Contribution à l'étude de la stabilisation de satellites gyroscopiques : conception et réalisation d'un amortisseur actif de nutation

Jean-Claude Amieux

▶ **To cite this version:**

Jean-Claude Amieux. Contribution à l'étude de la stabilisation de satellites gyroscopiques : conception et réalisation d'un amortisseur actif de nutation. Automatique / Robotique. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 1972. Français. NNT : . tel-00176338

HAL Id: tel-00176338

https://theses.hal.science/tel-00176338

Submitted on 3 Oct 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année 1972

THÈSE

présentée

A L'UNIVERSITÉ PAUL SABATIER DE TOULOUSE

en vue de l'obtention

du Titre de DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Jean-Claude AMIEUX

Ingénieur E. N. S. M. Nantes
Diplômé d'astrodynamique de l Université de Glasgow

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DE LA STABILISATION DE SATELLITES GYROSCOPIQUES CONCEPTION ET RÉALISATION D'UN AMORTISSEUR ACTIF DE NUTATION

Soutenue le 11 Octobre 1972 devant la Commission d'Examen

MM.	J. LAGASSE	Président
	Y. SEVELY	Examinateurs
	A. LIEGEOIS	
	M. BISMUT	
	C. GUIONNET	

A Yolande et Eric

A mes parents

avec toute mon affection.

TABLE DES MATIERES

Pages

AVANT-PROPOS

INTRODUCTION 1

CHAPITRE I - Méthodes générales d'étude de la stabilisation des satellites gyroscopiques 3

I-1- Dynamique du satellite non rigide 8

I-1-1- Principe de la mécanique 8

I-1-2- Moment cinétique du satellite 10

I-1-3- Equations du mouvement des parties mobiles 11

I-2- Méthodes d'analyse et de synthèse des amortisseurs de nutation 12

I-2-1- Analyse des performances des amortisseurs passifs 13

I-2-2- Méthode de synthèse des amortisseurs actifs de nutation 16

CHAPITRE II - Analyse et synthèse des amortisseurs passifs de nutation 25

II-1- Etude de l'amortisseur "bille-tube" 27

II-1-1- Modèle mathématique du système 27

II-1-2- Analyse des performances de l'amortisseur 33

II-2- Méthode analytique de dimensionnement des amortisseurs passifs 38

II-3- Exemples d'application de la méthode analytique 39

II-3-1- Amortisseur "bille-tube" 39

II-3-2- Amortisseur pendulaire à un degré de liberté 40

II-3-3- Amortisseur du satellite SAS-A 42

II-4- Amortisseur pendulaire à deux degrés de liberté 44

II-5- Sensibilité des performances optimales aux variations des paramètres 48

II-6- Discussion 50

CHAPITRE III - Conception et réalisation d'un amortisseur actif de nutation 51

III-1- Conception d'un amortisseur actif en vue d'un test en laboratoire sur une structure montée sur un palier à azote. 56

III-1-1- Choix de l'actionneur 56

III-1-2- Choix du capteur de vitesse transverse de la structure 58

III-1-3- Choix du capteur de position de l'équipage mobile 58
III-1-4- Choix du moteur et du capteur de vitesse 58
III-1-5- Caractéristiques des éléments de la chaîne 61
III-1-6- Réalisation de l'organe de commande 61
III-2- Utilisation de l'installation d'essai 63
III-2-1- Présentation de l'installation 63
III-2-2- Méthodes d'équilibrage de la maquette 64
III-2-2-1- Méthode d'équilibrage par identification des composantes du tenseur d'inertie de la maquette 64
III-2-2-2- Méthode expérimentale d'équilibrage 73

CHAPITRE IV - Etude numérique et expérimentale de l'amortisseur actif de nutation ; généralisation des résultats. 77
IV-1- Modèle mathématique du processus 79
IV-1-1- Hypothèses 79
IV-1-2- Equations du mouvement de la structure 81
IV-1-3- Equations de l'équipage mobile 82
IV-2- Validation du modèle mathématique 85
IV-2-1- Etude de l'amortisseur 85
IV-2-2- Etude du mouvement de la structure stabilisée par l'amortisseur actif 88
IV-3- Synthèse de la commande de l'amortisseur 89
IV-3-1- Commandabilité du système 89
IV-3-2- Détermination du critère quadratique 90
IV-3-3- Résultats numériques 91
IV-3-4- Résultats expérimentaux 94
IV-3-5- Etude de lois de commande simplifiées 101
IV-4- Propriétés caractéristiques des amortisseurs actifs 103
IV-4-1- Etude des pôles du système commandé 103
IV-4-2- Amortisseur actif ou configuration "Dual Spin" ? 105
IV-4-3- Sensibilité des performances de l'amortisseur actif aux variations de paramètres 106

IV-5- Guide pour la réalisation d'amortisseurs actifs embarquables 108

IV-5-1- Choix de l'actionneur 108

IV-5-2- Choix du moteur 108

IV-5-3- Choix de l'amortisseur et du dispositif de rappel 109

IV-5-4- Choix du capteur de vitesse transverse 109

IV-5-5- Réglage des paramètres de l'amortisseur 110

CONCLUSION GENERALE 111

BIBLIOGRAPHE 113

AVANT - PROPOS

Les travaux présentés dans ce mémoire ont pu être poursuivis grâce au soutien du Centre National d'Etudes Spatiales par la bourse d'études accordée voici trois ans, et à l'effort du Laboratoire d'Automatique et de ses Applications Spatiales, qui m'a accueilli et fourni les moyens techniques, financiers et intellectuels.

Je tiens tout spécialement à remercier le professeur J. LAGASSE, Directeur du L.A.A.S., pour l'intérêt qu'il accorde aux travaux de notre équipe, et pour l'honneur qu'il me fait en acceptant la présidence de ce jury.

Je remercie très vivement le professeur Y. SEVELY de sa présence à cette commission d'examen et de l'aide apportée à la rédaction finale de ce mémoire.

A Monsieur Alain LIEGEOIS, je tiens à transmettre ma reconnaissance pour son action de responsable de recherches, et pour les idées qu'il m'a transmises à tous les niveaux de mon activité, ainsi que mes souhaits de réussite à l'équipe qu'il a récemment formée.

Que Monsieur BISMUT trouve ici exprimée ma gratitude pour m'avoir fait l'honneur de participer à l'examen de mon travail en qualité de spécialiste du problème traité.

A Monsieur GUIONNET je voudrais dire combien son intérêt pour ces recherches a été encourageant et d'un soutien constant.

A Messieurs BAUZIL et VIALARET, je voudrais transmettre mes remerciements pour l'efficacité et la valeur de leur travail, ainsi que pour le soutien qu'ils m'ont apporté à tout moment ; qu'ils puissent trouver dans ce mémoire les sentiments d'estime et d'amitié que j'ai éprouvés pendant notre collaboration.

Je remercie l'ensemble du personnel du service M.C.I., et notamment Monsieur PINNA pour sa participation active à notre réalisation.

A mes amis B. PRADIN, M. DUREIGNE, D. POELAERT, je dirais combien j'ai apprécié leur esprit d'équipe et leur aide constante. Qu'ils trouvent dans ces quelques pages mes souhaits pour la réussite de leur travail personnel de recherche.

Que Marcel AMOUROUX trouve exprimé dans ces lignes ce que je lui dois pour m'avoir introduit aux théories modernes de l'Automatique.

J'adresse à Messieurs ALENGRIN et HERNANDEZ l'estime et l'amitié que m'ont inspirées plusieurs mois de recherche commune.

A Mademoiselle CABANES, j'adresse enfin, ma gratitude pour la valeur de sa dactylographie, à Messieurs CHAGNEAU, ALONZO et LORTAL mes remerciements pour l'impression de cet ouvrage.

INTRODUCTION

Les travaux que nous présentons dans ce mémoire sont le résultat de trois années passées au sein de l'équipe "conception et mise en œuvre d'algorithmes de commande" animée par Messieurs ROUBELLAT et LIEGEOIS, du Laboratoire d' Automatique et de ses Applications Spatiales du C.N.R.S.

Dans le domaine spatial, sous l'impulsion de Monsieur A. LIEGEOIS, nous nous sommes consacrés au problème de la commande d'attitude des satellites contenant des masses en mouvement, et plus précisémment à la commande d'attitude au moyen de jets de gaz, à la stabilisation d'attitude par variation de configuration inertielle, au pointage géocentrique d'un satellite au moyen de gyroscopes montés sur cardan et enfin à la commande d'attitude de satellites déformables.

Ce mémoire représente les résultats obtenus sur la stabilisation d'attitude d'un satellite gyroscopique ou "spinné", utilisant le principe de variation de configuration inertielle, qui consiste à employer le mouvement relatif d'une pièce mobile dans le corps principal du satellite pour produire la stabilisation recherchée. Ce principe peut être utilisé de deux manières différentes, dont les propriétés sont distinctes : la première est appelée amortissement passif de la nutation, car la partie mobile n'est excitée que par le mouvement du corps principal ; la seconde est l'amortissement actif de la nutation, celle-ci est alors mesurée et utilisée pour la commande du mouvement de la partie mobile.

Dans un premier chapitre, nous donnons la méthode de mise en équations, qui constitue la trame de la description mathématique de tous les dispositifs étudiés dans la suite de notre travail, puis nous explicitons les méthodes théoriques qui nous ont servi à les analyser.

Le deuxième chapitre est consacré à l'étude de l'amortissement passif de la nutation, au cours de laquelle nous démontrons la validité du choix de la constante de temps du système comme critère de qualité, et donnons une méthode analytique simple conduisant au réglage optimal d'un amortisseur ;

nous étudions ensuite le problème de la sensibilité des performances optimales aux variations des paramètres physiques du système, pour aborder une discussion du principe d'amortissement passif, très délicat à maitriser.

Ces considérations nous amènent à étudier en détail la possibilité d'utiliser l'amortissement actif pour éliminer la nutation d'un satellite gyroscopique. Pour s'assurer de la valeur de notre conception, nous avons décidé de concevoir et de réaliser un amortisseur actif testable sur la structure d'essai du satellite D2, montée sur un palier à air et prêtée par le Centre National d'Etudes Spatiales.

Le troisième chapitre de notre mémoire est donc consacré à la conception et à la réalisation d'un amortisseur actif de nutation testable au sol et à l'emploi du simulateur dynamique du C.N.E.S. , désormais opérationnel au L.A.A.S.

Le quatrième et dernier chapitre retrace la comparaison entre les études théoriques et expérimentales menées en parallèle au sein de notre équipe, ce qui nous permet de mettre en évidence l'intérêt de cette méthode d'amortissement de la nutation.

Enfin, compte tenu de l'état actuel de la technologie, nous envisageons un certain nombre de solutions qui pourraient être retenues pour la réalisation d'un modèle de vol.

C H A P I T R E I

METHODES GENERALES D'ETUDE DE LA STABILISATION DES SATELLITES GYROSCOPIQUES

Ce premier chapitre est un tronc commun à l'étude de la stabilisation des satellites gyroscopiques ; nous définissons tout d'abord les termes employés au cours de ce mémoire et la position du problème, nous exposons ensuite les méthodes générales que nous avons utilisées pour l'analyse et la synthèse des amortisseurs de nutation.

Un satellite S se caractérise complètement par son tenseur d'inertie au centre de masse G que nous notons $\underline{\underline{I}}(S, G)$ et dont les composantes par rapport à G xyz sont représentées par la matrice d'inertie

$$I(S,G) = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}$$

$$A = \int_S (y^2+z^2)\,dm \qquad D = \int_S yz\,dm$$

$$B = \int_S (z^2+x^2)\,dm \qquad E = \int_S zx\,dm$$

$$C = \int_S (x^2+y^2)\,dm \qquad F = \int_S xy\,dm$$

A, B, C sont les moments d'inertie du satellite par rapport aux axes x, y, z, respectivement.

D, E, F sont les produits d'inertie.

Lorsque la matrice d'inertie est diagonale, les axes G xyz sont dits principaux centraux d'inertie.

Le mouvement d'un satellite est caractérisé par son vecteur de rotation instantanée $\underline{\Omega}$. Exprimé dans le trièdre Gxyz, le vecteur de rotation instantanée a pour composantes :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

Lorsque l'une des composantes du vecteur de rotation instantanée est nettement plus importante que les deux autres, le satellite est dit spinné. En règle générale, nous choisissons Gz comme axe de spin.

Les vitesses ω_x et ω_y sont alors appelées vitesses transverses.

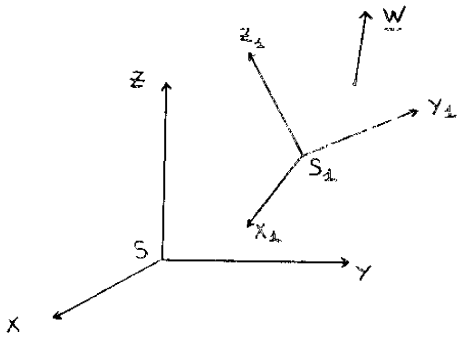
La dynamique du satellite autour de son centre de masse est déterminée à l'aide de son moment cinétique en ce point, qui est défini par :

$$\underline{\mathcal{M}(\upsilon, G)} = \int_S \underline{GM} \wedge \underline{V(M)}\, dm$$

où dm est l'élément de masse situé au point M
et $\underline{V(M)}$ la vitesse absolue du point M.

Nous appelons repère absolu ou galiléen un repère fixe ou en translation par rapport à des axes passant par des étoiles fixes.

Nous introduisons alors la notion de dérivée absolue d'un vecteur.



Soit SXYZ le repère galiléen ou absolu et $S_1X_1Y_1Z_1$ un repère en mouvement par rapport à SXYZ. Soit un vecteur $\underline{W}$ quelconque de l'espace.
La dérivée absolue du vecteur $\underline{W}$ s'écrit :

$$\frac{dW}{dt} = \left.\frac{dW}{dt}\right|_{SXYZ} = \left.\frac{dW}{dt}\right|_{S_1X_1Y_1Z_1} + \underline{\Omega}_{S_1} \wedge \underline{W}$$

où $\underline{\Omega}_{S_1}$ est le vecteur de rotation instantanée du repère $S_1X_1Y_1Z_1$ par rapport au repère SXYZ.

La vitesse absolue du point M est alors par définition $\frac{d}{dt}\ \underline{SM}$.
Dans le cas du satellite rigide

$$\underline{V(M)} = \frac{d\ \underline{SG}}{dt} + \underline{\Omega} \wedge \underline{GM}$$

le moment cinétique en G s'écrit alors, grâce à la définition du centre de masse :

$$\underline{\mathcal{M}(\upsilon, G)} = \int_S \underline{GM} \wedge (\underline{\Omega} \wedge \underline{GM})\, dm = \int_S \left[\|\underline{GM}\|^2 \underline{\Omega} - (\underline{GM}.\underline{\Omega})\underline{GM} \right] dm$$

d'où, avec les notations définies ci-dessus :

$$\underline{\mathcal{M}(\upsilon, G)} = \underline{I}(S, G).\underline{\Omega}$$

Ce premier chapitre est un tronc commun à l'étude de la stabilisation des satellites gyroscopiques ; nous définissons tout d'abord les termes employés au cours de ce mémoire et la position du problème, nous exposons ensuite les méthodes générales que nous avons utilisées pour l'analyse et la synthèse des amortisseurs de nutation.

Un satellite S se caractérise complètement par son tenseur d'inertie au centre de masse G que nous notons $\underline{\underline{I}}(S, G)$ et dont les composantes par rapport à G xyz sont représentées par la matrice d'inertie

$$I(S,G) = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}$$

$$A = \int_S (y^2+z^2)\,dm \qquad D = \int_S yz\,dm$$

$$B = \int_S (z^2+x^2)\,dm \qquad E = \int_S zx\,dm$$

$$C = \int_S (x^2+y^2)\,dm \qquad F = \int_S xy\,dm$$

A, B, C sont les moments d'inertie du satellite par rapport aux axes x, y, z, respectivement.

D, E, F sont les produits d'inertie.

Lorsque la matrice d'inertie est diagonale, les axes G xyz sont dits principaux centraux d'inertie.

Le mouvement d'un satellite est caractérisé par son vecteur de rotation instantanée $\underline{\Omega}$. Exprimé dans le trièdre Gxyz, le vecteur de rotation instantanée a pour composantes :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

Lorsque l'une des composantes du vecteur de rotation instantanée est nettement plus importante que les deux autres, le satellite est dit spinné. En règle générale, nous choisissons Gz comme axe de spin.

Les vitesses ω_x et ω_y sont alors appelées vitesses transverses.

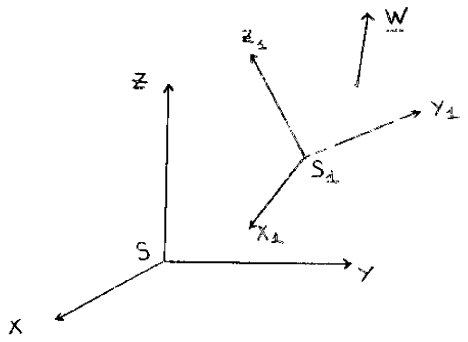
La dynamique du satellite autour de son centre de masse est déterminée à l'aide de son moment cinétique en ce point, qui est défini par :

$$\underline{\mathcal{M}(O,G)} = \int_S \underline{GM} \wedge \underline{V(M)}\, dm$$

où dm est l'élément de masse situé au point M
et $\underline{V(M)}$ la vitesse absolue du point M.

Nous appelons repère absolu ou galiléen un repère fixe ou en translation par rapport à des axes passant par des étoiles fixes.

Nous introduisons alors la notion de dérivée absolue d'un vecteur.



Soit SXYZ le repère galiléen ou absolu et $S_1X_1Y_1Z_1$ un repère en mouvement par rapport à SXYZ. Soit un vecteur $\underline{W}$ quelconque de l'espace.
La dérivée absolue du vecteur $\underline{W}$ s'écrit :

$$\frac{dW}{dt} = \left.\frac{dW}{dt}\right|_{SXYZ} = \left.\frac{dW}{dt}\right|_{S_1X_1Y_1Z_1} + \underline{\Omega}_{S_1} \wedge \underline{W}$$

où $\underline{\Omega}_{S_1}$ est le vecteur de rotation instantanée du repère $S_1X_1Y_1Z_1$ par rapport au repère SXYZ.

La vitesse absolue du point M est alors par définition $\frac{d}{dt}\ \underline{SM}$.
Dans le cas du satellite rigide

$$\underline{V(M)} = \frac{d\,\underline{SG}}{dt} + \underline{\Omega} \wedge \underline{GM}$$

le moment cinétique en G s'écrit alors, grâce à la définition du centre de masse :

$$\underline{\mathcal{M}(O,G)} = \int_S \underline{GM} \wedge \left(\underline{\Omega} \wedge \underline{GM}\right) dm = \int_S \left[\|\underline{GM}\|^2 \underline{\Omega} - (\underline{GM}.\underline{\Omega})\,\underline{GM}\right] dm$$

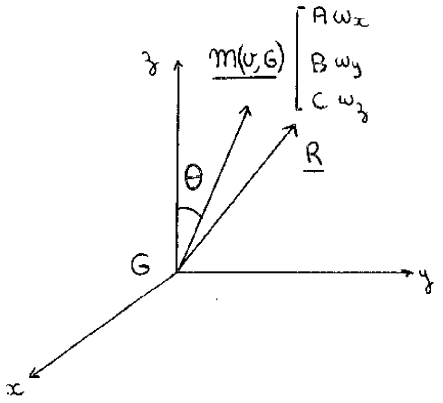
d'où, avec les notations définies ci-dessus :

$$\underline{\mathcal{M}(O,G)} = \underline{I}(S,G).\underline{\Omega}$$

Nous définissons l'éllipsoïde central d'inertie comme la quadrique associée au tenseur central d'inertie et d'équation, dans les axes Gxyz :

$$A\,x^2 + B\,y^2 + C\,z^2 - 2\,Dyz - 2\,Ezx - 2\,F\,xy = 0$$

Pour un corps rigide spinné, d'axes G xyz principaux centraux d'inertie nous définissons la nutation comme l'angle existant entre le moment cinétique et l'axe géométrique de spin du satellite, soit θ :



$$tg\,\theta = \sqrt{\left(\frac{A}{C}\,\frac{\omega_x}{\omega_z}\right)^2 + \left(\frac{B}{C}\,\frac{\omega_y}{\omega_z}\right)^2}$$

L'amortissement de la nutation, ou l'annulation de l'angle de nutation, a pour effet de rendre colinéaires l'axe de spin et le moment cinétique du satellite, ou encore d'éliminer ses vitesses transverses ; nous définissons cette action comme la stabilisation du satellite.

Le pointage d'un satellite gyroscopique par contre consiste, non seulement à rendre l'axe de spin colinéaire avec le moment cinétique du satellite, mais encore à les maintenir tous deux colinéaires avec une direction de référence R.

Nous appelons amortisseur passif de nutation tout mécanisme assurant l'élimination de l'angle de nutation sans apport d'énergie.

Si pour opérer normalement le mécanisme doit être alimenté de façon constante en énergie, l'amortissement de la nutation est dit semi-passif. C'est le cas d'un volant d'inertie monté sur un cardan.

Nous appelons amortisseur actif de nutation un mécanisme ayant même effet mais dont le mouvement est commandé.

Un satellite non rigide peut comporter deux ou plusieurs parties

connectées et mobiles les unes par rapport aux autres.

La stabilisation des satellites spinnés sera assurée grâce aux couplages entre l'amortisseur et le corps principal du satellite, phénomènes qui sont exactement décrits par les équations de la mécanique d'un corps non rigide.

I-1 - DYNAMIQUE DU SATELLITE NON RIGIDE

Nous exposons dans ce paragraphe la méthode de mise en équations du mouvement d'un corps déformable, mobile autour de son centre de masse considéré comme fixe dans l'espace inertiel. Deux approches sont possibles :

. l'application directe du principe général de la mécanique [1] à l'aide du théorème du moment cinétique

. l'application du principe variationnel de Hamilton à l'aide des équations de Lagrange [2]

Ces deux approches sont équivalentes quant au résultat, mais la première impose l'élimination des forces et des couples de réaction entre les parties constitutives du satellite, la seconde exige le calcul des déplacements jusqu'au second ordre en les coordonnées généralisées [3], [4] ; lorsque le satellite est composé de deux corps rigides interconnectés, nous avons jugé préférable l'utilisation directe du principe de la mécanique tel qu'il est énoncé par P. Germain [1] suivant le formalisme donné par P.W. Likins [5] qui considère le satellite composé d'un corps principal connecté à plusieurs parties mobiles par rapport à lui.

III-1-1 - Principe de la mécanique

Le torseur d'un ensemble de forces en un point est défini par la résultante de ces forces et par leur moment résultant en ce point.

Le principe de la mécanique, tel qu'il est énoncé par P. Germain [1] s'écrit :

"Il existe un repère dit absolu ou Galiléen et une façon de mesurer le temps, tels que, à chaque instant et pour tout système matériel, le torseur des quantités d'accélération soit équivalent au système des forces extérieures s'exerçant sur le système considéré".

De ce principe nous tirons quelques remarques qui sont importantes pour la suite de notre travail :

. notre repère Galiléen sera lié au centre de masse du véhicule que nous considèrerons donc en translation dans l'espace de référence, ce qui est une approximation légitime compte tenu des rayons de courbure importants de la trajectoire

. le principe de la mécanique s'applique quelque soit le système matériel, quelle qu'en soit la décomposition et donc pour n'importe quelle partie du système.

Ceci nous permettra de décomposer un satellite en plusieurs parties indépendantes et d'écrire, grâce à ce principe, les équations du mouvement de chaque partie.

Deux torseurs sont équivalents lorsqu'ils ont même résultante et même moment résultant en un point.

Le principe de la mécanique s'écrit donc, en désignant par $\underline{Fe}$ les forces extérieures au système :

$$\int_{Système} \underline{\Gamma(M)}\, dm = \sum_{Système} \underline{F_e}$$

$$\int_{Système} \underline{OM} \wedge \underline{\Gamma(M)}\, dm = \underline{\mathcal{M}(F_e, O)}$$

Par définition le moment cinétique en O d'un système s'écrit :

$\underline{\mathcal{M}(v,O)} = \int_{Système} \underline{OM} \wedge \underline{V(M)}\, dm$ où M est un élément de masse dm du satellite.

La dérivée absolue de ce vecteur s'écrit ;

$$\frac{d}{dt}\left[\underline{\mathcal{M}(v,O)}\right] = \int_{Système} \frac{d}{dt}\left[\underline{OM} \wedge \underline{V(M)}\right] dm = \int_{Système} \left[\underline{V(M)} - \underline{V(O)}\right] \wedge \underline{V(M)}\, dm + \int_{Système} \underline{OM} \wedge \underline{\Gamma(M)}\, dm$$

$$= \int_{Système} \underline{OM} \wedge \underline{\Gamma(M)}\, dm - \underline{V(O)} \wedge \int_{Système} \underline{V(M)}\, dm$$

donc

$$= \int_{Système} \underline{OM} \wedge \underline{\Gamma(M)}\, dm - M\, \underline{V(O)} \wedge \underline{V(G)}$$

D'où l'expression du théorème du moment cinétique lorsque nous exprimons le principe de la mécanique au centre de masse G

$$\frac{d}{dt}\left[\underline{\mathcal{M}(v,G)}\right] = \underline{\mathcal{M}(Fe,G)}$$

I-1-2- Moment cinétique du satellite

Soit G le centre de masse du système et O le point du corps principal qui, à l'équilibre, coïncide avec G.

Désignons par le vecteur $\underline{R}$ la position de M par rapport au centre de masse du système déformé G.

$$\underline{R} = \underline{GM} = \underline{R_o} + \underline{r} \qquad \text{avec} \qquad \underline{R_o} = \underline{GO} \qquad \underline{r} = \underline{OM}$$

par définition

$$\underline{\mathcal{M}(v,G)} = \int_{\text{Satellite}} \underline{GM} \wedge \underline{V(M)}\, dm = \int_{\text{Satellite}} \underline{R} \wedge \underline{\dot{R}}\, dm$$

En explicitant :

$$\underline{\mathcal{M}(v,G)} = \int_S \left[(\underline{R_o} + \underline{r}) \wedge \left(\underline{R_o'} + \underline{\Omega} \wedge \underline{R_o} + \underline{r'} + \underline{\Omega} \wedge \underline{r}\right)\right] dm$$

$$= M\,\underline{R_o} \wedge \left(\underline{R_o'} + \underline{\Omega} \wedge \underline{R_o}\right) + \underline{R_o} \wedge \int_S \left(\underline{r'} + \underline{\Omega} \wedge \underline{r}\right) dm$$

$$+ \left[\int_S \underline{r}\, dm\right] \wedge \left[\underline{R_o'} + \underline{\Omega} \wedge \underline{R_o}\right] + \int_S \underline{r} \wedge \left(\underline{r'} + \underline{\Omega} \wedge \underline{r}\right) dm$$

où (') désigne la dérivation temporelle dans le système d'axes mobile de vecteur de rotation instantanée $\underline{\Omega}$

comme $\int_S \underline{OM}\, dm = \int_S \underline{r}\, dm = M\,\underline{OG} = -M\,\underline{R_o}$

donc $\int_S \underline{r}\, dm = -M\,\underline{R_o}$ et $\int_S \underline{r'}\, dm = -M\,\underline{R_o'}$

il vient :

$$\underline{\mathcal{M}(U,G)} = \underline{R_0} \wedge \int_S (\underline{r}' + \underline{\Omega} \wedge \underline{r})\, dm + \int_S \underline{r} \wedge (\underline{r}' + \underline{\Omega} \wedge \underline{r})\, dm$$

$$= \underline{R_0} \wedge \int_S \underline{r}'\, dm + \underline{R_0} \wedge \int_S \underline{\Omega} \wedge \underline{r}\, dm + \int_S \underline{r} \wedge \underline{r}'\, dm + \int_S \underline{r} \wedge (\underline{\Omega} \wedge \underline{r})\, dm$$

$$= -M\, \underline{R_0} \wedge \underline{R'_0} - \underline{R_0} \wedge (\underline{\Omega} \wedge M \underline{R_0}) + \int_S \underline{r} \wedge \underline{r}'\, dm + \int_S \underline{r} \wedge (\underline{\Omega} \wedge \underline{r})\, dm$$

$$= (\underline{R'_0} + \underline{\Omega} \wedge \underline{R_0}) \wedge M \underline{R_0} + \int_S \underline{r} \wedge (\underline{\Omega} \wedge \underline{r})\, dm + \int_S \underline{r} \wedge \underline{r}'\, dm$$

Le terme $\int_S \underline{r} \wedge (\underline{\Omega} \wedge \underline{r})\, dm$ est l'expression du moment cinétique d'un seul solide en mouvement, que nous écrivons :

$$\int_S \underline{r} \wedge (\underline{\Omega} \wedge \underline{r})\, dm = \underline{\mathcal{M}(U,O)} = \underline{\underline{I}}(S,O) \cdot \underline{\Omega}$$

où $\underline{\underline{I}}$ (S, O) ainsi défini est le tenseur d'inertie du satellite déformé.

D'où l'expression générale, en fonction des hypothèses faites :

$$\underline{\mathcal{M}(U,G)} = \underline{\underline{I}}(S,O) \cdot \underline{\Omega} + (\underline{R'_0} + \underline{\Omega} \wedge \underline{R_0}) \wedge M \underline{R_0} + \int_S \underline{r} \wedge \underline{r}'\, dm$$

Les équations de rotation du satellite se déduisent par dérivation absolue :

$$\frac{d}{dt} \underline{\mathcal{M}(U,G)} = \underline{\mathcal{M}(Fe,G)}$$

Le moment des forces extérieures dues au gradient de gravité, à la pression de radiation solaire, au frottement aérodynamique, à l'interaction du dipôle magnétique résiduel du satellite avec le champ magnétique terrestre, dépend des paramètres orbitaux et de la configuration du satellite et ne peut être calculé que dans chaque cas particulier.

I-1-3- Equations du mouvement des parties mobiles

Elle sont obtenues à partir du principe de la mécanique appliqué au

système défini en isolant chaque partie mobile du reste du véhicule et en tenant compte dans Fe des forces de liaison :

$$\begin{cases} M\,\underline{\Gamma}(G) = \sum \underline{Fe} \\ \dfrac{d}{dt}\,\underline{m}(v,G) = \underline{m}(Fe,G) \end{cases}$$

Dans ces équations, G est alors le centre de masse de la partie mobile et Fe représente les forces extérieures s'exerçant sur le système ainsi isolé.

La méthode de mise en équations exposée ci-dessus permet d'obtenir un modèle mathématique du processus qui, après linéarisation, sert à analyser les performances des amortisseurs considérés, à les simuler, et aussi à les optimiser.

I-2- METHODES D'ANALYSE ET DE SYNTHESE DES AMORTISSEURS DE NUTATION

La discrimination que nous avons faite entre les deux principes d'amortissement passif et actif de la nutation d'un satellite spinné apparait nettement, dès que nous cherchons à analyser et à optimiser les performances de ces systèmes. En effet, le modèle mathématique décrivant l'évolution de l'ensemble constitué par le corps principal et l'amortisseur passif de nutation est de la forme :

$$\dot{\underline{x}}(t) = g\left[\underline{x}(t),\ \underline{p}(t)\right]$$

où $\underline{x}$ est le vecteur d'état du système

$\underline{p}$ un vecteur de paramètres

C'est donc un système autonome.

Lorsque l'amortisseur est actif, le modèle mathématique de l'ensemble est de la forme :

$$\dot{\underline{x}}(t) = f\left[\underline{x}(t),\ \underline{\mu}(t)\right]$$

où $\underline{\mu}$ est le vecteur de commande du système

t est le temps.

Dans chaque cas nous choisissons un indice de qualité des performances, dénommé critère, qui, une fois minimisé assure un fonctionnement correct du processus, à savoir, un retour asymptotique à la position d'équilibre comme réponse à un échelon de conditions initiales.

I-2-1 - Analyse des performances des amortisseurs passifs

A défaut de méthodes générales d'analyse des systèmes dynamiques non linéaires, nous opérons tout d'abord une linéarisation des équations du modèle mathématique, qui est alors de la forme :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(p)\, x \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

Nous choisissons comme critère de performance la constante de temps du système, définie comme l'inverse de la valeur absolue de la plus petite partie réelle des pôles du système, racines de l'équation caractéristique :

$$\det \left[s\, I - A(p) \right] = 0 = \sum_{i=0}^{n} a_{n-i} s^i$$

où s est la variable de Laplace et n l'ordre du système.

Si nous appelons $\{s_j\}$ l'ensemble des racines de l'équation caractéristique du système, la solution du système d'équations différentielles est de la forme :

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^{n} C_j^i \, e^{s_j t}$$

où C_j^i est un coefficient complexe dépendant des conditions initiales de la composante x_i, relatif au pôle s_j.

D'après la forme de cette solution nous remarquons que le critère de performance ne sera valable que si l'amplitude relative au pôle le moins amorti est du même ordre de grandeur que les amplitudes des pôles du système plus amortis. Nous avons alors développé une méthode nous permettant un

calcul simple de ces amplitudes, dans le cas particuler où les pôles du système sont complexes conjugués deux à deux, ce qui sera toujours le cas pour les systèmes passifs.

La solution temporelle du système est alors de la forme :

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^{n/2} \left[C_k^i e^{\Delta_k t} + \bar{C}_k^i e^{\bar{\Delta}_k t} \right]$$

Le calcul des amplitudes est fait à partir de la fonction de transfert liant une composante x_i aux conditions initiales. En effet, d'après le théorème de Cayley-Hamilton, toute matrice est solution de son équation caractéristique. Donc :

$$\sum_{j=0}^{n} a_{n-j} A^j = 0$$

En dérivant n fois l'équation $\dot{x} = A x$, il vient, puisque A est une matrice constante :

$$\begin{cases} \ddot{x} = A \dot{x} = A^2 x \\ \vdots \\ x^{(n)} = A^n x \end{cases}$$

d'où la relation :

$$\sum_{j=0}^{n} a_{n-j} x_i^{(i)}(t) = 0$$

en utilisant la transformation de Laplace :

$$x_i^{(n)}(t) \sqsubset s^n X_i(s) - \sum_{k=0}^{n-1} x_i^{(k)}(0)\, s^{n-1-k}$$

nous obtenons :

$$X_i(s) \sum_{j=0}^{n} a_{n-j} s^j = \sum_{j=1}^{n} a_{n-j} \sum_{k=0}^{j-1} x_i^{(k)}(0)\, s^{j-1-k}$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} x_i^{(k)}(0) \sum_{j=1}^{n-k} a_{n-k-j}\, s^{j-1}$$

d'où la fonction de transfert :

$$X_i(s) = \frac{\sum_{k=0}^{n-1} x_i^{(k)}(0) \sum_{j=1}^{n-k} a_{n-k-j}\, s^{j-1}}{\sum_{j=0}^{n} a_{n-j}\, s^j} = \frac{N(s)}{D(s)}$$

que nous décomposons en éléments simples

$$X_i(s) = \sum_{j=1}^{n/2} \left[\frac{C_i^j}{s-s_j} + \frac{\bar{C}_i^j}{s-\bar{s}_j} \right]$$

où C^j_i est le résidu de X_i (s) relatif au pôle s_j qui est, par définition de la décomposition en éléments simples d'une fraction rationnelle :

$$C_i^j = a_j + i\, b_j = \lim_{s \to s_j} \left[(s-s_j) \frac{N(s)}{D(s)} \right] = \frac{N(s_j)}{D'(s_j)}$$

Posons

$$\cos \varphi_j = a_j \left(a_j^2 + b_j^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\sin \varphi_j = b_j \left(a_j^2 + b_j^2\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$s_j = \lambda_j + i\, \mu_j$$

en groupant les termes conjugués :

$$\frac{C_i^j}{s-s_j} + \frac{\bar{C}_i^j}{s-\bar{s}_j} = \frac{2\, a_j (s+\lambda_j) - 2 \mu_j b_j}{(s+\lambda_j)^2 + b_j^2} = 2 \left(a_j^2 + b_j^2\right)^{1/2} \frac{(s+\lambda_j)\cos\varphi_j - \mu_j \sin\varphi_j}{(s+\lambda_j)^2 + \mu_j^2}$$

soit en prenant la transformée inverse de cette fonction

$$x_i(t) = 2 \sum_{j=1}^{n/2} \left(a_j^2 + b_j^2\right)^{1/2} e^{-\lambda_j t} \cos\left(\mu_j t + \varphi_j\right)$$

qui représente la réponse temporelle du système dans ce cas. Cette expression qui permet une analyse complète du processus sera introduite dans la méthode numé-

rique d'optimisation exposée au § II-1-2-, pour valider l'optimisation de la constante de temps.

I-2-2- Méthode de synthèse des amortisseurs actifs de nutation

Nous utilisons les méthodes classiques de la théorie de la commande, conduisant à la détermination d'une loi de commande minimisant un critère de performance, assurant un fonctionnement correct du système [6,7,8,9].

I-2-2-1- Conditions nécessaires d'optimalité

Soit à résoudre le problème de la commande optimale d'un système dynamique, qui s'écrit, sous forme d'état :

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, t) \\ x(t_0) = x_0 \end{cases}$$

ce qui, mathématiquement, correspond à déterminer la commande $u(t)$ qui minimise un critère qui s'écrit de façon générale :

$$J = \Theta[x(t), t]\Big|_{t_0}^{t_f} + \int_{t_0}^{t_f} \phi[x(t), u(t), t]\, dt$$

Le problème revient donc à celui de la minimisation d'une fonctionnelle J en présence d'une contrainte égalité :

$$\dot{x} = f(x, u, t)$$

lorsque le temps final t_f est fixé, sans que soit spécifié l'état $x(t_f)$.

Nous utilisons la méthode des multiplicateurs de Lagrange pour tenir compte de cette contrainte. Le critère s'écrit alors :

$$J = \Theta[x(t), t]\Big|_{t_0}^{t_f} + \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \phi[x(t), u(t), t] + \lambda^T(t) \left[f[x(t), u(t), t] - \dot{x} \right] \right\} dt$$

Nous définissons le Hamiltonien comme la fonction scolaire :

$$H\left[x(t), u(t), \lambda(t), t\right] = \phi\left[x(t), u(t), t\right] + \lambda^T(t)\, f\left[x(t), u(t), t\right]$$

Le critère s'écrit :

$$J = \theta\left[x(t), t\right]\Big|_{t_0}^{t_f} + \int_{t_0}^{t_f} \left\{ H\left[x(t), u(t), t, \lambda(t)\right] - \lambda^T(t)\, \dot{x} \right\} dt$$

en intégrant par parties le dernier terme sous l'intégrale, nous obtenons :

$$J = \left\{\theta\left[x(t), t\right] - \lambda^T(t)\, x(t)\right\}\Big|_{t_0}^{t_f} + \int_{t_0}^{t_f} \left\{ H\left[x(t), u(t), \lambda(t), t\right] + \dot{\lambda}^T(t) x(t) \right\} dt$$

Prenons maintenant la 1ère variation de J pour des variations de la commande et par conséquent du vecteur d'état :

$$\delta J = \left\{\delta x^T \left[\frac{\partial \theta}{\partial x} - \lambda\right]\right\}\Big|_{t_0}^{t_f} + \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \delta x^T \left[\frac{\partial H}{\partial x} + \dot{\lambda}\right] + \delta u^T \frac{\partial H}{\partial u} \right\} dt$$

Une condition nécessaire pour que J soit minimum est que sa 1ère variation s'annulle pour des variations arbitraires δu et δx : ce qui se traduit par :

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x} \qquad \frac{\partial H}{\partial u} = 0 \qquad \lambda(t_f) = \frac{\partial \theta\left[x(t_f), t_f\right]}{\partial x(t_f)}$$

La première expression définit les multiplicateurs de Lagrange, la seconde montre que la commande optimale est celle qui rend extrémal le Hamiltonien du système, la dernière est la condition de transversalité.

I-2-2-2- Synthèse de la commande d'un système linéaire en fonction d'un critère quadratique

Soit maintenant un système linéaire commandable à état initial fixé :

$$\begin{cases} \dot{x} = A\, x + B\, u \\ x\,(0) = x_0 \end{cases}$$

et considérons le problème de la minimisation d'un critère quadratique en fonction de l'état et la commande :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \left[x^T Q x + u^T R u \right] dt$$

ce qui revient, pour un problème de régulation, à minimiser l'intégrale de la somme pondérée des déviations des variables d'état et de l'énergie nécessaire à la commande, par une loi de commande dite alors optimale.

Le Hamiltonien du système s'écrit :

$$H = \frac{1}{2} x^T Q x + \frac{1}{2} u^T R u + \lambda^T A x + \lambda^T B u$$

Les conditions nécessaires d'optimalité s'écrivent alors :

$$\dot{\lambda} = - \frac{\partial H}{\partial x} = - Q x - A^T \lambda$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 = R u + B^T \lambda$$

$$\lambda(t_f) = 0$$

D'où nous tirons :

$$u = - R^{-1} B^T \lambda(t)$$

Cherchons à réaliser une commande en boucle fermée du type :

$$u(t) = K(t)\, x(t)$$

L'expression donnant la commande optimale s'écrit :

$$u = - R^{-1} B^T K x$$

Le système commandé a pour équation :

$$\begin{cases} \dot{x} = \left[A - B R^{-1} B^T K \right] x \\ x(0) = x_0 \end{cases}$$

La 1ère condition d'optimalité devient alors :

$$\dot{K} x + K \left[A - B R^{-1} B^T K \right] x = - Q x - A^T K x$$

ou encore :

$$\left[\dot{K} + K A + A^T K - K B R^{-1} B^T K + Q \right] x = 0$$

Cette relation doit être vérifiée quel que soit l'état x donc:

$$\dot{K} = - KA - A^T K + KBR^{-1} B^T K - Q$$

La condition de transversalité s'écrit, puisque $x(t_f)$ n'est pas fixé :

$$K(t_f) = 0$$

Cette équation différentielle matricielle est appelée l'équation de Riccati du problème de commande optimale.

Cherchons maintenant une condition suffisante d'optimalité, en calculant la seconde variation de J :

$$\delta J = \int_0^{t_f} \left[\delta x^T Q x + \delta u^T R u \right] dt$$

$$\delta^2 J = \int_0^{t_f} \left[\delta x^T Q \delta x + \delta u^T R \delta u \right] dt$$

Pour que l'optimum ainsi calculé soit un minimum il suffit que $\delta^2 J$ soit positif ou nul.

Q et R doivent donc être semi-définies positives. Comme R^{-1} doit exister, R doit être définie positive.

Calculons la valeur minimale du critère ;

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \left[x^T Q x + u^T R u \right] dt$$

avec $u^T R u = x^T K B R^{-1} K x$

De la 1ère condition d'optimalité nous obtenons :

$$Q x = - \dot{\lambda} - A^T \lambda$$

donc

$$x^T Q x = - x^T \dot{\lambda} - x^T A^T \lambda$$

comme $\dot{x} = A x - B R^{-1} B^T K x$

$$x^T A^T = \dot{x}^T + x^T K B R^{-1} B^T$$

et $x^T A^T \lambda = \dot{x}^T \lambda + x^T K B R^{-1} B^T K x$

d'où nous tirons $$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \left[-\dot{x}^T \lambda - \dot{x}^T \lambda \right] dt$$

et enfin $$J = \frac{1}{2} \left| x^T(t)\, \lambda(t) \right|_0^{t_f}$$

La condition de transversalité impose $\lambda (t_f) = 0$ et comme $\lambda (t) = K(t)\, x(t)$ la valeur minimum du critère s'écrit :

$$J = \frac{1}{2} \; x_0 \, K (0) \, x_0$$

Cette valeur étant par définition positive, son expression montre que K (0) existe, que K(0) est définie positive et de plus unique puisque la valeur minimale du critère est unique, d'après les conditions d'optimalité.

La matrice K(0) est obtenue par intégration rétrograde de l'équation de Riccati, à partir de $K (t_f) = 0$

$$- \dot{K} = KA + A^T K - KBR^{-1} B^T K + Q$$

ce qui revient, à partir de la condition $K (0) = 0$, à intégrer l'équation :

$$\frac{dK}{d\tau} = KA + A^T K - KBR^{-1} B^T K + Q$$

en fonction de $\tau = - t$. Kalman [8] a montré que pour un système commandable :

$$\lim_{\tau \to \infty} \dot{K} (\tau) = 0 = K (\infty) A + A^T K (\infty) - K (\infty) BR^{-1} B^T K (\infty) + Q$$

La commande optimale en fonction du critère $J = \frac{1}{2} \int \left[x^T Q x + u^T R u \right] dt$ est alors linéaire et invariante et conduit au système :

$$\dot{x} = (A - BR^{-1} B^T K) \; x$$

$$x (0) = x_0$$

dont nous étudions la stabilité par la méthode de Lyapunov.

Choisissons comme fonction de Lyapunov, la fonction définie positive $V (x) = x^T K x$ où K est la solution définie positive et symétrique de l'équation algébrique et matricielle, définie ci-dessus.

Alors, en dérivant cette fonction par rapport au temps :

$$\dot{V}(x) = \dot{x}^T K x + x^T K \dot{x}$$

en posant $F = A - BR^{-1} B^T K$ nous obtenons : $\dot{x} = Fx$

$$\dot{V}(x) = x^T F^T K x + x^T K F x$$

$$= x^T (F^T K + KF) x$$

Comme $KA + A^T K - KBR^{-1} B^T K + Q = 0$

$$(A - BR^{-1} B^T K)^T K + K (A - BR^{-1} B^T K) = -(Q + KBR^{-1} B^T K)$$

et que R^{-1}, matrice définie positive, peut s'écrire : $R^{-1} = DD^T$

il vient : $F^T K + KF = -(Q + HH^T)$ avec $H = KBD$

$$= -E$$

Q est une matrice semi-définie positive, HH^T est une matrice définie positive donc E est une matrice définie positive.

$\dot{V}(x)$ est donc définie négative; comme K est définie positive, d'après le théorème de Lyapunov, le système

$$\dot{x} = F x$$

est stable asymptotiquement.

La conclusion de ce rappel théorique est que si le modèle mathématique de notre processus est un système linéaire commandable, le choix d'un critère quadratique à horizon infini conduit à une loi de commande linéaire et invariante, facilement implantable. Le problème est donc de résoudre l'équation algébrique matricielle de Riccati ; nous explicitons ci-dessous les méthodes connues de résolution.

I-2-2-3- Mise en oeuvre de la commande optimale

Soit donc à résoudre l'équation matricielle

$$KA + A^T K - KBR^{-1} B^T K + Q = 0$$

correspondant au système linéaire :

$$\dot{X} = A X + B u$$

La convergence des algorithmes de résolution de cette équation dépend de la commandabilité du système qui est caractérisé par le rang de la matrice

$$\left[B \;\vdots\; AB \;\vdots\; A^2B \;\vdots\; \cdots A^{n-1}B \right]$$

où n est l'ordre du système, le critère étant que cette matrice est de rang n.

Pour un système dont la commande est scalaire, le critère s'écrit :

$$\det \left[B \;\vdots\; AB \;\vdots\; A^2B \ldots \vdots\; A^{n-1}B \right] \neq 0$$

Plusieurs méthodes sont connues pour résoudre l'équation algébrique matricielle de Riccati.

. la méthode d'intégration directe de l'équation différentielle de Riccati du paragraphe I-2-2-2-, en temps inversé.

Soit donc à résoudre :

$$\begin{cases} \dot{K} = KA + A^T K - KBR^{-1}B^T K + Q \\ K(0) = 0 \end{cases}$$

Nous cherchons la limite de K lorsque t augmente indéfiniment. Un algorithme de Runge-Kutta du 4ème ordre a été utilisé et la solution de notre problème a été obtenue par ce procédé grâce à un programme Fortran. Le temps de calcul est de 1' sur IBM 370, pour un système d'ordre 4.

. la méthode itérative de D.L. Kleinmann [10] consiste à transformer l'équation algébrique matricielle en une suite récurrente d'équations de Lyapunov. C'est-à-dire que l'équation :

$$KA + A^T K - KBR^{-1}B^T K + Q = 0$$

qui s'écrit : $$(A-BR^{-1}B^T K)^T K + K(A-BR^{-1}B^T K) = -(Q + KBR^{-1}B^T K)$$

peut encore s'écrire si nous posons $G = -R^{-1}B^T K$

$$A' = A - BG$$

$$A'^T K + KA' = -(Q + G^T RG)$$

La méthode consiste, à partir de G_0 telle que $(A-BG_0)$ soit stable, à calculer une nouvelle valeur de K par les formules récurrentes :

$$\begin{cases} G_n = -R^{-1}B^T K_n \\ A'_n = A - BG_n \\ A'^T_n K_{n+1} + K_{n+1} A'_n = -(Q + G_n^T R\, G_n) \end{cases}$$

D.L. Kleinmann a montré que la limite de K_n lorsque n augmente est constante. A chaque itération cependant nous devons résoudre l'équation de Lyapunov ci-dessus, ce qui s'opère en la transformant en un système de $\frac{1}{2}$ n (n+1) équations, si n est l'ordre du système considéré, de la forme :

$$W_n V_{n+1} = H_n$$

où W_n est une matrice carrée n (n+1) /2 élaborée à partir de A'_n et A'^T_n grâce à l'algorithme de Bingulac [15], V_{n+1} est le vecteur de dimension n(n+1)/2 représentant les inconnues K_{n+1} et H_n le vecteur représentant la matrice symétrique $(Q + G_n^T R\, G_n)$.

Alors $V_{n+1} = W_n^{-1} H_n$ donne K_{n+1}; le processus s'arrête lorsque les éléments de K_n restent constants.

Cette méthode est très performante, quelques secondes d'IBM 370 sont suffisantes pour calculer le résultat avec une bonne approximation. Le problème des gains initiaux G_0 se sont trouvés résolus par le fait que les pôles du système libre sont soit nuls, soit à parties réelles négatives, ce qui assure la convergence des itérations.

. la méthode de Potter Mac Farlane et O' Donnel [11, 12, 13, 14] n'est donnée que pour mémoire; c'est une méthode basée sur la factorisation de la matrice hamiltonienne associée au problème d'optimisation : en effet, les conditions nécessaires d'optimalité conduisent au système :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax - BR^{-1}B^T\lambda \\ \dot{\lambda} = -Qx - A^T\lambda \end{cases} \qquad \text{soit} \quad \dot{Z} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \lambda \end{bmatrix} = H\,Z$$

$$\text{si} \quad H = \begin{bmatrix} A & -BR^{-1}B^T \\ -Q & -A^T \end{bmatrix}$$

En calculant les valeurset les vecteurspropres de H, nous pouvons définir deux matrices S et T, matrices des vecteurs propres de H correspondant

aux valeurs propres stables et instables respectivement ; la solution de l'équation de Riccati est alors donnée par :

$$K = - T S^{-1}$$

Le traitement numérique exige un programme de calcul de vecteurs propres assez élaboré et cette méthode doit être réservée à des systèmes d'ordre plus élevé (20 par exemple).

Dans le cadre de ce travail, les deux premières méthodes ont été mises en oeuvre, les résultats obtenus sont donnés au chapitre IV.

C H A P I T R E II

ANALYSE ET SYNTHESE DES AMORTISSEURS PASSIFS DE NUTATION

Le satellite se compose d'un corps principal rigide et de parties mobiles. En position de repos, le satellite est en rotation simple autour de son moment cinétique. Dégagé de sa position d'équilibre, le satellite décrit un mouvement autour de son centre de masse, qui excite les parties mobiles. Dans leur mouvement relatif, par frottement visqueux, ces parties mobiles occasionnent une dissipation d'énergie, qui a pour effet d'amener le système vers un état d'équilibre stable.

Un amortisseur passif de nutation se compose toujours :

- d'un équipage mobile par rapport au corps principal
- d'un système de dissipation d'énergie, occasionnée par le mouvement
- d'un dispositif de rappel à la position d'équilibre qui assure une oscillation stable de l'équipage mobile.

Les dimensions de ces systèmes amortisseurs passifs devant toujours être faibles par rapport à celles du corps principal, il est très important de faire une analyse suffisamment précise du processus et d'en optimiser les performances.

Dans ce chapitre nous étudions divers systèmes passifs de stabilisation en illustrant tout d'abord notre méthode d'analyse et de synthèse sur le système "bille-tube" classique. Nous généralisons alors notre méthode et en donnons quelques exemples d'application.

Nous nous attachons ensuite à spécifier les caractéristiques essentielles de ce principe d'amortissement afin d'aborder une étude critique de ce procédé.

II-1- ETUDE DE L'AMORTISSEUR "BILLE-TUBE"

Le schéma de principe de cet amortisseur est représenté sur la planche 1. L'équipage mobile est composé de deux billes, qui, sous l'effet du mouvement de nutation laminent le fluide contenu dans les tubes, occasionnant ainsi la dissipation d'énergie nécessaire à l'amortissement de la nutation.

II-1-1- Modèle mathématique du système

D'après la méthode générale établie au chapitre I nous calculons les

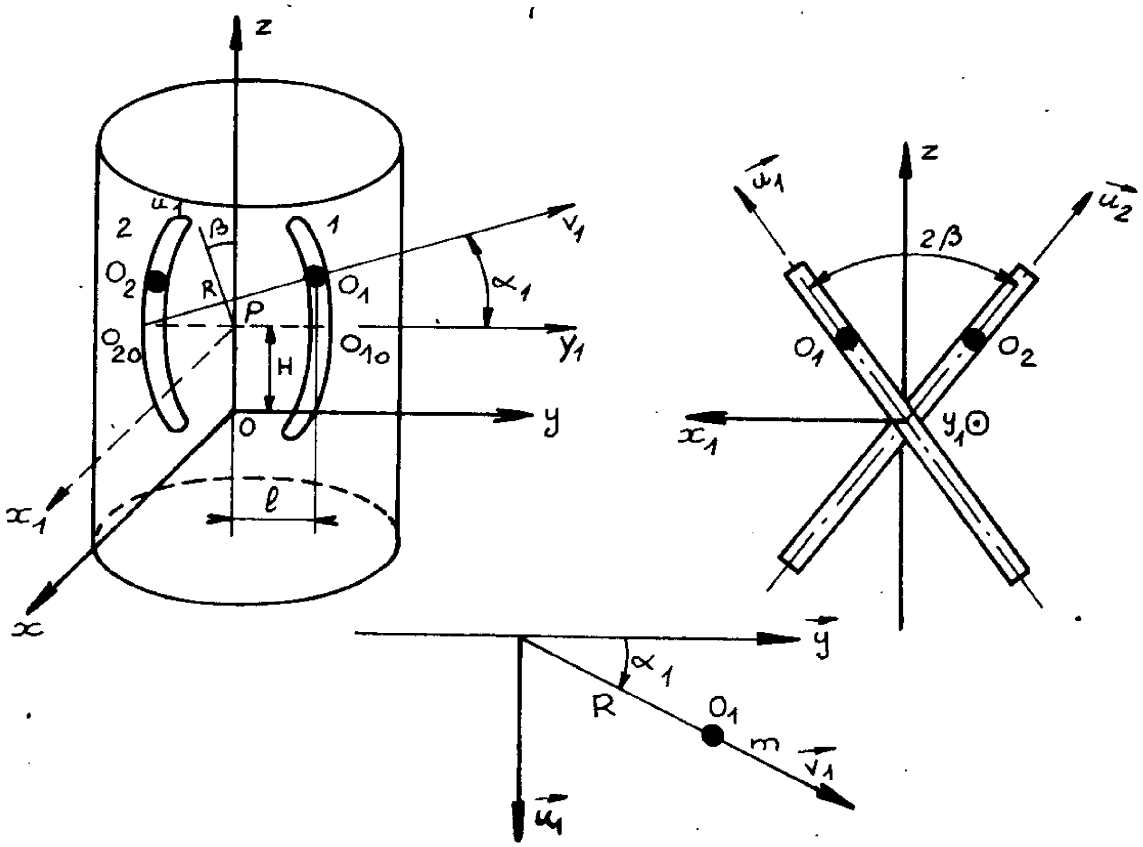


Planche 1

Schéma de principe de l'amortisseur "bille-tube".

termes intervenant dans l'expression du moment cinétique, le moment cinétique du système, les équations de la structure, et enfin l'équation du mouvement de chaque masse.

. Calcul du tenseur d'inertie du système déformé

Considérons la masse 1. Ses coordonnées dans les systèmes d'axes Oxyz sont :

$$\underline{OO_1} = Hz - (R-l)y + R\,y_1 \qquad \text{soit en linéarisant}$$

$$OO_1 = \begin{vmatrix} R\,\alpha_1 \sin\beta \\ l \\ H + R\,\alpha_1 \cos\beta \end{vmatrix} \qquad \text{de même} \quad OO_2 = \begin{vmatrix} -R\,\alpha_2 \sin\beta \\ -l \\ H + R\,\alpha_2 \cos\beta \end{vmatrix}$$

Le tenseur d'inertie de chaque masse s'écrit en linéarisant

$$I_1 = \begin{bmatrix} m\,(l^2+H^2+2HR\,\alpha_1\cos\beta) & -mRl\,\alpha_1 \sin\beta & -mRH\alpha_1 \sin\beta \\ -mRl\,\alpha_1 \sin\beta & m\,(H^2+2RH\,\alpha_1\cos\beta) & -ml(H+R\alpha_1\cos\beta) \\ -mRH\alpha_1 \sin\beta & -ml\,(H+R\alpha_1\cos\beta) & ml^2 \end{bmatrix}$$

de même

$$I_2 = \begin{bmatrix} m(l^2+H^2+2RH\,\alpha_2\cos\beta) & -mRl\,\alpha_2 \sin\beta & mRH\,\alpha_2 \sin\beta \\ -mRl\,\alpha_2 \sin\beta & m(H^2+2RH\alpha_2\cos\beta) & ml(H+R\alpha_2\cos\beta) \\ mRH\,\alpha_2 \sin\beta & ml\,(H+R\alpha_2\cos\beta) & ml^2 \end{bmatrix}$$

En ajoutant ces tenseurs au tenseur d'inertie diagonal du corps principal, il vient en posant :

$$A = A_c + 2m\,(l^2+H^2)$$
$$B = B_c + 2m\,H^2$$
$$C = C_c + 2m\,l^2$$

$$I(S,0)=\begin{bmatrix} A+2mRH\cos(\alpha_1+\alpha_2) & -mRl\sin(\alpha_1+\alpha_2) & -mRH\sin(\alpha_1-\alpha_2) \\ -mRl\sin(\alpha_1+\alpha_2) & B+2mRH\cos(\alpha_1+\alpha_2) & -mlR\cos(\alpha_1-\alpha_2) \\ -mRH\sin(\alpha_1-\alpha_2) & -mlR\cos(\alpha_1-\alpha_2) & C \end{bmatrix}$$

Ce tenseur est donc variable .

. Calcul des termes fonction de $\underline{R_o}$

$\underline{R_o} = \underline{GO}$ G est le barycentre du système, donc

$M\ \underline{OG} = m\,(\underline{O_{10}O_1} + \underline{O_{20}O_2})$

$$\underline{GO} = \frac{m}{M}\begin{bmatrix} R\sin(\alpha_2-\alpha_1) \\ O \\ -R\cos(\alpha_1+\alpha_2) \end{bmatrix}$$

$$(\underline{R_o'} + \underline{\Omega} \wedge \underline{R_o}) \wedge M\,\underline{R_o} = \frac{m^2}{M}\begin{bmatrix} O(\alpha^2) \\ O(\alpha^2) \\ O(\alpha^2) \end{bmatrix}$$ termes non linéaires négligés

. Calcul du terme $\int_S \underline{r} \wedge \underline{r'}\,dm$

ici

$$m\begin{bmatrix} R\alpha_1\sin\beta \\ 1 \\ H+R\alpha_1\cos\beta \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} R\dot{\alpha}_1\sin\beta \\ O \\ R\dot{\alpha}_1\cos\beta \end{bmatrix} + m\begin{bmatrix} -R\alpha_2\sin\beta \\ -1 \\ H+R\alpha_2\cos\beta \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} -R\dot{\alpha}_2\sin\beta \\ O \\ R\dot{\alpha}_2\cos\beta \end{bmatrix}$$

$$\int_S \underline{r} \wedge \underline{r'}\,dm = \begin{bmatrix} mlR\cos\beta\,(\dot{\alpha}_1-\dot{\alpha}_2) \\ mRH\sin\beta\,(\dot{\alpha}_1-\dot{\alpha}_2) \\ -mRl\sin\beta\,(\dot{\alpha}_1+\dot{\alpha}_2) \end{bmatrix}$$

. Calcul du moment cinétique linéarisé du système

$$m(o,G) = \begin{bmatrix} A\omega_x - mRH\sin\beta(\alpha_1-\alpha_2)\omega_z + mlR\cos\beta\,(\dot{\alpha}_1-\dot{\alpha}_2) \\ B\omega_y - mRl\cos\beta(\alpha_1-\alpha_2)\omega_z + mRH\sin\beta\,(\dot{\alpha}_1-\dot{\alpha}_2) \\ C\omega_z - mRl\sin\beta\,(\dot{\alpha}_1+\dot{\alpha}_2) \end{bmatrix}$$

. Equations du mouvement libre du satellite

$$\begin{cases} H\dot{\omega}_x + (C-B)\omega_y\omega_z + mR\ell\cos\beta\left[(\ddot{\alpha}_1-\ddot{\alpha}_2)+\omega_3^2(\alpha_1-\alpha_2)\right] - mRH\sin\beta\left[2(\dot{\alpha}_1-\dot{\alpha}_2)\omega_3+(\alpha_1-\alpha_2)\dot{\omega}_3\right] = 0 \\ B\dot{\omega}_y + (A-C)\omega_z\omega_x - mR\ell\cos\beta\left[(\alpha_1-\alpha_2)\dot{\omega}_3\right] + mRH\sin\beta\left[(\dot{\alpha}_1-\dot{\alpha}_2)+\omega_3^2(\alpha_1-\alpha_2)\right] = 0 \\ C\dot{\omega}_3 - mR\ell\sin\beta\,(\ddot{\alpha}_1+\ddot{\alpha}_2) = 0 \end{cases}$$

Ces équations représentent le mouvement du satellite lorsque les couples extérieurs sont négligés.

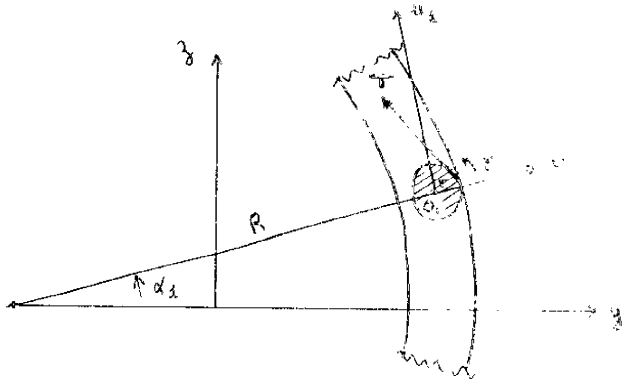
Nous voyons que pour éviter de perturber la vitesse de spin par des termes linéaires il est préférable de choisir $\beta = 0$.

Nous pouvons aussi poser $\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$ pour obtenir :

$$\begin{cases} A\dot{\omega}_x + (C-B)\omega_z\omega_y + mRl\,(\ddot{\alpha} + \omega_z^2\alpha) = 0 \\ B\dot{\omega}_y - (C-A)\omega_z\omega_x = 0 \end{cases}$$

. Equations des masses mobiles

En appliquant le principe de la mécanique à une masse, isolée du corps principal, exprimé en son centre de masse



$$\begin{cases} \Sigma \underline{Fe} = m\,\underline{\Gamma(O_1)} \\ \underline{\mathcal{M}(Fe, O_1)} = \dfrac{d}{dt}\,\underline{\mathcal{M}(v, O_1)} \end{cases}$$

La première equation s'ecrit :

$$\Sigma \underline{Fe} \cdot \underline{u_1} = m\,\underline{\Gamma(O_1)} \cdot \underline{u_1}$$

Comme nous l'avons vu précédemment, avec $\beta = 0$

$$\underline{V}(O_1) = \frac{d}{dt}\underline{OO_1} + \underline{\Omega} \wedge \underline{OO_1} \qquad \text{et} \qquad \underline{\Gamma}(O_1) = \frac{d}{dt}\underline{V}(O_1) + \underline{\Omega} \wedge \underline{V}(O_1)$$

$$\underline{u}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\alpha_1 \\ 1 \end{bmatrix} \qquad \underline{\Gamma}(O_1) = \begin{bmatrix} H\dot{\omega}_x + H\omega_y\omega_x \\ -H\dot{\omega}_x + H\omega_y\omega_x - \ell\omega_y^2 \\ R\ddot{\alpha}_1 + \ell\omega_y\omega_y + \ell\dot{\omega}_x \end{bmatrix}$$

En posant $T = T_u\,\underline{u}_1 + T_v\,\underline{v}_1$, nous obtenons, en notant c le coefficient de frottement visqueux :

$$T_u - cR\dot{\alpha}_1 = \left[+1\,\omega_z^2\,\alpha_1 + R\ddot{\alpha}_1 + 1\,(\dot{\omega}_x + \omega_z\,\omega_y) \right] m$$

La deuxième équation s'écrit :

$$\frac{2}{5}\,m\,r^2\,\ddot{\gamma}_1 = T_u\,r \qquad \text{où } \gamma_1 \text{ est l'angle de rotation de la bille de rayon } r$$

L'hypothèse de roulement sans glissement s'écrit :

$$R\dot{\alpha}_1 = -\,r\,\dot{\gamma}_1 \qquad \text{soit} \qquad R\ddot{\alpha}_1 = -r\,\ddot{\gamma}_1$$

d'où $$T_u = -\frac{2}{5}\,m\,R\ddot{\alpha}_1$$

D'où l'équation du mouvement de la masse 1 :

$$\frac{7}{5}\,m\,R^2\ddot{\alpha}_1 + CR^2\dot{\alpha}_1 + mlR\,\omega_z^2\alpha_1 + mlR\,(\dot{\omega}_x + \omega_z\,\omega_y) = 0$$

Nous aurions de même :

$$\frac{7}{5}mR^2\ddot{\alpha}_2 + C\,R^2\dot{\alpha}_2 + mlR\,\omega_z^2\alpha_2 - mlR\,(\dot{\omega}_x + \omega_z\,\omega_y) = 0$$

D'où l'équation de l'équipage mobile :

$$\frac{7}{5}\,m\,R^2\ddot{\alpha} + CR^2\dot{\alpha} + mR1\,\omega_z^2\alpha + 2mR1\,(\dot{\omega}_x + \omega_z\,\omega_y) = 0$$

Le modèle mathématique linéarisé s'écrit alors :

$$\begin{cases} A\dot{\omega}_x + (C-B)\,\omega_z\,\omega_y + mR1\,(\ddot{\alpha} + \omega_z^2\alpha) = 0 \\ B\dot{\omega}_y - (C-A)\,\omega_z\,\omega_x = 0 \\ \frac{7}{5}\,mR^2\ddot{\alpha} + CR^2\dot{\alpha} + mR1\,\omega_z^2\alpha + 2mR1\,(\dot{\omega}_x + \omega_z\,\omega_y) = 0 \end{cases}$$

II-1-2- Analyse des performances de l'amortisseur

Le modèle mathématique du processus est donc un système du 4e ordre d'équations différentielles linéaires, dont nous cherchons à analyser la réponse à un échelon de conditions initiales.

Zajac et Sarychev [18,19] ont proposé comme critère de qualité "le taux d'amortissement" à savoir la partie réelle du pôle le moins amorti du système considéré.

Ce critère n'est pas considéré comme valable pour l'étude générale des systèmes linéaires où l'on préfère étudier les pôles complexes par la méthode du lieu d'Evans par exemple.

Dans le cas des amortisseur de nutation, l'équipage mobile étant de dimensions réduites par rapport à celles du corps principal, la fréquence de nutation du satellite est pratiquement invariante, ce qui permet de ne s'intéresser qu'à la partie réelle du pôle le moins amorti.

Poursuivant les actes de ces auteurs, nous cherchons une procédure numérique de maximisation de la valeur absolue de la partie réelle du pôle le moins amorti, et ce en fonction des paramètres Ω, R, l, m, c, du système "bille-tube". En pratique les pôles de ce système sont toujours complexes, conjugués deux à deux et à parties réelles negatives. De plus, nous vérifions que leur somme ne dépend que du frottement visqueux c et de la masse de la bille. Nous avons donc :

$$\lambda_1 + \lambda_2 = f(c, m)$$

où λ_1 et λ_2 sont les parties réelles des pôles.

D'où une méthode d'optimisation : en fonction de la distance l $\lambda_1 + \lambda_2 = C^{te} = f$. La valeur maximum de la plus petite partie réelle est donc $\frac{1}{2}$ f en valeur absolue :

$$\max \{ \min (\lambda_1, \lambda_2) \} = f/2$$

Nous caractérisons donc le minimum de la constante de temps par l'égalisation des parties reelles des pôles du système.

A cette analyse des pôles , nous associons le calcul des amplitudes exposé préalablement au chapitre 2.1.

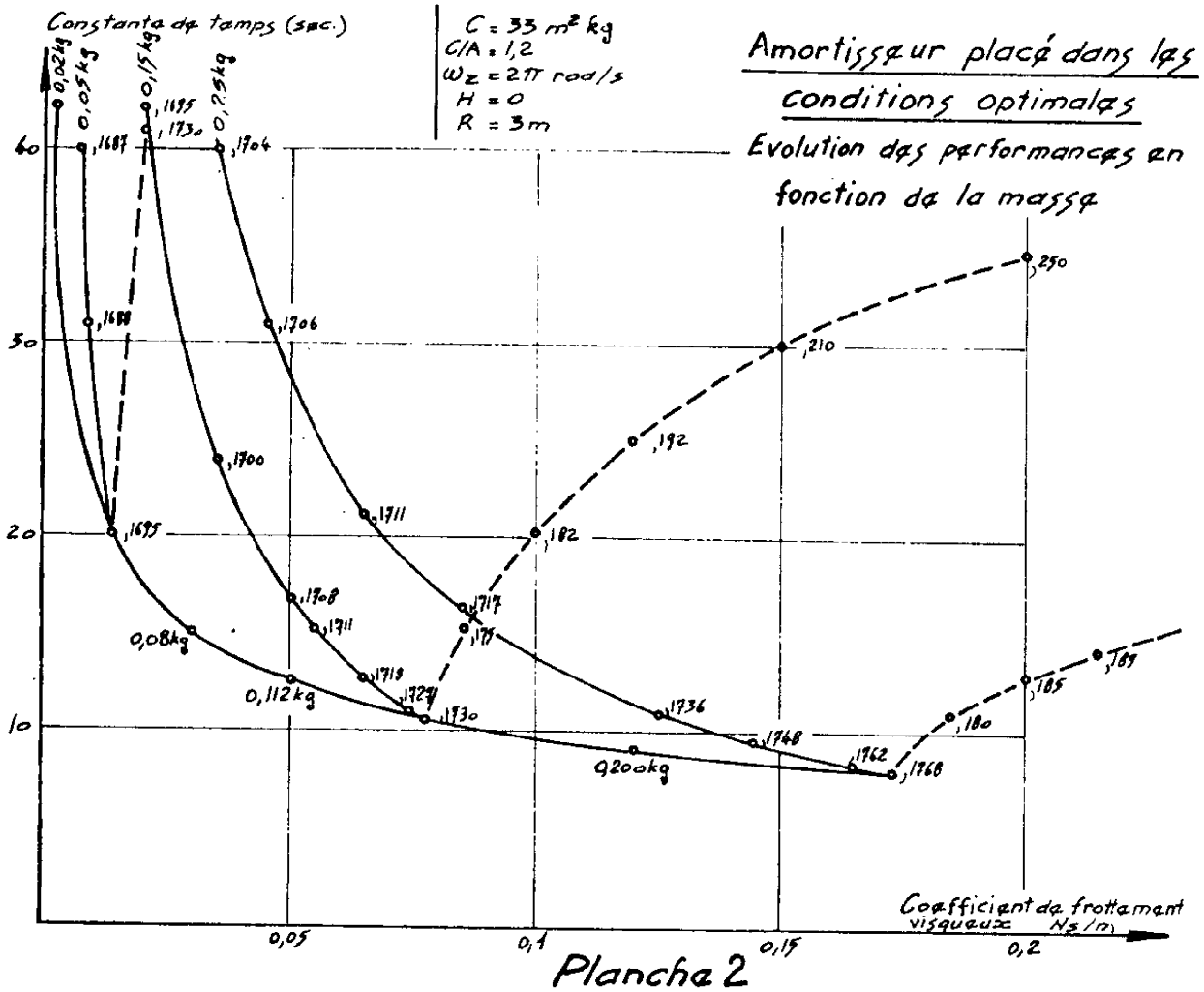

Constante de temps (sec.)
C = 33 m² kg
C/A = 1,2
ω_z = 2π rad/s
H = 0
R = 3m
Amortisseur placé dans les conditions optimales
Evolution des performances en fonction de la masse
0,02kg
0,05kg
0,15kg
0,25kg
0,08kg
0,112kg
0,200kg
40
30
20
10
0,05
0,1
0,15
0,2
Coefficient de frottement visqueux Ns/m

Planche 2

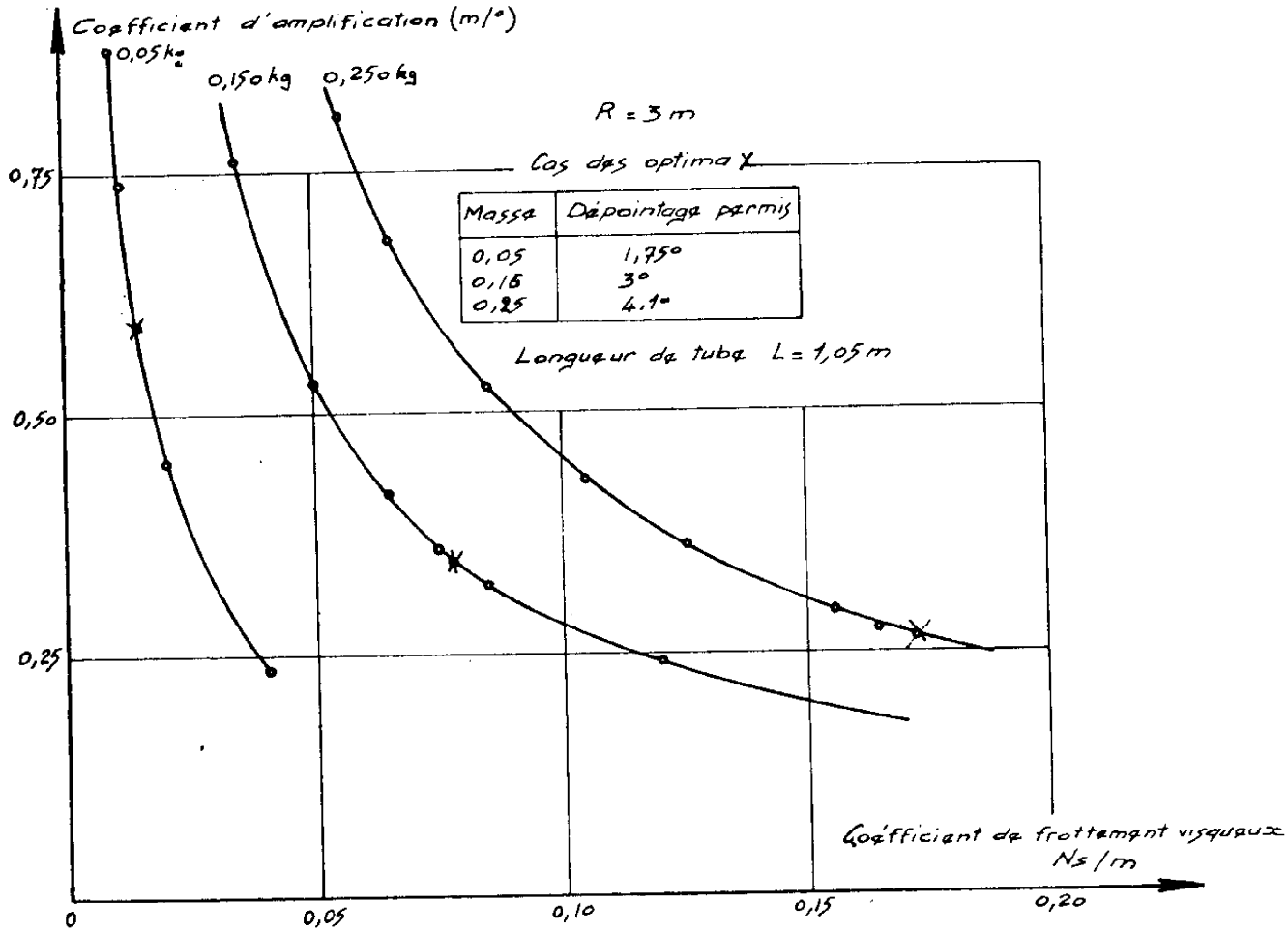


Planche 3

Variations du coefficient d'amplification en fonction de la masse m des billes correspondant aux courbes de la planche 2.

Nous considérons comme des données les paramètres du corps principal, soit pour l'exemple traité :

$$C = 33\ m^2 kg \qquad C/A = 1,2 \qquad \omega_z = 2\pi\ rad/s$$

Nous considérons par contre comme des variables, la masse m d'une bille, sa distance l à l'axe de spin, le rayon de courbure R du tube et le coefficient de frottement visqueux c. Nous avons developpé un programme Fortran qui, à partir d'un jeu de paramètres donné, calcule les coefficients du modèle mathématique, les coefficients de l'équation caractéristique, les pôles du système par la procédure de Bairstow, règle la distance l de façon à égaler toutes les parties réelles des pôles, calcule les amplitudes relatives à chaque pôle, l'amplitude maximum atteinte par le débattement du système amortisseur et le temps de retour de l'angle de nutation à 1 % de sa valeur initiale.

Les résultats de cette étude numérique sont rassemblés sur les courbes des planches 2 à 5.

La planche 2 illustre la procédure de recherche des minima, obtenus en fixant le paramètre R, pour des valeurs discrètes de la masse. Pour chaque valeur de masse, pour chaque valeur du frottement visqueux, la distance l calculée est indiquée, l'optimum sur cette courbe est obtenue lorsque l'égalisation des parties réelles n'est plus possible. La courbe des minima remonte alors lorsqu'augmente le frottement visqueux, la portion pointillée correspond à des valeurs de l minimisant la constante de temps, sans égaliser les parties réelles. Les minima de chaque courbe sont en fait répartis sur une enveloppe dont l'allure traduit la diminution de la constante de temps pour une augmentation de la masse des billes. Nous tenons compte alors de la contrainte technologique sur le débattement maximum des masses. A titre d'exemple un tube de longueur 1,05m correspond, avec un rayon de courbure de 3m à un angle de débattement de 10°. Sur la planche 3, nous représentons l'évolution du coefficient d'amplification défini comme le rapport entre la longueur de tube nécessaire et l'angle de nutation initial. Pour une valeur donnée de la longueur du tube, l'amplitude de la condition initiale compatible avec un fonctionnement linéaire de l'amortisseur se trouve réduite, ainsi qu'il est indiqué dans le tableau de la

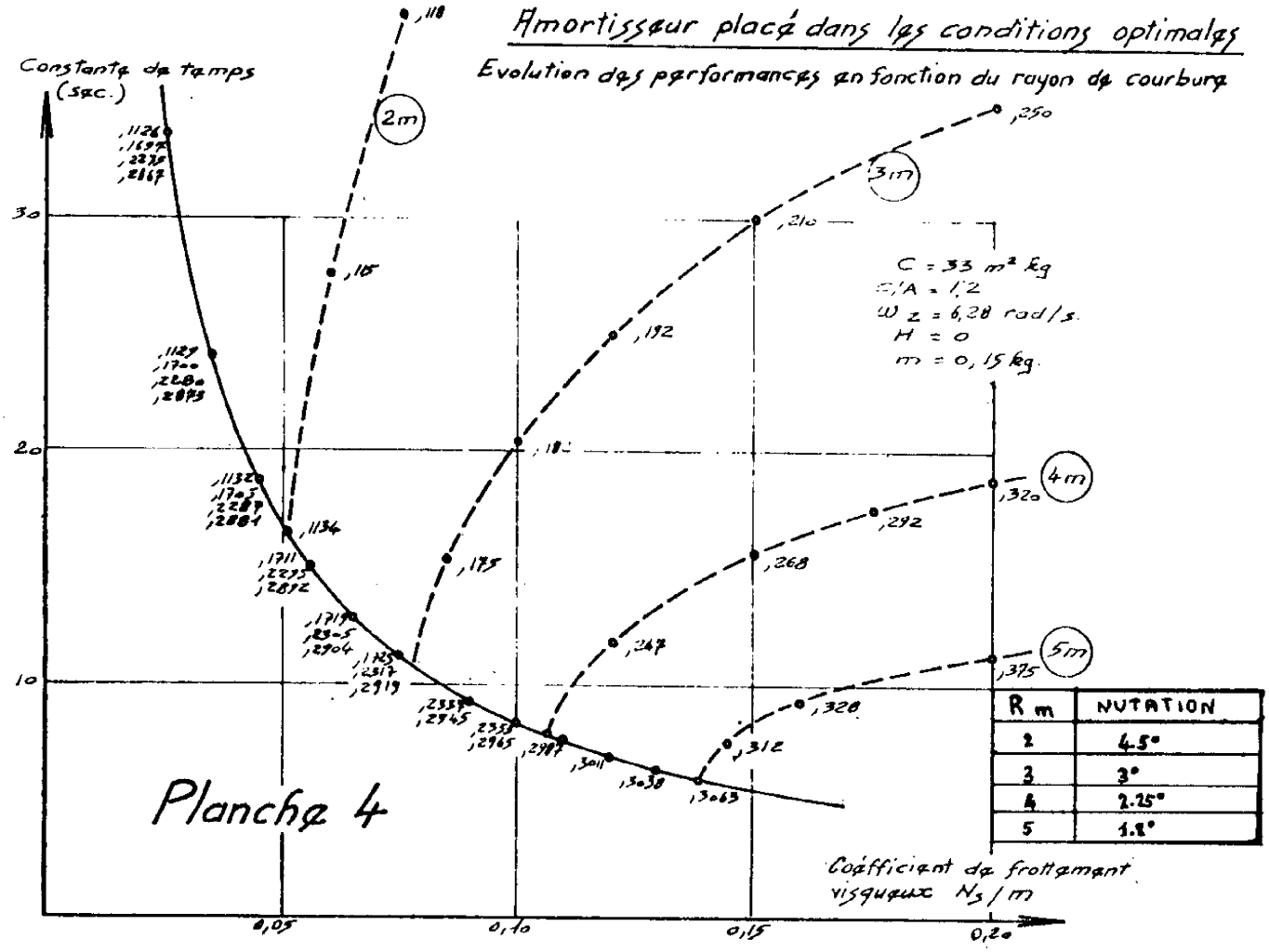

Amortisseur placé dans les conditions optimales
Evolution des performances en fonction du rayon de courbure
Constante de temps (sec.)
C = 33 m² Kg
C/A = 1,2
ω z = 6,28 rad/s.
H = 0
m = 0,15 kg.
2m
3m
4m
5m
30
20
10
0,05
0,10
0,15
0,20
Coefficient de frottement visqueux Ns / m
R m | NUTATION
2 | 4.5°
3 | 3°
4 | 2.25°
5 | 1.8°
Planche 4

planche 3. Ainsi par exemple, pour une nutation initiale de 4°, deux masses de 150 g assureront une décroissance exponentielle de l'angle de nutation avec une constante de temps de 8 secondes.

Sur la planche 4 sont tracées les familles de courbes obtenues en fixant la masse à 150g et en prenant le rayon de courbure comme variable. Pour chaque valeur du rayon de courbure, le réglage de la distance égalisant les parties réelles a donné la même constante de temps, ce qui prouve que le minimum de cette constante de temps ne dépend pas du rayon de courbure. La valeur optimale de la distance en dépend, elle est notée sur les courbes en face de chaque point. L'enveloppe des minima tend asymptotiquement vers zéro, la limitation est due à l'amplitude du débattement des billes.

Justifions maintenant cette approche numérique.

II-2- METHODE ANALYTIQUE DE DIMENSIONNEMENT DES AMORTISSEURS PASSIFS

Dans ce paragraphe nous montrons analytiquement le bien-fondé des conclusions de l'étude précédente et développons une méthode générale de dimensionnement des amortisseurs passifs de nutation de satellites spinnés [20]

De nombreux exemples nous ont montré que le modèle mathématique décrivant un satellite spinné stabilisé par un amortisseur passif est de la forme générale :

$$\left|\begin{array}{l} \dot{\omega}_x = -\omega\,\omega_y + \rho\,(a_{11}\,\omega_x + a_{12}\,\omega_y + a_{13}\,\dot{\alpha} + a_{14}\,\alpha) \\ \dot{\omega}_y = \omega\,\omega_x + \rho\,(a_{21}\,\omega_x + a_{22}\,\omega_y + a_{13}\,\dot{\alpha} + a_{24}\,\alpha) \\ \ddot{\alpha} = -q\,\dot{\alpha} - r\,\alpha + a_{31}\,\omega_x + a_{32}\,\omega_y \end{array}\right.$$

où ρ est un coefficient de couplage entre le satellite et l'amortisseur et les a_{ij} sont fonction des paramètres du système, q et r étant proportionnels au frottement visqueux et à la raideur de l'amortisseur.

L'équation caractéristique du système s'écrit :

$$f(s) = (s^2+\omega^2)(s^2+qs+r) + \rho\,(as^4+qbs^3+cs^2+qds+e)$$

où b, c, d, e sont fonctions des a_{ij}.

L'étude numérique précédente nous indique que l'optimum recherché sur la constante de temps est obtenue lorsque les pôles sont voisins, ce qui conduit habituellement à accorder la fréquence propre de l'amortisseur sur celle du satellite; posons donc $r = \omega^2$ et cherchons les variations du pôle double $\pm i\omega$.

La racine exacte de l'équation caractéristique est calculée par un développement de Taylor autour de la solution approchée $i\omega$. Soit ;

$$f(i\omega) + f'(i\omega)\, ds + f''(i\omega)\, \frac{(ds)^2}{2} + 0\,(ds)^3 = 0$$

En effet, le système étant en résonance, le pôle complexe est double, ce qui impose un développement au 2ème ordre.

Tous calculs effectués, nous obtenons l'équation approchée :

$$4\omega^2 (ds)^2 - 2q\omega^2 ds + \rho (a\omega^4 - c\omega^2 + e) = 0$$

La somme des racines de l'équation caractéristique est

$$\sum_{i=1}^{4} \Delta_i = -q$$

Lorsque les parties réelles sont égales $4\lambda = -q$ d'où $\lambda = -\frac{q}{4}$

Si nous portons $ds = -\frac{q}{4}$ dans l'équation ci-dessus, alors nous obtenons la valeur optimale du frottement q soit q^* qui s'écrit :

$$q^* = 2 \left[\rho (-a\omega^4 + c\omega^2 - e) \right]^{1/2} / \omega$$

Nous voyons qu'à la condition de résonance s'ajoute une relation montrant l'existence d'un coefficient de frottement optimal fonction des paramètres du système.

Donnons maintenant quelques exemples d'application de ces résultats généraux.

II - 3 - EXEMPLES D'APPLICATION DE LA METHODE ANALYTIQUE

Par cette méthode, étudions trois amortisseurs passifs de nutation désormais classiques.

II-3-1- Amortisseur bille-tube [16,17]

Le système d'équations du § II-1 peut s'écrire, en prenant

les notations ci-dessus :

$$\begin{cases} \dot{\omega}_x + \omega\omega_y + \frac{1}{2}\rho\left(\ddot{\alpha} + \omega_z^2\alpha\right)/g = 0 \\ \dot{\omega}_y - \omega\omega_x = 0 \\ \ddot{\alpha} + q\dot{\alpha} + g\omega_z^2\alpha + 2g\left(\dot{\omega}_x + \omega_z\omega_y\right) = 0 \end{cases}$$

où $q = \frac{5c}{7m}$ $g = \frac{5l}{7R}$ $\rho = \frac{10ml^2}{7A}$ $\omega = \left(\frac{c}{A} - 1\right)\omega_z$

L'équation caractéristique s'écrit alors :

$$f(s) = (s^2 + \omega^2)(s^2 + qs + g\omega_z^2) - (s^2 + \omega_z^2)(s^2 + \omega\omega_z)$$

ce qui nous permet de calculer a, b, c, d, e par identification, pour obtenir

$$r^* = g\omega_z^2 - \omega^2$$

$$q^* = 2\left|\omega - \omega_z\right| \left[\rho(\omega + \omega_z)/\omega\right]^{1/2} \qquad T = 4/q^*$$

Grâce à cette expression nous avons pu retrouver tous les minima des courbes des planches 2 et 4, avec une excellente précision, mais la valeur optimale de la distance l n'est qu'approchée par la relation assurant la résonance.

II-3-2- Amortisseur pendulaire à 1 degré de liberté [21]

Constitué d'une masse baignant dans un liquide, rappelée dans un plan par une lame élastique, cet amortisseur très simple doit être placé dans une plateforme déspinnée par rapport au corps principal de C/A inférieur à 1. Son schéma de principe est représenté sur la planche 7.

Le modèle mathématique linéaire du système s'écrit :

$$\begin{cases} A\dot{\omega}_x + C\omega_z\omega_y - mld\ddot{\beta} = 0 \\ A\dot{\omega}_y - C\omega_z\omega_x = 0 \\ ml^2\ddot{\beta} + c\dot{\beta} + k\beta - mld\dot{\omega}_x = 0 \end{cases}$$

en posant

$$\omega = \frac{C}{A}\omega_z \qquad \rho = \frac{md^2}{A} \qquad q = \frac{c}{ml^2} \qquad r = \frac{k}{ml^2}$$

$$f(s) = (s^2 + \omega^2)(s^2 + qs + r) - \rho s^4$$

d'où par identification $b = c = d = e = 0$ $a = -1$

SAS-A SATELLITE DETAILS OF ATTITUDE CONTROL SPIN

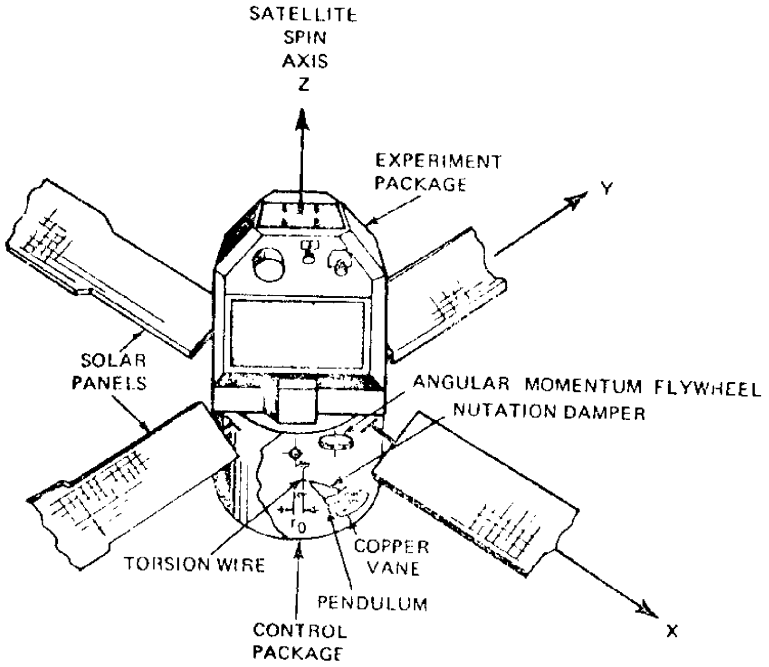


Planche 5

Système de contrôle d'attitude du satellite SAS-A.

Nous trouvons donc les relations :

$r^* = \omega^2$

$q^* = 2\ \omega\ \rho^{1/2}$

et donc la constante de temps du système $T = \frac{4}{q^*}$

Numériquement dans le cas du satellite spinné correspondant à l'exemple du système bille-tube, les performances du système pour :

$C/A = 0.8$ avec $A = 41.2\ m^2 kg$ $\quad d = 0.5m \quad l = 0.2m \quad \omega_z = 2\ \Pi$ rad/s

sont :

$q^* = 0.4825$

$T^* = 8.3$ s

Il est à remarquer que cet amortisseur, placé dans une plateforme despinnée, stabilise un satellite de rapport d'inerties principales inférieur à 1.

II-3-3- Amortisseur du satellite SAS-A

Cet amortisseur dont la conception a été réalisée au MIT par Messieurs Fischel et Tossmann [22, 23] a été testé début 1971 sur le "Small Astronomy Satellite". Le schéma de principe de cet amortisseur est représenté sur la planche 5.

Le satellite est du type dual spin, l'amortisseur de nutation est du type pendulaire et oscille dans un plan transverse.

D'après les équations générales définies chapitre I le modèle mathématique linéarisé du système s'écrit :

$$\begin{cases} A\dot{\omega}_x + (C-A)\omega_y\omega_z + J\Omega\omega_y - mlh(\ddot{\alpha} - \omega_z^2\alpha) = 0 \\ A\dot{\omega}_y + (A-C)\omega_z\omega_x - J\Omega\omega_x - 2mlh\omega_z\dot{\alpha} = 0 \\ c\ddot{\alpha} + (k + mld\omega_z^2)\alpha + mlh(\omega_z\omega_y - \dot{\omega}_x) = 0 \end{cases}$$

où $J\Omega$ est le moment cinétique du volant, les autres paramètres étant définis planche 8.

En posant $\omega = (\frac{C}{A} - 1)\omega_z + \frac{J}{A}\Omega$ $\quad q = \frac{c}{ml^2}$ $\quad r = (k+mld\ \omega_z^2)/ml^2$ $\quad \rho = \frac{mh^2}{A}$

$$f(s) = (s^2 + \omega^2)(s^2 + qs + r) + \rho(-s^4 + 3\omega_z(\omega + \omega_z)s^2 - \omega\ \omega_z^3)$$

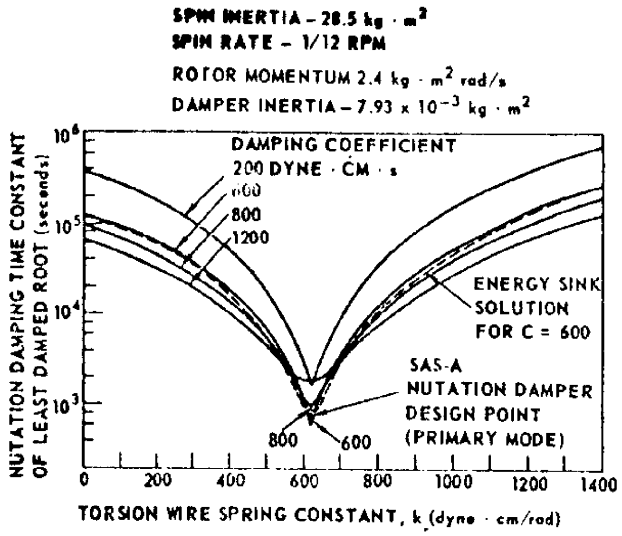


Figure 5 Nutation Damping Time Constant – Primary Mode

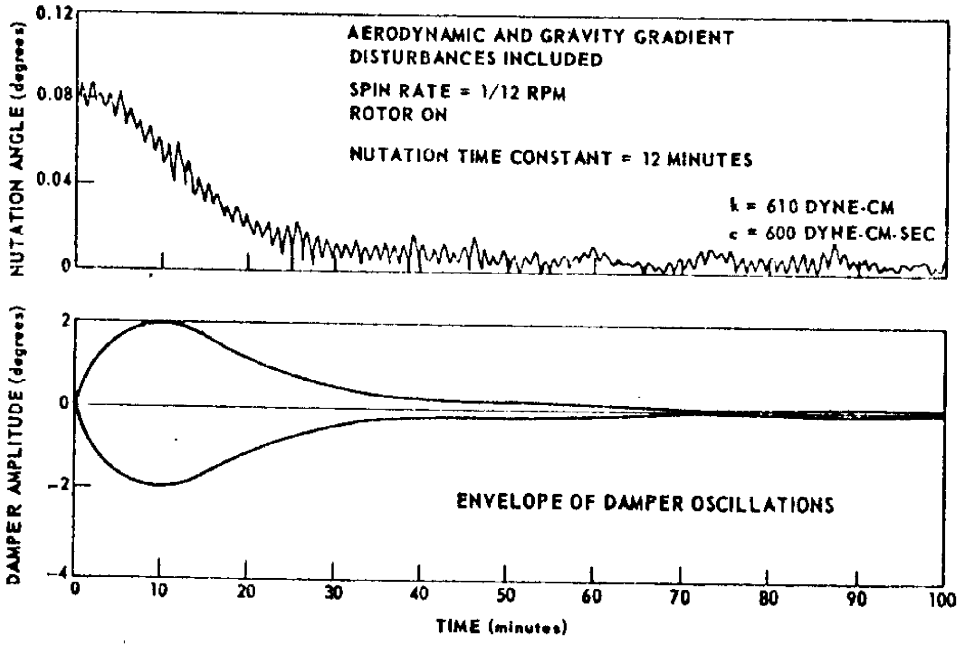


Figure 7 Attitude Performance – Primary Mode

Planche 6

Performances théoriques de l'amortisseur de nutation du satellite SAS-A.

D'où les conditions avec $a = -1 \quad b = d = 0 \quad c = 3\,\omega_z(\omega + \omega_z)$

$e = -\omega\,\omega_z^3$

$$r^* = \omega^2 \qquad \text{soit} \qquad k + mld\,\omega_z^2 = \omega^2\, ml^2$$

$$q^* = \frac{2}{\omega}\left[\rho\,(\omega^4 + 3\omega_z\omega^2(\omega+\omega_z) + \omega\,\omega_z^3)\right]^{1/2}$$

soit encore en posant $\omega = v\,\omega_z$

$$q^* = 2\,\omega_z\left(\frac{\rho}{v}\right)^{1/2}\left[(v+1)\,(v^2+1)\right]^{1/2}$$

Soit en prenant les conditions du satellite SAS-A données par B. E. Tossmann [13]

$C = 28{,}5\ m^2kg \qquad A = 27\ m^2kg \qquad C/A = 1.055 \qquad \omega_z = 1/12$ rpm

$m = 0{,}234$ kg $\qquad d = 1.9$ cm $\qquad h = 0.45$ m $\qquad \mathcal{H} = 2.4\ kgm^2/s$

La constante de temps vaut alors $T = \frac{4}{q^*} = 505$ s soit 8.4 mn

Ces résultats sont extrêmement voisins de l'optimum des courbes tracées par B. E. Tossmann et reproduites sur la planche 6.

II-4- AMORTISSEUR PENDULAIRE A DEUX DEGRES DE LIBERTE [21]

Le schéma de ce dispositif est donné sur la planche 7.

Placé dans une plateforme despinnée, cet amortisseur est constitué d'une masse baignant dans un fluide, fixée à une corde à piano lui permettant un mouvement à deux degrés de liberté. Cet amortisseur a fait l'objet de nombreuses études et a été testé en vol. Nous avons cherché à optimiser ce système par notre méthode.

Le modèle mathématique de cet amortisseur pendulaire à 2 degrés de liberté placé dans le satellite s'écrit :

$$\begin{cases} A\,\dot{\omega}_x + C\,\omega_z\,\omega_y - mld\,\ddot{\beta} = 0 \\ A\,\dot{\omega}_y - C\,\omega_z\,\omega_x + mld\,\ddot{\alpha} = 0 \\ ml^2\ddot{\alpha} + c\dot{\alpha} + k\alpha + mld\,\dot{\omega}_y = 0 \\ ml^2\ddot{\beta} + c\dot{\beta} + k\beta - mld\,\dot{\omega}_x = 0 \end{cases}$$

Ce système est du sixième ordre, la détermination analytique des

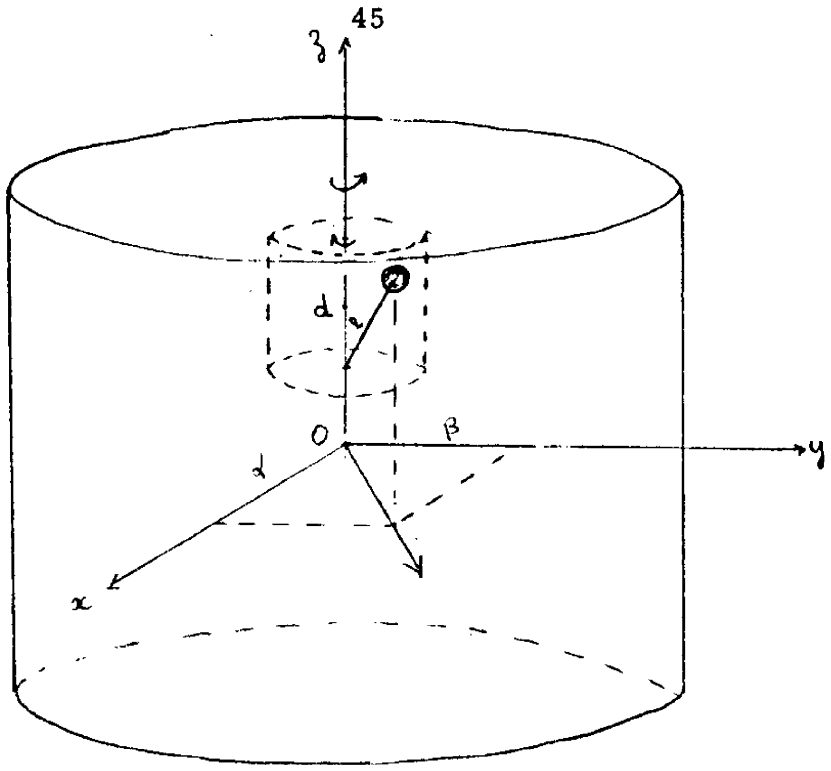


Planche 7

Schéma de principe de l'amortisseur à deux degrés de liberté placé dans une plateforme despinnée.

paramètres optimaux présente de grandes difficultés de calcul. Nous avons alors cherché à optimiser numériquement la constante de temps du système, de la même façon que précédemment.

Pour chaque valeur du coefficient visqueux c, nous pouvons trouver une valeur de raideur conduisant à un minimum local de la constante de temps, sans que l'on puisse caractériser ce minimum local par une propriété des pôles. En effet, loin de l'optimum trouvé sur les deux variables c et k, le minimum trouvé pour c = 0.1 correspond aux pôles du système suivant :

- 0.0254	4.851
- 0.0254	-4.851
- 0.0501	5.003
- 0.0501	-5.003
- 0.0247	5.189
- 0.0247	-5.189

A l'optimum par contre, la configuration des pôles est la suivante :

- 0.16916	5.0005
- 0.16916	- 5.0005
- 0.16916	5.0439
- 0.16916	- 5.0439
- 0.33800	5.0077
- 0.33800	- 5.0077

ce qui conduit à une constante de temps de 5.9 secondes dans la configuration donnée par l'exemple de l'amortisseur pendulaire à un degré de liberté.

Cet exemple nous montre que notre approche peut être utilisée quelque soit l'amortisseur considéré moyennant certaines précautions pour le système du 6ème ordre ; V.A. Sarychev fait état du succés de cette approche pour un système du 8 ème ordre constitué par un satellite comportant un mât de gradient de gravité articulé avec dissipation d'énergie [19]

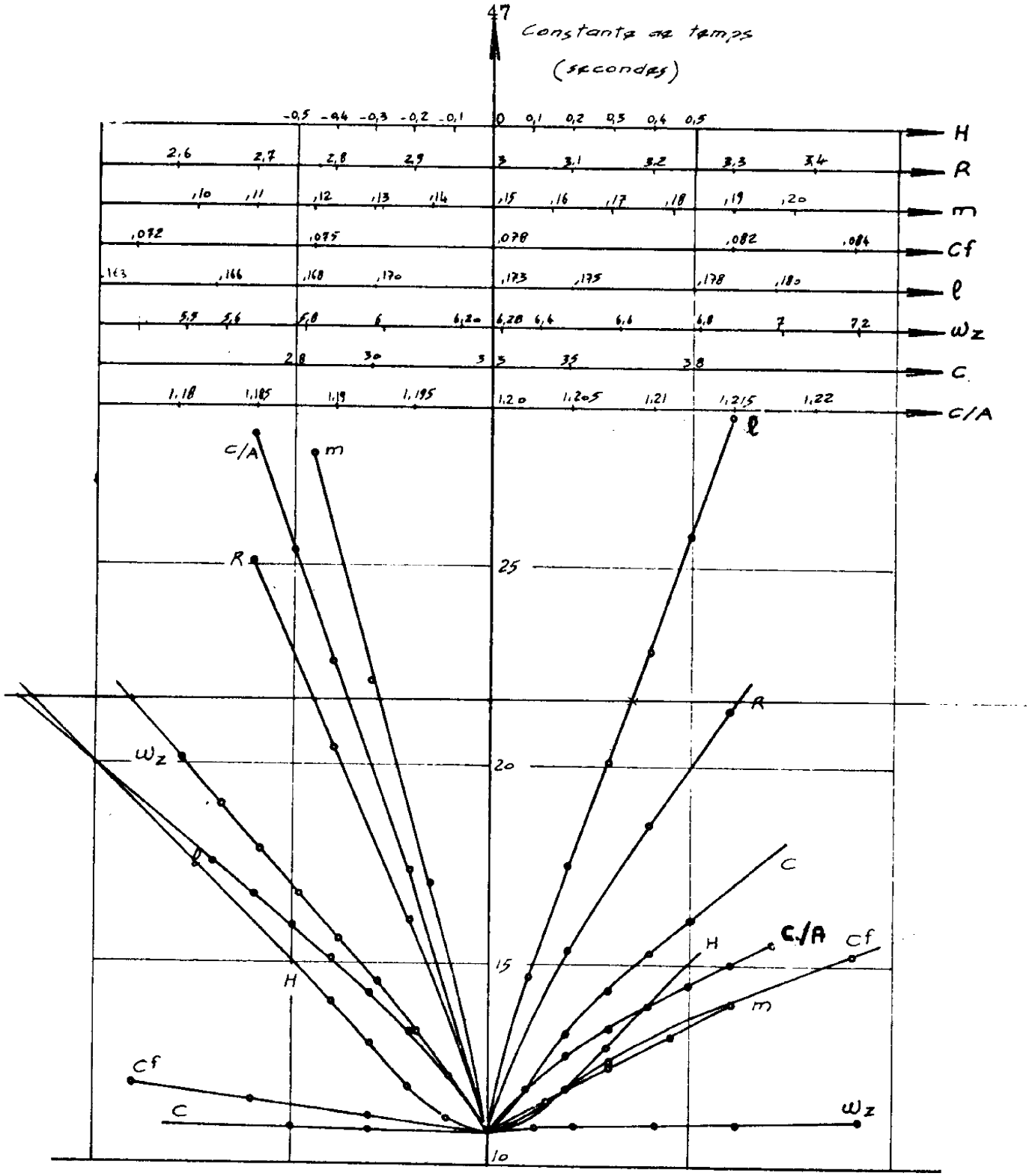


Planche 8

Sensibilité des performances d'un amortisseur aux variations des paramètres autour d'un optimum.

II-5 - SENSIBILITE DES PERFORMANCES OPTIMALES AUX VARIATIONS DES PARAMETRES

Nous abordons ici le problème de la sensibilité des performances de l'amortisseur passif autour de l'optimum obtenu pour une masse de 150 g, planche 2. Le réglage du jeu de paramètres étant connu, chaque paramètre subit successivement une variation autour de sa valeur nominale. Le résultats des dégradations de la constante de temps sont donnés planche 8 en fonction des paramètres $\frac{C}{A}$, ω_z , c , l , H , m et enfin R.

Pour chiffrer cette sensibilité des performances optimales, nous donnons ci-dessous un tableau des variations relatives des paramètres ayant pour conséquence de doubler la constante de temps du système :

Δ (C/A)/C/A	0.73 %
$\Delta \omega_z / \omega_z$	14.35 %
Δ c / c	21. %
Δ l/l	6.9 %
Δ H/H	100 %
Δ m/m	0.89 %
Δ R/R	7.3 %

Le doublement de la constante de temps du système est donc obtenu pour des variations inférieures au 1 % du rapport d'inertie du satellite et de la masse des billes. Cette dégradation de performances n'est obtenue que pour des variations de l'ordre de 10 % des valeurs de la distance du dispositif à l'axe de spin et du rayon de courbure, de 20 % pour le frottement visqueux et la vitesse de spin. Par contre, les performances sont très peu sensibles à la cote de l'amortisseur par rapport au plan transverse.

Etant donnée la sensibilité de la constante de temps en fonction du rapport des inerties, il nous semble pratiquement impossible d'obtenir avec un système réel un réglage optimal.

Ces considérations nous amènent à un examen critique de ce type d'amortissement et des performances qu'il est possible d'en attendre.

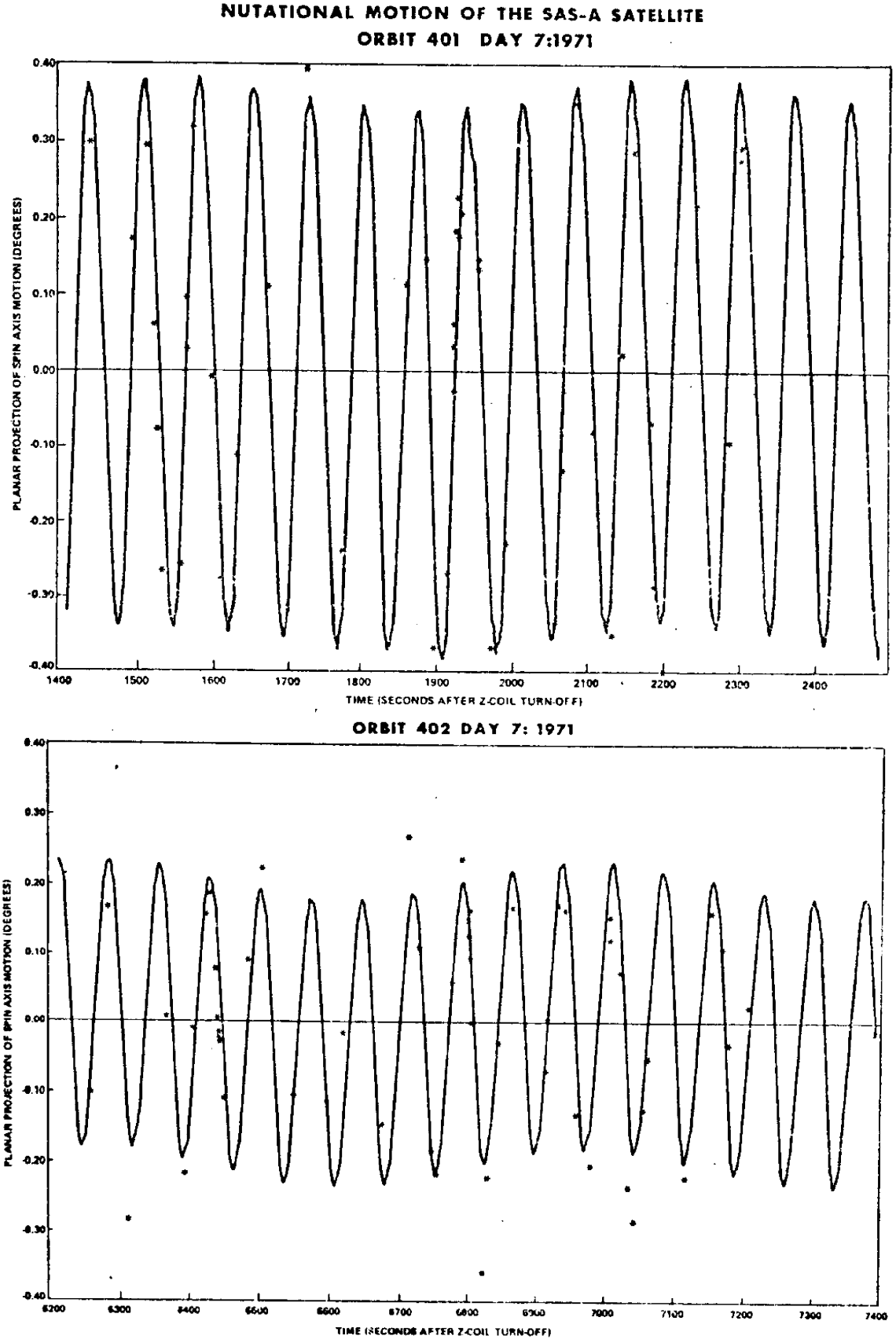


Planche 9

Résultats en vol de l'amortisseur SAS-A

II-6 - DISCUSSION

L'amortissement passif de la nutation est un principe qui a connu une grande faveur, comme le montrent les expériences spatiales OSO, SAS, FR1, Météosat, Helios pour ne citer qu'elles.

L'avantage principal des amortisseurs passifs est de ne pas consommer d'énergie. De plus ils sont de conception simple et peuvent présenter une grande fiabilité pour une réalisation relativement aisée.

Un examen des résultats disponibles acquis lors des essais en vol de ces systèmes montre qu'en fait le fonctionnement obtenu peut être très différent de celui qui était initialement prévu.

Dans le cas de la mission du satellite TACSAT [24], un phénomène de cycle limite d'amplitude importante sur la nutation a été observé. L'explication proposée dans cet article est basée sur le caractère non linéaire du coefficient de frottement visqueux, ce qui montre une incertitude du modèle mathématique de l'amortisseur de nutation considéré.

Dans le cas du satellite SAS-A, dont nous représentons le mouvement en vol sur la planche 9, la linéarité du modèle ne semble pas à mettre en cause, pourtant la constante de temps obtenue est dix fois supérieure à celle qui était prévue [13].

Aucune explication de ce phénomène ne nous est parvenue, et nous pensons qu'elle pouvait peut être,être trouvée en étudiant les courbes de sensibilité du réglage effectué en fonction des paramètres incertains du système.

L'amortisseur du satellite SAS-A comportait pourtant un dispositif de réglage des paramètres de frottement et de raideur par télécommande, pour pouvoir opérer un réglage différent pour trois modes de fonctionnement distincts, ce qui constitue une tendance vers un système plus complet et plus sûr, mais plus élaboré.

Nous nous sommes alors proposés de concevoir et de tester au sol un amortisseur actif de nutation et d'en étudier les caractéristiques, qui se sont révélées prometteuses.

C H A P I T R E I I I

CONCEPTION ET REALISATION D'UN AMORTISSEUR ACTIF DE NUTATION

Un amortisseur actif de nutation est un dispositif qui utilise une mesure de la nutation pour créer un couple sur le corps principal d'un satellite, à partir de l'énergie disponible à bord du véhicule.

Ces systèmes sont classés en trois groupes :

- les systèmes de stabilisation au moyen de jets de gaz [25] , les couples créés sont alors extérieurs au satellite et l'énergie est embarquée sous forme de gaz sous pression.

- les systèmes de stabilisation par gyroscopes et volants de réaction. Les couples sont intérieurs au satellite, et sont créés par variation du moment cinétique de la partie mobile, à partir de l'énergie électrique de bord [26]

- les systèmes de stabilisation par variation de configuration inertielle. Les couples sont encore intérieurs au satellite et sont créés par la force centrifuge de spin s'exerçant sur l'équipage mobile [27]

Ces trois types d'amortisseur ont été étudiés dans le cadre du laboratoire au sein de notre équipe de recherche, et nous présentons dans ce mémoire les résultats de l'étude des systèmes de stabilisation par variation de configuration inertielle d'un satellite spinné.

Le mouvement d'une partie mobile dans un satellite introduit dans son tenseur d'inertie un produit d'inertie variable qui, par couplage avec la vitesse de spin, agit sur les vitesses transverses donc sur la nutation [28] .

Une mesure de cette vitesse transverse sert à élaborer la tension de commande d'un moteur entraînant la partie mobile, de façon à ce que l'ensemble en boucle fermée représenté sur le schéma-bloc de la planche 10 soit stable.

Pour démontrer l'efficacité de ce principe, nous nous sommes proposés de concevoir et de réaliser un amortisseur actif de nutation testable au sol sur la structure d'essai du satellite D2 prêtée au laboratoire par le Centre National d'Etudes Spatiales.

Nous explicitons dans ce chapitre les raisons du choix de l'actionneur de l'amortisseur actif et de celui des éléments de la chaîne d'entraînement, nous décrivons ensuite l'organe de commande du moteur et sa réalisation.

Nous présentons alors l'installation d'essai, actuellement opérationnelle au service M.C.I. du laboratoire et nous explicitons les méthodes d'équilibrage de la structure.

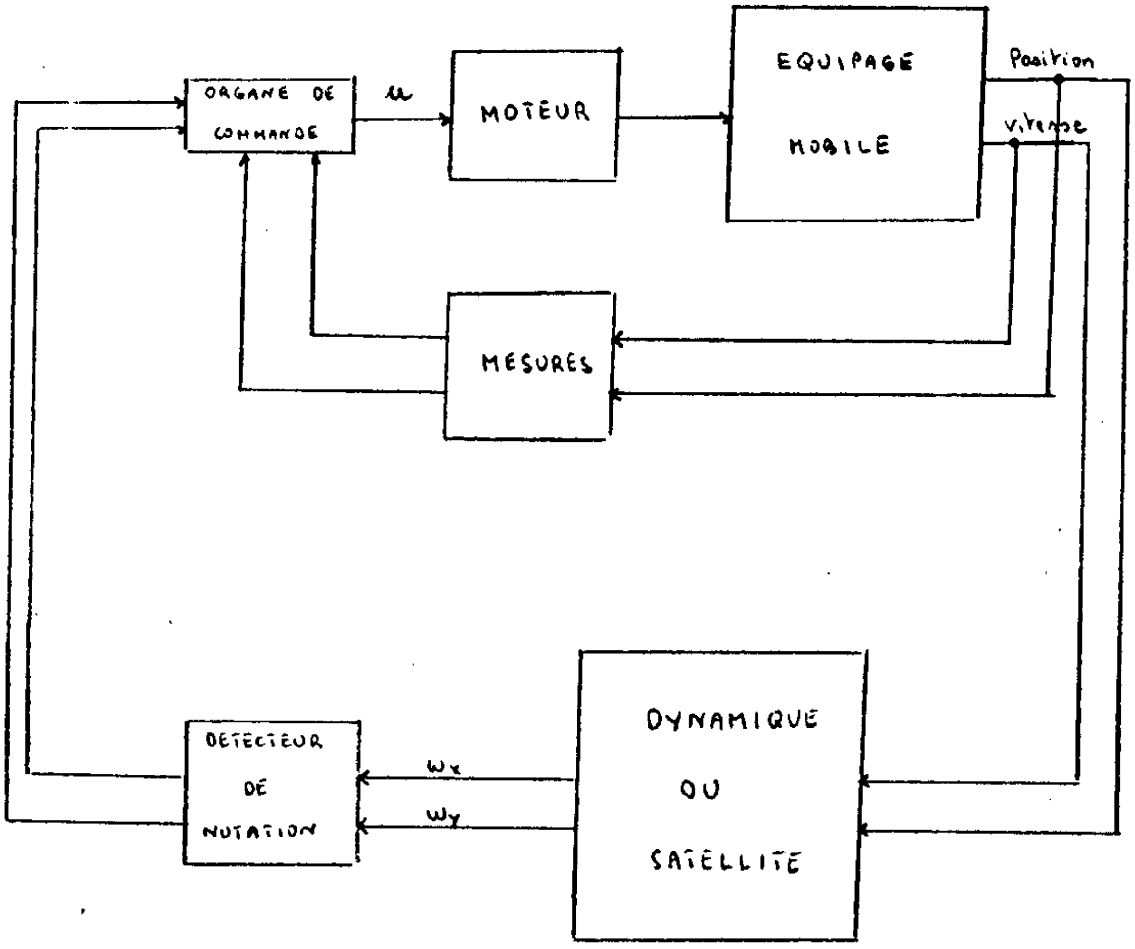


Planche 10

Schéma-bloc d'un amortisseur actif de nutation

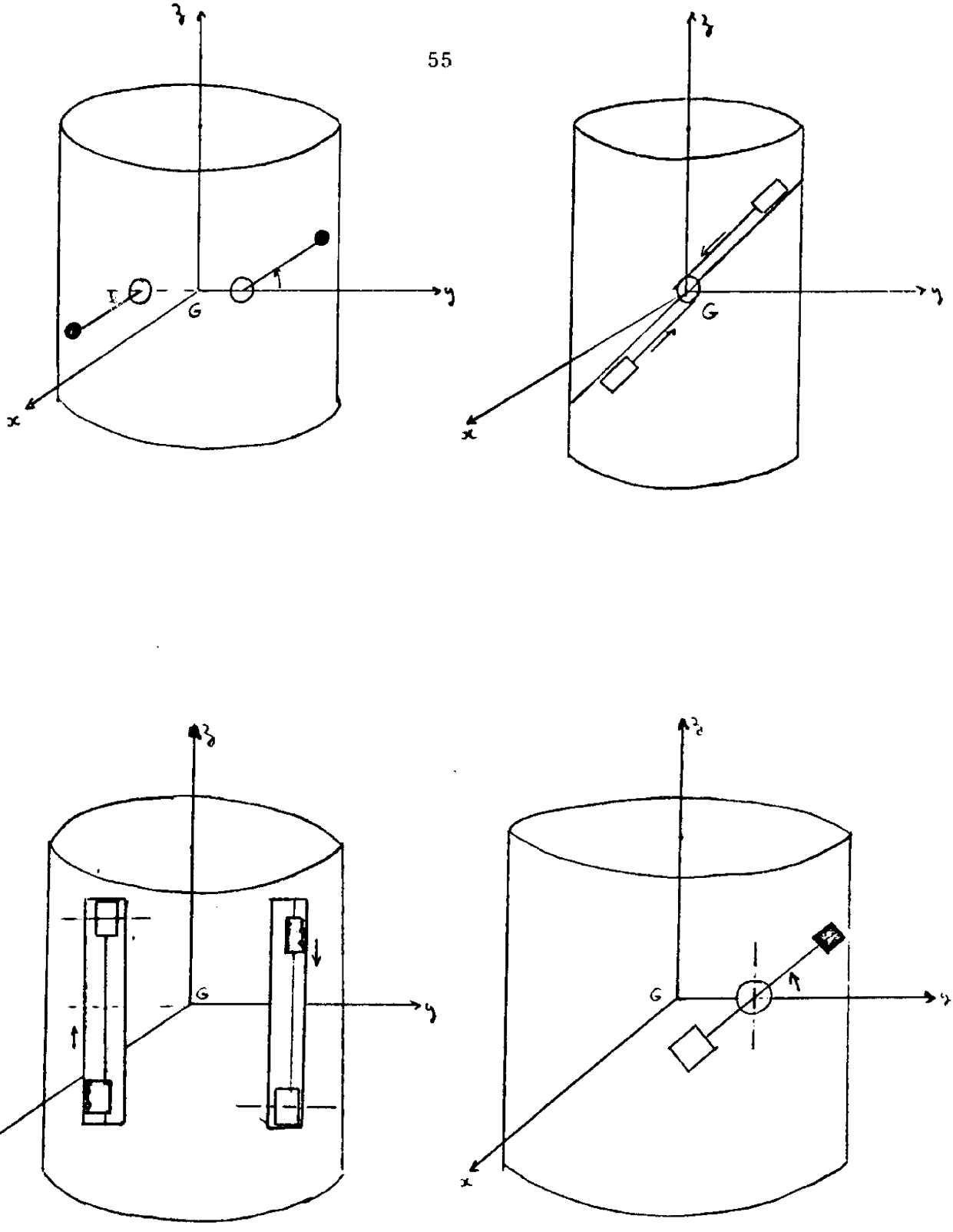


Planche 11

Actionneurs pour amortisseurs actifs de nutation

III-1- CONCEPTION D'UN AMORTISSEUR ACTIF EN VUE D'UN TEST EN LABORATOIRE SUR UNE STRUCTURE MONTEE SUR UN PALIER A AZOTE

Dans ce paragraphe nous exposons comment nous avons effectué les choix des éléments de l'amortisseur pour pouvoir tester son principe sur l'installation d'essai prêtée par le C.N.E.S. et mise en opération par le service M.C.I. du L.A.A.S.

L'installation d'essai se compose d'une structure rigide supportant les sous-systèmes, montée sur un palier sphérique à azote et dont le fonctionnement est décrit au paragraphe III-2-1.

Le problème principal posé par l'utilisation de cette installation est dû à la gravité, dont on ne peut s'affranchir.

III-1-1- Choix de l'actionneur

Nous appelons actionneur la partie mobile elle-même, l'amortisseur actif étant le système complet actionneur, moteur, bloc de commande, capteurs.

Parmi les systèmes possibles, deux considérations nous guident. D'une part, la simplicité de réalisation, d'autre part, la contrainte imposée par la présence de la gravité. En effet, pour que le mouvement de la structure montée sur le palier à azote représente le mouvement d'un satellite, il faut que les couples dûs à la gravité soient négligeables. En conséquence, il est nécessaire qu'à tout instant, le centre de masse de la structure coïncide avec le centre de poussée du palier. Ceci impose au centre de masse de l'équipage mobile une position fixe. Sur la planche 11 nous avons représenté les divers types d'actionneurs que nous avons considérés : d'abord un actionneur constitué par deux pendules symétriques, puis constitué par deux masses en translation vers le centre de masse, puis deux masses en translation parallèlement à l'axe de spin, et enfin un actionneur pendulaire équilibré par un contrepoids.

Chacun de ces actionneurs est entraîné par un moteur. Sur les trois premiers, la pesanteur exerce au niveau du moteur un couple constant, qu'il faut éliminer. C'est la raison qui nous a poussé à choisir l'actionneur pendulaire à contrepoids qui est, de plus, simple et d'implantation facile.

Longueur	62 mm
Diamètre	23,8 mm
Masse	120 g
Alimentation détecteur	26 V
Alimentation toupie	26 V
Fréquence	400 Hz
Domaine de mesure	$\pm$ 60 °/s
Fréquence propre	28 Hz
Coefficient d'amortissement à 20°C	0,8
Sensibilité à 20°C	90 mV/°/s
Erreur de zéro à 20°C	0,05
Linéarité entre $\pm$ 30°/s	0,2

Gyromètre GSM 24 R SAGEM

Fréquence	400 Hz
Tension primaire rotor	26 V
Etendue de mesure pour linéarité	+ 60 °
Impédance	150 + j 750 Ohm
Résistance en courant continu	100 Ohm
Sensibilité	19,5 mV/V/degré
Résiduel global	1,5 mV/V
Déphasage secondaire / primaire	7 °
Inertie	2 g.cm^2
Couple de frottement à 20° C	4 cm.cN

Potentiomètre à induction standard SAGEM 11PI03

Planche 12

III-1-2- Choix du capteur de vitesse transverse de la structure

Pour mesurer la vitesse transverse d'un satellite gyroscopique nous avons considéré deux types classiques de capteurs : le gyromètre et l'accéléromètre linéaire.

La présence de la pesanteur nous impose pratiquement le choix du gyromètre. En effet, si l'axe sensible de l'accéléromètre est parallèle à l'axe de spin, son indication ne sera pas faussée par le spin, mais par la pesanteur. Si l'axe sensible est perpendiculaire à l'axe de spin, la pesanteur est sans effet mais il faut un montage différentiel de deux accéléromètres identiques symétriques par rapport à l'axe de spin, ce qui est coûteux en matériel et en réglages.

Le gyromètre par contre, lorsque son axe sensible est rigoureusement perpendiculaire à l'axe de spin mesure une vitesse transverse, sans être sensible à la pesanteur. Les caractéristiques des gyromètres SAGEM sont donnés sur la planche 12.

III-1-2- Choix du capteur de position de l'équipage mobile

Une information sur la position de l'équipage mobile est nécessaire à la fois pour le bon fonctionnement de la boucle de commande et pour l'expérimentateur.

Si, pour des raisons de simplicité, nous excluons le codage optique de la position du pendule, nous avons le choix entre les potentiomètres continus à balais et les potentiomètres à induction à courant alternatif. Pour des raisons de fiabilité nous avons éliminé les potentiomètres à balais, trop fragiles et avons donc choisi un potentiomètre à induction fonctionnant sous 26 volts à courant porteur de fréquence 400 hertz (planche 12) et aussi décidé de réaliser une chaine de commande à courant porteur.

III-1-4- Choix du moteur et du capteur de vitesse

Nous avons alors cherché des moteurs à induction du type 26 volts 400 hertz et en même temps les génératrices tachymétriques, délivrant un signal proportionnel à la vitesse de l'actionneur. Nous avons étudié deux types de moteurs : le moteur-couple alternatif et le moteur-générateur-réducteur biphasé.

MOTEUR-GÉNÉRATEUR D'AMORTISSEMENT

Taille 08

SAGEM

SPÉCIFICATIONS TECHNIQUES	Unités	Tolérance	CARACTÉRISTIQUES NUMÉRIQUES						
Référence selon : ancien branchement / branchement normalisé			08 MG 040412 / 08 MG 04	08 MG 080412 / 08 MG 08	08 MG 050411 / 08 MG 05	08 MG 16	08 MG 060414 / 08 MG 06	08 MG 090414 / 08 MG 09	08 MG 070414 / 08 MG 07
Longueur (voir planche)	mm	max	53		53	35		35	
Masse	g		80		80	60		60	
Vitesse à vide	tr/mn	min.	6 000		5 400	7 000		5 500	
Couple de démarrage	cm cN	min.	23		23	14		18	
Inertie	g cm²		1.2		1.2	0.22		0.88	
Frottement visqueux	dyne cm / rd/s		37		41	19		31	
Accélération maximale	rd/s²		19 200		19 200	83 500		20 300	
Constante de temps	ms		32		29	11		28	
SERVO-MOTEUR									
Enroulement de référence									
Fréquence	Hz		400		400	400		400	
Tension	V		26		18	26		26	
Impédance	Ω	± 15 %	122 + j 100		62 + j 58	82 + j 92		186 + j 110	
Courant de repos	mA		165		215	240		120	
Enroulement de commande									
Tension	V		2 x 13	2 x 18	2 x 9	2 x 13	2 x 18	2 x 13	2 x 18
Impédance	Ω	± 15 %	122 + j 100	230 + j 200	62 + j 58	62 + j 92	122 + j 170	186 + j 110	320 + j 205
Résistance accordée	Ω		205	406	116	198	360	250	450
Seuil de démarrage	V	max	0.7	1	0.6	0.7	1	0.7	1
GÉNÉRATRICE									
Enroulement d'excitation									
Fréquence	Hz		400		400	400		400	
Tension	V		26		18	26		26	
Impédance	Ω	± 15 %	410 + j 84		200 + j 38	430 + j 250		450 + j 200	
Intensité	mA		62		90	53		54	
Enroulement de mesure									
Impédance (1)	Ω		1 750		1 700	1 800		1 750	
Sensibilité à vide à 1.000 tr/mn	mV	± 15 %	280		280	200		250	
Déphasage à vide à 1.000 tr/mn	degré		165 AR		165 AR	170 AR		170 AR	
Sensibilité chargée par 20 KΩ	mV	- 15 %	260		260	185		235	
Déphasage chargée par 20 KΩ	degré		162 AR		162 AR	167 AR		167 AR	
Variation par °C : Sensibilité	%		0.25		0.25	0.30		0.30	
Variation par °C : Déphasage	minute		10		10	10		10	
Tension résiduelle globale	mV	max	15		15	10		10	
Tension résiduelle fondamentale	mV	max	6 + j 13		6 + j 13	5 + j 7		5 + j 7	
Vitesse limite pour linéarité - 0,5 %	tr/mn		5 000		5 000	5 000		5 000	

- RÉDUCTEUR S.A.G.E.M. -

Taille 11

Spécifications techniques	Tolérances	Unités	Caractéristiques numériques
Inertie ramenée sur l'arbre rapide	nom.	g.cm²	0,02
Masse (à titre indicatif)	nom.	cN	120
Si incorporé à un autre élément, ajouter à la masse de celui-ci	nom.	cN	90
Couple statique admissible sur l'arbre lent	max.	cm.N	rapport 1/16 = 2 rapport 1/25 = 250
Couple d'entraînement à vide	nom.	cm.cN	4,5
Couple d'entraînement à 5.000 tr/mn	nom.	cm.cN	8
Charge radiale admissible	max.	N	25
Jeu radial sous une charge de 2,25 N	max.	mm	0,02
Charge axiale	max.	N	18
Jeu axialsous une charge de 4,50 N	max.	mm	0,12
Jeu sur l'arbre lent mesuré sous une charge de cm.cN 225	max.	minutes	30
Accroissement du jeu par 3 cm.N supplémentaires appliqués à l'arbre lent, par 1.000 tr/mn	nom.	minutes	6
Les caractéristiques ci-dessous, données à titre indicatif, sont valables pour une durée de service, intermittent ou continu, de 1.000 heures			
Prévoir un accroissement du jeu nominal, par 100 heures supplémentaires, de	nom.	minutes	4

Planche 13

Caractéristiques du moteur-générateur et du réducteur SAGEM

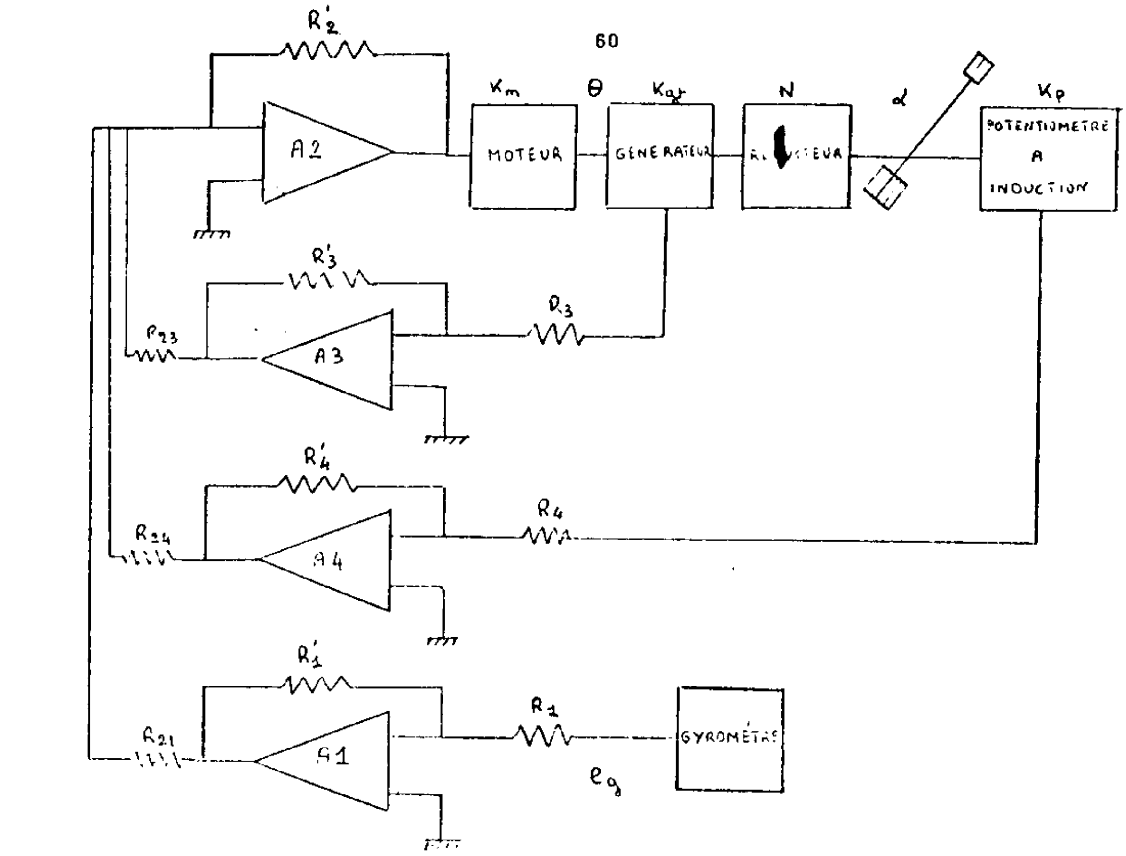


Planche 14

Amortisseur de nutation : Circuits électroniques de commande et leur alimentation

La faible vitesse de l'actionneur nous a conduit à éliminer le moteur-couple alternatif. En effet, le moteur-couple et la génératrice sont montés en Duplex sur l'actionneur, qui oscille à la fréquence des vitesses transverses de la structure. La sensibilité de la génératrice tachymétrique à ces vitesses est trop faible, nous avons alors choisi un moteur diphasé associé à une génératrice tachymétrique et un réducteur.

III-1-5- Caractéristiques des éléments de la chaine

Sur les planches 12 et 13 nous donnons les caractéristiques des éléments choisis pour réaliser l'entrainement de l'actionneur pendulaire à contre-poids. Nous avons choisi la valeur du rapport de réduction de façon à accorder le moteur sur la charge [29] .

Cette valeur du rapport de réduction est donné par :

$$N = \sqrt{\frac{Ic}{Im}} \neq 300$$

où Ic est l'inertie de la charge = $1.04\ 10^{-2}\ m^2kg$

Im l'inertie du moteur = $1.2\ 10^{-7}\ m^2kg$

Ces éléments ont été montés au L.A.A.S. sur une platine représentée sur la planche 14 où nous remarquons le moteur générateur, le réducteur, un embrayage de sécurité en cas de chocs, un renvoi conique de rapport 1, le potentiomètre à induction et l'actionneur.

III-1-6- Réalisation de l'organe de commande

Nous avons rappelé au chapitre I une méthode permettant de déterminer, pour un système linéaire, une commande réalisée par une combinaison linéaire des mesures des variables d'état, minimisant un critère associant la somme du carré de l'erreur et l'énergie dépensée.

C'est ce régulateur linéaire que nous nous sommes proposé de réaliser, dans un premier temps.

Les gains constants d'amplification des mesures des variables d'état du système ω_x, ω_y, $\dot{\alpha}$ et α sont réalisés par des amplificateurs opérationnels intégrés du type 709.

Structure d'essai sur palier à azote

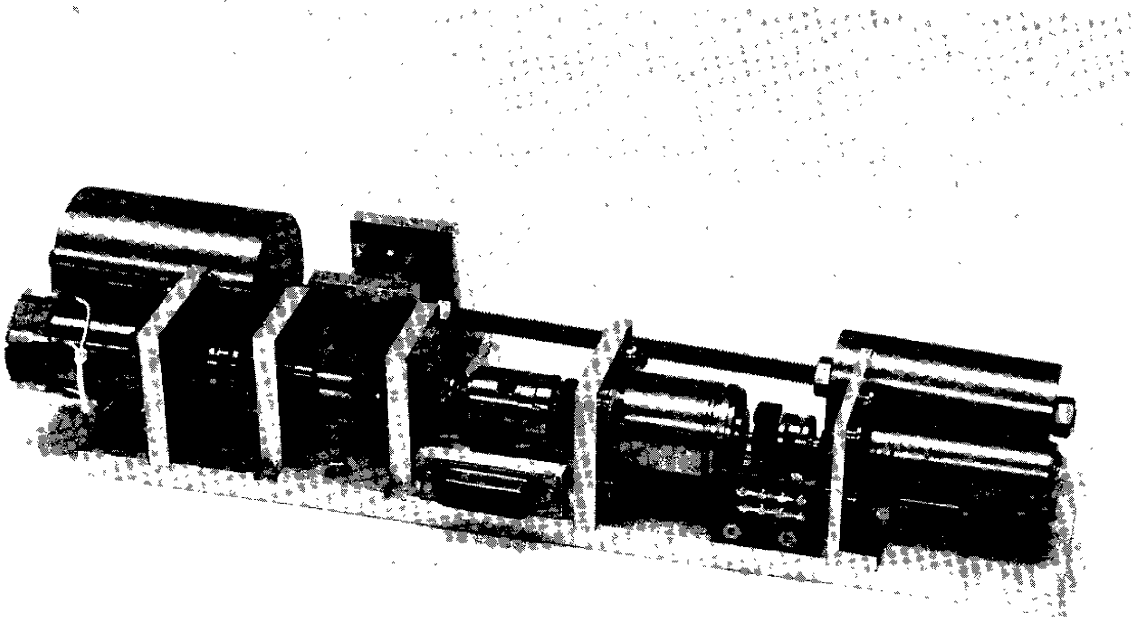


Planche 15

Amortisseur actif de nutation

L'axe sensible du gyromètre étant placé dans le plan transverse de la structure, sa tension de sortie est proportionnelle à $(\omega_x \cos \Theta + \omega_y \sin \Theta)$ où Θ est l'angle entre l'axe sensible du gyromètre et l'axe Ox.

La commande du moteur est alors de la forme :

$$u = g_{gyro} (\omega_x \cos(\Theta) + \omega_y \sin(\Theta)) + g_3 \dot{\alpha} + g_4 \alpha$$

Le schéma-bloc du régulateur linéaire est représenté sur la planche 14. Les trois gains de commande sont ceux des amplificateur A_1, A_3, A_4, l'amplificateur A_2 est l'organe de puissance, multiplicateur de la tension d'erreur du système bouclé.

Ce régulateur cablé sur un circuit imprimé réalisé au laboratoire, et associé au convertisseur de tension continu-alternatif (26 volts, 400 hz), est montré sur la photographie de la planche 14.

III-2- UTILISATION DE L'INSTALLATION D'ESSAI

Dans ce paragraphe nous décrivons l'installation d'essai, remise en opération par le service "Mesures-Capteurs-Instrumentation" du L.A.A.S. [30]

Puis nous étudions le problème de l'équilibrage de la maquette, étape essentielle pour le test de notre système.

III-2-1- Présentation de l'installation - Planche 15 -

Une structure rigide est supportée par un palier hémisphérique à azote à la pression de 4 bars. Le gaz crée entre une cavité hémisphérique et la bille solidaire de la structure un film suffisant pour assurer un mouvement à trois degrés de liberté de la structure, avec des frottements minimaux.

La structure contient plusieurs sous-systèmes :

- une batterie d'accumulateurs au cadmium-nickel rechargeables
- un magnétomètre trois axes C.D.C. délivrant un signal de pulsation égale à la vitesse du spin, et l'électronique associée.
- un circuit pneumatique complet de commande d'attitude de la structure par jets d'azote = réservoirs, régulateur, électrovannes, tuyères. Deux électrovannes et quatre tuyères, une électronique associée au magnétomètre assurent la commande

de la vitesse de spin.

- un senseur solaire développé au L.A.A.S., constitué par quatre cellules solaires montées en pont et d'une fenêtre éclairée par une lampe MAZDA à réflecteur, délivrant deux signaux analogiques proportionnels au cosinus directeurs de la direction du soleil dans l'espace satellite.

- une électronique de commande d'attitude, qui, à partir des informations du senseur solaire, commande l'ouverture des électrovannes placées sur les axes transverses.

- six codeurs d'information en modulation de fréquence, recueillies sur un cable unique à travers la capacité formée par le palier et la bille.

- un jeu de masses de réglage montées sur des vis sans fin.

Enfin, au sol, outre l'alimentation en gaz sous pression, le soleil artificiel, un banc de discriminateurs de fréquences permet de restituer les six informations analogiques transmises par modulation de fréquence. De plus, une installation de télécommande permet le contrôle de tous les sous-systèmes portés par la structure.

Sur cette structure nous avons placé l'amortisseur de nutation et procédé à l'équilibrage statique et dynamique de l'ensemble.

III-2-2- Méthodes d'équilibrage de la maquette

Nous avons utilisé deux méthodes différentes. L'une est empirique, expérimentale, simple mais très longue à mettre en oeuvre. L'autre a un intérêt scientifique plus grand, pourrait être utilisée au cours d'un programme de vol, est rapide mais demande des moyens importants.

III-2-2-1- Méthode d'équilibrage par identification des composantes du tenseur d'inertie de la maquette

L'équilibrage dynamique de la maquette consiste à diagonaliser son tenseur d'inertie exprimé par rapport à ses axes géométriques, ceci par adjonction de masses correctement calculées et placées. Nous proposons pour résoudre ce problème d'utiliser les méthodes d'identification des processus [ ] développées ces dernières années et étudiées dans l'équipe de recherche

du L.A.A.S. s'intéressant aux "Aspects stochastiques de l'automatique", et plus spécialement aux méthodes de filtrage non linéaire mises en oeuvre par M. Alengrin. L'idée consiste à traiter numériquement les signaux délivrés par le senseur solaire, représentatifs du mouvement du satellite, pour en déduire les valeurs des composantes du tenseur d'inertie, dont dépend le mouvement.

Nous décrivons ici la procédure d'obtention du modèle mathématique reliant les signaux du senseur d'attitude aux composantes du tenseur d'inertie, la saisie des données, leur échantillonnage, le traitement numérique, le calcul des masses d'équilibrage et les résultats obtenus.

III-2-2-1-1- Modèle mathématique

Nous considérons par hypothèse que :

- la maquette est un corps rigide, suspendu en son centre de masse, sans frottements.
- sa vitesse de rotation autour de l'axe z est constante.

Nous appelons :

. $\underline{\Omega}$ le vecteur rotation instantané du repère Gxyz lié à la maquette par rapport au repère inertiel, de composantes $\begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$ dans Gxyz

. $\underline{R}$ la direction de référence, de cosinus directeurs $\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{bmatrix}$ dans Gxyz

. $\underline{\underline{I}}$ (S, G) le tenseur d'inertie de la maquette, dans les axes Gxyz.

D'après les équations générales du § I-1-2, appliquées à un corps rigide :

$$\underline{\mathcal{M}\ (v, G)} = \underline{\underline{I}}\ (S, G).\ \underline{\Omega} \qquad \text{soit}$$

$$\mathcal{M}\ (v, G) = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$$

Les équations du mouvement, en l'absence de couples extérieurs, s'écrivent d'après le théorème du moment cinétique :

$$\frac{d}{dt}\ \underline{\mathcal{M}(v, G)} = \left(\frac{d}{dt}\ \underline{\mathcal{M}\ (v, G)}\right)_{\text{relatif}} + \underline{\Omega} \wedge \underline{\mathcal{M}\ (v, G)} = 0$$

ou encore :

$$\left|\begin{array}{l} A\dot{\omega}_x - F\dot{\omega}_y - E\dot{\omega}_z + (C-B)\omega_z\omega_y + D(\omega_z^2 - \omega_y^2) + F\omega_z\omega_x - E\omega_x\omega_y = 0 \\ -F\dot{\omega}_x + B\dot{\omega}_y - D\dot{\omega}_z + (A-C)\omega_z\omega_x + E(\omega_x^2 - \omega_z^2) + D\omega_x\omega_y - F\omega_y\omega_z = 0 \\ -E\dot{\omega}_x - D\dot{\omega}_y + C\dot{\omega}_z + (B-A)\omega_x\omega_y - F(\omega_x^2 - \omega_y^2) + D\omega_x\omega_z - E\omega_y\omega_z = 0 \end{array}\right.$$

Les équations de mesure s'écrivent, puisque $\underline{R}$ est fixe dans l'espace absolu :

$$\left(\frac{d\underline{R}}{dt}\right)_{\text{absolu}} = \left(\frac{d\underline{R}}{dt}\right)_{\text{relatif}} + \underline{\Omega} \wedge \underline{R} = 0$$

ou encore :

$$\left|\begin{array}{l} \dot{\alpha} = \omega_z\beta - \omega_y\gamma \\ \dot{\beta} = \omega_x\gamma - \omega_z\alpha \\ \dot{\gamma} = \omega_y\alpha - \omega_x\beta \\ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1 \end{array}\right.$$

α et β sont les coordonnées d'attitude mesurées par le senseur solaire.

Un système de commande de la vitesse de spin impose ω_z = constante = ω_0. Cherchons alors un modèle linéaire en considérant des petits mouvements autour de la référence.

Alors γ est voisin de 1 et nous obtenons :

$$\left|\begin{array}{l} A\dot{\omega}_x + (C-B)\omega_0\omega_y + D\omega_0^2 + F(\omega_0\omega_x - \dot{\omega}_y) = 0 \\ B\dot{\omega}_y + (A-C)\omega_0\omega_x - E\omega_0^2 - F(\omega_0\omega_y + \dot{\omega}_x) = 0 \\ \dot{\alpha} = \omega_0\beta - \omega_y \\ \dot{\beta} = \omega_x - \omega_0\alpha \end{array}\right.$$

D'où le modèle mathématique en α et β du système :

$$\left|\begin{array}{l} (AB-F^2)\,\ddot{\alpha} = \omega_0 F(A+B-C)\dot{\alpha} + \omega_0 A(A+B-C)\dot{\beta} - [A(C-A)-F^2]\omega_0^2\alpha \\ \qquad\qquad - F(A+B-C)\omega_0^2\beta - (AE-DF)\omega_0^2 \\ (AB-F^2)\,\ddot{\beta} = -\omega_0 B(A+B-C)\dot{\alpha} - \omega_0 F(A+B-C)\dot{\beta} - [B(C-B)-F^2]\omega_0^2\beta \\ \qquad\qquad - F(A+B-C)\omega_0^2\alpha - (BD-EF)\omega_0^2 \end{array}\right.$$

III-2-2-1-2- Saisie des données et traitement numérique

Les signaux analogiques α et β, après une réduction des $\pm$ 100 volts de sortie des discriminateurs de fréquence à $\pm$ 1 volt, sont mis en mémoire sur la bande d'un enregistreur magnétique TOLANA, à une vitesse de 9.5 cm/s, ainsi que le signal du magnétomètre, dont la pulsation est égale à ω_0. Nous utilisons ensuite le calculateur CII 9010 de l'I.N.S.A. à Toulouse pour échantillonner ces deux signaux α, β, à une cadence de 5 échantillons par seconde ; les résultats numériques sont alors perforés sur un ruban de papier, pour être finalement lus par le lecteur associé à l'IBM 1130 du L.A.A.S. pour en constituer un fichier.

Les données du fichier sont traitées numériquement par un programme de filtrage non linéaire dont nous rappelons le principe [31 , 32].

Les coefficients constants des équations du modèle mathématique sont considérés comme des composantes à dynamique nulle du vecteur d'état du système qui prend alors la forme suivante, si nous appelons a_{ij} le terme général de la matrice (2 x 5) des coefficients, et si nous posons :

$$\left|\begin{array}{l} \frac{d\alpha}{dt} = x_1 \quad \frac{d\beta}{dt} = x_2 \quad \alpha = x_3 \quad \beta = x_4 \\ a_{11} = x_5 \quad a_{12} = x_6 \quad a_{13} = x_7 \quad a_{14} = x_8 \quad a_{15} = x_9 \\ a_{21} = x_{10} \quad a_{24} = x_{11} \quad a_{25} = x_{12} \end{array}\right.$$

$$
\begin{cases}
\dfrac{dx_1}{dt} = x_5\, x_1 + x_6\, x_2 + x_7\, x_3 + x_8\, x_4 + x_9 \\
\dfrac{dx_2}{dt} = x_{10}\, x_1 - x_5\, x_2 - x_8\, x_3 + x_{11}\, x_4 + x_{12} \\
\dfrac{dx_3}{dt} = x_1 \\
\dfrac{dx_4}{dt} = x_2 \\
\dfrac{dx_5}{dt} = 0 \\
\vdots \\
\dfrac{dx_{12}}{dt} = 0
\end{cases}
$$

Les équations de mesure s'écrivent :

$$
\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{12} \end{bmatrix}
$$

Les variables d'état sont estimées par l'intégration des équations du filtre de Kalman entre deux échantillons

$$
\begin{cases}
\dfrac{d\hat{x}_1}{dt} = \hat{x}_5\, \hat{x}_1 + P_{15} + \hat{x}_6\, \hat{x}_2 + P_{26} + \hat{x}_7\, \hat{x}_3 + P_{37} + \hat{x}_8\, \hat{x}_4 + P_{48} + \hat{x}_9 + \upsilon \\
\vdots \\
\dfrac{d\hat{x}_{12}}{dt} = 0
\end{cases}
$$

où $\hat{x}_i$ sont les estimations des composantes du vecteur d'état

P_{ij} est la covariance des erreurs d'estimation sur x_i et x_j

$$
P_{ij} = \left[\left[(x_i - \hat{x}_i)\, (x_j - \hat{x}_j) \right] \right]
$$

et υ est un bruit de mesure.

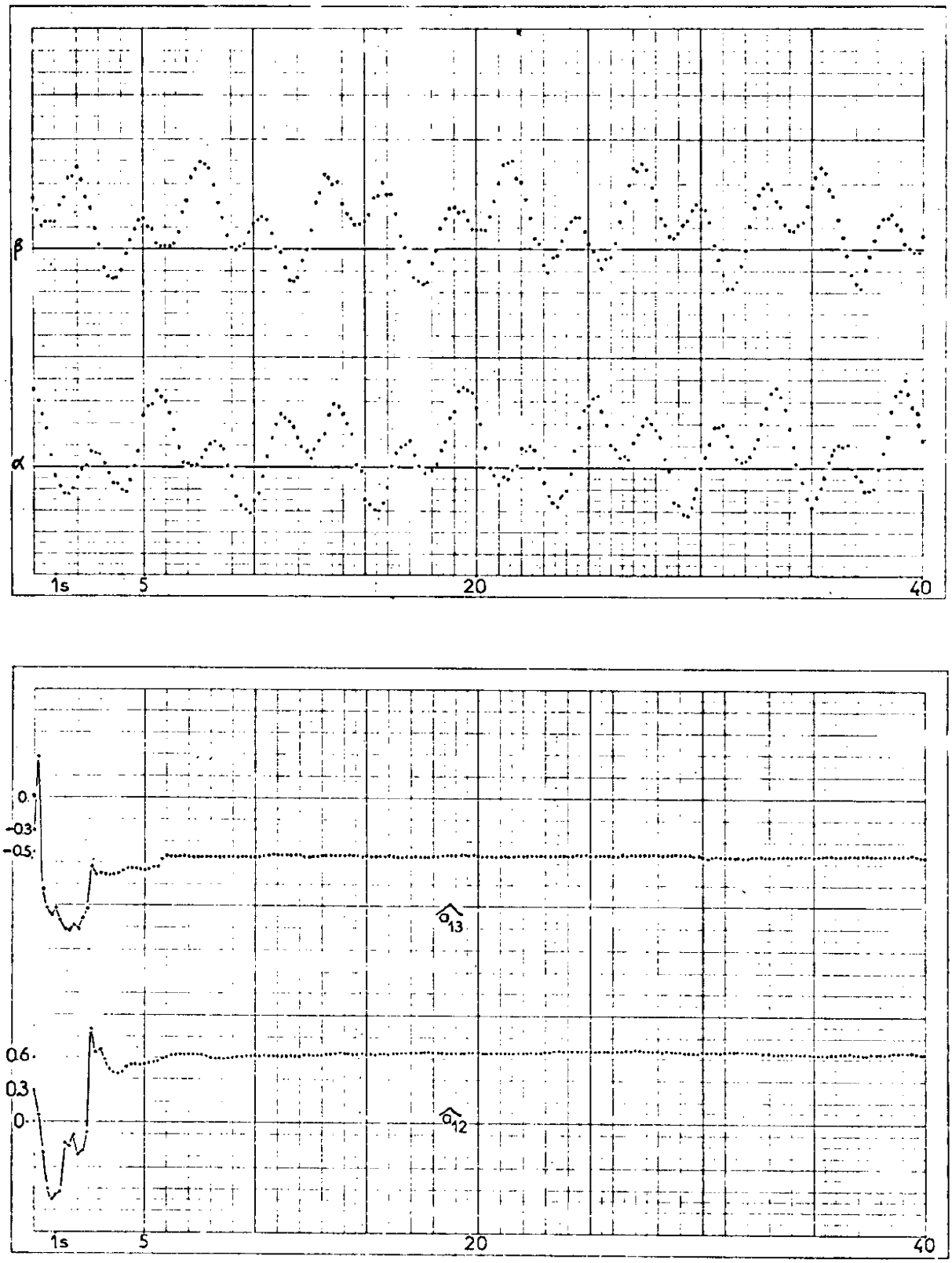


Planche 16

Signaux échantillonnés d'attitude de la structure

Estimation séquentielle des paramètres $\hat{a}_{12}$ et a_{13}

Nous partons d'une condition initiale nulle sur le vecteur d'état et à chaque échantillon, nous calculons les nouvelles estimations d'après la formule :

$$\hat{x}_i^+ = \hat{x}_i^- + K_1 (y_1 - \hat{x}_3) + K_2 (y_2 - \hat{x}_4)$$

où K_1 et K_2 sont des coefficients de pondération .

Les données sont traitées séquentiellement, les nouvelles informations améliorent l'estimation. Lorsque les corrections sont inférieures à une précision donnée, l'identification est terminée.

Sur la planche 16, nous représentons la forme des signaux échantillonnés puis l'identification des paramètres a_{12}, a_{13} et remarquons la rapidité de convergence de l'algorithme utilisé.

III-2-2-1-3- Interprétation des résultats et calcul des masses de correction

Entre les coefficients a_{ij} ainsi déterminés et les composantes du tenseur d'inertie nous avons les relations :

$$F = \frac{a_{11}}{a_{12}} \quad A$$

$$B = - \frac{a_{21}}{a_{12}} \quad A$$

$$AE - FD = \frac{a_{15}}{\omega_0^2} \quad (AB - F^2)$$

$$FE - BD = - \frac{a_{25}}{\omega_0^2} \quad (AB - F^2)$$

$$C = A + B - \frac{a_{12}}{\omega_0^A} \quad (AB - F^2)$$

Connaissant A et ω_0 nous pouvons calculer B, C, D, E, F, puis calculer les masses de correction.

Nous voulons rendre les axes géométriques G xyz de la structure principaux d'inertie. Le problème est rendu plus difficile par la forme tronconique

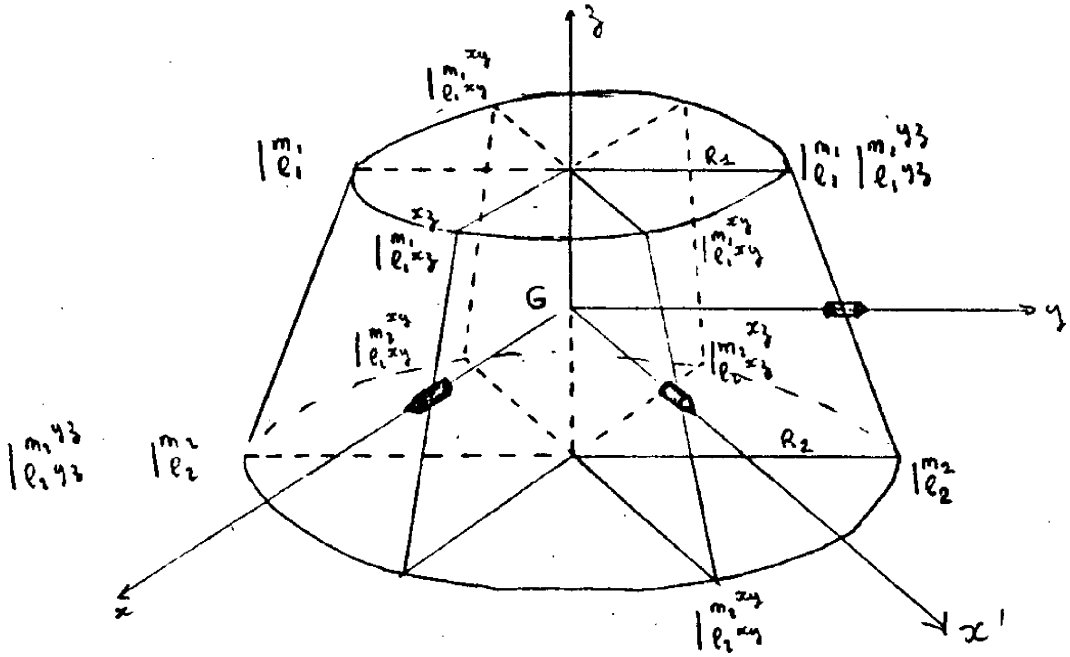


Planche 17

Implantation des masses d'équilibrage.

de la table et l'obligation de ne pas détruire l'équilibrage statique. Sur le schéma de la planche 17 sont indiqués les emplacements choisis pour les masses.

Pour éliminer les produits d'inertie D, E nous utilisons deux séries de deux masses placées dans les plans G xz et Gyz de telle façon que :

. le produit d'inertie ainsi créé soit de signe opposé à celui qui a été calculé

. le barycentre de ces deux masses soit sur Gz.

Le produit d'inertie F est éliminé par une série de 4 masses placées soit dans le plan x'Gz ou y'Gz suivant le signe de F, de telle façon que le barycentre de l'ensemble des deux séries de deux masses et de cette série de quatre masses reste en G.

Le tenseur d'inertie est alors diagonal.

Nous pouvons égaler les inerties transverses sans perturber l'équilibrage statique par une série de quatre masses situées dans le plan perpendiculaire à l'axe de plus faible inertie.

Les valeurs de ces masses sont données par les relations suivantes avec les notations de la planche 17

$$\begin{cases} m_1^{xz} R_1 l_1^{xz} + m_2^{xz} R_2 l_2^{xz} = |E| \\ m_1^{xz} R_1 = m_2^{xz} R_2 \end{cases}$$

de même $$\begin{cases} m_1^{yz} R_1 l_1^{yz} + m_2^{yz} R_2 l_2^{yz} = |D| \\ m_1^{yz} R_1 = m_2^{yz} R_2 \end{cases}$$

et encore $$m_1^{xy} R_1^2 + m_2^{xy} R_2^2 = |F|$$

de plus $$m_1^{xz} l_1^{xz} + m_1^{yz} l_1^{yz} + 2m_1^{xy} l_1^{xy} = m_2^{xz} l_2^{xz} + m_2^{yz} l_2^{yz} + 2m_2^{xy} l_2^{xy}$$

Pour égaliser les moments d'inertie A et B

$$\begin{cases} |B - A| = \left| (m_1^{xz} - m_1^{yz} - 2m_1) R_1^2 - (m_2^{xz} - m_2^{yz} - 2m_2) R_2^2 \right| \\ m_1 l_1 = m_2 l_2 \end{cases}$$

Nous avons calculé 12 masses, dont 2 seront placées au même endroit ce qui nous donne 10 masses d'équilibrage, qui peut ainsi s'opérer en une seule fois.

III-2-2-2- Méthode expérimentale d'équilibrage

Cette méthode est basée sur des mesures de périodes d'oscillations de la structure et sur quelques remarques tirées des équations du mouvement.

. Mesure des inerties transverses de la structure

Grâce à une potence spécialement conçue à cet effet, nous avons la possibilité de faire osciller la structure autour des axes rectangulaires x et y ainsi qu'autour de l'axe médian x'. La structure étant équilibrée statiquement

.. son centre de masse coïncide avec le centre de poussée du palier-

l'adjonction de masses supplémentaires rend le système oscillant - le balourd statique résiduel étant toujours important, deux séries de mesures sont nécessaires.

En effet, un pendule composé a pour équation de mouvement autour d'un axe μ , avec les notations définies sur la planche 17 :

$$\left[I_\mu + 2m_i \left(R_2^2 + 2\ell_i^2 + \frac{h_i^2}{6} \right) \right] \ddot{\theta} + g \left[M z_G + 4 m_i \ell_i \right] \theta = 0$$

si nous posons

$$L_i^2 = R_2^2 + 2\ell_i^2 + \frac{h_i^2}{6}$$

$$K_i = \frac{4\pi^2}{g T_i^2}$$

$$V_i = 2m_i \left[g\ell_i - K_i L_i^2 \right]$$

avec

$$\omega_i T_i = 2\pi$$

et

$$\omega_i^2 = \frac{g \left[M z_G + 4 m_i \ell_i \right]}{I_\mu + 2 m_i L_i^2}$$

en utilisant deux séries de quatre masses il vient :

$$\left| \begin{array}{l} M z_G = \dfrac{K_2 V_1 - K_1 V_2}{K_2 - K_1} \\ \\ I_\mu = \dfrac{V_1 - V_2}{K_2 - K_1} \end{array} \right.$$

ce qui nous donne une indication sur le balourd statique et une mesure assez précise de l'inertie autour d'un axe transverse.

. Calcul du produit d'inertie F

Le tenseur d'inertie de la structure s'écrit dans les axes G xyz

$$I(S,O) = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}$$

Le moment d'inertie par rapport à un axe u de cosinus directeurs α, β, γ s'écrit :

$$I_u = \underline{u}\ \underline{\underline{I}}(S,O)\,\underline{u} = A\alpha^2 + B\beta^2 + C\gamma^2 - 2D\beta\gamma - 2E\gamma\alpha - 2F\alpha\beta$$

soit si nous choisissons $x' \begin{vmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \\ 0 \end{vmatrix}$ $\qquad Ix' = \frac{1}{2}(A + B) - F$

d'où nous tirons $\qquad F = \frac{1}{2}(A + B) - Ix'$

Connaissant F il suffit d'ajouter des masses dans le plan adéquat pour l'annuler.

. Elimination des produits d'inertie D et E

Dans les équations du paragraphe précédent si F est nul la position d'équilibre du système d'équations différentielles est donnée par :

$$\begin{aligned} A(C-A)\omega_0^2\,\alpha_0 &= -AE\omega_0^2 \\ B(C-B)\omega_0^2\,\beta_0 &= -BD\omega_0^2 \end{aligned} \qquad \text{soit} \qquad \begin{aligned} \alpha_0 &= -\frac{E}{C-A} \\ \beta_0 &= -\frac{D}{C-B} \end{aligned}$$

les produits d'inertie D, et E sont donc

$$D = -(C-B)\,\beta_0$$

$$E = -(C-A)\,\alpha_0$$

En observant sur une table x-y les variations du centre des figures décrites par le palier en fonction des masses de réglage que nous ajoutons dans le plan xGz ou yGz nous pouvons éliminer assez facilement D et E.

. Réglage définitif, mesure de C

Si les balourds sont très importants, il faut reprendre le réglage au départ.

La mesure de C se fait grâce aux indications simultanées du gyromètre et du magnétomètre. En effet, la pulsation du gyromètre est donnée par les pôles du système

$$\begin{cases} A\,\dot{\omega}_x + (C-B)\,\omega_0\,\omega_y = 0 \\ B\,\dot{\omega}_y + (A-C)\,\omega_0\,\omega_x = 0 \end{cases}$$

qui sont donnés par

$$\det \begin{bmatrix} As & (C-B)\omega_o \\ -(C-A)\omega_o & Bs \end{bmatrix} = 0 = AB\,s^2 + (C-A)\,(C-B)\;\omega_0^{\,2} = 0$$

dont la solution est $$s = \pm\, i \sqrt{\frac{(C-A)(C-B)}{AB}}\;\omega_0$$

Connaissant A, B, ω_o et la période du signal du gyromètre T telle que

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} \left[\frac{(C-A)(C-B)}{AB} \right]^{-1/2}$$

nous pouvons calculer C.

III-2-2-3- Résultats

L'équilibrage de la structure étant essentiel pour le test de l'amortisseur actif de nutation, nous avons opéré en deux temps. Tout d'abord, nous avons enregistré le mouvement libre de la structure comme nous l'avons exposé au § III-2-2-1-2 et mis au point la méthode d'identification. Sans en attendre le résultat nous avons équilibré la structure par la méthode du § III-2-2-2 pour obtenir :

$$\begin{cases} A = 6.19\ m^2 kg \\ B = 6.20\ m^2 kg \\ C = 9.07\ m^2 kg \end{cases} \qquad D,\ E,\ F \ < 5.10^{-3}\ m^2 kg$$

Les méthodes de filtrage non linéaire des signaux α , β représentés sur la planche 16 ont donné pour résultats :

$a_{11} = 0,009$ $a_{12} = 0,676$ $a_{13} = -0,538$ $a_{14} = -\omega_o a_{11}$ $a_{15} = +0,045$

$a_{21} = -0,636$ $a_{22} = -a_{11}$ $a_{23} = a_{14}$ $a_{24} = -0,521$ $a_{25} = +0,053$

qui correspondent à :

$A^1 = 5,6\ m^2kg$ $D^1 = -0,04\ m^2kg$

$B^1 = 5,8\ m^2kg$ $E^1 = -0,05\ m^2kg$

$C^1 = 8,3\ m^2kg$ $F^1 = -0,09\ m^2kg$

Nous avons déjà réalisé l'équilibrage, ainsi ces résultats ne sont qu'indicatifs. Ils sont encourageants et nous avons décidé d'utiliser cette méthode au cours d'un deuxième essai, réalisé avec une inertie double du système amortisseur et dont les résultats sont :

$a_{11} = -0,023$ $a_{12} = 1,248$ $a_{13} = -2,076$ $a_{14} = 0,05386$ $a_{15} = 0,0576$

$a_{21} = -1,315$ $a_{22} = 0,023$ $a_{23} = 0,05386$ $a_{24} = -2,35$ $a_{25} = 0,0507$

pour une vitesse de spin de 2,342 rad/s.

Les paramètres d'inertie sont alors :

$A = 5,89\ m^2kg$ $D = -0,053\ m^2kg$

$B = 6,20\ m^2kg$ $E = -0,064\ m^2kg$

$C = 8,24\ m^2kg$ $F = -0,109\ m^2kg$

Pour des raisons matérielles, le test n'a pu encore être réalisé sur la structure d'essai, mais fera l'objet d'une communication ultérieure [32]

A ce stade de notre travail, nous avons donc décrit la conception et la réalisation de l'amortisseur actif de nutation, décrit l'installation d'essai ainsi que les méthodes nous permetiant son utilisation, nous pouvons alors étudier la commande du système et comparer les résultats théoriques et expérimentaux.

C H A P I T R E I V

ETUDE NUMERIQUE ET EXPERIMENTALE DE L'AMORTISSEUR ACTIF DE NUTATION GENERALISATION DES RESULTATS

Dans un premier temps nous comparons les résultats numériques de l'étude théorique de l'amortisseur actif de nutation avec les résultats expérimentaux. Nous étudions donc successivement le modèle mathématique du système, la synthèse de la commande de l'amortisseur et les résultats obtenus sur l'installation d'essai. Cette partie de notre travail nous servant à étayer nos conclusions, nous déterminons dans un deuxième temps les caractéristiques essentielles des amortisseurs actifs de nutation à masses mobiles, qui sont, par opposition aux systèmes passifs, d'une relative insensibilité au modèle pour des performances égales et d'une grande souplesse d'adaptation aux exigences de la mission.

Enfin et pour conclure nous proposons d'utiliser ce principe pour stabiliser un satellite spinné ou dual spin en décrivant un système embarquable qui resterait à étudier dans le détail.

IV-1- MODELE MATHEMATIQUE DU PROCESSUS

L'obtention du modèle mathématique du système composé d'une structure de satellite contenant un amortisseur actif du type proposé s'opère à partir du principe général de la mécanique tel que nous l'avons exposé au chapitre I .

Après avoir énoncé les hypothèses de calcul, nous écrivons les équations du mouvement de la structure, puis l'équation du mouvement de la partie mobile.

IV-1-1- Hypothèses

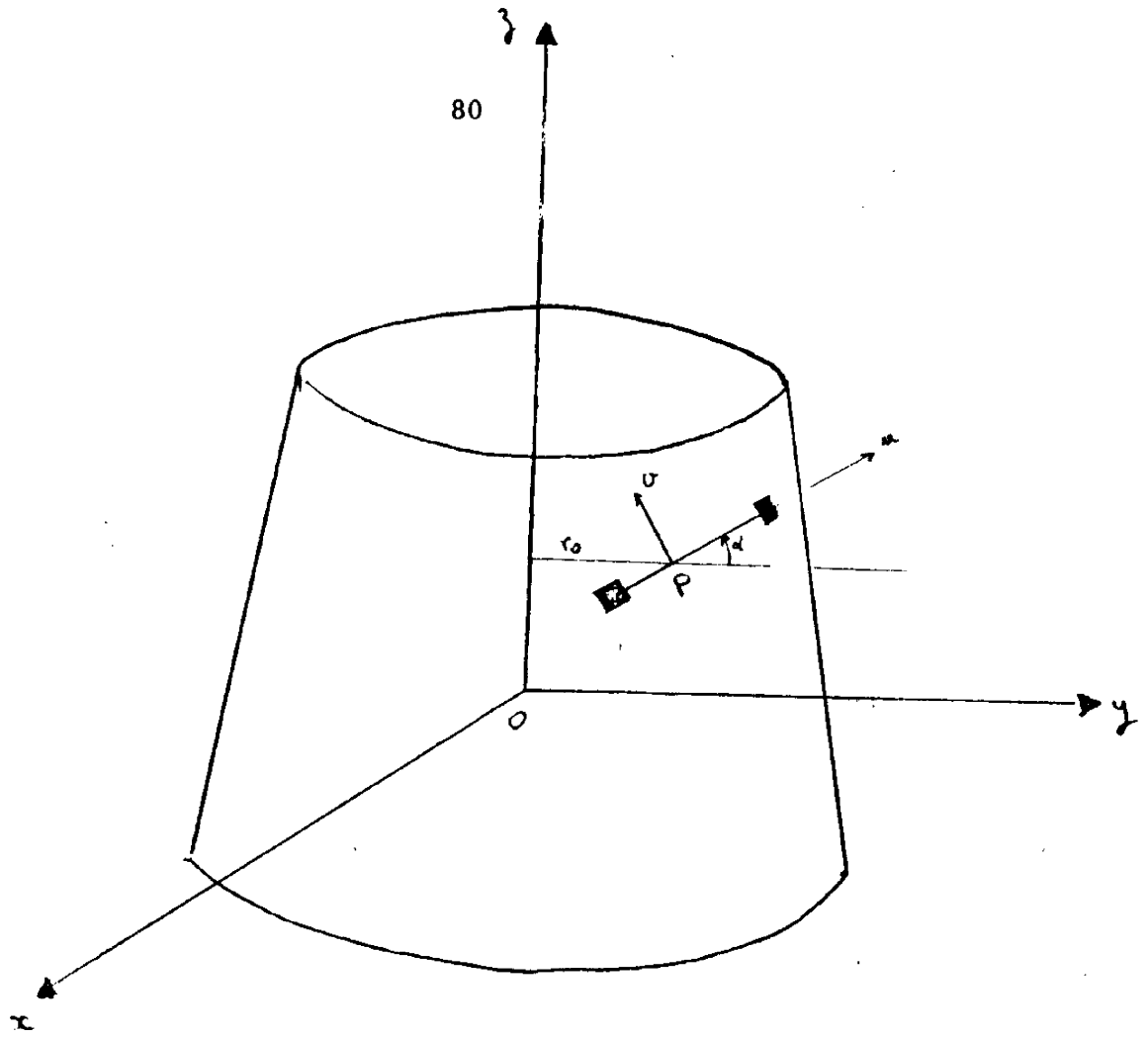
Supposons que :

. les axes géométriques de la structure sont principaux d'inertie ; le tenseur d'inertie du système au repos est diagonal

. le système tourne à vitesse constante autour de son axe de plus grande inertie

. l'action des forces extérieures est négligeable

. la linéarisation des équations est valable; ceci sera vérifié par la suite par validation du modèle mathématique.



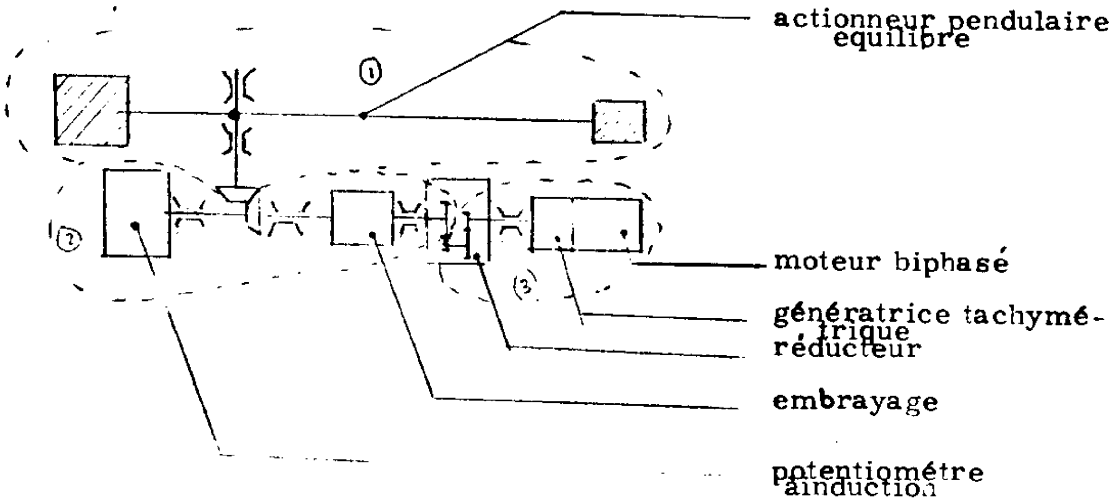


Planche 18
Implantation de l'actionneur sur la structure d'essai
Schéma de l'amortisseur actif de nutation

IV-1-2- Equations du mouvement de la structure

Le satellite se compose de quatre parties : le corps principal, l'actionneur pendulaire, et chacune des pièces tournantes figurées sur le schéma planche 18. D'après la formule générale exposée au chapitre I , il suffit de calculer le tenseur d'inertie du système déformé, et d'ajouter chacun des termes, pour chaque partie mobile.

. Le tenseur d'inertie de l'actionneur pendulaire s'écrit dans les axes x μ v

$$I(\text{pendule, P}) = \begin{bmatrix} I_{p1} & 0 & \\ & I_{p2} & \\ 0 & & I_{p3} \end{bmatrix}$$

Dans les axes x y z , il s'écrit, si T est la matrice de passage telle que $\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x \\ \mu \\ v \end{bmatrix}$

où $T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$ $\qquad I(\text{pendule, Pxyz}) = T\, I(\text{Pend, Px}\mu\text{v})T^T$

$$I(\text{Pend, Pxyz}) = \begin{bmatrix} I_{p1} & 0 & 0 \\ 0 & I_{p2}\cos^2\alpha + I_{p3}\sin^2\alpha & (I_{p2} - I_{p3})\sin\alpha\cos\alpha \\ 0 & (I_{p2} - I_{p3})\sin\alpha\cos\alpha & I_{p2}\sin^2\alpha + I_{p3}\cos^2\alpha \end{bmatrix}$$

En linéarisant, nous remarquons que les termes diagonaux de ce tenseur sont constants et s'ajoutent aux termes diagonaux de la structure contenant déjà les rotors au repos.

D'où le tenseur d'inertie du système déformé :

$$I(S,O) = \begin{bmatrix} A & O & O \\ O & B & (I_{p2}-I_{p3})\alpha \\ O & (I_{p2}-I_{p3})\alpha & C \end{bmatrix}$$

En supposant l'actionneur pendulaire parfaitement équilibré, son centre de masse se trouvant en P est fixe et le terme $\underline{R}_0$ des équations est nul.

Calculons le terme $\int_S \underline{r} \wedge \underline{r}' \, dm$ pour chaque partie mobile :

. partie 1 : actionneur pendulaire .

$$\int_1 \underline{r} \wedge \underline{r}' \, dm = \int_1 r^2 \dot{\alpha} \, dm \quad \underline{x} = I_{p1} \dot{\alpha} \, \underline{x}$$

. partie 2 : potentiomètre à induction, embrayage, réducteur .

$$\int_2 \underline{r} \wedge \underline{r}' \, dm = i_2 \dot{\alpha} \, \underline{y}$$

. partie 3 : réducteur, moteur générateur :

$$\int_3 \underline{r} \wedge \underline{r}' \, dm = - i_3 N \dot{\alpha} \, \underline{y} \qquad \text{où} \quad N \text{ est le rapport de réduction}$$

d'où le moment cinétique global en O, linéarisé :

$$\underline{\mathcal{M}}(v, O) = \begin{cases} A \, \omega_x + I_{p1} \dot{\alpha} \\ B \, \omega_y + (I_{p2} - I_{p3}) \, \omega_z \, \alpha + (i_2 - N i_3) \dot{\alpha} \\ C \, \omega_z \end{cases}$$

D'où le système d'équations différentielles linéaires décrivant le mouvement de la structure

$$\frac{d}{dt} \underline{\mathcal{M}}(v, O) = \frac{d}{dt} \underline{\mathcal{M}}(v, O) \Big|_{xyz} + \underline{\Omega} \wedge \underline{\mathcal{M}}(v, O) = \underline{\mathcal{M}}(Fe, O) = 0$$

d'où nous tirons $\omega_z = cte$ et

$$\begin{cases} A \dot{\omega}_x + (C - B) \omega_z \omega_y + I_{p1} \ddot{\alpha} + (N i_3 - i_2) \omega_z \dot{\alpha} + (I_{p3} - I_{p1}) \omega_z^2 \alpha = 0 \\ B \dot{\omega}_y - (C - A) \omega_z \omega_x - (N i_3 - i_2) \ddot{\alpha} - (I_{p1} + I_{p1} - I_{p3}) \omega_z \dot{\alpha} = 0 \end{cases}$$

IV-1-3- Equations de l'équipage mobile

Les trois parties mobiles ayant leur centre de masse fixe, il suffit

d'appliquer le théorème du moment cinétique à chacune en calculant les couples extérieurs.

. partie 1 : dans les axes x y z , le vecteur rotation est $\underline{\Omega}_1 = \begin{bmatrix} \omega_x + \dot{\alpha} \\ \omega_y \\ \omega_z \end{bmatrix}$

$$\underline{\mathcal{M}(v,1)} = \begin{bmatrix} I_{p_1}(\dot{\alpha} + \omega_x) \\ I_{p_2}\omega_y + (I_{p_2} - I_{p_3})\omega_z \alpha \\ I_{p_3}\omega_z \end{bmatrix}$$

$\frac{d}{dt}\underline{\mathcal{M}(v,1)} = \underline{\mathcal{M}(Fe,1)} = C_{21}\,\underline{x}$ si C_{21} est le couple transmis par la partie 2

donc $$I_{p_1}(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_x) + (I_{p_3} - I_{p_2})\omega_z(\omega_y + \omega_z \alpha) = C_{21}$$

. partie 2 : de même

$$i_2(\ddot{\alpha} + \dot{\omega}_y) = N C_{32} - C_{21}$$ où N est le rapport de réduction

. partie 3 : de la même façon, cette partie tournant à la vitesse $N\dot{\alpha}$

$$i_3(-\dot{\omega}_y + N\ddot{\alpha}) = C_m - C_{32}$$

d'où en éliminant C_{32} entre les deux dernières équations, puis C_{21} nous obtenons :

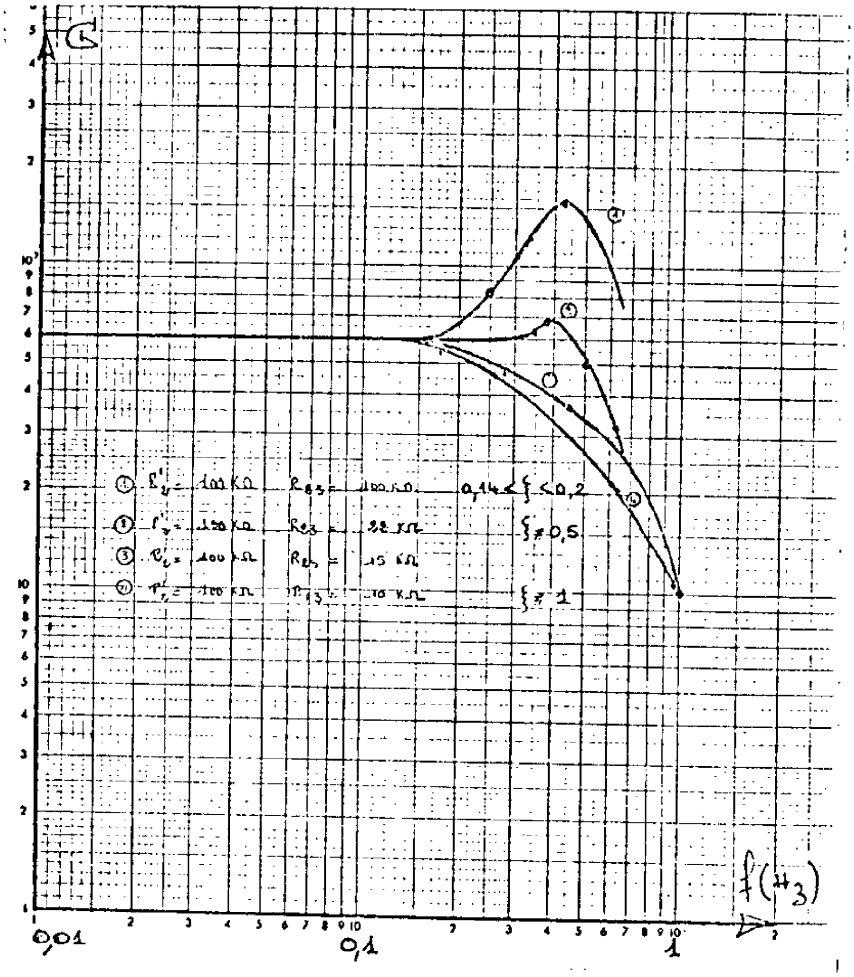
$$(I_{p_1} + i_2 + N^2 i_3)\ddot{\alpha} + (i_2 + N i_3)\dot{\omega}_y + (I_{p_3} - I_{p_2})\omega_z(\omega_y + \omega_z \alpha) = N C_m$$

Nous utilisons la forme simplifiée du couple d'un moteur biphasé [29] qui s'écrit :

$$C_m = C_0 u - N f_m \dot{\alpha}$$

où
- C_0 est le couple au démarrage du moteur
- u une variable de contrôle comprise entre 0 et 1
- f_m est le frottement interne du moteur
- N est le rapport de réduction

et obtenons ainsi le système d'équations différentielles linéaires représentant le phénomène sous une forme directement utilisable pour résoudre le problème de



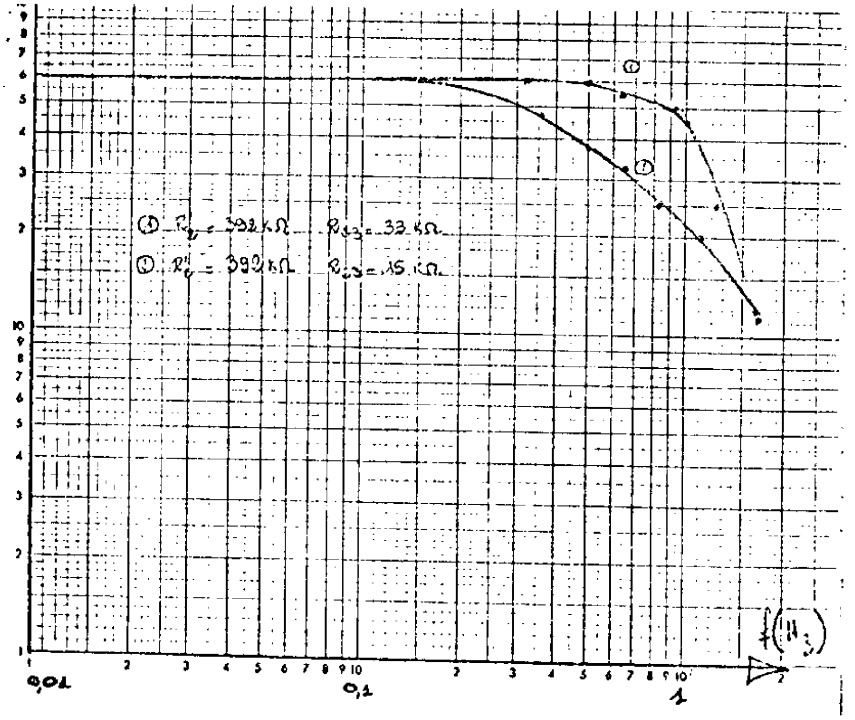


Planche 19

Analyse fréquentielle de l'amortisseur actif

en boucle fermée

la commande

$$\begin{cases} A\dot{\omega}_x + (C-B)\omega_z\omega_y + I_{P_1}\ddot{\alpha} + (Ni_3 - i_2)\omega_z\dot{\alpha} + (I_{P_3} - I_{P_2})\omega_z^2\alpha = 0 \\ B\dot{\omega}_y - (C-A)\omega_z\omega_x - (Ni_3 - i_2)\ddot{\alpha} + (I_{P_1} + I_{P_2} - I_{P_3})\omega_z\dot{\alpha} = 0 \\ (I_{P_1} + i_2 + N^2 i_3)\ddot{\alpha} + N^2 f_M\dot{\alpha} + (I_{P_3} - I_{P_2})\omega_z(\omega_y + \omega_z\alpha) + (i_2 + Ni_3)\dot{\omega}_y = NC_M u \end{cases}$$

Grâce à un simple calcul algébrique ce système peut se mettre sous la forme matricielle

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + Bu \\ X(0) = X_0 \end{cases}$$

où X est le vecteur d'état du système tel que

$$X^T = \left[\omega_x, \omega_y, \dot{\alpha}, \alpha\right]$$

et où A, B sont des matrices constantes.

IV-2- VALIDATION DU MODELE MATHEMATIQUE

Pour valider le modèle mathématique du processus, il est nécessaire de s'assurer que le modèle en simulation et le processus réel, placés dans les mêmes conditions, ont des réponses identiques. Dans notre cas, nous opérons en deux temps : tout d'abord nous étudions l'amortisseur seul, c'est-à-dire l'actionneur pendulaire et ses boucles de régulation et opérons un choix de ses paramètres ; nous déterminons les gains du régulateur et comparons la réponse de notre modèle et celle du processus.

IV-2-1- Etude de l'amortisseur

Nous reproduisons sur la planche 19 la réponse fréquentielle du système en boucle fermée, pour différentes valeurs des gains du régulateur.

Par définition $G = N \dfrac{K_p}{e_g}$ est sans dimension

L'équation du IV-1-3- s'écrit dans ce cas :

$$(I_{p1} + i_2 + N^2 i_3)\ddot{\alpha} = N C_m$$

Posons maintenant $C_m = K_m V - N f_M$

où . V est la tension aux bornes de l'enroulement de commande du moteur

. K_m le gain du moteur en N m/Volt.

La tension aux bornes du moteur s'écrit :

$$V = \frac{R'_1}{R_1} \frac{R'_2}{R_{21}} e_g - \frac{R'_3}{R_3} \frac{R'_2}{R_{23}} N K_g \dot{\alpha} - \frac{R'_4}{R_4} \frac{R'_2}{R_{24}} K_p \alpha$$

D'où l'équation du système bouclé :

$$\left(I_{p_1} + i_2 + N^2 i_3\right)\ddot{\alpha} + N^2\left(f_M + \frac{R'_3}{R_3}\frac{R'_2}{R_{23}} K_m K_g\right)\dot{\alpha} + N \frac{R'_4}{R_4}\frac{R'_2}{R_{24}} K_m K_p \alpha = \frac{R'_2}{R_2}\frac{R'_2}{R_{21}} K_m e_g$$

En identifiant avec le système du 2ème ordre classique :

$$\ddot{\alpha} + 2\zeta\omega_N \dot{\alpha} + \omega_N^2 \alpha = K e_g$$

nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} K = \dfrac{R'_1}{R_1}\dfrac{R_4}{R'_4}\dfrac{R_{24}}{R_{21}}\dfrac{1}{N K_p} \\ \omega_N^2 = \dfrac{N \frac{R'_4}{R_4}\frac{R'_2}{R_{24}} K_m K_p}{I_{p_1} + i_2 + N^2 i_3} \\ \zeta = \dfrac{N^2}{2\omega_N} \dfrac{f_M + \frac{R'_3}{R_3}\frac{R'_2}{R_{23}} K_m K_g}{I_{p_1} + i_2 + N^2 i_3} \end{cases}$$

Les valeurs numériques de ces coefficients sont :

$K_m = 0{,}185\ 10^{-4}$ N m/volt $\quad K_p = 29{,}62$ volt/rad $\quad K_g = 0.246\ 10^{-2}$ volt/rad/s

L'examen des courbes de réponse de l'amortisseur en boucle fermée à une excitation sinusoïdale de fréquence variable confirme le choix d'un modèle du 2ème ordre linéaire. Nous remarquons cependant que les paramètres de ce système varient en fonction de la tension de commande, un modèle plus réaliste serait de la forme non linéaire :

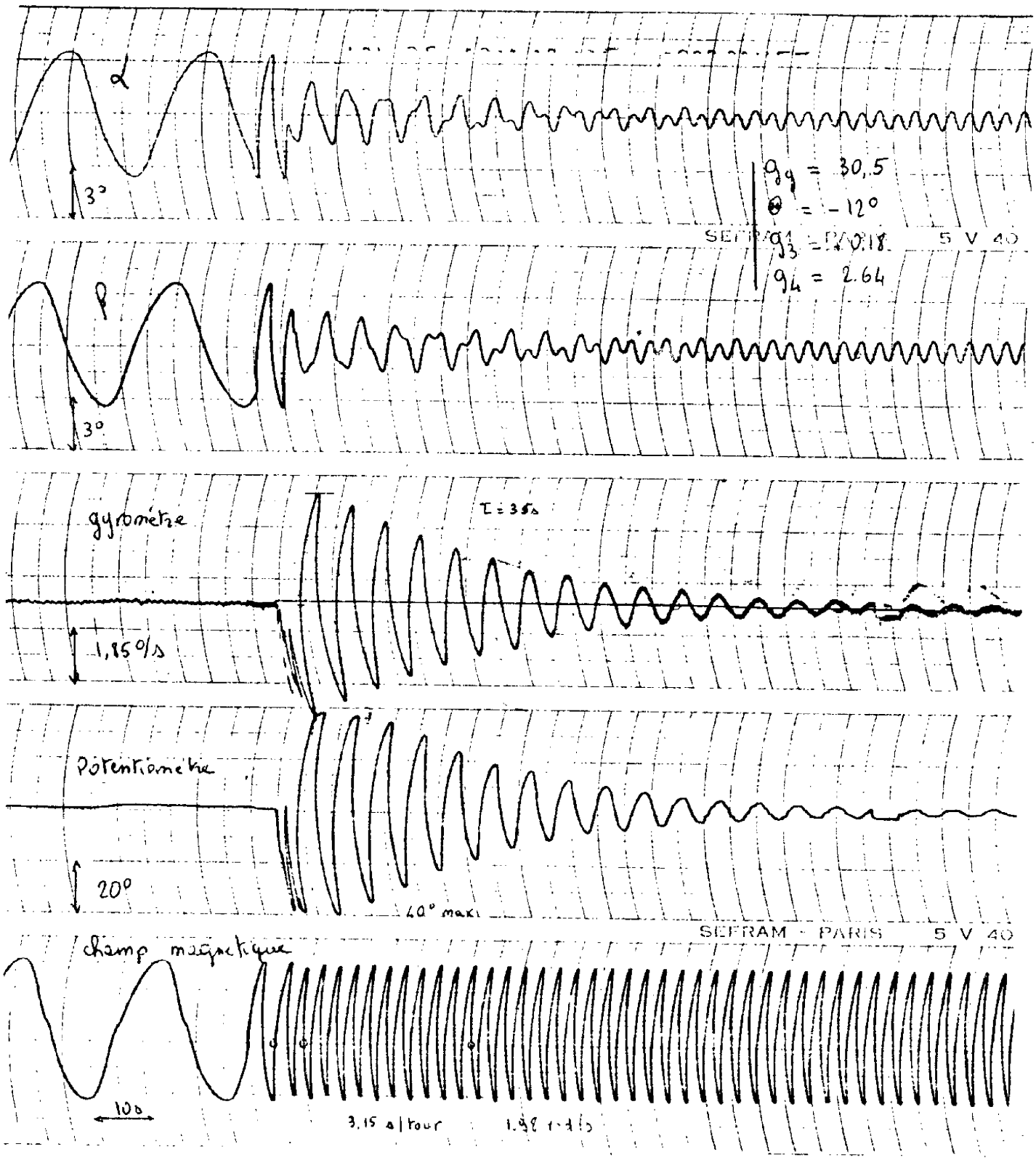


Planche 20

Test d'une loi de commande assurant le retour asymptotique à la position d'équilibre

$$C_m = C_0(\mu)\,\mu - N f_M(\mu)\,\dot{\alpha}$$

Nous conservons alors un modèle linéaire, dont les paramètres sont donnés par les caractéristiques du moteur en boucle ouverte, données par le constructeur, nous vérifierons ensuite la faible sensibilité des performances du système à ces variations de paramètres.

Nous pouvons conclure de ce qui précède que notre modèle mathématique n'est qu'approché par une forme linéaire.

IV-2-2- Etude du mouvement de la structure stabilisée par l'amortisseur actif

L'installation d'essai étant opérationnelle, nous avons choisi par essais successifs une loi de commande qui rend le mouvement de la structure asymptotiquement stable.

Cette commande prend la forme suivante :

$$\mu = 30.5\,(\omega_x \cos\theta + \omega_y \sin\theta) - 0.18\,\dot{\alpha} - 2.64\,\alpha$$
$$\theta = -12°$$

Cet angle θ est l'angle de calage de l'axe sensible du gyromètre par rapport à l'axe x de la structure.

Nous mesurons planche 20 la condition initiale sur la vitesse transverse, le débattement maximum du pendule, la vitesse de spin et la constante de temps. Le modèle numérique est alors placé dans les mêmes conditions et le résultat est le suivant :

```
       MATRICE A
 0.00000000E 00  -0.92904007E 00   0.26504002E-01  -0.33365003E-02
 0.92988801E 00   0.00000000E 00   0.86000000E-04   0.00000000E 00
 0.00000000E 00  -0.50210011E 00  -0.15720001E 02  -0.19172000E 01
 0.00000000E 00   0.00000000E 00   0.10000002E 01   0.00000000E 00

       MATRICE B

-0.54918006E-01
 0.00000000E 00
 0.32574005E 02
 0.00000000E 00
GAIN GYRO=  30.50000  ANGLE= -12.03212  DEGRES
    POLES
-0.29267177E-01   0.93050348E 00
-0.29267177E-01  -0.93050348E 00
-0.46616096E 01   0.00000000E 00
-0.18501373E 02   0.00000000E 00
CONSTANTE DE TEMPS=  34.16797
CONDITION INITIALE=   3.88000  ALPHA MAX=  43.15060 degrés
```

Sur cet extrait de résultats numériques nous trouvons :

- les coefficients des matrices A et B du modèle
- les gains de commande, la condition initiale
- les pôles du système commandé, donc la constante de temps
- l'amplitude calculée de l'amortisseur.

Cet essai nous prouve :

. qu'un modèle linéaire représente correctement le processus même pour un débattement de 40° de l'équipage mobile.

. que les incertitudes relatives au modèle du moteur générateur et de l'actionneur ont un effet négligeable.

Nous avons opéré ce test pour plusieurs vitesses de spin différentes et les résultats ont toujours été satisfaisants.

Le modèle mathématique décrivant notre processus a donc été validé, nous pouvons maintenant opérer un test de la loi de commande optimale en fonction d'un critère quadratique.

IV-3- SYNTHESE DE LA COMMANDE DE L'AMORTISSEUR

Nous utilisons la méthode décrite § I-2-2 qui permet de calculer les gains constants du régulateur en fonction d'un critère quadratique.

Nous commençons par vérifier la commandabilité du système, bien que nous ayons défini dans le paragraphe précédent une loi de commande qui le stabilise, ce qui prouve qu'il est commandable, puis nous définissons le critère quadratique à minimiser, et enfin nous donnons les résultats des programmes de calcul de cette commande et les performances obtenues sur le processus.

IV-3-1- Commandabilité du système

Le modèle mathématique étant linéaire, de la forme $\dot{X} = AX + B\mu$ où μ est une fonction scalaire, la condition de commandabilité s'écrit :

$$\det \left[B \mid AB \mid A^2B \mid A^3B \right] \neq 0$$

Un programme de calcul de ce déterminant a été mis en oeuvre et a donné pour résultat :

N= 300.00006 ω_z = 2.0 rad/s

MATRICE A

0.00000E 00	-0.92904E 00	0.26504E-01	-0.33395E-02
0.92988E 00	0.00000E 00	-0.85945E-04	0.00000E 00
0.00000E 00	-0.50210E 00	-0.15720E 02	-0.19172E 01
0.00000E 00	0.00000E 00	0.10000E 01	0.00000E 00

MATRICE B

-0.54918E-01
0.00000E 00
0.32574E 02
0.00000E 00

DETERMINANT= 0.26531822E 02

ce qui nous prouve que le système est commandable.

IV-3-2- Détermination du critère quadratique

Le critère quadratique que nous choisissons de minimiser par une commande linéaire de retour d'état est de la forme :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty (X^T Q X + u^2)\, dt$$

La réponse du processus à un échelon de conditions initiales dépend des coefficients de la matrice Q ; dans l'état actuel de nos connaissances, nous ne pouvons pas déterminer une matrice Q correspondant à une réponse donnée.

De plus, nous n'avons pas parlé jusqu'à présent des contraintes inhérentes à un système physique et qui sont ici :

- $\alpha_{max} = 40°$ par construction
- $u_{max} = 1$ par définition

Le choix de la matrice Q se fait alors en deux étapes.

Tout d'abord, pour tenir compte de la contrainte sur la variable d'état , il convient de lui donner un poids par rapport à la véritable variable à annuler qui est ω_x, ou ω_y. La matrice Q prend donc tout d'abord la forme :

$$Q_1 = \begin{bmatrix} q_1 & & 0 \\ & 0 & \\ & & 0 \\ 0 & & q_4 \end{bmatrix}$$

La contrainte sur la commande est respectée en choisissant comme critère $Q_2 = k\,Q_1$, c'est-à-dire que nous accordons plus de poids à l'erreur qu'à la commande.

Avec l'aide d'un programme Fortrandont l'objet est :

. de calculer la commande optimale en fonction de la matrice Q

. d'intégrer le système commandé pour obtenir les valeurs maximales de α et de u

nous avons constaté que :

. la valeur maximale de u est atteinte au temps initial

. que le rapport $\frac{q_1}{q_4}$ fixe l'amplitude de débattement du système amortisseur

. que le meilleur fonctionnement correspondant aux contraintes $\alpha_{max} = 40°$ et $u_{max} = 1$ est donné par

$$q_1 = \frac{1}{\omega_0^2} \qquad q_4 = \frac{1}{\alpha_{max}^2}$$

D'où le critère qui s'écrit par extension

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left[\left(\frac{\omega_x}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\omega_y}{\omega_0}\right)^2 + \left(\frac{\dot{\alpha}}{\dot{\alpha}_{max}}\right)^2 + \left(\frac{\alpha}{\alpha_{max}}\right)^2 + u^2 \right] dt$$

IV-3-3- Résultats numériques

Les résultats ci-dessous ont été obtenus par la méthode itérative de Kleinmann :

```
        MATRICE Q
  0.21800003E 03   0.00000000E 00   0.00000000E 00   0.00000000E 00
  0.00000000E 00   0.21800003E 03   0.00000000E 00   0.00000000E 00
  0.00000000E 00   0.00000000E 00   0.19000000E 01   0.00000000E 00
  0.00000000E 00   0.00000000E 00   0.00000000E 00   0.20400004E 01
NOMBRE D'ITERATIONS=     7
```

```
SOLUTION DE L'EQUATION DE  RICATTI
  -0.81689248E 04   -0.11994543E 02   -0.13296468E 02    0.23132556E 02
  -0.11994543E 02   -0.79357011E 04   -0.44920283E 00   -0.32164527E 02
  -0.13296468E 02   -0.44920283E 00   -0.52568264E-01   -0.62277475E-02
   0.23132556E 02   -0.32164527E 02   -0.62277475E-02   -0.23003354E 01
GAINS DE RETOUR D'ETAT
   0.15501834E 02   -0.13973585E 02   -0.98214221E 00   -0.14732558E 01
SYSTEME
 -0.85132968E 00  -0.16163876E 00   0.80441281E-01   0.77571749E-01
  0.92988801E 00   0.00000000E 00   0.86000000E-04   0.00000000E 00
  0.50495672E 03  -0.45567755E 03  -0.47712295E 02  -0.49907028E 02
  0.00000000E 00   0.00000000E 00   0.10000002E 01   0.00000000E 00
    POLES
 -0.27464762E-01   0.93071520E 00
 -0.27464762E-01  -0.93071520E 00
 -0.97971177E 00   0.00000000E 00
 -0.47528976E 02   0.00000000E 00
DEBATTEMENT MAX=  39.89382DEGRES
DEBATTEMENT MAX= 0.38559417E 02   U MAX= 0.10494742E 01
```

36,40 = constante de temps

Remarque :

Nous remarquons ici la rapidité de la convergence de l'algorithme de Kleinmann, les mêmes résultats ont été obtenus par intégration directe de l'équation différentielle de Ricatti en un temps de calcul 10 fois supérieur.

Les coefficients de la matrice solution de l'équation algébrique de Ricatti peuvent prendre de très grandes valeurs suivant le choix de la matrice Q. Les gains de retour d'état représentent la commande du moteur, de la forme

$$u = g_1 \omega_x + g_2 \omega_y + g_3 \dot{\alpha} + g_4 \alpha = G X$$

Le système commandé est décrit par l'équation différentielle

$$\begin{cases} \dot{X} = (A + B\ G)\, X \\ X(0) = X_0 \end{cases}$$

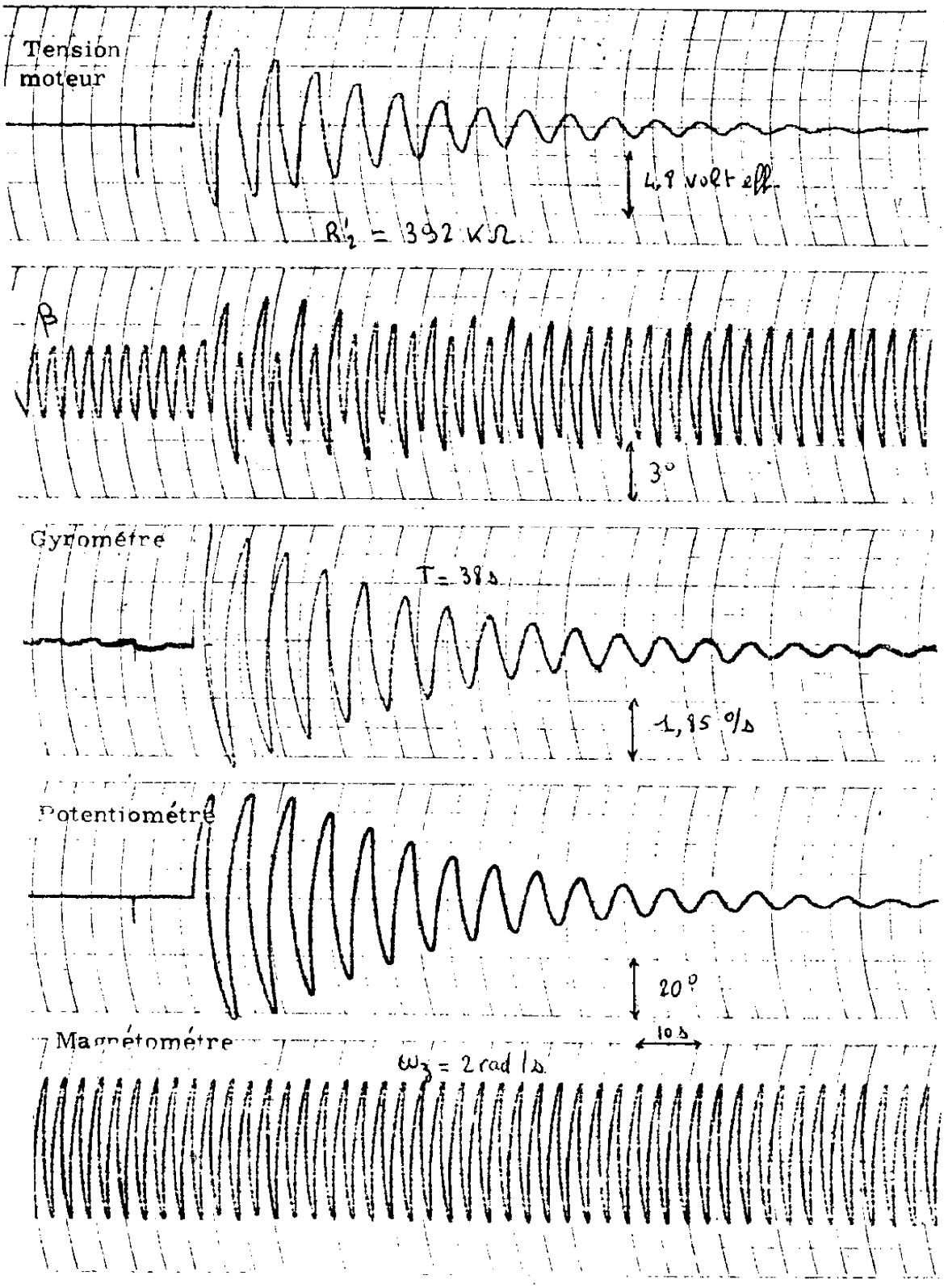


Planche 21
Commande optimale en fonction d'un critère quadratique

dont les pôles sont complexes conjugués pour les deux premiers, les deux autres étant réels et distincts.

Les valeurs différentes obtenues pour le débattement angulaire de l'actionneur sont obtenues d'abord par une formule analytique puis par intégration numérique du système commandé, ce qui a permis aussi de calculer l'amplitude maximum de la commande.

Ces gains de retour d'état sont alors réalisés par un choix des valeurs des résistances de l'organe de commande représenté sur la planche 14.

IV-3-4- Résultats expérimentaux

L'angle de calage du gyromètre fixé à - 42°, la structure est convenablement équilibrée, nous réglons la vitesse de spin à 2 rad/s et nous donnons à la structure une condition initiale sur les vitesses transverses. Le résultat de cet essai est donné planche 21. De haut en bas nous avons représenté :

- la tension de commande du moteur, qui ne dépasse pas 7 volts efficaces sur les 26 volts admissibles.
- le cosinus directeur de la direction du soleil sur l'axe y qui devient sinusoïdal pur lorsque la structure est stabilisée.
- l'indication du gyromètre indiquant le taux d'amortissement des vitesses transverses à partir de la condition initiale.
- l'angle de débattement du pendule qui atteint sa butée pendant deux périodes, et enfin le signal du magnétomètre indiquant la vitesse de spin.

La première remarque concerne le bon fonctionnement général de cette commande qui assure la stabilisation recherchée du processus. La tension aux bornes du moteur par contre est très faible et la raison en est la suivante :

en simulation numérique nous avons donné au modèle la condition initiale

$$X_0^T = \left[\omega_0,\ 0,\ 0,\ 0\right]$$

en réalité, sur le processus, la condition initiale sur la vitesse n'est pas un échelon mais une rampe, que l'amortisseur, qui a un temps de réponse très rapide, peut suivre. La condition initiale donnée au processus est donc en fait de la forme :

$$X_0^T = \left[\omega_1,\ \omega_2,\ 0,\ \dot{\alpha}_0\right]$$

$$\dot{\alpha}_0 = \frac{g_9}{g_4}\left[\omega_1^2 + \omega_2^2\right]^{1/2}$$

Nous avons simulé le processus dans ces conditions et obtenu :

$\mu_{max} = 0.21$ ce qui correspond à 5.5 volts efficaces.

La contrainte sur la commande étant très largement satisfaite nous avons choisi un critère

$$Q_2 = k\ Q_1$$

ce qui a pour conséquence de multiplier les gains de régulateur par $\sqrt{k}$, ce qui multiplie la consommation par le même rapport.

Pour $k = 2$ nous avons obtenu :

```
        MATRICE Q
  0.43600006E 03   0.00000000E 00   0.00000000E 00   0.00000000E 00
  0.00000000E 00   0.43600006E 03   0.00000000E 00   0.00000000E 00
  0.00000000E 00   0.00000000E 00   0.37000002E 01   0.00000000E 00
  0.00000000E 00   0.00000000E 00   0.00000000E 00   0.40800008E 01
NOMBRE D'ITERATIONS=     8
SOLUTION DE L'EQUATION DE  RICATTI

  -0.16036806E 05   -0.35706039E 02   -0.26349082E 02    0.44947998E 02
  -0.35706039E 02   -0.15573371E 05   -0.64991533E 00   -0.61172546E 02
  -0.26349082E 02   -0.64991533E 00   -0.90316668E-01    0.11216739E-01
   0.44947998E 02   -0.61172546E 02    0.11216739E-01   -0.44147548E 01
GAINS DE RETOUR D'ETAT
   0.22414268E 02   -0.19209392E 02   -0.14949359E 01   -0.21030793E 01
SYSTEME
 -0.12309467E 01    0.12590125E 00    0.10860288E 00    0.11216038E 00
  0.92988801E 00    0.00000000E 00    0.86000000E-04    0.00000000E 00
  0.73012231E 03   -0.62622876E 03   -0.64416031E 02   -0.70422882E 02
  0.00000000E 00    0.00000000E 00    0.10000002E 01    0.00000000E 00
    POLES
 -0.27990367E-01    0.93073058E 00
 -0.27990367E-01   -0.93073058E 00
 -0.10193378E 01    0.00000000E 00
 -0.64571640E 02    0.00000000E 00
DEBATTEMENT MAX=  40.64613DEGRES

DEBATTEMENT MAX= 0.40107086E 02   U MAX= 0.29591053E 00
```

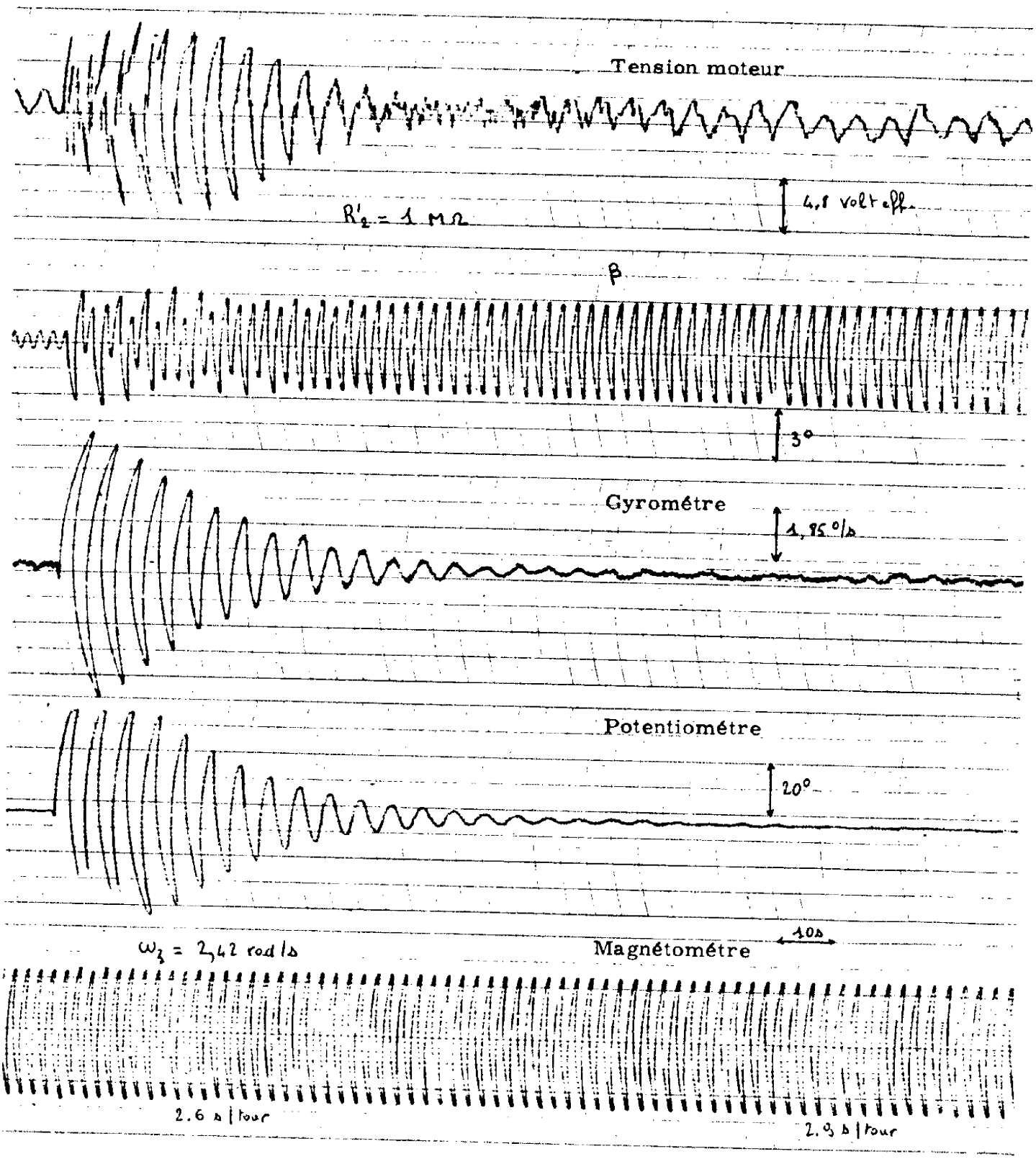


Planche 22

Commande optimale en fonction du critère quadratique

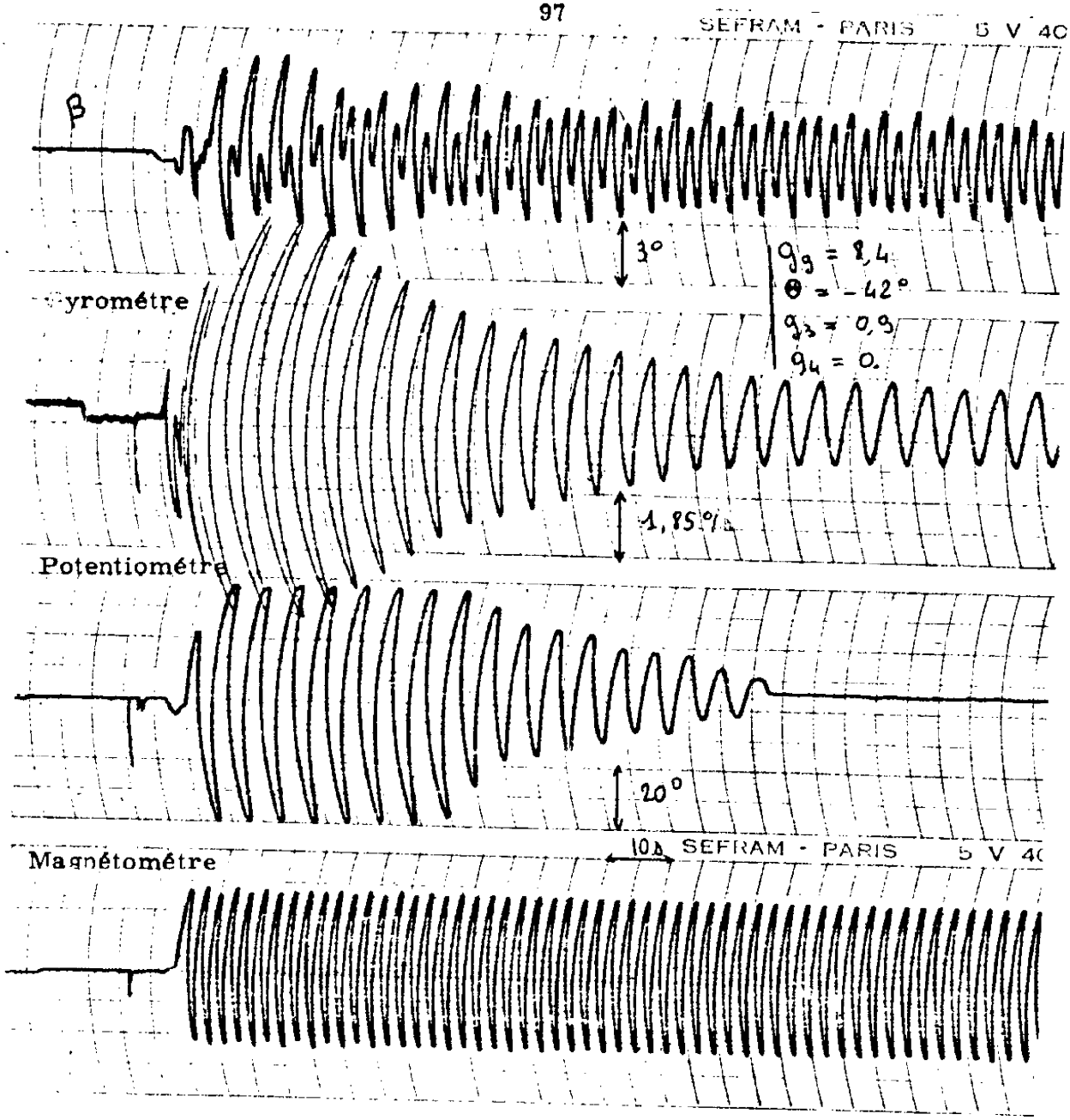


Planche 23

Moteur en boucle ouverte

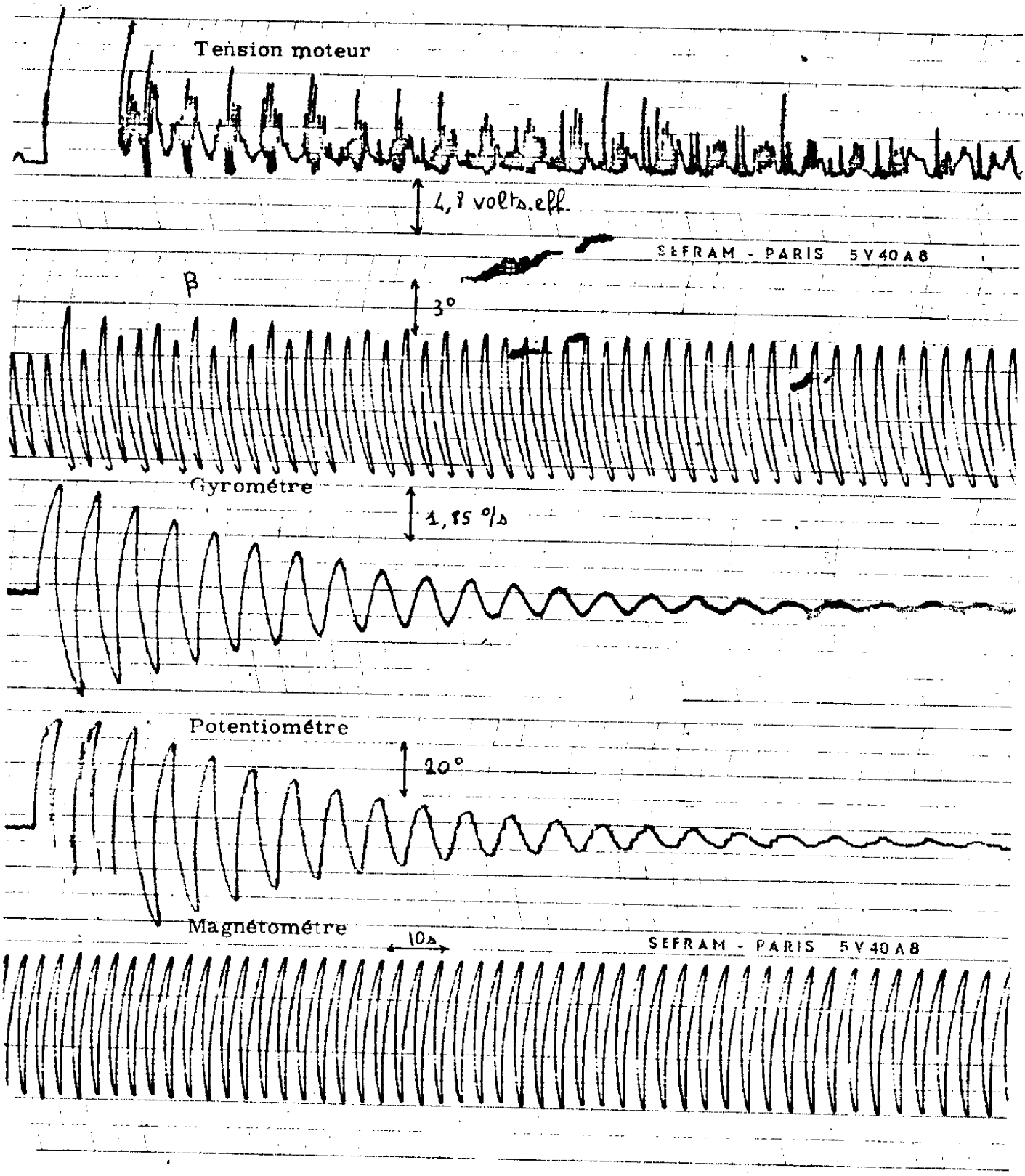


Planche 24

Moteur en boucle fermée sans retour tachymétrique

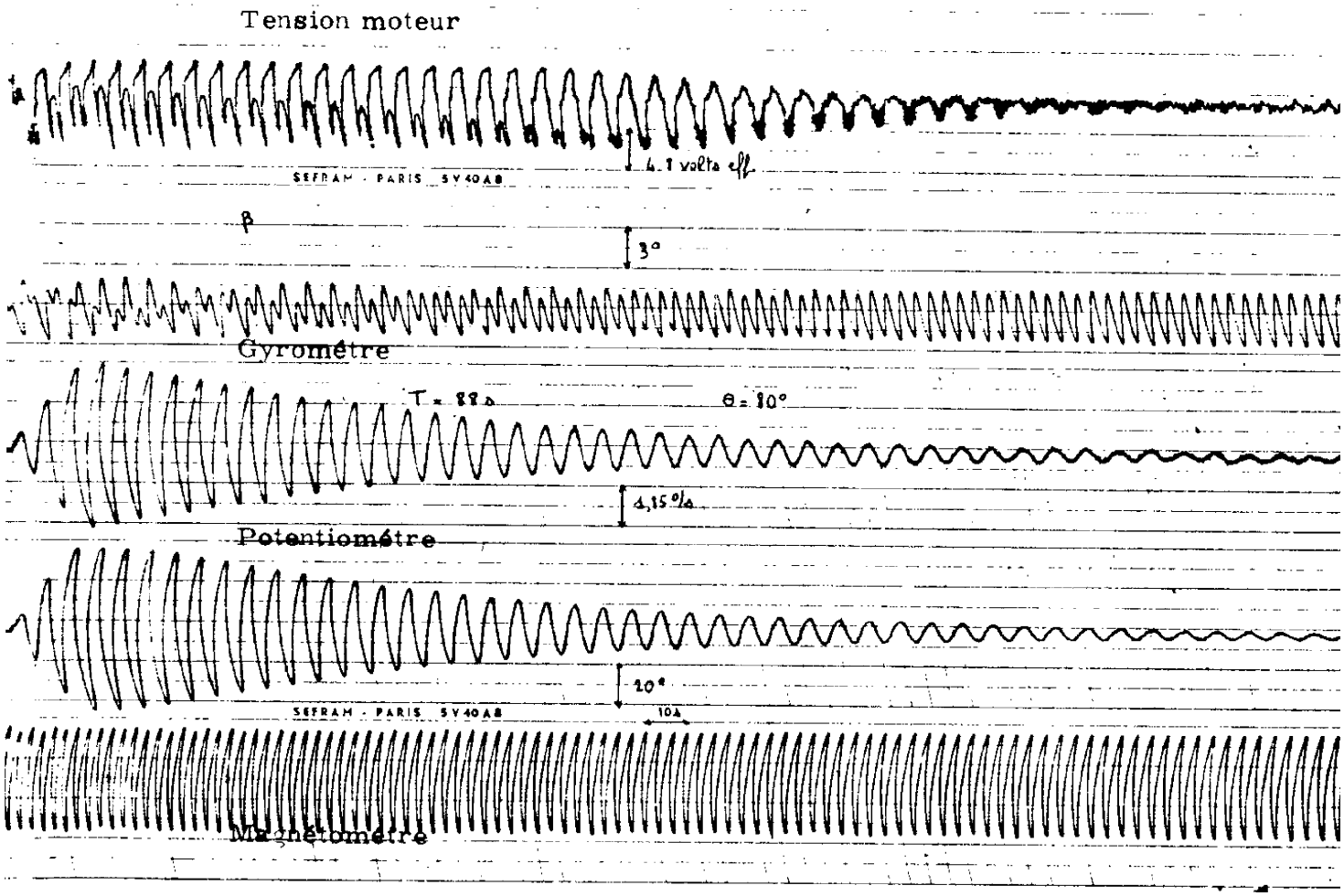


Planche 25

Réponse de la structure pour un calage non optimal du gyromètre

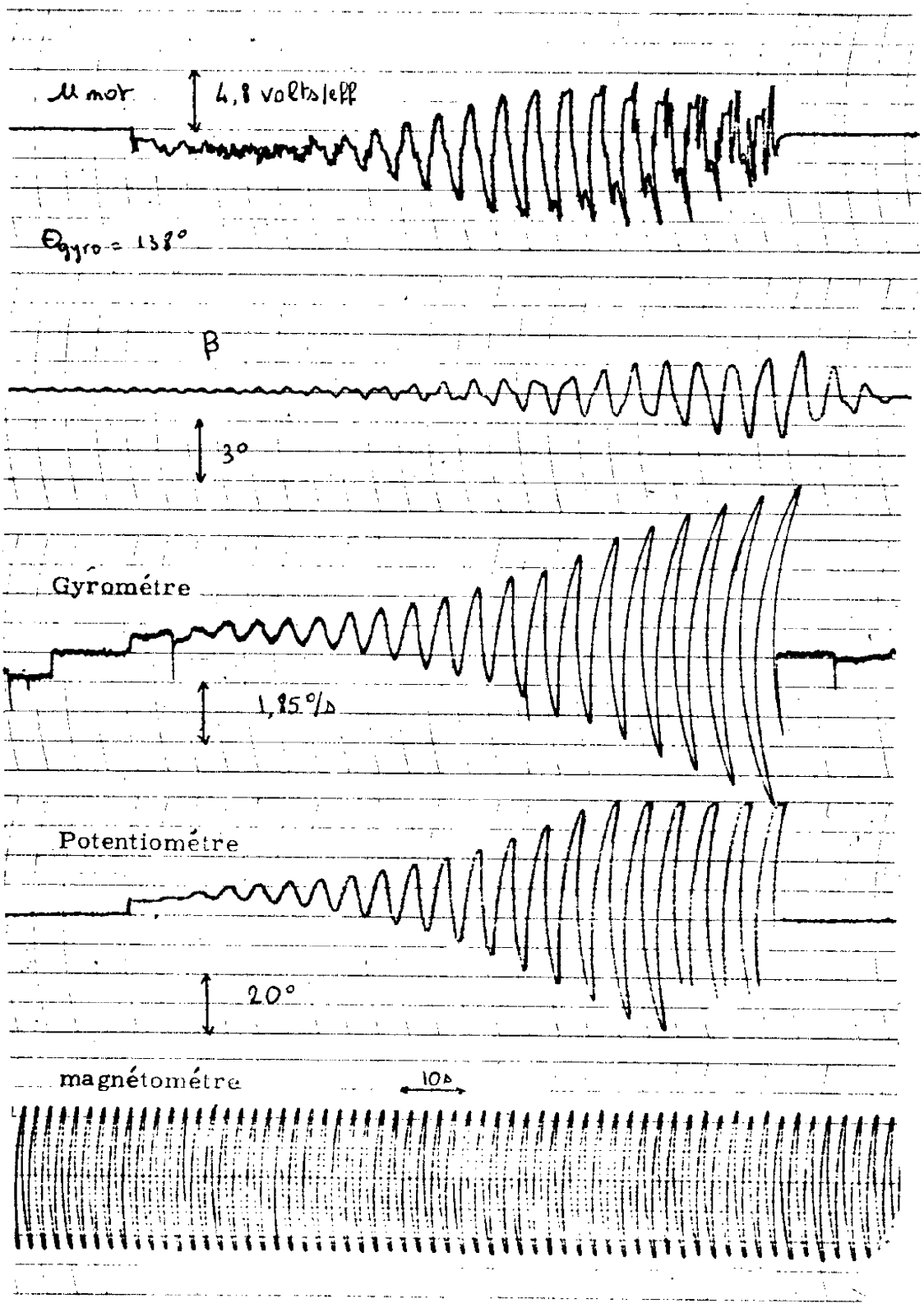


Planche 26

Instabilité due à un calage incorrect du gyromètre

Nous avons effectué un essai sur le processus. Pour multiplier tous les gains du régulateur, il suffit d'augmenter la valeur de la résistance R'_2 de l'amplificateur A_2. Les enregistrements de la planche 22 sont obtenus avec une résistance $R'_2 = 1\ M\Omega$, ce qui correspond à la loi de commande :

$$u = 39,5\ \omega_x - 35,6\ \omega_y - 2.51\ \dot{\alpha} - 3.75\ \alpha$$

dont la valeur maximale est : $u_{max} = 0.535$ ce qui correspond à 14 volts efficaces.

Nous avons obtenu en fait sur le processus une amplitude de commande de 9,5 volts.

Ceci nous montre un fonctionnement s'écartant du modèle linéaire élaboré; nous avons malgré tout choisi ces gains qui assurent au système une plus grande précision en régime permanent.

IV-3-5- Etude de lois de commande simplifiées

La théorie de la commande nous indique que pour commander un processus de façon optimale nous devons avoir accès à toutes les variables d'état du système. Pratiquement, pour l'amortisseur actif, ceci nous impose les éléments de la chaîne tels que le potentiomètre et la génératrice tachymétrique. Nous donnons planche 23 les résultats obtenus sur le processus lorsque nous supprimons le retour du potentiomètre. Le moteur est alors en boucle ouverte et nous remarquons les mauvaises performances de l'amortisseur pour les faibles nutations.

Nous donnons planche 24 les résultats obtenus sur le processus lorsque nous supprimons le retour tachymétrique. La tension du moteur prend alors une forme bruitée, ce qui prouve un mauvais fonctionnement électrique du système. De plus, nous remarquons un "pompage" de l'actionneur.

La réalisation des gains optimaux impose un angle de calage de l'axe sensible du gyromètre par rapport à l'axe x de la structure. Cet angle est de - 42 °. Sur la planche 25 nous donnons les résultats obtenus avec un calage à + 80°. Nous remarquons la dégradation des performances. De plus, en plaçant le gyromètre à + 138°, nous rendons le système instable, comme nous pouvons le voir planche 26.

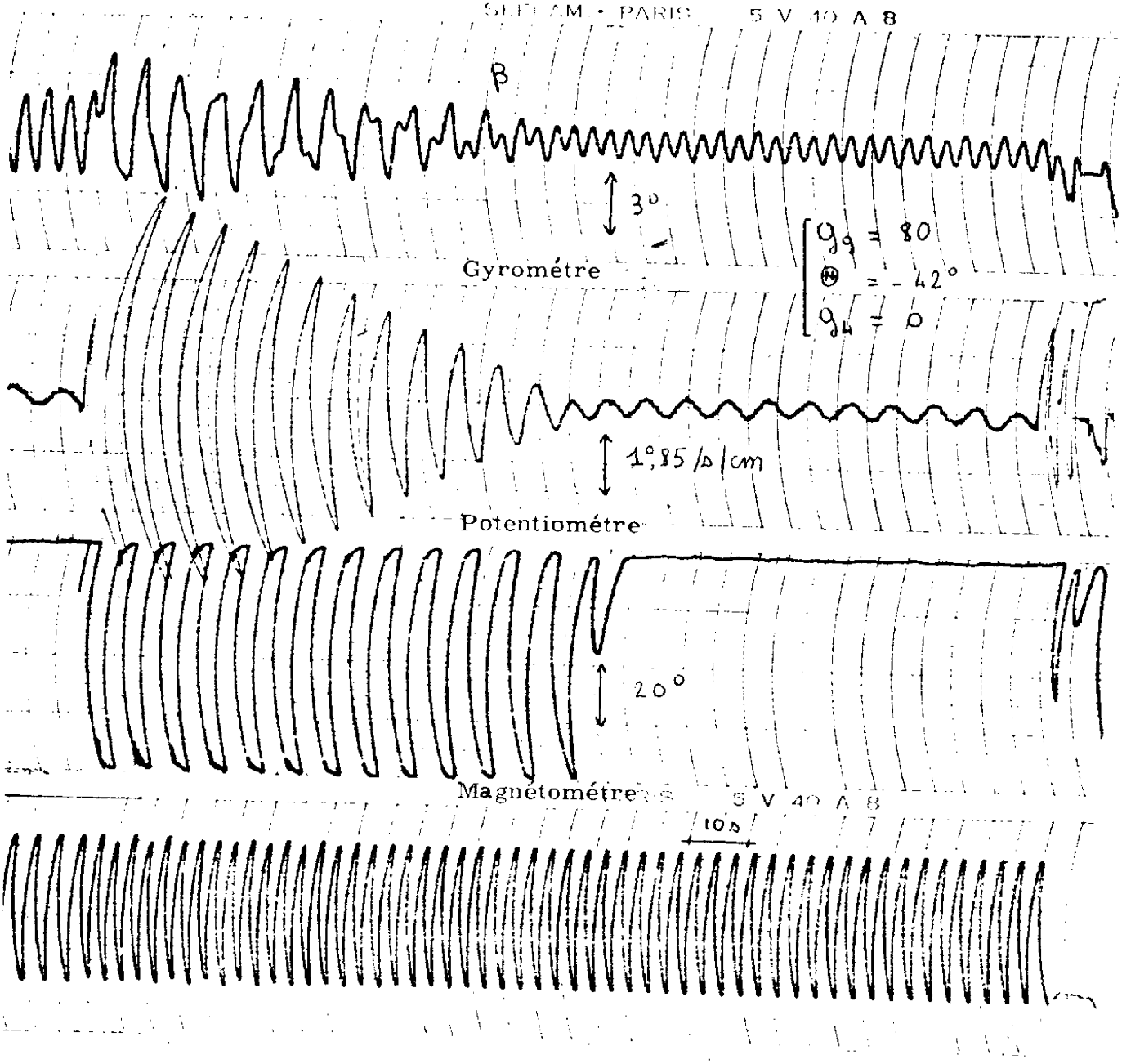


Planche 27

Fonctionnement avec chocs

Sur cet enregistrement nous voyons nettement la divergence des vitesses transverses.

Un fonctionnement avec chocs du pendule amortisseur a été étudié sur le processus. Le résultat de cet essai est donné planche 27. Le moteur est en boucle ouverte, avec un très grand gain d'entrée. Nous remarquons une décroissance linéaire des vitesses transverses et la position finale du pendule en butée. Cet exemple nous montre qu'un système "batteur" pourrait aussi stabiliser un satellite avec de bonnes performances.

En conséquence nous pouvons dire :

- qu'un dispositif de rappel est essentiel pour la bonne marche du système, ainsi qu'un dispositif d'amortissement.
- que le gyromètre doit être calé dans une certaine plage
- que l'amortisseur actif à une dynamique limitée en régime linéaire.

IV-4- PROPRIETES CARACTERISTIQUES DES AMORTISSEURS ACTIFS

Dans ce paragraphe nous dégageons de l'étude précédente certaines conclusions, vérifiées pour l'amortisseur actif que nous avons testé et que nous estimons générales, et donc valables pour tout type d'amortisseur actif.

IV-4-1- Etude des pôles du système commandé

Nous avons vu que la commande du système est de la forme $u = + G x$, et que par conséquent les pôles du système commandé sont ceux du système :

$$\dot{x} = (A + BG) x$$

c'est-à-dire les solutions de l'équation caractéristique

$$\det (s I - A - BG) = 0$$

Les résultats numériques du § IV-3-3 nous montrent que les pôles du système sont :

. complexes conjugués pour le satellite, de la forme :

$$-\frac{1}{T} \pm i \left(\frac{C}{A} - 1\right) \omega_z$$

où T est la constante de temps du système.

```
SATELLITE  A=    9.00000C=    6.20000WZ=    2.00000      C/A = 0.69
PENDULE   I1=   0.0002313=    0.01040 N= 300.0003
MOTEUR  INERTIE= 0.12000001E-06FROTTEMENT= 0.00000000E 00COUPLE= 0.23000002E-

                    MATRICE A

 0.00000000E 00   0.62369096E 00   0.00000000E 00  -0.22962768E-02
-0.62222230E 00   0.00000000E 00  -0.59111254E-04   0.00000000E 00
 0.00000000E 00  -0.12664551E 01   0.00000000E 00  -0.19177382E 01
 0.00000000E 00   0.00000000E 00   0.10000002E 01   0.00000000E 00

                    MATRICE B

                  -0.37761E-01
                   0.00000E 00
                   0.32565E 02
                   0.00000E 00

DETERMINANT=-0.11809154E 02

          MATRICE Q
   0.21800003E 03   0.00000000E 00   0.00000000E 00   0.00000000E 00
   0.00000000E 00   0.21800003E 03   0.00000000E 00   0.00000000E 00
   0.00000000E 00   0.00000000E 00   0.19000000E 01   0.00000000E 00
   0.00000000E 00   0.00000000E 00   0.00000000E 00   0.20400004E 01
 NOMBRE D'ITERATIONS=    17
 SOLUTION DE L'EQUATION DE  RICATTI
   -0.87849277E 04    0.90504135E 02   -0.96279983E 01    0.25527435E 02
    0.90504135E 02   -0.84879863E 04    0.42130237E 00    0.19741310E 02
   -0.96279983E 01    0.42130237E 00   -0.53822904E-01   -0.14900736E-01
    0.25527435E 02    0.19741310E 02   -0.14900736E-01   -0.21372861E 01
 GAINS DE RETOUR D'ETAT
    0.18183158E 02    0.10302307E 02   -0.13891875E 01   -0.14491593E 01
 SYSTEME
  -0.68659591E 00   0.23488500E 00   0.52455715E-01   0.52424244E-01
  -0.62222004E 00   0.00000000E 00  -0.60000005E-04   0.00000000E 00
   0.59213440E 03   0.33422808E 03  -0.45238884E 02  -0.49109558E 02
   0.00000000E 00   0.00000000E 00   0.10000002E 01   0.00000000E 00
     POLES
  -0.25717567E-01   0.62283075E 00
  -0.25717567E-01  -0.62283075E 00
  -0.10377252E 01   0.00000000E 00
  -0.44836311E 02   0.00000000E 00


 DEBATTEMENT MAX=  46.87014DEGRES
 DEBATTEMENT MAX= 0.43318542E 02   U MAX= 0.12309997E 01
```

Planche 28

Stabilisation active d'un satellite de rapport d'inertie inférieur à 1

Nous remarquons que la partie imaginaire correspond à la pulsation du mouvement libre du satellite.

. réels négatifs, très amortis.

Ceci nous montre que le réglage opéré place le système très loin d'une résonance, et constitue une des proprités principales de l'amortissement actif.

Ceci nous amène à étudier la dynamique de l'amortisseur commandé qui est régie par l'équation :

$$\ddot{\alpha} + 47,7\,\dot{\alpha} + 49,9\,\alpha = 505\,\omega_x - 456\,\omega_y$$

qui est linéaire et du second ordre, de pulsation propre $\omega_N = 7.05$ rad/s soit $f_N = 1,12$ hz et d'amortissement $\} = 3.38$.

La seconde propriété de la stabilisation active est que l'amortisseur optimal doit être sur-amorti.

IV-4-2- Amortissement actif ou configuration Dual Spin ?

Il est bien connu [33] qu'un amortisseur actif placé dans un satellite spinné ne le stabilise que si le rapport des inerties principales est supérieur à 1, et qu'un satellite dont le rapport d'inerties est inférieur à 1 ne peut être stabilisé que si l'amortisseur est placé dans une plateforme despinnée.

Cette constatation ajoutée au fait qu'un satellite de rapport d'inertie inférieur à 1 est plus facilement logeable dans la charge utile d'un lanceur a motivé l'utilisation courante du concept "Dual-Spin" ou "double spin".

Or rien ne s'oppose en fait à ce qu'un amortisseur actif ne stabilise un satellite dont le rapport d'inerties est inférieur à 1, puisque le modèle mathématique obtenu au § IV-1 reste valable et que le système est commandable. Nous avons trouvé les résultats donnés planche 28 en choisissant une structure fictive de $\frac{C}{A} = 0.69$ stabilisée par l'amortisseur actif testé au laboratoire, qui nous ont confirmé la capacité d'un amortisseur actif de stabiliser un tel satellite, sans recourir au concept du dual-spin.

De cette étude nous pouvons donc conclure qu'un amortisseur actif peut dans tous les cas de configuration inertielle être placé dans la partie spinnée ce qui assure au système de très bonnes performances, puisque l'efficacité d'un

amortisseur actif est proportionnelle au carré de la vitesse de spin, ainsi que nous le vérifions maintenant.

IV-4-3- Sensibilité des performances de l'amortisseur actif aux variations de paramètres

Nous étudions dans ce paragraphe la sensibilité de la constante de temps du système en fonction des paramètres du satellite, de l'actionneur et de la commande, et cela analytiquement.

En négligeant les termes I_{p_2} , i_2 et i_3, le modèle analytique simplifié s'écrit :

$$\begin{cases} A\dot{\omega}_x + (C-A)\,\omega_z\,\omega_y + I_p\,(\ddot{\alpha} + \omega_z^2\,\alpha) = 0 \\ A\dot{\omega}_y - (C-A)\,\omega_z\,\omega_x = 0 \end{cases}$$

Nous avons vérifié expérimentalement la loi :

$$\alpha = g\,(\omega_x \cos\Theta + \omega_y \sin\Theta)$$

où g est le gain statique de l'amortisseur

Θ est l'angle de calage du gyromètre.

De plus, nous avons vu que la pulsation des vitesses transverses reste égale à la pulsation libre de la structure. Donc, en première approximation :

$$\ddot{\alpha} = -\left(\frac{C}{A} - 1\right)^2 \omega_z^2\, g \left[\omega_x \cos\Theta + \omega_y \sin\Theta\right]$$

Les pôles du système simplifié sont donc donnés par

$$s^2 + \frac{I_p}{A}\,\frac{C}{A}\left(2 - \frac{C}{A}\right)\omega_z^2 g \cos\Theta\; s + \left(\frac{C}{A} - 1\right)^2 \omega_z^2 = 0$$

d'où la condition de stabilité :

$$\left(2 - \frac{C}{A}\right) g \cos\Theta > 0$$

Comme $0 < \frac{C}{A} < 2$ cette condition de stabilité s'écrit :

$$g \cos \Theta > 0$$

La constante de temps s'écrit :

$$T = \frac{2 A/I_p}{\frac{C}{A}\left(2 - \frac{C}{A}\right) \omega_z^2 g \cos \Theta}$$

D'où le calcul des sensibilités aux paramètres :

$$\frac{\Delta T}{T} \simeq \Theta \operatorname{tg} \Theta \quad \frac{\Delta \Theta}{\Theta}$$

$$\frac{\Delta T}{T} = - \frac{2\left(1 - \frac{C}{A}\right)}{2 - \frac{C}{A}} \quad \frac{\Delta (C/A)}{C/A}$$

$$\frac{\Delta T}{T} = - \frac{\Delta I_p}{I_p} \simeq - \frac{\Delta q}{q} \simeq - 2 \frac{\Delta \omega_z}{\omega_z}$$

Ces résultats nous montrent que :

- les performances de l'amortisseur s'améliorent lorsque la vitesse de spin augmente
- les sensibilités par rapport aux variations de $\frac{C}{A}$ et de Θ ont respectivement pour valeur, autour du cas nominal $\Theta = -42°$, $\frac{C}{A} = 1.45$, sont :

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right) \Big/ \left(\frac{\Delta \Theta}{\Theta}\right) = 0,66$$

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right) \Big/ \left(\frac{\Delta C/A}{C/A}\right) = 1,74$$

Ces résultats nous montrent la faible sensibilité des performances de l'amortisseur actif en fonction des paramètres du système.

Le dernier résultat est à souligner. En effet, dans le cas de l'amortisseur passif placé dans les conditions optimales, une sensibilité de l'ordre de 130 a été trouvée.

Cette propriété constitue l'avantage le plus significatif des amortisseurs actifs fonctionnant selon le principe proposé.

IV-5- GUIDE POUR LA REALISATION D'AMORTISSEURS ACTIFS EMBARQUABLES

Dans ce paragraphe nous abordons le problème de l'utilisation pratique dans l'espace du principe de l'amortissement actif de la nutation d'un satellite spinné.

A ce stade de notre travail nous avons démontré la validité du principe de l'amortissement actif de la nutation, cependant la conception d'un modèle de vol d'un amortisseur devra différer sensiblement de la maquette que nous avons réalisée pour un test au sol.

Nous pouvons dans cette optique préconiser un certain nombre de solutions au niveau du choix de l'actionneur, du moteur, du capteur de vitesse transverse, de la loi de commande, qui nous semblent pouvoir être retenues.

IV-5-1- Choix de l'actionneur

L'actionneur doit être choisi de façon à minimiser les seuils mécaniques inhérents à sa réalisation. Un excellent exemple de choix judicieux est celui de l'amortisseur pendulaire SAS-A [22] qui nous semble allier la robustesse à la sensibilité.

Pour la même raison, un actionneur constitué par une masse de mercure contenue dans un tube semble très prometteur.

Bien que présentant des difficultés technologiques plus importantes, nous envisageons aussi la possibilité d'utiliser un gyroscope monté à la cardan, système qui est l'objet de nombreuses études en ce moment.

IV-5-2- Choix du moteur

C'est un point très délicat. Le choix s'oriente définitivement vers les moteurs sans balais, moteur-couples alternatifs ou continus ou moteur-générateur-réducteur biphasé. Ce dernier à l'avantage de fournir un couple très important à la sortie du réducteur, ce qui facilite la commande de l'actionneur, mais présente une fiabilité moins importante que celle d'un moteur-couple.

Une bonne solution dans le cas de l'amortisseur SAS-A est d'utiliser le moteur couple constitué par un aimant permanent, solidaire de l'actionneur et d'une bobine à induction extérieure, tel qu'il est réalisé, mais non plus pour

exercer un couple de rappel constant mais pour exercer la commande.

Dans le cas d'un gyroscope monté à la cardan, le moteur couple et le moteur biphasé sont en concurrence.

Pour un amortisseur à mercure, nous envisageons un moteur linéaire qui serait capable d'imposer au métal un mouvement commandé.

Une étude reste à faire évidemment sur la consommation et la réalisation d'un tel système.

IV-5-3- Choix de l'amortissement et du dispositif de rappel

Nous avons le choix entre la commande entièrement électrique telle qu'elle est réalisée sur l'amortisseur du L.A.A.S., ou une commande mixte associant des éléments passifs au système.

Par exemple, nous envisageons dans le cas de l'actionneur SAS-A, d'utiliser les dispositifs existants, à savoir, un amortissement créé par les courants de Foucauld induits dans une masse de cuivre solidaire de l'actionneur par un électro aimant extérieur, et un rappel créé par un ressort sans hystérésis, associés au moteur couple décrit ci-dessus.

Dans le cas d'un actionneur gyroscopique, il faut utiliser soit la combinaison moteur-couple, ressort, amortissement passif, ou moteur-couple, potentiomètre, amortissement par la commande, au choix ; soit encore l'ensemble moteur-générateur, réducteur, potentiomètre.

Pour un amortisseur à mercure, le rappel étant exercé par la force centrifuge, l'amortissement devra être obtenu par frottement sur les parois du tube.

IV-5-4- Choix du capteur de vitesse transverse

Les vitesses transverses peuvent être soit mesurées directement, auquel cas un accéléromètre non pendulaire dont l'axe sensible est parallèle à l'axe de spin semble s'imposer, soit obtenues par traitement des signaux d'attitude du satellite. Dans tous les cas, le problème à résoudre est celui de la sensibilité du capteur qui doit être très grande pour obtenir des précisions de l'ordre de 10" d'arc sur la nutation.

IV-5-5- Réglage des paramètres de l'amortisseur

Le choix de la valeur des paramètres du système doit être effectué en utilisant comme base de départ les résultats apportés dans ce mémoire.

Dans un premier temps, une étude linéaire du système complet doit être effectuée. Dans le cas où toutes les variables d'état du système sont mesurées, la commande linéaire peut être élaborée par la méthode générale utilisée dans notre cas particulier.

Si l'amortisseur comporte des éléments passifs tels qu'un ressort, l'analyse linéaire fournit le système du second ordre "optimal" que nous pouvons alors réaliser aisémment grâce aux paramètres des éléments passifs.

Les boucles internes de régulation une fois définies, nous pouvons étudier des lois de commande non linéaires à partir de l'information sur la nutation ; par exemple un amplificateur non linéaire du type logarithmique peut améliorer sensiblement les performances du système aux faibles nutations et augmenter ainsi la dynamique du système amortisseur.

Nous proposons pour notre part d'utiliser dans l'avenir proche un amortisseur actif constitué par un amortisseur du type SAS-A, commandé à partir des informations d'un accéléromètre linéaire, pour la stabilisation d'un satellite fortement gyroscopique du type Meteosat.

CONCLUSION GENERALE

Notre objectif a été d'étudier l'utilisation du principe d'amortissement de la nutation par variation de configuration d'inertie du satellite, et d'apporter une contribution sur les propriétés des systèmes amortisseurs soit actuellement utilisés, soit envisageables dans l'avenir.

Nous avons rassemblé dans ce mémoire les éléments nécessaires à l'étude de ces systèmes, certaines méthodes sont connues mais peu ou pas utilisées dans ce domaine ; nous avons pour notre part été amené à développer certains aspects du problème que nous jugeons les plus significatifs.

En introduction à l'étude de la stabilisation des satellites gyroscopiques, nous avons rappelé une méthode de mise en équation des corps déformables qui est la base de la description des mécanismes considérés dans la suite de notre travail ; nous avons décrit ensuite les méthodes d'analyse connues des systèmes autonomes et commandés qui se sont révélées être des outils précieux dans ce cas particulier.

Une partie importante de notre travail a été ensuite consacrée à l'étude de l'amortissement passif de la nutation d'un satellite où notre contribution s'est portée sur la caractérisation des performances optimales d'un amortisseur et l'établissement du critère "d'égalisation des parties réelles" des pôles du satellite composé d'un corps principal et d'une partie mobile.

Après avoir décrit le fonctionnement de plusieurs dispositifs connus d'amortissement passif de la nutation, nous avons mis en évidence la grande sensibilité de ce réglage "optimal" aux variations des paramètres du système ; ceci a constitué notre argument principal pour la proposition d'un amortisseur actif de nutation, dont l'étude théorique et expérimentale ont constitué l'essentiel de la deuxième partie de notre travail.

Dans un premier temps nous avons conçu et réalisé un type particulier d'amortisseur actif de nutation testable au sol, et mis en oeuvre un programme de simulation sur l'installation d'essai mise à notre disposition.

Dans un deuxième temps, nous avons comparé les résultats théoriques et expérimentaux et défini les caractéristiques essentiellesde ce principe d'amortissement, beaucoup moins sensible aux variations de paramètres qu'un amortisse-

ment passif, pour des performances égales.

En conclusion, nous avons proposé un guide pour le choix des composants d'un amortisseur actif de nutation d'un satellite gyroscopique, que nous espérons voir un jour être réalisé et utilisé pour une expérience spatiale.

BIBLIOGRAPHIE

1 Y. PIRONNEAU
Mécanique générale - Cours de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique de Nantes - 1966.

2 WHITTAKER
A treatise on the analytical dynamics of particles and rigid bodies.
Cambridge university Press - 1965- Page 41.

3 D. POELAERT
Critère de stabilité d'attitude des satellites déformables.
Note interne L.A.A.S. n° 72 I 02 - Janvier 1972.

4 P.Y. WILLEMS
Stability of deformable gyrostats on a circular orbit.
Journal of the astronautical Sciences -Septembre 1970, XVIII-2, pp.65-85.

5 P.W. LIKINS
Attitude Stability criteria for dual spin spacecraft.
Journal of spacecraft and rockets. December 1967.

6 M. ATHANS - P.L. FALB
Optimal control. An introduction to the Theory and its applications.
Mac Graw Hill Company. 1966.

7 A.P. SAGE
Optimum systems control. Prentice Hall Inc. 1968.

8 R.E. KALMAN
When is a linear control optimal ?
Automatic Control Division of the ASME. March 1964. pp. 51-60.

9 J.C. HSU - A.V. MEYER
Modern Control principles and applications.
Mac Graw Hill Company - 30635 - 1968

10 D.L. KLEINMANN
On an iterative technique for Riccati equation computations.
IEEE Transactions on Automatic Control. Correspondance - Vol. AC-13
Feb. 1968 - pp. 114-115.

11 J.E. POTTER
Matrix quadratic solution
SIAM Journal of Applied Mathematics - Volume 14 May 1966 - pp. 496-501.

12 J.J. O'DONNELL
Asymptotic solution of the matrix Riccati equation of Optimal Control.
Proceeding of the 4th Allerton Conference Circuit and system theory 1966. pp. 577-586.

13 A.G.J. MAC FARLANE
An Eigenvector solution of the linear optimal regulator problem.
Journal of Electron Control - Vol. 14 , June 1963.

14 R. SIVAN - S. SHALVI
On the existence of optimal solutions for the linear system quadratic cost problem.
IEEE Transactions on Automatic Control - April 1968 - pp. 188-191.

15 S.P. BINGULAC
An alternate approach to expanding $PA + A^T P = -Q$
IEEE Transactions on Automatic Control - Feb. 1970 - pp. 135-137.

16 R.R. AUELMANN - P.T. LANE
Design and analysis of ball-in-tube nutation dampers.
Proceedings of the symposium on attitude stabilization and control of dual-spin spacecraft.
Rept. SAMSO TR-68-191 - Nov. 1967 - U.S. Air Force.

17 J.C. AMIEUX - A. LIEGEOIS
Avant projet du système de pilotage d'un satellite météorologique lorsque le rapport des inerties est supérieur à 1.
Contrat CNES-LAAS - n° 69 TA/SS/Meteosat 0189.

18 E.E. ZAJAC
Damping of gravitationnally oriented two body satellite.
A.R.S. Journal 32 - 1962 - pp. 1871 - 1875.

19 V.A. SARYCHEV
Satellite gravitationnal stabilization system with maximum damping rate.
Proceedings of the 3rd IFAC Conference on Automatic Control in Space Toulouse 1970.

20 J.C. AMIEUX - M. DUREIGNE
Analytical design of optimal nutation dampers.
11630 Journal of Spacecraft - Eng. g-1 Nov. 1972 (à paraître)

21 Mrs. GAUVRIT - BROSSON - LEORAT - VOLPERT
Avant projet du système de pilotage d'un satellite météorologique.
Contrat CNES-DERA n° 70 CNES 0229. Ap. 1970

22 B.E. TOSSMANN
Variable parameter nutation damper for SAS-A.
AIAA Paper n° 70-972.

23 R.E. FISCHELL - R.B. KERSHNER
Attitude control system for a small astronomy satellite.
IVth IFAC Symposium Dubrovnik 1971.

24 P.W. LIKINS - L. MINGORI - GAN TAI TSENG
Stable limit cycles due to non linear damping in Dual Spin spacecraft.
AIAA Paper n° 70-1044.

25 B. PRADIN
Contribution à l'étude de la stabilisation et de la commande de l'attitude de satellites au moyen de jets de gaz.
Université Paul Sabatier - Toulouse 1971.

26 D.L. MINGORI - J.A. HARRISON - G.T. TSENG
Semi passive and active nutation dampers for Dual Spin spacecraft.
Journal of Spacecraft - Vol. 7 n° 5 May 1971.

27 T.R. KANE - M.P. SCHER
A method of active attitude control based on energy considerations.
Journal of Spacecraft - Vol. 6 , n° 5 May 1969.

28 A. LIEGEOIS
Contribution à l'analyse de la stabilité et à la synthèse de la commande des satellites contenant des corps en mouvement.
Thèse de Docteur ès Sciences - Université Paul Sabatier - Toulouse Octobre 1972.

29 J. LAGASSE
Organe électriques des asservissements .
Cours de E.N.S.E.E.H. - Toulouse 1962.

30 G. BAUZIL - G. VIALARET
Compte rendu des travaux effectués sur la table à air.
Note interne MCI n° 7107, L.A.A.S. Toulouse, Juin 1972.

31 G. HERNANDEZ
Estimation linéaire des paramètres de systèmes dynamiques multidimensionnels et validation statistique du modèle. Applications à l'identification de processus.
Thèse de 3ème cycle - Université Paul Sabatier - Juin 1972.

32 G. HERNANDEZ - G. ALENGRIN - J.C. AMIEUX
Sequential estimation of spacecraft inertia tensor.
Vth IFAC Symposium on Automatic Control in Space. Genova 1973.

33 D. L. MINGORI
The determination by Floquet analysis of the effects of energy dissipation on the attitude stability of dual spin satellites.
Proceedings of the Symposium on attitude stabilization and control of dual spin spacecraft , Nov. 1967.