HAL
open science

Stabilisation de satellites géostationnaires

Marc Reynier

To cite this version:

Marc Reynier. Stabilisation de satellites géostationnaires. Automatique / Robotique. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 1974. Français. NNT : . tel-00176576

HAL Id: tel-00176576

https://theses.hal.science/tel-00176576

Submitted on 4 Oct 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre : 458

Année 1974

THÈSE

présentée

A L'UNIVERSITÉ PAUL SABATIER DE TOULOUSE

en vue de l'obtention

du Grade de DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Marc REYNIER

Maitre ès Sciences

Ingénieur ENSEEIHT

STABILISATION DE SATELLITES GÉOSTATIONNAIRES

CONFIGURATIONS REDONDANTES DE ROUES A INERTIE COMMANDE PAR CALCULATEUR NUMÉRIQUE EMBARQUÉ

Soutenue le 10 décembre 1974 devant la Commission d'Examen :

MM.	J. LAGASSE	Président
	A. COSTES J. F. FAUGERE C. GOUMY J. C. LAPRIE J. F. LE MAITRE M. WEINBERGER	Examinateurs

A toi, Anne

A Jean-Yves et

Patrice

Avec toute mon affection

A vous, mes parents
avec affection et
reconnaissance

A V A N T - P R O P O S

Le travail que nous présentons dans ce mémoire de thèse a été effectué au Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systèmes du Centre National de la Recherche Scientifique .

Nous tenons à exprimer à son Directeur, Monsieur le Professeur J. LAGASSE, notre profonde gratitude pour la confiance qu'il nous a accordée en nous accueillant dans son établissement . Nous sommes tout particulièrement sensible au grand honneur qu'il nous a fait en acceptant de présider notre jury de thèse malgré les lourdes charges qui sont les siennes .

Notre travail n'aurait pas été possible sans la bourse d'études que le Centre National d'Etudes Spatiales nous a octroyée; nous sommes heureux de pouvoir adresser nos remerciements à cet organisme en la personne de Monsieur JF. FAUGERE, Directeur Adjoint chargé de la Recherche Technique, qui nous a fait l'honneur de participer à notre commission d'examen .

Nous tenons à dire à Monsieur C. GOUMY, Responsable du Département "Electronique et Automatisme" de la Division Espace de la Société des Engins MATRA, combien ont été enrichissants pour nous les contacts que nous avons eus avec sa Société . Nous lui adressons nos plus vifs remerciements pour l'attention toute particulière qu'il a apportée à nos travaux .

Nous exprimons nos sincères remerciements à Monsieur M. WEINBERGER, Ingénieur à l'European Space Research and Technology Centre du CERS-ESRO, pour ses conseils et les nombreuses remarques dont il nous a fait part après lecture de notre manuscrit .

Monsieur JF. LE MAITRE, Responsable du Département d'Etudes et de Recherches en Automatique du C.E.R.T., a bien voulu s'intéresser à nos travaux et a accepté de participer à notre jury de thèse . Nous lui exprimons ici nos plus vifs remerciements .

Monsieur A. COSTES, Maître de Conférences à l'Institut National Polytechnique de Toulouse et Responsable de l'équipe "Techniques Numériques - Propulsion Electrique" du L.A.A.S., a bien voulu nous accueillir au sein de cette équipe . Nous l'en remercions ici tout particulièrement et lui témoignons notre reconnaissance pour le soutien qu'il nous a apporté au cours de nos travaux .

Nos remerciements également à Monsieur JC. LAPRIE, Attaché de Recherche au C.N.R.S., pour son aide constante et les conseils qu'il nous a prodigués tout au long de notre étude .

Que tous ceux qui ont été nos camarades durant ces trois années au sein de l'équipe T.N.P.E., et en particulier Monsieur R. FERRIER, trouvent ici l'expression de nos remerciements pour leur soutien constant et amical .

Nous tenons à assurer de notre reconnaissance tous les membres du Service Informatique et Simulation, et tout particulièrement Monsieur G. BOUYSSOU, pour l'aide qu'il nous ont apportée au cours de cette étude .

Nous ne saurions clore cet avant-propos sans exprimer nos sincères remerciements à tous ceux qui se sont chargés de la réalisation matérielle de ce mémoire et plus particulièrement à Messieurs R. ZITTEL et D. DAURAT ainsi qu'à Mademoiselle I. RAYMOND dont nous saluons ici à la fois la compétence et l'amabilité.

-:-:-:-:-

S O M M A I R E

INTRODUCTION

Le satellite et les équipements destinés à la commande d'attitude

Systèmes de commande d'attitude

Structure de la commande

CHAPITRE I

Choix de configurations de roues à inertie

Etude des lois de répartition de couples

Etude des configurations de roues

CHAPITRE II

Lois de commande

Modélisation

Pilotage trois axes

Pilotage deux axes

CHAPITRE III

Mise en oeuvre de la loi de commande sur l'automate ASMOCAS

Caractéristiques de l'automate ASMOCAS

Interfaces et fonctions de traitement propres à cette étude

Version de l'automate adoptée

CONCLUSION

ANNEXES

BIBLIOGRAPHIE

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

- Le satellite et les équipements destinés à la commande d'attitude
- Systèmes de commande d'attitude
- Structure de la commande

L'accroissement des performances demandées aux satellites d'application et, en particulier, de télécommunications, impose de maintenir la position et l'attitude du satellite à l'intérieur de plages très réduites. En outre, le souci de rentabilisation des investissements correspondants conduit à la recherche d'une durée de vie importante.

Les conséquences qui en découlent pour le système de stabilisation sont :

- l'obtention d'une masse faible par rapport à la charge utile du satellite,
- l'utilisation de dispositifs permettant de répondre aux contraintes de précision,
- la recherche d'un taux de sécurité de fonctionnement élevé.

Ces points, très dépendants les uns des autres, pourront nous amener à faire des compromis au niveau de la définition du système de stabilisation.

L'équipe Techniques Numériques - Propulsion Electrique du Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systèmes du C. N. R. S. a pris en compte ces trois points dans le cadre des recherches qu'elle mène depuis plusieurs années sur l'utilisation de la propulsion électrique pour la stabilisation de satellites de télécommunications (1 à 8). Le domaine d'application privilégié de ce type de propulsion est constitué par le système de contrôle de maintien à poste (9.10.11) En effet, l'état actuel de la technique permet difficilement d'envisager l'emploi des propulseurs électriques pour la commande d'attitude et, pour l'instant, l'utilisation d'actuateurs linéaires tels que les roues à inertie reste encore l'hypothèse la plus vraisemblable (12).

Notre étude a précisément pour but l'examen des systèmes de commande d'attitude utilisant des roues à inertie à axe fixe, l'accent étant mis

sur le troisième point mentionné ci-dessus : la sécurité de fonctionnement.

Ces travaux s'appuient sur les résultats obtenus dans le cadre d'une étude (13.14.15.) menée en collaboration avec la Société des Engins MATRA, sous contrat de l'Organisation Européenne de Recherche Spatiale (CERS-ESRO) ; il en constituent une formalisation et un approfondissement.

LE SATELLITE
ET LES EQUIPEMENTS DESTINES A
LA COMMANDE D'ATTITUDE

-:-

L'étude effectuée pour le compte du CERS-ESRO portait sur deux satellites :

- un satellite en orbite basse,
- un satellite géostationnaire.

Pour notre part, nous limiterons notre étude à un seul type de satellite afin de pouvoir l'étendre à l'ensemble de la chaîne de commande. Nous ne retiendrons donc ici que le deuxième type dont la figure 1 donne une représentation schématique, ce choix étant motivé par l'expérience déjà acquise par l'équipe T.N.P.E dans le domaine de la stabilisation de tels satellites.

Le système de commande d'attitude est un système bouclé comprenant :

- des senseurs destinés à détecter les écarts angulaires amenés par les couples perturbateurs entre le trièdre lié au satellite et le trièdre de référence,
- des actionneurs qui, comme nous l'avons dit ci-dessus,

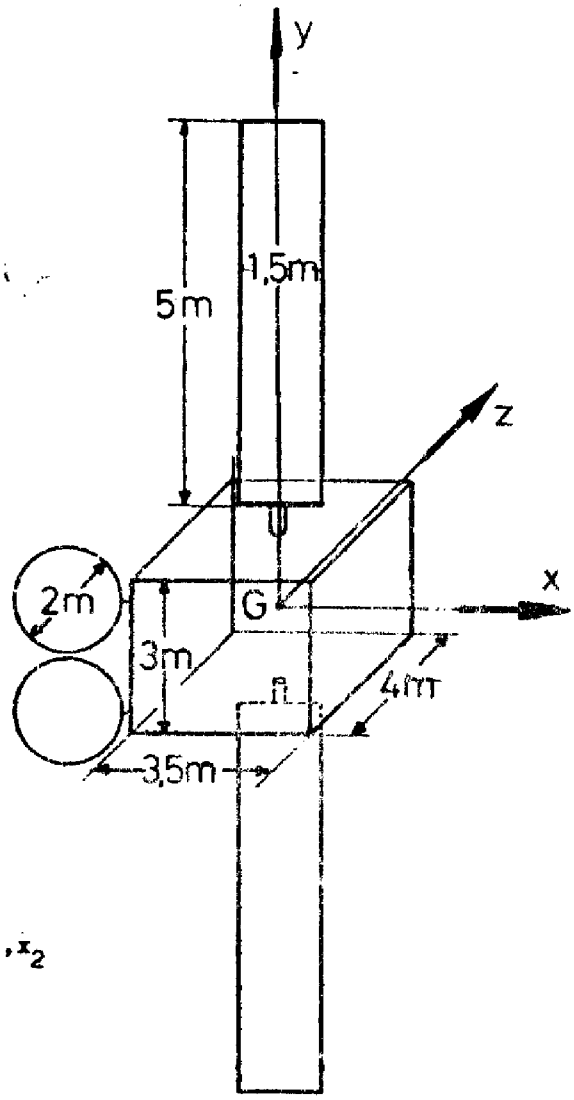
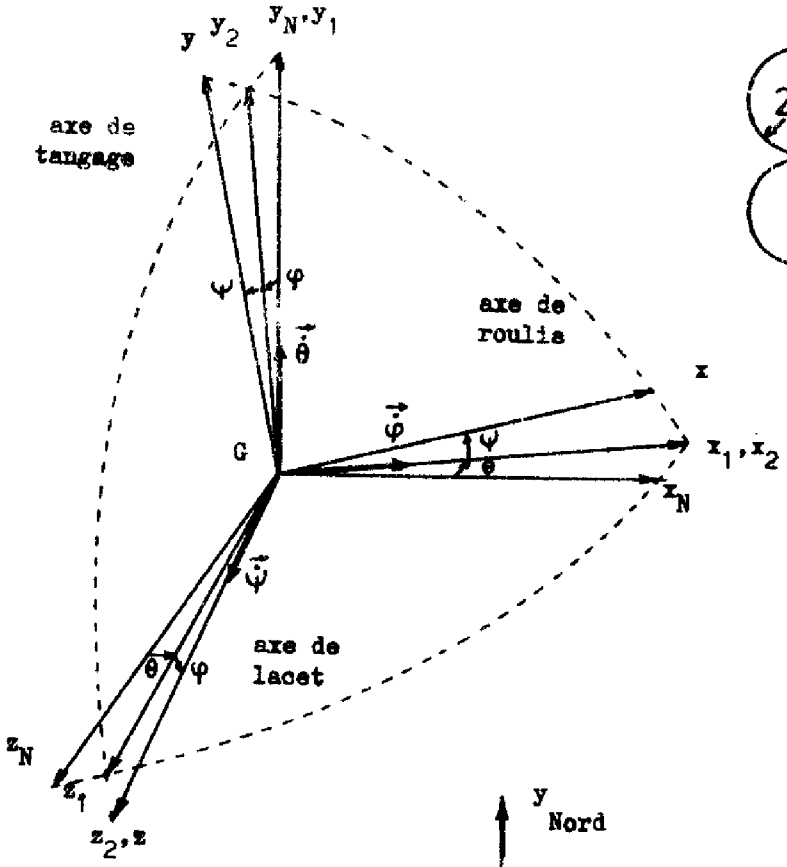


Figure 1

Figure 3



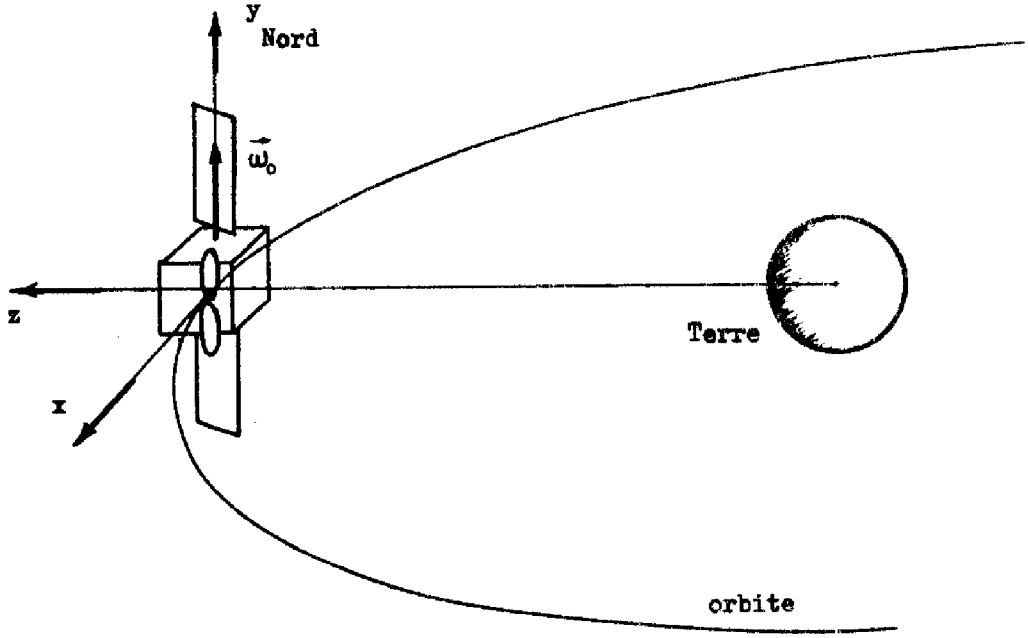


Figure 2

sont des roues à inertie,

- un organe de commande déterminant les ordres à fournir aux actionneurs à partir des signaux issus des senseurs.

Les actionneurs

Les couples de commande sont fournis par la variation de leur moment cinétique, c'est-à-dire par la variation de leur vitesse de rotation. Lorsque celle-ci atteint sa valeur maximum,il est nécessaire de la ramener à zéro en utilisant des actionneurs secondaires à éjection de masse : il s'agit de la désaturation.

Les senseurs

Le trièdre de référence de l'attitude d'un satellite géostationnaire est lié à la terre (figure 2) et les écarts entre l'attitude du satellite et ce trièdre constituent les trois angles de dépointage : roulis, tangage, lacet (figure 3).

Les angles de roulis et de tangage peuvent être détectés par des senseurs d'horizon qui prennent la terre comme référence ; ils permettent d'en repérer le centre en localisant plusieurs points de l'horizon ; afin de s'affranchir des variations d'aspect optique dues au jour et à la nuit ou aux hétérogénéités atmosphériques, cette détection se fait en infra-rouge ; les informations de sortie sont des tensions proportionnelles aux angles de roulis et de tangage, et de ce fait leur traitement est aisé.

En ce qui concerne l'angle de lacet, la terre ne pouvant servir de référence, on a recours à deux types de techniques :

- senseurs inertiels, généralement des gyromètres, qui permettent de connaître les vitesses angulaires par rapport à un trièdre inertiel,

- senseurs à référence solaire (utilisation de cellules

photosensibles) ou stellaire (utilisation de petits téléscopes associés à des photomultiplicateurs) qui permettent d'obtenir des écarts angulaires par rapport à un trièdre inertiel.

La connaissance de l'angle de lacet nécessite dans les deux cas des calculs effectués à partir des informations délivrées par ces senseurs, des angles de roulis ou de tangage et de la position du satellite sur son orbite. Ces calculs,qui sont relativement simples dans le cas des senseurs inertiels, sont nettement plus complexes dans le cas des senseurs solaires ou stellaires.

L'organe de commande

En ce qui concerne ce dernier sous-système, l'équipe Techniques Numériques - Propulsion Electrique mène depuis plusieurs années des études sur l'architecture des systèmes de commande de processus en temps réel et plus particulièrement sur les organes numériques de commande, études qui se sont concrétisées dans le projet ASMODEE (16 à 19). Son application au secteur spatial, menée en collaboration avec la Société des Engins MATRA, a donné lieu au développement d' ASMOCAS, Automate Spécialisable Modulaire Optimisé pour la Commande d'Attitude de Satellites (20). Nous étudierons la mise en oeuvre du système de commande retenu au moyen de cet automate, de préférence aux systèmes plus conventionnels comportant un organe de commande analogique, afin de mettre en évidence les possibilités offertes par les calculateurs numériques embarqués.

SYSTEMES DE COMMANDE D'ATTITUDE

-:-

La prise en compte des diverses techniques que nous venons de mentionner permet de déduire les différents systèmes de commande d'attitude

( ) Automates Spécialisables Modulaires à Opérateurs DEterminés par l'Emploi

envisageables, la classification étant faite suivant le nombre des axes de pilotage : deux ou trois.

Dans le cas du "pilotage deux axes", un moment cinétique embarqué dirigé suivant l'axe de tangage introduit un couplage gyroscopique entre les angles de roulis et de lacet. Ceci permet de ne piloter que les angles de roulis et de tangage, l'écart angulaire de lacet étant limité par le couplage gyroscopique, ce qui est compatible avec la précision requise pour l'angle de lacet qui est généralement moins élevée que celles requises pour les angles de roulis et de tangage. Le moment cinétique est fourni par une roue située sur l'axe de tangage, dont la vitesse moyenne est élevée, les variations autour de la valeur nominale permettant de fournir les couples nécessaires au pilotage de l'axe de tangage ; le pilotage suivant l'axe de roulis peut être alors assuré par une roue à vitesse non polarisée (roue à réaction) située dans le plan roulis-lacet.

En fonction des actionneurs utilisés pour les corrections d'orbite, une telle configuration peut ne s'avérer satisfaisante qu'en mode normal de commande d'attitude, c'est-à-dire précisément hors des périodes de correction d'orbite, lorsque seuls les couples perturbateurs externes agissent sur le satellite. En effet, les actionneurs conventionnels à fort niveau de poussée génèrent des couples perturbateurs importants ; le couplage gyroscopique ne suffit alors plus à maintenir l'angle de lacet dans les limites imposées par la mission. Du fait de la faible durée des corrections d'orbite devant le temps de révolution du satellite sur son orbite, l'utilisation de senseurs inertiels est alors possible, ceux-ci étant recalés en dehors des corrections d'orbite afin d'annuler les dérives auxquelles ils sont sujets de par leur principe de fonctionnement : ceci conduit donc à effectuer la commande d'attitude selon les trois axes durant les corrections d'orbite. Par contre, l'utilisation de la propulsion électrique peut permettre de conserver un pilotage deux axes durant les corrections d'orbite, ceci en raison des faibles niveaux de poussée mis en jeu. Cependant, si un pilotage trois axes

s'avérait malgré tout nécessaire, le problème de la dérive des senseurs inertiels se poserait à nouveau, les faibles niveaux de poussée amenant des temps de correction importants ; ces points font à l'heure actuelle l'objet d'études.

D'une manière générale, la solution de pilotage deux axes est intéressante par le volume réduit de calculs qu'elle impose, ce qui permet d'envisager des organes de commande analogiques. Elle présente cependant l'inconvénient de nécessiter une masse importante pour la roue fournissant le moment cinétique embarqué ; en effet, compte tenu de la masse des satellites géostationnaires des générations à venir, le moment cinétique doit être élevé ; ce dernier s'exprimant comme le produit de l'inertie de la roue par sa vitesse, on est amené à avoir une masse importante, la vitesse étant limitée technologiquement.

L'utilisation d'un senseur à référence solaire ou stellaire permet une configuration de "pilotage trois axes" dans laquelle aucun moment cinétique n'est embarqué, mais qui nécessite d'envisager l'emploi d'un organe de commande numérique du fait de la complexité des calculs nécessaires à la détermination de la valeur de l'angle de lacet à partir des informations fournies par le senseur ; remarquons que l'utilisation d'un senseur inertiel est prohibée par la dérive importante à laquelle conduirait son utilisation continue.

Ce mode de pilotage, encore peu utilisé pour les satellites de télécommunications, présente, à notre avis, les avantages suivants par rapport au mode précédent :

- utilisation de roues à réaction pour tous les axes et donc masse des actuateurs plus faible,
- obtention plus aisée de précisions de pointage élevées suivant tous les axes du satellite,
- système de commande d'attitude unique, pendant et en dehors des corrections d'orbite.

Notons qu'un tel type de pilotage est d'autant plus intéressant que les couples perturbateurs dus aux corrections d'orbite sont faibles, ces derniers intervenant dans le dimensionnement des roues. Il y a donc compatibilité avec l'utilisation des propulseurs électriques qui, par ailleurs, s'avèrent comme étant les plus aptes à pouvoir assurer les précisions de maintien à poste qui seront exigées dans les années à venir pour les satellites de télécommunications.

Dans un souci de comparaison, nous étudierons néanmoins les deux types de pilotage.

STRUCTURE DE LA COMMANDE

-:-

D'une manière générale les équations linéarisées du mouvement du satellite autour de son centre de gravité peuvent s'écrire :

$$S(p) \cdot X = G \cdot C_r(p) + C_t(p) + C_p(p)$$

où : - $S(p)$ est une matrice carrée (3,3) qui représente la dynamique du satellite,

- X est le vecteur des angles de dépointage (de dimension 3),

- G est la matrice de projection des axes des roues sur les axes satellite ; elle comporte 3 lignes et n colonnes, n étant le nombre de roues,

- $C_r(p)$, $C_t(p)$ et $C_p(p)$ sont respectivement les vecteurs des couples
  . fournis par les roues
  . fournis par les tuyères de désaturation des roues (nuls en dehors des périodes de désaturation)
  . perturbateurs.

Indépendamment de la forme de S(p), nous sommes en présence d'un système multidimentionnel du fait de la présence d'un nombre redondant de roues à inertie. La recherche d'une commande non interactive en l'absence de panne de roue nous conduit à adopter une commande en cascade comportant deux étapes principales :

- détermination des couples devant être fournis suivant les axes de pilotage, indépendamment du nombre et de la disposition des actionneurs; ceci conduit aux couples calculés :

$$C_{cal}(p) = D(p) \cdot Y$$

où . Y est le vecteur des angles de pilotage (dans le cas du pilotage trois axes : Y = X)

. D(p) est la matrice relative aux lois de commande dynamiques,

- répartition des couples calculés suivant les roues disponibles ; on obtient les couples désirés :

$$C_{di} = \mathfrak{R}_i(C_{cal\ x}, C_{cal\ y}, C_{cal\ z})$$

i = 1,n ; n étant le nombre de roues.

Les relations $\mathfrak{R}_i$ expriment la loi de répartition ; les couples de commande sont obtenus en tenant compte de la matrice de transfert R(p) des roues et de la matrice de projection G :

$$C_c(p) = G\ C_r(p) = G\ R(p)\ C_d(p)$$

Nous voyons apparaître ici deux axes de notre étude :

- étude des lois de répartition,
- étude des lois de commande.

Un point fondamental sous l'angle système est par ailleurs le niveau de redondance choisi ; nous l'avons pris égal à l'unité c'est-à-dire que le système de commande d'attitude peut tolérer la panne d'une quelconque

des roues. Notre choix est motivé par les raisons suivantes :

- il n'y a eu à notre connaissance que fort peu d'études comparables effectuées à ce jour (21.22) si l'on écarte le cas trivial consistant à doubler chaque actuateur sur son axe,

- notre but est de présenter un système complet: nous n'étudierons donc pas les niveaux de redondance supérieurs qui ouvrent un champ d'étude plus large.

Le niveau de redondance étant ainsi choisi, le nombre des actuateurs est fonction de leur disposition. Nous reviendrons sur ce point ultérieurement mais nous pouvons d'ores et déjà illustrer ceci en citant les deux possibilités extrêmes qui sont, m étant le nombre d'axes de pilotage :

- 2m roues dans le cas où celles-ci sont disposées selon les axes de pilotage et doublées (cas trivial),

- m + 1 roues dans le cas où elles sont disposées obliquement par rapport aux axes de pilotage.

x x
x

En conclusion, les différents points que nous venons d'analyser brièvement nous ont conduit à diviser notre mémoire en trois parties :

- le chapitre I sera consacré d'une part à l'étude des lois de répartition, d'autre part à celle de la disposition de roues, ce qui nous conduira au choix d'une configuration de roues,

- le chapitre II traitera du problème des lois de commande,

- le troisième et dernier chapitre sera consacré à la mise en oeuvre de ces lois sur l'automate ASMOCAS.

CHAPITRE I

CHOIX DE CONFIGURATIONS DE ROUES A INERTIE

. Etude des lois de répartition des couples

. Etude des configurations de roues

INTRODUCTION

Le choix d'une configuration de roues à inertie comporte deux aspects :

- définition d'une loi de répartition, entre les roues, des couples à fournir,

- étude des configurations possibles en fonction de l'enveloppe de couple résultant destiné à contrer l'influence des couples perturbateurs.

Ces deux aspects sont très liés puisqu'il peut être intéressant de connaître la configuration pour choisir la loi de répartition, mais réciproquement une optimisation réaliste de la configuration ne peut se faire qu'en connaissant la loi de répartition. En effet, dans le cas contraire, on risquerait de déterminer une configuration optimale par rapport à un critère de masse mais conduisant à une commande telle qu'une des roues arrive à saturation très rapidement : on perdrait alors par l'intermédiaire d'une désaturation trop fréquente le gain de masse apporté par l'optimisation de la configuration.

Ce chapitre sera donc divisé en deux parties :

- une étude des lois de répartition permettant d'arriver au choix d'une loi,

- une optimisation des configurations en pilotages deux et trois axes basée sur des critères de masse et de fiabilité, et prenant en compte la loi de répartition précédemment définie.

I.1 - ETUDE DES LOIS DE REPARTITION DES COUPLES

I.1.1 - Présentation du problème

I.1.1.1 - Introduction

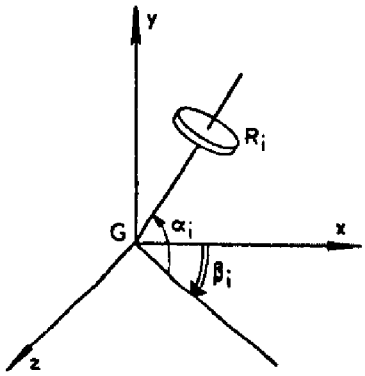
Soient C_x, C_y et C_z les composantes du couple fourni par l'ensemble des roues suivant les axes satellite, C_i le couple instantané fourni par la roue i suivant son axe ; on a alors :

$$\begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{pmatrix} = G \cdot \begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_n \end{pmatrix} \qquad (I.\ 1)$$

n étant le nombre de roues et G la matrice des cosinus directeurs des axes des roues :

$$G = \begin{pmatrix} \cos\alpha_1 \cos\beta_1 \cdots\cdots\cdots \cos\alpha_n \cos\beta_n \\ \sin\alpha_1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \sin\alpha_n \\ \cos\alpha_1 \sin\beta_1 \cdots\cdots\cdots \cos\alpha_n \sin\beta_n \end{pmatrix} \qquad (I.2)$$

où les angles α_i et β_i sont définis par la figure I.1.



- Figure I.1. -

En pilotage trois axes, les axes satellite et les axes de pilotage sont les mêmes : le vecteur des couples correspondant à la commande

est $\begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{pmatrix}$. Si la configuration n'est pas redondante et est composée de n = 3 roues alignées suivant chacun des axes Gx, Gy et Gz le problème de la répartition ne se pose pas ; en effet, G est inversible et la loi de répartition s'exprime par la matrice $P = G^{-1}$.

Il en est de même en pilotage deux axes où le vecteur des couples correspondant à la commande est $\begin{pmatrix} C_x \\ C_y \end{pmatrix}$; on a :

$$\begin{pmatrix} C_x \\ C_y \end{pmatrix} = g \begin{pmatrix} C_1 \\ C_n \end{pmatrix} \qquad (I.3)$$

$$\text{avec } g = \begin{pmatrix} \cos\alpha_1 \cos\beta_1 & \cdots\cdots\cdots\cdots & \cos\alpha_n \cos\beta_n \\ \sin\alpha_1 & \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots & \sin\alpha_n \end{pmatrix} \qquad (I.4)$$

Si la configuration n'est pas redondante, la loi de répartition s'exprime par $P = g^{-1}$.

Par contre, dans le cas d'une configuration redondante, les matrices G et g ne sont pas inversibles, le nombre n de roues étant supérieur au nombre d'axes de pilotage. Il existe alors une infinité de façons d'exprimer les couples fournis par les roues en fonction des composantes du couple désiré suivant les axes satellite lors de la commande. Parmi ces possibilités, en choisir une revient à choisir une loi de répartition qui, de façon générale, s'exprimera par autant de relations $\mathcal{R}_i$ qu'il y a de roues :

$$C_i = \mathcal{R}_i\,(C_x, C_y, C_z) \qquad (i = 1,\ldots\ldots n)$$

Nous ferons l'étude des lois de répartition dans le cas du pilotage trois axes, la méthode suivie et les résultats obtenus étant identiques en pilotage deux axes en remplaçant G par g et $\begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{pmatrix}$ par $\begin{pmatrix} C_x \\ C_y \end{pmatrix}$.

I.1.1.2 - Caractéristiques d'une loi de répartition

Une loi de répartition pourra être linéaire ou non, statique ou non.

Elle sera linéaire si toutes les relations $\mathfrak{R}_i$ sont linéaires, dans ce cas il sera possible d'exprimer l'ensemble des relations $\mathfrak{R}_i$ par une matrice de dimensions (n,3).

La répartition sera statique si elle est indépendante du temps, c'est-à-dire si elle peut être fixée en exigeant seulement la connaissance de la position des roues; dans le cas contraire on devra connaître à tout instant de la commande une grandeur caractéristique de l'état des roues, la vitesse par exemple : on parlera de loi dynamique.

I.1.1.3 - Contraintes imposées par une loi de répartition

Les lois de répartition vont imposer des contraintes lors de la mise en oeuvre des algorithmes correspondants.

Une première contrainte sera la détection de panne d'une roue ; on peut en effet envisager de répartir les couples sur les n roues, puis, après panne d'une roue, soit sur n - 1 roues, soit sur 3 roues (la matrice G est alors inversible), on parle alors de commutation de lois de répartition, ces dernières pouvant être linéaires ou non, statiques ou non.

Une deuxième contrainte, relative aux lois dynamiques, est la mesure de la vitesse des roues. Celle-ci est déjà effectuée pour le passage en mode de désaturation mais, dans ce cas, la précision de la mesure n'est indispensable qu'au niveau des seuils de désaturation, à vitesse élevée. Il n'en est pas de même ici où la vitesse doit être connue avec une précision suffisante sur toute sa plage de variation.

Ces contraintes seront à prendre en compte lors du choix de la loi de répartition car elles rendent plus complexe la mise en oeuvre de la commande.

I.1.1.4 - Critères de choix d'une loi de répartition

La commande principale, lors de la détermination du système de stabilisation est, comme nous l'avons déjà signalé, la minimisation de la masse embarquée.

C'est donc le critère de masse minimum que nous adopterons à nouveau ici, mais sous deux aspects différents :

- minimisation du poids de propulsif (gaz ou hydrazine) nécessaire aux tuyères de désaturation, ceci étant obtenu par une réduction de la fréquence de désaturation,
- minimisation de la masse des panneaux solaires et des batteries par réduction de la puissance nécessitée par la commande des roues.

La minimisation de la fréquence de désaturation pourra être obtenue soit non linéairement en ne commandant que les roues dont la vitesse est faible, soit linéairement en minimisant le vecteur des couples à fournir, ceux-ci étant proportionnels aux accélérations des roues.

La puissance fournie par les roues s'exprime comme le produit couple-vitesse, ces deux variables étant liées par l'équation de fonctionnement des roues. La puissance instantannée s'exprime comme une fonction croissante du couple et pourra être minimisée en minimisant cette grandeur.

I.1.2 - Expression sous forme matricielle de la loi de répartition

On cherche une matrice P telle que :

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_n \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{pmatrix} \qquad (I.6)$$

Le choix pourra se faire suivant les différents critères définis précédemment.

I.1.2.1 - Minimisation de la norme des couples fournis

Cherchant à minimiser la fréquence de désaturation, nous pouvons minimiser la norme du vecteur C des couples fournis par l'ensemble des roues puisque le couple fourni par une roue est proportionnel à son accélération.

En notant $C = \begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_n \end{pmatrix}$ et $M_c = \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{pmatrix}$, la relation

(I.1) s'écrit : $M_c = G\,C$ (I.7)

la fonction à minimiser étant $f = C^T C$.

En appliquant la méthode des multiplicateurs de Lagrange on a :

$C = G^T (G\,G^T)^{-1} M_c$

La matrice de répartition P définie par la formule (I.6) s'écrit donc :

$$P = G^T (G\,G^T)^{-1} \quad (I.8)$$

P est l'inverse à droite de G ; on a :

$G\,P = {}_3$ mais $P\,G = {}_n$

${}_n$ étant la matrice unité de dimensions n.

Cette loi de répartition est une loi statique qui n'impose par elle-même ni mesure de vitesse ni détection de pannes. Cependant, comme nous l'indiquons au paragraphe I.1.1.3, pour améliorer les performances du système après panne, il est possible de faire une détection de panne et d'envisager une commutation de la loi de répartition

I.1.2.2 - Minimisation du couple et de la vitesse

Afin de minimiser à la fois la fréquence de désaturation et la puissance, on peut rendre minimum la fonction :

$$f = \frac{1}{2} C^T C + k C^T \omega$$

ω étant le vecteur vitesse correspondant à l'ensemble des roues.

En appliquant la méthode des multiplicateurs de Lagrange on a :

$$C = G^T (G G^T)^{-1} M_c + k \left[G^T (G G^T)^{-1} G - \mathbb{1}_3 \right] \omega \qquad (I.9)$$

ce qui d'après l'expression (I.8) peut s'écrire :

$$C = P M_c + k \left[P G - \mathbb{1}_3 \right] \omega \qquad (I.10)$$

Nous sommes ici en présence d'une loi de répartition dynamique imposant la connaissance à tout instant de commande du vecteur ω des vitesses.

I.1.3 - Expression sous forme de relations linéaires de la loi de répartition

On peut remarquer que l'on peut rendre la matrice G inversible en lui adjoignant n - 3 lignes; on a alors :

$$\begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} & G & \\ g_{11} & \cdots & g_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ g_{(n-3)1} & \cdots & g_{(n-3)n} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_n \end{pmatrix} = G' \begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_n \end{pmatrix} \qquad (I.11)$$

Les (n-3) lignes sont autant de relations linéaires entre les C_i, relations qui définissent la loi de répartition.

La relation (I.11) permet d'écrire :

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_n \end{pmatrix} = P' \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \qquad (I.12)$$

avec $P' = G'^{-1}$.

Cette matrice P' peut s'écrire sous la forme :

$$P' = \left(\begin{array}{c|ccc} & P_{11} & \cdots & P_{(n-3)1} \\ P & \vdots & & \vdots \\ & P_{1n} & \cdots & P_{(n-3)n} \end{array} \right)$$

où P satisfait la relation (I.6).

En conséquence, choisir une loi de répartition sous forme de (n - 3) relations linéaires est équivalent à un choix sous forme matricielle et nous sommes ramené au même problème qu'au paragraphe précédent.

Cependant, il convient de noter que, s'il est possible, comme nous venons de le voir, d'obtenir la matrice P à partir des (n - 3) relations linéaires, la réciproque est également vraie.

Pour cela, il suffit d'écrire :

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_n \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{pmatrix} = P\,G \begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_n \end{pmatrix} \text{ d'où}$$

$$\left| PG - \mathbb{1} \right| \begin{pmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_n \end{pmatrix} = 0 \qquad \text{(I.13)}$$

Cette relation matricielle donne les (n-3) relations linéaires cherchées.

I.1.4 - Expression de la loi de répartition sous forme de relations non linéaires.

Afin de réduire la fréquence de désaturation, on peut envisager deux lois non linéaires :

- commande avec les trois roues ayant les vitesses les plus faibles,

- commande de toutes les roues, excepté celle qui a la vitesse la plus élevée.

Remarquons que ces deux lois sont équivalentes avec une configuration à 4 roues.

Dans chacun des cas, les roues à commander étant choisies, la répartition des couples entre ces roues pourra se faire par une des lois de répartition linéaires précédemment décrites.

Outre la détection de vitesse des roues on sera donc amené à faire une commutation des matrices correspondant aux lois linéaires.

I.1.5 - Conclusion

L'étude que nous venons de faire nous a permis de mettre en évidence les diverses lois de répartition qu'il est possible d'adopter. Cependant, nous ne pouvons justifier un choix à ce niveau, les points suivants restant à étudier :

- comparaison du point de vue masse entre le problème de l'énergie à fournir (panneaux solaires, batteries) et celui de la désaturation (masse de gaz ou d'hydrazine) ce qui impose des choix technologiques que nous ne pouvons faire ici,

- évaluation de l'augmentation du matériel, au niveau du calculateur, entraînée par la mesure précise de la vitesse des roues, la mise en mémoire de plusieurs matrices et une éventuelle logique de commutation,

- estimation de la fiabilité suivant la loi de répartition adoptée et les moyens technologiques mis en oeuvre (détection de vitesse de roues par exemple).

Cependant, afin de pouvoir continuer cette étude de faisabilité et aborder le problème des lois de commande, nous devons effectuer un choix.

Nous opterons pour la loi qui minimise la norme du vecteur couple pour les raisons suivantes :

- en cas de panne d'une roue cette loi n'amène pas de modifications de la fonction de transfert contrairement à la loi minimisant la vitesse des roues, ceci ayant été mis en évidence au cours de l'étude contractuelle précédemment citée (13),

- cette loi est la plus simple à mettre en oeuvre.

On prendra donc par la suite comme loi de répartition

$$P = G^T (G\,G^T)^{-1} \qquad (I.14)$$

en pilotage trois axes,et

$$P = g^T (gg^T)^{-1} \qquad (I.15)$$

en pilotage deux axes.

<u>Remarque</u>

Les couples et les moments cinétiques fournis par les roues peuvent être représentés par des vecteurs portés par les axes des roues. En conséquence, la loi de répartition statique que l'on adopte pour les couples sera également valable pour les moments cinétiques d'où, avec des notations identiques à celles prises pour les couples :

$$\begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_n \end{pmatrix} \quad ; \quad \begin{pmatrix} h_1 \\ \vdots \\ h_n \end{pmatrix} = G^T (G\,G^T)^{-1} \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix} \qquad (I.16)$$

en pilotage trois axes, et :

$$\begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix} = g \begin{pmatrix} h_1 \\ h_n \end{pmatrix} \quad ; \quad \begin{pmatrix} h_1 \\ h_n \end{pmatrix} = g^T (gg^T)^{-1} \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix} \qquad (I.17)$$

en pilotage deux axes.

I.2 - ETUDE DES CONFIGURATIONS DE ROUES

I.2.1 - Introduction

Au niveau de la loi de répartition des couples, il n'était pas nécessaire de se préoccuper du type de pilotage, donc du type de roues adopté, roues à réaction ou roues à moment cinétique polarisé, puisque seules nous intéressaient les valeurs instantanées des couples, vitesses et moments cinétiques. Il n'en est évidemment plus de même ici et l'on devra étudier séparément les deux types de pilotage pris en compte et faire pour chacun d'eux le choix d'une configuration de roues.

Ce choix va dépendre des couples, donc des variations de moment cinétique, qui devront être fournis dans le repère inertiel pour s'opposer aux couples perturbateurs. Dans un trièdre inertiel, les couples perturbateurs sont de direction fixe en ne tenant compte que des couples dus à la pression de radiation solaire. Entre deux instants de désaturation séparés d'un temps t on devra fournir une variation de moment cinétique $H_i = C_p.t$, dans le repère inertiel pour s'opposer à la résultante C_p de ces couples perturbateurs.

Le passage du repère inertiel au repère lié au satellite s'exprime par la relation :

$$\left(\frac{dH}{dt}\right)_i = \left(\frac{dH}{dt}\right)_s + \vec{\omega}_o \wedge H$$

$\vec{\omega}_o = \begin{pmatrix} 0 \\ \omega_o \\ 0 \end{pmatrix}$ étant le vecteur rotation du repère satellite par rapport au repère inertiel; on peut montrer que pour s'opposer à C_p on doit fournir dans le repère satellite le vecteur

$$H = \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_{xi} \cos \omega_o t - H_{zi} \sin \omega_o t \\ H_{yi} \\ H_{xi} \sin \omega_o t + H_{zi} \cos \omega_o t \end{pmatrix}$$

En conséquence on devra pouvoir fournir tout moment cinétique compris dans le cylindre (C) de la figure I.2.

On notera $\Delta H_{xz} = \Delta H_y/k$ le vecteur de composantes ΔH_x et ΔH_z tournant dans le plan xGz à la vitesse ω_o.

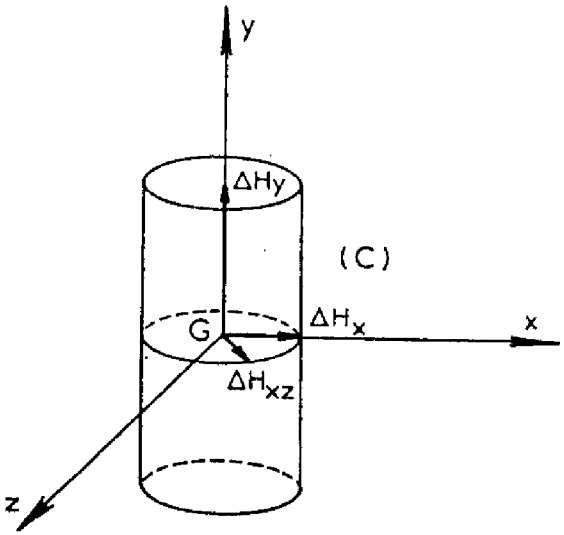


Figure I.2

Le coefficient k étant à déterminer pour chaque mission, nous le ferons figurer dans les calculs littéraux, mais pour les calculs numériques de cette étude de faisabilité, nous prendrons k = 1.

Les moments cinétiques ΔH_y et ΔH_{xz} précédemment définis ne pourront être fournis qu'en pilotage trois axes. En pilotage deux axes on sera amené à ne fournir que ΔH_y en tangage et ΔH_x en roulis tel que $|\Delta H_x| = |\Delta H_{xz}|$, le couplage gyroscopique permettant malgré tout de limiter la dérive en lacet.

Avant de commencer l'étude des diverses configurations possibles nous devons préciser deux points :

- nous ferons l'optimisation en considérant que toutes les roues sont en état de fonctionnement ; trois possibilités pourront donc se présenter en cas de panne :

. la loi de commande dynamique compense cette défaillance,

. la loi dynamique ne compense pas la défaillance et on tolère une dégradation des performances,

. la loi dynamique ne compense pas la panne mais on détecte cette dernière et on effectue une commutation de matrices au niveau de la loi de répartition ;

- nous négligerons les tolérances de fabrication et admettrons que toutes les roues d'un même type sont parfaitement identiques.

Nous avons rappelé dans notre introduction deux points essentiels relatifs à un système de stabilisation :

- recherche d'une masse la plus faible possible par rapport à la charge utile du satellite,
- recherche d'un taux de sécurité de fonctionnement élevé.

Nous prendrons donc ces deux points en compte en faisant une optimisation à deux critères permettant :

- de minimiser la masse totale des roues,
- de rendre maximum la fiabilité du système.

Ceci nous amène donc à définir pour une roue un modèle de masse et un modèle de fiabilité.

I.2.2 - Caractéristiques des actuateurs

. *Modèle de masse*

Prendre la masse des actuateurs minimale comme critère nous amène à étudier les caractéristiques de ces derniers et en particulier à leur associer un modèle de masse.

Suivant que l'on désire fournir un moment cinétique embarqué ou non, les roues sont de deux types : roues à moment cinétique polarisé et roues à réaction.

Ces roues (23) ont en commun le fait qu'elles fournissent un moment cinétique :

$$h = J\omega \qquad (I.18)$$

et un couple autour de leur axe de rotation :

$$C_e = J \frac{d\omega}{dt} \qquad (I.19)$$

J est l'inertie de la roue,

ω est la vitesse angulaire de rotation.

La vitesse est technologiquement limitée à une valeur ω_{max} et en conséquence le moment cinétique ne peut dépasser la valeur :

$$h_{max} = J\ \omega_{max} \qquad (I.20)$$

Les roues à moment cinétique polarisé doivent fournir un moment cinétique H_p important destiné à assurer le couplage gyroscopique dans le cas du pilotage deux axes ; elles ont donc une vitesse de rotation nominale ω_p autour de laquelle il sera possible d'obtenir une variation fournissant le couple désiré.

Cette variation de vitesse $\Delta\omega$ est en général inférieure ou égale à 10 % de la valeur nominale ; nous adopterons ici cette valeur d'où

$$\omega_{max} = \omega_p + \Delta\omega = 1{,}1\ \omega_p$$

Les roues à réaction n'ont pas de vitesse nominale, elles n'ont pour but que de fournir des couples, le moment cinétique alors fourni restant faible par rapport à la valeur H_p.

La masse de ces roues peut être estimée par le modèle suivant (24.12.13)

$$M = \frac{K}{(\omega_{max})^{1/2}} (h_{max})^{1/2} + M_e \qquad (I.21)$$

où K est une constante et M_e la masse de l'électronique de commande ; M étant exprimé en kg et h_{max} en N.m.s.

La figure I.3 donne la masse de roues actuellement proposées par les constructeurs en fonction de leur moment cinétique maximum.

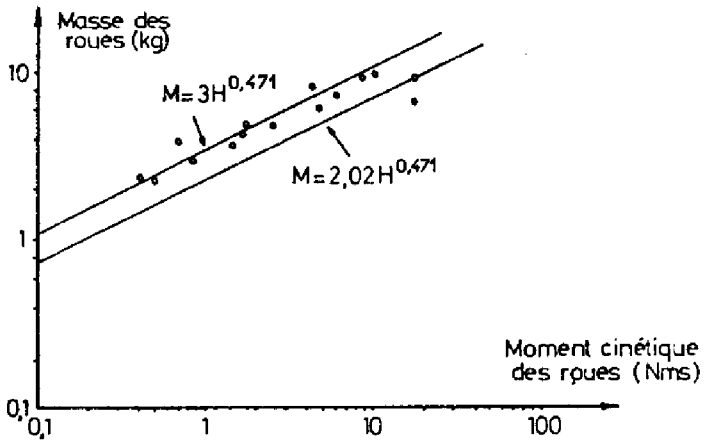


Figure I.3

Roue	Type	H (N ms)	M (kg)
Bendix	AV. NIMBUS	0,44	2,3
"	NIMBUS	0,54	2,2
"	AV. NIMBUS	0,78	3,6
"	1786070	0,95	2,8
"	A C S	1,59	3,5
"	AV. N/060	1,95	4,0
"	A C S	1,97	4,5
"	O A O	2,8	4,5
GE		6,75	6,8
SPERRY		5,43	5,7
TELDIX	SYMP	20,0	6,0
BENDIX	O G O	9,75	8,2
	VELA	11,5	8,8
PHILIPS	SYMP	20	46,0

Compte tenu de ces valeurs et de résultats énoncés en référence n° (24), nous avons adopté, pour les calculs numériques, les modèles de masse suivants :

- roues à moment cinétique polarisé :

$$M = 2{,}02\ h_{max}^{0{,}471} + 1{,}74 \qquad (I.22)$$

avec $\omega_{max} = 3.300$ t/mn.

- roues à réaction :

$$M = 3\ h_{max}^{0{,}471} + 0{,}87 \qquad (I.23)$$

avec $\omega_{max} = 1.500$ t/mn.

. *Modèle de fiabilité*

Nous adopterons comme modèle de fiabilité d'une roue une fiabilité unitaire ne dépendant pas du temps, la fiabilité totale du système ne dépendant alors que de cette fiabilité unitaire, du nombre de roues et de leur disposition.

I.2.3 - Configurations en pilotage deux axes

I.2.3.1 - Définition des configurations

En pilotage deux axes, dans le cas d'une configuration non redondante, on aurait comme actuateurs un volant à moment cinétique polarisé de valeur H_y suivant l'axe de tangage et une roue à réaction suivant un axe Gu dans le plan xGz comme indiqué sur la figure I.4, l'angle β étant fonction de la précision désirée suivant l'axe de lacet.

Dans le cas d'une configuration redondante toutes les roues se trouvent dans le plan yGu puisqu'il est inutile de fournir une composante de moment cinétique hors de ce plan.

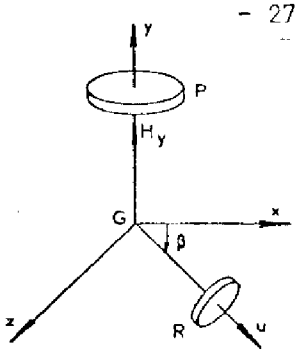


Figure I.4

En ajoutant la contrainte que l'on s'est imposée dans le cadre de cette étude, à savoir un niveau de redondance unité, seules sont possibles les trois configurations représentées par les figures I.5, I.6 et I.7 où les roues R sont des roues à réaction et les roues P des roues à moment cinétique polarisé.

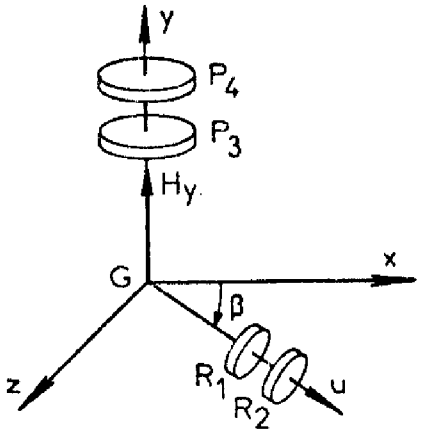


Figure I.5

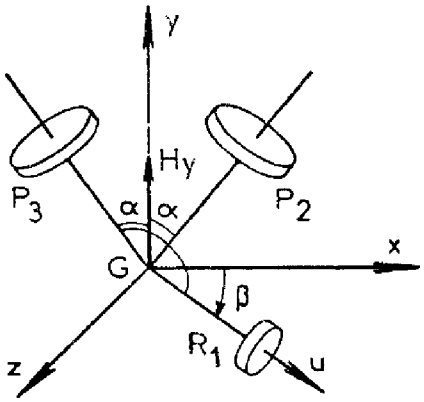


Figure I.6

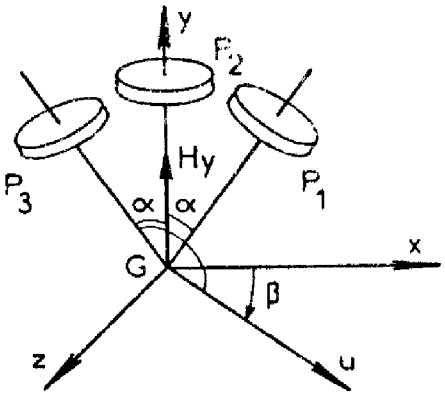


Figure I.7

On doit maintenant dimensionner les roues pour fournir :

- un moment cinétique de polarisation H_y suivant Gy
- un moment cinétique ΔH_y selon Gx ; $\Delta H_y/H_y = 1$
- un moment cinétique ΔH_x selon Gy ; $\Delta H_y/\Delta H_x = k$

On notera :

- H_p la valeur de polarisation des roues P
- h_p la variation de moment cinétique maximum autour de H_p ; $h_p = 0{,}1\ H_p$
- h_R le moment cinétique maximum des roues R.

I.2.3.2 - Masse

I.2.3.2.1 - Configuration à 4 roues

Aucune optimisation n'est à faire pour cette configuration représentée sur la figure I.5.

Compte tenu du fait que toutes les roues sont utilisées avant qu'une panne se produise, on a, pour les roues à réaction :

$$h_R = \frac{\Delta H_x}{2 \cos\beta}$$

De même les roues à moment cinétique polarisé étant telles que $h_p = 0{,}1\ H_p$ si $\Delta H_y < 0{,}1\ H_y$ le dimensionnement sera donné par :

$$H_p = \frac{H_y}{2}$$

dans le cas contraire par :

$$h_p = \frac{\Delta H_y}{2}$$

La masse totale de volants est :

$$M_1 = 4{,}04\ (0{,}55 \sup \left[H_y,\ 10\ \Delta H_y \right])^{0{,}471} + 6 \left| \frac{0{,}5\ \Delta H_x}{\cos\beta} \right|^{0{,}471} + 5{,}22 \qquad (I.24)$$

I.2.3.2.2 - Configuration à trois roues dont une roue à réaction.

Optimiser en masse cette configuration représentée par la figure I.6 revient à chercher, lorsque toutes les roues fonctionnent, quel est l'angle α qui donne la masse totale M_2 la plus faible, les moments cinétiques H_y, ΔH_y et ΔH_x étant fournis.

Déterminer M_2 revient à déterminer H_p (ou h_p) et h_R ; ceci se fera en prenant en compte la loi de répartition des couples et des moments cinétiques choisie au paragraphe I.1.5.

La matrice de passage des axes des roues aux axes satellite est :

$$G = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\alpha\ \cos\beta & -\sin\alpha\ \cos\beta \\ 0 & \cos\alpha & \cos\alpha \\ \sin\beta & \sin\alpha\ \sin\beta & -\sin\alpha\ \sin\beta \end{pmatrix} \qquad (I.25)$$

Les axes des roues étant coplanaires, la matrice G n'est pas inversible.

Les axes de pilotage sont les axes de roulis et tangage. La matrice permettant de passer des axes des roues aux axes de pilotage est donc :

$$g = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\alpha \cos\beta & -\sin\alpha \cos\beta \\ 0 & \cos\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \qquad (I.26)$$

La loi de répartition minimisant les couples fournis donne alors pour la matrice permettant de passer des axes de pilotage aux axes des roues :

$$P = g^T (g\, g^T)^{-1} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{\cos\beta\ (1+2\sin^2\alpha)} & 0 \\ \dfrac{\sin}{\cos\beta\ (1+2\sin^2\alpha)} & \dfrac{1}{2\cos\alpha} \\ \dfrac{-\sin\alpha}{\cos\beta\ (1+2\sin^2\alpha)} & \dfrac{1}{2\cos\alpha} \end{pmatrix} \qquad (I.27)$$

avec $\begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix} = g \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \end{pmatrix}$

On peut expliciter la loi de répartition sous forme d'une relation linéaire comme on l'a vu au paragraphe I.1.3.

L'égalité (I.27) donne: $h_1 = \dfrac{1}{\cos\beta\ (1+2\sin^2\alpha)}\ h_x$

Et l'égalité (I.25) donne :

$$h_x = h_1 \cos\beta + \sin\alpha \cos\beta\ h_2 - \sin\alpha \cos\beta\ h_3$$

d'où l'on tire :

$$-2\, h_1 \sin\alpha + h_2 - h_3 = 0 \qquad (I.28)$$

Remarque :

Comme on l'a vu au paragraphe I.1.3, l'expression sous une telle forme de la loi de répartition n'est autre que celle d'une ligne supplémentaire rendant g inversible. On a en effet :

$$\begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g \\ \hline 2.\sin\alpha - 1 \quad 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\alpha \cos\beta & -\sin\alpha \cos\beta \\ 0 & \cos\alpha & \cos\alpha \\ 2\sin\alpha & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix}$$

d'où :

$$\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \end{pmatrix} = M^{-1} \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{\cos\beta\ (1+2\sin^2\alpha)} & 0 & \dfrac{\sin\alpha}{1+2\sin^2\alpha} \\ \dfrac{\sin\alpha}{\cos\beta\ (1+2\sin^2\alpha)} & \dfrac{1}{2\cos\alpha} & \dfrac{-1}{2\ (1+2\sin^2\alpha)} \\ \dfrac{-\sin\alpha}{\cos\beta\ (1+2\sin^2\alpha)} & \dfrac{1}{2\cos\alpha} & \dfrac{1}{2\ (1+2\sin^2\alpha)} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ 0 \end{pmatrix} =$$

$$= \left(P \ \vdots \ \begin{matrix} \dfrac{\sin\alpha}{1+2\sin^2\alpha} \\ \dfrac{-1/2}{1+2\sin^2\alpha} \\ \dfrac{1/2}{1+2\sin^2\alpha} \end{matrix} \right) \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ 0 \end{pmatrix}$$

et on remarquera que la troisième colonne rendant P inversible est également la loi de répartition (I.28).

Considérons maintenant les composantes suivant les axes de roulis et tangage du moment cinétique résultant de h_1, h_2 et h_3 ; on a d'après (I.26) :

$$x_h = \cos\beta\ (h_1 + h_2 \sin\alpha - h_3 \sin\alpha) \qquad \text{(I.29)}$$

$$y_h = \cos\alpha\ (h_2 + h_3) \qquad \text{(I.30)}$$

Les relations I.28 et I.29 permettent d'écrire :

$$h_1 = \frac{x_h}{\cos\beta\ (1+2\sin^2\alpha)}$$

La valeur maximum x_h à fournir étant ΔH_x , le dimensionnement de la roue à réaction est donné par :

$$h_R = \frac{\Delta H_x}{\cos\beta\ (1+2\sin^2\alpha)}$$

La valeur maximum y_h à fournir suivant l'axe de tangage étant ΔH_y la relation (I.29) donne :

$$\Delta H_y = \cos\alpha \ (h_{2max} + h_{3\ max}) = 2\ h_p \ \cos\alpha$$

En outre on a :

$$H_y = 2\ H_p \cos\alpha$$

On a donc :

$$M_2 = 4{,}04 \left(\frac{0{,}55}{\cos} \ \sup \left[H_y,\ 10\ \Delta H_y \right] \right)^{0{,}471} + 3 \left(\frac{\Delta H_x}{\cos\beta\ (1+2\ \sin^2\alpha)} \right)^{0{,}471} + 4{,}35 \qquad (I.31)$$

I.2.3.2.3 - <u>Configuration à 3 roues à moment cinétique polarisé</u>.

Cette configuration est représentée par la figure I.7. La matrice de passage des axes des roues aux axes satellite est :

$$G = \begin{pmatrix} \sin\alpha\ \cos\beta & 0 & -\sin\alpha\ \cos\beta \\ \cos\alpha & 1 & \cos\alpha \\ \sin\alpha\ \sin\beta & 0 & -\sin\alpha\ \sin\beta \end{pmatrix} \qquad (I.32)$$

La matrice de passage des axes des roues aux axes de pilotage est :

$$g = \begin{pmatrix} \sin\alpha\ \cos\beta & 0 & -\sin\alpha\ \cos\beta \\ \cos\alpha & 1 & \cos\alpha \end{pmatrix} \qquad (I.33)$$

d'où :

$$P = \begin{pmatrix} \dfrac{1}{2\ \sin\alpha\ \cos\beta} & \dfrac{\cos\alpha}{1+2\ \cos^2\alpha} \\ 0 & \dfrac{1}{1+2\ \cos^2\alpha} \\ \dfrac{-1}{2\ \sin\alpha\ \cos\beta} & \dfrac{\cos\alpha}{1+2\ \cos^2\alpha} \end{pmatrix} \qquad (I.34)$$

La loi de répartition est alors

$$h_1 - 2h_2 \cos\alpha + h_3 = 0 \qquad (I.35)$$

Comme au paragraphe précédent on a :

$$x_h = (h_1 - h_3) \sin\alpha \cos\beta \qquad (I.36)$$

$$y_h = (h_1 + h_3) \cos\alpha \; h_2 \qquad (I.37)$$

Les relations (I.35) et (I.37) permettent d'écrire :

$$y_h = h_2 \, (1 + 2\cos^2\alpha \;)$$

On doit fournir ΔH_y, on doit donc avoir :

$$h_p \geqslant \frac{\Delta H_y}{1+2 \cos^2\alpha}$$

L'égalité (I.36) donne :

$$x_{h\,max} = (h_1 - h_3)_{max} \sin\alpha \cos\beta$$

$$= (h_p - (-h_p)) \sin\alpha \cos\beta \geqslant \Delta H_x$$

soit : $h_p \geqslant \dfrac{H_x}{2 \sin\alpha \cos\beta}$

<u>Remarque</u> :

Obtenir $h_1 = h_p$ et $h_3 = -h_p$ est compatible avec la loi de répartition puisqu'on a alors $h_2 = 0$

On a enfin : $H_p \geqslant \dfrac{H_y}{1+2 \cos^2\alpha}$

La masse de l'ensemble des roues est alors :

$$M_3 = 6{,}06 \left(1{,}1 \sup \left[\frac{H_y}{1+2 \cos^2\alpha} , \frac{10 \; \Delta H_y}{1+2 \cos^2\alpha} , \frac{5 \, \Delta H_x}{\sin\alpha \cos\beta} \right] \right)^{0{,}471} + 5{,}22 \qquad (I.38)$$

I.2.3.2.4 - <u>Bilan de masse</u>

Les valeurs de H_y, ΔH_y et ΔH_x seront déterminées ultérieurement. Nous pouvons cependant comparer les trois configurations en prenant comme paramètre $m = \dfrac{\Delta H}{H_y}$ après avoir fait l'hypothèse: $\Delta H = \Delta H_x = \Delta H_y$

En négligeant les termes constants qui sont voisins dans l'expression des masses on a :

$$F_1 = \frac{M_1}{H_y^{0,471}} \simeq 4,04 \left(0,55 \sup \left[1,10\ m \right] \right)^{0,471} + 6 \left(\frac{0,5\ m}{\cos\beta} \right)^{0,471} \qquad (I.39)$$

$$F_2 = \frac{M_2}{H_y^{0,471}} \simeq 4,04 \left(\frac{0,55}{\cos\alpha} \sup \left[1,10\ m \right] \right)^{0,471} + 3 \left(\frac{m}{\cos\beta\ (1+2\ \sin^2\alpha)} \right)^{0,471} \qquad (I.40)$$

$$F_3 = \frac{M_3}{H_y^{0,471}} \simeq 6,06 \left(1,1 \sup \left[\frac{1}{1+2\ \cos^2\alpha}\ ,\ \frac{10\ m}{1+2\ \cos^2\alpha}\ ,\ \frac{5\ m}{\sin\alpha\ \cos\beta} \right] \right)^{0,471} \qquad (I.41)$$

Les figures (I.8) donnent la valeur de F_1 et les variations de F_2 et F_3 en fonction de l'angle α pour m = 0,05, m = 0,1 et m = 0,15 avec $\beta = 0$; les mêmes courbes sont tracées pour $\beta = 30^\circ$ sur les figures (I.9).

On constate que F_2 (α) varie peu pour les faibles valeurs de α puis croît, ne devenant supérieur à F_1 que pour α supérieur à 40°. Par contre F_3 (α) reste constamment supérieur à F_1.

Compte tenu du fait que l'angle α de la deuxième configuration n'intervient qu'au niveau de la redondance, sa valeur sera inférieure à 40°.

De ce fait, le bilan de masse est nettement favorable à la deuxième configuration, d'autant plus que la masse constante due à l'électronique est plus faible pour cette configuration (4,35 kg) que pour les deux autres (5,22 kg).

I.2.3.3 - Fiabilité

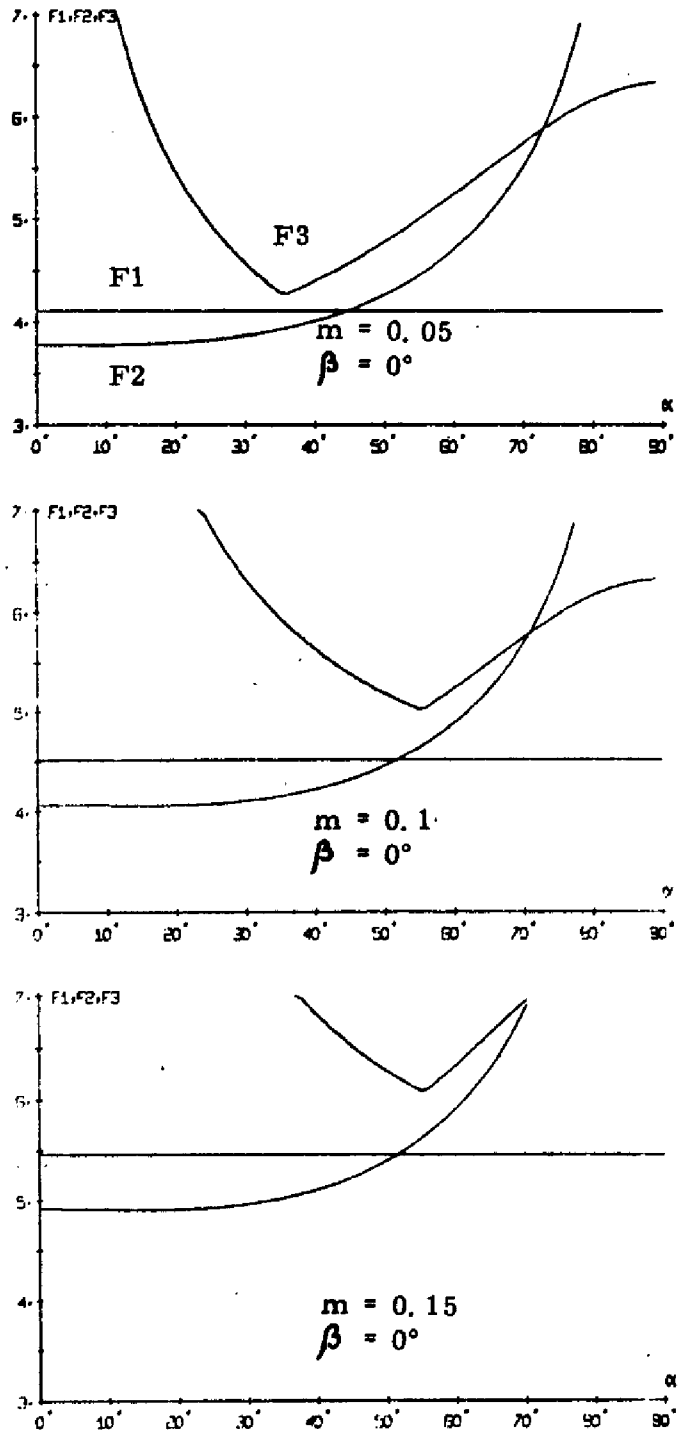
Les notations utilisées dans ce paragraphe sont les suivantes :

r = probabilité de fonctionnement d'une roue

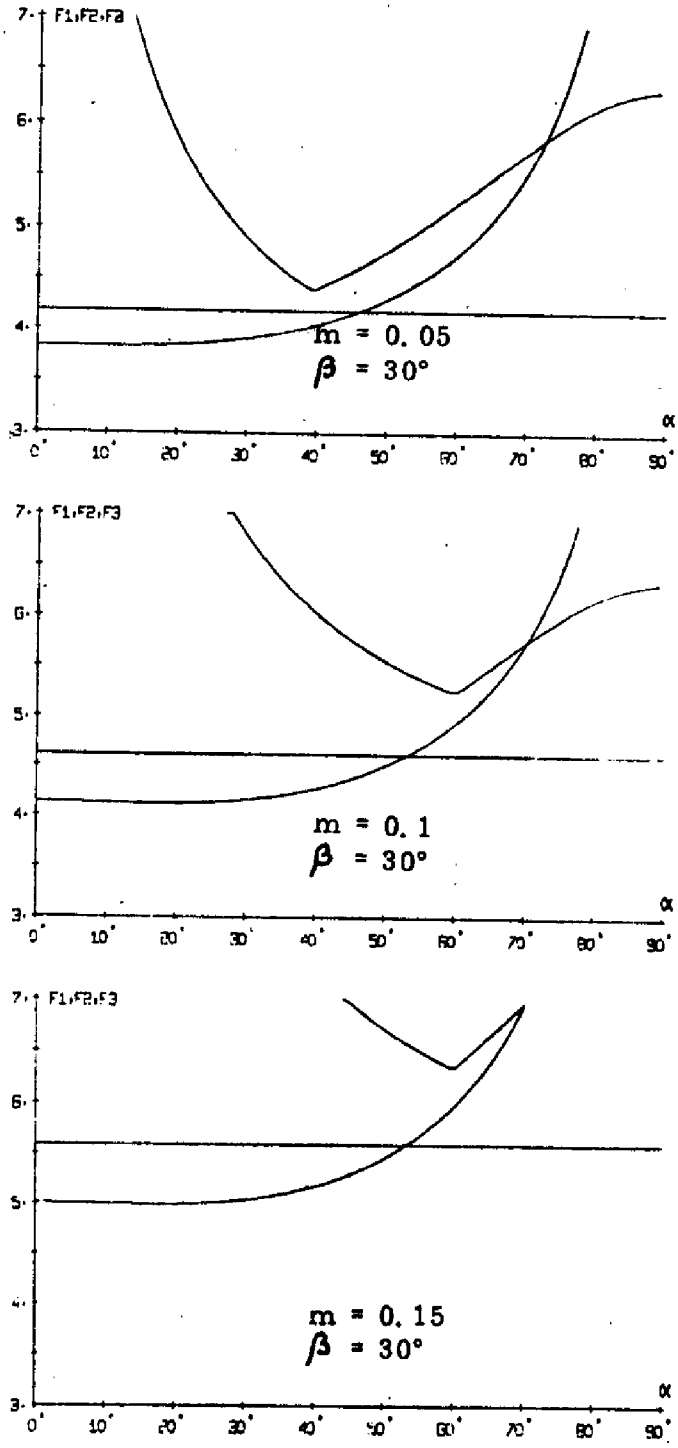
q = probabilité de non fonctionnement d'une roue (r = 1 - q)

r_1, q_1 = probabilités relatives aux roues à réaction

r_2, q_2 = probabilités relatives aux roues à moment cinétique polarisé



Figures I.8



Figures I.9

R_s, Q_s = probabilités relatives au système complet.

I.2.3.3.1 - Configurations à 4 roues

On obtient :

$$Q_s = q_1^2 r_2^2 + r_1^2 q_2^2 + 2 q_1^2 r_2 q_2 + 2 r_1 q_1 q_2^2 + q_1^2 q_2^2$$

d'où

$$R_s = 1 - r_1^2 (1 - r_2)^2 - r_2^2 (1 - r_1)^2 - 2(1 - r_1)(1 - r_2) \left[r_2 (1 - r_1) + r_1 (1 - r_2)\right] - (1 - r_1)^2(1 - r_2)^2$$

Dans l'hypothèse :

$r_1 = r_2 = r$ on a :

$$R_s = 1 - 2r^2 (1 - r)^2 - 4r (1 - r)^3 - (1 - r)^4 \qquad (I.42)$$

I.2.3.3.2 - Configuration à 3 roues dont une roue à réaction.

$$Q_s = 2 q_1 q_2 r_2 + r_1 q_2^2 + q_1 q_2^2$$

$$R_s = 1 - 2 r_2 (1 - r_1)(1 - r_2) - r_2(1 - r_2)^2 - (1 - r_1) (1 - r_2)^2 \qquad (I.43)$$

si $r_1 = r_2 = r$ on a :

$$R_s = 1 - 3r(1 - r)^2 - (1 - r)^3$$

I.2.3.3.3 - Configuration à trois roues à moment cinétique polarisé

En appliquant directement la formule précédente on a :

$$R_s = 1 - 3r_2 (1 - r_2)^2 - (1 - r_2)^3 \qquad (I.44)$$

I.2.3.3.4 - Bilan de fiabilité.

La figure (I.11) donne R_s en fonction de $r = r_1 = r_2$ pour la configuration non redondante (2 roues) et les 3 configurations redondantes.

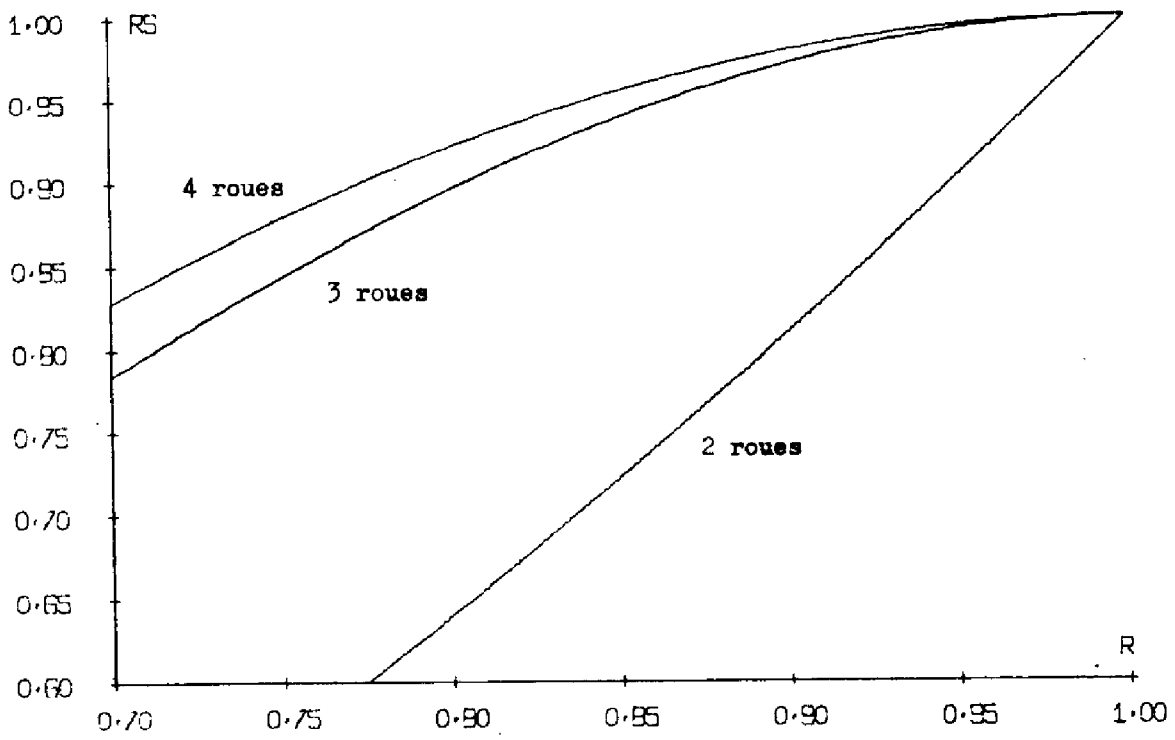


Figure I.11

La configuration à 4 roues est la plus fiable, mais on peut noter que l'écart avec les configurations à trois roues reste faible, et ce, d'autant plus que la fiabilité unitaire des roues augmente.

I.2.3.4 - Conclusion : choix d'une configuration.

Le bilan de masse étant favorable à la deuxième configuration (figure I.6) et le bilan de fiabilité lui étant peu défavorable, nous adapterons cette configuration au pilotage 2 axes.

I.2.4 - Configurations en pilotage trois axes

I.2.4.1 - Définition des configurations

Dans le cas d'une configuration non redondante, on aurait comme actuateurs une roue à réaction par axe, comme indiqué sur la figure (I.12).

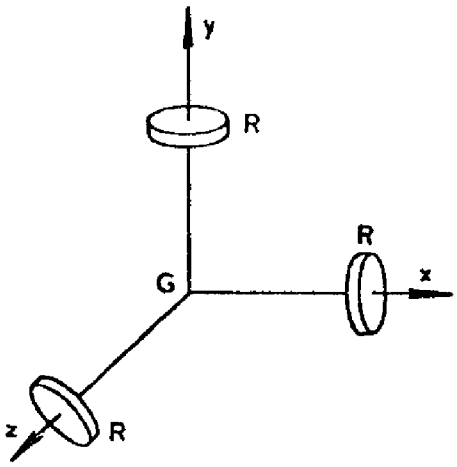


Figure I.12

Le choix d'une configuration redondante se fera donc dans un espace à trois dimensions et en ne considérant comme actuateurs que des roues à réaction ; toutes les roues étant identiques, d'après la formule (I.22) on peut dire qu'il revient au même de minimiser M ou de minimiser le moment cinétique maximum h_R que peuvent fournir ces roues.

On désire fournir, comme nous l'avons vu, une composante ΔH_y de moment cinétique selon l'axe de tangage et une composante ΔH_{xz} tournant dans le plan roulis-lacet. En conséquence on doit pouvoir fournir tout moment cinétique dont le vecteur représentatif est compris dans le cylindre (C) de la figure I.13.

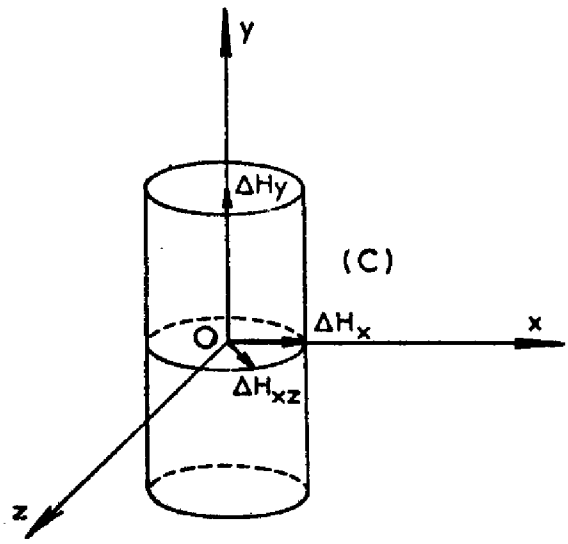


Figure I.13

En se limitant, comme nous l'avons déjà dit, à un niveau de redondance unité on ne peut avoir de configuration à plus de six roues.

La seule configuration possible à 6 roues est représentée sur la figure I.14 et revient à doubler les roues sur les trois axes.

En utilisant cinq roues à réaction, à niveau de redondance unité, on doit avoir deux roues alignées selon l'axe de tangage, les trois autres se trouvant dans le plan roulis-lacet. Dans ce plan la disposition des roues est celle de la figure I.15, l'enveloppe du moment cinétique fourni étant un hexagone régulier , courbe respectant au mieux la symétrie d'axe Gy .

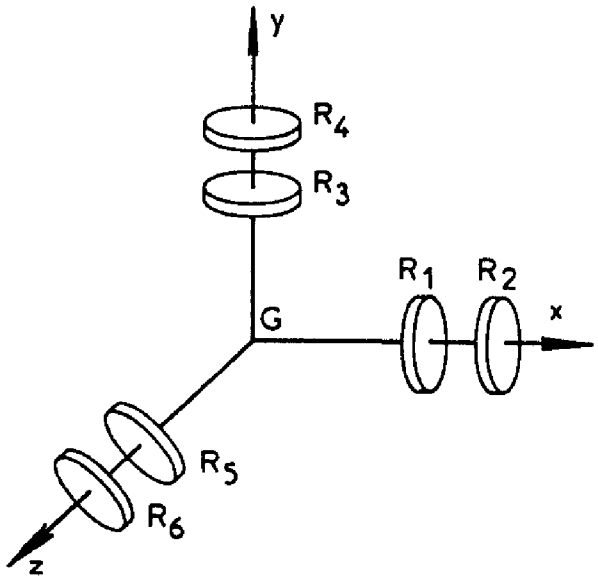


Figure I.14

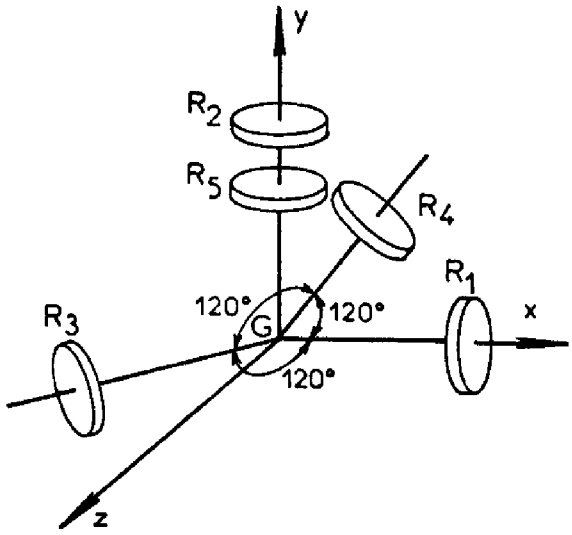


Figure I.15

A l'aide de 4 roues à réaction on ne peut a priori définir une configuration ; cette définition se fera à partir de l'optimisation en masse. Nous pouvons seulement remarquer que, compte tenu de l'enveloppe du moment cinétique à fournir (figure I.13) on se trouvera en présence

de deux classes de configurations :

- configurations comportant une roue alignée selon l'axe de tangage,
- configuration ne comportant pas de roue alignée selon l'axe de tangage.

I.2.4.2 - Masse

I.2.4.2.1 - Configuration à 6 roues

Pour cette configuration (figure I.14) le dimensionnement des roues est évident : on doit avoir :

$$h_{R1} = h_{R2} = h_{R5} = h_{R6} \geqslant \frac{\Delta H_{xz}}{2}$$

et

$$h_{R3} = h_{R4} \geqslant \frac{\Delta H_y}{2}$$

d'où

$$h_R = \sup \left(\frac{\Delta H_{xz}}{2} , \frac{\Delta H_y}{2} \right)$$

la masse étant : $M = 18\ h_R^{0,471} + 5,22$ (I.45)

I.2.4.2.2. - Configuration à 5 roues

Pour cette configuration, représentée sur la figure (I.15) les matrices G et P sont données par :

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \sqrt{3}/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{I.46)} \qquad P = \begin{pmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ -1/3 & 0 & 1/\sqrt{3} \\ -1/3 & 0 & -1/\sqrt{3} \\ 0 & 1/2 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{(I.47)}$$

La différence entre le nombre de roues et le nombre d'axes de pilotage étant de deux, la loi de répartition s'exprime par deux relations :

$$h_1 + h_2 + h_3 = 0$$
$$h_2 - h_5 = 0$$

En se plaçant dans le plan xOz, la composante θ_h du moment cinétique fourni par l'ensemble des roues suivant l'axe Ou doit être supérieure ou égale à ΔH_{xz}, quel que soit l'angle θ (figure I.16).

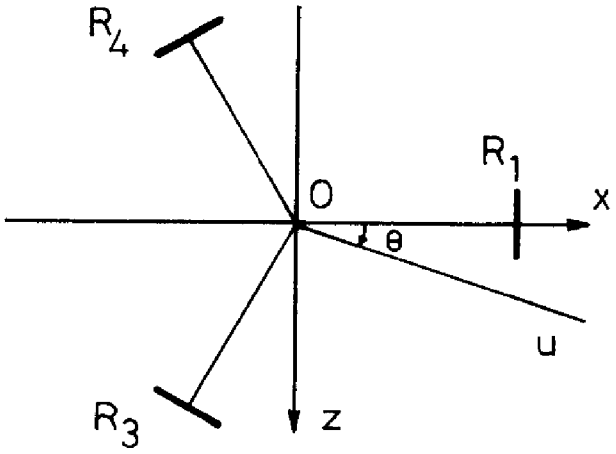


Figure I.16

Si on suppose que les roues peuvent fournir un moment cinétique maximum h on aura :

$$\theta_h = F(\theta).\ h$$

La fonction $F(\theta)$ étant donnée par la figure I.17.

Le minimum de $F(\theta)$ étant 1,5, on peut fournir un moment cinétique tournant égal à 1,5 h.

En conséquence pour $\theta_h \geqslant \Delta H_{xz}$, le dimensionnement des roues est donné par :

$$h = \frac{\Delta H_{xy}}{1,5}$$

Pour ce qui est du dimensionnement des roues R_2 et R_5 on a évidemment :

$$h_2 = h_5 = \frac{\Delta H_y}{2}$$

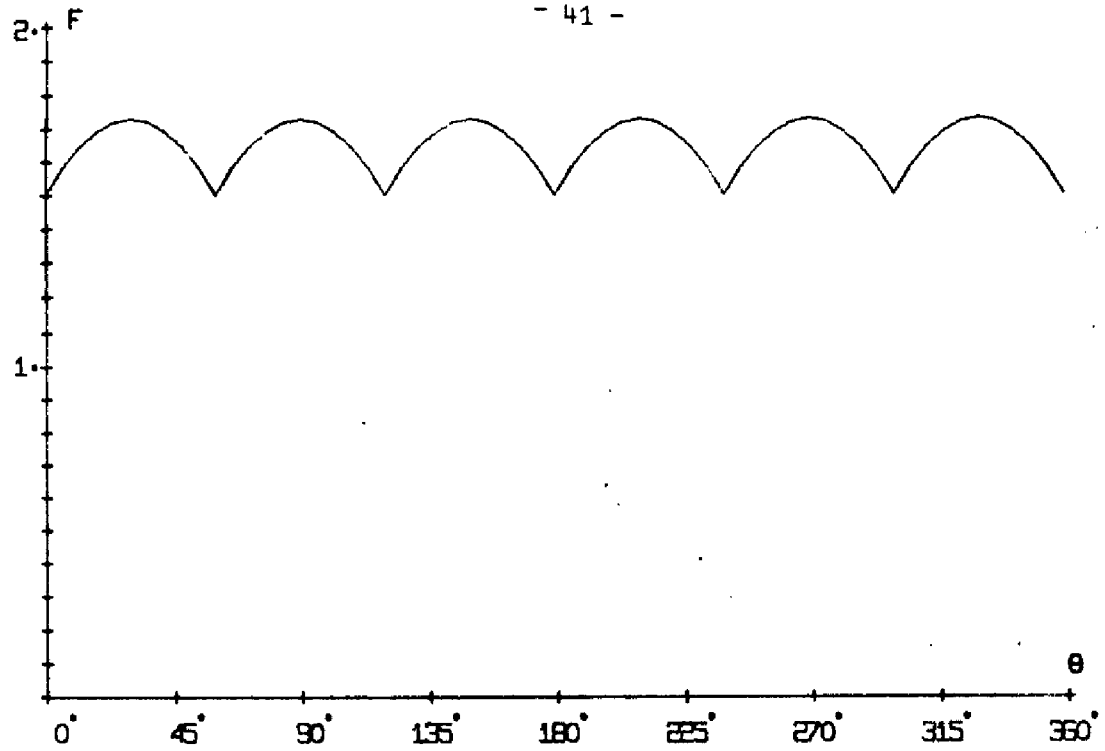


Figure I.17

La masse minimale de cette configuration sera donc donnée par :

$$M = 15\, h_R^{0,471} + 4,35 \qquad (I.49)$$

$$h_R = \sup \left(\frac{\Delta H_{xz}}{1,5} , \frac{\Delta H_y}{2} \right)$$

I.2.4.2.3 - Configurations à quatre roues

Ne pouvant déterminer a priori une configuration, nous devons considérer ici quatre roues disposées de façon quelconque, leur axe étant défini par des angles α_i et β_i (cf figure I.1).

Si l'on fixe les axes des roues, donc la matrice G définie par la formule (I.2), on est capable de fournir un moment cinétique compris dans un volume convexe (V) ; pour remplir les conditions imposées, on doit avoir :

$$(C) \subset (V)$$

C étant le cylindre de la figure (I.13)

Ceci peut encore s'écrire :

$$\text{et} \qquad \begin{array}{l} |h_y| \geqslant \Delta H_y \\ \sqrt{h_x^2 + h_y^2} \geqslant \Delta H_{xy} \end{array} \qquad \text{(I.51)}$$

h_x, h_y et h_z étant définis par les relations (I.16) et satisfaisant la loi de répartition, c'est-à-dire :

$$\begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad g_{11}\, h_1 + g_{12}\, h_2 + g_{13}\, h_3 + g_{14}\, h_4 = 0$$

ou

$$\begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \end{pmatrix} = G^T (GG^T)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix}$$

Le problème d'optimisation peut alors être formulé de la manière suivante : $[\text{Min}]\, h_R$

$$\left\| \begin{array}{ll} (1) & |h_i| \leqslant h_R \qquad i = 1,..,4 \\ (2) & \begin{pmatrix} h_x \\ h_y \\ h_z \end{pmatrix} = G \begin{pmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h4 \end{pmatrix} \\ (3) & g_{11}\, h_1 + g_{12}\, h_2 + g_{13}\, h_3 + g_{14}\, h_4 = 0 \\ (4) & |h_y| \geqslant \Delta H_y \\ (5) & \sqrt{h_x^2 + h_z^2} \geqslant \Delta H_{xz} \end{array} \right\| \qquad \text{(I.52)}$$

les inconnues étant les 8 angles α_i et β_i $(i = 1,4)$.

Remarquons que h_R est une grandeur qui dimensionne les roues, les h_i étant des valeurs instantanées.

Le problème d'optimisation non linéaire (I.52) n'est pas un problème classique ; nous aurions pu le formuler ainsi :

On veut minimiser sup h_i pour i = 1,..,4 en satisfaisant les conditions (2) à (5), le dimensionnement des roues étant ensuite fait en prenant h_R = sup h_i.

Ce problème étant complexe, il est possible de le simplifier en ramenant l'optimisation dans l'espace à une optimisation dans un plan (P_θ) contenant l'axe Oy et dont l'intersection Ou avec le plan xOy fait un angle θ avec l'axe Ox (figure I.18).

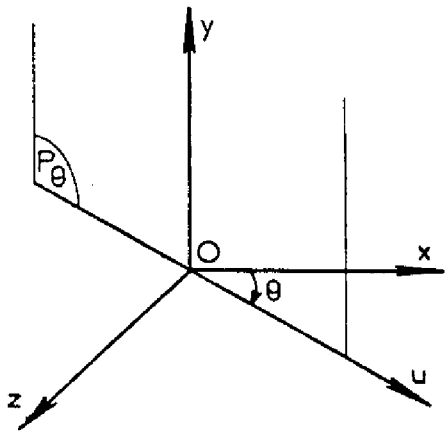


Figure I.18

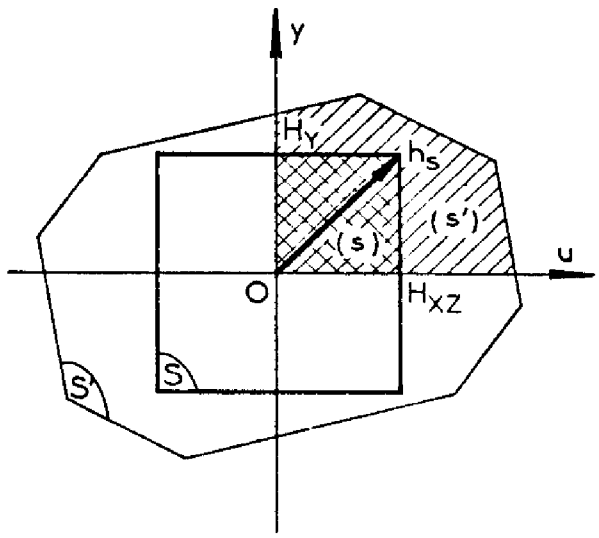


Figure I.19

Pour chaque plan (P_θ) on obtient une valeur minimum de h_{max} en résolvant le système (I.52) ; soit h_θ cette valeur. La valeur optimale de h_{max} sera alors :

$$\sup_\theta \; h_\theta$$

L'intersection d'un plan (P_θ) avec le cylindre (C) donne une surface (S) ; l'intersection de (P_θ) avec le volume connexe (V) donne

une surface (S) ; l'intersection de (P_θ) avec le volume connexe (V) donne la surface convexe (S') (figure I.19) la relation (C) $\subset$ (V) s'écrit alors :

$$(S) \subset (S') \qquad (I.53)$$

Compte tenu du fait :

- qu'une roue à réaction de moment cinétique maximum h_R peut en fait fournir tout moment cinétique h_i tel que

$$h_R \leq h_i \leq h_R$$

- que l'on peut prendre $\theta \in [0, 2\pi]$

on peut ne considérer le plan xOy que pour $x \geq 0$ et $y \geq 0$.

La relation (I.53) s'écrit dans ces conditions :

$$(s) \subset (s') \qquad (I.54)$$

Afin de simplifier davantage l'expression mathématique du problème, on peut inverser hypothèse et solution. En effet, d'un point de vue physique, on cherche h_R le plus faible possible (afin de minimiser la masse) tel que la relation (I.54) soit satisfaite, (s) étant déterminé par ΔH_y et $\Delta H_{xy} = \frac{\Delta H_y}{k}$; d'un point de vue mathématique, il revient au même de fixer h_R et de chercher ΔH_y le plus grand possible tout en respectant la relation (I.54).

Ceci revient à chercher quel est le plus grand moment cinétique h_s (figure I.19) qu'il est possible d'obtenir avec la configuration de roues adoptée.

Il est alors possible de résoudre le problème de manière plus simple.

L'égalité (I.2) s'écrit ici :

$$G = \begin{pmatrix} \cos\alpha_1 \cos\beta_1 & \cos\alpha_2 \cos\beta_2 & \cos\alpha_3 \cos\beta_3 & \cos\alpha_4 \cos\beta_4 \\ \sin\alpha_1 & \sin\alpha_2 & \sin\alpha_3 & \sin\alpha_4 \\ \cos\alpha_1 \sin\beta_1 & \cos\alpha_2 \sin\beta_2 & \cos\alpha_3 \sin\beta_3 & \cos\alpha_4 \sin\beta_4 \end{pmatrix} \qquad (I.55)$$

A partir de cette égalité on peut calculer la matrice $P = G^T(GG^T)^{-1}$

On notera G_{ij} les termes de la matrice G et P_{ji} ceux de la matrice P.

La condition (3) du système (I.52) s'écrit alors :

$$h_1 \left[-1 + P_{11} G_{11} + P_{12} G_{21} + P_{13} G_{31} \right] + h_2 \left[P_{21} G_{12} + P_{12} G_{22} + P_{13} G_{32} \right]$$
$$+ h_3 \left[P_{11} G_{13} + P_{12} G_{23} + P_{13} G_{33} \right] + h_4 \left[P_{11} G_{14} - P_{12} G_{24} - P_{13} G_{34} \right] = 0 \qquad (I.56)$$

Cette relation donne de façon explicite la loi de répartition des couples et moments cinétiques ; elle ne dépend que des angles α_i et β_i donc de la configuration de roues.

Afin de simplifier l'écriture on notera :

$h_4 = A_1 h_1 + A_2 h_2 + A_3 h_3$

Considérons les figures (I.18) et (I.19) et notons y_h et u_h les composantes selon les axes Oy et Ou du moment cinétique résultant fourni par les quatre roues.

On a :
$$u_h = \sum_{i=1}^{4} h_i \cos\alpha_i \cos(\theta - \beta_i) \qquad (I.57)$$

et
$$y_h = \sum_{i=1}^{4} h_i \sin\alpha_i \qquad (I.58)$$

Rendre h_s maximum revient à rendre u_h maximum tout en satisfaisant $ku_h = y_h$, k ayant eté défini au paragraphe I.2.1 par la relation :

$$\Delta H_y = k \ \Delta H_{xy}$$

les égalités (I.57) et I.58) donnent alors :

$$u_h = \sum_{i=1}^{3} h_i \cos\alpha_i \cos(\theta - \beta_i) + \frac{\cos\alpha_4}{\sin\alpha_4} \cos(\theta - \beta_4) \left[ku_h - \sum_{i=1}^{3} h_i \sin\alpha_i \right]$$

d'où :

$$u_h = \sum_{i=1}^{3} \frac{\sin\alpha_4 \cos\alpha_i \cos(\theta - \beta_i) - \cos\alpha_4 \ \sin\alpha_i \cos(\theta - \beta_i)}{\sin\alpha_4 - k\cos\alpha_4 \cos(\theta - \beta_4)} \cdot h_i \qquad (I.59)$$

En outre : $ku_h - y_h = 0$ s'écrit :

$$\sum_{i=1}^{3} h \cos\alpha_i \cos(\theta - \beta_i) - \sin\alpha_i + A_i(k\cos\alpha_4 \cos(\theta - \beta_4) - \sin\alpha_4) \cdot h_i = 0 \qquad (I.60)$$

La recherche de l'optimum pourra alors se faire en plusieurs étapes schématisées par l'organigramme de la figure I.20 et explicitées ci-après :

- à α_i et β_i fixés (i = 1,4) on cherche pour θ fixé le plus grand h_s qu'il est possible de fournir avec quatre roues de moment cinétique maximum h_R ; ceci revient à chercher

Max u_h (u_h étant donné par la relation I.59)

Les conditions à satisfaire étant :

. la loi de répartition (I.56)

. l'égalité (I.60)

. les limitations des moments cinétiques des roues, à savoir : $|h_i| \leq h$ max $\quad i = 1,4$

Les angles α_i, β_i et θ étant fixés, on a un problème classique de programmation linéaire que l'on pourra résoudre par la méthode du Simplexe. 25).

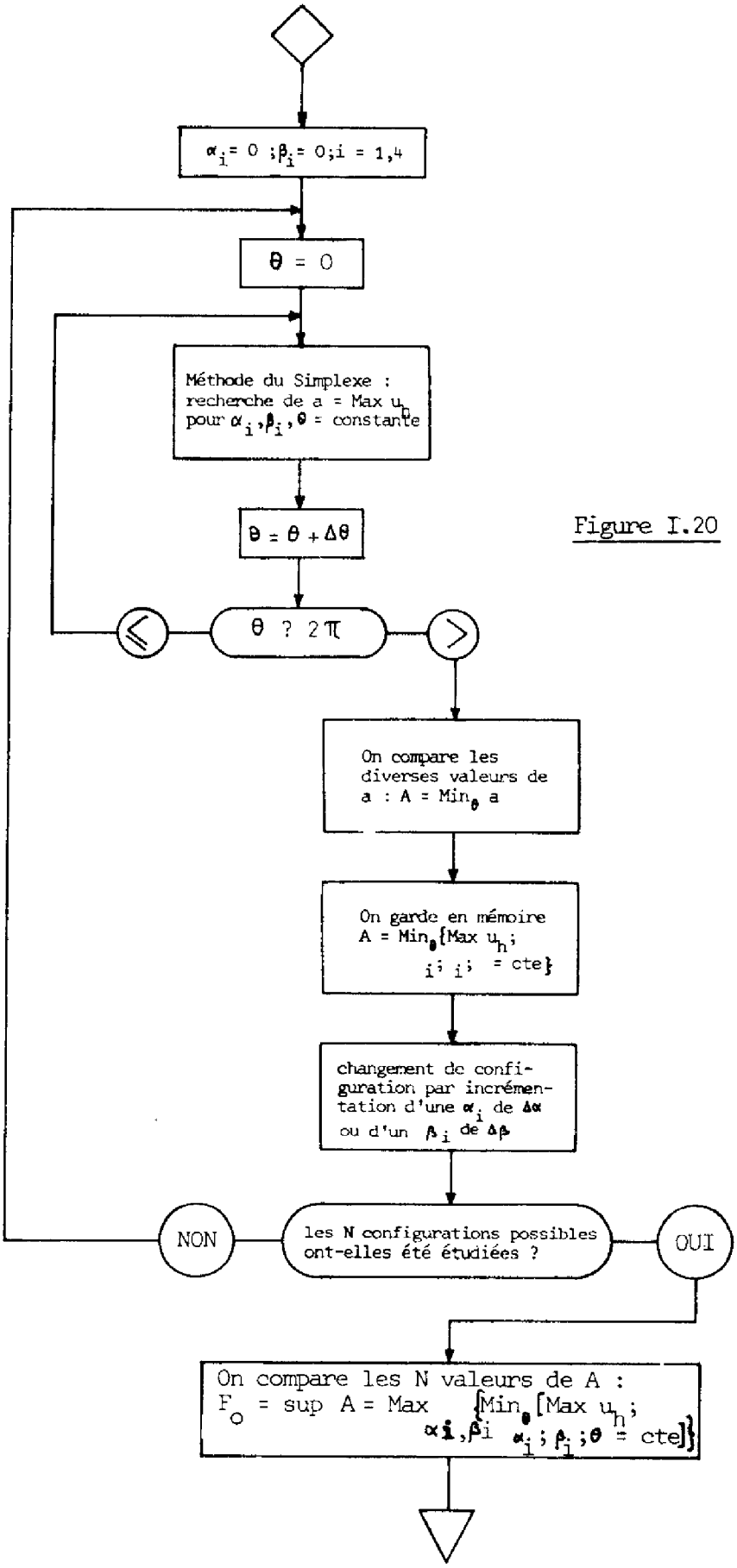

$\alpha_i = 0$; $\beta_i = 0$; $i = 1,4$
$\theta = 0$
Méthode du Simplexe : recherche de $a = \text{Max } u_h$ pour $\alpha_i, \beta_i, \theta$ = constante
$\theta = \theta + \Delta\theta$
θ ? 2π
On compare les diverses valeurs de a : $A = \text{Min}_\theta\, a$
On garde en mémoire $A = \text{Min}_\theta \{\text{Max } u_h ; \alpha_i ; \beta_i ; \theta = \text{cte}\}$
changement de configuration par incrémentation d'une α_i de $\Delta\alpha$ ou d'un β_i de $\Delta\beta$
NON
les N configurations possibles ont-elles été étudiées ?
OUI
On compare les N valeurs de A : $F_o = \sup A = \text{Max}_{\alpha_i, \beta_i} \{\text{Min}_\theta [\text{Max } u_h ; \alpha_i ; \beta_i ; \theta = \text{cte}]\}$

Figure I.20

- dans un deuxième temps on fait varier θ de 0 à 2π ; l'optimum réel pour h_s à configuration donnée est le cas le plus pénalisant par rapport à θ soit :

$$\text{Min}\left[\text{Max } u_h \; ; \quad \alpha_i, \beta_i \text{ et } \theta = \text{cte}\right]$$

- enfin, parmi toutes les configurations possibles, l'optimum correspondra à la plus grande valeur de h_s trouvée ; il sera donc donné par :

$$F_0 = \text{Max}_{\alpha_i, \beta_{i(i=1,4)}} \left\{\text{Min}_\theta\left[\text{Max } u_h \; ; \quad \alpha_i, \beta_i, \theta = \text{cte}\right]\right\} \tag{I.61}$$

Les roues pouvant fournir un moment cinétique maximum h, on pourra fournir $h_s F_0 h$; le dimensionnement des roues, pour fournir $\Delta H = \Delta H_y = \Delta H_{xz}$ sera donné par : $h = f_0 \Delta H$ avec $f_0 = \dfrac{1}{F_0}$ (I.62)

Pour examiner toutes les solutions possibles nous devons faire varier les quatre angles α_i de 0 à $\pi/2$ et les quatre angles β_i de 0 à π, en prenant pour ces angles et pour θ un pas de 10°, on constate que l'on a environ 1600 millions de configurations à examiner.

Cependant nous pouvons remarquer qu'il doit y avoir symétrie du volume (V) défini au début de ce paragraphe par rapport à l'axe Oy puisque le volume (C) que l'on doit envelopper est un cylindre.

On a donc seulement examiné des configurations présentant une telle caractéristique.

On peut alors envisager deux cas comme on l'a vu au paragraphe I.2.4.

- une roue (la roue n° 2 par exemple) a son axe aligné avec l'axe de tangage y ($\alpha_2 = \pi/2$; β_2 quelconque),

- aucune roue n'a son axe aligné avec l'axe de tangage.

Le tableau de la figure I.21 donne les divers cas retenus ainsi que les angles β_i correspondants.

	Configuration	Projection sur xGz	β_1	β_2	β_3	β_4	N°
Une roue a son axe confondu avec Gy			0°	qcq	120°	240°	I
			0°	qcq	90°	45°	II
aucune roue n'a son axe confondu avec Gy			0°	45°	90°	225°	III
			300°	0°	60°	180°	IV
			0°	270°	180°	90°	V

Figure I.21

En conservant un pas de 10° sur θ et sur les α_i pour chacun des cas retenus sur la figure I.21, il reste malgré tout 242000 configurations à examiner. Ce chiffre pourrait paraître énorme en particulier si l'on n'avait à notre disposition qu'un calculateur IBM 1130, le temps de calcul pour chaque cas retenu étant de l'ordre de 140 heures... Cependant, ayant en accès à un ordinateur IBM 370-168, nous avons pu réduire ce temps à 7 minutes (environ 0,120 centièmes de secondes par configuration).

Ce premier balayage de 10° sur les α_i nous a permis d'obtenir des plages de variations plus réduites où un balayage plus fin a pu être effectué.

Pour chacun des cas I à V de la figure I.21 le tableau de la figure I.22 donne la valeur optimale f_o obtenue et les angles α_i correspondants (en degrés).

	α_1	α_2	α_3	α_4	f_o
I	12,5	90	12,5	12,5	0,877
II	0	90	0	0	1
III	0	64,1	0	64,1	0,872
IV	0	74	0	74	0,942
V	40	40	40	40	1,04

figure I.22

Ce tableau nous donne la configuration optimale : elle correspond au cas n° III et est donnée par la figure I.23.

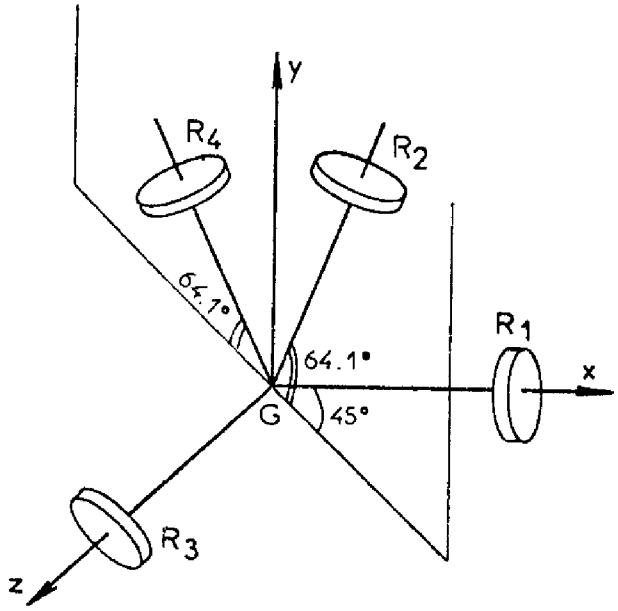


Figure I.23

On a alors $h_R = 0{,}872\ \Delta H$

et $$M = 12\ h_R^{0{,}471} + 3{,}48 \qquad (I.63)$$

Les figures I.24 et I.25 illustrent la méthode d'optimisation adoptée. Sur la figure I.24 on a tracé, pour une configuration du type n° III avec $\alpha_2 = \alpha_4 = \alpha$, la variation de $F(\theta) = \left[\text{Max } u_h \ ;\ \alpha_i, \beta_i, \theta = \text{cte}\right]$ avec les valeurs de α suivantes : 10°, 30°, 50°, 70°, et 90°. Les valeurs $\left\{\text{Min}_\theta \ \left[\text{Max } u_h \ ;\ \alpha_i, \beta_i, \ \theta = \text{cte}\right]\right\}$ sont indiquées par un rond.

F_o (cf formule I.61) est la plus grande de ces valeurs et correspond au point marqué d'un rond sur la figure I.25 où l'on a tracé $F(\theta)$ pour $\alpha = 64{,}1°$. On peut lire $F_o \simeq 1{,}15$ sur cette figure d'où la valeur de h_R déjà donnée :

$$h_R = \frac{1}{1{,}15}\ \Delta H = 0{,}87\ \Delta H$$

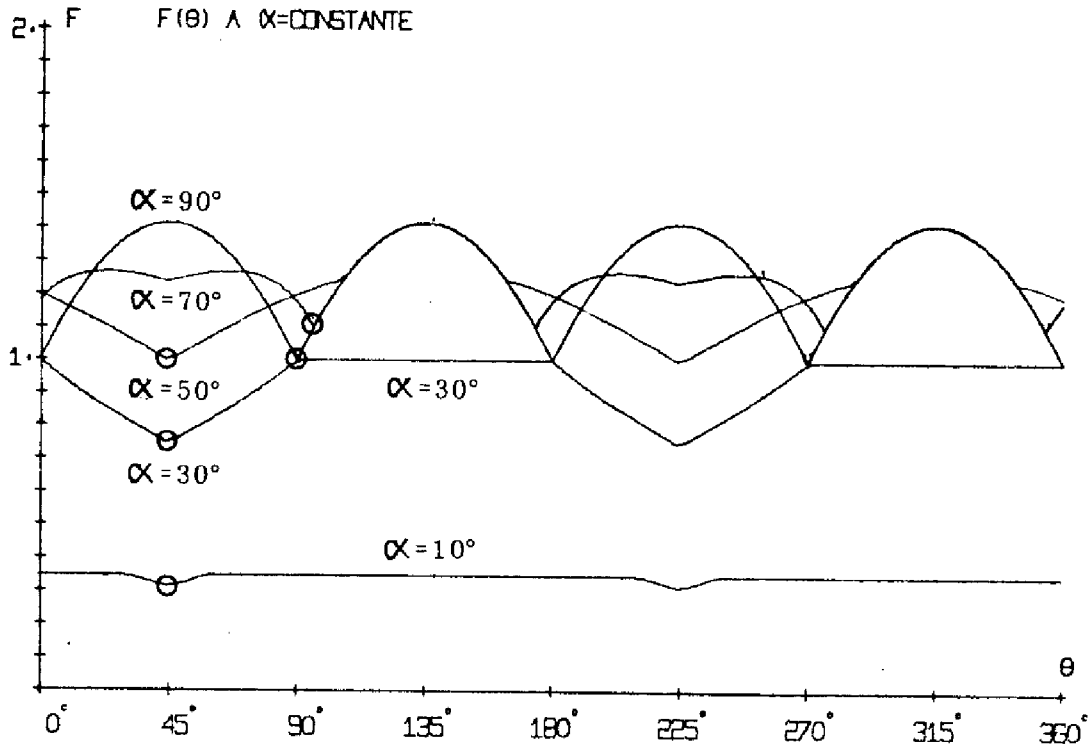


Figure I.24

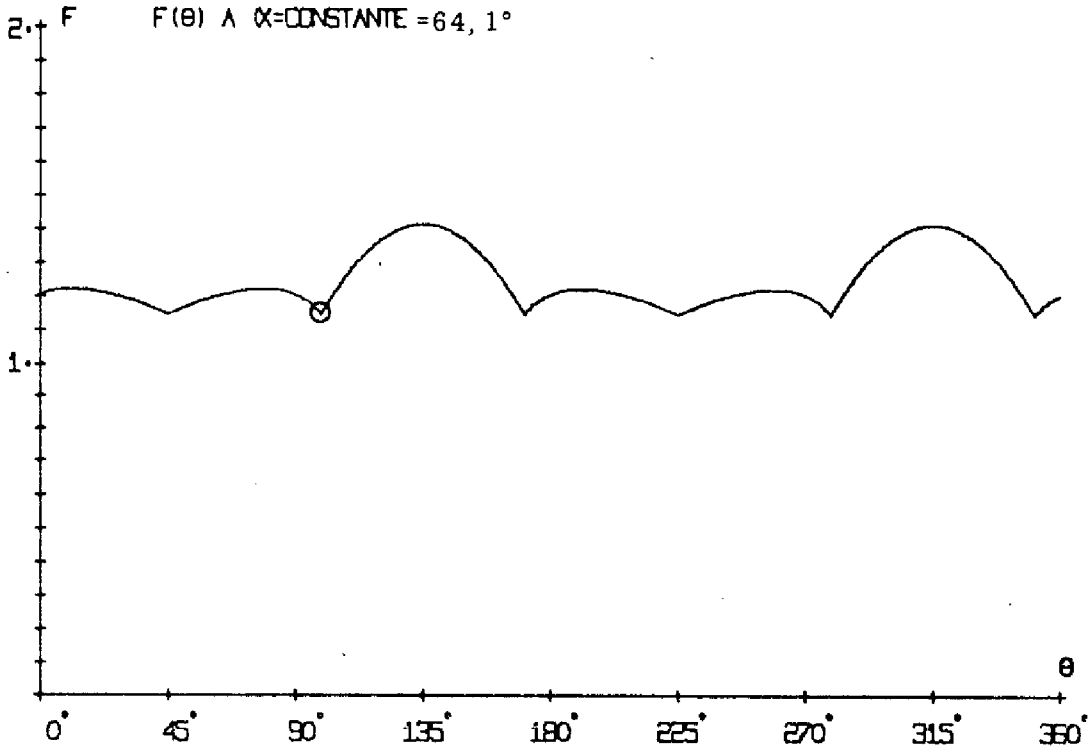


Figure I.25

I.2.4.2.4 - Bilan de masse

Rappelons les expressions des masses obtenues pour les diverses configurations étudiées, avec $\Delta H_{xz} = \Delta H_y = \Delta H$:

6 roues = $M_1 = 18 \left(\frac{\Delta H}{2}\right)^{0,471} + 5,22$

5 roues = $M_2 = 15 \left(\frac{\Delta H}{1,5}\right)^{0,471} + 4,35$

4 roues = $M_3 = 12 \left(0,872 \ \Delta H\right)^{0,471} + 3,48$

soit

$$M_1 = 12,97 \ \Delta H^{0,471} + 5,22 \text{ (kg)} \qquad \text{(I.64)}$$

$$M_2 = 12,39 \ \Delta H^{0,471} + 4,35 \text{ (kg)} \qquad \text{(I.65)}$$

$$M_3 = 11,25 \ \Delta H^{0,471} + 3,48 \text{ (kg)} \qquad \text{(I.66)}$$

Le bilan de masse est très nettement favorable à la configuration ne comportant que quatre roues à réaction.

I.2.4.3 - Fiabilité

I.2.4.3.1 - Configurations à 6 roues

Si on note [k - n] un ensemble de n éléments dont au moins k doivent être en état de fonctionnement ("k parmi n"), la configuration à six roues, du point de vue fiabilité, est formée de 3 ensembles [1-2] série.

La fiabilité de [k - n] est

$$f_{k,n} = \sum_{i=1}^{n} C_n^i \, r^i \, (1 - r)^{n - i} \qquad \text{(I.67)}$$

r étant la fiabilité d'un élément.

On aura donc, pour la configuration à six roues :

$$R_s = \left[r \ (2 - r)\right]^3 \qquad \text{(I.68)}$$

I.2.4.3.2 - Configuration à 5 roues

On a ici 2-3 en série avec 1-2 , d'où

$$R_s = \left[r^2 (3 - 2r)\right]\left[r (2 - r)\right] \qquad (I.69)$$

I.3.4.3.3 - Configuration à 4 roues

On a 3-4 soit :

$$R_S = r^3 (4-3 r) \qquad (I.70)$$

I.2.4.3.4 - Bilan de fiabilité

La figure I.26 donne R_s (r) pour les trois cas que nous venons d'étudier et pour la configuration non redondante (3 roues).
On remarque que l'accroissement de fiabilité dû à l'augmentation des nombres de roues n'est pas très important.

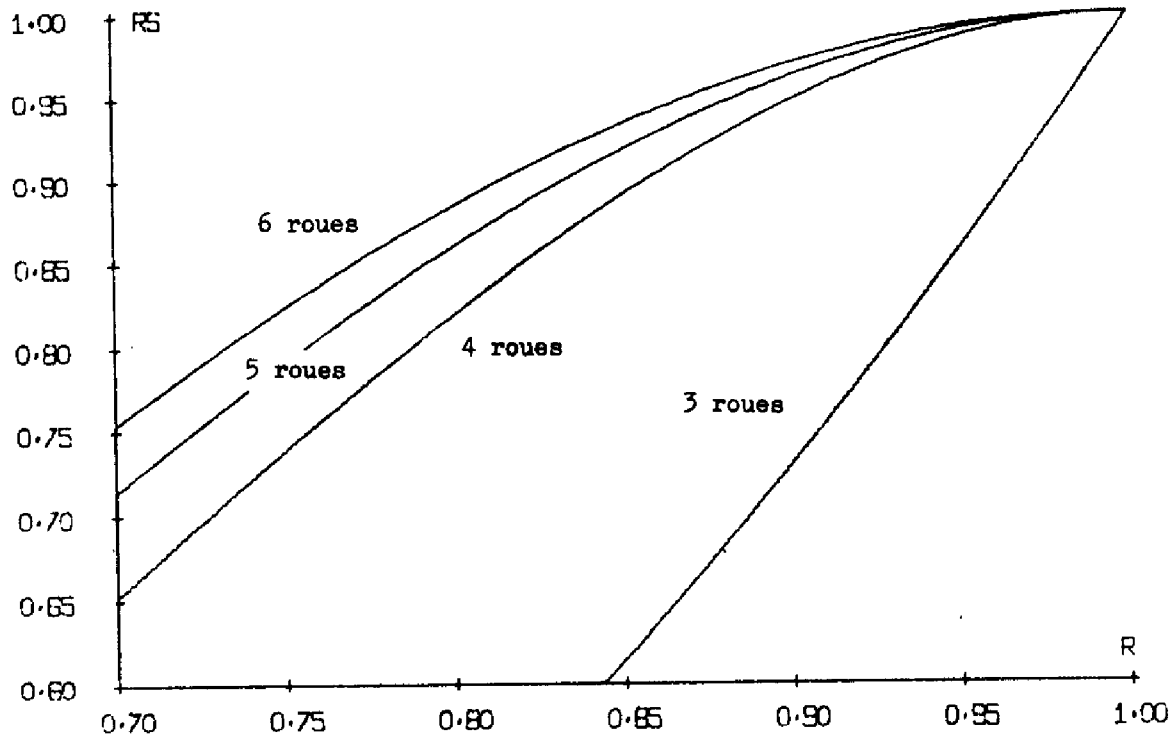


Figure I.26

I.2.4.4 - Conclusion : choix d'une configuration

Compte tenu du bilan en masse favorable et du bilan en fiabilité peu défavorable, nous choisissons pour le pilotage trois axes la configuration à 4 roues représentée sur la figure I.23.

Remarquons que ce choix confirme celui qui a été effectué dans l'étude contractuelle (13) puisqu'une étude à caractère plus empirique avait conduit au choix d'une configuration quasi identique, l'angle α étant de 64,37° au lieu de 64,1°.

CONCLUSION :

L'étude des lois de répartition de couples a permis de mettre en évidence les problèmes posés par la détermination d'une telle loi, mais le choix effectué au niveau de cette étude de faisabilité ne peut être considéré comme définitif. Plusieurs points devront en effet être examinés dans une étude visant à une définition plus précise du système de stabilisation, en particulier :

- l'influence du choix de la loi de répartition sur la masse totale du système embarqué (problèmes de l'énergie à fournir et de la désaturation).

- l'estimation de la fiabilité des moyens matériels mis en oeuvre pour effectuer cette répartition (détecteur de vitesse de roue par exemple).

L'étude des configurations a été faite dans l'hypothèse d'un niveau de redondance unité, un niveau de redondance supérieur ne pouvant être justifié qu'après une étude de fiabilité de l'ensemble de la chaîne de stabilisation.

Les méthodes de recherche des configurations sont tout à fait générales et ne dépendent pas de la loi de répartition adoptée :

- en pilotage deux axes les actionneurs sont situés dans un plan ; de ce fait le tracé d'une fonction représentative de la masse et dépendant à la fois des angles définissant la position des axes des roues et des moments cinétiques à fournir, a permis de choisir un type de configuration ; la masse totale des actionneurs croissant avec ces angles, leur définition qui permet de figer la configuration ne peut se faire qu'en prenant en compte les performances du système de commande.

- en pilotage trois axes le problème est simplifié du fait de l'adoption de roues de même type, mais rendu plus complexe par le fait que l'optimisation en masse concerne des actuateurs disposés dans un espace à

trois dimensions ; on a montré qu'il est possible de ramener cette optimisation dans un plan et de traiter le problème par une méthode classique de programmation linéaire.

Les configurations choisies sont optimales du point de vue masse compte tenu de la loi de répartition adoptée ; l'augmentation de la fiabilité qui aurait pu être apportée par une augmentation du nombre de roues - à niveau de redondance unité - est peu sensible, et ce, d'autant plus que le taux de fiabilité unitaire des roues utilisées est grand.

-:-

CHAPITRE II

LOIS DE COMMANDE

. Modélisation

. Pilotage trois axes

. Pilotage deux axes

INTRODUCTION

L'utilisation de configurations redondantes de roues d'une part, d'un calculateur numérique embarqué d'autre part, dans la commande d'attitude de satellites géostationnaires est motivée par la recherche

- d'un gain en performances,
- d'une sécurité de fonctionnement accrue.

Ce gain ne peut être efficacement obtenu que si la connaissance des modèles des sous-ensembles constituant le système est en concordance avec les performances de la loi de commande, l'ensemble devant bien entendu être en accord avec les performances générales à atteindre.

Cette remarque explique le plan que nous avons choisi pour ce chapitre dans lequel, contrairement au plan que nous avons suivi jusqu'à présent, nous étudions en premier lieu le pilotage trois axes, ceci étant motivé par une plus grande simplicité du modèle représentant le satellite et par le fait qu'un seul type de roues est utilisé.

Le premier paragraphe est donc consacré à la modélisation. Les modèles adoptés étant linéaires et l'organe de commande étant un calculateur numérique,nous abordons ensuite les deux types de pilotage à l'aide des techniques des systèmes linéaires échantillonnés (26).

Le second paragraphe, consacré au pilotage trois axes, traite en premier lieu le mode normal de commande d'attitude sous l'aspect théorique et par simulation. Les résultats obtenus permettent ensuite de compléter l'étude en abordant le mode de désaturation des roues à inertie.

Le troisième paragraphe est consacré au mode normal de commande d'attitude en pilotage deux axes.

II.1 - MODELISATION

II.1.1 - Introduction

Compte tenu de la structure de la commande définie dans notre introduction générale et de la loi de répartition des couples adoptée au chapitre précédent, nous pouvons représenter le système complet relatif au mode normal de commande d'attitude et au mode de désaturation des roues par le schéma-bloc de la figure II.1 qui comprend :

- le satellite
- les senseurs
- l'organe de commande numérique
- les actuateurs.

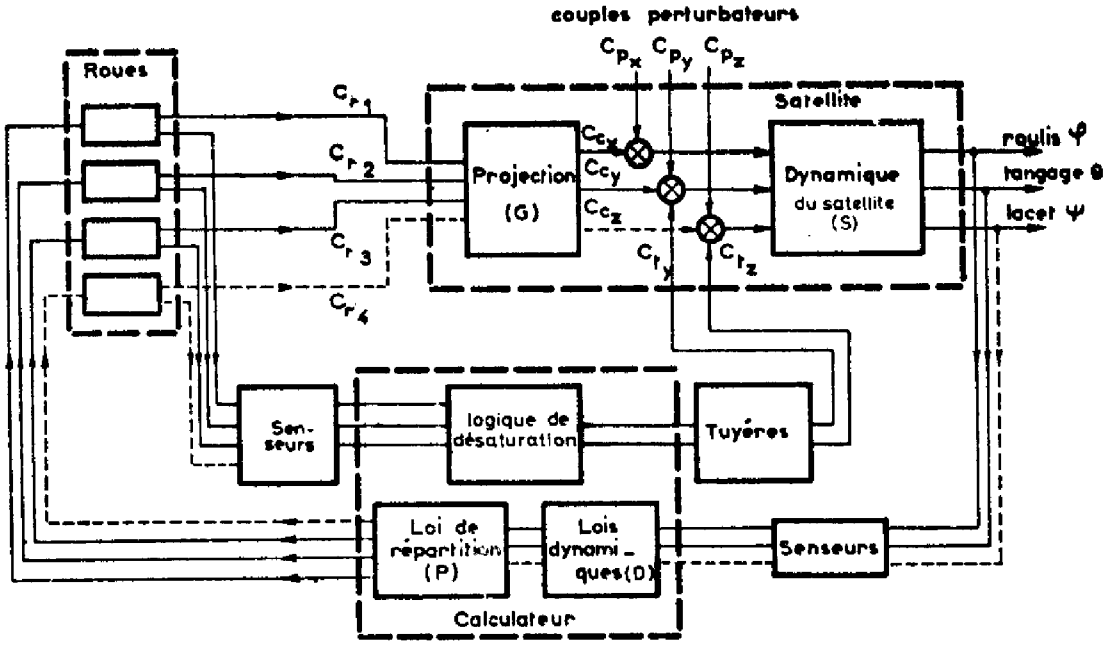


Figure II.1

---- : Pilotage trois axes uniquement

L'élaboration et la mise au point de la commande nécessitent de définir un modèle mathématique pour chacun de ces sous-ensembles. Nous ne donnerons dans ce paragraphe que les hypothèses faites et les modèles utilisés , leur établissement faisant l'objet de l'annexe 1.

II.1.2 - Modèles

II.1.2.1 - Le satellite

L'établissement des équations régissant le mouvement du satellite autour de son centre de gravité a été mené en deux étapes :

- modèle de représentation non linéaire en considérant le satellite comme un corps rigide,
- modèle d'action linéaire.

Le modèle d'action sert de support à la recherche de la loi de commande et permet de prévoir le comportement du satellite piloté ; le modèle de représentation permet de valider la commande en l'appliquant au système complet à l'aide d'une simulation numérique.

• Modèle de représentation

$$\begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & r & p \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{pmatrix}\left[\begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix}\right] = \begin{pmatrix} C_{cx} \\ C_{cy} \\ C_{cz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{px} \\ C_{py} \\ C_{pz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{tx} \\ C_{ty} \\ C_{tz} \end{pmatrix} \qquad (II.1)$$

où

. I_x, I_y, I_z sont les inerties principales,

. p, q, r sont les composantes du vecteur représentant la rotation du trièdre lié au satellite par rapport à un trièdre inertiel,

. H est le vecteur moment cinétique de l'ensemble des volants dans le repère lié au satellite,

. C_c, C_p, C_t représentent respectivement les couples de commande, les couples perturbateurs et les couples fournis par les tuyères de désaturation.

• Modèle d'action en pilotage deux axes

Le modèle d'action adopté en pilotage deux axes au cours de cette étude est le suivant :

$$I\ddot{X} + H_1\dot{X} + \omega_0 H_2 X = C_c + C_p + C_t \qquad (II.2)$$

où

. I est la matrice des inerties,

. X est le vecteur des dépointages : $X^T = (\varphi, \theta, \psi)$

. ω_0 est la pulsation orbitale,

. $H_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -H \\ 0 & 0 & 0 \\ H & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et $H_2 = \begin{pmatrix} H & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H \end{pmatrix}$

H étant le moment cinétique embarqué suivant l'axe de tangage.

Ce modèle correspond à la forme générale des équations linéarisées du mouvement d'un satellite données dans le paragraphe "Structure de la commande" de notre introduction :

$$S(p) . X(p) = G\, C_r(p) + C_p(p) + C_t(p) \qquad (II.3)$$

avec

. $S(p) = Ip^2 + H_1 p + \omega_0 H_2$

. $C(p) = G\, C_r(p)$

<u>Remarque</u> :

La validité de l'utilisation de ce modèle est étudiée dans les paragraphes II.3.1 et II.3.4.3.

• Modèle d'action en pilotage trois axes

$$I\ddot{X} = C_c + C_p + C_t \qquad (II.4)$$

modèle qui est de la forme de l'équation (II.3) avec :

$$S(p) = I\, p^2$$

II.1.2.2 - <u>Les senseurs</u>

Nous supposerons que les senseurs sont parfaits, c'est-à-dire que les données relatives aux angles de dépointage exploitées par le calculateur sont les angles eux-même, ce qui revient à prendre des gains unité comme fonctions de transfert.

II.1.2.3 - Les actuateurs

II.1.2.3.1 - Roues à inertie

Nous avons adopté la fonction de transfert suivante qui ne tient pas compte des non-linéarités :

$$r_0 = \frac{Ce}{Cd} = \frac{\tau p}{1 + \tau p} \qquad (II.5)$$

où

. Cd est le couple que l'on désire obtenir

. Ce est le couple effectivement fourni par la roue

. $\tau = J/B$ est la constante de temps de la roue considérée

. J = moment d'inertie de la roue

. B = constante (frottement visqueux)

Les valeurs numériques prises en compte sont les suivantes :

. roues à inertie : $J = 2.10^{-2}$ m^2 kg, $B = 3,2.10^{-4}$ Nms/rd d'où $\tau = 62,5$ s

. roues à moment cinétique polarisé : $J = 9,55.10^{-2}$ m^2 kg, $B = 3,2.10^{-4}$ Nms/rd d'où $\tau = 298,4$ s.

II.1.2.3.2 - Tuyères de désaturation

Nous avons adopté des créneaux de couple d'amplitude de 0,04 Nms.

II.1.2.4 - Les couples perturbateurs

II.1.2.4.1 - Couples perturbateurs externes

Les couples perturbateurs externes ont été calculés en ne tenant compte que de la pression de radiation solaire incidente ; on a en Newton-mètres :

$$Cpx = 10^{-6} (-5,77 + 5,01 \cos \omega_o t)$$

$$Cpy = 10^{-6} (17,05 \cos \omega_o t + 4,2 \sin \omega_o t + 1,02 \sin 2 \omega_o t) \qquad (II.6)$$

$$Cpx = 10^{-6} (0,56 + 4,2 \sin \omega_o t)$$

II.1.2.4.2 - Couples perturbateurs internes

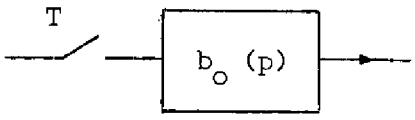
Les corrections de poste étant effectuées à l'aide de propulseurs à hydrazine, les couples perturbateurs dus au mésalignement de ces actuateurs sont les suivants :

- correction Nord-Sud : créneaux de couple d'amplitude 0,05 Nm et de durée 25 secondes toutes les révolutions orbitales autour des axes de roulis et de lacet.

- correction Est-Ouest : créneaux de couple d'amplitude 0,03 Nm et de durée 18 secondes, toutes les 10 révolutions orbitales autour des axes de tangage et de lacet.

II.1.2.5. - L'organe de commande

Le modèle adopté est un échantillonneur suivi d'un bloqueur d'ordre zéro, le temps de calcul étant négligé devant la période d'échantillonnage.



$$b_o(p) = \frac{1 - e^{-Tp}}{p} \qquad \text{(II.7)}$$

II.2 - PILOTAGE TROIS AXES

La loi de commande que nous proposons dans ce paragraphe a pour but de maintenir l'attitude du satellite aussi voisine que possible de sa position nominale, les tolérances de dépointage autour de chacun des axes étant de 0,05°.

Ceci doit être réalisé lorsque toutes les roues à inertie fonctionnent, un mode dégradé étant toléré en cas de panne.

L'étude théorique effectuée à partir du modèle d'action du satellite en considérant des couples perturbateurs constants est donc divisée en deux parties :

- une étude lorsque toutes les roues sont en état de fonctionnement permettant de définir une structure de la loi de commande et d'adopter des réglages correspondants,
- une étude des cas de panne possibles qui nous conduira à modifier les réglages précédemment définis.

L'étude complémentaire par simulations numériques à l'aide du modèle de représentation du satellite permet :

- de valider les lois théoriques de commande,
- de mettre au point un outil de travail permettant d'étudier le comportement du satellite dans des conditions où, soit les calculs littéraux sont complexes (transitoires correspondant aux couples perturbateurs internes), soit le modèle d'action ne représente pas tous les phénomènes (étude sur plusieurs orbites, désaturation).

Une dernière partie de ce paragraphe sera consacrée à l'étude du mode de désaturation des volants.

II.2.1 - Etude théorique du mode normal de commande d'attitude lorsque toutes les roues fonctionnent.

II.2.1.1 - Choix préliminaire

En présence d'un couple perturbateur constant les valeurs des angles de dépointage du satellite non piloté augmentent avec une accélération quasi-constante.

Trois politiques de pilotage peuvent être adoptées :

- obtenir une dérive à dérivée constante, les dépointages restant inférieurs aux seuils fixés entre deux instants de désaturation des volants (23),

- obtenir des dépointages constants inférieurs aux seuils,

- maintenir les dépointages nuls en régime permanent.

Nous avons choisi la deuxième politique en tenant compte des considérations contradictoires suivantes :

- le fait que le comportement réel du satellite, obtenu par simulations avec le modèle de représentation, présente des valeurs de dépointage notablement plus importantes que celles obtenues avec le modèle d'action, nous a conduit à éliminer la première politique qui constitue un pilotage en vitesse,

- les trois politiques se déduisant l'une de l'autre par introduction d'intégrations successives dans la loi de commande, des raisons liées aux problèmes de stabilité nous ont conduit à éliminer la troisième politique.

- telles qu'exposées ci-dessus, les politiques sont classées par ordre d'énergie et de fréquence de désaturation croissantes ce qui confirme notre choix.

II.2.1.2 - <u>Définition d'une structure de loi de commande</u> (26)

On peut reprendre le schéma-bloc de la figure II.1 en considérant les grandeurs vectorielles et en utilisant les modèles précédemment définis ; on obtient alors le schéma-bloc échantillonné de la figure II.2,

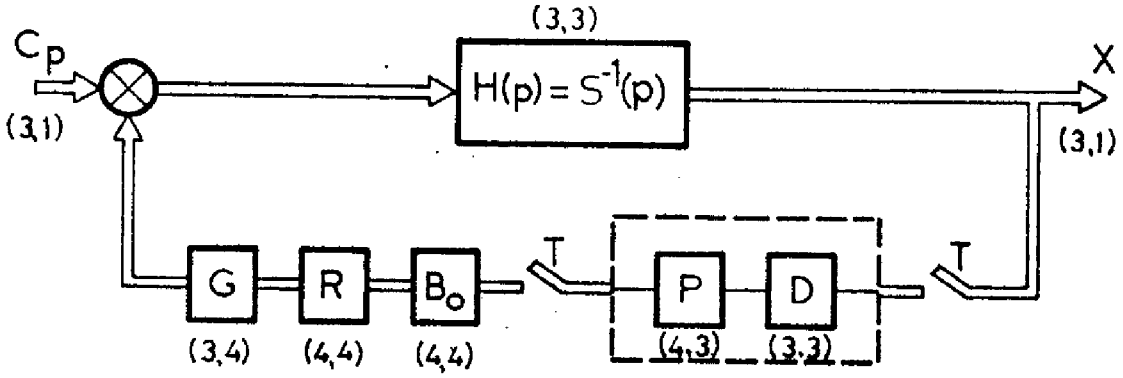


Figure II.2

la signification des diverses matrices étant donnée par le tableau de la figure II.3.

MATRICES	FONCTIONS
$C_p = (C_{px}, C_{py}, C_{pz})$	vecteur des couples perturbateurs
$S(p) = Ip^2$	matrice représentant la dynamique du satellite
$I = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix}$	matrice d'inertie du satellite
$X = (\varphi, \theta, \Psi)$	vecteur de dépointage
$G = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\sin\alpha}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{-\sin\alpha}{\sqrt{2}} \\ 0 & \cos & 0 & \cos \\ 0 & \frac{\sin\alpha}{\sqrt{2}} & 1 & \frac{-\sin\alpha}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$	matrice de projection des axes des roues sur les axes satellite (= 64,1°, cf figure I.23)
$R = r_0 \mathbb{1}_4 = \frac{\tau p}{1+\tau p} \mathbb{1}_4$	matrice de transfert des roues lorsque toutes les roues fonctionnent ($\mathbb{1}_4$: matrice unité de dimension 4)
$B_0 = b_0 \mathbb{1}_4 = \frac{1 - e^{-Tp}}{p} \mathbb{1}_4$	matrice des bloqueurs d'ordre 0
$P = \begin{pmatrix} \frac{1+\sin^2\alpha}{1+2\sin^2\alpha} & 0 & \frac{-\sin^2\alpha}{1+2\sin^2\alpha} \\ \frac{\sin\alpha}{2(1+2\sin^2)} & \frac{1}{2\cos} & \frac{\sin\alpha}{2(1+2\sin^2\alpha)} \\ \frac{-\sin\alpha}{1+2\sin^2\alpha} & 0 & \frac{1+\sin^2\alpha}{2(1+2\sin^2\alpha)} \\ \frac{-\sin\alpha}{1+2\sin^2\alpha} & \frac{-1}{2\cos\alpha} & \frac{-\sin\alpha}{1+2\sin^2\alpha} \end{pmatrix}$	matrice exprimant la loi de répartition des couples et des moments cinétiques $P = G^T (G G^T)^{-1}$
$D = \begin{pmatrix} D_x & 0 & 0 \\ 0 & D_y & 0 \\ 0 & 0 & D_z \end{pmatrix}$	matrice exprimant les lois de commande dynamiques

Figure II.3

De ce schéma-bloc on déduit la transformée en z du vecteur X des dépointages :

$$X(z) = \left[\mathbb{1}_3 + \overline{H\,G\,R\,B_0}\ (z)\ \overline{P\,D}\ (z) \right]^{-1} . \ \overline{H\,C_p}\ (z) \qquad \text{(II.8)}$$

La matrice P ne dépendant pas du temps, on a :

$$X(z) = \left[\mathbb{1}_3 + \overline{b_0\,H\,G\,R\,P}\ (z)\ \ D\ (z) \right]^{-1} . \overline{H\,C_p}\ (z) \qquad \text{(II.9)}$$

Dans le cas considéré de roues identiques en état de fonctionnement, on a $R = r_0\ \mathbb{1}_4$; en outre $P\,G = \mathbb{1}_3$ d'où :

$$X(z) = \left[\mathbb{1}_3 + \overline{r_0\ b_0\ H}(z)\ D(z) \right]^{-1} . \overline{H\,C_p}\ (z) \qquad \text{(II.10)}$$

L'examen de cette expression permet de faire deux remarques :

- les dépointages sont indépendants de la configuration de roues choisie, les roues n'intervenant ni par leur position, ni par leur nombre, mais seulement par l'expression de leur fonction de transfert.

- les expressions des dépointages sont découplées puisque la matrice entre crochets est diagonale ; par ailleurs ces expressions ont une forme identique suivant les trois axes.

En conséquence, nous nous limiterons dans la suite de ce paragraphe à l'étude de la commande en roulis, les résultats étant applicables au tangage et au lacet par simple modification des valeurs numériques.

L'égalité (II.10) permet d'écrire :

$$\varphi\,(z) = \frac{\overline{(1\ /\ I_x\ p^2)\ C_{px}}\ \ (z)}{1 + \overline{r_0\ b_0\ (1\ /\ I_x p^2)}\ (z)\ \ D_x\ (z)} \qquad \text{(II.11)}$$

En notant $C_{px}\ (p) = C_{px}/p$ l'échelon de couple perturbateur, la transformée en z du dépointage en roulis s'écrit :

$$\varphi(z) = \frac{T^2 C_{px}}{2 I_x} \cdot \frac{\dfrac{z^{-1}(1+z^{-1})}{(1-z^{-1})^3}}{1 + K_x D_x(z) \dfrac{z^{-1}(1-a z^{-1})}{(1-z^{-1})(1-d z^{-1})}}$$

(II.12)

avec : $d = e^{-\frac{T}{\tau}}$ $\quad a = \dfrac{(1 + \frac{T}{\tau} - 1}{d + \frac{T}{\tau} - 1}$ $\quad K_x = \dfrac{\tau^2}{I_x} (T/\tau + d - 1)$ (II.13)

L'équation caractéristique déterminant la stabilité de $\varphi(z)$ est :

$$1 + K_x D_x(z) \frac{z^{-1}(1 - a z^{-1})}{(1 - z^{-1})(1 - d z^{-1})} = 0 \qquad \text{(II.14)}$$

Le dépointage en régime permanent est :

$$\varphi(\infty) = \lim_{z \to 1} (1 - z^{-1}) \varphi(z) = \lim_{z \to 1} \frac{T^2 C_p}{I_x} \frac{1}{(1 - z^{-1})^2 + K_x D_x(z) \dfrac{(1 - z^{-1})(1-a)}{1 - d}}$$

La détermination de la forme de $D_x(z)$ est guidée par les considérations suivantes :

- d'après l'égalité II.15, l'obtention de φ constant en régime permanent impose, pour $D_x(z)$ d'avoir une intégration (pôle à + 1),
- $D_x(z)$ doit avoir un nombre de pôles supérieur ou égal au nombre de zéros pour être physiquement réalisable,
- le nombre total de pôles du système corrigé doit être au plus supérieur d'une unité au nombre de zéros afin d'éviter que le lieu des racines n'ait une branche infinie qui amènerait une marge de gain faible,
- $D_x(z)$ doit être le plus simple possible, les réglages étant d'autant plus aisés que le nombre de racines de l'équation caractéristique est faible.

$$D_x(z) = K_{Dx}\frac{z - z_1}{z - 1} \quad ; \quad D_x(z) = K_{Dx}\frac{(z - z_1)(z - z_2)}{(z - 1)(z - z_3)} \quad ;$$

$$D_x(z) = K_{Dx}\frac{(z-z_1)(z-z_2)(z-z_3)}{(z-1)(z-z_4)(z-z_5)}$$

Le choix ne peut se faire qu'en connaissant les valeurs de a et d ; pour T de l'ordre de la seconde, τ étant égal à 62,5 secondes, a est voisin de - 1 et d est voisin de + 1.

Nous avons représenté sur la figure II.4 les lieux des racines obtenus avec les différentes structures de réseaux correcteurs envisagés, nous pouvons faire les remarques suivantes :

- la première solution conduit à une instabilité, une racine au moins étant hors du cercle unité,
- la deuxième solution présente le même défaut,
- par contre la troisième solution consistant à introduire un pôle réel et deux zéros complexes conjugués peut permettre d'obtenir une stabilité conditionnelle. Toute autre solution serait plus complexe tout en n'amenant pas une stabilité inconditionnelle. Nous adoptons donc comme réseau correcteur :

$$D_x(z) = K_{Dx}\frac{(z - f)(z - \bar{f})}{(z - 1)(z - e)} \quad \text{avec } f = b + jc \qquad \text{(II.16)}$$

l'équation caractéristique s'écrivant alors :

$$1 + k\frac{(z - a)(z - f)(z - \bar{f})}{(z - 1)^2(z - d)(z - e)} = 0 \text{ avec } k = K_x K_{Dx} \qquad \text{(II,17)}$$

<u>Remarque</u> :

Notons que si nous avions adopté la troisième politique de pilotage consistant à avoir un dépointage nul en régime permanent (§II.2.1.1), le problème de stabilité serait difficile à résoudre du fait de la présence de 3 pôles à + 1 et un quatrième pôle, d, au voisinage de cette valeur.

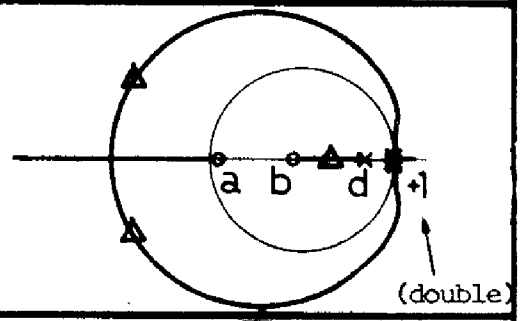
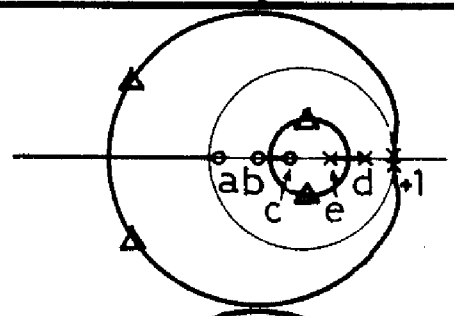
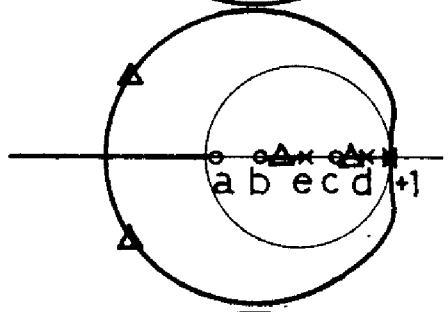
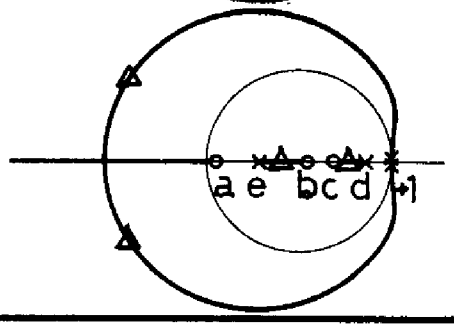
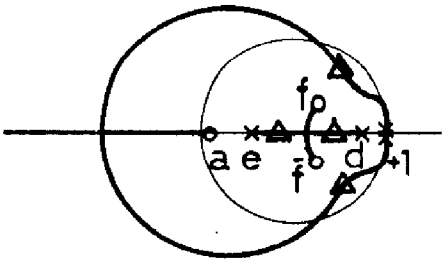
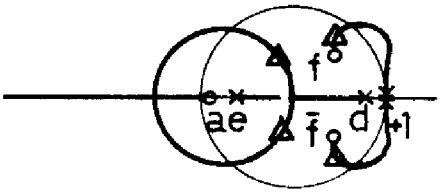
Correcteurs	Equations caractéristiques	Lieux des racines
$K_{Dx}\dfrac{(z-b)}{(z-1)}$	$1 + k\dfrac{(z-a)(z-b)}{(z-1)^2(z-d)} = 0$ $k = K_x K_{Dx}$	
$K_{Dx}\dfrac{(z-b)(z-c)}{(z-1)(z-e)}$	$1+k\dfrac{(z-a)(z-b)(z-c)}{(z-1)^2(z-d)(z-e)} = 0$	  
$K_{Dx}\dfrac{(z-f)(z-\bar{f})}{(z-1)(z-e)}$ $f = b+jc$	$1+k\dfrac{(z-a)(z-f)(z-\bar{f})}{(z-1)^2(z-d)(z-e)} = 0$	 

Figure II.4

Légende
O : zéros
x : pôles
Δ : racines de l'équation caractéristique

II.2.1.3 - Mise au point de la loi de commande

La loi de commande qui vient d'être définie dépend, d'une part de la période d'échantillonnage T, d'autre part, des valeurs des paramètres K_{Dx}, b, c et e.

Le choix de la période d'échantillonnage résulte d'un compromis entre diverses contraintes :

- contrainte issue des approximations faites lors de la modélisation, la période T devant être très supérieure au temps de calcul,
- contrainte liée à l'échantillonnage : entre deux instants de commande l'ensemble satellite-roues se comporte comme un système en boucle ouverte,
- contrainte liée au système : on peut admettre que le comportement du système sera satisfaisant pour $T < \tau/5$, τ étant la constante de temps des roues,
- contrainte liée au mode de désaturation des roues. T doit être assez grand pour permettre à chaque période d'échantillonnage la mesure de la vitesse d'au moins une roue; ceci impose $T > 0,1$s.

En conséquence on doit avoir :

$$0,1 < T < 12,5 \qquad \text{(II.18)}$$

Nous avons choisi T = 0,5 s

On a alors, d'après les relations (II.13) :

a = - 0,997 et d = 0,992

Afin d'étudier l'évolution du lieu des racines en fonction des pôles et des zéros de D_x (z) nous avons mis au point un programme de tracé par points du lieu des racines : programme RACIN (27) opérationnel sur calculateur I.B.M 1130 couplé à un traceur de courbes I.B.M 1627.

L'utilisation de ce programme nous a amené à prendre :

b = 0,65, c = 0,275 et e = 0,73

L'équation caractéristique est alors :

$$1 + k \frac{(z + 0,997)(z - 0,65 + j\,0,275)(z - 0,65 - j\,0,275)}{(z - 1)^2\,(z - 0,992)(z + 0,73)}$$

Le lieu des racines correspondant est représenté par la figure II.5.

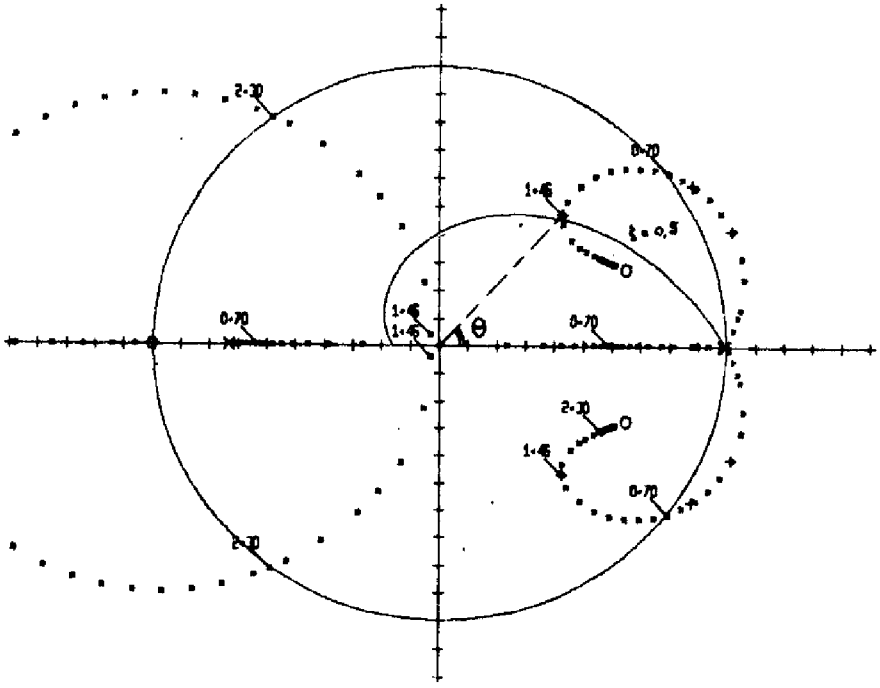


Figure II.5

Les indications numériques qui figurent sur ce lieu sont les valeurs du gain k ; la spirale logarithmique est la courbe iso-amortissement correspondant à $\zeta = 0,5$.

Nous constatons que le système est stable pour $0,70 < k < 2,30$.

En prenant $k = 1,46$ nous avons :

- une paire de racines conjuguées donnant une oscillation d'amortissement $\zeta = 0,5$ et de période propre $T_p = 2\,\pi\,T/\theta = 3,83$ secondes.
- une paire de racines conjuguées proches de l'origine, et donc d'influence négligeable.

Le système corrigé se comporte alors comme un système du second ordre. La prise en compte d'un couple perturbateur constant d'amplitude égale à $5\ 10^{-6}$ Nm nous permet de définir la valeur du gain du réseau correcteur et de calculer la valeur du dépointage en roulis en régime permanent. Le tableau

de la figure II.6 donne les résultats ainsi calculés, ceux relatifs aux axes de tangage et de lacet ayant été obtenus par une démarche en tout point semblable à celle suivie pour le roulis.

	K: gain du système non corrigé	k: gain du système corrigé	K_D = k/K : gain du correcteur	dépointage en régime permanent(°)
roulis	2.27 10^{-5}	1,46	64317	3.12 10^{-9}
tangage	6.78 10^{-5}	1,46	21534	9.28 10^{-9}
lacet	2.28 10^{-5}	1,46	64035	3.11 10^{-9}

Figure II.6

II.2.2 - Etude théorique du mode normal de commande d'attitude lorsqu'une roue est en panne.

II.2.2.1 - Comportement de la loi de commande en cas de panne

La configuration redondante étant celle de la figure I.23 que nous reproduisons ci-après (figure II.7), nous voyons que l'on se trouve en présence de deux types de pannes :

- panne d'une roue dont l'axe est aligné avec un axe satellite,
- panne d'une roue oblique.

Dans les deux cas la matrice de transfert des roues ne peut plus s'écrire $R = r_o \mathbb{1}_4$ mais doit être mise sous la forme :

$$R = \frac{\tau p}{1 + \tau p} \begin{pmatrix} r_1 & & & 0 \\ & r_2 & & \\ & & r_3 & \\ 0 & & & r_4 \end{pmatrix} = r_o R_i \qquad \text{(II.19)}$$

l'un quelconque des r_i pouvant être nul, les autres étant égaux à 1 ; notons que ceci revient à considérer qu'une roue fonctionne parfaitement ou bien est en panne totale, possibilités extrêmes que nous adopterons dans le cadre de cette étude.

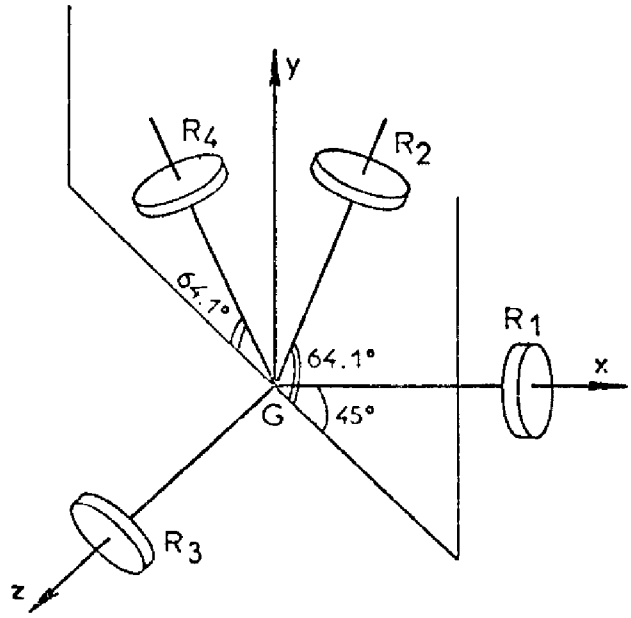


Figure II.7

Nous ne pouvons plus maintenant adopter pour X (z) l'expression (II.10) et nous devons conserver l'expression plus complète (II.9) :

$$X(z) = \left[\mathbb{1}_3 + \overline{b_o\ H\ G\ R\ P}(z)\ D(z) \right]^{-1} . \overline{H\ C_p}(z) \qquad \text{(II.20)}$$

On peut écrire :

$$\overline{b_o\ H\ G\ R\ P}(z) = I^{-1}\ G\ R_i\ P\ \overline{b_o\ r_o \frac{1}{p^2}}(z) = I^{-1}\ G\ R_i\ P\ K' \frac{z^{-1}\ (1-az^{-1})}{(1-z^{-1})(1-dz^{-1})}$$

$$\text{avec } d = e^{-\frac{T}{\tau}} \ ;\ a = \frac{d(1+\frac{T}{\tau})-1}{d+\frac{T}{\tau}-1} \ ;\ K' = \tau^2(\frac{T}{\tau} + d - 1)$$

En rappelant que :

$$D_x(z) = K_{Dx} \frac{(z-f)(z-\bar{f})}{(z-1)(z-e)}\ ,\ k = K_x\ K_{Dx} = \frac{K'}{I_x} K_{Dx}$$ et qu'il en est de même en tangage et lacet, on peut écrire :

$$M = \left[\mathbb{1}_3 + \overline{b_o\ H\ G\ R\ P}(z)\ D(z) \right] = \begin{pmatrix} 1 + r_{11}\ T(z) & r_{12}\ T(z) & r_{13}\ T(z) \\ r_{21}\ T(z) & 1 + r_{22}\ T(z) & r_{21}\ T(z) \\ r_{31}\ T(z) & r_{12}\ T(z) & 1 + r_{33}\ T(z) \end{pmatrix}$$

avec :

- $r_{11} = 0{,}862\ r_1 + 0{,}069\ r_2 + 0{,}69\ r_4$
- $r_{12} = 0{,}172\ (r_2 - r_4)$
- $r_{13} = -\ 0{,}138\ r_1 + 0{,}069\ r_2 + 0{,}069\ r_4$
- $r_{21} = 0{,}201\ (r_2 - r_4)$

- $r_{22} = 0{,}5\ (r_2 + r_4)$
- $r_{31} = 0{,}069\ r_2 - 0{,}138\ r_3 + 0{,}069\ r_4$
- $r_{33} = 0{,}069\ r_2 + 0{,}862\ r_3 + 0{,}069\ r_4$
- $T(z) = k\ \dfrac{(z-a)(z-f)(z-\bar{f})}{(z-1)^2(z-d)(z-e)}$

les valeurs numériques provenant des valeurs de G et P ; l'angle α (figure II.7) étant égal à 64,1° on a :

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0{,}309 & 0 & -0{,}309 \\ 0 & 0{,}900 & 0 & 0{,}900 \\ 0 & 0{,}309 & 1 & -0{,}309 \end{pmatrix} \qquad P = \begin{pmatrix} 0{,}862 & 0 & -0{,}132 \\ 0{,}224 & 0{,}556 & 0{,}224 \\ -0{,}139 & 0 & 0{,}862 \\ -0{,}224 & 0{,}556 & -0{,}224 \end{pmatrix}$$

En inversant la matrice M on peut obtenir les transformées en z des dépointages puisque la relation (II.20) s'écrit :

$$X(z) = M^{-1}\,\overline{H\,C_p}\,(z)$$

On obtient pour le dépointage en roulis :

$$\varphi(z) = \frac{1}{\Delta}\Big\{\big[1 + T(z)\,(r_{22} + r_{23}) + T^2(z)\,(r_{22}\,r_{33} - r_{23}\,r_{12})\big]\,.\,\overline{H\,C_{px}}\,(z)$$
$$+\big[-T(z)\,r_{12} + T^2(z)\,r_{12}\,(r_{13} - r_{33})\big]\,.\,\overline{H\,C_{py}}\,(z)$$
$$+\ \big[T(z)\,r_{13} + T^2(z)\,(r_{12}\,r_{21} - r_{13}\,r_{22})\big]\,\overline{H\,C_{pz}}\,(z)\Big\} \qquad \text{(II.21)}$$

où Δ est le déterminant de la matrice M :

$$\Delta = T^3(z)\,s_3 + T^2(z)\,s_2 + T(z)\,s_1 + 1$$

avec :

- $s_3 = r_{11}\,r_{22}\,r_{33} - r_{22}\,r_{13}\,r_{31} + r_{21}\,r_{12}\,(r_{13} + r_{31} - r_{11} - r_{33})$
- $s_2 = r_{11}\,(r_{22} + r_{33}) - 2r_{12}\,r_{21} - r_{13}\,r_{31}$
- $s_1 = r_{11} + r_{22} + r_{33}$

Des expressions analogues sont obtenues pour $\theta(z)$ et $\Psi(z)$

Nous pouvons maintenant étudier la stabilité du système ; les racine de Δ sont les mêmes que celles de δ :

$$\delta = T_N^3(z)\, s_3 + T_N^2(z)\, T_D(z)\, s_2 + T_N(z)\, T_D^2(z)\, s_1 + T_D^3(z) \qquad \text{(II.22)}$$

où $T_N(z) = k\,(z - a)(z - f)(z - \bar{f})$

$T_D(z) = (z - 1)^2 (z - d)(z - e)$

L'équation $\delta = 0$ est une équation du douzième degré en z.

Nous devons résoudre cette équation avec les valeurs numériques adoptées au paragraphe précédent et correspondant au lieu des racines représenté par la figure II.5 que nous reproduisons ci-dessous (figure II.8)

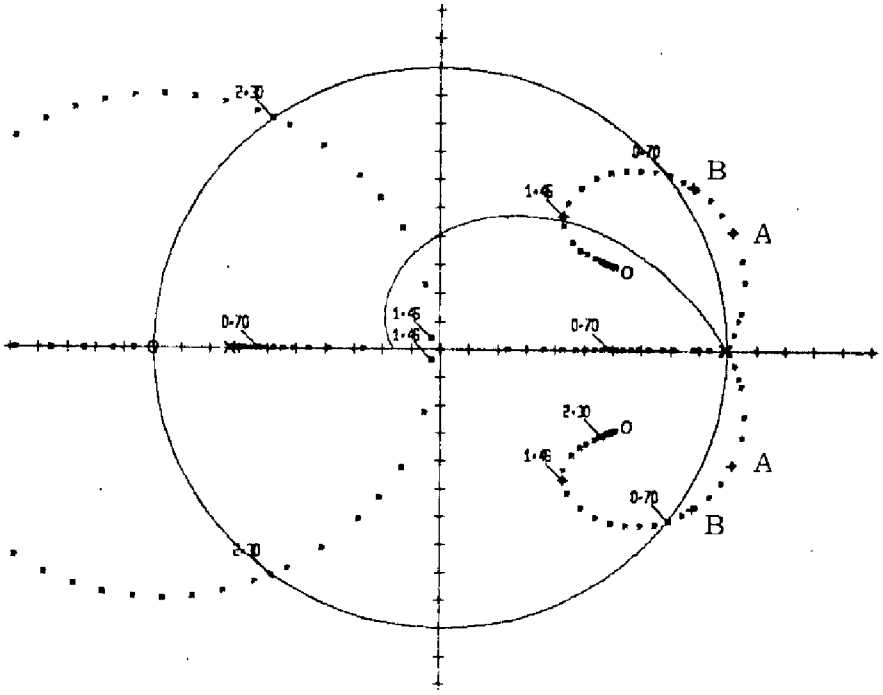


Figure II.8

La figure II.9 donne les racines de $\delta = 0$ dans les trois cas suivants :

- pas de panne, panne de la roue R_3, panne de la roue R_4.

Pas de panne	Panne roue R_3	Panne roue R_4
0,43 ∓ j 0,469 ***	0,43 ∓ j 0,469 **	0,43 ∓ j 0,469 **
- 0,029 ∓ j 0,038 ***	- 0,029 ∓ j 0,038 **	- 0,029 ∓ j 0,038
	0,728	- 0,029 ∓ j 0,043
	- 0,707	0,634
	1,020 ∓ j 0,414	- 0,660
		0,880 ∓ j 0,524
** : Racines doubles		
*** : Racines triples		

Figure II.9

Dans le premier cas, on retrouve les racines obtenues pour un axe découplé ; elles sont représentées par les 4 points correspondant au gain 1,46 sur la figure II.8.

Lorsque la roue R_3 est en panne les racines 1,020 ∓ j 0,414, représentées par les croix A sur la figure II.8 sont extérieures au cercle unité : il y a instabilité.

Il en est de même en cas de panne de la roue R_4, les racines 0,880 ∓ j 0,574 étant représentées par les croix B.

On peut remarquer que les racines de $\delta = 0$ restent sur le lieu de la figure II.8 en cas de panne : les pannes influent sur le système comme une perte de gain.

On doit donc chercher à augmenter la marge de gain qui est :

$$M_G = \frac{1,46}{0,70} = 2,09$$

Les points A correspondant à un gain k = 0,2, la marge de gain doit être supérieure à $\frac{1,46}{0,2} = 7,3$ pour que la stabilité soit conservée dans le cas de la panne de l'une quelconque des roues.

II.2.2.2 - Détermination de nouveaux réglages pour la loi de commande.

Le programme RACIN a permis de modifier les valeurs b,

c et e du réseau correcteur. Il s'est avéré impossible d'obtenir $M_G > 7,3$ par simple variation de b, c et e et ce pour la raison suivante : le pôle $d = 0,992$ tend à repousser le lieu hors du cercle unité au voisinage de 1.

Nous avons été amené à augmenter la période d'échantillonnage pour diminuer $d = e^{-T/\tau}$.

Nous avons vu (inégalité II.18) que T devait être inférieur à 12,5 secondes environ. En conséquence nous avons choisi T = 10s ce qui donne $d = 0,852$ et $a = -0,948$.

En prenant $b = 0,88$ et $c = 0,03$ on tend à attirer le lieu dans le cercle unité au voisinage de 1, l'influence de d étant compensée.

Le lieu des racines obtenu, en prenant par ailleurs $e = -0,52$, est représenté par la figure II.10. L'équation caractéristique correspondante est :

$$1 + k \frac{(z + 0,948)(z - 0,88 + j\,0,03)(z - 0,88 - j\,0,03)}{(z - 1)^2\,(z - 0,852)\,(z + 0,52)} = 0$$

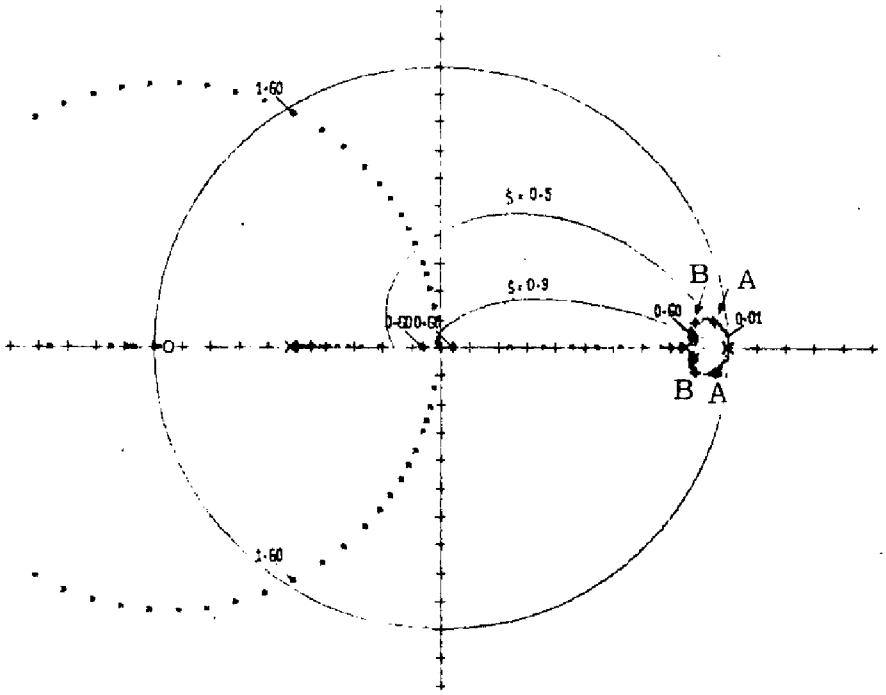


Figure II.10

En prenant comme gain k = 0,60 lorsque toutes les roues fonctionnent, l'amortissement est $\zeta = 0,9$ et la marge de gain est $M_G = \frac{0,60}{0,01} = 60$

Les précisions statiques sont alors :

$\varphi(\infty) = 1,14\ 10^{-6}$ rd $= 6,57\ 10^{-5°}$

$\theta(\infty) = 3,41\ 10^{-6}$ rd $= 1,96\ 10^{-4°}$

$\Psi(\infty) = 1,15\ 10^{-6}$ rd $= 6,59\ 10^{-5°}$

Avec cette commande nous pouvons chercher les racines de $\delta = 0$ dans les trois cas étudiés précédemment ; les résultats obtenus sont donnés par la figure II.11.

Pas de panne	Panne roue R_3	Panne roue R_4
0,875 ∓ j 0,044 ***	0,875 ∓ j 0,044 **	0,875 ∓ j 0,044 **
- 0, 061***	- 0,061 **	- 0,061 **
0,044 ***	0,044 **	0,044
	0,842	0,042
	- 0,497	0,799
	0,952 ∓ j 0,090	- 0,450
** : Racines doubles *** : Racines triples		0,883 ∓ j 0,092

Figure II 11

En l'absence de panne, les racines correspondent au cas des axes découplés et sont représentées par les 4 points correspondant au gain 0,60 sur la figure II.10.

En cas de panne de la roue R_3, les racines 0,952 ∓ j 0,090 correspondent aux points A de la figure II.10 ; le système est stable et présente une oscillation d'amortissement $\zeta = 0,5$.

En cas de panne de la roue R_4, les racines $0{,}883 \mp j\ 0{,}090$ correspondent aux points B de la figure II.10 ; l'oscillation relative à ces points a comme amortissement $\xi = 0{,}75$.

La nouvelle loi de commande permet de conserver la stabilité en cas de panne d'une quelconque des roues.

II.2.3 - Simulations à l'aide du modèle de représentation du satellite

Ces simulations dont les buts ont été indiqués page 65 sont effectuées à l'aide du programme SATEL décrit en Annexe 2.

La figure II.12 indique :

- les simulations qui ont été réalisées,
- les variables tracées dans chaque cas,
- les numéros de figure correspondant à ces tracés.

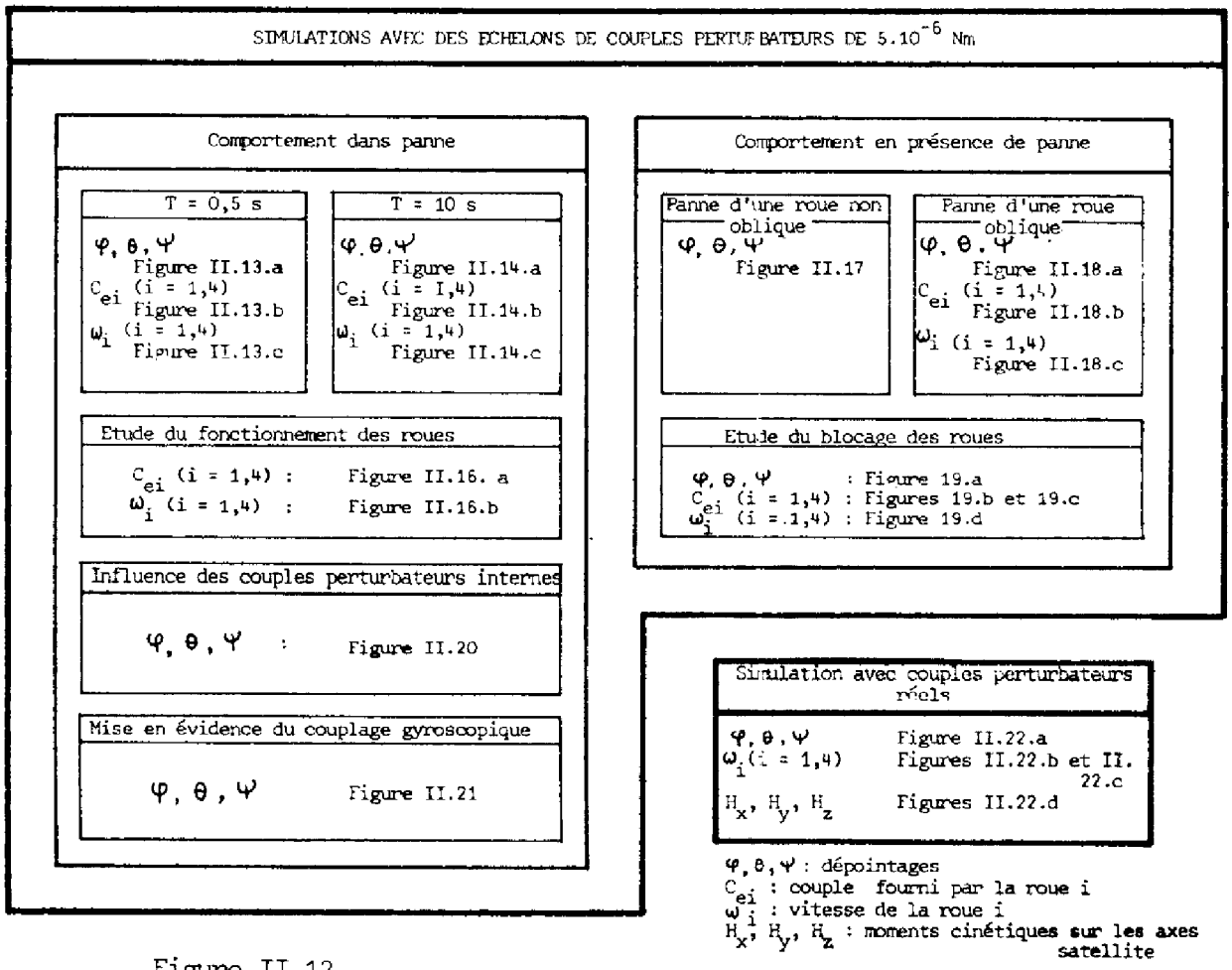


Figure II.12

Comportement sans panne - T = 0,5 s

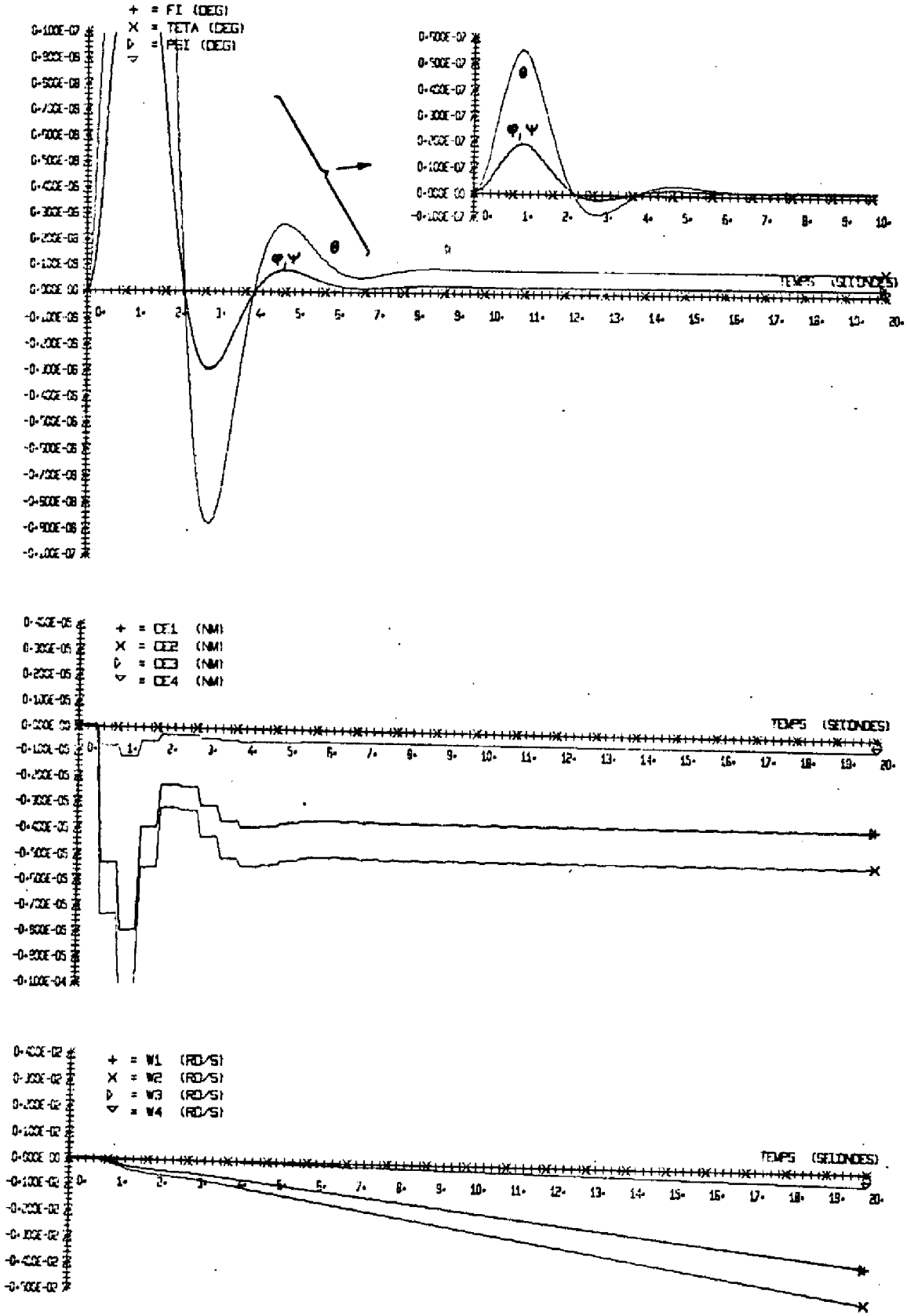


Figure II.13 a.b.c.

Commentaires :

- le transitoire des dépointages a un amortissement de 0,5 et une pseudo-période proche de la période propre calculée T_p = 3,83 secondes (cf § II.2.1.3),

- les précisions statiques $\varphi(\infty)$, $\theta(\infty)$ et $\Psi(\infty)$ sont celles qui ont été prévues au paragraphe précédent,

- le tracé des couples effectifs C_e met en évidence durant le transitoire le changement de commande à chaque période T = 0,5 s,

- on peut vérifier que, pour s'opposer à un couple perturbateur constant, les roues voient leur vitesse croître quasi linéairement.

Comportement sans panne - T = 10 s

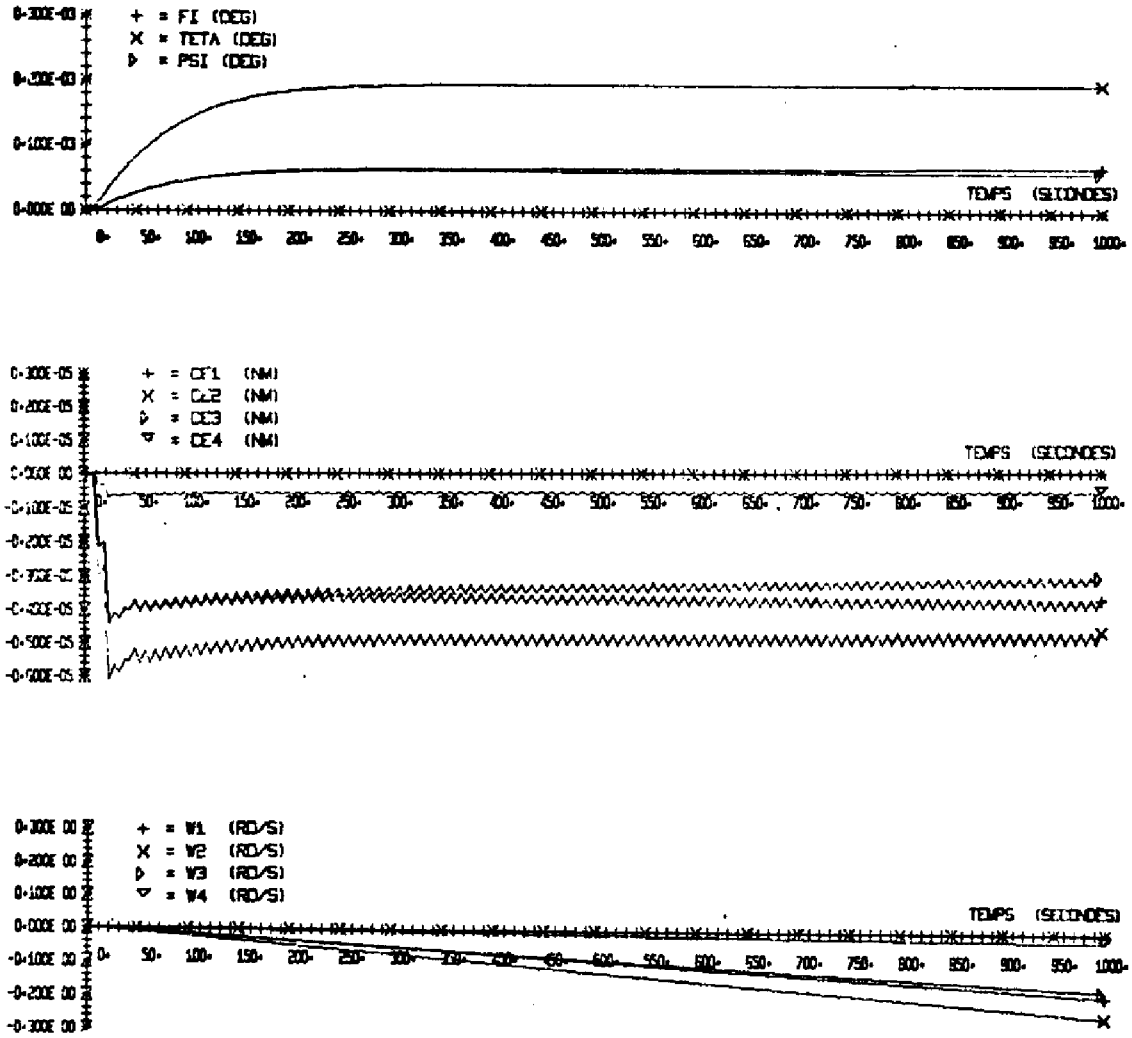


Figure II.14.a.b.c.

Commentaires :

- les précisions statiques correspondent aux valeurs calculées (cf § II.2.2.2),

- les amortissements sont ceux qui ont été déterminés lors de l'étude théorique,

- la dérive des dépointages en roulis et lacet provient du couplage gyroscopique ; ceci mis en évidence par la figure II.21,

- l'allure en dents de scie des couples fournis par les roues provient du fonctionnement même de ces roues qui est étudié ci-après.

Etude du fonctionnement des roues

La fonction de transfert des roues est $\frac{C_e(p)}{C_d(p)} = \frac{\tau p}{1 + \tau p}$;
en outre $C_e(p) = Jp\,\omega(p)$ (cf annexe I : § A.1.3.1)

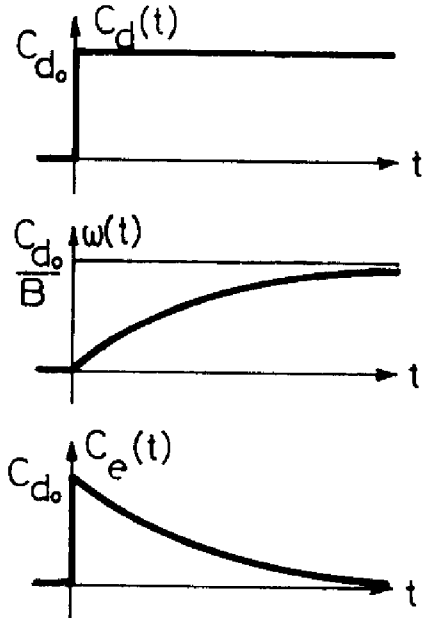


Figure II.15

On a donc en réponse à un échelon de couple perturbateur, $C_d(p) = \frac{C_{do}}{p}$:

$$\omega(t) = \frac{C_{do}}{B}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

$$C_e(t) = C_{do}\, e^{-t/\tau}$$

Ces réponses temporelles sont illustrées par la figure II.15. Elles n'étaient pas mises clairement en évidence par la figure II.14.b, compte tenu du pas d'incrémentation du tracé (une demi graduation sur l'axe des temps, soit un point significatif toutes les 5 secondes). Nous avons réalisé une simulation sur seulement 50 secondes avec un pas d'intégration de 0,25 s qui correspond alors au pas d'incrémentation du tracé, ceci afin que tous les points calculés figurent sur le tracé. Les figures II.16.a et II.16.b donnent les résultats obtenus. La période d'échantillonnage, T = 10 s, étant faible devant la constante de temps τ = 62,5 s, les branches d'exponentielles paraissent être des droites.

L'oscillation en dents de scie se retrouve en théorie sur les dépointages, mais en pratique ceci n'est pas sensible compte tenu des inerties du satellite. Il convient cependant de ne pas amplifier ce phénomène en conservant $T \ll \tau$; de ce point de vue T = 10 s semble convenir.

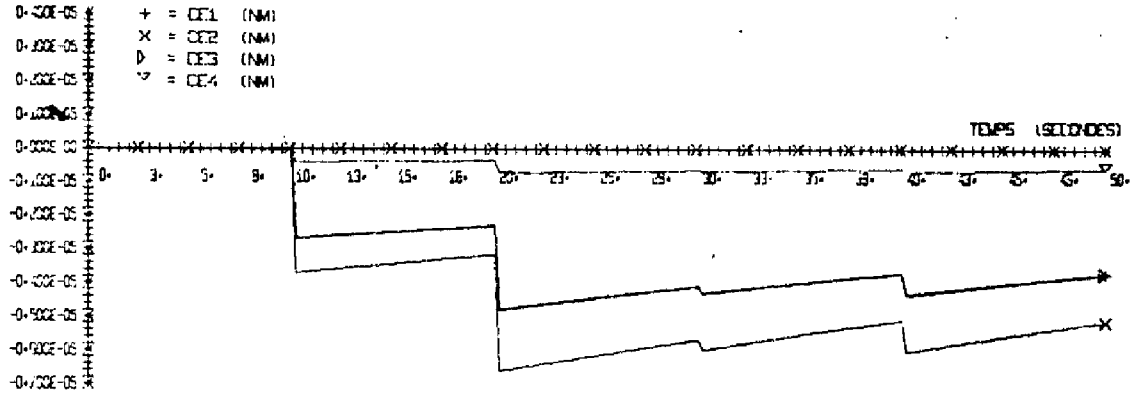


Figure II.16.a

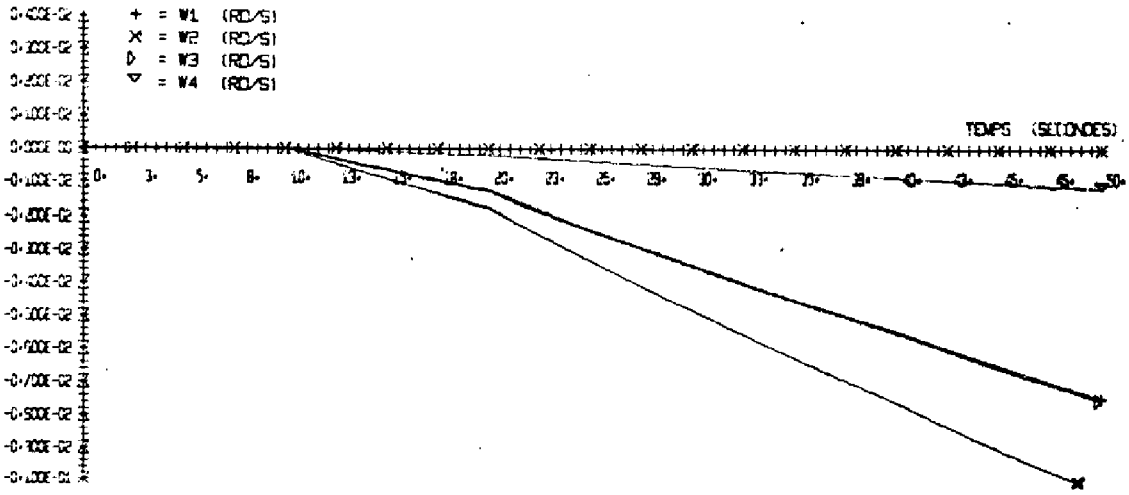


Figure II.16.b

Comportement en présence de panne

Panne de la roue R_3 à t = 500 s

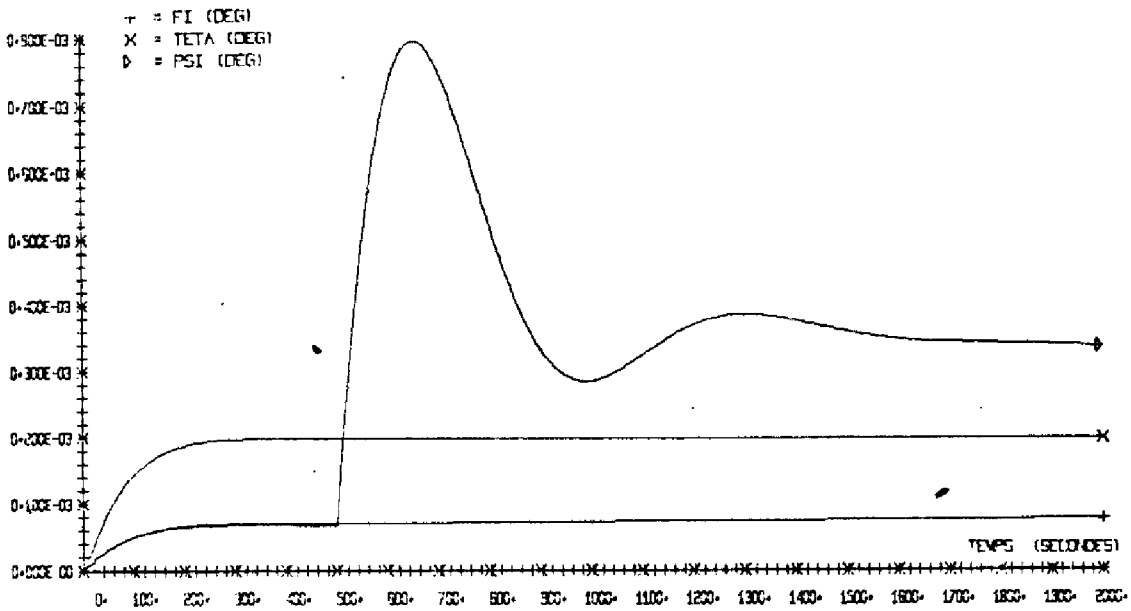
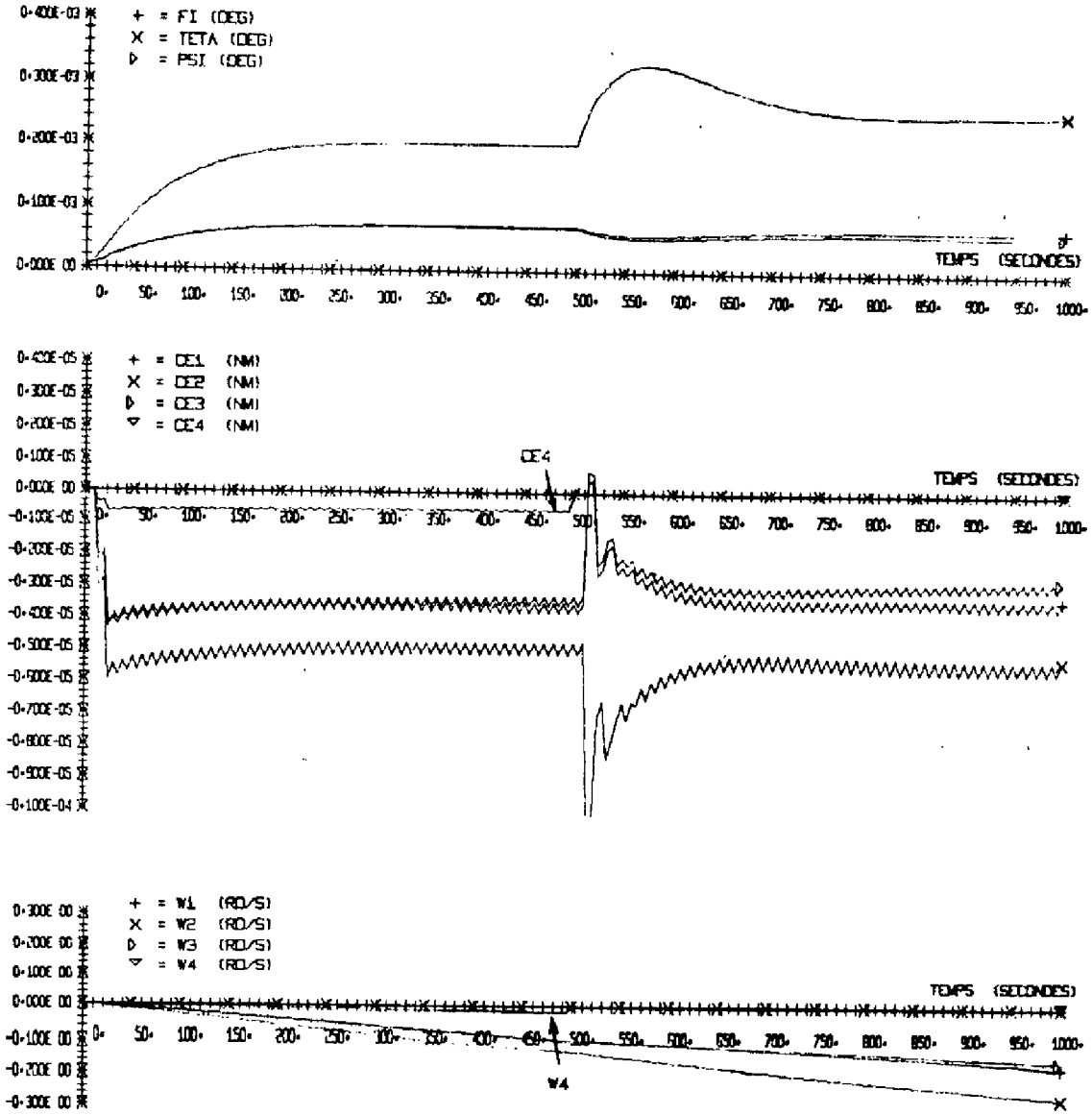


Figure II.17

Commentaires :

- les transitoires après panne ont un amortissement correspondant aux valeurs déduites du lieu des racines : ξ = 0,5 pour la panne d'une roue alignée avec un axe, ξ = 0,75 pour la panne d'une roue oblique,
- les dépointages après panne restent très inférieurs à la limite 0,05° tolérée.

Panne de la roue R_4 à t = 500 s



Figures II.18.a.b.c.

Etude du blocage des roues

Le couple fourni par une roue étant proportionnel à la dérivée de la vitesse, une panne brusque se traduit par une impulsion de couple.

Ceci n'apparaît pas sur la planche II.18.b compte tenu du pas du tracé. Nous l'avons mis en évidence à l'aide d'une simulation sur 200 secondes avec un pas d'intégration de 1 seconde, chaque instant de calcul figurant ainsi sur le tracé. Les figures II.19 donnent les résultats obtenus; la roue R_3 étant mise en panne à t = 150 s, nous pouvons noter que, compte tenu de l'inertie du satellite, l'impulsion de couple ne perturbe pas son attitude.

L'amplitude de l'impulsion est le rapport de la vitesse avant la panne sur le temps de blocage qui est égal au pas d'intégration, soit 1 seconde, d'où :

$$C_e = J \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

A t = 149 s on a $\omega = -0{,}226\ 10^{-1}$ rd/s et $\omega_3 = 0$ à t = 150 s,

d'où

$$C_e = 0{,}532\ 10^{-3}\ \text{Nm}$$

valeur que l'on retrouve sur la figure II.19.b

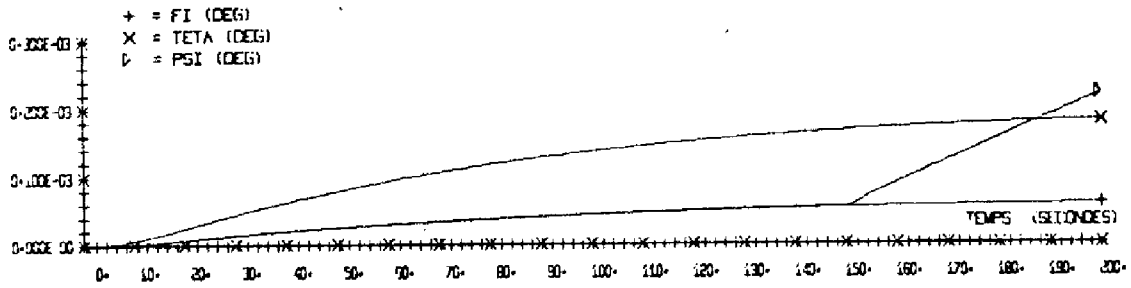
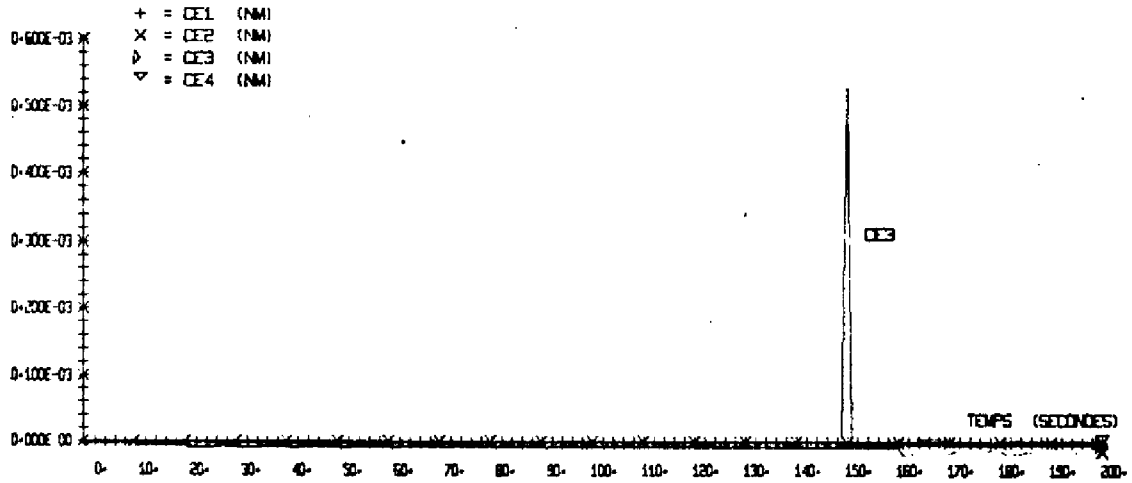
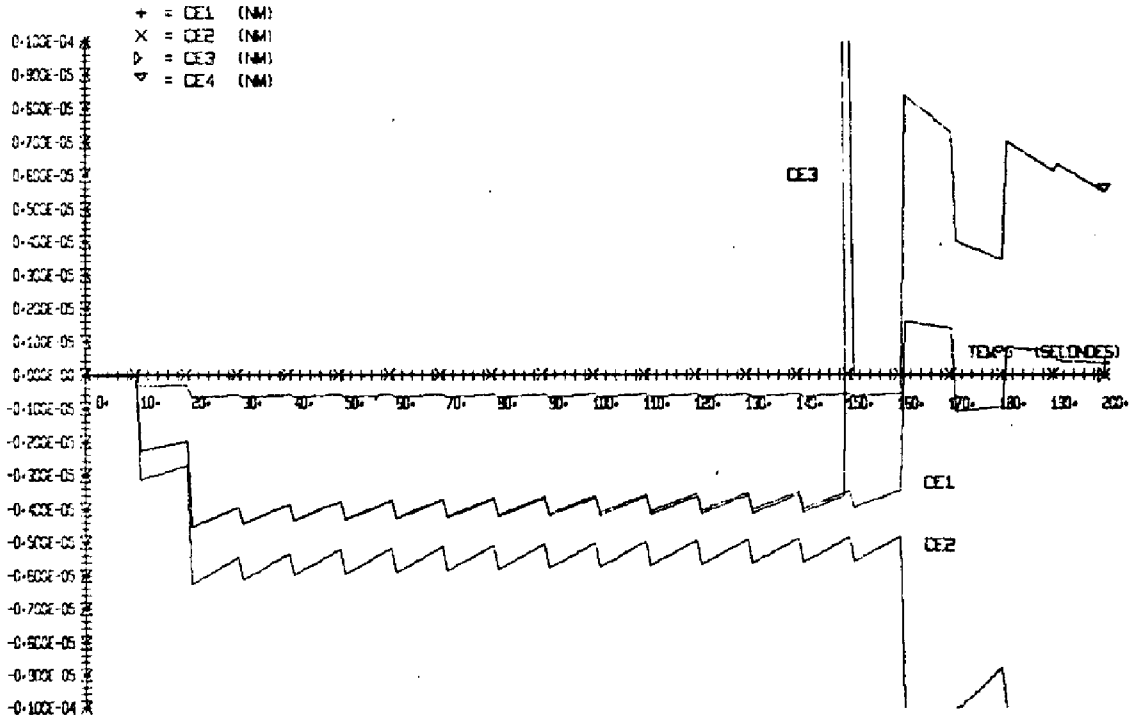
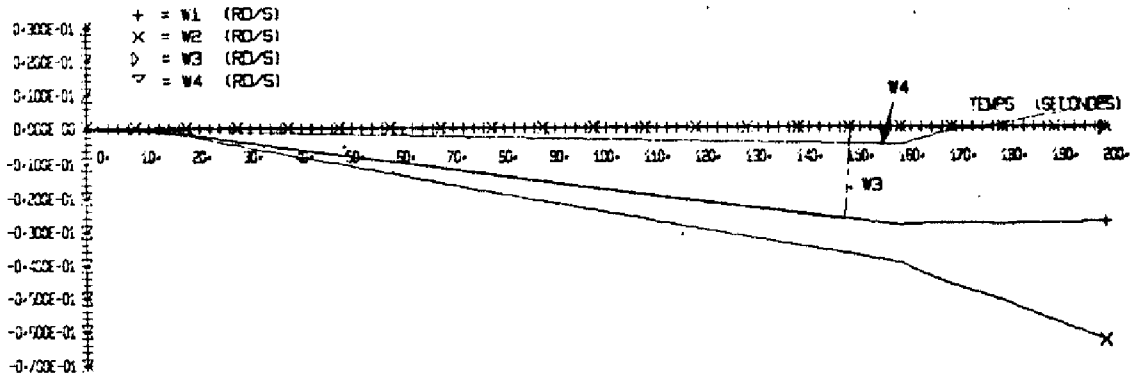


Figure II.19.a







Figures II.19.b.c.d.

Influence des couples perturbateurs internes

Les modèles adoptés pour les couples perturbateurs internes étant des créneaux (cf § II.1.2.4.2), on peut appliquer la formule II.15 pour déterminer les dépointages obtenus en présence de ces couples.

Pour les corrections Nord-Sud, on a :

$C_{pix} = C_{piz} = 0{,}05$ Nm, d'où $\varphi(\infty) = 0{,}657°$, $\Psi(\infty) = 0{,}659°$

Pour les corrections Est-Ouest, on a :

$C_{piy} = C_{piz} = 0{,}03$ Nm, d'où $\theta(\infty) = 1{,}18°$, $\Psi(\infty) = 0{,}39°$

En pratique, ces valeurs ne sont pas atteintes, compte tenu de l'inertie du satellite et de la faible durée des corrections.

La figure II.20 indique les dépointages obtenus pour les corrections suivantes :

Nord-Sud de t = 200 s à t = 225 s

Est-Ouest de t = 600 s à t = 618 s

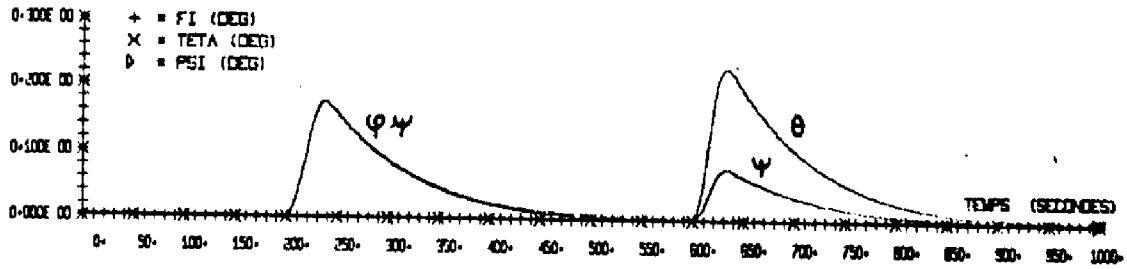


Figure II.20

Les dépointages obtenus sont cependant nettement supérieurs à 0,05°; on sera donc amené à prévoir une commutation de la loi de commande lors des corrections de poste.

Notons cependant que ce problème ne se poserait pas dans l'hypothèse de l'utilisation de propulseurs électriques pour les corrections de poste, compte tenu des niveaux de poussée mis en jeu (cf annexe I, §.A1.4.2).

Mise en évidence du couplage gyroscopique

Les calculs effectués à partir du modèle d'action prévoient un échelon de dépointage pour chacun des trois axes, mais, en réalité, ceci n'est vrai que pour le tangage ; en effet ce modèle néglige le couplage gyroscopique entre les axes de roulis et de lacet, dû à la pulsation orbitale ω_o (termes $H_x\ \omega_o$ et $H_z\ \omega_o$ du modèle linéaire complet donné par les équations (A1.7) de l'annexe 1) ; ce couplage figurant dans le modèle de représentation traduit un échange d'énergie entre les axes de roulis et de lacet. La figure II.21 illustre ce phénomène sur deux révolutions orbitales et demie (200000 secondes).

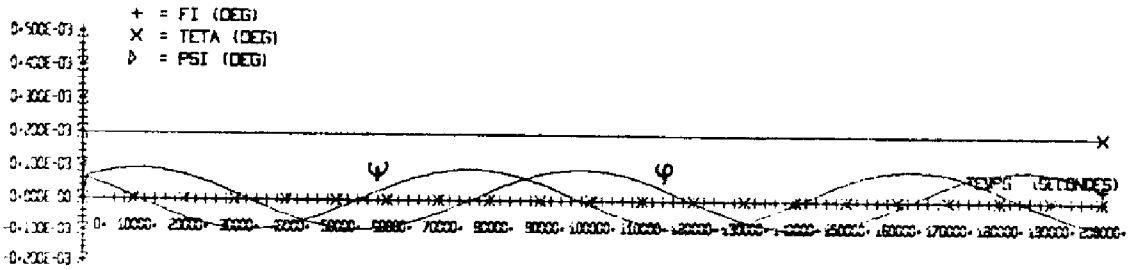
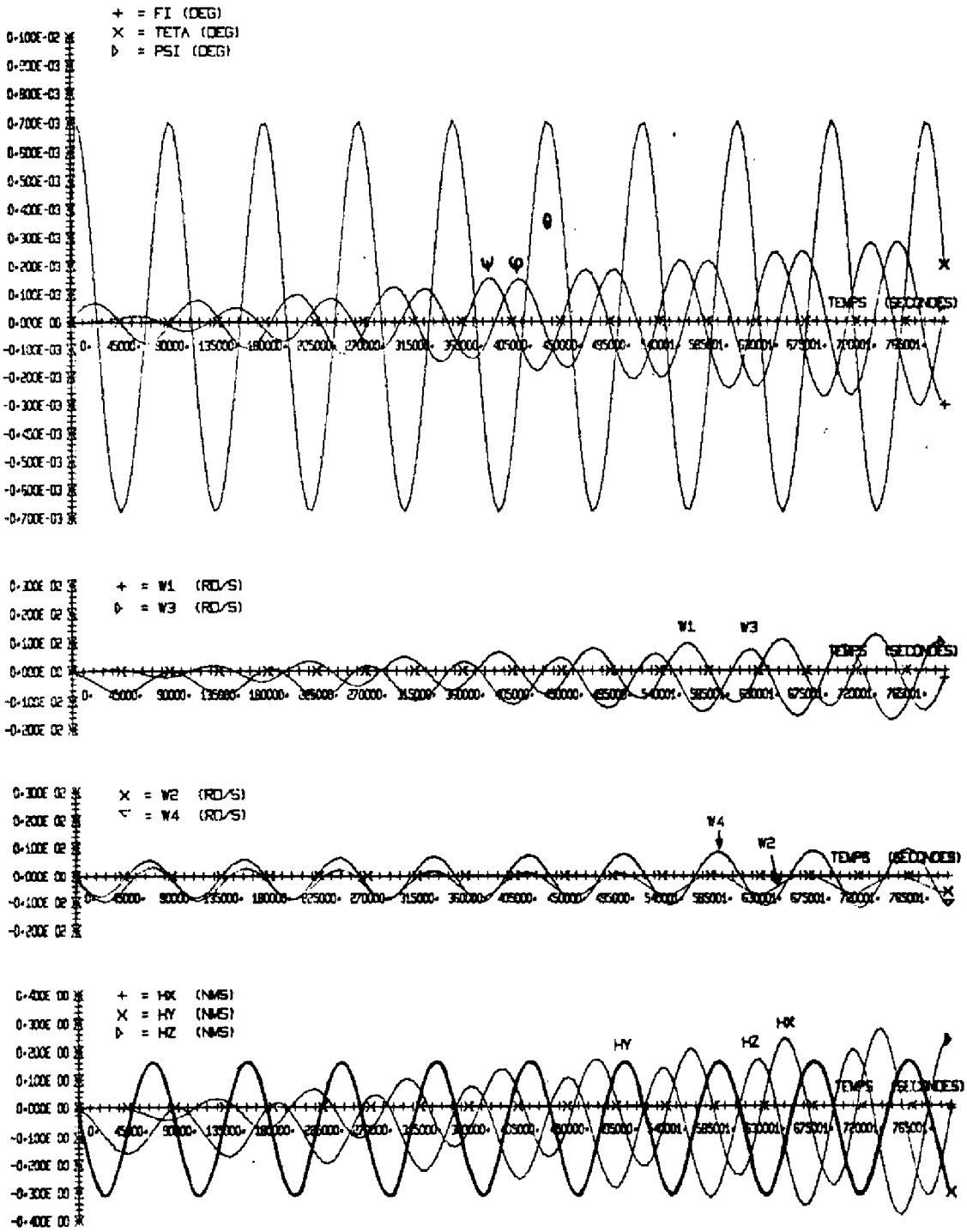


Figure II.21

Comportement du satellite soumis à l'action des couples perturbateurs réels

Les figures II.22.a,b,c et d donnent les dépointages, les vitesses des roues et les composantes sur les axes satellite du moment cinétique fourni par les roues, en remplaçant les échelons de couples perturbateurs



Figures II.22.a.b.c. et d.

par les expressions des couples perturbateurs réels (expressions II.6). La simulation est effectuée jusqu'à 800000 secondes, ce qui correspond à plus de 9 révolutions orbitales.

Commentaires :

- du fait du couplage gyroscopique introduit dans le modèle de représentation du satellite, la réponse à un échelon de couple était une sinusoïde en roulis et lacet (figure II.21) ; il n'est donc pas surprenant que la réponse à une sinusoïde ne soit pas une sinusoïde (comme c'est le cas en tangage), mais le produit d'une sinusoïde par un terme temporel,

- le choix de la politique de commande fait au paragraphe II.2.1.1 est parfaitement justifié,

- une extrapolation permet de dire que la roue R_3 atteint la saturation après environ 25 révolutions orbitales ; les valeurs maximales de φ et Ψ sont alors de l'ordre de 0,003°, ce qui reste bien inférieur à la tolérance de 0,05°; la désaturation ramènera ces dépointages à une faible valeur,

- compte tenu de la loi de répartition, les roues obliques (R_2 et R_4) participent à la commande en roulis et lacet, d'où une accélération de ces roues et un déphasage ; si elles ne servaient qu'à la commande en tangage, leur vitesse moyenne resterait nulle (absence de composante continue dans le couple perturbateur) et elles seraient en phase,

- les moments cinétiques suivant les axes de roulis et de tangage sont en quadrature.

II.2.4 - Mode de désaturation des roues à inertie

Cette étude de stabilisation à l'aide de volants à inertie serait incomplète si l'on n'abordait pas le problème de la désaturation des volants.

On pourrait envisager de désaturer les roues à l'aide de tuyères alignées avec chacun des axes. Cependant nous venons de voir que les moments cinétiques fournis par les roues suivant les axes de roulis et de lacet sont en quadrature, compte tenu des couples perturbateurs adoptés. On peut donc envisager de désaturer selon l'axe de lacet lorsque H_z a une valeur élevée, H_x étant alors voisin de zéro. On amène ainsi la vitesse de la roue R_3 à une valeur faible alors que la roue R_1 a une vitesse peu élevée.

Pour ce qui est des roues obliques R_2 et R_4, on a vu (figure II.22.c) qu'elles participaient à la commande en roulis-lacet ; on peut donc s'attendre à ce qu'elles se désaturent elles aussi et, qu'après action des tuyères de désaturation, les 4 roues aient une valeur voisine de zéro.

La logique de désaturation adoptée est représentée par la figure II.23 et traitée par le calculateur à chaque période d'échantillonnage.

Le fonctionnement de cette logique est le suivant :

- lorsqu'une des roues atteint le seuil de désaturation $\omega_s \approx 0,9\,\omega_{max}$, on commence le test des moments cinétiques,
- dès que $|H_x|$ est inférieur au seuil ε_x, $|H_z|$ étant alors élevé, on met en fonctionnement les tuyères de désaturation de directions + Gz ou - Gz suivant le signe de H_z,
- lorsque $|H_z|$ devient inférieur à un seuil ε_z, on arrête les tuyères.

On a ajouté un arrêt de sécurité pour le cas où, en cours de désaturation, $|H_x|$ deviendrait supérieur à ε_x.

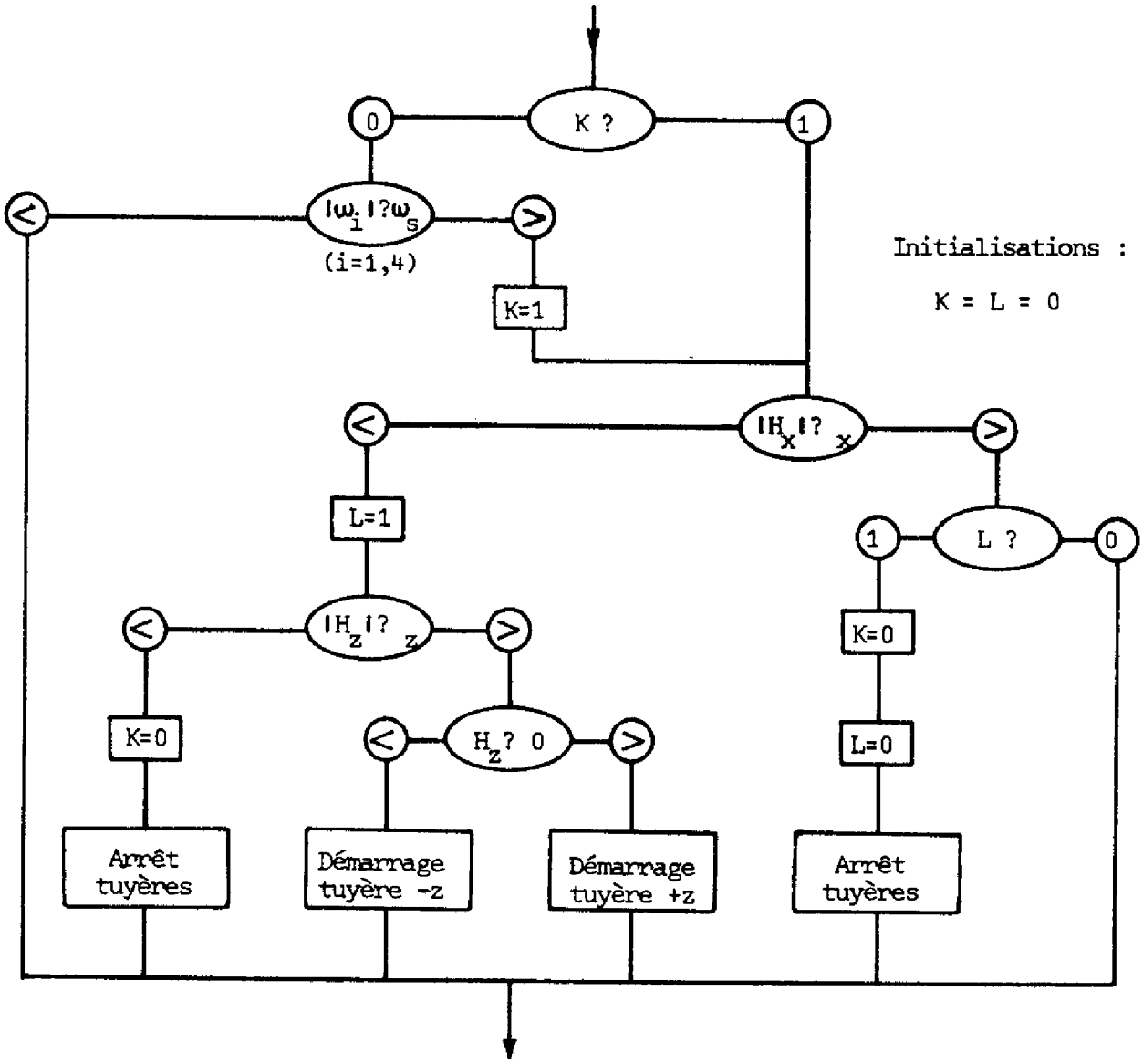


Figure II.23

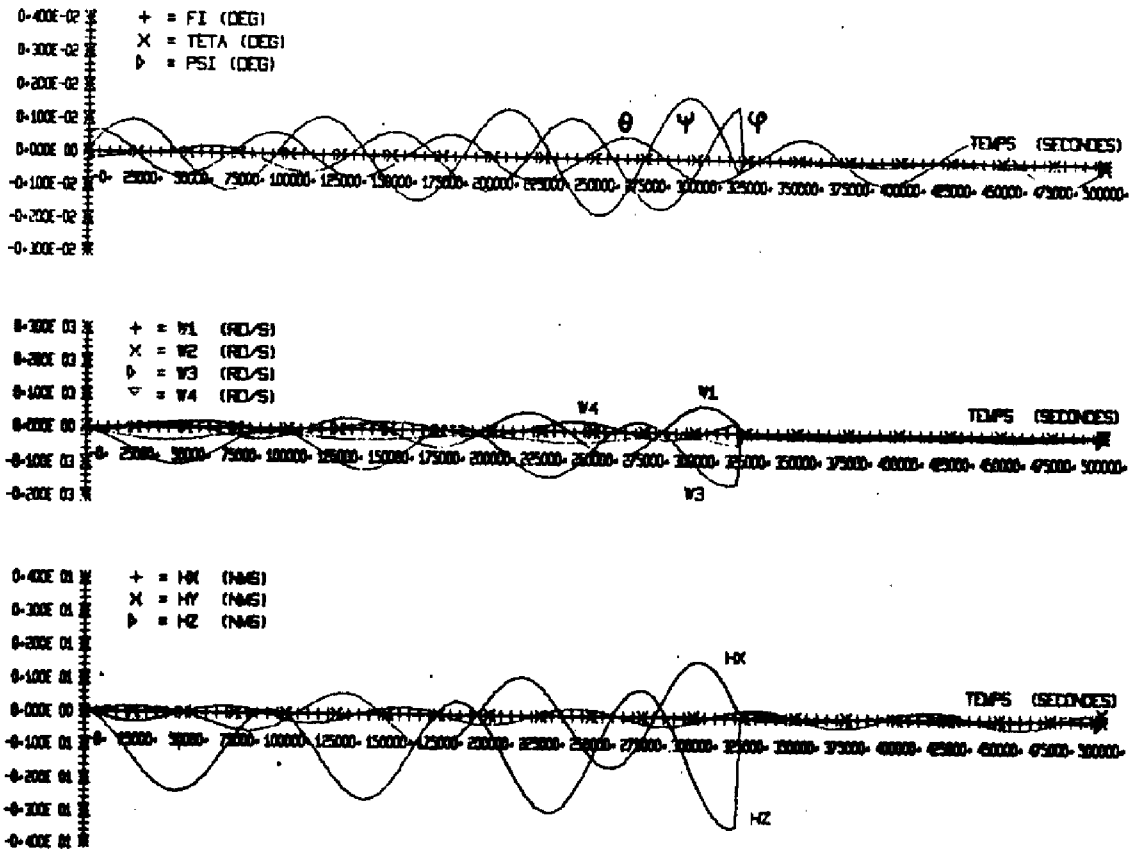
Il n'a pas été possible de simuler le comportement du satellite jusqu'à une désaturation, compte tenu du temps de calcul exigé pour simuler 85 révolutions orbitales. Afin d'accélérer le phénomène réel, nous avons multiplié les couples perturbateurs de roulis et de lacet par 15 depuis t = 0 jusqu'à l'instant où commence la désaturation.

Les figures II.24 donnent les dépointages, les vitesses des roues et les moments cinétiques suivant les axes satellites ; ces résultats ont été obtenus dans les conditions suivantes :

- ω_s = 140 rd/s (ω_{max} = 177 rd/s)
- ε_x = 0,1 Nms ε_z = 0,4 Nms
- couple fourni par les jets de gaz : C_{tz} = 0,04 Nm

Le temps de désaturation est de 90 secondes.

On notera que les 4 roues sont effectivement désaturées ; cependant on devra prévoir également une désaturation en tangage, une composante continue selon cet axe pouvant exister.



Figures II.24.a.b.c.

II.3 - PILOTAGE DEUX AXES

Le pilotage deux axes n'est envisagé que lorsque l'on tolère un écart angulaire plus grand en lacet ; cette tolérance est due au fait que, cet axe étant dirigé vers la terre, la qualité des transmissions assurées par la charge utile du satellite est moins affectée par les dépointages en lacet qu'en roulis et tangage.

Un point primordial lors de l'étude d'une stabilisation deux axes est le choix du modèle d'action permettant de définir une loi de commande. En effet, comme nous l'avons rappelé dans notre introduction générale, le dépointage en lacet est simplement limité par la commande en roulis agissant par l'intermédiaire du couplage gyroscopique. Une perturbation dont on n'aurait pas tenu compte dans le modèle d'action peut alors entraîner un dépointage plus important que celui que l'on a prévu lors de l'établissement de la commande.

Dans une première partie de ce paragraphe nous ferons donc le choix d'un modèle d'action. Dans une seconde partie, à l'aide de ce modèle, nous étudierons le mode normal de commande d'attitude lorsque toutes les roues fonctionnent. Une troisième partie sera consacrée à l'étude des pannes de roues. La quatrième et dernière partie permettra d'observer le comportement réel du satellite par simulations à l'aide du modèle de représentation ; nous pourrons alors discuter de la validité du modèle d'action.

II.3.1 - Choix du modèle d'action

Le modèle linéaire complet déduit du modèle de représentation (cf annexe 1. §. A.1 1.4) s'écrit :

$$I_x \ddot{\varphi} + \left[H_y(\omega_o \varphi - \dot{\psi}) + \omega_o^2 \varphi (I_y - I_z) + \omega_o \dot{\psi}(I_x - I_y + I_z) + H_z(\dot{\theta} + \omega_o) \right] = C_{cx} + C_{px} + C_t$$

$$I_y \ddot{\theta} + \left[H_x(\dot{\psi} - \omega_o \varphi) - H_z(\dot{\varphi} + \omega_o \psi) \right] = C_{cy} + C_{py} + C_{ty} \qquad \text{(II.23}$$

$$I_z \ddot{\psi} + \left[H_y(\omega_o \psi + \dot{\varphi}) + \omega_o^2 \psi (I_y - I_x) - \omega_o \dot{\varphi}(I_x - I_y + I_z) - H_x(\dot{\theta} + \omega_o) \right] = C_{cz} + C_{pz} + C_t$$

Les termes entre crochets ont été négligés en pilotage trois axes ; on peut les classer en deux catégories :

- termes introduits par la présence de roues à inertie,
- termes existant quel que soit le type d'actuateurs.

Parmi les premiers, en pilotage deux axes, on a conservé ceux qui font intervenir le moment cinétique H_y qui varie autour de la valeur de polarisation H_p ; par contre on a négligé ceux qui font intervenir H_x et H_z, ces grandeurs variant autour de zéro.

Les termes du second type sont négligés, les produits de la forme $\omega_o^2 \varphi$ et $\omega_o \psi$ étant très faibles compte tenu de la valeur de la pulsation orbitale en orbite géostationnaire (ω_o = 7,25 10^{-5} rd/s).

Le modèle d'action adopté s'écrit alors sous la forme matricielle (II.2) que nous rappelons ci-dessous :

$$I \ddot{X} + H_1 \dot{X} + \omega_o H_2 X = C_c + C_p + C_t$$

II.3.2 - Etude théorique du mode normal de commande d'attitude lorsque toutes les roues fonctionnent

II.3.2.1 - Détermination de la transformée en z des dépointages

La figure II.25 rappelle la configuration choisie au chapitre I (paragraphe I.2.3.4), les angles α et β devant être fixés au cours de l'étude de la commande.

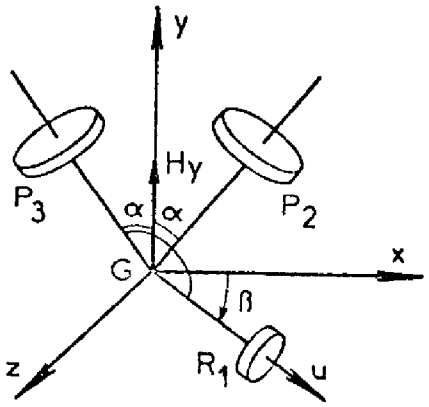


Figure II.25

Le schéma bloc échantillonné, (figure II.26), comme pour le pilotage 3 axes, se déduit du schéma bloc général de la figure II.1, le tableau de la figure II.27 donnant la signification des diverses matrices.

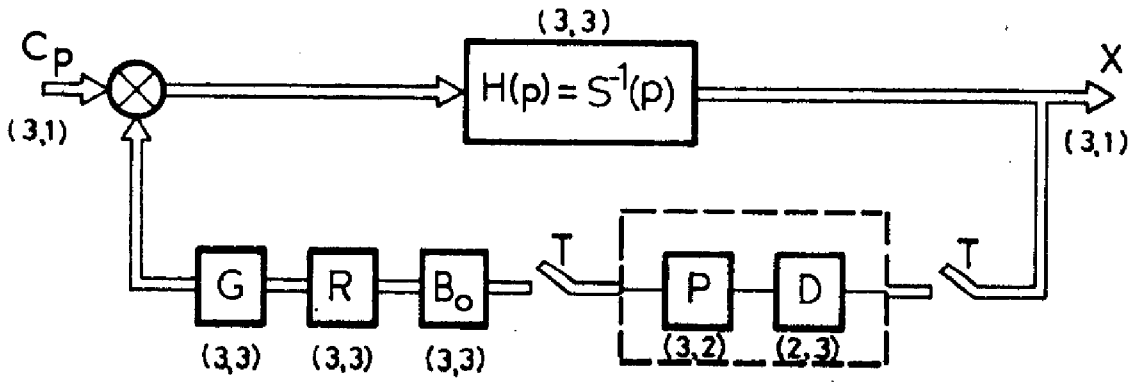


Figure II.26

Matrices	Fonctions
$C_p = (C_{px}, C_{py}, C_{pz})$	Vecteur des couples perturbateurs.
$S(p) = Ip^2 + H_1 p + \omega_o H_2$	Matrice représentant la dynamique du satellite (cf § II.1.2.1).
$X = (\varphi, \theta, \Psi)$	Vecteur des dépointages.
$G = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\alpha.\cos\beta & -\sin\alpha\cos\beta \\ 0 & \cos\alpha & \cos\alpha \\ \sin\beta & \sin\alpha.\sin\beta & -\sin\alpha\sin\beta \end{pmatrix}$	Matrice de projection des axes des roues sur les axes satellite.
$R = \begin{pmatrix} r_1 & 0 & 0 \\ 0 & r_2 & 0 \\ 0 & 0 & r_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\tau_1 p}{1+\tau_1 p} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\tau_2 p}{1+\tau_2 p} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\tau_2 p}{1+\tau_2 p} \end{pmatrix}$	Matrice de transfert des roues (τ_1, τ_2 : constantes de temps d'une roue à réaction et d'une roue à moment cinétique polarisé).
$B_o = b_o \mathbb{1}_3 = \frac{1 - e^{-Tp}}{p} \mathbb{1}_3$	Matrice des bloqueurs d'ordre zéro
$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{1 + 2\sin^2\alpha} & 0 \\ \frac{\sin\alpha}{1 + 2\sin^2\alpha} & \frac{1}{2\cos\alpha} \\ \frac{-\sin\alpha}{1 + 2\sin^2\alpha} & \frac{1}{2\cos\alpha} \end{pmatrix}$	Matrice exprimant la loi de répartition des couples et des moments cinétiques.
$D = \begin{pmatrix} D_x & 0 & 0 \\ 0 & D_y & 0 \end{pmatrix}$	Matrice exprimant les lois de commande dynamiques.

Figure II.27

Le schéma-bloc de la figure II.26 permet d'écrire :

$$X(z) = \left[\mathbb{1}_3 + \overline{b_o H G R P}(z) D(z) \right]^{-1} . \overline{H C_p}(z) \qquad \text{(II.25)}$$

Le calcul du produit matriciel H G R P s'effectue en tenant compte des valeurs indiquées par la figure II.27.

On a :

$$H(p) = \frac{1}{I_y p^2 \left[(I_x p^2 + \omega_o H)(I_z p^2 + \omega_o H) + H^2 p^2 \right]} \begin{pmatrix} I_y p^2 (I_z p^2 + \omega_o H) & 0 & I_y H p^3 \\ 0 & (I_x p^2 + \omega_o H)(I_z p^2 + \omega_o H) + H^2 p^2 & 0 \\ -I_y H p^3 & 0 & I_y p^2 (I_x p^2 + \omega_o H) \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} h_{11} & 0 & h_{13} \\ 0 & h_{12} & 0 \\ h_{31} & 0 & h_{33} \end{pmatrix}$$

Par ailleurs :

$$G\,R\,P = \begin{pmatrix} \cos\beta \dfrac{r_1 + 2r_2 \sin^2\alpha}{1 + 2\sin^2\alpha} & 0 \\ 0 & 1 \\ \sin\beta \dfrac{r_1 + 2r_2 \sin^2\alpha}{1 + 2\sin^2\alpha} & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_1 & 0 \\ 0 & 1 \\ q_2 & 0 \end{pmatrix}$$

d'où :

$$HGRP = \begin{pmatrix} h_{11} q_1 + h_{13} q_2 & 0 \\ 0 & h_{22} \\ h_{31} q_1 + h_{33} q_2 & 0 \end{pmatrix}$$

La matrice $M = \left[\mathbb{1}_3 + b_o \overline{H\,G\,R\,P}(z)\, D(z) \right]$ s'écrit alors :

$$M = \begin{pmatrix} 1 + \mathcal{Z}\left[b_o (h_{11} q_1 + h_{13} q_2)\right] \cdot D_x(z) & 0 & 0 \\ 0 & 1 + \mathcal{Z}\left[b_o\, h_{22}\right] D_y(z) & 0 \\ \mathcal{Z}\left[b_o (h_{31} q_1 + h_{33} q_2)\right] D_x(z) & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

(II.26)

En notant :

$$M = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ m_3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

on a

$$\varphi(z) = \frac{1}{m_1} \left[\overline{h_{11}\, C_{px}}\,(z) + \overline{h_{13}\, C_{pz}}\,(z) \right]$$

$$\theta(z) = \frac{1}{m_2}\, \overline{h_{22}\, C_{py}}\,(z)$$

$$\Psi(z) = \frac{-m_3}{m_1} \left[\overline{h_{11}\, C_{px}}\,(z) + \overline{h_{13}\, C_{pz}}\,(z) \right] + \overline{h_{13}\, C_{px}}\,(z) + \overline{h_{33}\, C_{pz}}\,(z)$$

(II.27)

Nous pouvons faire, sur ces expressions, les remarques suivantes :

- $\varphi(z)$ et $\Psi(z)$ dépendent de la configuration puisque les angles α et β interviennent dans les expressions de m_1 et de m_3,
- $\theta(z)$ est découplé des autres dépointages et ne dépend pas de la configuration ; son expression est analogue aux valeurs $\varphi(z)$, $\theta(z)$ et $\Psi(z)$ obtenues en pilotage trois axes, ce qui conduira à une étude similaire.

Nous étudions donc successivement la commande en tangage et la commande dans le plan roulis-lacet.

II.3.2.2 - <u>Commande en tangage</u>

L'expression (II.27) de $\theta(z)$ s'écrit :

$$\theta(z) = \frac{\overline{(1 / I_y p^2)\, C_{py}}\,(z)}{1 + \overline{r_2\, b_o\, (1 + I_y p^2)}\,(z)\, D_y\,(z)} \qquad \text{(II.28)}$$

formule analogue à l'équation (II.11)

Compte tenu des résultats obtenus en pilotage trois axes, on prendra T = 10 s comme période d'échantillonnage et on procédera de manière identique :

$$D_y(z) = K_{Dy} \frac{(z - f)(z - \bar{f})}{(z - 1)(z - e)} \quad \text{avec } f = b + j_c$$

d'où l'équation caractéristique :

$$1 + k \frac{(z - a)(z - f)(z - \bar{f})}{(z - 1)^2 (z - d)(z - e)} = 0$$

T = 10 s ➔ a = - 0,999 et d = 0,967

En prenant b = 0,58, c = 0,29 et e = - 0,81 on obtient le lieu des racines de la figure II.28.

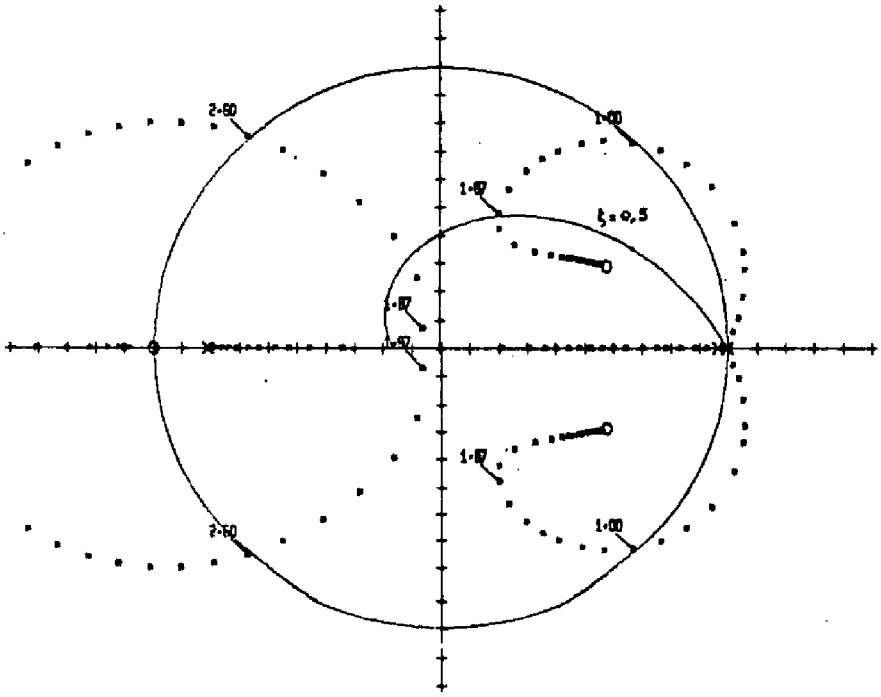


Figure II.28

En se placant à k = 1,87, le système se réduit à un système du second ordre d'amortissement 0,5, la précision statique étant :

$$\theta(\infty) = 1{,}67\ 10^{-8}\ \text{rd} = 0{,}958\ 10^{-6°}$$

II.3.2.3 - Commande dans le plan roulis-lacet

Les dépointages $\varphi(z)$ et $\theta(z)$ dépendant de la configuration, nous devons fixer les valeurs des angles α et β (figure II.25).

On a vu (§ I.2.3.2.4) que pour $\alpha < 30°$, la masse de la configuration des roues restait quasi constante ; cependant on doit considérer deux autres contraintes pour le choix de α :

- α doit être assez grand pour que la commande en roulis-lacet soit suffisante en cas de panne de R_1,
- α ne doit pas être trop grand pour éviter un phénomène de nutation important en cas de panne d'une roue oblique.

Le choix de β dépend du dépointage toléré en lacet.

Nous prendrons comme base de travail $\alpha = 10°$ et $\beta = 25°$.

L'expression de $\varphi(z)$ obtenue (II.27) montre que $m_1 = 0$ est l'équation caractéristique du système. Elle s'écrit :

$$1 + \mathcal{Z}\left[b_o\ (h_{11}q_1 + h_{13}q_2)\right] \cdot D_x\ (z) = 0 \quad \text{(II.29)}$$

avec :

$$b_o(h_{11}q_1+h_{13}q_2) = (1-e^{-Tp})\frac{\cos\beta}{1+2\sin^2\alpha}\left[\frac{\tau_1}{1+\tau_1 p} + 2\sin^2\alpha\frac{\tau_2}{1+\tau_2 p}\right]\frac{I_z p^2+Hp\ \text{tg}\beta+\omega_o H}{(I_x p^2+\omega_o H)(I_z p^2+\omega_o H)+H^2p^2}$$

(II.30)

En raison de la complexité de cette expression, nous avons préféré au calcul littéral, la mise au point d'un programme spécialisé, ZP2P5 (27) qui donne la transformée en z d'une fonction s'exprimant comme le rapport d'un polynome du second degré sur un polynome du cinquième degré.

Avec les données prises en compte, à savoir : $T = 10s$, $\alpha = 10°$, $\beta = 25°$, $\tau_1 = 62{,}5s$, $\tau_2 = 298{,}4s$, on a obtenu pour l'équation caractéristique :

$$1+7{,}46\ 10^{-3}\ \frac{(z-1)(z-0{,}998)(z-0{,}960)(z-0{,}950)(z+0{,}967)}{(z-1{,}11)(z-1)(z-0{,}999)(z-0{,}9)(z-0{,}852)(z-0{,}967)}\ .\ D_x(z) = 0 \qquad \text{(II.31)}$$

En prenant $D_x(z) = K_{Dx}\ \frac{(z-f)(z-\bar{f})}{(z-1)(z-e)}$ $(f = b + jc)$

la forme du lieu des racines est semblable à celle obtenue en pilotage trois axes, avec néanmoins, en sus, quatre portions d'axe réel entre les huit pôles et zéros ajoutés ici au voisinage de + 1.

Avec b = 0,6, c = 0,26 et e = - 0,73 le lieu des racines obtenu est donné par la figure II.29.

En choisissant k = 1,59 le système se comporte comme un système du second ordre pour ce qui est du transitoire ; cependant les quatre racines réelles se trouvant au voisinage de + 1 doivent amener un amortissement important.

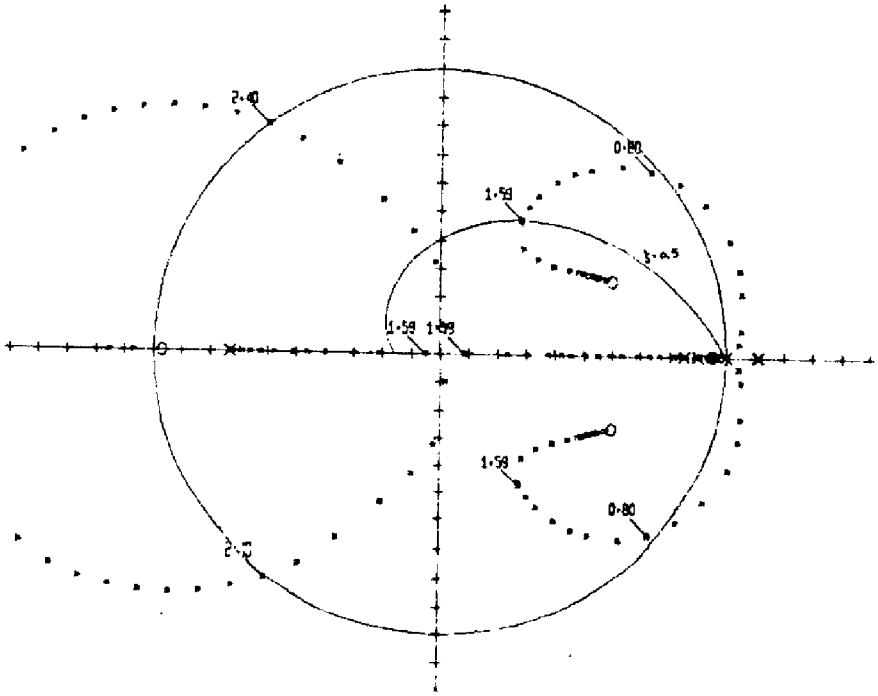


Figure II.29

Pour obtenir les valeurs des régimes permanents, nous avons mis au point des programmes numériques, le calcul de $\varphi(z)$ et de $\Psi(z)$ à partir des relations (II.27) étant effectué en utilisant le sous-programme ZP2P5

Avec les données précédentes on a :

$$(\ ) : 0{,}261\ 10^{-7}\ \text{rd} = 0{,}149\ 10^{-5}\,°$$

$$(\ ) : 0{,}598\ 10^{-3}\ \text{rd} = 0{,}034°$$

On peut remarquer qu'en l'absence de commande, on a :

$$\Psi(z) = \overline{h_{31}\ C_{px}}\ (z) + \overline{h_{33}\ C_{pz}}\ (z)$$

d'où $\Psi(\infty) = 0{,}117\ 10^{-2}$ rd ; on retrouve la valeur classique $C_{pz}/H\omega_o$.

II.3.2.4 - Simulations

Les figures II.30 a et b donnent les dépointages obtenus avec les réglages précédents et permettent de vérifier les résultats théoriques annoncés (amortissements, précisions statiques).

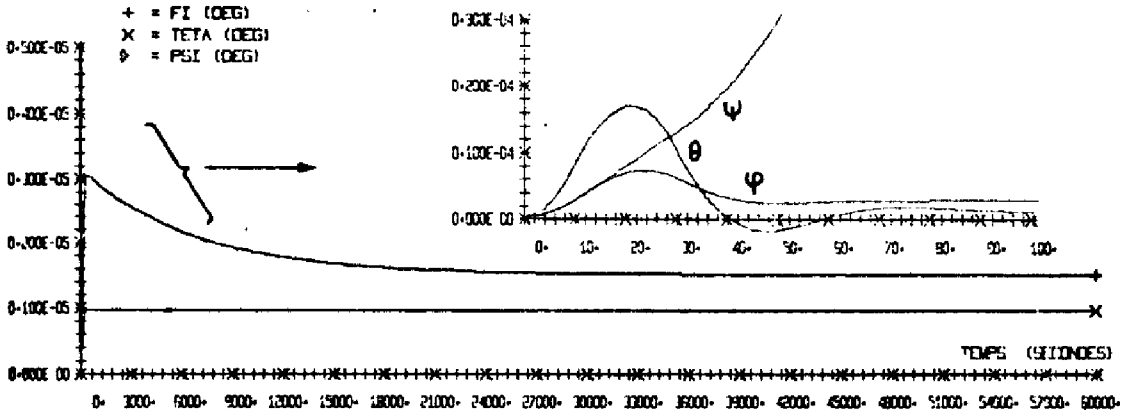


Figure II.30.a

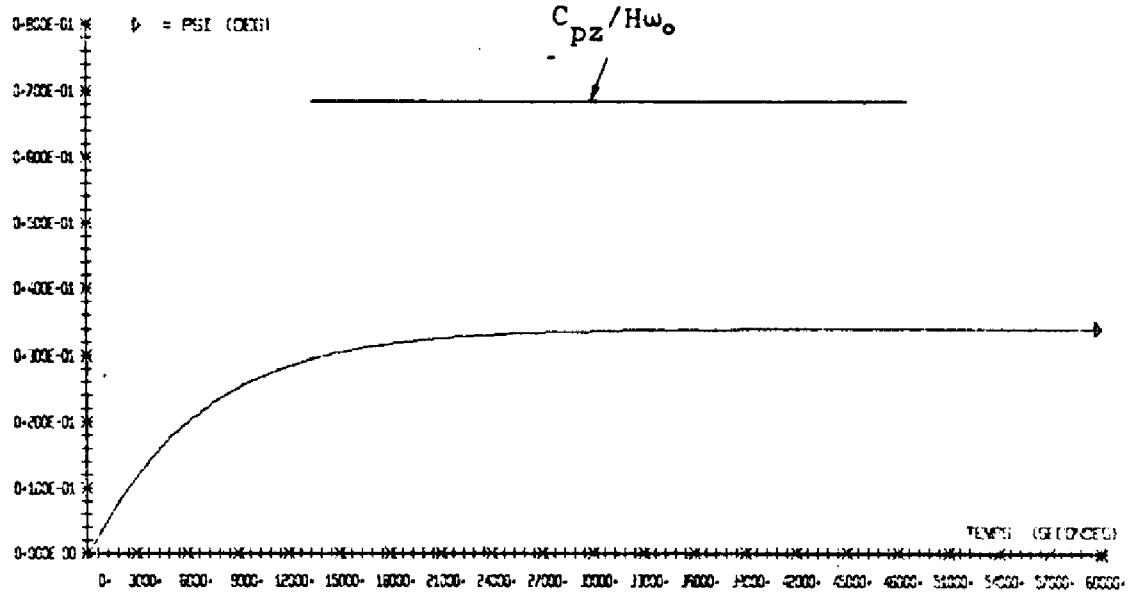


Figure II.30.b

II.3.3- Mise au point de la commande à l'aide du programme de simulation en présence de panne

Compte tenu de la plus grande complexité des calculs littéraux par rapport au cas du pilotage trois axes, nous n'avons pas effectué l'étude théorique complète en présence de panne.

La méthode adoptée utilisant à la fois l'étude sur le lieu des racines et le programme de simulation, et tenant compte des résultats obtenus lors de l'étude du pilotage trois axes, est schématisée par l'organigramme de la Figure II.31.

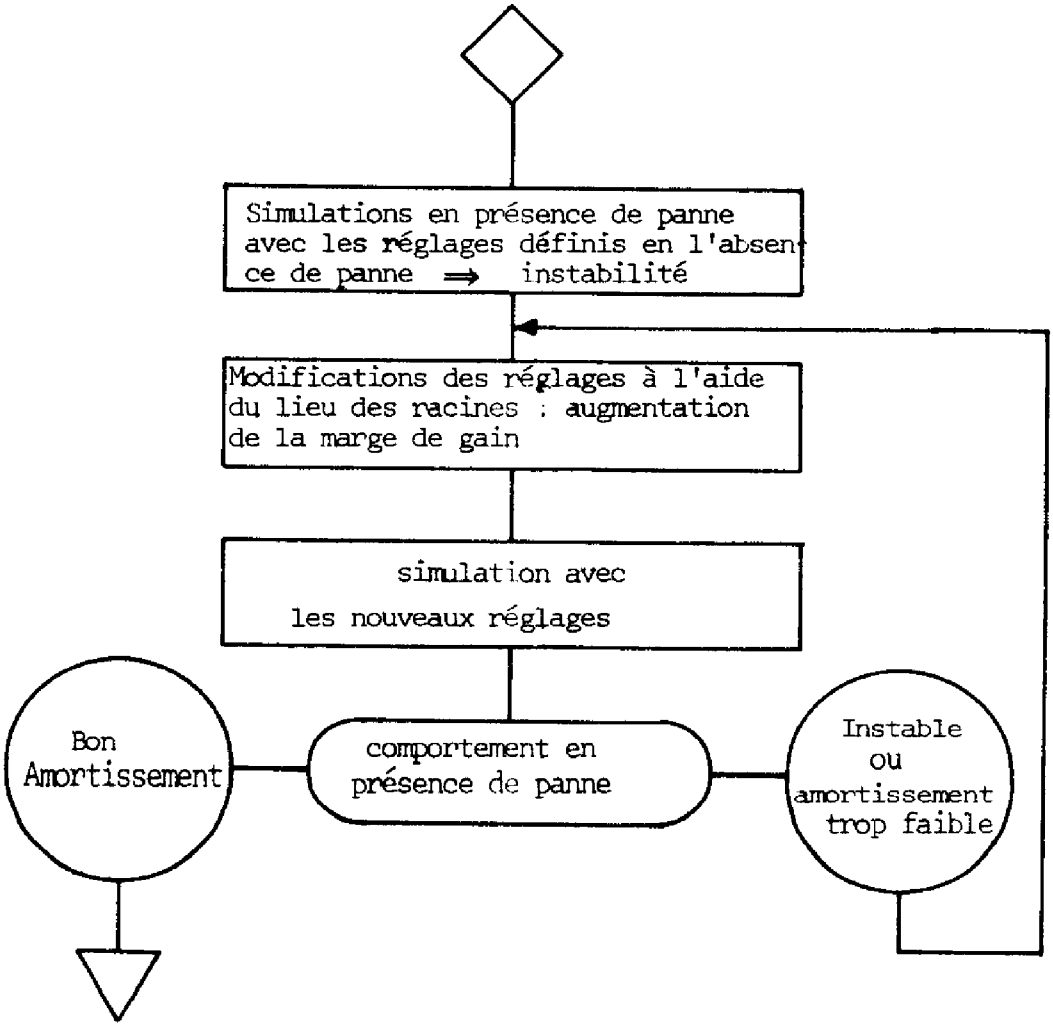


Figure II.31

Deux types de pannes sont étudiés :

- arrêt complet de la roue à réaction R_1
- arrêt complet d'une des deux roues P_2 et P_3 à moment cinétique polarisé.

Les simulations, dans ces deux cas, avec les réglages précédents, conduisent à une instabilité. La marge de gain était de I,87 en tangage (figure II.28) et de 2 en roulis (figure II.29). Nous sommes donc amené , comme pour le pilotage trois axes, à modifier dans les deux cas le lieu des racines, afin d'augmenter ces marges de gain.

II.3.3.1 - Commande en tangage

En tangage, en prenant b = 0,75, c = 0,15 et e = - 0,7 on obtient le lieu de la figure II.32.

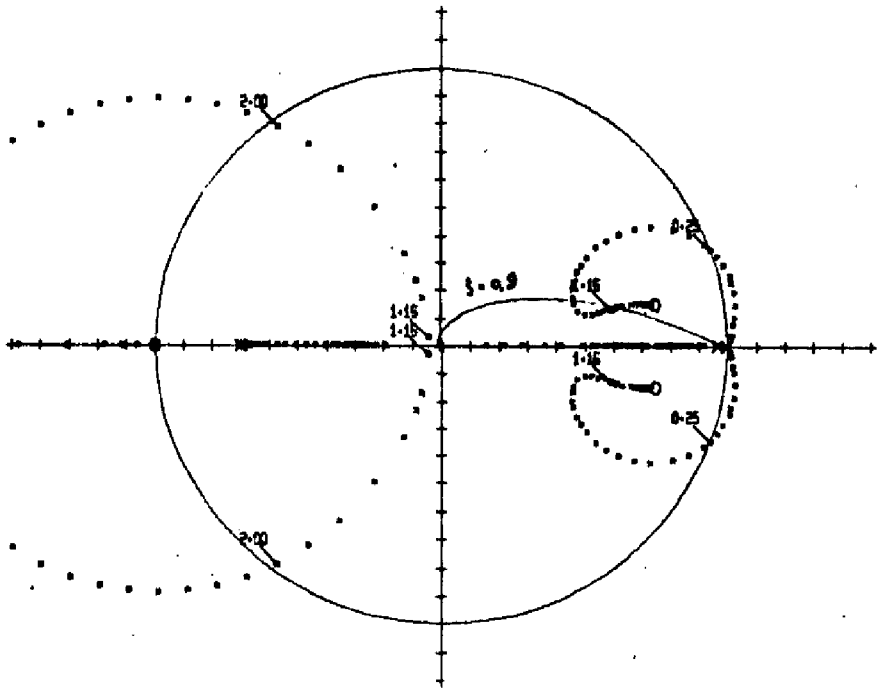


Figure II.32

On a alors un amortissement de 0,9 et une marge de gain de 4,64 pour k = 1,16. On montrera plus loin (figure II.39), après avoir

adopté une nouvelle commande dans le plan roulis-lacet, que cette marge de gain permet d'avoir un système stable en cas de panne d'une roue oblique.

II.3.3.2 - Commande dans le plan roulis-lacet

La valeur maximale de gain qu'il a été possible d'obtenir par modification des pôles et des zéros du réseau correcteur, est $M_G = 6,5$. Les simulations ont montré qu'en présence de panne de la roue R_1 le système était instable. Ceci veut donc dire que la commande qu'il est possible de fournir en roulis-lacet, à l'aide de roues obliques, est insuffisante ; l'angle $\alpha = 10°$ est donc trop faible. Nous avons modifié la configuration en prenant $\alpha = 25°$.

Cette nouvelle valeur modifie assez peu l'emplacement des pôles et des zéros du système non corrigé, mais permet d'obtenir la stabilité avec une marge de gain inférieure à 6,5.

En prenant b = 0,75, c = 0,12 et e = - 0,65 nous obtenons le lieu de la figure II.33 ; pour k = 1,07 l'amortissement dans le cas où il n'y a pas de panne est 0,9 ; la marge de gain est égale à 5,35.

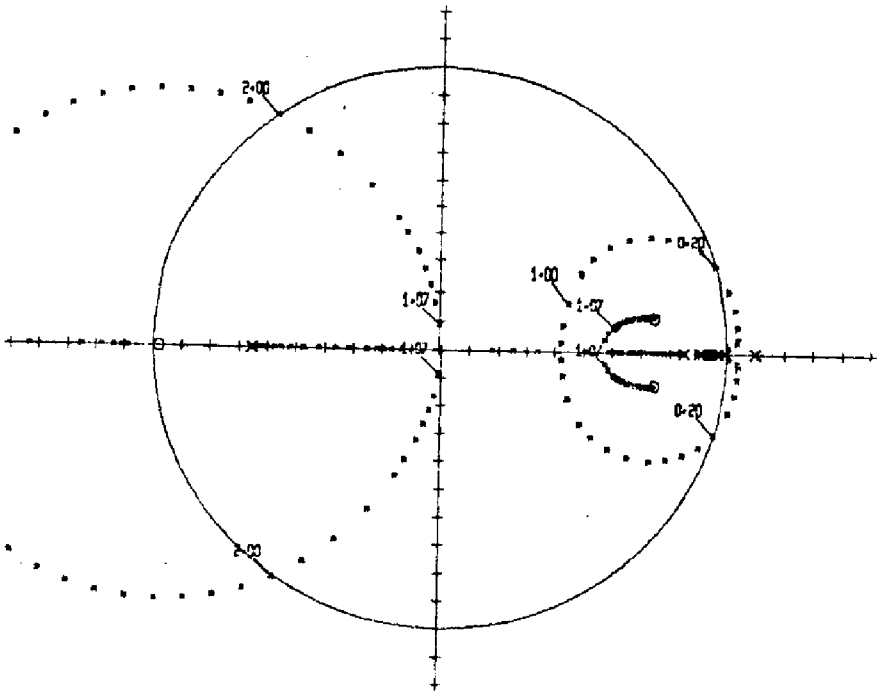


Figure II.33

Avec cette commande et, en tangage,celle correspondant à la figure II.32, la figure II.34 donne les transitoires obtenues dans le cas où la roue R_1 est en panne a partir de t = 0:le système est stable mais peu amorti.

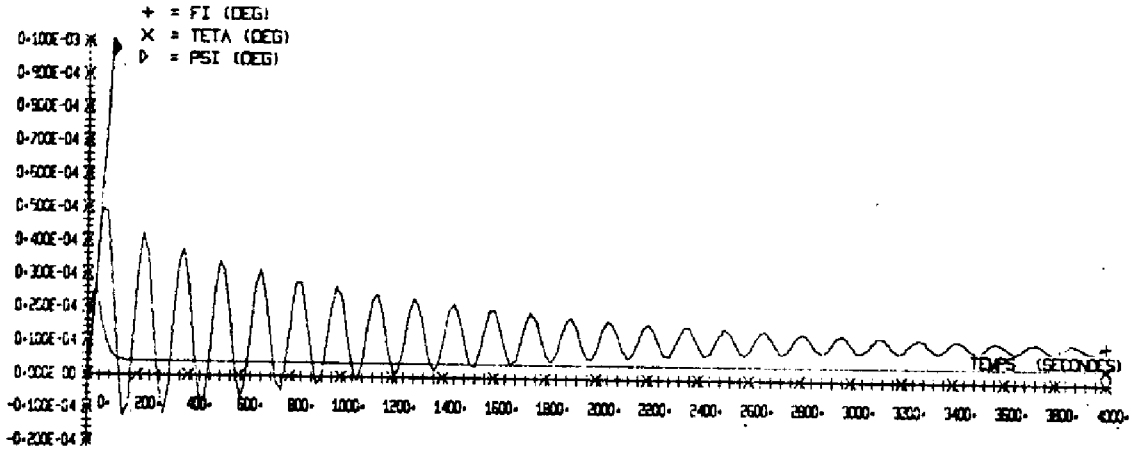


Figure II.34

Nous avons pu augmenter la marge de gain en prenant b = 0,8, c = 0,05, et e = - 0,6 (figure II.35); la marge de gain est égale à 10 en prenant k = 1.

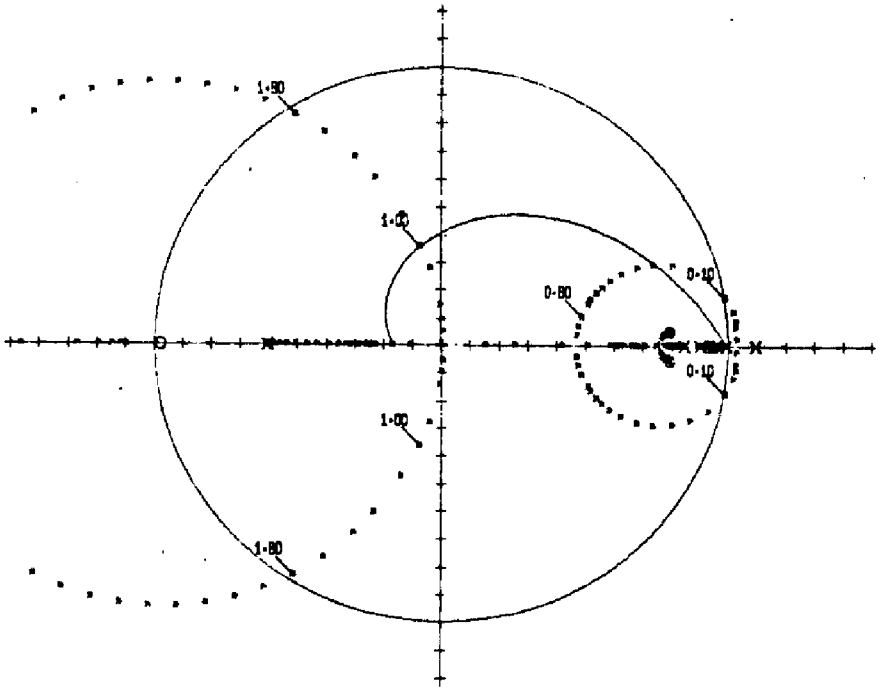


Figure II.35

La figure II.36 donne les dépointages obtenus dans ces conditions, la roue R_1 étant en panne a partir de t = 0. L'amortissement est plus grand et pourra être considéré comme satisfaisant.

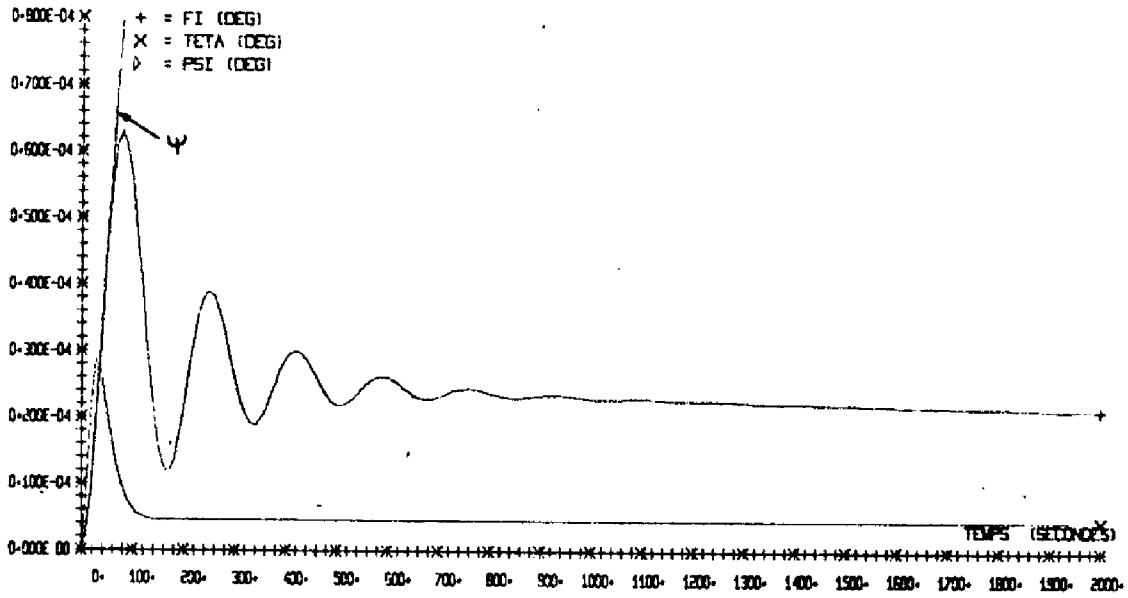


Figure II.36

Nous adopterons donc les réglages correspondant aux lieux des figures II.32 et II.35.

Les précisions statiques sont alors les suivantes :

$$\varphi(\infty) = 0{,}721\ 10^{-5^\circ}$$

$$\theta(\infty) = 0{,}445\ 10^{-5^\circ}$$

$$\Psi(\infty) = 0{,}0388^\circ$$

Les résultats des simulations obtenus dans ces conditions sont donnés ci-après par les figures II.38,II.39 et II.40, les commentaires relatifs à ces planches étant regroupés dans le tableau de la figure II.37.

Remarque : Comme nous l'avons dit précédemment, (cf p 106) une variation de β entraîne une modification de la valeur du dépointage en lacet ; ainsi pour $\beta = 5^\circ$ on aurait $\Psi(\infty) = 0{,}0488^\circ$ et pour $\beta = 40^\circ$, $\Psi(\infty) = 0{,}0117^\circ$.

Figures	Simulations	Commentaires
II.38.a II.38.b	Toutes les roues fonctionnent jusqu'à t = 60.000 s ; roue R_1 en panne à partir de cette valeur.	Les précisions statiques avant panne correspondent aux valeurs calculées.
II.39	Transitoire, la roue R_2 étant en panne à partir de $t = 0$	Marge de gain suffisante sur le lieu de la figure II.32 en présence de panne d'une roue oblique.
II.40.a II.40.b	Toutes les roues fonctionnent jusqu'à t = 60.000 s ; roue R_2 en panne à partir de cette valeur.	La précision statique en lacet est multipliée par deux du fait de la division par deux du moment cinétique embarqué.

Figure II.37

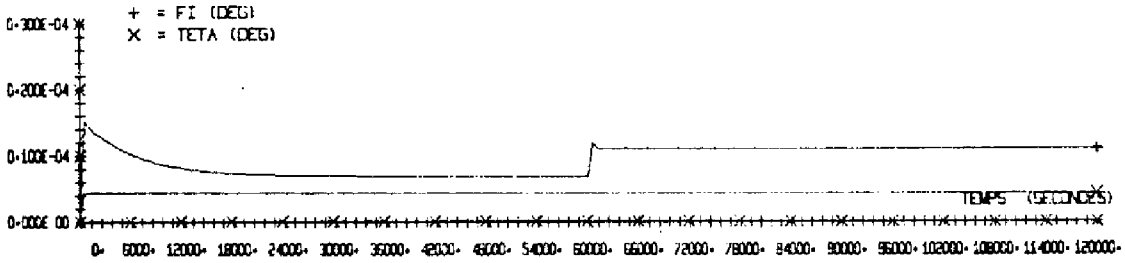


Figure II.38.a

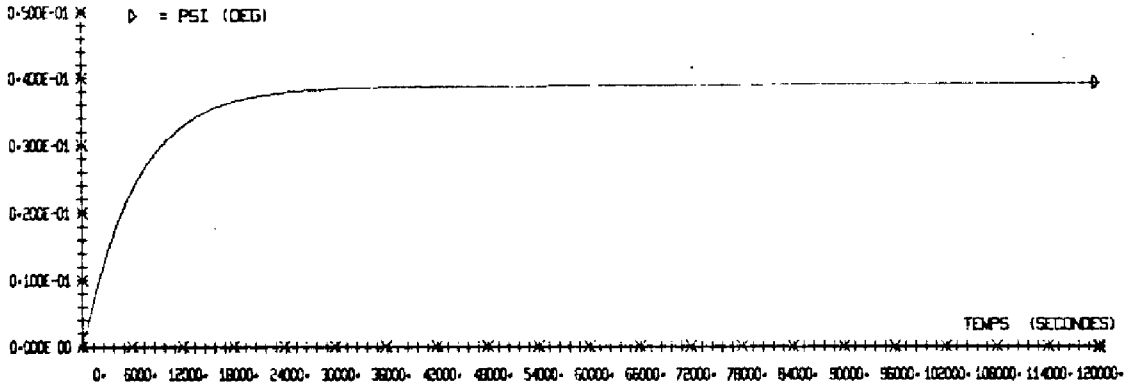


Figure II.38.b

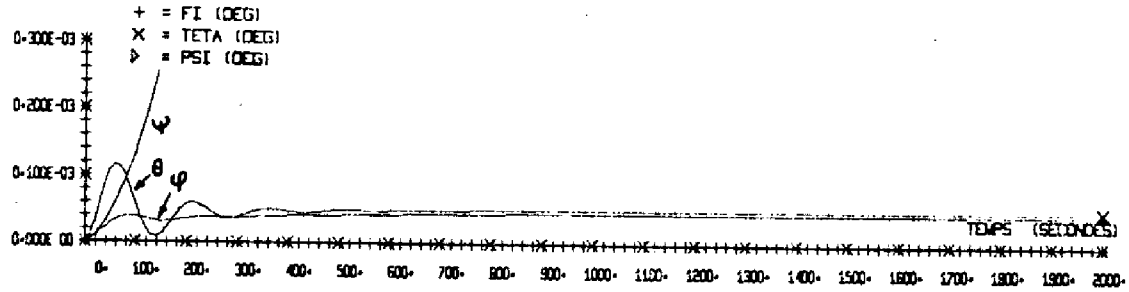


Figure II.39

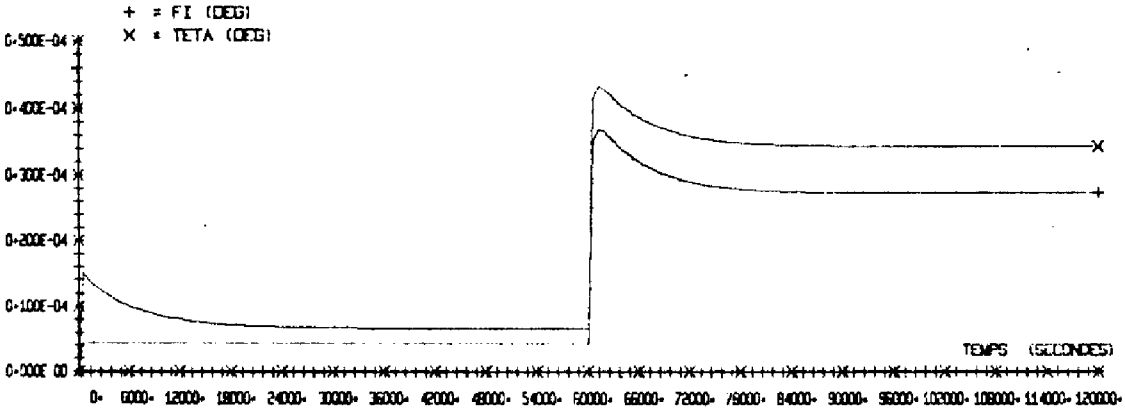


Figure II.40.a

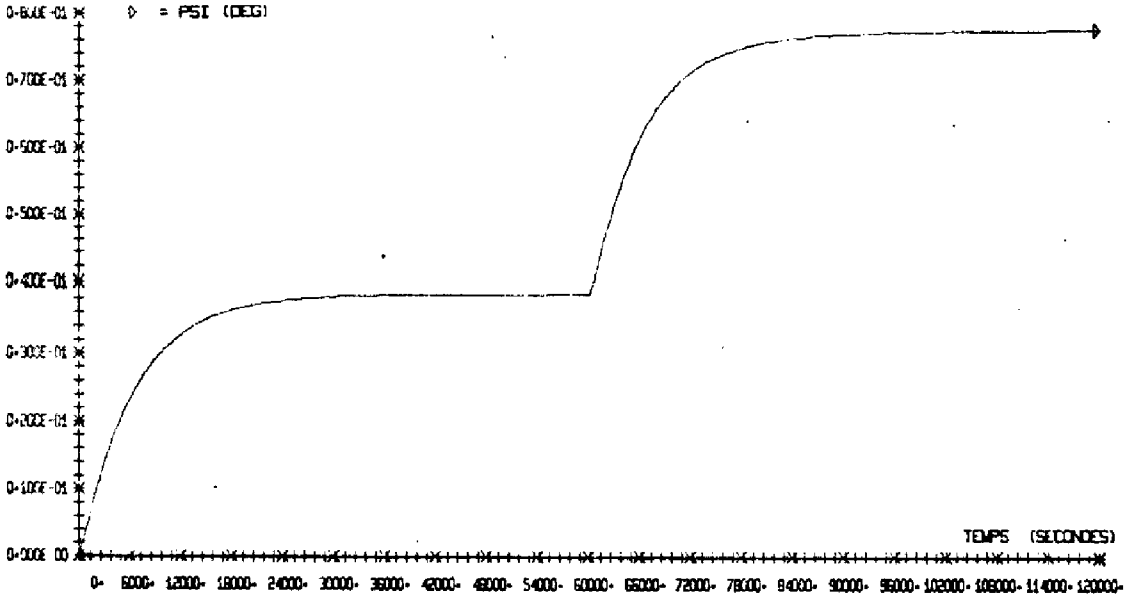


Figure II.40.b

II.3.4 - Simulation à l'aide du modèle de représentation du satellite

II.3.4.1 - Simulation

Une simulation effectuée en l'absence de panne à l'aide du modèle de représentation du satellite (II.1) a donné, pour les dépointages, les courbes des figures II.41 a et b.

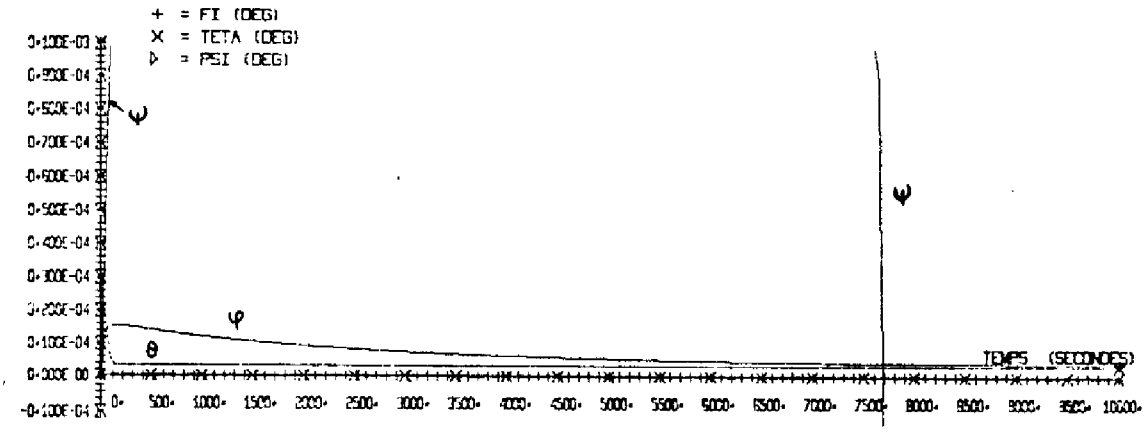


Figure II.41.a

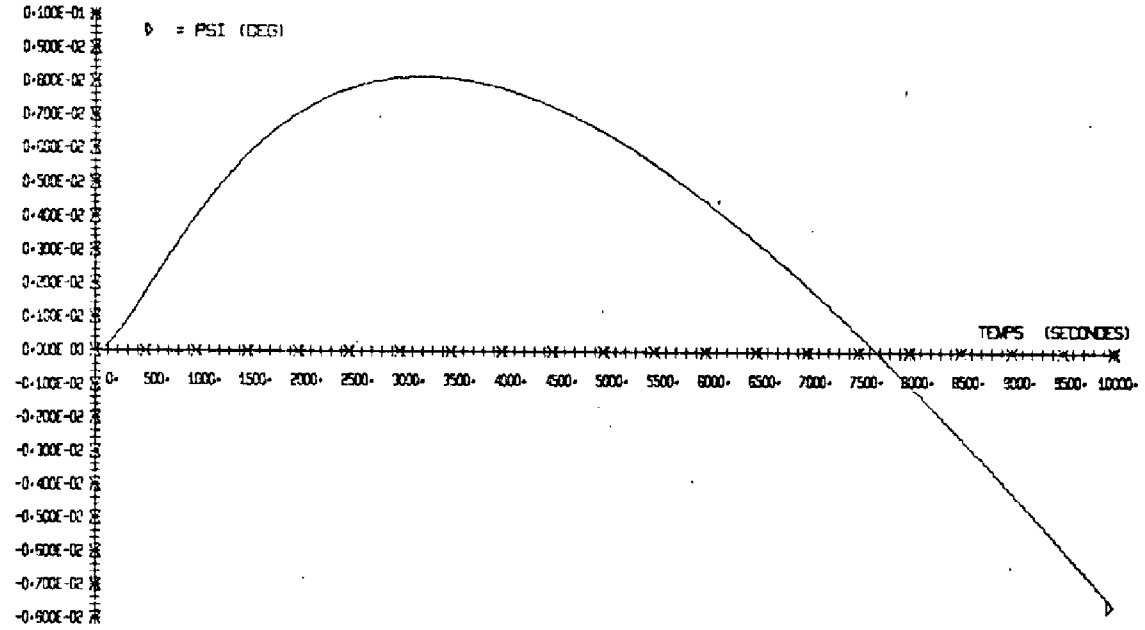


Figure II.41.b

L'examen de ces courbes permet de faire les remarques suivantes :

- le dépointage en tangage est identique à celui qui était obtenu avec le modèle d'action,
- le dépointage en roulis est voisin de ce qu'il était avec le modèle d'action,
- par contre on constate une dérive rapide en lacet, la dérivée croissant en valeur absolue avec le temps.

Cette dérive en lacet n'est pas tolérable d'autant que l'on a pu montrer que la valeur limite de 0,5° était atteinte à t = 20.400 s, environ 1/4 de révolution orbitale.

Cette dérive provient de la perturbation amenée par le terme $H_x \omega_o$ dans l'équation en lacet.

Nous avons relevé les valeurs suivantes pour $H_x \omega_o$

t (s)	1000	2000	5000	10.000	20.400	60.000
$H_x \omega_o$ (Nm)	$- 6,47\ 10^{-7}$	$- 1,24\ 10^{-6}$	$- 2,48\ 10^{-6}$	$- 3,89\ 10^{-6}$	$- 6,62\ 10^{-6}$	$-2,21\ 10^{-5}$

Notons que les couples perturbateurs C_{px}, C_{py} et C_{pz} appliqués autour de chacun des trois axes pour la simulation correspondante, ne sont que de 5.10^{-6} Nm.

II.3.4.2 - Modifications de la commande

Deux modifications de la commande sont envisageables pour limiter cette dérive :

- modification du gain de la commande en roulis,
- modification de l'angle β (figure II.25)

L'étude de ces deux points par simulations a montré :

- que pour $\beta = 5°$ le passage de à - 0,5° n'était repoussé qu'à t = 30.000 s,
- qu'une variation de gain en roulis, compatible avec la stabilité n'amenait qu'une faible variation du dépointage en lacet.

Il n'est donc pas possible de réaliser une commande en pilotage deux axes avec le modèle d'action adopté au paragraphe II.3.1.

II.3.4.3 Conclusion

Pour une étude ultérieure, nous pouvons proposer plusieurs solutions pour le pilotage sans détection de dépointage en lacet :

- pilotage deux axes, la commande étant établie à partir d'un modèle d'action plus complet,
- pilotage trois axes.

. *pilotage deux axes* :

Dans ce cas nous ne devons pas négliger dans le modèle d'action les termes $H_x \omega_o$ et $H_z \omega_o$

En écrivant :

$$H_x = \int_o^t C_{cx}(t)\,dt = \cos\beta \int_o^t C_{c\beta}(t)\,dt$$

$$\text{et} \quad H_z = \int_o^t C_{cz}(t)\,dt = \sin\beta \int_o^t C_{c\beta}(t)\,dt$$

$C_{c\beta}$ étant la commande fournie dans le plan roulis-lacet, le modèle d'action que l'on doit prendre en compte est le suivant :

$$I_x \ddot{\varphi} + H_y(\omega_o \varphi - \dot{\psi}) = \cos\beta\, C_{c\beta} - \cos\beta\, \omega_o \int_o^t C_{c\beta}\,dt + C_{px} + C_{tx}$$

$$I_y \ddot{\theta} = C_{cx} + C_{py} + C_{ty} \qquad \text{(II.32)}$$

$$I_z \ddot{\psi} + H_y(\omega_o \psi + \dot{\varphi}) = \sin\beta\, C_{c\beta} + \sin\beta\, \omega_o \int_o^t C_{c\beta}\,dt + C_{pz} + C_{tz}$$

. *Pilotage trois axes* :

Afin de s'opposer à la perturbation $H_x\omega_o$ introduite en lacet on peut envisager d'adopter une solution de pilotage trois axes sans détection de lacet.

La commande peut alors être étudiée à partir du modèle d'action (II.32). Cependant on peut noter que H_x étant calculé à chaque période d'échantillonnage dans le cadre de la désaturation, on peut tenir compte de cette mesure lors de la mise en oeuvre de la commande ; le modèle d'action simplifié (II.24) pourrait alors être conservé.

La configuration redondante, qui devrait alors être utilisée se déduit de la configuration adoptée pour le pilotage deux axes; elle est représentée par la figure II.42.

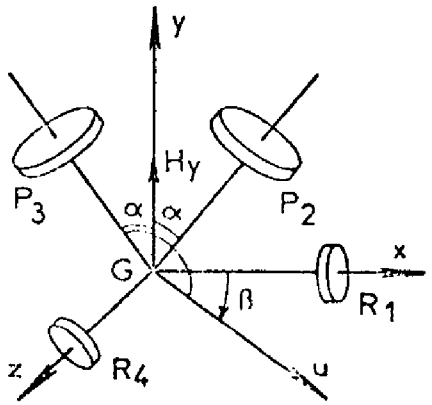


Figure II.42

Notons que ce type de pilotage est actuellement envisagé avec d'autres actuateurs, roue à double cardan par exemple.

CONCLUSION

La commande que nous avons proposée pour le système de pilotage trois axes sans détection de lacet est tout à fait générale pour un pilotage par roues à inertie à axe fixe commandées par calculateur numérique embarqué, l'étude ayant été abordée directement à l'aide des techniques des systèmes échantillonnés. Une modification des réglages de la commande a permis de l'appliquer au cas d'une configuration redondante, la panne d'une roue amenant un fonctionnement en mode dégradé.

La parfaite correspondance entre l'étude théorique et les simulations a permis de s'assurer de la fidélité du programme de simulation numérique et d'étendre son utilisation à l'étude de phénomènes difficilement accessibles à l'aide de l'outil théorique.

Les principaux points étudiés ont été les suivants :

- étude générale en l'absence puis en présence d'une panne,
- influence du comportement des roues avant et pendant une panne,
- influence des couples perturbateurs internes,
- effets du couplage gyroscopique,
- étude en présence des couples perturbateurs réels.

Ce dernier point a permis de valider une logique de désaturation des roues et de montrer la compatibilité entre les dépointages maxima obtenus aux instants de désaturation et les tolérances de dépointage très fines exigées en début de cette étude.

L'étude en pilotage deux axes a mis en évidence les problèmes posés par le couplage gyroscopique, et a permis de montrer qu'un modèle d'action ne tenant pas compte des composantes du moment cinétique suivant les axes de roulis et de lacet était insuffisant. Ceci nous a permis de proposer des solutions pour une étude ultérieure tant au niveau théorique (modélisation) qu'au niveau système (type de pilotage).

CHAPITRE III

MISE EN OEUVRE DE LA LOI DE COMMANDE SUR L'AUTOMATE ASMOCAS.

. Caractéristiques de l'automate ASMOCAS

. Interfaces et fonctions de traitement propres à cette étude

. Version de l'automate adoptée

INTRODUCTION

L'équipe "Techniques Numériques-Propulsion Electrique" du Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systèmes du C. N. R. S. mène depuis plusieurs années des études dans le domaine de l'architecture d'organes de commande de processus en temps réel.

Une partie de ces études a conduit au projet ASMODEE(*) (16.18.19) qui concerne la définition, la conception et la réalisation de calculateurs sous forme de prototypes afin d'analyser et de synthétiser de telles structures, le but final étant d'en déduire des formulations théoriques se substituant aux méthodes empiriques souvent utilisées jusqu'à ce jour.

Ce projet a été motivé par la prise en compte de l'évolution technologique des circuits intégrés (en particulier des mémoires à semi-conducteurs) et par la comparaison entre les besoins spécifiques des systèmes de commande et les caractéristiques des calculateurs existants.

En collaboration avec la Société des Engins MATRA, désireuse de promouvoir l'application des techniques numériques à la stabilisation des satellites de télécommunications, l'étude d'ASMOCAS(**) a été entreprise sous contrat du Centre National d'Etudes Spatiales (20.29).

La conception de cet automate, qui est principalement dérivé du prototype ASMODEE 01 conçu et réalisé par le L. A. A. S. (17) tient également compte des résultats obtenus par la Société des Engins MATRA lors de la définition d'un organe numérique programmable destiné à la commande de la chaîne de tangage du satellite A.T.C (30).

* Automate Spécialisable Modulaire à Opérateurs DEterminés par l'Emploi.
** Automate Spécialisable Modulaire Optimisé pour le Contrôle d'Attitude de Satellites.

La Société des Engins MATRA a réalisé une maquette d'ASMOCAS dans un double but :

- vérifier les concepts adoptés lors de la conception de l'automate,
- constituer, par couplage avec une calculatrice analogique un ensemble de calcul hybride permettant de tester divers systèmes de commande (31).

Le présent chapitre a pour but de décrire les solutions proposées pour la mise en oeuvre sur cet automate des chaînes de commande d'attitude en mode normal et en mode de désaturation, relatives au pilotage trois axes que nous venons d'étudier. Le schéma-bloc fonctionnel de ces chaînes est représenté par la figure III.1 sur laquelle nous avons hachuré les organes extérieurs à l'automate, à savoir les senseurs et les actuateurs.

Dans une première partie nous rappellerons les caractéristiques de l'automate ASMOCAS ; nous examinerons dans une seconde partie le problème des interfaces et des fonctions de traitement propres à cette étude ; dans une troisième partie nous ferons le bilan de la version finale adoptée, des points de vue logiciel et matériel.

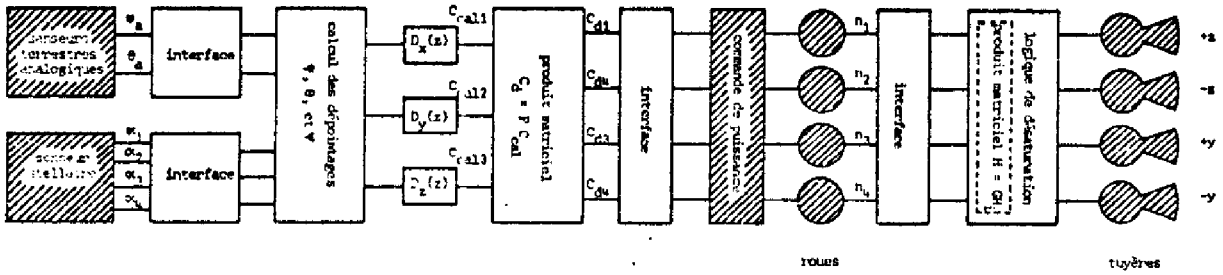


Figure III.1

III.1 - CARACTERISTIQUES DE L'AUTOMATE ASMOCAS (20-29-15)

III.1.1 - Aspect fonctionnel

Les fonctions nécessaires au traitement des données sont assurées par des opérateurs fonctionnels dont les principaux types sont constitués par :

- des opérateurs arithmétiques ou logiques,
- des opérateurs de mémorisation de données (constantes ou résultats intermédiaires de calcul),
- des opérateurs de communication avec l'extérieur.

L'enchaînement des opérations et les interconnexions des opérateurs sont assurés par l'unité de base qui est constituée par :

- les opérateurs mémoire-programme qui contiennent les instructions,
- les opérateurs de commande comprenant le pilote qui délivre les signaux nécessaires à la synchronisation et le compteur ordinal dont les sorties constituent l'adresse de la mémoire-programme,
- le bus d'interconnexion des opérateurs qui, multiplexé dans le temps, permet le transfert des trois types d'informations échangées : adresse de la mémoire-programme, codes des registres d'entrée et de sortie des opérateurs, données.

La figure III.2 donne le schéma de principe de l'architecture correspondante.

En ce qui concerne le mode de fonctionnement, un des points fondamentaux est constitué par le fait que la spécialisation des mémoires (programmes, données) permet de décentraliser le décodage au niveau de chaque opérateur. Une instruction revient alors à transférer le contenu d'un registre de sortie (source) à un registre d'entrée d'un autre opérateur (destination).

Notons que cette structure permet pour les fonctions de traitement de choisir la solution la mieux adaptée au problème posé grâce à la possibilité de réaliser chaque fonction :

- en logiciel en écrivant le sous-programme correspondant,
- en matériel en développant un opérateur spécifique s'intégrant naturellement dans la structure.

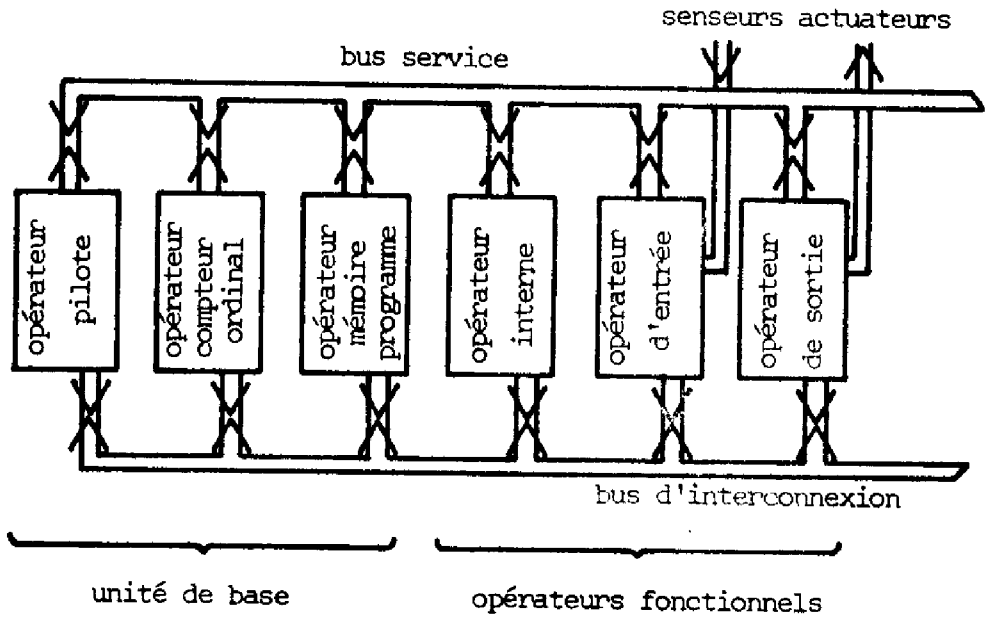


Figure III.2

III.1.2 - Aspects sécurité de fonctionnement et fiabilité

Les taux de fiabilité élevés exigés du système de stabilisation d'un satellite de télécommunications et les durées de vie importantes de tels satellites rendent nécessaire la fiabilisation des organes de commande, aux sens de la détection des pannes et de la reconfiguration après détection.

En ce qui concerne ASMOCAS, son architecture et la partition fonctionnelle qui en résulte sont a priori bien adaptées à la prise en compte

de telles contraintes. En effet, l'autonomie de chacun des opérateurs et son unité fonctionnelle permettent d'appliquer les techniques de détection de pannes les mieux adaptées à la fonction remplie par l'opérateur considéré, et par conséquent d'appliquer la redondance au niveau de chaque opérateur.

Les principaux points caractéristiques du processus considéré sont, sous l'angle de l'impact des techniques de fiabilisation, les suivants :

- le système de régulation auquel ASMOCAS est destiné est un système bouclé échantillonné dans lequel les constantes de temps propres au satellite sont grandes,
- le satellite est en communication constante avec le sol par le système de télémesure-télécommande,
- l'occupation du calculateur est faible devant les périodes d'échantillonnage considérées,
- la consommation et le volume sont des points importants comme dans tout système embarqué sur satellite.

Ces points ont conduit aux principes généraux suivants :

- la redondance est effectuée par commutation des alimentations,
- la perte d'un ou de plusieurs pas de calcul complets n'a pas de conséquence vitale,
- la détection de pannes par programme peut être utilisée.

Pour l'unité de base, du fait de son rôle fondamental dans le fonctionnement de l'automate, la détection de pannes et la reconfiguration sont automatiques.

La détection, pour chacun des sous-ensembles, est assurée de la manière suivante :

- pilote : doublement et comparaison,
- compteur ordinal : utilisation d'un code auto-détecteur, le code résiduel modulo 15,
- mémoire-programme : contrôle de parité double portant sur l'adresse et le contenu de la mémoire,
- bus : rebouclage et émissions successives de 0 et de 1 aux instants ou ils sont laissés inoccupés par le fonctionnement normal.

En ce qui concerne les opérateurs fonctionnels internes, la détection est assurée par des programmes qui sont exécutés à chaque période d'échantillonnage.

Il en est de même pour les opérateurs de communication avec le processus, à ceci près qu'ils comportent soit des points de consigne (opérateurs d'entrée), soit des points de recopie des ordres transmis (opérateurs de sortie).

L'utilisation de la détection par programme d'une part, l'exploitation de la liaison avec le sol d'autre part, ont conduit à introduire deux opérateurs spécifiques des tâches de fiabilisation, destinés à délivrer les ordres de commutation des alimentations :

- l'opérateur d'observation de l'automate,
- l'opérateur de reconfiguration.

L'opérateur d'observation, par l'intermédiaire de la scrutation du bus, permet d'utiliser au mieux les possibilités offertes par la liaison avec le sol.

L'opérateur de reconfiguration est considéré par le reste de l'automate comme un opérateur fonctionnel au même titre que les autres. Les tâches sont :

- la commande de la reconfiguration des opérateurs lorsqu'un défaut est détecté,

- la transmission au sol des changements de contexte de l'automate, c'est-à-dire des commutations d'opérateurs.

La figure III.3 donne le schéma de principe de la version opérationnelle d'ASMOCAS.

III.1.3 - Principales caractéristiques de la version étudiée pour le satellite OTS (20,30)

L'étude de l'application d'ASMOCAS au traitement des chaînes de commande du satellite européen expérimental OTS a permis d'adopter la version suivante :

. *Unité de base comprenant :*

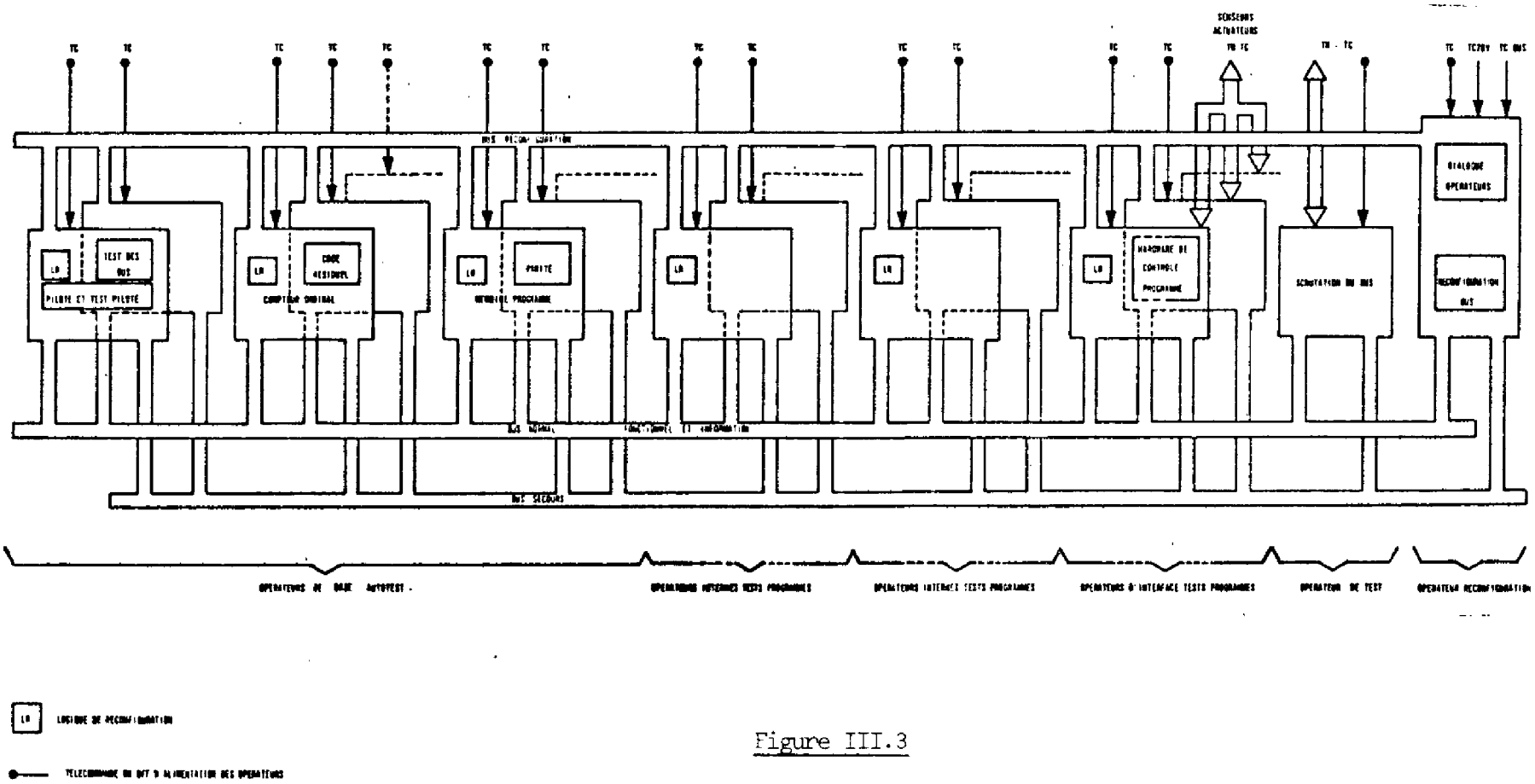
- un opérateur regroupant les fonctions de pilote et compteur ordinal,
- un ou plusieurs opérateurs mémoire-programme, chacun d'eux comportant 1 K mots de mémoire morte.

. *Opérateurs externes suivants :*

- opérateurs arithmétique et logique réalisant les fonctions addition, soustraction, comparaison, multiplication, ET, OU, OU EXCLUSIF, complément, décalages droite et gauche,
- opérateurs de mémorisation de données, chacun d'eux comportant une mémoire morte de 256 mots (constantes) et une mémoire vive de 128 mots (résultats intermédiaires),
- opérateur horloge temps réel programmable, délivrant une interruption à la fin de chaque période d'échantillonnage.

. *Opérateurs d'interface suivants :*

- télémesure-télécommande,
- entrées analogiques,
- entrées numériques séries



LR LOGIQUE DE RECONFIGURATION

TC TELECOMMANDE DU BUT D'ALIMENTATION DES OPERATEURS

Figure III.3

- entrées tout ou rien,
- périodemètre,
- sorties analogiques,
- sortie tout ou rien.

Le nombre de circuits correspondant à ces sous-systèmes est donné par la figure III.4, les mots étant de 16 bits et la technologie utilisée étant la technologie TTL basse puissance, les mémoires mortes étant des circuits bipolaires électriquement programmables par destruction de fusibles.

III.2 - INTERFACES ET FONCTIONS DE TRAITEMENT PROPRES A CETTE ETUDE (15)

Prenant en compte la maquette d'ASMOCAS qui vient d'être décrite, nous avons examiné les fonctions propres à cette étude.

Ce sont :

- les interfaces d'acquisition et de sortie,
- les fonctions de traitement qui ne figurent pas parmi celles que nous avons indiquées au paragraphe III.1.3.

III.2.1 - Interfaces d'acquisition

Nous pouvons classer ces interfaces en deux catégories suivant la forme sous laquelle les données sont fournies par les senseurs :

- données sous forme de tensions analogiques,
- données sous forme de créneaux de tension ou d'impulsion.

III.2.1.1- Données sous forme de tensions analogiques

Il s'agit ici de données fournies par les senseurs terrestres analogiques (cf annexe I,§ A1.2.1). l'interface est constitué par un multiplexeur analogique à deux voies suivi d'un convertisseur analogique

Sous-systèmes	Opérateurs	Nombre de circuits par opérateur	Nombre de circuits par sous système	Nombre de circuits total	Commentaires	
Unité de base	Pilote et compteur ordinal	45	92	466		
	Mémoire-programme	47			1 K mots de 20 bits	
Opérateurs fonctionnels internes	Unité arithmétique et logique	52	126			
	Horloge temps réel	25			Périodes de 1ms à 1h	
	Mémoire de données	49			256 mots (ROM) + 128 mots (RWM)	
Opérateurs fonctionnels interfaces	Télémesure-Télécommande	43	248		Nombre de canaux	2
	Entrées analogiques	30				9
	Entrées numériques séries	50				5
	Entrées tout ou rien	25				20
	Périodemètre	25				5
	Sorties analogiques	45				2
	Sorties tout ou rien	30				26

Figure III.4

numérique du type à pesées successives.

Le schéma de principe de cet interface est donné par la figure III.5.

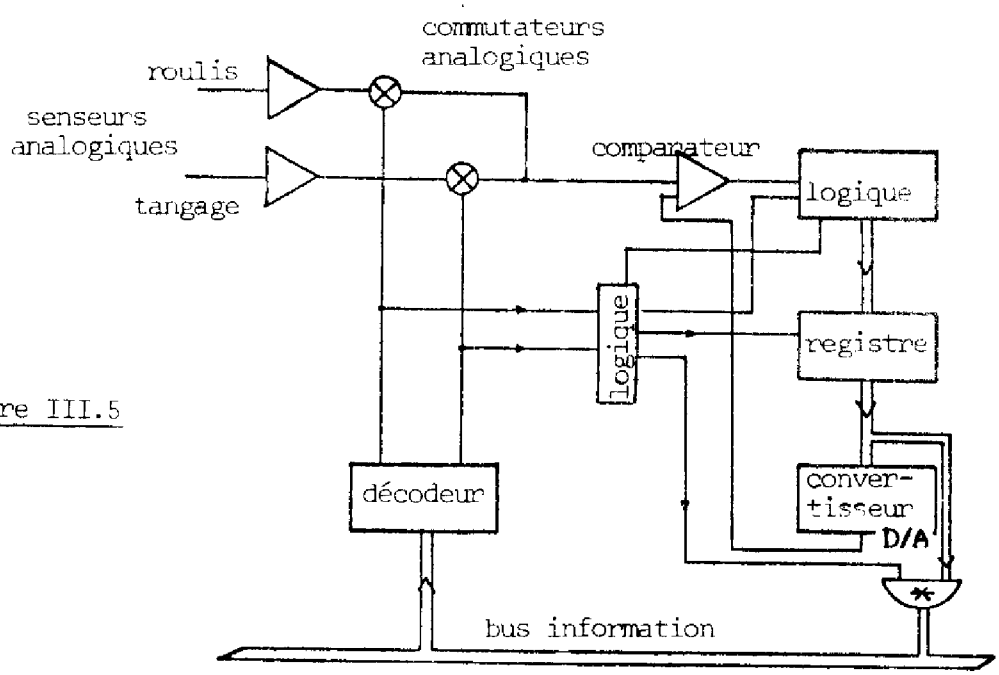


Figure III.5

III.2.1.2 - Données sous forme de créneaux ou d'impulsions

. *Choix du principe de mesure* :

Dans le cas du senseur stellaire où l'on dispose de données sous forme de créneaux, la mesure ne peut être effectuée que par un interface fonctionnant en périodemètre.

Dans le cas des roues, la grandeur désirée est la vitesse de rotation qui est proportionnelle au nombre d'impulsions par unité de temps, et l'interface correspondant peut, a priori, être soit du type périodemètre, soit du type fréquencemètre.

Le choix du type d'interface résulte de deux considérations relatives à la précision des mesures et au volume du matériel nécessaire.

- précision des mesures :

La connaissance de la vitesse des roues n'est nécessaire que pour décider du passage en mode de désaturation ; la fréquence d'acquisition n'est donc pas directement liée à la fréquence d'échantillonnage et peut lui être nettement supérieure,

- volume du matériel :

Deux types de contraintes contradictoires sont ici en présence : . l'adoption du type fréquencemètre minimise les fonctions de traitement ultérieures, en ce sens que les données issues de l'interface sont alors directement exploitables, mais conduit à deux types d'interfaces différents,

. l'adoption du type périodemètre nécessite d'effectuer une division pour obtenir les vitesses désirées mais permet de n'avoir qu'un seul type d'interface.

L'examen de ces points nous a conduit à choisir un périodemètre compte tenu du temps et de la précision de la mesure.

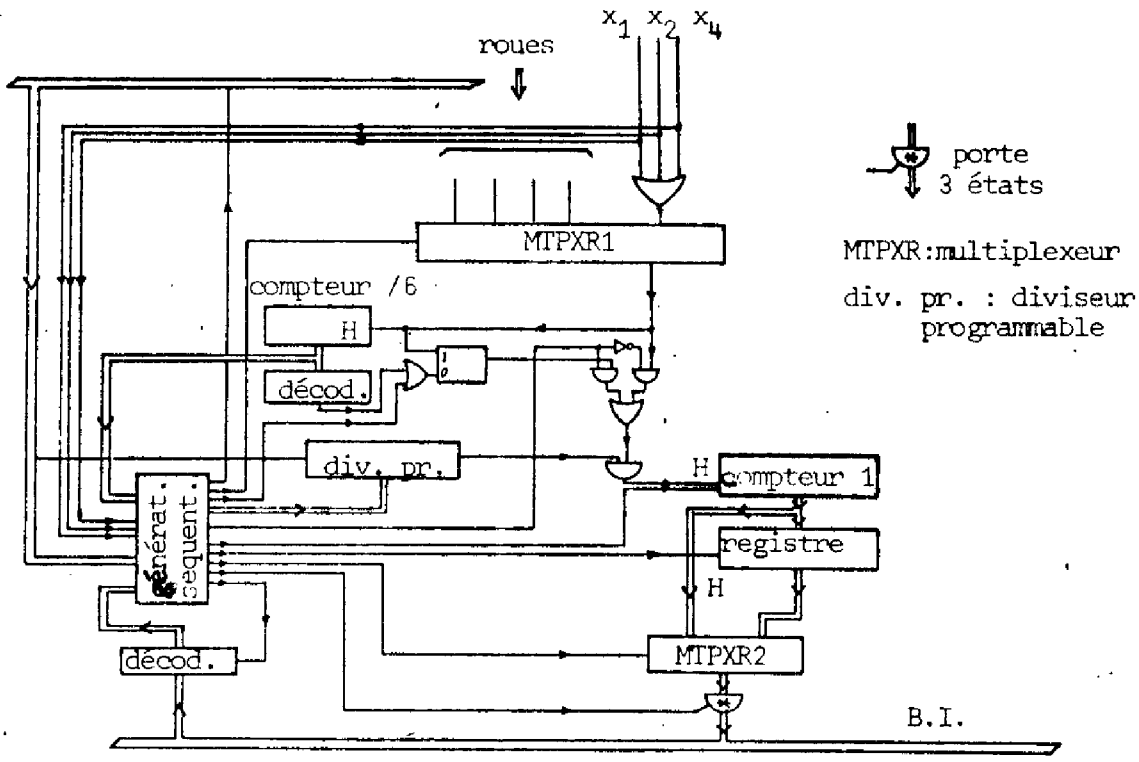
. *Interface retenu* :

La figure III.6 donne le schéma-bloc de l'interface.

Cet interface nécessite des commentaires en fonction des deux types de données :

- <u>acquisition des vitesses des roues :</u>

Le senseur stellaire a une fréquence de balayage de 100 Hz ; le temps d'acquisition sera donc faible (inférieur à 2/100ème de seconde) ; par ailleurs le temps de calcul nécessité par les opérations de désaturation est inférieur à 7 ms (figure III.14) ; on dispose donc pour effectuer les mesures de vitesse des roues d'un temps t_v qui reste très voisin de T = 10 s.



Pour la mesure de la vitesse d'une roue, on dispose d'un temps $t_v/4$, ce qui correspond à une vitesse minimum détectable de 24 t/mn en supposant que la mesure s'effectue sur un tour complet de roue, ceci afin de s'affranchir des problèmes posés par la dispersion sur les valeurs relatives des temps séparant deux impulsions. Aux basses vitesses, nous avons prévu de pouvoir effectuer la mesure sur le temps séparant deux impulsions, ce qui porte la valeur minimum détectable à 4 t/mn avec, bien entendu, une précision dégradée pour les vitesses comprises entre 4 et 24 t/mn.

Ce fait explique la présence du compteur par 6 dont le but est triple :

- il permet d'arrêter le comptage lorsque son contenu atteint 6, ceci dans le cas où la vitesse est supérieure à 24 t/mn,
- il permet de connaître le nombre d'impulsions auquel correspond le contenu du compteur 1, dans le cas où la vitesse est inférieure à 24 t/mn,

- il commande le transfert du contenu du compteur 1 au registre chaque fois que lui-même est incrémenté de 1.

- acquisition des dépointages :

Le multiplexeur d'entrée MTPXR1 reçoit le OU logique des signaux α_2, α_3, α_4, (annexe I,§.A 1.2.2); lors de l'acquisition, on disposera successivement dans le registre des temps correspondant aux angles α_2, $\alpha_2 + \alpha_3$, $\alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4$; ces angles seront obtenus en rapportant ces temps à la période de balayage qui correspond à 2π radians.

III.2.2 - Interfaces de sortie

Nous avons deux types d'interfaces de sortie, destinés à transmettre les commandes :

- aux roues
- aux tuyères

III.2.2.1 - Interfaces roues

La figure III.7 donne le schéma de cet interface. Le fait de placer le démultiplexeur avant les registres permet de faire jouer à ces derniers le rôle de bloqueur.

III.2.2.2 - Interfaces tuyères

Le nombre de tuyères dépend de la logique de désaturation adoptée. Celle que nous avons simulée n'exige que 4 tuyères ; cependant nous avons vu qu'une désaturation supplémentaire en tangage peut s'avérer nécessaire, d'où un ensemble de 8 tuyères.

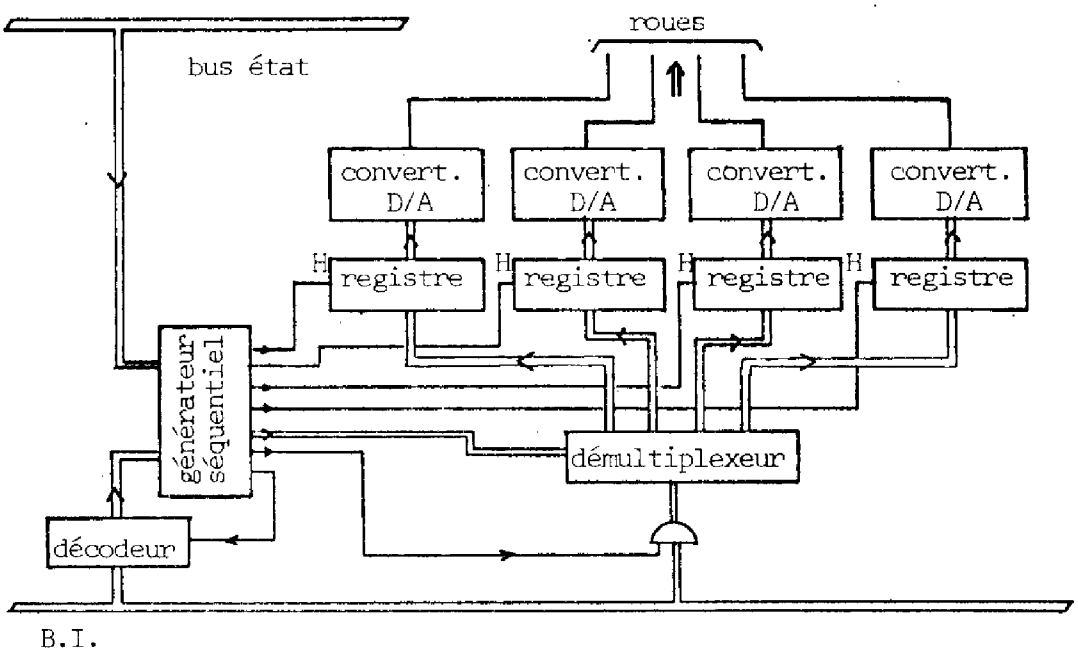


Figure III.7

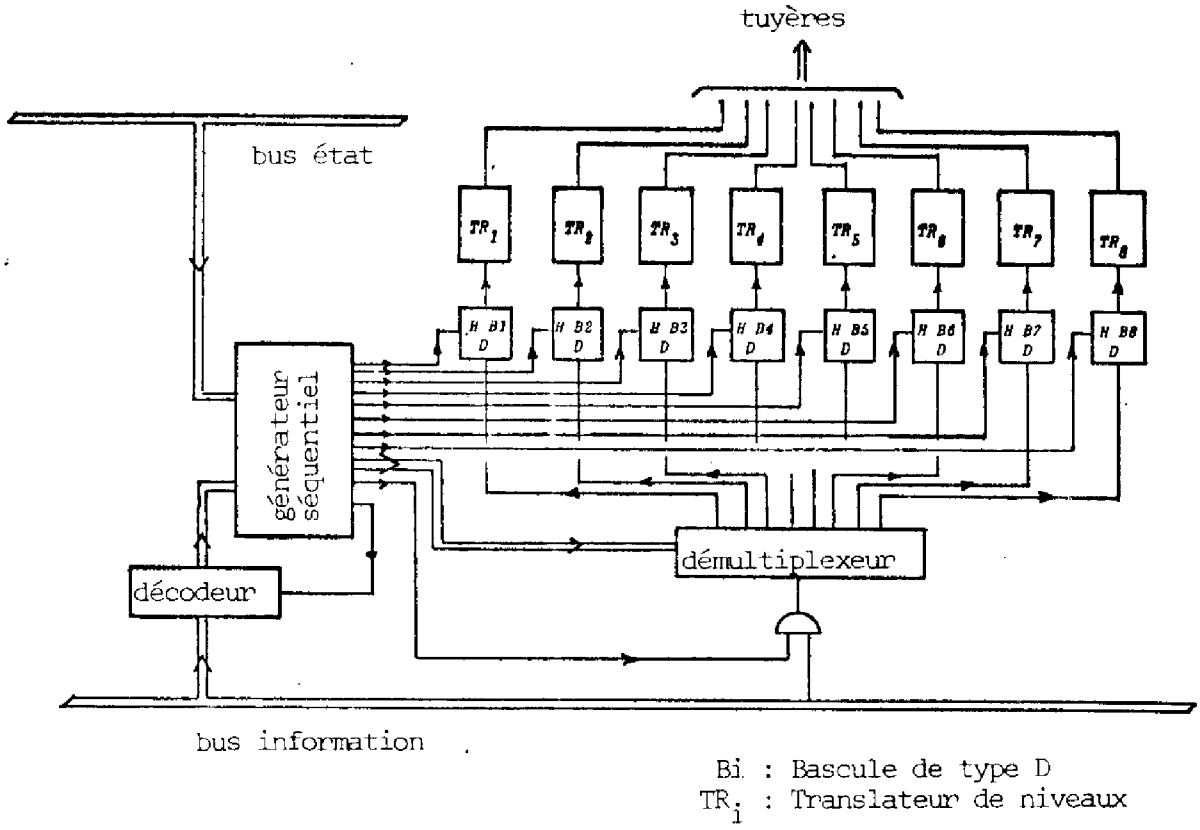


Figure III.8

Le schéma bloc de l'interface correspondant est donné par la figure III.8.

III.2.3 - Fonctions de traitement

Les fonctions à réaliser sont les suivantes (figure III.1) :

- élaboration des dépointages à partir des signaux issus des interfaces avec les senseurs,
- filtres numériques D(z),
- produits matriciels,
- traitement de la logique de désaturation.

Compte tenu des fonctions de traitement déjà existantes sur la maquette d'ASMOCAS, nous avons porté notre attention sur :

- les filtres numériques D (z),
- les produits matriciels,
- l'opération division
- les fonctions transcendantes : sinus, cosinus et racine carrée.

III.2.3.1 - Choix matériel-logiciel

Nous n'examinerons ici que les solutions en logiciel, ceci pour les raisons suivantes :

- le temps de calcul est compatible avec la durée de la période d'échantillonnage : les fonctions trigonométriques, la racine carrée et la division ne sont utilisées qu'un nombre très réduit de fois par période d'échantillonnage (3 fois pour le cosinus, 1 fois pour le sinus, 2 fois pour la racine carrée, moins de 7 fois pour la division).

- le développement d'opérateurs spécifiques (32,33) utilisant des méthodes de tabulation-interpolation pour les fonctions trigonomètriques et des méthodes itératives pour la racine carrée, conduit à un nombre de circuits relativement important, au moins égal, en fonction de la précision requise, à celui nécessité par l'opérateur arithmétique et logique.

Notons que d'une manière plus générale, dans le cas où des études complémentaires amèneraient une plus grande complexité des calculs à réaliser au cours de chaque période d'échantillonnage (problème de filtrage de bruits entachant les signaux issus des senseurs par exemple), la modularité d'ASMOCAS permettrait d'adopter les solutions en matériel.

III.2.3.2 - Réalisation des fonctions

Nous indiquons dans ce paragraphe les solutions retenues pour les diverses fonctions réalisées, ainsi que les résultats obtenus en temps d'exécution et en volume mémoire ; à titre d'exemple, nous avons choisi de détailler la programmation correspondant au filtre numérique D (z). Les bilans en temps et en volume mémoire sont donnés par le tableau de la figure III.12.

III.2.3.2.1 - Filtre numérique D (z)

On doit réaliser :

$$D(z) = \frac{S(z)}{E(z)} = K_D \frac{1 + Az^{-1} + Bz^{-2}}{1 + Cz^{-1} + Dz^{-2}} \quad \text{(cf §.II.2.1.2)}$$

On a donc :

$$S_n = K_D \left[E_n + A\,E_{n-1} + B\,E_{n-2} \right] - C\,S_{n-1} - D\,S_{n-2}$$

Le tableau de la figure III.9 donne la programmation correspondante ainsi que les sigles utilisés et le contenu des diverses mémoires.

Opérateur source	Opérateur destination	Opération effectuée valeur →	destination	Nature de l'opération
MC2	OA	B	RE1A	t
MRI2	OA	E_{n-2}	RE2A	t
		$B * E_{n-2}$	RSA	m
OA	MRI5	BE_{n-2}	MRI5	t
MRI1	MRI2	E_{n-1}	MRI2	t
MRI2	OA	E_{n-1}	RE1A	t
MC1	OA	A	RE2A	t
		$A * E_{n-1}$	RSA	m
OA	OA	AE_{n-1}	RE1A	t
MRI5	OA	BE_{n-2}	RE2A	t
		$AE_{n-1} + BE_{n-2}$	RSA	a
OA	MRI5	$AE_{n-1} + BE_{n-2}$	MRI5	t
opérateur acquisition	MRI1	E_n	MRI1	t
MRI1	OA	E_n	RE1A	t
MRI5	OA	$AE_{n-1} + BE_{n-2}$	RE2A	t
		$E_n + AE_{n-1} + BE_{n-2}$	RSA	a
OA	OA	$E_n + AE_{n-1} + BE_{n-2}$	RE1A	t
MC5	OA	K_D	RE2A	t
		$K_D * [E_n + AE_{n-1} + BE_{n-2}]$	RSA	m
OA	MRI5	$S_o = K_D [E_n + AE_{n-1} + BE_{n-2}]$	MRI5	t
MRI4	OA	S_{n-2}	RE1A	t
MC4	OA	D	RE2A	t
		$D * S_{n-2}$	RSA	m
OA	OA	DS_{n-2}	RE1A	t
MRI5	OA	S_o	RE2A	t
		$S_o + DS_{n-2}$	RSA	a
OA	MRI5	$S_o + DS_{n-2}$	MRI5	t
MRI3	MRI4	S_{n-1}	MRI4	t
MRI4	OA	S_{n-1}	RE1A	t
MC3	OA	C	RE2A	t
		$C * S_{n-1}$	RSA	m
OA	OA	CS_{n-1}	RE1A	t
MRI5	OA	$S_o + DS_{n-2}$	RE2A	t
		$CS_{n-1} + S_o + DS_{n-2}$	RSA	a
OA	MRI3	$S_n = S_o + CS_{n-1} + DS_{n-2}$	MRI3	t

mémoire	MC1	MC2	MC3	MC4	MC5	MRI1	MRI2	MRI3	MRI4	MRI5
contenu	A	B	C	D	K_D	E_{n-1}	E_{n-2}	S_{n-1}	S_{n-2}	divers

Sigles :

MC : mémoire constante
MRI : mémoire résultats intermédiaires
OA : opérateur arithmétique
RE1A,RE2A : registres d'entrée de OA
RSA : registre de sortie de OA
t : transfert
a : addition
m : multiplication
l : opération logique

Figure III.9

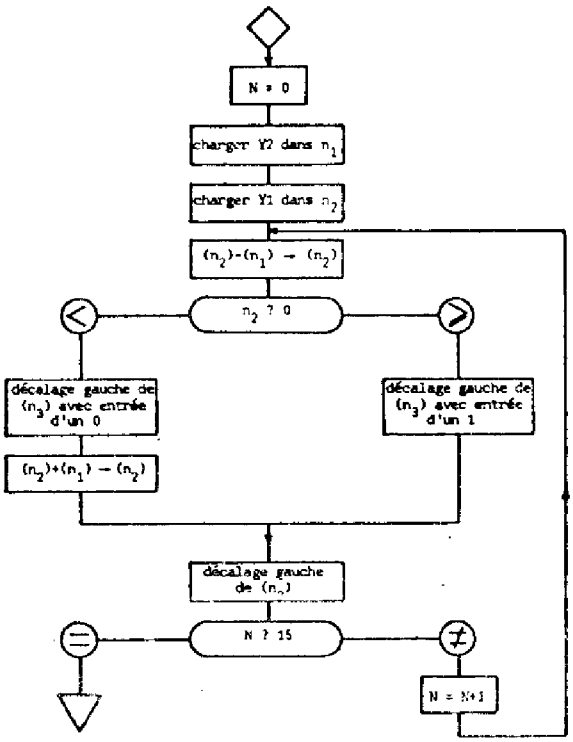


Figure III.10

Méthode	nMP	nMRI	nMC	Exécution
Héron	28	3	6	631t + 3m + 53a + 32l
Comparaison de poids	59	6	4	374 t + 15m + 64 a

Figure III.11

Fonction	Volume mémoire			Exécution			
	nMP	nMRI	nMC	t	m	a	l
Filtre D(x)	26	5	5	26	5	4	/
Produits Matriciels : $C_d = PC_{cal}$	54	8	12	54	12	9	/
Produits Matriciels : $H = GH_i$	52	8	12	52	12	8	/
Division	26	4	6	191	/	45	30
sin x ou cos x $x \in [0,2\pi]$	86	6	26	64	4	14	/
Racine carrée	28	3	6	631	3	53	32

Figure III.12

Le nombre de mémoires programme, résultats intermédiaires et constantes est :

n M P = 26 n M R I = 5 n M C = 5

III.2.3.2.2 - Division

Parmi les algorithmes de division existants, nous avons choisi l'algorithme avec restauration du reste que nous rappelons sur la figure III.10.

III.2.3.2.3 - Fonctions trigonométriques (34à39)

Nous avons adopté pour les fonctions sinus et cosinus un traitement à partir des développements en série de Mac Laurin:

$$\sin x = 1 - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} \quad \text{sur} \quad \left[0, \frac{5\pi}{24}\right]$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} \quad \text{sur} \quad \left[0, \frac{7\pi}{24}\right]$$

Ces expressions, compte tenu des domaines de variation choisis pour l'argument, permettent d'obtenir la précision requise avec seulement 4 multiplications.

III.2.3.2.4 - Racine carrée

Nous avions étudié deux méthodes itératives permettant l'extraction de la racine carrée d'un nombre :

- la méthode de Héron (36) :

$$x_{n+1} = 1/2 \left(x_n + \frac{Y}{x_n}\right) \text{ avec } x_o = 0{,}75$$

si x_{n+1} est la valeur approchée à l'ordre n+1 de $x = \sqrt{Y}$.

- la méthode par comparaison de poids (40) :

$$x_n^2 \leqslant Y \leqslant (x_n + 2^{-n})^2 \text{ avec } x_1 = 1/2 \text{ si } Y \geqslant 1/4$$

$$x_1 = 0 \quad \text{si } Y < 1/4$$

si x_n est la racine carrée à 2^{-n} près par défaut de Y.

La première méthode comporte trois divisions et quelques additions. La seconde 15 multiplications et un nombre important de tests et d'additions.

Le choix entre ces méthodes dépend de la solution adoptée pour la division ; avec le traitement logiciel adopté au paragraphe III.2.3.2.3, le bilan de programmation des deux méthodes est donné par la figure III.11, les abréviations étant celles de la figure III.9.

Le principal critère de choix à prendre en compte ici étant la minimisation du volume mémoire, nous avons choisi la méthode de Héron.

III.3 - VERSION DE L'AUTOMATE ADOPTEE

III.3.1 - Organisation du logiciel

Compte tenu de ce qui nous avons dit au paragraphe III.2.1 au sujet des interfaces d'acquisition, nous pouvons organiser la période d'échantillonnage comme indiqué sur la figure III.13.

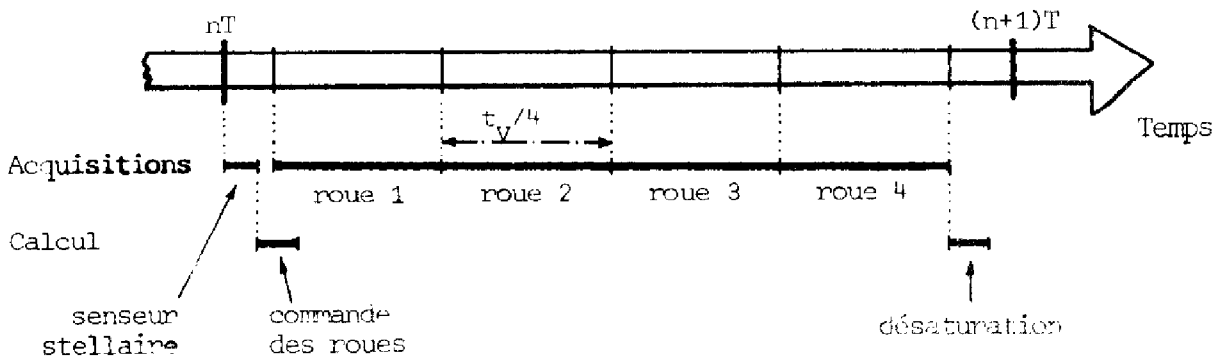


Figure III.13

III.3.2 - Bilan du logiciel

Ce bilan est effectué en volume mémoire et en temps d'exécution à partir des résultats de la figure III.12. En ce qui concerne les temps d'exécution, l'évaluation a été faite sur les données suivantes :

$t = 5\ \mu s \quad a = 5\ \mu s \quad b = 5\ \mu s \quad m = 20\ \mu s$

Notons par ailleurs les points suivants :

- en pilotage trois axes le dépointage est déterminé en traitant l'équation du second degré A1.10 (annexe 1), l'ambiguité sur le signe étant levée en traitant en parallèle les équations simplifiées A1.11,
- la logique de désaturation est traitée à partir de l'organigramme de la figure II.23.

La figure III.14 donne les bilans en volume mémoire et en temps d'exécution par période d'échantillonnage.

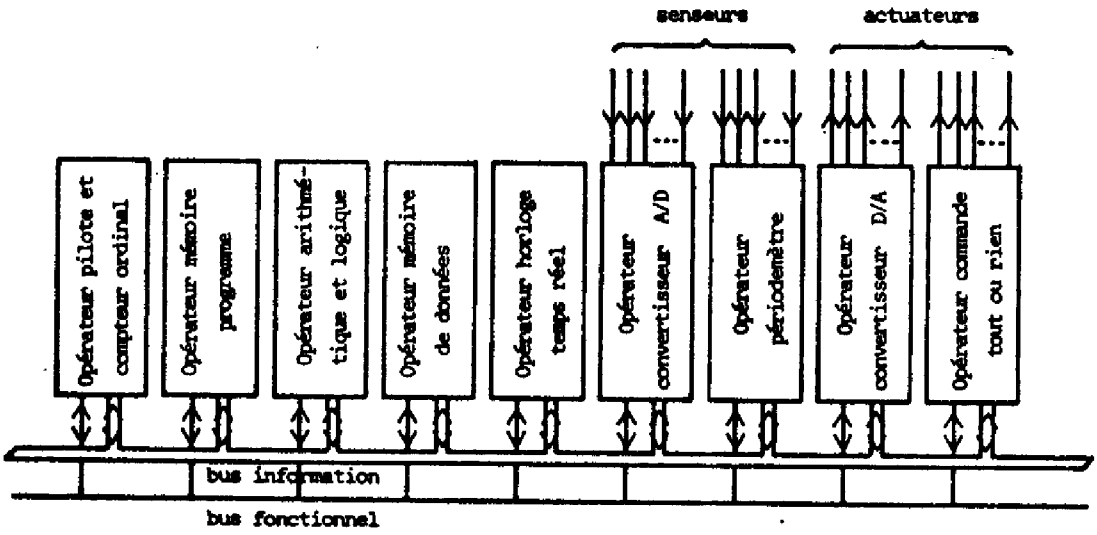
III.3.3 - Bilan du matériel

La figure III.15 donne la configuration de l'automate.

Le tableau de la figure III.16 donne le nombre de circuits nécessaires pour chaque opérateur et les capacités mémoire.

Fonctions	Volume mémoire			Exécutions				Temps (ms)
	nMP	nMRI	nMC	t	m	a	ℓ	
Calcul de φ, θ et ψ	242	9	61	1801	50	397	150	12,74
Calcul de $C_{cal\ i}$ (i = 1,3)	78	13	15	78	15	12		0,75
Produit matriciel $C_d = P\ C_{cal}$	52	8	12	52	12	8		0,54
Commande des roues				4				0,02
Calcul des moments cinétiques H_i	144	5	40	804	8	180	120	5,68
Produit matriciel $H = GH_i$	54	8	12	54	12	9		0,555
Désaturation roulis-lacet	38	3	15	23		4		0,135
Désaturation tangage	35	2	15	19		4		0,115
Mode normal de commande d'attitude				1935	77	417	150	14,050
Mode de désaturation des roues à inertie				900	20	197	120	6,485
Total	643	20	170	2835	97	614	270	20,535

Figure III.14



			Capacité mémoire	Nombre de circuits
Unité de base et opérateurs fonctionnels	Pilote et compteur ordinal			45
	Mémoire programme		643	47
	Opérateur arithmétique et logique			56
	Mémoire données	Résultats intermédiaires	20	49
		constantes	170	
	Horloge temps réel			25
Interfaces	Convertisseur A/N			30
	Périodemètre			40
	Convertisseur N/A			40
	Sortie tout ou rien			25
Total				357

Figure III.16

CONCLUSION

En nous basant sur les conclusions partielles que nous avons faites à la fin des deux premiers chapitres, nous donnons en conclusion de ce mémoire les points qui nous paraissent être les plus importants et susceptibles de conduire soit à des compléments d'étude, soit à des développements futurs.

Nous avons mis en évidence les problèmes qui se posent lorsque l'on veut étudier une configuration redondante de roues à inertie à axe fixe ; ces problèmes sont liés aux interactions qui existent entre les diverses phases de l'étude comme le montre le schéma synoptique donné ci-après.

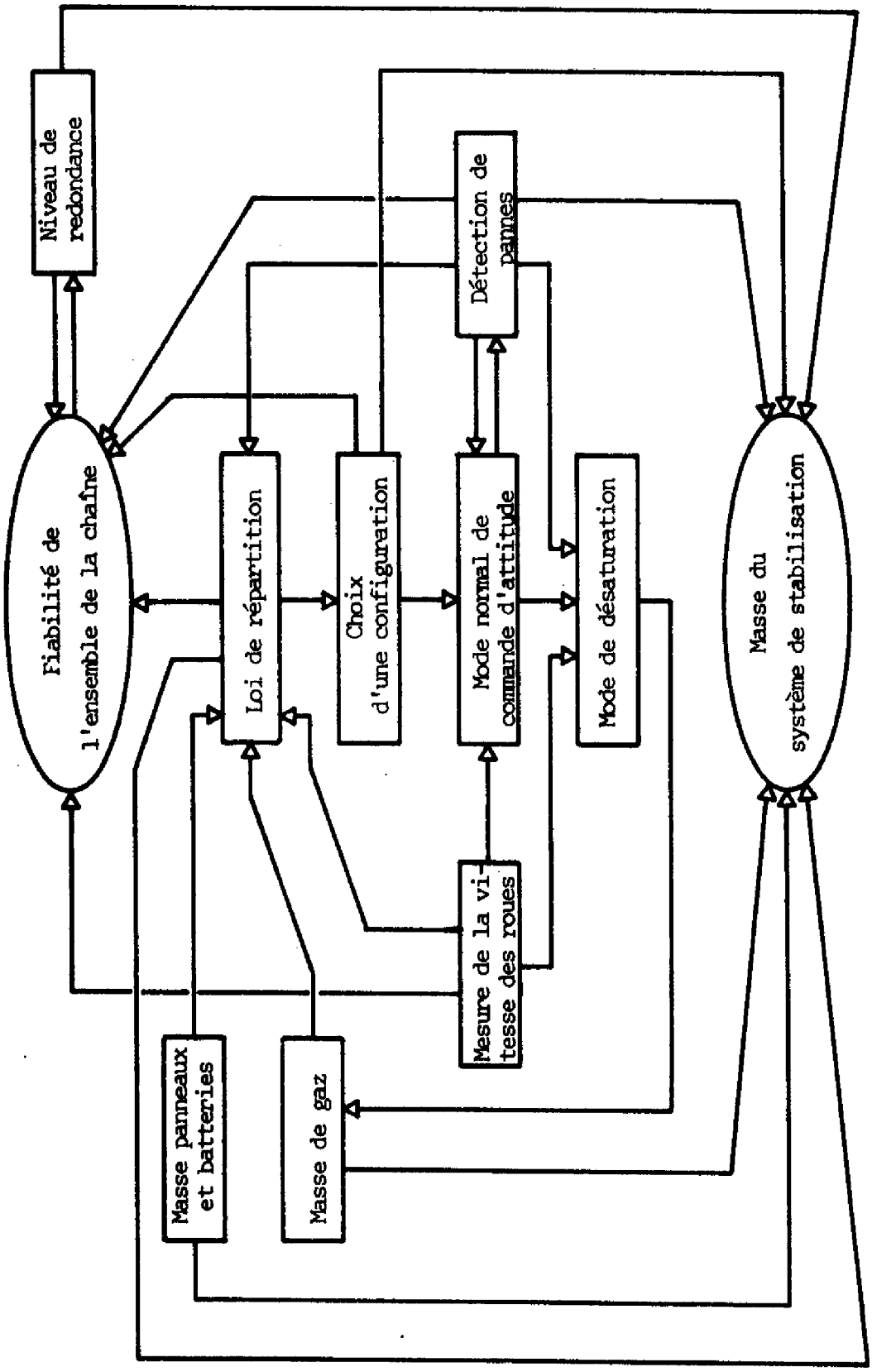
Le choix définitif d'une loi de répartition devra tenir compte de l'aspect système, un retour sur le choix d'une configuration intervenant au niveau de la désaturation des roues.

La détermination d'une configuration dépendra de la loi de répartition adoptée ; pour ce qui concerne le niveau de redondance on ne le prendra supérieur à 1 que si cela est justifié par une étude de fiabilité concernant l'ensemble de la chaîne de commande.

L'étude des lois de commande a permis de montrer que le système restait stable après panne d'une roue, celle-ci se traduisant essentiellement par une modification de l'amortissement et des dépointages et une augmentation de la fréquence de désaturation.

En conséquence, il est possible en cas de panne :

- de laisser le système fonctionner en mode dégradé,
- d'envisager une détection de panne et une commutation de la matrice de répartition, cette détection pouvant alors être effectuée sans contrainte en adoptant soit une solution embarquée, soit une solution moins performante au sol.


Niveau de redondance
Fiabilité de l'ensemble de la chaîne
Loi de répartition
Choix d'une configuration
Détection de pannes
Mode normal de commande d'attitude
Mode de désaturation
Masse du système de stabilisation
Mesure de la vitesse des roues
Masse panneaux et batteries
Masse de gaz

Nous avons montré également le grand intérêt des simulations numériques, tant pour la validation des solutions théoriques retenues que pour l'étude de phénomènes difficilement abordables à l'aide de l'outil théorique.

Ceci nous a permis d'observer le comportement réel du satellite sur plusieurs révolutions orbitales et en particulier de valider une logique de désaturation des roues.

L'étude de l'implantation des chaînes de commande sur l'automate ASMOCAS a montré l'apport amené pour la stabilisation de satellites par l'utilisation des techniques numériques et a mis en évidence la facilité d'utilisation d'une telle structure. Les techniques numériques permettent :

- d'obtenir une grande souplesse de la commande, les coefficients des filtres numériques pouvant être programmés a priori en fonction de variations déterministes de paramètres (inerties variables, couples perturbateurs internes),

- de traiter des solutions de pilotage difficilement envisageables avec les techniques classiques analogiques en raison du volume et de la complexité des traitements qu'elles impliquent : l'exemple en est fourni ici par le pilotage trois axes avec l'utilisation d'un senseur stellaire pour la détection du lacet.

La structure d'ASMOCAS accroît la souplesse de la commande en permettant :

- d'envisager pour tous les traitements le choix logiciel-matériel en fonction du rapport complexité/temps disponible pour l'exécution d'une tâche,

- de modifier les coefficients des filtres en vol par utilisation des dispositifs de télémesure-télécommande,

- de reprogrammer certains algorithmes en vol.

Par ailleurs, nous avons tenu à souligner dans cette étude l'importance du volume matériel nécessité par les opérateurs interfaces dans la version finale de l'automate. En effet, ce paramètre, trop souvent négligé, nous paraît être un élément de décision prépondérant pour le choix d'une structure ; l'évolution vers une intégration de plus en plus poussée pour ce qui concerne la partie traitement et mémorisation ne pourra qu'amplifier ce phénomène.

X X
X

Nous avons souligné dans notre introduction générale l'accroissement des performances demandées aux satellites de télécommunications des générations à venir, et le souci de rentabilisation des investissements correspondants.

Notre étude a montré que les problèmes qui en découlent pour le système de stabilisation sont particulièrement bien résolus par l'utilisation :

- de propulseurs électriques pour les corrections de poste,
- de roues à inertie en nombre redondant assurant un pilotage trois axes pour la commande d'attitude.

En effet :

- l'utilisation exclusive de roues à réaction permet d'avoir une masse totale d'actuateurs réduite,
- des dépointages maxima inférieurs à 0,05° ont pu être obtenus autour de chacun des axes,

- la sécurité de fonctionnement est accrue par l'utilisation de roues en nombre redondant et par le fait qu'une seule loi de commande peut être utilisée en dehors et pendant les corrections de poste ; par ailleurs, en cas de panne d'une roue, le pilotage est assuré en mode dégradé s'il y a défaillance, ou absence, d'un système de détection de panne.

Les problèmes liés à l'accroissement du volume des calculs nécessités par une telle solution peuvent alors être résolus par l'utilisation d'un calculateur numérique embarqué.

-:-:-:-:-:-:-:-:-

ANNEXES

A N N E X E 1

-:-

Modélisation des sous-ensembles du système de stabilisation

A1. 1 Le satellite

A1.1.1 Caractéristiques

Le satellite, dont la figure 1 donne une représentation schématique, comporte deux panneaux solaires de 5 mètres de longueur et 1,5 mètres de largeur, ainsi que deux antennes paraboliques, sa masse étant de 800 kg.

A1.1.2 Hypothèses

Les axes liés au satellite étant les axes principaux d'inertie, la matière d'inertie s'écrit :

$$I = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix}$$

avec $I_x = 5480\ m^2\ kg$

$I_y = 1840\ m^2\ kg$

$I_z = 5465\ m^2\ kg$

Remarquons que nous faisons une approximation en considérant la matrice d'inertie constante ; les panneaux solaires doivent être en permanence orientés vers le soleil et, de ce fait, tournent à la vitesse orbitale par rapport au corps central ; nous ne tiendrons pas compte de ce phénomène qui est à la fois lent et déterministe ; il est en effet possible d'asservir le gain à une telle variation d'inertie, cet asservissement étant facilité par l'utilisation d'un calculateur numérique.

Notons également que le satellite est supposé rigide ; il est bien évident que ceci est une hypothèse de travail pour cette étude de faisabilité ;dans une étude ultérieure, on devra s'assurer, au moins, que la fréquence du 1er mode souple en flexion des panneaux ne peut être excitée par le pilotage.

A1 .1.3 Modèle de représentation de la dynamique du satellite

Le repère lié au satellite, dans lequel on se place, a été donné par la figure 2 :

- l'origine est le centre de masse G du satellite,
- l'axe de roulis Gx a la direction et le sens du vecteur vitesse de translation du centre de masse,
- l'axe de lacet Gz passe par le centre de la terre et a pour sens la direction terre-satellite,

- l'axe de tangage Gy est tel que le trièdre est direct, et est donc orienté vers le nord.

Ce repère tourne à la vitesse Ω par rapport à un trièdre inertiel avec :

$$\Omega = \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\psi & \cos\varphi \sin\psi & 0 \\ -\sin\psi & \cos\varphi \cos\psi & 0 \\ 0 & -\sin\varphi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} + \omega_o \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \qquad (A1.1)$$

où ω_o est la pulsation orbitale : $\omega_o = 7{,}25\ 10^{-5}$ rd/s

φ, θ, ψ sont les angles d'Euler (figure 3)

H étant le vecteur moment cinétique de l'ensemble des volants dans le repère Gxyz, le moment cinétique de l'ensemble satellite-volants s'exprime dans un repère inertiel par :

$$H^* = I\Omega + H \qquad (A1.2)$$

Dans un tel repère, l'application du théorème du moment cinétique s'écrit :

$$\left(\frac{d\,H^*}{d\,t}\right)_i = C_p + C_t \qquad (A1.3)$$

où C_p et C_t représentent respectivement les couples perturbateurs et les couples fournis par les tuyères de désaturation.

En effectuant la dérivation dans le repère lié au satellite, on obtient :

$$\left(\frac{d\,H^*}{d\,t}\right)_s + \Omega . H^* = C_p + C_t$$

En explicitant cette relation à l'aide de (A1.2) on a :

$$\begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & r & p \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} \right] + \begin{pmatrix} \dot{H}_x \\ \dot{H}_y \\ \dot{H}_z \end{pmatrix} = C_p + C_t$$

(A1.5)

La dérivée du vecteur H est le vecteur des couples fournis par les volants ; le modèle de représentation s'écrit donc :

$$\begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & r & p \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{pmatrix} \left[\begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p \\ q \\ r \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{pmatrix} \right] = \begin{pmatrix} C_{cx} \\ C_{cy} \\ C_{cz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{px} \\ C_{py} \\ C_{pz} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_{tx} \\ C_{ty} \\ C_{tz} \end{pmatrix}$$

(A1.6)

C_c étant le vecteur des couples de commande.

A1.1.4 Modèle d'action en pilotage deux axes

L'hypothèse des petits angles permet de linéariser le modèle de représentation ; on obtient alors :

$$I_x \ddot{\varphi} + H_y(\omega_o \varphi - \dot{\psi}) + \omega_o^2 \varphi (I_y - I_z) + \omega_o \dot{\psi}(I_x - I_y + I_z) + H_z(\dot{\theta} + \omega_o) = C_{cx} + C_{px} + C_{tx}$$

$$I_y \ddot{\theta} + H_x(\dot{\psi} - \omega_o \varphi) - H_z(\dot{\varphi} + \omega_o \psi) \qquad C_{cy} + C_{py} + C_{ty}$$

$$I_z \ddot{\psi} + H_y(\omega_o \psi + \dot{\varphi}) + \omega_o^2 (I_y - I_x) - \omega_o \dot{\varphi}(I_x - I_y + I_z) - H_x(\dot{\theta} + \omega_o) = C_{cz} + C_{pz} + C_{tz}$$

(A1.7)

En faisant l'approximation $H_x = H_z = 0$ et $H_y = H$, on obtient le modèle d'action suivant :

$$I \ddot{X} + H_1 \dot{X} + \omega_o H_2 X = C_c + C_p + C_t \qquad \text{(A1.8)}$$

où

- X représente le vecteur des dépointages $X^T = (\varphi, \theta, \psi)$
- $H_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -H \\ 0 & 0 & 0 \\ H & 0 & 0 \end{pmatrix}$ et $H_2 = \begin{pmatrix} H & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & H \end{pmatrix}$

A1.1.5 Modèle d'action en pilotage trois axes

Avec l'approximation supplémentaire $H_y = 0$, on a :

$$I \ddot{X} = C_c + C_p + C_t \qquad \text{(A1.9)}$$

A1.2 Les senseurs

A1.2.1 Senseur terrestre infra-rouge (13)

Ce type de senseur donne, sous forme analogique, les dépointages autour des axes de roulis et de tangage. Il emploie quatre détecteurs thermovoltaïques analysant l'image infra-rouge de l'horizon dans le plan focal d'un système optique. Les détecteurs sont placés comme le montre la figure A1.1, les dépointages étant déduits de l'analyse différentielle des signaux S_1, S_2, S_3 et S_4.

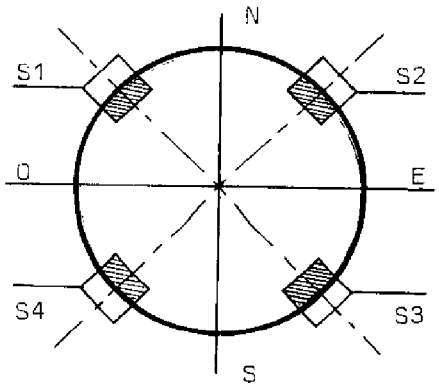


Figure A1.1

L'information donnée en sortie est linéaire entre - 1,5° et + 1,5° avec une pente de 1 volt par degré ; la constante de temps est de l'ordre de 50 à 100 ms.

Cette constante de temps étant hors de la bande passante de pilotage, nous avons considéré que le senseur se comportait comme un gain unité.

A1.2.2 Senseur stellaire [13]

Ce senseur permet d'obtenir le dépointage en lacet à partir de l'évaluation de l'angle que forme son axe optique aligné sur l'axe de tangage et la direction de l'étoile polaire.

Un dispositif optique focalise l'énergie lumineuse provenant de l'étoile sur la photocathode d'un détecteur ; celui-ci convertit l'image optique en image électronique. Cette dernière est défléchie de façon circulaire par un dispositif magnétique et est interceptée par un réticule électronique divisé en quatre quadrants (figure A1.2). Chacun des quadrants est relié à un photomultiplicateur. On obtient sur les sorties 1 à 4 les signaux α_1 à α_4 respectivement (figures A1.3 et A1.4) dont la durée dépend de la position du point Ω par rapport au point O, donc de l'angle formé entre l'axe optique et la direction de l'étoile polaire.

Le dépointage est alors déterminé en résolvant l'équation suivante :

$$-\frac{b\,\psi^2}{2} + a\,\psi(\sin\omega_o t + \theta\cos\omega_o t) - a\varphi(\cos\omega_o t - \theta\sin\omega_o t) + b\left(1-\frac{\varphi^2}{2}\right) = \left\{1 + \frac{R^2}{\overline{OA}^2}\left[\cos^2\frac{\alpha_2+\alpha_3}{2} + \cos^2\frac{\alpha_3+\alpha_4}{2}\right]\right\}^{-1/2} \qquad (A1.10)$$

où :

- φ et θ sont donnés par le senseur terrestre,
- t est le temps,
- ω_o est la pulsation orbitale,
- R est le rayon du cercle formé par l'image sur le réticule (cf. fig.A1.2),
- OA est la distance du système optique à la photocathode (cf. fig.A1.2)
- $a = \sin\varepsilon_p$ ‖ avec ε_p = 56° = écart angulaire entre la direction Nord
- $b = \cos\varepsilon_p$ ‖ et la direction de l'étoile polaire .

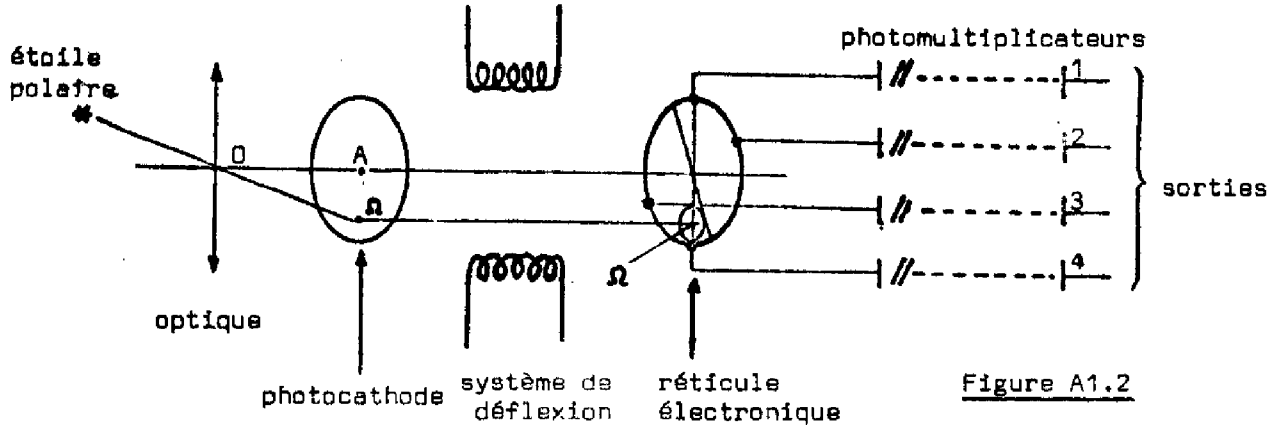


Figure A1.2

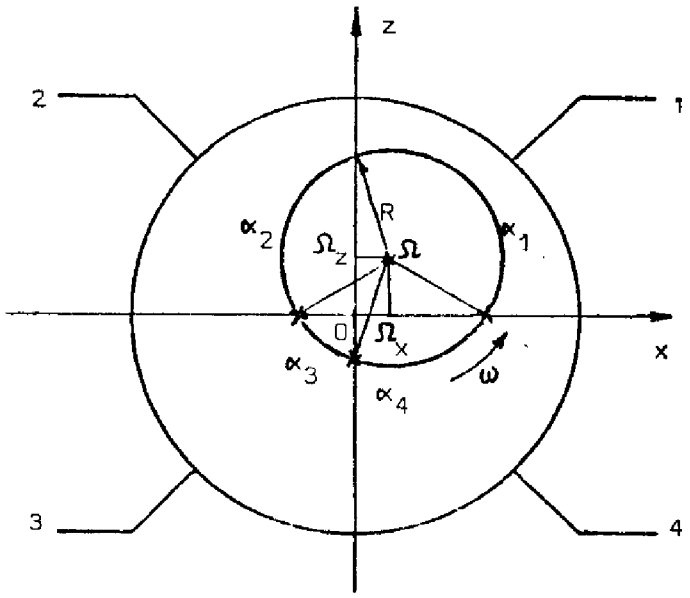


Figure A1.3

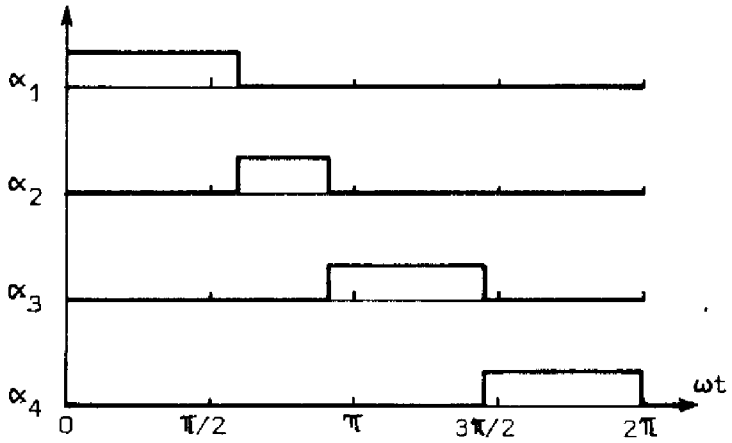


Figure A1.4

L'ambiguïté sur le signe de la solution est levée à partir de la solution approchée au premier ordre :

$$\Psi = a \sin \omega_0 t - \gamma_x - \gamma_z \theta \qquad \text{(A1.11)}$$

avec : $\gamma_x = \frac{R}{OA} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha_2+\alpha_3}{2}\right)$

$\gamma_z = \frac{R}{OA} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha_2+\alpha_4}{2}\right)$

Ce senseur a une précision de 20 à 30 secondes d'arc. La fréquence du balayage est de 100 Hz ; nous avons donc négligé la constante de temps et considéré que ce senseur se comportait comme un gain unité. Nous avons également négligé le temps de calcul de traitement des équations (A1.10) et (A1.11). On montre au chapitre III (figure III.14) qu'il est de

l'ordre de 13 ms.

A1.3 Les actuateurs (13)

A1.3.1 Roue à réaction

Le modèle de représentation d'une telle roue est le suivant :

$$C_e = J \frac{d\omega}{dt} = AU - B\omega - C\omega^3 \qquad (A1.12)$$

où

. U est la tension de commande,

. C_e est le couple effectivement fourni par la roue,

. J est le moment d'inertie de la roue,

. ω est sa vitesse angulaire,

. A, B, C, sont des constantes.

Dans le cas de roues commandées par un moteur à courant continu, on peut négliger le terme $C\omega^3$, C étant faible.

En notant $C_d = A\,U$, le couple que l'on désire obtenir, la fonction de transfert d'une roue à réaction s'écrit :

$$r_o = \frac{C_e}{C_d} = \frac{\tau p}{1+\tau p} \quad \text{avec } \tau = J/B \qquad (A1.13)$$

Les valeurs numériques prises en compte sont $J = 2\ 10^{-2}\ m^2\ kg$

$B = 3{,}4\ 10^{-4}$ Nms/rd

d'où $\tau = 62{,}5$ s

A1.3.2 Roue à moment cinétique polarisé

Le modèle mathématique d'une telle roue s'écrit également :

$$C_e = J \frac{d\omega}{dt} = C_d - B\omega \qquad (A1.14)$$

mais avec : $\omega = \omega_p + \Delta\omega$

ω_p étant la vitesse de polarisation de la roue.

Valeurs numériques :

$J = 9{,}55\ 10^{-2} m^2$ kg

$B = 3{,}2\ 10^{-4}$ Nms/rd

d'où $\tau = 298{,}4$ s

A1.3.3 Tuyères de désaturation

Ces tuyères peuvent être des jets de gaz, des propulseurs à hydrazine ou des propulseurs électriques.

Les propulseurs à hydrazine fournissent une poussée de l'ordre du Newton ; cette valeur élevée nécessite l'utilisation d'un modulateur de poussée réduisant l'intégrale de la poussée fournie.

Les jets de gaz fournissent des couples de l'ordre de 0,05 Nms, l'emploi d'un modulateur de poussée n'étant alors pas indispensable.

Les propulseurs électriques ont des niveaux de poussée de l'ordre de 5 Nms ; leur emploi est envisageable lorsqu'ils sont utilisés pour d'autres tâches (correction de poste) afin de ne pas se pénaliser en masse.

Nous avons adopté pour cette étude des jets de gaz fournissant, autour des axes considérés, des couples de 0,04 Nm, la commande étant faite en tout ou rien.

A1.4 Les couples perturbateurs (28-3)

A1.4.1 Les couples perturbateurs externes

Dans le cas d'un satellite géostationnaire, trois sources de perturbations externes sont à prendre en compte :

- la pression de radiation solaire,
- le gradient de gravité,
- le moment magnétique de la terre.

Nous ne tiendrons pas compte ici des deux dernières sources de perturbations :

- les couples perturbateurs dus au gradient de gravité restent en général faibles (de l'ordre du micro-Newton),
- les couples perturbateurs dus au moment magnétique de la terre sont faibles pour un satellite géostationnaire.

L'action du rayonnement solaire sur un satellite provient du rayonnement infra-rouge terrestre. Cette action est ici non négligeable, compte tenu en particulier de la taille des panneaux solaires et des antennes.

En prenant les hypothèses suivantes :

- centre de gravité du satellite confondu avec le centre géométrique du corps central,
- centre de gravité de l'ensemble des deux panneaux distant de 5 cm du centre de gravité du satellite,

on obtient (14) comme modèles de représentation des couples perturbateurs en roulis, tangage et lacet, respectivement, en Newton mètres :

$$C_{px} = 10^{-6} (-5,77 + 5,01 \cos \omega_o t)$$
$$C_{py} = 10^{-6} (17,05 \cos \omega_o t + 4,2 \sin \omega_o t + 1,02 \sin 2 \omega_o t)$$
$$C_{pz} = 10^{-6} (0,56 + 4,2 \sin \omega_o t)$$

(A1.15)

A1.4.2 Les couples perturbateurs internes

Ces couples sont essentiellement dus au mésalignement des propulseurs utilisés pour les corrections de poste Nord-Sud et Est-Ouest.

A1.4.2.1 Correction Nord-Sud

Le potentiel de gravitation du soleil et celui de la lune agissent sur le mouvement du centre de masse du satellite et provoquent une rotation Δi de l'orbite. Les corrections nécessaires consistent à annuler la composante ΔV_0 de la vitesse du satellite, perpendiculaire au plan de l'orbite, composante liée à la rotation de ce plan.

On peut adopter pour effectuer ces corrections, des propulseurs à hydrazine ou des propulseurs électriques :

- avec des propulseurs à hydrazine d'un niveau de poussée de 2 N et disposés comme indiqué sur la figure A1.5, on peut estimer à 25 secondes par orbite le temps de poussée. Un mésalignement de 0,5° des propulseurs provoque alors pendant ce temps des couples perturbateurs autour des axes de roulis et de lacet dont la valeur maximale est de 0,05 Nm.

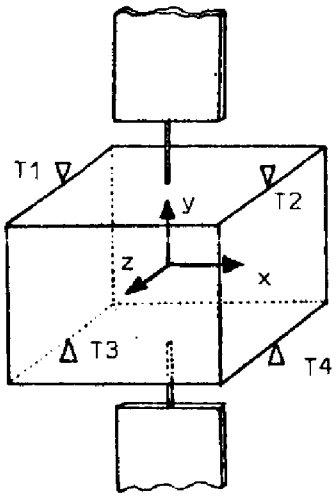


Figure A1.5

- avec des propulseurs électriques d'un niveau de poussée de 4 m N, dans les mêmes conditions, les couples perturbateurs maximum sont de $5\ 10^{-5}$ Nm, le temps de poussée étant de 7 heures par orbite.

A1.4.2.2 Correction Est-Ouest

La non-homogénéité du potentiel terrestre provoque une dérive en longitude, la correction pouvant être effectuée à l'aide de propulseurs à hydrazine ou électriques :

- avec des propulseurs à hydrazine, la correction dure 18 secondes toutes les 10 orbites ; un mésalignement de 0,5° des tuyères provoque autour des axes de tangage et de lacet des couples perturbateurs inférieurs à 0,03 Nm,

- avec des propulseurs électriques de 0,25 Nm, les couples perturbateurs ont une valeur maximum estimée à $3,5\ 10^{-6}$ Nm, le temps de poussée étant de 4 heure par orbite.

A N N E X E 2

-:-

SATEL. Programme numérique de simulation du satellite

Compte tenu de l'adoption d'une loi de commande en cascade, il nous à été possible de réaliser un programme numérique de simulation sous forme modulaire (programme SATEL opérationnel sur calculateur IBM 365.168 et comportant environ un millier d'instructions FORTRAN). La figure A2.1 en donne le bloc-diagramme général, chaque bloc correspondant à un sous-programme; il est donc possible de modifier la commande ou une fonction de transfert simplement par modification du sous-programme correspondant.

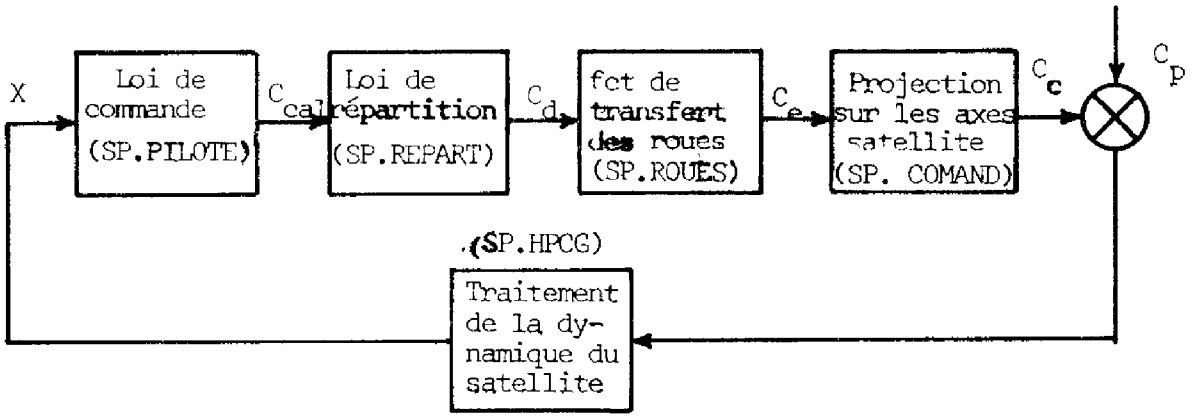


Figure A2.1

Ce programme simule deux sortes de phénomènes physiques :

- ceux qui évoluent continuement dans le temps et qui sont traités avec un pas de calcul Δt,
- ceux qui sont contrôlés par le calculateur de bord à la période d'échantillonnage T, grande devant Δt ; ceci concerne la loi de commande.

La simulation s'effectue donc comme indiqué sur la figure A2.2 :

- aux instants nT, le calculateur prend en compte les dépointages en sortie de HPCG et effectue la commande (trajet-·-·-·),
- entre les instants nT et (n+1)T, le calculateur simule l'évolution de la dynamique des roues et du satellite (trajet...).

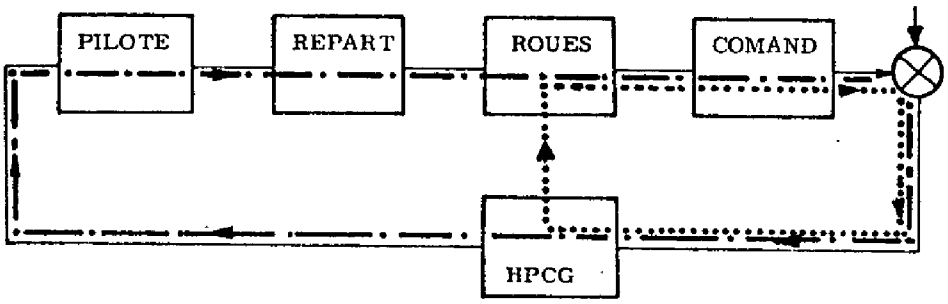


Figure A2.2

Cette simulation est effectuée à partir du modèle de représentation (A1.6) (cf annexe 1). Le système d'équations différentielles est mis sous la forme :

$$\dot{Y} = A \qquad \text{avec} \qquad \dot{Y} = \begin{pmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \ddot{\varphi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{pmatrix}$$

l'intégration étant faite par la méthode de Hamming à pas variables, le pas de base étant Δt; cette méthode est traitée par le sous-programme HPCG (sous-programme faisant du "Scientific Subroutine-Package 360 IBM") qui fait lui-même appel à des sous- programmes :

- FCT pour effectuer le calcul de $\dot{Y}$,
- OUTP qui permet de sortie les résultats sur listing ou cartes perforées.

L'organigramme général du programme est donné par la figure A2.3.

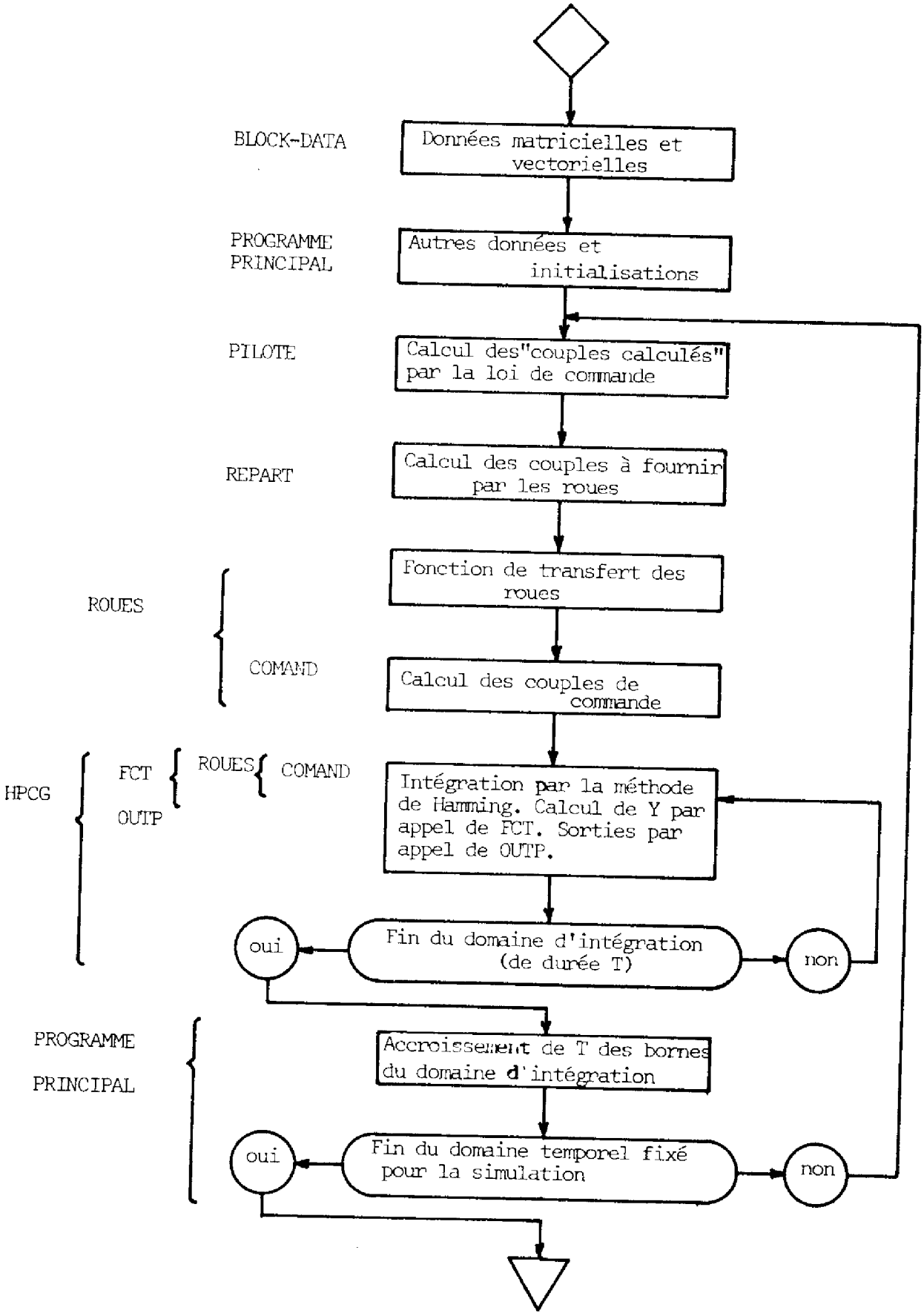

BLOCK-DATA
Données matricielles et vectorielles
PROGRAMME PRINCIPAL
Autres données et initialisations
PILOTE
Calcul des"couples calculés" par la loi de commande
REPART
Calcul des couples à fournir par les roues
ROUES
Fonction de transfert des roues
COMAND
Calcul des couples de commande
HPCG
FCT
ROUES
COMAND
OUTP
Intégration par la méthode de Hamming. Calcul de Y par appel de FCT. Sorties par appel de OUTP.
oui
Fin du domaine d'intégration (de durée T)
non
PROGRAMME PRINCIPAL
Accroissement de T des bornes du domaine d'intégration
oui
Fin du domaine temporel fixé pour la simulation
non

Figure A2.3

BIBLIOGRAPHIE

(1) A. COSTES
Contribution à l'analyse et à la conception des systèmes de stabilisation de satellites par propulsion ionique.
Thèse d'Etat, n° 469, Université Paul Sabatier, Toulouse 12 janvier 1972.

(2) JC. LAPRIE
Contribution à la stabilisation de satellites par propulsion ionique. Conception et réalisation de l'organe logique de commande de maintien en attitude.
Thèse de Docteur-Ingénieur, n° 270, Université Paul Sabatier, Toulouse 27 janvier 1971.

(3) M. CHIROUZE
Les propulseurs électriques. Synthèse des caractéristiques fonctionnelles et opérationnelles. Stabilisation de satellites géosynchrones.
Thèse de Docteur-Ingénieur, n° 418, Université Paul Sabatier, Toulouse.

(4) A. COSTES, JC. LAPRIE, M. CHIROUZE
Systèmes de commande d'attitude de satellites géostationnaires utilisant la propulsion ionique.
Journées d'Etudes sur la Propulsion Ionique. Application à la Stabilisation de Satellites.
Toulouse 25-26 juin 1970.

(5) P.LUQUET, A. COSTES
Orbit corrections and attitude control systems for telecommunication satellites. Development of ion propulsion in France.
IV th I.F.A.C. Symposium on Automatic Control in Space.Dubrovnik.
September 6-10 1971.Survey Paper.

(6) M. REYNIER, C. LANDRAULT
Principe de fonctionnement et caractéristiques des systèmes de propulsion électrique. Application à la stabilisation des satellites.
L'Aéronautique et l'Astronautique n° 37 et 38.1972.

(7) A. COSTES, JC.LAPRIE, M. CHIROUZE, C. LANDRAULT
Contribution à l'analyse et à la conception des systèmes de stabilisation de satellites par propulsion ionique.
Journées d'Etudes sur la Propulsion Electrique dans ses Applications Spatiales.
Toulouse 21-23 juin 1972.

(8) J. LAGASSE, A. COSTES, JC. LAPRIE, M. CHIROUZE
Electric thrusters in telecommunication satellite stabilization systems : impacts of the choice of a thruster.
AIAA Paper n° 73-1087.

(9) M. CHIROUZE, A. COSTES, JC. LAPRIE
Utilisation de la micropropulsion ionique pour les corrections de position des satellites géostationnaires.
XXI ième Congrès International d'Astronautique.
Constance 4-10 octobre 1970.

(10) A. COSTES, C. LANDRAULT, JC. LAPRIE, M. REYNIER
Synthèse des possibilités offertes par les systèmes de propulsion électrique.
Note Interne L.A.A.S. 72.I.10. juin 1972.
Fascicule II du Rapport Final du contrat CNES.
MATRA. L.A.A.S. n° 592 (phase I).

(11) A. COSTES, A.DE CLAVIERE, M. CHIROUZE, A. DUPUIS
System study for the use of electric propulsion to telecommunication satellite station keeping.
ESTEC Contract n° 1652/72 JS. Final report.

(12) K. FOLGATE, T. OHTAKE
Three axis control of geostationary satellites.
Tenth International Symposium of Space Technology and Science. Tokyo Japon, september 1973.

(13) H. MARIVIN, R. HAVAS, JC. LAPRIE, M. REYNIER
Study of attitude control and stabilization systems employing multiple fixed wheels.
Final report of the contract resulting from the invitation to tender ESTEC/AO.422. June 1974.

(14) M. REYNIER, JC. LAPRIE, G. BOUYSSOU
Analytical study and simulation of stabilization systems employing multiple fixed wheels.
Publication L.A.A.S. n° 1050. Juillet 1973.

(15) M. REYNIER, JC. LAPRIE
ASMOCAS' integration in a stabilization system using several fixed wheels.
Note technique TNPE. L.A.A.S. 73.T.37. Novembre 1973.

(16) A. ALABAU MUNOZ
Contribution à la conception d'organes numériques de traitement de l'information. Projet ASMODEE.
Thèse de Docteur-Ingénieur n° 371. Université Paul Sabatier.
Toulouse 22 décembre 1972.

(17) A. COSTES, JC. LAPRIE, M. BRIOT, A. ALABAU MUNOZ
Contribution à la conception d'organes numériques de commande : Projet ASMODEE
Journée d'Etudes de l'AFCET "Automatismes logiques industriels : conception et réalisation". Paris 10 décembre 1971.

(18) A. COSTES, JC. LAPRIE
Contribution to the design of specialisable processors.
The ASMODEE project.
COMPCON 73. San Francisco. February 28, March 2, 1973.

(19) JC. LAPRIE, A. COSTES, C. LANDRAULT, AL. BOGADO
Projet ASMODEE.
Journées d'Etudes sur les Calculateurs Numériques Embarqués et leurs Applications. Toulouse 10-12 juin 1974.

(20) Société des Engins MATRA. L.A.A.S. du C.N.R.S.
Etude de l'électronique de contrôle d'attitude ASMOCAS.
Marché CNES 72/0592, lots 3 et 4. Rapport final.

(21) PR. DAHL
A twin wheel momentum bias reaction jet spacecraft control system.
AIAA Guidance, Control and Flight Mechanics Conference. Hempstead. New York. August 16.18, 1971.

(22) JA. CUMMINGS , AK. GOODFELLOW, RF. VAUGHAN
Skewed versus orthogonal reaction wheels for outer planet exploration.
AAS Conference on the Outer Solar System. Seattle. Washington
June 28-30 1971.

(23) H. LAZENNEC
Pilotage des missiles et des véhicules spatiaux.
Dunod. Paris 1966.

(24) GF. AUCLAIR
Advanced reaction wheel controller for spacecraft attitude control.
AIAA Paper n° 69 855.

(25) L. PUN
Introduction à la pratique de l'optimisation.
Dunod. Paris. 1972.

(26) Y. SEVELY
Systèmes et asservissements linéaires échantillonnés.
Dunod Université. 1973.

(27) G. BOUYSSOU
Bibliothèque des programmes et des sous-programmes du L.A.A.S.
Septembre 1973. Septembre 1974.
A paraître.

(28) A. COSTES
Systèmes de correction d'orbite et de commande d'attitude de satellites synchrones.
Stage d'information sur les sciences et les techniques spatiales.
Toulouse 2-9 septembre 1971. Publication L.A.A.S n° 829.

(29) JC. LAPRIE, A. COSTES, A. ESCOURROU
Digital stabilization system for telecommunication satellite : ASMOCAS project.
VI I.F.A.C. Symposium Control in Space.
Tsakhkadzor. Arménie 26-31 août 1974.

(30) Société des Engins MATRA. L.A.A.S. du C.N.R.S. Marché CNES 72/0592.
Rapport intermédiaire. Lot 3.

(31) Société des Engins MATRA.
Etude sur le contrôle d'attitude des satellites géostationnaires utilisant des roues à inertie sur cardans et une électronique digitale spécialisée embarquée.
Marché CNES 73/0704.

(32) B. OLIVE
Conception et réalisation d'un opérateur sinus-cosinus adapté à la structure de l'automate ASMODEE.
L.A.A.S. Rapport de stage. Décembre 1971.

(33) M. SOUNY, JC. LAPRIE
Conception et réalisation d'un opérateur multiplication division pour le miniprocesseur ASMODEE.
Note technique L.A.A.S. TNPE 73 I 07. Janvier 1973.

(34) Analog dialogue
Volume 6. n° 3.

(35) B. MILLER
A hardware fast Fourier transform signal analyzer.
Submitted for the degree of Doctor of Philosophy. November 1969.

(36) A. RALSTON. HS. WILF
Méthodes mathématiques pour calculateurs numériques.
Dunod.

(37) IBM System/360. Fortran IV library. Mathematical and Service Subprograms.
Number 36 OS. LM. 501.

(38) B. CARNAHAN . HA. LUTHER, JO. WILKES
Applied numerical methods.
John Wiley and Sons, Inc.

(39) Handbook of mathematical functions.
US. Department of Commerce. National Bureau of Standards.
Edited by Milton Abramowitz and Irene A.Stegun.

(40) JC. BOILEVIN, M. BRUNET, JC. LAPRIE
Régulation numérique pour turbomachine à turbine libre.
Contrat DRME. MICROTURBO. L.A.A.S. Lot n°3.

(41) JC. LAPRIE, M. REYNIER
Système numérique de stabilisation de satellites.
Journées d'Etudes sur les Calculateurs Numériques Embarqués et leurs Applications. Toulouse 10-12 juin 1974.

(42) M. REYNIER
Stabilization of a geostationary satellite by means of redundant inertia wheel configurations.
XXV th International Astronautical Congress. Amsterdam 30 September. 5 October 1974.

TABLE

DES MATIERES

INTRODUCTION

Le satellite et les équipements destinés à la commande d'attitude 2
Systèmes de commande d'attitude 5
Structure de la commande 8

CHAPITRE I : Choix de configurations de roues à inertie

Introduction 11

I.1. Etude des lois de répartition des couples 12

I.1.1. Présentation du problème 12
I.1.1.1. Introduction 12
I.1.1.2. Caractéristiques d'une loi de répartition 14
I.1.1.3. Contraintes imposées par une loi de répartition 14
I.1.1.4. Critères de choix d'une loi de répartition 15

I.1.2. Expression sous forme matricielle d'une loi de répartition 15
I.1.2.1. Minimisation de la norme des couples fournis 16
I.1.2.2. Minimisation du couple et de la vitesse 17

I.1.3. Expression sous forme de relations linéaires de la loi de répartition 17

I.1.4. Expression sous forme de relations non linéaires de la loi de répartition 19

I.1.5. Conclusion 19

I.2. Etude des configurations de roues 21

I.2.1. Introduction 21

I.2.2. Caractéristiques des actuateurs 23

I.2.3. Configurations en pilotage deux axes 26
I.2.3.1. Définition des configurations 26
I.2.3.2. Masse 28
I.2.3.2.1. Configuration à 4 roues 28
I.2.3.2.2. Configuration à 3 roues dont une roue à réaction 28
I.2.3.2.3. Configuration à 3 roues à moment cinétique polarisé 31
I.2.3.2.4. Bilan de masse 32
I.2.3.3. Fiabilité 33
I.2.3.3.1. Configuration à 4 roues 35
I.2.3.3.2. Configuration à 3 roues dont une à réaction 35
I.2.3.3.3. Configuration à 3 roues à moment cinétique polarisé 35
I.2.3.3.4. Bilan de fiabilité 35
I.2.3.4. Conclusion : choix d'une configuration 36

I.2.4. Configurations en pilotage trois axes 36
I.2.4.1. Définition des configurations 36
I.2.4.2. Masse 39
I.2.4.2.1. Configuration à 6 roues 39
I.2.4.2.2. Configuration à 5 roues 39
I.2.4.2.3. Configuration à 4 roues 41
I.2.4.2.4. Bilan de masse 53

I.2.4.3. Fiabilité 53
I.2.4.3.1. Configuration à 6 roues 53
I.2.4.3.2. Configuration à 5 roues 54
I.2.4.3.3. Configuration à 4 roues 54
I.2.4.3.4. Bilan de fiabilité 54
I.2.4.4. Conclusion : choix d'une configuration 55

Conclusion 56

CHAPITRE II : Lois de commande

Introduction 59

II.1. Modélisation 60

II.1.1. Introduction 60

II.1.2. Modèles 61
II.1.2.1. Le satellite 61
II.1.2.2. Les senseurs 62
II.1.2.3. Les actuateurs 63
II.1.2.3.1. Roues à inertie 63
II.1.2.3.2. Tuyères de désaturation 63
II.1.2.4. Les couples perturbateurs 63
II.1.2.4.1. Couples perturbateurs externes 63
II.1.2.4.2. Couples perturbateurs internes 64
II.1.2.5. L'organe de commande 64

II.2. Pilotage trois axes 64

II.2.1. Etude théorique du mode normal de commande d'attitude lorsque toutes les roues fonctionnent 65
II.2.1.1. Choix préliminaire 65
II.2.1.2. Définition d'une structure de loi de commande 66
II.2.1.3. Mise au point de la loi de commande 72
II.2.2. Etude théorique du mode normal de commande d'attitude lorsqu'une roue est en panne 74
II.2.2.1. Comportement de la loi de commande en cas de panne 74
II.2.2.2. Détermination de nouveaux réglages pour la loi de commande 78
II.2.3. Simulation à l'aide du modèle de représentation du satellite 81
II.2.4. Mode de désaturation des roues à inertie 96

II.3. Pilotage deux axes 99

II.3.1. Choix du modèle d'action 99

II.3.2. Etude du mode normal de commande d'attitude lorsque toutes les roues fonctionnent 100
II.3.2.1. Détermination de la transformée en z des dépointages 100
II.3.2.2. Commande en tangage 104
II.3.2.3. Commande dans le plan roulis-lacet 106
II.3.2.4. Simulations 108

II.3.3. Mise au point de la commande à l'aide du programme de simulation en présence de panne 109

II.3.3.1. Commande en tangage 110
II.3.3.2. Commande dans le plan roulis-lacet 111

II.3.4. Simulation à l'aide du modèle de représentation du satellite 116
II.3.4.1. Simulation 116
II.3.4.2. Modifications de la commande 117
II.3.4.3. Conclusion 118

Conclusion 120

CHAPITRE III : Mise en oeuvre des lois de commande sur l'automate ASMOCAS

Introduction 121

III.1. Caractéristiques de l'automate ASMOCAS 123

III.1.1. Aspect fonctionnel 123

III.1.2. Aspect sécurité de fonctionnement et fiabilité 124

III.1.3. Principales caractéristiques de la version étudiée par le satellite OTS 127

III.2. Interfaces et fonctions de traitement propres à cette étude 129

III.2.1. Interfaces d'acquisition 129
III.2.1.1. Données sous forme de tensions analogiques 129
III.2.1.2. Données sous forme de créneaux ou d'impulsions 131

III.2.2. Interfaces de sortie 134
III.2.2.1. Interfaces roues 134
III.2.2.2. Interfaces tuyères 134

III.2.3. Fonctions de traitement 136
III.2.3.1. Choix matériel-logiciel 136
III.2.3.2. Réalisation des fonctions 137
III.2.3.2.1. Filtre numérique D (z) 137
III.2.3.2.2. Division 140
III.2.3.2.3. Fonctions trigonométriques 140
III.2.3.2.4. Racine carrée 140

III.3. Version de l'automate adoptée 141

III.3.1. Organisation du logiciel 141

III.3.2. Bilan du logiciel 142

III.3.3. Bilan du matériel 142

CONCLUSION 145

ANNEXE 1 : Modélisation des sous-ensembles du système de stabilisation 151

A1.1. Le satellite 151

A1.1.1. Caractéristiques 151

A1.1.2. Hypothèses 151

A1.1.3. Modèle de représentation de la dynamique du satellite 151

A1.1.4. Modèle d'action en pilotage deux axes 152

A1.1.5. Modèle d'action en pilotage trois axes 153

A1.2. Les senseurs 153

A1.2.1. Senseur terrestre infra-rouge 153

A1.2.2. Senseur stellaire 154

A1.3. Les actuateurs 156

A1.3.1. Roue à réaction 156

A1.3.2. Roue à moment cinétique polarisé 156

A1.3.3. Tuyères de désaturation 156

A1.4. Les couples perturbateurs 157

A1.4.1. Les couples perturbateurs externes 157

A1.4.2. Les couples perturbateurs internes 157
A1.4.2.1. Correction Nord-Sud 158
A1.4.2.2. Correction Est-Ouest 158

ANNEXE 2 : SATEL : Programme numérique de simulation du satellite 159

BIBLIOGRAPHIE