



HAL
open science

Modélisation et commande sous optimale d'un four d'industrie céramique

Marios Kassinopoulos

► **To cite this version:**

Marios Kassinopoulos. Modélisation et commande sous optimale d'un four d'industrie céramique. Automatique / Robotique. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 1980. Français. NNT: . tel-00178834

HAL Id: tel-00178834

<https://theses.hal.science/tel-00178834>

Submitted on 12 Oct 2007

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée

DEVANT L'UNIVERSITÉ PAUL SABATIER DE TOULOUSE (Sciences)

pour l'obtention

du Grade de DOCTEUR de 3^e CYCLE

E.E.A. : Automatique

par

Marios KASSINOPOULOS

Maitre ès Sciences

MODELISATION ET COMMANDE SOUS OPTIMALE D'UN FOUR D'INDUSTRIE CERAMIQUE

Soutenue le 30 Juin 1980, devant la Commission d'Examen :

MM. Y. SEVELY

Président

M. AMOUROUX

J.P. BABARY

D. BERNAT

C. LAGUERIE

W. PELCZEWSKI

Examineurs

A la memoire de ma mère
A mon frère

«^{CMH} λέχνη μαυρά ὁ δὲ βίος βραχὺς»²¹

(Hippocrate)

AVANT-PROPOS

Ce travail a été effectué au Laboratoire d'Automatique et d'Analyses des Systèmes (L.A.A.S.) du Centre National de la Recherche Scientifique (C.N.R.S.). Nous remercions Monsieur le professeur G. GRATELOUP pour la confiance qu'il nous a accordée en nous accueillant dans son laboratoire.

Nous tenons à remercier également :

- Monsieur le Professeur Y. SEVELY de l'Université Paul Sabatier pour ses remarques précieuses à propos du manuscrit et pour l'honneur qu'il nous a fait en acceptant de présider notre jury de thèse,
- Monsieur M. AMOUROUX, Maître assistant à l'Université Paul Sabatier pour toutes les discussions toujours positives et fort précieuses que nous avons eues. Ses conseils ont très souvent permis de résoudre de nombreux problèmes et ont été fructueux dans l'avancement de notre étude. Nous lui exprimons notre reconnaissance et notre satisfaction de l'avoir parmi les membres du jury,
- Monsieur J.P. BABARY, Maître de Recherche au C.N.R.S. et responsable de l'équipe C.N.P.1. pour l'accueil qu'il nous a réservé au sein de son équipe. Nous lui adressons nos sincères remerciements pour l'accomplissement de notre travail pour ses nombreuses qualités tant professionnelles qu'humaines et pour son soutien continu. Ses suggestions et ses conseils ont grandement contribué à la réalisation de l'étude entreprise et à la rédaction de ce manuscrit. Nous lui exprimons également toute notre reconnaissance pour l'attention particulière et la sympathie qu'il a toujours manifesté envers nous,
- Monsieur BERNAT D. Directeur des Etablissements BERNAT-SAULIERE

de CASTRES, pour toute l'aide et l'expérience qu'il nous a apportée durant l'avancement de l'étude. Sa participation à notre jury de thèse malgré ses nombreuses occupations nous fait un grand honneur et plaisir,

- Monsieur C. LAGUERIE, Professeur à l'Institut de Génie Chimique (I.G.C.) qui nous a tant aidé aux moments difficiles du démarrage de notre travail. Nous le remercions également de bien vouloir accepter d'être membre de la commission d'examen de cette thèse,
- Monsieur W. PELCZEWSKI, Professeur et Directeur de l'Institut d'Automatique à l'école polytechnique de LODZ (Pologne), dont les suggestions constructives, en particulier durant les séminaires, et les commentaires concernant le manuscrit ont été bien appréciables. Sa connaissance et sa présence avec nous durant la dernière année de notre travail nous a beaucoup apporté.

Nos remerciements vont aussi à :

- Monsieur BARRETEAU, Assistant de l'I.G.C. dont la collaboration et les conseils concernant la modélisation ont été très fructueux.
- Monsieur J.B. POURCIEL, Ingénieur à l'U.P.S. qui nous a fait profiter de son expérience pour la réalisation de toutes les mesures. Sa contribution pour la résolution de tous les problèmes techniques a été toujours très efficace.
- Monsieur MEIRELLES-RIBEIRO M. pour sa collaboration, son aide devant les différents problèmes et son amitié.
- Monsieur M. COURDESSE, Assistant à l'U.P.S. pour sa disponibilité et le soutien amical qu'il a toujours manifesté envers nous.

- Monsieur DULHOSTE J.C. qui nous a beaucoup aidé a la redaction de ce memoire
- Monsieur B. MEUNIER et tous les membres du Service Informatique pour leur aide à tous nos problèmes de programmation.
- Madame CESAR M.B. et tous les membres du service d'Imprimerie à qui nous devons l'impression de cet ouvrage.
- Madame PINGLOT, B. DAHOU et tous les autres membres de l'équipe pour leur amitié et leur sympathie.
- A toutes les personnes qui ont contribué d'une façon ou d'une autre à la réalisation de ce mémoire.

TABLE DES MATIERES

<u>INTRODUCTION</u>	1
<u>CHAPITRE I : ELABORATION D'UN MODELE MATHEMATIQUE</u>	7
Introduction	9
I1- Rappels sur les échanges thermiques	9
I2- Description du processus	10
I21- Présentation du four	10
I22- La Charge	14
I23- Le fonctionnement du four	14
I24- Variations des conditions de fonctionnement	15
I3- Formulation des équations mathématiques du modèle	15
I31- Hypothèse de base	15
I32- Formulation des équations à partir de l'établissement de bilan énergétique	16
I33- Bilan énergétique au niveau de la charge	18
I34- Bilan énergétique au niveau du gaz	23
I35- Bilan énergétique au niveau de la paroi	27
I36- Bilan matière	28
I4- Transformation du modèle dynamique global	29
I5- Paramètres du modèle	31
I6- Problèmes posés par le modèle obtenu	33
I7- Ensembles de mesures effectuées sur le four	33
I71- Mesures de températures de la charge et du gaz	33
I72- Mesures de la charge et de sa chaleur spécifique.	36
Conclusion	38

<u>CHAPITRE II</u>	<u>RESOLUTION NUMERIQUE ET IDENTIFICATION PARAMETRIQUE</u>	39
	Introduction	41
	II1- Méthodes de résolution numérique	42
	II11- Généralités	42
	II12- Méthode de CARLSON	42
	II2- Simplification des équations du modèle	46
	II3- Simulation du modèle	48
	II31 Etude du modèle en régime nominal	48
	II32 Résultats Simulation	49
	II33 Etude du Modèle en régime dynamique	52
	II331- Généralités	52
	II332- Modèle du four avec chariots immobiles	52
	II333- Modèle avec vitesse de chariots constante	54
	II4- Etude de sensibilité de différents paramètres	55
	II5- Identification	56
	II6- Détermination de la commande nominale	58
	Conclusion	61
<u>CHAPITRE III</u>	<u>TRANSFORMATION DU MODELE</u>	63
	Introduction	65
	III1- Linéarisation du modèle	66
	III11- Méthode de linéarisation	66
	III12- Linéarisation du modèle en régime nominal	68
	III13- Linéarisation du modèle avec chariots immobiles	70
	III14- Résultats numériques	71
	III2- Détermination d'un système à paramètres localisés.	75
	III21- Choix de la méthode d'approximation fonctionnelle	75
	III22- Rappels sur la méthode de GALERKIN	75
	III23- Application de la méthode de GALERKIN	78
	III24- Résultats	79

III3- Réduction de l'ordre du système	81
III4- Comparaison entre le modèle à paramètres répartis et le modèle à paramètres localisés	83
III5- Comparaison de deux modèles en vue de l'étude d'optimisation	84
Conclusion	85
<u>CHAPITRE IV</u> <u>COMMANDE SOUS-OPTIMALE DU FOUR</u>	87
Introduction	89
IV1- Système avec intégrateurs - Rappels théoriques	90
IV2- Position du problème de la commande	94
IV3- Commande modale	95
IV31- Considération théoriques	95
IV32- Application de la méthode de commande modale	97
IV33- Résultats simulation	98
IV4- Commande optimale avec critère quadratique	105
IV41- Rappels sur la commande avec critère quadratique	105
IV42- Formulation du critère d'optimisation	105
IV43- Résultats simulation	107
Conclusion	116
<u>CONCLUSION</u>	119
<u>ANNEXES</u>	123
<u>BIBLIOGRAPHIE</u>	131

INTRODUCTION

Avant la crise de l'énergie une connaissance empirique du fonctionnement des fours de cuisson de produits céramiques (briques, tuiles, pots...) s'avérait suffisante. Actuellement, se pose le problème de la rentabilité optimale de ces fours, liée principalement à la minimisation du nombre des produits cassés et de la consommation d'énergie.

Dans le cadre d'un contrat de pré-développement avec les Etablissements BERNAT-SAULIERE de CASTRES, a été entreprise au L.A.A.S. une étude en vue d'optimiser le fonctionnement d'un four tunnel de 50 mètres de longueur permettant de produire environ 30 tonnes/jour de pots horticoles. Cette étude et les résultats obtenus à ce jour font l'objet de notre mémoire. Avant de donner le plan de l'étude, nous allons présenter quelques aspects de la cuisson de l'argile dans le domaine de l'industrie céramique. [16]

L'existence même de la céramique résulte du fait que la cuisson des pâtes argileuses silicatées et de pièces façonnées provoque une modification fondamentale de leurs propriétés et fournit un matériau avec des caractéristiques excellentes et diversifiées. Ces caractéristiques sont la résistance à la compression et à l'usure, l'esthétique architectonique, et la résistance aux agents chimiques et aux sollicitations physiques. La cuisson constitue par conséquent le stade le plus important de la production. Dans l'industrie céramique on entend par cuisson, le chauffage des pièces crues suivant un programme bien déterminé ainsi que le refroidissement du tesson formé selon un programme également bien défini.

En plus des transformations permanentes présentées par les produits au cours de la cuisson, nous avons aussi des transformations transitoires comme par exemple l'augmentation de volume que présente tout corps pendant son chauffage. Si la conduite de cuisson n'est pas adaptée (irrégularité, ou insuffisance

de cuisson) ces modifications temporaires risquent de provoquer des dégâts permanents voire des casses ou diminution de la qualité de produits.

Pour pouvoir donc cuire les produits céramiques convenablement nous devons résoudre deux problèmes. Le premier consiste à déterminer la courbe de cuisson optimale. Il faudra connaître notamment la vitesse de montée en température, la température maximale de cuisson, la durée de maintien de celle-ci et la vitesse de refroidissement. Le deuxième problème consiste à faire cuire les produits suivant cette courbe de cuisson. Il faudra essayer évidemment de minimiser au même temps la consommation d'énergie pour que le produit soit rentable. Notre étude sera axée essentiellement sur le deuxième problème, en considérant que la courbe de cuisson fournie par le constructeur est déterminée de façon expérimentale et est satisfaisante (Figure 1).

Le but est de déterminer une loi de commande numérique optimale, liée à la consommation d'énergie nous permettant de maîtriser le fonctionnement du four et cuire ainsi les produits selon la courbe de cuisson désirée. Pour cela il faudra dans un premier temps établir un modèle mathématique du processus, ensuite transformer ce modèle en un modèle facilement exploitable, et finalement appliquer certaines méthodes d'optimisation connues pour déterminer la loi de commande.

Nous avons divisé notre mémoire en quatre chapitres. Dans le premier chapitre nous traitons le problème de la modélisation du fonctionnement du four en tenant compte de l'ensemble des paramètres géométriques du four et de la charge et des propriétés physico-chimiques des différents constituants. Nous avons obtenu un système d'équations aux dérivées partielles non linéaires de type hyperbolique.

Au deuxième chapitre nous exposons les méthodes numériques utilisées pour la simulation du modèle, l'étude de la sensibilité et l'identification des paramètres mal connus. Pour la résolution du système nous avons utilisé la méthode de CARLSON et pour l'identification la méthode du modèle.

Le troisième chapitre est consacré à la linéarisation et à la transformation du modèle. Comme les variations de températures lors du fonctionnement du four sont relativement faibles, nous avons linéarisé le modèle autour du régime nominal. Par la suite, nous avons appliqué une méthode d'approximation fonctionnelle (la méthode de GALERKIN) pour transformer le modèle, d'un système d'équations à paramètres repartis en un système d'équations à paramètres localisés.

Dans ce dernier chapitre nous faisons état d'une part de l'augmentation du système d'équations par l'introduction d'intégrateurs nécessaires au maintien d'un bon profil d'équilibre et d'autre part le calcul de la commande sur le système augmenté par deux méthodes. La méthode de commande modale et la méthode d'optimisation avec critère quadratique.

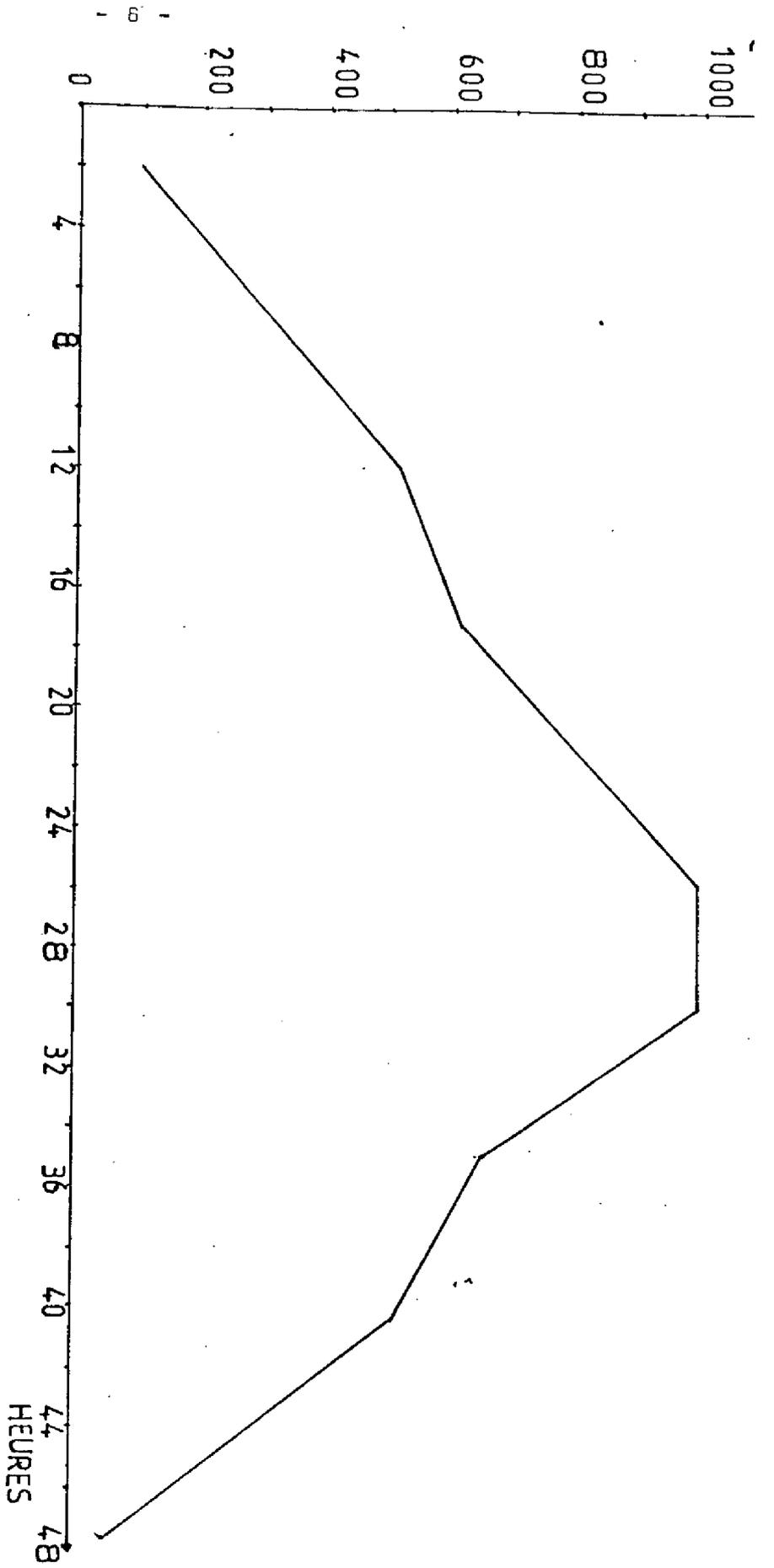


FIGURE 1
 Profil de la cuisson optimale

CHAPITRE I

ELABORATION D'UN MODELE MATHEMATIQUE

I 1 INTRODUCTION

Dans une étude d'optimisation d'un processus physique il est nécessaire d'élaborer un modèle mathématique de celui-ci. Ce modèle doit traduire le mieux possible son fonctionnement réel. Il doit relier toutes les grandeurs physiques dont nous aurons besoin ultérieurement, et également être le plus simple possible. Evidemment, il n'est pas toujours facile d'atteindre un bon compromis entre précision et simplicité.

Notre objectif est de réguler de façon optimale un profil de température à l'intérieur d'un four d'industrie céramique. (1) La modélisation doit donc être basée sur les échanges de chaleur et de matière à l'intérieur du four c'est-à-dire entre charge, gaz, et paroi. Dans un premier temps nous ferons quelques rappels sur les échanges thermiques puis nous appliquerons ces notions à notre système.

Nous simplifierons ensuite le plus possible le système d'équations obtenu et vérifierons par simulation que ces simplifications sont valables. Enfin, nous dirons comment ont été effectuées les mesures de température le long du tunnel et donnerons l'allure de quelques profils thermiques typiques.

I 1 RAPPELS SUR LES ECHANGES THERMIQUES [35]

Conformément aux lois de la thermodynamique il existe trois modes de transfert de chaleur. Transferts par conduction, par convection et par rayonnement.

La conduction est le phénomène de transfert de chaleur avec

(1) Cuisson de pots horticoles.

support matériel et sans transfert de matière. La convection est le phénomène de transfert de chaleur avec support matériel et avec transfert de matière. Il y a convection libre et convection forcée. Le rayonnement est le transfert de chaleur par des phénomènes électromagnétiques même en absence de matière.

Dans notre cas, les principaux types de transfert sont ceux relatifs à la convection forcée et au rayonnement, la résistance à la conduction dans la charge pouvant être négligé. Par contre, c'est la conduction à travers les parois du four qui conditionne essentiellement la perte vers le milieu extérieur.

I 2 DESCRIPTION DU PROCESSUS

I 2 1 Présentation du four

Le four tunnel étudié (figure I.1) est constitué d'une chambre parallélépipédique de 50 mètres de long. La cheminée de tirage étant située à six mètres de l'entrée du four, nous considérerons par la suite ce point comme l'origine du domaine spatial sur lequel seront définies les différentes variables du système ; on aura donc $0 \leq x \leq 44$. A l'intérieur une vingtaine de brûleurs sont disposés en quinconce sur les parois latérales, dans la zone centrale. Ils sont répartis en trois groupes inégaux.

Le combustible est le gaz de butane que l'on mélange à "l'air primaire".

Les flammes sont produites entre la charge utile (pots) et le socle du chariot.

L'air secondaire circule à contre-courant du train de chariot et se mélange dans la zone des brûleurs au mélange de gaz brûlés.

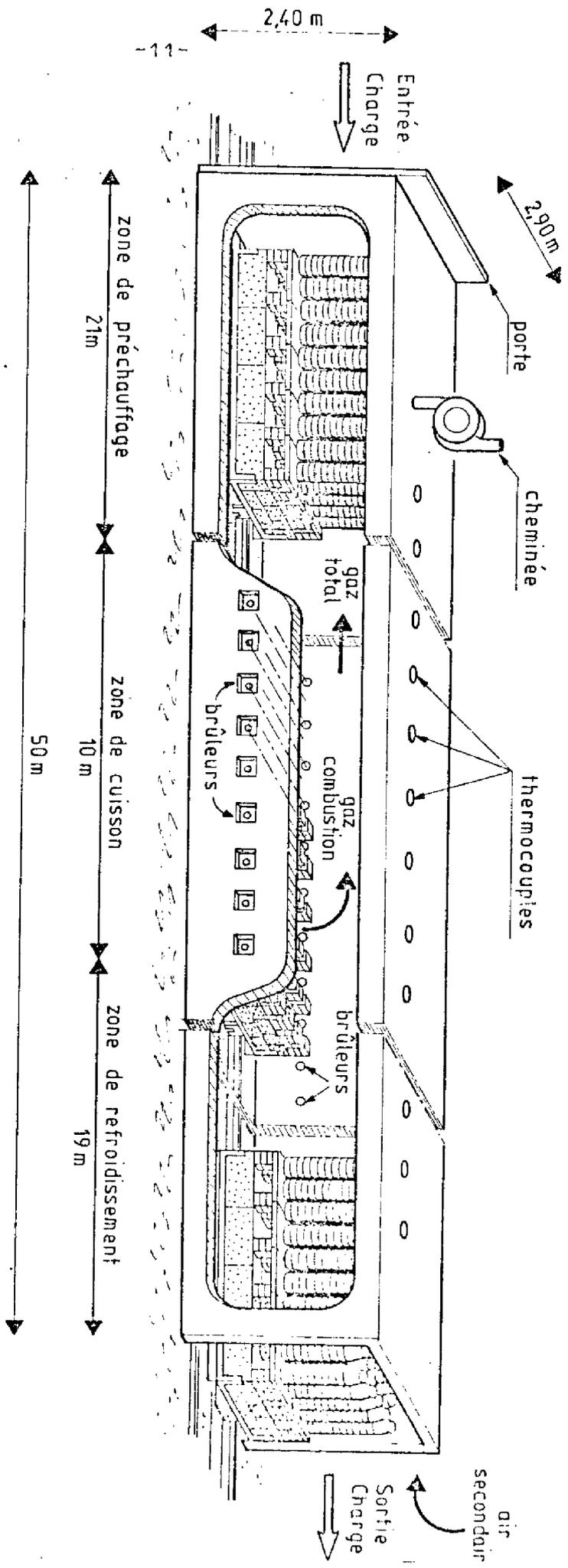


FIGURE I.1
Représentation du four

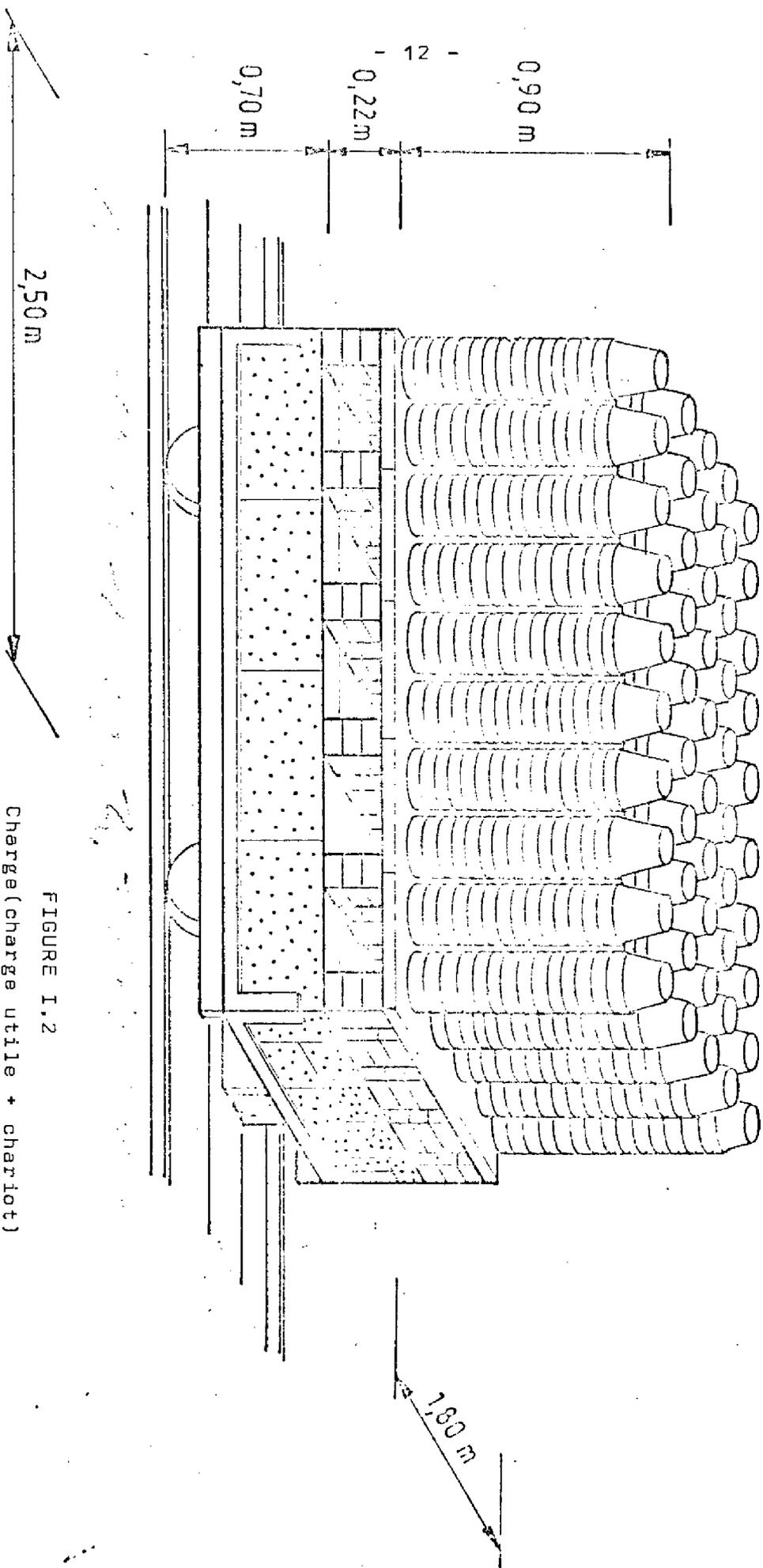


FIGURE I.2
 Charge (charge utile + chariot)

I.2.2. La charge

La charge est constituée des produits à cuire et des chariots qui les transportent (Figure I.2). Cette charge est relativement hétérogène car elle dépend du nombre et de la forme des produits à cuire. Le chargement n'étant pas identique pour chaque chariot, une bonne connaissance de la charge à chaque instant est presque impossible.

I.2.3. Le fonctionnement du four

Le four est assimilable à un échangeur de chaleur à contre-courant, le gaz et la charge circulant en sens opposés. La charge qui occupe presque tout l'espace à l'intérieur du four avance par à coups de 50 cm toutes les 30 minutes environ, à l'aide d'un système hydraulique. L'entrée du four est fermée par une partie à guillotine qui s'ouvre lors de l'entrée d'un chariot.

La cuisson de la charge utile se fait en trois temps [21]. Dans une première phase elle est préchauffé pour passer de la température ambiante à une température élevée de l'ordre de 1000°C (Zone de préchauffage). Ensuite nous avons la phase de cuisson où la température reste voisine de 1000°C (zone de cuisson) et finalement la phase de refroidissement, où la température de la charge diminue progressivement (zone de refroidissement) (figure I.3).

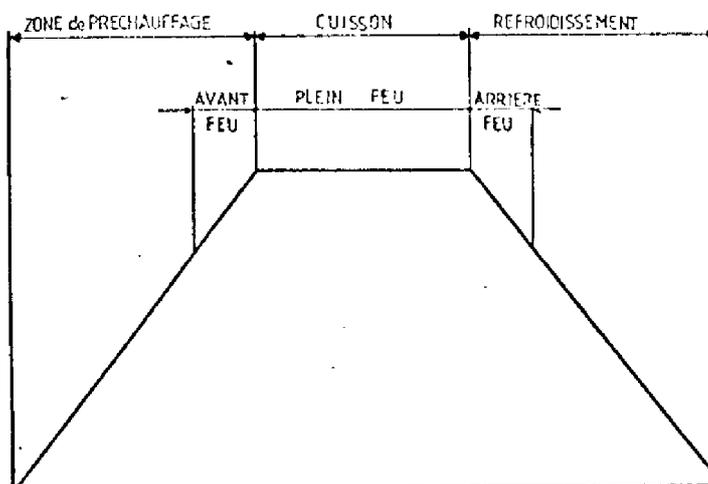


FIGURE I.3
Courbe de cuisson

Le four fonctionne comme un échangeur de chaleur entre solide (charge) et gaz (air secondaire à contre-courant). En effet la chaleur fournie aux chariots dans la zone de préchauffage provient d'une part de la chaleur fournie par les brûleurs et d'autre part de celle récupérée par l'air secondaire dans la zone de refroidissement. [12]

La figure I.4 représente les différences de température entre paroi, gaz, et charge le long du four.

I.3.4. Variations des conditions de fonctionnement

Les variations des conditions de fonctionnement peuvent provenir de différents facteurs dont les plus importants sont la variation de production et la variation de teneur en humidité. Par variation de production nous entendons soit celle de la densité d'empilage sur les chariots, soit celle de la forme des produits.

La variation de la teneur en humidité des produits peut avoir des causes très diverses: reprise d'humidité, séchage irrégulier ou épaisseur des parois variable. [21]

I.3 FORMULATION DES EQUATIONS MATHÉMATIQUES DU MODÈLE

I.3.1. Hypothèse de base

Pour obtenir un système d'équations relativement simples et facilement exploitables nous sommes amenés à faire quelques hypothèses simplificatrices.

- a) La charge est homogène
- b) L'écoulement du gaz est laminaire et monodimensionnel
- c) L'air secondaire est transparent au rayonnement, par contre les gaz provenant de combustion rayonnent

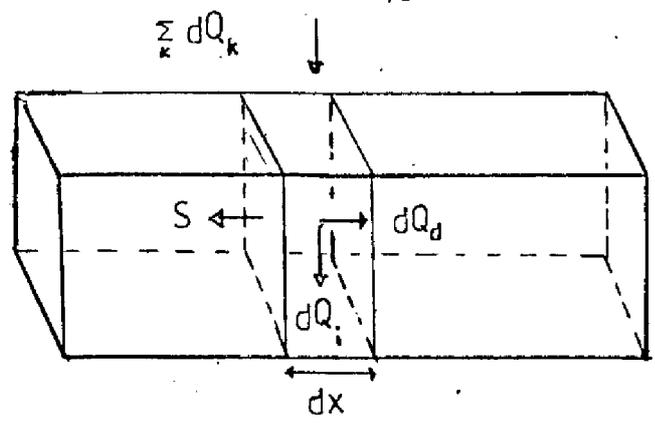


FIGURE I.5
Bilan énergétique sur un volume dV

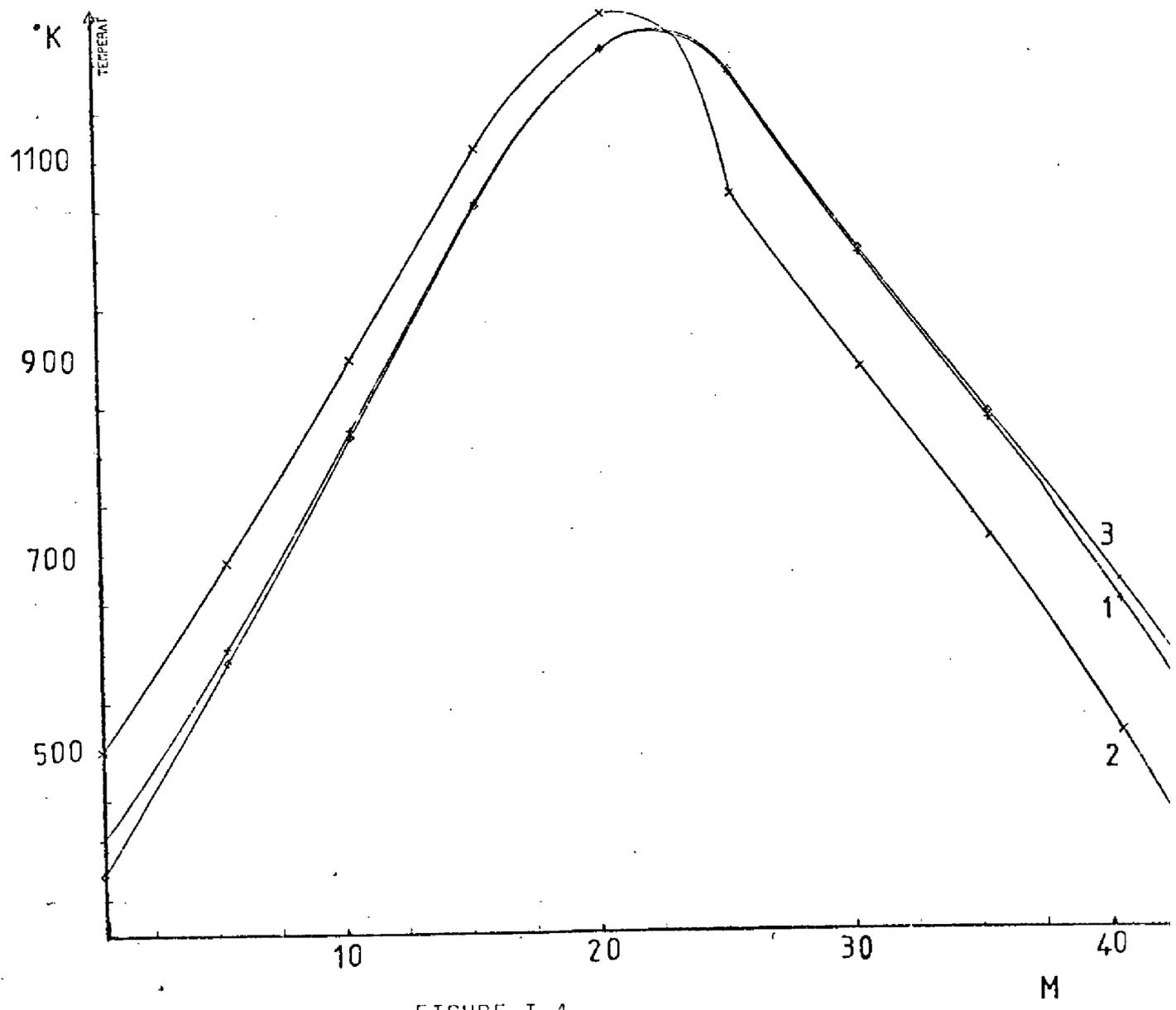


FIGURE I.4
Profils des températures en régime statique
1 - Paroi 2- Gaz 3 - Charge

- d) Les températures du gaz et de la charge sur une section sont définies par leur valeur moyenne respective.
- e) Le phénomène de conduction dans la charge et la paroi du four est négligeable.
- f) La variation temporelle de la température de la paroi est négligeable.

Ces hypothèses ont été justifiées soit en prenant comme références des travaux antérieurs sur des processus semblables [3] [14], soit à posteriori par une étude de la sensibilité par simulation. Un des avantages qui en résultent est la réduction d'un problème à plusieurs variables d'espace à un problème à une seule variable d'espace.

I.3.2 Formulation des équations à partir de l'établissement de bilan énergétique [13]

L'établissement d'un modèle mathématique à partir d'un bilan thermodynamique permet de déterminer les équations de couplage entre les trois variables T, G, P.

T(x,t) : température moyenne de la charge au point x à l'instant t

G(x,t) : température moyenne du gaz au point x à l'instant t

P(x,t) : température moyenne de la surface interne de la paroi au point x à l'instant t.

Le bilan est effectué sur une tranche de section S et de longueur dx du four (Figure I.5)

Soit $dV = S \cdot dx$

La somme de tous les échanges de chaleur entre le volume dv au point x et son environnement est égale d'une part à la variation de l'énergie interne dQi au point x et d'autre part à l'énergie emporté dQd par déplacement de ce volume.

$$dQ_i + dQ_d = \sum_K dQ_x$$

I.3.3. Bilan énergétique au niveau de la charge

Entre la charge et son environnement, nous avons les échanges d'énergie suivants :

Charge - Gaz : convection $-\Delta Q_{cv12}$

Charge - Gaz : rayonnement $-\Delta Q_{r12}$

Charge - Paroi : rayonnement $-\Delta Q_{r13}$

$$\text{Donc : } \Delta Q_i + \Delta Q_d = \Delta Q_{cv12} + \Delta Q_{r12} + \Delta Q_{r13}$$

Calcul de ΔQ_i

ΔQ_i représente l'augmentation d'énergie interne de la charge ΔV au point x , pendant un intervalle de temps Δt .

Notations

ρ_T : Densité volumique de la charge

c_T : Capacité calorifique de la charge

S_T : Section verticale de la charge ($S_T \perp x$)

M_c : Masse de la charge par chariot (charge utile + chariot)

L_c : Longueur d'un chariot

$$\text{D'où : } \Delta Q_i = \rho_T c_T S_T (T(x, t + \Delta t) - T(x, t)) \Delta x$$

La densité volumique de la charge dépend du changement de chariot à chaque instant. Nous avons donc fait le changement de paramètre suivant :

$$\rho_T S_T = \frac{M_c}{S_T L_c} S_T \quad \rho_T S_T = \frac{M_c}{L_c}$$

Nous avons finalement : $\Delta Q_i = \frac{M_c}{L_c} c_T (T(x, t + \Delta t) - T(x, t)) \Delta x$

Calcul de ΔQ_d

ΔQ_d représente la quantité de chaleur emportée par la charge ΔV pendant le temps Δt .

Notations

V_T : vitesse des chariots

M_d : débit massique de la charge (charge utile + chariots)

d'où

$$\Delta Q_d = \rho_T c_T S_T V_T (T(x + \Delta x, t) - T(x, t)) \Delta t$$

$$\Delta Q_d = \frac{M_c}{L_c} c_T V_T (T(x + \Delta x, t) - T(x, t)) \Delta t$$

$$\Delta Q_d = M_d c_T (T(x + \Delta x, t) - T(x, t)) \Delta t$$

Calcul de Q_{cv12}

ΔQ_{cv12} représente l'échange de chaleur entre charge et gaz par le phénomène de convection pendant le temps Δt .

Notations

M_G : débit massique du gaz

L_{cv} : surface des pots⁽¹⁾ par unité de longueur.

(1) Dans notre cas la charge est constituée de lots de pots de fleurs

D_T : diamètre moyen des pots

S_G : surface de la section du four traversé par le gaz

u_G : vitesse du gaz (Dans le modèle $u_G > 0$)

λ_G : conductivité thermique du gaz $\lambda_G = 0,0122 + 0,277 \cdot 10^{-4} \cdot G$

μ_G : viscosité $\mu_G = 0,101 \cdot 10^{-5} G^{0,5}$

ρ_G : masse volumique du gaz $\rho_G = 114,4 \cdot G^{-0,78}$

c_G : chaleur spécifique du gaz $c_G = 0,232 + 0,23 \cdot 10^{-4} G$

$$\Delta Q_{cv12} = L_{cv} h_{cv} (G(x,t) - T(x,t)) \Delta x \cdot \Delta t$$

ou h_{cv} est le coefficient de transfert convectif de chaleur entre le gaz et la charge. Ce coefficient peut être évalué à partir de la corrélation

$$\frac{h_{cv} D_T}{\lambda_G} = 0,26 \left(\frac{D_T u_G \rho_G}{\mu_G} \right)^{0,6} \left(\frac{c_G \mu_G}{\lambda_G} \right)^{\frac{1}{3}} \quad [18]$$

En tenant compte des unités choisies pour les différentes grandeurs il vient

$$\Delta Q_{cv12} = L_{cv} 0,26 \frac{\lambda_G}{D_T} \left(\frac{D_T u_G \rho_G}{\mu_G} \right)^{0,6} \left(\frac{3600 c_G \mu_G}{\lambda_G} \right)^{\frac{1}{3}} (G(x,t) - T(x,t)) \Delta x \Delta t$$

Nous pouvons remplacer l'expression $(u_G \rho_G)$ par $\frac{M_G}{S_G 3600^{(2)}}$ car nous paraît plus facile de connaître M_G que u_G

Nous avons donc :

$$\Delta Q_{cv12} = L_{cv} 0,26 \frac{\lambda_G}{D_T} \left(\frac{D_T M_G}{\mu_G S_G 3600} \right)^{0,6} \left(\frac{3600 c_G \mu_G}{\lambda_G} \right)^{\frac{1}{3}} (G(x,t) - T(x,t)) \Delta x \Delta t$$

Nous notons cette expression :

$$\Delta Q_{cv12} = A_{GT} (G(x,t) - T(x,t)) \Delta x \cdot \Delta t$$

Calcul de ΔQ_{r12}

ΔQ_{r12} représente le flux de chaleur échangé par rayonnement

(2) Le facteur 3600 tient compte du système d'unité

entre le gaz et la charge pendant le temps Δt

Notations :

B_{iRi} : définit le rayonnement entre le gaz et la surface des pots qui ne voient pas la paroi du four.

B_{eRe} : définit le rayonnement entre le gaz et la surface des pots qui voient la paroi du four

σ : constante de STEFAN BOLTZMANN

ϵ_T : émissivité de la charge à la température T

ϵ_P : émissivité de la paroi à la température P

ϵ_G : émissivité du gaz à la température G

ϵ_{GT} : émissivité du gaz à la température T de la charge

F_{TP} : constante qui dépend de la géométrie du système (plans rectangulaires parallèles en regard)

L_T : surface de la charge qui voit la paroi par unité de longueur

L_P : surface de la paroi par unité de longueur

$$f = 1 - \epsilon_G$$

Le calcul numérique de ces paramètres est présenté en Annexe 1.

$$\Delta Q_{r12} = (B_{iRi} + B_{eRe}) \cdot (G^4(x,t) - T^4(x,t)) \Delta x \Delta t$$
$$B_{iRi} = \sigma \epsilon_T \left(\frac{\epsilon_G G^4 - \epsilon_{GT} T^4}{G^4 - T^4} \right)$$

$$B_{eLRe} = \frac{\sigma (1-f) \epsilon_T}{1-\epsilon_T} \left(\frac{1 + \frac{L_T}{L_P} + \frac{\left(\frac{1}{f(1-\epsilon_P)} - 1\right)}{F_{TP}}}{\left(\frac{\frac{1}{1-\epsilon_T} - f}{L_P} + \frac{\left(\frac{1}{1-\epsilon_T} - f\right)\left(\frac{1}{1-\epsilon_P} - f\right)}{L_T F_{TP} f} + \frac{\left(\frac{1}{1-\epsilon_P} - f\right)}{L_T}\right)} \right)$$

Posons pour simplifier l'écriture

$$\Delta Q_{r12} = B_{GT} (G^4(x,t) - T^4(x,t)) \Delta x, \Delta t$$

Calcul de ΔQ_{r13}

ΔQ_{r13} représente le flux de chaleur échangé par rayonnement entre la charge et la paroi.

Notations

$P(x,t)$: température de la paroi (surface interne de la paroi); toutes les autres grandeurs ont été définies précédemment.

$$\Delta Q_{r13} = \frac{\sigma \frac{\epsilon_T}{1-\epsilon_T} \cdot \frac{\epsilon_P}{1-\epsilon_P}}{\left(\frac{\frac{1}{1-\epsilon_T} - f}{L_P} + \frac{\left(\frac{1}{1-\epsilon_T} - f\right)\left(\frac{1}{1-\epsilon_P} - f\right)}{L_T F_{TP} f} + \frac{\left(\frac{1}{1-\epsilon_P} - f\right)}{L_T}\right)} (P^4(x,t) - T^4(x,t)) \Delta x \Delta t$$

Posons :

$$\Delta Q_{r13} = B_{PT} (P^4(x,t) - T^4(x,t)) \Delta x, \Delta t$$

L'équation au niveau de la charge devient donc :

$$\frac{M_C}{L_C} c_T (T(x,t+\Delta t) - T(x,t)) \Delta x, M_D c_T (T(x+\Delta x,t) - T(x,t)) \Delta t =$$

$$A_{GT} (G(x,t) - T(x,t)) \Delta x, \Delta t + B_{GT} (G^4(x,t) - T^4(x,t)) \Delta x, \Delta t +$$

$$B_{PT} (P^4(x,t) - T^4(x,t)) \Delta x, \Delta t$$

En considérant le bilan sur un volume différentiel $dv = S dx$ sur un intervalle de temps dt et en divisant les deux membres par $dx \cdot dt$ nous avons finalement : (1.1)

$$\frac{M_c}{L_c} c_T \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} + M_d c_T \frac{\partial T}{\partial x}(x,t) = A_{GT}(G(x,t) - T(x,t)) +$$

$$B_{GT}(G^4(x,t) - T^4(x,t)) + B_{PT}(P^4(x,t) - T^4(x,t))$$

Nous avons donc établi une première équation aux dérivées partielles.

Conditions aux limites : nous faisons l'hypothèse que la charge entre dans le four à une température uniforme T_0 .

$$T(x=0,t) = T_0$$

I.3.4. Bilan énergétique au niveau du gaz

Raisonnant de la même façon que précédemment nous faisons le bilan énergétique sur un volume élémentaire de gaz $dV = S \frac{dx}{G}$

De plus nous devons tenir compte de l'apport calorifique des brûleurs et de la déperdition de chaleur vers l'air secondaire passant sous les chariots.

Nous avons donc les échanges d'énergie suivant :

Gaz - Charge : convection :	ΔQ_{cv21}
Gaz - Charge : rayonnement:	ΔQ_{r21}
Gaz - Paroi : convection :	ΔQ_{cv23}
Gaz - Paroi : rayonnement:	ΔQ_{r23}
Pertes sur gaz:convection :	ΔQ_{PG}
Apport de chaleur brûleurs:	ΔQ_{BR}

Le bilan thermodynamique au niveau du gaz s'écrit donc

$$\Delta Q_i + \Delta Q_d = \Delta Q_{cv21} + \Delta Q_{r21} + \Delta Q_{cv23} + \Delta Q_{r23} + \Delta Q_{PG} + \Delta Q_{BR}$$

Calcul de ΔQ_i

$$\Delta Q_i = S_G \left((p_G \cdot c_G \cdot G) (x, t + \Delta t) - (p_G \cdot c_G \cdot G) (x, t) \right) \Delta x$$

Calcul de ΔQ_d

$$\Delta Q_d = - S_G \left((u_G \cdot p_G \cdot c_G \cdot G) (x + \Delta x, t) - (u_G \cdot p_G \cdot c_G \cdot G) (x, t) \right) \Delta t$$

Le signe (-) signifie que la propagation du gaz est dans le sens des x décroissants.

Calcul de $\Delta Q_{cv21}, \Delta Q_{r21}$

$$\Delta Q_{cv21} = - \Delta Q_{cv12} \quad \Delta Q_{cv21} = A_{GT} (T(x, t) - G(x, t)) \Delta x \cdot \Delta t$$

$$\Delta Q_{r21} = - \Delta Q_{r12} \quad \Delta Q_{r21} = B_{GT} (T^4(x, t) - G^4(x, t)) \Delta x \cdot \Delta t$$

Calcul de ΔQ_{cv23}

Notations $L =$ longueur du four

$$\Delta Q_{cv23} = L_P h_{cv23} (P(x, t) - G(x, t)) \Delta x \Delta t$$

où h_{cv23} est le coefficient de transfert convectif entre le gaz et la paroi. La valeur de ce coefficient peut être déduite de la corrélation [18].

$$\frac{h_{cv23}(L-x)}{\lambda_G} = 0,0293 \cdot \left(\frac{(L-x)u_G \rho_G}{\mu_G} \right)^{0,8} \left(\frac{c_G \mu_G}{\lambda_G} \right)^{\frac{1}{3}}$$

En tenant compte des unités que nous avons choisies pour les différents paramètres on obtient alors :

$$\Delta Q_{cv23} = 0,0293 \frac{\lambda_G L_P}{L-x} \left(\frac{M_G (L-x)}{S \cdot 3600 \mu_G} \right)^{0,8} \left(3600 \frac{\mu_G}{c_G \lambda_G} \right) (P(x,t) - G(x,t)) \Delta x \Delta t$$

Toutes les grandeurs ont été définies précédemment.

Notons : $\Delta Q_{cv23} = A_{PG} (P(x,t) - G(x,t)) \Delta x, \Delta t$

Calcul de ΔQ_{r23}

$$\Delta Q_{r23} = \frac{\sigma (1-f) \epsilon_P \left(1 + \frac{L_P}{L_T} + \left(\frac{1}{f(1-\epsilon_T)} - 1 \right) \frac{1}{F_{TP}} \right)}{1 - \epsilon_P \left(\frac{\left(\frac{1}{1-\epsilon_P} - f \right)}{L_T} + \frac{\left(\frac{1}{1-\epsilon_P} - f \right) \left(\frac{1}{1-\epsilon_T} - f \right)}{L_P F_{TP} f} + \frac{\left(\frac{1}{1-\epsilon_T} - f \right)}{L_P} \right)} \cdot (P^4(x,t) - G^4(x,t)) \Delta x \Delta t$$

Toutes les grandeurs ont été définies précédemment.

Notons : $\Delta Q_{r23} = B_{PG} (P^4(x,t) - G^4(x,t)) \Delta x \Delta t$

Calcul de ΔQ_{PG}

ΔQ_{PG} représente les échanges de chaleur entre le gaz et l'air qui passe dans le four sous les chariots. Comme la température de l'air est relativement basse par rapport à celle de l'air qui circule au-dessus des chariots, ΔQ_P correspond à une perte de chaleur.

Notations

T_a : Température moyenne de l'air

A_{GGT} : coefficient de pertes

Nous avons : $Q_{PG} = A_{GGT} (T_a - G(x,t)) \Delta x, \Delta t$

Calcul de ΔQ_{BR}

ΔQ_{BR} représente la chaleur fournie par un brûleur pendant le temps Δt . La dimension géométrique des brûleurs étant très faible devant la longueur du tunnel, nous les supposons ponctuels et leur position sera définie à l'aide de la distribution de Dirac :

$$\delta(x-x_i)$$

Notations

M_{bi} : masse de butane fournie au brûleur i par unité de temps.

$N=19$: nombre de brûleurs

Sachant que $Q_{Bri} = 10955 \cdot M_{bi}$

Nous avons $\Delta Q_{Bri} = 10\ 955 M_{bi} \Delta t$

ΔQ_{Bri} représente la quantité de chaleur fournie par le brûleur i .

En considérant comme pour l'équation (1.1) un volume différentiel $dV = S_G dx$ et en divisant les deux membres par $dx \cdot dt$ nous avons :

$$(1.2) \quad S_G \frac{\partial (e_G c_G G)}{\partial t} - S_G \frac{\partial (e_G u_G c_G G)}{\partial x} = A_{GT} (T - G) + A_{PG} (P - G) + B_{GT} (T^4 - G^4) + B_{PG} (P^4 - G^4) + A_{GGT} (T_a - G) + \sum_{i=1}^N \delta(x-x_i) 10955 M_{bi}(t)$$

Conditions aux limites : $G(L,t)=T_0$

Nous supposons que l'air entre dans le four à température ambiante.

I.3.5. Bilan énergétique au niveau de la paroi

En faisant comme précédemment le bilan énergétique sur une section de la paroi de longueur dx nous trouvons une expression plus simple car nous avons supposé que la variation temporelle de la température de la surface interne de la paroi est négligeable.

Outre les échanges de chaleur considérés précédemment, entre paroi, charge et gaz, il existe une déperdition de chaleur vers l'extérieur.

Le bilan des échanges de chaleur au niveau de la paroi est donc le suivant :

Paroi - Gaz : convection	:	ΔQ_{cv32}
Paroi - Gaz : rayonnement	:	ΔQ_{r32}
Paroi - charge : rayonnement	:	ΔQ_{r31}
Paroi - milieu extérieur : convection	:	ΔQ_{PE}

$$0 = \Delta Q_{cv32} + \Delta Q_{r32} + \Delta Q_{r31} + \Delta Q_{PE}$$

Calcul de ΔQ_{cv32} , ΔQ_{r32} , ΔQ_{r31}

$$\Delta Q_{cv32} = -\Delta Q_{cv23} \quad \Delta Q_{cv32} = A_{PG} (G(x,t) - P(x,t)) \Delta x, \Delta t$$

$$Q_{r32} = -\Delta Q_{r23} \quad \Delta Q_{r32} = B_{PG} (G^4(x,t) - P^4(x,t)) \Delta x, \Delta t$$

$$Q_{r31} = -\Delta Q_{r13} \quad \Delta Q_{r31} = B_{PT} (T^4(x,t) - P^4(x,t)) \Delta x, \Delta t$$

Calcul de ΔQ_P

Notations

- T_0 : température ambiante
- L_1 : hauteur du four
- L_v : longueur de la voûte
- E_1 : épaisseur de briques réfractaires : FONTES
- E_2 : épaisseur de vermiculite
- E_3 : épaisseur des briques creuses
- E_4 : épaisseur des briques R17
- E_5 : épaisseur de vermiculite
- λ_1 : conductivité thermique des briques réfractaires FONTES
- λ_2 : conductivité thermique de la vermiculite
- λ_3 : conductivité thermique des briques creuses
- λ_4 : conductivité thermique des briques R17
- h : coefficient d'échange par convection avec le milieu ambiant

$$\Delta Q_{PE} = \left(\frac{2 L_1}{\frac{E_1}{\lambda_1} + \frac{E_2}{\lambda_2} + \frac{E_3}{\lambda_3} + \frac{1}{h}} + \frac{L_v}{\frac{E_4}{\lambda_4} + \frac{E_5}{\lambda_5} + \frac{1}{h}} \right) (T_0 - P(x,t)) \Delta x \Delta t$$

Notons : $\Delta Q_{PE} = A_{PTO} (T_0 - P(x,t)) \Delta x, \Delta t$

L'équation au niveau de la paroi devient donc

$$(1.3) \quad 0 = A_{PG} (G(x,t) - P(x,t)) + B_{PG} (G^4(x,t) - P^4(x,t)) + B_{PT} (P^4(x,t) - P^4(x,t)) + A_{PTO} (T_0 - P(x,t))$$

I.3.6. Bilan matière

Le débit de gaz traversant le four est la somme du débit d'air secondaire et du débit des gaz brûlés.

γ : excès (ou défaut) d'air primaire au brûleur
 $\gamma > 0$ excès ($\gamma < 0$ défaut)

$$(1.4.) \quad -S_G \frac{\partial (u_G P_G)}{\partial x} = \sum_{i=1}^N \delta(x-x_i) M_{bi} (16,5 + 15,5 \cdot \gamma)$$

I.5 TRANSFORMATION DU MODELE - MODELE DYNAMIQUE GLOBAL

Le modèle mathématique obtenu à partir des bilans énergétiques et bilan matière est un système de quatre équations. Deux équations aux dérivées partielles une équation algébrique et une équation différentielle ordinaire. Les deux variables indépendantes sont la variable spatiale x et variable temporelle t . Les trois premières équations représentent l'évolution des températures $T(x,t)$ de la charge, $G(x,t)$ du gaz et $P(x,t)$ de la paroi. La quatrième équation traduit la variation de débit du gaz, due à la présence des brûleurs. Nous allons donc faire intervenir cette relation dans la deuxième équation qui décrit le comportement du gaz.

De l'équation (1.2.) et (1.4.) nous avons :

$$S_G \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho_G c_G \cdot G) - \frac{\partial}{\partial x} (u_G \rho_G c_G G) \right) = S_G \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho_G c_G \cdot G) - c_G \cdot G \frac{\partial}{\partial x} (u_G \rho_G) - u_G \rho_G \frac{\partial}{\partial x} (c_G G) \right)$$

$$= S_G \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho_G c_G \cdot G) - u_G \rho_G \frac{\partial}{\partial x} (c_G \cdot G) \right) + \sum_{i=1}^N \delta(x-x_i) (16,5 + 15,5 \gamma) M_{bi} c_G G$$

Nous obtenons finalement :

$$S_G \left(\frac{\partial}{\partial t} (\rho_G c_G G) - u_G \rho_G \frac{\partial}{\partial x} (c_G \cdot G) \right) = A_{GT} (T-G) + A_{PG} (P-G) + B_{GT} (T^4 - G^4) +$$

$$B_{PG} (P^4 - G^4) + A_{GGT} (T_a - G) + \sum_i \delta(x-x_i) M_{bi} (10955 - c_G \cdot G \cdot (16,5 + 15,5 \gamma))$$

On détermine ensuite une représentation plus développée de ces équations sachant que les paramètres suivants sont des fonctions de la température G .

$$\rho_G = 114,4 \quad G^{-0,78} \quad c_G = 0,232 + 0,23 \cdot 10^{-4} G \quad S_G u_G \rho_G = M_G$$

M_G débit massique du gaz.

D'où :

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{114,4 \cdot G^{-0,78}}{1,22 \cdot 10^{-4} G^{0,22}} (0,232 + 0,23 \cdot 10^{-4} G) G \right) = 114,4 \left(0,232 \cdot 0,22 \cdot G^{-0,78} + 0,23 \cdot 10^{-4} G^{-0,78} \right) \frac{\partial G}{\partial t}$$

$$= 114,4 \left(0,051 G^{-0,78} + 0,28 \cdot 10^{-4} G^{-0,22} \right) \frac{\partial G}{\partial t}$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left((0,232 + 0,23 \cdot 10^{-4} G) G \right) = (0,232 + 0,46 \cdot 10^{-4} G) \frac{\partial G}{\partial x}$$

Nous obtenons alors l'équation (1.5)

$$114,4 S_G \left(0,051 G^{-0,78} + 0,28 \cdot 10^{-4} G^{-0,22} \right) \frac{\partial G}{\partial t} - M_G \left(0,232 + 0,46 \cdot 10^{-4} G \right) \frac{\partial G}{\partial x}$$

$$= A_{GT} (T-G) + A_{PG} (P-G) + B_{GT} (T^4 - G^4) + B_{PG} (P^4 - G^4) + A_{GGT} (T_a - G)$$

$$+ \sum_i \delta(x-x_i) M_{bi} (10955 - (0,232 + 0,23 \cdot 10^{-4} G) G \cdot (16,5 + 15,5 \sigma))$$

Nous pouvons donc finalement représenter le modèle sous une forme simplifiée par le système de 3 équations suivant :

$$(1.6) \quad A_T \frac{\partial T}{\partial t} + B_T \frac{\partial T}{\partial x} = C_T (T, G, P)$$

$$(1.7) \quad A_G (G) \frac{\partial G}{\partial t} + B_G (G) \frac{\partial G}{\partial x} = C_G (T, G, P) + D_G (G)$$

$$(1.8) \quad 0 = C_P (T, P, G)$$

Notations

$$A_T = \frac{M c}{L_G} \cdot C_T, \quad B_T = M d C_T$$

$$C_T = A_{GT} (G-T) + B_{GT} (G^4 - T^4) + B_{PT} (P^4 - T^4)$$

$$A_G = 114,4 S_G (0,051 G^{-0,78} + 0,28 \cdot 10^{-4} G^{-0,22})$$

$$B_G = -M_G \left(0,232 + 0,46 \cdot 10^{-4} G \right)$$

$$C_G = A_{GT} (T-G) + A_{PG} (P-G) + B_{GT} (T^4 - G^4) + B_{PG} (P^4 - G^4) + A_{GGT} (T_a - G)$$

$$D_G = \sum_i \delta (x-x_i) Mbi(10955 - (0,232 + 0,23 \cdot 10^{-4} G) \cdot G(16,5 + 15,5 \gamma))$$

$$C_P = A_{PG} (G-P) + B_{PG} (G^4 - P^4) + B_{PT} (T^4 - P^4) + A_{PTO} (T_o - P)$$

I.5. PARAMETRES DU MODELE

Récapitulons la liste des différents paramètres utilisés jusqu'à présent avec leur valeur numérique et dimension

Constantes géométriques four - charge

L _{cv}	: Surface des pots par unité de longueur	24 m ² *
D _T	: Diamètre des pots	0,2 m *
L _c	: Longueur d'un chariot	2,5 m
L	: Longueur du four	44, m
L _e	: Hauteur du four (entre chariot et voûte)	1,15m
L _v	: Longueur extérieure de la voûte	3,1 m
L _p	: Surface de la paroi par unité de longueur	4 m ²
L _{ri}	: Surface des pots qui ne voient pas la paroi par unité de longueur	14,1 m ² *
L _T	: Surface des pots qui voient la paroi par unité de longueur	3,6 m ² *
S _G	: Section transversale intérieure	0,57m ²
E1	: Epaisseur des briques réfractaires FONTES	0,34m
E2	: Epaisseur de la couche de vermiculite	0,2 m
E3	: Epaisseur des briques creuses	0,2 m
E4	: Epaisseur des briques R17	0,22m
E5	: Epaisseur de la vermiculite	0,12m

* Valeurs approximatives

Constantes thermiques

: Conductivité thermique des briques réfractaires FONTES	0,9 $\frac{\text{kcal}}{\text{H.M.C}^\circ}$
: Conductivité thermique de la vermiculite	0,10 kcal/H.M.C°
: Conductivité thermique des briques creuses	2 kcal/H.M.C°
: Conductivité thermique des briques R17	0,2 kcal/H.M.C°
: Emissivité de la paroi	0,9 kcal/H.M. ²
: Emissivité de la charge	0,85 kcal/H.M. ²
: Coefficient d'échange par convection avec le milieu ambiant	10 kcal/H.M. ² .C°
: Coefficient de pertes entre gaz et air secondaire passant sous les chariots	

Constantes numériques

F_{TP} : Constante qui dépend de la géométrie du système. Plans rectangulaires parallèles en regard	0,85
σ : Constante de Stefan BOLTZMANN	$4,92 \cdot 10^{-8} \frac{\text{kcal}}{\text{H.M}^2 \cdot \text{K}^4}$

Paramètres charge, gaz, paroi, brûleurs

G_G : Conductivité thermique du gaz	kcal/H.M.C°
C_G : Chaleur spécifique du gaz	kcal/kg.r.c
G : Viscosité	en Poiseuille
P_G : Masse volumique du gaz	kgr/M ³
G : Emissivité du gaz à la température G	
G_T : Emissivité du gaz à la température T de la charge	kcal/H.M. ²
V_G : Vitesse du gaz	M/S
M_d : Débit massique de la charge	kgr/H
M_c : Masse de la charge par chariot	kgr
M_G : Débit massique du gaz	kgr/H
Q_{Br} : Chaleur fournie par un brûleur par unité de temps	kcal/H
M_{bi} : Quantité de butane consommée par brûleur par unité de temps.	kgr/H

I.6. PROBLEMES POSES PAR LE MODELE OBTENU

Les problèmes posés par les équations obtenues sont de deux sortes. Premièrement les expressions sont très complexes, ce qui conduit à l'utilisation de méthodes numériques d'intégration nécessitant des durées de calcul très importantes. Deuxièmement dans ces expressions figurent des paramètres dont la connaissance précise est presque impossible, notamment les différentes surfaces de la charge. Il faut également souligner que la masse de la charge effective et la quantité de gaz qui traverse le four sont très difficiles à évaluer.

C'est pourquoi nous avons d'abord simplifié le modèle obtenu, puis effectué une étude de sensibilité pour déterminer les paramètres physiques nécessitant plus de précisions au niveau des mesures, les autres paramètres étant fixés à leur valeur moyenne.

I.7 ENSEMBLE DES MESURES EFFECTUEES SUR LE FOUR

I.7.1. Mesures de température de la charge et du gaz

Un certain nombre des mesures de températures a permis de déterminer les profils thermiques dans la charge et dans le gaz.

Neuf thermocouples ont été répartis le long du tunnel, sous la voûte (figure I.6). Les enregistrements ont été obtenus à l'aide d'un microprocesseur Motorola 6800.

La figure (I.4) donne les résultats des mesures. Nous notons les variations des températures au moment des poussées et celles correspondant aux instants d'entrée des chariots (ouverture de la porte).

La mesure de la température au cœur de la charge est beaucoup plus délicate à cause des grandes dimensions du four. Toutefois l'utilisation d'un chariot témoin pendant deux jours (durée

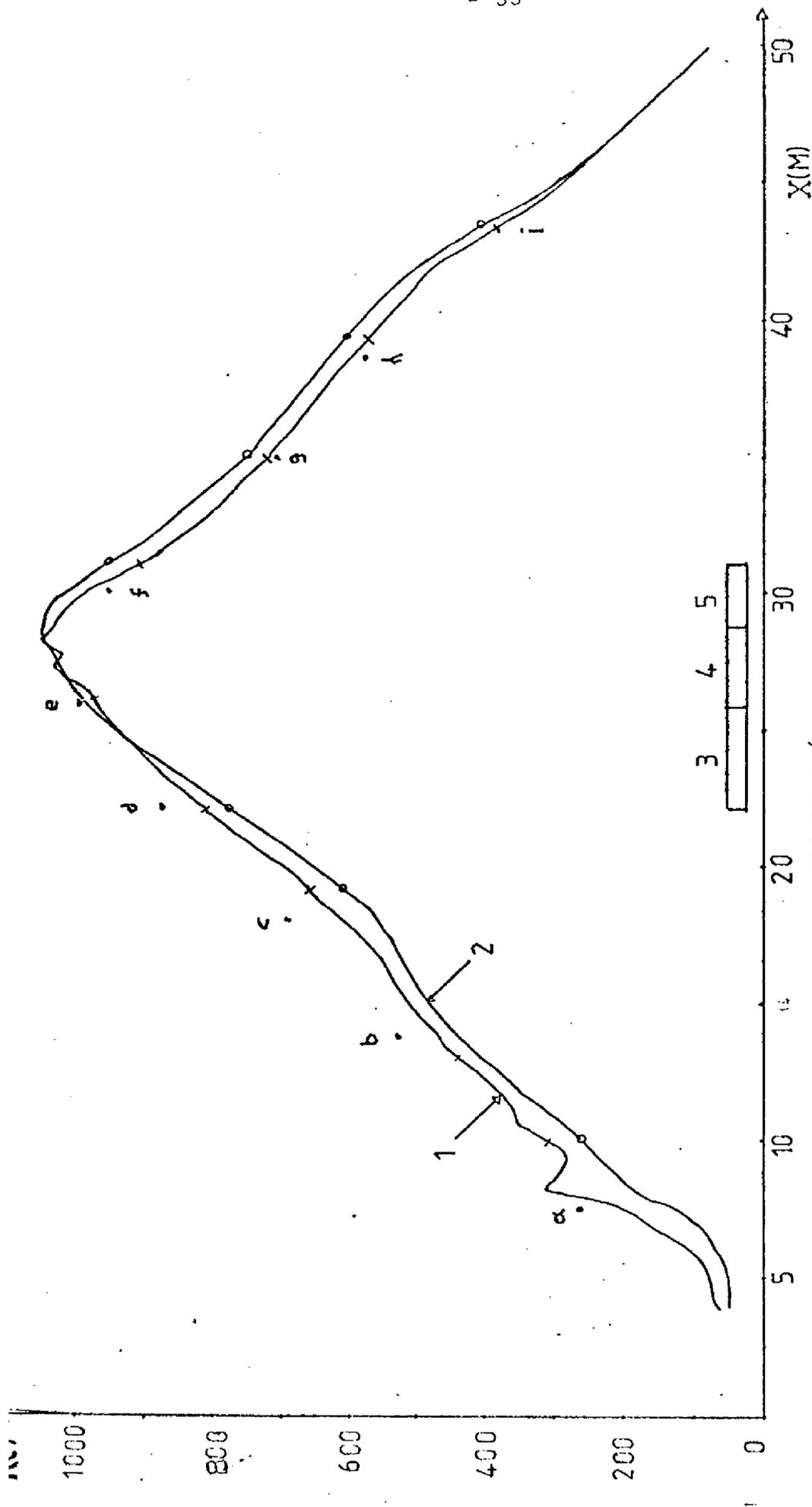


FIGURE I.6

- 1. Thermocouple placé à la partie extérieure de la charge
- 2. Thermocouple placé à la partie intérieure de la charge
- 3. Premier groupe de brûleurs
- 4. Deuxième groupe de brûleurs
- 5. Troisième groupe de brûleurs
- (a) → (i) Thermocouples gaz.

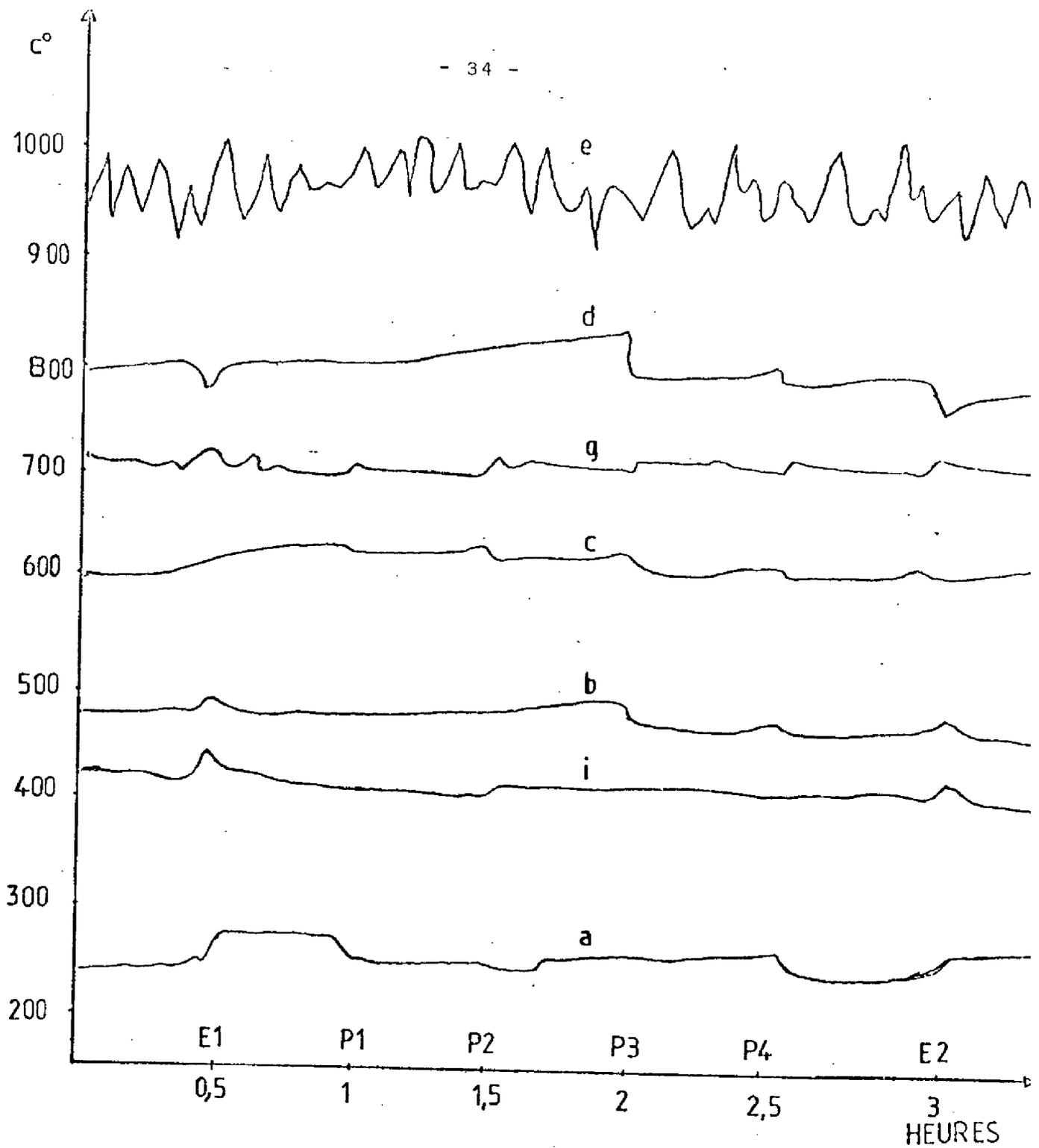


FIGURE I.7

Relevé des températures du gaz

E1 Entrée d'un chariot (ouverture des portes)

P1 P4 : Poussée des chariots

E2 cinquième poussée et entrée d'un autre chariot

Position thermocouples a → i (voir Figure I.6)

de traversée d'un chariot) a permis d'obtenir quelques indications sur le profil thermique dans la charge (Fig.I.6)

En fait, le profil temporel obtenu sur le chariot témoin ne représente qu'approximativement le profil spatial dans la charge à cause en particulier de l'hétérogénéité de la charge.

On notera le gradient de température entre partie intérieure et partie extérieure de la charge au même point x. Ce gradient est dû à la grande inertie thermique de la charge. La température mesurée sous les chariots est nettement inférieure aux deux précédentes, le socle des chariots étant constitué de matériaux réfractaires isolants.

I.7.2. Mesures de M_c, c_T, M_G

La masse M_c (masse de la charge totale d'un chariot) se compose de :

- la masse totale des pots
- la masse du chariot

La masse du chariot est constitué de plusieurs parties qui sont détaillées dans le tableau I. La masse totale des pots varie selon le nombre et la forme des produits. Dans le tableau II nous donnons les résultats des mesures pour des chargements différents. Ceci nous permet de constater qu'il peut y avoir de grandes variations d'un chariot à l'autre.

Comme la charge est constitué de différents matériaux la chaleur spécifique moyenne est difficile à estimer à priori.

Nous pouvons remarquer que dans les équations obtenues les paramètres M_c et c_T figurent seulement par leur produit. Nous pouvons donc envisager l'identification de ce produit et résoudre ainsi le problème d'incertitude de leurs valeurs respectives.

Une autre difficulté réside dans la mesure du débit massique de l'air secondaire, mesure qui doit nécessiter une grande précision, compte tenu de la forte sensibilité des profils thermiques par rapport aux variations de celui-ci.

Tableau I

Composition de la masse d'un chariot	masse en kg
Fonte	437
Bétons	1200
Vermiculite	200
Diatrisol	120
Dalles	338
Briques	218
Fer	200

Total chariot	2773

Tableau II

Référence(1) pots	masse en kg
V(verticaux)	987,56
32	1080,40
22	1672,80
18	1594,00
20	1920,00

(1) critères géométriques par exemple diamètre ou forme des pots.

CONCLUSION

Dans ce premier chapitre, nous avons établi un modèle mathématique du fonctionnement d'un four tunnel d'industrie céramique permettant de connaître la répartition spatiale et l'évolution temporelle des températures régnant dans le tunnel, connaissant la quantité de chaleur fournie par un ensemble de brûleurs à gaz répartis dans la zone centrale.

Ce modèle est relativement complexe puisqu'il est formé d'équations aux dérivées partielles et comporte plusieurs non linéarités. Si du point de vue de la simulation, ce modèle a fourni de bons résultats par contre au niveau d'une étude d'optimisation il reste pratiquement inexploitable. Une transformation mathématique effectuée à partir de quelques approximations, ainsi qu'une linéarisation sont nécessaires en vue de l'application directe de méthodes d'optimisation classiques et de la résolution numérique des systèmes différentiels obtenus.

CHAPITRE II

RESOLUTION NUMERIQUE ET IDENTIFICATION PARAMETRIQUE

INTRODUCTION

Le but de ce chapitre est consacré à la deuxième phase de notre étude ; elle concerne la simulation numérique des équations et l'identification de paramètres mal connus. Pour l'intégration du système dynamique nous avons choisi la méthode de CARLSON applicable au cas des équations aux dérivées partielles hyperboliques avec conditions aux limites aux deux bouts. L'intégration du système statique est faite par la méthode d'Euler.

Le problème d'identification est plus délicat, d'une part à cause du grand nombre de paramètres à déterminer et d'autre part à cause des difficultés de mesures précises. Comme nous l'avons déjà dit, une étude de sensibilité nous a permis de choisir les paramètres qu'il serait préférable d'identifier, en donnant aux autres une valeur moyenne. Pour l'identification du modèle en régime statique, nous avons considéré que les chariots se déplacent à vitesse constante.

Malheureusement nous n'avons pas encore pu faire une identification précise du modèle en régime transitoire, le problème des mesures n'étant pas encore parfaitement résolu pour des raisons techniques. Cependant l'intégration du système d'équations en régime dynamique nous a montré que le comportement du modèle est tout à fait satisfaisant

Nous décomposons \tilde{M} en 4 parties $\tilde{M} = \tilde{M}_3 + \tilde{M}_4 + \tilde{M}_5 + \tilde{M}_6$

\tilde{M}_3 contient les termes de \tilde{M}_1 qui sont $> \frac{\Delta r}{V \Delta t}$

\tilde{M}_4 contient les termes de \tilde{M}_1 qui sont $< \frac{\Delta r}{V \Delta t}$

\tilde{M}_5 contient les termes de \tilde{M}_2 qui sont $> \frac{\Delta r}{V \Delta t}$

\tilde{M}_6 contient les termes de \tilde{M}_2 qui sont $< \frac{\Delta r}{V \Delta t}$

La méthode de CARLSON consiste à discrétiser le système de la manière suivante :

$$\frac{\tilde{u}_j^{n+1} - \tilde{u}_j^n}{V \Delta t} + \tilde{M}_3 \frac{\tilde{u}_{j+1}^{n+1} - \tilde{u}_j^{n+1}}{\Delta r} + \tilde{M}_4 \frac{\tilde{u}_j^n - \tilde{u}_{j-1}^n}{\Delta r} + \tilde{M}_5 \frac{\tilde{u}_{j+1}^n - \tilde{u}_j^n}{\Delta r} + \tilde{M}_6$$

$$\frac{\tilde{u}_j^{n+1} - \tilde{u}_{j-1}^{n+1}}{\Delta r} = \tilde{S} \tilde{u}_j^n$$

n : indice temporel

j : indice spatial

Dans le cas où les μ_i sont négatifs la condition aux limites est donnée à droite ($\tilde{u}(L,t) = \tilde{u}_L$). L'intégration se fait donc dans le sens des X décroissants. Si les μ_i sont positifs, la condition aux limites est à gauche $\tilde{u}(0,t) = \tilde{u}_0$, et l'intégration se fait dans le sens des X croissants.

Si μ est égal à zero nous avons une equation explicite.

Dans notre cas, nous avons un système de la forme

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{B_T}{A_T} \cdot \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{C_T}{A_T}$$

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{B_G}{A_G} \cdot \frac{\partial G}{\partial x} = \frac{C_G + D_G}{A_G}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + M \frac{\partial}{\partial x} \right) u = f(u) \quad u = \begin{matrix} T(x, t) \\ G(x, t) \end{matrix} \quad M = \begin{bmatrix} \frac{B_T}{A_T} & 0 \\ 0 & \frac{B_G}{A_G} \end{bmatrix}$$

$$\frac{B_T}{A_T} \approx 1 \quad \frac{B_G}{A_G} \approx 10^5 \quad \frac{-\Delta x}{\Delta t} \approx \frac{0,5}{0,5 \cdot 10^{-3}} = -10^3 \quad \text{d'où } M(1,1) = M_4 \text{ et } M(2,2) = M_6$$

Nous arrivons donc à la décomposition suivante :

$$M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{B_T}{A_T} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{B_G}{A_G} \end{bmatrix} \quad M = M_3 + M_4 + M_5 + M_6$$

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + M_4 \frac{u_j^n - u_{j-1}^n}{\Delta x} + M_6 \frac{u_j^{n+1} - u_{j-1}^{n+1}}{\Delta x} = f(u)$$

$$\frac{1}{\Delta t} \begin{pmatrix} T_j^{n+1} - T_j^n \\ G_j^{n+1} - G_j^n \end{pmatrix} + \frac{1}{\Delta x} \begin{pmatrix} \frac{B_T}{A_T} (T_j^n - T_{j-1}^n) \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{\Delta x} \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{B_G}{A_G} (G_j^{n+1} - G_{j-1}^{n+1}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{C_T}{A_T} (T_j^n, G_j^n) \\ \frac{C_G + D_G}{A_G} (T_j^n, G_j^n) \end{pmatrix}$$

La première équation devient donc :

$$\frac{T_j^{n+1} - T_j^n}{\Delta t} + \frac{\left(\frac{B_T}{A_T} \right) (T_j^n - T_{j-1}^n)}{\Delta x} = \frac{C_T}{A_T}$$

Finalement nous avons l'équation discrétisée

$$(2.1) \quad T_j^{n+1} = T_j^n - \left(\frac{B_T}{A_T} \right) (T_j^n - T_{j-1}^n) \frac{\Delta t}{\Delta x} + \left(\frac{C_T}{A_T} \right) \Delta t$$

Nous connaissons $T(x, 0)$ et $T(0, t)$ c'est-à-dire T_j^0 et $T_0^n \quad \forall j, n$
La deuxième équation devient :

$$\frac{G_j^{n+1} - G_j^n}{\Delta t} + \frac{\left(\frac{B_G}{A_G} \right) (G_j^{n+1} - G_{j-1}^{n+1})}{\Delta x} = \frac{C_G}{A_G}$$

En multipliant les deux membres de cette égalité par $-\left(\frac{A_G}{B_G}\right) \Delta x$ nous trouvons l'équation discretisée

$$(2.2) \quad G_{j-1}^{n+1} = G_j^{n+1} + \left(\frac{A_G}{B_G}\right) (G_j^{n+1} - G_j^n) \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} + \left(\frac{C_G + D_G}{B_G}\right) \Delta x$$

Nous connaissons $G(x, 0)$ et $G(L, t)$ c'est-à-dire G_3^1
et G_L^n

II.2. SIMPLIFICATION DES EQUATIONS DU MODELE

Dans le but de faciliter les calculs nous avons cherché à remplacer les expressions B_{eRe} , B_{PT} , et B_{PG} par des expressions plus simples. Nous les avons donc tracées en fonction de ξ_G qui est la seule grandeur variable dans ces expressions. Le domaine de variation de $\xi(G)$ est défini par G qui varie de 300°K à 1500°K environ.

Les résultats (figure II.1) nous ont montré que nous pouvons approcher avec une bonne approximation les expressions B_{eRe} , B_{PT} et B_{PG} par des fonctions linéaires de

$$B_{eRe} \approx 1,628 \cdot 10^{-7} G + 3,725 \cdot 10^{-10}$$

$$B_{PT} \approx 1,290 \cdot 10^{-7} G + 1,219 \cdot 10^{-7}$$

$$B_{PG} \approx 2,016 \cdot 10^{-7} G + 1,044 \cdot 10^{-10}$$

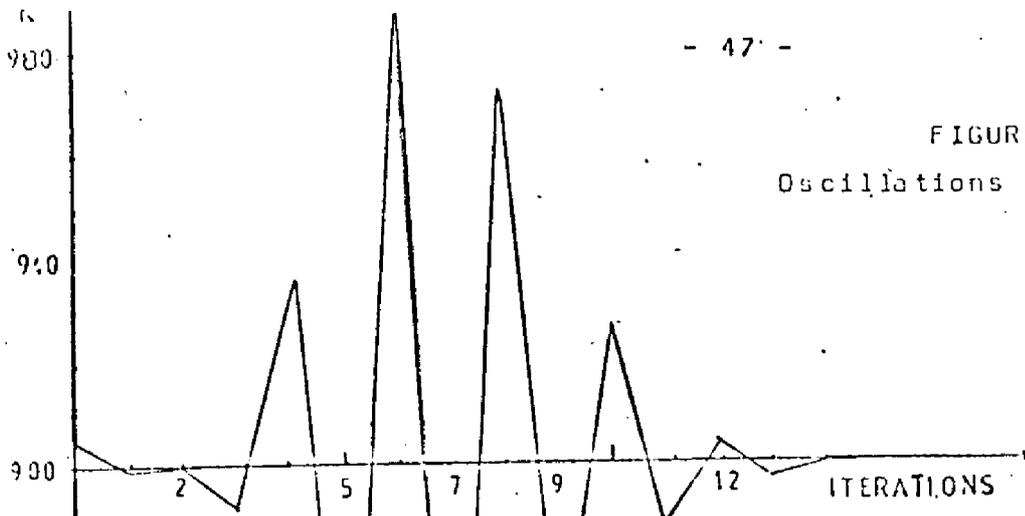
Nous avons aussi tracé les coefficients A_{GT} et A'_{PG} (2.3) en fonction de G pour différentes valeurs de M_G . Comme précédemment nous avons trouvé des expressions linéaires dont la pente et la constante sont des fonctions linéaires de M_G . Nous avons trouvé :

$$\begin{aligned} A_{GT} &= (1,3 + 2,7 \cdot 10^{-3} M_G) + (0,38 \cdot 10^{-3} + 9,2 \cdot 10^{-7} M_G) \cdot G \\ A'_{PG} &= (59 + 3,95 \cdot 10^{-2} M_G) + (2 \cdot 10^{-2} + 3,075 \cdot 10^{-5} M_G) \cdot G \\ A_{PG} &= A'_{PG} \cdot (L - X)^{-0,2} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Des simulations du système différentiel à postériori nous ont montré que le processus était très peu sensible aux simplifications faites.

FIGURE II.2

Oscillations sur le profil du Ga:



14
12
10
8
6

004 005 006 007 008

FIGURE II.1

Allure des coefficients

1 - B_{Lp} 2 - B_{PG} 3 - B_{pT}

II.3 SIMULATION DU MODELE

II.3.1 Etude du modèle en régime nominal

Le système étant un processus périodique, il n'existe pas de régime permanent. Nous avons donc fait l'hypothèse que les chariots se déplacent à vitesse constante.

Cette hypothèse nous permet de considérer qu'il existe un régime nominal de fonctionnement du four. Nous avons obtenu ce régime nominal en éliminant les termes dérivées par rapport au temps dans les équations du modèle.

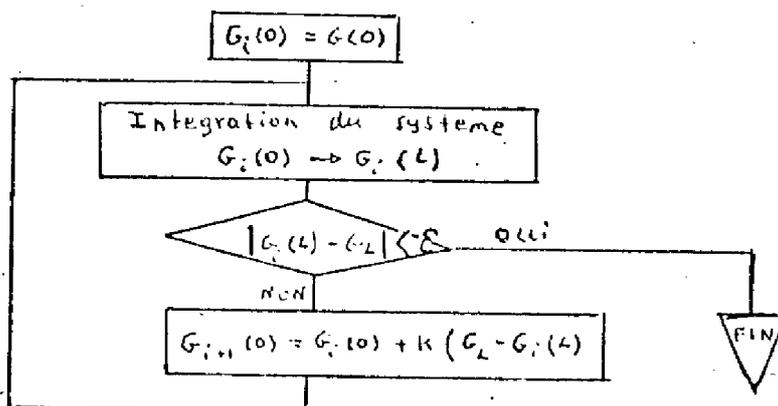
$$(2.3) \frac{dT_N(x)}{dx} = \frac{C_T}{B_T} \cdot (T_N, G_N, P_N)$$

$$(2.4) \frac{dG_N(x)}{dx} = \left(\frac{C_G + D_G}{B_G} \right) (T_N, G_N, P_N)$$

$$(2.5) 0 = C_P (T_N, G_N, P_N)$$

$$C.L. T_N(x=0) = T_0 \quad G_N(x=L) = G_L$$

Le problème des conditions aux limites (C.L. aux deux bouts) peut être résolu par une méthode itérative dont nous donnons l'organigramme.



II.3.2. Résultats de simulation

Pour l'intégration du système nous avons utilisé la méthode d'Euler.

$$\frac{dY}{dx} = f(Y) \quad \frac{Y_{i+1} - Y_i}{\Delta x} = f(Y_i) \quad Y_{i+1} = Y_i + \Delta x f(Y_i)$$

Nous avons appliqué la méthode avec deux pas spatiaux 50 cm et 25 cm, la longueur du four étant de 44 m nous avons donc :

Soit = 50 cm N = 89 (N= nombre de points d'intégration)
Soit = 25 cm N = 177

Les résultats obtenus par les deux intégrations sont pratiquement identiques, ce qui nous permet de conclure que la solution est suffisamment précise. (Figure II.3 et II.4).

Un autre résultat intéressant constaté est la grande sensibilité de $G(x=L)$ par rapport à $G(x=0)$ (tableau 2.1.). Du point de vue numérique cela impose un choix convenable de K et pour pouvoir assurer la convergence de l'algorithme.

En prenant $K = 0,01$ et pour une valeur de $G_{i+1} = 500 K$ de $\epsilon = 3^\circ$ et $G_1 = 310$ nous avons convergé vers la solution au bout de 10 itérations.

Au point de vue physique nous pouvons dire que les variations de température ambiante influencent peu les profils à l'intérieur du four.

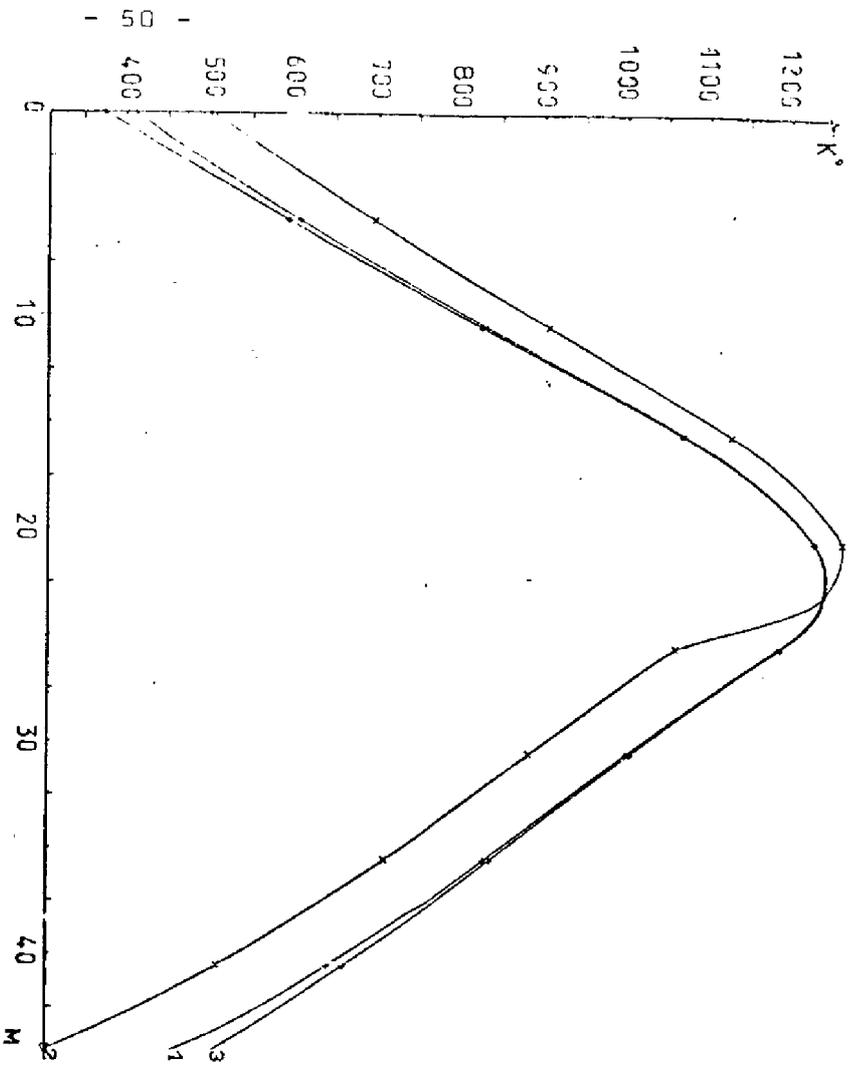


FIGURE II.4

Profils de temperature en regime
statique 1.P , 2.G , 3.T
dx=0,25 metres

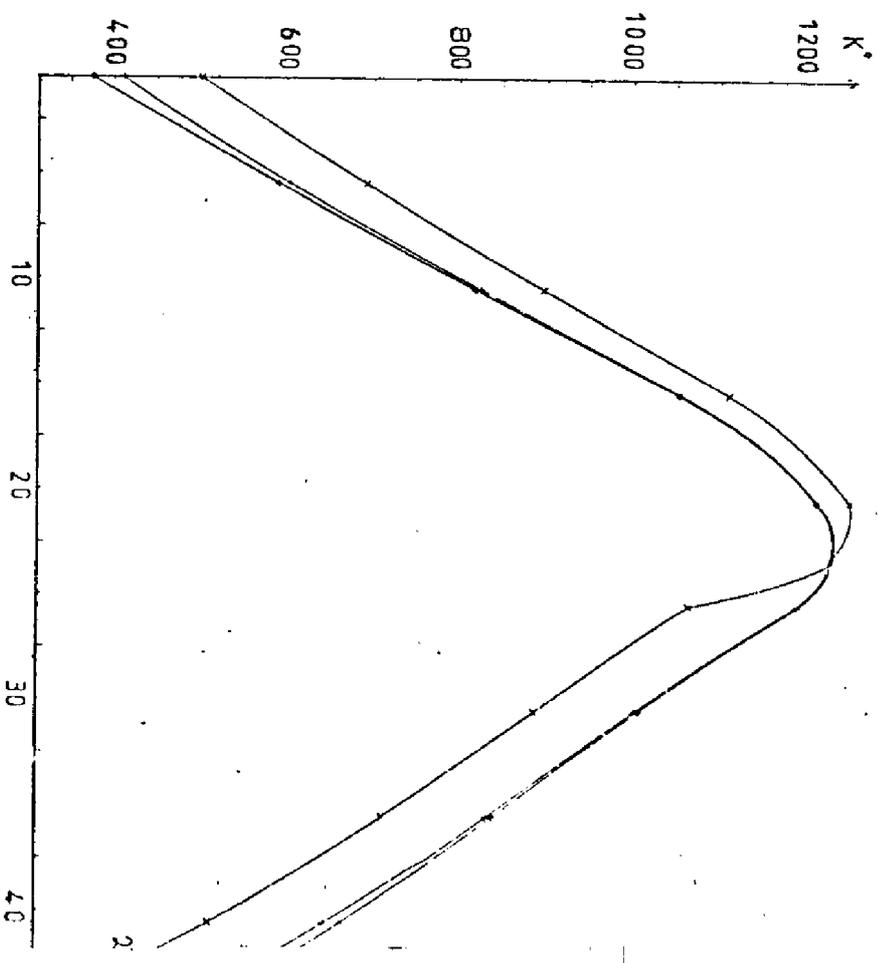


FIGURE II.3

Profils de temperatures en regime
statique 1.P , 2.G , 3.T
dx=0,50 metres

G (1) K	G (L) K
500,0	-14,27
503,676	515,79
501,618	182,48
502,89	386,66
502,12	262,9
502,59	338,6
502,31	292,62
502,48	320,49
502,38	303,37
507,44	313,62

Tableau 2.1

II.3.3. Etude en régime dynamique

II.3.3.1. Généralités

L'intégration numérique du système dynamique s'est avérée plus délicate dans la mesure où, pour un certain nombre de méthodes de discretisation, il était nécessaire de choisir un pas beaucoup trop petit 0,1 seconde. A l'inverse, la méthode de CARLSON, nous a permis un choix de pas moins contraignant; différents essais de simulation nous ont montré que l'on pouvait commencer l'intégration avec un pas temporel relativement faible ceci afin d'éviter des oscillations gênantes mais qui s'amortissent assez rapidement puis continuer avec un pas temporel plus important de l'ordre de 30 secondes.

La figure (II.2) nous montre l'allure des oscillations qui apparaissent sur le profil du gaz en fonction du temps dues à la méthode numérique. Ces oscillations ne se font pas sentir de la même façon dans la charge et dans le gaz.

II.3.3.2. Modèle du four avec chariots immobiles

Pour étudier le comportement réel du four nous avons intégré le système en considérant que les chariots restent immobiles. (1) Nous avons choisi comme commande un débit de gaz butane calculé sur la base de la consommation moyenne hebdomadaire.

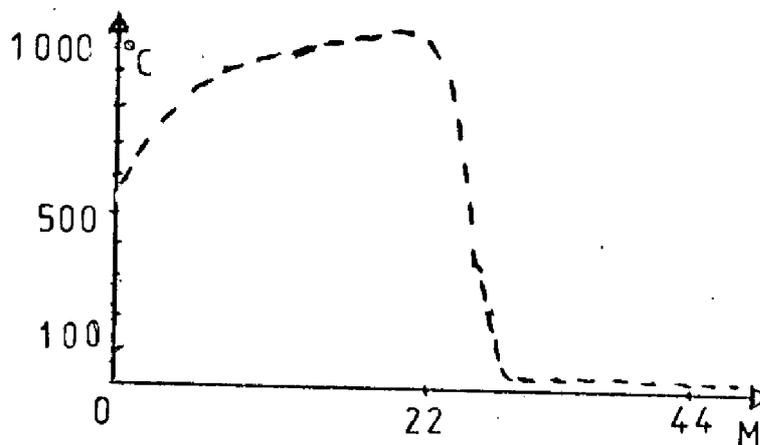


Fig II.6.

Allure du régime permanent du modèle avec chariots immobiles.

(1) Cette considération implique que $B_T = 0$ dans l'équation (1.6.)

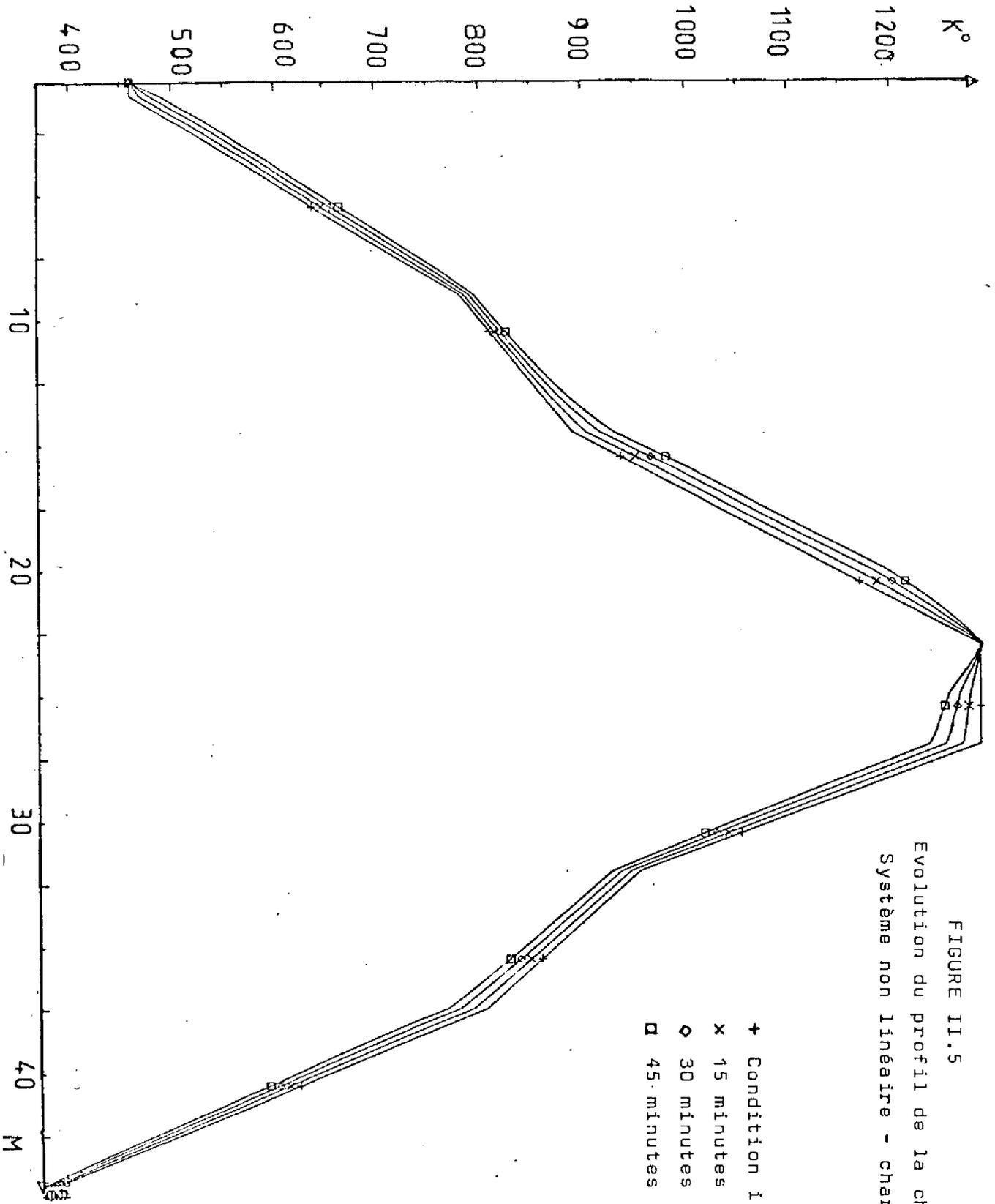


FIGURE II.5
Evolution du profil de la charge
Système non linéaire - chariots immobiles

Nous avons considéré comme condition initiale les profils des températures juste après une poussée (1) et un horizon temporel de simulation supérieur à 30 minutes. Comme pas spatial, nous avons pris 50 cm. L'évolution du profil de la température en fonction du temps est donné sur la figure (II.5).

Nous constatons que pour un temps supérieur à la durée d'une poussée, le profil n'atteint pas son régime permanent. Pour que le système puisse atteindre son régime permanent il faudrait un temps beaucoup plus long (plusieurs heures).

Si les chariots restaient immobiles très longtemps, et pour les mêmes valeurs de commande, le profil permanent vers lequel le four tendrait aurait approximativement l'allure de la courbe représentée sur la figure II.6. Ce profil est très différent du profil autour duquel nous voulons réguler notre processus. Donc ce profil n'est pas intéressant pour nous et nous ne pouvons pas envisager une étude autour du régime permanent de ce modèle.

II.3.3.3. Modèle avec vitesse de chariots constante

Le modèle avec vitesse de chariots constante a donné des résultats différents (4). Nous avons pris comme vitesse moyenne 1 M/H. Nous avons constaté que la réponse de ce modèle est beaucoup plus lente que la réponse du modèle avec vitesse nulle. Pour une durée de 30 minutes (intervalle entre deux poussées) la température ne varie pas en moyenne de plus de 5°K.

Cela nous permet de conclure que même avec une vitesse faible de l'ordre de 1 M/H la quantité de chaleur emportée par la charge est importante; cela est dû à la grande masse de la charge.

(1) après avoir atteint le régime désiré

II.4 ETUDE DE SENSIBILITE DE DIFFERENTS PARAMETRES

Pour améliorer les résultats de simulation par comparaison à des profils expérimentaux il faut donner des valeurs numériques plus précises aux différents paramètres mal connus. Il faut donc procéder à une identification paramétrique. Comme le nombre des paramètres mal connus est important nous avons fait une étude de sensibilité de ces paramètres [19] et nous avons choisi d'identifier les paramètres par rapport auxquels la solution est très sensible. Pour l'étude de sensibilité, nous avons fait varier les paramètres de $\pm 20\%$ et nous avons calculé la sensibilité de 3 profils $T(x)$, $G(x)$, $P(x)$. La sensibilité de ces profils a été calculé en utilisant la formule suivante.

S_T : sensibilité du profil $T(x)$

$T_v(x)$: profil en régime permanent après variation du paramètre

$T_i(x)$: profil (en régime permanent) avant variation du paramètre.

$$S_T = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{|T_v(x_k) - T_i(x_k)|}{T_i(x_k)}$$

Dans le tableau 2.2. nous trouvons les résultats de cette étude.

Paramètre	Paramètre: +20% erreur relative en %			Paramètre +20 % erreur relative en %		
	T	G	P	T	G	P
A_{GGT}	2,2	2,3	2,3	2,4	2,4	2,4
L_{cv}	2,5	2,8	2,4	3,1	3,8	2,9
D_T	1,	1,3	1,	1,2	1,4	1,2
S_G	1,6	1,8	1,6	1,9	1,9	1,9
C_T	12,5	11,4	12,7	15,8	14,2	15,8
T	0,41	0,23	0,47	0,58	0,50	0,73
P	0,12	0,27	0,66	0,15	0,2	0,45

-Tableau 2.2

Des sept paramètres étudiés nous avons identifié c_T , L_{cv} et A_{GGT} . Ces paramètres tout en étant les plus sensibles sont aussi les plus mal connus. L'identification des autres paramètres augmenterait sensiblement le volume des calculs et n'améliorerait que très peu la précision du modèle.

Comme nous l'avons déjà signalé le paramètre c_T figure toujours en produit avec la masse de la charge. Nous avons donc identifié le produit $M c . c_T$

II.5. IDENTIFICATION

Pour l'identification des paramètres mal connus (identification paramétrique) nous avons utilisé la méthode du modèle (2.8). Cette méthode consiste à modifier de façon itérative les différents paramètres en cherchant à minimiser un critère d'erreur. Le critère choisi (2.6) est la valeur quadratique de la différence entre le profil expérimental et le profil de simulation. Le principe de calcul est représenté sur la figure II.7.

$$(2.6) \quad C = \sum_{i=1}^N \left((T_E(i) - T_S(i))^2 + (G_E(i) - G_S(i))^2 \right)$$

T_E : profil expérimental

T_S : profil simulation

$i = 1, N$ nombre des points de discretisation

Nous avons simulé les équations en régime nominal. Les résultats obtenus se trouvent dans le tableau 2.3.

Paramètre	Résultat - Identification	
A_{GGT}	9,34	Kcal/M.H.K
L_{cv}	28,7	M ² /M
M_{c^T}	1270	Kcal/K°

Tableau 2.3

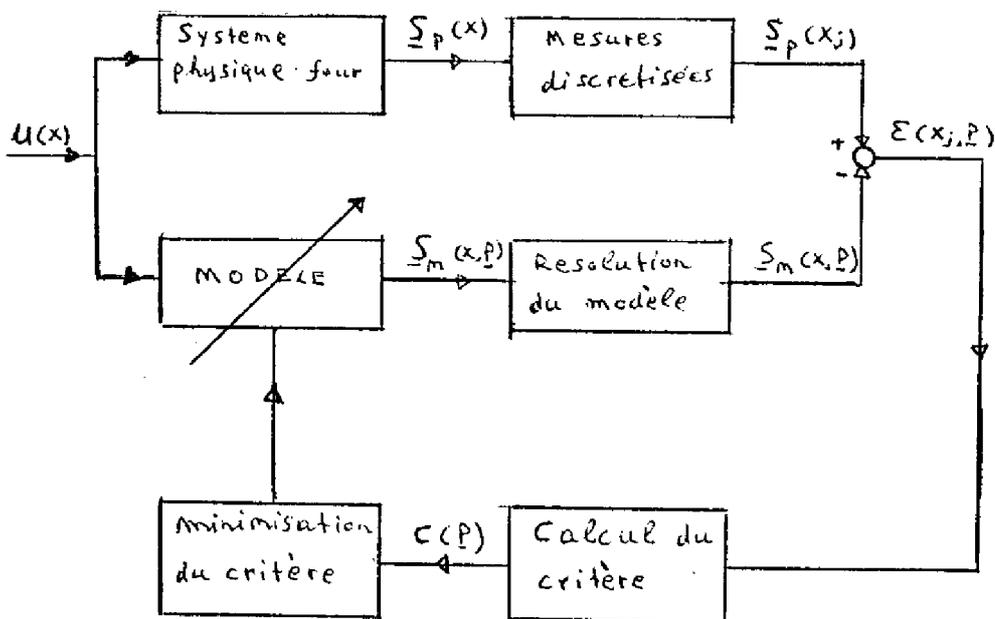


FIGURE II.7

$\underline{S}_p(x)$ c'est le vecteur de mesures de la température de la charge et du gaz en fonction de la longueur x .

$\underline{S}_m(x, P)$ c'est le vecteur de valeurs de $T(x)$ et $G(x)$ obtenu par simulation du modèle avec le paramètre P

$$\underline{S}_p(x) : (T_p(x), G_p(x))$$

$$\underline{S}_m(x) = (T_m(x), G_m(x))$$

$$\underline{\epsilon}(x_j, P) = \underline{S}_p(x_j) - \underline{S}_m(x_j, P)$$

$$C(P) = \sum_{j=1}^N \underline{\epsilon}^T(x_j, P) B \underline{\epsilon}(x_j, P)$$

N = nombre de points de discrétisation

C(P) représente le critère à minimiser

Nous avons choisi pour B la matrice unité donnant ainsi la même pondération à T(x) et G(x).

La valeur minimale de C(P) est recherchée à l'aide d'un algorithme d'optimisation décrit par POWELL (27) ; elle est obtenue pour un vecteur de paramètres P* tel que :

$$C(S_m, P^*) = \min C(S_m, P)$$

II.6. DETERMINATION DE LA COMMANDE NOMINALE

Après avoir identifié notre système, nous avons cherché la valeur de la commande qui corresponde à l'obtention d'un profil thermique désiré dans la charge. Dans ce but nous avons utilisé le même algorithme que précédemment en considérant comme profil expérimental le profil de la cuisson optimale. Les valeurs de la commande déterminées sont :

$$M_{ba} = 0,1 \frac{\text{Kgr}}{\text{H}} \quad M_{bb} = 2 \frac{\text{Kgr}}{\text{H}} \quad M_{bc} : 5 \frac{\text{Kgr}}{\text{H}}$$

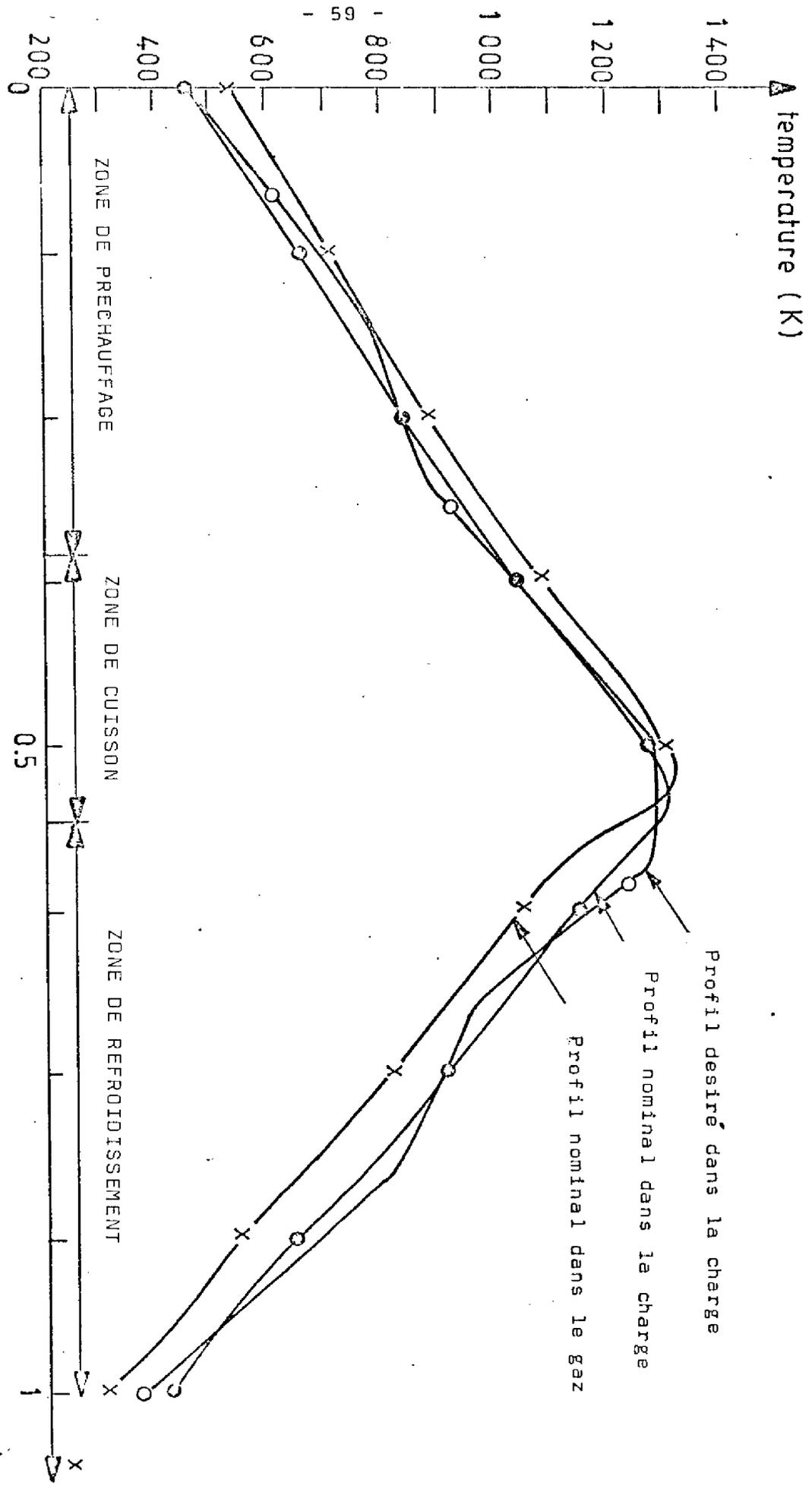


FIGURE II. 8

Profils obtenus apres identification

M_{ba}, M_{bb}, M_{bc} représentent les débits de butane par brûleur pour le premier, deuxième et troisième groupe respectivement

Dans la figure II.8 nous avons représenté les résultats obtenus. Nous constatons que le profil thermique est assez proche du profil désiré.

CONCLUSION

Dans cette partie, nous avons traité les problèmes de simulation et d'identification paramétrique des équations. Nous avons vu en particulier les raisons du choix de la méthode de CARLSON pour la simulation dynamique du système ainsi que les résultats obtenus. Le principal inconvénient réside dans le volume des calculs, résolu partiellement par différentes simplifications que nous avons faites. Cependant une simulation du comportement du four sur plusieurs heures devient excessivement long.

Dans le chapitre suivant, nous allons étudier la linéarisation de ce modèle ce qui nous permettra entre autre d'alléger énormément les calculs.

L'identification nous a permis d'évaluer les paramètres dont la mesure est presque impossible. Celle-ci a été faite en considérant le système en régime statique. De meilleurs résultats peuvent être obtenus en réalisant l'identification du système en régime transitoire sur un horizon correspondant à un intervalle de temps où les chariots restent immobiles.

CHAPITRE III ·

TRANSFORMATION DU MODELE

INTRODUCTION

Les deux premiers chapitres ayant été consacrés à la modélisation du comportement thermique du four et à l'identification des paramètres du modèle obtenu, la phase suivante consiste à transformer ce modèle de manière à ce que l'étude d'optimisation qui en découlera soit rendue plus aisée.

En effet ce modèle que nous venons d'établir est un système aux dérivées partielles à partir duquel il est difficile de déterminer une loi de commande optimale.

Ce chapitre sera consacré à la transformation du modèle transformation qui nous a permis de passer d'un système aux dérivées partielles à paramètres répartis non linéaire, à un système différentiel linéaire à paramètres localisés.

Dans un premier temps, nous avons linéarisé le modèle autour du profil nominal, obtenu dans l'hypothèse d'une avance continue des chariots, puis nous avons appliqué une méthode d'approximation fonctionnelle pour obtenir un système à paramètres localisés (34). La méthode utilisée est la méthode de GALERKIN. (8).

Les résultats obtenus nous ont permis par une étude des valeurs propres de réduire l'ordre du système.

III.1. LINEARISATION DU MODELE

III.1.1. Méthode de linéarisation

Le but de l'étude est la régulation d'un profil de température de la charge autour d'un profil désiré. Ce profil est perturbé à cause des poussées périodiques des chariots. Les températures varient dans une gamme de $\pm 30^\circ$ environ autour du profil nominal en fonction des chariots considérés. (Position et type de charge). Ces variations étant faibles nous avons linéarisé le modèle autour des profils désirés en appliquant la formule du développement de TAYLOR. Soit $T_d(x)$, $G_d(x)$, $P_d(x)$ les profils désirés et $M_{b1N}(x)$ la commande nominale correspondante. (Débit massique de butane correspondant au brûleur i . Posons :

$$T(x,t) = T_d(x) + \alpha(x,t)$$

$$G(x,t) = G_d(x) + \beta(x,t)$$

$$P(x,t) = P_d(x) + \gamma(x,t)$$

$$M_b(x,t) = M_{bN}(x) + \mu_b(x,t)$$

Remplaçons toutes les expressions non linéaires de la forme $f(x+h)$ par

$$f(x+h) \approx f(x) + hf'(x)$$

Par exemple nous remplaçons l'expression $T^4(x,t)$ par

$$T^4(x,t) = (T_d(x) + \alpha(x,t))^4 \approx T_d^4(x) + 4\alpha(x,t)T_d^3(x)$$

Le modèle contient des termes non linéaires croisés, par

exemple de la forme $T^4(x,t) \cdot G^4(x,t)$. La linéarisation de ces termes a été faite en négligeant les termes dynamiques d'ordre supérieur à 1 (31).

$$\begin{aligned}
 f(T(x,t)) \cdot g(G(x,t)) &\approx (f(T_d(x)) + \alpha(x,t) \cdot f'(T_d(x))) \cdot (g(G_d(x)) + \\
 &\quad \beta(x,t) \cdot g'(G_d(x))) \\
 &= f(T_d(x))g(G_d(x)) + \alpha(x,t)f'(T_d(x))g(G_d(x)) + \beta(x,t)g'(G_d(x))f(T_d(x)) \\
 &\quad + \underline{\alpha(x,t)\beta(x,t)f'(T_d(x))g'(G_d(x))}
 \end{aligned}$$

De la même façon nous avons linéarisé les termes de la forme suivante :

$$\begin{aligned}
 G(x,t) \cdot \frac{dG(x,t)}{dt} &= (G_d(x) + \beta(x,t)) \cdot \frac{d}{dt}(G_d(x) + \beta(x,t)) \\
 &\approx G_d(x) \cdot \frac{d\beta(x,t)}{dt} + \underline{\beta(x,t) \cdot \frac{d\beta(x,t)}{dt}} \\
 G(x,t) \cdot \frac{dG(x,t)}{dx} &= (G_d(x) + \beta(x,t)) \cdot \frac{d}{dx}(G_d(x) + \beta(x,t)) \\
 &\approx G_d(x) \cdot \frac{dG_d(x)}{dx} + \beta(x,t) \cdot \frac{dG_d(x)}{dx} + \frac{d\beta(x,t)}{dx} \cdot G_d(x) + \underline{\beta(x,t) \cdot \frac{d\beta(x,t)}{dx}} \\
 G(x,t) \cdot M_{bI}(x,t) &= (G_d(x) + \beta(x,t)) \cdot (M_{bId}(x) + \mu_{bI}(x,t)) \\
 &\approx G_d(x) \cdot M_{bId}(x) + \beta(x,t) \cdot M_{bId}(x) + \mu_{bI}(x,t) \cdot G_d(x) + \underline{\beta(x,t) \cdot \mu_{bI}(x,t)}
 \end{aligned}$$

Toutes ces approximations ont été vérifiées à postériori.

III.1.2. Linéarisation du modèle en régime nominal

En prenant le système avec vitesse des chariots constante nous avons considéré que les profils nominaux correspondaient aux profils désirés. En appliquant donc la méthode de linéarisation décrite précédemment sur notre système (1.6) (1.7) (1.8) nous avons obtenu les équations suivantes :

$$(3.1) \quad A_T \frac{\partial \alpha(x,t)}{\partial t} + B_T \frac{\partial T_N(x)}{\partial x} + B_T \frac{\partial \alpha(x,t)}{\partial x} = \alpha(x,t) \cdot M_{11}(T_N(x), G_N(x), P_N(x)) \\ + \beta(x,t) \cdot M_{12}(T_N(x), G_N(x), P_N(x)) + C_T(T_N(x), G_N(x), P_N(x)) + \gamma(x,t).$$

$$M_{13}(T_N, G_N, P_N) + \sum_{i=1}^N u(x_i - x) U_1(x) \mu_{bi}(t) \quad \text{avec } u(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x > 0 \\ 0 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

$$(3.2) \quad A_G(G_N(x)) \cdot \frac{\partial \beta(x,t)}{\partial t} + B_G(G_N(x)) \cdot \frac{\partial G_N(x)}{\partial x} + B_G(G_N(x)) \cdot \frac{\partial \beta(x,t)}{\partial x} = \\ \alpha(x,t) \cdot M_{21}(T_N(x), G_N(x), P_N(x)) + \beta(x,t) \cdot M_{22}(T_N(x), G_N(x), P_N(x)) \\ \gamma(x,t) \cdot M_{23}(T_N(x), G_N(x), P_N(x)) + \sum_{i=1}^N (u(x_i - x) U_{21}(x) + \delta(x_i - x) U_{22}) \cdot \\ \mu_{bi}(t) + C_G(T_N(x), G_N(x), P_N(x)) + D_G(G_N(x)).$$

$$(3.3) \quad 0 = \alpha(x,t) \cdot M_{31}(T_N(x), G_N(x), P_N(x)) + \beta(x,t) \cdot M_{32}(T_N(x), G_N(x), P_N(x)) \\ + \gamma(x,t) \cdot M_{33}(T_N(x), G_N(x), P_N(x)) + C_P(T_N(x), G_N(x), P_N(x)) \\ + \sum_{i=1}^N u(x_i - x) \cdot U_3(x) \cdot \mu_{bi}(t)$$

En tenant compte de l'égalité des termes correspondant au régime nominal apparaissant dans les deux membres du système différentiel il reste :

$$A_T \frac{\partial \alpha(x,t)}{\partial t} + B_T \frac{\partial \alpha(x,t)}{\partial x} = \alpha(x,t) M_{11}(x) + \beta(x,t) M_{12}(x) + \gamma(x,t)$$

$$M_{13}(x) + \sum_{i=1}^N u(x_i - x) U_1(x) \mu_{bi}(t)$$

$$A_G(x) \frac{\partial \beta(x,t)}{\partial t} + B_G(x) \frac{\partial \beta(x,t)}{\partial x} = \alpha(x,t) M_{21}(x) + \beta(x,t) M_{22}(x)$$

$$+ \gamma(x,t) M_{23}(x) + \sum_{i=1}^N (u(x_i - x) U_{21}(x) + \delta(x - x_i) v_{22}(x)) \mu_{bi}(t)$$

$$0 = \alpha(x,t) M_{31}(x) + \beta(x,t) M_{32}(x) + \gamma(x,t) M_{33}(x) + \sum u(x_i - x) v_3(x) \mu_{bi}(t)$$

La troisième équation étant une équation linéaire algébrique nous exprimons $\gamma(x,t)$ en fonction de $\alpha(x,t)$ $\beta(x,t)$ et nous réduisons ainsi l'ordre du système :

$$\gamma(x,t) = -\alpha(x,t) \frac{M_{31}(x)}{M_{33}(x)} - \beta(x,t) \frac{M_{32}(x)}{M_{33}(x)} - \sum_{i=1}^N u(x - x_i) \frac{U_3(x)}{M_{33}(x)} \mu_{bi}(t)$$

En définitive, nous pouvons donc écrire le système sous la forme matricielle suivante :

$$(3.1) \begin{bmatrix} \dot{\alpha}(x,t) \\ \dot{\beta}(x,t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{111}(x) + W_{112} \frac{\partial}{\partial x} & W_{12}(x) \\ W_{21}(x) & W_{221}(x) + W_{222}(x) \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha(x,t) \\ \beta(x,t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_{1c} \\ W_{2c} \end{bmatrix}$$

$$W_{1c} = \sum_{i=1}^N u(x, x_i) U_1(x) - \frac{M_{13}(x)}{M_{33}(x)} (x) M_{bi}(t)$$

$$W_{2c} = \sum_i ((u(x-x_i) U_{21}(x) - \frac{M_{23}(x)}{M_{33}(x)} U_3(x) + \delta(x-x_i) U_{22}(x)) M_{bi}(t)$$

Conditions aux limites :

$$T(0,t) = T_0 \quad T_0 = T_N(0) + \alpha(0,t) \quad T_N(0) = T_0 \quad \text{d'où} \quad \alpha(0,t) = 0$$

$$G(L,t) = G_0 \quad G_0 = G_N(L) + \beta(L,t) \quad G_N(L) = G_0 \quad \text{d'où} \quad \beta(L,t) = 0$$

II.1.3. Linéarisation du système avec chariots immobiles

Il est également possible de linéariser le modèle dans le cas où les chariots restent immobiles entre deux poussées en utilisant le même principe de méthode. Dans ce cas, la commande M_{bN} nous conduirait à un régime permanent très différent (figure II.6) de celui obtenu par le modèle dans lequel la vitesse de chariots n'est pas nulle (figure II.8). Si donc on fait la linéarisation autour des mêmes profils nominaux $T_N(x)$, $G_N(x)$, $P_N(x)$, $M_{bN}(x)$ dans l'équation (31) le terme $B_T \frac{\partial T_N}{\partial x}$ étant nul, le terme $C_T(T_N(x), G_N(x), P_N(x))$ figure toujours en second membre.

c'est-à-dire : $B_T \frac{\partial T_N}{\partial x} \neq C_T(T_N(x), G_N(x), P_N(x))$

Le système obtenu finalement est de la forme

$$(3.2) \quad \begin{bmatrix} \dot{\alpha}(x,t) \\ \dot{\beta}(x,t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{111}(x) & W_{12}(x) \\ W_{21}(x) & W_{221}(x) + W_{222}(x) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha(x,t) \\ \beta(x,t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_T(x) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} W_{1c} \\ W_{2c} \end{bmatrix}$$

On en déduit que nous n'aboutissons pas à un système d'équation linéaires classiques. Pour y parvenir il aurait fallu linéariser le système autour des profils de températures du régime permanent et de la commande correspondante de ce modèle. Comme ces profils ne correspondent pas aux profils de température désirés et en sont même fortement éloignés une telle linéarisation aurait été inutile par la suite.

III.1.4. Résultats numériques

Nous avons simulé le système linéaire en appliquant la méthode déjà utilisée pour le système non linéaire c'est-à-dire la méthode de CARLSON. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure(III.1). La simulation (système linéarisé et système non linéaire) a été faite sur le modèle avec vitesse de chariots nulle pour lequel la dynamique est plus rapide que pour le modèle avec vitesse de chariots constante.

Les figures montrent le comportement du système non linéaire et du système linéarisé en différents points du four. Les conditions initiales correspondent à la perturbation du profil obtenu due à la poussée des chariots. Dans la mesure où nous restons dans l'intervalle de variations nous constatons que l'approximation faite est bonne.

Sur les figure(III 2) et (III.3) nous avons représenté l'évolution des variations du profil de la charge pour les deux modèles (chariots à vitesse constante et chariots immobiles),

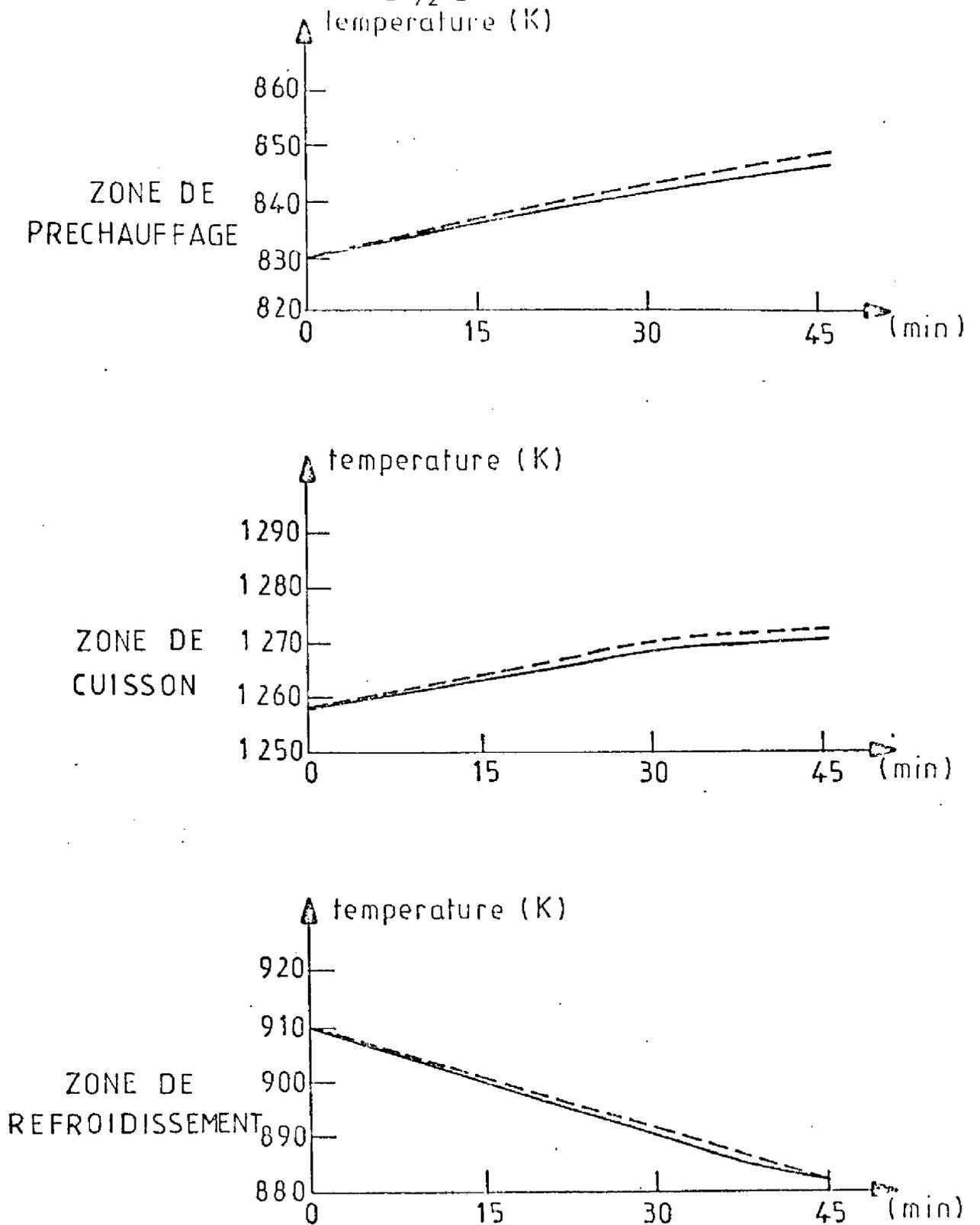


FIGURE III.1

Comparaison entre système linéarisé et système non linéaire dans les trois zones du four

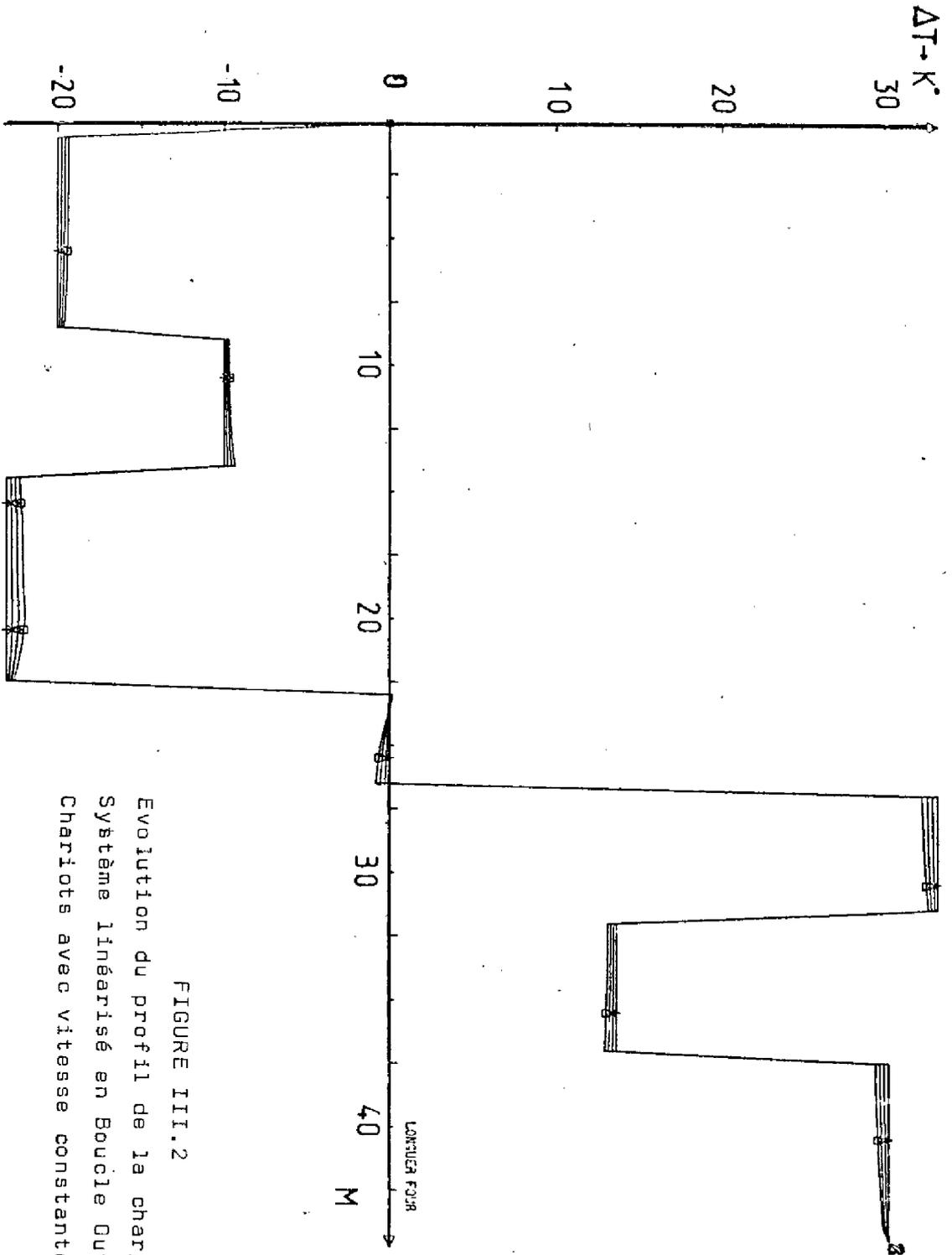


FIGURE III.2
Evolution du profil de la charge - 45 minutes
Système linéarisé en Boucle Ouverte
Chariots avec vitesse constante - C.I. régime désiré

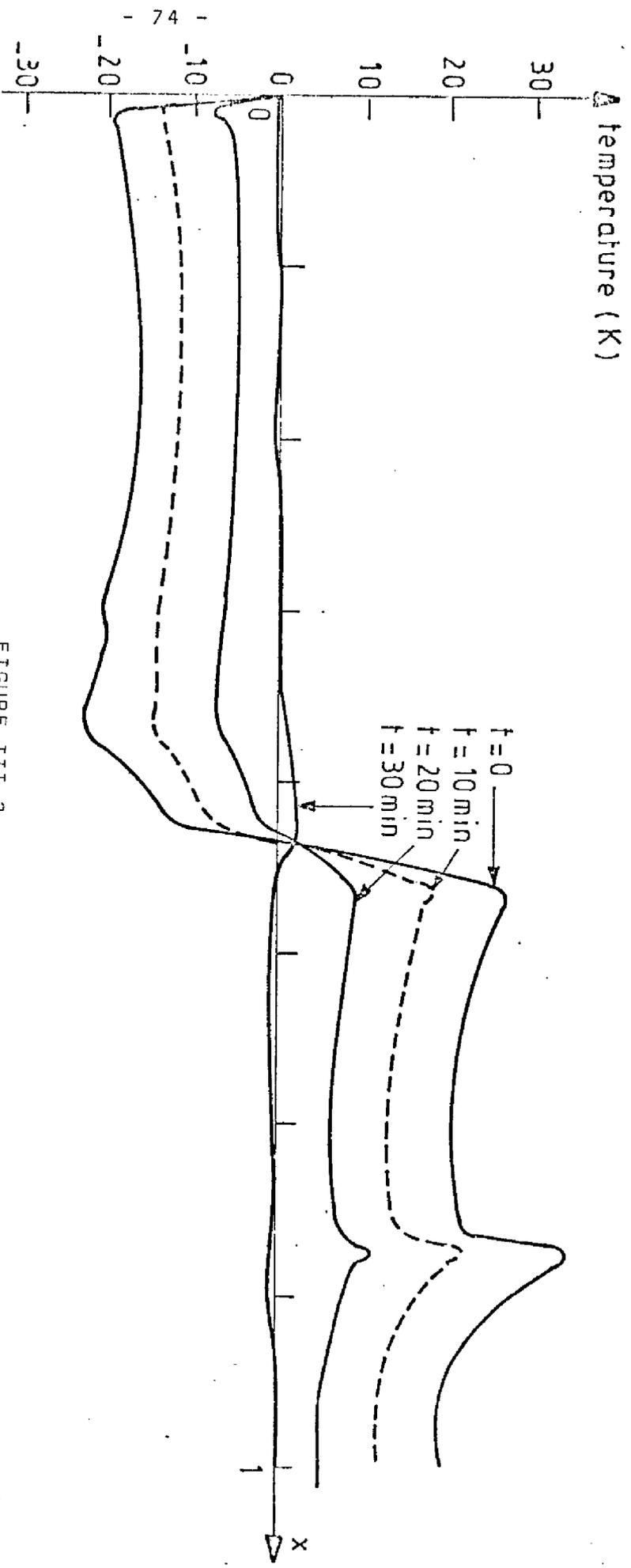


FIGURE III.3

Evolution du profil de la charge - 30 minutes
 Système linéarisé en Boucle Ouverte
 Chariots immobiles C.I. Régime nominal

III 2 DETERMINATION D'UN SYSTEME A PARAMETRES LOCALISES

III.2.1. Choix de la méthode d'approximation fonctionnelle (33)

STAFFORD (31) a étudié de façon approfondie l'applicabilité de méthodes d'approximation fonctionnelle sur des modèles de processus à contre-courant, constitués par des équations aux dérivées partielles linéaires sans terme de diffusion.

Dans certains cas, l'application de la méthode de GALERKIN rend possible la définition d'une approximation satisfaisante en utilisant un nombre très réduit de fonctions de base. Quant à leur choix il n'existe pas de directives précises ; éventuellement on peut se baser sur des propriétés physiques du processus étudié : dans le cas d'un système de plusieurs équations aux dérivées partielles possédant un caractère hyperbolique (conduction-convection) un choix mal adapté entraînera une mauvaise convergence ou même l'instabilité (24).

Si l'opérateur différentiel a un spectre discret des valeurs propres (10) (1) on peut en général déterminer les fonctions de base (fonctions propres) de façon analytique. L'applicabilité d'une telle méthode aux processus à contre-courant sans transport par diffusion est limitée. Le modèle mathématique, supposé linéaire est en effet constitué par un ensemble d'équations aux dérivées partielles hyperboliques, ce qui rendra difficile le calcul des valeurs propres de l'opérateur de dérivation (31).

III.2.2. Rappels sur la méthode de GALERKIN (8) (22)

La méthode de GALERKIN est une des méthodes d'approximation fonctionnelle permettant la transformation d'un système d'équations aux dérivées partielles en un système d'équations diffé-

rentielles ordinaires.

Soit le système suivant :

$$\frac{\partial Y(x,t)}{\partial t} = L_x [Y(x,t)] + B \underline{u}(x,t)$$

avec des conditions aux limites homogènes

$$Y(L,k) = 0$$

$$Y(x,t_0) = Y_0(x)$$

L_x : opérateur linéaire

Dans l'espace d'état il existe une base de dimension infinie telle que :

$$Y_k(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i^k(t) \varphi_i(x) \quad k=1,2,\dots,n \text{ dimension de } \underline{Y}(x,t)$$

En faisant un choix judicieux d'une base de fonctions nous pouvons tronquer notre développement à un ordre N tout en ayant une bonne approximation de la fonction $Y_k(x,t)$. Nous avons donc :

$$Y_k(x,t) \approx \sum_{i=1}^N a_i^k(t) \varphi_i(x)$$

Le système initial devient donc

$$\sum_{i=1}^N \dot{a}_i(t) \varphi_i(x) = \left(\sum_{i=1}^N a_i(t) L_x \varphi_i(x) \right) + (B(x) \underline{u}(x,t) + R_1(x,t)).$$

$$\sum_{i=1}^N a_i(t) \varphi_i(L) = R_2(t)$$

$$\sum_{i=1}^N a_i(0) \varphi_i(x) = Y_0(x) + R_3(x)$$

Nous nous limitons à un vecteur d'état $\underline{Y}(x,t) = y(x,t)$
 la méthode restant valable pour le cas de $\underline{Y}(x,t) = [y_1(t), \dots, y_2(t)]$

La méthode de GALERKIN étant une méthode interne, nous
 considérons que $R_2=0$ (4)

Nous appelons J le produit scalaire $J = \langle R_1, R_1 \rangle$ défini
 dans l'espace Ω $J = \int_{\Omega} R_1 \cdot R_1 dx$

En minimisant J par rapport à $\dot{a}_i(t)$ nous avons :

$$\frac{\partial J}{\partial \dot{a}_i} = \int_{\Omega} \frac{\partial R_1^2}{\partial \dot{a}_i} dx \quad J_{\dot{a}_i} = 2 \int_{\Omega} R_1 \frac{\partial R_1}{\partial \dot{a}_i} dx \quad J_{\dot{a}_i} = 0$$

$$R_1 = \sum_{i=1}^N \dot{a}_i(t) \varphi_i(x) - \sum_{i=1}^N a_i(t) L_x \varphi_i(x) - B(x) \cdot u(x,t)$$

$$\frac{\partial R_1}{\partial \dot{a}_i} = \begin{bmatrix} \varphi_1(x) \\ \vdots \\ \varphi_N(x) \end{bmatrix} \Rightarrow \int_{\Omega} R_1 \frac{\partial R_1}{\partial \dot{a}_i} = \begin{bmatrix} \int_{\Omega} R_1 \varphi_1(x) dx \\ \vdots \\ \int_{\Omega} R_1 \varphi_N(x) dx \end{bmatrix} = 0$$

$$J : \int_{\Omega} R_1 \varphi_j dx = \int_{\Omega} \left(\sum_i \dot{a}_i(t) \varphi_i \varphi_j - \sum_i a_i(t) L \varphi_i(x) \varphi_j(x) - B(x) u(x,t) \varphi_j \right) dx$$

Nous posons

$$F_{(j,i)} = \int_{\Omega} \varphi_j \varphi_i dx \quad G_{(j,i)} = \int_{\Omega} \varphi_j L \varphi_i dx \quad H_j = \int_{\Omega} -B(x) \cdot g(x) \cdot \varphi_j dx$$

Nous supposons que $u(x,t) = g(x) \cdot b(t)$. Si ce n'est pas le cas
 il faut décomposer $u(x,t)$ sur une base $g_i(x)$ de l'espace de la
 commande \mathcal{U} telle que

$$u(x,t) \approx \sum_{i=1}^k g_i(x) \cdot b_i(t)$$

Nous arrivons donc à la représentation matricielle

$$F \dot{\underline{a}}(t) = G \underline{a}(t) + H b(t)$$

Pour les conditions initiales ($t=0$) nous avons :

$$\frac{\partial}{\partial a_i(0)} \int_{\Omega} R_3 R_3 dx = 0 \quad 2 \int_{\Omega} R_3 \frac{\partial R_3}{\partial a_i(0)} = 0_{i=1, \dots, N} \quad \begin{bmatrix} \int_{\Omega} R_3 \varphi_1(x) dx \\ \vdots \\ \int_{\Omega} R_3 \varphi_N(x) dx \end{bmatrix} = 0$$

$$\int_{\Omega} R_3 \varphi_j dx = \int_{\Omega} (y_0(x) - \sum_{i=1}^N a_i(t) \varphi_i(x)) \varphi_j(x) dx$$

Nous posons

$$c_j = \int_{\Omega} y_0(x) \varphi_j dx$$

D'où les conditions initiales sont exprimés sous la forme

$$F \cdot \underline{a}(0) = \underline{c}$$

Les fonctions de base étant linéairement indépendantes la matrice F est inversible et nous avons finalement

$$\dot{\underline{a}}(t) = F^{-1} G \underline{a}(t) + F^{-1} H b(t)$$

En choisissant une base de fonctions orthonormale la matrice F est la matrice identité et les calculs sont alors simplifiés.

III.2.3. Application de la méthode de GALERKIN

Le succès de l'application d'une méthode d'approximation fonctionnelle est surtout lié au choix de la base de fonctions. Dans notre cas malheureusement nous n'avons pas pu trouver de fonctions de base simples qui nous donnent de bons résultats avec relativement peu de calculs. Un choix de fonctions orthonormales classiques exigerait un nombre de fonctions important ce qui aug-

menterait beaucoup la dimension du système. Nous avons d'abord choisi des fonctions sinusoïdales puis des polynômes.

Les polynômes trouvés sont du neuvième degré avec des coefficients relativement grands. Les meilleurs résultats ont été obtenus en prenant comme fonction de base une fonction numérique qui est la condition initiale elle-même (figure III.4) et deux fonctions sinusoïdales.

Les grandes variations de température sur la partie droite de la courbe (figure III.4) sont dûes à une augmentation des pertes provoquées par un tirage d'air chaud dans cette région et la sortie des chariots.

$$\psi_2(x) = \sin \left(6 \pi \frac{x}{L} \right)$$

$$\psi_3(x) = \sin \left(10 \pi \frac{x}{L} \right)$$

L = longueur du four

Nous avons donc fait les approximations suivantes :

$$\alpha(x,t) = \sum_{i=1}^3 a_i(t) \psi_i(x) \quad \alpha(x,0) = \psi_1(x)$$

C.I.

$$\beta(x,t) = \sum_{i=1}^3 b_i(t) \psi_i(x) \quad \beta(x,0) = 0$$

III 2.4. Résultats

Nous avons appliqué la méthode de GALERKIN au cas du système d'équations aux dérivées partielles (3.1) et (3.2). Nous avons trouvé les deux systèmes d'équations différentielles ordinaires (3.3) et (3.4). Le premier correspond au modèle avec chariots immobiles entre deux poussées et le second au modèle avec vitesse de chariots constante.

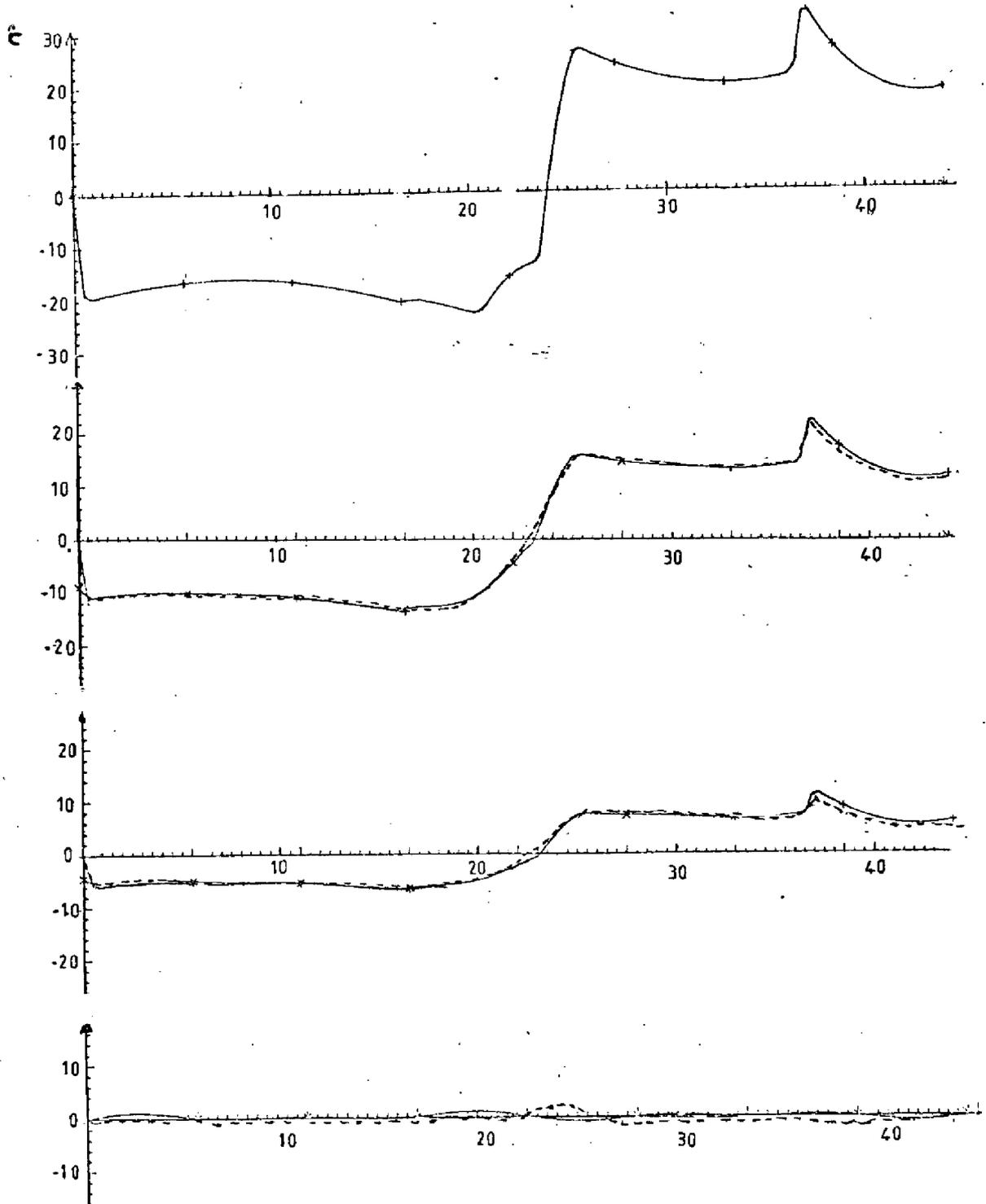


FIGURE III.5

Evolution du profil de la charge en boucle ouverte
Evolution du système à paramètres répartis - - - -
Evolution du système à paramètres localisés ————

$$\dot{\underline{Y}}(t) = H_0 \underline{Y}(t) + L \underline{u}(t) + K \quad \text{avec}$$

$$(3.3) \quad \underline{Y}^T(t) = (a_1(t), a_2(t), a_2(t), b_1(t), b_2(t), b_3(t))$$

$$\underline{u}^T(t) = (u_1(t), u_2(t), u_3(t))$$

Les résultats numériques se trouvent en Annexe III. Les trois composantes de la commande $\underline{u}(t) : u_1(t), u_2(t), u_3(t)$ correspondent aux débits de butane par brûleur pour les trois groupes des brûleurs. C'est-à-dire $\mu_{ba}(t), \mu_{bb}(t), \mu_{bc}(t)$

III.3 REDUCTION DE L'ORDRE DU SYSTEME

Afin de connaître la dynamique du système en boucle ouverte et en tirer des renseignements pour sa simulation ultérieure, nous avons calculé ses valeurs propres et les constantes de temps correspondantes. Les valeurs propres obtenues sont les suivantes :

Matrice H_0		Matrice H_1	
Valeurs propres			
Partie réelle	Partie imaginaire	Partie réelle	Partie imaginaire
-0,1040	0,0	-0,0544	-0,04730
-0,0766	0,0	-0,0544	+0,04730
-0,1306	0,0	-0,0126	0,105 10 ⁻¹²
-0,124 10 ⁵	0,0	-0,124 10 ⁵	-0,205 10 ⁻¹²
-0,140 10 ⁵	0,0	-0,140 10 ⁵	-0,511 10 ⁻¹⁴
-0,164 10 ⁵	0,0	-0,164 10 ⁵	0,230 10 ⁻¹²

Tableau III 1

Nous constatons que nous avons des valeurs propres très différentes dont trois sont très grandes. La résolution numérique du système poserait des problèmes au niveau du temps calcul car nous serions amené à prendre un pas d'intégration très petit, pour avoir des résultats satisfaisants. Les constantes de temps faibles traduisent la dynamique du gaz. Nous pouvons donc faire l'approximation $\dot{\underline{b}}(t) = 0$

Soit le système d'équations (3.3)

Nous avons donc

$$\dot{\underline{a}} = A_1 \underline{a} + B_1 \underline{b} + D_1 \underline{u} + C_1$$

$$\dot{\underline{b}} = A_2 \underline{a} + B_2 \underline{b} + D_2 \underline{u} + C_2$$

$$\underline{b} = 0 \quad \underline{b} = -(B_2^{-1}, A_2) \underline{a} - (B_2^{-1} D_2) \underline{u} - B_2^{-1} C_2$$

$$\dot{\underline{a}} = (A_1 - B_1 B_2^{-1} A_2) \underline{a} + (D_1 - B_1 B_2^{-1} D_2) \underline{u} + (C_1 - B_1 B_2^{-1} C_2)$$

Nous obtenons donc un système d'équations de même dimension que

Les matrices obtenues après réduction du système sont
(3.5) (3.6)

$$(3.5) \quad \dot{\underline{a}} = A_0 \underline{a} + B \underline{u} + C \quad (3.6) \quad \dot{\underline{a}} = A_1 \underline{a} + B \underline{u}$$

Matrice A_0			Matrice A_1		
-0,0972	0,137 10^{-4}	0,595 10^{-3}	-0,0662	-0,00105	-0,00145
0,3560	-0,075	-0,831 10^{-3}	1,0921	-0,03919	-0,01833
-0,4902	-0,008257	-0,138	0,9086	-0,01027	-0,01605

Matrice B		
-0,1443	-0,0767	-0,0355
1,6902	0,4036	0,2377
-0,5250	0,7626	-0,6258

Pour vérifier la validité de l'approximation $b = 0$ nous avons intégré les deux systèmes avant et après réduction pour un horizon de six minutes. La résolution a été faite à l'aide de la méthode numérique de Runge KUTTA .

Nous pouvons constaté en Annexe III que les résultats sont très voisins et l'approximation est donc justifiée. La comparaison des valeurs propres (tableau III.1) de deux systèmes nous permet de constater aussi la différence de dynamique des deux systèmes. Nous trouvons un rapport de 1 à 6 environ

Une autre méthode consistait à utiliser la technique des perturbations singulières (37) permettant de résoudre le système en le décomposant en deux sous-systèmes, un sous-système de dynamique lente et un de dynamique rapide. Cette technique est souvent plus performante au niveau de la résolution numérique.

III.4 COMPARAISON ENTRE LE MODELE A PARAMETRES REPARTIS ET LE MODELE A PARAMETRES LOCALISES

Pour nous assurer que l'application de la méthode de GALERKIN dans notre cas a donné des résultats satisfaisants, nous avons comparé les résultats obtenus avec les résultats de la simulation du système d'équations aux dérivées partielles linéarisé. Les résultats concernant les deux systèmes se trouvent sur la figure III. 5 . Nous constatons que les résultats sont assez proches au moins pour la gamme de variations de température considérés.

III.5 COMPARAISON DES DEUX MODELES EN VUE DE L'ETUDE D'OPTIMISATION

Pour le calcul de la commande nous pouvons envisager l'optimisation soit du modèle avec chariots immobiles, soit du modèle avec chariots à vitesse constante. Les deux modèles présentent avantages et inconvénients. Le premier modèle permet de tenir compte du temps de réponse réel du four, mais il ne tient pas compte du phénomène périodique lié au déplacement des chariots. Donc la commande calculée serait une commande optimale pour une courte période (30 minutes) et non pas pour une durée supérieure. Dans le deuxième modèle nous avons un temps de réponse beaucoup plus lent que le temps de réponse réel du four mais nous tenons compte du phénomène de déplacement des chariots. Il faut signaler aussi que dans le premier cas la commande n'agit que sur la zone de préchauffage et la zone de cuisson; dans la zone de refroidissement il n'y a aucune action de la commande. (Nous considérons que la commande n'inclut pas l'air secondaire). Par contre dans le deuxième cas, la commande agit directement dans les trois zones, par l'intermédiaire du déplacement des chariots. Nous ajoutons finalement que pour la résolution du deuxième système d'équations nous pouvons appliquer directement des méthodes mathématiques classiques des systèmes linéaires. Pour le premier système d'équations une transformation mathématique est nécessaire pour se ramener à une forme classique (25) (20). Pour le calcul de la commande nous avons choisi finalement le modèle avec chariots à vitesse constante ce qui nous permet d'envisager une régulation tout au long du four.

Le problème du temps de réponse a été résolu partiellement comme nous allons voir au chapitre suivant, par un choix convenable des matrices de pondération.

CONCLUSION

Dans les deux premiers chapitres nous avons établi un modèle de fonctionnement du four et effectué une simulation du modèle en régime statique et dynamique. Les résultats de simulation étant satisfaisants nous pouvons considérer que le modèle est suffisamment valable pour notre étude. Le système d'équations aux dérivés partielles non linéaire déterminé est très utile pour l'étude du comportement du four et de l'influence des différents paramètres physiques et géométriques. Malheureusement pour une étude d'optimisation il est trop complexe et il est préférable de faire certaines simplifications justifiables pour aboutir à un système d'équations différentielles ordinaires et pouvoir ainsi appliquer les méthodes d'optimisation classiques.

Dans ce but, comme le processus fonctionne dans une gamme de faibles variations de températures, nous avons linéarisé le système, en vérifiant à posteriori la validité de la linéarisation. Ensuite, nous avons appliqué une des méthodes d'approximation fonctionnelle: la méthode de GALERKIN, pour transformer le modèle d'un système à paramètres repartis en un système à paramètres localisés.

Nous avons donc abouti à un système d'équations différentielles ordinaires, pour lequel une étude d'optimisation par application de méthodes connues ne poserait pas de problèmes majeurs.

CHAPITRE IV

COMMANDE SOUS-OPTIMALE DU FOUR

INTRODUCTION

Nous consacrerons ce chapitre à la détermination d'une loi de commande du processus. Comme le modèle utilisé ne représente pas parfaitement le comportement du système réel, nous risquons d'avoir des erreurs stationnaires plus ou moins importantes. La régulation à l'aide d'une simple commande par retour d'état n'apparaît donc pas suffisante. Dans le but de résoudre ce problème nous avons introduit des intégrateurs dans la boucle de contreaction. De cette façon, la commande calculée est fonction non seulement de l'état du système mais aussi de l'intégrale de l'écart entre le profil désiré et le profil réel dans le four.

Nous avons utilisé deux méthodes différentes pour déterminer la loi de commande sur le nouveau système d'équations. La méthode classique d'optimisation des systèmes linéaires avec critère quadratique et une méthode de commande modale. Pour la première méthode nous avons formulé un critère d'optimisation sur l'état et la commande, pour satisfaire nos deux objectifs, bonne qualité de produits et minimisation de la consommation d'énergie. Pour la deuxième nous avons choisi les modes du système de façon à obtenir une dynamique satisfaisante du système en boucle fermée. Par dynamique satisfaisante nous entendons une évolution du profil de la température de la charge conforme à la courbe de cuisson optimale.

Tous ces problèmes et les résultats obtenus par simulation feront l'objet des paragraphes suivants.

IV.1. SYSTEME AVEC INTEGRATEURS - RAPPELS THEORIQUES(36) (23)

Considérons un système linéaire dynamique et multi-
variable décrit par les équations d'état.

$$(4.1) \quad \begin{aligned} \dot{\underline{x}}(t) &= A \underline{x}(t) + B \underline{u}(t) \\ \underline{y}(t) &= C \underline{x}(t) \end{aligned}$$

où \underline{x} est le vecteur d'état de dimension n

\underline{u} est le vecteur de commande de dimension m

\underline{y} est le vecteur de sortie de dimension p

et A, B, C , sont des matrices à coefficients constants de dimen-
sions respectives $n \times n, n \times m, p \times n$.

Il est nécessaire pour réaliser la synthèse d'un régula-
teur pour des systèmes définis par les équations (4.1) que d'une
part la réponse du système en régime transitoire soit satisfaisan-
te et d'autre part en régime permanent le vecteur de sortie \underline{y} soit
égal à un vecteur de référence \underline{y}_r .

Pour atteindre ce but, il semble logique que la loi de
commande utilise non seulement le vecteur d'état $\underline{x}(t)$, mais aussi
 $\underline{z}(t)$ intégrale de l'écart entre la référence et la sortie à un
instant quelconque c'est-à-dire

$$\underline{z}(t) = \int_{t_0}^t (\underline{y}_r(z) - \underline{y}(z)) dz \quad (4.2) \quad \begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= A \underline{x} + B \underline{u} \\ \dot{\underline{z}} &= \underline{y}_r - \underline{y} \\ \underline{y} &= C \underline{x} \end{aligned}$$

Ainsi le système d'équations initial (4.1) est augmenté
d'un système d'équation incluant le vecteur $\underline{z}(t)$ (4.2)

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}} \\ \dot{\underline{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \underline{u} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \underline{y}_r$$

b) En supposant que cette limite existe, alors $\lim x(t) = x_s$ et $\lim z(t) = z_s$

Avant d'examiner les conditions de commandabilité du système nous devons signaler que cette méthode est valable pour les systèmes déterministes. Pour des problèmes avec bruits importants cette méthode n'est pas satisfaisante et il est nécessaire d'appliquer des méthodes stochastiques.

Considérons tout d'abord que le régime permanent soit atteint. Puisqu'il y a stabilité asymptotique la matrice (4.5) est inversible, nous pouvons calculer le régime permanent (x_s, z_s) par la relation suivante :

$$\begin{bmatrix} x_s \\ z_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A - BK_{PD} & -BK_I \\ -C & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ y_r \end{bmatrix}$$

$$(4.5) \quad \begin{bmatrix} A - BK_{PD} & -BK_I \\ -C & 0 \end{bmatrix}$$

Pour le système en boucle fermée, cette stabilité asymptotique implique que $\lim x(t) = x_s$ et $\lim z(t) = z_s$

Nous pouvons résumer le problème de la conception de la commande comme suit : étant donné les matrices A, B, C, à quelles conditions existe-t-il des matrices K_{PD} et K_I telles que la dynamique du système en boucle fermée soit caractérisée par des valeurs propres situées dans le demi-plan complexe

$$\text{Re}(A) < 0 ?$$

Des résultats donnés par POPOV pour le cas multivariable permettent de répondre à cette question (26)

Théorème 1 :

Soit F une matrice $n \times n$, G une matrice $n \times m$ et $h(\lambda)$ un polynôme arbitraire, $h(\lambda) = \lambda^n + k_1 \lambda^{n-1} + \dots + k_n$, alors il existe une matrice K ($m \times n$) telle que $|\lambda I - F + GK| = h(\lambda)$ si et seulement si la matrice $[G \mid FG \mid \dots \mid F^{n-1}G]$ de dimensions $(n \times n, m)$ est de rang plein n . C'est-à-dire si et seulement si le système $\dot{\underline{x}} = F\underline{x} + G\underline{u}$ est commandable.

En appliquant ce théorème au cas considéré, il suffit de poser :

$$F = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -c & 0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad G = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$$

Le problème revient donc à trouver les conditions nécessaires et suffisantes pour que le système (4.6.) soit commandable.

$$(4.6) \quad \begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= A\underline{x} + B\underline{u} \\ \dot{\underline{z}} &= -c\underline{x} \end{aligned}$$

Les conditions de commandabilité du système (4.6) sont données par le théorème 2.

Théorème 2 :

Le système dynamique (4.5) est commandable si et seulement si les deux conditions suivantes sont satisfaites :

i) La matrice $[B \mid AB \mid \dots \mid A^{n-1}B]$ est de rang plein n

ii) La matrice $\begin{bmatrix} A & B \\ -c & 0 \end{bmatrix}$ est de rang plein

La démonstration de ce théorème et une analyse plus complète peuvent se trouver en bibliographie (36).

IV.2. POSITION DU PROBLEME DE COMMANDE

Le but de l'étude peut se résumer de la façon suivante. "Il faut améliorer la qualité des produits tout en minimisant la consommation d'énergie du four." Pour améliorer la qualité du produit il faut obtenir dans le four le profil désiré de la température de la charge et l'y maintenir. Ce profil spatial est la traduction du profil temporel qui correspond à la cuisson optimale d'un produit (Figure 1.). Par conséquent après chaque perturbation dont la plus importante est la poussée périodique de chariots, il faut rétablir le profil désiré en essayant de satisfaire notre deuxième but c'est-à-dire une consommation de combustible minimale.

Notre système d'équations étant linéaire, nous allons appliquer la méthode d'optimisation de systèmes linéaires avec critère quadratique sur l'état et la commande.

Il y a une autre manière de poser le problème. La perturbation principale étant due à la poussée qui a lieu toutes les 30 minutes, il faut essayer de trouver la commande qui ramène le profil de température à son état initial avant la poussée suivante. De cette façon, les produits suivent le profil de température désiré. Pour résoudre ce problème nous pouvons appliquer la méthode de la commande modale. L'inconvénient de cette méthode réside dans le fait que l'on peut obtenir une infinité de solutions il faut alors en choisir une mais ce n'est pas nécessairement la meilleure du point de vue énergétique.

La première méthode nous paraît donc préférable. Nous allons appliquer les deux méthodes et comparer les résultats. Nous notons par la suite pour simplifier les écritures :

Vo : modèle avec chariots immobiles

V1 : modèle avec chariots à vitesse constante.

IV.3. COMMANDE MODALE

IV.3.1. Considération théorique (7)

Dans la littérature nous trouvons de nombreux algorithmes de choix de pôles pour les systèmes multivariables (23). La majorité de ces algorithmes nécessitent la réduction du problème multivariable en une série de problèmes mono-entrée pour lesquels on peut effectivement imposer un choix de pôles.

Dans le cas de problèmes à une entrée et une sortie nous pouvons choisir les pôles en déterminant un vecteur K_{PD} de dimension h et un scalaire K_I tels que la matrice (47) possède des valeurs propres correspondant à des affixes déterminés dans le plan complexe.

$$(4.7) \begin{bmatrix} A - bK_{PD} & -bK_I \\ -c & 0 \end{bmatrix}$$

Dans le cas multivariable la méthode la plus simple est d'utiliser ce qu'on appelle la commande dyadique. Ceci est équivalent à choisir un gain K de retour d'état de dimension $(m \times n)$ tel que $K = \gamma k^T$ où γ est un vecteur de dimension (m) que nous choisissons arbitrairement et k est un vecteur de dimension n . Le choix de k doit se faire de manière à ce que les pôles du système en boucle fermée se situent aux points choisis dans le plan complexe.

Nous pouvons obtenir les valeurs de k à partir de l'algorithme suivant (36)

$$(4.8) \quad K = \begin{bmatrix} \gamma^T B^T \\ \gamma^T B^T A^T \\ \vdots \\ \gamma^T B^T (A^T)^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \cdot S \cdot (r - \underline{p})$$

Où $\underline{p} = [p_1, p_2, \dots, p_n]^T$ est le vecteur composé des coefficients du polynôme caractéristique du système en boucle ouverte.

$$P(A) = |I - A| = \lambda^n + \sum_{i=1}^n p_i \lambda^{n-i}$$

$r = [r_1, r_2, \dots, r_n]^T$ est le vecteur composé des coefficients du polynôme caractéristique désiré du système en boucle fermé.

$$P_d(\lambda) = \lambda^n + \sum_{i=1}^n r_i \lambda^{n-i}$$

La matrice S est l'inverse de la matrice P :

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ p_1 & 1 & 0 & 0 \\ p_2 & p_1 & 1 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & 1 \\ p_{n-1} & p_{n-2} & \dots & p_1 & 1 \end{bmatrix}$$

Une condition nécessaire et suffisante de validité de cette méthode est que la matrice $(B\gamma, AB\gamma, \dots, A^{n-1}B\gamma)$ soit de rang plein. Le choix d'un γ qui puisse satisfaire cette condition est possible si et seulement si la matrice A est cyclique. C'est-à-dire s'il existe un vecteur $\underline{w}(n)$ tel que $(\underline{w}, A\underline{w}, \dots, A^{n-1}\underline{w})$ soit de rang plein (30). Dans ces conditions si le système est commandable un choix arbitraire de γ vérifié la première condition et donc la méthode est valable.

Dans notre cas la matrice dynamique étant de la forme

$$\begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}$$

ne sera jamais cyclique car il apparaît clairement qu'elle possède plusieurs vecteurs propres correspondant à la valeur propre 0. Le choix de la forme dyadique pour la matrice de gain n'est désormais plus possible. Une méthode pour ce cas est d'appliquer tout d'abord un retour arbitraire de façon à rendre la matrice cyclique et d'ajouter ensuite un retour dyadique pour atteindre les

pôles choisies. Dans notre cas cela revient à choisir une matrice de retour initial de la forme :

$$K_{T1} = \begin{bmatrix} 0 & K_{I1} \end{bmatrix}$$

où K_{I1} est une matrice de rang plein qui est choisie selon le critère de la non cyclicité. (Un choix simple est la matrice identité)

Le choix de K_{I1} nous permet de cette manière d'obtenir un système en boucle fermée de la forme :

$$\begin{bmatrix} \dot{\underline{x}} \\ \dot{\underline{z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & -BI_1 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} y_r$$

Il est donc possible de déterminer la matrice de commande $K_{T2} = \begin{bmatrix} K_{PD} & K_{I2} \end{bmatrix}$ sous forme dyadique, ce qui nous permet de positionner les pôles du nouveau système aux points désirés. La loi de commande définitive pour le système est alors.

$$u = -K_T \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad K_T = \begin{bmatrix} K_{T1} + K_{T2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{PD} & K_{I1} + K_{I2} \end{bmatrix}$$

IV.3.2. Application de la méthode de commande modale

Nous avons appliqué l'algorithme (4.8) sur le système (42) en considérant le modèle V1. Le choix de pôles a été fait à posteriori de façon à ce que le système V_0 tende vers le régime désiré au bout d'une demi-heure après une poussée tout en ayant des valeurs de commande admissibles. Les valeurs propres en boucle fermée trouvées sont les suivantes :

Valeurs propres : -0,1 -0,2 -0,2 $-1 \cdot 10^{-4}$ $-2 \cdot 10^{-4}$ $1 \cdot 10^{-4}$ $1 \cdot 10^{-4}$

La matrice du gain de retour calculée est :

$$K_T = \begin{bmatrix} -3,2 & 0,25 & 0,17 & 0,097 & -0,063 & -0,035 \\ -3,2 & 0,25 & 0,17 & -0,0026 & 0,037 & -0,035 \\ -3,2 & 0,25 & 0,17 & -0,0026 & -0,063 & 0,065 \end{bmatrix}$$

Nous avons remarqué une grande sensibilité des résultats par rapport aux constantes d'initialisation du vecteur K_{I1} . Nous avons donc déterminé le K_{I1} qui nous donnait des commandes les plus faibles possibles pour l'horizon de 30 minutes qui nous intéresse.

Nous remarquons aussi que, avec cette méthode, les gains de retour proportionnels sont identiques pour les trois commandes.

IV.3.3. Résultats simulation

Nous avons intégré le système Vo et V1 en boucle fermée avec la matrice de gain de retour K_T . L'intégration a été faite avec la méthode de Runge KUTTA. du 4ème ordre. Les résultats se trouvent sur les figures (IV.2 IV11). Nous constatons la différence du temps de réponse des deux modèles. Concernant le modèle Vo nous pouvons vérifier que le profil atteint pratiquement le profil désiré au bout d'une demi-heure avec des commandes admissibles. Pour étudier la stabilité du processus avec la matrice de gain correspondante nous avons intégré le système Vo sur plusieurs heures en tenant compte des poussées des chariots toutes les 30 minutes. Nous avons présentés les résultats pour 4 poussées consécutives.

Nous constatons donc finalement qu'avec un choix approprié des valeurs propres du système V1 nous pouvons imposer un temps de réponse désiré au système Vo en boucle fermée de façon à satisfaire les conditions de fonctionnement du four.

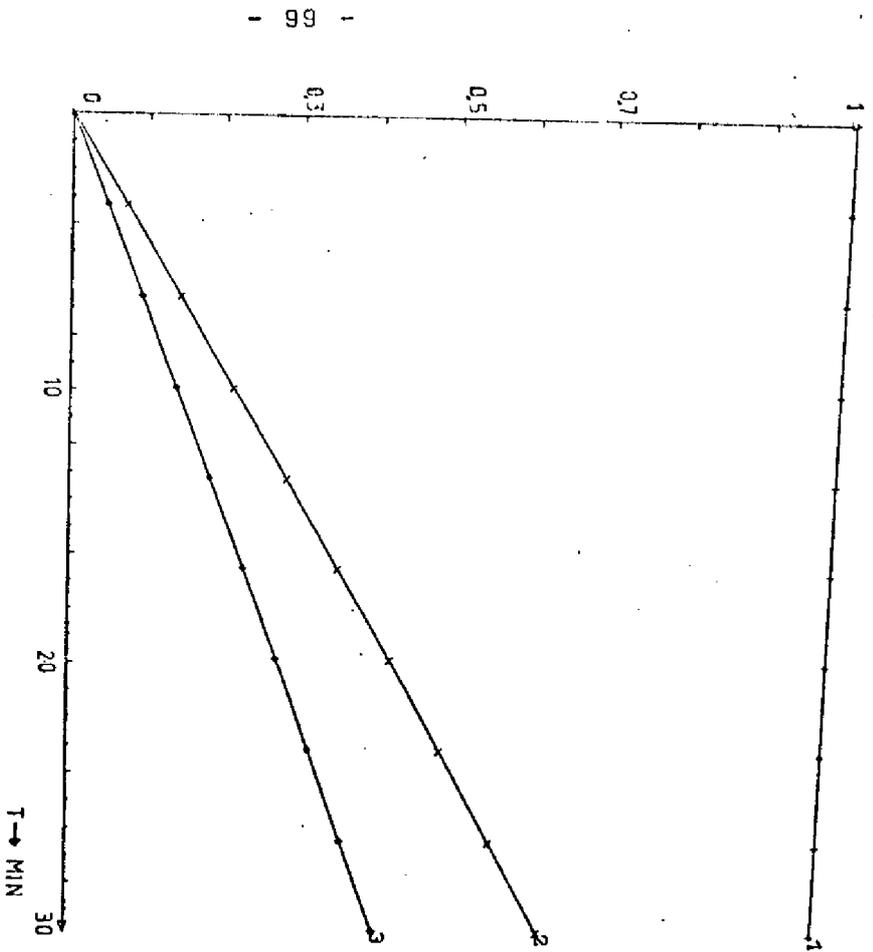


FIGURE IV.2
 Evolution des variables d'état
 Système V1 en Boucle Fermée (B.F.)
 Commande Modale (C.M.)

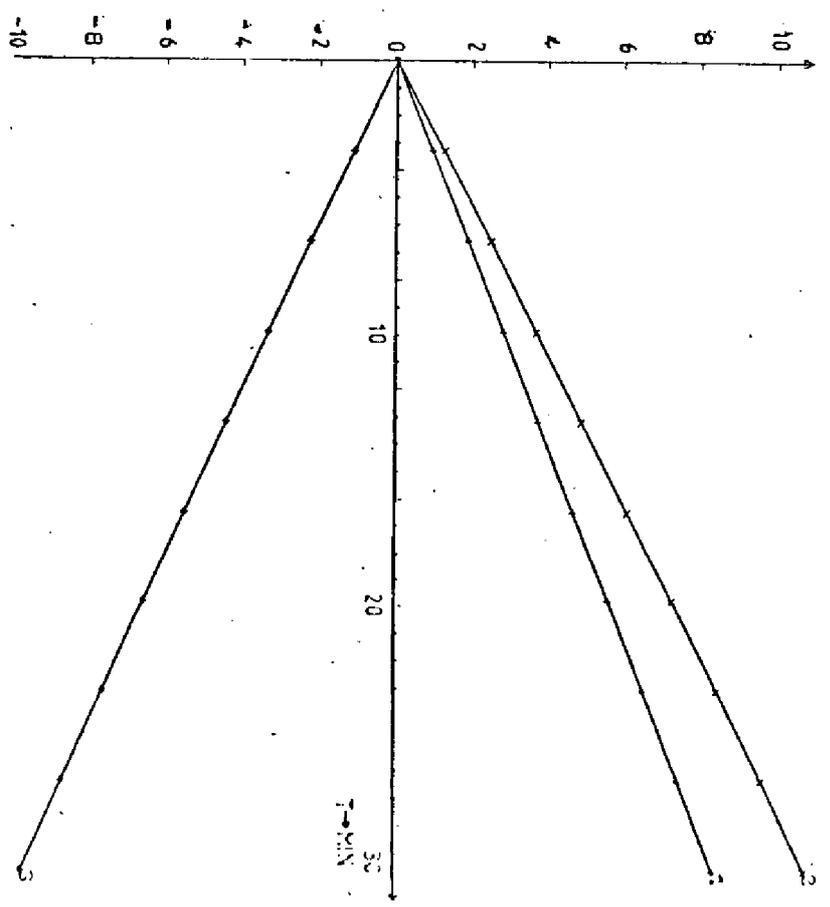


FIGURE IV.3
 Evolution des Intégrateurs
 Modèle V1 en B.F.- C.M.

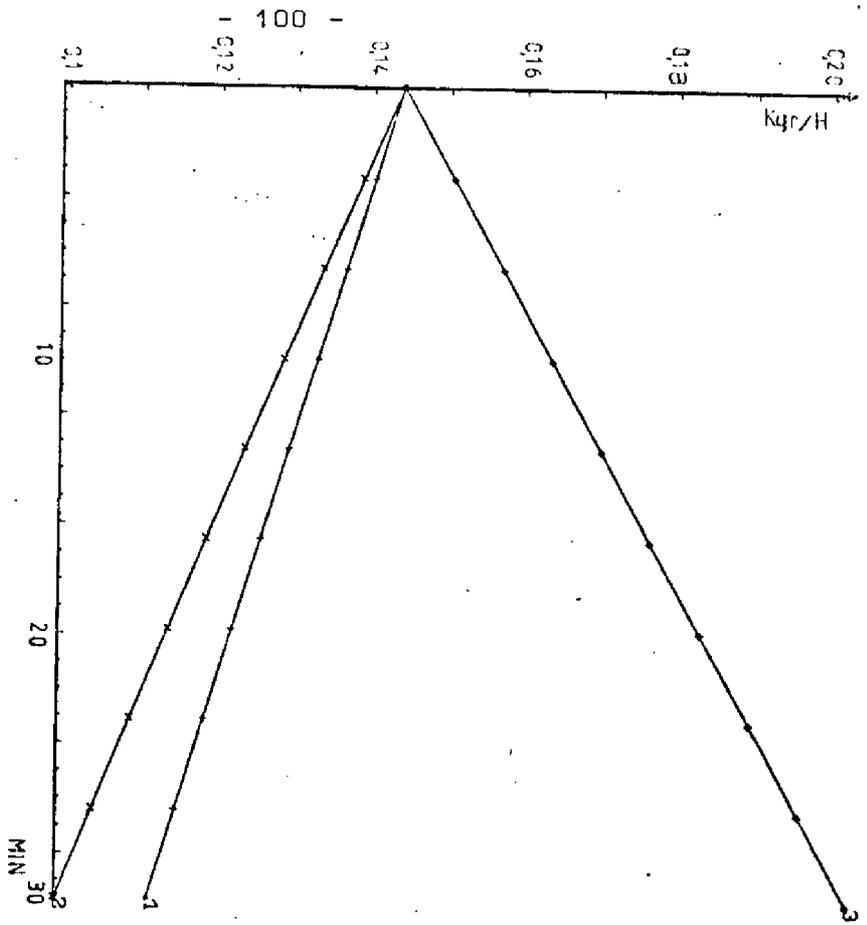


FIGURE IV.5

Commande : débit par brûleur pour
les 3 groupes
modèle V1 en B.F. - C.M.

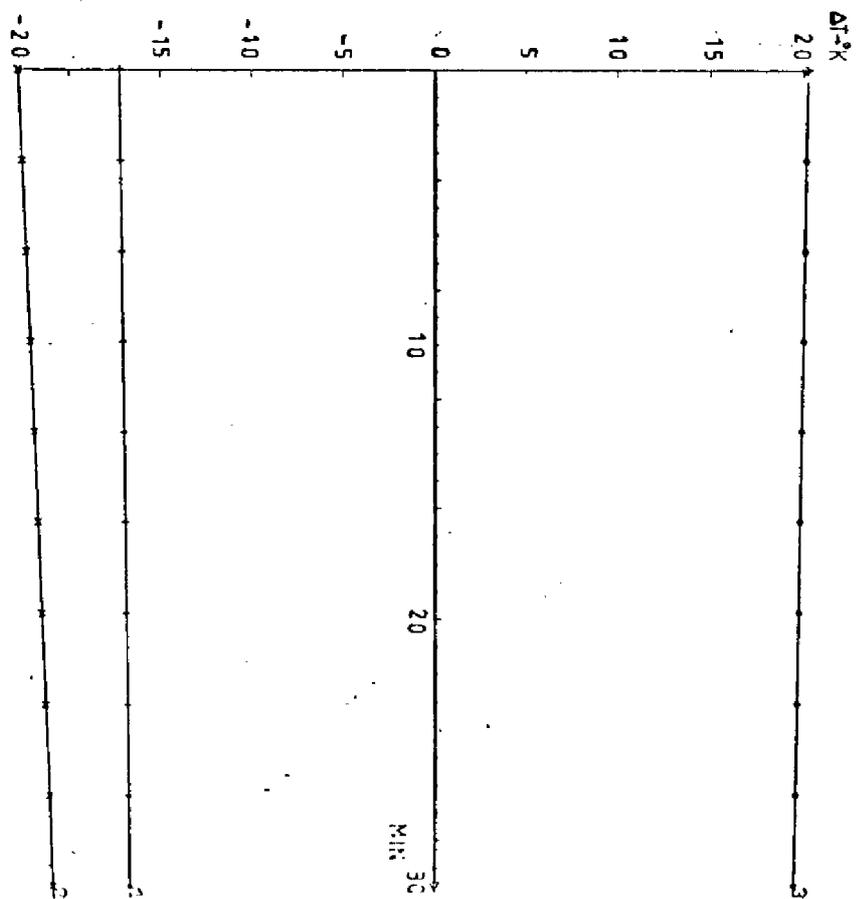


FIGURE IV.4

Sorties du système
modèle V1 en B.F. - C.M.

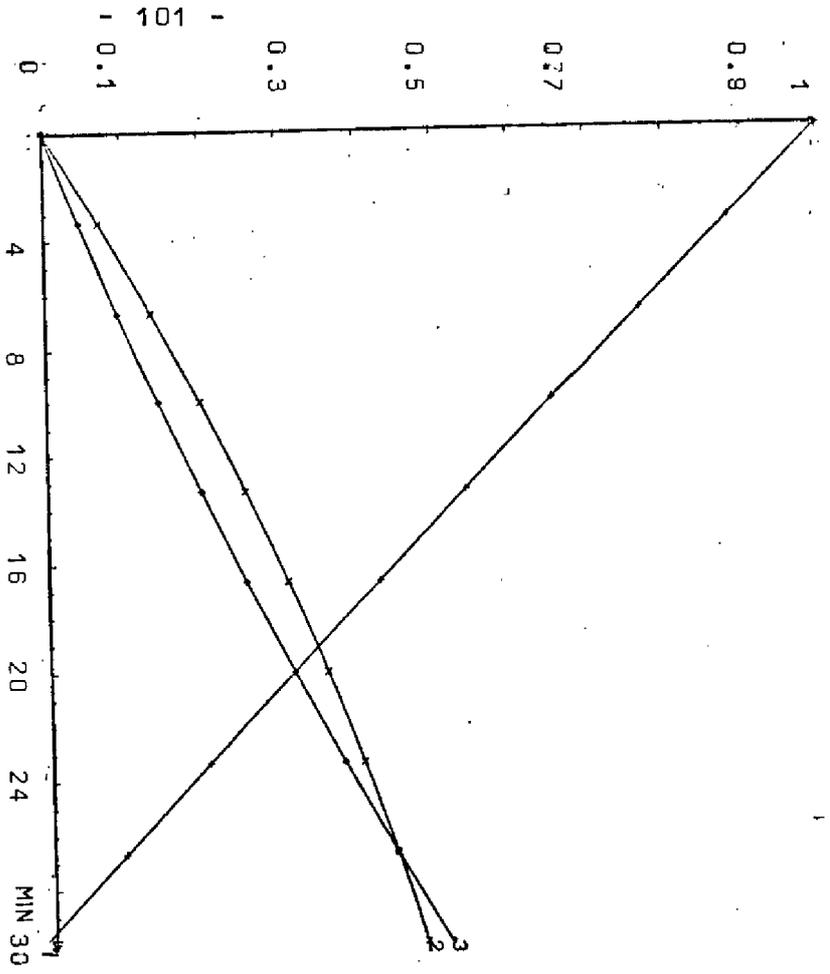


FIGURE IV.7
 Evolution des variables d'état
 Modèle Vo en B.F. - C.M.

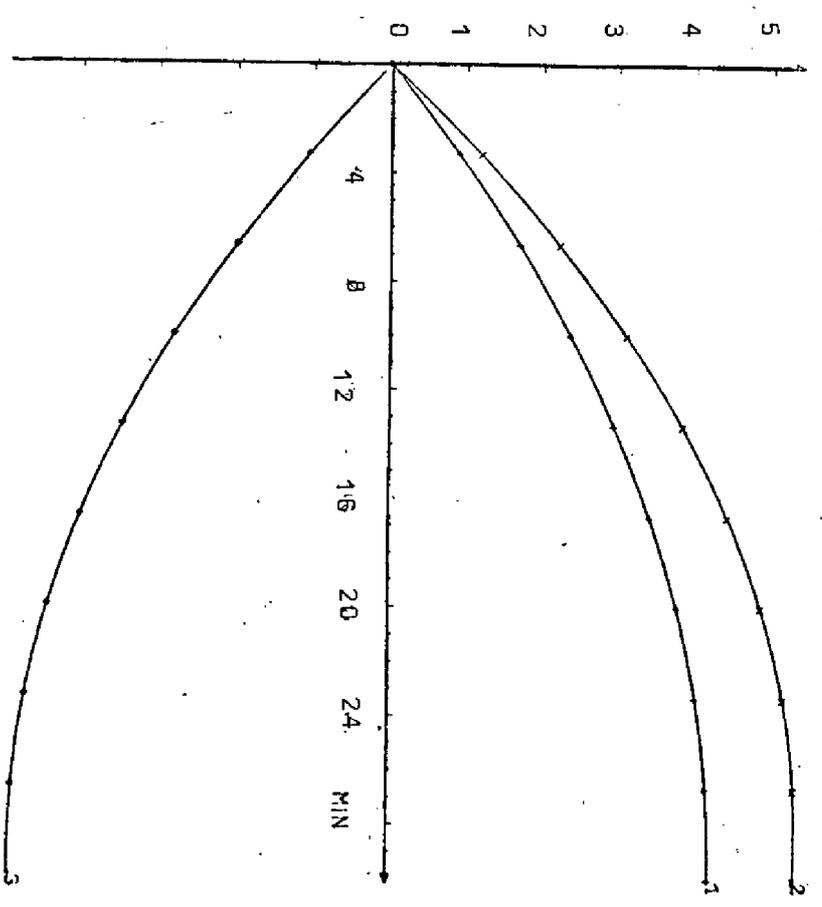


FIGURE IV.8
 Evolution des intégrateurs
 Modèle Vo en B.F. - C.M.

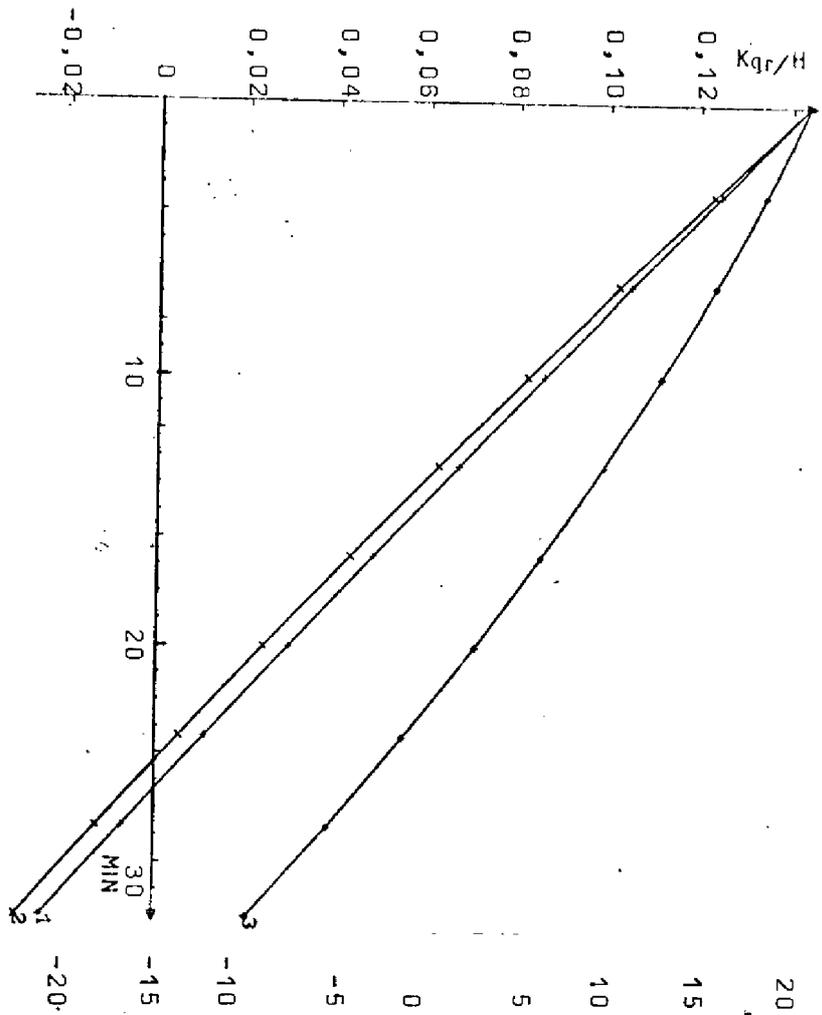


FIGURE IV.10

Commande : Débit par brûleur pour
les 3 groupes.
Modèle Vo en B.F. - C.M.

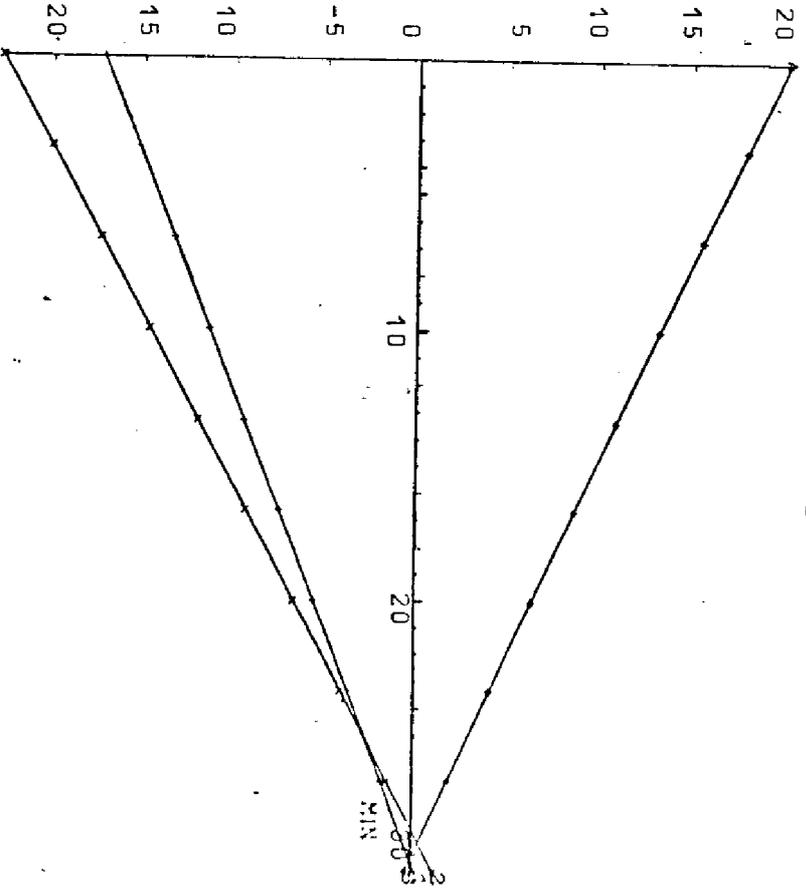


FIGURE IV.9

Sorties du système
Modèle Vo en B.F. - C.M.

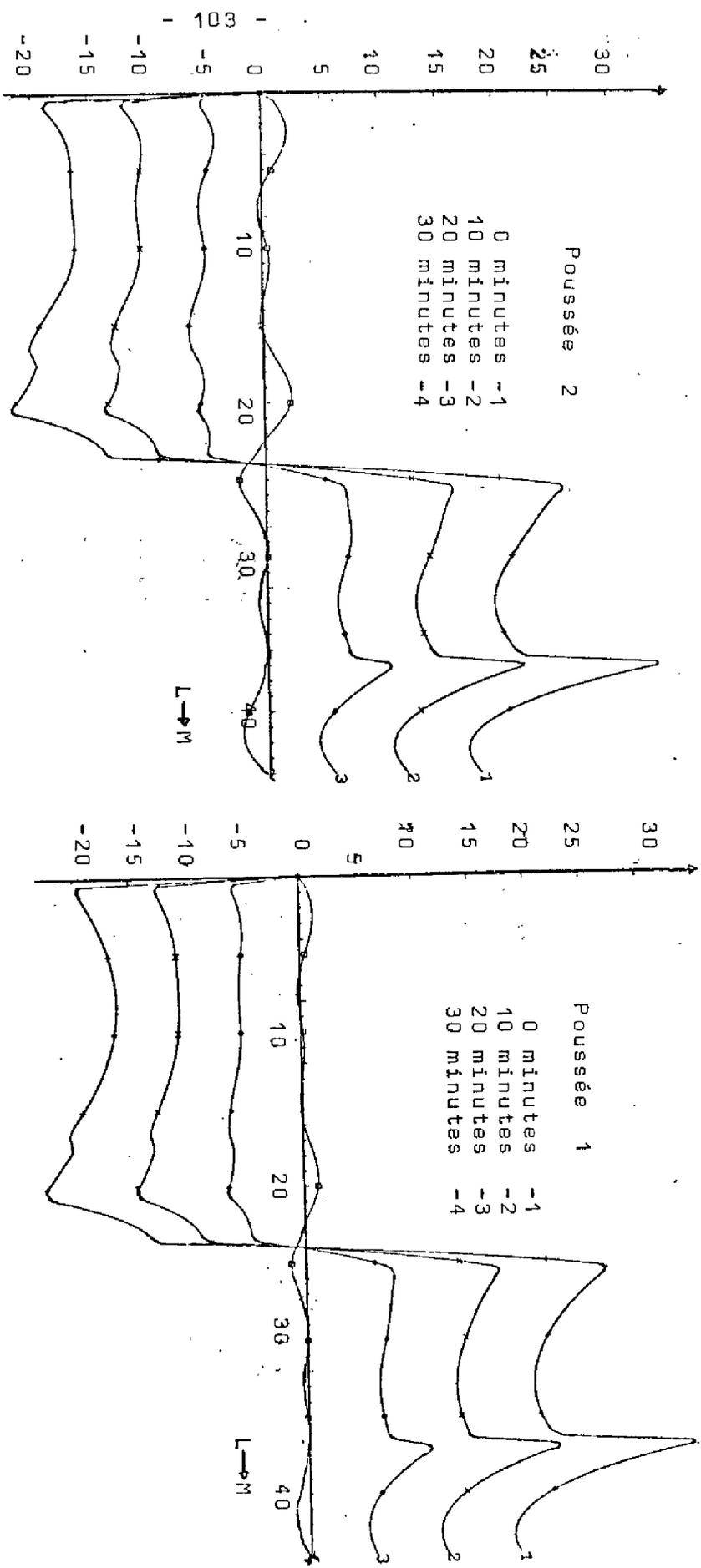
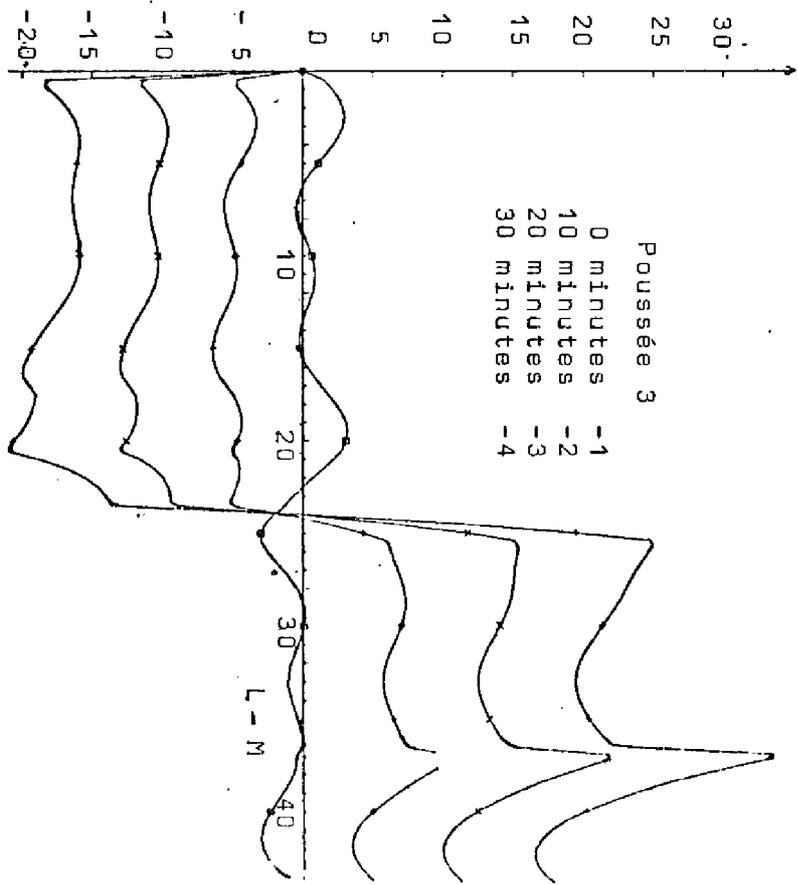
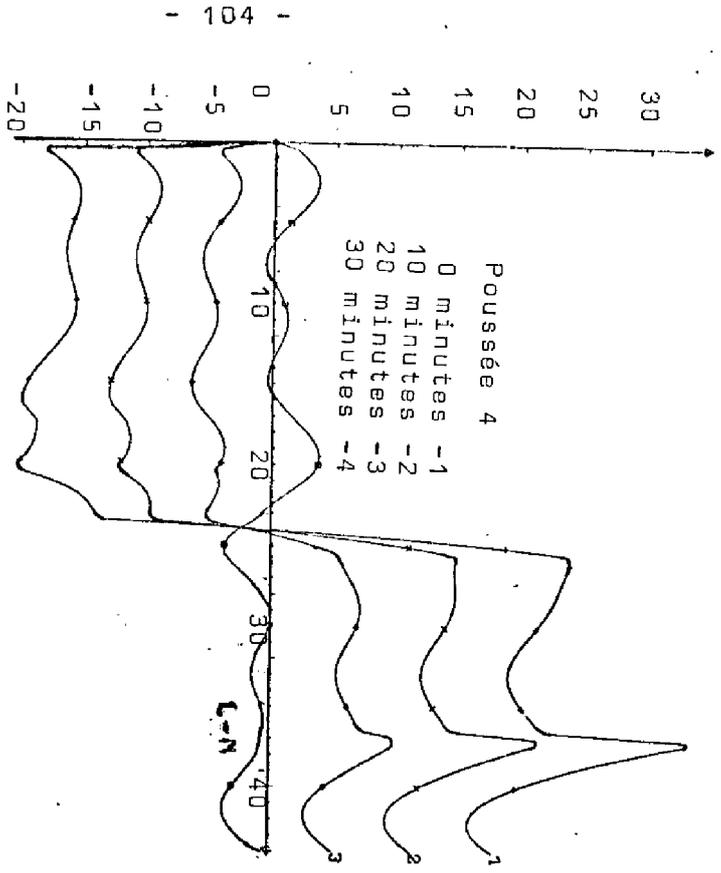


FIGURE IV.11

Evolution du profil de la charge
 Modèle Vo en B.F.-C.M.
 Durant 4 poussées.



104

IV.4. COMMANDE OPTIMALE AVEC CRITERE QUADRATIQUE

IV.4.1 Rappels sur la commande avec critère quadratique (2) (5)

Pour déterminer un loi de commande optimale nous avons appliqué la méthode d'optimisation des systèmes linéaires avec critère quadratique.

Soit le système :

$$\dot{a} = Aa + BU$$

$$y = Ca$$

A ce système nous associons un critère de la forme

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (a^T Q a + u^T R u) dt$$

La loi de commande par retour d'état est de la forme $u(t) = G a(t)$

G est la matrice des gains de retour et elle s'écrit $G = -R^{-1} C^T K$

K est la matrice de RICATTI solution de l'équation algébrique

$$Q + A^T K + KA - KCR^{-1}C^T K = 0 \quad (t_f = \infty)$$

L'algorithme de résolution de cette équation a été élaboré à partir d'un théorème de KLEIMAN (15). Comme notre système (système augmenté) avait des valeurs propres nulles, dues à la présence des intégrateurs il a fallu stabiliser le système pour que l'intégration numérique puisse être effectuée. (5).

IV.4.2 Formulation du critère d'optimisation

Notre critère d'optimisation doit traduire nos deux buts principaux c'est-à-dire bonne qualité des produits et économie d'énergie. Nous avons donc formulé un critère quadratique sur l'état et la commande qui nous permet ainsi d'appliquer la loi de commande obtenue précédemment. Le critère est :

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\underline{a}^T Q \underline{a} + \underline{u}^T R \underline{u}) dt$$

$$\underline{a}^T(t) = (a_1(t), a_2(t), a_3(t)) \quad \alpha(x, t) \approx \underline{a}^T(t) \cdot \underline{\psi}(x) \quad \text{Sortie}$$

$$\underline{u}^T(t) = (\mu_{ba}(t), \mu_{bb}(t), \mu_{bc}(t))$$

Q: matrice semi-définie positive

R: matrice définie positive

avec:

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & & 0 \\ & q_2 & \\ 0 & & q_3 \end{bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} R_1 & & 0 \\ & R_2 & \\ 0 & & R_3 \end{bmatrix}$$

Considérons maintenant le système augmenté :

$$\dot{\underline{b}}(t) = \begin{bmatrix} \underline{a}(t) \\ \underline{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{a}(t) \\ \underline{z}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \underline{u}(t)$$

$$\dot{\underline{b}}(t) = \tilde{A} \underline{b}(t) + \tilde{B} \underline{u}(t)$$

A ce système nous associons le critère quadratique

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} (\underline{b}^T(t) Q \underline{b}(t) + \underline{u}^T(t) R \underline{u}(t)) dt$$

avec

$$Q = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ 0 & Q_2 \end{bmatrix}$$

Comme la condition initiale est représentée par la première fonction de base nous avons pondéré davantage la composante $Q_1(1,1)$ qui correspond au terme $a_1(t)$.

Pour la partie Q_2 nous avons pris une matrice diagonale avec des valeurs très faibles, car dans notre cas il n'est pas

intéressant de faire tendre $z(t)$ vers 0, ce qui correspondrait nécessairement à l'obtention d'une solution oscillante.

Les matrices de pondération qui nous ont donné des résultats satisfaisants sur le système avec les chariots immobiles sont les suivantes :

$$(4.9) \quad Q = \begin{bmatrix} 20 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad R_1 = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 50 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$$

La pondération de la matrice R_1 a été faible en respectant d'une part la dynamique désirée du système et d'autre part le domaine d'admissibilité des commandes.

Nous signalons à la fin que ces matrices Q et R_1 caractérisent la qualité des produits et l'économie d'énergie.

IV.4.3. Résultats de simulation

Avec les matrices de pondération (4.9) et le modèle avec chariots à vitesse constante nous avons calculé les gains de retour sur le système augmenté (4.2). La matrice obtenue est la suivante :

$$\underline{u}(t) = G \underline{b}(t) = \begin{bmatrix} G_{pd} \\ G_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{a}(t) \\ \underline{z}(t) \end{bmatrix}^T$$

$$(4.10) \quad G = \begin{bmatrix} 0,068 & -0,064 & 0,053 & -0,6 \cdot 10^{-5} & 0,2 \cdot 10^{-5} & -0,2 \cdot 10^{-5} \\ 0,22 & 0,011 & -0,063 & 0,7 \cdot 10^{-5} & 0,55 \cdot 10^{-5} & 0,16 \cdot 10^{-5} \\ 1,21 & 0,16 & 0,21 & -0,13 \cdot 10^{-5} & -0,3 \cdot 10^{-5} & -0,6 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}$$

La simulation des deux modèles (V1) et (Vo) en boucle fermée avec le gain de retour d'état (4.10) nous a donné les résultats que nous avons reportés sur les figures

Nous pouvons constater de nouveau la différence de dynamique des deux modèles et les résultats satisfaisants concernant le modèle avec chariots immobiles.

La simulation du modèle Vo sur plusieurs heures en tenant compte de la poussée de chariots toutes les 30 minutes nous permet de constater que l'évolution du profil est pratiquement la même après chaque poussée. Nous avons représenté l'évolution du profil (le système étant en boucle fermée) durant 4 poussées consécutives

La conclusion tirée de ces résultats est que la commande avec un gain de retour d'état calculé sur le modèle V1 peut être appliquée sur le modèle Vo en boucle fermée avec toutefois un choix convenable des matrices de pondération Q et R. Dans le cas où les matrices Q et R sont mal choisies le comportement du four au bout de quelques poussées se modifie considérablement. Nous signalons aussi qu'une modification de la fréquence des poussées qui changerait la vitesse moyenne des chariots, modifie les données du modèle V1 et par conséquent tous les résultats.

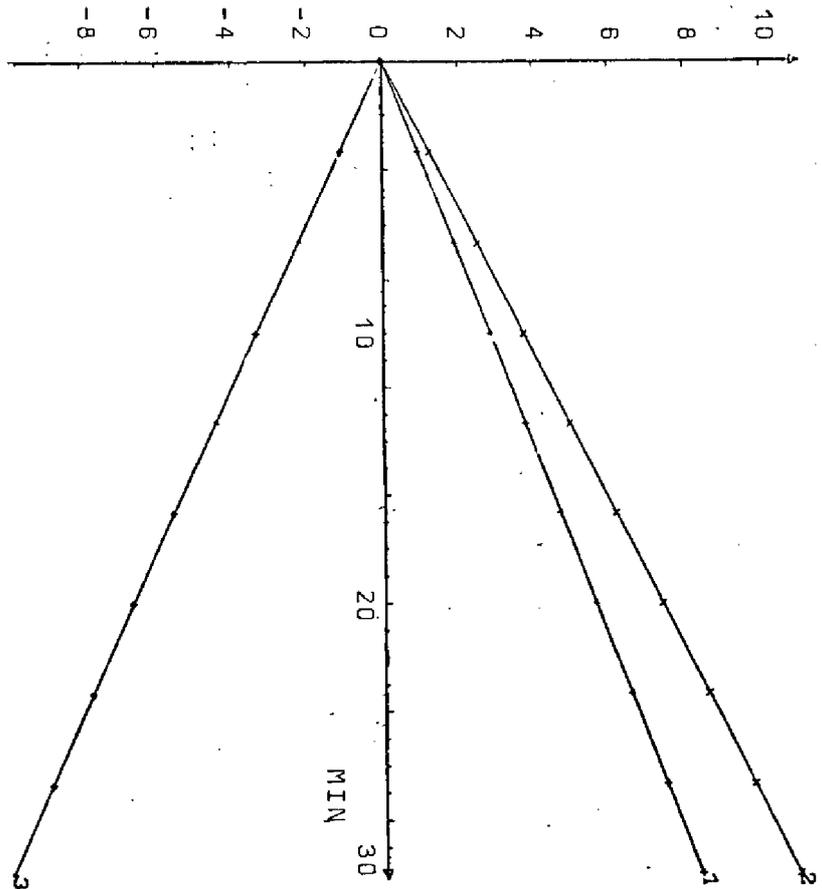


FIGURE IV.13
Evolution des intégrateurs
Modèle V1 en B.F. - C.Q.

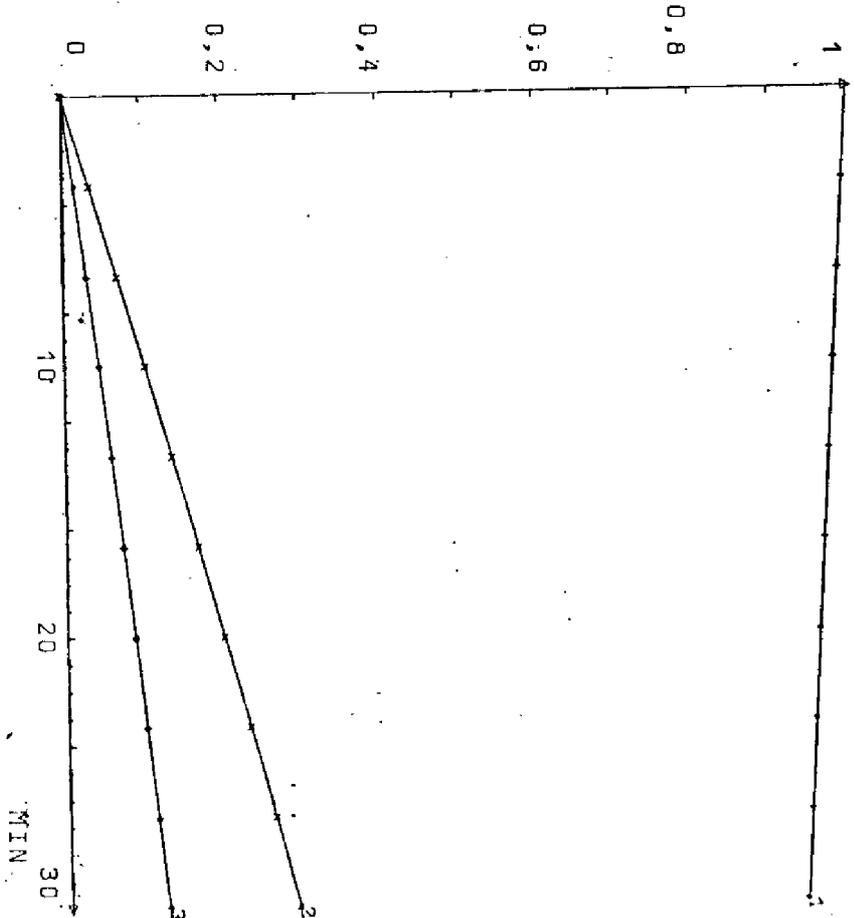


FIGURE IV.12
Evolution des variables d'état
Système V1 en Boucle Fermée (B.F.)
Critère quadratique (C.Q.).

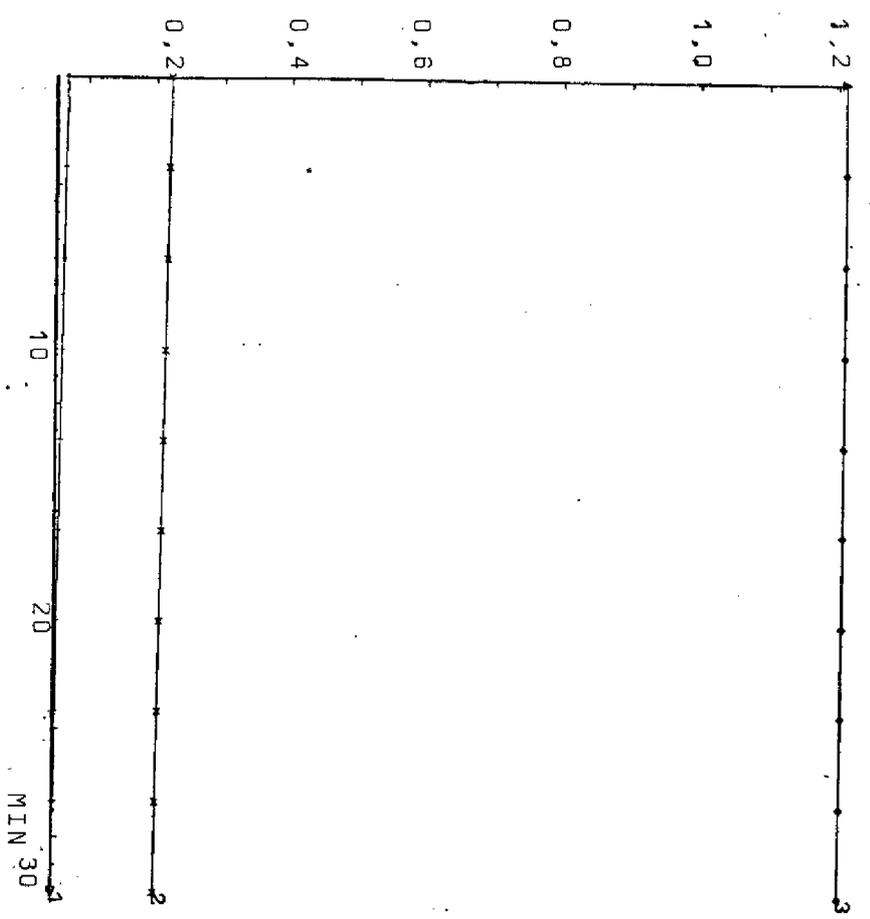


FIGURE IV.15
Commande : Débit par brûleur pour
les 3 groupes
Modèle V1 en B.F. - C.Q.

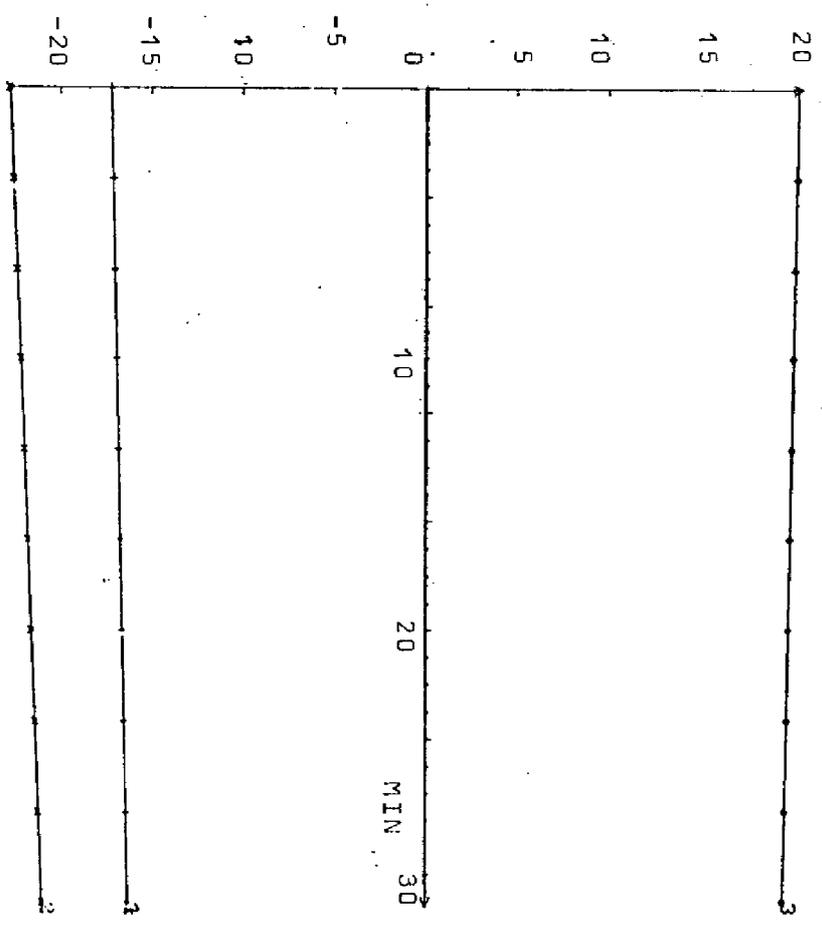


FIGURE IV.14
Sorties du système
Modèle V1 en B.F. - C.Q.

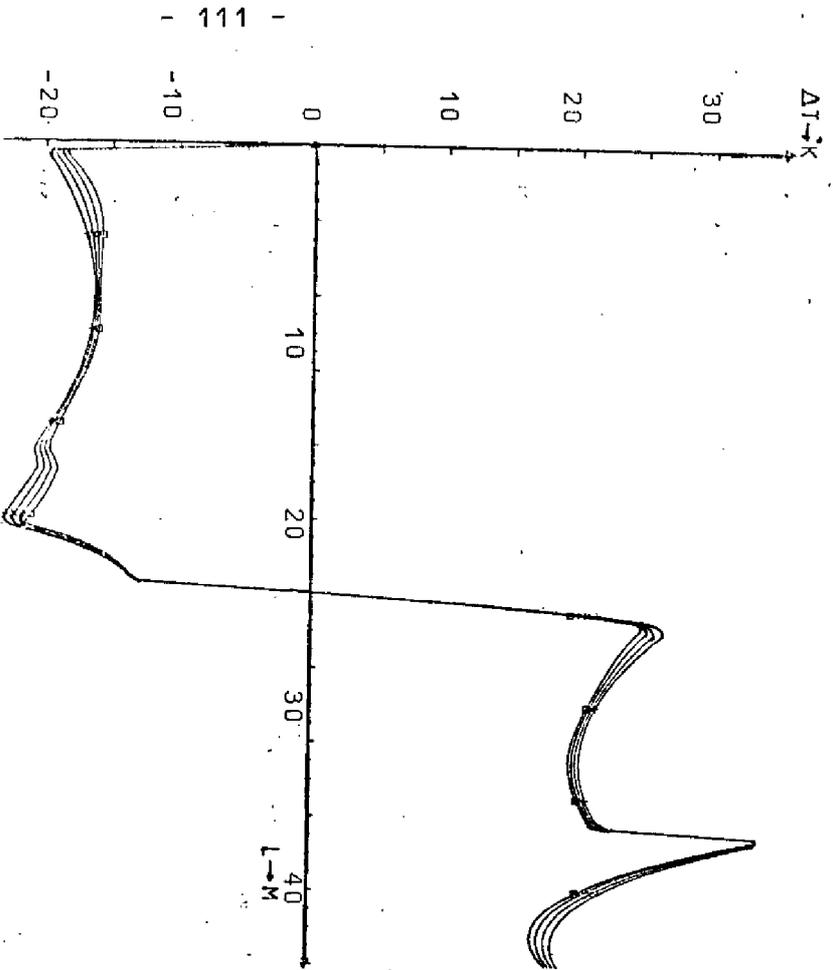


FIGURE IV.6
 Evolution du profil - 30 minutes
 modèle V1 en B.F. - C.M.

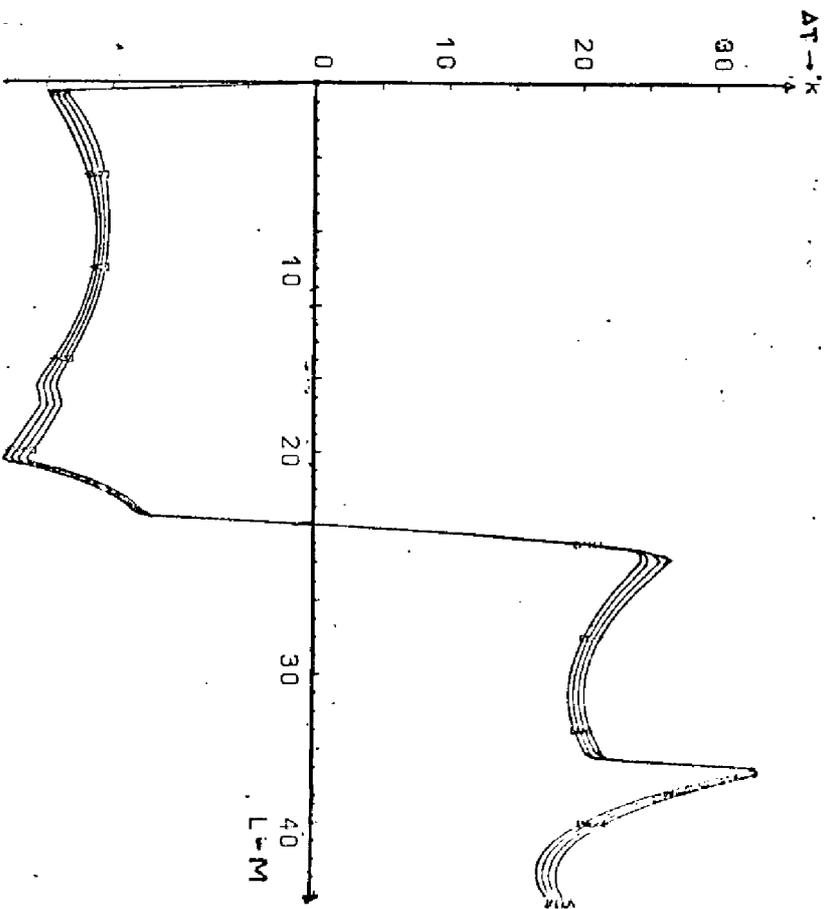


FIGURE IV.16
 Evolution du profil - 30 minutes
 Modèle V1 en B.F. - C.Q.

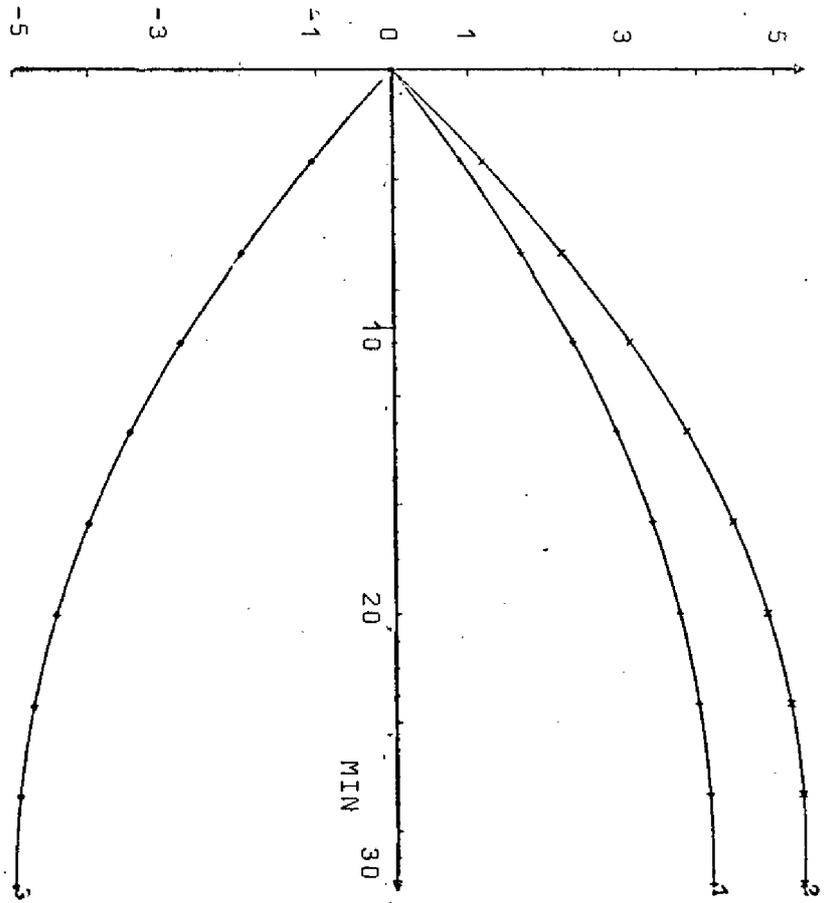


FIGURE IV.18
Evolution des intégrateurs
Modèle Vo en B.F. - C.Q.

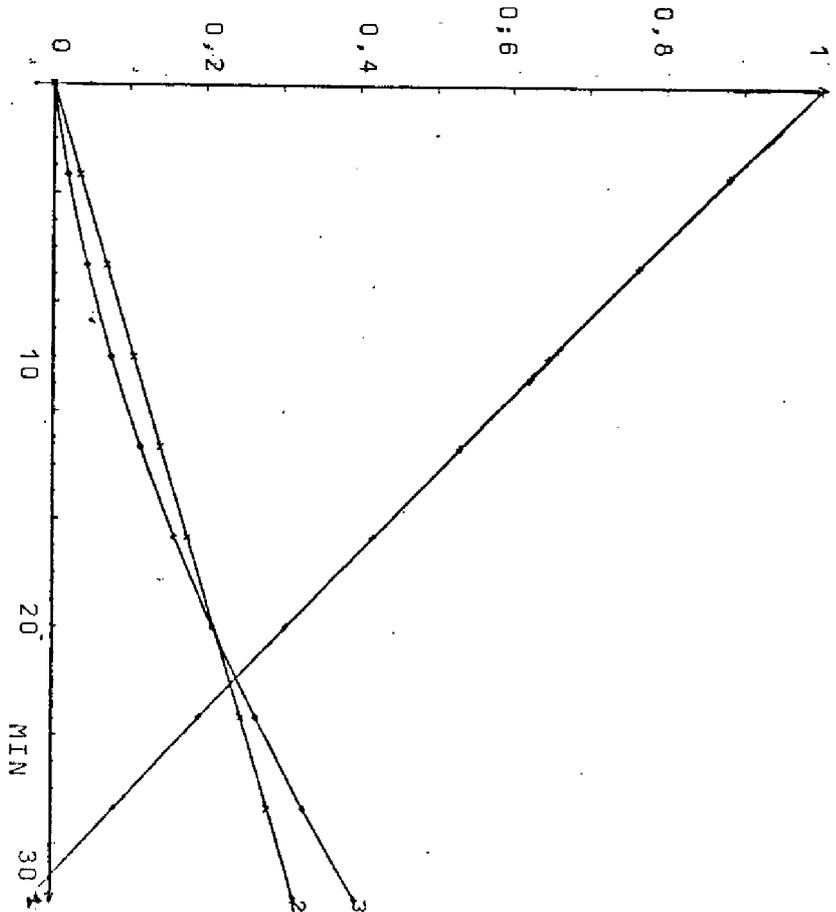


FIGURE IV.17
Evolution des variables d'état
Modèle Vo en B.F. - C.Q.

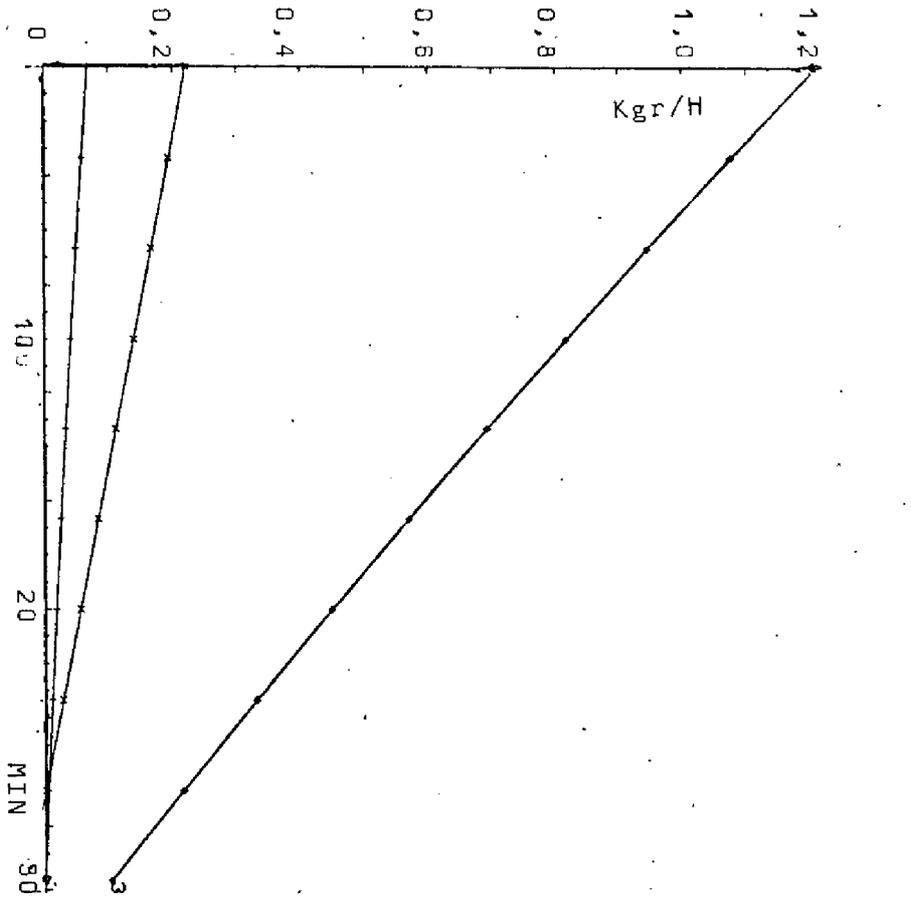


FIGURE IV.20

Commande : Débit par brûleur pour
les 3 groupes
Modèle Vo en B.F.- C.Q.

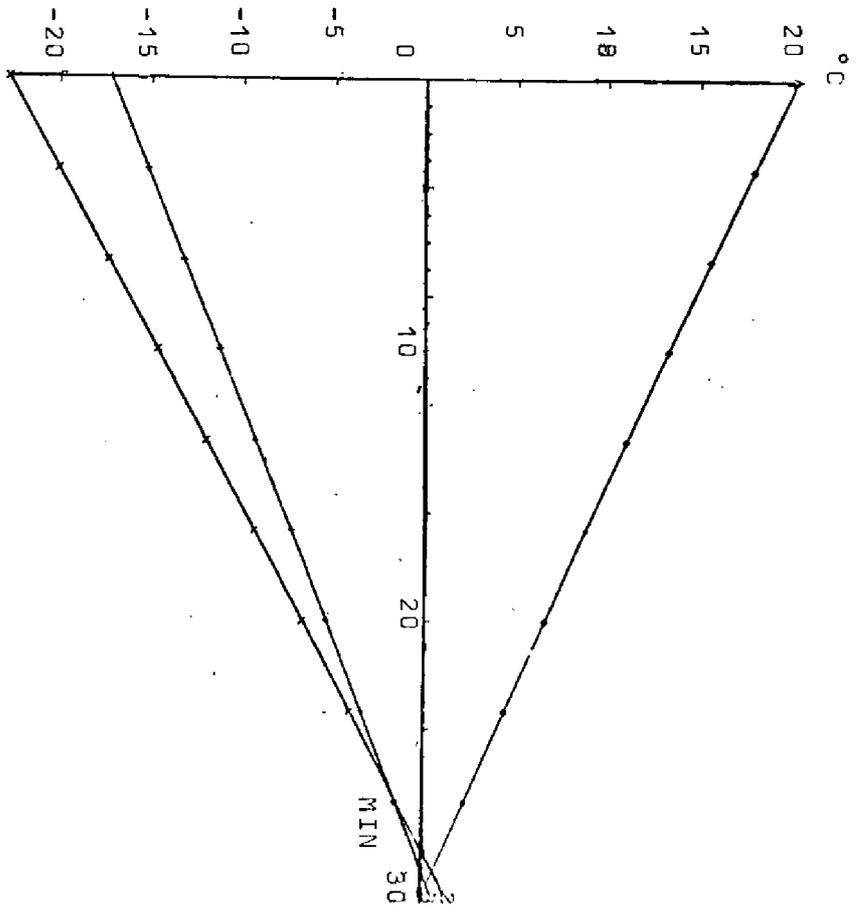


FIGURE IV.19

Sorties du système
Modèle Vo en B.F.- C.Q.

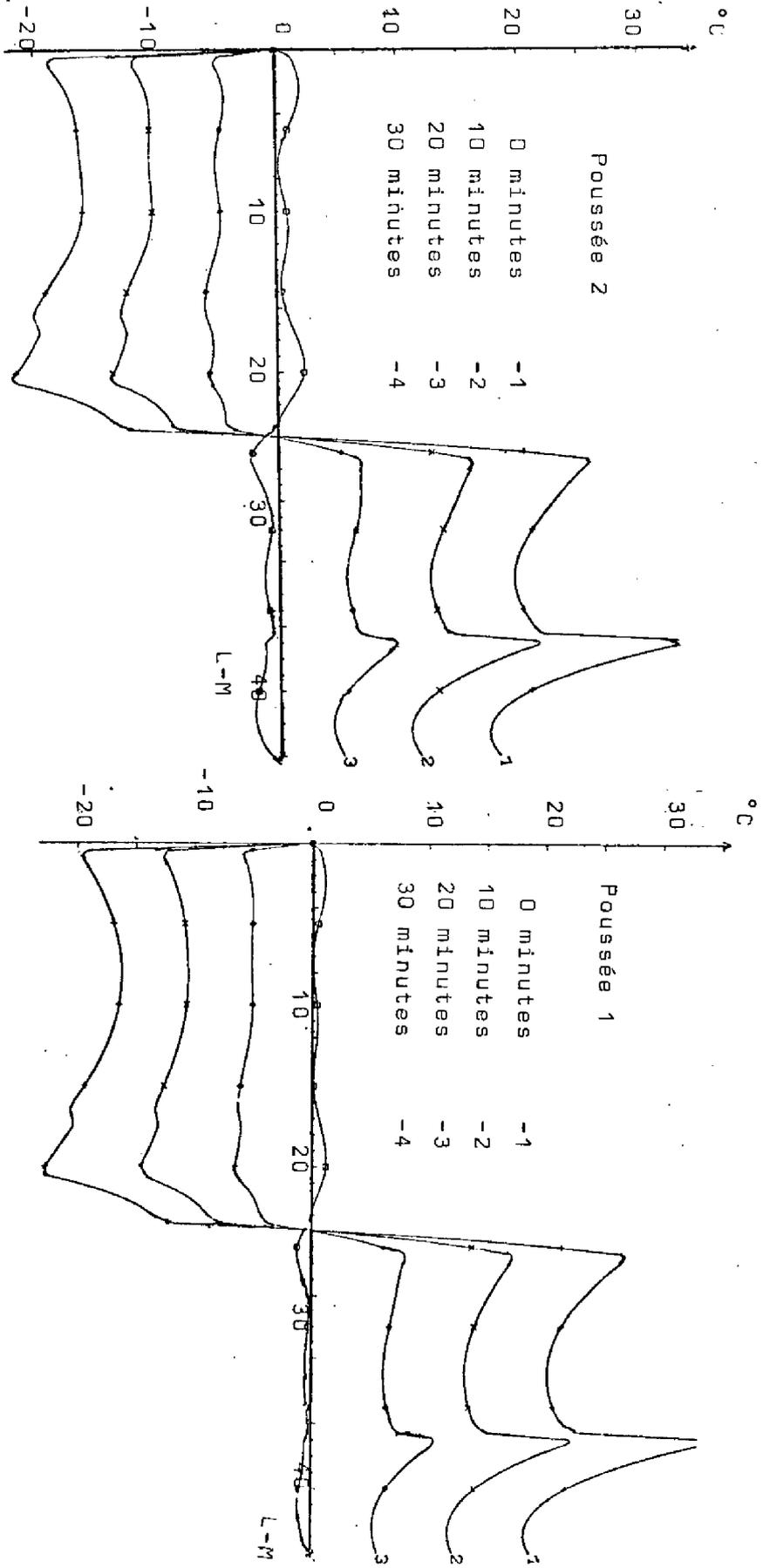
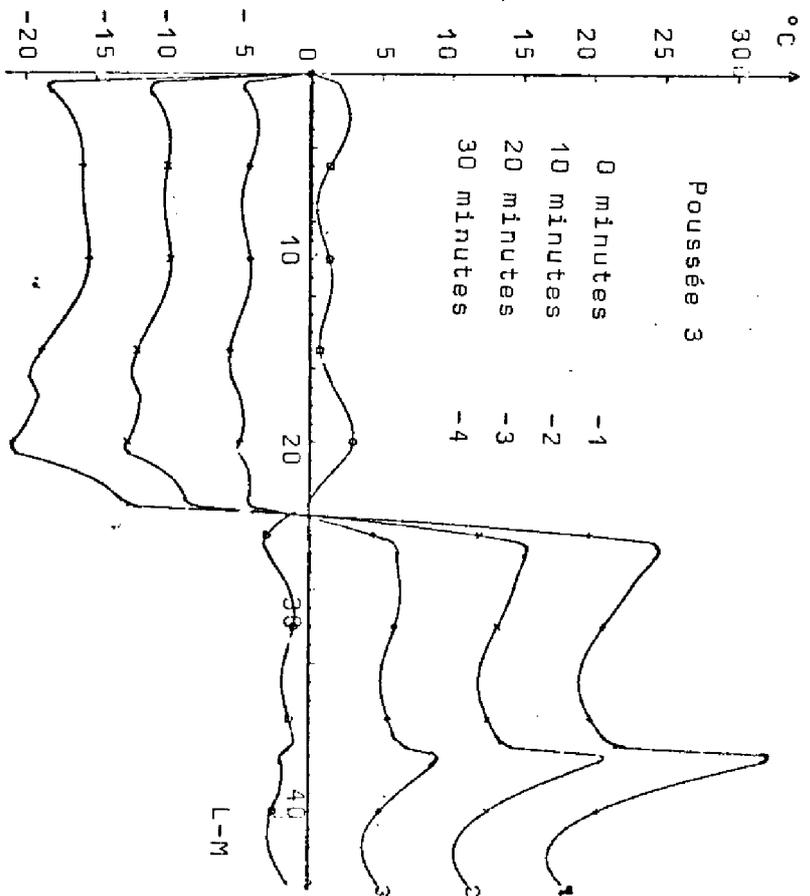
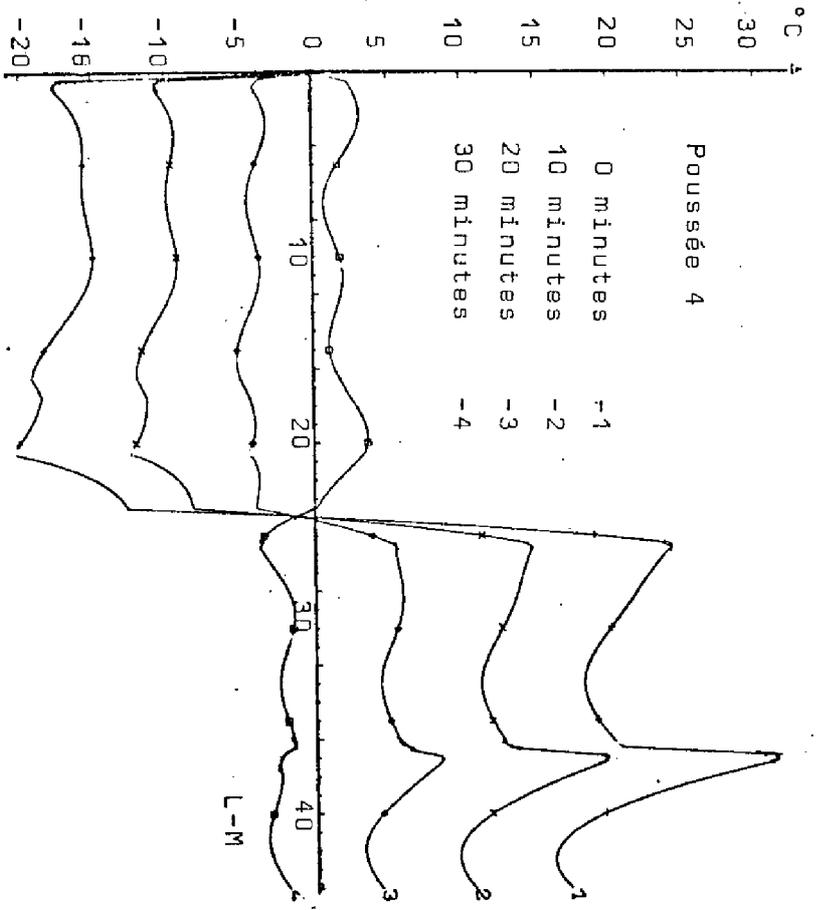


FIGURE IV.21
Evolution du profil de la charge
Modèle Vo en B.F. - C.Q.
Durant 4 poussées



CONCLUSION

Après avoir transformé notre modèle initial en un système d'équations différentielles à paramètres localisés nous avons cherché une loi de commande sous-optimale dans le but d'améliorer la régulation du profil de température de la charge et d'économiser l'énergie.

Dans une première phase, nous avons augmenté le système en introduisant des intégrateurs pour empêcher l'apparition des erreurs stationnaires importantes à cause de l'imperfection du modèle. Ensuite nous avons calculé une loi de commande par retour d'état en appliquant deux méthodes. La méthode de commande modale et la méthode d'optimisation avec critère quadratique.

Pour les deux méthodes le calcul de la commande a été fait en considérant le modèle V1 pour tenir compte du déplacement des chariots sur une longue période. Pour la première méthode nous avons imposé les pôles du système en boucle fermée de façon à ce que le profil de la charge, en fonctionnement réel, après une modification due à l'avancement des chariots revienne à son état initial (état juste avant la poussée) au bout de trente minutes. De cette façon la charge suit la courbe de cuisson optimale. Le problème consiste donc à déterminer les valeurs propres correspondantes.

En ce qui concerne le problème d'énergie, malheureusement il n'y a pas une loi qui nous permet de déterminer parmi les nombreuses solutions, un spectre de valeurs propres étant fixé celle qui minimise la consommation d'énergie. Le gain de retour calculé à partir d'un choix convenable de la constante d'initialisation de l'algorithme utilisé (4.8) nous a donné des résultats du point de vue énergétique semblables à ceux obtenus par la méthode d'optimisation avec critère quadratique.

Pour la deuxième méthode nous avons formulé un critère d'optimisation sur l'état et la commande et nous avons calculé la loi de commande correspondante. Les matrices de pondération ont été choisies en tenant compte de l'importance relative de nos objectifs, le domaine d'admissibilité de la commande et la dynamique désirée du système réel.

CONCLUSION

L'objectif principal de l'étude présentée dans ce mémoire consiste à déterminer un fonctionnement optimum d'un four d'industrie céramique. Il s'agit en particulier d'améliorer la qualité des produits liée à l'obtention d'un certain profil de cuisson et de minimiser la consommation d'énergie. Il était donc nécessaire de modéliser le processus d'adapter le modèle à une forme mathématique facilement exploitable et d'appliquer par la suite les méthodes d'optimisation pour le calcul de la commande.

La modélisation basée sur un bilan énergétique dans les différentes parties du four, nous a conduits à l'obtention d'un système d'équations aux dérivées partielles de type hyperbolique non linéaires. Dans ce modèle un certain nombre de paramètres mal définis ont dû être identifiés. Les équations étant assez complexes nous les avons simplifiées en tenant compte de certaines hypothèses physiques ou mathématiques.

Comme les variations de température autour du régime nominal lors du fonctionnement sont relativement faibles, nous avons linéarisé le modèle autour de ce régime. Par la suite, nous avons appliqué une méthode d'approximation fonctionnelle et transformé le modèle d'un système d'équations à paramètres repartis en un système d'équations à paramètres localisés.

Pour éviter des erreurs stationnaires importantes nous avons introduit dans la commande en boucle fermée un terme intégral augmentant ainsi la dimension du système. Le calcul de la commande a été effectué sur le dernier système. Nous avons appliqué deux méthodes. La méthode de commande modale et la méthode d'optimisation avec critère quadratique.

Avec la première méthode nous avons imposé les modes du système en boucle fermée de manière à ce que le profil de température dans la charge ait la même évolution que le profil de cuisson optimal. Le choix des valeurs propres a été établi à par-

tir des résultats de simulation du système en boucle fermée et pour un fonctionnement sur plusieurs poussées de charge. Les résultats sont satisfaisants et la courbe de cuisson est respectée avec une bonne précision.

Pour l'application de la deuxième méthode nous avons formulé un critère quadratique sur l'état et la commande. Le choix des matrices de pondération a été guidé d'une part par la dynamique désirée du système et d'autre part par des considérations théoriques et pratiques concernant les variables d'état et les commandes et améliorer ainsi les performances du système. Les résultats obtenus sont semblables à ceux de la méthode de commande modale.

Pour pouvoir améliorer encore les résultats tant en qualité de produits qu'en économie d'énergie il faudrait faire intervenir dans la commande le débit d'air secondaire. L'étude de sensibilité nous a montré que le processus est très sensible par rapport à ce paramètre. Pour cela il faudra évidemment pouvoir mesurer avec précision ce débit.

Un fonctionnement du four avec vitesse de chariots constants faciliterait l'étude d'optimisation. En effet dans ce cas on pourrait imposer un régime permanent au processus proche du profil de la cuisson optimale. Ceci n'est pas réalisable actuellement pour des raisons techniques.

A N N E X E S

ANNEXE 1

Calcul de $\epsilon_G, \epsilon_{GT}$

$$\epsilon_G = \epsilon_{CO_2} + \epsilon_{H_2O} - \Delta \epsilon$$

ϵ_{CO_2} et ϵ_{H_2O} sont les émissivités gaz carbonique et de l'eau calculées respectivement à partir des pressions partielles de CO₂ et H₂O à la température G et d'une dimension caractéristique $L = 0,27 D_T$

$\Delta \epsilon$ est donné en fonction de la somme $(P_{CO_2} + P_{H_2O})$ du rapport $\frac{P_{H_2O}}{P_{H_2O} + P_{CO_2}}$ à de la température G

P_{H_2O} et P_{CO_2} sont les pressions partielles de H₂O et CO₂ dans le gaz exprimées en atmosphères.

ϵ_{GT} se détermine de la même façon mais à la température T de la charge.

Le calcul de ces paramètres pour les données de notre problème a donné les expressions suivantes :

$$\epsilon_G = 0,037 + 0,0828 e^{-0,0014 G} \quad \text{pour } G < 1056^\circ \text{K}$$

$$\epsilon_G = 0,119 e^{-0,0011 G} + 0,0828 e^{-0,0014 G} \quad \text{pour } G > 1056^\circ \text{K}$$

$$\epsilon_{GT} = 0,037 + 0,0828 e^{-0,0014 T} \quad \text{pour } T < 1056^\circ \text{K}$$

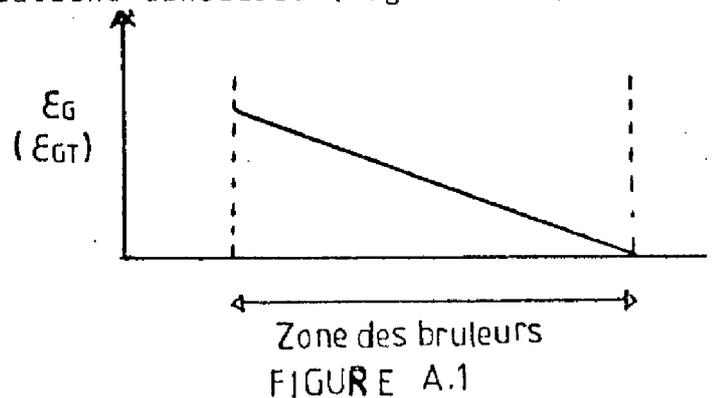
$$\epsilon_{GT} = 0,119 e^{-0,011 T} + 0,0828 e^{-0,0014 T} \quad \text{pour } T > 1056^\circ \text{K}$$

Après la zone de brûleurs $\epsilon_G = \epsilon_{GT} = 0$. Nous avons supposé que l'air secondaire ne rayonne pas. Dans la zone des brûleurs où le débit massique de gaz est variable, nous avons approximé l'expression de ϵ_G et ϵ_{GT} par des relations linéaires (Figure A.1)

$$\epsilon_G(x) = \epsilon_G(a) \cdot \left(\frac{-x}{b-a} + \frac{b}{b-a} \right)$$

$$\epsilon_{GT}(x) = \epsilon_{GT}(a) \cdot \left(\frac{-x}{b-a} + \frac{b}{b-a} \right)$$

$$x \in [a, b]$$



ANNEXE 2

Résolution numérique des équations du troisième degré.

Soit à résoudre $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$

Effectuons le changement de variable $x = z - a/3$; l'équation devient :

$$z^3 - pz - q = 0$$

1°) Si $p < 0$ on pose :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{2p}{3q} \sqrt{\frac{-p}{3}} \quad \operatorname{tg} \varphi = \sqrt[3]{\operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}$$

Les racines sont :

$$-2 \sqrt{\frac{-p}{3}} \frac{1}{\operatorname{tg} 2\varphi} \quad \sqrt{\frac{-p}{3}} \frac{1}{\operatorname{tg} 2\varphi} \pm j \sqrt{\frac{-p}{3}} \frac{1}{\sin 2\varphi}$$

2°) $p > 0$ $(p/3)^3 < (q/2)^2$ - On pose :

$$\sin \theta = -\frac{2p}{3q} \sqrt{\frac{p}{3}} \quad \operatorname{tg} \varphi = \sqrt[3]{\operatorname{tg} \frac{\theta}{2}}$$

les racines sont :

$$2 \sqrt{\frac{p}{3}} \frac{1}{\sin 2\varphi} \quad -\sqrt{\frac{p}{3}} \frac{1}{\sin 2\varphi} \pm j \sqrt{\frac{p}{3}} \frac{1}{\operatorname{tg} 2\varphi}$$

3°) $p > 0$ $(p/3)^3 > (q/2)^2$ - On pose :

$$\cos \varphi = \frac{3q}{2p} \sqrt{\frac{3}{p}}$$

Les racines sont :

$$2 \sqrt{\frac{p}{3}} \cos \varphi, \quad -2 \sqrt{\frac{p}{3}} \cos\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\varphi}{3}\right), \quad -2 \sqrt{\frac{p}{3}} \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{\varphi}{3}\right)$$

Solution des équations algébriques du troisième et quatrième degré

Soit à résoudre $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$.

La méthode classique de résolution est la suivante : considérons l'équation du troisième degré :

$$(6) \quad z^3 + rz^2 + sz + t = 0$$

dont les coefficients sont donnés par les formules

$$r = -b, \quad s = ac - 4d, \quad t = d(4b - a^2) - c^2.$$

Soit Z la plus grande racine réelle de l'équation (6) que l'on calculera par la méthode précédente. On calculera les quantités suivantes :

$$p = \frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b + Z}$$

$$q = \frac{Z}{2} + \varepsilon \sqrt{\left(\frac{Z}{2}\right)^2 - d}$$

$$p' = \frac{a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b + Z}$$

$$q' = \frac{Z}{2} - \varepsilon \sqrt{\left(\frac{Z}{2}\right)^2 - d}$$

dans lesquelles $\varepsilon = +1$ si $aZ/2 - c > 0$
 $\varepsilon = -1$ si $aZ/2 - c < 0$

Les racines cherchées sont les racines des deux équations

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x^2 + p'x + q' = 0$$

ANNEXE - 3

RESULTATS DE L'APPLICATION DE LA METHODE DE GALERKIN

$$H_0 = \begin{bmatrix} -0,600 & 0,264 \cdot 10^{-3} & -0,311 \cdot 10^{-4} & 0,418 & 0,103 \cdot 10^{-3} & -0,275 \cdot 10^{-3} \\ 0,441 & -0,621 & -0,211 \cdot 10^{-1} & -0,607 \cdot 10^{-1} & 0,622 & 0,160 \cdot 10^{-1} \\ 0,231 & -0,203 \cdot 10^{-1} & -0,639 & -0,623 & 0,186 \cdot 10^{-1} & 0,635 \\ 0,152 \cdot 10^{+5} & -0,270 \cdot 10^{+2} & 0,147 \cdot 10^{+2} & -0,126 \cdot 10^{+5} & 0,195 \cdot 10^{+2} & 0,505 \cdot 10^{+2} \\ -0,278 \cdot 10^{+5} & 0,123 \cdot 10^{+5} & 0,437 \cdot 10^{+3} & 0,229 \cdot 10^{+5} & -0,140 \cdot 10^{+5} & -0,392 \cdot 10^{+3} \\ -0,433 \cdot 10^{+4} & 0,469 \cdot 10^{+3} & 0,128 \cdot 10^{+5} & 0,420 \cdot 10^{+4} & 0,670 \cdot 10^{+3} & -0,162 \cdot 10^{+5} \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} -0,077 & -0,0644 & -0,047 \\ -0,377 & 0,128 & 0,871 \\ -0,215 & 0,205 & 0,167 \\ -2070,2 & -415,0 & 418,14 \\ 50108,0 & 6851,7 & -14915,0 \\ -9105,0 & 13914,0 & -20077,0 \end{bmatrix}$$

$$K = \begin{bmatrix} -1,969 \\ 0,735 \\ 1,340 \\ 0, \\ 0, \\ 0, \end{bmatrix}$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} -0,569. & -0,802.10^{-3} & -0,208.10^{-2} & 0,417 & 0,102.10^{-3} & -0,275.10^{-3} \\ 0,117.10^{+1} & -0,584 & -0,385.10^{-1} & -0,607.10^{-1} & 0,621 & 0,160.10^{-1} \\ 0,163.10^{+1} & -0,223.10^{-1} & -0,516 & -0,623 & 0,185.10^{-1} & 0,634 \\ 0,151.10^{+5} & -0,270.10^{+2} & -0,147.10^{+2} & -0,125.10^{+5} & 0,194.10^{+2} & 0,504.10^{+2} \\ -0,277.10^{+5} & 0,123.10^{+5} & 0,436.10^{+3} & 0,228.10^{+5} & -0,140.10^{+5} & -0,392.10^{+3} \\ -0,433.10^{+4} & 0,469.10^{+3} & 0,127.10^{+5} & 0,420.10^{+4} & -0,670.10^{+3} & -0,161.10^{+5} \end{bmatrix}$$

Valeurs propres Ao

-0,1040	0,0
-0,0766	0,0
-0,1306	0,0

Valeurs propres A1

-0,0544	-0,0473
-0,0544	+0,0473
-0,0126	0,186 10 ⁻¹¹

Resultats Integration

Système Ho

min a1 a2 a3

1	0,979	0,0107	0,0085
2	0,938	0,0322	0,0259
3	0,896	0,0534	0,0436
4	0,855	0,0743	0,0616
5	0,814	0,0948	0,0800

Système Ao

min a1 a2 a3

1	0,979	0,0107	0,0085
2	0,938	0,0323	0,0259
3	0,896	0,0535	0,0435
4	0,855	0,0744	0,0616
5	0,814	0,0949	0,0800

Pour H1 A1 nous avons trouvé des resultats semblables

BIBLIOGRAPHIE

- 1 AMOUREUX M.
Sur la représentation des systèmes dynamiques linéaires
à paramètres repartis
Thèse de Doctorat de spécialité. Université Paul Sabatier
1973.

- 2 ATHANS M. et FALB
Optimal control an introduction to the theory and its
application
Mc Graw-Hill, 1968.

- 3 BABARY J.P. - ROUBELLAT F.
Etablissement d'un modèle mathématique d'un four à dif-
fusion.
Note interne L.A.A.S. 72-I-11, juillet 1972.

- 4 BARRETEAU D., LAGUERIE C., BABARY J.P., KASSINOPOULOS M.
Modélisation du fonctionnement d'un four de cuisson de
ceramique
Congrès I.F.A.C. Rabat Maroc, Novembre 1980

- 5 BUDAREL - DELMAS - GUICHET
Commande optimale des processus tome 4
Dunod, Paris 1967

- 6 COURDESSES M. et ALENGRIN G.
Programme de résolution de l'équation algébrique de RICCATI
L.A.A.S. note interne N° 75.I 34, Toulouse 1975.

- 7 DAHOU B.
Commande sous-optimale des séquences de fonctionnement
d'un réacteur d'epitaxie en phase liquide
Thèse de Doctorat de spécialité, Université Paul Sabatier,
1980.

- 8 FINLAYSON B.A. - SCRIVEN L.E.
The method of weighted residuals
a review appl. Mech. Rev., vol 19 n° 9 , Sep 1966.
- 9 GODOUNOV S. - RIABENKI V.
Schémas aux différences
Editions MIR-MOSCOU, 1973
- 10 GOULD L.A.
Chemical process control
Addison Wesley Publishing Company
- 11 GRAUPE D.
Identification of systems
Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1972
- 12 HEILIGENSTAEDT W.
Thermique appliquée aux fours industriels tome 1,2,3,4.
Dunod - Paris 1971
- 13 JESCHAR R.
Bilan énergétique du four tunnel
Société Française de Céramique, 1963
- 14 KASSINOPOULOS M.
Contribution à la modélisation du fonctionnement d'un
four tunnel
Rapport stage D.E.A., 1977
- 15 KLEINMAN D.L.
On an iterative technique for Riccati equations compu-
tations I.E.E.E. Trans. Aut. Control, Vol. Ac. 13 Fév.
1968.

- 16 KRAUSE - PLAUL - ZÜLLNER
Principes et techniques de Cuisson et de construction
de fours céramiques - tome 4
Septima Paris 1973
- 17 L O C.
Optimal Control of Countercurrent Distribute Parametres
systemes. Ph. D. PURDUE University , 1976
- 18 Mc ADAMS W.H.
Transmission de la chaleur
Dunod, Paris 1964
- 19 MEIRELLES-RIBEIRO M., KASSINOPOULOS M, BABARY J.P.
Modélisation d'un four d'industrie céramique
Note interne L.A.A.S. N° 80 I IO ,1980
- 20 MEIRELLES - RIBEIRO M.
Thèse Docteur ingénieur (en préparation)
L.A.A.S. 1980
- 21 MERIENNE J.
La régulation automatique de la cuisson en four tunnel
pour briques et tuiles.
C.T.T.B. C 5241 - B 35, 1960
- 22 MICHLIN S.G.
Variational methods in mathematical physics
Mc Millan Company N.Y.,1964
- 23 NOVIN-HIRBOD
Pole assignment using proportional-plus-integral output
feedback control
Int. J. Control, vol. 29 n° 6 1035-1046 , 1979

- 24 ORNER P.A.
Least squares simulation of distributed systems
I.E.E.E. Trans. on Aut Cont., vol 20 n° 1, 1975
- 25 PELCZEWSKI W.
Optimal control et lineor systemes affected by external disturbances .
Istituto per le applicazioni del calcolo
"Mauro Picone" C.N.R. Roma, 1972
- 26 POPOV V.M.
Rev. Roumaine Sci Tech Electrotechnique et Energie ,
1964
- 27 POWELL
An efficient method of finding the minimum of a function
of several variables without calculating derivatives
- 28 RICHALET J, RAULTA, POULIQUEN R.
Identification des processus par la méthode du modèle
Gordon et Breach
- 29 RICHTMYER AND MORTON
Difference methods for initial value problems
John Wiley and sons ;New York 1967
- 30 SERAJI H.
Cyclicity of linear myltivariable systems
Int. J. Control Vol. 21 n° 3, 497 - 504, 1975
- 31 STAFFORD E.M.
Optimal Control of conterflow diffusion processes
Ph. D. university of Leicester, 1969

- 32 TRYBUS L.
Simulation and open-loop control of tunnel furnaces
burning insulators.
I.L. Technological University, Poland.
- 33 VAN DER WEG R.
Sur la modélisation et l'optimisation d'une colonne
d'absorption
These de Doctorat d'Université, Université Paul Sabatier
1976.
- 34 VICHNEVETSKY R.
Use of functional approximation methods
I.E.E.E. Trans. of Com., 1969
- 35 WEIL L.
Eléments des échanges thermiques
Gauthier-Villars, Paris 1965
- 36 YOUNG P.C. et WILLEMS J.C.
An approach to the linear multivariable servomechanism
problem
Int. J. Control, vol 15 n° 5 961-979, 1972
- 37 ZALDUA J.M.
Méthode des perturbations singulières et commande des
systèmes paraboliques
Thèse de Doctorat de spécialité, Université Paul Sabatier
1980.