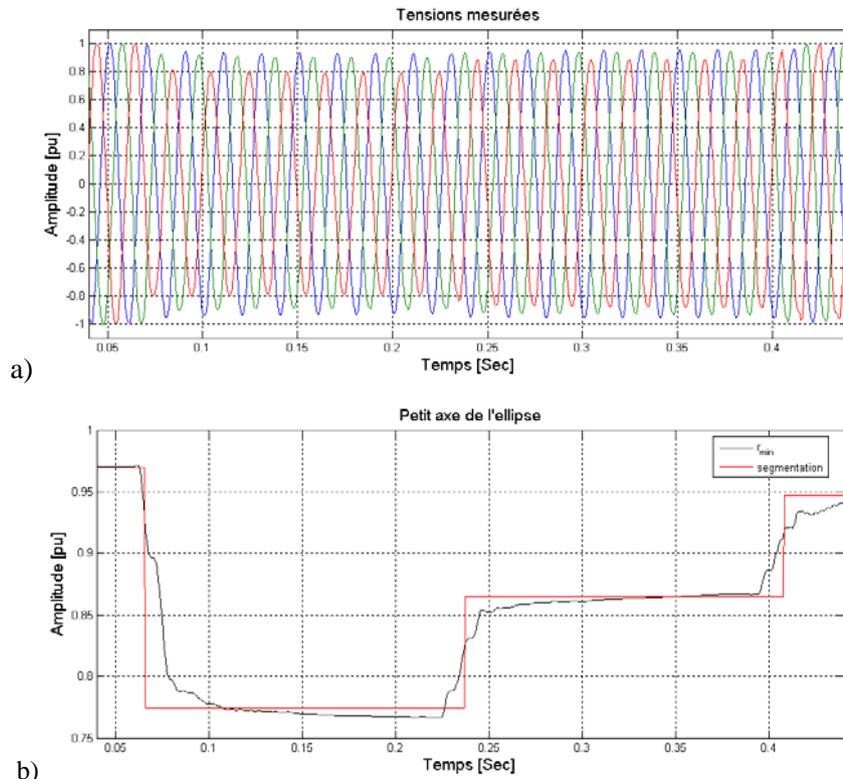


Figure III.17 Creux de tension mesuré (a), petit rayon de l'ellipse et sa segmentation (b)

Le dernier exemple de creux de tension mesuré est présenté en figure III.18a. Aucun changement n'est détecté dans la valeur du petit rayon (figure III.18b) et de ce fait la composante homopolaire est utilisée pour la segmentation de ce creux. Un changement est détecté dans la composante homopolaire (figure III.18c) et les formes d'onde enregistrées sont décomposées en deux segments. La valeur moyenne de la composante homopolaire est supérieure au seuil $0,1pu$ pour le second segment, ce qui indique que ce segment se caractérise par un creux de tension.

Le vecteur d'espace et la composante homopolaire sont estimés pour le second segment. La transformée de Fourier discrète est appliquée au vecteur d'espace et ses phaseurs à la fréquence fondamentale positive et négative sont estimés. Le facteur de forme $SI = 0,96$ classe la perturbation mesurée comme un creux de tension triphasé ou avec surtension puisque $SI > 0,93$ (voir figure III.12).

Le fondamental de la composante homopolaire est estimé par TFD à $x_0 = 0,96e^{-j35^\circ}$. Il classe le creux de tension comme un creux de type H avec une chute de tension sur la phase c et avec une profondeur de creux de $d = 0,96pu$ (voir Tableau III.4).

Les formes d'onde présentées à la figure III.18a se caractérisent par une distorsion harmonique importante après $t = 0,12$ secondes. On peut noter que même sous ces conditions, les caractéristiques

estimées r_{\min} et x_0 se caractérisent par des valeurs constantes et que le type et la gravité du creux de tension sont correctement estimés.

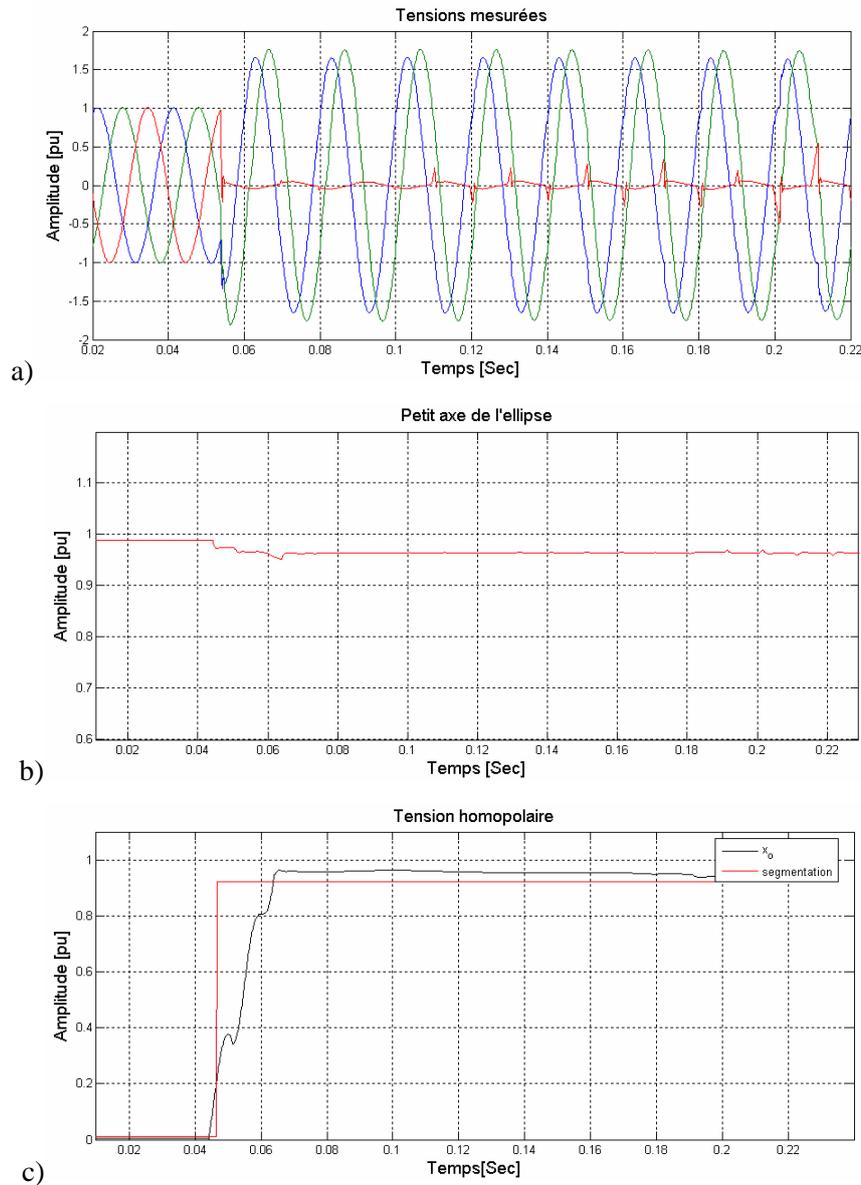


Figure III.18 Creux de tension mesuré (a), petit rayon de l'ellipse et sa segmentation (b), composante homopolaire et sa segmentation (c)

III.4. Analyse d'autres types de perturbations par la transformation du vecteur d'espace

La transformation du vecteur d'espace peut également être utilisée pour l'analyse d'autres types de perturbations électriques, telles que les surintensités, le déséquilibre et la pollution harmonique. Ce paragraphe présente les caractéristiques du vecteur d'espace et de la composante homopolaire ainsi que leur application pour l'analyse de ces différents types de perturbations.

III.4.1 Surtensions et surintensités

Les surintensités dans les systèmes triphasés doivent principalement leur origine à des courts-circuits. Elles sont souvent analysées afin de déterminer la localisation du court-circuit.

Le vecteur d'espace pour ce type de perturbations électriques modifie la forme qu'il parcourt dans le plan complexe. Lorsque les trois phases sont affectées par une surintensité de même amplitude, le vecteur d'espace suit la forme d'un cercle dans le plan complexe dont le rayon devient supérieur à la tension nominale. Si les surintensités n'affectent qu'une ou deux phases, le vecteur d'espace suit une forme ellipsoïdale. L'inclinaison et le grand rayon de l'ellipse indiquent respectivement les phases en surintensité et leur amplitude. Enfin, le petit rayon est fonction de l'amplitude et du déphasage des autres phases.

Si on exclue les surtensions de type transitoire (la méthode du vecteur d'espace n'est pas applicable dans ce cas car la durée de ces perturbations est inférieure à une demi-période fondamentale), la principale cause des surtensions non permanentes sont les courts-circuits. Dans ce cas, elles se caractérisent également par les chutes de tension et sont rangées dans la catégorie des creux de tension. Leur analyse a déjà été présentée au chapitre III.2.4. Les surtensions qui ne se caractérisent pas par des chutes de tension (par exemple les surtensions dues aux mauvais réglages) peuvent également être analysées par la méthode du vecteur d'espace. En effet, ces surtensions introduisent les mêmes modifications dans le vecteur d'espace et la composante homopolaire que les surintensités et en conséquence, elles peuvent être analysées de manière analogue.

III.4.2 Déséquilibre

Le déséquilibre est quantifié par le facteur de déséquilibre, qui peut également être exprimé par les composantes du vecteur d'espace à la fréquence fondamentale x_n et x_p . En effet, un déséquilibre au niveau de l'amplitude et/ou de la phase des trois grandeurs mesurées a pour effet de modifier la forme du vecteur d'espace et d'introduire dans son spectre une composante à -50Hz. En exprimant les grandeurs triphasées par la formule d'Euler et en appliquant la transformation du vecteur d'espace (équation (III.4)), on peut établir une relation entre les trois grandeurs et les phaseurs du vecteur d'espace à la fréquence fondamentale. Pour des mesures entre phase et neutre ou phase et terre, cette relation est donnée par :

$$\bar{x}_n = \frac{1}{3}(x_a + a^2x_b + ax_c) \qquad x_p = \frac{1}{3}(x_a + ax_b + a^2x_c), \qquad \text{(III.19)}$$

où \bar{x}_n est le conjugué complexe de x_n (voir Annexe C).

En reportant (III.19) dans la définition du facteur de déséquilibre pour des mesures phase–neutre et phase–terre donnée par (II.30), le facteur de déséquilibre devient :

$$V_u = \left| \frac{\bar{x}_n}{x_p} \right| \times 100\% = \left| \frac{x_n}{x_p} \right| \times 100\% \qquad \text{(III.20)}$$

On retombe bien sûr sur la même expression en partant de la définition du facteur de déséquilibre pour des mesures entre phases (II.32). Ceci montre que, indépendamment du type de mesure, le facteur de déséquilibre est égal au rapport entre les modules du phaseur à la fréquence fondamentale négative et de celui à la fréquence fondamentale positive du vecteur d'espace.

Le calcul du facteur de déséquilibre par le vecteur d'espace présente l'avantage d'appliquer la transformée de Fourier une seule fois (sur le vecteur d'espace seulement afin de déterminer x_n et x_p) au lieu de trois (une sur chaque grandeur de phase afin de déterminer x_a , x_b , et x_c) dans le cas classique. De plus, on peut étendre cette méthode pour calculer le facteur de déséquilibre en fonction du temps en utilisant non plus une simple transformée de Fourier mais une analyse temps-fréquence du vecteur d'espace. Ceci permettrait en effet d'évaluer ses composantes fondamentales x_n et x_p en fonction de temps et donc de calculer un facteur de déséquilibre dépendant du temps.

III.4.3 Harmoniques

Les harmoniques peuvent être analysés par les spectres du vecteur d'espace et de la composante homopolaire. Le vecteur d'espace est une grandeur complexe et se caractérise par un spectre non symétrique par rapport à l'axe des ordonnées (les composantes harmoniques situées sur les fréquences négatives et positives ne sont pas conjuguées les unes des autres).

Selon leur rang n et leur répartition sur les trois phases, les harmoniques sont situés dans le spectre de la composante homopolaire et/ou dans le spectre du vecteur d'espace à des fréquences bien particulières.

En effet, lorsque les harmoniques sont repartis de manière uniforme sur les trois phases, ils forment des systèmes triphasés purement directs, inverses ou homopolaires en fonction de leur rang. Ainsi, les harmoniques de rang $3k-1$ (2, 5, 8, 11, etc.) forment des systèmes inverses et en conséquence apparaissent seulement pour les fréquences négatives du vecteur d'espace. Les harmoniques de rang $3k+1$ (1, 4, 7, etc.) forment des systèmes directs et apparaissent uniquement pour les fréquences positives du vecteur d'espace. Les harmoniques de rang $3k$ forment des systèmes homopolaires et de ce fait n'apparaissent que sur le spectre de la composante homopolaire (voir Annexe D). De plus, l'amplitude des harmoniques détectés dans le spectre du vecteur d'espace ou celui de la composante homopolaire est égale à l'amplitude des harmoniques dans les trois grandeurs mesurées.

Pour illustrer la répartition des harmoniques dans le spectre du vecteur d'espace et celui de la composante homopolaire, l'exemple d'un système triphasé formé par trois signaux carrés de même amplitude et déphasés de $\pm 120^\circ$ est considéré. Le spectre de chaque grandeur de phase se caractérise donc par la présence d'harmoniques impairs, dont l'amplitude est inversement proportionnelle au rang de l'harmonique considéré. Les harmoniques de rang $3k+1$ (1, 7, 13, etc.) et de rang $3k-1$ (5, 11, etc.) sont situés respectivement sur les fréquences positives et négatives du spectre du vecteur d'espace, alors que les harmoniques de rang $3k$ (3, 9, 15, etc.) ne sont présents que dans le spectre de

la composante homopolaire (voir figure III.19). De plus, on peut remarquer que les amplitudes des harmoniques sont conservées par la transformation du vecteur d'espace.

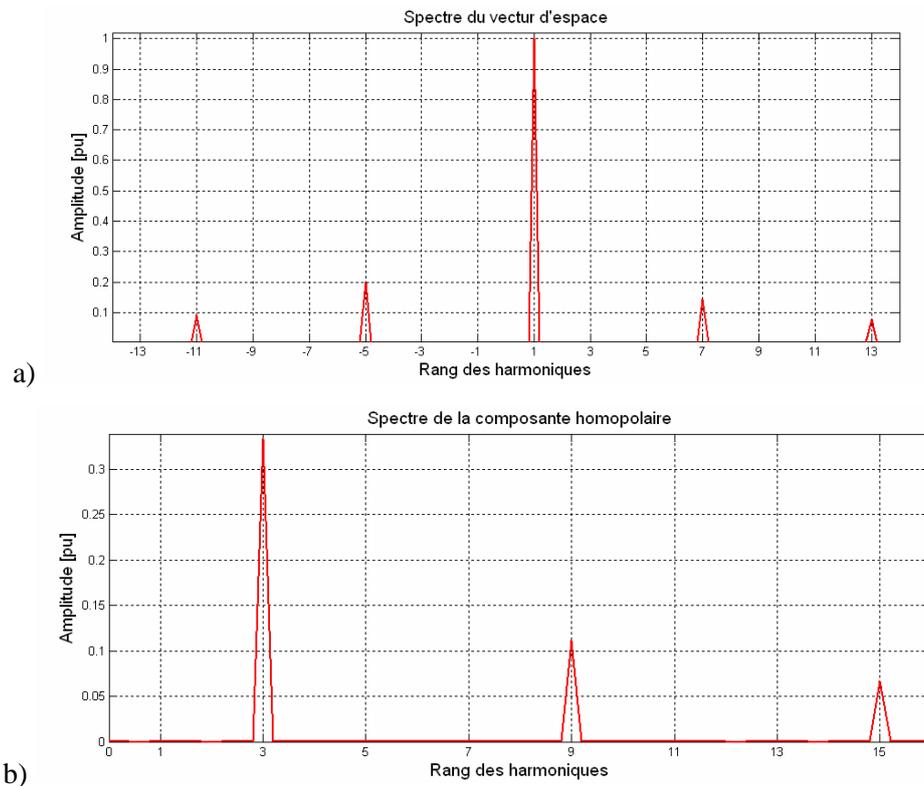


Figure III.19 Spectre du vecteur d'espace (a) et de la composante homopolaire (b) pour un système triphasé équilibré de trois signaux carrés

Lorsque les harmoniques ne sont plus repartis uniformément sur les trois phases, ils ne forment plus des systèmes purement directs, inverses ou homopolaires. En conséquence, des composantes harmoniques de même rang apparaissent à la fois du côté des fréquences positives et négatives du spectre du vecteur d'espace, ainsi que sur le spectre de la composante homopolaire.

Ainsi, les harmoniques de rang $3k-1$, lorsqu'ils sont repartis de manière non uniforme sur les trois phases, se caractérisent par l'apparition d'une composante principale et de deux composantes supplémentaires dans les spectres du vecteur d'espace et de la composante homopolaire. La composante principale est située dans les fréquences négatives du vecteur d'espace, et son amplitude est égale à la moyenne des amplitudes des harmoniques des trois phases. Les deux composantes supplémentaires apparaissent sur les fréquences positives du vecteur d'espace et sur le spectre de la composante homopolaire, et se caractérisent par les mêmes amplitudes et phases. Elles dépendent du degré du déséquilibre et peuvent être utilisées pour calculer un facteur de déséquilibre caractéristique à chaque harmonique (voir Annexe D.2).

De manière analogue, les harmoniques de rang $3k+1$ et $3k$ sont représentés par une composante principale qui indique l'amplitude moyenne des harmoniques sur les trois phases, et par deux autres composantes de même rang indiquant le degré de déséquilibre entre les harmoniques des trois phases.

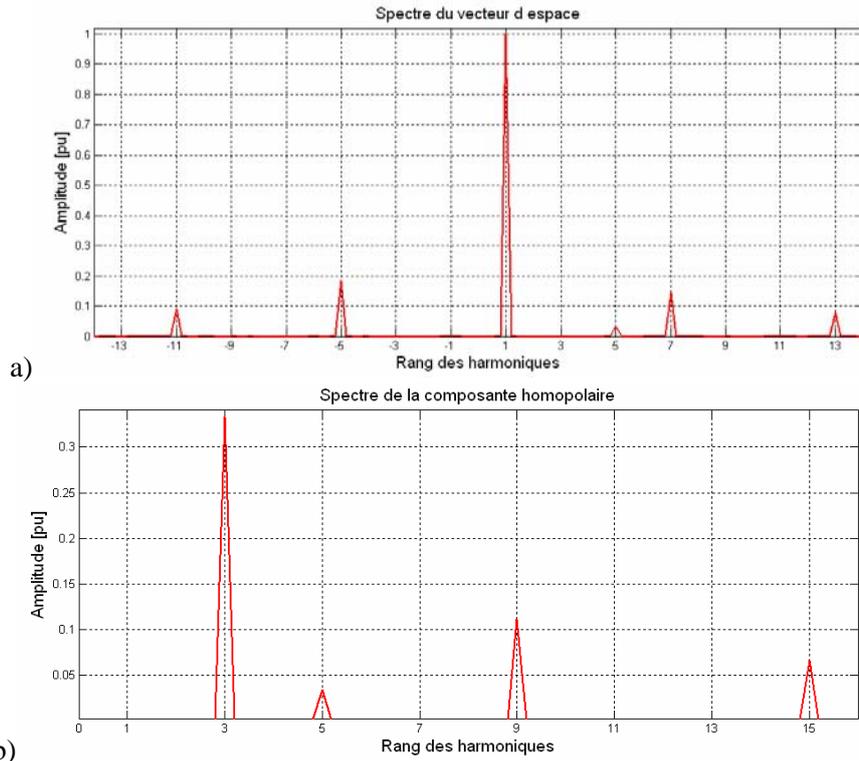


Figure III.20 : Spectre du vecteur d'espace (a) et de la composante homopolaire (b) pour un système de trois signaux carrés dont l'harmonique 5 n'est pas réparti uniformément sur les trois phases

Pour illustrer les modifications introduites par une répartition non uniforme des harmoniques sur les phases du système triphasé, on reprend l'exemple précédent (système triphasé formé par trois signaux carrés) où on introduit un déséquilibre au niveau de l'harmonique de rang 5. Son amplitude a été fixée à 0,1 pu pour une des phases, et n'a pas été modifiée pour les deux autres phases (0,2 pu).

Le spectre du vecteur d'espace correspondant se caractérise par une composante principale de rang 5 située sur les fréquences négatives du vecteur d'espace (figure III.20). Son amplitude est égale à l'amplitude moyenne des harmoniques sur les trois phases, c'est à dire 0,166 pu. Deux composantes supplémentaires correspondant au même rang d'harmonique apparaissent sur les spectres du vecteur d'espace et de la tension homopolaire. Elles se caractérisent par la même amplitude de 0,0333 pu, correspondant à l'écart moyen de l'amplitude des harmoniques des trois phases.

Cet exemple montre que l'analyse des harmoniques contenus dans un système triphasé par la transformation du vecteur d'espace permet d'obtenir directement l'amplitude moyenne et le niveau de déséquilibre pour chaque harmonique.

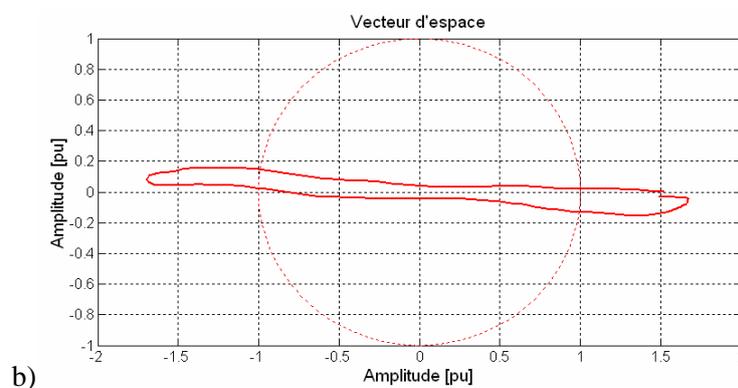
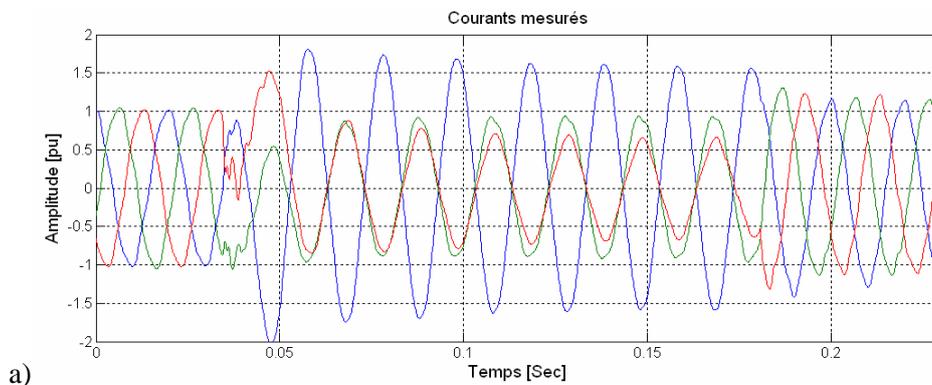
L'analyse des harmoniques par les spectres de la composante homopolaire et du vecteur d'espace peut également être utilisée pour calculer le THD (voir Chapitre II.2.2) pour les trois phases. En effet, le THD dans les systèmes triphasés est soit calculé sur seulement une des phases, soit déterminé par la moyenne des THD des trois phases. La première technique n'est pas très précise et la deuxième nécessite l'application de la transformée de Fourier sur les trois phases et le calcul de THD pour chacune des phases. En utilisant la transformation du vecteur d'espace, le THD moyen des trois phases

est déterminé avec moins de calculs, car la transformation de Fourier est appliquée deux fois (pour le vecteur d'espace et la composante homopolaire) au lieu de trois (pour chacune des trois phases) et l'amplitude moyenne des harmoniques est directement estimée.

III.4.4 Exemples d'application

Le premier exemple concerne l'analyse d'une surintensité, pour laquelle les résultats obtenus sont représentés à la figure III.21. Cette perturbation se caractérise par une surintensité sur une des phases et des baisses du courant avec déphasage sur les deux autres phases, comme on peut le voir sur la forme d'onde de la figure III.21a.

Le vecteur d'espace correspondant, représenté à la figure III.21b sur une période de 20ms pendant la perturbation, suit une forme ellipsoïdale très proche d'un segment de droite. Son spectre (figure III.21c) se caractérise alors par la présence de deux composantes importantes à la fréquence fondamentale positive et négative : $x_p = 0,85e^{j29^\circ}$ et $x_n = 0,8e^{-j37^\circ}$, dont les valeurs ont été estimées par transformée de Fourier discrète. L'inclinaison de l'ellipse $\varphi_{inc} = -8^\circ$ indique que la surintensité considérée concerne la phase a . La valeur du grand rayon $r_{maj} = 1,65$ pu est proportionnelle à l'amplitude de la surintensité. Le petit rayon $r_{min} = 0,05$ pu indique que la perturbation mesurée se caractérise également par des chutes du courant et des déphasages supplémentaires sur les phases b et c .



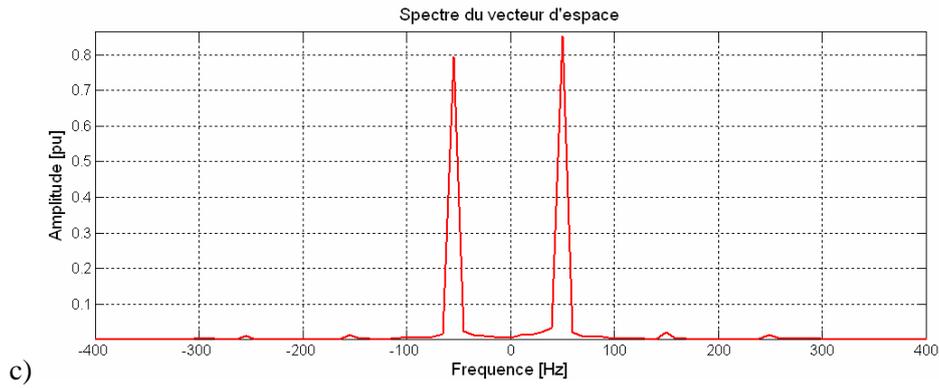


Figure III.21 : Courants mesurés (a), vecteur d'espace dans le plan complexe (b) et spectre du vecteur d'espace (c)

Un deuxième exemple concernant un déséquilibre des courants est présenté en figure III.22. L'amplitude des courants des trois phases varie en fonction du temps, ce qui implique que le degré de déséquilibre est également dépendant du temps.

Afin de déterminer le degré de déséquilibre pour la forme d'onde de la figure III.22a, les composantes spectrales du vecteur d'espace aux fréquences ± 50 Hz sont estimées en fonction du temps à l'aide d'une transformée de Fourier discrète portant sur une fenêtre glissante d'une durée d'une période fondamentale. Le facteur de déséquilibre, qui est alors fonction du temps, est déterminé en utilisant l'équation (III.20) et tracé à la voir figure III.22b. Il montre que les tensions de figure III.22a se caractérisent par un degré de déséquilibre important qui varie dans le temps.

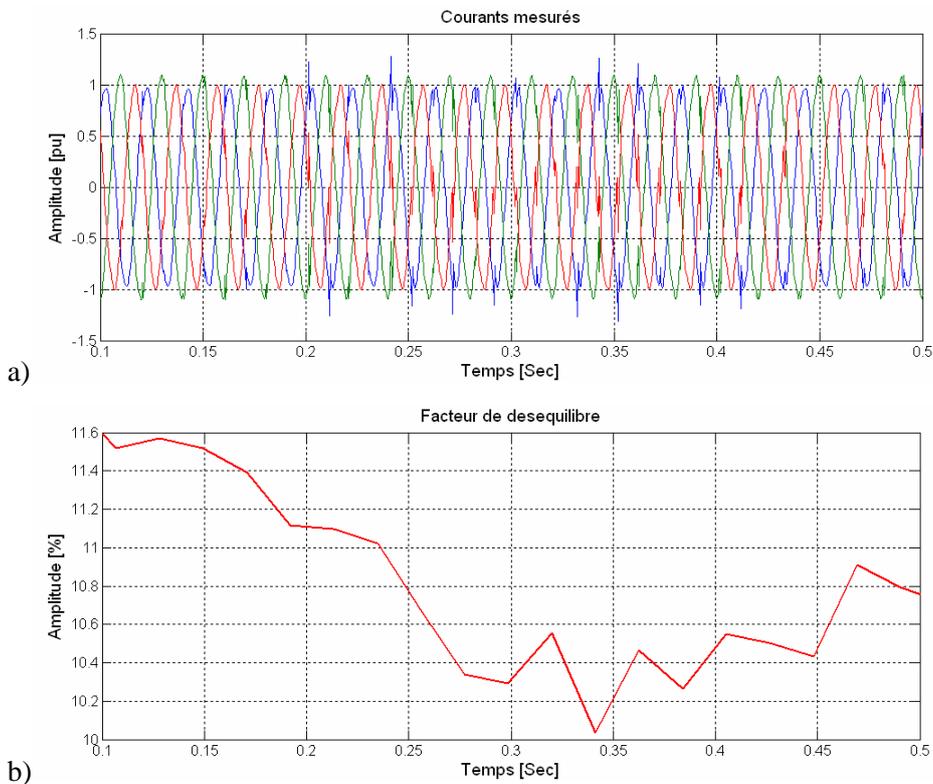


Figure III.22 : Courants mesurés (a) et facteur de déséquilibre en fonction de temps (b)

Le troisième exemple concerne des courants contenant des perturbations harmoniques basse fréquence (figure III.23a). Le vecteur d'espace prend dans le plan complexe une forme quasiment circulaire avec des déformations dues à la présence de perturbations harmoniques (figure III.23b). Son spectre (figure III.23c) confirme la présence d'harmoniques de rang 5 et 7 dans les formes d'onde enregistrées. De plus, ce spectre permet de mettre en évidence un léger déséquilibre dans les courants, de part la présence d'un harmonique de fréquence -50Hz (composante inverse du fondamental).

L'harmonique de rang 5 est situé dans les fréquences négatives du spectre du vecteur d'espace et l'harmonique de rang 7 est du côté fréquences positives comme prévu par la théorie au paragraphe III.4.3. Ces deux harmoniques sont répartis de manière uniforme sur les trois phases puisque l'on n'observe aucun harmonique supplémentaire à ces fréquences. Les harmoniques de rang $3n$ étant en phase, ils ne peuvent pas circuler sur le réseau en amont des transformateurs et la composante homopolaire reste nulle dans ce cas.

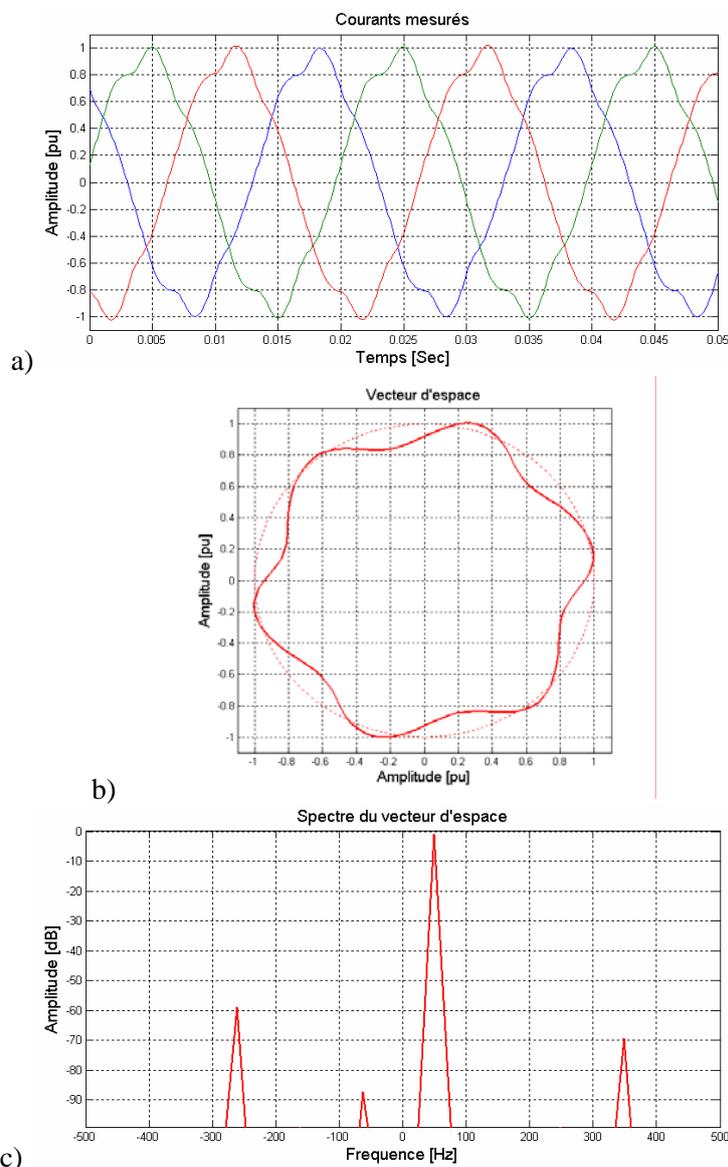


Figure III.23 : Courants mesurés (a), forme du vecteur d'espace dans le plan complexe (b) spectre du vecteur d'espace correspondant (c)

III.5 Conclusion

L'analyse des problèmes de la qualité de l'énergie électrique par la transformation du vecteur d'espace est présentée dans ce chapitre. Des approches spécifiques pour les différents types de perturbations (creux de tension, surtensions, surintensités, déséquilibre et harmoniques) ont été développées.

La transformation du vecteur d'espace extrait les traits caractéristiques des creux de tension et facilite toutes les étapes nécessaires à leur analyse. Ainsi, la segmentation des creux de tension est effectuée de manière plus fiable et nécessite l'analyse de moins de grandeurs. Le type de creux de tension est déterminé de manière exhaustive grâce aux caractéristiques du vecteur d'espace et de la composante homopolaire. Enfin, pour estimer la gravité des creux de tension, deux techniques spécialement destinées aux creux de tension dans les systèmes triphasés sont proposées.

La transformation du vecteur d'espace est également performante pour l'analyse d'autres types de perturbations. L'analyse des surtensions et des surintensités est effectuée de manière analogue à celle des creux de tension. Le degré de déséquilibre est estimé par le rapport des composantes spectrales du vecteur d'espace aux fréquences fondamentales positive et négative, et ceci indépendamment du type de mesure. L'amplitude moyenne des harmoniques et leur degré de déséquilibre sur les trois phases sont directement estimés par l'analyse des spectres du vecteur d'espace et de la composante homopolaire.

La transformation du vecteur d'espace présente l'avantage de faciliter l'analyse des perturbations électriques en utilisant moins de variables. De plus, elle est applicable à tous les types de perturbations et atteint des performances très convenables pour l'analyse automatique de la qualité de l'énergie électrique.

**Chapitre IV Modélisation des structures
d'électronique de puissance par la théorie
des systèmes linéaires variant
périodiquement dans le temps. Application
à l'étude analytique des harmoniques.**

L'utilisation importante des structures d'électronique de puissance dans les réseaux électriques est due à leurs multiples fonctions : mise en forme, compensation, protection et interfaçage de générateurs ou de moteurs. Cependant, à cause de leurs éléments commutatifs, ils génèrent des harmoniques de tension et de courant qui peuvent engendrer maints problèmes perturbants.

Afin d'éviter et d'atténuer les perturbations harmoniques, une bonne connaissance de leur génération et de leur propagation est nécessaire. Une meilleure compréhension des mécanismes du transfert harmonique peut rendre l'atténuation des harmoniques plus efficace et peut être utilisée pour l'optimisation de filtres et de manière plus générale, l'amélioration de la conception de chaînes électriques.

La méthode présentée dans ce chapitre utilise la périodicité des grandeurs des convertisseurs en régime établi afin de décrire le lien entre leurs harmoniques par des équations matricielles. Le système considéré est tout d'abord décrit par des équations différentielles dans le domaine temporel. Ces équations sont ensuite converties dans le domaine fréquentiel et présentées sous forme matricielle. En effet, les courants et les tensions peuvent alors être représentés par les termes de leur série de Fourier et arrangés sous forme vectorielle. Les éléments passifs et les fonctions de commutation sont représentés par des matrices appelées « matrices de transfert harmonique ». La résolution de ces équations matricielles mène alors à la série de Fourier théorique des différents courants et tensions du système. De ces séries de Fourier peuvent être finalement déduits les allures temporelles et les spectres fréquentiels des différentes grandeurs électriques d'intérêt du système considéré.

Cette méthode est spécialement conçue pour des systèmes électriques avec des éléments variant périodiquement dans le temps. Son plus grand avantage par rapport aux autres méthodes existantes est qu'elle conduit à l'expression analytique des harmoniques des différentes grandeurs électriques. Ceci permet de déterminer le lien exact reliant les harmoniques des différentes grandeurs, ainsi que l'impact des différentes composantes du système (commande, éléments passifs, etc) sur ces harmoniques.

Ce chapitre débute par une étude théorique des systèmes variant périodiquement dans le temps et les systèmes invariants dans le temps. Ensuite, le transfert harmonique via les éléments des convertisseurs est analysé et son lien avec les systèmes étudiés précédemment est mis en avant. A la lumière de cette étude, une méthode analytique d'estimation harmonique est développée et illustrée par un exemple. Par la suite, elle est appliquée à deux structures différentes : convertisseur triphasé AC/CD en commande pleine onde et convertisseur triphasé AC/DC/AC en commande MLI synchrone. Le chapitre finit par la présentation des résultats théoriques et expérimentaux suivis de commentaires.

IV.1 Etude théorique des systèmes

IV.1.1 Définitions générales

Avant d'aborder l'étude théorique des différents types de systèmes, on a considéré comme nécessaire de présenter les notions d'invariance dans le temps et de linéarité.

- *Invariance dans le temps* :

Un système est invariant dans le temps si son comportement ne change pas en fonction du temps. En d'autres termes, s'il transforme l'entrée $x(t)$ en $y(t)$, alors $x(t-T)$, la même entrée retardée de T , deviendra la sortie $y(t-T)$, quel que soit le retard T .

- *Linéarité* :

Soit un système dont l'entrée $x_1(t)$ produit la sortie $y_1(t)$ et l'entrée $x_2(t)$ produit la sortie $y_2(t)$. Ce système est linéaire si et seulement si sa réponse à l'entrée $ax_1(t)+bx_2(t)$ est $ay_1(t)+by_2(t)$. Les systèmes qui ne satisfont pas ce critère sont des systèmes non linéaires.

On peut donc noter que le principe de superposition s'applique pour les systèmes linéaires. En effet, si une entrée est constituée d'une somme de signaux, la sortie sera alors la somme des réponses individuelles de chaque composante du signal d'entrée.

IV.1.2 Systèmes linéaires variant périodiquement dans le temps

Soit le système linéaire variant dans le temps caractérisé par sa fonction de transfert dépendante du temps $U(t, \omega)$, d'entrée $x(t)$ et de sortie $y(t)$. Si $U(t, \omega)$ est T_0 -périodique suivant t , le système est alors linéaire variant périodiquement dans le temps (LVPT). Sa fonction de transfert $U(t, \omega)$ étant T_0 -périodique, elle peut être décomposée en série de Fourier suivant t , dont les coefficients sont notés $U_k(\omega)$. On peut alors montrer [Loe-84, Pra-92] que la relation fréquentielle entre l'entrée et la sortie d'un tel système se met sous la forme matricielle $[Y] = [U][X]$, avec :

$$\begin{bmatrix} \cdot \\ Y(\omega - \omega_0) \\ Y(\omega) \\ Y(\omega + \omega_0) \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ U_0(\omega - \omega_0) & U_{-1}(\omega - \omega_0) & U_{-2}(\omega - \omega_0) & \cdot \\ U_1(\omega) & U_0(\omega) & U_{-1}(\omega) & \cdot \\ U_2(\omega + \omega_0) & U_1(\omega + \omega_0) & U_0(\omega + \omega_0) & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot \\ X(\omega - \omega_0) \\ X(\omega) \\ X(\omega + \omega_0) \\ \cdot \end{bmatrix}, \quad (\text{IV.1})$$

où $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ est la pulsation fondamentale du système.

Les vecteurs $[X]$ et $[Y]$ contiennent les composantes des signaux $x(t)$ et $y(t)$ aux fréquences $\omega \pm k\omega_0$, pour $k = 1, 2, 3, \dots$

La matrice $[U]$, appelée « matrice de transfert », contient les éléments de la décomposition en série de Fourier de la fonction de transfert du système.

Présenté dans le plan bifréquentiel, la fonction de transfert d'un système LVPT est située sur un ensemble de droites également espacées entre elles (voir figure IV.1). Le spectre du signal d'entrée est représenté sur la gauche de la figure ; par souci de simplification, on ne représente ici qu'une seule de ses composantes. Celle-ci traverse le plan bifréquentiel horizontalement et se reflète sur les différentes droites de la fonction de transfert. Ceci donne alors naissance à de nouvelles composantes dans le spectre du signal de sortie représenté en bas de la figure.

En d'autres termes, si on applique à l'entrée d'un système LVPT un signal exponentiel complexe de pulsation ω , on retrouve à sa sortie un signal comportant plusieurs composantes exponentielles complexes de pulsation $\omega \pm k\omega_0$.

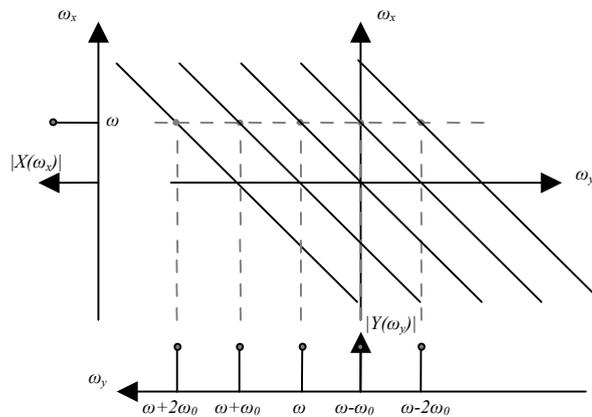


Figure IV.1 Représentation graphique du transfert d'un système linéaire variant périodiquement dans le temps

IV.1.2 Systèmes linéaires invariants dans le temps

Dans le cas particulier d'un système linéaire invariant dans le temps (LIT), la fonction de transfert $U(\omega)$ ne dépend plus du temps. Sa décomposition en série de Fourier ne présente donc qu'un seul coefficient $U_0(\omega) = U(\omega)$. Sous forme matricielle, la relation entrée-sortie générale donnée par l'équation (IV.1) devient :

$$\begin{bmatrix} \cdot \\ Y(\omega - \omega_0) \\ Y(\omega) \\ Y(\omega + \omega_0) \\ \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & & \\ \cdot & U_0(\omega - \omega_0) & 0 & 0 & \\ \cdot & 0 & U_0(\omega) & 0 & \\ \cdot & 0 & 0 & U_0(\omega + \omega_0) & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cdot \\ X(\omega - \omega_0) \\ X(\omega) \\ X(\omega + \omega_0) \\ \cdot \end{bmatrix} \quad (IV.2)$$

Un système LIT peut donc être vu comme un système LVPT où seule la diagonale principale de la matrice de transfert contient des termes différents de zéro.

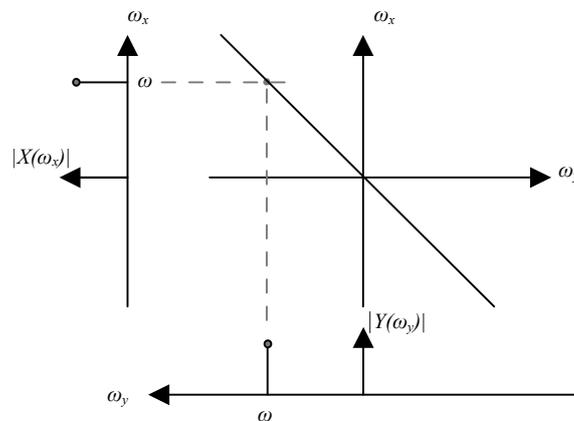


Figure IV.2 Représentation graphique du transfert d'un système linéaire invariant dans le temps

Dans le plan bifréquentiel, la fonction de transfert d'un système LIT est donc située uniquement sur une droite de pente -1 passant par l'origine (voir figure IV.2). Si une composante exponentielle complexe est appliquée à l'entrée d'un tel système, on retrouve à sa sortie un signal exponentiel complexe de même fréquence, dont seules l'amplitude et la phase peuvent être modifiées par ce système. Ce résultat bien connu montre que les exponentielles complexes sont les fonctions propres des systèmes LIT.

IV.2 Transfert harmonique via les éléments d'un convertisseur

Avant de se lancer dans l'étude des interactions harmoniques entre les grandeurs des convertisseurs, on présente d'abord le transfert harmonique via les éléments dont ils sont constitués : les éléments passifs et les interrupteurs électroniques de puissance ou éléments commutatifs.

Dans la partie qui suit, les modifications introduites par ces éléments dans l'amplitude, la phase et la fréquence des harmoniques sont considérées. Les matrices de transfert pour chacun des éléments sont déterminées.

IV.2.1 Transfert harmonique via les éléments passifs

Le transfert harmonique via les éléments passifs d'un système d'électronique de puissance est classiquement représenté sous forme scalaire. Cependant, la présence d'éléments commutatifs au sein de ces systèmes nous impose la forme matricielle. Ainsi, la représentation du transfert harmonique via les éléments passifs sous forme matricielle nous permettra de décrire le système complet par des équations matricielles.

IV.2.1.1 Transfert harmonique via une inductance

La relation entre le courant $i(t)$ traversant une inductance et la tension $v(t)$ à ses bornes est obtenue à partir de l'équation de l'inductance :

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad (IV.3)$$

Les grandeurs $v(t)$ et $i(t)$ sont supposées T_o -périodiques et donc, peuvent être décomposées en série de Fourier :

$$v(t) = \sum_k \langle v \rangle_k e^{jk\omega_0 t} \quad i(t) = \sum_k \langle i \rangle_k e^{jk\omega_0 t} \quad (IV.4)$$

,où $\langle v \rangle_k$ et $\langle i \rangle_k$ sont les harmoniques de rang k de la tension et du courant, et $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$ la pulsation fondamentale des grandeurs électriques considérées.

En combinant les équations IV.3 et IV.4 on obtient :

$$\sum_k \langle v \rangle_k e^{jk\omega_0 t} = L \sum_k \frac{d}{dt} (\langle i \rangle_k e^{jk\omega_0 t}) = L \left(\sum_k \frac{d\langle i \rangle_k}{dt} e^{jk\omega_0 t} + \sum_k jk\omega_0 \langle i \rangle_k e^{jk\omega_0 t} \right) \quad (IV.5)$$

A partir de cette dernière équation, la relation entre les harmoniques du courant traversant l'inductance et de la tension à ses bornes est établie :

$$\langle v \rangle_k = L \frac{d\langle i \rangle_k}{dt} + jk\omega_0 \langle i \rangle_k \quad (\text{IV.6})$$

En régime permanent l'amplitude des harmoniques ne varie pas en fonction du temps, leur dérivée temporelle est donc nulle ($\frac{d\langle i \rangle_k}{dt} = 0$). L'équation (IV.6) se simplifie donc en :

$$\langle v \rangle_k = jk\omega_0 L \langle i \rangle_k \quad (\text{IV.7})$$

A partir de cette dernière équation, on obtient la matrice de transfert via une inductance sous forme matricielle [Ign-04] :

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \langle v \rangle_{k-1} \\ \langle v \rangle_k \\ \langle v \rangle_{k+1} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & j(k-1)\omega_0 L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & jk\omega_0 L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j(k+1)\omega_0 L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \langle i \rangle_{k-1} \\ \langle i \rangle_k \\ \langle i \rangle_{k+1} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{IV.8})$$

IV.2.1.2 Transfert harmonique via un condensateur

La relation entre les harmoniques du courant et de la tension d'un condensateur est déterminée de manière analogue, et on obtient $\langle i \rangle_k = jk\omega_0 C \langle v \rangle_k$.

La matrice de transfert correspondante est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \langle i \rangle_{k-1} \\ \langle i \rangle_k \\ \langle i \rangle_{k+1} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & j(k-1)\omega_0 C & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & jk\omega_0 C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & j(k+1)\omega_0 C & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \langle v \rangle_{k-1} \\ \langle v \rangle_k \\ \langle v \rangle_{k+1} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{IV.9})$$

IV.2.1.3 Transfert harmonique via une résistance

La matrice de transfert via une résistance se caractérise également par une structure diagonale. De plus les éléments sur la diagonale principale sont égaux, puisque la résistance ne dépend pas de la fréquence: $\langle v \rangle_k = R \langle i \rangle_k$.

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \langle v \rangle_{k-1} \\ \langle v \rangle_k \\ \langle v \rangle_{k+1} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \langle i \rangle_{k-1} \\ \langle i \rangle_k \\ \langle i \rangle_{k+1} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{IV.10})$$

IV.2.2 Transfert harmonique via les éléments commutatifs

Dans ce paragraphe, l'analyse du transfert harmonique via une cellule de commutation est réalisée. Cette cellule, représentée à la figure IV.3, est constituée de deux bras contenant deux interrupteurs chacun.

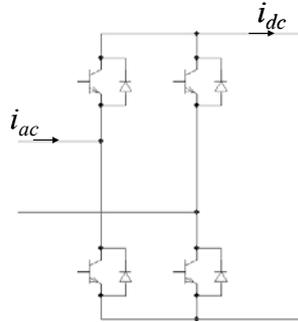


Figure IV.3 Cellule de commutation

La relation entre le courant alternatif d'entrée $i_{ac}(t)$ et le courant continu de sortie $i_{dc}(t)$ est donnée par :

$$i_{dc}(t) = u(t)i_{ac}(t), \quad (IV.11)$$

où $u(t)$ est la fonction de commutation de la cellule considérée.

Dans la suite, ces trois grandeurs temporelles sont supposées périodiques de même période T_0 , et peuvent donc être développées en série de Fourier :

$$i_{dc}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \langle i_{dc} \rangle_k e^{jk\omega_0 t} \quad i_{ac}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \langle i_{ac} \rangle_k e^{jk\omega_0 t} \quad u(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle u \rangle_i e^{ji\omega_0 t} \quad (IV.12)$$

Afin de déterminer la relation entre les harmoniques des deux courants, on développe l'expression (IV.11) en remplaçant toutes les grandeurs temporelles par leurs séries de Fourier données en (IV.12) :

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \langle i_{dc} \rangle_k e^{jk\omega_0 t} = \left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \langle i_{ac} \rangle_k e^{jk\omega_0 t} \right) \left(\sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle u \rangle_i e^{ji\omega_0 t} \right) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle u \rangle_{k-i} \langle i_{ac} \rangle_i \right) e^{jk\omega_0 t} \quad (IV.13)$$

Cette dernière équation permet d'exprimer l'harmonique de rang k du courant $i_{dc}(t)$ en fonction des harmoniques de $i_{ac}(t)$:

$$\langle i_{dc} \rangle_k = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle u \rangle_{k-i} \langle i_{ac} \rangle_i \quad (IV.14)$$

Si on exprime cette dernière expression pour les différentes valeurs de k , on obtient :

$$\begin{aligned} & \vdots \\ \langle i_{dc} \rangle_{-1} &= \dots \langle u \rangle_{-2} \langle i_{dc} \rangle_1 + \langle u \rangle_{-1} \langle i_{dc} \rangle_0 + \langle u \rangle_0 \langle i_{dc} \rangle_{-1} + \dots \\ \langle i_{dc} \rangle_0 &= \dots \langle u \rangle_{-1} \langle i_{dc} \rangle_0 + \langle u \rangle_0 \langle i_{dc} \rangle_0 + \langle u \rangle_1 \langle i_{dc} \rangle_{-1} + \dots \\ \langle i_{dc} \rangle_1 &= \dots \langle u \rangle_0 \langle i_{dc} \rangle_1 + \langle u \rangle_1 \langle i_{dc} \rangle_0 + \langle u \rangle_2 \langle i_{dc} \rangle_{-1} + \dots \\ & \vdots \end{aligned} \quad (IV.15)$$

Ces différentes relations entre les harmoniques des deux courants peuvent finalement être mises sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \langle i_{dc} \rangle_{k-1} \\ \langle i_{dc} \rangle_k \\ \langle i_{dc} \rangle_{k+1} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \\ \cdots & \langle u \rangle_0 & \langle u \rangle_{-1} & \langle u \rangle_{-2} & \cdots \\ \cdots & \langle u \rangle_1 & \langle u \rangle_0 & \langle u \rangle_{-1} & \cdots \\ \cdots & \langle u \rangle_2 & \langle u \rangle_1 & \langle u \rangle_0 & \cdots \\ \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \langle i_{ac} \rangle_{k-1} \\ \langle i_{ac} \rangle_k \\ \langle i_{ac} \rangle_{k+1} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (\text{IV.16})$$

La matrice de transfert obtenue se caractérise d'une structure Toeplitz : les éléments situés sur la même diagonale sont égaux. De plus, on peut remarquer que dans le cas général, elle est de dimension infinie.

IV.2.3 Lien entre les composantes d'un convertisseur et les systèmes LVPT et LIT

Les éléments passifs seuls sont, sauf cas particuliers, des systèmes linéaires et invariants dans le temps. La matrice de transfert via un élément passif contient des termes non nuls uniquement sur sa diagonale principale, ce qui montre que les éléments passifs ne génèrent aucune nouvelle composante harmonique (voir figure IV.2). Dans le cas particulier d'une résistance, les termes situés sur la diagonale principale de la matrice de transfert sont réels et égaux, et par conséquent cet élément modifie l'amplitude des harmoniques d'une manière uniforme mais n'agit pas sur leur phase. Les éléments réactifs (capacité et inductance) modifient quant à eux l'amplitude et la phase des harmoniques. En effet, leur impédance est complexe et varie avec la fréquence et par conséquent ils sont susceptibles de modifier le spectre d'amplitude et de phase des grandeurs électriques.

Les éléments de commutation d'un système d'électronique de puissance sont des systèmes linéaires variant périodiquement dans le temps. La matrice de transfert de ces éléments contient des termes non nuls ailleurs que sur sa diagonale principale et se caractérise par une structure Toeplitz. Un élément de commutation modifie donc non seulement l'amplitude et la phase des harmoniques, mais également leur fréquence. Il génère des nouvelles composantes harmoniques (voir figure IV.1), dépendant de la forme et de la fréquence de la fonction de commutation. De plus, le transfert harmonique via un élément commutatif est bidirectionnel : les harmoniques à l'entrée génèrent des harmoniques à la sortie et vice versa. En effet, les grandeurs de sortie d'un convertisseur dépendent de ses grandeurs d'entrée et les grandeurs d'entrée, quant à eux, sont également une fonction des grandeurs de sortie. En conséquence, les perturbations harmoniques se propagent dans les deux sens : de l'entrée vers la sortie et de la sortie vers l'entrée des convertisseurs.

IV.2.4 Bilan

Un convertisseur est constitué d'éléments passifs et d'éléments commutatifs. En régime établi le transfert harmonique à travers les éléments passifs peut être exprimé par un modèle LIT et le transfert

à travers les éléments commutant de manière périodique par un modèle LVPT. L'ensemble, le convertisseur, peut donc être correctement représenté par un modèle LVPT.

IV.3 Méthode d'estimation harmonique

Dans cette partie, la méthode d'estimation harmonique proposée est présentée en détails et illustrée sur un exemple simple de structure d'électronique de puissance.

IV.3.1 Algorithme

Les hypothèses suivantes sont admises dans l'algorithme d'estimation harmonique :

- Les interrupteurs et leur commande sont considérés comme parfaits.
- Les éléments réactifs sont considérés comme linéaires et invariants dans le temps.
- Le convertisseur est supposé avoir atteint son régime permanent.
- La grandeur d'entrée et la commande (la fonction de commutation) sont connues.
- La grandeur d'entrée et la commande sont périodiques et de fréquences fondamentales multiples l'une de l'autre (par exemple commande pleine onde, MLI avec un indice entier de modulation et etc.)

L'algorithme de modélisation est constitué des étapes suivantes [Ign-05-1, Ign-06-3] :

- Le convertisseur est décrit par des équations différentielles dans le domaine temporel.
- Les équations du convertisseur sont converties dans le domaine fréquentiel et présentées sous forme matricielle.
- La grandeur d'entrée (la tension du réseau dans notre cas) est décomposée en série de Fourier. Les coefficients de la série de Fourier sont mis sous forme vectorielle.
- La fonction de commutation, déterminée par la commande choisie est décomposée en série de Fourier. La matrice de transfert harmonique correspondant à la fonction de commutation est construite.
- Les matrices de transfert des éléments passifs sont construites.
- On résout le système d'équations matricielles. Comme résultat on obtient les coefficients de la série de Fourier des grandeurs désirées sous forme complexe (données par leur amplitude et leur phase).
- Pour avoir des résultats dans le domaine temporel, on reconstitue la forme d'onde des grandeurs désirées à partir des coefficients de la série de Fourier.

Les modèles sont programmés sous Matlab et sont validés par des modèles simulés. Le logiciel utilisé pour ce faire est Matlab Simulink, grâce d'une part à sa simplicité d'exploitation, et d'autre part à la facilité d'analyse et de comparaison des résultats qu'il procure.

Remarques

- Pour obtenir des résultats corrects, la méthode doit être appliquée à la fois pour les harmoniques de fréquence positive et de fréquence négative. En effet, les grandeurs réelles se caractérisent par des spectres à symétrie hermitienne, pour lesquels les composantes situées sur les fréquences positives sont les conjuguées de celles situées sur les fréquences négatives. Si l'algorithme proposé s'applique seulement aux harmoniques de fréquence positive ou négative, cette symétrie est perdue et les résultats obtenus sont faux.

- Le nombre de composantes des séries de Fourier des grandeurs considérées est en théorie infini. Afin de pouvoir stocker les vecteurs et les matrices du système étudié dans un logiciel et de résoudre les équations matricielles correspondantes, on tronque ces vecteurs et ces matrices à un nombre fini de composantes. Ceci revient à supposer que les grandeurs électriques du système étudié sont correctement représentées par une série de Fourier finie, ce qui peut être supposé vrai la majeure partie du temps.

IV.3.2 Exemple

Afin de mieux illustrer la méthode d'estimation harmonique, celle-ci est appliquée au convertisseur monophasé de la figure IV.4 contenant des éléments passifs et commutatifs.

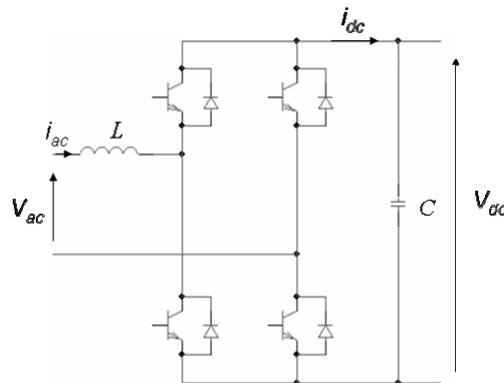


Figure IV.4 Exemple d'application : convertisseur monophasé

Le comportement du convertisseur est décrit dans le domaine temporel par les équations suivantes :

$$\begin{cases} L \frac{dI_{ac}(t)}{dt} = V_{ac}(t) - u(t)V_{dc}(t) \\ I_{ac}(t) = u(t)I_{dc}(t) \\ C \frac{dV_{dc}(t)}{dt} = I_{dc}(t) \end{cases} \quad (IV.17)$$

En régime permanent, les équations (IV.17) peuvent être converties dans le domaine fréquentiel :

$$\left\{ \begin{array}{l} jk\omega_0 L \langle I_{ac} \rangle_k = \langle V_{ac} \rangle_k - \sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle U \rangle_{k-i} \langle V_{dc} \rangle_i \\ \langle I_{ac} \rangle_k = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \langle U \rangle_{k-i} \langle I_{dc} \rangle_i \\ jk\omega_0 C \langle V_{dc} \rangle_k = \langle I_{dc} \rangle_k \end{array} \right. , \quad (\text{IV.18})$$

où les indices k et i désignent des rangs d'harmoniques.

Présentée sous forme matricielle, l'équation (IV.18) devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} [L][I_{ac}] = [V_{ac}] - [U][V_{dc}] \\ [I_{ac}] = [U][I_{dc}] \\ [C][V_{dc}] = [I_{dc}] \end{array} \right. , \quad (\text{IV.19})$$

où $[C]$ et $[L]$ sont les matrices diagonales correspondantes respectivement à la capacité et à l'inductance, $[U]$ est la matrice de la fonction de commutation se caractérisant par une structure Toeplitz, et $[V_{dc}]$, $[V_{ac}]$, $[I_{dc}]$ et $[I_{ac}]$ sont des vecteurs contenant les composantes harmoniques des grandeurs correspondantes.

Le vecteur de la tension d'entrée $[V_{ac}]$ est supposé connu. Les vecteurs des courants et le vecteur de la tension du côté continue ne sont pas connus à priori.

Lorsque la composante continue (l'harmonique de rang 0) est prise en compte, les matrices du condensateur et de l'inductance ne sont pas directement inversibles. Dans ce cas, l'inversion de ces matrices est évitée en réarrangeant astucieusement le système d'équations. La solution des équations matricielles en évitant l'inversion directe des matrices des éléments réactifs est :

$$\left\{ \begin{array}{l} [V_{dc}] = ([L][U][C] + [U])^{-1} [V_{ac}] \\ [I_{ac}] = [U][C][V_{dc}] \\ [I_{dc}] = [C][V_{dc}] \end{array} \right. \quad (\text{IV.20})$$

Il peut être noté que la méthode mène directement à une solution analytique exacte pour les harmoniques des grandeurs différentes (courants et tensions). Pour cette raison, le domaine fréquentiel est considéré comme plus précis et plus rapide que le domaine temporel, où tout d'abord les formes d'onde sont obtenues et ensuite les spectres correspondants sont déterminés. Cette méthode présente également l'avantage de fournir une expression analytique pour chacun des harmoniques, qui peut être utilisée pour rendre étudier plus en détail leur origine et envisager leur atténuation.

IV.4 Application de la méthode à un convertisseur triphasé AC/DC en commande pleine onde

IV.4.1 Modélisation de la structure

L'algorithme présenté au paragraphe IV.3 est tout d'abord appliqué au redresseur triphasé présenté à la figure IV.5.

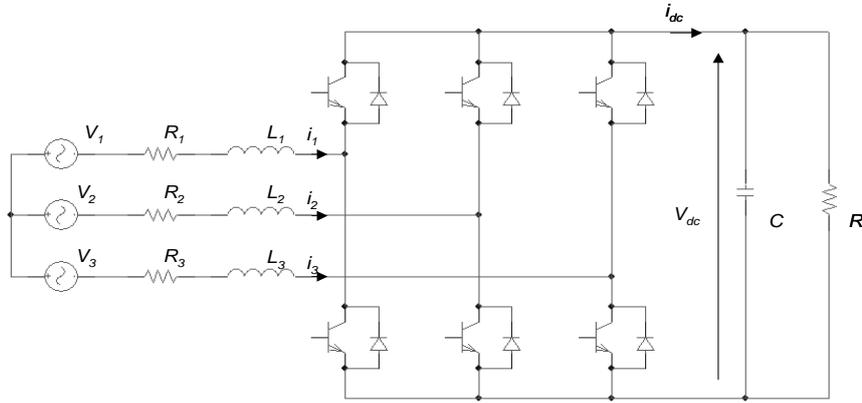


Figure IV.5 Redresseur de courant triphasé

Le redresseur est décrit par les équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 \frac{di_1(t)}{dt} = V_1(t) - R_1 i_1(t) - (2u_1(t) - u_2(t) - u_3(t)) \frac{V_{dc}(t)}{6} \\ L_2 \frac{di_2(t)}{dt} = V_2(t) - R_2 i_2(t) - (2u_2(t) - u_1(t) - u_3(t)) \frac{V_{dc}(t)}{6} \\ L_3 \frac{di_3(t)}{dt} = V_3(t) - R_3 i_3(t) - (2u_3(t) - u_1(t) - u_2(t)) \frac{V_{dc}(t)}{6} \\ C \frac{dV_{dc}(t)}{dt} = \frac{1}{2} (u_1(t) i_1(t) + u_2(t) i_2(t) + u_3(t) i_3(t)) - \frac{V_{dc}(t)}{R} \end{array} \right. , \quad (IV.21)$$

où $u_n(t)$, $n = 1, 2, 3$ est la commande de chacun des bras.

En régime établi, les équations (IV.21) peuvent être converties dans le domaine fréquentiel et présentées sous forme matricielle :

$$\left\{ \begin{array}{l} [L_1][I_1] = [V_1] - [R_1][I_1] - \frac{1}{6} (2[U_1] - [U_2] - [U_3])[V_{dc}] \\ [L_2][I_2] = [V_2] - [R_2][I_2] - \frac{1}{6} (2[U_2] - [U_1] - [U_3])[V_{dc}] \\ [L_3][I_3] = [V_3] - [R_3][I_3] - \frac{1}{6} (2[U_3] - [U_1] - [U_2])[V_{dc}] \\ [C][V_{dc}] = \frac{1}{2} ([U_1][I_1] + [U_2][I_2] + [U_3][I_3]) - [R]^{-1}[V_{dc}] \end{array} \right. . \quad (IV.22)$$

Les tensions et les courants sont représentés par des vecteurs contenant les composantes harmoniques situées sur les fréquences positives et négatives :

$$[I_n] = [\dots \langle I_n \rangle_{-2} \langle I_n \rangle_{-1} \langle I_n \rangle_0 \langle I_n \rangle_1 \langle I_n \rangle_2 \dots], \quad n = 1, 2, 3 \quad (\text{IV.23})$$

$$[V_{dc}] = [\dots \langle V_{dc} \rangle_{-2} \langle V_{dc} \rangle_{-1} \langle V_{dc} \rangle_0 \langle V_{dc} \rangle_1 \langle V_{dc} \rangle_2 \dots]^T$$

Par exemple, si on suppose la tension de réseau purement sinusoïdale et équilibrée, sa décomposition en série de Fourier est donnée par :

$$\langle V_n \rangle_k = \begin{cases} \frac{V}{2jk} e^{-jk(n-1)\frac{2\pi}{3}} & \text{pour } k = \pm 1, \\ 0 & \text{pour } k \neq \pm 1 \end{cases} \quad (\text{IV.24})$$

où k représente le rang des harmoniques, n l'indice de phase et V l'amplitude.

Représentée sous forme vectorielle, la tension d'entrée devient donc :

$$[V_n] = \left[\dots 0 \quad 0 \quad -\frac{V}{2j} e^{j(n-1)\frac{2\pi}{3}} \quad 0 \quad \frac{V}{2j} e^{-j(n-1)\frac{2\pi}{3}} \quad 0 \quad 0 \quad \dots \right], \quad n = 1, 2, 3 \quad (\text{IV.25})$$

Les éléments passifs sont représentés par des matrices diagonales comme exposé au paragraphe IV.2 (voir plus particulièrement les équations (IV.8), (IV.9) et (IV.10)) :

$$\begin{aligned} [L_n] &= \text{diag}(j\omega_0 H L_n) \quad n = 1, 2, 3 \\ [R_n] &= \text{diag}(j\omega_0 H R_n) \quad n = 1, 2, 3 \\ [C] &= \text{diag}(j\omega_0 H C) \\ [R] &= \text{diag}(R) \end{aligned} \quad (\text{IV.26})$$

où $[H]$ est le vecteur contenant le rang des harmoniques :

$$[H] = [\dots -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad \dots]. \quad (\text{IV.27})$$

La fonction de commutation d'un redresseur triphasé en commande pleine onde est périodique. Sa décomposition en série de Fourier montre qu'elle contient des harmoniques de rang $6k \pm 1$ et

d'amplitude: $\frac{\sqrt{3}}{j(6k \pm 1)\pi} e^{j(6k \pm 1)\left(\pi\alpha + (n-1)\frac{2\pi}{3}\right)}$, k étant le rang des harmoniques et α le retard de

commutation des interrupteurs.

Les coefficients de la série de Fourier pour les trois fonctions de commutation sont arrangés sous forme matricielle :

$$\begin{aligned} [U_1] &= \text{toeplitz}[\dots \langle u_1 \rangle_{-2} \langle u_1 \rangle_{-1} \langle u_1 \rangle_0 \langle u_1 \rangle_1 \langle u_1 \rangle_2 \dots] \\ [U_2] &= \text{toeplitz}[\dots \langle u_2 \rangle_{-2} \langle u_2 \rangle_{-1} \langle u_2 \rangle_0 \langle u_2 \rangle_1 \langle u_2 \rangle_2 \dots] \\ [U_3] &= \text{toeplitz}[\dots \langle u_3 \rangle_{-2} \langle u_3 \rangle_{-1} \langle u_3 \rangle_0 \langle u_3 \rangle_1 \langle u_3 \rangle_2 \dots] \end{aligned} \quad (\text{IV.28})$$

IV.4.2 Résultats obtenus

Les équations matricielles du convertisseur sont résolues dans le domaine fréquentiel avec les paramètres suivants :

$$L_k = 40 \text{ mH}, \quad C = 1 \text{ mF}, \quad R = 150 \Omega, \quad R_k = 1 \Omega, \quad V_k = 240 \text{ V.}$$

$l = 20$: Nombre d'harmoniques calculés.

$N = 10000$: Nombre d'échantillons par période utilisés pour la reconstruction de la forme d'onde. Les vecteurs $[I_n]$ et $[V_{dc}]$ sont déterminés et les formes d'onde des grandeurs correspondantes sont construites. Les résultats ainsi obtenus sont comparés aux résultats obtenus par simulation de la même structure sous Matlab Simulink. La figure IV.6 présente les courants alternatifs en fonction du temps obtenus par la méthode théorique et la simulation. On peut constater que les courants sur les deux courbes sont quasiment identiques. Les faibles différences sont dues au pas de simulation, au nombre de points utilisés pour la reconstruction de la forme d'onde et au nombre d'harmoniques calculés dans le cas de la méthode proposée.

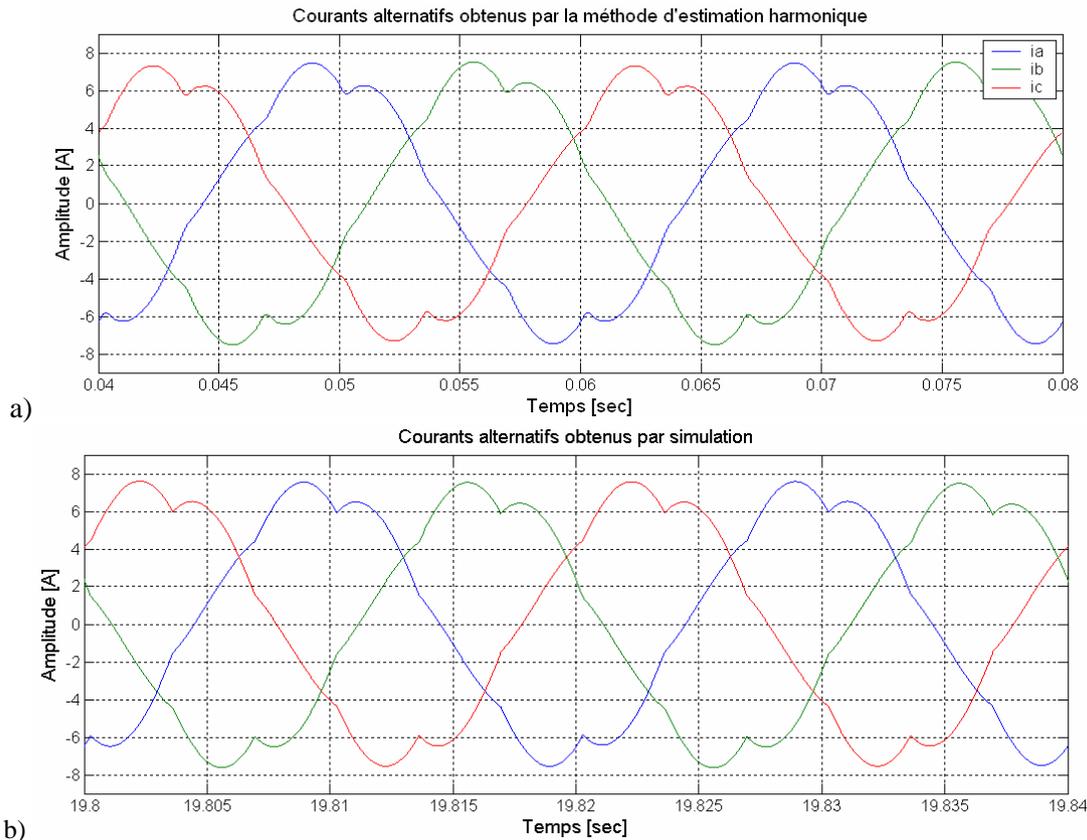


Figure IV.6 Comparaison entre la méthode d'estimation harmonique (a) et le modèle du convertisseur sous Matlab / Simulink (b)

IV.5 Application de la méthode à un convertisseur triphasé AC/DC/AC en commande MLI

Afin d'illustrer les performances de la méthode proposée, celle-ci est appliquée au convertisseur triphasé alternatif-continu-alternatif fonctionnant en commande MLI (Modulation de Largeur d'impulsions) en boucle fermée décrit à la figure IV.7. Cette structure est choisie du fait de sa complexité et de son application répandue en tant qu'interface pour les générateurs.

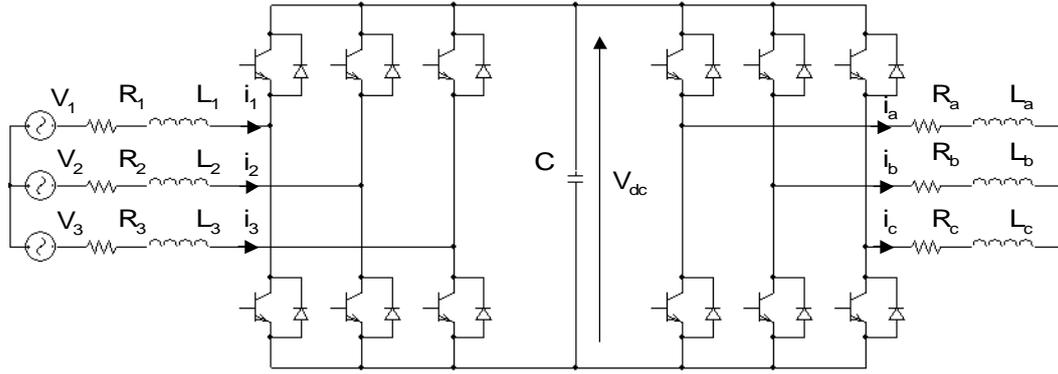


Figure IV.7 Convertisseur triphasé alternatif-continu-alternatif

IV.5.1 Modélisation de la structure

Le convertisseur peut être considéré comme constitué de deux convertisseurs triphasés : alternatif-continu et continu-alternatif. L'application de la méthode pour ce type de convertisseurs a déjà été présentée au paragraphe IV.4. Pour cette raison, nous nous intéresserons principalement à la modélisation de la commande du convertisseur dans ce paragraphe.

Le convertisseur est décrit par des équations différentielles, qui sont ensuite converties dans le domaine fréquentiel, puis mises sous forme matricielle :

$$\begin{cases} [L_p] I_p = [V_p] - \frac{1}{6} [U_p] V_{dc} - [R_p] I_p \\ [C_p] V_{dc} = \sum_p [U_p] I_p + \sum_m [U_m] I_m \\ [L_m] I_m = [U_m] V_{dc} - [R_m] I_m \end{cases} \quad (IV.29)$$

où $p = 1, 2, 3$ et $m = a, b, c$.

Les vecteurs représentant les grandeurs du convertisseur et les matrices des éléments passifs sont construits de manière analogue à celle présentée aux paragraphes IV.3 et IV.4.

La fonction de commutation est déterminée par la commande, qui dans notre cas est une MLI. Cette commande est généralement basée sur la comparaison d'un signal triangulaire de fréquence élevée et d'un signal de référence. En conséquence, la fonction de commutation n'est pas exactement périodique, mais peut être représentée par une fonction bi-dimensionnelle du signal de référence et du signal triangulaire qui sont périodiques. Ainsi, les coefficients de Fourier pour cette fonction de commutation peuvent être obtenus par une double décomposition en série de Fourier. Par exemple, la fonction de commutation pour une MLI naturelle (la fréquence du signal triangulaire est un multiple entier de la fréquence du signal de référence) est donnée par [Hol-01] :

$$u_i(t) = M \cos(\omega t + \theta + (i-1) \frac{2\pi}{3}) + \frac{4}{\pi} \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{l} \left\{ \sin\left([l+n] \frac{\pi}{2}\right) J_n\left(l \frac{\pi}{2} M\right) \cos\left([l\omega_c t + \theta_c] + n\left[\omega t + \theta + (i-1) \frac{2\pi}{3}\right]\right) \right\}, \quad (IV.30)$$

où

M , ω et θ sont respectivement l'amplitude, la pulsation et la phase du signal de référence,

ω_c et θ_c sont la phase et la pulsation du signal triangulaire,

$J_n(\)$ est la fonction de Bessel d'ordre n .

IV.5.2 Modélisation de la commande en boucle fermée

En boucle ouverte, l'amplitude M et la phase θ du signal de référence sont connues et constantes. En boucle fermée, ces deux paramètres sont utilisés pour le contrôle des grandeurs du convertisseur, en général les courants alternatifs du côté réseau. Ainsi, ces deux paramètres n'ont pas de valeurs fixes, mais dépendent de la valeur réelle et de la valeur de référence de la grandeur contrôlée.

Dans ce paragraphe, l'impact de l'asservissement du convertisseur est pris en compte par le calcul de l'amplitude et de la phase du signal de référence. Dans l'algorithme proposé par [Guf-00, Ext-03], les équations du convertisseur sont tout d'abord résolues pour la fréquence fondamentale, les courants et les tensions étant remplacés par leurs valeurs de référence. Ainsi, le fondamental de la fonction de commutation est déterminé. En utilisant le fait que le signal de référence représente le fondamental de la fonction de commutation, les grandeurs M et θ sont déterminées. Les coefficients de Fourier de la fonction de commutation réelle peuvent alors être calculés en utilisant l'équation (IV.30).

Cet algorithme est décrit plus en détail ci-dessous. Afin de ne pas compliquer les explications, seul le convertisseur alternatif-continu est traité, le deuxième convertisseur étant considéré dans un premier temps comme une charge résistive r . La structure du convertisseur est alors similaire à celle de la figure IV.5, avec r à la place de R .

Les courants alternatifs du côté réseau vérifient les équations suivantes :

$$\begin{cases} L_1 \frac{di_1(t)}{dt} = V_1(t) - R_1 i_1(t) - u_1(t) \frac{V_{dc}(t)}{6} \\ L_2 \frac{di_2(t)}{dt} = V_2(t) - R_2 i_2(t) - u_2(t) \frac{V_{dc}(t)}{6} \\ L_3 \frac{di_3(t)}{dt} = V_3(t) - R_3 i_3(t) - u_3(t) \frac{V_{dc}(t)}{6} \end{cases}, \text{ où} \quad (\text{IV.31})$$

$$\begin{cases} u_1(t) = 2s_1(t) - s_2(t) - s_3(t) \\ u_2(t) = 2s_2(t) - s_1(t) - s_3(t), \\ u_3(t) = 2s_3(t) - s_1(t) - s_2(t) \end{cases} \quad (\text{IV.32})$$

$s_1(t)$, $s_2(t)$ et $s_3(t)$ étant les commandes des différents bras.

On suppose les grandeurs du convertisseur et la fonction de commutation symétriques, et seule la composante fondamentale est prise en compte. On a donc les relations suivantes :

$$\begin{cases} i_1 = i \\ i_2 = ie^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ i_3 = ie^{j\frac{2\pi}{3}} \end{cases}, \quad \begin{cases} V_1 = V \\ V_2 = Ve^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ V_3 = Ve^{j\frac{2\pi}{3}} \end{cases}, \quad \begin{cases} u_1 = u \\ u_2 = ue^{-j\frac{2\pi}{3}} \\ u_3 = ue^{j\frac{2\pi}{3}} \end{cases}. \quad (\text{IV.33})$$

Les éléments passifs des trois phases sont également supposés égaux :

$$\begin{cases} L_1 = L_2 = L_3 = L \\ R_1 = R_2 = R_3 = R \end{cases} \quad (\text{IV.34})$$

En utilisant les équations précédentes, les équations (IV.31) sont réduites à une équation pour une seule phase :

$$\left\{ L \frac{di}{dt} = V - Ri - u \frac{V_{dc}}{6} \right. \quad (\text{IV.35})$$

Les grandeurs du convertisseur et la fonction de commutation sont transformées dans le plan dq0 afin de les faire apparaître comme constantes :

$$\begin{cases} i = i_d + ji_q \\ V = V_d + jV_q \\ u = u_d + ju_q \end{cases} \quad (\text{IV.36})$$

Les équations du convertisseur transformées dans le plan dq0 deviennent donc :

$$\begin{cases} L \frac{di_d}{dt} = \omega L_k i_q - Ri_d + V - \frac{1}{2} u_d V_{dc} \\ L \frac{di_q}{dt} = -\omega L_k i_d - Ri_q - \frac{1}{2} u_q V_{dc} \end{cases} \quad (\text{IV.37})$$

Les amplitudes des grandeurs du convertisseur étant constantes dans le plan dq0, leurs dérivées sont nulles :

$$\frac{di_d}{dt} = 0, \quad \frac{di_q}{dt} = 0 \quad (\text{IV.38})$$

En supposant les correcteurs PI sont idéaux, on peut affirmer que le courant alternatif et la tension du côté continu sont égaux à leurs valeurs de référence. Les composantes d et q de la fonction de commutation peuvent alors être déterminées par :

$$\begin{cases} u_d = \frac{2}{V_{dc-ref}} (\omega L_k i_{qref} - R_k i_{dref} - V) \\ u_q = \frac{2}{V_{dc-ref}} (-\omega L_k i_{dref} - R_k i_{qref}) \end{cases} \quad (\text{IV.39})$$

A partir des valeurs obtenues u_d et u_q , l'amplitude et la phase du fondamental de la fonction de commutation sont finalement données par :

$$\begin{cases} M = \sqrt{u_d^2 + u_q^2} \\ \theta = -\arctan\left(\frac{u_q}{u_d}\right) \end{cases} \quad (\text{IV.40})$$

En utilisant les résultats obtenus de l'équation IV.36, les coefficients de Fourier pour la fonction de commutation sont déterminés et les matrices correspondantes sont construites. Le système d'équations IV.25 est résolu en supposant que la tension de réseau est égale à la tension nominale et que sa forme d'onde est purement sinusoïdale (le vecteur $[V_p]$ est connu). Les grandeurs calculées sont le spectre de la tension de bus continu $[V_{dc}]$ et les spectres du côté réseau et du côté moteur : $[I_p]$ et $[I_m]$. Les résultats obtenus sont présentés dans le paragraphe suivant.

IV.5.3 Résultats obtenus

Les courants et les tensions du convertisseur de la figure IV.7 sont estimés par la méthode proposée, par des simulations sous Matlab/Simulink et mesurés sur un banc expérimental. Les trois approches sont détaillées ci-dessous et les résultats obtenus sont comparés.

- méthode proposée

Les grandeurs d'entrée connues sont décomposées en séries de Fourier, les vecteurs, les matrices de transfert, et les équations matricielles correspondantes au système sont construites. La résolution des équations matricielles sous Matlab donne le spectre des grandeurs d'intérêt du convertisseur. Le temps de calcul dépend uniquement du nombre d'harmoniques considérés.

- simulations sous Matlab/Simulink

Les équations différentielles du convertisseur sont implémentées sous Matlab/Simulink et résolues temporellement par un solveur d'équation différentiel. Les résultats obtenus sont donc les formes d'ondes temporelles des grandeurs d'intérêt du convertisseur. Afin de déterminer les spectres des tensions et des courants, la transformée de Fourier discrète est utilisée.

- banc expérimental

Une photographie du banc expérimental correspondant à ce convertisseur est présentée à la figure IV.8a, et sa structure interne à la figure IV.8b.



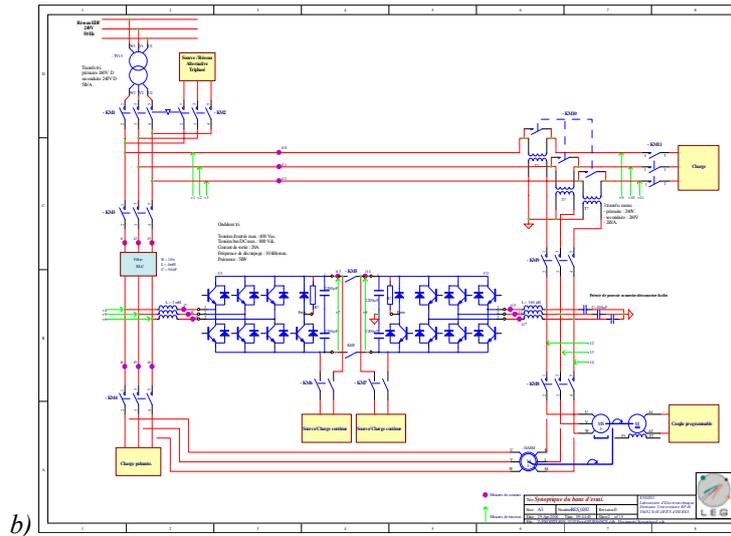


Figure IV.8: Banc expérimental (a) et sa structure interne (b)

Les résultats obtenus par la méthode proposée sont comparés aux résultats obtenus par les simulations sous Matlab/Simulink et aux mesurées effectuées sur le banc expérimental. La figure IV.9 présente le spectre du courant alternatif du côté réseau pour les fréquences de 1500 à 6500 Hz, c'est à dire pour les harmoniques situés autour des fréquences multiples de la fréquence de MLI fixée à 2 kHz dans cette application . Dans les trois cas, les harmoniques sont situées aux mêmes fréquences et se caractérisent par des amplitudes très similaires. Les petites différences dans les trois spectres sont dues aux hypothèses faites pour pouvoir appliquer la méthode théorique, aux erreurs de simulation et aux perturbations dans le système réel (non linéarités, bruit de mesure, etc.). Les résultats obtenus pour les autres grandeurs du convertisseur restent également très proches.

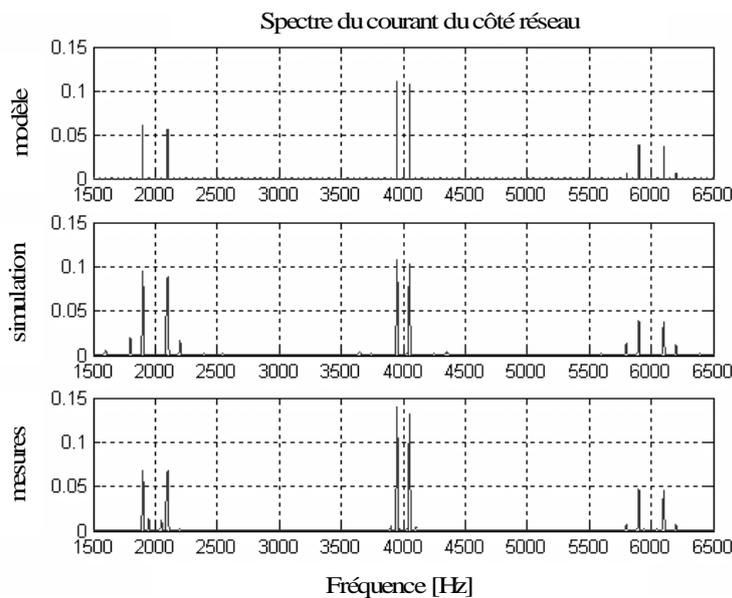


Figure IV.9 Spectre du courant côté réseau pour les harmoniques de la fréquence de MLI ; résultats obtenus par la méthode d'estimation harmonique proposée, par simulations, et sur le banc expérimental

IV.6 Conclusion et perspectives

Qu'ils soient des charges ou des compensateurs, les convertisseurs statiques sont des sources d'harmoniques dont la connaissance et l'analyse sont indispensables pour le bon fonctionnement du réseau et de tous ses constituants.

La méthode analytique présentée dans ce chapitre permet de calculer les harmoniques générés par de tels systèmes, leur propagation et leurs interactions au sein de ce système. Elle est applicable aux convertisseurs fonctionnant de manière périodique, en régime établi et en conduction continue. Plusieurs applications de cette méthode sont envisageables :

Planification de réseaux et conception de filtres

La conception de filtres ne peut pas relever d'une identification de type « boîte noire » du convertisseur, mais doit reposer sur la bonne connaissance de son fonctionnement. L'estimation analytique des harmoniques des grandeurs du système permet l'optimisation du placement et du dimensionnement des compensateurs actifs et passifs.

La méthode proposée permet également de déterminer les effets exacts d'un filtre sur les harmoniques des grandeurs non filtrées, car elle peut donner une expression analytique pour chaque composante harmonique.

Analyse de stabilité et robustesse

Actuellement, les modèles de convertisseurs utilisés pour l'analyse de la stabilité sont des modèles linéaires et invariants dans le temps [Mol-00]. Ils mettent en évidence les dynamiques des grandeurs à la fréquence fondamentale et traitent les harmoniques comme un problème statique de filtrage.

Les modèles développés dans ce travail de recherche sont basés sur la théorie des modèles linéaires variant périodiquement dans le temps. Ils permettent d'effectuer une meilleure analyse des systèmes et d'optimiser les algorithmes de contrôle-commande, car ils prennent en considération les perturbations harmoniques. En revanche, ils sont plus difficiles à mettre en œuvre.

Etude des interactions harmoniques, compréhension des mécanismes du transfert harmonique

Grâce à sa déduction analytique, la méthode explique l'origine des harmoniques. Elle peut être appliquée pour prévoir les fréquences harmoniques, et pour déterminer la probabilité d'apparition des harmoniques à des fréquences données.

Mise en œuvre d'un logiciel pour l'analyse et la simulation de la propagation des harmoniques

Le transfert des harmoniques via les composants des structures d'électronique de puissance est décrit par des matrices particulières, faciles à implémenter dans un logiciel. En effet, il s'agit de matrices

diagonales pour les éléments passifs et de matrices de structure Toeplitz pour les éléments commutants.

**Chapitre V Méthodes statistiques
matricielles. Application pour la
représentation statistique des signaux
électriques variant dans le temps**

Le développement des technologies durant ces dernières années et la libéralisation du marché de l'énergie électrique ont amené à beaucoup d'améliorations techniques et économiques, mais ont aussi modifié les conditions d'opération des systèmes. Afin d'analyser plus correctement ces nouvelles conditions de fonctionnement, un large volume de données mesurées est nécessaire. Il est donc important de stocker ces données de manière efficace sans perdre d'information importante.

Ce chapitre traite la représentation statistique des données électriques mesurées dans un but de stockage. La forme matricielle statistique est choisie afin de conserver le maximum d'information concernant l'évolution temporelle du signal enregistré. Deux formes matricielles différentes sont envisagées : la matrice de nombres de transitions et la matrice de Markov. Leurs performances sont étudiées en envisageant deux applications possibles : la reconstruction et la prédiction d'un signal électrique. En effet, l'information concernant l'évolution du signal mesuré en fonction de temps peut être utilisée pour sa reconstruction à partir de sa forme matricielle correspondante. Une seconde application éventuelle consiste à prédire le comportement des signaux électriques. Des algorithmes développés pour la reconstruction et la prédiction sont présentés et illustrés à l'aide de données réelles.

V.1 Représentation de signaux électriques sous forme matricielle statistique

Dans cette partie, la représentation statistique des signaux électriques par la matrice de Markov et la matrice de nombres de transitions est décrite. Les deux matrices sont tout d'abord définies, puis un de leur estimateur est expliqué et illustré grâce à un exemple. Finalement, le lien entre les formes matricielles, la densité de probabilité et les moments statistiques classiques tels que moyenne et variance est déterminé.

V.1.1 Définition des matrices de transition

Les matrices de transition apparaissent dans l'étude de séquences de variables d'états finis. Ce sont des matrices positives particulières. La matrice de Markov contient des termes réels qui représentent la probabilité de transition d'un état à un autre. La matrice de nombres de transition est une matrice à termes entiers représentant le nombre de transitions entre les différents états.

V.1.1.1 Matrice de Markov

Une variable aléatoire est dite discrète si elle prend seulement des valeurs discrètes (ou un nombre fini de valeurs). Une suite de valeurs de la variable aléatoire est également appelée séquence de variable aléatoire.

Une chaîne de Markov du premier ordre est une séquence de variable aléatoire dont la probabilité de prendre une certaine valeur (ou état) dans un intervalle de temps dépend uniquement de la valeur de la variable à l'instant précédent. La probabilité que la variable passe d'un état à un autre est définie comme probabilité de transition.

Le comportement des chaînes de Markov est décrit par la matrice de probabilité de transition appelée aussi matrice de Markov. Chaque élément de cette matrice p_{ij} représente la probabilité de transition d'un état donné i (indiqué par l'indice correspondant aux lignes de la matrice) à un autre état j (indiqué par l'indice correspondant aux colonnes de la matrice). Puisque les termes de la matrice de Markov M représentent des probabilités, leurs valeurs sont réelles et bornées entre 0 et 1 :

$$M = [p_{ij}] \quad 0 \leq p_{ij} \leq 1. \quad (\text{V.1})$$

A partir de chacun de ses états, une grandeur peut prendre un état différent ou conserver son état. En conséquence, la somme des termes de chaque ligne est exactement égale à l'unité ou autrement dit, chaque ligne de la matrice M représente une densité de probabilité puisqu'elle vérifie :

$$\sum_i p_{ij} = 1. \quad (\text{V.2})$$

Afin de mieux illustrer la structure d'une matrice de Markov, l'exemple d'un système se caractérisant par 3 états est présenté en figure V.1. Les divers états sont présentés par des cercles et les transitions par des arcs orientés, renseignés par des probabilités de transition correspondantes. Ainsi, la probabilité qu'étant en l'état $S1$, le système reste dans cet état est noté par p_{11} , la probabilité que le système passe de l'état $S1$ à l'état $S2$ est noté par p_{12} , et ainsi de suite.

Le comportement dynamique de ce système peut être représenté par la matrice de Markov en rangeant les probabilités sous forme matricielle. La taille de la matrice dépend du nombre d'états possibles. Par exemple, le système présenté en figure V.1 se caractérise par 3 états et en conséquence, la matrice de Markov correspondante est constituée de 3 lignes et 3 colonnes.

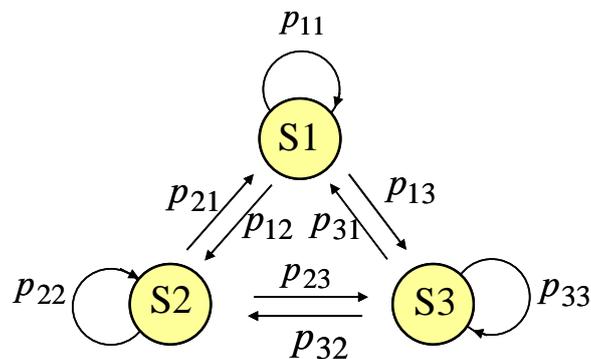


Figure V.1 Graphe de Markov d'un système à 3 états

V.1.2.2 Matrice de nombres de transitions

La matrice de nombres de transitions est une alternative à la matrice de Markov. Ses termes r_{ij} représentent le nombre de transitions de l'état i à l'état j , et sont donc des nombres entiers positifs :

$$R = [r_{ij}] \quad r_{ij} \geq 0 \quad (\text{V.3})$$

Chaque ligne i de la matrice R représente un histogramme des états possibles que la variable peut prendre à partir de sa valeur i .

V.1.2 Estimation des matrices de transition

Les deux matrices définies précédemment sont faciles à estimer à partir des données successives. Dans ce paragraphe leur estimation est décrite et illustrée par un exemple.

V.1.2.1 Matrice de nombres de transitions

La matrice de nombres de transitions est obtenue à partir des données mesurées en ajoutant à chaque intervalle de temps un incrément de valeur 1 au terme de la matrice correspondant à la transition entre les états pendant cet intervalle. Ce processus est illustré par l'exemple d'un système dynamique à 3 états montré à la figure V.2, où les états sont dénotés par S et le nombre de transitions de l'état i à l'état j par r_{ij} . Dans un premier temps le système passe de son état initial $S1$ à l'état $S2$ et par conséquent le terme r_{12} augmente de un. A l'instant suivant, la variable reste dans l'état $S2$ et donc, une unité est ajoutée au terme correspondant à cette transition : r_{22} . Ensuite, ce processus continue jusqu'à la fin des données disponibles. Lorsque la série de données est terminée, un incrément additionnel correspondant à la transition entre le dernier et le premier état de la variable est ajouté. En effet, ceci permet la déduction de la densité de probabilité et des moments statistiques à partir de la matrice de nombres de transitions (voir V.1.3) et augmente la précision de la matrice dans ses applications (la reconstruction et la prédiction). Les termes r_{ij} sont ensuite rangés sous forme matricielle, ce qui constitue la matrice de nombres de transitions R .

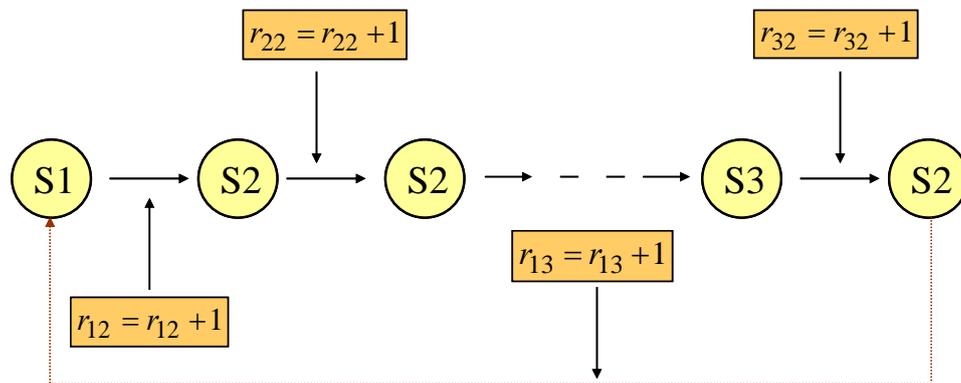


Figure V.2 Estimation de la matrice de nombres de transitions

Enfin, il faut noter que comme pour un histogramme, les valeurs numériques contenues dans cette matrice dépendent de la longueur des données disponibles, ce qui n'est pas le cas pour la matrice de Markov si celle-ci a été correctement estimée.

V.1.2.2 Matrice de Markov

La matrice de Markov est estimée à partir de la matrice de nombres de transitions. L'algorithme classique d'estimation de la matrice de Markov [And-57] consiste à déterminer dans un premier temps

les nombres de transitions de l'état i à l'état j et de les mettre sous forme matricielle, qui représente la matrice de nombres de transitions décrite au paragraphe précédent. Ensuite la probabilité de transition de l'état i à l'état j est estimée en divisant chaque terme r_{ij} par la somme des éléments de la ligne i correspondante.

$$\hat{M}(i, j) = \hat{p}_{ij} = \frac{r_{ij}}{n_i}, \quad (\text{V.4})$$

où \hat{M} et \hat{p}_{ij} sont des estimateurs de M et p_{ij} , $n_i = \sum_{j=1}^n r_{ij}$ est la somme des termes de la ligne i et

n représente le nombre possible d'états.

V.1.2.3 Exemple d'estimation des deux matrices de transition

Un exemple d'estimation des deux matrices précédemment décrites est présenté dans ce paragraphe. Le signal enregistré représente la tension mesurée en volts au niveau basse tension d'un réseau réel. La période d'échantillonnage est de 10 minutes, l'enregistrement est effectué pendant 24 heures et 144 échantillons sont enregistrés (voir figure V.3).

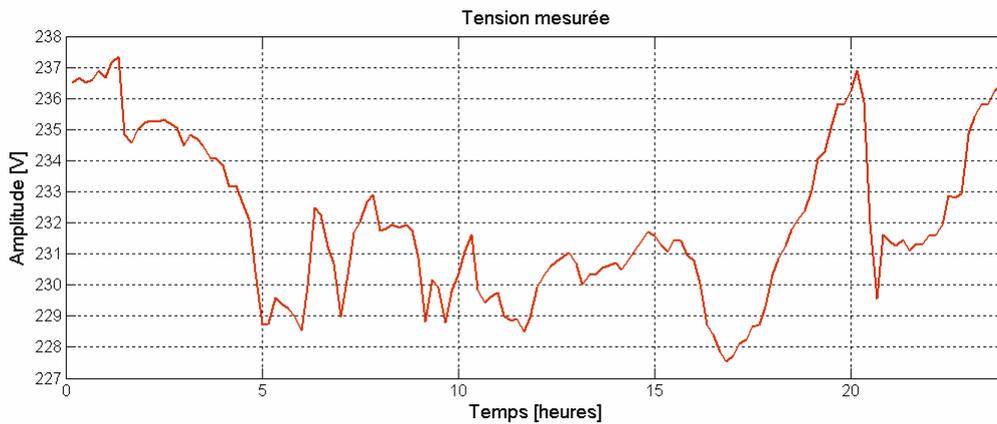


Figure V.3 Tension mesurée au niveau BT

La tension mesurée varie de $227,536V$ à $237,346V$ pendant les 24 heures correspondant à l'enregistrement. En ne considérant que les valeurs entières de la tension, celle-ci est représentée par 10 états, qui sont les suivants : $x = \{228 \ 229 \ 230 \ 231 \ 232 \ 233 \ 234 \ 235 \ 236 \ 237\}$. Les valeurs non entières de la tension sont arrondies vers les valeurs entières les plus proches. Pour une meilleure précision, le nombre des états considérés peut être augmenté, cependant la taille des matrices devient alors plus importante et nécessite plus de mémoire.

L'estimation des matrices est réalisée comme expliqué précédemment et les résultats d'estimation sont présentés en figure V.4. Les deux matrices se caractérisent par la même taille : elle contiennent 10 lignes et 10 colonnes, ce qui correspond au nombre de valeurs possibles de la tension. Elles ont une structure à tendance diagonale, ce qui indique que d'un état donné, la tension a tendance à transiter vers des états proches ou à rester dans ce même état, et donc à avoir des variations temporelles lentes.

Les termes les plus importants de la matrice de nombres de transitions sont situés vers le milieu de la matrice, car la tension mesurée prend le plus souvent des valeurs autour de sa valeur centrale. Enfin, les termes les plus importants de la matrice de Markov sont principalement situés aux extrémités de la matrice, car une fois dans ces valeurs extrêmes, il est plus probable que la tension mesurée prenne la valeur voisine la plus proche ou ne modifie pas sa valeur.

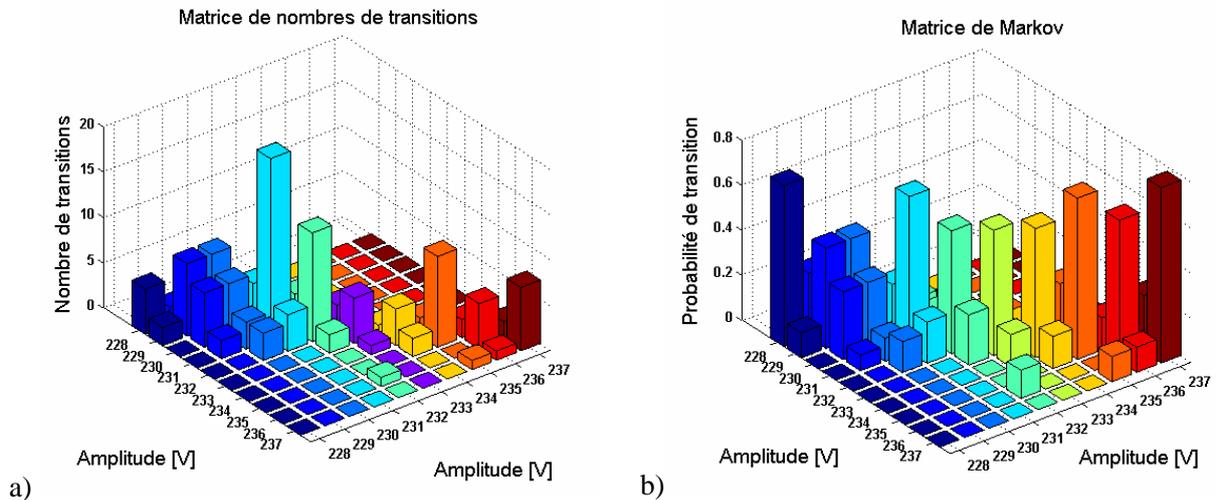


Figure V.4 Représentation graphique de la matrice de nombres de transitions (a) et de la matrice de Markov (b)

V.1.3 Informations statistiques obtenues à partir des matrices de transition

L'utilisation des matrices de transition pour la représentation statistique des signaux électriques n'amène qu'à peu de perte d'information. La matrice de nombres de transitions est cependant plus pratique car elle permet la déduction rapide de la densité de probabilité de la variable aléatoire modélisée par chaîne de Markov, et donc de ses principaux moments statistiques.

Ainsi, les probabilités d'occurrence de chaque événement p_i sont estimées directement de la matrice

de nombres de transitions en divisant la somme de toutes les colonnes $\sum_{j=1}^n r_{ij}$ par le nombre des états

possibles $\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_{ij}$:

$$\hat{p}_i = \frac{\sum_{j=1}^n r_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n r_{ij}} \quad (\text{V.5})$$

où \hat{p}_i est un estimateur de la probabilité p_i .

A partir des probabilités ainsi estimées et du vecteur des états X_i , les principales grandeurs statistiques décrivant la variable aléatoire correspondante telles que son espérance mathématique

$E(X)$ et son écart-type σ_x sont elles aussi facilement estimées en utilisant les équations (II.25) et (II.27).

Les probabilités d'occurrence des différents évènements ainsi que les moments statistiques ne peuvent pas être obtenus simplement de la matrice de Markov car les termes de cette matrice représentent la probabilité que le système passe d'un état à un autre et non la probabilité que le système prenne un certain état. Ceci est réalisable par la matrice de nombres de transitions, car ses termes r_{ij} donnent non seulement le nombre de fois que le système passe d'état i en état j , mais aussi le nombre des fois que le système a été en l'état i .

Par exemple, pour la séquence des variables discrètes : $x = [2 \ 1 \ 1 \ 3 \ 1 \ 1]$, la matrice de nombres de transitions et la matrice de Markov sont respectivement :

$$R = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad M = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.25 & 0.25 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{V.6})$$

La somme des colonnes de la matrice de nombres de transitions représente l'histogramme de la séquence des variables, à partir de laquelle la densité de probabilité et les moments statistiques importants peuvent être déterminés. La matrice de Markov ne permet pas une estimation directe de ces paramètres.

Les deux matrices (V.6) sont construites en tenant compte de la transition entre la dernier et le premier terme de la séquence des variables. Si cette transition n'est pas prise en compte, l'estimation des grandeurs statistiques à partir de la matrice de nombres de transitions serait incorrecte.

En plus des informations contenues dans les grandeurs de description statistique présentées au paragraphe II.3.2, les matrices de transition permettent de prendre en compte l'évolution temporelle du signal. La structure de la matrice permet de déterminer la dynamique du signal mesuré : si les termes les plus importants sont situés sur la diagonale principale de la matrice, le signal se caractérise par des variations lentes et peu importantes. Si au contraire, les termes forts de la matrice sont éloignés de la diagonale principale de la matrice, l'amplitude de signal se caractérise par des variations plus rapides et importantes. Par exemple, le signal présenté à la figure V.3 se caractérise par une matrice de transition de structure plutôt diagonale (figure V.4), ce qui montre que les variations du signal sont plutôt lentes et peu importantes. Un deuxième exemple est présenté en figure V.5. La tension mesurée (figure V.5a) présente un creux de tension. La structure de la matrice de nombres de transition (figure V.5b) relève que les variations de la tension sont lentes et peu fréquentes, mais aussi brusques et importantes car les termes au milieu de la diagonale se caractérisent par des valeurs très faibles.

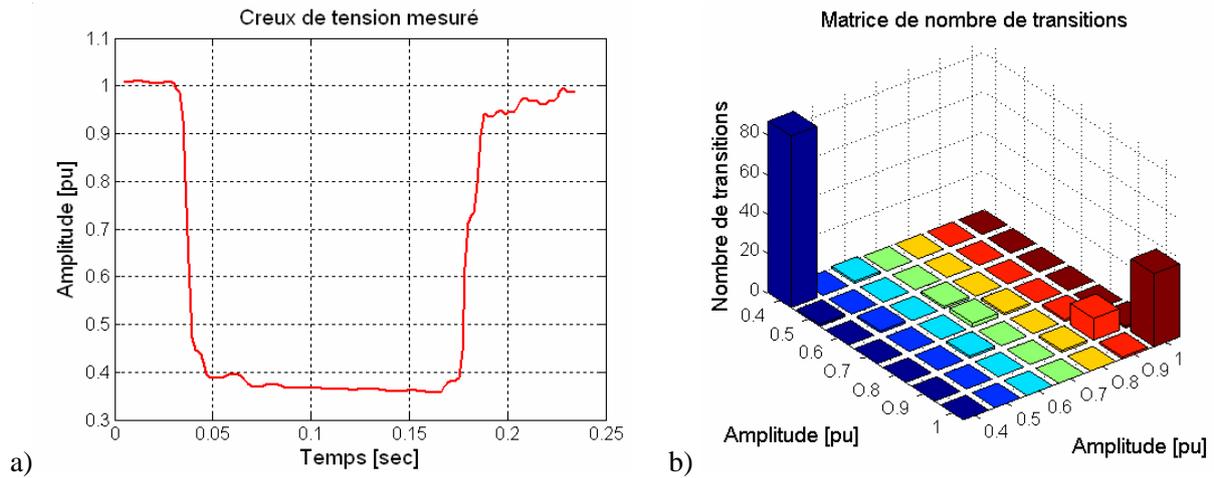


Figure V.5 Creux de tension mesuré (a) et matrice de nombres de transitions correspondante (b)

Les matrices de transition des chaînes de Markov constituent donc une manière efficace et facilement interprétable de représenter statistiquement des données enregistrées. L'information sur l'évolution temporelle du signal contenue dans ces matrices peut être utilisée pour reconstruire le signal mesuré et prédire son comportement. Ces deux idées sont développées dans la suite de ce document.

V.2 Reconstruction de signaux électriques à partir de leur forme matricielle statistique

Dans cette partie, les données enregistrées sont tout d'abord représentées par leur densité de probabilité, la matrice de Markov et la matrice de nombres de transitions. Ensuite ces trois méthodes de représentation statistique sont utilisées pour reconstruire le signal mesuré. Les performances des trois méthodes sont exposées et comparées. Il faut noter que les performances relatives des méthodes différentes ne sont pas démontrées analytiquement, mais étudiées via l'analyse des signaux réels.

V.2.1 Algorithmes de reconstruction

V.2.1.1 Densité de probabilité

La densité de probabilité ne contient aucune information sur l'évolution temporelle des grandeurs enregistrées. Pour cette raison, la reconstruction du signal à partir de cette grandeur statistique est réalisée par la génération d'échantillons aléatoires qui suivent cette densité de probabilité. En effet, en connaissant les valeurs que la variable peut prendre, la longueur du signal à reconstruire et la densité de probabilité, l'algorithme de reconstruction proposé fournit une séquence de valeurs indépendantes avec distribution correspondante à la densité de probabilité du signal réel.

V.2.1.2 Matrice de nombres de transitions

La reconstruction des données enregistrées à partir de la matrice de nombres de transitions commence par une des valeurs possibles de la variable aléatoire choisie de manière arbitraire. Chaque valeur suivante $i+1$ est déterminée à partir de la valeur à l'instant précédent i et du terme de la matrice situé

sur la ligne i qui contient le nombre de transitions le plus important. Si deux ou plusieurs termes situés sur la même ligne contiennent le même nombre maximal de transitions, l'algorithme choisit de manière arbitraire parmi l'un de ces termes. Après la reconstruction de chaque échantillon du signal, le terme utilisé de la matrice de nombres de transitions diminue de 1, ce qui résulte en une nouvelle matrice de nombres de transitions.

Par exemple, la matrice R représente la matrice de nombres de transitions d'un signal arbitraire qui se caractérise par 3 états notés respectivement $S1$, $S2$ et $S3$ (voir figure V.6). Supposons que la reconstruction du signal commence à partir de l'état $S1$. L'état suivant est déterminé par le terme le plus important de R situé sur sa première ligne (correspondant à l'état $S1$). C'est le terme $r_{12} = 5$ qui diminue donc de 1 et détermine l'état suivant de la matrice : $S2$. Sur la ligne de la matrice R correspondant à l'état $S2$, deux termes se caractérisent par le même nombre maximal de transitions : $r_{21} = r_{23} = 4$. L'algorithme choisit aléatoirement le terme r_{21} qui diminue de 1 est détermine l'état suivant : $S1$.

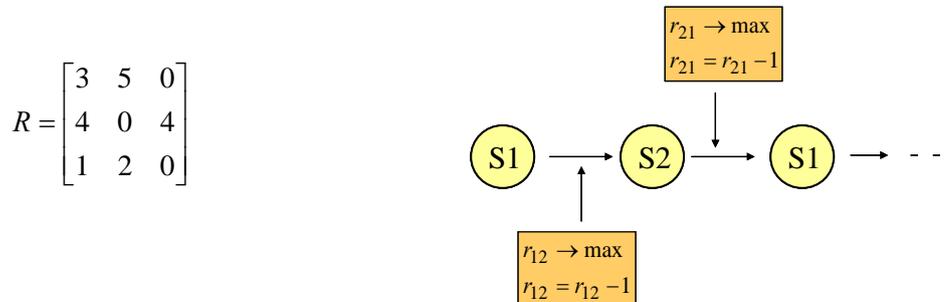


Figure V.6 Exemple de reconstruction d'un signal à partir de la matrice de nombres de transitions

Cet algorithme de reconstruction peut être considéré comme l'algorithme dual de celui présenté en figure V.2 utilisé pour l'estimation de la matrice de nombres de transitions.

V.2.1.3 Matrice de Markov

L'algorithme de reconstruction du signal à partir de la matrice de Markov est analogue à l'algorithme développé pour la matrice de nombres de transitions. Après la détermination de chaque valeur du signal, le terme de la matrice utilisé pour la reconstruction est décrémenté de $\frac{N_{st}}{N_{sa}}$, où N_{st} est le nombre d'états possibles et N_{sa} est le nombre des échantillons du signal enregistré.

V.2.2 Résultats obtenus

Les trois méthodes de représentation statistique (densité de probabilité, matrice de Markov et matrice de nombres de transitions) sont appliquées à la tension mesurée de la figure V.3. La tension est ensuite reconstruite en utilisant les algorithmes expliqués précédemment. Le signal réel et les signaux reconstruits sont présentés à la figure V.7. Les densités de probabilité pour les trois signaux reconstruits sont présentées à la figure V.8.

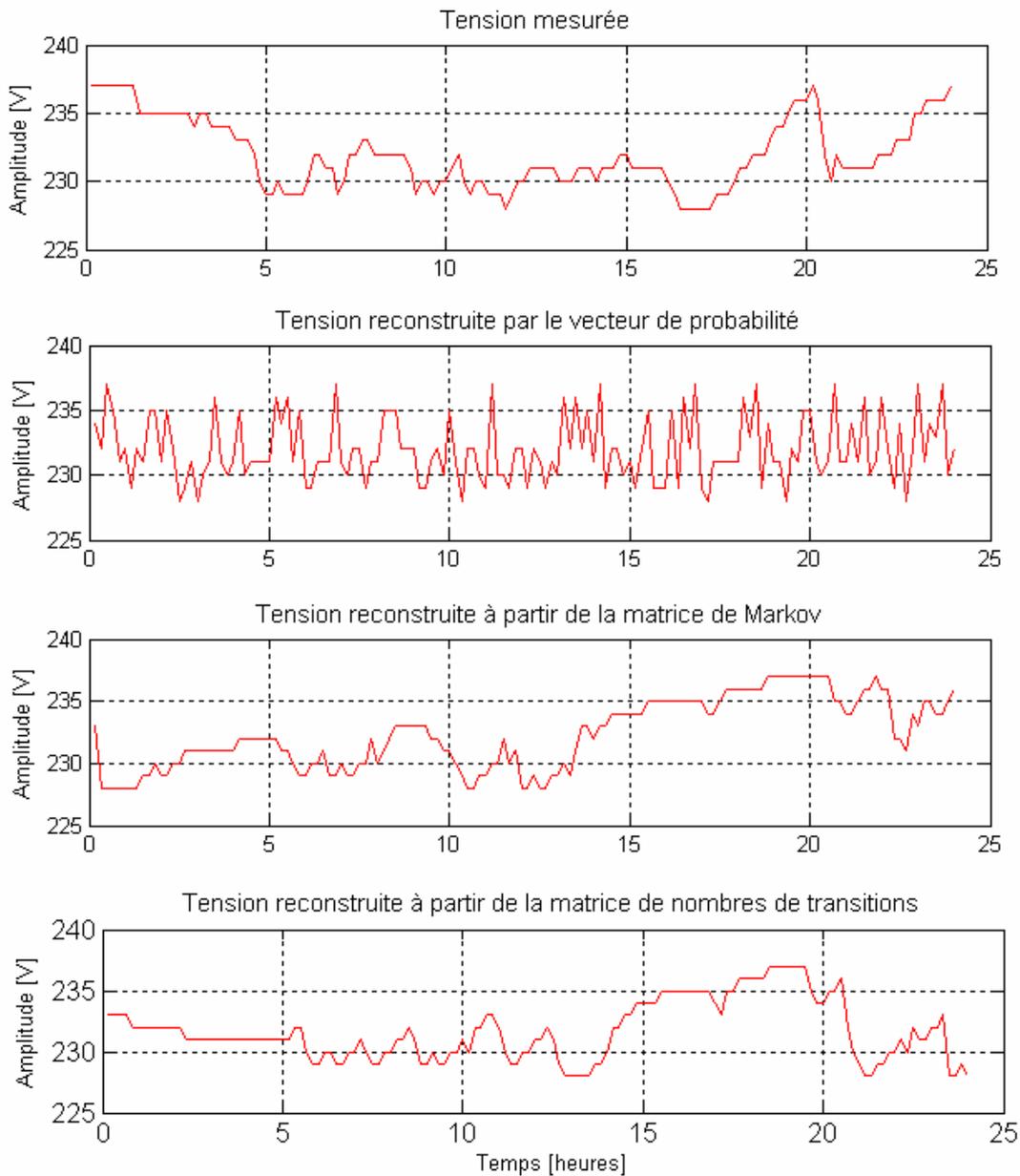


Figure V.7 Signal réel et signaux reconstruits à partir de la densité de probabilité, de la matrice de Markov et de la matrice de nombres de transitions

Les déviations entre le signal réel et le signal reconstruit dans les trois cas sont estimées par les grandeurs suivantes :

- l'erreur absolue de la valeur moyenne qui représente le module de la différence entre la moyenne du signal réel et celle du signal reconstruit,
- l'erreur absolue de l'écart type équivalente au module de la différence entre les écarts-types du signal réel et du signal reconstruit,

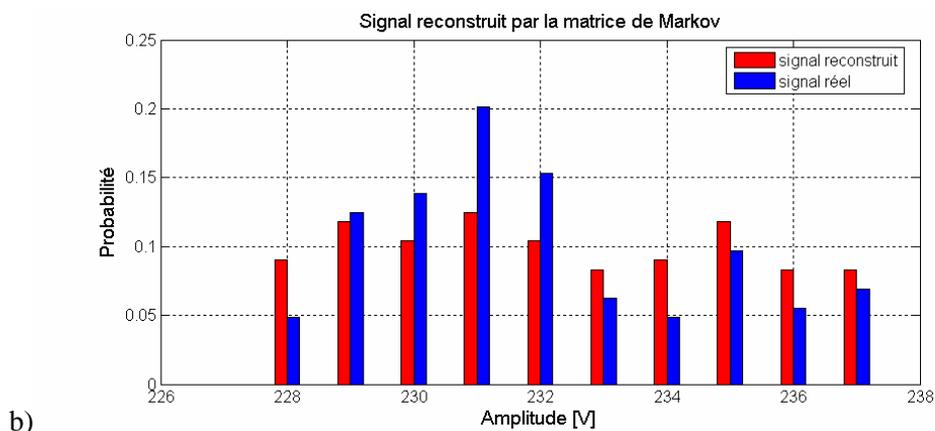
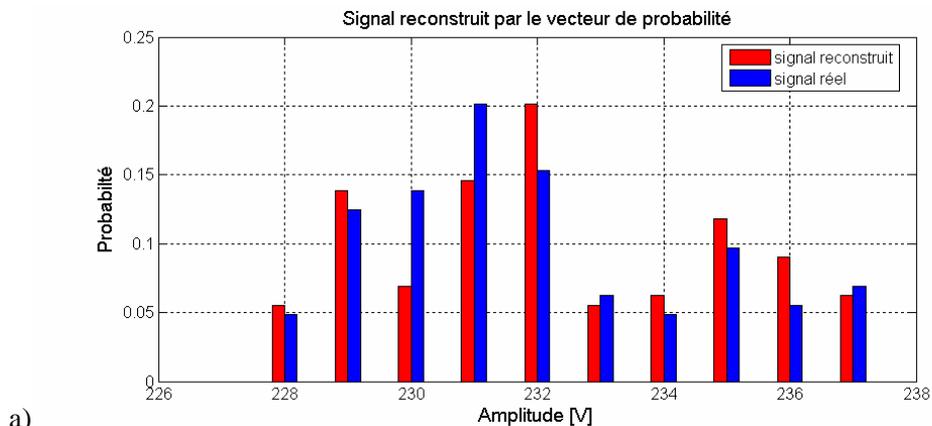
- l'écart moyen par échantillon utilisé pour estimer la déviation entre l'allure du signal réel et celle du signal reconstruit,
- l'écart moyen pour la densité de probabilité,
- la dynamique du signal qui ici est estimée par le nombre de changements de valeurs du signal.

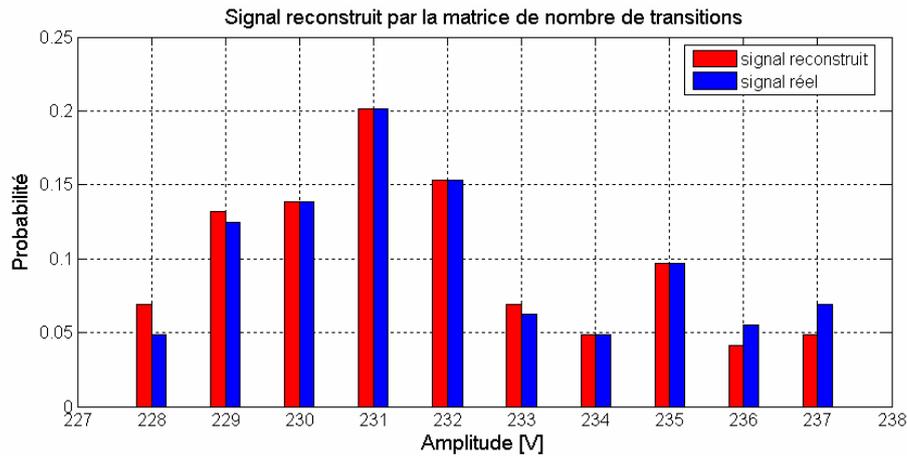
Ces grandeurs sont estimées pour les trois signaux reconstruits et présentées au Tableau V.1

La tension reconstruite à partir de la densité de probabilité est aléatoire et ne possède pas la même dynamique que le signal réel. Cependant, elle se caractérise par une densité de probabilité et des grandeurs statistiques (moyenne et écart-type) qui sont proches de celles du signal réel.

La tension reconstruite par la matrice de Markov possède la même dynamique et une forme similaire à celle de la tension enregistrée. Cependant les déviations entre les densités de probabilité du signal réel et du signal reconstruit sont assez importantes. Ceci est dû au fait que les termes de la matrice de Markov ne contiennent pas d'information concernant la probabilité ou le nombre des fois que le signal est dans un état donné. Les écarts entre les grandeurs statistiques du signal réel et celles du signal reconstruit par la matrice de Markov sont également assez importants.

La reconstruction du signal à partir de la matrice de nombres de transitions combine les avantages de la matrice de Markov et de la densité de probabilité. La tension reconstruite possède la même dynamique que la tension enregistrée. La densité de probabilité et les grandeurs statistiques du signal reconstruit sont très proches de celles du signal réel.





c)

Figure V.8 Densité de probabilité du signal réel et du signal reconstruit par la densité de probabilité (a), la matrice de Markov (b) et la matrice de nombres de transitions (c)

TABLEAU V.1 ERREURS DANS LA RECONSTRUCTION DU SIGNAL DE FIGURE V.7

	Signal réel	Signal reconstruit		
		Densité de probabilité	Matrice de Markov	Matrice de nombres de transitions
Erreur absolue de la valeur moyenne [V]	-	0.08	0.34	0.26
Erreur absolue de l'écart type [V]	-	0.02	0.27	0.08
Ecart moyen par échantillon [V]	-	3.1	3.1	2.7
Ecart moyen pour la densité de probabilité [%]	-	2	3.2	2
Nombre de changements d'états (dynamique)	61	119	61	62

Le tableau V.1 présente les résultats obtenus pour les signaux reconstruits de figure V.7. Même si ces résultats ne sont pas représentatifs, car obtenus de l'analyse d'un seul signal, ils montrent une tendance, confirmée par l'analyse d'autres signaux de longueur et d'origine différentes.

La matrice de nombres de transitions s'avère la plus performante, car elle conserve le maximum d'information pour l'évolution du signal. La matrice de Markov donne également de bons résultats au niveau de la dynamique du signal reconstruit, mais elle est moins performante dans la reconstruction de sa forme. Même si le signal reconstruit par la densité de probabilité se caractérise par la valeur moyenne et l'écart type les plus proches de ceux du signal réel, la densité de probabilité n'est pas applicable pour la reconstruction des signaux, car elle ne prend pas en compte les dynamiques du signal réel.

V.3 Prédiction de l'évolution de signaux électriques à partir de leur forme matricielle statistique

Les méthodes de prédiction classiques donnent de bons résultats, mais seulement pour quelques échantillons. Elles sont généralement basées sur la corrélation du signal à prédire (prédiction linéaire, filtre de Kalman) et leur performance diminue après la prédiction des premiers échantillons, lorsque la corrélation disparaît. Les chaînes de Markov peuvent également être appliquées à la prédiction du comportement futur du signal [Dan-99], mais seulement dans le cas de prédiction temps-réel, où les valeurs prédites sont mises à jour et modifiées lorsque les données mesurées sont connues.

La prédiction des signaux électriques présente plus d'intérêt lorsqu'un nombre important d'échantillons est à prédire. Dans cette partie, les matrices statistiques définies au paragraphe précédent sont appliquées pour prédire le comportement des signaux électriques pour une période de temps importante. Deux approches sont proposées : stochastique et déterministe. Chacune des approches est appliquée pour la matrice de Markov, l'utilisation de la matrice de nombres de transitions pour la prédiction étant analogue et conduisant aux mêmes résultats. Les performances relatives des deux approches ne sont pas évaluées mathématiquement, mais étudiées de manière pratique via l'application des deux méthodes à plusieurs signaux réels.

V.3.1 Approche déterministe

La méthode déterministe est similaire à la méthode utilisée pour la reconstruction du signal. La prédiction du signal commence à partir de la valeur du dernier échantillon mesuré. Chaque état suivant est déterminé à partir du dernier état et du terme avec la probabilité la plus élevée de la ligne correspondante à ce dernier état. Après la prédiction de chaque échantillon, une nouvelle matrice est construite en décrémentant le terme utilisé pour la génération du dernier échantillon. La valeur du décrément est choisie en fonction de la taille désirée du signal prédit.

V.3.2 Approche stochastique

L'approche stochastique utilise le fait que chaque ligne de la matrice de Markov représente la distribution de probabilité des états suivants possibles à partir d'un certain état donné. Elle consiste à prédire l'évolution d'un signal par la génération de variables aléatoires avec une distribution de probabilité gaussienne. Chaque état suivant est obtenu par la génération d'une valeur aléatoire avec la distribution gaussienne de la ligne correspondante à l'état précédent. En d'autres termes, en supposant que le signal est dans l'état i , l'état suivant j est déterminé par le tirage d'une valeur numérique suivant une loi gaussienne de moyenne μ_i (moyenne des termes de la ligne i) et de variance σ_i^2 (variance des termes de la ligne i).

La méthode stochastique présente l'avantage de ne pas nécessiter la mise à jour de la matrice de Markov après la détermination de chaque échantillon. Cependant, une erreur importante peut être

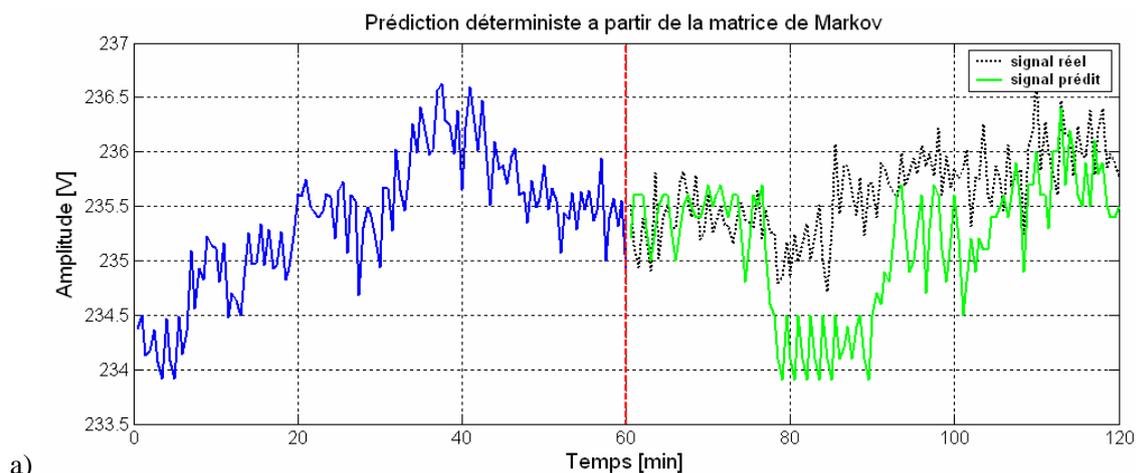
introduite, dû au fait que le signal est supposé avoir une distribution gaussienne à chacun de ces états ce qui n'est pas toujours valable, surtout pour les états extrêmes. Par exemple, la matrice de Markov présenté en figure V.4b se caractérise par une distribution gaussienne pour les états autour de la valeur moyenne, ce qui n'est pas valable pour les états extrêmes (228V et 237V).

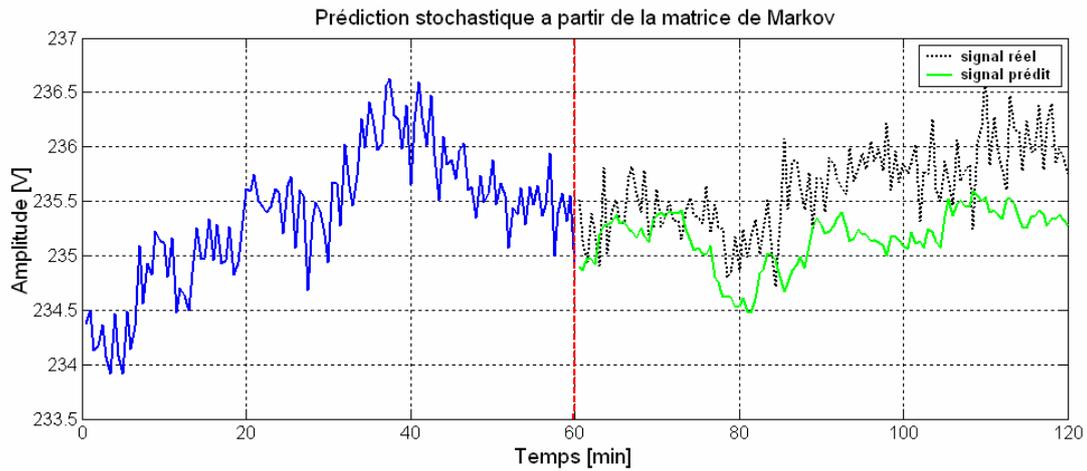
Les approches utilisées pour prédire l'évolution du signal à partir de la matrice de Markov peuvent également être utilisées dans le cas de la matrice de nombres de transitions. En effet, la matrice de nombres de transitions peut être réduite à la matrice de Markov en utilisant l'équation (V.4), ce qui permet l'application des mêmes algorithmes dans les deux cas.

V.3.2 Résultats obtenus

Les résultats obtenus par l'approche déterministe et stochastique sont présentés respectivement aux figures V.9a et V.9b. Dans l'exemple choisi, 1 heure de données enregistrées est utilisée, la période d'échantillonnage est de 30 secondes et 120 échantillons sont disponibles. L'évolution du signal est prédite également pour 1 heure (correspondant à 120 nouveaux échantillons).

Afin d'évaluer l'écart entre la tension mesurée et la tension prédite par les deux approches, l'erreur moyenne relative est calculée pour les 60 premiers échantillons, ainsi que pour tous les échantillons prédits (voir Tableau V.2). D'après les résultats obtenus, l'approche déterministe est plus performante que l'approche stochastique. Toutefois, il faut noter que ceci n'est qu'une constatation pratique sur un seul exemple et ne constitue pas une preuve de la supériorité d'une méthode par rapport à une autre. En effet, pour évaluer correctement les performances de ces deux approches, une étude plus approfondie et théorique, ainsi que l'application des deux méthodes sur un large nombre de données réelles est nécessaire.





b)
Figure V.9 Prédiction de l'évolution future de la tension mesurée : a) approche déterministe b) approche stochastique

TABLEAU V.2 ERREUR MOYENNE RELATIVE DU SIGNAL PREDIT PAR LES APPROCHES DETERMINISTES ET STOCHASTIQUES

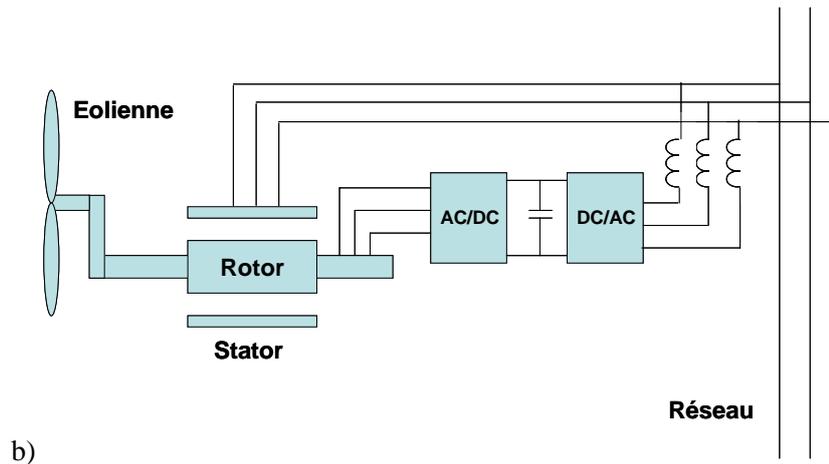
	Erreur moyenne relative	
	60 échantillons	120 échantillons
Approche déterministe	0.16 %	0.18 %
Approche stochastique	0.23 %	0.27 %

V.4 Exemples d'application

Les matrices de transition permettent la compression d'un grand volume de données sans trop de perte d'information. Elles peuvent être appliquées dans le cas de variations de tension et de fréquence, d'harmoniques non stationnaires, mais aussi dans le cas de tout signal électrique variant dans le temps. Dans ce paragraphe, les matrices de transition sont appliquées aux courants en sortie d'une éolienne. L'éolienne est émulée par un moteur à courant continu (simulant la turbine) associé à un moteur asynchrone double cage représentant la génératrice asynchrone à double alimentation (figure V.10a). Le stator du moteur asynchrone est directement connecté au réseau et le rotor est connecté au réseau par l'intermédiaire d'un convertisseur AC/DC/AC (figure V.10b)



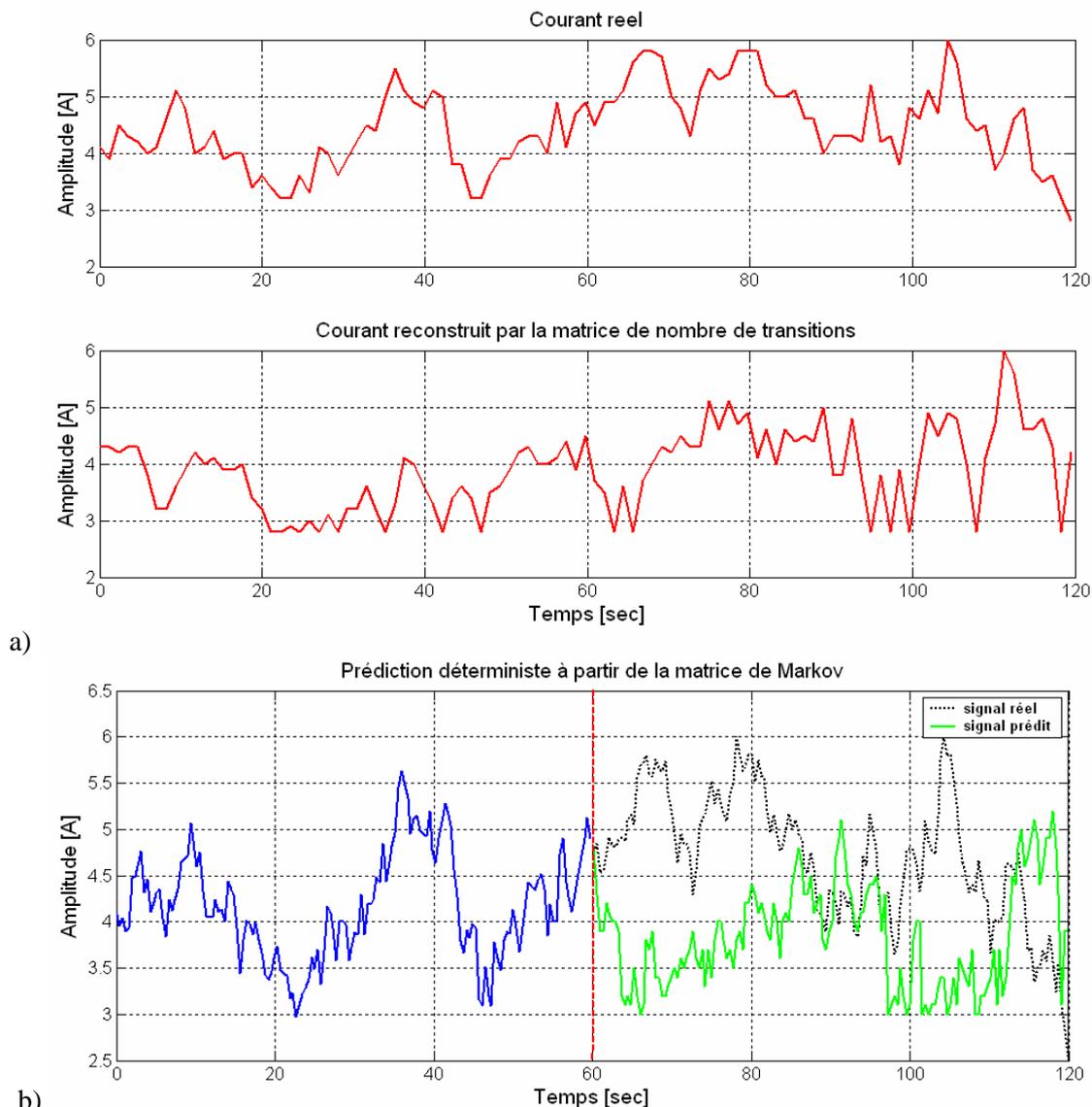
a)



b)

Figure10 Banc experimental

Les courants rotoriques de la machine asynchrone dépendent de la vitesse du vent qui varie en fonction de temps. Ces courants sont donc non stationnaires, et plus particulièrement à amplitude variable en fonction du temps et de l'algorithme de maximisation d'extraction d'énergie (MPPT) associé à la génératrice. Un exemple de réalisation de ces courants est montré à la figure V.11a. Afin de réduire le volume d'information, l'amplitude des courants mesurés peut être statistiquement représenté à l'aide d'une matrice de Markov ou d'une matrice de nombres de transitions. La reconstruction de l'amplitude du courant rotorique mesuré à partir de la matrice de nombres de transitions est tracée à la seconde courbe de la figure V.11a, et est très proche de l'amplitude réelle. Ce résultat montre qu'il n'y a pas de perte d'information importante. L'amplitude du courant rotorique peut également être prédite à partir d'une des deux formes matricielles précédemment définies. Un résultat est montré à la figure V.11b. On peut constater qu'il y a un écart important entre le signal prédit et le signal futur réel. Ceci est dû au fait que le signal prédit par l'approche déterministe a tendance à suivre l'évolution du signal réel utilisé pour construire la matrice de Markov (les premiers 60 échantillons). Ainsi, lorsque le signal enregistré et le signal futur n'évoluent pas de manière similaire, l'approche déterministe devient moins performante.



a) *Figure V.11 Courant mesuré et sa reconstruction à partir de la matrice de nombres de transition (a), prédiction de l'évolution du courant à partir de la matrice de Markov (b)*

V.5 Conclusion

Les signaux mesurés dans le domaine électrique présentent généralement un grand volume de données. Ils peuvent être représentés de manière compacte et simple à exploiter par les matrices statistiques présentées dans ce chapitre.

La matrice de Markov et la matrice de nombres de transitions constituent une manière efficace de stocker les données enregistrées. Elles prennent en compte une partie de l'évolution temporelle du signal, et peuvent prédire son comportement dans le futur. Elles peuvent être appliquées avec succès pour la description statistique de plusieurs grandeurs dans le domaine de la qualité de l'énergie électrique, tels l'évolution temporelle des harmoniques de courant ou de tension, l'évolution temporelle de la tension (variations de tension, creux de tension).

L'utilisation de la matrice de nombres de transitions est recommandée, car elle semble donner de meilleurs résultats pour la reconstruction du signal. De plus, elle peut être facilement réduite à la matrice de Markov, l'inverse n'étant pas possible.

Ce chapitre présente un premier travail intuitif et prospectif sur les avantages de la représentation statistique des données enregistrées sous forme matricielle. Cependant, il reste des travaux théoriques à mener sur ce problème afin de donner suite aux résultats expérimentaux ici présentés.

Conclusion

Nous nous sommes confrontés, dans ce travail de recherche, à deux problèmes majeurs affectant la qualité de l'énergie électrique, à savoir l'analyse des creux de tension et de la pollution harmonique au sein d'un réseau électrique.

Dans le cas des creux de tension, une méthode basée sur la transformation du vecteur d'espace a été développée. Cette méthode permet de déterminer le type des creux de tension mesurés, et d'estimer leur sévérité. Elle est facilement implantable et très performante pour l'analyse automatique des creux de tension. De plus, cette méthode peut être appliquée à l'analyse d'autres perturbations électriques et peut être étendue à l'analyse complète de la qualité de l'énergie électrique. Les résultats obtenus sont très satisfaisants. Cette méthode peut donc être utilisée pour la création d'un logiciel dédié à l'analyse de la qualité de l'énergie électrique, car elle représente un outil puissant dans l'analyse et l'évaluation de la plupart des perturbations électriques.

Dans le cas de la pollution harmonique, une méthode analytique spécialement destinée aux harmoniques générés par les structures d'électronique de puissance a été développée. Elle est basée sur les propriétés des systèmes linéaires variant périodiquement dans le temps et permet d'évaluer les harmoniques générés, ainsi que leur propagation et leurs interactions. Cette méthode est facilement implantable et fournit des résultats très satisfaisants pour l'étude théorique du transfert harmonique et l'analyse des convertisseurs statiques. Les résultats obtenus par cette méthode ont été confirmés à l'aide de données mesurées. Elle peut donc trouver son application dans l'étude de la propagation harmonique et la discrimination des sources polluantes.

Une troisième approche méritant des développements théoriques et pratiques ultérieurs est la représentation statistique par matrice de nombre de transitions et matrice de Markov. En effet, cette démarche, consistant à représenter les données enregistrées sous forme matricielle sans perdre trop d'information concernant l'évolution temporelle du signal, est très séduisante du point de vue théorique. Cependant, la reconstruction du signal et la prédiction de son comportement futur à partir de ces grandeurs matricielles ont donné des résultats moins satisfaisants que ceux que l'on attendait.

Une première perspective concernant la méthode du vecteur d'espace est son application en temps-réel. Ainsi, le vecteur d'espace et la composante homopolaire pourront être utilisés pour le suivi temps-réel de la qualité de l'énergie électrique et pour la détection des perturbations électriques.

Une extension au cas tridimensionnel est également envisageable pour cette méthode. En effet, elle est basée sur une grandeur complexe (donc bidimensionnelle) et une grandeur réelle (donc monodimensionnelle) afin de classifier les perturbations électriques. On peut envisager de combiner ces deux grandeurs de manière à ne plus utiliser qu'une seule grandeur tridimensionnelle pour l'analyse de la qualité de l'électricité. Cette grandeur pourrait être dénommée « vecteur d'espace

tridimensionnel », et permettrait de prendre en compte la globalité des informations contenues dans le système triphasé étudié, quel que soit son mode de fonctionnement.

Pour ce qui concerne la méthode d'analyse de la pollution harmonique, elle peut être généralisée au cas non-linéaire en employant des systèmes non-linéaires variant périodiquement dans le temps. En effet, les convertisseurs d'électronique de puissance ont souvent des régimes de fonctionnement non-linéaire, qui ne sont que partiellement modélisés par les systèmes linéaires. Une telle généralisation permettrait de parfaitement modéliser la pollution harmonique générée par la plupart des convertisseurs fonctionnant de manière périodique en régime établi.

La méthode des matrices statistiques, quant à elle, nécessite une étude théorique plus poussée des performances des outils de prédiction et de reconstruction des signaux électriques. L'influence de la fréquence d'échantillonnage sur les résultats obtenus doit également être étudiée.

De manière générale, les méthodes développées et présentées dans ce rapport de thèse doivent être appliquées à un nombre plus important de cas réels afin de mieux estimer leurs limitations et évaluer avec plus de précision leurs performances.

References

- [All-02] J.M. Aller, A. Bueno, T. Paga, *Power system analysis using space vector transformation*, IEEE Transactions on power systems, vol.17, no.4, November 2002, pp.957-965
- [And-57] T.W. Anderson, L.A. Goodman., *Statistical inference about Markov chains*, Annals of Mathematical Statistics, vol.28, no.1, March 1957, pp.89-110
- [Arr-97] J. Arrillaga, B. Smith, N. Watson, A. Wood, *Power system harmonic analysis*, John Wiley & Sons 1997
- [Bac-04] N. Bachschmid; P. Pennacchi; A. Vania, *Diagnostic significance of orbit shape analysis and its application to improve machine fault detection*, J. Braz. Soc. Mech. Sci.&Eng., vol.26, no.2, Rio de Janeiro April-June 2004
- [Bas-88] M. Basseville, *Detecting Changes in Signals and Systems – A Survey*, Automatica, vol.24, no.3, 1988, pp.309-326
- [Bas-93] M. Basseville, I. Nikiforov, *Detection of Abrupt Changes. - Theory and Application*, Prentice-Hall, April 1993
- [Bol-99] M. Bollen, *Understanding Power Quality Problems. Voltage Sags and Interruptions*, Wiley-IEEE Press, 1999
- [Bol-00] M. Bollen, E. Styvaktakis, *Characterization of three-phase unbalanced dips (as easy as one-two-three?)*, IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, vol.2, Seattle, WA, USA, 16-20 July, 2000, pp.899-904.
- [Bol-03] M. Bollen, L. Zhang, *Different methods for classification of three-phase unbalanced voltage dips due to faults*, Electric power systems research, vol.66, no.1, July 2003, pp.59-69.
- [Bon-00] J. Bonal, G. Séguier, *Entraînements électriques à vitesses variable*, vol.3, Technique & Documentation 2000
- [Bou-05] A. Bousselin., *Mise en place d'une méthodologie de reconnaissance et de classement automatique des creux de tension pour le suivi en ligne (Web) des installations électriques des sites industriels*, rapport de Master de Recherche, ENSIEG, juin 2005
- [Bor-93] P. Bornard, M. Pavard, *Réseaux d'interconnexion et de transport: réglage et fonctionnement*, Techniques de l'ingénieur, mars 1993
- [Can-01] J. Cano, J. Orcajo, J. Mayordomo, R. Asensi, M. Cabanas, M. Melero, *New transfer functions for an accurate estimation of harmonic distortion in AC/DC converters working under unbalanced conditions*, IEEE Transactions on Industry Applications, vol.37, no.2, March-April 2001, pp.642-649
- [Car-99] R. Carbone, A. Lo-Schiavo, P. Marino, A. Testa, *A frequency domain model for AC/DC/AC conversion systems*, PowerTech Budapest 1999
- [Cla-58] E. Clarke, *Circuit analysis of AC power systems, vol.1: symmetrical and Related Components*, New-York: Wiley, USA, 1958
- [Coh-89] L. Cohen, *Time-frequency distributions-a review*, Proceedings of the IEEE, vol.77, Issue 7, July 1989, pp.941 – 981
- [Dan-99] G. Dangelmayr, S. Gadaleta, D. Hundley, M. Kirby, *Time series prediction by estimating Markov probabilities through topology preserving maps*, Proc. SPIE vol.3812, Applications and Science of Neural Networks, Fuzzy Systems, and Evolutionary Computation II., pp. 86-93
- [Det-99] A. Dettloff, D. Sabin, F. Goodman, *Power Quality Performance as a component for Special Manufacturing Contracts between Power Provider and Customer*, Proceedings of the "Power Systems World '99" pp.283-291

- [Did-05] M. Didden, E. de Jaeger, W. D'haeseleer, R. Belmans, *How to connect a voltage sag-measuring device: phase to phase or phase to neutral?*, IEEE Transactions on power delivery, Vol.20, No. 2, April 2005, pp.1174-1181
- [Ext-03] I. Exteberria-Otadui, *Sur les systèmes de l'électronique de puissance dédiés à la distribution électrique – application à la qualité de l'énergie*, thèse de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 2003
- [Fer-04] A. Ferrero, S. Leva, A. Morando, *A systematic, mathematically and physically sound approach to the energy balance in three-wire, three-phase systems*, L'Energia Elettrica vol.81, 2004, pp.51-56
- [Fla-93] P. Flandrin, *Temps-fréquence*, Hermès, Paris, 1993.
- [Guf-00] S. Guffon, *Modélisation et commandes à structure variable de filtres actifs de puissance*, thèse de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 2000
- [Gus-00] F. Gustafsson, *Adaptive Filtering and Change Detection Algorithm*. John Wiley and Sons Ltd., 2000
- [Hey-98] Heydt, *Electric Power Quality: A Tutorial Introduction*, IEEE Computer Applications in Power, vol.11, no.1, January 1998, pp.15-19.
- [Hol-01] D. Holmes, P. McGrath, *Opportunities for harmonic cancellation with carrier-based PWM for two-level and multilevel cascaded inverters*, IEEE Transactions on industry applications, vol.37, no.2, March/Avril 2001
- [Ign-04] V. Ignatova, S. Bacha, P. Granjon, N. Retière, *Linear time periodic modeling of power electronic devices for power system harmonic analysis and simulation*, SAAEI-EPF 2004
- [Ign-05-1] V. Ignatova, S. Bacha, P. Granjon, *An analytical method for power quality assessment applied to grid connected power electronic converters*, CIREN 2005
- [Ign-05-2] V. Ignatova, P. Granjon, S. Bacha, F. Dumas, *Classification and characterization of three phase voltage dips by space vector methodology*, FPS conference 2005
- [Ign-06-1] V. Ignatova, P. Granjon, S. Bacha, *Analyse de la qualité de l'énergie électrique par la transformation du vecteur d'espace*, EPF 2006
- [Ign-06-2] V. Ignatova, P. Granjon, S. Bacha, *Space vector method for dips and swells analysis*, IEEE Transactions on Power Delivery (to be published)
- [Ign-06-3] V. Ignatova, P. Granjon, S. Bacha, *Power electronics harmonic analysis based on the linear time periodic modelling. Applications for AC/DC/AC power electronics interface*, EPQU Journal vol.12, 2006, pp.81-87
- [IEEE Std. 1159] *IEEE Std. 1159 Recommended Practice for Monitoring Electric Power Quality*, 1995
- [Lau-98] H. Laurent, C. Doncarli. *Stationarity index for abrupt changes detection in the time-frequency plane*. IEEE Signal Processing letters, vol.5(2), 1998, pp.43-45
- [Leb-04] R. Leborgne, G. Olguin, M. Bollen, *The influence of pq-monitor connection on voltage dip measurement*, IEE - MedPower, Cyprus, November 2004
- [Lim-00] P. Lim, D. Dorr, *Understanding and resolving voltage sag related problems for sensitive load industrial customers*, IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, 2000, pp 2886–2890,
- [Loe-84] C. Loeffler, *Optimal design of periodically time – varying and multirate digital filters*, IEEE Transactions on acoustics, speech, and signal processing, vol.Assp.32, no.5, October 1984
- [Lyo-37] W. V. Lyon, *Applications of the method of symmetrical components*, New-York, McGraw-Hill Book Company, 1937

- [Met-05] B. Metz-Noblat, F. Dumas, C. Poulain, *Calcul des courants de court-circuit*, Cahier Technique de Schneider Electric no.158, Septembre 2005
- [Mol-00] E. Möllerstedt, B. Bernhardsson, *Out of control because of harmonics – an analysis of the harmonic response of an inverter locomotive*, IEEE Control Systems Magazine, no.20(4), 2000, pp. 70-81
- [Kre-90] R. Krebs, *Analysis der Anisotropien dreiphasiger Betriebsmittel*, PhD thesis, Erlangen 1990
- [Paa-02] G. Paap, *Symmetrical components in the time domain and their application to power network calculations*, IEEE Transactions on Power Systems, vol 15, No2, May 2000, pp.522-529
- [Pil-01] P. Pillay, M. Manyage, *Definitions of voltage unbalance*, IEEE Power Engineering Review, vol. 5, May 2001, pp.50-51
- [Pra-92] J. Prater, C. Loeffler, *Analysis and design of periodically time-varying IIR filters, with application to transmultiplexing*, IEEE transactions on signal processing, vol.40, no.11, November 1992, pp 2715-2725
- [Ros-02] F. Rosa, R. Langella, A. Sollazo, A. Testa, *On the interharmonic components generated by adjustable speed drives*, 10th International Conference of Harmonics and Power Quality
- [Sap-90] G. Saporta, *Probabilités, Analyse des données et Statistique*, Technip 1990
- [Smi-98] B. Smith, J. Arrilaga, A. Wood, N. Waston, *A review of iterative harmonic analysis for AC-DC power systems*, IEEE Transactions on Power Delivery, vol.13, no.1, Jan. 1998, pp.180-185
- [Tha-00] R. Thallam, G. Heydt, *Power acceptability and voltage sag indices in the three phase sense*, IEEE Power Engineering Society Summer Meeting, vol.2, July 2000, pp.905-910.
- [TFH-01] Task Force on Harmonics Modeling and Simulation, IEEE PES Harmonic Working Group, *Characteristics and modeling of harmonic sources- power electronic devices*, IEEE Transactions on Power Delivery, vol.16, no.4, October 2001, pp. 791-800
- [Vil-48] J. Ville, *Théorie et applications de la notion de signal analytique*, Câbles et Transmission, vol.2A, 1948, pp.61-74.
- [Zha-98] L. Zhang, M. Bollen, *A method for characterizing unbalanced voltage dips (sags) with symmetrical components*, IEEE Power Engineering Letters, July 1998
- [Zha-99] L. Zhang, *Three-phase unbalance of voltage dips*, Licentiate thesis, Chalmers University of Technology, Dept Electric Power Engineering, Gothenburg, Sweden, November 1999.

Annexes

Annexe A : Lien entre la transformation du vecteur d'espace et la transformation de Fortescue

Soit le système triphasé :

$$\begin{cases} x_a(t) = \frac{X_a}{2} \left(e^{j(\theta+\varphi_a)} + e^{-j(\theta+\varphi_a)} \right) \\ x_b(t) = \frac{X_b}{2} \left(e^{j(\theta+\varphi_b)} + e^{-j(\theta+\varphi_b)} \right), \quad \text{où } \theta = \omega t \\ x_c(t) = \frac{X_c}{2} \left(e^{j(\theta+\varphi_c)} + e^{-j(\theta+\varphi_c)} \right) \end{cases}$$

Le vecteur d'espace et la composante homopolaire sont définis par :

$$\bar{x} = \frac{2}{3}(x_a + ax_b + a^2x_c) \quad x_0 = \frac{1}{3}(x_a + x_b + x_c), \quad \text{où} \quad a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

Le vecteur d'espace et la composante homopolaire pour ce système sont respectivement :

$$\bar{x} = \frac{2}{3}(x_a + ax_b + a^2x_c) = \frac{1}{3}e^{j\theta}(X_a e^{j\varphi_a} + aX_b e^{j\varphi_b} + a^2X_c e^{j\varphi_c}) + \frac{1}{3}e^{-j\theta}(X_a e^{-j\varphi_a} + aX_b e^{-j\varphi_b} + a^2X_c e^{-j\varphi_c})$$

$$x_0 = \frac{1}{6}e^{j\theta}(X_a e^{j\varphi_a} + X_b e^{j\varphi_b} + X_c e^{j\varphi_c}) + \frac{1}{6}e^{-j\theta}(X_a e^{-j\varphi_a} + X_b e^{-j\varphi_b} + X_c e^{-j\varphi_c})$$

Pour les composantes de la transformation de Fortescue, on obtient :

$$x_{dF} = \frac{1}{3}e^{j\theta}(X_a e^{j\theta_a} + aX_b e^{j\theta_b} + a^2X_c e^{j\theta_c})$$

$$x_{iF} = \frac{1}{3}e^{j\theta}(X_a e^{j\theta_a} + a^2X_b e^{j\theta_b} + aX_c e^{j\theta_c})$$

$$x_{0F} = \frac{1}{3}e^{j\theta}(X_a e^{j\theta_a} + X_b e^{j\theta_b} + X_c e^{j\theta_c})$$

On peut constater que la somme de la composante directe et de la composante inverse conjuguée de la transformation de Fortescue représente le vecteur d'espace :

$$x_{dF} + \bar{x}_{iF} = \frac{1}{3}e^{j\theta}(X_a e^{j\theta_a} + aX_b e^{j\theta_b} + a^2X_c e^{j\theta_c}) + \frac{1}{3}e^{-j\theta}(X_a e^{-j\theta_a} + aX_b e^{-j\theta_b} + a^2X_c e^{-j\theta_c}) = \bar{x}$$

Entre les composantes homopolaires de la transformation du vecteur d'espace et la transformation de Fortescue, la relation suivante est établie :

$$x_{0F} + \bar{x}_{0F} = \frac{1}{3}e^{j\theta}(X_a e^{j\varphi_a} + X_b e^{j\varphi_b} + X_c e^{j\varphi_c}) + \frac{1}{3}e^{-j\theta}(X_a e^{-j\varphi_a} + X_b e^{-j\varphi_b} + X_c e^{-j\varphi_c}) = 2x_0$$

$$x_0 = \frac{x_{0F} + \bar{x}_{0F}}{2}$$

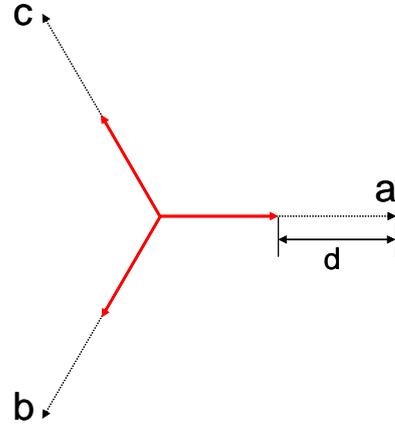
Annexe B : Caractéristiques du vecteur d'espace pour les différents types de creux de tension

B.1 Creux de tension de type A

Equations du creux :

$$\begin{cases} v_a = \frac{(1-d)V}{2} (e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \\ v_b = \frac{(1-d)V}{2} \left(e^{j(\theta-\frac{2\pi}{3})} + e^{-j(\theta-\frac{2\pi}{3})} \right) \\ v_c = \frac{(1-d)V}{2} \left(e^{j(\theta-\frac{4\pi}{3})} + e^{-j(\theta-\frac{4\pi}{3})} \right) \end{cases}$$

, où $\theta = \omega t$



Vecteur d'espace :

$$\vec{x} = \frac{2}{3} \left(v_a + v_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + v_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right)$$

$$\vec{x} = V e^{j\theta} (1-d) + V e^{-j\theta} (1-d) \left(1 + e^{j\frac{4\pi}{3}} + e^{j\frac{2\pi}{3}} \right)$$

$$\vec{x} = (1-d)V e^{j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = (1-d)V \quad r_{min} = (1-d)V \quad SI = 1$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = \frac{1}{3} (v_a + v_b + v_c)$$

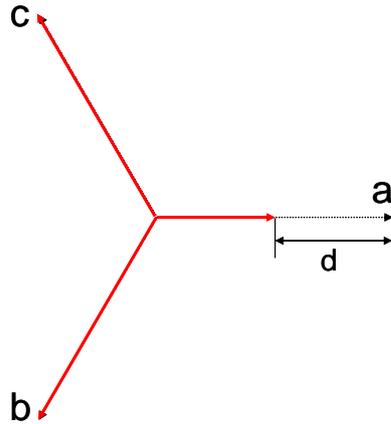
$$x_0 = \frac{V}{2} (1-d) e^{j\theta} \left(1 + e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{-j\frac{4\pi}{3}} \right) + \frac{V}{2} (1-d) e^{-j\theta} \left(1 + e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = 0$$

B.2 Creux de tension de type B

- Sur la phase a

Equations du creux :

$$\begin{cases} v_a = \frac{(1-d)V}{2} (e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \\ v_b = \frac{V}{2} \left(e^{j(\theta-\frac{2\pi}{3})} + e^{-j(\theta-\frac{2\pi}{3})} \right) \\ v_c = \frac{V}{2} \left(e^{j(\theta-\frac{4\pi}{3})} + e^{-j(\theta-\frac{4\pi}{3})} \right) \end{cases}$$



Vecteur d'espace :

$$\vec{x} = \frac{2}{3} \left(v_a + v_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + v_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = \frac{V}{3} e^{j\theta} (1-d+1+1) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(1-d + e^{j\frac{4\pi}{3}} + e^{j\frac{2\pi}{3}} \right)$$

$$\vec{x} = \left(1 - \frac{d}{3} \right) V e^{j\theta} + \frac{d}{3} e^{j\pi} V e^{-j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = V \quad r_{min} = \left(1 - \frac{2}{3} d \right) V \quad SI = 1 - \frac{2d}{3} \quad \varphi_{inc} = \frac{\pi}{2}$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = \frac{V}{6} e^{j\theta} \left(1-d + e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{-j\frac{4\pi}{3}} \right) + \frac{V}{6} e^{-j\theta} \left(1-d + e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{4\pi}{3}} \right)$$

$$x_0 = -\frac{dV}{6} (e^{j\theta} + e^{-j\theta}) = -\frac{d}{3} V \cos \theta$$

- Sur la phase b

Equations du creux :

$$\begin{cases} v_a = \frac{V}{2} (e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \\ v_b = \frac{(1-d)V}{2} \left(e^{j(\theta-\frac{2\pi}{3})} + e^{-j(\theta-\frac{2\pi}{3})} \right) \\ v_c = \frac{V}{2} \left(e^{j(\theta-\frac{4\pi}{3})} + e^{-j(\theta-\frac{4\pi}{3})} \right) \end{cases}$$

Vecteur d'espace :

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} (1+1-d+1) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(1 + e^{j\frac{4\pi}{3}} + e^{j\frac{2\pi}{3}} - d e^{j\frac{4\pi}{3}} \right)$$

$$\bar{x} = \left(1 - \frac{d}{3} \right) V e^{j\theta} + \frac{d}{3} e^{j\frac{\pi}{3}} V e^{-j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = V \quad r_{min} = \left(1 - \frac{2}{3} d \right) V \quad SI = 1 - \frac{2d}{3} \quad \varphi_{inc} = \frac{\pi}{6}$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = \frac{V}{6} e^{j\theta} \left(1 + e^{-j\frac{2\pi}{3}} - d e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{-j\frac{4\pi}{3}} \right) + \frac{V}{6} e^{-j\theta} \left(1 + e^{j\frac{2\pi}{3}} - d e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{4\pi}{3}} \right)$$

$$x_0 = -\frac{dV}{6} \left(e^{j\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)} \right) = -\frac{d}{3} V \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

- **Sur la phase c**

De même, pour la phase c on obtient :

Vecteur d'espace :

$$\bar{x} = \left(1 - \frac{d}{3} \right) V e^{j\theta} + \frac{d}{3} e^{-j\frac{\pi}{3}} V e^{-j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = V \quad r_{min} = \left(1 - \frac{2}{3} d \right) V \quad SI = 1 - \frac{2d}{3} \quad \varphi_{inc} = -\frac{\pi}{6}$$

Composante homopolaire :

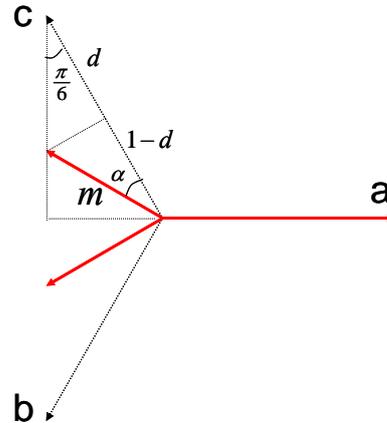
$$x_0 = -\frac{d}{3} V \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)$$

B.3 Creux de tension de type C

- creux sur les phases b et c

Equations du creux :

$$\begin{cases} v_a = \frac{V}{2}(e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \\ v_b = \frac{mV}{2}\left(e^{j(\theta - \frac{2\pi}{3} - \alpha)} + e^{-j(\theta - \frac{2\pi}{3} - \alpha)}\right) \\ v_c = \frac{mV}{2}\left(e^{j(\theta - \frac{4\pi}{3} + \alpha)} + e^{-j(\theta - \frac{4\pi}{3} + \alpha)}\right) \end{cases}$$



Vecteur d'espace :

$$\vec{x} = \frac{2}{3}\left(v_a + v_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + v_c e^{j\frac{4\pi}{3}}\right) = \frac{V}{3}e^{j\theta}\left(1 + me^{-j\alpha} + me^{j\alpha}\right) + \frac{V}{3}e^{-j\theta}\left(1 + me^{-j(\frac{2\pi}{3} - \alpha)} + me^{j(\frac{2\pi}{3} - \alpha)}\right)$$

$$\vec{x} = \frac{V}{3}e^{j\theta}(1 + 2m \cos \alpha) + \frac{V}{3}e^{-j\theta}\left(1 + 2m \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right)\right)$$

$$\vec{x} = \frac{V}{3}e^{j\theta}(1 + 2m \cos \alpha) + \frac{V}{3}e^{-j\theta}\left(1 + 2m\left(\cos\frac{2\pi}{3} \cos \alpha + \sin\frac{2\pi}{3} \sin \alpha\right)\right)$$

En utilisant $\cos \alpha = \frac{1-d}{m}$ et $\sin \alpha = \frac{d}{m} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}$, on obtient :

$$\vec{x} = \left(1 - \frac{2d}{3}\right)V e^{j\theta} + \frac{2d}{3}V e^{-j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = V \quad r_{min} = \left(1 - \frac{3}{4}d\right)V \quad SI = 1 - \frac{4d}{3} \quad \varphi_{inc} = 0$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = \frac{V}{6}\left(e^{j\theta} + e^{-j\theta}\right)\left(1 + me^{-j\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right)} + me^{j\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right)}\right)$$

$$x_0 = \frac{V}{6}\left(e^{j\theta} + e^{-j\theta}\right)\left(1 + 2m \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right)\right) = \frac{V}{6}\left(e^{j\theta} + e^{-j\theta}\right)\left(1 + 2m\left(\cos\frac{2\pi}{3} \cos \alpha - \sin\frac{2\pi}{3} \sin \alpha\right)\right) = 0$$

- creux sur les phases a et b

Equations du creux :

$$\begin{cases} v_a = \frac{mV}{2} \left(e^{j(\theta-\alpha)} + e^{-j(\theta-\alpha)} \right) \\ v_b = \frac{mV}{2} \left(e^{j\left(\theta-\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)} + e^{-j\left(\theta-\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)} \right) \\ v_c = \frac{V}{2} \left(e^{j\left(\theta-\frac{4\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\theta-\frac{4\pi}{3}\right)} \right) \end{cases}$$

Vecteur d'espace :

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} \left(me^{-j\alpha} + me^{j\alpha} + 1 \right) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(me^{j\alpha} + me^{j\left(\frac{4\pi}{3}-\alpha\right)} + e^{j\frac{2\pi}{3}} \right)$$

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} \left(me^{-j\alpha} + me^{j\alpha} + 1 \right) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} e^{j\frac{2\pi}{3}} \left(me^{-j\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)} + me^{j\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)} + 1 \right)$$

$$\bar{x} = \left(1 - \frac{2d}{3} \right) V e^{j\theta} + \frac{2d}{3} e^{j\frac{2\pi}{3}} V e^{-j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = V \quad r_{min} = \left(1 - \frac{4}{3}d \right) V \quad SI = 1 - \frac{4d}{3} \quad \varphi_{mc} = \frac{\pi}{3}$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = 0$$

- creux sur les phases a et c

De même, pour un creux de tension sur les phases a et c on obtient :

Vecteur d'espace :

$$\bar{x} = \left(1 - \frac{2d}{3} \right) V e^{j\theta} + \frac{2d}{3} e^{j\frac{4\pi}{3}} V e^{-j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = V \quad r_{min} = \left(1 - \frac{4}{3}d \right) V \quad SI = 1 - \frac{4d}{3} \quad \varphi_{mc} = \frac{2\pi}{3}$$

Composante homopolaire :

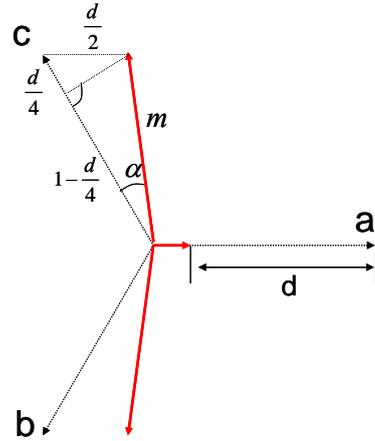
$$x_0 = 0$$

B.4 Creux de tension de type D

- creux sur la phase a

Equations du creux :

$$\begin{cases} v_a = \frac{(1-d)V}{2} (e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \\ v_b = \frac{mV}{2} \left(e^{j\left(\theta - \frac{2\pi}{3} + \alpha\right)} + e^{-j\left(\theta - \frac{2\pi}{3} + \alpha\right)} \right) \\ v_c = \frac{mV}{2} \left(e^{j\left(\theta - \frac{4\pi}{3} - \alpha\right)} + e^{-j\left(\theta - \frac{4\pi}{3} - \alpha\right)} \right) \end{cases}$$



Vecteur d'espace :

$$\bar{x} = \frac{2}{3} \left(v_a + v_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + v_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = \frac{V}{3} e^{j\theta} (1-d + me^{j\alpha} + me^{-j\alpha}) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(1-d + me^{-j\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right)} + me^{j\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right)} \right)$$

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} (1-d + 2m \cos \alpha) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(1-d + 2m \cos\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right) \right)$$

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} (1-d + 2m \cos \alpha) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(1-d + 2m \left(\cos \frac{2\pi}{3} \cos \alpha - \sin \frac{2\pi}{3} \sin \alpha \right) \right)$$

En utilisant $\cos \alpha = \frac{1-d}{m} = \frac{4-d}{4m}$ et $\sin \alpha = \frac{d \sin \frac{\pi}{6}}{m} = \frac{\sqrt{3}d}{4m}$ on obtient :

$$\bar{x} = \left(1 - \frac{d}{2} \right) V e^{j\theta} - \frac{d}{2} V e^{-j\theta} = \left(1 - \frac{d}{2} \right) V e^{j\theta} + \frac{d}{2} e^{j\pi} V e^{-j\theta}$$

Parametres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = V \quad r_{min} = (1-d)V \quad SI = 1-d \quad \varphi_{inc} = \frac{\pi}{2}$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = \frac{V}{6} \left(e^{j\theta} + e^{-j\theta} \right) \left(1-d + me^{-j\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right)} + me^{j\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right)} \right)$$

$$x_0 = \frac{V}{6} \left(e^{j\theta} + e^{-j\theta} \right) \left(1-d + 2m \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right) \right) = \frac{V}{6} \left(e^{j\theta} + e^{-j\theta} \right) \left(1-d + 2m \left(\cos \frac{2\pi}{3} \cos \alpha + \sin \frac{2\pi}{3} \sin \alpha \right) \right) = 0$$

- creux sur la phase b

Equations du creux :

$$\begin{cases} v_a = \frac{mV}{2} \left(e^{j(\theta-\alpha)} + e^{-j(\theta-\alpha)} \right) \\ v_b = \frac{(1-d)V}{2} \left(e^{j\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right)} \right) \\ v_c = \frac{mV}{2} \left(e^{j\left(\theta-\frac{4\pi}{3}+\alpha\right)} + e^{-j\left(\theta-\frac{4\pi}{3}+\alpha\right)} \right) \end{cases}$$

Vecteur d'espace :

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} \left(me^{-j\alpha} + 1 - d + me^{j\alpha} \right) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(me^{j\alpha} + (1-d)e^{j\frac{4\pi}{3}} + me^{j\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)} \right)$$

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} (1-d + 2m \cos \alpha) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} e^{j\frac{4\pi}{3}} \left(me^{j\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)} + 1 - d + me^{-j\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)} \right)$$

$$\bar{x} = \left(1 - \frac{d}{2}\right) V e^{j\theta} + \frac{d}{2} e^{j\frac{\pi}{3}} V e^{-j\theta}$$

Parametres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = V \quad r_{min} = (1-d)V \quad SI = 1-d \quad \varphi_{mc} = \frac{\pi}{6}$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = 0$$

- creux sur la phase c

De même, pour un creux de tension sur la phase c on obtient :

Vecteur d'espace :

$$\bar{x} = \left(1 - \frac{d}{2}\right) V e^{j\theta} + \frac{d}{2} e^{-j\frac{\pi}{3}} V e^{-j\theta}$$

Parametres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = V \quad r_{min} = (1-d)V \quad SI = 1-d \quad \varphi_{mc} = -\frac{\pi}{6}$$

Composante homopolaire :

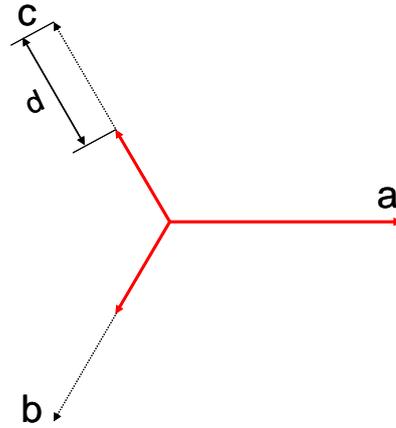
$$x_0 = 0$$

B.5 Creux de tension de type E

- Sur les phases b et c

Equations du creux :

$$\begin{cases} v_a = \frac{V}{2}(e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \\ v_b = \frac{(1-d)V}{2} \left(e^{j(\theta-\frac{2\pi}{3})} + e^{-j(\theta-\frac{2\pi}{3})} \right) \\ v_c = \frac{(1-d)V}{2} \left(e^{j(\theta-\frac{4\pi}{3})} + e^{-j(\theta-\frac{4\pi}{3})} \right) \end{cases}$$



Vecteur d'espace :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{2}{3} \left(v_a + v_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + v_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = \frac{V}{3} e^{j\theta} (1 + 1 - d + 1 - d) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(1 + (1-d)e^{j\frac{4\pi}{3}} + (1-d)e^{j\frac{2\pi}{3}} \right) \\ \bar{x} &= \left(1 - \frac{2d}{3} \right) V e^{j\theta} + \frac{d}{3} V e^{-j\theta} \end{aligned}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = \left(1 - \frac{d}{3} \right) V \quad r_{min} = (1-d)V \quad SI = \frac{3(1-d)}{3-d} \quad \varphi_{mc} = 0$$

Composante homopolaire :

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{V}{6} e^{j\theta} \left(-de^{-j\frac{2\pi}{3}} - de^{-j\frac{4\pi}{3}} \right) + \frac{V}{6} e^{-j\theta} \left(-de^{j\frac{2\pi}{3}} - de^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \\ x_0 &= \frac{dV}{6} (e^{j\theta} + e^{-j\theta}) = \frac{d}{3} V \cos \theta \end{aligned}$$

- Sur les phases a et b

Equations du creux :

$$\begin{cases} v_a = \frac{(1-d)V}{2} (e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \\ v_b = \frac{(1-d)V}{2} \left(e^{j(\theta-\frac{2\pi}{3})} + e^{-j(\theta-\frac{2\pi}{3})} \right) \\ v_c = \frac{V}{2} \left(e^{j(\theta-\frac{4\pi}{3})} + e^{-j(\theta-\frac{4\pi}{3})} \right) \end{cases}$$

Vecteur d'espace :

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} (3-2d) + \frac{V}{3} e^{j\frac{2\pi}{3}} e^{-j\theta} \left(1 + 2(1-d) \cos \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\bar{x} = \left(1 - \frac{2d}{3}\right) V e^{j\theta} + \frac{d}{3} e^{j\frac{2\pi}{3}} V e^{-j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = \left(1 - \frac{d}{3}\right) V \quad r_{min} = (1-d)V \quad SI = \frac{3(1-d)}{3-d} \quad \varphi_{inc} = \frac{\pi}{3}$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = \frac{V}{6} e^{j\theta} \left(1-d + e^{-j\frac{2\pi}{3}} - d e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{-j\frac{4\pi}{3}}\right) + \frac{V}{6} e^{-j\theta} \left(1-d + e^{j\frac{2\pi}{3}} - d e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{4\pi}{3}}\right)$$

$$x_0 = \frac{dV}{6} \left(e^{j\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)} \right) = \frac{d}{3} V \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

- **Sur les phases a et c**

De même pour un creux de tension sur les phases a et c on obtient :

Vecteur d'espace :

$$\bar{x} = \left(1 - \frac{2d}{3}\right) V e^{j\theta} + \frac{d}{3} e^{j\frac{4\pi}{3}} V e^{-j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = \left(1 - \frac{d}{3}\right) V \quad r_{min} = (1-d)V \quad SI = \frac{3(1-d)}{3-d} \quad \varphi_{inc} = \frac{2\pi}{3}$$

Composante homopolaire :

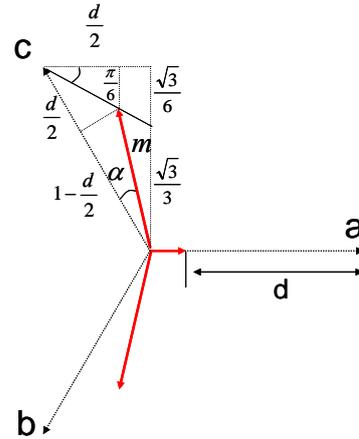
$$x_0 = \frac{dV}{6} \left(e^{j\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)} \right) = \frac{d}{3} V \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

B.6 Creux de tension de type F

- creux sur la phase a

Equations du creux :

$$\begin{cases} v_a = \frac{(1-d)V}{2} (e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \\ v_b = \frac{mV}{2} \left(e^{j(\theta - \frac{2\pi}{3} + \alpha)} + e^{-j(\theta - \frac{2\pi}{3} + \alpha)} \right) \\ v_c = \frac{mV}{2} \left(e^{j(\theta - \frac{4\pi}{3} - \alpha)} + e^{-j(\theta - \frac{4\pi}{3} - \alpha)} \right) \end{cases}$$



Vecteur d'espace :

$$\bar{x} = \frac{2}{3} \left(v_a + v_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + v_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = \frac{V}{3} e^{j\theta} \left(1-d + m e^{j\alpha} + m e^{-j\alpha} \right) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(1-d + m e^{-j(\frac{2\pi}{3} + \alpha)} + m e^{j(\frac{2\pi}{3} + \alpha)} \right)$$

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} (1-d + 2m \cos \alpha) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(1-d + 2m \cos \left(\frac{2\pi}{3} + \alpha \right) \right)$$

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} (1-d + 2m \cos \alpha) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(1-d + 2m \left(\cos \frac{2\pi}{3} \cos \alpha - \sin \frac{2\pi}{3} \sin \alpha \right) \right)$$

En utilisant $\cos \alpha = \frac{1-d}{m}$ et $\sin \alpha = \frac{\frac{d}{2} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}{m} = \frac{d}{2\sqrt{3}m}$ on obtient :

$$\bar{x} = \left(1 - \frac{d}{3} \right) V e^{j\theta} - \frac{d}{3} V e^{-j\theta} = \left(1 - \frac{d}{3} \right) V e^{j\theta} + \frac{d}{3} e^{j\pi} V e^{-j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = \left(1 - \frac{d}{3} \right) V \quad r_{min} = (1-d)V \quad SI = \frac{3(1-d)}{3-d} \quad \varphi_{inc} = \frac{\pi}{2}$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = \frac{V}{6} \left(e^{j\theta} + e^{-j\theta} \right) \left(1-d + a e^{-j(\frac{2\pi}{3} - \alpha)} + a e^{j(\frac{2\pi}{3} - \alpha)} \right)$$

$$x_0 = \frac{V}{6} \left(e^{j\theta} + e^{-j\theta} \right) \left(1-d + 2a \cos \left(\frac{2\pi}{3} - \alpha \right) \right) = \frac{V}{6} \left(e^{j\theta} + e^{-j\theta} \right) \left(1-d + 2a \left(\cos \frac{2\pi}{3} \cos \alpha + \sin \frac{2\pi}{3} \sin \alpha \right) \right) = 0$$

- creux sur la phases b

Equations du creux :

$$\begin{cases} v_a = \frac{mV}{2} \left(e^{j(\theta-\alpha)} + e^{-j(\theta-\alpha)} \right) \\ v_b = \frac{(1-d)V}{2} \left(e^{j\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\theta-\frac{2\pi}{3}\right)} \right) \\ v_c = \frac{mV}{2} \left(e^{j\left(\theta-\frac{4\pi}{3}+\alpha\right)} + e^{-j\left(\theta-\frac{4\pi}{3}+\alpha\right)} \right) \end{cases}$$

Vecteur d'espace :

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} \left(me^{-j\alpha} + 1 - d + me^{j\alpha} \right) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(me^{j\alpha} + (1-d)e^{j\frac{4\pi}{3}} + me^{j\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)} \right)$$

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} (1-d + 2m \cos \alpha) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} e^{j\frac{4\pi}{3}} \left(me^{j\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)} + 1 - d + me^{-j\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)} \right)$$

$$\bar{x} = \left(1 - \frac{d}{3}\right) V e^{j\theta} + \frac{d}{3} e^{j\frac{\pi}{3}} V e^{-j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = \left(1 - \frac{d}{3}\right) V \quad r_{min} = (1-d)V \quad SI = \frac{3(1-d)}{3-d} \quad \varphi_{inc} = \frac{\pi}{6}$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = 0$$

- **creux sur la phase c**

De même pour un creux de tension sur la phase c on obtient :

Vecteur d'espace :

$$\bar{x} = \left(1 - \frac{d}{3}\right) V e^{j\theta} + \frac{d}{3} e^{-j\frac{\pi}{3}} V e^{-j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = \left(1 - \frac{d}{3}\right) V \quad r_{min} = (1-d)V \quad SI = \frac{3(1-d)}{3-d} \quad \varphi_{inc} = -\frac{\pi}{6}$$

Composante homopolaire :

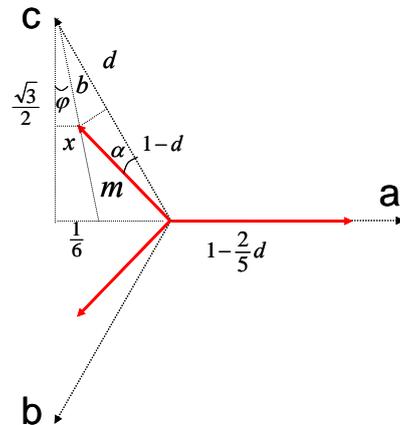
$$x_0 = 0$$

B.7 Creux de tension de type G

- creux de tension sur les phases b et c

Equations du creux :

$$\begin{cases} v_a = \left(1 - \frac{2d}{5}\right) \frac{V}{2} (e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \\ v_b = \frac{mV}{2} \left(e^{j(\theta - \frac{2\pi}{3} - \alpha)} + e^{-j(\theta - \frac{2\pi}{3} - \alpha)} \right) \\ v_c = \frac{mV}{2} \left(e^{j(\theta - \frac{4\pi}{3} + \alpha)} + e^{-j(\theta - \frac{4\pi}{3} + \alpha)} \right) \end{cases}$$



Pour trouver l'amplitude de la phase a on a utilisé :

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \varphi &= \frac{1}{3\sqrt{3}} \quad ; \quad \cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) = \frac{d}{b} \quad ; \quad \sin \varphi = \frac{x}{b} \\ \Rightarrow \frac{\cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right)}{\sin \varphi} &= \frac{\sqrt{3}}{2 \operatorname{tg} \varphi} + \frac{1}{2} = 5 = \frac{d}{x} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{d}{5} \end{aligned}$$

L'amplitude de la phase a est égale à $1 - 2x = 1 - \frac{2}{5}d$ (composante homopolaire nulle)

Vecteur d'espace :

$$\vec{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} \left(1 - \frac{2d}{5} + m e^{-j\alpha} + m e^{j\alpha}\right) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(1 - \frac{2d}{5} + m e^{-j\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right)} + m e^{j\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right)}\right)$$

$$\vec{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} \left(1 - \frac{2d}{5} + 2m \cos \alpha\right) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(1 - \frac{2d}{5} + 2m \cos\left(\frac{2\pi}{3} - \alpha\right)\right)$$

$$\vec{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} \left(1 - \frac{2d}{5} + 2m \cos \alpha\right) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(1 - \frac{2d}{5} + 2m \left(\cos \frac{2\pi}{3} \cos \alpha + \sin \frac{2\pi}{3} \sin \alpha\right)\right)$$

Pour ce type de creux $\cos \alpha = \frac{1-d}{m}$ et $\sin \alpha = \frac{d}{m} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) = \frac{d}{m} \frac{\operatorname{tg} \frac{\pi}{6} - \operatorname{tg} \varphi}{1 + \operatorname{tg} \frac{\pi}{6} \operatorname{tg} \varphi} = \frac{\sqrt{3}}{5} \frac{d}{m}$

$$\vec{x} = \left(1 - \frac{2d}{5}\right) V e^{j\theta} + \frac{2d}{5} V e^{-j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = \left(1 - \frac{2d}{5}\right) V \quad r_{min} = \left(1 - \frac{6d}{5}\right) V \quad SI = \frac{5-6d}{5-2d} \quad \varphi_{inc} = 0$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = \frac{V}{6} \left(e^{j\theta} + e^{-j\theta} \left(1 - \frac{2d}{5} + ae^{-j\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right)} + ae^{j\left(\frac{2\pi}{3} + \alpha\right)} \right) \right)$$

$$x_0 = \frac{V}{6} \left(e^{j\theta} + e^{-j\theta} \left(1 - \frac{2d}{5} + 2a \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \right) \right) = \frac{V}{6} \left(e^{j\theta} + e^{-j\theta} \left(1 - \frac{2d}{5} + 2a \left(\cos \frac{2\pi}{3} \cos \alpha - \sin \frac{2\pi}{3} \sin \alpha \right) \right) \right) = 0$$

- creux sur les phases a et b

Equations du creux :

$$\begin{cases} v_a = \frac{mV}{2} \left(e^{j(\theta-\alpha)} + e^{-j(\theta-\alpha)} \right) \\ v_b = \frac{mV}{2} \left(e^{j\left(\theta-\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)} + e^{-j\left(\theta-\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)} \right) \\ v_c = \left(1 - \frac{2d}{5} \right) \frac{V}{2} \left(e^{j\left(\theta-\frac{4\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\theta-\frac{4\pi}{3}\right)} \right) \end{cases}$$

Vecteur d'espace :

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} \left(me^{-j\alpha} + me^{j\alpha} + 1 - \frac{2d}{5} \right) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(me^{j\alpha} + me^{j\left(\frac{4\pi}{3}-\alpha\right)} + \left(1 - \frac{2d}{5} \right) e^{j\frac{2\pi}{3}} \right)$$

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} \left(me^{-j\alpha} + me^{j\alpha} + 1 - \frac{2d}{5} \right) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} e^{j\frac{2\pi}{3}} \left(me^{-j\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)} + me^{j\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)} + 1 - \frac{2d}{5} \right)$$

$$\bar{x} = \left(1 - \frac{2d}{5} \right) V e^{j\theta} + \frac{2d}{5} V e^{j\frac{2\pi}{3}} e^{-j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = \left(1 - \frac{2d}{5} \right) V \quad r_{min} = \left(1 - \frac{6d}{5} \right) V \quad SI = \frac{5-6d}{5-2d} \quad \varphi_{inc} = \frac{\pi}{3}$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = 0$$

- creux sur les phases a et c

De même pour un creux de tension sur les phases a et c on obtient :

Vecteur d'espace :

$$\bar{x} = \left(1 - \frac{2d}{5} \right) V e^{j\theta} + \frac{2d}{5} V e^{j\frac{4\pi}{3}} e^{-j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = \left(1 - \frac{2d}{5}\right) \quad r_{min} = \left(1 - \frac{6d}{5}\right) \quad SI = \frac{5-6d}{5-2d} \quad \varphi_{inc} = -\frac{\pi}{3}$$

Composante homopolaire :

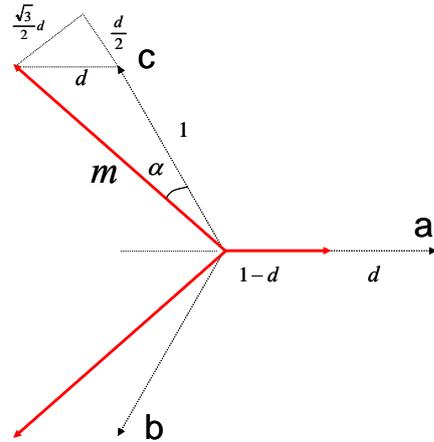
$$x_0 = 0$$

B.8 Creux de tension de type H

- creux sur la phase a

Equations du creux :

$$\begin{cases} v_a = \frac{(1-d)}{2}V(e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \\ v_b = \frac{mV}{2} \left(e^{j(\theta - \frac{2\pi}{3} - \alpha)} + e^{-j(\theta - \frac{2\pi}{3} - \alpha)} \right) \\ v_c = \frac{mV}{2} \left(e^{j(\theta - \frac{4\pi}{3} + \alpha)} + e^{-j(\theta - \frac{4\pi}{3} + \alpha)} \right) \end{cases}$$



Vecteur d'espace :

$$\vec{x} = \frac{V}{3}e^{j\theta} \left(1-d + me^{-j\alpha} + me^{j\alpha} \right) + \frac{V}{3}e^{-j\theta} \left(1-d + me^{j(\frac{4\pi}{3} + \alpha)} + me^{-j(\frac{4\pi}{3} + \alpha)} \right)$$

$$\vec{x} = \frac{V}{3}e^{j\theta} (1-d + 2m \cos \alpha) + \frac{V}{3}e^{-j\theta} \left(1-d + 2m \cos \left(\frac{4\pi}{3} + \alpha \right) \right)$$

En utilisant $\cos \alpha = \frac{1+d}{m}$ et $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}d}{2m}$ on obtient :

$$\vec{x} = Ve^{j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace : $r_{maj} = V$ $r_{min} = V$ $SI = 1$

Composante homopolaire :

$$x_0 = \frac{V}{6}e^{j\theta} \left(1-d + me^{j(\frac{2\pi}{3} + \alpha)} + me^{-j(\frac{2\pi}{3} + \alpha)} \right) + \frac{V}{6}e^{-j\theta} \left(1-d + me^{-j(\frac{2\pi}{3} + \alpha)} + me^{j(\frac{2\pi}{3} + \alpha)} \right)$$

$$x_0 = \frac{V}{6} \left(e^{j\theta} + e^{-j\theta} \right) \left(1-d + 2m \cos \left(\frac{2\pi}{3} + \alpha \right) \right) = -\frac{d}{2}V \left(e^{j\theta} + e^{-j\theta} \right) = -d \cos \theta$$

- creux sur la phase b

Pour un creux de tension sur la phase b on obtient :

Vecteur d'espace :

$$\vec{x} = Ve^{j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace : $r_{maj} = V$ $r_{min} = V$ $SI = 1$

Composante homopolaire :

$$x_0 = d \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

- **creux sur la phase c**

De même, pour un creux de tension sur la phase c on obtient :

Vecteur d'espace :

$$\vec{x} = V e^{j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = V$$

$$r_{min} = V$$

$$SI = 1$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = d \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

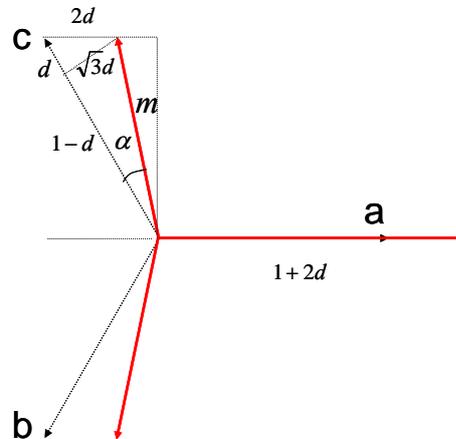
B.9 Creux de tension de type I

B.9.1 pour $d \in \left[0, \frac{V}{4}\right]$

- creux sur les phases b et c

Equations du creux :

$$\begin{cases} v_a = (1+2d)\frac{V}{2}(e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \\ v_b = \frac{mV}{2}\left(e^{j\left(\theta-\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)} + e^{-j\left(\theta-\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)}\right) \\ v_c = \frac{mV}{2}\left(e^{j\left(\theta-\frac{4\pi}{3}-\alpha\right)} + e^{-j\left(\theta-\frac{4\pi}{3}-\alpha\right)}\right) \end{cases}$$



Vecteur d'espace :

$$\vec{x} = \frac{V}{3}e^{j\theta}\left(1+2d+me^{j\alpha}+me^{-j\alpha}\right) + \frac{V}{3}e^{-j\theta}\left(1+2d+me^{j\left(\frac{4\pi}{3}-\alpha\right)}+me^{-j\left(\frac{4\pi}{3}-\alpha\right)}\right)$$

$$\vec{x} = \frac{V}{3}e^{j\theta}\left(1+2d+2m\cos\alpha\right) + \frac{V}{3}e^{-j\theta}\left(1+2d+2m\cos\left(\frac{4\pi}{3}-\alpha\right)\right)$$

En utilisant que $\cos\alpha = \frac{1-d}{m}$ et $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}d}{m}$, on obtient :

$$\vec{x} = Ve^{j\theta}$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = V$$

$$r_{min} = V$$

$$SI = 1$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = \frac{V}{6}e^{j\theta}\left(1+2d+me^{-j\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)}+me^{j\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)}\right) + \frac{V}{6}e^{-j\theta}\left(1+2d+me^{j\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)}+me^{-j\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)}\right)$$

$$x_0 = \frac{V}{6}\left(e^{j\theta}+e^{-j\theta}\right)\left(1+2d+2m\cos\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)\right) = dV\left(e^{j\theta}+e^{-j\theta}\right) = 2d\cos\theta$$

- creux sur les phases a et b

$$\begin{cases} v_a = m \frac{V}{2} \left(e^{j(\theta+\alpha)} + e^{-j(\theta+\alpha)} \right) \\ v_b = m \frac{V}{2} \left(e^{j\left(\theta-\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)} + e^{-j\left(\theta-\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)} \right) \\ v_c = \frac{(1+2d)V}{2} \left(e^{j\left(\theta-\frac{4\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\theta-\frac{4\pi}{3}\right)} \right) \end{cases}$$

Vecteur d'espace : $\vec{x} = Ve^{j\theta}$

Paramètres du vecteur d'espace : $r_{maj} = V$ $r_{min} = V$ $SI = 1$

Composante homopolaire :

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{V}{6} e^{j\theta} \left(me^{j\alpha} + me^{-j\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)} + (1+2d)e^{-j\frac{4\pi}{3}} \right) + \frac{V}{6} e^{-j\theta} \left(me^{-j\alpha} + me^{j\left(\alpha+\frac{2\pi}{3}\right)} + (1+2d)e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \\ x_0 &= \frac{V}{6} e^{j\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)} \left(me^{j\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)} + me^{-j\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)} + (1+2d)e^{-j\pi} \right) + \frac{V}{6} e^{-j\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)} \left(me^{-j\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)} + me^{j\left(\alpha+\frac{\pi}{3}\right)} + (1+2d)e^{j\pi} \right) \\ x_0 &= \frac{V}{6} \left(e^{j\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)} \right) \left(2m \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{3}\right) - 1 - 2d \right) \\ x_0 &= -dV \left(e^{j\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)} + e^{-j\left(\theta-\frac{\pi}{3}\right)} \right) = -2dV \cos\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right) = 2dV \cos\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right) \end{aligned}$$

- **creux sur les phases a et c**

De même pour un creux de tension de type I sur les phases a et c on obtient :

Vecteur d'espace : $\vec{x} = Ve^{j\theta}$

Paramètres du vecteur d'espace : $r_{maj} = V$ $r_{min} = V$ $SI = 1$

Composante homopolaire :

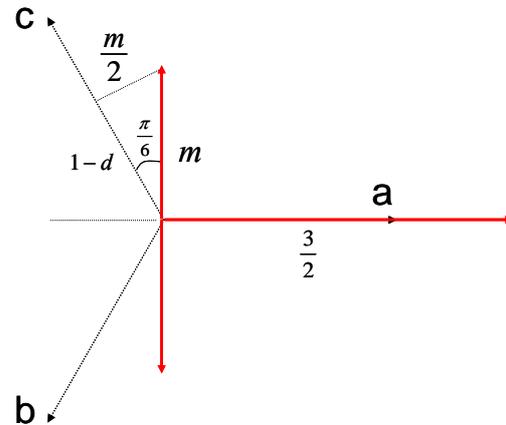
$$x_0 = 2dV \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

B.9.2 pour $d \in \left[\frac{V}{4}, V \right]$

- creux sur les phases b et c

Equations du creux :

$$\begin{cases} v_a = \frac{3V}{2} (e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \\ v_b = \frac{mV}{2} \left(e^{j\left(\theta - \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right)} + e^{-j\left(\theta - \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right)} \right) \\ v_c = \frac{mV}{2} \left(e^{j\left(\theta - \frac{4\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right)} + e^{-j\left(\theta - \frac{4\pi}{3} + \frac{\pi}{6}\right)} \right) \end{cases}$$



Vecteur d'espace :

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} \left(\frac{3}{2} + me^{j\frac{\pi}{6}} + me^{-j\frac{\pi}{6}} \right) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(\frac{3}{2} + me^{j\frac{7\pi}{6}} + me^{-j\frac{7\pi}{6}} \right)$$

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} \left(\frac{3}{2} + 2m \cos \frac{\pi}{6} \right) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(\frac{3}{2} + 2m \cos \frac{7\pi}{6} \right)$$

En utilisant $m = \frac{2}{\sqrt{3}}(1-d)$ on obtient :

$$\bar{x} = \frac{V}{3} e^{j\theta} \left(\frac{3}{2} + 2(1-d) \right) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(\frac{3}{2} - 2(1-d) \right)$$

$$\bar{x} = V e^{j\theta} \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}(1-d) \right) + \frac{V}{3} e^{-j\theta} \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}(1-d) \right)$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = V \quad r_{min} = \frac{4}{3}V(1-d) \quad SI = \frac{4}{3}(1-d) \quad \varphi_{mc} = 0$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = \frac{V}{6} e^{j\theta} \left(\frac{3}{2} + me^{-j\frac{\pi}{2}} + me^{j\frac{\pi}{2}} \right) + \frac{V}{6} e^{-j\theta} \left(\frac{3}{2} + me^{j\frac{\pi}{2}} + me^{-j\frac{\pi}{2}} \right)$$

$$x_0 = \frac{V}{6} (e^{j\theta} + e^{-j\theta}) \left(\frac{3}{2} + 2m \cos \frac{\pi}{2} \right) = \frac{V}{4} (e^{j\theta} + e^{-j\theta}) = \frac{V}{2} \cos \theta$$

- creux sur les phases a et b

Pour un creux sur les phases a et b on obtient :

Vecteur d'espace :

$$\vec{x} = Ve^{j\theta} \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}(1-d) \right) + \frac{V}{3} e^{-j\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)} \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}(1-d) \right)$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = V \qquad r_{min} = \frac{4}{3}V(1-d) \qquad SI = \frac{4}{3}(1-d) \qquad \varphi_{inc} = \frac{\pi}{3}$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = \frac{V}{2} \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)$$

- **creux sur les phases a et c**

Pour un creux sur les phases a et c on obtient :

Vecteur d'espace :

$$\vec{x} = Ve^{j\theta} \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}(1-d) \right) + \frac{V}{3} e^{-j\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)} \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}(1-d) \right)$$

Paramètres du vecteur d'espace :

$$r_{maj} = V \qquad r_{min} = \frac{4}{3}V(1-d) \qquad SI = \frac{4}{3}(1-d) \qquad \varphi_{inc} = -\frac{\pi}{3}$$

Composante homopolaire :

$$x_0 = \frac{V}{2} \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right)$$

Annexe C : Caractéristiques du vecteur d'espace en présence de déséquilibre

C.1 En cas de mesures phase - neutre ou phase - terre

En cas de mesures phase – neutre ou phase - terre, le facteur de déséquilibre u est défini par:

$$V_u = \left| \frac{V_a + a^2 V_b + a V_c}{V_a + a V_b + a^2 V_c} \right| \times 100\% , \quad (\text{C.1})$$

où V_a , V_b et V_c sont des nombres complexes représentant le fondamental des trois tensions de phase $v_a(t)$, $v_b(t)$ et $v_c(t)$.

Les trois tensions simples peuvent être exprimées pour la fréquence fondamentale sous la forme suivante :

$$\begin{cases} v_a(t) = \frac{1}{2} (V_a e^{j\theta} + \bar{V}_a e^{-j\theta}) \\ v_b(t) = \frac{1}{2} (V_b e^{j\theta} + \bar{V}_b e^{-j\theta}) , \\ v_c(t) = \frac{1}{2} (V_c e^{j\theta} + \bar{V}_c e^{-j\theta}) \end{cases}$$

où \bar{V}_a , \bar{V}_b et \bar{V}_c sont les conjugués complexes de V_a , V_b et V_c .

Le vecteur d'espace correspondant est obtenu par :

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{2}{3} (v_a + a v_b + a v_c), & a &= e^{j\frac{2\pi}{3}} \\ \bar{x} &= \frac{1}{3} e^{j\theta} (V_a + a V_b + a^2 V_c) + \frac{1}{3} e^{-j\theta} (\bar{V}_a + a \bar{V}_b + a^2 \bar{V}_c) \\ \bar{x} &= \frac{1}{3} (V_a + a V_b + a^2 V_c) e^{j\theta} + \frac{1}{3} (\bar{V}_a + a^2 \bar{V}_b + a \bar{V}_c) e^{-j\theta} = x_p e^{j\theta} + x_n e^{-j\theta} \end{aligned}$$

Les phaseurs du vecteur d'espace à la fréquence fondamentale sont donc respectivement :

$$x_p = \frac{1}{3} (V_a + a V_b + a^2 V_c) \quad (\text{C.2})$$

$$x_n = \frac{1}{3} (\bar{V}_a + a^2 \bar{V}_b + a \bar{V}_c) \Rightarrow \bar{x}_n = \frac{1}{3} (V_a + a^2 V_b + a V_c) \quad (\text{C.3})$$

En identifiant (C.2) et (C.3) avec (C.1), le facteur de déséquilibre exprimé par les phaseurs du vecteur d'espace devient finalement :

$$V_u = \left| \frac{3\bar{x}_n}{3x_p} \right| \times 100\% = \left| \frac{\bar{x}_n}{x_p} \right| \times 100\% = \left| \frac{x_n}{x_p} \right| \times 100\%$$

C.2 Mesures phase - phase

Le facteur de déséquilibre en cas de mesures entre phases est donné par :

$$V_u = \left| \frac{V_{ab} - aV_{bc}}{V_{ab} - a^2V_{bc}} \right| \times 100\% , \quad (\text{C.4})$$

où V_{ab} et V_{bc} sont des nombres complexes représentant le fondamental des tensions $v_{ab}(t)$ et $v_{bc}(t)$.

Les trois tensions composées exprimées pour la fréquence fondamentale sont :

$$\begin{cases} v_{ab}(t) = \frac{1}{2} (V_{ab}e^{j\theta} + \bar{V}_{ab}e^{-j\theta}) \\ v_{bc}(t) = \frac{1}{2} (V_{bc}e^{j\theta} + \bar{V}_{bc}e^{-j\theta}) , \\ v_{ca}(t) = \frac{1}{2} (V_{ca}e^{j\theta} + \bar{V}_{ca}e^{-j\theta}) \end{cases}$$

où \bar{V}_{ab} , \bar{V}_{bc} et \bar{V}_{ca} sont les conjugués complexes de V_{ab} , V_{bc} et V_{ca} .

Le vecteur d'espace pour ce système de trois tensions est :

$$\bar{x} = \frac{2}{3} (v_{ab} + av_{bc} + av_{ca}) = \frac{1}{3} (V_{ab} + aV_{bc} + a^2V_{ca})e^{j\theta} + \frac{1}{3} (\bar{V}_{ab} + a^2\bar{V}_{bc} + a\bar{V}_{ca})e^{-j\theta} = x_p e^{j\theta} + x_n e^{-j\theta}$$

Pour le phaseur positif du vecteur d'espace on obtient donc :

$$x_p = \frac{1}{3} (V_{ab} + aV_{bc} + a^2V_{ca})$$

En utilisant $V_{ab} + V_{bc} + V_{ca} = 0$, on obtient :

$$\begin{aligned} x_p &= \frac{1}{3} (V_{ab} + aV_{bc} - a^2V_{ab} - a^2V_{bc}) = \frac{1}{3} (V_{ab} - a^2V_{bc}) - \frac{1}{3} a^2 (V_{ab} - a^2V_{bc}) \\ x_p &= \frac{1}{3} (1 - a^2) (V_{ab} - a^2V_{bc}) \end{aligned} \quad (\text{C.5})$$

Pour le phaseur négatif conjugué du vecteur d'espace on obtient :

$$\begin{aligned} \bar{x}_n &= \frac{1}{3} (V_{ab} + a^2V_{bc} + aV_{ca}) \\ \bar{x}_n &= \frac{1}{3} (V_{ab} + a^2V_{bc} - aV_{ab} - aV_{bc}) = \frac{1}{3} (V_{ab} - aV_{bc}) - \frac{1}{3} a (V_{ab} - aV_{bc}) \\ \bar{x}_n &= \frac{1}{3} (1 - a) (V_{ab} - aV_{bc}) \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

En identifiant (C.5) et (C.6) avec (C.4) on voit que le facteur de déséquilibre exprimé par les phaseurs négatif et positif du vecteur d'espace devient :

$$V_u = \left| \frac{1 - a^2}{1 - a} \frac{\bar{x}_n}{x_p} \right| \times 100\% = \left| \frac{\bar{x}_n}{x_p} \right| \times 100\% = \left| \frac{x_n}{x_p} \right| \times 100\%$$

Annexe D : Caractéristiques du vecteur d'espace en présence d'harmoniques

D.1 En cas de répartition uniforme des harmoniques sur les trois phases

- **Harmoniques de rang $3k$**

$$\begin{cases} v_{a3k} = \frac{V_{3k}}{2} (e^{j3k\theta} + e^{-j3k\theta}) \\ v_{b3k} = \frac{V_{3k}}{2} \left(e^{j3k\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)} + e^{-j3k\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)} \right) = \frac{V_{3k}}{2} (e^{j3k\theta} e^{-j2k\pi} + e^{-j3k\theta} e^{j2k\pi}) = \frac{V_{3k}}{2} (e^{j3k\theta} + e^{-j3k\theta}), \\ v_{c3k} = \frac{V_{3k}}{2} \left(e^{j3k\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)} + e^{-j3k\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)} \right) = \frac{V_{3k}}{2} (e^{j3k\theta} e^{-j4k\pi} + e^{-j3k\theta} e^{j4k\pi}) = \frac{V_{3k}}{2} (e^{j3k\theta} + e^{-j3k\theta}) \end{cases}$$

où k est le rang des harmoniques et $\theta = \omega t$

Vecteur d'espace :

$$\bar{x}_{3k} = \frac{V_{3k}}{3} e^{j3k\theta} \left(1 + e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) + \frac{V_{3k}}{3} e^{-j3k\theta} \left(1 + e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = 0$$

Composante homopolaire :

$$x_{03k} = \frac{V_{3k}}{6} e^{j3k\theta} (1+1+1) + \frac{V_{3k}}{6} e^{-j3k\theta} (1+1+1)$$

$$x_{03k} = \frac{V_{3k}}{2} (e^{j3k\theta} + e^{-j3k\theta}) = V_{3k} \cos 3k\theta$$

- **Harmoniques de rang $3k-1$**

$$\begin{cases} v_{a3k-1} = \frac{V_{3k-1}}{2} (e^{j(3k-1)\theta} + e^{-j(3k-1)\theta}) \\ v_{b3k-1} = \frac{V_{3k-1}}{2} \left(e^{j(3k-1)\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)} + e^{-j(3k-1)\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)} \right) = \frac{V_{3k-1}}{2} \left(e^{j(3k-1)\theta} e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{-j(3k-1)\theta} e^{-j\frac{2\pi}{3}} \right) \\ v_{c3k-1} = \frac{V_{3k-1}}{2} \left(e^{j(3k-1)\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)} + e^{-j(3k-1)\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)} \right) = \frac{V_{3k-1}}{2} \left(e^{j(3k-1)\theta} e^{j\frac{4\pi}{3}} + e^{-j(3k-1)\theta} e^{-j\frac{4\pi}{3}} \right) \end{cases}$$

Vecteur d'espace :

$$\bar{x}_{3k-1} = \frac{V_{3k-1}}{3} e^{j(3k-1)\theta} \left(1 + e^{j\frac{4\pi}{3}} + e^{j\frac{2\pi}{3}} \right) + \frac{V_{3k-1}}{3} e^{-j(3k-1)\theta} (1+1+1) = V_{3k-1} e^{-j(3k-1)\theta}$$

Composante homopolaire :

$$x_{03k-1} = \frac{V_{3k-1}}{6} e^{j(3k-1)\theta} \left(1 + e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) + \frac{V_{3k-1}}{6} e^{-j(3k-1)\theta} \left(1 + e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{-j\frac{4\pi}{3}} \right) = 0$$

• **Harmoniques de rang $3k+1$**

$$\begin{cases} v_{a3k+1} = \frac{V_{3k+1}}{2} \left(e^{j(3k+1)\theta} + e^{-j(3k+1)\theta} \right) \\ v_{b3k+1} = \frac{V_{3k+1}}{2} \left(e^{j(3k+1)\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)} + e^{-j(3k+1)\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right)} \right) = \frac{V_{3k+1}}{2} \left(e^{j(3k+1)\theta} e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{-j(3k+1)\theta} e^{j\frac{2\pi}{3}} \right) \\ v_{c3k+1} = \frac{V_{3k+1}}{2} \left(e^{j(3k+1)\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)} + e^{-j(3k+1)\left(\theta - \frac{4\pi}{3}\right)} \right) = \frac{V_{3k+1}}{2} \left(e^{j(3k+1)\theta} e^{-j\frac{4\pi}{3}} + e^{-j(3k+1)\theta} e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) \end{cases}$$

Vecteur d'espace :

$$\vec{x}_{3k+1} = \frac{V_{3k+1}}{3} e^{j(3k+1)\theta} (1+1+1) + \frac{V_{3k+1}}{3} e^{-j(3k+1)\theta} \left(1 + e^{j\frac{4\pi}{3}} + e^{j\frac{2\pi}{3}} \right) = V_{3k+1} e^{j(3k+1)\theta}$$

Composante homopolaire :

$$x_{03k+1} = \frac{V_{3k+1}}{6} e^{j(3k+1)\theta} \left(1 + e^{-j\frac{2\pi}{3}} + e^{-j\frac{4\pi}{3}} \right) + \frac{V_{3k+1}}{6} e^{-j(3k+1)\theta} \left(1 + e^{j\frac{2\pi}{3}} + e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = 0$$

Conclusion pour un système équilibré :

Les harmoniques de rang $3k$ apparaissent uniquement sur le spectre de la composante homopolaire.

Les harmoniques de rang $3k-1$ apparaissent uniquement sur les fréquences négatives du vecteur d'espace.

Les harmoniques de rang $3k+1$ apparaissent uniquement sur les fréquences positives du vecteur d'espace.

Forme générale du vecteur d'espace et de la composante homopolaire pour un système triphasé équilibré

$$\vec{x} = \sum_{k=1}^{\infty} V_k e^{j(3k+1)\theta} + \sum_{k=1}^{\infty} V_k e^{-j(3k-1)\theta} \qquad x_0 = \sum_{k=1}^{\infty} V_k \cos(3k\theta)$$

D.2 Harmoniques et déséquilibre

D.2.1 Déséquilibre au niveau de l'amplitude uniquement

- **Harmoniques de rang $3k - 1$**

$$\begin{cases} v_{a3k-1} = \frac{V_{a3k-1}}{2} (e^{j(3k-1)\theta} + e^{-j(3k-1)\theta}) \\ v_{b3k-1} = \frac{V_{b3k-1}}{2} (ae^{j(3k-1)\theta} + a^2 e^{-j(3k-1)\theta}) \\ v_{c3k-1} = \frac{V_{c3k-1}}{2} (a^2 e^{j(3k-1)\theta} + ae^{-j(3k-1)\theta}) \end{cases}$$

Vecteur d'espace :

$$\bar{x}_{3k-1} = \frac{1}{3} e^{j(3k-1)\theta} (V_{a3k-1} + a^2 V_{b3k-1} + a V_{c3k-1}) + \frac{1}{3} e^{-j(3k-1)\theta} (V_{a3k-1} + V_{b3k-1} + V_{c3k-1})$$

Les phaseurs négatif et positif du vecteur d'espace pour les harmoniques de rang $3k - 1$ sont respectivement :

$$x_{n3k-1} = \frac{1}{3} (V_{a3k-1} + V_{b3k-1} + V_{c3k-1}) = V_{3k-1\text{moy}}$$

$$x_{p3k-1} = \frac{1}{3} (V_{a3k-1} + a^2 V_{b3k-1} + a V_{c3k-1}) = V_{des} e^{j\varphi_{des}}$$

Composante homopolaire :

$$x_{03k-1} = \frac{1}{6} e^{j(3k-1)\theta} (V_{a3k-1} + a V_{b3k-1} + a^2 V_{c3k-1}) + \frac{1}{6} e^{-j(3k-1)\theta} (V_{a3k-1} + a^2 V_{b3k-1} + a V_{c3k-1})$$

$$x_{03k-1} = \frac{1}{3} V_{des} \cos((3k-1)\theta + \varphi_{des})$$

Conclusion :

- **harmoniques de rang $3k - 1$**

On observe sur les fréquences négatives du spectre de vecteur d'espace l'amplitude moyenne des harmoniques de rang $3k - 1$. Sur les fréquence positives du vecteur d'espace et sur le spectre de la composante homopolaire, on observe l'apparition d'une composante $V_{des} e^{j\varphi_{des}}$ correspondante au niveau de déséquilibre pour l'harmonique de rang correspondant.

- **harmoniques de rang $3k$**

On observe sur le spectre de la composante homopolaire l'amplitude moyenne des harmoniques de rang $3k$. Sur les fréquences positives et négatives du vecteur d'espace, on observe l'apparition d'une composante complexe correspondant au degré de déséquilibre pour l'harmonique de rang correspondant.

- **harmoniques de rang $3k + 1$**

On observe sur les fréquences positives du spectre de vecteur d'espace l'amplitude moyenne des harmoniques de rang $3k + 1$. Sur les fréquences positives du vecteur d'espace et sur le spectre de la composante homopolaire, on observe l'apparition d'une composante complexe correspondant au niveau de déséquilibre pour l'harmonique de rang correspondant.

D.2.2 Déséquilibre au niveau de l'amplitude et la phase

- **Harmoniques de rang $3k - 1$**

$$\begin{cases} v_{a3k-1} = \frac{V_{a3k-1}}{2} \left(e^{j(3k-1)\theta + \varphi_{a3k-1}} + e^{-j(3k-1)\theta - \varphi_{a3k-1}} \right) \\ v_{b3k-1} = \frac{V_{b3k-1}}{2} \left(a e^{j(3k-1)\theta + \varphi_{b3k-1}} + a^2 e^{-j(3k-1)\theta - \varphi_{b3k-1}} \right) \\ v_{c3k-1} = \frac{V_{c3k-1}}{2} \left(a^2 e^{j(3k-1)\theta + \varphi_{c3k-1}} + a e^{-j(3k-1)\theta - \varphi_{c3k-1}} \right) \end{cases}$$

Les phaseurs positif et négatif du vecteur d'espace ont respectivement :

$$x_{n3k-1} = \frac{1}{3} \left(V_{a3k-1} e^{-j\varphi_{a3k-1}} + V_{b3k-1} e^{-j\varphi_{b3k-1}} + V_{c3k-1} e^{-j\varphi_{c3k-1}} \right) = V_{3k-1 \text{ moy}}$$

$$x_{p3k-1} = \frac{1}{3} \left(V_{a3k-1} e^{j\varphi_{a3k-1}} + a^2 V_{b3k-1} e^{j\varphi_{b3k-1}} + a V_{c3k-1} e^{j\varphi_{c3k-1}} \right) = V_{des} e^{j\varphi_{des}}$$

Composante homopolaire :

$$x_{03k-1} = \frac{1}{3} V_{des} \cos((3k - 1)\theta + \varphi_{des})$$

Pour de faibles variations de la phase on obtient les mêmes résultats que dans D.2.1, car:

$$\varphi_{a3k-1}, \varphi_{b3k-1}, \varphi_{c3k-1} \rightarrow 0 \quad \Rightarrow \quad e^{j\varphi_{a3k-1}}, e^{j\varphi_{b3k-1}}, e^{j\varphi_{c3k-1}} \rightarrow 1$$

Conclusion pour un système non équilibré :

Pour des variations importantes de la phase, on retrouve la moyenne complexe des harmoniques de rang $3k - 1$ sur les fréquences négatives du vecteur d'espace. Sur les fréquences positives du vecteur d'espace et le spectre de la composante homopolaire on retrouve une composante complexe indiquant le niveau de déséquilibre.

On retrouve la moyenne complexe des harmoniques de rang $3k + 1$ sur le spectre de la composante homopolaire. Sur les fréquences positives et négatives du vecteur d'espace on retrouve une composante complexe indiquant le niveau de déséquilibre.

On retrouve la moyenne complexe des harmoniques de rang $3k + 1$ sur les fréquences positives du vecteur d'espace. Sur les fréquences négatives du vecteur d'espace et le spectre de la composante homopolaire on retrouve une composante complexe indiquant le niveau de déséquilibre.