



**HAL**  
open science

# Etudes de la pression de radiation dans les interféromètres utilisés pour la détection des ondes gravitationnelles

Salem Hebri

► **To cite this version:**

Salem Hebri. Etudes de la pression de radiation dans les interféromètres utilisés pour la détection des ondes gravitationnelles. Astrophysique [astro-ph]. Université Nice Sophia Antipolis, 2007. Français. NNT : . tel-00175254

**HAL Id: tel-00175254**

**<https://theses.hal.science/tel-00175254>**

Submitted on 27 Sep 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITE de NICE - SOPHIA ANTIPOLIS**  
**- UFR SCIENCES -**

-  
Ecole Doctorale  
Sciences fondamentales et appliquées

**THESE**

présentée pour obtenir le titre de :

**Docteur en SCIENCES**  
De l'Université de Nice - Sophia Antipolis

Spécialité : **Physique**

par :

Salem HEBRI

**Etudes de la pression de radiation dans les interféromètres  
utilisés pour la détection des ondes gravitationnelles**

Soutenue publiquement le 25 septembre 2007 devant le jury composé de :

MM.	F. BONDU	
	A. BRILLET	directeur de thèse
	C. BRADASCHIA	rapporteur
	A. HEIDMANN	rapporteur
	A. FREISE	
	O. MICHEL	



## Résumé

Le détecteur Virgo est constitué d'un interféromètre de Michelson avec des cavités Fabry Perot de 3 km de long dans les bras et utilise la technique du recyclage de la puissance. Il a pour but la détection directe des ondes gravitationnelles émises par des sources astrophysiques. Le système d'injection Virgo est constitué essentiellement d'une cavité triangulaire de 144 m appelée le mode cleaner, son rôle est de filtrer et de contrôler le faisceau d'entrée. Le miroir suspendu de la cavité est très léger (360 g) ce qui peut le rendre sensible à la pression des photons. J'ai développé des programmes de simulations pour une cavité triangulaire avec tous les contrôles identiques au mode cleaner de Virgo réel. Ces programmes peuvent être utilisés pour d'autres études. Une partie de la thèse est consacrée à voir les effets de la pression de radiation sur le verrouillage longitudinal de la cavité, les effets du ressort optique angulaire etc. Dans une autre partie de la thèse j'observe les effets de la pression de radiation dans les bras de Virgo et l'existence des effets du ressort optique sur les degrés angulaires qui n'empêchent pas le bon fonctionnement de l'alignement. Enfin, je décris ma participation dans la recette de Virgo, qui consiste essentiellement à travailler sur les contrôles du système d'injection et leurs optimisations.

**Mots clés :** Virgo, ondes gravitationnelles, interféromètre, Fabry Perot, pression de radiation, asservissement, système de contrôle.

## **Abstract**

The Virgo detector is a Michelson interferometer with 3 km Fabry Perot cavities in the arms and using the power recycling technique. The main aim is the direct detection of gravitational waves emitted by astrophysical sources. The injection system is constituted essentially by a triangular 144 m long cavity with the middle mirror suspended called the Mode Cleaner, capable of selecting the TEM<sub>00</sub> mode only. The suspended mirror is very light (360g), which can make it sensitive to the photon pressure. I developed some simulation codes for a triangular cavity with all controls identical to a real Virgo mode cleaner. These codes can be used for other studies. The first part of this thesis is dedicated to studying the effects of the radiation pressure on the mode cleaner for the lock acquisition, the optical angular spring etc. In the second part, I made the same simulation for studying the effect of the radiation pressure in 3 km long Virgo cavities, essentially on the optical angular spring, which can make problems for the automatic alignment on Virgo. Finally, I describe my participation to the Virgo commissioning, which primarily consists in working on control systems for the system of laser beam injection and their optimization.

**Key words:** Virgo, gravitational waves, interferometer, Fabry Perot, radiation pressure, feedback, control systems.

## Remerciements

L'idée de départ était de remercier chaque personne par son nom, les agents avec qui j'ai travaillé ces trois dernières années, puis j'ai réalisé qu'il faudrait un autre chapitre de remerciements. J'ai donc changé d'idée.

Je tiens tout d'abord à remercier Madame Catherine Nary Man et Monsieur Alain Brillet de m'avoir accueilli au sein de l'équipe Virgo dans le département ARTEMIS de l'observatoire de la Côte d'Azur.

Je remercie Monsieur François Bondu pour m'avoir guidé par ses précieux conseils. Pour ce qu'il a fait, et ce qu'il va faire, je lui souhaite plein de réussite.

Je remercie Henrich Heitmann, qui n'a jamais hésité à me consacrer une partie de son temps pour répondre à mes questions.

Je voudrais exprimer ma gratitude à tout le personnel de ARTEMIS et en particulier, Fred Cleva, Mikael la wii et Carolyn.

Merci à Andrea Vicére d'avoir répondu à mes questions sur Siesta.

Je tiens aussi à remercier mes collègues de L'IGUANA, Fred, Dominique Romane. Merci à Sophie, Olivier, Christophe pour les petits voyages en Italie en lui espérant une belle aventure à l'ESO.

Je remercie aussi mes collègues d'EGO, en particulier Paolo Lapenna, Eric, Dominique et Dominique, Julien, Slim, Garry, Roberto, Antonio et Séverine.

Enfin je remercie Carlo Bradaschia, Antoine Heidmann, Andreas Freise et Olivier Michel pour avoir pris le soin de lire et de juger ce document.

à ma mère, à mon père.  
à mes deux grand mères.

# Table des matières

## Introduction

<b>1 Relativité générale et ondes gravitationnelles.</b> .....	<b>.08</b>
1.1 Relativité générale .....	08
1.2 Evidence et effet des ondes gravitationnelles .....	10
1.3 Sources .....	13
1.3.1 Sources périodiques. ....	13
1.3.2 Sources impulsives. ....	15
1.3.3 Fond stochastique. ....	15
1.4 Détections des ondes gravitationnelles .....	<b>.16</b>
1.4.1 les barres. ....	17
1.4.2 Interféromètre terrestre. ....	17
1.4.3 Interféromètre spatial. ....	18
<b>2 Interférométrie et Virgo.</b> .....	<b>20</b>
2.1 Interférométrie. ....	21
2.1.1 Principe de fonctionnement. ....	22
2.1.2 Sensibilité de l'interféromètre et bruit. ....	25
2.1.3 Optimisation. ....	27
2.2 Eléments de l'interféromètre Virgo. ....	30
2.2.1 Le système d'injection. ....	31
2.2.2 Le système de détection. ....	33
2.2.3 Les suspensions. ....	34
2.2.4 Le vide. ....	38
2.2.5 Le contrôle. ....	38
2.2.6 Commissioning de Virgo. ....	41
<b>3 Théorie et simulation.</b> .....	<b>.44</b>
3.1 Théorie. ....	45
3.1.1 Energie du photon. ....	46
3.1.2 Pression de radiation en électromagnétisme classique. ....	46
3.1.3-Pression de radiation dans la nature. ....	48

3.1.4-Pression de radiation dans l'interféromètre. ....	49
3.2 Description de la simulation Siesta. ....	52
3.2.1 Etat des lieux des études de la pression de radiation dans un interféromètre . ....	52
3.2.2 Intérêt de la simulation. ....	54
3.2.3 Siesta. ....	55
3.2.4 Fiabilité de la simulation. ....	55
3.2.5 Vérification de la modulation et démodulation dans la simulation. ....	57
3.2.6 Vérification et ajustement des fonctions de transfert des suspensions. ....	59
3.2.7 Conception de la simulation pour le mode cleaner . ....	60
3.2.8 Contrôles du mode cleaner. ....	63
3.2.9 Point d'application de la pression de radiation. ....	68
3.2.10 Conclusion. ....	69
<b>4 Effets de la pression de radiation dans le mode cleaner Virgo. ....</b>	<b>71</b>
4.1 Simulation du mode cleaner Virgo. ....	73
4.1.1 Verrouillage de la cavité. ....	73
4.1.2 Linéarisation du signal d'erreur. ....	74
4.1.3 Effet de la pression de radiation sur le temps d'acquisition du verrouillage. ....	76
4.1.4 Effet de la pression de radiation sur le verrouillage longitudinal. ....	77
4.1.5 Effet de la pression de radiation sur le bruit de puissance. ....	79
4.1.6 Effet de la pression de radiation sur le décentrage du faisceau. ....	81
4.1.7 Effet de la pression de radiation sur les mouvements angulaires. ....	82
4.1.8 Ressort optique (optical spring) . ....	84
4.1.9 Comportement chaotique. ....	88
4.2 Simulation du mode cleaner pour Virgo+. ....	90
4.2.1 Nouveau miroir mode cleaner. ....	90
4.2.2 Effets de la pression de radiation sur les degrés de libertés angulaires. ....	93
4.2.3 Tolérance du décentrage du faisceau. ....	93
4.2.4 Conclusion . ....	96
<b>5 La pression de radiation dans une cavité de 3 km. ....</b>	<b>97</b>
5.1 Description de la simulation . ....	98
5.2 Effet de la pression de radiation sur le bruit de puissance . ....	100
5.3 Effet de la pression de radiation sur la longueur de la cavité . ....	101
5.4. Effet angulaire dans les grand bras . ....	104
5.5. Conclusion . ....	107

<b>6 La recette du système d'injection</b> .....	<b>108</b>
6.1 Alignement du mode cleaner .....	111
6.2 Alignement de la cavité de référence .....	112
6.3 Envoi du faisceau vers l'interféromètre .....	116
6.4 Remesure des fonctions de transfert et optimisation des filtres.....	117
6.5 Diagonalisation de la matrice de reconstruction .....	118

**Conclusion**

**Annexe asservissement**

**Annexe fonctions de transfert**

# Introduction

La physique des ondes gravitationnelles est dans une période particulière de son histoire. D'un côté, les travaux de Hulse et Taylor ont démontré que des ondes gravitationnelles sont bien émises par les systèmes d'étoiles binaires. Basés sur l'observation d'un binaire formé d'un pulsar et d'une étoile à neutrons, ces travaux ont fait des ondes gravitationnelles une réalité. Ils ont été récompensés par le prix Nobel de physique de 1993.

D'autre part, après des décennies d'efforts, plusieurs collaborations expérimentales ont construit des détecteurs offrant une résolution telle qu'une détection directe des ondes gravitationnelles semble maintenant à portée de main. La possibilité d'une telle détection devrait ouvrir la voie à une toute nouvelle astronomie qui nous donnera les clefs d'une meilleure compréhension de l'Univers.

L'interféromètre VIRGO est le fruit de la collaboration Franco-Italienne au sein de laquelle j'ai effectué ma thèse. Le principal but de cette thèse est d'illustrer les résultats des simulations sur les effets de la pression de radiation dans le mode cleaner Virgo pour permettre un bon fonctionnement du système d'injection.

Dans cette thèse, nous commencerons par quelques notions importantes de la Relativité Générale qu'il est nécessaire de connaître pour décrire le rayonnement gravitationnel. Ensuite je citerai les sources astrophysiques capables d'émettre des ondes gravitationnelles. Enfin je parlerai des différents instruments construits pour la détection (barre, interféromètre).

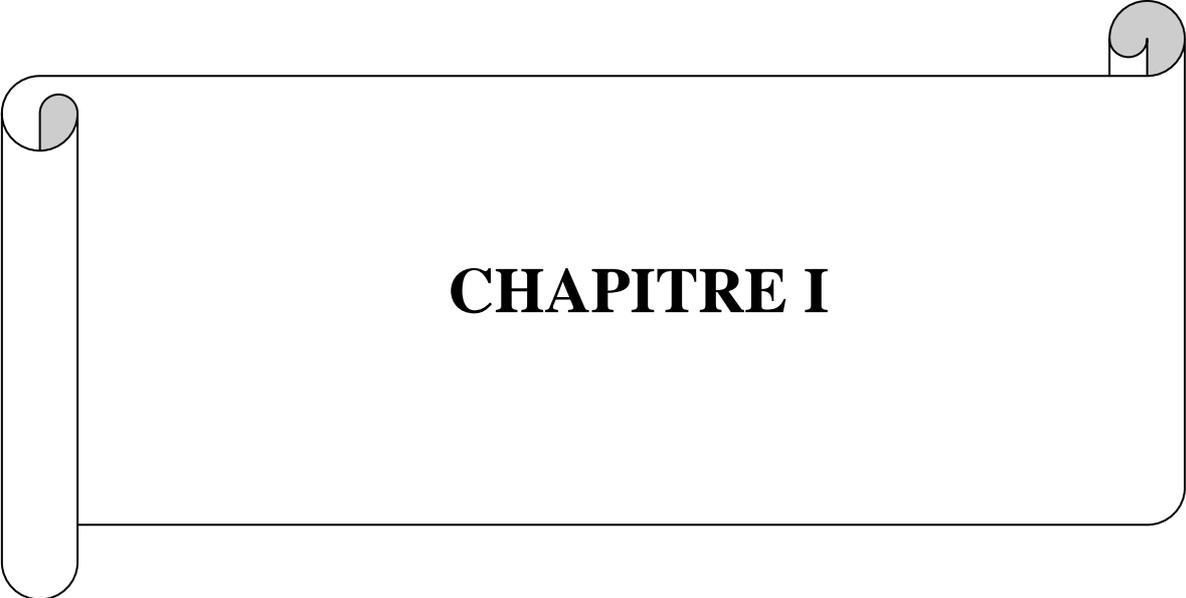
Dans le chapitre 2, les principes de la détection interférométrique et les techniques et les optimisations mis en place pour y aboutir seront exposés, ensuite je présenterai chaque sous-système séparément, son fonctionnement et son rôle dans l'interféromètre.

Dans le chapitre 3, j'introduis quelques définitions théoriques pour la compréhension de la pression de radiation. Dans la deuxième partie de ce chapitre je présente les différents éléments de la simulation, l'intérêt de la simulation, sa fiabilité et le langage utilisé (SIESTA).

Dans le chapitre 4, après préparation des codes pour la simulation, nous étudierons les effets que peut ramener la pression de radiation dans l'actuel mode cleaner de Virgo, en observant plusieurs paramètres, par exemple, le temps d'acquisition du verrouillage, le bruit de puissance etc. La deuxième partie consiste à estimer l'effet du ressort optique angulaire sur la translation de la fréquence de résonance de la suspension dans Virgo. Ce phénomène et son effet sur l'alignement ont été observés dans le Virgo actuel.

Dans le chapitre 5, j'élargis les simulations aux bras de Virgo. J'utilise une cavité simple avec une puissance d'entrée de 500 Watts. Ensuite j'augmente la puissance pour être dans la même configuration que LIGO et je compare avec leurs résultats.

Le chapitre 6 expose ma participation à la recette de Virgo. Durant la période fin 2005-début 2006 un nouveau banc d'injection a été installé ; il permet, par une meilleure isolation optique de l'interféromètre, une meilleure résolution. J'ai contribué à l'alignement du mode cleaner et de la cavité de référence et à l'implémentation des nouveaux filtres de contrôles pour le nouveau banc.



**CHAPITRE I**

# Chapitre 1

## Relativité générale et ondes gravitationnelles

### Sommaire

---

#### 1.1 Relativité générale

#### 1.2 Evidence et effet des ondes gravitationnelles

#### 1.3 Sources

- Source périodique

- Source impulsive

- Fond stochastique

#### 1.4 Détections des ondes gravitationnelles 9

- Les barres

- Interféromètre terrestre

- Interféromètre spatial

---

### Introduction:

La relativité générale est quelquefois considérée comme la plus importante création intellectuelle jamais réalisée par un seul homme : Albert Einstein. Elle a révolutionné notre vision de la nature de l'espace et du temps [1]. Les physiciens "relativistes" admirent l'extraordinaire cohérence mathématique et donc la beauté de ses équations. La relativité générale est maintenant une vieille dame, qui est née en 1915 après des années de gestation laborieuse remontant à la découverte de la relativité restreinte en 1905, l'année miraculeuse d'Einstein. La relativité générale émerge alors enfin en tant que théorie physique, qui fait des prédictions et voit ses prédictions réalisées. La découverte en 1974 du pulsar binaire PSR 1913+16, et la preuve expérimentale de l'existence du rayonnement gravitationnel tel qu'il est prévu par la relativité générale[2], illustre merveilleusement la capacité de prédiction de cette théorie .

## 1.1 Relativité générale:

Selon la théorie de la relativité générale, l'équation d'Einstein qui relie la courbure de l'espace temps à la composante énergétique de l'espace s'écrit [1]:

$$G_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (1.1)$$

Où  $G_{\mu\nu}$  est le tenseur d'Einstein qui représente la géométrie,  $T_{\mu\nu}$  est le tenseur énergie - impulsion qui représente la distribution de la masse et de l'énergie dans l'espace temps,  $G$  est la constante de la gravitation universelle de Newton. On peut aussi écrire le tenseur d'Einstein de la façon suivante :

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R \quad (1.2)$$

Où  $R_{\mu\nu}$  et  $R$  sont respectivement le tenseur et le scalaire de Ricci et  $g_{\mu\nu}$  est le tenseur métrique qui définit le scalaire de l'intervalle d'espace temps  $ds$  de la manière suivante :

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (1.3)$$

Dans l'hypothèse du champ faible on peut décomposer le tenseur métrique  $g_{\mu\nu}$  en deux termes : la métrique de l'espace temps plat de Minkowski  $\eta_{\mu\nu}$  et un terme de perturbation  $h_{\mu\nu}$  :

$$g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu} \quad , |h_{\mu\nu}| \ll 1 \quad (1.4)$$

Où

$$\eta_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

En exprimant la relation (1.1) avec  $h_{\mu\nu}$  développé au premier ordre et en supposant qu'on est dans un milieu sans sources ( $T_{\mu\nu} = 0$ ), et en choisissant les coordonnées appelées coordonnées harmoniques on obtient :

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) h_{\mu\nu} = 0 \quad (1.5)$$

Dans le cas d'une onde gravitationnelle se propageant suivant la direction z, les solutions se décomposent tout simplement sur la base des ondes planes de la forme :

$$h_{\mu\nu} = h_{\mu\nu}^* e^{ik(ct-z)} \quad (1.6)$$

Où  $k$  est le vecteur d'onde et le  $h_{\mu\nu}^*$  est le tenseur de Lorentz symétrique définissant les amplitudes de l'onde gravitationnelle. C'est une matrice 4 x 4 symétrique qui possède dix termes indépendants. Le choix de jauge TT (transverse, trace nulle) réduit la matrice à seulement deux éléments indépendants qui correspondent aux deux polarisations de l'onde gravitationnelle qui modifient de manière différente la courbure de l'espace temps.  $h$  peut s'écrire :

$$h^* = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_x & 0 \\ 0 & h_x & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

## 1.2 Evidence et effet des ondes gravitationnelles :

L'existence d'ondes gravitationnelles est une prédiction de la relativité générale : dès 1916, Einstein avait montré que ses équations possédaient des solutions du type ondes, analogues aux ondes électromagnétiques. Il n'existe rien de tel dans la théorie de Newton, où la gravitation ne se propage pas, mais s'exerce instantanément à travers l'espace. Pendant 40 ans, le sujet est resté académique. D'une part, les physiciens n'étaient pas convaincus que ces ondes étaient matérielles. Les calculs ne sont en effet simples que dans certaines coordonnées, et beaucoup pensaient que la solution "ondes" n'apparaissait que pour ces choix de coordonnées. Ce n'est que dans les années 70 que Taylor a pu

démontrer expérimentalement que ces ondes étaient réelles, et en particulier qu'elles transportaient de l'énergie.

En 1974, les physiciens américains (Princeton University) Hulse et Taylor enregistraient les impulsions rapides et régulières de pulsars, ces étoiles denses tournant sur elle-même très rapidement. Ils constatèrent que le pulsar PSR1913+16 montrait des irrégularités. Parfois l'intervalle entre deux impulsions augmentait, parfois il diminuait. Il fallut beaucoup de perspicacité pour comprendre que le pulsar était un objet double, chaque membre gravitant autour de l'autre. Dans son mouvement orbital, le pulsar pouvait émettre des ondes gravitationnelles, comme toute masse subissant une accélération. Il n'était pas question d'espérer détecter ces ondes directement, mais l'énergie qu'elles emportaient devait modifier la période orbitale du pulsar. La variation prédite était de 75 millièmes de seconde par an. La variation observée fut de 76 millièmes de seconde, avec une incertitude de  $10^{-4}$  millièmes de seconde. [2][3]

Cet accord remarquable justifie les efforts consentis pour construire de nouveaux récepteurs et observer enfin, directement, ces ondes mystérieuses. On peut dire d'une certaine façon que l'existence d'ondes gravitationnelles a été démontrée, à défaut de les avoir détectées directement. Rappelons que Hulse et Taylor reçurent le prix Nobel de physique en 1993.

Les ondes électromagnétiques sont produites par des charges électriques accélérées, les ondes gravitationnelles par des masses accélérées, mais la faiblesse de la gravitation comparée à l'électromagnétisme rend ces ondes à la fois plus difficiles à produire et plus difficiles à détecter.

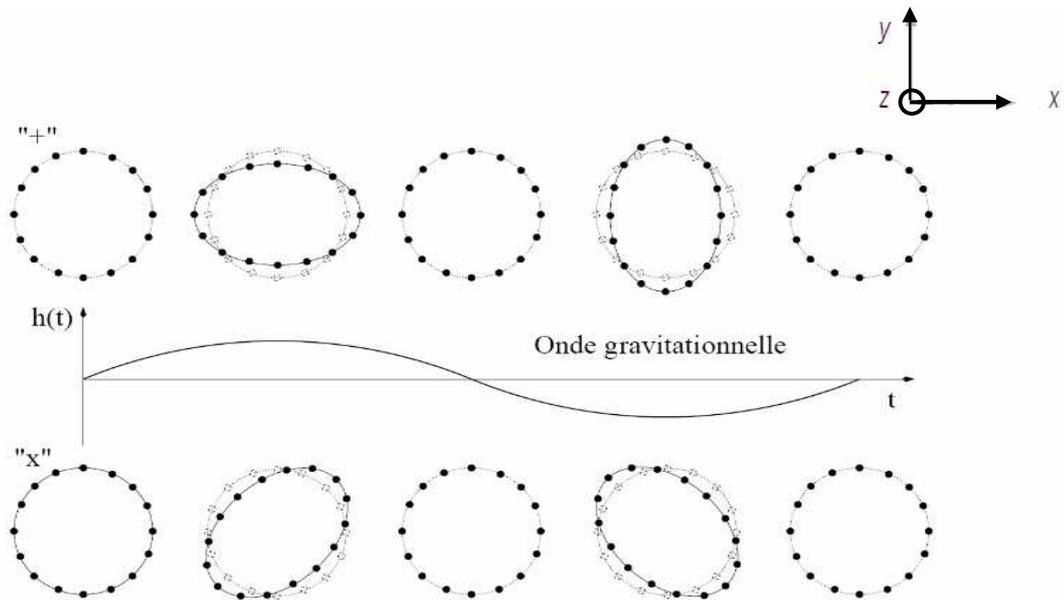


Figure (1.1) : Effet de passage d'une onde gravitationnelle sinusoidale polarisée « + » ou « x » se propageant selon l'axe z sur les masses libres.

Supposons qu'un cercle initial constitué de masses libres a un diamètre  $L$ , qui est justement la longueur parcouru par la lumière, et qu'il change d'une valeur  $\delta L$  lors du passage d'une onde gravitationnelle, alors l'amplitude de l'onde gravitationnelle  $h$  est liée à la distance mesurée par la lumière :  $h=2\delta L/L$  si la longueur d'onde gravitationnelle est très grande devant  $L$ .

### 1.3 Les sources :

Les sources d'ondes gravitationnelles sont classées en quatre catégories : les sources périodiques comme les pulsars, les coalescences de systèmes binaires denses, les sources pulsionnelles comme les supernovae et le fond gravitationnel stochastique d'origine cosmologique ou astrophysique.

Si on se place dans un milieu avec source ( $T_{\mu\nu} \neq 0$ ), la puissance du rayonnement d'onde gravitationnelle est proportionnelle à un moment  $Q = \epsilon MR^2$

$$L = \frac{c^5}{G} \epsilon^2 \left( \frac{R_s}{R} \right)^2 \left( \frac{v}{c} \right)^6 \quad (1.7)$$

et donc l'intensité peut s'écrire :

$$I = \frac{L}{4\pi a^2} \quad (1.8)$$

avec  $R_s = \frac{2GM}{c^2}$

Où,  $\epsilon$  est l'asymétrie de la source,  $R$  est la dimension de la source,  $R_s$  est le rayon de Schwarzschild de la source,  $v$  est une vitesse radiale caractéristique du mouvement de la source,  $G$  est la constante de gravitation de Newton, et  $a$  est la distance de la terre.

Pour des objets où  $\epsilon \sim 0.1$ ,  $\frac{c^5}{G} = 3.64 \cdot 10^{52} \text{ W}$  et  $v=c$ ,  $a=10\text{Mpc}$

Corps	Trou Noir	Etoile à Neutron
$\Xi = (R_s/R)$	1	0.3
L [Watt]	$3.64 \cdot 10^{51}$	$3.28 \cdot 10^{50}$
I[Watt/m <sup>2</sup> ]	$3.22 \cdot 10^3$	$2.9 \cdot 10^2$

Tableau 1.1 : Facteurs de compacité  $\Xi$  et luminosité  $L$  pour quelques sources connues

#### Sources périodiques:

##### -Pulsar

Etoile à neutrons tournant très vite sur elle même, et envoyant à intervalle régulier des signaux radioélectriques. C'est ce qui reste du coeur d'une étoile super géante après son

explosion en supernova. L'asymétrie  $\varepsilon$  axiale du pulsar et sa rotation sur lui même génère des ondes gravitationnelles [4], et l'amplitude du rayonnement s'écrit :

$$h_{\text{pulsars}} \approx 10^{-26} \left( \frac{I}{10^{38} \text{ kgm}^2} \right) \left( \frac{10 \text{ Kpc}}{a} \right) \left( \frac{f}{100 \text{ Hz}} \right) \left( \frac{\varepsilon}{10^{-6}} \right) \quad (1.9)$$

Où  $a$  est la distance de la source,  $I$  est le moment d'inertie du pulsar autour de son axe de rotation et  $\varepsilon$  la variable décrivant le degré d'asymétrie de l'étoile.

### Coalescences de systèmes binaires :

Les coalescences de binaires compactes représentent les sources d'ondes gravitationnelles les mieux comprises. Les deux membres de ces binaires peuvent être des étoiles à neutrons ou des trous noirs. La perte de moment cinétique par émission de rayonnement gravitationnel conduit au rapprochement des deux composantes du système menant à une coalescence des deux étoiles qui fusionnent. L'évolution d'une onde gravitationnelle en fonction du temps comme présente la figure (1.2b) est connu, l'amplitude et la fréquence augmentent, ce qui donne dans un plan de phase fréquence amplitude une spirale divergente.

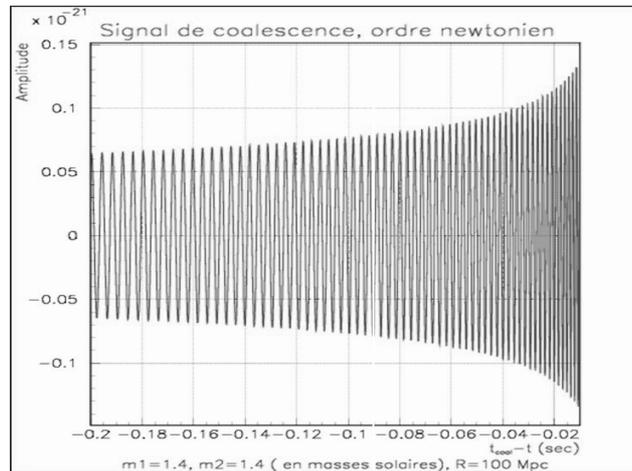


Figure (1.2) : Signal produit par une coalescence d'un système binaire, ou l'amplitude et la fréquence augmentent en même temps.

Les quelques instants qui précèdent la coalescence ont des conséquences astrophysiques de grande importance. Juste avant la coalescence le système génère en effet un train très intense d'ondes gravitationnelles de fréquence comprise entre 100 Hz et 1 kHz, et pour le cas d'un système binaire de deux étoiles à neutrons de masses  $M=1.4M_{\odot}$ , l'amplitude de notre onde gravitationnelle s'écrit :

$$h \approx 10^{-23} \left( \frac{R}{10Mpc} \right)^{-1} \left( \frac{M}{1.4 * 2^{-1/5} M_{\odot}} \right)^{5/3} \left( \frac{f}{100Hz} \right)^{2/3} \quad (1.10)$$

### **Sources impulsives (Supernovae) :**

La supernova est une source astrophysique émettant un signal impulsif sur un temps estimé en millisecondes. Elle est due à l'explosion cataclysmique d'une étoile qui peut pendant un temps briller plus vivement qu'une galaxie entière de milliards d'étoiles. Ceci arrive quand une étoile super géante épuise tout son combustible nucléaire, provoquant ainsi l'effondrement du cœur et le relâchement d'une grande quantité d'énergie qui éjecte les couches externes de l'étoile, pour ne laisser qu'une étoile à neutrons ou dans les cas extrêmes un trou noir. C'est un phénomène rare. Dans la Voie Lactée, il ne s'en produirait que deux à trois par siècle. Une condition de l'émission d'ondes gravitationnelle est que l'effondrement se fasse d'une façon asymétrique. L'amplitude du signal d'onde gravitationnelle émis par une supernova n'est pas encore connue d'après les auteurs ; on attend que son spectre couvre une bande de fréquences autour de 1kHz.

### **Fond stochastique :**

Les fonds stochastiques sont des ondes gravitationnelles "aléatoires" qui proviennent d'un grand nombre de sources indépendantes, non corrélées et que l'on ne peut pas résoudre individuellement. Une source particulièrement intéressante vient de la dynamique de l'univers primordial. C'est un fond diffus d'ondes gravitationnelles de même qu'il existe un fond diffus d'ondes électromagnétiques, le rayonnement à 2.7 K. Ce fond pourrait venir de l'amplification des fluctuations de la géométrie de l'univers primordial, de transition de phase et sans doute bien d'autres causes encore qu'on ignore jusqu'à présent. Une grandeur qui caractérise le fond stochastique d'ondes

gravitationnelles est sa densité d'énergie  $\ell_{GW}$  qui contribue à la densité d'énergie de l'univers. En particulier, on s'intéresse à une quantité sans dimension qui caractérise, dans un certain domaine de fréquences, la proportion de la densité d'énergie du fond gravitationnel par rapport à la densité d'énergie qu'il faut pour fermer l'univers.

$$\Omega_{GW}(f) = \frac{1}{\ell_c} \frac{d\ell_{GW}}{d \ln(f)} \quad (1.11)$$

Où  $\ell_{GW}$  est la densité d'énergie du rayonnement gravitationnel dans un intervalle de fréquence  $f$  à  $f+df$  et  $\ell_c$  est la densité d'énergie critique de l'univers.<sup>1</sup> Différentes sources cosmologiques produisent différents spectres de densité  $\Omega_{GW}(f)$ . Des estimations suggèrent que le spectre devrait être assez plat dans la bande passante de VIRGO avec une amplitude de  $\Omega_{GW} \approx 10^{-15}$  [5]. Les ondes provenant d'une transition de phase dans l'univers primordial peuvent être de plus grande densité mais sont typiquement centrées autour d'une fréquence qui dépend de la température  $T$  de la transition de phase [5]

$$f \approx 100 \text{Hz} \left( \frac{T}{10 \text{TeV}} \right) \quad (1.12)$$

#### 1.4 Détection des ondes gravitationnelles:

La détection des ondes gravitationnelles est basée sur la mesure des variations de distance qu'elles produisent entre deux masses libres. Puisque ces variations sont très faibles il convient de les amplifier ou d'avoir des instruments capables de détecter ces variations.

Après des décennies d'efforts, plusieurs collaborations expérimentales ont construit des détecteurs offrant une sensibilité telle qu'une détection directe des ondes gravitationnelles

1- Dans la métrique de FLRW (Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker), la courbure de l'Univers est reliée à sa densité. Lorsque l'on parle de densité de l'Univers, il faut tenir compte de toutes les espèces matérielles qui sont sensibles à la gravitation. Si la densité de l'Univers est grande, son effet sera suffisant pour freiner l'expansion et l'Univers sera fermé. Si la densité est insuffisante, l'expansion se poursuivra éternellement, l'Univers est alors ouvert. Le cas d'un Univers plat est celui du cas limite où la densité est juste à la valeur critique

semble maintenant à portée de main. Ces détecteurs se rangent dans deux catégories : barres résonnantes (barres de Weber) et interféromètres.

### **Les barres :**

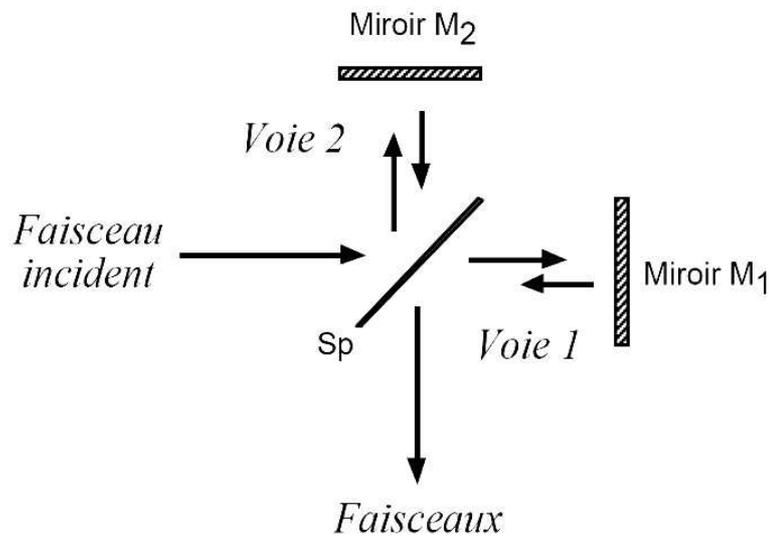
La conception de ces détecteurs, qui fut proposée par Weber dans les années 1960 [6], permet d'astucieusement contourner la difficulté constituée par la mesure d'une variation infime des distances induite par une onde gravitationnelle. En effet ils sont constitués d'un oscillateur harmonique que l'onde gravitationnelle excite de manière résonnante. Ils ne sont sensibles qu'à une étroite bande autour d'une fréquence choisie, non pas parce que l'antenne ne reçoit pas les autres fréquences, mais parce que des bruits masquent les signaux non résonnants.[7]

### **Interféromètre terrestre :**

Les barres de Weber ne peuvent détecter qu'au voisinage de la fréquence de résonance de la barre, sur une largeur de bande d'environ 50 Hz. Le grand intérêt de l'interférométrie laser pour la détection des ondes gravitationnelles en revanche est la bande de fréquence très large du détecteur, typiquement de 10 Hz à 10 000 Hz.

L'interférométrie est une méthode de mesure très précise utilisée pour la détermination de variations de longueurs, d'épaisseurs de couches, d'indices de réfraction ou de longueurs d'ondes.

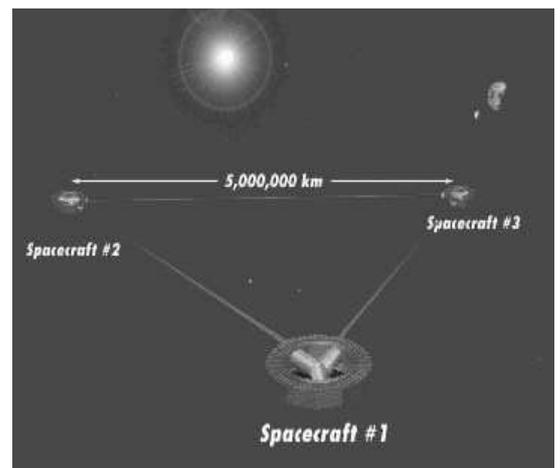
L'interféromètre est essentiellement composé d'une lame semi réfléchissante (notée Sp dans les schémas) et de deux miroirs plans M1 et M2 (figure 1.3). La séparatrice Sp sépare les rayons lumineux en deux, faisant ainsi apparaître deux voies de propagation à 90 degrés l'une de l'autre. Sur la voie 1, le faisceau traverse la séparatrice, se dirige vers M1, s'y réfléchit et revient sur la séparatrice où il est partiellement réfléchi et transmis. Sur la voie 2, le faisceau est initialement réfléchi par la séparatrice vers le miroir M2. Il s'y réfléchit et revient vers la séparatrice où il est également partiellement réfléchi et transmis. On peut donc observer sur la voie de sortie des interférences, l'intensité totale étant fonction de la différence de marche introduite par les trajets différents dans les deux "bras" de l'interféromètre. On parlera plus en détails dans le chapitre qui suit.



Figure(1.3) :Schéma de principe d'un interféromètre de Michelson. L'appareil est constitué de deux miroirs (M1 face à l'entrée, et M2 approximativement orthogonal à M1), et d'une lame semi- réfléchissante Sp, appelée séparatrice qui fait un angle voisin de 45degrés par rapport aux deux miroirs. Un faisceau entrant dans l'appareil va se trouver divisé en deux faisceaux et il est donc possible d'observer des interférences par division d'amplitude.

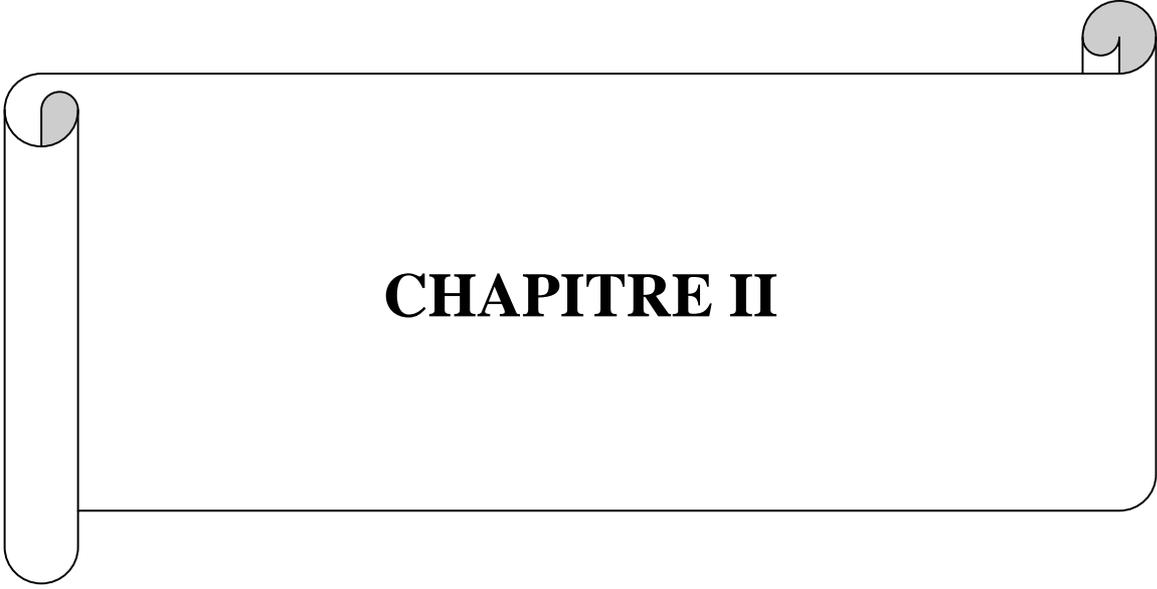
### Interféromètre spatial (Lisa) :

La mission Lisa (Laser Interferometer Space Antenna), élément du programme collaborat- ion scientifique entre de l'ESA et la NASA vise à détecter directement les ondes gravitationnelles dans un domaine de basse fréquences [ $10^{-4}$ - $10^{-1}$  Hz] non couvert par les interféromètres terrestres existants. Sa réalisation nécessite au préalable des développements technologiques pointus, notamment dans le domaine des lasers ultra stables.



Le principe de base de LISA est de mesurer les variations de distance entre des masses tests flottant librement. Les trois sondes LISA sont placées en orbite de telle façon

qu'elles forment toujours un triangle équilatéral dont le centre est situé  $20^\circ$  en arrière de la terre et de côté 5 millions de km entre chaque sonde. LISA contient 2 télescopes de 30cm de diamètre pour la transmission et la réception des signaux laser des deux autres sondes. Chaque instrument possède en plus un banc optique, un capteur inertielle est monté au centre de chaque banc composé d'une masse étalon et à l'abri des perturbations non-gravitationnelles. Les déplacements de la sonde par rapport à cette masse sont utilisés pour maintenir le déplacement du satellite sur une trajectoire géodésique.



**CHAPITRE II**

# Chapitre 2

## Interférométrie et Virgo

### Sommaire

---

#### 1-Interférométrie

- Principe de fonctionnement
- Sensibilité de l'interféromètre et bruit
- Optimisation

#### 2-Elements de l'interféromètre Virgo

- Le système d'injection
  - Le système de détection
  - Les suspensions
  - Le vide
  - Le contrôle
- 

### 2.1 Interférométrie :

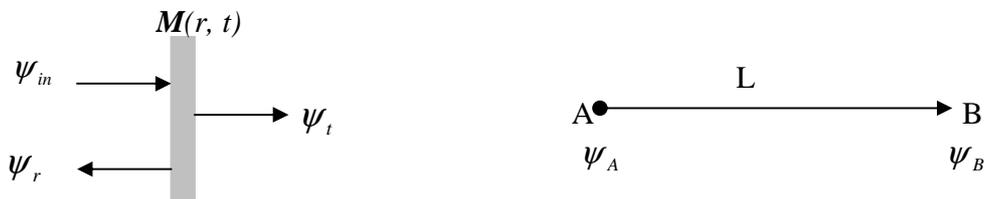
L'expérience de Michelson et de Morley en 1887 marque une étape décisive dans la remise en cause de la notion d'espace absolu. A. Einstein, presque vingt ans après, il formula la théorie de la relativité restreinte.

A l'heure actuelle, l'interférométrie est une technique incontournable aussi bien dans l'industrie que dans le domaine de la recherche. En effet, elle permet de mesurer des distances avec une grande précision, ce qui en fait le candidat idéal pour la détection des ondes gravitationnelles.

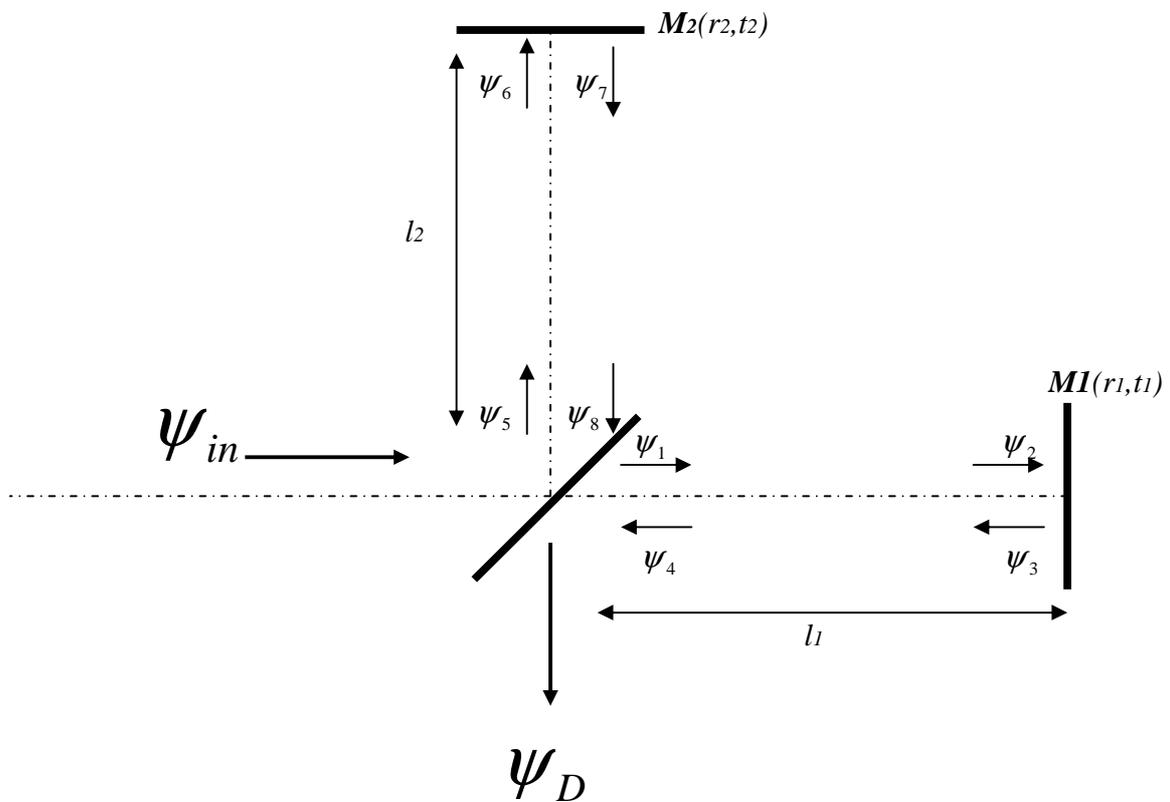
### 2.1.1 Principe de fonctionnement :

Avant de parler de l'interféromètre Virgo, on va définir les caractéristiques d'un interféromètre de Michelson, et la base de l'interférométrie. On a déjà parlé du principe de fonctionnement d'un interféromètre dans le premier chapitre. Le schéma de l'interféromètre est représenté sur la figure (2.2).

Avant de définir les caractéristiques d'un interféromètre de Michelson, on adoptera quelques conventions optiques



Figure(2.1)



Figure(2.2): schéma de base d'un interféromètre de Michelson

La figure (2.1) décrit la situation élémentaire en laquelle tout calcul d'optique peut se décomposer : réflexion/transmission et propagation dans le vide.

Un miroir  $M$  est caractérisé par trois coefficients :

- sa réflexion en amplitude  $r$ .
- sa transmission en amplitude  $t$ .
- ses pertes  $p$ .

$$r^2 + t^2 = 1 - p \quad (2.1)$$

La relation (2.1) traduit la conservation de l'énergie du faisceau incident.

$$R + T = 1 - p \quad \text{avec } r^2 = R \text{ et } t^2 = T$$

En notant  $\psi_{in}$  l'amplitude complexe du champ incident sur le miroir,  $\psi_t$  celle du champ transmis et  $\psi_r$  celle du champ réfléchi, on a par convention :

$$\begin{cases} \psi_r = ir\psi_{in} \\ \psi_t = t\psi_{in} \end{cases} \quad (2.2)$$

Dans le cas de la propagation d'une onde électromagnétique  $\psi$  de fréquence  $\omega/2\pi$  entre les points  $A$  et  $B$  distants de  $L$ , on a

$$\psi_B = e^{-ikL}\psi_A \quad \text{avec } k = \frac{\omega}{c} \quad (2.3)$$

Une fois ces notations établies et les conventions (2.2) et (2.3) fixées, on peut commencer à étudier l'interféromètre de Michelson simple représenté sur la figure (2.2), en écrivant :

$$\psi_D = ir_{sp}\psi_4 + t_{sp}\psi_8 \quad (2.4)$$

En introduisant les champs intermédiaires  $\psi_{1,2,3,4,5,6,7,8}$  circulant dans l'interféromètre, on a :

Pour le bras en transmission

$$\begin{aligned}\psi_1 &= t_{Sp} \psi_{in} \\ \psi_2 &= e^{-ikl_1} \psi_1 \\ \psi_3 &= ir_1 \psi_2 \\ \psi_4 &= e^{-ikl_1} \psi_3\end{aligned}$$

Pour le bras en réflexion

$$\begin{aligned}\psi_5 &= ir_{Sp} \psi_{in} \\ \psi_6 &= e^{-ikl_2} \psi_5 \\ \psi_7 &= ir_2 \psi_6 \\ \psi_8 &= e^{-ikl_2} \psi_7\end{aligned}$$

L'équation (2.4) peut s'écrire alors comme suit :

$$\psi_D = i^2 \psi_{in} r_{Sp} t_{Sp} (r_1 e^{-2ikl_1} + r_2 e^{-2ikl_2}) \quad (2.5)$$

et donc la puissance détectée est :

$$\begin{aligned}P_{\text{det}} &= |\psi_D|^2 = |\psi_{in}|^2 R_{Sp} T_{Sp} (R_1 + R_2 + 2r_1 r_2 \cos(2k\Delta l)) \quad (2.6) \\ \text{où } \Delta l &= l_2 - l_1\end{aligned}$$

La puissance détectée (2.6) est maximale pour  $\cos(2k\Delta l) = 1$  et minimale pour  $\cos(2k\Delta l) = -1$ .

Le contraste  $C$  est défini par :

$$C = \frac{P_{\text{det}}^{\text{max}} - P_{\text{det}}^{\text{min}}}{P_{\text{det}}^{\text{max}} + P_{\text{det}}^{\text{min}}} = \frac{2r_1 r_2}{r_1^2 + r_2^2} \quad (2.7)$$

La séparatrice est supposée parfaite ( $T_{Sp} = R_{Sp} = \frac{1}{2}$ ), et les miroirs du fond totalement réfléchissants ( $R_1 = R_2 \approx 1$ ) l'équation (2.6) devient :

$$P_{\text{det}} = \frac{P_{in}}{2} [1 + C \cos(2k\Delta l)] \quad (2.8)$$

L'asymétrie entre les bras  $\Delta l$  peut se décomposer en deux termes :

- la différence de longueur statique  $\Delta l_{sta}$  entre les deux bras de l'interféromètre.

- La perturbation du chemin optique de la lumière, due au passage éventuel d'une onde gravitationnelle sur le détecteur, notée  $\Delta l_{GW}$ .

Notant  $\alpha_{sta}$  et  $\alpha_{GW}$  les déphasages correspondants ( $\alpha_x = 2k\Delta l_x$ ), la relation (2.8) devient :

$$P_{det} = \frac{P_{in}}{2} [1 + C \cos(\alpha_{sta}) - C \sin(\alpha_{sta}) \alpha_{GW}] \quad (2.9)$$

La modification du chemin optique se traduit par une variation de la puissance mesurée sur la photodiode en sortie du détecteur :

$$\delta P_{GW} = -\frac{P_{in} C \sin \alpha_{sta}}{2} \alpha_{GW} \quad (2.10)$$

$$\text{avec } \alpha_{GW} = \frac{4 \pi}{\lambda} h \left( \frac{l_1 + l_2}{2} \right) \quad (2.11)$$

En l'absence de perturbations du parcours de la lumière (2.9) devient :

$$P_{det} = \frac{P_{in}}{2} (1 + C \cos \alpha_{sta}) \quad (2.12)$$

### 2.1.2 Sensibilité et bruits du détecteur :

Une fois ce résultat obtenu, il convient de tester la sensibilité de la méthode de détection proposée et en particulier de l'optimiser.

#### Bruit quantique :

La mécanique quantique impose une limite sur la précision avec laquelle on peut déterminer la position d'une masse libre. Les miroirs sont des objets quantiques et on peut leur associer une fonction d'onde. Si on veut détecter un déplacement des miroirs, il faut donc comparer ce déplacement à la largeur de la fonction d'onde du miroir. En appliquant le principe d'incertitude à l'évolution d'une masse libre, on trouve:

$$\Delta x_{quan} \approx \sqrt{\frac{h \tau}{M}} \quad (2.13)$$

Où  $M$  est la masse,  $h$  est la constante de Heisenberg, et  $\tau$  est le temps de mesure.

Par exemple, la position d'une masse de 100 kg avec une mesure qui dure 10s, peut

être déterminée au mieux avec une précision de  $\Delta x_{quan} \approx 10^{-18} m$ . Si on utilise un interféromètre de longueur  $L = 1 \text{ km}$  pour déterminer la position de la masse, on aura un  $h_{quan}$  équivalent de:

$$h_{quan} \approx \frac{\Delta x_{quan}}{L} = 10^{-21} \quad (2.14)$$

La densité spectrale linéaire du bruit quantique vaut

$$\tilde{h}_{quan} = \frac{1}{fL} \sqrt{\frac{\hbar}{M}} \quad (2.15)$$

La limite quantique standard peut être obtenue aussi comme le point d'intersection ou l'équilibre entre deux bruits qui interviennent dans les mesures interférométriques: le bruit de comptage des photons et le bruit de pression de radiation. Dans la suite on expliquera verra que le bruit de pression de radiation est dans la pratique négligeable par rapport au bruit de photons dans la 1<sup>ère</sup> génération d'interféromètres gravitationnels.

### Bruit de photons :

Le faisceau de sortie est constitué de photons d'énergie  $h\nu$  où  $\nu$  est la fréquence de l'onde laser et  $\hbar$  la constante de Planck. Sa détection s'effectue à l'aide d'une photodiode qui compte les photons reçus avec un facteur d'efficacité  $\eta$ , avec  $0 < \eta < 1$ .

Le premier bruit affectant les données est le bruit de comptage des photons « shot noise », qui est une limitation fondamentale (au niveau optique) de la détection. Le nombre moyen  $N$  de photons détectés durant un intervalle de temps  $\Delta t$  est donné par :

$$N = \frac{\eta P_{det} \Delta t}{h\nu} \quad (2.16)$$

l'incertitude  $\delta N$  sur le nombre de photons comptés est :

$$\delta N = \sqrt{N}$$

Il en résulte une incertitude  $\delta P_{shotnoise}$  sur la puissance détectée, donnée par :

$$\delta P_{shotnoise} = \delta N \cdot \frac{h\nu}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \delta P_{\text{shotnoise}} = \sqrt{\frac{P_{\text{det}} hc \eta}{\lambda \Delta t}} \quad (2.17)$$

La densité spectrale  $S_{\text{photon}}$  du bruit de photons est donnée par :

$$S_{\text{photon}} = \sqrt{2\eta h \nu P_{\text{det}}} \quad W / \sqrt{Hz} \quad (2.18)$$

Pour améliorer la sensibilité il faut améliorer le rapport Signal/Bruit :

$$\frac{\delta P_{\text{GW}}}{S_{\text{photon}}} = \sqrt{\frac{P_{\text{in}}}{2\eta h \nu}} \frac{C \sin(\alpha_{\text{sta}}) \alpha_{\text{GW}}}{\sqrt{1 + C \cos(\alpha_{\text{sta}})}} \quad (2.19)$$

$$\text{et } \frac{\delta P_{\text{GW}}}{S_{\text{photon}}} = 1 \quad \Rightarrow \alpha_{\text{GW}} = \sqrt{\frac{2\eta h \nu}{P_{\text{in}}}} \frac{\sqrt{1 + C \cos(\alpha_{\text{sta}})}}{C \sin(\alpha_{\text{sta}})} \quad (2.20)$$

Dans les cas où le contraste est parfait ( $C=1$ ), l'interféromètre est bien réglé sur la frange noire ( $\alpha_{\text{sta}} = 2\pi n$ ) avec  $n$  un nombre entier, c'est-à-dire la différence entre les deux bras est égale à un multiple de la demi-longueur d'onde du faisceau laser. Dans ce cas la puissance transmise au photo-détecteur est nulle, et en tenant compte de la relation (2.11), on obtient :

$$h = \frac{\lambda}{2\pi L} \sqrt{\frac{2h\nu}{P_{\text{in}}}} \quad 1/\sqrt{Hz}, \quad (2.21), \quad \text{pour } \eta=1$$

### 2.1.3 Optimisation :

La sensibilité du détecteur dépend fortement de la longueur des bras, qui devrait être de plusieurs centaines de kilomètres pour atteindre la sensibilité voulue ( $h \sim 10^{-22} / \sqrt{Hz}$ ). Ceci étant difficilement réalisable sur terre, on replie le trajet optique en utilisant des réflexions multiples entre deux miroirs. En pratique, on ajoute un miroir entre la séparatrice et le miroir du fond figure (2.4) ce qui nous forme des cavités résonnantes du type Fabry Perot :

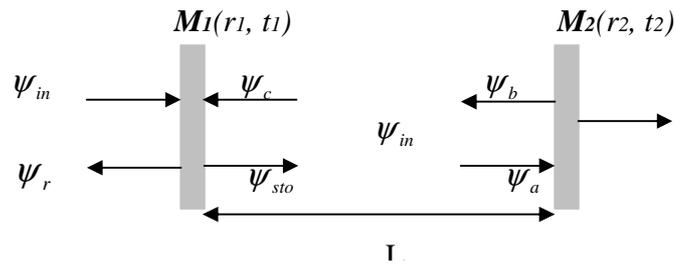


Figure (2.3): cavité Fabry Pérot

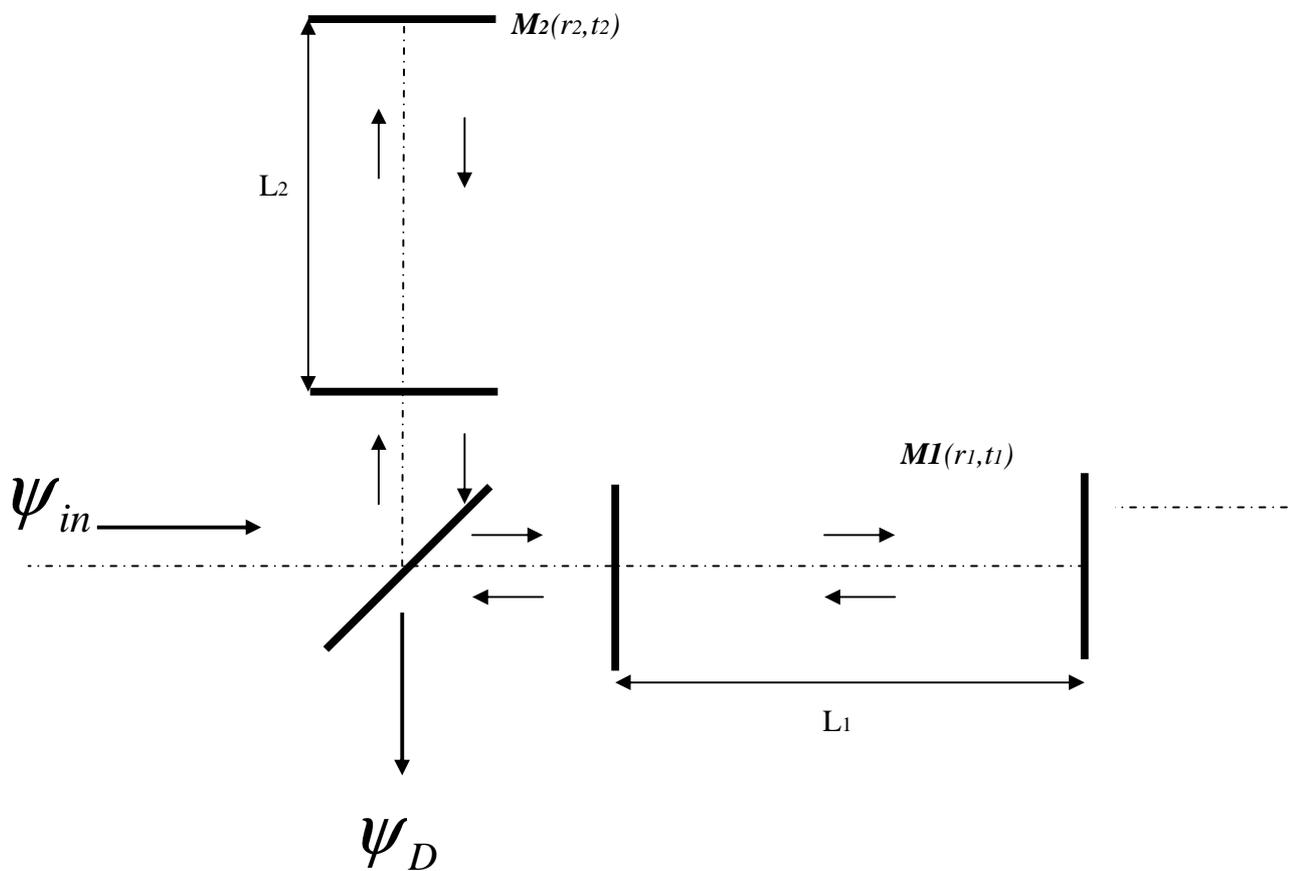


Figure (2.4): Schéma d'un interféromètre de Michelson avec cavités Fabry Pérot

En utilisant les même conventions (2.2) et (2.3) on peut définir quelques caractéristiques d'une cavité Fabry Perot figure (2.3).

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi_{sto} = \frac{t_1}{1 + r_1 r_2 e^{-2ikL}} \psi_{in} \\ \psi_t = \frac{t_1 t_2 e^{-ikL}}{1 + r_1 r_2 e^{-2ikL}} \psi_{in} \\ \psi_r = i \left[ r_1 + \frac{r_2 T_1 e^{-2ikL}}{1 + r_1 r_2 e^{-2ikL}} \right] \psi_{in} \end{array} \right. \quad (2.22)$$

En fréquence, les résonances sont séparées par l'**intervalle spectrale libre** ( $ISL$ )= $c/2L$ ,  
Le rapport de l'ISL et de la largeur à mi-hauteur du pic de résonance définit la finesse  $F$  de la cavité, qui s'exprime comme suit :

$$F = \frac{\sqrt{r_1 r_2}}{1 - r_1 r_2} \quad (2.23)$$

La finesse est la grandeur caractéristique d'une cavité Perot:

Le gain  $G = P_{sto} / P_{in}$  de la cavité vérifie  $G = 2F / \pi$ .

La largeur à mi-hauteur du pic de résonance est donnée par la relation ;

$$l_{FWHM} = \frac{c}{2FL} \quad (2.24)$$

Comme déjà mentionné les cavités Fabry Perot ont comme particularité d'accroître la longueur optique parcourue par la lumière :

$$L_{optique} = L_{bras} \frac{2F}{\pi} \quad (2.25)$$

Dans le cas de Virgo où la finesse  $F=50$ , la lumière parcourt en moyenne un trajet de 100 km

$$h = \frac{\pi}{4F} \frac{\lambda}{2\pi} \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2h\nu}{P_{in}}} \quad (2.26)$$

### Recyclage de la lumière :

Le miroir de recyclage est une technique qui améliore le bruit de photons en augmentant la puissance effective du laser. Dans le but d'assurer le fonctionnement de l'interféromètre la frange doit être noire sur la photodiode de détection. Sous cette condition d'opération, les faisceaux laser réfléchis par les bras interfèrent constructivement vers la source laser ; presque toute la puissance laser va vers la source laser [8]. L'interféromètre sur la frange noire est considéré comme un miroir à haute réflectivité. Le miroir de recyclage forme une cavité avec ce miroir, appelée cavité de

recyclage ; la puissance dans la cavité augmente d'un facteur  $G_{recy}$  quand la cavité est en résonance avec le laser.

$$G_{recy} = \left( \frac{t_{PR}}{1 - r_{PR}r_{com}} \right) \quad (2.27)$$

Où  $r_{PR}$  et  $t_{PR}$  sont respectivement la et la transmittivité en amplitude du miroir de recyclage et  $r_{com}$  est la réflectivité de l'interféromètre considéré comme un miroir. Cette technique est maintenant utilisée dans plusieurs interféromètres VIRGO, LIGO, GEO et TAMA [9] [10][11][12].

La technique du recyclage de la puissance aide à améliorer la sensibilité du détecteur par  $\sqrt{G_{recy}}$  et donc l'équation de la sensibilité devient.

$$h = \frac{\pi}{4F} \frac{\lambda}{2\pi} \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2hv}{G_{recy} P_0}} \quad (2.28)$$

**2.2 Les éléments du détecteur Virgo :**

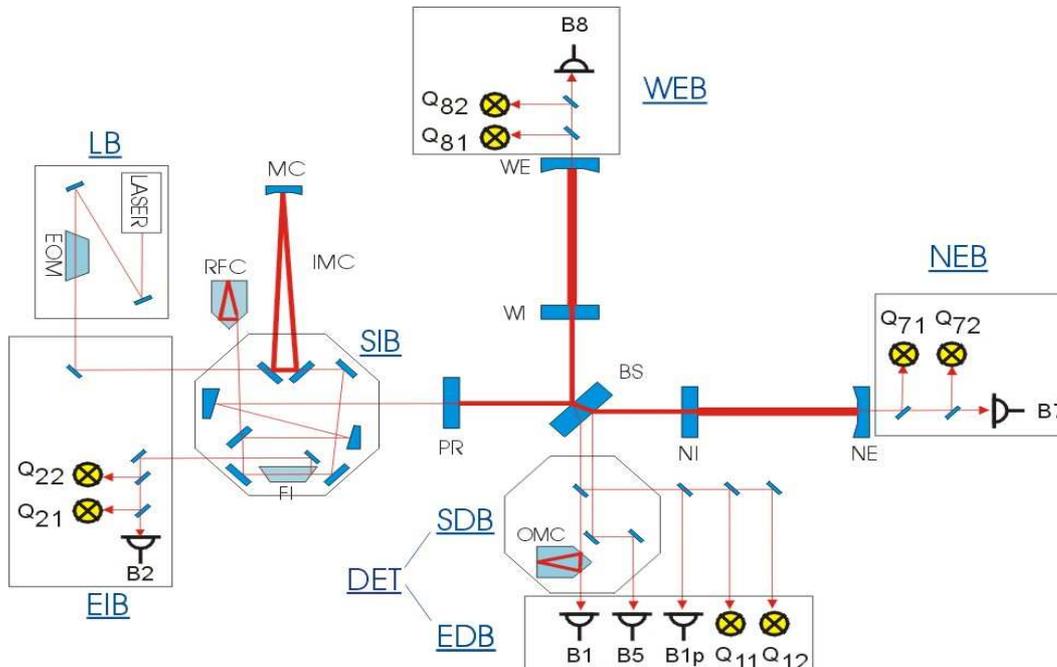


Figure (2.5): configuration optique de l'interféromètre Virgo.

### 2.2.1 Le système d'injection

#### Le laser :

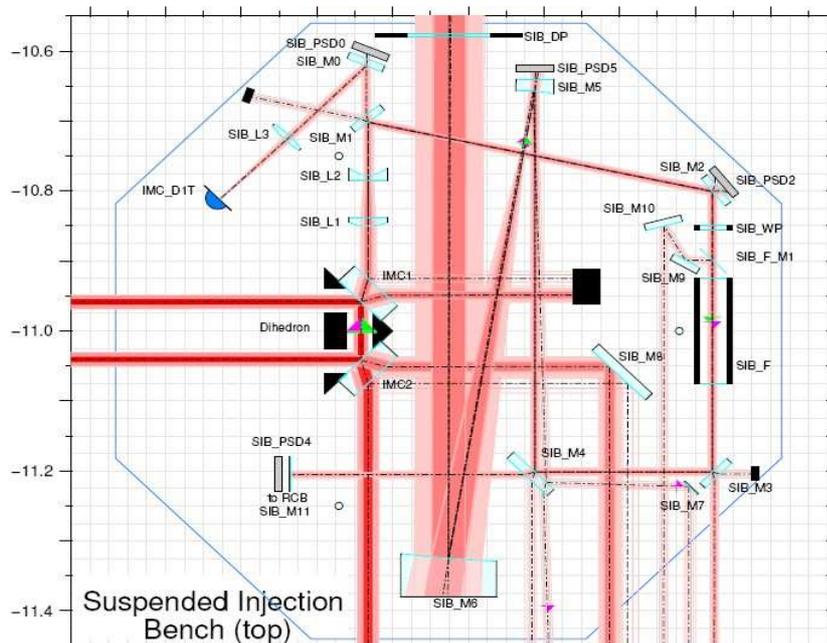
La source de lumière choisie pour Virgo est un laser Nd:YAG ( $\lambda=1064$  nm) de 20 Watts de puissance continue. Ce type de laser a été choisi pour ses caractéristiques de stabilités en fréquence et géométriques.

Pour satisfaire les spécifications demandées concernant la stabilisation en fréquence du laser [13], on utilise la technique de l'injection locking [14], avec un laser du même type Nd :YAG. Le principe de cette technique consiste à transférer la stabilité du premier laser de faible puissance (laser maître : 700 mW) à un deuxième laser de forte puissance (laser esclave : 20 W)

#### Le banc d'injection :

Afin d'atténuer les vibrations sismiques et acoustiques, qui peuvent être transmises à l'interféromètre et donc réduire la sensibilité du détecteur, le banc d'injection est suspendu et mis sous vide. Il est composé de quatre éléments principaux Figure (2.6):

- Les deux miroirs d'entrée et de sortie de la cavité mode cleaner contactés optiquement sur un dièdre.
- Un télescope parabolique composé de deux miroirs courbes pour l'adaptation de la taille du faisceau entre la sortie du mode cleaner et l'interféromètre.
- Un isolateur Faraday installé pour empêcher le retour du faisceau avec un facteur d'isolation  $K \sim 30$ dB.
- La cavité de référence, qui est une cavité ultra stable attachée de façon rigide à la partie inférieure du banc.



Figure(2.6): Vue de dessus du banc d'injection suspendu, constitué du dièdre, du télescope parabolique, de l'isolateur Faraday.

### La cavité mode cleaner [15] :

Le mode cleaner est une cavité triangulaire : les deux miroirs d'entrée et sortie sont disposés sur un dièdre, et le tout est posé sur le banc d'injection. Le troisième miroir a un rayon de courbure de 180m et est suspendu à un super-atténuateur, situé à 144m. Cette cavité a pour but le contrôle et le filtrage du faisceau d'entrée, c'est à dire d'éliminer les défauts spatiaux du faisceau en filtrant tous les modes d'ordres supérieurs générés par les bruits en position et en angle du laser. L'utilisation d'une cavité triangulaire permet de ne pas renvoyer le faisceau réfléchi par l'interféromètre dans celui-ci.

La cavité mode cleaner est un filtre passe bas pour les fluctuations en fréquence et en puissance avec un pôle à 500 Hz.

Quelques valeurs numériques du mode cleaner :

Longueur d'onde du laser ( $\lambda$ )	$\lambda = 1064\text{nm}$
Longueur du mode cleaner (L)	$L = 144\text{m}$
Puissance du laser (P)	$P = 20\text{ W}$
Finesse du IMC (F)	$F = \frac{\pi \sqrt{r_1 r_2 r_3}}{1 - r_1 r_2 r_3} 1000$
Puissance dans IMC	$P_{sto} = \frac{P_{laser} F}{\pi} = 6.37\text{KW}$
Pole de la cavité	$\text{Pole} = \frac{c}{4FL} = 500\text{Hz}$

Tableau (2. 1): Paramètres caractéristique de la cavité du mode cleaner d'entrée Virgo

### 2.2.2 Le système de détection [16]:

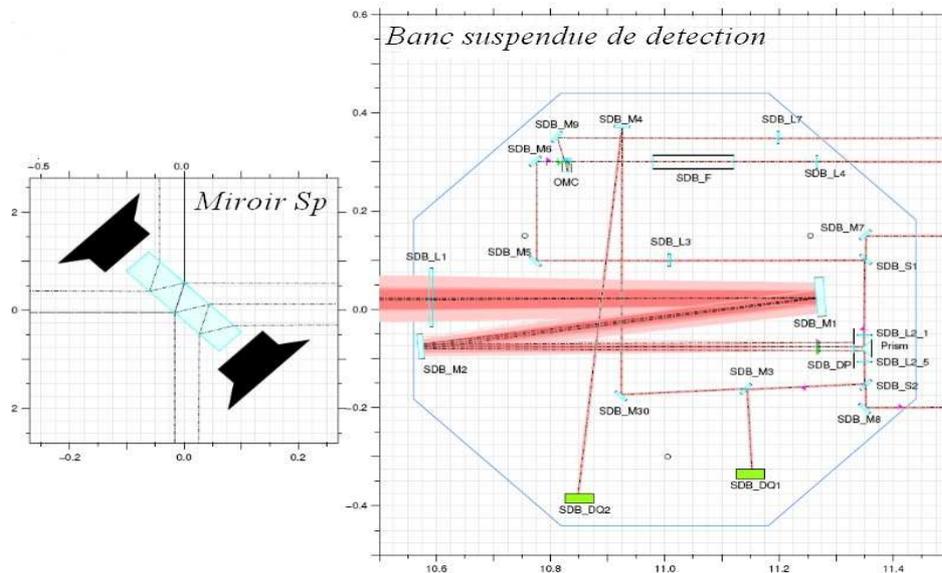
Le système de détection de la frange noire de Virgo et autres signaux de faisceaux secondaires qui viennent de l'interféromètre utilise une cascade de deux bancs : banc suspendu (figure 2.7) et banc externe.

Le banc suspendu reçoit la frange noire (B1) et le faisceau secondaire (B5) réfléchit par la deuxième face de la séparatrice. Le rôle du banc suspendu est :

- Le filtrage modal du signal de la frange noire.
- Réduire la taille du faisceau à 1mm pour l'adapter à la taille de la photodiode.
- Séparer le faisceau de la frange noire de celui réfléchi par la deuxième face de la séparatrice.

Pour atteindre une sensibilité par rapport au bruit de photon de  $2 \cdot 10^{-23} / \sqrt{\text{Hz}}$ , le défaut de contraste  $C$  de l'interféromètre doit être de l'ordre de  $10^{-4}$ . Pour obtenir un défaut de contraste de cet ordre, le faisceau de frange noire doit être filtré grâce à une cavité « mode cleaner de sortie » qui est beaucoup plus petite que celle d'entrée (2.5cm). Cette cavité améliore le contraste de l'interféromètre.

Le banc externe contient principalement des photodiodes qui détectent les signaux. Celles-ci sont équipées de toute une chaîne d'électroniques qui permettent de convertir le signal en tension, de le démoduler et de rendre facile sa numérisation.



Figure(2.7): Vue du banc suspendu de détection qui reçoit la lumière qui vient de la séparatrice.

### 2.2.3 Les suspensions :

La sensibilité du détecteur en basses fréquences pourrait être limitée par les vibrations sismiques naturelles. Suspendre les composants optiques à des pendules est la plus simple façon de filtrer ces vibrations : pour les fréquences situées au dessus de la fréquence de résonance du pendule le miroir peut être considéré comme une masse libre. Des suspensions ont été développées à Virgo, elles sont appelées super-atténuateurs figure (2.8). Elles sont capables d'empêcher la transmission du bruit sismique aux miroirs au dessus de 4-5Hz. Un super atténuateur est essentiellement une cascade de sept pendules plus un pendule inversé et mesure environ ~10m de haut (cinq filtres+marionnette+un système miroir et masse de référence).

Des suspensions courtes sont utilisées pour les autres systèmes : le banc d'injection, le mode cleaner et le banc de détection.

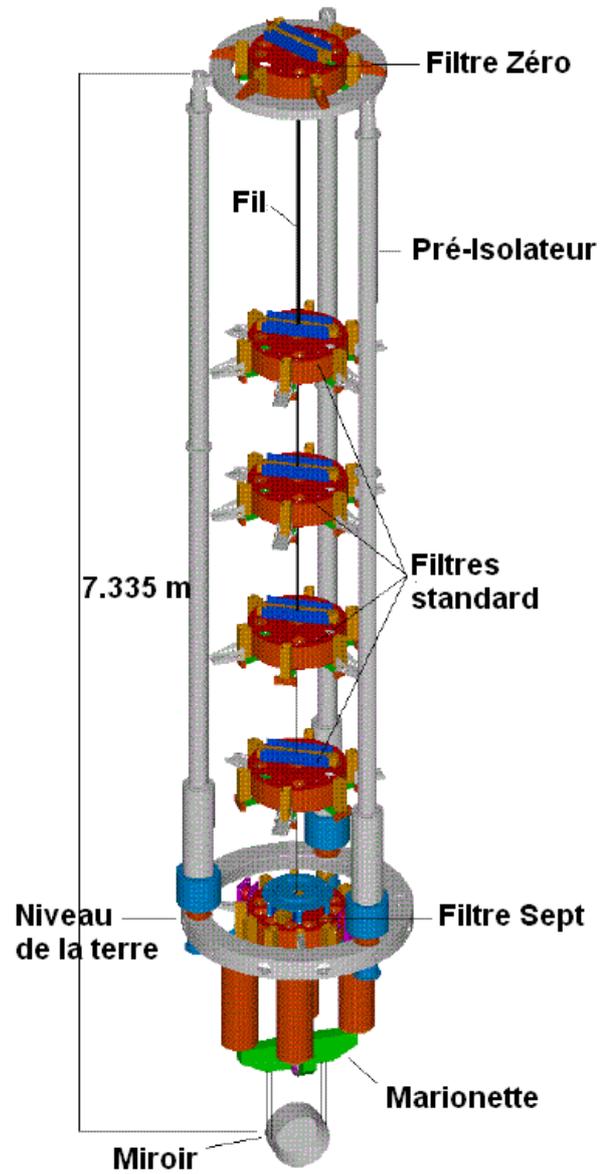


Figure (2.8): vue d'un super atténuateur, dans la tour sous vide

**Pendule inversé et filtre zéro**

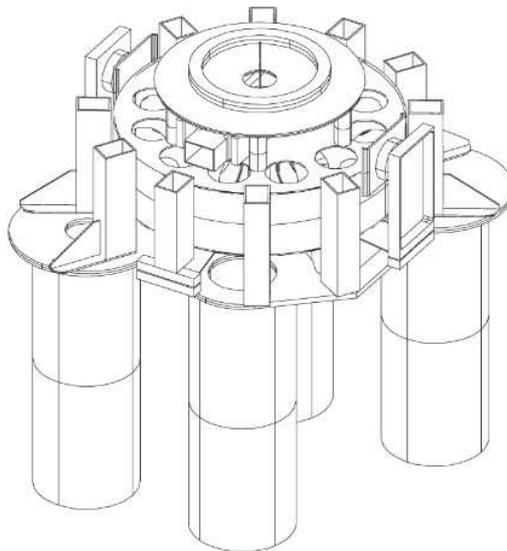
La partie haute des suspensions est composée essentiellement de deux parties : un pendule inversé composé de trois jambes de longueur  $\sim 6\text{m}$ , qui supporte un filtre modifié appelée *filtre 0*.

Le pendule inversé a comme rôle :

- Donner un point de départ au super-atténuateur.
- Un filtrage passif en très basse fréquence (30 mHz).
- Une atténuation active du bruit sismique à l'aide des senseurs inertiels et actuateurs électromagnétiques.

**Filtre 7**

Le dernier filtre dans la chaîne est appelé filtre 7 (le cinquième, mais il a gardé ce nom provenant d'une conception plus ancienne). Il a la même conception que les autres filtres avec quelques dispositifs supplémentaires pour accomplir d'autres fonctions, comme exercer des forces ou des couples sur la marionnette, pour tenir le miroir dans la position demandée.



*Fig(2.9 ) : vue du filter 7*

### Marionnette

La marionnette est l'étage final qui supporte le miroir. Elle a été conçue de façon à faciliter l'orientation et l'alignement des composants optique pour un contrôle précis de l'interféromètre. C'est une structure horizontale en croix à laquelle sont attachées quatre boucles de fils d'acier ; deux pour tenir le miroir, et les deux autres pour la masse de référence. La marionnette est orientée au moyen d'un actuateur électromagnétique : bobines situées sur le filtre 7 et aimants situés sur la marionnette. Ces forces permettent un contrôle fin du miroir selon trois degrés de liberté : la translation le long de la direction du faisceau et la rotation du miroir selon les deux axes horizontal et vertical perpendiculaires à l'axe du faisceau.

### La masse de référence et miroir

Le miroir est l'élément optique principal dans l'interféromètre. Les miroirs sont contrôlés le long de la direction du faisceau avec une incertitude de  $10^{-18} \text{ m}/\sqrt{\text{Hz}}$  à 10Hz, sans générer des vibrations ou injecter du bruit sismique. Des petites corrections sont appliquées directement sur des aimants situés sur le miroir par des bobines situées sur la *masse de référence*, cette dernière étant suspendue à la marionnette.

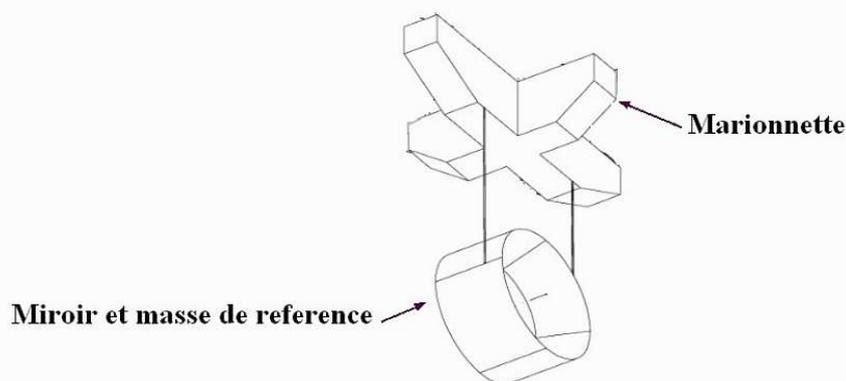


Figure (2.10): Vue de la marionnette qui tient le miroir. Ce dernier est entouré par la masse de référence.

### 2.2.4 Le vide

L'interféromètre entier est mis sous vide dans le but d'éliminer différentes sources de bruits :

- Le bruit acoustique qui peut être transmis aux miroirs.
- La lumière diffusée par des molécules du gaz.
- Les fluctuations aléatoires de l'indice de réflectivité.

Cette dernière source est la plus sensible. Le système de vide consiste en deux tubes, qui contiennent le faisceau laser et neuf tours qui abritent les suspensions des éléments optiques.

Les valeurs à atteindre pour les pressions partielles sont [17] :

Gaz	Pression partielle
Hydrogène	$1.10^{-9}$ mbar ( $1.10^{-7}$ Pa)
Autres gaz	$1.10^{-10}$ mbar ( $1.10^{-8}$ Pa)
hydrocarbures	$1.10^{-14}$ mbar ( $1.10^{-12}$ Pa)

Tableau (2.2): Spécifications pour le système du vide.

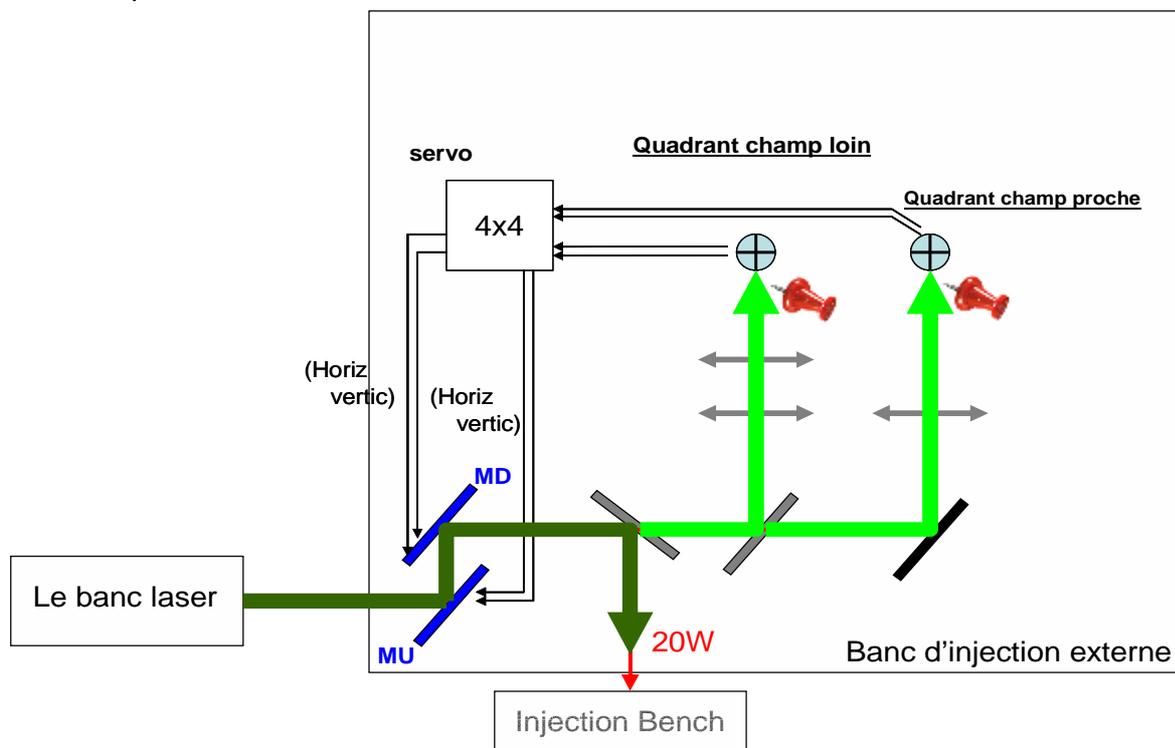
### 2.2.5 Contrôles :

**Contrôles locaux :** Le contrôle local est un système conçu pour garder les éléments optiques (miroir, banc) en position fixe par rapport à une position de référence, en agissant sur la partie passe de la suspension. Il contrôle suivant trois degrés de libertés, et sert à la pré-stabilisation et le pré-alignement des composantes optiques.

On décrira plus loin dans le manuscrit les contrôles locaux du banc d'injection. Dans la plupart des suspensions les degrés de libertés contrôlés sont  $(\theta_x, \theta_y \text{ et } z)$  ; à noter que les bandes passantes de ces boucles d'asservissements sont environ de 1Hz. Une caméra CCD surveille la cible où sont quatre points de référence, et les faisceaux lasers qui viennent des lasers HeNe installés en dehors de la tour vers la camera CDD. Un logiciel appelé Galaxie mesure les positions et calcule le signal d'erreur à partir des positions de références enregistrées.

### Contrôle du faisceau laser (BMS):

Un système appelé BMS (Beam Monitoring System) a été conçu pour contrôler la position du faisceau. Au niveau du dernier miroir, avant le banc suspendu d'injection, on prélève une partie du faisceau qu'on envoie vers des photodiodes à quadrants (champ proche, champ lointain). Les signaux issus de ces photodiodes permettent de connaître la position du faisceau et de l'asservir en agissant sur deux miroirs (MD, MU) à l'aide de deux piézos.



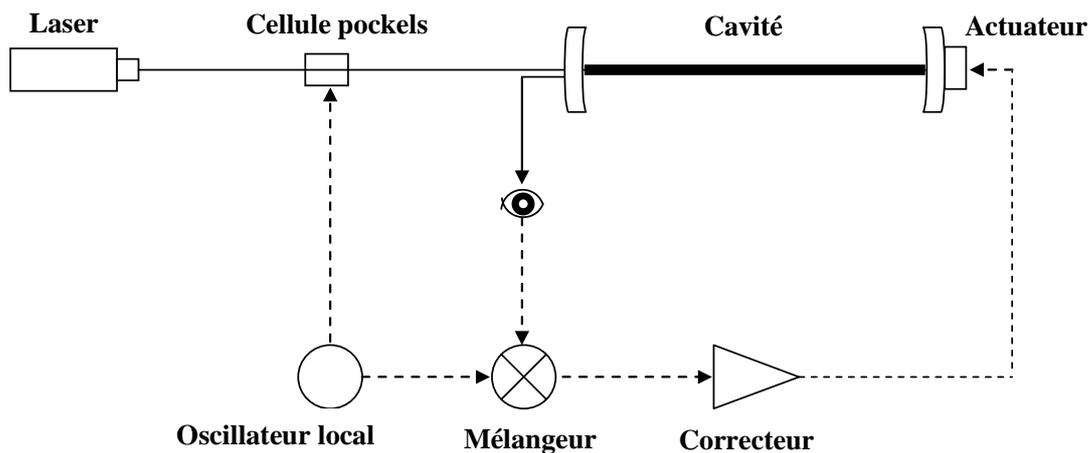
Figure(2.11) : schéma de contrôle du faisceau laser(BMS), en vert foncé le faisceau qui entre dans l'interféromètre, en vert clair le faisceau utilisé pour produire les signaux d'erreurs. Les lignes noires représentent les signaux de contrôles.

**Contrôle longitudinal des miroirs (Verrouillage) :****Définition du Verrouillage :**

Le verrouillage consiste à amener une cavité à résonance, soit en contrôlant la position d'un miroir, soit en contrôlant la fréquence du laser, à l'aide de signaux issus de la technique Pound Drever Hall.

**Technique Pound Drever Hall[ 18]:**

Cette technique a été inventée pour la stabilisation d'un laser en fréquence en le verrouillant sur une cavité Fabry-Perot. Cette technique a été inventée par Ron Drever, basée sur la technique des micro-ondes inventée par R. V. Pound. Cette méthode peut mesurer des petites variations de longueur d'une cavité avec une grande précision.



*Figure (2.12) : Schéma de base pour verrouiller une cavité sur un laser. Les lignes continues représentent les chemins optiques et les lignes discontinues représentent des signaux électriques. Un courant électrique appliqué à des bobines agit sur un aimant collé sur le miroir lointain pour fixer sa position.*

La figure (2.12) montre un schéma de base de la technique Pound-Drever-Hall. On envoie le laser dans la cavité ; une photodiode regarde le faisceau réfléchi ; sa sortie, filtrée par un correcteur, va sur les actuateurs qui agissent sur le miroir qui règle la longueur de la cavité. Bien sûr il faut donner le bon signe ( $\pm 1$ ) à notre correcteur.

Dans la figure (2.13), la cellule de Pockels module le faisceau laser en phase, et la lumière réfléchiée par la cavité est comparée avec le signal de modulation (OL).

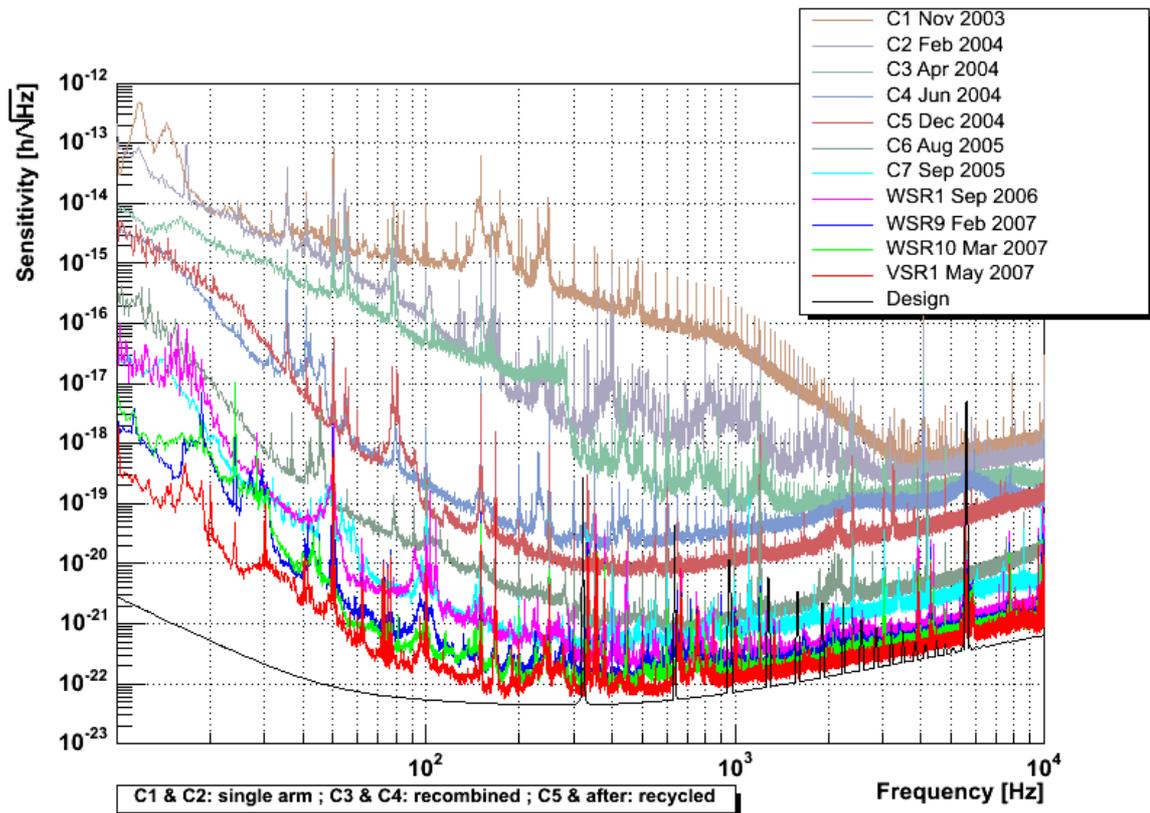
Pour moduler le laser en phase on utilise des cristaux dont l'anisotropie, et donc l'indice, varie en fonction de la tension appliquée sur le cristal. Ces cristaux sont appelés des cellules de Pockels. Si un champ traverse le cristal avec une pulsation  $\Omega$ , le déphasage introduit par la cellule est égal à  $m \sin(\Omega t)$  où  $m$ , la profondeur de modulation, dépend du cristal utilisé et de la tension appliquée.

Le mélangeur compare le signal de modulation généré par LO dans la figure (2.13) avec la sortie de la photodiode, ce qui extrait la partie qui a la même fréquence que le signal de modulation. Le signal obtenu est appelé signal d'erreur.

### 2.2.6 Commissioning de Virgo (recette)

Le commissioning de Virgo a débuté en 2003, il a fallu attendre jusqu'en 2004 pour contrôler tous les degrés de liberté longitudinaux et 2005 pour contrôler tous les degrés de liberté angulaires, à cause des nombreuses boucles d'asservissement utilisées (~150 boucles) et leurs complexités.

La conception de la sensibilité de Virgo a été calculée en considérant les bruits fondamentaux qui limitent la détection des ondes gravitationnelles. Comme le montre la figure (2.14), la sensibilité de l'interféromètre est limitée par d'autres bruits instrumentaux, le but du commissioning est d'éliminer ces bruits et d'atteindre la sensibilité nominale.



Figure(2.): évolution des courbes de sensibilité de Virgo durant les runs

### Historique des runs

Le run C1 a eu lieu du 14 Novembre au 17 novembre 2003, en tenant la cavité Nord verrouillée sur la résonance.

Le run C2 : 3 jours en Février 2004 avec la cavité nord verrouillée et contrôlée par alignement linéaire, et la cavité ouest verrouillée sur la résonance.

Le run C3 : 4 jours en Avril 2004, pendant lesquels la cavité nord est verrouillée sur la résonance en agissant sur la fréquence du laser au lieu d'agir sur la position du miroir. et 1 jour en recombiné ; les deux cavités contrôlées simultanément et la séparatrice avec pour but d'obtenir des interférences entre les faisceaux qui reviennent des deux bras pour former la frange noire.

Le run C4 : 5 jours en Juin 2004, interféromètre en mode recombiné, optimisation de la robustesse du verrouillage longitudinal, et les deux cavité sous alignement automatique.

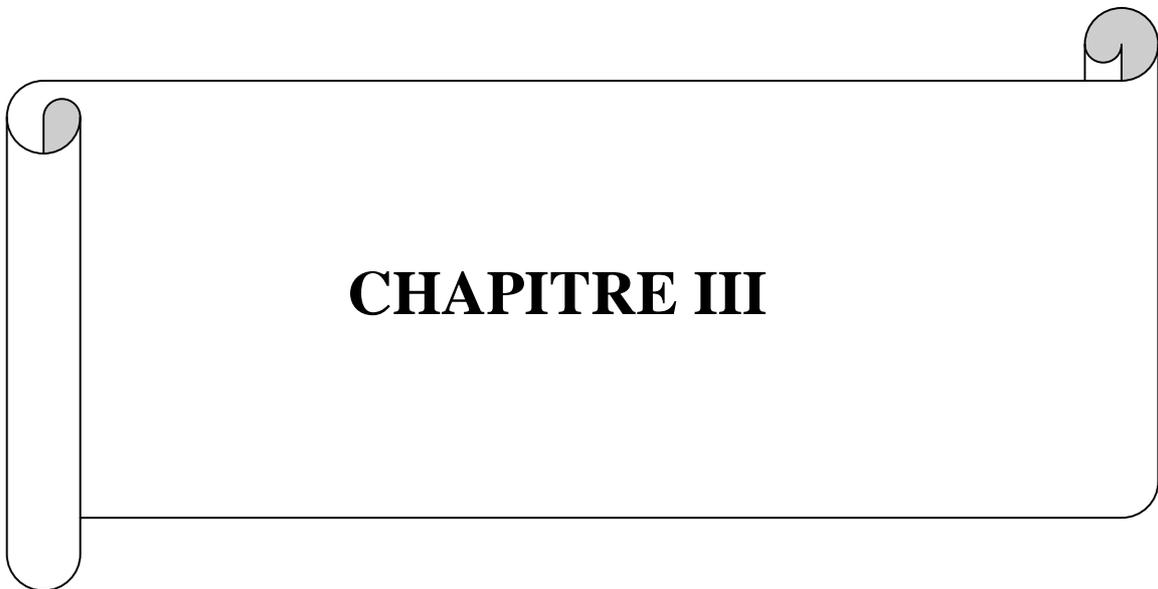
Le run C5 : 4 jours en Décembre 2004, avec l'implémentation du contrôle hiérarchique pour les suspensions des miroirs de renvoi des cavités et tester l'interféromètre recyclé.

Le run C6 : deux semaines en Août 2005, optimisation de la technique de l'alignement linéaire en plus d'autres améliorations techniques ce qui a permis d'augmenter la sensibilité du détecteur figure (2.)

Le run C7 : cinq jours en Septembre 2005, contrôle de tous les degrés de libertés angulaires et de nouveau la courbe de sensibilité s'est améliorée.

WSR (weekly science run) : entre la période Septembre 2006 et Mars 2007 et après le changement du nouveau banc d'injection dont on va parler dans le dernier chapitre, l'interféromètre a connu dix runs courts, dans le but de voir la robustesse de l'interféromètre et de prendre des données pour l'analyse.

VSR1 : 18 Mai-18 Septembre 2007 qui rentre dans la collaboration avec Ligo et qui permettra d'échanger les données avec d'autres interféromètres.



## **CHAPITRE III**

**Chapitre 3****Théorie et simulation****Sommaire**

---

**3.1 Théorie****3.1.1 Energie du photon****3.1.2 Pression de radiation en électromagnétisme classique****3.1.3-Pression de radiation dans la nature****3.1.4-Pression de radiation dans l'interféromètre****3.2 Description de la simulation Siesta****3.2.1 Etat des lieux des études de la pression de radiation dans un interféromètre****3.2.2-Intérêt de la simulation****3.2.3- Siesta****3.2.4- Fiabilité de la simulation****3.2.5-Vérification de la modulation et démodulation dans la simulation****3.2.6-Vérification et ajustement des fonctions de transfert des suspensions****3.2.7-Conception de la simulation pour le mode cleaner****3.2.8-Contrôles du mode cleaner****3.2.9-Point d'application de la pression de radiation****3.2.10-Conclusion**

---

**3.1 Théorie**

Quand une onde électromagnétique (onde lumineuse) heurte une particule chargée, le champ électrique de la lumière accélère la charge dans une direction qui est transversale à la direction de propagation de la lumière. L'accélération de la charge crée un champ

magnétique qui agit l'un sur l'autre, le champ magnétique de la lumière force la particule en avant dans la direction de propagation. La pression de rayonnement du soleil crée des queues de comète en poussant le matériel vaporisé hors de la tête de la comète. Dans VIRGO la pression pousse sur les miroirs, un effet qui complique la commande des miroirs.

### 3.1.1 Energie du photon

Tout échange d'énergie lié au champ électromagnétique s'effectue de manière quantique via les photons. Lorsqu'ils sont associés à une onde électromagnétique de fréquence  $\nu$ , leur énergie vaut:

$$E = h\nu = \frac{hc}{\lambda} \quad (3.1)$$

(avec  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  J.s). En général  $E$  ne se mesure pas en Joule, qui est une unité bien trop grande. Souvent on utilise l'eV dont l'ordre de grandeur est bien approprié à la gamme "optique" du spectre électromagnétique, et qu'on peut associer aux transitions entre états électroniques.

### 3.1.2 Pression de radiation en électromagnétisme classique

En électromagnétisme classique on montre que tout flux d'énergie transportée par une onde est associé un flux de quantité de mouvement, avec le rapport (Energie)/(Quantité de mouvement)= $c$ , où  $c$  est la vitesse de la lumière. Il en résulte que toute absorption d'énergie par un objet s'accompagne d'une variation de la quantité de mouvement de l'objet, ce qui traduit l'existence d'une force exercée par le rayonnement ("pression de radiation").

Voici une "démonstration" qui permet de s'en convaincre : Considérons une onde plane polarisée rectilignement suivant  $Ox$ , et se propageant suivant la direction  $Oz$  avec le vecteur d'onde  $\vec{k}$ . Les champs associés valent:

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x \quad (3.2)$$

$$\vec{B} = B_0 \cos(\omega t - kz) \vec{u}_y$$

où on rappelle que  $B_0 = \frac{E_0}{c}$

Considérons l'action exercée par cette onde sur une particule de charge  $q$ . Dans ces conditions la force moyenne dans le temps appliquée à  $q$  s'écrit:

$$\langle \vec{F} \rangle = q \langle \vec{E} \rangle + q \langle \vec{v} \times \vec{B} \rangle \quad (3.3)$$

où  $\langle \rangle$  désigne la moyenne temporelle. Le premier terme est à moyenne nulle. Par ailleurs la particule va prendre un mouvement d'oscillation forcée de vitesse dirigée suivant  $Ox$ . Alors  $\vec{v} \approx v \vec{u}_x$  et le deuxième terme est dirigé suivant  $Oz$ . Ainsi:

$$\langle \vec{F} \rangle = q \langle \frac{v}{c} E \rangle \vec{u}_z \quad (3.4)$$

Ceci met bien en évidence l'existence d'une force moyenne  $F_z \vec{u}_z$  dirigée suivant  $\vec{k}$ .

Pour relier cette force à l'énergie absorbée, exprimons la puissance moyenne développée par la force:

$$\langle \frac{dW}{dt} \rangle = \langle \vec{F} \cdot \vec{v} \rangle = q \langle \vec{E} \cdot \vec{v} \rangle + q \langle \vec{v} \cdot (\vec{v} \times \vec{B}) \rangle \quad (3.5)$$

Comme le deuxième terme est nul (produit mixte), on a donc :

$$\langle \frac{dW}{dt} \rangle = q \langle \vec{E} \cdot \vec{v} \rangle \quad (3.6)$$

Ce qui d'après la relation précédente montre que

$$\langle \frac{dW}{dt} \rangle = c \langle F_z \rangle \quad (3.7)$$

Sachant que  $F_z = \frac{dp_z}{dt}$  on voit que le débit de quantité de mouvement (force) est bien égal au débit d'énergie (puissance) divisé par  $c$ .

Si l'on admet qu'un photon associé à une onde de fréquence  $\nu$  transporte une énergie  $h\nu$ , alors il est immédiat de lui associer une quantité de mouvement  $p = h\nu/c$ , cohérente avec la relation de Broglie  $p = h/\lambda$ . Pour une onde plane progressive caractérisée par le vecteur d'onde  $\vec{k}$ , cette relation s'écrit:

$$\vec{p} = \hbar\vec{k} \quad (3.8)$$

### 3.1.3-Pression de radiation dans la nature

Bien que dans la vie quotidienne cette "pression de radiation" soit une force de grandeur insignifiante, dans d'autres situations ses effets peuvent être spectaculaires. Citons par exemple l'action de la pression du rayonnement solaire, qui pousse la queue des comètes dans la direction opposée au soleil. L'équilibre des étoiles est également assuré par la pression de radiation qui contrebalance les effets de la gravitation qui tendraient à faire s'effondrer l'étoile (c'est d'ailleurs ce qui se passe lorsque les réactions nucléaires cessent faute de combustible et que l'étoile ne peut plus rayonner comme avant).

Un autre exemple est celui du ralentissement d'un jet d'atomes. Une telle expérience a été réalisée en premier par W. Phillips (prix Nobel de Physique 1997). Dans ce cas on part d'un jet atomique d'atomes de sodium, animé d'une vitesse d'environ 1000m/s, sur lequel on envoie un faisceau laser de longueur d'onde 890nm accordée sur la transition connectant l'état fondamental de l'atome à son premier état excité. Les atomes absorbent le rayonnement, se retrouvent dans l'état excité, et se désexcitent spontanément vers l'état fondamental au bout d'un temps caractéristique  $\tau=16ns$ . La puissance du laser est telle que très rapidement ils absorbent un autre photon et se retrouvent à nouveau dans l'état excité. Le cycle se reproduit ainsi environ  $1/16.10^{-9} = 6.10^7$  fois par seconde. A chaque absorption l'atome absorbe aussi une quantité de mouvement  $\hbar\vec{k}$  opposée à sa vitesse. A chaque émission spontanée il reperd une quantité  $\hbar\vec{k}'$ , ou  $\vec{k}'$  a la direction du photon émis. Le point important est que la direction du photon de fluorescence émis est aléatoire, et

qu'il y a autant de chances qu'il soit émis dans une direction donnée que dans la direction opposée. Ainsi sur un grand nombre de cycles les quantités de mouvement perdues par l'atome lors des émissions spontanées se compensent. Du coup la quantité de mouvement de l'atome varie de  $\Delta\vec{p} = \hbar\vec{k}$  fois le nombre de cycles absorption- fluorescence pendant  $\Delta t$  ce qui correspond à une force:

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \sim \frac{\hbar\vec{k}}{\tau} \quad (3.9)$$

Soit  $F \approx 4.10^{-20}$  Newton. Cependant, quand on la rapporte a la masse de l'atome,  $m = 1.67.10^{-27}$  kg elle est capable de lui communiquer l'accélération de  $10^6$  m.s<sup>-2</sup>.

### 3.1.4-Pression de radiation dans l'interféromètre

Pour estimer l'ordre de grandeur de cet effet, il faut rappeler que la force exercée par une onde électromagnétique d'une puissance P réfléchi normalement d'un miroir sans pertes s'écrit :

$$F_{rad} = \frac{2P}{c} \quad (3.10)$$

La fluctuation de cette force est due à la fluctuation du bruit de photons en puissance, qui est un bruit blanc :

$$F(f) = \frac{2}{c}\sigma_p \quad (3.11)$$

$$\text{avec } \sigma_p = \sqrt{2P_{in}h\nu}$$

où, en terme de densité spectrale de l'amplitude

$$F(f) = 2\sqrt{\frac{2hP_{in}}{c\lambda}} \quad (3.12)$$

Indépendante de la fréquence.

Cette force bruyante est appliquée sur chaque miroir dans les bras. On va considérer une première version d'un interféromètre de Michelson sans cavités. On laisse les deux miroirs de fond sans contrôle comme des masses libres, et on néglige l'effet de la pression de radiation sur la séparatrice. Les fluctuations de la pression de radiation causées par une puissance  $P_{in}/2$  sur chaque miroir pour une  $f > f_{resonance}$  sont :

$$x(f) = \frac{1}{m(2\pi f)^2} F(f) = \frac{1}{2m\pi^2 f^2} \sqrt{\frac{hP_{in}}{c\lambda}} \quad (3.13)$$

Les fluctuations de puissance dans les deux bras ne seront pas corrélées. L'effet est doublé sur la sortie du détecteur, puisque c'est proportionnel à la différence de longueur dans les deux bras. Et donc le bruit de la pression de radiation s'écrit

$$h_{pr}(f) = \frac{\sqrt{2}}{L} x(f) = \frac{1}{2m\pi^2 f^2 L} \sqrt{\frac{2hP_{in}}{c\lambda}} \quad (3.14)$$

Ainsi on a deux sources de bruit associées avec la nature quantique du laser. Ces bruits ont un comportement opposé en fonction de la puissance : le bruit de photons baisse quand la puissance augmente, par contre le bruit de la pression de radiation augmente avec la puissance.

Les deux bruits ensemble forment un seul bruit qu'on peut appeler bruit de lecture, donné par la somme en quadrature.

$$h_{lecture} = \sqrt{h_{photon}^2(f) + h_{pr}^2(f)} \quad (3.15)$$

En basse fréquences, le terme de la pression de radiation (proportionnel à  $1/f^2$ ) va dominer, cependant en haute fréquences le bruit de photons (indépendant de la fréquence) est plus important figure (3.1). On peut améliorer la résolution en haute fréquence en augmentant la puissance, mais cela augmentera le niveau du bruit de la pression de radiation en basses fréquences. Un minimum de bruit de lecture existe qui équilibre les deux bruits ; pour cela il faut choisir la puissance d'entrée  $P_{in}$ , tel que  $h_{photon}(f) = h_{rad}(f)$ , la solution a cette équation donne :

$$P_{eq} = \pi c \lambda m f^2 \quad (3.16)$$

En choisissant  $m = 20kg$ ,  $f = 100Hz$ . La puissance d'équilibre  $P_{eq} \approx 200MW$  est grande par rapport à la puissance réellement utilisée. Par contre on va voir plus loin qu'une puissance bien inférieure peut provoquer des effets significatifs sur la stabilité du mode cleaner d'entrée.

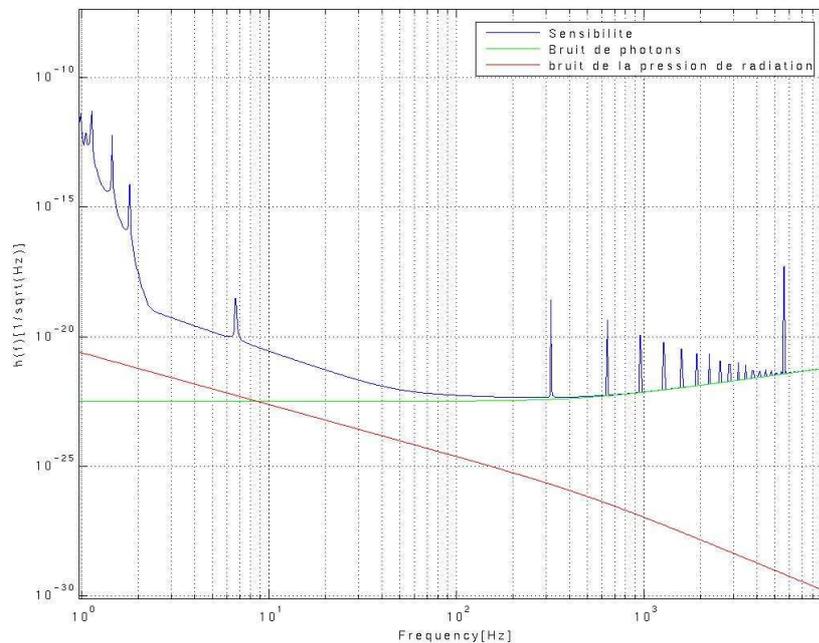


Figure (3.1): courbe de la spécification de la sensibilité de Virgo, et la contribution des bruits de la pression de radiation et de photons dans la spécification.

### 3.2 –Description de la simulation Siesta

Étant donné la complexité de la configuration optique, et le grand nombre des boucles d'asservissements, les simulations optiques sont adaptées aux soutiens de la recette. Des simulations dans le temps et dans le domaine de fréquence sont utilisées, en fonction des besoins.

Le logiciel utilisé pour l'étude de la pression de radiation au cours de ma thèse s'appelle *SIESTA* [19], qui est dans le domaine temporel.

#### 3.2.1 Etat des lieux des études de la pression de radiation dans un interféromètre

Dans les dernières années plusieurs études ont été effectuées, surtout dans le domaine des grands interféromètres. Les non linéarités introduites par la pression de radiation peuvent causer des instabilités dans la prochaine génération d'interféromètres.

Une des premières études est le travail de thèse de Jean-Luc BOULANGER (université de Paris VI-1988)[20], intitulé "Détection interférométrique des ondes de gravitation". Il y construit un modèle analytique des Fabry-Perot pendulaires dans le but d'étudier leur dynamique et la multistabilité engendrée par la non linéarité de la pression de radiation. Il trouve que des cavités Fabry-Perot à miroirs suspendus sont susceptibles de développer des instabilités.

Un autre travail de thèse a été mené par Malik RAKHMANOV (California Institute of Technology-2000)[21], intitulée "Dynamics of Laser Interferometric Gravitational Wave Detectors", toujours dans des longues cavités Fabry-Perot de 4 km. Son travail consiste en l'étude des différents effets dynamiques causés par la pression de radiation, pour la conception de l'interféromètre Advanced LIGO. Il arrive au résultat que la pression de radiation peut causer des instabilités sur le mouvement des miroirs suspendus et que l'étude théorique des instabilités causées par la pression de radiation est très difficile ainsi que l'étude expérimentale, puisque le début des instabilités est toujours couvert d'autres bruits.

Un groupe de LIGO dans un travail expérimental, "Measurement of radiation-pressure-induced optomechanical dynamics in a suspended Fabry-Perot cavity"[22], provoque un effet de la pression de radiation appelé "ressort optique", en dérégulant la cavité de la résonance. Le but est d'appliquer cette technique dans le recyclage du signal (signal recycling), pour améliorer la résolution de l'interféromètre autour de sa fréquence de résonance.

Le travail de D.Sigg et J.Sidles "Optical torques in suspended Fabry-Perot interferometers" [23], part de la base que les mouvements angulaires décentrent l'axe optique dans une cavité et donc un couple sera exercé sur les miroirs, ce qui va changer la rigidité de torsion. Ils en déduisent que la rigidité de torsion du ressort optique sera beaucoup plus grande que celle des suspensions des miroirs dans la prochaine génération des interféromètres.

Un travail mené par une équipe de l'université de Florence "Thermo-optical nonlinearities and stability conditions for high-finesse interferometers"[24], étudie la stabilité d'une cavité Fabry Perot en présence de la pression de radiation et l'effet photo-thermique, mais sans force d'asservissement. Ils en déduisent que ces deux paramètres peuvent provoquer des oscillations du système (quand un des paramètres est supérieur à l'autre) ou même des instabilités; un contrôle des paramètres est donc nécessaire.

Un autre travail, et d'une autre qualité a été effectué par A. Heidmann et al. "Radiation-pressure cooling and optomechanical instability of a micro-mirror"[25], où ils étudient les effets quantiques de la pression de radiation dans une cavité Fabry Perot. Ils trouvent qu'on peut refroidir ou chauffer un miroir suivant le dérèglement de la cavité de la résonance.

Tous ces travaux montrent que jusqu'à présent aucune étude sur la pression de radiation dans une cavité triangulaire (mode cleaner) n'était faite. Toutes les études menées dans ce thème sont faites sur une cavité Fabry Perot simple et généralement de longueur 3-4 km. Aucune de ces études ne tient en compte la force de l'asservissement qui joue un rôle important dans le comportement du système.

### 3.2.2-Intérêt de la simulation

Les effets de la pression de radiation dans une cavité Fabry Perot résonante est un phénomène qu'on connaît pas encore très bien les effets, positifs ou négatifs. Cela est dû à la complexité du système qui contient des non linéarités. Dans une cavité la pression de radiation s'exerce sur un miroir suspendu, qui est physiquement un pendule. La fonction de transfert entre le déplacement et une force appliquée pour un pendule simple est décrite par la fonction (3.16).

$$M \left( \frac{\delta^2 x}{\delta^2 t} + \frac{K}{M} \frac{\delta x}{\delta t} + \frac{g}{L} x \right) = F \quad (3.16)$$

Où  $F$  est une force [N],  $L$  est la longueur du fil [m],  $M$  est la masse et  $K$  est le coefficient du frottement.

du miroir [kg].

Posant :

$$x = x_0 e^{i\omega t}, \quad F = F_0 e^{i\omega t}$$

$$\text{Où} \quad \omega_0^2 = \frac{g}{L}$$

$$x(\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega_0\omega/Q) = \frac{1}{M} F(\omega) \quad (3.17)$$

$$F(\omega) = F_{rad} + F_{asser} \quad (3.18)$$

$F_{asser}$  : la force produite par le correcteur pour tenir la cavité en résonance.

$F_{rad} = \frac{2P(\omega)}{c}$  : la force de la pression de radiation.

Au voisinage de la résonance la puissance dans la cavité est égale à :

$$P(t) = \frac{P_0}{1 + x^2(t) \left( \frac{4F}{\lambda} \right)^2} \quad \Rightarrow \quad F_{rad} = \frac{2P_0/c}{1 + x^2(t) \left( \frac{4F}{\lambda} \right)^2} \quad (3.19)$$

L'équation (3.18) montre que le système devient non linéaire du au terme  $x^2(t)$  dans l'équation (3.19). Notre pendule devient non seulement un pendule forcé, mais il dépend de deux forces variables, dont une dépend du déplacement. Les méthodes analytiques s'intéressent aux effets prépondérants du phénomène. Ceci revient souvent à linéariser les phénomènes caractéristiques du système étudié (on dit qu'il y a proportionnalité entre la cause et l'effet) [24]. Les effets non linéaires, lorsqu'on ne les néglige pas, conduisent quelquefois à des effets spectaculaires : instabilités ou chaos. D'où vient la nécessité d'utiliser une simulation complète.

### 3.2.3-Siesta

Le logiciel Siesta (Simulation of Interferometric Experiments Sensitive To gravitational waves)[19] est un programme de simulation générale pour la conception et la recette de l'interféromètre et l'analyse des données. Le but de Siesta est de rassembler tous les composants de l'interféromètre dans un seul programme, comme le laser, les miroirs, les suspensions, les photodiodes ou les asservissement utilisés pour le contrôle. Tous ces signaux sont reliés entre eux par la structure du signal dans Siesta, la sortie d'un signal est prise comme entrée d'un autre signal. Les résultats de SIESTA peuvent être lus par le programme Data Display utilisé essentiellement pour lire les données réelles du détecteur.

### 3.2.4 Fiabilité de la simulation

Avant d'utiliser Siesta comme logiciel pour l'étude de la pression de radiation, dans le mode cleaner d'entrée de Virgo, il est nécessaire d'en tester la fiabilité. Pour cela j'ai décidé de le comparer avec l'étude théorique menée par J.Y.Vinet et al [26]. Une cavité Fabry-Perot plan courbe modélise une cavité des bras de l'interféromètre Virgo. Le miroir concave est situé à 3 km du premier, suspendu et supposé libre (sans asservissement) Figure (3.2).

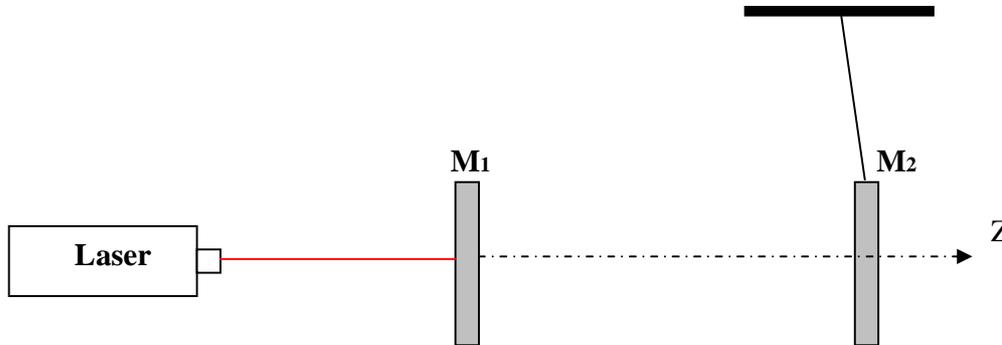


Figure (3.2) : cavité Fabry-Perot de longueur  $L=3$  Km, avec un miroir d'entrée  $M_1$  fixe, et un miroir de sortie  $M_2$  suspendu, sur lequel on s'exerce la pression de radiation.

Dans la simulation la force de la pression de radiation est appliquée au centre du miroir. Les effets ramenés sur le comportement du système sont ensuite comparés avec l'étude théorique de Vinet.

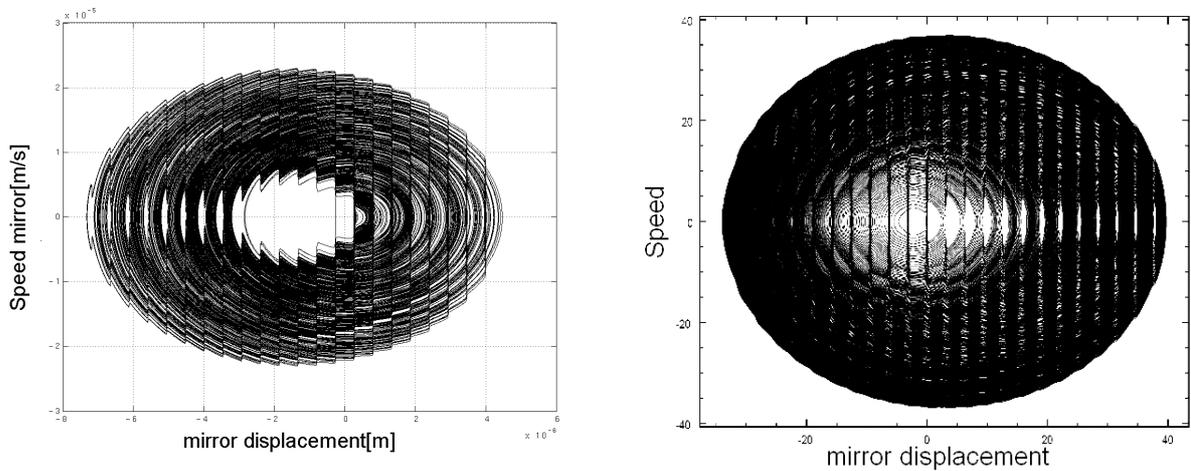


Figure (3.3) : plan de phase déplacement ( $x$ ) Vs vitesse( $y$ ) ; (a) simulation sur une durée de 40 secondes, (b) prédiction théorique sur un intervalle de temps de 500 secondes

Les deux figures représentent le plan de phase d'un miroir libre (sans contrôle) quand il est soumis à la force des photons. La figure produite par Siesta expose clairement le même comportement qualitatif trouvé par J.Y.Vinet et al.

L'axe vertical représente la vitesse du miroir exprimée en mètre/seconde. Sur l'axe horizontal qui représente le déplacement en mètre, le zéro indique la position initiale du miroir courbe quand il est sur la résonance. La partie négative représente la partie extérieure de la cavité, et la partie positive représente la partie intérieure (cavité courte).

Quand le laser est allumé le miroir courbe va bouger vers le sens positif sous l'effet de la pression de radiation, jusqu'à une certaine amplitude, et comme c'est un pendule il va revenir dans l'autre sens passant une autre fois par la résonance ; la pression de radiation va amortir sa vitesse ; il continuera dans ce sens par contre la distance parcourue va être petite.

L'amplitude du déplacement va augmenter jusqu'à atteindre un cycle limite.

### 3.2.5-Vérification de la modulation et démodulation dans la simulation

Comme déjà cité, le faisceau laser dans Virgo est modulé et démodulé en phase par deux fréquences (22 MHz et 6 MHz).

La fréquence utilisée pour verrouiller le laser sur le mode cleaner est 22 MHz, c'est la fréquence utilisée dans la simulation.

Pour vérifier si la modulation et la démodulation sont bien reproduites dans la simulation, on balaye la longueur de la cavité avec une vitesse de  $0.04 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$ , ce qui va nous permettre de voir le pic d'Airy qui est la porteuse et les deux bandes latérales issues de la modulation.

Les résultats obtenus par la simulation doivent remplir les conditions des équations (3.22) et (3.23).

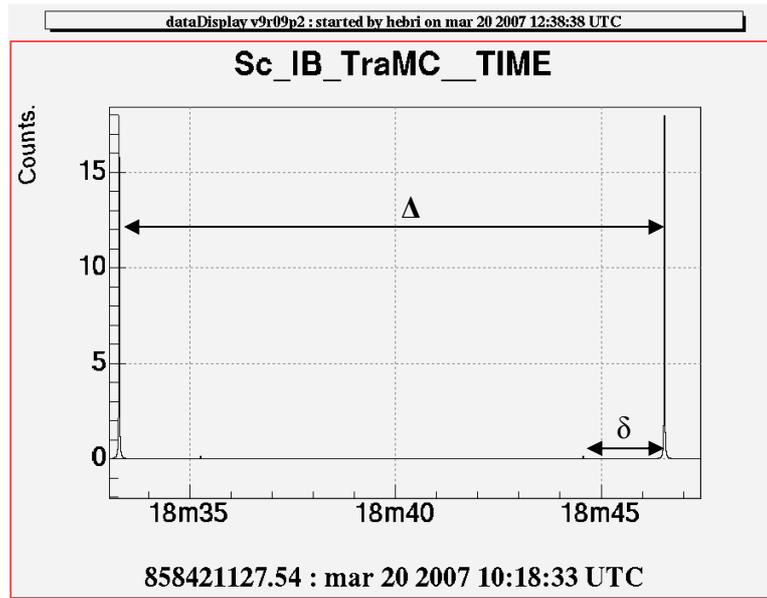


Figure (3.4) : transmission de la cavité mode cleaner balayer en longueur, avec une vitesse de  $0.04 \cdot 10^{-6}$  m/s

Un signal modulé a pour expression

$$E(t) = B \left[ \cos.\omega_0 t + \frac{m}{2} [\cos(\omega_0 - \Omega)t - \cos(\omega_0 + \Omega)t] \right] \quad (3.21)$$

Où  $\Omega$  est la fréquence de modulation. On peut écrire le rapport entre l'amplitude de la bande latérale et celle de la porteuse par :

$$\frac{a}{A} = \frac{m^2}{4} \quad (3.22)$$

Le rapport en fréquence doit vérifier l'équation suivante :

$$\frac{\delta}{\Delta} = \frac{22\text{MHz} - N.ISL}{ISL} \quad (3.23)$$

où

$A=18$  W (l'amplitude du pic d'Airy de la transmission).

$a=0.14$  W (l'amplitude des bande latérales).

$\Delta=5.29 \cdot 10^{-7}$  (la distance entre deux pics d'Airy).

$\delta=0.79 \cdot 10^{-7}$  (la distance entre un pic d'Airy et une de ses bandes latérales).

En remplaçant dans les équations ci dessus on trouve

$m=0.176$  (m simulation est égale a 0.17)

$N \sim 21$

### 3.2.6-Vérification et ajustement des fonctions de transfert des suspensions

Pour les suspensions dans Siesta, des programmes spéciaux ont été écrits. J'ai ensuite réajusté quelques paramètres, par exemple l'épaisseur du fil, les masses et les moments d'inertie, les positions de connexion entre le miroir et la marionnette etc. de façon à ce que les fonctions de transfert simulés soient identiques à celles mesurées. Comme représentent les figures (3.5) et (3.6) les fonctions de transfert dans Siesta sont identiques à celles mesurées (expérimentales), à part quelques résonances supposées être la conséquence d'un couplage avec un autre degré de liberté.

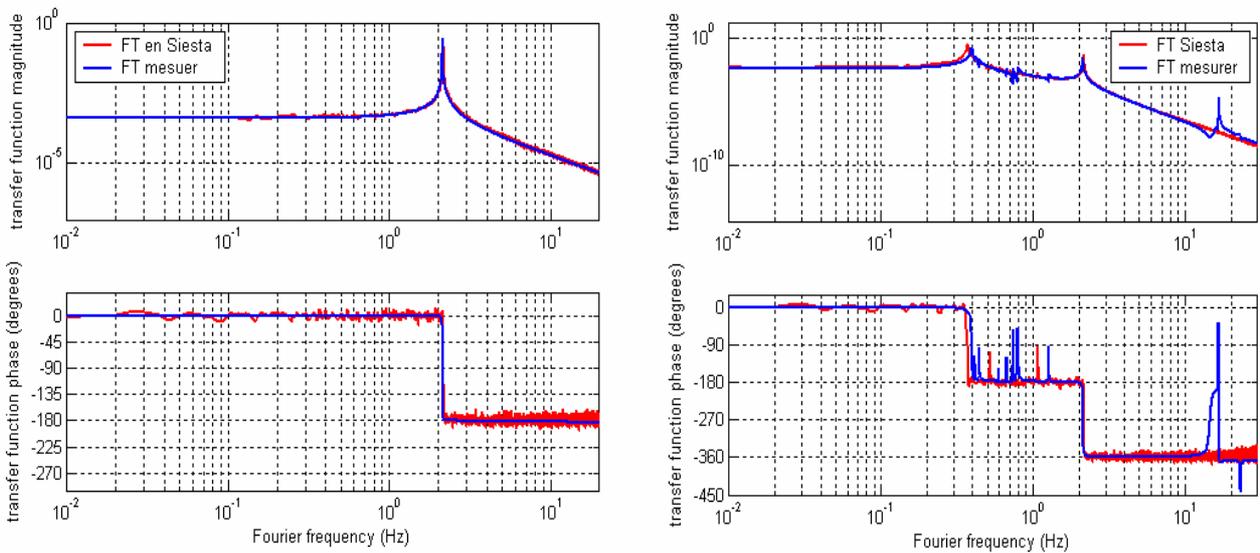


Figure (3.5): La fonction de transfert mécanique du miroir suivant  $\theta_x$  après ajustement : (rouge) simulée, (bleu) mesurée ;(a) masse de référence, (b) la marionnette

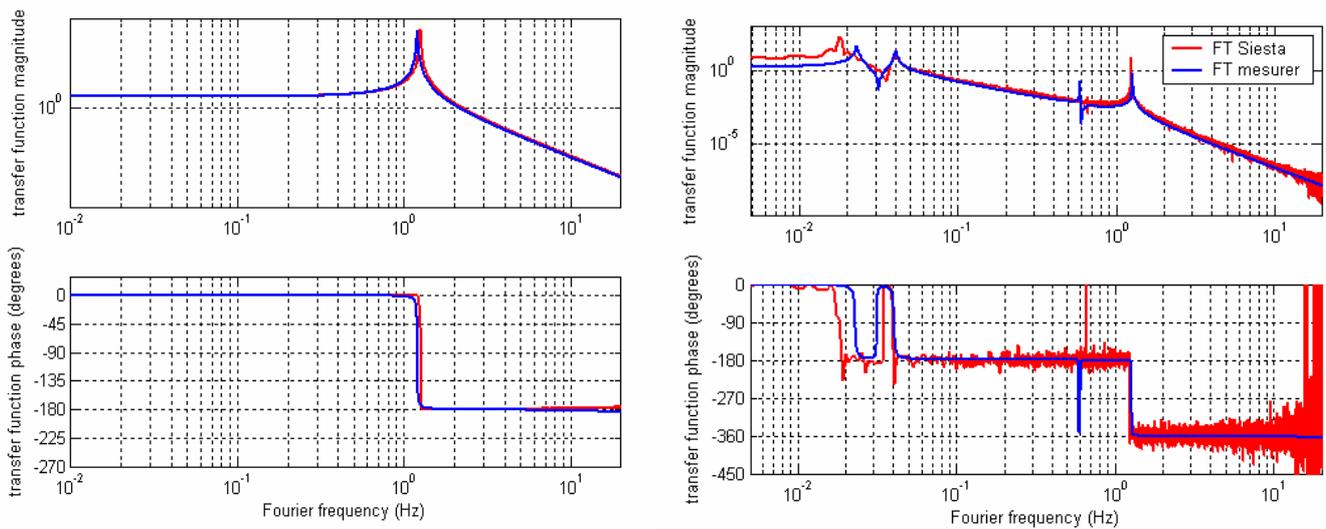


Figure (3.6) : La fonction de transfert mécanique du miroir suivant  $\theta_y$  après ajustement : (rouge) simulée (bleu) mesurée ;(a) masse de référence, (b) la marionnette

### 3.2.7-Conception de la simulation pour le mode cleaner

#### -Conception géométrique et optique

Comme dans le mode cleaner Virgo, on suppose une cavité triangulaire, deux miroirs ( $M_1$  et  $M_2$ ) posés sur un dièdre formant un angle figure (3.7). L'effet de la pression de radiation est négligeable puisque le dièdre est posé sur le banc d'injection suspendu très lourd (100 kg) devant le troisième miroir courbe  $M_3$  qui pèse 0.36 kg, le dièdre est donc supposé immobile.

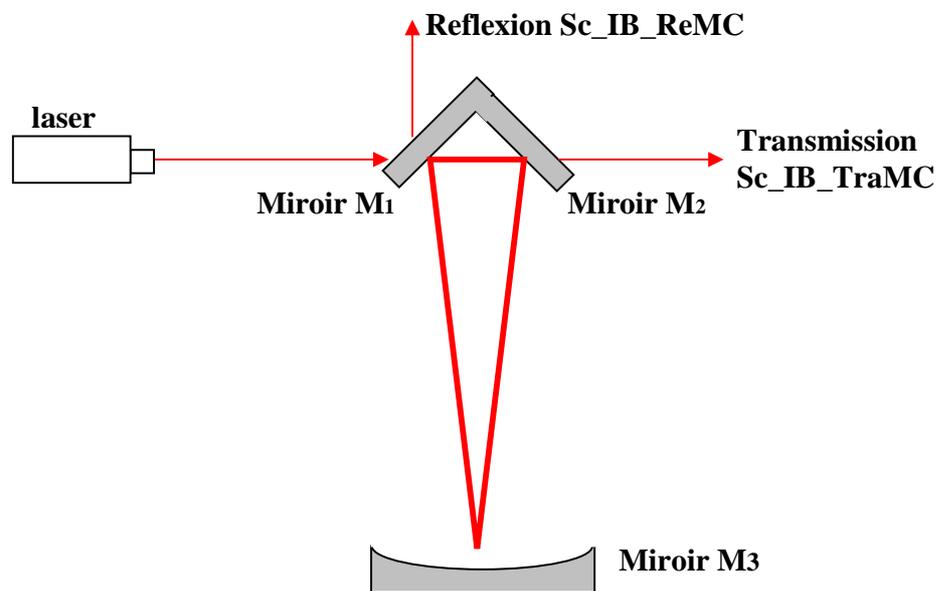


Figure (3.7) : conception optique du mode cleaner

Pour avoir une cavité stable il faut que le rayon de courbure soit plus grand que la longueur de la cavité  $R > L$ , ( $R=180$  m,  $L=144$  m).

Voilà un tableau récapitulatif de tous les paramètres géométriques et optiques utilisés dans la simulation, qui sont identiques aux paramètres réels.

longueur de la cavité	$L=144$ m
Rayon de courbure de $M_3$	$R=180$ m
Masse de $M_3$	$M=0.36$ Kg
Réflexion de $M_1$	$r_1=0.9984$
Réflexion de $M_2$	$r_2=0.9984$
Réflexion de $M_3$	$r_3=0.999951$
Finesse de la cavité	$F=966$
Fréquence de modulation	$f=22$ MHz
Indice de modulation	$m=0.17$

Tableau(3.1) : Paramètres optique et géométrique utilisé dans la simulation Siesta

### -Conception des contrôles

On considère que tous les contrôles agissent sur le miroir courbe, puisque que le dièdre est supposé rigide et donc parfaitement stable.

En ce qui concerne le contrôle longitudinal, on considère l'asservissement d'une cavité Fabry-Perot sur la longueur d'onde d'un laser infiniment stable. Cela ne représente pas le système injection lorsqu'il fonctionne seul, mais représente partiellement la réalité lorsque le deuxième étage de stabilisation en fréquence est engagé : la longueur du Mode cleaner est alors verrouillée par action sur le miroir courbe, dans la bande de fréquence DC-150 Hz. Les degrés de libertés angulaires sont contrôlés en agissant sur la masse et la marionnette figure (3.8).

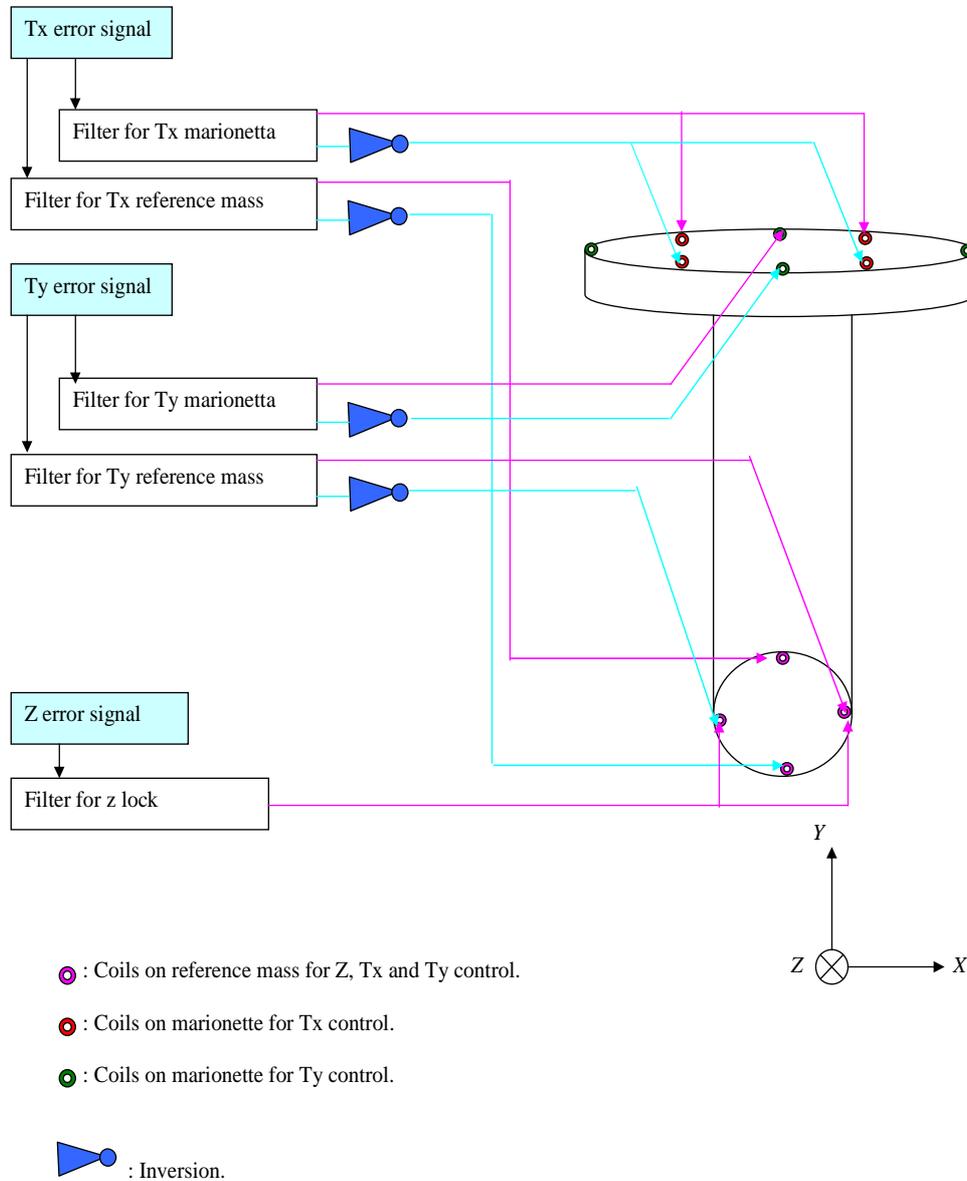


Figure (3.8): Conception des contrôles du miroir mode cleaner

### 3.2.8-Contrôles du mode cleaner

#### -Contrôle suivant l'axe optique

Comme mentionné précédemment, le miroir courbe est suspendu au superatténuateur. La figure plus bas montre un simple pendule (le dernier étage de la suspension). Pour le contrôle longitudinal, on n'agit que sur la partie basse (masse de référence). La fonction de transfert entre le déplacement et une force simple appliquée est décrite par la fonction (3.24).

$$\frac{x(\omega)}{F(\omega)} = \frac{1}{M} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\omega_0\omega/Q} \quad (3.24)$$

Pour contrôler le miroir suivant  $z$  ou verrouiller la cavité, on utilise la technique Pound-Drever (§ 2.2.5). Le signal d'erreur utilisé est la réflexion du mode cleaner (Sc\_IB\_ReMC), démodulée.

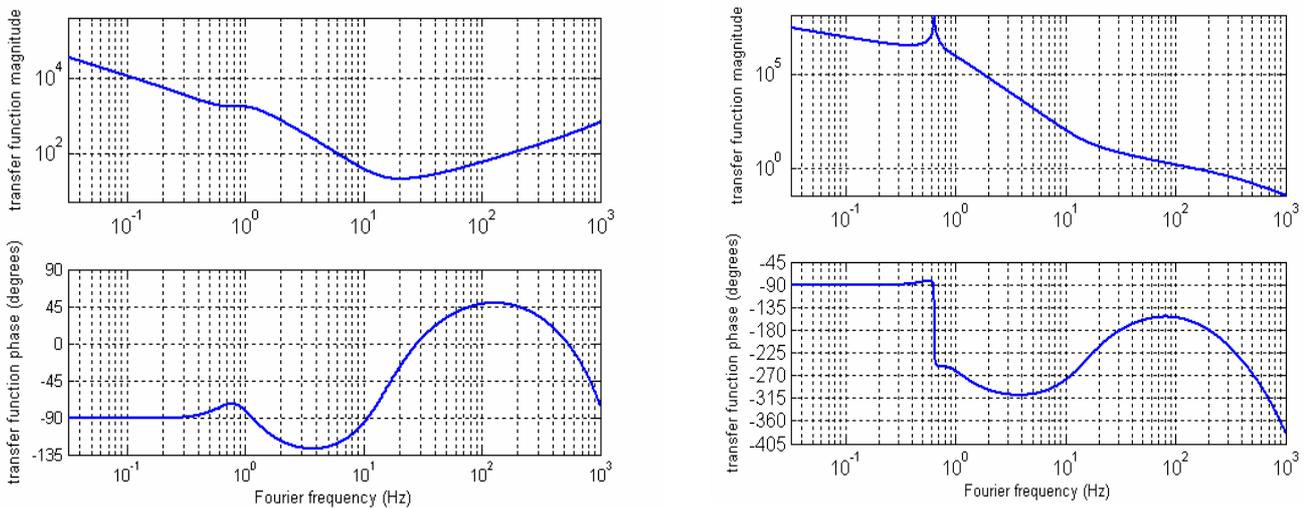


Figure (3.9) : (a) correcteur utilisé pour verrouiller la cavité, (b) fonction de transfert en boucle ouverte en  $z$ ,  $f_0 = 0.6$  Hz,  $M = 0.36$  Kg,  $Q = 100$ ,  $L = 0.6$  m

Le filtre utilisé pour verrouiller la cavité est le même filtre que celui utilisé dans l'expérience figure (3.9a). La fonction de transfert en boucle ouverte a une bande passante de 150 Hz figure (3,9 b). des notions d'asservissement sont présentées en annexe.

Après l'implémentation de ce filtre qui envoie une correction sur les bobines et la masse de référence, notre cavité est très bien verrouillée sur la résonance en absence d'excitation sismique Figure (3.10).

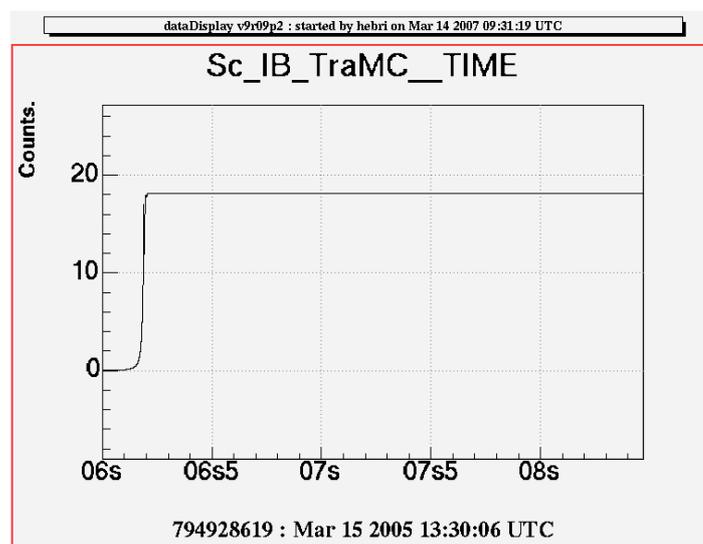
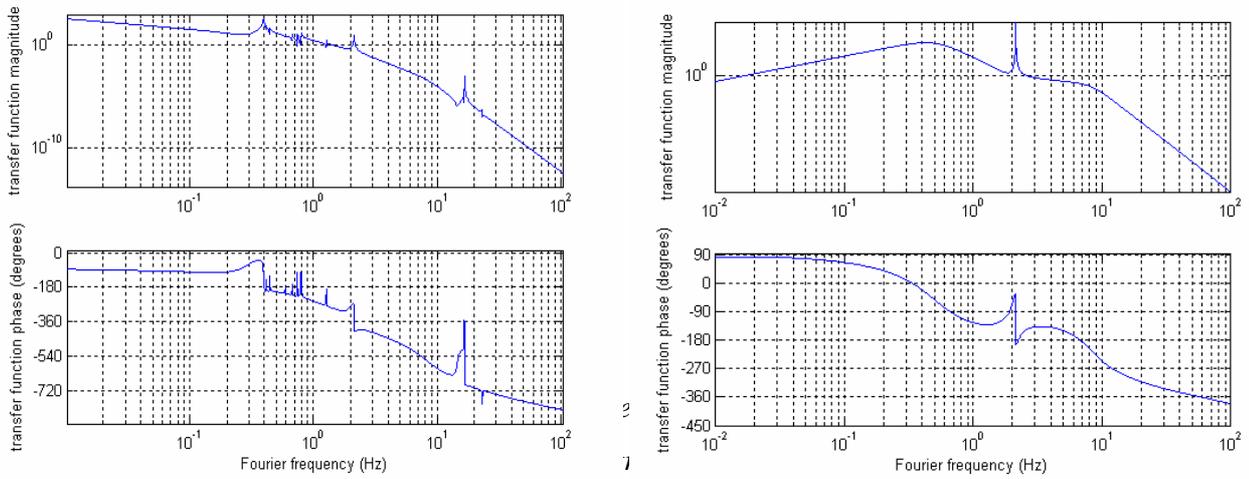


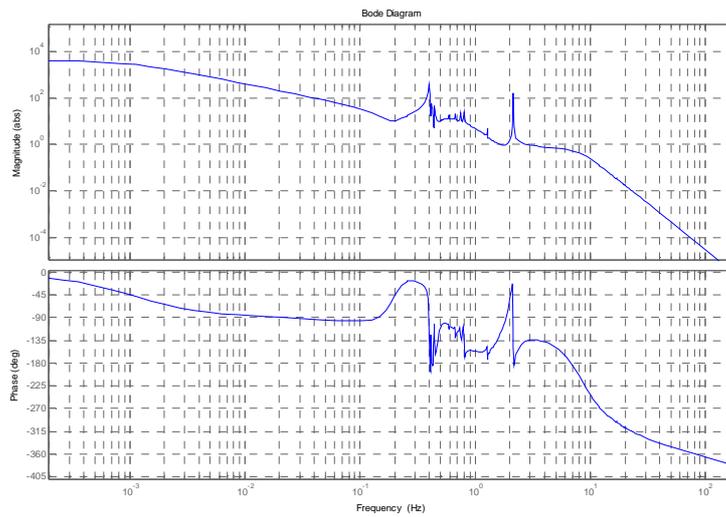
Figure (3.10) : verrouillage de la cavité mode cleaner, signal représentant la puissance transmise

### Contrôle suivant $\theta_x$

Le contrôle suivant  $\theta_x$  qui est la rotation autour de l'axe  $x$  est différent de celui réalisé dans la réalité, cette différence est au niveau du signal d'erreur. Dans la simulation, le signal d'erreur est la position  $\theta_x$  du miroir dans un repère inertiel. La correction en basse fréquence est appliquée au niveau de la marionnette jusqu'à  $\sim 1.5\text{Hz}$  Figure (3.11a), et hautes fréquences la correction est appliquée au niveau de la masse de référence Figure (3.11b). La boucle ouverte totale en  $\theta_x$  à une bande passante de 2.8 Hz figure (3.12).



référence en haute fréquence.



Figure(3.12 ): Fonction de transfert totale en boucle ouverte de l'asservissement suivant  $\theta_x$ , avec une bande passante de 2.8 Hz.

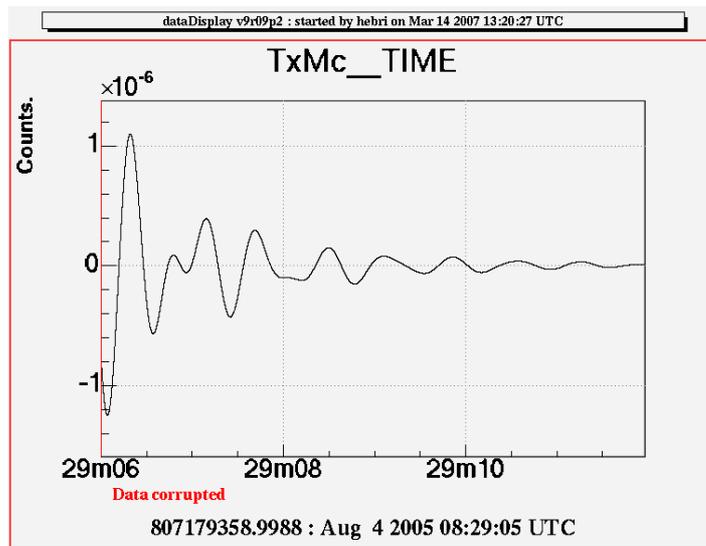
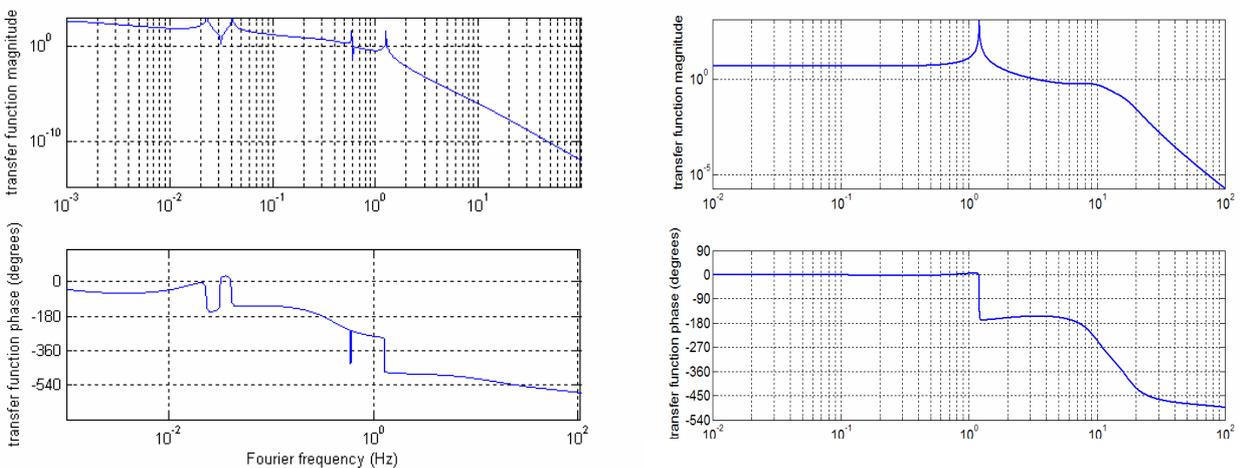


Figure (3.13): verrouillage angulaire en  $\theta_x$ , signal représentant la position du miroir  $\theta_x$

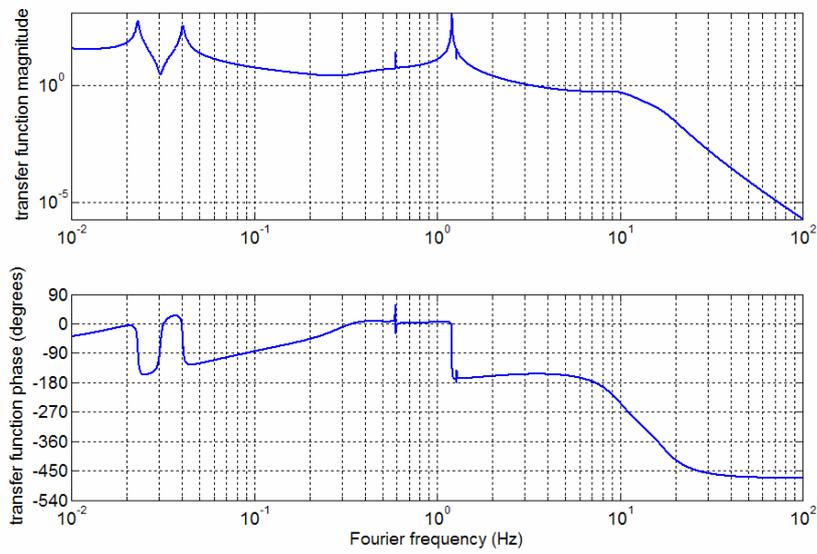
**Contrôle suivant  $\theta_y$**

Le contrôle en  $\theta_y$  qui est la rotation autour de l'axe y utilise deux bobines pour appliquer la correction sur la marionnette au lieu de quatre sur  $\theta_x$ .

La boucle ouverte totale en  $\theta_y$  à une bande passante de 3 Hz figure (3.15).



Figure(3.14): (a) Fonction de transfert en boucle ouverte en agissant sur la marionnette en basse fréquence, (b) Fonction de transfert en boucle en agissant sur la masse de référence en haute fréquence.



Figure(3.15): Fonction de transfert totale en boucle ouverte de l'asservissement suivant  $\theta_y$ , avec une bande passante de 3 Hz.

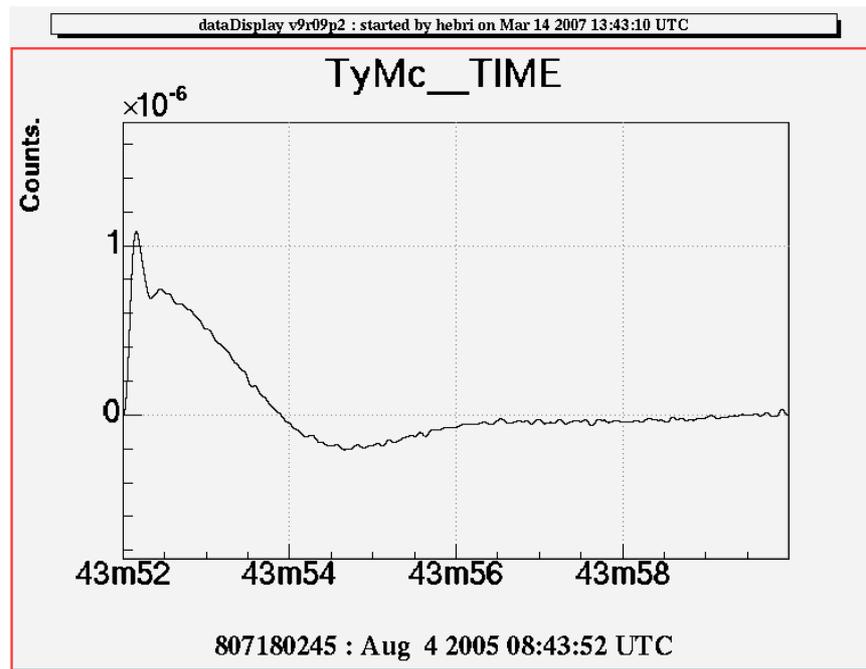


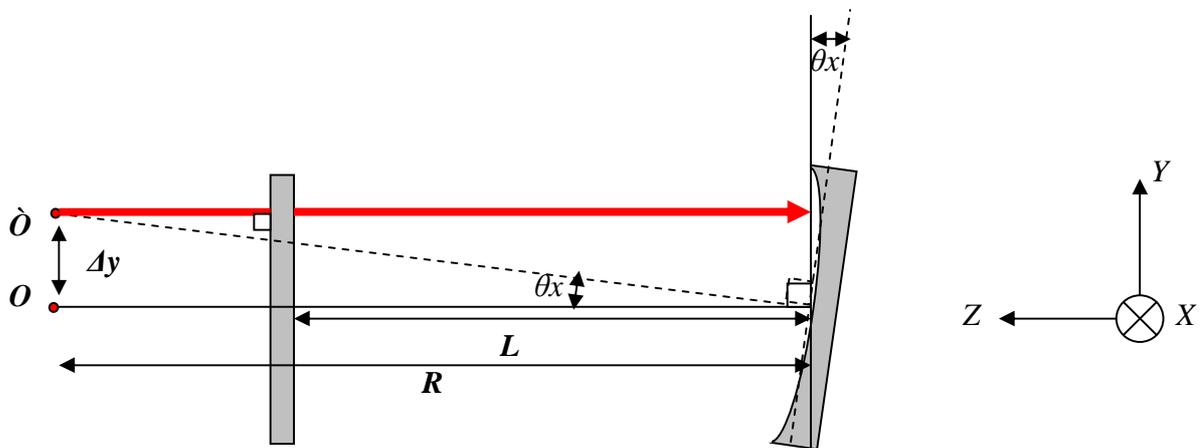
Figure (3.16) : verrouillage angulaire en  $\theta_y$ , signal représentant la position en  $\theta_y$

### 3.2.9-Point d'application de la pression de radiation

Le point d'application de la pression de radiation dépend fortement du déplacement du faisceau résonant dans la cavité, ce dernier dépend de l'emplacement du centre courbure du miroir courbe et de l'angle formé par le dièdre avec l'axe optique.

#### Déplacement vertical du mode

Si on regarde la cavité mode cleaner latéralement, on va la voir comme une cavité linéaire figure (3.17).



Figure(3.17) :vue du mode cleaner perpendiculaire au plan YZ

Le mode resonant doit passer par le centre de courbure du miroir et passer perpendiculairement au premier miroir plan ( $O$  centre de courbure et  $O'$  nouveau centre de courbure du miroir). Le mouvement du barycentre de l'application de la pression de radiation s'écrit:

$$\Delta_y = R\theta_x = 180\theta_x \quad (3.25)$$

### Déplacement horizontal du mode

Lorsqu'on regarde la cavité du dessus, la cavité est triangulaire Figure (3.18).

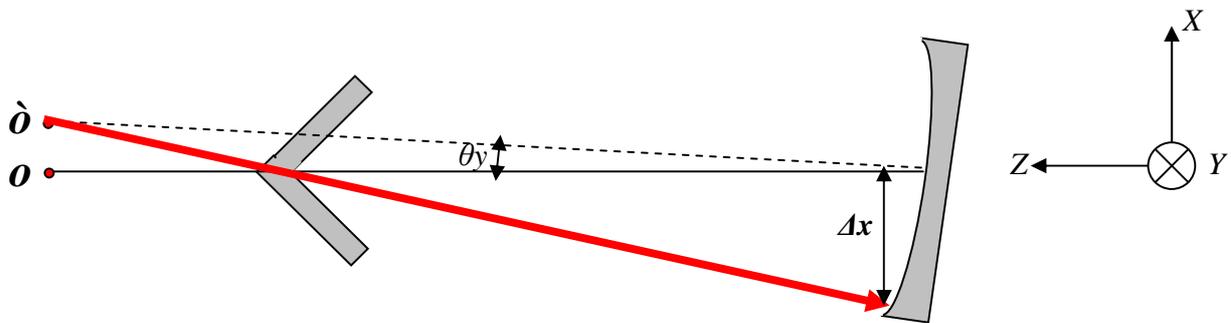


Figure (3.18) : vue du mode cleaner perpendiculaire au plan  $xz$

Le barycentre de la force est le point d'intersection de la surface du miroir et de la droite qui passe par le centre de courbure du miroir concave et le centre du dièdre.

Le mouvement du barycentre de l'application de la pression de radiation suivant  $x$  peut s'écrire

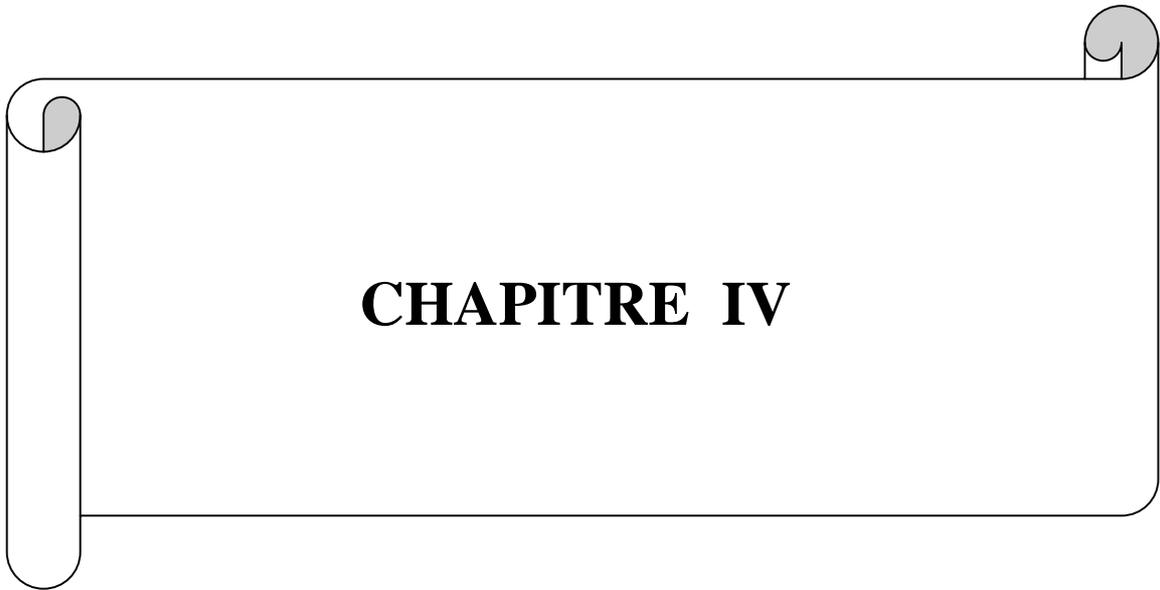
$$\Delta x = -\frac{RL}{R-L}\theta_y = -720\theta_y \quad (3.26)$$

On remarque que  $\Delta x$  est quatre fois plus sensible à la rotation du miroir que  $\Delta y$ . Le mode suivant  $x$  bouge à l'inverse de la rotation du miroir.

#### 3.2.10-Conclusion

Étant données la complexité de l'équation (3.19), qui montre la non linéarité du système, et l'inefficacité des méthodes analytiques à prédire le comportement de notre système, la méthode numérique (simulation) est sans doute nécessaire pour comprendre mieux les phénomènes qui peuvent être produits par la pression de radiation et pour mieux soutenir le travail expérimental.

Avec le programme Siesta écrit, on a créé un mode cleaner virtuel qui nous permettra d'évaluer l'effet de la pression de radiation. De plus cette simulation peut être utilisée pour d'autres études.



## Chapitre 4

# Effets de la pression de radiation dans le mode cleaner Virgo

## Sommaire

---

### 4.1 Simulation du mode cleaner Virgo

#### 4.1.2 Verrouillage de la cavité

#### 4.1.2 Linéarisation du signal d'erreur

#### 4.1.3 Effet de la pression de radiation sur le temps d'acquisition du verrouillage

#### 4.1.4 Effet de la pression de radiation sur le verrouillage longitudinal

#### 4.1.5. Effet de la pression de radiation sur le bruit de puissance

#### 4.1.6 Effet de la pression de radiation sur le décentrage du faisceau

#### 4.1.7 Effet de la pression de radiation sur les mouvements angulaires

#### 4.1.8 Ressort optique (optical spring)

#### 4.1.8. Comportement chaotique

### 4.2 Simulation du mode cleaner pour Virgo+

#### 4.2.1 Nouveau miroir mode cleaner

#### 4.2.2 Effets de la pression de radiation sur les degrés de libertés angulaires

#### 4.2.3 Tolérance du décentrage du faisceau

#### 4.2.4 Conclusion

---

## Introduction

La force appliquée sur le miroir due à la pression de radiation de la lumière circulant dans la cavité n'est pas constante. Jusqu'à présent il n'y a pas un modèle analytique simple qui représente le déplacement du miroir en fonction de la force de radiation. Cette force dépend de plusieurs paramètres ; le déplacement du miroir, le retard de propagation de la lumière dans la cavité, l'asservissement et le retard approprié etc. Ceci va limiter la

fiabilité des résultats d'études analytiques. Les effets de la pression de radiation dans le mode cleaner Virgo sont étudiés dans ce chapitre.

## 4.1 Simulation du mode cleaner Virgo

### 4.1.1 Verrouillage de la cavité

Comme reporté dans la section (§ 3.2.4), le verrouillage de la cavité a été bien acquis avec le filtre correcteur réel, en prenant comme signal d'erreur la réflexion de la cavité démodulée en phase ( $Sc\_IB\_ReMC\_Acp$ ). Cependant le verrouillage était accompli sans l'application de la pression de radiation.

Une première idée est de voir l'effet de la pression de radiation sur l'acquisition du verrouillage.

Pour avoir un modèle plus réel on applique la force de radiation au centre du miroir et on voit l'effet apporté figure (4.1).

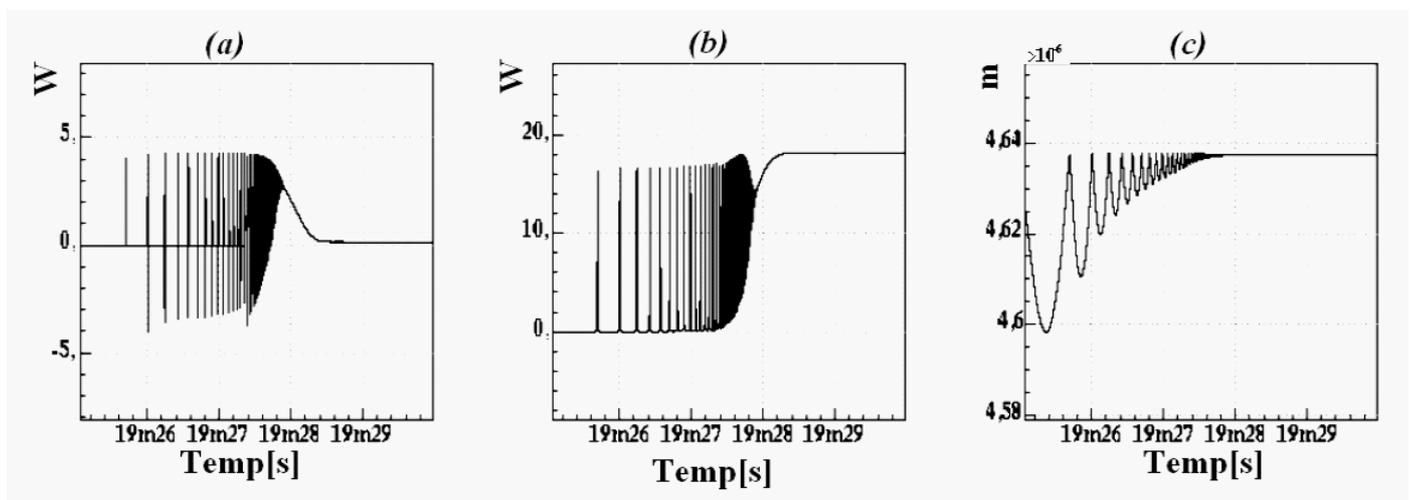


Figure (4.1): verrouillage du mode cleaner en utilisant le signal de la réflexion démoduler en phase, (a) ; signal d'erreur, (b) ; transmission de la cavité, (c) position du miroir courbe.

Le résultat obtenu n'est pas très motivant pour continuer dans cette direction, pour cela on utilise une autre technique déjà utilisée dans Virgo qui est la linéarisation du signal d'erreur.

### 4.1.2 Linéarisation du signal d'erreur

D'après la technique du Pound-Drever-Hall la région linéaire du signal d'erreur est la moitié de la largeur à mi-hauteur du pic de résonance, ce qu'on peut voir aussi figure (4.2) :

$$\Delta L = \frac{l_{FWHM}}{4} = \frac{\lambda}{4F} = 2.5 \cdot 10^{-10} \text{ m} \quad (4.1)$$

Ce qui est très petit devant le déplacement typique du miroir qui est de l'ordre  $1 \mu\text{m}$  RMS. Avec un miroir qui se balaye librement, ce dernier va passer par la région linéaire plusieurs fois. La boucle du contrôle longitudinal doit être capable de mettre et de garder le miroir sur la résonance, en agissant au moment du passage par la résonance avec une force qui est limitée par la dynamique des actionneurs.

Dans le but de prolonger la zone linéaire du signal d'erreur, on va diviser le signal Pound-Drever-Hall par la puissance transmise.

Les signaux Pound-Drever-Hall en pour une cavité Fabry Perot  $S_{PDH}$  peut s'écrire :

$$S_{PDH} = 2 \frac{J_1}{J_0} \frac{\omega_0}{c} \frac{P_{tr}}{t^2} \delta l \quad (4.2)$$

Le signal d'erreur linéarisé est construit comme suit :

$$S_{EL} = \frac{S_{PDH}}{P_{tr}} \quad (4.3)$$

Donc notre signal d'erreur linéarisé peut s'écrire :

$$S_{EL} \approx 2 \frac{\omega_0}{c} \frac{J_1}{J_0} \frac{1}{t^2} \delta l \quad (4.4)$$

et la région linéaire est plus large que la région linéaire du signal Pound-Drever-Hall d'un facteur  $k=10$  figure(4.2). Dans la simulation et dans Virgo le signal d'erreur linéarisé est construit comme suit :

$$S_{EL} = \frac{Sc\_IB\_Re\_ACp}{Sc\_IB\_TraMC} \quad (4.5)$$

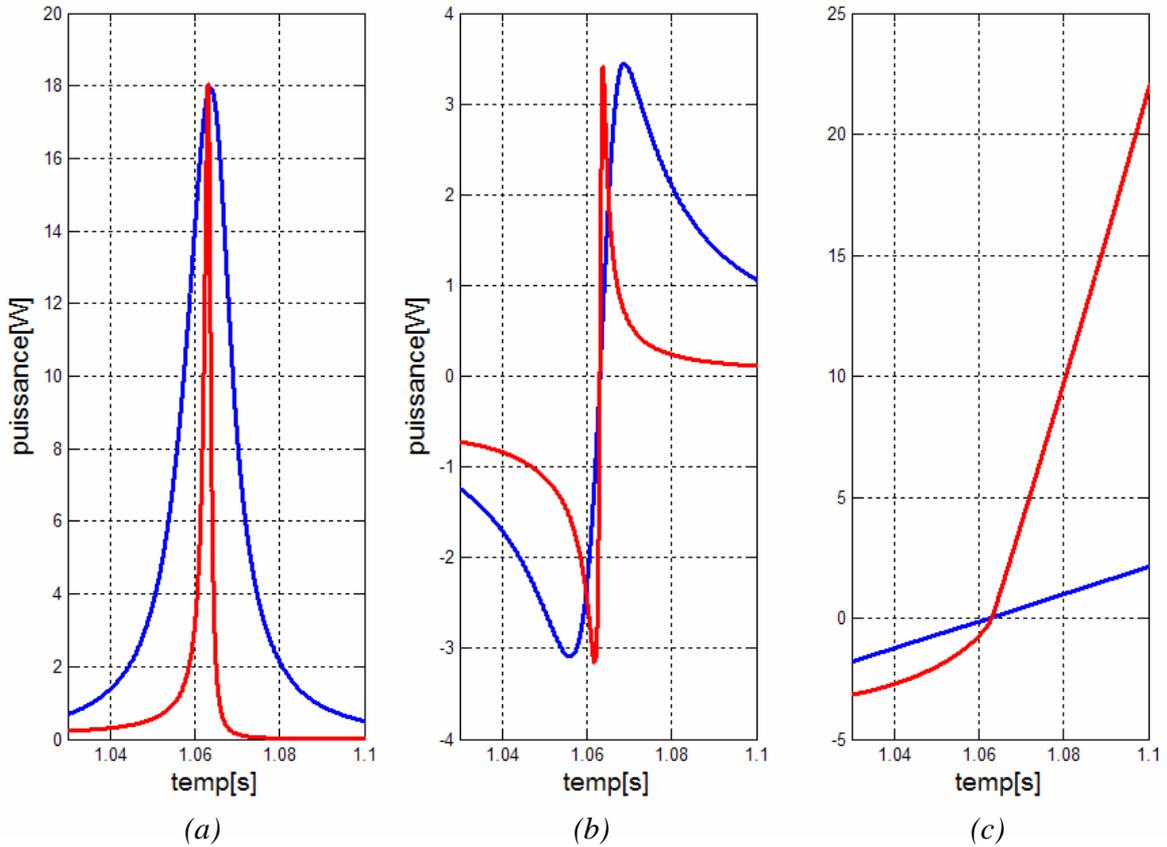
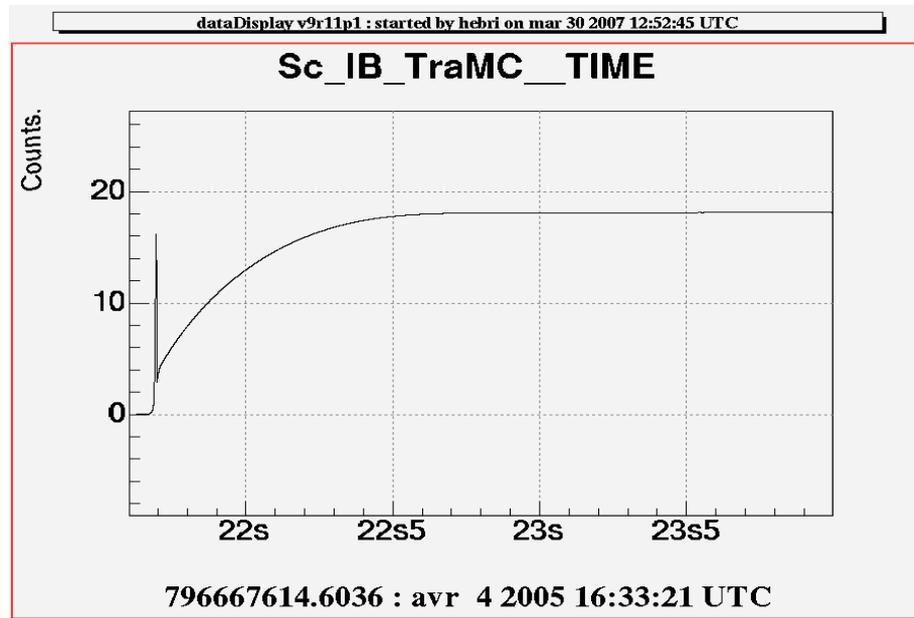


Figure (4.2) : (a) Pic d'Airy de la cavité mode cleaner, (b) signal d'erreur non linearisé et (c) linéarisé de la cavité mode cleaner ; en bleu sans application de la pression de radiation, en rouge avec la pression de radiation.

La figure (4.2) montre que pour un signal d'erreur non linéarisé la vitesse de passage du miroir par la résonance est bien plus rapide, dans le but d'acquérir le verrouillage rapidement le signal est linéarisé. La pression de radiation change la forme du signal d'erreur, ce changement est clair sur le signal d'erreur linéarisé.



Figure(4.3) : acquisition du verrouillage de la cavité mode cleaner avec signal linearisé , signal représentant la transmission.

Après utilisation du signal d'erreur linearisé, le verrouillage de la cavité est clairement amélioré Figure (4.3) ; 0.5 seconde au lieu de 4 secondes.

L'acquisition du verrouillage sans pression de radiation, avec ou sans signal d'erreur linearisé est identique. Par contre dans le cas de la pression de radiation, on remarque une grande différence entre les deux temps d'acquisition.

Un des premiers effets de la pression de radiation est le long temps d'acquisition du verrouillage, ce qui nécessite la linéarisation du signal d'erreur pour avoir un intervalle linéaire plus long, ce qui donne le temps suffisant à l'asservissement pour acquérir le verrouillage.

#### 4.1.3 Effet de la pression de radiation sur le temps d'acquisition

Comme remarqué précédemment, la pression de radiation influence le temps d'acquisition du verrouillage. Pour analyser cela, j'ai effectué deux tests : avec des puissances différentes, puis deux fréquences de gain unité différents (120Hz et 160 Hz).

On voit clairement que le temps d'acquisition du verrouillage ne change pas linéairement en fonction de la puissance. Dans le cas où la fréquence de gain unité est à 120 Hz, le système trouve quelques difficultés pour garder le miroir sur la résonance au dessus de 60 Watts, pour le cas où le gain unité est de 160 Hz, au dessus de 80 Watts le filtre ne réussit pas à verrouiller.

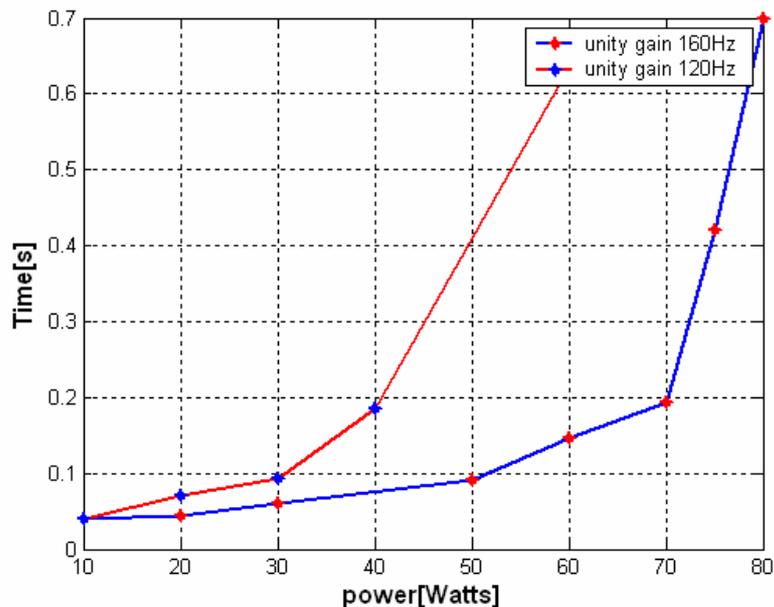


Figure (4.4): Changement du temps d'acquisition du verrouillage en fonction de la puissance laser d'entrée.

#### 4.1.4 Effet de la pression de radiation sur le verrouillage longitudinal

La figure (4.4) montre que au dessus d'une puissance laser de 60 Watts, le système ne sera plus capable de tenir le miroir sur la résonance, cela est du principalement à la masse du miroir mode cleaner léger (360g).

Pour comprendre mieux cet effet, j'ai effectué quatre tests :

- P=10W, M=100g.
- P=20W, M=100g.
- P=100W, M=900g.
- P=200W, M=900g.

Ces tests ont été effectués, dans les mêmes conditions.

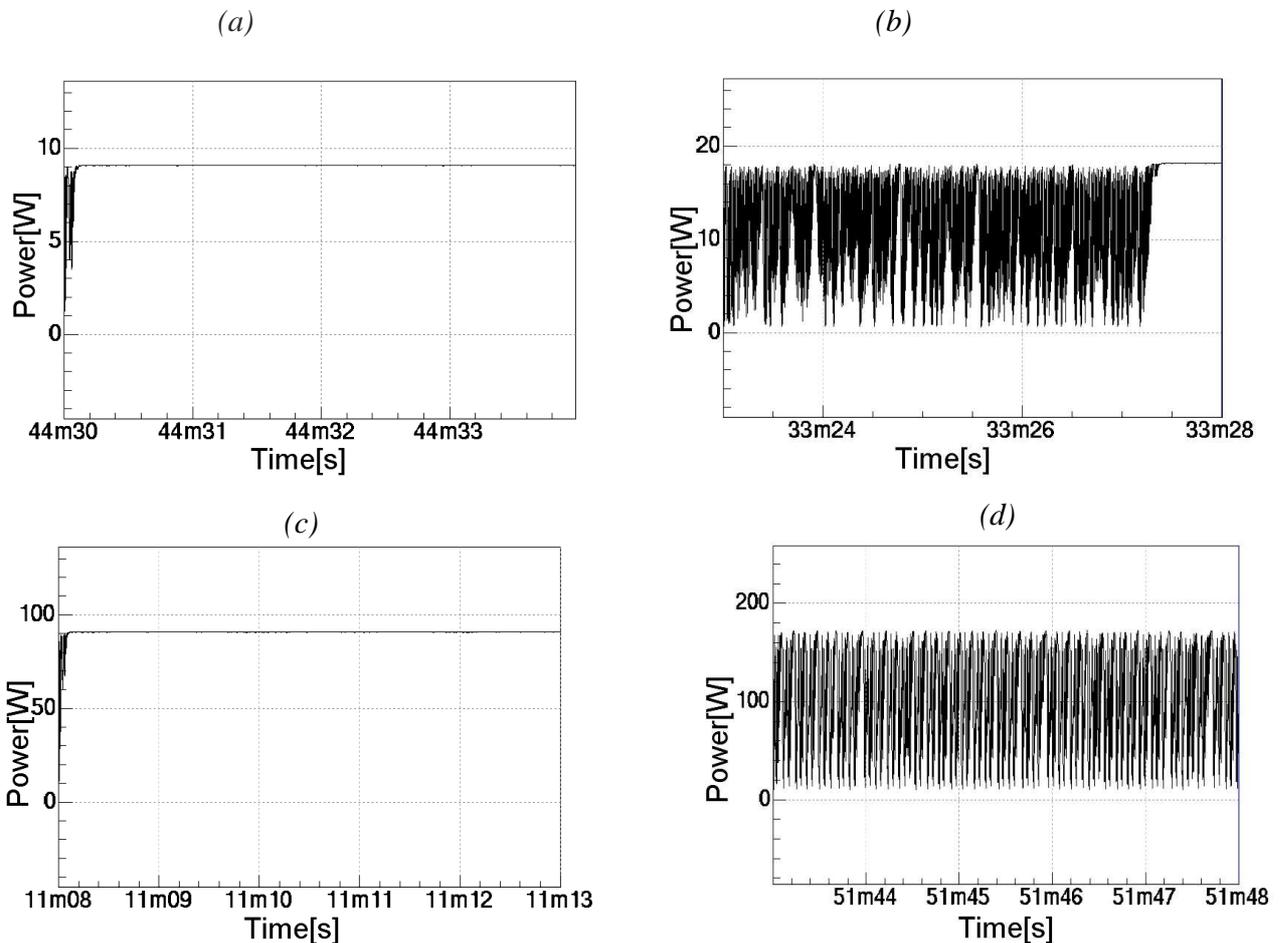


Figure (4.5): Transmission du mode cleaner ; (a)  $P=10$  Watts,  $M= 100$ g, (b)  $P=20$  Watts,  $M=100$ g (c)  $P=100$  Watts,  $M=900$ g, (d)  $P=200$  Watts,  $M=900$ g.

La relation entre puissance laser et la masse du miroir est claire, plus le miroir est lourd et plus l'acquisition du verrouillage est bien faite. Pour le premier cas où le miroir pèse 100g et la puissance laser d'entrée est égal à 10 Watts, ce qui est équivalent à la puissance laser qui entre dans le monde cleaner actuel, le système acquiert le verrouillage facilement par contre, une augmentation de puissance d'un facteur deux figure (b), la boucle trouve des difficultés à mettre le miroir sur la résonance.

En multipliant la masse du miroir par un facteur trois la masse du miroir actuel ( $m \sim 900$ g), le système devient plus intéressant, et il peut nous garantir un verrouillage jusqu'à une puissance de 180 Watts.

En prenant les mesures faites à l'aide de la simulation, pour évaluer la stabilité du système en fonction de la puissance laser et la masse du miroir, on trace une courbe figure(4.6)  $M=f(P)$  qui est linéaire et donc ce qui nous rend la tâche facile pour le choix de la masse du miroir pour *Virgo+* et pourquoi pas *Advanced Virgo*.

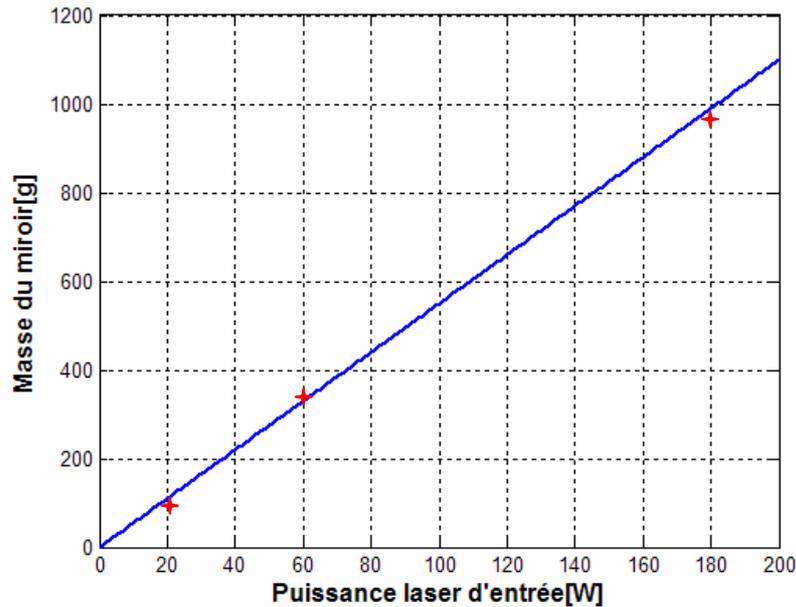


Figure (4.6): la masse du miroir en fonction de la puissance laser d'entrée maximum qu'on peut appliquer

#### 4.1.5. Effet de la pression de radiation sur le bruit de puissance

Afin de comprendre l'effet de la pression de radiation sur le bruit de puissance, on essaye avec plusieurs puissances d'entrée différentes.

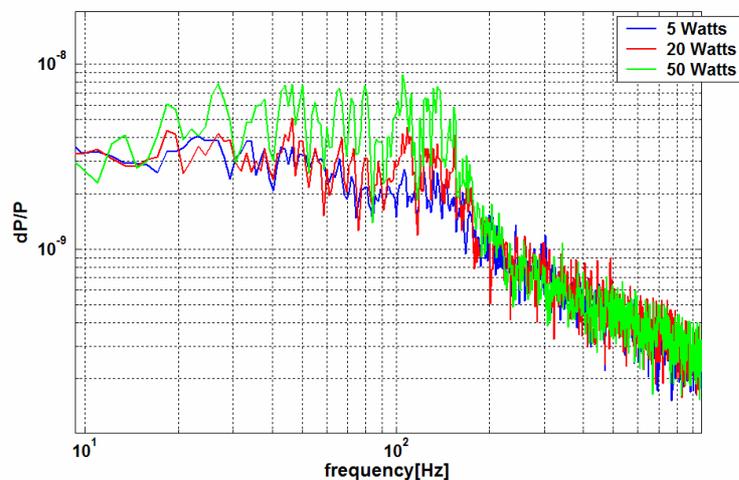


Figure (4.7): Bruit de puissance du mode cleaner, bleu 5 Watts, rouge 20 Watts et la courbe verte 50 Watts

En observant la figure (4.7), on voit une augmentation du bruit de puissance dans le mode cleaner Virgo qui est due aux fluctuations de la pression de radiation, cette augmentation est plus significative dans Virgo+. L'augmentation du bruit est dans la gamme de fréquence de la bande passante de la boucle d'asservissement  $\sim 150$  Hz. Cependant rien de significatif n'est visible sur les fluctuations de longueur de la cavité, la cohérence entre la transmission et le signal d'erreur du verrouillage longitudinal est nulle sur toute la gamme de fréquence, figure (4.8).

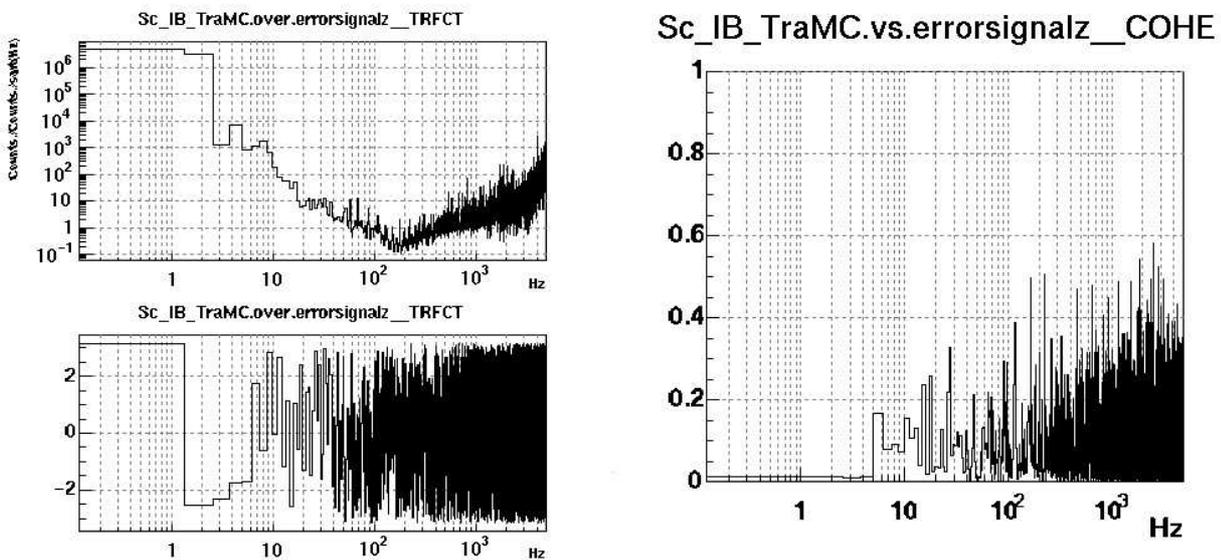


Figure (4.8): Couplage entre le bruit de puissance et les fluctuations de longueur de la cavité.

En revenant à la figure (4.4) où on injecte 60 Watts, le mode cleaner ne réussit pas à verrouiller ni à sortir de la résonance. Dans ce cas le bruit de puissance augmente excessivement figure (4.9) et la cohérence avec les fluctuations de longueur de la cavité est forte ainsi que le couplage figure (4.10).

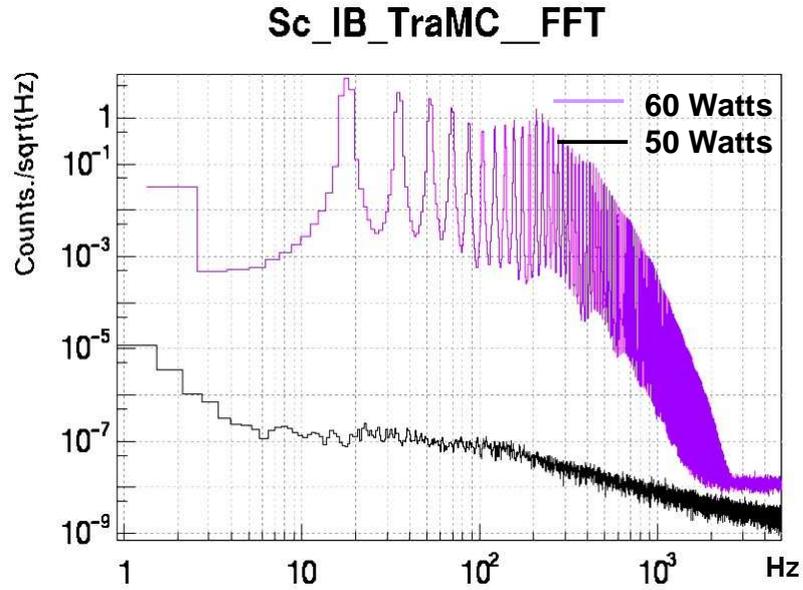


Figure (4.9): Bruit de puissance du mode cleaner, violet 60 Watts, noir 50 Watts

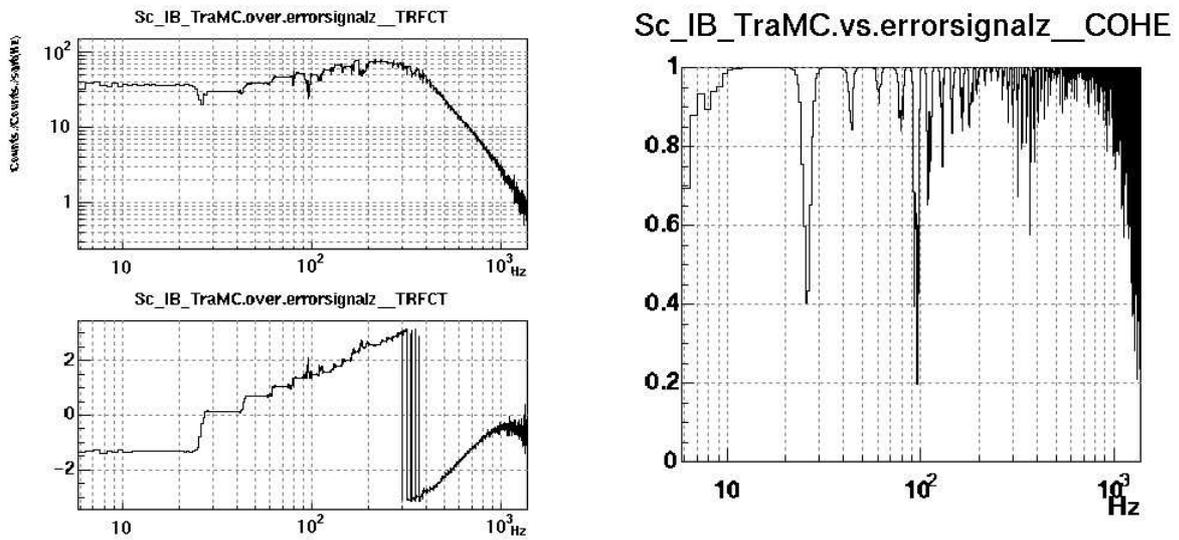


Figure (4.10): Couplage entre le bruit de puissance et les fluctuations de longueur de la cavité pour une puissance laser 60 Watts.

#### 4.1.6 Effet de la pression de radiation sur le décentrage du faisceau

Sans doute une force exercée au centre du miroir n'a pas le même effet qu'une force exercée sur un point décentré du miroir. Le seul effet remarqué lors des simulations est la durée du temps d'acquisition du verrouillage qui augmente en fonction du décentrage, bien sûr si ce dernier est raisonnable.

Pour le mode cleaner actuel le décentrage maximum toléré est  $\Delta x \sim \Delta y \sim 1 \text{ cm}$  figure (4.11a) ; au dessus de cette valeur la pression de radiation désaligne le système, et le verrouillage devient impossible sans changer les boucles d'asservissement angulaires. Dans le cas où on applique une puissance laser de  $\sim 60 \text{ W}$  la valeur du décentrage permise est beaucoup plus petite  $\Delta x \sim \Delta y < 4 \text{ mm}$  figure (4.11b).

L'augmentation rapide du temps d'acquisition du verrouillage en fonction du décentrage figure (4.8a) est due à la boucle de contrôle angulaire qui n'est pas rapide (gain unité  $\sim 3 \text{ Hz}$ ).

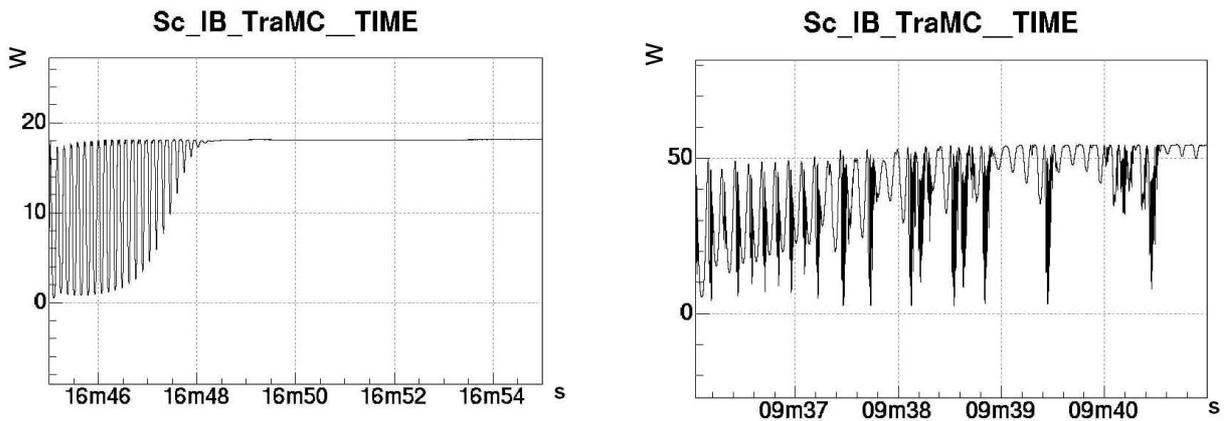
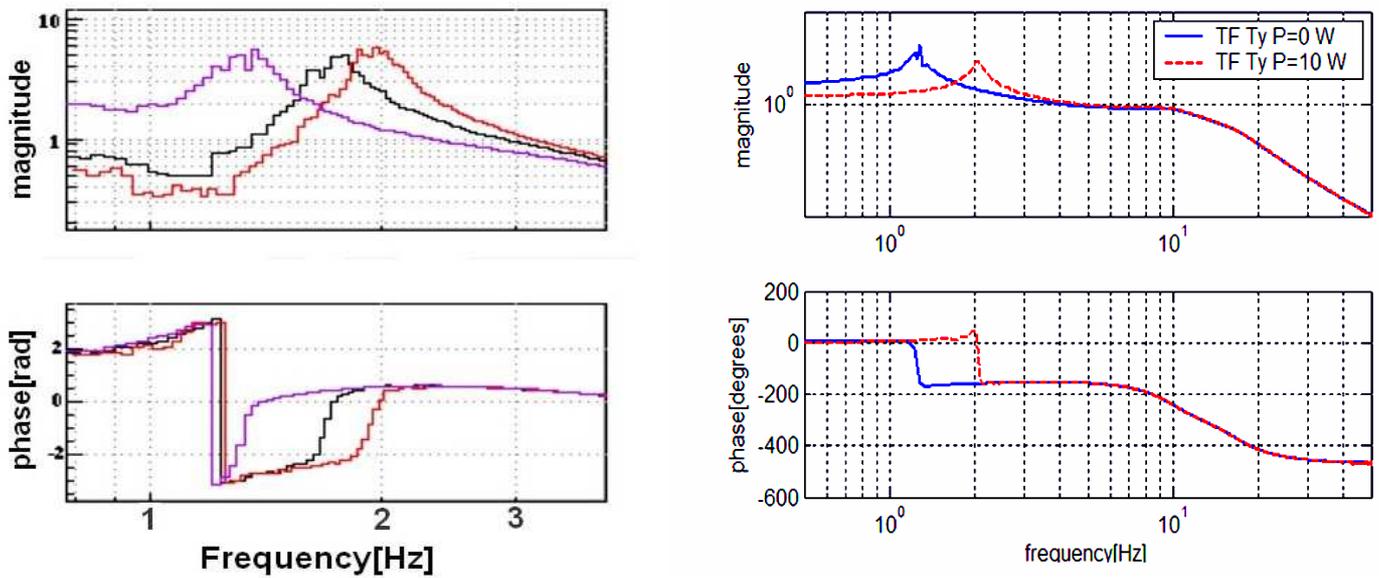


Figure (4.11) : Evolution du temps d'acquisition du verrouillage en fonction du décentrage du faisceau sur le miroir ; (a)  $P=20 \text{ W}$ ,  $\Delta x=1 \text{ cm}$ . (b)  $P=60 \text{ W}$ ,  $\Delta x=4 \text{ mm}$ .

#### 4.1.7 Effet de la pression de radiation sur les mouvements angulaires

Des oscillations expérimentalement observées sur  $\theta_x$  à  $3.6 \text{ Hz}$ , ce qui a ramené à faire des tests et des simulations. Ces tests consistent à mesurer les fonctions de transferts angulaires  $\theta_x$  et  $\theta_y$  sans et avec la pression de radiation.



Figure(4.12) :fonction de transfert en  $\theta_y$  ; translation de la résonance mécanique en fonction de la pression de radiation ; (a) fonction de transfert mesurée (violet) sans pression de radiation,(noir) avec 60% de la puissance et (rouge) avec toute la puissance. (b) fonction de transfert mécanique obtenue par simulation, (bleu) sans pression de radiation et en (rouge) avec toute la puissance.

Comme montre la figure (a), où on mesure la fonction de transfert suivant  $\theta_y$  en boucle ouverte en mode alignement automatique, la résonance mécanique change de position en fonction de la puissance d'entrée. Les mesures expérimentales sont en accord avec les simulations Siesta figure (b), où on voit que la résonance mécanique passe de 1.27Hz à 2Hz quand le laser passe de 0 W à 10 W.

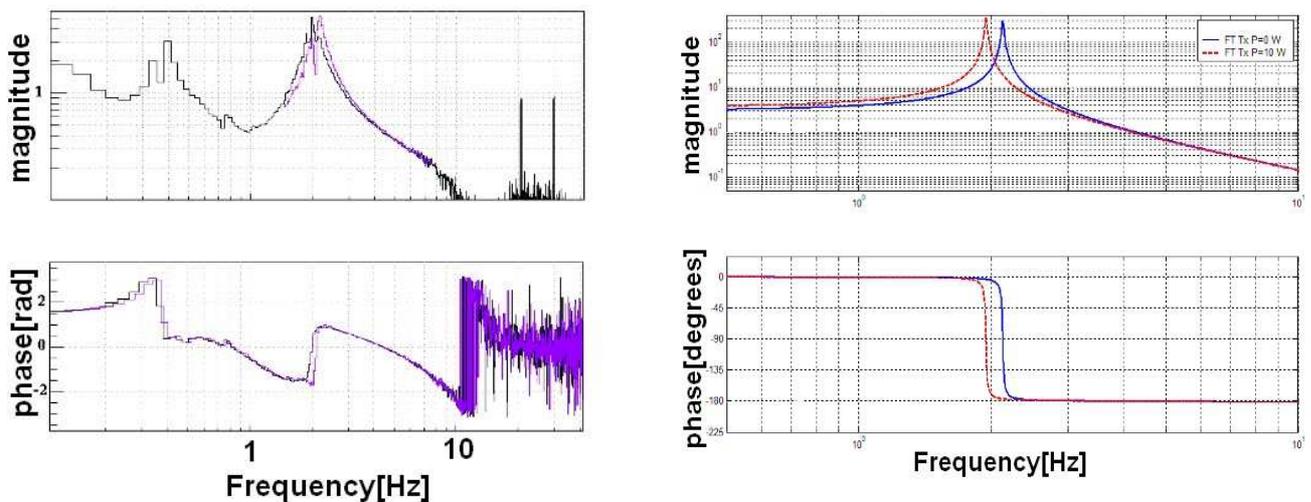


Figure (4.13) : fonction e transfert en  $\theta_x$  ; translation de la résonance mécanique en fonction de la pression de radiation ; (a) fonction de transfert mesuré (violet) sans pression de radiation,( noir) avec toute la puissance. (b) fonction de transfert mécanique obtenue par simulation,( bleu) sans pression de radiation et en (rouge) avec toute la puissance.

La même chose est observée, suivant  $\theta_x$ , la résonance mécanique bouge en fonction de la pression de radiation. Par contre la résonance en  $\theta_x$  baisse au contraire du cas *du*  $\theta_y$  où la résonance augmente et cela est du au mouvement du mode résonant dans la cavité. Ce changement de la fréquence de résonance est du au changement de la force de rappel des fils. Pour les deux degrés de libertés le gain continu des suspensions change d'un facteur

$\left(\frac{f_{nouvelle}}{f_{ancienne}}\right)^2$ , donc il faut tenir compte de ce gain dans le correcteur.

#### 4.1.8. Ressort optique (optical spring)

Ce paragraphe a pour but de montrer que l'effet du ressort optique longitudinal est inobservable dans le mode cleaner d'entrée de Virgo.

Le ressort optique apparaît dans une cavité Fabry Perot dérégulée de la résonance. Quand une cavité avec un miroir mobile suspendue est dérégulée, la pression de radiation crée une force optique qui peut augmenter significativement la force demandée pour changer la distance entre deux miroirs suspendus d'une cavité. Ceci augmente la rigidité, et le ressort optique associé, change la fréquence de résonance du pendule. De cet effet opto-mécanique le mouvement de l'oscillateur est prédit qu'il va être instable [1].

La rigidité optique peut s'écrire comme suit en supposant  $s=j\Omega$ , où  $\Omega$  est la fréquence du domaine de mesure[22]:

$$K(s) = -K_0 \frac{\gamma^2}{(\gamma + s)^2 + \delta^2} \quad (4.8)$$

$$\text{où } K_0 = \frac{2}{c} \frac{dP}{dL} = \frac{4\nu I_0 (\delta/\gamma)}{c^2} \left[ \frac{1}{T} \frac{1}{1 + (\delta/\gamma)^2} \right]^2 \quad (4.9)$$

et  $\gamma$  est la demi largeur de raie du pic d'Airy,  $\delta$  est le dérèglement à partir de la résonance,  $I_0$  est la puissance d'entrée,  $T$  est la transmission du miroir d'entrée et  $\nu$  est la fréquence du laser. La fonction de transfert du pendule autour de la résonance peut s'écrire :

$$P(s) = \frac{1}{M_{eff}} \frac{1}{s^2 + \Omega_0^2 + s(\Omega_0/Q)} \quad (4.10)$$

la masse effective est définie comme suit :

$$M_{eff} = \frac{Q}{\Omega_0^2 R} \quad (4.11)$$

où  $R$  est le déplacement par la force à la résonance  $\Omega_0$ . La rigidité optique va former un système de contre-réaction optique, avec une réponse modifiée, qui s'écrit :

$$P(s)' = \frac{P(s)}{1 - P(s)K(s)} \quad (4.12)$$

on considère le cas où  $s \ll \gamma$  et  $\delta \ll \gamma$ .

$$P(s)' = \frac{1}{M_{eff}} \frac{1}{s^2 + \Omega_0'^2 + s(\Omega_0' / Q')} \quad (4.13)$$

où

$$\Omega_0'^2 = \Omega_0^2 + \frac{K_0}{M_{eff}} \quad (4.14)$$

$$\frac{Q'}{Q} = \left(1 + \frac{K_0}{M_{eff} \Omega_0^2}\right)^{1/2} \left[1 - \frac{2K_0 Q}{M_{eff} \gamma \Omega_0}\right]^{-1} \quad (4.15)$$

Des équations (4.10) et (4.13), on remarque que la réponse du système en boucle fermée est identique à celle d'un oscillateur harmonique, avec une fréquence de résonance différente et un facteur de qualité différent.

Donc pour produire cet effet les conditions suivantes doivent être remplies :

- Dérégler le miroir de la résonance, en mettant un décalage sur le signal d'erreur, ce qui force le système à verrouiller la cavité ailleurs que la valeur maximale (si  $\delta=0$  ceci implique  $K_0=0$ ).
- Présence de la pression de radiation  $I_0$ .

- Verrouiller la cavité sur le bon coté de la résonance, car d'un coté on va observer une instabilité [2].

Toutes ces conditions sont bien vérifiées dans la simulation Siesta, en mettant un décalage sur le signal d'erreur qui sert à verrouiller notre cavité sur le laser, on réussit à dérégler le miroir de la résonance, figure (4.14).

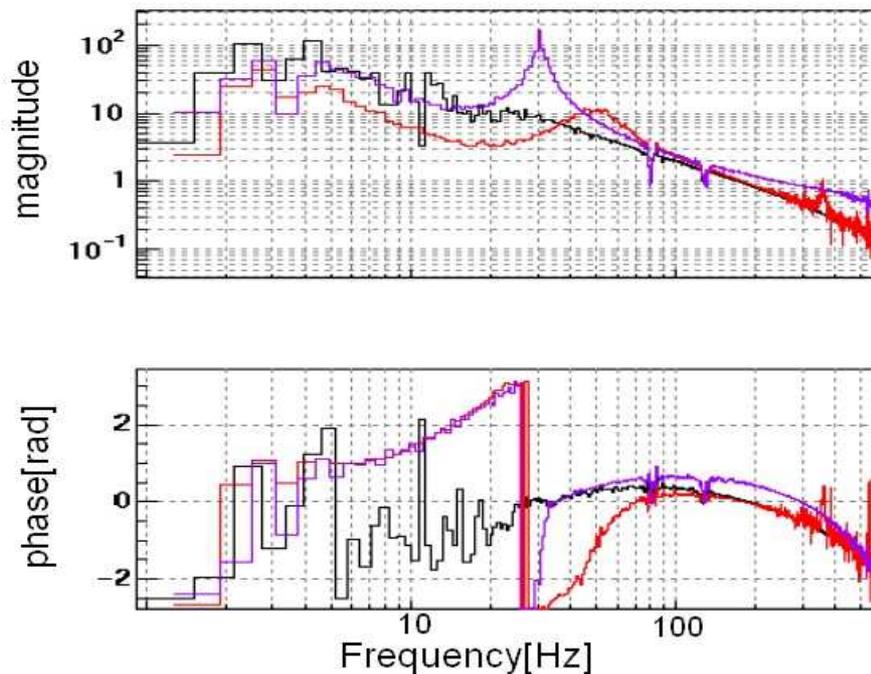


Figure (4.14) : fonction de transfert en boucle ouverte longitudinale, la courbe noire le miroir est sur la résonance, la courbe rouge miroir déplacé de  $\delta l = 0.075$  nm et la courbe en violet  $\delta l = 0.5$  nm.

Le même test est fait sur le vrai mode cleaner mais aucun effet n'est observé, même la transmission ne baisse pas, car on verrouille le laser sur le mode cleaner.

Donc on peut ajouter une autre condition pour l'observation du ressort optique qui est :

- Verrouillage de la cavité sur le laser et pas le contraire.

Cette condition est vérifiée en configuration SSFS (second stage frequency stabilization) [27], où le signal d'erreur est le SSFS\_Corr Figure (4.15).

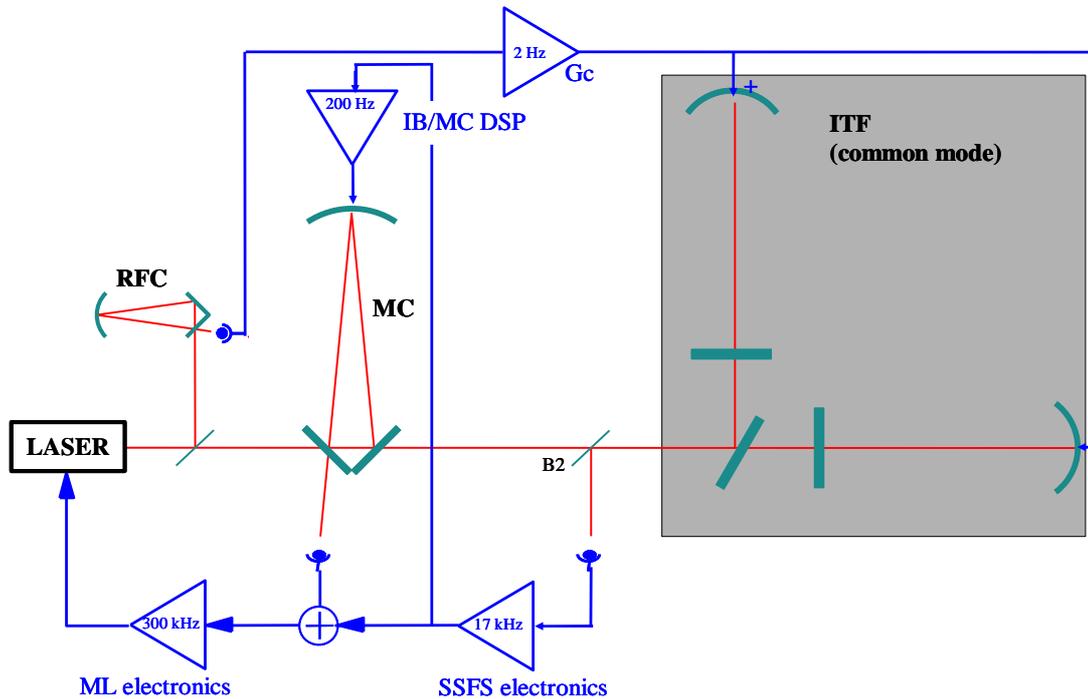


Figure (4.15) : Schéma global de la stabilisation en fréquence du laser Virgo

Dans cette configuration, toutes les conditions sont présentes. L'ajout d'un décalage sur le signal d'erreur SSFS\_Corr peut dérégler le mode cleaner de la résonance, mais la configuration de la SSFS ne va pas nous le permettre. La dynamique des actuateurs n'est pas assez grande pour permettre de mettre un offset qui peut faire sortir le mode cleaner de la résonance et donc le signal SSFS\_Corr va saturer Figure (4.16), et l'interféromètre va déverrouiller avant qu'on puisse voir quelconque effet ; le mode cleaner passe alors automatiquement sur sa configuration initiale ; laser verrouillé sur la cavité.

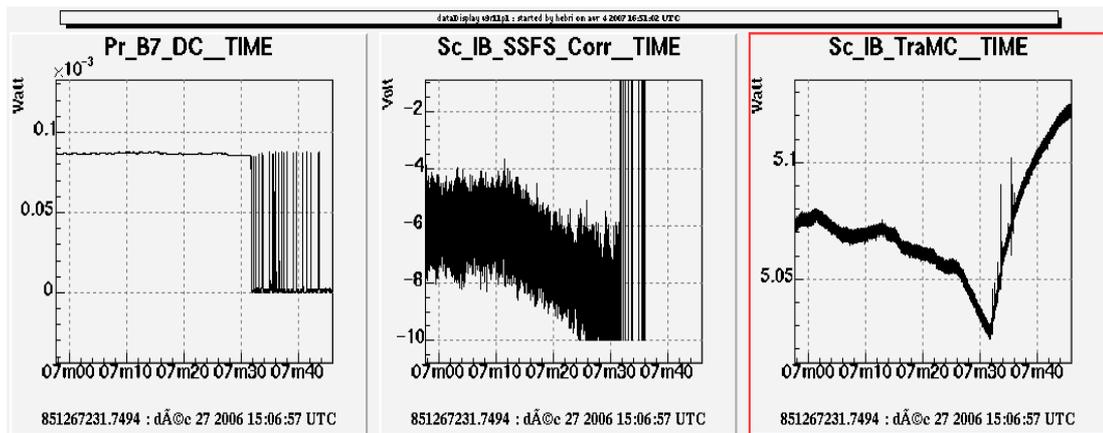


Figure (4.16) : Comportement du système en mettant un décalage sur le signal d'erreur, le premier signal représente la transmission du bras nord qui se déverrouille quand le deuxième signal sature ( $>10$  V), le troisième signal est la transmission du mode cleaner qui en configuration initiale après le déverrouillage de l'interféromètre.

La conclusion qu'on peut retirer, c'est que le ressort optique ne peut pas apparaître dans le mode cleaner actuel, et cela grâce à la configuration de stabilisation de fréquence (SSFS).

#### 4.1.9. Comportement chaotique

La pression de radiation toute seule ne peut pas faire apparaître le ressort optique tant que la cavité n'est pas dérégulée de la résonance comme on vient de le montrer. Par contre ceci peut ramener un phénomène chaotique figure (4.5d), si on trace cela sur un plan de phase figure (4.17)

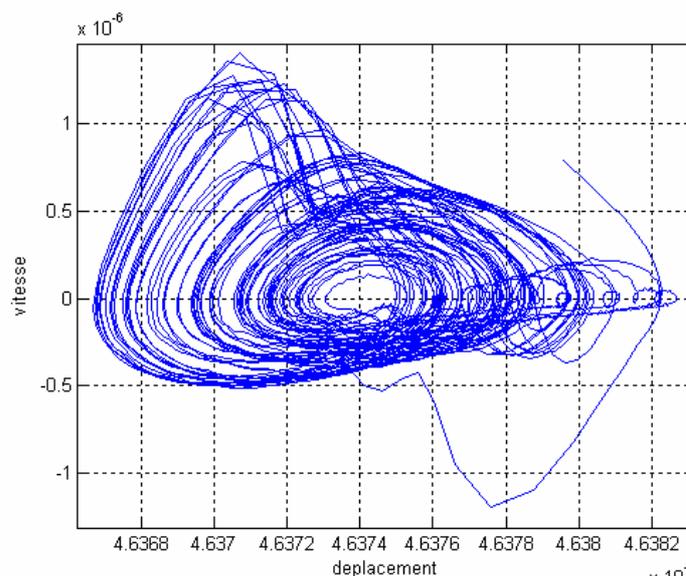


Figure (4.17) : plan de phase déplacement (x) Vs vitesse (y)  $\times 10^{-6}$  pour Plaser=200W et  $M=900g$ .

Si on regarde bien la figure (4.17), on remarque un comportement qui ressemble au chaos. Ceci est possible puisque en fin du compte notre miroir est un pendule pesant.

Si on écrit l'équation d'un pendule libre sous une forme générale est comme suit :

$$\ddot{x} - \frac{\eta}{M} \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_{rad}}{M} + \frac{F_{asser}}{M} \quad (4.16)$$

Avec  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$

Soit sous la forme du système autonome, on peut écrire :

$$\begin{cases} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \eta y - \omega_0^2 x + \frac{F_{rad}}{M} + \frac{F_{asser}}{M} \end{cases} \quad (4.17)$$

En supposant que le miroir est libre, donc que la force d'asservissement est nulle, et en traçant la fonction (4.17) avec Matlab à l'aide de fonction Ode45. On obtient le même résultat que celui obtenu avec Siesta Figure (3.3). La différence entre les deux résultats c'est que sur Matlab on a une seule résonance due à l'approximation sur la pression de radiation au voisinage de la résonance.

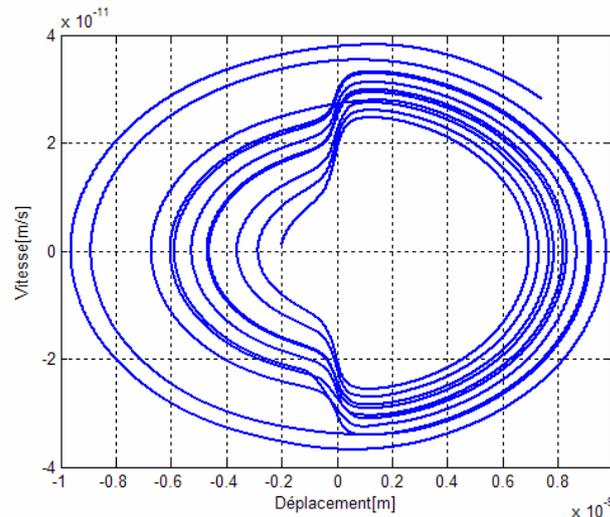


Figure (4.18) : plan de phase déplacement(x) Vs vitesse(y), pour une miroir suspendu libre soumis à la force de la pression de radiation.

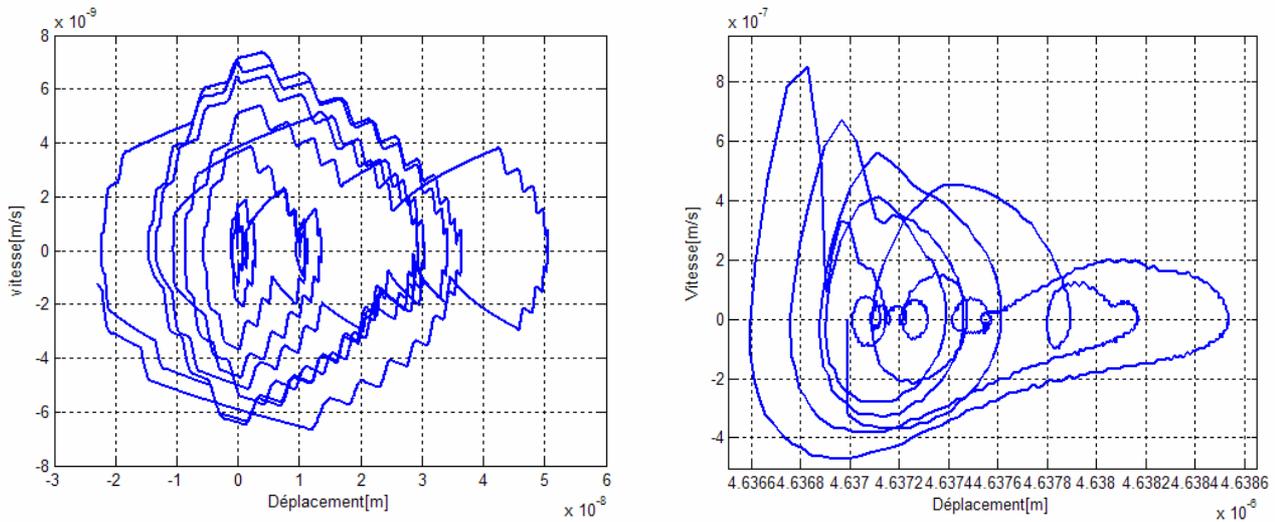


Figure (4.19) : plan de phase déplacement( $x$ ) Vs vitesse( $y$ ), pour un miroir suspendu contrôlé soumis à la force de la pression de radiation ;(a) simulation Matlab, (b) simulation Siesta

En ajoutant à notre système les deux forces ; pression de radiation et asservissement, on commence à obtenir une figure qui ressemble qualitativement à celle obtenue par Siesta.

## 4.2 Simulation du mode cleaner Pour Virgo+

Pour Virgo+, un laser de 50 Watts va être utilisé, l'effet de la pression de radiation va être plus grand. Pour remédier à cela, un changement du miroir courbe du mode cleaner est aussi prévu.

Les résultats de simulation obtenus à l'aide de SIESTA ont confirmé leur pertinence, ces simulations sont donc un outil idéal pour estimer l'effet de la pression de radiation pour Virgo+.

### 4.2.1 Nouveau miroir mode cleaner

Un nouveau miroir mode cleaner sera installé dans le futur afin d'assurer un bon fonctionnement du système d'injection.

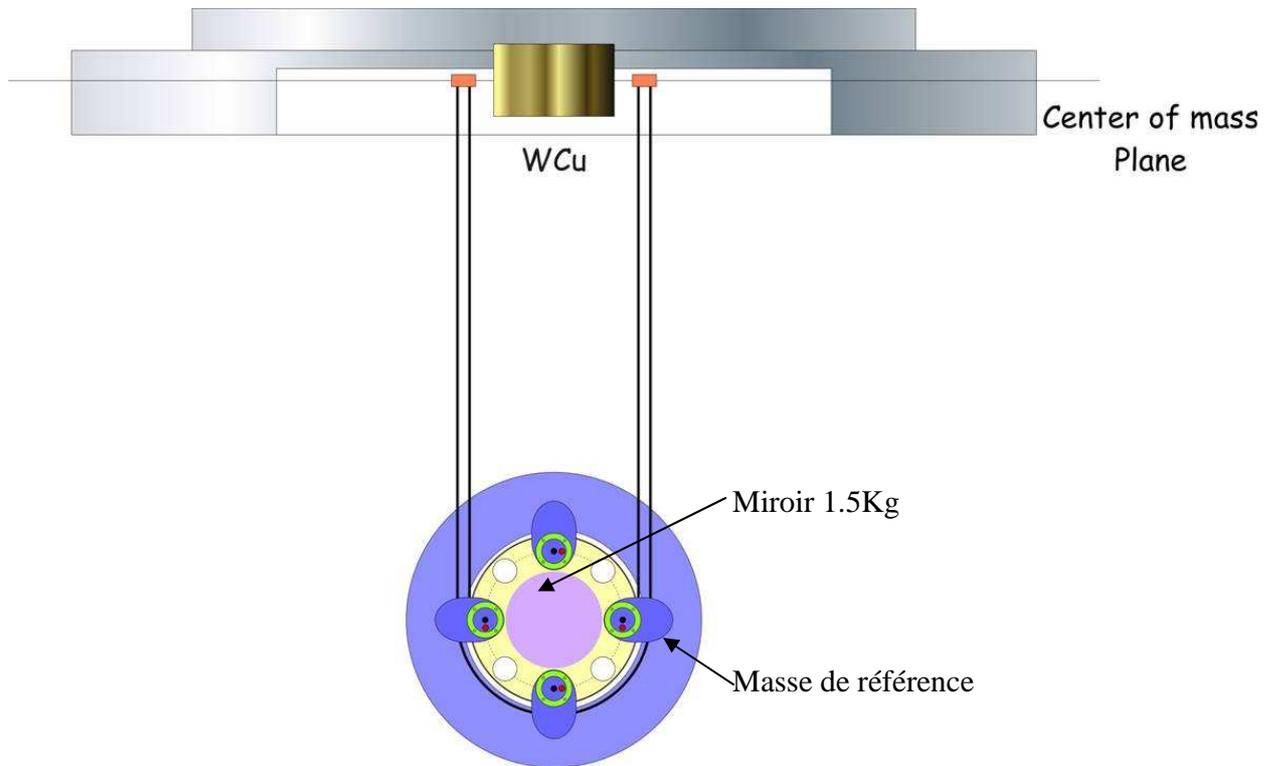


Figure (4.20): nouvelle partie basse de la suspension mode cleaner 1.5Kg, avec la masse de référence 8.8Kg.

Le changement du miroir nécessite aussi une masse de référence adaptée à la géométrie du miroir, les caractéristiques du nouveau miroir mode cleaner et masse de références sont présentées dans les tableaux (4.1) et (4.2).

Masse du miroir	M=1.5 Kg
Diamètre du miroir	R=140 mm
Epaisseur du miroir	H=45 mm
Diamètre du fil	D=0.2 mm

Tableau (4.1) : caractéristiques du nouveau miroir mode cleaner

Masse de référence	M=8.8 Kg
Diamètre intérieur	R1=175mm
Diamètre extérieur	R2=260mm
Epaisseur	H=50mm
Diamètre du fil	D=0.5mm

Tableau (4.2) : caractéristiques de la nouvelle masse de référence

Un changement dans la géométrie et les caractéristiques de notre pendule amènera des changements dans les fonctions de transfert suivant  $z$ ,  $\theta_x$  et  $\theta_y$ . Des simulations de suspensions avec Siesta ont été faites afin d'avoir une estimation plus précise de l'effet de la pression de radiation pour Virgo+. Les résultats des fonctions de transfert obtenus par SIESTA donnent les mêmes résultats que ceux obtenus par ANSYS effectué par P.Puppo.

Suivant  $z$  le changement est juste au niveau de la raideur (mètre/newton) qui baisse d'un facteur  $K = \frac{M_{\text{nouveau}}}{M_{\text{ancien}}} = 4.16$ , et donc il faut changer le gain du contrôle par le même facteur.

Suivant  $\theta_x$  et  $\theta_y$ , des petits changements sont observés figures (4.21) et (4.22), ce qui nécessite un ajustement des filtres de l'alignement.

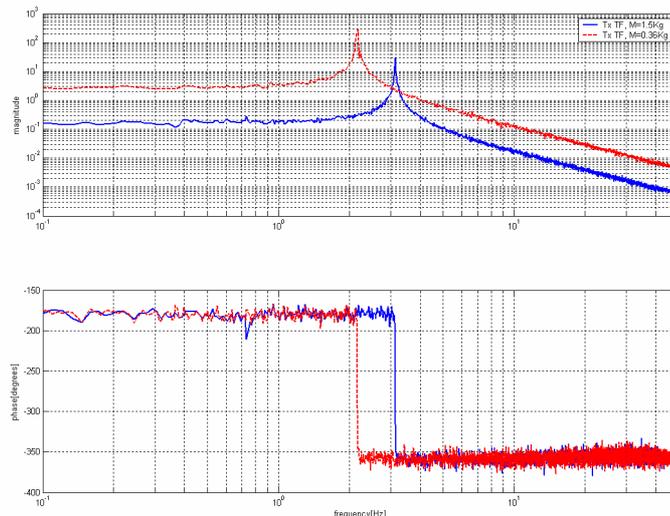


Figure (4.21): comparaison nouvelle fonction de transfert mécanique suivant  $\theta_x$  à partir de la masse de référence en bleu avec l'ancienne en rouge

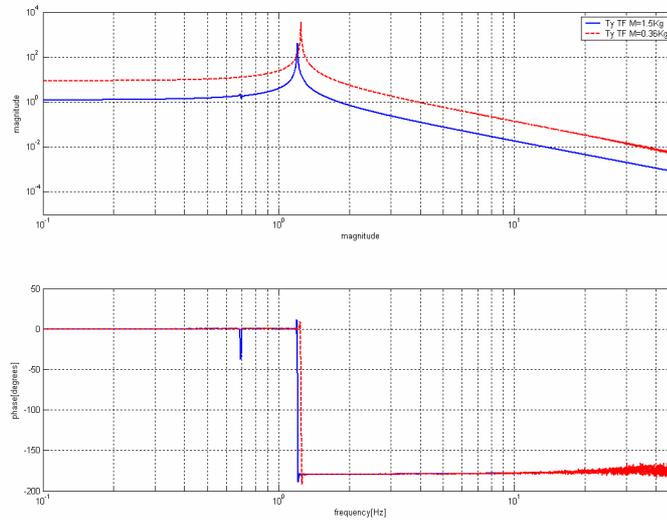


Figure (4.22): comparaison nouvelle fonction de transfert mécanique suivant  $\theta_y$  à partir de la masse de référence en bleu avec l'ancienne en rouge

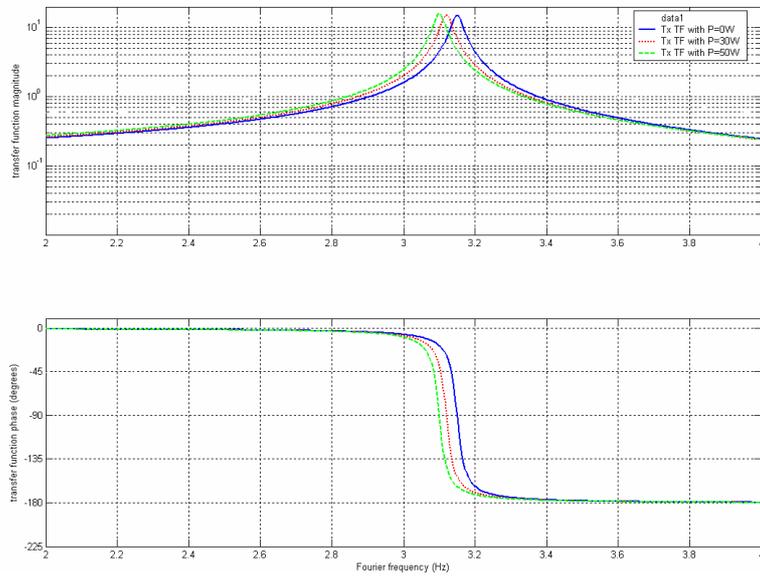
Comme montrent les figures (4.21) et (4.22), en  $\theta_x$  on remarque un changement de la fréquence de résonance qui passe de 2.1Hz à  $\sim 3.15$  Hz et aussi une baisse de la raideur de tension. Par rapport à  $\theta_y$ , une baisse de la raideur de torsion est claire.

#### 4.2.2 Effets de la pression de radiation sur les degrés de libertés angulaires

Actuellement nous observons dans le mode cleaner un déplacement significatif de la résonance suivant les degrés de libertés angulaires dû à la pression de radiation. Les mêmes tests ont été simulés afin de voir cet effet pour le mode cleaner de Virgo +.

Deux tests numériques ont été effectués pour cela ;

1. Une puissance laser de 50 Watts et une adaptation du faisceau au mode résonant de la cavité (matching)  $\sim 90\%$ .
2. Une puissance laser de 30 Watts et un matching  $\sim 90\%$ , ce qui équivaut à une puissance de 50 Watts et un matching  $\sim 50$ .



Figure(4.23): Fonction de transfert mécanique suivant  $\theta_x$  ; en bleu FT sans pression de radiation  $f \sim 3.15\text{Hz}$  , En rouge avec  $P=30$  Watts,  $f \sim 3.12\text{Hz}$ , en vert avec  $P=50$  Watts,  $f \sim 3.1\text{Hz}$ .

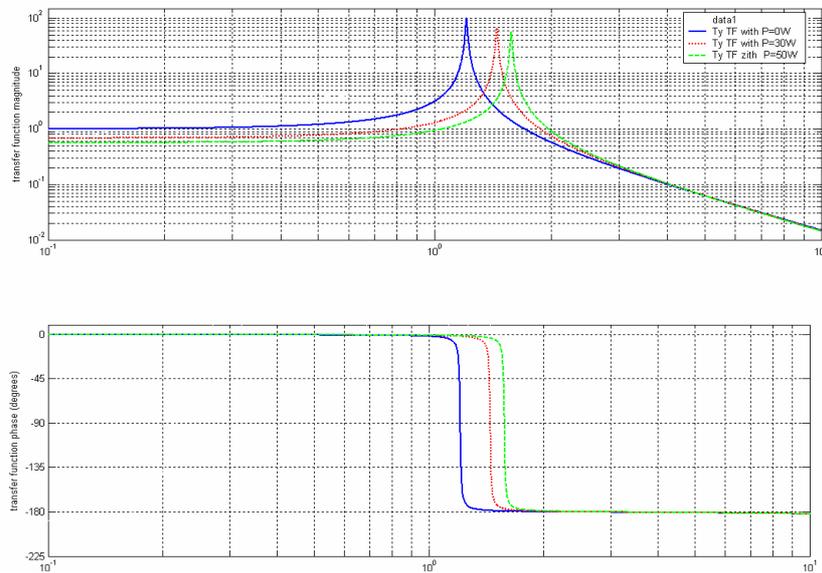


Figure (4.24): Fonction de transfert mécanique suivant  $\theta_y$  ; en bleu FT sans pression de radiation  $f \sim 1.2\text{Hz}$ , En rouge avec  $P=30$  Watts,  $f \sim 1.45\text{Hz}$ , en vert avec  $P=50$  Watts,  $f \sim 1.6\text{Hz}$ .

En ce qui concerne  $\theta_x$ , la résonance se déplace de 0.05 Hz dans le cas où on a 50 Watts, ce qui est presque négligeable. Par contre le déplacement de résonance en  $\theta_y$  est plus significatif  $\Delta f \sim 0.4 \text{ Hz}$ , un changement avec ce niveau nécessite juste une conception d'un filtre avec une marge de gain et de phase qui permet à la boucle de rester stable.

#### 4.2.3 Tolérance du décentrage du faisceau

Avec un miroir de 0.36 kg le décentrage toléré est de 1.4cm, le nouveau miroir nous permettra plus que cela. Pour en être sûr, un décentrage assez exagéré  $\Delta x = 3 \text{ cm}$  est utilisé dans la simulation. Comme montre la figure (4.25), même avec ce grand décentrage le système réussit à rester stable. La seule différence est un temps d'acquisition du verrouillage assez long de deux secondes.

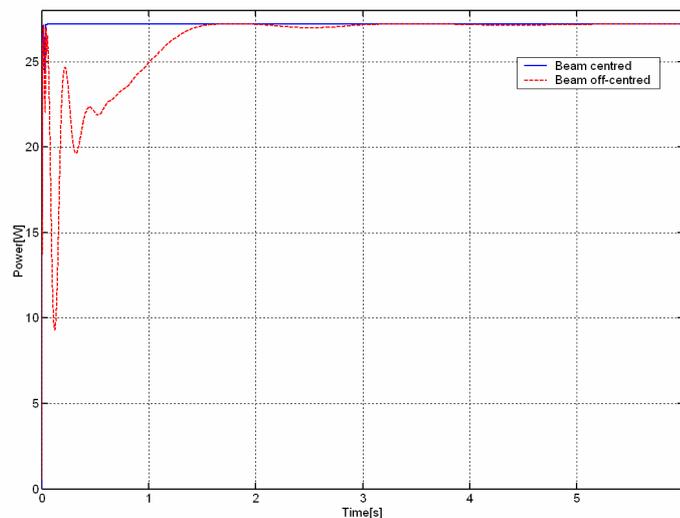


Figure (4.25): transmission du mode cleaner, en bleu faisceau centré, en rouge faisceau décentré avec  $\Delta x = 3 \text{ cm}$ .

#### 4.2.4 Conclusion :

Le nouveau miroir mode cleaner présente plus d'intérêt pour le bon fonctionnement du système d'injection, et comme présente la figure (4.26), ce nouveau miroir permet de garder la cavité sur la résonance jusqu'à une puissance laser de 250 Watts.

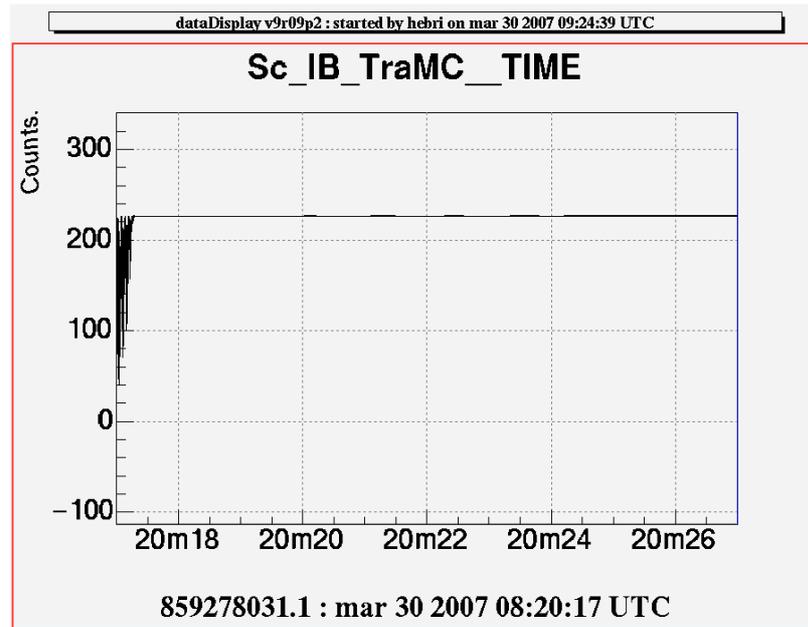
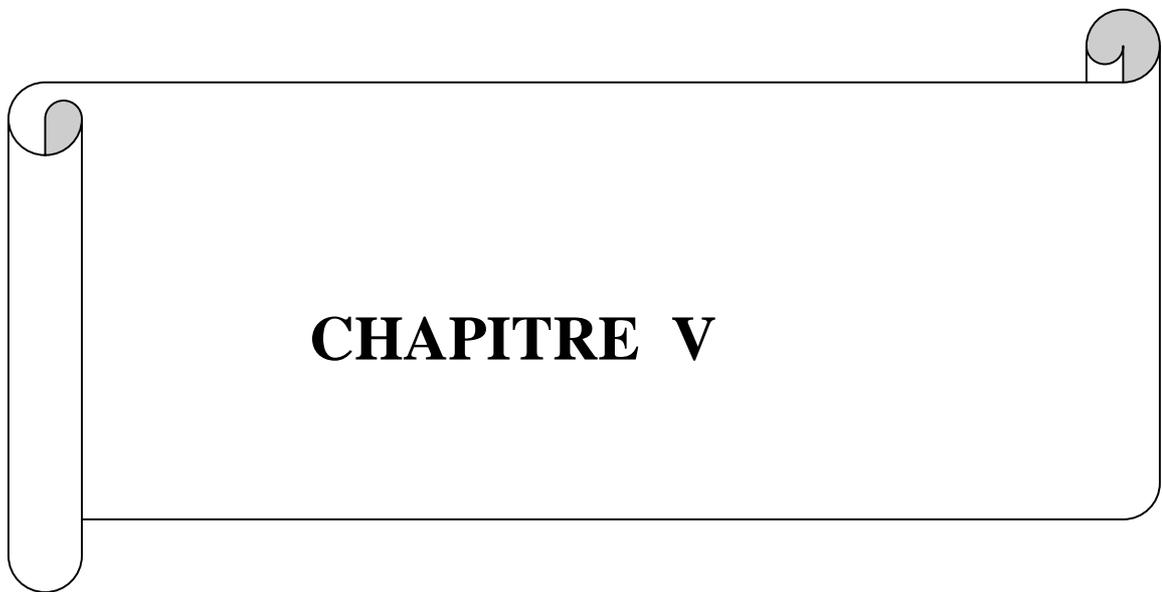


Figure (4.26): Transmission du mode cleaner avec une puissance laser  $P=250$  W.

La différence entre les deux miroirs est présentée dans le tableau (4.3) :

	<b>Miroir actuel (M=0.36 Kg)</b>	<b>Miroir pour Virgo+ (M=1.5 kg)</b>
<b>Déplacement de la résonance suivant <math>\theta_x</math></b>	$\Delta f \sim 0.15$ Hz	$\Delta f \sim 0.05$ Hz
<b>Déplacement de la résonance suivant <math>\theta_y</math></b>	$\Delta f \sim 0.8$ Hz	$\Delta f \sim 0.4$ Hz
<b>Puissance maximale supporté</b>	$P \sim 50$ W	$P \sim 250$ W

Tableau (4.3) : comparaison entre le mode cleaner actuel et celui pour Virgo+



**CHAPITRE V**

**Chapitre 5**

# La pression de radiation dans une cavité de 3 km

**Sommaire**

---

**5.1. Description de la simulation****5.2. Effet de la pression de radiation sur le bruit de puissance****5.3. Effet de la pression de radiation sur la longueur de la cavité****5.4. Effet angulaire dans les grand bras****5.5. Conclusion**

---

**Introduction**

Le chapitre précédent montre qu'une petite force peut changer plusieurs choses dans le mode cleaner Virgo d'entrée ; temps d'acquisition du verrouillage, constante de raideur effective etc.

Des observations expérimentales et des études récentes à LIGO montrent l'existence de l'effet de la pression de radiation dans les cavités de 4 km [28]. A ce niveau une étude avec Siesta dans une cavité 3km sous contrôle sera sans doute nécessaire pour estimer l'effet de la pression de radiation dans Virgo. Ce chapitre est une étude rapide des effets de la pression de radiation sur le bruit de puissance et le changement mécanique des fonctions de transfert.

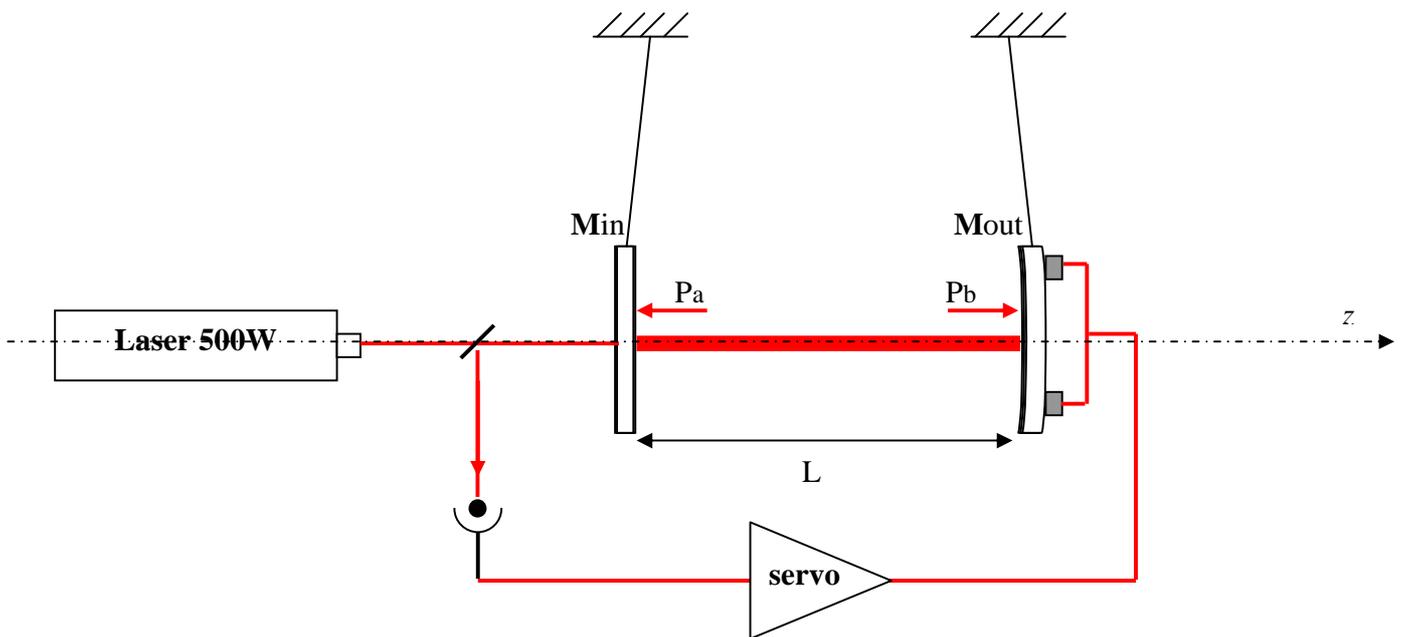
**5.1. Description de la simulation**

Afin de simuler l'effet de la pression de radiation dans l'interféromètre, on prend une seule cavité linéaire avec une puissance laser de 500 Watts, puisque la puissance après amplification par la cavité de recyclage et divisée par la séparatrice est de 500W ( $20 \times 50 / 2 = 500W$ ).

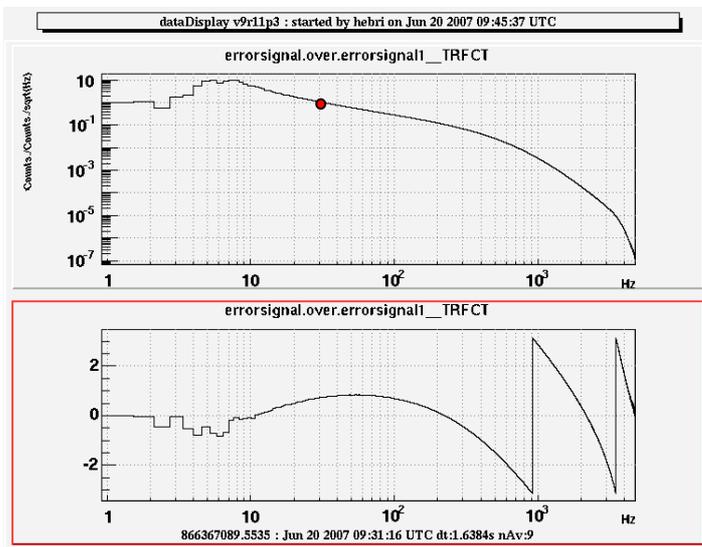
**Caractéristiques de la cavité:**

Puissance Laser	500 W
Longueur de la cavité	$L=3000$ m
Rayon de courbure du miroir du fond	$R=3650$ m
Finesse	50
Masse de chaque miroir	20 kg
Puissance dans la cavité	7.957 kW
Fréquence de modulation	6.264 MHz
Pression de radiation	$P_a \sim P_b \sim 5.3 \cdot 10^{-5}$ N

Tableau (5.1): caractéristiques optique et géométrique d'une cavité des bras de Virgo

Figure (5.1) : configuration d'une cavité 3 km dans la simulation, avec deux miroirs suspendus, et contrôle longitudinal sur le miroir du fond **Mout**

La fonction de transfert en boucle ouverte du verrouillage longitudinal d'une cavité des bras de Virgo est représentée en Figure (5.2)



Composition du correcteur

Zéro réel 4 Hz

Pôle réel 0 Hz

Zéro réel 10 Hz

Pôle réel 2000 Hz

Marge de gain en boucle ouverte facteur 5.

Marge de phase en boucle ouverte 55 degrés.

Figure (5.2) : la fonction de TF en boucle ouverte du verrouillage longitudinal, qui a une bande passante de 30 Hz

### 5.2. Effet de la pression de radiation sur le bruit de puissance

Afin de comprendre l'effet de la pression de radiation sur le bruit de puissance, on essaye avec deux puissances d'entrée différentes ; 500 Watts qui est la puissance actuelle qui rentre dans les cavités et 5000 Watts.

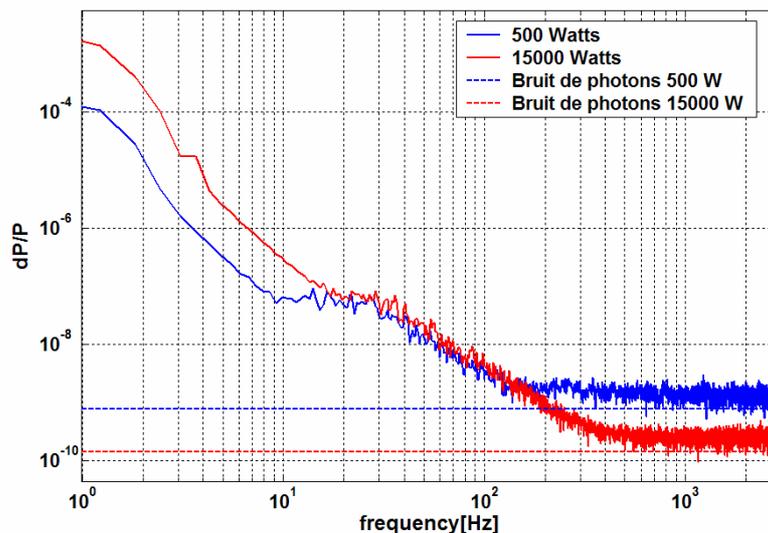


Figure (5.3): Transmission de la cavité, le bruit de puissance dû a la pression de radiation dans une longue cavité Fabry Perot Virgo ; bleu 500Watts, rouge 15000 Watts, les lignes discontinues sont du bruit de photons la bleu pour 500 Watts et la rouge pour 15000 Watts.

La figure (5.3) qui représente le spectre de la transmission de la cavité 3km de Virgo et qui traduit en même temps l'évolution du bruit de puissance vis-à-vis de la pression de radiation.

Il est clair que la pression de radiation augmente le bruit de puissance dans les bras des Virgo dans la bande passante de la boucle d'asservissement~30 Hz. Par contre on va voir dans le paragraphe suivant qu'elle n'a aucun effet notable sur le bruit de longueur.

### 5.3. Effet de la pression de radiation sur la longueur de la cavité

Afin d'étudier le bruit de longueur de la cavité causé par la pression de radiation, quatre tests vont être réalisés.

1. Le miroir d'entrée n'est pas suspendu et la pression de radiation est nulle sur les deux miroirs ( $P_a=P_b=0$ ).
2. Le miroir d'entrée n'est pas suspendu et la pression de radiation est nulle sur le miroir plat ( $P_b \neq 0, P_a=0$ )
3. Le miroir d'entrée est suspendu et la pression de radiation est nulle sur le miroir courbe ( $P_a \neq 0, P_b=0$ )
4. Le miroir d'entrée est suspendu et la pression de radiation est exercée sur les deux miroirs ( $P_a=P_b \neq 0$ )

En supposant que les forces de la pression de radiation sont égales sur les deux miroirs, l'équation de chaque miroir peut s'écrire comme suit :

$$\begin{cases} \ddot{x}_{out} - \frac{\eta}{M_{out}} \dot{x}_{out} + \omega_0^2 x_{out} = \frac{F_{rad}}{M_{out}} + \frac{F_{asser}}{M_{out}} \\ \ddot{x}_{in} - \frac{\eta}{M_{in}} \dot{x}_{in} + \omega_0^2 x_{in} = \frac{F_{rad}}{M_{in}} \end{cases} \quad (5.1)$$

De l'équation (5.1) l'effet du bruit de photons sur le déplacement du miroir peut s'écrire ;

$$\tilde{x} = \sqrt{\frac{2 \text{ finesse}}{\pi}} \frac{\sqrt{2Ph\nu}}{2c\pi^2 f^2 M_{out}} \quad (5.2)$$

Si on trace le spectre du déplacement du au bruit de photons, ce dernier est négligeable devant le spectre du déplacement du a la pression de radiation.

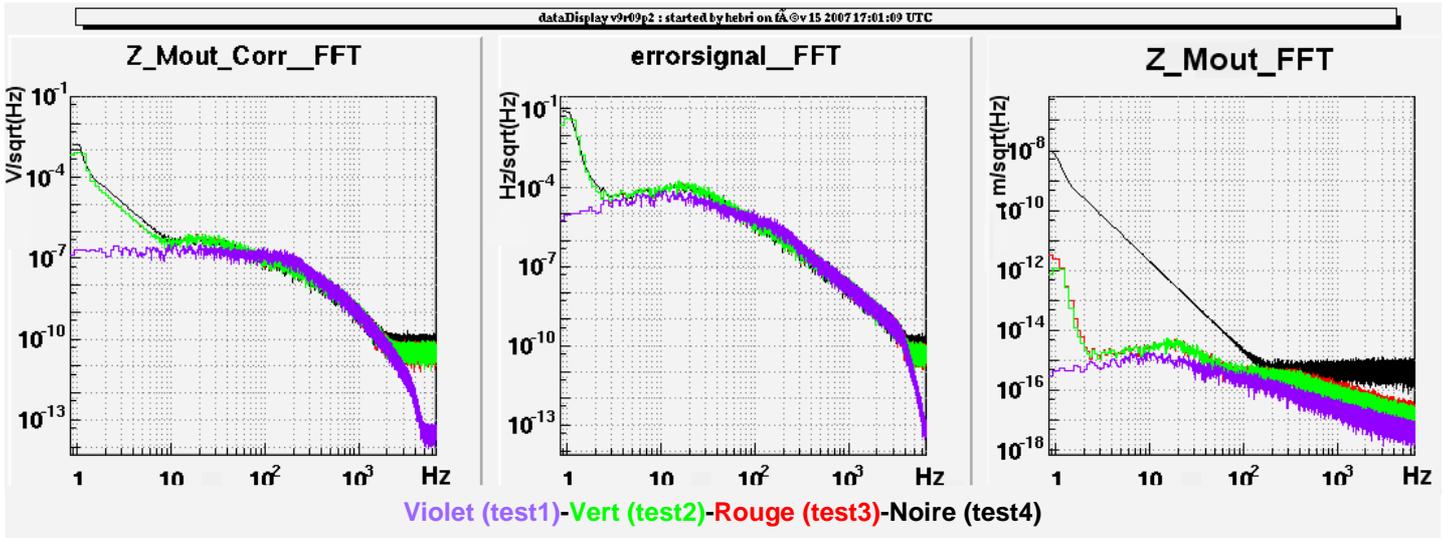


Figure (5.4) : Spectres de la correction, du signal d'erreur et déplacement du miroir de sortie *Mout*, les trois premiers tests ou leurs points communs ( $P_a=0$ ).

La courbe noire sur la figure (5.4) montre que après application de la pression de radiation sur les miroirs, le déplacement local de chaque miroir est affecté par la force de la pression de radiation du au déplacement du miroir d'entrée qui n'est pas contrôlé, ce qui est confirmé par la cohérence qui existe entre le déplacement du miroir d'entrée et la transmission après application de la pression de radiation figure (5.5).

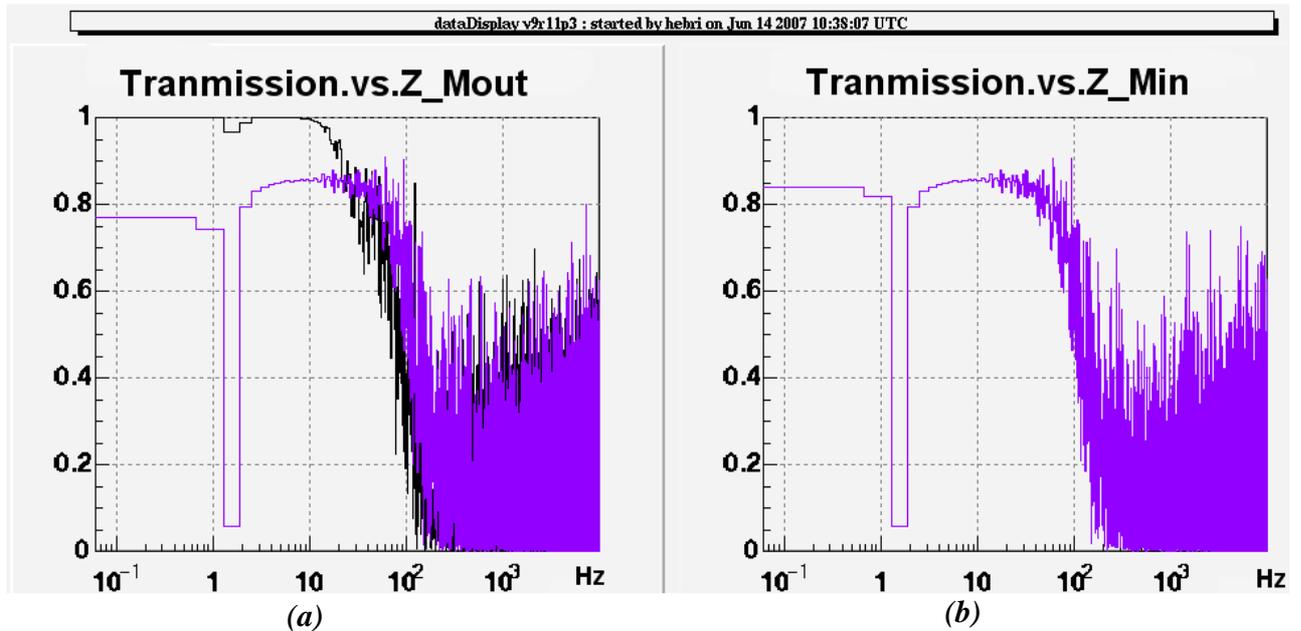


Figure (5.5) : Cohérence entre le déplacement des miroirs avec le signal de la transmission avec et sans application de la pression de radiation ; (a) cohérence avec le déplacement longitudinal du miroir du fond, (b) cohérence avec le déplacement du miroir d'entrée

Les Spectres dans les cas des test 2 (vert) et 3 (rouge) sont identiques, leur point commun est la pression de radiation exercée sur le miroir *Mout*, et le point différent *Min* n'est pas suspendu (test2 vert) et est suspendu (test3 rouge). Mais ils sont différents du test quatre (violet). La pression de radiation ramène du bruit en dessous de 30Hz qui est le gain unité. Sur le signal de la correction la différence est importante en dessous de 10Hz, à cause de l'intégrateur dans le correcteur qui coupe à 10Hz.

Une fois la pression de radiation appliquée sur le miroir d'entrée *Min*, il se met à bouger ce qui est normal puisqu'il n'est pas contrôlé en  $z$  mais seulement en  $\theta_x$  et  $\theta_y$ , et donc le miroir *Mout* est obligé de suivre pour garder le verrouillage de la cavité. Par contre le signal d'erreur ne voit pas ces mouvements et donc aussi la correction. Ce qui signifie que la pression de radiation n'a pas d'effet significatif sur la longueur de la cavité figure (5.6) malgré qu'elle fasse bouger les miroirs, d'où vient la cohérence entre miroir d'entrée et la transmission figure (5.5)

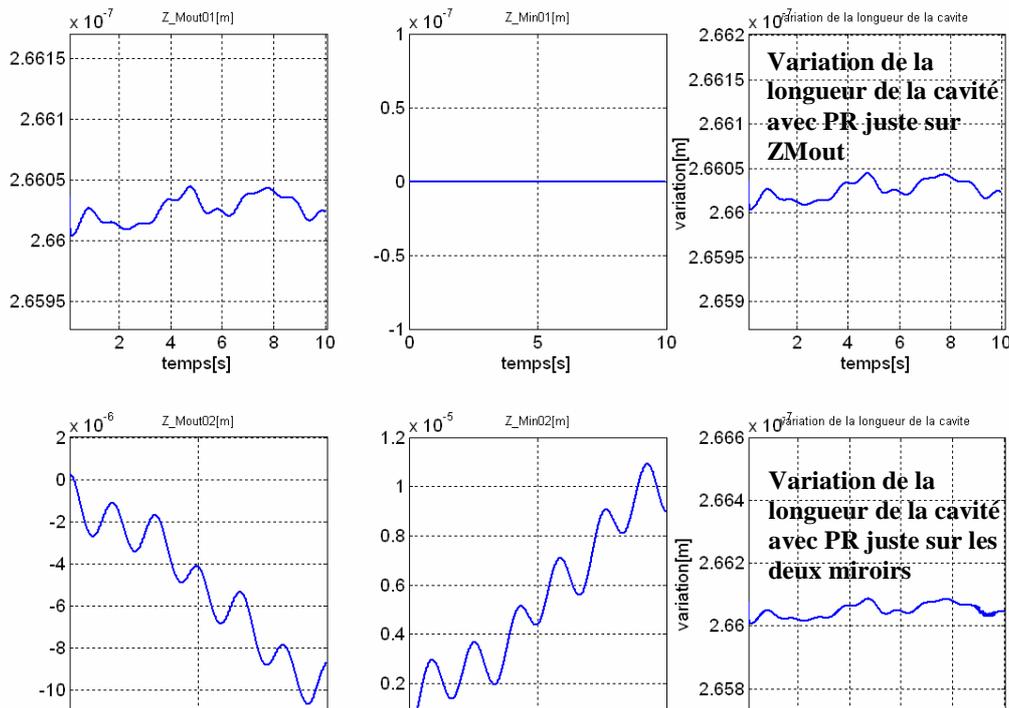


Figure (5.6): mouvements de miroirs et longueur de la cavité à deux miroirs suspendus ; première ligne application de la pression de radiation sur le miroir de sortie, deuxième ligne application de la pression de radiation sur les deux miroirs.

#### 5.4. Effet angulaire dans les grand bras

Les degrés de libertés angulaires  $\theta_x$  et  $\theta_y$  ne sont contrôlés que par la marionnette dans la simulation, exactement de la même manière que dans Virgo. Une étude pour une cavité 3 km va être faite comme pour le mode cleaner afin de voir les effets sur les degrés de libertés angulaires. Des effets mesurés de la pression de radiation sur la raideur angulaire des suspensions et des études menées par D.Sigg [28] prévoient des instabilités dans les cavités 4 km de LIGO.

Comme le représente la figure (5.7), les longues cavités de Virgo, ne sont pas à l'abri des effets de la pression de radiation si on augmente la puissance.

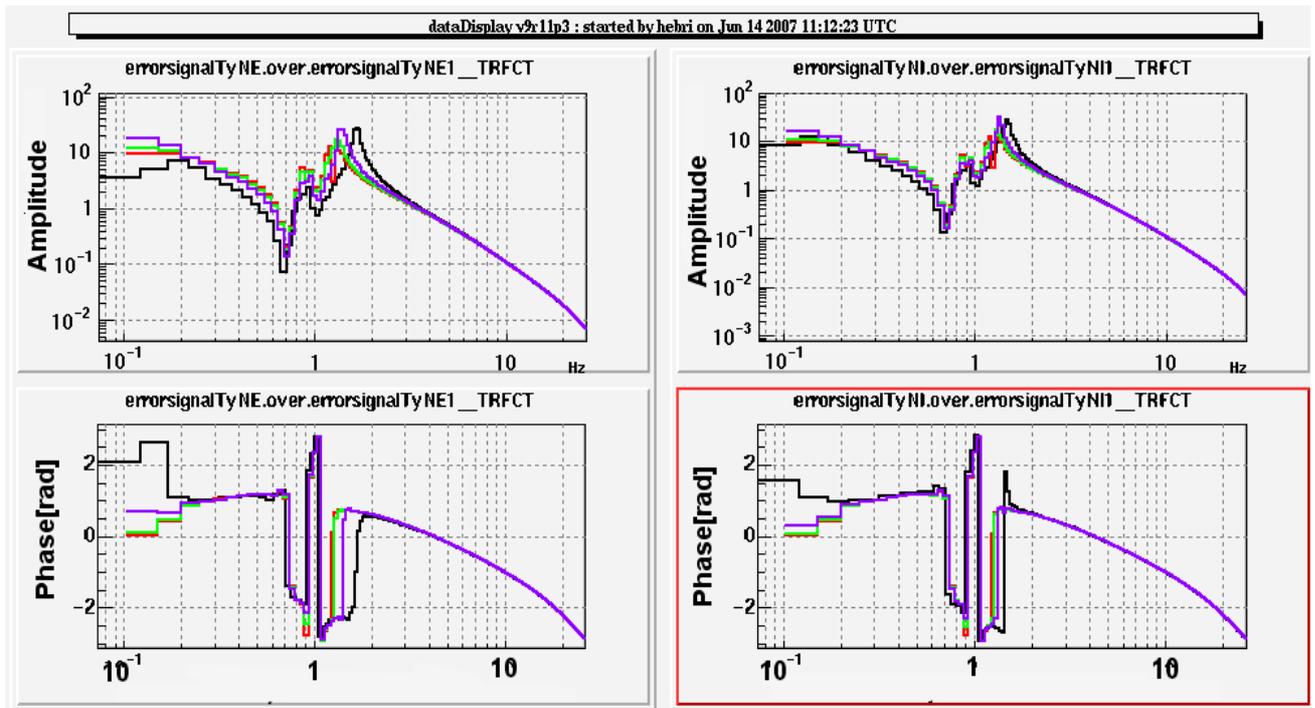


Figure (5.7) : fonction de transfert suivant  $\theta_y$  avec dans différentes configuration ; rouge sans pression de radiation, vert avec pression de radiation et  $P_{in}=500$  W, violet avec  $P_{in}=2000$  W et la noir avec  $P_{in}=6000$  W.

Les courbes en rouge et vert représentent la fonction de transfert suivant  $\theta_y$  dans la configuration actuelle de la cavité 3 km de Virgo avec et sans pression de radiation, donc l'effet du ressort optique angulaire peut être oublié dans l'actuel Virgo. Sur la courbe

violette on a une puissance d'entrée de 2000Watts pour être dans la même configuration que LIGO (finesse plus grande  $\sim 200$  et miroir plus léger  $\sim 10$  kg), un petit changement de la fréquence de résonance de  $\sim 0.1$ Hz est observé exactement la même chose qu'observée dans LIGO. Sur la courbe noire on a douze fois plus de puissance que dans Virgo (6000 Watts), pour montrer que l'effet du ressort optique angulaire commence à devenir important, ce qui peut être le cas dans AdvVirgo.

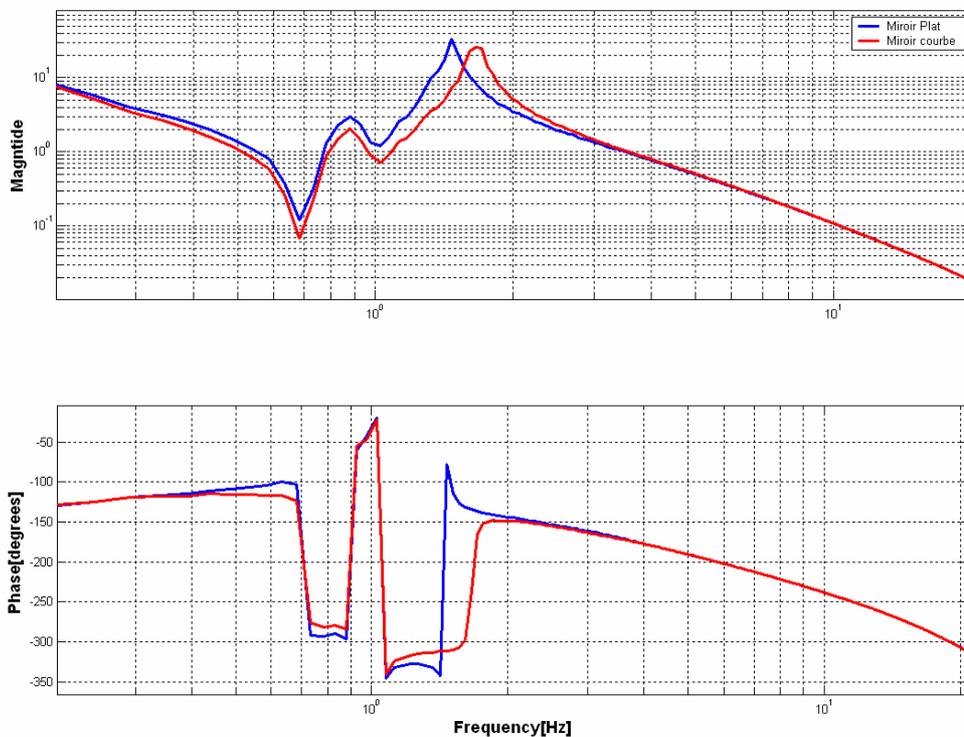


Figure (5.8) : fonction de transfert suivant  $\theta_y$  pour les deux miroirs, avec une puissance d'entrée de 6000 Watts. En bleu miroir d'entrée, en rouge miroir courbe de sortie

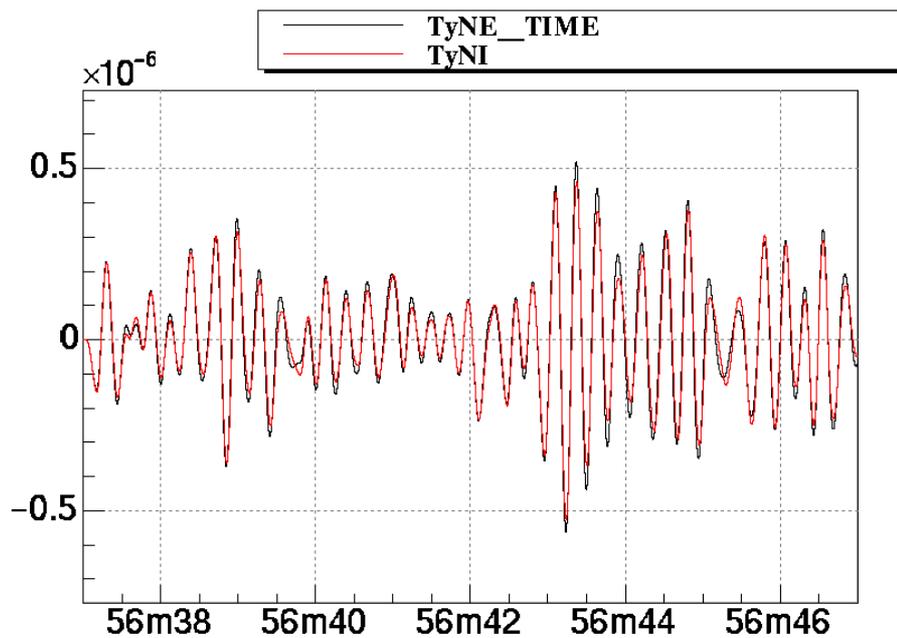
Dans le cas où on aura plus de puissance dans les bras de Virgo, le ressort optique angulaire ne sera pas le même sur les deux miroirs. L'effet sur le miroir courbe est plus

important que celui du miroir plat, ceci est du au déplacement du mode dans la cavité par rapport a chaque miroir, l'équation (5.2) le montre clairement.

$$\begin{cases} \Delta y_2 = R(\theta_1 + \theta_2) \\ \Delta y_1 = H\theta_1 + R\theta_2 \end{cases} \quad (5.2)$$

où  $H=R-L$

Le comportement de la phase des deux fonctions de transfert suivant  $\theta y$  figure (5.8) n'est pas le même, la même configuration d'asservissement et mesure de fonction de transfert est utilisée pour les deux miroirs et que leurs mouvement est identique figure (5.9). La phase du miroir courbe, au lieu de descendre, remonte dans le cas d'un pôle, ce qui peut signifié que la fréquence est négative (instable).



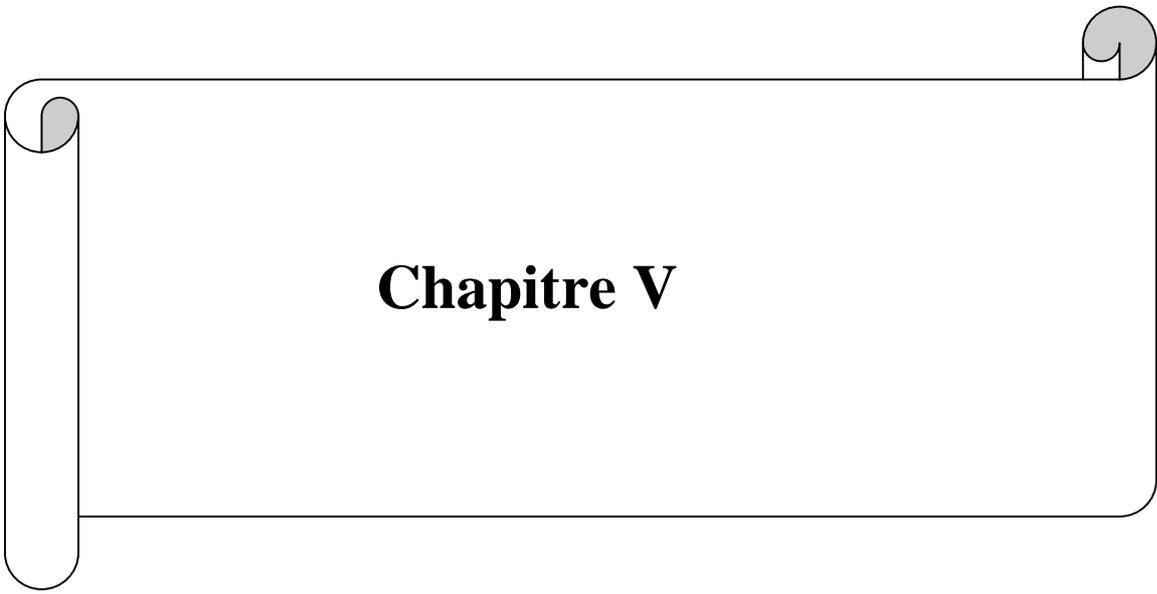
Figure(5.9): mouvements des deux miroirs de la cavité suivant  $\theta y$  sur une période de 10seconde.

## 5.5 Conclusion

L'effet de la pression de radiation peut être négligé dans les grand bras dans la configuration actuelle de Virgo. Ni l'effet sur le bruit de puissance  $f$  ni l'effet du ressort optique angulaire n'ont été observés expérimentalement.

Dans Ligo, au contraire, l'effet est plus significatif. Cela peut être du a plusieurs facteurs, par exemple plus de puissance, finesse de la cavité et miroir plus léger etc.

Ces effets deviennent plus significatifs en cas d'augmentation de la puissance ou de la finesse de la cavité, ce qu'il faut en prendre compte dans la conception de génération future des détecteurs.



**Chapitre 6**

# La recette du système d'injection

**Sommaire**

---

**6.1. Alignement du mode cleaner****6.2. Alignement de la cavité de référence****6.3. Envoi du faisceau vers l'interféromètre****6.4. Remesure des fonctions de transfert et optimisation des filtres****6.5. Diagonalisation de la matrice de reconstruction**

---

**Introduction**

Dans le but d'améliorer la courbe de résolution de Virgo, plusieurs modifications sur le système d'injection ont été faites entre la fin 2005 et début 2006. L'installation d'un télescope parabolique sur le banc d'injection a permis de remplacer le miroir de recyclage courbe par un plat. Un isolateur de Faraday a permis d'empêcher le retour de la lumière réfléchie de l'interféromètre vers le mode cleaner. Le déplacement de la cavité de référence après le mode cleaner a permis d'éviter son alignement automatique.

Dans ce chapitre je présenterai les activités sur la recette de Virgo auxquelles j'ai participé durant cette période de cinq mois, basées essentiellement sur le système d'injection. Installer et suspendre le nouveau banc d'injection, aligner le mode cleaner, verrouiller le mode cleaner et d'autres améliorations etc.



### 6.1. Alignement du mode cleaner

Avant que le laser rentre dans le mode cleaner, il passe par un chemin d'optiques (banc laser et banc externe), qui sert à contrôler le faisceau laser ou les mouvements de la cavité mode cleaner (figure (6.1)).

Après installation du banc d'injection dans la tour et sa suspension à la marionnette, il faut le mettre dans une bonne position par rapport au miroir courbe du mode cleaner sur tous les degrés de libertés ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$ ) de façon à faciliter son alignement à la fermeture de la tour et pendant le pompage. On envoie un faisceau laser HeNe derrière le miroir mode cleaner sur le milieu du dièdre où a un miroir permet d'aligner les  $\theta_x$  et le  $\theta_y$  du banc.

En envoyant le faisceau laser principal Nd:Yag on réussit à voir des franges sur le miroir courbe. Pour affiner l'alignement et améliorer la transmission du mode cleaner on déplace le banc d'injection en  $\theta_z$ .

Les premières franges commencent à apparaître sur la photodiode en réflexion du mode cleaner qui se trouve sur le banc externe ; sur la photodiode en transmission on ne voit rien car cette dernière se trouve sur le banc d'injection et est donc plus difficile à centrer, figure (6.2).

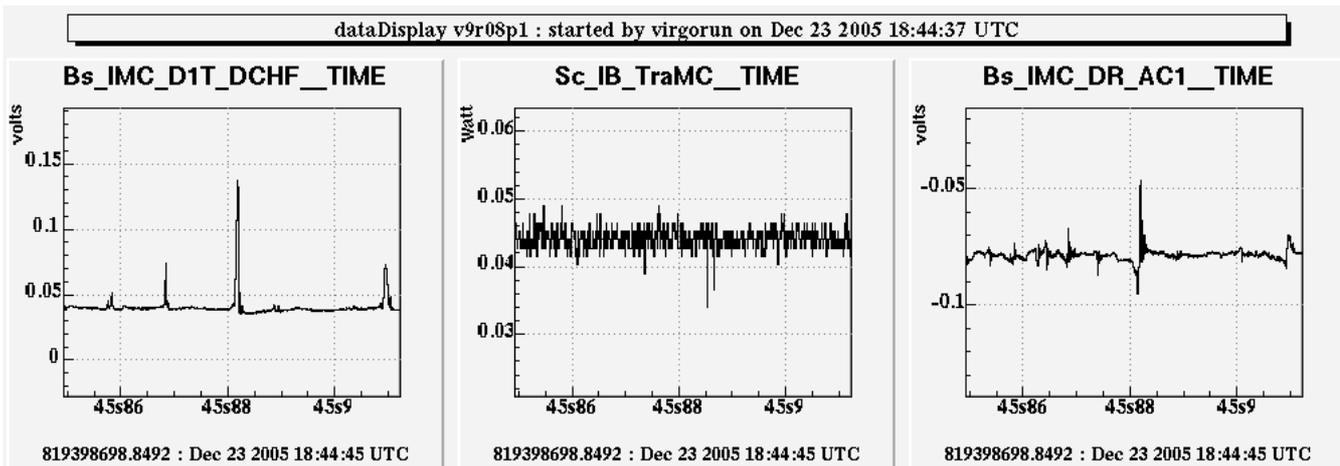


Figure (6.2): premières franges du premier alignement de la cavité mode cleaner. La première courbe est la réflexion, la deuxième courbe est la transmission et la troisième courbe est la réflexion démodulée en phase

On a un signal Pound-Drever-Hall qui nous permettra de verrouiller le laser sur la cavité mode cleaner. Le déclencheur (trigger) qui autorise le verrouillage est alors sur la réflexion puisqu'on n'a pas encore de signal sur la transmission.

Le verrouillage du laser sur le mode cleaner est réalisé par une boucle d'asservissement analogique rapide qui a une bande passante de 200 kHz.

## **6.2. Alignement de la cavité de référence**

La cavité de référence et son fonctionnement ont été présentés dans le paragraphe § 2.2.1. Après le changement du nouveau banc d'injection il a été décidé de placer la cavité de référence derrière le mode cleaner pour éviter l'alignement de la cavité de référence après chaque perte de déverrouillage.

Le faisceau laser filtré par le mode cleaner, passe par plusieurs optiques : le miroir SIB\_M4 il en transmet 2700ppm vers la partie basse du banc, pour entrer dans la cavité de référence.

Les miroirs M13 et M14 sont contrôlés par des pico moteurs et les miroirs M15 et M16 sont contrôlés par des piézoélectriques.

La réflexion de la cavité de référence connue sous le nom Sc\_IB\_zErrGC est utilisée comme signal d'erreur pour verrouiller le mode cleaner sur la cavité de référence.

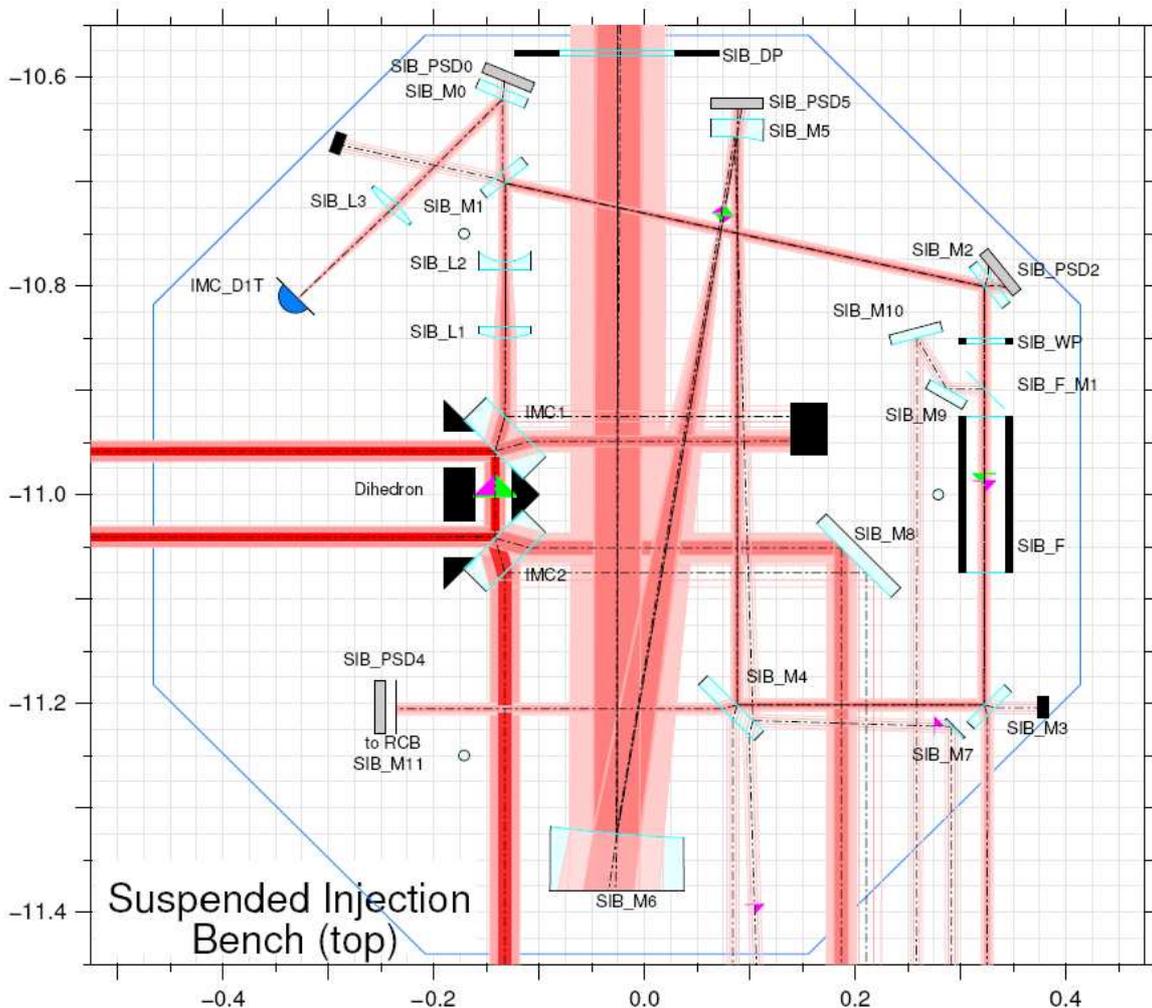


Figure (6.3): configuration optique de la partie haute du nouveau banc d'injection suspendu

Pour aligner la cavité de référence, on a utilisé un petit laser Nd:Yag de 700 mWatts balayé en fréquence. Il est envoyé sur la partie basse par SIB\_M17, il est récupéré sur le banc d'injection externe en regardant la réflexion du miroir SIB\_M4. Ce faisceau est contrôlé par deux miroirs en dehors de la tour afin de permettre la translation du faisceau. On réussit à voir de la lumière sur les côtés de la tour grâce à une caméra CCD installée en dehors de la tour.

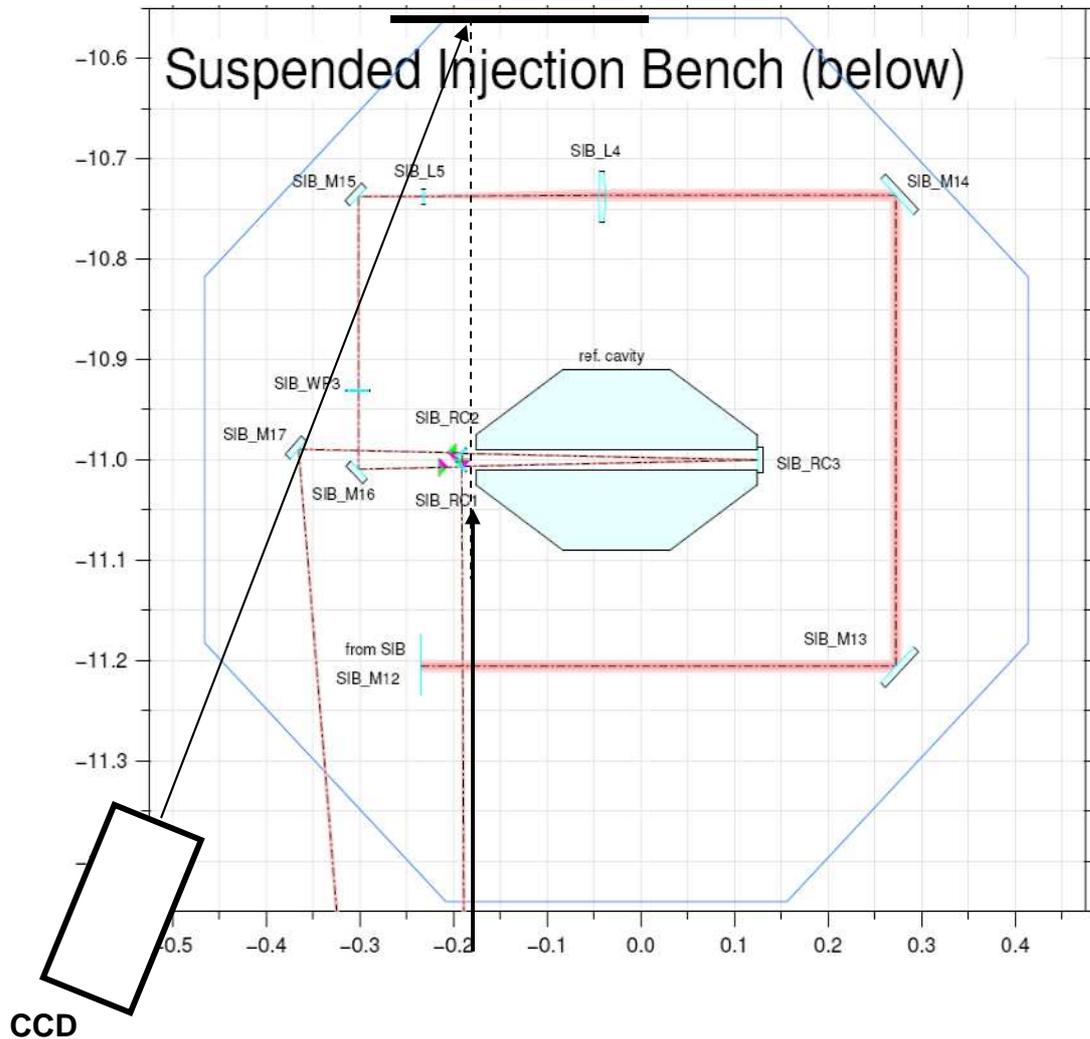


Figure (6.4): configuration optique de la partie haute du nouveau banc d'injection suspendu

Le système d'injection est alors prêt pour une de ses phases finales, c'est-à-dire le verrouillage du mode cleaner sur la cavité de référence.

On balaye la cavité mode cleaner en longueur en envoyant une correction sur le miroir courbe suivant  $z$  pour voir des pics d'Airy sur la transmission de la cavité de référence et obtenir un signal Pound-Drever-Hall figure (6.5)

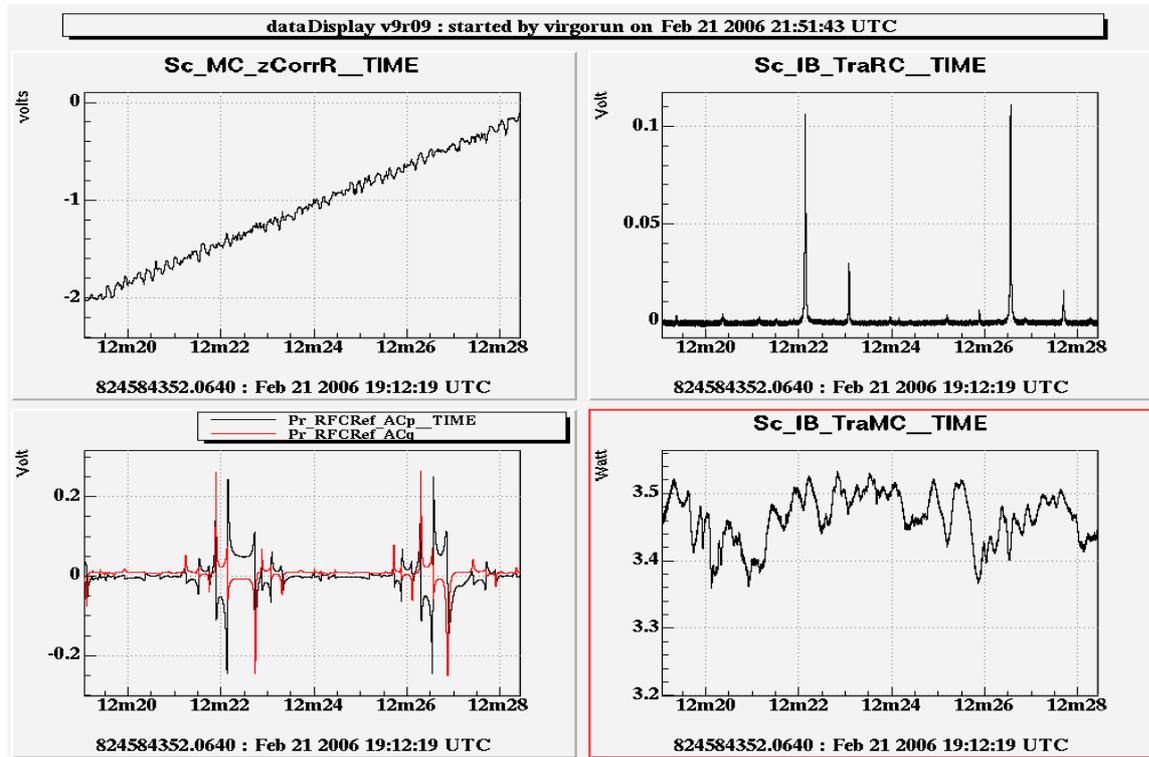


Figure (65.): balayage de la longueur de la cavité mode cleaner;  $Sc\_MC\_zCorrR$  est la correction envoyé sur le miroir mode cleaner,  $Sc\_IB\_TraRC$  est la transmission de la cavité de référence,  $Pr\_PRCRef\_ACp$  et  $ACq$  est la réflexion de la cavité de référence démoduler en phase et en quadrature,  $Sc\_IB\_TraMC$  est la transmission du mode cleaner.

L'asservissement de la longueur du mode cleaner sur la longueur de la cavité de référence est faite par une boucle d'asservissement numérique qui agit sur la masse de référence du miroir courbe. Cette boucle a une bande passante de  $\sim 100$  Hz figure (6.7)

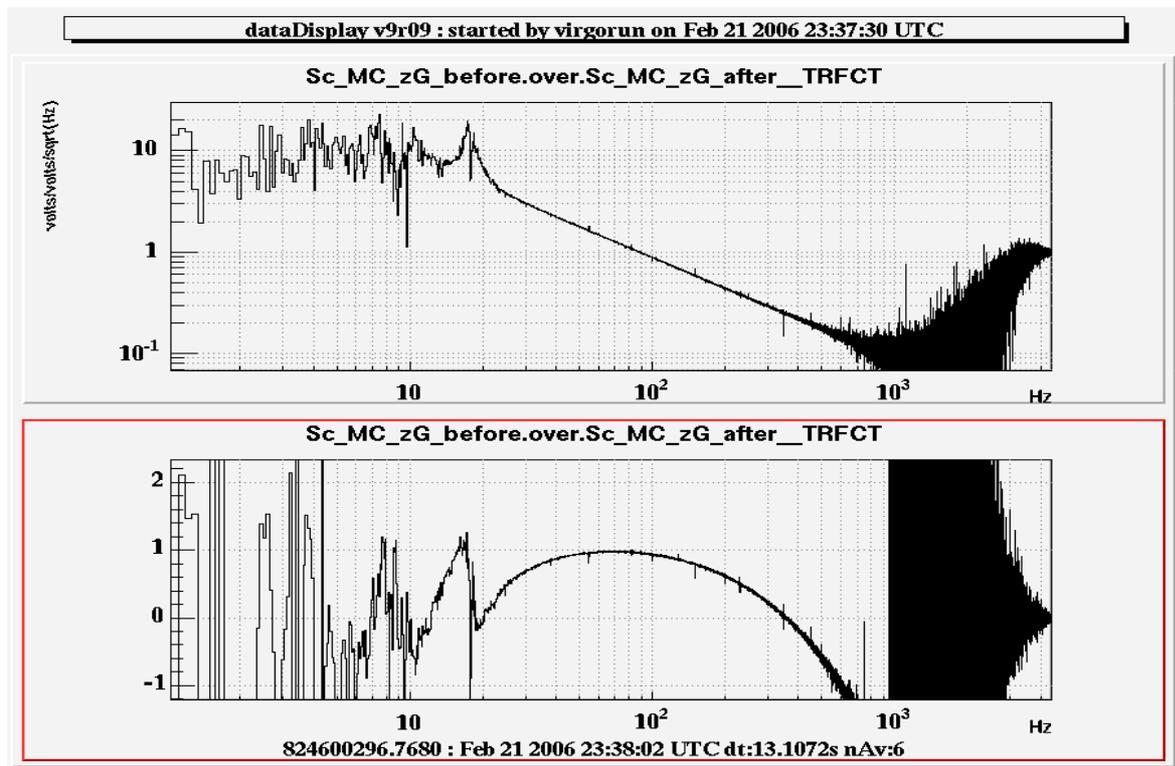


Figure (6.7) fonction de transfert en boucle ouverte mesurée du verrouillage du mode cleaner sur la cavité de référence.

### 6.3. Envoi du faisceau vers l'interféromètre

la première étape est d'envoyer le faisceau vers l'interféromètre pour relancer l'activité du verrouillage de l'interféromètre. Cette étape consiste à voir le faisceau sur le miroir nord du fond (NE). L'alignement se fait avec les deux miroirs SIB\_M6 et SIB\_M5, qui forment télescope sans astigmatisme.

La deuxième étape consiste à bouger la séparatrice en  $\theta_x$  et  $\theta_y$  en spirale par un algorithme jusqu'à voir de la lumière sur le miroir ouest du fond figure (6.8).

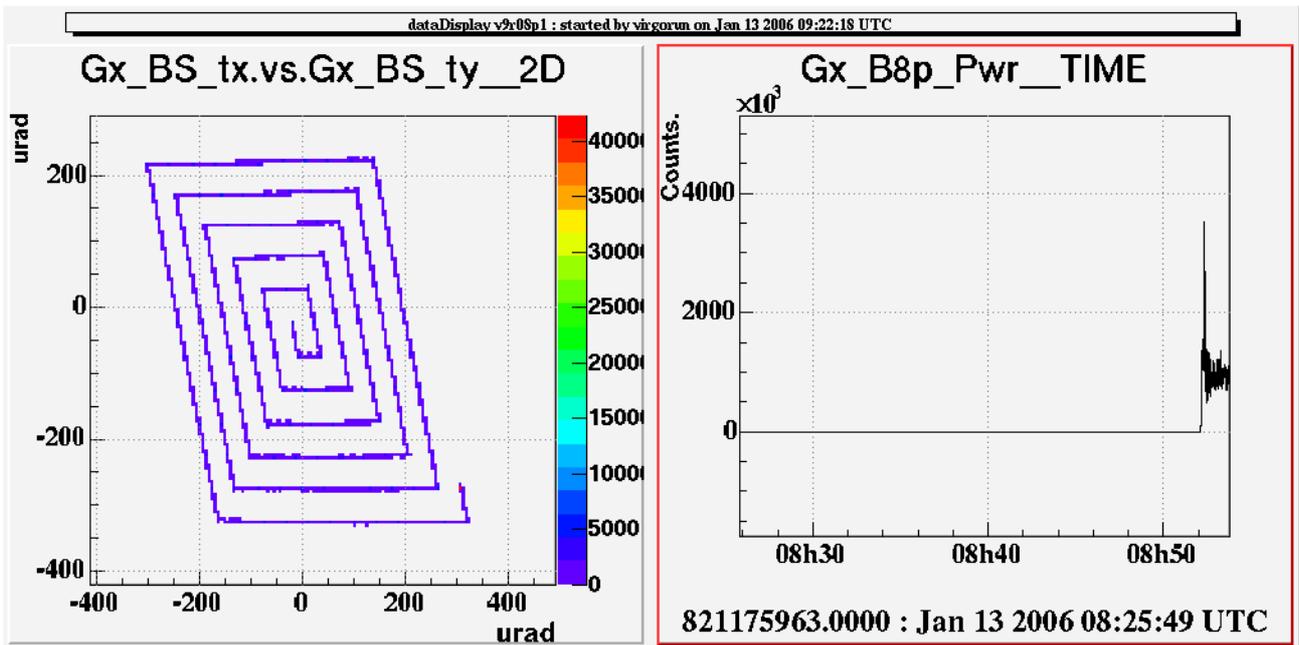


Figure (6.8): mouvement spiral de la séparatrice pour l'envoi du faisceau vers le miroir ouest

#### 6.4. Remesure des fonctions de transfert et optimisation des filtres

Plusieurs composants optiques ont été changés sur le nouveau banc d'injection et donc les fonctions de transfert mécaniques également. Cela peut introduire du bruit de longueur si le banc n'est pas bien contrôlé.

Je remesure les fonctions de transferts mécaniques suivant les six degrés de libertés ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $\theta_x$ ,  $\theta_y$ ,  $\theta_z$ ) afin d'optimiser les filtres de contrôle.

La mesure consiste à ouvrir le degré de liberté qu'on veut mesurer donc il n'y'a pas de filtre, injecter du bruit blanc sur le signal de correction c'est-à-dire pousser sur le banc dans cette direction et mesurer entre le signal de correction et le signal d'erreur.

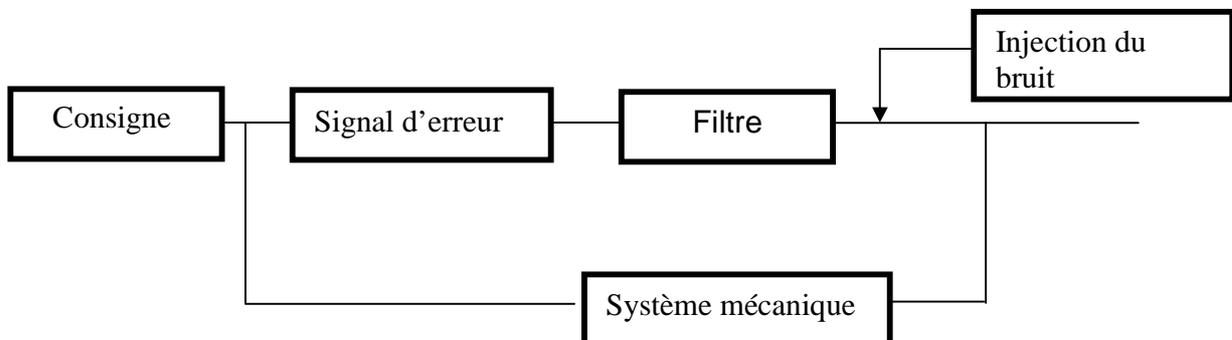


Figure (6.9): principe de mesure de la fonction de transfert mécanique dans le système de retroréaction

Après implémentation des filtres optimisés dans le DSP et en comparant les spectres des corrections, on remarque une amélioration sur les degrés de libertés  $\theta_x$  et  $\theta_z$ , surtout en hautes fréquences, et pas de grand changement sur la correction de  $\theta_y$ , figure (6.10).

Les fonctions de transfert mécaniques des nouveaux et anciens bancs et en boucle ouverte sont présentées en annexe fonctions de transfert.

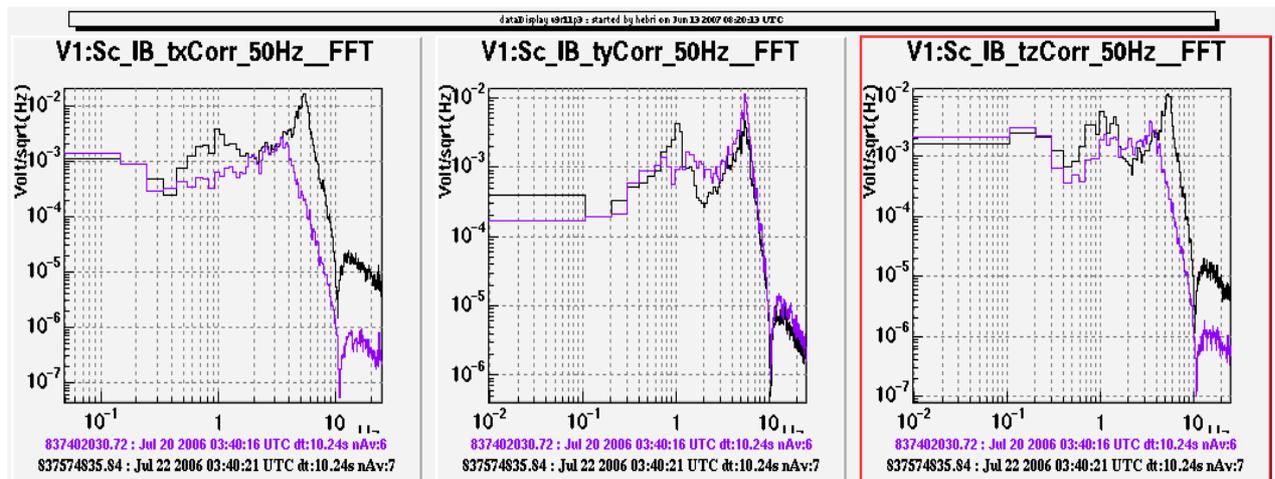


Figure (6.10): spectres des signaux de corrections de la position du banc, en noir avant et en violet après optimisation des filtres

### 6.5. Diagonalisation de la matrice de reconstruction (sensing)

La matrice de reconstruction est celle qui distribue les signaux d'erreurs à partir des capteurs.

La mesure consiste à injecter du bruit sur le signal de correction, ensuite à mesurer le rapport entre le signal d'erreur et la valeur lue par notre capteur (photodiode), par exemple  $Bs\_IMC\_QF\_ACv/Gx\_MC\_tx=\alpha$

On construit une matrice dont on calcule l'inverse et on l'implémente dans le DSP, tableau (6.1).

L'amélioration est claire, figure (6.11).

MC_Qhn	IMC_QN_ACh	MC_Qvn	IMC_QF_ACv	IMC_QN_ACv	IMC_QF_ACh	
-6500	0	0	0	0	0	MC_ty
-10	-3.3	0	0	0	0	IB_ty_c
0	0	-6400	5200	0	0	MC_tx
0	0	-17	3	0	0	IB_tx_c
0	0	0	0	0	-700	IB_z_c
0	0	0	0	7	0	IB_tz_c

Tableau (6.1): matrice de reconstruction de l'alignement automatique du système de l'injection.

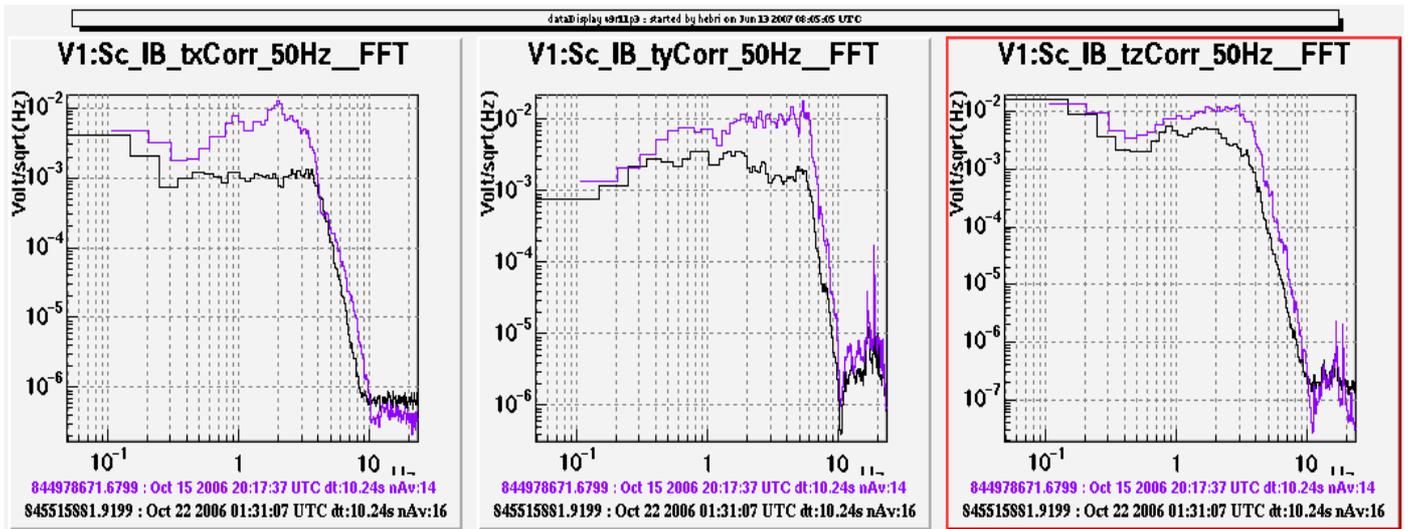


Figure (6.11): spectres des signaux de corrections de la position du banc, en violet avant l'intervention et en noir après la diagonalisation de la matrice

## 6.6 Conclusion

Les activités menées sur le système d'injection citées dans ce chapitre, en complément à d'autres activités auxquelles je n'ai pas participé permettent de délivrer un faisceau laser propre et stable. Cela va faciliter les autres tâches du verrouillage et de l'alignement de l'interféromètre.

## Conclusion

Cette thèse est le premier travail qui étudie l'effet de la pression de radiation dans un des sous systèmes du détecteur Virgo en tenant compte des forces d'asservissements réalistes et plus précisément du système d'injection. J'ai mis en place des programmes Siesta capables de prédire ces effets avec une grande précision. Ces programmes nécessitent des opérations identiques à celles faites sur l'instrument; choisir le signal d'erreur et le linéariser s'il le faut, mesurer les fonctions de transfert, concevoir des filtres de contrôles à l'aide des modèles Matlab et verrouiller la cavité.

Ces simulations dont les résultats ont été confirmés par des données réelles doivent être intégrées pour la conception d'Advanced Virgo ou pour d'autres interféromètres vu les problèmes dus à la pression de radiation qu'on pourrait avoir avec l'augmentation de la puissance laser.

Pour Virgo, le bruit de la pression de radiation est bien en dessous de la courbe de résolution requise. Cette petite force peut par contre empêcher le bon fonctionnement des sous systèmes comme le système d'injection. Une étude analytique complète des effets de cette puissance dans un système d'asservissement semble difficile, étant données les non linéarités dans le système.

Durant ce travail j'ai mis en évidence le problème qui existait sur l'alignement automatique du mode cleaner. Des instabilités de boucles qui contrôlent les degrés de libertés angulaires étaient dues à l'effet du ressort optique pour une force  $F \sim 20 \mu N$  qui semble négligeable et aussi à la lenteur des boucles d'asservissements et les faibles

corrections envoyées pour le contrôle. L'effet consiste un déplacement de la fréquence de résonance mécanique et en un changement du gain continu de la fonction de transfert dans le rapport du carré des fréquences. J'ai donc apporté une solution pour éviter ces oscillations et rendre le verrouillage de l'interféromètre plus robuste. Les résultats obtenus par la simulation ont été confirmés par l'expérience.

Le grand effet de la pression de radiation sur l'alignement nous oblige à sa prise en compte pour Virgo+ où on aura une puissance d'entrée de 50 Watts et un miroir mode cleaner d'une masse  $M=1.5$  kg. Il a fallu réécrire le code de la partie basse de la suspension et redéfinir les filtres de contrôles. Les résultats obtenus peuvent être utilisés dans la conception de Virgo+.

Dans le début du chapitre 3, je montre qu'en raison de la pression de radiation, la linéarisation du signal d'erreur est incontournable pour acquérir le verrouillage dès la première tentative. Je montre également que le temps d'acquisition du verrouillage augmente en fonction de la puissance appliquée de façon linéaire.

Dans l'actuel mode cleaner, le miroir est suspendu à une masse  $M=360$ g. En simulation ce miroir peut nous assurer un verrouillage de la cavité jusqu'à une puissance maximum de 50 Watts.

Après l'observation des instabilités dans LIGO par D.Sigg, et les difficultés rencontrées au niveau de l'alignement dans Ligo, il était nécessaire de regarder l'effet du ressort optique dans les bras de Virgo. Le chapitre 5 donne les résultats de simulation pour une cavité simple : aucun effet sur l'alignement des grandes cavités n'est observé sauf en cas d'augmentation de la puissance, ce qui est confirmé par les résultats observés à LIGO.

Le chapitre 6 explique les changements que j'ai apporté sur le système d'injection afin d'améliorer le fonctionnement de Virgo. J'ai également optimisé les contrôles du système d'injection afin d'améliorer son fonctionnement et atteindre la résolution nominale.

# Annexe asservissements

## 1 - Généralités

Le schéma fonctionnel d'un système asservi peut se représenter globalement par

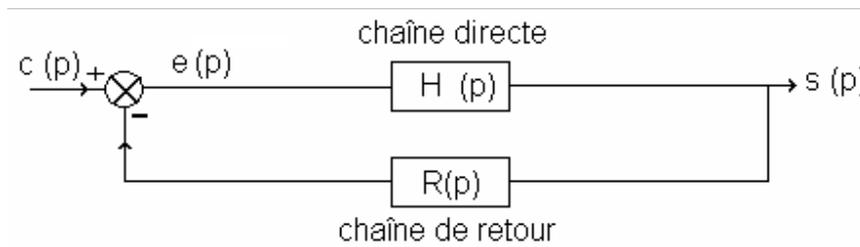
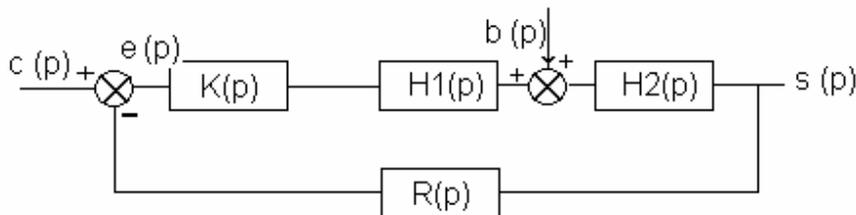


fig.1

La fonction de transfert en boucle ouverte est  $T(p) = H(p) R(p)$

La fonction de transfert en boucle fermée est alors  $T'(p) = \frac{T(p)}{1 + H(p)R(p)}$

Pour faire apparaître plus complètement les propriétés du système, on le représente par



$H(p) = H1(p) H2(p)$  est la fonction de transfert du système lui-même et  $b(p)$  représente les perturbations que l'on peut introduire au système. Au contraire de  $c(p)$  qui représente la consigne à atteindre et que l'on connaît et maîtrise,  $b(p)$  est subie et pas toujours bien connue et on cherche à rendre son influence négligeable sur  $s(p)$ . Par exemple, pour un asservissement de vitesse d'un moteur,  $c(p)$  sera la consigne de vitesse,  $s(p)$  la vitesse effectivement atteinte,  $H1(p)$  correspond à l'amplificateur de puissance qui alimente le moteur (actionneur) et  $H2(p)$  au moteur lui-même,  $b(p)$  étant par exemple une perturbation de couple (par exemple freinage du moteur)

$K(p)$  est la fonction de transfert du correcteur que l'on ajoute sur la chaîne directe afin d'améliorer la réponse du système.

## Quelques définitions

Prenons le cas d'un système sans correcteur.

La fonction de transfert **en boucle ouverte**  $T(p)$  peut s'écrire sous la forme

$$T(p) = \frac{N(p)}{D(p)}$$

$N(p)$  et  $D(p)$  sont des polynômes en  $p$  de degré respectivement  $m$  et  $n$  ( $m \leq n$  dans un système réel)

**Pôle de la FT** : racine du dénominateur

**Zéro de la FT** : racine du numérateur

## 2 - Stabilité d'un système asservi

Un système est stable au sens mathématique si, pour une entrée bornée, la grandeur de sortie reste bornée pour tout  $t > 0$

### Critères de stabilité

Un système bouclé est stable si et seulement si tous les pôles de sa FT en boucle fermée ont une partie réelle négative.

Il existe des critères algébriques qui permettent de déterminer le signe de la partie réelle des pôles à partir de la FT en boucle ouverte (critère de Routh – Hurwitz).

Nous nous contenterons de critères graphiques. On peut les faire en représentation de Bode (deux courbes  $G(\omega) = 20 \log |T(\omega)|$ ,  $\varphi(\omega)$ ), de Nyquist (représentation polaire de  $\underline{T}(\omega)$ ) ou de Black-Nichols ( $G(\omega) = f(\varphi(\omega))$  en coordonnées cartésiennes).

La représentation de Black s'avère commode en particulier pour voir les marges de stabilité et l'effet des correcteurs. Dans cette représentation, le point  $\{\varphi = -180^\circ ; G = 0 \text{ dB}\}$  représente le point critique.

### Marges de stabilité

Il ne suffit pas que le système soit stable au sens mathématique, il faut encore qu'il soit suffisamment stable (par exemple que son comportement transitoire ne comporte pas trop d'oscillations). Pour cela, on se fixe une marge de stabilité :

- Marge de phase  $m_\varphi = 180^\circ - \varphi$  (pour  $\varphi$  correspondant à  $G = 0 \text{ dB}$ )
- Marge de gain  $\Delta G$  par rapport à 0 pour  $\varphi = -180^\circ$

Ces marges apparaissent simplement en représentation de Nichols (fig.3).

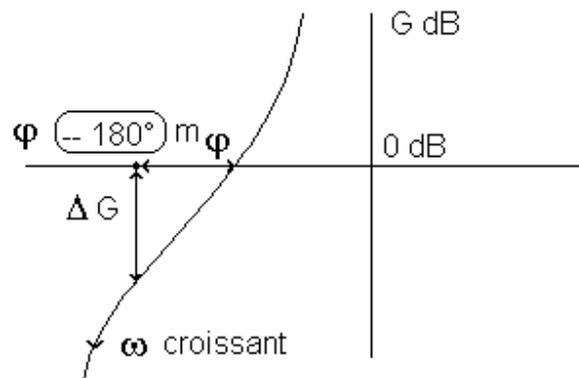


fig.3

On voit en particulier qu'une augmentation de gain (qui améliore la précision) – décalage de la courbe vers le haut – se fait au détriment de la marge de phase donc une détérioration de la marge de stabilité (et même une instabilité).

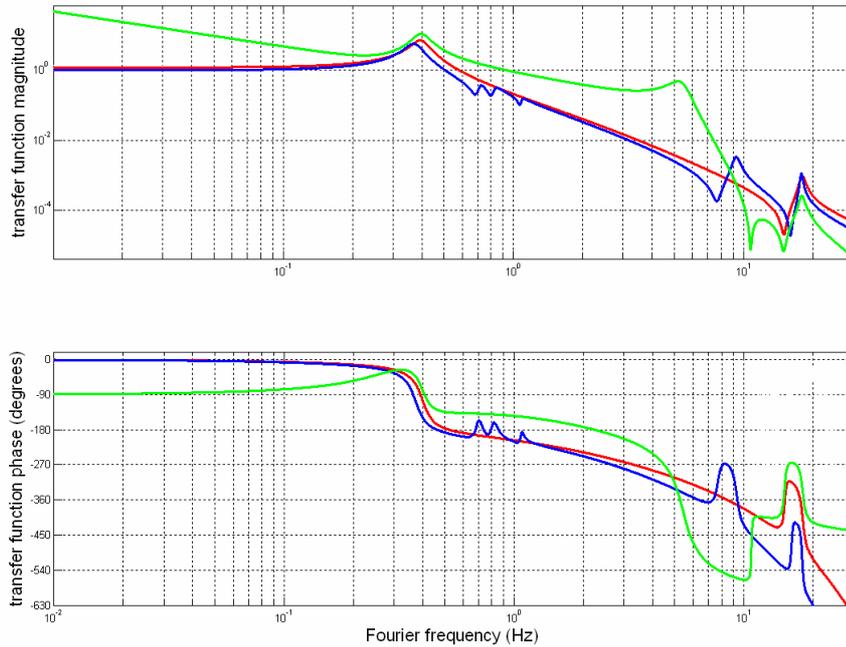
### 3 - Effet des correcteurs

Dans la fonction de transfert du système (en boucle ouverte), on peut distinguer trois domaines de fréquence :

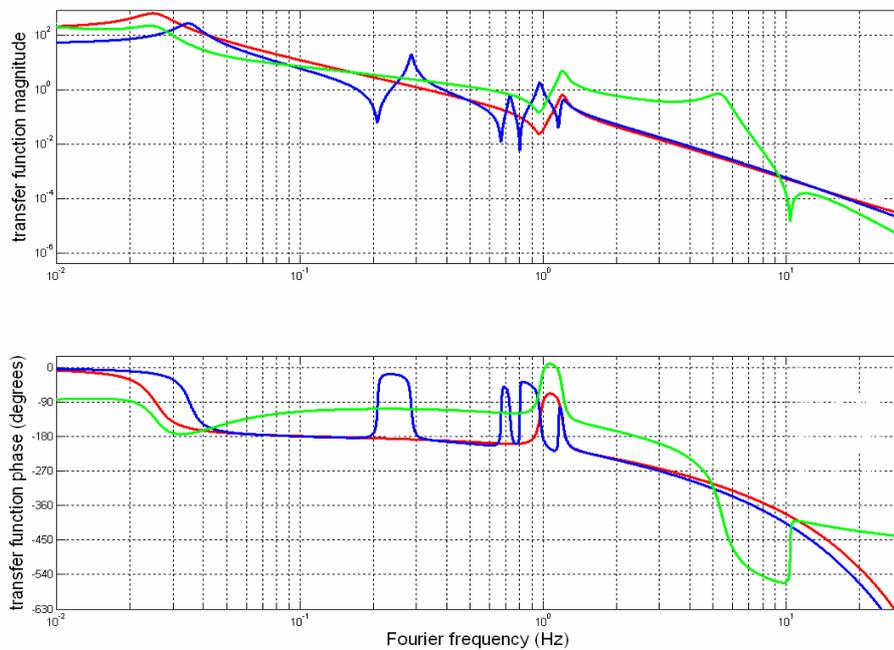
- En basse fréquence (et éventuellement à la fréquence nulle), un gain important va diminuer l'erreur dite statique (entre la consigne et la sortie en régime permanent). S'il y a un intégrateur – type 1– (ou plus) , cette erreur sera nulle.
- Dans la zone de passage à 0 dB (bande passante), il faut imposer une certaine marge de phase afin d'éviter des oscillations peu amorties et donc des dépassements importants de consigne. En général, une marge de phase de  $45^\circ$  limite le dépassement à 20%.
- En haute fréquence, il faut limiter le gain pour limiter l'influence des bruits de mesure (défauts des capteurs) qui se superposent au signal de retour injecté sur le soustracteur.

Le rôle des correcteurs sera alors de modifier la fonction de transfert afin de respecter au mieux ces différentes contraintes.

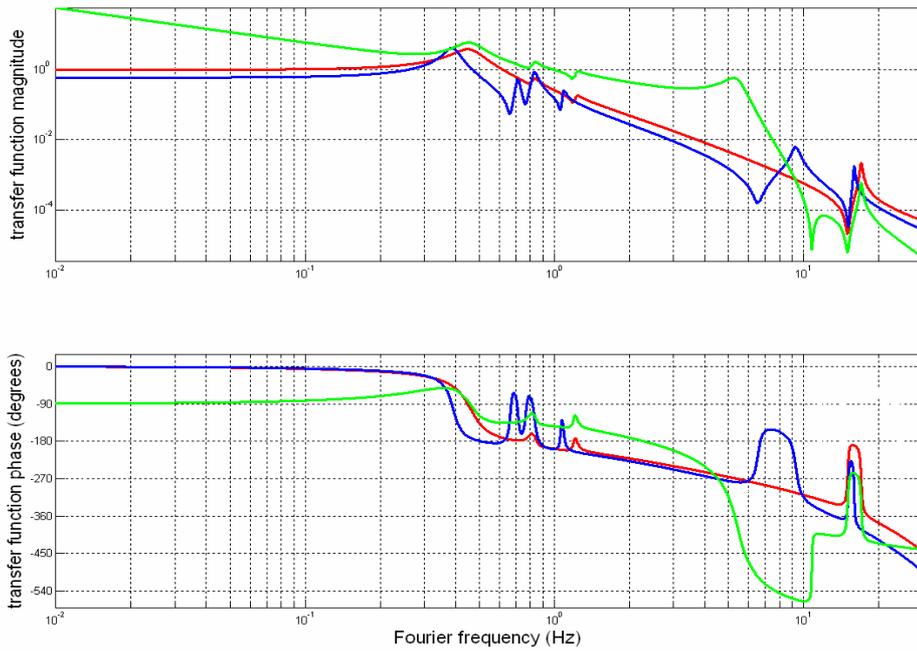
# Annexe fonctions de transfert



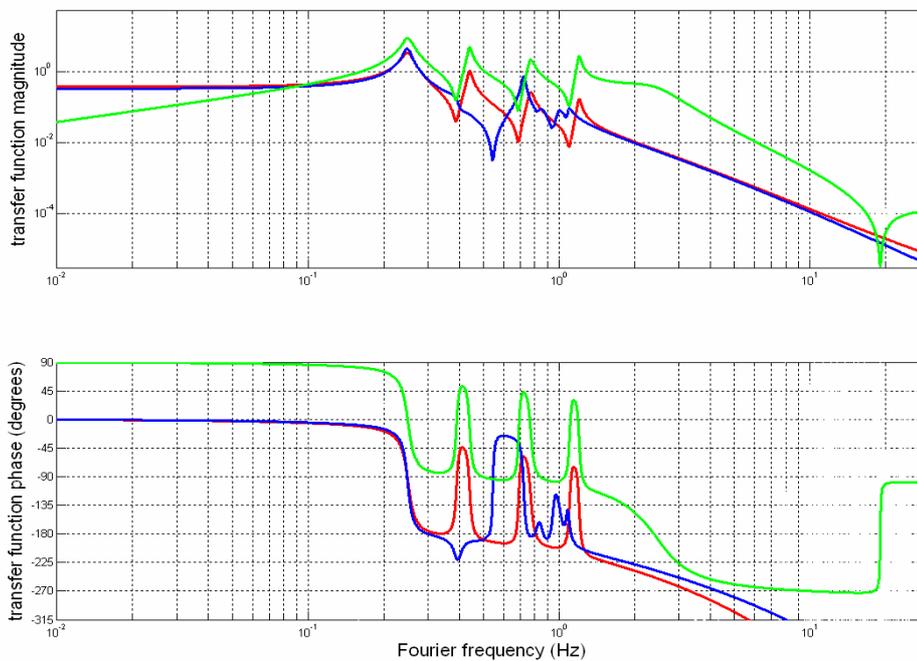
*Fonction de transfert suivant  $\theta_x$  ; en bleu fonction de transfert mécanique du ancien banc, en rouge fonction de transfert mécanique du nouveau banc et en vert fonction de transfert en boucle ouverte du nouveau banc.*



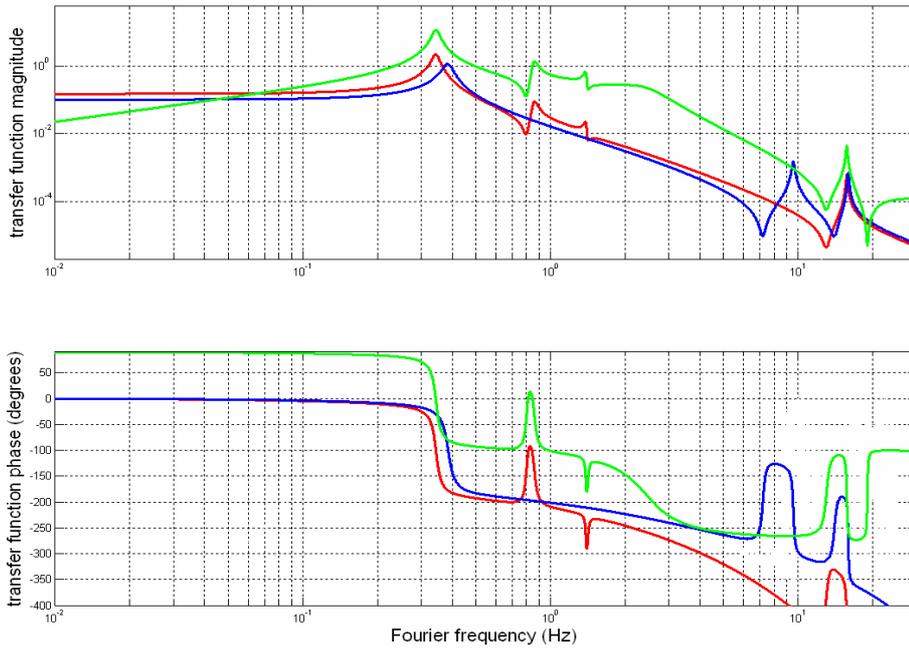
*Fonction de transfert suivant  $\theta_y$  ; en bleu fonction de transfert mécanique du ancien banc, en rouge fonction de transfert mécanique du nouveau banc et en vert fonction de transfert en boucle ouverte du nouveau banc.*



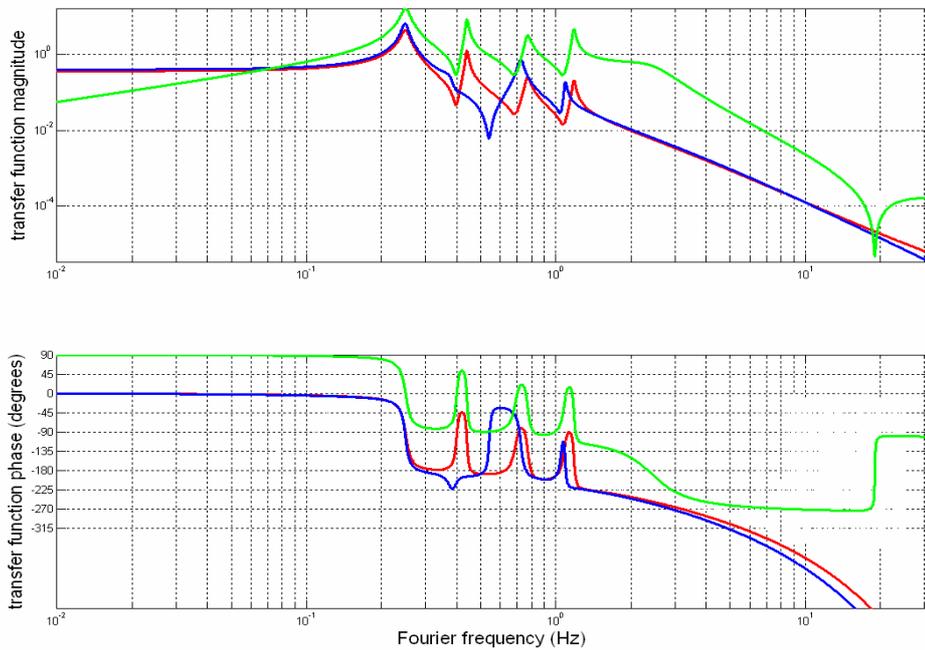
*Fonction de transfert suivant  $\theta_z$  ; en bleu fonction de transfert mécanique du ancien banc, en rouge fonction de transfert mécanique du nouveau banc et en vert fonction de transfert en boucle ouverte du nouveau banc.*



*Fonction de transfert suivant  $x$  ; en bleu fonction de transfert mécanique du ancien banc, en rouge fonction de transfert mécanique du nouveau banc et en vert fonction de transfert en boucle ouverte du nouveau banc.*



*Fonction de transfert suivant  $y$  ; en bleu fonction de transfert mécanique du ancien banc, en rouge fonction de transfert mécanique du nouveau banc et en vert fonction de transfert en boucle ouverte du nouveau banc.*



*Fonction de transfert suivant  $\theta_x$  ; en bleu fonction de transfert mécanique du ancien banc, en rouge fonction de transfert mécanique du nouveau banc et en vert fonction de transfert en boucle ouverte du nouveau banc.*

## Bibliographie

- [1] A.Einstein, N.Rosen , 49 (1937), 769
- [2] R. A. Hulse, J. H. Taylor, *Astroph. Journal* 380 (1975), L51.
- [3] J. H. Taylor, *Class. Quant. Grav.* 10 (1993) S167.
- [4] Luc Blanchet “*Images de la Physique 2005*”, Editions du C.N.R.S., p. 51 (2005)
- [5] M. Maggiore. *Phys. Report* 331, 283 (2000).
- [6] J. Weber, *Phys. Rev. Lett.* 22 (1969) 1320.
- [7] Astone P et al. 2003 *Phys. Rev. Lett.* 91 111101
- [8]R. W. P. Drever, ed: D. G. Blair, Cambridge University Press (1991) .
- [9] S.Braccini et al (Virgo coll), *Class.Quantum Grav*, 23(2006) S63-S69
- [10] D.Sigg, 2006 *Class.Quantum Grav.*23 S51
- [11] H.Luek, 2006 *Class. Quantum Grav.*23 S71.
- [12] K.Araj, 2005 “*Amaldi Conference on Gravitational Waves*”, Okinawa, Japan,20-40 June 200
- [13]C.N. Man, A. Brilllet. ” C.N. Man, A. Brilllet “*Notes/VIR-NOT-LAS-1380-105.pdf*”
- [14]R. Barillet, A. Brilllet, R. Chiche, et al. “*Notes/VIR-NOT-LAS-1390-10.pdf*”
- [15] F.Bondu et al,*Class.Quant.Grav* 19(2002).1829
- [16] L.Derome .*These Virgo*(1999)
- [17]. *Final Design Report* (May1997)
- [18]E.Black.”*Technical Note LIGO-T980045- 00- D* “
- [19]. B.Caron, L.Derome, R.Flaminiio, X.Grave, F.Marion, B.Mours, D.VerKindt, F.Cavalier, A.Vicere.” *Siesta, a time domain, general purpose simulation program*

*for the VIRGO experiment". Astropart. Phys.10:369-386,199.*

[ 20 ]: *J.L.BOULANGER, "Détection interférométrique des ondes de gravitation", université de Paris VI-1988*

[ 21 ]: *M. Rakhmanov, " Dynamics of Laser Interferometric Gravitational Wave Detectors", PhD Thesis, California institute of technology, 2000.*

[22]:*T.Corbitt, D.Ottaway, E.Innerhofer, J.Pelc, and N.Mavalvala. "Measurement of radiation-pressure-induced optomechanical dynamics in a suspended Fabry-Perot cavity". Phys. Rev. A 74, 021802(R) (2006)*

[23]: *D. Sigg, "Angular Instabilities in High Power Fabry-Perot Cavities". LIGO-T030120-00*

[24]. *F.Marino, F.Marin, « Thermo-optical nonlinearities and stability conditions for high-finesse interferometers » ». Phys.letters A 364(207) 441-447*

[25]:*O. Arcizet, P.-F. Cohadon, T. Briant, M. Pinard, and A. Heidmann "Radiation-pressure cooling and optomechanical instability of a micro-mirror". Arxiv preprint quant-ph/0607205, 2006*

[26 ]*A.Pai, S.V.Dhurandhar, P.Hello, ad J-Y.Vinet, "Radiation pressure induced instabilities in laser interferometric detectors of gravitational waves". Eur. Phys. J. D 8, 333-346 (2000)*

[27] :*F.Bondu, M.Barsuglia . "Laser frequency stabilization topology" .VIR-NOT-OCA-1390-247*

[28]:*D.Sigg, J.A.Sidles,"Optical torques in suspended Fabry Perot Interferometers ". Physics letters A.*