



**HAL**  
open science

# CONTRIBUTION A L'ETUDE D'UNE CENTRALE SOLAIRE A TURBINE A GAZ. MODELISATION ET COMMANDE "PROJET SIROCCO"

Mohamed Kacim

► **To cite this version:**

Mohamed Kacim. CONTRIBUTION A L'ETUDE D'UNE CENTRALE SOLAIRE A TURBINE A GAZ. MODELISATION ET COMMANDE "PROJET SIROCCO". Automatique / Robotique. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 1982. Français. NNT: . tel-00181393

**HAL Id: tel-00181393**

**<https://theses.hal.science/tel-00181393>**

Submitted on 23 Oct 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE

présentée

DEVANT L'UNIVERSITE PAUL SABATIER DE TOULOUSE (Sciences)

pour l'obtention

du **TITRE de DOCTEUR de 3<sup>e</sup> CYCLE (Sciences)**

Spécialité : Electronique, Electrotechnique, Automatique

Mention : Automatique

par

KACIM Mohamed

Maître ès-Sciences

---

## **CONTRIBUTION A L'ETUDE D'UNE CENTRALE SOLAIRE A TURBINE A GAZ MODELISATION ET COMMANDE « PROJET SIROCCO »**

---

*Soutenue le 9 juillet 1982, devant la Commission d'Examen :*

MM. J.-L. ABATUT

*Président*

C. BURGAT

A. CORDIER

M. DE COLIGNY

B. D'UTRUY

D. ROYER

*Examineurs*

KACIM (Mohamed). - Contribution à l'étude d'une centrale solaire à turbine à gaz.  
Modélisation et commande. Projet SIROCCO. - 106 p.

Th. 3ème Cycle : E.E.A. Automatique : Toulouse III : 1982 ; 2671.

---

#### RESUME

Le contenu de ce mémoire de thèse concerne le projet de centrale électro-solaire SIROCCO, utilisant une turbine à gaz et mettant en oeuvre un récepteur solaire de conception originale.

Deux parties principales constituent ce mémoire, elles consistent en :

- la modélisation des éléments constitutifs de la boucle thermique et du système global, suivie par une analyse du fonctionnement en vue de la commande,
- l'évaluation des problèmes posés par la commande et l'élaboration de quelques algorithmes de commande - commande quadratique et commande par état adjoint prenant ou non en compte le problème des contraintes.

MOTS CLES : Energie solaire, Commande optimale

---

#### MOTS CLES :

- Energie solaire ,centrale à turbine à gaz
  - Commande optimale
- 

JURY et date de soutenance : 9 juillet 1982

Président : J.L. ABATUT  
Membres : C. BURGAT (LAAS)  
A. CORDIER  
M. DE COLIGNY  
B. D'UTRUY  
D. ROYER

---

DEPOT à la Bibliothèque Universitaire en 4 exemplaires

إلى أمي وأخي وأختي

## AVANT - PROPOS

-----

Le travail présenté dans ce mémoire a été effectué au Laboratoire d'Automatique et d'Analyse des Systèmes du Centre National de la Recherche Scientifique, dirigé par Monsieur D. ESTEVE, Directeur de Recherche au C.N.R.S. qui a succédé à Monsieur G. GRATELOUP, Professeur à l'I.N.S.A.T.. Je tiens à les remercier pour m'avoir permis de réaliser ce travail dans d'excellentes conditions.

Je ne saurais exprimer toute ma reconnaissance à Monsieur le Professeur J.L. ABATUT de l'Université Paul Sabatier de Toulouse, de l'accueil qu'il m'a réservé dans l'équipe "Aspects Stochastiques de l'Automatique et Analyse des Systèmes", dont il a la responsabilité, et de l'honneur qu'il me fait en acceptant la présidence du jury de cette thèse.

Je tiens à remercier tout particulièrement Monsieur C. BURGAT, Docteur d'Etat, Maître Assistant à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, qui a accepté de diriger mon travail. Ses conseils judicieux, ses remarques toujours formulées avec bienveillance, son extrême courtoisie, m'ont permis de mener à bien ce travail dans l'ambiance agréable qui règne au sein de l'Equipe A.S.E., et c'est avec un grand regret que j'aurai à m'en éloigner, momentanément je l'espère. Je tiens à l'assurer de toute ma gratitude pour l'intérêt qu'il a toujours porté à mes travaux.

Que Monsieur DE COLIGNY, Docteur d'Etat, Maître Assistant à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, accepte mes remerciements pour les conseils déterminants qu'il m'a prodigués et qu'il soit aussi remercié pour son



## TABLE DES MATIERES

-----

INTRODUCTION GENERALE	1
<u>CHAPITRE I</u> - MODELISATION - IDENTIFICATION - ELABORATION D'UN MODELE DE COMMANDE	3
I - MODELISATION ET ANALYSE DE LA BOUCLE THERMIQUE	3
1.1 Introduction	3
1.2 Description du système	4
1.3 Objectifs	5
1.4 Définition du point Nominal - caractéristiques du cycle	5
1.5 Modélisation - Identification	6
1.5.1. Introduction	6
1.5.2. Identification par la méthode du modèle	7
1.5.3. Modélisation - identification	8
1.5.4. Réduction - SIMPLIFICATION	17
1.5.5. Comportement thermique du récepteur solaire	22
1.6 Etude statique et dynamique de la boucle STROCCO	23
1.6.1. Etude statique	23
1.6.2. Etude dynamique	28
1.7 Conclusions	30
<u>CHAPITRE II</u> - ANALYSE DU SYSTEME EN VUE DE LA COMMANDE	35
II.1 Position du problème	35
II.2 Modélisation initiale	36
II.3 Différentes formulations	36
II.3.1. Première formulation	36
II.3.2. Deuxième formulation	37
II.3.3. Formulation du critère d'optimisation	38
II.4 Contraintes de fonctionnement	39
II.5 Formulation du problème d'optimisation	39





IV.5.2. Solution analytique du système adjoint	74
IV.5.3. Solution analytique des équations d'état	74
IV.6 Initialisation du vecteur adjoint	75
IV.6.1. Solution du problème sans contraintes	75
IV.6.2. Intégration du critère	77
IV.6.3. Choix de l'horizon d'optimisation : $t_f$	78
IV.7 Algorithme de commande	80
IV.7.1. Principe	80
IV.7.2. Organigramme	81
IV.7.3. Remarques concernant l'algorithme	82
IV.8 Résultats de simulation	84
IV.8.1. Perturbation sur WS de + 50 KW	84
IV.8.2. Perturbation sur WS de - 50 KW	85
IV.8.3. Perturbation de WS de - 150 KW de - 500 KW	85
IV.8.4. Passage nuageux de 3 mn et 10 mn	85
IV.8.5. Changement de consigne sur $T_{ET}$	85
IV.9 Conclusion	95
 CONCLUSION GENERALE	 97
 ANNEXE I	 101
 BIBLIOGRAPHIE	 103

aide particulièrement efficace dans la conception et la rédaction de ce mémoire, ainsi que pour sa participation au jury.

Je ne saurais manquer de remercier Monsieur A. CORDIER, Professeur à l'Université Paul Sabatier de Toulouse, qui m'a honoré de sa présence au jury.

Mes remerciements vont également à Monsieur D'UTRUY, Ingénieur C.N.R.S., Chef du Projet SIROCCO, qui malgré ses occupations, a accepté de participer à mon jury.

Monsieur D. ROYER, Ingénieur, Chef du Laboratoire de Techniques Solaires Avancées du C.E.A., avec lequel une collaboration fructueuse a été établie sur les simulations dynamiques de la boucle SIROCCO, et qui a bien voulu participer à mon jury de thèse; qu'il trouve ici mes remerciements les plus sincères.

Que tous les membres de l'équipe reçoivent ici l'expression de ma sympathie.

Je tiens à remercier toutes les personnes du Laboratoire ayant contribué à la réalisation de cet ouvrage, et en particulier Madame DUFOUR qui en a assuré la dactylographie avec compétence et amabilité.

## NOTATIONS

- $T_{ERS}$  : Température entrée récepteur solaire (en °C)  
 $T_{SRS}$  : Température sortie récepteur solaire (en °C)  
 $T_{EE}$  : Température entrée échangeur (en °C)  
 $T_{SE}$  : Température sortie échangeur (en °C)  
 $T_{SC}$  : Température sortie compresseur (en °C)  
 $T_{ET}$  : Température entrée Turbine (en °C)  
 $\Delta T_{SCH}$  : Partie de  $T_{SRS}$  due aux variations de Débit B.P. et de l'énergie solaire (en °C)  
 $Q_{BP}$  : Débit d'air basse pression (en Kg/s)  
 $Q_{HP}$  : Débit d'air haute pression (en Kg/s)  
 $T_F$  : Apport en température dû au fuel (en °C)  
 $WS$  : Puissance solaire incidente (en kW)  
 $T_M$  : Température du métal (en °C)  
 $S$  : Surface d'échange (en m<sup>2</sup>)  
 $V$  : Volume d'échange (en m<sup>3</sup>)  
 $C_p, C_{pm}$  : capacité calorifique de l'air, et du métal (en J/kg °C)  
 $\rho, \rho_m$  : masse volumique de l'air et du métal (en kg/m<sup>3</sup>)  
"  $\Delta$  " : variation autour du régime nominal  
 $\Delta T_{WS}$  : variation de la température due à la variation de puissance solaire (en °C)  
 $T_o$  :  $T_{ET}$  au point nominal (en °C)  
 $Q_F$  : Débit de fuel (en Kg/s)  
 $h$  : coefficient d'échange (en W/m<sup>2</sup>°C)

II.6	Résolution du problème sans contraintes	40
II.6.1.	Développement du critère	40
II.6.2.	Première méthode de résolution	41
II.6.3.	Deuxième méthode de résolution	42
II.6.3.1.	Conditions nécessaires du minimum	43
II.7	Résolution avec contraintes	44
II.8	Conclusion	45
 <u>CHAPITRE III - COMMANDE PAR CRITERE QUADRATIQUE</u>		 47
III.1	Introduction	47
III.2	Position du problème	48
III.3	Discrétisation des équations (II.1), (II.2)	48
III.3.1.	Discrétisation débit basse pression	49
III.3.2.	Discrétisation fuel	50
III.3.3.	Discrétisation de l'énergie solaire	50
III.3.4.	Représentation d'état discrète	51
III.3.5.	Vérification de la commandabilité et de l'observabilité	52
III.3.5.1.	Systèmes continus	52
III.3.5.2.	Systèmes discrets	53
III.4.	Principe de la méthode	54
III.5.	Modèle augmenté	56
III.6.	Prise en compte des perturbations	57
III.7.	Choix des matrices de pondération	59
III.8.	Organigramme de traitement	60
III.9.	Résultats des simulations	63
III.10.	Conclusion	6
 <u>CHAPITRE IV - COMMANDE EN TEMPS MINIMAL ET A ENERGIE MINIMALE</u>		 6
IV.1	Introduction	69
IV.2	Schéma de principe	70
IV.3	Formulation du problème	71
IV.4	Conditions d'optimalité	72
IV.5	Résolution	73
IV.5.1.	Introduction de la contrainte sur la commande	73

## INTRODUCTION GENERALE

---

Les travaux présentés dans ce mémoire constituent une contribution à l'étude du projet de centrale électrosolaire à turbine à gaz appelé projet SIROCCO utilisant un cycle à haute température (820°C). L'intérêt d'un tel système se justifie d'une part, par un meilleur rendement thermodynamique espéré, d'autre part par la rusticité due à la compacité de la boucle thermique.

Toutefois la mise en oeuvre de ce projet d'un type nouveau nécessite la conception d'un récepteur solaire travaillant à des concentrations élevées ainsi que l'adaptation de turbines existant actuellement sur le marché. Différentes études concernant ces éléments ont été conduites en collaboration principalement entre le Laboratoire d'Energétique Solaire de Poitiers et le Département d'Etudes Mécaniques et Thermiques du C.E.A. Saclay.

C'est sur la base de ces travaux que nous avons abordé notre étude dont l'objectif premier était de modéliser le système. La deuxième phase de notre travail consistait alors en une évaluation des problèmes



# CHAPITRE I

-----

## MODELISATION - IDENTIFICATION - ELABORATION

### D'UN MODELE DE COMMANDE

-

#### I - MODELISATION ET ANALYSE DE LA BOUCLE THERMIQUE

##### I.1 Introduction

Le Projet SIROCCO est un Projet de faisabilité de centrale solaire de faible puissance  $\approx 100$  KW utilisant un cycle à gaz (Cycle de Brayton) à haute température  $820^{\circ}\text{C}$ , c'est un projet de COMES-CNRS.

La mise en oeuvre d'un tel projet nécessite l'étude et la réalisation d'éléments nouveaux tels que : le récepteur solaire, la turbine (dans son adaptation).

Les points précédents sont particulièrement étudiés par le Laboratoire d'Energétique Solaire de Poitiers et le Service d'Etudes Energétiques du Département des Etudes Mécaniques et Thermiques du C.E.A..





- Dans le premier cas la C.C. est placée après le récepteur solaire (R.S.); elle est donc traversée par le débit d'air total.

- Dans le second cas, la C.C. est placée en parallèle avec le récepteur; le débit d'air est alors réparti par une vanne à deux voies, pour une partie dans le récepteur, pour le complément, dans la chambre de combustion. Seul le premier cas sera considéré dans ce mémoire.

### I.3 Objectifs

Les deux modes de fonctionnement possibles d'une telle centrale déterminent les deux objectifs suivants :

- Centrale débitant sur réseau (type EDF) et utilisant une génératrice asynchrone. Dans ce cas la vitesse de la turbine peut être considérée constante; il suffit donc de réguler la puissance électrique fournie à un niveau de consigne pré-fixé, quel que soit l'ensoleillement. En cas d'ensoleillement insuffisant l'apport complémentaire est donné par la combustion du fuel; paradoxalement, en cas d'ensoleillement trop important, par rapport à la consigne de puissance, il devient nécessaire de rejeter ou de stocker l'énergie excédentaire (sauf si l'on décide de fonctionner au fil du soleil). C'est ce mode de fonctionnement que nous allons étudier.

- Centrale isolée. Dans ce cas, la vitesse de rotation de la turbine fixe la fréquence du courant produit; par contre cette vitesse est liée à l'ensoleillement et à la demande aléatoire de l'usager. En fait un délestage rapide de l'utilisation peut entraîner une survitesse de la turbine. Ce cas nécessitera une commande de dynamique rapide par opposition au cas précédent où les contraintes sur les changements de niveau de puissance débitée supportent des transitoires longs.

### I.4 Définition du point Nominal - caractéristiques du cycle

Au point Nominal nous aurons :

$W_{SN}$  : Puissance Solaire Nominale 500 KW.

$T_{SCN}$  : Température de sortie compresseur nominale 216°C

$T_{ERSN} = T_{SE}$  : Température entrée récepteur solaire nominale 470°C

$T_{SRSN}$  : Température de sortie récepteur solaire nominale 820°C

$T_{ST} = T_{EE}$  : Température après détente nominale 525°C

$Q_N$  : Débit d'air nominal 1.123 Kg/s.

posés par la commande en essayant de faire apparaître les problèmes qui pourraient résulter de l'utilisation de ce système sous différents types de fonctionnement.

Ce sont les deux points précédemment évoqués qui constituent les deux parties principales de notre mémoire.

Ainsi au chapitre premier seront présentés les modèles relatifs aux différents éléments constitutifs de la boucle thermique ainsi que le modèle global qui en résulte. Ensuite, dans le but d'obtenir un modèle utilisable pour la commande nous effectuerons une réduction de ce modèle. L'analyse statique et dynamique qui en découle permettra de définir les performances attendues d'un tel système, tout en mettant en évidence les indications utiles pour la conception de la commande, ainsi que les particularités du système.

Au chapitre deuxième nous évoquons les difficultés qui peuvent apparaître lorsqu'on désire élaborer une commande à partir d'un critère quadratique classique. Pour cela nous donnons d'abord les différents modèles de représentation possibles ainsi que la forme et le sens du critère retenu. Après quoi, nous indiquons les différentes façons de résoudre le problème ainsi posé lorsque l'on prend - ou non - en compte les contraintes de fonctionnement du système.

Le troisième chapitre concerne l'application de la méthode classique de commande optimale avec critère quadratique sans prendre en compte de façon explicite les contraintes. A partir d'un choix des matrices de pondération du critère, sont effectuées et analysées de façon critique des simulations de la commande obtenue dans différentes configurations d'ensoleillement.

Enfin, au dernier chapitre nous élaborons une commande utilisant l'"état Adjoint" qui met à profit certaines particularités du système. Cela permet de prendre en compte directement toutes les contraintes de fonctionnement. Là aussi, des simulations de la commande pour différents ensoleillements et différents changements de consigne, ont été faites afin de juger de leur efficacité.

chaudière solaire) et celle des échangeurs (réf. [2] échangeur).

Dans une représentation en fonction de transfert, ces modèles, selon l'élément considéré, peuvent adopter l'une des formes ci-dessous :

$$G(p) = \frac{K}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)} \quad ; \quad G(p) = \frac{K(1+p)}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)} \quad ; \quad G(p) = \frac{K}{(1+\tau p)}$$

Ce sont les différents paramètres intervenant dans ces expressions que l'on a identifiés par une méthode de modèle.

### 1.5.2. Identification par la méthode du modèle

L'identification paramétrique par la méthode du modèle [6], [7], découle d'une comparaison de deux systèmes : l'un physique, l'autre mathématique.

Il s'agit d'une méthode itérative capable d'améliorer la solution à chaque pas d'itération dont le principe est représenté sur la figure ci-après ;

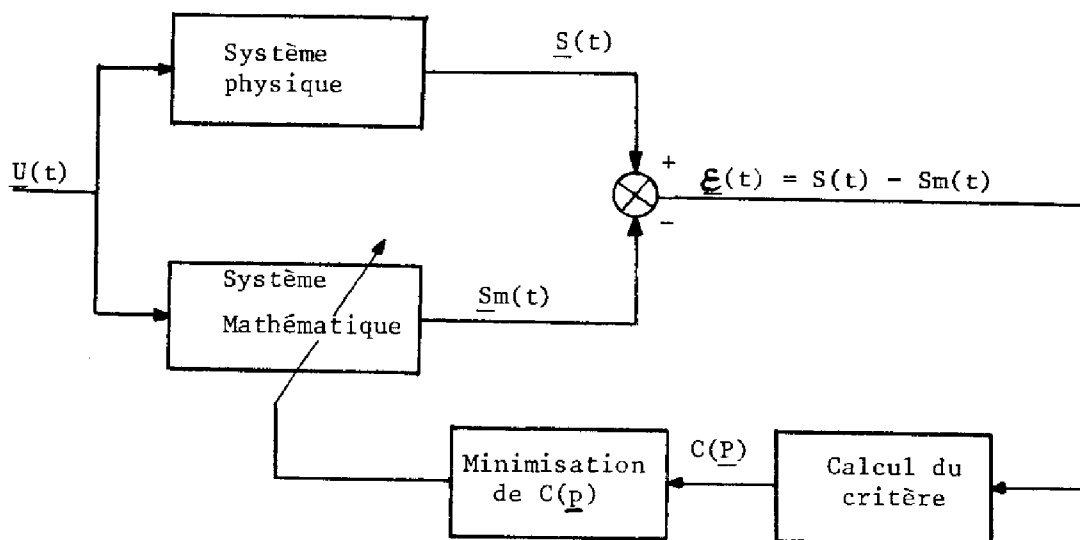


Figure 3

On notera  $\underline{p}$  le vecteur des paramètres inconnus et  $C(\underline{p})$  la valeur du critère de performance associé.

Nous avons adopté une méthode d'optimisation avec calcul du gra-

La campagne d'essais du récepteur solaire devrait intervenir en Septembre 1982 au four solaire d'Odeillo.

Le L.A.A.S. intervient dans le projet dans l'analyse des problèmes posés par la commande de ce système; plus particulièrement, dans un premier temps, sur le problème de la régulation de la puissance turbine.

Il convient de signaler la particularité de ce système puisque, cas spécifique, on n'a pas la maîtrise totale de la source de puissance contrairement aux autres types de centrales.

## I.2 Description du système

Le schéma fonctionnel du système est représenté ci-après :

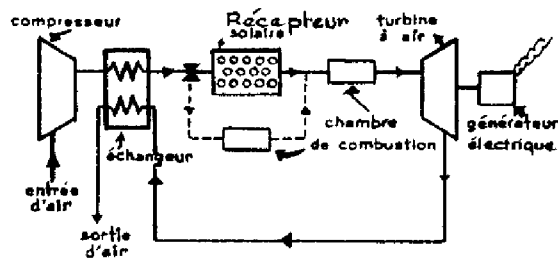


Figure 1 - Schéma de principe

Le récepteur reçoit le rayonnement solaire concentré par un champ d'héliostat. L'extraction énergétique est réalisée par l'air issu du compresseur qui traverse le récepteur solaire (R.S.).

L'air ainsi porté en température est détendu dans la turbine produisant alors la puissance mécanique sur l'arbre du générateur électrique, ainsi que la puissance nécessaire à l'entraînement du compresseur.

Les gaz détendus sont récupérés par l'intermédiaire d'un échangeur; une partie de leur contenu énergétique est extraite ce qui se traduit par une augmentation de la température entrée chaudière.

En cas d'ensoleillement insuffisant, la chambre de combustion (C.C.) réalise l'appoint énergétique; sa position dans la boucle diffère selon que l'on adopte une solution série ou une solution parallèle.

et en écrivant le coefficient d'échange  $h$  suivant la forme :

$$h = k \cdot Q^{0,8} \quad k = \text{cte.}$$

on arrive au système suivant :

$$(I.1) \quad \begin{bmatrix} \dot{T}_M \\ \dot{T}_{SRS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k S Q^{0,8}}{f_m V C_{pm}} & \frac{(1-\alpha) k Q^{0,8} S}{f_m V C_{pm}} \\ \frac{k S Q^{0,8}}{f_{Cp} V} & -\left(\frac{Q}{f_V} + \frac{k S (1-\alpha) Q^{0,8}}{f_V C_p}\right) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_M \\ T_{SRS} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\alpha k S Q^{0,8}}{f_m C_{pm} V} \\ \frac{Q}{f_V} - \frac{k S Q^{0,8}}{f_V C_p} \end{bmatrix} T_{ERS} + \begin{bmatrix} \frac{1}{f_m C_{pm} V} \\ 0 \end{bmatrix} WS$$

En tenant compte des simulations obtenues au C.E.A. il apparaît possible d'utiliser le modèle linéarisé, il vient donc, en linéarisant le modèle (I.1) autour du régime permanent :

$$\Delta T_{SRS}(P) = \frac{(P+\alpha_2) \beta_1 + \beta_2 \alpha_1}{(P+\beta_3) (P+\alpha_2) - \beta_2 \alpha_3} \cdot \Delta Q(P) + \frac{(P+\alpha_2) \beta_4 + \beta_2 \alpha_4}{(P+\beta_3) (P+\alpha_2) - \beta_2 \alpha_3} \Delta T_{ERS}(P) \\ + \frac{\beta_2 \alpha_5}{(P+\beta_3) (P+\alpha_2) - \beta_2 \alpha_3} \cdot \Delta WS(P)$$

Cette expression indique donc les formes de fonctions de transfert à identifier et finalement obtenues - figure 3. Les coefficients  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  sont donnés en Annexe 1.

Il apparaît donc que la variation de la température sortie récepteur  $\Delta T_{SRS}$  dépend de la variation de la température à l'entrée du récepteur  $\Delta T_{ERS}$ , des variations débit massique d'air dans ce récepteur  $\Delta Q$  ainsi que des variations de l'énergie solaire incidente  $\Delta WS$ ; le modèle obtenu peut être représenté en notation de Laplace, comme suit :

Les caractéristiques du cycle, au point nominal, sont indiquées sur la figure (2) [14].

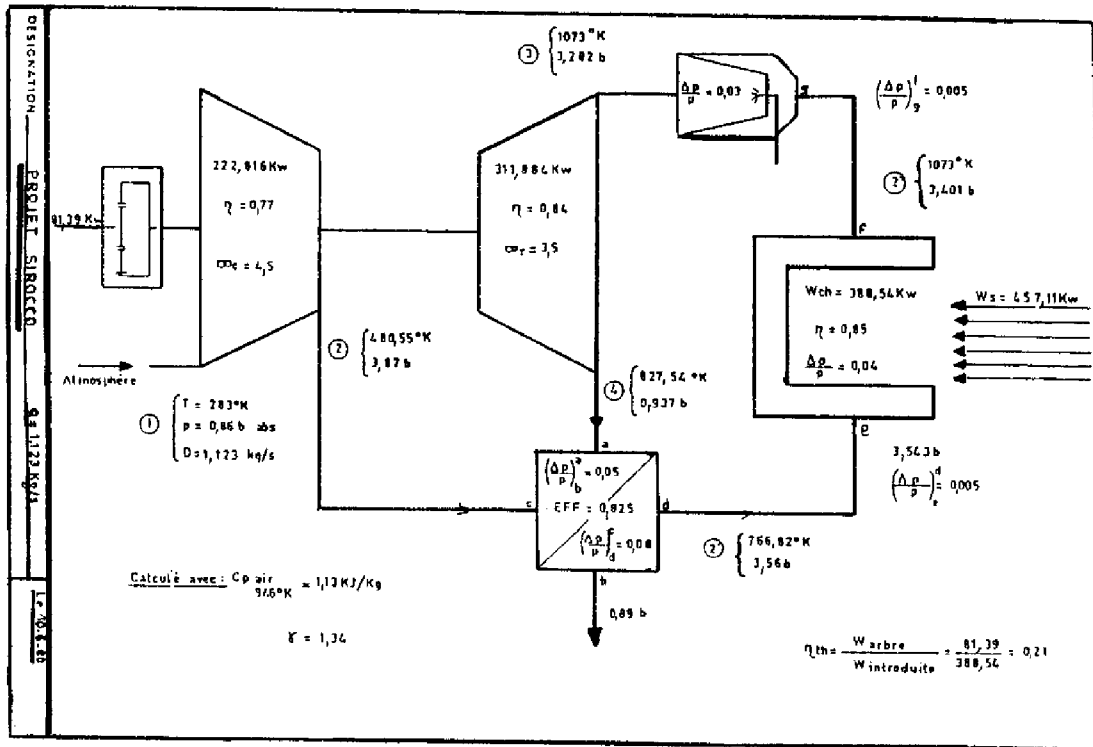


Figure 2 - Caractéristiques du cycle

## I.5 Modélisation - Identification

### I.5.1. Introduction

Le travail d'identification qui suit, en l'absence du système réel, a été conduit à partir de résultats de simulations thermiques fines du récepteur solaire et de l'échangeur. Ces simulations ont été effectuées au C.E.A. dans le Département des Etudes Mécaniques et Thermiques (Service Etudes Energétiques). Il convient de signaler que le modèle de simulation du récepteur solaire a été "recalé" à partir d'essais réels sur un de ses éléments. Les résultats de simulation dynamiques transmis par le C.E.A., consistaient en des réponses à des variations en échelon atteignant 50% autour du point nominal. Le choix des modèles a été déterminé par la prise en compte d'un certain nombre de travaux concernant la modélisation des récepteurs solaires (réf. [1])

Gains mesurés Y(I)	Débits X(I)	Gains calculés P(I)
- 0,28495 E 03	- 0,1123 E 00	- 0,28495 E 03
- 0,311664 E 03	- 0,2246 E 00	- 0,311665 E 03
- 0,3413475 E 03	- 0,3369 E 00	- 0,3413475 E 03
- 0,37845 E 03	- 0,4492 E 00	- 0,37845 E 03
- 0,425645 E 03	- 0,5615 E 00	- 0,425645 E 03

De plus, dans la plage de variation considérée, les différentes constantes de temps sont invariantes. On remarquera que les deux constantes  $\tau_1 = 560$  s,  $\tau_2 = 10$  s peuvent être attribuées respectivement aux inerties du métal récepteur et de l'air.

Remarque :

Dans un fonctionnement à vitesse constante de la turbine (cas normal) le débit haute pression  $Q_{HP}$  reste quasiment constant, de sorte que le modèle précédemment choisi reste linéaire dans la plage de fonctionnement considérée.

Sur la figure 5 sont représentées les réponses des modèles élaborés ainsi que celles fournies par le C.E.A. pour les mêmes excitations.

On notera par ailleurs, qu'étant donné la vitesse élevée de l'air dans le récepteur, il n'est pas utile de faire apparaître un terme de retard pur dû au transport de masse.

b - Echangeur

Le choix de la forme du modèle à identifier est directement inspiré de la littérature relative à cet élément ([2] échangeur). Côté haute pression, le débit d'air primaire  $Q_{HP}$  est constant ainsi que la température sortie compresseur  $T_{SC} \simeq 216^\circ\text{C}$ . On considèrera les variations de la température  $\Delta T_{SE}$  à la sortie côté haute pression, en fonction des variations  $\Delta T_{EE}$  (Température entrée échangeur côté basse pression) et des variations du débit basse pression  $\Delta Q_{BP}$ .

dient [4], [5] dont les caractéristiques sont celles des méthodes heuristiques. Elles présentent en effet les avantages suivants :

- . Facilité de mise en oeuvre
- . Absence de calcul analytique du gradient (obtenu par discrétisation).
- . Efficacité accrue.

La mise en oeuvre de la méthode consiste à explorer l'espace paramétrique par essais successifs.

### I.5.3. Modélisation - identification

Rappelons que l'identification a été conduite à partir des résultats de simulation, ces simulations consistaient en des variations en échelon sur les différentes entrées de l'échangeur, puis de la chaudière, et ce, autour du point nominal.

Les amplitudes de ces variations étaient de 5% en 5% jusqu'à 50%, ainsi que des variations de 10, 20, 30, 40, 50% à partir du point nominal.

#### a - Modèle du récepteur solaire

Pour cet élément de la boucle, de conception originale, il convient préalablement de choisir la forme du modèle qui devra être mise en oeuvre pour l'identification paramétrique. Pour ce faire on développe le modèle de connaissance présenté ci-après.

Cette modélisation peut être réalisée à partir de l'écriture du bilan des puissances suivant : [4]

$$\begin{array}{ll}
 \text{. puissance évacuée par l'air} & : W_a = C_p \cdot Q \cdot (T_{SRS} - T_{ERS}) \\
 \text{. échange métal-air} & : W_E = h \cdot S (T_M - T_a) \\
 \text{. échauffement métal} & : W_S - W_E = \rho_m V \cdot C_{pm} - \frac{d T_M}{dt} \\
 \text{. échauffement air} & : W_E - W_a = \rho \cdot V \cdot C_p - \frac{d T_{SRS}}{dt}
 \end{array}$$

En exprimant  $T_a$  "(Température de l'air)" par

$$T_a = \alpha \cdot T_{ERS} + (1 - \alpha) T_{SRS}$$



Le modèle de représentation obtenu est le suivant :

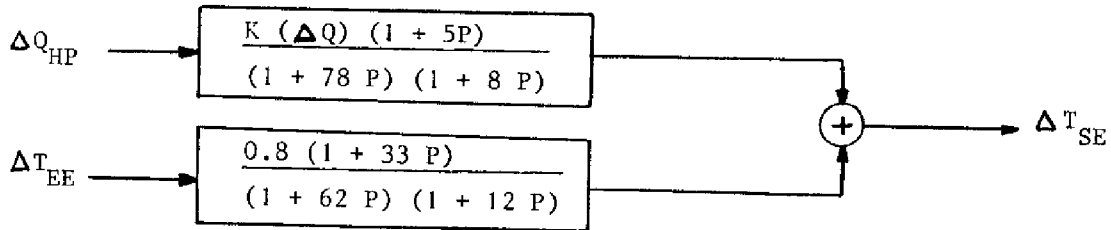


Figure 6

On remarquera, ici aussi, que le gain statique  $K(\Delta Q_{BP}) = \frac{\Delta T_{SE}}{\Delta Q_{BP}}$  est une fonction du débit basse pression.

Ce gain sera décrit comme précédemment, dans la zone relative aux simulations, par une loi polynomiale du quatrième ordre dont les coefficients sont donnés plus loin. Par ailleurs le gain statique correspondant à des variations de la température côté basse pression est

$$K_{T_{EE}} = \frac{\Delta T_{SE}}{\Delta T_{EE}} = 0,8$$

De la même façon les constantes de temps obtenues ne varient pas de manière significative dans la plage considérée.

Les coefficients  $\alpha_i$  du polynome sont :

coefficient	degré
$\alpha_1 = 0,7262 \text{ E } 02$	* X ** 0
$\alpha_2 = 0,6359 \text{ E } 03$	* X ** 1
$\alpha_3 = 0,2892 \text{ E } 04$	* X ** 2
$\alpha_4 = 0,6310 \text{ E } 04$	* X ** 3
$\alpha_5 = 0,4684 \text{ E } 04$	* X ** 4

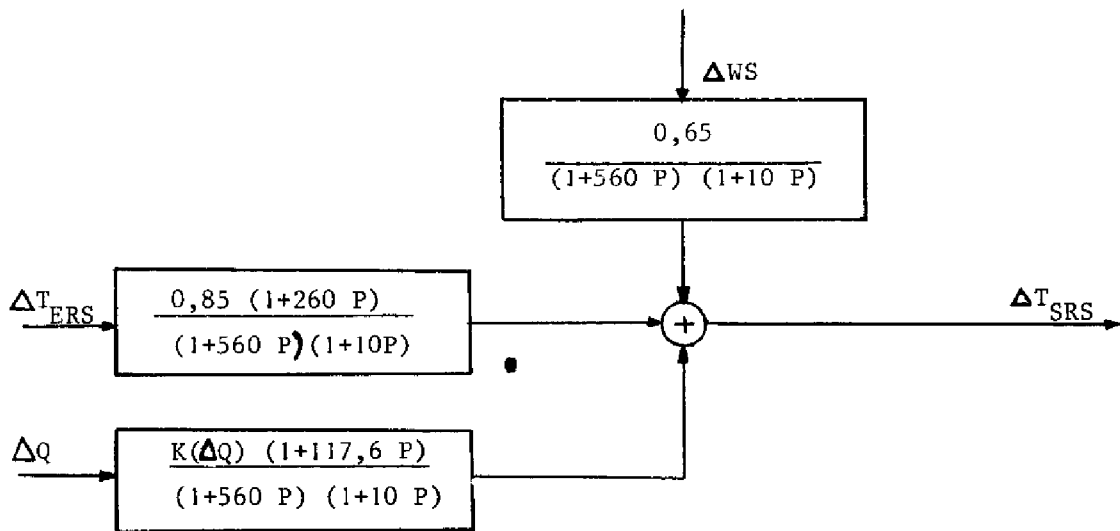


Figure 4

Les gains statiques sont respectivement

$$K_{WS} = \frac{\Delta T_{SRS}}{\Delta WS} = 0,65^{\circ}\text{C/KW}; \quad K_{T_{ERS}} = \frac{\Delta T_{SRS}}{\Delta T_{ERS}} = 0,85, \text{ pour}$$

des variations de l'ensoleillement et la température d'entrée.

Le gain statique concernant les variations de débit haute pression  $Q_{HP}$  dépend de l'amplitude de ces variations; il a été approximé sous la forme :

$$K_{\Delta Q} = \alpha_1 + \alpha_2 Q + \alpha_3 Q^2 + \alpha_4 Q^3 + \alpha_5 Q^4$$

dans la plage de variation "0  $\rightarrow$  - 50%" autour de  $Q_{Nominal}$ , les coefficients  $\alpha_i$  du polynome sont :

coefficient		degré
$\alpha_1 = -0,2549 \text{ E } 03$	*	X ** 0
$\alpha_2 = 0,3039 \text{ E } 03$	*	X ** 1
$\alpha_3 = 0,4412 \text{ E } 03$	*	X ** 2
$\alpha_4 = 0,1047 \text{ E } 03$	*	X ** 3
$\alpha_5 = 0,4663 \text{ E } 03$	*	X ** 4

Gains mesurés Y (I)	Débits X (I)	Gains calculés P (I)
0,1157 E 03	- 0,1123 E 00	0,11576 E 03
0,129118 E 03	- 0,2246 E 00	0,129118 E 03
0,139507 E 03	- 0,3369 E 00	0,139507 E 03
0,15585 E 03	- 0,4492 E 00	0,15585 E 03
0,169189 E 03	- 0,5615 E 00	0,169189 E 03

c - Injecteur de fuel

En l'absence de renseignements concernant le système d'injecteur on supposera qu'un débit de fuel  $\Delta Q_F$  produit une variation  $\Delta T_F = \kappa \Delta Q_F$ ; le problème du rendement de combustion ne sera pas considéré ici. En négligeant l'accroissement de masse de gaz, on écrira l'additivité des températures; ainsi la variation de la température avant détente devient :

$$\Delta T_{ET} = \Delta T_{SRS} + \Delta T_F$$

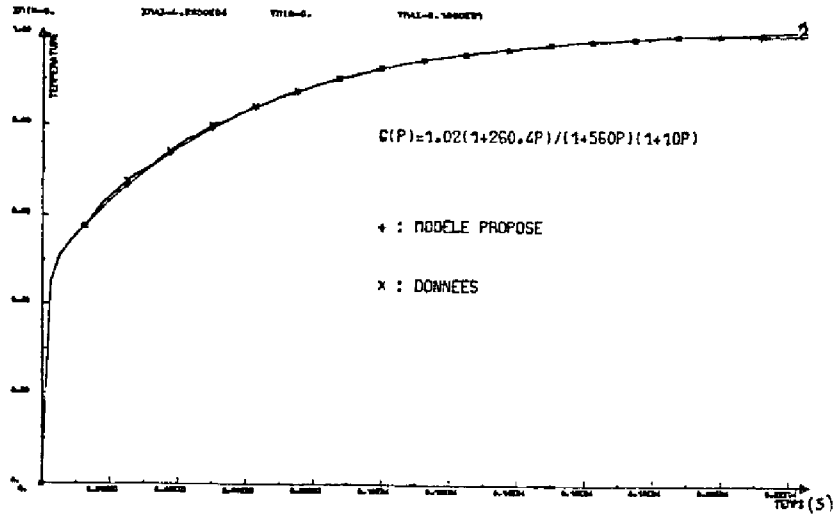
d - Turbine

Dans les cas de fonctionnement considérés on supposera que la turbine tourne à vitesse constante, ou du moins très peu variable, autour de sa vitesse nominale; cette hypothèse est très réaliste dans le cas considéré (réf. [3] Turbine). Par ailleurs, on sait que le rapport entre la température sortie turbine et entrée turbine est déterminé par la géométrie de celle-ci de sorte que :  $\frac{T_{ST}}{T_{ET}} \simeq 0,65 = \lambda_1$  au point nominal  $T_{ST} = 525^\circ\text{C}$ ,  $T_{ET} = 820^\circ\text{C}$ .

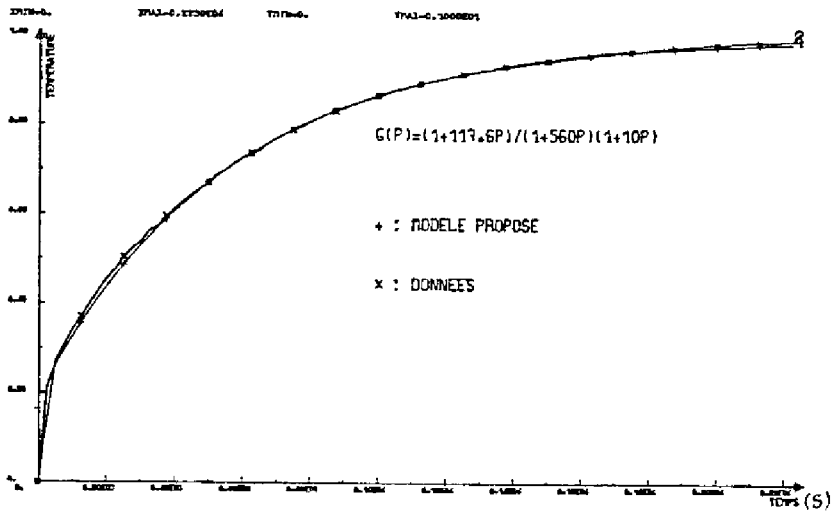
Dès lors on peut dire: la puissance turbine ne dépend que du débit d'air  $Q_{HP}$  et de la température entrée turbine.

e - Remarque

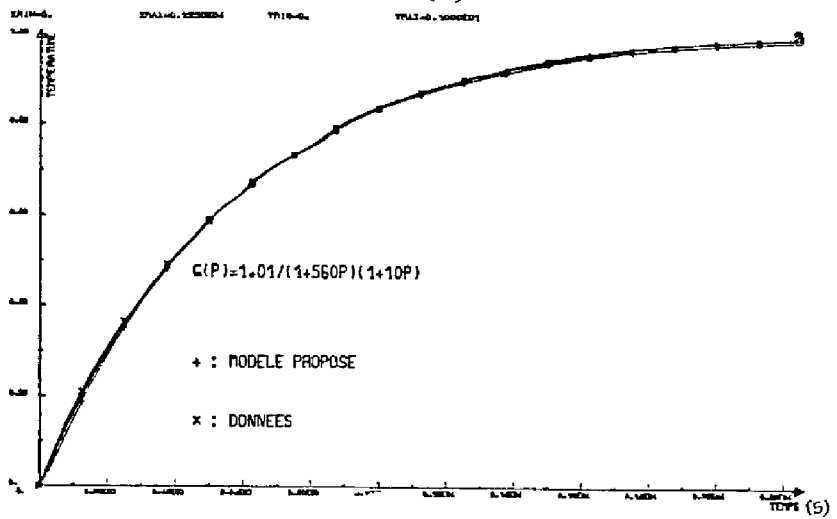
Pour les différents éléments, ont été représentées les réponses obtenues à partir des modèles proposés et des essais obtenus par simulation au C.E.A. (figures 5 et 7); on peut constater une bonne superposition des réponses pour les signaux considérés.



REPONSE A UN ECHELON DE TEMPERATURE  
CHAUDIERE (a)



REPONSE A UN ECHELON DE DEBIT  
CHAUDIERE (b)



REPONSE A UN ECHELON DE PUISSANCE  
CHAUDIERE (c)

Figure 5

f - Modélisation de la boucle SIROCCO

L'assemblage des modèles précédemment donnés en a, b, c, d, conduit au modèle global de la boucle SIROCCO représenté sur la figure n° 9.

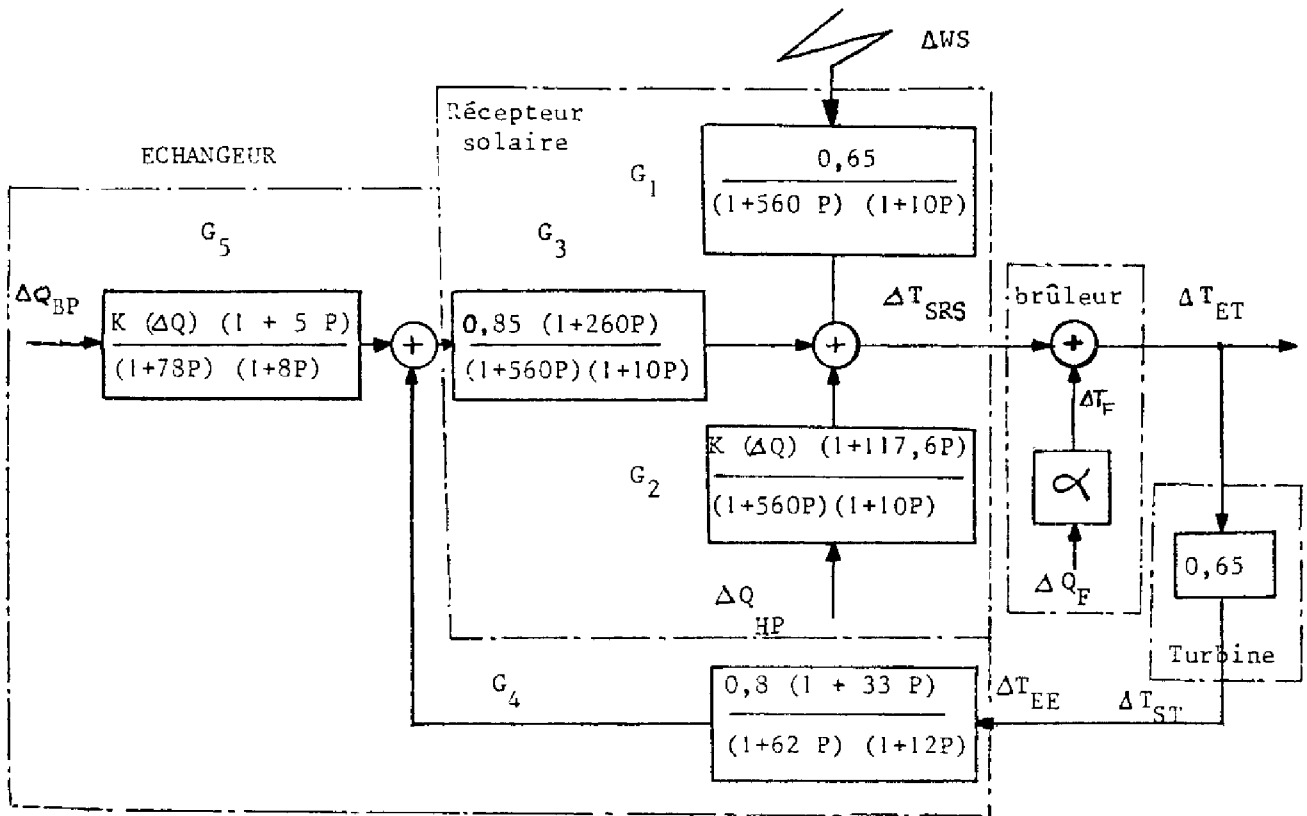


Figure 9

I.5.4. Réduction - SIMPLIFICATION

a) Réduction de la boucle SIROCCO

La boucle SIROCCO peut être représentée de la façon suivante :

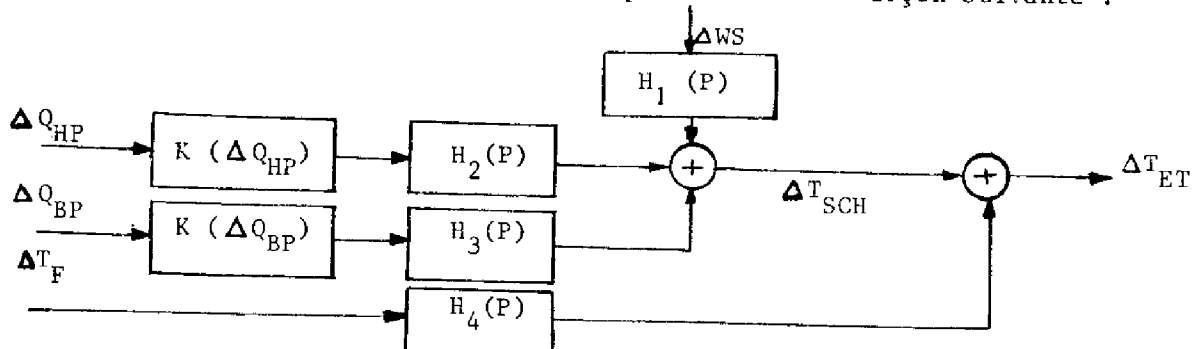
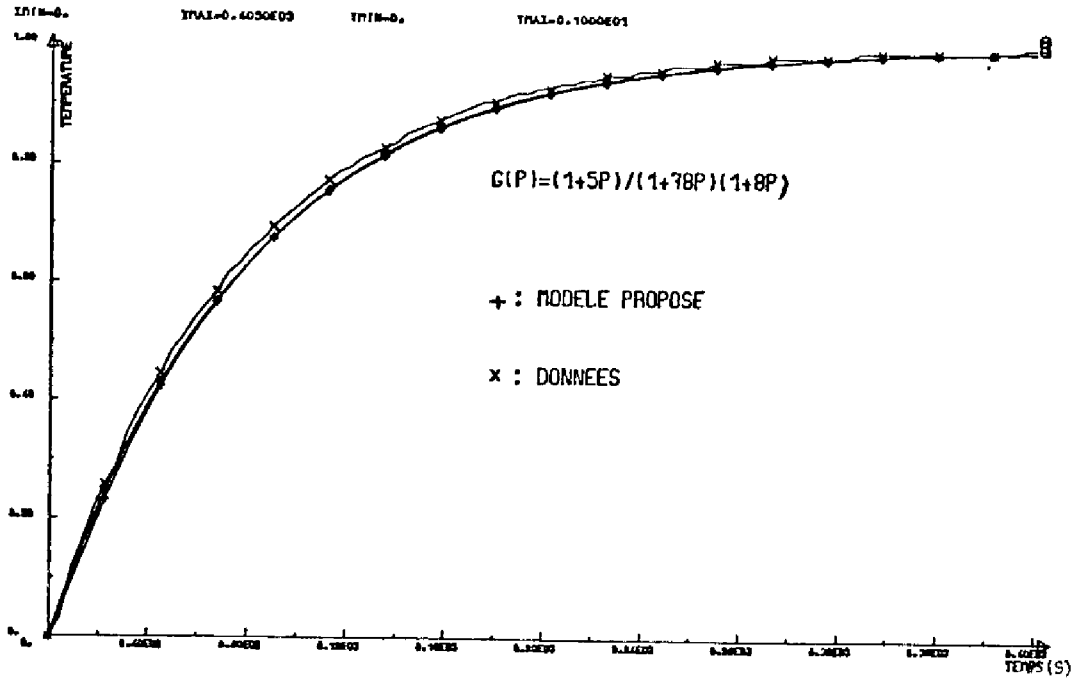
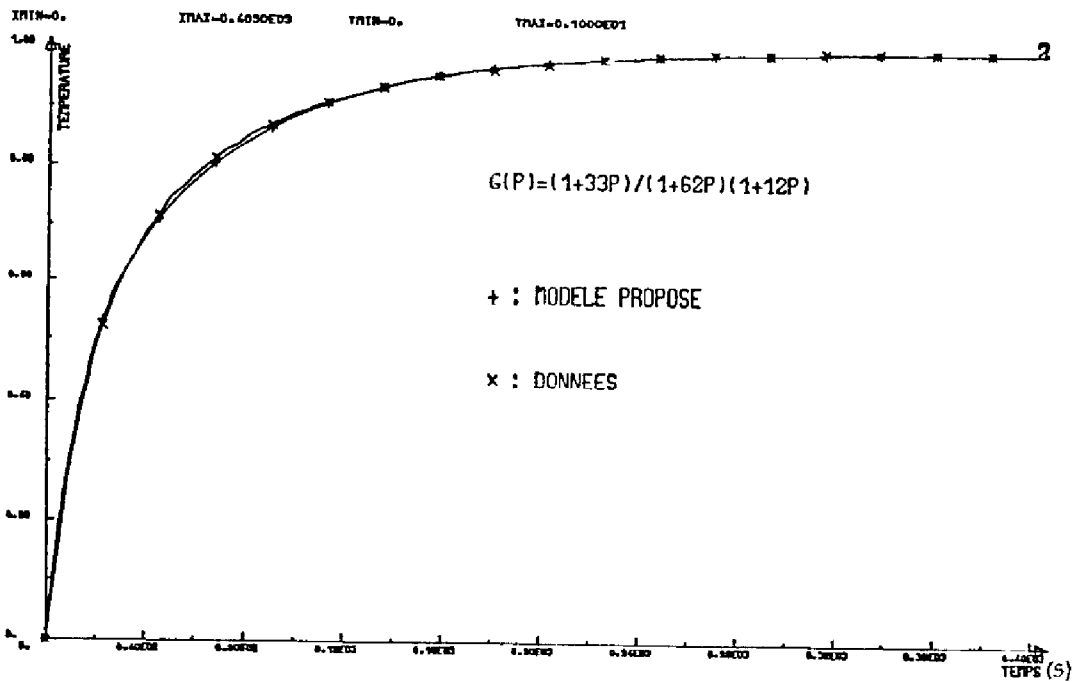


Figure 10



REPONSE A UN ECHELON DE DEBIT  
ECHANGEUR (a)



REPONSE A UN ECHELON DE TEMPERATURE  
ECHANGEUR (b)

Figure 7

b) Simplification des modèles [7],[8],[9].

Les modèles précédemment obtenus sont d'ordre élevé (4,6) ils sont donc difficilement utilisables en tant que modèles de commande. Lorsque ce dernier objectif est visé on essaye de réduire les dimensions du modèle en faisant en sorte que le modèle réduit contienne les éléments essentiels qui permettent de caractériser suffisamment bien la dynamique du système ainsi que ses performances statiques.

Le problème de la réduction peut alors se poser de la manière suivante : soit un système S décrit par un modèle linéaire irréductible d'ordre  $n$ , trouver un modèle d'ordre  $m < n$  réalisant une "bonne" approximation du précédent - figure 11.

Nous serons, en général, amenés à considérer les caractéristiques du vecteur erreur de la sortie  $\underline{\epsilon}$  entre les deux modèles pour une même entrée standard (impulsion, échelon ...).

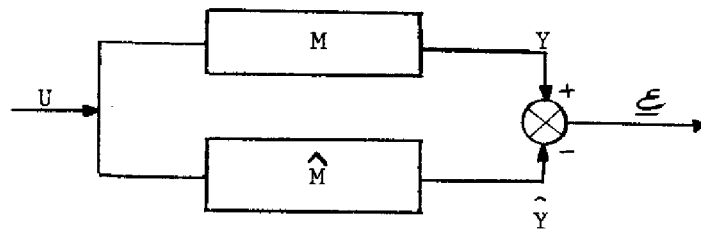


Figure 11

c) Critères de choix d'une méthode de réduction

i) Existence d'une mesure de qualité du modèle réduit

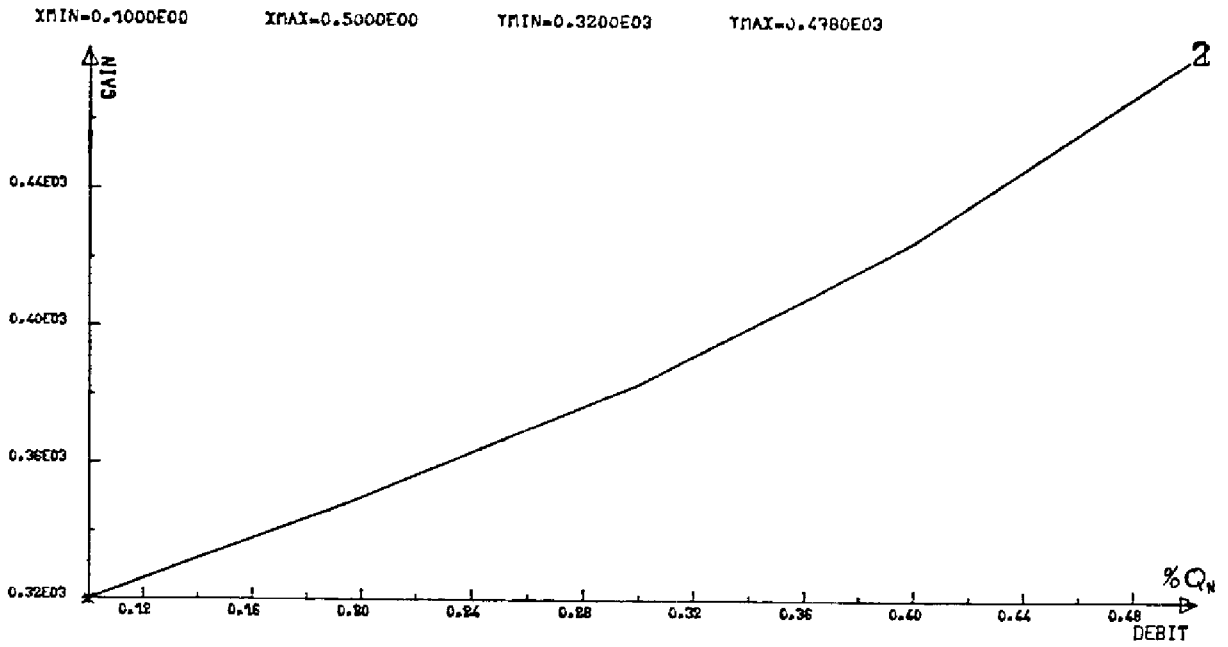
Les méthodes associées à la minimisation d'un critère sont intéressantes d'une part, parce que le modèle obtenu (au sens de ce critère) est optimal, mais surtout parce que la valeur normalisée du critère permet de juger de la qualité du modèle réduit.

ii) Conservation des propriétés de stabilité

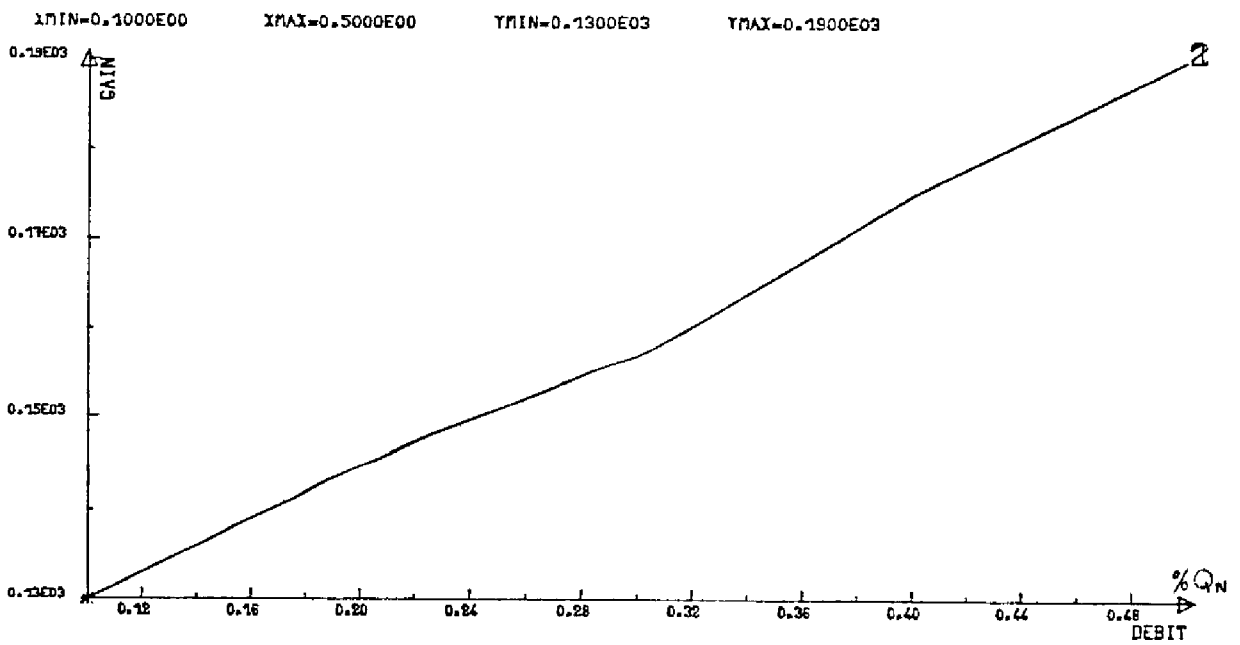
Il est fondamental que la réduction d'un modèle stable conduise à un modèle stable.

iii) Propriétés statiques

La conservation du gain statique est une caractéristique intéressante d'un bon modèle réduit.



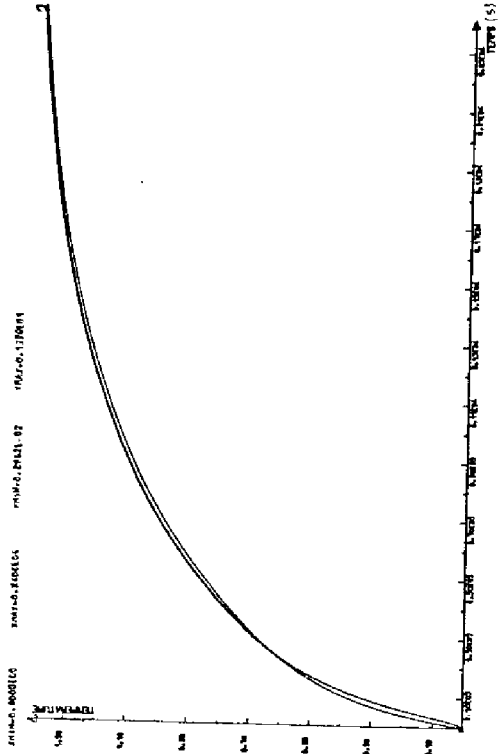
GAIN DE LA CHAUDIERE  
(a)



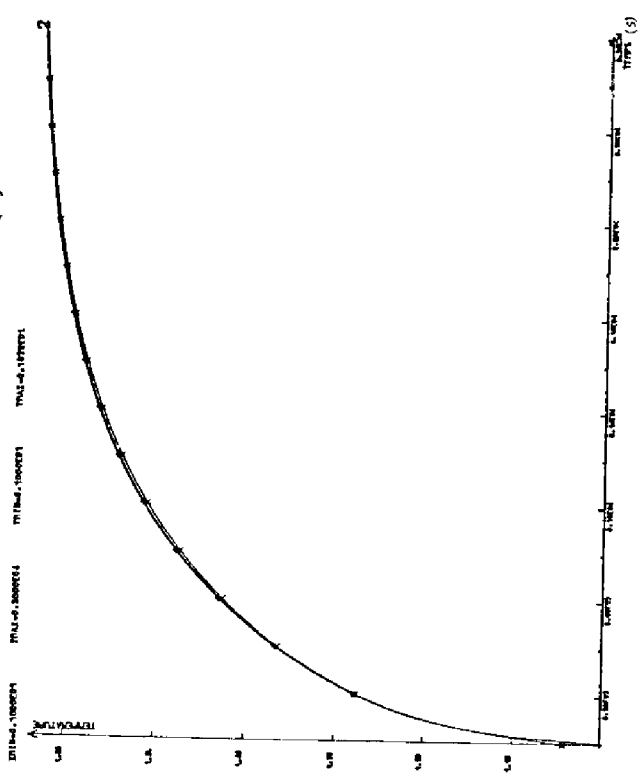
GAIN DE L'ECHANGEUR  
(b)

Figure 8

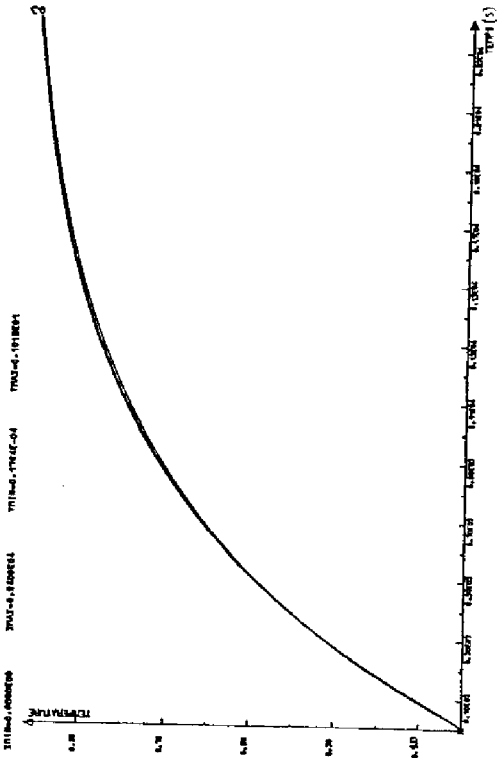




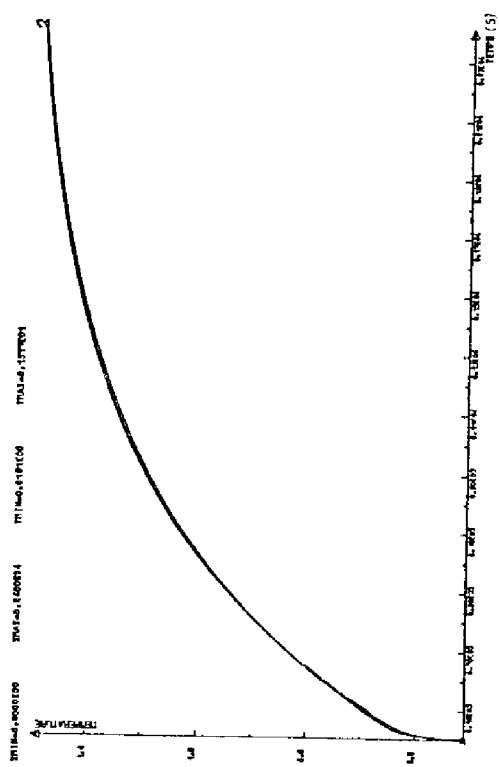
COTE ECHANGEUR ECHELON DE DEBIT



EVOLUTION DE LA TEMPERATURE DE BOUCLE ECHELON \*\* FUEL \*\* SIROCCO (b)



REPONSE A UN ECHELON DE PUISSANCE ENSEMBLE SIROCCO (c)



COTE CHAUDIERE ECHELON DE DEBIT ENSEMBLE SIROCCO (d)

Figure 12

Soit, en notation de Laplace, la variation de la température entrée turbine :

$$\Delta T_{ET} = H_1(P) \Delta WS(P) + H_2(P) K (\Delta Q_{HP}) \Delta Q_{HP}(P) + H_3(P) K (\Delta Q_{BP}) \Delta Q_{BP}(P) + H_4(P) \Delta T_F(P).$$

$$\text{avec : } H_1(P) = \frac{G_1(P)}{D(P)} ; \quad H_2(P) = - \frac{G_2(P)}{D(P)} ; \quad H_3(P) = \frac{G_3(P) G_5(P)}{D(P)}$$

$$H_4(P) = \frac{1}{D(P)}$$

$$D(P) = 1 - 0,65 G_3(P) G_4(P)$$

il vient alors :

$$\frac{1}{D(P)} = \frac{(1+560 P) (1+10 P) (1+62 P) (1+12 P)}{(1+560 P) (1+10 P) (1+62 P) (1+12 P) - 0,442 (1+260 P) (1+33 P)}$$

après calcul des pôles de la fonction  $\frac{1}{D(P)}$  on obtient les constantes de temps suivantes :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= 826 \text{ s} \\ \mathcal{E}_2 &= 71 \text{ s} \\ \mathcal{E}_3 &= 15 \text{ s} \\ \mathcal{E}_4 &= 8 \text{ s} \end{aligned}$$

Il est évident que les constantes de temps conditionnent la dynamique de la boucle SIROCCO, on notera aussi la présence de mode lent  $\mathcal{E}_L = 826 \text{ s}$  et de mode rapide  $\mathcal{E}_R \simeq 10 \text{ s}$ .

On donne ci-après les différentes fonctions  $H_1, H_2, H_3, H_4$ .

$$H_1(P) = 1,157 \frac{(1+12P) (1+62 P)}{(1+8,264 P) (1+15,313 P) (1+70,92 P) (1+826,446P)}$$

$$H_2(P) = 1,78 \frac{(1+12 P) (1+62 P) (1+117,6P)}{(1+8,264 P) (1+15,313 P) (1+70,92 P) (1+826,446 P)}$$

$$H_3(P) = 1,513 \frac{(1+5P) (1+12 P) (1+62 P) (1+560 P)}{(1+8P) (1+8,264P) (1+15,313 P) (1+70,92 P) (1+72 P) (1+826,446 P)}$$

$$H_4(P) = 1,78 \frac{(1+10 P) (1+12 P) (1+62 P) (1+560 P)}{(1+8,264 P) (1+15,313 P) (1+70,92 P) (1+826,446 P)}$$

la même voie d'identification que celle décrite précédemment : il peut être représenté comme suit :

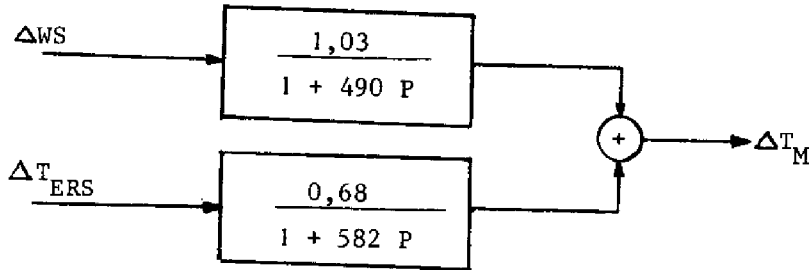


Figure 15

Or dans notre modèle qui génère les variations de la température entrée - turbine on ne dispose pas explicitement de la température entrée récepteur solaire; toutefois en se référant au schéma bloc de la figure 9, nous pouvons, tout de même, faire apparaître la température entrée récepteur solaire à partir des variations du débit basse pression et de la température avant détente soit :

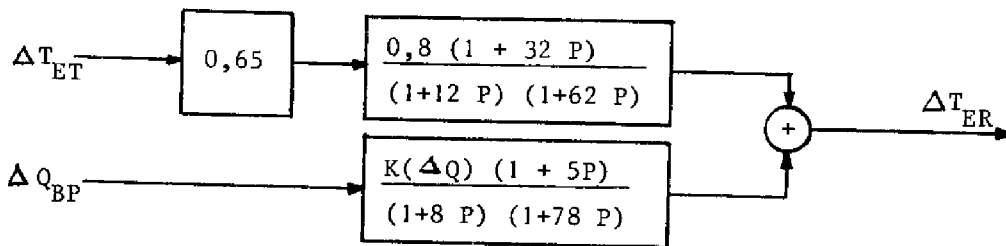


Figure 16

## I.6 Etude statique et dynamique de la boucle SIROCCO

### I.6.1. Etude statique

La variation totale de la température entrée turbine est décrite par l'équation dynamique suivante, où les fonctions de transfert  $\tilde{H}_1(P) \dots \tilde{H}_4(P)$ , sont celles obtenues après simplification, soit :

$$\Delta T_{ET} = \tilde{H}_1(P) \Delta WS(P) + \tilde{H}_2(P) K(\Delta Q_{HP}) \Delta Q_{HP}(P) + \tilde{H}_3(P) K(\Delta Q_{BP}) \Delta Q_{BP}(P) + \tilde{H}_4(P) \Delta T_F(P)$$

d) Méthode choisie

Nous avons adopté la méthode dite à Réduction Optimale basée sur la minimisation du critère suivant :

$$J = \sum_{K=0}^N (Y(K) - \hat{Y}(K))^2$$

Nous avons utilisé l'algorithme précédemment défini, tout en imposant la structure du modèle réduit. Ainsi les résultats obtenus sont les suivants :

$$\begin{aligned} \tilde{H}_1(P) &= 1,157 \frac{1}{(1+800 P) (1+70 P)} \\ \tilde{H}_2(P) &= 1,78 \frac{(1+120 P)}{(1+850 P) (1+15 P)} \\ \tilde{H}_3(P) &= 1,513 \frac{1 + 200 P}{(1+800 P) (1+70 P)} \\ \tilde{H}_4(P) &= 1,78 \frac{(1+579 P) (1+65 P)}{(1+850 P) (1+75 P)} \end{aligned}$$

Les réponses à des échelons de position des modèles primitifs et des modèles réduits sont résumées sur les figures suivantes : Figure 12 (a, b, c, d).

Ainsi, si l'on pose :

$$\begin{aligned} \tilde{G}_1(P) &= \tilde{H}_1(P) \\ \tilde{G}_2(P) &= K (\Delta Q_{BP}) \tilde{H}_3(P) \\ \tilde{G}_3(P) &= \tilde{H}_4(P) \\ \tilde{G}_4(P) &= K (\Delta Q_{HP}) \tilde{H}_2(P) \end{aligned}$$

Le schéma fonctionnel peut être représenté comme suit :

c) Influence du débit haute pression et basse pression sur la  $T_{ET}$

Les figures 18.a et 18.b montrent respectivement l'influence des fuites  $\Delta Q_{BP}$  et  $\Delta Q_{HP}$  sur la température entrée turbine  $T_{ET}$  et ce pour différentes valeurs de l'ensoleillement.

Il est aisé de remarquer qu'à ensoleillement nominal  $WSN = 500 \text{ KW}$ , il est possible de régler la puissance produite par la turbine en agissant simplement sur le débit de fuite puisque un  $\Delta Q_{BP} \simeq 80\%$  permet d'atteindre une puissance utile turbine nulle (figure 18.a)

La même remarque peut être faite avec la fuite  $\Delta Q_{HP}$  où là c'est un  $\Delta Q_{HP} \simeq 45\%$  qui permet d'atteindre la puissance utile nulle (figure 18.b)

d) Préchauffage du récepteur solaire

On suppose  $\Delta WS = - 500 \text{ KW}$  (ensoleillement nul) la variation de la température sortie récepteur solaire est :

$$\Delta T_{SRS} = 820 - 1,157 \Delta WS = 820 - 578,5 = 241,5^\circ\text{C}$$

le fuel doit donc fournir le  $\Delta T_F$  convenable pour obtenir

$$\Delta T_{SRS} = 440 - 241,5 = 198,5^\circ\text{C}.$$

or la variation de la température entrée turbine est :

$$\Delta T_{ET} = 1,78 \Delta T_F$$

$$\Delta T_{SR} = \Delta T_{ET} - \Delta T_F = 0,78 \Delta T_F$$

il est donc nécessaire d'avoir un apport  $\Delta T_F$  de

$$\Delta T_F = \frac{198,5}{0,78} \simeq 254,5^\circ\text{C}.$$

soit à l'entrée turbine

$$T_{ET} = 440 + 254,5 = 594,5^\circ\text{C}$$

(voir figure 19.a)

e) Température entrée-sortie récepteur solaire

La température entrée chaudière est donnée par la relation :

$$\Delta T_{ERS} = \Delta T_{SRS} - \Delta T_{WS}$$

où  $\Delta T_{SRS} = 1,157 \Delta WS$

et  $\Delta T_{WS} = 0,65 \Delta WS$

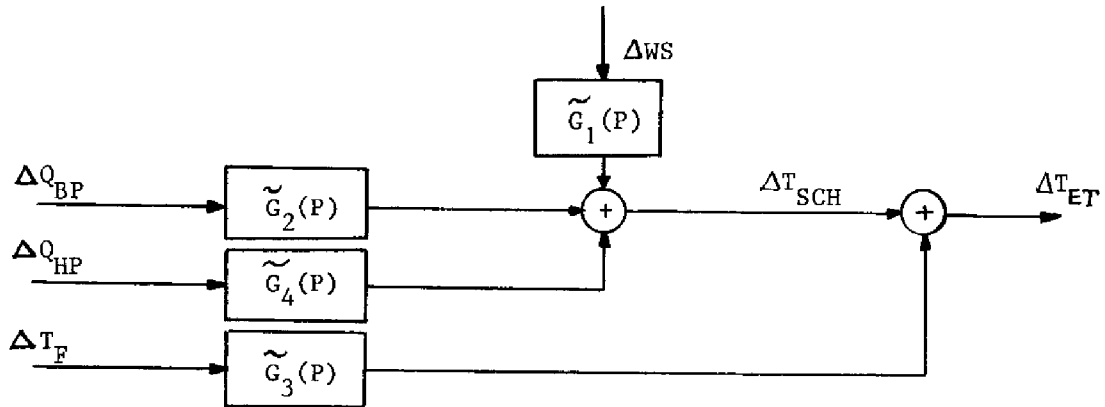


Figure 13

Il convient de remarquer que sur ce schéma fonctionnel, la variation  $\Delta T_{SCH}$  ne représente pas la température de sortie du récepteur solaire  $\Delta T_{SRS}$ . Si l'on veut faire apparaître cette dernière, il faut écrire  $\tilde{G}_3$  sous la forme suivante :

$$\tilde{G}_3(P) = 1 + \frac{0,78 (1 + 284 P)}{(1+850 P) (1+75 P)} = 1 + \tilde{G}_{30}(P)$$

le schéma fonctionnel admet la forme suivante dans laquelle apparait effectivement la grandeur mesurable  $\Delta T_{SRS}$  :

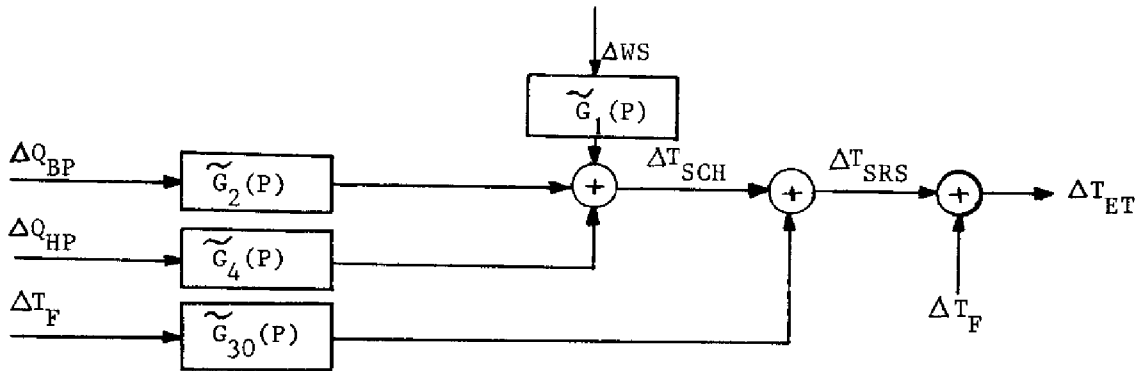


Figure 14

I.5.5. Comportement thermique du récepteur solaire

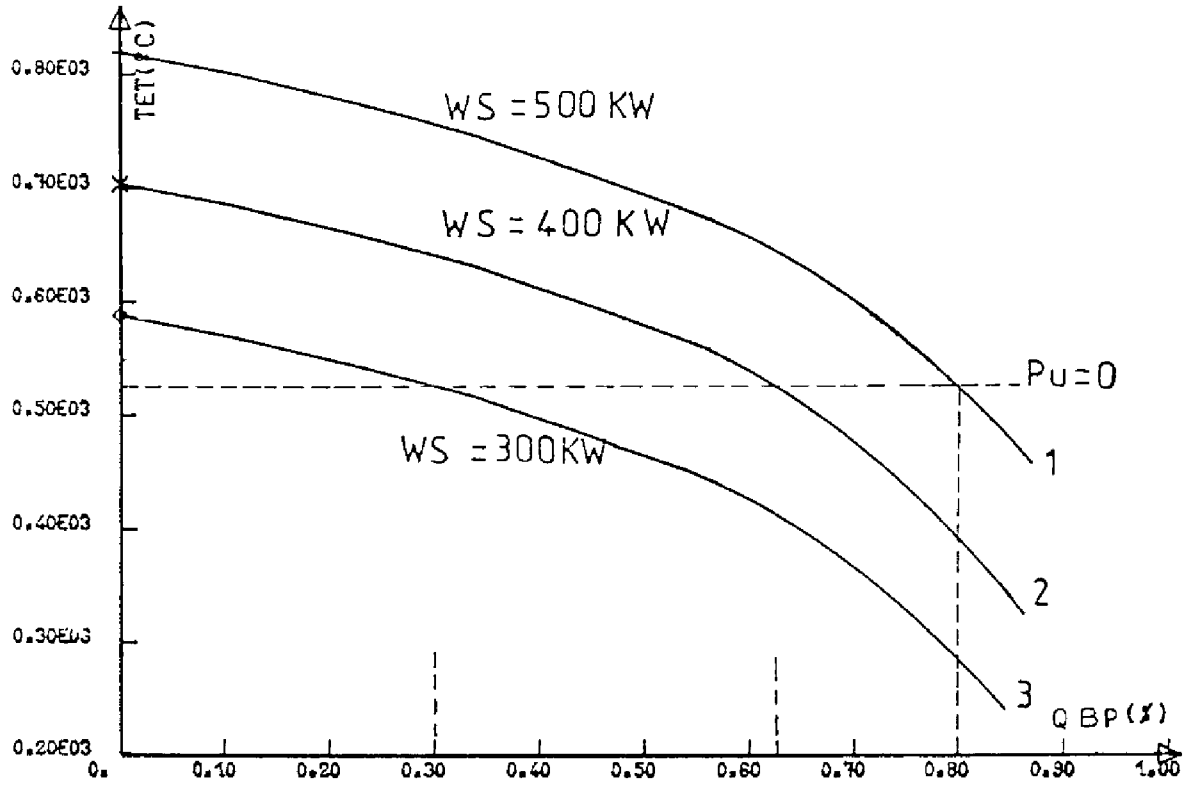
Dans la solution série le débit d'air de boucle étant constant, la température du métal dépendra donc des deux seules perturbations que constituent l'énergie solaire et la température d'entrée du récepteur solaire. Le modèle qui décrit les variations de la température du métal est obtenu par

XMIN=0.

XMAX=0.1000E01

YMIN=0.2000E03

YMAX=0.8500E03



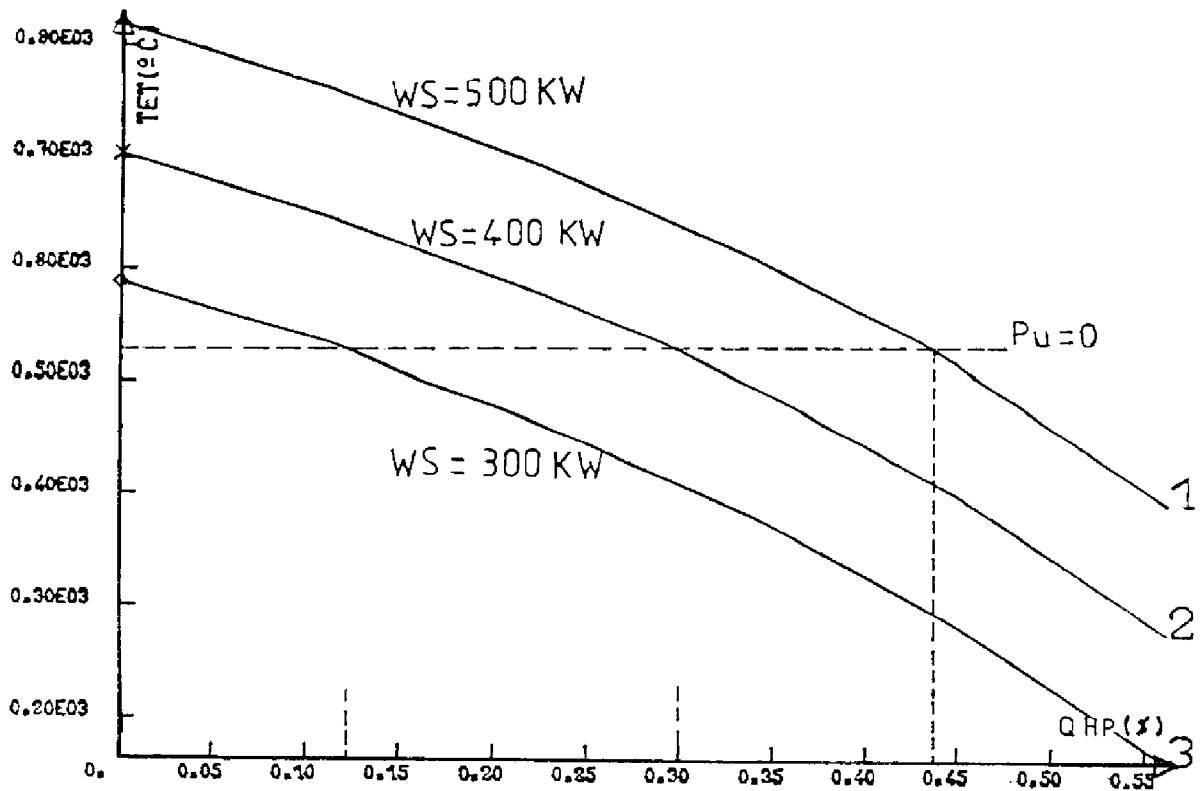
Influence de  $Q_{BP}$  sur  $T_{ET}$   $W_S = Cte$  (18.a)

XMIN=0.

XMAX=0.5615E00

YMIN=0.1632E03

YMAX=0.8200E03



Influence de  $Q_{HP}$  sur  $T_{ET}$   $W_S = Cte$  (18.b)

Figure 18

Le régime statique de l'équation ci-dessus sera obtenu par le passage à la limite en faisant tendre "t" vers l'infini ou en faisant l'opérateur de Laplace "P" égal à zéro, ce qui nous donne la relation ci-après, en considérant que toute variation est sous forme d'échelon de position.

$$T_{ET} = T_0 + 1,157 \Delta WS + 1,78 K (\Delta Q_{HP}) \Delta Q_{HP} + 1,513 K (\Delta Q_{BP}) \Delta Q_{BP} + 1,78 \Delta T_F$$

L'influence de l'un des paramètres sur la température entrée turbine est obtenue en considérant que les variations sur les autres paramètres sont nulles ou constantes.

Dans ce qui suit, nous faisons apparaître quelques caractéristiques utiles à la compréhension et à l'étude d'un tel système.

a) Influence de l'apport en température du fuel sur  $T_{ET}$  pour diverses variations du débit B.P.

L'équation statique qui décrit ce comportement sera :

$$T_{ET} = T_0 + 1,78 \Delta T_F + 1,513 K (\Delta Q_{BP}) \Delta Q_{BP}.$$

On remarque que pour maintenir la flamme, en fonctionnement nominal, (ce qui se traduit par un apport en température du fuel minimum de l'ordre de 70°C) la fuite permanente doit être d'environ 50%. Il faut signaler d'ores et déjà que cette particularité technologique est un handicap de la solution série (voir figure 17.a).

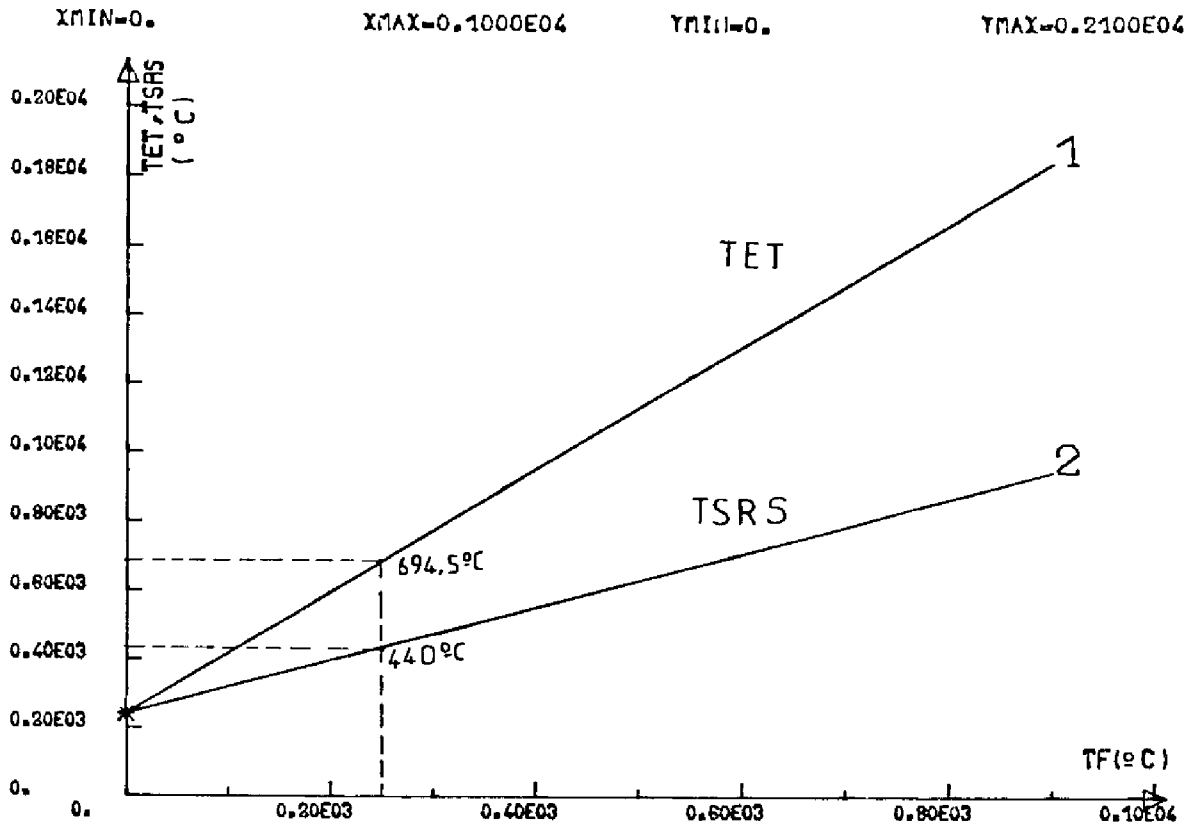
b) Influence de l'apport en température du fuel sur  $T_{ET}$  pour diverses variations d'énergie solaire.

L'équation statique est dans ce cas :

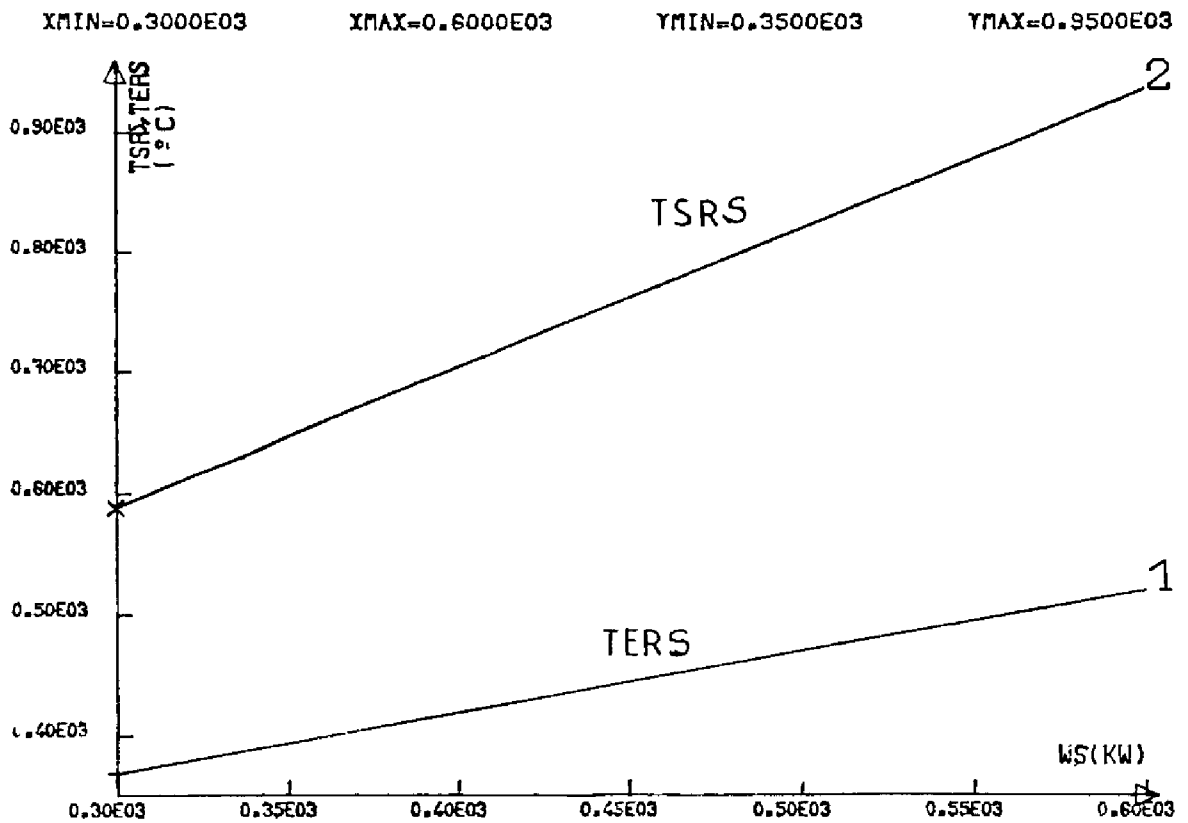
$$T_{ET} = T_0 + 1,78 \Delta T_F + 1,157 \Delta WS.$$

Nous pouvons ainsi déterminer quel doit être l'apport en température fuel à effectuer pour compenser la variation de l'énergie solaire  $\Delta WS$ . Ainsi on constate que pour un ensoleillement nul soit  $\Delta WS = - 500 \text{ KW}$  le fuel doit apporter complémentaiement un  $\Delta T_F \simeq 325^\circ\text{C}$  (figure 17.b).



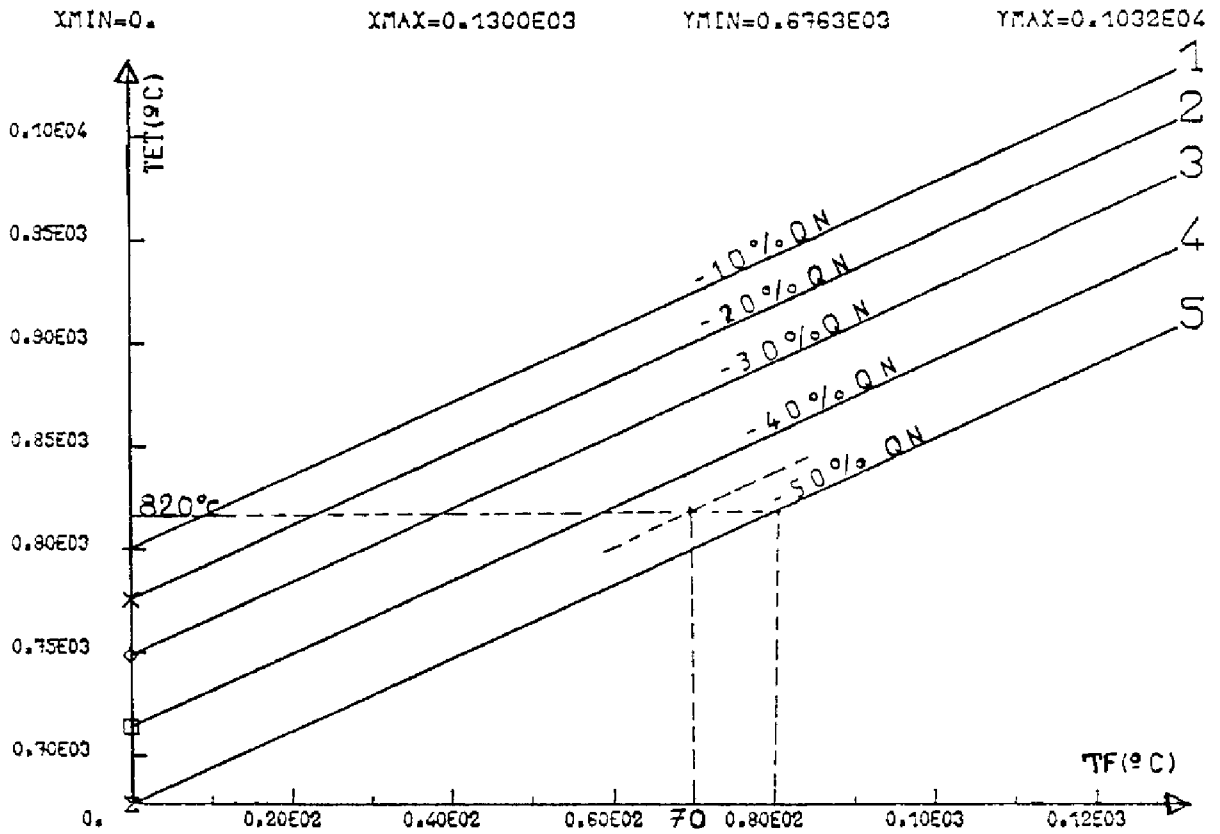


Préchauffage à 440°C - Figure 19.a

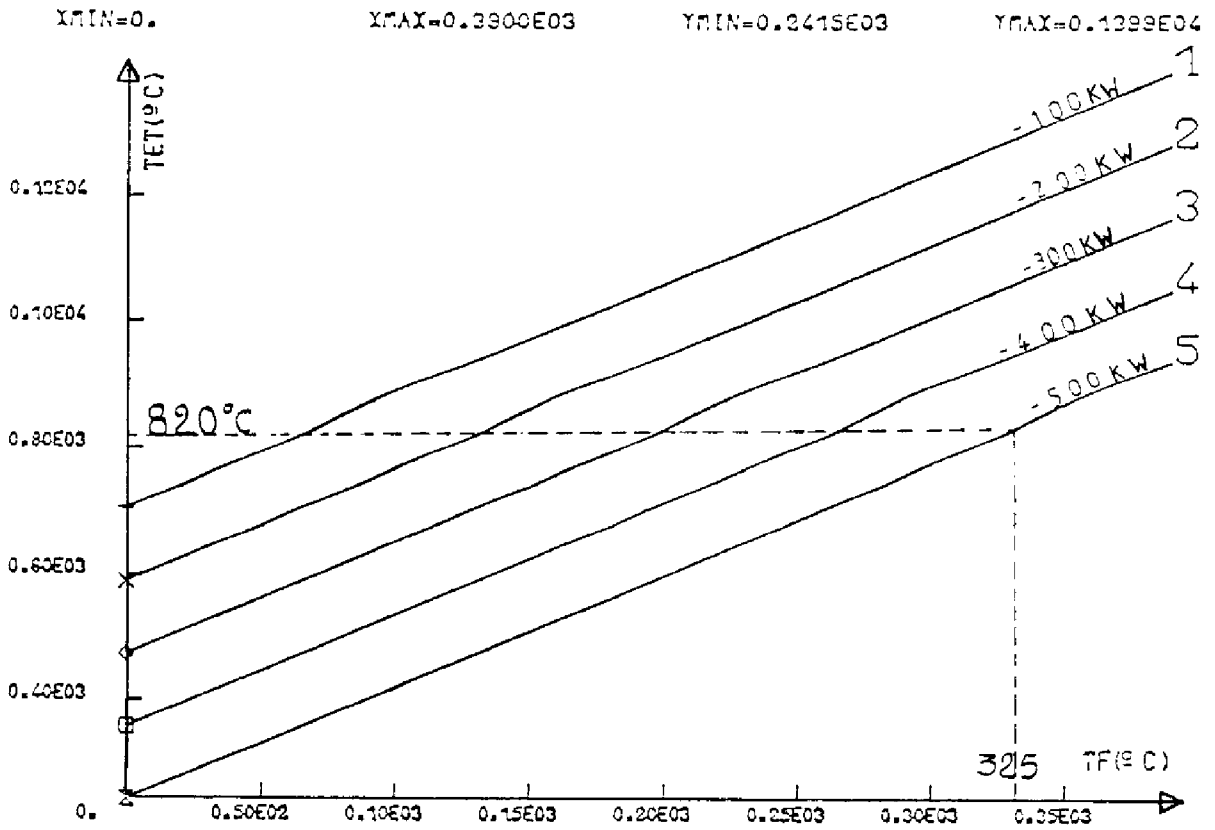


Température entrée sortie recepteur solaire

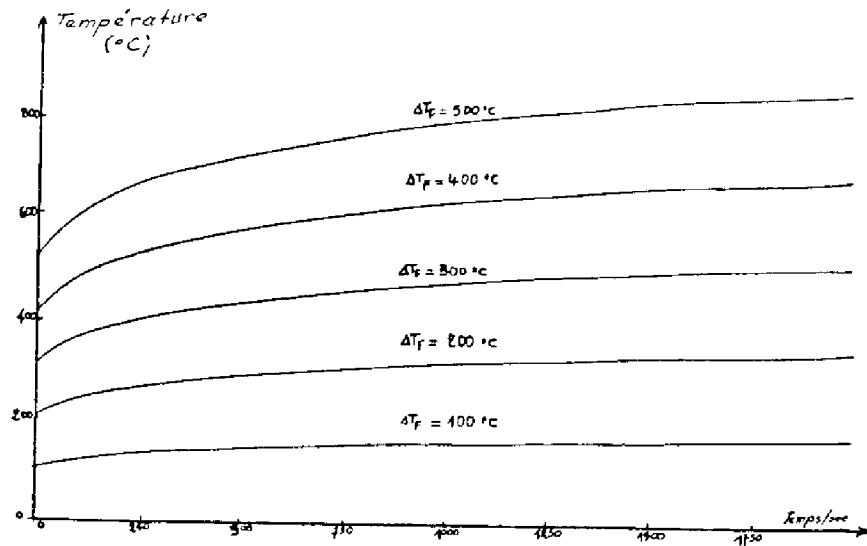
Figure 19.b



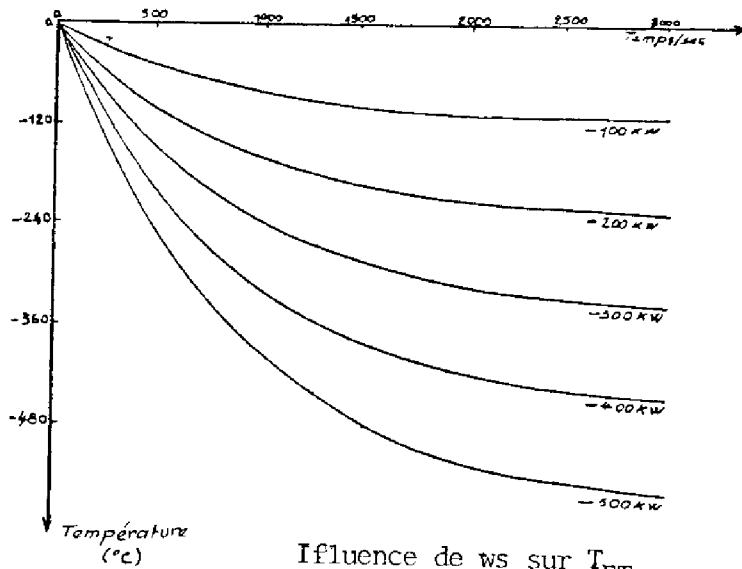
Influence de  $T_F$  sur  $T_{ET}$   $Q_{BP} = c^{te}$  Figure 17.a



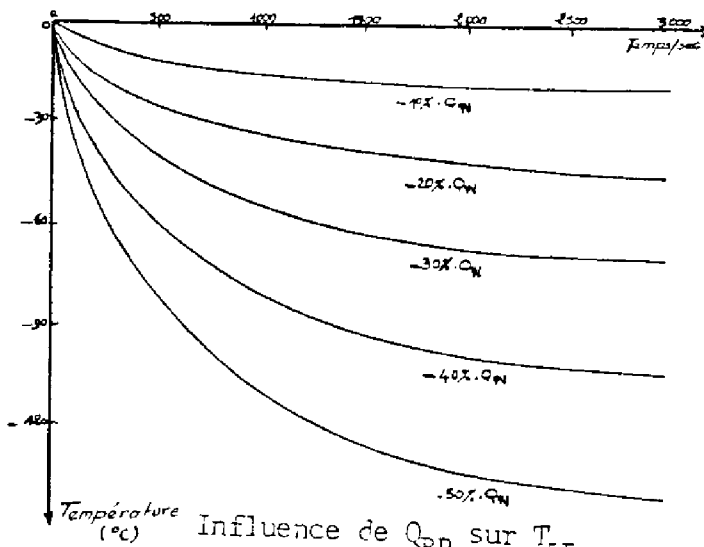
Influence de  $T_F$  sur  $T_{ET}$   $WS = c^{te}$  Figure 17.b



Influence de  $T_F$  sur  $T_{ET}$   
Figure 20 .a



Influence de  $w_s$  sur  $T_{ET}$   
Figure 20 ,b



Influence de  $Q_{BP}$  sur  $T_{ET}$   
Figure 20.c

Soit alors :

$\Delta T_{ERS} = (1,157 - 0,65) \Delta WS = 0,507 \Delta WS$  d'où les températures entrée-sortie du récepteur solaire pour des variations de l'énergie solaire  $\Delta WS$  :

$$T_{ERS} = 470^\circ + 0,507 \Delta WS$$

$$T_{SRS} = 820^\circ + 1,157 \Delta WS$$

(figure 19.b).

### 1.6.2. Etude dynamique

L'influence totale des variables d'action sur la température entrée turbine est donnée par la relation :

$$\Delta T_{ET} = \tilde{H}_1(P) \Delta WS(P) + \tilde{H}_2(P) K (\Delta Q_{HP}) \Delta Q_{HP}(P) + \tilde{H}_3(P) \cdot K (\Delta Q_{BP}) \Delta Q_{BP}(P) + \tilde{H}_4(P) \cdot \Delta T_F(P).$$

Nous donnerons ci-après pour illustration quelques réponses dynamiques de la boucle à différentes excitations du type échelon; en fait la dynamique de la boucle est parfaitement connue par les modèles précédemment établis.

#### a) Influence de l'apport en température fuel

La variation de la température entrée turbine est décrite par la fonction de transfert suivante :

$$\frac{\Delta T_{ET}(P)}{\Delta T_F(P)} = 1,78 \cdot \frac{(1+575 P) (1+66 P)}{(1+75 P) (1+850 P)}$$

Nous avons tracé l'évolution de  $\Delta T_{ET}(t)$  pour des variations en échelon de l'apport en température fuel voir figure 20.a. Nous pouvons constater que ces évolutions sont celles d'un système constitué par un gain constant, et une partie linéaire du 2ème ordre (voir I.5.4.d.).

#### b) Influence de la fuite basse pression

L'évolution de la température entrée turbine est décrite par :

$$\frac{\Delta T_{ET}(P)}{\Delta Q_{BP}(P)} = 1,513 \cdot K (\Delta Q_{BP}) \cdot \frac{(1 + 200 P)}{(1+500 P) (1+70 P)}$$

de la figure 14 qui donne accès à la température  $\Delta T_{SRS}$ . Ce choix s'établit en remarquant d'abord que la température  $\Delta T_{SRS}$  dépend de  $\Delta T_F$  et de  $\Delta Q_{BP}$ , alors que  $\Delta T_{SCH}$  ne dépend que de  $\Delta Q_{BP}$ . Dès lors, il apparaît que l'on a intérêt à poursuivre la température de sortie  $T_{SCH}$  par le débit basse pression; par ce biais on peut penser pouvoir éviter certains équilibres où l'on aurait simultanément combustion de fuel et vanne de fuite ouverte.

Nous allons voir dans les chapitres suivants qui constituent la deuxième partie de notre travail, comment à partir du modèle élaboré et de l'analyse précédente, peut être abordé le problème de la commande d'un tel système.

Nous pouvons voir sur la figure 20.c qu'à 50% du débit nominal la chute en température est de l'ordre de 145°C ce qui correspond environ à une chute de la puissance utile de moitié (voir étude statique 18.a).

### c) Influence de l'énergie solaire

L'influence de l'énergie solaire sur la température entrée turbine est donnée par la fonction de transfert suivante :

$$\frac{\Delta T_{ET}}{\Delta WS} = 1,157 \cdot \frac{1}{(1+850 P) (1+15 P)}$$

(voir figure 20.b).

## I.7 Conclusions

Il convient maintenant d'extraire, de ce qui a été précédemment dit, les éléments qui peuvent influencer ou guider le choix de la commande; nous noterons donc les points suivants :

A) concernant le réglage de la puissance d'une turbine notons que la puissance fournie par la détente peut s'écrire :

$$P_T = (1 + m) \cdot d_1 \cdot Q_{HP} \cdot C_p \cdot T_{ET}$$

avec  $d_1$  : coefficient de détente

$m$  : rapport massique entre débit carburant et débit d'air  $m = \frac{q}{Q_{HP}}$

Ainsi cette puissance peut être ajustée soit par réglage de la température entrée turbine  $T_{ET}$ , soit par action sur le débit haute pression. En fait, toute fuite  $\Delta Q_{HP}$  nécessiterait l'utilisation d'une vanne réglable haute température (820°C), ce qui ne paraît pas être un équipement facile à réaliser.

Dans le cas de SIROCCO fonctionnant sur réseau EDF le réglage de la puissance se fera par réglage de  $T_{ET}$  température entrée turbine. On aura alors :

$$\begin{aligned} \Delta T_{ET} = & \tilde{H}_1(P) \Delta WS(P) + \tilde{H}_2(P) K (\Delta Q_{HP}) \Delta Q_{HP}(P) + \tilde{H}_3(P) K (\Delta Q_{BP}) \Delta Q_{BP}(P) \\ & + \tilde{H}_4(P) \cdot \Delta T_F(P). \end{aligned}$$

## CHAPITRE II

-----

### ANALYSE DU SYSTEME EN VUE DE LA COMMANDE

-

#### II.1 POSITION DU PROBLEME

Afin de pouvoir effectuer l'analyse en vue de la commande du système qui nous occupe, nous débuterons ce chapitre en proposant deux représentations possibles, aptes à la commande, correspondantes du modèle élaboré au chapitre précédent.

Ensuite, nous analysons les difficultés pouvant apparaître si l'on veut mettre en oeuvre une commande optimale par critère quadratique classique. Le choix de cette méthode se justifie aisément à partir de la bonne connaissance théorique des propriétés d'un tel critère ainsi que des conditions

Il apparait donc que  $T_{ET}$  peut être réglée par action sur le débit de fuite  $\Delta Q_{BP}$  : la courbe 18.a indique que cette variable d'action permet de régler la puissance disponible en sortie turbine de 0 à  $P_U$  max pour  $\Delta Q_{BP}$  de 75% à 0%. Ceci dans le cas d'un ensoleillement convenable nécessitant le rejet d'une partie de l'énergie solaire incidente utilisable. Si l'ensoleillement est insuffisant la combustion du fuel  $T_F$  permet de réajuster le niveau de  $T_{ET}$ .

B) Concernant ces deux variables d'action  $\Delta T_F$  et  $\Delta Q_{BP}$  il convient de signaler qu'elles sont affectées de dynamiques comportant deux modes de 800 s et 75 s ; c'est donc une dynamique lente en particulier pour l'action de  $\Delta Q_{BP}$ . Ce n'est pas tout à fait le cas pour  $\Delta T_F$  puisque

$\frac{\Delta T_{ET}}{\Delta T_F}$  peut s'écrire sous la forme (voir I.5.4.d.)

$$\frac{\Delta T_{ET}}{\Delta T_F} = K_1 + \frac{K_2 (1 + \alpha P)}{(1 + 850 P) (1 + 75 P)}$$

ce qui montre l'action instantanée du fuel sur  $\Delta T_{ET}$  par l'intermédiaire de  $K_1$ , suivie de la dynamique lente de la boucle thermique. Il résulte deux variables d'action l'une lente  $\Delta Q_{BP}$ , l'autre rapide  $\Delta T_F$ .

C) Il convient finalement de noter l'ensemble des contraintes qui peuvent intervenir dans la commande; ces contraintes sont : le seuil d'injection du fuel à  $\Delta T_F \simeq 70^\circ\text{C}$ , les contraintes sur le débit basse pression avec  $\Delta Q$  variable de 0 à 100%, ces contraintes sur la température métal (non prises en compte actuellement dans la solution série). Toutefois le seuil  $\Delta T_F \simeq 70^\circ\text{C}$  doit être considéré comme une valeur strictement indicative. En effet il faut bien voir qu'au fonctionnement nominal ce  $\Delta T_F$  représenterait sensiblement 40% de la puissance produite - même en cas d'excédent solaire - ce qui serait inadmissible dans le cas d'une centrale de production réelle.

D) Concernant le modèle qui sera utilisé dans les chapitres suivants en vue d'aborder le problème de commande, on utilise celui donné par le schéma fonctionnel de la figure 13, où apparait la variable  $\Delta T_{SCH}$ , plutôt que celui



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1,78510^{-5} & -1,553610^{-2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1,4510^{-2} & 1 \\ 0 & 0 & -1,568610^{-5} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0,2510^{-2} \\ 0 & 1,107910^{-5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,710^{-5} & K(\Delta Q_{BP}) & \Delta Q_{BP} \\ & & 1,04336 \Delta T_F \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta T_{SCH} \\ \Delta T_{ET} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 200 & 0 & 0 \\ 1 & 200 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,710^{-5} \cdot \Delta Q_{BP} \cdot K(\Delta Q_{BP}) \\ 1,04336 \cdot \Delta T_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Delta T_{WS}$$

Soit, sous la forme condensée :

$$(II.1) \quad \begin{cases} \dot{\underline{x}} = A_1 \underline{x} + B_1 \underline{U} \\ \underline{y} = C_1 \underline{x} + D_1 \underline{U} + \Gamma_1 \Delta T_{WS} \end{cases}$$

La perturbation  $\Delta T_{WS}$  est obtenue à partir du modèle :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -7,84310^{-5} & -6,784 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 9,074 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \Delta WS$$

$$\Delta T_{WS} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}$$

Soit, sous forme condensée :

$$(II.2) \quad \begin{cases} \dot{\tilde{x}} = A_3 \tilde{x} + B_3 \Delta WS \\ y_3 = C_3 \tilde{x} \end{cases}$$

### II.3.2. Deuxième formulation

Dans cette formulation nous écrivons que la perturbation affecte le modèle d'état; nous obtenons :



#### II.4 CONTRAINTES DE FONCTIONNEMENT

Il existe deux façons d'aborder le problème de la commande vis à vis des contraintes de fonctionnement :

a) en ne tenant pas compte des contraintes de façon explicite mais en réglant les matrices  $Q_o$ ,  $R_o$  pour les satisfaire. Cela nécessite des essais en simulation; néanmoins la méthode de résolution est classique.

b) avec contraintes de bornes explicites mais on se heurte alors à des difficultés de calcul de la commande (résolution complexe).

Rappelons les contraintes de fonctionnement à prendre en compte :

- maintenir la température entre turbine  $T_{ET}$  au niveau fixé par la consigne (toutefois si cette consigne est inférieure à  $527^\circ\text{C}$  la puissance utile turbine devient nulle).

- assurer un  $\Delta T_F$  minimum afin de maintenir la flamme dans la chambre de combustion : nous prendrons

$$\Delta T_F \geq 70^\circ\text{C}.$$

- prendre en compte le débit de fuite basse pression  $\Delta Q_{BP}$ , celui-ci ne pouvant être compris qu'entre 0 et le débit nominal (qui est aussi le débit maximum)

$$0 \leq \Delta Q_{BP} \leq 1,123 \text{ Kg/s}.$$

#### II.5 FORMULATION DU PROBLEME D'OPTIMISATION

Nous avons opté pour le deuxième modèle de représentation car il ne comporte pas de contraintes égalité liées aux perturbations.

Soit donc le système à commander :

$$(II.3) \quad \begin{cases} \dot{\underline{x}} = A_2 \underline{x} + B_2 \underline{U} + \Gamma_2 \Delta WS \\ \underline{y} = C_2 \underline{x} + D_2 \underline{U} \end{cases}$$

Sous le critère

$$(II.4) \quad \min_{\underline{U}} (J_2) = \min_{\underline{U}} \left\{ \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\underline{y}^T Q_o \underline{y} + \underline{U}^T R_o \underline{U}) dt \right\}$$

de son choix.

Nous examinerons, en particulier, l'adéquation d'une telle approche théorique aux contraintes et aux objectifs du problème initial de commande posé par le projet SIROCCO.

## II.2 MODELISATION INITIALE

Nous représentons le processus à commander sous le schéma bloc suivant, conformément à l'analyse effectuée au premier chapitre.

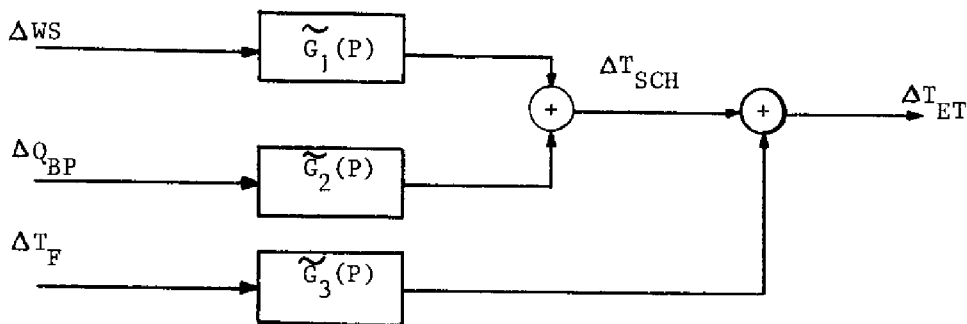


Figure 21

Les fonctions de transfert constituant le système sont :

$$\tilde{G}_1(P) = \frac{1,157}{(1+850 P)(1+15 P)} ; \tilde{G}_2(P) = K(\Delta Q) \frac{1,513 (1+200 P)}{(1+800 P)(1+70 P)}$$

$$\tilde{G}_3(P) = \frac{1,78(1+575 P)(1+65P)}{(1+850 P)(1+75 P)}$$

## II.3 DIFFERENTES FORMULATIONS

Le modèle d'état peut admettre les deux formulations présentées ci-après :

### II.3.1. Première formulation

Dans ce cas nous écrivons que la perturbation n'affecte que l'équation d'observation. Ainsi en regroupant le modèle de la boucle basse pression et celui correspondant au débit fuel nous obtenons :

avec :

$$(II.7) \quad \begin{cases} Q_1 = C_2^T Q_0 C_2 \\ S = D_2^T Q_0 C_2 \\ R = R_0 + D_2^T Q_0 D_2 \end{cases}$$

Nous remarquons que le critère obtenu est à coût croisé, nous donnons ci-après deux méthodes permettant d'aborder la résolution de ce problème :

### II.6.2. Première méthode de résolution [10], [12]

Le critère  $J_2$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\underline{x}^T Q_1 \underline{x} + 2 \underline{U}^T S \underline{x} + \underline{U}^T R \underline{U} = \underline{x}^T (Q_1 - S^T R^{-1} S) \underline{x} + (\underline{U} + R^{-1} S \underline{x})^T R (\underline{U} + R^{-1} S \underline{x})$$

En posant :

$$(II.8) \quad \begin{cases} Q = Q_1 - S^T R^{-1} S \\ \underline{U}_1 = \underline{U} + R^{-1} S \underline{x} \end{cases}$$

il vient :

$$(II.9) \quad J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\underline{x}^T Q \underline{x} + \underline{U}_1^T R \underline{U}_1) dt$$

En remplaçant  $\underline{U}$  par son expression dans les équations d'état, nous obtenons alors le nouveau système à résoudre :

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}} &= (A_2 - B_2 R^{-1} S) \underline{x} + B_2 \underline{U}_1 + \Gamma_2 \Delta WS \\ \underline{y} &= (C_2 - D_2 R^{-1} S) \underline{x} + D_2 \underline{U}_1 \end{aligned}$$

soit :

$$(II.10) \quad \begin{cases} \dot{\underline{x}} = A_3 \underline{x} + B_2 \underline{U}_1 + \Gamma_2 \Delta WS \\ \underline{y} = C_3 \underline{x} + D_2 \underline{U}_1 \end{cases}$$

Sous le critère :

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\underline{x}^T Q \underline{x} + \underline{U}_1^T R \underline{U}_1) dt.$$

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1,785 \cdot 10^{-5} & -1,511 \cdot 10^{-2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1,451 \cdot 10^{-2} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1,568 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -7,843 \cdot 10^{-5} & -6,786 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1,251 \cdot 10^{-2} \\ 0 & 1,1079 \cdot 10^{-5} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,710^{-5} K (\Delta Q) \Delta Q_{BP} \\ 1,04336 \cdot \Delta T_F \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 9,07410^{-5} \end{bmatrix} \Delta WS$$

$$\begin{bmatrix} \Delta T_{SCH} \\ \Delta T_{ET} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 200 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 200 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2,170^{-5} K (\Delta Q) \Delta Q_{BP} \\ 1,04336 \Delta T_F \end{bmatrix}$$

Soit, sous forme condensée :

$$(II.3) \begin{cases} \underline{\dot{x}} &= A_2 \underline{x} + B_2 \underline{U} + \Gamma_2 \Delta WS \\ \underline{y} &= C_2 \underline{x} + D_2 \underline{U} \end{cases}$$

Remarque :

On constate que la dimension de l'état, à cause de l'intégration des perturbations, est plus importante que dans la première formulation; toutefois on évite des équations annexes (contraintes égalité) figurant dans le premier modèle et susceptibles de compliquer sérieusement le problème d'optimisation.

### II.3.3. Formulation du critère d'optimisation

On utilisera le critère suivant :

$$\min_{\underline{u}} (J_2) = \min_{\underline{u}} \left\{ \frac{1}{2} \int_{t_0}^t (\underline{y}^T Q_0 \underline{y} + \underline{U}^T R_0 \underline{U}) dt \right\}$$

Avec ce critère il est possible de prendre en compte, outre la minimisation de l'énergie, la minimisation de la variation de la température en sortie chaudière et en entrée turbine.

où  $N$  est une matrice définie positive dont l'inverse  $N^{-1}$  existe.

$$N = \begin{bmatrix} Q & | & S \\ \hline S & | & R \end{bmatrix}$$

soient  $Q$  et  $R$  des matrices définies positives symétriques dont les inverses  $Q^{-1}$  et  $R^{-1}$  existent.

La commande optimale doit :

- Transférer l'état  $\underline{x}(t_0) = \frac{x_0}{f}$  à l'état  $\underline{x}(t_f) = 0$
- Minimiser la fonction  $J(\underline{U})$  dans l'intervalle  $\left[ t_0, t_f \right]$

### II.6.3.1. Conditions nécessaires du minimum

Soit l'hamiltonien du système (II.3) :

$$(II.14) \quad \mathcal{H} = H[\underline{x}(t), \underline{U}(t), \underline{P}(t)] = \frac{1}{2} \langle \underline{x}, Q \underline{x} \rangle + \frac{1}{2} \langle \underline{U}, R \underline{U} \rangle + \langle \underline{x}, S \underline{U} \rangle + \langle A_2 \underline{x}, \underline{P} \rangle + \langle B_2 \underline{U}, \underline{P} \rangle + \langle \Gamma_2 \Delta WS, \underline{P} \rangle$$

où  $\underline{P}$  est le vecteur adjoint de  $\underline{x}(t)$ , nous remarquons que l'hamiltonien est une fonction quadratique de la commande.

Si  $\underline{U}^*(t)$  est la commande optimale et  $\underline{x}^*(t)$  la trajectoire optimale, il résulte  $\underline{P}^*(t)$  tel que  $\underline{x}^*(t)$  et  $\underline{P}^*(t)$  satisfont :

$$(II.15) \quad \begin{cases} \dot{\underline{x}}^*(t) = A_2 \underline{x}^*(t) + B_2 \underline{U}^*(t) + \Gamma_2 \Delta WS(t) \\ \dot{\underline{P}}^*(t) = -Q \underline{x}^*(t) - S \underline{U}^*(t) - A_2^T \underline{P}^*(t) \end{cases}$$

avec  $\underline{x}^*(t_0) = \frac{x_0}{f}$  et  $\underline{x}^*(t_f) = 0$

$$b) \quad \underline{U}(t) \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad t \in [t_0, t_f]$$

En partant de l'hamiltonien on aura :

$$(II.15) \quad \underline{U}^* = -R^{-1} [S \underline{x}^*(t) + B_2^T \underline{P}^*(t)]$$

Les équations différentielles seront donc :

$$(II.16) \quad \begin{cases} \dot{\underline{x}}^*(t) = [A_2 - B_2 R^{-1} S] \underline{x}^*(t) - B_2 R^{-1} B_2^T \underline{P}^*(t) + \Gamma_2 \Delta WS \\ \dot{\underline{P}}^*(t) = [-Q + S R^{-1} S] \underline{x}^*(t) + [-A_2^T + S R^{-1} B_2^T] \underline{P}^*(t) \end{cases}$$

avec les contraintes :

$$(II.5) \quad \begin{array}{l} 0 \leq U_1 \leq 1,123 \text{ Kg/s.} \\ U_2 \geq 70^\circ\text{C} \end{array}$$

où :  $\underline{x}$  : vecteur d'état de dimension (6)  
 $\underline{U}$  : vecteur de commande de dimension (2)  
 $\Delta WS$  : perturbation de dimension (1)  
 $\underline{y}$  : vecteur de sortie de dimension (2)  
 $A_2, B_2, C_2, D_2$  : matrices de dimension respectives (6,6), (6,2),  
 (2,6), (2,2).  
 $\Gamma_2$  : vecteur de dimension (6).

## II.6 RESOLUTION DU PROBLEME SANS CONTRAINTES

### II.6.1. Développement du critère [10], [11]

$$J_2 = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (\underline{y}^T Q_o \underline{y} + \underline{U}^T R_o \underline{U}) dt$$

En remplaçant  $\underline{y}$  par son équation il vient :

$$J_2 = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left\{ (C_2 \underline{x} + D_2 \underline{U})^T Q_o (C_2 \underline{x} + D_2 \underline{U}) + \underline{U}^T R_o \underline{U} \right\} dt$$

$$J_2 = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left\{ (\underline{x}^T C_2^T + \underline{U}^T D_2^T) Q_o (C_2 \underline{x} + D_2 \underline{U}) + \underline{U}^T R_o \underline{U} \right\} dt$$

$$J_2 = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \underline{x}^T C_2^T Q_o C_2 \underline{x} + \underline{x}^T C_2^T Q_o D_2 \underline{U} + \underline{U}^T D_2^T Q_o C_2 \underline{x} + \underline{U}^T D_2^T Q_o D_2 \underline{U} + \underline{U}^T R_o \underline{U} \right\} dt$$

soit :

$$(II.6) \quad J_2 = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \underline{x}^T Q_1 \underline{x} + 2 \underline{U}^T S \underline{x} + \underline{U}^T R \underline{U} \right\} dt$$



avec

$$\text{Sat} = \begin{bmatrix} \text{Sat}_1 \\ \text{Sat}_2 \end{bmatrix}$$

on aura alors :

$$(II.20) \quad \underline{U}^*(t) = - \text{Sat} \left\{ R^{-1} \left[ S \underline{x}^* + B_2^T \underline{P}^*(t) \right] \right\}$$

d'où le nouveau système :

$$(II.21) \quad \begin{cases} \dot{\underline{x}}^*(t) = A_2 \underline{x}^*(t) - B_2 \text{Sat} \left\{ R^{-1} \left[ S \underline{x}^*(t) + B_2^T \underline{P}^*(t) \right] \right\} + \Gamma_2 \Delta WS \\ \dot{\underline{P}}^*(t) = - Q \underline{x}^*(t) - A_2^T \underline{P}^*(t) - S \cdot \text{Sat} \cdot \left\{ R^{-1} \left[ S \underline{x}^*(t) + B_2^T \underline{P}^*(t) \right] \right\} \end{cases}$$

Le Problème est donc similaire au précédent, quant au problème de l'initialisation de  $\underline{P}(t_f)$ .

Nous constatons que la prise en compte des contraintes sur les commandes nous conduit à un système d'équations différentielles non-linéaires, dont la résolution n'est pas toujours simple.

## II.8 CONCLUSION

Dans ce chapitre, le problème de la commande optimale par critère quadratique a été examiné.

Dans le cas classique nous avons noté l'impossibilité de prendre en compte directement les contraintes de fonctionnement, néanmoins, demeure la possibilité de jouer sur les coefficients de pondération du critère afin de traiter de façon indirecte ce problème à partir de simulations.

Lorsque l'on aborde ce problème à partir du principe du maximum on constate qu'il est possible de tenir compte explicitement des contraintes; dans ce cas apparait une autre difficulté qui concerne l'initialisation de l'état adjoint  $\underline{P}(t_f)$  couplée à la résolution d'un système d'équations non-linéaire de dimension élevée.

Dans les chapitres qui suivent nous allons examiner successivement (chapitres III et IV) ces deux approches, la première utilisant une commande linéaire sans contraintes avec choix particulier des coefficients du critère ("matrice de pondération"), la deuxième utilisant une commande calculée en présence de contraintes de bornes explicites.

où Q et R sont des matrices symétriques, Q semi-définie positive, R définie positive (stabilité asymptotique).

En application du principe de séparation (bruit stationnaire, gaussien, référence [12]), on traite le problème quadratique non perturbé avec la bonne condition initiale.

Appliquons alors le théorème suivant :

Théorème : Si la paire  $(A_3, B_2)$  du système (II.10) est commandable et si la paire  $(D_2, A_3)$  est observable, la fonction de commande qui minimise le critère

$$J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left\{ \underline{x}^T Q \underline{x} + \underline{U}_1^T R \underline{U}_1 \right\} dt$$

est donnée, à tout instant par :

$$(II.11) \quad \underline{U}_1(t) = -R^{-1} B^T \bar{K} \underline{x}(t)$$

$\underline{U}_1$  est donné par la solution K de l'équation de Riccati intégrée à rebours.

$$-\dot{K} = K A_3 + A_3^T K - K B_2 R^{-1} B_2^T K + Q$$

La valeur du coût optimal est alors :

$$(II.12) \quad J^*(x_0) = \frac{1}{2} \underline{x}_0^T \bar{K} \underline{x}_0$$

### II.6.3. Deuxième méthode de résolution [10], [12], [13]

La seconde méthode est basée sur le principe du Maximum.

Soit donc le système complètement commandable :

$$(II.13) \quad \begin{cases} \dot{\underline{x}} = A_2 \underline{x} + B_2 \underline{U} + \Gamma_2 \Delta WS \\ \underline{y} = C_2 \underline{x} + D_2 \underline{U} \end{cases}$$

et le critère

$$J(\underline{U}) = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \left\langle \begin{bmatrix} \underline{x}(t) \\ \underline{U}(t) \end{bmatrix}, N \begin{bmatrix} \underline{x}(t) \\ \underline{U}(t) \end{bmatrix} \right\rangle dt$$

(on intègre soit à partir de  $K(t_f) \underline{x}(t_f) = \underline{P}(t_f)$ , lorsque  $\underline{X}$  et  $\underline{P}$  sont connus à  $t_f$ , soit à l'aide de méthodes itératives classiques en calcul numérique).

## CHAPITRE III

-----

### COMMANDE PAR CRITERE QUADRATIQUE

-

#### III.1 INTRODUCTION

La minimisation d'un critère quadratique constitue l'un des moyens de parvenir à la détermination d'une structure de commande par retour d'état pour les systèmes linéaires multivariables.

Pour de très nombreux systèmes physiques, notamment parmi les procédés industriels, un critère quadratique permet en effet d'exprimer de manière convenable les qualités globales recherchées pour la commande. Celles-ci peuvent en fait se résumer le plus généralement, par la détermination d'une commande assurant "le meilleur compromis" entre certaines performances, représentées par des termes de pondération faisant intervenir les gran-

Il convient de signaler que l'équation de  $\underline{P}^*(t)$  s'intégrant à rebours, il peut exister un problème de choix de  $\underline{P}(t_f)$ , au niveau du calcul numérique; là réside la difficulté principale de cette résolution.

On notera aussi que la dimension du système (II.16) est alors (12 x 12) ce qui peut conduire à des temps de calcul importants.

## II.7 RESOLUTION AVEC CONTRAINTES

$$(II.5) \quad \begin{aligned} 0 &\leq U_1 \leq 1,123 \text{ Kg/s} \\ U_2 &\geq 70^\circ\text{C} \end{aligned}$$

On avait :  $\underline{U}^*(t) = -R^{-1} [S \underline{x}^*(t) + B_2^T \underline{P}^*(t)]$ . Définissons un nouveau vecteur  $\underline{W}^*(t)$  tel que :  $\underline{W}^*(t)$  commande avant prise en compte des bornes soit :

$$\underline{W}^*(t) = R^{-1} [S \underline{x}^*(t) + B_2^T \underline{P}^*(t)]$$

$$\text{où } \underline{W}(t) = \begin{bmatrix} W_1 \\ W_2 \end{bmatrix} \quad \text{avec } \begin{cases} 0 \geq W_1 \geq -1,123 \text{ Kg/s} \\ W_2 \leq -70^\circ\text{C} \end{cases}$$

Il résulte les conditions suivantes :

$$(II.17) \quad \begin{cases} U_1^*(t) = -W_1^*(t) \\ U_1(t) = \frac{W_{1\max} + W_{1\min}}{2} + \frac{W_{1\max} - W_{1\min}}{2} \cdot \text{Signe}(W_1^*(t)) \end{cases} \begin{cases} \text{si } 0 \geq W_1 \geq -1,123 \text{ Kg/s} \\ \text{si } W_1 > 0 \\ \text{ou} \\ \text{si } W_1 < -1,123 \text{ Kg/s} \end{cases}$$

$$(II.18) \quad \begin{cases} U_2^*(t) = -W_2^*(t) \\ U_2(t) = -\Delta_2 \text{ Signe}(W_2^*(t)) \end{cases} \begin{cases} \text{si } W_2 \leq -70^\circ\text{C} \\ \Delta_2 = 70; \text{ si } W_2 > -70^\circ\text{C} \end{cases}$$

ainsi on définit deux fonctions de saturation

$$(II.19) \quad \begin{cases} U_1^*(t) = \text{Sa } t_1 \left\{ W_1^*(t) \right\} \\ U_2^*(t) = \text{Sa } t_2 \left\{ W_2^*(t) \right\} \end{cases}$$

$$\text{avec } \mathcal{Z} \left[ \frac{1 - e^{-TP}}{P} \cdot \tilde{G}(P) \right] = (1 - z^{-1}) \mathcal{Z} \left[ \frac{F(P)}{P} \right]$$

On obtient les fonctions de transfert en z conformément au schéma fonctionnel suivant :

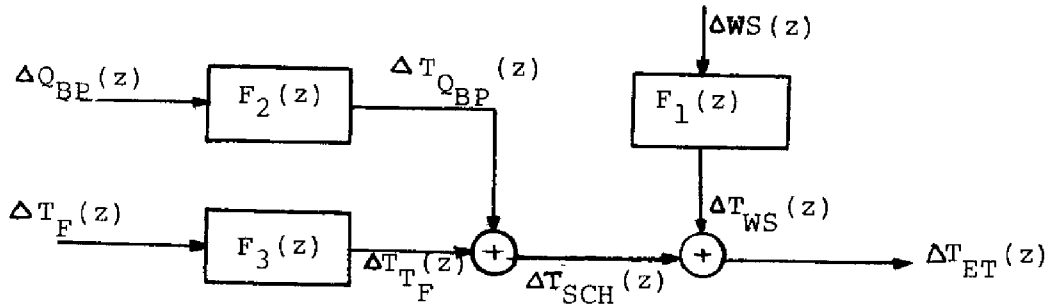


Figure 22.b

### III.3.1. Discretisation débit basse pression

$$F_2(z) = \frac{\Delta T_{Q_{BP}}(z)}{\Delta Q_{BP}(z)} = 1,513 \frac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \cdot K(\Delta Q_{BP})$$

avec

$$\begin{aligned} b_1 &= 1 - 0,822 e^{-T/800} - 0,178 e^{-T/70} \\ b_2 &= e^{-T/800} (e^{-T/70} - 0,178) - 0,822 e^{-T/70} \\ a_1 &= - (e^{-T/800} + e^{-T/70}) \\ a_2 &= e^{-T/800} \cdot e^{-T/70} \end{aligned}$$

dans le cas où la période d'échantillonnage est choisie égale à "1s" :

$$b_1 = 3,55164 \cdot 10^{-3}; \quad b_2 = - 3,5339 \cdot 10^{-3}; \quad a_1 = 1,9845666; \quad a_2 = 0,98458434$$

L'équation récurrente associée est donc avec  $K = 1,513 K(\Delta Q_{BP})$

$$\Delta T_{Q_{BP}}(k+1) + a_1 \Delta T_{Q_{BP}}(k) + a_2 \Delta T_{Q_{BP}}(k-1) = K \left[ b_1 \Delta Q_{BP}(k) + b_2 \Delta Q_{BP}(k-1) \right]$$



$$\Delta T_{WS}(k+1) + a_1^* \Delta T_{WS}(k) + a_2^* \Delta T_{WS}(k-1) = K^* \left[ b_1^* \Delta WS(k) + b_2^* \Delta WS(k-1) \right]$$

III.3.4 Représentation d'état discrète :

a) Débit basse pression

$$(III.1) \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 \\ -a_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} K (\Delta Q_{BP}) \cdot \Delta Q_{BP}(k) \cdot K \\ Y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_k \end{array} \right.$$

b) Fuel

$$(III.2) \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} -\tilde{a}_1 & 1 \\ -\tilde{a}_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 - \tilde{a}_1 \\ \tilde{b}_2 - \tilde{a}_2 \end{bmatrix} \Delta T_F(k) \cdot \tilde{K} \\ \tilde{Y}(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}_k + \tilde{K} \Delta T_F(k) \end{array} \right.$$

c) Energie solaire

$$(III.3) \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} -a_1^* & 1 \\ -a_2^* & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} b_1^* \\ b_2^* \end{bmatrix} K^* \cdot \Delta WS(k) \\ y^*(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}_k \end{array} \right.$$

deurs d'action, cette recherche d'une économie d'énergie peut, selon les problèmes, être considérée soit dans son sens exact, soit traduire simplement le désir de limiter les amplitudes des actions (ou de leurs variations) par exemple pour des raisons d'ordre technologique, de sécurité, etc ...

III.2 POSITION DU PROBLEME

soit le système à commander figure(21) décrit par les équations d'état(II-1) et(II-2) sous la forme retenue au chapitre II:

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A_1 \underline{x} + B_1 \underline{U} \\ \underline{Y} = C_1 \underline{x} + D_1 \underline{U} + \Gamma_1 \Delta T_{WS} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A_3 \underline{x} + B_3 \Delta WS \\ \underline{Y}_3 = C_3 \underline{x} \end{cases}$$

III.3 DISCRETISATION DES EQUATIONS (II.1), (II.2)

On suppose les signaux de commande discrets, ainsi que les mesures connues aux mêmes instants, le schéma fonctionnel (13) prend alors la forme suivante :

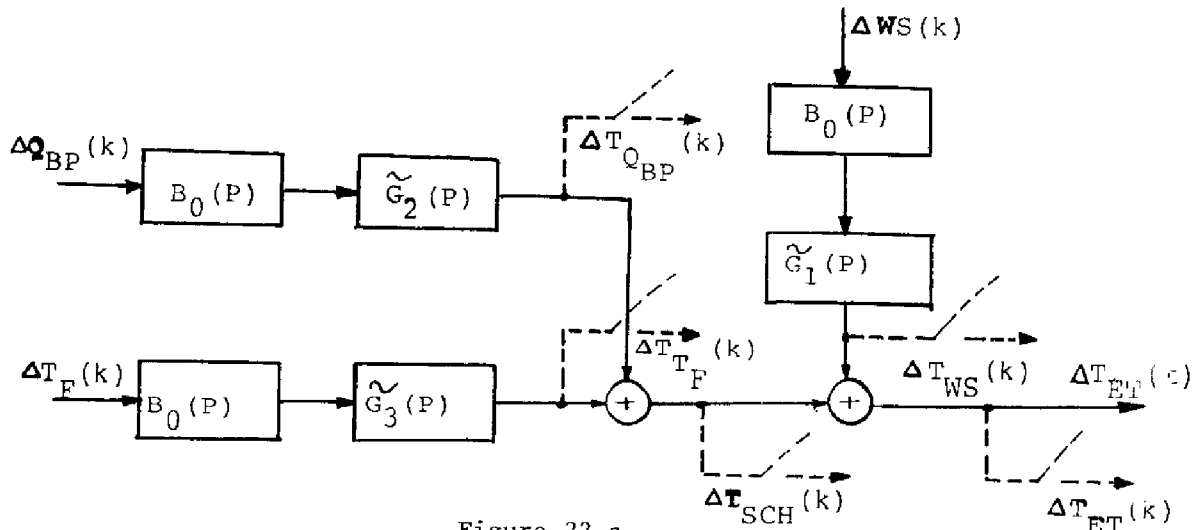


Figure 22.a

où  $B_0(P)$  : bloqueur d'ordre zéro =  $\frac{1 - e^{-TP}}{P}$



b) Ces états non "gouvernables et observables" étant arbitraires ne sont pas reliés à la réalité physique du système. Il importera donc de les éliminer en cherchant à "réaliser" F(P) à l'aide d'un nombre minimal d'état. Cette réalisation, dite irréductible, ne représentera dès lors que la partie gouvernable et observable.

Il est donc évident que la commandabilité et l'observabilité des équations continues (II.1) et (II.2) sont vérifiées.

III.3.5.2. Systemes discrets

Théorème 1 : soit le système continu :

$$\textcircled{1} \quad \begin{cases} \dot{\underline{x}}(t) = A_c \underline{x}(t) + B_c \underline{U}(t) \\ \underline{y}(t) = C_c \underline{x}(t) + D_c \underline{U}(t) \end{cases}$$

et le système discret équivalent (période = T)

$$\textcircled{2} \quad \begin{cases} \underline{x}(i+1) = A \underline{x}(i) + B \underline{U}(i) \\ \underline{y}(i) = C \underline{x}(i) + D \underline{U}(i) \end{cases}$$

Soit  $\lambda_i$  une valeur propre de la matrice d'état, continue  $A_c$ ,  $I_m(\lambda_i)$  et  $R_e(\lambda_i)$  ses parties imaginaires et réelles, respectivement.

Si le système  $\textcircled{1}$  est commandable et observable, une condition suffisante pour que le système  $\textcircled{2}$  le soit également est que, pour toutes les valeurs propres  $\lambda_i$  et  $\lambda_j$  telles que :

$$R_e(\lambda_i - \lambda_j) = 0 \quad \begin{matrix} K = \text{positif ou négatif non nul.} \\ i \neq j \end{matrix}$$

on ait :  $I_m(\lambda_i - \lambda_j) \neq \frac{2\pi K}{T}$

Théorème 2 : pour que le système  $\textcircled{2}$  soit commandable il faut et il suffit que la matrice  $N_n$  suivante soit de rang "n".

$$N_n = \begin{bmatrix} B & AB & A^{n-1} B \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix}$$

III.3.2. Discrétisation fuel

$$F_2(z) = \frac{\Delta T_{TF}(z)}{\Delta T_F(z)} = 1,78 \frac{\tilde{b}_0 + \tilde{b}_1 z^{-1} + \tilde{b}_2 z^{-2}}{1 + \tilde{a}_1 z^{-2} + \tilde{a}_2 z^{-2}}$$

avec :

$$\begin{aligned} \tilde{b}_0 &= 0,58635 \\ \tilde{b}_1 &= 0,41372 - 0,91398 e^{-T/850} - 0,6723 e^{-T/75} \\ \tilde{b}_2 &= e^{-T/850} (e^{-T/75} - 0,08602) - 0,3278 e^{-T/75} \\ \tilde{a}_1 &= - (e^{-T/850} + e^{-T/75}) \\ \tilde{a}_2 &= e^{-T/850} \cdot e^{-T/75} \end{aligned}$$

Si T = 1s, alors :

$$\begin{aligned} \tilde{b}_0 &= 0,58635; \tilde{b}_1 = - 1,1625809; \tilde{b}_2 = 0,57625; \tilde{a}_1 = - 1,9855794; \\ \tilde{a}_2 &= 0,9855794 \end{aligned}$$

l'équation récurrente associée devient avec  $\tilde{K} = 1,78 \tilde{b}_0$  :

$$\Delta T_{TF}(k+1) + \tilde{a}_1 \Delta T_{TF}(k) + \tilde{a}_2 \Delta T_{TF}(k-1) = \tilde{K} \left[ \Delta T_F(k+1) + \frac{\tilde{b}_1}{\tilde{b}_0} \Delta T_F(k) + \frac{\tilde{b}_2}{\tilde{b}_0} \Delta T_F(k-1) \right]$$

III.3.3. Discrétisation de l'énergie solaire

$$f_1(z) = \frac{\Delta T_{WS}(z)}{\Delta WS(z)} = 1,157 \frac{b_1^* z^{-1} + b_2^* z^{-2}}{1 + a_1^* z^{-1} + a_2^* z^{-2}}$$

avec :

$$\begin{aligned} b_1^* &= 1 + 0,0179 \cdot e^{-T/15} - 1,0179 e^{-T/850} \\ b_2^* &= e^{-T/850} (e^{-T/15} + 0,0179) - 1,0179 e^{-T/15} \\ a_1^* &= - (e^{-T/850} + e^{-T/15}) \\ a_2^* &= e^{-T/850} \cdot e^{-T/15} \end{aligned}$$

Soit si T = 1s :

$$b_1^* = 4,238 \cdot 10^{-5}; b_2^* = 3,346 \cdot 10^{-5}; a_1^* = - 1,9343312; a_2^* = 0,93440704$$

l'équation récurrente associée serait alors avec  $K^* = 1,157$

$$(III.6) \quad J = \sum_{i=0}^{N-1} \left\{ \underline{U}^T(i) R \underline{U}(i) + \underline{e}^T(i) Q \underline{e}(i) \right\}$$

$\underline{e}(i)$  est le vecteur d'écart entre les consignes, notées  $\underline{Z}$  et les sorties  $\underline{y}(i)$ , soit :

$$\underline{e}(i) = \underline{Z} - \underline{y}(i)$$

R et Q sont deux matrices carrées symétriques, définies positives, de dimensions respectives  $(n \times n)$  et  $(m \times m)$ .

Pour déterminer la suite des vecteurs d'actions  $\underline{U}(i)$  :

$$\left\{ \underline{U}(i) \right\} = \left\{ \underline{U}_0, \underline{U}_1, \dots, \underline{U}_{N-1} \right\}$$

appartenant à la politique optimale, au sens du critère J, on utilisera une formulation de celui-ci sous la forme récurrente suivante :

$$(III.7) \quad \hat{J} \left[ \underline{x}(i) \right] = \min_{\underline{U}} \left\{ \underline{U}^T(i) R \underline{U}(i) + \underline{e}^T(i) Q \underline{e}(i) + \hat{J}(\underline{x}(i+1)) \right\}$$

où

$$\hat{J} \underline{x}(i+1) = \sum_{j=i}^{N-1} \left\{ \underline{U}^T(j) R \underline{U}(j) + \underline{e}^T(j) Q \underline{e}(j) \right\}$$

Ainsi, si l'état final est libre, la récurrence commencera par

$$\hat{J} \left[ \underline{x}(N) \right] = 0$$

La formulation (III.7) précédente découle du principe d'optimalité de Bellman qui peut être résumé comme suit :

- si l'ensemble des actions correspondant au problème initial P est optimal, l'ensemble des actions correspondant à un problème partiel  $P_1$  doit l'être également, quelles que soient les données du problème initial P et les actions déjà réalisées (appartenant donc à la politique optimale globale) pour passer de P à  $P_1$ .

D'où une représentation d'état discrète correspondant au système (II.1) :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} -a_1 & 1 & 0 & 0 \\ -a_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\tilde{a}_1 & 1 \\ 0 & 0 & -\tilde{a}_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ b_2 & 0 \\ 0 & \tilde{b}_1 \\ 0 & \tilde{b}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \cdot K(\Delta Q_{BP}) \cdot \Delta Q_{BP}(k) \\ \tilde{K} \Delta T_F(k) \end{bmatrix}$$
  

$$\begin{bmatrix} \Delta T_{SCH} \\ \Delta T_{ET} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K \cdot K(\Delta Q_{BP}) \cdot \Delta Q_{BP}(k) \\ \tilde{K} \Delta T_F(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} y^*(k)$$

Soit, sous la forme condensée :

$$(III.4) \quad \begin{cases} \underline{x}(k+1) = A \underline{x}(k) + B \underline{u}(k) \\ \underline{y}(k) = C \underline{x}(k) + D \underline{u}(k) + \Gamma \Delta T_{WS}(k) \end{cases}$$

### III.3.5. Vérification de la commandabilité et de l'observabilité

#### III.3.5.1. Systèmes continus [15], [16], [17], [19], [20]

Si un système dynamique linéaire invariant est initialement donné par ses équations d'état, lors du passage à la fonction de transfert, toute information quant aux états ingouvernables et (ou) inobservables du système sera perdue. La transformation inverse qui consiste à représenter par des équations d'état un système donné par sa fonction de transfert, appelle donc quelques remarques :

a) La dimension du vecteur d'état n'est pas fixée a priori, puisqu'on peut ajouter un nombre quelconque d'états sans modifier la fonction de transfert, si ces états ne sont pas complètement gouvernables et observables.

on aura les nouvelles équations d'état des sorties :

$$\begin{bmatrix} \underline{\mathbf{e}}(i) \\ \underline{\mathbf{v}}(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}'_1 & \mathbf{H}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{x}}_1(i) \\ \underline{\mathbf{s}}(i) \end{bmatrix} + \mathbf{D}'_1 \underline{\mathbf{u}}(i)$$

avec

$$\underline{\mathbf{x}}_1(i) = \begin{bmatrix} \underline{\mathbf{x}}(i) \\ \underline{\mathbf{v}}(i) \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{C}'_1 = \begin{bmatrix} -\mathbf{C} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{D}'_1 = \begin{bmatrix} -\mathbf{D} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H}_1 = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

le critère à minimiser sera alors :

$$(III.10) \quad J = \sum_{i=0}^{N-1} \left\{ \underline{\mathbf{e}}^T(i) \mathbf{Q} \underline{\mathbf{e}}(i) + \underline{\mathbf{v}}^T(i) \mathbf{Q}_I \underline{\mathbf{v}}(i) + \underline{\mathbf{u}}^T(i) \mathbf{R} \underline{\mathbf{u}}(i) \right\}$$

où  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{Q}_I$ ,  $\mathbf{R}$  sont respectivement les matrices de pondération sur les sorties, les intégrateurs et les commandes.

### III.6 PRISE EN COMPTE DES PERTURBATIONS

Le modèle d'état discret des perturbations (III.3) établi au paragraphe (3.4.c) peut être décrit sous la forme suivante :

$$(III.11) \quad \begin{cases} \underline{\mathbf{d}}(i+1) = \mathbf{A}_3 \underline{\mathbf{d}}(i) + \mathbf{B}_3 \Delta \mathbf{WS}(i) \\ \mathbf{Y}_3(i) = \mathbf{C}_3 \underline{\mathbf{d}}(i) \end{cases}$$

on pose :

$$\underline{\mathbf{e}}(i) = \underline{\mathbf{w}}(i) - \underline{\mathbf{y}}(i) - \mathbf{Y}_3(i)$$

$$\text{soit} \quad \underline{\mathbf{E}}(i) = \mathbf{H} \underline{\mathbf{s}}(i) - \mathbf{C} \underline{\mathbf{x}}(i) - \mathbf{D} \underline{\mathbf{u}}(i) - \mathbf{C}_3 \underline{\mathbf{d}}(i)$$

Nous aurons alors le système augmenté suivant :

Théorème 3 : pour que le système (2) soit observable il faut et il suffit que la matrice  $M_n$  définie ci-dessous soit de rang  $n$ , c'est-à-dire que l'on puisse extraire de ce tableau un déterminant ( $n \times n$ ) non nul.

$$M_n = \begin{bmatrix} C^T & A^T C^T & \dots & (A^T)^{n-1} C^T \end{bmatrix}$$

a) Vérification de la commandabilité du système (III.4)

$$N_4 = \begin{bmatrix} 3,55164 \cdot 10^{-3} & 0 & 3,5146 \cdot 10^{-3} & 0 \\ -3,5339 \cdot 10^{-3} & 0 & -3,4959 \cdot 10^{-3} & 0 \\ 0 & 2,83718 \cdot 10^{-3} & 0 & 2,8073 \cdot 10^{-3} \\ 0 & -2,82615 \cdot 10^{-3} & 0 & -2,7963 \cdot 10^{-3} \end{bmatrix} \rightarrow \text{rang}(N_4) = 4.$$

Le système discret est commandable

b) Vérification de l'observabilité du système (III.4)

$$M_4 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1,9845666 & 1,9845666 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -0,98559495 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{rang}(M) = 4$$

Le système discret est observable.

### III.4 PRINCIPE DE LA METHODE [18]

Soit le système linéaire discret à  $n$  variables d'état,  $r$  entrées et  $m$  sorties, défini par sa représentation d'état discrète :

$$(III.5) \begin{cases} \underline{x}(i+1) = A \underline{x}(i) + B \underline{U}(i) \\ \underline{y}(i) = C \underline{x}(i) + D \underline{U}(i) \end{cases}$$

La commande optimale recherchée consiste donc en une suite de vecteurs  $\underline{U}(i)$  qui doit minimiser le critère quadratique suivant :

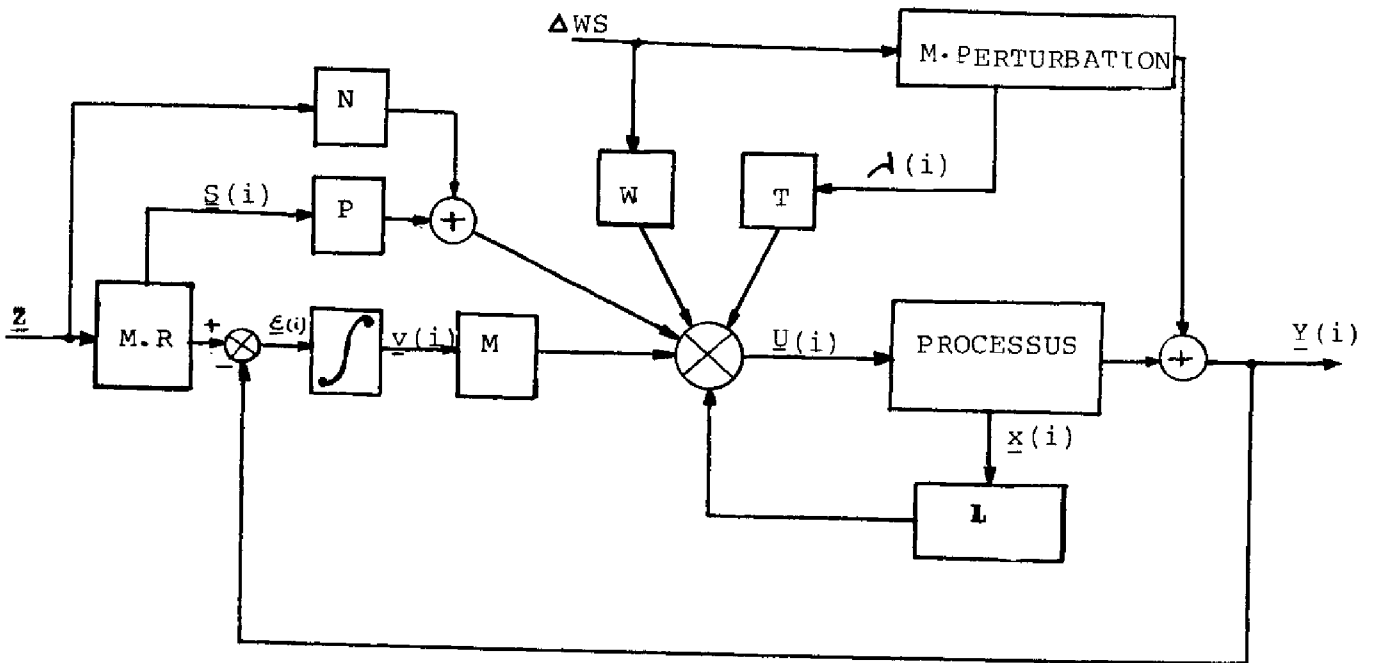


Figure 23

III.7 CHOIX DES MATRICES DE PONDERATION [21]

La formulation du critère pour le système augmenté devient :

$$J = \sum_{i=0}^{N-1} \left\{ \begin{bmatrix} Z_1 - Y_1(i) \\ Z_2 - Y_2(i) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q \\ Q_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 - Y_1(i) \\ Z_2 - Y_2(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_1(i) \\ V_2(i) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q_I \\ Q_I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1(i) \\ V_2(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} R \\ R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \right\}$$

soit :

$$J = \sum_{i=0}^{N-1} \left\{ \begin{bmatrix} Z_1 - Y_1(i) \\ Z_2 - Y_2(i) \\ V_1(i) \\ V_2(i) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} Q & & & \\ & \ominus & & \\ & & Q_I & \\ \ominus & & & \ominus \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 - Y_1(i) \\ Z_2 - Y_2(i) \\ V_1(i) \\ V_2(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} R \\ R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \right\}$$

Posons :

$$Q_I = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & Q_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1 & & & \\ & q_2 & & \ominus \\ & & q_{I1} & \\ \ominus & & & q_{I2} \end{bmatrix} ; R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 \\ 0 & r_2 \end{bmatrix}$$

En utilisant la méthode ainsi définie, il est alors possible de déterminer la commande optimale minimalisant le critère quadratique J.

Nous supposons dans ce qui suit que  $\hat{J}[\underline{x}(i+1)]$  est une forme quadratique :

$$(III.8) \quad \hat{J}[\underline{x}(i+1)] = \underline{x}^T(i+1) K(i+1) \underline{x}(i+1) + 2 \underline{g}(i+1)^T \underline{x}(i+1) + h(i+1)$$

où  $K(i+1)$  est une matrice symétrique de dimension  $(n \times n)$ ,  $\underline{g}(i+1)$  un vecteur de dimension  $n$ , et  $h(i+1)$  un scalaire.

### Modèle augmenté

Si l'on désire maintenant imposer au système un certain nombre de contraintes de performances ou de fonctionnement il est alors nécessaire d'augmenter le modèle initial (III.5). Dans le cas qui nous concerne, on imposera au système des erreurs stationnaires nulles, ce qui pourra se réaliser par l'adjonction d'intégrateurs. Si par ailleurs on veut éviter au système d'avoir à répondre directement à des échelons de consigne on introduira un modèle de référence. Si ceci est pris en compte on obtient un système global qui admet la forme suivante :

$$(III.9) \quad \begin{bmatrix} \underline{x}(i+1) \\ \underline{y}(i+1) \\ \underline{s}(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -C & I & H \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}(i) \\ \underline{y}(i) \\ \underline{s}(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ -D \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{U}(i) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \underline{Fz} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{Y}(i) \\ \underline{v}(i) \\ \underline{W}(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & I & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}(i) \\ \underline{y}(i) \\ \underline{s}(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{U}(i)$$

où  $\underline{y}(i)$  et  $\underline{W}(i)$  sont respectivement les sorties des intégrateurs et des modèles de références.

en posant :  $\underline{E}(i) = \underline{W}(i) - \underline{Y}(i)$

soit :  $\underline{E}(i) = H \underline{s}(i) - C \underline{x}(i) - D \underline{U}(i)$



ORGANIGRAMME GENERAL

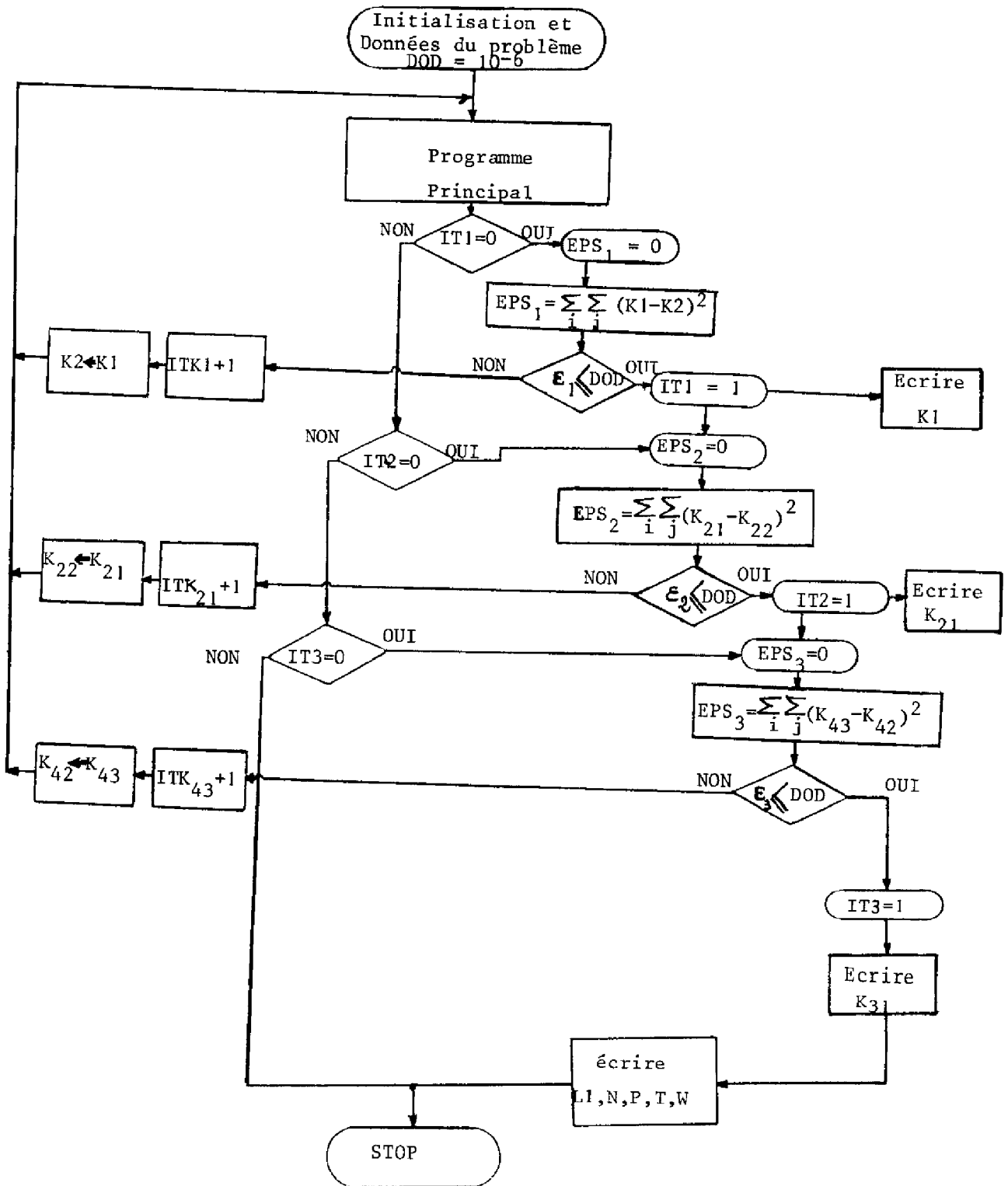


Figure 24

$$(III.12) \quad \begin{bmatrix} \underline{x}(i+1) \\ \underline{v}(i+1) \\ \underline{s}(i+1) \\ \underline{d}(i+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -C & I & H & -C_3 \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & E & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & A_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}(i) \\ \underline{v}(i) \\ \underline{s}(i) \\ \underline{d}(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ -D \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{U}(i) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ Fz \\ B_3 \Delta W_S \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{e}(i) \\ \underline{v}(i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -C & \mathbf{0} & H & -C_3 \\ \mathbf{0} & I & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{x}(i) \\ \underline{v}(i) \\ \underline{s}(i) \\ \underline{d}(i) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -D \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \underline{U}(i)$$

En appliquant à ce système global la méthode proposée pour la détermination d'une structure de commande multidimensionnelle (avec le critère précédent) nous arrivons aux relations (III.13) et à la structure de commande représentée sur la figure 23.

$$(III.13) \quad \left\{ \begin{array}{l} \underline{Q}_1 = A_1^T - C_1^T Q_1 D_1 (R + D_1^T Q_1 D_1)^{-1} B_1^T \\ \Phi_1 = C_1^T Q_1 - C_1^T Q_1 D_1 (R + D_1^T Q_1 D_1)^{-1} D_1^T Q_1 \\ \\ L_1 = [R + B_1^T K_1 B_1 + D_1^T Q_1 D_1]^{-1} [B_1^T K_1 A_1 + D_1^T Q_1 C_1] \\ P = [R + B_1^T K_1 B_1 + D_1^T Q_1 D_1]^{-1} [D_1^T Q_1 H_2 - B_1^T (K_1 H_1 + K_{21} E)] \\ T = [R + B_1^T K_1 B_1 + D_1^T Q_1 D_1]^{-1} [B_1^T (K_1 \Gamma_1 + K_{43} A_3) - D_1^T Q_1 \Gamma_2] \\ K_1 = -\underline{Q}_1 K_1 (A_1 - B_1 L_1) + \Phi_1 C_1 \\ K_{21} = (A_1 - B_1 L_1)^T (K_1 H_1 + K_{21} E) - (C_1 - D_1 L_1)^T Q_1 H_2 \\ K_{43} = (A_1 - B_1 L_1)^T (K_1 \Gamma_1 + K_{43} A_3) - (C_1 - D_1 L_1)^T Q_1 \Gamma_2 \\ N = -[R + B_1^T K_1 B_1 + D_1^T Q_1 D_1]^{-1} B_1^T [I - (A_1 - B_1 L_1)^T]^{-1} K_{21} F \\ W = [R + B_1^T K_1 B_1 + D_1^T Q_1 D_1]^{-1} B_1^T [I - (A_1 - B_1 L_1)^T]^{-1} K_{43} B_3 \\ \\ \hat{\underline{U}}(i) = -L \underline{x}(i) - M \underline{v}(i) + P \underline{s}(i) + N \underline{z} - T \underline{d}(i) - W \Delta W_S \end{array} \right.$$

### III.9 Résultats des simulations

#### a) Remarques préliminaires

Rappelons d'abord que la commande proposée ne prenait pas en compte directement les contraintes sur le débit fuite basse pression et sur le débit fuel minimum.

Notons ainsi que ce type de commande autorise le fonctionnement simultané de la fuite basse pression et de la commande fuel; cela étant dû à l'absence de découplage entre les deux commandes.

Il convient aussi de remarquer que, pour le problème traité, la pondération du critère devrait être "adaptative" selon que l'ensoleillement est supérieur ou inférieur à l'ensoleillement nominal. En effet, lorsqu'il y a excès énergétiques on a intérêt à pénaliser la commande fuel alors que dans le cas contraire on doit pénaliser la commande de la fuite basse pression. Naturellement une telle démarche est impossible dans le cadre de cette méthode.

Par ailleurs, il n'est pas exclu a priori que le  $\Delta T_F$  ne devienne négatif et que la commande de la vanne de fuite ne conduise à un débit négatif, ou à une ouverture supérieure à cent pour cent. Ces particularités sont toutes conditionnées par le choix des pondérations du critère et ont été observées au cours de certaines simulations.

#### b) Simulations

Pour les simulations effectuées on a supposé que l'ensoleillement nominal correspond aussi à l'ensoleillement maximum; cela implique qu'un

WS 0 ne soit pas possible : ce qui est très réaliste vis à vis des contraintes thermiques sur le récepteur solaire.

Ce type de fonctionnement étant admis nous pénaliserons donc la commande de la fuite basse pression. Pour la pondération du critère choisie, nous avons simulé les cas de baisse d'ensoleillement et de passages nuageux, figures 26, 27, 28, 29.

nous avons choisi la forme diagonale des matrices de pondération  $Q_1$ ,  $R$  pour simplifier les tests de positivité des matrices  $K_i$  définies précédemment (III.13).

Les paramètres  $q_i$ ,  $r_i$  sont calculés en général en fonction des amplitudes admissibles, sur les sorties et sur les commandes; par exemple si l'écart  $y_{im}$  (écart de régulation maxi) est aussi néfaste que  $y_{jm}$ , on choisit  $q_i$  et  $q_j$  tels que :

$$\frac{q_i}{q_j} = \frac{Y_{jm}^2}{Y_{im}^2}$$

Il reste à choisir le rapport " $\beta$ " entre les deux matrices  $Q$  et  $R$ ,  $[Q] = \beta [R]$  sachant que celui-ci conditionne le temps de réponse du système bouclé.

En pratique l'ajustement de  $\beta$  est réalisé à partir de simulations.

Dans notre cas on sait que la dynamique du fuel est plus rapide que celle de l'air basse pression. Pour des raisons qui seront explicitées plus loin nous pénaliserons le débit basse-pression. Nous choisissons pour  $r_1$  et  $r_2$  la pondération suivante:

$$r_1 = 10r_2$$

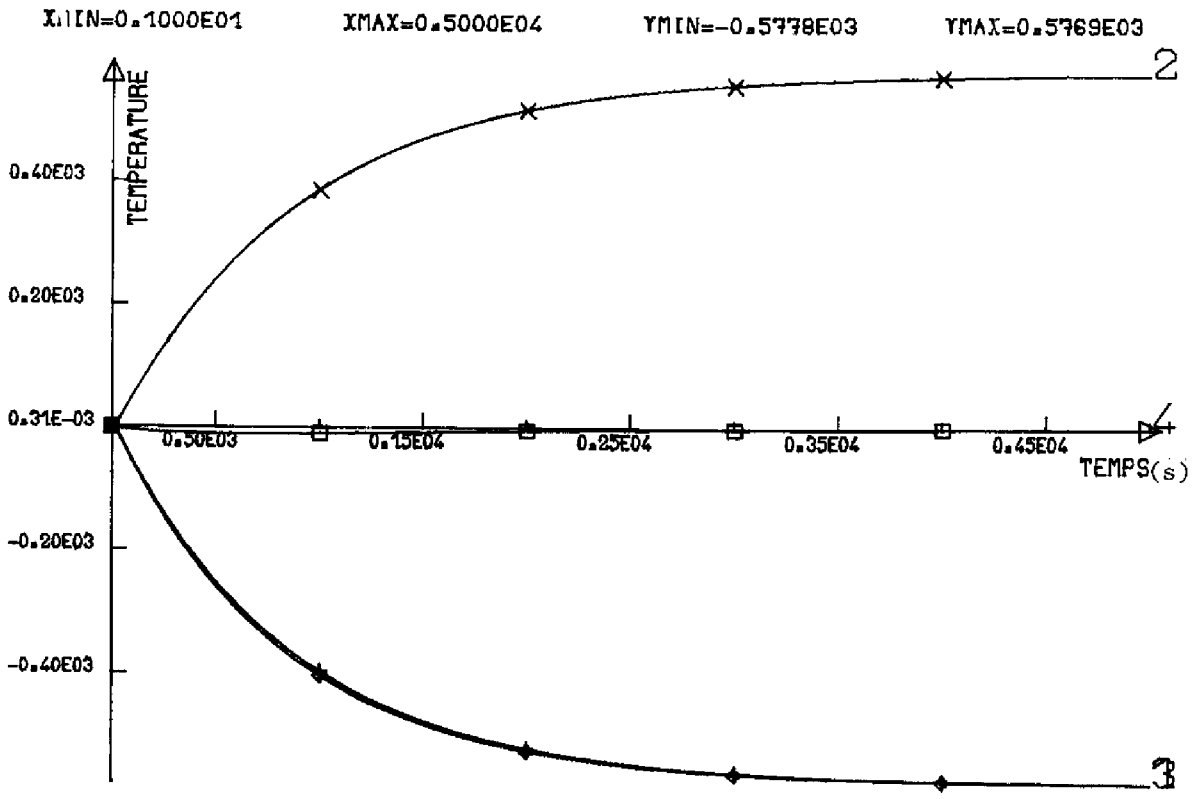
Le choix des paramètres de  $Q_I$  est aussi lié au temps de réponse du système et au dépassement. Si  $Q_I = 0$  nous évitons tout dépassement mais au détriment d'un temps de réponse plus long.

Il a donc été retenu :

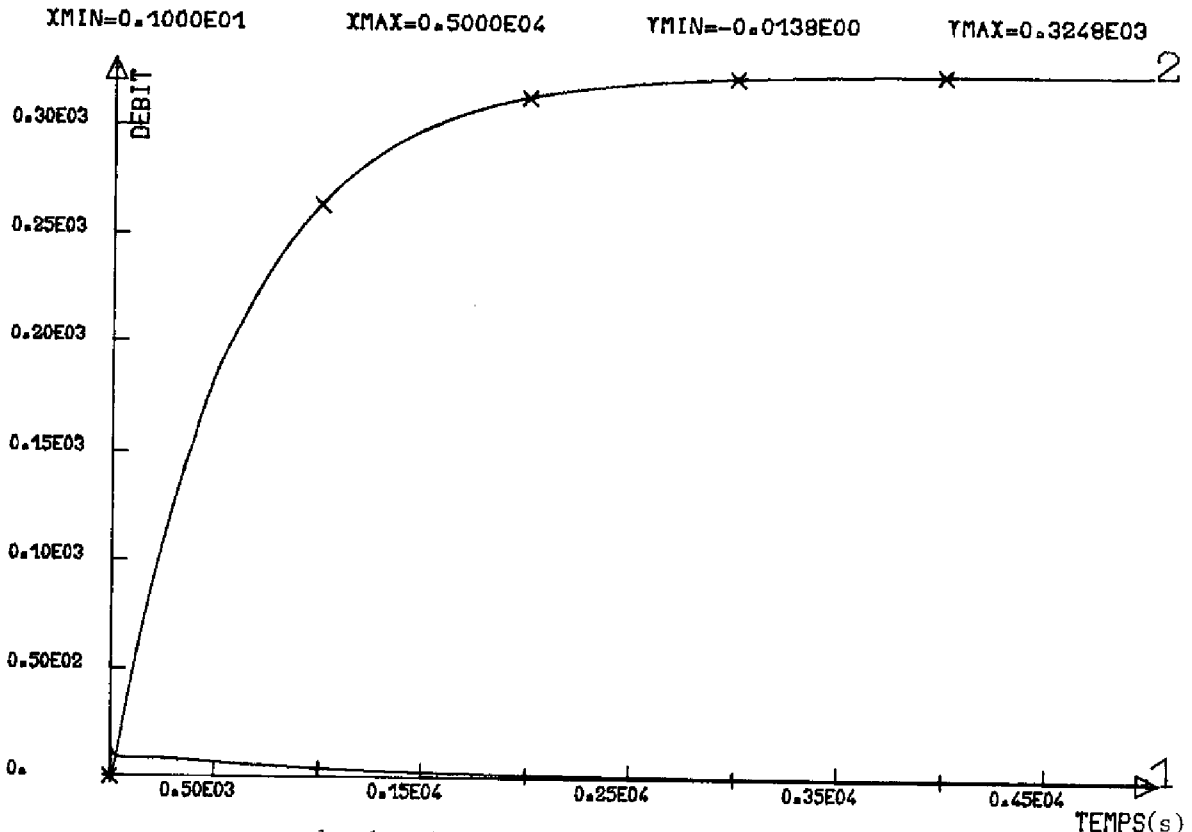
$$\left\{ \begin{array}{l} q_1 = 100 \ ; \ q_2 = 100 \ ; \ r_1 = 10 \ ; \ r_2 = 1 \ ; \ \beta = 10 \\ Q_{I1} = 0,01 \ \qquad \qquad Q_{I2} = 0,1 \end{array} \right.$$

### III.8 ORGANIGRAMME DE TRAITEMENT

Nous résumons sur l'organigramme ci-après la procédure de calcul des matrices  $L$ ,  $N$ ,  $P$ ,  $T$ ,  $W$  et nous donnons les résultats obtenus :



courbe 1 :  $T_{WS}$ ; courbe 2 :  $T_{FF}$ ; courbe 3 :  $T_{SCH}$ ; courbe 4 :  $T_{ET}$   
WS = - 500 KW      (a)



courbe 1 :  $Q_{BP} * 100$  ; courbe 2 :  $T_{FF}$       (b)

Figure 26

TEST SUR K1 SATISFAIT  
ITK1= 34

79.5745143596233859	.114789621351392682	0.87566127070914835
-5.55198113744967947	-6.12312181401674092	-1.91406311691978636
.114789621351418911	.110278398979216930	-.348711259637844980E-05
.243182679753048087E-05	-.132863948081718625E-04	.580349747171912971E-06
8.87866127070912947	-.348911255682291982E-05	3.32299006811086264
-1.97384433242243751	-.323910324624749793	-.518877082866981532
-5.55198113744968058	.243182679747229016E-05	-1.97384433242243640
1.33538152396649989	.202589118893520215	.324420511630625645
-6.12812181801676778	-.132863948101658219E-04	-.323910324624752152
.202589118893518397	5.7182262612976244	.515925133918763618E-01
-1.41406311691979436	.580349719320866144E-06	-.518877082866987055
.324420511630622271	.515925133918763618E-01	5.32877117547586004

TEST SUR K21 SATISFAIT  
ITK21= 18

-79.6486634909605016	-.165966858628487393	-6.97148425868501098
5.46579959578694430		
-.194018423419532121E-01	-.171749028660989326E-01	-.205744634408512995E-05
-.722062024823431401E-05		
-3.09023288533175426	-.98139883988873898E-02	-3.29412009726770505
8.00410431426020968		
5.55935658784242315	.626071232553487844E-02	2.05204371096732305
-1.25964762361092754		
6.26383316099186403	.115290478106386560	.338064925047590228
-1.90450493808887139		
1.44281883538523886	.242230973448422233E-01	.53882770983289938
-.307564749921520129		

TEST SUR K43 SATISFAIT  
ITK43= 17

70.5874647163290890	5.03993247391639288	
-1.65488734029152644E-01	.149281828888353415E-01	
5.57050841935346264	2.09280468826647681	
-3.48961671949923780	-1.31440904702846861	
-5.91083248696429120	-.305180045505188444	
-.898162369498997703	-.342969205932801116	

\*\*\* L \*\*\*

.508402193870205826	.281562975757951583	-.282616417767057593E-01
.176725451254566499E-01	-.239076814844108995E-01	.450277901741277103E-02
.561863272810375919	.17843884888916707E-06	.839288840769508185
.100508134527296816	.159887282390328848E-01	-.073509103936893182E-01

\*\*\* P \*\*\*

.509085375034056554	.202157574486535723	-.280587010231030803E-01
.178617278235395667E-01		
.561821918210022359	-.358745884583576283E-04	.840359741639418071
.181526527413142925		

\*\*\* T \*\*\*

.523516846631399232	.2639089500402677E3	
-.274949473580227682	-.103295781534881036	

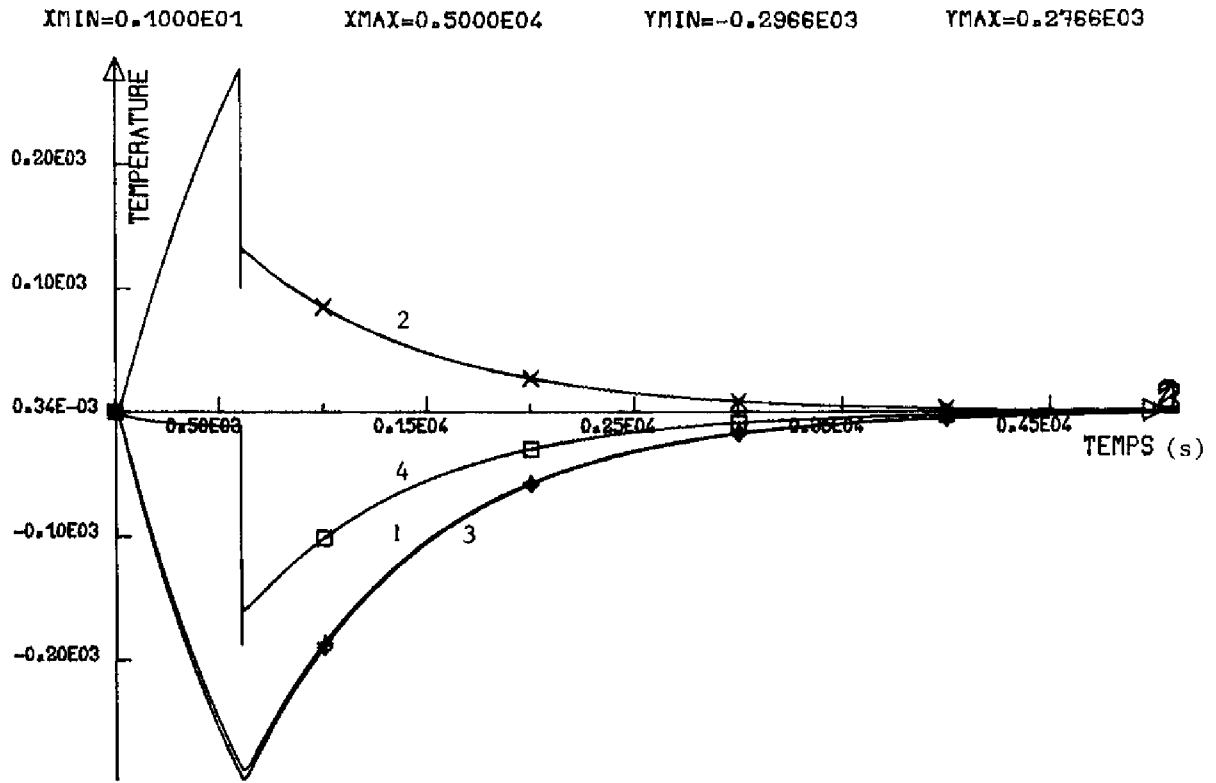
\*\*\* N \*\*\*

-.140394428116582473	-.158682625955794687	
.24125705666257874E-03	-.983597978881710983	

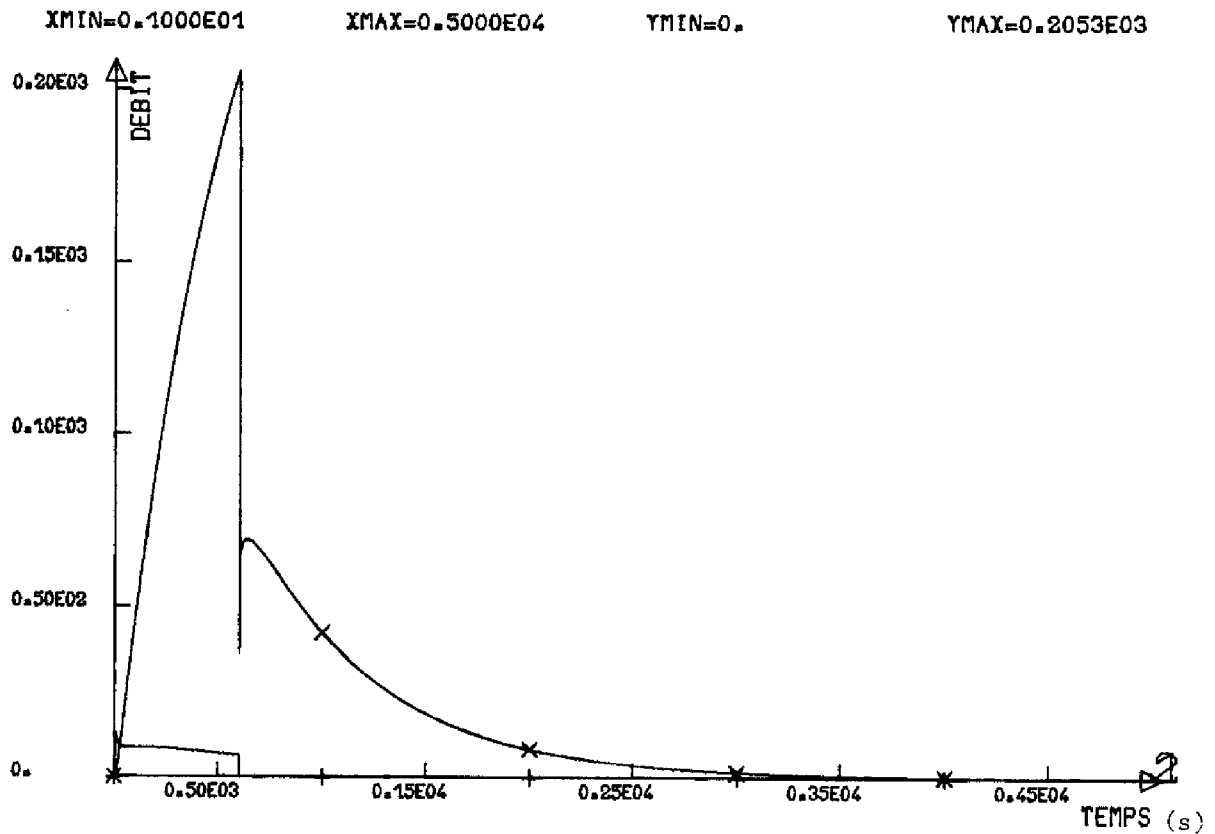
\*\*\* W \*\*\*

1.20801629127984783		
-.148112228975888995		

Figure 25



courbe 1 :  $T_{WS}$ ; courbe 2 :  $T_{T_F}$ ; courbe 3 :  $T_{SCH}$ ; courbe  $T_{ET}$   
PASSAGE NUAGEUX DE 10 mn. (a)



courbe 1 :  $Q_{BP} * 100$ ; courbe 2 :  $T_F$  (b)

Figure 28

On peut remarquer que le fonctionnement obtenu est très convenable vis à vis de la stabilité de température entrée turbine, sauf dans le cas du passage nuageux de 10 mm où l'on atteint un  $T$  de l'ordre de  $150^{\circ}\text{C}$  qui doit être attribué à la trop grande pénalisation du débit basse pression.

Il convient de noter que le comportement de ce type de commande peut être amélioré par le choix des pondérations du critère, en particulier en introduisant des termes non-diagonaux dans les matrices de pondération.

Toutefois ces améliorations nécessitent un grand nombre d'essais en simulation pour arriver à trouver la pondération convenable; c'est là l'inconvénient majeur de cette méthode.

Notons enfin, à propos des contraintes de fonctionnement, que les simulations précédentes montrent que les bornes sur le débit basse pression n'ont pas été atteintes. Par contre, il n'est pas possible de prendre en compte la contrainte  $T_F = 70^{\circ}\text{C}$ .

### III.10 Conclusion

Concernant la commande envisagée dans ce chapitre, nous pourrions dire qu'elle ne permet pas de prendre en compte toutes les contraintes de fonctionnement et que par ailleurs elle nécessite un long travail de simulation pour arriver à déterminer les pondérations convenables du critère.

Néanmoins, elle prendrait de l'intérêt si l'on prenait préalablement, la précaution de découpler les commandes du fuel et de la fuite basse pression. Dans ce cas, il serait possible d'atténuer les effets (susceptibles d'affecter la durée de vie des éléments) d'une commande "tout ou rien" qui convient pour résoudre le problème posé et qui va être exposée dans le chapitre suivant.



## CHAPITRE IV

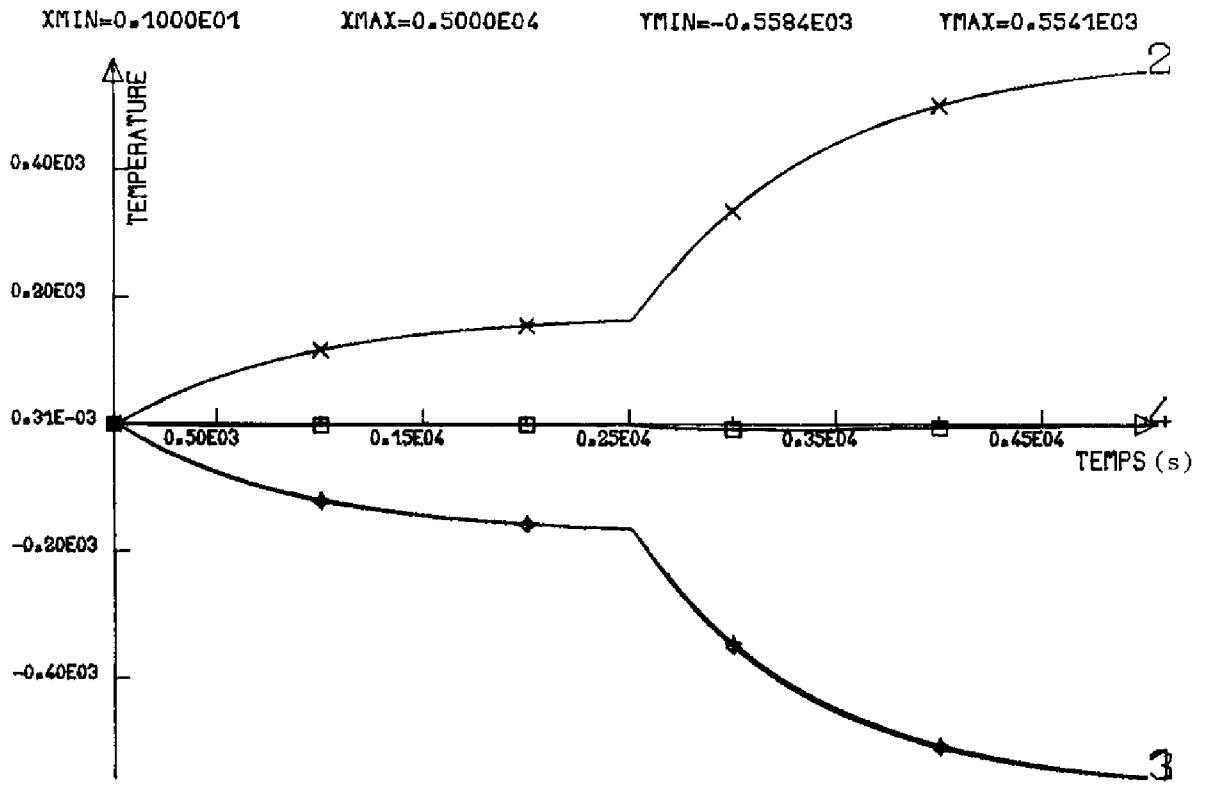
---

### COMMANDE EN TEMPS MINIMAL ET A ENERGIE MINIMALE

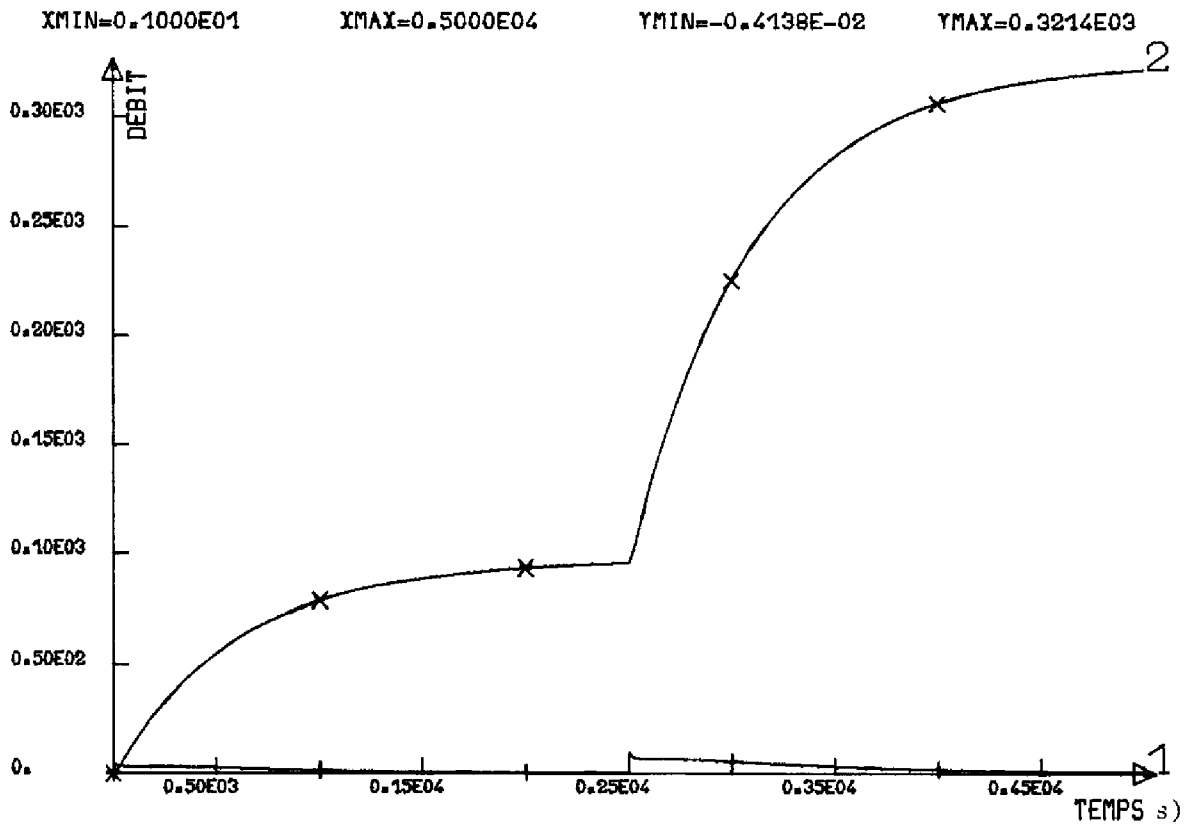
-

#### IV.1 INTRODUCTION

Lors de l'analyse de la boucle thermique conduite au chapitre I, nous avons remarqué que la réponse due au fuel pouvait être caractérisée par un terme de réponse instantanée plus un terme du deuxième ordre avec dérivée. C'est cette propriété que nous allons utiliser en faisant en sorte que la partie fuel joue un rôle de réajustement de la température entrée turbine vis à vis de la température  $T_{SCH}$ .



courbe 1 :  $T_{WS}$ ; courbe 2 :  $T_{TF}$ ; courbe 3 :  $T_{SCH}$ ; courbe 4 :  $T_{ET}$   
WS = - 150 et - 500 KW (a)



courbe 1 :  $Q_{BP} * 100$ ; courbe 3 :  $T_{SCH}$  (b)

Figure 27

Le "découplage" des deux boucles est intéressant par le fait que leurs dynamiques n'interfèrent pas; en outre les calculs analytiques deviennent très simples et la loi de commande que nous devons calculer est celle de la seule boucle basse pression.

Nous introduisons également une contrainte sur l'erreur entre la référence et la température de sortie chaudière  $T_{SCH}$ , ce qui met en évidence l'exploitation maximale de l'énergie solaire.

#### IV.3. FORMULATION DU PROBLEME [13]

Soient les équations d'état continues de la boucle basse pression, données en (II.2) :

$$(IV.1) \quad \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -1,785 \cdot 10^{-5} x_1 - 1,5536 \cdot 10^{-2} x_2 + 2,7 \cdot 10^{-5} U_1 \end{cases}$$

et l'équation d'observation

$$(IV.2) \quad y = x_1 + 200 x_2$$

le critère à minimiser est pris sous la forme :

$$(IV.3) \quad J = \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} (K + U_1^2) dt$$

ce critère traduit un compromis entre deux exigences, l'une de temps minimal, l'autre de fuite de débit basse pression minimale.

Nous introduisons une contrainte sur  $T_{SCH}$  telle que l'on puisse assurer à tout instant  $T_{SCH}$  (due à l'application de  $\Delta Q_{BP}$  et  $\Delta WS$ ) égale à la référence.

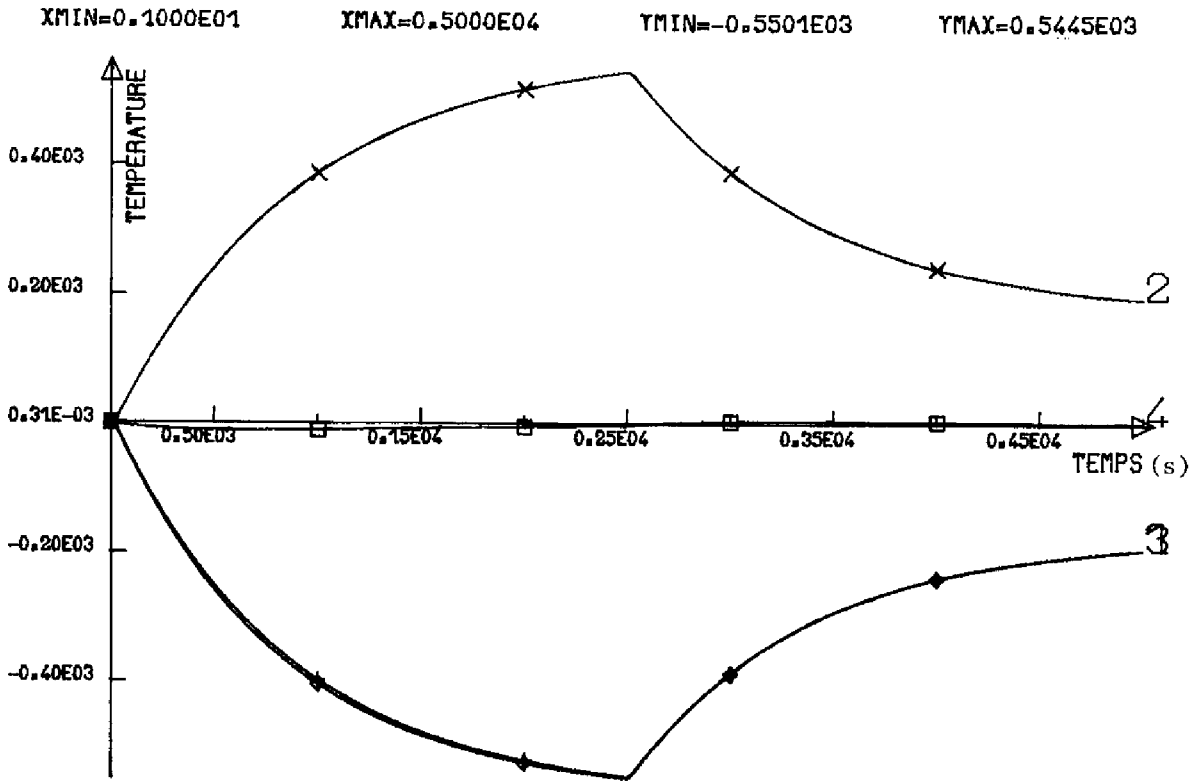
Soit :

$$(IV.4) \quad \text{Référence} - T_{SCH} = 0 \implies \text{Ref} - y - \Delta T_{WS} = 0.$$

La contrainte sur la commande débit basse pression est :

$$(IV.5) \quad 0 \leq U_1 \leq 1,123 \cdot K(\Delta Q_{BP}) \quad \text{avec} \quad U_1 = \Delta Q_{BP} \cdot K(\Delta Q_{BP})$$

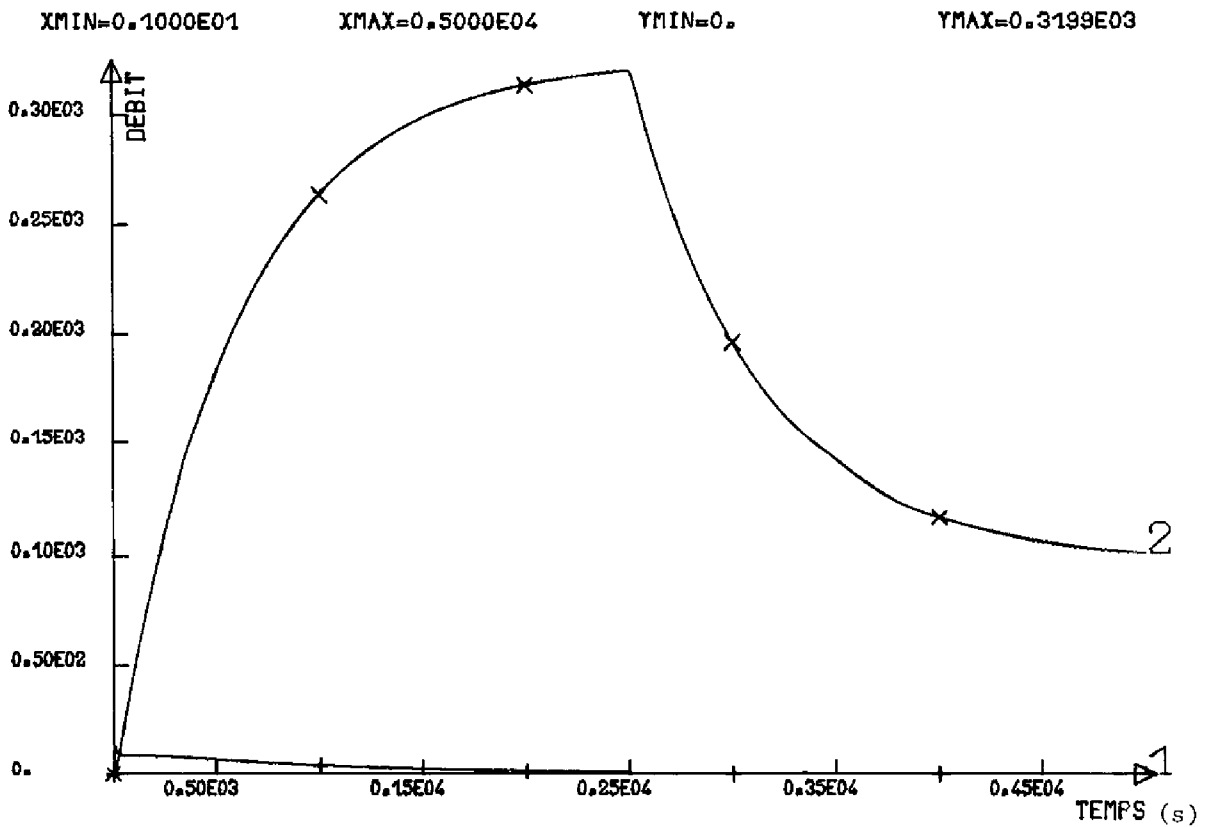
Dans (IV.4)  $\Delta T_{WS}$  est donnée par l'intégration des équations d'état continues suivantes :



courbe 1 :  $T_{WS}$ ; courbe 2 :  $T_{T_F}$ ; courbe 3 :  $T_{SCH}$ ; courbe 4 :  $T_{ET}$

WS = - 500 et - 150 KW

(a)



courbe 1 :  $Q_{BP} * 100$ ; courbe 2 :  $T_F$

(b)

Figure 29

IV.5 RESOLUTION

Les conditions précédentes une fois explicitées s'écrivent :

$$(IV.10) \quad \left\{ \begin{array}{l} \circ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \right. \begin{cases} x_1 = x_2 \\ x_2 = -1,78 \cdot 10^{-5} x_1 - 1,55 \cdot 10^{-2} x_2 + 2,7 \cdot 10^{-5} U_1 \\ P_1 = 1,785 \cdot 10^{-5} P_2 + \Delta \\ P_2 = -P_1 + 1,55 \cdot 10^{-2} P_2 + 200 \Delta \\ \text{Ref} - x_1 - 200 x_2 - \Delta T_{WS} = 0 \\ U_1 = -2,710^{-5} P_2(t) \end{cases}$$

IV.5.1. Introduction de la contrainte sur la commande

La contrainte sur la commande est non-symétrique.

$$U_1 \min \leq U_1 \leq U_1 \max$$

ainsi la solution s'exprime par :

$$U_1 = U_1 \max \text{ si } P_2 < 0$$

$$U_1 = U_1 \min \text{ si } P_2 > 0$$

$$U_1 = \text{indéterminée si } P_2 = 0$$

$$\text{Soit : } U_1 = \frac{U_1 \max + U_1 \min}{2} - \frac{U_1 \max - U_1 \min}{2} \text{ signe} \left\{ 2,7 \cdot 10^{-5} P_2(t) \right\}$$

Le problème transformé devient :

$$\text{avec } \frac{U_1 \max + U_1 \min}{2} = \alpha_1; \quad \frac{U_1 \max - U_1 \min}{2} = \alpha_2$$

$$(IV.11) \quad \left\{ \begin{array}{l} \circ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ \circ \end{array} \right. \begin{cases} x_1 = x_2 \\ x_2 = -1,78 \cdot 10^{-5} x_1 - 1,55 \cdot 10^{-2} x_2 + 2,7 \cdot 10^{-5} \left[ \alpha_1 - \alpha_2 \text{ signe} \left\{ 2,7 \cdot 10^{-5} P_2(t) \right\} \right] \\ P_1 = 1,78 \cdot 10^{-5} P_2 + \Delta \\ P_2 = -P_1 + 1,55 \cdot 10^{-2} P_2 + 200 \Delta \\ \text{Ref} - x_1 - 200 x_2 - \Delta T_{WS} = 0 \\ U_1 = \alpha_1 - \alpha_2 \text{ signe} \left\{ 2,7 \cdot 10^{-5} P_2(t) \right\} \end{cases}$$

Le principe de la méthode qui sera développée consiste à transférer un état initial  $\underline{x}(t_0)$  à l'état final  $\underline{x}(t_f)$  en un temps qui doit être le plus court possible. De ce fait, en réduisant le temps pendant lequel la vanne de fuite basse pression sera ouverte, on minimise l'énergie consommée dans la chambre de combustion; c'est dans cette optique que l'on peut parler de commande en temps minimal et à énergie minimale.

En procédant comme il vient d'être dit, nous pouvons considérer qu'il existe un "découplage" entre la commande du débit basse pression et la commande du fuel, puisque le fuel ne serait mis en service qu'en cas de manque énergétique sur  $T_{SCH}$ .

#### IV.2 SCHEMA DE PRINCIPE

Le schéma de Principe du système à commander est le suivant :

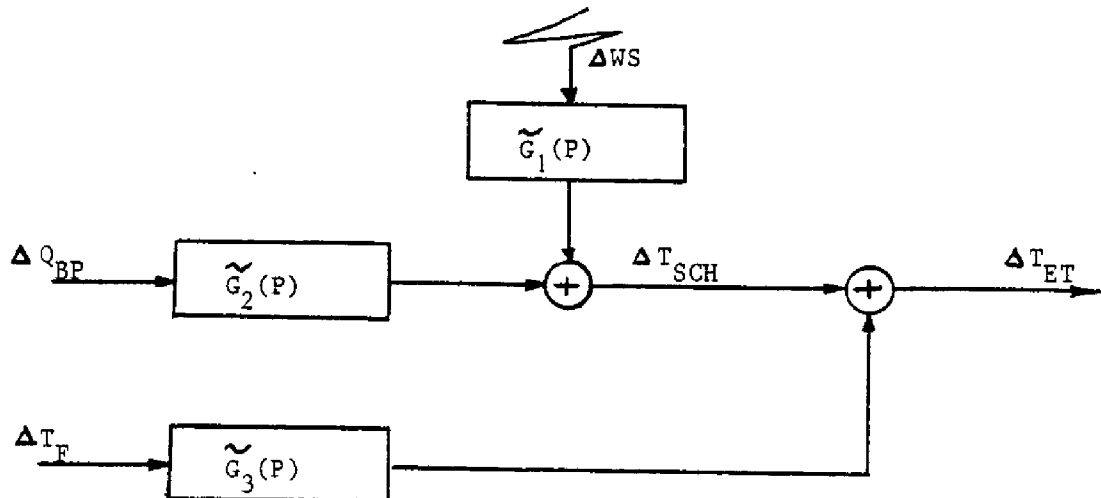


Figure 30

Dans cette méthode nous allons exploiter la boucle fuel, comme un simple apport en température à celle de la chaudière afin d'avoir une température entrée turbine constante. Ainsi la commande du système se réduit à la commande de la boucle basse pression en présence d'une perturbation qui vient affecter la sortie.

$$B_1 = -9,6154 \cdot 10^{-2} x_1(0) - 76,923 x_2(0) + 0,1458 \left[ \alpha_1 - \alpha_2 \operatorname{signe} \left\{ 2,7 \cdot 10^{-5} P_2(t) \right\} \right]$$

#### IV.6 INITIALISATION DU VECTEUR ADJOINT [13], [10]

Nous n'avons aucune condition qui nous permette de calculer ou de déduire la valeur initiale du vecteur adjoint  $\underline{P}(t)$ , puisque nous n'avons pas la connaissance de l'horizon " $t_f$ ". Pour contourner cette difficulté nous allons traiter le problème sans contraintes. Après quoi, nous allons essayer de trouver une relation explicite de l'état initial adjoint  $P_2(0)$  en fonction du vecteur d'état initial  $\underline{x}(0)$  et de l'horizon d'optimisation " $t_f$ ".

Cette relation nous donnera la possibilité de trouver, pour un vecteur d'état initial  $\underline{x}(0)$  fixé, l'intervalle où le critère "J" est voisin du minimum, ce qui nous permettra de fixer l'horizon d'optimisation " $t_f$ "; ainsi on pourra déduire la valeur initiale de l'état adjoint  $P_2(0)$

##### IV.6.1. Solution du problème sans contraintes

A partir des équations (IV.10) où on fait  $\lambda = 0$ , il vient :

$$(IV.15) \quad \left\{ \begin{array}{l} P_2(t) = P_2(0) \left[ 1,0962 e^{1,25 \cdot 10^{-3} t} - 9,6158 \cdot 10^{-2} e^{1,425 \cdot 10^{-3} t} \right] \\ P_1(t) = P_1(0) + 8,910 \cdot 10^{-6} P_2^2(t) \\ U_1(t) = -2,7 \cdot 10^{-5} P_2(0) \left[ 1,0962 e^{1,25 \cdot 10^{-3} t} - 9,6158 \cdot 10^{-2} e^{1,425 \cdot 10^{-3} t} \right] \\ x_2(t) = A_2 e^{-1,25 \cdot 10^{-3} t} + B_2 e^{-1,425 \cdot 10^{-2} t} + C_2 e^{1,425 \cdot 10^{-2} t} + D_2 e^{1,25 \cdot 10^{-3} t} \\ x_2(t) = -1,25 \cdot 10^{-3} A_2 e^{-1,25 \cdot 10^{-3} t} - 1,425 \cdot 10^{-2} B_2 e^{-1,425 \cdot 10^{-2} t} + \\ \quad + 1,425 \cdot 10^{-2} C_2 e^{1,425 \cdot 10^{-2} t} + 1,25 \cdot 10^{-3} D_2 e^{1,25 \cdot 10^{-3} t} \end{array} \right.$$

avec :

$$A_2 = 1,096 x_1(0) + 76,925 x_2(0) + 8,98 \cdot 10^{-1} P_2(0)$$

$$B_2 = - \left[ 0,6154 x_1(0) + 76,925 x_2(0) + 1,399 \cdot 10^{-1} P_2(0) \right]$$

$$C_2 = 5,8774 \cdot 10^{-3} P_2(0)$$

$$D_2 = - 7,64 \cdot 10^{-1} P_2(0)$$

$$(IV.6) \quad \begin{cases} \overset{\circ}{x}_3 = x_4 \\ \overset{\circ}{x}_4 = -7,843 \cdot 10^{-5} x_3 - 6,784 \cdot 10^{-2} x_4 + 9,0745 \cdot 10^{-5} \Delta_{WS} \end{cases}$$

$$\Delta_{WS}^T = x_3$$

La boucle fuel est décrite par les équations récurrentes :

$$(IV.7) \quad \begin{cases} T_1(k+1) = 1,9855794 T_1(k) + T_2(k) + 2,83718 \cdot 10^{-3} \tilde{K} \Delta_{T_F} \\ T_2(k+1) = -0,98559495 T_1(k) - 2,8261510^{-3} \tilde{K} \Delta_{T_F} \\ \Delta T(k) = T_1(k) + \tilde{K} \Delta_{T_F} \quad \text{avec } \tilde{K} = 1,043703 \end{cases}$$

#### IV.4 CONDITIONS D'OPTIMALITE [10], [11], [12]

L'hamiltonien du système est :

$$(IV.8) \quad \mathcal{H} = \frac{1}{2} (K + U_1^2) + P_1 x_2 + P_2 \left[ -1,785 \cdot 10^{-5} x_1 - 1,55 \cdot 10^{-2} x_2 + 2,7 \cdot 10^{-5} u_1 \right]$$

$$+ \lambda \left[ \text{Ref} - x_1 - 200 x_2 - \Delta_{T_{WS}} \right]$$

Nous avons introduit un vecteur adjoint  $P = (P_1, P_2)^T$  pour le système d'état, et une variable duale  $\lambda$  pour la contrainte égalité.

Nous résumons les conditions nécessaires d'optimalité :

$$(IV.9) \quad \begin{cases} H(\underline{x}, \underline{U}, \underline{P}, \lambda) = \text{constant sur la trajectoire optimale} \\ \frac{\partial H}{\partial \underline{U}} = H_{\underline{U}} = 0 \\ \frac{\partial H}{\partial \underline{P}} = \overset{\circ}{\underline{x}} \\ \frac{dH}{d\underline{x}} = -\overset{\circ}{\underline{P}} \quad \underline{P} : \text{solution d'une équation différentielle continue en } (t) \\ \frac{\partial H}{\partial \lambda} = 0 \end{cases}$$



$$\alpha_{10}(t_f) = -1,425 \cdot 10^{-2} \alpha_4(t_f)$$

$$\alpha_{11}(t_f) = 8,3753 \cdot 10^{-5} e^{1,425 \cdot 10^{-2} t_f}$$

$$\alpha_{12}(t_f) = -9,55 \cdot 10^{-4} e^{1,25 \cdot 10^{-3} t_f}$$

Remarque : la commande  $U_1(t)$  n'est pas fonction de  $P_1(t)$

#### IV.6.2. Intégration du critère

Soit le critère précédemment choisi (IV.3)

$$J = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} [K + U_1^2(t)] dt$$

$$\text{où } U_1(t) = 2,7 \cdot 10^{-5} P_2(0) \left[ 1,0962 e^{1,25 \cdot 10^{-3} t} - 9,6158 \cdot 10^{-2} e^{1,425 \cdot 10^{-2} t} \right]$$

$$\text{Posons : } \beta_1 = -2,95974 \cdot 10^{-5} \pi_2$$

$$\beta_2 = 2,5962 \cdot 10^{-4} \pi_2$$

En intégrant le critère de zéro à " $t_f$ " on obtient avec :

$$U_1^2 = \beta_1^2 e^{2,5 \cdot 10^{-3} t} + \beta_2^2 e^{2,85 \cdot 10^{-2} t} + 2\beta_1\beta_2 e^{3,225 \cdot 10^{-2} t}$$

d'où

$$J = \frac{1}{2} K t_f + \frac{1}{2} \left[ \frac{\beta_1^2}{2,510^{-3}} e^{2,5 \cdot 10^{-3} t_f} + \frac{\beta_2^2}{2,8510^{-2}} e^{2,85 \cdot 10^{-2} t_f} + \frac{2\beta_1\beta_2}{3,225 \cdot 10^{-2}} e^{3,225 \cdot 10^{-2} t_f} \right] - \frac{1}{2} \left[ \frac{\beta_1^2}{2,510^{-3}} + \frac{\beta_2^2}{2,85 \cdot 10^{-2}} + \frac{2\beta_1\beta_2}{3,225 \cdot 10^{-2}} \right]$$

En remplaçant  $\beta_1$  et  $\beta_2$  par leur valeur il vient :

$$J = \frac{1}{2} K t_f + 1,74 \cdot 10^{-7} \pi_2^2 e^{2,5 \cdot 10^{-3} t_f} + 1,1825 \cdot 10^{-6} \pi_2^2 e^{2,85 \cdot 10^{-2} t_f} - 2,3827 \cdot 10^{-7} e^{3,225 \cdot 10^{-2} t_f} - \left[ 1,74 \cdot 10^{-7} \pi_2^2 + 1,1825 \cdot 10^{-6} \pi_2^2 - 2,3827 \cdot 10^{-7} \pi_2^2 \right]$$

Notre objectif consiste à déterminer la commande qui transfère le système de l'état  $\underline{x}(t_0) = \underline{x}(0)$  à l'état  $\underline{x}(t_f) = 0$  en un temps  $t_f \in [t_0, t_f]$  qui soit le plus court possible.

Ainsi en remplaçant "t" par "t<sub>f</sub>" dans les équations (IV.15) et en posant  $\underline{x}_1 = x_1(0)$ ,  $\underline{x}_2 = x_2(0)$ ,  $x_1(t_f) = 0$ ,  $x_2(t_f) = 0$  et  $P_2(0) = \Pi_2$  nous obtenons l'expression de  $P_2(0)$  qui n'est fonction que de  $\underline{x}(0)$  et "t<sub>f</sub>" soit :

$$(IV.16) \quad P_2(0) = \Pi_2(\underline{x}(0), t_f) = - \frac{\alpha_1}{\alpha_2 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6}$$

tirée à partir de l'équation :

$$\alpha_1 + \alpha_2 \Pi_2 + \alpha_3 + \alpha_4 \Pi_2 + \alpha_5 \Pi_2 + \alpha_6 \Pi_2 = 0$$

où les coefficients  $\alpha_i$  sont obtenus en posant :

- dans  $x_1(t_f)$

$$\alpha_1(\underline{x}_1, \underline{x}_2, t_f) = (1,0962 \underline{x}_1 + 76,925 \underline{x}_2) e^{-1,25 \cdot 10^{-3} t_f}$$

$$\alpha_2(t_f) = 8,98 \cdot 10^{-1} e^{1,25 \cdot 10^{-3} t_f}$$

$$\alpha_3(\underline{x}_1, \underline{x}_2, t_f) = - (76,923 \underline{x}_2 + 9,6154 \cdot 10^{-2} \underline{x}_1) e^{-1,425 \cdot 10^{-2} t_f}$$

$$\alpha_4(t_f) = - 1,3992 \cdot 10^{-1} e^{-1,425 \cdot 10^{-2} t_f}$$

$$\alpha_5(t_f) = 5,874 \cdot 10^{-3} e^{1,425 \cdot 10^{-2} t_f}$$

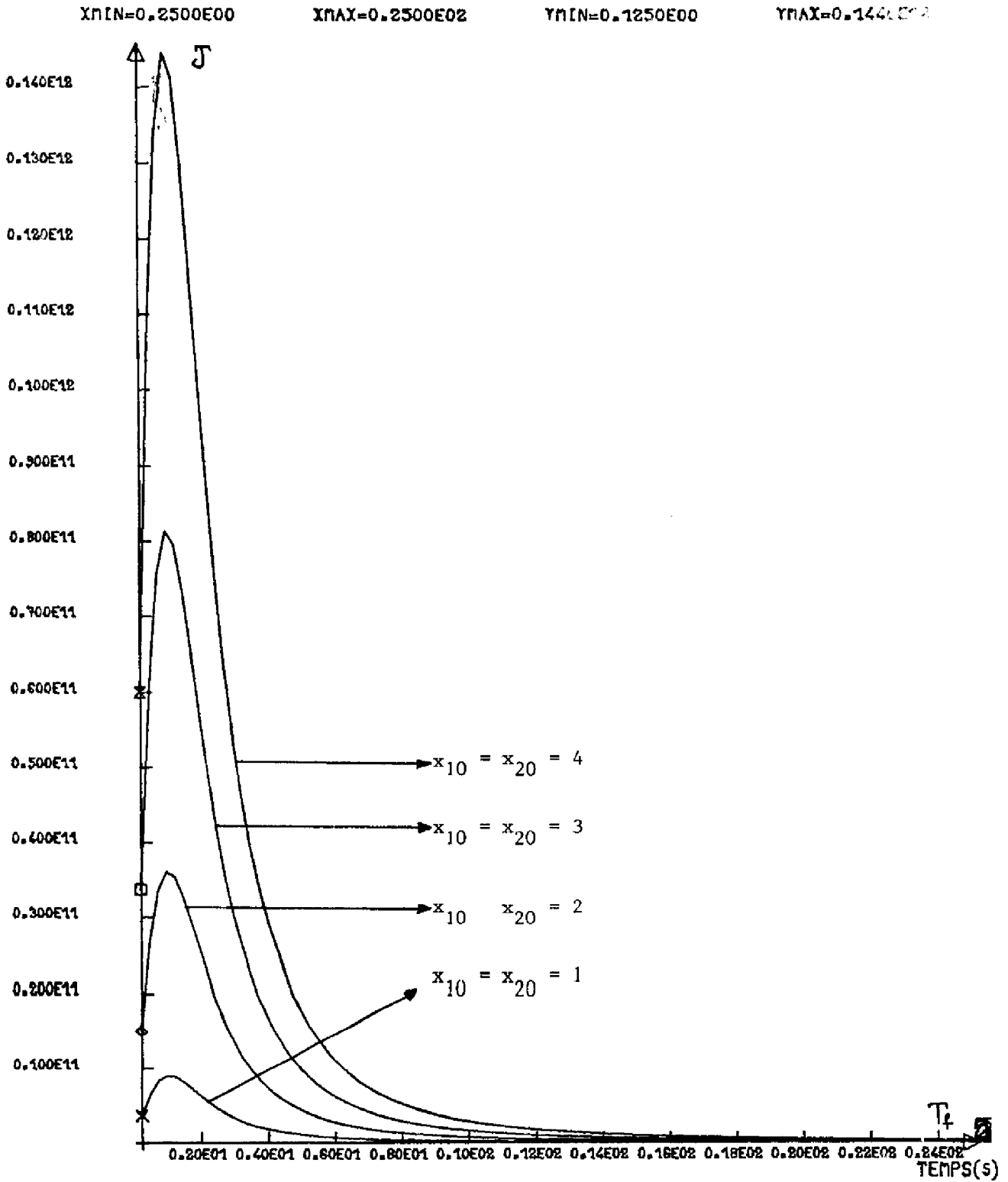
$$\alpha_6(t_f) = - 7,64 \cdot 10^{-1} e^{1,25 \cdot 10^{-3} t_f}$$

- dans  $x_2(t_f)$

$$\alpha_7(\underline{x}_1, \underline{x}_2, t_f) = - 1,25 \cdot 10^{-3} \alpha_1(\underline{x}_1, \underline{x}_2, t_f)$$

$$\alpha_8(t_f) = - 1,25 \cdot 10^{-3} \alpha_2(t_f)$$

$$\alpha_9(\underline{x}_1, \underline{x}_2, t_f) = - 1,425 \cdot 10^{-2} \alpha_3(\underline{x}_1, \underline{x}_2, t_f)$$



Influence de  $T_f$  sur le critère J

Figure 31

Posons aussi :

$$\gamma_1 = 1,74 \cdot 10^{-7} e^{2,5 \cdot 10^{-3} t_f}$$

$$\gamma_2 = 1,1825 \cdot 10^{-6} e^{2,85 \cdot 10^{-2} t_f}$$

$$\gamma_3 = 2,3827 \cdot 10^{-7} e^{3,285 \cdot 10^{-2} t_f}$$

$$\gamma_4 = 1,1182 \cdot 10^{-6}$$

avec ces notations, J admet la forme suivante :

$$(IV.17) \quad J = \frac{1}{2} K t_f + \Pi_2^2 [\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 - \gamma_4]$$

En remplaçant  $\Pi_2$  par sa valeur (IV.16) dans l'équation précédente nous aurons :

$$(IV.18) \quad J = \frac{1}{2} K t_f + \frac{\alpha_1^2}{(\alpha_2 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6)^2} [\gamma_1 + \gamma_2 - \gamma_3 - \gamma_4]$$

Nous remarquons que le critère J est une fonction qui ne dépend que des conditions initiales sur les équations d'état  $\underline{x}(0)$  et de l'horizon d'optimisation " $t_f$ ", soit :

$$J = f(t_f, \overset{+}{x}_1, \overset{+}{x}_2) = f(t_f, x_1(0), x_2(0))$$

#### IV.6.3. Choix de l'horizon d'optimisation : $t_f$

Si on connaît le temps  $t_f$  pour lequel le critère J est minimum on peut déduire la valeur  $P_2(0)$  de l'état adjoint par la relation (IV.16). Pour ce faire nous étudions l'influence de l'horizon d'optimisation " $t_f$ " sur la fonction J (IV.18) pour différents couples  $(x_1(0), x_2(0))$  de conditions initiales sur les équations d'état figure (3!).

On constate que  $t_f$  assurant le minimum de J se situe à  $t_f = \infty$ , ce qui est normal étant donné la formulation linéaire, mais ceci est incom-

Phase 8 : Si  $\mathcal{E} > 0$  faire  $\mathcal{A} < 0$  et aller en phase 3  
 Si  $\mathcal{E} < 0$  faire  $\mathcal{A} > 0$  et aller en phase 3  
 Si  $\mathcal{E} = 0$  faire  $\mathcal{A} = 0$  et aller en phase 3

Il faut maintenant déterminer la commande fuel  $U_2(k)$  permettant de compenser l'écart  $\text{Réf} - T_{\text{SCH}} = \Delta T(k)$

Phase 9 : calculer  $\Delta T(k) = \text{Réf} - T_{\text{SCH}}(k)$

Phase 10 : calculer la commande  $U_2(k)$  nécessaire à partir des équations (IV.7)

$$\underline{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}_2 \underline{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}_2 U_2(k)$$

$$\Delta T(k) = T_1(k) + \tilde{\mathbf{K}} U_2(k)$$

IV.7.2. Organigramme

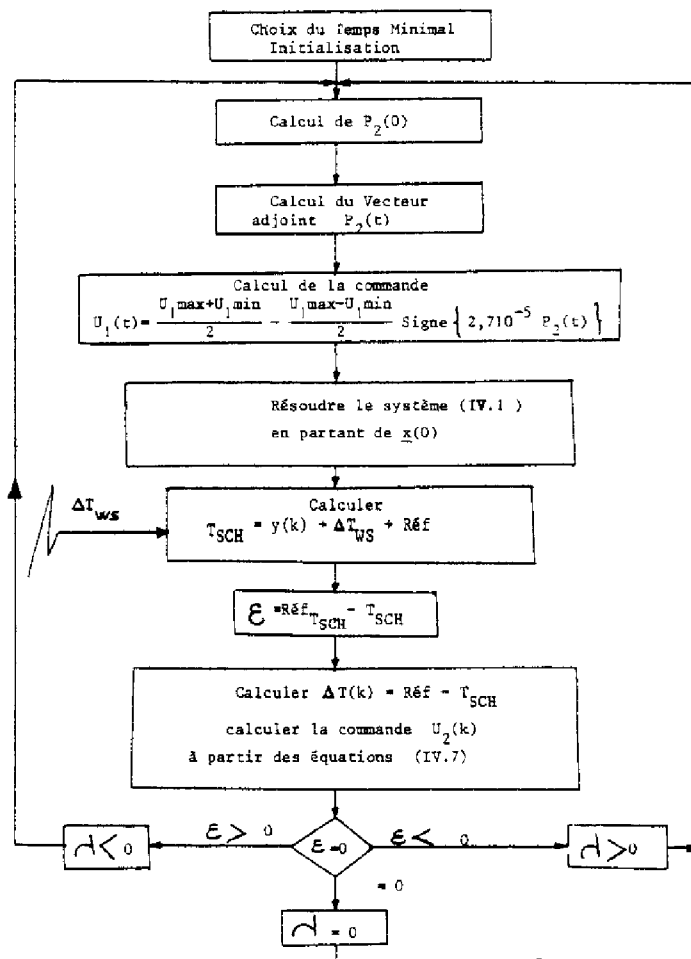


Figure 32

patible avec la notion de temps minimal. En pratique nous allons choisir un  $t_f$  le plus petit possible tel que  $J$  soit très peu sensible aux conditions initiales; plus précisément une valeur de  $t_f$  telle que  $J$  atteigne au plus quelques pour cent de sa valeur minimale, à conditions initiales identiques.

Une fois  $t_f$  fixé, pour un couple  $(x_1(0), x_2(0))$  de conditions initiales, par la relation (IV.16), on calcule la condition initiale  $P_2(0)$  de l'état adjoint  $P_2(t)$ . Nous avons choisi, pour traiter le problème,  $t_f = 10s$ ;  $K = 1$ .

Nous remarquons que l'exploitation de cette méthode pour initialiser le vecteur adjoint, nous évite les procédures itératives qui permettent de calculer  $P_2(0)$ .

En effet, la résolution du problème de la commande en temps minimal à l'aide des méthodes itératives se heurte à de nombreuses difficultés dues à l'absence d'information sur l'état initial du vecteur adjoint. Ce type de résolution nécessite en outre un temps de calcul important dû au test de positivité du produit scalaire  $\langle \underline{x}(0), \underline{P}(0) \rangle \gg 0$ .

#### IV.7 ALGORITHME DE COMMANDE

##### IV.7.1. Principe

Prenant en compte ce qui a été dit précédemment, le problème posé peut être résolu en utilisant l'algorithme suivant :

Phase 1 : choix de  $T_f$  et initialisation;

Phase 2 : calcul de l'état adjoint initial  $P_2(0) = \Pi_2$

Phase 3 : calcul du vecteur adjoint  $P_2(t)$

Phase 4 : calcul de la commande  $U_1(t)$

$$U_1(t) = \frac{U_{1,max} + U_{1,min}}{2} - \frac{U_{1,max} - U_{1,min}}{2} \text{ Signe} \left\{ 2,7 \cdot 10^{-5} P_2(t) \right\}$$

Phase 5 : résoudre le système (IV-1) en partant de  $\underline{x}(0)$  et en utilisant la commande calculée en phase 4;

Phase 6 : calculer  $T_{SCH} = y(k) + \Delta T_{WS} + \text{Réf.}$

Phase 7 : calculer l'erreur  $\mathcal{E} = \text{Réf}_{T_{SCH}} - T_{SCH}$  où  $\text{Réf}_{T_{SCH}} = \text{Réf} - 70 \cdot 1,78$ ;  
 $\text{Réf} = 820 \text{ } ^\circ\text{C.}$

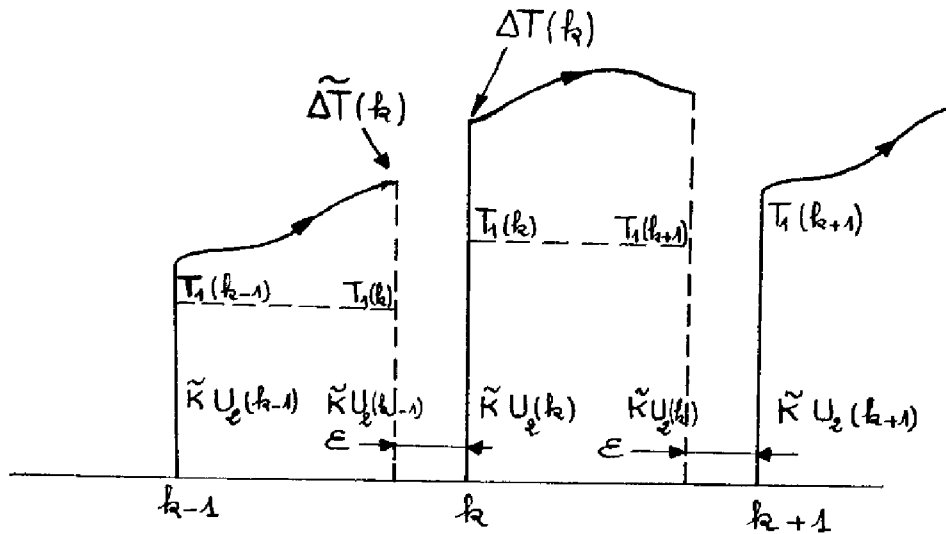


Figure 33

1ère approche : A l'instant  $k$  où l'on évalue  $\Delta T(k)$  et on calcule  $U_2(k)$  par  $\Delta T(k) = T_1(k) + \tilde{K} U_2(k)$ .

Dans cette expression,  $T_1(k)$  est déduit de :

$$T_1(k) = -\tilde{a}_1 T_1(k-1) + T_2(k-1) + \mu_1 U_2(k-1)$$

$$T_2(k) = -\tilde{a}_2 T_2(k-1) + \mu_2 U_2(k-1)$$

on remarque que de cette façon, on aura la compensation demandée à l'instant  $k$  mais pas dans l'intervalle suivant. De plus l'acquisition de  $\Delta T(k)$  et le calcul de  $U_2(k)$  devront être réalisés au même moment, ce qui est difficile.

2ème approche : on va calculer  $U_2(k)$  de sorte que l'on atteigne la compensation en fin d'intervalle  $(k+1 - \epsilon)$ ; soit que l'on ait :

$$\tilde{\Delta T}(k+1) = \Delta T(k)$$

Dans ce cas on écrit la sortie (2) comme suit :

$$(3) \quad \tilde{\Delta T}(k+1) = T_1(k+1) + \tilde{K} U_2(k)$$

Avec l'expression (1) :

$$T_1(k+1) = \beta + \mu_1 U_2(k), \quad \beta = -\tilde{a}_1 T_1(k) + T_2(k)$$

puisque :  $T_1(k)$  et  $T_2(k)$  sont connus. En portant dans (3)

IV.7.3. Remarques concernant l'algorithme :

a) Choix du paramètre  $\mathcal{A}$ : A la phase  $\mathcal{F}$  nous avons  $\mathcal{E} = \text{Réf}_{T_{SCH}}^{-T} - T_{SCH}$ ;

cette erreur va conditionner le choix de  $\mathcal{A}$  comme indiqué ci-après :

- Si  $\mathcal{E} > 0$ , cela indique que l'on doit fermer davantage la vanne de commande de la fuite basse pression. Pour ce faire il faut que :

$\text{Signe}\{2,710^{-5} P_2(t)\} > 0$ ; or d'après la relation :

$$P_2(t) = A e^{1,425 \cdot 10^{-2} t} + B e^{1,25 \cdot 10^{-3} t} - 5,6022 \cdot 10^4 \mathcal{A}$$

avec

$$\begin{cases} A = 5,386 \cdot 10^3 \mathcal{A} - 9,614 \cdot 10^{-2} P_2(0) \\ B = -6,14 \cdot 10^4 \mathcal{A} + 1,096 P_2(0) \end{cases}$$

on doit imposer  $\mathcal{A} < 0$ .

- Si  $\mathcal{E} < 0$ , il y a excès d'énergie solaire; cette situation nécessite l'ouverture de la vanne, d'où  $\text{signe}\{2,7 \cdot 10^{-5} P_2(t)\} < 0$ . Pour assurer cela on impose  $\mathcal{A} > 0$ .

- Si  $\mathcal{E} = 0$  la contrainte est vérifiée et  $\mathcal{A} = 0$

b) Calcul de l'appoint fuel nécessaire

Le problème consiste à déterminer la commande  $U_2(k)$  qui permet d'obtenir l'appoint  $\Delta T(k)$  nécessaire.

Soit le modèle fuel obtenu en III.4.4. écrit sous la forme suivante :

$$(1) \quad \begin{cases} T_1(k+1) = -\tilde{a}_1 T_1(k) + T_2(k) + \mu_1 U_2(k) \\ T_2(k+1) = -\tilde{a}_2 T_2(k) + \mu_2 U_2(k) \end{cases}$$

$$(2) \quad \begin{cases} \Delta T(k) = T_1(k) + \tilde{K} U_2(k) \end{cases}$$

A partir de ce modèle deux approches sont possibles, la première utilisable en simulation, la deuxième convenant mieux à la commande réelle. Pour les faire apparaître considérons la représentation de la sortie  $\Delta T(K)$  suivante :



IV.8.2. Perturbation sur WS de - 50 KW (figure 34)

On remarquera que, malgré la baisse de l'ensoleillement, la fuite basse pression fonctionne. En fait cela est normal puisque la chute de température induite par  $\Delta WS$  est telle que la température  $T_{SCH}$  est toujours supérieure à la consigne de 696 °C. Il faut atteindre un  $\Delta WS$  de l'ordre de 100 KW pour que la vanne de fuite soit fermée de façon permanente.

IV.8.3. Perturbation de WS de - 150 KW et - 500 KW (figures 35 - 36)

La remarque précédente s'applique puisque on constate que lorsque la chute de température due à  $\Delta WS$  est suffisante la vanne de fuite se maintient fermée. Quand au  $\Delta T_F$  on constate qu'il poursuit la décroissance de  $T_{SCH}$ , une fois la fuite basse pression fermée.

IV.8.4. Passage nuageux de 3 mn et 10 mn (figure 37 - 38)

Le fuel fonctionne seul lorsque  $T_{SCH}$  atteint la référence; lorsque l'ensoleillement revient au niveau nominal, le  $\Delta T_F$  tend vers son seuil de 70°C. La température entrée turbine se maintient à 820°C.

IV.8.5. Changement de consigne sur  $T_{ET}$  (figures 39 - 40 - 41)

Ces changements apparaissent lorsqu'on prévoit de fonctionner à puissance inférieure à la puissance nominale; la consigne sur  $T_{ET}$  sera donc inférieure à 820°C.

Les essais en simulation sont effectués pour un ensoleillement nominal (500 KW) et pour un ensoleillement supérieur (500 + 150 KW) et inférieur (500 - 150 KW). On notera que la température entrée turbine  $T_{ET}$  suit bien ces changements de consigne; par ailleurs on peut remarquer le fonctionnement fréquent de la vanne de fuite pour évacuer l'excès énergétique.

$$(4) \quad \Delta \tilde{T}(k+1) = \beta + \mu_1 U_2(k) + \tilde{K} U_2(k) = \beta + \gamma U_2(k) \quad \gamma = \mu_1 + \tilde{K}$$

d'où la commande

$$U_2(k) = \frac{\Delta \tilde{T}(k+1) - \beta}{\gamma}$$

De cette manière la compensation est acquise en fin d'intervalle.

#### IV.8 RESULTATS DE SIMULATION

Etant donné le découplage existant entre la boucle fuite basse pression et la boucle fuel il convient de fixer la consigne de la première boucle de sorte que le débit fuel minimum soit assuré. En statique un  $\Delta T_F = 70^\circ\text{C}$  implique un  $\Delta T_{TF}$  en entrée turbine de  $1,78 * 70 = 124,6^\circ\text{C}$ ; nous devons donc imposer une consigne sur la boucle débit basse pression égale à  $820 - 124,6 = 695,4^\circ\text{C}$ .

Notons que puisqu'un  $\Delta T_F = 70^\circ\text{C}$  permanent produit une variation de la température entrée turbine  $\simeq 124^\circ$ , il s'ensuit que l'énergie correspondante représente, dans tous les cas d'ensoleillement environ 40% de la puissance utile, ce qui serait parfaitement inadmissible en pratique.

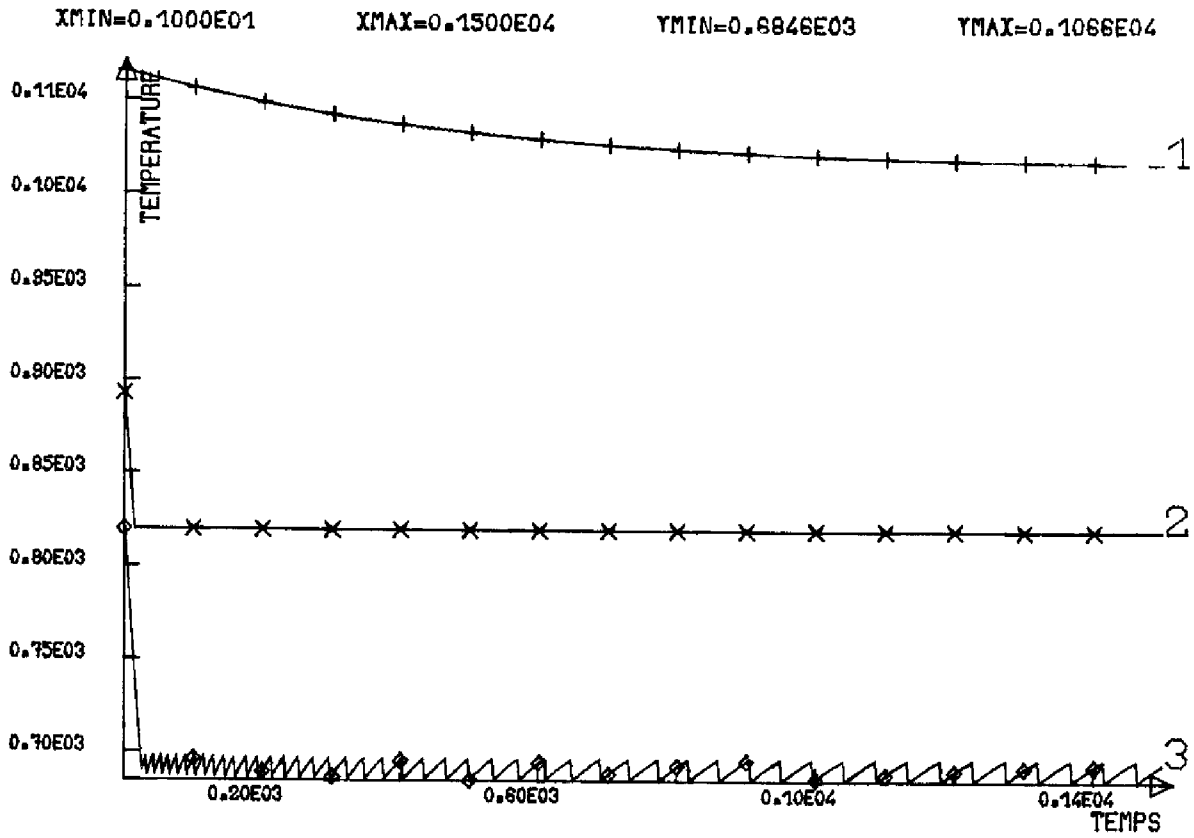
Signalons que pour ces essais en simulation la deuxième boucle (fuel) fonctionne en boucle ouverte.

##### IV.8.1. Perturbation sur WS de + 50 KW (figure 33)

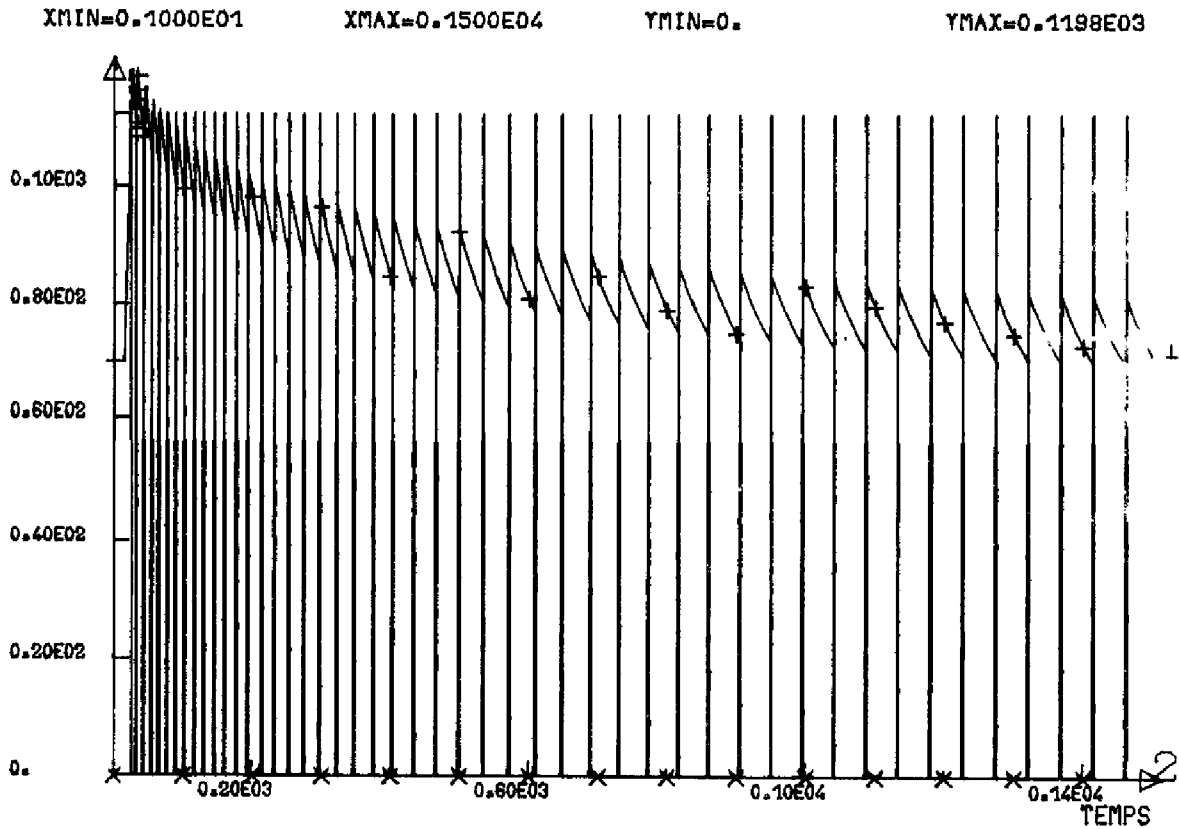
La figure montre l'établissement rapide (environ 20 s) de la température entrée turbine à  $820^\circ\text{C}$ ; de même on observe que  $T_{SCH}$  atteint sa consigne ( $695^\circ\text{C}$ ) dans le même temps; par la suite ces températures sont constantes.

On notera :

- le fonctionnement en tout ou rien de la vanne de fuite.
- la consommation fuel qui tend vers le seuil minimum de  $70^\circ\text{C}$ .

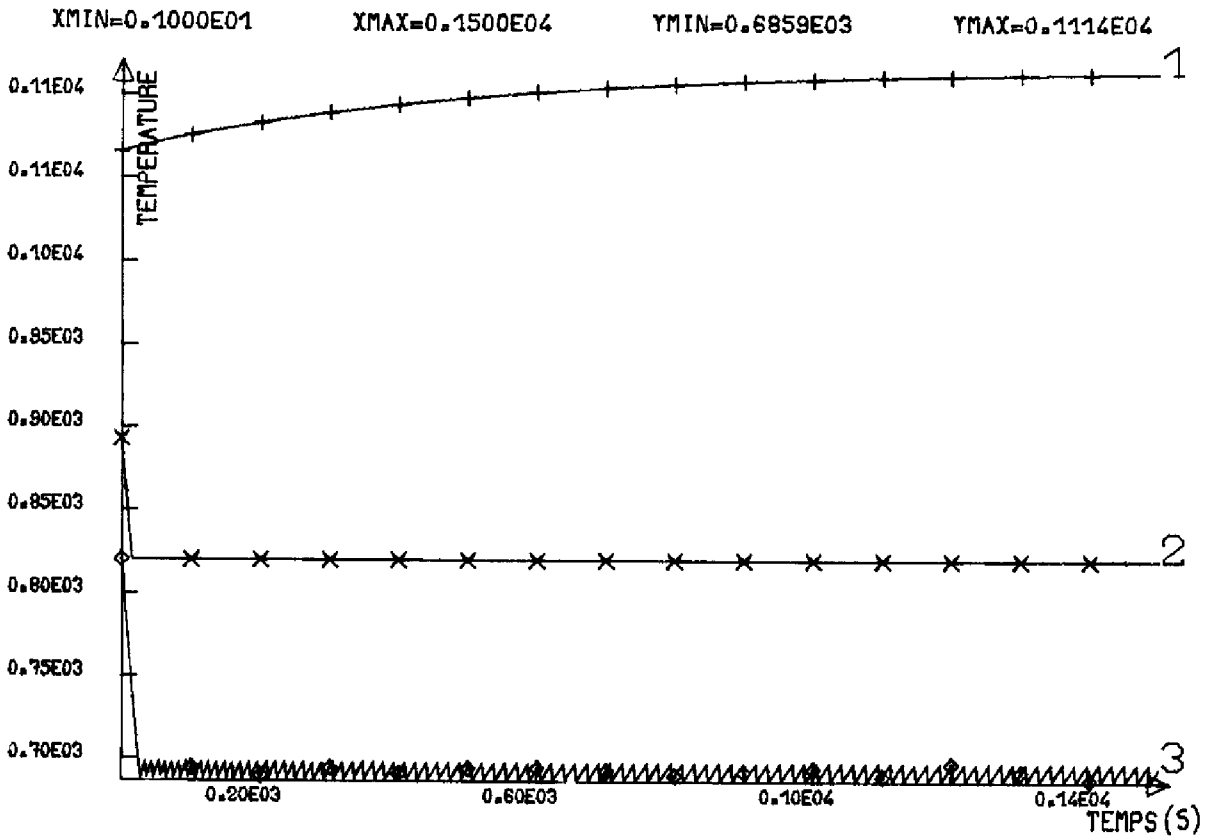


Courbe 1 :  $T_M$ ; courbe 2 :  $T_{ET}$ ; courbe 3 :  $T_{SCH}$ ;      WS = - 50 KW      (a)

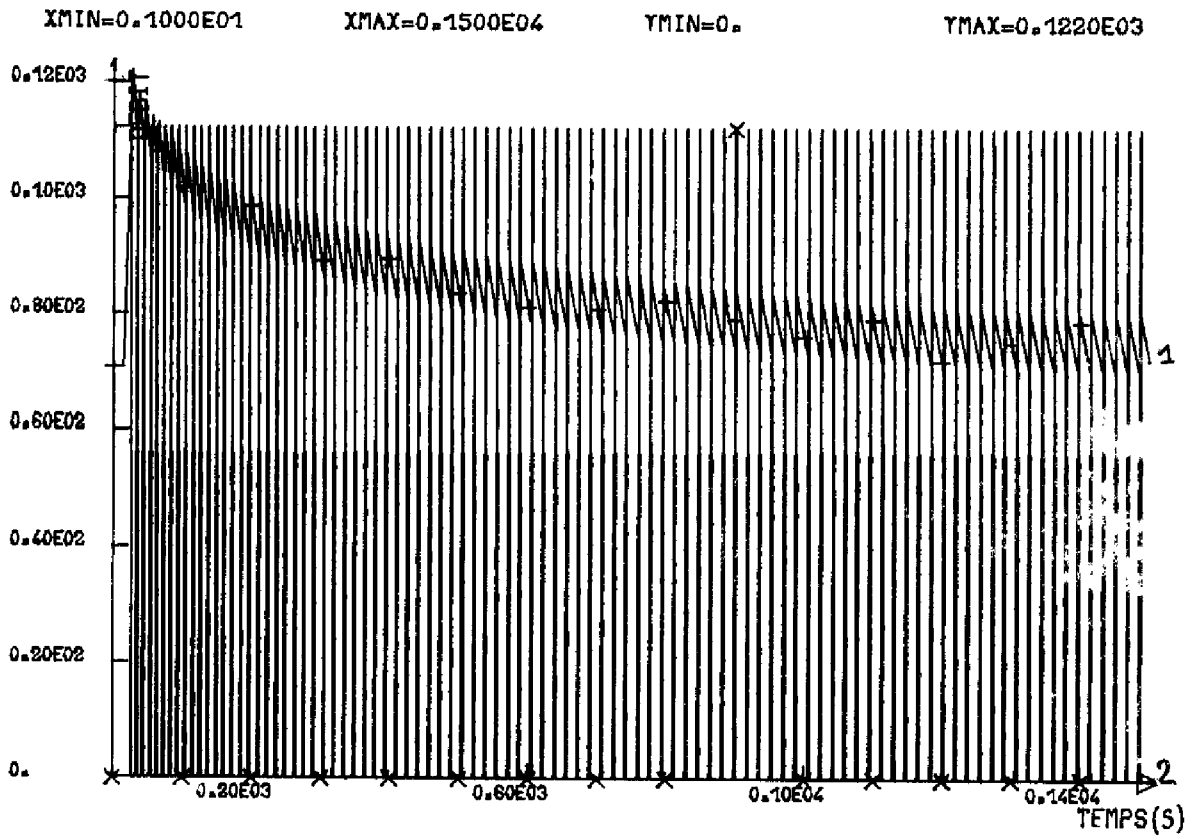


Courbe 1 :  $\Delta T_F$ ; courbe 2 :  $\Delta Q_{BP} * 100$       (b)

Figure 34



Courbe 1 :  $T_M$ ; courbe 2 :  $T_{ET}$ ; courbe 3 :  $T_{SCH}$ ; WS = + 50 KW (a)



Courbe 1 :  $\Delta T_F$ ; courbe 2 :  $\Delta Q_{BF} \cdot 100$  (b)

Figure 33

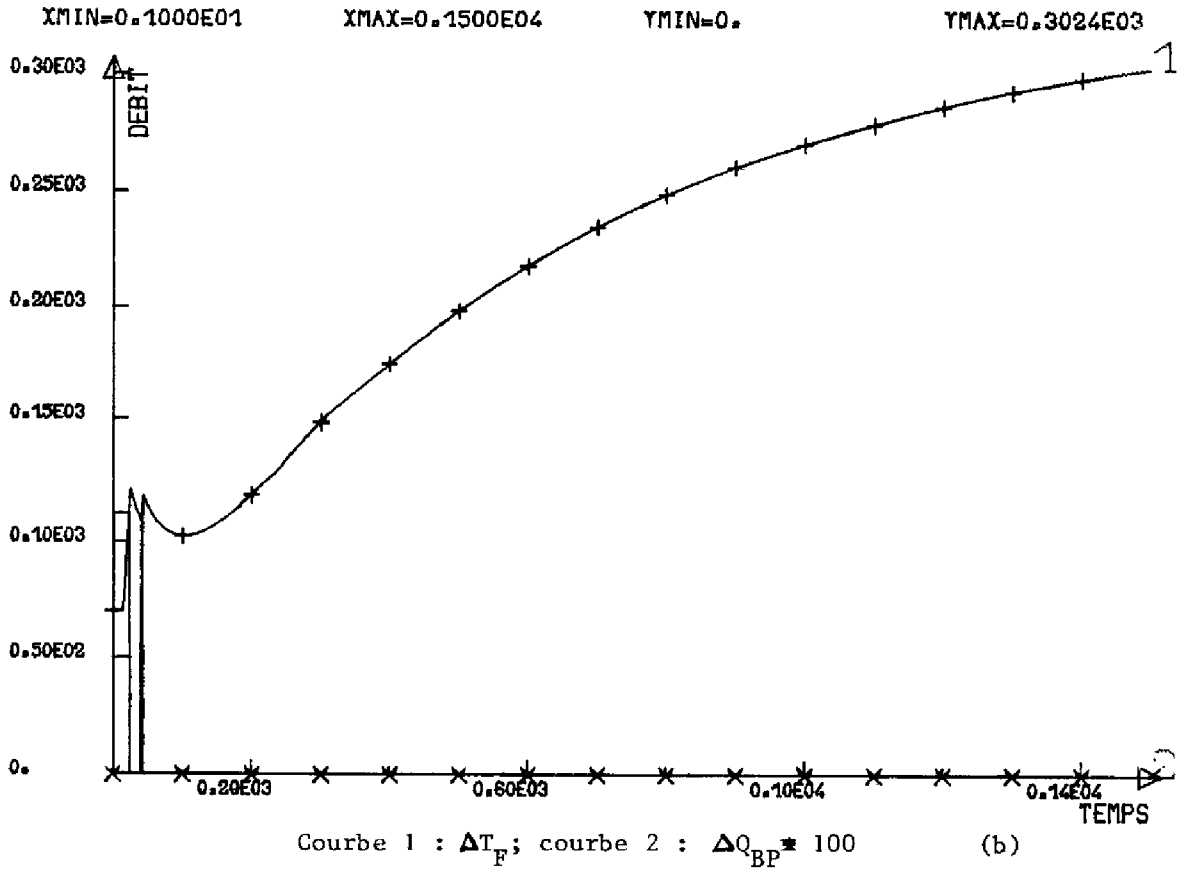
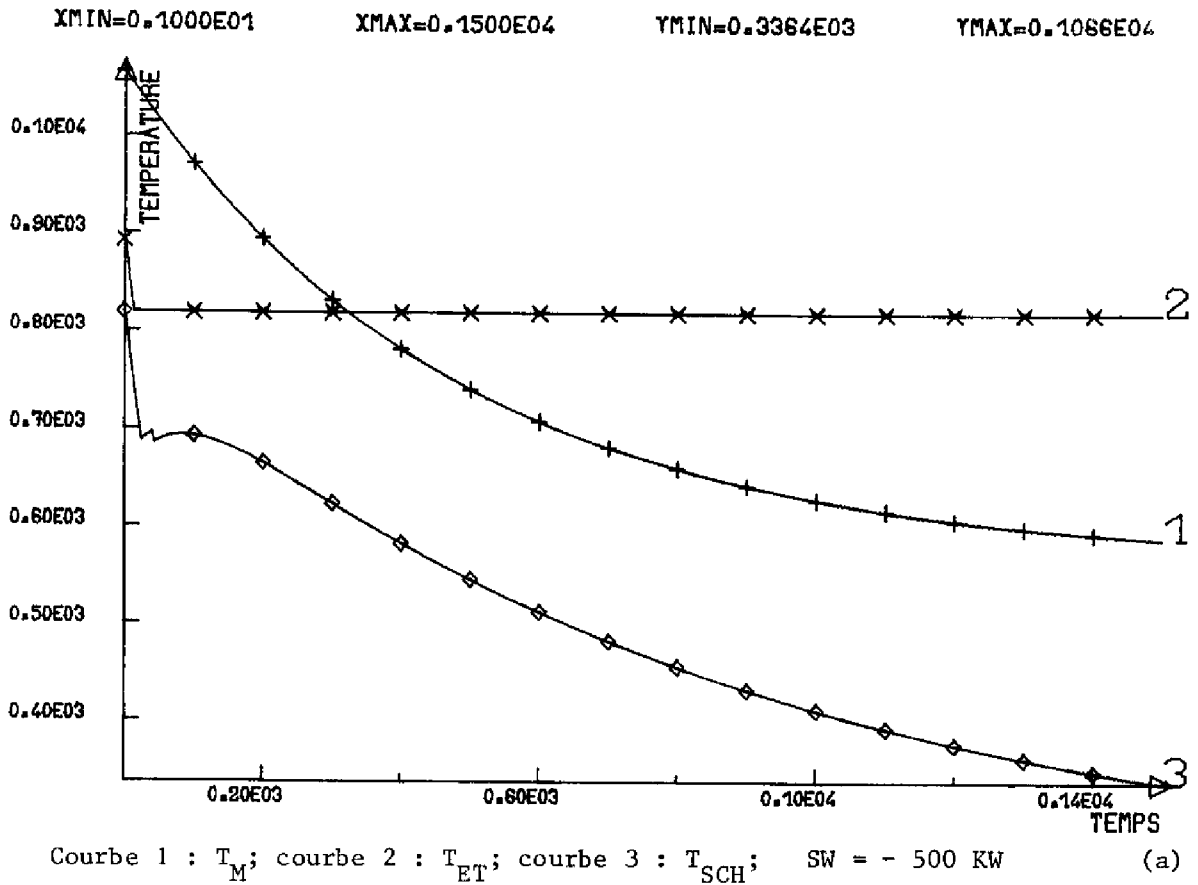
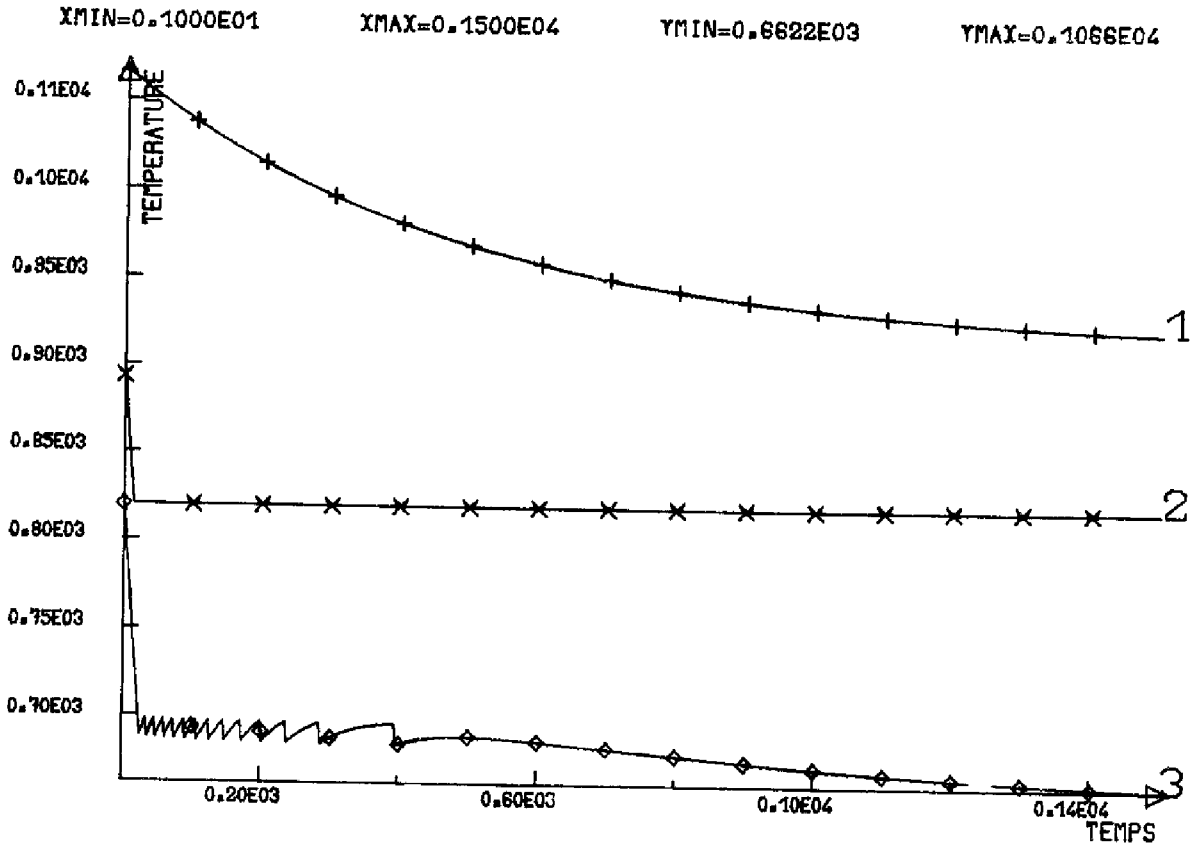
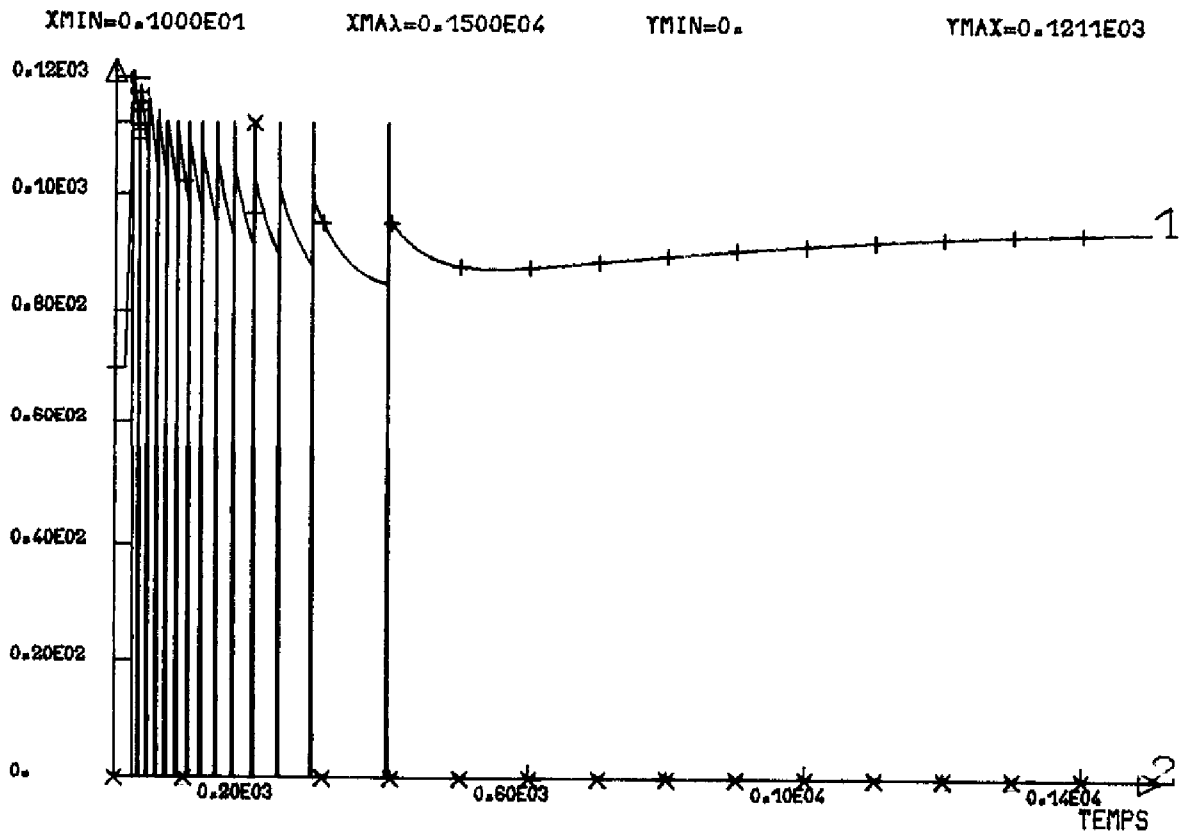


Figure 36

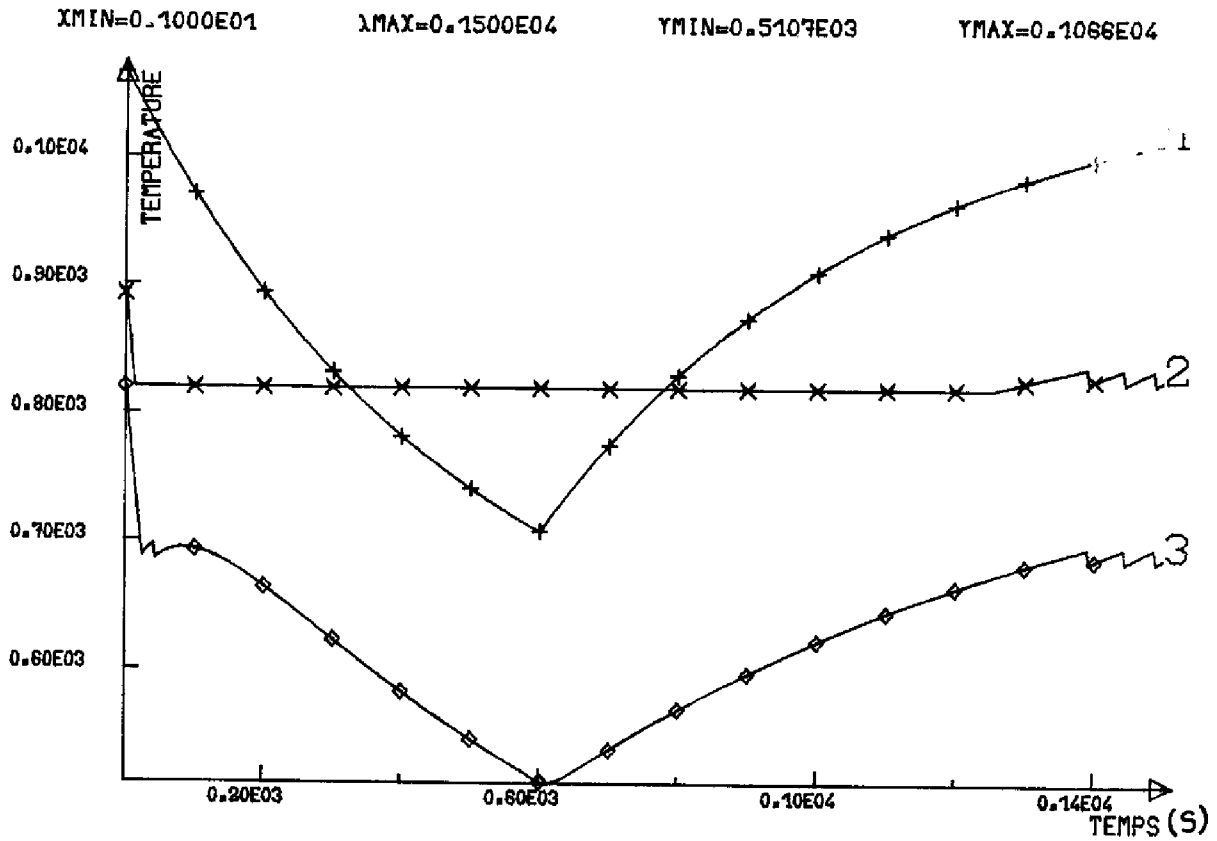


Courbe 1 :  $T_M$ ; courbe 2 :  $T_{ET}$ ; courbe 3 :  $T_{SCH}$ ; WS = - 150 KW (a)

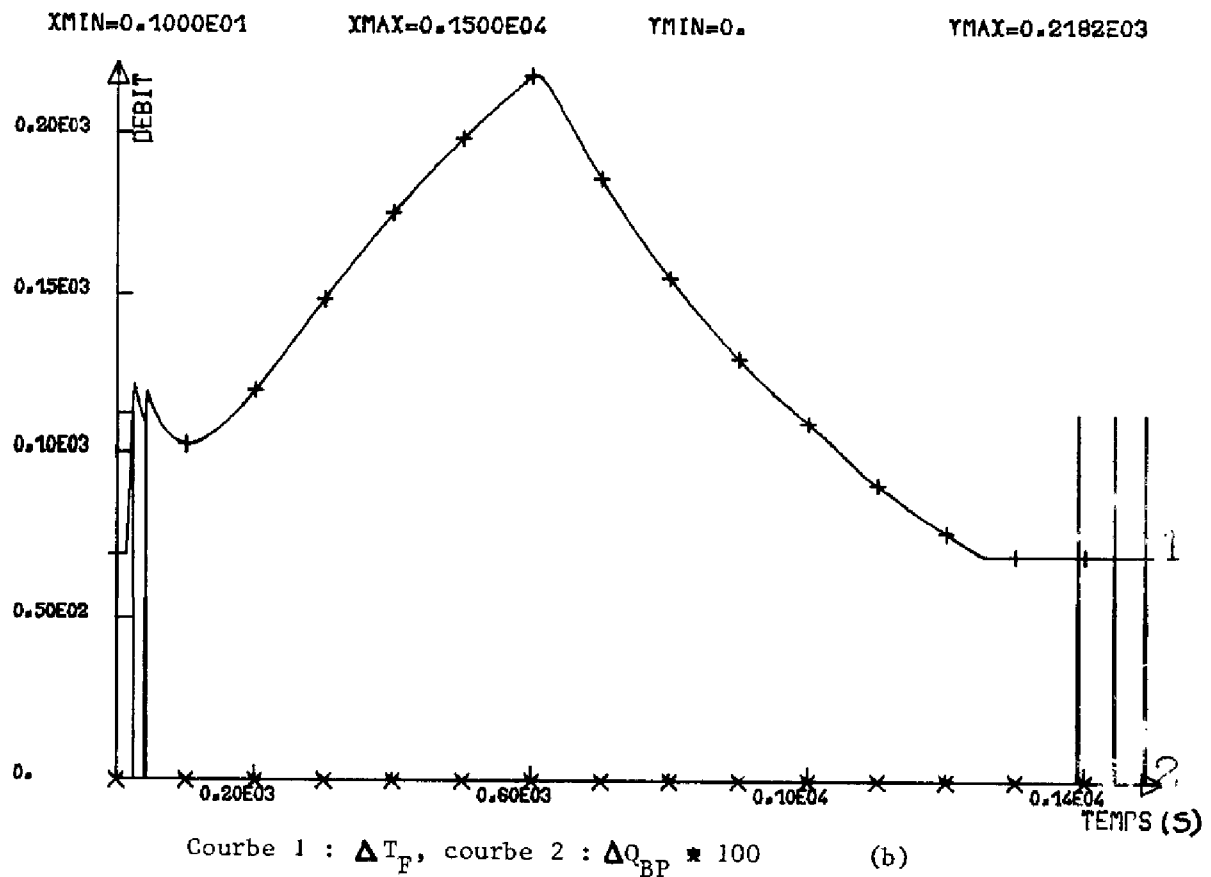


Courbe 1;  $\Delta T_F$ ; courbe 2 :  $\Delta Q_{BP} * 100$  (b)

Figure 35

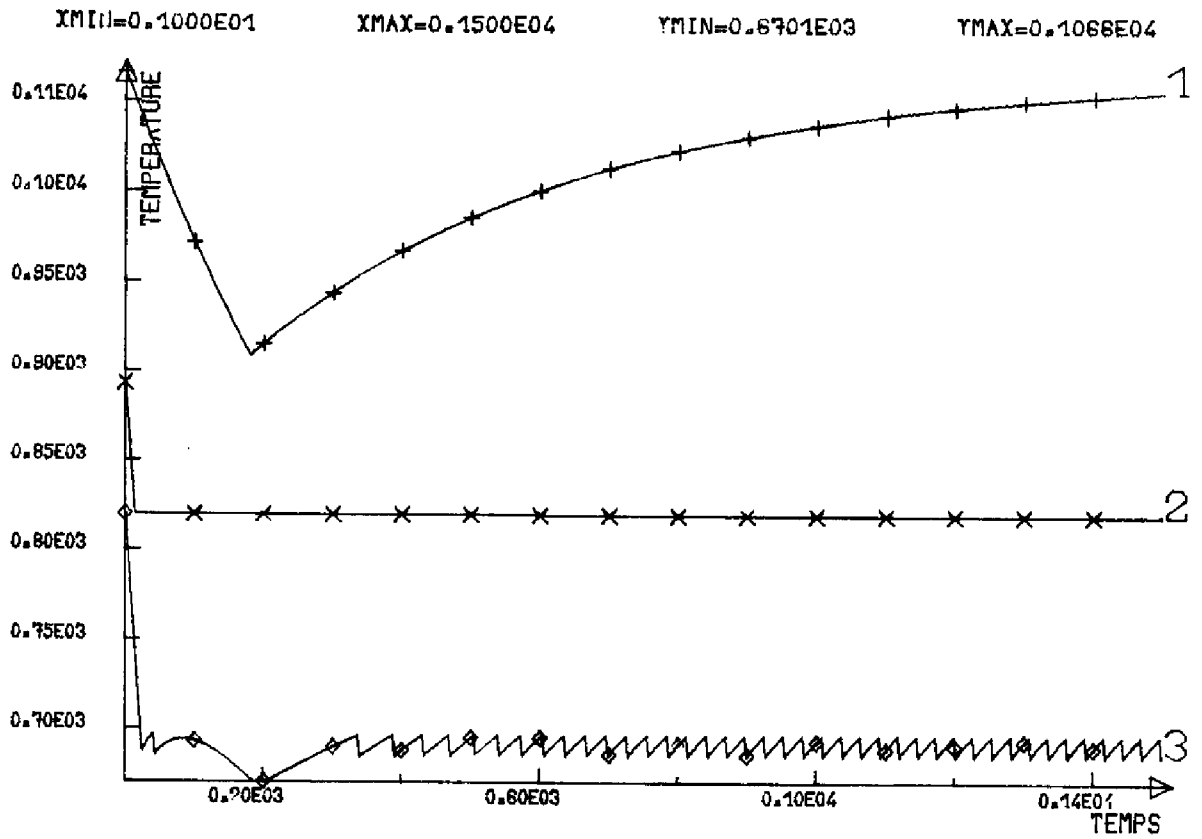


Courbe 1 :  $T_M$ ; courbe 2 :  $T_{ET}$ ; courbe 3 :  $T_{SCH}$ ; Passage Nuageux de 10 MN  
WS = - 500 KW (a)

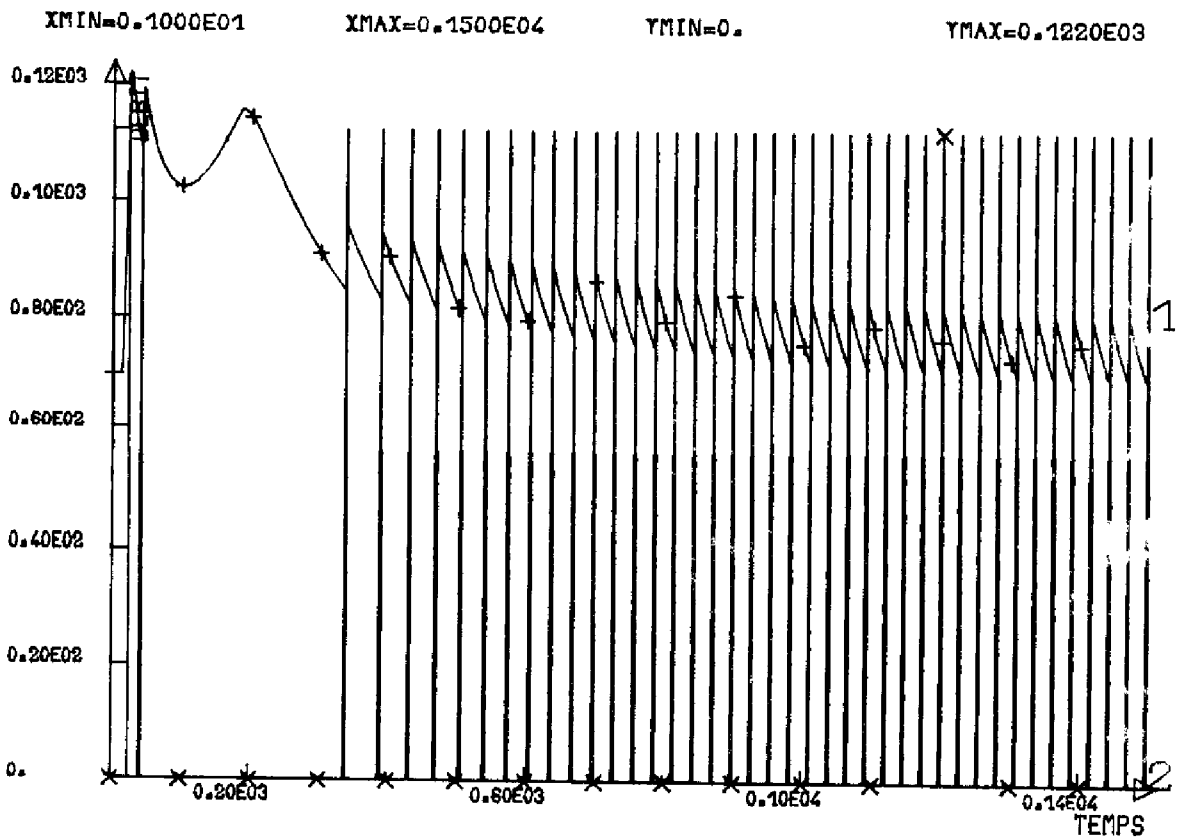


Courbe 1 :  $\Delta T_F$ , courbe 2 :  $\Delta Q_{BP} * 100$  (b)

Figure 38



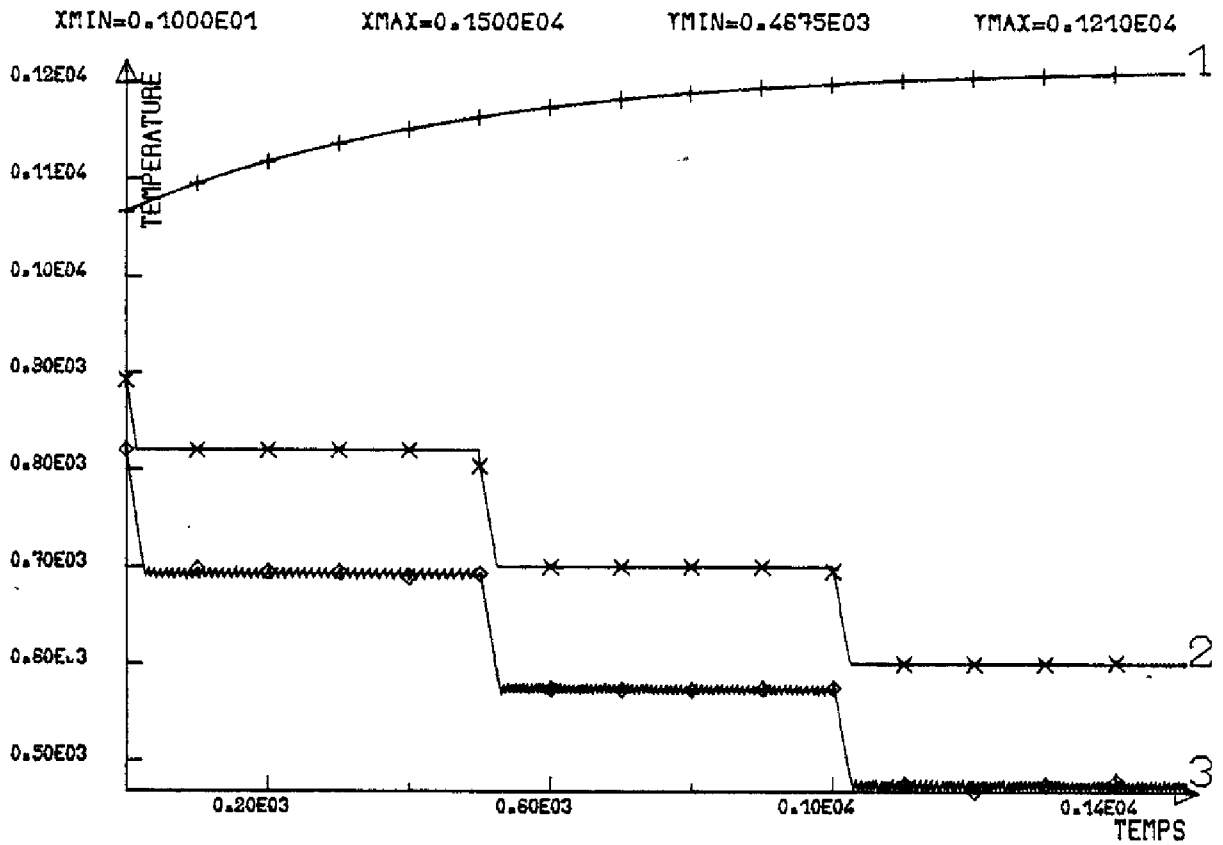
Courbe 1 :  $T_M$ ; courbe 2 :  $T_{ET}$ ; courbe 3 :  $T_{SCH}$ ; Passage nuageux de 3 mm  
WS = - 500 KW (a)



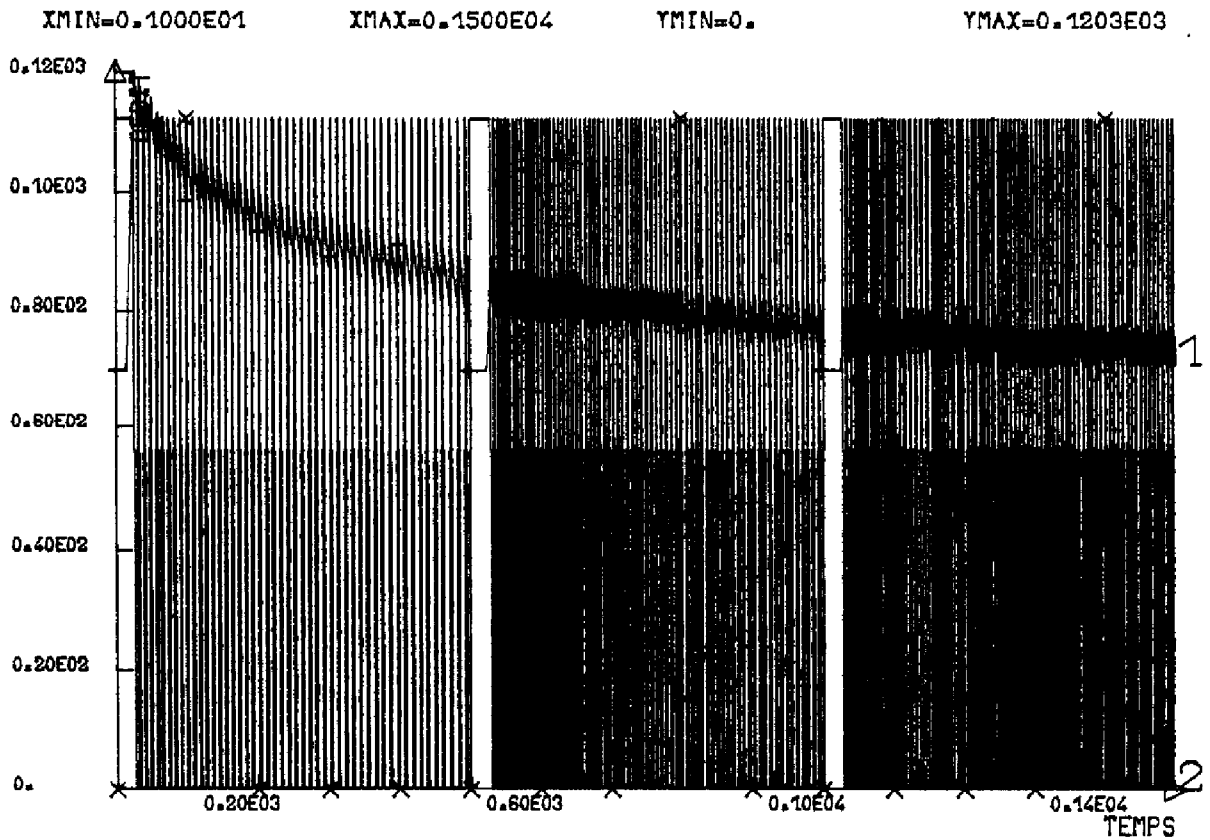
Courbe 1 :  $\Delta T_F$ ; courbe 2 :  $\Delta Q_{BP} * 100$  (b)

Figure 37



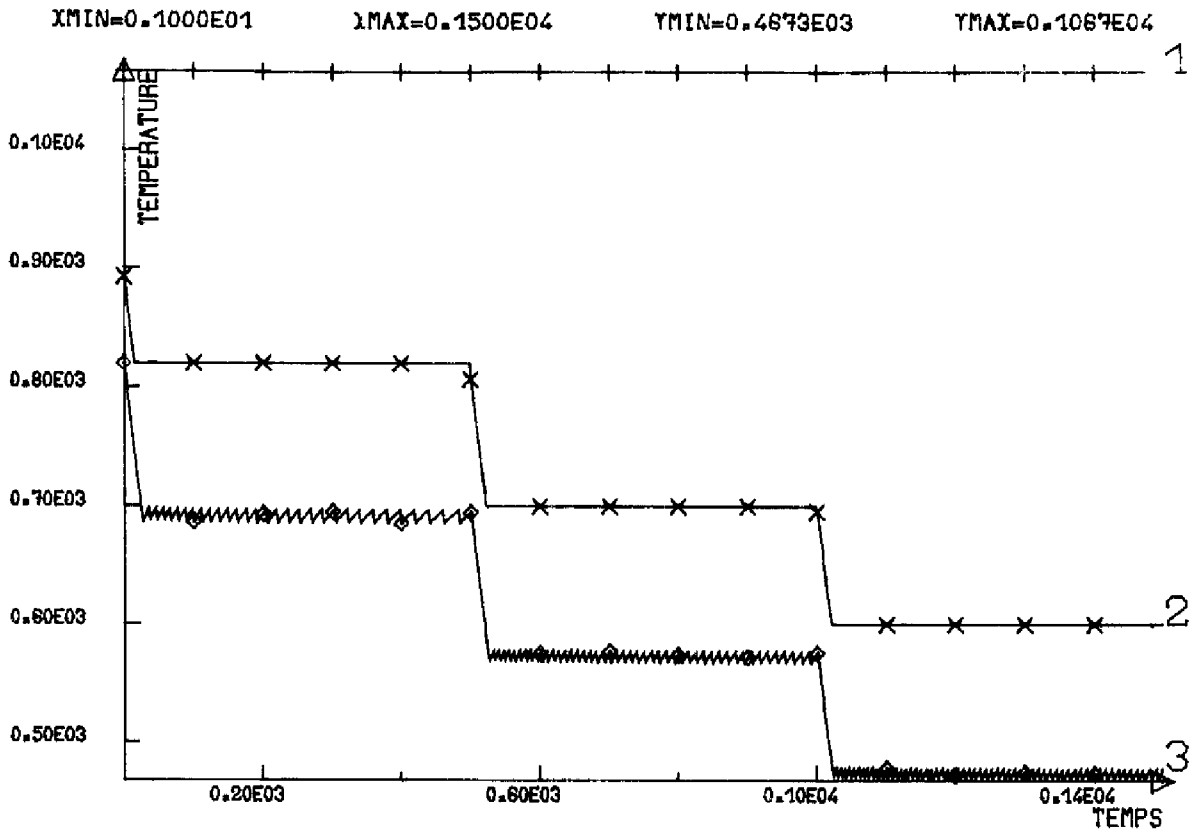


Courbe 1 :  $T_M$ ; courbe 2 :  $T_{ET}$ ; courbe 3 :  $T_{SCH}$ ; changement de consigne sans perturbation WS = 0 (a)

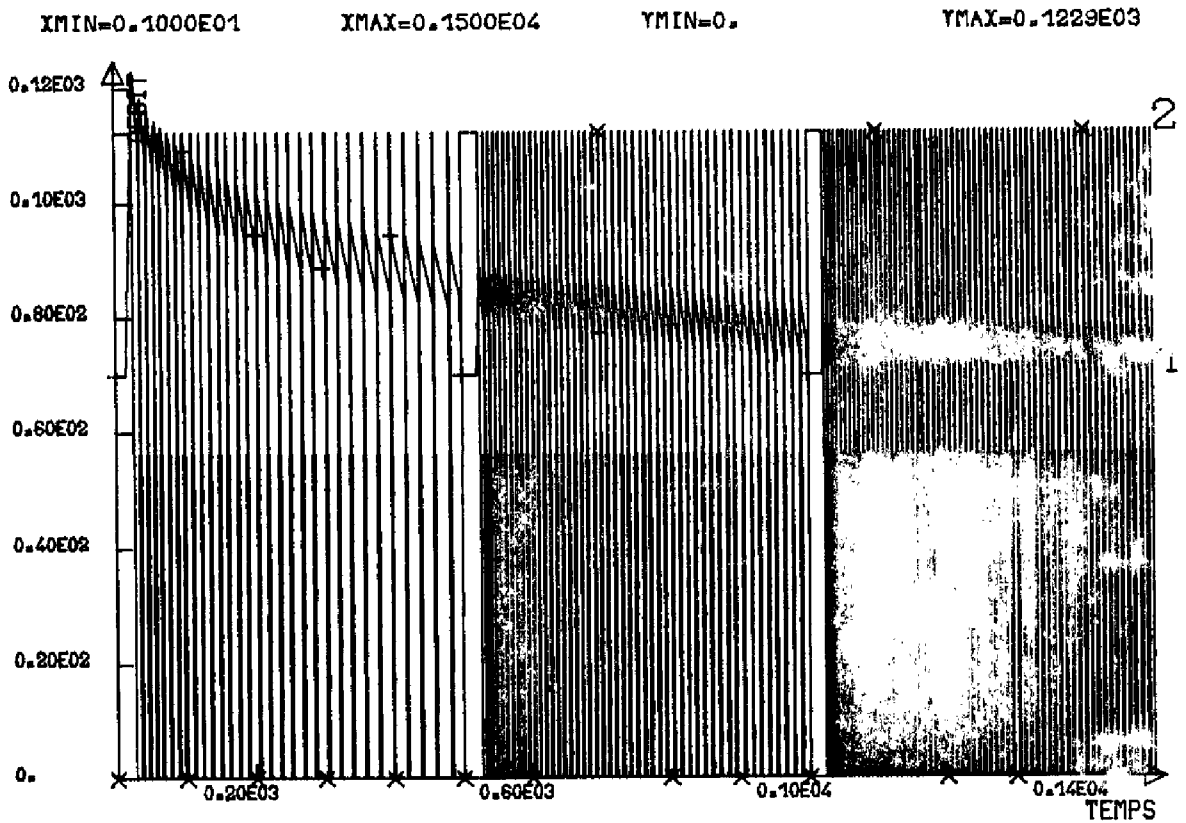


Courbe 1 :  $\Delta T_F$ ; courbe 2 :  $\Delta Q_{BP} * 100$  (b)

Figure 40



Courbe 1 :  $T_M$ ; courbe 2 :  $T_{ET}$ ; courbe 3 :  $T_{SCH}$ ; changement de consigne  
en Présence de Perturbation WS = + 150 KW (a)



Courbe 1 :  $\Delta T_P$ ; courbe 2 :  $\Delta Q_{BP} * 100$  (b)

Figure 39

#### IV.9 CONCLUSION

Nous venons de voir que la commande proposée satisfait parfaitement l'objectif de régulation de la température entrée-turbine et ce en prenant en compte les contraintes de fonctionnement concernant le  $\Delta T$  fuel minimum et le débit de fuite basse pression.

Rappelons qu'il s'agissait d'une commande découplée puisque la commande fuel n'intervenait qu'en appoint de  $T_{SCH}$ . La commande de  $T_{SCH}$ , quant à elle, est réalisée à partir du débit de fuite travaillant en tout ou rien.

Les simulations effectuées ont montré que, quel que soit l'ensoleillement ou la durée d'un passage nuageux, la température entrée turbine est maintenue à son niveau de consigne (820°C). On notera aussi le fonctionnement fréquent de la vanne de fuite, même aux ensoleillements faibles, ce fait étant directement relié au seuil élevé du  $\Delta T_F$ , que nous avons dit, précédemment, être inadmissible.

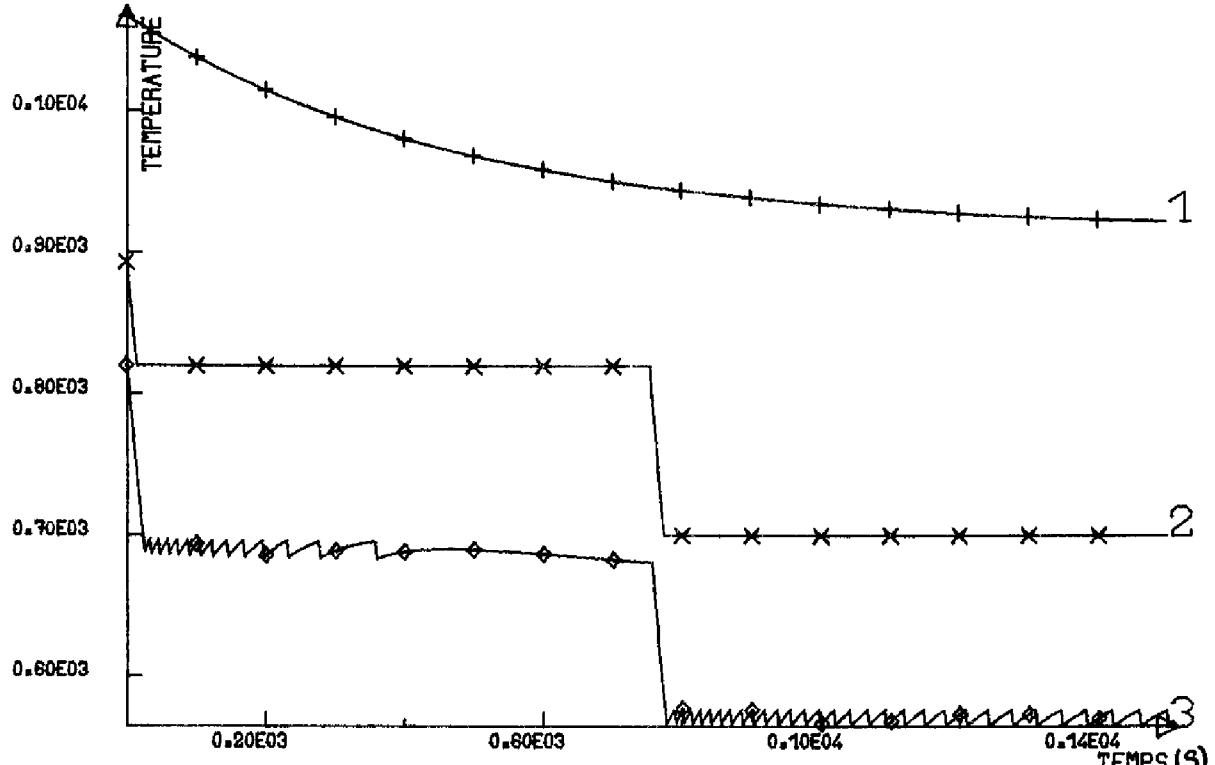
Cette commande possédant les performances souhaitées du point de vue régulation, il reste à savoir si la boucle thermique, en particulier sa partie basse pression, peut supporter sans dommage les cycles d'ouverture - fermeture de la vanne de fuite. Pour prendre en compte cette dernière en contrainte technologique il semblerait intéressant de concevoir une commande de type critère quadratique pour le débit basse pression et une commande bang-bang pour le fuel. Dans cette optique le fuel ne fonctionnerait pas de façon permanente, réduisant de façon notable la consommation du fuel.

XMIN=0.1000E01

XMAX=0.1500E04

YMIN=0.5642E03

YMAX=0.1066E04



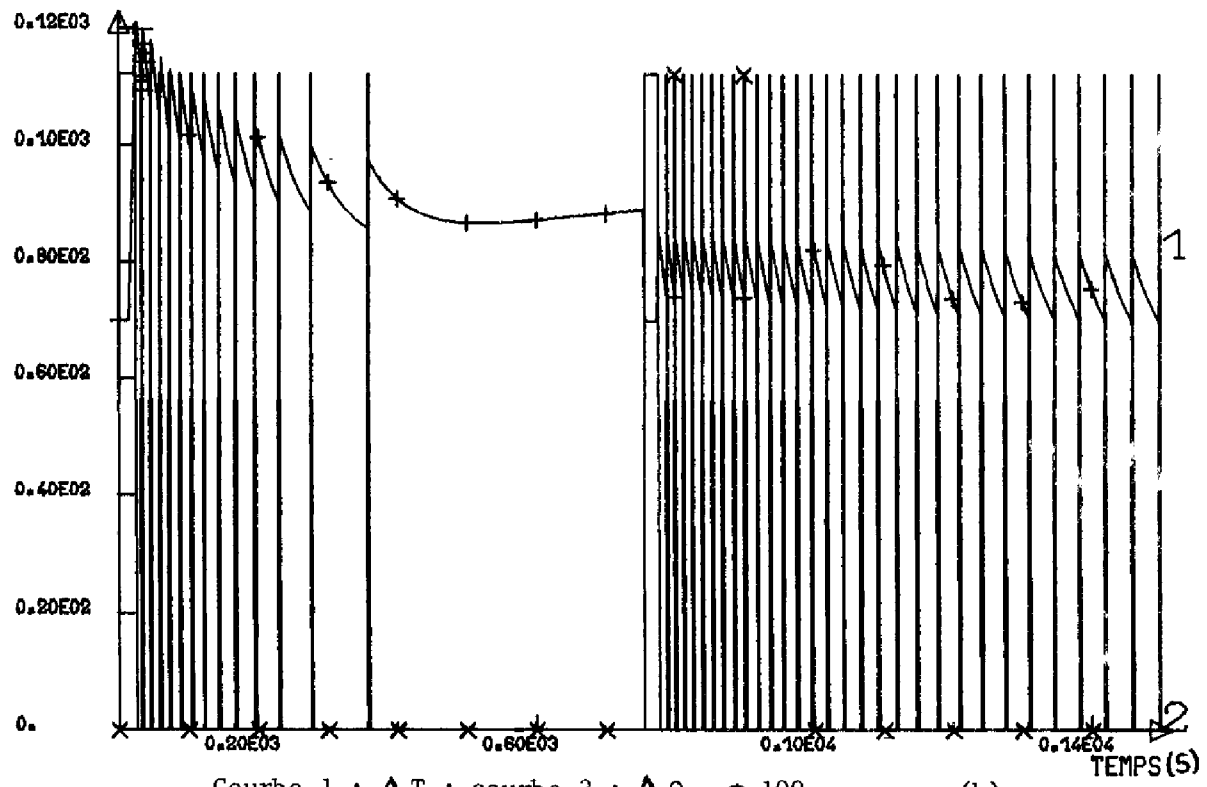
Courbe 1 :  $T_M$ ; courbe 2 :  $T_{ET}$ ; courbe 3 :  $T_{SCH}$ ; changement de consigne en Présence de Perturbation WS = - 150 KW (a)

XMIN=0.1000E01

XMAX=0.1500E04

YMIN=0.

YMAX=0.1211E03



Courbe 1 :  $\Delta T_F$ ; courbe 2 :  $\Delta Q_{BP} * 100$  (b)

Figure 41

## CONCLUSION GENERALE

-----

Ainsi que nous venons de le voir l'objectif du travail qui nous était proposé a été atteint. Rappelons qu'il s'agissait principalement de modéliser le "Projet SIROCCO" et d'évaluer les possibilités de réalisation d'une commande dans le cas où une telle centrale serait couplée sur un réseau type E.D.F.

Il convient de souligner la difficulté d'une telle approche car, le système n'étant pas encore réalisé, il convenait d'analyser les fonctionnements possibles de la boucle thermique pour en arriver à la perception du fonctionnement réel et à ses particularités.

Pour atteindre ce but, nous avons dû, sur la base de simulations thermiques du récepteur solaire et de l'échangeur effectués au C.E.A., élaborer les modèles de ces éléments pour ensuite proposer un modèle complet de la boucle incluant la turbine. Ceci a été traité au chapitre premier de notre mémoire. D'autre part, toujours dans ce même chapitre, nous avons fait une



pour n'effectuer de boucle qu'à partir de variables mesurables,

Néanmoins ces études doivent être poursuivies dans l'optique de cette centrale sur réseau isolé, ce qui doit conduire à un degré de difficulté plus élevé.

Il apparait toutefois nécessaire que ces études ultérieures puissent être conduite à partir du modèle retenu ici, mais amélioré par identification lors d'essais effectifs sur un site.





## ANNEXE I

En posant :

$$T_M = f_1 (Q, T_M, T_{SRS}, T_{ERS}, WS)$$

$$T_{SRS} = f_2 (Q, T_M, T_{SRS}, T_{ERS})$$

et en linéarisant ces deux fonctions autour du point Nominal, on aura les coefficients  $\alpha_i$  et  $\beta_i$  suivants :

$$\alpha_1 = \left( \frac{\partial f_1}{\partial Q} \right)_N = - \frac{k.S.0,8.T_M}{\rho_m.C_{pm}.V.Q^{0,2}} + \frac{(1-\alpha).0,8.k.S.T_{SRS}}{\rho_m.C_{pm}.V.Q^{0,2}} + \frac{\alpha.0,8.k.S.T_{ERS}}{\rho_m.C_{pm}.V.Q^{0,2}}$$

$$-\alpha_2 = \left( \frac{\partial f_1}{\partial T_M} \right)_N = \frac{k.S.Q^{0,8}}{\rho_m.C_{pm}.V}$$

$$\alpha_3 = \left( \frac{\partial f_1}{\partial T_{SRS}} \right)_N = \frac{(1-\alpha).k.S.Q^{0,8}}{\rho_m.C_{pm}.V}$$

$$\alpha_4 = \left( \frac{\partial f_1}{\partial T_{ERS}} \right)_N = \frac{\alpha.k.S.Q^{0,8}}{\rho_m.C_{pm}.V} \quad \alpha_5 = \left( \frac{\partial f_1}{\partial WS} \right)_N = \frac{1}{\rho_m.C_{pm}.V}$$

$$\beta_1 = \left( \frac{\partial f_2}{\partial Q} \right)_N = \frac{k.S.0,8.T_M}{\rho.C_p.V.Q^{0,2}} - \left( \frac{1}{\rho.V} + \frac{k.S.(1-\alpha).0,8}{\rho.V.C_p.Q^{0,2}} \right) T_{SRS} + \left( \frac{1}{\rho.V} - \frac{k.S.\alpha.0,8}{\rho.V.C_p.Q^{0,2}} \right) T_{ERS}$$

$$\beta_2 = \left( \frac{\partial f_2}{\partial T_M} \right)_N = \frac{k.S.Q^{0,8}}{\rho.C_p.V}$$

$$-\beta_3 = \left( \frac{\partial f_2}{\partial T_{SRS}} \right)_N = \frac{Q}{\rho.V} + \frac{k.S.(1-\alpha).Q^{0,8}}{\rho.V.C_p}$$

$$\beta_4 = \left( \frac{\partial f_2}{\partial T_{ERS}} \right)_N = \frac{Q}{\rho.V} - \frac{k.S.\alpha.Q^{0,8}}{\rho.V.C_p}$$



## BIBLIOGRAPHIE

-----

### [1] - Chaudière solaire

- VIRLEUX J.C. - HENNEBICQ J.P.

"Etude de régulation de la chaudière à sels fondus (Hitec). Rapport  
77 THEM 77/28 (E.D.F.)

- HENNEBICQ J.P.

"Choix du schéma de régulation du récepteur solaire" Rapport HP 77 (E.D.F.)

- P. CARRAUD

"Centrale Solaire à tour"

"Etude du système de concentration, Analyse et synthèse commande du flux"  
Thèse de Docteur-Ingénieur n° 635, Novembre 1978 à Toulouse.

- F. ORTIZ

"Contribution à l'étude d'un récepteur solaire à haute température pour  
cycle thermo-dynamique à gaz".

Thèse Docteur-Ingénieur n° 125 Décembre 1979 à Poitiers.

### [2] - Echangeur

- G. DAVOUST

"Détermination de la dynamique des échangeurs de chaleur, à partir de leurs  
caractéristiques structurelles et de fonctionnement statique".

Thèse de Docteur-Ingénieur, Grenoble 1970.

- G. GILLES

"Elaboration du modèle mathématique et commande optimale par ordinateur  
numérique d'un échangeur thermique pilote".

- [ 9 ] S.A. MARSHALL  
The design of reduced-order systems,  
Int. J. Control. 1980, vol. 13, n° 4, (677-690)
- [ 10 ] R. BOUDAREL, J. DEMAS, P. GUICHET  
Commande optimale des processus - tome 4. Méthodes variationnelles  
et leurs applications. Dunod Paris 1969.
- [ 11 ] P. NASLIN  
Introduction à la Commande Optimale. Dunod Paris 1966
- [ 12 ] P. DE LARMINAT, Y. THOMAS  
Automatique des Systèmes linéaires. Tome 3, Flammarion 1977.
- [ 13 ] Michael ATHANS, Peter L. FALB  
Optimal Control, Mc Graw Hill, Book Company, 1966
- [ 14 ] RIBADEAU  
Projet SIROCCO, lot. 1, Etude de Faisabilité de la turbine à gaz  
Rapport Microturbo, n° 928-80-27, CNRS (Poitiers).
- [ 15 ] A. FOSSARD  
Représentations. Notes de cours 1971 - Ecole Nationale Supérieure de  
l'Aéronautique et de l'Espace, Toulouse
- [ 16 ] J.C. GILLE - M. CLIQUE  
La Représentation d'état pour l'étude des systèmes dynamiques  
Tome II - Commande et observation 1975 - Eyrolles.
- [ 17 ] Y. SEVELY  
Systèmes et Asservissements Linéaires échantillonnés, 1973, Dunod  
Université.
- [ 18 ] C. FOULARD, S. GENTIL, J.P. SANDRAZ  
Commande et régulation par ordinateur numérique
- [ 19 ] B. PORTER, H.M. POWER  
Controllability of Multivariable Systems. Incorporating Integral  
Feedback". Electronics Letters 29th, Octobre 1970, vol. 6, n° 22.

Thèse de Docteur ès-Sciences et Physiques n° 6192 du 29 Octobre 1971  
Grenoble

- R.B. ROBERETS

"Application of the Centaur Industrial Gros turbine to the central receiver concept for solar electric power". Publication Décembre 1979 de A.S.M.E.

[3]- Turbomoteur

- MARC - FAURY

"Adaptation des Turbomachines". ENICA, 1966

- MEYER - TISSERANT - VAN DEN BOSSCHE

"Identification du Réacteur Marbore", ENICA, 1971

- M. BRUNET

Régulation Numérique de Turbomachine "Identification et modélisation de la turbomachine conception et réalisation d'un système numérique de régulation". Thèse Docteur-Ingénieur N° 410, Janvier 1974 à Toulouse.

[4] M.J.D. POWELL

"Model controllability matrices of multivariable systems incorporating Integra Feedback" Electronics Letters 10th Decembre 1970, vol. 6, n° 25.

[5] S.S. RAO

Optimisation theory and Application, Willey Eastern Limited, 1978

[6] LOTFI A. ZADEH, Charles A. DESOER

"Linear System Theory", Mc Grax Hill Book Company, 1963

[7] J. CARPENTIER, H. GRELLY

"Identification Optimisation et Stabilité des Systèmes Automatiques". Actes du Congrès d'Automatique Théorique, Paris 1965.

[8] Z. BINDER, C. COMMAULT, W. FINDEISEN

Revue des Méthodes de Simplification des modèles Dynamiques Linéaires Invariants, RAIRO, vol. 12, n° 3, 1978.

[20] H.M. POWER, B. PORTER

Necessary and sufficient conditions for controllability of multivariable systems. Incorporating Integral Feedback, Electronics Letters 10th Decembre 1970. Vol. 6, n° 25.

[21] RICHALET J., RAULT A., POULIQUEN R.

Identification des processus par la méthode du modèle. Gordon et Breach; Théorie des Systèmes, Vol. 4, 1971.

Thèse de Monsieur KACIM Mohamed

« Contribution à l'étude d'une centrale solaire à turbine à gaz. Modélisation et commande. Projet SIROCCO »

#### **RESUME**

Le contenu dans ce mémoire de thèse concerne le projet de centrale électro-solaire SIROCCO, utilisant une turbine à gaz et mettant en œuvre un récepteur solaire de conception originale.

Deux parties principales constituent ce mémoire, elles consistent en :

- la modélisation des éléments constitutifs de la boucle thermique et du système global, suivie par une analyse du fonctionnement en vue de la commande,
- l'évaluation des problèmes posés par la commande et l'élaboration de quelques algorithmes de commande — commande quadratique et commande par état adjoint prenant ou non en compte le problème des contraintes.

**MOTS CLES** : Energie solaire, Commande optimale, Turbine à gaz.

#### **ABSTRACT**

The content of this thesis concerns the solar thermal power plant project called SIROCCO. This plant will use a gas turbine operated by a solar receiver of an original type.

This memor is divided into two main parts, dealing with the following topics :

- modelling of the components of the thermal cycle and of the global system, and then analysis of the operating conditions from the control point of view,
- evaluation of problems related to the controlling scheme and elaboration of several control algorithms - quadratic optimal control and control by the dual state vector - eventually taking into account the problem of real constraints.

**KEY WORDS** : Solar energy, Optimal control, Gas turbine.