



HAL
open science

Etude de systèmes de régulation extrême par extrapolation

Henrich G. Jacob

► **To cite this version:**

Henrich G. Jacob. Etude de systèmes de régulation extrême par extrapolation. Automatique / Robotique. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 1968. Français. NNT: . tel-00176207

HAL Id: tel-00176207

<https://theses.hal.science/tel-00176207>

Submitted on 2 Oct 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSES

présentées

à la Faculté des Sciences de l'Université de Toulouse

pour l'obtention

du Grade de Docteur-Ingénieur

par

Heinrich G. JACOB

Dipl.-Ing. (TH Stuttgart)

1^o THÈSE - **Etude de Systèmes de Régulation
Extrémale par extrapolation**

2^o THÈSE - Proposition donnée par la Faculté

Soutenues le 20 Mai 1968 devant la Commission d'Examen

MM. J. LAGASSE
Professeur

P. NASLIN
Ingénieur militaire
en Chef de l'Armement

Y. SEVELY
Professeur

G. GIRALT
Directeur de Recherches
au C.N.R.S.

C. MIRA
Maître de Conférences

G. GRATELOUP
Maître de Conférences

Président

Examineurs

A mes chers parents

A mon frère

AVANT - P R O P O S

Le travail que je désire présenter dans ce mémoire n'aurait pu être effectué sans l'aide, les conseils et la sympathie de beaucoup de personnes. Qu'il me soit donc permis de manifester ma reconnaissance à tous ceux qui ont contribué d'une manière ou d'une autre à sa réalisation :

Mes remerciements vont tout d'abord à Monsieur le Professeur LAGASSE, Directeur du Laboratoire d'Automatique et de ses Applications Spatiales, qui a bien voulu me permettre de préparer cette thèse dans le cadre de son laboratoire. Je lui suis très reconnaissant pour son soutien moral permanent, pour les moyens matériels mis à ma disposition et pour la tâche de recherche qu'il m'a confiée en dehors du sujet personnel traité dans ce mémoire. Je suis très heureux de pouvoir lui apporter ici le témoignage de mon plus profond respect et de le remercier vivement d'avoir bien voulu accepter la présidence de ma commission d'examen.

Que Monsieur l'Ingénieur en Chef MASLIN, Directeur du Laboratoire Central de l'Armement, trouve ici l'expression de ma reconnaissance pour le grand honneur qu'il me fait de participer au jury de soutenance.

Chez Monsieur le Professeur SEVELY, j'ai trouvé toujours un appui constant et amical qui m'a permis de surmonter les obstacles qui s'étaient opposés à la bonne marche de mon travail. Je lui exprime ma sincère gratitude pour ceci et pour le grand plaisir qu'il me fait de siéger à mon jury de thèse.

Il ne m'est non moins agréable de remercier vivement Monsieur GIRALT, Directeur de Recherches au C.N.R.S. et Sous-Directeur du Laboratoire d'Automatique et de ses Applications Spatiales, pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à l'évolution de mon travail et pour son acceptation de faire partie de la commission d'examen.

C'est avec une attention toute particulière que je désire remercier Monsieur MIRA, Maître de Conférences, qui a dirigé mes recherches avec beaucoup de maîtrise et d'amitié. Par ses connaissances et les nombreux conseils qu'il a bien voulu me donner, Monsieur MIRA a toujours su me faire surmonter les difficultés rencontrées dans mon travail. Mais je lui sais bon gré aussi pour la confiance et les encouragements qu'il n'a cessé de me prodiguer lorsque je me trouvais sur le bon chemin. Qu'il soit assuré en outre de ma gratitude pour les conseils pertinents qu'il a du me donner lors de la rédaction de ce mémoire et pour le grand plaisir qu'il me fait de figurer parmi mes examinateurs.

Je tiens à exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur CRATELOUP, Maître de Conférences, qui a bien voulu se charger, entre autres, de me guider lors de la rédaction de mon deuxième sujet de thèse. Je le remercie sincèrement pour l'attention constante qu'il a accordée à mon travail, toujours impatient de le voir achevé, et pour sa présence dans mon jury de soutenance.

Les recherches, dont je voudrais présenter les résultats dans ce mémoire, ont été facilitées dans une large mesure par l'esprit de l'équipe dans laquelle j'ai travaillé. C'est ainsi que je désire rendre hommage à mes collègues aînés Messieurs ABATUT et RIBERI et cadets Messieurs BERNUSSOU et DUBREUIL pour l'aide efficace de toute sorte qu'ils m'ont apportée et pour l'atmosphère de gentillesse qu'ils ont su créer.

Je ne saurais oublier l'ensemble du Personnel du Laboratoire d'Automatique et de ses Applications Spatiales dont le dynamisme et la

bonne humeur ont grandement facilité mon travail. Qu'il me soit permis de distinguer tout particulièrement Mademoiselle LOUIS et le Personnel du Service Documentation, ainsi que Mesdemoiselles BÖCKELMANN et GARCIA, et Monsieur BISPO qui, par leur soin et leur patience, ont tant contribué à la réalisation matérielle de ce mémoire.

C'est enfin très cordialement que je remercie tous les autres camarades qui m'ont témoigné à maintes reprises amitié et sympathie.

Ce travail a été réalisé dans le cadre d'un contrat de la Délégation Générale à la Recherche Scientifique et Technique. Je remercie cet organisme pour l'aide ainsi apportée.

Je voudrais aussi exprimer ma reconnaissance au "Deutscher Akademischer Austauschdienst" pour la bourse qu'il a bien voulu m'accorder au cours de ma première année de recherche en France.

Heinrich G. JACOB

I N T R O D U C T I O N

Les systèmes de régulation extrême sont des systèmes de commande qui, par action sur les grandeurs d'entrée ou les paramètres d'un processus donné, permettent de rendre et de maintenir extrême une fonction algébrique de variables (critère de qualité) du processus. Ceci est réalisé quelles que soient les perturbations extérieures ou les variations des caractéristiques du processus, non connues d'avance, qui pourraient déformer cette fonction appelée caractéristique extrême, ou la déplacer par rapport aux grandeurs d'entrée commandables.

Donc un régulateur extrême, inséré dans un processus, élabore un algorithme de commande (ensemble d'opérations logiques) qui, par des actions appropriées sur les grandeurs d'entrée, amène et maintient le fonctionnement du processus considéré à l'extrémum du critère de qualité.

Les systèmes de régulation extrême existent depuis longtemps, mais c'est surtout depuis une dizaine

d'années que leur théorie s'est développée et qu'ils trouvent de nombreuses applications dans des domaines très variés.

Dans le cadre d'un travail d'équipe sur la régulation extrémale au Laboratoire d'Automatique et de ses Applications Spatiales, des études ont été menées par J.L. ABATUT pour le cas de systèmes de régulation extrémale à commande continue et par E. RIBERI qui a fait l'analyse de certains systèmes de régulation extrémale de type pas à pas, pour lesquels la commande est discrète. Ces travaux étaient basés sur l'hypothèse que les données réunies d'avance sur les propriétés du processus à optimiser (informations initiales ou a priori) sont très succinctes.

Comme il est souvent possible de tirer des informations a priori sur les propriétés fondamentales de fonctionnement d'un processus, surtout en ce qui concerne la forme approximative de la caractéristique extrémale et l'ordre de grandeur des inerties (constantes de temps et retards) du processus, nous nous sommes penchés dans ce travail sur l'étude des systèmes de régulation extrémale par extrapolation. En effet, par rapport aux systèmes classiques, ces systèmes extrapolateurs nécessitent une certaine quantité d'information initiale supplémentaire sur le comportement du processus, mais présentent de meilleures performances de rapidité, précision et stabilité.

C'est ainsi que dans les systèmes de régulation extrémale par extrapolation on assimile la caractéristique extrémale réelle du processus à optimiser à une courbe hypothétique d'expression analytique donnée à l'avance. Les variations de l'indice de qualité du processus, dues à différents tests de recherche sur les grandeurs d'entrée (information de

travail), permettent d'identifier une partie de la caractéristique réelle et de déterminer les paramètres de la courbe d'extrapolation rendue "osculatrice" à la partie identifiée de la caractéristique véritable. Ces paramètres étant détectés, un bloc opérationnel du régulateur calcule alors les valeurs des grandeurs d'entrée correspondant à l'extrémum de la courbe hypothétique. Suivant les caractéristiques dynamiques du processus, supposées connues approximativement, une commande permettant d'obtenir une réponse rapide est ensuite élaborée et effectuée. La courbe d'extrapolation (le plus souvent parabolique) n'étant qu'une approximation de la caractéristique extrême réelle, plusieurs séquences de recherche et d'action peuvent être nécessaires pour atteindre l'extrémum véritable.

Le 1er chapitre de ce travail est consacré aux généralités sur les systèmes de régulation extrême.

Dans le 2ème chapitre, nous donnons une vue d'ensemble des problèmes et particularités qui se présentent spécialement dans les systèmes de régulation extrême par extrapolation et nous précisons leurs avantages et inconvénients par rapport aux systèmes classiques. On explique aussi brièvement le principe de fonctionnement commun des méthodes de régulation extrême par extrapolation proposées dans ce travail.

Le 3ème chapitre présente principalement quelques algorithmes d'extrapolation avec lesquels on a la possibilité d'optimiser des systèmes ne comportant pas d'inerties. On expose les résultats d'études théoriques et expérimentales concernant la sensibilité des méthodes proposées par rapport à une différence entre la courbe d'extrapolation et la caracté-

tique extrémale réelle.

Le 4ème chapitre a pour but de mettre en relief les avantages que présentent les systèmes de régulation extrémale par extrapolation par rapport aux systèmes classiques, ceci particulièrement dans le cas où le processus à optimiser comporte des inerties. En effet, en raison des actions de recherche et de commande distinctes des systèmes extrapolateurs, il est possible d'utiliser des procédés appropriés qui permettent de diminuer les effets retardateurs des inerties sur l'action de recherche et sur l'action de commande du régulateur. Ces procédés sont tout d'abord présentés et étudiés dans le cas où la caractéristique extrémale est encadrée par des inerties pouvant être approchées par des opérateurs linéaires du premier ordre. Ensuite, la méthode est généralisée pour les cas où des inerties en nombre et ordre quelconque sont situées avant et après la caractéristique extrémale. Les performances de la méthode d'optimisation dynamique proposée dans ce chapitre sont explicitées par des relevés graphiques. On met en évidence que le système "Processus-Régulateur-Extrémal" est relativement insensible aux variations des caractéristiques dynamiques du processus.

Le 5ème chapitre porte entièrement sur les problèmes qui se posent lorsque le processus à optimiser est soumis à des perturbations rapides. On propose une méthode de détection et de prédiction de perturbations qui permet de compenser dans une large mesure les effets nuisibles de dérives rapides de l'indice de qualité du processus. Les résultats d'expériences effectuées, montrant les performances de cette méthode appliquée à des systèmes affectés de perturbations rapides linéaires et sinusoïdales, sont exposés.

Dans le 6ème chapitre, on décrit une méthode d'optimisation qui adapte la durée d'échantillonnage des actions aux conditions de fonctionnement du système. On montre par des études théoriques et essais expérimentaux que cette méthode permet d'augmenter les performances de rapidité et de précision du régulateur pour les mêmes performances de stabilité, ceci par rapport aux méthodes présentées aux chapitres précédents.

Le 7ème chapitre, enfin, est consacré aux problèmes technologiques qui se sont posés lors de la réalisation de trois montages de systèmes de régulation extrême par extrapolation. Les caractéristiques technologiques de ces appareils, réalisés avec et sans utilisation d'éléments de calculatrices analogiques et logiques, sont exposées.

Dans un appendice, on propose une méthode de comparaison quantitative des systèmes de régulation extrême par extrapolation. Il contient des considérations relatives à la réalisation d'un avant - projet portant sur ces systèmes. On évoque comment il est possible de déterminer la rapidité, précision et stabilité ainsi que la plage d'oscillation en régime établi du point de fonctionnement d'un système de régulation extrême par extrapolation, ceci en tenant compte de toutes les conditions de fonctionnement.

CHAPITRE I

GENERALITES SUR LES SYSTEMES DE REGULATION
EXTREMALE

I-1 DEFINITION DES SYSTEMES DE REGULATION EXTREMALE ET
LEURS CRITERES DE PERFORMANCE

I-1.1 Définition

- a) Informations initiales
"modèle mathématique"
- b) Informations de travail
 - Sur la partie statique
 - Sur les parties dynamiques
 - Sur les perturbations extérieures
- c) L'action de commande

I-1.2 Schéma général d'un système de régulation
extrémale

I-1.3 Critères de performance des systèmes de régulation
extrémale

- a) Précision en régime définitif
- b) Rapidité du régime transitoire

c) Stabilité

- En présence de bruits
- Par rapport aux dérivées de la caractéristique extrémale
- Liée à la structure du régulateur

I-2 CLASSIFICATION DES SYSTEMES DE REGULATION EXTREMALE

I-2.1 Classification d'après le type de caractéristique à extrémaliser

- à coordonnées
- à paramètres

I-2.2 Classification d'après le type de détecteur

- à action modulée
- avec dérivation par rapport au temps
- à différentiation approchée
- avec détermination indirecte de la dérivée

I-2.3 Classification d'après le type de commande

- à commande indépendante
- à commande dépendante
 - Systèmes proportionnels continus
 - Systèmes proportionnels à impulsions
 - Systèmes à extrapolation

CHAPITRE I

GENERALITES SUR LES SYSTEMES DE REGULATION
EXTREMALE

Les systèmes de régulation extrême (S.R.E.) font partie des systèmes de commande auto-adaptatifs. Ils présentent de ce fait une précision généralisée élevée pour une information initiale incomplète, ceci par un accroissement de la quantité de l'information de travail, à partir de tests, mesures et actions sur le processus commandé.

Remarque : Ces notations de précision généralisée (et de précision particulière) ainsi que d'information initiale et de travail, que nous serons amenés à utiliser couramment dans la suite du texte, sont exposées en détail dans la thèse de J.-L. ABATUT [14] et dans l'article paru dans Automatismes de C. MIRA et J.-L. ABATUT [15].

Une classification des systèmes de commande, particulièrement des systèmes de commande auto-adaptatifs, est donnée dans ces mêmes publications.

I-1 - DEFINITION DES SYSTEMES DE REGULATION EXTREMALE ET LEURS
CRITERES DE PERFORMANCE [14] [24]

I-1.1 - Définition

Les systèmes de régulation extrême (S.R.E.) agissent

soit sur les variables d'entrée, soit sur les paramètres d'un processus, de manière à rendre extrême un indice de qualité soit intrinsèque au système (ex : recherche de la résonance dans un circuit oscillatoire) soit extrinsèque au système (ex : minimisation d'un coût opératoire, erreur quadratique minimale), ceci quelles que soient les perturbations extérieures et les variations des caractéristiques du processus non connues d'avance.

a) - Comme informations initiales nous devons savoir au moins que l'indice de qualité présente un extrémum. Les performances d'un S.R.E. peuvent être augmentées si des informations initiales supplémentaires sont disponibles : caractéristiques dynamiques (inerties) du processus, forme approximative de la caractéristique extrême, allure des perturbations pouvant agir sur le système. La quantité d'information initiale sur le processus à commander est en relation avec la qualité du modèle mathématique dont on peut disposer.

b) - Les informations de travail sont obtenues par une action de recherche du régulateur extrême. En particulier il est nécessaire d'appliquer des tests aux variables d'entrée du processus avec lecture ultérieure de la réponse sur la variable de sortie pour connaître de quel côté se trouve l'extrémum par rapport au point de fonctionnement.

- En ce qui concerne la caractéristique extrême du processus on peut déterminer non seulement de quel côté se trouve l'extrémum par rapport au point de fonctionnement mais aussi la pente (gradient) de la caractéristique extrême ou même la distance approximative de l'extrémum par rapport au point de fonctionnement initial.

- Dans une certaine mesure il est possible de détec-

ter les variations éventuelles des caractéristiques dynamiques (inerties) du processus.

- Les perturbations rapides extérieures, qui agissent éventuellement sur le processus et qui perturbent les actions du régulateur si elles sont trop rapides, peuvent être soit mesurées directement (perturbations connues) soit détectées indirectement par une observation de l'évolution de la variable de sortie affectée par ces perturbations non connues d'avance.

c) - L'action de commande du régulateur extrême est élaborée à partir des informations initiales sur les propriétés fondamentales du processus (fixées d'avance) et des informations de travail donnant des renseignements sur le fonctionnement actuel du processus (qui sont obtenues par l'action de recherche du régulateur).

Remarque : Il existe des systèmes de régulation extrême où les actions de recherche et de commande sont identiques.

Avec toutes ces explications il est possible de donner une définition plus mathématique de la régulation extrême:

Etant donné une fonction $F = F(x_1, x_2, \dots, x_n, t)$ dans laquelle le temps intervient d'une manière aléatoire, dont on sait qu'elle possède un extrémum par rapport aux variables x_1, x_2, \dots, x_n , qu'elle peut avoir des discontinuités de première espèce des dérivées, en nombre fini ...

Il s'agit par action sur les variables x_1, x_2, \dots, x_n de rendre nul le gradient de F par rapport à ces mêmes variables et de maintenir ce gradient nul, malgré toute évolution inconnue d'avance de la caractéristique F (dérivée de l'extrémum, modification des paramètres, perturbations extérieures ...).

I-1.2 - Schéma général d'un système de régulation extrême

L'ensemble "Processus - Régulateur - Extrême" peut se représenter, dans le cas de la commande d'une seule variable, par le schéma de la figure I-1. W_1 et W_2 symbolisent des parties dynamiques situées avant et après la partie présentant la caractéristique extrême (F) du processus. Les grandeurs $\lambda(t)$ et $\lambda'(t)$ sont des perturbations non connues d'avance qui déplacent horizontalement et verticalement la caractéristique extrême. Les grandeurs intermédiaires x et y peuvent être accessibles ou non.

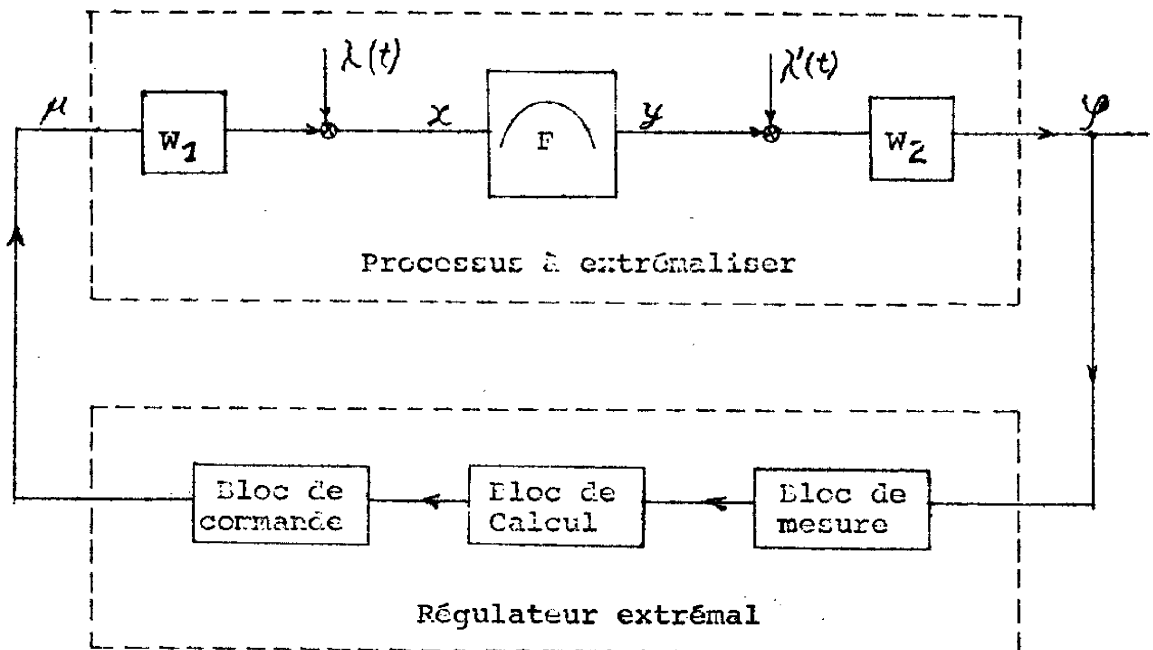


Figure I-1

Le régulateur extrême peut être en général divisé en trois parties :

- Le bloc de mesure qui détecte et met en mémoire les

réponses φ , dues à l'action de recherche du régulateur sur la variable d'entrée μ . Dans beaucoup de cas ce bloc fournit des renseignements sur les dérivées premières, secondes... de φ .

- Le bloc de calcul qui élabore l'algorithme de commande à partir des informations initiales et des informations de travail fournies par le bloc de mesure.

- Le bloc de commande qui traduit l'algorithme de commande sous forme d'un signal d'action μ à l'entrée du processus à extrémaliser.

I-1.3 - Critères de performance des systèmes de régulation extrême.

Pour comparer et classer les différents systèmes de régulation extrême il est nécessaire de connaître les critères qui peuvent définir les performances de ces systèmes, ceci pour la régulation d'un processus donné.

a) - Précision en régime définitif : Un système de régulation extrême est soumis en permanence à une action de recherche qui provoque des oscillations autour de l'extrémum, de sorte que la variable de sortie oscille avec une amplitude dont la valeur moyenne est différente de la valeur extrême. L'écart Δ entre cette valeur moyenne et la valeur extrême est appelé écart de pompage, il dépend de l'algorithme de recherche utilisé, des propriétés dynamiques du processus et de la forme de la caractéristique autour de l'extrémum. Si la caractéristique extrême est soumise à une dérive il faut ajouter à l'écart de pompage Δ l'écart de vitesse ou d'accélération δ pour obtenir la perte de recherche $\varepsilon = \Delta + \delta$ [14].

b) - Rapidité du régime transitoire Nous appelons "temps d'optimisation" le temps nécessaire pour parvenir, à partir de

certaines conditions initiales qu'on pompe autour de l'extrémum en régime définitif. Ce temps caractérise la "rapidité d'optimisation" : en outre il sera utile par la suite d'introduire une grandeur correspondant au rapport "temps d'optimisation" sur "temps de réponse" des parties dynamiques du processus.

c) Stabilité Les systèmes de régulation extrémale sont soumis à des effets multiples tendant à rendre instable leur fonctionnement :

- Stabilité en présence de bruits. Ces perturbations, en général ayant une fréquence élevée, agissent sur beaucoup de systèmes pratiques. Elles peuvent provoquer des fausses commutations de l'élément logique fixant le sens des commandes à effectuer et causer de ce fait un mouvement du point de fonctionnement s'éloignant de l'extrémum. On peut limiter les effets des bruits en branchant un filtre passe-bas entre la variable de sortie et le bloc de mesure du régulateur, en augmentant le seuil de l'élément logique, en répétant l'action de recherche plusieurs fois avec formation d'une valeur moyenne des réponses obtenues, ou en ajoutant une intégration au système de commutation.

- Stabilité par rapport aux dérivées de la caractéristique extrémale : Si les perturbations extérieures $\lambda(t)$ et $\lambda'(t)$ dépassent une certaine rapidité elles provoquent un "décrochage" du régulateur extrémal.

Nous verrons dans le chapitre V comment sont compensés les effets de ces perturbations rapides pour la méthode de régulation extrémale que nous proposerons.

- Stabilité liée à la structure du régulateur. Le fonctionnement général (l'algorithme d'extrémalisation) du régulateur tient compte souvent d'informations initiales sur les par-

ties dynamiques (constantes de temps principales) et sur la partie statique (forme approximative de la caractéristique extrême) du processus. Si les propriétés fondamentales du processus ne correspondent pas au "modèle mathématique", qui a servi à la synthèse du régulateur, en raison de variations aléatoires ou d'un effet de vieillissement des caractéristiques du processus, il se peut que le système de régulation extrême perde ses qualités de régulation. Il est nécessaire pour tous les algorithmes d'extrémalisation de faire un compromis entre les exigences de rapidité, précision et stabilité. Dans le cas de processus présentant des grandes variations de leurs propriétés, et si ces processus sont réglés par des algorithmes d'extrémalisation sensibles à de telles variations, il faut alors concevoir les régulateurs de façon à obtenir une grande stabilité au dépens des performances de rapidité et de précision.

I-2 - CLASSIFICATION DES SYSTEMES DE REGULATION EXTREMALE

(bibliographie en [14] et [23])

Pour les systèmes de régulation extrême à une seule variable il existe différents critères qui peuvent être adoptés pour une classification (voir fig. I-2)

I-2.1 - Classification d'après le type de caractéristique à extrémaliser

On peut distinguer les systèmes qui agissent sur les coordonnées (variables d'entrée) du système et ceux qui agissent sur les paramètres de ce même système. Les premiers systèmes recherchent automatiquement l'extrémum d'une fonction des coordonnées du système en présence de perturbations inconnues d'avance. Les seconds règlent ces paramètres (variation de la structure) pour rendre optimale une fonction de qualité dépendant de certains paramètres du processus ou d'un régulateur ou d'un

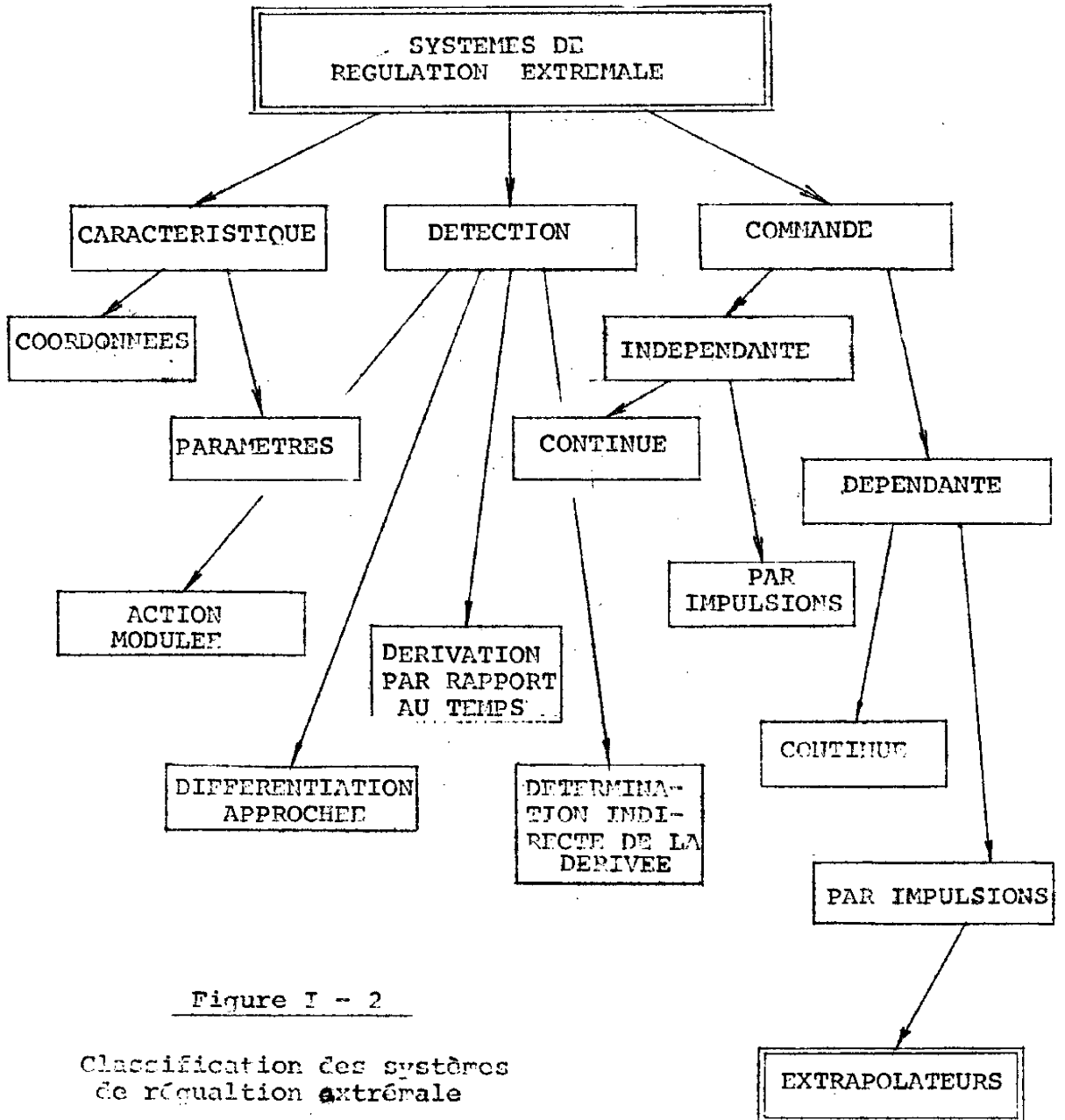


Figure 1 - 2

Classification des systèmes de régulation extrême

réseau correcteur associé à ce processus.

I-2.2 - Classification d'après le type de détecteur

Durant l'action de recherche le détecteur détermine la pente (le gradient) de la caractéristique extrême ou un signal équivalent. On peut discerner les méthodes suivantes:

- Les systèmes à action modulée (appelés aussi "détecteur synchrone") sont basés sur la super position d'un signal carré ou sinusoïdal de faible amplitude à la variable d'entrée. En multipliant la valeur apparaissant à la sortie par un autre signal carré ou sinusoïdal de même période on peut déduire, après filtrage, le gradient du domaine de la caractéristique statique où se trouve le point de fonctionnement actuel. Ces systèmes ne sont applicables que si le processus à extrémaliser ne comporte pas d'inerties.

- Les systèmes avec dérivation par rapport au temps (ou à "différentiation directe") calculent directement la dérivée par rapport au temps de la variable de sortie.

$$\frac{dF}{dx} = \frac{dF}{dt} / \frac{dx}{dt}$$

La connaissance de $\frac{dF}{dt}$ et de $\frac{dx}{dt}$ détermine entièrement le gradient. La valeur de $\frac{dx}{dt}$ est soit mesurée, soit fixée à l'avance (systèmes à relais).

- Les systèmes à différentiation approchée (ou méthode "pas à pas") élaborent la variation première de la variable de sortie. On réalise ainsi une quantification en temps.

- Les systèmes avec détermination indirecte de la dérivée (ou "avec mémoire du maximum") déterminent l'écart entre la

CHAPITRE II

LES SYSTEMES DE REGULATION EXTREMALE PAR EXTRAPOLATION (S.R.E.E.) ET LE PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DES METHODES PROPOSEES

II-1 NOTATIONS UTILISEES

II-2 DEFINITION

II-3 PROBLEMES RELATIFS AUX S.R.E.E.

II-3.1 Caractéristique extrême

II-3.2 Parties dynamiques du processus

II-3.3 Perturbations

II-4 PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DES METHODES DE R.E.E. PROPOSEES

- a) L'action de détection de perturbations
- b) L'action de la recherche de l'extrémum
- c) L'action de commande

II-5 CONCLUSION

- Une "séquence d'optimisation" se compose en général d'une action de recherche et d'une action de commande.

- Une "action" peut se composer d'un ou de plusieurs "pas" de durée constante.

- Par parabole (ou forme parabolique) à paramètre fixe on indique que sous l'effet des perturbations la forme reste la même, la courbe ne fait que subir une translation. Le terme paramètre est pris dans le sens mathématique. Voir Fig. II-1 a. La forme parabolique, dans le texte, définit une courbe qui est suffisamment voisine d'une parabole.

- Par parabole (ou forme parabolique) à paramètre variable on veut exprimer que sous l'effet des perturbations, en plus de la translation, la parabole subit une modification de son paramètre - voir fig. II-1 b.

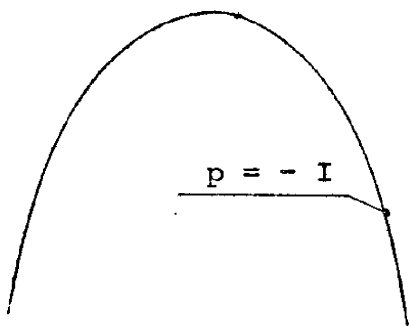


Fig. II-1a

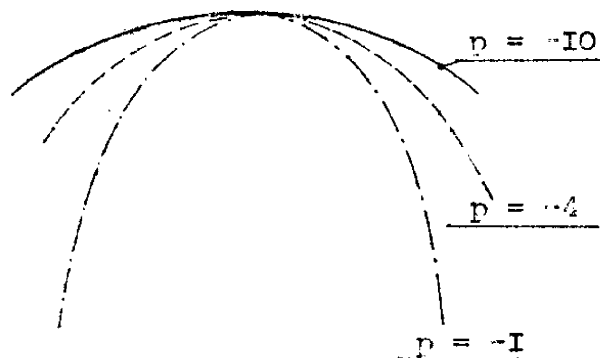


Fig. II-1 b

- On appellera "forme non parabolique régulière" une courbe pouvant être approchée par des arcs de paraboles de paramètres différents mais de même signe - voir Fig. II-1 c.

CHAPITRE II

LES SYSTEMES DE REGULATION EXTREMALE PAR
EXTRAPOLATION (S.R.E.E.) ET LE PRINCIPE
DE FONCTIONNEMENT DES METHODES PROPOSEES

Comme les chapitres qui suivent traitent exclusivement de ces systèmes "extrapolateurs" nous allons tout d'abord donner dans ce chapitre une vue d'ensemble des problèmes et particularités qui se présentent spécialement chez ces systèmes. Nous nous limiterons au cas d'un critère de qualité ne faisant intervenir qu'une seule variable.

II-1 - NOTATIONS UTILISEES

F = Caractéristique extrémale réelle (ou véritable) du processus.

P = Courbe hypothétique, d'expression analytique donnée d'avance, possédant un extrémum, s'approchant le plus de (F) et qui est osculatrice à (F) au point de fonctionnement. (Dans ce travail (P) sera une parabole.)

y^* (x) = équation de (P)

* signifie que la valeur considérée est relative à (P)

forme de la caractéristique réelle (F) il y a convergence du point de fonctionnement vers l'extrémum de (F).

L'identification du processus se fait

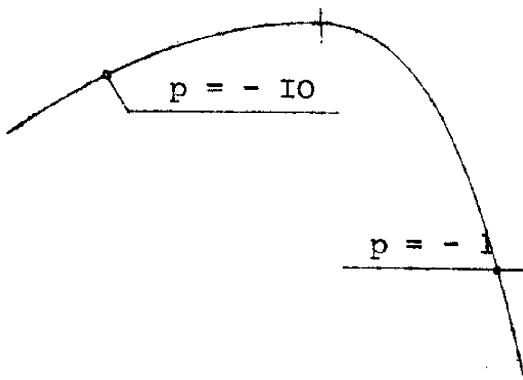
- par la considération d'informations initiales relativement à la forme de la caractéristique extrême (F) et aux caractéristiques des parties dynamiques (modèle du processus établi à l'avance).

- par des tests de recherche appliqués aux variables d'entrée qui fournissent, par les réponses de la variable de sortie et en tenant compte du modèle déterminé à l'avance, des informations de travail sur la position actuelle du point de fonctionnement par rapport à l'extrémum du système.

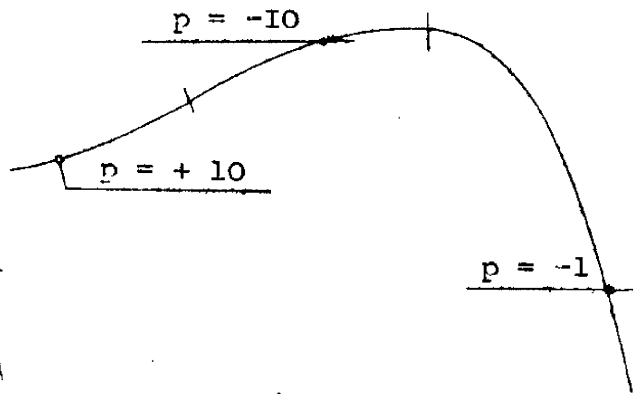
En pratique on assimile la caractéristique extrême (F) du processus à réguler à une fonction algébrique $y^*(x)$ — équation de (P) — le plus souvent parabolique. Les variations de la variable de sortie du processus, dues à différents tests sur la variable d'entrée, permettent alors d'identifier une partie de (F) et de déterminer les paramètres de la fonction $y^*(x)$ osculatrice à cette partie identifiée (voir Fig. II-2). Avec ces paramètres détectés un bloc opérationnel du régulateur extrême calcule ensuite la valeur de la variable d'entrée correspondant à l'extrémum de la fonction algébrique $y^*(x)$.

D'après ce qui vient d'être dit, les S.R.E.E. présentent donc des actions de recherche et de commande distincts, ils travaillent avec une détection à différentiation approchée, leur commande est dépendante et à impulsions.

- Par "forme parabolique irrégulière" est désignée une courbe qui peut être approchée par des arcs de parabole de paramètres différents pouvant être de signe opposé. Ceci entraîne la présence de points d'inflexion (voir figure II-Id).



- Figure II-Ic -



- Figure II-Id -

II-2 DEFINITION (figure II-2)

Les systèmes de régulation extrême par extrapolation (S.R.E.E.) déterminent, à partir d'une identification partielle de la caractéristique extrême réelle (F), la position approximative de l'extrémum de (F). Ceci est réalisé en extrapolant la zone identifiée de (F) jusqu'à l'extrémum d'une courbe (P) suffisamment voisine de (F), dont l'expression analytique est connue à l'avance et que l'on rend "osculatrice" à (F) au point de fonctionnement.

Par "osculatrice" nous entendrons dans ce texte que les courbes (F) et (P) au voisinage du point de fonctionnement considéré passent, suivant la méthode d'extrapolation utilisée, par 2 ou 3 points communs.

En général, la forme de la courbe d'extrapolation (P) ne correspond pas rigoureusement à la forme de la caractéristique extrême réelle (F), et d'autres séquences de recherche et de commande sont alors nécessaires pour atteindre l'extrémum de (F). Avec certaines restrictions sur la

tivement parabolique à paramètre fixe (modèle précis) il est possible de choisir une parabole (P) à paramètre constant comme fonction $y^*(x)$ s'assimilant à la caractéristique réelle (F). Il suffit alors de détecter 2 points de la caractéristique (F) (action de recherche simple) pour être en mesure de calculer la position de l'extrémum de la parabole hypothétique (P) que l'on fait passer par ces 2 points détectés (une parabole à paramètre fixe est définie par 2 points).

Au contraire, s'il est seulement connu a priori que la caractéristique réelle (F) est de forme parabolique mais à paramètre variable ou de forme non parabolique mais régulière (modèle incomplet) il est nécessaire de choisir une parabole d'extrapolation (P) à paramètre pouvant être quelconque comme fonction $y^*(x)$ qui doit être approchée à la caractéristique véritable (F). Dans ce cas 3 points doivent être détectés de la caractéristique réelle (F) (action de recherche plus compliquée) pour avoir la possibilité de calculer la position de l'extrémum de $y^*(x)$ et de ce fait approximativement celui de la caractéristique véritable (une parabole quelconque est définie par 3 points).

Si le modèle du processus est encore plus vague (caractéristique extrême de forme irrégulière et variable) la structure du régulateur augmentera en complexité pour être en mesure d'effectuer les calculs de la distance approximative de l'extrémum par rapport au point de fonctionnement, comme il va être montré en paragraphe suivant.

II-3 - PROBLEMES RELATIFS AUX S.R.E.E.

Les problèmes qui se posent relativement aux systèmes de régulation extrême par extrapolation sont surtout des problèmes de sensibilité du fonctionnement du régulateur par rapport aux différences qui existent entre les caractéristiques

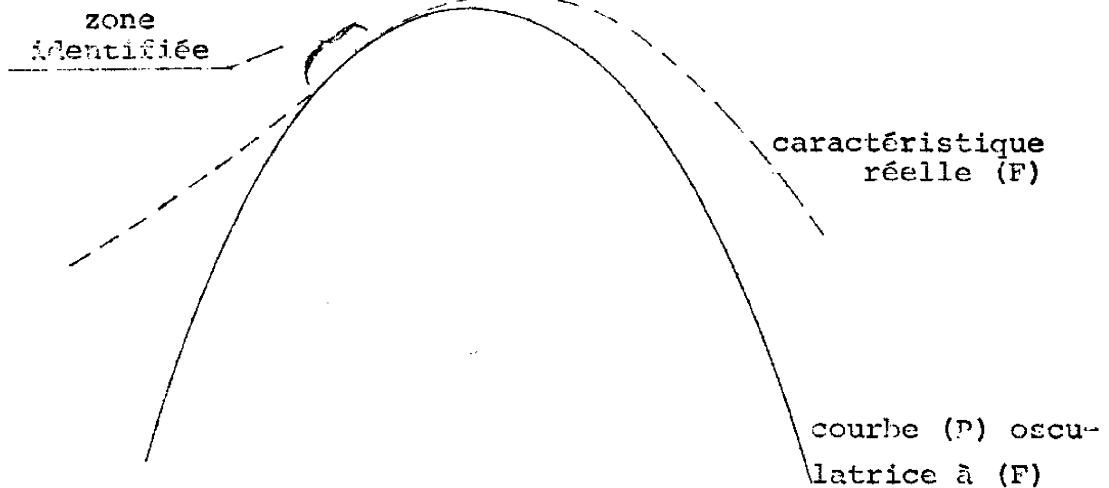


Fig. II-2

Ce qui les différencie des systèmes normaux à commande dépendante et à impulsions est le fait que la commande des S.R.E.E. n'est pas dépendante seulement de la pente (gradient) du domaine identifié de la caractéristique extrême mais aussi de la distance présumée de l'extrémum par rapport au point de fonctionnement actuel. Les systèmes "extrapolateurs" sont ainsi plus rapides que les systèmes "à gradient" mais pour ceci les connaissances sur le processus, particulièrement sur la forme de la caractéristique extrême, doivent être par contre plus complètes. Ces connaissances sont données soit, et ce qui est le cas le plus fréquent, par des informations initiales supplémentaires sur le processus, soit par une action de recherche plus élaborée permettant d'obtenir une plus grande quantité d'information de travail. (Cette dernière possibilité est moins avantageuse compte tenu de la structure du régulateur devenant plus complexe et de la perte de temps causée par une action de recherche trop étendue).

C'est ainsi que si on sait a priori que la caractéristique extrême réelle présente par exemple une forme approxima-

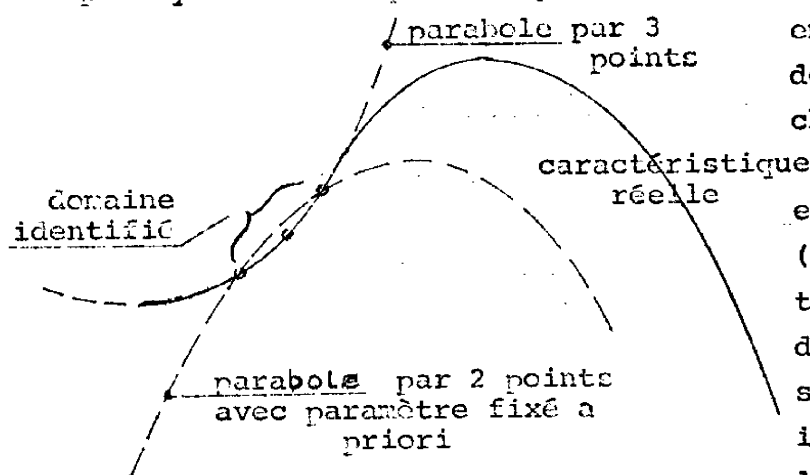
définie par 3 points).

Dans le cas où la quantité d'information initiale sur la forme de la caractéristique extrémale est très restreinte (caractéristique se déformant dans le temps ou présentant des points d'inflexion, voir fig. II-3), il y a deux possibilités pour appliquer une méthode d'extrapolation :

- Soit on prévoit un algorithme très simple d'extrapolation conçu de façon à avoir une grande stabilité (critère de convergence) pour une rapidité moindre s'approchant de celle des méthodes du "gradient".

- Soit on élabore davantage l'action de recherche en prévoyant encore plus de pas de recherche ou en analysant plus

en détail les résultats des échelons de recherche.



Considérons par exemple la fig. II-3 (caractéristique extrémale avec point d'inflexion) et supposons que le domaine identifié se trouve à l'endroit indiqué sur la figure.

Figure II-3

Dans le cas où on prévoit une action de recherche avec 2 pas détectant 3 points du domaine identifié, le mouvement du point de fonctionnement sera divergent (instabilité) ; ceci, si l'algorithme d'extrémalisation est basé sur une extrapolation utilisant uniquement 3 points détectés sans information initiale sur le paramètre.

du processus et celles du modèle fixé à l'avance. En fonction de ces différences, pouvant résulter d'ailleurs de variations des caractéristiques du processus, il est souvent nécessaire de faire un compromis entre les performances désirées de rapidité et de stabilité, c'est-à-dire on est obligé de diminuer les qualités de vitesse pour garantir la contrainte de stabilité. Les effets des différences entre le modèle mathématique et les caractéristiques réelles du processus peuvent être affaiblis par une augmentation de la complexité structurale du régulateur. (Le manque d'information initiale est compensé en partie par de l'information de travail supplémentaire).

Commençons par les problèmes qui se posent relativement à la forme de la caractéristique extrême du processus :

II-3.1 - Caractéristique extrême.

Nous savons déjà que les performances d'un S.R.E. par extrapolation sont d'autant plus élevées et que la structure du régulateur est d'autant plus simple qu'est précis et complet le modèle mathématique du processus à extrémaliser connu a priori.

Malheureusement il est peu fréquent d'avoir comme information initiale un modèle précis du processus. En ce qui concerne la caractéristique extrême on ne peut que très rarement approcher une parabole à paramètre fixe à la caractéristique extrême réelle, ce qui permettrait de ne prévoir qu'un échelon de recherche par action de recherche. (Une parabole à paramètre fixe est définie par 2 points \curvearrowright 1 échelon de recherche est suffisant). Souvent il est nécessaire d'introduire une parabole d'extrapolation à paramètre variable ce qui a pour conséquence qu'une action de recherche doit se composer de 2 échelons de recherche (une parabole à paramètre variable est

- L'identification partielle de la caractéristique extrême doit se faire à travers ces inerties, d'où des complications supplémentaires, une diminution de la rapidité et de la précision, surtout si les grandeurs intermédiaires ne sont pas accessibles et si les caractéristiques dynamiques du processus ne sont pas connues ou varient dans le temps.

- Une fois la position de l'extrémum prédite, il s'agit de porter le point de fonctionnement aussi rapidement que possible à la valeur optimale, en compensant autant que possible l'action retardatrice des inerties.

Si les caractéristiques dynamiques sont approximativement connues et constantes dans le temps (modèle mathématique complet et suffisamment précis) on peut faire l'identification partielle de la caractéristique extrême en mesurant les réponses dues à des échelons de recherche durant le régime transitoire de l'évolution. En tenant compte du modèle mathématique donné, il est donc possible de faire une hypothèse sur la forme de la caractéristique extrême en un temps beaucoup plus court que le temps de réponse du système ("lecture prématurée").

Il en est de même avec l'action de commande. On peut compenser dans une large mesure l'effet de l'inertie située avant la caractéristique extrême en appliquant à l'entrée du système pendant un certain temps (calculé d'après le modèle mathématique) une commande d'amplitude plus grande, ceci jusqu'à ce que le point de fonctionnement ait atteint la valeur désirée. A ce moment la commande est portée à la position correspondant à l'extrémum présumé, c'est-à-dire celui de la courbe (P). La première commande est dite "exagérée", la seconde "définitive".

Dans ces conditions de fonctionnement (caract. extrême-
le peu connue, irrégulière ou variable dans le temps) la métho-
de pure d'extrapolation parabolique à partir de 3 points détec-
tés ne peut donc pas être appliquée. Il est alors nécessaire
soit d'utiliser l'algorithme d'extrémalisation très simple
faisant une extrapolation parabolique avec paramètre fixe à
partir de 2 points (on choisit une parabole (P) très étroite
pour garantir la stabilité d'où une diminution de la rapidité)
soit on rend l'action de recherche plus complexe en augmentant
le nombre de points détectés ou en analysant plus profondément
les réponses dues aux deux pas de recherche.

On peut par exemple déduire des réponses obtenues le si-
gne de la courbure à l'aide des dérivées secondes à l'endroit
identifié. Selon le résultat de cette déduction le régulateur
exécute une commande basée sur l'un ou l'autre des algorithmes
d'extrapolation possibles (procédé du changement d'algorithme).
Pour augmenter la stabilité du système par rapport à des for-
mes de la caractéristique extrême ne correspondant pas au
modèle que l'on s'est fixé, il est aussi possible de choisir un
algorithme d'extrémalisation basé sur une combinaison des al-
gorithmes d'extrapolation possibles (procédé de la combinaison
simultanée d'algorithmes différents).

Ces problèmes de stabilité et de rapidité dus à un modèle
incomplet relativement à la forme de la caractéristique extré-
male seront traités en particulier au chapitre III de ce tra-
vail.

II-3.2 - Parties dynamiques du processus

Les inerties pouvant se trouver avant et après
la caractéristique possédant l'extrémum ont les effets nuisi-
bles suivants sur l'action de recherche et de commande du régu-
lateur :

- Soit des variations intrinsèques au processus (par exemple changement de la forme de la caractéristique extrême) ou extrinsèques au processus (grandeur perturbatrice extérieure s'ajoutant à la grandeur intermédiaire x ou y par exemple).

- Soit des actions de recherche et de commande du régulateur même qui agissent sur la variable d'entrée μ et qui peuvent avoir comme conséquence qu'à la fin de la séquence d'optimisation la variable de sortie ψ soit encore en évolution, ceci par l'effet des inerties du processus.

Les actions nuisibles des perturbations dues au fonctionnement du régulateur peuvent être éliminées, au dépens de la rapidité, en introduisant entre deux séquences d'optimisation consécutives un temps de repos. Les autres perturbations sont plus gênantes, elles peuvent apparaître à tout moment non prévisible et leur influence sur le calcul de la position de l'extrémum de (P) ne peut de ce fait être éliminé que plus difficilement.

C'est ainsi que les perturbations de haute fréquence (bruits) par rapport à la durée d'une action de recherche peuvent être éliminées par un filtre passe-bas introduit entre la variable de sortie et l'entrée du régulateur. Les perturbations de très basse fréquence (dérives) ne jouent qu'un rôle restreint sur l'élaboration de la distance de l'extrémum par rapport au point de fonctionnement à cause de leur évolution lente durant l'action de recherche. Les perturbations, dont la fréquence est de l'ordre de grandeur de la fréquence des séquences d'optimisation, agissent fortement sur l'action de recherche et ne peuvent être supprimées car un filtre faisant obstacle à de telles perturbations ne laisserait pas passer non plus les variations de la variable de sortie dues aux pas de recherche.

Le problème consiste à savoir avec quelle précision le modèle fixé doit correspondre avec les caractéristiques véritables du processus pour que la stabilité, la convergence du point de fonctionnement vers l'extrémum, soit garantie.

Si les caractéristiques dynamiques sont mal connues ou sont susceptibles de varier dans le temps (manque d'information initiale) il est nécessaire soit d'introduire de temps à autre une action d'identification de ces caractéristiques dynamiques (la structure du régulateur devient alors plus complexe) soit d'ajuster les paramètres du régulateur de façon à obtenir une grande stabilité du système par rapport à des variations des caractéristiques dynamiques, ceci au dépens de la rapidité.

Dans le chapitre IV ces questions de stabilité et de rapidité en fonction des connaissances plus ou moins précises sur les parties dynamiques du processus à optimiser seront considérées de plus près.

II-3.3 - Perturbations

Le système "processus - régulateur extrémal" peut perdre sa stabilité si les perturbations, qui agissent éventuellement sur le processus, deviennent trop rapides. C'est ainsi que les S.R.E. par extrapolation sont particulièrement sensibles à des perturbations rapides car les variations de la variable de sortie dues à des échelons de recherche à l'entrée, et éventuellement affectées de perturbations extérieures, sont utilisées pour résoudre un calcul donnant non seulement le côté mais aussi la distance de l'extrémum de la courbe (P) par rapport au point de fonctionnement actuel.

Ces perturbations rapides sur la variable de sortie φ peuvent provenir :

- On sait que la caractéristique extrême est de forme non parabolique mais régulière (sans points d'inflexion, voir notations utilisées au § II-1).

- Le processus est soumis à des perturbations extérieures de basse fréquence.

Remarque : Le principe de fonctionnement des autres méthodes proposées sera le même que celui décrit dans ce paragraphe, à part le nombre de pas par séquence d'optimisation et la durée de ces pas (modulation d'amplitude ou de fréquence).

Une séquence d'optimisation est divisée en 3 parties, comportant plusieurs pas : l'action de détection de perturbations, l'action de recherche avec compensation des perturbations par prédiction de l'évolution de cette perturbation, l'action de commande. (Eventuellement, il peut être introduit un temps de repos après chaque séquence d'optimisation).

a) L'action de détection de perturbations :

se fait durant les 2 premiers pas de chaque séquence. En extrapolant l'évolution de la variable de sortie (voir fig. II-4 et 5) causée par une perturbation éventuelle, aux 2 pas prochains de l'action de recherche de l'extrémum, le système peut corriger dans la 2^e partie de la séquence le calcul faussé de la position de l'extrémum par l'effet de cette perturbation ("prédiction de perturbations"). Pour extrapoler l'évolution de la perturbation le système met en mémoire 3 points de cette évolution à intervalles de temps constant. Par un algorithme de prédiction on calcule les valeurs à retrancher des variations de la variable de sortie dues aux 2 échelons de recherche de l'action de recherche et à la perturbation dont on vient de parler. (La prédiction de perturbations peut se faire soit avec 2 pas de détection fournissant 3 points de l'évolution temporelle de la perturbation et permettant une

Si ces perturbations de basse fréquence ne peuvent être éliminées, il est possible du moins de compenser leur effet sur le calcul de la position de l'extrémum de (P), ceci en détectant l'évolution d'une perturbation éventuelle avant l'action de recherche et en extrapolant cette évolution jusqu'à la fin de cette action de recherche. Par cette prédiction on peut compenser l'effet nuisible des perturbations sur l'action de recherche en retranchant de l'évolution de la variable de sortie véritablement détectée l'évolution prédite de la perturbation.

Des précisions et des résultats expérimentaux sur cette méthode de prédiction et de compensation de perturbations seront donnés au chapitre V.

II-4 - PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT DES METHODES DE R.E.E. PROPOSEES

Dans les chapitres suivants nous décrirons plusieurs méthodes de régulation extrême par extrapolation adaptées chacune à des conditions de fonctionnement particulières. Dans ce paragraphe-ci nous allons expliquer le fonctionnement de principe d'une méthode susceptible d'extrémaliser des processus qui présentent les caractéristiques suivantes :

- Le critère de qualité à optimiser dépend d'une variable seulement.

- Le processus à optimiser comporte une inertie située avant et une inertie située après la caractéristique extrême, ces inerties sont approchées par des opérateurs linéaires du 1er ordre dont les constantes de temps sont connues approximativement.

- Les grandeurs intermédiaires x et y (voir fig. II-4) ne sont pas accessibles.

4ème pas de chaque séquence. Au début de chacun de ces 2 pas un échelon de recherche est appliqué à la variable d'entrée accessible. Ensuite les variations de la variable de sortie causées par ces pas de recherche et d'une perturbation éventuelle sont mises en mémoire et vont servir au calcul de la position de l'extrémum de (P), ceci après avoir retranché les valeurs prédites de l'évolution de la perturbation éventuelle.

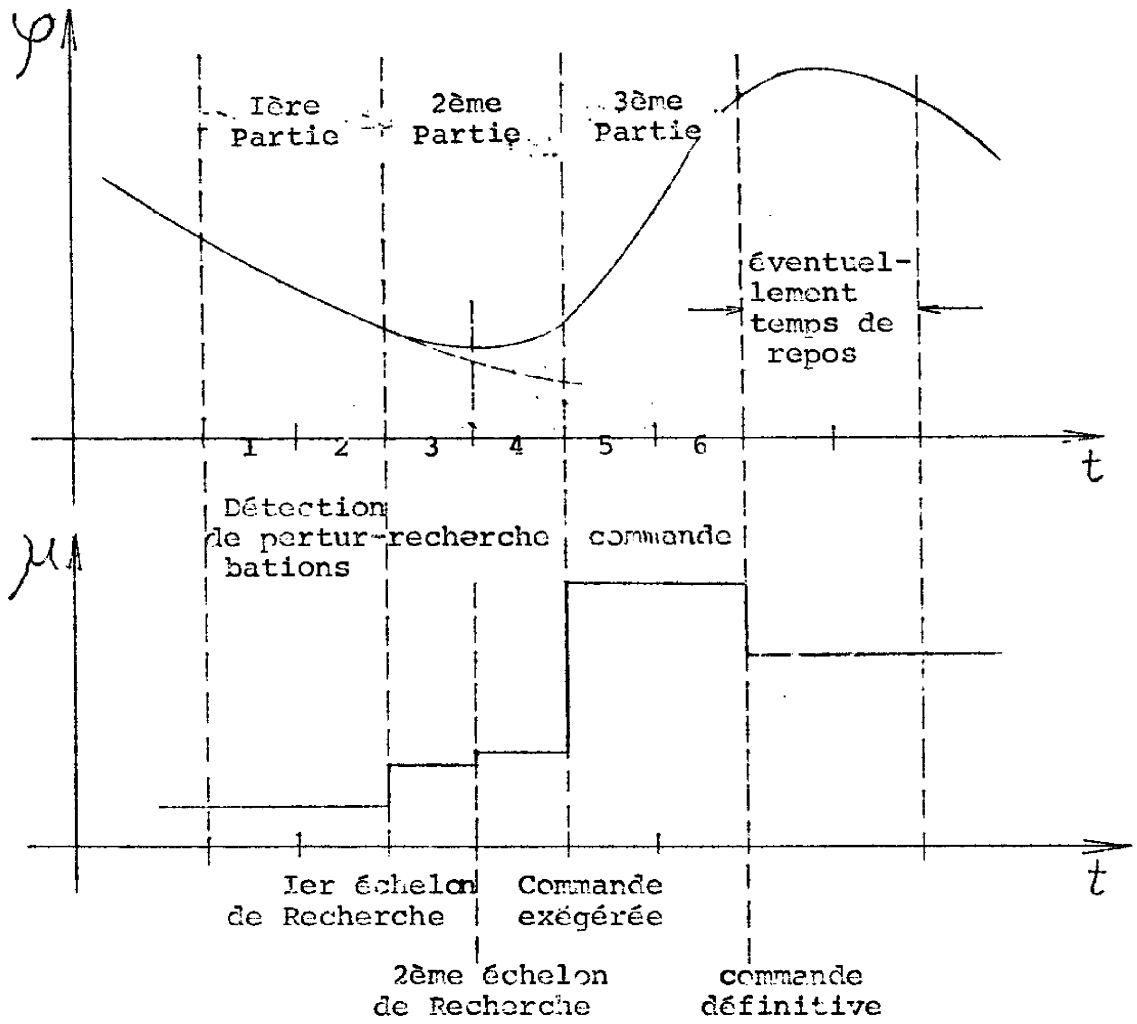


Figure II-3

Sachant qu'il existe une relation entre la loi d'évolution de la variable de sortie, l'amplitude des échelons de re-

extrapolation non linéaire de cette évolution, soit avec seulement 1 pas de détection donnant 2 points détectés qui servent de base pour une prédiction linéaire de l'évolution de la perturbation).

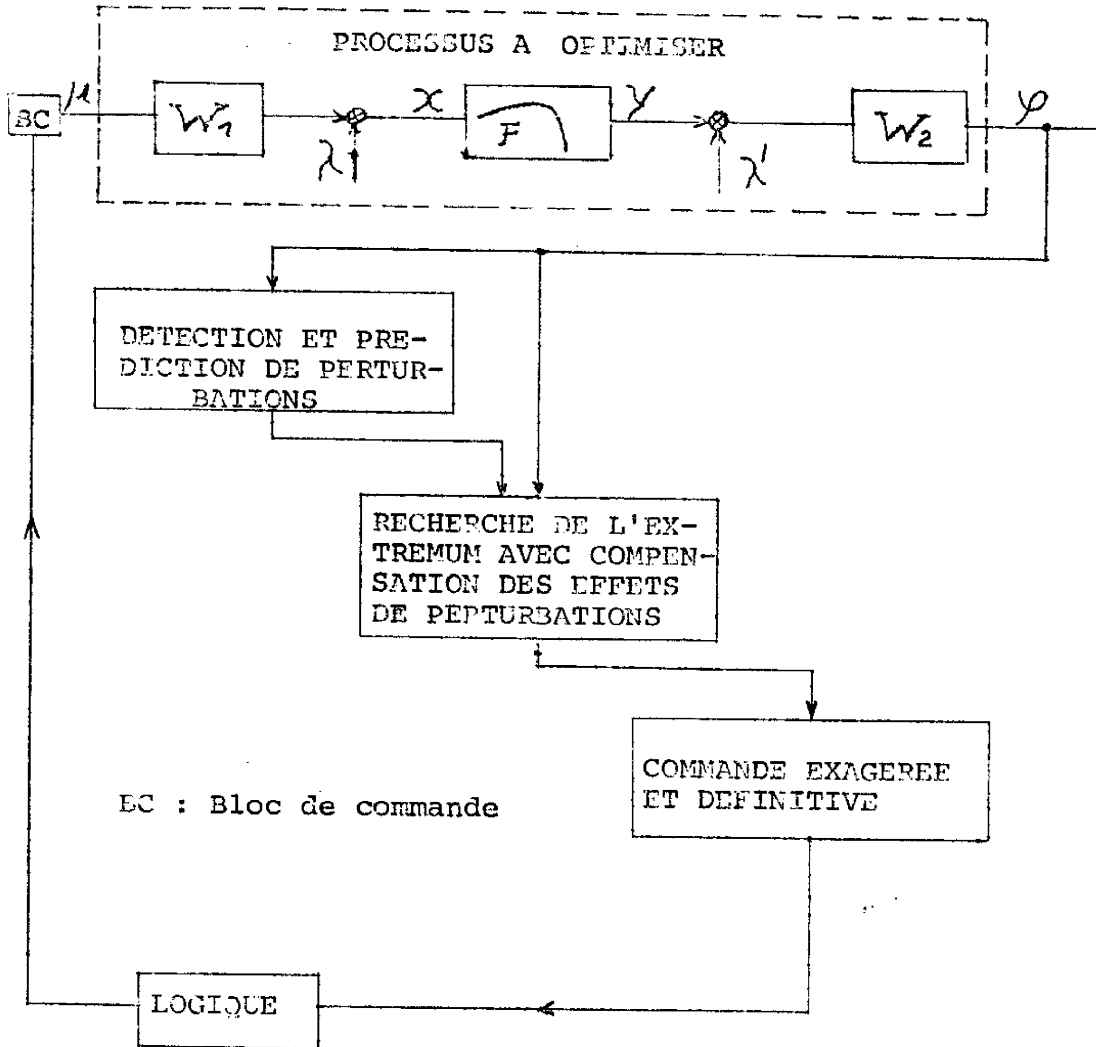


Figure II-4

b) L'action de la recherche de l'extrémum par "lecture prématurée" et extrapolation de la partie identifiée de la caractéristique extrême se fait au 3ème et

cherche, les constantes de temps du processus et la distance du point de fonctionnement par rapport à l'extrémum de (P), on peut déjà calculer cette distance en régime transitoire après un temps beaucoup plus court que le temps de réponse (lecture prématurée). En faisant un compromis entre les exigences de rapidité et de précision il faut choisir une certaine durée d'évolution correspondant à la durée de chacun des pas constants d'une séquence d'optimisation (voir appendice).

c) L'action de commande est effectuée au 5ème et 6ème pas, après l'action de la recherche de l'extrémum. Pour réduire l'effet retardateur de l'inertie située avant la caractéristique extrême, on augmente l'amplitude de la commande calculée (commande exagérée), ainsi le système évolue beaucoup plus rapidement vers l'extrémum. Mais il est évident qu'après un certain temps --correspondant à la durée de 2 pas-- le bloc de commande doit porter la variable d'entrée à la position calculée de l'extrémum de (P).

II-5 - CONCLUSION

En résumé nous pouvons dire que les avantages des S.R.E. par extrapolation par rapport aux S.R.E. classiques dépendent de la quantité d'information initiale dont on dispose sur le processus à optimiser.

Si le modèle mathématique du processus est complet et précis, un système "extrapolateur" aura des performances de précision, rapidité et stabilité très élevées avec une structure simple du régulateur. Lorsque la quantité d'information initiale sur le processus diminue, les performances du S.R.E.E. se détériorent et se rapprochent de celles des systèmes classiques.

III-6 EXTRAPOLATION PARABOLIQUE AVEC COMBINAISON SIMULTANEE
DES METHODES A 2 ET 3 POINTS DETECTES

III-6.1 Idées préliminaires

III-6.2 Elaboration de l'algorithme d'extrapolation.

III-6.3 Erreur due à une différence entre la parabole d'extrapolation et la caractéristique réelle

III-6.4 Application pratique

III-7 CONCLUSION

CHAPITRE III

ALGORITHMES DE REGULATION EXTREMALE
PAR EXTRAPOLATION POUR SYSTEMES
SANS INERTIE

III-1 INTRODUCTION

III-2 PROCEDES D'EXTRAPOLATION DECRITS DANS LA LITTERATURE

III-3 GENERALITES SUR LES METHODES D'EXTRAPOLATION BASEES SUR
UNE APPROXIMATION PARABOLIQUE

III-4 EXTRAPOLATION PARABOLIQUE A PARTIR DE 2 POINTS

- III-4.1 Informations "a priori" nécessaires
- III-4.2 Elaboration de l'algorithme d'extrémalisation
- III-4.3 Erreur due à une différence entre la parabole
d'extrapolation et la caractéristique extréma-
le
- III-4.4 Application pratique

III-5 EXTRAPOLATION PARABOLIQUE A PARTIR DE 3 POINTS

- III-5.1 Elaboration de l'algorithme d'extrapolation
- III-5.2 Application pratique
- III-5.3 Défauts

III-2 - PROCÉDES D'EXTRAPOLATION DÉCRITS DANS LA LITTÉRATURE

Une méthode généralisée d'optimisation par extrapolation de processus industriels à plusieurs variables a été déjà exposée en 1951 par G.E.P. BOX et K.B. NELSON [8]. Cette méthode a été reprise par O.L. DAVIES [9] :

Soit à extrémiser l'indice de qualité y d'un processus industriel avec x_i variables d'entrée. La relation réelle $y = f(x_i)$ est approximée par une équation générale de la forme

$$\begin{aligned} y^* &= a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots \\ \text{(III-1)} \quad &a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 + a_{12} x_1 x_2 + \dots \\ &a_{111} x_1^3 + a_{222} x_2^3 + a_{112} x_1^2 x_2 + a_{122} x_1 x_2^2 + \dots \end{aligned}$$

Avec une première série d'expériences (variation des x_i et mesure de y) on détermine les termes $a_1 \dots a_i$ de la partie linéaire de $y^* = f(x_i)$. Ainsi on a déjà une indication sur la direction de l'extrémum. Ensuite, avec d'autres séries d'expériences, on recherche en plus les termes $a_{11} \dots a_{ii}$ de la partie parabolique de l'équation (III.1). On obtient alors une indication sur la forme générale de $y = f(x_i)$. D'après cette forme détectée un algorithme d'extrapolation est élaboré et appliqué. Enfin, en faisant un grand nombre d'autres expériences, on peut aussi déduire les termes $a_{111} \dots a_{iii}$ de la partie du 3ème degré de l'équation (III.1). L'élaboration de ces termes permet d'explorer la fonction $y(x_i)$ d'une façon plus approfondie, il est éventuellement possible de déceler des extréma locaux et de changer d'algorithme d'optimisation pour trouver le vrai extrémum. Théoriquement on peut pousser

CHAPITRE III

ALGORITHMES DE REGULATION EXTREMALE PAR EXTRAPOLATION POUR SYSTEMES SANS INERTIE

III-1 - INTRODUCTION

Nous savons que les S.R.E. par Extrapolation ont des algorithmes de recherche et de travail distincts.

C'est ainsi que durant une séquence d'optimisation l'extrémum est recherché à l'aide de tests appliqués à la variable d'entrée. Cette action de recherche permet de déduire de la sortie l'emplacement de différents points de la caractéristique extrême. En faisant un calcul d'extrapolation à partir de ces points de la caractéristique extrême, il est possible de prédire approximativement la position de l'extrémum.

Pendant l'action de travail, il est effectué une commande correspondant à la position prédite de l'extrémum. Avec des méthodes appropriées on peut obtenir le temps de réponse minimum du système suivant les caractéristiques dynamiques du processus.

Dans ce chapitre nous allons principalement parler de l'action de recherche, c'est-à-dire de différentes méthodes d'extrapolation.

F. NISHIDA et S. MIZUNO [16] , ainsi que H. HOFFMANN [27] enfin proposent une méthode d'extrapolation parabolique à partir de 3 points détectés de la caractéristique extrême. Nous reviendrons sur ce procédé au § 5 de ce chapitre.

III-3 - GENERALITES SUR LES METHODES D'EXTRAPOLATION BASEES SUR UNE APPROXIMATION PARABOLIQUE

Nous nous apercevons que toutes ces méthodes proposées dans la littérature nécessitent des calculs très nombreux qui imposent pratiquement de réaliser l'algorithme de régulation extrême sous forme d'un programme exploité sur calculatrice numérique.

Ainsi nous présentons dans les paragraphes suivants des méthodes d'extrapolation ne demandant qu'un calcul assez simple et de ce fait ne faisant appel qu'à un bloc opérationnel relativement réduit.

Nous simplifions le calcul en approchant à chaque séquence d'optimisation la caractéristique réelle unidimensionnelle considérée par un polynôme seulement du 2^{ème} degré. En se limitant à cette approximation le bloc opérationnel ne se compose que de quelques éléments de calcul pouvant être analogiques (amplificateurs, bloqueurs d'ordre zéro, comparateurs et un multiplicateur ou diviseur).

Dans les paragraphes suivants nous parlerons donc de procédés d'extrapolation basés sur une approximation parabolique de la caractéristique extrême réelle. Les méthodes proposées se différencient d'après les informations a priori disponibles relativement à la forme de la caractéristique extrême.

l'exactitude du modèle $y^*(x_1)$ encore plus loin en considérant aussi les termes du 4ème degré. Mais plus le nombre de termes augmente, plus le nombre d'expériences devient grand. Il est donc nécessaire de faire un compromis entre les exigences de précision et de rapidité.

Ensuite L.A. de FRATE et A.E. HOERL [10] ont proposé une méthode d'extrapolation pour la recherche itérative sur calculatrice numérique de solutions extrémales d'une équation mathématique à une dimension $y = f(x)$. D'après la méthode proposée on fait calculer par la machine d'abord 3 solutions de la fonction mathématique. Ensuite une interpolation par approximation quadratique $y = m + n x + s x^2$ ou par approximation exponentielle $y = r x^n \cdot e^{s x}$ est exécutée et donne l'extrémum de la fonction $y^* = f(x)$ voisine de $y = f(x)$, la fonction réelle. De telles séquences d'optimisation sont répétées jusqu'à ce que la solution optimale soit atteinte avec la précision voulue.

H.S. HEAPS et R.V. WELLS [5] se basent sur les travaux de G.E.P. BOX et K.B. WILSON [8] et indiquent une possibilité d'améliorer les performances de cette méthode pour le cas où le système à optimiser est soumis à des perturbations haute fréquence. Les auteurs proposent d'exécuter plusieurs actions de recherche avec les calculs d'interpolation correspondants jusqu'à ce que la moyenne des résultats obtenus permette de déceler une position d'extrémum suffisamment probable. A ce moment seulement l'action de travail est effectuée. Les variables d'entrée sont portées aux valeurs correspondantes à la position de l'extrémum de y^* . De plus durant l'action de recherche plusieurs tests sont appliqués pour déceler des formes typiques de la caractéristique statique réelle (par exemple une crête). D'après le résultat de ces tests des changements d'algorithmes peuvent intervenir pour atteindre plus rapidement l'extrémum.

à partir de 2 points détectés de la caractéristique parabolique réelle est possible.

Des caractéristiques extrémales sous forme de paraboles à paramètres constants et connus peuvent se rencontrer dans les S.R.E. agissant sur les coordonnées (variables d'entrée) et surtout aussi dans les S.R.E. agissant sur les paramètres (caractéristiques dynamiques, constantes de temps ou gain) d'un système à optimiser. Ainsi on utilise souvent le critère de l'erreur quadratique moyenne comme critère de qualité pour optimiser les caractéristiques dynamiques de la transmittance d'un asservissement [12, 13].

$$\overline{e^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{+T} e^2(t) dt \quad (\text{III-2})$$

D'après la définition même du "critère de l'erreur quadratique moyenne" (équation III-2) nous nous apercevons que par l'élevation de l'écart au carré et avec certaines précautions, la caractéristique doit être de forme parabolique à paramètre constant.

III-4.2 - Elaboration de l'algorithme d'extrémalisation

L'équation générale de la parabole hypothétique $y^* = f(x)$, qui est une approximation de la forme parabolique approximative $y(x)$ de la caractéristique réelle, peut s'écrire (voir fig. III.1)

$$a_{11} x^2 + 2 a_{13} x + 2 a_{23} y^* + a_{33} = 0 \quad (\text{III-3})$$

$$\text{avec} \quad - \frac{a_{23}}{a_{11}} = P_h \quad (\text{III-4})$$

Pour faciliter l'exposé, nous supposerons tout le long des paragraphes suivants de ce chapitre que le processus à extrémiser n'a qu'une variable d'entrée et possède des inerties négligeables.

III-4 - EXTRAPOLATION PARABOLIQUE A PARTIR DE 2 POINTS

Cette méthode d'extrapolation est très simple mais elle a un domaine d'application assez restreint :

III.4.1 - Informations a priori nécessaires

En général les performances d'un S.R.E. sont proportionnelles à la quantité d'information disponible sur le processus à optimiser. Les informations nécessaires pour l'obtention de performances déterminées de précision, rapidité et stabilité peuvent en partie être connues d'avance (informations a priori) ou doivent être élaborées par le régulateur même (informations de travail) [14]. [15]

Ici les informations détectées par l'optimiseur sont très réduites : la position de 2 points de la caractéristique réelle. Comme nous faisons une extrapolation vers l'extrémum par approximation parabolique à partir de 2 points détectés il est donc nécessaire, une parabole n'étant définie que par 3 points, d'avoir une information supplémentaire connue d'avance sur la forme de la caractéristique réelle.

Dans la pratique il est en effet souvent possible de donner une indication sur la forme générale de la caractéristique extrême du processus à optimiser. Si la caractéristique extrême présente approximativement une forme parabolique $y = x^2/2p$ et si le paramètre p de la parabole ainsi définie est constant et connu, une extrapolation vers l'extrémum

$$y^*(x) = 0$$

$$2 a_{11} x \cdot dx + 2a_{13} \cdot dx + 2a_{23} \cdot dy^* = 0$$

$$\frac{dy^*}{dx} = - \frac{a_{11} \cdot x + a_{13}}{a_{23}} = 0 \quad (\text{III-7})$$

L'extrémum de $y^*(x)$ a donc comme valeur d'abscisse x_e^* :

$$x_e^* = - \frac{a_{13}}{a_{11}} \quad (\text{III-8})$$

La réponse de la variable de sortie due au pas de recherche Δx est :

$$\Delta y = y_{i+1} - y_i \quad (\text{III-9})$$

Les valeurs de y_i et de y_{i+1} peuvent s'extraire respectivement des équations (III-5) et III-6), avec $y_i^* = y_i$ et $y_{i+1}^* = y_{i+1}$:

$$y_i = - \frac{a_{11} x_i^2 + 2a_{13} x_i + a_{33}}{2 a_{23}} \quad (\text{III-10a})$$

$$y_{i+1} = - \frac{a_{11} (x_i + \Delta x)^2 + 2 a_{13} (x_i + \Delta x) + a_{33}}{2 a_{23}} \quad (\text{III-10b})$$

En portant (III-10 a) et (III-10b) dans (III-9) :

$$\Delta y = - \frac{a_{11} (2 x_i \cdot \Delta x + \Delta x^2) + 2 a_{13} \cdot \Delta x}{2 a_{23}} \quad (\text{III-11})$$

le paramètre hypothétique fixé.

Pour le point de départ (x_i / y_i^*) nous avons,
 $(x_i = x_i^* ; y_i = y_i^*)$:

$$a_{11} x_i^2 + 2 a_{13} x_i + 2 a_{23} y_i^* + a_{33} = 0 \quad (\text{III-5})$$

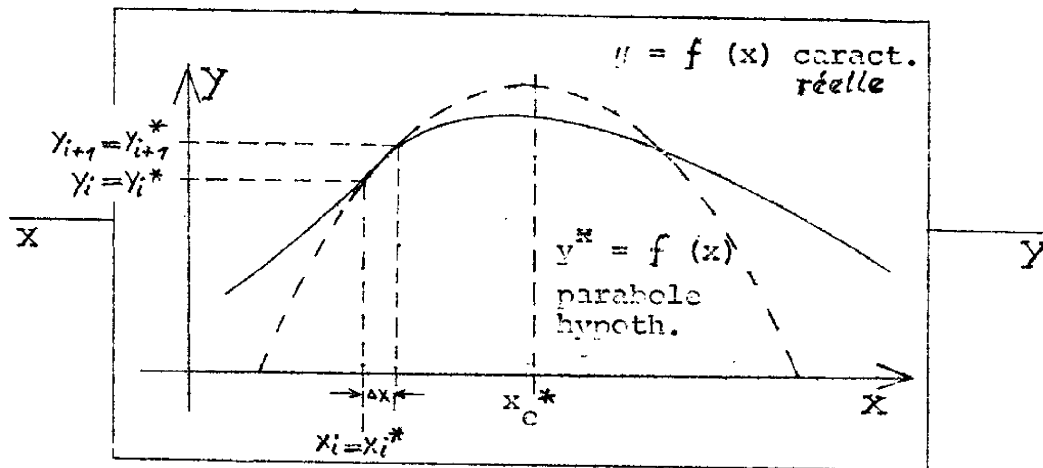


Figure III-1

Après l'application d'un pas de recherche Δx sur la variable x nous obtenons :

$$a_{11} (x_i + \Delta x)^2 + 2 a_{13} (x_i + \Delta x) + 2 a_{23} y_{i+1}^* + a_{33} = 0 \quad (\text{III-6})$$

L'extrémum de la parabole hypothétique $y^* = f(x)$ se détermine en annulant la dérivée de l'équation générale (III-3) :

où le bloc de calcul délivre les signaux suivants :

$$u_{i+1} = \Delta x \quad \text{pour } i \cdot \Delta t < t \leq (i + \delta) \cdot \Delta t$$

pas de recherche

$$u_{i+1} = 0 \quad \text{pour } (i + \delta) \cdot \Delta t < t \leq (i+1) \cdot \Delta t$$

pas de mise en mémoire

$$u_{i+2} = d_x^* = - p_h \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2} \quad (\text{d'après III-13})$$

pour $(i+1) \cdot \Delta t < t \leq (i+1 + \delta) \cdot \Delta t$

pas de commande

$$u_{i+2} = 0 \quad \text{pour } (i+1 + \delta) \cdot \Delta t < t \leq (i+2) \cdot \Delta t$$

pas de mise en mémoire

Remarque : Durant les pas de mise en mémoire les valeurs y_i respectivement y_{i+1} de la variable de sortie y sont mémorisées par le bloc de mesure; les blocs de calcul et de commande se trouvent au repos.

Pour $\delta = 0,1$ sec durée d'intégration du bloc de commande transmittance

$$\frac{x}{u} = \frac{\partial}{p}$$

p étant l'opérateur de Laplace

et $\delta = \frac{10}{\text{sec}}$ gain d'intégration

i = numéro du pas

Δy = évolution de la variable de sortie
entre $i \cdot \Delta t$ et $(i+1) \cdot \Delta t$

Δx = amplitude du pas de recherche

Δt = durée des pas (période d'échantillonnage)

p_h = paramètre fixé a priori de la parabole hypothétique à laquelle la caractéristique réelle est assimilée

Le bloc de commande (intégrateur avec la fonction de transfert $x/u = \frac{p}{s}$) transmet les signaux U du bloc de calcul à la variable d'entrée x :

Pas de recherche

$$\Delta x_{i+1} = x_{i+1} - x_i = \int_{i \cdot \Delta t}^{(i+1) \Delta t} u_{i+1} \cdot \lambda \cdot dt = \int_{i \cdot \Delta t}^{(i+1) \Delta t} \Delta x \cdot \alpha \cdot dt = \Delta x$$

(III-14)

Pas de commande

$$\Delta x_{i+2} = x_{i+2} - x_{i+1} = \int_{(i+1) \Delta t}^{(i+1+\delta) \cdot \Delta t} u_{i+2} \cdot \alpha \cdot dt = - p_h \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2}$$

(III-15)

Remarque 1 : Si nous désirons un mouvement de recherche et de commande oscillant symétriquement autour de l'extrémum, en régime définitif, nous utilisons la formule suivante pour la commande :

$$\Delta x_{i+2} = - p_h \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x} - \Delta x \quad \text{(III-15 bis)}$$

Ici, dans le cas idéal, la commande fait venir le point de fonctionnement à $-\frac{\Delta x}{2}$ de l'extrémum, Δx étant l'am-

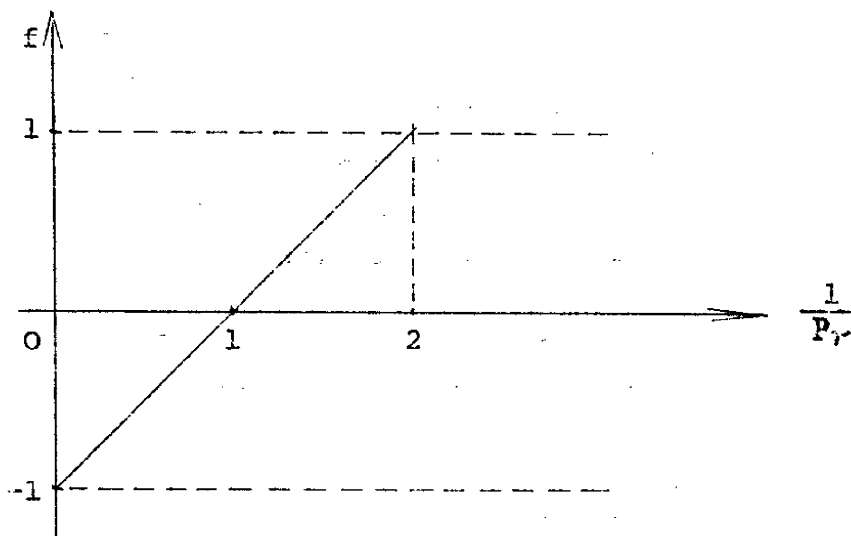


Figure III-3

D'après la figure III-3 représentant la fonction $f \left(\frac{1}{P_r} \right)$ nous nous apercevons qu'il n'y a stabilité seulement pour les valeurs :

$$0 < \frac{1}{P_r} = \frac{P_h}{P_v} < 2 \quad (\text{III-20})$$

Autrement dit, le paramètre hypothétique utilisé comme facteur de proportionnalité ne doit être supérieur au double du paramètre véritable le plus petit pouvant apparaître éventuellement. Du point de vue de la stabilité il faudrait donc choisir une valeur de p_h très petite. Mais du point de vue de la rapidité un tel choix est désavantageux car la rapidité croît avec le facteur de proportionnalité p_h . Il est donc nécessaire de faire un compromis entre les exigences de stabilité et de rapidité.

III-4.4 - Application pratique

La méthode de régulation extrême par extrapola-

$f = \pm 1$. En effet, dans le cas de $f = +1$ la commande véritable est exécutée à une amplitude double de celle de la commande idéale qui menerait le point de fonctionnement du système exactement à l'extrémum réel. Si la caractéristique extrême réelle est parabolique et symétrique par rapport à l'optimum, le nouveau point de fonctionnement sera positionné après l'application de la commande à la même distance symétrique de l'extrémum.

Dans le cas $f = -1$ la commande véritable est nulle, le point de fonctionnement ne change pas de position.

Considérons maintenant l'influence de $p_v \neq p_h$ sur les performances de l'algorithme proposé dans ce paragraphe.

Si on fait une extrapolation parabolique à partir de 2 points détectés avec considération d'un facteur de proportionnalité p_h fixé a priori, on obtient les formules suivantes (avec III-13 en négligeant le terme de $\frac{\Delta x}{2}$ devant $p_h \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x}$)

$$C_v = - p_h \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (\text{III-17a})$$

$$C_i = - p_v \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (\text{III-17b})$$

En posant ces deux dernières équations dans (III-16) nous avons :

$$f = (p_h - p_v) / p_v \quad (\text{III-18})$$

ou avec $\frac{p_v}{p_h} = r$

$$f = \frac{1}{r} \quad (\text{III-19})$$

fournit un échelon $\Delta x = \text{constant}$ à l'aide d'une commande

$$R_x = \int_{t_{i+1}}^{t_{i+1}+\delta} \Delta x \cdot \alpha \cdot dt = \Delta x \quad (\text{III-14})$$

en choisissant $\alpha \cdot \delta = 1$

A la fin de ce pas de durée $t_{i+2} - t_{i+1} = \Delta t$ la valeur y_{i+2} est mise en mémoire.

- Le pas de commande C. Il consiste à provoquer un échelon de commande sur la variable d'entrée x d'amplitude :

$$dx^* = + \int_{t_{i+2}}^{t_{i+2}+\delta} \left(-p_h \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2} \right) \cdot \alpha \cdot dt \quad (\text{III-15})$$

avec $1 = \alpha \cdot \delta$

$\Delta t = t_{i+3} - t_{i+2}$

$\Delta y = y_{i+2} - y_{i+1}$ évolution de la variable de sortie entre t_{i+1} et t_{i+2}

$\Delta x =$ amplitude du pas de recherche

$p_h =$ paramètre fixé a priori de la parabole hypothétique

Pour la réalisation des expériences décrites plus loin nous avons ajusté les paramètres suivants pour le régulateur

tion à partir de 2 points étant assez simple, nous avons étudié, calculé et réalisé au L.A.A.S. un appareil permettant de tester les performances de cette méthode. Cet appareil entièrement autonome a été conçu pour des systèmes à extrémaliser comportant des inerties. (Après chaque pas de recherche et de commande il est alors prévu un temps de repos d'une durée correspondant au temps de réponse du système à extrémaliser). La technologie de ce montage est décrite au chapitre VII.

Nous nous contentons de donner ici les résultats concernant le fonctionnement d'un régulateur extrémal monté à l'aide d'éléments d'une calculatrice analogique DAI TR 48 (voir aussi la technologie au chapitre VII), ceci dans le cas d'un système à extrémaliser ne présentant que des inerties négligeables (fig. III-2).

Le régulateur extrémal effectue par séquence d'extrémalisation les 3 pas suivants, de durée Δt identique (fig. III-4) :

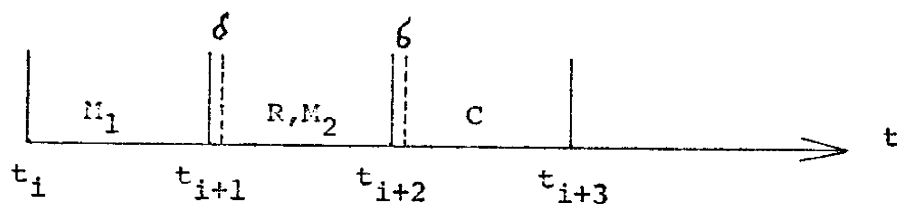


Figure III-4

- Le pas de mise en mémoire M_1 . A la fin de ce pas de durée $t_{i+1} - t_i = \Delta t$, à l'instant t_{i+1} , la valeur y_{i+1} de la variable de sortie y est mise en mémoire.

- Le pas de recherche R et de mise en mémoire M_2 , qui

Nous nous apercevons que pour un paramètre de la caractéristique extrême correspondant au paramètre hypothétique affiché au régulateur ($p_v = p_h = -2$), l'appareil ne nécessite qu'une séquence d'extrémalisation (3 pas) pour amener le point de fonctionnement à l'extrémum ($f = 0$, comme prévu d'après l'équation III-18).

Dans le cas ($p_v = -1$; $p_h = -2$) nous sommes à la limite de la stabilité (voir équation III-20), le point de fonctionnement reste approximativement à la même distance de l'extrémum après chaque séquence d'extrémalisation, ceci en changeant de côté par rapport à l'extrémum.

Pour ($p_v = -4$; $p_h = -2$) plusieurs séquences d'extrémalisation sont nécessaires pour parvenir à l'extrémum, la rapidité d'extrémalisation reste tout de même encore assez bonne.

Si le paramètre véritable devient grand devant le paramètre hypothétique affiché sur le régulateur ($p_v = -10$; $p_h = -2$), la performance de rapidité se détériore.

Dans ces 4 exemples il est clairement visible que l'écart de pompage en régime définitif augmente lorsque la valeur du paramètre véritable, pour un même paramètre hypothétique, diminue.

III-5 - EXTRAPOLATION PARABOLIQUE A PARTIR DE 3 POINTS

Ici les informations a priori nécessaires sur la forme de la caractéristique extrême sont plus réduites. En effet, pour avoir les performances du cas d'une extrapolation à partir de 2 points, il s'agit ici seulement de savoir que la forme de la caractéristique extrême n'est pas trop irrégulière. D'un autre côté, la quantité d'information initiale étant plus petite, le régulateur doit détecter davantage d'information de

extrémal :

$$\Delta t = 3,5 \text{ sec}$$

$$p_h = -2$$

$$\Delta x = 0,5 \text{ V}$$

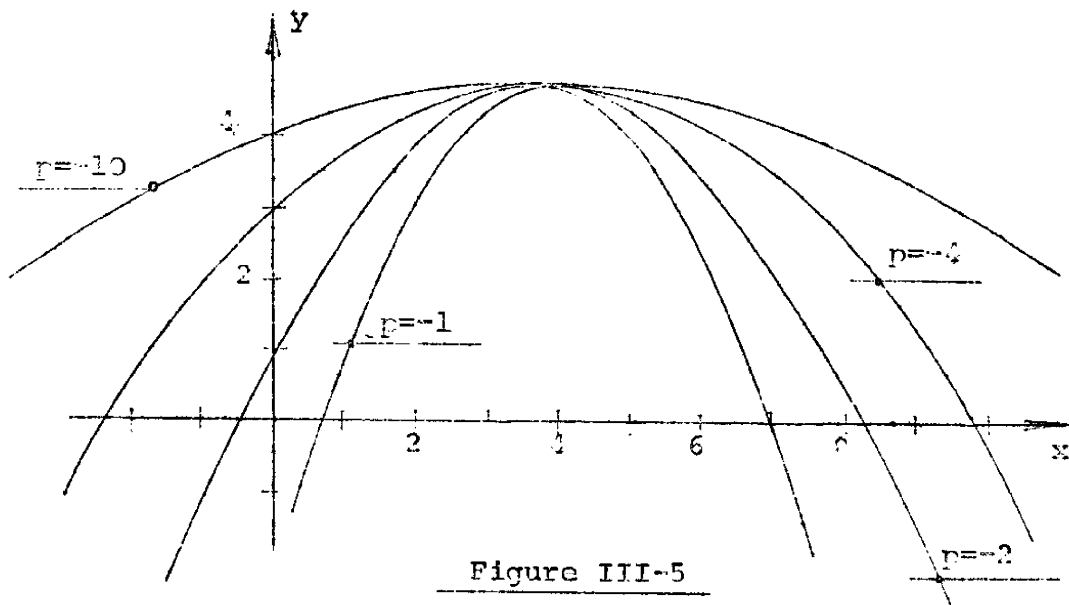
$$d = 10/\text{sec}$$

$$\delta = \frac{1}{10} \text{ sec}$$

Les figures III-5 et III-6 permettent de caractériser les performances du régulateur en fonction du paramètre véritable p_v de la caractéristique extrémale de forme parabolique par rapport au paramètre hypothétique p_h affiché sur le régulateur (étude de sensibilité par rapport à $p_v \neq p_h$).

A la figure III-5 nous voyons des paraboles à paramètres différents caractérisant la relation entre l'entrée et la sortie de systèmes à extrémaliser simulés sur calculatrice analogique.

La figure III-6 montre l'évolution temporelle de la variable de sortie y vers l'extrémum pour ces caractéristiques extrémales de forme parabolique (le pas de recherche initial étant dans le sens défavorable).



travail. La détection et le traitement de cette information de travail supplémentaire rendent plus complexe le bloc de mesure et de calcul du régulateur extrémal.

III-5.1 - Elaboration de l'algorithme d'extrapolation

Nous faisons passer une parabole (P) d'équation $y^* = f(x)$ par 3 points détectés de la forme de la caractéristique réelle (F) d'équation $y = f(x)$. En admettant que le point de fonctionnement initial x_i, y_i^* se trouve sur une parabole $y^* = f(x)$, nous pouvons le caractériser par l'équation suivante déjà rencontrée dans le paragraphe précédent :

$$a_{11} x_i^2 + 2 a_{13} x_i + 2 a_{23} y_i^* + a_{33} = 0 \quad (\text{III-5})$$

Après un premier échelon de recherche Δx à la variable x nous obtenons encore :

$$a_{11} (x_i + \Delta x)^2 + 2 a_{13} (x_i + \Delta x) + 2 a_{23} y_{i+1}^* + a_{33} = 0$$

(III-6)

Après le deuxième échelon de recherche Δx :

$$a_{11} (x_i + 2 \cdot \Delta x)^2 + 2 a_{13} (x_i + 2 \cdot \Delta x) + 2 a_{23} y_{i+2}^* + a_{33} = 0$$

(III-21)

Les réponses détectées à la variable de sortie y sont, avec $y_i = y_i^*$; $y_{i+1} = y_{i+1}^*$; $y_{i+2} = y_{i+2}^*$:

$$y_{i+1} - y_i = \Delta y_1 \quad (\text{III-22a})$$

$$y_{i+2} - y_{i+1} = \Delta y_2 \quad (\text{III-22b})$$

(voir fig. III-7)

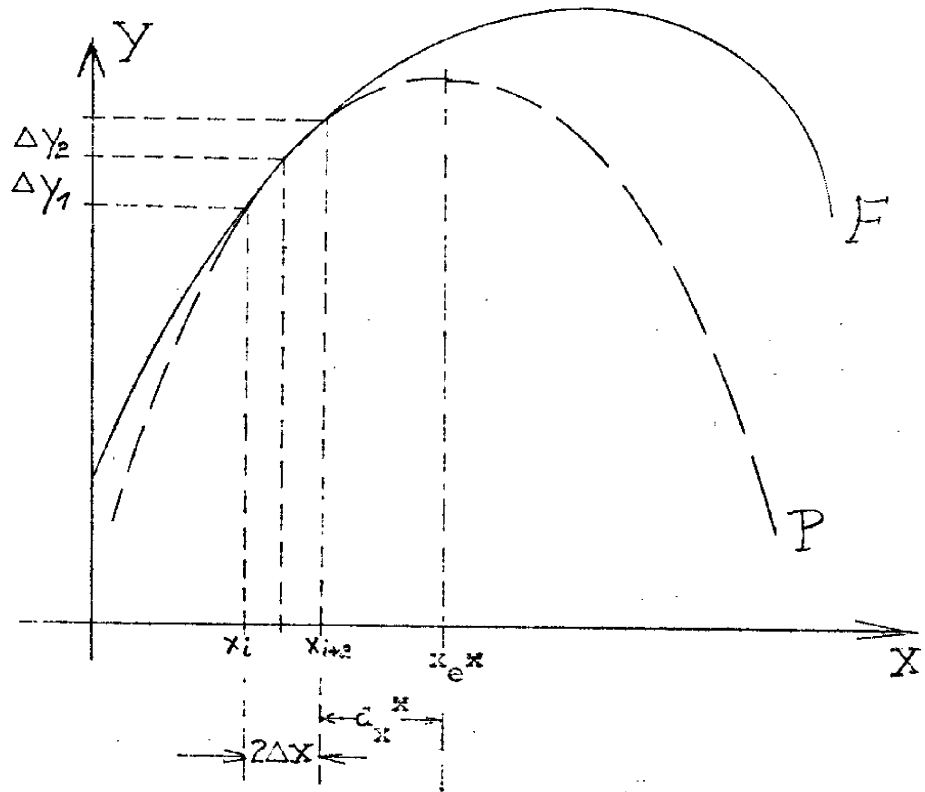


Figure III-7

D'après (III-11) du paragraphe précédent :

$$\Delta y_1 = - \frac{a_{11} (2x_i \cdot \Delta x + \Delta x^2) + 2 a_{13} \cdot \Delta x}{2 a_{23}}$$

A l'aide de (III-21), avec $y_{i+2}^* = y_{i+2}$:

$$y_{i+2} = - \frac{a_{11} (x_i + 2\Delta x)^2 + 2 a_{13} (x_i + 2\Delta x) + a_{33}}{2 a_{23}} \quad (\text{III-23})$$

En posant (III-10b) et (III-23) dans (III-22 b) :

$$\Delta y_2 = - \frac{a_{11} (2x_i \cdot \Delta x + 3\Delta x^2) + 2 a_{13} \cdot \Delta x}{2 a_{23}} \quad (\text{III-24})$$

La valeur d'abscisse de l'extrémum de $y^* = f(x)$, d'après le paragraphe précédent :

$$x_e^* = - \frac{a_{13}}{a_{11}} \quad (\text{III-8})$$

Avec (III-23), (III-24) et (III-8) :

$$x_e^* = x_1 + \Delta x \frac{3\Delta y_1 - \Delta y_2}{2(\Delta y_1 - \Delta y_2)} \quad (\text{III-25})$$

Distance de l'extrémum de la parabole $y^* = f(x)$ après les 2 pas de recherche :

$$x_e - x_1 - 2\Delta x = d_x^* = \Delta x \frac{1,5\Delta y_1 - 0,5\Delta y_2}{\Delta y_1 - \Delta y_2} - 2\Delta x \quad (\text{III-26})$$

III-5.2 - Application pratique

Une extrapolation parabolique à partir de 3 points détectés nécessite, comme le montre l'équation III-26, un matériel de calcul assez important. C'est ainsi que le bloc de calcul du régulateur doit comporter à côté de plusieurs sommes aussi un diviseur. Pour tester les performances de cet algorithme d'extrapolation à partir de 3 points nous avons effectué un montage dont le bloc de mesure et de calcul est représenté par des modules d'une calculatrice analogique tandis que le bloc de commande (logique) et l'orloge ont été étudiés et montés par nos propres soins. L'ensemble complet est décrit

au chapitre VII, le fonctionnement de principe est le suivant :

Une séquence d'extrémalisation se compose de 3 pas :

- Le pas de recherche R_1 et de mise en mémoire M_2 . Au début de ce pas est appliqué le signal de recherche Δx à la variable d'entrée x . A la fin de ce même pas la valeur de y_{i+1} est mise en mémoire.

- Le pas de recherche R_2 et de mise en mémoire M_3 . Il est encore appliqué au début de ce pas un échelon Δx et la valeur de y_{i+2} de la variable de sortie est mise en mémoire.

- Le pas de commande C et de mise en mémoire M_1 . Le calcul de l'équation III-26 est effectué, simultanément une commande proportionnelle au résultat de ce calcul est appliquée au début de ce pas à la variable d'entrée x . A la fin du pas la valeur de y_i de la variable de sortie est mise en mémoire pour la séquence d'optimisation suivante.

La commande se fait par un intégrateur :

$$d_x^* = \int_t^{t+\delta} (\Delta x \frac{1,5 \Delta y_1 - 0,5 \Delta y_2}{\Delta y_1 - \Delta y_2} - 2 \cdot \Delta x) \cdot \alpha \cdot dt$$

avec Δx = amplitude du pas de recherche

Δt = durée du pas de commande

$$\Delta y_1 = y_{i+1} - y_i$$

$$\Delta y_2 = y_{i+2} - y_{i+1}$$

$$\alpha = 1 : \sigma \quad \text{gain d'intégration}$$

Les expériences ont été effectuées avec les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned}\Delta t &= 3,5 \text{ sec} \\ \Delta x &= 0,5 \text{ V}\end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{10}{\text{sec}} \rightsquigarrow \delta = \frac{1}{10} \text{ sec}$$

La caractéristique extrême simulée sur calculatrice analogique était de forme parabolique. Les paramètres ont été affichés de $n_v = -1$ jusqu'à $n_v = -10$, voir figure III-5 du paragraphe précédent.

Dans le cas idéal où la forme de la caractéristique extrême réelle est parabolique, la méthode d'extrapolation à partir de 3 points détectés permet d'atteindre l'extrémum après une séquence d'optimisation pour n'importe quelle valeur de paramètre. (Ceci pour des systèmes n'étant pas affectés de perturbations, dérives etc.)

($f \approx 0$, voir figure III-8)

III-5.3 - Défauts

A première vue on pourrait croire que l'algorithme d'extrapolation, dont on vient de parler est idéal : en supposant que la caractéristique extrême est parabolique, le point de fonctionnement doit atteindre l'extrémum après une séquence d'extrémalisation pour n'importe quel point de départ et pour n'importe quelle valeur du paramètre de la caractéristique extrême réelle. Malheureusement cet algorithme perd ses qualités de stabilité dans le cas d'une caractéristique extrême à forme non parabolique irrégulière:

Considérons la forme de caractéristique extrême représentée à la fig. III-9 :

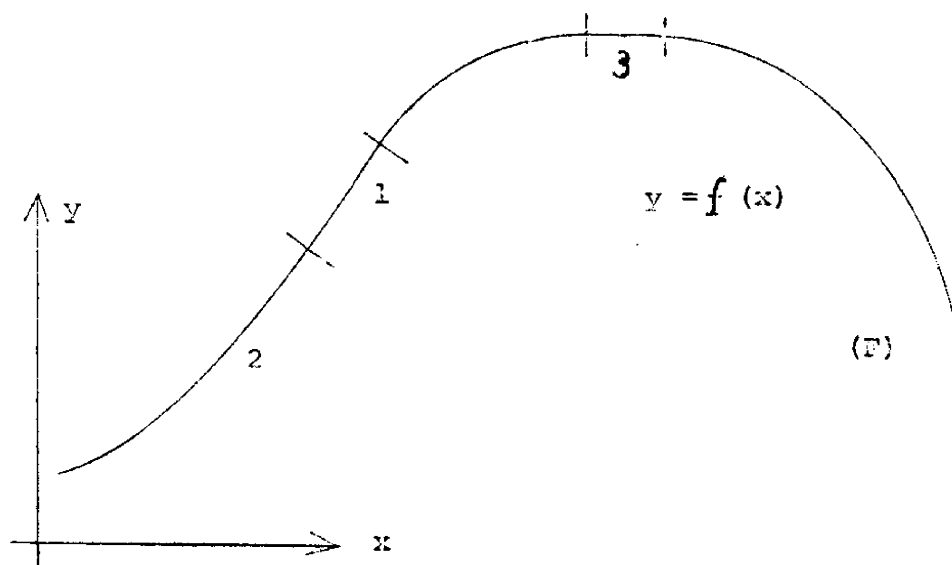


Figure III-9

- Au domaine "1", passage de transition entre la courbure à $y'' > 0$ et $y'' < 0$, le bloc de mesure détecte pratiquement une droite, le bloc de calcul se sature (on retrouve la valeur de zéro au dénominateur de l'équation III-26), une extrémalisation est rendue impossible.

- Au domaine "2", où la courbure présente une dérivée seconde positive, les performances d'extrémalisation sont encore plus dégradées. C'est ainsi que, si le point de fonctionnement se trouve dans le domaine "2", le régulateur extrémal ne cherche plus le maximum mais le minimum de (F) de la figure III-9

- Le domaine "3", qui représente un extrémum très plat, est susceptible d'entraîner lui aussi des instabilités. Supposons que les 2 pas de recherche sont petits par rapport au domaine très plat de l'extrémum, les 2 réponses Δv_1 et Δv_2 sont alors aussi très petites, et comme il est nécessaire de faire une soustraction de ces 2 réponses au dénominateur de

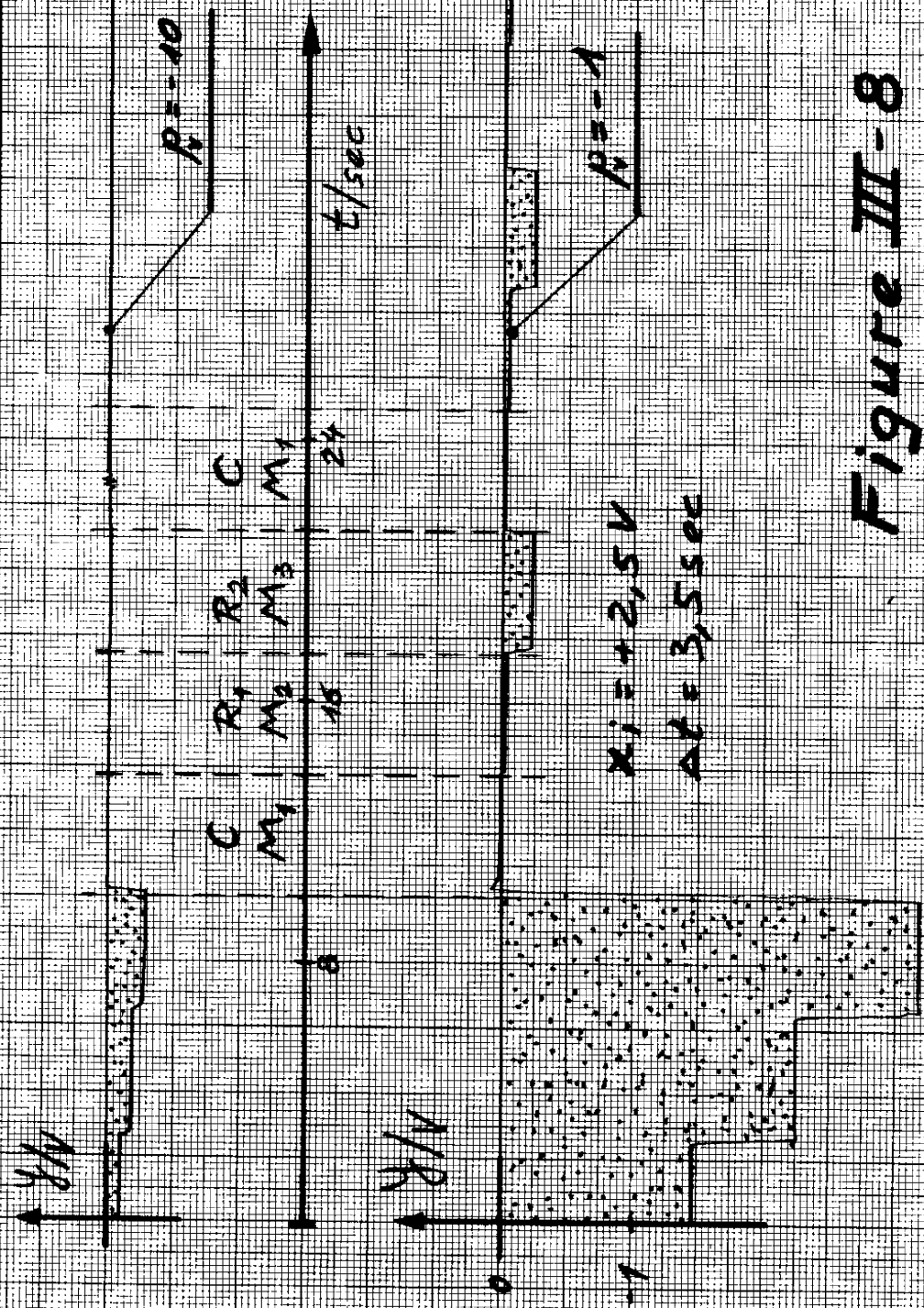


Figure III-8

L'équation III-26, il s'ensuit que la valeur du dénominateur sera encore plus petite. Autrement dit, il suffit de la plus minime perturbation intérieure ou extérieure du régulateur extrémal pour que la valeur du dénominateur aille vers zéro et provoque une commande menant le point de fonctionnement loin de l'extrémum.

Comme des formes de caractéristiques extrémales présentées sur la figure III-9 sont assez répandues dans la pratique, l'algorithme d'extrapolation parabolique à partir de 3 points détectés ne peut être utilisé sans mesures de sécurité supplémentaires empêchant l'instabilité du régulateur.

III-6 - EXTRAPOLATION PARABOLIQUE AVEC COMBINAISON SIMULTANEE DES METHODES A 2 ET 3 POINTS DETECTES.

Nous avons vu au paragraphe précédent que la méthode d'extrapolation parabolique à partir de 3 points détectés présentait de très bonnes performances d'extrémalisation dans le cas de caractéristiques extrémales de forme purement parabolique. De même nous avons vu que cet algorithme d'extrapolation perdait ses qualités d'extrémalisation dans le cas de caractéristiques extrémales à forme non parabolique irrégulière.

Dans ce paragraphe-ci nous allons présenter un procédé qui permet de combiner les avantages de rapidité de la méthode d'extrapolation à partir de 3 points détectés avec les avantages de stabilité de la méthode d'extrapolation à partir de 2 points détectés.

III-6.1 - Idées préliminaires

Considérons de nouveau l'équation (III-26) :

$$\Delta x^* = \Delta x \frac{1,5 \cdot \Delta y_1 - 0,5 \cdot \Delta y_2}{\Delta y_1 - \Delta y_2} - 2 \cdot \Delta x \quad (\text{III-26})$$

Les cas critiques, pouvant provoquer une instabilité de l'algorithme d'extrapolation, se présentent quand le dénominateur de (III-26) tend vers zéro ou devient négatif.

Une première méthode pour éviter l'application d'une commande ébranant d'un calcul effectué à partir d'un "cas critique" serait de mesurer la valeur de $\Delta y_1 - \Delta y_2$. Si cette valeur est plus grande qu'un certain seuil, l'algorithme d'extrapolation à partir de 3 points pourrait être appliqué ; si la valeur est plus petite que ce seuil, ce qui indique un cas critique, un autre algorithme d'extrapolation devrait être utilisé. Cet algorithme de réserve pourrait être par exemple la méthode d'extrapolation à partir de 2 points. (Changement d'algorithme).

Une deuxième méthode serait de combiner simultanément les procédés d'extrapolation à partir de 2 et de 3 points détectés, de faire un compromis entre les avantages et inconvénients des deux méthodes (Combinaison simultanée).

Une telle méthode a l'avantage, par rapport à la première, de permettre une transition graduelle lors du passage au fonctionnement "critique".

Nous allons donc approfondir ce procédé.

III-6.2 - Elaboration de l'algorithme d'extrapolation

Etudions la formule (III-27) qui est une combinaison de l'algorithme d'extrapolation utilisant la dérivée première (2 points détectés) et de l'algorithme nécessitant la dérivée seconde (3 points détectés) :

$$d_x^* = n \cdot z - (n - 1) \frac{p_h}{p_v} \cdot z \quad (\text{III-27})$$

avec p_h = paramètre fixé a priori d'une parabole hypothétique s'approchant le plus à la caractéristique extrémale véritable.

n = coefficient à choisir (voir plus bas)

$$p_v = - \frac{\Delta x^2}{\Delta y_1 - \Delta y_2} \quad (\text{III-29})$$

Paramètre véritable de l'arc identifié par les 2 pas de recherche

$$z = - \frac{p_h \cdot (\Delta y_1 + \Delta y_2)}{2 \Delta x} - \Delta x \quad (\text{III-28})$$

Equation dérivée de la formule (III-13) en considérant que pour la méthode décrite ici 2 pas de recherches sont nécessaires.

Cette méthode de combinaison simultanée a les avantages suivants par rapport à la méthode du changement d'algorithme :

- Le passage du domaine de fonctionnement "normal" ou domaine de fonctionnement "critique" ne se fait pas brusquement mais graduellement.

- La stabilité par rapport aux bruits, dérivées et formes non paraboliques irrégulières de la caractéristique extrémale est augmentée par un terme stabilisateur" proportionnel à la dérivée première (si on néglige Δx)

[z]

- La rapidité et la précision en présence d'une force

de la caractéristique extrémale s'éloignant de la forme parabolique à paramètre p_h fixé à priori, sont augmentées par un terme correcteur dépendant de la dérivée seconde :

$$\left[\frac{p_h}{p_v} \cdot z \right]$$

- Le coefficient "n" représentant le choix du poids de chaque terre "stabilisateur" et "correcteur" permet de prévoir le rapport optimal de ces 2 terres pour une dispersion donnée ou probable des paramètres possibles de la caractéristique extrémale réelle.

- Parce que la valeur calculée de p_v (inverse de la dérivée seconde) se trouve au dénominateur de l'équation (III-27), le terme $\Delta y_1 - \Delta y_2$ normalement très petit pouvant tendre vers zéro, relié à p_v d'après III-29, est placé maintenant au numérateur.

Le bloc de calcul est donc simplifié par rapport à la méthode du "changement d'algorithme" où une division par une valeur, pouvant tendre vers zéro, était nécessaire.

Nous obtenons comme formule d'extrapolation, avec (III-27), (III-28) et (III-29) :

$$\begin{aligned} \hat{c}_x^* &= n \cdot \left(- \frac{(\Delta y_1 + \Delta y_2) p_h}{2 \Delta x} - \Delta x \right) \\ &- (n-1) \cdot p_h \cdot \left(- \frac{(\Delta y_1 + \Delta y_2) p_h}{2 \Delta x} - \Delta x \right) \cdot \left(- \frac{\Delta y_2 - \Delta y_1}{\Delta x^2} \right) \end{aligned}$$

(III-30)

- où n = coefficient à choisir, définissant le poids du terme "correcteur" par rapport du terme "stabilisateur".
- P_h = paramètre de la parabole hypothétique s'approchant le plus de la caractéristique extrême réelle
- Δx = amplitude du pas de recherche
- Δy_1 = réponse de la variable de sortie après le 1er pas de recherche
- Δy_2 = réponse de la variable de sortie après le 2ème pas de recherche.

III-6.3 - Erreur due à une différence entre la parabole d'extrapolation et la caractéristique réelle

Nous déterminons l'erreur qui apparaît dans le calcul de la commande si le paramètre n_h fixé a priori dans l'équation III-27 ne correspond pas au paramètre véritable n_v d'une caractéristique extrême supposée parabolique.

Introduisons, de nouveau, le rapport qui caractérise l'erreur relative :

$$f = \frac{C_v - C_i}{C_i} \quad (\text{III-16})$$

avec C_v = commande véritablement effectuée d'après la formule III-30.

C_i = Commande idéale portant le point de fonctionnement à l'extrémum. (voir aussi § 4.3)

Autrement dit, en posant $\frac{p_v}{p_h} = p_r$, on recherche la fonction $f = g(p_r)$ pour des coefficients variables de n de l'équation III-27

a) $n = 1$

En posant $n = 1$ dans l'équation III-27 nous obtenons :

$$dx^x = z$$

Ceci correspond exactement à la formule d'extrapolation parabolique à partir de 2 points (équation III-13), en tenant compte de (III-28) et en sachant que dans la méthode avec "combinaison simultanée" 2 pas de recherche sont nécessaires.

$$z = - \frac{(\Delta v_1 + \Delta v_2) p_h}{2 \Delta x} - \Delta x \quad \text{(III-28)}$$

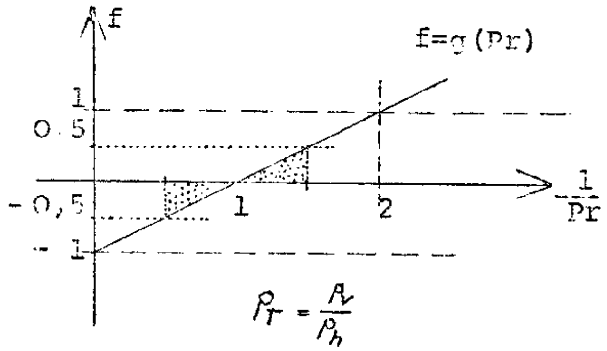
$$C_i = \frac{z \cdot p_v}{p_h} ; \quad C_v = z$$

$$f = \frac{z \cdot p_h - z \cdot p_v}{z \cdot p_v} = \frac{1}{p_r} - 1 \quad \text{(III-31)}$$

Cette équation correspond à la formule (III-19) du § 4.3

La figure III-10 représente la fonction $f = g(p_r)$ pour $n = 1$. Cette fonction montre les caractéristiques d'une extrapolation parabolique à partir de 2 points (voir figure III-3) ceci parce que la formule III-27 est dépourvue, avec $n = 1$, du "terme correcteur" dépendant de la dérivée seconde.

Caractéristiques Domaine théorique stable : $0 < \frac{1}{p_r} < 2$



Domaine d'application pratique avec $f < |0,5|$:

$$0,5 < \frac{1}{Pr} < 1,5$$

$$\rightsquigarrow \left(\frac{1}{Pr}\right)_{\max} : \left(\frac{1}{Pr}\right)_{\min} = 3$$

Figure III-10

$$Pr = \frac{P_v}{P_h}$$

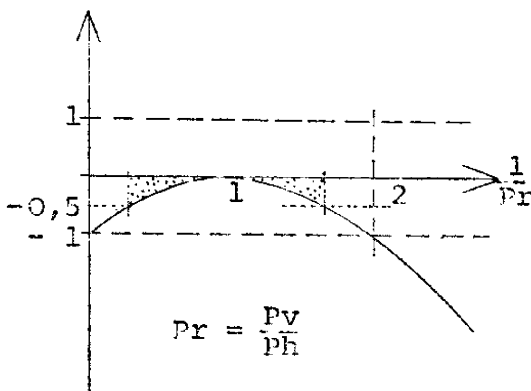
Formule d'extrapolation avec III-30 et $n = 1$:

$$dx^* = -P_h \cdot \frac{\Delta y_1 + \Delta y_2}{2 \cdot \Delta x} - \Delta x \quad \text{(III-32)}$$

b) $n = 2$

$$c_1 = \frac{z \cdot P_v}{P_h} ; \quad C_v = 2 \cdot z - \frac{P_h}{P_v} \cdot z ;$$

$$f = - \left(\frac{1}{Pr}\right)^2 + 2 \left(\frac{1}{Pr}\right) - 1 = - \left(\frac{1}{Pr} - 1\right)^2 \quad \text{(III-33)}$$



Caractéristiques

- f toujours négatif
 ↪ effet stabilisateur
- domaine théoriquement stable $0 < \frac{1}{Pr} < 2$
- domaine d'application pratique avec $f < |0,5|$:
 $0,3 < \frac{1}{Pr} < 1,7$

Figure III-11

$$\curvearrowright \left(\frac{1}{Pr}\right)_{\max} : \left(\frac{1}{Pr}\right)_{\min} = 5,7$$

Formule d'extrapolation avec III-30 et n = 2 :

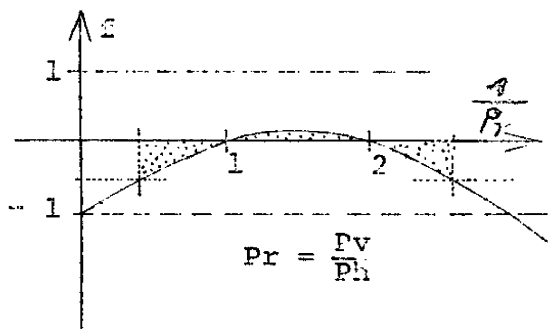
$$\begin{aligned} \frac{d^*}{dx} &= 2 \cdot \left(\frac{-Pr(\Delta Y_1 + \Delta Y_2)}{2 \cdot \Delta x} - \Delta x \right) \\ &- Pr \cdot \left(\frac{-Pr(\Delta Y_1 + \Delta Y_2)}{2 \cdot \Delta x} - \Delta x \right) \cdot \left(\frac{\Delta Y_2 - \Delta Y_1}{\Delta x^2} \right) \end{aligned} \quad \text{(III-34)}$$

d) n = 1,25 :

$$c_i = \frac{z \cdot Pr_v}{Pr_h} ; \quad c_v = 1,5 \cdot z - 0,5 \frac{Pr_h}{Pr_v} \cdot z ;$$

$$f = -0,5 \left(\frac{1}{Pr}\right)^2 + 1,5 \left(\frac{1}{Pr}\right) - 1 \quad \text{(III-35)}$$

$$\text{ou } f - 0,125 = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{Pr} - 1,5 \right)^2$$



Caractéristiques

- domaine théoriquement stable : $0 < \frac{1}{Pr} < 3$
- domaine d'application pratique avec $f < |0,5|$: $0,4 < \frac{1}{Pr} < 2,6$

Figure III-12

$$\curvearrowright \left(\frac{1}{Pr}\right)_{\max} : \left(\frac{1}{Pr}\right)_{\min} = 6,5$$

- domaine d'application
pratique avec $f < |0,125|$:

$$0,8 < \frac{1}{p_r} < 2,2$$

$$\sim \left(\frac{1}{p_r}\right)_{\max} : \left(\frac{1}{p_r}\right)_{\min} = 2,7$$

Formule d'extrapolation
avec III-30 et $n = 1,5$:

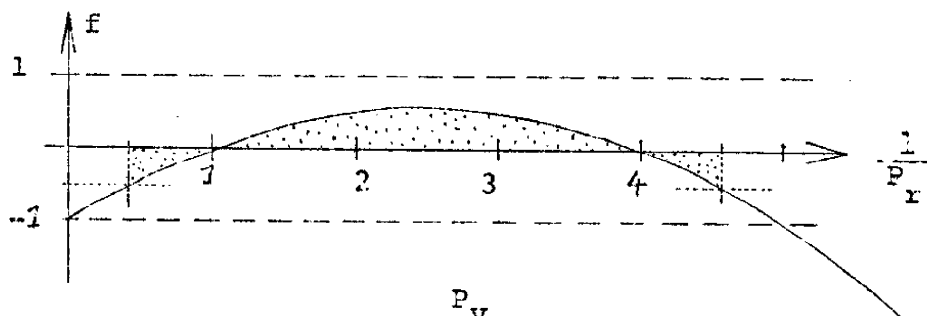
$$d_x^* = \left[1,5 - (0,5 \cdot p_h \cdot \frac{\Delta y_2 - \Delta y_1}{\Delta x^2}) \right] \cdot \left(\frac{-(\Delta y_1 + \Delta y_2) p_h}{2 \Delta x} - \Delta x \right) \quad (\text{III-36})$$

d) $n = 1,25$

$$c_i = \frac{z \cdot p_v}{p_h} ; \quad c_v = 1,25 \cdot z - 0,25 \frac{p_h}{p_v} \cdot z ;$$

$$f = -0,25 \left(\frac{1}{p_r}\right)^2 + 1,25 \left(\frac{1}{p_r}\right) - 1$$

$$\text{ou } (f - 0,56) = -\frac{1}{4} \left(\frac{1}{p_r} - 2,5\right)^2 \quad (\text{III-37})$$



Nous avons toujours : $p_r = \frac{p_v}{p_h}$

Figure III-13

Caractéristiques

- domaine théoriquement stable : $0 < \frac{1}{p_r} < 5$
- domaine d'application pratique

avec $f < |0,5|$; $0,5 < \frac{1}{p_r} < 4,5 \rightsquigarrow \left(\frac{1}{p_r}\right)_{\max} : \left(\frac{1}{p_r}\right)_{\min} = 9$

Formule d'extrapolation avec III-30 et n = 1,25

$$\begin{aligned} dx^* &= 1,25 \cdot \left[\frac{-(\Delta y_1 + \Delta y_2) p_h}{2 \cdot \Delta x} - \Delta x \right] \\ &- 0,25 p_h \left[\frac{-(\Delta y_1 + \Delta y_2) p_h}{2 \cdot \Delta x} - \Delta x \right] \cdot \left(\frac{\Delta y_2 - \Delta y_1}{\Delta x^2} \right) \quad \text{(III-38)} \end{aligned}$$

Pour la méthode d'extrémalisation avec combinaison simultanée des procédés d'extrapolation paraboliques à partir de 2 et de 3 points détectés, régie par l'équation

$$dx^* = n \cdot z - (n-1) \frac{p_h}{p_v} \cdot z \quad \text{(III.27)}$$

le coefficient $n = 1,25$ est optimal pour une erreur de la commande inférieure approximativement à 50 % de la commande idéale (caractéristique extrême réelle supposée parabolique).

Pour ce coefficient et pour un paramètre p_h fixé à -5, la stabilité théorique s'étend du domaine de $p_v = -\infty$ jusqu'à $p_v = -1$. Le domaine d'application pratique ($f < |0,5|$), la caractéristique extrême réelle étant supposée parabolique, est alors limité par les valeurs de $p_v = -10$ et de $p_v = -1,1$. (Les allures de paraboles avec des paramètres égaux à -10 et -1 sont montrées à la figure III-5).

Remarque : Le domaine de stabilité théorique et le domaine d'application pratique avec $f < |0,5|$ peuvent être considé-

ablement augmentés si on procède à un changement d'algorithme à partir de $\frac{1}{p_r} > 4,5$ qui correspond aux formules d'extrapolation :

$$d_x^* = 1,25 \left[\frac{-(\Delta y_1 + \Delta y_2) p_h}{2 \cdot \Delta x} - \Delta x \right] - 0,25 p_h \left(\frac{-(\Delta y_1 + \Delta y_2) p_h}{2 \cdot \Delta x} - \Delta x \right) \left(\frac{\Delta y_2 - \Delta y_1}{\Delta x^2} \right) \quad (\text{III-38})$$

pour $0 < \frac{1}{p_r} < 4,5$

$$d_x^* = -\frac{p_h}{9} \cdot \frac{\Delta y_1 + \Delta y_2}{2 \cdot \Delta x} - \Delta x \quad (\text{III-39})$$

pour $\frac{1}{p_r} > 4,5$

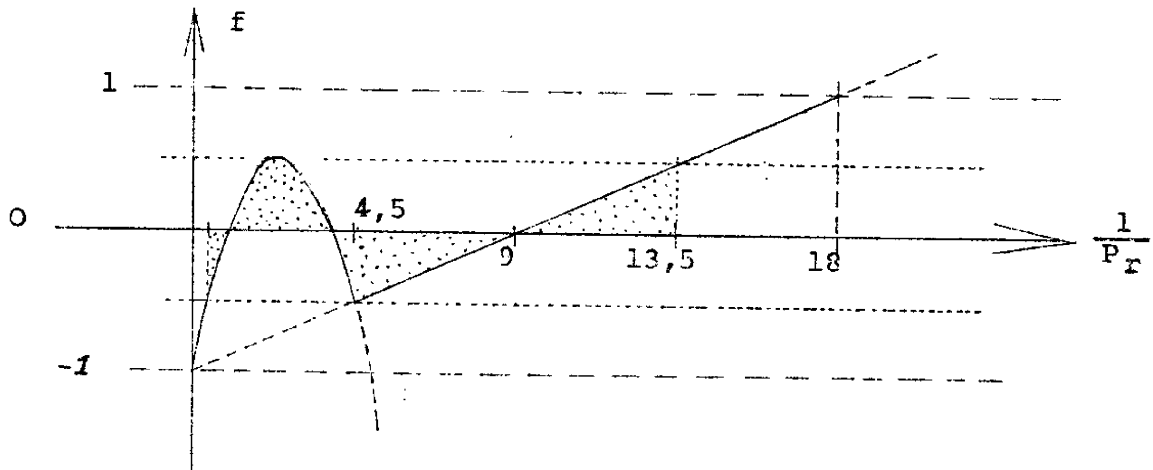


Figure III-14
(Changement d'échelle par rapport aux figures antécédentes)

La figure III-14 donne la relation entre f et $1/p_r$; les caractéristiques de ce procédé sont les suivantes :

- domaine de stabilité théorique : $0 < \frac{1}{P_r} < 18$

- domaine d'application pratique :
(avec $f < |0,5|$)

$$0,5 < \frac{1}{P_r} < 13,5 \quad \rightsquigarrow \left(\frac{1}{P_r}\right)_{\max} : \left(\frac{1}{P_r}\right)_{\min} = 27$$

Toutes les fonctions $f = g\left(\frac{1}{P_r}\right)$ élaborées dans ce paragraphe à partir de l'équation III-27^r sont reproduites à la figure III-15.

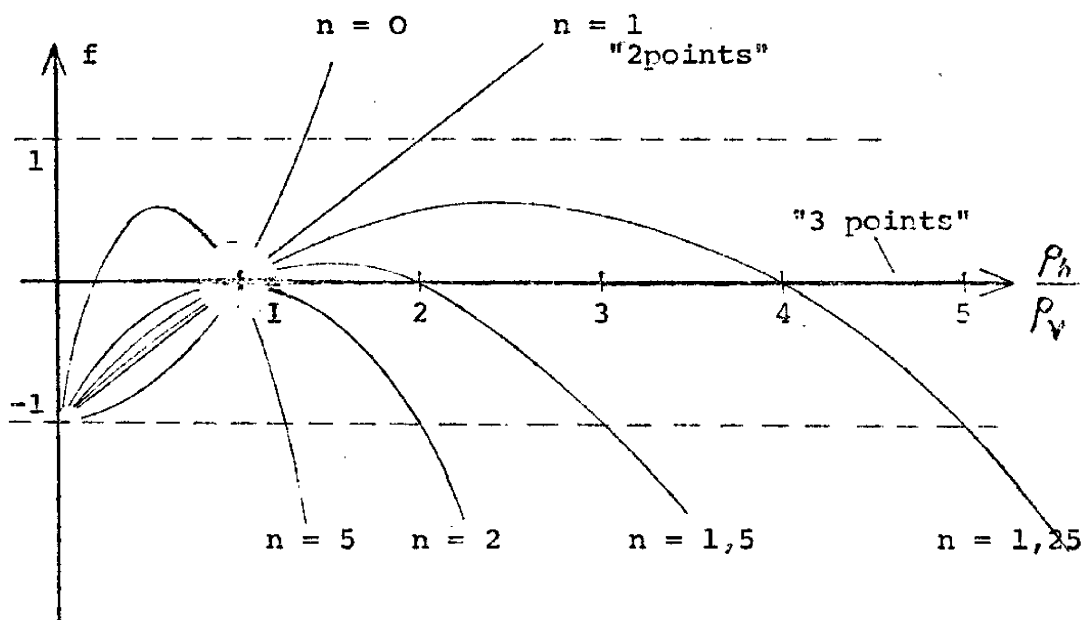


Figure III-15

La droite $f \equiv 0$ représente la caractéristique $f = g\left(\frac{1}{P_r}\right)$ de la méthode d'extrapolation à partir de 3 points. Comme déjà vu au § 5, cette méthode est théoriquement idéale ($f \equiv 0$), mais dans l'application pratique elle présente une grande sensibilité par rapport aux bruits et aux dérives ainsi que par rapport à une forme non parabolique irrégulière de la

caractéristique extrême réelle (faible stabilité).

Dans le cas de la combinaison simultanée des méthodes à 2 et 3 points (formule III-27), il est visible que les deux exigences de précision et d'un domaine d'application aussi grand que possible sont opposées. En effet on a soit - avec $n = 1,5$ - une grande précision ($f < |0,125|$) pour un domaine d'application restreint ($(1/p_r)_{\max} : (1/p_r)_{\min} = 2,7$), soit - avec $n = 1,25$ - une moindre précision ($f < |0,5|$) pour un grand domaine d'application ($(1/p_r)_{\max} : (1/p_r)_{\min} = 9$).

Le coefficient $n = 2$ est une valeur de "symétrie". C'est ainsi que pour $n = 1,25$ et $n = 5$ la performance de précision et l'étendue du domaine d'application sont les mêmes ($f < |0,5|$ pour $(\frac{1}{p_r})_{\max} : (\frac{1}{p_r})_{\min} = 9$).

Il est conseillé cependant de choisir n entre les valeurs $n = 1$ et $n = 2$ en faisant un compromis, d'après les conditions de fonctionnement, pour la précision et la convergence. Ceci, parce que pour des valeurs $n > 2$ le poids du "terme correcteur" est trop grand par rapport au "terme stabilisateur", d'où danger d'instabilité.

III-6.4 - Application pratique

Le procédé d'extrapolation parabolique avec combinaison simultanée des méthodes à 2 et 3 points est basé sur une séquence d'optimisation (S.O.) se composant de 4 pas distincts : 2 pas de recherche avec la mémorisation des valeurs correspondantes, un pas de commande et un pas de repos.

Les pas de recherche et de mémorisation sont identiques aux pas décrits au § 5.5.

Pour le pas de commande le bloc de calcul élabore un échelon dont l'amplitude est telle que (d'après (III-33) avec $p_h = -4$ et $n = 1,25$ qui donne un grand domaine d'application):

$$\begin{aligned} \star \\ dx = 1,25 \left[\frac{4 \cdot (\Delta y_1 + \Delta y_2)}{2 \cdot \Delta x} - \Delta x \right] \\ + \left[\frac{4 \cdot (\Delta y_1 + \Delta y_2)}{2 \cdot \Delta x} - \Delta x \right] \left(\frac{\Delta y_1 - \Delta y_2}{\Delta x^2} \right) \end{aligned} \quad \text{(III-39)}$$

Le tracé de l'erreur relative f en fonction du paramètre véritable p_v de la caractéristique extrême réelle supposée parabolique est représenté à la fig. III-16 (d'après l'équation III-37 avec $p_r = p_v/p_h$ et $p_h = -4$) :

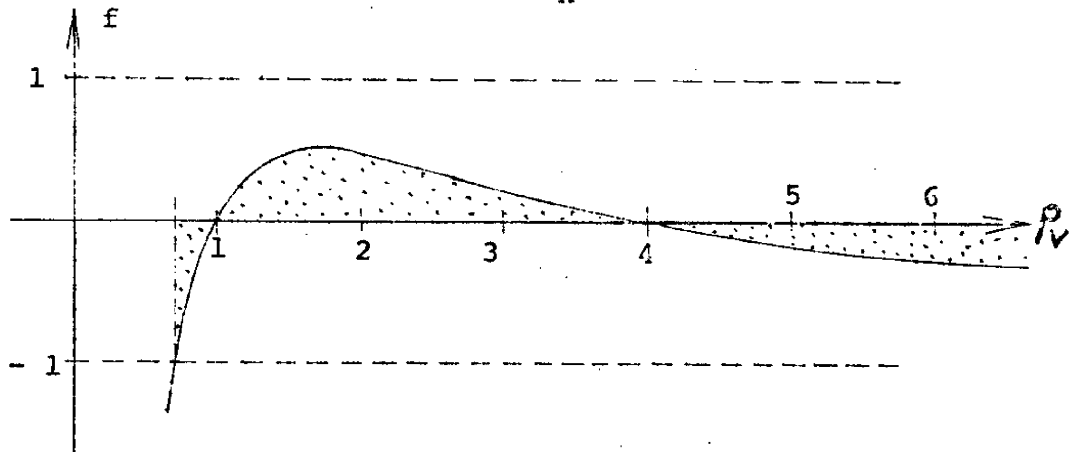


Figure III-16

Par des essais pratiques effectués à l'aide du montage décrit dans le § 5.2 la courbe $f = g(p_v)$ a été vérifiée :

La caractéristique extrême simulée sur calculatrice analogique était de forme parabolique. Pour $p_v = -1$ et $p_v = -4$ seulement une séquence d'extrémalisation est nécessaire pour atteindre l'extrémum, comme le montre la figure III-17 où les tracés $x = f(t)$ sont reproduites pour des paramètres p_v variables.

Pour $p_v = -2$ l'erreur relative est positive (figure III-16 et III-17), à chaque séquence d'extrémalisation le point de fonctionnement dépasse la valeur extrême, mais converge assez rapidement vers l'extrémum. L'erreur étant négative pour $p_v = -8$ (parabole très plate), le point de fonctionnement s'approche de la valeur extrême en restant du côté du point de départ ; il nécessite plusieurs séquences d'extrémalisation pour atteindre l'extrémum, l'erreur étant de séquence en séquence de 50 % comme pour le cas de $p_v = -2$.

Sur la figure III-18 l'évolution dans le temps de la variable de sortie $y = f(t)$ est représentée pour des paramètres p_v variables.

Il est visible que les courbes $y = f(t)$ sont encore plus satisfaisantes que les courbes $x = f(t)$: la diminution de la pente de la caractéristique extrême en s'approchant de l'extrémum a pour conséquence qu'une petite erreur en x n'est presque plus visible en y . Ceci est valable surtout pour les caractéristiques extrêmes très plates, comme dans le cas $p_v = -8$. Si, vue de la variable d'entrée x , le point de fonctionnement est encore relativement loin de l'extrémum, il a pratiquement déjà atteint la valeur optimale, ceci vue de la variable de sortie y .

Particulièrement cette figure III-18 montre par rapport à la figure III-6 (extrapolation à partir de 2 points détectés), que la méthode d'extrapolation combinée à partir de 2 et 3 points détectés est relativement insensible, pour une large gamme de p_v , à des variations de la forme de la caractéristique extrême.

III-7 - CONCLUSION

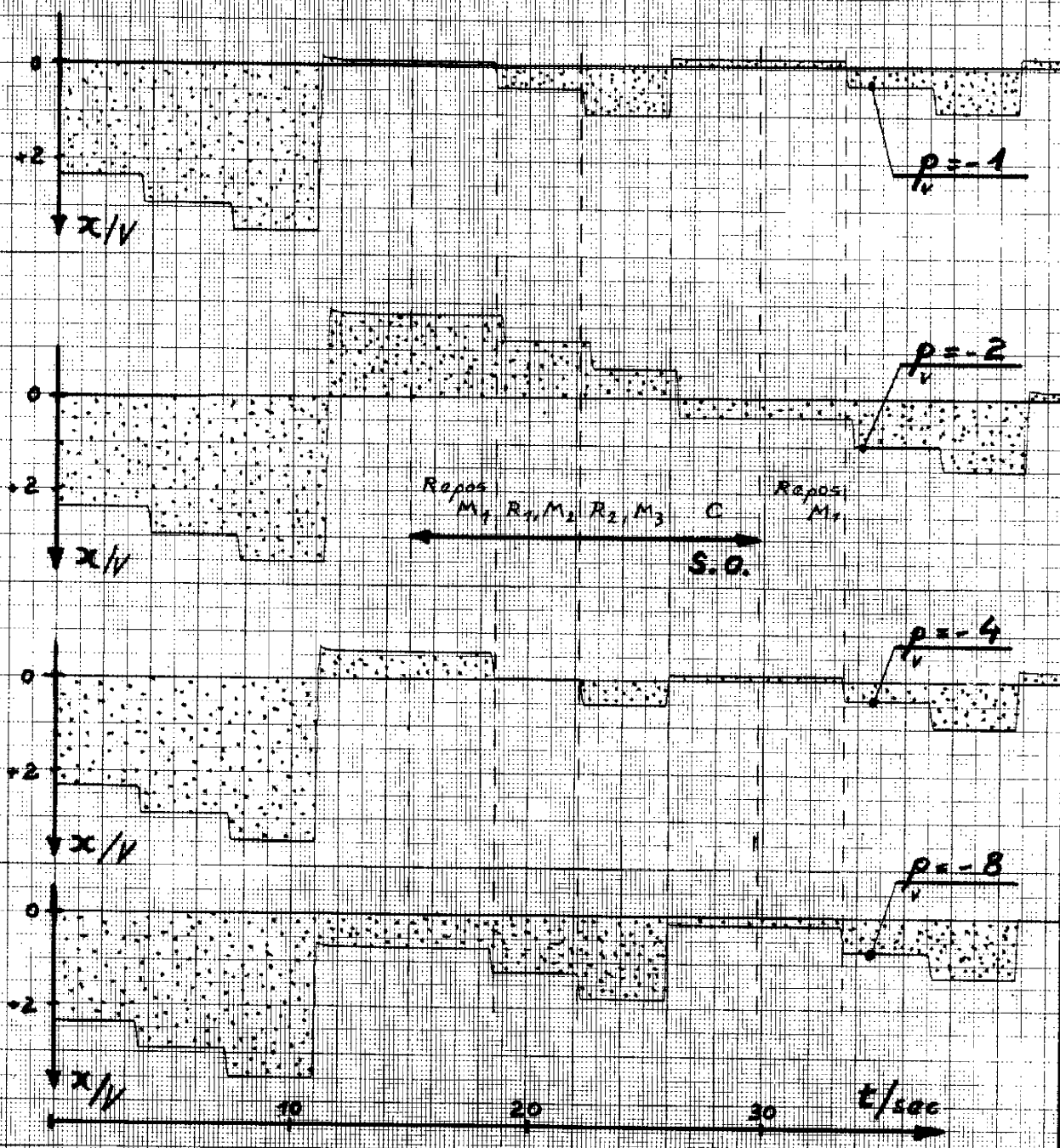
Nous avons étudié dans ce chapitre trois méthodes de

régulation extrême par extrapolation pour systèmes avec inerties négligeables.

La première méthode, nécessitant une grande quantité d'information initiale et ayant de ce fait un domaine d'application restreint, est basée sur une extrapolation parabolique à paramètre fixe à partir de 2 points détectés de la caractéristique extrême.

Une deuxième étude porte sur une méthode d'extrapolation consistant à faire passer une parabole par 3 points détectés de la caractéristique extrême. Cette méthode présente de très bonnes performances théoriques de rapidité et de précision. Mais dans l'application pratique il se manifeste un manque de stabilité par rapport à des perturbations extérieures et des irrégularités de la forme de la caractéristique extrême.

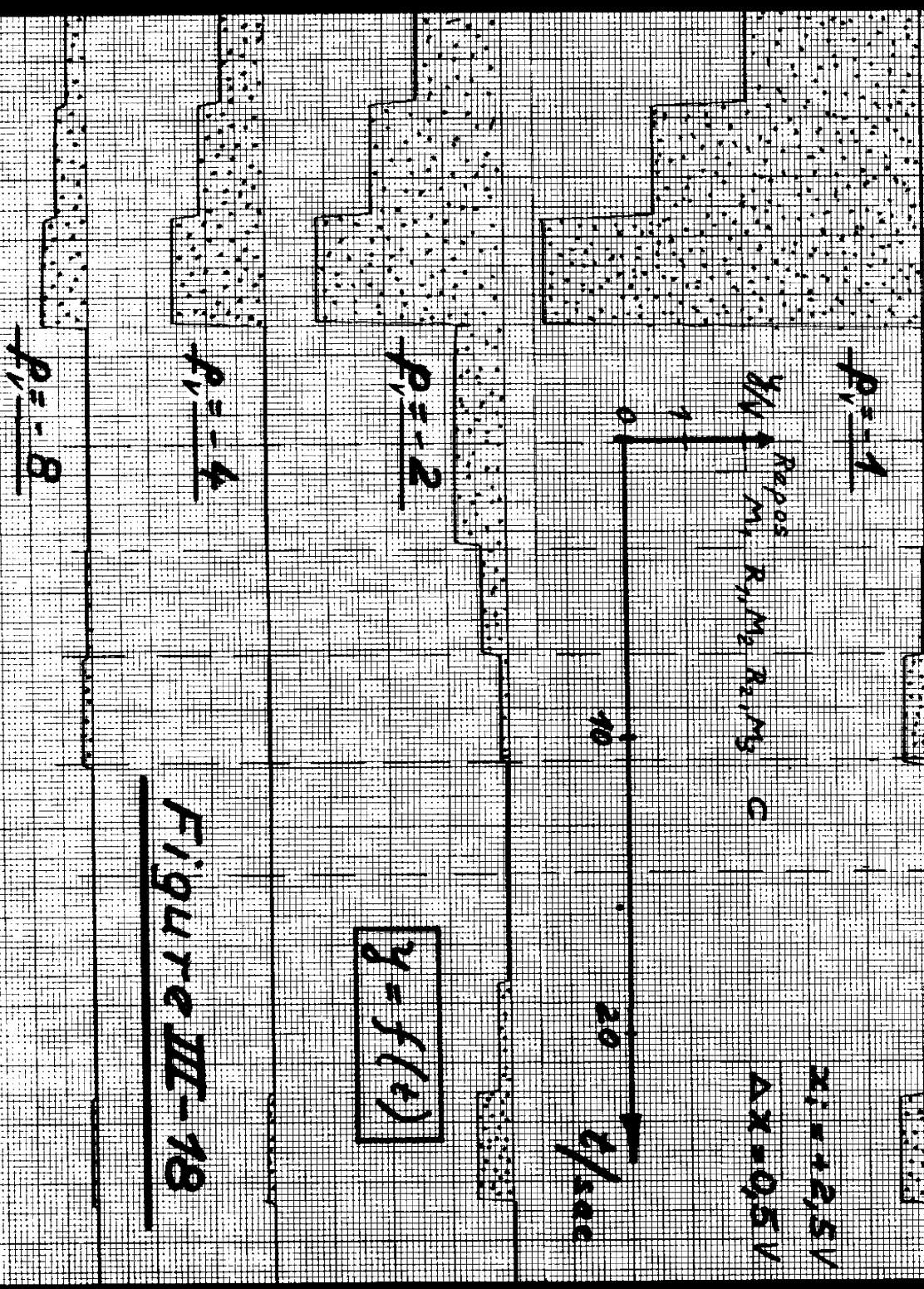
La troisième méthode, basée sur la combinaison des procédés d'extrapolation détectant 2 et 3 points de la caractéristique extrême, présente des performances de rapidité, précision et stabilité équilibrées et répond ainsi le plus aux exigences de l'application pratique.



$$x = f(t)$$

$x_i = +2,5V; \Delta x = 0,5V$

Figure III-17



CHAPITRE IV

METHODE DE REGULATION EXTREMALE PAR
EXTRAPOLATION POUR SYSTEMES AVEC INERTIES

IV-1 PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

IV-2 CAS OU LA CARACTERISTIQUE EXTREMALE EST ENCADREE PAR DEUX
INERTIES DU 1ER ORDRE

IV-2.1 Extrapolation à partir de 2 points

- a) "Lecture prématurée"
- b) "Commande exagérée"
- c) "Commande définitive"
- d) Algorithme d'extrémalisation

IV-2.2 Extrapolation à partir de 3 points

- a) "Lecture prématurée"
- b) "Commande exagérée et définitive"
- c) Algorithme d'extrémalisation

IV-2.3 Extrapolation combinée à partir de 2 et 3
points

- a) "Commande exagérée et définitive"
- b) Algorithme d'extrémalisation
- c) Application pratique

IV-3 AUTRES CAS PARTICULIERS BASES SUR LES RELATIONS DU PARAGRAPHE PRECEDENT

IV-3.1 Une inertie du 1er ordre située avant la caractéristique extrême

- a) Extrapolation par 2 points
- b) Extrapolation à partir de 3 points
- c) "Correction tachymétrique"

IV-3.2 Une inertie du 1er ordre située après la caractéristique extrême

- a) Extrapolation par 2 points
- b) Extrapolation par 3 points

IV-3.3 Deux inerties du 1er ordre situées avant la caractéristique extrême

- a) Extrapolation à partir de 2 points
- b) Extrapolation à partir de 3 points
- c) Extrapolation avec combinaison des méthodes à 2 et 3 points détectés.

IV-3.4 Deux inerties du 1er ordre situées après la caractéristique extrême

- a) Extrapolation à partir de 2 points
- b) Extrapolation à partir de 3 points
- c) Extrapolation avec combinaison des méthodes à 2 et 3 points détectés

IV-4 CAS GENERAL AVEC INERTIES QUELCONQUES SITUEES AVANT ET APRES LA CARACTERISTIQUE EXTREME

IV-4.1 Elaboration des valeurs nécessaires pour l'utilisation des algorithmes proposés

- a) durée (Δt) des pas
- b) Amplitude (k^{th}) du 2ème échelon de recherche par rapport au 1er échelon

- c) Détermination du facteur de correction (h^*)
relatif à la réponse après le 2ème éche-
lon de recherche

IV-4.2 Formules d'extrémalisation pour le cas général

- a) Extrapolation à partir de 2 points
- b) Extrapolation à partir de 3 points
- c) Extrapolation combinée à partir de 2
et 3 points détectés

IV-4.3 Effets des retards purs

IV-4.4 Variables intermédiaires accessibles

- a) Variable intermédiaire x accessible
- b) Variable intermédiaire y accessible

IV-5 CONSIDERATIONS SUR LA STABILITE DE LA METHODE PROPOSEE
PAR RAPPORT A UNE VARIATION DES CARACTERISTIQUES D'UNE
INERTIE

IV-6 CONCLUSION

CHAPITRE IV

METHODE DE REGULATION EXTREMALE PAR EXTRAPOLATION POUR SYSTEMES AVEC INERTIES

Dans le chapitre précédent nous avons étudié quelques algorithmes d'extrémalisation par extrapolation qui présentaient, chacun pour des conditions de fonctionnement particulières, de bonnes performances de stabilité, précision et rapidité. Ces algorithmes proposés étaient limités dans leur application à des systèmes à extrémaliser ne comportant pas d'inerties.

La plupart des publications sur les S.R.E. soumis à des inerties se rapportent aux systèmes du type "pas à pas" sans extrapolation [19, 22, 7] .

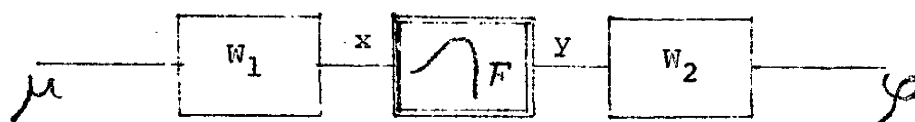
Cependant dans une publication de B.A. ARIFYEV [26] est décrite une méthode d'extrapolation fonctionnant en présence d'une inertie du 1er ordre ^{située} après la caractéristique extrême. Avec deux commandes consécutives variant linéairement dans le temps, de signe opposé, sur la variable d'entrée et les réponses obtenues à la sortie, la distance de l'extrémum par rapport au point de fonctionnement peut être calculée en connaissant la

constante de temps de l'inertie et le paramètre de la caractéristique extrême supposée parabolique. Avec deux autres commandes identiques aux précédentes, il est même possible de déterminer la valeur de la constante de temps.

F. NISHIDA et S. MEZUNO [16] proposent aussi une méthode d'extrapolation en présence d'inerties se trouvant soit avant soit après la caractéristique extrême, mais leur procédé nécessite l'aide d'une calculatrice numérique pour des mises en mémoire multiples, des comparaisons et des calculs.

Une méthode qui permet de diminuer le temps de réponse d'un système soumis à des inerties est décrite par un ensemble d'auteurs [18]. Pour augmenter la rapidité d'évolution une commande d'amplitude supérieure à celle qui a été prévue est tout d'abord appliquée. Cette commande est maintenue jusqu'à ce que la variable de sortie ait atteint la valeur désirée. A ce moment la variable d'entrée est portée à la valeur qui correspond à l'amplitude voulue de la sortie.

Dans ce chapitre, nous allons étudier et présenter une méthode permettant d'appliquer les algorithmes du ch. III à des systèmes comportant une inertie (W_1) située avant et une inertie (W_2) située après la caractéristique extrême (F), voir figure IV-I :



- Figure IV-I -

Les grandeurs intermédiaire x et y peuvent être accessibles ou pas.

La mise en oeuvre de cette méthode ne demande qu'une légère complication des éléments du bloc de calcul du régulateur par rapport à la méthode utilisée pour un système sans inertie. Pour un bon fonctionnement il est nécessaire de connaître approximativement la nature et l'ordre de grandeur des inerties (W_1) situées avant et (W_2) après la caractéristique statique (F).

IV-1 PRINCIPE DE FONCTIONNEMENT

Les inerties dans les systèmes de régulation extrême ont des effets nuisibles sur l'action de recherche et sur l'action de commande du régulateur :

- L'identification partielle de la caractéristique extrême devient plus difficile et plus lente.

- L'action de la commande ne se fait pas sentir instantanément.

Une première méthode pour appliquer les algorithmes d'extrémalisation proposés dans le chapitre précédent à des systèmes comportant des inerties serait de prévoir après chaque pas de recherche et de commande un pas de repos d'une durée égale au temps de réponse du système. Cependant un tel procédé diminue les performances de rapidité de façon très sensible.

Une deuxième méthode, nécessitant une complication du bloc de calcul, permet de réduire dans une large mesure la dégradation de la rapidité causée par l'effet des inerties. L'application de la méthode, utilisable si les inerties sont connues approximativement, entraîne une modification de l'action de recherche et de l'action de commande.

La durée de l'action de recherche est raccourcie en mesurant la variation de la grandeur de sortie, due à un pas de recherche effectué sur la variable d'entrée, non pas en régime définitif après le temps de réponse du système, mais en régime transitoire. En admettant que les inerties (W_1 et W_2) et l'amplitude ΔX du pas de recherche soient connues, il est possible d'avoir une information sur la dérivée première $\frac{dy}{dx}$ au point de fonctionnement initial en mesurant l'évolution de la réponse Δy très peu de temps après l'application de l'échelon de recherche ("lecture prématurée").

L'action de commande peut être accélérée dans le cas où une inertie se trouve avant la caractéristique extrême, de la manière suivante :

Au début de l'action de commande est appliqué un échelon d'amplitude aussi grande que possible, les limitations étant fonction des contraintes technologiques. Cette commande dite "exagérée" permet d'obtenir au début du régime transitoire une réponse plus rapide. Après un certain temps, déterminé par le calcul de la distance extrénum - point de fonctionnement, et par la connaissance des caractéristiques de la partie linéaire dynamique W_1 , une commande qui porte la variable d'entrée à la position correspondante de l'extrénum de la parabole (P) est appliquée. Nous appellerons cette commande "définitive" [18].

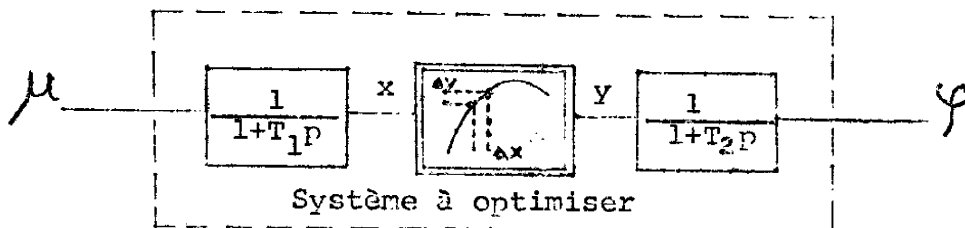
Remarque : En principe les considérations de ce paragraphe sont valables pour n'importe quelles caractéristiques des parties dynamiques W_1 et W_2 , le nombre et l'ordre des inerties peuvent théoriquement être quelconques. Bien entendu, dans le cas d'un retard pur, on ne peut échapper à ses effets.

Dans les paragraphes qui suivent nous étudions le principe de la "lecture prématurée" et de la "commande exagérée et définitive" dans le cas où les différents pas de chaque séquence d'optimisation sont de durée constante (les réponses et commandes sont modulées en amplitude).

Dans le chapitre VI nous appliquons ce principe pour une méthode de régulation extrême par extrapolation où les pas ont une durée dépendante des conditions de fonctionnement (les réponses et commandes d'amplitude constante sont modulées en durée).

IV-2 CAS OÙ LA CARACTERISTIQUE EXTREMALE EST ENCADREE PAR DEUX INERTIES DU PREMIER ORDRE

Considérons tout d'abord le cas où une partie dynamique de la forme $W_1 = \frac{I}{I + T_1 p}$ et une partie dynamique $W_2 = \frac{I}{I + T_2 p}$ encadrent la caractéristique extrême (F), voir figure IV-2.



- Figure IV-2 -

Nous supposons que les grandeurs intermédiaires x et y ne sont pas accessibles.

IV-2.1 Extrapolation à partir de 2 points

Tout d'abord nous montrons de quelle façon on peut appliquer la méthode d'extrapolation parabolique à partir de 2 points détectés, méthode qui est décrite dans le chapitre précédent, pour le système de la figure IV-2.

a) "Lecture prématurée"

Considérons de nouveau la relation :

$$dx^* = P_h \cdot \frac{\Delta y}{\Delta x} - \frac{\Delta x}{2} \quad (\text{III-13})$$

donnant l'amplitude de la commande à effectuer pour atteindre l'extrémum de la parabole (P), P_h étant fixé, Δx et Δy étant connus. Maintenant l'échelon de recherche doit être appliqué en μ et la réponse peut être mesurée seulement en φ .

L'équation décrivant le système de la figure IV-2 est une équation différentielle du 2ème ordre, non linéaire du 2ème degré (si la caractéristique extrémale est assimilée à une parabole) et de fait difficile à résoudre. L'amplitude des pas étant petite, nous supposons pour le calcul qui suit que la caractéristique extrémale est approchée par des segments de droite dont la longueur projetée sur l'axe des x correspond à l'amplitude du pas de recherche Δx (figure IV-2).

Si nous appliquons un pas de recherche $\Delta \mu$ à la variable d'entrée μ à un instant $t = 0$, la grandeur intermédiaire x va évoluer selon la loi :

$$x(t) = \Delta \mu (1 - e^{-t/T_1}) \quad (\text{IV-1})$$

avec $E = 2,718 \dots$

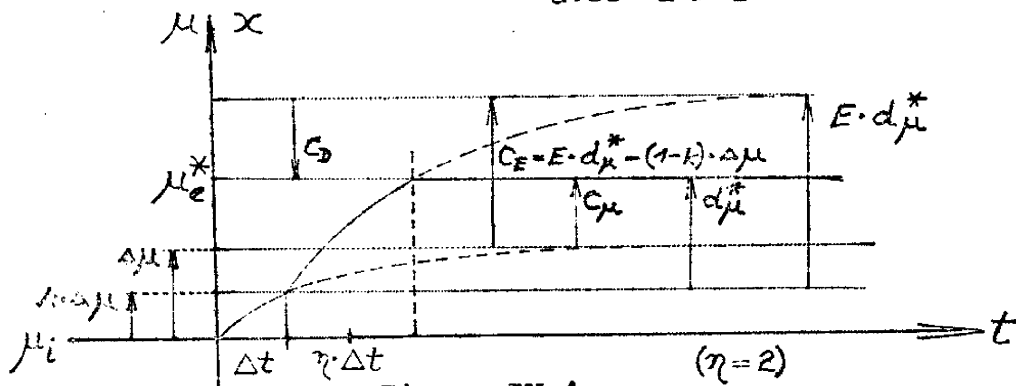
La formule (IV-II) donne ainsi l'amplitude de la commande à appliquer à la variable d'entrée pour que le point de fonctionnement évolue, durant le temps de réponse du système, jusqu'au point correspondant à l'extrémum de la parabole hypothétique (P) (figure IV-3).

b) "Commande exagérée"

Pour améliorer la rapidité d'action nous appliquons en début de régie transitoire une "commande exagérée" (figure IV-4).

$$C_E = E \cdot d_{\mu}^* - (1-k) \cdot \Delta\mu \quad (IV-12)$$

avec $E > 1$



- Figure IV-4 -

Le choix de E (coefficient d'exagération) dépend des limitations technologiques du système à extrémaliser. Le temps durant lequel est appliquée la commande exagérée dépend de la valeur de E. Ce temps doit être un multiple η de Δt , car l'horloge du régulateur délivre des pas de durée Δt constante.

Ainsi, si nous voulons faire évoluer la variable x (figure IV-4) de d_{μ}^* dans le temps $\eta \cdot \Delta t$ (système supposé au repos pour $t = \Delta t$), il est nécessaire d'appliquer en μ une commande exagérée de l'amplitude

$$E \cdot d_{\mu}^* = \frac{d_{\mu}^*}{1 - e^{-\eta \Delta t / T}}$$

En posant (IV-5) dans (IV-6) on a :

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta y}{\Delta x} \cdot e \cdot \Delta\mu \quad (\text{IV-8})$$

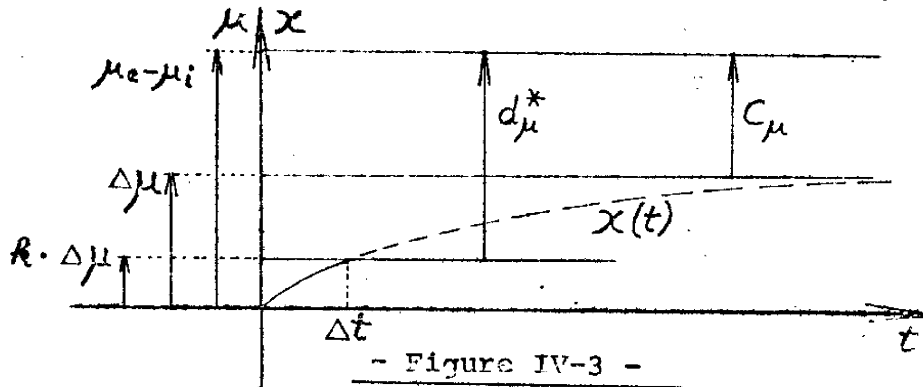
En considérant les relations (IV-2), (IV-8) et (III-13) on obtient l'égalité suivante :

$$\mu_e^* - \mu_i - k \Delta\mu = d_\mu^* = \frac{\Delta\varphi \cdot \rho_b}{e \cdot \Delta\mu} - \frac{\Delta\mu \cdot k}{2} \quad (\text{IV-9})$$

(Voir figure III-3)

avec e = valeur correspondant à l'extrémum de la parabole hypothétique (P).

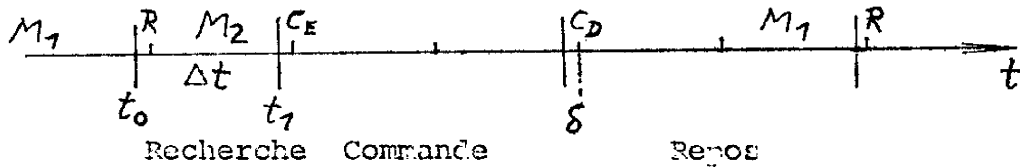
i = valeur initiale de la variable d'entrée.



Si nous voulons connaître l'amplitude de la commande à effectuer sur la variable d'entrée pour atteindre l'extrémum de la parabole hypothétique (P), nous devons retrancher de d_μ^* la valeur de $(1 - k)\Delta\mu$, ceci parce qu'à la variable d'entrée μ a été appliqué non pas l'échelon $\Delta\mu \cdot k = \Delta x$ mais l'échelon $\Delta\mu$:

$$\mu_e^* - \mu_i - \Delta\mu = C_\mu = d_\mu^* - (1 - k)\Delta\mu \quad (\text{IV-10})$$

et avec (IV-9) :
$$C_\mu = \frac{\Delta\varphi \cdot \rho_b}{e \cdot \Delta\mu} - \Delta\mu \left(1 - \frac{k}{2}\right) \quad (\text{IV-11})$$



- Figure IV-5 -

- τ pas de recherche de durée Δt . Cette valeur de Δt est calculée de façon que dans le cas de fonctionnement le plus défavorable, la réponse $\varphi(t)$, après un pas de recherche, soit suffisamment grande par rapport au seuil de l'élément de mesure du régulateur (voir appendice).

- η pas de commande d'une durée de Δt chacun. La valeur entière de η est déterminée de manière que le coefficient d'exagération soit compatible avec les contraintes du système à optimiser.

- η' pas de repos ayant chacun une durée de Δt . Le temps de repos $\eta' \cdot \Delta t$ doit être de l'ordre de grandeur du temps de réponse de l'inertie W_2 ^{située} après la caractéristique extrême. Le temps de repos est nécessaire parce qu'à la fin de l'action de commande seules les grandeurs intermédiaires x et y sont approximativement à la valeur optimale, la variable de sortie φ est alors encore en évolution.

Chronologiquement les actions du régulateur se font comme suit :

- A l'instant t_0 la valeur φ_0 de la variable de sortie est mise en mémoire. Le bloc de commande applique à la variable d'entrée l'échelon suivant :

$$R = \int_{t_0}^{t_0 + \delta} \Delta \mu \cdot \alpha \cdot dt = \Delta \mu \quad (IV-17)$$

avec δ : durée d'intégration $\delta \ll \Delta t$
 α : gain d'intégration $\alpha \cdot \delta = 1$

avec $T_I =$ constante de temps de l'inertie du 1er ordre située avant la caractéristique extrême.

Le coefficient d'exagération sera donc :

$$E = \frac{1}{1 - e^{-\eta \cdot \Delta t / T_I}} \quad (\text{IV-I3})$$

Avec (IV-9), (IV-I2) et (IV-I3) nous pouvons calculer la commande exagérée à appliquer à l'instant $t = \Delta t$ (système en évolution) :

$$C_E = \frac{1}{1 - e^{-\eta \cdot \Delta t / T_I}} \left(\frac{\Delta \varphi \cdot Ph}{e \cdot \Delta \mu} - \frac{\Delta \mu \cdot k}{2} \right) - (1-k) \Delta \mu \quad (\text{IV-I4})$$

Cette commande exagérée reste appliquée durant toute l'action de commande de durée $\eta \Delta t$.

c) "Commande définitive"

Le point de fonctionnement dépasserait l'extrémum et la variable de sortie s'éloignerait de nouveau de la valeur optimale si la "commande exagérée" restait appliquée plus longtemps que le temps $\eta \Delta t$ prévu. A l'instant $t = \Delta t + \eta \Delta t$ (fin de l'action de commande) il faut donc ramener la variable d'entrée à la valeur correspondant au régime définitif voulu. Ceci se fait en appliquant la "commande définitive". D'après la figure IV-4 nous pouvons déterminer l'amplitude de cette commande définitive C_D :

$$C_D = C_\mu - C_E = d_\mu^* - E \cdot d_\mu^* \quad (\text{IV-I5})$$

$$C_D = (1-E) \cdot \left(\frac{\Delta \varphi \cdot Ph}{e \cdot \Delta \mu} - \frac{\Delta \mu \cdot k}{2} \right) \quad (\text{IV-I6})$$

d) Algorithme d'extrémalisation

La séquence d'extrémalisation se compose des pas suivants :

Les courbes des résultats expérimentaux de ce dernier algorithme sont reproduites et commentées dans le § 2.3.b .

IV-2.2 Extrapolation à partir de 3 points

La méthode d'extrapolation à partir de 3 points est applicable aussi aux systèmes tels que la caractéristique extrême soit encadrée par deux inerties du premier ordre. Par rapport à la méthode utilisant 2 points, l'action de recherche se complique légèrement, car en considérant la réponse $\varphi(t)$ au 2ème pas de recherche, il faut tenir compte de la répercussion du 1er pas de recherche sur cette réponse, le système étant en régime transitoire lors de l'application du 2ème pas de recherche.

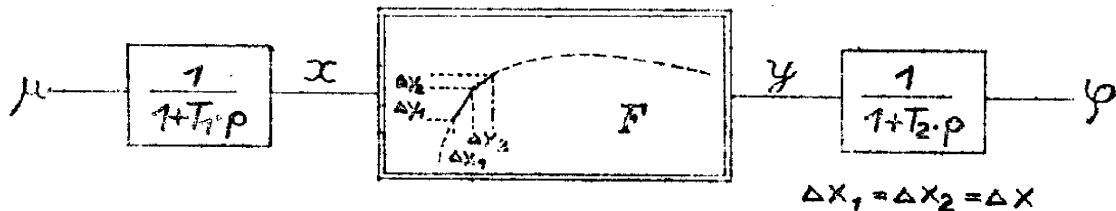
a) "Lecture prématurée"

Prenons comme base la relation

$$x_e^* - x_i - 2\Delta x = dx^* = \Delta x \frac{0,5 \Delta y_1 - 0,5 \Delta y_2}{\Delta y_1 - \Delta y_2} - 2 \Delta x \quad (\text{III-26})$$

donnant la distance entre l'extrémum de (P) et le point de fonctionnement après les 2 pas de recherches, pour la variable x.

L'équation différentielle décrivant le comportement du système de la figure IV-6 est du 2ème ordre et non linéaire du 2ème degré (caractéristique extrême supposée de forme parabolique), et est de ce fait difficile à résoudre.



- Figure IV-6 -

- Après la durée Δt du pas de recherche la valeur φ_1 est mise en mémoire à l'instant t_I . La commande suivante est alors effectuée (d'après IV-14) :

$$c_E = \int_{t_I}^{t_I + \eta \Delta t} \left[E \left(\frac{\Delta \varphi \cdot P_h}{e \cdot \Delta \mu} - \frac{\Delta \mu \cdot k}{2} \right) - (1 - k) \Delta \mu \right] \cdot \alpha \cdot dt \quad (IV-18)$$

$$\text{avec } E = 1 / (1 - e^{-\eta \cdot \Delta t / T_1}) \quad (IV-13)$$

$\Delta \varphi = \varphi_1 - \varphi_0$ variation de la grandeur de sortie due au pas de recherche.

$P_h = \dots \dots \dots$ Paramètre fixé a priori

$$k = 1 - e^{-\Delta t / T_1} \quad (IV-3)$$

$$e = \frac{T_1}{T_2 - T_1} e^{-\Delta t / T_1} - \frac{T_2}{T_2 - T_1} e^{-\Delta t / T_2} + 1 \quad (IV-7)$$

- La commande exagérée reste appliquée jusqu'à l'instant $t_I + \eta \cdot \Delta t$. A ce moment est appliquée la commande définitive d'amplitude : (d'après IV-16)

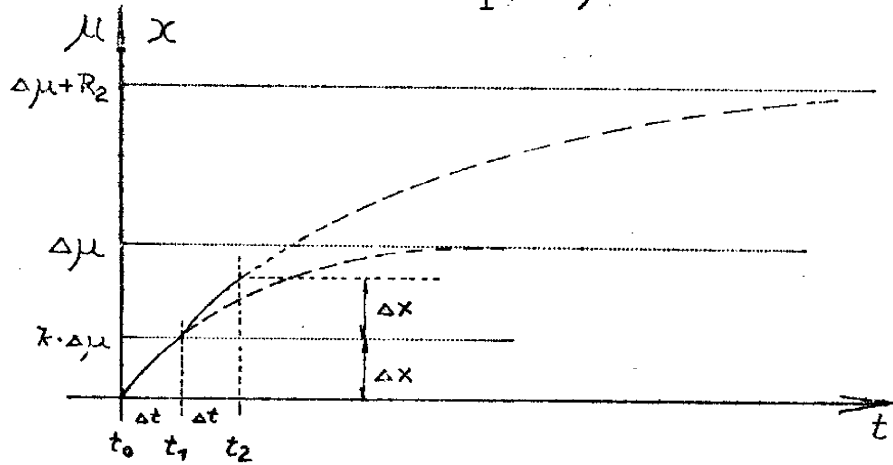
$$c_D = \int_{t_I + \eta \cdot \Delta t}^{t_I + \eta \cdot \Delta t + \delta} \left[(1 - E) \cdot \left(\frac{\Delta \varphi \cdot P_h}{e \cdot \Delta \mu} - \frac{\Delta \mu \cdot k}{2} \right) \right] \cdot \alpha \cdot dt \quad (IV-19)$$

- Enfin pour $t_I + \eta \cdot \Delta t + \delta < t < t_I + \eta \cdot \Delta t + \eta' \cdot \Delta t$ le régulateur extrémal reste au repos, le système à optimiser peut évoluer jusqu'au nouveau régime définitif.

Nous ne donnons pas ici les résultats expérimentaux de cet algorithme d'extrapolation à partir de 2 points pour les systèmes avec inerties. Les performances en présence d'inerties sont approximativement les mêmes que celles de l'algorithme d'extrapolation à partir de 2 et 3 points décrit plus loin. Il y a une différence de performances des algorithmes proposés lorsqu'on considère le comportement en présence de caractéristiques extrémales n'ayant pas une forme parabolique.

L'évolution de x durant le 1er pas de recherche est :

$$\Delta x_1 = \Delta \mu \cdot k = \Delta x \quad (\text{IV-2})$$



- Figure IV-7 -

L'évolution de x durant le 2ème pas de recherche est :

$$\Delta x_2 = [\Delta \mu - \Delta \mu \cdot k + R_2] \cdot (1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_1}}) \quad (\text{IV-23})$$

avec R_2 : échelon du 2ème pas de recherche.

Nous calculons maintenant R_2 de façon que $\Delta x_2 = \Delta x_1 = \Delta x$ et obtenons avec $1 - e^{-\frac{\Delta t}{T_1}} = k$

$$(\text{IV-3})$$

$$R_2 = k \cdot \Delta \mu \quad (\text{IV-24})$$

Réponse Δx_2^* de la variable de sortie après le 2ème pas de recherche

Nous partons de la relation suivante (voir figure IV-8)

$$\varphi^x(t^*) = c_1 \cdot e^{-\frac{t^*}{T_1}} + c_2 \cdot e^{-\frac{t^*}{T_2}} + \Delta \mu [G_1(k-e) + G_2] \quad (\text{IV-25})$$

(courbe φ^x de la figure IV-8)

Pour simplifier, nous approchons dans le calcul qui suit la forme de la caractéristique extrême, dans la zone de fonctionnement, à deux segments de droite dont la longueur projetée sur l'axe des x correspond à l'amplitude constante Δx des pas de recherche.

Amplitude (R_1) du 1er pas de recherche à la variable d'entrée

Pour que le point de fonctionnement varie sur la caractéristique extrême (F) durant le temps Δt de Δx , nous devons appliquer à l'entrée l'échelon

$$R_1 = \frac{\Delta x}{k} = \Delta \mu \quad (\text{IV-20}) \quad \text{avec } k = 1 - \varepsilon^{-\frac{\Delta t}{T_1}} \quad (\text{IV-3})$$

(système supposé au repos au début de l'action de recherche)

Réponse de la variable de sortie après le 1er pas de recherche ($\Delta \varphi_1$)

La réponse de la variable de sortie φ , lorsque le pas de recherche $\Delta \mu$ est appliqué, est :

$$\Delta \varphi_1 = \Delta \mu \cdot G_1 \cdot e \quad (\text{d'après l'équation IV-6})$$

avec $G_1 = \frac{\Delta y_1}{\Delta x} \quad \text{---} \quad (\text{IV-21}) \quad (\text{gain pour la zone } \Delta X_1 \text{ d'après la figure IV-6})$

Amplitude (R_2) du 2ème pas de recherche

Après le 1er pas de recherche $\Delta \mu$, l'abscisse du point de fonctionnement sur la caractéristique s'est déplacée de Δx .

Pour que l'équation III-26 soit valable, il faut que l'abscisse de ce point de fonctionnement varie aussi de Δx après le 2ème pas de recherche.

$$\Delta\varphi_{2c} = \Delta\varphi_2 - h \cdot \Delta\varphi_1 \quad (\text{IV-34c})$$

Si nous posons :

$$\left. \begin{aligned} \Delta\varphi_1 &= \frac{\Delta Y_1}{\Delta x} \cdot e \cdot \Delta\mu \\ \Delta\varphi_{2c} &= \frac{\Delta Y_2}{\Delta x} \cdot e \cdot \Delta\mu \end{aligned} \right\} \text{d'après (IV-8)}$$

et $\Delta x = k \cdot \Delta\mu$ (IV-2)

dans la relation (III-26) déterminée au ch. III

$$x_e^* - x_i - 2\Delta x = d_x^* = \Delta x \frac{1,5 \Delta Y_1 - 0,5 \Delta Y_2}{\Delta Y_1 - \Delta Y_2} - 2\Delta x \quad (\text{III-26})$$

nous obtenons la formule suivante :

$$\mu_e^* - \mu_i - 2k \cdot \Delta\mu = d_\mu^* = k \Delta\mu \frac{1,5 \Delta\varphi_1 - 0,5 \Delta\varphi_{2c}}{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_{2c}} \quad (\text{IV-38})$$

avec μ_e^* = valeur correspondant à l'extrémum de la parabole hypothétique (P)

μ_i = valeur initiale de la variable d'entrée

$\Delta\varphi_1$ = réponse due au 1er échelon de recherche

$\Delta\varphi_{2c}$ = réponse corrigée due seulement au 2ème échelon de recherche, voir équations

(IV-37) et (IV-38).

D'après la figure IV-9, ce n'est pas la valeur de d_μ^* qu'il faut appliquer en μ pour atteindre l'extrémum de (P) mais la valeur de C_μ , ceci parce que l'amplitude des 2 pas de recherches déjà appliqués à l'entrée est $R_1 + R_2 = \Delta\mu + k \cdot \Delta\mu$ et non pas $2 \cdot k \cdot \Delta\mu$.

$$C_\mu = \mu_e^* - \mu_i - \Delta\mu(1+k)$$

$$C_\mu = d_\mu^* - (\Delta\mu + k \cdot \Delta\mu) + 2k \cdot \Delta\mu$$

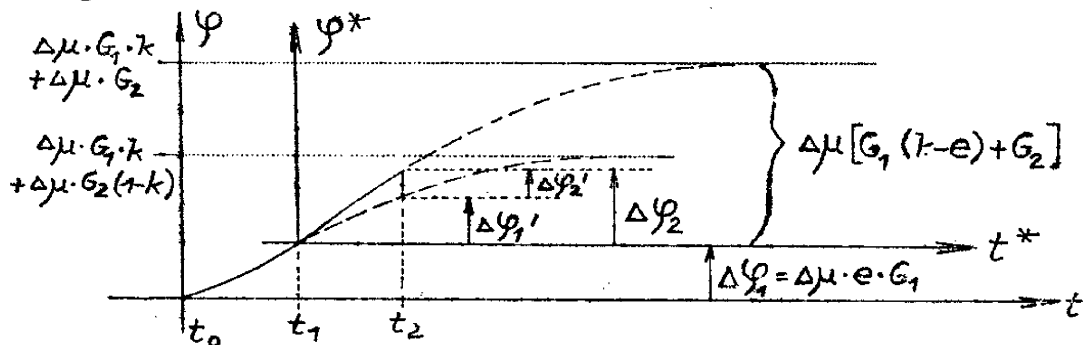
avec $k \cdot \Delta\mu = R_2$ (IV-24)

C_1, C_2 , constantes d'intégration de l'équation différentielle qui donne $\varphi^*(t)$

$$G_2 = \frac{\Delta Y_2}{\Delta X} \quad \begin{matrix} \text{(IV-26)} \\ \text{(figure IV-6)} \end{matrix}$$

(gain du système pour la zone ΔX_2)

A partir du moment où le point de fonctionnement en x atteint la valeur de $x_1 + \Delta x$ (voir figure IV-6, IV-7 et IV-8) la pente (gain) de la fonction non linéaire passe de G_1 à G_2 (simplification).



- Figure IV-8 -

A l'instant t_I (début du 2ème pas de recherche) le système est en évolution avec la vitesse suivante :
(différentiation de l'équation (IV-4) avec $G = G_1$)

$$\dot{\varphi} = \frac{\Delta\mu \cdot G_1}{T_2 - T_1} \left(e^{-\frac{t}{T_2}} - e^{-\frac{t}{T_1}} \right) \quad \text{(IV-27)}$$

(courbe $\varphi(t)$ de la figure IV-8)

Avec $t = \Delta t$

$$\dot{\varphi} = \frac{\Delta\mu \cdot G_1}{T_2 - T_1} \left(e^{-\frac{\Delta t}{T_2}} - e^{-\frac{\Delta t}{T_1}} \right) \quad \text{(IV-28)}$$

Nous avons donc les conditions initiales suivantes :

$$\varphi^* = 0; \quad t^* = t - t_1 = 0; \quad \dot{\varphi}^*_{t^*=0} = \dot{\varphi}_{t=t_1} = \frac{\Delta\mu \cdot G_1}{T_2 - T_1} \left(e^{-\frac{\Delta t}{T_2}} - e^{-\frac{\Delta t}{T_1}} \right) \quad \text{(IV-28)}$$

commande à l'instant $t = 2 \cdot \Delta t$ (voir figure IV-9).

Pour le choix de la valeur de E , il faut tenir compte de la technologie du processus.

La relation entre la valeur de E et la durée $\eta \Delta t$ de l'action de commande, durant laquelle on laisse évoluer le système, a la forme suivante :

$$E = \frac{1}{1 - e^{-\eta \Delta t / \tau_1}} \quad (\text{IV-13})$$

En portant (IV-38) dans (IV-41) on obtient :

$$C_E = E \cdot \left(k \Delta \mu \frac{1,5 \Delta \varphi_1 - 0,5 \Delta \varphi_{2c}}{\Delta \varphi_1 - \Delta \varphi_{2c}} - 2k \Delta \mu \right) - \Delta \mu (1-k) \quad (\text{IV-42})$$

La commande définitive est appliquée à la fin de l'action de commande:

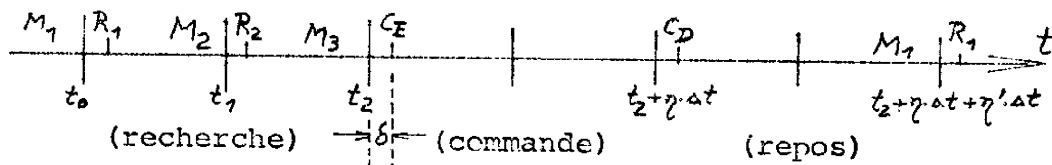
$$C_D = C_\mu - C_E = d_\mu^x \cdot E \cdot d_\mu^x \quad (\text{IV-15})$$

Avec (IV-33)

$$C_D = (1-E) \left[k \Delta \mu \frac{1,5 \Delta \varphi_1 - 0,5 \Delta \varphi_{2c}}{\Delta \varphi_1 - \Delta \varphi_{2c}} - 2 \cdot k \Delta \mu \right] \quad (\text{IV-43})$$

c) Algorithme d'extrémalisation

Une séquence d'extrémalisation utilisant le procédé d'extrapolation à partir de 3 points détectés, appliqué à un système où la caractéristique extrême est encadrée par deux inerties, a la configuration suivante : (voir figure IV-10)



- Figure IV-10 -

proportionnelle à G_2 avec le même coefficient $\Delta\mu \cdot e$.

$$\Delta\varphi_{2c} = \Delta\mu \cdot G_2 \cdot e = \frac{\Delta\varphi_2'}{k} = \Delta\varphi_{2c} \quad (\text{IV-33})$$

Elaboration de $\Delta\varphi_{2c}$ à partir des valeurs données explicitement $\Delta\varphi_1$ et $\Delta\varphi_2$

Sont mis en mémoire par le régulateur :

$$\Delta\varphi_1 = \Delta\mu \cdot e \cdot G_1 \quad (\text{IV-6})$$

$$\Delta\varphi_2 = \Delta\mu \cdot G_1 \left(\mathcal{E}^{-\frac{\Delta t}{T_2}} - \mathcal{E}^{-\frac{\Delta t}{T_1}} \right)^2 \frac{T_1 \cdot T_2}{(T_2 - T_1)^2} + c \left[\Delta\mu \cdot G_1 (k-e) + \Delta\mu \cdot G_2 \right] \quad (\text{IV-29})$$

Nous cherchons :

$$\Delta\varphi_{2c} = \Delta\mu \cdot e \cdot G_2 \quad (\text{VI-33})$$

En combinant (IV-33) et (IV-6) avec (IV-29) nous obtenons :

$$\Delta\varphi_{2c} = \Delta\varphi_2 - \frac{\Delta\varphi_1}{e} \left[\frac{T_1 \cdot T_2}{(T_2 - T_1)^2} \left(\mathcal{E}^{-\frac{\Delta t}{T_2}} - \mathcal{E}^{-\frac{\Delta t}{T_1}} \right)^2 + e(k-c) \right] \quad (\text{IV-34a})$$

Avec l'identité

$$\frac{T_1 \cdot T_2}{(T_2 - T_1)^2} \left(\mathcal{E}^{-\frac{\Delta t}{T_2}} - \mathcal{E}^{-\frac{\Delta t}{T_1}} \right)^2 = (k-e)(\bar{k}-e) \quad (\text{IV-35})$$

$$\text{où } \bar{k} = 1 - \mathcal{E}^{-\Delta t/T_2} \quad (\text{IV-35})$$

Nous pouvons écrire :

$$\Delta\varphi_{2c} = \Delta\varphi_2 - \frac{\Delta\varphi_1}{e} (k-e) \cdot \bar{k} \quad (\text{IV-34b})$$

$$\text{En posant } h = \frac{T_1 \cdot T_2}{e(T_2 - T_1)^2} \left(\mathcal{E}^{-\Delta t/T_2} - \mathcal{E}^{-\Delta t/T_1} \right)^2 + (k-e) \quad (\text{IV-37a})$$

dans (IV-34a)

$$\text{ou } h = \frac{(k-e) \cdot \bar{k}}{e} \quad (\text{37-b})$$

dans (IV-34b) , nous obtenons une relation simplifiée :

E: coefficient d'exagération

$$E = \frac{1}{1 - \xi - \frac{\eta \cdot \Delta t}{T_1}} \quad (\text{IV-13})$$

(voir considérations au § 2.1.b de ce chapitre pour le choix de η)

- A l'instant $t_2 + \eta \cdot \Delta t$ la commande définitive est appliquée (d'après IV-43) :

$$C_D = \int_{t_2 + \eta \cdot \Delta t}^{t_2 + \eta \cdot \Delta t + \delta} (1-E) (k \Delta \mu) \frac{1,5 \Delta \varphi_1 - 0,5 \Delta \varphi_{2c}}{\Delta \varphi_1 - \Delta \varphi_{2c}} - 2 \cdot k \Delta \mu \cdot \alpha \cdot dt \quad (\text{IV-47})$$

Le nombre des pas de commande est déterminé d'après la valeur admissible du coefficient d'exagération.

- Pour $t_2 + \eta \cdot \Delta t < t < t_2 + \eta \cdot \Delta t + \eta' \cdot \Delta t$ le régulateur est au repos. Le nombre entier de η' est choisi de façon que $\eta' \cdot \Delta t$ soit de l'ordre de grandeur du temps de réponse de l'inertie ω_2 située après la caractéristique extrémale. Pendant ce temps, le système peut évoluer jusqu'au nouveau régime définitif avant qu'une autre séquence d'extrémalisation soit entamée.

IV-2.3 Extrapolation combinée à partir de 2 et 3 points

L'application de cette méthode aux systèmes avec inerties se fait d'une manière semblable à celles qui viennent d'être décrites pour les méthodes d'extrapolation à partir de 2 ou 3 points. C'est ainsi que la "lecture prératurée" est faite de la même façon que pour la méthode d'extrapolation à partir de 3 points.

D'après (III-27), avec $\Delta \varphi = \Delta \mu \frac{\Delta Y}{\Delta X} \cdot e$ (IV-8) et $\Delta x = k \cdot \Delta \mu$ (IV-3) :

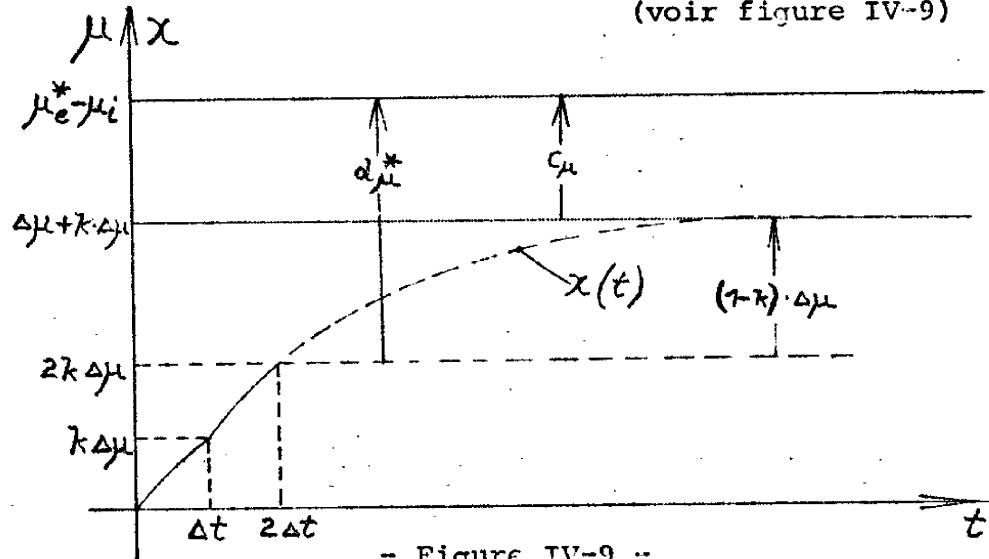
$$\mu e^x - \mu_1 - 2 \cdot k \Delta \mu = d_{\mu}^x = n \cdot z_{\mu} - (n-1) \frac{P_h}{P_v} \cdot z_{\mu} \quad (\text{IV-48})$$

$$c_{\mu} = d_{\mu}^* - \Delta\mu \cdot (1-k) \quad (\text{IV-39})$$

Avec (IV-38) nous obtenons :

$$c_{\mu} = k \cdot \Delta\mu \frac{1,5\Delta\varphi_1 - 0,5\Delta\varphi_{2c}}{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_{2c}} - \Delta\mu \cdot (1+k) \quad (\text{IV-40})$$

(voir figure IV-9)



- Figure IV-9 -

La formule (IV-40) donne l'amplitude de l'échelon à appliquer à la variable d'entrée μ pour que le système évolue pendant le temps de réponse jusqu'au point correspondant à l'extrémum de la parabole (P).

b) Commande exagérée et définitive

Pour améliorer la rapidité au début du régime transitoire, nous appliquons à la variable d'entrée un échelon d'amplitude plus grande que celle de l'échelon c_{μ} .

$$c_E = E \cdot d_{\mu}^* - (1-k) \Delta\mu \quad (\text{IV-41})$$

Le terme correcteur $(1-k) \Delta\mu$ est dû au fait que le système est en évolution au moment de l'application de la

b) Algorithme d'extrémalisation

Les pas par séquence d'optimisation sont identiques aux pas du § 2.2.c (extrapolation à partir de 3 points).

Seulement l'échelon de commande exagérée est l'échelon de commande définitive sont calculés différemment :

$$C_E = \int_{t_2}^{t_2 + \delta} (C_E \text{ de la formule IV-51}) \cdot \alpha \cdot dt \quad (\text{IV-53})$$

$$C_D = \int_{t_2 + \eta \cdot \Delta t}^{t_2 + \eta \cdot \Delta t + \delta} (C_D \text{ de la formule IV-52}) \cdot \alpha \cdot dt \quad (\text{IV-54})$$

(voir aussi § 2.3.c "application pratique")

c) Application pratique

Une vérification expérimentale de la méthode proposée de régulation extrême par extrapolation combinée à partir de 2 et 3 points a été effectuée.

Le système à extrémaliser fut simulé sur calculatrice analogique EAI-TR48. Un module d'élévation au carré" fournissait une forme parabolique à paramètre ρ_v de la caractéristique extrême. En amont et aval de cette caractéristique ont été simulées des inerties du 1er ordre de constantes de temps T_1 et T_2 .

Dans l'appendice nous avons montré de quelle façon les paramètres de réglage du régulateur extrême peuvent être déterminés, en connaissant les conditions de fonctionnement

- Nous admettons que les inerties du système à extrémaliser peuvent être approchées par deux opérateurs linéaires du 1er ordre dont l'un, de constante de temps $T_1 = 10$ sec, est situé avant la caractéristique extrême et l'autre, de constante de temps $T_2 = 5$ sec, après cette même caractéristique.

- A l'instant t_0 la valeur de φ_0 est mise en mémoire; le bloc de commande applique à la variable d'entrée l'échelon suivant :

$$R_I = \int_{t_0}^{t_0+\delta} \Delta\mu \cdot \alpha \cdot dt = \Delta\mu \quad \text{(IV-44)}$$

(d'après IV-20)

avec δ = durée d'intégration $\delta \ll \Delta t$
 α = gain d'intégration $\alpha \cdot \delta = 1$

- Après la durée Δt du 1er pas de recherche, la valeur de φ_1 est mise en mémoire à l'instant t_1 . La durée de Δt est déterminée de façon que l'évolution de la variable de sortie, après un pas de recherche et dans le cas du fonctionnement le plus défavorable, soit d'amplitude suffisamment grande par rapport au seuil de l'élément de mesure du régulateur (voir l'appendice).

Le bloc de commande applique un 2ème échelon de recherche d'amplitude suivante:

$$R_2 = \int_{t_1}^{t_1+\delta} \Delta\mu \cdot k \cdot \alpha \cdot dt = k \cdot \Delta\mu \quad \text{(IV-45)}$$

(d'après IV-24)

- A l'instant t_2 la valeur de φ_2 est mise en mémoire le bloc de commande applique l'échelon de commande exagérée :

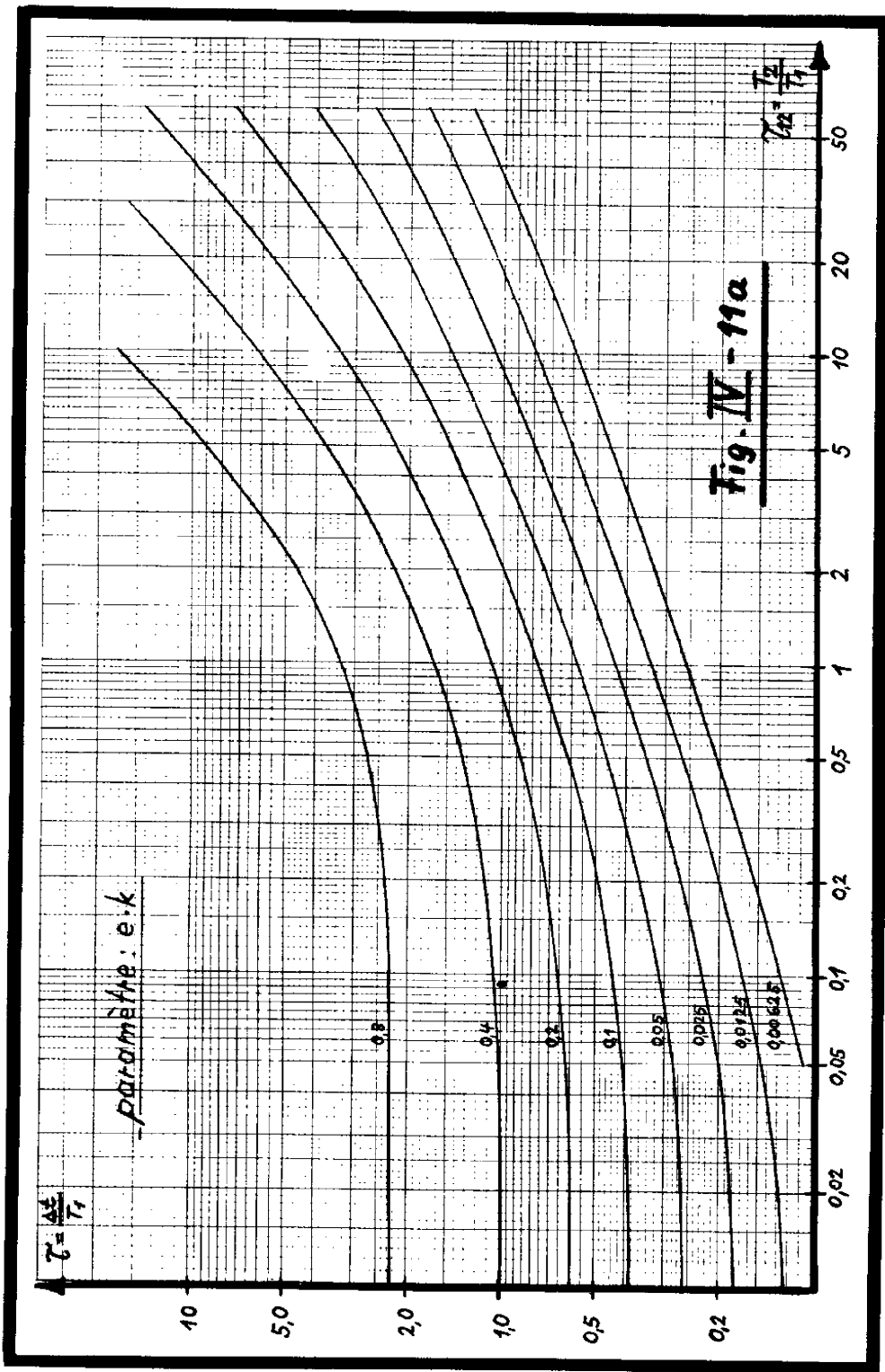
$$C_E = \int_{t_2}^{t_2+\delta} \left(E \left[k \Delta\mu \frac{1,5\Delta\varphi_1 - 0,5\Delta\varphi_{2c}}{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_{2c}} - 2k\Delta\mu \right] - \Delta\mu(1-k) \right) \alpha \cdot dt \quad \text{(IV-46) (d'après IV-42)}$$

avec : $\Delta\varphi_1 = \varphi_1 - \varphi_0$

$\Delta\varphi_{2c} = \Delta\varphi_2 - h \cdot \Delta\varphi_1$

(IV-34c)

avec $\Delta\varphi_2 = \varphi_2 - \varphi_1$



avec n = coefficient à choisir (voir Ch. III-6.2)

P_h = paramètre fixé a priori d'une parabole hypothétique suffisamment voisine de la caractéristique extrémale réelle.

$$Z_\mu = - P_h \frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_{2c}}{2 \cdot e \cdot \Delta\mu} - \Delta\mu \cdot k \quad (\text{IV-49})$$

(d'après III-28)

$\Delta\varphi_1$ = réponse due au 1er échelon de recherche

$\Delta\varphi_{2c}$ = réponse "corrigée" du 2ème échelon de recherche

(voir équ. IV-37)

$$\frac{1}{P_v} = - \frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_{2c}}{e \cdot k \cdot \Delta\mu^2} \quad (\text{IV-50})$$

a) "Commande exagérée et définitive"

Commande exagérée (d'après IV-4I)

$$C_E = E \cdot d_\mu^* - (1-k) \Delta\mu \quad (\text{IV-4I})$$

$$\text{avec } d_\mu^* = n \cdot Z_\mu - (n-1) \frac{P_h}{P_v} \cdot Z_\mu \quad (\text{IV-48})$$

E = coefficient d'exagération (voir §2.I.b)

(IV-48), (IV-49) et (IV-50) dans (IV-4I) :

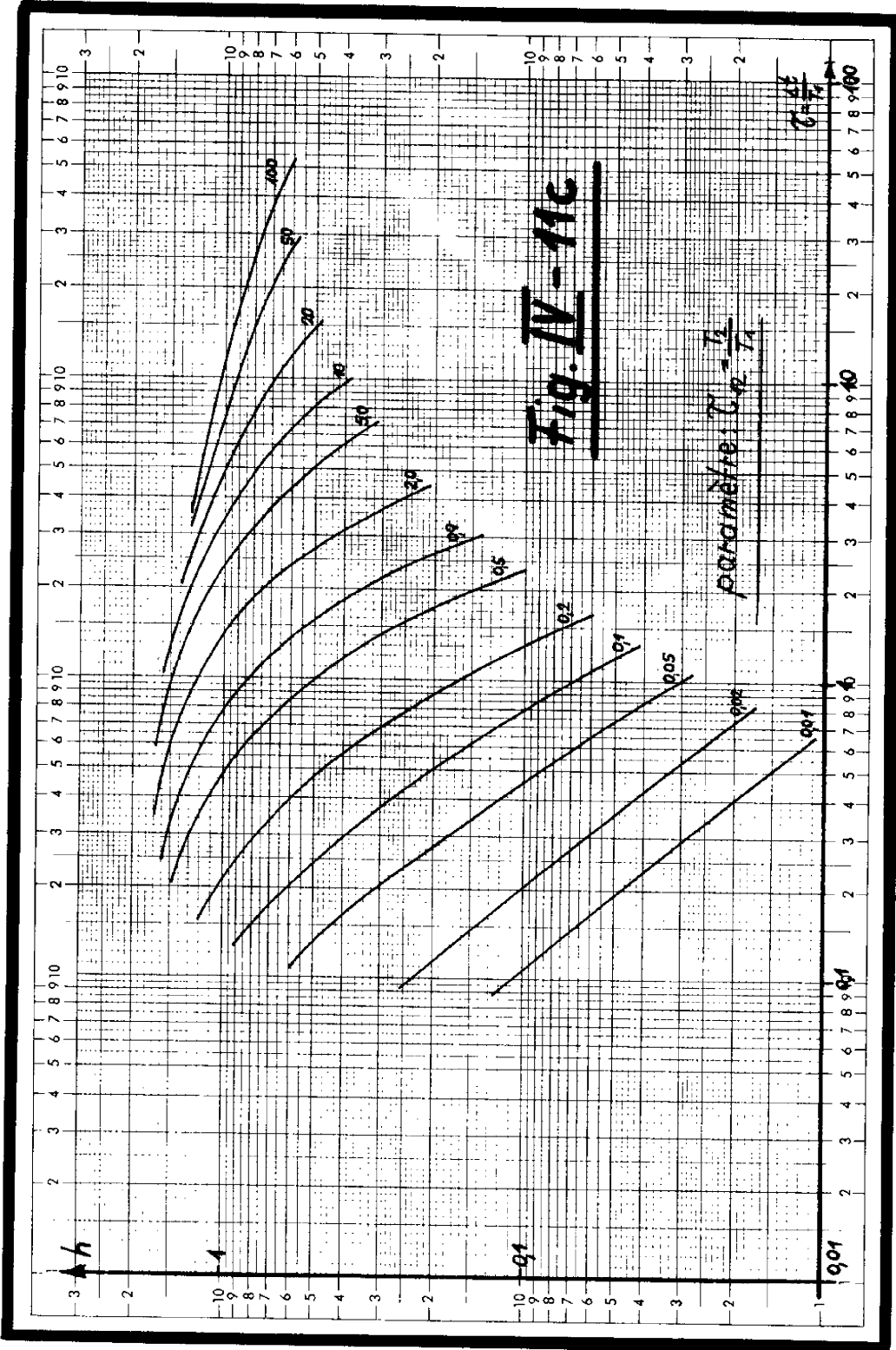
$$C_E = E \left\{ n \left[-P_h \left(\frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_{2c}}{2 \cdot e \cdot \Delta\mu} \right) - \Delta\mu \cdot k \right] - (n-1) P_h \left[-P_h \left(\frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_{2c}}{2 \cdot e \cdot \Delta\mu} \right) - \Delta\mu \cdot k \right] \cdot \left(- \frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_{2c}}{e \cdot k \cdot \Delta\mu^2} \right) \right\} - (1-k) \Delta\mu \quad (\text{VI-5I})$$

Commande définitive (d'après VI-I5)

$$C_D = (1-E) d_\mu^* \quad (\text{IV-I5})$$

avec (IV-48), (IV-49) et (IV-50) :

$$C_D = (1-E) \left\{ n \left[-P_h \left(\frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_{2c}}{2 \cdot e \cdot \Delta\mu} \right) - \Delta\mu \cdot k \right] - (n-1) P_h \left[-P_h \left(\frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_{2c}}{2 \cdot e \cdot \Delta\mu} \right) - \Delta\mu \cdot k \right] \cdot \left(- \frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_{2c}}{e \cdot k \cdot \Delta\mu^2} \right) \right\} \quad (\text{IV-52})$$



- Nous supposons que les données technologiques imposent une amplitude maximale du pas de recherche de $\Delta\mu = 2V$.

- Avec $\Delta\mu = 2V, P_e = -2$ (paramètre supposé à l'extrémum) et avec un module minimal exigé à l'entrée du bloc opérationnel d'au moins 0,05 $\%$, nous obtenons d'après l'équation I4 de l'appendice

$$e \cdot k \approx 0,025 \quad (\text{IV-55})$$

$$\text{avec } e = \frac{T_1}{T_2 - T_1} \mathcal{E}^{-\Delta t/T_1} - \frac{T_2}{T_2 - T_1} \mathcal{E}^{-\Delta t/T_2} + 1 \quad (\text{IV-7})$$

$$k = 1 - \mathcal{E}^{-\Delta t/T_1} \quad (\text{IV-2})$$

En déterminant cette valeur de $e \cdot k$ nous avons tenu compte du fait que dans le cas traité, 2 échelons de recherche sont appliqués et qu'on forme la différence de leurs réponses.

- Le diagramme de la figure IV-IIa nous donne pour $e \cdot k = 0,025$ et pour $\tau_{12} = T_2/T_1 = 0,5$ la valeur de $\tau = \frac{\Delta t}{T_1} \approx 0,35$ (IV-56). Autrement dit, les pas de recherche (et de ce fait tous les autres pas) doivent avoir une durée de :

$$\Delta t = \tau \cdot T_1 = 0,35 \cdot 10 \text{ sec} = 3,5 \text{ sec} \quad (\text{IV-57})$$

(temps d'évolution) pour obtenir la précision exigée quand le point de fonctionnement se trouve près de l'extrémum. (Voir aussi les explications relatives au diagramme identique de la figure IO de l'appendice.)

- En ce qui concerne la "commande exagérée" nous supposons que les contraintes technologiques imposent une amplitude "exagérée" qui soit au maximum le double de l'amplitude "normale" devant être appliquée pour porter le point de fonctionnement durant le temps de réponse du système à l'extrémum présumé.

D'après IV-I3 et en tenant compte de ce qui vient d'être dit :

$$2 \geq \frac{1}{1 - \varepsilon^{-\eta \cdot \tau}} \quad \text{avec } \tau = 0,35$$

$\rightsquigarrow \eta = 2$ (IV-58a)
 $E = 2,0$ (IV-58b)

- Pour le calcul de la commande exagérée et définitive nous avons encore besoin des paramètres suivants :

Vue la forme de la caractéristique extrême supposée variable dans le temps, nous choisissons $n = 1,25$ et $P_h = -4$ (ch. III.6.3.d).

- D'après (IV-2) et (IV-7) ou d'après le diagramme de la figure IV-II b nous obtenons :

$$k \approx 0,3 \quad \text{(IV-59a)}$$

$$c \approx 0,085 \quad \text{(IV-59b)}$$

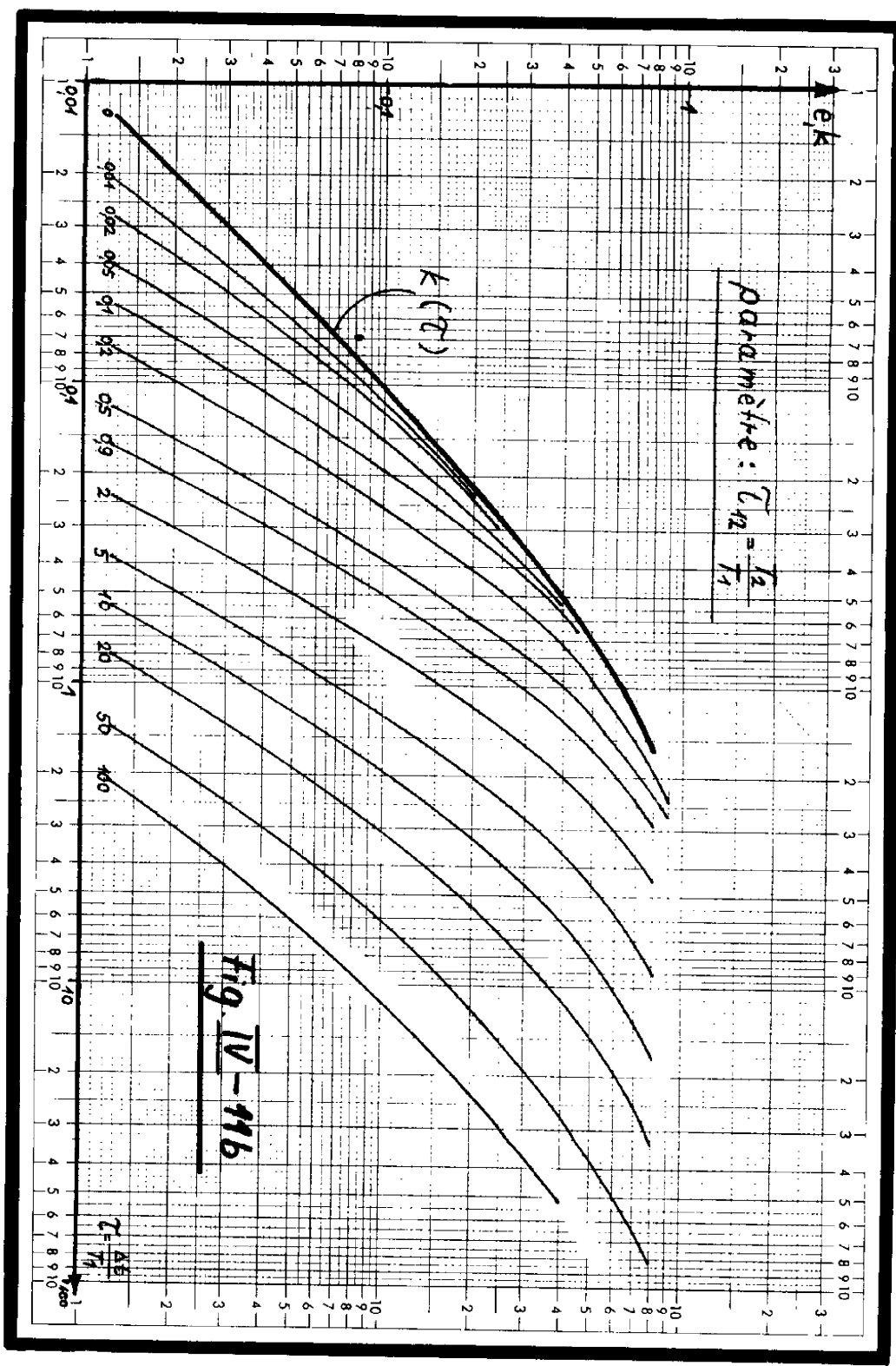
- Nous déterminons ensuite, avec IV-37a ou d'après le diagramme correspondant de la figure IV-IIc :

$$h \approx 1,2 \quad \text{(IV-60)}$$

Remarque Les valeurs des diagrammes IV-IIa, b et c sont valables pour tout système dont les parties dynamiques peuvent être approchées par un opérateur linéaire du 1er ordre situé avant et après la caractéristique extrême.

- Pour la valeur de η' enfin (nombre de pas de repos) nous fixons, vu ce qui a été dit au § 2.2.c de ce chapitre :

$$\eta' \approx \frac{\text{temps de réponse de } W_2}{\Delta t} \approx 5 \quad \text{(VI-6I)}$$



$$C_E = \int_{t_2}^{t_2+\delta} \left\langle L \left(n \left[-P_h \left(\frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_{2c}}{2 \cdot e \cdot \Delta\mu} \right) - \Delta\mu \cdot k \right] - (n-1) \cdot P_h \cdot \left[-P_h \cdot \frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_{2c}}{2 \cdot e \cdot \Delta\mu} - \Delta\mu \cdot k \right] \cdot \left(-\frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_{2c}}{k \cdot e \cdot \Delta\mu^2} \right) - (1-k) \Delta\mu \right\rangle \alpha \cdot dt$$

$\frac{1}{\rho}$

(VI-64a)

avec $E = 2$ (IV-58b)

$n = 1,25$ (Ch. III-6.3.c)

$P_h = -4$ (Ch. III-6.3d)

$\Delta\varphi_1 = \varphi_1 - \varphi_0$ réponse due au 1er échelon de recherche

$\Delta\varphi_{2c}$ = réponse "corrigée" du 2ème échelon de recherche

où $\Delta\varphi_{2c} = \Delta\varphi_2 - h \cdot \Delta\varphi_1$ (IV-34c)

avec $\Delta\varphi_2 = \varphi_2 - \varphi_1$

$h = 1,2$

(VI-60)

$k = 0,3$

(IV-59a)

$e = 0,085$

(IV-59b)

Nous obtenons ainsi avec IV-64a :

$$C_L = \int_{t_2}^{t_2+\delta} \left\langle 2 \left(1,25 \left[12 \left(\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_{2c} \right) - 0,6V \right] - \left[12 \cdot \left(\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_{2c} \right) - 0,6V \right] \cdot \frac{10}{V} \cdot \left(\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_{2c} \right) - 1,4V \right\rangle \alpha \cdot dt$$

(VI-64b)

avec $\Delta\varphi_1 = \varphi_1 - \varphi_0$

$\Delta\varphi_{2c} = \Delta\varphi_2 - 1,2 \cdot \Delta\varphi_1$; $\Delta\varphi_2 = \varphi_2 - \varphi_1$

- L'action de commande dure (d'après IV-58a) $\eta = 2$ pas, elle est terminée à l'instant t_4 où la commande définitive est appliquée (d'après IV-52 et IV-54) :

$$C_D = \int_{t_4}^{t_4+\delta} \left((1-E)n \cdot \left[-P_h \frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_{2c}}{2 \cdot e \cdot \Delta\mu} - \Delta\mu \cdot k \right] - (n-1) \cdot P_h \cdot \left[-P_h \frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_{2c}}{2 \cdot e \cdot \Delta\mu} - \Delta\mu \cdot k \right] \cdot \left[-\frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_{2c}}{e \cdot k \cdot \Delta\mu^2} \right] \right) \alpha \cdot dt$$

$\frac{1}{\rho}$

(VI-65a)

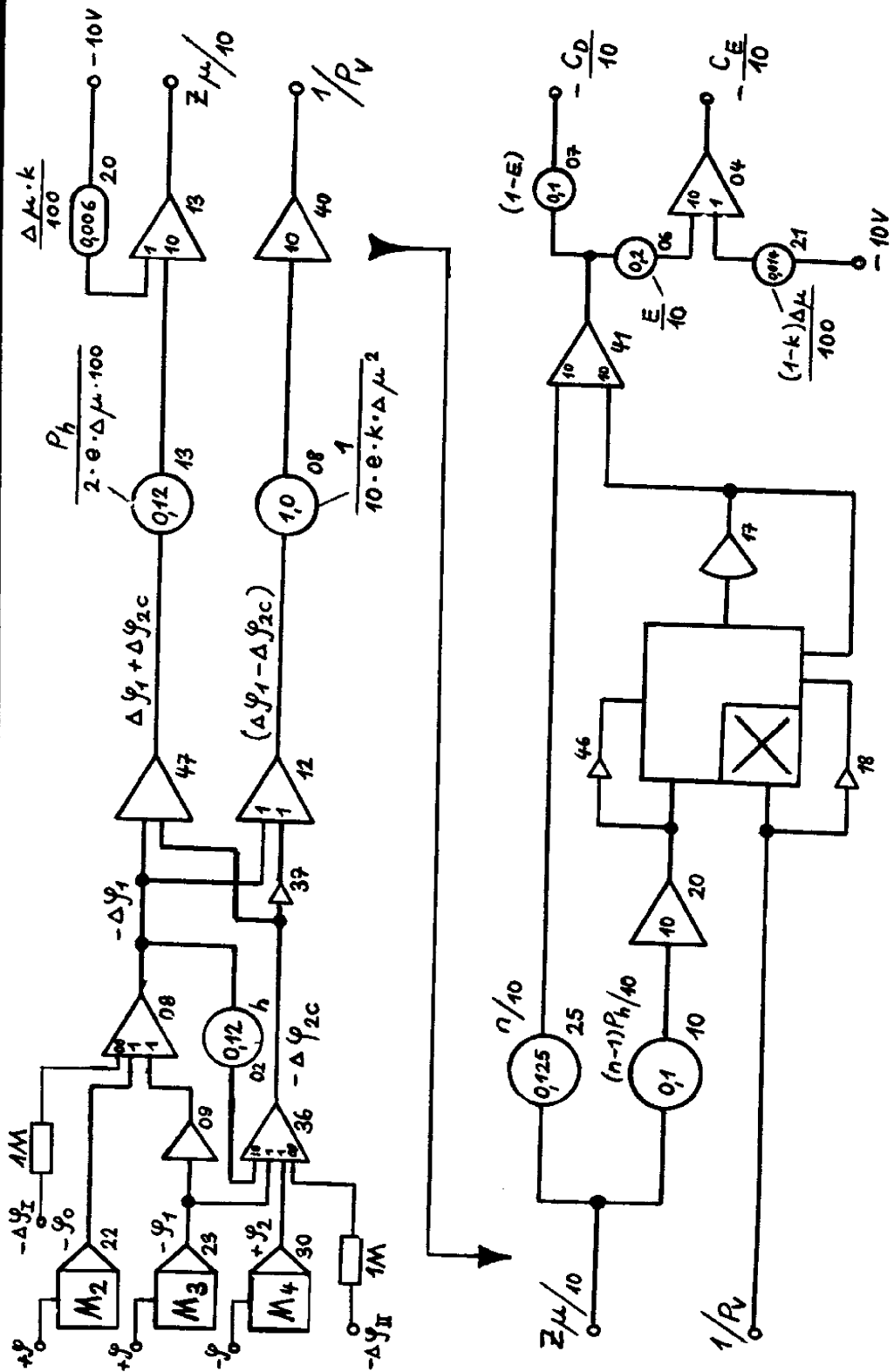


Fig. IV-13

Les chiffres indiqués à côté des éléments de ce schéma se rapportent aux explications technologiques données au chapitre VII.

Avec les valeurs données plus haut :

$$C_D = \int_{t_4}^{t_4 + \delta} -1,25 \left[12 (\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_{2c}) - 0,6V \right] - \left[12 (\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_{2c}) - 0,5V \right] \cdot \alpha \cdot dt \quad (IV-65b)$$

- Après l'action de commande à lieu, durant 5 pas (IV-CI), un temps de repos ; le point de fonctionnement peut évoluer jusqu'au nouveau régime définitif.

La technologie du régulateur est décrite dans le ch. VII, nous nous contentons de donner avec la figure IV-13 le schéma-bloc représentant le montage qui permet d'obtenir le signe et l'amplitude de la commande exagérée et définitive.

Les inscriptions littérales sur le schéma correspondent aux valeurs du cas général, les inscriptions numériques dans les modules indiquent la valeur à ajuster pour le cas particulier traité ici.

Des essais expérimentaux et enregistrements ont été effectués tout d'abord pour montrer l'évolution du point de fonctionnement φ/μ (voir figure IV-I) d'un point initial statique sur la caractéristique extrême de forme parabolique $y=x^2/2p$, jusqu'au pompage autour du point extrême en régime définitif.

Les photographies IV-14a et b montrent que pour les valeurs indiquées (les valeurs réelles des paramètres du système à optimiser correspondent exactement aux valeurs des paramètres affichées sur le régulateur, ceci pour tous les exemples traités dans ce paragraphe) une seule séquence d'optimisation, ne comportant pas de temps de repos, est suffisante pour amener le point de fonctionnement à l'extrémum.

a) $p = -1$; $\Delta t = 2,1 \text{ sec}$
 $T_1 = 5 \text{ sec}$; $T_2 = 1 \text{ sec}$
 $t_{\text{repos}} = 0$
 $\Delta \mu = 0,5 \text{ V}$

b) $p = -5$; $\Delta t = 2,1 \text{ sec}$
 $T_1 = 5 \text{ sec}$; $T_2 = 1 \text{ sec}$
 $t_{\text{repos}} = 0$
 $\Delta \mu = 0,5 \text{ V}$

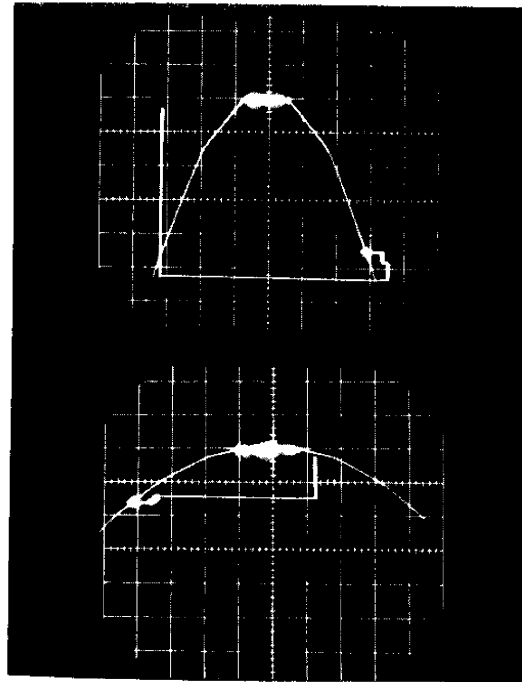
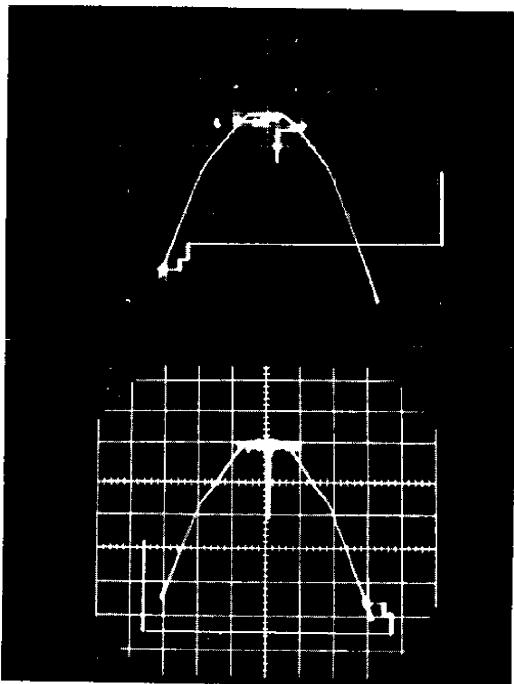


Fig. IV-14

Echelle : la largeur d'un
 carreau correspond à 1V.



c) $p = -1$; $\Delta t = 3,3 \text{ sec}$
 $T_1 = 5 \text{ sec}$; $T_2 = 3 \text{ sec}$
 $t_{\text{repos}} = 0$
 $\Delta \mu = 0,5 \text{ V}$

d) $p = -1$; $\Delta t = 3,3 \text{ sec}$
 $T_1 = 5 \text{ sec}$; $T_2 = 3 \text{ sec}$
 $t_{\text{repos}} = 1 \text{ sec}$
 $\Delta \mu = 0,5 \text{ V}$

Quand le régime initial statique est atteint, le régulateur extrémal est mis en marche. En "a" les pas de recherche sont effectués dans le sens défavorable, en "b" dans le sens favorable. Il est visible que le temps d'optimisation est plus court que la moitié du temps de réponse, ceci par l'effet de la commande exagérée.

L'écart de pompage peut être déterminé approximativement d'après les mouvements de la variable de sortie φ en régime définitif (en considérant l'écart de pompage sur les figures IV-15 a et b, il faut tenir compte de l'échelle dilatée des μ, y et φ , seulement le domaine proche des valeurs optimales est représenté).

Par rapport à l'unité machine U.M. = \pm IOV de la calculatrice analogique EAI - TR48 utilisée pour simuler le système à optimiser, nous avons un écart de pompage de la variable de sortie φ suivant :

$$\Delta \approx \frac{0,1V}{2} / 10V = 0,5\%$$

Remarque Les effets d'une forme de la caractéristique extrémale ne correspondant pas aux paramètres affichés au régulateur ont été déjà décrits au chapitre III.

A la fin de ce chapitre, au § IV-5, les conséquences d'un écart entre les caractéristiques dynamiques du processus à optimiser et le modèle mathématique fixé a priori, sur le fonctionnement du régulateur, seront visualisées sous forme d'autres enregistrements.

Les effets perturbateurs d'une dérive de φ sur les actions du régulateur (avec possibilité de compensation partielle) seront mis en évidence au chapitre V.

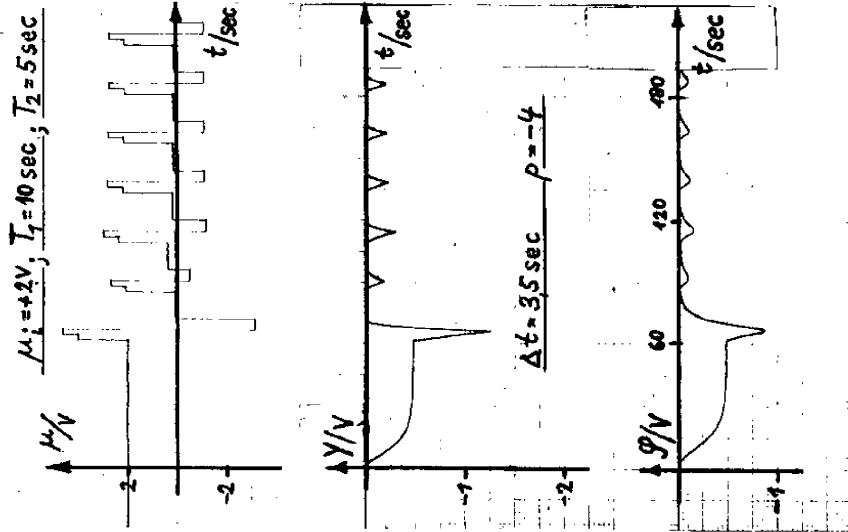


Fig. IV - 15a

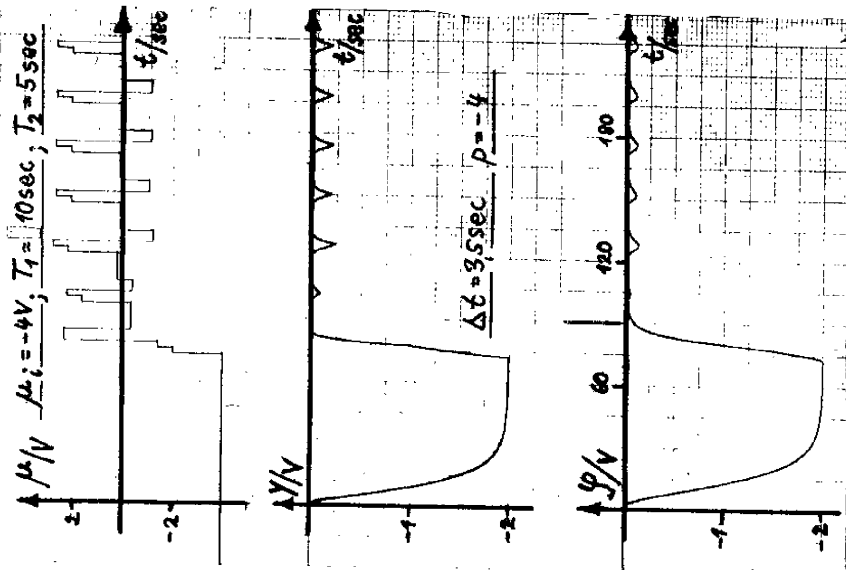


Fig. IV - 15b

IV-3.I Une inertie du 1er ordre située avant la caractéristique extrême

On peut poser $y \equiv \varphi$ (voir figure IV-1) puisqu'on admet que w_2 est négligeable. Les formules sont les mêmes que celles données dans le paragraphe précédent sauf que e (IV-7) devient identique à k. Les algorithmes d'extrémalisation sont ainsi simplifiés. En outre, le temps de repos après chaque séquence d'optimisation peut être raccourci.

a) Extrapolation par 2 points (voir aussi § 2-1)

- Echelon de recherche : $R = \Delta\mu$
 - Echelon de commande exagérée : $C_E = E \left(\frac{\Delta y \cdot P_h}{k \cdot \Delta\mu} - \frac{\Delta\mu \cdot k}{2} \right) - (1-k)\Delta\mu$
- (IV-66a)

avec $E = \frac{1}{1 - e^{-\gamma \Delta t / T_L}}$
(d'après IV-13 et IV-14)

- Echelon de commande définitive : $C_D = (1-E) \left(\frac{\Delta y \cdot P_h}{k \cdot \Delta\mu} - \frac{\Delta\mu \cdot k}{2} \right)$
- (d'après IV-16) (VI-66b)

b) Extrapolation à partir de 3 points (voir § 2-2)

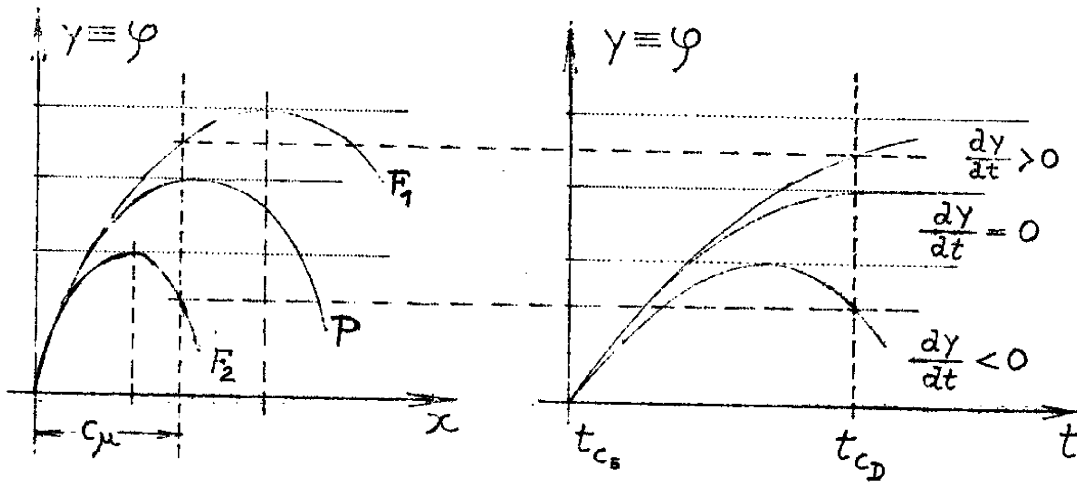
- 1er échelon de recherche : $R_1 = \Delta\mu$
 - 2ème échelon de recherche : $R_2 = k \cdot \Delta\mu$ (d'après VI-24)
 - Echelon de commande exagérée : $C_E = E \left(\Delta\mu \frac{1,5 \Delta y_1 - 0,5 \Delta y_2 - 2k \cdot \Delta\mu}{\Delta y_1 - \Delta y_2} - \Delta\mu \cdot (1-k) \right)$
- (d'après IV-42) (IV-67a)

L'allure dans le temps de cette évolution de φ est détectée par l'action de "détection et prédiction de perturbations" (voir chapitre V). Par ce procédé les conséquences perturbatrices de la dérive de φ sur l'action de recherche de la deuxième séquence peuvent être largement compensées, mais le point de fonctionnement évolue en oscillant vers l'extrémum.

La photo IV-I4d enfin, montre que par l'introduction d'un temps de repos $\Delta t_{\text{repos}} = 1$ sec après chaque séquence d'optimisation (pour les mêmes inerties $T_1 = 5$ sec et $T_2 = 3$ sec) le fonctionnement du régulateur est sensiblement amélioré. De cette façon la variable de sortie φ peut évoluer, après l'application de la commande définitive (qui mène la variable d'entrée μ à sa valeur optimale) et pendant le temps de repos, pratiquement jusqu'au nouvel état statique qui correspond ici à la valeur extrême. Les enregistrements des figures IV-I5 a et b montrent enfin l'évolution dans le temps des variables d'entrée μ , intermédiaire y et de sortie φ à partir d'une valeur initiale jusqu'au pompage en régime définitif. Les paramètres de réglage sont ceux calculés ou définis plus haut, le système à optimiser comportait une inertie de $T_1 = 10$ sec située avant et une inertie de $T_2 = 5$ sec située après la caractéristique extrême de forme parabolique à paramètre $p = -4$.

Avant l'enclenchement du régulateur extrême, il est montré, durant la mise en conditions initiales, l'évolution dans le temps de la variable intermédiaire y et de la grandeur de sortie φ à partir des valeurs optimales jusqu'à l'état de fonctionnement initial.

Cette mise en condition initiale donne le temps de réponse du système à optimiser.



- Figure VI-I6 -

En effet, si le maximum de la caractéristique réelle est plus éloigné que l'extrémum de la parabole d'extrapolation (P) par rapport au point de fonctionnement initial, la variable de sortie $y \equiv \varphi$ évolue à la fin de l'action de commande avec une vitesse positive (caractéristique réelle F_1 de la figure VI-I6). Au contraire, si le maximum véritable est plus approché que le maximum hypothétique, la vitesse de la variable de sortie sera négative à la fin de la séquence d'optimisation (caractéristique réelle F_2 de la figure VI-I6). La valeur de dy/dt , mesurée à l'instant où la commande définitive doit être appliquée, nous donne donc une indication si le point de fonctionnement a juste atteint la valeur extrême ($dy/dt = 0$), l'a dépassée ($dy/dt < 0$ pour un maximum) ou est encore en évolution vers le maximum ($dy/dt > 0$). En conséquence, il est possible de corriger l'amplitude de la commande définitive en fonction de la valeur de dy/dt mesurée au moment où cette commande doit être appliquée. Par ce procédé, qui présente une certaine parenté avec la "correction tachymétrique" utilisée dans les S.R.E. continus [14] ou dans les S.R.E. classiques "pas à pas" [7], les performances de rapidité du régulateur peuvent être améliorées. Nous appellerons ce principe aussi méthode avec "mémoire du maximum" [25].

IV-3 AUTRES CAS PARTICULIERS BASES SUR LES RELATIONS DU PARAGRAPHE PRECEDENT (les caractéristiques des inerties étant connues explicitement)

Au début de ce chapitre, nous avons traité le cas où la caractéristique extrême est encadrée par deux inerties, chacune pouvant être approchée par un opérateur linéaire du 1er ordre.

Nous allons considérer maintenant les cas particuliers dans la pratique, où une seule inertie du 1er ordre est située soit avant, soit après la caractéristique extrême. De même, nous traiterons le cas où 2 inerties du 1er ordre sont situées soit avant, soit après cette caractéristique.

Comme les relations déjà données sont valables aussi pour ces cas particuliers, avec quelques corrections, nous nous bornons ici à indiquer seulement les formules utiles à la détermination des paramètres du régulateur. Pour ceci, il suffit de connaître les valeurs approximatives des constantes de temps des inerties supposées du 1er ordre, de déterminer les valeurs de k , e et h à l'aide des diagrammes des figures IV-IIa, b, c et éventuellement les valeurs de k^* et h^* d'après les définitions données plus loin, et de poser toutes ces valeurs dans les formules indiquées dans ce paragraphe.

Considérons tout d'abord, le cas où l'inertie ^{située} après la caractéristique extrême peut être négligée par rapport à celle située avant la caractéristique.

- Echelon de commande définitive :

$$C_D = \frac{\Delta\varphi \cdot P_h}{k \cdot \Delta x} - \frac{\Delta x}{2} \quad (\text{IV-68})$$

(d'après IV-16)

b) Extrapolation par 3 points

- 1er échelon de recherche : $P_1 = \Delta x$
- 2ème échelon de recherche : $P_2 = \Delta x$
- Echelon de commande définitive :

$$C_D = \Delta x \frac{1,5\Delta\varphi_1 - 0,5\Delta\varphi_{2c}}{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_{2c}} - 2 \cdot \Delta x \quad (\text{VI-69})$$

(d'après IV-43)

avec $\Delta\varphi_{2c} = \Delta\varphi_2 - h^x \cdot \Delta\varphi_1$
 où $h^x = 1 - \bar{k}$

(d'après IV-37a)

L'algorithme d'extrémalisation basé sur une combinaison des méthodes détectant 2 et 3 points de la caractéristique extrême peut être déterminé facilement à l'aide des considérations faites ici et des relations données au § 2.3 de ce chapitre.

IV-3.3 Deux inerties du 1er ordre situées avant la caractéristique extrême

Nous avons encore $y = \varphi$. La valeur de k définissant l'évolution de la grandeur intermédiaire x après le 1er pas de recherche devient e et la valeur de k utilisée comme facteur de proportionnalité pour le calcul de l'amplitude du 2ème échelon de recherche devient $k^* = k - h$. Cette dernière valeur est obtenue à partir de la formule.

La valeur de $\Delta\varphi_{2c}$ ($\Delta\varphi_2$ corrigé) est devenue $\Delta\gamma_2$ (non corrigé), car dans la relation

$$\Delta\varphi_{2c} = \Delta\varphi_2 - h \cdot \Delta\varphi_1 \quad (\text{IV-34c})$$

nous avons pour $T_2 = 0$ et $k = c$ la valeur de

$$h = 0 \quad (\text{d'après IV-37a})$$

... Echelon de commande définitive:

$$C_D = (1-E) \left(k \cdot \Delta\mu \frac{1,5 \Delta Y_1 - 0,5 \Delta Y_2}{\Delta Y_1 - \Delta Y_2} - 2 \cdot k \cdot \Delta\mu \right) \quad (\text{d'après IV-43 avec } \Delta\varphi_{2c} = \Delta\gamma_2)$$

Après ce qui vient d'être dit et à l'aide des considérations du § 2.3 de ce chapitre, il est facile de déterminer aussi les formules de l'algorithme d'extrapolation combinée à partir de 2 et de 3 points détectés.

c) "Correction tachymétrique"

Dans le cas de processus ne comportant qu'une inertie du 1er ordre située avant la caractéristique extrême, la variable de sortie a terminé son évolution transitoire à la fin de la séquence d'optimisation (par l'effet de la commande exagérée et définitive), ceci pour des conditions de fonctionnement idéales, c'est-à-dire si le modèle mathématique correspond exactement au processus et si le système n'est pas soumis à des perturbations extérieures.

Or, si ces conditions ne sont pas satisfaites (la caractéristique extrême peut par exemple avoir une forme non parabolique), la variable de sortie sera en évolution à la fin de la séquence d'optimisation, au moment où la commande définitive devrait être appliquée (voir figure IV-I6).

-- 2ème échelon de recherche : $R_2 = k^x \cdot \Delta\mu = (k-h)\Delta\mu$
(IV-73)

- Echelon de commande exagérée :

$$C_E = E(e \cdot \Delta\mu) \frac{1,5 \cdot \Delta Y_1 - 0,5 \cdot \Delta Y_2}{\Delta Y_1 - \Delta Y_2} - 2e\Delta\mu - (1-k+h)\Delta\mu$$
 (IV-74a)

Avec les considérations qui nous ont donné la relation (IV-34c) nous trouvons maintenant que la réponse ΔY_2 n'est dépendante que de la pente G_2 de la caractéristique extrême (Figures IV-6 et IV-8), elle ne doit donc pas être corrigée.

-- Echelon de commande définitive :

$$C_D = (1-E)(e \cdot \Delta\mu) \frac{1,5 \cdot \Delta Y_1 - 0,5 \cdot \Delta Y_2}{\Delta Y_1 - \Delta Y_2} - 2 \cdot e \cdot \Delta\mu$$
 (IV-74b)

c) Extrapolation avec combinaison des méthodes à 2 et 3 points détectés

Les formules peuvent être déterminées avec les considérations du § VI-2.3 et les relations indiquées ci-dessus. D'après (IV-49) nous obtenons :

$$Z_\mu = -R_3 \frac{\Delta Y_1 + \Delta Y_2}{\Delta\mu \cdot 2 \cdot e} - \Delta\mu \cdot e$$
 (VI-75a)

et avec (IV-50) nous avons :

$$\frac{1}{R} = - \frac{\Delta Y_1 - \Delta Y_2}{e^2 \cdot \Delta\mu^2}$$
 (VI-75b)

VI-3.4 Deux inerties du 1er ordre situées après la caractéristique

Nous pouvons poser $\mu \equiv X$, la valeur de k devient encore 1. Une commande exagérée n'est pas possible, un temps de

La formule pour la commande définitive "corrigée" est la suivante :

$$C_D \text{ "corrigé"} = C_D + c \frac{d\varphi}{dt} \quad (\text{pour un maximum})$$

avec c : facteur de proportionnalité convenablement choisi.

Des résultats expérimentaux concernant l'application de cette méthode sont donnés au Ch. VI.

Remarque: Il est possible également d'utiliser ce procédé dans le cas où une inertie se trouve aussi après la caractéristique extrême. Mais alors il faut tenir compte de l'évolution de la variable de sortie vers la valeur extrême (même dans le cas idéal) avec une certaine vitesse fonction de la distance "point de fonctionnement initial" - "point de fonctionnement extrême".

IV-3.2 Une inertie du 1er ordre située après la caractéristique extrême

Dans ce cas, nous supposons que l'inertie étant située avant la caractéristique extrême est négligeable par rapport à celle située après la caractéristique. La variable d'entrée sera donc $X \equiv \mu$, c'est à dire $k \equiv I$ et $e \equiv \bar{k}$ (avec $\bar{k} = 1 - e^{-\Delta t / T_2}$ IV-36). Puisque la "commande exagérée" permet de compenser en partie l'effet ralentisseur seulement d'une inertie située avant la caractéristique extrême, une telle commande ne sera pas appliquée. Il sera nécessaire par contre d'introduire à la fin de chaque séquence d'optimisation un temps de repos d'une durée correspondant au temps de réponse de l'inertie située après la caractéristique extrême.

a) Extrapolation par 2 points

- Echelon de recherche : $R = \Delta x$

IV-4 CAS GENERAL AVEC INERTIES QUELCONQUES SITUEES AVANT ET APRES LA CARACTERISTIQUE EXTREMALE

Dans le paragraphe précédent nous avons donné les formules d'extrémalisation pour le cas où le processus comporte une ou deux inerties du 1er ordre connues approximativement d'une façon explicite.

Dans ce paragraphe nous allons présenter les relations qui permettent d'extrémaliser des processus avec inerties quelconques en nombre et ordre et non connues explicitement.

VI-4.I Elaboration des valeurs nécessaires à l'utilisation des algorithmes proposés

L'identification de la dérivée première ou seconde de la caractéristique extrême réelle au point de fonctionnement se fait toujours par une comparaison de l'évolution véritable du système, due à un ou deux échelons de recherche, par rapport à une évolution hypothétique du système sous l'action de ces mêmes échelons mais avec l'hypothèse que le système complet est linéaire. Jusqu'à présent, cette évolution hypothétique a été calculée à partir des valeurs connues des constantes de temps des inerties supposées du 1er ordre. Maintenant, nous ne pouvons pas faire le calcul de cette évolution hypothétique puisque nous ne connaissons pas les constantes de temps ou ne sommes pas en mesure de décrire la transmittance des inerties par une équation à cause d'une structure trop compliquée. Mais dans les cas où on ne possède pas de modèle mathématique des parties dynamiques du processus sous forme d'équations, il est souvent possible de traiter le même problème en utilisant les courbes de réponse de ces parties dynamiques. Autrement dit, si on est en mesure d'enregistrer et ainsi

repos d'une durée du temps de réponse des 2 inerties est à prévoir à la fin de chaque séquence d'optimisation.

a) Extrapolation à partir de 2 points

- Echelon de recherche : $R = \Delta x$
- Echelon de commande définitive :

$$C_D = - \frac{\Delta \varphi \cdot P_h}{e \cdot \Delta x} - \frac{\Delta x}{2} \quad (\text{VI-76})$$

b) Extrapolation à partir de 3 points

- 1er et 2ème échelon de recherche : $R_1 = R_2 = \Delta x$
- Echelon de commande définitive :

$$C_D = \Delta x \frac{1,5 \Delta \varphi_1 - 0,5 \Delta \varphi_{2c}}{\Delta \varphi_1 - \Delta \varphi_{2c}} - 2 \cdot \Delta x \quad (\text{IV-77})$$

avec $\Delta \varphi_{2c} = (\Delta \varphi_2 - h^k \cdot \Delta \varphi_1)$

où $h^k = h + 1 - k$

(d'après la relation IV-37a en tenant compte que k devient 1)

c) Extrapolation avec combinaison des méthodes à 2 et 3 points détectés

La détermination des formules est possible à l'aide du § IV-2.3 et des relations données ci-dessus.

$$Z_x = - P_h \frac{\Delta \varphi_1 + \Delta \varphi_{2c}}{2e \cdot \Delta x} - \Delta x \quad (\text{IV-78a})$$

$$\frac{1}{P_v} = - \frac{\Delta \varphi_1 - \Delta \varphi_{2c}}{e \cdot \Delta \mu^2} \quad (\text{IV-78b})$$

a) Durée Δt des pas

Au §3.4 de l'appendice, nous avons expliqué comment le terme de (k.e) minimal pouvait être calculé. Ce terme, fonction des conditions de fonctionnement du régulateur, permet de déterminer la durée du pas de recherche et ainsi la durée des autres pas.

Dans le cas général, que nous traitons ici, nous calculons ce terme, appelé maintenant $(x \cdot \varphi)$ minimal, de la même façon (voir appendice).

Remarque : La valeur de $(x \cdot \varphi)_{min}$ ne sera pas la même pour une extrapolation à partir de 2 points et pour une extrapolation à partir de 3 points.

Comme nous connaissons les courbes $X(t)$ et $\varphi(t)$, nous pouvons aussi former le produit $(x \cdot \varphi) = f(t)$. La valeur de t qui correspond à $(x \cdot \varphi)_{min}$ donne la durée Δt que doit avoir le pas de recherche pour que la réponse à la sortie soit suffisamment grande (voir figure IV-17).

La valeur de Δt étant fixée, nous obtenons aussi les valeurs de $k_1 = x(t)|_{\Delta t}$, $k_2 = x(t)|_{2\Delta t}$, $e_1 = \varphi(t)|_{\Delta t}$ et $e_2 = \varphi(t)|_{2\Delta t}$ qui sont nécessaires pour élaborer les formules d'extrapolation.

b) Amplitude k^* du 2ème échelon de recherche par rapport au 1er échelon

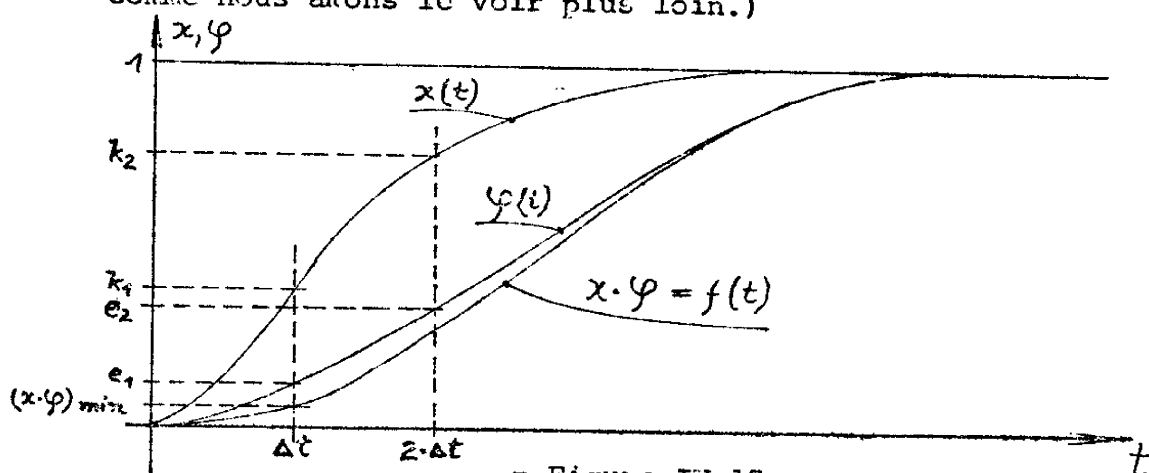
Le 1er échelon de recherche est : $R_1 = \Delta \mu$

La réponse en x après Δt sera : $\Delta x_1 = k_1 \cdot \Delta \mu$

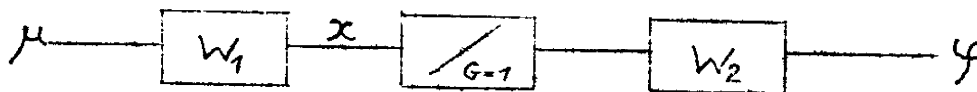
Le 2ème échelon de recherche est : R_2

de connaître l'évolution de la variable intermédiaire x (figure IV-18) et celle de la variable de sortie pour des entrées en échelon de position, après s'être assuré de la linéarité du système autour du point de fonctionnement considéré, On a la possibilité d'utiliser les algorithmes décrits dans les paragraphes précédents.

En effet, il suffit de connaître les valeurs $k_1 = x(t)|_{t=\Delta t}$, $k_2 = x(t)|_{t=2\Delta t}$ et $e_1 = \varphi(t)|_{t=\Delta t}$ des réponses à un échelon unitaire de position, le système étant supposé linéarisé, pour pouvoir élaborer toutes les valeurs nécessaires à l'application des algorithmes d'extrémalisation proposés. (Il y a une restriction en ce qui concerne l'application de la méthode d'extrapolation à partir de 3 points pour des processus présentant des inerties non connues explicitement après la caractéristique extrémale. Dans ces cas, il faut déterminer en plus un facteur de correction h^* , comme nous allons le voir plus loin.)



- Figure IV-17 -



- Figure IV-18 -

d'utiliser les relations déterminées au paragraphe précédent pour élaborer la valeur de h^* .

Avec la relation (IV-31), en posant $\Delta\varphi_1' = e_2 - e_1$, $\Delta\mu \cdot G_1 \cdot e = \Delta\mu \cdot G_2 \cdot e = e_1$, et en introduisant la relation (IV-37a), nous obtenons :

$$\frac{e_2}{e_1} - 2 = (h-k) \quad (\text{VI-81})$$

D'après le tableau VI-19, nous voyons que pour le calcul de h^* la formule

$$h^* = h + k^* - k \quad (\text{IV-82})$$

est valable pour n'importe quelle disposition des inerties, si seulement les caractéristiques dynamiques du processus sont suffisamment proches de celles d'un système à réponse oscillante au plus du 2ème ordre.

Avec les deux relations (VI-81) et (VI-82) nous avons donc :

$$h^* = \frac{e_2}{e_1} - 2 + k^* \quad (\text{IV-83a})$$

$$\text{avec} \quad k^* = 2 - \frac{k_2}{k_1} \quad (\text{VI-79})$$

A l'aide de cette dernière relation, nous pouvons aussi écrire :

$$h^* = \frac{e_2}{e_1} - \frac{k_2}{k_1} \quad (\text{VI-83b})$$

- Si on peut réaliser sur le processus à optimiser la manipulation décrite ci-dessous, il est possible de déterminer la valeur de h^* expérimentalement :

La réponse en x , due seulement à R_2 , entre t et $t+\Delta t$ sera :

$$\Delta x_2 = k_2 \cdot \Delta \mu + R_2 \cdot k_1 - k_1 \cdot \Delta \mu$$

Nous voulons : $\Delta x_1 = \Delta x_2$

Il suit : $R_2 = \Delta \mu \left(2 - \frac{k_2}{k_1} \right) = \Delta \mu \cdot k^*$

d'où : $k^* = 2 - \frac{k_2}{k_1}$ (IV-79)

c) Détermination du facteur de correction h^* relatif à la réponse après le 2ème échelon de recherche

Nous savons qu'en raison d'une inertie W_2 ^{située} (après la caractéristique extrême, la réponse $\Delta \varphi_2$ détectée après le 2ème échelon de recherche est fonction aussi de la pente G_I de la caractéristique extrême (figure IV-6). Il est donc nécessaire dans ce cas d'introduire un facteur de correction h^* pour obtenir une valeur $\Delta \varphi_{2c}$ ^{fonction seulement de la pente G_2} de la caractéristique extrême (voir figure VI-6, figure IV-8, et les considérations ayant permis d'obtenir la relation IV-3.4c):

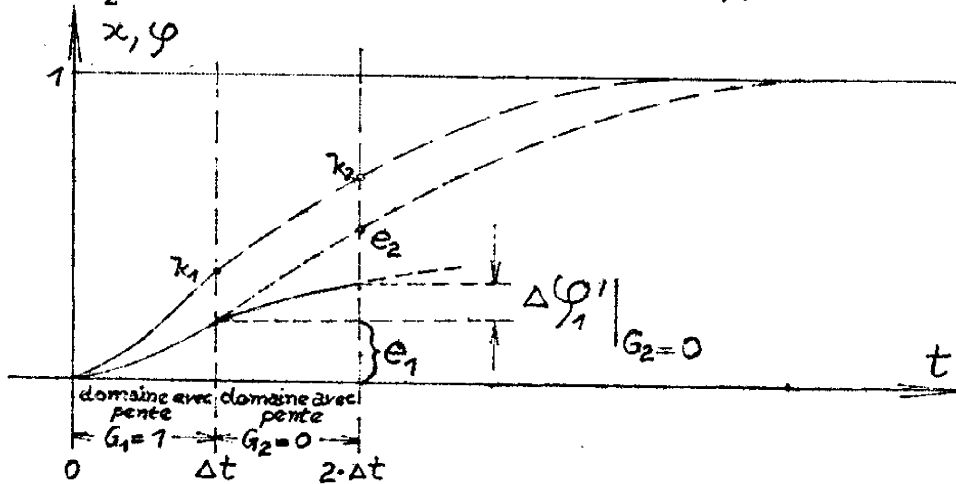
$$\Delta \varphi_{2c} = \Delta \varphi_2 - h^* \cdot \Delta \varphi_1 \quad (VI-80)$$

Dans le cas général ce facteur de correction h^* ne peut pas être déterminé à partir des 3 valeurs k_1 , k_2 et e_1 déjà définies.

Il y a cependant plusieurs possibilités pour appliquer la méthode proposée à des structures avec inerties quelconques situées après la caractéristique extrême et non connues explicitement :

- Si les caractéristiques dynamiques du processus complet sont suffisamment voisines de celles d'un système à réponse non oscillante au plus du 2ème ordre, il est possible

Appliquons à l'entrée μ un échelon de position suffisamment petit (pour que le système puisse être considéré comme linéaire) et laissons évoluer le système normalement jusqu'à $t = \Delta t$. Ensuite arrêtons l'évolution de la valeur intermédiaire x à la valeur k_I (ce qui revient à imposer une pente $G_2 = 0$ à partir de l'instant $t = \Delta t$).



- Figure VI-20 -

En laissant évoluer maintenant la variable de sortie jusqu'à $t=2\Delta t$ nous obtenons (voir figure VI-20) :

$$h^* = \frac{\Delta \varphi'_1 |_{G_2=0}}{e_1} \quad (\text{VI-84})$$

- Il est possible de déterminer la valeur de h^* empiriquement. On fait fonctionner le système "Régulateur-extrémal-Processus" en réglant sur le régulateur l'affichage correspondant à la valeur de h^* jusqu'à ce qu'un fonctionnement optimal soit atteint.

- Si on n'a pas la possibilité d'élaborer d'une façon ou d'une autre ce coefficient de correction h^* , on peut

	sans inertie	I inertie avant F	I inertie après F (2)	I inertie avant et après F	2 inerties avant F	2 inerties après F	cas général
Entrée	x	μ	x	μ	μ	x	μ
Sortie	y	y	φ	φ	y	φ	φ
k_I	I	k	I	k	e	I	k_I
k_2	I	$2k-k^2$	I	$2k-k^2$	$e(h-k+2)$	I	k_2
e_I	I	k	$\bar{k}=k$	e	e	e	e_I
e_2	I	$2k-k^2$	$2\bar{k} - \bar{k}^2$	$e(h-k+2)$	$e(h-k+2)$	$e(h-k+2)$	e_2
h	0	0	0	h	h	h	$\frac{e_2}{2} - 2 + k$
k*	I	k	I	k	k-h	I	$\frac{k_2}{2} - \frac{k_2}{k_I}$
h*	0	0	$I-\bar{k}$	h	0	$h + I - k$	$\frac{e_2}{2} - k$

k_I, k_2, e_I et e_2 voir § IV-4.1

$$e = \left(\frac{T_1}{T_2 - T_1} \right) \epsilon^{-\Delta t / \tau_1} - \frac{T_2}{T_2 - T_1} \epsilon^{-\Delta t / \tau_2} + 1 \quad (IV-7)$$

$$k = I - \epsilon^{-\Delta t / \tau_1} \quad (IV-3)$$

$$\bar{k} = I - \epsilon^{-\Delta t / \tau_2} \quad (VI-36)$$

$$h = \frac{T_1 \cdot T_2}{e^{(T_2 - T_1)}} \left(\epsilon^{-\Delta t / \tau_1} \epsilon^{-\Delta t / \tau_2} \right)^2 + (k - e) \quad (IV-37a)$$

(2) nous avons ici $k = \bar{k}$

(I) valable seulement pour des processus avec des caractéristiques dynamiques suffisamment proches de celles d'un système non oscillant au plus du 2ème ordre.

TABLEAU IV-I9

$$C_{\mu 2} = \frac{\Delta\varphi \cdot P_h}{e_1 \cdot \Delta\mu} - \Delta\mu \left(1 - \frac{k_1}{2} \right) \quad \begin{array}{l} \text{(d'après VI-II)} \\ \text{(IV-85b)} \end{array}$$

$$C_{E_2} = E \cdot d_{\mu_2}^x - (1 - k_1) \Delta\mu \quad \begin{array}{l} \text{(d'après IV-I2)} \\ \text{(IV-85c)} \end{array}$$

$$C_{D_2} = (1-E) \cdot \left(\frac{\Delta\varphi \cdot P_h}{e_1 \cdot \Delta\mu} - \frac{\Delta\mu \cdot k_1}{2} \right) \quad \begin{array}{l} \text{(d'après IV-I6)} \\ \text{(IV-85d)} \end{array}$$

b) Extrapolation à partir de 3 points

(l'indice 3 indique qu'il s'agit d'une extrapolation à partir de 3 points)

$$d_{\mu 3}^x = k_1 \cdot \Delta\mu \left(\frac{1,5\Delta\varphi_1 - 0,5\Delta\varphi_{2c}}{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_{2c}} \right) - 2k_1 \cdot \Delta\mu \quad \begin{array}{l} \text{(d'après IV-38)} \\ \text{(IV-86a)} \end{array}$$

$$C_{\mu 3} = k_1 \cdot \Delta\mu \left(\frac{1,5\Delta\varphi_1 - 0,5\Delta\varphi_{2c}}{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_{2c}} \right) - \Delta\mu(1+k^x) \quad \begin{array}{l} \text{(d'après IV-40)} \\ \text{(IV-86b)} \end{array}$$

$$C_{E_3} = E \cdot d_{\mu 3}^x - \Delta\mu(1+k^x - 2k_1) \quad \begin{array}{l} \text{(d'après IV-41)} \\ \text{(IV-86c)} \end{array}$$

$$C_{D_3} = (1-E) \cdot d_{\mu 3}^x \quad \begin{array}{l} \text{(d'après IV-I5)} \\ \text{(IV-86d)} \end{array}$$

c) Extrapolation combinée à partir de 2 points et 3 points détectés (voir aussi § IV-2.3)

(L'indice 2 + 3 caractérise encore la nature de l'extrapolation)

$$d_{\mu_{2+3}}^x = n \cdot z_{\mu} - (n-1) \frac{P_h}{P_v} \cdot z_{\mu} \quad \begin{array}{l} \text{(d'après IV-43)} \\ \text{(IV-87)} \end{array}$$

appliquer la méthode proposée en se limitant à une extrapolation à partir de 2 points. Comme il sera visible ci-dessous, l'algorithme d'extrémalisation à partir de 2 points détectés ne nécessite que la connaissance des valeurs k_I et e_I .

IV-4.2 Formules d'extrémalisation pour le cas général

Les formules que nous présentons maintenant ont été élaborées à partir des considérations faites dans les paragraphes précédents. Avec ces formules il est possible d'extrémaliser à l'aide de la méthode proposée des processus comportant des inerties quelconques en nombre et ordre, non connues explicitement.

Bien entendu, il est aussi nécessaire de déterminer les valeurs Δt , k_I , e_I (pour une extrapolation par 2 points) et en plus k_2 , e_2 , k^* , et h^* (pour une extrapolation par 3 points), ce qui peut être fait soit à l'aide des diagrammes des figures IV-IIa, b et c, soit à l'aide des formules données, soit enfin expérimentalement comme nous l'avons déjà expliqué.

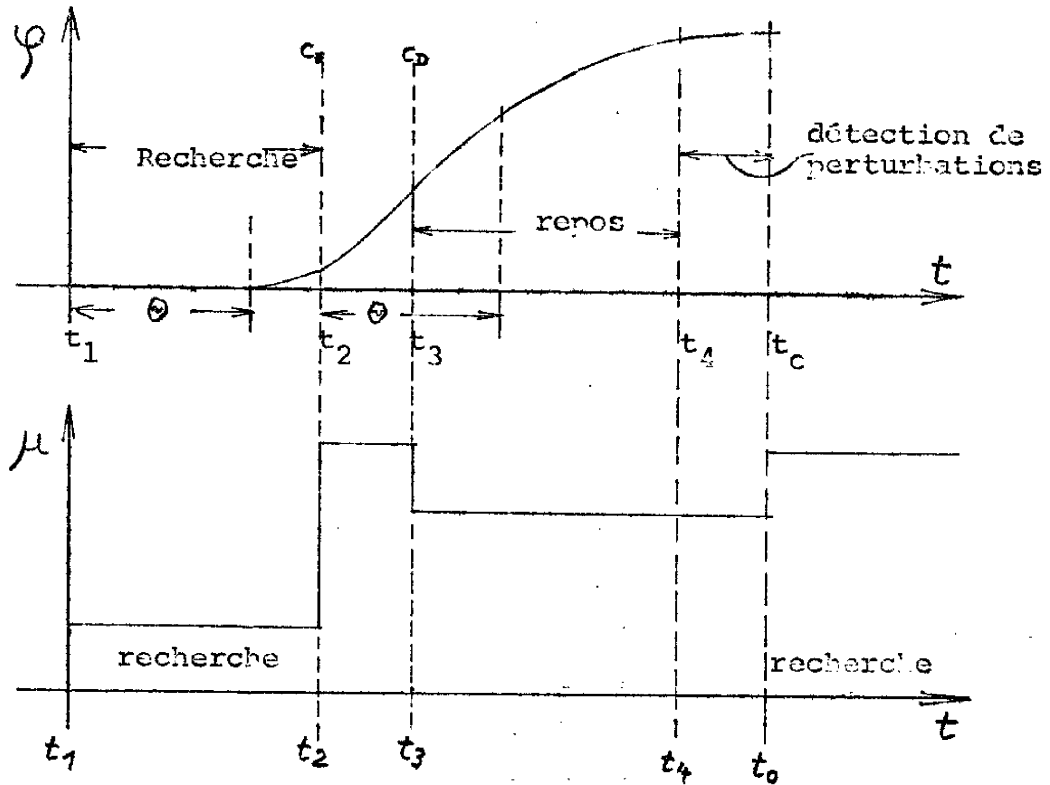
La valeur de E, le coefficient d'exagération, est à définir empiriquement si les parties dynamiques du processus sont trop complexes pour une mise en équation.

a) Extrapolation à partir de 2 points

(l'indice 2 rappelle que la formule est relative à une extrapolation par 2 points)

$$d_{\mu_2}^* = \frac{\Delta\varphi \cdot P_h}{e_1 \cdot \Delta\mu} \approx \frac{\Delta\mu \cdot k_1}{2} \quad \begin{array}{l} \text{(d'après VI-9)} \\ \text{(VI-85a)} \end{array}$$

de la nature des pas : les pas de recherche de durée correspondant à une réponse minimale acceptable doivent être prévus de durée plus longue que les pas de "commande exagérée" qui sont fonction du coefficient d'exagération E admissible.



- Figure IV-22 -

La figure IV-22 représente un exemple d'évolution qualitative de la variable de sortie en fonction des actions du bloc de commande avec des durées de pas différentes pour le pas de recherche, le pas de commande et le pas de repos (exemple d'une extrémalisation à partir de 2 points détectés ne nécessitant qu'un pas de recherche).

Avec

$$z_{\mu} = - P_h \cdot \frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_{2c}}{2e_1 \cdot \Delta\mu} - \Delta\mu \cdot k_1 \quad \begin{array}{l} \text{(d'après IV-49)} \\ \text{(IV-88)} \end{array}$$

et
$$\frac{1}{P_v} = \frac{\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_{2c}}{e_1 \cdot k_1 \cdot \Delta\mu^2} \quad \begin{array}{l} \text{(d'après IV-50)} \\ \text{(IV-89)} \end{array}$$

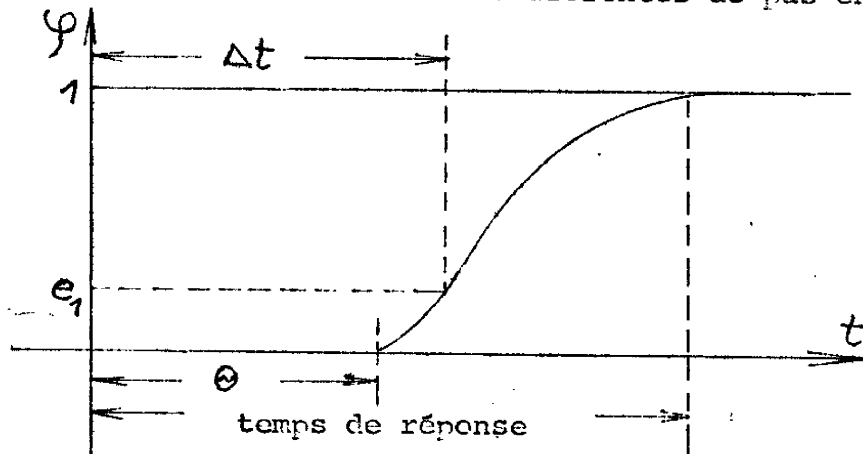
Les commandes "exagérées" et "définitives" correspondent aux formules (IV-86c) et (IV-86d), ceci en remplaçant la valeur de $d_{\mu_3}^*$ par celle de $d_{\mu_{2+3}}^*$ définie dans la relation (IV-87).

Nous avons toujours :

$$\Delta\varphi_{2c} = \Delta\varphi_2 - h^* \cdot \Delta\varphi_1 \quad \text{(IV-80)}$$

IV-4.3 Effets des retards purs

Théoriquement il n'y a pas de changement pour l'application des algorithmes d'extrémalisation proposés à des processus comportant des retards purs désignés par θ . Si ces retards purs sont importants par rapport aux plus grandes constantes de temps des inerties w_1 et w_2 (voir figure IV-2I), il est conseillé d'introduire des durées différentes de pas en fonction



- Figure IV-2I -

optimale, la variable φ sera optimale aussi, ceci avec un certain retard dû à l'inertie de la partie dynamique W_2 (voir Figure IV-1).

IV-5 CONSIDERATIONS SUR LA STABILITE DE LA METHODE PROPOSEE PAR RAPPORT A UNE VARIATION DES CARACTERISTIQUES D'UNE INERTIE

Nous savons que les performances en rapidité, stabilité et précision de la méthode proposée de régulation extrême par extrapolation pour systèmes avec inerties sont d'autant plus élevées que les informations initiales sur le processus à optimiser sont complètes et précises.

Dans le chapitre III, nous avons étudié les conséquences d'une forme de la caractéristique extrême ne correspondant pas aux paramètres affichés au régulateur. Dans ce paragraphe, nous allons effectuer ces études de sensibilité du fonctionnement du régulateur extrême, sous forme d'essais expérimentaux avec enregistrements, pour un modèle mathématique fixé a priori ne correspondant pas aux caractéristiques dynamiques du processus.

Le calcul de la distance de l'extrémum par rapport au point de fonctionnement se fait par une identification de la dérivée première ou seconde de la caractéristique extrême réelle du processus au point de fonctionnement. Cette identification est réalisée à l'aide d'une comparaison de l'évolution véritable du système, due à un ou deux échelons de recherche, par rapport à une évolution hypothétique sous l'action de ces mêmes échelons mais avec l'hypothèse que le système complet est linéaire, et en supposant connues exactement ces caractéristiques dynamiques.

IV-4.4 Variables intermédiaires accessibles

En principe, il n'est pas nécessaire pour un bon fonctionnement du régulateur, que les variables intermédiaires x et y (voir figure IV-1) soient accessibles. Ceci parce que la méthode d'extrémalisation proposée revient à utiliser un modèle des parties dynamiques du processus. Cependant, pour élaborer ce modèle dans le cas où les caractéristiques dynamiques des inerties ne sont pas connues explicitement, il faut procéder à une identification du processus qui est facilitée si des variables intermédiaires sont accessibles.

L'information de travail supplémentaire donnée par une mesure des valeurs intermédiaires pendant le fonctionnement du régulateur peut être utilisée comme suit :

a) Variable intermédiaire x accessible

On peut contrôler si les caractéristiques de la partie dynamique située avant la fonction extrémale varient dans le temps. Si c'est le cas, on a la possibilité d'agir en fonction de ces variations sur les paramètres de l'algorithme d'extrémalisation (auto-adaptation du modèle par rapport au processus réel).

b) Variable intermédiaire y accessible

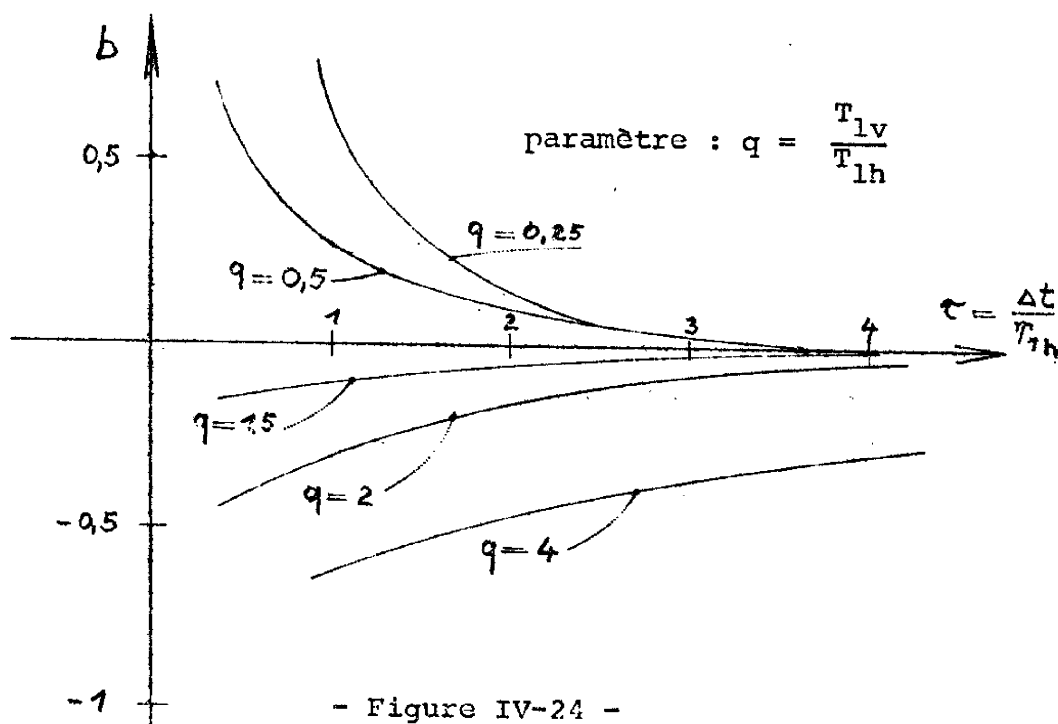
On utilise bien entendu cette variable intermédiaire comme variable de sortie. La précision et la rapidité sont augmentées si on peut laisser hors de la boucle de régulation la partie dynamique située après la caractéristique extrémale. Il est évident que si la variable y , prise comme variable de sortie par le régulateur, est portée à la valeur

L'échelon de commande étant fonction de la réponse qui dépend de la durée Δt du pas de recherche, il est maintenant aisément visible que l'erreur relative b de cette commande, due à $T_{1v} \neq T_{1h}$ (relation IV-90), diminue pour une augmentation du temps de recherche Δt .

$$b = \frac{\varphi(t)_v - \varphi(t)_h}{\varphi(t)_h} \Big|_{t=\Delta t} \quad (\text{IV-90})$$

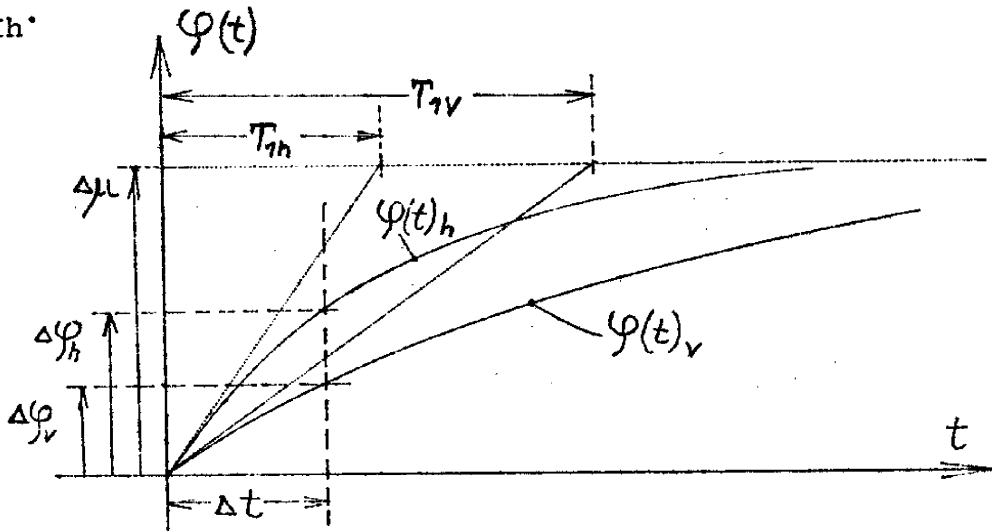
(cette relation est valable pour une extrapolation à partir de 2 points détectés.)

On peut donc rendre le système "Processus-Régulateur" aussi insensible qu'on le veut par rapport à des variations des caractéristiques dynamiques du processus, ceci aux dépens de la rapidité en augmentant la durée du pas de recherche (voir figure IV-24).



Puisqu'on ne dispose, dans la pratique, que d'un modèle approché des parties dynamiques du processus, qui peuvent parfois varier dans le temps, nous faisons tout d'abord quelques considérations d'ordre général et qualitatif sur la sensibilité d'un système "Processus - Régulateur - Extrémal" à de telles variations :

Supposons que la courbe $\varphi(t)_h$ de la figure IV-23, soit celle obtenue hypothétiquement à partir d'un pas de recherche $\Delta\mu$, de certaines conditions initiales et du modèle dynamique fixé a priori avec une inertie de constante de temps T_{Ih} .



- Figure IV-23 -

Admettons que la constante de temps T_{Ih} de l'inertie véritable du processus soit plus grande que celle fixée dans le modèle. A partir du même pas de recherche $\Delta\mu$ et des mêmes conditions initiales, nous aurons donc (figure IV-23) une évolution véritable $\varphi(t)_v$ de la variable de sortie du processus réel.

Deux séquences d'optimisation sont nécessaires pour parvenir à l'extrémum, le temps d'optimisation relatif (par rapport au temps de réponse du système) est encore inférieur à 0,5, comme pour le cas $T_{IV} = T_{Ih}$ (voir figure IV-15). L'écart de pompage atteint la valeur de $\Delta \approx 1\%$ (relativement à l'unité machine U.M. = $\pm 10V$ de la calculatrice analogique), ce qui est approximativement le double du cas $T_{IV} = T_{Ih}$ (la commande définitive en régime établi ne porte plus la variable d'entrée μ exactement à la valeur extrême).

À la figure IV-25b, il est montré le fonctionnement du régulateur pour une inertie véritable $T_{IV} = 40$ sec quatre fois plus importante que l'inertie supposée $T_{Ih} = 10$ sec. Il est visible que le temps d'optimisation est toujours, avec trois séquences d'extrémalisation, plus petit que la moitié du temps de réponse du système. L'écart de pompage, par contre, atteint avec $\Delta \approx 3\%$ une valeur nettement supérieure par rapport au cas $T_{IV} = T_{Ih}$ avec $\Delta \approx 0,5\%$.

$$\underline{\underline{T_{IV} < T_{Ih}}}$$

La figure IV-26a permet de vérifier les performances du régulateur pour $T_{IV} = 7,5$ sec et $T_{Ih} = 10$ sec. Pour atteindre l'extrémum, le régulateur nécessite 2 séquences d'optimisation, le temps d'optimisation correspond approximativement au temps de réponse du système. L'écart de pompage présente une valeur de $\Delta \approx 1\%$.

$$\underline{\underline{T_{2v} < T_{2h}}}$$

Considérons maintenant, avec la figure IV-26b, le cas où l'inertie $T_{2v} = 4$ sec située après la caractéristique extrême du système est plus petite que l'inertie $T_{2h} = 5$ sec

Considérons maintenant ce problème du point de vue quantitatif, avec un exemple déterminé :

Au § 2.3c de ce chapitre (application pratique) nous avons testé la méthode de régulation extrême par extrapolation combinée à partir de 2 et 3 points en optimisant un système donné, avec inerties, sur calculatrice analogique. Pour les expériences décrites ci-après le même régulateur avec les affichages indiqués au § IV-2.3c a été utilisé. (Entre autres: inertie hypothétique située avant la caractéristique extrême $T_{1h} = 10$ sec ; inertie hypothétique située après la caractéristique $T_{2h} = 5$ sec ; durée d'un pas $\Delta t = 3,5$ sec ; $P_h = -4$)

Les inerties du système à optimiser, véritablement simulées sur la calculatrice analogique, ont été variées dans le domaine suivant :

$$\begin{aligned} 7,5 \text{ sec} &\leq T_{IV} \leq 40 \text{ sec} \\ 4 \text{ sec} &\leq T_{2V} \leq 20 \text{ sec} \end{aligned}$$

$$\frac{T_{IV} > T_{Ih}}{\text{-----}}$$

Etudions d'abord la figure IV-25 qui représente les évolutions de μ , y et φ pour une inertie véritable du processus, située avant la caractéristique, plus grande que l'inertie hypothétique du modèle dynamique. Avant l'enclenchement du régulateur, on remarque la mise en condition initiale, l'évolution de φ durant cette action met en évidence explicitement le temps de réponse du système réel.

La figure IV-25a décrit le comportement du système avec $T_{IV} = 20$ sec et $T_{Ih} = 10$ sec, $T_{2V} = T_{2h} = 5$ sec, $\Delta t = 3,5$ sec ; $P_v = P_h = -4$ (extrapolation combinée à partir de 2 et 3 points détectés) :

$\mu_i = -4V$; $T_{1V} = 20sec$; $T_{1h} = 10sec$
 $T_{2V} = 5sec$; $T_{2h} = 5sec$

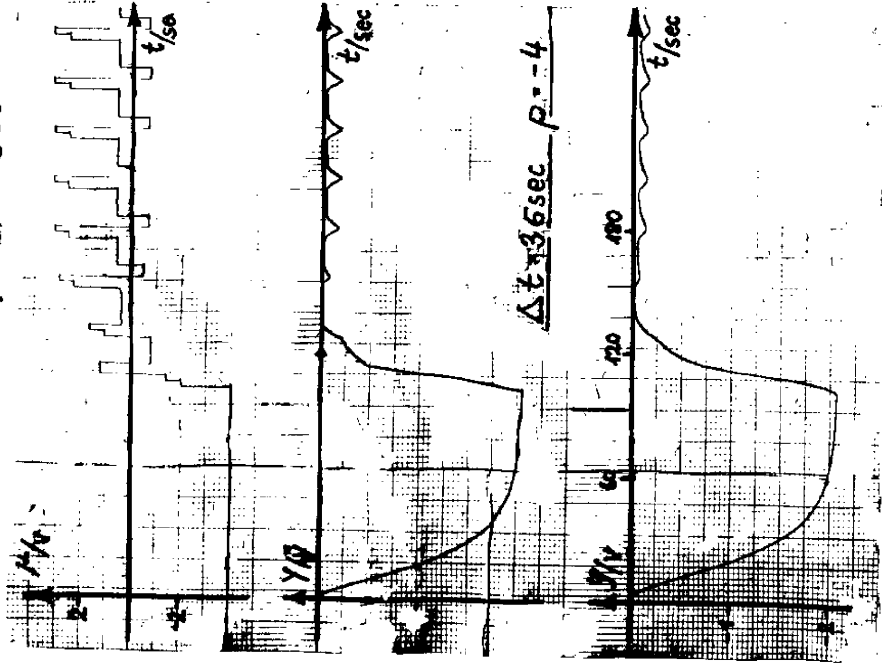


Fig. IV-25 a

$\mu_i = -4V$; $T_{1V} = 40sec$; $T_{1h} = 10sec$
 $T_{2V} = 5sec$; $T_{2h} = 5sec$

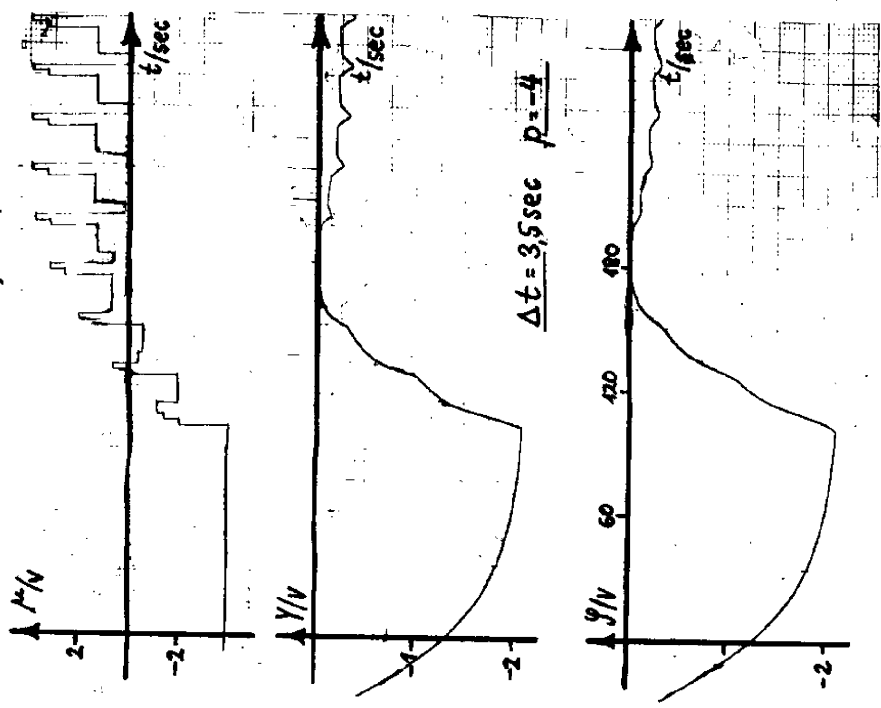


Fig. IV-25 b

fixée dans le modèle dynamique. Le temps d'optimisation est encore voisin du temps de réponse, l'écart de pompage a une valeur de $\Delta \approx 0,5\%$.

$$\underline{T_{2v} > T_{2h}}$$

Le cas contraire, avec $T_{2v} = 10$ sec et $T_{2h} = 5$ sec, est présenté à la figure IV-27a. Nous avons un temps d'optimisation relatif d'approximativement 0,5; l'écart de pompage se situe à $\Delta \approx 1,5\%$.

Si l'inertie située après la caractéristique extrême devient encore plus grande ($T_{2v} = 20$ sec) par rapport à l'inertie supposée ($T_{2h} = 5$ sec), le système ne conserve plus ses qualités de régulation; ceci pour la durée choisie $\Delta t = 3,5$ sec du pas de recherche (voir figure IV-27b).

IV-6 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode permettant d'appliquer les procédés d'extrapolation décrits dans le chapitre précédent à des systèmes comportant des inerties, ceci en compensant autant que possible les effets ralentisseurs de ces inerties.

En effet, si les inerties situées avant et après la caractéristique extrême sont connues approximativement, il est possible d'avoir déjà une information sur la forme de cette caractéristique au point de fonctionnement en mesurant les évolutions de la variable de sortie, dues à des échelons de recherche, non pas en régime établi après le temps de réponse

$\mu_i = -4$; $T_{1V} = 10 \text{ sec}$; $T_{1h} = 10 \text{ sec}$
 $T_{2V} = 10 \text{ sec}$; $T_{2h} = 5 \text{ sec}$

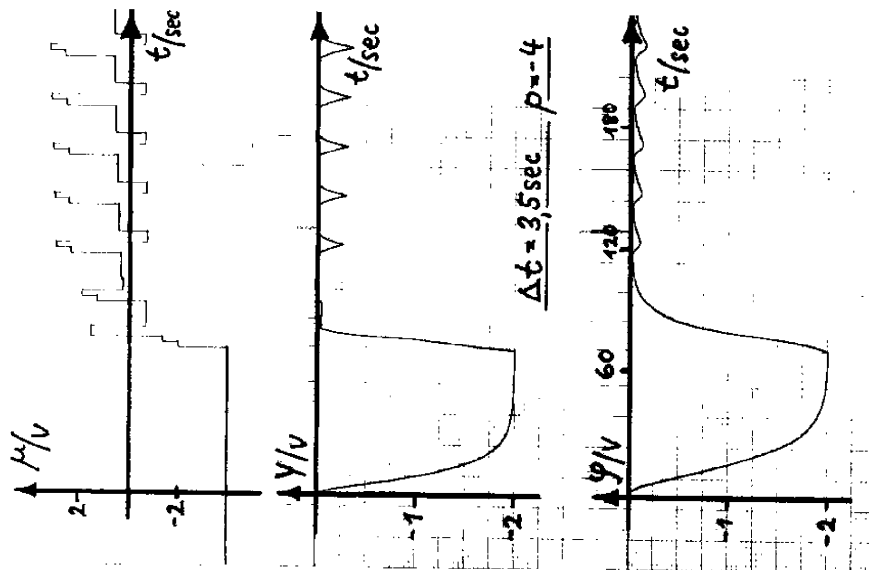


Fig. IV-27a

$\mu_i = -4$; $T_{1V} = 10 \text{ sec}$; $T_{1h} = 10 \text{ sec}$
 $T_{2V} = 20 \text{ sec}$; $T_{2h} = 5 \text{ sec}$

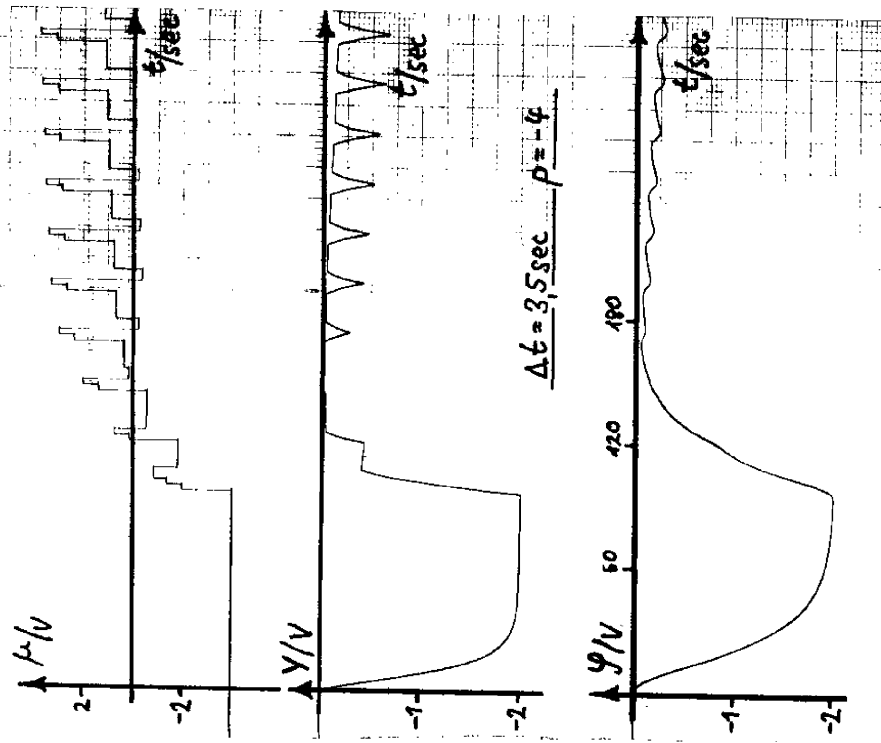


Fig. IV-27b

du système, mais en régime transitoire ("lecture prématurée").

Pour augmenter la rapidité de l'action de commande, on applique à la variable d'entrée, en fonction de la constante de temps principale de l'inertie située avant la caractéristique extrême et des contraintes technologiques du système à optimiser, un échelon de "commande exagérée" d'amplitude supérieure à celle déterminée par le calcul de la distance de l'extrémum présumé par rapport au point de fonctionnement. Après un certain temps, la variable d'entrée est portée par la "commande définitive" à la position correspondant à l'extrémum présumé.

La méthode proposée est tout d'abord décrite en détail pour le cas où la caractéristique extrême est encadrée par 2 inerties pouvant être approchées par des opérateurs linéaires du 1er ordre et où les grandeurs intermédiaires ne sont pas accessibles. Ensuite d'autres cas particuliers sont traités, basés sur les hypothèses que les inerties sont connues explicitement et que le système complet est au plus du 2ème ordre non oscillant. Finalement des formules sont indiquées qui permettent d'optimiser, avec n'importe quel procédé d'extrapolation présenté au chapitre précédent, des systèmes avec inerties quelconques en nombre et ordre et non connues explicitement.

Des considérations sont faites relativement à des cas où des retards purs importants par rapport aux plus grandes constantes de temps des inerties se manifestent. Des indications sont données de manière à ce que l'on puisse utiliser l'information de travail supplémentaire fournie par une mesure éventuellement possible des grandeurs intermédiaires du système.

Des essais expérimentaux avec enregistrements ont été effectués prouvant que la méthode est relativement insensible

par rapport à une différence entre le modèle fixé a priori
et le modèle réel du système.

CHAPITRE V

PROCEDE DE DETECTION ET DE PREDICTION
DE DERIVES POUR SYSTEMES SOUMIS A DES
PERTURBATIONS RAPIDES

V-1 INTRODUCTION

V-2 ORIGINE, ALLURE ET EFFETS DES PERTURBATIONS

V-3 ALGORITHME DE DETECTION ET DE PREDICTION DE PERTURBATIONS

V-3.1 Prédiction à partir de 2 points

V-3.2 Prédiction à partir de 3 points

V-4 APPLICATION DU PROCEDE DE DETECTION ET DE PREDICTION DE
DERIVES

V-4.1 Dérive linéaire horizontale

V-4.2 Dérive linéaire verticale

V-4.3 Perturbation sinusoïdale horizontale

V-4.4 Perturbation sinusoïdale verticale

V-4.5 Dérives agissant sur un système comportant
des inerties

V-5 CONCLUSION



CHAPITRE V

PROCÉDE DE DETECTION ET DE PREDICTION DE
DERIVES POUR SYSTEMES SOUMIS A DES PERTUR-
BATIONS RAPIDES

V-1 INTRODUCTION

Le but de la régulation extrême est de maintenir optimale le fonctionnement d'un processus quelles que soient les perturbations extérieures et les variations des caractéristiques du processus non connues d'avance. Cependant, en présence de perturbations trop rapides les S.R.E. classiques ont leur fonctionnement perturbé, cette perturbation pouvant entraîner l'instabilité du système.

Ce problème de l'effet des perturbations sur le fonctionnement des méthodes de régulation extrême est donc fondamental. C'est ainsi qu'un des critères les plus importants pour la qualité d'algorithmes d'extrémalisation est leur stabilité par rapport à des perturbations. De nombreuses publications traitent cette question [19,20,2] et font une comparaison de diverses méthodes de régulation extrême en fonction de l'influence des dérives et bruits [6,5].

Pour appliquer la régulation extrême à des processus soumis à des perturbations rapides, plusieurs possibilités se présentent :

- Il est possible de répéter l'action de recherche du régulateur plusieurs fois, de faire une moyenne des résultats obtenus, et d'enclencher seulement à ce moment l'action de commande. Par ce procédé le régulateur ne suit que les perturbations de très basse fréquence, le processus doit subir les perturbations de fréquence un peu plus élevée. Cette méthode n'est pas valable lorsque les dérivées sont monotones croissantes ou décroissantes.

- La méthode que nous proposons dans ce chapitre consiste à détecter une dérive éventuelle de la variable de sortie, d'extrapoler cette évolution pendant l'action de recherche et de compenser l'effet de la dérive en retranchant l'évolution prédite de l'évolution véritable de la variable de sortie. Ce procédé permet d'augmenter le domaine de stabilité par rapport aux perturbations.

Dans les paragraphes qui suivent nous expliquerons et étudierons en détail cette méthode. Des résultats d'essais expérimentaux de ce procédé,

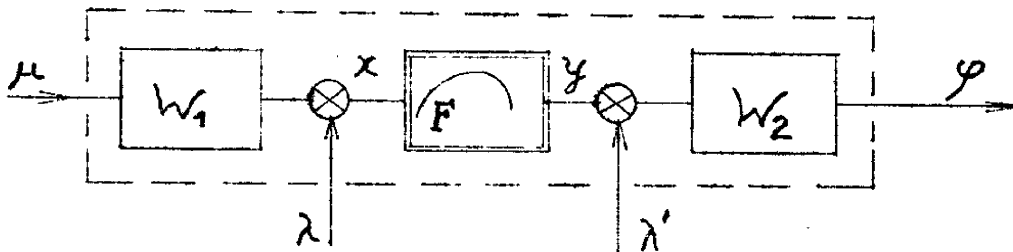
appliqué aux méthodes d'extrapolation proposées plus haut, seront donnés.

V-2 ORIGINE, ALLURE ET EFFETS DES PERTURBATIONS

Tout d'abord, il y a les perturbations indépendantes des actions du régulateur extrémal : les perturbations extérieures pouvant apparaître en μ, x, y, φ et même à l'intérieur des parties dynamiques W_1 et W_2 ou statique F (Figure V-1).

Ensuite il y a les perturbations dues au fonctionnement du régulateur extrémal : les perturbations internes au

au système agissant en μ et provoquées par les pas de recherche et de commande. Si le régulateur extrémal par extrapolation fonctionne dans des conditions idéales, et si le processus à optimiser est pourvu seulement d'une inertie du 1er ordre située avant la caractéristique extrémale, la variable de sortie φ (où les mesures sont effectuées) aura retrouvé à la fin de chaque pas de commande son nouveau régime définitif (en supposant qu'il n'y ait pas d'autres perturbations extérieures qui agissent). Au contraire, si une commande incorrecte est effectuée, ou si le processus à optimiser comporte plusieurs inerties, la variable de sortie φ sera, à la fin du pas de commande, en régime transitoire, ce qui peut durer un temps correspondant au temps de réponse des inerties concernées.



- Figure V-1 -

Toutes ces perturbations peuvent être décomposées en une grandeur λ qui cause une translation horizontale de la caractéristique F (dérive horizontale) et en une grandeur λ' qui déplace la caractéristique F dans le sens vertical (dérive verticale).

L'amplitude et les fréquences de ces perturbations peuvent être quelconques, tout de même il est à noter que les perturbations agissant en amont d'inerties sont filtrées par ces parties dynamiques (filtre naturel).

Par rapport à leurs effets sur le fonctionnement du régulateur, les perturbations apparaissant sur la variable de sortie φ peuvent être classées dans 3 domaines de fréquence :

- les perturbations très basse fréquence (dérives) par rapport à la période d'une séquence d'optimisation, qui n'ont pas d'influence sur le bon fonctionnement du régulateur extrémal.

- les perturbations haute fréquence (bruits), qui sont les plus gênantes, mais qui peuvent être facilement éliminées par un filtre passe-bas artificiel connecté entre la grandeur proportionnelle à l'amplitude de la variable de sortie φ et le bloc de mesure du régulateur.

- et les perturbations basse fréquence dont la période est de l'ordre de grandeur de la durée d'une séquence d'optimisation. Ces perturbations là, ne pouvant être filtrées car les signaux de recherche de même fréquence le seraient aussi, se superposent aux réponses des actions de recherche et empêchent le calcul correct de la distance de l'extrémum.

L'instabilité est atteinte, pour les S.P.F. "pas à pas" qui utilisent la méthode du gradient et d'extrapolation à partir de 2 points détectés, lorsque durant le pas de recherche l'évolution de la variable de sortie φ , due à une dérive, est plus grande que la réponse due à l'échelon de recherche précédent et de signe opposé.

Des formules détaillées, explicitant les effets des dérives horizontales et verticales sur le fonctionnement

de la méthode d'extrapolation à partir de 2 points, sont données dans un exemple d'application de la "méthode de comparaison quantitative des S.R.E.E." proposée en appendice. On indique les limites de la plage d'oscillation du point de fonctionnement par rapport à l'extrémum, en régime définitif. Ce calcul a été fait en tenant compte : du paramètre hypothétique, du paramètre véritable, des dérives horizontales et verticales, des constantes de temps des inerties situées avant et après la caractéristique statique, de la période d'échantillonnage ainsi que du temps de repos après chaque séquence d'optimisation.

Pour les S.R.E. d'extrapolation à partir de 3 points détectés la stabilité est encore plus critique en présence de perturbations. Pour avoir la valeur de la dérivée seconde, il est nécessaire de faire la soustraction des réponses de 2 échelons de recherche. La différence de ces 2 amplitudes de réponses est très petite, et il suffit d'une très petite perturbation dans le sens défavorable pour que cette différence change de signe et provoque un mouvement divergent du point de fonctionnement par rapport à l'extrémum.

Mais comme l'allure générale d'une dérive présente une forme plus ou moins régulière dans le temps par l'effet des inerties ou du filtre supplémentaire, il est possible de faire une prédiction approximative de l'évolution future de cette dérive et de compenser son effet pour le calcul des commandes à effectuer.

V-3 ALGORITHME DE DETECTION ET DE PREDICTION DE PERTURBATIONS

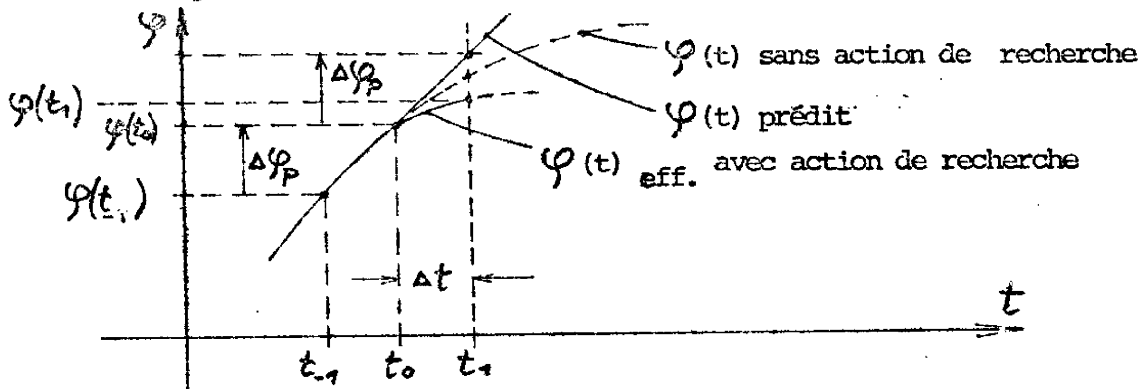
L'action de détection de perturbations se fait au début de la séquence d'optimisation. On détecte et on met en mémoire à des intervalles de temps constants de durée Δt deux ou plusieurs valeurs de la variable de sortie. A partir de ces 2 ou plusieurs points détectés et mis en mémoire, il est possible de prédire par une extrapolation l'évolution future probable de la variable de sortie φ . Ensuite, après l'action de recherche, on fait une comparaison entre l'évolution prédite et l'évolution effective. De la différence de ces deux évolutions, prédite et effective, on déduit la distance approximative de l'extrémum par rapport au point de fonctionnement actuel.

Dans la pratique, on peut choisir, selon la méthode d'extrapolation utilisée, un algorithme de prédiction faisant une extrapolation à partir de 2 ou au plus 3 points détectés et mis en mémoire.

V-3.1 Prédiction à partir de 2 points

Considérons l'exemple de la figure V-2 avec une évolution de $\varphi(t)$ croissante, et supposons qu'à l'instant t_0 la séquence d'optimisation débute avec l'action de recherche (mise en mémoire de $\varphi(t_0)$ et application d'un échelon de recherche à la variable d'entrée μ). Après le pas de recherche on met en mémoire à l'instant t_1 la valeur de $\varphi(t_1) > \varphi(t_0)$. Le bloc de mesure du régulateur détecte donc une réponse $\varphi(t_1) - \varphi(t_0) = \Delta\varphi > 0$. S'il n'y avait pas de détection de perturbations avant l'action de recherche, cette valeur $\Delta\varphi > 0$ signifierait que l'échelon de recherche a été effectué dans le bon sens (en admettant qu'un maximum est recherché) et de ce

fait la commande devrait être appliquée dans le même sens que celui de l'échelon de recherche réalisé. Mais en réalité, en tenant compte de l'évolution $\varphi(t)$ avant l'application de l'échelon de recherche, on s'aperçoit, dans l'exemple de la figure V-2, que $\varphi(t)_{\text{eff.}}|_{t_1} = \varphi(t_1)$ (point de fonctionnement effectif en t_1 après application de l'échelon de recherche) est plus petit que $\varphi(t)|_{t_1}$ (point de fonctionnement en t_1 si l'échelon de recherche n'avait pas été appliqué). Donc l'échelon de recherche a été effectué dans le mauvais sens et pour avoir stabilité, l'échelon de commande devrait être de signe inverse à l'échelon de recherche.



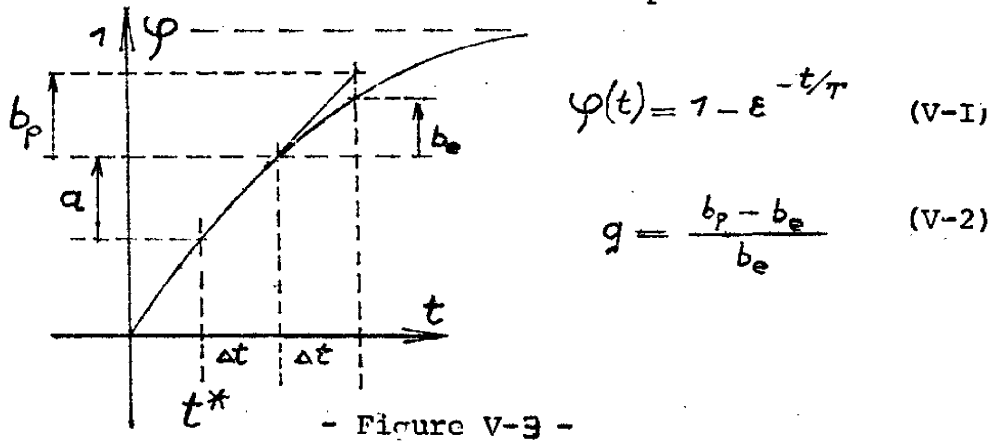
- Figure V-2 -

Au contraire, si on prévoit une action de détection de perturbations avant l'application de l'échelon de recherche (ceci en mettant en mémoire à l'instant $t_0 - \Delta t = t_1$ la valeur de $\varphi(t_1)$), il est possible d'extrapoler linéairement $\varphi(t)$ jusqu'à l'instant t_1 . (La mise en mémoire de $\varphi(t_0)$ sert à la fois à la détection de perturbations et à la recherche de l'extrémum.)

Soit $\varphi(t_0) - \varphi(t_1) = \Delta\varphi_p$, cette valeur est mise en mémoire. Après l'application de l'échelon de recherche, on

obtient une réponse $\varphi(t_1) - \varphi(t_0) = \Delta\varphi > 0$, de cette réponse effective est soustraite l'évolution prédite $\Delta\varphi_p > \Delta\varphi$ de la perturbation (figure V-2). Et c'est maintenant cette valeur $\Delta\varphi - \Delta\varphi_p < 0$ de signe opposé à l'amplitude de l'échelon de recherche, qui sert de base pour l'élaboration de la commande devant mener le point de fonctionnement approximativement à l'extrémum. La stabilité est donc rétablie.

L'erreur relative commise par cette prédiction linéaire peut être définie de la façon suivante, en supposant que la dérive $\varphi(t)$ soit causée par une perturbation en échelon de position unitaire appliquée en y , en amont d'une inertie du 1er ordre avec la constante de temps T :



a : amplitude de la perturbation détectée entre t^* et $t^* + \Delta t$

b_e : évolution effective de la perturbation entre $t^* + \Delta t$ et $t^* + 2 \cdot \Delta t$

b_p : évolution prédite de la perturbation entre $t^* + \Delta t$ et $t^* + 2 \cdot \Delta t$

En posant $\frac{\Delta t}{T} = \tau \quad (V-3)$, on obtient :

$$a = (1 - \varepsilon^{-\tau}) \cdot \varepsilon^{-t^*/T} \quad (V-4)$$

Pour une prédiction linéaire, nous avons : $b_p = a$

D'après la figure V-3 et avec (V-1) nous obtenons :

$$b_e = (1 - \varepsilon^{-2\tau}) \cdot \varepsilon^{-t^*/T} - a \quad (V-5)$$

Avec (V-2) :

$$g = \frac{1 - 2 \cdot \varepsilon^{-\tau} + \varepsilon^{-2\tau}}{\varepsilon^{-\tau} - \varepsilon^{-2\tau}}$$

$$g = \varepsilon^{+\tau} - 1 \quad (V-6)$$

Pour avoir une idée de grandeur, posons : $\tau = \frac{\Delta t}{T} = 0,2$

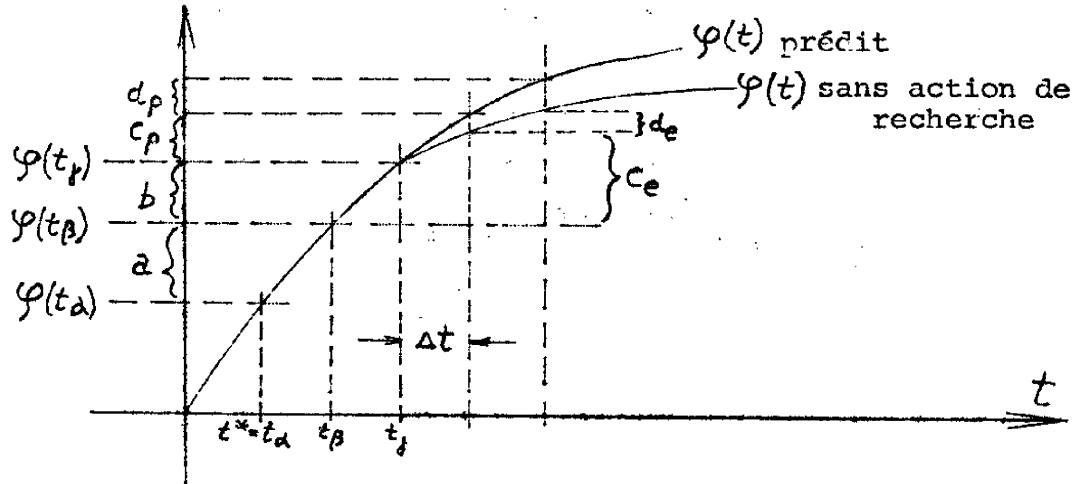
Nous obtenons l'erreur relative suivante :

$$g \approx 0,22 \quad (V-7)$$

V-3.2 Prédiction à partir de 3 points

Ce procédé est à envisager particulièrement pour les méthodes d'extrapolation se basant sur la détection de 3 points de la caractéristique extrême. Ces méthodes recherchent plutôt une grande précision par séquence d'optimisation pour une rapidité diminuée par les 2 pas de recherche nécessaires. Donc une prédiction plus fine par un 2ème pas de détection de perturbations avant l'action de recherche est justifiable. De cette façon l'évolution d'une dérive éventuelle peut être extrapolée non-linéairement à partir de 3 points détectés jusqu'à la fin des 2 pas de recherche ultérieurs.

Considérons la figure V-4 :



- Figure V - 4 -

Par la mise en mémoire des valeurs de $\varphi(t_a)$, $\varphi(t_\beta)$ et $\varphi(t_\gamma)$ (cette dernière valeur sert aussi pour l'action de recherche), les amplitudes de a et de b sont données. Pour déterminer l'amplitude de $\Delta\varphi_I = c_p$ (évolution prédite de la dérive durant le 1er pas de recherche) nous avons choisi la formule suivante :

$$\Delta\varphi_I = c_p = \frac{b^2}{a} \quad (V-8)$$

Dans la pratique, la variable de sortie présente souvent une évolution approximativement exponentielle en raison du filtrage des perturbations en échelon de position par les inerties du processus. Comme chaque commande défectueuse correspond à une perturbation en échelon de position, elle cause de ce fait une dérive d'allure exponentielle de φ à la fin de la séquence d'optimisation. Nous utilisons ainsi la formule (V-8) qui donne des résultats de prédiction exacts pour des évolutions rigoureusement exponentielles.

L'erreur de prédiction dans le cas d'une dérive linéaire sera égale à zéro, ce qui peut être déduit directement de la relation (V-8).

Dans le cas d'une évolution purement exponentielle de la variable de sortie, nous avons également une erreur égale à zéro. En effet

$$g = \frac{c_p - c_e}{c_e} \quad (\text{d'après V-2})$$

$$\Delta \varphi_{\text{I}} = c_p = \frac{b^2}{a} = \varepsilon^{-2\tau} (1 - \varepsilon^{-\tau}) \cdot \varepsilon^{-t^*/T}$$

Après avoir calculé l'évolution prédite c_p entre t_y et $t_y + \Delta t$ nous déterminons l'évolution véritable c_e pour ce même temps en supposant que la dérive est purement exponentielle :

$$c_e = \varepsilon^{-t^*/T} \cdot (1 - \varepsilon^{-\tau}) \cdot \varepsilon^{-2\tau} \quad (\text{V-10})$$

puisque $c_e \equiv c_p$ nous avons: $g = 0 \quad (\text{V-11})$

L'amplitude de $\Delta \varphi_{\text{II}} = d_p$ (évolution prédite de la dérive durant le 2ème pas de recherche) se détermine (d'après V-8) de la façon suivante :

$$\Delta \varphi_{\text{II}} = d_p = \frac{c_p^2}{b} = \frac{b^3}{a^2} \quad (\text{V-12})$$

avec une erreur égale à zéro pour une dérive purement exponentielle, comme nous allons le démontrer:

$$g = \frac{d_p - d_e}{d_e} \quad (\text{d'après V-2})$$

$$d_e = (1 - e^{-4\tau}) e^{-t^*/\tau} - c_e - b - a = e^{-3\tau} (1 - e^{-\tau}) e^{-t^*/\tau} \quad (\text{V-I3})$$

$$\Delta \varphi_{\mathbf{x}} = d_p = \frac{[e^{-2\tau} (1 - e^{-\tau})]^2 \cdot e^{-t^*/\tau}}{(1 - e^{-2\tau}) - (1 - e^{-\tau})} = (1 - e^{-\tau}) e^{-3\tau} \cdot e^{-t^*/\tau} \quad (\text{V-I4})$$

Nous avons $g = 0$ en raison de $d_e = d_p$

Remarque : En raison de limitations technologiques (il n'est pas possible de diviser par zéro) l'algorithme proposé sera pratiquement utilisé sous la forme suivante :

$$\Delta \varphi_{\mathbf{x}} = \left| \frac{[\varphi(t_{\gamma}) - \varphi(t_{\beta})]^2}{\varphi(t_{\beta}) - \varphi(t_{\alpha})} \right| \text{sign} [\varphi(t_{\gamma}) - \varphi(t_{\beta})] \quad (\text{V-I5a})$$

pour $|\varphi(t_{\beta}) - \varphi(t_{\alpha})| > |\varphi(t_{\gamma}) - \varphi(t_{\beta})|$

$$\Delta \varphi_{\mathbf{x}} = \varphi(t_{\gamma}) - \varphi(t_{\beta}) \quad (\text{V-I5b})$$

pour $|\varphi(t_{\beta}) - \varphi(t_{\alpha})| \leq |\varphi(t_{\gamma}) - \varphi(t_{\beta})|$

$$\Delta \varphi_{\mathbf{x}} = \left| \frac{[\varphi(t_{\gamma}) - \varphi(t_{\alpha})]^3}{[\varphi(t_{\beta}) - \varphi(t_{\alpha})]^2} \right| \text{sign} [\varphi(t_{\gamma}) - \varphi(t_{\beta})] \quad (\text{V-I6a})$$

pour $|\varphi(t_{\beta}) - \varphi(t_{\alpha})| > |\varphi(t_{\gamma}) - \varphi(t_{\beta})|$

$$\Delta \varphi_{\mathbf{x}} = \varphi(t_{\gamma}) - \varphi(t_{\beta}) \quad (\text{V-I6b})$$

pour $|\varphi(t_{\beta}) - \varphi(t_{\alpha})| \leq |\varphi(t_{\gamma}) - \varphi(t_{\beta})|$

Avec ces calculs, il est mis en évidence que la précision de ce procédé de prédiction de perturbations est idéale pour des évolutions exponentielles de la variable de sortie qui se manifestent fréquemment dans des S.R.E.F. car chaque commande défectueuse cause une dérive approximativement exponentielle de φ en raison des inerties du processus.

Notons que le nombre de blocs de calcul nécessaires est relativement réduit (voir la partie technologique au chapitre VII).

Remarque: Il est possible aussi de ne prévoir pour la méthode d'extrapolation à partir de 3 points qu'une prédiction linéaire de perturbations (gain en rapidité, perte en précision). L'erreur commise pour le 1er pas de recherche est alors identique à celui rencontré au § 3.1, l'effet de la dérive est

compensé à $(1 - 0,22) \cdot 100 = 78 \%$.

L'erreur qui affecte la compensation de l'effet de la dérive durant le 2ème pas de recherche a l'importance suivante :

$$g = \frac{c_p - c_e}{c_e} \quad (\text{d'après V-2})$$

(il n'y a qu'un pas de détection de perturbations)

$$\text{avec} \quad c_p = a = (1 - \varepsilon^{-\tau}) \cdot \varepsilon^{-t^*/\tau} \quad (\text{V-4})$$

$$\text{et} \quad c_e = \varepsilon^{-2\tau} (1 - \varepsilon^{-\tau}) \cdot \varepsilon^{-t^*/\tau} \quad (\text{V-10})$$

Avec ces dernières équations et $\tau = 0,2$ nous obtenons :

$$g = \frac{1 - \varepsilon^{-\tau} - \varepsilon^{-2\tau} + \varepsilon^{-3\tau}}{\varepsilon^{-2\tau} - \varepsilon^{-3\tau}} = \varepsilon^{2\tau} - 1 = 0,49 \quad (\text{V-17})$$

Autrement dit, l'effet de la dérive exponentielle est compensé durant le 2ème pas de recherche seulement à 51 %.

D'autre part, il est aussi possible d'appliquer le procédé de prédiction de perturbations à partir de 3 points à la méthode d'extrémalisation parabolique à paramètre fixé a priori. L'erreur est alors identique à l'erreur exprimée dans la relation (V-12), c'est-à-dire compensation complète de l'effet perturbateur de la dérive exponentielle.

Remarque : S'il est connu a priori que le processus à optimiser est soumis à des perturbations d'allure quelconque, par exemple approximativement sinusoïdale, il est avantageux d'utiliser l'algorithme de prédiction suivant :

$$c_p = m \cdot b - (m - 1) \cdot a = m(b - a) + a \quad (\text{V-18a})$$

$$d_p = m^* \cdot c_p - (m-1) \cdot b = m^{*2}(b-a) - m^*(b-a) + b \quad (\text{V-I8b})$$

avec $m, m^* \geq 1$

Les valeurs de m et de m^* sont choisies ou déterminées empiriquement d'après l'allure moyenne de la dérive se manifestant à la variable de sortie.

Pour $m = m^* = 1$ nous avons une prédiction linéaire.

Pour $m = m^* = 2$ nous obtenons par exemple :

$$c_p = 2b - a \quad (\text{V-I9a})$$

$$d_p = 3b - 2a \quad (\text{V-I9b})$$

Il est visible que, conformément à l'algorithme de prédiction précédemment proposé, l'amplitude de l'évolution détectée "b", plus récente dans le temps et de ce fait plus probable dans le futur, possède un poids plus lourd que l'évolution "a" détecté antérieurement.

L'erreur de prédiction dans le cas d'une dérive linéaire est encore égale à zéro. La précision de prédiction dans le cas où la variable de sortie évolue par exemple sinusoidalement dans le temps est meilleure que celle obtenue par une application de l'algorithme de prédiction défini par les relations (V-I5) et (V-I6). En outre, les formules (V-I8a) et (V-I8b) sont d'une réalisation technologique plus simple, elles ne nécessitent ni multiplieur ni diviseur.

V-4 APPLICATION DU PROCEDE DE DETECTION ET DE PREDICTION DE DERIVES

Nous voulons appliquer la méthode d'extrapolation combinée à partir de 2 et 3 points à un processus soumis à des

perturbations de grande amplitude et de grande vitesse. Pour ceci nous utilisons le procédé de détection et de prédiction de dérives à partir de 3 points, défini par les formules (V-I5) et (V-I6).

Remarques : Par manque de temps , l'algorithme de prédiction donné par les relations (V-I8a) et (V-I8b) , présentant de meilleures performances (vu l'allure des perturbations envisagées), n'a pas pu être étudié expérimentalement.

Les performances du procédé de détection et prédiction de perturbations à partir de 2 points détectés (prédiction linéaire) sont données dans le § VI.

V-4.I Dérive linéaire horizontale

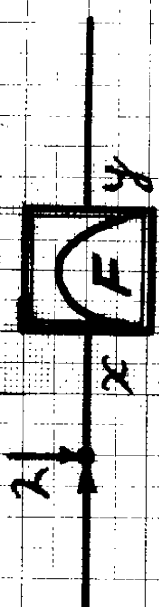
Considérons la figure V-5 où la compensation de l'effet d'une dérive linéaire horizontale est envisagée pour une régulation d'un "processus" sans inertie.

L'algorithme d'extrémalisation décrit dans le paragraphe précédent étant prévu pour des systèmes avec inertie et comportant de ce fait une commande exagérée et une commande définitive (et comme pour un système sans inertie une seule commande est suffisante) nous nous sommes arrangés de façon que la commande exagérée amène le point de fonctionnement juste à l'extrémum (pour des conditions de marche idéales). La commande définitive avait une amplitude fixe de $C_D = -\Delta X = -0,5V$ pour compenser l'un des deux pas de recherche d'amplitude $+\Delta x$, ce qui permettait d'obtenir en régime idéal (sans perturbations entre autres) un mouvement oscillant symétrique autour de l'extrémum.

Sur la figure nous remarquons l'évolution dans le temps de la variable de sortie y sans régulateur : le point de fonctionnement monte d'abord sous l'influence de la dérive vers l'extrémum pour s'en éloigner ensuite. Une autre courbe montre l'évolution de la variable de sortie pour le cas où le régulateur avec procédé de compensation de l'effet des perturbations est branché : après la première séquence d'optimisation (S.O.) comprenant 2 pas de prédiction de perturbations, 2 pas de recherche, 1 pas de commande exagérée et 1 pas de commande définitive, le point de fonctionnement est porté par la commande exagérée exactement à la valeur optimale, ceci en présence d'une dérive $dy/dt > 0$ de la variable de sortie. Une fois le point de fonctionnement aux alentours de l'extrémum, la perturbation linéaire qui agit avant la caractéristique extrême cause une dérive $dy/dt < 0$ de la variable de sortie. Dans ce cas aussi, chaque commande exagérée porte le point de fonctionnement juste à la valeur optimale. Ce pompage assez marqué est explicable par la durée relativement grande ^{des pas} en présence d'une vitesse élevée de la dérive et à cause de la pente très raide de la caractéristique extrême ($p = -1/2$).

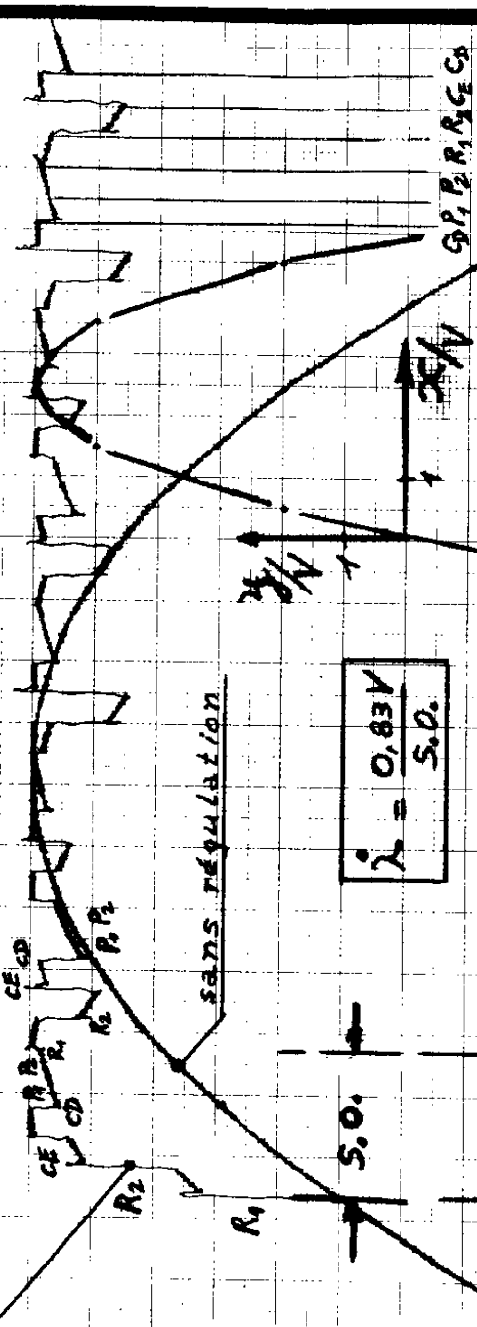
V-4.2 Dérive linéaire verticale

La figure V-6 montre les performances du régulateur extrême avec et sans prédiction de perturbations sous l'influence de dérives linéaires verticales. La dérive de la variable de sortie étant linéaire, le régulateur avec prédiction de perturbations présente exactement la même précision que dans le cas où la dérive n'agit pas, ceci pour n'importe quelle vitesse de dérive (la prédiction de perturbations linéaires est exacte à 100%, la compensation de l'effet de la perturbation est complète, nous avons la suppression de l'écart de traînage).



Dérivée linéaire
horizontale

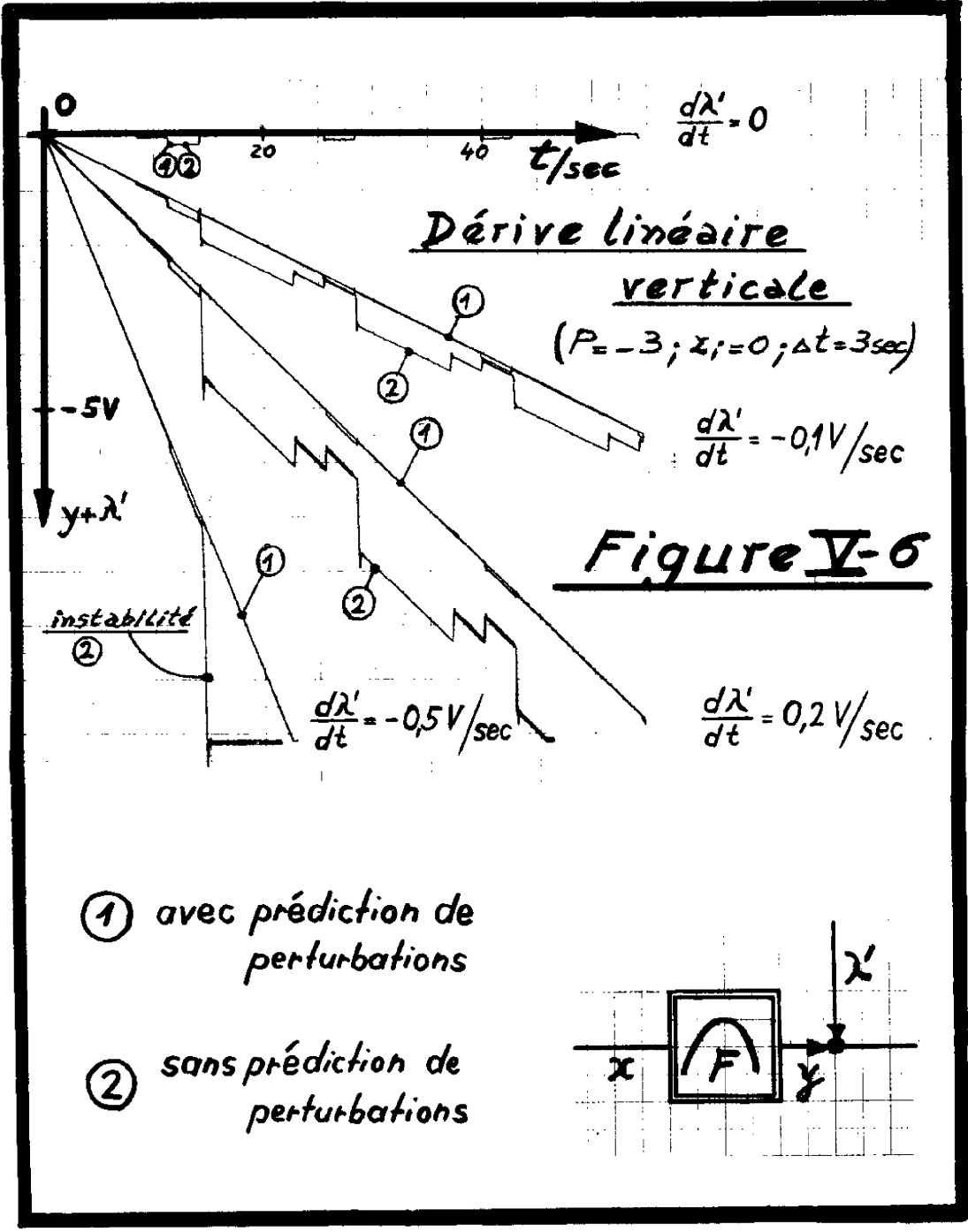
avec régulation et prédiction de perturbations



$$\lambda = \frac{0,83V}{S.O.}$$

$$P = -\frac{1}{2!}$$

Figure V-5



La régulation extrémale sans détection et prédiction de dérives est soumise à une perte de recherche proportionnelle à la vitesse de la dérive. Cette régulation devient instable, pour les grandeurs indiquées sur la figure, à partir d'une dérive supérieure à $|\dot{\lambda}| = 0,5 \text{ V/sec}$.

V-4.3 Perturbation sinusoïdale horizontale

Sur la figure V-7a, nous voyons les évolutions dans le temps de la variable de sortie pour des régulations avec ou sans prédiction et compensation des effets de perturbations à partir de 3 points détectés. La période de la perturbation sinusoïdale horizontale qui affecte le système est de $T_p = 100 \text{ sec}$, son amplitude est $\lambda_{\text{max}} - \lambda_{\text{min}} = 9 \text{ V}$, le point de départ est situé à chaque essai aux coordonnées suivantes :

$$x_i = -6 \text{ V} \quad \text{et} \quad y_i = x_i / (z \cdot \rho) = 36 \text{ V} / (-6) = -6 \text{ V}$$

Il est visible que le régulateur sans prédiction de perturbations nécessite 4 séquences d'optimisation pour parvenir à la valeur extrémale, tandis que le même régulateur avec cette prédiction n'a besoin que de 2 ou 3 séquences. Une fois la valeur optimale atteinte, le procédé de compensation des effets de perturbations permet de rester plus près de cette valeur.

La figure V-7b montre encore le comportement du régulateur avec et sans procédé de compensation, maintenant sous l'influence d'une perturbation sinusoïdale horizontale de fréquence double avec la période de $T_p = 50 \text{ sec}$, l'amplitude restant la même avec $\lambda_{\text{max}} - \lambda_{\text{min}} = 9 \text{ V}$.

On constate, pour un point initial ($x_1 = -6 \text{ V}$ et $y_1 = -6 \text{ V}$) situé loin de l'extrémum :

- 1'évolution de $y(t)$ dans le cas où le régulateur complet est branché.

- 2 tracés de $y(t)$ pour un fonctionnement du régulateur sans procédé de prédiction et compensation des effets de perturbations. On voit que le système se trouve près de la limite d'instabilité.

- 2 tracés de $y(t)$ pour le cas où le régulateur complet avec les 2 pas de prédiction de perturbations est en marche.

V-4.4 Perturbation sinusoïdale verticale

Les courbes de la figure V-8 ont été tracées lors d'un fonctionnement du régulateur dans le cas où le système est soumis à une perturbation sinusoïdale verticale de période $T_p = 50$ sec et d'amplitude $\lambda'_{\max} - \lambda'_{\min} = 10,5V$. Il est encore une fois visible que le régulateur avec prédiction de perturbations approche de plus près la courbe optimale que le régulateur n'utilisant pas un tel procédé. Par la prédiction à partir de 3 points détectés de l'évolution de la perturbation à la variable de sortie, il est même possible de compenser d'une façon relativement précise les effets de perturbations non linéaires.

V-4.5 Perturbations agissant sur un système comportant des inerties

Nous avons testé aussi les performances du régulateur avec procédé de détection et prédiction de perturbations avec présence simultanée de dérives linéaires horizontales et verticales agissant sur un système comportant une inertie du 1er ordre située avant et après la caractéristique extrémale (voir Figure V-9).

y/V / horizontalale

$T_p = 100 \text{ sec}$

$P = -3$

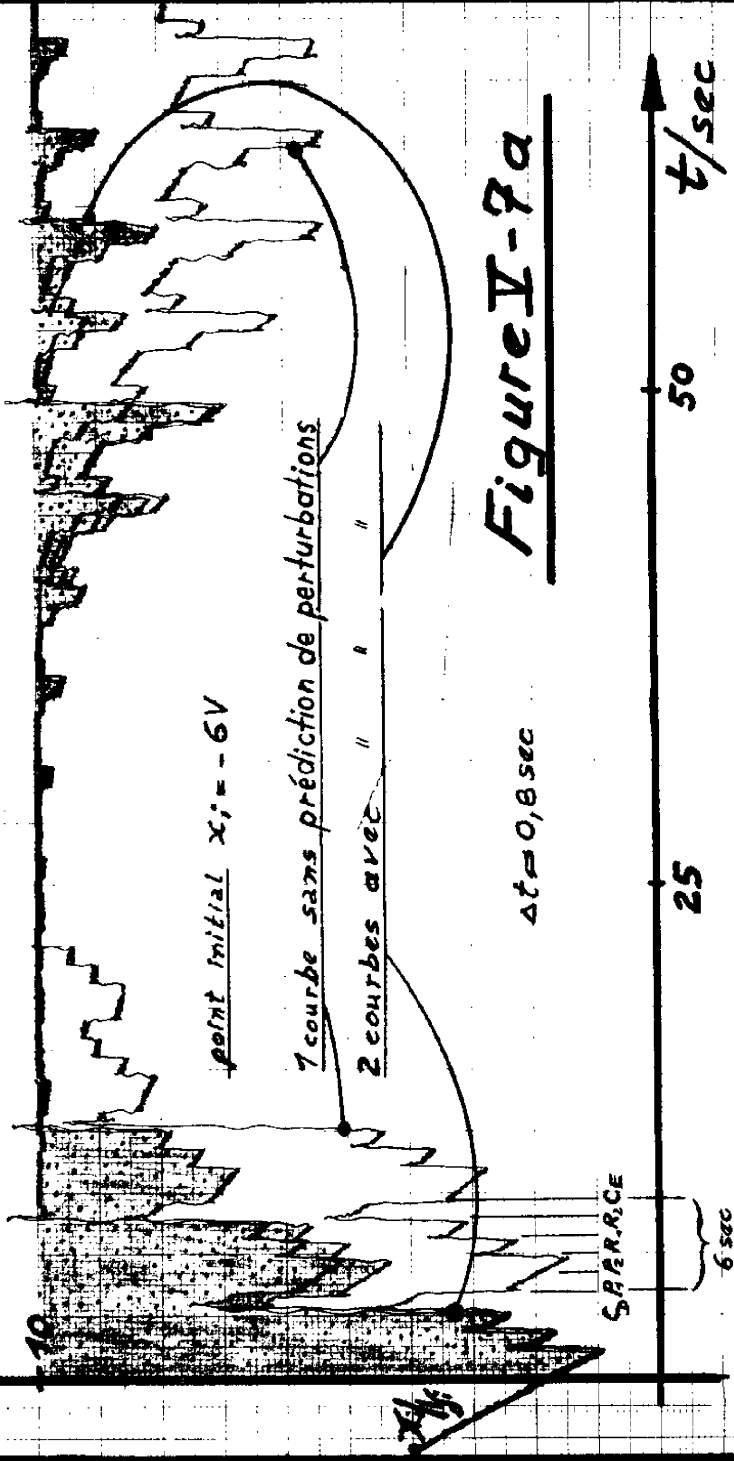


Figure I-7a

Perturbation sinusoïdale

$T_p = 50 \text{ sec}$

horizontale

$p = -3$

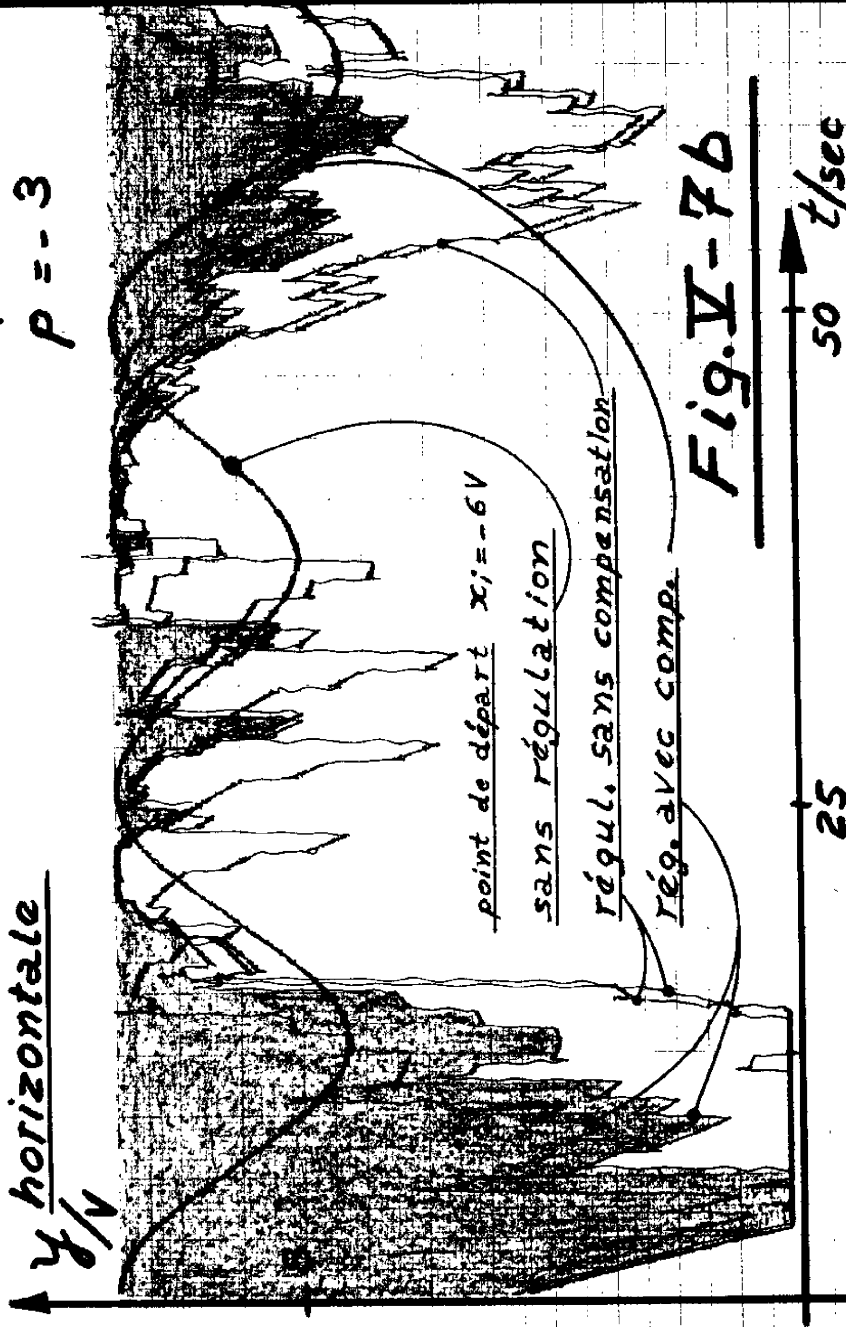


Fig.V-7b

25

50 t/sec

(μ/φ) pendant la régulation d'un système comportant une inertie du 1er ordre, de constante de temps $T_I = 5$ sec, située avant et d'une autre inertie du 1er ordre, de constante de temps $T_2 = 1$ sec, située après la caractéristique extrémale.

Les valeurs des grandeurs utilisées sont les suivantes:

$$T_I = 5 \text{ sec} , T_2 = 1 \text{ sec} ; \Delta\mu = 0,5 \text{ V}$$

$$P_v = P_h = - 1$$

$$\Delta t = 2,1 \text{ sec} \text{ -- durée d'un pas}$$

$$e = 0,2 \text{ "coefficient d'évolution" du système par durée de pas (voir § IV)}$$

$$T_R = 21 \text{ sec} \text{ -- temps de réponse du système supposé linéaire}$$

$$T_E = 6 \cdot 2,1 \text{ sec} = 12,6 \text{ sec} \text{ -- durée d'une séquence d'optimisation}$$

$$\tau_s = \frac{T_E}{T_R} = 0,6$$

La perturbation linéaire horizontale λ évolue avec une vitesse de $\dot{\lambda} = 0,05$ V/sec, la perturbation linéaire verticale λ' avec une vitesse $\dot{\lambda}' = 0,1$ V/sec.

Le point initial se situe en bas à droite sur les photographies. On remarque tout d'abord les 2 échelons de recherche $\Delta\mu = 0,5$ V et $k \cdot \Delta\mu = 0,393 \cdot 0,5$ V = 0,172 V (voir § IV pour la signification de k). Ensuite est appliquée la commande exagérée. Le point de fonctionnement évolue lentement vers le haut (trait plein par une longue exposition) jusqu'à ce que la commande définitive soit appliquée. Exactement à ce moment la position de la caractéristique extrémale est photographiée, on voit que le point de fonctionnement se trouve

Perturbation sinusoïdale
verticale

$T_p \approx 50 \text{ sec}$
 $P = -5$

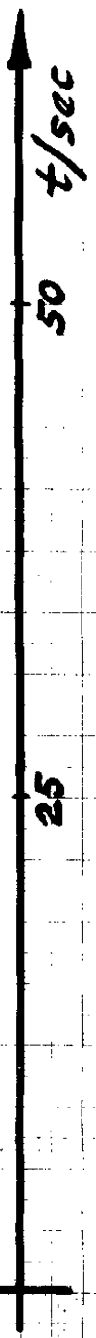
$\gamma + \frac{\lambda'}{\nu}$

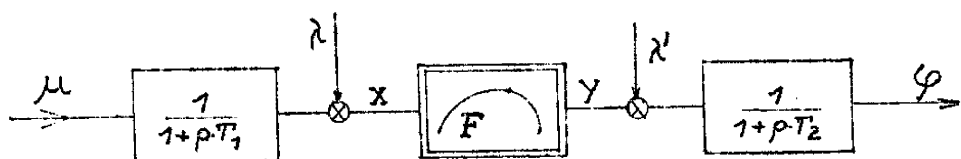
Lieu du maximum
dans le temps

point initial $X_i = -6V$

- 2 courbes avec prédiction de perturbations
- 2 courbes sans prédiction de perturbations

Figure V-8





(Système à optimiser)

- Figure V-9 -

Pour visualiser les mouvements du point de fonctionnement et de la caractéristique extrémale, nous avons utilisé un procédé de commutation (décrit en détail au § VII consacré à la partie technologique) qui permet d'enregistrer par photographie l'évolution du point de fonctionnement μ/φ par l'intermédiaire d'un oscilloscope pendant plusieurs séquences d'optimisation. La position de la caractéristique extrémale est enregistrée après chaque séquence d'optimisation au moment de l'application de la commande définitive. De cette façon on peut suivre aisément l'évolution du point de fonctionnement par rapport à l'emplacement correspondant de la caractéristique extrémale.

Remarque: Pour réaliser ces enregistrements, nous avons utilisé deux blocs différents simulant le processus à optimiser:

- le premier bloc permettait d'enregistrer en quasi permanence les coordonnées (μ/φ) du point de fonctionnement,
- le deuxième bloc, soumis aux mêmes perturbations mais ne comportant pas d'inerties, délivrait seulement la position de la caractéristique extrémale en coordonnées (x/y) (voir Figure V-3) au moment de l'application de la commande définitive.

Sur la photo "a" de la figure V-10, à la partie supérieure, est représentée l'évolution dans le temps de la caractéristique extrémale $y = \frac{x^2}{2p}$ et celle du point de fonctionnement

Les valeurs numériques utilisées sont les suivantes :

$$T_I = 5 \text{ sec} ; T_2 = 3 \text{ sec} ; \Delta\mu = 0,5 \text{ V}$$

$$P_V = P_h = - I$$

$$\Delta t = 3,3 \text{ sec}$$

$$t \text{ repos} = 1 \text{ sec}$$

$$e = 0,2$$

$$T_R = 25 \text{ sec}$$

$$T_E = 5 \cdot 3,3 \text{ sec} = 16,5 \text{ sec}$$

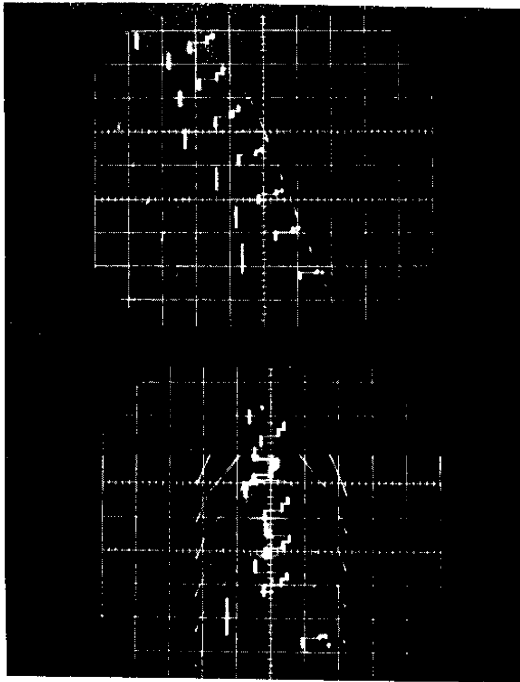
$$\tau_s = \frac{T_E + t \text{ repos}}{T_R} = \frac{17,5}{25} = 0,7$$

Les perturbations linéaires acussant lors du fonctionnement du système, quand la partie supérieure de la photo V-IOb a été exposée, avaient les vitesses de $\dot{\lambda} = 0,025 \text{ V/sec}$ et $\dot{\lambda}' = 0,05 \text{ V/sec}$. Il est visible qu'en raison de l'inertie T_2 , relativement importante ^{par rapport} à l'inertie T_I , le point de fonctionnement est encore assez éloigné de l'extrémum après chaque commande définitive (moment où la position de l'extrémum est photographiée). A cause de cela un temps de repos est prévu après chaque séquence d'optimisation.

Remarque : L'emplacement de la caractéristique extrême après la première séquence n'a pas été enregistré sur cette photo.

La partie inférieure de la photo V-IOb représente le fonctionnement de la même régulation sous l'influence de dérives 3 fois plus rapides $\dot{\lambda} = 0,075 \text{ V/sec}$ et $\dot{\lambda}' = 0,15 \text{ V/sec}$. Il est visible qu'à ces vitesses de dérives un certain écart de traînage se manifeste. (La perturbation linéaire horizontale cause une évolution non-linéaire de la variable de sortie, la

Photo a



$$P_v = P_h = -1$$

$$T_1 = 5 \text{ sec}$$

$$T_2 = 1 \text{ sec}$$

$$\lambda = (0,05 \text{ V/sec}) \cdot t$$

$$\lambda' = (0,1 \text{ V/sec}) \cdot t$$

$$\lambda' = (0,1 \text{ V/sec}) \cdot t$$

Photo b

Figure V-10

1 division = 1V

$$\lambda = (0,025 \text{ V/sec}) \cdot t$$

$$\lambda' = (0,05 \text{ V/sec}) \cdot t$$

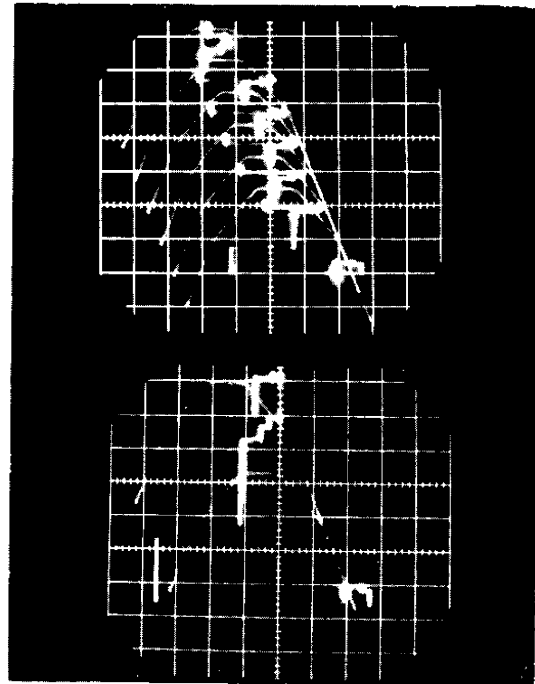
$$P_v = P_h = -1$$

$$T_1 = 5 \text{ sec}$$

$$T_2 = 3 \text{ sec}$$

$$\lambda = (0,075 \text{ V/sec}) \cdot t$$

$$\lambda' = (0,15 \text{ V/sec}) \cdot t$$



compensés entièrement, la vitesse de la dérive pouvant être quelconque. L'écart de traînage qui se présente normalement pour de telles dérives est supprimé complètement. Si le système à optimiser est soumis à des perturbations causant une dérive non-linéaire de la variable de sortie, les expériences effectuées montrent une amélioration très sensible des performances de stabilité, rapidité et précision par rapport à une régulation n'utilisant pas un tel procédé de compensation des effets de perturbations.

déjà après une séquence d'optimisation très près de l'extrémum, ceci en tenant compte du point initial éloigné, des dérivées horizontales et verticales et de la faible inertie située après la partie statique (la commande exagérée n'a pas d'influence sur l'effet ralentisseur de l'inertie après la partie statique). Au début de la séquence suivante d'optimisation, durant les 2 pas de détection de perturbation, le point de fonctionnement évolue lentement vers le haut en suivant la dérive verticale.

Avec les 2 pas de recherche suivants l'explication donnée se renouvelle. Après cette séquence d'optimisation et les suivantes, le point de fonctionnement suit toujours très bien l'extrémum.

La partie inférieure de la photo "a" représente le même mouvement de la caractéristique extrémale et du point de fonctionnement (μ/φ), mais cette fois avec seulement une dérive verticale de $\dot{\lambda} = 0,1$ V/sec.

La partie supérieure de la photo V-10b présente encore une fois de façon explicite le comportement d'un système avec inerties affecté de perturbations verticales et horizontales par rapport aux actions d'un régulateur avec procédé de prédiction et compensation des effets de perturbations. L'inertie ^{située} avant la caractéristique extrémale est la même avec $T_I = 5$ sec, l'inertie ^{située} après la caractéristique extrémale est plus importante, elle a une constante de temps de $T_2 = 3$ sec.

Le rapport T_2/T_I étant plus grand, un temps de repos après chaque séquence d'optimisation est introduit.

VI-3.2 Stabilité en présence de bruits

VI-3.3 Stabilité liée à une variation du paramètre de la parabole d'extrapolation

VI-3.4 Stabilité par rapport à des variations des caractéristiques des parties dynamiques

VI-4 APPLICATION PRATIQUE

VI-4.1 Rapidité et stabilité par rapport à des variations de la forme de la caractéristique extrême

VI-4.2 Performances d'optimisation liées à des variations des caractéristiques dynamiques du processus

VI-4.3 Comportement de la méthode proposée en présence de perturbations extérieures

VI-5 AMELIORATIONS POSSIBLES DE LA METHODE PROPOSEE

- a) Adaptation de l'algorithme d'extrémalisation au "paramètre moyen" du côté droit et gauche de l'extrémum
 - par action sur R_h
 - par action sur le coefficient de la correction tachymétrique
- b) Adaptation de la durée du pas de repos à la vitesse d'évolution de la variable de sortie
- c) Extension de la méthode pour le cas de systèmes à plusieurs variables

VI-6 CONCLUSION

prédiction de perturbation n'est donc pas exacte à 100%).

V-5 CONCLUSION

Les systèmes de régulation extrême par extrapolation sont, comme les S.R.E. classiques, sensibles à l'action de dérives rapides de la variable de sortie du processus à optimiser. Pour augmenter la stabilité des systèmes extrapolateurs nous avons proposé dans ce chapitre une méthode qui compense partiellement les effets nuisibles des dérives sur le fonctionnement du régulateur.

Au début de chaque séquence d'optimisation une "action de détection^{et} de prédiction de perturbations" détecte une dérive éventuelle et extrapole l'évolution de cette dérive pendant l'action de recherche. L'effet de cette dérive peut alors être compensé dans une large mesure en retranchant durant l'action de recherche l'évolution prédite de l'évolution effective de la variable de sortie. La prédiction des dérives peut être faite par exemple soit à partir de 2 points détectés (grande rapidité pour une précision moindre) soit à partir de 3 points détectés (bonne précision de prédiction pour une rapidité inférieure) de l'évolution de la variable de sortie.

Des expériences montrant les performances de cette méthode de "prédiction et compensation des effets de perturbations" ont été effectuées :

Les résultats enregistrés montrent que les effets de dérives linéaires de la variable de sortie peuvent être

pendant la durée du pas de recherche Δt de $\Delta \varphi_s$. Cette réponse $\Delta \varphi_s$ doit être au moins égale à la plus petite valeur devant apparaître à l'entrée du bloc de mesure pour la condition de fonctionnement la plus défavorable (pente très faible près de l'extrémum).

Dans le cas II (loin de l'extrémum) la variable de sortie φ évolue après le même pas de recherche $\Delta \mu$ plus rapidement, la réponse minimale exigée $\Delta \varphi_s$ est atteinte dans un temps beaucoup plus court. Mais comme la durée du pas de recherche est constante, il faut subir l'évolution défavorable (dans le cas II) de la variable de sortie durant toute l'étendue du pas de recherche.

La méthode à pas constants présente donc les inconvénients suivants :

- La précision est diminuée près de l'extrémum parce que φ n'a pas le temps d'évoluer suffisamment par rapport au seuil de l'élément de mesure.

- La rapidité est diminuée loin de l'extrémum parce que φ peut évoluer, après un échelon de recherche appliqué dans le mauvais sens, durant un temps beaucoup trop long dans la direction défavorable.

Ces inconvénients peuvent être éliminés si on prévoit, après l'application de l'échelon de recherche, non pas une durée constante du pas de recherche mais une durée variable fonction de la rapidité d'évolution de la grandeur de sortie. La grandeur qui renseigne sur la pente de la caractéristique extrême au point de fonctionnement sera alors la durée de ce pas de recherche et non plus l'amplitude de la variation de la grandeur de sortie.

CHAPITRE VI

METHODE DE REGULATION EXTREMALE PAR EXTRAPOLATION AVEC MODULATION DE LA DUREE DES PAS

VI-1 INTRODUCTION ET PRINCIPE DU FONCTIONNEMENT

- a) Pas de détection de perturbations
- b) Pas de recherche
- c) Pas de commande
- d) Pas de repos

VI-2 DESCRIPTION D'UNE SEQUENCE D'OPTIMISATION

- Action de détection de perturbations
- Action de recherche
- Action de commande
- Repos

VI-3 CONSIDERATIONS SUR LA STABILITE DE LA METHODE

- VI-3.1 Stabilité par rapport aux dérives de la
caractéristique extrémale

perturbations éventuelles horizontales λ et verticales λ' (figure VI-3a et VI - 3b).

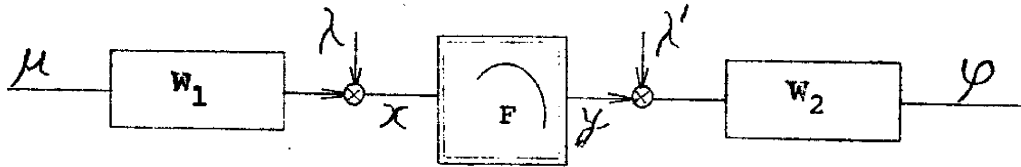


Figure VI-3a

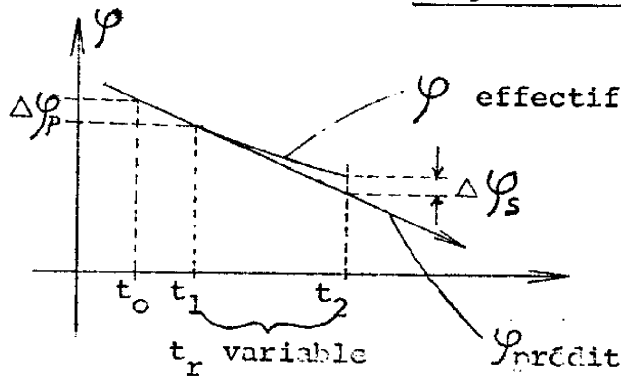


Figure VI-3b

Ce pas de détection de perturbations peut être supprimé si la dérive de la caractéristique extrémale est suffisamment lente

b) Au temps t_1 , début du "pas de recherche" (de durée $t_2 - t_1 = t_r = \text{variable}$), le système fait varier la grandeur d'entrée μ d'un échelon $\Delta\mu = \text{const}$. La valeur de $\Delta\varphi_p$ due à une dérive éventuelle est intégrée durant le temps de recherche t_r .

$$\varphi_p = \varphi|_{t_1} + \int_{t_1}^{t_1+t} \Delta\varphi_p \cdot \alpha \cdot dt \quad (\text{VI-1})$$

pour $t_1 \leq t \leq t_2$

$$t_2 - t_1 = t_r$$

avec $\alpha = \text{gain d'intégration}$

$$\text{et } \alpha \cdot (t_1 - t_0) = 1$$

Pendant ce même temps de recherche la valeur intégrée $\int \Delta\varphi_p \cdot \alpha \cdot dt$

(évolution prédite en supposant que l'échelon de recherche n'ait pas été appliqué) est soustraite continuellement de la réponse effectivement détectée $\Delta\varphi_d(t)$ due et à la dérive et à l'échelon de recherche, ceci jusqu'à ce que la différence soit plus grande qu'un certain seuil $\Delta\varphi_s$ fixé a priori (figure VI-3b).

La durée de l'échantillonnage est ainsi adaptée à la distance du point de fonctionnement par rapport à l'extrémum. On obtient de cette façon une modulation de la durée du pas de recherche en fonction de la pente de la caractéristique extrême au point de fonctionnement.

$$\Delta\varphi_d(t) - \int_{t_1}^{t_1+t} \Delta\varphi_p \cdot \alpha \cdot dt = \pm \Delta\varphi_s = \text{const}$$

$$t_1 \leq t \leq t_2$$

$$t_2 - t_1 = t_r \quad \text{(VI-2)}$$

c) Dans l'intervalle de temps ($t_3 - t_2 = t_c = \text{variable}$) nous avons le "pas de commande". Au début de ce pas est appliqué, à la variable d'entrée μ , un échelon ($-\Delta\mu$) pour compenser l'échelon de recherche ($+\Delta\mu$)

et en même temps une commande constante exagérée dont l'amplitude, aussi grande que possible, est déterminée par les contraintes technologiques et dont le signe est celui de $\Delta\varphi_s$. Le but de cette commande exagérée est d'obtenir au début du régime transitoire une réponse plus rapide. Le temps de commande t_c , durant lequel cette commande exagérée est appliquée, se détermine de la façon suivante :

La relation (IV-9) du chapitre IV indique la distance de l'extrémum par rapport au point de fonctionnement pour la variable x dans le cas d'un pas de recherche de durée constante Δt :

$$d_{\mu}^* = \Delta \varphi \cdot \frac{P_h}{e \cdot \Delta \mu} - \frac{\Delta \mu \cdot k}{2} \quad (\text{IV-9})$$

Les valeurs de e et de k sont constantes, la valeur de $\Delta \varphi$ est variable :

$\Delta \varphi$: réponse durant Δt de la variable de sortie due à l'échelon de recherche, amplitude fonction de la pente de la caractéristique extrême

$\Delta \mu$: échelon de recherche

e : valeur à l'instant Δt de la réponse de la variable de sortie φ à un échelon de position unitaire appliqué en μ (système complet supposé linéaire et de gain 1) (voir figure VI-4a).

k : valeur à l'instant Δt de la réponse de la variable intermédiaire x à un échelon de position unitaire appliqué en μ (figure VI-4b)

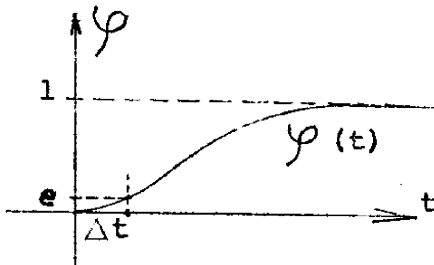


Figure VI-4a

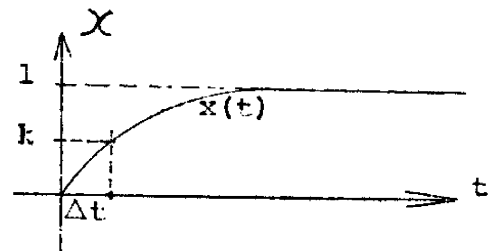


Figure VI-4b

Mais avec la méthode que nous proposons ici, la durée Δt du pas de recherche n'est pas constante et la réponse $\Delta \varphi$ n'est pas variable en fonction de la pente de la caractéristique extrême au point de fonctionnement.

module constant C_E et l'amplitude du pas de recherche $\Delta\mu$ doit être appliquée en μ :

$$d_\mu^* = (C_E - \Delta\mu) \cdot k(t) \Big|_{t_c} \quad (\text{VI-4})$$

Il suit : $k(t) \Big|_{t_c} = \frac{d_\mu^*}{C_E - \Delta\mu}$ (VI-5a)

D'où il résulte, en tenant compte de la relation (VI-3)

$$k(t) \Big|_{t_c} = \frac{\frac{\Delta\varphi_s}{\Delta\mu} \cdot P_h \cdot \frac{1}{e(t) \Big|_{t_r}} - \frac{\Delta\mu \cdot k(t) \Big|_{t_r}}{2}}{C_E - \Delta\mu} \quad (\text{VI-5b})$$

La durée t_c du pas de commande est donc obtenue à partir de la figure VI-4b, en notant l'abscisse qui correspond à l'ordonnée $d_\mu^* / (C_E - \Delta\mu)$.

Quand le pas de commande est achevé il faut donner à la variable d'entrée la position correspondant à l'emplacement de l'extrémum de la parabole d'extrapolation (P), ceci avec la commande définitive (figure VI-5) :

$$C_D = C_\mu - (C_E - \Delta\mu) \quad (\text{VI-6})$$

avec $C_\mu = d_\mu^* - (\Delta\mu - \Delta\mu \cdot k(t) \Big|_{t_r})$ (VI-7)

(voir figure VI-5)

En portant C_μ dans la relation (VI-6) nous obtenons :

$$C_D = d_\mu^* - C_E + \Delta\mu \cdot k(t) \Big|_{t_r} \quad (\text{VI-8a})$$

d'où, en tenant compte de (VI-3) :

$$C_D = \frac{1}{e(t)|_{t_r}} \cdot \frac{\Delta \varphi_s \cdot P_h}{\Delta \mu} + \frac{\Delta \mu k(t)|_{t_r}}{2} - C_E \quad (\text{VI-8b})$$

Remarque 1 Dans l'application pratique on néglige le terme de $(\Delta \mu \cdot k(t)|_{t_r}/2)$ car il est très petit devant les autres termes.

$$k(t)|_{t_c} \approx \frac{\frac{\Delta \varphi_s}{\Delta \mu} \cdot P_h \cdot \frac{1}{e(t)|_{t_r}}}{C_E - \Delta \mu} \quad (\text{VI-5c})$$

$$C_D \approx \frac{1}{e(t)|_{t_r}} \cdot \frac{\Delta \varphi_s \cdot P_h}{\Delta \mu} \quad (\text{VI-8c})$$

Nous posons

$$C = \frac{1}{e(t)|_{t_r}} \cdot \frac{\Delta \varphi_s \cdot P_h}{\Delta \mu} \quad (\text{VI-9})$$

Remarque 2 L'échelon de commande exagérée et de ce fait le pas de commande de durée t_c sont supprimés si le système à extrémaliser ne comporte pas de partie dynamique W_1 située avant la caractéristique extrême. L'échelon de commande définitive est alors appliqué au début du pas de repos.

d) Avant de passer à la séquence suivante d'optimisation on introduit un "pas de repos" d'une durée constante fonction du temps de réponse de l'inertie (W_2) située après la caractéristique extrême.

Ce temps de repos est nécessaire pour que le système

puisse évoluer approximativement vers le nouveau point stable de fonctionnement avant qu'une prochaine action de recherche soit entamée.

VI-2 - DESCRIPTION D'UNE SEQUENCE D'OPTIMISATION

Le fonctionnement de cette méthode présentant une modulation de la durée des pas est un peu plus compliqué que celui des méthodes décrites dans les chapitres précédents. Nous allons donc mettre en évidence les causes et conséquences des diverses actions du régulateur extrémal durant une séquence d'optimisation. L'explication sera facilitée par le schéma-bloc de la figure (VI-7 a) représentant le montage réalisé pour effectuer des essais expérimentaux. (Au chapitre VII il sera donné le schéma complet du régulateur réalisé exclusivement à l'aide d'éléments d'une calculatrice analogique EAI TR 48 et de son extension logique DES 30.)

Les différents pas de chaque séquence d'extrémalisation sont élaborés par un compteur en anneau (figure VI-6).

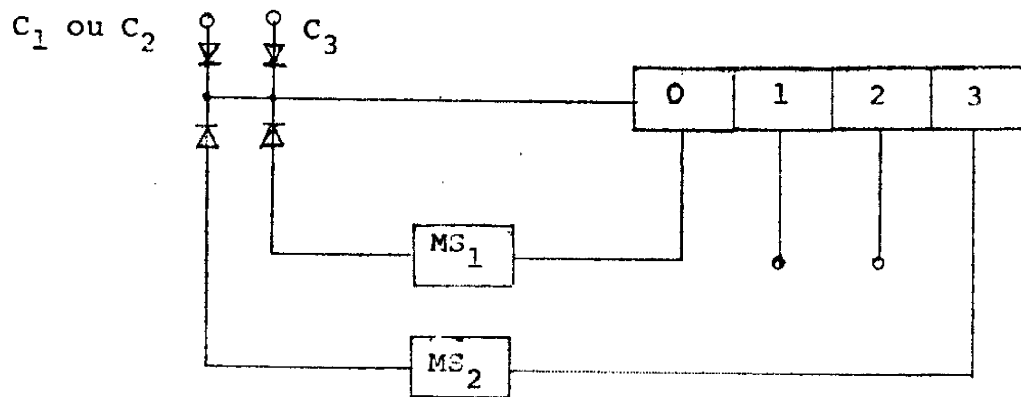


Figure VI-6

Systeme à extrémaliser

μ

φ

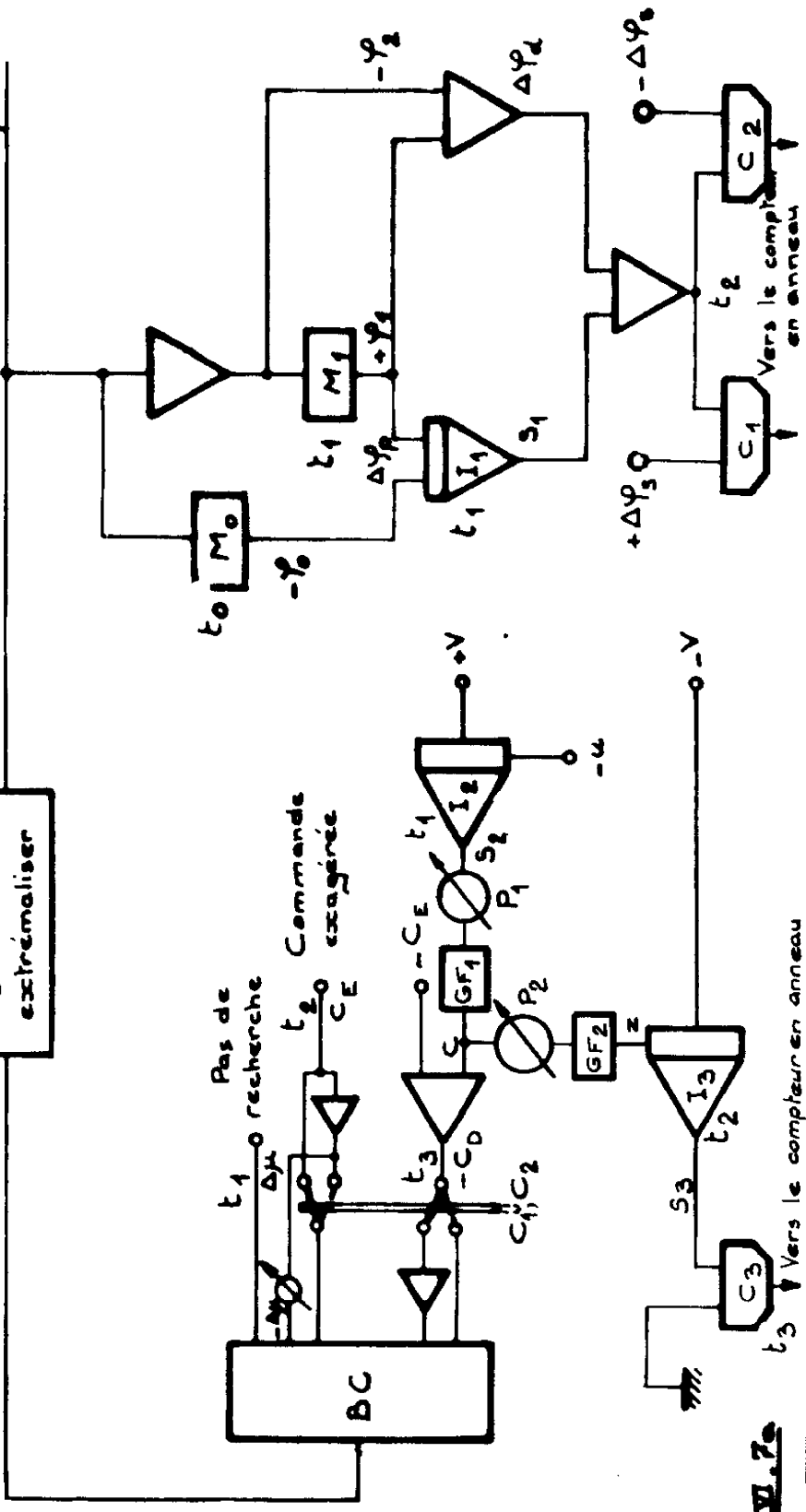
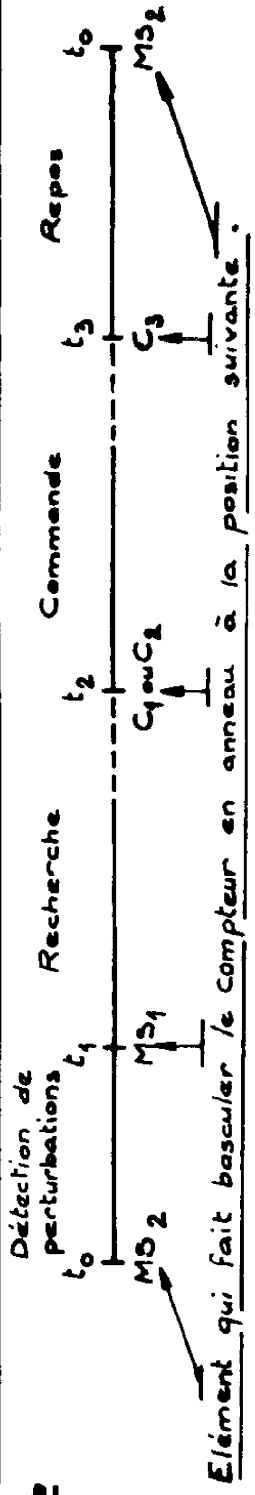


Fig. VI.7a

Fig. VI.7b



Element qui fait basculer le compteur en anneau à la position suivante.

est actionné par des impulsions provenant soit de monostables (pour des durée constantes de pas comme le pas de détection de perturbations ou le pas de repos) soit de comparateurs (pour des durées variables de pas comme le pas de recherche ou le pas de commande).

a) A l'instant t_0 (figure VI-7b) débute le "pas de détection de perturbations", l'étage 0 du compteur en anneau est en position "un", tous les autres étages sont en position "zéro".

- Le monostable MS_1 bascule sur sa position instable. Il définit la durée constante t_p du pas de détection de perturbations.

- Le bloc M_0 (figure VI-7a) met en mémoire la valeur φ_0 .

b) A l'instant t_1 le monostable MS_1 revient à son état stable, l'étage 1 du compteur en anneau prend alors la position "un", tous les autres étages étant en position "zéro" : nous avons le début du "pas de recherche".

- Le bloc M_1 met en mémoire la valeur φ_1 .

- La différence $\varphi_1 - \varphi_0 = \Delta\varphi_p$ est intégrée par l'intégrateur I_1 pendant ce pas.

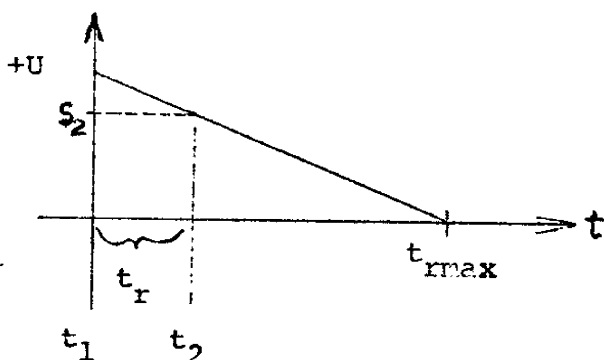
$$s_1 = \int_{t_1}^{t_2} (\varphi_0 - \varphi_1) \cdot \alpha_1 \cdot dt = -\Delta\varphi_p \cdot \alpha_1 \cdot t_r$$

avec $\alpha_1 \cdot t_p = 1$
où $t_p = t_1 - t_0$

- Le pas de recherche $\Delta\mu$ est appliqué à la variable d'entrée μ à l'aide du bloc de commande BC. Ce bloc BC est constitué dans ce montage par un intégrateur dont la constante de temps est très petite devant les constantes de temps principales équivalentes des parties W_1 et W_2 .

- l'intégrateur I_2 dont la condition initiale affichée à une valeur $(-u)$, intègre la valeur $(+v)$. On obtient ainsi une tension de sortie S_2 qui décroît linéairement (voir figure ci-contre):

$$S_2 = U + \int_{t_1}^{t_1 + t_r} \alpha_2 \cdot (-v) \cdot dt = U - \alpha_2 \cdot v \cdot t_r$$



Le choix des valeurs $(-U)$, $(+V)$ et du gain d'intégration (α_2) ainsi que la signification du temps de recherche maximal t_{rmax} sont expliqués ci-dessous.

c) Quand la différence $\Delta \varphi_d(t) = \int_{t_1}^{t_1+t}$ $\Delta \varphi_p \cdot \alpha_1 \cdot dt$ at-

teint le seuil $\pm \Delta \varphi_s$ après le temps t_r , à l'instant t_2 , le comparateur C_1 ou C_2 (selon le signe de $\Delta \varphi_s$) fait basculer l'étage 2 du compteur en anneau de la position "zéro" à "un", les autres étages étant à la position "zéro" : on a le "pas de commande".

- La commande exagérée d'amplitude constante C_E et de signe correspondant au signe de $\Delta \varphi_s$ et en même temps un échelon $(-\Delta \mu)$ compensant l'échelon de recherche $(+\Delta \mu)$ sont appliqués à la variable μ à l'aide du bloc de commande BC.

- L'intégrateur I_2 est bloqué à une valeur S_2 d'autant plus petite que le temps t_r a été long.

- A la sortie du générateur de fonction GF_1 nous trou-

vons une tension

$$c = \frac{1}{e(t) \Big|_{t_r}} \cdot \frac{\Delta \varphi_s \cdot P_h}{\Delta \mu} \quad (\text{VI-9})$$

La figure VI-8a représente l'inverse de la réponse $1/\varphi(t)$ de la variable de sortie φ à un échelon de position unitaire appliqué en μ (système complet supposé linéaire, voir aussi la réponse directe $\varphi(t)$ de la figure VI-4a). Cette courbe $1/\varphi(t)$ donne la valeur de $1/e(t)$ pour le temps t_r .

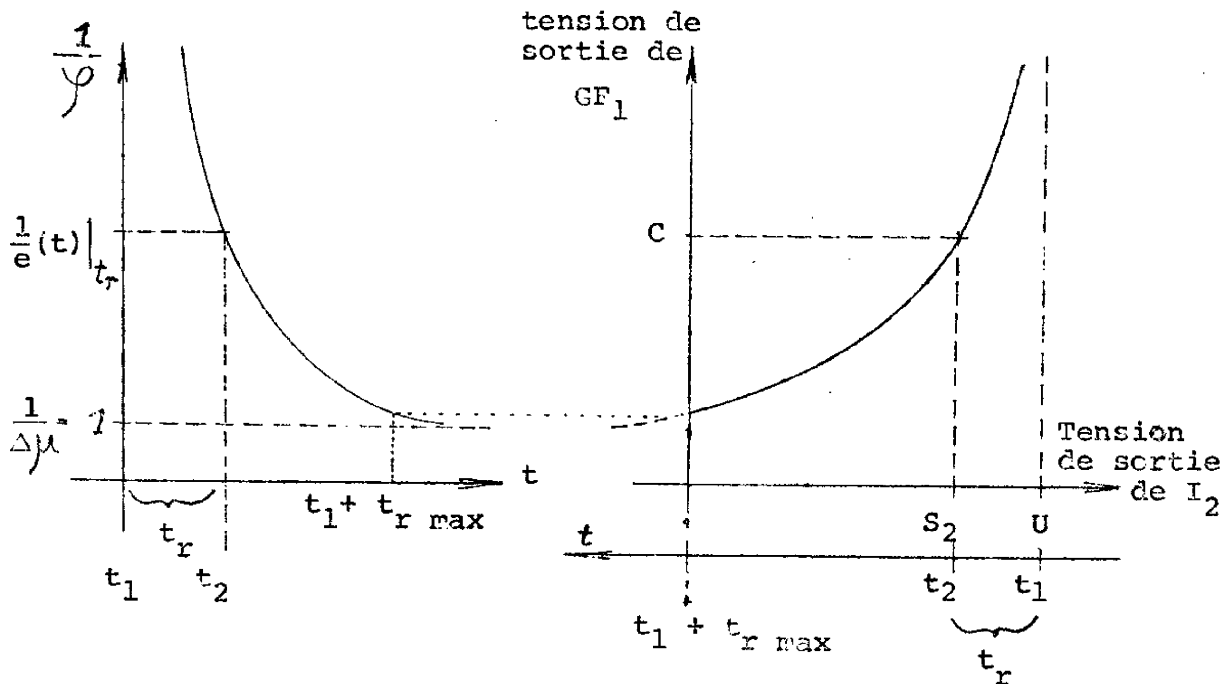


Figure VI-8a

Figure VI-8b

Pratiquement cette relation est réalisée par le générateur de fonction $G F_1$ (voir figure VI-8b). Les valeurs de $(+V)$ et de $(-U)$ de l'intégrateur I_2 sont choisies de façon à obtenir le temps de recherche maximal $t_{r \text{ max}}$.

L'affichage du potentiomètre p_1 et le choix de la valeur $(-U)$ à l'intégrateur I_2 définissent le terme constant

$\Delta \varphi_{\text{ph}} / \Delta \mu$ de la relation (VI-9).

- Sur l'intégrateur I_3 est affichée une condition initiale z proportionnelle au temps durant lequel la commande exagérée doit être appliquée. Ce temps t_c est obtenu à partir de la relation (VI-5c) que l'on peut simplifier avec (VI-9), ce qui donne :

$$k(t) \Big|_{t_c} = \frac{C}{C_E - \Delta \mu} \quad (\text{VI-5d})$$

La figure VI-8c fournit $t_c [k(t)]$, cette courbe est obtenue à l'aide de la figure VI-4b qui représente l'évolution de la variable intermédiaire x due à un échelon de position unitaire appliqué en μ .

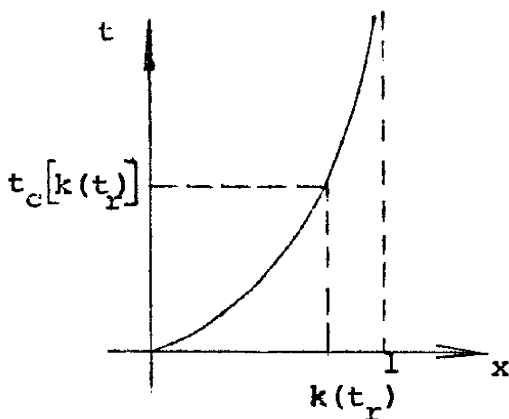


Figure VI-8c

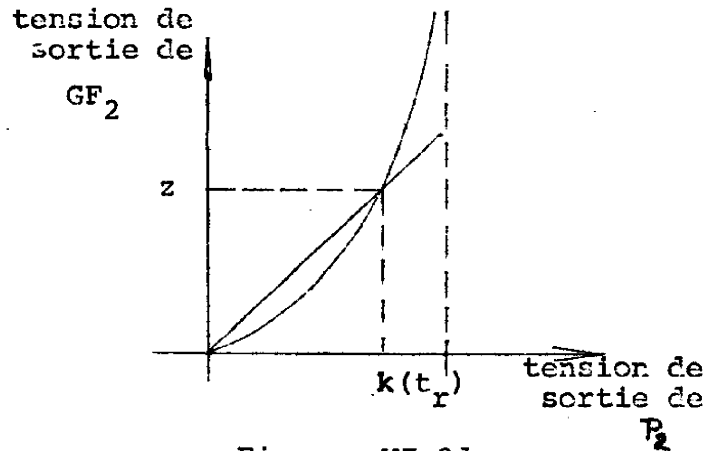


Figure VI-8d

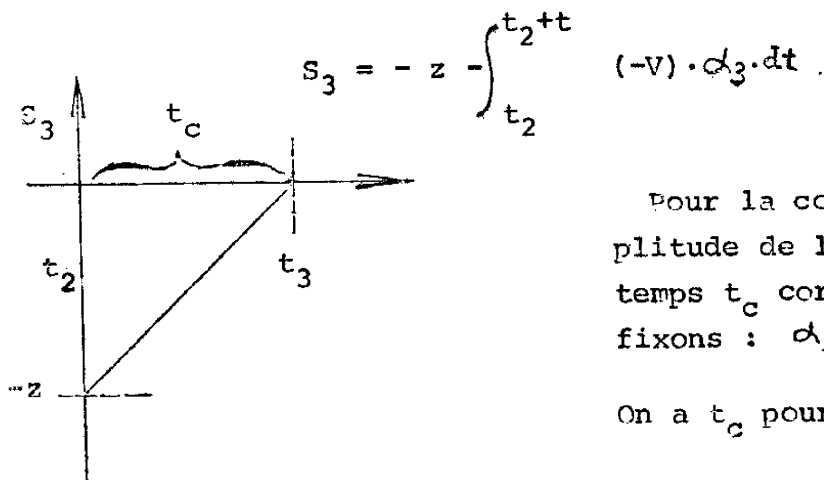
Cette relation $t_c(k)$, avec $k = \frac{C(t_r)}{C_E - \Delta \mu}$ (VI-5d),

peut être réalisée par le générateur de fonction GF_2 . Au potentiomètre P_2 est affiché le terme constant de $1/(C_E - \Delta \mu)$, à l'entrée de GF_2 nous aurons donc :

$$k = \frac{C(t_r)}{C_E - \Delta\mu} \quad (\text{VI-5d})$$

et à la sortie de GF_2 une tension z proportionnelle au temps t_c , la durée du pas de commande (voir figure 8d).

- A partir de l'instant t_2 l'intégrateur I_3 intègre la tension $(-V)$ qui s'ajoute à la valeur de z posée en condition initiale, jusqu'à ce que la tension de sortie S_3 s'annule.



Pour la conversion de l'amplitude de la tension z en un temps t_c correspondant nous fixons : $\alpha_3 = \alpha_2$

On a t_c pour $S_3 = 0$

Remarque 1 Le générateur de fonction GF_2 peut être remplacé par un élément linéaire \rightsquigarrow (figure VI-8d).

En effet la fonction $k(t_r)$, pour des valeurs de t_r suffisamment petites, peut être approchée par une droite ($C/C_E - \Delta\mu$ est en général petit), pour $k(t)$ apériodique ou non. Cette fonction $k(t_r)$ n'agit en outre que sur la fonctionnement du régulateur en régime transitoire (voir figure 8d)

Remarque 2 Le générateur de fonction GF_1 ne réalise pas une courbe correspondant à la fonction théorique $\frac{1}{s} (t)$ représentée en un trait plein sur les figure VI-9a et 9b mais

la fonction donnée en pointillés. Les raisons sont les suivantes :

- Si le temps de recherche est très petit, la commande définitive n'aura pas une amplitude tendant vers l'infini mais sera limitée à une certaine valeur maximale (augmentation de la stabilité).

- Si on se trouve à l'extrémum (pente nulle), la fonction théorique aurait pour conséquence d'arrêter la marche du régulateur (le temps de recherche tendrait vers l'infini). La fonction réalisée effectivement permet de recommencer une autre séquence d'optimisation quand le temps de recherche dépasse une certaine valeur maximale ; la première séquence est alors interrompue après le temps $t_1 + t_{rmax}$, les commandes définitive et exagérée ne sont pas appliquées, mais seulement l'échelon $(-\Delta\mu)$ pour compenser l'échelon de recherche $(+\Delta\mu)$. En limitant ainsi le temps de recherche la rapidité est augmentée et les oscillations "exagérées" à l'extrémum sont éliminées.

- La courbe en pointillés pose moins de problèmes technologiques pour sa réalisation. En première approximation une diode au germanium permet d'obtenir la caractéristique désirée.

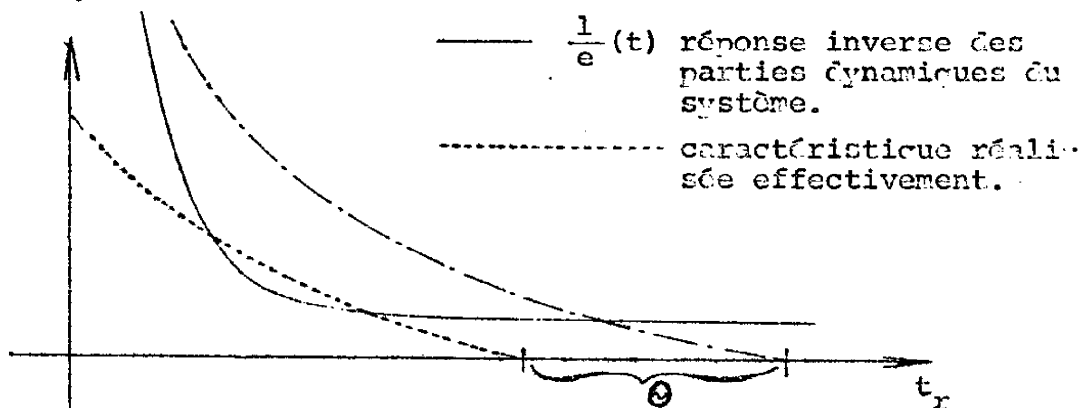


Figure Vi-9a

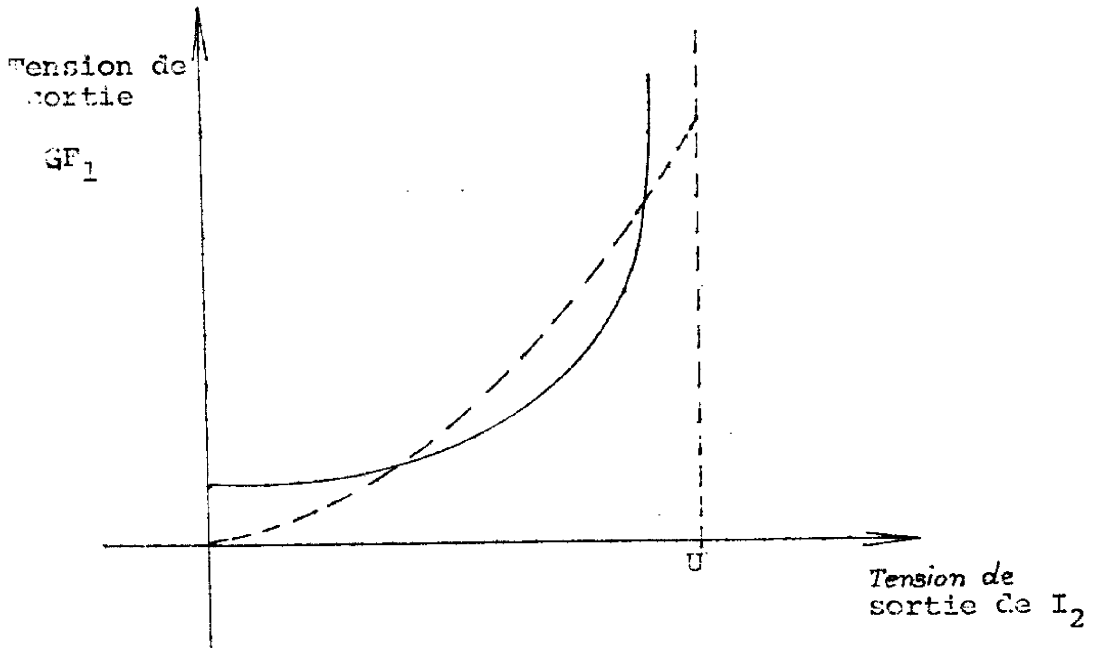


Figure VI-9b

Remarque 3 Si le système présente un retard pur de durée τ il suffit de déplacer la caractéristique du générateur de fonction GF_1 sur l'axe du temps de la valeur de τ (courbe en traits mixtes sur la figure VI-9a).

d) Quand le pas de commande est terminé à l'instant t_3 le comparateur C_3 fait basculer l'étage 3 du compteur en anneau en position "un", ceci quand la sortie de l'intégrateur I_3 s'annule (début du "pas de repos").

- La commande définitive de signe correspondant au signe de $\Delta\varphi_s$ et d'amplitude variable en fonction de l'équation VI-8c est appliquée.

- Le monostable MS_2 bascule en position astable. Il définit la durée constante du pas de repos.

Quand le monostable MS_2 rebascule en position stable, une nouvelle séquence d'extrémalisation est enclenchée.

Remarque Le schéma-bloc de la figure VI-7a ne met en évidence que le principe du fonctionnement, un schéma détaillé est donné au chapitre VII.

Les amplificateurs sont des changeurs de signe ou des sommateurs de gain 1.

Les temps notés sur la figure VI-7a indiquent le début de l'action du bloc correspondant.

Le commutateur à l'entrée du bloc BC est commandé soit par l'action de C_1 [si $(\Delta\mathcal{Y}_d + s_1) > +\Delta\mathcal{Y}_s$ la position du commutateur sera celle qui est indiquée en traits pleins sur le schéma] soit par l'action de C_2 [si $(\Delta\mathcal{Y}_d + s_1) < -\Delta\mathcal{Y}_s$ la position du commutateur est alors celle qui est indiquée par des pointillés] .

VI-3 - CONSIDERATIONS SUR LA STABILITE DE LA METHODE

La méthode proposée dans ce chapitre est basée sur certains principes exposés dans les chapitres précédents (extrapolation parabolique à paramètre fixé a priori, prédiction et compensation de perturbations à partir de 2 points). De ce fait les critères de stabilité de ce procédé-ci de régulation extrême par extrapolation et modulation de la période d'échantillonnage sont en grande partie analogues à ceux étudiés dans les paragraphes concernant les méthodes de régulation extrême par extrapolation à séquences d'optimisation de durée constante.

Nous allons donc nous borner dans ce paragraphe à mettre brièvement en évidence la stabilité de cette méthode par rapport aux divers effets perturbateurs pouvant apparaître dans les

conditions de fonctionnement pratique.

VI-3.1 - Stabilité par rapport aux dérives de la caractéristique extrême.

La méthode proposée a une stabilité particulièrement bonne par rapport aux effets des dérives de la caractéristique extrême, ceci grâce au procédé de prédiction et de compensation de perturbations. Les expériences faites (voir § 4) ont montré qu'en présence d'une dérive $\lambda(t)$ (figure VI-3a) de forme sinusoïdale (ce qui correspond à des essais très sévères pour le type de compensation utilisé) le fonctionnement restait stable jusqu'à une période de la perturbation équivalente au double du temps de réponse de $W_1 + W_2$.

VI-3.2 - Stabilité en présence de bruits.

On fixe le seuil $\Delta\varphi_s$ de l'équation VI-2 de façon qu'il soit suffisamment grand par rapport aux bruits pouvant s'ajouter à la variable de sortie φ . Cependant l'augmentation du seuil $\Delta\varphi_s$ entraîne une diminution de la rapidité d'extrémalisation.

VI-3.3 - Stabilité liée à une variation du paramètre de la parabole d'extrapolation.

Ce problème se pose en particulier lorsque la forme de la caractéristique réelle (F) ne correspond pas à la parabole d'extrapolation (P) dont le paramètre P_h est fixé d'avance.

Si le paramètre hypothétique P_h de la parabole (P) ne correspond pas au paramètre véritable P_v qui caractérise approximativement la forme de la caractéristique réelle (F), il apparaît une erreur dans le calcul de la distance de l'extrémum.

L'erreur est définie de la façon suivante :

$$f = \frac{C_v - C_i}{C_i} \quad (\text{VI-10})$$

avec C_v = Commande calculée et véritablement effectuée
 C_i = Commande idéale

Pour la méthode proposée nous avons :

$$f = \frac{P_h}{P_v} - 1 \quad (\text{VI-11})$$

Cette fonction est représentée à la figure VI-10 ci-contre :

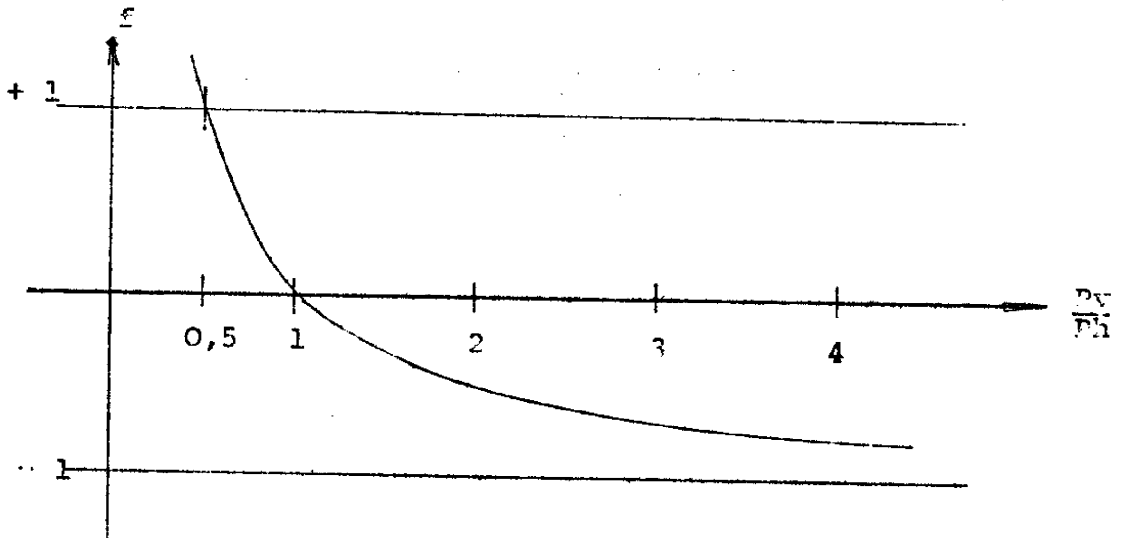


Figure VI-10

La limite de stabilité théorique se trouve à $f = \pm 1$.
Il faut fixer le paramètre P_h de façon que la contrainte

$$P_h < 2P_v \quad \text{min}$$

soit vérifiée, P_v minimum étant le paramètre véritable le plus

petit pouvant apparaître éventuellement. (Il est à conseiller de ne pas choisir un P_h trop petit, car la rapidité d'extrémalisation diminue en rendant P_h plus petit).

VI-3.4 - Stabilité par rapport à des variations des caractéristiques des parties dynamiques.

En général on ne dispose que d'un modèle approché des parties dynamiques W_1, W_2 de la figure VI-3a. Ce problème est donc très important car il faut que le fonctionnement du régulateur soit peu sensible à telles variations.

Les caractéristiques des parties dynamiques du système n'interviennent, dans le calcul de la distance du point de fonctionnement par rapport à l'extrémum, que par la connaissance de la réponse $\varphi(t) \cong e(t)$ (sortie du système) à un échelon de position unitaire appliqué à l'entrée du système.

Le calcul de la distance se fait d'après l'équation

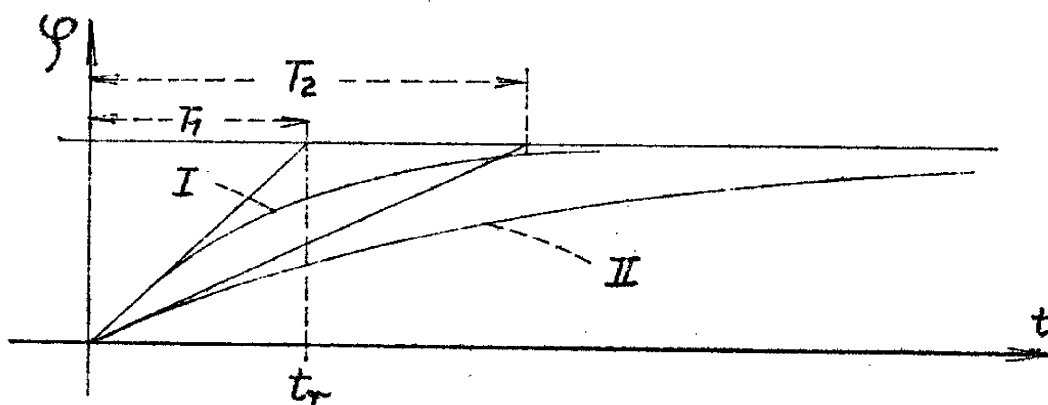
$$C = P_h \cdot \frac{\Delta \varphi_s}{\Delta \mu} \cdot \frac{1}{e(t)} \Big|_{t_r} \quad (\text{VI-9})$$

avec $e(t)$ = réponse de la variable de sortie φ pour un échelon unitaire appliqué à l'entrée (système supposé linéaire et de gain 1).

$P_h, \Delta \mu, \Delta \varphi_s$ = valeurs fixées a priori.

t_r = durée du pas de recherche variable.

Admettons que nous ayons affiché sur le générateur de fonction GF_1 la courbe inverse de la réponse I, caractérisant une inertie du premier ordre avec la constante de temps T_1 (voir figure VI-11).



- Figure VI-11 -

Supposons que la réponse véritable soit de la forme II, c'est-à-dire que l'inertie du premier ordre a en réalité une constante de temps égale au double de la constante de temps affichée. Nous voyons que pour un temps de recherche t_r (dépendant entre autre du seuil $\Delta\varphi_s$) de l'ordre de grandeur de T_1 ,

$$f = \frac{\varphi_I - \varphi_{II}}{\varphi_I} \Big|_{t = t_r}$$

l'erreur ne se situe qu'aux environs de 50 %.

Nous voyons aussi que l'erreur $f = \frac{\varphi_I - \varphi_{II}}{\varphi_I} \Big|_{t = t_r}$ diminue pour une augmentation du temps de recherche t_r .

Autrement dit, si nous avons une grande variation des caractéristiques des parties dynamiques dans le temps, nous augmentons la durée variable moyenne de t_r en augmentant le seuil $\Delta\varphi_s$, ceci aux dépens de la rapidité, comme nous le savons déjà. Le système proposé est donc très peu sensible à des variations de caractéristiques dynamiques du processus, ces variations ayant lieu réellement dans le processus, ou correspondant à des erreurs dans l'affichage des réponses indicielles.

VI-4 - APPLICATION PRATIQUE

Sur calculatrice analogique EAI - TR 48 (unité machine = ± 10 V) nous avons simulé des processus à optimiser avec les caractéristiques suivantes :

- La caractéristique extrémale présentait soit une forme parabolique à paramètre variable (de $p = -1$ jusqu'à $p = -8$) soit une forme irrégulière fixe avec un point d'inflexion (de $p = -10$ jusqu'à $p = +10$). Cette dernière caractéristique extrémale, particulièrement sévère pour les systèmes extrapolateurs, était réalisée par un générateur de fonction (voir figure VI-14).

- Les parties dynamiques consistaient soit de 2 opérateurs linéaires du 1er Ordre situés avant la caractéristique extrémale ($T_1 = 10$ sec, $T_2 = 5$ sec) soit d'un opérateur du 1er ordre situé avant ($T_1 = 10$ sec) et d'un autre opérateur du 1er ordre ($T_2 = 5$ sec) situé après la caractéristique extrémale.

La méthode de régulation extrémale par extrapolation proposée à modulation de fréquence a été réalisée elle aussi à l'aide d'éléments de la calculatrice TR48 et de son bloc logique DES 30 (Le schéma-bloc du montage complet est donné au chapitre VII).

Notons que le générateur de fonction GF_1 (figure VI-7a) donnant l'amplitude de la commande définitive est formé par une diode au germanium (approximation de la courbe $1/e(t)$ par la caractéristique de cette diode). Le générateur de fonction GF_2 qui donne la durée d'application de la commande exagérée est supprimé dans le montage d'essai. Il est remplacé par un élément linéaire.

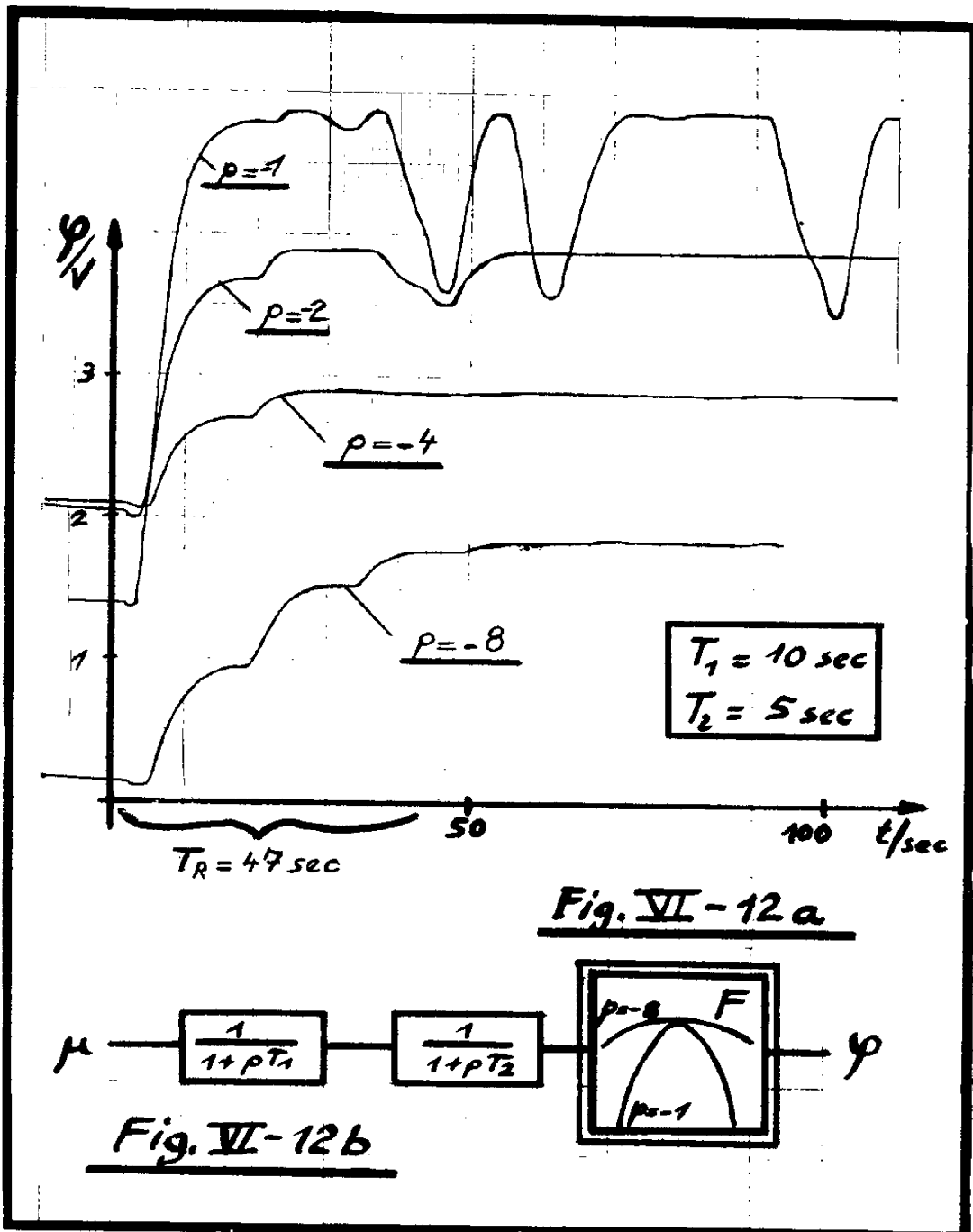
La durée constante du pas de prédiction et de compensation de perturbations a été fixée à $t_p = 1 \text{ sec}$. Le temps de repos par séquence d'optimisation a été ajusté en fonction des perturbations extérieures prévues. (Si les perturbations sont rapides et fréquentes on choisit un temps de repos court).

Les essais expérimentaux ont été effectués pour vérifier les résultats théoriques obtenus dans les paragraphes (et chapitres) précédents, relativement aux performances de rapidité, précision et stabilité de la méthode proposée.

VI-4.1 - Rapidité, précision et stabilité par rapport à des variations de la forme de la caractéristique extrême.

Sur la figure (VI-12 a) nous voyons tout d'abord l'évolution dans le temps de la variable de sortie φ vers la valeur optimale à partir d'un certain point initial pour une caractéristique extrême présentant une forme parabolique à paramètre variable. La figure VI-12b montre la disposition des 2 inerties du 1er ordre de $T_1 = 10 \text{ sec}$ et $T_2 = 5 \text{ sec}$ situées avant la caractéristique extrême.

La figure (VI-12 a) confirme que pour les constantes affichées au régulateur ($p_h \approx -4$; $\Delta \varphi_s =$ seuil des comparateurs mécaniques C_1 et C_2 ; $\Delta \mu = 5 \text{ V}$; $|C_E| = 10 \text{ V}$; valeurs initiales $\mu_i = + 2,5 \text{ V}$ pour $p = -1, -2, -4$ et $\mu_i = + 5 \text{ V}$ pour $p = -8$) la rapidité d'optimisation diminue avec l'augmentation en module de la valeur du paramètre de la parabole représentant la forme de la caractéristique extrême (extrapolation parabolique à partir de 2 points détectés). En outre la précision (valeur inverse de l'écart de pompage) augmente avec le module du paramètre, ce qui est évident aussi.



Avec l'utilisation du procédé de la correction tachymétrique l'évolution vers l'extrémum est plus rapide que la réponse à un échelon d'amplitude correspondant à la distance de l'extrémum par rapport au point de fonctionnement initial.

Les figures VI-14a et b montrent la même évolution du point de fonctionnement vers l'extrémum, mais vue de la variable d'entrée μ et de la variable de sortie φ . On voit que le gain en rapidité avec l'utilisation du procédé de la correction tachymétrique est obtenu par le fait que la variable d'entrée dépasse au début du régime transitoire de loin la valeur extrême pour revenir à la fin de ce régime transitoire, quand $d\varphi/dt$ devient plus petit, à la position correspondante de l'extrémum.

Dans ces figures on peut reconnaître aussi que l'écart de pompage (fonction inverse de la précision) a une valeur de $0,2 / (10 \cdot 2) = 1\%$ pour une amplitude $\Delta\mu = 3V$ du pas de recherche.

La figure VI-15 indique en plus que ce procédé de détection, si l'extrémum a été dépassé ou non pendant la dernière séquence d'optimisation (avec mémoire du maximum), présente aussi des inconvénients.

La rapidité est augmentée avec ce procédé seulement pour un point initial μ_{i1} se trouvant du côté de l'extrémum avec la pente faible (courbe $\varphi(t)_b$ avec correction tachymétrique, courbe $\varphi(t)_a$ sans correction tachymétrique). Il est visible qu'avec un point de fonctionnement initial μ_{i2} se trouvant du côté de l'extrémum avec la pente forte, le même procédé cause une dégradation de la rapidité (courbe $\varphi(t)_d$ avec correction tachymétrique, courbe $\varphi(t)_e$ sans correction tachymétrique). Ce fait est dû à un dépassement excessif de la valeur extrême au début du régime transitoire qui a pour conséquence que $\varphi(t)$ converge avec des oscillations vers l'extrémum.

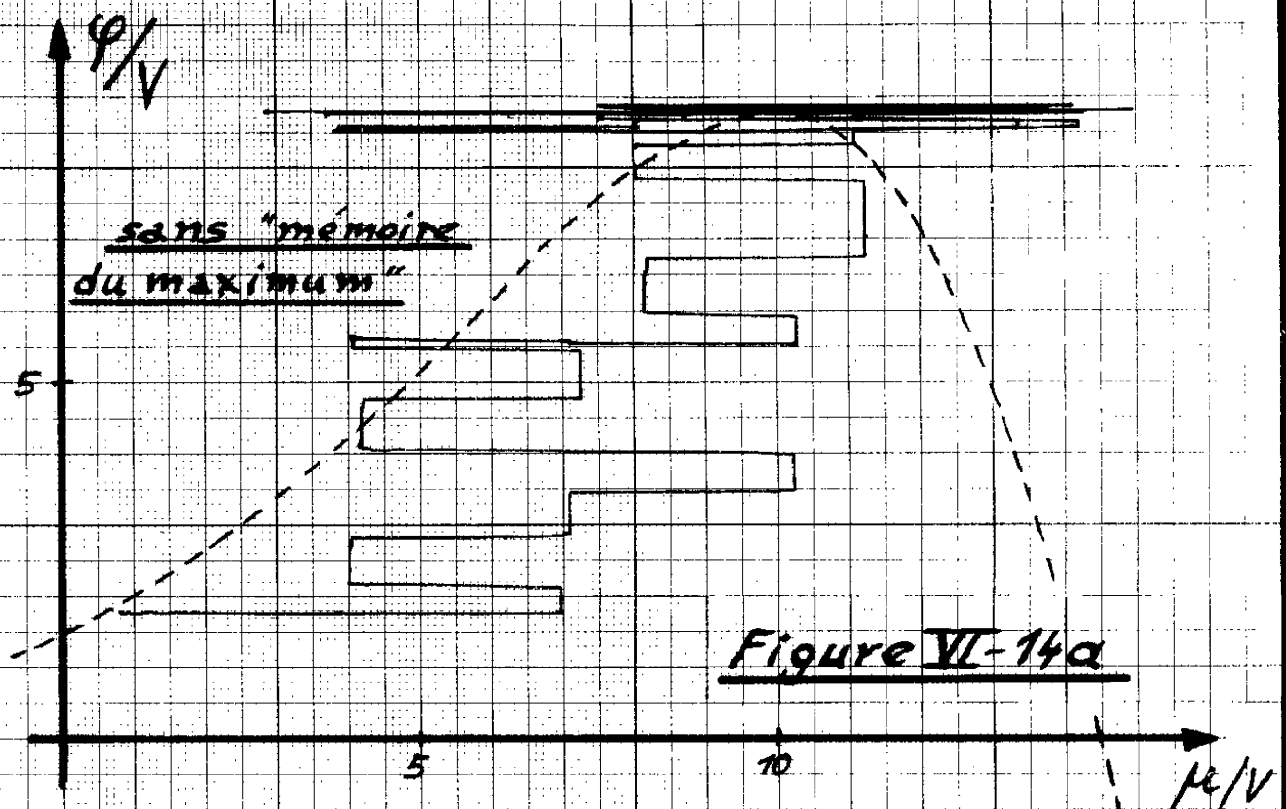


Figure VI-14a

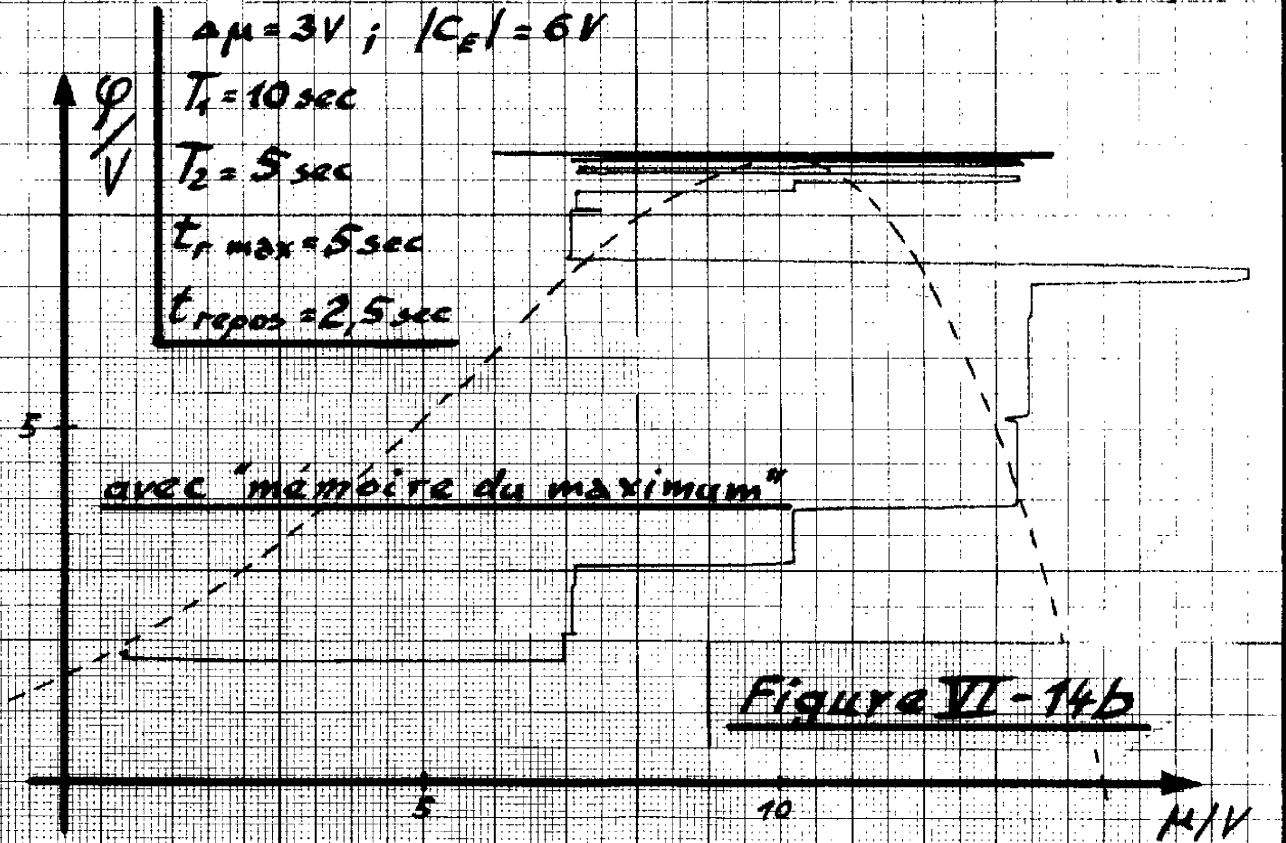


Figure VI-14b

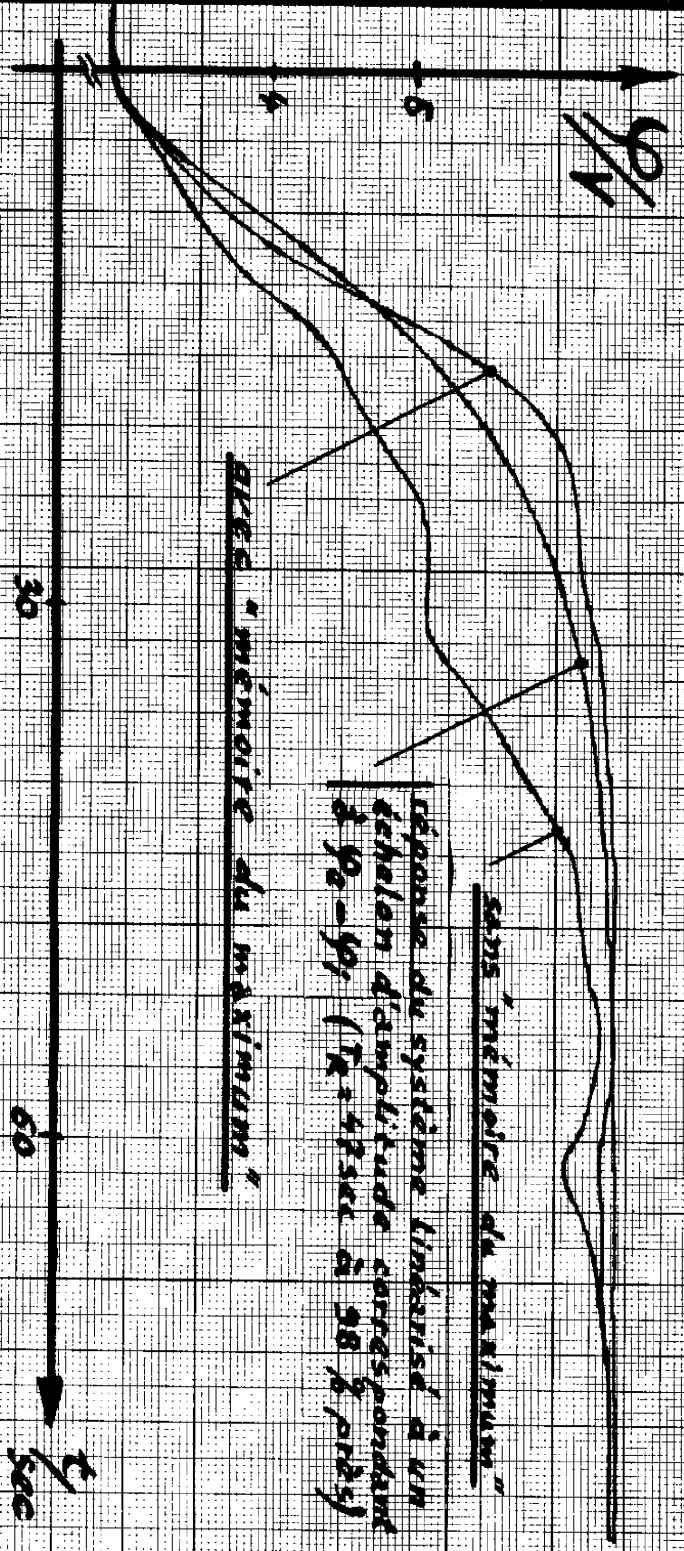


Fig. VI-13a

$T_1 = 10 \text{ sec}$; $T_2 = 5 \text{ sec}$; $U_{\text{max}} = 5 \text{ sec}$;
 $U_0 = \text{saillie du relais}$; $K_{E1} = 6 \text{ V}$; $t_{\text{repos}} = 2,5 \text{ sec}$;

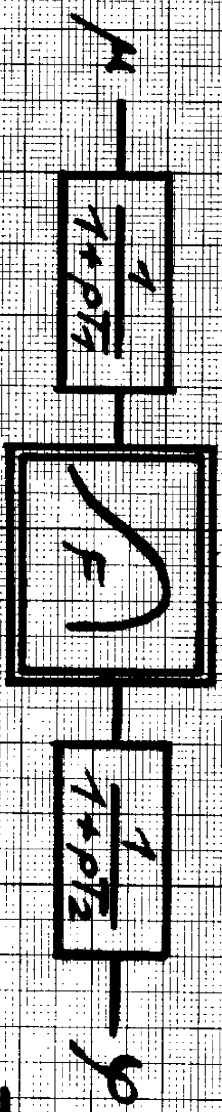


Fig. VI-13b

du point de fonctionnement autour de l'extrémum, ceci si le processus n'est pas optimisé.

La première figure VI-18 présente les évolutions de la variable de sortie avec ou sans optimisation pour 2 inerties se trouvant avant la caractéristique extrémale, la deuxième figure VI-19 montre ces mêmes évolutions pour le cas où la caractéristique extrémale est encadrée par 2 inerties du 1er ordre. Nous voyons que les performances diminuent avec l'augmentation de la fréquence et de l'amplitude de la perturbation sinusoïdale horizontale. La limite approximative de la stabilité peut être déterminée empiriquement pour les conditions de fonctionnement indiquées sur ces figures par la formule suivante :

Stabilité garantie pour :

$$\frac{2 \cdot T_p}{T_R} > \frac{\mu_{\max} - \mu_{\min}}{|p|}$$

avec $\mu_{\max} - \mu_{\min}$ = amplitude de la perturbation sinusoïdale.

p = paramètre de la forme de la caractéristique non linéaire aux environs de l'extrémum,

T_p = durée de la période de la perturbation sinusoïdale agissant en un point ^{situé} avant la caractéristique extrémale.

T_R = temps de réponse à 98 % du processus supposé linéarisé.

La figure VI-20 montre la part qu'apporte le procédé de prédiction et de compensation de perturbations pour la stabi-

Au contraire, si les inerties sont plus importantes que prévues, les commandes ne sont pas assez grandes en amplitude, plusieurs séquences d'optimisation sont alors nécessaires pour parvenir à l'extrémum. Mais remarquons tout de même que le temps d'optimisation se situe dans tous les cas aux environs de la moitié du temps de réponse du système supposé linéaire.

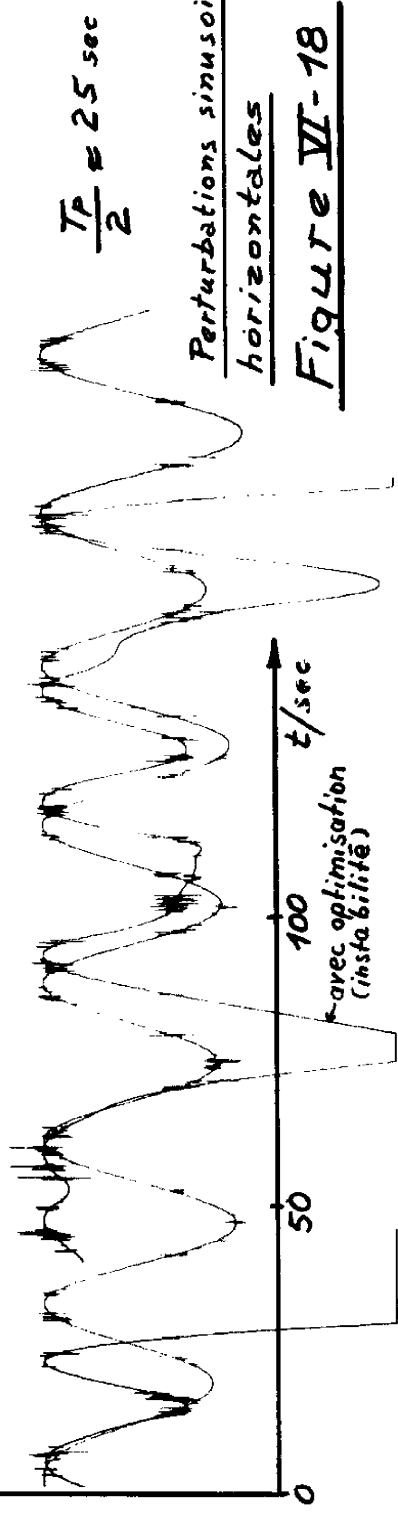
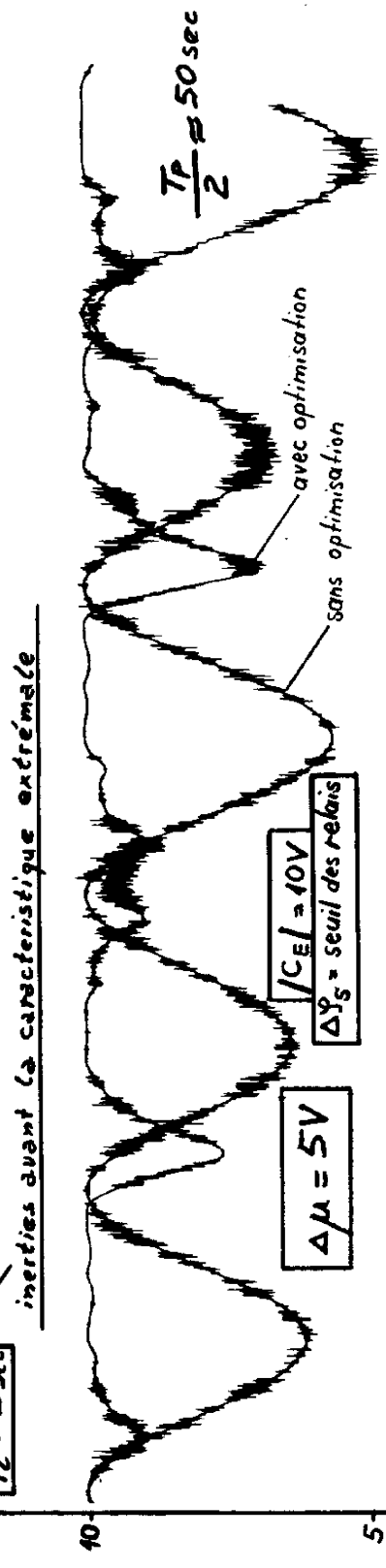
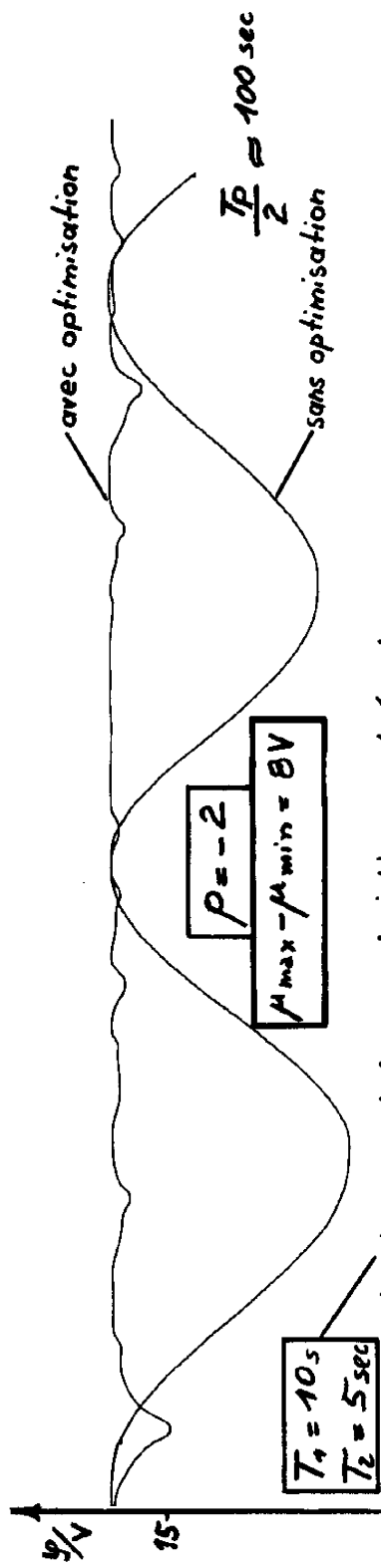
La figure VI-17 confirme ce qui vient d'être dit pour le cas d'une inertie du 1er ordre située avant et d'une autre inertie du 1er ordre située après la caractéristique extrémale. Les valeurs de $T_1 = 5$ sec et $T_2 = 5$ sec ainsi que $T_1 = 20$ sec et $T_2 = 20$ sec représentent les cas limites. Pour l'un la précision n'est pas admissible, pour l'autre la rapidité est pratiquement nulle.

Nous voyons par contre que les performances d'optimisation sont valables pour des variations des caractéristiques de ces inerties à l'intérieur du rapport 1 : 4, particulièrement la stabilité est garantie pour de telles variations.

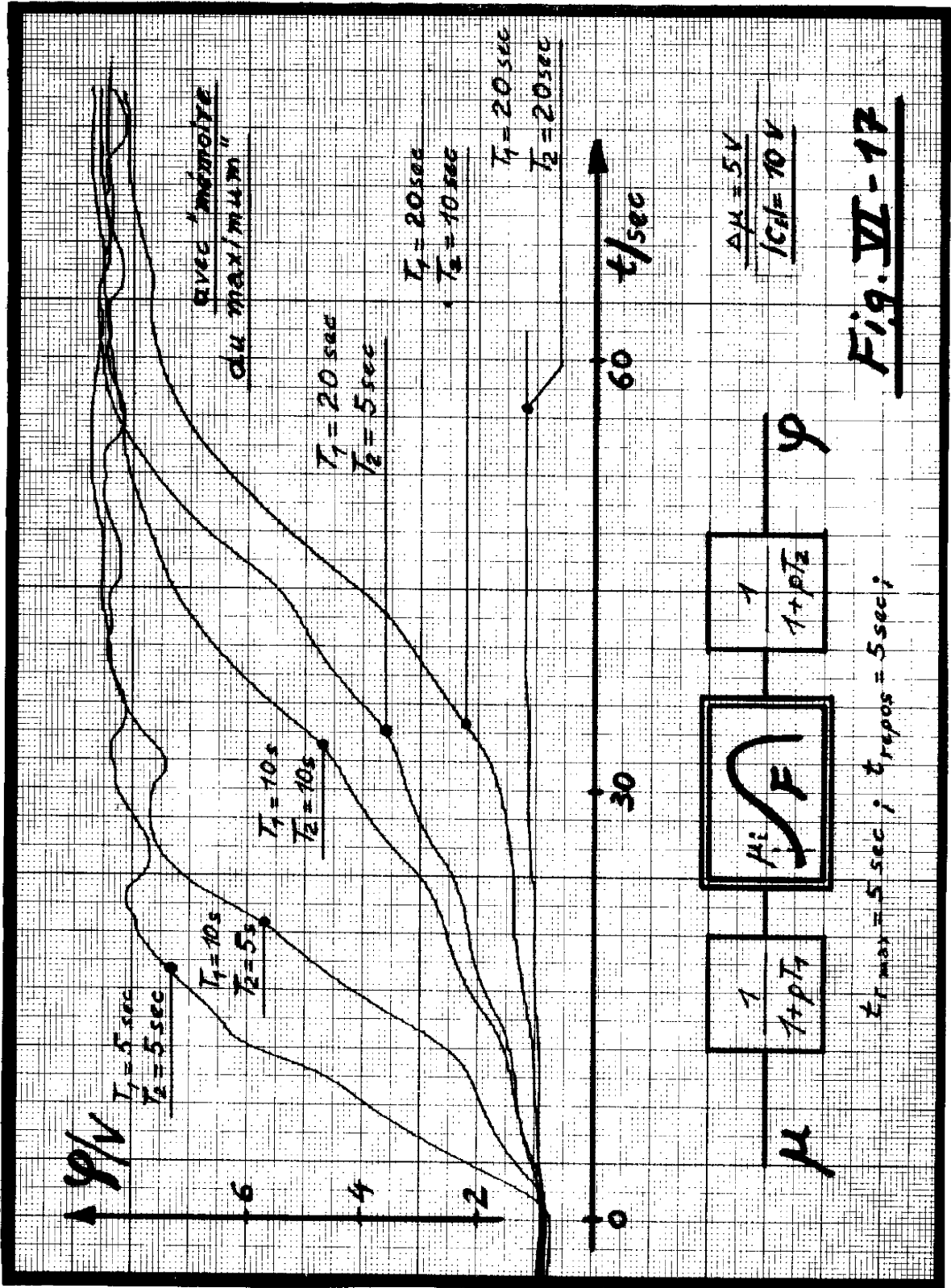
Notons que les courbes de la figure VI-17 ont été obtenues avec une caractéristique extrémale de forme comportant un point d'inflexion, le point de départ se trouvait du côté de la pente faible de la caractéristique statique. Le procédé avec mémoire du maximum fut utilisé.

VI-4.3 - Comportement de la méthode proposée en présence de perturbations extérieures.

Les figures VI-18 et VI-19 montrent les limites de stabilité de cette méthode en face de perturbations sinusoïdales horizontales (la grandeur perturbatrice agit en un point situé avant la caractéristique extrémale du processus). Ces perturbations sinusoïdales provoquent une oscillation symétrique



Perturbations sinusoïdales horizontales
Figure VI-18



fonctionnement avec régulateur extrémal. Il est visible que le point de fonctionnement remonte rapidement à la valeur optimale après chaque perturbation en échelon d'amplitude $(\mu_{\max} - \mu_{\min}) = 8V$. Il est normal qu'aux instants après le passage de la variable d'entrée de $\mu = -4V$ à $\mu = +4V$, ou le contraire, on ait une chute du point de fonctionnement par rapport à la valeur optimale, ceci parce que le point de fonctionnement évoluerait sans action du régulateur à la valeur suivante :

$$\frac{\mu_{\max} - \mu_{\min}}{2p} = \frac{8^2}{-4} V = -16V$$

Mais le régulateur rattrape le mouvement défavorable de grande rapidité (prédiction et compensation de perturbations) et porte le point de fonctionnement à la nouvelle position extrémale.

Les photographies de la figure VI-22, finalement, représentent l'évolution de la variable de sortie φ par rapport à l'évolution optimale possible, ceci sous l'influence de perturbations verticales en dents de scie de fréquence variable. La caractéristique extrémale a été simulée de forme non parabolique irrégulière (voir figure VI-14).

En "a" nous trouvons une dérive de vitesse relativement lente. Mais le régulateur sans prédiction et compensation de perturbations décroche déjà à cette vitesse de dérive verticale. Le système reste stable seulement parce que la dérive change de signe avant que le point de fonctionnement ait atteint le domaine de saturation.

En "b" le procédé de "prédiction et compensation de perturbations" est connecté au régulateur; avec la même vitesse de la dérive le point de fonctionnement suit de très près le mouvement optimal.

lité du système en présence de perturbations. Les couples de courbes montrent l'évolution dans le temps de la variable de sortie φ pour les conditions de fonctionnement indiquées (perturbation sinusoïdale horizontale, $p = -2$), d'une part dans le cas d'une extrémalisation avec le procédé de prédiction et de compensation de perturbations, d'autre part dans le cas où la méthode d'optimisation fonctionne sans ce procédé.

Remarque : Les valeurs encadrées sur la figure sont valables pour tous les couples.

Pour une amplitude d'évolution de la variable de sortie fixée à $|\Delta \varphi_s| = 0,1V$ et avec les perturbations extérieures données, le régulateur sans procédé de compensation de perturbation perd ses qualités d'extrémalisation pour un temps de repos petit ($t_{\text{repos}} = 2 \text{ sec}$) ou grand ($t_{\text{repos}} = 4 \text{ sec}$).

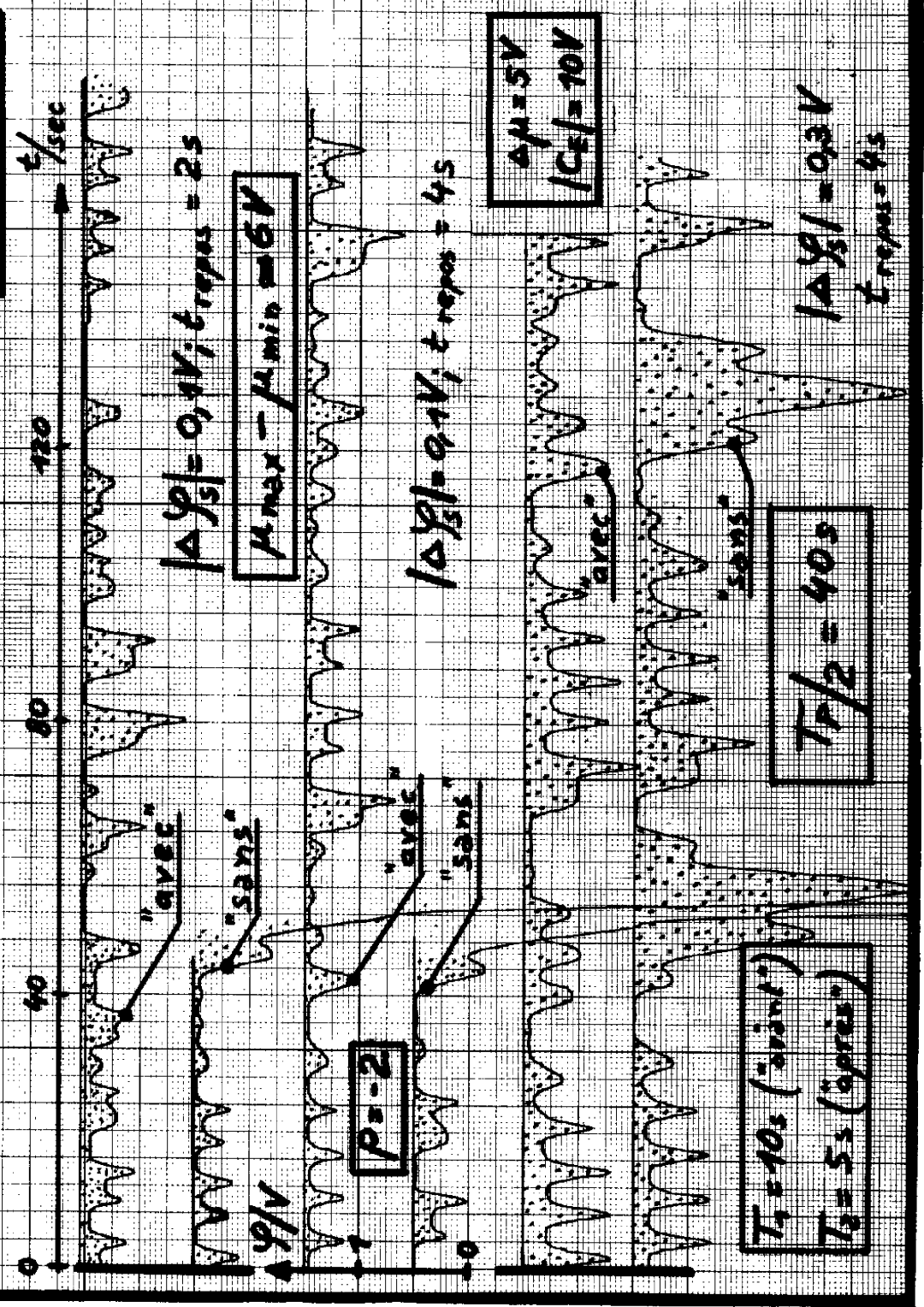
Si on augmente l'amplitude d'évolution à $|\Delta \varphi_s| = 0,3 V$ le régulateur sans compensation de perturbation garde ses qualités d'extrémalisation (on est à la limite de la stabilité, le régulateur décroche mais se rattrape quand l'évolution de la perturbation sinusoïdale change de signe).

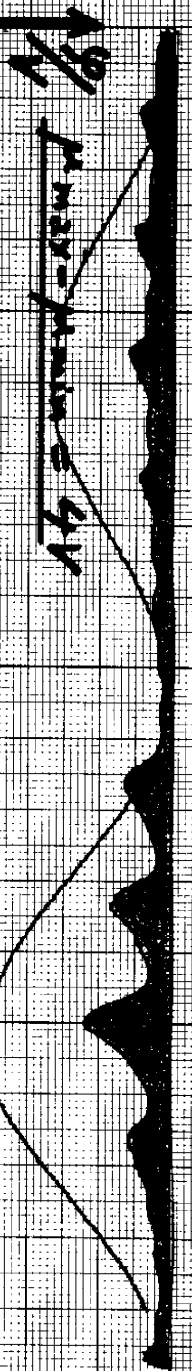
Ce gain en stabilité par l'augmentation de $|\Delta \varphi_s|$ entraîne une perte en précision (écart de pompage plus grand) comme on peut s'attendre.

La figure VI-21 prouve les qualités de stabilité de la méthode proposée en présence de perturbations horizontales correspondant à des signaux carrés de grande amplitude. La courbe I montre l'évolution de la variable de sortie φ (indice de performance) dans le cas où le régulateur est débranché (la variable d'entrée est positionnée de façon à obtenir un indice de performance moyen optimal). La courbe II présente le

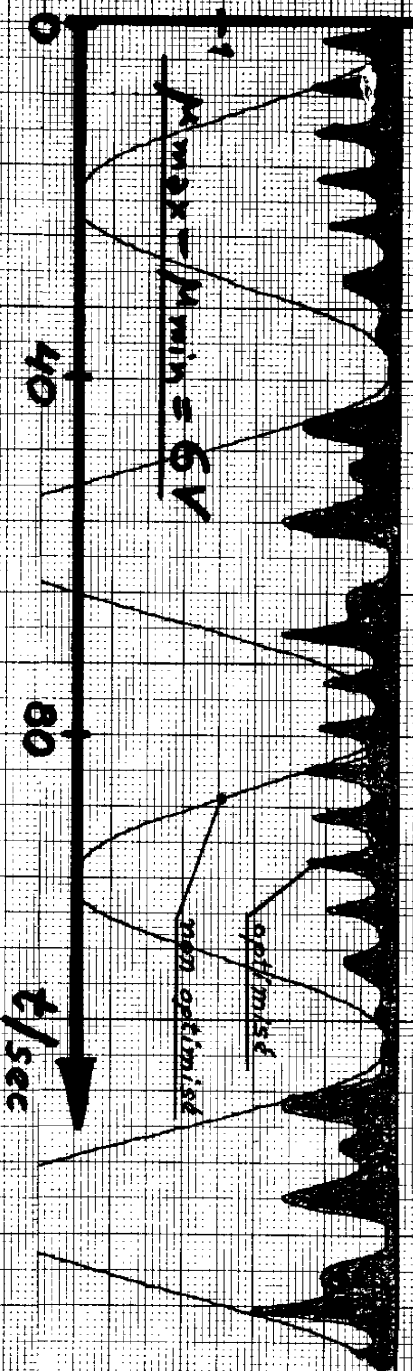
Fig. VI-20

Prediction et compensation de perturbations

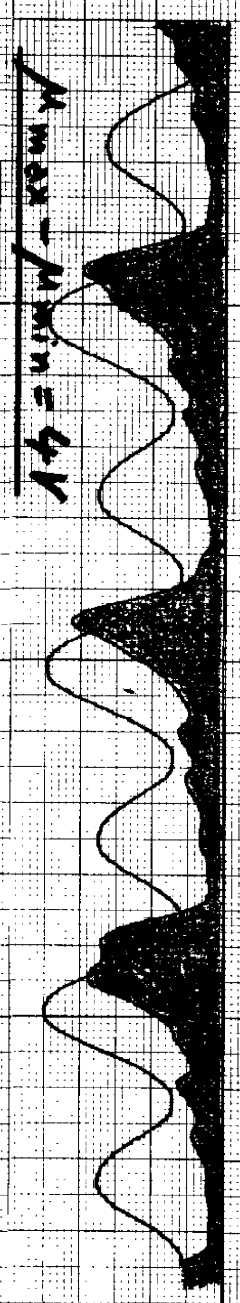




$$\frac{T_p}{2} = 80s$$



$$\frac{T_p}{2} = 40s$$



$$\frac{T_p}{2} = 20s$$

$\mu_{max} - \mu_{min} = 4V$

$p = -2$; $T_1 = 10s$ (l'avant^{re}); $T_2 = 5s$ (l'après^{re})
 $\Delta\mu$ - signal
 des relais
 $t_{repos} = 2,5s$; $t_{r,max} = 7,5s$;

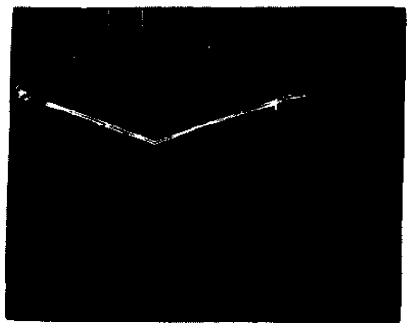
Figure VI-19

Perturbations sinusoidales horizontales
 $V_{CEL} = 10V$
 $\Delta\mu = 5V$

Perturbations
verticales
en dents de scie



a) $\lambda' = (0,14 \text{ V/sec}) \cdot t$
(sans prédiction et compensation de perturbations)

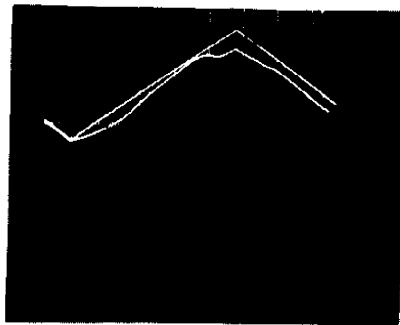


b) $\lambda' = (0,14 \text{ V/sec}) \cdot t$
(avec prédiction)

1 division = 2V (verticalement)
= 5sec (horizontalement)

$T_1 = 10 \text{ sec}$; $T_2 = 5 \text{ sec}$
 $t_{\text{repos}} = 5 \text{ sec}$; $\Delta\varphi_s = \text{seuil des relais}$
 $\Delta\mu = 5 \text{ V}$; $|C_E| = 10 \text{ V}$

c) $\lambda' = (0,28 \text{ V/sec}) \cdot t$
(avec prédiction)



d) $\lambda' = (0,42 \text{ V/sec}) \cdot t$
(avec prédiction)

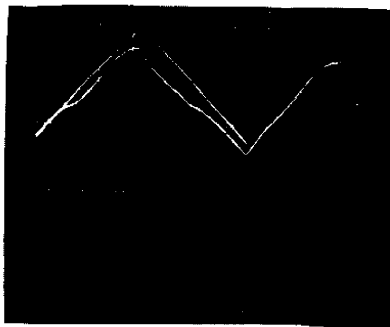


Figure VI-22

En "c" la vitesse de la dérive est augmentée, le point de fonctionnement suit toujours bien.

En "d", avec une dérive de $\lambda' = 0,42$ V/sec, l'instabilité n'est toujours pas atteinte.

Nous pouvons dire que théoriquement la stabilité est garantie pour n'importe quelle dérive linéaire de la variable de sortie, ceci parce que la prédiction pour une dérive linéaire est exacte à 100 % et la perturbation linéaire peut être compensée de ce fait complètement.

VI-5 - AMELIORATIONS POSSIBLES DE LA METHODE PROPOSEE

Le principe de fonctionnement décrit dans ce chapitre peut être amélioré de différentes façons. Nous allons présenter brièvement dans ce paragraphe les modifications les plus faciles à concevoir qui pourraient être effectuées au montage.

a) Adaptation de l'algorithme d'extrémalisation au paramètre moyen du côté droit et gauche de l'extrémum

- par action sur p_h

S'il est connu a priori que les paramètres des segments de paraboles qui approchent la caractéristique réelle ont en moyenne une valeur différente d'un côté de l'extrémum et de l'autre (caractéristique extrême dissymétrique, voir figure VI-23), on peut tenir compte de cette situation dans l'algorithme de commande. En effet il est possible de prévoir à partir du signe de la réponse ψ sur l'échelon de recherche en

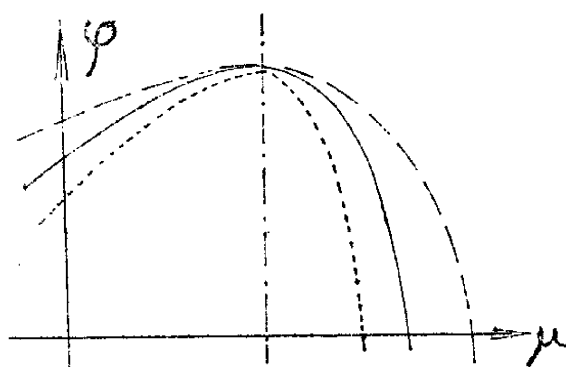


Figure VI-23

μ , une valeur différente du paramètre hypothétique p_h pour la commande définitive (voir relation VI-8c) en fonction du côté de l'extrémum où se trouve le point de fonctionnement.

- par action sur le coefficient de la correction tachymétrique

Les expériences effectuées avec correction tachymétrique ont montré (voir figure VI-13, VI-14 et VI-15) que dans certains cas une application de cette méthode de correction présente des effets défavorables. Quand le paramètre moyen était différent d'un côté et de l'autre de l'extrémum, des dépassements excessifs de l'extrémum du point de fonctionnement apparaissent si le coefficient de la correction tachymétrique était choisi trop grand par rapport au paramètre moyen du côté de l'extrémum où se trouvait le point de fonctionnement initial.

En adaptant le coefficient du facteur de correction $d\varphi/dt$ au côté de l'extrémum où se trouve le point de fonctionnement initial, il est possible de remédier à ces inconvénients.

b) Adaptation de la durée du pas de repos à la vitesse d'évolution de la variable de sortie

D'une part l'information de travail sur la vitesse d'évolution de φ à la fin du pas de commande permet de corriger l'amplitude de la commande définitive, ce qui peut être fait par la "correction tachymétrique" déjà expliquée au chapitre IV.

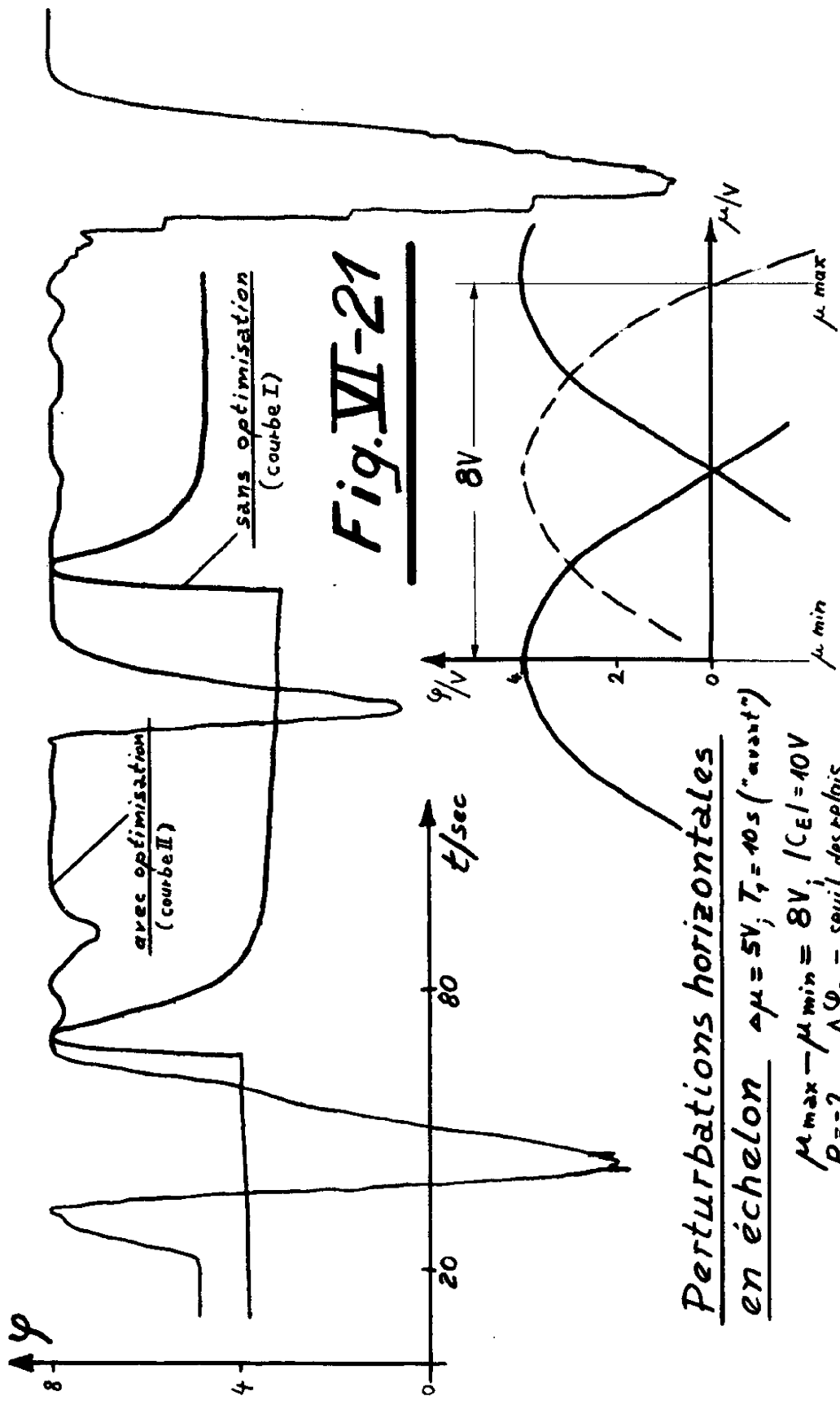


Fig. VI-21

Perturbations horizontales en échelon $\Delta\mu = 5V$, $T_r = 10s$ ("avant")
 $\mu_{\max} - \mu_{\min} = 8V$, $|CE| = 10V$
 $P = -2$; $\Delta\varphi_s = \text{seuil des relais}$

La durée variable du pas de recherche est utilisée comme grandeur qui renseigne sur la pente de la caractéristique extrême au point de fonctionnement. Cette durée est définie par le temps qui s'écoule entre l'application de l'échelon de recherche et l'obtention d'une réponse d'amplitude fixée a priori.

En appliquant à toutes les séquences d'optimisation une commande exagérée d'amplitude constante aussi grande que le permettent les limitations technologiques, la durée de ce pas de commande est adaptée elle aussi aux conditions de fonctionnement du système.

Ces procédés permettent d'augmenter la précision et la rapidité par rapport aux méthodes utilisant l'amplitude de la réponse comme grandeur proportionnelle à la pente de la caractéristique extrême.

Comme pour la méthode correspondante à période d'échantillonnage constante, la méthode décrite dans ce chapitre présente des performances de stabilité correctes par rapport à des perturbations extérieures, variations des caractéristiques dynamiques et irrégularités de la caractéristique extrême du processus.



CHAPITRE VII

REALISATIONS TECHNOLOGIQUES

VII-1 TECHNOLOGIE D'UN S.R.E. AVEC EXTRAPOLATION DE LA CARAC-
TÉRISTIQUE EXTREMALE A PARTIR DE 2 POINTS DETECTES

- a) Le principe de fonctionnement
- b) La technologie du régulateur

VII-2 TECHNOLOGIE D'UN S.R.E. A PAS CONSTANTS

- VII-2.1 Bloc logique
- VII-2.2 Bloc de mesure
- VII-2.3 Bloc de calcul
 - a) Détection et prédiction de perturbations
 - b) Calcul de la distance de l'extrémum au point de fonctionnement
- VII-2.4 Bloc de commande
- VII-2.5 Simulation du système à optimiser

VII-3 TECHNOLOGIE D'UN S.R.E. AVEC MODULATION DE LA DUREE DES
PAS

- VII-3.1 Partie logique
 - VII-3.2 Partie analogique
-



CHAPITRE VII

REALISATIONS TECHNOLOGIQUES

VII-1 TECHNOLOGIE D'UN S.R.E. AVEC EXTRAPOLATION DE LA CARACTERISTIQUE EXTREMALE A PARTIR DE 2 POINTS DETECTES

Comme premier montage d'essai, nous avons réalisé dès le début de notre travail de recherche, un régulateur extrémal conçu indépendamment de tout élément d'une calculatrice, dont l'algorithme d'extrémalisation est basé sur une extrapolation parabolique approximative de la caractéristique extrémale à partir de 2 points détectés sur cette caractéristique (relation III-13 sans le terme à valeur constante). Ce régulateur, que nous allons présenter ici brièvement, permet d'optimiser des systèmes à une variable d'entrée et une variable de sortie. Il n'est pas conçu particulièrement pour optimiser des systèmes avec inerties ; toutefois, de tels systèmes peuvent être optimisés par le régulateur décrit dans ce paragraphe si on se contente de performances de rapidité médiocres. Cette lenteur est due aux temps de repos, de l'ordre de grandeur du temps de réponse du système optimisé, qui doivent être introduits après chaque pas de recherche et de commande.

a) Principe de fonctionnement

Nous considérons le schéma-bloc de la figure VII-1 qui représente les différentes parties du montage. Nous remarquons que le régulateur n'est composé que de 5 blocs très simples :

- 2 blocs de mémoire (M_1 et M_2) qui mettent en mémoire la valeur de φ au début et à la fin de l'action de recherche de l'extrémum.

- 1 bloc d'amplification (A), avec deux entrées différentielles en liaison avec les 2 mémoires, qui donne l'amplitude et le signe de l'échelon de commande.

- 1 bloc de commande (intégrateur) qui transmet les signaux de recherche et de commande sur la variable d'entrée μ .

- 1 horloge qui donne la cadence pour les divers pas de recherche, de commande et de repos.

Une séquence d'optimisation se compose de 6 pas :

- 1) pas de mise en mémoire M_1 (durée 0,2 sec)
- 2) pas de recherche (durée 0,4 sec)
- 3) pas de repos (durée au moins égale au temps de réponse du système à optimiser)
- 4) pas de mise en mémoire M_2 (durée 0,2 sec)
- 5) pas de commande (durée proportionnelle au paramètre de la parabole approchée à la caractéristique extrémale)

- 6) pas de repos de durée identique au pas n°3 pour laisser évoluer le point de fonctionnement jusqu'au nouvel état d'équilibre.

b) Technologie du régulateur

Sur le schéma de principe de la figure VII-2 on voit que les 2 mémoires M_1 et M_2 sont constituées tout simplement par deux condensateurs. La mise en mémoire est réalisée par les transistors Trs. 1 et Trs.2 qui sont commandés par l'horloge aux instants adéquats (pas n°1 et pas n°4). Les valeurs affichées dans les mémoires sont effacées durant le temps de repos final (pas n°6) par les transistors Trs.5 et Trs.6.

L'amplificateur différentiel de puissance est à liaisons directes et a été réalisé par un montage simple [34] ne comportant que 4 transistors (il commande un petit moteur, comme nous allons voir).

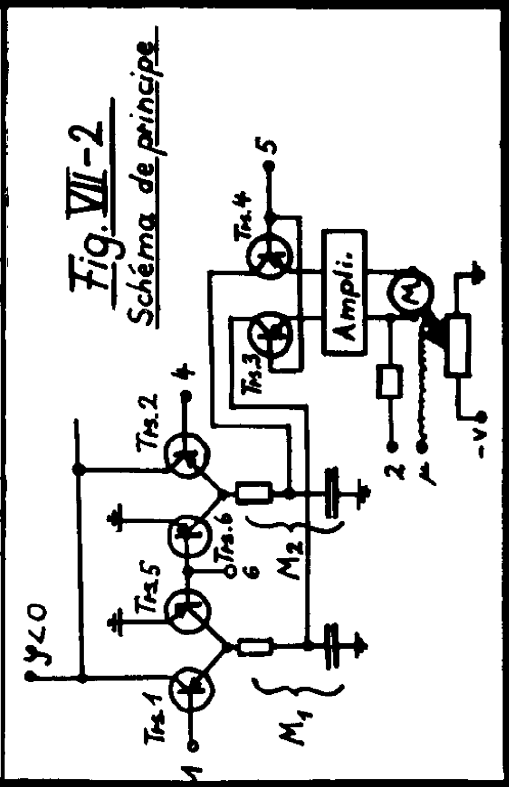
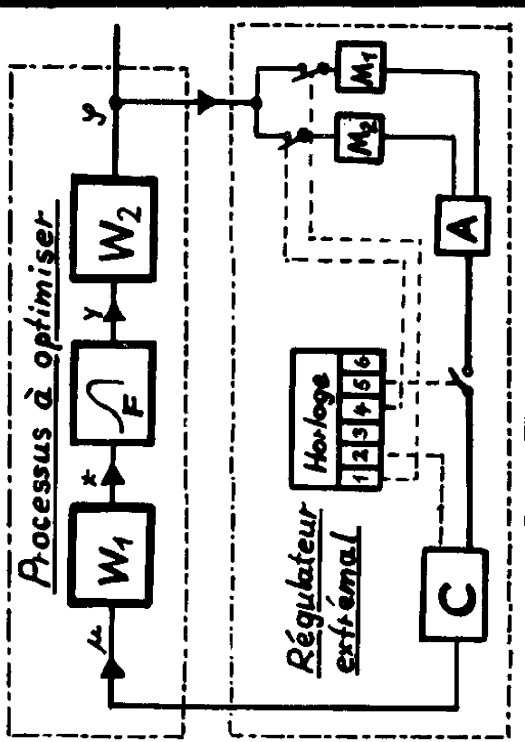
Le bloc de commande est constitué par un petit moteur BIROTAX ("intégrateur") qui agit sur le curseur d'un potentiomètre. La position de ce curseur définit la valeur de la variable d'entrée μ du système à optimiser. Le petit moteur est actionné durant le pas de recherche (borne n°2) et durant le pas de commande (borne n°5). Au cours de ce dernier pas, les entrées de l'amplificateur sont mis en liaison électrique avec les mémoires M_1 et M_2 par l'intermédiaire des transistors Trs.3 et Trs.4.

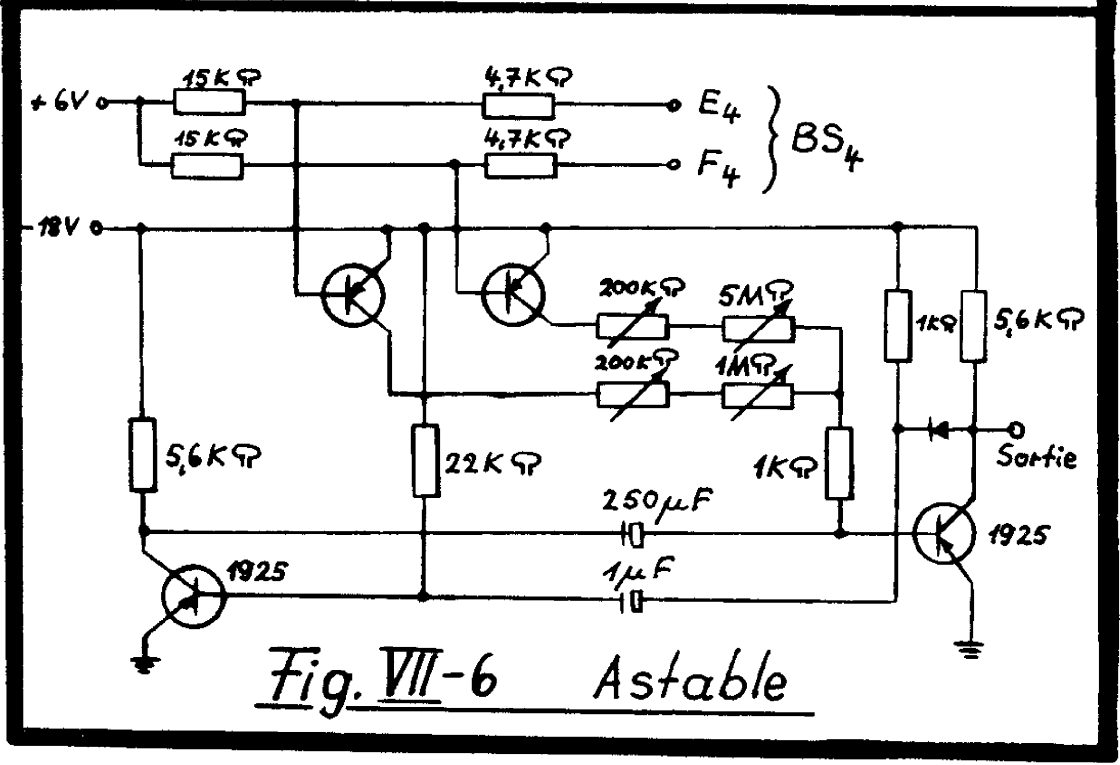
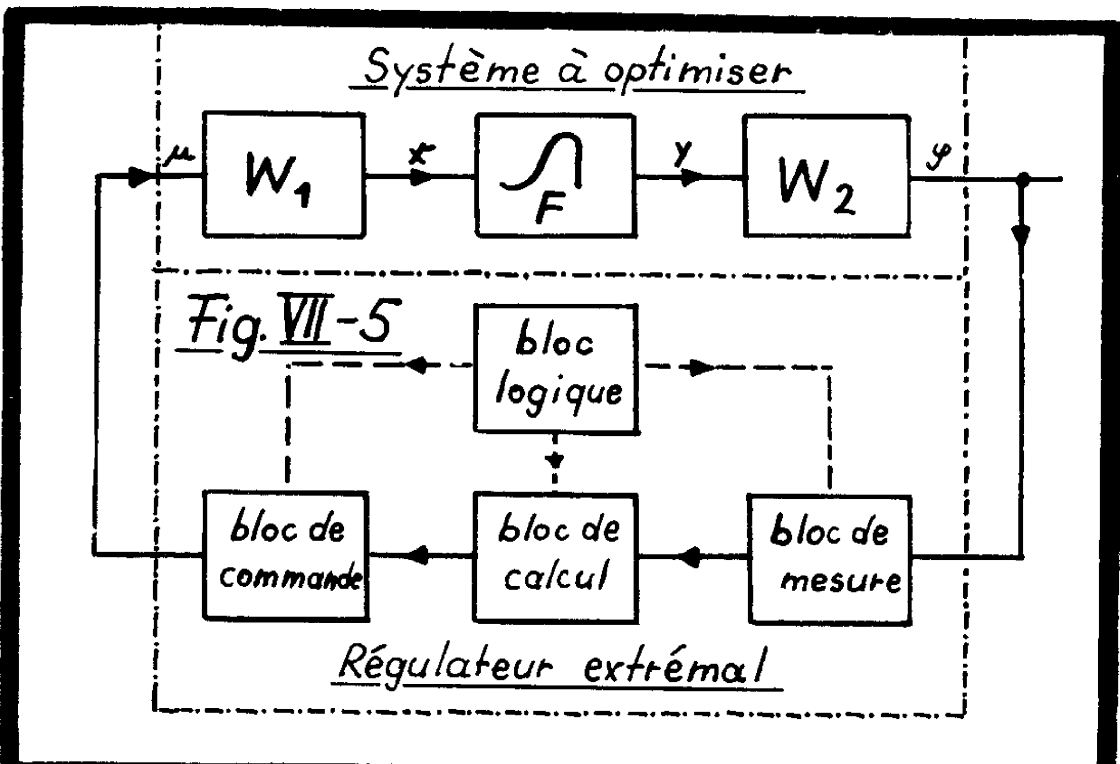
L'horloge est composée d'un multivibrateur astable (figure VII-4) et d'un compteur en anneau de 6 étages

(figure VII-3) dont l'état correspond aux divers pas d'une séquence d'optimisation. Le basculement successif du compteur en anneaux [33] de l'état "1" jusqu'à l'état "6" est obtenu par des impulsions agissant sur l'entrée du compteur et délivrées par l'astable. La durée d'échantillonnage de ce dernier est définie par l'état du compteur en anneau. En effet, les différents étages de ce compteur ont une influence sur l'astable, ceci en ouvrant ou fermant des circuits de résistance qui permettent de modifier la constante de temps de l'astable. On peut ainsi adapter la durée des pas de repos au temps de réponse du système complet à optimiser. Il est aussi possible d'afficher au régulateur le paramètre de la parabole d'extrapolation approchée à la caractéristique extrême. Ceci est réalisé, sachant que le temps de commande est identique au temps "d'intégration" du moteur, en prévoyant une durée du pas de commande proportionnelle à ce paramètre.

VII-2 TECHNOLOGIE D'UN S.R.E.E. A PAS CONSTANTS

Après étude des possibilités du régulateur extrême-
mal élémentaire, entièrement autonome présenté au paragraphe
précédent, nous avons réalisé un S.R.E.E. plus perfectionné
dont le fonctionnement est décrit aux chapitres III, IV et V.
Ce régulateur présentant un bloc de calcul plus complexe, nous
avons utilisé dans une large mesure des éléments d'une calcul-
latrice analogique EAI-TR48. Le bloc logique, au contraire, a
été réalisé exclusivement à l'aide de relais et de circuits
électroniques (circuits NI, monostables, bistables, astables)
indépendants de la calculatrice. Les valeurs numériques indi-
quées dans le texte qui suit se rapportent à l'exemple présenté
au paragraphe IV-3.2 c.





La figure VII-5 montre le schéma-bloc du processus à optimiser et du régulateur extrémal. Le bloc logique ayant une forte influence sur tous les autres blocs du régulateur, nous commençons par expliquer son fonctionnement technologique à l'aide de la figure VII-7 :

VII-2.1 Bloc logique (figure VII-7)

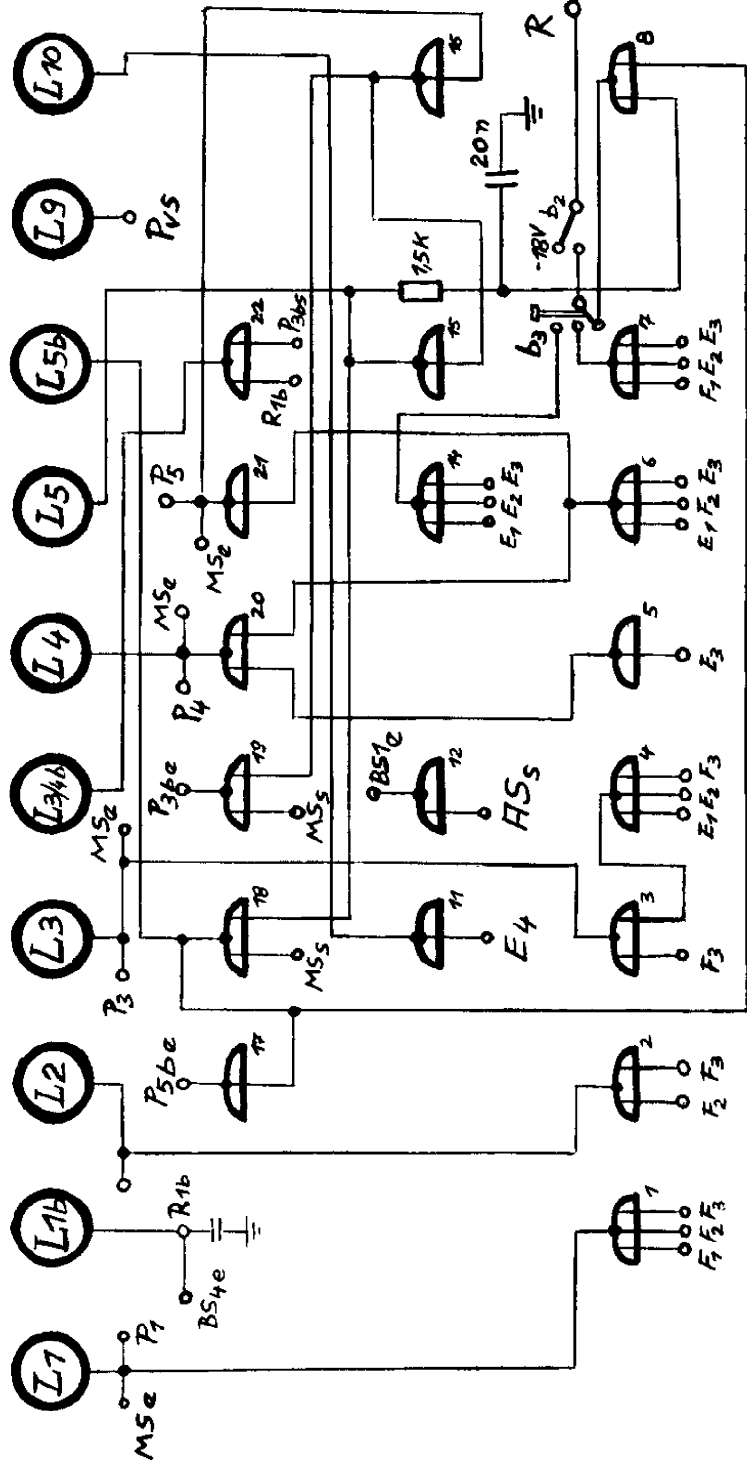
Les 6 pas d'une séquence d'optimisation sont obtenus à partir d'un compteur en anneau formé de 3 bistables BS_1 , BS_2 et BS_3 (Relais Logistor DBL 61 - ALSTHOM). Le montage est prévu pour une optimisation d'un processus à 2 variables d'entrée. Les variables sont traitées une à une (Procédé "Gauss - Seidel" ou "variable par variable" [25], ceci par l'intermédiaire du bistable BS_4 dont le changement d'état est provoqué par un signal provenant de la partie logique à circuits "NI" (figure VII-8). Ce bistable agit sur la durée de basculement de l'astable AS (figure VII-6) en ouvrant ou fermant des circuits à résistance ayant une influence sur le temps de décharge de la capacité principale de l'astable. On peut ainsi adapter la durée des pas aux caractéristiques dynamiques des deux inerties W_1 et W_1' situées avant (F) qui peuvent être différentes.

La commutation des commandes alternativement appliquées en μ_1 et μ_2 se fait par le relais R_V (voir aussi figure VII-9), qui est actionné par le bistable BS_4 et par un étage de puissance P_V . Les étages de puissance $P3b$ et $P5b$ commandent respectivement les relais $R1b$ et $R3b$ ainsi que $R5b$ (voir aussi figure VII-9). Les autres étages de puissance incorporés dans la partie logique à circuits "NI", avec leurs liaisons vers les relais correspondants, ne sont pas représentés.

La nomenclature des relais et des étages de puissance correspond aux numéros des pas. La lettre "b" signifie que le relais est actionné seulement durant le temps $\delta = 1/10$ sec après le début du pas correspondant. Ce temps δ est donné par un monostable MS qui est excité par des signaux provenant de la partie logique à circuits "NI" (figure VII-8). Le montage de l'amplificateur 31 représente un "bloqueur d'ordre zéro" qui met en mémoire la valeur de la "commande définitive". Les bornes U et K donnent les tensions correspondantes du 1er échelon de recherche d'amplitude $\Delta\mu$ et du 2ème échelon de recherche d'amplitude de $k\cdot\Delta\mu$. Ces tensions sont appliquées aux instants adéquats (partie "relais" de la figure VII-9) aux intégrateurs de commande (intégrateur 14 si seulement une variable est commandée) par deux résistances d'entrée en parallèle de $1M\Omega$. Le commutateur b_1 permet, en position fermée, de prévoir 2 pas de détection de perturbations. En position ouverte de ce même commutateur, le bistable BS_2 n'est pas remis à son état de départ à la fin de la séquence d'optimisation précédente, ainsi les 2 pas de détection de perturbations sont supprimés (cas où les perturbations sont très lentes). Le commutateur b_2 permet d'interrompre les actions du régulateur sur les variables d'entrée du système à optimiser, les bistables sont alors portés automatiquement à leur état de départ.

Considérons maintenant la partie logique à circuits "NI" représentée à la figure VII-8. Les signaux lumineux (par exemple L1) renseignent sur l'état des relais dont ils portent le numéro. Ces relais sont actionnés par des étages de puissance (par exemple P1) qui sont commandés par des montages de circuits "NI" recevant des signaux F et E correspondant aux états des bistables BS_1 - BS_4 . Au début

Fig. VII-8 *Partie logique à circuits "NI"*



Notations:

- BS_{4e} - entrée du bistable 4 ; MS_s - Sortie du monostable
- F₁ - Sortie F du bistable 1 ; P_{3be} - Entrée de l'étage de puissance P_{3b}

d'une séquence d'optimisation toutes les lampes et les relais sont actionnés, sauf les relais et lampes indicés de la lettre "b" qui fonctionnent seulement durant le temps $\delta = 1/10$ sec après le début du pas respectif (application des échelons de recherche et de commande). Les lampes L9 et L10 indiquent la position du relais R_v qui bifurque alternativement ces échelons de recherche et de commande vers l'une ou l'autre des variables d'entrée. Au fur et à mesure que la séquence d'optimisation progresse les lampes s'éteignent une à une et les différentes valeurs de la variable de sortie φ sont mises en mémoire par le déblocage des relais respectifs. Le commutateur b_2 permet de porter les bistables en état initial (mise en fonctionnement du régulateur). Le commutateur b_3 sert à afficher le nombre de pas d'une séquence d'optimisation. Si la liaison entre le circuit "NI" numéro 7 (CN7) et le point R est fermée, nous avons une séquence d'optimisation à 6 pas (la commande exagérée reste alors appliquée durant 2 pas). Si le commutateur b_3 met en liaison la sortie du circuit "NI" n°8 avec le point R, la séquence d'optimisation est raccourcie à 5 pas (la commande exagérée n'est appliquée que durant 1 pas). La séquence d'optimisation peut être prolongée à 7 pas (commande exagérée de 3 pas) si on relie la sortie de CN₁₄ avec le point R.

La figure VII-9 représente la partie logique à relais du montage. Les différentes liaisons entre les relais et les contacts de ces relais s'expliquent à l'aide des considérations faites et des figures concernant ces montages.

VII-2.2 Bloc de mesure

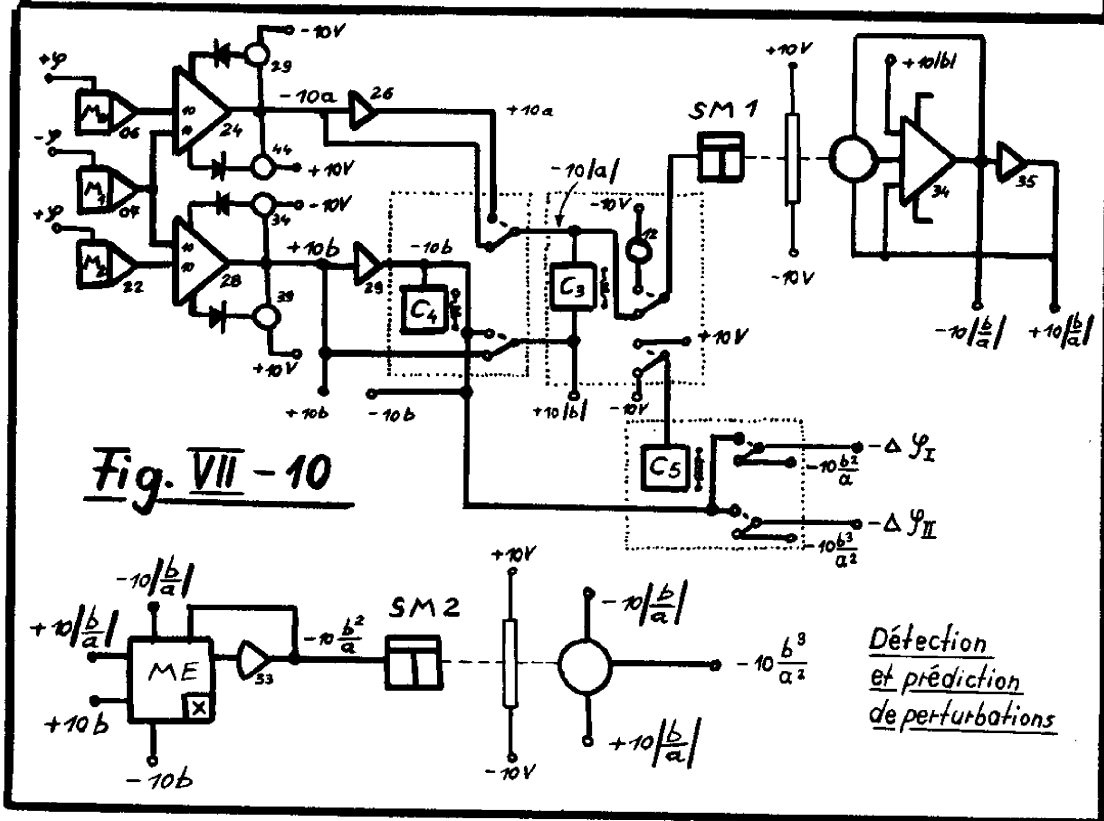
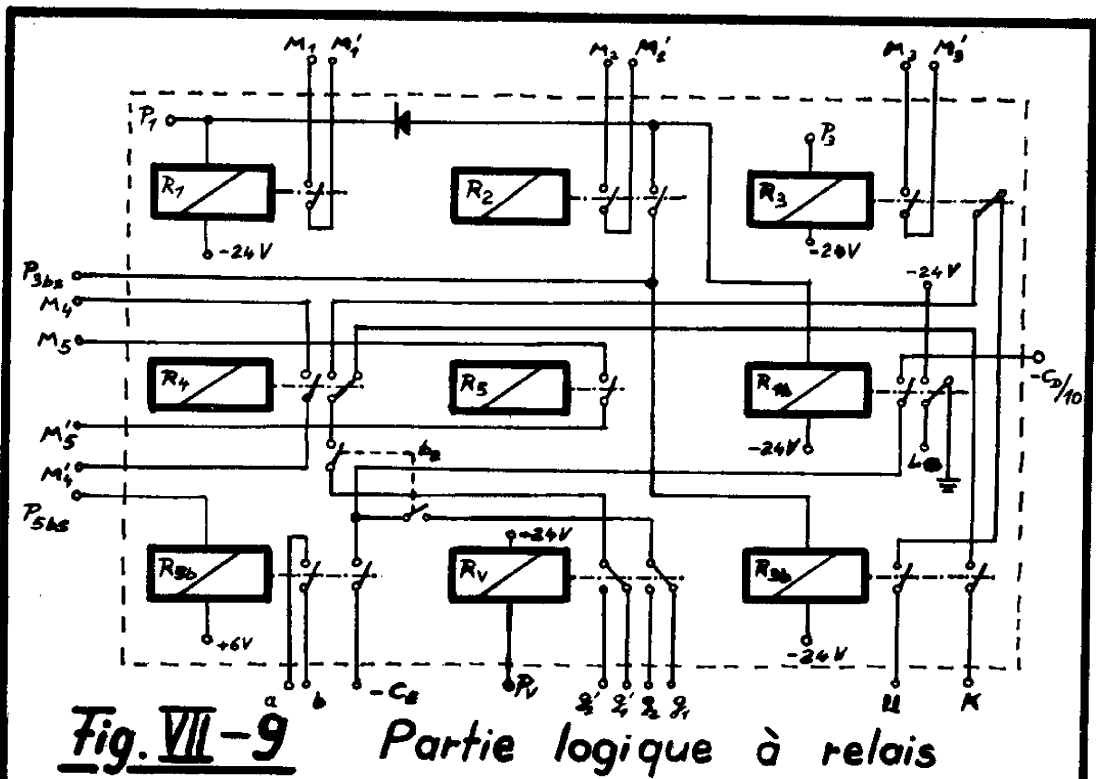
La mesure de l'évolution de la variable de sortie φ , due à une dérive ou à un échelon de recherche appliqué à la variable d'entrée μ , est effectuée par des bloqueurs d'ordre zéro. Les circuits M-M' de la figure VII-9, avec le numéro du relais correspondant, commandent les bloqueurs d'ordre zéro (06,07,22 de la figure VII-10 et 22,23,30 de la figure IV-13) qui mettent en mémoire les valeurs φ nécessaires pour une prédiction de perturbations et pour une extrapolation de la caractéristique extrême. Les circuits de ces bloqueurs d'ordre zéro sont identiques à celui représenté à la figure VII-7 (mise en mémoire de l'amplitude de la commande définitive avec l'amplificateur 31).

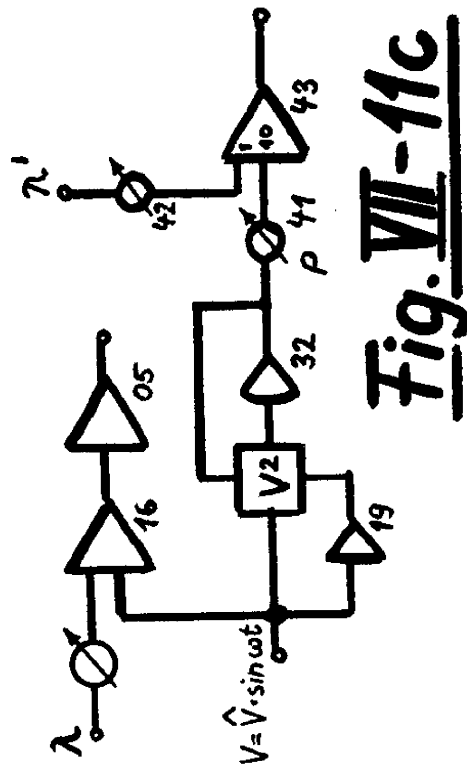
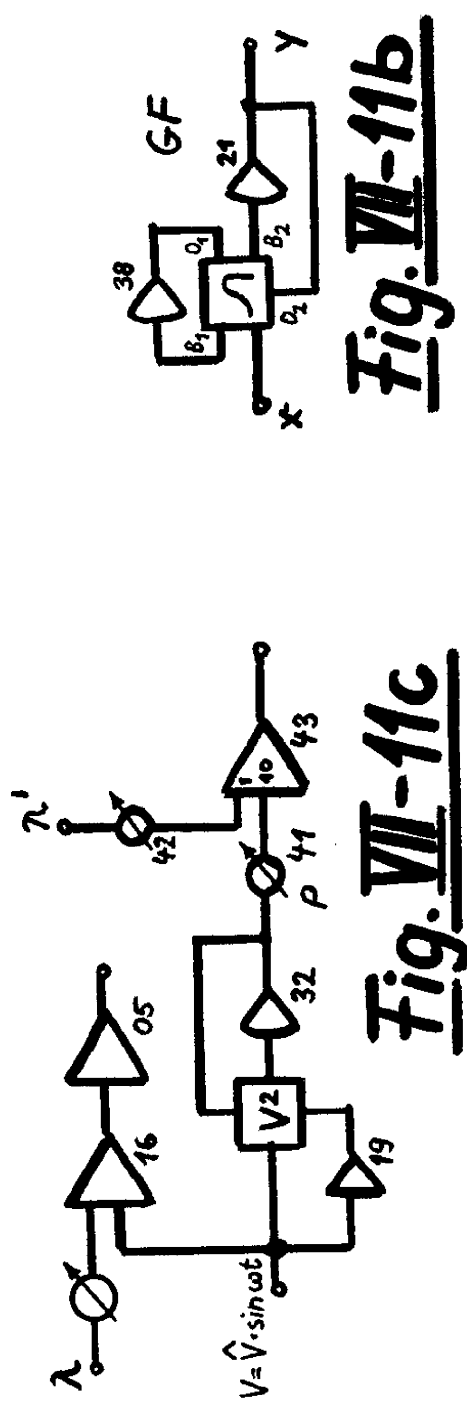
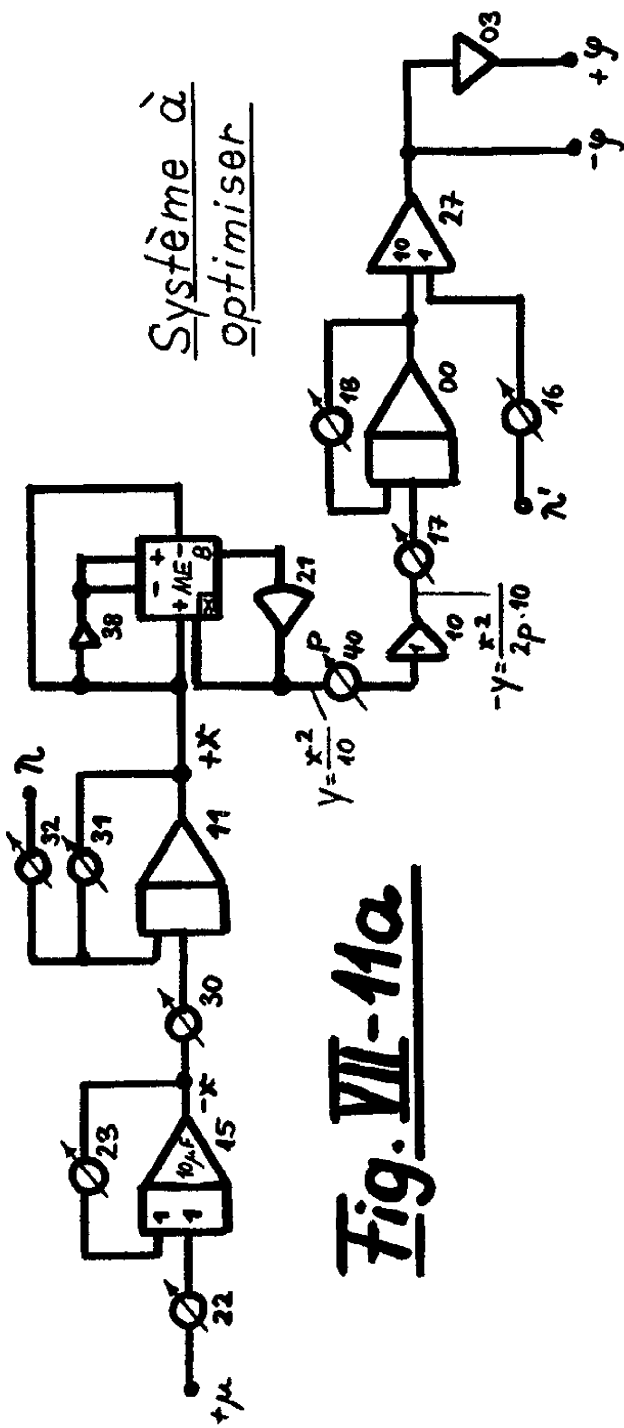
VII-2.3 Bloc de calcul

Le bloc de calcul détermine la distance de l'extrémum par rapport au point de fonctionnement en compensant autant que possible l'effet d'une dérive éventuelle de la variable de sortie φ . Ce bloc de mesure se compose de 2 parties : la prédiction de perturbations à partir de 3 points détectés de l'évolution dans le temps de φ et l'extrapolation de la caractéristique extrême à partir de 3 points détectés indirectement de cette caractéristique $y(x)$.

a) Détection et prédiction de perturbations

Les bloqueurs d'ordre zéro M_0 , M_1 et M_2 (figure VII-10) mettent en mémoire 3 valeurs de la variable de sortie φ à des intervalles de temps égaux Δt (voir aussi le chapitre V-3.2). Les sommateurs 24 et 28 forment respectivement les valeurs de $(-10a)$ et de $(+10b)$ qui sont les évolutions de φ





durant le 1er et le 2ème pas de détection de perturbations. Les circuits de contre - réaction avec les potentiomètres 29, 44 et 34 , 39 empêchent une saturation des amplificateurs 24 et 28 si les dérivées de φ sont trop rapides. Avec les changeurs de signe 26 et 29 et par l'intermédiaire des comparateurs mécaniques C_3 et C_4 on obtient les modules $(-10|a|)$ et $(+10|b|)$. Un premier servomultiplicateur SM1, utilisé en diviseur et les amplificateurs 34 et 35 permettent de déterminer les valeurs de $(-10|b/a|)$ et $(+10|b/a|)$. Le multiplicateur électronique ME donne la valeur de $(-10b^2/a)$. Avec un deuxième servomultiplicateur SM2, utilisé lui aussi en diviseur, on a la possibilité d'élaborer la valeur de $(-10b^3/a^2)$. D'après les considérations faites au chapitre V-3.2, il est avantageux de prévoir une prédiction linéaire de la dérive éventuelle si $|a| \leq |b|$. Ceci est réalisé par l'ensemble des comparateurs mécaniques C_3 et C_5 .

Les valeurs de

$$\Delta \varphi_I = \left| \frac{b^2}{a} \right| \cdot \text{sign } b \quad \text{pour } |a| > |b| \quad (\text{V-15a})$$

$$\Delta \varphi_I = b \quad \text{pour } |a| \leq |b| \quad (\text{V-15b})$$

$$\Delta \varphi_{II} = \left| \frac{b^3}{a^2} \right| \cdot \text{sign } b \quad \text{pour } |a| > |b| \quad (\text{V-16a})$$

$$\Delta \varphi_{II} = b \quad \text{pour } |a| \leq |b| \quad (\text{V-16b})$$

qui sont les évolutions prédites de la dérive au 1er et 2ème pas de recherche, sont obtenues aux bornes indiquées

du comparateur mécanique C_5 et transmises aux sommateurs 08 et 36 de la figure IV-13.

b) Calcul de la distance de l'extrémum au point de fonctionnement (fig. IV-13)

Il s'agit de matérialiser la relation suivante à l'aide d'éléments de la calculatrice analogique EAI-TR48 :

$$C_E = \int_{t_2}^{t_2+\delta} \left\langle E \left\{ n \left[-P_h \left(\frac{\Delta\varphi_1}{2 \cdot e \cdot \Delta\mu} + \frac{\Delta\varphi_{2c}}{\Delta\mu} \right) - \Delta\mu \cdot k \right] \right. \right. \\ \left. \left. - (n-1) \cdot P_h \cdot \left[-P_h \left(\frac{\Delta\varphi_1}{2 \cdot e \cdot \Delta\mu} + \frac{\Delta\varphi_{2c}}{\Delta\mu} \right) - \Delta\mu \cdot k \right] \right. \right. \\ \left. \left. \left(- \frac{\Delta\varphi_1}{k \cdot e \cdot \Delta\mu^2} - \frac{\Delta\varphi_{2c}}{\Delta\mu^2} \right) \right\} - (1-k) \Delta\mu \right\rangle \alpha \cdot dt \quad (IV-64a)$$

$$C_D = \int_{t_4}^{t_4+\delta} \left\{ (1-E) \cdot n \cdot \left[-P_h \cdot \frac{\Delta\varphi_1}{2 \cdot e \cdot \Delta\mu} + \frac{\Delta\varphi_{2c}}{\Delta\mu} - \Delta\mu \cdot k \right] \right. \\ \left. - (n-1) \cdot P_h \cdot \left[-P_h \left(\frac{\Delta\varphi_1}{2 \cdot e \cdot \Delta\mu} + \frac{\Delta\varphi_{2c}}{\Delta\mu} \right) - \Delta\mu \cdot k \right] \right. \\ \left. \left[- \frac{\Delta\varphi_1}{e \cdot k \cdot \Delta\mu^2} - \frac{\Delta\varphi_{2c}}{\Delta\mu^2} \right] \right\} \alpha \cdot dt \quad (IV-65a)$$

Le montage proposé est dessiné sur la figure IV-13 du chapitre IV où des renseignements supplémentaires sur l'élaboration des différentes valeurs à afficher sont donnés. Les bloqueurs d'ordre zéro M_2 , M_3 et M_4 mettent en mémoire les valeurs de la variable de sortie φ au début du 1er pas de recherche et à la fin du 1er et 2ème pas de recherche. A la sortie du sommateur 08 nous trouvons l'amplitude $\Delta\varphi_1$ de

l'évolution de φ due seulement, en pratique, au 1er pas de recherche (l'évolution prédite de φ due à une dérive avec la valeur de $\Delta\varphi_1$ est retranchée de l'évolution détectée). A la sortie du sommateur 36, nous obtenons la réponse corrigée $\Delta\varphi_{2c}$ de φ due seulement au 2ème échelon de recherche. La part $\Delta\varphi_{11}$ de l'évolution de φ due à une dérive éventuelle est retranchée, de même on tient compte de l'évolution de φ due au 1er échelon de recherche, ceci par le circuit du potentiomètre 02 où le facteur de correction h est affiché. A l'aide du sommateur 47, on forme la valeur de $(\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_{2c})$ et les amplificateurs 37 et 12 permettent d'obtenir la valeur de $(\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_{2c})$, ces grandeurs sont nécessaires pour élaborer la dérivée première et seconde de la caractéristique extrême au point de fonctionnement. Nous savons que l'algorithme d'extrémalisation traité ici est basé sur une combinaison des méthodes d'extrapolation utilisant ces dérivées premières et secondes dont on vient de parler. Le facteur (η) , définissant le poids de chaque procédé sur l'élaboration de la distance de l'extrémum par rapport au point de fonctionnement, et le facteur (η_h) , paramètre hypothétique de la forme générale de la caractéristique extrême supposée parabolique, peuvent être affichés à l'aide des potentiomètres 25 et 10. L'amplificateur 41 donne la somme des deux termes obtenus avec l'une ou l'autre méthode d'extrapolation et les potentiomètres 07, 06 et 21 avec l'amplificateur 04 permettent de déterminer les valeurs C_E et C_D des commandes exagérées et définitives. (Voir aussi les figures VII-7 et VII-9).

VII-2.4 Bloc de commande (figure VII-7)

Les signaux élaborés par le bloc de calcul (figure IV-13, commande exagérée et commande définitive)

et ceux fournis par le bloc logique (figure VII-7, échelon de recherche n°1 et n°2) sont appliqués aux variables d'entrée μ (dans le cas traité ici seulement à une variable d'entrée μ_1) par l'intermédiaire des circuits de commutation du bloc logique et à l'aide d'intégrateurs de commande (ici l'intégrateur 14). Ces intégrateurs, d'un gain élevé, permettent d'appliquer aux variables d'entrée μ des rampes très raides que l'on peut assimiler à des échelons de position si le temps d'intégration est très court. Dans l'exemple traité ici, il a été choisi un temps d'intégration de $\delta = 1/10$ sec, donné par le monostable MS. Le potentiomètre 09 permet d'afficher une certaine condition initiale sur l'intégrateur de commande 14 et ainsi de porter le point de fonctionnement à une position de départ quelconque désirée.

VII-2.5 Simulation du système à optimiser (figure VII-11)

Le processus à optimiser est simulé lui-aussi sur la calculatrice analogique. La figure VII-11a montre un système qui permet de simuler deux inerties du 1er ordre se trouvant avant et une inertie du 1er ordre située après la caractéristique extrême. Cette dernière peut être affichée de forme parabolique (figure VII-11a) avec le multiplicateur électronique ME et le potentiomètre 40 qui permet de prévoir des paramètres quelconques de cette forme parabolique. Il est aussi possible d'introduire une forme non parabolique irrégulière de la caractéristique extrême, ceci en remplaçant les éléments cités plus haut par le générateur de fonction GF (figure VII-11b) qui est affiché de manière à obtenir une courbe de la forme présentée à la figure VI-15.

Pour réaliser les enregistrements photographiques des figures IV-14 et V-10, nous avons monté un système

permettant de visualiser la position de la caractéristique extrémale variant dans le temps sous l'effet de perturbations, et ceci par rapport à la position du point de fonctionnement.

C'est ainsi que nous avons utilisé deux blocs différents pour simuler le processus à optimiser :

- Le premier bloc, simulant le processus véritable avec inerties, comporte un multiplieur électronique précis pour réaliser la caractéristique extrémale dont on cherche l'extrémum, et permet d'enregistrer en quasi permanence les coordonnées μ/φ du point de fonctionnement.

- Le deuxième bloc, soumis aux mêmes perturbations mais ne comportant pas d'inerties, contient un multiplieur moins précis qui délivre une caractéristique extrémale de forme parabolique par approximations segmentées grossières. Par un balayage sinusoïdal sur l'entrée de ce dernier bloc, on peut enregistrer la position de la caractéristique extrémale en coordonnées x/y au moment de l'application de la commande définitive au système à optimiser. L'enregistrement successif des coordonnées μ/φ (point de fonctionnement) et x/y (caractéristique extrémale) se fait par un système de commutation adéquat.

VII-3 TECHNOLOGIE D'UN S.R.E.E. AVEC MODULATION DE LA DUREE DES PAS

Le montage qui est décrit dans ce paragraphe a été entièrement réalisé à l'aide d'éléments d'une calculatrice analogique TR48 (à part un relais extérieur) et de son bloc logique DES 30.

Le principe du fonctionnement a déjà été exposé dans le chapitre VI, ici nous nous bornons à montrer le fonctionnement technologique.

VII-3.1 Partie logique (figure VII-12)

Les 4 actions différentes d'une séquence d'optimisation (action de détection de perturbations, action de recherche, action de commande et temps de repos) sont commandées par un compteur en anneau de 4 étages réalisé à l'aide de 4 bistables. Les impulsions, qui font basculer le compteur en anneau d'un étage à l'autre, proviennent soit du montage analogique (figure VII-14), soit du montage logique où un monostable MS, avec une durée de basculement de 1 sec, donne le temps de détection de perturbations. Les signaux en échelon de position, provenant de comparateurs à relais (C_1 - C_6) de la partie analogique, sont tout d'abord différenciés par un circuit diode-résistance-capacité avant d'attaquer un comparateur électronique (CE à la figure VII-12) qui fournit un signal binaire. Les différenciateurs (DIF_1 - DIF_3) de la partie logique donnent pour chaque saut à l'entrée de l'état binaire "zéro" à l'état "un" une impulsion d'état binaire "un" d'une durée définie à leur sortie, ici 1 msec. Le monostable MS, avec une durée de basculement de 0,1 sec, assume deux fonctions différentes : il fournit tout d'abord le signal de mise en "action d'opération" de l'intégrateur de commande 25 (figure VII-14) au début de chaque pas (borne 2), ceci durant un temps de $\delta = 0,1$ sec. Ensuite il empêche, par le montage inverseur et l'élément "ET", que le compteur en anneau ne bascule plusieurs fois dans l'intervalle de temps $\delta = 0,1$ sec après chaque début de pas (rebondissements des comparateurs à relais). Les autres bornes (0,1,6,3), correspondant aux sorties des étages du compteur en anneau, fournissent les signaux de mise en "action d'opération"

ou de mise en condition initiale pour une partie des autres intégrateurs, commandés par des relais internes. Ces mêmes bornes donnent aussi les tensions pour les différents échelons de recherche et de commande qui doivent être appliqués aux moments adéquats à la variable d'entrée μ .

Remarque Les états binaires des bornes signalées sur la figure VII-12 (partie logique) ne correspondent pas aux tensions obtenues aux bornes respectives sur la figure VII-14 (partie analogique), ceci en raison des blocs de transfert connectés entre la partie analogique et la partie logique de la calculatrice (voir indications supplémentaires sur la figure VII-14).

VII-3.2 Partie analogique (figure VII-14)

Pour faciliter la compréhension du fonctionnement les différents éléments du schéma qui servent à un même but sont assemblés dans des blocs distincts.

Les valeurs d'affichage des potentiomètres, indiquées dans le texte qui suit, donnent de bons résultats de fonctionnement du régulateur dans le cas où le système à optimiser comporte une inertie du 1er ordre avec une constante de temps de l'ordre de grandeur de $T_1 = 10$ sec située avant et une autre inertie du 1er ordre de constante de temps approximative $T_2 = 5$ sec située après la caractéristique extrême. Celle-ci peut être de forme quelconque à condition que les modules des paramètres définissant les segments de paraboles composant la caractéristique extrême ne soient pas plus petits que la valeur de 1 (voir aussi le paragraphe VI). Le pas de recherche est prévu avec une amplitude de $\Delta\mu = 2,5$ V et la commande exagérée telle que $|C_E| = 5V$. Les

entrées "10" des amplificateurs et intégrateurs correspondent à une impédance d'entrée de $10\text{ K}\Omega$, les entrées "1" présentent une impédance de $100\text{ K}\Omega$ et les signes "00" mettent en évidence qu'il s'agit d'entrées directes.

Bloc de détection et prédiction de perturbations

Les 3 mémoires analogiques ("bloqueurs d'ordre zéro") avec les numéros 00, 06 et 22 permettent d'obtenir d'une part la valeur de $\Delta\varphi_p$ qui est l'évolution de la variable de sortie φ causée par une dérive éventuelle durant le pas de détection de perturbations et d'autre part la réponse détectée durant le pas de recherche $\Delta\varphi_d$ due et à la dérive et à l'échelon de recherche. Pendant ce même pas de recherche l'intégrateur 42 intègre la valeur de $\Delta\varphi_p$ qui est soustraite continuellement de $\Delta\varphi_d$, ceci par le sommateur 45 qui donne la réponse ($-\Delta\varphi$) due seulement à l'échelon de recherche.

A l'aide de l'amplificateur 18, monté en différentiateur, on obtient approximativement la dérivée première dans le temps de la variable de sortie. La différentiation n'est qu'approximative en raison de la résistance de $10\text{ K}\Omega$ connectée à l'entrée de l'amplificateur, ceci pour augmenter la stabilité du circuit. Cette valeur de $\approx d\varphi/dt$ est nécessaire pour divers procédés d'amélioration du fonctionnement du régulateur, en particulier la "correction tachymétrique".

Bloc pour la détermination du temps de recherche

Quand la valeur de $\Delta\varphi$ à la sortie du sommateur 45 devient plus grande en module que $\Delta\varphi_s$, un des deux comparateurs C_1 ou C_2 change d'état et bloque sa nouvelle position et l'ancienne position de l'autre comparateur. En même temps

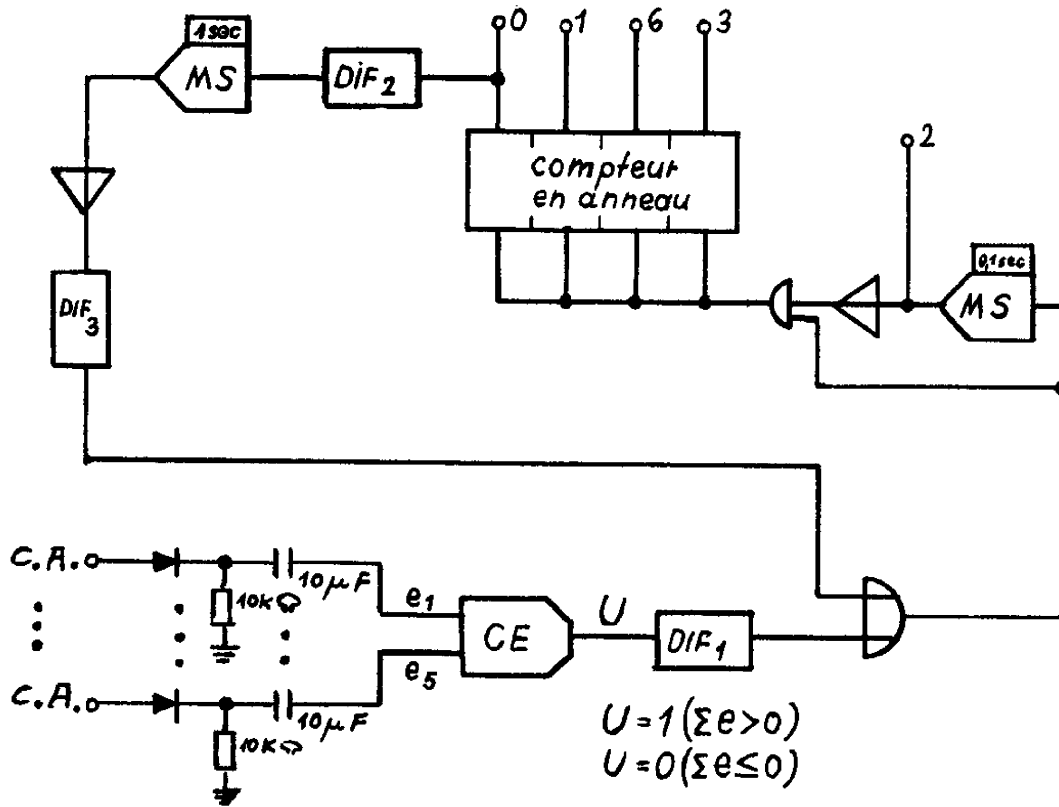


Fig. VII - 12

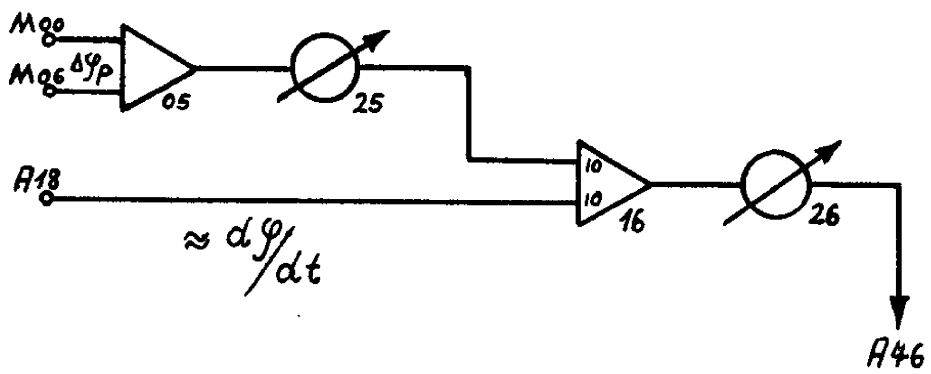
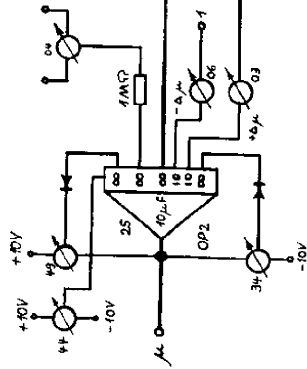


Fig. VII - 13

Fig. VIII-14

C.A. Signal vers le compteur en anneau

Bloc de Commande



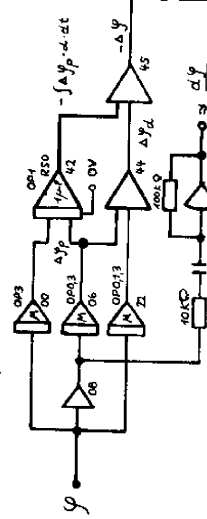
NOTATIONS

- OP 3 L'intégrateur est en action
- RS 0, 1, 3 L'intégrateur est en action ce mise en condition initiale durant les pas 0, 1 et 3
- 0 Pas de détection de perturbation
- 1 Pas de recherche
- 2 Temps $4 \times 1/10$ sec après chaque début de pas
- 3 Pas de repos

(Les bornes munies des numéros 0, 1, 2 et 3 présentent une tension de -15 V durant le pas correspondant, en dehors de ce temps une tension nulle).

6 La borne munie de ce numéro présente une tension de +5 V pendant le pas de commande, en dehors de ce temps une tension nulle.

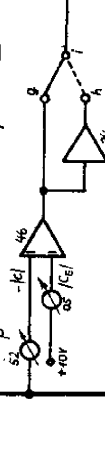
Détection et prédiction de perturbations



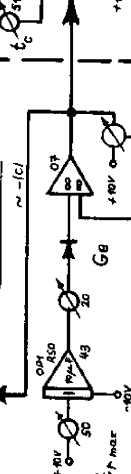
Temps de recherche maximal



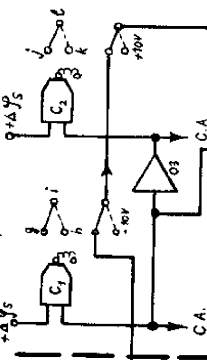
Commande définitive



Valeur C



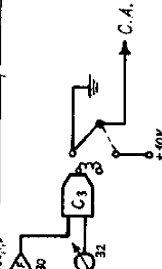
Temps de recherche



Temps de repos



Durée du pas de commande



Les comparateurs C et relais R sont dessinés en position correspondant à une somme positive ou nulle des valeurs d'entrée.

un signal est envoyé au compteur en anneau qui bascule à l'état suivant correspondant à l'action de commande.

Bloc servant à l'obtention de la valeur C

Tout au long de l'action de recherche, l'intégrateur 43, mis en condition initiale de (-IOV) pendant le pas de détection de perturbations, intègre une tension obtenue par le potentiomètre 50 qui doit être affiché de manière à ce que le temps de recherche maximal soit convenable. Pour les hypothèses admises ($T_1 \approx 10$ sec, $T_2 \approx 5$ sec), un affichage de 0,03 a donné de bons résultats. Le potentiomètre 20 affiché à une valeur de 0,015 et la diode au germanium, reliée à l'entrée directe de l'amplificateur 07, servent à réaliser un générateur de fonction très simple permettant d'obtenir une courbe approchant approximativement celle dessinée dans la figure VI-8b (inverse de la réponse de la variable de sortie à un échelon de position unitaire à l'entrée, le système étant supposé linéaire). L'ensemble diode-potentiomètre en contre-réaction sur l'amplificateur 07 empêche une saturation éventuelle de ce dernier. La valeur de C (correspondant à la distance présumée de l'extrémum par rapport au point de fonctionnement initial, avec les hypothèses et approximations faites) est obtenue au signe près à la fin de l'action de recherche quand l'intégrateur 43 est bloqué, par l'intermédiaire du potentiomètre 52 affiché à une valeur de 0,5. Cet affichage est choisi en fonction de la forme générale de la caractéristique extrémale.

Le temps de recherche maximal est atteint lorsque la valeur négative et proportionnelle à C à la sortie de l'amplificateur 07 devient nulle. C'est le signal que le point de fonctionnement se trouve déjà très près de l'extrémum

puisque la réponse due à l'échelon de recherche reste inférieure à $|\Delta\varphi_s|$ même après un temps relativement long, affiché au potentiomètre 50. Dans ce cas, la commande exagérée et la commande définitive ne sont pas appliquées à la variable d'entrée μ , car le comparateur mécanique C_4 a basculé et ouvert le contact d'entrée correspondant à la commande exagérée et définitive de l'intégrateur de commande 25. Seul le pas de recherche négatif ($-\Delta\mu$), qui doit compenser l'échelon de recherche ($+\Delta\mu$) appliqué pendant l'action de recherche, est transmis à la variable d'entrée μ , ceci par l'intermédiaire du potentiomètre 03 affiché à la valeur de 0,5 et alimenté par la borne 6 fournissant une tension de +5V durant l'action de commande. Pour enclencher le basculement du compteur en anneau à la position suivante de l'action de commande, le comparateur C_4 envoie un signal (+ 10V) à la partie logique.

Bloc d'élaboration de la durée du pas de commande

Supposons tout d'abord que le temps de recherche maximal soit atteint. Dans ce cas, la valeur mise en condition initiale à l'intégrateur 30 et la tension de sortie de l'intégrateur au début du pas de commande sont pratiquement nulles. Afin que le comparateur C_3 envoie le signal de basculement au compteur en anneau après le temps nécessaire à l'application de l'échelon de recherche négatif par la borne 6, le potentiomètre 03 et l'intégrateur 25, il est prévu le potentiomètre 32 qui permet d'obtenir un certain temps de commande minimal.

Dans le cas où le temps de recherche est terminé par un basculement soit du comparateur mécanique C_1 soit du comparateur mécanique C_2 (point de fonctionnement loin de l'extrêum), une certaine tension, proportionnelle à la distance

de l'extrémum au point de fonctionnement initial, est mise en condition initiale à l'intégrateur 30. Mais la durée de l'action de commande, avec application d'une commande exagérée de signe correspondant à l'état des comparateurs C_1 et C_2 , est non seulement approximativement proportionnelle à la valeur de $|C|$ mais aussi à la constante de temps principale de l'inertie située avant la caractéristique extrême. Cette dernière grandeur est affichée au potentiomètre 51, ici avec la valeur de 0,24.

La commande définitive de relation $C_D = C - C_E$ est obtenue par le sommateur 46 avec les deux entrées $-|C|$ et $+|C_E|$, la dernière grandeur est fournie par le potentiomètre 05 affiché à une valeur de 0,5. Le signe de cette commande définitive est encore déterminé par l'état des deux comparateurs C_1 et C_2 . Cette commande C_D est appliquée au début du temps de repos (le contact correspondant du comparateur C_5 est fermé) et seulement si le temps de recherche maximal n'est pas atteint (le contact correspondant du contact C_4 est fermé).

Il est possible de réaliser une "correction tachymétrique" (voir chapitre IV) en reliant le montage présenté à la figure VII-13 à l'amplificateur 18 et à l'amplificateur 46. L'effet nuisible d'une dérive de la variable de sortie sur cette "correction tachymétrique" peut être compensé en partie par l'ensemble potentiomètre 25 et sommateur 05 qui donne à sa sortie une tension proportionnelle à la rapidité moyenne de la dérive durant l'action de détection de perturbations. Le potentiomètre 25 est affiché de manière à obtenir une tension zéro à la sortie du sommateur 16 pour une dérive linéaire dans le temps et sans action du régulateur ($\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt}$).

Le potentiomètre 26, permettant de tenir compte des caractéristiques dynamiques du système à optimiser, est affiché empiriquement pendant le fonctionnement du régulateur.

L'élément principal du bloc permettant de définir ou de calculer le temps de repos est un intégrateur. Si on choisit un temps de repos fixe, cet intégrateur 23 intègre dès le début de ce temps, enclenché par un signal provenant du comparateur C_3 , une valeur constante affichée par le potentiomètre 00, ceci jusqu'à ce que la tension de sortie de l'intégrateur 23 soit inférieure à $-10V$. A ce moment le comparateur C_6 envoie un signal au compteur en anneau, qui bascule en position correspondant à l'action de détection de perturbations. Par un contact du relais R, l'intégrateur 23 est remis à zéro et par un autre contact du même relais R les comparateurs C_1 et C_2 sont débloqués et mis en position de départ.

Il est possible d'adapter la durée du temps de repos aux conditions de fonctionnement du système.

On applique alors à l'entrée de l'intégrateur 23 une tension se composant (sommateur 02) d'une valeur fixe donnée par le potentiomètre 00 et d'une valeur variable en fonction de l'évolution de la grandeur de sortie φ tout le long du temps de repos. Ceci est réalisable en connectant une entrée du sommateur 02 à la sortie de l'amplificateur 18 qui fournit approximativement une tension proportionnelle à $\frac{d\varphi}{dt}$.

Par ce procédé le temps de repos est prolongé pour une évolution favorable du système et le contraire.

Le bloc de commande est constitué par l'intégrateur 25. Les potentiomètres 49 et 34, avec les diodes correspondantes, empêchent une saturation de ce dernier. Le potentiomètre 44 permet de porter la variable d'entrée μ à une position quelconque initiale. En raison d'une certaine dérive non voulue de l'intégrateur, causée par les diodes placées dans un circuit de contre-réaction, nous avons prévu, à l'aide du potentiomètre 04, une compensation de cette dérive. A l'entrée de l'intégrateur 25 nous avons, en outre des circuits déjà expliqués, la sortie du potentiomètre 06 affiché à une valeur de 0,166 et relié à la borne 1. Cette borne fournit durant l'action de recherche une tension de - 15 V et permet d'appliquer l'échelon de recherche d'amplitude $\Delta\mu = 2,5V$ à la variable d'entrée μ .

L'intégrateur 25 est en action d'intégration seulement pendant le temps $\delta = 1/10$ sec après chaque début de pas, il est actionné par un relais intérieur commandé par la borne 2.

C O N C L U S I O N G E N E R A L E

Nous savons que les systèmes de régulation extrême agissent sur les variables d'entrée d'un système ou processus industriel pour rendre et maintenir extrême un critère de qualité qui est une certaine fonction des variables du processus, ceci quelles que soient les perturbations et modifications des caractéristiques du système, non connues d'avance (Chapitre I).

Nous avons été amenés à proposer dans ce travail une méthode de régulation extrême par extrapolation dont les performances sont améliorées par rapport aux systèmes classiques, ceci en fonction de la quantité d'informations initiales que l'on peut utiliser. L'algorithme de commande de cette méthode est basé sur une prédiction de la position de l'extrémum du critère de qualité et tient compte de perturbations rapides pouvant agir sur le système.

Le cas d'un critère dépendant d'une seule variable

est traité. On suppose que le système à optimiser est constitué par deux blocs linéaires, pouvant comporter des constantes de temps quelconques et des retards purs, qui encadrent la partie à caractéristique extrême. L'extrapolation faite est de type parabolique et utilise indirectement la connaissance soit de 3 points détectés d'une parabole osculatrice à la caractéristique extrême au point de fonctionnement, soit de 2 points détectés de cette parabole et de son paramètre (défini en valeur moyenne si l'information initiale sur le critère est suffisante).

L'extrémum du critère est atteint, suivant sa forme, en une ou plusieurs séquences d'optimisation. Une séquence comporte en général une action de détection de perturbations, une action de recherche, une action de commande et un temps de repos. Ces actions peuvent se composer de plusieurs pas (chapitre II).

Dans le chapitre III nous avons cherché à décrire quelques méthodes de régulation extrême par extrapolation pour systèmes avec inerties négligeables et dérivées suffisamment lentes. Notre but principal était de trouver des algorithmes assez simples qui sans faire appel à un matériel de calcul excessif présentent tout de même des performances de rapidité, précision et stabilité acceptables.

Tout d'abord, nous avons étudié un algorithme d'extrapolation basé sur l'élaboration de la dérivée première de la caractéristique extrême par la détection de 2 points de cette caractéristique au point de fonctionnement, avec connaissance du paramètre de la parabole osculatrice. Nous

avons ensuite examiné les performances d'un algorithme d'extrapolation revenant indirectement à utiliser la dérivée seconde de la caractéristique extrême au point de fonctionnement. Pour ceci 3 points de la caractéristique sont détectés. Enfin, nous avons mis en évidence les performances d'un algorithme basé sur la combinaison des deux méthodes d'extrapolation détectant 2 et 3 points de la caractéristique extrême.

Nous avons montré, dans le chapitre IV, comment on peut appliquer ces méthodes d'extrapolation à des systèmes à optimiser comportant des inerties situées avant et après la caractéristique extrême. Nous avons proposé une méthode d'optimisation qui permet de compenser dans une large mesure les effets ralentisseurs des inerties du système.

Tout d'abord nous avons présenté et étudié cette méthode dans le cas où la caractéristique extrême est encadrée par des inerties pouvant être approchées par des opérateurs linéaires du 1er ordre, les grandeurs intermédiaires n'étant pas accessibles. Des essais expérimentaux avec enregistrements nous ont permis de vérifier les performances de rapidité et de précision de la méthode proposée. Nous avons pu prouver aussi que le système est relativement insensible à des variations des caractéristiques dynamiques du processus à optimiser.

Nous avons traité, brièvement, d'autres cas particuliers, basés sur les hypothèses que les inerties situées avant et après la caractéristique extrême sont connues explicitement et que le système complet est au plus du 2ème

ordre non oscillant.

Finalement, nous avons pu mettre en évidence qu'il est possible d'appliquer les méthodes d'extrapolation proposées à des systèmes comportant des inerties quelconques en nombre et ordre et non connues explicitement. Il suffit seulement, le système complet étant supposé linéaire et de gain 1, de connaître la réponse de ce système à un échelon unitaire de position appliquée à l'entrée.

Nous savons que si les dérivées de la variable de sortie du système à optimiser, dues à des perturbations quelconques, sont trop rapides, l'ensemble processus-régulateur peut même perdre sa stabilité. Pour augmenter la stabilité des systèmes extrapolateurs par rapport à de telles dérivées, nous avons proposé dans le chapitre V une méthode qui compense partiellement les effets nuisibles des dérivées sur le fonctionnement du régulateur.

Les résultats d'expériences effectuées montrent l'amélioration sensible des performances par ce procédé de "prédiction et compensation des effets de perturbations". Les actions de dérivées linéaires sont même compensées entièrement. L'écart de traînage, qui se présente normalement quand le système à optimiser est soumis à de telles dérivées, peut être ainsi supprimé complètement.

A côté des méthodes de régulation extrême par extrapolation avec des séquences d'optimisation de durée constante, nous avons aussi étudié dans le chapitre VI une méthode qui est basée sur un procédé d'adaptation de la durée des divers pas d'une séquence aux conditions de fonctionnement

du système.

C'est ainsi que le "temps de recherche" est utilisé comme grandeur qui renseigne sur la pente de la caractéristique extrême au point de fonctionnement. Ce procédé permet d'augmenter la précision (pour un point de fonctionnement situé près de l'extrémum) et la rapidité (pour un point de fonctionnement éloigné de l'extrémum).

Le temps de commande, lui aussi, indiquant la durée d'application d'une "commande exagérée" d'amplitude constante aussi grande que le permettent les limitations technologiques, est fonction des conditions de fonctionnement du système. Par ce procédé on obtient aussi une augmentation de la rapidité ; si le système à optimiser ne comporte qu'une inertie du 1er ordre située avant la caractéristique extrême, le temps de commande sera même identique au temps de réponse minimum du système (principe du maximum) .

Nous avons décrit également quelques dispositifs d'amélioration des performances, utiles surtout lorsque la caractéristique extrême présente une allure s'éloignant d'une forme parabolique. Ces procédés sont basés soit sur une "correction tachymétrique", soit sur un changement d'algorithme (paramètre de la parabole osculatrice différent suivant la position du point de fonctionnement par rapport à l'extrémum), soit enfin sur une adaptation de la durée du temps de repos à la vitesse d'évolution de la variable de sortie.

Dans le chapitre VII, nous avons traité les problèmes technologiques qui se sont présentés lors de la réalisation de trois montages de régulation extrême par extrapolation de complexité et de performances croissantes.

Notre travail s'est inséré dans le programme d'étude des systèmes de régulation extrême développé par une équipe au sein du Laboratoire d'Automatique et de ses Applications Spatiales. Sur la base de ces travaux nous avons pu entreprendre l'étude des systèmes de régulation extrême par extrapolation dont les résultats sont exposés dans ce mémoire. Nous sommes conscients que la méthode présentée peut être l'objet d'améliorations et d'extensions diverses.

C'est ainsi que nous pensons qu'il serait intéressant de concevoir des procédés d'auto-adaptation agissant sur l'amplitude de l'échelon de recherche et de commande, sur le seuil de la réponse, sur la période d'échantillonnage et sur le nombre de pas par séquence, ceci en fonction des variations des caractéristiques du processus à optimiser (modification de la caractéristique extrême, des constantes de temps, de l'allure des perturbations).

Nous espérons de même que les études présentées dans ce travail pourront servir éventuellement d'introduction aux recherches futures sur les systèmes multidimensionnels de régulation extrême où l'extrapolation serait basée, suivant la forme du critère, sur un paraboloïde de révolution ou un paraboloïde à section elliptique (ceci pour un critère de qualité faisant intervenir deux variables).

Une autre extension de ces systèmes extrapolateurs proposés pourrait être envisagée dans le domaine de la régulation extrême agissant sur les paramètres d'un processus à optimiser. Nous pensons aussi que les principes d'extrapolation énoncés dans ce texte sont susceptibles de servir d'auxiliaire pour la réalisation de systèmes à auto-apprentissage.

- a) Période d'échantillonnage
- b) Perte de recherche
 - sans dérive de la caractéristique extrémale
 - avec dérive de la caractéristique extrémale
- c) Rapport de convergence
 - Forme de la caractéristique extrémale connue et constante dans le temps
 - Forme de la caractéristique extrémale non connue ou variable dans le temps
- d) Temps d'optimisation

A-4 CONCLUSION

A P P E N D I C E

METHODE QUANTITATIVE DE COMPARAISON DES
S.R.E. PAR EXTRAPOLATION

A-1 INTRODUCTION

Dans les différents chapitres de ce travail, nous avons présenté divers types d'optimiseurs par extrapolation ainsi que des méthodes pour améliorer leur fonctionnement. Nous désirons posséder un outil facile à manier qui permette de faire une comparaison non seulement qualitative mais aussi quantitative de ces systèmes.

Dans la littérature, on trouve des publications où une telle comparaison est faite :

- Soit qualitativement d'une façon très sommaire et générale pour présenter et définir les systèmes extrapolateurs (I.S. MOROSANOV [3] , J.E. GIBSON [4]).

- Soit quantitativement en utilisant des enregistrements d'essais pour démontrer l'amélioration apportée par l'utilisation de procédés extrapolateurs très particuliers

(H.S. HEAPS et R.V. WELLS [5]).

- Soit quantitativement et d'une manière analytique à l'aide de calculs rigoureux. Ces méthodes sont cependant limitées à certaines conditions de fonctionnement qui apparaissent en pratique. I.I. PEREL'MAN s'est intéressé, dans la cas d'un S.R.E. sans inertie, à l'influence des dérives de la caractéristique statique, des perturbations aléatoires [2] et des diverses formes de caractéristiques extrémales [1]. Z.J. JELONEK, A.B. GARDINER et D. ROESIDE [6] ont analysé l'influence des bruits sur différents systèmes, de même que sur un système extrapolateur.

Pour nos besoins les deux premières méthodes ne sont pas utilisables, l'une étant seulement descriptive, l'autre nécessitant le montage préliminaire des systèmes devant être comparés. La troisième méthode quantitative et analytique nous conviendrait en principe, mais malheureusement la mise en oeuvre des calculs demande un temps exagéré et surtout les comparaisons ne sont faites que par rapport à une ou deux conditions de fonctionnement.

C'est ainsi que nous proposons dans cet appendice une méthode analytique approchée de comparaison quantitative des S.R.E. par Extrapolation. Nous considérons les systèmes avec une inertie située avant et après la partie statique (figure A-3), la forme de la caractéristique extrémale pouvant être quelconque et variable dans le temps, avec considération des bruits et dérives, ainsi que de la précision du régulateur. Les grandeurs obtenues dans les calculs de la comparaison sont la précision et la rapidité d'optimisation.

A-2 PRINCIPE DE LA METHODE DE COMPARAISON

Avant d'exposer la méthode d'une façon plus approfondie, voyons les idées qui nous ont guidés dans cette recherche :

A-2.1 Idées directrices

Comme critère de qualité nous choisissons d'une part, la précision d'optimisation qui est déterminée par le calcul de la perte de recherche [14] [25] , et d'autre part la rapidité d'optimisation qui permet d'apprécier pour des conditions initiales données le temps nécessaire pour que le système soit positionné à l'intérieur de la plage d'oscillation du point de fonctionnement en régime définitif.

Pour le calcul des valeurs de ces indices de qualité nous nous fixons tout d'abord les conditions de fonctionnement du processus à optimiser. Pour tenir compte des perturbations éventuelles, nous considérons qu'elles agissent dans le sens défavorable.

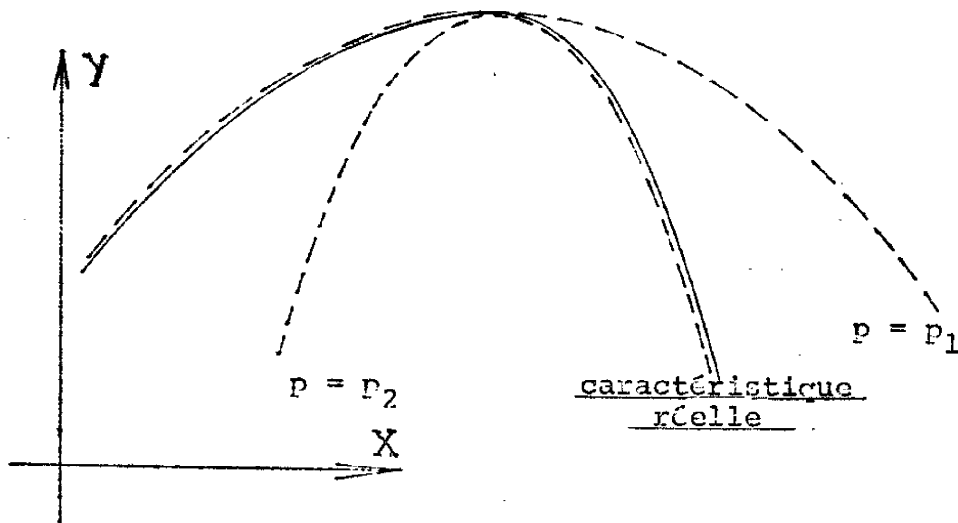
Un petit problème se pose lors de l'introduction des paramètres de la caractéristique statique que nous considérons asymétrique. I.I. PEREL'MAN [1] approche la forme de la caractéristique statique par un développement en série limité au terme du 4e degré. Il effectue les divers calculs en tenant compte de tous les paramètres de ce polynôme du 4e degré et obtient des résultats très précis pour une forme donnée de caractéristique extrême ne variant pas dans le temps.

Pour accélérer la détermination des performances et pour considérer aussi le cas où la forme de cette caractéris-

tique varie dans le temps nous proposons une méthode approximative , un peu moins sévère :

Morceaux de parabole :

$$y = \frac{x^2}{2p}$$



- Figure A-1 -

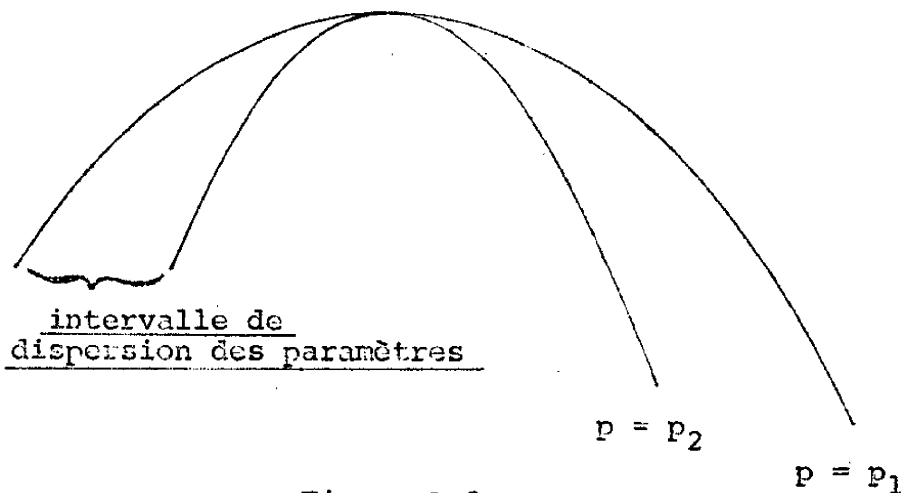
Nous assimilons la caractéristique statique réelle à une suite de morceaux de paraboles définies par des paramètres différents (figure A-1), ainsi le calcul ne fait intervenir que des équations du second degré.

Dans l'éventualité où la forme reste constante dans le temps et est connue, la précision d'optimisation est obtenue en introduisant dans le calcul la valeur connue du paramètre à l'extrémum.

La rapidité d'optimisation est obtenue dans ce cas en

calculant le temps que met le point de fonctionnement pour aller des conditions initiales jusqu'à l'extrémum, ceci en tenant compte des conditions de fonctionnement et de la forme de la caractéristique non linéaire donnée. Du nombre de pas nécessaires jusqu'à ce que le point de fonctionnement atteigne au moins le milieu de la plage d'oscillation du point de fonctionnement en régime définitif, on déduit le temps d'optimisation.

Dans le cas où la forme de la caractéristique extrême n'est pas connue ou varie dans le temps à l'intérieur d'un domaine de paramètres maximum et minimum supposés possibles (figure A-2) nous déterminons la précision d'optimisation d'après le paramètre moyen.



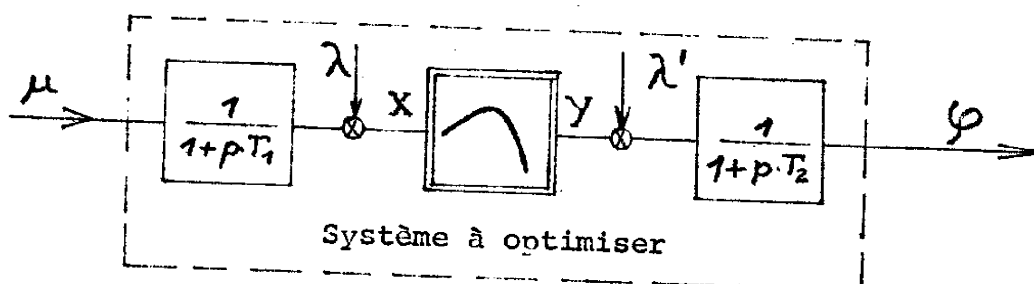
- Figure A-2 -

La rapidité d'optimisation peut être définie ici en formant la moyenne pondérée de résultats obtenus à partir de caractéristiques paraboliques idéales avec paramètre maximal minimal et moyen. (Plus la quantité d'information initiale sur la caractéristique extrême est grande, plus la précision des calculs est élevée.)

A-2.2 Hypothèses faites sur les conditions de fonctionnement

Pour l'élaboration de ces critères de comparaison, nous fixons tout d'abord les conditions limites de fonctionnement du processus.

Soit le schéma fonctionnel du système considéré (figure A-3) :



- Figure A-3 -

Nous notons toutes les données importantes fixées à l'avance ou mesurées :

- les grandeurs accessibles (μ, φ).
- l'ordre de grandeur des constantes de temps (T_1, T_2) des inerties avant et après la caractéristique extrême, en supposant que ces inerties sont assimilables à des opérateurs linéaires du 1er ordre.
- les vitesses maximales et les points d'application des perturbations (λ et λ') pouvant causer une dérive de l'extrémum.
- le paramètre maximal et minimal possible et le coefficient de dispersion des paramètres définissant les tronçons de paraboles assimilés à la forme de la caractéristique réelle.

- l'amplitude des bruits haute fréquence de la variable de sortie mesurable.
- la précision de l'élément de calcul du régulateur.
- l'amplitude maximale possible pour le pas de recherche .

A-2.3 Critères de performances à envisager

Avec l'algorithme d'extrémalisation à étudier et les hypothèses faites ci-dessus, compte tenu de certaines conditions initiales, il est possible de calculer la ou les grandeurs qui permettent de définir les performances. On compare en général les performances au point de vue de :

a) La précision qui est inversement proportionnelle à la perte de recherche. Elle fait intervenir l'écart de pompage dû aux pas de recherche et l'écart dynamique causé par la dérive éventuelle de l'extrémum (voir Ch. 1, § 2c).

b) La rapidité qui est inversement proportionnelle au temps d'optimisation moyen.

c) La stabilité qui garantit une évolution du système vers l'extrémum malgré l'influence perturbatrice des bruits et dérives d'une amplitude et vitesse limitées, et celle d'une forme quelconque asymétrique de la caractéristique réelle (avec certaines restrictions).

Le critère de stabilité est compris dans le calcul de la rapidité d'optimisation par la considération des bruits et dérives ainsi que de paramètres différents avec une dispersion donnée caractérisant la forme de la partie non linéaire.

Ceci nous permet de ne conserver que deux critères de qualité pour définir les performances d'un système de régulation extrême :

- La précision donnée par l'amplitude de la perte de recherche.
- La rapidité qui est définie par la durée moyenne du temps d'optimisation.

A-2.4 Le principe du calcul

- A partir d'une amplitude choisie $\Delta\mu$ des pas de recherche, nous calculons en premier lieu le temps qu'il faut laisser écouler entre deux pas successifs (période d'échantillonnage). Tenant compte des inerties, la variation de la variable de sortie doit être assez grande par rapport aux bruits et au seuil du bloc de mesure du régulateur.

Ce calcul nous donne déjà une indication approximative sur la stabilité du S.R.E. par rapport aux bruits (fausses commutations [14]).

Remarque : Il est avantageux de choisir des amplitudes $\Delta\mu$ de pas de recherche aussi élevées que possible. Car alors le temps nécessaire pour avoir une certaine réponse à la sortie est plus petit (augmentation de la rapidité pour une même précision).

.. Ensuite nous calculons la perte de recherche (précision d'optimisation) en tenant compte du temps d'évolution trouvé ci-dessus, de l'algorithme d'extrémalisation à étudier et des conditions de fonctionnement comme les bruits et dérives ainsi que la forme de la caractéristique extrême.

Ce calcul permet de se rendre compte de l'effet des bruits et dérives sur la précision d'optimisation.

- Nous déterminons alors, à partir des conditions initiales et tenant compte des différents paramètres possibles, les "rapports de convergence", c'est-à-dire les rapports de la distance du point de fonctionnement de l'extrémum après une séquence d'optimisation et de la distance avant cette séquence.

Remarque : Une séquence d'optimisation se compose en général d'une action de recherche et d'une action de commande.

Si la forme de la caractéristique extrême n'est pas connue, ou varie dans le temps, nous calculons le "rapport de convergence moyen" en formant la moyenne pondérée des différents rapports de convergence déjà élaborés. La pondération est basée sur la valeur de l'écart quadratique moyen de la distribution des valeurs des paramètres supposés possibles.

Ici nous obtenons une indication sur la stabilité par rapport aux formes possibles de la partie non linéaire du processus. Il en est de même pour la rapidité. Cette indication est d'ailleurs aussi obtenue par rapport aux bruits et dérives de la caractéristique extrême.

- Enfin nous pouvons calculer le temps d'optimisation (rapidité d'optimisation) en déterminant combien de séquences il faut pour atteindre le régime définitif (oscillations permanentes autour de l'extrémum).

* $\lambda \cdot \Delta t_{\min}$ Dérive horizontale et vertical réduite dans le cas de systèmes sans inertie avant (2ème forme)

n ----- Nombre de pas par séquence d'optimisation (la séquence se compose du pas de recherche, du pas de commande et d'un temps de repos)

m ----- Nombre de séquences d'optimisation nécessaires, à partir des conditions initiales, pour que le système parvienne à l'intérieur de la plage d'oscillation du point de fonctionnement en régime définitif

$i+\gamma$ ----- Numéro des pas dans une séquence, i étant l'état initial ($\gamma=0,1..$)

β ----- Numéro des séquences d'optimisation ($\beta=0,1..$)

$\tau = \frac{\Delta t}{T_1}$ ----- Durée réduite d'un pas par rapport à la constante de temps de l'inertie située avant la caractéristique extrême

$\tau_s = \frac{\eta \cdot \Delta t}{T_R}$ ----- Durée réduite d'une séquence d'optimisation par rapport au temps de réponse du système

T_0 ----- Temps d'optimisation absolu (temps nécessaire au point de fonctionnement pour parvenir à des conditions initiales à l'intérieur de la plage d'oscillation en régime définitif)

τ_0 ----- Temps d'optimisation réduit par rapport au temps de réponse

$$\tau_0 = \frac{T_0}{T_R}$$

- * Q_p --- Ecart quadratique moyen des paramètres possibles
- * V_m --- Valeur minimale de $\Delta\varphi$ qui puisse être détectée par le "bloc de mesure" du régulateur extrémal
- * $\frac{\Delta\mu^2}{2p_e}$ --- Relation entre le pas de recherche et le paramètre à l'extrémum (si ce paramètre est connu) (1ère forme)
- * $\frac{\Delta\mu^2}{2p_m}$ --- Relation entre le pas de recherche et le paramètre moyen (si p_e n'est pas connu) (2ème forme)
- * $i^0 \Delta\mu$ --- Distance initiale du point de fonctionnement par rapport à l'extrémum
- Δt --- Période d'échantillonnage des divers pas (1ère forme)
- * Δt_{min} --- Période d'échantillonnage minimale dans le cas de systèmes sans inertie "avant" (limitation technologique) (2ème forme)
- T_1, T_2 --- Constantes de temps représentant les inerties (supposées du 1er ordre) situées avant et après la caractéristique statique
- * $\tilde{T} = \frac{T_2}{T_1}$ --- Rapport des constantes de temps des inerties
- T_R --- Temps de réponse du système (temps au bout duquel la réponse du système, supposé linéarisé, atteint à 2% près sa valeur finale pour une excitation unitaire)
- * $\lambda T_1, \lambda' T_1$ --- Dérive horizontale et verticale réduite (1ère forme)

- Grandeurs accessibles μ et φ
- $T_1 = 10$ sec ; $T_2 = 5$ sec $\rightsquigarrow \zeta_{12} = \frac{T_2}{T_1} = 0,5$
- Dérive horizontale $\lambda \cdot T_1 = -0,2$
- Dérive verticale $\lambda' \cdot T_1 = -0,2$
- Bruits négligeables
- Seuil du "bloc de mesure" du régulateur
 $V_m = 0,05$ (unité machine: ± 10 .)

- Les paramètres possible des segments de parabole assimilés à la forme (supposée constante dans le temps) de la caractéristique statique se définissent de la façon suivante :

Considérons la courbe de la figure A-5 qui est dissymétrique. Les paramètres respectifs se définissent d'après la formule :

$$p = \frac{\Delta x^2}{\Delta Y_2 - \Delta Y_1}$$

Pour définir le paramètre moyen devant être affiché au régulateur (facteur de proportionnalité), nous attribuons à la valeur du paramètre à l'extrênum un poids double des valeurs des paramètres aux deux côtés de l'extrênum, ceci parce que en moyenne le point de fonctionnement se trouve aux environs de l'extrênum.

Avec ceci :

$$P_m = \frac{2 \cdot (-1) + 1(-1) + 1(-10)}{4}$$

$$P_m \approx -3$$

e ----- Rapport entre la variation de la sortie φ pendant une période d'échantillonnage et l'échelon appliqué, ramené à la sortie (caractéristique statique supposée linéarisée, sans perturbation)

$$e = \frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{\varphi - \varphi_i} = \frac{1}{\tau_{12} - 1} - \frac{\tau_{12}}{\tau_{12} - 1} e^{-\tau/\tau_{12}} + 1 \quad (A-1 \equiv IV-7)$$

k ----- Rapport entre la variation de la grandeur intermédiaire x pendant une période d'échantillonnage et l'échelon appliqué

$$k = \frac{x_{i+1} - x_i}{x - x_i} = 1 - \xi e^{-\tau} \quad (A-2 \equiv IV-3)$$

d ----- Rapport de la distance du point de fonctionnement à la valeur extrême après une séquence d'optimisation, à la distance avant cette séquence (rapport de convergence)

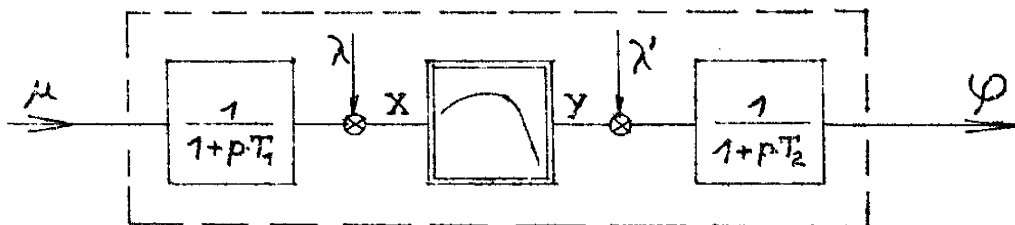
$$d = \frac{\mu_e - \mu_{i+n}}{\mu_e - \mu_i} \quad (A-3)$$

e_p ----- Ecart de pompage

r_p ----- Perte de recherche

A-3.2 Conditions de fonctionnement

Nous supposons que le processus à extrémaliser présente la configuration suivante :



- Figure A-4 -

la formule suivante :

$$Qp = \sqrt{\frac{1}{s} \sum_{j=1}^z h_j (Pr_j - Pr_m)^2} \quad (A-4)$$

Avec s = nombre de paramètres réduits considérés
z = nombre de paramètres réduits différents
h_j = fréquence de paramètres réduits Pr_j
de même valeur (P₁, P₂ ... P_z)

Nous avons :

$$Pr_1 = Pr_m = \frac{-5}{-5} = 1 ; Pr_2 = Pr_{\max} = \frac{-1}{-5} = 0,2$$
$$Pr_3 = Pr_{\min} = \frac{-10}{-5} = 2$$

$$s = 4 ; z = 3 ; h_1 = 2 ; h_2 = h_3 = 1 ;$$

Avec ceci :

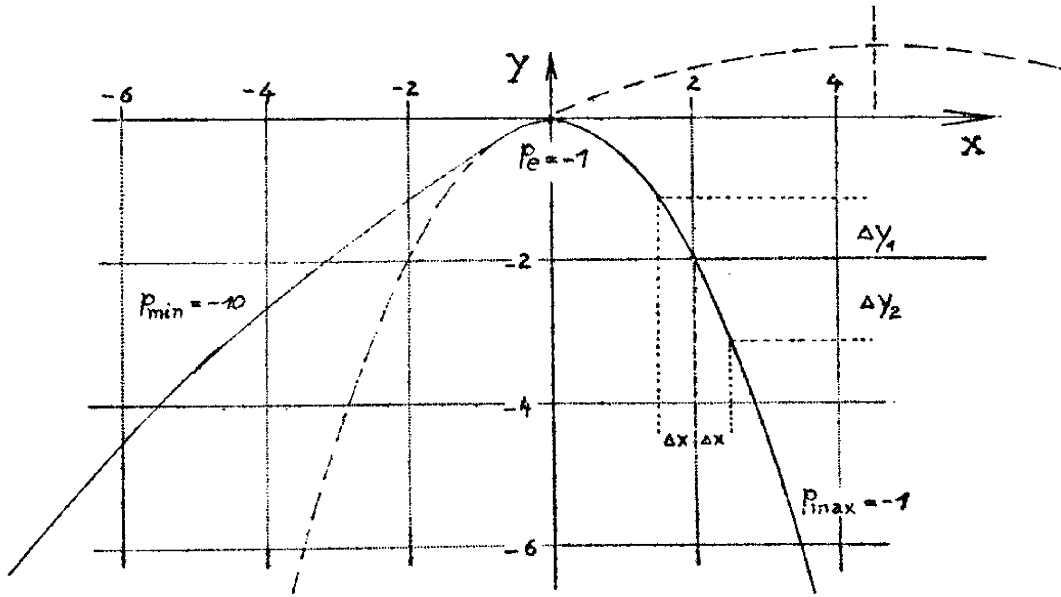
$$Qp = \sqrt{\frac{1}{4} (2 \cdot 0 + 1 \cdot 0,8^2 + 1 \cdot 1)} = 0,64$$

A-3.3 Présentation de l'algorithme d'extrémalisation

Nous nous proposons d'étudier les performances d'un régulateur extrémal par extrapolation très simple avec une extrapolation à partir de 2 points avec considération d'un paramètre moyen comme facteur de proportionnalité (commande proportionnelle à la dérivée première).

Son principe de fonctionnement est le suivant (détails au chapitre IV) :

Une séquence d'optimisation se compose de l'action de



- Figure A-5 -

Remarque : Dans le cas où la forme de la caractéristique extrême n'est pas connue, ou varie dans le temps, il est nécessaire, pour déterminer le temps d'optimisation moyen, de définir "l'écart quadratique moyen" σ_p des valeurs des paramètres supposés possibles (cet écart doit être le même pour tous systèmes devant être comparés).

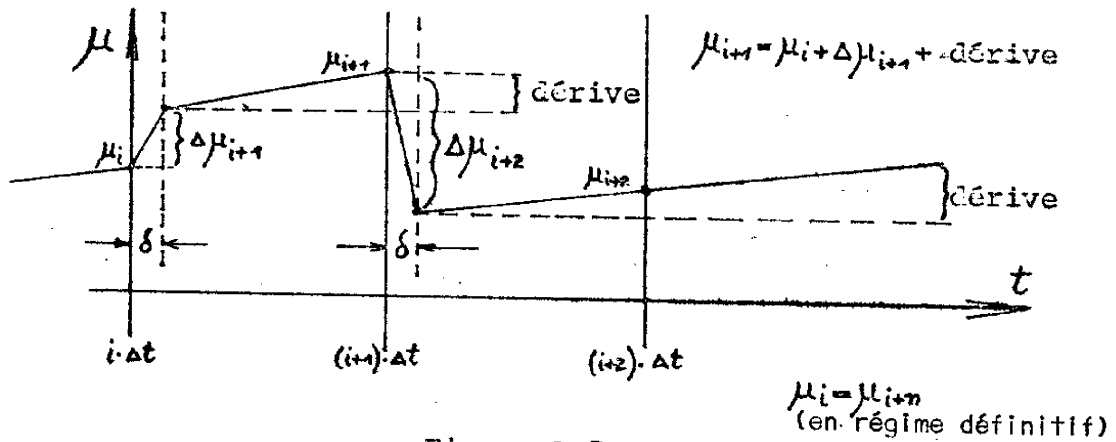
Supposons que :

$$P_{\max} = -1 \quad ; \quad P_{\min} = -10 \quad ;$$

la valeur moyenne des paramètres est :

$$\frac{P_{\min} + P_{\max}}{2} = \frac{-10 - 1}{2} \approx -5$$

Pour obtenir l'"écart quadratique moyen" des paramètres réduits possibles, nous réduisons tout d'abord les valeurs par rapport au paramètre moyen ; nous donnons a priori un poids double à la valeur moyenne (la plus probable) et nous utilisons



- Figure A-7 -

Evolution de la commande pendant une séquence

Sur la figure A-7, où est représentée l'évolution de μ durant une séquence, nous voyons le pas de commande $\Delta\mu_{i+2}$ qui est dans ce cas en sens inverse du pas de recherche $\Delta\mu_{i+1}$. Nous avons noté aussi l'influence d'une dérive.

Le bloc opérationnel livre les signaux U suivants :

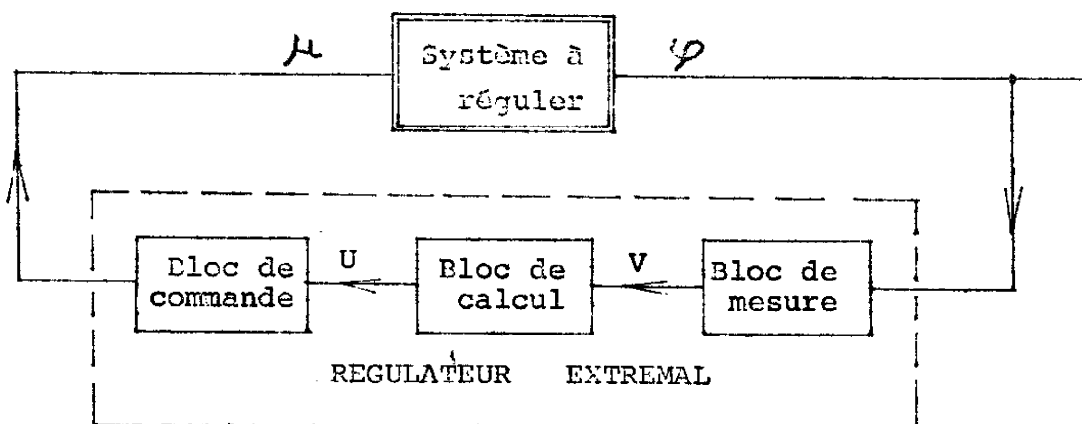
$U_{i+1} = \Delta\mu$	pour $i \cdot \Delta t < t \leq (i+\delta) \cdot \Delta t$	<u>pas de</u>
$U_{i+1} = 0$	pour $(i+\delta) \cdot \Delta t < t \leq (i+1) \cdot \Delta t$	<u>recherche</u>
$U_{i+2} = -\frac{\Delta\varphi \cdot Pm}{e \cdot \Delta\mu} = \Delta\mu(1,5 - \frac{k}{2})$	pour $(i+1)\Delta t < t \leq (i+1+\delta) \cdot \Delta t$	<u>pas de</u>
$U_{i+2} = 0$	pour $(i+1+\delta) \cdot \Delta t < t \leq (i+n) \cdot \Delta t$	<u>commande</u>

avec $\delta = 0,1$ sec Durée d'intégration du bloc de commande de transmittance

$$\frac{\mu}{U} = \alpha \cdot \frac{1}{p} \quad (\alpha \text{ étant l'opérateur de la place})$$

recherche, de l'action de commande et d'un temps de repos .

Au début de l'action de recherche (voir figure A-6 et A-7) un échelon $\Delta\mu_{i+1}$ fourni par un intégrateur de grand gain est appliqué à l'entrée μ . Après ce pas de recherche d'une durée Δt (période d'échantillonnage), le bloc de mesure détecte une variation $\Delta\varphi$ de la variable de sortie causée par l'application de l'échelon de recherche $\Delta\mu_{i+1}$ à la variable d'entrée et éventuellement par une dérive de la caractéristique extré-



- Figure A-6 -

Le bloc de calcul détermine à l'aide de la réponse $\Delta\varphi$ détectée et du facteur de proportionnalité P_m fixé, le signal de commande $\Delta\mu_{i+2}$. Pour que le régulateur puisse fonctionner correctement, il est nécessaire que l'évolution de la variable de sortie du système, due à un pas de commande, soit pratiquement terminée avant l'action de recherche suivante. Entre deux séquences d'optimisation successives on introduit donc a priori un temps de repos d'une durée égale au temps de réponse du système.

A-3.4 Calcul détaillé de la perte de recherche et du temps d'optimisation

Le calcul qui suit est effectué à partir des hypothèses définies ci-dessus. Cependant nous donnerons des indications sur les modifications à apporter au calcul lorsque ces hypothèses ne sont pas vérifiées.

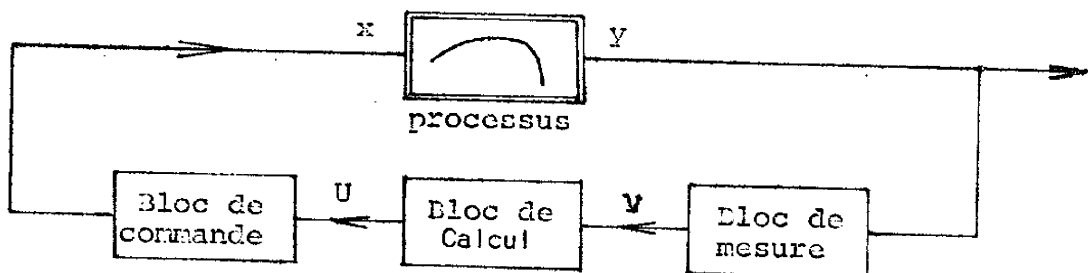
a) Période d'échantillonnage

Nous déterminons tout d'abord la période d'échantillonnage, c'est à dire la durée du temps entre les divers pas.

Nous voulons que dans le cas le plus défavorable (point de fonctionnement à l'extrémum) le calcul du signal de commande $\Delta\mu_{i+2}$ soit correct. Autrement dit, il faut que l'évolution $\Delta\varphi$ de la variable de sortie φ après un pas de recherche $\Delta\mu$ à l'entrée μ du processus soit au moins égale au seuil du bloc opérationnel (précision du bloc opérationnel).

Remarque : Dans le cas d'algorithmes d'extrémalisation plus complexes, utilisant la dérivée seconde de φ pour l'élaboration du signal de commande $\Delta\mu_{i+2}$, il faut que la différence $\Delta\varphi_1 - \Delta\varphi_2$ (élaborée par le bloc de mesure) des évolutions de la variable de sortie φ après 2 pas de recherche soit assez grande par rapport au seuil du bloc opérationnel.

Considérons tout d'abord le cas d'un processus sans inertie (figure A-8):



- Figure A-8 -

$$\alpha = \frac{10}{\text{sec}} \quad \text{gain d'intégration}$$

$\Delta\varphi$ --- évolution de la variable de sortie φ
entre $i \cdot \Delta t$ et $(i+1) \cdot \Delta t$

$\Delta t, \Delta\mu, P_m, k, e$ et τ voir "notations utilisées"
en A-3.1

Le signal de recherche est constant pour chaque séquence d'extrémalisation.

Le signal de commande se compose d'une partie variable proportionnelle à la dérivée de φ par rapport à μ et d'une partie constante élaborée de façon à ce que le point de fonctionnement décrive autour de l'extrémum un mouvement symétrique en régime définitif, ceci pour le cas idéal où $P_m \approx P_e$ et sans dérive.

Le bloc de commande (intégrateur avec la fonction de transfert $\mu/u = \alpha/p$) transmet les signaux U du bloc opérationnel à la variable d'entrée :

$$\begin{array}{l} \text{Pas de recherche} \\ \Delta\mu_{i+1} = \mu_{i+1} - \mu_i = \int_{i \cdot \Delta t}^{(i+\delta) \cdot \Delta t} U_{i+1} \cdot \alpha \cdot dt = \int_{i \cdot \Delta t}^{(i+\delta) \cdot \Delta t} \Delta\mu \cdot \alpha \cdot dt = \Delta\mu(\lambda - 5) \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{Pas de commande} \\ \Delta\mu_{i+2} = \mu_{i+2} - \mu_{i+1} = \int_{(i+1) \cdot \Delta t}^{(i+1+\delta) \Delta t} U_{i+2} \cdot \alpha \cdot dt = -\frac{\Delta\varphi \cdot P_m}{e \cdot \Delta\mu} - \Delta\mu(1,5 - \frac{k}{2}) \end{array} \quad (A-6)$$

correspond à l'amplitude du pas de recherche Δx (figure A-9).

Nous obtenons alors :

$$\Delta\varphi = G.e.\Delta\mu \quad (\text{A-10})$$

$$\text{avec } G = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (\text{A-11})$$

$$\text{et } e = \frac{1}{12-1} \varepsilon^{-\tau} - \frac{\tau_{12}}{12-1} \varepsilon^{-\tau/\tau_{12}} + 1 \quad (\text{A-1})$$

qui est la fonction du temps reliant $\Delta\varphi$ avec $\Delta\mu$.

Dans un système sans inertie la réponse Δy est fonction seulement du pas de recherche Δx (si on suppose que les autres valeurs restent constantes). Ici, dans un système avec inerties, il y a encore la variable du temps qui est introduite par l'équation (A-1). Il nous est donc possible de calculer le terme de $\tau = \Delta t / T_1$ de l'équation (A-1) qui définit la durée d'un pas. Ce terme de τ est le temps qu'il faut laisser écouler après l'application du signal de recherche, fixé aussi élevé que possible, pour que la réponse $\Delta\varphi$ (moins l'amplitude d'un bruit éventuel, sans tenir compte de dérives) soit plus grande que le seuil V_m .

En introduisant les équations (A-8) (A-11) et

$$\Delta x = k.\Delta\mu \quad (\text{A-12})$$

$$\text{avec } k = 1 - \varepsilon^{-\tau} \quad (\text{A-2})$$

(fonction du temps reliant Δx avec $\Delta\mu$)

dans l'équation (A-10) nous obtenons :

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta\mu^2}{2P_s} \cdot k \cdot e \quad (\text{A-13})$$

La caractéristique extrême possède à l'extrémum une forme proche de celle d'une parabole avec le paramètre P_e .

Nous voulons :

$$\Delta y - |\text{bruit}| \geq V_m \quad (A-7)$$

L'équation d'une parabole est :

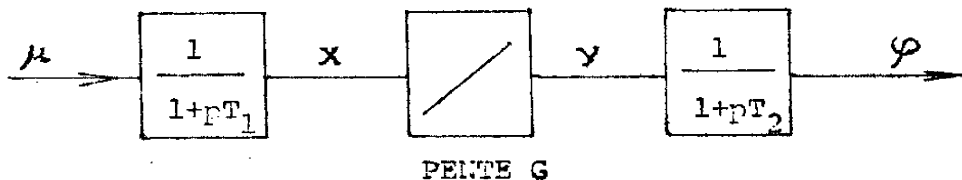
$$y = \frac{x^2}{2 \cdot P_e} \quad (A-8)$$

Ce qui impose :

$$\left| \frac{\Delta x^2}{2 P_e} \right| - |\text{bruit}| \geq V_m \quad (A-9)$$

Pour un système sans inertie, il faut donc dimensionner le signal de recherche Δx de façon à ce que la réponse Δy (moins l'amplitude d'un bruit éventuel) soit plus grande que le seuil V_m .

Soit maintenant un processus avec une inertie du 1er ordre avant et après la caractéristique extrême (figure A-9).

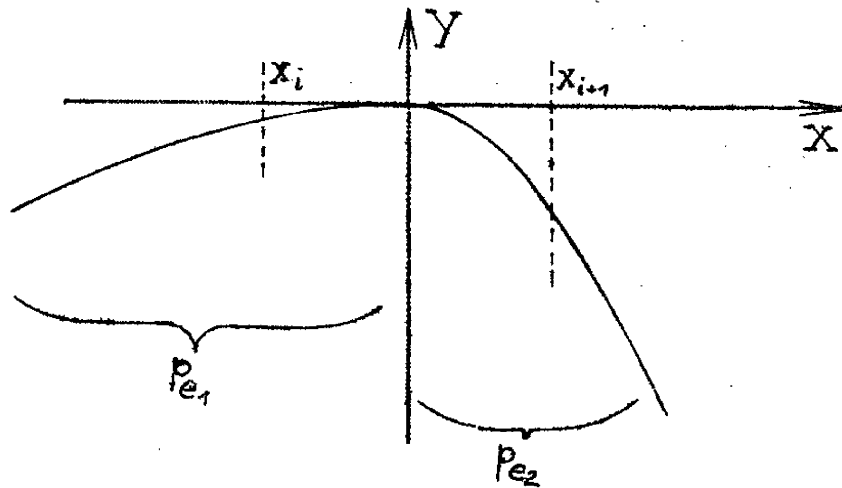


- Figure A-9 -

L'équation décrivant ce système est du 2ème ordre et du 2ème degré (si une parabole est assimilée à la caractéristique extrême) et de ce fait difficile à résoudre. Nous supposons, pour ce calcul, que la caractéristique extrême est approchée par des segments de droite dont la longueur

autour de l'extrênum :

$$y = \frac{-\Delta x^2 + 2 \cdot \Delta x \cdot x_{i+1}}{2 \cdot p_e} \quad (A-17)$$



- Figure A-11 -

Puisque nous avons d'après (A-10) et (A-11) :

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta Y}{\Delta x} \cdot e \cdot \Delta \mu \quad (A-18)$$

et $\Delta x = k \cdot \Delta \mu \quad (A-12)$

On obtient :

$$\Delta \varphi = \frac{-\Delta \mu^2 \cdot k \cdot e + 2 \cdot x_{i+1} \cdot e \cdot \Delta \mu}{2 \cdot p_e} \quad (A-19)$$

En considérant avec (A-5) et (A-12) que :

$$x_{i+1} = \mu_{i+1} - (1-k) \cdot \Delta \mu_{i+1} \quad (A-20)$$

et avec (A-19) :

$$\Delta \varphi = \frac{[-\Delta \mu^2 (2-k) + 2 \mu_{i+1} \cdot \Delta \mu] \cdot e}{2 p_e} \quad (A-21)$$

La réponse $\Delta\varphi$ (moins l'amplitude d'un bruit éventuel) doit être plus grande que le seuil V_m , avec (A-13) :

$$\left| \frac{\Delta\mu^2}{2Pe} \right| \cdot k \cdot e - |\text{bruit}| \geq V_m \quad (\text{A-14})$$

Toutes les valeurs sont fixées, à part le produit $e \cdot k$,
Nous pouvons donc écrire :

$$k \cdot e \geq \frac{(V_m + |\text{bruit}|) \cdot 2Pe}{\Delta\mu^2}$$

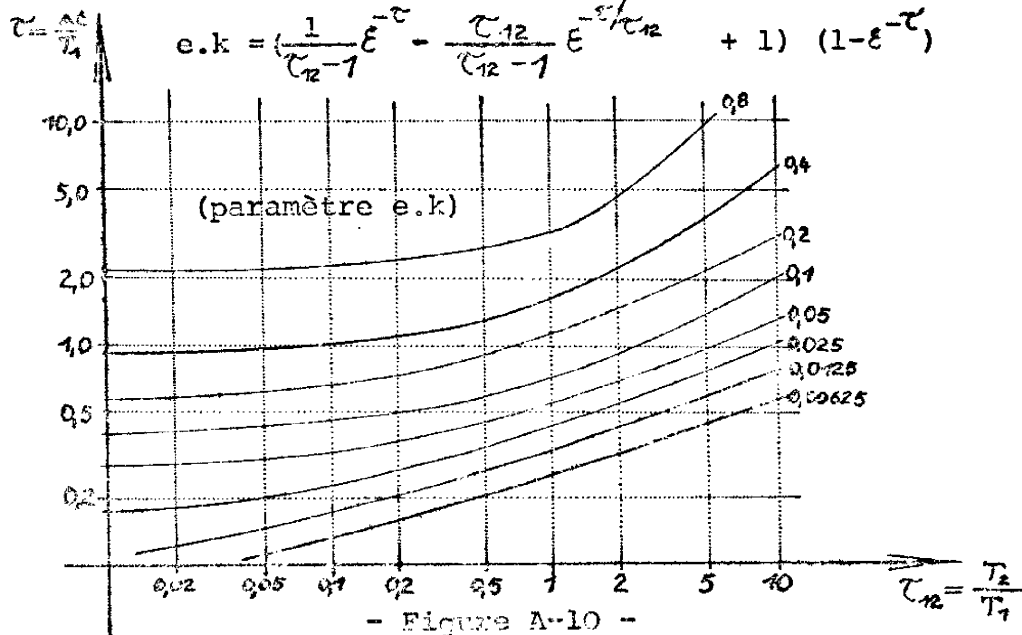
avec $V_m = 0,05$; bruit négligeable

$$2Pe = -2 ; \Delta\mu = 2 ; \quad \rightsquigarrow k \cdot e \geq 0,025$$

Nous déterminons maintenant la valeur de τ en fonction de $e \cdot k$ et de τ_{12} à l'aide du tableau de la figure A-10 dont les valeurs ont été calculées par une méthode d'interpolation sur calculatrice numérique (voir aussi tableau IV-11a) :

D'après les équations (A-1) et (A-2) :

$$e \cdot k = \left(\frac{1}{\tau_{12} - 1} e^{-\tau} - \frac{\tau_{12}}{\tau_{12} - 1} e^{-\tau/\tau_{12}} + 1 \right) (1 - e^{-\tau})$$



A l'aide de ces 4 dernières équations et en introduisant les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned}\Delta\mu &= 2 \\ k &= 0,293 \\ e &= 0,085 \\ P_e &= -1 \\ P_m &= -3\end{aligned}$$

Nous obtenons pour l'écart de pompage :

$$e_p = -0,138 + 0,02 = -0,136$$

Si nous faisons le même calcul pour $P_e = P_m = 3$ nous trouvons un écart de pompage plus grand avec $e_p = -0,164$, contrairement à ce qu'on aurait pu attendre, ceci parce que le pas de commande pour $P_e = P_m = -3$ amène la variable d'entrée en régime définitif à $-\frac{\Delta\mu}{2}$ comme prévu, tandis que pour $P_e = -1$ et $P_m = -3$, la variable d'entrée est positionnée en régime définitif à $\approx -\frac{\Delta\mu}{4}$ de l'extrémum par le pas de commande.

Amélioration de l'algorithme étudié en vue d'une diminution de l'écart de pompage pour une même rapidité

Nous avons vu qu'il est profitable pour ce type d'algorithme de faire venir la variable d'entrée exactement à l'extrémum par le pas de commande. Ceci cause une certaine dissymétrie du mouvement de la variable d'entrée par rapport à l'extrémum (le pas de recherche se fait toujours du même côté de l'extrémum) mais présente aussi l'avantage de diminuer l'écart de pompage.

Ceci parce que, avec $\mu_{1+2} = 0$ (en régime définitif, sans dérives), la variable de sortie φ peut évoluer pratiquement

$$k = 1 - \xi^{-\tau} = (A-2) = 0,2926$$

$$e = \frac{1}{\tau_{12} - 1} \xi^{-\tau} - \frac{\tau_{12}}{\tau_{12} - 1} \xi^{-\tau/\tau_{12}} + 1 \quad (A-1)$$

$$\leadsto e = 0,0856$$

$$\Delta\mu = 2$$

En portant les équations (A-5) et (A-6) dans l'équation (A-15) nous obtenons :

$$-\Delta\mu = \frac{-\Delta\varphi_{\text{Pm}}}{e \cdot \Delta\mu} - \Delta\mu \left(1,5 - \frac{k}{2}\right) \quad (A-16)$$

On peut extraire de $\Delta\varphi$, comme nous allons le voir plus loin, la valeur de μ_{i+1} en régime définitif qui représente la position de la variable de sortie après le pas de commande. Avec la connaissance de cette position, il est possible de déterminer la zone d'oscillation autour de l'extrémum en régime définitif et ainsi de calculer la perte de recherche.

- Perte de recherche sans perturbation

Réponse Δy à un pas de recherche Δx :

$$\Delta y = + \frac{(x_{i+1}^2 - x_i^2)}{2Pe}$$

Remarque : Si des deux côtés de l'extrémum la courbe de la caractéristique non linéaire supposée connue, présente à l'intérieur de la plage d'oscillation des valeurs de paramètre Pe différents (figure A -11), on peut utiliser la formule suivante pour augmenter la précision du calcul :

$$\Delta y = + \frac{x_{i+1}^2}{2Pe_2} - \frac{x_i^2}{2Pe_1}$$

Avec $x_{i+1} = x_i + \Delta x$ et pour des variations assez petites de Pe

Comme algorithme d'action amélioré nous avons donc avec (A-25) et (A-27) :

$$\Delta\mu_{i+2} = \frac{-\Delta\varphi \cdot P_m}{e \cdot \Delta\mu} - \Delta\mu \left(1 - \frac{P_m}{2Pe} \cdot k\right) \quad (A-28)$$

Ecart de pompage pour l'algorithme amélioré

$$e_p = + \left(\mu_{i+2}^2 / 2Pe\right) + \frac{\Delta\varphi}{2} \quad (A-24)$$

avec
$$\Delta\varphi = \frac{[-(2-k) \cdot \Delta\mu^2 + 2 \cdot \Delta\mu \cdot \mu_{i+1}] \cdot e}{2 \cdot Pe} \quad (A-21)$$

D'après la définition de l'algorithme amélioré :

$$\begin{aligned} \mu_{i+2} &= 0 & \text{et} & & \mu_{i+1} &= \Delta\mu \\ \leadsto e_p &= \frac{\Delta\varphi}{2} = - \frac{k \cdot e \cdot \Delta\mu^2}{2Pe} = - 0,025 & & & & \text{Pour } Pe = -1 \\ & & & & e_p &= - 0,008 & & & & \text{Pour } Pe = -3 \end{aligned}$$

- Perte de recherche en présence d'une dérive de la caractéristique extrême

Calculons maintenant la perte de recherche sous l'influence de dérives horizontales et verticales pour le premier algorithme choisi :

$$\Delta\mu_{i+2} = - \frac{\Delta\varphi \cdot P_m}{\Delta\mu \cdot e} - \Delta\mu \left(1,5 - \frac{k}{2}\right) \quad (A-6)$$

L'amplitude du pas de commande est égale en module, au régime définitif, à la somme de l'amplitude du pas de recherche et de l'évolution de la dérive horizontale durant la séquence d'optimisation :

avec
$$-\Delta\mu_{i+2} = \Delta\mu_{i+1} + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \frac{T_a}{T_1} + 2 \cdot \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau \quad (A-29)$$

$$\Delta\mu_{i+1} = \Delta\mu \quad (A-5)$$

En éliminant des équations (A-16) et (A-21) la valeur de $\Delta\varphi$ nous obtenons :

$$\mu_{i+1} = \Delta\mu \left[1 - \frac{k}{2} + \frac{Pe}{Pm} \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{2} \right) \right] \quad (A-22)$$

Vérification de l'équation (A-22)

L'algorithme d'extrémalisation a été étudié de façon que l'oscillation en régime définitif soit symétrique autour de l'extrémum pour le cas $Pe = Pm$:

$$|\mu_{i+1}| = |\mu_{i+2}|$$

Avec (A-22) et $Pe = Pm$ nous avons effectivement :

$$\mu_{i+1} = \frac{\Delta\mu}{2}$$

Sans perturbations extérieures nous avons :

$$\mu_{i+1} = \mu_{i+2} + \Delta\mu \quad (A-23)$$

D'où :

$$\mu_{i+2} = \frac{\Delta\mu}{2}$$

Ecart de pompage (perte de recherche sans dérive de la caractéristique extrême) pour $Pe = -1$ et $Pm = -3$

$$c_p = + \left(\mu_{i+2}^2 / 2Pe \right) + \frac{\Delta\varphi}{2} \quad (A-24)$$

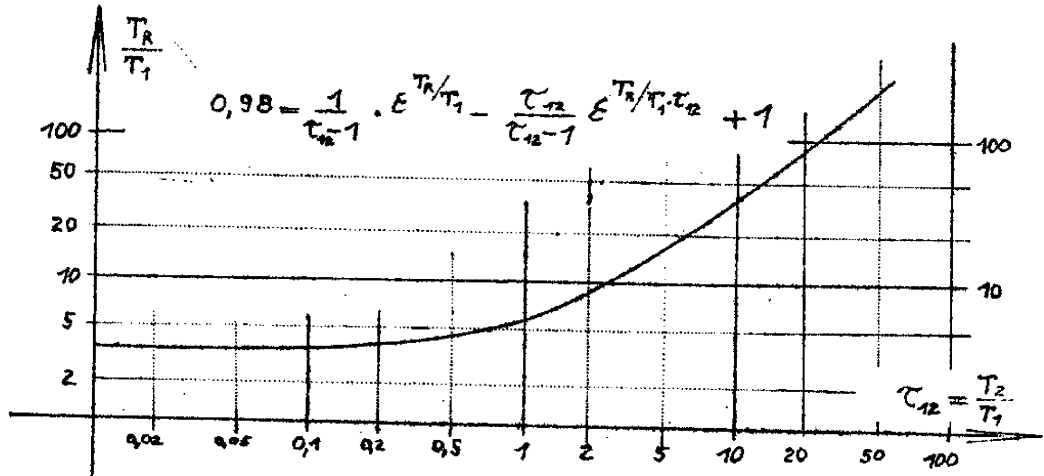
avec
$$\Delta\varphi = \frac{[-\Delta\mu^2(2-k) + 2\mu_{i+1} \cdot \Delta\mu] \cdot e}{2 \cdot Pe} \quad (A-21)$$

$$\mu_{i+1} = \Delta\mu \left[1 - \frac{k}{2} + \frac{Pe}{Pm} \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{2} \right) \right] \quad (A-22)$$

et
$$\mu_{i+2} = \mu_{i+1} - \Delta\mu \quad (A-23)$$

et $\frac{T_R}{T_1} = 4,7$

d'après la figure (A-12) dont les valeurs ont été élaborées par une méthode d'interpolation à l'aide d'une calculatrice numérique



- Figure A-12 -

Nous obtenons approximativement pour μ_{i+1} en négligeant $\dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau$ devant $\Delta\mu$:

$$\begin{aligned} \mu_{i+1} &= -0,36 + 1,7 - 0,41 - 0,23 \\ &= -0,7 \end{aligned}$$

Comme perte de recherche nous avons :

$$\tau_p = +(\mu_i^2 / 2\sigma_e) + \frac{\Delta\varphi - \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau}{2} \quad (\text{A-33})$$

Nous retranchons de $\Delta\varphi$ la valeur de la dérive verticale durant le pas de recherche parce que nous avons supposé que les coordonnées de l'extrémum sont fixées ($\mu_e = 0 / \varphi_e = 0$) et liées avec le mouvement des dérives.

D'après l'équation (A-31), en négligeant les bruits et $\dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau$ devant $\Delta\mu$:

jusqu'à la valeur extrême φ_c durant le temps de repos qui suit le pas de commande.

Avec les équations établies dans ce chapitre, nous pouvons donc trouver les paramètres de l'algorithme étudié qui garantissent d'une part un écart de pompage minimal et d'autre part une rapidité maximale pour le cas idéal $P_m = P_v$, tout en tenant compte des hypothèses fixées :

Algorithme étudié jusqu'à maintenant :

$$\Delta\mu_{i+2} = \frac{-\Delta\varphi \cdot P_m}{e \cdot \Delta\mu} - (1,5 - \frac{k}{2}) \quad (A-6)$$

Nous laissons le facteur de proportionnalité $P_m = -3$ pour garder une rapidité moyenne maximale, mais nous changeons la valeur constante de la commande :

$$\Delta\mu_{i+2} = \frac{-\Delta\varphi \cdot P_m}{e \cdot \Delta\mu} + C \quad (A-25)$$

Nous savons qu'en régime définitif et sans tenir compte de perturbations :

$$\Delta\mu_{i+2} = -\Delta\mu_{i+1} = -\Delta\mu \quad (A-15)$$

$$\leadsto -\Delta\mu = \frac{-\Delta\varphi \cdot P_m}{e \cdot \Delta\mu} + C \quad (A-25)$$

$$\text{avec } \Delta\varphi = \frac{[-(2-k) \cdot \Delta\mu^2 + 2 \cdot \Delta\mu \cdot \mu_{i+1}] \varphi}{2 \cdot P_e} \quad (A-21)$$

$$\text{et } \mu_{i+1} = \Delta\mu$$

La valeur de C s'obtient maintenant facilement avec les équations $\mu_{i+1} = \Delta\mu$ (A-26) et (A-21) :

$$C = -\Delta\mu \cdot (1 - \frac{P_m}{2P_e} \cdot k) \quad (A-27)$$

par rapport à la distance avant cette séquence.

Formule pour le "rapport de convergence" :

$$d_p = \frac{\mu_e - \mu_{i+p \cdot n}}{\mu_e - \mu_{i+(p-1) \cdot n}} \quad (A-3)$$

avec p = numéro de la séquence d'optimisation ($p = 1, 2, \dots$)

$i+\gamma$ = numéro des pas ($\gamma = 0, 1, \dots$)

n = nombre de pas par séquence d'optimisation

μ_e = valeur extrême de la variable d'entrée
(nous fixons $\mu_e = 0$ et supposons que les
coordonnées de l'extrémum sont liées avec
le mouvement des dérivées)

Le rapport de convergence peut se déterminer d'une façon plus ou moins précise d'après le degré de connaissance des conditions de fonctionnement (forme de la caractéristique extrême) et les simplifications (approximations) qu'on veut apporter au calcul.

- "Rapport de convergence" pour une forme de la caractéristique extrême connue et ne variant pas dans le temps

Si la forme de la caractéristique extrême est connue et ne varie pas dans le temps, ce qui est le cas pour l'exemple traité ici, il est possible de calculer le rapport de convergence avec une grande exactitude pour chaque séquence d'optimisation (compte tenu bien entendu des hypothèses faites).

Point de départ :

$$\mu_i = \mu_e + l \cdot \Delta\mu \quad (A-36)$$

où $\dot{\lambda} T_1 \cdot \frac{T_R}{T_1}$ amplitude de la perturbation horizontale
durant le temps de repos

et $2 \cdot \dot{\lambda} T_1 \cdot \tau$ amplitude de la perturbation horizontale
durant les pas de recherche et de commande

Nous pouvons donc écrire, en supposant que les dérives agissent déjà depuis longtemps et que les coordonnées de l'extrémum sont fixées ($\mu_e = 0 / \varphi_e = 0$) et liées avec le mouvement des dérives :

$$-\left[\Delta\mu + \dot{\lambda} \cdot T_1 \left(\frac{T_R}{T_1} + 2\tau \right) \right] = \frac{-\Delta\varphi \cdot P_m}{\Delta\mu \cdot e} - \Delta\mu \left(1,5 - \frac{k}{2} \right) \quad (A-30)$$

$$\text{avec } \Delta\varphi = \frac{[-(\Delta\mu + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau)^2 (2-k) + 2 \mu_{i+1} (\Delta\mu + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau)] \cdot e}{2 \cdot P_e} + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau + \left| \text{bruit} \right| \quad (A-31)$$

où $\Delta\varphi$ est élaboré à partir de la formule (A-21) en remplaçant $\Delta\mu$ par $\Delta\mu - \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau$ auquel on ajoute la dérive verticale pendant une période d'échantillonnage et l'amplitude maximale du bruit (s'il en existe).

Des équations (A-30) et (A-31) nous pouvons extraire:

$$\mu_{i+1} = \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \left(\frac{T_R}{T_1} + 2\tau \right) \frac{\Delta\mu \cdot P_e}{(\Delta\mu + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau) \cdot P_m} + \frac{(\Delta\mu + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau) (2-k)}{2} - \frac{(\dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau + |\text{bruit}|) \cdot P_e}{(\Delta\mu + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau) \cdot e} - \frac{\Delta\mu^2 (0,5 - k/2) \cdot P_e}{(\Delta\mu + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau) P_m} \quad (A-32)$$

avec $\Delta\mu = 2$		$\dot{\lambda} T_1 \cdot \tau$	$= -0,2 \cdot 0,346 = -0,0692$
$P_e = -1$		$\dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau$	$= -0,0692$
$P_m = -3$		k	$= 0,293$
bruit négligeable		e	$= 0,085$

Avec les équations (A-40) et (A-39) :

$$\mu_{i+n} = \mu_i + \Delta\mu \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{2} \right) - G_\beta \cdot P_m - \frac{\lambda' \cdot T_1 \cdot P_m}{e \cdot \Delta\mu} + \lambda \cdot T_1 \cdot \left(2\tau + \frac{T_R}{T_1} \right)$$

(A-41)

Nous pouvons exprimer finalement la formule suivante en considérant les équations (A-3), (A-41) et $\mu_e = 0$:

$$d_\beta = \frac{\mu_{i+\Delta\mu \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{2} \right)} - G_\beta \cdot P_m - \frac{\lambda' \cdot T_1 \cdot P_m}{e \cdot \Delta\mu} + \lambda \cdot T_1 \cdot \left(2\tau + \frac{T_R}{T_1} \right)}{\mu_i}$$

(A-42)

En posant μ_{i+2n} pour μ_{i+n} , μ_{i+n} pour μ_i , $G_{\beta+1}$ pour G_β et $d_{\beta+1}$ pour d_β dans les équations (A-41) et (A-42), on obtient le point de fonctionnement $\mu_{i+2 \cdot n}$ après la 2ème séquence d'optimisation et le "rapport de convergence" pour cette même 2ème séquence. Ainsi il est possible de suivre le mouvement de fonctionnement du point initial jusqu'à l'extrémum, s'il y a stabilité.

Il y a convergence pour la séquence d'optimisation $m+\beta$ si

$$|d_\beta| < 1 \quad (A-43)$$

La valeur $d_\beta = 1$ nous montre que la variable d'entrée est revenue après la séquence d'optimisation $m+\beta$ au même point qu'avant la séquence, c'est un cas critique puisqu'il n'y a ni convergence ni divergence.

La valeur $d_\beta = -1$ nous révèle que la variable d'entrée s'est positionnée après la séquence d'optimisation β à la même distance de la valeur extrémale qu'avant cette séquence, mais dans une position symétrique par rapport à l'extrémum. Dans ce

$$\Delta\varphi = \frac{[-\Delta\mu^2(2-k) + 2\cdot\mu_{i+1}\cdot\Delta\mu]\cdot e}{2\text{Pe}} + \dot{\lambda}\cdot T_1\cdot\tau \quad (\text{A-34})$$

Avec

$$\mu_i = \mu_{i+1} - \Delta\mu - \dot{\lambda}\cdot T_1\cdot\tau$$

et en négligeant $\dot{\lambda}\cdot T_1\cdot\tau$, on obtient :

$$\mu_i = \mu_{i+1} - \Delta\mu \quad (\text{A-35})$$

En utilisant la valeur de $\mu_{i+1} = -0,7$ déterminée plus haut et les équations (A-33), (A-34) et (A-35) :

$$\begin{aligned} \tau_p = & + \left[(-0,7 - \Delta\mu)^2 / 2\text{Pe} \right] \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \frac{[-(\Delta\mu^2)\cdot(2-k) - 2\cdot 0,7\cdot\Delta\mu]\cdot e}{2\cdot\text{Pe}} + \dot{\lambda}\cdot T_1\cdot\tau \right\} \end{aligned}$$

et les constantes

$$\Delta\mu = 2$$

$$k = 0,293$$

$$e = 0,085$$

$$\text{Pe} = -1$$

$$\dot{\lambda}\cdot T_1\cdot\tau = -0,2 \cdot 0,346 = -0,0692$$

Finalement nous calculons pour la perte de recherche :

$$\tau_p = 0,845 + \frac{1}{2} \cdot (0,41 - 0,07) = -0,67$$

c) Rapport de convergence

Pour avoir une idée sur la rapidité du système, nous voulons savoir maintenant de combien le point de fonctionnement s'approche de l'extrémum par séquence d'optimisation. Pour ceci nous calculons le "rapport de convergence" qui est la distance, vue de la variable d'entrée, du point de fonctionnement de l'extrémum après une séquence d'optimisation

$$d_1 = \frac{-7,4}{-8} = 0,92$$

Pour les séquences suivantes nous faisons un tableau :

β	$\mu_{i+(\beta-1)n}$	$G_{\beta-1}$	$\mu_{i+\beta \cdot n}$	d_β
1	- 8	1,2	- 7,4	0,92
2	- 7,4	1,2	- 6,8	0,92
3	- 6,8	1,1	- 6,5	0,96
4	- 6,5	1,1	- 6,2	0,96
5	- 6,2	1,05	- 6	0,97
6	- 6	1,0	- 6	1,0

Il est visible ($\mu_{i+5n} \approx \mu_{i+6n}$) qu'après 5 séquences d'optimisation le point de fonctionnement ne s'approche plus de l'extrémum; avec les dérives supposées le point de fonctionnement oscille entre (-6) et $(-6+\Delta\mu)$.

Nous élaborons maintenant le même tableau pour le cas sans dérives ($\lambda \cdot T_1 = \lambda' \cdot T_1 = 0$):

Position de la variable d'entrée après le pas de recherche, avec (A-5) et (A-36):

$$\mu_{i+1} = \mu_i + \Delta\mu + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau$$

et d'après (A-5) :

$$\mu_{i+1} = \mu_i + \Delta\mu + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau \quad (A-37)$$

Position après le pas de commande prolongé du temps de repos :

$$\mu_{i+n} = \mu_{i+1} + \Delta\mu_{i+2} + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \frac{T_R}{T_1} \quad (A-38)$$

Avec
$$\Delta\mu_{i+2} = - \frac{\Delta\varphi \cdot F_m}{e \cdot \Delta\mu} - \Delta\mu \left(1,5 - \frac{k}{2}\right) \quad (A-6)$$

et les équations (A-37) et (A-38) nous obtenons :

$$\mu_{i+n} = \mu_i + \Delta\mu \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{2}\right) - \frac{\Delta\varphi \cdot F_m}{e \cdot \Delta\mu} + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \left(2\tau + \frac{T_R}{T_1}\right) \quad (A-39)$$

Nous déterminons $\Delta\varphi$ d'après l'équation (A-10) en considérant la dérive verticale $\dot{\lambda}' \cdot T_1$:

$$\Delta\varphi = G \cdot e \cdot \Delta\mu + \dot{\lambda}' \cdot T_1 \cdot \tau \quad (A-40)$$

où la valeur de la pente

$$G = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (A-11)$$

est déduite directement de la forme $y = f(x)$ de la caractéristique extrême entre les points de la grandeur intermédiaire x correspondant à μ_i et $\mu_i + \Delta\mu \cdot k$ de la variable d'entrée en tenant compte de : $\Delta x = k \cdot \Delta\mu$ (A-12)

"Rapport de convergence" pour une forme de la caractéristique extrême non connue ou variant dans le temps

Pour tenir compte des irrégularités de la caractéristique extrême dont la forme n'est pas connue ou est variable dans le temps, nous calculons le "rapport de convergence", vu de la variable d'entrée, pour des formes de la caractéristique extrême supposées paraboliques idéales avec des paramètres P_j différents d'une certaine dispersion donnée. Ensuite, nous déterminons le "rapport de convergence" moyen, en faisant la moyenne des valeurs élaborées en considérant le taux de dispersion pondéré correspondant à l'écart quadratique moyen des valeurs des paramètres supposés possibles.

Le calcul du "rapport de convergence" pour une forme parabolique idéale de paramètre P_j peut se faire, soit de la manière qui vient d'être décrite (cas où la forme est connue), soit par un calcul purement analytique :

Equations déjà connues :

Formule pour le "rapport de convergence" :

$$d_{\beta j} = \frac{\mu_{i+\beta n}}{\mu_{i+(\beta-1) \cdot n}} \quad (\text{d'après A-3})$$

où j = numéro des paramètres réduits P_j considérés

β = numéro de la séquence ($\beta = 1, 2, \dots$)

$i+\gamma$ = numéro des divers pas ($\gamma = 0, 1, \dots$)

n = nombre de pas par séquence d'optimisation

Point de départ : $\mu_i = f \cdot \Delta\mu \quad (\text{A-36})$

Position de la variable d'entrée après le pas de recherche :

cas on ne sait pas a priori s'il y a convergence ou non puisque les effets des dérivées et éventuellement des courbures de la caractéristique extrême ne sont pas les mêmes d'un côté ou de l'autre de l'extrémum. Mais le calcul de $d_{m+\beta+1}$ de la prochaine séquence d'optimisation montrera s'il y a stabilité.

Calculons maintenant le mouvement du point de fonctionnement pour l'exemple donné :

- Forme de la caractéristique extrême d'après la figure A-5
- Dérive horizontale et verticale au sens défavorable
 $\dot{\lambda}_{T_1} = \dot{\lambda}'_{T_1} = -0,2$
- Point de départ $\ell = -4$
- Autres données : $k = 0,293$; $\tau = 0,346$
 $\Delta\mu = 2$; $P_m = -3$
 $\frac{T_R}{T_1} = 4,7$; $e = 0,085$
d'après (A-36) : $\mu_1 = -8$

Avec l'équation (A-41) nous avons :

$$\mu_{i+\beta \cdot n} = \mu_{i+(\beta-1) \cdot n} - 0,7 + 3 \cdot G_{\beta-1} - 1,2 - 1,1 \quad (A-44)$$

et avec l'équation (A-42) nous obtenons :

$$d_{\beta} = \frac{\mu_{i+(\beta-1) \cdot n} - 0,7 + 3 \cdot G_{\beta-1} - 1,2 - 1,1}{\mu_{i+(\beta-1) \cdot n}} \quad (A-45)$$

Pour la première séquence d'optimisation ($\beta = 1$) nous déterminons :

$$\mu_{i+n} = -8 - 0,7 + 3 \cdot 1,2 - 1,2 - 1,1 = -7,4$$

avec d ... Rapport de convergence
 β ... Numéro de la séquence ($\beta = 1, 2, \dots$)
 j ... Numéro des paramètres réduits Pr_j
 i ... Numéro du pas
 n ... Nombre de pas par séquence
 Pr_j ... Paramètres réduits des paraboles idéales considérées
 μ_i Point de fonctionnement initial, vu de la variable d'entrée

$\Delta\mu=2$... Amplitude du pas de recherche

$Pm=-5$... Paramètre moyen

$$k = 0,293 \quad (A-2)$$

$$e = 0,085 \quad (A-1)$$

$$\frac{T_R}{T_1} = 4,7$$

$$\zeta = 0,346$$

$$\lambda \cdot T_1 = -0,2 \text{ Dérive horizontale}$$

$$\lambda' \cdot T_1 = -0,2 \text{ Dérive verticale}$$

Calculons maintenant les valeurs numériques des "rapports de convergence" pour des paraboles idéales de paramètres réduits $Pr_1 = 1$, $Pr_2 = 0,2$ et $Pr_3 = 2$, en tenant compte des conditions de fonctionnement proposés :

$$d_{\rho j} = \frac{\mu_{i+(\beta-1)n} \left[1 - \frac{1}{Pr_j} \right] - 0,7 - \frac{0,3}{Pr_j} - 2 - 1,1}{\mu_i + (\beta-1)n} \quad (A-50)$$

Remarque Il est possible d'utiliser la formule (A-49), cas général, ou (A-50), cas particulier, pour déterminer la plage d'oscillation du point de fonctionnement en régime

β	$\mu_{i+(\beta-1).n}$	$G_{\beta-1}$	$\mu_{i+\beta.n}$	d_{β}
1	- 8	1,2	- 5,1	0,64
2	- 5,1	0,9	- 3,1	0,61
3	- 3,1	0,7	- 1,7	0,55
4	- 1,7	0,6	- 0,6	0,35
5	- 0,6	0,5	+ 0,2	- 0,33

On voit qu'après $m=5$ séquences d'optimisation le point de fonctionnement est pratiquement en régime définitif à l'extrémum.

Calculons finalement le "rapport de convergence" pour un point initial $\mu_1 = + 3$ avec $\dot{\lambda}T_1 = \dot{\lambda}'T_1 = 0$:

$$d_1 = \frac{3 - 0,7 - 3 \cdot 3,5}{3} = -\frac{8,2}{3} = - 2,7$$

Pendant la première séquence il y a donc divergence, mais comme le point de fonctionnement change de côté par rapport à l'extrémum ($\mu_{i+n} = - 8,2$), le mouvement va converger vers l'extrémum de la même façon qu'à partir du point initial $\mu_1 = - 8$.

Cas avec d'érives $\lambda \cdot T_1 = \lambda' \cdot T_1 = -0,2$

$$\mu_{i+\beta n} = -0,7 - 0,3 - 2 - 1,1 = -4,1$$

$$\frac{\Delta \varphi}{\beta} = \frac{-4,1 \cdot 2 \cdot 0,085}{-5} - 0,01 - 0,07 = 0,06$$

$$r_p = \left(\frac{-4,1}{-10}\right)^2 + \frac{+0,006 - 0,07}{2} = -1,68$$

Rapport de convergence de la lère séquence ($\beta = 1$) avec $\mu_i = \ell \cdot \Delta \mu = -8$ (A-36) et l'équation (A-50) avec les divers paramètres P_j considérés ($P_m = -5$) :

j	P_j	P_{rj}	$d_{\beta j}$	Observations
1	-5	1	0,51	stabilité
2	-1	0,2	-33	instabilité
3	-10	2	0,99	limite de stabilité

Nous nous apercevons que pour les dérives supposées et le point de départ fixé, il n'y a pas convergence pour une forme parabolique de la caractéristique extrémale avec un paramètre de $P_2 = -1$ et $P_3 = -10$ (convergence pour $|d| < 0$).

Calculons maintenant les "rapports de convergence" pour le cas où il n'y a pas de dérive [d'après A-49 en posant $\lambda T_1 = \lambda' T_1 = 0$ et en négligeant $\Delta \mu \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{2} - \frac{k}{2P_{rj}}\right)$ devant $\mu_{i+(\beta-1)n} \cdot \left(1 - \frac{1}{P_{rj}}\right)$]:

$$d_{\beta j} = 1 - \frac{1}{P_{rj}} \tag{A-53}$$

$$\mu_{i+n} (\beta - 1) + 1 = \mu_{i+n} (\beta - 1) + \Delta\mu + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau \quad (A-37)$$

Position après le pas de commande prolongé du temps de repos :

$$\mu_{i+\beta \cdot n} = \mu_{i+(\beta-1)n} + \Delta\mu \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{2} \right) - \frac{\Delta\varphi \cdot P_m}{e \cdot \Delta\mu} + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot (2\tau + \frac{T_R}{T_1}) \quad (A-39)$$

La valeur de $\Delta\varphi$ se détermine analytiquement d'après l'équation

$$\Delta\varphi = \frac{[2 \cdot \mu_{i+n} \cdot (\beta-1) + 1 (\Delta\mu + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau) - (\Delta\mu + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau)^2 (2-k)] \cdot e}{2P_j} + \dot{\lambda}' \cdot T_1 \cdot \tau + |\text{bruit}| \quad (A-46)$$

qui est dérivée de l'équation (A-31) en posant P_e pour la valeur de P_j .

Avec l'équation (A-37) et en négligeant les bruits ainsi que $\dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot \tau = 0,069$ devant $\Delta\mu = 2$ on obtient à partir de (A-46) :

$$\Delta\varphi = \frac{\mu_{i+n} \cdot (\beta-1) \cdot \Delta\mu \cdot e}{P_j} + \frac{k \cdot \Delta\mu^2 \cdot e}{2P_j} + \dot{\lambda}' \cdot T_1 \cdot \tau \quad (A-47)$$

En introduisant cette dernière équation (A-47) dans l'équation (A-39) et avec $P_{vj}/P_m = P_{rj}$:

$$\mu_{i+\beta \cdot n} = \mu_{i+(\beta-1)n} \cdot \left[1 - \frac{1}{P_{rj}} \right] + \Delta\mu \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{2} - \frac{k}{2P_{rj}} \right) - \frac{\dot{\lambda}' \cdot T_1 \cdot \tau \cdot P_m}{\Delta\mu \cdot e} + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot (2\tau + \frac{T_R}{T_1}) \quad (A-48)$$

L'équation (A-48) et (A-3) donne :

$$d_{\beta j} = \frac{\mu_{i+(\beta-1)n} \cdot (1 - \frac{1}{P_{rj}}) + \Delta\mu \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{2} - \frac{k}{2P_{rj}} \right) - \frac{\dot{\lambda}' \cdot T_1 \cdot \tau \cdot P_m}{e \cdot \Delta\mu} + \dot{\lambda} \cdot T_1 \cdot (2\tau + \frac{T_R}{T_1})}{\mu_{i+(\beta-1)n}} \quad (A-49)$$

Avant de déterminer le temps d'optimisation moyen pour le cas "sans dérives", nous calculons le "rapport de convergence" moyen d'après l'écart quadratique moyen des valeurs des paramètres de formes paraboliques supposées possibles de la caractéristique extrême.

Pour l'élaboration de la valeur numérique de l'écart quadratique moyen (A-4) nous avons donné un poids double à la valeur moyenne, la plus probable, et un poids simple aux deux valeurs extrêmes.

Pour le "rapport de convergence moyen" nous donnons aussi un poids double à la valeur moyenne $d_{\beta 1} = 0$ et un poids simple à la valeur $d_{\beta 3} = 0,5$. Nous attribuons au contraire intuitivement un poids demi à la valeur $d_{\beta 2} = -4$ puisque cette valeur est affectée du signe négatif qui indique que le point de fonctionnement est porté après la séquence d'optimisation β de l'autre côté de l'extrémum où la caractéristique extrême présente avec grande probabilité une autre forme.

Nous avons donc :

$$\overline{d_{\beta}} = \frac{2 \cdot d_{\beta 1} + 1 \cdot d_{\beta 3} + \frac{1}{2} d_{\beta 2}}{2 + 1 + 1/2} \quad (A-55)$$

$$\overline{d_{\beta}} = \frac{0,5 - \frac{4}{2}}{3,5} \approx -0,43 \quad (A-56)$$

(pour le cas où les perturbations n'agissent pas sur le système)

d) Temps d'optimisation réduit

Nous avons vu qu'avec les conditions de fonctionnement données le système de régulation extrême étudié perdait ses qualités de stabilité au cas où des perturbations avec les grandeurs supposées agissent sur le système.

définitif. Pour ceci, nous posons $d_{\beta j} = 1 \rightsquigarrow \mu_{i+(\beta-1)n} = \mu_{i+\beta n}$.
 et calculons $\mu_{i+(\beta-1)n}$ en introduisant le paramètre réduit
 Prj considéré :

$$\mu_{i+\beta n} = \text{Prj} \left[\frac{\Delta\mu}{2} \left(k-1 - \frac{k}{\text{Prj}} \right) - \frac{\lambda' \cdot T_1 \cdot \tau \cdot P_m}{e \cdot \Delta\mu} + \lambda' T_1 \left(2\tau + \frac{T_R}{T_1} \right) \right] \quad (\text{A-51})$$

$$\mu_{i+\beta n} = \text{Prj} \left(-0,7 - \frac{0,3}{\text{Prj}} - 2 - 1,1 \right) \quad (\text{A-52})$$

En connaissant $\mu_{i+\beta n}$, et de ce fait la plage d'oscillation du point de fonctionnement en régime définitif, on peut facilement déterminer la perte de recherche :

$$r_p = \left(\mu_{i+\beta n}^2 / 2P_j \right) + \frac{\Delta\varphi - \lambda' \cdot T_1 \cdot \tau}{2} \quad (\text{A-33}^*)$$

avec $\Delta\varphi = \frac{\mu_{i+\beta n} \cdot \Delta\mu \cdot e}{P_j} + \frac{k \cdot \Delta\mu^2 \cdot e}{2P_j} + \lambda' \cdot T_1 \cdot \tau \quad (\text{A-47}^*)$

Calculons par exemple la perte de recherche pour $P_m = -5$ et $P_e = -5$:

Cas sans dérives

D'après (A-51), (A-52) et avec $\lambda' T_1 = \lambda'' T_1 = 0$

$$\mu_{i+\beta n} = \text{Prj} \left(-0,7 - \frac{0,3}{\text{Prj}} \right) = -1$$

Equation (A-33^{*}) :

$$r_p = \frac{+1}{-10} + \frac{\Delta\varphi}{2}$$

Avec (A-47^{*}) :

$$\Delta\varphi = \frac{-1 \cdot 2 \cdot 0,085}{-5} + \frac{0,293 \cdot 4 \cdot 0,085}{-10} = 0,024$$

$$\rightsquigarrow r_p = -0,1 + \frac{0,024}{2} = -0,088$$

Position de la variable d'entrée au début de la première séquence d'optimisation :

$$\mu_{i + (\beta-1)n} = \mu_e + \ell \cdot \Delta\mu \quad (\text{A-36})$$

avec $\mu_e = 0$ et $\ell = -4$

$$\rightsquigarrow \mu_{i + (\beta-1)n} = -8 \quad (\text{A-57})$$

Position à laquelle la variable d'entrée doit parvenir en régime définitif :

Soit avec les équations (A-22) et (A-23) avec $P_m = P_e$:

$$\mu_{i + \beta n} = \Delta\mu \left[1 - \frac{k}{2} + \frac{P_e}{P_m} \left(\frac{k}{2} - \frac{1}{2} \right) \right] - \Delta\mu = -1,0 \quad (\text{A-58a})$$

ou avec l'équation (A-51) en posant $\dot{\lambda} \cdot T_1 = \dot{\lambda}' \cdot T_1 = 0$ et $Pr_j = 1$:

$$\begin{aligned} \mu_{i + \beta n} &= Pr_j \left[\frac{\Delta\mu}{2} \left(k-1 - \frac{k}{Pr_j} \right) - \dot{\lambda}' \cdot T_1 (\dots) + \dot{\lambda} \cdot T_1 (\dots) \right] \\ \mu_{i + \beta n} &= -1,0 \end{aligned} \quad (\text{A-58b})$$

Après la première séquence d'optimisation $\beta = 1$ le point de fonctionnement se trouve à

$$\mu_{i + n} = \bar{a}_\beta \cdot \mu_i \quad (\text{A-3})$$

$$\text{avec } \mu_e = 0$$

Nous voulons savoir quel est le nombre m de séquences d'optimisation nécessaire à la variable d'entrée pour parvenir à l'intérieur de la plage d'oscillation autour de l'extrémum en régime définitif. Pour ceci, nous pouvons écrire avec les équations (A-36) (A-56), (A-57) et (A-58 a ou b), en nous

j	Pj	Prj	d _{βj}	Observations
1	-5	1	0	stabilité
2	-1	0,2	-4	instabilité
3	-10	2	0,5	stabilité

Nous remarquons que dans le cas où des perturbations n'agissent pas sur le système, le point de fonctionnement se trouvera pratiquement à la valeur extrême après une seule séquence d'optimisation si la courbe extrême a la forme d'une parabole idéale et si on utilise le paramètre Pm comme facteur de proportionnalité (Prj = 1). Au contraire, il y aura instabilité si la caractéristique extrême est de forme parabolique idéale avec un paramètre Pj 5 fois plus petit que le paramètre Pm (Prj = 0,2).

Remarque: Les paramètres critiques pour lesquels $|\dot{d}_{\beta j}| = 1$ peuvent se calculer en posant pour l'équation (A-53):

$$\left| 1 - \frac{1}{Prj \text{ critique}} \right| = 1 \quad (A-54)$$

$$\leadsto Prj \text{ critique}_1 = \infty$$

$$Prj \text{ critique}_2 = 0,5$$

Autrement dit : il est à conseiller d'utiliser comme facteur de proportionnalité une grande valeur de Pm pour avoir stabilité si la forme de la caractéristique extrême est susceptible de varier dans un grand domaine, ceci au détriment de la rapidité.

PERTE DE RECHERCHE ET TEMPS D'OPTIMISATION REDUIT POUR L'ALGORITHME ETUDIE ET LES CONDITIONS INITIALES SUPPOSEES	
Forme de la caractéristique extrémale connue c'après la figure A-5	Forme de la caractéristique extrémale non connue mais supposée assimilée à des morceaux de paraboles de paramètres différents de l'écart quadratique moyen de $Q_p = 0,64$ (A-4)
Sans dérivation : Dérive horizontale et caractéristique extrémale : ce $\lambda \cdot T_1 = -0,2$	Sans dérivation : Avec dérivation : $\lambda \cdot T_1 = -0,2$
Perte de Recherche : Temps d'opt. réduit : 5,8 (A - 24) : (33.4.d)	Perte de Recherche : Temps d'opt. réduit : 3,5
- 0,136 : (A - 33) : stabilité : seulement si le point de fonctionnement initial est positionné près de l'extrémum :	- 0,088 : (Pe = -5) : (Pm = -5) : (A-51) avec (A-33*) :
à partir des conditions initiales posées :	- 1,68 : (Pe = -5) : (Pm = -5) : (A-51) avec (A-33*) :
Pas de convergence :	Pas de convergence en moyenne :
Remarque : Une comparaison n'est possible que si on se base sur les mêmes conditions initiales (par exemple quantité d'informations initiales sur la forme de la caractéristique extrémale).	

Dans le cas "sans dérives" et pour une forme de la caractéristique extrémale connue d'après la figure (A-5) nous avons trouvé que $m = 5$ séquences d'optimisation étaient nécessaires pour parvenir à l'extrémum.

Comme temps d'optimisation, nous avons donc :

$$T_o = m (2 \cdot \tau \cdot T_1 + T_R)$$

avec $\tau \cdot T_1 = 3,46 \text{ sec}$ = durée d'un pas

$T_R = 47 \text{ sec}$ = temps de réponse

\equiv temps de repos

$$\begin{aligned} T_o &= 5 \cdot (2 \cdot 3,46 \text{ sec} + 47 \text{ sec}) = 54 \text{ sec} \cdot 5 \\ &= 270 \text{ sec} \\ &= 4 \text{ min } 30 \text{ sec} \end{aligned}$$

Temps d'optimisation réduit :

$$\tau_o = \frac{T_o}{T_R} = \frac{270 \text{ sec}}{47 \text{ sec}} \approx 5,8$$

Il faut donc en moyenne 6 fois le temps de réponse du système pour arriver au régime définitif à partir du point initial donné.

Le temps d'optimisation est assez long, ce qui n'est pas étonnant d'ailleurs, puisque l'algorithme étudié introduit après chaque séquence d'optimisation un temps de repos égal au temps de réponse du système.

Déterminons maintenant le temps d'optimisation dans le cas où la forme de la caractéristique extrémale n'est pas connue :

inspirant de (A-3) :

$$\left| \mu_{\beta \rightarrow \infty}^{i+\beta \cdot n} \right| = \left| \bar{a}_\beta \right|^m \cdot \left| \mu_{i+(\beta-1) \cdot n} \right| \quad (\text{A-59})$$

En transformant l'équation (A-59) nous obtenons

$$m = \left| \bar{a}_\beta \right| \log \left| \frac{\mu_{\beta \rightarrow \infty}^{i+\beta \cdot n}}{\mu_{i+(\beta-1) \cdot n}} \right| \quad (\text{A-60})$$

En introduisant les valeurs :

$$\begin{aligned} \mu_{\beta \rightarrow \infty}^{i+\beta \cdot n} &= -1,0 & ; & & \bar{a}_\beta &= -0,43 & (\text{A-56}) \\ \mu_{i+(\beta-1) \cdot n} &= -8 & ; & & & & \end{aligned}$$

$$\leadsto m = {}^{943} \log \frac{1}{8} \approx 2,5$$

Il faut donc en moyenne approximativement 3 séquences d'optimisation pour arriver au régime définitif.

Nous obtenons comme temps d'optimisation :

$$T_0 = m \cdot (2\tau \cdot T_1 + T_R) \approx 162 \text{ sec}$$

Le temps d'optimisation réduit aura la valeur suivante :

$$\bar{C}_0 = \frac{T_0}{T_R} = \frac{162}{47} \approx 3,5$$

Avec T_0 = temps d'optimisation absolu

T_R = temps de réponse du système

Ceci encore pour le cas où il n'y a pas de dérives de la caractéristique extrême.

A-4 CONCLUSION

Dans cet appendice, nous avons proposé et développé une méthode approximative de comparaison quantitative et analytique relativement simple des S.R.E.E.

Cette méthode peut être utilisée non seulement pour des comparaisons théoriques proprement dites, en se fixant pour un processus imaginaire toutes les conditions de fonctionnement et en calculant de la manière proposée la précision et la rapidité d'optimisation pour les algorithmes d'extrémalisation que l'on veut comparer. De plus, dans le domaine pratique, la possibilité est donnée d'élaborer un avant-projet de régulateur extrême par extrapolation en s'inspirant des propositions faites. Pour ceci, on détermine approximativement pour un algorithme d'extrémalisation choisi et un processus donné, avec toutes ses conditions de fonctionnement, les paramètres les mieux appropriés pour obtenir une précision et une rapidité d'optimisation convenable.

La méthode peut être appliquée à des processus avec une inertie située avant et après le caractère extrême qui peut être de forme quelconque assymétrique et variable dans le temps. En effectuant le calcul on tient compte des bruits et dérives étant susceptibles de perturber le processus et de la précision du bloc opérationnel du régulateur.

L'hypothèse directrice tout le long du calcul est que les dérives sont maximales dans le sens défavorable et que la forme caractéristique extrême se compose de morceaux de paraboles à paramètres pouvant être différents l'un de l'autre. Les résultats du calcul sont les valeurs de la précision et de la rapidité d'optimisation.

- [8] G.E.P. BOX
K.B. WILSON "On the experimental attainment of optimum conditions"
Journal of the Royal Statistical Society, Séries B, Vol XIII, n°1, 1951.
- [9] O.L. DAVIES "The design and analysis of Industrial Experiments"
Oliver & Boyd (Edinburgh and London).
- [10] L.A. DEFRATE
A.E. HOERL "Optimum design of ejectors using digital computers".
Chemical engineering progress symposium series by American Institute of Chemical Engineers n°21. vol.55.
- [11] E. RIBERI "Analyse graphique d'un système de régulation extrême pas à pas adapté à un processus dont la caractéristique extrême est située entre deux opérateurs linéaires du premier ordre"
C.R. Acad. des Sciences, tome 262, série A, p. 1348-1351.
- [12] G. SCHMIDT "Selbstinstellender Regelkreis mit Bezugsmodell"
Regelungstechnik, Heft 4, 1962.
- [13] K. BRÄMMER "Ein selbstoptimierender Folgeregelkreis mit verstärktem Modell"
Regelungstechnik, Heft 7, 1963.
- [14] J.L. ADATUT "Etude de régulation extrême en vue notamment de l'optimisation d'une unité industrielle de "Reforming catalytique" Thèse de 3e cycle - Toulouse 1965.

B I B L I O G R A P H I E

- [22] V.V. KAZAKEVICH "Sur des algorithmes de recherche rapide dans les systèmes de régulation pulsés"
Avtomatika y Telemekhanika
n°12, 1966 (en russe)
- [23] J.L. ABATUT "Classification des systèmes de régulation extrême" Automatismes - Tome XIII
E. RIBERI N° 3, 1968.
H.G. JACOB
- [24] Encyclopédie des Techniques Contemporaines - Automatisation de la production et électronique industrielle -
Edition de l'Encyclopédie Soviétique
Moscou 1965 (en russe).
- [25] P.I. TCHINAËV "Systèmes auto-adaptatifs"
Paris, Dunod, 1966
- [26] B.A. AREFYEV "Régulateur extrême à réponse rapide pour systèmes avec inertie"
Avtomatika n°1, 1964 (en ukrainien).
- [27] H. HOFMANN "Standard programme für die Optimierung chemisch-technologischer Probleme"
Dechema-Monographien, Band 53.
- [28] E. RIBERI "Analyse graphique du comportement d'un système de régulation extrême pas à pas adapté à un processus présentant une inertie du deuxième ordre avant la caractéristique statique"
C.R. Acad. Sciences - Tome 262 -
pp. 589-591.
- [29] R. PERRET "Optimisation sans modèle mathématique" Revue du Cethedec, 3ème année,
2ème trimestre 1966, n°6.

- [15] C. MIRA
J-L. ABATUT "Classification des systèmes de commande automatique"
Automatisme, tome XII, n°4, 1967.
- [16] F. NISHIDA
S. MIZUNO "Optimizing Control by Prediction"
The Journal of the Institute of Electrical Engineers of Japan.
Vol.86, n°3, 1966.
- [17] J-L. ABATUT
J. LAGASSE
C. MIRA
E. RIBERI "Analyse de certains systèmes de régulation extrême"
9è congrès d'Automatisation et d'Instrumentation 19-25 nov. 1966 - Milan
- [18] N.M. ALEXANDROVSKY
M.A. BOGOMOLOV
G.K. KRUG
A.V. NETUSHIL
N.Ya FESTA "Some problems of optimal control in chemical processes"
3rd IFAC congress London 1966.
- [19] V.V. KAZAKEVICH "The process of optimizing control of objects with inertia in the presence of disturbances"
A.R.C., Vol 2-3, 1er congrès IFAC Moscou 1960.
- [20] V.M. KUNTESEVITCH "Analyse des systèmes de régulation extrême "pas à pas" avec dérive de l'extrémum"
Avtomatika y Telemekhanika - tome 23, n°7, 1962 (en russe).
- [21] A.A. KRASOVSKII "Dynamique des systèmes auto-régulateurs continus"
Ouvrages de Physique-Mathématique Editions de l'Etat-Moscou 1963 (en russe)

- [30] R. PERRET " Méthode dynamique d'optimalisation"
J. HELEIN Automatismes, tome IX, 1964, n°3et4.
R. ROUXEL
- [31] L. PUN "Evolution de la commande automatique
optimale"
Automatismes, Tome VI, 1962, n°2,3et4.
- [32] H.L. BURMEISTER "Einfache und komplizierte stationäre
Schwingungen in Extremsystemen"
Zeitschr. f. Messen, Steuern, Regeln ;
1966 ; Heft 8.
- [33] INTERMETALL Schaltungsbeispiele 1963
- [34] H. SCHREIBER "Les Transistors au Laboratoire et
dans l'Industrie"
Editions RADIO, PARIS, 1964.

II-4	<u>Principe de fonctionnement des méthodes de R.E.F. proposés</u>	33
II-5	<u>Conclusion</u>	37
Chapitre III - <u>Algorithmes de régulation extrême par extrapolation pour systèmes sans inertie</u>		
III-1	<u>Introduction</u>	41
III-2	<u>Procédés d'extrapolation décrits dans la littérature</u>	42
III-3	<u>Généralités sur les méthodes d'extrapolation basées sur une approximation parabolique</u>	44
III-4	<u>Extrapolation parabolique à partir de 2 points</u>	45
III-4.1	Informations "a priori" nécessaires	45
III-4.2	Elaboration de l'algorithme d'extrémalisation	46
III-4.3	Erreur due à une différence entre la parabole d'extrapolation et la caractéristique extrême	52
III-4.4	Application pratique	54
III-5	<u>Extrapolation parabolique à partir de 3 points</u>	58
III-5.1	Elaboration de l'algorithme d'extrapolation	61
III-5.2	Application pratique	63
III-5.3	Défauts	
III-6	<u>Extrapolation parabolique avec combinaison simultanée des méthodes à 2 et 3 points détectés</u>	69
III-6.1	Idées préliminaires	69
III-6.2	Elaboration de l'algorithme d'extrapolation	70
III-6.3	Erreur due à une différence entre la parabole d'extrapolation et la caractéristique réelle	73
III-6.4	Application pratique	81
III-7	<u>Conclusion</u>	83

Chapitre IV - <u>Méthode de régulation extrême par</u> <u>extrapolation pour systèmes avec</u> <u>inerties</u>	85
IV-1 <u>Principe de fonctionnement</u>	91
IV-2 <u>Cas où la caractéristique extrême est</u> <u>encadrée par deux inerties du 1er ordre</u>	93
IV-2.1 Extrapolation à partir de 2 points	94
IV-2.2 Extrapolation à partir de 3 points	101
IV-2.3 Extrapolation à partir de 2 et 3 points	111
IV-3 <u>Autres cas particuliers basés sur les rela-</u> <u>tions du paragraphe précédent</u>	128
IV-3.1 Une inertie du 1er ordre située avant la caractéristique extrême	129
IV-3.2 Une inertie du 1er ordre située après la caractéristique extrême	132
IV-3.3 Deux inerties du 1er ordre situées avant la caractéristique extrême	133
IV-3.4 Deux inerties du 1er ordre situées après la caractéristique extrême	135
IV-4 <u>Cas général avec inerties quelconques situées</u> <u>avant et après la caractéristique extrême</u>	137
IV-4.1 Elaboration des valeurs nécessaires pour l'utilisation des algorithmes proposés	137
IV-4.2 Formules d'extrémalisation pour le cas général	144
IV-4.3 Effets de retards purs	146
IV-4.4 Variables intermédiaires accessibles	148
IV-5 <u>Considérations sur la stabilité de la méthode</u> <u>proposée par rapport à une variation des</u> <u>caractéristiques d'une inertie</u>	149
IV-6 <u>Conclusion</u>	154
Chapitre V - <u>Procédé de détection et de prédiction</u> <u>de dérives pour systèmes soumis à des</u> <u>perturbations rapides</u>	161
V-1 <u>Introduction</u>	163
V-2 <u>Origine, allure et effets des perturbations</u>	164

V-3 <u>Algorithme de détection et de prédiction de perturbations</u>	I63
V-3.1 Prédiction à partir de 2 points	I68
V-3.2 Prédiction à partir de 3 points	I71
V-4 <u>Application du procédé de détection et de prédiction de dérives</u>	I76
V-4.1 Dérive linéaire horizontale	I77
V-4.2 Dérive linéaire verticale	I78
V-4.3 Perturbation sinusoïdale horizontale	I81
V-4.4 Perturbation sinusoïdale verticale	I82
V-4.5 Dérives agissant sur un système comportant des inerties	I82
V-5 <u>Conclusion</u>	I93
Chapitre VI - <u>Méthode de régulation extrême par extrapolation avec modulation de la durée des pas</u>	
	I95
VI-1 <u>Introduction et principe du fonctionne- ment</u>	I97
VI-2 <u>Description d'une séquence d'optimisa- tion</u>	206
VI-3 <u>Considérations sur la stabilité de la méthode</u>	216
VI-3.1 Stabilité par rapport aux dérives de la caractéristique extrême	217
VI-3.2 Stabilité en présence de bruits	217
VI-3.3 Stabilité liée à une variation du paramètre de la parabole d'extra- polation	217
VI-3.4 Stabilité par rapport à des varia- tions des caractéristiques des parties dynamiques	219
VI-4 <u>Application pratique</u>	221
VI-4.1 Rapidité et stabilité par rapport à des variations de la forme de la caractéristique extrême	222
VI-4.2 Performances d'optimisation liées à des variations des caractéristiques dynamiques du processus	227
VI-4.3 Comportement de la méthode proposée en présence de perturbations extérieu- res	238

VI-5 <u>Améliorations possibles de la méthode proposée</u>	238
VI-6 <u>Conclusion</u>	244
Chapitre VII - <u>Réalisations technologiques</u>	247
VII-1 <u>Technologie d'un S.R.E. avec extrapolation de la caractéristique extrême à partir de 2 points détectés</u>	249
VII-2 <u>Technologie d'un S.R.E. à pas constants</u>	252
VII-2.1 Bloc logique	255
VII-2.2 Bloc de mesure	260
VII-2.3 Bloc de calcul	260
VII-2.4 Bloc de commande	265
VII-2.5 Simulation du système à optimiser	266
VII-3 <u>Technologie d'un S.R.E. avec modulation de la durée des pas</u>	267
VII-3.1 Partie logique	268
VII-3.2 Partie analogique	269
CONCLUSION GENERALE	279

APPENDICE - <u>Méthode quantitative de comparaison des S.R.E. par extrapolation</u>	A.1
A-1 <u>Introduction</u>	A.3
A-2 <u>Principe de la méthode de comparaison</u>	A.5
A-2.1 Idées directrices	A.5
A-2.2 Hypothèses faites sur les conditions de fonctionnement	A.8

A-2.3 Critères de performances à envisager	A.9
A-2.4 Principe de calcul	A.10
A-3 <u>Détermination de la précision et rapidité d'optimisation pour un algorithme d'extrémalisation donné</u>	A.12
A-3.1 Notations utilisées	A.12
A-3.2 Conditions de fonctionnement	A.15
A-3.3 Algorithme d'extrémalisation	A.18
A-3.4 Le calcul détaillé de la perte de recherche et du temps d'optimisation	A.22
A-4 <u>Conclusion</u>	A.53

BIBLIOGRAPHIE
