

## Une modélisation discrète du comportement mécanique des enrochements

Claire Silvani

## ► To cite this version:

Claire Silvani. Une modélisation discrète du comportement mécanique des enrochements. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université de Provence - Aix-Marseille I, 2007. Français. NNT: . tel-00172321

## HAL Id: tel-00172321 https://theses.hal.science/tel-00172321

Submitted on 14 Sep 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE de DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ de PROVENCE AIX-MARSEILLE I

Discipline : MÉCANIQUE

## **Option : MÉCANIQUE DU SOLIDE**

# UNE MODÉLISATION DISCRÈTE DU COMPORTEMENT MÉCANIQUE DES ENROCHEMENTS

Présentée et soutenue publiquement par

## CLAIRE SILVANI

le 4 Mai2007

pour obtenir le grade de DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ de PROVENCE AIX-MARSEILLE I

### JURY

M.M.	Eduardo	ALONSO	Président
	Bernard	CAMBOU	Rapporteur
	Farhang	RADJAÏ	Rapporteur
	Frédéric	LEBON	Examinateur
	Thierry	DÉSOYER	Directeur de thèse
	Stéphane	BONELLI	Co-directeur de thèse
	Frédéric	DUBOIS	Invité
	Etienne	FROSSARD	Invité

# Remerciements

Ce travail de thèse s'est déroulé au Cemagref d'Aix-en-Provence au sein de l'équipe Ouvrages Hydrauliques ainsi qu'au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille au sein de l'équipe MESH.

Mes remerciements s'adressent tout d'abord à Stéphane Bonelli qui a initié ce travail de recherche. Je le remercie pour son enthousiasme et sa rigueur, pour ses conseils et ses méthodes, les nombreux conseils qu'il m'a prodigués durant ces années de thèse m'ont permis d'apprendre et de progresser. Je tiens ensuite à remercier Thierry Désoyer pour m'avoir fait confiance en acceptant de diriger cette thèse. Son calme et son écoute à mon égard m'ont permis de prendre un peu plus confiance en moi et d'avancer dans mon travail.

Le Professeur Eduardo Alonso m'a fait l'honneur de bien vouloir participer à mon jury de thèse et d'en être le Président, je lui en suis très reconnaissante. Je suis également reconnaissante envers Bernard Cambou et Farhang Radjaï d'avoir accepté d'être rapporteurs de ce long mémoire. Leurs remarques critiques à l'égard de mes travaux de recherche m'ont été très instructives et leur intérêt m'a touché.

Je tiens à remercier ensuite Frédéric Lebon, Frédéric Dubois et Etienne Frossard qui ont bien voulu participer à ce jury. Merci à Frédéric Lebon pour ses conseils et son appui pour l'aprèsthèse. Je tiens à exprimer mes sincères remerciements à Frédéric Dubois pour m'avoir conseillé et accordé du temps au cours de ce travail. Ses remarques durant la soutenance m'ont beaucoup touchées. Merci également d'avoir débuggé quelquefois mes programmes et d'avoir porté un regard critique sur mon travail.

Je remercie également Patrice Anthiniac, ingénieur à Coyne-et-Bellier, d'avoir permis d'initier ce travail. Ce travail n'aurait pas pu voir le jour également sans l'appui important de François Lacroix au Cemagref, je lui en suis vraiment très reconnaissante.

Mes remerciements s'adressent ensuite à Michel Raous et Dominique Habault pour m'avoir accueillie au sein du laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille. Merci également à Michel Ducrocq et Jean-Paul Chirouze pour m'avoir permis d'intégrer le Cemagref d'Aix-en-Provence.

Je remercie tous les membres de l'équipe MESH du LMA pour m'avoir acceptée au sein de leur équipe. Je suis très reconnaissante envers Jean-Claude Michel pour son écoute, pour les nombreuses discussions au sujet de mon travail ou des choix de parcours. Je tiens à remercier particulièrement Hervé Moulinec pour m'avoir initiée aux joies de la programmation, conseillée et donné de nombreux coups de mains informatiques. Je le remercie également pour les moments de détente et discussions diverses lors des pauses cafés. Un grand merci aussi à Mihail Garajeu pour sa disponibilité, son aide à de nombreuses reprises. Ses divers conseils sur mon travail ont toujours été de bon aloi. Un grand merci également pour avoir accepté la coopération Corso-Roumaine dans le bureau C-301! Je suis également très reconnaissante envers Noël Lahellec pour m'avoir donné de nombreux conseils et parfois "coaché" pendant ces années de thèse! Merci aussi pour les pauses-détentes et discussions autour de la Meije... Merci également à Fred Mazerolle et à Stéphanie pour leur bonne humeur et pour le café serré... Merci aussi à Annie pour ses coups de mains administratifs.

Mes remerciements s'adressent également à Michel Jean, pour son aide et regard critique lors d'implémentations délicates sur LMGC90.

Je remercie ensuite profondément l'ensemble de l'équipe Ouvrages Hydrauliques du Cemagref d'Aix-en-Provence, merci à Patrice Mériaux et à Paul Royet pour m'avoir accueillie dans leur équipe. Je tiens à remercier vivement Pierre Philippe pour sa disponibilité et ses conseils pertinents, Nadia Benhamed pour son écoute et ses conseils bienveillants. Mes remerciements sincères s'adressent également à Benjamin Montoya pour son aide expérimentale précieuse durant son stage au Cemagref. Je remercie aussi Yves Grémeaux pour ses coups de mains techniques lors de mes manips, merci à Alain Bernard pour sa bonne humeur. Merci à la gentillesse de Martine Sylvestre pour la partie administrative.

Je tiens à remercier très sincèrement les thésards que j'ai cotoyés, dont Olivier Brivois, qui m'a beaucoup soutenu, énormément encouragé et introduit dans la vie Marseillaise. Pour son écoute et sa disponibilité, je lui en suis vraiment très reconnaissante, et merci de m'avoir aidée à croire en moi ! Un énorme merci à Emilie pour tous ces moments partagés durant ces quelques années, merci pour son soutien (et les petits remontants !) lors des moments difficiles, et tous les moments de rigolades partagés ensemble. Mes remerciements s'adressent aussi sincèrement à Fazia avec qui j'ai partagé les dures joies de la rédaction ! Pour sa disponibilité, les discussions enrichissantes et coups de mains logiciels, je tiens à remercier également Mathieu Schryve. Merci aussi à Aurélie B, Emmanuelle G...

Je suis très reconnaissante envers l'aide et la générosité de Marie Chaze du LTDS. Merci encore pour tous ces encouragements, merci à Emilien Azema pour son aide précieuse...

Ces quelques années de thèse auraient été plus difficiles sans le soutien et la présence de mes amis. Je remercie profondément Marie-Anne, ma collègue de sorties impromptues, de Grenoble à Marseille en passant par la Nouvelle Zélande, à la frontale, à la montagne ou au bord d'une calanque... Un grand merci à sa générosité et aux gâteaux au chocolat! Merci à mes collègues Grenoblois de DEA avec qui j'ai commencé l'aventure, et j'ai une pensée pour Jean-Pierre Ollivier, un de mes Professeur de l'INSA, qui m'a dirigé vers la recherche.

Je tiens enfin à remercier du fond du cœur ma famille, mon frère, mes grand-mères, mes tantes et grandes tantes pour leurs encouragements et soutiens durant toutes ces années. Un grand merci plein d'affection à ma Minnana Tibozzi, qui m'a encouragée depuis mon enfance, merci pour sa force bienveillante et sa confiance ! Enfin, je ne serai pas arrivée jusqu'ici sans la présence, l'appui, et le soutien depuis toujours de mes parents, qui m'ont permis de mener à bien l'ensemble de mes études. Ils ne s'imaginent pas à quel point je les aime. Merci encore.

# Table des matières

R	emer	cieme	nts	3
In	trod	uction	Générale	11
Ι	Étı	ude bi	bliographique	15
1	Intr	oduct	ion : Contexte et motivations	17
	1.1	Histor	ique	17
	1.2	Les di	fférents types de barrages en enrochements et leurs problèmes majeurs	17
	1.3	Descri	ption des tassements observés sur les barrages en enrochements	19
<b>2</b>	Roc	ches, b	locs rocheux, enrochements : Aspects expérimentaux	23
	2.1	Introd	luction	25
	2.2	Comp	ortement mécanique des roches : mécanismes de fissuration et de rupture .	25
	2.3	Carac	téristiques générales des blocs rocheux	26
		2.3.1	Dimension des blocs rocheux	27
		2.3.2	Forme des blocs rocheux	27
		2.3.3	Résistance d'un bloc rocheux et effet d'échelle	29
	2.4	Comp	ortement mécanique des enrochements	30
		2.4.1	Comportement des enrochements sous sollicitation triaxiale $\ldots \ldots \ldots$	30
		2.4.2	Comportement des enrochements sous sollicitation œdométrique $\ldots$ .	32
		2.4.3	Influence des propriétés géométriques des grains	32
		2.4.4	Effet d'échelle	32
	2.5	Ruptu	re des blocs rocheux	33
		2.5.1	Ruptures majeure et mineure	33
		2.5.2	Facteurs influençant l'écrasement ou la rupture	36
		2.5.3	Évolution de la rupture sous chargement (œdométrique) : relation de com- pressibilité	37
	2.6	Comp	ortement à long terme des roches	39
		2.6.1	Introduction	39
		2.6.2	Paramètres influençant le comportement à long terme	40

		2.6.3	Comportement à long terme des matériaux granulaires	42
		2.6.4	Évolution du coefficient de frottement local sur le long terme	44
		2.6.5	Propagation subcritique de la fissuration	46
	2.7	Influe	nce de l'eau sur le comportement des roches et des enrochements	47
		2.7.1	Influence de l'eau sur la résistance des roches	48
		2.7.2	Influence de l'eau sur la propagation de la fissuration	50
		2.7.3	Influence de l'eau sur le coefficient de frottement local	54
		2.7.4	Conséquence : Mécanisme d'effondrement ou de contraction sous mouillage	54
		2.7.5	Bilan : influence à court terme et à long terme de l'eau	58
	2.8	Concl	usion	58
3	Mo	délisat	ion des roches, des barrages en enrochements et des milieux granu-	
	lair	es		61
	3.1	Introd	uction	62
	3.2	Modèl	es continus de comportement des roches	62
	3.3	Modél	isation des barrages en enrochements	64
	~ .	3.3.1	Modélisation continue du comportement des enrochements	65
	3.4	Modél ruptu	isation discrète de matériaux granulaires : introduction du phénomène de e et effets du temps	67
		3.4.1	Introduction	67
		3.4.2	Modélisation de la rupture	68
		3.4.3	Prise en compte du comportement à long terme des roches	76
	3.5	Concl	usion-Discussion	78
	0.0	Conor		10
4	Mé	thode	Non Smooth Contact Dynamics	81
	4.1	Métho	odes de modélisation discrète	82
	4.2	Métho	ode Non Smooth Contact Dynamics	82
		4.2.1	Introduction	82
		4.2.2	Lois de mouvement	83
		4.2.3	Lois de contacts	83
		4.2.4	Intégration temporelle : $\theta$ -méthode	85
		4.2.5	Relation entre les variables locales et globales	86
		4.2.6	Résolution à l'échelle du contact	87
		4.2.7	Critère de convergence	88
		4.2.8	Bilan	89

## II Une modélisation discrète de l'enrochement en blocs

91

5 Modélisation des effets de déjauge age et d'une diminution de coefficient de frottement dû à l'eau \$93

5.2       Données initiales       94         5.3       Introduction des variables micromécaniques et macroscopiques pour l'étude des milieux granulaires : paramètres d'étude       95         5.3.1       Compacité       95         5.3.2       Nombre de coordination       96         5.3.3       Tenseur des contraintes       96         5.3.4       Tenseur de texture et anisotropie       97         5.3.5       Réseau faible, réseau fort       97         5.3.6       Remarque       98         5.4.1       Prise en compte des efforts de déjaugeage dans le modèle discret       98         5.4.1       Prise en compte des efforts de déjaugeage dans le modèle discret       98         5.4.2       Résultats       99       55         1.1       Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé       100         5.5.1       Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé       100         5.5.2       Mise en évidence de l'activité dynamique       101         5.5.3       Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort       107         5.5.4       Etude paramétrique : influence du $\mu_{hurn}$ 111         5.5.5       Influence du déjaugeage       112         5.6       Comparaison des résultats avec les do		5.1	Introduction		
5.3       Introduction des variables micromécaniques et macroscopiques pour l'étude des milieux granulaires : paramètres d'étude       95         5.3.1       Compacité       95         5.3.2       Nombre de coordination       96         5.3.3       Tenseur des contraintes       96         5.3.4       Tenseur de texture et anisotropie       97         5.3.5       Réseau faible, réseau fort       97         5.3.6       Remarque       98         5.4.1       Prise en compte des efforts de déjaugeage dans le modèle discret       98         5.4.1       Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé       100         5.5.1       Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé       100         5.5.1       Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé       100         5.5.1       Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé       100         5.5.2       Mise en évidence de l'activité dynamique       101         5.5.3       Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort       107         5.5.4       Etude paramétrique : influence de $\mu_{hum}$ 111         5.5       Influence du déjaugeage       112         5.6       Comparaison des résultats avec les données de la littérature       113		5.2	5.2 Données initiales		
milieux granulaires : paramètres d'étude955.3.1Compacité955.3.2Nombre de coordination965.3.3Tenseur des contraintes965.3.4Tenseur des contraintes965.3.5Réseau faible, réseau fort975.3.6Remarque985.4Influence du déjaugeage985.4.1Prise en compte des efforts de déjaugeage dans le modèle discret985.4.2Résultats995.5Influence du fottement local1005.5.1Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé1005.5.2Mise en évidence de l'activité dynamique1015.5.3Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort1075.5.4Etude paramétrique : influence de $\mu_{horm}$ 1115.5.5Influence du déjaugeage1125.6Comparaison des résultats avec les données de la littérature1135.6Conclusion1216.1Introduction1216.3Modélisation discrète des blocs en particules cohésives1176Modélisation instantanée de la rupture1226.3.1Choix de la loi cohésive1226.3.2Choix du type de grain1246.3.3Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée1256.4Modélisation différée de la rupture : modèle d'endommagement progressif de l'interface1336.4.1Introduction1336.4.2Formulation thermodyn		5.3	Introd	uction des variables micromécaniques et macroscopiques pour l'étude des	
5.3.1       Compacité       95         5.3.2       Nombre de coordination       96         5.3.3       Tenseur des contraintes       96         5.3.4       Tenseur des contraintes       96         5.3.5       Réseau faible, réseau fort       97         5.3.6       Remarque       97         5.3.6       Remarque       98         5.4       Influence du déjaugeage       98         5.4.1       Prise en compte des efforts de déjaugeage dans le modèle discret       98         5.4.1       Prise en compte des efforts de déjaugeage dans le modèle discret       98         5.4.1       Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé       100         5.5.1       Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé       100         5.5.2       Mise en évidence de l'activité dynamique       101         5.5.3       Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort       107         5.5.4       Etude paramétrique : influence du $\mu_{hum}$ 111         5.5.5       Influence du déjaugeage       112         5.6       Comparaison des résultats avec les données de la littérature       113         5.6       Conclusion       121         6       Modèlisation instantanée de la rupt			milieu	x granulaires : paramètres d'étude	95
5.3.2       Nombre de coordination       96         5.3.3       Tenseur des contraintes       96         5.3.4       Tenseur des contraintes       96         5.3.4       Tenseur de texture et anisotropie       97         5.3.5       Réseau faible, réseau fort       97         5.3.6       Remarque       98         5.4.1       Influence du déjaugeage       98         5.4.1       Prise en compte des efforts de déjaugeage dans le modèle discret       98         5.5.1       Influence du frottement local       100         5.5.2       Mise en évidence de l'activité dynamique       101         5.5.3       Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort       107         5.5.4       Etude paramétrique : influence de $\mu_{hum}$ 111         5.5.5       Influence du déjaugeage       112         5.6       Comparaison des résultats avec les données de la littérature       113         5.6       Conclusion       113         5.6       Conclusion       121         6.1       Introduction       121         6.2       Approches possibles de la rupture instantanée et différée       119         6.1       Introduction       122         6.3.1       Choix			5.3.1	Compacité	95
5.3.3       Tenseur des contraintes       96         5.3.4       Tenseur de texture et anisotropie       97         5.3.5       Réseau faible, réseau fort       97         5.3.6       Remarque       98         5.4       Influence du déjaugeage       98         5.4.1       Prise en compte des efforts de déjaugeage dans le modèle discret       98         5.4.1       Prise en compte des efforts de déjaugeage dans le modèle discret       98         5.4.2       Résultats       99       90         5.5       Influence du frottement local       100         5.5.1       Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé       100         5.5.2       Mise en évidence de l'activité dynamique       101         5.5.3       Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort       107         5.5.4       Etude paramètrique : influence de $\mu_{hum}$ 111         5.5.5       Influence du déjaugeage       112         5.6       Comparaison des résultats avec les données de la littérature       113         5.6       Conclusion       113         5.6       Conclusion       121         6.3       Modèlisation discrète des blocs en particules cohésives       117         6       Modèli			5.3.2	Nombre de coordination	96
5.3.4       Tenseur de texture et anisotropie       97         5.3.5       Réseau faible, réseau fort       97         5.3.6       Remarque       98         5.4       Influence du déjaugeage       98         5.4.1       Prise en compte des efforts de déjaugeage dans le modèle discret       98         5.4.2       Résultats       99         5.5       Influence du frottement local       100         5.5.1       Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé       100         5.5.2       Mise en évidence de l'activité dynamique       101         5.5.3       Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort       107         5.5.4       Etude paramétrique : influence de $\mu_{hum}$ 111         5.5.5       Influence du déjaugeage       112         5.6       Comparaison des résultats avec les données de la littérature       113         5.6       Conclusion       113         5.6       Conclusion       121         6.1       Introduction       121         6.2       Approches possibles de la rupture       122         6.3.1       Choix du lype de grain       122         6.3.2       Choix du type de grain       124         6.3.3 <t< td=""><td></td><td></td><td>5.3.3</td><td>Tenseur des contraintes</td><td>96</td></t<>			5.3.3	Tenseur des contraintes	96
5.3.5       Réseau faible, réseau fort       97         5.3.6       Remarque       98         5.4       Influence du déjaugeage       98         5.4.1       Prise en compte des efforts de déjaugeage dans le modèle discret       98         5.4.2       Résultats       99         5.5       Influence du frottement local       100         5.5.1       Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé       100         5.5.2       Mise en évidence de l'activité dynamique       101         5.5.3       Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort       107         5.5.4       Etude paramétrique : influence de $\mu_{hum}$ 111         5.5.5       Influence du déjaugeage       112         5.5.6       Comparaison des résultats avec les données de la littérature       113         5.6       Conclusion       113         5.6       Conclusion       121         6.1       Introduction       121         6.2       Approches possibles de la rupture       122         6.3.1       Choix du type de grain       122         6.3.2       Choix du type de grain       124         6.3.3       Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée125 <tr< td=""><td></td><td></td><td>5.3.4</td><td>Tenseur de texture et anisotropie</td><td>97</td></tr<>			5.3.4	Tenseur de texture et anisotropie	97
5.3.6       Remarque       98         5.4       Influence du déjaugeage       98         5.4.1       Prise en compte des efforts de déjaugeage dans le modèle discret       98         5.4.2       Résultats       99         5.5       Influence du frottement local       100         5.5.1       Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé       100         5.5.2       Mise en évidence de l'activité dynamique       101         5.5.3       Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort       107         5.5.4       Etude paramétrique : influence de $\mu_{hum}$ 111         5.5.5       Influence du déjaugeage       112         5.5.6       Comparaison des résultats avec les données de la littérature       113         5.6       Conclusion       113         5.6       Conclusion       112         6.1       Introduction       121         6.2       Approches possibles de la rupture instantanée et différée       119         6.1       Introduction       122         6.3.1       Choix de la loi cohésive       122         6.3.2       Choix du type de grain       124         6.3.3       Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée125 </td <td></td> <td></td> <td>5.3.5</td> <td>Réseau faible, réseau fort</td> <td>97</td>			5.3.5	Réseau faible, réseau fort	97
5.4       Influence du déjaugeage       98         5.4.1       Prise en compte des efforts de déjaugeage dans le modèle discret       98         5.4.2       Résultats       99         5.5       Influence du frottement local       100         5.5.1       Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé       100         5.5.2       Mise en évidence de l'activité dynamique       101         5.5.3       Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort       107         5.5.4       Etude paramétrique : influence de $\mu_{hum}$ 111         5.5.5       Influence du déjaugeage       112         5.5.6       Comparaison des résultats avec les données de la littérature       113         5.6       Conclusion       113         5.6       Conclusion       113         5.6       Conclusion       113         5.6       Conclusion       113         6       Modèlisation discrète des blocs en particules cohésives       117         6.1       Introduction       121         6.2       Approches possibles de la rupture instantanée et différée       119         6.1       Introduction       122         6.3.1       Choix du type de grain       124         6.			5.3.6	Remarque	98
5.4.1       Prise en compte des efforts de déjaugeage dans le modèle discret       98         5.4.2       Résultats       99         5.5       Influence du frottement local       100         5.5.1       Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé       100         5.5.2       Mise en évidence de l'activité dynamique       101         5.5.3       Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort       107         5.5.4       Etude paramétrique : influence de $\mu_{hum}$ 111         5.5.5       Influence du déjaugeage       112         5.5.6       Comparaison des résultats avec les données de la littérature       113         5.6       Conclusion       113         5.6       Conclusion       113         5.6       Conclusion       113         5.6       Conclusion       113         6.1       Introduction       121         6.2       Approches possibles de la rupture       122         6.3.1       Choix de la loi cohésive       122         6.3.2       Choix du type de grain       124         6.3.3       Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée 125         6.4       Modélisation différée de la rupture : modèle d'endommagement progressif de l'		5.4	Influer	nce du déjaugeage	98
5.4.2       Résultats       99         5.5       Influence du frottement local       100         5.5.1       Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé       100         5.5.2       Mise en évidence de l'activité dynamique       101         5.5.3       Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort       107         5.5.4       Etude paramétrique : influence de $\mu_{hum}$ 111         5.5.5       Influence du déjaugeage       112         5.5.6       Comparaison des résultats avec les données de la littérature       113         5.6       Conclusion       113         5.6       Conclusion       113         6       Modèles discrets de la rupture instantanée et différée       119         6.1       Introduction       121         6.3       Modélisation instantanée de la rupture       122         6.3.1       Choix de la loi cohésive       122         6.3.2       Choix du type de grain       124         6.3.3       Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée 125         6.4       Modélisation différée de la rupture : modèle d'endommagement progressif de l'interface cohésive       133         6.4.1       Introduction       133         6.4.2			5.4.1	Prise en compte des efforts de déjauge age dans le modèle discret $\ . \ . \ .$	98
5.5       Influence du frottement local       100         5.5.1       Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé       100         5.5.2       Mise en évidence de l'activité dynamique       101         5.5.3       Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort       107         5.5.4       Etude paramétrique : influence de $\mu_{hum}$ 111         5.5.5       Influence du déjaugeage       112         5.5.6       Comparaison des résultats avec les données de la littérature       113         5.6       Conclusion       113         5.6       Conclusion       113         5.6       Conclusion       113         6       Modèles discrets de la rupture instantanée et différée       119         6.1       Introduction       121         6.3       Modèlisation instantanée de la rupture       122         6.3.1       Choix de la loi cohésive       122         6.3.2       Choix du type de grain       124         6.3.3       Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée 125         6.4       Modèlisation différée de la rupture : modèle d'endommagement progressif de l'interface cohésive       133         6.4.1       Introduction       133         6.4.2			5.4.2	Résultats	99
5.5.1Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé1005.5.2Mise en évidence de l'activité dynamique1015.5.3Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort1075.5.4Etude paramétrique : influence de $\mu_{hum}$ 1115.5.5Influence du déjaugeage1125.5.6Comparaison des résultats avec les données de la littérature1135.6Conclusion1135.6Conclusion1136Modèles discrets de la rupture instantanée et différée1196.1Introduction1216.2Approches possibles de la rupture1216.3Modélisation instantanée de la rupture1226.3.1Choix de la loi cohésive1226.3.2Choix du type de grain1246.3.3Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée 1256.4Modélisation différée de la rupture : modèle d'endommagement progressif de l'interface cohésive1336.4.1Introduction1336.4.2Formulation thermodynamique1336.5Validation de la mise en œuvre numérique1426.5.1Traction simple de deux grains1426.5.2Essais de traction sur un empilement régulier de grains149		5.5	Influer	nce du frottement local	100
5.5.2       Mise en évidence de l'activité dynamique			5.5.1	Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé	100
5.5.3       Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort       107         5.5.4       Etude paramétrique : influence de $\mu_{hum}$ 111         5.5.5       Influence du déjaugeage       112         5.5.6       Comparaison des résultats avec les données de la littérature       113         5.6       Conclusion       113         5.6       Conclusion       113 <b>111 Une modélisation discrète des blocs en particules cohésives 117 6</b> Modèles discrets de la rupture instantanée et différée       119         6.1       Introduction       121         6.2       Approches possibles de la rupture       122         6.3       Modélisation instantanée de la rupture       122         6.3.1       Choix de la loi cohésive       122         6.3.2       Choix du type de grain       124         6.3.3       Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée125       6.4         6.4       Modélisation différée de la rupture : modèle d'endommagement progressif de l'interface cohésive       133         6.4.1       Introduction       133         6.4.2       Formulation thermodynamique       133         6.5       Validation de la mise en œuvre numérique       142			5.5.2	Mise en évidence de l'activité dynamique	101
5.5.4       Etude paramétrique : influence de $\mu_{hum}$ 111         5.5.5       Influence du déjaugeage       112         5.5.6       Comparaison des résultats avec les données de la littérature       113         5.6       Conclusion       113 <b>III Une modélisation discrète des blocs en particules cohésives 117</b> 6 <b>Modèles discrets de la rupture instantanée et différée 119</b> 6.1       Introduction       121         6.2       Approches possibles de la rupture       121         6.3       Modélisation instantanée de la rupture       122         6.3.1       Choix de la loi cohésive       122         6.3.2       Choix du type de grain       124         6.3.3       Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée125       6.4         6.4       Modélisation différée de la rupture : modèle d'endommagement progressif de l'interface cohésive       133         6.4.1       Introduction       133         6.4.2       Formulation thermodynamique       133         6.5       Validation de la mise en œuvre numérique       142         6.5.1       Traction simple de deux grains       142         6.5.2       Essais de traction sur un empilement régulier de grains			5.5.3	Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort $\ldots \ldots \ldots$	107
5.5.5       Influence du déjaugeage       112         5.5.6       Comparaison des résultats avec les données de la littérature       113         5.6       Conclusion       113         III Une modélisation discrète des blocs en particules cohésives       117         6       Modèles discrets de la rupture instantanée et différée       119         6.1       Introduction       121         6.2       Approches possibles de la rupture       121         6.3       Modélisation instantanée de la rupture       122         6.3.1       Choix de la loi cohésive       122         6.3.2       Choix du type de grain       124         6.3.3       Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée 125       6.4         6.4       Modélisation différée de la rupture : modèle d'endommagement progressif de l'interface cohésive       133         6.4.1       Introduction       133         6.4.2       Formulation thermodynamique       133         6.5       Validation de la mise en œuvre numérique       142         6.5.1       Traction simple de deux grains       142         6.5.2       Essais de traction sur un empilement régulier de grains       142			5.5.4	Etude paramétrique : influence de $\mu_{hum}$	111
5.5.6       Comparaison des résultats avec les données de la littérature       113         5.6       Conclusion       113         III       Une modélisation discrète des blocs en particules cohésives       117         6       Modèles discrets de la rupture instantanée et différée       119         6.1       Introduction       121         6.2       Approches possibles de la rupture       121         6.3       Modélisation instantanée de la rupture       122         6.3.1       Choix de la loi cohésive       122         6.3.2       Choix du type de grain       124         6.3.3       Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée te l'interface cohésive       133         6.4.1       Introduction       133         6.4.2       Formulation thermodynamique       133         6.5       Validation de la mise en œuvre numérique       142         6.5.1       Traction simple de deux grains       142         6.5.2       Essais de traction sur un empilement régulier de grains       149			5.5.5	Influence du déjaugeage	112
5.6       Conclusion       113         III       Une modélisation discrète des blocs en particules cohésives       117         6       Modèles discrets de la rupture instantanée et différée       119         6.1       Introduction       121         6.2       Approches possibles de la rupture       121         6.3       Modélisation instantanée de la rupture       122         6.3.1       Choix de la loi cohésive       122         6.3.2       Choix du type de grain       124         6.3.3       Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée 125       6.4         6.4       Modélisation différée de la rupture : modèle d'endommagement progressif de l'interface cohésive       133         6.4.1       Introduction       133         6.4.2       Formulation thermodynamique       133         6.5       Validation de la mise en œuvre numérique       142         6.5.1       Traction simple de deux grains       142         6.5.2       Essais de traction sur un empilement régulier de grains       149			5.5.6	Comparaison des résultats avec les données de la littérature	113
III       Une modélisation discrète des blocs en particules cohésives       117         6       Modèles discrets de la rupture instantanée et différée       119         6.1       Introduction       121         6.2       Approches possibles de la rupture       121         6.3       Modélisation instantanée de la rupture       122         6.3.1       Choix de la loi cohésive       122         6.3.2       Choix du type de grain       124         6.3.3       Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée125       133         6.4       Modélisation différée de la rupture : modèle d'endommagement progressif de l'interface cohésive       133         6.4.1       Introduction       133         6.4.2       Formulation thermodynamique       133         6.5       Validation de la mise en œuvre numérique       142         6.5.1       Traction simple de deux grains       142         6.5.2       Essais de traction sur un empilement régulier de grains       142		5.6	Conclu	nsion	113
III       Une modélisation discrète des blocs en particules cohésives       117         6       Modèles discrets de la rupture instantanée et différée       119         6.1       Introduction					
6       Modèles discrets de la rupture instantanée et différée       119         6.1       Introduction					
6.1       Introduction       121         6.2       Approches possibles de la rupture       121         6.3       Modélisation instantanée de la rupture       122         6.3.1       Choix de la loi cohésive       122         6.3.2       Choix du type de grain       124         6.3.3       Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée125       124         6.4       Modélisation différée de la rupture : modèle d'endommagement progressif de l'interface cohésive       133         6.4.1       Introduction       133         6.4.2       Formulation thermodynamique       133         6.5       Validation de la mise en œuvre numérique       142         6.5.1       Traction simple de deux grains       142         6.5.2       Essais de traction sur un empilement régulier de grains       149	II	ιŭ	Jne me	odélisation discrète des blocs en particules cohésives	117
6.2       Approches possibles de la rupture	III 6	I U Mod	Jne mo dèles d	odélisation discrète des blocs en particules cohésives liscrets de la rupture instantanée et différée	117 119
6.3       Modélisation instantanée de la rupture	III 6	[ U <b>Moo</b> 6.1	J <b>ne mo</b> dèles d Introd	odélisation discrète des blocs en particules cohésives liscrets de la rupture instantanée et différée uction	<ul><li><b>117</b></li><li><b>119</b></li><li>121</li></ul>
6.3.1       Choix de la loi cohésive       122         6.3.2       Choix du type de grain       124         6.3.3       Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée 125       124         6.4       Modélisation différée de la rupture : modèle d'endommagement progressif de l'interface cohésive       133         6.4.1       Introduction       133         6.4.2       Formulation thermodynamique       133         6.5       Validation de la mise en œuvre numérique       142         6.5.1       Traction simple de deux grains       142         6.5.2       Essais de traction sur un empilement régulier de grains       149	II] 6	[ U Mod 6.1 6.2	J <b>ne mo</b> dèles d Introd Appro	odélisation discrète des blocs en particules cohésives liscrets de la rupture instantanée et différée uction	<ul> <li>117</li> <li>119</li> <li>121</li> <li>121</li> </ul>
6.3.2Choix du type de grain1246.3.3Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée1256.4Modélisation différée de la rupture : modèle d'endommagement progressif de l'interface cohésive1336.4.1Introduction1336.4.2Formulation thermodynamique1336.5Validation de la mise en œuvre numérique1426.5.1Traction simple de deux grains1426.5.2Essais de traction sur un empilement régulier de grains149	111 6	I U Mod 6.1 6.2 6.3	J <b>ne mo</b> dèles d Introd Appro Modél	odélisation discrète des blocs en particules cohésives         liscrets de la rupture instantanée et différée         uction	<ul> <li>117</li> <li>119</li> <li>121</li> <li>121</li> <li>122</li> </ul>
6.3.3       Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée125         6.4       Modélisation différée de la rupture : modèle d'endommagement progressif de l'interface cohésive	111 6	<b>Mod</b> 6.1 6.2 6.3	J <b>ne mo</b> dèles d Introd Appro Modél 6.3.1	odélisation discrète des blocs en particules cohésives         liscrets de la rupture instantanée et différée         uction	<ul> <li>117</li> <li>119</li> <li>121</li> <li>121</li> <li>122</li> <li>122</li> </ul>
6.4       Modélisation différée de la rupture : modèle d'endommagement progressif de l'interface cohésive         6.4       Introduction         6.4.1       Introduction         6.4.2       Formulation thermodynamique         6.5       Validation de la mise en œuvre numérique         6.5.1       Traction simple de deux grains         6.5.2       Essais de traction sur un empilement régulier de grains	111 6	<b>Moo</b> 6.1 6.2 6.3	Jne mo dèles d Introd Appro Modél 6.3.1 6.3.2	odélisation discrète des blocs en particules cohésives         liscrets de la rupture instantanée et différée         uction	<ul> <li>117</li> <li>119</li> <li>121</li> <li>121</li> <li>122</li> <li>122</li> <li>124</li> </ul>
terface cohésive       1         6.4.1       Introduction       133         6.4.2       Formulation thermodynamique       133         6.5       Validation de la mise en œuvre numérique       142         6.5.1       Traction simple de deux grains       142         6.5.2       Essais de traction sur un empilement régulier de grains       149	111 6	I U Mod 6.1 6.2 6.3	<b>Jne mo</b> <b>dèles d</b> Introd Appro Modél 6.3.1 6.3.2 6.3.3	odélisation discrète des blocs en particules cohésives         liscrets de la rupture instantanée et différée         uction	<ul> <li>117</li> <li>119</li> <li>121</li> <li>122</li> <li>122</li> <li>124</li> <li>125</li> </ul>
6.4.1       Introduction       133         6.4.2       Formulation thermodynamique       133         6.5       Validation de la mise en œuvre numérique       142         6.5.1       Traction simple de deux grains       142         6.5.2       Essais de traction sur un empilement régulier de grains       149	II. 6	I U Mod 6.1 6.2 6.3	Jne mo dèles d Introd Appro Modél 6.3.1 6.3.2 6.3.3 Modél	odélisation discrète des blocs en particules cohésives         liscrets de la rupture instantanée et différée         uction	<ul> <li>117</li> <li>119</li> <li>121</li> <li>121</li> <li>122</li> <li>122</li> <li>124</li> <li>125</li> </ul>
6.4.2       Formulation thermodynamique       133         6.5       Validation de la mise en œuvre numérique       142         6.5.1       Traction simple de deux grains       142         6.5.2       Essais de traction sur un empilement régulier de grains       149	11 6	<b>Mo</b> 6.1 6.2 6.3	Jne mo dèles d Introd Appro Modél 6.3.1 6.3.2 6.3.3 Modél terface	odélisation discrète des blocs en particules cohésives         liscrets de la rupture instantanée et différée         uction	<ul> <li>117</li> <li>119</li> <li>121</li> <li>122</li> <li>122</li> <li>124</li> <li>125</li> <li>133</li> </ul>
6.5       Validation de la mise en œuvre numérique       142         6.5.1       Traction simple de deux grains       142         6.5.2       Essais de traction sur un empilement régulier de grains       149	111 6	<b>Mod</b> 6.1 6.2 6.3	<b>Jne mo</b> <b>dèles d</b> Introd Appro Modél 6.3.1 6.3.2 6.3.3 Modél terface 6.4.1	odélisation discrète des blocs en particules cohésives         liscrets de la rupture instantanée et différée         uction	<ul> <li>117</li> <li>119</li> <li>121</li> <li>122</li> <li>122</li> <li>124</li> <li>125</li> <li>133</li> <li>133</li> </ul>
6.5.1Traction simple de deux grains1426.5.2Essais de traction sur un empilement régulier de grains149	111 6	<b>Mod</b> 6.1 6.2 6.3	<b>Jne mo</b> <b>dèles d</b> Introd Appro Modél 6.3.1 6.3.2 6.3.3 Modél terface 6.4.1 6.4.2	odélisation discrète des blocs en particules cohésives         liscrets de la rupture instantanée et différée         uction	<ul> <li>117</li> <li>119</li> <li>121</li> <li>122</li> <li>122</li> <li>124</li> <li>125</li> <li>133</li> <li>133</li> <li>133</li> </ul>
6.5.2 Essais de traction sur un empilement régulier de grains	111 6	<b>Mod</b> 6.1 6.2 6.3 6.4	<b>Jne mo</b> <b>dèles d</b> Introd Appro Modél 6.3.1 6.3.2 6.3.3 Modél terface 6.4.1 6.4.2 Valida	odélisation discrète des blocs en particules cohésives         liscrets de la rupture instantanée et différée         uction	<ul> <li>117</li> <li>119</li> <li>121</li> <li>122</li> <li>122</li> <li>124</li> <li>125</li> <li>133</li> <li>133</li> <li>133</li> <li>142</li> </ul>
-	111 6	<b>Mod</b> 6.1 6.2 6.3 6.4	<b>Jne mo</b> <b>dèles d</b> Introd Appro Modél 6.3.1 6.3.2 6.3.3 Modél terface 6.4.1 6.4.2 Valida 6.5.1	odélisation discrète des blocs en particules cohésives         liscrets de la rupture instantanée et différée         uction	<ul> <li>117</li> <li>119</li> <li>121</li> <li>122</li> <li>122</li> <li>124</li> <li>125</li> <li>133</li> <li>133</li> <li>133</li> <li>142</li> <li>142</li> <li>142</li> </ul>
6.6 Conclusion	111 6	<b>Mod</b> 6.1 6.2 6.3 6.4	<b>Jne mo</b> <b>dèles d</b> Introd Appro Modél 6.3.1 6.3.2 6.3.3 Modél terface 6.4.1 6.4.2 Valida 6.5.1 6.5.2	odélisation discrète des blocs en particules cohésives         liscrets de la rupture instantanée et différée         uction	<ul> <li>117</li> <li>119</li> <li>121</li> <li>122</li> <li>122</li> <li>124</li> <li>125</li> <li>133</li> <li>133</li> <li>133</li> <li>142</li> <li>142</li> <li>142</li> <li>149</li> </ul>

7 Résultats numériques de la modélisation de la rupture différée : éprouve			
	en e	compression 157	
	7.1	Introduction	
	7.2	Préparation des éprouvettes	
	7.3	Fluage	
		7.3.1 Influence du temps caractéristique $\eta$	
		7.3.2 Influence du seuil d'endommagement $C_0$ et du seuil de rupture $C_N$ 161	
		7.3.3 Influence du chargement	
		7.3.4 Influence de l'arrangement initial	
		7.3.5 Discussion	
	7.4	Relaxation	
	7.5	Compression uniaxiale : Essais à vitesse imposée	
	7.6	Conclusion	
8	Rés	ultats numériques de la modélisation de la rupture différée : essais œdo-	
	met	Triques 175	
	8.1		
	8.2	Préparation des échantillons	
	8.3	Choix des paramètres numériques	
	8.4	Essais de fluage	
		8.4.1 Description générale des évènements observés durant l'essai	
		8.4.2 Influence du temps caractéristique	
		8.4.3 Influence du seuil d'endommagement $C_0$	
		8.4.4 Influence du seuil de rupture $C_N$	
		8.4.5 Etat des contraintes, texture, réseaux d'efforts	
	8.5	Essais de relaxation	
		8.5.1 Description générale des phénomènes observés durant la relaxation 198	
		8.5.2 Influence du temps caractéristique	
	8.6	Essais à vitesse de force imposée	
		8.6.1 Allure des courbes obtenues	
		8.6.2 Etude paramétrique	
		8.6.3 Fluage et relaxation	
	8.7	Essais à vitesse de déplacement imposée	
		8.7.1 Allure des courbes	
		8.7.2 Etude paramétrique	
		8.7.3 Fluage et relaxation	
		8.7.4 Bilan	
	8.8	Prise en compte de l'influence de l'eau dans le modèle d'endommagement interfacial214	
		8.8.1 Hypothèses pour la simulation	

		8.8.2	Simulations d'un milieu granulaire saturé	215
		8.8.3	Comparaison avec des essais œdométriques expérimentaux	220
	8.9	Essais	œdométriques avec valeurs des paramètres du modèle calibrées	221
		8.9.1	Estimation de la valeur des paramètres du modèle	221
		8.9.2	Essais numériques à force imposée	222
	8.10	Conclu	sions et discussions	225
Co	onclu	sion G	énérale	230
Bi	bliog	raphie		236
I۱	⁄А	nnexe	S	251
$\mathbf{A}$	Solu	ition a	nalytique approchée de l'essai de traction en mode I sur empilemer	ıt
	'cris	tallin'	et courbes complémentaires	253
	A.1	Déterr	nination solution analytique approchée	253
	A.2	Courb	es complémentaires	256
В	Une ende	modé mmag	elisation thermodynamiquement admissible de l'interface cohésiv geable en	'e
	prés	ence d	l'eau	259
С	Essa	ais œde	ométriques expérimentaux sur enrochements modèles de barrage	263
	C.1	Boite of	de cisaillement de Casagrande	263
	C.2	Essais	sur enrochements	264
D	$\mathbf{Esti}$	matio	n de la cohésion de rupture $C_N$	265
$\mathbf{E}$	Moo	lèle d'	interface cohésive à une surface seuil	267
$\mathbf{F}$	Étu	de de	la saturation et comportement saturé d'éprouvettes modèles d	le 269
	F.1	Conte	ste	269
	F.2	Mise e	n évidence expérimentale de l'influence de l'état hydrique sur éprouvettes	200
		Te na	Choix du motériou modèle	209
		г.2.1 Гээ	Maguna amérimentale d'imbibition que énequettes	209
		г.2.2 Г 9 2	Fessie de fluere	271
		г.2.3 F 9.4	Essais de mage	210 977
		г.2.4 F 9 5	Conclusion	211 991
		г.2.Э	Outerusion	281
G	Cho	ix de l	a méthode d'imbibition	<b>283</b>

	G.1	Métho		283
	G.2	Métho	de par immersion latérale	283
	G.3	Métho	de d'imbibition par le centre	283
н	Mis	e en p	lace d'un banc de mesure d'imbibition	285
	H.1	Premi	ère tentative : mesure directe	285
	H.2	Essais	de mesures volumétriques	285
I	Solu	ition e	exacte et approchée de l'infiltration	287
J	Mis	e en p	lace des essais mécaniques	291
	J.1	Prépa	ration des éprouvettes	291
	J.2	Monta	ge d'essais de résistance mécanique	292
		J.2.1	Premier montage de compression	292
		J.2.2	Deuxième montage : déplacement constant	294
		J.2.3	Troisième montage : essais à force constante	296
		J.2.4	Quatrième montage : essais à force constante	296
Ré	sum	é		299

# Introduction Générale

Les barrages en enrochements sont probablement les ouvrages de l'ingénierie hydraulique dont on trouve les traces les plus anciennes, remontant aux premières civilisations Egyptiennes. Les techniques de construction, très rudimentaires, se sont affinées dans le temps en prenant un développement considérable à partir du 20<sup>ième</sup> siècle. Les progrès et les ouvrages se sont multipliés notamment à partir des années 1960 où de très grands barrages en enrochements ont été construits : les plus grands ouvrages atteignent aujourd'hui plus de 200 m de haut.

Les barrages en enrochements présentent des tassements. Qu'ils soient issus de conception empirique ou de conception liées à des méthodes numériques, ces ouvrages subissent des déformations de plusieurs types. Afin de concevoir et dimensionner correctement ces ouvrages il est important que le type et l'amplitude des déformations puissent être prévues. Les zones potentielles d'apparition des déformations doivent être protégées par des mesures adéquates lors de la conception. La prévention des tassements s'avère en effet capitale pour assurer l'étanchéité et la stabilité des barrages. L'évaluation des déformations constitue également un enjeu important pour la réhabilitation ou la confortation de ces ouvrages. Bien que de grandes avancées aient été faites ces trente dernières années, aussi bien au niveau des modèles mécaniques qu'au niveau des méthodes de simulations numériques, les états de déformations et de contraintes dans les barrages en enrochements - et, plus encore, leur évolution dans le temps - sont encore assez mal appréhendées. Le comportement de ces ouvrages est en effet complexe, de par la diversité des actions qu'il subissent (mécaniques, thermiques, hydriques, ...) et de par leur nature discrète. En particulier, la modélisation de leur vieillissement et de ses effets, bien souvent amplifiées par l'eau, sur leur cinématique et leur sthénique reste un problème assez largement ouvert.

C'est en vue d'apporter des éléments de solution à ce problème que la présente thèse a été développée. Plus concrètement, son but a été de proposer un ou quelques modèles de comportement mécaniques, à la fois physiquement réalistes et numériquement viables, puis de les intégrer à un code de calculs par éléments discrets. Les approches discrètes s'intéressant à l'identité propre de chaque grain et à ses interactions avec ses voisins, le choix d'une modélisation discrète s'est en effet naturellement imposé pour accéder aux champs locaux. Au niveau des déformations observées sur les ouvrages, ce sont des ruptures de blocs, générées par une altération des roches au cours du temps, qui semblent principalement en être à l'origine. Ces ruptures sont généralement favorisées par l'eau, qui accélèrerait le développement de la fissuration. Une réorganisation à l'intérieur du milieu par des mécanismes de glissement ou de rotation est généralement couplée à ces ruptures et peut être également influencée par l'eau. Les questions auxquelles cette thèse a tenté d'apporter des réponses sont les suivantes :

- Tout bloc d'un ouvrage en enrochement sec étant susceptible de se fissurer de façon progressive (vitesse de fissuration finie) et retardée (i.e. ultérieurement à la construction de l'ouvrage), quel(s) modèle(s) de comportement considérer pour le matériau constitutif de ces blocs afin de rendre compte de ce phénomène?
- Intégré(s) à un code de calculs d'éléments discrets, le (les) modèles rendant compte du com-

portement des blocs - dont leur fissuration - permet(tent)-il(s) des simulations numériques réalistes des principaux phénomènes observés dans des ensembles de blocs (échantillons de laboratoire et barrages en enrochements)? Sous chargement constant, les modèles permettent ils de reproduire leurs tassements progressif et différé?

- La présence d'eau ayant des conséquences aussi bien à l'échelle du bloc rocheux qu'à l'échelle de l'assemblage de blocs, comment rendre compte de l'influence de l'eau à ces différentes échelles ? La seule diminution du coefficient de frottement local dans des plages physiquement acceptables est elle capable de reproduire les tassements observés lors du remplissage ? Si non, comment intégrer l'influence de l'eau dans le (les) modèle(s) de comportement rendant compte de la fissuration, afin d'obtenir des résultats conformes aux observations expérimentales ?

Ce mémoire est structuré en trois parties. Après avoir présenté le contexte général, la première partie propose une analyse bibliographique du comportement mécanique des roches et des enrochements. Deux échelles d'étude sont mises en évidence : l'échelle du bloc rocheux et l'échelle des enrochements, ces derniers étant considérés comme un assemblage de blocs. Dans la suite, on utilisera indifféremment la terminologie bloc ou grain pour désigner les éléments constitutifs des enrochements. Cette partie présente également l'étude des paramètres qui ont une influence sur ces milieux : les influences de l'eau et du comportement à long terme y sont développées. L'importance du phénomène de rupture est clairement mis en évidence tout au long de cette analyse. On propose ensuite quelques modèles continus existants applicables aux barrages en enrochements capables de reproduire la phénoménologie observée sur ouvrages. Une description plus exhaustive est ensuite donnée aux modèles discrets de milieux granulaires. Une synthèse sur les différentes approches discrètes modélisant la rupture est présentée. Enfin, la méthode numérique utilisée pour la modélisation des enrochements est décrite.

L'objet de la seconde partie est d'analyser l'influence de l'eau à travers certains de ces effets : les effets liés aux forces de déjaugeage et les effets liés à une diminution du coefficient de frottement local en présence d'eau. On présente ici la modélisation d'une colonne d'enrochements progressivement remplie d'eau. Les enrochements sont alors modélisés comme un ensemble de grains rigides. On intègre tout d'abord les forces de déjaugeage lorsque le milieu est progressivement rempli et on analyse les changements à l'intérieur du milieu. L'étude de la réduction du coefficient de frottement local en présence d'eau est également abordée. La définition de variables généralement définies pour l'étude des milieux granulaires permet de confronter l'état macroscopique du milieu et son état interne. On examine ainsi l'évolution de grandeurs telles la compacité, la coordinance lorsque ces deux effets sont introduits. Une analyse de la microstructure en terme de répartition de forces et d'évolution de la texture y est aussi menée. La définition de la texture permet d'illustrer des sous-réseaux de contacts qui seront également étudiés.

La troisième partie constitue le cœur de ce travail. On y introduit d'abord le modèle de blocs rocheux à interfaces cohésives capable de simuler la rupture instantanée. Le grain ou bloc rocheux est modélisé comme un assemblage de particules liées initialement par cohésion. On désignera donc par le vocable particule, les éléments constitutifs du grain. Ensuite, on présente le modèle développé afin de prendre en compte la rupture différée des blocs rocheux : il s'agit d'un modèle discret à interfaces cohésives endommageables. La validation de la mise en œuvre numérique y est effectuée à partir de cas simples, où la solution analytique est connue. L'étude de cas simples a permis de mieux appréhender l'influence des paramètres du modèle et de distinguer les paramètres matériaux des paramètres numériques. Avant de remonter à l'échelle du tas de grains, on s'attache à la modélisation d'éprouvettes rectangulaires, contituées par un assemblage de particules. La grande partie des simulations aborde ensuite la modélisation d'essais œdométriques composés de grains modèles d'enrochements de barrages : des essais de fluage, relaxation, à vitesses de force ou de déplacement imposées sont menés dans le cas d'un milieu sec. Les résultats sont encourageants, et permettent de reproduire correctement la phénoménologie des ruptures différées avec très peu de paramètres. L'état interne du milieu est également analysé dans ces essais. Quelques simulations sont proposées pour rendre compte de l'influence de l'eau dans le milieu. Pour cela, on adopte des hypothèses qui permettront de tenir compte simplement de la présence de l'eau. Une étude paramétrique est menée afin d'évaluer la pertinence des paramètres affectés par l'eau. Enfin, des simulations d'essais œdométriques sont effectuées afin d'être comparées à des résultats expérimentaux sur des enrochements modèles de barrages. Première partie Étude bibliographique

## Chapitre 1

# Introduction : Contexte et motivations

### 1.1 Historique

Il faut remonter jusqu'aux premières dynasties Egyptiennes pour retrouver les premiers témoins liés à la construction d'ouvrages en enrochements : aux environs de 2900 avant JC, le Pharaon MENES, aurait dérivé le Nil à Koseish, pour construire sa capitale Memphis derrière des remparts qui la mettaient à l'abri des crues du Nil. Cet ouvrage en pierres de taille pouvait avoir 15 m de hauteur et 450 m de longueur en crête. Près de 5000 ans seront nécessaires avant que de telles structures, mieux conçues et dimensionnées, voient le jour : ce sont dans les zones minières des régions montagneuses de la Sierra Nevada en Californie que l'activité liée à la construction de barrages en enrochements a réellement commencée. L'isolement et l'inaccessibilité de certaines zones, ainsi que l'absence de terre dans ces régions, ont conduit les mineurs à se servir de leur savoir faire concernant les explosifs, pour extraire des blocs rocheux afin de les utiliser dans la construction de barrages [CBIP92]. Les premiers barrages en enrochements furent alors construits dans les années 1850. Ceux-ci présentaient des fortes pentes avec un minimum de matériau rocheux, mais leur hauteur était faible. On compte seulement huit barrages en enrochements plus haut que 30 m avant 1925. A partir des années 1950, le développement des techniques et la multiplication des barrages en enrochements se sont faits extrêmement rapidement.

Les barrages en enrochements font partie de la classe des barrages en remblais, les plus répandus dans le monde. Les barrages en remblais représentent environ 70% des grands barrages : leur grande proportion s'explique par leur simplicité de contruction, leur bonne adaptabilité à un grand nombre de sites, et leur faible coût de construction. Parmi les barrages en remblais, on compte seulement 12% de barrages en enrochements car leur construction nécessite une qualité de matériau qui n'est pas nécessairement présente sur tous le sites.

## 1.2 Les différents types de barrages en enrochements et leurs problèmes majeurs

Les barrages en enrochements sont essentiellement de deux types (figure 1.1) :

à noyau central : l'étanchéité est assurée par un organe dans le corps de l'ouvrage, un noyau central (ou incliné), qui peut être constitué d'argile et/ou de limon et sable. Des noyaux étanches en argile sont les plus couramment utilisés. La fonction de résistance à la poussée

de l'eau peut être garantie par des enrochements placés des deux cotés du noyau; ceux-ci sont donc directement en contact avec l'eau;

- à masque amont : l'étanchéité est ici assurée par un masque, le plus souvent constitué par une dalle en béton. On les nomme Concrete Face Rockfill Dams ou CFRD en anglais. On trouve également souvent des revêtements en béton bitumineux, plus généralement en Europe. Le reste du volume est occupé par des enrochements pour résister à la poussée de l'eau. Ce type de barrages n'est pas, en principe, en contact avec l'eau.



FIG. 1.1 – Sections (a) d'un barrage à noyau avec recharges en enrochements amont et aval et (b) d'un barrage à masque amont, d'après [KJA92].

Parmi les barrages en enrochements seuls 20% sont des barrages à masque amont. Avant les années 60, ces barrages étaient constitués d'enrochements déversés et dimensionnés à partir de considérations empiriques acquises dans le passé. La communauté pensait également que les recharges en enrochements devaient être composées de blocs de taille uniforme, et on prenait soin d'éliminer les fines : les matériaux "propres" étaient considérés être plus résistants. D'importants tassements observés et l'expérience accumulée sur ce type d'ouvrages ont permis de comprendre les phénomènes, revoir les définitions premières et les techniques de construction. Il a été réalisé que les contacts "bloc-bloc" ne réduisaient pas nécessairement les tassements : des granulométries étalées ont ainsi été préconisées. De plus, le placement des enrochements par couches de 1 à 2 m puis leur compactage ont été recommandés pour diminuer les tassements. Le recours au compactage par rouleau vibrant permet en effet de positionner une grande proportion de blocs dans des positions stables et l'application de charges supplémentaires réduit l'indice des vides du milieu par l'écrasement et le déplacement de blocs instables. La réduction des tassements est ainsi recherchée car la présence de tassements différentiels dans les enrochements est dangereuse pour ces ouvrages : ils peuvent induire des fissurations dans le masque en béton, en raison des fortes contraintes de traction dans le parement. Les fissurations peuvent conduire à des fuites importantes : cela a été le cas pour de grands barrages comme Dix River (84 m), Salt Spring (100 m), Paradela (110 m), Courtright (97 m), etc. Les débits de fuites pour ces barrages ont atteint jusqu'à 3.7 m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup> d'après [CBIP92].

Les barrages à noyau peuvent également tasser et causer des désagréments à l'ouvrage : on relève un grand nombre de barrages où des fissures longitudinales se sont produites entre la recharge amont et le noyau, suite aux tassements de la recharge amont. On peut citer entre autres, les barrages de Bear Creek (65 m), Cedar Cliff (50 m), Cougar (136 m), etc.

Enfin, l'expérience acquise sur ouvrage a conduit à préconiser le mouillage des enrochements avant compactage : comme la résistance des blocs rocheux peut diminuer en présence d'eau, l'arrosage des enrochements favorise la fissuration des blocs de plus mauvaise qualité et l'écrasement des arêtes. Ainsi le risque de tassement durant la vie de l'ouvrage est diminué.

## 1.3 Description des tassements observés sur les barrages en enrochements

Tous les types de barrages en enrochements tassent. On peut distinguer trois types de tassements, dus au changement de contraintes totales ou effectives durant la vie de l'ouvrage :

- les tassements durant la construction;
- les tassements lors du remplissage de la retenue;
- les tassements post-construction observés sur le long terme. Ces tassements sont principalement dus au vieillisement de l'ouvrage mais peuvent être également provoqués par les changements climatiques.

La limitation de ces tassements est de grande importance afin de restreindre les dégradations qui leur sont liées (fissurations du masque pour les CFRD, fissurations longitudinales entre les recharges et le noyau pour les barrages à noyau central, etc.) et de garantir le niveau de la retenue.

#### Tassements durant la construction :

Les tassements durant la construction de l'ouvrage peuvent énormément varier d'un ouvrage à un autre : ils vont varier principalement selon la compressibilité des matériaux employés, la hauteur de l'ouvrage, etc. Les tassements verticaux relatifs peuvent ainsi atteindre quelques %. Il existe des méthodes prédictives élaborées à partir de données sur ouvrages pour estimer ces tassements. Ces méthodes sont souvent empiriques et peuvent être couplées à des méthodes numériques pour parvenir à une estimation des déformations de l'ouvrage. Souvent ces méthodes sont établies à partir d'un nombre limité de données sur ouvrages et sont donc difficilement applicables à tous les cas d'études. Un aperçu complet des méthodes existantes est donné par Hunter et Fell dans [HUN03a].

#### Tassements durant la mise en eau :

Le remplissage de la retenue correspond à une phase importante dans le vie de l'ouvrage : c'est le moment où l'ouvrage est mis en charge et va donc être soumis à la pression exercée par l'eau. En général pour les deux types de barrages, on observe une accélération du tassement de la crête de l'ouvrage. Ces tassements sont d'autant plus favorisés en général lorsque la hauteur de l'ouvrage est élevée et lorsque les enrochements ont une faible résistance en compression. Les barrages où les enrochements sont déversés présentent également plus de déformations que lorsque les enrochements sont compactés. Les tassements liés au remplissage peuvent atteindre jusqu'à 1 à 2% de la hauteur de l'ouvrage pour les barrages à noyau, et sont en général plus faibles pour les CFRD (inférieurs à 1%) : il faut aussi prendre en compte l'effet du mouillage car l'eau peut pénétrer à l'interface barrage-fondation.

Le remplissage induit également des déplacements horizontaux de la crête qui ne sont pas négligeables. Concernant les CFRD, le mise en eau génère des déplacements du masque quasiment perpendiculaires à celui-ci, en raison des tassements de remblais. Ces déplacements peuvent induire des fissurations du parement s'il existe des tassements différentiels au niveau des dalles. Dans le cas des barrages à noyau, la recharge amont, directement en contact avec l'eau va tasser et pourra provoquer des fissures longitudinales le long de la crête (figure 1.2). C'est le cas du barrage de Cherry Valley où les tassements de la recharge amont en enrochements ont été quatre fois supérieurs à ceux du noyau. Ce type de désagréments a déjà été observé aussi sur la recharge aval qui peut également tasser selon les conditions climatiques : c'est la cas, entre autres du



barrage de Beliche [ALO05] qui a subi des tassements causés par de fortes pluies.

FIG. 1.2 – Fissurations longitudinales observées sur des barrages à noyau central, d'après [HUN03a].

Afin de réduire les tassements, les enrochements sont arrosés afin de favoriser la fissuration des blocs les plus détériorés. Les facteurs cités précédemment comme la hauteur de l'ouvrage, la qualité des matériaux utilisés, le mouillage vont agir principalement sur l'amplitude des tassements observés mais il existe une grande variabilité dans les causes de ces tassements. Hunter et Fell [HUN03b] dans le cas des CFRD, citent d'autres facteurs qui peuvent être prédominants dans l'amplitude des tassements comme l'angle de la pente amont du masque, les différences entre les diverses géométries de zonage des enrochements, le temps du premier remplissage, le temps à partir duquel se fait le remplissage par rapport à la fin de la construction ...

#### Tassements différés :

Les propriétés des roches évoluent généralement dans le temps : elles se déforment sous charge constante, c'est-à-dire qu'elles fluent. Même si le fluage évolue très lentement, il peut devenir non négligeable étant donné la durée de vie des ouvrages. La vitesse de fluage dépend de bon nombre de facteurs comme la température, les contraintes appliquées, le rapport entre les contraintes appliquées et les contraintes de rupture de roches, le temps d'application des chargement, la présence d'eau, de gel, etc. Ce fluage, couplé à la fatigue de la roche et/ou des points de contacts (due aux changements de contraintes liées aus cycles de remplissage et de vidange, aux changements de conditions climatiques) va générer des tassements de l'ouvrage, qui dans certains cas, ne semblent pas se stabiliser dans le temps. Au cours du temps, certains blocs instables vont se réorganiser par glissement ou rotation et d'autres vont se casser ce qui va induire des réarrangements à l'intérieur de la struture : c'est ce couplage de réarrangements et de ruptures successives qui est à l'origine des tassements évoluant dans le temps.

La prédiction des tassements à long terme sur les barrages en enrochements a d'abord reposé sur des méthodes empiriques. C'est à partir de constatations sur ouvrages lors de mesures de tassements de crête que Sowers *et al.* [SOW65] ont proposé la formule suivante pour évaluer les déformations de la crête entre les temps  $t_1$  et  $t_2$ :

$$\Delta \varepsilon = \alpha (\lg t_2 - \lg t_1) \tag{1.1}$$

avec  $\alpha$  pente de la courbe de tassements,  $t_1$  et  $t_2$  s'exprimant en jours. Une fois la pente de la courbe connue, on peut prédire les tassements pour un temps t lointain. Les valeurs de  $\alpha$ calculées pour un échantillon de 14 barrages valent entre 0.2 et 1%. Dans l'analyse de [SOW65], le facteur le plus influant sur les tassements semble être le type de placement des enrochements choisi (déversement ou compactage ainsi que présence ou non du mouillage) plutôt que la taille de l'ouvrage, la nature de la roche utilisée ou encore le type de barrage (barrage à masque amont ou à noyau par exemple), d'après [CBIP92]. D'autres relations empiriques de ce type sont proposées, et en l'occurence on peut citer celle de Parkin [PAR77] qui écrit la vitesse de déformation comme une loi puissance :

$$\dot{\varepsilon} = a(t - t_0)^m \tag{1.2}$$

où les coefficients a et m sont déterminés de la même façon que dans l'équation (1.1).

Lawton et Lestor [LAW64] analysent les tassements après construction d'une manière différente et évaluent les déformations de la crête avec la formule suivante :

$$\varepsilon = 0.1 H^{1/2} \tag{1.3}$$

où  $\varepsilon$  est exprimé en % de la hauteur de l'ouvrage H. Cette formule qui exprime les déformations en fonction de la hauteur de l'ouvrage semble contredire les résultats de [SOW65] qui proposent que les tassements post-construction dépendent en premier lieu des méthodes de placement des enrochements. Les auteurs du [CBIP92] suggèrent que les grandes variations dans les ouvrages analysés par [SOW65] ont certainement masqué l'influence de facteurs importants dans leur analyse.

Tran [TRA06] a quant à elle mené une étude sur un groupe de 4 barrages en enrochements à masque amont situés dans les Pyrénées, où les enrochements sont uniquement déversés. En général les zones qui se déplacent le plus sont en crête, proches de la section centrale. L'étude montre que la vitesse de tassement a tendance à diminuer lentement alors que la vitesse de déplacement horizontale (amont-aval) ne présente aucun signe de décroissance. La vitesse de tassement (<2 mm/an) est inférieure à la vitesse de déplacement horizontal (de l'ordre de 2 à 3 mm/an). Les vitesses de tassements des quatre barrages sont bien corrélées à leurs hauteurs respectives. Hunter et Fell [HUN03b], à partir d'analyses sur des CFRD, remarquent également une influence de la hauteur des ouvrages sur les tassements. Ils notent de plus des vitesses de tassement 10 à 20 fois supérieures pour des barrages à enrochements non compactés par rapport aux enrochements compactés. Différentes évolutions de tassements de crêtes pour différents types de barrages en enrochements sont présentés sur la figure 1.3.

Tran [TRA06] a complété son analyse sur les déformations à long terme des barrages des Pyrénées en étudiant l'effet du climat. Les conclusions révèlent que la variable climatique influence de façon significative les déformations des barrages à long terme. Les paramètres les plus importants sont l'indice de gel, le niveau de la retenue, l'eau et la température. L'influence des paramètres climatiques n'est pas uniforme dans toutes les zones du barrage : elle est plus importante pour les zones proches des surfaces amont et aval. La profondeur estimée dépend de la nature du matériau rocheux et de l'âge du barrage. L'âge de l'ouvrage semble cependant être de loin le premier paramètre responsable du déplacement et du tassement des barrages.

Toutes ces constatations sur ouvrages amènent à étudier plus précisément le comportement mécanique des enrochements afin de modéliser leur comportement de façon précise : c'est le but de l'étude bibliographique suivante qui va permettre d'en saisir tout d'abord les particularités.



FIG. 1.3 – Tassements de crêtes pour différents types de barrages en enrochements d'après [OLD05].

# Chapitre 2

# Roches, blocs rocheux, enrochements : Aspects expérimentaux

### Sommaire

<b>2.1</b>	Intre	oduction	<b>25</b>
2.2	Con	portement mécanique des roches : mécanismes de fissuration	
	$\mathbf{et} \mathbf{d}$	e rupture	<b>25</b>
<b>2.3</b>	Cara	actéristiques générales des blocs rocheux	<b>26</b>
	2.3.1	Dimension des blocs rocheux	27
	2.3.2	Forme des blocs rocheux	27
	2.3.3	Résistance d'un bloc rocheux et effet d'échelle	29
<b>2.4</b>	Con	portement mécanique des enrochements	30
	2.4.1	Comportement des enrochements sous sollicitation triaxiale $\ldots \ldots \ldots$	30
	2.4.2	Comportement des enrochements sous sollicitation œdométrique	32
	2.4.3	Influence des propriétés géométriques des grains	32
	2.4.4	Effet d'échelle	32
<b>2.5</b>	$\mathbf{Rup}$	ture des blocs rocheux	33
	2.5.1	Ruptures majeure et mineure	33
		Rupture Majeure :	33
		Rupture Mineure :	33
	2.5.2	Facteurs influençant l'écrasement ou la rupture	36
	2.5.3	Évolution de la rupture sous chargement (œdométrique) : relation de	
		$compressibilit\acute{e}  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  \ldots  $	37
<b>2.6</b>	Con	nportement à long terme des roches	39
	2.6.1	Introduction	39
	2.6.2	Paramètres influençant le comportement à long terme	40
		2.6.2.1 Vitesse de sollicitation	40
		2.6.2.2 Degré d'altération de la roche	41
		2.6.2.3 Pression de confinement	41
		2.6.2.4 Bilan	42
	2.6.3	Comportement à long terme des matériaux granulaires	42
	2.6.4	Évolution du coefficient de frottement local sur le long terme	44
	2.6.5	Propagation subcritique de la fissuration	46
		2.6.5.1 Notions sur les conditions de propagation des fissures	46
		2.6.5.2 Propagation subcritique	47
2.7	Influ	ience de l'eau sur le comportement des roches et des enroche-	
	men	${ m ts}$	<b>47</b>

	2.7.1	Influence de l'eau sur la résistance des roches	48
	2.7.2	Influence de l'eau sur la propagation de la fissuration	50
	2.7.3	Influence de l'eau sur le coefficient de frottement local	54
	2.7.4	Conséquence : Mécanisme d'effondrement ou de contraction sous mouillage	54
	2.7.5	Bilan : influence à court terme et à long terme de l'eau	58
<b>2.8</b>	Conc	lusion	<b>58</b>

### 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons l'étude du comportement mécanique des enrochements. La connaissance du comportement de ces matériaux est de grande importance car les charges existantes dans les recharges en enrochements dues à de fortes hauteurs de matériau et d'eau sont souvent très importantes et induisent des tassements dans la structure. C'est dans les années 1950 que l'étude du comportement mécanique des enrochements a commencé. Durant les années 60 à 80, les expérimentations de grande ampleur qui ont accompagné cette période exceptionnellement riche en construction de grands ouvrages, ont permis de relever les particularités des enrochements, mettant ainsi en valeur les phénomènes de ruptures des blocs rocheux au cours de la sollicitation. Les expériences ont montré que les phénomènes de rupture étaient d'autant plus intenses en présence d'eau, provoquant ainsi une composante additionnelle de tassement lors de la mise en eau des barrages à noyau central. Des tassements différés sur ces mêmes recharges ont également été relevées, et sont également attribuées à la rupture des blocs, qui opère dans le temps.

Afin d'expliciter correctement ces phénomènes de ruptures de blocs, nous commençons par étudier le comportement mécanique des roches, sans tenir compte donc de la forme des blocs rocheux. Nous étudions ensuite les caractéristiques des blocs rocheux, ce qui va nous permettre d'aborder le comportement mécanique des enrochements et ses particularités de ruptures. Nous analysons ensuite l'évolution du comportement des enrochements en fonction du temps, toujours en partant de résultats sur des éprouvettes rocheuses. Pour finir, nous abordons de la même façon l'évolution du comportement sen présence d'eau.

## 2.2 Comportement mécanique des roches : mécanismes de fissuration et de rupture

Les phénomènes de rupture des blocs rocheux expliquent principalement le comportement des enrochements [BIA97, DOW98, NAK99].

Pour appréhender correctement la modélisation de la fissuration des blocs rocheux, il est nécessaire de connaître les différentes étapes menant à la rupture d'un échantillon de roche : il sera ainsi possible de tenir compte des changements de structure de la roche engendrés par le chargement. En l'occurence c'est un endommagement progressif de la microstructure qui va se traduire par la formation de surfaces de rupture. Les principaux mécanismes menant à la rupture fragile des roches sous compression sont décrits ci-dessous. On distingue plusieurs phases dans le processus de rupture tout au long des courbes contrainte-déformations axiale, transversale, et volumique, présentées sur la Figure (2.1).

- PHASE 1 : Phase de serrage : cette phase existe pour de faibles niveaux de contraintes. L'application de la charge provoque une fermeture progressive des pores et micro-fissures préexistantes du matériau, ce qui provoque une augmentation de la raideur quand les lèvres de fissures viennent en contact mutuellement. Il est important de noter que cette phase est présente dans l'essai uniaxial mais très réduite dans les essais triaxiaux où l'on applique une pression de confinement, qui tend à fermer les micro-fissures.
- PHASE 2 : Phase linéaire : cette phase correspond généralement à la phase élastique, linéaire et réversible de la courbe contrainte-déformation. La majeure partie du processus de déformation est due à la déformation élastique des grains et des pores. La déformation volumique y est contractante.

- PHASES 3, 4, 5 : Phases de microfissuration : la phase 3 marque le début d'une phase d'amorçage et de propagation stable de la microfissuration (phase d'endommagement); l'ouverture des fissures se traduit par une évolution de volume de l'éprouvette. À mesure que la contrainte augmente, le phénomène de dilatance transversale prend de l'ampleur (phase 4) jusqu'à certain niveau de contrainte à partir duquel l'augmentation de volume compense la diminution de volume due à la contraction élastique (phase 5).
- PHASE 6 : Propagation instable de microfissuration : à partir du précédent état de contraintes, toute augmentation de contraintes induit un développement instable et non contrôlé du réseau fissural, ce qui induit un endommagement croissant de la roche. Ce seuil correspond au seuil de localisation, qui constitue le véritable point d'amorçage de la rupture. Les déformations axiales cessent d'être linéaires.
- PHASE 7 : Comportement post-pic : il est essentiellement régi par les frottements mutuels de fragments de roches.



FIG. 2.1 – Principales étapes du processus de rupture dans l'essai de compression uniaxiale et triaxiale (d'après [HAI95]).

### 2.3 Caractéristiques générales des blocs rocheux

Les enrochements, comme tout matériau granulaire, possèdent des caractéristiques très variables d'un matériau à un autre, selon la nature de la roche, la provenance géographique et l'histoire du gisement. Ces paramètres vont avoir une influence sur la géométrie et sur la résistance des blocs lors de l'extraction.

La géométrie des blocs rocheux est l'une des caractéristiques principales des enrochements. Sa description est de grande importance car elle est intimement liée à l'évolution du milieu granulaire sollicité. Cette géométrie va être caractérisée par la dimension des particules, leur forme, leur état de surface ou angularité.

Cette partie vise à donner quelques définitions de base nécessaires pour caractériser les enrochements. Elle ne se veut en aucun cas exhaustive. Pour une description plus exhaustive voir les travaux de thèse de [DELU04].

#### 2.3.1 Dimension des blocs rocheux

On trouve de nombreuses références concernant la taille des blocs rocheux aussi bien dans la littérature scientifique que dans les ouvrages techniques (normes).

Les normes françaises [NBN 11-203, NBN 11-207] définissent trois dimensions caractéristiques d'un bloc rocheux :

- -l =longueur d'une pierre ou d'un bloc (=conventionnellement, la distance entre les deux plans parallèles les plus éloignés, enserrant la pierre);
- -e = épaisseur d'une pierre ou d'un bloc (=conventionnellement, la distance entre les deux plans parallèles les plus rapprochés, enserrant la pierre);
- -g = grosseur.



FIG. 2.2 – Différentes définitions des dimensions d'un bloc rocheux

D'autres auteurs, comme Marsal [MAR73], définissent les trois dimensions caractéristiques du bloc de manière sensiblement différente :  $d_1$  est la plus grande dimension ou la dimension principale maximale,  $d_3$ , la dimension principale mineure, mesurée dans une direction orthogonale à  $d_1$ , et  $d_2$ , la dimension perpendiculaire aux deux autres. Le *diamètre moyen* est défini comme la moyenne algébrique de ces trois dimensions caractéristiques :

$$\overline{d} = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{3} \tag{2.1}$$

On peut noter que la détermination de la granulométrie donne aussi des informations sur la dimension des particules : la dimension des grains obtenue par tamisage est le *diamètre nominal*. Il existe encore d'autres définitions concernant la taille comme le diamètre équivalent, le *diamètre de Feret* et *l'exodiamètre* (voir [CAM01]).

#### 2.3.2 Forme des blocs rocheux

Au niveau qualitatif, la forme peut-être décrite à partir d'abaques comme celui de la figure (2.3) basés sur la caractérisation de la forme globale des grains (sphéricité) et sur leur angularité (rondeur).

La littérature nous donne de nombreuses définitions de coefficients permettant de caractériser la forme des particules. Un des paramètres les plus cités est le *coefficient volumétrique* C:

$$C = \frac{\text{Volume de la particule}}{\text{Volume de la sphère fictive équivalente}} = \frac{V}{4/3\pi R^3}$$
(2.2)

où la sphère fictive équivalente est la plus petite sphère contenant la particule, de diamètre R.



FIG. 2.3 – Formes des grains, d'après [CAM01].

Il existe d'autres coefficients définis à partir des caractéristiques de taille définis par la norme [NBN 11-203, NBN 11-207] précédemment cités :

- Coefficient d'aplatissement :  $p = \frac{e}{g}$
- Coefficient d'élongation :  $q = \frac{g}{l}$
- Coefficient des extrêmes ou d'isométrie :  $r = \frac{l}{\rho}$
- Facteur de forme  $F = \frac{p}{q} = \frac{e.l}{g^2}$
- Indice d'aplatissement  $A_p = \frac{l+g}{2e}$

Les coefficients q et p peuvent être représentés graphiquement sur les carré des formes (figure 2.4).

Jusqu'à présent il n'existait pas de préconisation d'utilisation d'un coefficient de forme plutôt qu'un autre. Désormais la dernière version du Rock Manual [RKM06] préconise de calculer les coefficients suivants pour caractériser la forme d'un bloc rocheux :

 $- \mathbf{LT} = d_1/e$ 

qui est le rapport de la longueur maximum pouvant être mesurée sur le bloc rocheux, par la plus petite dimension *e*, entre les deux plans parallèles les plus rapprochés, ou encore *diamètre nominal* qui correspond au diamètre du trou circulaire minimal que peut traverser le grain (voir figure 2.2).

$$-$$
 **BL**<sub>c</sub>  $= (M/\rho_{grain})/leg$ 

qui est un facteur de forme lié à la "rectangularité" des blocs rocheux.



FIG. 2.4 – Nomenclature des formes de grains

Au niveau de l'angularité des grains, on peut citer l'indice de Nakata [NAK99], où la rondeur est définie comme suit :

$$rondeur = \frac{P^2}{4\pi A}$$
(2.3)

où A est l'aire projetée de la particule, et P le diamètre de sa projection.

### 2.3.3 Résistance d'un bloc rocheux et effet d'échelle

La résistance d'un bloc rocheux est couramment mesurée à l'aide de l'essai de compression diamétrale, encore appelé essai brésilien. Différents travaux ont montré que la rupture d'un grain dépend de nombreux facteurs comme la taille, la forme, les propriétés du matériau et les conditions de chargement [TSO99b]. La relation la plus fréquemment citée entre la charge de rupture et la résistance en traction induite dans le grain est celle proposée par [JAE67] :

$$\sigma_t = \frac{F}{d^2} \tag{2.4}$$

Les essais de Lee [LEE92] sur du sable de Leighton Buzzard, sur des calcaires Oolitique et carbonifère ont montré que la contrainte moyenne de rupture (évaluée à partir de l'équation 2.4) était proportionnelle à la taille moyenne d des grains telle que :

$$\sigma_r \propto d^b \tag{2.5}$$

où les valeurs de b sont comprises entre -0.420 et -0.343 pour les matériaux testés.

Concernant les forces à la ruptures, les expériences de Marsal [MAR73] ont montré qu'elles évoluent selon la puissance de la taille moyenne d du bloc telles que :

$$F_r = \eta \, d^\lambda \tag{2.6}$$

avec  $\lambda < 2$ .

Ces dernières relations suggèrent donc que la résistance dépend de la taille du grain testé. En supposant que la rupture est provoquée par les concentrations de contraintes autour des microfissurations, une approche probabiliste pourrait fournir une explication de cet effet de taille : lorsque le volume du grain soumis à un essai augmente, la probabilité de contenir des défauts, susceptibles d'amorcer une fissure ou même des fissures préexistantes augmente. Ainsi il paraît logique que la résistance diminue quand la dimension du grain augmente.

Ce raisonnement peut également expliquer la dispersion importante des essais généralement observée, le défaut générant la rupture pouvant être différent d'un échantillon à un autre.

La théorie de probabilité de rupture la plus utilisée est celle de Weibull ([BERE83] par exemple). Elle établit une relation entre résistance d'une éprouvette quelconque et son volume, connaissant la probabilité de rupture. Ainsi la probabilité de survie  $P_s(V)$  d'un échantillon de volume V soumis à une contrainte  $\sigma$  s'exprime de la façon suivante :

$$P_s(V) = \exp\left[-\frac{V}{V_0} \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right]$$
(2.7)

où  $\sigma_0$  est la contrainte de référence, pour laquelle 37% des blocs testés survivent. *m* représente le paramètre contrôlant la densité des fissures dans le matériau.  $V_0$  est un volume de référence tel que :

$$P_s(V_0) = \exp\left[-\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m\right].$$
(2.8)

Pour expliquer la relation (2.6), Marsal a plus simplement supposé que la taille des défauts est proportionnelle à la taille du bloc, et que la contrainte nécessaire pour ouvrir une fissure est proportionnelle à l'inverse de la racine carrée du défaut d'après la théorie de rupture de Griffith. Ceci lui donne une valeur théorique de  $\lambda$  valant 1.5.

### 2.4 Comportement mécanique des enrochements

Un enrochement est un milieu granulaire composé de blocs dont la taille peut varier du décimètre au mètre. Les enrochements possèdent certaines propriétés de milieux granulaires comme les sables, mais certains constats ne sont plus vrais pour les enrochements. Dans le paragraphe suivant, nous allons rappeler brièvement les principales caractéristiques des enrochements, en les situant par rapport à celles des sables. Les constats suivants sont inspirés en partie des travaux de Patrice Anthiniac [ANT99] et de Rémi Deluzarche [DELU04].

#### 2.4.1 Comportement des enrochements sous sollicitation triaxiale

Le comportement des milieu granulaires soumis à une compression triaxiale (figure 2.5) est généralement marqué par une phase de contractance pour de faibles déviateurs de contraintes suivie d'une phase de dilatance. Un matériau dense aura une résistance limite élevée (pic de la courbe de chargement B, figure a), alors qu'un matériau lâche ne présentera pas de pic au niveau de la courbe de chargement et aura un comportement contractant. Il y a donc une dépendance du comportement vis à vis de la densité initiale. La rupture dépend également de la pression de confinement : ainsi un matériau à faible pression de confinement aura un pic bien marqué, alors que les fortes pressions de confinement auront tendance à faire tendre la courbe de chargement vers un plateau horizontal.



FIG. 2.5 – Comportement des matériaux granulaires sous sollicitation triaxiale, d'après [DELU04].

Une particularité des enrochements est qu'ils se distinguent des milieux granulaires denses : même denses, ils se comportent comme des matériaux lâches, sans pic de contraintes marqué et avec une phase de dilatance très réduite.

Pour tout milieu granulaire, quelle que soit la densité initiale de l'échantillon, sous forte déformations, le plateau final est le même (C), défissant ainsi l'état critique (ou état de plasticité parfaite) et l'angle de frottement critique où le matériau s'écoule à volume constant. La droite d'état critique dans le plan (e - log(p')) définit le lieu des points de plasticité parfaite. Cette droite est aussi appelée Critical State Line en Anglais.

Selon Biarez et Hicher [BIA97], la droite d'état critique des enrochements est courbée. On peut citer aussi l'existence de l'état caractéristique (A), qui décrit, dans le plan (p' - q) la transition entre les domaines contractant et dilatant, définissant ainsi un angle à l'état caractéristique. On considère souvent que l'angle à l'état critique et à l'état caractéristique sont égaux.

L'enveloppe de rupture (lieu des pics dans le plan (p' - q)) est une droite, pour les sables, qui définit le critère de rupture de Mohr-Coulomb (voir figure 2.5.d). Ceci n'est pas vrai pour les enrochements, le critère de rupture est une courbe qui s'aplatit vers les fortes contraintes (les déformations au pic sont beaucoup plus importantes que pour un sable).

Le taux de dilatance dépend principalement de la densité et de la contrainte de confinement. Le taux de dilatance définit par Rowe [ROW62] s'écrit :

$$D = (1 - d\epsilon_v/d\epsilon_1) \tag{2.9}$$

Dans le cas des sables (figure 2.5.b), l'évolution du matériau suit une droite dans le plan  $(D - \sigma_1/\sigma_3)$  et la pente de cette droite vaut  $\tan^2(\pi/4 + \psi/2)$  où  $\psi$  est l'angle de friction physique moyenne, défini par [FRO02]. Dans le cas des enrochements, il existe une courbure dans la courbe de (contrainte-dilatance) : elle n'est donc plus une droite. En effet, pour les enrochements, le pic

de contrainte ne correspond pas au taux de dilatance maximum, le pic se produit avant le début de la dilatance.

#### 2.4.2 Comportement des enrochements sous sollicitation œdométrique

Les milieux granulaires soumis à une sollicitation œdométrique présentent une diminution de leur compressibilité avec l'augmentation de contrainte : les possibilités de réarrangement diminuent lorsque la contrainte augmente. Dans le plan (e - log(p')) le trajet œdométrique tend vers une droite appelée droite de consolidation isotrope ou droite de compression normale (*Normal Compression Line en Anglais*, que l'on notera **NCL** par la suite). Cette droite est parallèle à la droite d'état critique. Dans le cas des enrochements, la droite de compressibilité est également incurvée. Nous détaillerons plus amplement le cas de la sollictation œdométrique lors de l'étude des ruptures sous chargement œdométrique (voir paragraphe 2.5.3).

#### 2.4.3 Influence des propriétés géométriques des grains

Les propriétés géométriques des grains influent fortement sur le comportement des milieux granulaires. L'angularité est ainsi considérée comme l'un des paramètres ayant le plus d'influence sur la résistance au cisaillement du milieu. L'angularité des grains est aussi identifiée pour être à l'origine de taux de dilatance élevés ([KOL63], cité par [DELU04]).

Frossard [FRO02] quant à lui, explique les différences de résistance au cisaillement et de dilatance par la variation d'angle de friction physique  $\psi$  pour les différents milieux. Frossard note que la friction physique  $\psi$  se décompose en un angle de friction minérale  $\phi_{\mu}$ , et un angle de frottement lié à l'angularité des particules,  $\theta_M$ .

La forme des grains est également un paramètre influant sur la résistance au cisaillement. La façon dont sont arrangées les grains va générer une certaine répartition de l'orientation des contacts entre grains à l'intérieur de l'échantillon. Une possible anisotropie dans la distribution des contacts va pouvoir se développer. Cette anisotropie va être d'autant plus marquée que l'échantillon est préparé par dépôt gravitaire avec des grains de forme allongées. Ainsi Rothenburg et Barthust ([ROT92], cité par [DELU04]) mettent en évidence l'influence des paramètres d'anisotropie sur l'angle de frottement mobilisé, et donc sur la résistance au cisaillement.

#### 2.4.4 Effet d'échelle

Nous avons noté quelques différences dans le comportement mécanique des enrochements et d'autres milieux granulaires comme les sables. Les enrochements se distinguent des autres milieux granulaires de part leur taille considérable. Il est important d'étudier si cette différence dans la taille est responsable des différences observées dans le comportement mécanique.

Les enrochements présentent à faibles contraintes des angles de frottement beaucoup plus élevés que ceux des sables (55 ° contre 45 °). Ces fortes valeurs d'angles de frottement sont considérées par Habib [HAB85] être un artéfact dû à la faiblesse de l'échantillonnage : dans un échantillon composé de peu de grains, les plans de glissement apparaissent difficilement. Pour des fortes contraintes les angles de frottement des enrochements redeviennent similaires à ceux des sables. Comparons maintenant différents échantillons d'enrochements où le seul paramètre variable est la taille des grains (pas de différence d'échantillonnage, la taille des grains est proportionnelle à la taille de l'échantillon). Deluzarche [DELU04] note dans son analyse, que les échantillons les plus petits présentent des angles de frottement plus élevés que les plus grands échantillons. Cet effet d'échelle, différent de celui énoncé précédemment, peut être expliqué par la résistance des petits grains qui se rompent moins que les gros grains. Ceci peut être appuyé par les travaux de Marsal [MAR73] (ou encore de Beremin ([BERE]) qui suppose que la taille des défauts est proportionnelle à la taille des grains. De plus, d'après la théorie de rupture de Griffith, la contrainte nécessaire pour ouvrir une fissure de longueur a est proportionnelle à l'inverse de la racine carrée de la taille du défaut : la contrainte nécessaire pour rompre les grains les plus petits est donc plus élevée. Nous verrons dans (2.5.3) qu'il existe d'autres effets opposés à celui-ci pour expliciter la rupture des grains selon leur taille.

### 2.5 Rupture des blocs rocheux

Que ce soit à l'intérieur d'une recharge d'enrochements de barrage ou lors d'un quelconque essai en laboratoire sur des grains, les ruptures ou écrasement de grains sont bien présentes. Pour de nombreux auteurs [BIA97, DOW98, NAK99] la rupture des blocs est le phénomène le plus important gouvernant le comportement des enrochements.

Les transformations que subissent les grains lors de sollicitations sont majoritairement de deux sortes : il s'agit principalement de ruptures d'arêtes (épaufrement) et de ruptures globales de blocs rocheux. Ainsi ces transformations affectent l'angularité des blocs, en les rendant plus arrondis. Elles affectent également leurs tailles et leurs formes. On peut parler de *rupture mineure* de bloc pour ce qui est de l'écrasement, et de *rupture majeure* lors de ruptures globales des blocs (*minor* et *major breakage* en Anglais), d'après le *Rock Manual* [RKM06]. Il est généralement observé que les ruptures mineures affectent la plupart des blocs rocheux. Aux deux types de ruptures énoncées précédemment, s'ajoutent des phénomènes d'attrition ou abrasion de l'état de surface des grains, générant une certaine quantité de fines.

Dans les paragraphes suivants, nous allons décrire plus précisemment ces deux types de ruptures, en indiquant l'évaluation possible de leur part respective dans le phénomène d'écrasement, les paramètres influençant ces ruptures, ainsi que l'évolution des milieux avec l'écrasement.

#### 2.5.1 Ruptures majeure et mineure

**Rupture Majeure :** La rupture majeure ou globale de blocs est principalement due à l'existence de défauts existants à l'intérieur des blocs. Ces défauts sont principalement dûs à l'histoire et à la nature géologique des massifs rocheux à partir desquels les blocs sont extraits, et aux techniques d'extraction de ces mêmes blocs. Les différents types de roches ont des propriétés bien différentes et leur génèse conduit à la formation de défauts variés : plans de foliation, veines de calcites dans le cas de roches sédimentaires, fissures dues à un refroidissement rapide pour les roches ignées, etc. À cela s'ajoutent les défauts ou fissures générés lors de l'extraction des blocs. Ce sera la propagation de ces défauts à travers la masse rocheuse qui va transformer le bloc en plusieurs fragments.

**Rupture Mineure :** La rupture mineure fait référence à la rupture ou épaufrement des arêtes rocheuses. Ce type de rupture intervient assez tôt dans la vie de l'ouvrage : au cours de la manipulation et du placement des blocs dans les recharges d'enrochements, au cours du passage

d'engins lors du compactage, ou durant les tassements initiaux de l'ouvrage.

Les fragments générés dans le cas d'épaufrement de blocs présents dans les barrages, sont de taille limitée (quelques kg), dépendant de la granulométrie initiale [RKM06]. Ce type de rupture a un effet limité sur la distribution massique ou granulométrique du milieu comparé aux ruptures majeures. Il contribue cependant à "arrondir" les grains concernées.



(a) Rupture majeure

(b) Rupture mineure

FIG. 2.6 – Photographies de blocs affectés par des ruptures majeure et mineure, photos S.Dupray [RKM06].

Il est possible d'estimer la part de chacun des types de rupture au cours d'un essai, en déterminant l'évolution des granulométries avant et après essai. On va ainsi distinguer la granulométrie finale générée par la rupture majeure, de celle induite par la rupture mineure.

La figure (2.7) présente l'influence des deux types de ruptures et de leurs effets combinés sur la distribution massique du matériau.  $I_{Mx,M}$  représente la diminution de masse relative aux ruptures majeures et  $I_{Mx,m}$  représente la diminution de masse relative aux ruptures. La variation de masse relative est définie de la manière suivante :

$$I_{Mx} = \frac{M_{x,i} - M_{x,f}}{M_{x,i}},$$
(2.10)

où x représente la fraction passante (en %), l'indice i dénote l'état initial et l'indice f l'état final après dégradation.

Il est de même possible de définir  $I_{Dx}$  la diminution relative du diamètre des grains correspondant à une certaine fraction passante avant et après la dégradation du matériau. L'approximation suivante  $\log(I_{Mx}) \approx 3\log(I_{Dx})$  d'après [RKM06] permet le passage entre  $I_{Dx}$  et  $I_{Mx}$  et inversement. De manière analogue, les aires  $\delta A_M$  et  $\delta A_m$  représentent les effets des deux types de rupture. Le Rock Manual préconise de considérer les ruptures majeures comme productrices de larges fragments de roches et non de fines. La dégradation ainsi occasionnée va déplacer la courbe de distribution massique vers les tailles de grains plus petites et diminuer la pente de la courbe initiale (figure 2.7). A l'inverse, les ruptures mineures vont générer des fines et vont déplacer la courbe granulométrique vers le haut au niveau où se trouvent les grains les plus légers (début de la courbe).

On peut citer également l'existence de tests destructifs sur des enrochements. Ces tests consistent à reproduire un chargement caractéristique auquel l'enrochement sera exposé durant la vie de l'ouvrage. Ces tests qui déterminent "l'intégrité" du bloc rocheux, consistent à évaluer la proportion de blocs qui seront affectées par des ruptures majeures.

Il existe plusieurs tests destructifs, nous nous conteterons d'expliquer la procédure du **full scale**splitting test (FSST). Dans ce test un impacteur (masse) est laissé tomber d'une certaine hauteur  $H_d$  sur un bloc rocheux placé préalablement sur une enclume (voir figure 2.8). On peut ainsi



FIG. 2.7 – Séparation des effets des ruptures mineure et majeure sur la distribution massique, d'après le Rock Manual [RKM06].



FIG. 2.8 – Full scale-splitting test, d'après le Rock Manual [RKM06].
déterminer le ratio  $B_n$  de blocs qui sont affectés par une rupture majeure par rapport au nombre total de blocs présents dans l'échantillonnage testé. Le ratio  $B_n$  est défini comme suit :

$$B_n = \frac{\text{Nombre de blocs où } L_m \ge 10\% \text{ après le test}}{\text{Nombre de blocs testés}}$$
(2.11)

$$L_m = \frac{M_i - M_f^*}{M_i}$$
(2.12)

(2.13)

où  $L_m$  est la perte de masse,  $M_i$  est la masse du bloc avant essai et  $M_f^*$  est la masse des plus grands morceaux restants après essai.

Hardin [HAR85] utilise une définition du taux de rupture proche de celle définie par le *Rock Manual.* Il définit le taux de rupture total,  $B_t$ , par l'aire comprise entre la courbe initiale et la courbe finale, limitée aux grains de 0.074 mm (figure 2.9); le taux de rupture relatif est ainsi donné par :

$$B_r = \frac{B_t}{B_p}.$$
(2.14)

 $B_r$  est donc compris entre 0 (pas de ruptures) et 1 (tous les grains ont été réduits à une taille inférieure à 0.074 mm). En général  $B_r$  ne dépasse pas 0.3.



FIG. 2.9 – Définition du taux de rupture relative, d'après [HAR85] dans [DELU04].

## 2.5.2 Facteurs influençant l'écrasement ou la rupture

On a vu que les phénomènes de rupture influaient notablement sur le comportement mécanique des enrochements. Un certain nombre de paramètres favorisent ces phénomènes de rupture, qui augmentent donc avec :

- la taille des grains [MAR69, BAR81, HAR85] : des grains de grande taille ont une probabilité de rupture plus élevée que des grains de petite taille car la probabilité de présence de défauts y est supérieure (les petits grains ont une plus grande résistance que les gros blocs). On verra plus loin (paragraphe 2.5.3) qu'il existe des effets qui vont réduire l'influence de la taille sur la probabilité de à l'intérieur du milieu granulaire, permettant ainsi la rupture préférentielle des petits grains [DOW98];
- l'angularité des grains [BAR81] : celle-ci provoque des zones de concentration de contraintes élevées au niveau des angles prononcés, ce qui favorise l'amorçage de fissuration ou de l'écrasement des arêtes;

- l'allongement des grains : ce facteur induit également des contraintes locales fortes ;
- le resserrement de la granulométrie [MAR69, MAR73, BAR81, LOR82, KIM95, BIA97] : il induit une hétérogénéité dans la transmission des efforts durant le chargement. En effet, si la granulométrie est serrée alors les grains auront un faible nombre de coordination (nombre de contacts moyen par blocs), ce qui engendrera des zones au niveau des grains à forte concentration de contraintes et qui favorisera l'initiation de la rupture. À l'inverse des granulométries étalées permettront une meilleure distribution des efforts (répartition "isotrope" des efforts intergranulaires);
- la diminution de résistance des grains;
- la présence d'eau : elle provoque un tassement des échantillons placés sous contrainte constante. La présence d'eau à diverses influences sur le milieu granulaire et sur les grains. Nous développerons par la suite ce point (voir paragraphe 2.7);
- les conditions climatiques : les phénomènes de gel/dégel vont favoriser les ruptures et propagation de fissures en raison de la variation de volume de l'eau présente dans les pores des roches dans les zones froides.

L'écrasement dépend peu de la densité de la roche [MAR73, HAR85, KIM95].

Enfin la rupture des grains dépend fortement du chemin de contrainte et augmente avec le déviateur [FED02]. Les ruptures sont plus importantes lors de chemins de contrainte triaxiale qu'œdométrique [MAR73]. L'écrasement sous sollicitations isotrope est négligeable [LOR82].

## 2.5.3 Évolution de la rupture sous chargement (œdométrique) : relation de compressibilité

Nous avons énuméré les paramètres favorisant la rupture mais nous n'avons pas abordé l'évolution de la rupture au cours du chargement. De nombreux auteurs ont étudié le comportement des milieux granulaires en relation avec la rupture des grains. Celle-ci est à l'origine de l'augmentation de compressibilité de ces matériaux [BIA97, DOW98, LUZ02]. Coop et Lee ([COO93], cité par Luzzani et Coop [LUZ02]) ont vérifié que les échantillons d'un même sable de densité initiale variable tendaient tous vers une unique droite de compression normale (NCL) pour des contraintes élevées. Des données similaires ont été publiées par Lade et Yamamuro [LAD96], Pestana et White [PES95] (cités par [LUZ02]) qui définissent la NCL comme une courbe de compression limite. De nombreux auteurs relient le déclenchement de la rupture dans le milieu granulaire à la résistance individuelle des grains. McDowell et Bolton [DOW98] proposent que, dans le cas d'agrégats soumis à un essai de compression uniaxiale, la résistance à la rupture des grains gouverne la compression normale : la contrainte correspondant au point d'inflexion de la courbe œdométrique est proportionnelle à la résistance en traction moyenne des grains. Cette contrainte est appelée contrainte de charge clastique par McDowell et Bolton. Elle sera notée  $\overline{\sigma}_0$ par la suite. Les déformations générées à partir de cette contrainte sont de nature irréversible, car dues au déclenchement des ruptures de grains. Bolton et McDowell [DOW96] donnent le nom de processus clastique à ce phénomène.

McDowell et Bolton [DOW98] prédisent l'évolution de la granulométrie suivant la droite de compression normale selon une théorie de compression fractale des grains. Dans leur modèle la granulométrie suit la distribution suivante :

$$N(L > d) = Ad^{-D} (2.15)$$

où N(L > d) désigne le nombre de grains de taille L supérieure à d. A est une constante et D est la dimension fractale de la distribution. Cette description de la granulométrie est limitée par une taille maximale  $d_0$  des grains et une taille minimale  $d_s$ .

Dans ce modèle, ce sont les grains de petite taille qui se rompent préférentiellement quand la contrainte macroscopique augmente. Nous avons déjà vu (paragraphe 2.5.2) que l'augmentation du nombre de coordination ou de contacts par grain permettait une meilleure distribution locale des efforts à l'intérieur des grains, ce qui induit une réduction des contraintes de traction à l'intérieur de ces mêmes grains [JAE67], cité par [DOW98]. Les grains les plus grands auront donc un nombre de coordination plus élevé car entourés de plusieurs grains de petites tailles : ils auront donc une probabilité moins grande de se rompre par rapport aux petits grains. Cependant, nous avons vu aussi (voir paragraphe 2.4.4) que les grains les plus petits étaient les plus résistants car la taille des défauts et leur nombre sont proportionnels à la taille des grains. Ces deux phénomènes ont donc des effets opposés. McDowell et Bolton remarquent que si les plus gros grains se rompaient préférentiellement, le milieu serait constitué après ruptures par une matrice uniforme de grains fins, ce qui n'est pas justifié au niveau de la littérature. Le nombre de coordination a donc un effet dominant sur la taille des grains dans la détermination de la probabilité de rupture des grains.

Ce sont donc les grains les plus petits qui se rompent préférentiellement et évoluent par fragmentations successives.

L'évolution de la géométrie des grains est ensuite reliée à l'évolution des NCL dans l'équation 2.18. Celles-ci sont linéaires dans le plan  $(e-log\overline{\sigma})$ , où  $\overline{\sigma}$  est la contrainte verticale macroscopique appliquée.

En faisant l'hypothèse que les ruptures sont dues à des défauts de Griffith de taille proportionnelle à la taille des grains, l'évolution de  $d_s$  est reliée à la contrainte macroscopique appliquée  $\overline{\sigma}$ , la taille maximale des particules  $d_0$  et la contrainte de charge clastique  $\overline{\sigma}_0$  par :

$$\overline{\sigma}\sqrt{d_s} \propto \overline{\sigma}_0 \sqrt{d_0} \propto K_{Ic} \tag{2.16}$$

avec  $K_{Ic}$  la tenacité du matériau en traction (mode I). Nous aborderons par la suite plus en détails ce sujet.

D'autre part, on introduit un terme de création d'énergie de surface lié aux ruptures dans un modèle de type Cam Clay qui s'écrit :

$$\delta w_s = \frac{\Gamma dS}{V_s(1+e)} \tag{2.17}$$

avec  $\Gamma$  l'énergie spécifique par unité de surface, dS est l'accroissement de surface lié à la rupture des grains, et  $V_s$  est le volume solide des grains.

En utilisant  $\beta_s$  et  $\beta_v$  des facteurs de forme nécessaires pour relier la surface et le volume des grains à leur dimension et en utilisant la relation d'effet d'échelle sur la résistance des grains (équation 2.16), ainsi que la proportionnalité à la contrainte moyenne macroscopique, McDowell et Bolton proposent une loi reliant l'indice des vides et la contrainte appliquée :

$$de = -\left(\frac{1}{1-\mu}\frac{\beta_s}{\beta_v}\frac{\Gamma}{\overline{\sigma}_0 d_0}\right)\frac{d\overline{\sigma}}{\overline{\sigma}}$$
(2.18)

avec  $\mu$  qui est une fonction qui dépend uniquement de l'angle interne de friction (elle vaut par exemple, 0.4 pour  $\phi = 20^{\circ}$ ). Le terme entre parenthèse représente la pente de la courbe de compression normale; elle est notée  $\lambda$  par [DOW98], l'équation 2.18 est donc de la forme :

$$de = -\lambda \frac{d\overline{\sigma}}{\overline{\sigma}} \tag{2.19}$$

Ainsi la pente de la courbe œdométrique est clairement reliée à la résistance des grains. Ce phénomène décrit par l'équation reliant la compressibilité du milieu granulaire avec la contrainte moyenne dans le milieu est appelé *clastic hardening* par McDowell et Bolton par anologie avec l'expression plastic hardening plus utilisée.

L'évolution de la granulométrie selon une distribution fractale proposée par McDowell et Bolton ne décrit donc aucune stabilité dans les phénomènes de ruptures successives. Luzzani et Coop [LUZ02] cherchent à vérifier si, pour de larges déformations, un état stable dans la granulométrie peut être obtenu. Dans la gamme des déformations atteintes, sur des essais de cisaillement sur du sable, les résultats n'ont montré aucune stabilité dans les phénomènes de rupture de grains, et donc une évolution continue du volume des échantillons (puisque la compressibilité du milieu est reliée à la rupture de grains).

Nous avons traité ici l'évolution de la rupture sous chargement œdométrique car c'est ce type d'essais que nous modéliserons principalement. Pour une description de la rupture sous chargement triaxial, on renvoit aux travaux de R.Reluzarche [DELU04].

## 2.6 Comportement à long terme des roches

## 2.6.1 Introduction

Le comportement des roches évolue dans le temps. C'est cette évolution dans le temps qui va être responsable de la dégradation observée sur les blocs rocheux des barrages en enrochements. Cette évolution dans le temps dépend d'un certain nombre de facteurs : chargement exercé sur la roche, nature de la roche, degré d'altération du matériau (composition minéralogique, proportion de défauts, etc.), nature du milieu environnant. Ainsi, on peut définir une résistance à long terme et à court terme des roches. Les essais traditionnels de fluage permettent d'évaluer l'évolution de la déformation du milieu dans le temps. De manière générale, ils mettent en évidence le comportement suivant :



FIG. 2.10 – Evolution de la déformation dans le temps

On distingue ainsi généralement plusieurs phases dans l'évolution de la déformation :

 une première phase dite de fluage "primaire" : c'est une phase où le fluage est limité et où le taux de déformation diminue dans le temps;

- une seconde phase dite de fluage "secondaire" : la vitesse de déformation y est constante ou quasi-constante;
- une dernière phase dite de fluage "tertiaire" : dans cette phase la déformation s'accélère pour devenir ensuite instable, provoquant ainsi la rupture de l'échantillon.

Notons que le comportement de la roche n'est pas obligatoirement composé de ces trois phases : la roche ne peut se déformer dans le temps uniquement de façon limitée et donc fluer de manière asymptotique, ou encore la déformation peut évoluer de façon accélérée dès le début jusqu'à la fin de l'essai.

Ces différences dans l'évolution de la déformation sont visibles, par exemple, dans les essais de compression uniaxiale de roches granitiques de Genevois et Prestininzi [GEN79] : quand la contrainte de fluage est proche de la contrainte à la rupture, la déformation évolue de façon accélérée jusqu'à la rupture de l'échantillon, par contre quand la contrainte de fluage est plus faible, le taux de déformation est constant puis la déformation n'évolue plus (fluage asymptotique).

Nous pouvons souligner également que l'existence des essais de relaxation (ici la déformation est fixée mais la force peut évoluer) qui permettent de caractériser une évolution dans le temps des efforts à l'intérieur du matériau testés. Ces tests permettent de définir la contrainte limite la plus basse qui peut générer des déformations de fluage.

## 2.6.2 Paramètres influençant le comportement à long terme

## 2.6.2.1 Vitesse de sollicitation

L'influence de la vitesse de sollicitation sur la résistance des roches peut être évaluée à travers des essais de compression simple et de compression triaxiale. Le choix de la vitesse de sollicitation pour déterminer la résistance à la rupture de la roche est d'une grande importance car il sera possible de définir, selon la vitesse de sollicitation, une résistance à court terme et une résistance à long terme. Ainsi Tran [TRA06] propose de définir la résistance à court terme pour des vitesses de l'ordre de  $10^{-7}$  m/s. Tran précise, selon les travaux de Laigle [LAI04], la définition de la résistance à long terme du matériau se stabilise et n'évolue plus.

L'étude bibliographique montre que plus les échantillons de roches sont sollicités rapidement, plus la résistance à la rupture est élevée.

Dans le cas de la compression simple sur des échantillons de grès, Li et Xia [LI00] mesurent une augmentation de la contrainte à la rupture de 23 % en passant d'une vitesse de déformation  $\dot{\varepsilon} = 10^{-6} \text{ s}^{-1}$  à  $10^{-2} \text{ s}^{-1}$ . Une augmentation similaire (23 %, soit un rapport entre résistance à court terme et résistance à long terme de 0.81) est observée par Mahmutoglu [MAHM06] dans le cas tests sur du marbre Mugla pour des vitesses de déformation comprises entre  $\dot{\varepsilon} = 2.10^{-5}$ s<sup>-1</sup> et  $5.10^{-7} \text{ s}^{-1}$ . Tran [TRA06] rapporte, d'après les essais de Peng et Podniek [PEN72] sur du matériau "tuff", à plusieurs vitesses de chargement, que le rapport entre résistance à court terme et résistance à long terme est de 0.662.

Li et Xia [LI00] proposent, à partir de leurs essais sur du grès, la loi expérimentale suivante reliant la vitesse de déformation axiale à la contrainte à la rupture :

$$\sigma_c = A + B \arctan(\log(\dot{\varepsilon}) + C) \tag{2.20}$$

où A, B et C sont des constantes obtenues par calage sur les points expérimentaux.

D'autres relations entre la vitesse de déformation axiale et la contrainte à la rupture sont proposées. En l'occurence Tran [TRA06] cite la loi proposée par Sahli [SAH90], qui est de la forme :

$$\sigma_c = A \log(\dot{\varepsilon}) + B \tag{2.21}$$

où A et B sont des constantes obtenues sur des essais de compression uniaxiale sur de la marne gréseuse.

Cette évolution de la contrainte à la rupture en fonction du logarithme de la vitesse de déformation est retrouvée dans les essais triaxiaux de Masuda [MAS01]. Pour différentes pressions de confinement (0.1, 50, 100 et 200 MPa), et pour des états secs ou saturés, Masuda retrouve la relation  $\sigma_c = A \log(\dot{\varepsilon}) + B$ , sur des échantillons de granite et d'andésite pour des vitesses de déformation allant de  $10^{-4}$  s<sup>-1</sup> à  $10^{-8}$  s<sup>-1</sup>. Les essais de Masuda [MAS01] mettent en évidence l'influence de la vitesse de sollicitation qui est plus marquée pour les valeurs les plus élevées de la pression de confinement.

## 2.6.2.2 Degré d'altération de la roche

Genevois et Prestininzi [GEN79] évaluent l'influence du degré d'altération de la roche sur la résistance à la rupture à partir d'essais de compression uniaxiale avec fluage sur des échantillons de roches granitiques. Le degré d'altération Ia défini par [GEN79] est exprimé par le rapport :

$$Ia = \frac{\text{quantité de feldspaths altérés}}{\text{feldspaths totals}}$$
(2.22)

Les essais révèlent une diminution de la contrainte à la rupture avec le degré d'altération.

## 2.6.2.3 Pression de confinement

Il existe peu de bibliographie concernant l'influence de la pression de confinement sur les déformations de fluage.

Les essais menés par Maranini et Brignoli [MARA99] sur un calcaire provenant du sud de l'Italie (Pietra Leccese), montrent que les déformations de fluage augmentent avec la pression de confinement. Pour une pression de confinement comprise entre 0 et 10 MPa, les échantillons révèlent une évolution significative du comportement du matériau dans le temps pour de fortes contraintes déviatoriques (i.e près de la rupture). Pour des pressions de confinement plus élevées (entre 15 et 30 MPa), les déformations de fluage sont significatives cette fois-ci dès le début des essais, donc pour de faibles déviateurs. Ces essais sont menés durant une centaine d'heures. Ajoutons que la contrainte à la rupture est réduite par rapport à des essais triaxiaux menés à court terme : pour une pression de confinement  $\sigma_3 = 30$  MPa, la contrainte de rupture diminue de 50 % alors que la déformation axiale est 5 à 10 fois plus grande.

Tran [TRA06] rapporte à ce sujet, les résultats d'essais de fluage menés par Schmidtke et Lajtaï [SCH78], sur du Granite du Lac du Bonnet (Canada) pour des pressions de confinement comprises entre 95 et 105 MPa : le rapport entre la valeur à long terme et à court terme est compris entre 0.475 et 0.545, ce qui est comparable aux essais de Maranini et Brignoli [MARA99]. Ajoutons pour compléter, que le rapport de la résistance à la rupture en compression simple entre un essai à long terme et à court terme mesuré par [SCH78] est égal à 0.62.

D'après les essais de Kranz [KRA80] menés sur du granite (nommé Barre Granite) pour différentes pressions de confinement (cités par Amitrano [AMI06]), il semblerait que le temps à la rupture augmente avec la pression de confinement. On pourrait expliquer ce phénomène par le fait que la pression de confinement a tendance à fermer les micro-fissures présentes dans l'échantillon. Ce propos peut être appuyé par les travaux de Golshani *et al.* [GOL06] qui soulignent que les mécanismes de rupture changent selon la valeur de la pression de confinement appliquée, d'après les travaux de Scholtz [SCH068], Horii et Nemat-Nasser [HOR86], Oda *et al.* [ODA02] etc. Ces derniers ont de plus remarqué que la rupture dans des essais de compression simple (à court terme) survenait à des densités de micro-fissures inférieures à celles des essais triaxiaux.

Enfin, d'après les travaux de Schmidtke et Lajtaï [SCH78], Tran [TRA06] évoque la relation entre le niveau de chargement  $\sigma_{SL}$  et le temps à la rupture  $t_f$  (en secondes) :

$$\ln(\sigma_{SL}) = 1.50 - 0.023 \,\ln(t_f) \tag{2.23}$$

avec  $\sigma_{SL} = 100\sigma/\sigma_c$ , où  $\sigma$  est la contrainte appliquée et  $\sigma_c$  est la résistance à la compression simple. Il semblerait donc que plus la contrainte appliquée est élevée (et donc plus le rapport  $\sigma/\sigma_c$  est grand), plus le temps à la rupture est petit.

#### 2.6.2.4 Bilan

L'étude bibliographique a montré que plus les échantillons de roches sont sollicités rapidement, plus la résistance à la rupture est élevée. D'autre part, on peut remarquer que le rapport de la résistance à court terme et la résistance à long terme est variable selon la nature de la roche et son degré d'altération (mais dans tous les cas, la résistance à long terme est inférieure à la résistance à court terme).

Pour ce qui est de l'influence de la pression de confinement, il semblerait que les déformations apparaissent plus tôt lorsque la pression de confinement est élevée, cependant la rupture semblerait arriver plus tard, plus la pression de confinement est élevée (la pression de confinement aurait tendance à fermer les microfissures). Enfin, il semble que les déformations d'un échantillon dépendent surtout du rapport entre la contrainte appliquée et la résistance à la compression simple de la roche.

## 2.6.3 Comportement à long terme des matériaux granulaires

Peu d'essais expérimentaux ont été réalisés en vue d'étudier le comportement à long terme des enrochements. Par contre le comportement à long terme de milieux granulaires comme le sable a été plus largement étudié (par exemple [DPR96, LAD97, DPR00]). Dans l'ingénierie géotechnique les problèmes de tassements sur ouvrages en terre (fondations, remblais) sont bien connus et l'estimation des tassements de fluage sont l'objet de nombreuses recherches depuis les années 1940 : [TAY40, BJE67, BER72, LADD77, LER85, YIN96] cités par [YIN99]. Beaucoup de travaux utilisent une fonction logarithmique pour modéliser les tassements de fluage (ou indice des vides). Ainsi d'après Nash et Ryde [NAS01] la variation de l'indice des vides au cours du fluage (pour des contraintes effectives constantes) est usuellement décrite par la loi suivante :

$$\Delta e = C_{\alpha} \Delta \log t \tag{2.24}$$

avec *e* l'indice des vides,  $C_{\alpha}$  le coefficient de consolidation secondaire. McDowell et Khan [DOW03] écrivent cette relation un peu différemment, selon [LAD98], qui exprime les déformations de fluage proportionnelle au logarithme du temps :

$$\varepsilon = C \log t / t_0, \tag{2.25}$$

avec  $t_0$  le temps à partir duquel les déformations de fluage sont mesurées. McDowell et Khan [DOW03] ont voulu vérifier l'évolution des tassements en fonction du temps. Afin d'expliciter

le comportement à long terme des matériaux granulaires les auteurs ont utilisé des pâtes alimentaires<sup>1</sup>. Ils justifient l'usage de ce matériau au vu des essais œdométriques de McDowell et Humphreys [DOW02], qui ont montré que les cornflakes, rice krispies, pâtes et sable présentaient un comportement essentiellement identique. McDowell et Khan [DOW03] ont choisi d'utiliser ce type de pâtes comme matériau modèle, de surcroît car elles présentent un indice des vides interne élevé, ce qui induit des déformations de fluage significatives, et pour des temps d'essais faibles (24 heures).

Les résultats montent que les tassements observés sous chargement constant sont proportionnels au logarithme du temps. Des essais menés sur du sable mais pour des chargements supérieurs montrent la même tendance. Les auteurs vérifient que les déformations observées sur les pâtes sont dues à des ruptures du matériau, ce qui justifie l'utilisation de ce matériau modèle.

McDowell et Humphreys [DOW02] proposent un modèle micromécanique afin de tenir compte de ces constatations : pour cela ils reprennent les travaux de McDowell et Bolton [DOW98] sur les fragmentations successives des particules les plus petites lorsque la contrainte augmente au cours d'un essai œdométrique. McDowell et Bolton [DOW98] ont montré l'existence d'une droite de compression (ou NCL, voir Eq.2.18) décrite par :

$$e = e_c - \lambda \, \ln(\sigma/\sigma_c) \tag{2.26}$$

avec *e* l'indice des vides,  $\sigma_c$  une contrainte appartenant à la NCL et  $e_c$  l'indice des vides correspondant à la contrainte  $\sigma_c$ .  $\lambda$  est la pente de la droite de compression.

D'après [DOW98], la contrainte appliquée  $\sigma_c$  est proportionnelle à la résistance moyenne  $\sigma_s$  des plus petits grains :

$$\sigma_c = k \,\sigma_s. \tag{2.27}$$

Enfin, McDowell et Humphreys [DOW02] utilisent les résultats établis dans la littérature sur les céramiques, qui montrent que la résistance de ce matériau dépend du temps. Ainsi si  $\sigma_{s0}$  est la résistance mesurée au temps  $t = t_0$ , alors la résistance  $\sigma_s$  après un temps t vaut :

$$\sigma_s = \sigma_{s0} (t_0/t)^{1/n}, \tag{2.28}$$

où n est un exposant illustrant la vitesse de fissuration. En combinant les équations (2.27) et (2.28) dans (2.26), on obtient :

$$e = e_c - \lambda \, \ln(\frac{\sigma}{k\sigma_{s0}}) - \frac{\lambda}{n} \, \ln(\frac{t}{t_0}).$$
(2.29)

L'évolution de l'indice des vides vaut ainsi, d'après :

$$\Delta e = \frac{\lambda}{n} \ln(\frac{t}{t_0}) = \frac{2.3\lambda}{n} \log(\frac{t}{t_0}). \tag{2.30}$$

La variation de l'indice des vides est ici proportionnelle au logarithme du temps.

Oldecop et Alonso [OLD02] ont quant à eux, étudié l'effet du temps sur la déformation des enrochements pour différentes humidités. Pour cela, ils sont laissé fluer des échantillons œdométriques pour différentes contraintes. Le résultat émanant de ces essais est que les déformations suivent également une relation linéaire selon le logarithme du temps (après 10 minutes de chargement). Ces droites sont appelées par Oldecop et Alonso *droites de fluage normales* ou *Normal Creep Lines* (NCRL). Chaque NCRL est unique pour chaque paire de valeurs *contrainte-humidité*.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Il s'agirait vraisemblablement de pâtes en forme de coquillage nommées "conchiglie".

Il faut noter que chaque essai ne dure que 16h environ.

Ces deux types d'expérimentations sembleraient aller donc dans le même sens : les déformations de fluage observées pour les milieux granulaires sont proportionnelles au logarithme du temps. Mais on peut se demander comment évoluent les tassements des temps supérieurs : suivent ils toujours une loi en logarithme ou une autre loi?

À l'inverse les travaux de Yin [YIN99] citent des expérimentations menées par Berre et Iversen [BER72] et par Leroueil *et al.* [LER85] (sur des matériaux argileux et sableux) où la pente de la courbe donnée par l'équation (2.24) décroît dans le temps, ce qui signifie donc que la vitesse des tassements diminueraient dans le temps. Yin [YIN99] souligne que l'usage de cette équation n'est pas correcte pour des temps infinis car elle prédit des tassements ou déformations infinis, qui ne correspondent pas aux résultats expérimentaux auxquels il fait référence. Cette relation si souvent utilisée surestimerait donc les tassements de fluage. Yin propose une relation hyperbolique exprimant les tassements de fluage en fonction du temps :

$$\Delta \varepsilon = \frac{\psi'_0 \ln[(t+t_0)/t_0]}{1+\psi'_0 \Delta \varepsilon_1 \ln[(t+t_0)/t_0]}$$
(2.31)

où  $\Delta \varepsilon$  est la variation de déformation de fluage, et t le temps de fluage correspondant à un incrément de fluage  $\Delta \varepsilon$ . Les quantités  $\psi'_0$ ,  $t_0$  et  $\Delta \varepsilon_1$  sont des constantes. Les matériaux étudiés par Yin sont des dépôts marins composées d'argile, limon, et sable. On peut se demander si cette relation reste valable pour un milieu totalement sableux et sans éléments cohésifs.

Au vu de ces résultats contradictoires, il est difficile de se prononcer sur l'évolution des déformations de fluage de milieux granulaires. Le manque de données dû au faible nombre d'essais, et les plages de temps testées relativement courtes, ne nous permettent pas de conclure sur la forme de l'évolution des déformations de fluage : il faudrait disposer d'autres données de fluage sur des durées plus longues.

## 2.6.4 Évolution du coefficient de frottement local sur le long terme

On étudie ici principalement les travaux de [CAM74] qui ont évalué le coefficient de frottement local de plusieurs roches et dans différentes conditions. On note que le coefficient de frottement local évolue de manière differente selon la nature de la roche d'après les expérimentations de Cambou [CAM74]. Les essais ont été réalisés sur cinq types de roches de duretés et de compositions minéralogiques différentes, provenant de matériaux de barrages principalement : Basalte de San Francisco (USA), Diorite du barrage 'El Infiernillo' (Mexique), Gneiss du barrage 'Mica' (Canada), Metagrauwacke du barrage 'Chivor' (Colombie), Calcaire du barrage 'La Angostura' (Mexique).

Sans considérer encore l'évolution sur le long terme on notera tout d'abord une différence de comportement au cours du frottement selon la dureté de la roche d'après [CAM74]. Les essais sont effectués sur des surfaces planes de roches pour des forces normales petites (comprises entre 10 et 140 N). Cambou note que les roches les plus homogènes (calcaire, basalte) ont un coefficient de frottement un peu plus élevé que celui des les autres roches (gneiss, metagrauwacke, diorite) :  $\mu = 0.55$  contre 0.46. Ces dernières, qui sont en sorte des agglomérats, paraissent à l'œil nu

plus hétérogènes. Cambou suggère que les joints entre les différents minéraux, qui représentent certainement des zones faibles, se fracturent ou se cisaillent plus facilement. Ces zones n'existant pas dans le calcaire ou la basalte, leur coefficient y est donc supérieur. Au cours des essais de frottement Cambou note une différence de comportement également selon la dureté de la roche :

- les zones de contact entre deux surfaces planes de roches dures se polissent;
- les zones de contact entre deux surfaces planes de roches peu dures se rayent si la force normale appliquée est assez importante.

Le coefficient de frottement augmente après altération dans le cas des roches homogènes ( $\mu = 0.55 \rightarrow 0.80$ ). Il évolue de façon moins significative pour les roches hétérogènes (légère augmentation ou quasi-constance observée).

Les divers essais réalisés par [CAM74] ont montré que l'histoire des surfaces en contact a une influence très importante sur la valeur du coefficient de frottement. Suivant que la roche est plus ou moins dure et suivant l'état de surface, il se produit, aux points de contact différents types d'altérations au cours de l'essai de frottement. Les phénomènes qui paraissent prépondérants au cours du frottement sont les suivants :

- le cisaillement du matériau au sommet des aspérités en contact (il se produit en général dans le cas de roches tendres);
- la fracturation à la base des aspérités en contact (elle se produit en général pour des surfaces planes non polies de roches dures);
- l'arrachement important de matière aux points de contact (il se produit pour des surfaces rugueuses de roches quelle que soit leur dureté).

Ainsi Cambou montre que le coefficient de frottement dépend notablement de l'altération des surfaces de contact, et en particulier il augmente avec le nombre d'essais réalisés en un même point.

Concernant le comportement à long terme, et donc en tenant compte de l'altération des roches, nous pouvons retenir que pour certaines roches (calcaire, basalte) le coefficient de frottement au niveau de la surface de contact augmente considérablement à cause de l'altération. Dans le cas de roches tendres pour lesquelles le frottement se traduit par le cisaillement au sommet des aspérités (comme le gneiss ou la diorite), les expériences ont révélé que le coefficient de frottement ne dépend pratiquement pas de l'état de surface initial, l'altération des joints de contact ne provoque pratiquement pas de changement du coefficient de frottement. Le coefficient de frottement local n'étant que très peu influencé par l'altération pour ces roches, nous pouvons considérer alors que le coefficient de frottement ne change pas au cours du temps.

Concernant l'influence du chargement, Tran [TRA06] rapporte que le coefficient de frottement est généralement constant ou s'accroît avec le chargement. Cambou [CAM74] vérifie également que le chargement a une influence sur l'altération des surfaces en contact. Les travaux de Byerlee [BYE78] montrent que pour des contraintes normales faibles, le coefficient de frottement est fortement dépendant de la rugosité de surface, alors que pour des contraintes normales élevées, cet effet est diminué et la friction est presque indépendante de la nature de la roche. Dans son étude bibliographique, Tran met également l'accent sur la dépendance du comportement du contact en fonction du temps [DIE72, HAN72, WAV73, VUT78]. D'après les résultats expérimentaux de [HAN72] et [DIE72] Tran rapporte que le résidu ultime de l'angle de frottement est plus grand à long terme qu'à court terme.

Les études et expérimentations sur le coefficient de frottement sont délicates : Byerlee souligne à ce propos [BYE78] que pour des contraintes normales faibles, la valeur de la force tangentielle requise pour générer le glissement d'une roche sur une autre varie largement selon les expérimentations publiées dans la littérature. On retiendra cependant que le coefficient de frottement et son évolution en fonction du temps varient selon la roche testée et la nature des surfaces en contact. Le coefficient de frottement peut augmenter ou rester constant dans le temps selon la nature de la roche d'après [CAM74] car les débris générés peuvent être comprimés entre les deux surfaces en contact, mais qu'également il peut diminuer dans le cas où les débris de matière générés, plutôt résistants, vont s'avèrer jouer le rôle de rouleaux, ce qui va favoriser les glissements. Il est clair que ces différents phénomènes vont cohabiter, dans certaines conditions ils pourront se compenser ou dans d'autres conditions, l'un va prendre le dessus sur l'autre.

## 2.6.5 Propagation subcritique de la fissuration

Nous allons clore cette partie consacrée au comportement à long terme en introduisant le concept de propagation subcritique de la fissuration. La propagation de la fissuration peut se faire en effet à des vitesses relativements lentes, générant des déformations progressives du matériau.

## 2.6.5.1 Notions sur les conditions de propagation des fissures

L'étude des conditions des propagations de fissure peut se faire selon deux approches, basées l'une sur l'analyse des champs de contraintes, l'autre sur l'énergie potentielle de la structure fissurée. Nous allons ici évoquer brièvement quelques notions permettant de comprendre les phénomènes de base dans la propagation de la fissuration.

#### Approche locale de la rupture

La mécanique de la rupture est basée sur le fait que dans un corps, au voisinage d'un défaut ou fissure, de fortes concentrations locales de contraintes et de déformations réduisent la résistance du corps. Ceci car la présence de fissures induit une singularité des contraintes en pointe de fissure. Les fissures sont caratérisées par un facteur d'intensité de contrainte noté K. Il mesure la sévérité de la singularité des contraintes en pointe de fissure, dépendent du chargement appliqué ainsi que de la géométrie de la structure de l'échantillon fissuré (dimension de l'échantillon, longueur de la fissure). La relation entre la contrainte moyenne  $\sigma$ , le facteur d'intensité de contrainte K et la taille du défaut peut être exprimé, en mode I (ouverture des lèvres de la fissure) par :

$$K = \sigma \sqrt{\pi a} \tag{2.32}$$

avec  $\sigma = F/S$ , (F étant la force totale exercée sur le corps et S l'aire de la section dans le plan du défaut) et a la demi longueur de fissure. Notons que la relation (2.32) n'est valable qu'en 2D et pour un milieu infini. C'est Irwin [IRW58] qui propose un critère qui porte sur les facteurs d'intensité de contrainte. En mode I (mode considéré comme le mode le plus important en mécanique de la rupture), l'auteur postule qu'il existe une valeur critique de  $K_I$ , appelée tenacité et notée  $K_{IC}$ , telle que si  $K_I < K_{IC}$ , la fissure ne puisse pas se propager, tandis que si  $K_I$ atteint cette valeur, elle puisse le faire.  $K_{IC}$  est supposé être une caractéristique du matériau indépendante de la géométrie de l'échantillon testée.

#### Approche énergétique de la rupture fragile

Griffith, quant à lui a étudié la propagation des fissures en terme d'énergie. Il a émis l'hypothèse que la rupture est consommatrice d'énergie proportionnelle à l'aire créée. Cette énergie est appelée énergie de surface  $\gamma$  (notée  $\Gamma$  dans l'équation 2.18). Elle est admise comme caractéristique du matériau. L'énergie consommée lors de la rupture est d'origine diverse : il peut s'agir principalement d'énergie nécessaire à la décohésion atomique ou à la relaxation du réseau cristallin. Le critère de propagation s'écrit :

$$G > G_c = 2\gamma. \tag{2.33}$$

G est appelé taux de restitution d'énergie ou énergie d'avancement de la fissure et  $G_c$  est l'énergie critique d'avancement de fissure.

## 2.6.5.2 Propagation subcritique

Ce sont de nombreuses études sur les métaux qui ont permis de montrer que les fissures évoluent bien avant d'atteindre la condition de propagation décrite dans les paragraphes précédents. Les fissures peuvent ainsi se propager pour des valeurs de  $K_I < K_{IC}$  ou de  $G < G_c = 2\gamma$ . Cette propagation est dite subcritique (Atkinson et Meredith [ATK87], Costin [COS87]). L'évolution se fait alors à des vitesses relativement lentes (de  $10^{-1}$  à  $10^{-9}$  m/s) et est supposée être à l'origine de l'évolution du taux de déformation dans le temps pour beaucoup de matériaux [SWA84]. Le taux d'extension subcritique de la fissure est en général relié à  $K_I$  sous forme de loi puissance :

$$\nu = A_1 K_I^n \tag{2.34}$$

ou de loi exponentielle :

$$\nu = A_2 \exp(b_2 K_I) \tag{2.35}$$

d'après Wiederhorn et Boltz [WIE70] où A, b, et n sont des constantes empiriques. Le taux d'extension subcritique de la fissure peut également être exprimé en fonction du taux d'énergie libérée  $G_1$  ( $G_1$  proportionnel à  $K_I^2$ ) d'après Lockner [LOC93] :

$$\nu = A_3 \exp(b_3 G_I) \tag{2.36}$$

où  $A_3$  et  $b_3$  sont des constantes empiriques. Cette propagation subcritique est principalement déclenchée par la présence de fissures ou micro-fissures préexistantes [NAR06] et par la nature du milieu environnant. Nous verrons par la suite que cette dépendance au milieu environnant est essentielle pour expliciter les tassements observés sur les barrages en enrochements sous charge constante.

## 2.7 Influence de l'eau sur le comportement des roches et des enrochements

Les tassements importants observés sur les recharges en enrochements lors du remplissage de barrages ont amené des interrogations sur l'influence de l'eau sur le comportement mécanique des enrochements. Le phénomène d'effondrement sous mouillage a été alors mis en évidence : ce phénomène consiste en une diminution du volume du milieu granulaire sous charge constante suite à l'addition d'eau.

Les essais permettant de comprendre les phénomènes d'effondrement sous mouillage sont de deux types : chemin œdométrique avec saturation sous charge constante et chemin triaxial avec saturation sous déformation constante [VEI83, FRA82, NOB72, JUS91, ANT99].

 Les essais œdométriques mettent en évidence les effets de l'eau sur la compressibilité du matériau. Ces essais montrent un tassement de l'échantillon lors de la saturation sous sollicitation constante et une compressibilité du matériau plus importante que celle du matériau sec;  Les essais triaxiaux mettent en évidence les effets de l'eau sur la rupture du matériau. Les essais montrent une chute du déviateur des contraintes lors de la saturation de l'échantillon sous déformation constante.

Les phases de consolidation isotrope des essais triaxiaux montrent que l'influence de l'eau est nulle sous ce type de sollicitation [VEI83].

Afin d'expliciter correctement ce phénomène, il est nécessaire de revenir en premier lieu à l'échelle de la roche, sur des essais menés sur des éprouvettes régulières, et donc où la forme n'a pas d'influence sur le comportement. Les deux paragraphes suivants sont étroitement liés : on présente d'abord les principaux résultats de différentes expériences sur des éprouvettes rocheuses dn présence d'eau (paragraphe 2.7.1) pour ainsi aborder une des principales explications donnée dans la littérature pour expliciter ce comportement (paragraphe 2.7.2). Nous passons ensuite à l'échelle du tas de grains en évaluant l'influence de l'eau sur le coefficient de frottement local pour enfin parvenir à expliciter le phénomène de contraction sous mouillage.

## 2.7.1 Influence de l'eau sur la résistance des roches

Une invasion d'eau à l'intérieur de la roche affecte sa résistance à travers deux mécanismes de nature différente : effets mécaniques et physico-chimiques.

Le comportement mécanique macroscopique des roches depend des propriétés mécaniques de la matrice équivalente, qui peut être composée de plusieurs phases : liquide, solide et gazeuse. D'un point de vue mécanique, lorsque de l'eau est présente dans les pores des roches, celle-ci génère des forces de tension capillaire proportionnelles à la courbure des ménisques. Quand la teneur en eau est faible, l'eau n'inonde pas complètement les pores et la courbure du ménisque est prononcée. Les forces de tension capillaire sont donc élevées et permettent de soulager une partie des contraintes. Par contre quand le milieu est complètement saturé, les forces de tension superficielle diminuent et sont trop faibles pour avoir un effet significatif, ce qui provoque une diminution de la résistance de la matrice solide, comme le soulignent Xie et Shao [XIE06]. Ce mécanisme d'effondrement des pores lorsque les forces de tensions capillaires sont trop faibles génère une compaction instantanée de la matrice d'après les expériences de Xie et Shao [XIE06], sur les craies très poreuses. Il est intuitif de penser que ce phénomène est d'autant plus prononcé que la roche est poreuse. Le phénomène de **serrage capillaire** énoncé ici représenterait donc l'effet mécanique associé à l'action de l'eau dans les micro-fissures.

L'influence de l'eau sur la résistance à la rupture a été étudiée par plusieurs auteurs : Talesnick et al. [TAL01] ont réalisé de essais de compression et de traction radiale sur des échantillons de craie Marasha très poreuse (figure 2.11), Collin et al. [COL02] ont également mené des essais de compression sur des échantillons de craie Lixhe aussi très poreuse (porosité  $\approx 40\%$ ). Les essais montrent une diminution d'environ 50 % de la résistance à la compression des roches lorsqu'elles sont totalement saturées. La pente de la courbe ( $\sigma - w$ ) est fortement marquée pour les teneurs en eau faibles, signe que c'est pour de faibles teneurs en eau que la résistance de l'ordre de 20 % pour des teneurs en eau de 5 %. Nous pouvons également noter que la résistance à la traction suit la même évolution que la diminution de la résistance à la compression (courbure marquée pour de faibles teneurs en eau) mais cette diminution, en pourcentage semble plus élevée. Talesnick *et al* [TAL01] remarquent de la même manière une diminution nette du module d'élasticité E pour de faibles teneurs en eau.

La diminution de la résistance des roches en condition saturée par rapport à la résistance



FIG. 2.11 – Résistance de la craie Marasha en fonction de la teneur en eau, d'après [TAL01].

en condition sèche est soulignée également par les travaux de [BRO79, GOU91, BEC04,etc] et peut s'expliquer par la diminution de l'énergie de surface et donc de la contrainte nécessaire pour ouvrir les fissures en présence d'eau. D'après Tran [TRA06], [BRO79] note une diminution d'autant plus forte que la roche est fracturée à l'origine. Le tableau (2.1) résume les variations de résistance mesurées dans des conditions sèches et saturées, dans le cas d'essais de compression uniaxiale.

Type de roche	$\sigma_c \ sec \ (MPa)$	$\sigma_c \ saturée \ (MPa)$	Réduction $(\%)$
Quartziorite [BRO79]	241	162	33
Gabbro [BRO79]	324	189	42
Gneiss [BRO79]	179	84	53
(perpendiculaire à la foliation)			
Gneiss [BRO79]	184	115	38
(parallèle à la foliation)			
Calcaire de Tonerre [GOU91]	72	27	62
Calcaire de Chauvigny [GOU91]	42	19	55
Calcaire de Lavoux [GOU91]	30	19	37
Craie de Lixhe [GOU91]	7.7	3.6	53
Craie de Marasha [TAL01]	5	3	40
(perpendiculaire à la foliation)			
Tuffeau [BEC04]	12	4.75	
Pierre de Sébastopol [BEC04]	10.1	6.4	60

TAB. 2.1 – Résistances en compression sèche et saturées pour différentes roches

Masuda [MAS01] a également mis en évidence la diminution de résistance de roches granitiques ou d'andésite saturées mais sous sollicitation triaxiale, sous plusieurs pressions de confinement (de 0.1 à 200 MPa) et sous plusieurs vitesses de sollicitation (de  $10^{-4}$  à  $10^{-8}$  s<sup>-1</sup>). La perte de résistance y est cette fois-ci plus faible, de l'ordre de 5 % pour les roches saturées, une explication possible serait que les roches granitiques étudiées sont moins poreuses que les craies étudiées précédemment. Une autre explication consiste à considérer que la pression de confinement a tendance à fermer les micro-fissures, ce qui diminue l'effet de dégradation possible de l'eau sur la roche.

D'autre part, on retrouve dans les essais de Masuda [MAS01] que la pression de confinement influe sur la valeur du pic de résistance des échantillons : plus la pression de confinement est élevée, plus la résistance à la rupture est élevée, et ceci est valable que les échantillons soient secs ou saturés. On retrouve également l'influence de la vitesse de sollicitation évoquée dans (2.6.2.1) : la valeur du pic de résistance augmente avec la vitesse de sollicitation. On remarque de plus, que la variation le vitesse de sollicitation ne semble pas affecter l'écart entre les valeurs de résistance à la rupture de la roche sèche et saturée pour chaque vitesse.

Lajtai *et al.* [LAJ87] ont mesuré de leur coté, une diminution du temps de rupture d'échantillons de granite saturés du Lac du Bonnet, par rapport à des échantillons secs, soumis à la même sollicitation de fluage.

Il est intéressant de noter la procédure mise en oeuvre pour saturer les échantillons dans la plupart de ces essais : les échantillons secs ont été dégazés puis immergés dans des récipients remplis d'eau, le dégazage étant réalisé afin de faciliter la circulation d'eau dans le réseau poreux.

Rzadkowski et Zurek [RZA70] avaient déjà souligné ce phénomène de perte de résistance avec l'eau. Ils ont évalué la variation de résistance de roches de Flysch (grès et schistes) en fonction du temps : ces roches ont été maintenues sous l'eau ou à l'air pendant plus d'un an après leur extraction (figure 2.12). Leurs expériences montrent que les échantillons sont moins résistants en présence d'eau et avec le temps : la diminution de résistance des roches stockées à l'état sec n'a lieu cependant que durant les cinq premiers mois, alors que la résistance des roches stockées sous l'eau n'a pas tendance à se stabiliser dans le temps.

La perte moyenne de résistance des échantillons secs par rapport aux échantillons saturés s'élévait à 40% trois mois après l'immersion et 67% après un an.

Rzadkowski et Zurek [RZA70] ont poursuivi leurs investigations en examinant l'évolution de l'écrasement d'arêtes rocheuses (cubes de grès à arêtes vives) en fonction de la valeur de la charge et de l'humidité. Les courbes montrent une plus grande déformabilité du contact lorsque celui-ci est humidifié.

Clements [CLE81] met en evidence également la déformabilité d'une arête rocheuse (figure 2.13) : lorsque celle-ci est subitement saturée, les déformations mesurées s'accélèrent. Clements met ainsi en évidence par cette expérience l'origine du mécanisme d'effondrement sous mouillage que nous détaillerons par la suite.

## 2.7.2 Influence de l'eau sur la propagation de la fissuration

Nous avons vu que la présence d'eau peut produire la rupture d'échantillons de roches ou de blocs rocheux à des niveaux de contrainte plus faibles que dans le cas de matériaux secs. Non seulement la résistance à court terme (instantanée) est affectée par la présence d'eau mais la résistance à long terme des roches l'est également. Le mécanisme le plus souvent cité pour expliquer cette dépendance au temps et au milieu environnant de la fissuration est le mécanisme de corrosion sous fatigue ou sous contrainte, favorisé aux points fortement sollicités [WIE67, KRA80, SWA84, ATK87, COS87, LOC93, MAI99, OLD01]. Comme évoqué dans le paragraphe 2.6.5.2, il a été observé que la micro-fissuration pouvait se développer pour des valeurs du facteur d'intensité de contraintes  $K < K_c$ : c'est le développement subcritique de la fissuration. Celui-ci



FIG. 2.12 – Résistance des roches de Flysch en fonction de la durée de leur séjour à l'air libre (courbe 1) et dans l'eau (courbe 2), d'après [RZA70].



FIG. 2.13 – Inondation d'une arête d'enrochement, d'après [CLE81].

se produit sous l'effet de phénomènes de fatigue ou d'actions physico-chimiques.

Swanson [SWA84] ainsi que Nara et Kaneko [NAR05] ont mesuré la vitesse de propagation de fissuration pour différentes humidités relatives à l'aide de l'essai de *Double Torsion* (DT). Les vitesses de propagation de la fissuration ont été mesurées sur des échantillons d'andésite de Kumamoto dans les essais de [NAR05]. L'essai DT consiste à mesurer la vitesse de propagation de la fissuration de roche sous chargement. La figure (2.14) présente la configuration de chargement de l'essai DT. Les longueur, largeur et épaisseur de l'échantillon sont désignées respectivement par L, W et d. Une rainure réduisant l'épaisseur de l'échantillon (l'épaisseur réduite est  $d_n$ ) est créée de façon à guider la fissuration sur toute la longueur de l'échantillon. On applique un chargement P/2 de part et d'autre de la rainure ainsi qu'aux extrémités de l'échantillon en sens opposé.

L'influence de l'humidité relative mesurée par [NAR05] est illustrée à partir de la figure (2.15). Ainsi plus la pression de vapeur est importante, plus la vitesse de propagation est élevée.



FIG. 2.14 – Configuration du chargement pour un essai de double torsion, d'après [NAR05].

Nara et Kaneko [NAR05] proposent d'utiliser la relation liant la vitesse de propagation de la fissuration à K et RH proposée par les travaux de Wiederhorn *et al.* [WIE80] et Freiman [FRE84] sur des céramiques et du verre. Ils utilisent une formulation thermodynamique du problème de corrosion sous contrainte, appliquée au niveau des fissures en présence d'eau, ce qui permet d'exprimer la vitesse de propagation comme une vitesse de réaction :

$$V = V_0(RH) \exp(\frac{-E^+ + \beta K}{RT})$$
(2.37)

où RH est l'humidité relative, K le facteur d'intensité de contrainte au niveau de la fissure, R la constante des gaz parfaits, T la température absolue. Le terme  $E^+ - \beta K$  représente l'énergie d'activation de la réaction où  $E^+$  contient les termes d'énergie qui ne dépendent pas de la contrainte. Le terme  $\beta K$  représente le travail mécanique entre les états initiaux et sous contrainte. Les paramètres  $E^+$ ,  $V_0$  et  $\beta$  dépendent des propriétés du matériau et de l'environnement.

Cette formulation se base sur l'existence de processus physico-chimiques intervenant au niveau des lèvres et fonds des fissures où sont concentrées les contraintes : on admet que les liaisons interatomiques et intermoléculaires dans les zones de concentration de contraintes sont plus vulnérables sous l'action d'un liquide corrosif tel que l'eau que hors des zones de concentration de contrainte à l'intérieur du même matériau. L'eau réagit, par exemple, avec la silice contenue dans les roches siliceuses en détruisant la liaison Si-O. Ce processus est décrit par la réaction



FIG. 2.15 – Diagramme schématique présentant l'influence du facteur d'intensité de contrainte et de l'humidité sur la vitesse de propagation de la fissuration [NAR05].  $K_{1c}$  est la tenacité et  $K_0$  la facteur d'intensité de contrainte limite pouvant initier la corrosion.

chimique suivante, proposée par Michalske et Freiman [MIC82] et cité par [NAR05] :

$$\equiv Si - O - Si + H_2O \rightarrow 2[\equiv Si - OH]$$

Ce mécanisme de propagation subcritique est également favorisé lorsque la température augmente.

### 2.7.3 Influence de l'eau sur le coefficient de frottement local

Les résultats expérimentaux de la littérature [DUN66, CAM74, KAS85] montrent des différences d'angle de frottement en conditions sèche et saturée.

Les travaux expérimentaux de Cambou [CAM74] sur l'addition d'un liquide (eau, alcool, acétone, huile) aux points de contacts entre deux surfaces planes de roches mettent en évidence une diminution du coefficient de frottement dans la plupart des cas (calcaire, métagrauwacke, diorite, basalte). Par contre Cambou observe une augmentation du coefficient de frottement pour le gneiss. Ses travaux ont d'autre part montré une augmentation de l'amplitude des oscillations du phénomène "stick-slip" (lorsque celui-ci se produit) d'autant plus grande que le liquide est visqueux. Dans le cas de la réduction du coefficient de frottement pour les roches citées, le coefficient de frottement accuse une diminution comprise entre 6 et 18 % selon la roche. D'autres essais menés par [KAS85], cités par Tran [TRA06], constatent également qu'il y a une diminution de coefficient de frottement local en condition sèche et saturée : la diminution est de 8 à 13 % selon le degré de désintégration géologique. On peut penser que le liquide joue un rôle de lubrificateur au niveau des points de contacts ce qui favorise le glissement entre les deux surfaces.

Par contre d'autres essais [JAE69] ne montrent aucune variation sur la valeur du coefficient de frottement en passant de la condition sèche à saturée, et même une augmentation du coefficient de frottement local est mise en évidence dans les travaux de [DUN66]. Cambou [CAM74] suggère que c'est la génération de liaisons au niveau des minéraux aux points de contacts qui expliquerait cette augmentation du coefficient de frottement pour certaines roches. Notons que cette augmentation a également été mise en valeur lors d'essais sur des billes de verre immergées par Skinner [SKI69].

#### 2.7.4 Conséquence : Mécanisme d'effondrement ou de contraction sous mouillage

Nous avons énoncé les influences possibles de l'eau sur les roches et blocs rocheux. Il est important maintenant de les relier au mécanisme d'effondrement ou de contraction sous mouillage observé sur les barrages en enrochements.

Les travaux de Oldecop et Alonso [OLD01] résument les explications données par la communauté scientifique pour expliquer le phénomène. Pour Terzaghi [TER60], l'origine des déformations pourraît être la destruction des zones fortement comprimées qui entraîneraient le réarrangement de la structure dans un schéma plus stable. Après de nombreuses campagnes expérimentales menées dans les années 1960 et 1970, il est en effet déduit que ce comportement particulier est dû à la rupture des grains sous contraintes, et est accéléré par la présence d'eau. Nobari et Duncan suggèrent [NOB72] que la teneur en eau est le facteur déterminant concernant l'effondrement sous mouillage : plus la teneur en eau initiale est importante, moins le tassement sera important. Ils ajoutent que la diminution de la résistance des grains dûe à l'eau doit être le mécanisme qui déclenche l'effondrement. Clements [CLE81], a étudié le comportement de points singuliers (arêtes) de blocs rocheux. La conclusion qu'il tire de ses expériences (voir figure 2.13) est que l'addition d'eau provoque un incrément de déformation au niveau de l'angle rocheux chargé. Une des principales conclusions est que le comportement des points anguleux (zones de contact) et leur déformation sont dépendantes du temps : les déformations différées et l'effondrement sous mouillage sont donc liées au phénomène de destruction de zones fortement comprimées d'un ensemble de grains. Tous ces tests suggèrent que les déformations dans le temps et l'effondrement sont intimement liés au phénomène de rupture de grains. Les expérimentations de Anthiniac [ANT99] ont appuyé les conclusions énoncées précédemment relatives à l'écrasement des contacts qui est favorisé par l'eau. Anthiniac ajoute que la lubrification des zones de contact entre en jeu lorque le milieu est sous eau : la lubrification favoriserait les déformations irréversibles de glissement et la réorganisation du matériau. Cependant elle ne peut expliquer à elle seule l'ampleur des tassements observés [BON00] : le mécanisme d'écrasement des zones de contacts serait le mécanisme prépondérant.

Il est intéressant de noter que Anthiniac [ANT99] a également déduit de ses travaux que c'est la présence d'eau à la surface des enrochements et non l'eau interstitielle qui était à l'origine de l'effondrement sous mouillage. Oldecop et Alonso [OLD01] ont vérifié cette conclusion. Ils ont menés des essais œdométriques sur enrochements avec un système permettant de fixer l'humidité relative de manière homogène dans l'échantillon (figure 2.16). Ainsi des quantités d'eau sont ajoutées de manière contrôlée à l'état de vapeur. Un résultat important est que la déformation obtenue avec une humidité relative de 100 % est la même que la déformation obtenue par inondation de l'échantillon. Le mécanisme d'effondrement est donc bien piloté par la présence d'eau dans les fissures et pores des blocs plutôt que dans les vides interstitiels du matériau.

De plus, dans les expériences réalisées par Oldecop et Alonso, des contractions sous mouillage de 1 à 2% ont été mesurées, et il a été constaté que la quasi-totalité de l'effet de contraction sous mouillage se trouve acquise pour une teneur en eau de l'enrochement de l'ordre de 3.2%, donc très loin de la saturation. La nouvelle ligne de consolidation du matériau, obtenue en augmentant les contraintes après effet de contraction, fait apparaître une compressibilité plus forte qu'avec un matériau sec.

Les théories de propagation subcritique de la fissuration et corrosion sous contraintes en présence d'eau sont reprises par Oldecop et Alonso [OLD01] pour expliquer les tassements d'enrochements évoluant dans le temps et en présence d'eau. Ils évoquent de nombreux phénomènes susceptibles de provoquer et favoriser la rupture de grains en présence d'eau :

- perte de cohésion du matériau due à la réduction de l'énergie de liaison des minéraux d'après les travaux de Vutukuri et Lama [VUT78];
- diminution de la succion [VUT78];
- expansion de minéraux argileux [DEA78, DELG82].

Cependant, le phénomène de propagation subcritique de la fissuration semble offrir la plus valable explication aux tassements observés lors des expérimentations [OLD01]. Le modèle de propagation subcritique, proposé par Oldecop et Alonso permet d'expliquer en même temps les déformations instantanées et différées pour le cas des enrochements. On peut considérer qu'un enrochement est composé d'un certain nombre de blocs rocheux, et contiennent chacun un ensemble de microfissures. Lorsqu'une microfissure se propage et que la propagation devient instable due à la présence en même temps, de l'eau et des forces appliquées, on observe un incrément de déformation. La figure (2.17) illustre les idées développées par Oldecop et Alonso où la vitesse de propagation de la fissuration est fonction du chargement appliqué et de l'humidité relative. On peut distinguer trois zones dans ce graphique. Les fissures ayant un facteur d'intensité



FIG. 2.16 – Cellule œdométrique permettant d'étudier l'influence de l'eau sur le comportement d'enrochements, d'après [OLD01].

de contraintes  $K < K_0$  (région I) ne se propagent pas. Si un incrément de charge est appliqué la valeur de K va augmenter et les fissures pourront se situer alors dans les autres régions du graphique selon la valeur de l'incrément appliqué, la géométrie et la longueur de la fissure déjà existante. Si la valeur de K atteint la région III, et donc prend la valeur maximale de K (soit la tenacité  $K_C$ ), les fissures vont se propager instantanément et le bloc va se casser. Ceci explique la composante instantanée observée dans les tassements des enrochements. Par contre, si la valeur de K atteint la région II, les fissures se propageront mais avec une vitesse finie jusqu'à ce qu'elles rompent le bloc. Ce type de fissures serait à l'origine des déformations différées, évoluant donc dans le temps. De la même façon, une variation du taux d'humidité fait évoluer l'état de fissuration : des fissures se trouvant dans la région I peuvent commencer à se propager en raison d'une diminution de la valeur limite de  $K_0$  quand le taux d'humidité augmente. La présence d'eau induit donc un incrément de déformation supplémentaire, appelé encore déformation sous mouillage et qui ne résulte pas du chargement appliqué.

Les autres conclusions obtenues par Oldecop et Alonso sont les suivantes :

- les déformations instantanées observées sont les composantes majeures des déformations pour les états de contraintes faibles. Elles diminuent quand les contraintes augmentent et sont peu affectées par la présence d'eau;
- les déformations observées dans le temps sont faibles pour de faibles contraintes et pour les états secs. A partir d'un certain seuil ces déformations sont affectées par la présence d'eau;
- sous de faibles contraintes le matériau se déforme peu sous eau, et developpe même une légère expansion; sous de fortes contraintes un tassement important est mesuré;
- une unique droite de compression normale (NCL) est obtenue pour une teneur en eau donnée;
- enfin la compressibilité des enrochements testés dépend de la valeur de la teneur en eau.



 $K_0$  = Stress corrosion limit,  $K \le K_0 \Rightarrow$  corrosion reaction arrested  $\Rightarrow$  no propagation

FIG. 2.17 – Propagation subcritique en milieu humide [OLD01].

A partir de ces conclusions Oldecop et Alonso [OLD01] ont établi un modèle relatant les mécanismes de déformations subis par les enrochements chargés et en présence d'eau. Ce modèle reprend en partie les idées de McDowell et Bolton [DOW98] qui reposent sur l'écrasement successifs des plus petits grains, et s'appuie sur les théories de la propagation subcritique de la fissuration.

Deux mécanismes de déformations sont distingués :

- pour de faibles contraintes la déformation est due au réarrangement des particules (déformations instantanées);
- à partir d'une valeur seuil de contrainte, les particules s'épauffrent, et se rompent (clastic yielding).

Ce modèle exprime les relations *contraintes-déformations* sur la base de relations linéaires entre les contraintes et les déformations. Il n'inclut pas cependant la dépendance au temps. Des expériences de fluage sur échantillons œdométriques d'enrochements sont réalisées dans [OLD02].

Alonso et ses collaborateurs ont ensuite complété leurs travaux sur les enrochements en réalisant des essais triaxiaux sur des enrochements appelés crushed Cambric slate<sup>2</sup> dans [CHAV03]. L'échantillon a 25 cm de diamètre et 50 cm de hauteur. La résistance en compression  $\sigma_c$  de l'enrochement est égale à 20.5 MPa. La dimension maximale des grains est de 4 cm. Les essais sont réalisés à succion imposée. Les résultats montrent que quand la succion totale augmente (séchage), les caractéristiques mécaniques ( $\varphi$ , module) ainsi que la dilatance augmentent. Le module déviatoire du matériau saturé vaut environ la moitié du module du matériau en condition sèche. Pour la contrainte de confinement de 100 kPa, l'angle de frottement passe de sin  $\varphi = 0.83$ en condition sèche (le degré d'humidité RH=36 %) à sin  $\varphi = 0.79$  en condition humide (le degré d'humidité RH=100 %). La dilatance augmente également de façon très significative lorsqu'on passe d'un matériau humide à un matériau sec.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Matériau du barrage en enrochements 'Jiloca' à Teruel en Espagne.

## 2.7.5 Bilan : influence à court terme et à long terme de l'eau

On se limite ici à l'influence de l'eau sur un matériau granulaire sollicité sous des conditions de type œdométriques. On admettra que la plupart des ruptures de grains sont initiées par ouverture des micro-fissures près de la surface des grains, au voisinage des points de contacts où se concentrent les forces intergranulaires [FRO05].

Dans les effets à court terme, on retiendra l'influence du serrage capillaire qui provoque une modification des champs de contraintes locales en fond de fissures près de la surface des grains. Lorsque la teneur en eau augmente, l'effet bénéfique du serrage capillaire va disparaître et la présence d'eau ou l'humidité relative va induire la diminution apparente du seuil de contraintes macroscopiques entrainant la rupture des grains (diminution de K). Cette fragilisation due au mouillage, affecte d'abord la surface des grains, diminuant ainsi la résistance des aspérités superficielles, et donc affaiblit la friction physique moyenne entre grains [FRO05].Frossard [FRO05], dans son rapport intègre ces effets dans le processus clastique proposé par [DOW98], et évalue une augmentation relative de la compressibilité de 10 à 20 % due à la diminution de résistance des grains (pour une diminution de résistance due à l'eau de 10 à 20 %). Il est important de noter que la variation de compressibilité lors du mouillage soulignée par Frossard est proportionnelle au coefficient de compressibilité avant mouillage : plus un matériau est compressible avant mouillage, plus il sera exposé aux effets de contraction. Frossard insiste sur le fait que l'effet de fragilisaton des grains prédomine sur l'effet de réduction de la friction physique.

Dans les effets à long terme, on retiendra que l'action physico-chimique de l'eau altère les conditions d'équilibre physico-chimiques superficielles de la matière des grains, en affaiblissant graduellement la caractéristique matérielle d'énergie spécifique de surface  $\Gamma$ : ceci altère donc aussi la résistance des grains car le seuil de propagation de la microfissuration est proportionnel à  $\sqrt{\Gamma}$ . Frossard [FRO05] intègre encore une fois cet effet dans les équations du processus clastique et obtient, pour rendre compte des effets du vieillissement, une nouvelle valeur du coefficient de compressibilité fonction du coefficient de compressibilité initial et diminuant avec  $\Gamma$ . Dans ce processus qui s'apparente au vieillissement, le matériau tasse donc peu à peu sous charge constante mais devient de moins en moins compressible (diminution de  $\Gamma$ ).

## 2.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé les phénomènes de ruptures dans les enrochements : sous différentes conditions (temps, eau, ...) les ruptures demeurent les phénomènes principaux gouvernant le comportement des enrochements. Ces phénomènes de rupture sont influencés par la forme et la taille des blocs. Ainsi les ruptures seront d'autant plus prononcées que les grains sont anguleux à cause des fortes concentrations de contraintes générées au niveau des arêtes, qui vont provoquer plus facilement l'amorçage de la fissuration. La taille des blocs a un rôle également dans les phénomènes de ruptures. Deux phénomènes opposés sur l'effet de taille vont opérer en même temps au cours de la sollicitation. C'est la rupture préférentielle des petits grains en raison de fortes hétérogénéités de contraintes à leur niveau qui expliquerait la compressibilité des milieux granulaires. Le processus clastique expliquerait aussi l'inexorable enrichissement en petits grains souvent constaté lors de la mise en œuvre d'enrochements dans les ouvrages. Nous avons vu ensuite que le comportement des enrochements évoluent dans le temps. Concernant les effets à long terme sur les roches, plusieurs paramètres vont avoir une influence : le degré de saturation, le degré d'altération de la roche, la contrainte appliquée, la pression de confinement. La présence d'eau, l'altération des roches favorisent la propagation de la fissuration. Par contre, la pression de confinement a tendance à fermer les micro-fissures, ce qui induit des temps de ruptures plus grands plus la pression de confinement est grande. Dans tous les essais menés à long terme, la résistance à long terme est mesurée inférieure à la résistance à court terme. Le rapport entre la contrainte appliquée et la résistance à court terme est considéré comme le rapport essentiel pilotant la vitesse des déformations lors d'un essai de fluage. Concernant les effets à long terme sur les enrochements, peu d'expériences ont été effectués : toutes celles qui ont été réalisées, à notre connaissance, prédisent des tassements selon une loi logarithmique en fonction du temps, mais sont réalisées durant des plages de temps limitées, de l'ordre d'une dizaine d'heures maximum, ce qui limite la prédiction pour des temps supérieurs.

Nous avons abordé également de façon détaillée l'influence de l'eau sur le comportement des enrochements. L'influence de l'eau a des effets à court terme et sur le long terme : à court terme elle induit une contraction lors du mouillage et une augmentation de la compressibilité des enrochements. Ces effets peuvent s'expliquer par des raisons plutôt d'ordre mécanique qui induisent un changement de la répartition des contraintes en fond de fissures provoquant la diminution de la résistance de la roche. A long terme, les effets de l'eau sont d'ordre plutôt physico-chimique, le liquide va agir sur les liaisons intermoléculaires et atomiques dans les zones de concentrations de contraintes, ce qui va induire un affaiblissement de l'énergie spécifique de surface nécessaire pour rompre les grains.

Enfin, la présence d'eau, les sollicitations, et les effets du viellissement vont altérer la surface extérieure des grains en gommant et fragilisant certaines aspérités superficielles. Cette fragilisation va réduire le coefficient de frottement local entre les grains. Son évolution va dépendre cependant de la nature de la roche. En présence d'eau, ceci va générer une composante supplémentaire de tassement par réarrangement, les mouvements étant plus facilement favorisés, les blocs se trouvant déséquilibrés par la réduction du coefficient de frottement.

## Chapitre 3

# Modélisation des roches, des barrages en enrochements et des milieux granulaires

## Sommaire

3.1 Intr	oduction	62
3.2 Mod	dèles continus de comportement des roches	62
3.3 Modélisation des barrages en enrochements		
3.3.1 Modélisation continue du comportement des enrochements		
	3.3.1.1 Modèles de comportement d'enrochements secs	65
	3.3.1.2 Modélisation de l'effondrement sous mouillage : le modèle hy- droplastique (Bonellli et Anthiniac [BON00])	65
3.4 Mod	délisation discrète de matériaux granulaires : introduction du	
phéi	nomène de rupture et effets du temps	67
3.4.1	Introduction	67
3.4.2	Modélisation de la rupture	68
	3.4.2.1 Modèles phénoménologiques	68
	3.4.2.2 Modèles cohésifs	71
	Cohésion	71
	Modèles cohésifs	72
	3.4.2.3 Autres modèles	74
3.4.3	Prise en compte du comportement à long terme des roches $\ldots \ldots \ldots$	76
	$Modèle n^o 1 \dots $	77
$Modèle n^o 2 \ldots \ldots$		
$Modèle n^o 3 \ldots \ldots$		
3.5 Con	clusion-Discussion	78

## 3.1 Introduction

Afin d'avoir une vision complète de l'étendue des modélisations liées à notre problématique, nous présentons dans ce chapitre une partie des modélisations existantes dans la littérature. Plusieurs échelles étant concernées dans ce travail, nous tenterons donc d'en aborder les modèles qui s'y rapportent. L'accent est mis dans le dernier paragraphe sur la modélisation discrète de la rupture des milieux granulaires, cette approche étant retenue dans cette thèse.

## 3.2 Modèles continus de comportement des roches

Ce paragraphe traite de la modélisation continue du comportement différé des roches. L'étude ne se veut en aucun cas exhaustive, elle donnera seulement les principaux traits des modèles existants dans la littérature; ceci afin d'avoir une vision globale des bases de la modélisation continue du comportement différé. Pour une revue plus complète des modèles phénoménologiques des comportements différés des roches voir les travaux de G. Fabre [FAB05].

## Lois de fluage

Les premières lois de comportement viscoplastiques ont été établies de manière empirique. Basées sur des observations expérimentales, ces lois de fluage font intervenir le temps de manière explicite. On trouve par exemple la loi puissance :

$$\varepsilon^{vp} = Bt^{\alpha} \tag{3.1}$$

proposée pour décrire le fluage primaire des métaux mous. t est le temps,  $\varepsilon^{vp}$  la déformation viscoplastique et B une constante caractéristique du matériau. D'autres lois de type logarithmique ont été utilisées pour décrire le fluage des métaux à faible température [LEM96]. Ce type de loi prend classiquement la forme :

$$\varepsilon^{vp}(t \ge t_0) = A \ln\left(\frac{t}{t_0}\right) \tag{3.2}$$

où A est fonction du matériau et de la contrainte appliquée. L'utilisation de ces lois est souvent justifiée par de très bons calages expérimentaux sur les roches. Cependant, ces modèles n'ont pas de validité générale, une loi de comportement où le temps figure explicitement ne peut avoir pour ambition que de décrire une expérience particulière.

#### Modèles analogiques

Différents modèles analogiques ont été développés dans le but de modéliser le plus simplement possible le comportement différé des solides. Parmi ces modèles analogiques on peut citer :

- le modèle visqueux de Newton : la viscosité est modélisée par un amortisseur ;
- le modèle viscoélastique de Maxwell : l'amortissseur (viscosité) est mis en série avec un ressort (élasticité);
- le modèle viscoélastique de Kelvin : l'amortissseur (viscosité) est mis en parrallèle avec un ressort (élasticité);
- le modèle de Burger : mise en série des modèles de Kelvin et Maxwell.

Nous nous limitons à la description (brève) du modèle analogique de Bingham qui est à la base de la plupart des modèles phénoménologiques développés actuellement dans l'étude des comportements différés. Le modèle analogique de Bingham considère que les déformations différées ne se développent qu'au-delà d'un seuil de contrainte  $\sigma_0$ . Ce modèle associe en parallèle :

- un patin parfait présentant ce seuil de contrainte :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = 0 \text{ si } |\sigma| < \sigma_0 \tag{3.3}$$

– un amortisseur matérialisant la viscosité linéaire :

$$\sigma_v = \eta \, \dot{\varepsilon}^{vp} \tag{3.4}$$

Très souvent il est complété par un ressort associé en série, permettant de prendre en compte la déformation instantanée réversible (figure 3.1).



FIG. 3.1 – Représentation du modèle analogique de Bingham.

## Théorie de Perzyna et lois viscoplastiques à potentiel

La théorie de la viscosité de Perzyna fut initialement développée pour les métaux avant d'être étendue à la modélisation de comportements viscoplastiques des géomatériaux. De nombreuses lois s'appuient sur cette théorie. Nous présentons uniquement les grandes lignes de cette théorie.

Cette théorie repose sur une loi prenant la vitesse de déformation viscoplastique comme variable principale. Avec l'hypothèse d'un écrouissage positif, et en supposant que les déformations viscoplastiques se développent à volume constant, la loi d'écoulement définie par Perzyna vérifie :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = \frac{3}{2}\gamma \left\langle \Phi\left(\frac{q}{\kappa(\varepsilon^{vp})} - 1\right) \right\rangle \frac{S}{q}.$$
(3.5)

avec S le déviateur des contraintes, q le second invariant du tenseur des contraintes,  $\gamma$  la viscosité du matériau et  $\kappa$  une fonction d'écrouissage.  $\Phi(.)$  représente la fonction d'écoulement et  $\langle . \rangle$ correspondent aux crochets de Mac Cauley définis par :  $\langle \Phi(F) \rangle = \frac{1}{2} (\Phi(F) + |\Phi(F)|)$ .

Les modélisations du comportement différé des géomatériaux développés au cours des dernières années sont très souvent des variantes de la théorie de Perzyna. Afin de mieux tenir compte des observations expérimentales, notamment du comportement volumique des roches, des améliorations et adaptations de la théorie de Perzyna sont nécessaires (utilisation de lois non associées et adaptation de la loi d'écoulement).

### Modélisation de l'endommagement

La mécanique des milieux continus endommagés permet également de prendre en compte le comportement différé des roches. Un matériau soumis à un chargement peut, lorsque le niveau de contraintes est suffisamment élevé, subir des modifications irréversibles de sa microstructure de type microcavitation et/ou microfissuration. Cet endommagement se traduit par la nucléation, la croissance et la coalescence de microfissures menant souvent à la rupture de l'échantillon. On citera les travaux de [CHA77, LEM78, DRA78] qui ont contribués à l'établissement de bases thermodynamiques de l'endommagement.

L'intégration de l'endommagement dans un modèle viscoplastique nécessite la définition d'une variable d'endommagement [KAC58]. Pour cela considérons dans un solide endommagé, un Élement de Volume Représentatif du milieu et S, l'aire d'une section de volume repérée par sa normale  $\vec{n}$ . L'aire de l'ensemble des microfissures induites par l'endommagement de ce volume est noté  $S_D$ . Par définition, la variable d'endommagement est alors :

$$D_n = \frac{S_D}{S} \tag{3.6}$$

- $-D_n = 0$  correspond à l'état non endommagé;
- $-D_n = 1$  correspond à la rupture de l'élément;
- $-0 < D_n < 1$  caractérise l'état d'endommagement;

Si on se limite au cas de l'endommagement isotrope pour lequel l'orientation des fissures est uniformément distribuée dans toutes les directions, la variable  $D_n$  ne dépend pas de  $\vec{n}$  et le scalaire D caractérise complètement l'endommagement :

$$D_n = D \ \forall \ \vec{n} \tag{3.7}$$

Dans ce cas, au sein du matériau endommagé, la section qui résiste effectivement aux efforts est alors :

$$\tilde{S} = S - S_D = S(1 - D)$$
 (3.8)

ce qui permet de définir la contrainte effective supportée par cette section :

$$\widetilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - D} \tag{3.9}$$

Pour un matériau suivant la loi de l'elasticité linéaire, le module effectif en fonction de l'état d'endommagement vaut :

$$E = E(1 - D) (3.10)$$

Voici sommairement les variables modifiées par la présence de l'endommagement dont il faudra tenir compte dans la modélisation. Pour modéliser le comportement différé d'une roche et prévoir sa rupture, il est indispensable de coupler l'endommagement et la viscoplasticité. La notion de contrainte effective permet d'écrire très simplement les lois de comportement. De nombreux modèles sont proposés dans la littérature, avec plusieurs degrés de complexité. On peut citer le modèle de Hadju [HAD03], basé sur le modèle de [LEM78], qui permet de prendre en compte le développement de la déformation volumique irréversible et l'état anisotrope du matériau endommagé. L'endommagement progressif de la structure de la roche, l'apparition de microfissures orientées suivant des directions préférentielles, engendre une dilatance globale et conduit à une rupture différée directionnelle. Afin de décrire de manière plus fidèle les mécanismes d'endommagement, ces principaux traits de comportement font l'objet de nombreux travaux dans la littérature (pour plus de détails se référer à [FAB05]).

## 3.3 Modélisation des barrages en enrochements

La prédiction des tassements sur les barrages en enrochements a d'abord reposé sur des méthodes empiriques. Les méthodes empiriques étant loin d'être satisfaisantes, des méthodes numériques ont pris le relais. Les nouveaux modèles qui ont alors été élaborés ont consisté à décrire le comportement mécanique des enrochements secs. Ces modèles, généralement utilisés pour des calculs par éléments finis, sont de type phénoménologique : ils contiennent un certain nombre de paramètres calés sur des essais de référence et non sur des propriétés physiques des matériaux. D'autre part, il existe peu de modèles de comportement adaptés aux spécificités des enrochements, notamment en ce qui concerne les effets de l'eau et de la rupture sur le comportement mécanique. Les modèles les plus anciens se contentent de distinguer le comportement sec du comportement saturé, et de basculer de l'un à l'autre via un artifice numérique afin de tenir compte des effets de l'eau. De plus, ces modèles traditionnels ne prennent pas en compte la rupture des grains. Ce n'est que plus tard, avec l'avènement des méthodes aux éléments discrets, que ces spécificités ont pu être correctement prises en compte.

## 3.3.1 Modélisation continue du comportement des enrochements

## 3.3.1.1 Modèles de comportement d'enrochements secs

Plusieurs types de modèles sont utilisés pour décrire le comportement mécanique des enrochements :

- Modèle hyperbolique de Duncan et Chang [DUN70] : ce modèle a été très largement utilisé pour les calculs d'ouvrages en enrochements. Il s'agit d'un modèle hypo-élastique, valable pour des gammes de déformations relativement faibles et qui repose sur l'approximation de la courbe de chargement d'un essai triaxial par une hyperbole.
- Modèle élastoplastique parfait de Mohr-Coulomb : dans ce modèle le matériau a un comportement élastique tant que les contraintes restent à l'intérieur de la surface de charge. Bien que ce modèle donne des résutats plus proches de la réalité physique que les modèles hypo-élastiques, le critère de Mohr-Coulomb n'est pas suffisant car il ne tient pas compte de la courbure de l'enveloppe de rupture : l'angle de frottement doit dépendre de la contrainte. Ceci est pris en compte dans les critères de ruptures paraboliques et logarithmiques.
- Autres critères : Nous citerons le critère (logarithmique) proposé par Barton [BAR81] dans lequel les paramètres ont une signification physique et sont identifiables à partir de la connaissance d'un petit nombre de paramères du matériau. Nous détaillerons ce critère par la suite.

Notons que tous ces modèles de comportement ne prennent pas en compte directement la physique du comportement des enrochements en présence d'eau, mais l'intègrent via un artifice numérique [ANT99]. Le modèle développé par Bonelli et Anthiniac [BON00] est l'un de seuls à prendre en compte l'état hydrique des enrochements, et à modéliser le phénomène d'effondrement observé dans la recharge amont d'un barrage lors du remplissage. Ce modèle est exposé dans le paragraphe suivant.

## 3.3.1.2 Modélisation de l'effondrement sous mouillage : le modèle hydroplastique (Bonellli et Anthiniac [BON00])

L'originalité du modèle hydroplastique est sa capacité à reproduire, avec un seul jeu de paramètres, le comportement mécanique global des enrochements (sec et saturé).

Le modèle élastoplastique servant de base au modèle hydroplastique est le modèle C.J.S de Cambou et Jafari [CAM88]. Ce modèle permet de décrire le comportement de sols non cohérents sous des sollicitations complexes. C'est un modèle élastoplastique à élasticité non linéaire et à deux mécanismes (sphérique et déviatorique), avec écrouissage isotrope et lois d'écoulements non associées.

Il contient ainsi les mécanismes fondamentaux des milieux granulaires non cohérents :

- raideurs élastique et plastique fonction de la contrainte moyenne;
- surface de rupture fonction des trois invariants du tenseur des contraintes;
- vitesse de déformation plastique volumique non associée.

Nous allons décrire brièvement les modifications apportées au modèle de base. L'influence de l'eau et les caractéristiques du comportement mécanique des enrochements vues dans le chapitre précédent ont été introduites dans ce modèle, à savoir :

- une diminution de l'angle de frottement avec l'eau;
- une diminution de la pression de consolidation avec l'eau;
- une courbure de l'enveloppe de rupture;
- le phénomène d'écrasement des zones de contact.

L'approche empirique de Barton [BAR81] est utilisée afin de prendre en compte la courbure de l'enveloppe de rupture. Cette relation a été initialement développée pour les joints rocheux et a été étendue aux enrochements en raison des similitudes qui existent entre le comportement des enrochements et celui des joints rocheux : comportement dilatant à faibles contraintes, écrasement et réduction de la dilatance sous forte contrainte, décroissance de la résistance au cisaillement avec la contrainte, etc. Cette relation exprime que l'angle de frottement à la rupture  $\phi_f$  dépend de la contrainte normale  $\sigma_n$ :

$$\phi_f = \phi_b - R \lg \left( \frac{\sigma_n - u}{\sigma_c^{\star}} \right) \tag{3.11}$$

avec

$$\sigma_c^{\star} = (1 - \alpha S_h)\sigma_{c0} \tag{3.12}$$

où  $\sigma_n$  est la contrainte normale totale, u la pression intersticielle,  $S_h$  l'état hydrique de la surface du grain,  $\sigma_c^*$  la résistance à la compression simple de la roche humide.

Les paramètres suivants sont relatifs à la roche mère :

- $-\phi_b$  est l'angle de frottement basique (ou angle de frottement interparticulaire);
- $-\sigma_{c0}$  est la résistance à la compression sèche de la roche;
- $-1-\alpha$  est le rapport entre la compression humide et sèche.

R est la rugosité équivalente. R est estimé à partir d'abaques (voir figure 3.2). R dépend de la forme des grains et de la porosité initiale.



FIG. 3.2 – Abaque d'estimation de la rugosité équivalente R d'après [BAR81]

L'écrouissage est modifié en densité. La grandeur  $d_1(X, S_h)$  est introduite, elle est fonction d'une variable d'écrouissage X (degré d'écrasement) et de l'état hydrique du matériau  $S_h$ :

$$d_1(X, S_h) = 1 - \alpha X S_h \tag{3.13}$$

L'influence de l'écrasement et de l'eau sur le comportement sphérique est piloté par  $0 \le \alpha \le 1$ . L'écrouissage en densité des enrochements dépend fortement du chemin de contraintes et augmente avec le déviateur, de même que l'influence de l'eau. Ceci est représenté par une loi d'évolution hyperbolique de X en fonction du travail plastique déviatoire  $W^{pd}$ , de manière analogue aux approches modélisant la rupture des grains de sable sous fortes contraintes [LAD96, DAO97] :

$$\dot{X} = B_{ep}(1-X)^2 \dot{W^{pd}} \quad \text{avec} \quad W^{pd} = \int \sigma^d : d\epsilon^{pd}$$
(3.14)

 $B_{ep}$  est un paramètre traduisant la fragilité du matériau est sa dégradation surfacique. Ce dernier modèle permet de reproduire au moins qualitativement, les observations in situ sur barrage. Malheureusement, la modélisation n'est pas tout à fait complète : elle ne permet pas une identification a priori des paramètres du modèle, mais seulement un recalage a posteriori. De plus, le modèle n'intègre pas l'effet du temps alors que les tassements peuvent continuer à évoluer pendant plusieurs années.

D'autres modèles continus sont proposés dans la littérature pour modéliser le comportement des enrochements en présence d'eau dans les barrages en enrochements. Les travaux les plus complets sont réalisés par Alonso et ses collaborateurs dans [OLD01] à partir d'essais de laboratoire de grande taille. La prise en compte des effets du temps est réalisée dans d'autres travaux [OLD02, OLD03, ALO05]. Les modèles macroscopiques développés sont des modèles élasto-plastiques incluant les effets de l'eau et du temps sur la compressibilité des enrochements. Nous renvoyons à ces travaux pour une analyse détaillée.

L'intégration des effets du temps dans la modélisation est abordée dans le paragraphe suivant, avec des modélisations basées sur la méthode des éléments discrets. Le type de modèle élaboré à partir de ces méthodes discrètes plus récentes, est généralement calé sur les propriétés physiques des enrochements. Ces modèles permettent de modéliser la rupture de grains de manière simple. Cet aspect est traté dans le paragraphe suivant.

## 3.4 Modélisation discrète de matériaux granulaires : introduction du phénomène de rupture et effets du temps

## 3.4.1 Introduction

Les ouvrages de génie civil sont généralement étudiés comme des milieux continus, avec les méthodes de la mécanique des milieux continus.

Ces méthodes conviennent cependant moins bien aux ouvrages ayant une nature discontinue, où le milieu est composé de grains : barrages en enrochements, gabions, merlons de protection, ouvrages en pierre etc. Ces milieux granulaires sont fortement marqués par leur nature discrète (rupture de grains, forme des blocs rocheux, etc.), alors que les modèles continus sont phénoménologiques : ils décrivent le milieu d'un point de vue macroscopique et ils présentent un certain nombre de paramètres qui n'ont que très peu de signification physique. Ces modèles ne prennent pas en compte, entre autres, l'état d'arrangement des grains entre eux, alors que ce paramètre est essentiel pour expliciter le comportement des milieux granulaires. Une méthode de simulation prenant en compte la nature discrète du milieu pour ce type d'ouvrage semble plus adaptée. Ces méthodes sont appelées DEM (de l'anglais "distinct element ou discrete element methods"). Chaque grain est traité indépendamment, de façon "distincte". Ces grains interagissent par l'intermédiaire de lois de contact, et le comportement du matériau simulé va dépendre des paramètres de la loi de contact. On étudie ainsi les mécanismes se produisant à l'échelle du grain. C'est un ensemble d'évèmenents se produisant à l'échelle microscopique qui va permettre de décrire l'évolution macroscopique du milieu granulaire. On espère ainsi, via l'utilisation de ces méthodes caractériser le comportement des milieux granulaires à l'aide de paramètres ayant un sens physique bien précis.

L'étude de la rupture avec les méthodes basées sur les éléments discrets se développe de plus en plus depuis quelques années [TSO99, ROB01, CHE03, CHE04, DEL04, DELU04...] : des grains (encore appelés agrégats par les auteurs) sont modélisés comme un assemblage de particules liées entre elles. Dans certains cas, les défauts sont pris en compte en enlevant certaines particules du grain [CHE03, CHE04]. Ces liaisons, permettant de simuler la rupture, peuvent être de nature différentes :

- certaines liaisons peuvent reprendre des efforts de traction et de cisaillement jusqu'à une certaine limite que l'on fixe (les *contact bonds* du logiciel *PFC* du groupe *Itasca*);
- d'autres liaisons définies différemment, peuvent transmettre à la fois des efforts de traction et cisaillement et des moments de flexions (elles sont semblables à une poutre placée entre deux particules, ce sont les *parallel bonds* du logiciel *PFC*);
- d'autres liaisons agissent comme des joints solides ou liquides entre deux particules pouvant transmettre également des efforts de traction, cisaillement et des moments de flexion mais ici au niveau du point de contact. Ces "joints" peuvent continuer à être présents même si les particules ne sont plus en contacts si certaines actions à distance sont introduites (par exemple forces électrostatiques, capillarité) : on parle ici d'approches cohésives.

En plus de ces approches, la rupture peut être abordée encore différemment : certains auteurs [TSO99, LOB05] proposent de décrire la rupture en remplaçant un grain par un assemblage de particules si un certain critère de rupture est dépassé : ceci nécessite un choix de critère de rupture adéquat et une description minutieuse de la loi de fragmentation choisie.

Enfin, d'autres auteurs utilisent une autre approche en proposant d'enlever les particules qui atteignent un certain critère de rupture [MARK05].

Ces différents types d'approches de la rupture seront abordées dans le paragraphe suivant. Ensuite nous aborderons l'intégration des effets du temps dans la rupture, qui n'est aujourd'hui que très peu developpée.

## 3.4.2 Modélisation de la rupture

## 3.4.2.1 Modèles phénoménologiques

Une approche très exhaustive abordant la rupture est celle proposée par Deluzarche [DELU04]. Elle nous est d'autant plus pertinente car elle s'applique à la rupture de blocs rocheux dans les barrages en enrochements.

Dans le modèle de [DELU04], des grains constitués de plusieurs particules et de différentes tailles sont créés. Certaines particules sont reliées entre elles par des liaisons déformables et susceptibles de se casser. D'autres particules sont reliées par des liaisons indéformables pour empêcher la désolidarisation des particules à ce niveau. Ces grains sont simulés à partir du logiciel *PFC*<sup>2D</sup> du groupe *Itasca* (pour plus de détails sur le comportement de ces liens voir [DELU04]). Plusieurs formes de grains sont choisies : certaines formes sont utilisées pour simuler le phénomène d'épaufrement des arêtes ; d'autres sont utilisées pour simuler la rupture macroscopique des blocs.

D'autres grains ont des formes plus complexes, permettant un mode de rupture multiple qui se rapproche du phénomène réel (figure 3.3).



FIG. 3.3 – Différentes formes de grains modélisés d'après [DELU04].

La taille respective de chaque particule à l'intérieur d'un grain et la forme de celles-ci sont choisies de manière à obtenir des propriétés macroscopiques différentes suivants les grains. Il est ainsi possible de jouer sur l'allongement et l'angularité des grains. Il faut bien noter qu'à l'intérieur d'un grain, toutes les particules ne peuvent se désolidariser.

Afin de calibrer les forces de liaisons, Deluzarche procède à des essais d'écrasement de grains. Les essais d'écrasement donnent, pour chaque grain, une série de valeurs de force de rupture dépendant de l'orientation du grain  $\theta$ , de la résistance N des liaisons, et du diamètre moyen u grain d:

$$F_{rupt} = f(N, d, \theta). \tag{3.15}$$

Le calibrage des résistances des liaisons a pour objet final de déterminer une relation entre N et d pour que les  $F_{rupt}$  correspondent aux essais de Marsal [MAR73], essais effectués sur des enrochements de nature diverses et de taille variable. Deluzarche choisit de définir la probabilité de rupture par rapport aux orientations des blocs : pour une valeur de N et d donnée, il définit la probabilité de survie  $P_s$  d'un grain soumis à une contrainte de traction équivalente  $\sigma$  comme le rapport entre le nombre d'essais pour lequel la résistance de traction équivalente  $\sigma_{rup}$  est supérieure à  $\sigma$  et le nombre d'essais total pour toutes les valeurs de  $\theta$  testées :

$$P_s(d, N, \sigma) = \frac{\text{nombre d'essais à } d \text{ et } N \text{ constants tels que } \sigma_{rup} > \sigma}{\text{nombre d'essais à } d \text{ et } N \text{ constants}}.$$
(3.16)

Deluzarche s'inspire de Mc Dowell et Bolton [DOW98] qui considèrent la contrainte  $\sigma_{N,d}$  pour laquelle 37% des grains survivent comme représentative de la résistance des blocs. Marsal [MAR73] considère la charge de rupture moyenne. Ces deux quantités sont proportionnelles :

$$F_{rup_{moy}}(N,d) = \frac{\sum_{\theta} F_{rup}(N,d,\theta)}{\text{nombre d'essais à } d \text{ et } N \text{constants}} \propto \sigma_{N,d} \cdot d^2.$$
(3.17)

Il dispose donc, pour chaque résistance de liaison N, d'une courbe  $F_{rup_{moy},N}(N,d) = f(d)$ . L'intersection des faisceaux de courbes avec la courbe expérimentale bidimensionnelle de Marsal  $F_{rup_{moy}} = \eta d^{\lambda}$  (figure 3.4) donne les valeurs des liaisons N en fonction de d. Cette courbe expérimentale est obtenue à partir d'essais expérimentaux 3D, les paramètres 2D, ayant été déterminés à partir des relations entre contraintes, forces de contact moyennes et tailles des grains tels que :

$$\overline{F}_{3D} = K_{M3D}.\sigma d^2, \qquad (3.18)$$

$$\overline{F}_{2D} = K_{M2D}.\sigma d, \qquad (3.19)$$

où  $K_{M2D}$  et  $K_{M3D}$  sont des fonctions de la granulométrie du milieu, de la forme des grains et de la densité. Avec la relation d'équivalence 2D-3D, les paramètres 2D s'écrivent :

$$\lambda_{2D} = \lambda_{3D} - 1, \qquad (3.20)$$

$$\eta_{2D} = \frac{K_{M2D}}{K_{M3D}}.\eta_{3D}, \qquad (3.21)$$

les paramètres 3D étant calés sur les expérimentations de Marsal [MAR73].



FIG. 3.4 – Détermination de la résistance de liaison par intersection des faisceaux  $F_{rup_{moy}}(N) = f(d)$  avec la courbe expérimentale de Marsal d'après [DELU04]. Ainsi pour un bloc de 1m la valeur de la liaison est d'environ 10<sup>5</sup> N.

Le choix des grains constitués de plusieurs particules pour simuler la rupture a été adopté également par Cheng *et al.* [CHE03] dans le cas de sols (sables siliceux). Les grains ont été fabriqués en rassemblant des sphères élémentaires en structures "cristallographiques" et en donnant à chaque sphère une probabilité d'existence de 0.8 (figure 3.5). La résistance globale des grains est testée également entre des plaques parallèles soumise à un effort d'axe vertical. Les valeurs des liaisons de contact ont été choisies de façon à obtenir les mêmes forces à la rupture que celles données par les résultats expérimentaux. Les valeurs obtenues sont de l'ordre du Newton, correspondant à des tailles de grains de l'ordre du mm (taille des sphères=0.2mm). Depuis quelques années, ce type de pratique pour rendre compte de la rupture des grains est largement répandu [ROB01, CHE03, CHE04,  $\ldots$ ]<sup>1</sup>.



FIG. 3.5 – Tableau rassemblant 20 grains "typiques" utilisés pour les simulations de [CHE03].

## 3.4.2.2 Modèles cohésifs

**Cohésion** Les mécanismes de cohésion au sein d'un milieu granulaire peuvent être de natures diverses. On peut citer en particulier la cohésion générée par la présence de matière liquide (capillarité) ou solide (joints solides) formant des jonctions entre les grains. On peut également évoquer la cohésion due à des phénomènes électrostatiques : il s'agit de phénomènes d'attraction ou de répulsion dus à la formation de dipôles entre des grains de faibles dimensions. Cet effet s'évanouit rapidement dès que la distance entre les grains augmente. On se rend bien compte que certains phénomènes de cohésion peuvent être négligés selon la taille des grains considérés : en l'occurence, dans notre cas, où la taille des grains varie du centimètre au mètre, les phénomènes de cohésion entre blocs rocheux dus à la capillarité sont de très faible intensité, et les phénomènes électrostatiques inexistants.

On peut définir un comportement cohésif comme la faculté qu'ont deux particules en contact de rester en contact sous l'effet de traction qui ne dépassent pas un certain seuil [CAM01]. Pour la plupart des mécanismes de cohésion, on peut considérer qu'au dessus d'une certaine distance, la force de cohésion entre les particules devient nulle. On peut citer par exemple, la loi de cohésion uniforme, qui impose une valeur seuil de cohésion  $-F_0$  (avec  $F_0 > 0$ ), constante pour les distances inférieures à  $d_0$ . Cette loi peut être définie comme entièrement réversible (figure 3.6) ou non réversible, ou encore une hystérésis peut être introduite.

Il existe plusieurs mécanismes de cohésion entre particules d'un même milieu granulaire. Dans le cadre de ce travail, dans la partie III, un bloc rocheux ou grain sera considéré comme un as-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>On note que la plupart de ces auteurs ont utilisé les logiciels du groupe *Itasca*.


FIG. 3.6 – Loi de cohésion uniforme.

semblage de particules liées par cohésion solide. Nous ferons l'hypothèse que les mécanismes de cohésion capillaire entre particules à l'intérieur d'un bloc rocheux sont négligeables, et ceux entre grains (ou blocs) sont inexistants même si le milieu est saturé. Nous nous concentrons donc par la suite sur la description de lois et modèles discrets présents dans la littérature en rapport avec la cohésion solide.

Modèles cohésifs La littérature concernant le phénomène de cohésion dans les méthodes d'éléments discrets s'est enrichie depuis quelques années. Cependant, la plupart des modèles reposent sur les méthodes d'éléments discrets dites "Smooth" : modèles de Pisarenko et Gland [PIS01], Delenne [DEL02], Preechawuttipong [PRE02] (cité par [DEL02]), Martin et Bouvard [MART05], Richefeu [RIC05] etc. Concernant le mécanisme de cohésion solide, qui peut être défini comme l'existence de joint ou de liant solides entre les particules, la littérature est peu abondante. A titre d'exemple, nous allons décrire le modèle 2D de cohésion solide proposé par Delenne *et al.* [DEL04] et basé sur une méthode "Smooth DEM".

L'action d'un grain sur un autre peut être décomposé en quatre actions élémentaires : traction ou compression  $F_n$  (suivant le vecteur normal  $\vec{n}$ ), cisaillement  $F_t$  (suivant le vecteur tangent  $\vec{t}$ ) et  $M_{\gamma}$  couple (suivant le vecteur normal au plan des grains). La sollicitation d'un joint solide est découplée en trois degrés de liberté correspondant aux actions mécaniques  $F_n$ ,  $F_t$  et  $M_{\gamma}$ , et sont respectivement la distance normale  $d_n$  suivant  $\vec{n}$ ), la distance tangentielle  $d_t$  (suivant  $\vec{t}$ ) et la rotation  $\gamma$  (voir figure 3.7). La description des efforts est basée sur les déplacements relatifs, en suivant la position des ancrages du lien cohésif sur les grains i et j. L'introduction des points  $I_i$  et  $I_j$  matérialisent l'ancrage du joint cohésif entre les grains i et j.

Comme il s'agit d'un modèle qui sera implémenté dans une méthode d'éléments discrets régulière, Delenne explicite les lois de comportement locales sous la forme linéarisée suivante :

$$\begin{bmatrix} F_n \\ F_t \\ M_{\gamma} \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \psi_n & 0 & 0 \\ 0 & \psi_t & 0 \\ 0 & 0 & \psi_{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_n \\ d_t \\ \gamma \end{bmatrix}$$
(3.22)

avec  $\psi_n$ ,  $\psi_t$ , et  $\psi_\gamma$  les raideurs respectivement en compression, traction, et rotation. Pour les méthodes de type Smooth DEM, l'intensité des forces de contacts est exprimée en fonction de



FIG. 3.7 – Degré de liberté d'un joint solide. Les points  $I_i$  et  $I_j$  sont les points matériels dont les positions sont suivies au cours du temps, [DEL02].

l'interpénétration et par les raideurs de contacts. Delenne *et al.* [DEL04] notent  $\psi_n^+$  la raideur correspondant à la résistance en compression du joint et  $\psi_n^-$  celle correspondant à la résistance en traction.

Sans vouloir être exhaustif, nous ajoutons que les actions mécaniques peuvent être exprimées de manière différente dans la littérature par rapport à celle exprimées par [DEL02]. On trouve dans Radjaï *et al.* [RAD00], l'expression de la force normale suivante :  $F_n = -\psi_n^+ d_n - \Gamma R^{1-\alpha} (-d_n)^{\alpha}$ , où R est le rayon réduit,  $\psi_n^+$  est une raideur,  $\alpha$  est un paramètre compris entre 0 et 1, et  $\Gamma$  représente l'énergie d'adhésion surfacique.

Le caractère fragile d'un joint solide est établi en définissant les seuils de rupture  $F_n^{rupt}$ ,  $\pm F_t^{rupt}$ ,  $\pm M_{\gamma}^{rupt}$  pour les sollicitations respectives de traction, cisaillement, et de couple. Les auteurs supposent que la rupture en compression ne peut pas être atteinte.

Dans le cas de sollicitations composées, Delenne *et al.* [DEL04] ont proposé un critère de rupture prenant en compte les trois degrés de liberté et les seuils de rupture associés. L'état de sollicitation est défini par les forces  $F_n$ ,  $F_t$  et le moment  $M_{\gamma}$  représentés dans un repère à trois axes. Une surface limite  $\zeta = 0$ , sous la forme d'une paraboloïde, est définie à partir des différents seuils de rupture, de la façon suivante :

$$\zeta(F_n, F_t, M_\gamma) = \left(\frac{F_t}{F_t^{rupt}}\right)^2 + \left(\frac{M_\gamma}{M_\gamma^{rupt}}\right)^2 + \frac{F_n}{F_n^{rupt}} + 1.$$
(3.23)

La surface limite de rupture est présentée sur la figure (3.8).



FIG. 3.8 – Surface de rupture d'un joint solide, [DEL04].

La rupture intervient alors dès que le point donnant l'état de sollicitation se trouve sur la surface limite de rupture, c'est à dire lorsque  $\zeta = 0$ . Si le joint se rompt, celui-ci ne peut se

reformer, et les particules en contact sont régies par des lois de frottement sec.

Ce modèle a été validé sur divers empilements de cylindres d'aluminium collés entre eux. Les applications simulées à l'aide de ce modèle sont nombreuses : essais de rupture d'une poutre en flexion, essais de fractionnement de milieux granulaires solides (par exemple, grains de céréales voir figure 3.9), simulation du retrait et gonflement lors du séchage et de l'humidification, simulations d'essais biaxiaux sur des milieux granulaires.

Ce modèle a fait ses preuves en permettant la simulation de nombreuses applications; cependant l'application de cet outil dans un objectif de prévision requiert la connaissance ou la caractérisation des lois de cohésion locales.



FIG. 3.9 – Simulation du retrait à intérieur d'une section de bois par Delenne [DEL02].

### 3.4.2.3 Autres modèles

Les modèles présentés ci-dessous rendent compte de l'existence de ruptures de grains en remplaçant ces mêmes grains par un groupe équivalent de grains plus petits, lorsque les contraintes à l'intérieur de ceux-ci dépassent un certain critère de rupture. Les modèles que nous recensons sont proposés par Tsoungui *et al.* [TSO99] et Lobo-Guerrero et Vallejo [LOB05], celui de [LOB05] étant inspiré de [TSO99]. Nous allons ainsi décrire dans la suite le modèle 2D de Tsoungui *et al.* 

Le calcul des contraintes et des déformations à l'intérieur d'un grain soumis à un ensemble de forces réparties de façon aléatoires n'est pas facile à évaluer numériquement et analytiquement. C'est pourquoi Tsoungui *et al.* [TSO99] assimilent la sollicitation (figure 3.10.a) à deux forces concentrées perpendiculaires et orientées suivant les directions principales du tenseur de contraintes  $\overline{\sigma}$  définies par  $\alpha$  (figure 3.10.b).

Tsoungui détermine ensuite l'état de contraintes à l'intérieur des grains à l'aide de la solution de Hertz. Dans le cas du disque soumis à une compression simple suivant son diamètre (traction indirecte) la solution de Hertz établit que la contrainte principale maximale est en traction au centre du disque, et dans la direction perpendiculaire à la force maximale. La rupture est supposée s'amorcer au centre du disque, à partir duquel une fissure transversale se propagerait selon la direction principale majeure du tenseur des contraintes. Le calcul de la contrainte critique en traction au centre se fait par superposition, en considérant indépendamment d'abord l'influence de  $F_{max}$  (associée à la contrainte principale majeure) puis de  $F_{min}$  (associée à la contrainte principale mineure). La contrainte critique ainsi calculée au centre du grain vaut :

$$\sigma_{traction} = \frac{F_{min} - 3F_{max}}{\pi R} \tag{3.24}$$

avec R rayon du grain.

D'autre part, le modèle de Tsoungui et al. [TSO99] impose que la rupture s'amorce si la contrainte



FIG. 3.10 – Forces exercées par l'extérieur sur la grain (a) et approximation par une sollicitation biaxiale (b)

de traction à l'intérieur du disque dépasse une certaine limite (critère de non traction) quand :

$$\sigma_{traction} \ge \sigma_{crit}(R) = \frac{K_0}{\pi} R^{\alpha - 1} , \qquad (3.25)$$

 $K_0$  est une constante qui dépend de la nature du matériau, l'exposant  $\alpha$  dépend de la dimension du problème et du module de Weibull.

Pour décrire la fragmentation, Tsoungui remplace les grains dont la contrainte maximum en traction est supérieure à la contrainte critique (Eq. 3.25), par un ensemble de 12 grains de différentes tailles à l'intérieur du volume originel (figure 3.11). La masse initiale du grain est conservée en plaçant le reste de masse à l'extérieur du grain concerné, et entre les grains environnant.



FIG. 3.11 - (a) Schéma de la configuration de rupture pour un matériau fragile et (b) type de fragmentation de rupture utilisée dans les simulations numériques 2D de [TSO99].

Tsoungui propose également de fixer une taille limite au-dessous de laquelle les grains ne peuvent pas se rompre. Cette limite est imposée plutôt pour réduire le temps de calcul que pour reproduire un mécanisme physique particulier. Par cette mesure, Tsoungui *et al.* s'éloignent du modèle de distribution de granulométrie de McDowell et Bolton [DOW98]. Ces simulations sont effectuées à l'aide de méthode basées sur la dynamique moléculaire. En parallèle sont menés des essais œdométriques sur des disques de plâtre afin de confronter expérimental et numérique. Tsoungui *et al.* observent aussi bien expérimentalement que numériquement, que les ruptures gagnent les grains ayant les plus faibles nombre de coordination, soit les plus petits, ce qui correpond bien aux remarques déjà effectuées dans le paragraphe (2.5.2) du chapitre précédent. Les plus gros grains sont en effet plus difficiles à casser en raison d'une pression isotrope les affectant due aux petits grains environnants.

Les principales idées de ce modèle sont reprises par Lobo-Guerrero et Vallejo [LOB05]. On note quelques différences :

- Lobo-Guerrero et Vallejo imposent une limite dans le nombre de coordination  $N_c$  audessus de laquelle les grains ne peuvent pas se rompre : seuls les grains avec un nombre de coordination inférieur ou égal à 3 pourront se fracturer;
- pour les grains dont  $N_c \leq 3$ , l'état de contrainte aléatoire est assimilé à une compression diamétrale du type de celui généré par l'essai Brésilien. Il n'y a pas cette fois-ci calcul des directions principales et contraintes principales : on conserve seulement la valeur de l'effort le plus élevé agissant sur le grain;
- un grain dont  $N_c \leq 3$  pourra se rompre si :

$$\sigma_{traction} > \sigma_{crit}(R) = \sigma_{crit\,1mm} R^{-1} \tag{3.26}$$

avec  $\sigma_{crit\,1mm}R^{-1}$  la résistance d'un grain de rayon d'1 mm. Cette valeur est fixée par les auteurs. R est le rayon du grain;

 la masse n'est pas conservée : le grain rompu va être remplacée par un ensemble de 8 grains de taille différentes. Avec ce modèle les auteurs précisent que la perte en masse n'est que de l'ordre de 3%.

On notera que les résultats issus du modèle numérique de Lobo-Guerrero et Vallejo [LOB05] sont confrontés aux résultats d'essais de cisaillement menés sur des grains de sucre. Le choix d'un matériau modèle est encore une fois préféré à un matériau granulaire réel, en raison de la limitation de la capacité de certaines machines d'essais. Les essais expérimentaux réalisés sont en accord avec les simulations numériques issues de ce modèle numérique.

Bien que ce type de modèle semble donner des résultats corrects, nous pouvons remarquer que le volume dans le modèle de [TSO99] ou la masse dans le modèle de [LOB05] ne sont pas conservés : ceci aurait tendance à modifier notablement les résultats si le nombre de grains au départ était élevé. Notons que dans ces deux simulations le nombre de grains initiaux est faible : 100 pour [TSO99] et 48 pour [LOB05], ce qui ne permet pas de généraliser à des systèmes plus grands.

D'autre part nous pouvons souligner que les phénomène d'attrition ou d'épaufrement d'arêtes ne peuvent être simulés, ces phénomènes ayant lieu bien avant que le critère de rupture imposé ne soit atteint.

### 3.4.3 Prise en compte du comportement à long terme des roches

Alors que la simulation de la rupture par éléments discrets s'est banalisée, la littérature relatant la simulation des effets du temps sur la rupture des milieux granulaires est peu abondante à notre connaissance. Dans la suite, nous détaillerons le modèle développé par Tran [TRA06].

Le modèle de Tran [TRA06] reprend les travaux de [DELU04], en introduisant l'effet du vieillissement du matériau et l'action du climat comme l'eau et le gel sur la rupture : le principe du modèle de Deluzarche est repris (simulation rupture globale et épaufrement d'arêtes) avec introduction du fluage. Tran se base sur le principe que la rupture de chaque bloc ou de chaque aspérité du bloc aura lieu si sa résistance devient inférieure à une limite : pour chaque rupture de bloc, il existe toujours un seuil de force ou de contrainte à partir duquel l'évolution de la résistance du bloc commence. Ceci implique l'existence d'un seuil : il est appelé seuil d'activation. Quand le

seuil n'est pas atteint, il n'y a aucune évolution de résistance. Il est défini deux seuils possibles, un seuil à l'échelle du bloc et un seuil à l'échelle des aspérités. Le seuil d'activation est constant au cours du temps. Plusieurs modèles sont proposés par [TRA06] pour simuler l'évolution de la fissuration, ils sont présentés ci-dessous.

**Modèle nº 1** : Dans ce modèle, le type de contact simulé est différent par rapport à ceux simulés par [DELU04], certaines particules se superposant peuvent s'éloigner progressivement, faisant varier ainsi la surface de contact (parallel bonds). Dans le modèle de Deluzarche, la rupture progressive était impossible (éloignement progressif impossible pour les particules), les contacts cassaient brutalement.

L'idée de ce modèle se base sur la théorie de la propagation de fissure sous contrainte permanente [CHAR58] : les fissures s'ouvrent au cours du temps. Plus la surface de contact devient petite plus les fissures s'élargissent. Il est défini une contrainte d'activation  $\sigma_a$  telle que  $\sigma_a = \beta_1 \sigma_{rupt}$  où  $\sigma_{rupt}$  est la contrainte de rupture en traction à court terme et  $\beta_1$  permet de définir le seuil d'activation.

L'évolution R du rayon de contact est exprimé comme suit :

$$R = R_0 - R_0 \,\beta_3 \int_{t=0}^T \kappa \,dt \,, \qquad (3.27)$$

avec

$$\kappa = \begin{cases} e^{\beta_2 [(\sigma_l - \sigma_a)/\sigma_{rupt}]} \text{ si } \sigma_a \le \sigma_l \le \sigma_{rupt} \\ 0 \text{ autres cas} \end{cases}$$
(3.28)

où:

-  $\sigma_l$  est la contrainte maximale normale appliquée dans le parallel bond.

-  $\sigma_a$  est la contrainte d'activation avec  $\sigma_a < \sigma_{rupt}$  et donc  $\beta_1 < 1$ . Il n'y aura plus d'évolution du rayon de contact lorsque la contrainte appliquée  $\sigma_l$  sera égale à  $\sigma_a$ .

-  $\sigma_{rupt}$  est la limite à la rupture du contact en traction.

-  $\beta_2$  et  $\beta_3$  sont deux paramètres du modèle.

La même formule peut être utilisée en considérant une rupture en cisaillement du lien. L'évolution de rayon de contact peut entraîner la rupture de la zone cohésive en traction ou cisaillement.

Ce modèle simule la propagation des fissures au cours du temps sous contrainte, il prend en compte l'évolution de la surface de contact entre deux particules d'un bloc, ce qui correspond à une représentation assez proche de la physique réelle. Dans ce modèle, pendant l'évolution du rayon de contact, la contrainte limite à la rupture reste toujours la même tandis que la contrainte dans le contact s'accroît. Le temps nécessaire pour rompre la zone cohésive une fois le seuil dépassé est proportionnel à la contrainte dans la liaison.

**Modèle nº 2** : Le deuxième modèle reprend exactement le type de grains élaborés par Deluzarche. Dans ce modèle, le rayon de contact étant fixé, l'évolution de la fissuration se traduit obligatoirement par une diminution de la résistance en traction et en cisaillement. Les seuils d'activations sont définis en force :  $F_a^s$  et  $F_a^t$  (s pour cisaillement t pour traction) sont définis à partir du même paramètre  $\beta_1$  introduit précédemment, avec par exemple en traction  $F_a^t = \beta_1 * F_{\text{limite}(T=0)}^t$  avec  $F_{\text{limite}(T=0)}^t$  limite initiale de rupture en traction.  $F_{\text{limite}(T=0)}^t$  dépend du type de matériau, de la géométrie du bloc. La liaison se rompt lorsque les forces de contacts dépassent les valeurs de résistance  $F_{\text{limite}(T=0)}^t$  ou  $F_{\text{limite}(T=0)}^s$ .

L'évolution de la résistance d'un contact que lconque en traction est représentée de la manière suivante :

$$F_{\text{limite}(T)}^{t} = F_{\text{limite}(T=0)}^{t} - F_{\text{limite}(T=0)}^{t} \beta_{3} \int_{t=0}^{T} \kappa \, dt$$
(3.29)

avec

$$\kappa = \begin{cases} e^{\beta_2 [(F_{\text{appliquée}(T=0)}^t - F_a)/F_{\text{limite}(T=0)}^t]} \text{ si } F_a \leq F_{\text{appliquée}(T=0)}^t \leq F_{\text{limite}(T)}^t \\ 0 \text{ autres cas} \end{cases}$$
(3.30)

où :

- les paramètres  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  et  $\beta_3$  ont les mêmes définitions que précédemment;

-  $F_{\text{appliquée}(T=0)}^t$  est la force appliquée en cisaillement sur la liaison de contact;

-  $F_{\text{limite}(T)}^t$  est la limite de rupture en traction à l'instant T.

### Modèle n° 3 : Simulation de la rupture des arêtes

L'idée du modèle est de représenter en même temps une diminution de la surface de contact et une dégradation au point de contact lors de la rupture des aspérités.

Ceci est traduit par :

- la diminution du rayon de la petite particule (on rappelle que les blocs sont composés de petites particules en périphérie pour simuler l'angularité des blocs).
   2 modes de réduction de reven de la petite particule cont pescibles : l'arête corre une coule
- 3 modes de réduction de rayon de la petite particule sont possibles : l'arête casse une seule fois, l'arête casse une fois mais brutalement, l'arête casse plusieurs fois.
- le changement de propriété de contact : il s'exprime par l'augmentation de la rigidité normale de la petite particule. Nous ne rentrerons pas ici dans les détails de la méthode DEM de Cundall et Strack [CUN79].

La limite à la rupture des arêtes est définie également à partir d'un seuil d'activation, toujours basé sur le même principe. Ce modèle représente la physique du phénomène d'épaufrement d'arêtes : il rend compte de l'évolution des ruptures des aspérités des blocs au cours du temps. Cependant ce modèle génère des temps de calcul importants d'après Tran [TRA06], et supérieurs aux deux autres modèles.

Tran a réalisé des essais biaxiaux de fluage.

## 3.5 Conclusion-Discussion

Nous avons pu voir par la variété des différentes approches, que la prise en compte de la rupture des grains devient incontournable dans la modélisation des milieux granulaires. La complexité de ces phénomènes doit être prise en compte; les modèles discrets s'avèrent avantagés pour rendre compte de cette complexité car de nature ils intègrent des paramètres dont le sens physique est clair. Ainsi on définit à chaque simulation, des paramètres géométriques des grains et de l'arrangement (paramètres qui ont une grande importance dans le comportement mécanique de ces milieux), et des paramètres liés aux lois de contacts entre grains. Au contraire, la

définition de modèles continus nécessite un certain nombre de paramètres dont le sens physique est moins clair. On parlera alors d'approche phénoménologique abordée par les modèles continus, car ils intègrent un certain nombre de paramètres calés sur des essais de références et non sur des propriétés physiques.

Bien que les modèles discrets semblent les plus adéquats pour parvenir à modéliser le comportement des milieux granulaires, nous noterons cependant quelques limites de ces modèles : il est en effet difficile d'obtenir des géométries de grains qui collent exactement aux géométries réelles, et on reste encore limité par le nombre de grains modélisés pour limiter les temps de calculs. Mais une des plus grandes limitations de ces modèles survient lorsqu'on fait le choix d'une modélisation 2D : il n'est en effet pas évident de modéliser correctement le milieu avec un modèle bidimensionnel. De par leur définition, les modèles bidimensionnels n'ont auncune réalité physique. Il en découle que certaines comparaisons demeurent impossibles entre un modèle 2D et 3D : notamment les contraintes 2D et 3D sont incomparables et la comparaison des formes, des granulométries s'avèrent peu évidentes [DELU04]. Il est donc difficile d'obtenir des relations d'équivalence entre les paramètres géométriques d'assemblages 2D et 3D. La nature des assemblages étant fondamentalement différente, il en découle des propriétés différentes en ce qui concerne la cinématique d'assemblages 2D et 3D : la connexité d'un milieu 2D est fondamentalement différente de celle d'un matériau 3D où tous les vides peuvent communiquer entre eux, alors qu'en 2D il est possible de fermer un espace vide par une succession de grains en contacts [DELU04].

Malgré ces obstacles inhérents à la modélisation bidimensionnelle, il ne faut pas pour autant écarter ce type de modélisation car elle permet de simuler des phénomènes qui n'existent pas dans un modèle continu, comme l'anisotropie, les plans de glissements, etc. La capacité des ordinateurs est également un obstacle qu'il faut prendre en compte avant d'aborder un travail.

Nous avons donc fait le choix d'un modélisation discrète bidimensionnelle pour aborder la rupture des enrochements, de surcroît car nous allons étudier le comportement à long terme de ces enrochements.

Nous avertissons le lecteur que les contraintes 2D seront données abusivement en Pa, la notation correcte ici devrait être N/m.

# Chapitre 4

# Méthode Non Smooth Contact Dynamics

## Sommaire

4.1 M	éthodes de modélisation discrète	
4.2 M	éthode Non Smooth Contact Dynamics82	
4.2.	1 Introduction $\dots \dots \dots$	
4.2.	2 Lois de mouvement $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $33$	
4.2.	3 Lois de contacts $\ldots \ldots $ 83	
	4.2.3.1 Condition de Signorini (Unilatéralité)	
	4.2.3.2 Lois de choc	
	$4.2.3.3 Frottement de Coulomb \dots 85$	
4.2.	4 Intégration temporelle : $\theta$ -méthode	
4.2.	5 Relation entre les variables locales et globales $\ldots \ldots \ldots$	
4.2.	6 Résolution à l'échelle du contact	
4.2.	7 Critère de convergence	
4.2.	8 Bilan	

Nous avons choisi pour notre étude l'approche discrète en raison de la nature discontinue des ouvrages étudiés. Cette approche est basée sur des calculs cinématiques permettant d'estimer le mouvement des grains, et des calculs d'interactions au niveau des contacts, permettant d'estimer les efforts de contacts entre les grains. Nous présentons ici brièvement les différentes méthodes de modélisation discrète existant dans la littérature puis nous détaillerons la méthode *Non Smooth Contact Dynamics* utilisée dans nos simulations qui seront présentées par la suite.

# 4.1 Méthodes de modélisation discrète

Il existe plusieurs méthodes permettant de simuler le comportement d'assemblages de particules<sup>1</sup>. Elles peuvent être classées en deux grandes familles : les méthodes dites **Non Smooth DEM** et les méthodes dites **Smooth DEM**. Une classification détaillée a été faite par Cambou et Jean [CAM01]. Ces méthodes ont le même cadre de départ : on considère un ensemble de particules parfaitement rigides. La différence majeure entre ces méthodes réside dans le traitement des interactions de contacts entre éléments.

Le développement des méthodes par éléments dicrets voit le jour grâce aux travaux de Cundall [CUN71, CUN79] : il s'agit de méthodes de type **Smooth DEM**. Dans les méthodes de type Smooth DEM, les interactions entre grains sont décrites par des lois régulières au sens où elles peuvent être décrites sous la forme d'une fonction. La nature des lois d'interaction conduit à autoriser numériquement une légère interpénétration des particules. Ces lois d'interactions, décrites en partie par des raideurs de contacts, conduisent à introduire des paramètres de dissipation. Ces lois permettent d'exprimer l'intensité des forces de contacts en fonction de l'interpénétration. Enfin, la régularité de ces modèles permet une résolution explicite de l'équation de la dynamique.

Les méthodes de type **Non Smooth DEM** se distinguent de cette stratégie en traitant le contact par l'intermédiaire de lois d'interaction non-régulières comme les lois de choc. Ainsi le contact est réellement unilatéral.

L'objectif de ce chapitre est de préciser l'une des méthodes utilisant ce traitement, la méthode Non Smooth Contact Dynamics (NSCD).

# 4.2 Méthode Non Smooth Contact Dynamics

### 4.2.1 Introduction

La méthode Non Smooth Contact Dynamics (NSCD), initiée par les travaux de Jean et Moreau [MOR88, JEA92, JEA99], traite les milieux multicorps en interaction par une mise en équation exacte des problèmes à liaisons unilatérales. Notamment, un traitement non régularisé des conditions de contact unilatéral et de frottement sec de Coulomb est proposé dans cette méthode. Elle utilise un schéma d'intégration implicite pour la discrétisation en temps et utilise une détection explicite.

Les vitesses et réactions sont calculées au niveau local en tenant compte des lois d'interactions entre corps.

Le principe général de cette méthode peut être résumé par les étapes suivantes :

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Dans ce chapitre, on parlera indifféremment de corps, grain, particule, élément.

	Evaluation des positions des corps avec prise en compte des sollicitations
Douolog gun la tomang	Détection des contacts
Boucles sur le temps	Détermination des forces de contact
	Nouvelles positions des corps

Dans notre cas, on va considérer un milieu granulaire représenté par un assemblage de particules parfaitement rigides, bidimensionnelles.

Nous décrivons par la suite les grandes étapes de la méthode NSCD. Les parties suivantes sont largement inspirées des travaux de M. Jean [CAM01], M. Renouf [REN04], G. Saussine [SAU04].

### 4.2.2 Lois de mouvement

L'équation de la dynamique s'écrit de la façon suivante :

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) = \mathbb{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + \mathbb{P}(t) + \mathbf{r}$$
(4.1)

avec  $q, \dot{q}, \ddot{q}$  qui correspondent respectivement à la position, la vitesse, et l'accélération d'une particule à un instant donné. M représente la matrice de masse du système,  $\mathbb{Q}(q, \dot{q}, t)$  représente les "termes gyroscopiques et centrifuges", et  $\mathbb{P}(t)$  les efforts extérieurs explicitement connus en l'absence de contact et **r** les forces de contacts.

Alors que peuvent intervenir des chocs entre particules, en présence de conditions unilatérales, des discontinuités du champ de vitesse peuvent apparaître et l'accélération n'est ainsi pas définie. Pour prendre en compte ces considérations, on préfère alors écrire l'équation (4.1) en termes de mesures différentielles. Le système différentiel s'écrit :

$$\mathbb{M}d\mathbf{\ddot{q}} = \mathbb{Q}(\mathbf{q}, \mathbf{\dot{q}}, t)dt + \mathbb{P}(t)dt + \mathbf{r}d\nu$$
(4.2)

où dt est une mesure de Lebesgue,  $d\nu$  est une mesure réelle positive et  $d\dot{q}$  représente la mesure différentielle de **q**. **r** représente la densité d'impulsion de contact, c'est à dire la contribution locale des impulsions exercées lors de la présence de contacts.

Nous renvoyons aux travaux de Moreau [MOR88] pour plus de détails concernant le cadre mathématique permettant d'écrire le système différentiel.

### 4.2.3 Lois de contacts

La modélisation des contacts consiste à établir des relations entre les forces de contacts à des grandeurs décrivant les phénomèmes complexes se produisant à la surface des grains. Ces phénomènes peuvent être de nature mécanique (abrasion, épaufrement des arêtes de blocs rocheux, etc.) ou physico-chimiques.

Pour décrire les intéractions au niveau des contacts entre grains, la mécanique non régulière adopte des lois simples, à seuil, pour traduire une phénoménologie encore mal connue et complexe. La non-régularité de la méthode *NSCD* se traduit par des lois de contacts raides, ayant des pentes infinies.

### 4.2.3.1 Condition de Signorini (Unilatéralité)

L'unilatéralité s'exprime par le fait que deux corps ne se pénétrent pas. Cela se traduit également par le fait que l'interstice g, reste positif  $g \ge 0$ . On peut distinguer alors deux situations :

- absence de contact si g < 0 et  $\mathbf{R}_N = 0$ ;
- contact si g = 0 et  $\mathbf{R}_N \ge 0$ .

où  $\mathbf{R}_N$  est la composante normale de la réaction locale. Ceci peut être résumé par les *conditions* de Signorini en interstice (relation de complémentarité, voir figure 4.1) :

$$g \ge 0, \ \mathbf{R}_N \ge 0, \ g\mathbf{R}_N = 0 \tag{4.3}$$

On exclut ici les phénomènes de cohésion et d'attraction (action à distance). Les conditions de Signorini peuvent être réecrites en fonction de la vitesse relative, pour plus de détails voir [MOR88].



FIG. 4.1 – Condition de Signorini

Dans la suite, nous noterons que  $(\mathbf{U}_N, \mathbf{R}_N)$ , avec  $\mathbf{U}$  la vitesse relative, respecte le graphe de Signorini par la relation suivante :

Signor 
$$(\mathbf{U}_N, \mathbf{R}_N)$$
 (4.4)

### 4.2.3.2 Lois de choc

Il est utile de mentionner, que dans le cas de corps rigides, la condition de Signorini ne donne pas d'information sur les variations de vitesse autour de l'établissement d'un contact. Il est donc nécessaire d'introduire un élément supplémentaire, une loi de choc afin de décrire des phénomènes "encadrant" la collision. Il est courant d'utiliser la loi de restitution de Newton, qui permet de relier les vitesses relatives U avant (-) et apres (+) chocs par la relation :  $U^+ = -eU^-$  où e est le coefficient de restitution. Le cas élastique correspond à e = 1, et le cas e = 0 correspond à une restitution nulle au moment du choc.

Nous ne considèrerons à notre échelle aucune déformation élastique (restitution nulle) lors des collisions. Dans le cas d'évolutions quasi-statiques, pour des échantillons denses, ce coefficient de restitution n'a que très peu d'influence.

### 4.2.3.3 Frottement de Coulomb

Le frottement de Coulomb exprime le frottement sec entre deux solides. Celui-ci a pour caractéristique qu'il faille dépasser un certain un seuil dépendant de la réaction normale pour déclencher le glissement.

La loi de Coulomb peut s'exprimer de la manière suivante (figure 4.2) :

$$\begin{cases} \|\mathbf{R}_{T}\| \leq \mu \mathbf{R}_{N} \\ \text{Si } \mathbf{U}_{T} > 0, \quad \mathbf{R}_{T} = -\mu \mathbf{R}_{N} \frac{\mathbf{U}_{T}}{\|\mathbf{U}_{T}\|} \\ \text{Si } \mathbf{U}_{T} < 0, \quad \mathbf{R}_{T} = \mu \mathbf{R}_{N} \frac{\mathbf{U}_{T}}{\|\mathbf{U}_{T}\|} \end{cases}$$
(4.5)

où  $\mu$  répresente le coefficient de frottement. L'équation (4.5) exprime que, si un glissement se produit, le vecteur de la vitesse de glissement  $U_T$  est opposé au vecteur de la force de frottement  $R_T$ .

Il existe d'autres lois de contacts, qui sont décrites avec précision dans [CAM01]. Nous nous limiterons pour notre étude à l'équation (4.5).



FIG. 4.2 – Graphe de Coulomb

Dans la suite, nous noterons que  $(\mathbf{U}_{\mathbf{T}}, \mathbf{R}_T)$  respecte le graphe de Coulomb par la relation suivante :

$$Coul_{\mu R_N}(\mathbf{U}_T, \mathbf{R}_T)$$
 (4.6)

### 4.2.4 Intégration temporelle : $\theta$ -méthode

L'intégration de (4.2) sur l'intervalle  $[t^i, t^{i+1}]$  de longueur  $h_i$  s'écrit :

$$\begin{cases}
\mathbb{M}(\dot{\mathbf{q}}(i+1) - \dot{\mathbf{q}}(i)) = \int_{t^{i}}^{t^{i+1}} \mathbb{Q}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, s) ds + \int_{t^{i}}^{t^{i+1}} \mathbb{P}(s) ds + \int_{]t^{i}, t^{i+1}]} \mathbf{r} d\nu \\
\mathbf{q}(i+1) = \mathbf{q}(i) + \int_{t^{i}}^{t^{i+1}} \dot{\mathbf{q}}(s) ds
\end{cases}$$
(4.7)

où ds est la mesure de Lebesgue.

Comme on a supposé que les particules étudiées étaient rigides et circulaires (problème plan), les "termes gyroscopiques et centrifuges" sont nuls, ainsi que les forces intérieures dans chacun des grains.

L'impulsion de contact moyenne

$$\mathbf{r}(i+1) = \frac{1}{h_i} \int_{\left[t^{i}, t^{i+1}\right]} \mathbf{r} d\nu$$
(4.8)

apparaît comme inconnue principale car elle va nous permettre de déterminer la vitesse après chocs. La méthode d'intégration choisie, la  $\theta$  méthode, s'apparente à une pondération des quantités obtenues en début et en fin de pas, ce qui donne, pour les équations (4.7) :

$$\int_{t^{i}}^{t^{i+1}} \mathbb{P}(t)dt = h_{i}\theta\mathbb{P}(i+1) + h_{i}(1-\theta)\mathbb{P}(i)$$

$$\mathbf{q}(i+1) = \mathbf{q}(i) + h_{i}\theta\dot{\mathbf{q}}(i+1) + h_{i}(1-\theta)\dot{\mathbf{q}}(i)$$

$$(4.9)$$

avec  $\theta \leq 1/2$  pour permettre au schéma d'être inconditionnellement stable.

Par substitution des équations (4.8) et (4.9) dans (4.7), il vient :

$$\dot{\mathbf{q}}(i+1) = \dot{\mathbf{q}}_{free} + (\mathbb{M}^{-1})h_i\mathbf{r}(i+1)$$
(4.10)

On note

$$\dot{\mathbf{q}}_{free} = \dot{\mathbf{q}}(i) + (\mathbb{M}^{-1})h_i(\theta \mathbb{P}(i+1) + (1-\theta)\mathbb{P}(i))$$

 $\operatorname{et}$ 

$$\mathbf{q}(i+1) = \mathbf{q}(i) + h_i \theta \dot{\mathbf{q}}(i+1) + h_i (1-\theta) \dot{\mathbf{q}}(i).$$
(4.11)

### 4.2.5 Relation entre les variables locales et globales

Le principe de la modélisation ici consiste ici à considérer, pour tout contact potentiel, un candidat au contact noté C et un antagoniste A. Par définition, l'antagoniste A porte le repère local au niveau du contact, la normale de contact étant donc dirigée de l'antagoniste vers le candidat.

La résolution du problème est effectuée à deux échelles, globale et locale. Les inconnues fondamentales à déterminer sont les variables cinématiques en fin de pas et l'impulsion moyenne (variables globales). Or les lois d'interactions sont locales, décrites par les variables locales (U, R)à l'échelle du contact. Il est ainsi nécessaire de relier variables locales et globales. La vitesse relative locale  $\dot{\mathbf{U}}$  est reliée à la vitesse globale  $\dot{\mathbf{q}}$  au niveau du contact  $\alpha$ , telle que :

$$\dot{\mathbf{U}}^{\alpha} = H^{*\alpha}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} \tag{4.12}$$

où l'opérateur  $H^*$  est une application linéaire dépendant du déplacement  $\mathbf{q}$  et du temps t. La relation duale entre les relations locales  $R^{\alpha}$  et leur contribution dans leur repère global  $r^{\alpha}$  s'écrit :

$$\mathbf{r} = H^{\alpha}(\mathbf{q})\mathbf{R} \tag{4.13}$$

où H est une application linéaire duale de  $H^*$ , avec  $H^* = H^T$ . L'opérateur  $H^{\alpha}$  est construit grâce à des considérations énergétiques.

La résolution du problème est ainsi effectuée à deux échelles, résumée sur la Figure 4.3.



FIG. 4.3 – Schématisation de la méthode NSCD

### 4.2.6 Résolution à l'échelle du contact

En utilisant les opérateurs de passage au repère local dans (4.10), l'écriture locale de l'équation de la dynamique discrétisée est :

$$\mathbf{U}^{\alpha}(i+1) = \mathbf{U}^{\alpha}_{free}(i) + \sum_{\beta=1}^{n_c} \mathbb{W}^{\alpha\beta} h_i \mathbf{R}^{\beta}(i+1)$$
(4.14)

où  $n_c$  est le nombre de contact,  $\beta$  est un contact tel que  $\beta \neq \alpha$  et  $\mathbb{W}^{\alpha\beta} = H^{*\alpha}(\mathbb{M}^{-1})H^{\beta}$ , est l'opérateur de *Delassus*.

 $\mathbf{U}^{\alpha}$  est la vites se relative, et  $\mathbf{U}^{\alpha}_{free}$  représente le vecteur des vites ses relatives sans tenir compte des efforts de contact.

La vitesse locale en un point de contact est donc estimée à partir de la somme de la vitesse libre et des contributions des réactions de tous les points de contacts.

La résolution locale est faite contact par contact par un algorithme de type Gauss-Seidel non linéaire. Cette méthode consiste à calculer la solution du problème de contact frottant pour chaque contact  $\alpha$  en supposant les valeurs des autres contacts connues. La résolution complète du problème se fera en balayant la liste des contacts jusqu'à convergence.

On va séparer la contribution du contact  $\alpha$  où les réactions sont inconnues, des autres contacts  $\beta \neq \alpha$  où les réactions sont fixées. Plus précisément, au cours d'une itération de Gauss-Seidel, les réactions correspondant aux contacts  $\beta < \alpha$  sont les réactions calculées à cette même itération, alors que pour les contacts  $\beta > \alpha$  les réactions sont les réactions calculées à l'itération précédente. L'équation (4.14) devient :

$$\mathbf{U}^{\alpha}(i+1) = \mathbf{U}^{\alpha}_{free} + \mathbb{W}^{\alpha\alpha}h_i\mathbf{R}^{\alpha}(i+1) + \sum_{\substack{\beta=1\\\beta\neq\alpha}}^{n_c} \mathbb{W}^{\alpha\beta}h_i\mathbf{R}^{\beta}(i+1)$$
(4.15)

On a supposé les valeurs des réactions des contacts  $\beta \neq \alpha$  fixées : on a ainsi une relation linéaire entre  $\mathbf{U}^{\alpha}$  et  $\mathbf{R}^{\alpha}$ . La vitesse locale s'exprime donc comme une fonction linéaire de la réaction locale.

En posant :

$$\mathbf{U}_{locfree}^{\alpha} = \mathbf{U}_{free}^{\alpha} + \sum_{\substack{\beta=1\\\beta\neq\alpha}}^{n_c} \mathbb{W}^{\alpha\beta} h_i \mathbf{R}^{\beta}(i+1)$$
(4.16)

on peut simplifier l'équation (4.15):

$$\mathbf{U}^{\alpha}(i+1) = \mathbf{U}^{\alpha}_{locfree} + \mathbb{W}^{\alpha\alpha} h_i \mathbf{R}^{\alpha}(i+1)$$
(4.17)

Le problème de contact frottant, pour un contact  $\alpha$ , respecte ainsi le système suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{U}^{\alpha}(i+1) = \mathbf{U}^{\alpha}_{locfree} + \mathbb{W}^{\alpha\alpha}h_{i}\mathbf{R}^{\alpha}(i+1) \\ \text{Signor}(\mathbf{U}^{\alpha}_{N},\mathbf{R}^{\alpha}_{N}) \\ \text{Coul}_{\mu R_{N}}(\mathbf{U}^{\alpha}_{T},\mathbf{R}^{\alpha}_{T}) \end{cases}$$
(4.18)

Dans le cas bidimensionnel, l'équation (4.18) peut être résolu par une intersection affine de graphe.

### 4.2.7 Critère de convergence

Travaillant avec une méthode itérative, il est nécessaire de fixer un critère de convergence afin de vérifier si la méthode a convergé vers une solution. Il existe différents critères permettant d'analyser la précision de la solution. Le choix du critère est important, il doit être suffisamment précis pour que la solution ait un sens, mais ne doit pas être trop strict afin d'obtenir des temps de calculs raisonnables.

Les critères présentés ci-dessous sont introduits par Jean [JEA99] et possèdent un aspect énergétique. A chaque itération du solveur Gauss-Seidel, le couple solution (R, U) obtenu ne satisfait pas les équations de la dynamique puisque, à chaque couple  $(R^{\alpha}, U^{\alpha})$ , sont calculées avec des valeurs provisoires des réactions locales.

Pour déterminer l'écart à la solution lors du test de convergence, nous allons calculer plusieurs grandeurs intégrant une solution de référence définie par le couple  $(\hat{R}^{\alpha}, \hat{U}^{\alpha})$ .  $\hat{R}^{\alpha}$  est en fait la solution de l'itération précédente. On peut calculer, entre autres, les grandeurs suivantes, avec

les notations de Jean [CAM01] :

$$w_{reac} = \sum_{\alpha} \left(\frac{1}{2} \mathbb{W}^{\alpha \alpha} h_i \mathbf{R}^{\alpha} . h_i \mathbf{R}^{\alpha} + \frac{1}{2} \mathbb{W}^{\alpha \alpha} h_i \widehat{\mathbf{R}}^{\alpha} . h_i \widehat{\mathbf{R}}^{\alpha} \right)$$

$$w_{mean} = \frac{1}{N_{actif}} w_{reac}$$

$$v_{tlonm} = \frac{1}{w_{mean}} \frac{1}{N_{actif}} \sum_{\alpha} \left( \mathbf{U}^{\alpha} - \widehat{\mathbf{U}}^{\alpha} \right) . \left( \frac{1}{2} (h_i \mathbf{R}^{\alpha} + h_i \widehat{\mathbf{R}}^{\alpha}) \right)$$

$$v_{tlonq} = \frac{1}{w_{mean}} \left( \frac{1}{N_{actif}} \left( \sum_{\alpha} \left\| \mathbf{U}^{\alpha} - \widehat{\mathbf{U}}^{\alpha} \right\|^2 \right\| \frac{1}{2} (h_i \mathbf{R}^{\alpha} + h_i \widehat{\mathbf{R}}^{\alpha}) \right\|^2 \right) \right)^{\frac{1}{2}}$$

avec  $w_{reac}$ , l'énergie de référence due aux réactions,  $w_{mean}$ , l'énergie de référence moyenne imputée aux réactions,  $v_{tlonm}$  et  $v_{tlonq}$  respectivement les violations moyenne et quadratique, et  $N_{actif}$ désigne le nombre de contacts transmettant une force non nulle. La violation moyenne permet d'estimer la pénétration dans la direction de la réaction. Cet indicateur permet de vérifier que la tolérance autorisée n'est pas accaparée par la pénétration.

Avec ces critères, il est possible d'estimer la précision de la solution soit contact par contact, de manière globale sur l'ensemble des contacts, soit par paquets de N contacts. Dans le logiciel LMGC que nous avons utilisé, il existe trois choix possibles liés au type de norme choisie pour la convergence du solveur de contact :

- 'Quad' : il s'agit d'une norme de type quadratique où une moyenne est réalisée sur tous les types de contact. L'inconvénient de cette méthode est qu'elle permet aux contacts 'bien calculés' de racheter les contacts 'mal calculés' donc certains contacts peuvent donc présenter une mauvaise convergence alors que la convergence globale a été statisfaite;
- 'QM/16' : cette norme implique une convergence plus rude car la moyenne est faite par paquets de 16 points;
- 'Maxm' : on teste ici la convergence pour chaque point de contact. Le problème précédent n'a plus lieu d'être mais le nombre d'itérations risque d'augmenter pour satisfaire la convergence de chaque contact engendrant un temps de calcul qui peut être prohibitif.

### 4.2.8 Bilan

L'approche **Non Smooth Contact Dynamics** permet de traiter un problème d'intéractions multicorps avec contact, frottement, et adhésion (pour l'adhésion, voir chapitre 6) sans pénalisation et sans régularisation.

La résolution du problème de contact-frottement est effectuée à deux échelles :

- Au niveau global, l'équation de la dynamique discrétisée et linéarisée est résolue. Les variables mises en jeu sont les vitesses  $\dot{\mathbf{q}}$  et les réactions  $\mathbf{r}$ .
- Au niveau local, la résolution des contraintes associés aux contacts est effectuée par un solveur local de type Gauss-Seidel. Les variables mises en jeu ici sont la vitesse relative au contact U et la réaction locale R.

Un schéma résumant la résolution du problème dynamique avec de contact-frottement avec l'approche *NSCD* et un solveur non-linéaire est présenté ci-dessous.

Boucle sur le temps i = i + 1Evaluation des positions  $\mathbf{q}(i)$ Calcul des vitesses libres  $\dot{\mathbf{q}}_{free}(i)$ Détection des contacts : détermination des repères locaux et des opérateurs de passage H et  $H^*$ Itérations de Gauss-Seidel : k = k + 1Résolution du problème de contact frottant Boucles sur les contacts  $\alpha = \alpha + 1$ Résolution du problème local :  $(\mathbf{U}^{\alpha}, \mathbf{R}^{\alpha})$  à déterminer avec (4.18)

L Test de convergence

Actualisation des positions  $\mathbf{q}(i)$  et des vitesses  $\dot{\mathbf{q}}(i)$  avec (4.10) et (4.11)

Deuxième partie

Une modélisation discrète de l'enrochement en blocs

# Chapitre 5

# Modélisation des effets de déjaugeage et d'une diminution de coefficient de frottement dû à l'eau

### Sommaire

5.1 Intr	oduction
5.2 Don	nées initiales
5.3 Intr	oduction des variables micromécaniques et macroscopiques pour
l'étu	de des milieux granulaires : paramètres d'étude
5.3.1	$Compacité \dots \dots$
5.3.2	Nombre de coordination
5.3.3	Tenseur des contraintes
5.3.4	Tenseur de texture et anisotropie
5.3.5	Réseau faible, réseau fort
5.3.6	Remarque
5.4 Infl	uence du déjaugeage 98
5.4.1	Prise en compte des efforts de déjauge age dans le modèle discret $\ . \ . \ . \ 98$
5.4.2	Résultats
5.5 Infl	uence du frottement local
5.5.1	Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé 100
5.5.2	Mise en évidence de l'activité dynamique
5.5.3	Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort $\ .$ 107
5.5.4	Etude paramétrique : influence de $\mu_{hum}$
5.5.5	Influence du déjaugeage 112
5.5.6	Comparaison des résultats avec les données de la litté rature 113
5.6 Con	$ m clusion$ $ m \dots \dots$

# 5.1 Introduction

Cette partie est consacrée à l'étude de l'influence de l'eau sous deux de ses effets, sur un milieu granulaire composé de bloc rocheux. Le milieu étudié se veut représentif d'une colonne d'enrochements, maintenue par des parois rigides latérales, et progressivement remplie d'eau. Les simulations effectuées sont en deux dimensions (2D), et les enrochements sont modélisés par des disques rigides. Les simulations sont réalisées à l'aide de la plateforme de recherche *LMGC90* (Logiciel de Mécanique Gérant le Contact).

Cette partie sera d'abord dédiée à l'étude de l'influence du déjaugeage sur l'évolution du milieu granulaire. Nous traiterons ensuite l'influence d'une diminution du coefficient de frottement local en présence d'eau sur les tassements de cette même colonne. Nous évaluerons ainsi l'influence de chaque changement lié à l'eau afin de quantifier l'influence de chaque contibution de façon séparée.

Préalablement à l'évaluation des effets du déjaugeage et de la diminution du coefficient de frottement avec l'eau, ces premières simulations sur cette colonne d'enrochements nous permettront d'introduire les définitions relatives à certaines variables micromécaniques et macroscopiques caractérisant les milieux granulaires : ceci nous permettra de rendre compte du comportement local et moyen des empilements.

### 5.2 Données initiales

On étudie les deux effets proposés sur le même échantillon de base. L'échantillon est généré par un dépôt gravitaire d'environ 1000 grains. Le milieu est bidisperse : le diamètre  $\Phi$  des grains est pris égal à 60 cm et 1 m pour simuler les enrochements. La bidispersité dans la taille des grains est introduite afin d'éviter la 'cristallisation' des grains en un empilement régulier. On choisi de fixer le coefficient de frottement à l'état sec entre deux grains  $\mu_{sec} = 1$ -valeur assez élevée- afin de prendre en compte, dans une certaine mesure, l'angularité des blocs rocheux. Le coefficient de frottement grain/paroi est pris égal à 1 également, ceci afin de réaliser un échantillon le plus lâche possible, bien qu'étant conscients que la porosité 3D est toutefois impossible à approcher avec des échantillons 2D. La largeur de la colonne est L = 15m et la hauteur finale obtenue est  $H_0 \approx 31m$ . Les données de l'échantillon ainsi réalisé sont regroupées dans le tableau (5.1), et l'échantillon généré est visible sur la figure 5.1.

TAB. 5.1 – Données pour la colonne d'enrochements

1	
Taille des grains	$\Phi = 60cm$ ou 1 m
Masse volumique des grains secs	$ ho_{G_{sec}}=2.65~kg/m^2$
Dimensions finales de la colonne	$L = 15 m, H_0 \approx 31 m$
Vitesse de remplissage	V = 0.1 m/s
Coefficient de frottement grain/grain sec	$\mu_{sec} = 1$
Coefficient de frottement grain/paroi	$\mu = 1$



FIG. 5.1 – Visualisation de la colonne d'enrochements générée par dépôt gravitaire.

# 5.3 Introduction des variables micromécaniques et macroscopiques pour l'étude des milieux granulaires : paramètres d'étude

Dans ce paragraphe, nous présentons les variables micromécaniques et macroscopiques choisies pour étudier nos échantillons granulaires. La définition de grandeurs locales est nécessaire pour écrire les grandeurs macroscopiques à l'échelle du milieu : il parait en effet difficile d'analyser les caractéristiques locales de chaque grain et travailler sur des valeurs moyennes est donc primordial. Les informations obtenues localement vont être ainsi soumises à un traitement statistique ou à des moyennes qui vont ainsi permettre de calculer des grandeurs macroscopiques à l'échelle du milieu. Nous introduisons dans cette partie quelques grandeurs macroscopiques représentatives des milieux granulaire comme le tenseur des contraintes et le tenseur de texture, etc. L'étude ne se veut cependant pas exhaustive, nous écrivons les définitions des grandeurs utilisées<sup>1</sup> dans le travail mené. D'autre part, nous n'abordons pas dans cette étude les problèmes liés à la définition d'une volume élémentaire représentatif dans lequel les grandeurs macroscopiques sont calculées : ce problème est largement traité dans [ODA99] par exemple, cité par [STA02a].

### 5.3.1 Compacité

On entend par compacité la fraction C du volume occupé par les grains  $V_p$  sur le volume total de l'échantillon^2 :

$$C = \frac{V_p}{V_t} \tag{5.1}$$

La variation de compacité est directement liée à la variation de volume (par unité de longueur ici) ou à la déformation globale de l'échantillon. La compacité permet de définir si un échantillon

 $<sup>^{1}</sup>$ Il est à noter que les définitions des grandeurs étudiées ne sont pas uniques dans la littérature.

 $<sup>^2 \</sup>rm Nous$  donnons dans ce paragraphe la définition 3D des paramètres, le cas 2D étudié se réduit évidemment au volume par unité de longueur.

est dense ou lâche. La compacité est égale à 1 - n avec n la porosité du matériau granulaire et est liée à l'indice des vides du matériau, noté  $e_v$ , qui représente le rapport entre le volume des vides interparticulaires  $V_v$  sur le volume occupé par les grains  $V_p$ , par la relation suivante :

$$e_v = \frac{V_v}{V_p} = \frac{1-C}{C} \tag{5.2}$$

Nous utiliserons l'indice des vides, indice courrament utilisé en mécanique de sols, dans le chapitre 8 afin de comparer expériences et simulations. Pour le reste de l'étude, et tout particulièrement dans ce même chapitre, nous parlerons de compacité pour traduire le niveau de densification de nos échantillons. Notons que le nom de fraction volumique  $\phi$  est également donné à la fraction  $V_p/V_t$ .

### 5.3.2 Nombre de coordination

Le nombre de coordination noté  $N_c$ , encore appelé coordinance est le nombre moyen de contacts par grains. Il est défini par :

$$N_c = \frac{1}{N_p} \sum_{i=1}^{N_p} n_{ci}$$
(5.3)

avec  $N_p$  nombre de grains total, et  $n_{ci}$  le nombre de contacts de chaque grain. Il donne une mesure moyenne de la connectivité du réseau des contacts, ou en d'autres termes, une mesure moyenne du nombre de grains voisins qui transmettent des efforts de contacts. A noter que dans un milieu faiblement polydisperse la moyenne sera proche de 4 en 2D et 6 en 3D. A noter également que le nombre de coordination et la compacité caractérisent tous deux la densité de l'échantillon, mais ne sont pas corrélés au sens où l'on ne peut exprimer l'un en fonction de l'autre [REN04].

### 5.3.3 Tenseur des contraintes

Il existe de nombreuses définitions du tenseurs des contraintes pour un milieu granulaire en équilibre ou quasi-équilibre [SAT98]. Nous adopterons une définition classique pour le tenseur des contraintes, et en particulier celle donnée par [ROT81], qui exprime la contrainte moyenne  $\sigma$  sur un échantillon de volume V contenant  $n_c$  contacts, comme le produit tensoriel des forces de contact R et des vecteurs intercentre l:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{\alpha=1}^{n_c} R_i^{\alpha} l_j^{\alpha}$$
(5.4)

où  $R_i^{\alpha}$  est la composante *i* de la force au contact  $\alpha$ , et  $l_j^{\alpha}$  est la composante *j* du vecteur joignant les barycentres des deux grains formant le contact  $\alpha$ . A noter que cette définition n'est valable que pour des évolutions quasi-statique, seules les contraintes issues de la transmission quasistatique sont prises en compte. Pour prendre en compte les efforts dynamiques il faut étendre ces définitions. Pour notre étude, nous nous limiterons à cette définition (Eq.5.4), les évolutions sont considérées comme quasi-statique, les contraintes liées au moment des grains en mouvement étant considérées comme négligeables. Pour finir, remarquons que la prise en compte dans cette définition des directions de contacts qui transmettent les forces permettent d'introduire l'aspect géométrique de l'empilement dans le calcul du tenseur des contraintes [STA02a].

### 5.3.4 Tenseur de texture et anisotropie

Le tenseur de fabrique, encore appelé tenseur de texture, reflète les caractéristiques géométriques du réseau des contacts : il s'agit d'un tenseur d'ordre 2 qui réalise une statistique sur les directions d'orientation des normales au contact n. Il permet ainsi de rendre compte de la micro-structure, ou encore de la texture du milieu. Dans une volume V donné, où existent  $n_c$ contacts au total dans l'échantillon, il est défini par l'expression suivante :

$$\phi_{ij} = \frac{1}{n_c} \sum_{\alpha=1}^{n_c} n_i^{\alpha} n_j^{\alpha} \tag{5.5}$$

avec  $n^{\alpha}$  le vecteur unitaire de la direction du contact  $\alpha$ , *i* et *j* les directions de l'espace.

La densité de contacts  $P(\theta)$  par unité d'angle en fonction de la direction de contact est donnée par Lanier et Radjaï dans [CAM01] (d'après les travaux de [KAN84]), par la relation suivante :

$$P(\theta) = \frac{1}{2\pi} (1 + A\cos 2(\theta - \theta_c))$$
(5.6)

où A caractérise l'anisotropie de la texture et  $\theta_c$  la direction privilégiée des contacts (associée à la valeur propre principale de  $\phi$ ), ce qui nous permet d'exprimer l'anisotropie A du réseau par la relation :

$$A = 2(\varphi_1 - \varphi_2) \tag{5.7}$$

avec  $\varphi_1$  et  $\varphi_2 = 1 - \varphi_1$  les valeurs propres du tenseur de fabrique. La direction principale majeure du tenseur donne la direction privilégiée des contacts, soit la direction d'anisotropie.

### 5.3.5 Réseau faible, réseau fort

Ce paragraphe vise à introduire brièvement les notions de réseau faible et faort et leur lien dans la transmission des efforts dans un milieu composé de grains en contact. Nous étudierons par la suite les spécificités de ces deux types de réseau.

La transmission des efforts à l'intérieur d'un milieu granulaire dense est assuré par le réseau des grains en contacts. Celui-ci varie généralement avec la déformation du milieu même si il est sollicité de manière quasi-statique. Il est peut être dissocié en deux sous-réseau : un réseau faible caractérisant l'ensemble de forces de contacts inférieures à la force de contact moyenne  $\langle F \rangle$  et un réseau fort caractérisant l'ensemble de forces de contacts supérieures à  $\langle F \rangle$ . Ainsi on regroupe les contacts en deux sous-populations, selon qu'ils transmettent une force de contact de module inférieur au module moyen et de "contacts faibles" s'ils transmettent des forces de module supérieur au module moyen. Le réseau faible est plus important que le réseau fort : les contacts faibles représentent environ 60 % des contacts [RAD96]. Les deux sous réseaux ont des propriétés mécaniques bien différentes qui expriment une forte hétérogéneité dans le réseau de contact global du milieu granulaire. Nous étudierons par la suite comment chacun contribue au comportement de l'empilement.

### 5.3.6 Remarque

D'autres variables peuvent être introduites pour étudier les milieux granulaires que celles présentées précédemment : on pourrait utiliser, par exemple, le tenseur de déformation pour caractériser les milieux étudiés, la longueur de corrélation (une définition est donnée dans [CAM01]), etc. Nous nous limiterons dans notre cas, à l'étude des paramètres définis précédement pour étudier nos milieux, auxquels nous ajouterons une étude de variables complémentaires lorsque cela sera nécessaire, et qui seront adaptées au problème considéré.

## 5.4 Influence du déjaugeage

Des simulations par éléments finis sur des modèles élasto-plastiques prenant en compte la poussée d'Archimède prédisent un soulèvement de la masse granulaire en raison du soulagement des contraintes de poids propre en présence d'eau. Ceci n'est évidemment pas observé lorsque la recharge amont d'un barrage à noyau central est submergé : on observe une contraction qui génère des tassements aussi bien au niveau de la recharge en enrochements, qu'au niveau de la crête. L'étude de la prise en compte des efforts de déjaugeage sur un empilement de bloc rocheux simulé de façon discrète parait ainsi nécessaire afin de comparer les deux approches.

### 5.4.1 Prise en compte des efforts de déjaugeage dans le modèle discret

L'intégration des efforts exercés par l'eau sur un grain immergé se réduit à une force verticale dirigée vers le haut : la poussée d'Archimède. La prise en compte des efforts de déjaugeage conduit ainsi à diminuer la masse volumique des grains secs par la masse volumique de l'eau si le grain est totalement immergé, alors  $\rho_{G_{hum}} = \rho_{G_{sec}} - \rho_{water}$ , et si le grain est partiellement submergé nous réalisons une interpolation linéaire avec la hauteur d'immersion du grain pour obtenir la masse volumique du grain partiellement immergé (Figure 5.2). Dans cette étude, la porosité interne des roches est négligée; de cette façon nous ne prenons pas ici en compte toute infiltration possible de l'eau dans les pores des blocs rocheux. Le niveau de l'eau est noté  $H_w$ .



FIG. 5.2 – Calcul de la masse volumique déjaugée d'un grain.

### 5.4.2 Résultats

Pour analyser les réarrangements dans le milieu, nous avons évalué l'énergie dissipée par les contacts. Cette énergie est la somme sur les contacts glissants k, du produit de la réaction tangentielle  $R_{tk}$ , avec la vitesse correspondante  $V_{tk}$  du contact i:

$$E_D(H_w) = \sum_{k=1,\alpha} |R_{tk} V_{tk}|, \qquad (5.8)$$

 $\alpha$  étant le nombre de contact, et les contacts glissants sont les contacts dont leur état mécanique est sur le cône de Coulomb<sup>3</sup>.

Comme on peut le voir sur la Figure 5.3(a), l'évolution de l'énergie dissipée est irrégulière tandis que l'eau remplit progressivement la colonne. Elle prend cependant un peu plus d'importance une fois dépassé 2/3 du remplissage. Cette évolution irrégulière est aussi visible dans les fluctuations de l'énergie cinétique présentée sur la figure 5.3(b). Ces fluctuations reflètent la succession de déstabilisations à l'intérieur de la colonne. L'énergie cinétique calculée est composée d'une composante de rotation et de translation. Elle s'écrit de la façon suivante :

$$E_c^{T,r}(H_w) = \sum_{k=1,\alpha} \frac{1}{2} \left( m_k \ V_k^2 + I_k \ w_k^2 \right).$$
(5.9)

Ces variations d'énergie cinétique sont le signe que les réarrangements, même faibles en intensité, opèrent très certainement par une combinaison de translations et de rotations de grains.



FIG. 5.3 – Evolution de l'énergie dissipée par les contacts (a) et de l'énergie cinétique (b) pendant le remplissage.

Nous étudions les variations de compacité pour évaluer les réarrangements à l'intérieur de la colonne d'enrochements. Bien que nous observons des signes de réorganisations à l'intérieur de la structure pendant le remplissage, ces fluctuations sont peu nombreuses et faibles en amplitude. Comme on peut l'observer sur la figure 5.4 présentant l'évolution de la compacité C par rapport à la compacité initiale  $C_0$ , le milieu granulaire semble se dilater à la fin du remplissage. Cette

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Nous détaillerons plus amplement cette définition dans la partie 5.5.2.

augmentation de volume est cependant très faible et du même ordre de grandeur que la précision numérique du calcul : il est donc difficile de conclure sur ce résultat. Le nombre de coordination diminue également pendant le remplissage. Ceci est en accord avec le précédent résultat mais ici aussi la différence entre le nombre de coordination initial et final est peu significative (3.26 au départ contre 3.20 au final).

La variation entre les grandeurs initiales et finales étant peu significative, nous ne pousserons



FIG. 5.4 – Evolution du ratio  $C/C_0$  pendant le remplissage.

pas plus loin l'étude du milieu granulaire. Les évolutions des grandeurs étudiées, peu marquées, nous permettent conclure que les forces de déjaugeage ont un effet négligeable sur les réarrangements des blocs, et sur les tassements de la colonne d'enrochements, lorsque seules les forces de déjaugeage sont prises en compte lors de l'introduction de l'eau [SIL07a].

# 5.5 Influence du frottement local

Nous avons vu dans la partie (2.7.3) que le coefficient de frottement local diminuait généralement en présence d'eau. Celle-ci favorise en effet les phénomènes d'attrition et d'abrasion lors du contact, ainsi que la lubrification générée au niveau des blocs en contacts. Le travail suivant vise à évaluer l'amplitude des tassements générés par une diminution du coefficient de frottement local en présence d'eau sur la colonne d'enrochements. Avant d'atteindre ce but, nous proposons d'étudier localement et macroscopiquement les changements liés à cette variation de coefficient de frottement.

### 5.5.1 Prise en compte de coefficients de frottement sec et saturé

Nous avons implémenté une loi à coefficient de frottement variable en fonction de la nature du contact : nous avons introduit alors  $\mu_{sec}$  le coefficient de frottement à l'état sec et  $\mu_{hum}$  le coefficient de frottement à l'état saturé, pour les contacts situés au dessous du niveau de l'eau  $H_w$ . Le changement de coefficient de frottement se fait donc au niveau du front de l'eau. Le graphe de Coulomb résultant peut être visualisé sur la figure 5.5. Dans cette étude, nous réalisons une étude paramétrique avec 5 valeurs de  $\mu_{hum}$  : 0, 0.1, 0.2, 0.5, 0.7. Les deux dernières valeurs du coefficient de frottement saturé sont nettement plus réalistes comparées à la valeur



FIG. 5.5 – Graphe de Coulomb d'un matériau sec et saturé.

élevée du coefficient de frottement sec choisie. Cependant, les premières valeurs nous permettront d'amplifier les phénomènes de glissements et réarrangements afin de saisir clairement leur nature et leur localisation dans la structure pendant le remplissage.

### 5.5.2 Mise en évidence de l'activité dynamique

Nous commençons par analyser le système en prenant  $\mu_{hum} = 0.1$  afin de mettre en évidence les phénomènes liés à un changement de coefficient de frottement en présence d'eau. Bien conscients que cette valeur soit très peu réaliste, cela va nous permettre d'une part, de localiser les réarrangements attendus, d'évaluer leur amplitude, d'identifier leur nature, etc. afin de les situer par rapport à des résultats émanant d'un modèle éléments finis de colonne d'enrochements, et, d'autre part, cette étude va permettre l'étude des variables micro-mécaniques et macroscopiques associées aux milieux granulaires introduites précédemment. Nous étudierons ainsi dans ce paragraphe entre autres, les variables relatives à la déformation globale de l'échantillon, aux contraintes, et à la mobilisation du frottement inter-granulaire.

### Compacité et coordinance

Nous étudions les variations de compacité pour évaluer les réarrangements à l'intérieur de la colonne d'enrochements. L'évolution de la compacité durant l'essai par rapport à la compacité initiale  $C_0$  est présentée sur la Figure 5.6(a). On peut observer que le système se contracte de plus en plus tout au long du remplissage avec l'introduction du coefficient de frottement saturé aux points de contacts. Nous pouvons remarquer que l'évolution n'est pas linéaire, la compacité évolue plutôt par "saut" : il apparaît ainsi qu'une succession d'évènements intermittents, qui correspondent à des déstabilisations locales à l'intérieur de la colonne -dues à la mobilisation de la diminution de friction entre grains, donnent lieu à des sortes de "crises" dynamiques où les grains se réarrangent entre elles.

Les variations de coordinance  $N_c$  observées sur la Figure 5.6(b) sont compatibles avec la contraction observée précédemment : l'augmentation de la coordinance traduit une augmentation de la connectivité du réseau des contacts.



FIG. 5.6 – Evolution de la compacité adimensionnée (a) et du nombre de coordination pendant le remplissage (b).  $H_w$  représente le niveau de l'eau,  $H_0$  représente la hateur de la colonne.

### NATURE DES RÉARRANGEMENTS

Afin de préciser la nature de ces réarrangements (s'agit il de tassements verticaux de grains ? Ou bien une composante rotationelle fait elle également partie de ces réarrangements ?), nous avons calculé la somme des déplacements verticaux de tous les grains moyennée par le nombre de grains de l'échantillon (Figure 5.7.b). Nous avons fait de même avec les rotations subies par les grains (Figure 5.7.c). Ces grandeurs sont comparées à l'énergie cinétique générée par les réarrangements (Figure 5.7.a). Pendant le remplissage, on observe ainsi que la compacité, aussi bien que le tassement moyen et la rotation moyenne des grains évoluent par une succession de "sauts" de plus ou moins grande amplitude, et en corrélation directe avec les pics d'énergie cinétique. Ces résultats sont donc le signe que les réarrangements sont constitués, au moins, d'une composante de translation verticale et d'une composante de rotation. D'autre part, ces pics confirment bien la présence de "crises" dynamiques locales au sein de l'échantillon où s'opèrent les réarrangements, qui sont également illustrées par l'émergence de contacts critiques, dont nous allons parler dans la paragraphe suivant.

### FROTTEMENT INTER-GRANULAIRE ET CONTACTS CRITIQUES

Les interactions de frottement entre les grains sont dictées par une loi de frottement de Coulomb simple non régulière, liant la vitesse de glissement  $U_t$  des grains en contact à l'intensité de la force de frottement  $R_T$ . Cette intensité est bornée par le seuil de Coulomb, qui dépend de



FIG. 5.7 – Evolution de l'énergie cinétique et de la compacité (a), de la moyenne (b) des rotations et (c) des déplacements verticaux cumulés durant le remplissage pour  $\mu_{sat} = 0.1$ .

la force normale au contact  $R_N$  et d'un coefficient de frottement  $\mu$  entre les grains. La relation  $R_T \in [-\mu R_N, \mu R_N]$  est constamment vérifiée, et impose à la force  $\mathbf{R} = R_N \mathbf{n} + R_T \mathbf{t}$  de se trouver dans le cône de Coulomb.

Nous pouvons donc distinguer les contacts suivants qu'ils transmettent une force à l'intérieur strictement du cône de Coulomb, ou dessus exactement. Quand un point mécanique représentatif des efforts au contact est sur le seuil nous avons  $|R_T| = \mu R_N$ , alors le seuil de frottement est atteint, et le contact ne peut supporter aucun incrément de charge déviatorique sans qu'un glissement entre les grains n'en résulte. Ces contacts étant sources d'instabilités locales, sont appelés contacts critiques. On les appellera aussi, par la suite, contacts "glissants". On considère comme critique à un  $\epsilon$  près un contact tel que :

$$\frac{R_T}{R_N} = \mu(1 - \epsilon) \tag{5.10}$$

avec  $\epsilon = 10^{-3}$ .

Comme le fait remarquer Staron [STA02a], qui a analysé des simulations réalisées grâce à un algorithme de dynamique des contacts, le nombre de contacts sur le seuil de Coulomb est très dépendant de la régularisation utilisée pour l'implémentation de la loi de frottement : l'étude de la mobilisation du frottement ne peut reposer uniquement dans ce cas sur l'existence du seuil de Coulomb, il faut tenir compte également de la raideur de la loi, alors qu'avec la dynamique non régulière, il est possible de distinguer de façon univoque les contacts où aucun mouvement de glissement n'est possible de ceux pour lesquels le glissement est probable.

### Densité de contact critique

Pour caractériser la mobilisation du frottement dans un empilement de grains composé de N contacts, nous calculons la proportion de contacts critiques dans le volume (par unité de longueur) occupé par les grains, définie par le rapport du nombre de contacts critiques  $N_{crit}$  sur le nombre total de contacts N:

$$\nu = \frac{N_{crit}}{N} \tag{5.11}$$

Ainsi si on trace la densité de contacts critiques (Figure 5.8) au fur et à mesure du remplissage, on se rend compte tout d'abord que la proportion est importante tout au long du remplissage, ce qui n'est pas surprenant vue la faible valeur de  $\mu_{hum}$ . Ces fortes fluctuations tout au long de l'essai ne nous permettent pas de corréler facilement les glissements de grains aux pics d'énergie cinétique. Pour bénificier d'un graphe plus lisible, nous présentons la Figure 5.9, où la valeur du coefficient de frottement saturé pendant le remplissage est plus réaliste ( $\mu_{hum} = 0.7$ ). Les fluctuations de la densité des contacts critiques sont alors bien corrélées avec les pics d'énergie cinétique. Dans ces périodes, le matériau se réorganise ; la diminution du coefficient de frottement facilite le glissement de grains les uns sur les autres et ceux-ci pourront perdre ensuite le contact. Comme la fraction baisse à certains moments de l'essai, il semble alors que les contacts critiques soient renouvelés en partie durant le remplissage, bien que cette proportion semble augmenter en moyenne durant l'essai.



FIG. 5.8 – Evolution de la densité des contacts critiques  $\nu$  durant le remplissage pour  $\mu_{hum} = 0.1$ .

#### DIRECTION DES CONTRAINTES

Nous présentons ici (Figure 5.10) seulement l'évolution de la direction principale  $\psi$  du tenseur des contraintes<sup>4</sup> tout au long du remplissage. Au début de l'essai les contraintes sont orientées dans le sens de la gravité à  $\approx 90^{\circ}$  à quelques degrés près. Au fur et à mesure du remplissage la direction d'orientation de la contrainte principale majeure varie d'une amplitude généralement de l'ordre de 20 à 30°, que l'on attribue aux réarrangements locaux. Par contre des changements importants dans l'orientation de la contrainte principale sont observés de manière occasionnelle et ponctuelle pour certaines hauteurs d'eau, qui correspondent à des périodes d'intense activité :

 $<sup>^{4}</sup>$ Il s'agit de la direction principale du tenseur des contraintes moyen et non la moyenne des directions principales locales.



FIG. 5.9 – Evolution de l'énergie cinétique (a) et de la densité des contacts critiques  $\nu$  (b) durant le remplissage pour  $\mu_{hum} = 0.7$ .

il est possible que ces changements de direction soient dûs à une redirection des efforts vers les parois, ce qui est classique pour les milieux granulaires en présence de gravité. A cause des effets de voûtes, le poids des grains ne se propage pas verticalement. Il est au contraire dévié en partie par les parois, qui par friction, en supportent une partie. Et il suffit d'une petite perturbation, tels des réarrangements locaux, pour modifier le chemin emprunté par les efforts. Malgré ces grandes variations d'amplitude mais qui restent ponctuelles, nous garderons en tête qu'en moyenne les efforts se dirigent parrallèlement (ou presque) à l'axe de la gravité (la direction de  $80^{\circ}$  semble être une moyenne).



FIG. 5.10 – Evolution de l'angle  $\psi$  entre la direction principale majeure du tenseur des contraintes et l'horizontale.

### LOCALISATION DES RÉARRANGEMENTS LOCAUX : ANALYSE PAR COUCHE

Une dernière question concerne la localisation des réarrangements locaux à l'intérieur de la structure. Pour cela, nous avons ciblé l'étude au moment d'un pic d'énergie cinétique où l'activité est la plus intense. Afin de différencier le comportement des couches successives de l'empilement, le milieu granulaire a été divisé en 16 couches parallèles, et chacune des couches a une épaisseur égale à  $2\Phi_{max}$ ,  $\Phi_{max}$  étant la diamètre maximum des grains. Chaque couche est définie par des frontières inférieures et supérieures fixes, sauf la couche supérieure pour laquelle la frontière supérieure est la surface libre. A chaque couche correspond une altitude équivalente de la colonne.

On choisit 4 temps pour décrire l'évènement (Figure 5.11.a) :  $t_1$  et  $t_2$  sont choisis avant le pic,  $t_3$  correspond au maximum du pic, et  $t_4$  est pris juste après le pic. Nous avons calculé la moyenne des rotations et des déplacements verticaux par couche à chaque t sur les Figures 5.11(b) et (c). Le temps de référence  $t_1$  coprrespond à une hauteur d'eau  $H_{water} = 13.05 m$ . Concernant la localisation de ces réarangements dynamiques, il apparaît clairement que la majeure partie d'entre eux s'opèrent au niveau de la hauteur d'eau ou en dessous de celle-ci. Il semblerait ainsi qu'une fois que les couches granulaires se sont réarrangées, celles-ci après tassements se stabilisent, et n'évoluent plus par la suite.



FIG. 5.11 – Evolution pendant un pic d'énergie cinétique (a) des rotations (b) et des déplacements verticaux moyens (c) pour diférentes altitudes dans la colonne. Chaque altitude représente une couche dans la colonne, celle-ci étant divisée en 16 couches.

On peut légitimement se demander si la prise de compte de formes plus réalistes donnerait le même ordre de grandeurs de tassements qu'avec l'artifice que l'on a utilisé pour tenir compte de l'angularité des blocs (coefficient de frottement élevé). On aurait envie de penser au premier abord que les formes circulaires permettent plus facilement les réarrangements; mais il est possible que les formes angulaires qui induisent localement plus facilement des concentrations de contraintes,

générent ainsi des moments déstabilisant ainsi l'équilibre local. Comme nous n'avons pas vérifié cela, nous maintiendrons l'hypothèse que l'utilisation d'un coefficient de frottement à l'état sec élevé rend compte au premier ordre de la phénoménologie opérant lors des réarrangements.

#### 5.5.3 Texture, corrélation force-texture, réseau faible et réseau fort

Nous abordons ici les caractéristiques liées à la texture de l'empilement, à savoir les caractéristiques géométriques des contacts et la transmission des forces induites par le caractère multi-contacts de l'échantillon granulaire. Des corrélations possibles entre les forces de contacts et la texture de l'échantillon seront ensuite brièvement introduites. Ces caractéristiques permettront de mettre en valeur entre autres, les grains affectés lors des réarrangements, question à laquelle nous n'avons pas encore répondu.

### TRANSMISSION DES FORCES

La texture peut être caractérisée, comme on vient de l'énoncer, par l'intensité des forces transmises entre les grains d'un même milieu. La distribution statistique des modules de forces de contact F dans l'échantillon est reportée sur la Figure 5.12. Notons que les forces de contact ont été renormalisées en fonction de leur distance à la surface libre h où  $h = y_{surf.\,libre} - y_{grain}$  avec  $y_{surf.\,libre}$  et  $y_{grain}$  les altitudes respectivement de la surface libre et de chaque grain (l'origine du repère est pris à la base de l'échantillon). Cette renormalisation des forces en fonction de la profondeur permet de nous rapprocher de la configuration de systèmes homogènes, non soumis à des forces gravitaires, ce qui permettra de comparer aux travaux de la littérature. Nous calculons ainsi le module des forces transmises par les contacts normalisé par la position h, elle même normalisée par le diamètre moyen des grains. La Figure 5.12 reporte la densité de probabilité des forces normalisées  $\langle F \rangle$ . Par définition les forces telles que  $F/\langle F \rangle < 1$  représentent les forces faibles, et celles telles que  $F/\langle F \rangle > 1$  sont représentatives des forces appartenant au réseau fort.

Nous vérifions que la distribution statistique des forces obéit aux lois suivantes :

$$P(F) = \begin{cases} P(1)F^{-\alpha} & si \ F/\langle F \rangle < 1\\ P(1)e^{\beta(1-F/\langle F \rangle)} & si \ F/\langle F \rangle > 1 \end{cases}$$
(5.12)

avec  $\alpha \approx 0.9$  et  $\beta \approx 1.4$  en première approximation. Notons que les valeurs de F peuvent atteindre jusqu'à 6 ou 7  $\langle F \rangle$  dans nos empilements, ce qui illustre la grande variabilité de leur intensité. Nous avons omis sur cette figure les forces telles que  $F/\langle F \rangle > 3$  en raison d'un manque de statistique pour ces valeurs de forces. Les lois obtenues sont en accord avec celles obtenues à partir de simulations numériques de cisaillement [STA02a]. Notons que dans notre cas, l'exposant  $\alpha$  est supérieur à la valeur  $\alpha = 0.3$  traditionnellement obtenue, qui peut s'expliquer par le nombre peu élevé de grains dans l'échantillon. Ces résultats sont retrouvés également dans le cas de distribution statistique de forces normales dans des échantillons également cisaillés [RAD96, RAD99]. Ces résultats confirment que la distribution statistique des forces dans un milieu granulaire est une caractéristique robuste. L'information importante est la valeur moyenne  $F/\langle F \rangle = 1$ sépare deux distributions statistiques, ce qui permet de distinguer deux populations de contacts par l'intensité des forces qu'elles transmettent [RAD98a]. Certaines propriétés mécaniques relatives à ces deux sous-populations seront étudiées dans la suite.


FIG. 5.12 – Distribution statistique des modules de forces renormalisées.

#### Texture du réseau géométrique des contacts

Nous reportons ici les probabilités de directions de contacts en début (a) et en fin (b) de remplissage (Figure 5.13). Ces probabilités sont évaluées en calculant le tenseur de texture  $\phi$  (Eq.5.5). Ces distributions montrent tout d'abord que l'état initial n'est pas isotrope, en raison du dépôt effectué par gravité. Cette anisotropie est cependant faible initialement ( $a_{ini} = 0.04$ ), et va peu évoluer globalement pendant l'essai : les variations de l'anisotropie sont bornées entre 0.01 et 0.06 pendant le remplissage et  $a_{final} = 0.03$ . On vérifie sur la Figure 5.13 que le milieu est peu anisotrope, et que l'anisotropie globale semble avoir diminué.



FIG. 5.13 – Distribution angulaire ( $\pi$ -périodique) des directions de contact au début du remplissage (a) et à la fin du remplissage (b).

#### CORRÉLATIONS FORCE-TEXTURE

Malgré les faibles variations de la texture de l'échantillon entre l'état initial et final, il est possible de faire ressortir des zones et des périodes durant le remplissage pendant lesquelles les efforts à l'intérieur de la colonne sont redistribués de façon notable : ces périodes de redistribution des efforts correspondent généralement aux périodes de "crises" évoquées précédemment. La figure 5.14 présente les variations du réseau des efforts au moment de la crise étudiée précédement. Tout d'abord, ces figures montrent la co-existence du réseau des forces fortes et faibles : on observe des longues chaînes de forces dont le squelette traverse tout l'échantillon et qui rend prisonnier le réseau faible, isolé en réseaux locaux. Les figures 5.14 (a) et (b) sont choisies respectivement avant le pic, soit à  $t_2$ , et après le pic, à  $t_4$  (voir Figure 5.11 pour la définition des t). On observe entre autres, de façon assez nette, un changement dans la transmission des efforts par changement des appuis aux parois et changement des grains porteurs des forces dites fortes. Il existe toujours des zones isolées, écrantées par le réseau fort et porteuse du réseau faible. Ce sont principalement au niveau de ce type de zones, instables, porteuses du réseau faible, que surviennent les glissements entre grains. Ceci est vérifié sur la figure 5.15. On y trace la densité de contats critiques  $\nu$  en corrélation avec  $\xi$ . La variable  $\xi$  définie ici permet d'étudier les forces à l'intérieur du milieu séparées en sous-réseaux avec des intervalles d'étude de tailles réduites. Ceci permet donc d'étudier la contribution des différents niveaux de force, de rendre compte ainsi de l'hétérogéneité des forces transmises, au lieu d'étudier le milieu de manière globale, gommant les inhomogénéités. Les sous-réseaux de contacts se distinguent par la force maximale qu'ils peuvent supporter de valeur maximale seuil égale à  $\xi$ .  $\xi$  varie entre 0 et la plus grande force supportée par les contacts dans l'échantillon  $F_{max ech}$ . Ainsi quand  $\xi \to F_{max ech}$  (ou quand  $\xi \to \infty$ ), ce réseau s'indentifie au réseau de l'ensemble des contacts [CAM01], on obtient alors le comportement global de l'échantillon pour la variable étudiée (ici la densité de contacts critiques). On aura ainsi, pour la densité de contacts critiques plusieurs réseaux  $\xi$  partiels. On fera référence, comme le propose Radjaï [RAD98a, RAD98b, RAD99, CAM01], au "réseau  $\xi$ " pour désigner ces sous-ensembles de forces.

Nous avons tracé sur la figure 5.15 l'évolution de la densité partielle de contacts critiques  $\nu(\xi)$ , en fonction de la fraction  $\xi/\langle F \rangle$  pour les 4 temps définis sur la Figure 5.11. Cette figure nous permet d'une part de visualiser l'évolution de la fraction de contact critiques autour du pic : nous confirmons ainsi que c'est l'augmentation de la fraction critique lors de cet évènement qui est responsable des réarrangements. D'autre part, cette figure permet de mettre en évidence que les contacts critiques sont majoritairement portés par le réseau faible, i.e tel que  $\xi/\langle F \rangle < 1$ , ce qu'on retrouve également dans [RAD98a, STA02a], etc. La dissipation a lieu donc principalement dans le réseau faible, à 87% pour  $t_2$  et à 90% pour  $t_3$ . Les contacts dans le réseau fort sont donc essentiellement adhérents (soit sans glissement).

Enfin, la définition du "réseau  $\xi$ " va nous permettre de corréler les forces et les directions de contact par l'intermédiaire de l'anisotropie du réseau des contacts. On calcule ainsi pour des valeurs de  $\xi$  croissantes les anisotropies partielles  $A(\xi)$  associées aux tenseurs de texture partiels  $\phi(\xi)$ . Rappelons que  $A(\xi) = \phi_1(\xi) - \phi_2(\xi)$  avec  $\phi_1(\xi)$  et  $\phi_2(\xi)$  sont les valeurs propres des tenseurs de texture partiels. La densité de probabilité de trouver un contact dans la direction  $\theta$  dans le "réseau  $\xi$ " est donné par [RAD98a] :

$$P(\theta,\xi) \approx (1 + A(\xi)\cos^2[\theta - \theta_c(\xi)]) \tag{5.13}$$

où  $A(\xi)$  est une grandeur positive, et l'on note  $A'(\xi) = A(\xi)cos2[\theta - \theta_c(\xi)]$ . Il se trouve [CAM01] que les axes du tenseur de texture  $\phi(\xi)$  ne tournent pas avec  $\xi$ . Alors  $\theta_c(\xi)$  est égale à  $\theta_c(\infty)$ 



FIG. 5.14 – Réseaux des efforts "forts" (en rouge) et "faibles" (en bleu) avant (a) et après (b) le pic d'énergie cinétique étudié. L'épaisseur du trait est proportionnel au module de la force transmise.

ou à  $\theta_c(\infty) + \pi/2$ . En fixant  $\theta_c(\xi) = \theta_c(\infty) = \pi/2$ , i.e. la direction de compression due aux forces gravitaires,  $A'(\xi)$  devient positive quand la direction d'anisotropie est parallèle à l'axe de compression, alors que  $A'(\xi)$  négatif signifie que l'axe d'anisotropie est orthogonal à l'axe de compression. La figure 5.16 montre l'amplitude de l'anisotropie  $A'(\xi)$  en fonction de  $\xi$ . On rappelle que l'anisotropie initiale n'est pas nulle. Sur la figure 5.16 on voit que l'anisotropie est négative pour  $\xi/\langle F \rangle < 1$ . Sa direction est donc orthogonale à l'axe de compression, les contacts faibles sont donc orientés perpendiculairement à l'axe de la gravité. Pour des valeurs plus élevées de  $\xi$ , c'est à dire en ajoutant des forces de contacts de plus en plus élevées, l'anisotropie devient moins négative, change de signe, prend une valeur positive, et atteint asymptotiquement sa valeur totale  $A(\infty)$ . Ceci montre que les contacts qui portent des forces supérieures à la force moyenne, sont orientés préférentiellement parrallèlement à l'axe des contraintes et que les forces fortes donnent une contribution positive à l'anisotropie totale. Ceci signifie que leur contribution positive à l'anisotropie compense la contribution négative apportée par les contacts faibles, bien qu'étant moins nombreux (leur proportion est de 40% de façon robuste) Ces résultats sont retrouvés dans les références citées précédemment. Peu de différences sont visibles avant/après le pic.



FIG. 5.15 – Evolution de la densité des contacts critiques  $\nu(\xi)$  pour les différents temps  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$ ,  $t_4$  en fonction de  $\xi/\langle F \rangle$  (voir définition dans le texte).

## RÉCAPITULATIF

Cette étude a permis de mettre en évidence certaines corrélations entre forces et texture, à savoir l'existence d'une direction d'orientation de contact perpendiculaire au chargement pour le réseau faible, et une direction d'orientation de contact parrallèle au chargement pour le réseau fort. Nous avons vérifié également que les contacts appartenant au réseau fort sont essentiellement adhérents, alors que ceux appartenant au réseau faible sont essentiellement glissants. Il existe d'autres propriétés, généralement attribuées aux réseaux faibles et forts, que nous n'avons pas étudiées ici : le réseau fort satisfait à l'image d'un squelette solide qui assume la quasi-totalité du chargement déviatorique, comme l'évoque [STA02a] dans le cas d'expériences numériques de cisaillement. Le réseau faible quant à lui est plus instable, et a tendance à se comporter comme un fluide coincé entre les cellules formées par le réseau fort.

## 5.5.4 Etude paramétrique : influence de $\mu_{hum}$

Revenons maintenant à la question principale de cette section, qui est d'évaluer l'intensité des tassements provoqués une diminution de coefficient de frottement dû à l'eau avec des valeurs plus réalistes. 5 essais ont été réalisés avec les valeurs de  $\mu_{hum} = 0, 0.1, 0.2, 0.5, 0.7$ . Les premières valeurs du coefficient de frottement  $\mu_{hum}$  ont été choisies afin d'amplifier les phénomènes de réarrangements de façon également à introduire un certain nombre de variables micromécaniques généralement utilisées dans l'étude des milieux granulaires.

La figure 5.17(a) présente l'évolution de la compacité (normalisée par la compacité initiale) en fonction de la hauteur d'eau dans la colonne. Comme on pouvait s'y attendre, la diminution de volume (par unité de longueur) est d'autant plus prononcée que le coefficient de friction est faible. Notons que dans les cas  $\mu_{hum} = 0,5$  et 0.7 l'augmentation de compacité est inférieure à 0.5%. Cette contraction est directement liée au tassement de la crête de la colonne, visible sur la figure 5.17(b). L'évolution de la compacité et des tassements sont en bon accord, les deux évolutions



FIG. 5.16 – Evolution de l'anisotropie  $A'(\xi)$  en fonction de  $\xi/\langle F \rangle$  (voir définition dans le texte).

ont des ordres de grandeurs similaires. Le nombre de coordination final  $N_c$ , après remplissage présente la même tendance (Figure 5.17.c). Notons que le nombre de coordination final lié au coefficient  $\mu_{hum} = 0,7$  est légèrement inférieur au nombre de coordination obtenu après le dépôt gravitaire : la variation est cependant très faible, elle peut être la cause d'un réarrangement global même faible dû aux forces de déjaugeage et au glissement des grains qui diminue le nombre de voisins moyens par grain mais qui favorise en même temps la contraction.

Globalement, dans les cas qui nous intéressent, i.e pour  $\mu_{hum} = 0,5$  et 0.7, les variations de volume, de hauteur de crête sont inférieures à 0.5%. Cette valeur sera comparée dans la section 5.5.6 à des résultats de la littérature.

## 5.5.5 Influence du déjaugeage

Nous avons traité jusqu'ici l'influence des forces de déjaugeage agissant seules dans un premier cas, et couplées à une diminution de coefficient de frottement en présence d'eau dans le deuxième cas. Afin d'évaluer la part relative à chacun des effets, des simulations de remplissage de la colonne d'enrochements avec la prise en compte uniquement d'une diminution de coefficient de frottement en présence d'eau sont effectuées. Les résultats présentés sur la figure 5.18 révèlent un comportement similaire, à savoir l'existence de tassements ou contraction évoluant de façon non linéaire, dus à des réarrangements dynamiques, à des crises, etc. Cependant, lorsque les forces de déjaugeage sont combinées à la diminution du coefficient de friction, la contraction du milieu granulaire est plus importante : ceci est visible pour les cas où  $\mu_{hum} = 0$  et 0.2 (peu de différences sont visibles pour le cas  $\mu_{hum} = 0.1$ ). Ce résultat pour les cas où  $\mu_{hum} = 0$  et 0.2, suggère que la présence d'une force extérieure supplémentaire (ici les forces de déjaugeage), qui de surcroît est dirigée dans le sens opposé aux tassements gravitaires, augmente les possibilités de réarrangements entre les grains, ce qui induit au total une contraction supérieure du milieu.

Dans les cas où  $\mu_{hum} = 0.5$  et 0.7, il est difficile de conclure quant à l'influence des forces de

déjaugeage, vu que la variation des grandeurs du milieu par rapport à l'état initial est très faible.

#### 5.5.6 Comparaison des résultats avec les données de la littérature

Après avoir analysé de manière locale et globale les effets induits par le remplissage d'une colonne d'enrochements, la comparaison des résultats numériques relatant les tassements ou contraction du milieu avec les données de la littérature est incontournable. Nous avons choisi pour cela les simulations par éléments finis liées aussi au remplissage d'une colonne d'enrochements, effectuées par Bonelli et Anthiniac dans [ANT99, BON00]. Le modèle éléments finis utilisé, appelé par ses auteurs "modèle hydroplastique", prend en compte, outre les forces de déjaugeage, la diminution de la résistance des grains due à l'eau, ainsi que l'écrasement des zones de contact : ceci diffère de notre cas, puisque nous n'avons pas encore pris en compte les phénomènes de rupture et d'épaufrement d'arêtes dans cette première étude. N'ayant, à notre connaissance, pas d'autres références pour ce cas d'étude, nous nous contenterons de comparer nos résultats aux résultats obtenus à partir du modèle de Bonelli et Anthiniac. Les simulations éléments finis effectuées avec ce modèle ont permis d'évaluer des valeurs de tassements de crête en bon accord avec les données in-situ. Ces simulations joueront en outre le rôle de borne supérieure pour la valeur des tassements finaux, puisque qu'elles prennent en compte tous les phénomènes provoqués par la présence de l'eau dans le milieu.

Les simulations effectuées avec le modèle hydroplastique prédisent 0.5% de tassements à la fin du remplissage. Il est vrai que les états initiaux entre un modèle éléments finis et éléments discrets sont difficilement comparables, mais gardons à l'esprit que nous nous contentons de comparer les ordres de grandeurs obtenus. Les ordres de grandeurs obtenus avec les coefficients de frottement saturés les plus faibles ( $\mu_{hum} = 0, 0.1, \text{ et } 0.2$ ) surestiment bien évidemment ces tassements. Par contre pour les coefficients  $\mu_{hum} = 0,5$  et 0.7 nous obtenons les mêmes ordres de grandeurs. Cependant, étant donné que nos simulations n'intègrent pas les phénomènes de rupture de grains, mais seulement des phénomènes d'abrasion de surfaces en contact en présence d'eau, nous sous-estimons donc la physique réelle opérant lors du remplissage. Nous devrions ainsi obtenir des tassements bien inférieurs à 0.5% puisque les phénomènes de ruptures, qui constituent la part la plus importante des tassements, ne sont pas encore pris en compte. Compte tenu de la figure 5.19, les valeurs de coefficient de frottement réalistes sont donc supérieures à 0.5. Même avec  $\mu_{hum} = 0.5$ , nous atteignons la borne supérieure et donc surestimons les tassements. Les valeurs telles que  $\mu_{hum} \ge 0.7$  sont plus envisage<br/>ables par rapport à la valeur du coefficient de frottement sec choisi : ceci est cohérent avec l'étude menée par Cambou [CAM74] qui a montré un faible diminution du coefficient de frottement avec l'eau.

# 5.6 Conclusion

Ce chapitre propose une étude par éléments discrets visant à rendre compte du rôle de l'eau dans le remplissage d'une colonne d'enrochements, de part l'introduction des forces de déjaugeage et d'une diminution de coefficient de frottement local avec l'eau. Nous avons ainsi introduit un coefficient de frottement local saturé inférieur au coefficient de frottement à l'état sec, de façon à prendre en compte en même temps l'attrition, l'abrasion des contacts entre grains favorisés par l'eau, mais aussi la lubrification, même faible, générée au niveau des contacts. Une étude paramétrique sur la valeur de  $\mu_{hum}$  nous a permis d'amplifier les physiques phénomènes locaux.

Ainsi cette approche a autorisé l'accès à des phénomènes agissant à l'échelle du grain, ce qui nous a permis d'étudier en détails la dynamique de réarrangement des grains. Les simulations ont mis en valeur l'occurence d'une succession de déstabilisations locales subies par certaines grains, que nous avons qualifiées de "crises" dynamiques, localisées au niveau et au-dessus du front de l'eau. On montre que les réarrangements rapides détectés, vont de paire avec des fluctuations signifiantes de l'énergie cinétique et des contacts critiques à l'intérieur du milieu granulaire, ainsi qu'avec une augmentation des déplacements moyens et des rotations moyennes de grains.

Nous avons enrichi ce travail avec l'étude de variables liées à la nature discrète du milieu, comme la texture des empilements, qui nous a permis de de mettre en évidence l'existence de deux phases à l'intérieur du milieu granulaire, l'une est dite "faible", et l'autre "forte" avec des propriétés différentes. C'est l'interaction entre ce deux phases qui est à l'origine du comportement global.

Concernant l'influence du déjaugeage et de la diminution du coefficient de frottement avec l'eau, nous retenons que les forces de déjaugeage agissant seules dans le milieu avec la gravité, semblent avoir un effet négligeable. L'influence de la diminution du coefficient de frottement avec l'eau peut être seulement soulignée pour des valeurs de  $\mu_{hum}$ , faibles, qui ne sont pas réalistes. Ceci est donc en accord avec les résulats expérimentaux de la littérature et confortent donc l'idée que la rupture des blocs rocheux est la cause principale des tassements observés sur les enrochements. En particulier, les observations in-situ sur les barrages en enrochements sur de longues périodes soulignent la dépendance au temps pour ces tassements en raison de la propagation progressive de fracturations à l'intérieur des blocs, phénomène qui est également favorisé par l'eau. Nous allons alors maintenant introduire les phénomèmes de rupture de blocs, qui constituent le cœur de notre travail.



FIG. 5.17 – Evolution de la compacité normalisée (a), des tassements de crête comparés à la variation de compacité (b) et du nombre de coordination par rapport au nombre de coordination avant remplissage (c).



FIG. 5.18 – Comparaison des compacités normalisées par la compacité initiale dans le cas d'une d'une diminution de coefficient de frottement avec l'eau introduite d'abord seule dans le modèle discret et couplée ensuite avec les forces de déjaugeage.



FIG. 5.19 – Comparaison des tassements prédits par le modèle discret et par le modèle hydroplastique [ANT99, BON00].

Troisième partie

Une modélisation discrète des blocs en particules cohésives

# Chapitre 6

# Modèles discrets de la rupture instantanée et différée

# Sommaire

6.1	Intre	oduction	1			
6.2	App	roches p	ossibles de la rupture 121			
6.3	Mod	odélisation instantanée de la rupture				
	6.3.1	Choix de la loi cohésive				
	6.3.2	Choix d	du type de grain			
	6.3.3	Essais d	de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture ins-			
		tantanée	e			
		6.3.3.1	Essais à vitesse imposée			
		6.3.3.2	Essais à force imposée			
		6.3.3.3	Bilan			
6.4	Mod	lélisatior	a différée de la rupture : modèle d'endommagement			
	$\operatorname{prog}$	ressif de	e l'interface cohésive 133			
	6.4.1	Introduc	$tion \dots \dots$			
	6.4.2	Formula	tion thermodynamique			
		6.4.2.1	Système thermodynamique			
		6.4.2.2	Variables d'état thermodynamique			
		6.4.2.3	Potentiel et lois d'état thermodynamiques			
		6.4.2.4	Premier principe de la thermodynamique			
		6.4.2.5	Second principe de la thermodynamique			
		6.4.2.6	Surfaces seuils et loi d'évolution de $d$			
		6.4.2.7	Remarques sur les paramètres matériau du modèle 140			
		6.4.2.8	Autre Remarque			
		6.4.2.9	Bilan : Equations du modèle à interface cohésive			
6.5	Vali	dation d	e la mise en œuvre numérique			
	6.5.1	Traction	simple de deux grains			
		6.5.1.1	Calcul de la solution analytique			
		6.5.1.2	Résultats numériques : étude paramétrique			
		6.5.1.3	Bilan			
	6.5.2	Essais de traction sur un empilement régulier de grains 149				
		6.5.2.1	Solution analytique approchée			
		6.5.2.2	Remarques sur les paramètres du modèle			
		6.5.2.3	Données de l'essai			
		6.5.2.4	Résultats numériques			

	6.5.2.5	Comparaison numérique/analytique : bilan	154
6.6	Conclusion		156

# 6.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous abordons la modélisation de la rupture des blocs rocheux, l'enjeu étant de parvenir à la modélisation de la rupture progressive des blocs dans le temps et décalée par rapport au chargement. Notre choix se porte vers la modélisation discrète de blocs constitués de particules liées par cohésion. Dans ce chapitre, nous rappelons donc tout d'abord les choix qui ont motivé cette modélisation discrète. Nous présentons ensuite le modèle d'interfaces cohésives sur lequel nous nous sommes basés et que nous avons enrichi pour reproduire la rupture progressive des blocs induite par les effets de vieillissement du matériau. Fort de ce modèle, nous présenterons enfin la validation de la mise en œuvre numérique sur des cas simples. Ce n'est que dans les chapitres suivants que nous étudierons le modèle sur des exemples proche de notre problématique.

# 6.2 Approches possibles de la rupture

Il est possible d'aborder la rupture de manière théorique en évaluant la répartition des contraintes à l'intérieur d'un grain (situé lui même à l'intérieur d'un tas de grains), soumis à la pression de ses voisins (voir figure 3.10.a). Dans le cas d'un grain soumis donc à des forces de contact d'autre grains, on rappelle une expression du tenseur des contraintes "moyen" [ROT81] :

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{V} \sum_{\alpha=1}^{n_c} R_i^{\alpha} l_j^{\alpha} \tag{6.1}$$

 $\sigma$  est la contrainte moyenne sur un échantillon de volume V contenant  $n_c$  contacts, R sont les forces de contact et l les vecteurs intercentre.  $R_i^{\alpha}$  est la composante i de la force au contact  $\alpha$ , et  $l_i^{\alpha}$  est la composante j du vecteur joignant les barycentres des deux particules formant le contact  $\alpha$ . Le calcul des contraintes à l'intérieur d'un grain soumis à un ensemble de forces réparties de façon aléatoire n'est pas facile à évaluer analytiquement. Certains, comme Tsoungui [TSO99], assimilent la sollicitation aléatoire à deux forces concentrées perpendiculaires et orientées suivant les directions principales de  $\sigma$ . Sous cet état de sollicitation plus simple, et en faisant l'hypothèse de faibles déformations, il est possible de déterminer l'état de contraintes à l'intérieur du grain à l'aide de la solution de Hertz. La solution de Hertz suppose l'isotropie, l'homogénéité, et l'élasticité du matériau étudié. De plus, elle n'est valable que dans le cas de formes géométriques simples. Nous renvoyons aux travaux de Tsoungui et al. [TSO99], Procopio et al. [PRO03] et Yiannopoulos [YAN00] pour le calcul de l'état de contraintes à l'intérieur d'un disque soumis à des efforts ponctuels. Dans le cas de deux forces ponctuelles perpendiculaires appliquées sur un disque, la solution de Hertz établit que la contrainte principale maximale est en traction au centre du disque. La rupture est suposée s'amorcer donc au centre du disque, à partir duquel une fissure transversale se propagerait selon la direction principale majeure du tenseur des contraintes.

L'utilisation de la solution de Hertz afin de déterminer l'état de contraintes à l'intérieur d'un bloc rocheux dans notre cas est quelque peu abusive : tout d'abord la présence de défauts à l'intérieur des grains conduit à bafouer les hypothèses d'isotropie et d'homogéneité au sein du matériau. Ensuite, l'existence d'aspérités et d'arêtes s'écartent de l'idée du modèle de disque régulier utilisé pour le calcul de la solution de Hertz; et d'autre part, ces zones sont souvent à l'origine de l'amorcage de la fissuration, ce qui s'éloigne du modèle de Hertz avec prédiction de la rupture en traction au centre.

Des géométries moins simplistes, avec présence de défauts peuvent être considérées avec la mécanique linéaire de la rupture en supposant toujours l'élasticité. Ce type d'approche nécessite

de fixer une fissure préexistante dans le milieu, ainsi que sa longueur. Il est nécessaire également de déterminer l'amorçage de la propagation de la fissure (dépassement d'une certaine valeur critique de la contrainte par exemple) ainsi qu'une loi de propagation (direction).

Des méthodes numériques et en l'occurence des méthodes par Eléments Finis sont utilisées pour gérer ce type de problème. Cependant, ces méthodes numériques s'opèrent non sans difficultés : le remaillage d'une structure fissurée est en effet une technique délicate.

Tsoungui *et al.* [TSO99], dans le cadre de simulations discrètes de disques, décrivent la rupture à partir d'une loi de fragmentation qui est appliquée à chaque grain qui dépasse un certain critère de rupture préalablement fixé. Ainsi si le critère est dépassé il y a rupture du grain en un certain nombre de fragments imposés par le choix de la loi de fragmentation. Ce choix est important car il va permettre de décrire l'évolution du milieu. Cette loi de fragmentation doit supposer le choix d'un autre hypothèse qui est celle de la conservation de la masse ou du volume (aire si on est en 2D). Ceci ajoute donc une approximation en plus au système.

D'autre part, il faut noter que le critère de rupture imposé par [TSO99] suppose une traction maximale au centre du grain, la rupture ayant lieu donc théoriquement au centre du grain. Cependant, dans le cas d'une répartition très hétérogène des forces de contacts, la rupture peut s'amorcer localement, à partir des points de contacts les plus sollicités. Ceci est d'autant plus vrai si les grains sont anguleux, de fortes concentrations de contraintes sont générées au niveau des arêtes les plus marquées, ce qui peut ensuite amorcer la fissuration qui pourra se propager à travers le bloc entier. Ce phénomène local est quelque peu masqué en appliquant un critère de rupture au niveau du grain entier. Cette approche peut donc conduire à sous estimer la rupture dans le milieu sollicité.

L'idée de construire un bloc rocheux (grain) comme un assemblage de particules collées apparaît alors comme une solution permettant de reproduire une fragmentation précise, proche de la physique. L'assemblage de particules a l'avantage de permettre la modélisation de diverses formes de grains, ainsi que la modélisation d'aspérités présentes sur la surface extérieure du grain. De plus, la description de la rupture sera d'autant plus fine que le nombre de particules constituant le grain est élevé.

Ce modèle implique de choisir une loi cohésive pour faire le lien entre les particules, l'utilisation d'un critère de rupture est donc écarté. C'est la loi cohésive locale, en chaque point de contact qui va permettre d'estimer au niveau macroscopique la force nécessaire pour rompre les différents grains. Le choix de la loi cohésive est important : il va permettre de modéliser différents comportements macroscopiques. Dans notre cas, nous nous attacherons à modéliser une rupture différée des grains afin d'expliciter la fissuration progressive des blocs rocheux. Avant d'aborder la rupture différée, nous nous sommes concentrés sur la modélisation de la rupture instantanée des blocs rocheux afin de choisir les bons "outils" (loi cohésive, types de grains), qui serviront de prélude à la modélisation de la rupture différée. Cela nous permettra également d'appréhender les difficultés inhérentes à ce type de modélisation.

# 6.3 Modélisation instantanée de la rupture

# 6.3.1 Choix de la loi cohésive

Le choix de la loi cohésive locale doit permettre de représenter le comportement macroscopique d'un bloc rocheux soumis à des efforts de direction diverses. La loi cohésive doit, par définition, permettre à deux grains soumis à un effort de traction, de rester en contact si cette traction ne dépasse pas un certain seuil. Une fois qu'il y a eu séparation, i.e une fois que le seuil d'attraction a été dépassé, nous excluons dans cette étude toute possibilité de recollement, les actions à distance d'attraction ou de répulsion étant éloignées de notre thématique.

Nous faisons le choix d'autre part, de ne pas introduire de distance au delà de laquelle la force de cohésion entre les particules est nulle (voir figure 3.6) : nous considérons un graphe "limite" (figure 6.1) pour décrire le phénomène de cohésion entre les particules d'un même grain.



FIG. 6.1 – Loi de cohésion locale.  $C_N$  représente la résistance à la traction.

La condition de Signorini devient (Mohr-Signorini) :

$$g \ge 0, \ \mathbf{R}_N + C_N \ge 0, \ g(\mathbf{R}_N + C_N) = 0$$
 (6.2)

soit Signor  $(g, \mathbf{R}_N + C_N)$ . Si tel n'est pas le cas, nous retombons sur la condition de Signorini classique, le système est uniquement en contact et frottement :  $g \ge 0$ ,  $\mathbf{R}_N \ge 0$ ,  $g(\mathbf{R}_N) = 0$ .  $C_N$  représente la résistance à la traction entre deux particules. Notons ici que la convention adoptée impose que le système en traction ait une résistance normale  $\mathbf{R}_N < 0$ .

Dans le cas de sollicitations diverses faisant intervenir traction, compression et cisaillement, le comportement d'un contact répond à la loi de Mohr-Coulomb : si le "statut<sup>1</sup>" est "cohésif", il satisfait alors les équations suivantes :

$$\begin{cases} \|\mathbf{R}_{T}\| \leq \mu(\mathbf{R}_{N} + C_{N}) \\ \text{Si } \mathbf{U}_{T} > 0, \quad \mathbf{R}_{T} = -\mu(\mathbf{R}_{N} + C_{N}) \frac{\mathbf{U}_{T}}{\|\mathbf{U}_{T}\|} \\ \text{Si } \mathbf{U}_{T} < 0, \quad \mathbf{R}_{T} = \mu(\mathbf{R}_{N} + C_{N}) \frac{\mathbf{U}_{T}}{\|\mathbf{U}_{T}\|} \end{cases}$$
(6.3)

Un statut cohésif répondra donc aux conditions Signor  $(g, \mathbf{R}_N + C_N)$  et  $Coul_{\mu(R_N + C_N)}(\mathbf{U}_T, \mathbf{R}_T)$ . Notons que les définitions de  $C_N$  et de  $\mu$  sont suffisantes pour définir l'enveloppe de rupture de la loi de Mohr-Coulomb, la valeur de la cohésion tangentielle limite  $C_T$  est déduite des valeurs précédentes :  $C_T = \mu C_N$ . Remarquons que  $C_T$  est analogue à la cohésion  $\boldsymbol{c}$  utilisée en mécanique

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Nous ne rentrerons pas ici dans la distinction du status de contact cohésif à gauche de l'instant considéré, (soit d'un point de vue numérique, en début de pas) et à droite (soit d'un point de vue numérique, en fin de pas).

des sols.

Dans le cas du contact entre particules de deux grains différents, le comportement est régi par les équations de Signorini et le frottement de Coulomb, soit Signor  $(g, \mathbf{R}_N)$  et  $\operatorname{Coul}_{\mu_{nc}R_N}(\mathbf{U}_T, \mathbf{R}_T)$ , où  $\mu_{nc}$  est le coefficient de frottement dans le cas non cohésif.

### 6.3.2 Choix du type de grain

Une fois la loi de cohésion choisie, se pose alors le problème du choix du nombre de particules et de l'arrangement entre ces particules afin de constituer le grain (ou agrégat). La principale fonction de l'agrégat qui sera choisi exige de reproduire les différents mécanismes de rupture observés expérimentalement : ruptures d'arêtes et ruptures globales de blocs.

L'idée est d'assembler ou d'"agglomérer" des particules entre elles pour constituer le bloc rocheux. Chronologiquement, des grains constitués d'un faible nombre de particules ont été testés (voir figure 6.2). Ce grain est constitué de 7 particules de même taille. L'avantage de ce grain est de ne comporter qu'un faible nombre de particules, ce qui limite le nombre de particules total dans un échantillon, limitant ainsi les temps de calculs.

Nous avons tenté d'effectuer des essais de traction indirecte (ou compression diamétrale) avec ce type de grains : ce grain a été placé entre deux plaques parallèles, la plaque du haut étant soumise à un effort vertical de compression<sup>2</sup>. La gravité n'est pas prise en compte dans ces essais d'écrasement. Deux orientations différentes du grain et diverses valeurs de la cohésion  $C_N$  ont été testées. Le caractère régulier et "cristallin" de ces grains empêche leur rupture et à la place on observe une large interpénétration des particules (sans rupture donc); cette observation est valable quelles que soient la cohésion et la vitesse de sollicitation. Il est clair que dans un milieu constitué de plusieurs grains de ce type, la répartition des efforts est aléatoire, les concentrations de contraintes locales vont donc pouvoir engendrer la rupture de ces grains bien qu'elle ne soit pas apparue ici. Cependant, il est à noter que l'usage de ce type de grain, ne permet pas une description complète de la phénoménologie de la rupture : la simulation de la rupture d'arêtes est absente, à la place vont être générés des grains "monoparticules". De plus, le nombre de grains générés va être ici limité, alors que nous avons vu que la description de la rupture proposée par [DOW98] permettait de reproduire correctement des essais expérimentaux œdométriques.

Le choix de ce type d'agrégat à 7 particules est donc peu probant et on s'oriente donc vers la création de grains constitués de nombreuses particules afin de décrire la rupture le plus finement possible.

On opte alors pour un assemblage d'un plus grand nombre de particules pour constituer le bloc rocheux. Les échantillons réalisés sont obtenus par "découpage" (voir figure 6.3) dans un échantillon de plus grande taille, préparé par dépôt gravitaire. Pour préparer cet échantillon de grande taille, des particules ont été placées sur une grille triangulaire puis soumises au champ de la pesanteur jusqu'à l'obtention d'un échantillon stable. On peut générer par le découpage des formes variées : grains circulaires, elliptiques, etc.

Nous noterons ainsi que le nombre de particules constituant le grain est représentatif de la discrétisation du problème. Cette discrétisation est assimilable à une "maille élémentaire", utili-

 $<sup>^2\</sup>mathrm{Ce}$  type d'essais sera décrit plus en détail par la suite.



FIG. 6.2 – Grain test constitué de 7 particules.



FIG. 6.3 – Grain obtenu par découpage.

sée dans la méthode des éléments finis. Ainsi, plus le nombre de particules constituant le grain est important, plus le grain est "maillé" finement, plus la rupture sera décrite de façon précise et fine. Notons aussi que la résistance d'un grain à la rupture va varier à cohésion fixée selon la taille des particules, c'est à dire la taille de la "maille", comme dans tout modèle éléments finis.

# 6.3.3 Essais de compression diamétrale : Mise en évidence de la rupture instantanée

Nous avons réalisé des essais de compression diamétrale afin d'appréhender les effets dus au choix de la loi cohésive. L'utilisation de cette loi cohésive doit permettre de modéliser la rupture instantanée. Nous qualifions de "rupture" du grain la décohésion d'un certain nombre de particules menant à la désagrégation du grain en deux ou plusieurs fragments. L'adjectif "instantané" ajoute un caractère immédiat et simultané à ces décohésions.

Afin de décrire et de vérifier les effets liés à cette loi nous avons réalisé des essais à vitesse imposée ou à force imposée. Les simulations ont été effectuées à l'aide du logiciel LMGC90. Nous rappelons que les contraintes 2D seront données abusivement en Pa, pour signifier N/m ou Pa.m.

### 6.3.3.1 Essais à vitesse imposée

Les essais à vitesse imposée permettent d'obtenir les courbes force-déplacement du matériau modélisé. La configuration initiale de l'essai pour un grain circulaire de diamètre D = 20 cm constitué de 1090 particules de diamètres de deux tailles différentes peut être visualisé sur la figure 6.4. La liste des paramètres utilisés pour la simulation est donnée dans le tableau 6.1 (les essais sont effectués sans gravité) :

Paramètres numériques	Pas de temps $= 5.10^{-4}$ s
Logiciel LMGC90, méthode $NSCD$	Critère de convergence Quad $=0.166 \ 10^{-3}$
Paramètres relatifs à	Diamètre bloc $D = 20$ cm
la configuration de l'échantillon	Diamètres particules $D_{p1} = 5 \text{ mm et } D_{p2} = 6 \text{ mm}$
	Masse surfacique $\rho = 2.65 \ 10^3 \ \text{kg.m}^{-2}$
	Vitesse chargement $V = 1 \text{ cm.s}^{-1}$
Paramètres de la loi cohésive	Cohésion normale $C_N = 1000$ N
	$\mu_{ m particules} = 1$

TAB. 6.1 – Tableaux des coefficients utilisés pour la simulation



FIG. 6.4 – Dispositif numérique initial pour l'essai de compression diamétrale.

La courbe d'un essai à vitesse imposée  $V = 1 cm.s^{-1}$  est présenté sur la figure 6.5. Remarquons que la courbe simulée à une pente (raideur) de valeur finie, alors que l'on s'attendait à avoir une raideur tendant vers l'infini, du fait que les particules ont elles-mêmes un raideur infinie (car rigides). La courbe simulée semble à première vue, caractéristique d'un comportement élastique linéaire avant la rupture. Ce phénomène est en fait un artéfact numérique. Dans l'esprit de la méthode *NSCD* le contact est traité de manière non régularisé contrairement aux méthodes *Smooth DEM* où la réaction de contact est proportionnelle à l'interpénétration. Cela ne veut pas dire que l'interpénétration de deux grains est impossible : en effet, selon le choix des paramètres numériques et notamment selon le choix du critère de convergence de l'algorithme *NSCD*, celuici peut autoriser certaines interpénétrations en respectant cependant la convergence globale du calcul. C'est ce cumul d'interpénétrations qui est donc à l'origine de l'allure de la courbe 6.5 : ceci n'a donc en aucun cas une signification mécanique. Une décharge du matériau ne montre aucune réversibilité dans le comportement : les déplacements restent constants, ce qui permet de vérifier que le phénomène est bien dû à un artéfact numérique.



FIG. 6.5 – Courbe Force-déplacement d'un grain de diamètre  $\approx 20$  cm, composé de 1090 particules, sollicité à V=1cm/s où  $C_N = 1000 N$ .

Il est possible de limiter ces interpénétrations non seulement en choisissant des paramètres numériques fins mais aussi en ajoutant une force de répulsion proportionnelle à l'interpénétration. Il existe ainsi une loi de contact (non cohésive) nommée *Radjaï Gap Rescue* présente dans le code de calcul *LMGC90*. Pour plus de détails se référer à [JEA05].

#### Description de la rupture

Il est intéressant de visualiser la répartition des efforts<sup>3</sup> dans le grain avant rupture (figure 6.6.a). L'épaisseur du trait donne une indication sur l'intensité de l'effort.

Notons qu'il existe de grandes chaînes de forces de compression qui traversent le grain sur tout son diamètre. On retrouve des zones fortement compressives au niveau des appuis. Ce type d'essais a déjà été traité dans des simulations par éléments finis (voir par exemple [PRO03]). On observe des zones de traction qui sont orientées pour la plupart dans une direction perpendiculaire au chargement. On peut remarquer des zones de traction horizontale présentes au milieu du grain, perpendiculaire à la sollicitation. La rupture s'amorce à partir d'un défaut (par exemple, à l'endroit où la porosité interparticulaire est localement plus élevée) près du centre, comme prévu par la solution de Hertz. Les décohésions, i.e. la fissure, se propagent ensuite de proche en proche (de contacts en contacts) dans la direction de la sollicitation. La fissure se propage diamétralement à travers le grain (figure 6.6.b) : il se rompt principalement en deux fragments. Même si la décohésion se fait de proche en proche, et donc de manière progressive, les essais à force imposée (voir plus loin paragraphe 6.3.3.2) vont montrer qu'elle n'est pas différée par rapport au chargement. Avant d'aborder ce point, l'influence de paramètres comme la taille des particules et la taille du bloc sur la rupture est présentée ci-dessous.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Les réseaux faibles et forts ne sont pas différenciés, leur étude n'étant pas ici abordée.



(b) Après rupture

FIG. 6.6 – Visualisation du réseau des efforts de traction (en bleu) et de compression (en rouge) à l'intérieur du grain et fissuration (en jaune).

## Influence de la taille du grain et des particules sur la résistance à la rupture

## - Influence de la taille des particules :

Dans cette étude nous avons effectué la compression diamétrale de deux blocs de diamètre 20 cm, le premier ayant les caratéristiques données dans le tableau 6.1, avec un diamètre moyen des particules vallant donc  $D_{p \text{ moyen}} = 5.5 \text{ mm}$ . Le deuxième ne comporte plus que 18 particules (à la place de 1090 pour le premier), et le diamètre moyen de ses particules vaut  $D_{p \text{ moyen}} = 21 \text{ mm}$ .

Une analyse dimensionnelle sur l'échantillon 2D donne :

$$C_N \propto \sigma_N D_p e$$
 (6.4)

avec  $\sigma_N$  la contrainte limite de traction et *e* l'épaisseur unité. On a  $C_N \propto D_p : C_N$  est donc un paramètre numérique dépendant de la taille de la discrétisation. La figure 6.7 nous met en évidence l'influence de la taille des particules sur la force nécessaire pour rompre le grain, cela pour plusieurs valeurs de cohésions  $C_N$ . Pour les deux valeurs de  $D_p$  choisies, nous n'obtenons pas les mêmes valeurs de la force de rupture  $F_R$  à  $C_N$  fixée. Le bloc où  $D_{pmoyen} = 21mm$  se casse pour des valeurs plus faibles de  $F_R$  car la contrainte limite de traction à chaque interface est localement plus faible (Eq.6.4) que dans le cas où  $D_p = 5mm$ pour des valeurs de cohésion identiques. La taille des particules joue bien le rôle de finesse de maillage.



FIG. 6.7 – Influence de la taille des particules sur la force nécessaire pour rompre un bloc de 20cm sollicité à V=1cm/s et  $C_N = 1000 N$ .

#### - Influence de la taille du grain :

Nous évaluons maintenant l'influence de la taille du grain, pour une taille de particule fixée  $(D_{pmoyen} = 5.5mm)$ , sur la résistance du grain. Pour cela six grains de diamètre valant 5 cm, 10 cm, 15 cm, 20 cm, 30 cm, et 40 cm son testés, et pour différentes valeurs de  $C_N$ . Le tableau 6.2 résume les caractéristiques de chaque grain. La durée en temps CPU pour ces calculs est au maximum de 4h pour le grain de 40 cm, elle est de quelques minutes pour le grain de 5 cm. Ces calculs sont effectués sur un processeur ES40 Compaq.

Les figures 6.9 présentent l'évolution de la force nécessaire pour rompre le grain (a) et l'évolution de la contrainte de rupture associée, on contrainte de traction maximum (b). Nous avons évalué analytiquement la contrainte de traction maximum comme suit (d'après

Diamètre	$D_1 = 5$	$D_2 = 10$	$D_3 = 15$	$D_4 = 20$	$D_5 = 30$	$D_6 = 40$
du grain $D_{bloc}$ (cm)						
Nombre de particules	$N_1 = 56$	$N_2 = 273$	$N_2 = 615$	$N_4 = 1090$	$N_5 = 2360$	$N_6 = 4247$

TAB. 6.2 – Caractéristiques des différents blocs

[TSO99b] par exemple; rappelons que nous sommes en 2D) :

$$\sigma_R = \frac{F_R}{\pi D/2e} \tag{6.5}$$

Nous notons que  $F_R$  ne suit pas une évolution linéaire par rapport à  $C_N$  (figure 6.8.a). Concernant l'influence de la taille du bloc, la charge de rupture est croissante avec la taille du bloc (6.9.a), ce qui est bien visible pour les valeurs de  $C_N$  les plus fortes sur la figure (6.8.a). La contrainte de rupture est quant à elle inversement proportionnelle à la taille du bloc, ce qui est en accord avec la théorie de rupture de Griffith qui suppose que la contrainte nécessaire pour ouvrir une fissure de longueur a est proportionnelle à l'inverse de la racine carrée du défaut. En supposant que la taille des défauts est proportionnelle à la taille du bloc ([MAR76, DOW98] le supposent), la contrainte nécessaire pour ouvrir une fissure sera plus faible pour des tailles de bloc plus grandes. Ainsi les plus petits grains seront les plus résistants dans cette configuration de simulation. C'est bien ce que nous observons sur la figure 6.8(b) ou sur la figure 6.9(b) pour  $C_N = 1000N$ . Par contre il semblerait que l'évolution de la charge de rupture  $F_R$  ne suive pas une loi puissance de la forme  $F_R = K_0 R^{\alpha}$  (figure 6.9.a), formule qui est habituellement proposée dans la littérature [MAR73, TSO99b,...]. L'évolution semble plutôt linéaire par rapport à la taille du bloc, soit  $\alpha \approx 1$ .



FIG. 6.8 – Influence de la cohésion  $C_N$  sur (a) la charge de rupture et (b) la résistance de blocs de différentes tailles sollicités à V=1cm/s.

Dans ces essais à vitesse imposée, les décohésions se faisant de proche de proche, nous ne pouvons pas conclure si la fissuration se propage de manière instantanée ou différée par rapport au chargement. La vitesse de sollicitation induit un temps caractéristique lié au chargement qui masque l'instantanéité de la rupture. Afin de s'assurer pleinement du caractère instantané lié à



FIG. 6.9 – Influence de la taille du bloc  $D_{bloc}$  sur (a) la charge de rupture et (b) la résistance des blocs pour  $C_N = 1000 N$ .

la loi cohésive choisie, nous avons réalisé des essais à force imposée présentés ci-dessous.

# 6.3.3.2 Essais à force imposée

Pour vérifier l'instantanéité de la rupture, l'idée est d'imposer un échelon de force (figure 6.10.a)  $F_0\Gamma(t)$  avec  $\Gamma(t)$  distribution de Heaviside :

$$\Gamma(t) = \begin{cases} 0 \text{ si } t < 0\\ 1 \text{ si } t \ge 0 \end{cases}$$
(6.6)

Imposer une rampe puis un plateau  $F_0\Upsilon(t)$  tels que :

$$\Upsilon(t) = \begin{cases} t/t_1 & \text{if } t < t_1 \\ 1 & \text{if } t \ge t_1 \end{cases}$$
(6.7)

ne permet pas de vérifier si la rupture est instantanée ou pas dans le cas où le grain se rompt dans la phase de montée en contrainte (rampe, figure 6.10.b) : on ne saurait pas dire si le grain se casse suite à l'incrément de force appliqué au pas de temps suivant la décohésion ou s'il se casse instantanément.

Afin de vérifier le caractère non différé associé à notre loi cohésive, nous cherchons l'échelon de force  $F_0\Gamma(t)$  le plus faible pour lequel la rupture survient de façon subite. Pour un échelon légèrement inférieur soit  $(F_0 - \epsilon)\Gamma(t)$  nous n'observons ainsi pas de rupture, et ceci même après un certain temps de simulation. La loi cohésive répond à la loi du "tout ou rien" (figure 6.11) : le modèle cohésif ne permet donc pas de simuler une rupture différée du matériau mais seulement instantanée. Soit l'échelon est suffisant pour provoquer la rupture de l'échantillon, dans ce cas la 'mort' est subite, soit l'échelon n'est pas assez élevé pour permettre la décohésion des particules, et il ne se passe alors rien.



FIG. 6.10 – Schéma d'un échelon de force (a) et d'une rampe puis plateau (b).



FIG. 6.11 – Résultat de l'application d'un échelon de force sur un grain composé de particules avec une loi cohésive sans endommagement.

# 6.3.3.3 Bilan

Avec l'approche discrète, nous avons choisi de modéliser un grain comme un assemblage de particules liées par adhésion, l'idée étant de choisir un nombre de particules suffisant pour décrire la rupture de façon fine. Pour répondre à la problématique qui est celle de modéliser les tassements de fluage observés sur les barrages en enrochements au cours du temps, il faut enrichir les lois cohésives classiques de type Mohr-Coulomb afin de parvenir à modéliser une rupture différée des blocs rocheux. Nous présentons donc dans la suite un modèle d'endommagement progressif d'interfaces cohésives que nous avons élaboré et introduit dans *LMGC90* afin de répondre à nos objectifs.

# 6.4 Modélisation différée de la rupture : modèle d'endommagement progressif de l'interface cohésive

## 6.4.1 Introduction

Nous présentons ici un modèle d'endommagement pour simuler la rupture différée des blocs rocheux (solides rigides) présents dans les enrochements de barrage [SIL07b]. Nous vérifions tout d'abord que le système est thermodynamiquement admissible, pour présenter ensuite les particularités de ce modèle à deux surfaces seuils. Nous présentons enfin la validation de la mise en œuvre numérique sur deux cas d'étude : dans le premier cas, on étudie la traction sur deux grains liés par une interface cohésive, et dans le deuxième cas on étudie également la traction de fluage sur un empilement de grains. Ces deux cas d'étude simples vont permettre d'illustrer le fonctionnement du modèle afin d'en appréhender les limites.

## 6.4.2 Formulation thermodynamique

#### 6.4.2.1 Système thermodynamique

Soient deux particules indéformables  $P^1$  et  $P^2$  occupant respectivement, à l'instant initial, les domaines  $\Omega^1$  et  $\Omega^2$  de  $\mathbb{R}^3$ , de frontières  $\partial \Omega^1$  et  $\partial \Omega^2$ . On note *IC* l'interface cohésive (cohésion initiale :  $C \neq 0$ , en **n**) entre ces deux particules. A l'instant initial, *IC* est supposée occuper la surface - d'épaisseur nulle, donc -  $S = \partial \Omega^1 \cap \partial \Omega^2$ . Le seul système thermodynamique auquel on s'intéresse ici est cette interface (voir figure 6.12) :

Système thermodynamique : interface cohésive IC occupant, à l'instant initial, la surface S

Notations:

- On note **n** la normale unitaire à S orientée de  $\Omega^1$  vers  $\Omega^2$ .
- On note  $\mathbf{R}^1$  (respectivement  $\mathbf{R}^2$ ) la résultante des forces agissant sur  $P^1$  (respectivement  $P^2$ ). Ces deux particules étant immobiles <sup>4</sup> dans leur repère (référentiel) barycentrique, on a donc, dans ce repère :

$$R^1 + R^2 = 0 (6.8)$$

- On note  $\mathbf{R}_N^1$  (respectivement  $\mathbf{R}_N^2$ ) la composante, dite normale, de  $\mathbf{R}^1$  (respectivement  $\mathbf{R}^2$ ) suivant **n**. Les parties tangentielles de  $\mathbf{R}^1$  et  $\mathbf{R}^2$ , notées  $\mathbf{R}_T^1$  et  $\mathbf{R}_T^2$ , sont alors définies par :

$$R_T^1 = R^1 - R_N^1 \mathbf{n}; \quad R_T^2 = R^2 - R_N^2 \mathbf{n}$$
 (6.9)

L'interface IC est ainsi soumise à un effort de traction si  $\mathbf{R}_N^2 < 0$  (et à un effort de compression dans le cas contraire *i.e.* si  $\mathbf{R}_N^2 > 0$ ), ).

#### 6.4.2.2 Variables d'état thermodynamique

**Hypothèse 1** : Le matériau constitutif de l'interface IC est susceptible de s'endommager. En conséquence, la cohésion initiale C peut diminuer quand l'interface est sollicitée. La phase ultime de cet endommagement est la perte, totale et irréversible, de cohésion.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>En fait, elles ne sont immobiles dans ce repère que tant qu'il n'y a pas perte totale de cohésion.



FIG. 6.12 – Définition d'un contact cohésif.

**Hypothèse 2** : Tant qu'il n'y a pas perte totale de cohésion de IC, les particules  $P^1$  et  $P^2$  restent immobiles dans leur repère barycentrique et il n'y a aucune déformation de la surface S occupée par IC. Selon l'Hypothèse 2, la discontinuité de déplacement à travers S :

$$[\mathbf{U}] = [\mathbf{U}_N] \mathbf{n} + [\mathbf{U}_T] \tag{6.10}$$

ne peut pas être retenue comme variable d'état puisqu'elle reste constamment nulle (tant que la cohésion de l'interface n'est pas nulle, en tout cas). De la même façon, aucun tenseur de déformations ne peut être retenu comme variable d'état.

D'après l'*Hypothèse 1*, en revanche, il est loisible de considérer une variable d'état - interne, en l'occurence - pour caractériser l'endommagement de l'interface. On retiendra ici la plus simple des variables d'endommagement proposées dans la littérature [KAC80, MARI81], soit :

$$d \in [0,1].$$
 (6.11)

Dans le cas où l'endommagement de l'interface est essentiellement dû à des micro-cavités (endommagement quasi-isotrope, donc), cette variable d'endommagement peut s'interpréter comme :

$$d = \frac{S_{\mu cav}}{S} \tag{6.12}$$

où  $S_{\mu cav}$  est la partie de S occupée par les microcavités 'endommageant' IC. L'interprétation de d quand cet endommagement est dû à des microfissures est plus délicate. Notant L la 'longueur cumulée' de ces dernières, on peut toutefois suggérer :

$$d = \beta \frac{L^2}{S} \tag{6.13}$$

où  $\beta$  est une constante.

Dans tous les cas, d traduit la proportion de liaisons cohésives actives entre les deux corps en contact.

Variable d'état thermodynamique	
$(\text{endommagement}): d \in [0, 1]$	

Cette variable est choisie telle que :

$$\begin{cases} d = 0, \quad \text{l'interface cohésive IC est vierge,} \\ 0 < d < 1, \quad \text{l'interface cohésive IC est partiellement endommagée,} \\ d = 1, \quad \text{l'interface cohésive IC est rompue.} \end{cases}$$
(6.14)

Remarque : Nous allons par la suite introduire une autre variable d'état : la température T, utilisée dans l'approche thermodynamique suivante. Tant il paraît clair qu'elle ne joue pas un rôle crucial dans le problème qui nous intéresse ici, on ne la fera cependant intervenir que le temps d'écrire correctement les deux principes.

#### 6.4.2.3 Potentiel et lois d'état thermodynamiques

On retiendra ici comme potentiel thermodynamique l'énergie libre surfacique, puisque d (et encore T, à ce niveau de l'étude) est la seule variable d'état :

$$\rho \Psi(T,d) = \rho(1-d)\Psi^{0}(T) \ avec \ \Psi^{0}(T) > 0 \ \forall \ T$$
(6.15)

où  $\rho$  est la masse surfacique du matériau constitutif de IC (constante au cours de toute évolution puisque, selon l'*Hypothèse 2, IC* est indéformable) et  $\Psi^0(T)$  l'énergie massique du matériau non endommagé, que les physiciens interprètent comme l'énergie potentielle d'interaction entre les constituants élémentaires (atomes ou molécules) de ce matériau.

> Potentiel d'état thermodynamique (énergie libre surfacique) :  $\rho \Psi(T, d) = \rho(1 - d) \Psi^0(T) \text{ avec } \Psi^0(T) > 0.$

Les lois d'état s'obtiennent alors immédiatement, par simple différentiation partielle de  $\rho \Psi(T, d)$ par rapport à chacun de ses arguments.

L'entropie massique s est définie par :

$$s = -\frac{\partial \Psi}{\partial T}$$
 soit  $s = (d-1)\frac{\partial \Psi^0}{\partial T}$ . (6.16)

Ensuite on définit  $A^d$ , la force thermodynamique associée à d:

$$A^{d} = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial d} = \rho \Psi^{0}(T) > 0.$$
(6.17)

#### 6.4.2.4 Premier principe de la thermodynamique

Notations :

On introduit ici la notion d'*état de contraintes* dans S, noté  $\sigma^5$ . A l'aide d'hypothèses, on reliera plus tard cet état de contraintes à la résultante des efforts agissant sur les particules. Le *vecteur contrainte* agissant sur S est noté  $\mathbf{T}$ , soit :

$$\mathbf{T} = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} \tag{6.18}$$

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Bien que IC soit indéformable, on peut parler de contraintes, à condition de retenir pour elles la définition de Cauchy.

Sa composante normale est notée  $T_N$  (= T.n) et sa composante tangentielle  $T_t$  (= T -  $T_N$ n).

Le bilan global des puissances mécaniques et calorifiques mises en jeu est donné par le premier principe de la thermodynamique :

$$\frac{d}{dt}(\mathcal{E} + \mathcal{E}_c) = (\mathcal{P}_e + \mathcal{P}_{cal}) \tag{6.19}$$

Avec :

$$\mathcal{E} = \int_{S} \rho e \, dS, \, \text{l'énergie interne du système,}$$

$$\mathcal{E}_{c} = \int_{S} \frac{1}{2} \rho \left| \dot{\boldsymbol{U}} \right|^{2} \, dS, \, \text{l'énergie cinétique,}$$

$$\mathcal{P}_{e} = \int_{\partial S} \mathbf{T}. \left[ \dot{\boldsymbol{U}} \right] \, da, \, \text{la puissance des efforts extérieurs,}$$

$$\mathcal{P}_{cal} = -\int_{\partial S} \boldsymbol{q}.\boldsymbol{n} \, da + \int_{S} r \, dS, \, \text{la puissance calorifique échangée avec l'extérieur.}$$

$$(6.20)$$

où e est l'énergie interne massique, q le flux linéique de chaleur (en  $W.m^{-1}$ ) échangé avec l'extérieur, et r la source de chaleur à distance (densité surfacique). Admettant (ce qui n'est guère contraignant puisque chaleur et température sont finalement condamnées à disparaître dès que les deux principes auront été écrits) que le taux de production de chaleur à distance est nul et qu'aucune chaleur ne peut être échangée par IC à travers le contour  $\partial S$  limitant S, et comme l'énergie cinétique du système est nulle (tant qu'il n'y a pas décohésion) on obtient <sup>6</sup> :

$$\int_{S} \rho \dot{e} \, dS = \int_{S} \left( \left( \boldsymbol{T}_{N} \cdot \left[ \dot{\boldsymbol{U}}_{N} \right] + \boldsymbol{T}_{t} \cdot \left[ \dot{\boldsymbol{U}}_{T} \right] \right) - \operatorname{div}(\boldsymbol{q}) \right) \, dS, \quad \forall \left( \left[ \dot{\boldsymbol{U}}_{N} \right], \left[ \dot{\boldsymbol{U}}_{T} \right], \operatorname{div} \boldsymbol{q} \right)$$
(6.21)

L'expression locale du premier principe est donc :

$$\rho \dot{e} = \boldsymbol{T}_{N} \cdot \left[ \dot{\boldsymbol{U}}_{N} \right] + \boldsymbol{T}_{t} \cdot \left[ \dot{\boldsymbol{U}}_{T} \right] - \operatorname{div}(\boldsymbol{q}) \quad , \forall \left( \left[ \dot{\boldsymbol{U}}_{N} \right], \left[ \dot{\boldsymbol{U}}_{T} \right], \operatorname{div} \boldsymbol{q} \right).$$
(6.22)

L'énergie interne massique e est liée à l'énergie libre massique  $\Psi$  par :

$$e = \Psi + sT \tag{6.23}$$

ce qui permet de réécrire immédiatement l'équation (6.22) :

$$\rho \dot{\Psi} + \rho T \dot{s} + \rho s \dot{T} = \mathbf{T}_N \cdot \left[ \dot{\mathbf{U}}_N \right] + \mathbf{T}_t \cdot \left[ \dot{\mathbf{U}}_T \right] - \operatorname{div}(\mathbf{q}) \quad , \forall \left( \left[ \dot{\mathbf{U}}_N \right], \left[ \dot{\mathbf{U}}_T \right], \operatorname{div}(\mathbf{q}) \right).$$
(6.24)

soit encore, selon l'équation (6.15) pour l'énergie interne surfacique  $\rho \Psi$ :

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>On a fait intervenir la discontinuité de vitesse dans cette expression alors que la discontinuité de déplacement n'est pas une variable d'état : en mécanique des fluides, le gradient de déplacement, ni même sa partie symétrique ne sont des variables d'état alors que le gradient des vitesses intervient bien dans la puissance des efforts intérieurs.

Premier principe de la thermodynamique :  

$$-\operatorname{div}(\boldsymbol{q}) = -\boldsymbol{T}_{N} \cdot \left[ \dot{\boldsymbol{U}}_{N} \right] - \boldsymbol{T}_{t} \cdot \left[ \dot{\boldsymbol{U}}_{T} \right] + \rho \left( (1-d) \frac{\partial \Psi^{0}}{\partial T} + s \right) \dot{T} - \rho \Psi^{0} \dot{d} + \rho T \dot{s} , \quad \forall \left( \left[ \dot{\boldsymbol{U}}_{N} \right], \left[ \dot{\boldsymbol{U}}_{T} \right], \operatorname{div}(\boldsymbol{q}) \right)$$

$$(6.25)$$

puisque

$$\dot{\Psi} = (1-d)\frac{\partial\Psi^0}{\partial T}\dot{T} - \Psi^0(T)\dot{d}.$$
(6.26)

## 6.4.2.5 Second principe de la thermodynamique

Le second principe de la thermodynamique s'énonce de la façon suivante :

$$\rho \frac{ds}{dt} \ge \frac{\mathcal{P}_{cal}}{T},\tag{6.27}$$

et peut donc s'écrire sous la forme :

$$\int_{S} \rho \dot{s} \, dS \ge \int_{S} \frac{r}{T} \, dS - \int_{\partial S} \frac{\boldsymbol{q}.\boldsymbol{n}}{T} \, da = \int_{S} \left( \frac{r}{T} - \operatorname{div}(\frac{\boldsymbol{q}}{T}) \right) \, dS, \quad \forall \left( \boldsymbol{q}, \operatorname{div} \boldsymbol{q} \right) \tag{6.28}$$

En accord avec les hypothèses faites sur le taux de production de chaleur à distance et le flux de chaleur dans le paragraphe précédent, l'expression locale du second principe est simplement :

$$\rho \dot{s} \geq -\operatorname{div}(\frac{\boldsymbol{q}}{T}), \quad \forall (\boldsymbol{q}, \operatorname{div} \boldsymbol{q}),$$

$$(6.29)$$

ou encore :

$$\rho T \dot{s} + \operatorname{div}(\boldsymbol{q}) - \frac{\boldsymbol{q} \cdot \boldsymbol{\nabla} T}{T} \ge 0, \quad \forall (\boldsymbol{q}, \operatorname{div} \boldsymbol{q}),$$
(6.30)

qu'on peut immédiatement récrire, grâce à l'équation (6.25) et en tenant compte de (6.16), il vient :

$$\boldsymbol{T}_{N}\left[\dot{\boldsymbol{U}}_{N}\right] + \boldsymbol{T}_{t}\cdot\left[\dot{\boldsymbol{U}}_{T}\right] + \rho\Psi^{0}\dot{\boldsymbol{d}} - \frac{\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{\nabla}T}{T} \geq 0, \quad \forall \left(\left[\dot{\boldsymbol{U}}_{N}\right], \left[\dot{\boldsymbol{U}}_{T}\right], \boldsymbol{q}\right). \tag{6.31}$$

Les deux principes thermodynamiques étant maintenant clairement établis, on peut décrêter que dissipations intrinsèque et thermique doivent être séparément positives, ce qui donne :

Second principe de la thermodynamique (ou dissipation surfacique intrinsèque) :  $\boldsymbol{T}_{N}\left[\dot{\boldsymbol{U}}_{N}\right] + \boldsymbol{T}_{t} \cdot \left[\dot{\boldsymbol{U}}_{T}\right] + \rho \Psi^{0} \dot{d} \geq 0 , \quad \forall \left(\left[\dot{\boldsymbol{U}}_{N}\right], \left[\dot{\boldsymbol{U}}_{T}\right]\right). \quad (6.32)$ 

## 6.4.2.6 Surfaces seuils et loi d'évolution de d

Hypothèse 3 : Notant  $S_{mat}$  la partie de S non occupée par les micro-cavités, i.e. :

$$S_{mat} = S - S_{\mu cav} \tag{6.33}$$

(où  $S_{\mu cav}$  est la partie de S occupée par les microcavités 'endommageant' IC), on suppose que l'état de contraintes est :

- toujours uniforme dans  $S_{mat}$
- toujours uniformément nul dans  $S_{\mu cav}$

La résultante des efforts intérieurs agissant dans S est alors donnée par :

$$\int_{S} \boldsymbol{T} d\Sigma = \int_{(1-d)S} \boldsymbol{T} d\Sigma = (1-d)S\boldsymbol{T}, \qquad (6.34)$$

l'équilibre des forces agissant sur l'interface exigeant finalement que :

$$(1-d)ST = R^2 = -R^1 = R.$$
 (6.35)

Hypothèse 4 : Soit  $C_N$  la force maximale, dite cohésion ou force à la rupture, supportable par l'interface IC lorsque celle-ci est soumise à une sollicitation de traction simple ( $\mathbf{R}_N < 0$ et  $\mathbf{R}_t = 0$ ). On suppose qu'il existe  $C_0 < C_N$ , force seuil initial d'endommagement (d = 0), caractéristique du matériau constitutif de l'interface.

**Hypothèse 5** : La généralisation de la notion de force seuil d'endommagement en traction à une sollicitation quelconque est celle proposée par Marigo [MARI81], adaptée à la présente modélisation, soit :

- Puisque le matériau de l'interface a une souplesse nulle, le taux de restitution d'énergie complémentaire intervenant dans le modèle de Marigo ( $\boldsymbol{\sigma}: \boldsymbol{C}^{-1}: \boldsymbol{\sigma}$ ) est remplacé par une 'mesure' du tenseur des contraintes (et  $k^0$  par  $C_0/S$ ),
- Par commodité, cette 'mesure' du tenseur des contraintes est :

$$\frac{1}{\mu} \left| \boldsymbol{T}_t \right| - \boldsymbol{T}_N. \tag{6.36}$$

Le modèle retenu présente deux surfaces seuil :

– l'une,  $f_d(\mathbf{R}, d) = 0$ , régissant l'évolution de d:

$$d > 0 \Leftrightarrow f_d(\mathbf{R}, d) > 0;$$
 (6.37)

- l'autre,  $f_r(\mathbf{R}, d) = 0$ , gouvernant la rupture de l'interface :

$$rupture \Leftrightarrow f_r(\mathbf{R}, d) = 0. \tag{6.38}$$

Ces deux surfaces seuils sont écrites en termes de forces. Tant que d < 1, compte tenu de l'équation (6.35) et des deux hypothèses précédentes, les expressions retenues pour  $f_d(\mathbf{R}, d)$  et  $f_r(\mathbf{R}, d)$ sont les suivantes :

Surface seuil d'endommagement :

$$f_d(\mathbf{R},d) = \frac{1}{\mu} |\mathbf{R}_T| - \mathbf{R}_N - C_0(1 - md) = 0$$
(6.39)

Surface seuil de rupture :

$$f_r(\mathbf{R},d) = \frac{1}{\mu} |\mathbf{R}_T| - \mathbf{R}_N - C_N(1 - md) = 0$$
(6.40)

où l'on a  $C_0 < C_N$  pour que l'endommagement soit possible soit  $|f_d| < |f_r|$ . L'endommagement ne peut être possible que pour tout point mécanique compris entre les 2 surfaces seuils que nous venont de décrire (voir figure 6.13). Remarquons que ces surfaces seuils d'endommagement et de rupture vont évoluer au fur et à mesure que l'endommagement augmente : elles vont en fait se translater toutes deux d'une valeur  $m\Delta d$  avec  $\Delta d$  la variation d'endommagement accumulée à chaque incrément de temps.

À noter que, dans l'espace des variables d'état  $(\mathbf{R}, d)$ , le domaine défini par  $f_r(\mathbf{R}, d) > 0$  est inaccessible. La condition  $Coul_{\mu(R_N+C_N)}(\mathbf{U}_T, \mathbf{R}_T)$  ne sera jamais atteinte mais à l'inverse un statut cohésif répondra à la condition  $Coul_{\mu(R_N+C_N(1-md))}(\mathbf{U}_T, \mathbf{R}_T)$ . À noter également que, pour que ce modèle soit cohérent, il convient de modifier, par rapport à l'equation (6.11), l'intervalle dans lequel d peut varier, soit :  $d \in [0, \frac{1}{m}[$ , où  $m \geq 1$  et fini est un paramètre matériau sans dimension (cf. paragraphe 6.4.2.7 pour détails).

Quant à la loi d'évolution de d, elle s'écrit <sup>7</sup> :

Loi d'évolution de l'endommagement :  

$$\dot{d} = \frac{1}{\eta} \left\langle \frac{f_d(\boldsymbol{R}, d)}{C_0} \right\rangle H^-(-f_r(\boldsymbol{R}, d)) + [d_{imax} - d] \,\delta(f_r(\boldsymbol{R}, d))$$
(6.41)

où on note  $\eta$  le temps caractéristique de viscosité. Plus  $\eta$  est grand plus l'évolution de l'endommagement sera lente. La vitesse d'évolution de l'endommagement va dépendre des sollicitations appliquées à l'interface cohésive.

 $\delta$  est la distribution de Dirac.  $d_{imax}$  est l'endommagement maximal supporté par les interfaces i tel que  $d_{imax} < 1/m$ . Cet endommagement maximal est différent pour toutes les interfaces i. On explicitera au paragraphe (6.5.1) la valeur de cet endommagement maximal dans un cas simple. À noter que, tant que  $f_d(\mathbf{R}) > 0$  et  $f_r(\mathbf{R}, d) < 0$ , compte tenu de la loi d'évolution de d ci-dessus et du fait que  $\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{U}}_T \end{bmatrix} = 0$ , la dissipation surfacique intrinsèque (voir inéquation 6.32) est bien toujours non négative.

Dans le cas particulier où  $f_d(\mathbf{R}) > 0$  et  $f_r(\mathbf{R}, d) = 0$ , cette dissipation est toujours non négative mais la loi d'évolution de d se réduit au terme de 'saut'  $[d_{imax} - d]$ , qui assure la perte totale de cohésion. On retrouve alors le cône de Coulomb et  $\begin{bmatrix} \dot{U}_N \end{bmatrix}$  et  $\begin{bmatrix} \dot{U}_T \end{bmatrix}$  sont définis par les conditions cinématiques de contact et de frottement sec entre les particules.

Ajoutons que dans le cas du contact entre particules de deux grains différents, le comportement est régi également par les équations de Signorini et le frottement de Coulomb, soit Signor  $(g, \mathbf{R}_N)$  et  $\operatorname{Coul}_{\mu_{nc}R_N}(\mathbf{U}_T, \mathbf{R}_T)$ , où  $\mu_{nc}$  est le coefficient de frottement dans le cas non cohésif.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>La fonction d'Heaviside modifiée -  $H^{-}(x) = 0, \forall x \leq 0$  - n'est introduite ici que pour stipuler que, dès que l'interface est rompue (cohésion nulle;  $d = d_{imax}$ ),  $\dot{d}$  est nécessairement nulle.



FIG. 6.13 – Seuils d'endommagement et de rupture et leur évolution dans l'espace des forces  $(R_N, R_t)$ .

#### 6.4.2.7 Remarques sur les paramètres matériau du modèle

Six paramètres ont été introduits pour construire ce modèle :

$$C_N \text{ (en } N), \rho \text{ (en } kg.m^{-2}), \Psi^0 \text{ (en } J.kg^{-1}), \mu, C_0 \text{ (en } N), m$$
 (6.42)

En fait,  $\rho$  ni  $\Psi^0$  n'interviennent directement dans les équations constitutives du modèle (il y a bien  $\Psi^0$  dans la loi d'état définissant la variable duale de d,  $A^d$ ; mais, de fait, cette loi d'état n'est pas utilisée ici).  $\mu$  est à identifier par des essais de frottement entre particules, et non des essais de décohésion. Il y a donc en fait trois paramètres qui nous intéressent directement :  $C_0$ ,  $C_N$  et m.

#### 6.4.2.8 Autre Remarque

On a vu que les surface seuils se translataient dans le diagramme  $(R_N, R_t)$  : elles sont par contre immobiles dans le diagramme  $(\sigma_N, \sigma_t)$ . La relation entre les contraintes et forces s'écrit :  $\mathbf{R} = \boldsymbol{\sigma} S(1 - md)$  avec S la surface initiale de l'interface cohésive. Alors l'équation 6.40 devient :

$$f_r(\boldsymbol{\sigma}, d) = \frac{1}{\mu} |\boldsymbol{\sigma}_t| S - \boldsymbol{\sigma}_N S - C_N = 0.$$
(6.43)

On peut effectuer la même opération pour la surface seuil d'endommagement. Les surfaces seuils sont donc immobiles dans l'espace  $(\sigma_N, \sigma_t)$ .

# 6.4.2.9 Bilan : Equations du modèle à interface cohésive

Nous résumons ici les équations du modèle présenté ci-dessus.

- Dans le cas de particules liées par une interface cohésive :

Contact unilatéral avec cohésion (Mohr-Signorini) :

$$g \ge 0, \ \mathbf{R}_N + C_N(1 - md) \ge 0, \ g(\mathbf{R}_N + C_N(1 - md)) = 0$$
 (6.44)

soit Signor  $(g, \mathbf{R}_N + C_N(1 - md)).$ 

Surface seuil d'endommagement :

$$f_d(\mathbf{R}, d) = \frac{1}{\mu} |\mathbf{R}_T| - \mathbf{R}_N - C_0(1 - md) = 0$$
 (6.45)

Surface seuil de rupture : Frottement de Coulomb avec cohésion (Mohr-Coulomb endommageable) :

$$f_r(\mathbf{R},d) = \frac{1}{\mu} |\mathbf{R}_T| - \mathbf{R}_N - C_N(1-md) = 0$$
 (6.46)

Loi d'évolution de d:

$$\dot{d} = \frac{1}{\eta} \left\langle \frac{f_d(\boldsymbol{R}, d)}{C_0} \right\rangle H^-(-f_r(\boldsymbol{R}, d)) + [d_{imax} - d] \,\delta(f_r(\boldsymbol{R}, d)) \tag{6.47}$$

 Dans le cas de particules d'un même grain où l'interface cohésive a "rompu" ou dans le cas de deux grains différents en contact :

Contact unilatéral (Signorini) :

$$g \ge 0, \ \mathbf{R}_N \ge 0, \ g(\mathbf{R}_N) = 0 \tag{6.48}$$

Frottement de Coulomb :

$$\begin{cases} \|\mathbf{R}_{T}\| \leq \mu \mathbf{R}_{N} \\ \text{Si } \mathbf{U}_{T} > 0, \quad \mathbf{R}_{T} = -\mu \mathbf{R}_{N} \frac{\mathbf{U}_{T}}{\|\mathbf{U}_{T}\|} \\ \text{Si } \mathbf{U}_{T} < 0, \quad \mathbf{R}_{T} = \mu \mathbf{R}_{N} \frac{\mathbf{U}_{T}}{\|\mathbf{U}_{T}\|} \end{cases}$$
(6.49)

# 6.5 Validation de la mise en œuvre numérique

La section suivante présente deux cas d'étude d'empilement de grains possédant une solution analytique exacte ou approchée, ce qui va permettre en premier lieu de valider la mise en œuvre numérique. Mais surtout, l'utilisation de ces cas simples va permettre d'appréhender correctement le fonctionnement de notre modèle à deux surfaces seuils l'une d'endommagement et l'autre de rupture, afin de rendre compte de la sensibilité et de l'influence de chaque paramètre. Nous avons cependant choisi de fixé m = 1 dans tous les calculs de ce mémoire.

#### 6.5.1 Traction simple de deux grains

Nous avons commencé avec l'exemple le plus simple possible à partir duquel nous pouvions calculer la solution analytique : ce premier exemple consiste en l'étude de deux grains soumis à une sollicitation de traction de fluage (figure 6.14).



FIG. 6.14 – Traction F exercée sur 2 grains.

# 6.5.1.1 Calcul de la solution analytique

On peut calculer la loi d'évolution de l'endommagement du contact entre ces deux grains à partir de l'équation (6.41), puisqu'ici on applique une sollicitation de traction F constante dans le temps. On rappelle que les tractions sont comptées négativement, et que  $R_N > 0$ . On aura donc  $-|R_N| = F$  et  $|R_T| = 0$  (pas de cisaillement). L'équation (6.41) devient ainsi :

$$\dot{d} = \frac{1}{\eta} \left\langle \frac{-\mathbf{R}_N - C_0(1 - md)}{\mu C_0} \right\rangle H^-(-f_r(\mathbf{R}_N, d)) + [d_{max} - d] \,\delta(f_r(\mathbf{R}_N, d)). \tag{6.50}$$

- Si  $|F| > C_0(1 md_0)$  avec  $d_0$  endommagement initial, il y aura possibilité d'endommagement;
- Si  $|F| \leq C_0(1 md_0)$  le système n'évolue pas.

En choisissant  $|F| > C_0(1 - md_0)$  l'équation précédente devient :

$$\dot{d} - \frac{m}{\mu\eta} d = \frac{1}{\mu\eta} \left( \frac{-\mathbf{R}_N}{C_0} - 1 \right) H^-(-f_r(\mathbf{R}_N, d)) + [d_{max} - d] \,\delta(f_r(\mathbf{R}_N, d)) \tag{6.51}$$

qui est une équation différentielle du premier ordre à coefficient constant. La solution de 6.51 s'écrit simplement, avec  $R_N > 0$ :

> Solution analytique de la traction de fluage exercée sur deux grains liés par cohésion :  $d = d_0 + \frac{1}{m} \left( \exp \frac{mt}{\mu \eta} - 1 \right) \left( \frac{-\mathbf{R}_N}{C_0} - (1 - md_0) \right)$ (6.52)

#### 6.5.1.2 Résultats numériques : étude paramétrique

Le diamètre des particules testées est  $D_p = 5$  mm, la masse volumique  $\rho = 2.65 \ 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$ . On ne prend pas en compte la gravité. Pour ces calculs, on a choisi un pas de temps  $T = 2.5 \ 10^{-4}$  s. Les paramètres matériau du modèle ainsi que leur variation pour effectuer une étude paramétrique sont présentés dans le tableau 6.3.

TAB. 6.3 – Choix des paramètres du modèle et coefficients pour l'étude paramétrique

Coefficient $m$	m = 1
Seuil initiation endommagement	$C_0 = 20,  100,  180   { m N}$
Endommagement initial	$d_0 = 0$
Seuil de rupture	$C_N = 300,  3000  { m N}$
Coefficient de frottement	$\mu = \mu_{\rm nc} = 1$
Sollicitation de fluage	F = 22N, 50N, 200N, 270N
Temps caractéristique de viscosité	$\eta = 1,\!10,\!100,\!1000~{ m s}$

Dans ce paragraphe, nous détaillerons pas à pas l'influence de chaque paramètre, afin d'expliciter de façon précise le fonctionnement du modèle d'endommagement différé à deux surface seuils. Ce cas d'étude simple permettra d'introduire le concept d'adimensionnement, qui permettra de s'affranchir de paramètres ( $\eta$  en l'occurence) pour étudier l'évolution de l'endommagement en fonction des autres paramètres.

#### Influence du temps caractéristique $\eta$

On étudie l'évolution de d pour les temps caractéristiques suivants :  $\eta = 1, 10, 100, 1000$  s et pour la sollicitation F = 50N et pour la cohésion maximale  $C_N = 300$ N soit pour le rapport  $F/C_N = 0.16$ . La figure (6.15) montre l'évolution dans le temps de l'endommagement d pour les divers temps caractéristiques jusqu'à rupture. Le tracé met en évidence l'évolution exponentielle de l'endommagement en fonction du temps, comme la solution analytique l'a montrée. D'autre part, l'évolution de l'endommagement est bien proportionnelle au temps caractéristique et plus le temps caractéristique est grand plus l'évolution est lente. En adimensionnant les courbes de la figure (6.15) par le temps caractéristique on obtient la figure (6.16). La superposition des courbes étant parfaite, on peut donc décrêter que l'adimensionnement par le temps caractéristique est possible : on peut ainsi s'affranchir de  $\eta$  pour étudier l'influence des autres paramètres du modèle.


FIG. 6.15 – Influence du temps caractéristique  $\eta$  sur l'évolution de l'endommagement.



FIG. 6.16 – Courbes adimensionnées par le temps caractéristique  $\eta$  présentant l'évolution de l'endommagement.

De plus, nous pouvons valider la mise en œuvre numérique en calculant l'écart entre la solution numérique et à la solution analytique : celui-ci est compris entre  $10^{-4}$  et  $10^{-7}$  pour les différents temps caractéristiques, ce qui est très acceptable.

#### Influence du chargement F

On teste ici 4 chargements différents :  $F/C_N = 0.07$ , 0.16, 0.66, 0.9 tels que  $F > C_0$ . Le point important révélé par la figure (6.17) est la différence observée entre les endommagements maximaux (à rupture) pour les 4 chargements différents.

Ceci vient de la définition du seuil de rupture  $f_r(\mathbf{R}, d) = \frac{1}{\mu} |\mathbf{R}_t| - R_N - C_N(1-d) = 0$ 



FIG. 6.17 – Influence du chargement sur l'évolution de l'endommagement.

qui se translate dans l'espace  $(R_N, R_t)$ . On représente sur la figure (6.18) 4 points correspondant aux différents chargements. Ces points n'évoluent pas dans le temps alors que les seuils d'endommagement et de rupture évoluent et se translatent en fonction de l'endommagement. Rappelons aussi que la vitesse d'évolution de l'endommagement dépend du chargement appliqué sur l'interface cohésive. Le chargement le plus élévé  $F/C_N = 0.9$  (et donc le plus proche initialement du seuil de rupture) est donc le plus vite rejoint par la surface seuil de rupture; l'endommagement associé n'aura donc que très peu le temps d'évoluer. A l'inverse l'endommagement associé au chargement le plus faible  $F/C_N = 0.07$  pourra évoluer plus longuement et atteindre ainsi une valeur maximale plus élevée.

À noter que dans tous les cas, l'endommagement n'atteint pas sa borne supérieure  $d_{sup} = \frac{1}{m}$  (égal à 1 ici puisque m = 1), car le seuil de rupture se translate. Avec la translation du critère de rupture on n'impose pas ainsi une valeur d'endommagement critique identique pour toutes les configurations de chargement. Dans le cas d'un système multi-contacts, ceci est pleinement justifiable : la rupture d'un échantillon composé de plusieurs particules est régie par des phénomènes complexes comme la localisation, et ce n'est pas un endommagement critique qui pilote forcément la rupture de l'échantillon.

#### Influence du seuil d'endommagement $C_0$

On teste ici trois seuils d'endommagement  $C_0 = 20$ , 100 et 180N avec  $C_N = 300N$  comme seuil de rupture et  $F/C_N = 0.66$ . La figure 6.19 présente l'évolution de l'endommagement en fonction du seuil d'endommagement. Puisque  $F > C_0$  les interfaces s'endommagent immédiatement quel que soit  $C_0$ . Par contre les interfaces vont s'endommager plus rapidement plus  $C_0$  (ou le rapport  $C_0/C_N$ ) est faible. Ceci peut se déduire clairement de l'équation 6.52 simplifiée en :

$$d = \left(\exp\frac{t}{\mu\eta} - 1\right) \left(\frac{F}{C_0} - 1\right) \tag{6.53}$$

avec m = 1 et  $-R_N = F$ . Donc pour un temps t donné, l'endommagement aura atteint une valeur plus élevée plus  $C_0$  est faible. D'autre part, les endommagements critiques (à la rupture) ne varient pas avec  $C_0$ : ils ne dépendent que de  $C_N$  et F, comme le rappelle l'équation simplifiée ici en :



FIG. 6.18 – Seuils d'endommagement et de rupture. Les 4 chargements étudiés sont représentés par un "point mécanique" dans l'espace  $(R_N, R_t)$ .

$$f_r(\mathbf{F}, d) = F - C_N(1 - d) = 0 \tag{6.54}$$

alors la valeur de l'endommagement à la rupture vaut :

$$d_{max} = 1 - \frac{F}{C_N} \tag{6.55}$$

L'interface qui aura la valeur du seuil d'endommagement la plus faible se rompra donc plus rapidement, comme en témoignent les résultats de la figure 6.19.

#### Influence du seuil de rupture $C_N$

On teste ici 2 seuils de rupture différents :  $C_N = 300$ , 3000 N avec comme seuil d'endommagement  $C_0 = 20$  N pour une valeur de chargement fixée. La figure 6.20 présente l'évolution de l'endommagement en fonction du seuil de rupture pour F = 200N. Plus le rapport  $C_0/C_N$ est faible, plus les seuils d'endommagement et de rupture sont éloignés l'un de l'autre dans l'espace  $(R_N, R_t)$ , et donc plus l'endommagement pourra évoluer. Ceci car la valeur maximale que peut atteindre l'endommagement augmente avec  $C_N$  pour un chargement donné, comme nous l'avons vu précédemment  $(d_{max} = 1 - F/C_N)$  : la rupture sera d'autant plus différée que  $C_N$  est grand. Notons bien ici que  $C_N$  ne modifie pas la vitesse d'évolution de l'endommagement : les différentes courbes pour les différents seuils de rupture se supperposent jusqu'à ce que chaque contact atteigne son  $d_{max}$ .

La mise en œuvre numérique est validée puisqu'ici aussi pour les différents chargements, les différents seuils de rupture et pour les différents temps caractéristques, l'écart entre la solution numérique et à la solution analytique est compris entre  $10^{-4}$  et  $10^{-7}$ .



FIG. 6.19 – Influence du seuil d'endommagement  $C_0$  sur l'évolution de l'endommagement avec  $C_N = 300N$  et F = 200N.



FIG. 6.20 – Influence du seuil de rupture  $C_N$  sur l'évolution de l'endommagement avec  $C_0 = 20N$ .

#### 6.5.1.3 Bilan

Dans cette section, nous avons étudié l'influence des paramètres du modèle à deux surfaces seuils sur la réponse d'un système simple, composé de deux grains soumis à une sollicitation de fluage. Nous avons laissé fixe la valeur de m, et nous avons fait varier un à un la valeur du temps caractéristique  $\eta$ , la valeur du seuil d'endommagement  $C_0$ , la valeur du seuil de rupture  $C_N$  et la valeur du chargement F.

Avec ce cas simple, nous rendons compte de l'influence de chaque paramètre lorsque les autres sont fixés, à savoir :

- $-\eta$  est un paramètre qui règle la vitesse d'évolution de l'endommagement : plus  $\eta$  est élevé plus la rupture de l'interface sera différée; les résultats montrent de plus que  $\eta$  est le paramètre adimensionnel pertinent pour un le jeu de paramètres  $(m, C_0, C_N)$  fixé;
- le seuil d'endommagement  $C_0$  règle aussi la vitesse d'évolution de l'endommagement : plus  $C_0$  est élevé plus l'endommagement de l'interface sera rapide : la conséquence directe est que la rupture de l'interface apparaît alors plus tôt (on rappelle que  $C_0$  ne joue pas sur la valeur maximale de l'endommagement  $d_{max}$ );
- le seuil d'endommagement  $C_N$  joue à l'inverse directement sur la valeur maximale de l'endommagement  $d_{max}$  donc sur le temps nécessaire pour rompre l'interface : plus  $C_N$  est élevé plus la rupture de l'interface sera différée.

Enfin, l'étude paramétrique sur la valeur du chargement F permet de mieux comprendre la signification physique des paramètres  $C_0$  et  $C_N$ :

- Si  $F \to C_0$  (avec  $F > C_0$ ) alors l'interface va s'endommager très lentement, le temps à la rupture est alors le temps maximal (ou ultime) que peut atteindre le modèle pour rompre l'interface :  $C_0$  peut être ainsi considérée comme la résistance à long terme du matériau;
- Si à l'inverse,  $F \to C_N$ , alors l'interface va s'endommager très rapidement, le temps à la rupture est alors le temps minimal :  $C_0$  peut être ainsi considérée comme la résistance à court terme du matériau.

L'influence des paramètres ayant été mise en évidence à partir de ce cas simple, nous allons étudier dans la section suivante un échantillon un peu plus complexe, à partir duquel on va pouvoir toujours calculer la solution analytique, afin de vérifier d'une part la mise en œuvre numérique et d'autre part, afin d'étudier la progression de la fissuration dans le milieu modélisé.

#### 6.5.2 Essais de traction sur un empilement régulier de grains

On choisit ici un autre type d'empilement de particules pour valider la mise en œuvre numérique. L'étude se concentre ici sur un arrangement régulier, bidimensionnel, de disques que l'on soumet à une sollicitation de traction simple constante dans le temps (traction de fluage). Le choix se porte ici sur un tel empilement car la solution analytique du problème peut se calculer, moyennant des hypothèses, que nous expliciterons par la suite.

#### 6.5.2.1 Solution analytique approchée

Ces essais ont pour objet d'étudier la rupture progressive d'un échantillon dans le temps. L'exemple choisi ici est un empilement régulier de disques soumis à une sollicitation de fluage. Chaque disque est en contact avec 4 autres disques. On note la taille du système par  $L_x = N_x D_p$ et  $L_y = N_y D_p$  les longueurs selon x et y, avec  $N_x$  (respectivement  $N_y$ ) le nombre de particules selon x (respectivement y).  $D_p$  est le diamètre des particules. On a aussi choisi pour notre système  $L_x = L_y = L$ . C'est par l'intermédiaire d'un plateau indéformable, encore appelé "Jonc" par la suite, que l'on exerce la sollicitation de traction constante dans le temps. D'un point de vue numérique, cet empilement de particules rigides peut être considéré comme un maillage d'un solide rigide (avec  $D_p$  la taille de la maille) :  $D_p$  peut être ainsi considéré comme un paramètre numérique (la finesse de discrétisation). Cet échatillon est préendommagé à l'état initial sur une longueur qui vaut  $L_{endo} = N_{endo}D_p$  avec  $N_{endo}$  le nombre de contacts endommagés (voir figure 6.21). On peut parler de manière quelque peu abusive de "plaque préendommagée". L'endommagement initial au niveau des contacts va donner naissance à une fissuration qui va se propager du centre vers les bords de cette plaque. Nous nous intéressons ici à cette propagation, qui va se faire de manière progressive, les ruptures au niveau des interfaces opérant de manière différée par rapport à l'instant initial. Afin de comparer les simulations numériques présentées par la suite, nous cherchons la solution analytique du problème.

Numérotons  $\{x_i, i = 1...N_x/2\}$  les contacts, en partant du centre, et en allant vers un bord vertical :  $x_{i+1} = x_i + D_p$ .  $i = 1...N_x/2$  est le numéro de l'interface en partant du centre vers un bord vertical. La position  $x_i$  est liée à i par  $x_i = iD_p$  si  $i \ge 2$ .

Les hypothèses prises en compte pour déterminer la solution analytique sont les suivantes :

- Hypothèse 1 : On suppose la symétrie de la solution : la fissure va se propager de la même manière à droite et à gauche de l'interface centrale;
- Hypothèse 2 : On suppose que les efforts se répartissent uniformément sur les interfaces ayant une cohésion de part et d'autre de la fissure.

On suppose ensuite une distribution non uniforme de l'endommagement initial sur plusieurs interfaces horizontales : on suppose un maximum au centre et une décroissance linéaire de l'endommagement vers les bords donné de la façon suivante :

$$d_0(x_i) = d_0(1 - \chi |x_i| / L) \quad \text{si } |x_i| < L_{endo}/2 d_0(x_i) = 0 \qquad \qquad \text{sinon.}$$
(6.56)

avec  $\chi = L/(L_{endo}/2)$ . La zone cohésive au niveau de l'interface centrale va se rompre en premier (l'endommagement initial est maximal sur cette interface), puis la fissure va se propager de contact en contact de part et d'autre du centre. Nous commençons par évaluer la rupture



FIG. 6.21 – Echantillon initial préendommagé (zones bleues). La valeur de l'endommagement décroît linéairement du centre vers les bords. L'épaisseur du trait est proportionnel à la valeur de l'endommagement.

de la première interface i = 0 pour ensuite expliciter les ruptures des interfaces voisines qui se propagent de part et d'autre de cette interface centrale. On trouvera le calcul détaillé de la solution dans l'annexe A. Ce calcul permet de définir la **séquence de rupture des interfaces** de la façon suivante :

- les temps de ruptures successives sont notés  $t_u^j$ , avec j = 1...k;
- les valeurs du champ discret d'endommagement en ces temps de ruptures sont :

$$d(x_i, t_u^j), i = 1...N_x/2, \ j = 1...k;$$
(6.57)

- on peut alors calculer l'intervalle de temps entre deux décohésions successives :

$$\frac{\Delta t_u^{k+1}}{\eta} = \ln\left[1 + \frac{\left(1 - d(x_{k+1}, t_u^k)\right) - \frac{f_N(t_u^k)}{C_N}}{\left\langle\frac{f_N(t_u^k)}{C_0} - \left(1 - d(x_{k+1}, t_u^k)\right)\right\rangle}\right]$$
(6.58)

- l'évolution de l'endommagement sur cet intervalle de temps est :

$$d(x_i, t_u^{k+1}) = d(x_i, t_u^k) + \left(\exp\left(\frac{\Delta t_u^{k+1}}{\eta}\right) - 1\right) \left\langle \frac{f_N(t_u^k)}{C_0} - \left(1 - d(x_i, t_u^k)\right) \right\rangle$$
(6.59)

pour  $i = k + 1...N_x/2$  les interfaces cohésives restantes.

#### 6.5.2.2 Remarques sur les paramètres du modèle

#### Remarque sur les paramètres $C_0, C_N$ :

Notons  $\sigma_{yy}$  la contrainte de traction 2D exercée sur le jonc. On a  $\sigma_{yy} = F_{jonc}/(eL)$  où e est l'épaisseur qui vaut l'unité. Au début de l'essai, on a supposé que les efforts se repartissaient uniformément sur toutes les particules, alors chaque particule va reprendre initialement  $f_N = F_{jonc}/N_x = F_{jonc}D_p/L$ . Ce qui nous donne  $\sigma_{yy} = f_N/(D_p e)$ . De la même manière on aura :

$$\sigma_0 = \frac{C_0}{D_p e}, \quad \sigma_u = \frac{C_N}{D_p e} \tag{6.60}$$

 $C_0$  et  $C_N$  dépendent donc de la taille de discrétisation  $D_p$ : on en déduit alors que  $C_0$  et  $C_N$ sont des paramètres numériques dépendant de la discrétisation et non des paramètres matériau.  $\sigma_0$  représente par contre une constante matérielle assimilable à la contrainte seuil d'endommagement en traction simple et  $\sigma_u$  une constante matérielle assimilable à la contrainte de rupture instantanée en traction simple. Plus  $D_p$  sera faible plus  $C_0$  et  $C_N$  seront faibles également. Il découle de cette analyse que c'est le nombre sans dimension  $C_0/C_N = \sigma_0/\sigma_u$  qui est un paramètre matériau.

Notons qu'il est difficile de déterminer une expression de  $C_0$  et  $C_N$  si la discrétisation est composée de particules de tailles très différentes. C'est pour cette raison que nous avons modélisé un échantillon à une seule taille de particules. Dans la suite des calculs, nous élaborerons donc toujours nos échantillons de façon monodisperse, ou en introduisant uniquement une légère dispersion dans la taille des particules.

Enfin, pour un cas 3D, il est intéressant de noter que  $\sigma_0 = C_0/D_p^2$  (même remarque pour  $\sigma_u$ ).

#### Remarque sur le paramètre $\eta$ :

En injectant l'Equation A.22 dans A.27 de l'annexe A on peut déduire une expression de  $\eta$ :

$$\eta = \frac{D_p}{V_d(x_k, t_u^k)} \ln \left[ 1 + \frac{\left(1 - d(x_k, t_u^{k+1})\right) - \frac{f_N(t_u^{k+1})}{C_N}}{\left\langle \frac{f_N(t_u^{k+1})}{C_0} - \left(1 - d(x_k, t_u^{k+1})\right) \right\rangle} \right]^{-1}$$
(6.61)

On voit donc que  $\eta$  peut s'exprimer en fonction de  $D_p$  la taille de discrétisation. La vitesse de fissuration est également liée à la taille de la maille élémentaire : on comprend bien que la fissuration ne se propagera pas à la même vitesse selon la taille des particules.  $\eta$  étant fonction du rapport "taille des particules/vitesse de fissuration", il est difficile de conclure sur la dépendance de  $\eta$  en la discrétisation du problème. Il est donc délicat de se prononcer sur la nature du paramètre  $\eta$  et nous ne pouvons donc, à ce stade affimer si  $\eta$  serait plutôt un paramètre numérique ou matériau.

#### 6.5.2.3 Données de l'essai

L'échantillon test est ici une plaque préendommagée de dimension  $L_x = L_y = 31.D_p$  avec  $N_x = N_y = 31$  particules. Les particules sont de même taille. Nous n'effectuerons pas ici une étude paramétrique exhaustive, nous présenterons uniquement des résultats liés à l'influence du temps caractéristique de viscosité  $\eta$  sur la fissuration.

Par rapport aux paramètres du paragraphe (6.5.1.2), le diamètre des particules testées est toujours de  $D_p = 5 \text{ mm}$ ; nous choisissons un pas de temps  $T = 10^{-3} s$ , et le critère de convergence reste identique (Quad = 0.166  $10^{-3}$ ).

Les données de l'essai sont présentées dans le tableau 6.4. On impose une distribution de l'endommagement initial sur plusieurs contacts horizontaux, avec un maximum au centre de la plaque  $(d_{max} = 0.6)$  et une décroissance (linéaire) vers les bords. Ainsi en plus de l'interface centrale, 10 autres interfaces sont endommagées en imposant une répartition symétrique par rapport au centre (5 interfaces endommagées à gauche, 5 à droite). La loi de répartition de l'endommagement initial est donnée dans le tableau 6.4. L'origine du répère est fixé au niveau de l'interface où l'endommagement initial est maximal. On note *i* le numéro d'une interface suivant x et *i'* la position de l'interface adimensionnée par le nombre de grains telle que  $i' = i/N_x$ . La sollicitation est dirigée suivant l'axe vertical.

Les paramètres matériau du modèle sont présentés dans le tableau 6.5.

TAD. 0.4 Caracteristiques (	le i essai
Diamètre particule	$D_p = 5mm$
Nombre de particules total	N = 961
Nombre de particules suivant $x$ et $y$	$N_x = N_y = 31$
Nombre d'interfaces endommagées	$N_{endo} = 11$
Loi de répartition	$d = d_0(1 - \alpha i')$
de l'endommagement initial	$d_0 = 0.6,  \alpha = 5$
Sollicitation de fluage	F = 800N

TAB. 6.4 – Caractéristiques de l'essai

TAB. 6.5 – Paramètres du modèle

Coefficient $m$	m = 1
Seuil initiation endommagement	$C_0=20~\mathrm{N}$
Seuil de rupture	$C_N=300~{ m N}$
Coefficient de frottement	$\mu=\mu_{ m nc}=1$
Temps caractéristique de viscosité	$\eta=1{,}10{,}100~{\rm s}$

Notons que les plateaux inférieur et supérieur sont également liés aux particules par une loi cohésive mais "non endommageable". Les paramètres de cohésion sont choisis de sorte que la rupture n'ait pas lieu à l'interface grain/plateau ( $C_{Ngrain/plateau} >> C_{Ngrain/grain}$ ).

#### 6.5.2.4 Résultats numériques

Lorsque le système est mis en traction, toutes les interfaces horizontales, perpendiculaires à la direction de sollicitation sont endommagées puisque le seuil d'endommagement  $C_0$  est dépassé : chaque interface horizontale reprend en moyenne un effort équivalent à  $F_{moy} = F/N_{xcoh} = 25.6N$ , à l'instant initial avec  $N_{xcoh}$  le nombre d'interfaces cohésives sur l'axe horizontal. L'endommagement va évoluer progressivement jusqu'à ce que l'interface centrale (celle présentant l'endommagement initial maximal) atteigne le seuil de rupture  $C_N(1-md)$ : c'est l'initiation de la fissuration et l'effort s'annule au niveau de l'interface "rompue". Les efforts vont alors se répartir sur les autres interfaces encore cohésives bien qu'endommagées. La répartition des efforts ne se fait pas de manière homogène sur les interfaces comme l'atteste la figure (6.22): ce sont les interfaces proches de l'interface qui s'est rompue qui reprennent un effort supérieur à  $F_{moy}$ . La répartition des efforts est alors décroissante de part et d'autre du centre. L'endommagement va continuer à évoluer sur les interfaces encore cohésives jusqu'à ce que la prochaine interface atteigne son seuil de rupture. Ainsi de proche en proche la fissuration va se propager du centre de la plaque vers les bords jusqu'à la rupture totale de l'échantillon. La figure 6.23 permet de visualiser l'évolution de l'endommagement pour différents temps. Remarquons que la répartition de l'endommagement n'est pas tout à fait symétrique de part et d'autre du centre. Notons également que certaines interfaces ont un endommagement supérieur à celui d'interfaces plus proches du centre : ceci peut être dû d'une part, à la précision de la solution numérique et d'autre part à l'histoire de la répartition des efforts sur les interfaces<sup>8</sup>. Cette dernière figure 6.23 est à metre en parallèle avec la figure 6.22. Plus on avance dans l'essai, moins nombreux sont les interfaces encore cohésives : ils reprendront donc des efforts de traction plus importants (figure 6.22, par exemple  $t_6$ ). Notons également qu'avant rupture totale de l'échantillon  $(t_6)$  le décollement survient pour des interfaces plus éloignées du centre que d'autres : ceci est dû à la propagation de la fissuration qui n'est pas en fait tout à fait rectiligne (voir figure 6.24).



FIG. 6.22 – Evolution des efforts de traction au niveau des interfaces situées sur la ligne initialement préendommagée. Chaque point du graphique représente une interface.

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>On notera le "décollement" au cours du calcul de quelques interfaces situées au-dessous ou au-dessus de la ligne préalablement préendommagée, ce qui pertube la répartition et l'évolution des efforts sur la ligne que l'on attent à voir se fissurer.



FIG. 6.23 – Evolution de l'endommagement au niveau des interfaces situées sur la ligne initialement préendommagée. Chaque point du graphique représente une interface.



FIG. 6.24 – Fissuration à l'intérieur de la plaque avant rupture totale. Les traits verts représentent les interfaces qui viennent de se rompre et qui se trouvent encore dans la zone de détection du contact (toutes les intrefaces ayant rompues ne sont donc plus nécessairement colorées).

#### 6.5.2.5 Comparaison numérique/analytique : bilan

3 valeurs de  $\eta$  ont été testées (voir tableau 6.5). Nous présentons directement l'évolution de la longueur de la demi-fissure adimensionnée en fonction du temps adimensionné (figure 6.25) <sup>9</sup>. Tout d'abord, nous pouvons observer que l'adimensionnement par le temps caractéristique est toujours possible pour cet empilement de particules.

 $<sup>^{9}</sup>$ Nous présentons dans l'Annexe A figure A.1 un autre graphique présentant des données complémentaires : celles de la vitesse de propagation de la fissuration en fonction du temps adimensionné.

Nous observons cependant un écart des solutions numériques par rapport à la solution analytique. L'hypothèse qui semble être la plus forte est celle de la répartition uniforme des efforts sur les interfaces ayant toujours une cohésion de part et d'autre de la fissuration. Ceci n'est pas observé numériquement (figure 6.22) : les interfaces près des lèvres de la fissure reprennent un effort supérieur à ceux repris par les interfaces situés au bord de la plaque <sup>10</sup>. D'autre part, nous avons déjà évoqué plus haut longuement la non horizontalité de la propagation de la fissuration, certainement dûe à la précision numérique. La non symétrie numérique s'ajoute à ces causes d'écart entre les solutions numériques et analytiques.

Afin de vérifier si l'écart était dû au nombre de particules du système ou encore aux effets de bords, nous avons augmenté le nombre de particules tels que  $N_x = N_y = 101$  particules. Au total nous avons une "plaque" de N = 10201 particules (voir Annexe A, figure A.2). Nous avons ainsi un rapport "taille de la maille/taille du système"=  $D_p/L_x = 1/N_x \approx 0.1$  alors que dans le premier cas  $D_p/L_x \approx 0.32$ . Globalement, les courbes sont beaucoup plus chahutées que dans le cas  $N_x = 31$ . La fissuration n'évolue pas comme prévue sur la ligne centrale horizontale préendommagée mais à tendance à "zigzaguer" et à se déplacer sur des niveaux supérieurs ou inférieurs. Ceci est également observable expérimentalement, la fissure dans une plaque sollicitée en traction n'est pas exactement rectiligne. La direction de la fissuration se fait toujours cependant du centre vers les bords, mais toutefois sans prendre le chemin le plus court. En augmentant le nombre de particules, on augmente le nombre de possibilités de trajets possibles pour la fissure de se propager, qui sont également liés à l'augmentation du nombre d'inhomogénéités possibles dans la répartition des efforts à chaque interface. Ici donc l'augmentation du nombre de grains n'efface pas la dispersion. Nous ne pousserons pas l'étude plus loin car globalement, les solutions analytiques et numériques dans le cas  $N_x = 31$  sont proches : nous avons les mêmes ordres de grandeurs. Ceci nous permet de valider la mise en œuvre numérique.



FIG. 6.25 – Comparaison numérique/analytique de la valeur de la demi-fissure adimensionnée a/2L (ou encore  $\tilde{a}/2$ ) en fonction du temps de rupture adimensionné (voir l'annexe A pour l'expression de la demi-fissure adimensionnée).

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>La forme de la courbe numérique des efforts normaux de traction 'ressemble' à celle prévue de la théorie qui évalue des efforts normaux en pointe de fissure proportionnels à  $1/\sqrt{r}$  avec r la distance par rapport à la pointe de fissure.

## 6.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons abordé pas à pas la modélisation de la rupture des blocs rocheux : nous avons pris le parti de représenter un bloc comme un assemblage de particules liées par cohésion, la taille des particules constituant le bloc pouvant être considérée comme un paramètre de discrétisation du problème, ou encore comme la finesse du maillage pour faire une analogie avec les méthodes aux éléments finis. Les lois cohésives classiques n'ont pas permis de représenter une rupture progressive des échantillons vis à vis du chargement : nous avons alors introduit un endommagement interfacial.

Le modèle choisi est un modèle à deux surfaces seuils : on y introduit une surface seuil d'endommagement caractérisée par une valeur d'amorçage de l'endommagement  $C_0(1 - md)$  et une surface seuil de rupture caractérisée par une valeur seuil de la cohésion de rupture  $C_N(1 - md)$ , toutes deux évoluant donc avec l'endommagement. Une loi d'évolution est introduite, dans laquelle on précise un temps caractéristique  $\eta$  qui règle la vitesse d'endommagement. Les paramètres  $C_0$  et  $C_N$  quant à eux sont représentatifs de la résistance à long terme du matériau pour  $C_0$ , et de la résistance à court terme du matériau en ce qui concerne  $C_N$ .

Les exemples testés ont permis de valider la mise en œuvre numérique. Ils ont également permis d'évaluer l'influence de chaque paramètre sur la cinétique de rupture. Une analyse dimensionnelle a permis également d'identifier les paramètres matériaux des paramètres numériques du modèle. On trouve finalement que les paramètres matériaux sont entre autres  $\sigma_0$  (contrainte d'initiation de l'endommagement) et  $\sigma_u$  (contrainte seuil de rupture), à la place de  $C_0$  et  $C_N$ comme nous l'avions annoncé au départ.  $C_0$  et  $C_N$  dépendent en fait de la taille de la discrétisation  $D_p$  et sont donc considérés comme des paramètres numériques. Par contre le rapport  $C_0/C_N$  $(=\sigma_0/\sigma_N)$  peut être lui considéré comme un paramètre matériau. m est aussi un paramètre matériau mais son influence n'a pas été testée ici. Il est par contre plus difficile de se prononcer sur le temps caractéristique  $\eta$ .

Au total, on se retrouve avec un jeu de paramètres minimum  $(m, \eta, \sigma_0, \sigma_0/\sigma_u)$  ou  $(m, \eta, \sigma_N, \sigma_0/\sigma_u)$ pour décrire complètement le modèle. Fort de ce modèle, nous allons maintenant passer à l'étude d'échantillons de roche : nous commencerons par l'étude d'un seul grain, qui sera une éprouvette en compression pour passer ensuite à l'échelle supérieure de la collection de grains.

## Chapitre 7

# Résultats numériques de la modélisation de la rupture différée : éprouvettes en compression

### Sommaire

7.1	Intre	$\operatorname{pduction}$
7.2	Prép	paration des éprouvettes
7.3	Flua	${ m ge}$
	7.3.1	Influence du temps caractéristique $\eta$
	7.3.2	Influence du seuil d'endommagement $C_0$ et du seuil de rupture $C_N$ 161
	7.3.3	Influence du chargement
	7.3.4	Influence de l'arrangement initial
	7.3.5	Discussion
7.4	Rela	$xation \ldots 167$
7.5	Con	pression uniaxiale : Essais à vitesse imposée
7.6	$\mathbf{Con}$	clusion

## 7.1 Introduction

Dans ce chapitre, on présente maintenant la modélisation d'un assemblage granulaire en compression en intégrant la loi de comportement à endommagement différé. L'étude précédente a montré que le modèle donnait des résultats corrects sur des assemblages réguliers sollicités en traction. L'idée de ce chapître est de continuer à modéliser la rupture différée de solides rigides, mais cette fois-ci en compression, sur des assemblages non réguliers. En particulier les milieux modélisés sont des éprouvettes 2D (donc rectangulaires), qui représenteraient les matériaux qui nous intéressent : les roches. Avec cette géométrie globale régulière (il y a par contre, localement du désordre) qui va nous permettre d'évacuer tout problème de forme, on va vérifier si l'influence des paramètres du modèle est toujours bien mise en évidence sur ce type d'empilement. L'influence des paramètres sera donc étudiée pas à pas sur des essais caractéristiques de laboratoire : nous effectuerons des essais de fluage, relaxation et compression simple. Cette étude nous permettra de vérifier si le modèle reproduit un comportement déjà observé pour ce type de milieu. Notons que les valeurs choisies dans ce chapitre des paramètres du modèle ne seront pas calées à partir d'essais expérimentaux : les comparaisons entre les résultats du modèle et les données de la littérature seront donc uniquement qualitatives.

## 7.2 Préparation des éprouvettes

La préparation des éprouvettes utilisées pour la compression se fait en deux grandes étapes détaillées ci-dessous :

### - Dépôt gravitaire

La préparation des éprouvettes se fait ici par dépôt gravitaire particule par particule (voir figure 7.1(a)) à l'intérieur d'un "récipient" ou "moule" délimité par une paroi basse et deux parois latérales. Toutes ces parois sont rigides. On leur impose un mouvement lent de droite à gauche suivant l'horizontale défini par une fonction du type  $V = A \cos \omega t$ . Ce mouvement est nécessaire afin d'éviter que l'empilement ne soit trop régulier : les empilements monodisperses déposés par gravité tendent à s'arranger de façon cristalline. C'est également pour cette raison qu'un dépôt particule par particule -appelé encore dépôt par "point source" dans le code de calcul utilisé LMGC90- a été choisi plutôt qu'un dépôt gravitaire utilisé par exemple dans le chapitre (5)<sup>1</sup>.

L'échantillon est composé de 800 particules, dont leur diamètre  $D_p = 5mm$ . Le coefficient de frottement  $\mu$  aussi bien entre particules qu'à l'interface particule/paroi est pris égal à 1 afin de réaliser l'échantillon le plus poreux possible<sup>2</sup>.

Même après stabilisation de l'échantillon à la suite du dépôt par "point source", la partie haute de l'empilement n'est pas plane. Ainsi par l'intermédiaire d'une paroi supérieure horizontale, nous imposons une contrainte de 20 kPa afin de réarranger la partie haute de l'échantillon <sup>3</sup>. On trouvera dans la thèse de J.Y. Delenne [DEL02] une autre manière de générer des éprouvettes rectangulaires : celles-ci s'obtiennent par découpe à l'intérieur

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Même en imposant des vitesses initiales aléatoires à des particules réparties sur une grille puis soumises au champ de la pesanteur on obtient un empilement très régulier.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Nous sommes toujours conscients d'être limité ici par la monodispersité du milieu : nous ne cherchons pas à atteindre avec un modèle 2D la porosité réelle (donc 3D) des roches.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Nous sommes conscients ici d'avoir généré un échantillon où la répartition des efforts n'est pas isotrope, ceci n'étant pas une condition nécessaire pour ce type d'essais. On notera d'ailleurs que l'anisotropie peut être représentative de celle existant dans des éprouvettes de roche carrotées dans un massif : cette anisotropie est le témoin d'un passé géologique où la roche a subi une succession des sollicitations dans diverses directions.

d'un échantillon de taille plus grande, comme cela a été fait pour les grains dans le chapitre précédent.

#### **Remarques** :

1. Une autre manière de réaliser des empilements non réguliers, désordonnés avec une seule taille de particule est d'imposer une cohésion au moment du contact entre particules. Il suffit d'utiliser la loi "IQS\_DS\_WET\_CLB" dans le code de calcul *LMGC90* où l'on précise la valeur de la cohésion et la distance entre particules en deçà de laquelle la cohésion s'applique (attention à l'effet ventouse provoqué par une valeur trop forte de cohésion et/ou une distance trop grande).

Notons que ce type de préparation aboutit à des échantillons plus désordonnées (voir figure 7.9) que ceux que nous avons préparés avec un dépôt gravitaire avec du contact frottant entre particules.

2. Une variation de 10% du rayon des particules est un autre moyen permettant d'éviter l'ordre dans l'empilement.

#### - Cohésion des interfaces et relaxation de l'éprouvette

L'échantillon est ensuite "libéré" de ses parois latérales rigides. On impose une cohésion à chaque interface pour solidariser les particules entre elles. Le champ gravitaire est supprimé. On laisser l'échantillon se relaxer pendant un certain temps afin que l'état de contraintes se stabilise.

L'échantillon ainsi préparé peut être visualisé sur la figure 7.1 (b). Sa largueur est l = 10cm et sa hauteur  $H_0 = 18cm$ . La compacité finale est de 0.844.



FIG. 7.1 – Réalisation d'une éprouvette rectangulaire et éprouvette finale.

## 7.3 Fluage

Afin de caractériser le comportement d'une éprouvette rocheuse constituée de particules en contact cohésif endommageable, on procède à des essais caractéristiques : l'éprouvette, dont les caractéristiques de la loi cohésive sont exposés dans TAB.7.1, est soumise à un échelon de force (ou contrainte) et l'on étudie en premier lieu comment varie la déformation en fonction du temps. L'échelon est choisi de telle sorte qu'avec une loi d'interfaces cohésives classique, l'éprouvette n'encaisse aucune déformation et ne se rompe pas pour cette valeur d'échelon. On notera que les valeurs des paramètres du modèle ont d'abord été choisi dans un souci de limiter la durée des calculs, et ce, en explicitant correctement la phénoménologie attendue. Nous rappellons d'autre part que dans tous les calculs qui suivent, la valeur de m est fixée à 1. On ne fera pas varier ce coefficient dans nos simulations.

Coefficient $m$	m = 1
Seuil d'endommagement	$C_0 = 100 N$
Seuil de rupture	$C_N = 300 N$
Coefficient de frottement de la loi cohésive	$\mu = 1$
Coefficient de frottement grain/grain	$\mu_{\rm nc} = 1$
Ratio chargement/résistance à la compression	$\sigma_{fluage} / \sigma_{compression} \approx 70\%$
Pas de temps	$T = 2.5 \ 10^{-4} s$

#### 7.3.1 Influence du temps caractéristique $\eta$

On étudie l'influence du temps caractéristique. Les résultats sont présentés sur la Figure 7.2. On note  $\sigma/\sigma_N = 6.66$  le rapport 2D entre le chargement de fluage et le seuil de rupture, avec  $\sigma = F_{fluage}/(le)$  et  $\sigma_N = C_N/(D_p e)$ , e étant l'épaisseur unitaire. Les courbes pour différents temps caractéristiques mettent bien en évidence une rupture différée des échantillons : au bout d'un certain temps (variant avec  $\eta$ ) les éprouvettes ne supportent plus la charge appliquée, se rompent et s'effondrent. D'autre part, on vérifie bien que plus  $\eta$  est élevé, plus la rupture est différée. Si on adimensionne le temps par le temps caractéristique  $\eta$ , on peut déduire de la FI-GURE 7.3(a) qu'un adimensionnement par le temps caractéristique est possible au premier ordre.  $\eta$  semble donc être un paramètre d'adimensionnement pertinent. Ce résultat est important : il pourra permettre l'utilisation d'un temps caratéristique peu élevé dans des simulations similaires afin de limiter les temps de calculs. C'est une donnée de grande importance car on connaît la durée prohibitive de ce type de calculs simulant des temps de fluage de l'ordre de la journée ou du mois. Les calculs prennent jusqu'à 25h CPU pour  $\eta = 100$  s sur un processeur ES40 Compaq. Regardons maintenant comment évolue la déformation dans le temps. On note  $\varepsilon = \Delta H/H_0$ , avec  $\Delta H$  la variation de hauteur de l'éprouvette au cours du fluage. Même si elles augmentent dans le temps, les déformations avant rupture sont faibles : elles sont de l'ordre de  $10^{-4}$  ( $\approx 0.02\%$ ), soit de l'ordre de la précision numérique. La déformation est donc principalement d'ordre numérique. l'éprouvette ne se déforme que très peu avant rupture. Regardons alors comment s'opère la rupture. La Figure 7.3(b) présente l'évolution de la fraction d'interfaces cohésives qui se rompent (ou encore qui perdent leur contact ou se décollent). On définit la fraction de ruptures comme le rapport des interfaces qui subissent un perte de cohésion (seuil de rupture atteint par l'interface) sur le nombre d'interfaces cohésives initiales. Concernant l'évolution du taux de rupture, celle-ci



FIG. 7.2 – Evolution de la déformation des éprouvettes (b) après application d'un échelon de contrainte (a) pour différents temps caractéristiques  $\eta$ .

se fait de manière progressive dans le temps, par palier, tout en s'accélérant avant l'instant de rupture. De ce fait il s'agirait plutôt d'un fluage de type tertiaire si l'on élargit la définition habituelle en terme de déformation au taux de rupture d'interfaces. On remarque pour finir que la valeur maximale atteinte pour le taux de rupture est de 1 à 2% selon la valeur de  $\eta$ . On visualise sur la Figure 7.4 les zones partiellement endommagées (en bleu) ainsi que les zones où la cohésion s'est totalement dégradée (en vert) avant la rupture de l'échantillon. Les dégradations partielles ou totales de la cohésion sont localisées dans les zones de traction appartenant au réseau fort (en rose). Notons que les figures illustrant ces zones d'endommagement et de décohésions sont sensiblement les mêmes quel que soit le temps caractéristique pour un temps de la simulation  $t/\eta$  fixé : ceci semblerait être le signe d'une histoire identique dans l'endommagement et les ruptures des interfaces occasionnées dans les éprouvettes, quel que soit le temps caractéristique.

Enfin, sur la figure 7.5 on peut suivre l'évolution de la fraction d'interfaces cohésives  $\nu_{\text{cohésive}}$ . On la définit comme le rapport entre le nombre de contacts cohésifs sur le nombre de contacts total. On vérifie ainsi que c'est la diminution -même faible- du nombre d'interfaces cohésives appartenant au réseau fort qui est à l'origine de la rupture de l'échantillon.

#### 7.3.2 Influence du seuil d'endommagement $C_0$ et du seuil de rupture $C_N$

Dans l'étude paramétrique suivante nous avons fait varier la valeur du seuil de rupture  $C_N$ pour une valeur du seuil d'endommagement fixée  $C_0 = 100N$ . Nous avons ensuite procédé de la même manière afin d'étudier l'influence du seuil d'endommagement en faisant varier  $C_0$  pour



FIG. 7.3 – Evolution de la déformation des éprouvettes (a) et évolution de la fraction de rupture d'interfaces cohésives (b) en fonction du temps adimensionné par  $\eta$ .



FIG. 7.4 – Etat de l'endommagement dans l'éprouvette avant rupture à la suite du fluage. Les zones en bleu indiquent les interfaces partiellement endommagées, les zones en vert représentent les interfaces dont la cohésion s'est totalement dégradée, et les zones en rose sont représentatives des zones de traction dans le matériau. Pour les zones blueues et vertes, la longueur du trait est proportionnelle à l'endommagement (en cours ou à rupture).



FIG. 7.5 – Evolution de la déformation de l'éprouvette (a) et évolution de la fraction d'interfaces cohésives  $\nu_{\text{cohésive}}(\mathbf{b})$  en fonction du temps adimensionné (ici  $\eta = 1s$ ).

une valeur du seuil de rupture fixé  $C_N = 300N$ .  $\eta$  est pris égal à 1 s.

La valeur des déformations avant rupture de l'échantillon étant difficiles à quantifier, il est plus intéressant d'étudier les évolutions des ruptures d'interfaces cohésives pour les deux études paramétriques présentées sur la figure 7.6 : elles nous permettront d'expliquer plus finement la sensibilité du modèle par rapport aux deux seuils étudiés, puisqu'elles y sont directement liées, les déformations de l'échantillon étant leur conséquence.

On a déjà vu que  $C_N$  joue sur la cinétique de ruptures d'interfaces. La conséquence immédiate ici est que la rupture de l'éprouvette est d'autant plus retardée que  $C_N$  augmente et il semble aussi que le taux de ruptures d'interfaces avant rupture totale de l'éprouvette augmente (figure 7.6(a)) : pour rompre totalement l'éprouvette il faut donc la rupture d'un plus grand nombre d'interfaces plus le seuil de rupture augmente, le matériau étant globalement plus résistant (la résistance instantanée est augmentée).

Concernant maintenant l'étude paramétrique sur  $C_0$ , sur la figure 7.6(b) on vérifie bien que la rupture de l'échantillon est retardée plus  $C_0$  augmente. Notons que nous n'avons pas obtenu de rupture pour la valeur de  $C_0/C_N = 0.6$  dans le temps simulé. En augmentant  $C_0$ , on augmente le seuil d'activation de l'endommagement donc on retarde la rupture. Ici quand le seuil d'endommagement  $C_0$  varie à  $C_N$  fixé, on ne change pas la résistance instantanée du matériau : on ne remarque pas alors de différences notables dans la valeur limite du taux d'interfaces rompues avant rupture (figure 7.6(b)).  $C_0$  ne joue en effet que sur la vitesse d'évolution de l'endommagement, *i.e* sur la cinétique d'endommagement. Donc toutes éprouvettes encaissent globalement la même proportion de décohésions d'interfaces avant rupture puisque le paramètre qui pilote l'occurence des ruptures,  $C_N$  est fixé. Notons que dans le cas où  $C_N$  varie, ici l'endommagement est activé lors de l'application de la charge, on arrive alors à atteindre la rupture quelle que soit la valeur de  $C_N$ . Par contre lorsqu'on fait varier  $C_0$ , on remarque que si la valeur du chargement n'est pas suffisante pour induire un état de contraintes au niveau des interfaces supérieur au seuil d'endommagement, alors il n'y aura pas de rupture puisque l'endommagement n'aura pas été activé.

Sur la figure 7.7 on présente les temps de ruptures adimensionnés relevés pour chaque étude paramétrique. Dans le cas où  $C_0$  varie,  $t_{rupt}/\eta \to \infty$  avant que  $C_0/C_N$  atteigne 1 : pour être plus rigoureux, il est possible que  $t_{rupt}/\eta$  n'existe pas quand  $C_0/C_N < 0.6$ , *i.e* il est possible qu'il n'y ait pas de rupture de l'éprouvette même après des temps très longs pour cette valeur de chargement. Alors que quel que soit  $C_N$ , si l'endommagement est activé on aura rupture de l'échantillon, ce qui est visible sur la courbe 7.7. Ceci signifie donc que  $C_0$  est un paramètre plus discriminant que  $C_N$  sur l'occurence de la rupture de l'éprouvette.



FIG. 7.6 – Evolution du taux de rupture d'interfaces cohésives lorsque  $C_N$  varie (a) et lorsque  $C_0$  varie (b) en fonction de  $t/\eta$ .



FIG. 7.7 – Temps de rupture  $t_{rupt}$  des éprouvettes adimensionnés par  $\eta$  en fonction du rapport  $C_0/C_N$ .

#### 7.3.3 Influence du chargement

2 autres chargements sont testés :  $\sigma/\sigma_N = 3.33$  et 5. Les résultats sont présentés sur la Figure (7.8). On vérifie aussi sur un empilement non régulier que plus le chargement est faible plus la rupture sera différée dans le temps. Nous présentons ici l'évolution des ruptures au cours du fluage (a) et les déformations de fluage (b), celles-ci étant toujours minimes. On note que l'évolution des ruptures d'interfaces se fait toujours de manière accélérée avant rupture pour le chargement  $\sigma/\sigma_N = 5$ . Dans le cas du chargement le plus faible où  $\sigma/\sigma_N = 3.33$ , la rupture de l'échantillon n'a pas été obtenue dans le temps simulé.



FIG. 7.8 – Evolution des déformations (a) et de la fraction d'interfaces cohésives rompues (b) en fonction du temps adimensionné pour 3 valeurs d'échelon de force imposée ( $\eta$ =1s).

#### 7.3.4 Influence de l'arrangement initial

L'étude menée dans ce paragraphe ne vise en aucun cas à l'exhaustivité, nous cherchons à vérifier simplement ici la forme des évolutions des déformations et des ruptures au cours du fluage. Pour ce faire, nous testons deux autres échantillons de tailles sensiblement différentes et préparés de manière différente. Le premier (Echantillon n° 2, Figure 7.9.a) a été préparé par dépôt par point source en imposant une cohésion à l'interface lors du contact entre particules. Le deuxième échantillon (Echantillon n° 3, Figure 7.9.b) a été préparé par dépôt gravitaire où les particules sont placées sur une grille avant application de la gravité. On introduit une dispersion dans le diamètre des particules : celles-ci sont de deux tailles différentes et leurs diamètres vaut  $D_p = 5mm$  et  $D_p = 6mm$ , ce qui permet de générer un échantillon un peu plus désordonné que dans le cas principalement étudié. Les compacités C des éprouvettes sont résumées dans le tableau 7.2.

Les résultats sont présentés sur la Figure 7.10. On remarque que seul l'échantillon n° 3 présente des déformations non négligeables (Figure 7.10.a) : cela vient tout simplement du fait que l'échantillon est plus poreux donc lâche. La fissuration semble alors se propager plus lentement que dans les éprouvettes plus denses, et le matériau encaisse plus de déformations avant de se

Echantillon nº 1	Echantillon nº 2	Echantillon nº $3$
$C_1 = 0.844$	$C_2 = 0.805$	$C_3 = 0.791$

TAB. 7.2 – Fraction surfacique ou compacité C des différents échantillons testés



FIG. 7.9 – Autres éprouvettes testées pour l'essai de fluage.

fracturer totalement. D'autre part, on remarque que l'évolution de la déformation se fait à vitesse non constante pour l'échantillon n° 3, tout comme l'évolution de la fraction de ruptures (Figure 7.10.b) : il y a alternance de phases à vitesse constante, nulle ou accélérée. Pour les échantillons n° 1 et n° 2 les vitesses d'évolution des décohésions d'interfaces sont plutôt contantes.

#### 7.3.5 Discussion

Le modèle introduit permet donc selon l'arrangement granulaire (ou encore selon la porosité -présence de vides- de l'éprouvette) des échantillons de simuler différentes évolutions de déformations et de ruptures d'interfaces, que l'on connaît en expérimental. Pour l'éprouvette n° 1 principalement étudiée tout au long de la section, les déformations encaissées sont très faibles, ce qui est bien caractéristique d'un matériau fragile. Les évolutions observées sont en accord avec les résultats de la littérature : on peut noter à ce propos que l'allure des courbes obtenues et l'ordre de grandeurs des déformations se rapprochent des essais de fluage effectués par [MARA99] sur un calclaire nommé 'Pietra Leccese', avec nos valeurs de paramètres.

Pour information, on a noté pour l'échantillon n° 3, que les ordres de grandeurs de déformation avant rupture obtenus correspondaient à ceux obtenus expérimentalement par [ATA99], sur des essais de fluage sur un matériau préparé à partir de sable siliceux et de ciment. Nous ne nous attarderons pas sur une comparaison quantitave avec les résultats expérimentaux, comme annoncé dans l'introduction. Ces résultats montrent toutefois la capacité du modèle à modéliser plusieurs types d'évolutions de déformation, ou de ruptures.



FIG. 7.10 – Comparaison des évolution des déformations (a) et de la fraction de ruptures (b) pour les échantillons n° 1, n° 2 et n° 3 ( $\eta$ =1s).

## 7.4 Relaxation

L'essai dual de l'essai de fluage est l'essai de relaxation : on impose un déplacement (ou déformation) à l'échantillon et on regarde comment évoluent les efforts à l'intérieur de l'échantillon. On applique une vitesse de déformation constante au plateau supérieur de l'échantillon afin d'imposer la déformation voulue, et on maitient ensuite les plateaux immobiles. La déformation imposée est ici d'environ 2%.

La figure 7.11(a) présente l'évolution du rapport de la contrainte résultante sur le plateau supérieur sur le seuil de rupture  $\sigma_N$  en fonction du temps adimensionné par  $\eta$ . On met en évidence ici aussi que l'adimensionnement par  $\eta$  est toujours possible et pertinent dans le cas de cet essai de relaxation. Il semblerait ainsi que les échantillons subissent le même historique dans l'évolution des efforts. Quel que soit  $\eta$  on observe le même type d'évolution : les efforts se relaxent à l'intérieur de l'éprouvette de façon discontinue, il existe ainsi des sauts d'efforts tout au long des essais, jusqu'à stabilisation. Ces sauts correspondent également aux sauts dans l'évolution des interfaces qui se rompent (Figure 7.11.b). Notons que lorsque nous avons chargé l'échantillon afin de lui imposer une déformation, nous avons provoqué la rupture de certaines interfaces mitovennes générant ainsi une micro-fissure située au bas de l'échantillon, visible sur la Figure 7.12 : au niveau de la fissure quelques particules ne sont donc plus en contact. Malgré la présence de la micro-fissure, il n'y a pas eu de ruptures de l'échantillon, les efforts se sont redistribués à l'intérieur de l'échantillon jusqu'à se stabiliser et trouver un état d'équilibre. Pendant la redistribution des efforts, des interfaces ont continué à s'endommager et certaines se sont rompues en plus de celles déjà rompues lors du chargement au niveau de la micro-fissure. Notons de plus que la contrainte diminue proportionnellement avec l'évolution du taux de rupture (Figure 7.13). Nous remarquons que l'allure de l'évolution des efforts dans le temps pour cet essai de relaxation est comparable à l'évolution discontinue, évoluant par paliers mesurée par Li et Xia [LI00] lors d'essais de relaxation sur des éprouvettes parallélépipédiques de grès rouge. Cependant la forme de l'évolution des efforts n'est pas unique : Li et Xia ont mesuré une diminution continue des efforts de relaxation dans le cas d'essais sur une pierre d'argile.

Concernant la redistribution des efforts, nous pouvons remarquer que les variations de l'effort résultant sur le plateau supérieur (normalisé par la valeur du seuil de rupture), sont en adéquation avec les variations de la fraction d'interfaces cohésives appartenant aux réseaux d'efforts faibles et forts (Figure 7.14).  $\nu_{cohesive}$  est définie de la même façon qu'au 7.3. On remarque que  $\nu_{cohesive}$ "faible" qui au début n'est pas majoritaire<sup>4</sup> prend ensuite le dessus sur la fraction cohésive "forte". Au moment de changement de "majorité" suit une période d'équilibre provisoire des efforts. Ce changement dans la distribution des efforts des réseaux faibles et forts montre la capacité de l'échantillon à s'auto-organiser de façon à maintenir la déformation constante.



FIG. 7.11 – Evolution du rapport de la contrainte résultante sur le plateau supérieur sur le seuil de rupture  $\sigma_N$  (a) et évolution de la fraction de rupture d'interfaces cohésives (b) en fonction du temps adimensionné par  $\eta$ .

### 7.5 Compression uniaxiale : Essais à vitesse imposée

Pour compléter les essais caractéristiques de fluage et relaxation on réalise des essais à vitesse de déplacement imposée. Une vitesse V de déplacement de l'ordre de  $10^{-2}$  m/s, considérée comme rapide, n'est pas appropriée pour mettre en évidence l'influence des paramètres du modèle. Cette vitesse est d'ailleurs habituellement choisie pour donner une valeur de résistance à court terme du matériau. Pour nos essais, on choisit de solliciter le matériau à une vitesse de déplacement de  $10^{-5}$  m/s de sorte à mettre en évidence l'influence des paramètres du modèle avec des temps de calculs les moins prohibitifs possibles.

Les tests sont effectués pour 2 temps caractéristiques :  $\eta = 1$  et 10s (Figure 7.15a). D'autre part afin de vérifier l'influence de l'introduction des paramètres du modèle à endommagement différé, on effectue deux essais avec une loi cohésive classique, donc sans endommagement possible des interfaces, mais où la rupture instantanée est possible. On rappelle qu'on définit pour cette loi uniquement un seuil de rupture. Ainsi dans un premier temps on choisira d'effectuer un essai où le seuil de rupture est égal au seuil de rupture de la loi d'endommagement différé et dans un second temps on choisit le seuil de rupture égal au seuil d'initiation d'endommagement. Les calculs, effectués sur un processeur S40 Compaq, induisent des temps CPU de l'ordre de 24h

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Ceci est probablement induit par chargement imposé avant la relaxation.



FIG. 7.12 – Etat de l'endommagement dans l'éprouvette à la suite de la relaxation. Les zones en bleu indiquent les interfaces partiellement endommagées, les zones en vert représentent les interfaces dont la cohésion s'est totalement dégradée. Le trait noir souligne la micro-fissure générée lors du chargement.



FIG. 7.13 – Evolution de la fraction de rupture en fonction de la contrainte adimensionnée.



FIG. 7.14 – Evolution du rapport de la contrainte résultante sur le plateau supérieur sur la contrainte seuil de rupture  $\sigma_N$  (a) et évolution de la fraction d'interfaces cohésives  $\nu_{\text{cohésive}}$  (b) en fonction du temps adimensionné (ici  $\eta = 1$  s).

avec la vitesse de  $10^{-5}$  m/s.

Avant d'étudier la réponse du modèle, il est important de remarquer que la valeur de la raideur des courbes  $(\sigma - \varepsilon)$  est influencée par la valeur des paramètres numériques. Avec les paramètres numériques choisis ici les interpénétrations sont faibles, mais afin d'obtenir une raideur plus physique, on va ôter la composante "artefact numérique" à la valeur de la raideur. Pour ce faire, on enregistre à chaque pas de temps la somme des interpénétrations cumulées sur tous les contacts. La somme interpénétrations cumulées sur la hauteur vaut approximativement :

$$\sum_{bauteur} gap = \frac{\text{Nombre de particules sur la hauteur de l'échantillon}}{\text{Nombre de particules total}} \sum_{total} gap$$
(7.1)

gap désignant l'interpénétration. Ceci évidemment ne représente qu'une approximation, étant donné que les interpénétrations ne sont pas distribuées de façon homogène dans tout l'échantillon. D'autre part il est à noter que cette technique n'est pas utilisée dans le but d'opter pour des paramères numériques moins fins ou moins adaptés au problème pour réduire les temps de calculs. Elle permet seulement d'apprécier la composante numérique dans la raideur calculée<sup>5</sup>. La Figure 7.16 présente les courbes brutes et corrigées des interpénétrations. Les courbes de la Figure 7.15 ont été corrigées par cette technique.

Revenons à l'influence du modèle d'endommagement différé sur la réponse de l'échantillon (Figure 7.15(a)). Les courbes réalisées avec la loi cohésive sans endommagement représentent en quelque sorte les bornes, inférieures et supérieures, du modèle à endommagement progressif. Pour l'essai où le seuil de rupture en traction vaut  $C_N$ , on peut considérer que la vitesse d'en-

 $<sup>{}^{5}</sup>$ Ce type de "corrections" est couramment effectué en expérimental, les déformations du bâti sont, quand cela est nécesaire, retranchées aux courbes expérimentales afin d'obtenir les déformations réelles du matériau.



FIG. 7.15 – Evolution du rapport de la contrainte résultante sur le plateau supérieur normalisée (a) et évolution de la fraction de rupture d'interfaces cohésives (b) en fonction de la déformation de l'éprouvette.

dommagement est infinie, ou encore que le modèle possède un temps caractéristique  $\eta \to 0$ . De la même manière, pour l'essai où le seuil de rupture en traction vaut  $C_0$ , on peut considérer que la vitesse d'endommagement est nulle, ou encore que le modèle possède un temps caractéristique  $\eta \to \infty$ .

L'analyse de ces courbes permet de déduire les faits suivants :

- Tout d'abord, il y a eu une modification du seuil de rupture avec l'introduction du modèle : plus  $\eta$  est grand, plus le seuil de rupture est élevé ;
- Ensuite, nous remarquons que la rupture est plus ductile avec l'introduction du modèle : ainsi plus  $\eta$  est grand, plus le matériau peut se déformer. Ce qui revient à dire que plus  $\eta$ est grand, plus on retarde le pic de rupture, et on décale l'instant d'amorcage de la rupture : on introduit donc une certaine ductilité (le matériau encaisse plus de déformations et se casse plus tard);
- Enfin, la phase radoucissante est plus progressive quand  $\eta = 1$  ou 10s par rapport aux courbes de la loi sans endommagement : ceci va aussi dans le sens de la ductilité.

Les courbes présentant la fraction d'interfaces (Figure 7.15.b) rompues vont dans le même sens que ce qui vient d'être énoncé : les décohésions sont plus progressives pour le modèle d'endommagement avec  $\eta = 1$  et 10s.

D'autre part, à l'inverse du cas de relaxation, le réseau fort des contacts cohésifs se densifie ici tant qu'il n'y a pas encore d'interfaces rompues, puisque la contrainte appliquée à l'échantillon augmente (Figures 7.17). La fraction cohésive du réseau fort subit une diminution lorsque les premières ruptures apparaissent au détriment de la fraction cohésive du réseau faible : c'est l'initiation de la fissuration générée par les décohésions. Cette diminution même légère du réseau fort signifie qu'il y a eu décohésion(s) d'un ou plusieurs éléments porteurs soutenant l'échantillon. L'initiation de la fissuration est également visible sur la courbe ( $\sigma - \varepsilon$ ) (courbe a), où il exsite



FIG. 7.16 – Courbes brutes et corrigées des interpénétrations ( $\eta = 1s$ ) dans le cas d'un essai à vitesse imposée (V=10<sup>-5</sup>m/s).

une légère diminution de la contrainte lors des premières ruptures d'interfaces.

Pour finir, on présente sur la Figure 7.18 l'évolution des contraintes adimensionnées de rupture  $\sigma_{rupt}$  et d'initiation de la fissuration  $\sigma_{inirupt}$  en fonction du produit  $\eta \dot{\varepsilon}$ , avec  $\dot{\varepsilon}$  la vitesse de déformation imposée. Plusieurs essais ont été effectués en faisant varier  $\eta$  et  $\dot{\varepsilon}$ : on a fait varier  $\eta$ de 0.1 à 100s, et  $\dot{\varepsilon}$  de  $5.10^{-5}$  à  $5.10^{-2}s^{-1}$ . Lorsque  $\dot{\varepsilon}$  est grande et/ou lorsque  $\eta$  est grand,  $\sigma_{rupt}$ tend vers une asymptote, qui représente la résistance à court terme. Si par exemple l'on divise  $\eta$ par 10 et on multiplie  $\dot{\varepsilon}$  par 10, on obtient la même valeur de  $\sigma_{rupt}$ , ce qui valide le modèle : si on diminue  $\eta$  alors la vitesse d'évolution de l'endommagement sera plus faible, mais augmenter  $\dot{\varepsilon}$  va à l'inverse accélérer les décohésions. De la même manière, on remarque que la contrainte d'initiation de la fissuration tend vers une asymptote aussi. Les calculs prennent jusqu'à 62h CPU pour les vitesses les plus faibles ( $\dot{\varepsilon} = 5.10^{-5}s^{-1}$ ) sur un processeur ES40 Compaq. Ils prennent quelques dizaines de minutes pour les vitesses les plus faibles.

## 7.6 Conclusion

Nous avons réalisé des essais sur éprouvettes granulaires censées représenter des échantillons de roches, afin d'évaluer leur comportement lorsqu'on y intègre la loi d'endommagement différée proposée. Nous avons effectué des essais de fluage, de relaxation, ainsi que des essais à vitesse imposée. Dans le cas de l'essai de fluage, nous avons fait varier un certain nombre de paramètres, dont les paramètres du modèle, afin d'évaluer leur sensibilité sur la réponse du matériau. Dans tous les essais, nous avons remarqué que l'évolution des ruptures d'interfaces était en accord avec l'évolution des déformations, ce qui montre que les décohésions sont bien la cause des déformation de l'échantillon. Nous parlerons donc dans la suite indifféremment d'évolution des ruptures ou d'évolution des déformations.

Dans le cas du fluage et de la relaxation, nous avons vérifié que la paramètre  $\eta$  joue sur la



FIG. 7.17 – Evolution des fractions cohésives  $\nu_{\text{cohésive}}$  des réseaux d'efforts faibles et forts (c), en comparaison avec l'évolution de la contrainte adimensionnée (a) et de la fraction de ruptures (b) pour  $\eta = 1s$ .

cinétique des ruptures, et donc qu'une valeur de  $\eta$  élevée provoque, dans le cas du fluage (respectivement dans le cas de la relaxation), une rupture (respectivement une relaxation des efforts) retardée par rapport à des  $\eta$  plus faibles. Dans ce type de simulations,  $\eta$  apparaît comme un paramètre d'adimensionnement pertinent, du moins au premier ordre. Il semblerait de plus que les éprouvettes subissent la même histoire d'endommagement et de rupture quel que soit  $\eta$ .

Concernant les essais de fluage, l'étude paramétrique sur  $C_0$  et  $C_N$  a montré que le rupture des échantillons est d'autant plus différée que ces paramètres augmentent. De plus, nous avons pu vérifier que  $C_0$  est un paramètre plus discriminant que  $C_N$  sur l'occurence de la rupture. Nous avons également vérifié que la rupture est accélérée par des valeurs de chargements croissants. Des essais de fluage sur d'autres empilements ont permis de montrer la variété d'évolution des décohésions simulées qui peuvent être rapprochées des différents types de fluage observés en expérimental.

Concernant les essais à vitesse imposée, l'introduction d'un endommagement interfacial dans un modèle cohésif, a permis d'introduire une certaine ductilité dans le matériau, à condition de solliciter le matériau avec des vitesses assez faibles ( $< 10^{-5}$ m/s). Lorsque l'on sollicite le matériau à des vitesses élevées ou lorsque  $\eta$  est très élevé, la résistance du matériau tend vers une asymptote, *i.e* sa résistance à court terme, l'endommagement n'ayant que très peu le temps d'évoluer.

L'étude de la fraction d'interfaces cohésives est également en bon accord avec les déformations ou la relaxation à l'intérieur du matériau.

Ce modèle d'endommagement interfacial semble donc correspondre à nos attentes.



FIG. 7.18 – Evolution des contraintes a dimensionnées de rupture  $\sigma_{rupt}$  et d'initiation de la fissuration  $\sigma_{inirupt}$  en fonction de  $\eta \, \dot{\varepsilon}$ .

## Chapitre 8

# Résultats numériques de la modélisation de la rupture différée : essais œdométriques

## Sommaire

8.1	Intr	oduction	
8.2	2 Préparation des échantillons		
8.3	Cho	ix des paramètres numériques	
8.4	Essa	uis de fluage	
	8.4.1	Description générale des évènements observés durant l'essai $\ldots$ 181	
	8.4.2	Influence du temps caractéristique	
	8.4.3	Influence du seuil d'endommagement $C_0$	
	8.4.4	Influence du seuil de rupture $C_N$	
	8.4.5	Etat des contraintes, texture, réseaux d'efforts	
8.5	Essa	uis de relaxation	
	8.5.1	Description générale des phénomènes observés durant la relaxation 198	
	8.5.2	Influence du temps caractéristique	
8.6	Essa	uis à vitesse de force imposée	
	8.6.1	Allure des courbes obtenues	
	8.6.2	Etude paramétrique	
	8.6.3	Fluage et relaxation	
8.7	Essa	is à vitesse de déplacement imposée	
	8.7.1	Allure des courbes	
	8.7.2	Etude paramétrique	
	8.7.3	Fluage et relaxation	
	8.7.4	Bilan	
8.8	Pris	e en compte de l'influence de l'eau dans le modèle d'endomma-	
	$\operatorname{gem}$	ent interfacial $\ldots \ldots 214$	
	8.8.1	Hypothèses pour la simulation	
	8.8.2	Simulations d'un milieu granulaire saturé	
		8.8.2.1 Prise en compte de la variation de $C_0$	
		8.8.2.2 Prise en compte de la variation de $C_N$	
	8.8.3	Comparaison avec des essais œdométriques expérimentaux	
8.9	Essa	is œdométriques avec valeurs des paramètres du modèle calibrées221	
	8.9.1	Estimation de la valeur des paramètres du modèle 221	

8.9.2	Essais numériques à force imposée	222
8.10 Con	clusions et discussions	<b>225</b>

### 8.1 Introduction

De l'assemblage de particules destinées à modéliser un unique solide rigide dans la chapitre précédent, nous continuons notre progression, pour proposer maintenant une modélisation d'une collection de grains. Dans ce chapitre, nous cherchons ainsi à modéliser des essais de compression œdométriques à l'aide d'un milieu représentatif d'un enrochement de petite taille : le milieu est modélisé par une collection de grains en contact et frottement, eux-mêmes constitués de particules, celles-ci étant toujours liées par une cohésion endommageable. Le but étant double : nous cherchons toujours dans un premier temps à analyser l'influence des paramètres du modèle sur cet autre type d'empilement, ceci afin de vérifier dans un second temps si le modèle est capable de reproduire la phénoménologie observée sur des essais expérimentaux, dont la littérature est abondante. Nous présenterons ainsi tout d'abord les simulations effectuées sur les essais caractéristiques de fluage et relaxation, pour aborder ensuite les simulations de compression œdométrique réalisées à vitesse de force et de déplacement imposées.

## 8.2 Préparation des échantillons

#### Données initiales

Elles sont présentées ci-dessous :

- Le système est composé de 75 grains ou agrégats (générés à partir d'une découpe à l'intérieur d'un échantillon granulaire où les particules ont été déposées par gravité : voir chapitre 6, la section 6.3 pour le découpage);
- Les grains sont de deux tailles différentes, leurs diamètres valent :  $D_1 \approx 5 \, cm$  et  $D_2 \approx 6 \, cm$ ; leur sphéricité équivalente 2D est proche de 1; par contre leur rondeur prend une valeur inférieure car il existe des angularités qui ont été générées lors de la "découpe" (on estime une valeur de rondeur comprise entre 0.3 et 0.8, la valeur est toutefois difficile à estimer);
- Les grains de  $\Phi_1 = 5 \ cm$  sont composés de 56 particules; ceux de  $\Phi_2 = 6 \ cm$  de 75 particules; au total, le milieu est composé de 4979 particules exactement;
- Les diamètres des particules varient légèrement<sup>1</sup>  $D_{p1} = 5mm$  et  $D_{p2} = 6mm$  soit  $D_{pmoyen} = 5.5 mm$ ;
- La largeur de l'échantillon vaut  $l = 48 \ cm$ .

#### MISE EN PLACE DES GRAINS SUR UNE GRILLE TRIANGULAIRE AVANT DÉPÔT GRAVI-TAIRE

Les grains sont placés sur une "grille" triangulaire<sup>2</sup> et sont soumis au champ de pesanteur (voir figure 8.1). On donne à ces grains une valeur de cohésion élevée de façon à ce qu'ils ne se rompent pas lors de la chute dans le récipient au contact des parois ou des autres grains (dans notre cas  $C_N = 10^7 N$ ). On n'introduit pas ici de seuil d'endommagement dans la préparation de l'échantillon : l'endommagement n'est pas introduit, il ne peut y avoir de ruptures différées. Une fois les grains déposés, on attend que le sytème se stabilise. Les paramètres de la loi cohésive lors du dépôt gravitaire sont présentés dans TAB. 8.1.

On applique ensuite un échelon de contrainte (10 kPa) à cet échantillon via une paroi supérieure pour réorganiser l'échantillon obtenu par gravité. À noter qu'au cours de cette étape, le

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Notons qu'ici nous avons fait varier dans une certaine mesure le diamètre des particules afin d'obtenir un système moins régulier lors du dépôt gravitaire.

 $<sup>^{2}</sup>$ On a remarqué qu'une grille triangulaire donnait des échantillons plus désordonnés (moins réguliers) qu'une grille rectangulaire.

IA	B. 8.1 – Parametres de la loi conesive lors du	i depot gravitaire
-	Seuil de rupture	$C_N = 10^7 N$
	Coefficient de frottement grain/grain	$\mu_{ m nc} = 1$
	Coefficient de frottement de la loi cohésive	$\mu = 1$

grain disposé le plus haut sur le tas s'est rompu (dû à l'encaissement d'une partie importante de l'effort appliqué). L'échantillon après préparation peut être visualisé sur la figure 8.2. Les caractéristiques de l'échantillon sont données dans le tableau 8.2. On notera que la valeur de la porosité initiale notée ici est composée de 2 types de vides : les vides intergrains et les vides à l'intérieur d'un même grain (donc inter-particulaires).



FIG. 8.1 – Grille à partir de laquelle on dépose par gravité les grains.

#### 8.3 Choix des paramètres numériques

Le choix de paramètres numériques dans le cas de milieux discrets n'est pas sans difficulté : il dépend de beaucoup de facteurs : de la nature du système considéré (système dense ou lâche), de la taille des particules, du niveau de sollicitation, de la valeur du frottement, etc. Le but étant de réduire l'accumulation de violations ou d'interpénétrations. Dans le cas de milieux cohésifs que nous traitons, les possibilités d'interpénétrations sont augmentées en raison de la présence de cette cohésion qui "soude" dans une certaine mesure les particules : si les paramètres numériques ne sont pas choisis correctement, certaines particules soudées vont s'interpénétrer vu qu'elles ne pourront pas se déplacer les unes par rapport aux autres (si la résistance en traction n'est pas dépassée) et glisser ainsi dans un espace de vide voisin. Les paramètres numériques sont donc très sensibles également à la valeur de la cohésion choisie. Ainsi une série de paramètres numériques optimaux (par rapport à la précision du calcul que l'on s'est fixée) pour une valeur de



FIG. 8.2 – Echantillon œdométrique : état initial avant sollicitation.

TAB. 0.2 Caracteristiques de l'echantmon cedometrique		
Nombre total de particules	$N_{p} = 4979$	
Nombre de grains	$N_g = 75$	
Nombre de particules/grain	$N_{pg} = 56$ ou 75	
Taille grains (ou bloc)	$\Phi_1 \approx 5 \text{ cm et } \Phi_2 \approx 6 \text{ cm}$	
Diamètre particule	$D_{p1} = 5 \text{ mm et } D_{p2} = 6 \text{ mm}$	
Dimensions boîte œdométrique	Hauteur = 41.4 cm	
	Largeur = 48 cm	
Compacité après dépôt	$C{=}0.64$	
ou porosité après dépôt	$n{=}0.36$	
Nombre de coordination	$N_c = 4.48$	

TAB. 8.2 – Caractéristiques de l'échantillon œdométrique

cohésion donnée liant les particules, ne donnera pas le même ordre de précision si l'on fait varier la cohésion (et même si la sollicitation est identique).

Dans tous les calculs menés par la suite, nous ne prétendons aucunement arriver à une précision que l'on pourrait qualifier 'd'optimale', qui serait de prévoir la précision des positions des corps en contact avec une erreur < 1%. Nous nous sommes contentés d'obtenir une précision que nous qualifierons 'd'acceptable'  $(gap_{max}/D_p \approx 5\%)$ , le souci ayant été de limiter les temps de calculs en obtenant toutefois une précision acceptable. Avec ces jeux de paramètres il est probable d'avoir masqué quelques crises dynamiques : des paramètres numériques plus optimaux seront utilisés dans la dernière partie de l'étude, qui est celle de la comparaison des essais numériques aux essais expérimentaux. Pour avoir une 'mesure' des violations, on adopte donc comme témoin de la précision numérique le rapport  $gap_{max}/D_p$  (< 5% donc),  $gap_{max}$  étant l'interpénétration maximale calculée à chaque pas de temps et  $D_p$  le diamètre de la particule. Il s'agit donc d'une estimation de l'erreur calculée par rapport au diamètre de la particule. Notons que le rapport inverse  $D_p/gap_{max}$  peut être considéré comme la "raideur numérique" des particules.

Dans la suite, les paramètres numériques utilisés sont résumés dans le tableau 8.3.
Pas de temps T =  $5.10^{-4}$ s Critère de convergence  $Quad = 0.166 \ 10^{-3}$ 

TAB. 8.3 – Paramètres numériques utilisés pour les essais œdométriques

Afin de tenir compte des interpénétrations de particules pour chaque résultat, nous avons pris le parti "d'éliminer" en quelque sorte ces interpénétrations des courbes brutes récupérées en fin de calcul. Ceci n'étant pas une solution idéale, elle permet cependant de comparer dans une certaine mesure les résultats entre eux. Pour cela, nous avons retranché pour chaque calcul, les interpénétrations cumulées sur la hauteur de l'échantillon, comme cela a été fait au chapitre précédent. Avec cette technique, il est ainsi possible de vérifier que la part de déformations "numériques" n'est pas prépondérante dans les déformations de fluage (voir figure 8.3). Notons que nous avons obtenu dans le cas des essais à vitesse imposée, des violations plus importantes en fin d'essai (figure 8.4) où elles y atteignent  $\approx 10\%$ . Nous garderons donc un œil critique sur ces fins de courbes. Toutes les courbes présentées par la suite seront corrigées des interpénétrations.



FIG. 8.3 – Ecart entre la courbe brute des déformations et la courbe des déformations corrigée des interpénétrations pour un essai de fluage (application d'un échelon de force) où  $C_0 = 100 N$ ,  $C_N = 1000 N$ ,  $\eta = 1s$ , et  $\sigma_{fluage} = 16 kPa$ .

# 8.4 Essais de fluage

Afin de caractériser le milieu granulaire présenté ci-dessus muni de la loi d'endommagement différé décrite dans le chapitre précédent, on procède à des essais caractéristiques : le milieu est soumis à un échelon de force (ou contrainte) et l'on étudie comment varie la déformation en fonction du temps. On notera dans la suite la contrainte 2D  $\sigma_{axiale} = F_{appliquee}/(largeur_{oedo}*1)$ , et on appellera déformation de l'échantillon la valeur  $\varepsilon_{axiale} = \Delta H/H$  avec  $\Delta H$  la valeur de tassement encaissé par l'échantillon œdométrique.



FIG. 8.4 – Ecart entre la courbe brute des déformations et la courbe des déformations corrigée des interpénétrations pour un essai à vitesse imposée où  $C_0 = 100 N$ ,  $C_N = 1000 N$ ,  $\eta = 1s$  et V = 1 cm/s.

#### 8.4.1 Description générale des évènements observés durant l'essai

Lorsque l'on applique l'échelon, les premières ruptures de grains sont localisées au niveau des parois haute, basse ainsi que latérales. Certains grains au niveau des parois ont tendance à se pulvériser plus les valeurs de cohésion sont faibles. Par la suite les grains au niveau des parois vont continuer à se fragmenter (surtout ceux situés au bas de l'échantillon, voir figure 8.5). Certains grains au centre également vont se fragmenter. Les fragments de grains générés vont se réarranger au fur et à mesure que de nouvelles ruptures s'opèrent. Ces fragments vont pouvoir également subir des ruptures successives au cours du temps. Remarquons que certains grains situés au centre de l'échantillon ne se sont pas rompus : l'explication de pression hydrostatique exercée par les autres grains peut en être la raison. On a vu dans l'étude bibliographique que l'augmentation du nombre de coordination tendait à réduire les concentrations de contraintes, c'est ce qui se passe sans doute ici au centre de l'échantillon. A l'inverse il est facilement remarquable que les grains proches des parois, soumis à un champ d'efforts assez hétérogène (généré par la présence d'un contact surface plane/matériau granulaire) se sont fragmentés en premier.

Au final, le tassement induit a donc les deux composantes que l'on attendait : réarrangements et ruptures. Le modèle permet de plus de rendre compte de deux composantes temporelles du tassement : une composante de tassement instantané lié à l'application de l'échelon de contrainte (car application "brutale" de la contrainte), et une composante différée qui est permise grâce à l'introduction du modèle d'endommagement différé (voir figure 8.6) : nous présentons sur cette figure l'allure des courbes obtenues afin d'introduire schématiquement les deux composantes de tassement. Nous allons détailler ces phénomènes dans les paragraphes suivants.

#### 8.4.2 Influence du temps caractéristique

Nous avons tout d'abord étudié l'influence du temps caractéristique sur l'évolution de la déformation : les résultats relatant l'évolution de la déformation pour 3 temps caractéristiques



FIG. 8.5 – Visualisation des ruptures au cours d'un essai de fluage où  $C_0 = 750 N$ ,  $C_N = 1000 N$  et  $\sigma_{fluage} = 16 kPa$ . L'essai choisi présente peu de ruptures. (Trop de ruptures rendent la visualisation difficile : la disctinction entre les fragments de grains et grains non cassés n'est pas aisée.)

 $\eta = 0.1, 1$  et 10 secondes sont présentés sur les figures 8.7 (a) et (b). Sur la figure 8.7(a) on met en évidence l'influence du temps caractéristique sur la vitesse de tassement. On vérifie ainsi toujours la même logique ici dans un milieu plus complexe, composé de plusieurs corps - grainspouvant se réarranger les uns par rapport aux autres, ce qui n'était pas possible précédemment avec les éprouvettes (voir chapitre 7) : plus le temps caractéristique est élevé, plus les tassements et ruptures seront différées dans le temps.

L'information importante de cette étude paramétrique est présentée par la figure 8.7(b) : on observe que l'adimensionnement par le temps caractéristique est toujours possible dans le cas d'un milieu granulaire composé de plusieurs corps pouvant se réarranger à l'intérieur de l'échantillon. La différence entre les déformations maximales est de l'ordre de la précision numérique (accumulation d'interpénétrations), on considèrera donc l'adimensionnement valable. Ce résultat est d'une grande importance car il va permettre l'utilisation d'un temps caratéristique peu élevé dans les simulations suivantes afin de mettre en évidence les phénomène de base liés à l'introduction du modèle et ce, en limitant -dans une certaine mesure- les temps de calculs. A une autre échelle (celle de l'ouvrage) un temps caratéristique peu élevé pourra également être utilisé pour prédire les déformations de fluage en limitant le plus possible les temps de calculs. Dans le cas de l'essai œdométrique, les temps CPU sont de l'ordre de grandeur de la journée pour  $\eta = 1s$ , de la semaine pour  $\eta = 10s$ . Des essais avec  $\eta = 100s$  ont été entrepris mais ont été arrêté avant d'arriver à terme, les temps CPU dépassaient la quinzaine de jours. Ces calculs sont effectués sur un processeur EMT64 Intel 3.2GHz.

Nous choisissons donc d'effectuer par la suite les calculs avec un temps caractéristique faible, soit  $\eta = 1s$ .

Concernant la forme de l'évolution des déformations de fluage, celle-ci relate les deux compo-



FIG. 8.6 – Schématisation des déformations instantanée et différée simulées au cours d'un essai de fluage (échelon de force appliquée).

santes temporelles du tassement énoncées précédemment : la première partie de la courbe, où la pente est verticale représente le tassement instantané lié à l'application de l'échelon. La deuxième partie de la courbe reflète les ruptures différées de grains et les réarrangements du milieu.



FIG. 8.7 – Evolution des déformations de fluage (a) en fonction du temps, et (b) en fonction du temps adimensionné par  $\eta$  pour  $C_0 = 100N$ ,  $C_N = 1000 N$  et ( $\sigma_{\text{fluage}} = 16 \, kPa$ ).

On présente ensuite sur la figure 8.8(a) l'évolution du taux de rupture en fonction du temps adimensionné. On note que les différents taux de rupture ne tendent pas tous vers le même valeur finale : cela peut signifier qu'il n'y a pas un "chemin" unique pour générer un tassement donné. Les réarrangements à l'intérieur de l'échantillon se couplent aux ruptures tout au long de l'essai, ce qui engendre un certain tassement final. Cette cinétique double est complexe. De plus les ruptures d'interfaces peuvent être des ruptures superficielles (arêtes) ou des ruptures plus globales de grains, ce qui peut générer une amplitude de tassement différente. On aurait donc tendance à dire ici que les échantillons n'ont pas suivi le même "historique" au niveau des ruptures et des réarrangements. Remarquons toutefois que les différents taux de ruptures ont le même ordre de grandeur final. Enfin, on note que la figure 8.8(a) présente la même évolution que la courbe des déformations : l'évolution des déformations est linéaire par rapport au taux de rupture des grains figure 8.8(b).



FIG. 8.8 – Evolution du taux de rupture -ou de décohésions d'interfaces- au cours du fluage en fonction de  $t/\eta$  (a), et évolution des déformations en fonction de ce même taux de rupture (b) pour  $C_0 = 100N$ ,  $C_N = 1000 N$  et  $\sigma_{\text{fluage}} = 16 kPa$ .

Pour compléter l'étude de l'évolution du milieu granulaire, on présente sur la Figure 8.9 l'évolution du nombre de coordination  $N_c$  du sytème. Lors de l'application de l'échelon on constate une diminution rapide du nombre de coordination : lorsque les premiers grains se rompent les particules se retrouvent entourées ponctuellement de moins de voisins que lorsqu'elles appartenaient au grain intact initial. Par la suite le milieu se contractant dû aux ruptures et réarrangements, on observe une augmentation progressive du nombre de coordination.

# 8.4.3 Influence du seuil d'endommagement $C_0$

Pour étudier l'influence du seuil d'initiation de l'endommagement, on fait varier  $C_0$  en laissant fixé  $C_N$ , avec  $\eta = 1s$  et  $\sigma_{\text{fluage}} = 16kPa$ . Les résultats sont présentés sur la figure 8.10. Les valeurs de déformations en ordonnées représentent les valeurs de tassement rapportées à la hauteur de l'échantillon initial.

L'allure des courbes de la figure 8.10(a) met bien en évidence l'existence de deux composantes dans la déformation totale : une composante instantanée et une composante différée. Notons que dans les cas où  $C_0 = 5N$  et  $C_0 = 900N$  il y a uniquement des déformations instantanées : ces deux cas correspondent aux bornes supérieures et inférieures pour les tassements, jouant ainsi le rôle d'enveloppes limites. Ceci se comprend clairement puisque dans le premier cas on a  $C_0 \rightarrow 0$  : le seuil d'endommagement étant presque nul, un grand nombre d'interfaces vont se rompre ( $\approx 70\%$ ,



FIG. 8.9 – Evolution du nombre de coordination  $N_c$  en fonction de  $t/\eta$  pour  $C_0 = 100N$ ,  $C_N = 1000N$ .

voir figure 8.10.b) et très rapidement jusqu'à ce qu'il n'existe plus de traction. Dans le second cas où  $C_0 = 900N$  signifie que  $C_0 \rightarrow C_N$ : ceci limite en grande partie les déformations différées car le seuil d'endommagement est élevé. Remarquons que pour les valeurs de  $C_0 = 500$  et 750N la composante différée des tassements est également limitée : les déformations atteignent très vite leur valeur maximale. Ceci peut s'expliquer par la valeur du seuil  $C_0$  comparé à  $C_N$  : après les premières ruptures dues à la charge imposée, il y semble y avoir peu d'interfaces dont l'état de contraintes résultant se situe au-dessus du seuil d'endommagement, l'endommagement n'est donc pas activé. Par contre si  $C_0$  diminue (cas où  $C_0 = 100$  et 250N), il y aura nécessairement plus d'interfaces dont les contraintes résultantes sur chacune d'entre elles dépasseront ce seuil, ce qui permettra d'activer l'endommagement. D'autre part, pour une même sollicitation sur l'interface plus  $C_0$  sera faible, plus l'endommagement va évoluer vite et donc atteindre plus rapidement la surface de rupture. Rapellons qu'à  $C_N$  fixé et en considérant la sollicitation constante sur l'interface, l'endommagement maximal  $d_{max}$  que peut atteindre l'interface ne dépend pas de la valeur de  $C_0: d_{max}$  est le même quelle que soit la valeur de  $C_0$ . Comme les interfaces vont rompre plus tôt, la vitesse de tassement va donc être plus rapide, et en considérant que plus d'interfaces vont être endommagées puis rompues, l'amplitude de la composante différée des déformations sera d'autant plus élevée que  $C_0$  est faible. Ceci se vérifie lorsqu'on compare les courbes correspondant au cas où  $C_0 = 100$  et 250N. Notons que les évolutions du taux de rupture ou décohésions d'interfaces sont similaires à l'évolution des déformations, ce qui signifie donc que la cinématique observée dépend bien de ces décohésions.

Pour résumer la valeur du seuil d'endommagement a une influence sur :

- − l'amplitude des déformations instantanées : plus  $C_0$  est faible, plus seront nombreuses les interfaces pouvant s'endommager et ensuite se rompre. Les déformations instantanées sont donc proportionnelles à  $C_0$  mais ceci n'est valable ici que pour  $C_0 < 500N$ . Pour  $C_0 \ge 500N$ les déformations instantanées sont du même ordre de grandeur. Pour une autre valeur de chargement appliqué, ce seuil n'est certainement pas le même;
- l'amplitude des déformations différées : en écartant les cas où  $C_0 \rightarrow 0$  et  $C_0 \rightarrow C_N$ , l'amplitude des déformations différées seront d'autant plus grandes que  $C_0$  est faible. La vitesse de déformation pour la composante différée augmente également quand  $C_0$  diminue;
- l'amplitude des déformations totales : les deux constatations précédentes allant dans le même sens, l'addition des deux composantes va donc générer la plupart du temps des tas-



FIG. 8.10 – Evolution des déformations de fluage (a) et du taux de rupture (b) avec  $C_0$  variable pour  $C_N = 1000 N$  et  $\eta = 1s$ . ( $\sigma_{\text{fluage}} = 16 kPa$ ).

sements d'autant plus grands que  $C_0$  est faible.

Le graphe (figure 8.11) regroupe les déformations finales dans le cas où  $C_N = 1000 N$ . Les déformations sont exprimées en fonction du paramètre adimensionnel  $1 - C_0/C_N$ , qui exprime l'écart entre les seuils d'endommagement et de rupture rapporté à  $C_N$ . On remarque que les déformations ne sont pas directement proportionnelles à  $1 - C_0/C_N$  : au dessous de  $1 - C_0/C_N = 0.5$  les déformations évoluent peu avec  $1 - C_0/C_N$ . Par contre on vérifie bien que si  $1 - C_0/C_N > 0.5$  les déformations augmentent quasiment linéairement avec ce facteur.

# 8.4.4 Influence du seuil de rupture $C_N$

On étudie ici l'influence du seuil de rupture : on fait varier  $C_N$  en laissant fixé  $C_0$ , avec  $\eta = 1s$  et  $\sigma_{\text{fluage}} = 16 \, kPa$ . Les résultats sont présentés sur la figure 8.12. Les calculs, effectués sur un processeur EMT64 Intel 3.2GHz, varient selon la valeur de  $C_N$ , de la trentaine à la cinquantaine d'heures CPU.

La hierarchisation des valeurs de déformations maximales de fluage en fonction de  $C_N$  est moins nette. Ce qu'on peut dire, c'est que la part de déformation instantanée est d'autant plus élevée que  $C_N$  est faible pour  $C_0$  fixé. A l'inverse la part de déformation différée dans la déformation totale est d'autant plus élevée que  $C_N$  est élevé.

Etudions plus en détails la vitesse des tassements différés. On pourrait penser que plus  $C_N$  est faible, plus les interfaces endommagées vont atteindre rapidement leur seuil de rupture et donc la vitesse de tassement différée devrait être grande. Ceci n'est pas le cas puisqu'on remarque, par exemple sur la figure 8.12(b), dans le cas où  $C_N = 750N$ , que la pente de cette courbe est moins marquée que les pentes des courbes où  $C_N = 1000$ , 1500N, ou 2000N (pas de déformations différées pour  $C_N = 500N$ ). Si l'on considère l'amplitude des tassements instantanés, on remarque que plus  $C_N$  est faible, plus la composante du tassement instantané est importante. Il semblerait



FIG. 8.11 – Synthèse des déformations maximales relevées après stabilisation du milieu lorsque  $C_0$  varie en fonction du facteur  $1 - C_0/C_N$  ( $C_N = 1000 N$ ,  $\sigma_{\text{fluage}} = 16 kPa$ ,  $\eta = 1$ s).

alors encore que l'état dans lequel se trouve l'échantillon après les ruptures instantanées influe sur la vitesse de tassement différée. Ceci peut se comprendre car le tassement maximal que peut subir l'échantillon n'est pas infini. Il est en effet limité par la taille de la cellule : après un certain nombre de ruptures les grains et fragments se réarrangent jusqu'à parvenir à un état d'équilibre, ou de confinement. Il est probable que ce confinement, en augmentant le nombre de coordination total, diminue la traction à l'intérieur des grains et fragments restants, ce qui finit par stabiliser le système. Les travaux de Jaeger [JAE67], évoqués par McDowell et Bolton [DOW98], qui ont montré que l'augmentation du nombre de coordination tendait à réduire la traction maximum à l'intérieur d'un grain circulaire, confirmerait donc ce point.

D'autre part, nous pouvons noter que la vitesse de tassement différé n'est pas constante dans le temps : les courbes de déformation s'incurvent et la vitesse de tassement semble diminuer à partir d'une certaine valeur de  $t/\eta$  (cas où  $C_N = 1000$  et 2000N pour la figure (a) et  $C_N = 1000, 1500N$ , et 2000N pour la figure (b)). En l'occurence, ce ralentissement et cette stabilisation des déformations apparaissent pour des temps adimensionnés plus faibles plus  $C_N$  est faible : le milieu semble généralement atteindre un état d'équilibre plus tôt quand  $C_N$  est faible. Ceci n'est pas surprenant car plus on augmente  $C_N$ , plus l'endommagement interfacial pourra évoluer plus longtemps avant rupture : l'endommagement maximal sera d'autant plus élevé que  $C_N$  est grand, les décohésions seront donc atteintes plus tard et les tassements donc d'autant plus différés. Ces ruptures vont se poursuivre jusqu'à ce que le milieu atteigne un état d'équilibre : l'état d'équilibre sera atteint lorsque le confinement des grains exercés les uns sur les autres vont soulager les zones de fortes concentrations de contraintes et la traction à l'intérieur des grains. Notamment plus  $C_N$  est élevé plus la traction pourra être importante à l'intérieur du grain et il sera ainsi plus difficile à stabiliser le système en diminuant la traction par le confinement exercé par les autres grains. L'endommagement pourra ainsi continuer à évoluer et plus d'interfaces seront ainsi rompues. Ceci est visible par exemple sur la figure 8.13(b) en comparant les courbes où  $C_N = 1000, 1500N$ , et 2000N : il semble y avoir plus de ruptures cumulées dans le cas où  $C_N$ est le plus élevé. Les différences sont toutefois légères. Au total, l'amplitude de tassement différé



FIG. 8.12 – Evolution des déformations de fluage avec  $C_N$  variable et (a)  $C_0 = 100 N$  et (b)  $C_0 = 250 N (\sigma_{\text{fluage}} = 16 k P a, \eta = 1 \text{s}).$ 



FIG. 8.13 – Evolution du taux de rupture au cours du fluage avec  $C_N$  variable et (a)  $C_0 = 100 N$  et (b)  $C_0 = 250 N$  ( $\sigma_{\text{fluage}} = 16 kPa, \eta = 1$ s).

est d'autant plus importante plus  $C_N$  est élevé. Notons ici aussi que les évolutions du taux de rupture ou décohésions d'interfaces sont similaires à l'évolution des déformations, ce qui signifie donc que la cinétique des déformations observée dépend bien de ces décohésions.

Nous avons essayé d'adimensionner le système cette fois-ci par le facteur  $\eta(1-C_0/C_N)$  afin de vérifier si les réponses se superposaient en divisant par l'écart entre  $C_N - C_0$  rapporté à  $C_N$ : nous n'avons pas obtenu de résultats satisfaisants pour qualifier de pertinent cet adimensionnement. Le système étant régi en même temps par une cinétique de réarrangements et une cinétique de décohésions, il est donc difficile de trouver un adimensionnement pertinent.

Au total, on observe, à  $C_N$  variable et à  $C_0$  fixé :

- une influence sur l'amplitude de la composante instantanée de la déformation : plus  $C_N$  est élevé, plus les déformations instantanées sont faibles;
- une influence sur l'amplitude de la composante différée de la déformation : plus  $C_N$  est élevé, plus les déformations différées sont 'différées' et élevées. Les déformations sont d'autant plus différées car l'espace limité par les surfaces seuils étant plus grand, la valeur de l'endommagement maximal est plus élevé donc long à atteindre. D'autre part, comme il y a eu moins d'interfaces rompues instantanément avec  $C_N$  élevé, il restera plus d'interfaces dans l'espace limité par les surface seuils, ce qui permettra d'augmenter l'amplitude des tassements différés :  $C_N$  a donc une influence sur la cinétique des déformations différées;
- peu d'influence sur l'amplitude de la déformation totale : puisque  $C_N$  a une influence contraire sur l'amplitude de chaque composante, l'addition de chaque composante induit une valeur asymptotique équivalente en première approximation pour chaque valeur de  $C_N$ à  $C_0$  fixé.

# 8.4.5 Etat des contraintes, texture, réseaux d'efforts

Nous revenons maintenant à l'étude des réseaux d'efforts et leur contribution dans le comportement du milieu granulaire. Certaines de leurs propriétés ont déjà été évoquées au chapitre 5 : nous enrichissons ici l'étude précédente d'un milieu où les particules sont en frottement sec uniquement par l'étude d'un autre milieu où il existe en plus du contact frottant, des forces de cohésion entre d'autres particules. Cette seconde approche, nous permettra ainsi de vérifier si les évolutions des résultats précédents peuvent être étendues au cas du milieu cohésif partiel, et si les variables étudiées précédement liées à la texture et à la géométrie des empilements sont toujours pertinentes.

#### ETAT DES CONTRAINTES

Pour commencer, nous vérifions l'orientation des contraintes dans l'empilement durant la sollicitation de fluage : elle est visible sur la figure 8.14.a, et est bien parrallèle à la sollicitation verticale. Si l'on trace l'évolution de la différence des contraintes principales  $\sigma_1 - \sigma_2$  (encore appelé déviateur noté q) sur la pression moyenne  $p = \sigma_1 + \sigma_2$  (Figure 8.14.b), on remarque que la fraction q/p est largement plus élevée durant l'essai (après l'instant initial) pour le réseau des contats dits "forts", comparée à celle du réseau faible. Ceci montre que la phase forte supporte la majorité des efforts de cisaillement du milieu, et est responsable de l'intégrité mécanique du milieu. A l'opposé la phase faible récupère peu d'efforts de cisaillement (1/3 de la valeur récupérée par le réseau fort), dû à l'écrantage provoqué par le réseau fort qui isole le réseau faible en réseau locaux.



FIG. 8.14 – Evolution de l'angle  $\Psi$  (a) entre la direction pricipale majeure du tenseur des contraintes  $\sigma$  et l'horizontale et de la fraction (b) du déviateur q sur la pression p calculée à partir du tenseur des contraintes global, du tenseur des contraintes associées au réseau faible et fort pour le cas où  $C_0 = 100N$  et  $C_N = 1000N$ .

#### TRACTION, COMPRESSION ET INDICE DE COHÉSION

Nous avons effectué une étude paramétrique avec différentes valeurs de  $C_0$  et  $C_N$ , mais nous n'avons pas encore positionné ces valeurs par rapport à d'autres références. Il est alors intéressant de définir le degré d'activation des forces d'attraction encore appelé indice de cohésion -qui est définit de manière effective- afin de distinguer si le milieu est fortement ou faiblement cohésif. On parle ainsi de cohésion effective du milieu : Radjaï, dans [CAM01], suggère que quel que soit le seuil d'adhésion (ici noté  $C_N$ ) la cohésion effective d'un milieu granulaire dépend des contraintes imposées et de son mode de préparation ou de sollicitation. Ainsi, un milieu granulaire cohésif se comportera effectivement comme un milieu non cohésif lorsqu'il est soumis à une pression très élevée : la cohésion effective doit donc être rapportée aux contraintes extérieures appliquées au système.

Afin de quantifier la contribution des forces attractives par rapport à un chargement extérieur, on définit un indice de cohésion noté  $\gamma$  par la relation suivante :

$$\gamma = \frac{\langle F_n^- \rangle}{\langle F_n^+ \rangle} \tag{8.1}$$

où  $\langle F_n^- \rangle$  et  $\langle F_n^+ \rangle$  représentent respectivement les forces normales attractives et compressives moyennées sur toutes les interactions. En l'absence de cohésion, on a  $\gamma = 0$ . De plus, on a  $0 < \gamma < 1$  si le système est globalement en compression, et  $\gamma > 1$  si le système est globalement en traction. Dans nos essais numériques,  $\gamma$  diminue tout au long de l'essai, ce qui montre les décohésions successives et donc la diminution de la traction à l'intérieur des grains au fur et à mesure que les ruptures s'opèrent.  $\gamma$  varie également en fonction de  $C_0$  et  $C_N$ . A titre d'exemple,  $\gamma \approx 5.10^{-2}$  pour le couple  $(C_0, C_N, \eta) = (100N, 1000N, 1s)$ , et  $\gamma \approx 0.17$  pour le couple (750N, 1000N, 1s) après l'application de l'échelon de contrainte. Ces valeurs sont le témoin d'un milieu peu cohésif. La figure 8.15 permet de visualiser les réseaux de forces en compression et en traction dans la cellule œdométrique à deux temps différents pendant le fluage. Dans les deux cas, on observe une transmission hétérogène des forces de traction et de compression. Les forces de compression ont tendance à s'orienter dans la direction de la sollicitation, alors que les forces de traction ont tendance à s'orienter de façon plus aléatoire. Notons que le réseau compressif constitue de longues chaînes de forces qui traversent verticalement l'échantillon : le réseau prend naissance au niveau des parois pour se propager de grains en grains jusqu'à parvenir à la paroi opposée. Lorque le réseau en compression se propage à l'intérieur du grain, ceci se fait au niveau des contacts qui ont perdu leur cohésion. Ceci est particulièrement visible sur la figure 8.15.b. Sur la figure 8.15.a, les zones de traction à l'intérieur des grains sont bien nettes. De plus, sur cette même figure, on visualise bien le changement de transmission d'efforts de traction en compression lors des décohésions affectant les grains au niveau supérieur de l'échantillon, au début de l'essai.



FIG. 8.15 – Visualisation des efforts de traction (en rose) et de compression (en vert) pour (a)  $t/\eta = 0.05$  et (b)  $t/\eta = 0.3$  pour le cas où  $C_0 = 100N$  et  $C_N = 1000N$ . La largeur du trait est proportionnelle au module de la force transmise.

#### **TEXTURE : TRANSMISSION DES EFFORTS**

On peut évaluer, comme nous l'avons fait au chapitre 5, la distribution statistique des forces d'interaction dans une phase stabilisée. Cette fois-ci, on choisit d'étudier les forces normales  $F_n$ afin de comparer le réseau de contacts en compression à celui en traction.  $P(F_n)$  est la probabilité d'avoir une force normale d'interaction dans l'échantillon et  $\langle F_n \rangle$  la force normale moyennée sur l'ensemble des interactions. La figure 8.16 présente le logarithme de  $P(F_n)$  pour des forces normales  $F_n$  comprises entre  $-2 \langle F_n \rangle$  et  $5 \langle F_n \rangle$ . À noter que les niveaux de forces observés s'étalent entre  $-5 \langle F_n \rangle$  et plus de  $10 \langle F_n \rangle$  que nous n'avons pas représentés car leurs probabilités sont trop faibles. À noter également que la courbe a été réalisée pour  $(C_0, C_N, \eta) = (750N, 1000N, 1s)$ afin d'obtenir une distribution statistique présentant un plus grand nombre de forces normales en traction, l'indice de cohésion pour le cas  $(C_0, C_N, \eta) = (100N, 1000N, 1s)$  étant trop faible. Remarquons pour les forces normales nulles l'existence d'un pic marqué. Ce pic correspond à l'équilibre entre les forces d'attraction (de cohésion) et de répulsion : ceci montre que les forces nulles participent également à la transmission des efforts dans le système. Ceci n'est pas possible dans un système où existent uniquement des forces répulsives. Cette situation est retrouvée dans le travail de Richefeu *et al.* dans des expériences de cisaillement de matériau granulaire humide [RIC06] et dans [RIC07].

Sur la figure 8.16, nous pouvons distinguer trois classes de niveaux de force. Nous vérifions que la distribution statistique des forces normales obéit aux lois suivantes :

$$P(F_n) = \begin{cases} P(0)e^{\lambda F_n/\langle F_n \rangle} & si \ F_n/\langle F_n \rangle < 0\\ P(1)F_n^{-\alpha} & si \ 0 < F_n/\langle F_n \rangle < 1\\ P(1)e^{\beta(1-F_n/\langle F_n \rangle)} & si \ F_n/\langle F_n \rangle > 1 \end{cases}$$
(8.2)

avec  $\lambda \approx 1.4$ ,  $\alpha \approx 0.5$  et  $\beta \approx 0.85$  en première approximation. Comme dans le cas sans cohésion, on vérifie la grande inhomogénéité des forces dans l'échantillon granulaire.



FIG. 8.16 – Distribution statistique des forces normales de contact pour  $(C_0, C_N, \eta) = (750N, 1000N, 1s).$ 

#### Texture : Anisotropie, $\xi$ – réseau

En poursuivant l'étude de la texture du milieu, il est intéressant de calculer l'intensité de l'anisotropie des contacts et de vérifier son orientation pendant l'essai. La figure 8.17.a présente l'évolution de la direction d'anisotropie globale de l'échantillon, ainsi que celles des réseaux faibles et forts. On vérifie ainsi que l'anisotropie globale est dirigée parallèlement à l'axe de compression. La direction d'anisotropie correspondant au réseau fort (*i.e.* la direction principale majeure du tenseur de texture) est également orientée parallèlement à l'axe de compression alors que direction d'anisotropie associée au réseau faible lui est globalement perpendiculaire. Notons que la direction d'anisotropie associée au réseau faible subit des variations d'intensité l'ordre de 30 ° au maximum, signe de variations ponctuelles probablement générées par les réarrangements et les ruptures. Il est difficile de corréler exactement ces variations.

Si de plus, on trace l'évolution de l'intensité de l'anisotropie au cours de l'essai on vérifie que l'anisotropie associée au réseau fort est largement supérieure à celle du réseau faible (Figure 8.17.b) : ceci montre que le réseau fort est responsable de l'anisotropie et qu'il est marqué par une direction de contact privilégiée. A noter que dès l'instant initial l'anisotropie associée au réseau fort est plus anisotrope que le réseau faible. A noter également encore une fois que l'anisotropie initiale du tenseur de fabrique global n'est pas nulle et que l'anisotropie totale du système est faible  $a \approx 0.03$ .

Pour caractériser plus finement l'organisation des forces et des contacts, nous faisons appel au  $\xi - r\acute{eseau}$  défini dans le chapitre 5, ce qui nous permettra également de comparer les corrélations force-texture dans un milieu sans cohésion et partiellement cohésif. La figure 8.18 montre l'évolution de l'anisotropie partielle  $A'(\xi)$  en fonction de  $\xi/\langle F_n\rangle$  pour notre système qui est globalement en compression. La forme de la courbe est identique à celle obtenue pour le milieu sans cohésion. A l'instar du milieu étudié sans cohésion, nous pouvons distinguer deux sous-populations de contacts : le réseau faible  $\xi/\langle F_n\rangle < 1$  qui donnent une contribution négative à l'anisotropie partielle, et le réseau fort  $(\xi/\langle F_n\rangle > 1)$  qui la compense par une contribution positive. Dans le cas cohésif, le réseau faible comporte non seulement l'ensemble des forces normales positives et inférieures à la moyenne mais aussi les forces normales négatives. Les évolutions montrent comme au chapitre 5, section 5.5.3, que le réseau faible, par sa valeur négative de l'anisotropie partielle, est orienté perpendiculairement à l'axe de compression alors que le réseau faible lui est parallèle.



FIG. 8.17 – Evolutions (a) des directions principales majeures du tenseur de texture total, faible et fort et (b) des anisotropies totale, et des réseaux faibles et forts tout au long de l'essai pour  $(C_0, C_N, \eta) = (100N, 1000N, 1s).$ 

# Densités de contacts

On a vu que le réseau fort supportait la majorité des contraintes dans le milieu, et que dans le cas de grains en contact et frottement les contacts glissants étaient portés par le réseau faible (chapitre 5) : il est donc intéressant de compléter cette étude en suivant l'évolution des différentes proportions ou densités de contacts dans l'échantillon, en fonction de leur nature afin de vérifier



FIG. 8.18 – Evolution de l'anisotropie  $A'(\xi)$  en fonction de  $\xi/\langle F_n \rangle$  pour  $(C_0, C_N, \eta) = (100N, 1000N, 1s).$ 

ces constatations dans un milieu partiellement cohésif. Par la suite, nous adopterons les notations suivantes :

- $-\nu_{\rm cohésif}$  désigne la fraction de contacts cohésifs par rapport au nombre total de contacts dans l'échantillon;
- $-\nu_{\text{glissant}}$  désigne la fraction de contacts glissants, c'est à dire les contacts qui sont sur le cône de Coulomb, et donc qui ont une certaine cinétique (il s'agit de contacts qui ont été cohésifs et qui ne le sont plus, ou bien il peut s'agir de contacts qui n'ont jamais été cohésifs et situés aux d'interfaces grain/grain);
- $-\nu_{adhérent}$  désigne la fraction de contacts qui ne sont ni cohésifs ni glissants, qui sont en contact mais non en glissement (frottement sec).

À noter que les fractions faibles et fortes calculées dans la suite sont qualifiées de "fortes" (respectivement "faibles") si la réaction normale de contact est supérieure (respectivement inférieure) à la réaction normale moyenne, la somme des réactions normales de tous les contacts de l'empilement.

Si on regarde la Figure 8.19(a), lors de l'application de l'échelon (au moment où les premières ruptures se produisent), on observe une diminution de  $\nu_{cohésif}$  aussi bien pour le réseau fort que pour le réseau faible : les deux évolutions ont cependant des cinétiques bien différentes. La diminution est plus brutale et marquée pour la fraction  $\nu_{cohésif}$  du réseau fort : cette diminution rapide signifie qu'il y a eu ruptures d'éléments porteurs lors de l'application de l'échelon de contrainte. La diminution de  $\nu_{cohésif}$  du réseau fort se stabilise par la suite. La cinématique d'évolution des ruptures de  $\nu_{cohésif}$  du réseau faible est différente : la diminution initiale est moins franche et la fraction continue de diminuer au cours de la simulation. Au regard de ces deux cinétiques, on vérifie ainsi que le réseau fort cohésif supporte en majorité les éléments porteurs du système. Notons que les fractions ici présentées sont calculées par rapport au nombre de contacts total dans l'échantillon, nombre qui évolue au cours de l'essai.

Pendant que  $\nu_{\text{cohésif}}$  diminue, c'est  $\nu_{\text{adhérent}}$  qui augmente (Figure 8.19.b), aussi bien pour le réseau faible que fort, l'augmentation étant plus marquée pour le réseau fort. On note par contre que  $\nu_{\text{glissant}}$  évolue peu (Figure 8.19.c) : seule  $\nu_{\text{glissant}}$  faible présente quelques variations, mais

dont l'ordre de grandeur est faible. Notons que la fraction de contacts glissants de la phase faible n'est pas forcément supérieure à celle de la phase forte comme on aurait pu l'espérer : les ordres de grandeurs sont toutefois similaires. Bien que les variations de la phase faible soient faibles, ceci montre que seule la phase faible évolue et récupère donc les contacts critiques.

Après avoir analysé la figure 8.19, on peut dire qu'il y a globalement transmission d'une partie du réseau fort des contacts cohésifs aux contacts adhérents lors des ruptures de grains. Les changements liés aux ruptures d'interfaces cohésives n'ont que très peu d'influence sur les contacts glissants. Après les premières ruptures, on peut penser que les zones porteuses du réseau fort pour les contacts adhérents sont situées à l'interface entre deux grains ou deux fragments de grains où existent de fortes concentrations d'efforts générées par des des zones de "bloquage" entre les grains, à cause de la contraction du milieu. Tant qu'il n'y a pas de ruptures affectant ces mêmes grains ou de ruptures à l'intérieur de l'échantillon, ces zones sont en équilibre et continuent à porter le réseau fort. Si des ruptures surviennent la géométrie du système est changée, modifiant ainsi l'équilibre et les efforts sont alors redistribués.



FIG. 8.19 – Evolution des réseaux faibles et forts pour les contacts cohésifs (a), les contacts adhérents (b) et les contacts glissants (c) dans le cas de l'essai où  $C_0 = 100N$ ,  $C_N = 1000N$ . Attention aux axes en ordonnées qui n'ont pas les mêmes échelles.

D'autre part, on met en évidence sur la figure 8.20 que les interfaces cohésives restantes vont supporter plus d'efforts qu'au début de l'essai. On calcule ici la fraction  $\nu_{\text{cohésif}}$  faible et forte par rapport au nombre de contacts cohésifs total et non par rapport au nombre de contacts total. Proportionnellement au nombre de contacts cohésifs restants  $\nu_{\text{cohésif}}$  forte va augmenter au détriment de  $\nu_{\text{cohésif}}$  faible. Cela signifie qu'au fur et à mesure des ruptures et réorganisations, les contacts cohésifs persistants vont supporter en moyenne plus d'efforts, et vont donc être plus porteurs du réseau fort.

Enfin, la fraction globale (qui comprend les contacts glissants, adhérents et cohésifs) de contacts forts au cours de l'essai prend plus d'importance et va jusqu'à dépasser celle du ré-



FIG. 8.20 – Evolution des réseaux faibles et forts pour la fraction cohésive (rapportée au nombre de contacts cohésifs) dans le cas de l'essai où  $C_0 = 100N$ ,  $C_N = 1000N$ .

seau faible au fur et à mesure que le milieu se densifie (Figure 8.21). La densification du milieu est bien visible sur la Figure 8.22. Les grains n'ont pas été représentés par souci de visibilité. L'état initial est peu dense (a). Sur la Figure (b), on remarque que le réseau fort est peu présent au niveau gauche inférieur de l'échantillon : des ruptures qui s'opèrent à ce niveau là sont responsables de cette discontinuité de transmission d'efforts. Au fil des ruptures et réarrangements, le réseau fort se densifie avec des zones de plus fortes concentrations d'efforts et d'intensité (c) au niveau des contacts cohésifs. Un réseau très dense final est observé en (d).



FIG. 8.21 – Evolution des réseaux faibles et forts pour la fraction de contacts totale dans le cas de l'essai où  $C_0 = 100N, C_N = 1000N.$ 

#### Influence de $C_0$ dans l'orientation des contacts

On a vu précédemment que l'anisotropie forte reste plus marquée que l'anisotropie faible, c'est



FIG. 8.22 – Evolution des réseaux d'efforts faible (en bleu) et fort (en rouge) au cours de l'essai où  $C_0 = 100N$ ,  $C_N = 1000N$ . La largeur du trait est proportionnelle au module le la force transmise.

pourquoi nous avons tracé (Figure 8.23) l'orientation des contacts de la phase forte pour différentes valeurs de  $C_0$  à la fin des essais de fluage. La distribution des orientations de contact varie au cours de l'essai de fluage, à la suite des des ruptures et des réarrangements. La distribution varie selon le couple  $(C_0, C_N)$ , ces paramètres jouant sur l'ampleur des ruptures/réarrangements. Les directions de contacts sont plus ou moins marquées selon la valeur de  $C_0$  mais la direction d'orientation principale semble toujours proche de la verticale.

# 8.5 Essais de relaxation

Pour effectuer l'essai de relaxation on applique une vitesse constante à la paroi supérieure jusqu'à atteindre le déplacement désiré : on maintient ensuite la paroi fixe, laissant ainsi relaxer les efforts à l'intérieur de la cellule œdométrique. L'état initial (Figure 8.24) choisi ici pour la relaxation des contraintes comporte de nombreuses ruptures de grains, la cellule ayant été sollicitée pendant 1.3 secondes à une vitesse V=5cm/s.



FIG. 8.23 – Distribution des orientations des contacts appartenant au réseau fort à  $C_N = 1000N$  et  $C_0$  variable. La figure (a) correspond à la distribution des orientations avant application de l'échelon de contrainte. Les figures (b), (c), (d) correspondent aux distributions après stabilisation des déformations de fluage.

#### 8.5.1 Description générale des phénomènes observés durant la relaxation

On relève peu de changements à l'intérieur de la cellule œdométrique comparé à l'essai de fluage. Quelques réarrangements sont observés ainsi que des ruptures éparses, et de nature plutôt superficielle. Ces évènements de légère amplitude<sup>3</sup> provoquent une relaxation des efforts à l'intérieur de l'échantillon. Nous allons étudier maintenant la forme de l'évolution de la contrainte résultante sur la paroi supérieure et nous allons vérifier si l'adimensionnement par le temps caratéristique  $\eta$  est toujours valable.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>On pourrait penser que c'est l'état déjà fragmenté du système qui n'influence que légèrement le milieu pendant la relaxation : la relaxation a été effectuée sur un état initial moins fragmenté et plus lâche et a conduit à une perte de contact des grains supérieurs avec la paroi supérieure en raison des mouvements de ces grains rendus possibles et favorisés par l'état plus lâche du milieu, le suivi du confinement appliqué par les grains n'a donc pas été possible.



FIG. 8.24 – Cellule œdométrique avant relaxation.

# 8.5.2 Influence du temps caractéristique

La figure 8.25 (a) présente l'évolution de la contrainte normalisée par la contrainte initiale en fonction du temps adimensionné  $t/\eta$  pour 4 temps caractéristiques  $\eta = 0.1, 1, 10$  secondes. On vérifie ici que l'adimensionnement est toujours possible dans le cas de la relaxation dans un milieu composé de plusieurs grains. On valide ici toujours le modèle : plus le temps caractéristique est élevé, plus la relaxation des contraintes dans l'échantillon sera différée dans le temps. Les durées CPU des calculs s'échelonnent de un jour à une semaine selon la valeur de  $\eta$ .

Grâce aux superpositions possibles de courbes, nous sommes confortés dans l'idée que  $\eta$  est le paramètre adimensionnel pertinent, ce qui nous conforte aussi dans l'idée d'utiliser un temps caratéristique peu élevé dans les simulations suivantes : ceci afin de mettre en évidence les phénomènes de base induits par notre modèle d'endommagement à deux surfaces seuils, en limitant dans une certaine mesure les temps de calculs.

On présente ensuite sur la figure 8.25 (b) l'évolution du taux de rupture (relatif à l'instant initial de relaxation) en fonction du temps adimensionné. Les différents taux de rupture n'ont pas exactement tous la même valeur finale, mais nous obtenons cependant le même ordre de grandeur final. Remarquons que la fraction de ruptures ou taux de ruptures est faible. La différence dans la fraction de ruptures finales peut provenir de la légère différence dans la valeur de contrainte de relaxation finale atteinte pour les différents temps caractéristiques, ou bien de la différence dans l'historique des ruptures et réarrangements. Il est difficile de se prononcer sur ce dernier point. L'évolution de la rupture des interfaces cohésives est cette fois-ci linéaire par rapport à l'évolution de la contrainte.

#### Evolution des propriétés caractéristiques des milieux granulaires :

Globalement, les grandeurs caractéristiques déjà étudiées dans l'essai de fluage évoluent peu lors de l'essai de relaxation. On présente sur la Figure 8.26 l'évolution du nombre de coordination  $N_c$  (b) et de l'énergie cinétique (c) en parallèle à la relaxation des contraintes (a). Les évolutions sont peu marquées. Les réseaux d'efforts faibles et forts évoluent peu également comme en témoigne la Figure 8.27.



FIG. 8.25 – Evolution de la contrainte normalisée par la contrainte initiale (a) et du taux de rupure d'interfaces cohésives (b) en fonction du temps adimensionné  $t/\eta$ .



FIG. 8.26 – Relaxation des contraintes normalisées par la contrainte maximale (a), évolution du nombre de coordination (b) et de l'énergie cinétique du milieu (c) pendant la relaxation.



FIG. 8.27 – Evolution des distributions des orientations des efforts faibles (a) et forts (b) avant et après relaxation.

# 8.6 Essais à vitesse de force imposée

Dans cette partie, nous étudions la réponse de la cellule œdométrique, soumise à une vitesse de contrainte imposée. La plupart des essais ont été effectués avec une vitesse de contrainte  $\dot{\sigma} = 11.3 \ kPa/s$ .

#### 8.6.1 Allure des courbes obtenues

L'allure des courbes de réponse obtenues correspond à l'allure des courbes œdométriques d'un milieu granulaire classique (figure 8.28). On observe des sauts de déformation axiale sur la courbe de *contrainte déformation* qui traduisent la présence de ruptures de grains. Ces ruptures peuvent être superficielles (écrasement des zones de contact) ou peuvent affecter la totalité du grain (ruptures globales). Certaines ruptures affectent des grains qui font partie de la chaîne de transmission des efforts à travers l'échantillon. Ce sont les ruptures globales de grains au niveau de nœuds de forces particulièrement chargés qui induisent ainsi des déséquilibres locaux, ce qui explique principalement les sauts de déformation; les chaînes de transmission d'efforts supportant le système sur toute sa hauteur, sont ainsi redistribuées et réajustées à l'intérieur de l'échantillon comme nous l'avons déjà vu à la section 8.4. D'autre part, l'allure de cette courbe témoigne d'une diminution de compressibilité du matériau avec la contrainte axiale : le matériau se réorganise afin de mieux résister à la charge axiale.

En ce qui concerne la courbe illustrant l'évolution de l'indice des vides en fonction de la contrainte axiale, celle-ci présente une augmentation de pente : la deuxième partie de la courbe est le siège de déformations irréversibles qui sont permises par le déclenchement de ruptures de grains [DOW98], alors que la première partie de la courbe est le siège de réarrangements de grains : des glissements entre grains se produisent au début de l'essai puisque le milieu n'est pas dans son état le plus compact. Notons que dans notre cas, des ruptures de grains surviennent également dès le début de l'essai, et sont visibles sur le début des courbes, car comme nous l'avons évoqué plus haut (8.4.1), les premières ruptures sont induites au niveau des parois en raison de l'hétérogénéité des contraintes dans ces zones. On peut évaluer la compressibilité du matériau modélisé, par le coefficient de compressibilité  $C_{oed}$ , défini dans une relation linéaire entre l'indice des vides e et le logarithme de la contrainte axiale (macroscopique)  $\sigma$  tel que  $e = e_c - C_{oed} \ln \sigma$ . On trouve  $C_{oed} \approx 0.08$  : la valeur obtenue se trouve dans la plage des valeurs généralement obtenues pour  $C_{oed}$  dans le cas des enrochements ( $0.02 < C_{oed} < 0.4$ ).

Il est intéressant également de noter que les ruptures significatives apparaissent pour une contrainte axiale de l'ordre de la dizaine de kPa, alors que nous avions noté une contrainte à la rupture environ 5 fois supérieure dans le cas de l'essai brésilien du grain de 5 cm, et dont le seuil de rupture valait  $C_N = 1000N$ . Comme nous l'avons déjà énoncé, un nombre de coordination plus grand (c'est le cas ici puisque les grains sont entourés de nombreux voisins) aurait dû reduire les contraintes de traction au niveau des interfaces sollicitées. Ceci aurait dû induire les ruptures de grains à des niveaux de contraintes supérieures à celle notée pour l'essai brésilien. On peut donc penser ici que ce sont les concentrations de contraintes qui ont pris le dessus sur la diminution de la traction au niveau des interfaces. Cheng *et al.* [CHE03], dans des simulations d'essais de compression isotrope remarquent également cette précocité dans les évènements de ruptures toujours par rapport à des essais de compression diamétrale sur un grain placé entre deux plateaux. Dans leurs simulations les grains se rompent à des contraintes 10 fois inférieures à celles mesurées lors des compressions diamétrales. Les auteurs citent les expériences de Oda et Kishoni [ODA74] qui ont montré l'existence de chaînes de force localement concentrées visibles expérimentalement. D'autres simulations numériques [CUN79] révèlent également ces concentrations, ce qui conforte donc notre explication.



FIG. 8.28 – Courbes œdométriques du matériau simulé ( $C_0 = 500N$ ,  $C_N = 1000N$ ,  $\eta = 1$ s, pour une vitesse de contrainte imposée  $\dot{\sigma} = 11.3$  kPa/s).

On présente sur la figure 8.29 (a) l'évolution de la déformation de l'échantillon (ou tassement) tout au long de l'essai que l'on met en parallèle avec l'évolution des ruptures d'interfaces cohésives (b) et de l'énergie cinétique du système (c). On trouve une bonne cohérence entre l'évolution des grandeurs. Les ruptures donnent bien lieu à des réarrangements au sein du milieu, sortes de crises dynamiques locales, que l'on a déjà évoqué précédemment. On voit bien que l'énergie cinétique croît donc fortement au moment des ruptures les plus marquées, et disparaît ensuite au cours du rééquilibrage des forces intergranulaires [FRO05]. Nous rappellons que l'influence du temps caractéristique n'est pas étudiée ici, puisque nous avons validé l'adimensionnalité de la réponse du système par rapport à ce paramètre.

Concernant l'évolution du nombre de contacts cohésifs et contacts adhérents lors de l'essai à force imposée, on remarque les mêmes tendances que dans 8.4.5. La figure 8.30 met en évidence l'évolution des différents types de contacts définis toujours dans le paragraphe 8.4.5. On retrouve les mêmes phénomènes lors des ruptures de grains : le réseau fort cohésif est fortement affecté par ces ruptures, alors que le réseau fort des contacts adhérents a tendance à se densifier, signe que les contacts adhérents prennent le relai pour la transmision des efforts du réseau fort.

#### 8.6.2 Etude paramétrique

#### Influence du seuil de rupture $C_N$ et du seuil d'endommagement $C_0$

On étudie ici l'influence du seuil de rupture  $C_N$  à  $C_0$  fixé (figure 8.31.a) et dans un deuxième temps on traite l'influence de du seuil d'endommagement  $C_0$  à  $C_N$  fixé (figure 8.31.b), à chaque fois pour trois valeurs différentes de  $C_0$  et  $C_N$ . Les résultats montrent que la compressibilité du système augmente avec  $C_N$  (à  $C_0$  fixé) et avec  $C_0$  (à  $C_N$  fixé).

Remarquons que certaines courbes (par exemple, figure 8.31(a) pour  $C_N = 750N$ ) présentent



FIG. 8.29 – Evolution de la déformation (a), du taux de rupture (b), et de l'énergie cinétique des interfaces (c) en fonction du paramètre adimensionnel  $t/\eta$ .



FIG. 8.30 – Evolution des réseaux faibles et forts pour les contacts cohésifs (a), les contacts frottants (b) et les contacts frottants mais glissants (c) dans le cas de l'essai où  $C_0 = 500N$ ,  $C_N = 1000N$ . Attention aux axes en ordonnées qui n'ont pas les mêmes échelles.

des plateaux de déformation presque horizontaux : les échantillons se déforment beaucoup pour une contrainte appliquée presque constante. Dans ces cas là, en raison d'un grand nombre de ruptures la consigne n'arrive pas à maintenir une vitesse de force réellement constante : la paroi supérieure en absorbant les mouvements rapides du système tente alors de réajuster la consigne à sa valeur constante. Ceci n'est pas atteint tout le long de l'essai, la paroi présente à certains moments de l'essai une vitesse de force plus élevée, ce qui induit certainement des ruptures supplémentaires avant de parvenir à se restabiliser.

D'autre part on peut mettre aussi en évidence sur la figure 8.32 la densification de l'échantillon avec  $C_0$  en termes de fraction de contacts.  $\nu_{contacts}$  faible (respectivement fort) représente le rapport entre le nombre de contacts (cohésif, adhérent ou glissant) appartenant au réseau faible (respectivement fort) sur le nombre de contacts total. Plus  $C_0$  est faible, plus le milieu va se densifier rapidement et la fraction de contacts appartenant au réseau fort va globalement augmenter. On note toujours que les déformations les plus marquées correspondent à la rupture d'éléments porteurs : la diminution de  $\nu_{contacts}$  du réseau fort est bien nette lors de ces déformations importantes.



FIG. 8.31 – Courbes contrainte-déformation pour une vitesse de contrainte imposée  $\dot{\sigma} = 11.3$  kPa/s et  $\eta = 1s$ .

#### INFLUENCE DE LA VITESSE DE CHARGEMENT

Nous avons testé plusieurs vitesses de chargement (figure 8.33). La vitesse de chargement a peu d'influence sur le début de la figure 8.33(a), jusqu'à  $\varepsilon \approx 9\%$ , surtout pour les vitesses les plus faibles. Ceci se remarque également sur la figure 8.33(b) : nous y avons tracé la déformation en fonction du temps normalisé par le temps caractéristique lié au chargement  $t/t_{\sigma}$  avec  $t_{\sigma} = C_N/\dot{\sigma}$ , les courbes se superposent jusqu'à  $t/t_{\sigma} \approx 7$ . On remarque ensuite que les déformations pour les 3 vitesses de chargement s'écartent à partir de cette valeur, mais les différences sont difficiles à interpréter : elles peuvent être liées à la cinétique double des ruptures et réarrangements qui intervient dans le milieu.



FIG. 8.32 – Evolution des réseaux faibles et forts globaux pour  $\eta = 1s$ ,  $C_0 = 500N$  (b) (respectivement  $C_0 = 5N$  (d)) en comparaison à la déformation de l'échantillon (a) (respectivement (c)).



FIG. 8.33 – Influence de la vitesse de chargement sur (a) la courbe  $(\sigma - \varepsilon)$  et sur les déformations exprimées en fonction du temps normalisé (b) pour 3 vitesses de chargement et pour  $C_0 = 500N$ ,  $C_N = 1000N$  et  $\eta = 1s$ .

#### INFLUENCE DES PARAMÈTRES NUMÉRIQUES

Il est intéressant de vérifier la réponse du système en faisant varier les paramètres numériques. On présente ici les courbes  $\sigma - \varepsilon$  pour différents pas de temps (Figure 8.34) encadrant le pas de temps utilisé pour nos simulations, et pour un autre choix du critère de convergence, sa valeur restant inchangée ( $=0.166 \ 10^{-3}$ ). Les courbes ici présentées n'ont pas été corrigées des interpénétrations cumulées afin de comparer les courbes brutes entre elles. On remarque que la réponse est loin d'être indépendante des paramètres numériques, comme on pouvait s'y attendre : la courbe pour le pas de temps le plus élevé,  $T = 10^{-3}s$ , ne présente auncun saut de déformation signe ordinairement de l'existence de ruptures. On a en quelque sorte un masquage des phénonèmes de ruptures dû aux particules qui s'interpénètrent : l'algorithme ne détecte pas correctement les interfaces qui auraient dû se rompre. Comparé à la courbe où  $T = 5.10^{-4}s$ , les essais où  $T = 10^{-4}s$ et  $T = 5.10^{-4}s$  -avec l'utilisation d'un critère de convergence plus sévère QM/16<sup>4</sup>, présentent une déformation supérieure (et des sauts de déformation plus marquées et nombreux) pour la même contrainte appliquée. Les temps de calcul pour ces différents essais sont regroupés dans le tableau 8.4. Les calculs sont effectués sur un processeur EMT64 Intel 3.2GHz. En écartant de la comparaison la courbe correspondant à  $T = 10^{-3}s$  puisqu'on y accumule trop d'interpénétrations et on y masque trop de ruptures, le choix du pas de temps  $T = 5.10^{-4} s$  nous a semblé convenir, l'interpénétration maximale étant jugée acceptable (< 5%), et les phénomènes de ruptures bien mis en évidence. Notons que les systèmes (en écartant celui où  $T = 10^{-3}s$ ) tendent vers la même déformation finale, ce qui nous conforte dans notre hypothèse.

Des erreurs (interpénétrations) encore minimalisées seront recherchées lors de la comparaison avec l'expérimental.



FIG. 8.34 – Influence du pas de temps et du critère de convergence pour un essai où  $C_0 = 500N, C_N = 1000N$  et  $\eta = 1s$ .

#### 8.6.3 Fluage et relaxation

Nous avons réalisé des essais de fluage et relaxation à partir de la courbe 8.28(a). Les résultats résumant les différents chemins de contraintes ou de déformations subis sont présentés sur la figure 8.35(a).

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>On rappelle en référence au chapitre 4 que la précision de la solution a été calculée de manière globale sur

Paramètres numériques	$T = 10^{-4} s$	$T = 5.10^{-4} s$	$T = 5.10^{-4} s$	$T = 10^{-3}s$
	Quad	Quad	$\mathrm{QM}/16$	Quad
Temps de calcul CPU	96h	18h	24h	$7.5\mathrm{h}$

TAB. 8.4 – Paramètres numériques et temps de calculs correspondant obtenus pour quelques essais œdométriques ( $C_0 = 500N$ ,  $C_N = 1000N$  et  $\eta = 1s$ ).



FIG. 8.35 – Courbes de fluage et de relaxation dans le cas d'un essai œdométrique ( $C_0 = 500N, C_N = 1000N$  et  $\eta = 1s$ ).

L'intérêt de ces essais est d'étudier l'évolution de la déformation (dans le cas du fluage) et de la contrainte résultante sur la paroi supérieure (dans le cas de la relaxation) dans le temps. Nous avons déjà étudié ces phénomènes à partir d'essais caractéristiques, ce qui nous a permis de faire ressortir un paramètre pertinent pour l'adimensionnement et l'influence des seuils d'enommagement et de ruptures. Nous cherchons ici à valider la phénoménologie observée sur des essais expérimentaux réalisés dans la thèse de P.Anthiniac [ANT99]. Les essais expérimentaux n'ayant pas été réalisés dans l'esprit d'une étude paramétrique, nous cherchons alors à les compléter et les enrichir par des expérimentations numériques.

#### FLUAGE

On remarque que les pentes de rechargement après fluage sont plus marquées que sans le fluage (voir Figure 8.28.a), signe que le milieu est moins compressible à la suite des ruptures. Ceci est visible également sur la figure 8.35.b, l'indice des vides évoluent moins vite avec la contrainte après fluage. Ceci est en accord avec l'analyse proposée par Frossard [FRO05], qui conclue que dans le cas d'un processus qui s'apparenterait au vieillissement, le matériau tasse peu à peu sous charge constante mais devient de moins en moins compressible vis à vis d'une éventuelle surcharge extérieure. Frossard explicite cette diminution de compressibilité avec l'altération de l'énergie spécifique de surface  $\Gamma$  (évoquée déjà dans le chapitre 2) qui serait induite par le vieillissement du matériau et par les actions extérieures et climatiques. La valeur du coefficient  $C_{oed}$  obtenu pour le rechargement après fluage passe de 0.08 à  $\approx 0.055$ .

L'évolution des déformations dans le temps ainsi que l'évolution du taux de rupture sont pré-

l'ensemble des contacts (critère Quad), ou ici par paquets de N contacts (critère QM/16).

sentés sur la figure 8.36. Nous pouvons remarquer que l'évolution des déformations dans le temps n'est pas proportionnelle au logarithme du temps, comme cela a été proposé dans [DOW03]. L'évolution des décohésions des interfaces cohésives est toujours proportionnelle à l'évolution des déformations : le taux de rupture évolue de façon linéaire par rapport aux déformations, ce qui est bien le signe que la cinétique de tassement est générée par les décohésions successives.

On présente sur la figure 8.37 l'état de l'échantillon juste avant l'essai de fluage n° 1 et avant le rechargement. Les ruptures (ou décohésions) sont particulièrement visibles sur les bords de l'échantillon (notamment au niveau de la paroi gauche et inférieure); il y a quelques ruptures au centre également.

La durée totale (chargement, fluage et rechargement) de ce type de calculs  $^5$  est de l'ordre de la soixantaine d'heures CPU.



FIG. 8.36 – Evolution de la déformation et du taux de rupture en fonction de  $t/\eta$  dans le cas du fluage, à la suite d'un essai où l'échantillon a été sollicité à vitesse de force imposée  $\dot{\sigma} = 11.3kPa/s$ .



FIG. 8.37 – Evolution des ruptures à l'intérieur de l'échantillon lors de l'essai de fluage nº 1.

 $<sup>^5\</sup>mathrm{Les}$  calculs sont toujours effectués sur un processeur EMT64 Intel 3.2GHz.

#### RELAXATION

Les courbes présentant les évolutions de la contrainte résultante sur la paroi supérieure et le taux de rupture dans le temps sont présentés sur la figure 8.38. Ici le taux de rupture évolue peu malgré une diminution conséquente de la contrainte qui se stabilise assez vite : la relaxation semble être provoquée principalement par des réarrangements de grains à l'intérieur de l'échantillon.



FIG. 8.38 – Evolution de la contrainte sur la paroi et du taux de rupture en fonction de  $t/\eta$  dans le cas d'un essai de relaxation, à la suite d'un essai où l'échantillon a été sollicité à vitesse de force imposée  $\dot{\sigma} = 11.3kPa/s$ .

# 8.7 Essais à vitesse de déplacement imposée

Nous suivons la même logique pour ce qui est de l'étude des essais œdométriques à vitesse imposée : nous avons réalisé une étude paramétrique pour vérifier l'influence de  $C_0$  et de  $C_N$ , et nous avons réalisé des essais de fluage et de relaxation à partir d'un certain état ou arrangement de grains obtenu à la suite de l'essai à vitesse de déplacement imposée.

# 8.7.1 Allure des courbes

L'allure des courbes de réponse obtenues est semblable à celles obtenues pour les essais à vitesse de force imposée (figure 8.39) : on observe toujours des sauts de déformation axiale sur la courbe *contrainte-déformation* qui traduisent la présence de rupture de grains. On observe également toujours une diminution de compressibilité du matériau avec la contrainte axiale. La courbe de l'indice des vides présente également une augmentation de pente due à la compressibilité du matériau. Le coefficient de compressibilité relevé ici vaut  $C_{oed} \approx 0.1$ , et est donc toujours compris dans la gamme habituelle. Remarquons ici aussi que des ruptures de grains peuvent survenir également dès le début de l'essai, en même temps que des réarrangements opèrent, de telle sorte que le milieu devient plus compact. Notons ici que la gamme des contraintes atteintes

est plus élevée que celles atteintes lors des essais à vitesse de force imposée : à la fin de l'essai, pour  $\varepsilon > 16\%$  le milieu est très raide.

On remarque de plus que le taux de rupture est toujours linéaire par rapport aux déformations.



FIG. 8.39 – Courbes œdométriques pour  $C_0 = 500N$ ,  $C_N = 1000N$ ,  $\eta = 1s$  et pour une vitesse de déplacement imposée  $\dot{U} = 1 \ cm/s$ .

# 8.7.2 Etude paramétrique

#### Influence du seuil de rupture $C_N$ et du seuil d'endommagement $C_0$

On vérifie brièvement l'influence de  $C_0$  et  $C_N$ . On valide ici l'influence du seuil de rupture  $C_N$  et du seuil d'endommagement  $C_0$  (figure 8.40) : la raideur du système augmente avec  $C_N$  (à  $C_0$  fixé) et avec  $C_0$  (à  $C_N$  fixé). On notera qu'il existe peu d'écart entre les courbes lorsque  $C_0$  est fixé (500N) et  $C_N = 1000N$  ou  $C_N = 2000N$ , que l'on impute certainement à la valeur de la vitesse de sollicitation (vitesse probablement trop élevée).

#### INFLUENCE DE LA VITESSE DE CHARGEMENT

2 vitesses de chargement ont été testées (figure 8.41). La courbe présentant la vitesse de déplacement la plus élevée (5 cm/s) est globalement située en dessous de la courbe où V=1cm/s : le milieu est visiblement légèrement moins raide pour la vitesse la plus élevée. Cependant, l'écart entre les courbes n'est pas très franc. On peut toutefois avancer qu'une vitesse de sollicitation plus élevée induit des fluctuations de la contrainte plus franches, ce qui est le signe que les ruptures et réarrangements opèrent plus brusquement : le milieu semble être plus fragile. Ceci n'est pas très surprenant car avec une vitesse de sollicitation plus élevée, l'endommagement à moins le temps d'évoluer, ce qui influe sur la cinétique de rupture.



FIG. 8.40 – Influence de  $C_N$  et  $C_0$  pour une vitesse de déplacement imposée  $\dot{U} = 1 cm/s$ .



FIG. 8.41 – Influence de la vitesse de chargement pour  $C_0 = 500N$ ,  $C_N = 1000N$ .

# 8.7.3 Fluage et relaxation

Des essais de fluage et relaxation ont également été réalisés à partir de la courbe 8.39(a). Les résultats sont présentés sur la figure 8.42. Cette fois-ci la compressibilité du milieu semble avoir peu changé après fluage et relaxation, ce qui peut s'expliquer en raison de la raideur presque infinie du milieu déjà atteinte sans relaxation ni fluage.



FIG. 8.42 – Courbes de fluage et de relaxation dans le cas d'un essai œdométrique ( $C_0 = 500N, C_N = 1000N, \eta = 1s$ ).

#### Fluage

L'évolution des déformations dans le temps ainsi que l'évolution du taux de rupture sont présentées sur la figure 8.43. Les remarques faites pour l'essai de fluage du paragraphe (8.6.3) sont encore valables ici : l'évolution des déformations dans le temps n'est pas proportionnelle au logarithme du temps, et le taux de rupture évolue toujours de façon linéaire par rapport aux déformations.

#### RELAXATION

Ici également on observe les mêmes évolutions (figure 8.44) que dans le paragraphe (8.6.3). Les contraintes se stabilisent plus rapidement que les déformations.

#### 8.7.4 Bilan

Les essais réalisés à vitesse de déplacement imposée parviennent également à reproduire qualitativement les courbes expérimentales de la littérature, ainsi que la phénoménologie où cœxistent ruptures et glissements.



FIG. 8.43 – Evolution de la déformation et du taux de rupture en fonction de  $t/\eta$  dans le cas du fluage, après que l'échantillon ait été sollicité à vitesse de déplacement imposée ( $\dot{U} = 1 cm/s$ ).



FIG. 8.44 – Evolution de la contrainte sur la paroi et du taux de rupture en fonction de  $t/\eta$  dans le cas d'un essai de relaxation, après que l'échantillon ait été sollicité à vitesse de déplacement imposée ( $\dot{U} = 1 cm/s$ ).

# 8.8 Prise en compte de l'influence de l'eau dans le modèle d'endommagement interfacial

Afin de tenir compte de l'état hydrique, nous allons faire un certain nombre d'hypothèses pour rendre compte de l'infiltration de l'eau dans le grain. Ces hypothèses permettront d'analyser de manière simple l'influence de la présence de l'eau dans le modèle.

# 8.8.1 Hypothèses pour la simulation

Nous cherchons ici à compléter les effets du viellissement en y ajoutant l'influence de l'eau. La question principale à laquelle nous allons tenter de répondre est la suivante : sur quels paramètres du modèle la présence d'eau va avoir une influence ? Nous tenterons de répondre à cette question en ne perdant pas de vue la physique des phénomènes mis en jeu.

La présence d'eau induit des effets à court terme et des effets à long terme sur le comportement mécanique des enrochements. Le modèle doit être donc capable de reproduire les tassements instantanés lors du mouillage et les tassements au cours du temps, accélérés par la présence d'eau.

Dans la suite, nous ferons les hypothèses d'une **infiltration instantanée** et d'une répartition **homogène** de l'eau infiltrée à l'intérieur du grain. Ceci aura pour conséquence de diminuer instantanément les paramètres du modèle affectés par la présence d'eau qui prendront la même valeur à tous les points de contacts. Le grain sera considéré soit sec, soit saturé et les paramètres affectés par l'eau ne pourront donc prendre que deux valeurs : une valeur représentative de l'état sec, l'autre de l'état saturé.

Cette hypothèse est motivée par les raisons suivantes :

- les travaux de Talesnick *et al.* [TAL01] et de Collin *et al.* [COL02] montrent que la résistance des roches testées diminuent de 20 % pour des faibles teneurs en eau (de l'ordre de 5%);
- les temps d'infiltration pour atteindre de faibles teneur en eau sont considérés comme très faibles (infiltration à l'intérieur des fissures et pores extérieurs).

Une perte de résistance instantanée de 20% peut ainsi être considérée pour de faibles teneurs en eau, sans trop d'approximation. Dans notre étude, nous avons également pris en compte des diminutions instantanées des paramètres du modèle bien supérieures à 20% dans le cadre de l'étude paramétrique. Nous avons considéré une vitesse d'infiltration infinie à l'intérieur des grains, permettant une diffusion instantanée de l'eau. Cette hypothèse est très éloignée de la réalité puisque la diffusion de l'eau dans les roches est un phénomène lent car diphasique puisque l'eau doit chasser l'air pour rentrer au cœur de la roche. Des travaux expérimentaux de mesure d'imbibition à l'intérieur d'un matériau modèle ainsi que des essais de résistance mécanique pour différentes teneurs en eau sur ces mêmes matériaux ont été menés durant la première année de thèse. Ceux-ci n'ont pas pu aboutir, les résultats partiels sont toutefois présentés dans les Annexes F, G, H et J.

L'hypothèse choisie, très défavorable, permettra cependant de saisir clairement l'influence de la variation des paramètres du modèle.

#### Choix des paramètres affectés par la présence d'eau :

Le modèle doit être capable de reproduire les effets à court terme et à long terme induits par l'action de l'eau, et notamment la contraction observée lors du mouillage.

Dans les effets à court terme il serait judicieux de prendre en compte une diminution de résistance des grains. La diminution de la friction moyenne entre grains sera considérée ici comme négligeable. Dans les effets à long terme, il serait nécessaire de prendre en compte l'altération de l'énergie spécifique de surface des grains favorisant l'amorçage ou la propagation de fissurations.

Afin de tenir compte de ces remarques, on choisit de :

- diminuer la valeur de  $C_N$  pour modéliser les effets à court terme : en diminuant  $C_N$  on diminue la résistance instantanée des grains ;
- diminuer la valeur de  $C_0$  pour modéliser les effets à long terme : en diminuant  $C_0$  on augmente la vitesse d'endommagement des interfaces;
- ne pas faire varier  $\eta$  pour simplifier le problème.

Nous avons ensuite vérifié que l'intégration des effets de l'eau dans le modèle d'endommagement interfacial rentre dans le cadre thermodynamique. Ceci est présenté en Annexe B. Faute de temps, ce modèle n'a pu être implémenté dans LMGC90, nous avons alors modifié manuellement la valeur des paramètres affectés par l'eau (le calcul est arrêté, les valeurs de  $C_0$  et de  $C_N$  sont changées et le calcul est relancé).

# 8.8.2 Simulations d'un milieu granulaire saturé

Dans cette étude, on se limitera à des simulations de fluage pour évaluer le comportement du milieu saturé. L'influence des paramètres affectés par l'eau sera évaluée soit en saturant le milieu initialement, soit en saturant le milieu au cours du fluage.

#### 8.8.2.1 Prise en compte de la variation de $C_0$

#### Milieu saturé initialement

On va examiner tout d'abord le comportement d'enrochements saturés initialement. Ceci consiste à diminuer la valeur de  $C_0$  avant l'application de la contrainte de fluage. Si on considère un milieu sec dont les paramètres du modèle à deux surfaces seuils sont  $C_0 = 900$ N,  $C_N = 1000$ N et  $\eta = 1$ s, l'étude de l'influence de  $C_0$  sur l'amplitude des déformations du milieu saturé peut être reprise de l'analyse effectuée à la section (8.4.3) sur l'influence de  $C_0$  sur les déformations de fluage. Il suffit donc de reprendre les figures 8.10 pour évaluer l'influence de  $C_0$  sur l'évolution des déformations de fluage du milieu saturé. Le seuil d'endommagement  $C_0$  du matériau saturé est diminué de 16.6, 44.4, 72.2, 88.8 et 99.4%. On rappelle ainsi, à l'aide de la figure 8.45 que  $C_0$  a une influence sur :

- l'amplitude des déformations instantanées : plus  $C_0$  est faible, plus les déformations instantanées sont élevées. Ceci est valable dans ce cas de chargement pour des valeurs de  $C_0 < 500$  N;
- l'amplitude des déformations différées : elles sont d'autant plus élevées que  $C_0$  est faible ;
- l'amplitude des déformations totales.


FIG. 8.45 – Evolution des déformations de fluage pour un milieu saturé initialement avec  $C_0$  variable,  $C_N = 1000 N$  et  $\eta = 1$ s ( $\sigma_{\text{fluage}} = 16 \, kPa$ ).

Il est intéressant de noter que dans ce cas où le milieu est "mouillé" initialement, les courbes peuvent être interprétées de deux manières différentes :

- 1. soit, comme énoncé dans le paragraphe (8.8.1), le matériau est sec, soit saturé : les courbes présentées sur la figure 8.45 sont alors **toutes** représentatives d'un milieu saturé. Si l'influence de  $C_0$  s'est révélée pertinente pour reproduire la physique réelle, alors l'étude paramétrique sur  $C_0$  permet de déduire un ordre de grandeur de la valeur de  $C_0$  saturé qui reproduise les tassements observés pour des milieux saturés;
- 2. soit on peut considérer chaque courbe comme représentative d'un degré intermédiaire de saturation : chaque courbe représente l'évolution du milieu à une teneur en eau dans le grain fixée initialement. L'évolution de la teneur en eau pendant le temps de simulation pourrait être traduite par l'évolution de la surface seuil d'endommagement.

Dans la première interprétation, l'influence de  $C_0$  n'est nette que pour des valeurs de  $C_0 < 500$  n'est valeur du seuil d'endommagement doit donc être sensiblement diminuée par rapport à la valeur sèche ( $C_0 = 900$ N) pour permettre des déformations différées lorsque le matériau est saturé, et pour cette valeur de chargement de fluage. Pour d'autres valeurs de chargement, ce seuil n'est certainement pas le même. Des valeurs de  $C_0$  très faibles sont à écarter également pour espérer représenter des déformations différées.

Dans la deuxième interprétation, on note  $S_{C_0500}$  le degré de saturation correpondant au grain où  $C_0 = 500$ N. Pour la valeur de chargement testée, les déformations différées n'existent que lorsque le matériau possède un degré de saturation supérieur à  $S_{C_0500}$ . Pour les degrés de saturation inférieurs, ou pour les degrés de saturation très supérieurs à  $S_{C_0500}$ , les déformations différées sont négligeables.

### Milieu saturé au cours du fluage

Nous allons considérer ici un matériau sec dont paramètres du modèle sont les suivants :  $C_0 = 250$ N,  $C_N = 1000$ N et  $\eta = 1$ s. Dans ce paragraphe, le milieu est saturé au cours du fluage. Nous présentons dans la suite des simulations de fluage correspondant à deux instants différents de remplissage afin d'évaluer la réponse du milieu saturé. Le choix de ces deux instants sera explicité par la suite. Dans ce paragraphe où le milieu est saturé au cours du fluage, on considère uniquement le cas où la saturation instantanée du matériau est totale, c'est à dire qu'aucun degré de saturation intermédiaire n'est pris en compte.

Nous avons diminué "instantanément"  $C_0$  de 20, 40, 60 et 98%. La dernière valeur ( $C_0 = 5N$ ) est à prendre toujours comme un cas limite. Deux instants de remplissage sont choisis :  $t_1/\eta = 1.3$ et  $t_2/\eta = 20.5$ . L'évolution du milieu saturé est rassemblée sur les figures 8.46. L'amplitude des tassements différés est toujours augmentée avec la diminution de  $C_0$  pour les deux instants de remplissage. Les déformations différées sont nulles pour  $C_0 = 5N$ , il existe uniquement des déformations qui s'opèrent de manière instantanée par rapport au remplissage. Les déformations provoquées par la saturation du milieu sont résumées dans le tableau 8.5.  $\Delta \varepsilon_{sat}$  est l'amplitude des déformations générées par la saturation. L'amplitude des déformations mesurées est supérieure en général à la contraction sous mouillage observée sur ce type d'essais (2% maximum dans les expérimentations de [ANT99]), signe que les valeurs de  $C_0$  saturées testées sont trop faibles. On note de plus que la saturation génère moins de tassement pour  $t_2/\eta$ , c'est à dire quand le matériau a le plus tassé ou encore quand le matériau est le plus compact. C'est pour cette raison qu'il a été pertinent d'étudier deux temps différents de remplissage. Ce dernier résultat concernant les effets du mouillage se retrouve dans les recommandations de mise en œuvre des ouvrages en enrochements : afin d'obtenir un minimum de tassement pendant la vie de l'ouvrage, les enrochements doivent être entre autres, bien compactés.



FIG. 8.46 – Evolution des déformations de fluage lors de la saturation à l'instant  $t_1/\eta = 1.3$  (a) et à l'instant  $t_2/\eta = 20.5$  (b) avec  $C_0$  variable pour  $C_N = 1000 N$  et  $\eta = 1s$  ( $\sigma_{\text{fluage}} = 16 kPa$ ).

## 8.8.2.2 Prise en compte de la variation de $C_N$

### Milieu saturé initialement

On va procéder de la même façon qu'au paragraphe précédent. Considérons un milieu sec dont les paramètres du modèle à deux surfaces seuils sont  $C_0 = 250$  N,  $C_N > 2000$  N et  $\eta = 1$ s. L'étude de l'influence de  $C_N$  sur l'amplitude des déformations du milieu saturé peut être reprise de l'analyse effectuée à la section (8.4.4). Il suffit donc de reprendre la figure 8.12(b) par exemple, pour évaluer l'influence de  $C_N$  sur l'évolution des déformations de fluage du milieu saturé. Le

Valeur $C_0$	$\%$ diminution $C_0$	Saturation	Saturation
saturé $(N)$	par rapport cas sec	à $t_1/\eta$	à $t_2/\eta$
		$\Delta \varepsilon_{sat} \%$	$\Delta \varepsilon_{sat} \%$
5	98	6.6	3.9
100	60	5.6	2.9
150	40	4.6	2.5
200	20	4.1	0.7

TAB. 8.5 – Amplitude des déformations générées par la saturation à deux instants différents selon  $C_0$ .

seuil de rupture  $C_N$  du matériau saturé est diminué de 25, 50, 62.5 et 75%. On rappelle ainsi, à l'aide de la figure 8.47 que  $C_N$  a une influence sur :

- l'amplitude des déformations instantanées : plus  $C_N$  est élevé, plus les déformations instantanées sont faibles ;
- l'amplitude des déformations différées : plus  $C_N$  est élevé, plus les déformations différées sont élevées et "différées";
- peu d'influence sur l'amplitude de la déformation totale.



FIG. 8.47 – Evolution des déformations de fluage pour un milieu saturé initialement avec  $C_N$  variable,  $C_0 = 250 N$  et  $\eta = 1s$  ( $\sigma_{\text{fluage}} = 16 kPa$ ).

Dans le cas où l'on considère le matériau déjà "saturé" initialement, la diminution de  $C_N$ induit une augmentation des déformations instantanées et une diminution des déformations différées. Si on diminue  $C_N$  à partir de 62.5% de sa valeur sèche (pour les valeurs de  $C_N = 750$ et 500 N), les déformations différées sont inférieures à 1%, alors qu'elles sont de l'ordre de 10% dans le cas du matériau sec. De plus, les déformations totales sont du même ordre de grandeur pour les valeurs de  $C_N > 500$  N. Autrement dit, elles sont équivalentes que le matériau soit sec ou saturé. Elles pourront être mêmes légèrement supérieures dans le cas du milieu sec.

Dans le cas où chaque valeur de  $C_N$  correspond à un degré de saturation intermédiaire, l'évolution des courbes montre qu'un matériau à fort degré de saturation présente peu de déformations différées comparées à celles induites durant le fluage d'un matériau sec, ou ayant un faible degré de saturation.

## Milieu saturé au cours du fluage

Il s'agit ici du même matériau sec saturé au cours du fluage considéré lors de l'étude paramétrique sur  $C_0$  ( $C_0 = 250$ N,  $C_N = 1000$ N et  $\eta = 1$ s). Les simulations de fluage correspondent également à deux instants différents de remplissage :  $t_1/\eta = 1.3$  et  $t_2/\eta = 20.5$ .

Nous avons diminué "brutalement"  $C_N$  de 10, 25, 40 et 50%. L'évolution du milieu saturé est rassemblé sur les figures 8.48. Pour le temps de remplissage  $t_1/\eta$ , la forme de l'évolution des déformations dans le temps est un peu différente de celle observée lors de la diminution de  $C_0$ : il existe une composante instantanée ainsi qu'une composante différée de déformation alors que lors de la diminution de  $C_0$ , on ne relève qu'une composante différée dans la déformation. Lors de la diminution de  $C_0$  cette composante instantanée existe très certainement mais elle n'est pas significative. Par contre, lors de la diminution de  $C_N$  cette déformation instantanée est significative, en particulier lorsque  $C_N$  diminue de 40 ou 50%. Ceci s'explique aisément : lorsque  $C_N$  diminue brutalement, si le couple  $(R_N, R_T)$  correspondant à une interface est situé entre les surfaces seuils de rupture du matériau sec et du matériau saturé, il y aura décohésion instantanée des particules. Au contraire, lorsque  $C_0$  diminue brutalement, c'est le seuil d'endommagement qui est abaissé : plus d'interfaces vont donc s'endommager et auront ainsi la possibilité de se rompre, ce qui va augmenter la composante différée des déformations. Pour les autres variations de  $C_N$ (10 et 25 %), la composante instantanée des déformations est peu ou pas perceptible. D'autre part, l'amplitude des tassements totaux est toujours globalement augmentée avec la diminution de  $C_N$  pour l'instant de remplissage  $t_1/\eta$ .

Pour l'instant de remplissage  $t_2/\eta$ , les diminutions de  $C_N$  ont peu d'influence sur les tassements. Ce résultat confirme la réduction dans les tassements relevés lors de la diminution de  $C_0$ pour le même instant. Le milieu semble donc peu affecté par la saturation lorsqu'il est dans un arrangement plus compact.



FIG. 8.48 – Evolution des déformations de fluage lors de la saturation à l'instant  $t_1/\eta = 1.3$  (a) et à l'instant  $t_2/\eta = 20.5$  (b) avec  $C_N$  variable pour  $C_0 = 250 N$  et  $\eta = 1s$  ( $\sigma_{\text{fluage}} = 16 kPa$ ).

## 8.8.3 Comparaison avec des essais œdométriques expérimentaux

Il s'agit d'essais œdométriques menés au laboratoire de Mécanique des sols du Cemagref dans le cadre de la thèse de P.Anthiniac [ANT99] sur des matériaux modèles d'enrochements de barrage (ballasts de granite). Le milieu est constitué de grains assez anguleux de forme très hétérogène (allant de formes allongées à des formes rondes). La dimension des grains testés est de 5 cm environ. Les essais sont réalisés à l'aide d'une boîte de cisaillement direct de section moyenne (section carrée de 900 cm<sup>2</sup>, hauteur maximale de l'échantillon 350 mm). L'annexe C présente les caractéristiques des essais. La section est donc un peu inférieure à celle modélisée lors des simulations. Les chargements effectués sont des compressions unidimensionnelles contrôlées en force. Les essais réalisés sont à vitesse de charge axiale imposée de 300 kPa/h. Après chargement progressif des enrochements, on maintient la contrainte constante pendant le reste de l'essai. Le remplissage de l'échantillon est effectué après un certain temps de fluage à sec (figure 8.49.a).

Bien que les essais aient été réalisés avec montée progressive de la charge axiale avant fluage, nous comparons la réponse de l'échantillon lors du fluage avec les simulations numériques effectuées où la charge est appliquée de manière instantanée (échelon). On cherche ici à vérifier si le modèle permet de reproduire qualitativement les phénomènes observés. La figure 8.49(a) met en évidence deux cinétiques de tassements à partir du moment de la mise en eau :

- 1. la première phase de tassement est quasi-instantanée; elle pourrait être provoquée par une réorganisation des grains favorisée par la présence d'eau, et par des ruptures de grains ou écrasement d'arêtes;
- 2. la deuxième phase de tassement est de moins grande amplitude. La figure 8.49(b) permet de vérifier que les déformations observées sont dues à des ruptures progressive de grains ou d'arêtes.



FIG. 8.49 – Evolution des déformations de fluage lors de la saturation d'un échantillon œdométrique d'enrochements : (a) fluage à sec et sous eau, (b) zoom sur le fluage sous eau.

Les essais expérimentaux mettent donc en évidence aussi des phénomènes de ruptures instantanées et différées. On a vu que les effets du déjaugeage et de la diminution du coefficient de frottement n'étaient pas les phénomènes prépondérants pour expliquer les tassements d'une colonne d'enrochements progressivement remplie. On peut se permettre donc de conclure que les simulations sur échantillons œdométriques reproduisent qualitativement les cinétiques de tassements instantané et différé bien que tous les effets de l'eau sur le milieu n'aient pas été pris en compte ici dans la modélisation (déjaugeage et diminution du coefficient de frottement).

## 8.9 Essais œdométriques avec valeurs des paramètres du modèle calibrées

On a montré que le modèle permettait de reproduire les phénomènes de bases observés au cours d'essais expérimentaux de laboratoire : diminution de compressibilité œdométrique avec le chargement, ruptures et réarrangements expliquant les tassements sous charges constante en milieu sec ou saturé, etc. L'objectif étant maintenant de vérifier dans quelle mesure le modèle, avec la géométrie testée, permet de reproduire quantitativement tous ces phénomènes : nous chercherons donc à comparer nos résultats à des essais expérimentaux toujours menées au laboratoire de Mécanique des sols du Cemagref par [ANT99]. Pour cela, la valeur des paramètres du modèle seront estimés plus finement. La courbe qui sera comparée aux essais numériques est présentées sur la figure 8.50. La raideur de la courbe contrainte déformation obtenue vaut 7200 kPa/m.



FIG. 8.50 – Courbe œdométrique expérimentale d'enrochements modèles de barrage.

## 8.9.1 Estimation de la valeur des paramètres du modèle

Les valeurs des paramètres du modèle  $(\eta, C_0, C_N)$  utilisées jusqu'ici ont été choisies uniquement dans un souci de limitation des temps de calculs, sans aucune base expérimentale. Nous cherchons donc à réaliser maintenant des essais numériques avec des valeurs de paramètres estimés un peu plus finement. Le calage des paramètres est un problème délicat, surtout pour des milieux en deux dimensions : il a déjà été abordé par [DELU06] et [TRA06]. Dans un premier temps ils ont calibré les forces de liaisons entre les particules d'un grain à partir d'essais expérimentaux menés par [MAR73] (voir chapitre 3, section 3.4.2.1). La technique est complexe : ils définissent une probabilité de survie des grains en fonction de l'orientation du grain testée, de la taille du grain et de la liaison entre particules ; des équations liant les paramètres 2D aux paramètres 3D ont également été définis. Une fois les valeurs de liaisons estimées, les valeurs des paramètres de la loi de viellissement de le thèse de Tran [TRA06] ont été calibrés principalement à partir d'essais triaxiaux expérimentaux de fluage.

Nous n'avons pas ici la prétention de mener une étude aussi complète : les valeurs des paramètres seront choisies de sorte à atteindre les ordres de grandeurs obtenus expérimentalement pour les grandeurs macroscopiques mesurées. Nous adopterons ainsi la démarche suivante :

1. Estimation de  $C_N$ : On propose dans l'annexe D une estimation de  $C_N$ . On trouve l'estimation de  $C_N$  suivante :

$$C_N = \frac{\pi e R^2 \sigma_t}{N_c D_p}.\tag{8.3}$$

avec  $\sigma_t$  la résistance à la traction de la roche testée. On évalue la résistance en traction de ces matériaux entre 1 et 10 MPa, ce qui donne avec des particules ayant un diamètre  $D_p \approx 5$  mm, un ordre de grandeur de  $C_N$  tel que :

$$4.10^3 < C_N < 4.10^4 N \tag{8.4}$$

Les valeurs de cohésion à rupture  $C_N$  sont donc environ 5 à 50 fois plus élevées que dans les paragraphes précédents.

2. Estimation de  $C_0$ : les essais expérimentaux de la littérature (voir chapitre 2 section 2.6.2.1) nous donnent des valeurs du rapport de la résistance à court terme sur la résistance à long terme. Notons ce rapport  $\alpha$ , ce qui donne :

$$\alpha = C_0 / C_N \tag{8.5}$$

On obtient ainsi un ordre de grandeur de la valeur de  $C_0$  une fois la valeur de  $C_N$  estimée avec (8.3) et  $\alpha$  fixé. Dans la suite, nous ferons varier  $\alpha$  tel que  $0.25 < \alpha < 0.75$  dans le cadre de l'étude paramétrique.

3. Estimation de  $\eta$ : la valeur de  $\eta$  pour les essais numériques sera choisie telle que  $\eta = 1$ s. Nous estimerons plus tard une valeur de  $\eta$  liée aux expériences de laboratoire.

## 8.9.2 Essais numériques à force imposée

Nous gardons la forme des grains déjà testée précédemment pour réaliser les essais numériques. La taille de la cellule œdométrique reste inchangée par rapport aux anciens essais ( $\approx 48 \times 42 \text{ cm}^2$ ). La section de la cellule œdométrique dans le cas 2D est donc de plus grande taille qu'une section de la cellule œdométrique expérimentale 3D. Cette différence n'est pas jugée comme capitale, alors qu'on est sur le point de comparer des essais numériques 2D à des essais expérimentaux en 3D. Cette comparaison s'avère beaucoup plus discutable : nous avons déjà évoqué que les contraintes 2D et 3D sont incomparables et que les cinématiques d'assemblages 2D et 3D étaient très différentes. En 2D les grains n'ont qu'une composante possible pour la rotation et deux composantes pour la translation : les privant donc de 3 degrés de liberté par rapport au cas 3D il est évident que les cinématiques vont être fondamentalement différentes. Dans la suite on s'attachera à la comparaison des courbes expérimentales et numériques uniquement pour la **phase de montée en charge**, vu que la phase de fluage à sec a été peu mise en évidence lors des essais expérimentaux <sup>6</sup>. Nous tâcherons donc comparer uniquement les ordres de grandeurs obtenus pour les contraintes, les déformations et la raideur du milieu.

**Paramètres numériques** Il est important de souligner de nouveau que le choix des paramètres numériques est délicat pour ce type d'essais, notamment car les particules sont liées par cohésion : elles ne peuvent se mouvoir indépendamment les unes des autres, l'interpénétration entre particules est donc inévitable si les paramètres numériques sont mal choisis. Les valeurs des co-hésions estimées étant environ 10 fois plus fortes, les paramètres numériques ont dû être changés pour limiter les interpénétrations. Nous arrivons à prédire la position des corps avec une erreur <1% avec les paramètres numériques suivants, donnés dans le tableau (8.6).

Pas de temps T $= 10^{-4}$ s	
Critère de convergence $QM/16 = 0.166 \ 10^{-3}$	

TAB. 8.6 – Paramètres numériques utilisés pour les essais œdométriques

## Allure des courbes obtenues

Nous avons effectué des essais à vitesse de contrainte imposée (180 kPa.s<sup>-1</sup>). Nous avons ensuite laissé fluer les échantillons. Plusieurs valeurs de  $C_0$  et  $C_N$  ont été choisies afin d'évaluer la réponse du système et afin de se rapprocher des ordres de grandeurs des raideurs des courbes expérimentales. On présente sur la figure 8.51 les courbes de chargement (a) et *contraintes-déformations* (b) pour un jeu de paramètres ( $C_0, C_N, \eta$ ).



FIG. 8.51 – Contrainte réellement appliquée en fonction du temps (a) et courbe contraintedéformation (b) dans le cas d'un essai œdométrique où  $C_0 = 5kN$ ,  $C_N = 20kN$ ,  $\eta = 1s$ .

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>A l'époque, seul le fluage pour le milieu saturé a été analysé, l'étude des tassements différés dans un milieu granulaire sec n'avait pas été abordée dans la thèse de [ANT99].

Après une première phase de réarrangements des grains, les courbes obtenues présentent une montée rapide de la contrainte sans évolution des déformations : le système semble bloqué dans une certaine configuration, il encaisse les contraintes sans se déformer, i.e sans qu'il n'y ait de ruptures de grains ni de réarrangements possibles. Les grains, imbriqués, empêchent toute évolution possible du système. A partir d'un certain seuil de contraintes, les ruptures de grains ont de nouveau lieu et le système continue alors à évoluer par une succession de ruptures et de réarrangements. La présence de ces phénomènes de blocage s'explique aisément : en augmentant (par rapport aux précédents essais) les valeurs de  $C_N$  on augmente les valeurs du seuil de rupture des interfaces. Les réarrangements ayant déjà eu lieu, la contrainte globale appliquée au système doit alors augmenter pour permettre ces ruptures, et étant donné la forte imbrication des grains, le système a ponctuellement une rigidité infinie jusqu'à l'occurence des ruptures. Ces phénomènes de blocage tendent à disparaître lorsqu'on augmente la vitesse de chargement ou lorsqu'on diminue  $\eta$ .

On notera que ces courbes présentent des fluctuations plus marquées que celle présentées dans la section (8.6) : la diminution du pas de temps et le choix du critère de convergence permettent un calcul plus précis à chaque interface, ce qui permet une détection plus fine des ruptures, mais ceci induit en même temps des difficultés dans le maintien de la consigne de la paroi supérieure de la cellule œdométrique (pilotée ici en force, voir figure 8.51.a). Il existe donc un écart entre la valeur de la force programmée attendue et celle effectivement appliquée.

Au total, nous avons fait varier  $C_0$  de 5 à 15 kN et  $C_N$  de 15 à 40 kN.  $\eta$  reste fixe, sa valeur est prise égale à 1 s. Les raideurs obtenues pour les courbes *contraintes-déformations* varient pour ces valeurs de paramètres entre 3500 et 7700 kPa/m. Nous obtenons donc les mêmes ordres de grandeurs que dans le cas expérimental. Nous obtenons donc plusieurs jeux de paramètres  $(C_0, C_N, \eta)$  qui pourraient correspondre à l'amplitude obtenue sur les essais expérimentaux.

## Influence de $C_0$ sur les tassements de fluage

Nous avons évalué l'influence de la valeur du seuil d'endommagement  $C_0$  sur les tassements de fluage. La figure 8.52 rassemble les résultats obtenus pour  $C_0 = 5$ , 7.5, 10, 15 kN,  $C_N = 20$  kN et  $\eta = 1$  s. Nous vérifions que  $C_0$  a une influence sur l'amplitude des tassements différés. Plus  $C_0$  est faible, plus les tassements de fluage seront importants, même si le système a déjà encaissé plus de déformations. L'évolution des décohésions (figure 8.52.b) est similaire à l'évolution des déformations, ce qui prouve que la cinétique observée dépend bien de ces décohésions.

#### Influence de $C_N$ sur les tassements de fluage

Pour compléter notre étude, nous avons ensuite voulu vérifier l'influence de la valeur du seuil de rupture  $C_N$  sur les tassements de fluage. La figure 8.53 rassemble les résultats obtenus pour  $C_N = 15, 20, 25, 30, 40$  kN,  $C_0 = 10$  kN et  $\eta = 1$  s. Nous vérifions que  $C_N$  a une influence sur la cinétique et l'amplitude des tassements différés. Plus  $C_N$  est élevé, plus les tassements de fluage seront importants et différés. L'évolution des décohésions est toujours similaire à l'évolution des déformations (figure 8.52.b).

La durée en temps CPU pour ces calculs est, en moyenne, de 210 heures soit environ 9 jours. Ces calculs sont effectués sur un processeur EMT64 Intel 3.2GHz.



FIG. 8.52 – Evolution des déformations en fonction du temps adimensionné, en rapport avec la contrainte de la consigne (a) et évolution des décohésions en fonction du temps adimensionné (b) dans le cas où  $C_0$  varie,  $C_N = 20kN$  et  $\eta = 1s$ .

## Estimation de $\eta_{exp}$

Une estimation de l'ordre de grandeur de  $\eta$  peut se faire en comparant l'amplitude des déformations de fluage pour les essais expérimentaux et numériques. Etant donné que l'on cherche à exprimer seulement un ordre de grandeur de la valeur de  $\eta$  la comparaison entre l'expérimental et le numérique est possible même si les conditions appliquées au milieu ne sont pas tout à fait identiques. Comme les déformations de fluage accumulées au cours des simulations (comprises entre 1% et 6% pour les différentes valeurs de  $C_0$  et de  $C_N$  testées), correspondent aux ordres de grandeurs des valeurs des déformations enregistrées dans les essais expérimentaux, on peut estimer une valeur de  $\eta$ .

Remarquons que les plages de temps simulées ne correspondent pas à la durée de l'essai de fluage expérimental (de l'ordre de 10s pour les essais numériques contre 4000s pour l'essai expérimental). Afin d'avoir une estimation de la valeur de  $\eta$  permettant de reproduire les tassements de fluage des essais expérimentaux, et ayant déjà démontré que l'adimensionnement par  $\eta$  est possible, une simple règle de trois donne la valeur de  $\eta_{exp}$  recherchée :  $\eta_{exp} = 400s$ . Cette estimation donne accès seulement à un ordre de grandeur sur la valeur de  $\eta$  permettant de reproduire les essais expérimentaux; cette valeur ne peut en aucun cas être considérée comme précise.

## 8.10 Conclusions et discussions

Dans toutes les simulations, nous avons laissé m fixé.

## Essais de fluage

Dans cette section nous avons tout d'abord étudier l'influence des paramètres du modèle sur les déformations de fluage d'un milieu granulaire composé de grains eux mêmes constitués de particules liées par cohésion sollicités à l'intérieur d'une cellule œdométrique. Dans cette étude paramétrique nous avons fait varier :



FIG. 8.53 – Evolution des déformations en fonction du temps adimensionné, en rapport avec la contrainte de la consigne (a) et évolution des décohésions en fonction du temps adimensionné (b) dans le cas où  $C_N$  varie,  $C_0 = 10kN$  et  $\eta = 1s$ .

- $-\eta$  avec les paramètres  $m, C_0$  et  $C_N$  fixés;
- $-C_0$  avec les paramètres  $m, \eta$  et  $C_N$  fixés;
- $C_N$  avec les paramètres  $m, \eta$  et  $C_0$  fixés.

Les résultats montrent que  $\eta$  peut être considéré comme un paramètre d'adimensionnement pertinent pour expliquer l'amplitude des tassements en première approximation, et cela pour un jeu de paramètres  $(m, C_0 \text{ et } C_N)$  fixés.

Les résultats de l'étude paramétrique sur  $C_0$  montrent principalement que ce paramètre joue sur l'amplitude des tassements finaux pour un jeu de paramètres  $(m, C_0, C_N)$  fixés.

Les résultats de l'étude paramétrique sur  $C_N$  montrent que ce paramètre joue principalement sur la cinétique et l'amplitude des tassements différés pour un jeu de paramètres  $(m, C_0, C_N)$ fixés. Ce paramètre a peu d'influence sur l'amplitude des tassements totaux.

Notons qu'il est nécessaire de décrire le modèle avec les 4 paramètres  $(m, \eta, C_0, C_N)$ , ou également sous la forme  $(m, \eta, C_0, 1 - C_0/C_N)$  ou encore  $(m, \eta, C_0, C_0/C_N)$ , l'essentiel étant de préciser  $C_0$  ou  $C_N$  et le rapport entre les 2 valeurs. Préciser seulement le jeu de paramètres  $(m, \eta, 1 - C_0/C_N)$ , par exemple, ne suffit pas à décrire les systèmes au vu de l'influence différente de  $C_0$  et  $C_N$  sur la cinétique de ruptures.

Nous avons ensuite abordé l'étude de la texture d'un milieu partiellement cohésif. Cette étude nous a entre autres permis de valider certaines propriétés des réseaux d'efforts déjà mises en valeur au chapitre 5 : on a vérifié que le réseau fort est responsable de l'anisotropie et qu'il est marqué par une direction de contact privilégiée, dirigée parallèlement à l'axe de compression. Le réseau faible est quant à lui dirigé perpendiculairement à l'axe de de compression. Les visualisations d'images nous ont permis de suivre la transmission des efforts à l'intérieur de l'échantillon, et ont fait ressortir la redistribution des efforts survenant lors des ruptures ou déséquilibres locaux. Ces redistributions nous ont permis de mettre en valeur le rôle joué par les différentes fractions de contacts lors des ruptures de grains : les interfaces cohésives de la fraction forte sont le lieu de "nœuds" de forces particulièrement chargés qui vont rompre en premier et de façon brutale, alors que les interfaces de la fraction faible cohésive, vont se rompre de manière plus différée. On a vu que la perte d'interfaces cohésives se retrouve pratiquement dans le gain d'interfaces adhérentes, les interfaces en glissement étant peu nombreuses dans cet essai.

## Essais de relaxation

Contrairement aux essais de fluage, les essais de relaxation n'ont pas révélé des réarrangements ou des redistributions d'efforts à l'intérieur de l'échantillon de grande ampleur, mais seulement de faible amplitude : une fois le milieu maintenu à déformation constante les efforts locaux se relaxent, faisant passer probablement leur résultante au niveau des interfaces en dessous du seuil d'endommagement : les ruptures évoluent légèrement pendant la période de relaxation, puis se stabilisent vite. On vérifie cependant comme dans le cas du fluage que  $\eta$  est le paramètre adimensionnel pertinent pour expliquer l'amplitude de la relaxation dans le temps pour les différentes valeurs de  $\eta$  testées.

### Essais à vitesse de force imposée

Les essais à vitesse de force imposée ont permis de reproduire les mécanismes fondamentaux générés lors d'une compression œdométrique d'un milieu granulaire : les phénomènes de réarrangements en début d'essai puis l'apparition de ruptures en réponse au chargement ont été modélisés. Les premières ruptures ont été relevées à des contraintes inférieures à la contrainte de traction de rupture mesurée sur des essais de compression diamétrale sur un seul grain, ce qui prouve la présence de fortes concentrations de contraintes localement. La diminution de la compressibilité du matériau avec l'augmentation de la charge a pu être relevée. L'analyse des interfaces rompues montre que la cinétique de décohésions est en adéquation avec les sauts de déformations encaissés par l'échantillon accompagnée d'une augmentation de l'énergie cinétique au moment des ruptures; cette énergie s'estompe ensuite au cours du rééquilibrage des forces intergranulaires.

Concernant l'étude paramétrique que nous avons menée, nous avons seulement étudié ici l'influence de  $C_N$  et  $C_0$  ainsi que de la valeur de la vitesse de chargement. Lors de l'étude paramétrique sur  $C_N$  et  $C_0$  on note globalement une augmentation de la compressibilité avec la diminution de l'un ou l'autre des seuils. L'influence de la vitesse de chargement est difficile à quantifier au vu de la dynamique du système qui rend quelque peu difficile le maintien des conditions initiales imposées.

Nous avons également fait varier les paramètres numériques : les résultats permettent de vérifier l'importance du choix des paramètres numériques. Des paramètres numériques inadéquats masquent les phénomènes de ruptures.

Enfin, nous avons effectué des essais de fluage après une montée en charge progressive de l'échantillon. Nous avons ainsi suivi l'évolution des déformations de fluage : les déformations mesurées ne sont pas proportionnelles au logarithme du temps, les résultats ne sont donc pas en accord avec les résultats publiés par [DOW96]. On retrouve toujours une proportionnalité directe entre les tassements de fluage et les décohésions d'interfaces.

## Essais à vitesse de déplacement imposée

Les essais réalisés à vitesse de déplacement imposée parviennent également à reproduire qualitativement les courbes expérimentales de la littérature, ainsi que la phénoménologie où cœxistent ruptures et glissements.

## Influence de l'eau

Une section est dédiée à l'étude de l'influence de l'eau sur les déformations d'un milieu granulaire sous fluage. D'un point de vue numérique, l'introduction de l'eau dans le modèle à interfaces cohésives endommageables a été réalisée de manière simple, en supposant une infiltration instantanée de l'eau à l'intérieur des grains : le degré de saturation y est donc supposé uniforme. Cette hypothèse suppose donc une perte de résistance brutale des grains. Cette perte de résistance est traduite dans le modèle, par une diminution instantanée des seuils d'endommagement et de rupture. L'hypothèse d'infiltration instantanée, très défavorable par rapport à la physique réelle du phénomème, a permis cependant d'appréhender l'influence des variations des paramètres  $C_0$ et  $C_N$  par rapport au cas sec, non seulement quand le milieu a été saturé avant, mais aussi au cours du fluage. L'utilisation de cette hypothèse a également permis d'en saisir ses limites. Le paramètre  $\eta$  est supposé fixe dans cette étude.

Les simulations effectuées montrent que le modèle permet de reproduire les deux composantes de tassements observables expérimentalement : les composantes instantanée et à long terme peuvent être reproduites qualitativement par le modèle.

Dans toutes les simulations, les résultats montrent que la diminution du seuil d'endommagement  $C_0$  génère une augmentation dans l'amplitude des tassements différés, ce qui va dans le bon sens et justifierait ainsi la réduction de ce paramètre en présence d'eau. Par contre, les tassements à court terme (instantanés) sont bien augmentés lorsqu'on laisse fluer le milieu saturé initialement, mais ceux-ci ne sont pas significatifs voire inexistants si la saturation se fait au cours du fluage.

Concernant la diminution du seuil de rupture  $C_N$ , les résultats révèlent la présence de tassements à court terme si le milieu est saturé au cours du fluage. Les tassements instantanés ne sont significatifs qu'à partir d'une diminution de 25% de  $C_N$ . Cette composante instantanée augmente bien avec la diminution de  $C_N$ , ce qui est visible également lorsqu'on laisse fluer le milieu saturé initialement. D'autre part, les résultats soulignent une réduction des tassements différés avec la diminution de  $C_N$  dans le cas où le milieu est saturé initialement, ce qui est peu ou moins remarquable si le milieu est saturé au cours du fluage. Lors de ces simulations, le même matériau sec flue plus que lorsqu'il est saturé : ceci est peu plausible, ce qui amène à se questionner sur la légitimité de la diminution de  $C_N$  en présence d'eau.

Ensuite, les simulations ont montré une nette diminution de l'influence de la réduction des paramètres lorsque la compacité du milieu était plus élevée, ce qui est en accord avec les recommandations lors de la construction des ouvrages en enrochements : "for minimum settlement during and after contruction, the shells of a dam should be constructed of well graded, unweathered, hard work or of sand and gravel. The fill should be spread in layers, watered or sluiced, and well compacted...". Ces recommandations sont citées par [FRO05] et proviennent de [WIL73].

Enfin, les réflexions précédentes conduisent à s'interroger sur la pertinence des hypothèses choisies : la diminution du seuil d'endommagement en présence d'eau semble donner des résultats physiquement acceptables, alors que la diminution du seuil de rupture semble s'éloigner de la physique pour le cas saturé initialement. Nous n'avons pas testé une diminution simultanée de ces deux paramètres en présence d'eau : l'augmentation des tassements différés due à la diminution de  $C_0$  pourrait peut-être dépasser la réduction des tassements différés induite par diminution de  $C_N$ . Il faudrait réaliser une étude paramétrique pour déterminer la valeur de  $C_0$  qui permette, si elle existe, de compenser l'effet indésiré de  $C_N$ . Cette étude permettrait d'obtenir ainsi la diminution relative des seuils d'endommagement et de rupture qui puisse reproduire les tassements à court et à long terme.

## Limitations du modèle 2D

Nous avons tenté d'obtenir des valeurs de paramètres du modèle à deux surfaces seuils capables de reproduire des essais expérimentaux de fluage sur des matériaux modèles d'enrochements de barrage. Les résultats montrent que le modèle est capable de reproduire les ordres de grandeurs des raideurs et déformations de fluage pour des valeurs de  $C_0$  comprises entre 5 et 15 kN et des valeurs de  $C_N$  comprises entre 15 et 40 kN lorsque  $\eta$  reste fixé à 1s. L'ordre de grandeurs des valeurs de  $C_N$  est en accord avec celles estimées avec un raisonnement dimensionnel. Nous avons ensuite estimé à 400s la valeur de  $\eta$  permettant de reproduire les déformations mesurées lors des essais expérimentaux.

Il faut bien être conscient qu'il s'agit uniquement d'estimations : nous comparons des essais expérimentaux en 3D où les grains sont de formes complexes à des simulations numériques d'un milieu en 2D où les grains sont de formes plutôt arrondies. Par rapport aux précédents essais, nous avons relevé qu'en augmentant les valeurs de cohésions, des phénomènes de blocage pouvaient survenir, dotant ainsi provisoirement le milieu d'une rigidité élevée, qui n'est pas observable en expérimental. Ceci permet de mettre en évidence les problèmes inhérents à une modélisation 2D, comme la différence dans la cinématique d'assemblages 2D et 3D : la connexité d'un milieu 2D est fondamentalement différente de celle d'un matériau 3D où tous les vides peuvent communiquer entre eux. Dans notre cas, cette différence dans l'occupation de l'espace a induit une impossibilité de glissements, provoquant ainsi un certain blocage entre grains pour le milieu 2D<sup>7</sup>.

Enfin il semblerait que l'utilisation des paramètres numériques présentés dans le tableau (8.6) rende difficile le maintien de la consigne de la paroi supérieure de la cellule œdométrique. On peut se demander également si le mode de rupture multiple de grains n'est pas à l'origine d'une partie de fluctuations observées sur les courbes *contraintes-déformations*.

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Dans le même ordre d'idées, les travaux de [DELU04] soulignent la quasi-absence des phénomènes de dilatance dans des simulations d'essais biaxiaux en 2D, comparées aux essais en 3D.

# Conclusion Générale

Ce travail de thèse aborde la modélisation du comportement mécanique des enrochements, l'objectif était de développer un modèle numérique discret capable de reproduire ce comportement. L'intérêt porté à cette étude provient de constatations observées sur les barrages en enrochements : une meilleure compréhension des enrochements permettrait d'en optimiser la conception. En particulier, ce travail s'attache à modéliser le comportement à long terme des enrochements, l'objectif étant de reproduire les déformations différées observées sur ces milieux dues au vieillissement des roches et accélérées par la présence d'eau. Le besoin en terme de modélisation du comportement différé des enrochements est effectivement bien réel. Les deux principaux types de barrages en enrochements (à masque amont ou à noyau central) sont concernés par ces déformations.

Le choix de la méthode de modélisation s'est tourné vers une méthode de modélisation discrète étant donné la nature discontinue de ce matériau. La modélisation adoptée, de type *Non Smooth Contact Dynamics*, permet de prendre en compte de façon explicite les particularités des enrochements : taille, forme, présence de fissures dans le grain par assemblage de particules par exemple, ..., qui sont plus difficiles à simuler par une méthode continue. Compte-tenu des difficultés liées aux durées des simulations, le choix s'est porté vers une modélisation bidimensionnelle des enrochements. Bien que cette simplification du problème ne soit pas sans inconvénient puisqu'elle ne permet pas de reproduire fidèlement tous les traits de comportement d'un matériau réel, elle permet de mettre en évidence les principaux phénomènes discrets existants dans un milieu granulaire.

Les phénomènes de rupture étant les caractéristiques principales du comportement des enrochements, la démarche retenue dans ce travail s'est attachée à développer un modèle numérique discret capable de prendre en compte la fissuration (instantanée ou différée) des blocs rocheux. Afin de modéliser la rupture, le modèle proposé considère un grain comme un assemblage de particules liées par cohésion. Des simulations de compression diamétrale d'un grain avec une loi cohésive classique ont montré une instantanéité de la rupture par rapport au chargement. L'approche originale adoptée a consisté à développer un modèle d'interfaces cohésives endommageables pour simuler une rupture différée du grain vis à vis du chargement. Le modèle permet de reproduire la propagation de fissures dans le grain au cours du temps. L'évolution des fissures se traduit par une décohésion progressive des interfaces cohésives. La rupture est contrôlée par un endommagement critique différent pour chaque interface qui est fonction des efforts qu'elles subissent. Le modèle introduit les notions de seuil d'activation de l'endommagement, seuil de rupture, et de temps caractéristique décrivant la vitesse d'endommagement des interfaces.

Le modèle est alors implémenté dans LMGC90, un code de calculs aux éléments discrets. Le modèle est d'abord testé sur des cas simples. L'analyse paramétrique sur l'essai sur deux grains a permis d'appréhender l'influence de chaque paramètre du modèle. Le temps caractéristique et le seuil d'endommagement règlent la vitesse d'endommagement des interfaces. Le seuil de rupture joue sur la valeur maximale d'endommagement de l'interface. L'analyse révèle que le seuil d'endommagement est représentatif de la résistance à long terme et le seuil de rupture de la résistance à court terme. Une analyse dimensionnelle a permis d'identifier les paramètres matériaux des paramètres numériques du modèle. Les forces seuils d'endommagement et de rupture dépendent de la taille de la discrétisation. Les paramètres matériaux sont alors les contraintes seuils d'endommagement et de rupture. Des simulations d'essais de laboratoire sur éprouvettes ont permis de mettre en valeur la variété des comportements simulés, et les résultats obtenus correspondent aux observations expérimentales. Les différentes simulations d'essais de fluage ont révélé que les décohésions progressives sont bien à l'origine des déformations différées du matériau. Différents types de fluage ont pu être simulés. Les augmentations du temps caractéristique, des seuils d'endommagement et de rupture ont permis de différer la rupture de l'échantillon dans le temps. Lorsque les éprouvettes sont sollicitées à des faibles vitesses de déplacement imposé, le modèle d'endommagement interfacial introduit une certaine ductilité dans le matériau. Ensuite, l'essentiel du travail a consisté à réaliser des simulations d'essais œdométriques pour différents cas de chargement (fluage, relaxation, vitesses de force et de déplacement imposées). Ces types d'essais sont très intéressants car ils donnent accès à la compressibilité des enrochements, qui sera une donnée pour la prédiction des tassements. L'échantillon modélisé contient 5000 particules environ. Lors des essais de fluage, les études paramétriques ont mis en évidence l'influence des paramètres du modèle : le seuil d'endommagement présente une influence sur l'amplitude des déformations totales, alors que le seuil de rupture présente surtout une influence sur la cinétique des déformations différées. Les différentes analyses ont permis d'établir que le temps caractéristique d'endommagement est un paramètre d'adimensionnement pertinent aussi bien sur des échantillons constitués d'un que de plusieurs grains. C'est une information importante compte-tenu des temps de calculs prohibitifs de ces simulations visant à simuler le vieillissement des matériaux sur de longues périodes. Les résultats de ces essais reproduisent bien la phénoménologie observée en expérimental : le couplage entre ruptures de grains et réarrangements locaux expliquent bien les déformations dans le temps. Lors des essais de fluage, l'analyse de la microstructure en termes de forces a révélé une distribution hétérogène des efforts à l'intérieur du milieu qui évolue tout au long des ruptures. L'existence de nœuds d'efforts ont été mis en évidence principalement au niveau des interfaces cohésives. L'étude de la texture du milieu a mis en valeur deux sous-réseaux de contacts : un réseau fort et un réseau faible qui participent de manière différente dans l'évolution du milieu. L'analyse conduit à penser que la phase forte est responsable de l'intégrité mécanique et de l'anisotropie. Les essais de relaxation n'ont révélé que peu de changements dans les évolutions des décohésions et de la microstructure. Les essais à vitesses de force ou de déplacement imposées ont reproduit les mécanismes fondamentaux observés en expérimental : la diminution de compressibilité avec l'augmentation des contraintes a pu être reproduite. Les déformations de fluage obtenues tendent à se stabiliser et n'évoluent pas proportionnellement au logarithme du temps. Les limites de la modélisation bidimensionnelle ont été soulignées lorsque les valeurs des paramètres du modèle ont été considérablement augmentées, afin de reproduire des résultats œdométriques expérimentaux publiés dans la littérature.

L'étude de l'influence de l'eau sur les blocs rocheux et sur leur assemblage a également été réalisée. On analyse alors chaque effet provoqué par l'eau de façon indépendante des autres effets. Afin d'étudier l'influence des forces de déjaugeage et de la réduction du coefficient de frottement, le bloc rocheux est représenté par un grain, placé dans une colonne d'enrochements progressivement remplie en eau. Les résultats montrent peu d'influence du phénomène de déjaugeage sur l'évolution du milieu. L'analyse des effets liés à l'évolution du coefficient de frottement révèle la présence de tassements lors de la réduction du coefficient de frottement en présence d'eau. Les modélisations ont permis de détailler l'évolution du milieu granulaire en termes de mécanismes locaux. En particulier les tassements observés résultent de déstabilisations locales, générées par des mécanismes de glissement et/ou rotation entre blocs. Le comportement mécanique est encore interprété comme résultant de l'existence de deux sous-populations de contacts. C'est dans la phase faible des contacts que s'opèrent ces déstabilisations. Concernant l'amplitude des tassements, l'évolution est significative dans le milieu à condition que le coefficient de frottement diminue fortement, ce qui n'est pas justifié physiquement. L'hypothèse qu'une diminution du coefficient de frottement local en présence d'eau expliquerait à elle seule les tassements lors du remplissage d'ouvrages en enrochements est alors écartée. Le modèle d'endommagement interfacial est alors enrichi en y intégrant l'influence de l'eau sur la cinétique des décohésions. L'intégration de l'eau a été réalisée de manière simple, en supposant une infiltration instantanée de l'eau à l'intérieur des grains : le degré de saturation y est donc supposé uniforme. Afin de tenir compte de la diminution de résistance des blocs avec l'eau, on choisit de diminuer les seuils d'endommagement et de rupture. Des simulations d'essais œdométriques sont alors réalisées en prenant en compte ces hypothèses, l'objectif étant de reproduire les déformations instanstanées observées lors du mouillage (contraction sous mouillage), ainsi que les déformations différées, encore accélérées par ce facteur. Les simulations sont confrontées à des résultats expérimentaux publiés dans la littérature. L'étude paramétrique menée montre que le modèle contient bien les deux phénomènes; cependant la réduction du seuil de rupture avec l'eau semble être une hypothèse à analyser plus longuement. Une étude complémentaire semble être nécessaire pour vérifier en quelles proportions les paramètres affectés doivent être diminués pour représenter correctement l'étendue des phénomènes observés. Pour finir, les résultats de ces simulations sont en accord avec les recommandations lors de la construction des ouvrages : ils révèlent une nette diminution de l'influence de la réduction des paramètres affectés par l'eau lorsque le milieu est de plus en plus compact.

## Perspectives

Les dernières remarques ouvrent de multiples perspectives permettant d'envisager des prolongements de ce travail à plus ou moins long terme. Il serait ainsi intéressant de poursuivre les recherches selon plusieurs axes :

- le premier axe concerne l'exploitation du modèle d'endommagement dans une autre configuration d'essai très couramment utilisé en mécanique des sols ou des roches : la modélisation de l'essai biaxial est en effet très utile car elle permet d'avoir accès au comportement en cisaillement des enrochements, qui joue un rôle crucial dans la stabilité des ouvrages en remblais. Il serait également intéressant de compléter les simulations avec d'autres formes de grains et d'assemblages, en faisant varier également le nombre de particules pour étudier la variation de la réponse;
- 2. le second axe se rapporte à un calibrage plus précis des valeurs des paramètres du modèle à savoir  $C_0$ ,  $C_N$  et  $\eta$ . La calibration pourrait se faire en deux étapes :
  - il serait nécessaire de calibrer tout d'abord le paramètre  $C_N$ , seuil de rupture, avec des essais à court terme, afin d'obtenir les charges de rupture mesurées expérimentalement. Ces essais seraient des essais de compression diamétrale de grains de diamètres différents.

On pense aux essais de Marsal [MAR73] sur des enrochements provenant de barrage. On obtiendrait ainsi différentes valeurs de  $C_N$  pour différentes tailles de grains, en raison de l'effet d'échelle. Une difficulté réside dans cette opération, qui est celle de caler des résultats provenant de matériau en trois dimensions sur un échantillon numérique bidimensionnel. Une réflexion entre équivalence 2D/3D s'impose donc;

- ensuite la détermination du rapport  $C_0/C_N$  et de  $\eta$  peut se faire à partir d'essais de fluage sur roche. En particulier la littérature offre un plus grand nombre de résultats de fluage sur essais triaxiaux que sur essais de compression uniaxiale. L'ojectif serait donc d'obtenir un jeu de paramètres  $(C_0, C_N, \eta)$  permettant de retrouver les temps de ruptures d'échantillons pour des valeurs de chargements donnés. Etant donné que  $\eta$  s'est avéré être un paramètre d'adimensionnement temporel pertinent, il suffirait de fixer  $\eta$ avec une valeur faible (inférieure à 1 s pour limiter les temps de calculs) et trouver les valeurs de  $C_0$  et  $C_N$  permettant de simuler le comportement à long terme et à court terme. En fait c'est le rapport  $C_0/C_N$  qui va nous intéresser : on pourra réinjecter les valeurs du rapport  $C_0/C_N$  et de  $\eta$  obtenus sur des éprouvettes dans la loi cohésive endommageable des grains testés à partir des essais de Marsal décrits plus haut. Comme  $C_N$  a déjà été déterminé, on déduirait une valeur de  $C_0$  à partir du rapport  $C_0/C_N$ .

L'inconvénient de cette méthode est que les matériaux testés en compression diamétrale et lors des essais de fluage ne sont pas identiques. L'idéal serait d'avoir accès à des essais de fluage sur blocs rocheux.

D'autre part, pour avoir accès à un ordre de grandeur de la valeur de  $\eta$  réel, il serait intéressant de modéliser un essai Double Torsion que l'on a déjà évoqué (voir les travaux expérimentaux de [NAR05, NAR06] par exemple). La détermination de  $\eta$  peut se faire en établissant une solution analytique approchée du problème. Cette solution pourrait permettre de donner une expression de la vitesse de fissuration dans la plaque en fonction de  $\eta$  de la même manière que celle fournie par la solution analytique obtenue sur l'échantillon en traction. Notons que la détermination de la solution analytique de ce problème risque d'être délicate, et que ce type d'essais nécessite d'être modélisé en 3D en raison du chargement hors plan de l'essai Double Torsion.

- 3. ceci nous amène simplement au troisième axe, où une modélisation tridimensionnelle semblerait utile pour reproduire fidèlement tous les traits de comportement d'un matériau réel. Notamment le modèle bidimensionnel s'avère peu efficace pour simuler le comportement de matériaux lâches : il est difficile en effet de réaliser des échantillons lâches en deux dimensions. La modélisation tridimensionnelle se heurte cependant aux problèmes de temps de calculs, mais l'expérience acquise et les avancées dans les capacités de calculs ne devraient plus constituer un obstacle pour la modélisation d'essais de laboratoire. En ce qui concerne la modélisation d'ouvrages, la diminution du nombre de particules par grain peut s'avérer utile afin de limiter quelque peu les temps de calculs;
- 4. enfin, le dernier axe concerne la poursuite de la modélisation de l'eau dans le grain :
  - dans un premier temps, il faudrait vérifier si une diminution couplée de  $C_0$  et  $C_N$  permet de rendre compte de la cinétique des tassements observée lors du remplissage et dans le temps. Et si cela est effectif, il serait intéressant de connaître dans quelle proportion ces paramètres doivent être diminués pour reproduire fidèlement le comportement des enrochements sous eau. Dans le cas négatif, on proposerait alors de faire évoluer uniquement le seuil d'endommagement en présence d'eau. Ceci amène l'idée d'un nouveau modèle

d'interfaces cohésives endommageables où il n'existe plus qu'une surface seuil, qui est celle d'endommagement. La rupture est alors pilotée par un endommagement critique identique pour toutes les interfaces. Ce nouveau modèle est présenté en annexe E. Plus simple, il est doté d'un paramètre en moins par rapport au modèle testé dans cette thèse. La comparaison de simulations effectuées avec les deux modèles serait intéressante.

D'autre part, une réflexion sur la variation de  $\eta$  en présence d'eau peut être menée. Rappelons que nous avons laissé  $\eta$  fixe en présence d'eau. Les essais de [NAR05] révèlent une accélération de la vitesse de fissuration quand l'humidité augmente, ce qui amène à penser que l'eau agit aussi sur le seuil d'endommagement en le diminuant. Or  $\eta$  et  $C_0$ agissent tous les deux sur la vitesse d'endommagement : il est donc difficile de savoir si l'accélération de la fissuration résulte d'une diminution combinée des deux paramètres ou d'un seul.

- dans un second temps, l'amélioration de la prise en compte de l'eau à l'intérieur du grain semble incontournable. La modélisation de l'infiltration est complexe, et pourrait être abordée à plusieurs échelles de précision. Nous avons modélisé une infiltration homogène et instantanée de l'eau dans le grain, une modélisation hétérogène semblerait plus proche de la physique. Une première solution consisterait à imbiber instantanément mais seulement une couronne du grain : on suppose ainsi que la saturation totale du grain est très longue compte tenu de l'air piégé dans les pores fermés. On pourrait réaliser une étude paramétrique en faisant varier l'épaisseur de la couronne atteinte par l'eau. Une solution plus précise consisterait à modéliser l'infiltration de l'eau de manière progressive, selon une cinétique d'infiltration réelle. Des mesures tomodensimétriques dans le temps sur éprouvettes immergées permettraient d'établir une vitesse d'infiltration de l'eau. Bien qu'il soit probable que la vitesse d'infiltration varie selon la profondeur des enrochements et selon le chargement, ces mesures permettraient d'avoir accès à un ordre de grandeur de la vitesse d'infiltration de l'eau.

## Bibliographie

[ALO05] ALONSO E.E., OLIVELLA S. and PINYOL N.M., A review of Beliche Dam. *Géotechnique*, Vol.55, nº 4, pp 267-285, 2005.

[AMI06] AMITRANO D. and HELMSTETTER A., Brittle creep, damage and time failure in rocks. *Journal of Geophysical Research*, Vol.8, 2006.

[ANT99] ANTHINIAC P., Modélisation du comportement hydromécanique des enrochements en éléments finis. Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille II, 1999.

[ATA99] ATA A. and VIPULANANDAN C., Factors affecting mechanical and creep properties of silicate-grouted sands. *Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering*, Vol.125, n° 10, pp 868-876, 1999.

[ATK87] ATKINSON B.K. and MEREDITH P.G., The theory of subcritical growth with applications to minerals and rocks. In *Fracture Mechanics of Rock*, ed. Atkinson B.K., Academic Press, London, pp 111-166, 1987.

[BAR81] BARTON N. and KJÆRNSLI B, Shear strength of rockfill. *Journal of geotechnical engineering*, ASCE, Vol.107, nº 17, pp 873-891, 1981.

[BEC04] BECK K. and AL-MUKHTAR M., The mechanical resistance properties for two limestones from France; Tuffeau and Sébastopol. In *Prague - Czech Republic, A.A.Balkema Publishers*, Dimension Stone 2004 : New Perspectives for a Traditional Building Material, Edited by R. Prikryl, pp. 97-102, 2004.

[BER72] BERRE T. and IVERSEN K., Oedometer tests with different specimen heights on a clay exhibiting large secondary compression. *Géotechnique*, Vol.22, n° 1, pp 53-70, 1972.

[BERE83] BEREMIN F.M., A local criterion for cleavage fracture of a nuclear pressure vessel steel. *Metallurgical transactions A., Physical metallurgy and materials science*, Vol.14A, pp 1983-2277, 1983.

[BIA97] BIAREZ J. et HICHER P.Y., Influence de la granulométrie et de son évolution par rupture de grains sur le comportement mécanique de matériaux granulaires. *Revue Française de Génie Civil*, Vol.1, nº 4, pp 607-631, 1997.

[BJE67] BJERRUM L., Engineering geology of Norvegian normally consolidated marine clays as related to the settlements of buildings. *Géotechnique*, Vol.17, nº 2, pp 83-118, 1967.

[BON00] BONELLI S. et ANTHINIAC P., Modélisation hydroplastique du premier remplissage d'un barrage en enrochement. 53ème conférence de la société canadienne de géotechnique, Montréal, pp 255-261, 2000.

[BR079] BROCH E., Changes in rock strength caused by water. In 4<sup>th</sup> International Conference on Rock Mechanics, Montreux, Vol.1, pp33-38, 1979.

[BYE78] BYERLEE J., Friction of rocks. In Bulletin board for Pure and Applied Geophysics, Birkhauser Verlag, Vol. 116, 1978.

[CAM74] CAMBOU B., Etude du frottement entre matériaux rocheux, rapport Coopération Technique Franco-Mexicaine, UNAM, 1974.

[CAM88] CAMBOU B. and JAFARI K., A constitutive model for granular materials based on two plasticity mechanisms. In *Constitutive equations for granular noncohesive soils*, Saada & Bianchini (eds), Balkema, Rotterdam, pp 149-167, 1988.

[CAM01] CAMBOU B. et JEAN M. (eds), Micromécanique des Matériaux Granulaires. Hermes Science Publications : Paris, 2001.

[CAR41] CARSLAW H.S. and JAEGER J.C., Operational methods in applied mathematics, Oxford University Press, 1941.

[CAR59] CARSLAW H.S. and JAEGER J.C., Conduction of heat in solids, *Second Edition, Oxford at the Clarendon Press*, 1959.

[CBIP92] CENTRAL BOARD OF IRRIGATION AND POWER (NEW DELHI), Rockfill dams, Finite element analysis to determine stresses and deformations in membrane type rockfill dams. In *Eds. A.A. Balkema/Rotterdam*, 1992.

[CHA77] CHABOCHE J.L., Sur l'utilisation des variables d'état interne pour la description du comportement viscoplastique et de la rupture par endommagement. *Symposium Franco-Polonais de Rhéologie et Mécanique*, Cracovie, Pologne, 1977.

[CHÁV03] CHÁVEZ C. and ALONSO E.E., A consitutive model for crushed granular aggregates which includes suction effects, Vol.43, n° 4 pp 215-223, 2003.

[CHAR58] CHARLES R.J., Static Fatigue of Glass. *Journal of Applied Physics*, Vol.29, nº 11, pp 1549-1560, 1958.

[CHE03] CHENG Y.P., NAKATA Y. and BOLTON M.D., Discrete element simulation of crushable soil. *Géotechnique*, Vol.53, nº 7, pp 633-642, 2003.

[CHE04] CHENG Y.P., BOLTON M.D. and NAKATA Y., Crushing and plastic deformation of soils simulated using DEM. *Géotechnique*, Vol.54, nº 2, pp 131-141, 2004.

[CLE81] CLEMENTS R.P. Post-construction deformation on rockfill dams. ASCE, Journal of Geotechnical Engineering, Vol.110, nº 4, pp 821-840, 1981.

[COL03] COLLIN F., CUI Y.J., CSCHROEDER C. and CHARLIER R., Mechanical behaviour of Lixhe chalk partly saturated by oil and water : experimental and

modelling. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Vol. 26, pp 897-924, 2002.

[COO93] COOP M.R. and LEE I.K, The behaviour of granular soils at elevated stresses, *Predictive Soils Mechanics*, *Proc. C.P. Wroth Mem Symp.*, Thomas Telford, Londo, pp 186-198, 1993.

[COS87] COSTIN L.S., Time-dependent deformation and failure. In *Fracture Mechanics of Rock*, ed. Atkinson B.K., Academic Press, London, pp 167-215, 1987.

[CUN71] CUNDALL P.A., A computer model for simulating progressive large scale movements of blocky rock systems. In *Proceedings of the symposium of the international society of rock mechanics*, Vol.1, 1971, pp 132-150, 1997.

[CUN79] CUNDALL P.A. and STRACK O.D.L, A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, Vol.29, nº 1, pp 47-65, 1979.

[DAO97] DAOUADJI A. and HICHER P.Y., Modelling of grain breakage influence on mechanical behavior of sands. *Numerical Models in Geomechanics*, Pietruszczack & Pande (eds.), Balkema, Rotterdam, pp 69-74, 1997.

[DEA78] DE ALBA E. and SESANA F., The influence of expansive minerals on basalt behaviour. *Proceeding of the International Congress of Engineerong Geology*, Madrid, pp 107-116, 1978.

[DEL02] DELENNE J.Y., Milieux granulaires à comportement solide : Modélisation, analyse expérimentale de la cohésion, validation et application, Thèse de doctorat, Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier, 2002.

[DEL04] DELENNE J.Y., EL YOUSSOUFI M.S., CHERBLANC F. and BÉNET J.C., Mechanical behaviour and rupture of cohesive granular media. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 28, pp 1577-1594, 2004.

[DELG82] DELGADO J., VEIGA PINTO A.A and MARANHA DAS NEVES E., Rock Index properties for prediction of of rockfill behaviour. Memoria nº 581, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, 1982.

[DELU04] DELUZARCHE R., Modélisation discrète des enrochements- Application aux barrages, Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2004.

[DELU06] DELUZARCHE R. and CAMBOU B., Discrete numerical modelling of rockfill dams. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 30, pp 1075-1096, 2006.

[DIE72] DIETRICH J.H., Time dependent friction in rocks. Personal communication, US Geological Survey, Menlo Park, Calif., 1972.

[DOW98] MCDOWELL G.R. and BOLTON M.R., On the micromechanics of crushable aggregates. *Géotechnique*, Vol.48, nº 5, pp 667-679, 1998.

[DOW02] MCDOWELL G.R. and HUMPHREYS A., Yielding of granular materials.

Granular Matter, Vol.4, pp 1-8, 2002.

[DOW03] MCDOWELL G.R. and KHAN J.J., Creep of granular materials. *Granular Matter*, Vol.4, nº 1, pp 115-120, 2003.

[DPR96] DI PRISCO C. and IMPOSIMATO S., Time dependent mechanical behaviour of loose sand. *Mechanical Cohesive Frictional Mater*, Vol.1, pp 45-73, 1996.

[DPR00] DI PRISCO C., IMPOSIMATO S. and VARDOULAKIS I., Mechanical modelling of drained creep triaxial tests on loose sand. *Géotechnique*, Vol.50, n° 1, pp 73-82, 2000.

[DUN66] DUNCAN N. and SCHEERMAN-CHASE A., Rock mechanic in the planning, design and construction of civil engineering works. *Civ. Eng. Public Works Rev.*, Jan.-March, 1966.

[DUN70] DUNCAN J.M. and CHANG C.Y., Non linear analysis of stress and strain in soils. *Journal of the Soils mechanics and Foundations Division ASCE*, Vol.95, n<sup>o</sup> 5, pp 1629-1653, 1970.

[DRA78] DRAGON A. and MROZ Z., A continuum model for plastic-brittle behavior of rock and concrete. *International Journal of Engineering Science*, Vol.17, pp 122-137, 1978.

[ELB00] EL BIED A., Etude expérimentale et modélisation du comportement des roches granulaires : écrouissage, radoucissement et rupture en mode localisé, Thèse de doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris, 2000.

[FAB05] FABRE G., Fluage et endommagement des roches argileuses : évolution de la microstructure et modélisation phénoménologique, Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier-Grenoble I, 2005.

[FED02] FEDA J., Notes on the effect on grain crushing on the granular soil behaviour. *Journal of Engineering Geology*, Vol.63, n<sup>o</sup> 1-2, pp 93-98, 2002.

[FED04] FEDA J., Physical models of soil behaviour. *Engineering Geology*, Vol.72, n<sup>o</sup> 1-2, pp 121-129, 2004.

[FRA02] FRASSONI A., HEGG U. and ROSSI P.P., Large-scale laboratory tests for the mechanical characterization of granular materials for embankment dams. *Proceeding of the 14<sup>th</sup> ICOLD Congress*, Rio de Janeiro, Brasil, pp 721-751, 1982.

[FRE84] FREIMAN S.W., Effects of chemical environments on slow crack growth in glasses and ceramics. *Journal of Geophysical Research*, Vol.89, pp 4072, 1984.

[FRO02] FROSSARD E., Note sur le comportement macroscopique des matériaux granulaires. Note interne du projet MICROBE, Coyne et Bellier, 2002.

[FRO05] FROSSARD E., Note sur le comportement macroscopique des matériaux granulaires mis en œuvre dans les barrages. Note interne du projet MICROBE, Coyne et Bellier, 2005.

[GEN79] GENEVOIS R. and PRESTININZI A., Time-dependent behaviour of granitic rocks related to their alteration grade. In *Proceedings of the Fourth Congress of the International Society for Rock Mechanics*, Montreux, A.A Balkema, Vol.1, 1979.

[GOL06] GOLSHANI A., OKUI Y., ODA M. and TAKEMURA T., A micromechanical model for brittle failure of rock and its relation to crack growth observed in triaxial compression tests of granite, *Mechanics of Materials*, Vol. 38, n<sup>o</sup> 4, pp 287-303, 2006.

[GOU91] GOURRI A., Contribution à l'étude de l'influence des conditions de drainage sur les propriétés poroélastiques des roches carbonatées, Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier, Grenoble, 1991.

[HAB85] HABIB P., Effet d'échelle et surfaces de glissement, *Revue Française de Géotechnique*, Vol.31, pp5-10, 1985.

[HAD03] HADJU A., Modélisation numérique du comportement viscoplastique endommageables des roches et application aux ouvrages souterrains de stockage, Thèse de doctorat, Grenoble, 2003.

[HAI95] HAIED A., Etude expérimentale de la rupture en mode de déformations localisé dans un grès, Thèse de doctorat, Université de Lille I, 1995.

[HAN72] HANDIN J., Friction in rocks. *Rapport technique*, Univ. Karlsruhe, Karlsruhe, 1972.

[HAR85] HARDIN B.O., Crushing of soils particles. *Journal of Geotechnical Engineering. ASCE*, Vol.111 nº 10, pp 1177-1192, 1985.

[HOR86] HOR11 H. and NEMAT-NASSER S., Brittle failure in compression : splitting, faulting and brittle-ductile transition. *Phil. Trans. R. Soc. Lond.*, Vol. A319, pp 337-374, 1986.

[HUN03a] HUNTER G. and FELL R., The deformation behaviour of embankment dams. Uniciv Report n<sup>o</sup> R-416, University of New South Wales, Sydney, Australia, 2003.

[HUN03b] HUNTER G. and FELL R., Rockfill Modulus and Settlement of Concrete Face Rockfill Dams. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.129, n° 10, pp 909-917, 2003.

[IRW58] IRWIN G.R., Fracture. In *Handbuch der Physik*, Vol.6, Springer Berlin, 1958.

[JAE67] JAEGER J.C., Failure of rocks under tensile conditions. International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, Vol.4, pp 219-227, 1967.

[JAE69] JAEGER J.C. and ROSENGREN K.J., A medium scale direct friction experiment. *Aust. Inst. Min. Metall.*, Vol.229, pp 93-104, 1969.

[JEA92] JEAN M. and MOREAU J.J., Unilaterality and dry friction in the dynamics of rigid bodies collections. In A.Curnier, ed., Proceeding of Contact Mechanics

International Symposium, pp 31-48, 1992.

[JEA99] JEAN M., The non-smooth contact dynamics method. *Computer Methods in Applied Mechanic and Engineering*, Vol.177, pp 235-257, 1999.

[JEA05] JEAN M., Quelques manières de traiter le contact unilatéral et le frottement sec, *Note personnelle*, 2005.

[JUS91] JUSTO J.L., Collapse : its importance, fundamentals and modeling. In *Advances in Rockfill Structures*, Maranha das Neves E. (eds), Kluwer Academic Publishers, Netherlands, chapter 6, pp 97-152, 1991.

[KAC78] KACHANOV L.M., Time of the rupture process under creep conditions. *Izv. Adad. Nauk. USSR Otd. Tekh.*, Vol.8, pp 26-31, 1978.

[KAC80] KACHANOV L.M., Continuum model of medium with cracks. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.166, pp 1039-1051, 1980.

[KAN84] KANATANI K.I., Distribution of directional data and fabric tensors. International Journal of Engineering Science, Vol.22, nº 2, pp 149-164, 1984.

[KAS85] KAST K. and BRAUNS J., Influence of geological disintegration in the behaviour of rockfill. XI<sup>th</sup> International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, San Francisco, Vol.4, n° 2, pp 2359-2362, 1985.

[KIM95] KIM M.S., Etude expérimentale du comportement mécanique des matériaux granulaires sous fortes contraintes, Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Paris, 287p, 1985.

[KAJ85] KJÆRNSLI B., VALSTAD T. and HÖEG K., Rockfill dams, Design and Construction. Hydropower development, *published by Norwegian Institute of Technology*, 144p, 1982.

[KOL63] KOLBUSZEWSKI J. and FREDERICK M.R., The significance of particle shape and size on the mechanical behaviour of granular materials. In 3<sup>rd</sup> European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Wiesbaden, Vol.1, pp253-263, 1963.

[KRA80] KRANZ R., The effect of confining pressure and difference stress on static fatigue of granite. *Journal of Geophysical Research*, Vol.85 (B4), pp 1854-1866, 1980.

[LAD96] LADE P.V., YAMAMURO J.A. and BOPP P.A., Significance of particles crushing in granular materials. *Journal of Geotechnical Engineering*, Vol.122, n<sup>o</sup> 4, pp309-316, 1996.

[LAD97] LADE P.V., YAMAMURO J.A. and BOPP P.A., Influence of time effects on instability of granular materials. *Computers and Geotechnics*, Vol.20, n° 3/4, pp179-193, 1997.

[LAD98] LADE P.V. and LIU C.T., Experimental Study of Drained Creep Behavior of Sand. *Journal of Engineering Mechanics*, Vol.124, nº 8, pp 912-920, 1998.

[LADD77] LADD C.C., FOOTT R., ISHAHARA K., SCHLOSSER F. and POULOS H.J., Stress-deformation and strength characteristics. *Proceeding of the 9th International Conference of Soils Mechanics and Foundation engineering*, Tokyo, pp 421-494, 1977.

[LAI04] LAIGLE F., Modèle conceptuel pour le developpement de lois de comportement adaptées à la conception des ouvrages souterrains, Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2004.

[LAW64] LAWTON F.L. and LESTER M.D., Settlement of rockfill dams. 8th International Congress on Large Dams, Edinburgh, Vol.3, 1964.

[LEE92] LEE D.M., *The angles of friction of granular fills*. Ph.D. dissertation, University of Cambridge, 1992.

[LEM78] LEMAITRE J. and CHABOCHE J.L., Aspects phénoménologiques de la rupture par endommagement. *Journal de Mécanique Appliquée*, Vol.2, nº 3, pp 317-365, 1978.

[LER85] LEROUEIL S., KABBAJ M., TAVENAS F. and BOUCHARD R., Stress-strain rate relation for the compressibility of sensitive natural clays. *Géotechnique*, Vol.35, n<sup>o</sup> 2, pp 159-180, 1985.

[LI00] LI Y. and XIA C., Time dependent tests on intact rocks in uniaxial compression *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol.37, pp 467-475, 2000.

[LOB05] LOBO-GUERRERO S. and VALLEJO L.E., Discrete element method evaluation of granular crushing inder direct shear test conditions, *Technical notes*, *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, Vol.131, n<sup>o</sup> 10, pp 1295-1300, 2005.

[LOC93] LOCKNER D., The role of acoustic emission in the study of rock fracture. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Abstract, Vol.30, pp 883-889, 1993.

[LOR82] LORET B., Modelization of sand behaviour over a wide stress range. International Symposium on Numerical Models in Geomechanics, Zurich, pp100-108, 1982.

[LUZ02] LUZZANI L. and COOP M.R., On the relationship between particle breakage and the critical state of sands. *Soils and Foundation*, Vol.42, n<sup>o</sup> 2, pp 71-82, 2002.

[MAHM06] MAHMUTOGLU Y., The effects of strain rate and saturation on a micro-cracked marble. *Engineering Geology*, Vol.82, pp 137-144, 2006.

[MAI99] MAIN I.G., A damage mechanics model for power-law creep and earthquake aftershock and foreshock sequences. *Geophysical Journal International*, Vol.142, pp 151-161, 1999.

[MARA99] MARANINI E. and BRIGNOLI M., Creep behaviour of a weak rock :

experimental characterization. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol.36, pp 127-138, 1999.

[MARI81] MARIGO J.J., Formulation d'une loi d'endommagement d'un matériau élastique, C. R. Acad. Sci. Paris, série II, t292, pp 1309-1312, 1981.

[MARK05] MARKETOS G. and BOLTON M.D., Compaction bands as observed in DEM simulations. 5th International Conference on Micromechanics of Granular Media (Powders & Grains), Garcia-Rojo, Herrmann and McNamara (eds), Stuttgart, Germany, pp 1405-1408, 2005.

[MAR69] MARSAL R.J., Particle breakage in coarse granular soil. In 7th International Conference on Soils Mechanics and Foundation Engineering, Mexico, Specialty Session nº 13, pp 155-166, 1969.

[MAR73] MARSAL R.J., Mechanical properties of rockfill. In *Embankment Dam Engineering -Casagrande Volume*. John Wiley and Sons (eds), New York, pp 109-200, 1973.

[MART05] MARTIN G. and BOUVARD D., The effect of contact plasticity on the elasticity, fracture and yielding of a particulate assembly. 5th International Conference on Micromechanics of Granular Media (Powders & Grains), Garcia-Rojo, Herrmann and McNamara (eds), Stuttgart, Germany, pp 175-179, 2005.

[MAS01] MASUDA K., Effets of water on rock strength in a brittle regime. *Journal of Structural Geology*, Vol.23, pp. 1653-1657, 2001.

[MIC05] MICHALSKE T.A. and FREIMAN S.W., A molecular interpretation of stress corrosion in silica. *Nature*, 295:511-2, 1982.

[MON04] MONTOYA B., Comportement hydromécanique des enrochements de barrages, Stage de fin d'études, Cemagref, Aix en Provence, 2004.

[MOR88] MOREAU J.J., Unilateral contact and dry friction in finite freedom analysis. In J.J MOREAU and P.D PANAGIOTOPOULOS, éditeurs :*Non Sooth Mechanics and Application*, chapitre CISM Courses and Lectures, Vol.302, Springer-Verlag, pp 1-82, 1988.

[NAK99] NAKATA Y., KATO,Y., HYODO M., HYDE A.F.L and MURATA H., One-dimensionnal compression behaviour of uniformly graded sand related to single particle strength. *Soils and Foundations*, Vol.41 n<sup>o</sup> 2, pp 23-51, 2001.

[NAR05] NARA Y. and KANEKO E., Study of subcritical crack growth in andesite using the Double Torsion Test. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol.42, n° 4, pp 521-530, 2005.

[NAR06] NARA Y. and KANEKO E., Sub-critical crack growth in anisotropic rock. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol.91, nº 4, pp 223-228, 2006.

[NAS01] NASH D.F.T. and RYDE S.J., Modelling consolidation accelerated by vertical drains in soils subjected to creep. *Géotechnique*, Vol.51, nº 3, pp 257-273,

2001.

[NOB72] NOBARI E.S. and DUNCAN J.M., Effect of reservoir filling on stresses and movements in earth and rockfill dams, Department of Civil Engineering, Reportn<sup>o</sup> TE-72-1, University of California, 1972.

[NBN 11-203, NBN 11-207], Normes françaises, Essais pour déterminer les caractéristiques géométriques des granulats : Détermination de la forme des grains, Indice de forme.

[ODA99] ODA M. and IWASHITA K., Mechanics of granular materials. In A. A. Balkema, Rotterdam, 1999.

[ODA02] ODA M., KATSUBE T. and TAKEMURA T., Microcrack evolution and brittle failure of Inada Granite in triaxial compression tests at 140 MPa. *Journal of Geophysical Research*, Vol.107, n<sup>o</sup> B10, 2002.

[OLD01] OLDECOP L.A. and ALONSO E.E., A model for rockfill compressibility. *Géotechnique*, Vol.51 n° 2, pp 127-139, 2001.

[OLD02] OLDECOP L.A. and ALONSO E.E., Fundamentals of rockfill timedependent behaviour. In Unsaturated Soils, Juca, de Campos & Marinho (eds), pp 793-798, 2002.

[OLD03] OLDECOP L.A. and ALONSO E.E., Suction effects on rockfill compressibility. *Géotechnique*, Vol.53 nº 2, pp 289-292, 2003.

[OLD05] OLDECOP L.A., Rockfill materials : experimental evidence and constitutive formulation. *Courses, Muse Network*, Barcelone, Juin, 2005.

[PAR77] PARKING A.K., The compressibility of rockfill. *Australian Geomechanics Journal*, Vol.G7, pp 33-39, 1977.

[PEN72] PENG S. and PODNIEK E.R., Relaxation and behaviour of failed rock. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, Vol.9, pp 699-712, 1972.

[PES95] PESTANA J.M. and WHITTLE A.J., Compression model for cohesionless soils, *Géotechnique*, Vol.49, n<sup>o</sup> 4, pp 611-631, 1995.

[PER05] PERALES F., *Fissuration des matériaux à gradients de propriétés : Application au Zircaloy hydruré*, Thèse de doctorat, Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier, 2005.

[PIS01] PISARENKO D. and GLAND D., Modeling of scale effects of damage in cemented granular rocks, *Physics and Chemistry of the Earth*, Part A : Solid Earth and Geodesy, Vol.26, n° 1-2, pp 83-88, 2001.

[PRE02] PREECHAWUTIPONG I., Modélisation du comportement mécanique des matériaux granulaires cohésifs, Thèse de doctorat, Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier, 2002.

[PRO01] PROCOPIO A.T., ZAVALIANGOS A. and CUNNINGHAM J.C., Analysis of the diametral compression test and the applicability to plastically deforming materials. *Journal of materials science*, Vol.38, pp 3629-3639, 2003.

[RAD96] RADJAÏ F., JEAN M., MOREAU J.J. and ROUX S., Force distributions in dense two-dimensional granular systems. *Phys. Rev. Lett.*, pp 274-277, 1996.

[RAD98a] RADJAÏ F., WOLF D.E., JEAN M. and MOREAU J.J., Bimodal character of stress transmission in granular packings. *Phys. Rev. Lett.*, pp 61-80, 1998.

[RAD98b] RADJAÏ F. and WOLF D.E., Features of static pressure in dense granular media. *Granular matter*, Vol.1, pp 3-8, 1998.

[RAD99] RADJAÏ F., Multicontact dynamics of granular systems. *Computer Physics Communications*, Vol.121, pp 294-298, 1999.

[RAD00] RADJAÏ F., PREECHAWUTIPONG I. and PEYROUX R., Cohesive granular texture. In *Continuous and discontinuous modelling of cohesive frictional materials*, pp 149-162, 2000.

[REN04] RENOUF M., Optimisation numérique et calcul parallèle pour l'étude des milieux divisés, Thèse de doctorat, Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier, 2004.

[RIC05] RICHEFEU V., Approche par éléments discrets 3D du comportement de matériaux granulaires cohésifs faiblement contraints, Thèse de doctorat, Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier, 2005.

[RIC06] RICHEFEU V., EL YOUSSOUFI M.S., and RADJAÏ F., Shear strength properties of wet granular materials. *Phys. Rev. Lett. E*, Vol.73, 2006.

[RIC07] RICHEFEU V., and RADJAÏ F., Stress transmission in wet granular materials. *The European Physical Journal E*, Vol.21, pp 359-369 2007.

[RKM06] *Rock Manual*, 2<sup>ème</sup> édition (Manuel sur l'utilisation des enrochements dans les ouvrages hydrauliques), coordination : CETMEF, chapitre 3, 2006.

[ROB01] ROBERTSON D. and BOLTON M.D, DEM simulations of crushable grains and soils. 4th International Conference on Micromechanics of Granular Media (Powders & Grains 2001), Sendai, Japan, pp 623-626, 2001.

[ROT81] ROTHENBURG L. and SELVADURAI A.P.S., A micromechanical definition of the cauchy stress tensor for particulate media. In *Selvadurai eds., Procs. Int. Symp. on the Mechanical Behavior of Structural Media*, Vol. Ottawa, Part B, pp 469-486, 1981.

[ROT92] ROTHENBURG L. and BATHURST R.J., Micromechanical features of granular assemblies with planar elliptical particules. *Géotechnique*, Vol.42, n<sup>o</sup> 1, pp 79-95, 1992.

[ROW62] ROWE P.W., The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an

assembly of particles in contact. In *Proceedings of the Royal Society*, Vol.269, n<sup>o</sup> 4, pp 500-527, 1962.

[RZA81] RZADKOWSKI B. et ZUREK J., Influence de l'eau sur la déformabilité des roches broyées et sur le tassement des barrages en enrochements. *10ème Congrès des Grands Barrages*, Montréal, pp 857-867, 1981.

[SAH90] SAHLI M., Vitesse de déformation et essais quasi-statiques. *Revue Française de Géotechnique*, Vol.51, pp 69-73, 1990.

[SAT98] SATAKE M., Mechanics of granulars materials : an introduction. eds Balkema, chapter 1, pp 1-85, 1998.

[SAU04] SAUSSINE G., Contribution à la modélisation de granulats tridimensionnels : Application au Ballast, Thèse de doctorat, Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier, 2004.

[SCH78] SCHMIDTKE R.H. and LAJTAÏ E.Z., Constitution of mechanics of granular materials through the graph theory. US- Japan Seminar on Continuum- Mechanics and Statistical Approaches in the Mechanics of Granular Materials, pp 47-62, 1978.

[SCHO68] SCHOLTZ C.H., Microfracturing and the inelastic deformation of rock compression. *Journal of Geophysical Research*, Vol.73, n<sup>o</sup> 4, pp 1417-1432, 1968.

[SIL07a] SILVANI C., BONELLI S., PHILIPPE P. and DÉSOYER T., Buoyancy and local friction effects on rockfill settlements : a discrete modelling. *Computers and Mathematics with Applications*, à paraître, Vol.x, pp xxx, 2007.

[SIL07b] SILVANI C., BONELLI S. and DÉSOYER T., Fracture of rigid solids : a discrete approach based on a damaging interface modelling. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 2007.

[SKI69] SKINNER A.E., A note of the influence of interparticle friction on the shearing strength of a random assembly of spherical particles. *Géotechnique*, Vol.19, n<sup>o</sup> 1, pp150-157, 1969.

[SOW65] SOWERS J.F., WILLIAMS R.C. and WALLACE T.S., Compressibility of broken rock and the settlement of rockfills. *Proceedings of the 6<sup>th</sup> International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Montreal, University of Toronto Press., Vol.2, pp 561-565, 1965.

[STA02a] STARON L., Etude numérique des mécanismes de déstabilisation des pentes granulaires, Thèse de doctorat, Institut de Physique du Globe de Paris, 2004.

[STA02b] STARON L., VILOTTE J.P. and RADJAÏ F., Pre-avalanche instabilities in a tilted granular pile. *Phys. Rev. Lett*, Vol.89, n<sup>o</sup> 20, 2002.

[SWA84] SWANSON P.L., Subcritical Crack Growth and Other Time and Environment-Dependent Behavior in Crustal Rocks. *Journal of Geophysical Research*, Vol.89, n<sup>o</sup> B4, pp 4137-4152, 1984.

[TAL01] TALESNICK M.L., HATZOR Y.H. and TSESARSKY M., The elastic deformability and strength of a high porosity, anisotropic chalk, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, Vol.38, n<sup>o</sup> 4, pp 543-555, 2001.

[TAY48] TAYLOR D.W., Fundamentals of soils mechanics. London : Chapman & Hall; New York : Wiley, 1948.

[TER60] TERZAGHI K., Discussion on Salt Springs and Lower Bear River dams. *Trans. ASCE*, Vol.125, pt 2, pp 139-148, 1960.

[TRA06] TRAN H., Analyse et modélisation du vieillissement des barrages en enrochements par une approche micromécanique, Thèse de doctorat, Ecole Centrale de Lyon, 2006.

[TSO99] TSOUNGUI O., VALLET D. and CHARMET J.C., Numerical model of crushing of grains inside two-dimensional granular materials, *Powder Technology*, Vol.105, n<sup>o</sup> 1-3, pp 190-198, 1999.

[TSO99b] TSOUNGUI O., VALLET D., CHARMET J.C and ROUX S., Size effects in single grain fragmentation, *Granular Matter*, Vol.2, pp 19-27, 1999.

[VEI83] VEIGA PINTO A.A., Previsao do comportamento estrutural de barragens de enrocamento, PhD Thesis, Laboratorio Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, pp 1-157, 1983.

[VUT78] VUTUKURI V.S., LAMA R.D. and SALUJA S.S., *Handbook on Mechanical Properties on Rocks*, Vol.1, Trans. Tech. Publications, Claustahl, 1978.

[WAV73] WAVERSICK W.R. and BROWN W.S., Creep fracture of rock. *Report Mech. Eng. Dep.*, Univ. Utah, Salt Lake City, 1973.

[WIE67] WIEDERHORN S.M., Influence of Water Vapor on Crack Propagation of Soda-Lime glass. *Journal of the American Ceramic Society*, Vol.50, pp 407-414, 1967.

[WIE70] WIEDERHORN S.M. and BOLTZ L.H., Stress corrosion and static fatigue of glass. *Journal of the American Ceramic Society*, Vol.53, pp 543-548, 1970.

[WIL73] WILSON S.D., Deformation of earth and rockfill dams. In *Casagrande Volume*, pp 365-416, 1973.

[XIE06] XIE S.Y. and SHAO J.F., Elastoplastic deformation of a porous rock and water interaction. *International Journal of Plasticity*, Vol.22, n<sup>o</sup> 12, pp 2195-2225, 2006.

[YIA99] YIANNOPOULOS A.C., A general formulation of stress distribution in cylinders subjected to non-uniform external pressure. *Journal of Elasticity*, Vol.56, pp 181-198, 1999.

[YIN96] YIN J.H. and GRAHAM J., Elastic visco-plastic modelling of onedimensional consolidation. *Géotechnique*, Vol.46, nº 3, pp 515-527, 1996. [YIN99] YIN J.H., Non linear creep of soils in œdometer tests. Géotechnique, Vol.49, nº 5, pp 699-707, 1999.

Quatrième partie

Annexes
## Annexe A

# Solution analytique approchée de l'essai de traction en mode I sur empilement 'cristallin' et courbes complémentaires

#### A.1 Détermination solution analytique approchée

Numérotons  $\{x_i, i = 1...N_x/2\}$  les contacts, en partant du centre, et en allant vers un bord vertical :  $x_{i+1} = x_i + D_p$ .  $i = 1...N_x/2$  est le numéro de l'interface en partant du centre vers un bord vertical. La position  $x_i$  est liée à i par  $x_i = iD_p$  si  $i \ge 2$ .

#### Rupture de l'interface i = 1

On note  $f_N$  la force normale locale sur les interfaces, qui se répartit uniformément sur tous les interfaces (Hypothèse 1), il vient donc initialement  $f_N = F_{jonc}/N_x$ .

On reprend l'équation d'évolution de l'endommagement précédemment décrite avec m = 1et  $\mu = 1$  (attention, ici les conventions de signe ont changé, pour rendre l'écriture plus facile, la traction est comptée positive donc  $f_N > 0$ ) :

$$\dot{d} = \frac{H(1-d)}{\mu\eta} \left\langle \frac{|f_T| + f_N - (1-d)C_0}{C_0} \right\rangle$$
(A.1)

Dans notre cas (on suppose qu'il n'y a pas de cisaillement donc  $f_T = 0$ ) :

$$\dot{d} = \frac{H(1-d)}{\mu\eta} \left\langle \frac{f_N}{C_0} - (1-d) \right\rangle \tag{A.2}$$

On aura initiation de l'endommagement dès que :

$$f_N > (1 - d_0)C_0 \tag{A.3}$$

Donc si cette condition est satisfaite, l'évolution de l'endommagement des interfaces est :

$$d(x_i, t) = d_0(x_i) + \left(\exp\left(\frac{t}{\eta}\right) - 1\right) \left\langle \frac{F_{jonc}}{N_x C_0} - \left(1 - d_0(x_i)\right) \right\rangle, \ i = 1...N_x/2$$
(A.4)

Le temps de rupture de l'interface centrale i = 1 s'écrit :

$$\frac{t_u^1}{\eta} = \ln\left[1 + \frac{\left(1 - d_0(x_1)\right) - \frac{F_{jonc}}{N_x C_N}}{\left\langle\frac{F_{jonc}}{N_x C_0} - \left(1 - d_0(x_1)\right)\right\rangle}\right]$$
(A.5)

Ce temps ne prend une valeur finie que si  $F_{ionc} > (1 - d_0(x_1))N_xC_0$ . A cet instant l'endommagement des interfaces  $i \ge 2$  sera :

$$d(x_i, t_u^1) = d_0(x_i) + \left(\exp\left(\frac{t_u^1}{\eta}\right) - 1\right) \left\langle \frac{F_{jonc}}{N_x C_0} - \left(1 - d_0(x_i)\right) \right\rangle, \ i = 2...N_x/2$$
(A.6)

L'endommagement ultime de l'interface centrale est :

$$d_u = 1 - \frac{F_{jonc}}{N_x C_N}.\tag{A.7}$$

complémentaires

#### Rupture des interfaces i = 2

Maintenant les deux interfaces i = 2 n'ont plus de cohésion. On va supposer abusivement que les efforts se répartissent unformément sur les interfaces restantes. Nous avons ouvert une fissure horizontale de largeur  $a(t_u^1) = 2D_p$ . Puisque  $L_x = N_x D_p$ , on peut écrire que la force normale de traction sur les interfaces restantes est  $f_N = D_p F_{jonc}/(L_x - a(t_u^1))$ . Notons  $\tilde{a}(t_u^1) = 2D_p/L_x$  la largeur relative de la fissure. Il vient :

$$f_N = \frac{\alpha_p F_{jonc}}{1 - \tilde{a}(t_u^1)} \tag{A.8}$$

avec  $\alpha_p = \frac{D_p}{L_x}$ . Le paramètre  $\alpha_p \ll 1$  est un paramètre de modélisation représentant la finesse de discrétisation en particules.

L'évolution de l'endommagement des interfaces  $i \ge 2$  est donc :

$$d(x_{i},t) = \begin{cases} d_{0}(x_{i}) + \left(\exp\left(\frac{t}{\eta}\right) - 1\right) \left\langle \frac{f_{N}(t)}{C_{0}} - \left(1 - d_{0}(x_{i})\right) \right\rangle & \text{si } t \geq t_{u}^{1}; \\ d_{0}(x_{i},t_{u}^{1}) + \left(\exp\left(\frac{t - t_{u}^{1}}{\eta}\right) - 1\right) \left\langle \frac{f_{N}(t)}{C_{0}} - \left(1 - d(x_{i},t_{u}^{1})\right) \right\rangle & \text{si } t > t_{u}^{1} \text{ pour } i = 2...N_{x}/2 \end{cases}$$
(A.9)

avec

$$f_N(t) = \frac{\alpha_p F_{jonc}}{1 - \tilde{a}(t)} \tag{A.10}$$

 $\operatorname{et}$ 

$$\widetilde{a}(t) = \begin{cases} 0 & sit \le t_u^1 \\ \widetilde{a}(t_u^1) & \text{si } t_u^1 < t \end{cases}$$
(A.11)

Le temps de rupture des deux interfaces i = 2 est alors :

$$\frac{t_u^2}{\eta} = \frac{t_u^1}{\eta} + \ln\left[1 + \frac{\left(1 - d(x_2, t_u^1)\right) - \frac{f_N(t_u^1)}{C_N}}{\left\langle\frac{f_N(t_u^1)}{C_0} - \left(1 - d(x_2, t_u^1)\right)\right\rangle}\right]$$
(A.12)

La relation exprimant la fissure en fonction de la position s'écrit :

$$a(t_u^1) = 2x_1 + D_p (A.13)$$

donc

$$x_2 = \frac{a(t_u^2) - D_p}{2} \tag{A.14}$$

A ce moment l'endommagement des autres interfaces  $i \ge 3$  sera :

$$d(x_i, t_u^2) = d(x_i, t_u^1) + \left(\exp\left(\frac{t_u^2 - t_u^1}{\eta}\right) - 1\right) \left\langle \frac{f_N(t_u^1)}{C_0} - \left(1 - d(x_i, t_u^1)\right) \right\rangle, \ i = 3...N_x/2 \quad (A.15)$$

#### Rupture des interfaces i = 3

Maintenant les deux interfaces i = 3 n'ont plus de cohésion. Nous avons ouvert une fissure horizontale de largeur  $a(t_u^2) = 3D_p$ , les efforts se répartissent sur les  $N_x - 3$  interfaces cohésives restantes, donc  $f_N = \alpha_p F_{jonc}/(1 - \tilde{a}(t_u^2))$ . L'évolution de l'endommagement des interfaces  $i \ge 3$ est :

$$d(x_{i},t) = \begin{cases} d_{0}(x_{i}) + \left(\exp\left(\frac{t}{\eta}\right) - 1\right) \left\langle \frac{f_{N}(t)}{C_{0}} - \left(1 - d_{0}(x_{i})\right) \right\rangle & \text{si } t \geq t_{u}^{1}; \\ d_{0}(x_{i},t_{u}^{1}) + \left(\exp\left(\frac{t - t_{u}^{1}}{\eta}\right) - 1\right) \left\langle \frac{f_{N}(t)}{C_{0}} - \left(1 - d(x_{i},t_{u}^{1})\right) \right\rangle & \text{si } t_{u}^{1} < t \leq t_{u}^{2} \\ d_{0}(x_{i},t_{u}^{2}) + \left(\exp\left(\frac{t - t_{u}^{2}}{\eta}\right) - 1\right) \left\langle \frac{f_{N}(t)}{C_{0}} - \left(1 - d(x_{i},t_{u}^{2})\right) \right\rangle & \text{si } t_{u}^{2} < t \text{ pour } i = 3...N_{x}/2 \\ \end{cases}$$
(A.16)

avec

$$f_N(t) = \frac{\alpha_p F_{jonc}}{1 - \tilde{a}(t)} \tag{A.17}$$

 $\operatorname{et}$ 

$$\widetilde{a}(t) = \begin{cases} 0 & sit \le t_u^1 \\ \widetilde{a}(t_u^1) & \text{si } t_u^1 < t \le t_u^2 \\ \widetilde{a}(t_u^2) & \text{si } t < t_u^2 \end{cases}$$
(A.18)

Le temps de rupture des deux interfaces i = 3 est alors :

$$\frac{t_u^3}{\eta} = \frac{t_u^2}{\eta} + \ln\left[1 + \frac{\left(1 - d(x_3, t_u^2)\right) - \frac{f_N(t_u^2)}{C_N}}{\left\langle\frac{f_N(t_u^2)}{C_0} - \left(1 - d(x_3, t_u^2)\right)\right\rangle}\right]$$
(A.19)

avec

$$x_3 = L_x \frac{\widetilde{a}(t_u^3) - \alpha_p}{2} \tag{A.20}$$

On peut ainsi définir la séquence de rupture des interfaces de la façon suivante :

- les temps de ruptures successives sont notés  $t_u^j$ , avec j = 1...k;
- les valeurs du champ discret d'endommagement en ces temps de ruptures sont :

$$d(x_i, t_u^j), i = 1...N_x/2, \ j = 1...k;$$
(A.21)

- on peut alors calculer l'intervalle de temps entre deux décohésions successives :

$$\frac{\Delta t_u^{k+1}}{\eta} = \ln \left[ 1 + \frac{\left(1 - d(x_{k+1}, t_u^k)\right) - \frac{f_N(t_u^k)}{C_N}}{\left\langle \frac{f_N(t_u^k)}{C_0} - \left(1 - d(x_{k+1}, t_u^k)\right) \right\rangle} \right]$$
(A.22)

- l'évolution de l'endommagement sur cet intervalle de temps est :

$$d(x_i, t_u^{k+1}) = d(x_i, t_u^k) + \left(\exp\left(\frac{\Delta t_u^{k+1}}{\eta}\right) - 1\right) \left\langle \frac{f_N(t_u^k)}{C_0} - \left(1 - d(x_i, t_u^k)\right) \right\rangle$$
(A.23)

pour  $i=k+1 ... N_x/2$  les interfaces cohésives restantes. Et avec :

$$f_N(t) = \frac{\alpha_p F_{jonc}}{1 - \tilde{a}(t)} \tag{A.24}$$

$$\widetilde{a}(t_u^k) = 2k\alpha_p \tag{A.25}$$

$$x_{k+1} = L_x \frac{\tilde{a}(t_u^{k+1}) - \alpha_p}{2}$$
(A.26)

avec comme vitesse de propagation de la fissuration :

$$V_d(x_k, t_u^k) = \frac{D_p}{\Delta t_u^k} \tag{A.27}$$

qui s'écrit encore :

$$V_d(x_{k+1}, t_u^{k+1}) = \frac{a(t_u^{k+1}) - a(t_u^k)}{2\Delta t_u^{k+1}}$$
(A.28)

et l'actualisation du temps se fait par :

$$t_u^{k+1} = t_u^k + \Delta t_u^{k+1}.$$
 (A.29)

#### A.2 Courbes complémentaires

#### Plaque à 900 particules



FIG. A.1 – Vitesse de propagation de la fissuration en fonction du temps adimensionné .



FIG. A.2 – Fissuration à l'intérieur de la plaque de  $\simeq$  10000 particules avant rupture totale.

258

## Annexe B

# Une modélisation thermodynamiquement admissible de l'interface cohésive endommageable en présence d'eau

Nous allons adopter la même démarche que dans le cas sec, en reprenant les mêmes notations et définitions.

#### 1 : Système thermodynamique

Système thermodynamique : interface cohésive IC occupant, à l'instant initial, la surface S

#### 2 : Variables d'état thermodynamique

En plus de T et  $d : h \in [0, 1]$ , 'teneur' en eau de l'interface. À noter qu'il s'agit d'une variable d'état observable et non interne, au sens que son évolution est autonome (alors que celle de d est gouvernée par  $\mathbf{R}$ ).

À une interface parfaitement sèche correspond h = 0; à une interface saturée en eau correspond h = 1.

Variables d'état thermodynamique : (T, h, d)

#### 3 : Potentiel et lois d'état thermodynamiques

**Hypothèse 1** : L'influence de la teneur en eau h sur l'énergie interne de l'interface, et donc sur son énergie libre, est analogue à celle de d, à ceci près que h = 1 n'entraîne pas l'annulation de cette énergie.

On propose donc :

Potentiel d'état thermodynamique (énergie libre surfacique) :  $\rho \Psi(T, h, d) = \rho(1 - d)(1 - \alpha h)\Psi^0(T)$  avec  $\Psi^0(T) > 0$  et  $\alpha < 1$ .

D'où les lois d'état suivantes :

Lois d'état thermodynamique :  

$$s = (d-1)(1-\alpha h)\frac{\partial \Psi^0}{\partial T}; \quad A^h = -\rho \frac{\partial \Psi}{\partial h} = \rho \alpha (1-d) \Psi^0(T) ;$$
  
 $A^d = \rho (1-\alpha h) \Psi^0(T)$ 

#### 4 : Premier principe de la thermodynamique

Notant  $B^h$  l'énergie surfacique (en  $J.m^{-2}$ ) associée à la force thermodynamique associée à h, l'expression locale du premier principe est alors :

$$\rho \dot{e} = \boldsymbol{T}_{N} \left[ \dot{\boldsymbol{U}}_{N} \right] + \boldsymbol{T}_{t} \cdot \left[ \dot{\boldsymbol{U}}_{T} \right] - B^{h} \dot{h} - \operatorname{div}(\boldsymbol{q}) , \forall \left( \left[ \dot{\boldsymbol{U}}_{N} \right], \left[ \dot{\boldsymbol{U}}_{T} \right], \dot{h}, \operatorname{div}(\boldsymbol{q}) \right).$$
(B.1)

ou encore, sachant que  $e = \Psi + sT$  :

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T}_{N} \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{U}}_{N} \end{bmatrix} - \boldsymbol{T}_{t} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{U}}_{T} \end{bmatrix} + \left( \rho \alpha (d-1) \Psi^{0} + p^{h} \right) \dot{h} - \rho (1-\alpha h) \Psi^{0} \dot{d} + \rho T \dot{s}, \ \forall (\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{U}}_{N} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{U}}_{T} \end{bmatrix}, \dot{h}, \operatorname{div}(\boldsymbol{q})) = (B.2)$$

#### Premier principe de la thermodynamique :

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{T}_{N}\left[\dot{\boldsymbol{U}}_{N}\right] - \boldsymbol{T}_{t} \cdot \left[\dot{\boldsymbol{U}}_{T}\right] + \left(A^{h} + B^{h}\right)\dot{h} - A^{d}\dot{d} + \rho T\dot{s}, \ \forall \left(\left[\dot{\boldsymbol{U}}_{N}\right], \left[\dot{\boldsymbol{U}}_{T}\right], \dot{h}, \operatorname{div}(\boldsymbol{q})\right).$$
(B.3)

#### 5 : Second principe de la thermodynamique et loi de comportement hydrique

Compte tenu de l'équation précédente et de la non-négativité de la dissipation intrinsèque le second principe s'écrit :

Second principe de la thermodynamique (dissipation surfacique intrinsèque) :  

$$\boldsymbol{T}_{N}\left[\dot{\boldsymbol{U}}_{N}\right] + \boldsymbol{T}_{t} \cdot \left[\dot{\boldsymbol{U}}_{T}\right] - \left(A^{h} + B^{h}\right)\dot{h} + A^{d}\dot{d} \geq 0, \quad \forall \left(\left[\dot{\boldsymbol{U}}_{N}\right], \left[\dot{\boldsymbol{U}}_{T}\right], \dot{h}\right). \quad (B.4)$$

Dans le cas qui nous intéresse plus particulièrement ici où  $\begin{bmatrix} \dot{U}_N \end{bmatrix} = 0$  et  $\begin{bmatrix} \dot{U}_T \end{bmatrix} = 0$ , une condition suffisante à sa vérification systématique de l'Equation (B.4) est :

$$\dot{d} \ge 0 \quad \text{et} \quad A^h + B^h = 0. \tag{B.5}$$

d'où la loi de comportement hydrique suivante :



#### 6 : Surface seuil et loi d'évolution de d

**Hypothèse 3** : À  $\mathbf{R}$  et d fixés, plus la teneur en eau h de l'interface est forte, plus faibles sont les forces seuils d'endommagement et de rupture.

Cette hypothèse est bien systématiquement vérifiée si l'on retient l'expression suivante pour la surface seuil d'endommagement :

Surface seuil d'endommagement :  

$$f_d(\boldsymbol{R}, R^h, d) = \frac{1}{\mu} |\boldsymbol{R}_t| - \boldsymbol{R}_N - \left(C_0(1 - \alpha h)(1 - md)\right) = 0 \quad (B.7)$$
Surface seuil de rupture :  

$$f_r(\boldsymbol{R}, R^h, d) = \frac{1}{\mu} |\boldsymbol{R}_t| - \boldsymbol{R}_N - \left(C_N(1 - \alpha h)(1 - md)\right) = 0 \quad (B.8)$$

La loi d'évolution de d est aussi la même que dans le modèle sec :

Loi d'évolution de l'endommagement :  

$$\dot{d} = \frac{1}{\eta} \left\langle \frac{f_d(\boldsymbol{F}, h, d)}{C_0} \right\rangle H^-(-f_r(\boldsymbol{R}, R^h, d)) + [d_{max} - d] \,\delta(f_r(\boldsymbol{R}, R^h, d)) \tag{B.9}$$

# Annexe C

# Essais œdométriques expérimentaux sur enrochements modèles de barrage

C.1 Boite de cisaillement de Casagrande





FIG. C.1 – Boite de Casagrande (a) et schéma de principe (b).

#### C.2 Essais sur enrochements



FIG. C.2 – Enrochements dans la boite de Casagrande avant remplissage (a) et pendant le remplissage (b).

## Annexe D

# Estimation de la cohésion de rupture $C_N$

On va ici estimer la cohésion de rupture  $C_N$ . Considérons un essai brésilien (compression diamétrale) sur une éprouvette cylindrique de rayon R et d'épaisseur e.  $D_p$  est le diamètre des particules composant le grain. L'état de contrainte moyen peut être approché par la solution de Hertz (1885) qui suppose le matériau homogène, isotrope et élastique. Il est donné par :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{F}{\pi eV} \left[ \vec{e}_x \otimes \vec{e}_x - 3\vec{e}_y \otimes \vec{e}_y \right] \tag{D.1}$$

Au centre le vecteur force est approché par :

$$\vec{f} = \frac{V}{N_c D_p} \,\underline{\underline{\sigma}}.\vec{n} \tag{D.2}$$

 $N_c$  est le nombre de contacts dans le grain. En posant  $\vec{n} = \vec{e}_x$ , on obtient :

$$\vec{f} = \frac{R}{N_c D_p} F \vec{e}_x \tag{D.3}$$

Soit  $F_R$  la force provoquant la rupture instantanée. Celle-ci survient lorsqu'il y a décohésion de particules soit quand  $\vec{f} > C_N \vec{e}_x$ , ce qui conduit à :

$$C_N = \frac{R}{N_c D_p} F_R. \tag{D.4}$$

Sur ce type d'essai, il y a rupture en traction au centre. La contrainte de traction au centre du grain est donnée par :

$$\sigma_t = \frac{F_R}{\pi e R},\tag{D.5}$$

ce qui permet d'évaluer  $C_N$  avec l'expression suivante :

$$C_N = \frac{\pi e R^2 \sigma_t}{N_c D_p}.$$
 (D.6)

On estime en première approximation la résistance en traction  $\sigma_t$  entre environ 1 et 10 MPa. Pour un grain d'épaisseur unité de diamètre 2R = 5 cm et des particules ayant un diamètre  $d_p \simeq 5$  mm réalisant environ  $N_c \simeq 100$  contacts (c'est le cas pour le grain considéré), on obtient :

$$4.10^3 < C_N < 4.10^4 N. \tag{D.7}$$

**Remarque :** Dans le cas d'une éprouvette constituée d'un grand nombre de particules, un essai de traction simple sur une éprouvette donne :

$$C_N = D_p \, e \, \sigma_t \tag{D.8}$$

Si la résistance en traction  $\sigma_t$  est évaluée entre 1 et 10 MPa, les valeurs de  $C_N$  obtenues sont telles que :

$$5.10^3 < C_N < 5.10^4 N.$$
 (D.9)

## Annexe E

# Modèle d'interface cohésive à une surface seuil

Nous introduisons ici une variante de la loi d'interface cohésive étudiée principalement dans la thèse (voir chapitre 6) : celle-ci ne présente qu'une surface seuil. Nous ne reprendrons pas la justification thermodynamique du nouveau modèle, celle-ci se justifie de la même façon que dans 6.4.2. Nous reprenons l'étude à partir de la section 6.4.2.6 du chapitre 6, au niveau de **l'hypothèse n<sup>o</sup> 4**, toutes les autres hypothèses étant supposées identiques. La grande différence réside dans l'existence d'une surface seuil d'endommagement, la rupture étant gouvernée par un endommagement critique identique pour toutes les interfaces.

#### Surface seuil et loi d'évolution de d:

**Hypothèse 4-bis** : Soit  $C_N$  la force maximale, dite cohésion ou force à la rupture, supportable par l'interface *IC* lorsque celle-ci est soumise à une sollicitation de traction simple  $(R_N < 0$  et  $\mathbf{R_t} = 0$ ). On suppose qu'il existe  $C_0 < C_N$ , force seuil initial d'endommagement (d = 0), caractéristique du matériau constitutif de l'interface. Lorsque d > 0, et tant que d < 1, cette force seuil est réactualisée par un mécanisme d'écrouissage, positif puis négatif, dû à l'endommagement lui-même (à condition que m > 1).

Tant que d < 1, l'équation de la surface seuil d'endommagement s'écrit :

Surface seuil d'endommagement :  

$$f_d(\mathbf{R}, d) = \frac{1}{\mu} |\mathbf{R}_t| - R_N - C_0 (1 - d)^2 (1 + 2md) = 0.$$
 (E.1)

Quant à la loi d'évolution de d, elle s'écrit toujours <sup>1</sup> :

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>La fonction d'Heaviside modifiée -  $H^{-}(x) = 0, \forall x \leq 0$  - n'est introduite ici que pour stipuler que, dès que l'interface est rompue (cohésion nulle;  $d = d_{max}$ ),  $\dot{d}$  est nécessairement nulle.

Loi d'évolution de l'endommagement :  $\dot{d} = \frac{1}{\eta} \left\langle \frac{f_d(\boldsymbol{R}, d)}{C_0} \right\rangle H^-(d^M - d).$ (E.2)

A propos de m et de  $C_0$ , on peut dire que :

- -mdoit être supérieur à 1, et fini, si l'on veut que l'écrouissage soit d'abord positif puis négatif. Si m<1 l'écrouissage est tout le temps négatif.
- la valeur maximale que peut atteindre le terme de 'seuil'  $(C_0(1-d)^2(1+2md))$  est obtenue pour  $d \stackrel{c}{=} d^M = \frac{m-1}{3m}$ . On peut alors être tenté de relier ce terme 'seuil maximal' à  $C_N$ , cohésion (normale) ou force à la rupture de IC:

$$C_N = C_0 (1 - d^M)^2 (1 + 2md^M)$$
 (E.3)

## Annexe F

# Étude de la saturation et comportement saturé d'éprouvettes modèles de roches

#### F.1 Contexte

Un des premiers objectifs de la thèse était de comprendre et modéliser le phénomène de contraction sous mouillage observé sur les enrochements. L'idée développée a été donc de revenir à l'échelle du grain en précisant tout d'abord l'influence de l'état hydrique sur la résistance des roches, le but étant d'étudier finement l'infiltration à l'intérieur de la roche. Ceci devait permettre, dans un second temps, de revenir à des expérimentations à l'échelle de la collection de grains, les mécanismes observés à l'échelle du grain étant quantifiés et les variables pertinentes définies par la première étape. Au niveau expérimental, nous avons mené un travail qui s'est limité à l'échelle du grain, et qui s'avère pour cette étape également non exhaustif. Il est important de mentionner que ce travail a eu lieu au début de la thèse, ils qu'il nous a permis de soulever les difficultés relatives à l'expérimentation. Nous présentons ici les principales étapes du travail mené en y introduisant ses limites.

#### F.2 Mise en évidence expérimentale de l'influence de l'état hydrique sur éprouvettes de matériau modèle

#### F.2.1 Choix du matériau modèle

La stratégie ici est d'étudier l'influence de l'eau sur un matériau poreux, qui se veut représenter une éprouvette rocheuse. L'influence de la forme sur la résistance mécanique étant prépondérante, l'idée a été de s'affranchir de l'influence de la forme pour étudier correctement l'influence de l'eau sur la résistance mécanique. Cette constatation a été justifiée par quelques essais de compression sous sollicitation hydrique menés sur trois grains de ballast (figure F.1). L'utilisation de 3 grains s'est fait pour des raisons de stabilité mécanique de l'équipement utilisé. Les essais ont montré une influence de l'humidification : de plus nombreuses ruptures ont été relevées souvent superficielles (épaufrures) alors qu'elles étaient moins fréquentes sur les essais à sec pour les mêmes chargements. Ces essais n'ont eu qu'un rôle qualitatif, les problèmes de forme et de répétabilité étant prépondérants, il n'a donc pas été jugé souhaitable de poursuivre la campagne expérimentale.



FIG. F.1 – Ballast de calcaire écrasé.

Nous nous sommes donc orientés vers l'utilisation d'un matériau modèle, à partir duquel il est possible d'obtenir des éprouvettes de forme cylindrique, que l'on pourra solliciter en compression simple et en traction indirecte. Le choix du matériau modèle s'est orienté vers l'utilisation d'un **béton cellulaire** (figure F.2). Les motivations pour ce matériau sont multiples :

- tout d'abord ce matériau ne nécessite pas de matériel particulier pour être mis en œuvre : il est facilement façonnable (au niveau de la découpe, du polissage);
- ensuite sa résistance permet d'utiliser des éprouvettes de taille raisonnable sur les appareils du laboratoire, ce qui n'aurait pas été le cas avec des éprouvettes rocheuses, car l'équipement du laboratoire s'est révélé partiellement inadapté pour des essais sur roches;
- enfin sa porosité élevée permettait d'espérer une imbibition assez rapide et mesurable.



FIG. F.2 – Coupe d'une éprouvette de béton cellulaire.

#### Caractéristiques du matériau modèle

Nous avons procédé aux essais standards de caractérisation des sols afin de mieux connaître le béton cellulaire utilisé pour les essais. Les résultats obtenu à partir de plusieurs essai sont exprimés dans le tableau (F.1) :

La masse volumique intrinsèque a été obtenue par des essais au pycnomètre. Les résultats sui-

Magga volumiqua apparante gàcha	$a = 549 \text{ D}_{2} \text{N} \text{ m}^{-3}$
Masse volumque apparente seche	$\rho = 548$ Dan.m
Masse volumique intrinsèque	$\rho = 2.66 \ 10^3 \ \mathrm{DaN.m^{-3}}$
Porosité	$n = 79.5 \ \%$
Perméabilité	$k = 9.5 \ 10^{-9} \ \mathrm{m.s^{-1}}$

TAB. F.1 – Caractéristiques du béton cellulaire

vants ont été obtenus durant le stage de B. Montoya [MON04].

#### F.2.2 Mesure expérimentale d'imbibition sur éprouvettes

#### F.2.2.1 Choix de la méthode d'imbibition

Les travaux qui nous concernent tendent à comprendre le comportement des enrochements non seulement à sec et à saturation mais également, et surtout pour des degrés de saturation intermédiaires. Il faut se reporter au sujet initial pour se rendre compte que l'on est plus intéressé par les fronts montants de la teneur en eau et donc par une saturation partiele, ou plutôt localisée, que par une teneur en eau intermédiaire et informe. Ces remarques nous ont amené à penser que la méthode d'imprégnation aura une influence primordiale sur la résistance à la compression et sur le mode de rupture. C'est pourquoi une bonne connaissance du phénomène d'imbibition est nécessaire pour interpréter le comportement hydromécanique du matériau.

Le détail des différentes méthodes d'imprégnation proposées est précisé dans l'Annexe G. La méthode retenue est celle de l'imbibition latérale. Cette méthode est simple à mettre en œuvre, il suffit pour cela d'immerger l'éprouvette après avoir imperméabilisé les deux faces extrêmes avec de la graisse. L'efficacité de cette étanchéité est très facilement observable sur l'éprouvette. Pendant l'essai tout d'abord, l'extérieur s'imbibe cylindriquement; et après l'essai on ouvre l'éprouvette pour observer le front d'imbition (figure F.3). Cette méthode permet de plus de s'approcher de la situation de mise en eau des barrages tout en gardant une certaine facilité d'interprétation de la géométrie d'imbibition.



FIG. F.3 – Observation du tube extérieur imbibé d'une éprouvette après rupture (à gauche) et imbibition en cours d'essai par une extrémité imperméabilisée par de la graisse (à droite).

Le choix de cette méthode posera quand même certains problèmes d'analyse : la pénétration de l'eau dans l'éprouvette ne peut se faire que si le flux d'air s'évacue en sens contraire; mais la solution de l'imbibition à cœur qui s'affranchit de ce problème, a un défaut plus génant qui est d'avoir un trou dans l'éprouvette : délicat à réaliser et difficile à analyser.

#### F.2.2.2 Essai de mesure d'imbibition : méthode de pesée hydrostatique

Ne disposant pas d'appareillage prévu à cet effet nous avons dû développer notre propore banc de mesure. Après plusieurs tentatives ne permettant pas d'obtenir d'erreur acceptable (voir Annexe H), nous avons conçu un banc de pesée hydrostatique (figure F.4) qui a répondu à nos besoins. La méthode de pesée hydrostatique est une méthode de mesure en continu de la masse déjaugée de l'éprouvette immergée lestée (sinon, l'éprouvette flotte). Cette solution permet de s'affranchir des problèmes de surface libre, d'évacuation des bulles et de besoin de sortir l'éprouvette de l'eau lors de la mesure. La mesure s'effectuant en continu, on peut accéder à l'imbibition d'une éprouvette sans discontinuité et avec une faible limitation de résolution temporelle.



FIG. F.4 – Méthode de pesée hydrostatique.

Les essais d'imbibition ont montré une homogénéité acceptable des résultats (voir figure F.5). On rappelle la définition du degré de saturation, que nous avons calculé de la façon suivante :

$$S = \frac{V_{eau}}{V_{vides}} \tag{F.1}$$

On remarque principalement, que l'imbibition se fait globalement selon deux cinétiques :

- 1. tout d'abord l'eau avance rapidement jusqu'au centre de l'éprouvette (en environ 3 heures) : elle mouille ainsi la structure mais il reste de l'air dans les porosités de toute l'éprouvette, occluses ou non, que ce soit au centre ou en périphérie;
- 2. par la suite l'imbibition est très lente et n'évolue significativement -dans la limite de nos moyens- qu'à l'échelle de la semaine, voire du mois. Aucune mesure à cette échelle n'est présentée sur la figure F.5. En effet, le dispositif mis en place ne permet pas d'obtenir des valeurs d'imbibition correctes pour des temps supérieurs, en raison de l'évaporation existante, et qui s'avère non négligeable même si l'environnement est à température contrôlée.

Remarquons que le degré de saturation obtenu dans la période de temps testée (et même après plusieurs semaines) n'est que de 45% environ<sup>1</sup>! Ceci est dû à la présence d'une forte porosité occluse dans le béton cellulaire (celui-ci peut être utilisé dans l'habitat comme isolant). Nous n'avons pu accéder à un matériel susceptible d'accélérer l'imbibition du béton cellulaire (pompe à vide par exemple), ce qui ne nous a pas permis de savoir si l'évolution à long terme de la saturation du béton cellulaire donnait lieu à une saturation plus importante, avec un deuxième

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>La méthode d'imbibition étant ce qu'elle est, on peut expliquer la difficulté à imbiber totalement l'éprouvette par le fait qu'il est difficile d'évacuer l'air lors d'une imbibition par l'extérieur. Une solution eut été d'imbiber l'éprouvette par le centre, cette idée n'a pas été mise en application pour des problèmes de mise en œuvre.



FIG. F.5 – Courbes d'infiltration en fonction du temps pour 5 éprouvettes de béton cellulaire.

régime de saturation, ou si l'équilibre est presque atteint au bout de quelques heures. En revanche, des essais sur de plus longues durées avec un banc de pesée hydrostatique plus adapté (acquis plus tard par le laboratoire) ont permis d'atteindre des degrés de saturation supérieurs pour des temps plus longs (jusqu'à  $\approx 0.6$ ). Ceci a pu être obtenu en ajoutant au montage un dispositif permettant de limiter l'évaporation, afin de reduire les erreurs. Ces essais n'ont cependant pas pu être menés pour des durées supérieures à 3 semaines, et la répétabilité n'a pas pû être observée dû à la faiblesse d'échantillonnage et à des équipements techniques qui nécessitent encore d'être améliorés (logiciel d'acquisition des mesures, etc.). On présente sur la figure F.6 cette deuxième série d'imbibition d'éprouvettes. Pour les raisons évoquées ci-dessus, nous n'avons pas émis de conclusions et nous nous en sommes tenus aux premiers essais (figure F.5) afin de modéliser l'infiltration dans l'éprouvette.



FIG. F.6 – Courbes d'infiltration en fonction du temps avec le nouveau matériel de pesée hydrostatique.

#### F.2.2.3 Modélisation simple de l'infiltration

Pour notre modélisation nous ferons l'hypothèse que les porosités non saturées à la fin de nos essais sont des porosités fermées. Il n'en demeure pas moins que la diffusion est diphasique puisque l'air doit pouvoir s'échapper de l'éprouvette, mais nous ferons ici l'hypothèse d'une **dif**fusion linéaire de Darcy.

Posons les notations :

 $\begin{array}{ll} \mbox{Porosité totale} & n = V_{vide}/V_{total} = n_o + n_c \\ \mbox{Porosité occluse} & n_o \\ \mbox{Porosité connectée} & n_c \\ \mbox{Saturation maximale} & S_{max} < 1 \mbox{ dû aux porosités occluses et à l'air piégé} \end{array}$ 

Puis on pose :

$$0 \le S^* = \frac{S}{S_{max}} \le 1 \tag{F.2}$$

Avec une diffusion linéaire on obtient :

$$\frac{\partial S^*}{\partial t} - \operatorname{div}(D.grad(S^*)) = 0 \tag{F.3}$$

avec D la diffusivité. De plus on néglige les effets de bord, le cas du cylindre est ramené en deux dimensions. Posons le temps caractéristique :

$$T = \frac{R^2}{D} \tag{F.4}$$

On adimensionne le temps et le rayon réduit par :

$$t^* = \frac{t}{T}; \quad r^* = \frac{r}{R} \tag{F.5}$$

Les solutions exactes de la diffusion sont intégrées à partir d'un résultat tiré de Carslaw et Jaeger [CAR41, CAR59], voir Annexe I. La solution exacte est la suivante :

$$\overline{S}^{*}(t^{*}) = 1 - 4\sum_{n=1}^{\infty} \exp(-\beta_{n}t^{*}) \cdot \frac{1}{\beta_{n}^{2}}$$
(F.6)

avec  $\beta_n$  les racines de la fonction de Bessel telle que  $J_0(\beta) = 0$ . L'approximation à l'ordre 1 de la réponse à un échelon est connue avec le modèle suivant à un paramètre  $(\eta)$ :

$$\overline{S}_1^*(t^*) = 1 - \exp\left(-\frac{t^*}{\eta}\right) \tag{F.7}$$

Pour déterminer  $\eta$  il suffit d'égaler la solution approchée avec les deux premiers termes du développement en série. L'ajustement des deux premiers moments temporels conduit à :

$$\eta = \frac{T}{8} = \frac{R^2}{8D} \tag{F.8}$$

Finalement, l'évolution du degré de saturation moyen dans l'éprouvette cylindrique initialement sèche et soumise à un choc hydrique sur sa périphérie est approximativement décrite par :

$$\overline{S}^*(t) = 1 - \exp\left(-\frac{8t}{T}\right), \quad T = \frac{R^2}{D}$$
 (F.9)

L'intérêt de la modélisation au premier ordre réside dans le fait qu'elle ne fait apparaître qu'**un seul paramètre**, la diffusivité, et que ce paramètre est **relatif au matériau**. Des plus la diffusivité est ; à priori, comprise classiquement entre  $10^{-5}$  et  $10^{-8}$  m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup>. Si l'on souhaite connaître la diffusivité du béton cellulaire il suffit d'utiliser la solution exacte et de la caler sur les résultats d'essais d'imbibition (méthode des moindres carrés). Ces mesures nous donnent pour le béton cellulaire une **diffusivité de 2,5.10**<sup>-8</sup> m<sup>2</sup>.s<sup>-1</sup>.

La comparaison d'un essai d'imbibition avec la solution numérique exacte (50 termes) et la solution au premier ordre est présenté sur la figure F.7.



FIG. F.7 – Comparaison d'un essai d'imbibition avec la solution numérique exacte (50 termes) et la solution au premier ordre.

#### F.2.3 Essais de fluage

#### Contexte

Il est important de situer le contexte qui a mené à la réalisation de ces essais. Au départ, des essais à rupture ont été conduit en compression simple et en traction indirecte (ou compression diamétrale). Différents bancs d'essais ont été montés successivement pour palier aux défauts relevés au fur et à mesure des essais. Un récapitulatif des remarques et des aménagements les plus importants est donné en Annexe J, "Mise en place des essais mécaniques". La variabilité des résultats obtenus lors des essais à rupture nous portent à penser qu'obtenir des résultats exploitables ne peut se faire qu'avec une méthode statistique, étant donné que les essais sont pratiqués sur des éprouvettes hétérogènes dont les plus gros défauts sont parfois de taille non négligeable pa rapport à la taille de l'éprouvette. Nous n'avons pas voulu nous engager dans une procédure d'essais statistique : pour éviter cela il faut changer notre protocole et étudier sur une même éprouvette des états hydriques différents. Pour suivre un chemin de contrainte exploitable par la suite, ceci peut se faire de deux manières différentes : étudier le comportement durant l'imbibition à déformation ou à charge constante. Nous présentons dans ce paragraphe, les essais

de fluage puis dans le paragraphe suivant nous aborderons les essais de ralaxation.

Il est important de souligner tout d'abord, les différentes étapes que nous avons suivies pour la préparation des éprouvettes cylindriques. La préparation du béton cellulaire est assez délicateen particulier le surfaçage, mais s'avère nécessaire pour obtenir des résultats exploitables. On présente un paragraphe relatant la préparation des éprouvettes dans l'annexe J.

Pour réaliser des essais de fluage, nous avons utilisé des bâtis œdométriques, utilisé habituellement en mécanique des sols (voir annexe J). L'avantage est qu'ils permettent d'utiliser une cellule étanche. Nous avons mis en place des essais en trois phases assez simples : chargement, léger fluage à sec jusqu'à stabilisation de l'éprouvette, puis mise en eau et mesure de l'évolution de la déformation de l'éprouvette. Cependant un gros défaut existe : en utilisant des éprouvettes de hauteur telle qu'un élancement proche de 2 soit conservé, il est difficile d'utiliser correctement le piston de guidage de la force appliquée à l'éprouvette. Avec ces hauteurs d'éprouvette, nous sommes au-dessus des hauteurs standard pour les cellules œdométriques. Tout ceci a pour désavantage de très facilement appliquer une force excentrée. De ce fait les essais ne peuvent être conduits avec une force élevée sans risque de rompre l'éprouvette par des contraintes parasites (basculement de l'éprouvette entraînant sa rupture). Nous avons regardé en conséquence uniquement la phénoménologie observée lors du mouillage des éprouvettes, l'étude qualitative n'étant pas possible en raison donc du matériel qui s'est avéré quelque peu inadapté.

On présente sur la figure F.8 un résultat classique sur un essai de ce type. Les éprouvettes concordent avec ce qui était attendu : les éprouvettes accusent un tassement à la mise en eau. Ici ceci peut être dû à l'effondrement de certains pores, certainement sur la surface extérieure de l'éprouvette. Il est probable que la rupture ait lieu suite au mauvais guidage de la force appliquée sur l'éprouvette, peut être favorisé par la présence d'eau en permettant une rotation des contraintes à l'intérieur de la cellule. Nous restons prudent sur ce point.



FIG. F.8 – Résultat d'un essai de compression à force constante (F=265 DaN) : on attend la stabilisation de l'essai puis on immerge l'éprouvette. Sous l'action de l'eau on observe les tassements puis la rupture.

#### F.2.4 Essais de relaxation

Dans le cadre de ces essais, nous nous sommes attachés à obtenir des courbes de relaxation du matériau modèle sous l'effet de la saturation à déformation constante. Les essais définitifs ont été conduits dans une cellule triaxiale réaménagée (et donc quelque peu détournée de son utilisation originelle, voir figure F.9), l'idée étant de pouvoir suivre l'évolution de la relaxation du matériau en fonction de l'état hydrique. On présente sur la figure F.10 un résultat de ce type d'essai. Suite au chargement se déroule une phase de stabilisation du bâti couplé à une relaxation de l'échantillon. La mise en eau est lancée seulement quand ces perturbations sont stabilisées. On suit alors la relaxation des efforts tout au long de l'imbibition. Une fois la relaxation stabilisée, on charge le matériau à vitesse de déplacement imposée jusqu'à rupture.



FIG. F.9 – Schéma de la cellule équipée pour les essais avec saturation.



FIG. F.10 – Mesure d'un essai de relaxation sous imbibition à déformation constante. Suite au chargement se déroule une phase de stabilisation du bâti couplé à une relaxation de l'échantillon. L'essai de l'imbibition est lancé seulement quand ces perturbations sont stabilisées.

Nous avons expliqué plus haut les défauts d'une interprétation des essais travaillant uniquement à la rupture (le comportement à la rupture dépend d'un défaut alors que le comportement avant rupture est intégré sur l'éprouvette ce qui "lisse" les défauts). C'est pour cette raison que nous avons mené des essais à déformation constante. Nous avons donc des informations pour chaque éprouvette : contrainte initiale à sec, contrainte saturée, contrainte ultime saturée et chemin de contraintes à déformation constante durant la saturation. Au vu des résultats observés sur la figure F.10 en compression simple, on schématise le comportement sec et saturé du matériau présenté sur la figure F.11. La contrainte  $\sigma_u$  désignant la contrainte ultime et les contraintes  $\sigma_{\varepsilon}$ désignant les contraintes pour une déformation  $\varepsilon$  donnée. Nous cherchons la contrainte ultime en fonction de la saturation  $\sigma_u(S)$ . Pour cela, nous allons poser deux hypothèses afin de déterminer l'expression de  $\sigma_u(S)$  avec les valeurs de contraintes disponibles pendant l'essai.



FIG. F.11 – Schématisation du comportement en relaxation du matériau sec et saturé.

**Hypothèse de réversibilité :** on fait l'hypothèse que l'éprouvette chargée à sec puis saturée rejoint la même courbe que celle d'une éprouvette saturée avant le chargement (figure F.12.a). Pour cela on suppose également un comportement élastique :

$$\begin{cases} \sigma^{sec} = E^{sec} . \varepsilon \\ \sigma^{sat} = E^{sat} . \varepsilon \end{cases}$$
(F.10)

L'équation (F.10) nous donne ainsi :

$$\frac{\sigma_{\varepsilon}^{sat}}{\sigma_{u}^{sat}} = \frac{\sigma_{\varepsilon}^{sec}}{\sigma_{u}^{sec}} \tag{F.11}$$

Hypothèse de comportement : les contraintes à rupture suivent le même chemin de contraintes lors de l'infiltration qu'à déformation  $\varepsilon$  donnée (voir figure F.12.b), soit :

$$\begin{cases} \sigma^{sec} = E^{sec} . \varepsilon \\ \sigma^{sec}_u = E^{sec} . \varepsilon_u \end{cases}$$
(F.12)

On en déduit alors que :

$$\frac{\sigma_{\varepsilon}^{sec}}{\sigma_{u}^{sec}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{u}} \tag{F.13}$$

On peut écrire ceci également pour le cas saturé.

Si l'on pose  $\Delta \sigma_{\varepsilon} = \sigma_{\varepsilon}^{sec} - \sigma_{\varepsilon}^{sat}$  et de la même manière  $\Delta \sigma_u = \sigma_u^{sec} - \sigma_u^{sat}$ , on a d'après les équations (F.10) et (F.12) :

$$\begin{cases} \Delta \sigma_{\varepsilon} = (E^{sec} - E^{sat}).\varepsilon \\ \Delta \sigma_{u} = (E^{sec} - E^{sat}).\varepsilon_{u} \end{cases}$$
(F.14)



(b) Hypothèse de comportement

FIG. F.12 – Hypothèses (a) de réversibilité et (b) de comportement.

soit, d'après Eq.F.13 :

$$\Delta \sigma_u = \Delta \sigma_{\varepsilon} \frac{\sigma_u^{sec}}{\sigma_{\varepsilon}^{sec}} \tag{F.15}$$

On peut écrire encore pour des degrés de saturation intermédiaires  $\Delta \sigma_{\varepsilon} = \sigma_{\varepsilon}^{sec} - \sigma_{\varepsilon}(S)$  et de la même manière  $\Delta \sigma_u = \sigma_u^{sec} - \sigma_u(S)$ , ce qui donne en injectant dans (Eq.F.15) :

$$\sigma_u(S) = \frac{\sigma_{\varepsilon}(S)}{\sigma_{\varepsilon}^{sec}} \cdot \sigma_u^{sec}$$
(F.16)

En utilisant l'Eq. (F.11) on obtient enfin, que ce soient pour les essais en compression ou en traction, la contrainte ultime  $\sigma_u(S)$  dépendant du degré de saturation :

$$\sigma_u(S) = \frac{\sigma_{\varepsilon}(S)}{\sigma_{\varepsilon}^{sat}} \cdot \sigma_u^{sat}$$
(F.17)

**Remarque :** Nous avons utilisé abusivement l'adjectif 'saturé' pour qualifier la contrainte du matériau ayant atteint la saturation maximum  $S^*$  et qui a pu être mesurée avec nos équipements

(voir plus haut). Le matériau n'est donc ici toujours pas entièrement saturé en raison de sa porosité occluse, et est donc partiellement saturé.

Nous avons réalisé 12 essais de relaxation en compression axiale et 5 en compression diamétrale. Nous avons constaté que diminution de contrainte lors de la saturation (*i.e.* au début, lorsque S est faible) est plus importante pour les éprouvettes en compression diamétrale que pour les éprouvettes en compression axiale pour un niveau de déformation donnée. Il semblerait que la plastification des appuis qui se fait dès le début de la saturation dans le cas de la compression diamétrale, induise une perte de résistance instantanée plus marquée que dans le cas de compression axiale (les zones de contact sont humides et en compression).

En moyennant les résultats sur le nombre d'essais réalisés et en utilisant l'Eq. (F.17), on obtient les figures F.13. Notons que nous avons tracé les courbes dans le repère adimensionnel  $S_{\text{reel}}/S^*$  pour les abscisses. Nous avions choisi de ne pas travailler sur les essais à rupture afin d'éviter une étude statistique. Cependant, afin d'avoir une information sur les résultats liés à nos hypothéses, nous pouvons comparer les résultats interpolés à partir des essais à déformation constante aux résultats des essais de rupture pour différents degrés de saturation présentés sur les figures F.13.



FIG. F.13 – Comparaison des résultats du modèle pour les contraintes de compression (a) et de traction (b) avec quelques essais de rupture.

#### Discussion

La forme de la diminution de résistance en fonction de la saturation peut ne pas sembler absurde dans notre modèle si on le compare aux essais de rupture.Cependant il est difficile de vouloir donner trop de crédit à ce modèle. En l'occurence la diminution de la résistance à la traction est très faible, et si elle existe elle se perd certainement dans la dispersion de nos résultats. La critique peut même aller plus loin : le choix d'une force de rupture de décroissance proportionnelle à la relaxation de l'éprouvette durant la saturation est-elle judicieuse? En effet, la rupture en traction a liuu au centre de l'éprouvette. Or celui-ci n'est atteint par l'eau que pour une saturation importante ( $S^* > 0.9$ ). Tant qu'il reste sec, on peut donc penser que l'éprouvette conserve sa résistance. Ainsi, tant que  $S_{\text{reel}} < 50\%$  (puisque nous n'avons pas réussi à obtenir une saturation supérieure dans nos essais), la résistance à la traction diminue très peu.

Les observations et difficultés que nous venons de soulever sont intimement liées à l'hétérogénéité de notre matériau et à la répartition des contraintes dans celui-ci. Un essai de traction simple permettrait d'obtenir des résulats plus facilement interprétables, mais les moyens spécifiques permettant ce type d'essais n'étaient pas à notre disposition durant la campagne expérimentale. Même avec cet autre type d'essai, la pertinence de notre modèle sur l'influence de la saturation sur la résistance mécanique sera toujours remise en cause : nous sommes conscients que ce modèle ne peut être considéré comme une fin en soit.

#### F.2.5 Conclusion

Pour différentes raisons, tant techniques (durée d'imbibition, capacité des presses à disposition, etc.) qu'économiques (façonnage et facilité d'approvisonnement), nous avons réalisé nos essais sur un matériau modèle. L'utilisation de ce matériau, n'a cependant pas permis, en raison d'équipements peu adaptés à disposition, de parvenir à une modélisation complète de l'infiltration à l'intérieur de celui-ci. En l'occurence on n'a pas pu conclure, même avec le matériel expérimental développé, sur la stabilité du phénomème d'imbibition (la porosité occluse présente dans les éprouvettes est impossible à saturer avec la pression d'eau testée). Nous n'avons pas pu également, obtenir des courbes précises montrant la diminution de résistance avec le degré de saturation, étant toujours limités par le matériel. L'utilisation de pompe à vide nous aurait permis d'obtenir la partie manquante de la courbe (*i.e* où  $S_{réel} > 0.5$ ), mais nous aurions été toujours limités par les presses utilisées. Nous avons pu toutefois, lors de ces expériences, mettre en évidence qualitativement les phénomènes de relaxation des contraintes et de déformation lors de la mise en eau des éprouvettes. Globalement, travailler sur ce matériau nous a permis de mieux appréhender les problèmes liés à l'expérimentation et de mettre en place la structure de la modélisation. C'est pour cela qu'il ne faut pas écarter le travail effectué.

Il faut mentionner que l'étude de ce matériau aurait dû mener, en cas de réussite à l'échelle du grain, à une étude expérimentale œdométrique sur une collection de grains soumis à diverses sollicitations (fluage, relaxation, etc.). Nous n'avons évidemment pas effectué ce travail en raison des moyens mis à notre disposition : nous ne sommes tournés vers le numérique, plus accessible.

## Annexe G

# Choix de la méthode d'imbibition

#### G.1 Méthode par immersion totale

L'immersion totale, solution la plus simple à mettre en œuvre, est une fausse solution de facilité. En effet, une immersion totale induit un front de saturation complexe (figure G.1) qui ne permet pas a priori d'interpréter les résultats des essais de compression puisqu'on ne connaît pas la distribution des contraintes dans un matériau dont les hétérogénéités sont de géométrie complexe. Ceci serait à l'origine de difficultés d'interprétation des essais ainsi menés.



FIG. G.1 – Pénétration de l'eau dans l'éprouvette, méthode d'imbibition par immersion totale.

#### G.2 Méthode par immersion latérale

L'immersion latérale permet d'obtenir un front de saturation plus simple (figure G.2) dont on pourra certainement plus facilement interpréter les résultats et modéliser numériquement. C'est cette méthode qui sera préférentiellement utilisée.

#### G.3 Méthode d'imbibition par le centre

Une autre méthode envisagée pour faciliter la modélisation est d'imbiber par le cœur de l'éprouvette (figure G.3). Cette méthode nécessite de percer un tube au centre de l'éprouvette pour injecter l'eau. La géométrie de l'imbibition serait alors l'inverse de celle par imbibition latérale (tube intérieur humide et tube extérieur sec). La cinétique de saturation serait certainement



FIG. G.2 – Pénétration de l'eau dans l'éprouvette, méthode d'imbibition par immersion latérale.

plus rapide et la modélisation plus simple, puisque dans ce cas, l'air contenu dans le béton cellulaire serait naturellement chassé à l'extérieur de l'éprouvette et n'aurait pas à s'évacuer dans le sens contraire du flux de l'eau comme c'est le cas dans l'imbibition latérale.



FIG. G.3 – Pénétration de l'eau dans l'éprouvette, méthode d'imbibition par le centre.

## Annexe H

# Mise en place d'un banc de mesure d'imbibition

#### H.1 Première tentative : mesure directe

La mesure d'imbibition de l'éprouvette n'est pas triviale. Suite à quelques tentatives suivant une méthode simple, nous avons conclu que la pesée directe de l'éprouvette sortie de l'eau est peu précise : beaucoup d'eau reste en surface de l'éprouvette, et si l'on cherche à sécher cette eau en l'essuyant on retire, par succion, de l'eau du matériau. De plus, la méthode étant très intrusive -il faut sortir l'éprouvette de l'eau- il n'y a plus de continuité de la mesure sur une unique éprouvette, ce qui ne permet d'obtenir qu'une résolution temporelle de mesure assez faible - plusieurs minutes-. Cette résolution temporelle s'est révélée inintéressante compte tenu de la rapidité du phénomène au début de l'immersion.

#### H.2 Essais de mesures volumétriques

Compte tenu que le volume d'eau imbibée donne lieu au rejet du même volume d'air, la variation globale du volume de liquide dans lequel est plongé l'éprouvette est égale au volume d'eau imbibée. Sur cette constatation nous avons choisi d'améliorer nos mesures en mettant en place une mesure volumétrique non intrusive en cours d'essai de compression. Le système mis en place est très simple (figure H.1) : il permet de repérer le niveau d'eau initial. Il suffit ensuite de compléter avec une pissette pour revenir au niveau initial. Le volume d'eau ajouté est mesuré à partir de la différence de poids de la pissette avant et après avoir complété le niveau.

Un rapide calcul d'erreur a cependant permis de constater les limites de nos mesures. En effet la surface libre de notre montage étant de quelques centaines de centimètres carrés, l'imprécision sur le niveau ne permet pas d'obtenir une bonne précision pour une imbibition totale de seulement quelques centimètres cubes. Se révèle ici le vrai problème de la mesure volumétrique : plus la surface libre est importante, plus l'erreur est importante. Et à l'opposé, plus la surface libre est faible, plus l'évacuation des bulles d'air est problématique. Après plusieurs tentatives nous avons abandonné les méthodes volumétriques de mesure de l'imbibition qui posent beaucoup de problème pour évacuer l'air coincé un peu partout dans la cellule et qui ne peut donc fonctionner que si on utilise du matériel dont la géométrie est spécifiquement développée pour cette application (solution onéreuse). Le montage définitif est détaillé dans l'annexe F.



FIG. H.1 – Mesure de la pénétration de l'eau dans l'éprouvette.

# Annexe I

# Solution exacte et approchée de l'infiltration

On s'intéresse au problème de l'infiltration radiale dans un cylindre. C'est un problème de diffusion bidimensionnelle. On appelle  $S_{max}$  la valeur asymptotique de saturation globale de l'échantillon obtenue lors des essais d'imbibition. On note S(r,t) le degré de saturation partiel :

$$0 \le S(r,t) \le S_{max} < 1 \tag{I.1}$$

Un cylindre de rayon R, initialement sec (S(r, 0) = 0) est soumis à un choc hydrique sur son périmètre. Le problème est défini par :

$$\begin{cases} \frac{\partial S}{\partial t} - D\left(\frac{\partial^2 S}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial S}{\partial r} = 0\right) & \text{pour } 0 < r < R, \ t > 0\\ S(r,0) = 0 & \text{pour } 0 < r < R\\ S(R,t) = H(t) & \text{pour } 0 \le t \end{cases}$$
(I.2)

où H(t) = 0 si t < 0 et H(t) = 1 si t > 0 (fonction de Heaviside). La solution exacte est connue [CAR41]. Elle peut être déduite de la transormée de Laplace.

$$p\widetilde{S} - D\left(\frac{\partial^2 \widetilde{S}}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \widetilde{S}}{\partial r} = 0\right) \quad \text{pour } 0 < r < R, \ p > 0$$

$$\widetilde{S}(r, p) = \frac{1}{p} \qquad \text{pour } 0 
$$(I.3)$$$$

où

$$\widetilde{S}(r,p) = \int_0^\infty e^{-pt} S(r,t) dt \tag{I.4}$$

Le temps caractéristique est défini par :

$$T = \frac{R^2}{D} \tag{I.5}$$

La solution de l'équation (I.3) est la transformée de Laplace de la réponse indicielle (réponse à un échelon) :

$$\widetilde{S}(r,p) = \frac{1}{p} \frac{I_0\left(\frac{r}{R}\sqrt{pT}\right)}{I_0\sqrt{pT}}$$
(I.6)
où  $I_k(\beta)$  est la fonction de Bessel modifiée de première espèce. On en déduit la réponse impulsionnelle (réponse à un Dirac  $S_i(R, t) = \delta(t)$  difficile à réaliser expérimentalement, c'est à dire  $\tilde{S}_i(r, p) = 1$  pour 0 < p).

$$\widetilde{S}_{i}(r,p) = \frac{I_{0}\left(\frac{r}{R}\sqrt{pT}\right)}{I_{0}\sqrt{pT}}$$
(I.7)

Des tables des transformées de Laplace, il vient la réponse indicielle :

$$S(r,t) = 1 - 2\sum_{n=1}^{\infty} \exp\left(-\beta_n \frac{t}{T}\right) \frac{J_0\left(\beta_n \frac{r}{R}\right)}{\beta_n J_1(\beta_n)}$$
(I.8)

où  $J_k(\beta)$  est la fonction de Bessel de première espèce, et où les  $\beta_n$  sont les racines de l'équation (non-linéaire)  $J_1(\beta_n) = 0$ . Le degré de saturation moyen de l'éprouvette est :

$$\overline{S}(t) = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R 2\pi r S(r, t) dr$$
(I.9)

L'intégration de la série (I.8) peut être réalisée terme par terme (on permute les signes somme) puisqu'il s'agit d'une série uniformément convergente :

$$\overline{S}(t) = \frac{2}{R^2} \left[ \int_0^R r dr - 2\sum_{n=1}^\infty \exp\left(-\beta_n \frac{t}{T}\right) \frac{\int_0^R r J_0\left(\beta_n \frac{r}{R}\right) dr}{\beta_n J_1(\beta_n)} \right]$$
(I.10)

Puisque

$$\int_0^R r J_0\left(\beta_n \frac{r}{R}\right) dr = \frac{R^2}{\beta_n} J_1(\beta_n) \tag{I.11}$$

$$\int_0^R r dr = \frac{R^2}{2} \tag{I.12}$$

Il vient

$$\overline{S}(t) = 1 - 4\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_n^2} \exp\left(-\beta_n \frac{t}{T}\right)$$
(I.13)

La fonction de transfert moyenne est l'intégrale de (I.6) (qui est aussi la transformée de Laplace de la dérivée de (I.13), réponse indicielle moyenne) est :

$$\widetilde{\overline{S}}_{i}(r,p) = \frac{2I_{1}(\sqrt{pT})}{\sqrt{pT}I_{0}(\sqrt{pT})}$$
(I.14)

Les moments temporels de  $\overline{S}(t)$  sont :

$$M_k\left[\overline{S}\right] = \int_0^\infty t^k \overline{S}(t) dt = (-1)^k \lim_{s \to 0} \frac{\partial^k \overline{\widetilde{S}}}{\partial s^k}(s)$$
(I.15)

Les deux premiers moments temporels sont :

$$M_0\left[\overline{S}\right] = 1, \ M_1\left[\overline{S}\right] = \frac{T}{8} \tag{I.16}$$

Les fonctions de Bessel n'étant pas d'un usage pratique, ni les séries infinies d'ailleurs, on souhaite maintenant réaliser une approximation de (I.13) à l'aide du modèle exponentiel suivant à un paramètre :

$$\overline{s}(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t}{\eta}\right) \tag{I.17}$$

Il s'agit d'une réponse indicielle. La réponse impulsionnelle est la primitive :

$$\overline{s}_i(t) = \frac{1}{\eta} \exp\left(-\frac{t}{\eta}\right) \tag{I.18}$$

de transformée de Laplace :

$$\widetilde{\overline{S}}_i(t) = \frac{1}{1+\eta p} \tag{I.19}$$

Les deux premiers moments temporels sont :

$$M_0[\overline{s}] = 1, \ M_1[\overline{s}] = \eta \tag{I.20}$$

L'ajustement des deux premiers moments temporels conduit à

$$M_1\left[\overline{s}\right] = \frac{T}{8} \tag{I.21}$$

Finalement, l'évolution du degré de saturation moyen dans l'éprouvette cylindrique initialement sèche et soumise à un choc hydrique (échelon) sur sa périphérie est approximativement décrite par :

$$\overline{s}(t) = 1 - \exp\left(-\frac{8t}{T}\right), \quad T = \frac{R^2}{D}$$
 (I.22)

La comparaison des expressions (I.13) (avec 50 termes) et (I.22) est illustrée sur la figure F.7.

### Annexe J

# Mise en place des essais mécaniques

### J.1 Préparation des éprouvettes

Des éprouvettes cylindriques sont carottées dans des carreaux de béton cellulaire de dix centimètres d'épaisseur. Nous pratiquons des essais sur des éprouvettes cylindriques -essais brésiliens et de compression simple-. Le diamètre des carottes est d'environ trente neuf millimètres. La hauteur du cylindre que l'on utilisera sera prise pour être assez proche de l'élancement deux, tout du moins supérieur à un élancement d'un et demi.

Le carottage donne lieu à des défauts de planéité importants aux extrémités de l'éprouvette. Afin de reprendre ces défauts on pratiquera trois opérations : découpage, surfaçage et rectification :

- Découpage : le découpage sera fait avec une scie à métaux pour amener l'éprouvette à l'élancement voulu si elle est à l'origine beaucoup trop longue ou si les défauts aux extrémités sont trop importants pour être repris à la lime. De plus il y a toujours un découpage minimum pour retirer les surfaces du carreau qui sont recouvertes d'un enduit.
- Surfaçage : le surfaçage est fait à l'aide d'une grosse lime pour reprendre les défauts de planéité et les éclats aux extrémités du cylindre. Durant cette opération l'éprouvette est placée dans un vé de positionnement afin de la maintenir et de surfacer bien perpendiculairement à l'axe du cylindre.
- Rectification : Cette opération de finition sert à apporter une précision supplémentaire au surfaçage et à obtenir un bon parallélisme des faces d'appui des éprouvettes. L'opération consiste à poncer avec du papier de verre sur une cale guidée par le vé de positionnement.

Le travail du béton cellulaire est assez délicat. Le matériau étant très fragile et hétérogène, il donne lieu à de nombreux déchets. La préparation de chaque éprouvette est donc un travail fastidieux mais nécessaire pour obtenir des résultats exploitables. Des essais ont volontairement été effectués avec des éprouvettes mal surfacés, ce qui a permis d'observer des ruptures à chargements très inférieurs à la moyenne et suivant des modes de rupture influencés par les types de défauts (surface bombée $\rightarrow$  fendage, inclinaison importante  $\rightarrow$  rupture excentrée...)

### J.2 Montage d'essais de résistance mécanique

#### J.2.1 Premier montage de compression

Le montage à mettre en place doit utiliser le bâti de compression de la grande boite de cisaillement direct du laboratoire (figure J.1). Celle-ci permet en effet de charger jusqu'à 12 tonnes verticalement, via un vérin asservi théoriquement soit en force soit en déplacement. Le matériel que nous utilisons n'est pas un matériel spécifiquement prévu pour effectuer des essais de compression. Afin de palier les nombreux problèmes pratiques de mise en place des essais, de guidage des forces et de conditions aux limites nous avons conçu et fait fabriquer différentes pièces pour adapter nos essais.



FIG. J.1 – Compression avec la grande boite de Casagrande équipée d'une plaque rotulée.

La littérature nous apprend que la nature des appuis a un impact très important dans les essais de compression [ELB00]. Nous présentons ici les choix que nous avons fait pour mettre en place nos essais : Pour ce premier montage, ces choix ont étés guidés par des problèmes de cinématique de l'installation lors de la mise en compression. Notre plus grand souci étant de pouvoir installer l'éprouvette sans provoquer de contraintes parasites à la mise en place (cisaillement dû au non alignement des éléments lors du contact  $\rightarrow$  il faut permettre des déplacements sous charge).

Nous avons fait fabriquer spécifiquement deux éléments nouveaux pour améliorer le montage : une plaque rotulée (visible sur la figure J.1) et un double plateau polis. Ces éléments, montés comme sur le schéma ci-contre, ont permis lors de la descente du palonnier de compression de la grande boite de casagrande de ne pas contraindre l'éprouvette hors de son axe principal. En effet, le palonnier étant assez mal guidé pendant sa descente (le montage n'est pas celui pour lequel il est conçu), il a tendance à venir au contact de l'éprouvette sans être tout à fait vertical, ce qui provoque fréquemment des ruptures dues au cisaillement engendré lors de la poursuite de cette descente qui ramène le palonnier dans son axe. La rotule évite l'application d'une force ponctuelle sur la face supérieure alors que les plateaux polis (figure J.2) permettent au palonnier de revenir au centre durant la mise en charge sans cisailler l'éprouvette.



FIG. J.2 – Montage de l'essai de compression : on limite les frottements sur le plateau inférieur et on rattrape l'inclinaison au niveau du plateau supérieur.

La conception des différents éléments ayant du être réalisés spécialement pour nos essais puisqu'ils n'étaient pas les essais habituellement conduits sur ce matériel- a donc demandé une réflexion sur la cinématique de l'essai pour s'affranchir des défauts du montage original. Nous avons d'ailleurs effectué des essais comparatifs qui ont montré une réelle répétitivité des forces de rupture sur essais secs, ce qui n'existait absolument pas en l'absence de rotule et d'anti-frettage (dispersion très importante des résultats).

Lors de ce début de campagne d'essais nous avons commencé par des essais sur éprouvettes sèches puis sur éprouvettes humides. Notre intérêt était centré sur les forces à la rupture. Les éprouvettes humides étaient sorties de l'eau quelques instants avant le début de l'essai afin d'être pesées et de connaître le taux de saturation de l'éprouvette. Cependant, ce système a présenté un très gros défaut puisqu'il ne permet pas de conserver un état homogène pendant la durée de l'essai. En effet, les ruptures avaient toujours lieu en bas de l'éprouvette avec une présence d'eau plus importante qu'en haut, visible après la rupture (l'eau "tombe" pendant l'essai).

Autre détail qui a mis fin à l'exploitation de ce premier montage : le bâti a un comportement non linéaire jusqu'à presque 500 DaN de chargement. Or lorsque nous avons effectué nos essais humides les ruptures ont commencées à avoir lieu sur le plateau de "pseudo-écrouissage" du bâti (plateau de reprise de jeux). Or cette situation s'est révélée très embarrassante car elle ne permettait pas de comprendre pourquoi une éprouvette cassait au début de ce plateau ou à la fin. En tout état de cause, ceci mettait l'accent sur les problèmes d'inadaptation du montage à nos gammes de mesures trop faibles pour lui. De plus, la réaction du bâti associée aux faibles déformations possibles de l'éprouvette a mis en évidence des défauts de pilotage dus à la cinématique complexe de l'équipement qui n'est pas fait pour travailler avec si peu de déplacement et des chargements si faibles.

Le point positif de ce premier montage est que la compréhension des défauts de guidage des

forces et de cinématique du montage ont permis de voir les difficultés de mise en place d'un essai classique quand le matériel spécifique n'est pas disponible. De plus, les aménagements apportés au montage ont permis, dans la mesure du possible, d'améliorer grandement les résultats. Nous avions même acquis une bonne répétabilité sur essais secs avant l'abandon de ce matériel grâce à nos modifications. L'expérience accumulée ici a donc été très importante par la suite.

#### Analyse des évolutions à apporter à notre montage :

Nous rencontrons divers problèmes qui rendent non exploitables nos résultats. Certaines limites de notre premier montage nous ont amenées à abandonner définitivement la Grande Boite de Casagrande comme base de nos montages. Cependant nous avons relevé d'autres problèmes qui ne sont pas inhérents au montage lui-même, mais à l'expérience souhaitée : Les essais que nous avons faits précédemment et la bibliographie sur la mécanique des roches nous portent à penser qu'obtenir des résultats ne peut se faire qu'avec une méthode statistique, étant donné que les essais sont pratiqués sur des éprouvettes hétérogènes dont les plus gros défauts sont parfois de taille non négligeable par rapport à la taille de l'éprouvette. Le problème pour nous est que nous ne pouvons et ne voulons pas nous engager dans une procédure d'essais statistiques. Pour éviter cela il faut changer notre protocole et étudier sur une même éprouvette des états hydriques différents. Pour suivre un chemin de contrainte exploitable par la suite, ceci peut se faire de deux manières différentes : étudier le comportement durant l'imbibition à déformation ou à charge constante. C'est cette mesure qui doit guider notre définition du prochain montage.

Deux objectifs vont nous guider ici : obtenir une certaine répétabilité sur des essais de rupture sec et obtenir la courbe de relaxation et de fluage du matériau sous l'action de l'eau.

#### J.2.2 Deuxième montage : déplacement constant

Le deuxième montage mis en place utilise une presse triaxiale (figure J.3). L'intérêt de la cellule est de permettre l'immersion de l'éprouvette facilement. La mesure de l'imbibition durant l'essai était aussi un facteur qui donnait un intérêt à l'utilisation de la cellule (cette mesure fait l'objet d'un paragraphe particulier dans la partie suivante). Notre objectif, en utilisant la presse, était de pouvoir l'arrêter pour effectuer des essais à déformation constante.

Le premier défaut du bâti est qu'il est prévu pour des matériaux plastiques alors que nous travaillons avec des éprouvettes rigides. Ceci est le moindre de ses défauts si nous savons retrancher les déformations du bâti aux déformations totales enregistrées. Cependant, la presse ne peut pas être commandée très précisément : on peut seulement imposer une vitesse de descente choisie sur une boite mécanique. Enfin, la très grande déception est qu'il s'avère impossible de stabiliser totalement le bâti : l'élasticité d'une partie du haut du bâti ne permet pas de conserver le déplacement quand on arrête l'écrasement ; avec l'imbibition, quand l'éprouvette résiste moins, le bâti remonte élastiquement, l'éprouvette continue à être écrasée lentement mais sûrement, parfois jusqu'à rupture. Le chemin de contrainte suivi est donc trop complexe pour être interprété simplement. Ces essais à pseudo déformation constante sont donc difficilement utilisables.

La préparation de ce montage, même si les objectifs d'essai à déplacement constant ne sont pas atteints, a été intéressante. Tout d'abord comme pour chaque montage il a fallu étalonner le matériel. De plus, ce montage a quand même permis de mettre en évidence une relaxation dans le comportement d'éprouvettes de béton cellulaire à sec et aussi que cette relaxation à sec est



FIG. J.3 – Montage sur presse triaxiale.

bien moins importante que le relâchement observé lors de l'imbibition.

L'utilisation de cette presse triaxiale nous a permis de mettre en place facilement des éléments tels que rotule et plaque d'anti-frettage. Le montage des éprouvettes a aussi pu être adapté pour les essais brésiliens qui sont souvent source de problèmes de mise en place. Ces essais ont aussi nécessité un étalonnage des différents capteurs et la mise en place d'essais témoins pour vérifier que le comportement humide est bien différent du comportement sec. L'équipement d'une cellule triaxiale s'est enfin montré très efficace en matière d'organisation des essais.

#### Remarque sur les essais brésiliens

La mise en place des essais brésiliens s'est faite assez facilement en utilisant la cellule préparée pour les essais de compression. Nous avons choisi de ne pas utiliser d'entretoise, les éprouvettes subissant des déformations locales aux appuis assez rapidement pour ne pas s'écarter de leur position initiale durant l'essai. Nous avons pu remarquer que les éprouvettes ont toutes une rupture conforme à l'interprétation classique -rupture par traction au centre, voir figure J.4- qui donne lieu à un plan de section vertical passant par le centre, et ceci même pour les éprouvettes imbibées partiellement ou saturées. Nous avons donc choisi, compte tenu de ce résultat, d'utiliser l'interprétation classique de rupture d'un disque homogène chargé selon un diamètre (Solution de Hertz) malgré que nos éprouvettes ne soient pas toujours homogènes.



FIG. J.4 – Rupture en essai brésilien.

#### J.2.3 Troisième montage : essais à force constante

Les essais à force constante sont eux aussi très intéressants. Nous avons donc mis en place des essais au protocole en trois phases assez simples : chargement, léger fluage jusqu'à stabilisation de l'éprouvette, puis mise en eau et mesure de l'évolution de la déformation de l'éprouvette. Pour ces essais nous avons utilisé des bâtis œdométriques (figure J.5.a). L'avantage est qu'ils permettent d'utiliser une cellule étanche (figure J.5.b).



FIG. J.5 – Bâtis œdométriques (a) et cellule œdométriques en charge (b).

Cependant, un gros défaut existe : nous n'utilisons pas d'éprouvette de hauteur standard pour les cellules œdométriques afin de conserver un élancement proche de 2. Or ceci ne permet pas d'utiliser correctement le piston de guidage de la force appliquée à l'éprouvette. Tout ceci a pour désavantage de très facilement appliquer une force excentrée. De ce fait les essais ne peuvent être conduits avec une force élevée sans risque de rompre l'éprouvette par des contraintes parasites (basculement de l'éprouvette entraînant sa rupture). Pour effectuer plus d'essais il faudrait faire usiner une cellule spécifique pour permettre le guidage de la force pour une éprouvette aussi haute que la notre.

Les mesures concordent avec ce qui était attendu : les éprouvettes se tassent à la mise en eau.

#### J.2.4 Quatrième montage : essais à force constante

Le gros problème du bâti triaxial du laboratoire est ne de pas pouvoir être arrêté et stabilisé pour un essai d'imbibition à déformation constante. Dans le but d'éviter ce problème nous avons déplacé nos essais à déformation constante au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille (voir montage sur la figure J.6). Nous avons donc installé notre cellule triaxiale équipée sur une presse à colonne à vis sans fin. Les essais ont donc enfin pu avoir lieu dans de bonnes conditions. Un des seuls problèmes constaté est que l'essai n'a pas lieu dans une enceinte



climatisée, ce qui peut être perturbant pour des essais qui durent plusieurs heures.

FIG. J.6 – Photographie de la presse INSTROM du LMA montée ici en compression.

Les essais sur ce banc de mesure profitent des mêmes conditions aux extrémités de l'éprouvette que ceux précédemment conduits à Aix puisque la cellule triaxiale a été conservée. Les résultats obtenus offrent même une répétabilité importante sur le module d'élasticité des éprouvettes.

Une fois nos essais installés à Marseille, les résultats se sont révélés assez rapidement intéressants. Nous avons donc pu enregistrer la diminution de résistance d'une éprouvette de béton cellulaire à déformation constante durant l'imbibition, sans trop de modifications supplémentaires.

# Résumé

Les enrochements sont des matériaux granulaires constitués de blocs rocheux dont la taille peut atteindre plusieurs dizaines de centimètres. Les barrages en enrochements, constitués par ces matériaux grossiers, présentent des déformations relativement importantes au cours du temps et peuvent également tasser au moment de leur remplissage ou lors d'une crue accidentelle. Ces déformations semblent liées à des ruptures de blocs à l'intérieur de l'ouvrage, mais ne sont malheureusement pas connues après la construction.

La prévision de ces tassements est donc particulièrement importante pour s'assurer de l'intégrité structurelle de l'ouvrage à long terme.

Le comportement des matériaux granulaires étant fortement lié à la nature discrète du milieu, un modèle discret est proposé afin de prendre en compte les particularités des enrochements avec des paramètres locaux au sens physique clair. Les phénomènes de rupture sont les principales caractéristiques des enrochements. La démarche retenue dans ce travail s'est attachée à développer un modèle numérique discret capable de prendre en compte la fissuration progressive et différée des blocs rocheux. Chaque bloc est représenté par un assemblage de particules, initialement liées par une cohésion qui peut diminuer progressivement au cours du chargement. Un modèle d'endommagement interfacial est proposé pour décrire cette décroissance progressive au cours du temps. L'effet de l'eau est introduit par couplage avec les paramètres du modèle de cohésion, par la diminution des forces de pesanteur et du coefficient de frottement local. La modélisation adoptée est de type "Non Smooth Contact Dynamics", où les grains et particules sont supposés rigides. Le modèle est implémenté sur la plateforme logicielle LMGC90.

Des simulations numériques à l'échelle des contacts, à l'échelle du bloc et à l'échelle de l'enrochement sont effectuées. Des premières simulations consistent à simuler un ensemble de blocs rocheux incassables placés dans une colonne d'enrochements progressivement remplie en eau. Ces simulations permettent de vérifier que le phénomène essentiel à l'origine des tassements dans un barrage en enrochement est lié à la rupture des blocs rocheux.

Des simulations de compression de blocs cassables (constitués de particules) et de compression œdométrique d'un ensemble de ces blocs sont réalisées. Les simulations numériques d'essais de compression œdométrique d'enrochements modèles de barrage mettent en évidence des réponses assimilables au fluage ou à la relaxation. Ces essais reproduisent les phénomènes de base avec très peu de paramètres.

Mots clés : Barrage, enrochements, milieux granulaires, éléments discrets, endommagement, rupture, fluage.

# Abstract

Rockfill are made by coarse materials, blocks, whose size can reach one meter. Rockfill dams, composed by these blocks, show some relatively important deformations during time, during their filling or during an accidental flood. These deformations seems to be related to blocks ruptures in the inner structure, but they are unfortunately unknown after the dam construction.

The settlements' prediction is then particularly important to ensure the structural integrity of the dams all along their life.

The granular media behaviour is strongly related to the discrete nature of the medium. A discrete model is proposed to take into account rockfill particularities with local parameters which have a clear physical sense. Ruptures are rockfill major features. The major idea in this work, consisted in developing a numerical discrete model to account for progressive and delayed blocks failure. Each block is considered as an assembly of particles with initial cohesive bonds which can decrease progressively during the loading. A damaging interface model is proposed to describe this progressive phenomenon. The model is composed by two yield surfaces (damage and fracture yield surfaces). A characteristic time is related to the damage evolution. The water influence is introduced by coupling the parameters of the cohesion model, by introducing the buoyancy forces and by decreasing the local friction. The modelling adopted is based on the "Non Smooth Contact Dynamics Method", where grains and particles are rigid. The model is implemented on the discrete element code, LMGC90.

Numerical simulations are realised at contacts, block and rockfill scales. First simulations consisted in modelling an assembly of unbreakable blocks disposed in a rockfill column and progressively filled by water. These simulations verify that blocks fracture is the major phenomenon responsible of the settlements of rockfill dams.

Simulations of compression of breakable blocks and œdometric compression of an assembly of these blocks are realised. Numerical simulations of œdometric compression tests composed by rockfill reveal some creep and relaxation responses. These tests reproduce the basic phenomena with only few parameters.

Key-words : Dam, rockfill, granular media, discrete element, damage, rupture, creep.